PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Rosilda dos Santos Morais

O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática – um inventário a partir de documentos dos ICMEs

Rio Claro

2015

Rosilda dos Santos Morais

O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática – um inventário a partir de documentos dos ICMEs

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Educação Matemática.

Orientadora: Profa Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic

Rio Claro

2015

510.09 Morais, Rosilda dos Santos
M827p O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em educação matemática : um inventário a partir de documentos dos ICMEs / Rosilda dos Santos Morais. - Rio Claro, 2015
446 f. : il., figs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic

1. Matemática - História. 2. Educação matemática. 3. Pesquisa em anais. 4. Proceedings. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Rosilda dos Santos Morais

O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática - um inventário a partir de documentos dos ICMEs

Banca Examinadora

Profa Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic (orientadora)
Departamento de Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), Rio Claro, SP.

Profa Dra. Norma Suely Gomes Allevato
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas – Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, SP.

Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente
Departamento de Educação - Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), Guarulhos, SP.

Prof. Dr. Ubiratan D‟Ambrosio
Departamento de Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), Rio Claro, SP.

Prof. Dr. Roger Miarka
Departamento de Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), Rio Claro, SP.

Rio Claro, SP, 12 de Março de 2015.

Ao Paulo e ao Jean por acolherem meus projetos e fazer deles os seus... por seu amor incondicional, por se fazerem presente mesmo diante da impossibilidade da presença física.

Agradecimentos

Agradeço à minha família, lugar onde encontro aconchego, paz, serenidade e, sobretudo, onde estão minhas melhores referências pessoais.

Agradeço à minha orientadora Lourdes de la Rosa Onuchic por ter me orientado e me acompanhado durante todos esses anos possibilitando-me formar-se, constituir-se pesquisadora em Educação Matemática.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e à Uiversidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP/RC) por terem me recebido e me concedido a possibilidade dessa formação.

Agradeço aos pesquisadores que compuseram a banca do exame de qualificação e defesa, os professores Norma Suely Gomes Allevatto, Wagner Rodrigues Valente, Ubiratan D‟Ambrosio e Roger Miarka, por suas importantes contribuições que, certamente, me conduziram à pesquisa que aqui se apresenta.

Agradeço ao professor Marcelo de Carvalho Borba por disponibilizar seu acervo pessoal para consulta em documentos dos ICMEs.

Agradeço à professora Lourdes de la Rosa Onuchic por disponibilizar seu acervo pessoal para consulta, sobretudo, em documentos dos ICMEs.

Agradeço aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da UNESP/RC, os quais tive o prazer de conviver e de muito aprender. Em especial, agradeço aos professores Marcus Vinicius Maltempi, Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, Roger Miarka e Miriam Godoy Penteado por terem me prestado atenção mais que merecida quando lhes procurei, por exercerem a função de coordenadores (ou coordenadores em exercício), para tratar de assuntos relativos a questões administrativas.

Agradeço ao Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) por se constituir como um espaço de discussão e de formação que muito me ajudou no processo de constituir-se pesquisadora.

Agradeço aos colegas do GTERP por terem experienciado comigo nessa caminhada.

Agradeço aos colegas do programa os quais pude compartilhar momentos de aprendizado nos Seminários (SMEMs), nos corredores, nas disciplinas cursadas no programa, em congressos que viajamos juntos.

Agradecimentos Especiais

Os agradecimentos desta página foram assim chamados em razão dos sentimentos que são disparados em mim quando penso nessas pessoas na minha vida, especialmente, durante a pesquisa de doutorado.

Aos Filipes...

Ao Filipe Santos Fernandes por ter sido mais do que meu colega de classe durante o doutorado, mas meu amigo para boas conversas, meu colega de discussões sobre História da Educação Matemática, cujo teor das conversas me levou, por vezes, a pensar que estivesse falando com um senhor... o senhor Filipe Fernandes. Obrigada Filipe por ter me possibilitado momentos de discussão e de aprendizado que me fizeram crescer como pesquisadora em História da Educação Matemática. Obrigada Filipe pelas reuniões muitas que tivemos "*inside*" e "*outside*".

Ao Filipe Samuel Nunes, meu professor de inglês, amigo, que me acompanhou, especialmente, no início da pesquisa. Tão boas foram suas orientações, ensinamentos, que ao final pude caminhar, ainda com cuidado, sozinha na arte de melhor compreender uma outra língua que não a minha língua materna. Obrigada Filipe por ter sido tão cuidadoso e ter tido paciência quando a minha havia se esvaído.

Ao amigo Roger Miarka por me ter feito acreditar que eu seria capaz de caminhar mesmo diante da escuridão, que se fez necessária, pois só com ela pude ver novos pontos de luz. Existem significados que só compreendemos com o tempo. Alguns dos vividos por nós, aguardam, ainda, pelo tempo...

À amiga Lucieli Maria Trivizoli da Silva, por ter sido tão presente, mesmo distante fisicamente, todas as vezes que eu a chamei, emprestando-me seu conhecimento sobre História da Educação Matemática, por ter me feito acreditar que eu deveria seguir meus instintos e, sobretudo, escrever minha pesquisa seguindo "meus referenciais". Obrigada minha "irmã mais jovem" não só por ser minha amiga, mas por acreditar em mim, por esforçar-se para que, mesmo distantes, mantivéssemos as notícias atualizadas.

Ao meu fiel parceiro de todas as horas, Paulo Maraschin dos Santos, por ser quem é, por fazer da minha casa, da nossa vida, um lugar tão precisoso, o qual quero sempre retornar.

Ao meu amor maior, amor único, amor de mãe, Jean Carlos Aponi Júnior, por existir na minha vida, por acreditar em mim, por me fazer melhor experienciar o significado da palavra resiliência.

Ao meu amado irmão Romildo dos Santos Morais por ter sempre acreditado em mim e por ter vivenciado, comigo, cada uma de minhas escolhas.

À minha linda avó, Severina Maria da Conceição, por ser um exemplo de mulher, de luta, de coragem e de garra. Registro aqui sua fala, no dia do exame de defesa desta tese, dizendo-me: "...filha, nada de medos agora. Lembre-se da menina de 10 anos que subia em árvores, pulava cercas... que não tinha medo de nada. Deixe que essa menina se manifeste hoje em você". A dona Severina não é Ana Maria Machado, não teve o "privilégio" de ler a escrita dos homens, mas me reportou a uma de suas histórias ("trança de gente") tamanha é sua sabedoria. Obrigada "vó" por ter estado comigo em um momento tão singular e por ter trazido em sua fala, inclusive, a lembrança de meu pai.

À minha mãe, Maria José dos Santos Morais, mulher lutadora que, mesmo não tendo tido a chance de avançar nos estudos, sempre incentivou seus filhos nessa direção, pois sabia que essa era uma das poucas oportunidades que se tinha de, um dia, ao olhar para o passado, reconhecer que a trajetória percorrida teria valido a pena. Obrigada mãe, por ter me possibilitado ir em busca dos meus sonhos, que viraram projetos, um dos quais aqui apresento.

Aos meus amigos queridos "de ontem", amigos de todas as horas, com quem tomo bons vinhos, dou boas risadas, com os quais compartilho minha existência: Adriano Silva, Edvan Teixeira da Silva e Rovilson Dias da Silva.

Aos meus amigos "de hoje" Flávio Rubbo e Fábio Vidal, por se fazerem presentes em minha vida.

À Inajara, por ter sempre as respostas que buscamos, por estar sempre com seu lindo sorriso estampado, seja segunda-feira, ..., ou sexta-feira, é sempre um prazer dar-lhe um abraço, no qual podemos encontrar a paz.

À Valéria C. Rodrigues Sarnighausen, pela amizade, por ter sido tão importante em minha vida em momentos de turbulência, de tomada de decisões difíceis.

À Fábíola Miranda, menina que me faz repensar algumas de minhas posturas, especialmente no que diz respeito a expressão "é preciso saber viver"...

À Lívia...

A Deus que, se existe, então, deve ter alguma relação com tudo o que aqui apresento... Meu sincero agradecimento! Obrigada!

RESUMO

A presente pesquisa investigou a Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática em uma perspectiva histórica. Para tanto, adotou-se a estratégia de buscar em documentos (entendidos na pesquisa como CDs e livros: *proceedings*, de resumos de comunicações curtas e de pôsteres, de palestras selecionadas, de programação final e de publicações extras) produzidos em onze edições do *International Congress on Mathematical Education* (ICME), no período de 1969 (ICME-I) a 2008 (ICME-XI), por pesquisas cuja temática tenha sido Resolução de Problemas, compreendida como uma Metodologia. Assumida essa estratégia, o referencial teórico metodológico adotado considerou os modos de "fazer história" segundo perspectivas que, hoje, circunstanciam a pesquisa em História da Educação Matemática. A apresentação dessa produção se deu por meio de um inventário que, associado à teoria construída, permitiu responder às interrogações iniciais, bem como a questão norteadora da pesquisa, que se interessou por verificar como se deu o processo de inclusão da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática a partir de documentos dos ICMEs. A partir da investigação empreendida, foi possível identificar movimentos da Resolução de Problemas de maneira que só fez sentido concebê-la em processo de constituir-se e nunca constituída. Esse movimento foi esboçado em uma periodização da Resolução de Problemas, lida internacionalmente por meio dos ICMEs, distribuída em quatro fases: fase 1 - não foi tema de discussão no ICME-I; fase 2 - A Resolução de Problemas imerge no ICME-II; fase 3 - englobando os ICMEs-III (1976, Karlshure), ICME-IV (1976, Berkeley) e ICME-V (1980, Adelaide;), expressa uma natureza da Resolução de Problemas nos seguintes aspectos: incipiente, em relação à pesquisa de sala de aula; de continuidade, nos aspectos teórico ou prático; de dissolução em outras áreas, com a aproximação dessa temática a outras áreas da Educação Matemática ou mesmo da Educação; de reafirmação, com a indicação de que a pesquisa chegasse ao conhecimento de professores de Matemática de sala de aula, bem como que novos materiais para o trabalho com Resolução de Problemas fossem produzidos, distanciando-se de uma visão empreendedora, mas olhando para os resultados da pesquisa já produzida; novas concepções, com a imersão de temáticas que versam sobre Resolução de Problemas, com naturezas diferentes; fase 4 - englobando os ICMEs VI (1984; Budapeste), VII (1992, Quebec), VIII (1996, Sevilha), IX (2000, Tóquio), X (2004, Copenhagen) e XI (2008, Monterrei), percebe-se uma manutenção da natureza da Resolução de Problemas em relação a quatro aspectos apresentados na fase 3, exceto para o caso incipiente, bem como identifica-se o surgimento de dois novos aspectos, indissociáveis, a Resolução de Problemas no Currículo e a maturidade da pesquisa.

Palavras-Chave: História da Educação Matemática, Resolução de Problemas. Pesquisa em Anais (*proceedings*). ICME. Inventário.

ABSTRACT

The following research was interested in investigating Problem Solving as a subject of research in mathematics education from a historiographical standpoint. For our research the strategy adopted was to analyze documents (understood in the research to be CDs and books: proceedings, short communications and poster summaries of selected lectures, final programs and additional publications) produced in eleven events of the International Congress on Mathematical Education (ICME), from 1969 (ICME-I) to 2008 (ICME-XI), by surveys where the theme was Problem Solving understood as a Methodological. Once the research strategy was clear, the theoretical framework adopted considered the ways to “make history” according to perspectives that, today, mold the research in the History of Mathematics Education. The presentation of this production was given through an inventory which, coupled with the inbuilt theory, enabled us to respond to the questions first raised, and the main question of the research, which was interested in checking out how the process of including Problem Solving as a thematic research in Mathematics Education, from the documents produced in the ICMEs, was done. From the research undertaken it was possible to identify movements of Problem Solving so that it made sense to conceive of it as a theory that is always in the process of being set up and never made. This movement was outlined in a periodization of Problem Solving, internationally read through the ICME, distributed in four phases: Phase 1 – it was not the subject of discussion at ICME-I; Phase 2 – Problem Solving immerses in the ICME-II; Phase 3 - comprising the ICME-III (1976, Karlsruhe), ICME-IV (1976, Berkeley) and ICME-V (1980, Adelaide;) expresses a nature of Problem Solving in the following features: incipient in relation to research classroom; of continuity in theoretical or practical aspects; of dissolution in other areas, with the approach of this theme to other areas of Mathematics Education or even of Education; reassurance, indicating that research should be known to the mathematics teachers in the classroom, as well as new materials to work with Problem Solving were produced by distancing themselves from an entrepreneurial vision, but looking at the results of the research already produced; new concepts, with the immersion of themes that deal with Problem Solving with different natures; Phase 4 - encompassing the ICME VI (1984, Budapest), VII (1992, Quebec), VIII (1996, Seville), IX (2000, Tokyo), X (2004, Copenhagen) and XI (2008, Monterrey), we perceive a maintenance in the nature of Problem Solving in connection with the four aspects presented in phase 3, except for the incipient case and we also identify the emergence of two new aspects, that are inseparable, the Problem Solving in curriculum and the maturity of research.

Keywords: History of Mathematics Education, Problem Solving. Research in proceedings. ICME. Inventory.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A introdução de um texto é uma estrutura de parada (CERTEAU, 2013). O conjunto que se apresenta com sua finalização é “uma arquitetura estável de elementos, de regras e de conceitos históricos que constituem sistema entre si e cuja coerência vem de uma unidade designada pelo próprio nome do autor” (CERTEAU, 2013, p. 90). Com e encerramento da introdução “a representação escriturária é „plena‟; presente e oblitera as lacunas que constituem, ao contrário, o próprio princípio da pesquisa, sempre aguçada pela falta” (*Ibid*.). Desse modo, a escrita deste texto se inicia pela seguinte interrogação: Quais as “faltas” ou “falhas” percebidas na pesquisa em Resolução de Problemas que mobilizaram esta pesquisadora a produzir pesquisa no âmbito da História da Educação Matemática?

No texto que segue apresentarei minha relação com a temática Resolução de Problemas; quais as lacunas que identifiquei sobre essa temática e que me tocaram, de forma a ter despertado em mim a curiosidade para investigar o tema em uma perspectiva histórica; interrogações que me coloquei com o objetivo de orientar a pesquisa; e como organizei o texto de modo a apresentá-lo como um conjunto, em uma arquitetura que fosse aceita pela comunidade à qual ele interessa, a academia.

Esta pesquisadora e a Resolução de Problemas

Minha relação com a Resolução de Problemas, como abordagem metodológica, foi iniciada quando ainda cursava o último ano da graduação. Naquele momento era latente o desejo de continuar os estudos com olhar voltado para o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica sem, ainda, ter conhecimento sobre a Resolução de Problemas como temática da pesquisa em Educação Matemática.

Com o ingresso no mestrado os horizontes foram sendo ampliados e esta pesquisadora, em seus primeiros passos na pesquisa, escreveu uma dissertação sobre o conceito de Polinômios, trabalhados no Ensino Fundamental II, em um ambiente em que atividades contextualizadas foram propostas, orientadas pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de

Problemas. Esse foi o começo de uma trajetória que foi crescendo, especialmente depois de eu ter iniciado minha participação no Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), de Rio Claro, São Paulo, nos dois anos que sucederam à finalização do mestrado (2009-2010). Nesses dois anos cursei, também, algumas disciplinas na UNESP na condição de aluna especial quando, em uma dessas disciplinas, tive contato com uma pesquisadora que trabalhava com História da Educação Matemática, área que passei a me interessar.

Nesse mesmo período (2009-2010), tendo já iniciado a carreira docente no Ensino Superior, pude trabalhar com Resolução de Problemas em um curso de formação de professores. Essa experiência abriu possibilidades tanto para os alunos, futuros professores, quanto para mim, pois eles puderam experienciar essa abordagem metodológica na formação inicial e, no meu caso, essas aulas me permitiram melhor refletir sobre a Resolução de Problemas em seus aspectos teórico e prático no âmbito da formação inicial de professores de Matemática.

O trabalho com a Resolução de Problemas no mestrado, concomitante com as participações nas reuniões do GTERP, nas disciplinas cursadas e com eventuais participações em palestras e seminários na UNESP, me levou a identificar algumas lacunas em relação à pesquisa em Resolução de Problemas, no âmbito de sua efetividade em outros contextos, em outras culturas, para além dos textos que teriam chegado até mim, ao GTERP, muitos dos quais eu já tinha tomado conhecimento. A partir de então, me coloquei algumas interrogações que, depois de muita reflexão, foram assim apresentadas: “Quais são as origens da Resolução de Problemas? Qual foi o contexto histórico em que ela foi inserida? Quem foram seus principais personagens? Como a Resolução de Problemas, como Metodologia, se propagou pelo mundo?”.

Em 2011 ingressei-me no doutorado, na UNESP, com um projeto de pesquisa que teve como objetivo investigar a Resolução de Problemas na perspectiva histórica motivada pela vivência no GTERP, na UNESP e nas disciplinas cursadas. Depois de um ano de estudos, investigações e discussões com a orientadora, com o GTERP e com colegas que desenvolvem pesquisas em História da Educação Matemática, o projeto inicial passou por modificações e a pesquisa seguiu buscando, ainda na perspectiva histórica, identificar em documentos (livros: *proceedings*, de comunicações curtas e pôsteres, de palestras selecionadas, de programação final, de publicações extras e CDs) produzidos em onze edições do *International Congress on Mathematical Education*[1] (ICMEs), realizados quadrienalmente de 1969 a 2008, indícios da pesquisa em Resolução de Problemas que me permitisse produzir um inventário dessas pesquisas.

Transformando discurso em prática: a apresentação do texto acadêmico

Para a apresentação da pesquisa, no Capítulo 1, chamado "A Problemática da Pesquisa", o texto traz a trajetória da pesquisadora na Resolução de Problemas, como foi citado brevemente no tópico anterior; a relevância e justificativa da pesquisa; algumas interrogações iniciais sobre o trabalho com as fontes; e encerra discorrendo sobre dificuldades primeiras no trabalho com fontes produzidas nos eventos analisados.

No que consiste à relevância da pesquisa, considerei que ela ampliaria o leque das pesquisas realizadas no GTERP e, ainda, que o agrupamento de pesquisas, mais precisamente de suas principais ideias, sobre Resolução de Problemas em um único texto (o inventário), no caso este, por vezes dispersas em textos publicados em congressos, constituiria uma fonte de pesquisa organizada teórica e metodologicamente, que seria disponibilizada de modo que novas narrativas historiográficas pudessem se constituir com ela e a partir dela. Além disso, sugeri que esta pesquisa poderia possibilitar novas interpretações sobre o estado da pesquisa em Resolução de Problemas, ao menos no que compete a esfera dos eventos analisados.

No Capítulo 2: "Situando a Pesquisa" realizei um levantamento de pesquisas que foram desenvolvidas sobre resolução de problemas[2] na passagem do século XIX para o século XX, quando a tônica das discussões era a de que as pessoas deveriam saber Matemática, pois assim estariam mais

---

[1] No texto aqui apresentado optou-se por grifar em *itálico* todas as expressões escritas em outros idiomas.
[2] A resolução de problemas de que se fala aqui não se limita à prática comum nas aulas de Matemática, mas a uma área de estudos, a uma temática da pesquisa em Educação Matemática.

preparadas para atender às exigências sociais da época. No exercício de escrita deste Capítulo, foram chamadas à cena teorias psicológicas e teorias pedagógicas, ou de ensino, que vieram trazer luz ao trabalho de Matemática de sala de aula no que se refere à resolução de problemas e processos de ensino e aprendizagem. Nesse capítulo, a tônica foi para a Resolução de Problemas como uma abordagem de ensino. Para a escrita desse tema foram citados teóricos como Thorndike (1921), Brownell (1944), Polya (1945[3], 1954, 1962, 1963, 1965, 1968, 1974) e outros pesquisadores que contribuíram sobremaneira para que uma base teórica sobre Resolução de Problemas fosse sendo formada, especialmente a partir de 1950.

No Capítulo 3: “Historiar”, objetos e métodos relacionados à pesquisa em História da Educação Matemática foram apresentados. A escolha por esse título foi inspirada em Souto (2006) quando afirmou que “[..] historiar é fazer ciência e arte [...] é vasculhar no fundo das eras e trazer de volta à vida não o passado, por natureza inacessível, mas o conhecimento que dele podemos alcançar [...]”. Nesse capítulo teorizei sobre a pesquisa em História da Educação Matemática, apoiadas em Certeau (2013), Jenkins (2001), Garnica (2010, 2013, Valente (2007) e Luchese (2014).

Após a pesquisa empreendida nos Capítulos 1 e 2 e, tendo já avançado na pesquisa teórica no Capítulo 3, pudemos melhor definir o caminho que seria percorrido em nossa investigação, cujo olhar se voltou para o modo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática. Para esse estudo histórico, dialogando com as fontes selecionadas, isto é, os já citados documentos oriundos dos ICMEs, produzimos um inventário, assunto do Capítulo 4 – “O cenário investigado: percorrendo rastros”. Antes, porém, apresentei, ainda no Capítulo 3, a questão norteadora da pesquisa: “Como se dá o processo de inclusão da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa da Educação Matemática a partir de documentos produzidos nos ICMEs?”.

Nesse Capítulo 3 defini os objetivos da pesquisa, nos quais me propus: realizar um inventário sobre Resolução de Problemas junto aos documentos

[3] A obra desse autor consultada para a escrita deste texto foi a publicada no Brasil, em português, em 1995, sob o título “A arte de resolver problemas”.

produzidos nos ICMEs; promover, sempre que possível, uma discussão sobre possibilidades e limites do inventário na investigação empreendida; elaborar, a partir do inventário, uma discussão sobre o processo de penetração dos debates sobre Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática; e fazer do inventário fonte para que outras pesquisas historiográficas se constituam com ele e a partir dele.

Dessa forma, era preciso saber mais sobre “a arte de inventariar”. Um processo que não estava dado, mas que foi se constituindo com pesquisa e reflexão, defini inventário como “aquilo que ocorre dentro” e que, nesse movimento, permite o encontro com dimensões que, listadas em um catálogo, formam uma coleção. O processo não é, portanto, dado, mas vai acontecendo: faz-se fazendo. Inventariar indica uma ação do fazer fazendo que, ao tomar uma direção em relação à “coisa”, não impede que outras venham...

O Capítulo 4 – “O cenário investigado: percorrendo rastros”, o mais denso dos capítulos, se refere ao inventário. Dentre as possibilidades de organização e de apresentação de um inventário – sínteses, resumos, comentários de aspectos mais gerais, fichamentos – optei por descrever em detalhes, quando possível, por meio de comentários desta pesquisadora, os “rastros” sobre Resolução de Problemas encontrados nas fontes pesquisadas e que estivessem em consonância com a questão norteadora, com as interrogações iniciais e com os objetivos desta pesquisa. Essa escolha se justificou em razão da possibilidade de se considerar que esse inventário se constituísse, também, como fonte, como um lugar de recomeço no qual outras pesquisas historiográficas pudessem ser produzidas, orientadas por outros questionamentos. Em outras palavras, deseja-se que o inventário produzido atenda não só os objetivos desta pesquisa mas, também, que se constitua em uma “máquina gigantesca”, tornando possível uma outra história (CERTEAU, 2013). Nesse caso, entendo que a descrição foi fundamental, uma opção metodológica que satisfez os interesses desta investigação. Para sua escrita, decidiu-se por apresentá-lo segundo a ordem cronológica da ocorrência dos eventos dos ICMEs, isto é, do ICME-I, realizado em 1969, em Lyon, na França, ao ICME-XI, realizado em 2008, em Monterrei, no México.

Por fim, no Capítulo 5: “A arte de inventariar” falei sobre “a produção do inventário”, no qual teci comentários relativos a algumas dificuldades no trabalho com o tipo de fonte analisada, além de apresentar, ao leitor, justificativas de algumas escolhas assumidas ao longo da pesquisa em decorrência das características das fontes. Depois disso, desejando retomar os objetivos e a questão norteadora da pesquisa, fiz a escolha por apresentar o texto desse capítulo contanto histórias.

Na primeira delas, chamada “Uma primeira história: arbitrar uma (a) origem da Resolução de Problemas”, falei sobre a (im)possibilidade dessa ação em pesquisas em História da Educação Matemática. Para a escrita da segunda história, chamada “Uma segunda história: Movimentos da Resolução de Problemas nos ICMEs”, percorri o inventário seguindo a ordem cronológica de ocorrência dos ICMEs sem, no entanto, ter me prendido a ela. O fio que conduziu a escrita dessa história foi o que buscou por “movimentos da Resolução de Problemas” (por “movimentos” considerou-se apropriações ou modificações da teoria) identificados em pesquisas apresentadas nos ICMEs e que foram organizadas no inventário. Diante da impossibilidade de esgotar as histórias as quais desejo contar a partir da pesquisa aqui empreendida, e ciente de que o texto deve ter um fim, contei “Uma quarta, uma quinta, uma sexta história: o constituir-se pesquisadora em História da Educação Matemática”. Sobre essa história, aspectos relativos às aprendizagens desta pesquisadora, inquietações, certezas e incertezas, foram discutidos a partir da investigação realizada. Sobre “certezas” me antecipo em dizer que o texto termina, mas a pesquisa continua...

2 A Problemática da Pesquisa

2.1 A trajetória desta pesquisadora na Resolução de Problemas

Minha primeira formação voltada ao magistério ocorreu no Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (CEFAM), em Jales, São Paulo (SP), no ano de 1994. A atuação docente veio somente em 1998 na Rede Pública de Ensino do Estado de São Paulo, na cidade de Piracicaba, onde estabeleci residência, no mesmo ano, com o propósito de dar continuidade aos estudos na carreira docente.

No ano 2000 ingressei-me na Universidade Metodista de Piracicaba (UNIMEP) para cursar Licenciatura em Ciências – Habilitação em Matemática. No último ano dessa formação, em 2004, submeti um projeto de pesquisa para ingresso no mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). O fenômeno de interesse do mestrado foi a Resolução de Problemas como Metodologia de ensino, trabalhando com o conceito de “Polinômios e as operações definidas sobre eles”, no Ensino Fundamental II.

Em 2009, tendo já defendido o mestrado, iniciei minha atuação profissional no Ensino Superior, na UNIMEP, ministrando diferentes componentes curriculares. Um deles foi “Resolução de Problemas” no curso de Licenciatura em Matemática, cuja ementa apregoava que fossem trabalhadas tendências no ensino e pesquisa em Educação Matemática. Ainda em 2009, comecei a participar do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), campus de Rio Claro (RC), sob coordenação da professora Lourdes de la Rosa Onuchic. No ano seguinte, em 2010, comecei a cursar disciplinas nessa instituição, na condição de “aluna especial”, já vislumbrando uma nova etapa da formação: o doutorado.

Minha pretensão para o doutorado era dar continuidade à pesquisa em Resolução de Problemas ampliando os estudos realizados no mestrado, com estudantes no Ensino Fundamental, e em minha prática docente, na UNIMEP, no curso de formação de professores. Com a participação no GTERP associada à vivência na UNESP, por meio das disciplinas cursadas, das participações em seminários e em rodas de conversas, passei a considerar a possibilidade de trabalhar a Resolução de Problemas a partir de uma perspectiva histórica.

Com o fenômeno de interesse já definido, em meados de 2010 submeti um projeto de pesquisa ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da UNESP/RC, indicando a Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic como orientadora. Com o ingresso no doutorado em 2011, o primeiro ano foi inteiramente dedicado a cursar disciplinas obrigatórias e a problematizar o projeto de pesquisa. Para essa etapa da formação, buscar por novas fontes relacionadas ao fenômeno de interesse, isto é, um aprofundamento da revisão de literatura, se mostrou como um próximo passo.

2.2 **Relevância e justificativa da pesquisa**

O GTERP, como citado antes, é o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, vinculado à UNESP/RC e coordenado pela professora Lourdes Onuchic desde 1992, desenvolvendo pesquisa na “linha de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas” como uma Metodologia de Ensino. O grupo tem sido o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas e Formação de Professores tendo, por filosofia, buscar o desenvolvimento de estudos que visem à sala de aula, ou seja, que estejam relacionados às questões de ensino, aprendizagem e avaliação, tanto sob a perspectiva do aluno quanto do professor, em todos os níveis de escolaridade[4].

O principal objetivo do GTERP consiste da investigação e do estudo das dimensões teórico-metodológicas que subjazem ao processo de Ensino-

[4] Este parágrafo, bem como o seguinte, é uma reprodução parcial do texto de apresentação do GTERP, disponível na página virtual do grupo: <http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=quem-somos>. Mais informações sobre o GTERP podem ser encontradas nesse endereço. Acesso em: 16 jul. 2014.

Aprendizagem-Avaliação[5] de Matemática através da Resolução de Problemas, considerando o desenvolvimento do trabalho docente em contextos culturais distintos e as suas interferências na prática de professores que ensinam Matemática, nos diferentes níveis de escolaridade. Dentre as dimensões contempladas pelos estudos, encontram-se as relativas "formação inicial" e "formação continuada" de professores em suas diferentes visões, crenças e concepções. O papel da relação universidade-escola, as questões relativas à identidade e ao desenvolvimento profissional, aos saberes docentes, a formação do professor formador, os processos de formação e sua relação com as tecnologias de informação e comunicação são também apreciadas[6].

As teses, dissertações e trabalhos produzidos no/pelo GTERP podem ser consultadas em Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2005; 2011)[7] e em anais de eventos nacionais e internacionais. Olhando para essas teses e dissertações, especialmente, observei que embora a grande maioria tenha destinado parte de suas investigações em contextualizar historicamente a Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino, não há entre elas nenhuma que tenha se voltado inteiramente a investigá-la na perspectiva da história. Para essa escrita, essas pesquisas se baseiam em outras, muito efetivas no que se propõem a fazer, produzidas em outros contextos, principalmente no âmbito internacional. E as razões dessa ocorrência, de manter suas pesquisas seguindo uma mesma tendência, repousam nos objetivos que o grupo persegue, os quais estão fortemente relacionados ao processo de ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática em todas as suas dimensões.

É no interstício da expressão "todas as suas dimensões" que vislumbrei a possibilidade de levar adiante esta pesquisa. A expressão "todas as suas dimensões", na minha compreensão, comporta uma investigação sobre a Resolução de Problemas na perspectiva da história. Uma pesquisa realizada sob essa ótica, a meu ver, possibilitaria ampliar o espectro das pesquisas realizadas

---

[5] A palavra composta "Ensino-Aprendizagem-Avaliação", conforme Onuchic e Allevato (2011), indica que os elementos "ensino", "aprendizagem" e "avaliação" devem ocorrer simultaneamente, ou seja, a avaliação deve estar integrada ao ensino visando à melhora da aprendizagem.
[6] Idem nota de rodapé n. 4.
[7] A partir de 2011 foram defendidas seis teses, incluindo esta, no GTERP. Elas poderão ser consultadas na página virtual da biblioteca da UNESP. Disponível em: <http://ib.rc.unesp.br/#!/biblioteca/biblioteca/> Acesso: 11 ago. 2014.

no GTERP, além de ampliar nosso conhecimento sobre Resolução de Problemas a partir de pesquisas de outros contextos. Ademais, o agrupamento de pesquisas, mais precisamente de suas principais ideias, sobre Resolução de Problemas em um texto, no caso este, por vezes dispersas, constitui uma fonte de pesquisa organizada teórica e metodologicamente visando a atender aos pressupostos inicialmente elencados por nós nesta pesquisa como, também, sua disponibilização pretende se apresentar como possibilidade de que novas narrativas historiográficas se constituam com elas e a partir delas. Assim, interpretações outras sobre o estado da pesquisa em Resolução de problemas, ao menos no que compete a esfera dos eventos aqui analisados, poderão surgir.

Dessa forma, considero importante desenvolver uma tese sobre Resolução de problemas na perspectiva da história por acreditar que as contribuições deste estudo poderão extrapolar os “intramuros” do GTERP, tanto no que se refere aos argumentos citados no parágrafo anterior sobre a organização e disponibilização das fontes quanto por acreditarmos que seus resultados poderão contribuir com a pesquisa em História da Educação Matemática. Além dos argumentos já expostos, que estão estreitamente relacionados ao aspecto profissional, deve-se salientar o interesse pessoal em desenvolver esta pesquisa por considerar que, como em toda pesquisa, ainda que de modo lacunar, ela irá ampliar minha compreensão sobre o tema.

2.3 **Interrogações iniciais → problematizando a fonte**

No decurso das disciplinas obrigatórias, primeiro ano do ingresso no doutorado, como antes citado, o projeto de pesquisa se mantém quase que integralmente no âmbito de projeto, pois se avança muito pouco em termos de redefini-lo, exceto no caso da vivência possibilitada pelas disciplinas, pelas discussões em grupos de pesquisa e pelas leituras complementares realizadas que, além de auxiliar na problematização do projeto, irão exercer alguma influência no processo de escrita futuro. Nesse período são comuns os questionamentos de colegas mais adiantados no curso desejando saber qual seu fenômeno de interesse, qual a questão norteadora de sua pesquisa, qual será a metodologia utilizada, quais as estratégias e procedimentos de pesquisa, dentre outros. Esses questionamentos, bem como a vivência do primeiro ano, provocam uma “tempestade de ideias” em nossa cabeça que irá contribuir para uma melhor redefinição do projeto de pesquisa.

No projeto inicial que deu origem a esta pesquisa, intencionou-se escrever uma história da Educação Matemática, e nela a Resolução de Problemas seria o tema de estudo, com base em uma investigação em anais de eventos nacionais e internacionais. No momento de redesenhar o projeto, a necessidade de delimitar o campo de investigação, ação comum em pesquisas dessa natureza, se fez necessária de forma que, no rol de eventos da grande área Educação Matemática, escolhi analisar os anais e *proceedings* de dois deles, a saber: um nacional (Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM) e um internacional (*International Congress on Mathematical Education* – ICME).

No início do segundo ano do doutorado, iniciei uma busca pelos anais dos ENEMs e *proceedings* dos ICMEs e, para minha surpresa, constatei que o volume de material produzido era muito grande, especialmente no caso dos eventos ocorridos nas últimas décadas. Isso por que, além dos anais dos ENEMs ou dos *proceedings* dos ICMEs – documentos que inicialmente tínhamos considerado para a investigação – há outros materiais produzidos nesses eventos, resultados de pesquisas neles apresentadas. São eles: livros de resumo de comunicações curtas e de pôsteres, livros de palestras e, no caso dos ICMEs, há ainda em alguns dos eventos a publicação de livros extras (um exemplo são os livros da UNESCO[8] ou mesmo livros que são resultados de pesquisas apresentadas em Grupos Temáticos, os *Topic Groups*).

Em um levantamento inicial, tive acesso a algumas publicações (entendidas aqui como produções oriundas dos ENEMs e dos ICMEs), das citadas no parágrafo imediatamente anterior, emprestadas do acervo pessoal dos professores Marcelo de Carvalho Borba (UNESP/RC) e Lourdes de la Rosa Onuchic.

Reunidos esses documentos, elaborei um quadro onde, em uma primeira coluna, coloquei nome do evento; em uma segunda, o ano de sua ocorrência; e, em uma terceira, assinalei com um “X” na linha daqueles eventos cujos anais e *proceedings* eu já tinha em mãos. Todos os eventos que se apresentaram no

---

[8] *United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization* (UNESCO).

quadro sem o “X” precisariam ter seus documentos encontrados. Esse quadro foi encaminhado para minha rede de contatos que se incumbiu de encaminhá-los para os seus. Além dessa rede, utilizei duas listas de *e-mails*, uma do PPGEM – que possui aproximadamente 180 integrantes sendo que, dentre eles, muitos são professores do PPGEM que poderiam ter participado dos eventos em análise e por essa razão disporem, em seus acervos, dos documentos buscados – e a outra lista é a de professores da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Esse movimento de busca é parte importante da redefinição do projeto de pesquisa. Notem que, inicialmente, havia considerado investigar somente os anais dos ENEMs e *proceedings* dos ICMEs, mas o acesso a outros documentos disparou minha atenção para o fato de que eles pudessem, também, se tornar fonte de investigação, uma vez que são “[...] rastros deixados no presente pelo passado” (VALENTE, 2007, p. 31).

Enquanto aguardava por respostas dos muitos e-mails enviados, iniciei a investigação nos materiais de que dispunha. Antes, porém, senti a necessidade de interrogar esses materiais, desejando verificar em que medida eles se constituiriam em fontes, em consonância com o que disse Prost (1996), citado por Valente (2007, p. 32), ao afirmar que “[...] não há fontes sem as questões do historiador [...]. Há, dentro dessa perspectiva, um primado da questão, da interrogação sobre o documento”. Assim, “o método histórico envolve a formulação de questões aos traços deixados pelo passado, que são conduzidos à posição de fontes de pesquisa por essas questões, com o fim da construção de fatos históricos, representados pelas respostas a elas” (VALENTE, 2007, p. 32).

Em relação a análise de documentos textuais, Luchese (2014, p.147) concorda com Prost (1996) ao dizer que o pesquisador deve levar em conta seis preocupações principais relacionadas

> à concepção do documento, pensado como uma prática social: 1) as condições de produção do documento; 2) os procedimentos internos; 3) as condições de circulação do documento; 4) a materialidade do documento; 5) a apropriação; 6) a preservação.

A partir do que disse Luchese, foi possível esboçar alguns questionamentos sobre os documentos:

- Podem os *proceedings* e anais se constituir como fontes únicas de pesquisa? Quais as condições de produção desses documentos?
- Para quem e por quem foram escritos?
- Quais opiniões, informações e discursos são colocados? Que indícios discursivos são reforçados?

Além de interrogar os materiais pesquisados, Bicudo (2011) ressalta a importância de que, neste momento da pesquisa, o pesquisador deve se colocar algumas interrogações, pois são elas que se constituirão como um “pano de fundo” da pesquisa, onde as perguntas do pesquisador encontram seu solo, fazendo sentido. A pesquisa nos documentos é norteada por essas interrogações. Bicudo (2011, p. 23) diz ainda que

> A interrogação é diferente da pergunta, que indaga, solicitando esclarecimento e explicitações; do problema, que explicita a pergunta, problematizando uma situação de maneira mais discursiva ou colocando as variáveis já determinadas que o constituem sob a forma de uma equação; da hipóstese colocada sob suspeita, cuja confirmação ou negação fica por conta da pesquisa efetuada.

Essa pesquisadora entende que “a interrogação subjaz a essas modalidades e que formular problemas, hipóteses e perguntas são maneiras de assumir perspectivas a partir das quais a interrogação será perseguida” (BICUDO, 2011, p. 23).

Num processo de idas e vindas, de dificuldades e certezas, que rapidamente se tornavam incertezas, esboçamos algumas interrogações iniciais:

> “Quais são as origens da Resolução de Problemas? Qual foi o contexto histórico de que ela emergiu? Quem foram seus principais personagens? Como a Resolução de Problemas, como Metodologia, se propagou pelo mundo?”

Nessa primeira investigação, dentre os materiais os quais eu já dispunha, decidi olhar para os oriundos dos ICMEs. Essa escolha foi motivada pela tentativa de ir reduzindo dificuldades que, nesse caso, se referiam à língua, à apresentação dos textos, sua organização, bem como outros elementos que poderiam surgir.

Dando início às investigações, considerei que os *proceedings* não poderiam se constituir como fontes únicas em atendimento às interrogações levantadas. Isso porque, o texto apresentado nesse documento – exceto no caso dos textos das conferências plenárias que são reproduzidos na íntegra – se refere, em sua maioria, a sínteses ou relatos dos aspectos mais gerais dos temas discutidos nas comunicações curtas, nos pôsteres, nas discussões dos *working groups* e dos *topic groups*, bem como nos demais "eventos" do congresso. Essas sínteses, ou relatórios, são escritas por coordenadores de grupos de estudo e depois são juntadas ao texto dos *proceedings,* que é de responsabilidade de editores chefes. Assim, pela característica dos textos dos *proceedings*, alguns temas, e dentre eles a Resolução de Problemas, tiveram pesquisas apresentadas no congresso que não foram citadas nos *proceedings*. Isso foi constatado em uma pesquisa que realizei nos demais materiais (livro de resumos de comunicações curtas e de pôsteres, livro de palestras[9] e livros extras) produzidos no evento. Por essa razão, foram "conduzidos à posição de fontes de pesquisa" (VALENTE, 2007, p. 32) todos os documentos produzidos nos ICMEs que, uma vez interrogados, se constituíram em fontes. Considerar outros documentos é ampliar nossa fonte de pesquisa. Como disse Certeau (2013), "o *estabelecimento das fontes* [...] é o princípio de uma redistribuição epistemológica dos momentos da pesquisa científica" (p. 75, grifo do autor).

Na abertura de cada ICME, assunto do Capítulo 4, serão relatadas textualmente quais fontes foram consultadas para a escrita de cada evento, separadamente, como também serão apresentadas informações sobre os eventos, no que diz respeito ao número de participantes, à sua organização, dentre outras. Além dessas informações textuais, o Quadro 2 apresenta quais os documentos que foram consultados para a escrita do inventário relativo a cada um dos ICMEs.

---

[9] Em alguns ICMEs, os textos das palestras e das sessões plenárias foram publicados nos *proceedings* e no livro de palestras.

Considerando a necessidade de buscar por outros materiais para a realização da pesquisa, foi necessário reavaliar a continuidade da estratégia inicialmente adotada para a pesquisa, isto é, analisar documentos oriundos de dois distintos cenários, o ICME e o ENEM. A tarefa ganhava proporções difíceis de serem dimensionadas naquele momento, tendo em vista, que dentre os muitos e-mails enviados, as respostas não chegavam e quando isso ocorria havia certa dúvida sobre se, de fato, se tinham os documentos procurados. Comentários do tipo “talvez”, “devo ter” ou “pode ser que eu tenha”, seguidos da certeza do “não saber ao certo onde encontrar”, foi o que mais ouvimos. Sem poder esperar pela possível procura, foi necessário redefinir estratégias.

Após muitas discussões entre orientadora e orientanda e dessas com o GTERP, tendo já avançado nas leituras, seja de textos sobre Resolução de Problemas, seja dos próprios documentos dos ICMEs, decidimos levar a pesquisa adiante considerando o ICME como único cenário de investigação. A escolha por esse evento se deu por duas razões fundamentais. A primeira, que talvez justifique a segunda, pelo fato de o ICME se configuar como o primeiro congresso específico de Educação Matemática, com ocorrência na década de 1960, pouco mais de duas décadas depois do lançamento do livro “A arte de Resolver Problemas (1945)[10]”, de George Polya, momento considerado por pesquisadores como o marco da Resolução de Problemas como teoria. O tempo que dista desses dois eventos, considerado próximos, interessa a esta pesquisa. Essa mesma afirmação não pode ser considerada no caso do ENEM, que teve seu primeiro evento realizado somente em 1987.

A segunda justificativa está relacionada às interrogações iniciais desta pesquisa. Se a intenção é a de investigar a Resolução de Problemas no que se refere às suas origens, ao contexto histórico que ela emergiu, aos seus principais personagens e ao modo de propagação dessa teoria pelo mundo, o cenário internacional parece justificar-se. Assim, dada a necessidade de “[...] delimitar o âmbito de pesquisa no interior do qual é preciso conduzir análises particularizadas [...]” (GINZBURG, 2006, p. 25), a investigação foi centrada em

[10] *How to solve it: a new aspect of mathematical method.*

documentos produzidos nos ICMEs, definindo esse evento como o cenário de investigação desta pesquisa.

No período de 1969 a 2012 foram realizados doze ICMEs. Documentos produzidos em onze deles foram analisados nesta pesquisa, ou seja, do ICME-I (1969) ao ICME-XI (2008). Não foram analisados documentos produzidos no ICME-XII, pois em uma consulta realizada por *e-mail* ao professor Sung Je Cho, presidente do ICME-XII e responsável pela edição dos *proceedings*, fui informada de que esforços estavam sendo mobilizados, por ele e por sua equipe, para que os *proceedings* fossem publicados até em dezembro de 2014, momento posterior à finalização da escrita deste texto. Embora não tivesse sido possível analisar documentos produzidos dos doze ICMEs, era esperado que os produzidos em onze eventos se revelassem eficientes para responder às interrogações iniciais e à questão de pesquisa. O recorte no tempo contemplou o universo de onze ICMEs, mas antecipo meu interesse em analisar, em momento futuro, os documentos produzidos no ICME-XII, dando contunuidade ao que trabalho iniciado nesta pesquisa.

2.3.1 Dificuldades primeiras com as fontes

Iniciada a pesquisa com as fontes, uma primeira dificuldade foi com a língua inglesa, que é o idioma oficial dos documentos. Uma leitura ou outra, uma vez ou outra, mostra-se como uma tarefa possível para todo pesquisador, inclusive para aspirantes. Por sua vez, dia após dia, lendo e relendo textos em Inglês, muitos deles com erros frequentes de digitação que provocam distorções importantes na ideia central do texto, especialmente em se tratando de textos-resumos, tornou-se uma tarefa difícil, a qual tive de enfrentar.

Visando eliminar possíveis resquícios relativos a problemas de tradução, paralelamente à escrita do Capítulo 4 – “O cenário investigado: percorrendo rastros”, contei com o trabalho de um professor de Inglês que me assessorou em uma revisão cuidadosa entre a pesquisa realizada, que culminou no espaço produzido como o texto do referido capítulo, e as fontes. Nesse processo, foi comum o movimento de ir e vir às fontes, e dessas ao texto, fazendo desse momento um novo espaço de reflexão e de aprendizado sobre o que havia se tornado, ali, um “fato”.

Embora tenha sido mencionado antes, mas sem muitos detalhes, reunir todos os materiais produzidos nos ICMEs foi outro obstáculo que teve de ser enfrentado. O volume de material produzido nos ICMEs, ao longo de quatro décadas, evoluiu consideravelmente com o passar dos anos, fato que dificulta o acesso a todos os materiais produzidos em cada evento. Um esforço contínuo foi empregado por mim para encontrar ao menos os *proceedings* de todos os eventos, embora, como já foi mencionado, era sabido que essa única fonte poderia não trazer todas as informações que buscava. Assim, dos eventos realizados encontrei dez *proceedings*, os produzidos do ICME-I ao ICME-X. No ICME-XI não foi produzido o livro *proceedings*, mas as pesquisas apresentadas foram disponibilizadas para consulta no *site* do evento na *internet*. Para a escrita do texto referente a esse ICME foram consultados outros materiais, os quais serão apresentados no texto referente ao ICME-XI nesta pesquisa.

Sobre os documentos consultados para a escrita deste texto farei uma breve apresentação nos parágrafos que seguem.

Conforme informações dos *proceedings*, todas as pesquisas apresentadas no ICME-I, que foi realizado em Lyon, na França, em 1969, foram publicadas na revista *Educational Studies in Mathematics*, vol. 2 (1969), páginas 134-418. Tivemos acesso a esse material pela rede VPN[11] da UNESP/RC.

O ICME-II foi realizado em Exeter[12], em 1972, e seus *proceedings* constam de versão digital e impressa. A biblioteca da UNESP/RC conta, em seu acervo, com um exemplar impresso, o qual foi a fonte de consulta para a escrita do texto referente a esse evento.

Os *proceedings* de Karlshure, ICME de 1976, os de Berkeley, ICME de 1980, os de Sevilha, ICME de 1996, e os de Copenhagen, ICME de 2004, foram emprestados pela professora Lourdes Onuchic. Além dos *proceedings*, compuseram os materiais desses eventos, os quais tive acesso, os livros de resumos de comunicações curtas e de pôsteres, de palestras, de programação e

[11] *Virtual Private Network* – VPN.

[12] Os *proceedings* de Exeter, Budapeste e Sevilla podem ser encontrados na página da ICMI. Disponível em: http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icme-proceedings/ Acesso em 16 set. 2014.

CD-ROOM. Quanto ao ICME-VII, realizado em Quebec, em 1992, os materiais de consulta foram os *proceedings*, o livro de palestras selecionadas e o livro de resumos de apresentações curtas, ambos emprestados pelo professor Marcelo de Carvalho Borba, da UNESP/RC.

Os ICMEs de Adelaide (1984), de Budapeste (1988) e de Tóquio (2000), tiveram seus *proceedings* comprados em *sites* da *internet*. Por último, o ICME-XI, realizado em Monterrei (2008), teve as pesquisas apresentadas no evento disponibilizadas na página <http://www.icme11.org/> da *internet* até, pelo menos, setembro de 2014 quando a acessei pela última vez. Após essa data, ao tentar acessar a página, não a encontrei. Ainda nesta pesquisa, no texto referente ao ICME-XI, no Capítulo 4, falarei mais sobre esse assunto.

Parafraseando Certeau (2013, p. 89), é preciso “encarar a opção que faz passar da prática investigadora à escrita”. Esse autor diz que a escrita segue uma ordem cronológica, tomando o mais anterior como o ponto de partida. A cronologia

> [...] é a condição de possibilidade do recorte em períodos. Mas (no sentido geométrico) rebate, sobre o texto, a imagem invertida do tempo que, na pesquisa, vai do presente ao passado. Segue seu rastro pelo reverso. A exposição histórica supõe a escolha de um novo “espaço vetorial” que transforma o sentido do percurso do vetor tempo e inverte sua orientação. Somente esta inversão parece tornar possível a articulação da prática com a escrita. (CERTEAU, 2013. p. 95)

Na esteira das considerações de Certeau, esta escrita historiográfica se inicia na atualidade. Ela constrói, assim, o lugar do leitor em 2015[13] (CERTEAU, 2013). Do “fundo dos tempos”, mobilizando teorias psicológicas e teorias de ensino no contexto social da passagem do século XIX para o século XX, no que se refere à sua influência na orientação do currículo escolar, vem até ele.

Assim, no texto que segue farei uma revisão de literatura buscando identificar o contexto em que a Resolução de Problemas se constituiu como teoria, isto é, de uma prática comum nas aulas de Matemática para uma Metodologia de Ensino, cuja origem, em termos de evidência, documentada data

---

[13] O an de 2015 indica o momento de finalização desta pesquisa. Todavia, esse tempo, para o leitor, pode ser outro, aquele que se refere à sua atualidade.

da primeira metade do século XX. A resolução de problemas como um objetivo é inerente à Matemática, por sua vez, é tão antiga quanto a ela. Logo, não é nosso objeto de investigação, embora a reconheçamos como parte da Resolução de Problemas

.

3 SITUANDO A PESQUISA

Numa tentativa de rodear aquilo que se pretendia conhecer, o projeto de pesquisa foi ganhando novos contornos ao mesmo tempo em que esta pesquisadora imergia na revisão de literatura. Essa imersão é comparada, em metáfora, por Carlo Ginzburg (2011) aos fios de um tapete. Esse autor afirma que o pesquisador começa a tecer as primeiras tramas do tapete que o levará a uma trama densa e homogênea, finalizando num desenho, cuja "[...] coerência é verificável percorrendo o tapete com os olhos em várias direções" (p. 170).

3.1 **Contextos sociais, teorias psicológicas e teorias de ensino**

É sabido que problemas fazem parte da história da humanidade. Com o aumento populacional e o domínio das técnicas de agricultura surge a necessidade de instrumentos intelectuais para o planejamento do plantio, da colheita, armazenamento e demais atividades voltadas à sobrevivência do homem, seja no campo ou na cidade. Essa dinâmica caracteriza-se pela demanda constante em solucionar problemas diários caso contrário "a vida perde seu movimento". Assim também é a Matemática que, sem problemas, é como "o moinho sem água".

Todavia, a sala de aula de Matemática, em vez de contribuir com a construção de conceitos matemáticos, que deveriam auxiliar o cidadão em sua vida cotidiana, tem produzido efeito contrário. Esse problema ganhou visibilidade a partir do momento em que a escola, e nela a Matemática, passou a fazer parte da vida da grande maioria das pessoas. Desejando melhor situar essa problemática, podemos recorrer à virada do século XIX para o século XX quando a tônica das discussões era a de que as pessoas deveriam saber Matemática pois, assim, estariam mais preparadas para atender às exigências sociais da época.

Nesse contexto, pesquisas foram destinadas a investigar as razões das dificuldades dos alunos na aprendizagem de Matemática, dando início a um vasto campo de pesquisa que envolveu educadores, matemáticos, educadores matemáticos, psicólogos e, mais tarde, sociólogos. Assim, repensar posturas e práticas pedagógicas ou metodológicas pareceu ser a melhor forma de enfrentar o problema. Foi esse cenário que motivou os pesquisadores Edward Lee Thorndike e Robert Sessions Woodworth a verificar se a teoria curricular vigente, especialmente a de seu país, daria suporte necessário ao aluno, em consonância com as novas exigências sociais.

O currículo escolar estudado por esses teóricos estava organizado em torno da Disciplina Formal ou Teoria da Disciplina Mental (TDM), criada pelo psicólogo alemão Christian Wolff, em 1740. Wolff elaborou uma hierarquia em detalhes das faculdades, ou capacidades, que compunham a mente humana e considerou, na TDM, que a mente humana é formada por uma coleção de faculdades (observação, atenção, memorização, raciocínio, exatidão, concentração) que seriam fortalecidas pelos conteúdos. Segundo essa teoria, o cérebro era comparado, em metáfora, a um músculo e, assim como os músculos do corpo se fortalecem com exercícios físicos, os músculos da mente poderiam ser fortalecidos pela "ginástica mental" (SANTOS, 2006; KILPATRICK, 1992). A preocupação com qual faculdade estava sendo treinada era maior do que com a aprendizagem em si e acreditava-se que, treinando uma faculdade, a mente seria afetada por meio de uma transferência geral.

Thorndike e Woodworth, na pesquisa sob o título *The influence in one mental function upon the efficiency of other functions* (1901), trabalharam visando a verificar, por meio de testes, se aperfeiçoando uma função mental, outras capacidades/faculdades seriam desenvolvidas, por transferência.

Segundo Kilpatrick (1992), o trabalho de Thorndike e Woodworth foi "um tiro no coração" da TDM, pois mostrou que a capacidade geral de observação ou de percepção, por exemplo, uma vez treinada, não melhorava o nível dessas faculdades em todas as atividades perceptivas e que a transferência ocorria somente se uma situação de transferência continha elementos idênticos oriundos de uma situação de treinamento (KILPATRICK, 1992). Assim, a pesquisa de Thorndike e Woodwhorth "colocou por terra" a concepção subjacente à TDM, dizendo que era ilusório treinar uma função, por exemplo, a "função atenção", e pensar que a mente se desenvolveria por transferência geral, pois a "função atenção" pode significar atenção para um grupo de funções (atenção à palavra fogo, atenção a todos os tipos de coisas) e não para uma específica (SANTOS, 2006).

O treinamento da mente, disse Thorndike no *The Influence*,

> [...] significa o desenvolvimento de milhares de capacidades particulares e independentes, a formação de inúmeros hábitos particulares e independentes, pois a função de qualquer capacidade mental depende de dados concretos sobre os quais se trabalham. Assim, a melhoria de uma função mental ou atividade podia melhorar outras, na medida em que possuísse elementos comuns e, portanto, a mais segura fonte de aperfeiçoar uma capacidade geral era treinar muitas conexões particulares. (SANTOS, 2006, p. 132)

A repercussão do trabalho de Thorndike e Woodworth, associada às mudanças sociais da época, baseadas na industrialização, urbanização e imigração, que passaram a indicar uma concepção diferente sobre qual conhecimento seria mais adequado, abalou as estruturas da TDM e, consequentemente, provocou alterações na organização curricular. A crença agora era de que a Matemática deveria ter seu papel social bem desempenhado, sendo diretamente funcional a esse papel (STANIC; KILPATRICK, 1988; SANTOS, 2006).

Matemáticos importantes adeptos à TDM questionaram a legitimidade da pesquisa de Thorndike e Woodwhorth, apresentada no *The Influence* e, muito provavelmente, esse posicionamento indicava que a TDM continuava a orientar o currículo. Prova disso é a afirmação de Kilpatrick (1992) ao dizer que, ainda em 1924, Thorndike pedia atenção em suas pesquisas para o fato de que a expectativa de uma grande diferença, na melhoria geral da mente, do estudo de um assunto mais do que outro, parecia condenada ao desapontamento (THORNDIKE, 1924 apud KILPATRICK, 1992). Isso indica que, ainda em 1924, a TDM vigorava nos currículos escolares, afirmou Kilpatrick.

Após o *The Influence*, mesmo recebendo críticas de um grande número de matemáticos, Thorndike destinou sua pesquisa à elaboração de uma nova teoria, a “teoria conexionista” ou Conexionismo. Essa teoria, de acordo com Willian A. Brownell (1944), vigorou nos currículos escolares por mais de um quarto de século.

Segundo essa teoria, toda aprendizagem consiste de adição, eliminação e de organização de conexões. Essas conexões são formadas, ou quebradas, ou organizadas entre situações e respostas (BROWNELL, 1944). Toda ligação entre estímulo e resposta é fortalecida através de exercícios nos quais o sucesso é recompensado. De acordo com Kilpatrick (1992), esses princípios matemáticos foram aplicados por Thorndike numa série de textos publicados em 1917, no *The Psychology of Arithmetic* (1922) e no *The Psychology of Algebra* (1923). Esses livros contribuíram profundamente com o ensino de Aritmética nos Estados Unidos, disse Kilpatrick, dando origem a um importante corpo de investigação sobre os efeitos dos exercícios na aprendizagem de Aritmética.

Motivado pela nova compreensão do papel social da Matemática e tendo já proposto uma nova teoria, Thorndike publicou em 1921 o livro *The New Methods in Arithmetic,* que foi publicado no Brasil, editado pela livraria do Globo, no Rio Grande do Sul, em português, no ano de 1936 com o título “A nova metodologia da Aritmética”. Em uma das páginas desse livro, Thorndike afirma que “[...] os novos métodos de ensino deveriam ensinar não Aritmética pela Aritmética, mas Aritmética como auxiliar da vida” (THORNDIKE, 1936, p. 16). Para Thorndike, os problemas matemáticos no ensino de Aritmética do século XX deveriam ser pensados de modo que as perguntas feitas não tivessem respostas sem sentido para a vida real. Isso significa que, mais que encontrar as respostas dos problemas, era preciso verificar o real sentido delas na vida.

Dentre os livros publicados por Thorndike, particularmente nos interessa o *The New Methods in Arithmetic* pois, nele, Thorndike discute o papel dos problemas matemáticos para a vida real. No capítulo VII desse livro, chamado *Solving Problems*, Thorndike relembra como eram concebidos os problemas matemáticos na TDM:

> [...] professores, no passado, se contentavam com qualquer tipo de problema, desde que fosse um problema. Eles assumiam que a disciplina mental era obtida a partir do treinamento da descoberta da solução de qualquer problema, pois o pensamento necessário era tão valioso que não importava se o tema do problema era real ou artificial, mal ou bem-sucedido, comum ou raro. Para isso, eles tinham alguma justificativa ou, no mínimo, alguma desculpa; a resolução de problemas aritméticos é uma das melhores formas de testar o intelecto que os psicólogos já encontraram; e que um problema pode ser um bom exercício para o intelecto, mesmo que seus dados fossem estranhos e contrários à experiência. (THORNDIKE, 1921, p. 125, tradução nossa)

Nesse livro, Thorndike ressalta que, com algum esforço e criatividade, podem ser encontrados exemplos de problemas que irão exercer bem o poder intelectual e, ao mesmo tempo, preparar os alunos mais plenamente e diretamente para aplicar a Aritmética nos problemas que eles encontrarão na vida. No capítulo I desse livro foram apresentados vários exemplos de problemas que dizem atender a esse preceito. Sobre o novo papel dos problemas matemáticos, Thorndike relembra:

> Os problemas deveriam, preferencialmente, 1) lidar com uma situação que provavelmente ocorra, com frequência, na realidade; 2) apresentar-se da maneira em que devem ser tratados; 3) serem tratados para tornar uma situação nem muito difícil nem muito fácil de ser compreendida quando for, na realidade, apresentada aos alunos; 4) serem sustentados pelo mesmo nível de interesse e significado estando relacionados com os problemas que os alunos irão encontrar na condução de seus afazeres. (THORNDIKE, 1921, p. 125, tradução nossa)

Um ensino que melhor preparasse o aluno para a vida era uma das propostas do *The New Methods in Arithmetic*. Para viabilizar esse ensino era preciso buscar uma forma “mais simples” de ensinar para que os alunos atingissem seus objetivos, isto é, as soluções corretas para os problemas matemáticos, disse o autor. Nesse sentido (THORNDIKE, 1921, p. 126) “[...] haviam três elementos principais na resolução de problemas: 1) saber exatamente qual é a questão; 2) saber quais os dados você irá usar para respondê-la; e 3) usar esses resultados nas devidas relações”.

Nessa mesma obra, Thorndike apresentou o que chamou de *Technique of Solving Problem* e disse que, nos anos anteriores ao quinto ano (5º ano), o trabalho do aluno na resolução de problemas se desenvolve mais no sentido de dar as respostas corretas do que em pensar em qual método será aplicado. Já nos anos cinco e seis, os alunos podem pensar sobre os problemas, seguindo alguns princípios:

> 1) Se você sabe ao certo como resolver o problema, então siga em frente e resolva;
> 2) Se você não enxerga uma forma de resolver o problema, considere a questão, os dados e a sua utilização e faça as seguintes perguntas a você mesmo:

> Qual pergunta é feita? O que eu faço para descobrí-la? Como devo usar esses dados? O que eu devo fazer com esses números e com o que eu conheço sobre eles?
> 3) Planejar o que você irá fazer, e porquê, e organizar seu trabalho de modo que você saiba o que você fez.
> 4) Cheque as respostas obtidas para ver se valem e se o raciocínio feito está de acordo com o que o problema disse. (THORNDIKE, 1921, p. 138-9, tradução nossa)

Nos anos sétimo e oitavo, para resolver problemas os alunos buscam por generalizações a partir de problemas familiares, “usando ou palavras ou símbolos ou uma mistura deles. Por exemplo: Seja y o número de milhas que o trem percorre por hora; seja d a distância total (em milhas) percorrida pelo trem; seja t o total (em horas) que o trem gasta para percorrer essa distância. (*Ibid*., p. 139)”.

Os “quatro princípios” citados por Thorndike (1921) para a resolução de problemas mostram o cuidado desse pesquisador em orientar os alunos nessa tarefa. No entanto, apesar de ele ter destinado grande parte de seu livro dissertando sobre a “Aritmética para a vida real” e do papel dos problemas matemáticos, nesse novo contexto, sua teoria foi destinada à forma mais geral da aprendizagem. É certo que, após a década de 1940, o tratamento dado à resolução de problemas assumiu novas abordagens, com enfoque nos processos de aprendizagem e processos cognitivos. Entretanto, o trabalho de Thorndike (1921), com o livro *The New Methods in Arithmetic,* marca uma importante virada no trabalho com resolução de problemas, no que se refere ao papel dos problemas matemáticos na vida real.

Durante a década de 1920, como enunciado antes neste texto, o foco do ensino de Matemática esteve voltado para a Aritmética que era usada na vida real. Preocupações nesse sentido permearam todas as discussões sobre o tema. Contudo, era preciso saber qual Aritmética as pessoas usavam e qual o real significado de tanto tempo gasto com esse ensino no currículo.

Buswell (1938), citado por Kilpatrick (1992), afirmou que a década seguinte revelou uma visão mais positiva da utilidade social da Aritmética aprendida na escola. Com um olhar para além dos cálculos, apontou direcionamentos para as formas de ensino no pensamento quantitativo – quanto mais melhor – afirmando que essa Aritmética seria mais útil. Desde o início da década de 1930, disse Buswell, a “teoria da repetição” (*drill theory*) ou “teoria conexionista" de Aritmética "[...] recebia críticas por parte de uma série de investigações quantitativas e mais atenção vinha sendo dada aos estudos de resolução de problemas e raciocínio quantitativo de variedade não calculada" (*Ibid*., p. 18, tradução nossa). Isso porque, de acordo com Brownell, a visão conexionista da aprendizagem levava os professores a darem à criança, desde o início, a forma de resposta que eles queriam que a criança, finalmente, encontrasse. Essa prática era comum nos professores, que quase nem consideravam o estágio de pensamento que a criança atingia quando lhe era apresentada uma nova tarefa de aprendizagem (BROWNEL, 1944).

Ao longo da década de 1930 e por toda a década de 1940 (KILPATRICK, 1992), defensores da "aprendizagem incidental" – teoria que entendia que o ensino de um conceito ou habilidade não deveria ocorrer pelo menos até que as crianças estivessem maduras para aprender e que a aprendizagem de Aritmética seria melhor se não fosse sistematicamente ensinada – conduziram suas pesquisas sustentados nessa abordagem.

Nessa mesma época, em 1935, William A. Brownel critica severamente a "teoria da repetição" e a "teoria da aprendizagem incidental" e apresenta a "teoria significativa" (*meaning theory*) como abordagem teórica para o ensino de Matemática (KILPATRICK, 1992). De acordo com Brownell, é preciso colocar ênfase no "processo" de aprendizagem, não somente no "produto"; ensinar menos tópicos com maior profundidade; atentar para o fato de que o uso ineficiente de treino e prática pode interferir no desenvolvimento da aprendizagem significativa; e que deve ser dada a devida importância para a melhora de nossa avaliação e de nossas técnicas de avaliação (BROWNEL, 1944). A revista *Mathematics Teacher* (MT), em 2007, ano de seu centenário, publicou o artigo de Brownel (1944) o qual estou me referindo. Em uma nota de apresentação do artigo, os editores da revista disseram que as ideias de Brownell são tão atuais como o eram na década de 1940.

De acordo com Kilpatrick (1992, p. 20, tradução nossa), Brownell

> [...] sustentava que em vez da aprendizagem incidental era necessário combater a prática do ensino de Aritmética como um assunto isolado, pois não fornecia uma organização em que o significado dos conceitos e das habilidades inteligentes requisita para a capacidade verdadeira da Aritmética.

Em suas críticas sobre as teorias comportamentais de aprendizagem Brownell (1944, p. 26, tradução nossa) diz que “[...] ensinar Matemática sob o referencial da perspectiva comportamental resultava em pseudo-aprendizagem, memorização e superficial verbalização vazia”.

Sustentado pela “teoria significativa”, no capítulo IV - *Problem Solving*, do livro *The Psychology of Learning* (1942), Brownell apresentou uma lista de sugestões para professores sobre como deveriam orientar suas aulas com resolução de problemas. Dentre elas, são reproduzidas, logo a seguir, três que estão diretamente relacionadas aos objetivos desta pesquisa:

> (1) Para ser proveitosa, a prática de resolução de problemas não deveria consistir de repetidas experiências de resolução dos mesmos problemas com as mesmas técnicas e, sim, na resolução de diferentes problemas através das mesmas técnicas e na aplicação de diferentes técnicas para os mesmos problemas; (2) Um problema não está necessariamente „resolvido‟ porque se obteve a resposta correta. Um problema não está verdadeiramente resolvido a menos que o aluno compreenda o que fez e saiba por que fez e saiba por que as suas ações foram apropriadas; (3) Em vez de ser „protegida‟ contra o erro, a criança deveria ser exposta ao erro muitas vezes, ser encorajada a detectar e a demonstrar o que está errado, e por quê. (BROWNELL, 1942, p. 439-440 apud KRULIK; REYS; 1980; p. 65-66)

Kilpatrick (1992) afirmou que, embora essa teoria tenha se iniciado na década de 1930 e que sua popularidade foi aumentada na década seguinte, foi somente na década de 1950 que a “teoria significativa” incorporou programas de ensino, ao menos nos currículos norte americanos. E que, de certo modo, a “teoria significativa” antecipou a Nova Matemática, ou Matemática Moderna (MM), que começou a vigorar nos Estados Unidos na década de 1950.

No contexto da “teoria significativa” a Resolução de Problemas passou a ser considerada como uma teoria. Embora saibamos que desde antes de Polya (1945) vinha sendo colocada forte ênfase no papel dos problemas matemáticos no ensino de Matemática, a comunidade de educadores matemáticos, especialmente a que se ocupa da pesquisa em Resolução de Problemas, considera o ano de 1945, com a publicação do livro *How to solve it*: *a new aspect of mathematical method*, como um marco dessa teoria. Esse livro, de autoria de George Polya, foi publicado no Brasil, em português, em 1975, com o título “A Arte de Resolver Problemas”.

O tópico seguinte irá discorrer sobre a Resolução de Problemas, enfatizando pesquisas de George Polya, como a apresentada no *How to solve it*, bem como outras produções desse pesquisador.

3.2 George Polya – passos para a construção de uma teoria

> A maior parte da nossa atividade pensante, que não seja simplesmente sonhar acordado, se ocupa daquilo que desejamos e dos meios para obtê-lo, isto é, problemas.
>
> POLYA (1985, p. 13)

George Polya, matemático e educador matemático, nascido na Hungria, é considerado por educadores matemáticos como “o pai” da Resolução de Problemas, por ter sido “[...] o único entre os matemáticos a combinar, durante sua distinta carreira, a investigação profunda em uma frente muito ampla, com um interesse sempre presente pelo ensino de Matemática” (GUIMARÃES, 2011, p. 114).

Polya iniciou sua carreira como matemático em Viena (Suíça), no ano letivo de 1911. Em 1912 e 1913 foi para Göttingen (Alemanha), e depois para Paris (França) e Zurich (Suíça), onde assumiu o compromisso de lecionar no *Swiss Federal Institute of Technology*. No ano de 1928 Polya se tornou professor titular nesse instituto, permanecendo até 1940, quando se mudou para os Estados Unidos.

Nessa época, já considerado um matemático ilustre, Polya buscou fundamentar seu ensino sobre novas abordagens de resolução de problemas ressaltando, em palestras e cursos que ministrava, que sua preocupação primeira sempre foi a de fornecer e manter uma independência de raciocínio durante a resolução de problemas (FRANK, 2004). De acordo com Frank (2004), vários artigos foram publicados por Polya sobre essa questão até por volta de 1931, quando ainda vivia na Europa, sendo que o mais antigo deles, muito provavelmente, foi o *Geometrische Darstellung einer Gedankenkette*[14], de 1919. Quando Polya ainda estava na Suíça (FRANK, 2004), ele apresentou, na pesquisa chamada *Comment chercher la solution d"un problème de mathématiques?* (1931)[15], um modelo para a resolução de problemas, sugerindo uma coleção organizada de regras e conselhos metodológicos, considerados por ele como "heurística[16] modernizada".

A experiência de Polya com heurísticas e resolução de problemas, adquiridas enquanto foi aluno ou exercendo o magistério na Europa, culminou com a publicação do *How to solve it*, em 1945. Esse livro foi traduzido em 21 línguas e teve mais de um milhão de exemplares vendidos. Contudo, sua primeira edição não foi imediatamente aceita para publicação. Foram quatro recusas quando, em 1945, a *Princeton University Press* aceitou publicá-lo (GUIMARÃES, 2011). Guimarães (2011), citando Alexanderson (2000)[17], relata que essa recusa muito provavelmente se deu por estar a temática do livro fora da corrente principal do ensino.

Ao *How to solve it* outras obras se seguiram, todas visando melhor preparar professores da Escola Secundária para o trabalho com Resolução de Problemas: *Mathematics and Plausible Reasoning* – Vol I (1954) e Vol II (1968); *Mathematical Discovery on Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving* – Vol I (1962) e Vol II (1965); *Mathematical methods in Science* (1963); *The Stanford Mathematics Problem Book, with hints and Solutions* (parceria com J. Kilpatrick, 1974). Além dos livros publicados, Polya escreveu inúmeros textos, ministrou cursos, palestras e fez "[...] intervenções diversas, desenvolvendo e aprofundando suas ideias sobre a resolução de problemas, heurística e a criação matemática, e questões sobre ensino da Matemática" (GUIMARÃES, 2011, p. 36).

Nas palestras ou cursos que ministrava, mesmo quando ainda trabalhava na Europa, Polya dizia aos professores que a "resolução de problemas, em sua

---

[14] Representação geométrica - um pensamento em cadeia.
[15] Como procurar a solução de um problema de matemática?
[16] A *Heurística* é o estudo dos caminhos e meios da descoberta e invenção; estuda, especialmente na resolução de problemas, essas etapas que se apresentam naturalmente com frequência e que têm alguma probabilidade de nos conduzir à solução (POLYA, 1985, p. 15).
[17] *The random walks of George Polya. Alexanderson*, G. L. (2000). M. A. A.: Washington, DC.

visão, era considerada um terço matemática e dois terços senso comum" (FRANK, 2004, p. 31, tradução nossa). Seus cursos se tornaram tão conhecidos que um deles, o *How to Solve Problem?*, teve 129 oferecimentos, todos focados na invenção matemática e no ensino de matemática (*Ibid*., 2004).

No *How to solve it*, Polya apresentou uma sequência de quatro fases que, em geral, como ele disse, descrevem o caminho percorrido por um resolvedor de problemas: 1) compreender o problema; 2) estabelecer um plano; 3) executar o plano; e 4) examinar a solução obtida. Polya disse a Jeremy Kilpatrick, em uma entrevista concedida em abril de 1978, que a motivação para a escrita dessas fases veio quando, ao participar de um exame no liceu, desejando explicar um problema, não foi capaz. Mais tarde, pensando no ocorrido, escreveu as fases da resolução de um problema, caracterizando esse como o início de seu interesse pelo tema[18]. Além das quatro fases, uma lista de indagações e sugestões sobre como desenvolver aulas de Matemática baseadas na Resolução de Problemas foi apresentada no *How to solve it*.

Quando foram citados neste texto os "princípios" para a resolução de um problema, propostos por Thorndike no *The New Methods in Arithmetic*, essas quatro fases já eram de meu conhecimento. Naquele momento, foi imediata a percepção de que havia uma estreita relação entre essas abordagens, às quais serão apresentadas no texto logo a seguir.

No "princípio 2", por exemplo, se o aluno não sabe resolver o problema, faz questionamentos desejando compreendê-lo. Comparando-o com as quatro fases, trata-se da fase 1. No "princípio 3", o "planejamento" se refere à fase 2, isto é, estabelecer um plano; e no "princípio 4", checar as respostas obtidas, se refere à fase 4, isto é, examinar a solução obtida.

Embora Polya não tenha feito referência aos "princípios", e ainda tenha destacado na entrevista concedida a Kilpatrick o que o motivou a escrever as quatro fases, não pudemos deixar de chamar atenção para a estreita relação entre ambas as abordagens.

[18] A entrevista que Polya concedeu a Kilpatrick foi publicada no **The Mathematics Educator**, sob o título "*A Look Back… Polya on Mathematical Abilities*", 2011, Vol. 21, n. 1, p. 3-8. Disponível em: http://math.coe.uga.edu/tme/Issues/v21n1/v21n1_color_FINAL.pdf. Acesso em: 16 jan. 2013.

A revista *Mathematics Teacher* (MT), por ocasião da comemoração de seu centenário em 2007, como citado antes neste texto, selecionou importantes artigos que foram publicados durante os seus 100 anos. Dentre eles, buscou-se, num retrospecto, trazer para a edição de número 100 o total de dezessete trabalhos, priorizando ao menos um artigo de cada década. Dois artigos foram contemplados na década de 1950, sendo que um deles, o *Mathematics as a Subject for Learning Plausible Reasoning*[19], é de autoria de George Polya. Nessa edição especial da MT, no início de cada um dos artigos apresentados, os editores comentam a obra. No caso de artigo do Polya, foi dito que:

> O artigo de Polya é uma gentil e atemporal voz claramente ouvida apesar da cacofonia dos debates da matemática moderna. Polya guia-nos à razão como um matemático, para conjecturar, tolerar erros e examinar progresso, tudo com a esperança de que daremos aos nossos estudantes as mesmas oportunidades. Este exame brilhante da resolução de problemas, por um dos matemáticos mais famosos do século XX, oferece um tratamento especial para os leitores que podem ir ao encontro de Polya pela primeira vez. (NCTM, 2007, p. 36, tradução nossa)

Nesse texto, escrito em 1956 e publicado na MT em 1959, Polya diz que "[...] gostaria de avançar em uma tese menos usual: a matemática é também um tema excelente para aprender raciocínio plausível, e deve ser explorada como tal em nossas escolas secundárias" (POLYA, 1959 apud NCTM, 2007, p. 36, tradução nossa). Ainda nesse texto, Polya ressalta a importante diferença entre raciocínio plausível e raciocínio demonstrativo afirmando que ambos são importantes para a Matemática. O raciocínio demonstrativo

> [...] traz ordem e coerência aos nossos sistemas conceituais e é, portanto, indispensável para o desenvolvimento do conhecimento, mas ele não pode nos fornecer qualquer novo conhecimento do mundo que nos rodeia. Tal conhecimento pode ser obtido, na ciência ou na vida cotidiana, somente através do raciocínio plausível. (*Ibid.*)

Ao descrever o raciocínio plausível Polya diz que

---

[19] Nota do autor: Published originally in German in Gimnasium Helveticum, a journal for Swiss secondary schools, jan., 1956.

> [...] as inferências a partir de analogia e as provas indutivas de cientistas naturais, os argumentos estatísticos de economistas, a prova documental dos historiadores e as evidências circunstanciais de advogados podem razoavelmente reivindicar a nossa confiança e, para um grau muito elevado, em circunstâncias favoráveis. Mas elas não são demonstrativas; todos esses argumentos são meramente plausíveis. (POLYA, 1959 apud NCTM, 2007, p. 36, tradução nossa)

Nesse artigo abundam exemplos que fortalecem a tese levantada no início, pelo autor, de que a Matemática é também um tema excelente para aprender raciocínio plausível e que deve ser explorada nas Escolas Secundárias (Ensino Fundamental II e Ensino Médio no Brasil). Finalizando o texto, Polya invoca-nos a olhar sem prejuízo a fim de

> [...] perceber a analogia e compreender o ponto fundamental: o procedimento que utilizamos com o nosso simples exemplo do nível escolar é, em essência, um procedimento básico de pesquisa tanto em matemática quanto em ciência natural - *indução*. Parece-me que isso prova que os estudantes podem aprender raciocínio indutivo como parte de uma aula de matemática bem conduzida. Mas este é um caso especial e altamente significativo da tese que tenho colocado desde o início. (POLYA, 1959 apud NCTM, 2007, p. 39, tradução nossa, grifo do autor)

O livro *Mathematical Discovery - on understanding, learning, and teaching problem solving*, de 1962 (vol. I) e 1965 (vol II), dá continuidade aos trabalhos apresentados nos livros *How to solve it* e *Mathematics and Plausible Reasoning*. No prefácio do Volume I desse livro, Polya afirma que “[...] a preparação de professores para a escola secundária é insuficiente” (POLYA, 196, p. vii, tradução nossa) e que “[...] a responsabilidade sobre isso deve ser compartilhada entre todas as organizações responsáveis. Escolas de Educação e Departamentos de Matemática, ambos, devem revisar o que tem sido oferecido aos professores se querem melhorar a situação” (POLYA, 1962, p. vii, tradução nossa). E continua dizendo que

> Na escola secundária, como em qualquer outro nível, nós podemos transmitir, juntamente com uma certa quantidade de informação, um certo grau de *know-how* aos estudantes. O que é *know-how* em Matemática? É a habilidade em resolver problemas – não problemas meramente rotineiros, mas problemas que requerem algum grau de independência, julgamento, originalidade e criatividade. Além disso, a primeira e a principal obrigação da escola secundária, no ensino de matemática, é enfatizar um trabalho metódico em resolução de problemas. Esta é minha convicção; você não pode ir junto com o aluno

> em todo o caminho, mas, suponho que você concorde que resolver problemas merece algum destaque – e isso fará parte do presente. Os professores deveriam saber o que eles terão que ensinar. Eles poderiam mostrar aos seus estudantes como resolver problemas – mas se eles não sabem, como poderá mostrar-lhes? O professor deveria desenvolver o *know-how* de seus alunos, sua habilidade em raciocinar; ele deveria reconhecer e encorajar o pensamento criativo – mas o currículo que ele vivenciou deu pouca atenção ao seu domínio da matéria e a todo o seu *know-how*, à sua habilidade de raciocínio, à habilidade de resolver problemas, ou a seu pensamento criativo. Aqui está, em minha opinião, a pior lacuna na formação de professores da escola secundária. (POLYA, 1962, p. vii-viii, tradução nossa)

A Revista do Professor de Matemática (RPM), da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), publicou, em 1985, um artigo de Polya com o título "O ensino por meio de problemas". Originalmente esse artigo havia sido publicado no *L'Enseignement par les problèmes*[20], em 1967. Como se pode verificar, a primeira publicação desse artigo ocorreu no final da década de 1960, mesma década dos já citados *Mathematics and Plausible Reasoning* (1954; 1968) e *Mathematical Methods in Science* (1963). Todos esses trabalhos foram realizados paralelamente ao Movimento da Matemática Moderna (MMM), teoria matemática que vigorou no currículo norte americano de meados da década de 1950 até o início da década de 1970, sendo mais tarde incorporada em currículos de Matemática de países do Ocidente. Nessa teoria, o eixo norteador do ensino de Matemática era a lógica dedutiva, o estudo das estruturas e das abstrações.

No artigo "O ensino por meio de problemas", Polya nos brinda com mais uma de suas obras, que se ocupa de discutir, como o próprio nome diz, a importância da Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem de alunos nas aulas de Matemática. Nessa pesquisa, Polya busca, primeiramente, contextualizar o leitor dizendo que, em seu estudo, deve-se ter em mente, essencialmente, o ensino de Matemática nas Escolas Secundárias dos Estados Unidos e que, a fim de contribuir com a discussão internacional sobre o tema, foi dado destaque ao fato de que "[...] há pontos comuns a todas as escolas de nível secundário, isto é, escolas para alunos de 12 a 18 anos, em

[20] *L'Enseignement Mathématique*, t. XIII, fasc.3, p. 233-241 em 1967.

qualquer país como, por exemplo, os liceus e ginásios europeus" (POLYA, 1985, p. 11).

Algumas passagens do texto mostram o ceticismo de Polya sobre um modelo ideal de ensino, caso seja este o som ecoado a partir de seus textos. Em uma dessas passagens Polya (1985, p. 11) afirma que

> [...] ensinar é uma ação complexa que depende em grande parte das personalidades envolvidas e das condições locais. Não existe, hoje, uma ciência do ensino propriamente dita e não haverá nenhuma em um futuro previsível. Em particular, não existe um método de ensino que seja indiscutivelmente o melhor, como não existe a melhor interpretação de uma sonata de Bethoven.

Apesar de não vislumbrar a possibilidade de existência de uma ciência do ensino, Polya apresentou indicativos de como o ensino poderia ser trabalhado de forma a valorizar o que a criança é capaz de compreender, afirmando que

> [...] se quisermos desenvolver a inteligência do aluno, devemos ficar atentos, para que as coisas primeiras apareçam em primeiro lugar. Certas atividades são mais fáceis e naturais que outras: adivinhar é mais fácil do que demonstrar, resolver problemas concretos é mais natural do que construir estruturas conceituais. Em geral, o concreto vem antes do abstrato, a ação e a percepção antes das palavras e dos conceitos, os conceitos antes dos símbolos, etc. (POLYA, 1985, p. 13)

Sendo assim, deve-se começar o ensino

> [...] no lugar onde o esforço é menor e o resultado mais compreensível do ponto de vista do aluno: ele deve se familiarizar inicialmente com o concreto, posteriormente com o abstrato; inicialmente com a variedade de experiências e posteriormente com a unificação dos conceitos etc. (POLYA, 1985, p. 13)

Notam-se, nessa afirmação, sinais de negação de Polya ao modelo de ensino proposto pela Matemática Moderna, cuja concepção subjacente era de caráter puramente abstrato.

Ainda nesse artigo Polya definiu "problemas rotineiros", falou muito rapidamente (pois já havia trabalhado o tema em obras anteriores) sobre heurística e, em quase todo o artigo, deu direcionamentos a professores sobre como deve ser realizada uma aula por meio da Resolução de Problemas. Considerando que a resolução de problemas é a espinha dorsal do ensino de

Matemática, disse ele, "[...] me constrange que algo tão evidente precise ser ressaltado" (POLYA, 1985, p. 13).

Nas obras de Polya que foram consultadas para a escrita deste texto[21], há muitas orientações ao professor de como deve ser desenvolvido o ensino por meio da Resolução de Problemas, de que ele deve ter vivenciado a resolução dos problemas que irá trabalhar, como também de outros problemas, por considerar que uma aula desenvolvida por meio de problemas será melhor quanto melhor tiver sido sua formação, sua vivência, experiência e amadurecimento nessa prática. No processo de vivência da Resolução de Problemas, há alguns conceitos que lhes são próprios e que devem estar claros ao professor, e Polya despende algum tempo definindo-os: problema rotineiro; a forma como devem ser apresentados aos alunos os problemas é determinante; o ambiente da sala de aula deve ser favorável; o professor precisa ser um bom conhecedor do problema e deve antes ter realizado questionamentos sobre o que se deseja com aquele problema; dentre muitas outras preocupações. Orientações nesse sentido podem ser encontradas em todas as pesquisas do autor (ao menos no que foi consultado para a escrita deste texto), reforçando a tese de que o trabalho com Resolução de Problemas depende, sobretudo, da formação de professores nessa abordagem. Caso contrário, aquela que pode ter sido a matéria menos apreciada do curso quando foram alunos, chegando a ponto de tê-la detestado, pode vir a ser uma arma em suas mãos, pois, voltando agora à Escola Elementar, como professores, irão ensinar seus alunos a detestá-la (POLYA, 1995). Apesar de os livros de Polya não abordarem conceitos e conteúdos referentes ao Ensino Elementar (Ensino Fundamental I), nota-se a preocupação do autor com os professores que ensinam nesse nível de ensino, pois são eles os primeiros responsáveis por incutir, na cabeça de crianças tão pequenas, o "sabor doce" ou "amargo" da Matemática.

Quando as pesquisas de Polya começaram a ganhar espaço, a resolução de problemas era, ainda, considerada prática inerente às aulas de Matemática. Foi a partir de Polya que a Resolução de Problemas assumiu *status* de teoria, ao menos no âmbito do que dizem pesquisadores que se dedicam a investigar o

---

[21] Ver obras nas Referências Bibliográficas.

tema. Nesse momento, pesquisadores que partilhavam das mesmas crenças de Polya sobre o ensino de Matemática destinaram suas pesquisas a investigar o tema, dando início a um movimento de pesquisa que se desenvolveu paralelamente aos currículos oficiais.

É sobre essa teoria, a Resolução de Problemas, que o próximo tópico irá discorrer. Doravante, as expressões "resolução de problemas" e "Resolução de Problemas" devem ser compreendidas como uma só teoria. Por vezes, em respeito a algumas obras consultadas, faremos uso da escrita "resolução de problemas", com "r" e "p" minúsculos ao se referir à teoria.

3.3 **Resolução de Problemas**

Por muito tempo "resolução de problemas" em Matemática ficou reduzida à técnica de resolver problemas. Ensinar Matemática se limitava a aplicar uma teoria, propor problemas com o propósito de que essa teoria fosse aplicada e, para finalizar, se o aluno soubesse aplicar os conceitos, o objetivo final do ensino de Matemática teria sido atingido. Contudo, especialmente a partir de Polya, como se viu no tópico anterior, a "resolução de problemas" passou a ser concebida como uma abordagem metodológica. No entanto, essa nova concepção da resolução de problemas levou anos até ser assim aceita. Nesse processo, muitos pesquisadores, em diferentes lugares do mundo, contribuíram direta ou indiretamente para que a Resolução de Problemas viesse, mais tarde, a ser incorporada em alguns poucos currículos de Matemática.

Além do trabalho desenvolvido por Polya sobre Resolução de Problemas, nas décadas de 1940 a 1960, muitos outros pesquisadores se voltaram a investigar o tema. Comumente a literatura faz referência à pesquisa realizada por Kilpatrick (1969), que fez uma extensa revisão da pesquisa sobre resolução de problemas matemáticos, como uma das primeiras a liderar o movimento "pós Polya". Kilpatrick (1969), citado por Lester (1994, p. 6, tradução nossa), caracterizou a literatura de pesquisa sobre resolução de problemas matemáticos como "[...] ateórica, não sistemática e não coordenada, interessada quase que exclusivamente em problemas com enunciados, padronizados em livros texto e completamente restrita a medidas quantitativas de comportamentos de resolução de problemas”.

Em 1975, seis anos após a pesquisa de Kilpatrick, foi realizado o seminário *Research Workshop on Problem Solving in Mathematics Education*, na Universidade da Georgia, que teve cinco encontros ao longo do ano de 1975. Lester (1994) disse que “esse seminário reuniu indivíduos que já estavam profundamente envolvidos com a pesquisa em resolução de problemas matemáticos” e que “mais do que qualquer outro evento particular, estimulou o nível de colaboração entre pesquisadores em educação matemática que jamais havia existido antes” (LESTER, 1994, p. 6, tradução nossa).

Segundo Lester (1994), uma massa crítica de educadores, ativamente envolvidos com Resolução de Problemas no início da década de 1970, foi formada. Esse fato foi, também, constatado por Mason (1997), em 1980, no artigo “Resolução de Problemas em matemática: uma bibliografia comentada”, que foi publicada no Brasil, em português, em 1997. Essa pesquisadora apresentou pesquisas realizadas de 1953 a 1980, todas relacionadas com Resolução de Problemas, organizando-as de acordo com as seguintes categorias: (1) Bibliografias; (2) Trabalhos gerais; (3) Sugestões para o ensino; (4) Quebra-cabeças e recreações; (5) Discussões matemáticas; e (6) Coleções de problemas.

No tópico (1), Mason (1997) apresentou quatro pesquisas, publicadas nos primeiros cinco anos década de 1970, sendo que todas são publicações do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). No tópico (2), essa pesquisadora cita todos os livros de Polya já referenciados neste texto, algumas pesquisas da revista *Mathematics Teacher* e outras pesquisas independentes, perfazendo o total de dez, sendo que duas delas foram publicadas na década de 1970. As demais publicações, ou seja, oito, são de 1953 a 1969. No tópico (3), Mason (1997) referenciou 46 pesquisas, dentre as quais, 42 são publicações da década de 1970. As demais, apenas quatro, são anteriores a essa década (1953-1969). Esse tópico (3) apresenta pesquisas que foram realizadas em sala de aula, considerando a Resolução de Problemas como abordagem de ensino, como também pesquisas que são direcionadas a professores de Matemática indicando-lhes maneiras sobre como trabalhar com essa teoria.

Os demais tópicos, (4), (5) e (6), não estão diretamente relacionados à Resolução de Problemas do ponto de vista do aluno e do professor, diz Mason (1997). No tópico (6), o livro de autoria de Polya e Kilpatrick, já citado neste texto, chamado *The Stanford mathematics problem book* (1974), aparece dentre as pesquisas referenciadas por Mason (1997). Essa pesquisadora diz que a bibliografia apresentada por ela "é apenas uma amostra do material sobre resolução de problemas existente para uso do professor de matemática" (MASON, 1997, p. 316) e ressalta que muitas outras foram omitidas. A fim de ampliar o que foi apresentado, Mason (1997) orienta o leitor a buscar por outras bibliografias no fechamento de algumas das pesquisas citadas.

Dentre as muitas pesquisas que Mason (1997) disse ter ficado de fora de sua lista, destacamos a do pesquisador Shigeru Shimada, e colaboradores, do Japão. Shimada e sua equipe se depararam, no início da década de 1970, com a problemática que, originalmente, desejava saber sobre como avaliar se os objetivos de pensamento de ordem superior dos estudantes em educação matemática eram cumpridos (SHIMADA, 1977 apud NCTM, 1997). Diante dessa problemática, esses pesquisadores entenderam que se o desejo era o de saber como os estudantes atingiam esses objetivos, então deveria ser observado o modo como eles usavam os conhecimentos aprendidos em uma situação concreta e como faziam uso desses conhecimentos em situações novas que não estavam diretamente relacionadas com aquelas vivenciadas por eles nas situações de aprendizagem. A partir dessas inquietações e depois de muitas pesquisas realizadas ao longo dos cinco primeiros anos da década de 1970 sobre métodos de avaliação de habilidades de pensamento de ordem superior em educação matemática, esses pesquisadores passaram a considerar que uma possibilidade de tornar essa avaliação possível seria considerar o ensino de Matemática, a partir de uma abordagem metodológica, em que os problemas matemáticos fossem formulados para terem múltiplas respostas corretas "incompletas" ou "com fins abertos" (*open-ended*). Resumidamente, a *open-ended approach* nasce como abordagem metodológica para o ensino de Matemática nesse contexto. Primeiramante no Japão, em 1976, sendo incorporada, mais tarde, em outros países do Oriente, como na China por exemplo. (SHIMADA, 1977 apud NCTM, 1997).

No fluxo das pesquisas que foram realizadas sobre Resolução de Problemas na década de 1970 está a publicação do relatório *Task Variable in Mathematical Problem Solving* (1979), editado por Gerald A. Golding e C. Edwin McClintock. Esse relatório é parte das pesquisas e publicações do *Mathematics Education Reports* (Relatórios de Educação Matemática) que estiveram sob a supervisão do *The Georgia Center for the Study of Learning an Teaching Mathematics*, em parceria com o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). Os Relatórios de Educação Matemática visam à divulgação de pesquisas em Educação Matemática contemplando três categorias: Revisões de pesquisa resumem e analisam pesquisas em áreas específicas da Educação Matemática; Guias de recursos identificam e analisam materiais de referências para uso pelo professor de matemática de todos os níveis; e Bibliografias especiais anunciam a disponibilidade de documentos e revisão de literatura em áreas de interesse selecionadas da Educação Matemática (GOLDING; McCLINTOCK, 1979).

O *Task Variable* é um documento amplo, com 511 páginas, que levou um longo tempo para ser produzido, disseram os editores. Esse documento representa "anos de esforços em termos da condução da pesquisa, análise e interpretação de resultados de pesquisas, e reflexão sobre a pesquisa em resolução de problemas" (*Ibid*., p. 11, tradução nossa). Sobre os professores de Matemática da sala de aula, Golding e McClintock disseram que eles não foram esquecidos em sua pesquisa, pois ela foi conduzida como um esforço para ajuda-los a lidar melhor com o ensino de resolução de problemas, apresentando alguns capítulos com sugestões específicas para professores e outros que contêm planos de aula que deveriam ser utilizados por eles em suas salas de aula (*Ibid*).

A década de 1970 foi muito importante para a pesquisa em Resolução de Problemas. Pesquisadores como D‟Ambrosio (2007), por exemplo, afirmam que nessa década a Resolução de Problemas foi considerada como uma área de pesquisa da Educação Matemática. No que se refere ao volume de material produzido nessa década, em termos de pesquisa, a afirmação de D‟Ambrosio (2007) ressalta um momento importante da pesquisa sobre esse tema. Entretanto, a pesquisa sobre Resolução de Problemas antecede a esse período e vimos exemplos disso neste texto, com as obras de Polya, de Kilpatrick e de outros educadores matemáticos, publicadas entre 1940 e 1969.

Schoenfeld (2008) afirmou que pesquisa e currículo, nos Estados Unidos, tiveram desenvolvimentos largamente dissociados. Esse fato foi constatado nesta pesquisa, quando se viu que a maioria das pesquisas produzidas até a década de 1970 sobre Resolução de Problemas foram realizadas paralelamente ao currículo oficial. Nos Estados Unidos, nas décadas de 1950 a 1970, aproximadamente, o ensino de Matemática nas escolas foi orientado pelos movimentos *New Math* (Matemática Moderna), *Back to Basics* ou possíveis variantes. Em termos de documentos oficiais, por duas décadas, a Matemática Moderna imperou como teoria Matemática no currículo norte americano sendo, mais tarde, incorporada em currículos de muitos outros países do Ocidente, inclusive do Brasil, cuja implantação em termos de livros didáticos ocorreu no ano de 1963[22]. De acordo com essa teoria, a abordagem lógica, o estudo das estruturas e das abstrações deveria orientar o currículo de Matemática. Contudo, desde sua implantação nos Estados Unidos, a Matemática Moderna vinha apresentando problemas, pois os estudantes “[...] não estavam aprendendo as abstrações e suas habilidades básicas tinham se perdido na mal sucedida pressa de ensinar, as crianças muito jovens, coisas como a nova teoria numérica” (SCHOENFELD, 1996, p. 63). Por outro lado, o despreparo dos professores – nos aspectos “compreender e ensinar” – para desempenhar o trabalho sob essa abordagem, assim como a dificuldade das famílias, em auxiliar seus filhos nas tarefas escolares, uma vez que desconheciam a nova teoria, fortaleciam a crença de que a teoria matemática proposta pela Matemática Moderna não estava ao alcance daqueles a quem ela, de fato, deveria interessar.

Nessas décadas, crianças norte-americanas em idade escolar já participavam de testes de desempenho internacionais, que tinham a intenção de averiguar o desempenho escolar dessas crianças, a fim de que ações futuras sobre currículo pudessem ser planejadas. Entretanto, com a implantação do novo currículo, o da Matemática Moderna, esses testes foram

[22] SANGIORGI, O. “Matemática - Um Curso Moderno”. 1963. Editora Nacional.

ofuscados e tiveram de ser retomados no final da década de 1960, quando mostraram que, depois de tanto tempo destinando o currículo à nova teoria, as crianças mantinham as mesmas dificuldades, em aprendizagem matemática, que as reveladas nas décadas anteriores. Nessa mesma época, final da década de 1960, a ideia geral, nos Estados Unidos[23], era a de que a Matemática Moderna havia falhado e que uma nova teoria deveria orientar o currículo de Matemática daquele país para a década seguinte. Resultado disso (KLINE, 1973) é a viagem do professor Max Beberman, um dos idealizadores da Matemática Moderna, à Inglaterra no inverno de 1971-1972 com o intuito de estudar algum currículo experimental que estava sendo preparado naquele país. Kline (1973) diz que, infelizmente, os frutos dessa viagem não vingaram, pois Beberman faleceu logo após sua chegada à Inglaterra.

Nessa mesma época, início da década de 1970, com a crise na Matemática Moderna, alguns matemáticos e educadores matemáticos norte americanos acreditavam que o ensino e a aprendizagem de Matemática teriam maior êxito se houvesse um retorno às bases. Outros, como o já citado Beberman, por exemplo, buscavam por outra teoria, enquanto que os que acreditavam no ensino por meio da Resolução de Problemas seguiam fazendo seu trabalho.

O movimento *Back to Basics*, cuja concepção para o ensino de Matemática repousava no lápis, papel e algoritmo, passou a orientar o currículo de muitos centros de ensino na década de 1970. Esse movimento, diferente da Matemática Moderna, ocorreu somente nos Estados Unidos e mesmo lá, sem muita ênfase, sofreu duras críticas de matemáticos e educadores matemáticos, como Hans Freudenthal, por exemplo, que dizia que o regresso às bases indicava um retrocesso compreensível, apenas, no contexto dos relógios de pêndulo de seus avós (FREUDENTHAL, 1979 apud PIRES, 2000).

No final da década de 1970, os resultados dos testes de Matemática revelavam que, em sua maioria, os estudantes norte americanos eram incapazes de resolver problemas e de pensar matematicamente, como também

[23] Em outros países, como no Brasil, por exemplo, a Matemática Moderna continuou a vigorar nos currículos por muitos anos.

apresentavam piores desempenhos no básico do que aqueles que tinham vivenciado o currículo da Matemática Moderna.

Por aproximadamente três décadas, de 1950 até 1970, buscou-se, nos Estados Unidos, por um ensino de Matemática para a massa, para um maior número de alunos, sem sucesso. O discurso de que mais gente precisava saber Matemática continuava ecoando e urgia a necessidade de um novo modelo educacional, com uma nova teoria de aprendizagem para o ensino de Matemática. Caso contrário, aquela que era para ser aliada, necessária para a sobrevivência humana numa sociedade em plena transformação, ocuparia lugar de destaque, dentre todas as ciências, como a maior inimiga. Assim, na década de 1980, todos os interessados no ensino e aprendizagem de Matemática voltaram seus olhares para um currículo que possibilitasse à Matemática ser compreendida por um número maior de estudantes. Era hora de, novamente, repensar o currículo e ouvir o som que ecoava paralelamente aos modelos vigentes: o som produzido por todos os que acreditavam no ensino por meio de problemas.

Com uma teoria já bastante desenvolvida sobre Resolução de Problemas, era a vez de apostar em um modelo de ensino com enfoque na compreensão, com o currículo de Matemática sendo orientado pela Resolução de Problemas. A responsabilidade por divulgar essa nova mudança curricular, no que se refere ao ensino de Matemática, ficou a cargo do NCTM, que já vinha desenvolvendo e publicando pesquisas sobre Resolução de Problemas havia uma década.

Em 1980, o NCTM publicou o documento *An Agenda for Action – recommendations for School Mathematics of the 1980s* (Uma Agenda para Ação – recomendações para a Matemática Escolar para a década de 1980), considerado um marco no estreitamento entre pesquisa e currículo, pois a Resolução de Problemas até o final da década de 1970 vinha se desenvolvendo somente no âmbito da pesquisa, como dissemos antes, e em trabalhos realizados paralelamente ao currículo oficial. Esse documento recomendava que o ensino de Matemática para aquela década fosse orientado pela resolução de problemas.

No prefácio desse documento, o NCTM se encarrega de prestar esclarecimentos à comunidade sobre sua responsabilidade em indicar os direcionamentos do currículo de Matemática, justificando que jamais, na história, se soube tanto das práticas de sala de aula como naquele momento. Segundo o NCTM, as informações sobre essas práticas eram derivadas de pesquisas realizadas pela *National Science Foundation* e pela *National Assessment of Educational Progress*. Em uma dessas pesquisas de ampla abrangência, realizada pela *National Science Foundation*, vários setores da sociedade, leigos ou profissionais, foram entrevistados, buscando saber sobre o que pensavam em termos de objetivos e prioridades para o ensino de Matemática. Esse projeto foi chamado *Priorities in School Mathematics* (PRISM). Os dados derivados do PRISM, somados ao profissionalismo dos membros do NCTM, resultaram nas recomendações para a Matemática escolar para a década de 1980:

> 1. resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar para a década de 1980;
> 2. tarefas básicas em matemática devem ser definidas para englobar mais que habilidades no cálculo;
> 3. programas de matemática terão muitas vantagens com o poder das calculadoras e dos computadores em todos os níveis;
> 4. padrões rigorosos de eficácia e eficiência, podem ser aplicados no ensino de matemática;
> 5. o sucesso dos programas de matemática e da aprendizagem dos estudantes devem ser avaliados por uma ampla gama de medidas mais do que é feito nos testes convencionais;
> 6. mais estudos de matemática são requisitados para todos os estudantes e um currículo flexível, com o aumento da amplitude das opções estando direcionadas para acomodar as necessidades diversas da população de estudantes;
> 7. professores de matemática demandam, por eles mesmos, e por seus colegas, um nível elevado de profissionalismo;
> 8. um apoio público ao ensino de matemática deve ser atingido a um nível comensurado com a importância da compreensão matemática para indivíduos e sociedade. (NCTM, 1980, p. 1, tradução nossa)

Segundo o documento “Uma Agenda para ação”, o desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas deveria direcionar os esforços de educadores matemáticos ao longo daquela década e a resolução de problemas deveria ser trabalhada com vistas à “[...] aplicação da matemática ao mundo real, servindo à teoria e à prática de ciências atuais e emergentes, e resolvendo questões que ultrapassem as fronteiras das ciências matemáticas” (*Ibid*., p. 2, tradução nossa). Resolução de problemas, disse a Agenda, deve “englobar uma multiplicidade de funções comuns, rotineiras e não rotineiras, que são consideradas essenciais no dia a dia da vida de todos os cidadãos” (*Ibid*.).

Sobre o significado da expressão “resolução de problemas”, o documento enunciou que ela não poderia se limitar ao modo convencional “problema com enunciado” (*word problem)*. Ainda de acordo com esse documento, cada problema não poderia ser pensado como um exemplo isolado e a necessidade de resolver problemas deveria olhar para um futuro incerto e também para o aqui e agora.

No mesmo ano da publicação da Agenda (1980), o NCTM publicou o livro do ano *Problem solving in school mathematics*, que teve uma versão traduzida no Brasil, em português, em 1997, chamada “A resolução de problemas na matemática escolar”. Na apresentação da versão em português, Hygino Domingues, um dos responsáveis pela tradução, afirma que esse livro, constituído de 22 artigos de especialistas em Educação Matemática, muito poderá ajudar o professor de Matemática a lidar, lúcida e conscientemente, com a resolução de problemas. Destacamos que a tradução desse livro ocorreu no Brasil 17 anos depois de sua versão original, em Inglês.

De autoria de Krulik e Reys, o livro do ano de 1980 do NCTM revela o que muitos educadores matemáticos vinham pesquisando ao longo da década anterior sobre Resolução de Problemas. Na versão em português, os tradutores, Hygino Domingues e Olga Corbo, fazem uma breve apresentação de cada capítulo.

No Capítulo 1, de autoria de Polya, chamado “Sobre a resolução de problemas na matemática na *high school*” (Escola Secundária, com duração de 4 anos), os tradutores disseram que

> Polya enfatiza que grande parte do interesse e da motivação do aluno deve-se originar na própria matemática – em certas características inerentes à matemática e ao processo de resolução de problemas. Esse artigo mostra como um professor que valoriza esse ponto de vista pode ensinar matemática de maneira que o aluno possa “se inflamar e desfrutar a satisfação da descoberta”. (DOMINGUES; CORBO, 1997, p. iii)

Todos os 22 capítulos do livro do ano de 1980 são resultados de pesquisas realizadas nos Estados Unidos, sendo que os 19 primeiros abordam a Resolução de Problemas com vistas ao seu desenvolvimento em sala de aula. Os vigésimo e vigésimo primeiro capítulos estão mais voltados em verificar o nível de habilidades dos alunos em resolução de problemas individualmente, e a eficácia dos planos de ensino destinados a desenvolver essa habilidade. O vigésimo primeiro capítulo é uma bibliografia comentada, citada antes neste texto, de Sarah F. Mason, que pode ajudar professores a buscar por outras referências em Resolução de Problemas, além das apresentadas no livro do ano de 1980. Todos os capítulos do livro estão fundamentados nas ideias de Polya sobre Resolução de Problemas.

Outros países do mundo se mobilizaram em propor mudanças no ensino de Matemática na década de 1980, mobilizados, ou não, pela chamada do documento “Uma Agenda para Ação”. Embora pesquisas sobre Resolução de Problemas viessem sendo realizadas na Inglaterra, Japão, China, Austrália, Singapura, dentre outros, foi a partir da década de 1980 que esse movimento foi intensificado.

A Inglaterra, por exemplo, por meio da *Association of Teachers of Mathematics* (ATM), estabeleceu que a habilidade em resolução de problemas fosse o centro do ensino da Matemática para a década de 1980 e que deveria substituir a aritmética elementar como tema principal nas classes primárias (ANDRADE, 1997). Entretanto, o ensino de Resolução de Problemas nesse país seguiu à sua maneira, influenciado pelo relatório *Cockcroft* (1982)[24] que enfatizava, além da resolução de problemas, investigações e trabalho prático. (PEHKONEN, 2004). No Japão, como visto antes neste texto, a Resolução de Problemas vinha sendo investigada, em termos de pesquisa, desde meados da década de 1970, com a abordagem *Open-ended approach*, desenvolvida pelo professor Shigeru Shimada e sua equipe. Na década de 1980, nesse país, o ensino da matemática escolar era, por um lado, concentrado no conteúdo e, por outro lado, em situações problema previamente preparadas, que eram abordadas nas aulas (MIWA, 1988 apud PEHKONEN, 2004).

Na Austrália, desde 1970, o ensino de Resolução de Problemas tem se baseado principalmente no modelo norte-americano, enquanto buscam uma concordância entre os modelos americano e britânico. Os países do sudeste da Ásia parecem seguir o modelo da Austrália e, por consequência, dos Estados

[24] Cockcroft Report 1982: *Mathematics counts*. Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools.

Unidos. Por exemplo, na Malásia, o currículo foi revisado em 1988 e um ponto forte dessa reforma foi a Resolução de Problemas. Na Alemanha, discussões sobre o papel da Resolução de Problemas no ensino de Matemática eram frequentemente animadas, sendo que alguns educadores matemáticos estavam dispostos a enfatizá-la em conformidade com o modelo americano, mas o tom geral das discussões era ainda cauteloso (*Ibid.*). Na China, desde o final da década de 1970, o currículo escolar do ensino de Matemática, para as escolas elementar e secundária, exigia que os estudantes aplicassem seu conhecimento matemático na solução de problemas da vida real. Entretanto, conforme o currículo escolar de 1988, além de os estudantes efetuarem corretamente os cálculos, deveriam entender os princípios das operações matemáticas e utilizar estratégias apropriadas para resolver problemas (*Chinese State Education Comission*, 1988 apud CAI, 2007, p. 460, tradução nossa).

Em Portugal, a “Lei de Bases do Sistema Educativo” do Ministério da Educação, nomeou equipes com o objetivo de dar início, no final dos anos 1980, a uma reformulação curricular com vistas às novas demandas internacionais. Embora essas equipes fossem compostas pelas mesmas pessoas responsáveis pelo modelo de ensino anterior (Matemática Moderna), elas foram sensíveis às novas perspectivas internacionais, procurando acomodar, nos novos programas do Ensino Básico, a Resolução de Problemas e as Tecnologias (PONTE, 2012).

No Brasil, a década de 1980 foi marcada politicamente pelo

> processo chamado de abertura democrática, que colocava fim ao longo período de ditadura militar que se implantou em 1964. O novo contexto político e social era favorável para a apresentação de propostas para a construção de uma escola inspirada em valores democráticos, grande aspiração da sociedade brasileira. (PIRES, 2007, p. 15-16)

Foi esse o cenário no qual a “Versão Preliminar da Proposta Curricular do Estado de São Paulo” se configurou, em 1987, sendo essa a primeira vez que um documento oficial cita, ainda que de maneira incipiente, a Resolução de Problemas como uma preocupação metodológica:

> A resolução de problemas deve estar presente em cada tema abordado no programa: como **preocupação metodológica**, com ampliação de conceitos, como desafio à reflexão dos alunos e à sua criatividade; como recurso para a introdução de idéias novas; como instrumento que

> propicie a generalização de propriedades. É necessário dizer que limitar o potencial do aluno exclusivamente a problemas – modelo que condiz a uma única solução, ou que tenham um caráter repetitivo, não contribui para ampliar suas possibilidades de raciocínio e ação. (SÃO PAULO, ESTADO, 1986, p. 7, grifo nosso).

Embora o documento não tenha detalhado o que se entende por “preocupação metodológica”, vê-se, nessa afirmação, a resolução de problemas sendo considerada, ao menos no documento, para além da prática comum nas aulas de Matemática, possivelmente sob a influência da chamada do documento “Uma Agenda para Ação”. Vale ressaltar que, apesar da tentativa da Proposta em sugerir a resolução de problemas como preocupação metodológica, em se tratando de um documento que deveria direcionar o ensino pelas mãos de gestores e professores, a dificuldade de implantação dessas ideias foi declarada e suas razões vão desde a alta rotatividade de professores, provocada por baixos salários, até a má formação docente (PIRES, 2000). Não há nos documentos consultados para a escrita deste texto uma data que marca o momento em que a Proposta foi, efetivamente, incorporada na sala de aula (e nem acreditamos que seria possível localizar esse marco). Embora não tenha sido declarado, pode-se afirmar que a Matemática Moderna, ou alguma variação dela, perdurou no currículo brasileiro até o início da década de 1990. Contudo, caberia um estudo mais rigoroso dos materiais de apoio que foram, de fato, trabalhados na sala de aula na década de 1980, como: livros, cadernos de alunos, cadernos de professores, notas de aula de professores etc, para uma afirmação mais rigorosa. A partir de então, poderíamos afirmar “para onde soprava o vento”.

Em termos de pesquisa, Fiorentini (1994) afirmou que a resolução de problemas no Brasil iniciou-se, mais efetivamente, a partir da segunda metade da década de 1980, limitando-se a trabalhos de pós-graduação – dissertações de mestrado, teses de doutorado e um trabalho de Livre Docência. Ao todo foram produzidos 14 estudos, sendo 12 dissertações de mestrado, uma tese de doutorado e uma tese de Livre Docência.

No ano de 1989, após quase uma década da publicação do documento “Uma Agenda para Ação”, nos Estados Unidos, a necessidade de olhar para os resultados de pesquisas ou para as práticas de sala de aula, no que se refere ao trabalho com Resolução de Problemas, se fez premente. Muitas pesquisas foram publicadas neste ano sobre Resolução de Problemas e os resultados revelaram uma visão positiva do trabalho com essa abordagem. Entretanto, essas pesquisas, em sua maioria, foram desenvolvidas em "ilhas de excelência" e, por essa razão, seus resultados não refletiam a realidade da maioria das salas de aula, como se pretendia. Diante desse cenário, muito ainda havia de ser feito, sobretudo em relação ao currículo, aos livros-texto e às práticas de professores, para que a Resolução de Problemas pudesse, de fato, avançar de uma possibilidade para uma realidade na sala de aula, se esse era o objetivo.

O relatório *EveryBody Counts: A report to the nation on the future of mathematics education* (1989), produzido pelo *National Research Council*, foi um dos documentos que pediu atenção de governantes, professores e pesquisadores para o fato de que uma nova reforma na Educação Matemática, nos Estados Unidos, era urgente. Essa reforma envolvia uma multiplicidade de dimensões, incluindo: os objetivos do ensino de Matemática (alfabetização quantitativa, bem como a produção de matemática e ciência de elite); demográfica (historicamente, o insucesso e abandono da matemática por latinos, afro-americanos e americanos nativos era muito alto; *EveryBody Counts* foi assim chamado para lidar com essa perda de potencial humano); e conteúdo matemático (o currículo tradicional vinha sendo problemático; era hora de discutir esses temas). Como se pode verificar, a Matemática e seu ensino têm, novamente, "os holofotes" voltados para si.

Outra produção importante do ano de 1989 é o livro *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989). Essa publicação é resultado da pesquisa produzida pelo NCTM (série *Standards*), ao longo de mais de duas décadas, nos Estados Unidos, com o propósito de servir de recurso e de orientação para todos os responsáveis pela Educação Matemática.

Até esse momento, pouca ou nenhuma atenção havia sido dada para a formação de uma base de conhecimento sobre Resolução de Problemas (SCHOENFELD, 2008). No entanto, a partir de 1989 essa preocupação ganhou atenção, conforme afirmou Schoenfeld (2008, p. 538, tradução nossa):

> [...] o campo vinha resolvendo, em teoria, o nível de detalhe exigido pelos estudantes para aprender a empregar estratégias heurísticas de resolução de problemas como descrito por Polya. Havia uma clara evidência de que as estratégias heurísticas gerais poderiam ser

> decompostas em famílias de estratégias mais específicas e que, com uma instrução adequada, os alunos poderiam aprender a utilizar essas estratégias.

Ainda em 1989, a influência e a importância da metacognição, especialmente de monitoramento de auto-regulação, não somente na resolução de problemas matemáticos, mas, também, em todo desempenho intelectual não rotineiro (SCHOENFELD, 2008), ganharam lugar de destaque nas discussões sobre Resolução de Problemas. O principal pesquisador que se ocupou dessa questão foi Schoenfeld, ao defender a tese de que durante a resolução de um problema, o aluno precisa refletir sobre a forma como o problema está sendo/poderia ser resolvido, como também, precisa falar sobre o processo de resolução do problema. Isso é a metacognição. A metacognição na aprendizagem da Matemática é considerada sob três maneiras: crenças e intuições, conhecimento e autoconhecimento, ou auto-regulação (SCHOENFELD, 1987 apud THE MATH FORUM..., 2015).

Publicado em 1989, o livro do ano do NCTM (1989), chamado *New Directions for Elementary School Mathematics*, traz algumas das produções em Resolução de Problemas daquela década. Esse livro, composto por 21 capítulos, é resultado de pesquisa realizada na década de 1989, apresentando um estudo rigoroso sobre: *Perspective on Change in Elementary School Mathematics* (Parte 1); *Children"s Reasoning and Strategies: Implications for Teaching* (Parte 2); *New Directions in Teaching the Content of the Curriculum* (Parte 3); *In the Classroom* (Parte 4); e *Perspectives and New Directions in Teaching and Learning* (Parte 5).

Na Parte 1, os papéis centrais da resolução de problemas, comunicação e raciocínio são destacados, assim como a necessidade para rever nosso pensamento sobre cálculo. A Parte 2 se ocupa de melhor conhecer sobre pensamento e raciocínio das crianças, como elas constroem as suas ideias e a importância de incorporar sua compreensão matemática no ensino. No Prefácio da obra, pode-se ler que os artigos dessa sessão refletem o esforço de pesquisadores em obter uma visão sobre como as crianças desenvolvem ideias matemáticas.

Já a Parte 3 reúne pesquisas que indicam novas abordagens para o desenvolvimento de conteúdos do currículo. Os artigos dessa sessão refletem ideias apresentadas nas sessões anteriores e se oferecem como guias para professores e desenvolvedores de currículo. A Parte 4 captura o espírito da exploração matemática e o desenvolvimento ativo de estudantes através da descrição de investigações em sala de aula.

O livro é concluído com a Parte 5, focando em fatores importantes que influenciam a maneira como a Matemática é ensinada e aprendida e que deve ser considerada ao implementar as mudanças.

Chamamos à cena o Capítulo 3 desse livro (Parte 1), *Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving*, de autoria de Schroeder e Lester (1989). Esses pesquisadores afirmaram que, após uma análise do trabalho realizado durante a década de 1980, muito material havia sido desenvolvido até aquele momento, mas que esses materiais pouco ajudaram os professores a fazer da Resolução de Problemas o foco da matemática escolar para aquela década. Esse problema pode ter sido provocado, segundo os pesquisadores, pela ampla diferença existente entre concepções, individuais e de grupos, do que significava fazer da Resolução de Problemas o foco da matemática escolar (SCHROEDER; LESTER, 1989). Para Schroeder e Lester (1989), uma das melhores maneiras de compreender essas diferenças é distinguir entre três abordagens de ensino que, conforme disseram, já haviam sido identificadas por Hatfield em 1978: "(1) ensinar **sobre** resolução de problemas; (2) ensinar **para** resolver problemas; e (3) ensinar **via** resolução de problemas[25]". (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 32, tradução nossa).

Ensinar **sobre** resolução de problemas é trabalhar com o método proposto por Polya (1995) ou alguma pequena variação dele; no ensino **para**, o professor se concentra sobre as formas de como a Matemática a ser ensinada possa ser aplicada na resolução de problemas "rotineiros" ou "não rotineiros". Nessa abordagem, embora a aquisição de conhecimento matemático tenha uma importância primeira, o maior propósito da aprendizagem de Matemática é ser capaz de utilizá-la; no ensino **via** resolução de problemas, problemas são validos não só com o propósito de aprender Matemática, mas também como um meio fundamental de fazer isso. O ensino de tópicos matemáticos começa com uma situação problema que incorpora aspectos chave do tópico e técnicas materiais

[25] teaching *about* problem solving; (2) teaching *for* problem solving, (3) teaching *via* problem solving (Schroeder; Lester, 1989).

são desenvolvidas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. O objetivo da aprendizagem matemática é transformar certos problemas "não rotineiros" em "rotineiros" (*Ibid.*).

Esses autores relataram que, diferente das duas primeiras abordagens (**sobre** e **para**), a terceira (**via**) é mais consistente com as recomendações dos Padrões do NCTM[26], quando dizem que:

> (1) conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas; (2) o desenvolvimento de processos de pensamento superior é fomentado através de experiências de resolução de problemas; e (3) o ensino de matemática tem lugar numa pesquisa orientada, num ambiente de resolução de problemas. (NCTM, 1987 apud SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 34)

No capítulo 6 do livro do ano de 1989, chamado *Thinking Strategies: Teaching Arithmetic through Problem Solving*, Paul Cobb e Graceeann Merkel falam sobre estratégias e sobre o papel delas no ensino de aritmética através da Resolução de Problemas. São apresentados os objetivos do ensino de estratégias-de-pensamento (*thinking-strategy*) e, no tópico sobre Resolução de Problemas, esses autores se referem à abordagem *the problem-centered approach* ou "abordagem centrada em problemas". Segundo eles, a "abordagem centrada em problemas" tenta alcançar os objetivos do ensino de estratégias de pensamento pelo desenvolvimento de um cenário em que a criança pode inventar e discutir suas próprias estratégias em situações de resolução de problemas, trabalhando em grupos (COBB; MERKEL, 1989).

Dois outros capítulos desse livro se referem a atividades realizadas com crianças em sala de aula, sendo a Resolução de Problemas a abordagem metodológica. São eles: *Language Experiences: a Base for Problem Solving* (IRONS; IRONS, 1989); e *Using "Part-Whole" Language to Help Children Represent and Solve Word Problems* (RATHMELL; HUINKER, 1989). Nessas pesquisas, as crianças trabalharam em situações de ensino que tiveram a

---

[26] A pesquisa de Schroeder e Lester é de 1989, mesmo ano da publicação da versão oficial do *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989). O fato de esses pesquisadores já fazerem referência em 1989 aos Padrões, nos leva a considerar que falam de uma versão preliminar do *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1987), divulgada em 1987.

Resolução de Problemas como estratégia. Seus resultados revelaram que as crianças puderam construir significados mais amplos sobre operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), possibilitados pela resolução de "problemas com enunciado". Além disso, tiveram a compreensão conceitual necessária para analisar sucessivamente "problemas com enunciado" mais complexos do que os que haviam sido inicialmente propostos.

O que se pôde concluir em relação aos três últimos capítulos citados, todos pertencentes à Parte 3 do livro, é que eles se referem a resultados de pesquisas realizadas em sala de aula, com professores e estudantes vivenciando a Resolução de Problemas na prática. Por essa razão, como dissemos antes, esses capítulos, bem como os demais apresentados nessa parte, se oferecem como guias para professores e desenvolvedores de currículo.

Dando continuidade a algumas das importantes pesquisas publicadas no ano de 1989, destacamos os resultados do *The Research Agenda Project,* conduzido pelo NCTM e apoiado pela *Nacional Science Foundation* (NSF), que culminou com a publicação de cinco livros, os quais serão apresentados logo adiante, que refletem o interesse do projeto em desenvolver uma agenda de pesquisa para guiar o ensino e a aprendizagem de Matemática. O "pontapé" inicial desse projeto ocorreu em uma conferência realizada na Universidade da Georgia em 1967, exatamente 20 anos antes da conferência que definiu o *The Research Agenda Project*. De acordo com o livro *Setting a Research Agenda* (NCTM, 1989), um dos cinco livros resultantes do projeto, esses 20 anos serviram para uma melhor definição das áreas temáticas selecionadas para a pesquisa. São elas: (1) t*eaching and assessing problem solving;* (2) e*ffective mathematics teaching;* (3) *teaching and learning algebra;* (4) *number concepts in the middle grades*. (NCTM, 1989). As razões para a escolha desses temas e não de outros, como o ensino de Geometria, por exemplo, não foram explicitadas no documento.

Além do *Setting a Research Agenda*, o NCTM e a *Lawrence Erlbaum Associates* publicaram, em 1989, os livros, (1) *Teaching and Assessing Problem Solving* (NCTM, 1989)*; (2) Effective Mathematics Teaching* (NCTM, 1989)*; (3) The Learning and Teaching of Algebra* (NCTM, 1989)*; (4) Middle School Number Concepts* (NCTM, 1989), abordando temas específicos da Educação Matemática.

Muitas outras publicações, resultados de pesquisas importantes sobre Resolução de Problemas, datam de 1989. No que foi exposto até este momento do texto é notável a participação do NCTM na produção e publicação de pesquisas arbitradas, cuja tônica é ensino, aprendizagem e Resolução de Problemas.

Na década seguinte, 1990, a pesquisa sobre Resolução de Problemas continuou se desenvolvendo e o NCTM teve forte influência nesse movimento. Após a publicação do livro *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989), esse conselho publicou outras três obras com o propósito de difundir normas para o currículo, o ensino e a avaliação de Matemática. São elas: *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM, 1991)*; Assessment Standards for School Mathematics* (NCTM, 1995)*;* e *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), esse ultimo é conhecido internacionalmente como *Standards* 2000.

Os *Standards* 2000 foram traduzidos para o português (Portugal) pela Associação de Professores de Matemática (APM), em 2007 (primeira edição). Uma segunda edição foi publicada pela APM em 2008, sendo essa a obra consultada para a escrita deste texto. No “Prefácio à edição portuguesa”, escrito por Henrique Manoel Guimarães, sobre os *Standards 2000*, foi dito que

> Esse novo documento pretende proporcionar uma “orientação” e uma “visão” global para a Matemática escolar integrando as críticas e reflexões motivadas pela experiência da implementação dos documentos que o precederam e, tal como as Normas [Padrões] para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar (NCTM, 1989/1991) [Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar], apresenta-se como “um recurso” e para “servir de orientação para todos os responsáveis pelas decisões que afectam a educação matemática”. (GUIMARÃES, 2008, p. ix)

Guimarães afirmou que muitas das ideias, orientações e propostas apresentadas nos livros anteriores, se referindo aos Padrões publicados em 1989, 1991 e 1995, foram retomadas e aprofundadas nos *Standards* 2000, embora existam importantes diferenças, quer na estrutura do documento, quer no conteúdo proposto. Sobre essas diferenças, destaca-se a apresentação de seis Princípios – Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia, que antecedem a apresentação dos novos Padrões, constituindo o seu enquadramento e fundamentação. O Princípio da Equidade deve ser trabalhado com vistas a uma “Educação Matemática para todos” de forma que os conceitos de “excelência” e “equidade” não sejam compreendidos como opostos, mas ao contrário, “excelência na educação matemática exige equidade” (GUIMARÃES, 2008, p. ix).

Quanto aos Padrões, esses descrevem os “conteúdos e processos matemáticos” propostos para a aprendizagem dos alunos. São dez padrões, comuns a todos os níveis escolares, sendo que os cinco primeiros são dedicados a temas de conteúdo matemático – Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidades, e os demais, os outros cinco, são relacionados a processos matemáticos – Resolução de Problemas, Raciocínio e Demonstração, Comunicação, Conexões e Representação. Como se pode verificar, a Resolução de Problemas é um dos Padrões de Procedimento, perpassando por todos os conceitos e conteúdos matemáticos. Sobre esse aspecto, Schoenfeld (2008) afirmou que isso foi possível, pois os *Standards* 2000 foram produzidos por pessoas que conheciam a pesquisa em Resolução de Problemas e, por essa razão, ela foi incorporada nos objetivos do ensino.

Além de ser um documento que reflete resultados de pesquisas realizadas pelo NCTM há mais de três décadas, os *Standards 200*0 incluem “uma série de exemplos de atividades de sala de aula, de trabalho de alunos, e de situações que ilustram determinadas posições defendidas no texto” (NCTM, 2008, p. xviii).

Sobre a produção de pesquisa em Resolução de Problemas na década de 1990, a literatura afirma que ela não foi objeto de investigação, *per si*, com o mesmo ânimo que o das duas décadas que a antecederam. Lester (1994), no início dessa década, a caracterizou como pouco significativa e atribuiu essa produção aos modismos “que vêm e que vão” na pesquisa. Em consonância com Lester (1994), Schoenfeld (2008) disse que a pesquisa sob a bandeira da Resolução de Problemas foi pouco hasteada nessa década, pois a atenção se voltou para outras áreas, que incorporaram ideias dela advindas. Esse mesmo pesquisador destaca que na década de 1990 houve progresso na investigação sobre Resolução de Problemas, mas assumindo outras formas.

Um exemplo dessas “outras formas”, conforme Lester (1994), está nas concepções que subjazem a expressão “resolução de problemas”. Para Lester, foi a partir de 1990 que a Resolução de Problemas começou a ser trabalhada sob o olhar do **através de**, ampliando o que disseram Schroeder e Lester em 1989, há pouco trazido para este texto, quando apresentaram as concepções de ensino de matemática **sobre**/**para**/**via** resolução de problemas.

Onuchic (1999) concorda com esses pesquisadores ao dizer que, a partir de 1990, ensinar matemática **através da** Resolução de Problemas indica que os problemas matemáticos são importantes não somente como um propósito de se aprender Matemática, mas também como um primeiro passo para se fazer isso. Nessa abordagem, de acordo com essa pesquisadora, o “ensino-aprendizagem” de um conceito matemático deve começar com uma situação problema que expressa aspectos-chave desse conceito

> e técnicas Matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis à situação-problema dada. O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos). (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 222)

Onuchic (1999) relata que, com todas as recomendações de trabalho com Resolução de Problemas, pesquisadores passaram a questionar o ensino e o efeito de estratégias e modelos. A perspectiva didático-pedagógica da Resolução de Problemas passa a ser o cerne de discussões nos Estados Unidos e vê-se que a Resolução de Problemas deve ser pensada como metodologia de ensino, conferindo-lhe mais sentido e maior significado – em concordância com o que apregoavam documentos oficiais – naquele cenário, depois de quase uma década ensinando **sobre** resolução de problemas e ensinando matemática **para** resolver problemas. Essa pesquisadora diz ainda que o problema matemático passaria a ser olhado como o disparador do processo de construção do conhecimento, se tornando o elemento primeiro das aulas de Matemática, seguido da formalização de conceitos. Os conhecimentos prévios de que dispunham os alunos seriam pressupostos para a resolução de problemas e o professor o mediador do processo.

A pesquisa de John A. Van de Walle, que culminou com a publicação do livro *Elementary and Middle School Mathematics – teaching developmentally*, em

2001, é mais uma das produções desenvolvidas na década de 1990 que revela uma "outra forma" da Resolução de Problemas. Esse pesquisador nos apresenta em um único livro um estudo sistemático sobre Resolução de Problemas, onde é possível verificar os mais importantes aspectos relativos ao movimento de reforma do ensino de Matemática, liderado pelo NCTM com o lançamento dos *Standards* 2000, resultado de mobilizações de educadores matemáticos desde a década de 1970, alguns inclusive já discutidos neste texto.

O livro de Van de Walle foi desenvolvido em conformidade com o que disseram os *Standards* 2000, bem como aos demais Padrões do NCTM publicados antes do ano 2000. Ele é dividido em três sessões principais, sendo a primeira chamada *Foundations of Teaching Mathematics I*, a segunda, *Development of Mathematical Concepts and Procedures* e, a terceira, *Issues and Perspectives*, todas voltadas ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática em todas as suas dimensões. Dentre as sessões, a primeira é a que está diretamente relacionada com nosso objeto de estudo, pois nela, o autor enfatiza o ensino de Matemática em um contexto de reforma, discute o que significa "fazer" matemática, aborda o desenvolvimento da Matemática com compreensão, teoriza e apresenta possibilidades de que o ensino de Matemática seja trabalhado através da Resolução de Problemas e, por último, constrói a avaliação nesse contexto de ensino. O capítulo 4, primeira sessão, foi totalmente voltado a discutir a Resolução de Problemas como estratégia de ensino. Nele, o autor teoriza sobre Resolução de Problemas, apresenta tarefas para a aprendizagem Matemática sob essa abordagem, bem como, explora as fases de desenvolvimento de uma aula, dividindo-a em três partes: "antes", "durante" e "depois". Além disso, Van de Walle ressalta a importância do processo de preparar e selecionar tarefas eficientes e fala do ensino **sobre** Resolução de Problemas. Nesse último tópico, o autor discute a metacognição e enfatiza a necessidade de que, em todo o processo de Resolução de Problemas, enquanto os alunos aprendem, os objetivos da tarefa sejam de conhecimento do professor, que deverá recuperá-los a todo o momento.

De acordo com Van de Walle, sua experiência lhe mostrou que professores mais eficientes são aqueles que possuem a melhor compreensão sobre o modo como as crianças aprendem e que sabem conduzir o ambiente de sala de aula que tem a Resolução de Problemas como abordagem metodológica.

Cabe agora retomar o contexto já discutido neste texto quando citamos as reformas ocorridas nas décadas de 1930 a 1950, dizendo que o currículo foi orientado por teorias psicológicas. Foi no contexto da “Aprendizagem Significativa”, teoria proposta por Brownell, que a Resolução de Problemas foi apresentada por George Polya como possibilidade de “fazer” Matemática e, em 2001, Van de Walle, em um novo contexto de reforma, apresenta uma sistematização de um movimento que vinha ganhando força desde a década de 1970, com o fim do movimento *Back do Basics*. Esse pesquisador ressalta que os princípios sugeridos nos *Standards* 2000 tiveram repercussão em todo o mundo.

No ano de 2003, o NCTM lançou o *Teaching Mathematics through Problem Solving – Prekindergarten-Grade 6* (NCTM, 2003) e o *Teaching Mathematics through Problem Solving – Grades 6-12* (NCTM, 2003). O primeiro livro teve Frank k. Lester Júnior como editor e o segundo foi editado por Harold L. Schoen. Esses livros, segundo os editores, representam uma séria tentativa de fornecer, a professores, coerência e direção no trabalho com Resolução de Problemas, em consonância com o que dizem os *Standards* 2000, quando afirmam que a Resolução de Problemas “pode servir como um veículo para a aprendizagem de novas ideias e habilidades matemáticas” (NCTM, 2000, p. 182 apud NCTM, 2003, p. x, tradução nossa). Ainda, de acordo com esses editores, na conceituação desses volumes, o painel editorial foi guiado por aquilo que ele via como a mensagem central de todos os quatro documentos *Standards* do NCTM, isto é, sua ênfase em ver o ensino da sala de aula de Matemática como um sistema. As dimensões de um sistema, disseram os editores, citando Hiebert et al. (1997), são cinco: “(1) a natureza das tarefas da sala de aula; (2) o papel do professor; (3) a cultura social da sala de aula; (4) ferramentas matemáticas como suporte para a aprendizagem; e (5) equidade e acessibilidade” (NCTM, 2003, p. x, tradução nossa).

Os capítulos desses livros descrevem, juntos, com algum detalhe, as características de um sistema de sala de aula chamado “ensinando matemática através da resolução de problemas” no qual o objetivo central é o de levar o estudante a desenvolver a compreensão profunda de conceitos e métodos matemáticos.

Quando, a partir do ano de 1989, a Matemática e seu ensino passaram a serem consideradas sob a perspectiva do "através de", a Resolução de Problemas ganhou *status* de Metodologia. Desde então, nos apropriando do que disse Hiebert et al., citado pelo NCTM (2000), um sistema de sala de aula que se constitui como aquele em que estudantes aprendem conceitos e conteúdos sempre a partir de problemas é aquele que tem a Metodologia Resolução Problemas como sua "maestrina".

Onuchic e Allevato (2011, p. 81), embebidas das orientações dos *Standards* 2000, consideram que na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, "o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos, novos conteúdos" e novos procedimentos. Nessa teoria, a expressão "Ensino-Aprendizagem-Avaliação" indica que enquanto o professor ensina, o estudante aprende, sendo a avaliação integrada ao ensino para promover a aprendizagem. Embora à primeira vista possa haver discordância por parte de alguns, no sentido de que uma situação de ensino pode não implicar na ocorrência de aprendizagem, ou mesmo que a aprendizagem pode (e deve) ocorrer em outros contextos não diretamente relacionados ao ensino, na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas busca-se atingir integralmente essa tríade.

Nas décadas subsequentes à de 1990, inclusive, a produção de pesquisa sobre Resolução de Problemas continuou a florescer, como vimos nas pesquisas trazidas para este texto, de Van de Walle (2001), NCTM (2000; 2003), Schoenfeld (2008) e Onuchic e Allevato (2011), por exemplo, com pesquisadores se propondo novos desafios no sentido de avançar com a teoria. O maior deles "tem sido o de se mover de descrições estruturais – „O que afeta o sucesso ou fracasso na resolução de problemas?‟ – para descrições teóricas e explicações de como e por quê as pessoas fazem as escolhas que fazem enquanto estão engajadas na resolução de problemas matemáticos" (SCHOENFELD, 2008, p. 541, tradução nossa).

Mais recentemente, em 2011, tem-se buscado investigar a aceitação da Resolução de Problemas como "uma forma de *Filosofia de Educação Matemática*, dado seu alcance ao trabalho de alunos, professores, ensino, aprendizagem, avaliação, trabalho cooperativo e colaborativo, trabalho do professor em sala de aula, reflexão na ação e sobre a ação..." (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85, grifo das autoras). Onuchic e Allevato (2011), ao afirmarem que a Resolução de Problemas tem matiz filosófico, basearam-se em interpretações de filosofias contemporâneas da Educação Matemática.

Desejando dar continuidade à esta investigação, buscar-se-á a partir deste momento do texto ampliar esta pesquisa para além do que disseram publicações sobre Resolução de Problemas em termos de artigos nacionais e internacionais, livros e documentos oficiais, como os que foram até aqui analisados. No processo de construção do alicerce de um projeto que vai se materializando com o exercício da escrita, isto é, na revisão de literatura sobre Resolução de Problemas, vimos uma convergência nos artigos consultados que indica um movimento discreto, porém importante, de pesquisas realizadas sobre a temática Resolução de Problemas na década de 1990. Apesar desse "movimento discreto", é um equívoco considerar sua inexistência e vimos isso em quantidade neste texto. Visando trazer à cena a produção de pesquisa sobre Resolução de Problemas tanto antes da década de 1990 quanto depois, daremos início a uma nova etapa da pesquisa, indo buscar em documentos produzidos nos ICMEs indícios de pesquisas sobre Resolução de Problemas. Esse exercício permitirá a esta pesquisadora tecer considerações sobre esse tema, num "tempo recortado" que vai de 1969 a 2008, com a ocorrência desde o primeiro ao décimo primeiro ICME. Antes, porém, considerando a necessidade de "voltar ao passado", a um passado que não está assim tão longe, é preciso olhar para a prática que se ocupa de investigar "rastros" deixados no presente pelo passado e buscar, em um exercício intelectual, fazer deles fatos. Essa prática se constitui da escrita historiográfica.

No Capítulo 3, chamado "Historiar", dissertarei sobre aspectos teóricos da pesquisa em história, com o intuito de contextualizar esta pesquisa no rol das pesquisas sob essa temática. Ainda nesse Capítulo 3, serão apresentadas considerações metodológicas, no âmbito do que fazem pesquisadores em História da Educação Matemática quando recorrem a objetos e materiais utilizados por pesquisadores da História Cultural[27], uma vez que a prática historiográfica “requer, como qualquer prática, cuidados metodológicos, pois uma “ciência” se define não apenas por seus objetos, mas também por seus métodos” (GARNICA, 2013, p. 57).

É importante ressaltar que escrever uma tese na perspectiva da história não implica em que esta pesquisadora se considere historiadora, mas alguém que busca melhor compreender seus domínios, que não são a Historiografia.

[27] A nova história é a história escrita como uma reação deliberada contra o “paradigma” tradicional, ou a visão do senso comum da história. Ela se interessa por virtualmente toda a atividade humana. “Tudo tem uma história”, tudo tem um passado que pode ser construído e relacionado ao restante do passado. Daí a expressão “história total”. O que, no paradigma tradicional, era considerado praticamente imutável é agora encarado como uma “construção cultural” (BURKE, 2011).

4 Historiar

> [...] a história constitui um dentre uma série de discursos a respeito do mundo. Embora esses discursos não criem o mundo (aquela coisa física na qual aparentemente vivemos), eles se apropriam do mundo e lhe dão todos os significados que têm. O pedacinho de mundo que é o objeto (pretendido) de investigação da história é o passado (JENKINS, 2013, p. 23).

4.1 A pesquisa em história

Uma vez que decidiu-se pesquisar sobre Resolução de Problemas em uma perspectiva histórica, fez-se necessário olhar para o que diz a literatura de pesquisa nessa área.

Valente (2007, p. 29), falando sobre o “lugar” ocupado pela pesquisa em História da Educação Matemática, afirma que ela “[...] está inscrita no campo da história. Mais, especificamente, ela reporta-se à história da educação”. Dessa forma, o referencial teórico trazido para este texto se ocupa da pesquisa em história e dos modos de “fazer história” segundo perspectivas que, hoje, circunstanciam a pesquisa em História da Educação Matemática.

A escolha pelo título deste capítulo, na palavra “Historiar”, foi inspirada na pesquisa de Souto (2006, p. 117):

> [...] Historiar é fazer ciência e arte. É fazer a ciência dos homens em sociedade no tempo. É perscrutar consciências humanas e analisar a dinâmica das sociedades e, no interior delas, a movimentação dos homens. Historiar é vasculhar no fundo das eras e trazer de volta à vida não o passado, por natureza inacessível, mas o conhecimento que dele podemos alcançar. [...] Em particular, historiar é, para nós, aprendizes de historiadores, lançar-se à aventura de adentrar-se por searas que não as nossas, arriscando a andar às vezes sem rumo certo, mas encorajados pelo fascínio do caminho que se vai fazendo ao caminhar.

Particularmente a afirmação dessa pesquisadora, ao dizer que “historiar é lançar-se à aventura de adentrar-se por searas que não as nossas”, retrata o papel que será desempenhado por esta pesquisadora no exercício da escrita que ora se inicia. Esse sujeito, o que adentra por searas que não as nossas, é descrito por Garnica (2013) como aquele que se apropria “desse modo de conhecer e fazer para compreender nossos domínios que não são a Historiografia „em si‟” (p. 57). Assumida essa condição, a de aprendiz que não faz da historiografia um ofício, um próximo passo foi o de buscar um diálogo com referências as quais acredita-se oferecer o instrumental necessário para a “operação historiográfica” aqui empreendida.

A escrita deste capítulo foi orientada por Certeau (2013) e Jenkins (2013), como também pela pesquisa dos pesquisadores brasileiros, que se situam na relação entre História e Educação Matemática, como Valente (2007), Garnica (2010, 2013) e Luchese (2014).

Encarar a história como uma operação será

> [...] tentar, de maneira necessariamente limitada, compreendê-la como a relação entre um *lugar* (um recrutamento, um meio, uma profissão, etc.), *procedimentos* de análise (uma disciplina) e a construção de um *texto* (uma literatura). É admitir que ela faz parte da “realidade” da qual trata, e que essa realidade pode ser apropriada “enquanto atividade humana”, “enquanto prática”. (CERTEAU, 2013, p. 46-47)

De acordo com Certeau (2013, p. 47), “toda pesquisa historiográfica se articula com um lugar de produção socioeconômico, político e cultural” implicando sua elaboração às imposições, aos privilégios e às regras desse lugar. Esse autor considera que “é em função desse lugar que se instauram os métodos, que se delineia uma topografia de interesses, que os documentos e as questões, que lhes serão propostas, se organizam” (*Ibid*.). Além disso, a pesquisa historiográfica é enraizada em uma particularidade. E essa, na verdade, “[...] tem por atribuição desempenhar sobre o fundo de uma formalização explícita; por função, introduzir ali uma interrogação; por significação, remeter aos atos, pessoas e a tudo que permanece ainda exterior ao saber assim como ao discurso” (*Ibid*., p. 88).

A instituição e o lugar social, a partir do que disse Certeau, irão influenciar diretamente o discurso do historiador, que deve se valer de técnicas e métodos científicos (procedimentos de análise ou prática científica) para que a história (um texto) seja legitimada como ciência. Sobre esse aspecto, Jenkins (2013) nos lembra que, por mais que a história “seja autenticada, amplamente aceita ou verificável, ela está fadada a ser um constructo pessoal, uma manifestação da perspectiva do historiador como „narrador"" (p. 32). Seu posicionamento coaduna com o de Certeau (2013), supracitado, quando afirmou que a pesquisa historiográfica é enraizada em uma particularidade. Assim, o texto (a literatura) produzido expressa **uma** faceta do passado (**uma** história), sobre **um** determinado objeto, na visão de **um** historiador. "Mude o olhar, desloque a perspectiva, e surgirão novas interpretações" (JENKINS, 2013, p. 35).

Entretanto, essas interpretações são "vigiadas" pois, na visão de estudiosos como Marwick (1970), Thompson (1979) e Elton (1969), citados por Jenkins (2013), o uso de regras e de procedimentos metodológicos, além de contribuir com a legitimação da pesquisa, servem para limitar a liberdade interpretativa dos historiadores. Sobre esse aspecto, Jenkins (2013) diz que seu argumento é outro pois, para ele, o que em última análise determina a interpretação, está para além do método e das provas, mas na ideologia. Segundo esse pesquisador, "embora a maioria dos historiadores concorde que um método rigoroso é importante, existe o problema de saber a qual método rigoroso eles se referem" (p. 36).

Na verdade, Jenkins (2013) quer despertar nossa atenção para o que antes fora um hábito comum na operação historiográfica: o aceite, sem reflexão, de algumas "verdades universais". Como ele mesmo diz, a história é um constructo pessoal que, mesmo o pesquisador recorrendo a regras e a procedimentos metodológicos, ele é, sempre já, guiado por suas predileções, pressuposições, que moldam a escolha do material, a interpretação do objeto. Enfim, para explicar o passado, os pesquisadores vão além do efetivamente registrado, formulando hipóteses, seguindo os modos de pensar do presente.

Essa visão é compartilhada por Certeau (2013), quando afirma que "toda interpretação histórica depende de um sistema de referência; que esse sistema permanece uma „filosofia" implícita particular; que, infiltrando-se no trabalho de análise, organizando-o à sua revelia, remete à „subjetividade" do autor" (p. 48).

Se a operação historiográfica se refere à combinação de um *lugar* social, de *práticas* „científicas" e de uma *escrita* (CERTEAU, 2013), para que ela se inicie é preciso estabelecer uma origem, que não deve ser compreendida em seu sentido vulgar, como um começo que se explica. A "origem é um ponto arbitrário, fixado pelo historiador, a partir do qual uma narrativa se desenrola. Origem alguma justifica permanência, pois a trama da História não se deixa prender calmamente como uma linha num novelo a ser desenrolado" (GARNICA, 2013, p. 53). Aliás, conforme Garnica, o novelo não é uma metáfora para a História, mas o rizoma, "um fio que subdivide em inúmeros fios que se confunde com outros fios, sem começo nem fim, só des-começos infinitos [...]" (*Ibid*.). O relato inscreve, pois, em toda a superfície da sua organização, essa referência inicial, chamada aqui de origem, e imperceptível, que é a condição de historicização, ou seja, um limite que "não é *nada*, ou que não tem outro papel que não seja o de ser um limite" (CERTEAU, 2013, p. 96, grifo do autor).

O limite assumido nesta pesquisa se refere à passagem do século XIX para o século XX, mais especificamente, no âmbito da orientação do currículo por teorias psicológicas de aprendizagem, como foi visto no Capítulo 2. Esse recorte não ocorreu de forma ingênua, mas por uma convergência na literatura que indica, nesse período, o interesse crescente de matemáticos, educadores matemáticos e psicólogos em repensar práticas vigentes no ensino de Matemática. Com maior interesse, buscou-se por indícios na literatura sobre o momento em que a resolução de problemas passa a ser alvo de discussões. Assim, com importantes "rastros" encontrados no livro *The new methods in arithmetic*, de Edward Lee Thorndike, sobre técnicas de resolução de problemas, seguiu-se por mais duas décadas e identificou-se, na pesquisa do matemático George Polya, por meio do livro A arte de resolver problemas, forte interesse desse pesquisador no trabalho com resolução de problemas e heurísticas. Esse momento da história é reconhecido pela literatura como o início da teoria Resolução de Problemas, como já foi citado neste texto.

Assumida a arbitrariedade da origem e, conforme disse Certeau, certos de que "fazer história" é uma prática, é preciso estabelecer fontes.

Para Certeau (2013),

> em história, tudo começa com o gesto de *separar*, de reunir, de transformar em "documentos" certos objetos distribuídos de outra maneira. Essa nova distribuição cultural é o primeiro trabalho. Na realidade, ela consiste em *produzir* tais documentos, pelo simples fato de recopiar, transcrever ou fotografar esses objetos mudando ao mesmo tempo o seu lugar e o seu estatuto. (*Ibid*., p. 69)

Notem que Certeau ressalta a palavra documentos com o uso das *aspas*. Por “documentos” entendem-se indícios, produções humanas, construções instituidoras de sentidos e significados humanos que precisam ser montados e desmontados (LUCHESE, 2014) e, o resultado dessa elaboração, de um raciocínio, a partir das marcas do passado, constituído em “fatos” (VALENTE, 2007). Entretanto, o trabalho do historiador não se resume em juntar documentos e deles chegar aos fatos, mas no questionamento sobre o que precede o estabelecimento dos fatos, ou seja, quais são as questões do historiador, suas hipóteses iniciais. Por essa razão “não existem fatos históricos por natureza. Eles são produzidos pelos historiadores a partir de seu trabalho com as fontes, com os documentos do passado, que se quer explicar a partir de respostas às questões previamente elaboradas” (*Ibid*., p. 32). E, mesmo as fontes, diz Valente (2007), elas ganham esse *status* a partir das hipóteses a questões formuladas pelo historiador aos documentos.

Dessa forma, a distribuição de objetos “de outra maneira” constitui o que em história se diz “produzir documentos”. Esses, por sua vez, são transformados em fontes, que são transformadas, na ação intelectual do historiador, em fatos, que se revelam em um espaço produzido como texto. É nos meandros dessa operação que a afirmação de Certeau (2013), ao dizer que longe de aceitar os “dados” o historiador os constitui, toma forma.

Certeau (2013) diz que

> o material é criado por ações combinadas, que o recortam do universo do uso, que vão procurá-lo também fora das fronteiras do uso e que o destinam a um reemprego coerente. E o vestígio dos atos que modificam uma *ordem* recebida e uma *visão* social. Instauradora de signos, expostos a tratamentos específicos, essa ruptura não é, pois, nem apenas nem primordialmente, o efeito de um “olhar”. É necessária aí uma operação técnica (p. 69-70, grifo do autor).

Diante disso, pode-se perguntar: “Como trabalhar com os documentos?”. Prost (1996), citado por Valente (2007), diz que é necessário estabelecer uma crítica aos documentos, mas que dificilmente ela pode ser realizada por historiadores iniciantes, uma vez que, para fazê-la, é preciso conhecer muito sobre as temáticas emergentes nesses documentos e sobre o lugar e o momento aos quais se referem, ou seja, a crítica se constitui, ela mesma, uma história. Essa crítica, afirmou Valente (2007), apoiado em Prost (1996), se apresenta de duas maneiras: uma interna e outra externa. A externa se refere à análise das características materiais do documento. A interna olha para a coerência do texto em relação à sua compatibilidade com o contexto social no qual ele foi produzido e aos fatos a que ele se refere.

Em um primeiro contato com a afirmação de Prost (1996), uma debutante no ofício de historiador, como no caso desta pesquisadora, por exemplo, sente que sua pesquisa terminou antes de ela ter sido iniciada. Entretanto, em sua pesquisa, Valente (2007) dá um exemplo esclarecedor sobre o que vem a ser essa análise crítica, se referindo a livros didáticos como "„traços" que o passado nos deixou. Uma vez interrogados, os livros didáticos constituem-se, por essas questões, excelentes fontes de pesquisa permitindo, ao historiador, a construção de fatos históricos como resposta a elas.

O exemplo citado por Valente (2007) se refere à implantação, no Brasil, do livro Elementos de Geometria, de Alexis-Claude Clairaut, traduzido para o português por José Feliciano, em 1892, cento e cinquenta anos depois de sua primeira edição ter sido publicada na França. Desperta a atenção o fato de esse livro ter sido adotado no Brasil tantos anos após sua primeira edição. A partir dessa inquietação, hipóteses poderiam ser formuladas pelo historiador, desejando compreender as razões que levaram os interessados a adotar um livro "tão antigo". Essas hipóteses são testadas à medida que se avança na leitura do documento. Assim,

> a leitura inicial desse documento [livro de Clairaut] seria acompanhada de interrogações, motivadas desde a capa da obra. Por exemplo: que informação é possível obter sobre o autor do livro? [...] Por que razão, um livro publicado na França, em meados do século XVIII, veio a ser editado em São Paulo [...] numa versão portuguesa, cento e cinquenta anos depois? (VALENTE, 2007, p. 43-44).

Buscar respostas para esses questionamentos é situar o livro ao contexto em que ele foi produzido, a seu grupo social, às necessidades da época. É fazer dos "rastros", fontes, e delas, fatos. É exercer o que Prost chamou de crítica interna e externa. É, ainda, um exercício que possibilita o avanço do conhecimento histórico. Como diz Luchese (2014, p. 144): "é preciso saber fazer perguntas, questionar e dialogar com os documentos, pois somente com perguntas é que podemos avançar na produção do conhecimento histórico".

Como foi antes enunciado, a pesquisa historiográfica se articula com um "lugar" de produção, com "práticas científicas" e uma "escrita". É em função desse lugar que métodos se instauram, que se delineia uma topografia de interesses, que os documentos e as questões, que lhes serão propostas, se organizam. Nesta pesquisa, de cunho historiográfico, os *proceedings* e demais documentos oriundos do *International Congress on Mathematical Education* – ICMEs se mostraram como o "lugar" físico, espacial e social de investigação. Com efeito, as razões de relacionar esse "produto" a um "lugar" constituem a primeira tarefa de uma epistemologia do conhecimento histórico, conforme já disse Certeau (2013) neste texto.

Valendo-se da afirmação de Prost (1996) sobre a necessidade de se fazer uma crítica aos documentos, uma interna e outra externa, uma interrogação inicial sobre o modo como são apresentados os textos dos *proceedings*, e sua eficiência para a pesquisa que nos propusemos realizar, nos levou a considerar como fontes os demais documentos produzidos nos ICMEs que, como já dissemos no Capítulo 1, no tópico 1.3 "Interrogações Iniciais → problematizando a fonte", se referem aos livros proceedings, livros de resumos de comunicações curtas e de pôsteres, livros de palestras selecionadas, livros extras, livros de programação final e discos compactos (CDs).

Certeau (2013) compara esse trabalho com as fontes ao isolamento de um corpo, "[...] como se faz em física, e em „desfigurar" as coisas para constituí-las como peças que preencham lacunas de um conjunto proposto *a priori*. Ele forma a *coleção*" (p. 69).

Com a coleção,

> [...] o colecionador se torna um ator na cadeia de uma *história por fazer* (ou por refazer), de acordo com as novas pertinências intelectuais e sociais. Dessa maneira, a coleção, produzindo uma transformação dos instrumentos de trabalho, redistribui as coisas, redefine unidades de saber, instaura um lugar de recomeço, construindo uma "máquina gigantesca" (Pierre Chaunu) que tornará possível uma outra história CERTEAU, 2013, p. 71).

Assumindo a condição de “colecionador”, há agora uma “história por fazer”, ou por dar continuidade caso se assuma que seu começo se deu quando foi decidido o tema de investigação desta pesquisa e quando se transformou discurso em prática. O desafio agora consiste em, a partir de um lugar, preencher as “lacunas de um conjunto proposto *a priori*”, com as interrogações, que no rito de transição do discurso para a escrita, que se constituiu como o texto até aqui exposto, permitiu a esta pesquisadora melhor definir o caminho a ser percorrido na investigação que está por vir, que se voltará para o modo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa da Educação Matemática. Para esse estudo histórico, “dialogar-se-á” com as fontes selecionadas, isto é, com os já citados documentos produzidos nos ICMEs. A apresentação dessa produção se dará por meio de um inventário, onde se pretende responder às interrogações inicialmente levantadas e a seguinte questão de pesquisa:

“Como se dá o processo de inclusão da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa da Educação Matemática a partir de documentos produzidos nos ICMEs?”

A partir desta questão e do trabalho já realizado até aqui, foi possível situar esta pesquisa no processo de produção de conhecimento da comunidade científica em História da Educação Matemática, bem como da comunidade de pesquisa em Resolução de Problemas, possibilitando a esta pesquisadora expressar seus objetivos:

- Realizar um inventário sobre Resolução de Problemas junto aos documentos produzidos nos ICMEs
- Promover, sempre que possível, uma discussão sobre possibilidades e limites do inventário na investigação empreendida.
- Elaborar, a partir do inventário, uma discussão sobre o processo de penetração dos debates sobre Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática.

- Fazer do inventário fonte para que outras pesquisas historiográficas se constituam com ele e a partir dele.

Refletindo sobre os objetivos supracitados, ressalta-se que foi importante para esta pesquisadora buscar uma melhor compreesão do significado da palavra inventário, bem como o que dizem pesquisadores sobre o tema. Quanto aos dois objetivos seguintes ao primeiro, deseja-se que, no exercício de escrita do Capítulo 5, se possa responder à questão de pesquisa esboçada na página anterior e, assim, às interrogações iniciais, como também expressar o posicionamento desta pesquisadora em relação a novas possibilidades que forem surgindo no decorrer da investigação. Já em relação ao último objetivo da lista, acredita-se que outras interpretações poderão surgir se o inventário, construído em atendimento ao primeiro objetivo, for exposto a outras interrogações. Essa possibilidade é assumida ao se considerar, coadunando com o que disse Jenkins (2013) neste texto, que a história é um constructo pessoal, uma manifestação da perspectiva do historiador como narrador. Por essa razão, novas interrogações colocadas ao inventário estarão sujeitas a outras interpretações. Em suma, esse inventário será constituído por fontes das quais nós mesmos iremos nos nutrir, bem como outros poderão fazê-lo, para formar determinados objetos de pesquisa (GARNICA, 2010).

4.2 **Inventariar**

Quando foi decidido que o procedimento adotado para a escrita historiográfica, considerando as fontes escolhidas, seria a apresentação da pesquisa em um inventário, esta pesquisadora recorreu ao que diz o dicionário sobre essa palavra e ao que disseram outros pesquisadores, numa tentativa de refletir sobre seu significado.

No dicionário eletrônico "*etimologias.dechile.net*[28]", a palavra inventário vem do latim *inventarium* (lista, catálogo de coisas), o qual vem do verbo *invenire* (encontrar, achar). Os elementos léxicos de *invenire* são: *in* (o que ocorre

---

[28] Disponível em: < http://etimologias.dechile.net/?inventario> Acesso em: 05 ago. 2014.

dentro); a palavra *ventus*, que é o particípio do verbo *venire*; e o sufixo *ario*, que se refere a conjunto ou coleção. Assim, conforme a etimologia, o substantivo inventário pode ser compreendido como um “conjunto” ou “coleção”. Por sua vez, “inventariar” é colecionar coisas, dispô-las em um conjunto cujos elementos são aquilo que nos interessa. O “colecionador”, ao organizar os objetos inventariados, o faz à sua maneira, obedecendo às regras de uma crítica. Assim, pode-se dizer de um inventário como “aquilo que ocorre dentro” e que, nesse movimento, permite o encontro com dimensões que, listadas em um catálogo, formam uma coleção. O processo não é, portanto, dado, mas vai acontecendo: faz-se fazendo. Inventariar indica uma ação do fazer fazendo que, ao tomar uma direção em relação à “coisa”, não impede que outras venham...

Construir um inventário não é uma tarefa simples na opinião de pesquisadores como Garnica (2010), por exemplo. Esse pesquisador diz que “um estudo de sistematizações, porém, exige cuidado quanto aos aspectos hermenêuticos[29] subjacentes a qualquer leitura, posto que uma análise de sistematizações é uma leitura de outras leituras” (p. 260).

Garnica (2010, p. 261) se utiliza da palavra “sistematização” para fazer referência a vários estudos que têm como “[...] intenção principal compreender a produção de um determinado campo do conhecimento”. Assim, esse pesquisador considera expressões como “mapeamento”, “classificação”, “análise de produções”, “inventário”, “configuração”, “detecção de tendências”, dentre outras, como similares pois, aqueles que produziram pesquisas sob alguma dessas “bandeiras”, se dedicaram a

> [...] estudar, a partir de resíduos/manifestações/registros disponíveis (sejam trabalhos apresentados em eventos, sejam livros, artigos, dissertações e teses, etc.), o modo como o campo em questão vai se delineando e, a partir desse estudo, como que, numa conclusão desses esforços, explicitar ou sugerir categorias/classificações/tendências, cuja intenção precípua é apresentar, de forma às vezes sintética, às vezes descritiva, os resultados da trajetória analítica desenvolvida (GARNICA, 2010, p. 261).

---

[29] Hermenêutica, de modo geral, é “a classe de teorias que têm por objetivo estudar e propor sistematizações (teóricas) sobre o que é interpretar e como se interpreta. Assim, hermenêutica passa a ser também um adjetivo dado a teorias nas quais a interpretação ocupa um lugar central” (OLIVEIRA; ANDRADE, SILVA, 2013, p. 121).

Uma última afirmação de Garnica (2010), que interessa trazer para esta discussão, se refere, portanto, ao fato de que toda sistematização é uma leitura, resultado de um movimento de atribuição de significados, e que uma análise de sistematizações se refere à leitura de algumas leituras, o que torna o esforço do leitor tão complexo e discutível quanto o dos autores das referidas sistematizações.

> Toda classificação, ao mesmo tempo que torna algo manifesto, também esconde. Essa dificuldade intransponível, natural a todo e qualquer processo hermenêutico, não implica, porém, todas as leituras terem a mesma legitimidade ou plausibilidade. Feitas num tempo e espaço determinados, perpassadas ideologicamente pelas intenções do leitor, as leituras incorporam subjetividades e são natural e ideologicamente contaminadas pelos contextos em que são tecidas. (*Ibid*, p. 261-262)

Consciente da complexidade que é o processo de sistematização e, em concordância com Garnica (2010), certa da dificuldade instransponível do processo hermenêutico, cujas leituras são carregadas de subjetividade e contaminadas pelo contexto em que são tecidas, esta pesquisadora seguiu com as fontes escolhidas para a construção do inventário.

Dentre as possibilidades de organização e de apresentação de um inventário – sínteses, resumos, comentários de aspectos mais gerais, fichamentos – optou-se por descrever em detalhes, quando possível, por meio de comentários desta pesquisadora, os “rastros” sobre Resolução de Problemas encontrados nas fontes pesquisadas e que estejam em consonância com a questão de pesquisa há pouco apresentada. Essa escolha se justifica ao assumir a possibilidade de que esse inventário se constitua, também, como fonte, como um lugar de recomeço (CERTEAU, 2013), em que outras pesquisas historiográficas possam ser produzidas, orientadas por outros questionamentos. Em outras palavras, pretende-se construir um inventário que se constitua não só em atendimento aos objetivos que vimos perseguindo, mas, também, em uma “máquina gigantesca”, tornando possível uma outra história, como disse Certeau (2013) antes neste texto. Nesse caso, a descrição é fundamental, uma opção metodológica que satisfaz os interesses desta investigação. Para sua escrita, decidiu-se por apresentá-lo segundo a ordem cronológica da ocorrência dos eventos dos ICMEs, isto é, do ICME-I, realizado em 1969, em Lyon, na França, ao ICME-XI, realizado em 2008, em Monterrei, no México.

5 O cenário investigado: percorrendo rastros

5.1 O cenário investigado

> Nada, enquanto tal, é documento, mesmo que todo resíduo do passado seja potencialmente rastro... (RICOEUR, 2012, p. 189)

No livro “O fio e os rastros – verdadeiro, falso, fictício”, Carlo Ginzburg (2007, p. 7) narra a seguinte passagem: “Os gregos contam que Teseu recebeu de presente de Ariadne um fio. Com esse fio Teseu se orientou no labirinto, encontrou o Minotauro e o matou. Dos rastros que Teseu deixou ao vagar pelo labirinto, o mito não fala”.

No conto narrado por Ginzburg é claro o papel exercido pelo mito em ofuscar o que está “por baixo” do acontecimento. A previsibilidade do mito do Minotauro, que remete uma visão positivista da história, impede que “zonas opacas” tomem “lugar”. Essas zonas podem nos levar à construção de uma nova história, de uma outra história, que pode nos dizer mais sobre o acontecimento do que “o mito” resolvera nos dar a conhecer.

No Capítulo 2 foi apresentada uma trajetória da Resolução de Problemas como teoria, resultado de pesquisas em livros, artigos científicos nacionais e internacionais, e pesquisas apresentadas em eventos. Neste capítulo, na esteira das considerações do que disse Ginzburg sobre “os rastros que Teseu deixou ao vagar pelo labirinto”, será produzido um inventário das pesquisas apresentadas nos ICMEs sobre Resolução de Problemas e, com ele, deseja-se produzir um documento que permita indicar a inserção da Resolução de problemas como temática da pesquisa em Educação Matemática. Intenções decorrentes desse inventário já foram antes citadas. Resta, agora, presentificar uma situação vivida, destinando um lugar ao passado e, ao mesmo tempo, dando lugar a um futuro, uma relação ambivalente... (CERTEAU, 2013).

5.2 **O ICME – o primeiro congresso específico de Educação Matemática**

Em consonância com o que foi discutido no Capítulo 3, quando foi ressaltada a importância em interrogar as fontes, em conhecer o contexto de sua produção, saber sobre quem as produziu, por que e para quê, avaliou-se a importância de se fazer um resgate do contexto social que mobilizou matemáticos e educadores matemáticos a realizar o primeiro congresso específico de Educação Matemática, apresentando-o, ainda que brevemente, no texto que segue.

Logo depois de 1900, reformas curriculares para as escolas secundárias começaram a ocorrer no mundo, principalmente em países da Europa (SCHUBRING, 1999). Dentre elas, destaca-se a que ocorreu na Prússia sob a liderança de Félix Klein, com o movimento de aliança que exigia a reforma de toda a instrução matemática, com enfoque no pensamento funcional. Além da Prússia, a França e a Inglaterra entraram nesse movimento, mobilizando matemáticos e educadores matemáticos a refletirem sobre a necessidade de criação de um comitê internacional, proposto por um congresso internacional, com o objetivo de acompanhar as comunicações sobre essas reformas curriculares. Nas palavras de Eugene Smith[30], com a criação do comitê poderia haver o fortalecimento da organização do ensino das matemáticas (L‟ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE, I-7, 1905, p. 469 apud SCHUBRING, 1999).

Contudo, essa proposta tomou corpo somente em 1908 no *IV International Congress of Mathematicians* (ICM)[31], realizado em Roma, quando, pela primeira vez, matemáticos consideraram importante debater questões ligadas ao ensino, tornando-se este o marco na internacionalização do ensino de Matemática.

Com a criação do comitê, Félix Klein foi indicado à presidência, permanecendo no cargo por doze anos, sendo ladeado pelo suíço Henri Fehr e pelo inglês George Greenhill. O comitê recebeu o nome de *Internationale*

---

[30] David Eugene Smith era professor de educação matemática no *Teachers College, Columbia University*.
[31] Os primeiros ICMs foram realizados em: Zurique (1897); Paris (1900); Heidelberg (1904).

Mathematische Unterrichts kommission – IMUK. Sua tarefa, de acordo com Lietzmann (1917, p.1 apud SCHUBRING, 1999, p. 35), era a de

> preparar relatórios a respeito do estado da instrução matemática nas escolas secundárias dos países mais desenvolvidos. Essa tarefa era, em grande parte, um trabalho de documentação, compreendendo uma comparação dos métodos e dos programas da instrução matemática em países diferentes, a fim de apresentar um relatório geral em Cambridge[32].

A IMUK, segundo Schubring (1999, p.31), "evoluiu para se tornar o agente organizador e instigador de um movimento internacional de reforma" tornando-se um poderoso meio na transmissão[33] de ideias em todo o mundo. Além disso, o comitê foi o responsável por disseminar "a ideia de que a reforma da instrução matemática era necessária e urgente" (*Ibid*., p. 35).

Os anos que sucederam a primeira Guerra Mundial (1914-1918) foram importantes para a organização e manutenção do que hoje conhecemos como Educação Matemática. Um exemplo foi a criação, em 1920, da *International Mathematical Union* (IMU), mesmo ano que a IMUK encerrou suas tarefas sob a presidência do professor Félix Klein. Oito anos depois, em 1928, durante o VIII – ICM, as atividades da IMUK foram retomadas mas, dessa vez, com o professor David Eugene Smith na presidência, pois Félix Klein havia falecido há cinco anos. Outros presidentes sucederam a Smith à frente da Comissão, que teve participação ativa nos ICMs até sua décima edição, em 1950, quando, nesse

---

[32] Nota desta pesquisadora: Cambridge foi a cidade que sediou o V Congresso Internacional de Matemáticos (ICM) no ano de 1912. Neste evento a IMUK deveria apresentar relatórios a respeito do ensino de matemática nos diversos países.

[33] Para Schubring(1999), "transmissão é uma noção bastante tradicional na história da ciência e dirige os processos de transmissão multicultural de conceitos. Essa noção tem sido usada há longo tempo para estudar como as realizações cientificas se disseminaram de uma cultura para outra (por exemplo, como a ciência grega foi transmitida à Europa Ocidental pelos árabes). No entanto, nessa noção tradicional, a transmissão sofria algumas deficiências típicas. Um primeiro problema é que os conceitos transferidos são concebidos como permanecendo essencialmente idênticos. Isso significa que conceitos isolados são estudados sob o ponto de vista de se descobrir onde emergiram pela primeira vez. Tal enfoque tende a negligenciar o fato de que um conceito usualmente está embutido tanto em um campo conceitual como em um conceito cultural, o que faz com que um conceito, uma vez transmitido, não mais permaneça idêntico ao original, tendo sido transformado no processo. Um segundo problema da prática tradicional é que ela concebe o desenvolvimento histórico de uma disciplina científica em termos de certos centrismos, isto é, privilegia certas culturas como as mais elevadas e mais civilizadas; em consequência, essas culturas são representadas como os respectivos centros mais importantes" (p. 32).

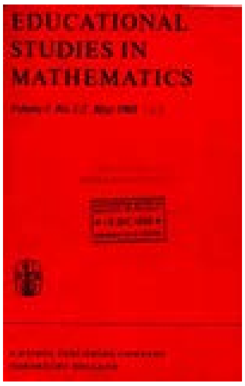
ano, apesar de ter havido uma seção intitulada: *History and Education is rich enough*, não teve lugar próprio. No ano de 1952, a IMU incorporou, como subcomissão permanente, a *International Commission on the Teaching of Mathematics*, a antiga IMUK.

Após essa comissão ter perdido espaço no X-ICM, outra comissão foi criada – *Commission Internationale pour l'Étude e l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM) – e esforços, no sentido de conquistar um espaço que lhe era próprio, foram sendo movidos por aqueles que pretendiam discutir questões relacionadas ao ensino de Matemática. Em 1954, na segunda assembléia geral da IMU, foi determinado o termo de referência da *Commission on the Teaching of Mathematics* e o nome *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) foi adotado. Essa comissão tinha como objetivo conduzir as atividades da IMU cuidando da Matemática e da Educação Científica. Dever-se-ia também tomar a iniciativa de inaugurar programas adequados, destinados a promover o desenvolvimento saudável da Educação Matemática em todos os níveis e garantir a apreciação do público de interesse (FURINGHETTI; GIACARDI, 2013).

Após a formação da ICMI, sua participação tornou-se efetiva nos encontros dos ICMs, que eram realizados quadrienalmente. Na década de 1960, além dos trabalhos já realizados, a ICMI estabeleceu parceria com outras associações, dentre elas, a *United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization* (UNESCO) e a *Organization for European Economic Co-operation* (OEEC), sendo que realizaram, juntas, importantes congressos e atividades ao redor do mundo. Na parceria com a UNESCO, a ICMI publicou o primeiro volume da coleção *New Trends in Mathematical Teaching*, em 1966.

Durante um encontro em Utrecht (Países Baixos), o presidente da ICMI, Hans Freudenthal, afirmou que a prática adotada nos relatórios quadrienais dos ICMs não era boa, porque os relatórios nacionais não contribuíam, propondo a ideia de que um congresso da ICMI deveria ocorrer no ano anterior ao ICM (FURINGHETTI; GIACARDI, 2013). Essa solicitação provocou outras mudanças. Dentre elas, André Revuz solicitou a fundação de uma nova revista, expressivamente destinada a professores do Ensino Secundário e Freudenthal lançou, em 1968, a revista, verdadeiramente internacional, *Educational Studies* *in Mathematics* (ESM), **figura 1**, dedicada à investigação em Educação Matemática.

Figura 1 – Revista de Estudos Educacionais em Matemática (ESM)



Fonte: (FURINGHETTI; GIACARDI, 2013).

O processo que culminou com a criação da ICMI foi brevemente apresentado neste texto com o propósito de situar essa Comissão, como as que a antecederam, no panorama da Educação Matemática, como também de ressaltar os desdobramentos dos trabalhos dessa Comissão no processo de legitimação de um congresso específico da Educação Matemática, o ICME, cenário de investigação desta pesquisa.

Até o ano de 2012 foram realizados, quadrienalmente, doze ICMEs em diferentes países. A cada evento o volume de trabalhos apresentados vem crescendo, fortalecendo o que disseram os participantes do ICME-I, quando afirmaram que a Educação Matemática vinha se desenvolvendo *step by step*.

Tendo já definido quais as fontes, a necessidade de adotar uma estratégia para orientar a pesquisa se fez premente. Não sabendo ainda o que, ao certo, estaria por vir no movimento de análise dos documentos, foi proposta uma “primeira classificação” que, na verdade, pode ser melhor expressada pelo verbo “tatear”. Assim, “tateando” iniciou-se a pesquisa nas fontes, buscando por *Resolução de Problemas*:

- no título do trabalho;
- no resumo do trabalho;

- entre as palavras chave;

... embora não tenha sido descartada a possibilidade de elaboração de uma nova classificação.

O **Quadro 1,** a seguir, traz uma lista dos países que sediaram os ICMEs até sua décima segunda ocorrência, no ano de 2012. O **Quadro 2**, apresenta as cidades onde ocorreram os ICMES, os anos de realização do evento e os documentos que foram consultados para a escrita do inventário.

Quadro 1: Relação dos países, cidades e anos onde ocorreram os ICMEs

	Ano	**País**	**Cidade**
ICME-I	1969	França	Lyon
ICME-II	1972	Inglaterra (UK)	Exeter
ICME-III	1976	Alemanha	Karlsruhe
ICME-IV	1980	USA	Berkeley
ICME-V	1984	Austrália	Adelaide
ICME-VI	1988	Hungria	Budapeste
ICME-VII	1992	Canadá	Quebec
ICME-VIII	1996	Espanha	Sevilla
ICME-IX	2000	Japão	Tóquio/Makuhari
ICME-X	2004	Dinamarca	Copenhagen
ICME-XI	2008	México	Monterrei
ICME-XII[34]	2012	Coreia do Sul	Seoul

[34] Esse evento não teve seus documentos analisados nesta pesquisa.

Quadro 2 – Cidades onde ocorreram os ICMES, anos de realização do evento e documentos produzidos nos eventos que foram consultados para a escrita do inventário.

	Ano	Cidade	Documentos Consultados
ICME-I	1969	Lyon	• proceedings
ICME-II	1972	Exeter	• proceedings
ICME-III	1976	**Karlsruhe**	• proceedings • livro de resumos de comunicações curtas e de pôsteres. • livro de resumos de relatórios de pesquisa.
ICME-IV	1980	**Berkeley**	• proceedings • livros de resumos de comunicações curtas e de pôsteres
ICME-V	1984	Adelaide	• proceedings
ICME-VI	1988	**Budapeste**	• proceedings • Livro extra: Mathematics Education and Society
ICME-VII	1992	**Quebec**	• proceedings • livro de palestras selecionadas. • livro de comunicações curtas e de pôsteres.
ICME-VIII	1996	**Sevilla**	• proceedings • livros de palestras selecionadas • livro de resumos de comunicações curtas e de pôsteres
ICME-IX	2000	**Tóquio/Makuhari**	• proceedings • CD-ROOM
ICME-X	2004	**Copenhagen**	• proceedings • livros de resumos de comunicações curtas e de pôsteres • livro de programação final • livro de palestras selecionadas • CD-ROOM
ICME-XI	2008	**Monterre**y	• livro extra: Research and Development in Problem Solving • sites da internet • livro de programação final (digital)

5.2.1 O ICME e sua produção

A organização dos ICMEs tem mudado com o passar dos anos. Por essa razão, decidimos apresentar a organização de cada evento em seu espaço próprio de discussão. Para este momento do texto, pode-se dizer que o que tem se mantido desde o ICME-I são as Sessões Plenárias (*Plenary Lectures*), as Palestras (*Lectures*), os Grupos Temáticos (*Topic Groups*), os Grupos de Trabalho (*Working Groups*) e as Mesas Redondas (*Round Tables*).

As Sessões Plenárias, momento que congrega todos os participantes do evento, são conduzidas por palestrantes convidados, cujas pesquisas, em geral, estão em consonância com temáticas de pesquisas vigentes. A escolha desses nomes se dá dois anos antes da ocorrência dos ICMEs, em reuniões quadrienais da ICMI, que ocorrem nos interstícios dos ICMEs.

Dentre os materiais produzidos nos eventos há, em geral, livro *proceedings*, livro de palestras selecionadas, livro de resumos de comunicações curtas e pôsteres, livros extras e livros de programação final. Exceto no caso dos *proceedings*, os demais livros possuem dois formatos, ou compilam textos selecionados de Grupos Temáticos ou são livros que resultam de discussões sobre temas extras, abordados em dias diferentes da programação oficial do evento. Por exemplo, o livro *Mathematics for All* é uma produção do ICME-V, em 1984, em Adelaide, na Austrália, reunindo pesquisas apresentadas dia do evento.

O livro *proceedings* é o documento mais denso do evento, comporta aspectos mais gerais das pesquisas apresentadas, concepção que lhe subjaz. Trata-se de uma ótica macroscópica que pode suprimir informações importantes para, especialmente, quem faz pesquisa da natureza. Por essa razão, muitas pesquisas que não se referem à corrente principal e que foram apresentadas nos eventos podem ser ofuscadas pelo aspecto geral do texto e, nesse caso, os demais documentos oriundos do evento podem trazer luz a detalhes não revelados em uma primeira análise dos *proceedings*. Por essa razão, como já foi dito antes, todos os documentos produzidos nos ICMEs foram interrogados sobre sua efetividade enquanto fontes de pesquisa.

5.3 **Organizando o inventário – A pesquisa em Resolução de Problemas a partir de documentos produzidos nos ICMEs**

5.3.1 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-I

Entre os dias 24 e 30 de agosto de 1969, ocorreu em Lyon, na França, o primeiro congresso específico de Educação Matemática, o ICME-I. Participaram desse evento 655 pessoas, oriundas de 42 países. Não foi possível para a escrita deste texto obter informações sobre os países com representantes no evento, bem como se houve a participação de pesquisadores brasileiros, pois nesses *proceedings* há apenas os textos das palestras apresentadas.

Dentre os materiais produzidos neste ICME-I, os *proceedings* foram os únicos documentos consultados para a escrita deste texto. Essa consulta se deu pela rede VPN da UNESP/RC. Conforme foi dito no Capítulo 1, esses *proceedings* estão disponíveis ao público em *sites* livres da *internet*. Com essa disponibilização, as condições de circulação desse documento podem ser consideradas de acesso do público mas, mesmo nessas condições, o acesso não é direto.

Todas as pesquisas apresentadas nesse evento foram publicadas nos *proceedings* do ICME-I, conforme enunciou o documento. Além dessa via de divulgação, a revista *Educational Studies in Mathematics* (1969-1970), Volume 2, páginas 134-418, também publicou todas as pesquisas apresentadas no evento. A responsabilidade pela edição dos *proceedings* do ICME-I ficou a cargo do *The Editorial Board of Educational Studies in Mathematics*.

A organização desse evento seguiu os moldes do *International Congress of Mathematicians* (ICM) pois, como foi dito antes neste texto, esse congresso destinava uma sessão para discutir temas relacionados ao ensino de Matemática e, por essa razão, exerceu influência, em termos de organização, no ICME-I (HOWSON, 1973).

Olhando para o sumário dos *proceedings* e buscando relacionar as pesquisas apresentadas ao contexto da época, é conveniente relembrar que em

1969, o currículo de Matemática estava passando por modificações em diferentes lugares do mundo. Nos Estados Unidos, por exemplo, como foi mencionado no Capítulo 2, desde meados da década de 1960, matemáticos importantes como Max Beberman e Edward G. Begle, por exemplo, já vinham colocando em cheque a eficiência da teoria desenvolvida por eles mesmos, a Matemática Moderna, afirmando que temiam que as crianças de toda uma geração pudessem não saber fazer cálculos de Aritmética (KLINE, 1976). O momento pedia que a Matemática ensinada na escola fosse responsiva às necessidades que se desenvolviam para a Matemática na sociedade, e a Matemática Moderna estava longe disso. Nesse o contexto, o ICME-I se fez acontecer.

Nesse ICME, foram 20 as pesquisas apresentadas, em dois idiomas diferentes, sendo o Inglês, totalizando dez palestras, e o Francês, com outras dez. Os temas dessas pesquisas foram escolhidos pelos palestrantes que, mesmo diversos, em razão da escolha individual e dos encaminhamentos que foram dados aos mesmos, não foram capazes de cobrir suficientemente a ampla gama de áreas e de problemas da Educação Matemática (ATHEN; KUNLE, 1977). O que disseram Athen e Kunle pode ser verificado nos *proceedings* com a ocorrência de mais de uma palestra versando sobre o mesmo tema.

Nessas palestras foram abordados os temas: os computadores e o ensino de Matemática; a Matemática na escola primária; o papel da pesquisa na melhora da Educação Matemática; vetores e simetria; a importância dos números racionais com vistas a uma análise didática; motivações e métodos em uma aula de matemática; a relação entre a matemática escolar concreta e abstrata; problemas relacionados à formação de professores de matemática; análise matemática; ensino de matemática e desenvolvimento intelectual; geometria; e aplicações da matemática[35]. Dentre os palestrantes estavam Edward G. Begle, com a pesquisa "*The Role of Research in the Improvement of*

[35] A apresentação resumida dos temas que foram abordados nos ICMEs limitar-se-á ao ICME-I. Esse exercício não será possível nos demais ICMEs, pois o formato do material mudou e os temas foram muito diversos, tornando inviável a manutenção dessa prática.

Mathematics Education" e Henry O. Pollak[36], com a pesquisa "*How Can we Teach Applications of mathematics*?".

Sobre esses dois palestrantes, relembramos que Begle foi um dos idealizadores da Matemática Moderna, enquanto que Pollak foi um dos 75 importantes matemáticos que assinou um Memorando, em 1962, protestando contra o currículo de Matemática da Escola Secundária (Matemática Moderna) nos Estados Unidos. Podemos afirmar, com base no sumário dos *proceedings*, que o primeiro congresso específico de Educação Matemática reuniu pessoas com interesses diversos, perpassando por questões referentes ao ensino de Matemática, à Matemática e à Educação Matemática.

Dentre os temas abordados nas palestras, a Matemática com vistas à aplicação teve lugar de destaque com duas palestras. Uma de Pollak, citada no parágrafo anterior, e outra de A. Engel, chamada "*The Relevance of Modern Fields of Applied Mathematics for Mathematical Education"*. Ambas as pesquisas foram produzidas nos Estados Unidos, ressaltando o interesse de pesquisadores desse país em discutir o assunto, muito possivelmente, motivados pelo fato de que na Matemática Moderna nenhuma ênfase foi dada ao tema, como afirmou Beberman (KLINE, 1976, p.138), em 1964, ao dizer que "o novo currículo deixara de relacionar a matemática com o mundo real e que os princípios pedagógicos tinham sido desprezados".

A pesquisa de Pollak (1969), embora não tenha feito referência à Resolução de Problemas, nos chamou atenção, pois mostra a preocupação do pesquisador em problematizar o tema "problemas matemáticos", bem como, discutir a apropriação equivocada por parte de professores, produtores de livros e demais responsáveis pelo ensino de Matemática, sobre o ensino de matemática com vistas à aplicação.

Na pesquisa *How Can We Teach Applications in Mathematics*, Pollak (1969) discutiu aplicações da Matemática e do ensino de Matemática supondo a existência de alguma relação entre esses dois temas. Disse também que, embora não houvesse sido dada ainda uma definição precisa de "aplicações da

---

[36] Pollak era austríaco, mas vivia nos Estados Unidos.

Matemática", é evidente que essa frase reflete a conecção da Matemática com "alguma coisa mais" e, mais do que isso, existe uma implicação de que essa ligação seja útil e que alguma coisa de valor prático possa ser esperada que surja.

Partindo do questionamento "Como estudantes se tornam envolvidos em aplicações da Matemática?", Pollak (1969) discute o que é certo e o que é errado no que se refere às aplicações da Matemática em problemas de livros texto que, conforme afirmou, passaram a ser considerados "problemas com enunciados".

Em seu texto, Pollak (1969) falou sobre problemas que se dizem aplicados, mas que, na maioria, raramente possuem aplicações autênticas com o mundo real. Esses problemas foram categorizados por Pollak (1969) da seguinte forma: o uso imediato da matemática na vida cotidiana; problemas que usam palavras do dia a dia da vida e fingem, em diversos níveis, serem aplicados; problemas que usam palavras de outras disciplinas; problemas excêntricos ou caprichosos; aplicações autênticas na vida real; e aplicações autênticas em outras disciplinas.

Pollak (1969) deu exemplos, em seu texto, de problemas que se referem ao dia a dia da vida real – aqueles que trabalham com descontos em promoções; quando se deseja saber quanto de tinta será necessário para pintar uma parede; quando fazemos uma comida e temos que decidir entre a quantidade proporcional ao número de pessoas que irá comer; quando desejamos construir ou mover uma estante de livros; dentre outros – e que podem ser bem aproveitados em sala de aula não somente pelo uso da Aritmética básica mas, também, estendendo-se à Álgebra, à Geometria, à Probabilidade e à Estatística. Sobre esses problemas esse pesquisador chamou atenção para o fato de que ninguém jamais havia questionado o valor de tais problemas, afirmando que são realísticos e perfeitamente razoáveis e que seu desejo era que houvesse mais deles e com mais variedade em livros texto.

Sobre os problemas que "fingem ser aplicados", Pollak (1969) relatou que esses são encontrados em grande quantidade em livros texto e apresentou alguns exemplos. Esses problemas, disse ele, são aqueles que usam palavras do dia a dia da vida real, de fora da Matemática, e que o faz parecer bom.

Pollak (1969) disse que uma característica chave desses problemas é que certa quantidade de interpretação da linguagem corrente para a linguagem matemática é requerida antes de começar a resolvê-lo. O objetivo é praticar essa interpretação juntamente com a técnica matemática subsequente.

Dentre os problemas citados por Pollak (1969), trouxemos para este texto o problema que pedia para verificar em quanto tempo um ventilador potente, movendo 3375 pés cúbicos de ar por minuto, levaria para trocar o ar antigo (quente) pelo ar novo (frio) de uma sala com dimensões: 27 pés; 25 pés; e 27 pés (POLLAK, 1969). Pollak (1969) chamou atenção para o fato de que esse problema finge uma troca de ar (quente/frio) quando, na verdade, o que ocorre é uma mistura e diluição do ar "novo" ao ar "antigo".

Pollak (1969) disse ainda que alguns desses problemas

> [...] talvez contenham uma essência de verdade e fornecem respostas com alguma validade qualitativa. Se fosse feita uma tentativa de discutir a relação desses problemas com a realidade, sendo honestos com os estudantes, geralmente eles podem ser aceitáveis. No entanto, um dos primeiros pontos sobre ser honesto com os estudantes é a precisão dos dados. Cálculos grosseiros e aproximados não são somente uma prática matemática grosseira, mas podem, de fato, ser a única resposta justificável para as aproximações feitas na obtenção do modelo matemático da realidade que o problema representa (POLLAK, 1969, p. 263, tradução nossa)

Outros problemas foram discutidos por Pollak (1969) em sua palestra. Entretanto, limitamos nossa escrita ao que foi apresentado, pois nossa intenção foi a de exemplificar o que o autor chamou de "realidade fingida".

Os "problemas que usam palavras de outras disciplinas" padecem dos mesmos problemas que o problema do ventilador, ou seja, sustentados pela justificativa de que são carregados de realidade, exigem interpretação da linguagem corrente para a linguagem matemática e a aplicação da realidade é negligenciada, disse Pollak (1969).

Esse pesquisador fez uma observação importante sobre os "problemas excêntricos ou caprichosos". Segundo contou, esses problemas são frequentemente encontrados em livros texto, porém, seu fim não é muito claro:

> Talvez eles sirvam para trazer um sorriso tolerante vindo de um estudante cansado ou para distraí-lo momentaneamente de uma aula que, de outro modo, seria enfadonha, desviando a imaginação para alguma cena mais prazerosa. Eles funcionam no sentido cômico no sentido Shakspereano e, provavelmente, fazem algum bem – embora

> não como Matemática aplicada. (POLLAK, 1969, p. 265, tradução nossa)

Os “problemas caprichosos” são aqueles que, por exemplo, se referem à produção de mel de abelhas em apiários. Pollak (1969) disse que esses problemas, trabalhados na Escola Secundária, não possuem nenhuma relação real com o mundo real desses alunos. Essas histórias, segundo contou, servem apenas para introduzir alguns problemas simples de Álgebra ou de Geometria numa abordagem realística que ele considera ingênua.

Pollak (1969) despendeu algum tempo falando dos “problemas com aplicação autêntica na vida real” e foi enfático ao dizer que as aplicações reais da Matemática não são tão simples de se colocar em prática quanto mostra o problema do ventilador. A diferença está no início que, em vez de começar com um problema específico, começa com uma situação nebulosa (*fuzzy*) que se deseja estudar. O pesquisador ressaltou que muitas vezes pode ser mais difícil encontrar o problema certo para resolver do que resolver o problema depois de tê-lo encontrado. No entanto, se o desejo é trabalhar com aplicação da Matemática, o desafio deve ser encarado, disse ele.

Foram apresentados dois exemplos de “problema com aplicação autêntica na vida real” no texto de Pollak (1969) e, dentre eles, destacamos aquele que se refere a uma situação de supermercado. Segundo Pollak (1969), os supermercados são importantes espaços para se trabalhar com Matemática realística, pois todas as famílias vão ao supermercado e a maioria dos alunos conhece esse contexto. A maioria dos problemas que de lá derivam podem ser resolvidos com Aritmética simples, que envolve questionar os alunos sobre qual a melhor forma de comprar um produto quando se compara preço e quantidade, por exemplo. No entanto, Pollak (1969) disse que outras situações podem ser provocadas no sentido de exigir que a Aritmética simples seja ampliada. Por exemplo, questionar os alunos sobre: Se você decidir comprar o produto que possui maior quantidade, você realmente economiza, visto que o produto pode estragar? E um rolo de toalhas de papel extragrande não é bom se você tem um espaço limitado no suporte próprio da sua cozinha.

Pollak (1969) disse que um excelente exercício para trabalhar com situações que envolvem supermercados, visando ampliar a Aritmética simples, seria organizar os alunos em grupos, simulando pertencerem ao corpo de funcionários de uma empresa de consultoria júnior. O trabalho desenvolvido por esses grupos, exemplificado por uma experiência de ensino vivida por Pollak (1969) e seus alunos, consistiu em discutir o número de produtos que devem ser permitidos em uma "fila rápida" em caixa (*check-out*) de supermercado para *n* embalagens ou mais.

Para o desenvolvimento da tarefa, esses alunos precisariam decidir por algumas questões, que foram elencadas por Pollak (1969):

> O que é uma fila rápida? Quantos produtos são permitidos em um caixa rápido? Obviamente, você quer fazer mais dinheiro para o empreendedor, mas como fazer isso? Você quer minimizar a média do tempo de espera? Você deseja minimizar a probabilidade de que essa média exceda o tempo de 10 minutos ou outro número escolhido cuidadosamente por você? Em seguida, se você concorda com o que vem realizando, como fazer um modelo matemático? Qual a relação entre o tempo no caixa e o número de embalagens? Isso é bom o suficiente para assumir uma relação linear? Obviamente, uma linha reta não iria passar pela origem do sitema de eixos coordenados. Entretanto, se o número de embalagens é suficientemente grande, um segundo caixa rápido pode ser necessário! Talvez uma função linear[37] descontínua e por partes deva ser usada. Isso é suficiente para assumir um modelo determinístico para o tempo no caixa ou é uma descrição probabilística necessária? Como deveria um modelo diferir entre um supermercado que pesa o alimento no caixa e outro que pesa o alimento em setores próprios? Em seguida, o que você poderia dizer sobre o comportamento das pessoas quando chegam ao caixa? Quão distantes eles estão de onde desejariam estar? (POLLAK, 1969, p.267, tradução nossa)

Pollak (1969) disse que existem muitas situações no dia a dia que podem tratar de questões matemáticas similares e deu outros exemplos em seu texto. Disse ainda que, em trabalhos como esse, você não está certo, de início, sobre que conceitos de Matemática irão surgir. No entanto, é extremamente importante para que os alunos tenham prática em ver situações em que a Matemática pode ser útil e em tentar a sua sorte na formulação de problemas úteis.

O que há de mais valioso em aulas desenvolvidas a partir da Matemática Aplicada, disse Pollak (1969), é encontrar o problema certo para uma situação

---

[37] Função linear é definida pela relação $y = ax + b$, com $b = 0$. Seu gráfico é uma reta que passa pela origem do sistema de eixos coordenados. No caso da função afim, também definida pela relação $y = ax + b$, temos $b \neq 0$. Nos Estados Unidos, ambas são nomeadas "função linerar".

particularmente nebulosa que, em si mesmo, é uma conquista matemática verdadeira. Isso é importante na sala de aula não somente por ser a mais pura verdade, disse ele, mas também, por ajudar a diminuir a ênfase na resposta como um único objetivo matemático e ajudar a transferir a ênfase da Matemática para estruturas e processos.

Ao se afirmarem como autênticas as aplicações em outras disciplinas, Pollak (1969) disse que, nesse caso, elas devem trabalhar para esse fim, pois é ridículo falar algumas palavras de outra disciplina e depois exibir uma equação que alega ser relevante.

Nas considerações finais de seu texto, Pollak (1969) concluiu que, embora tenha apresentado muitos problemas considerados por ele como efetivas aplicações da Matemática, muito trabalho ainda ficara por fazer para que essa prática viesse a incorporar experiências de sala de aula. No entanto, ressaltou que é importante reconhecer que formular problemas certos em uma situação de fora da Matemática é uma atividade criativa, tal como a descoberta da Matemática por ela mesma, e que esforços contínuos para trazer o "método da descoberta", bem como tentativas de trazer aplicações autênticas para dentro da sala de aula, devem naturalmente caminhar de mãos dadas.

Pollak (1969) traz considerações importantes sobre o trabalho com aplicações da Matemática em sua palestra. Seu estudo é esclarecedor ao relatar apropriações equivocadas quando se afirmam trabalhar com essa abordagem. Vê-se, em sua fala, a valorização do trabalho com situações abertas que efetivamente se referem àquelas que ocorrem na vida real. No entanto, trabalhar com essa abordagem, a das aplicações da Matemática verdadeiramente autênticas, implica em uma mudança curricular e disso ele não falou.

Quando Pollak (1969) afirmou que em aplicações autênticas da Matemática na vida real não se sabe de antemão que Matemática irá surgir na situação problema, sua fala nos fez pensar sobre o preparo que é exigido do professor quando se dispõe a trabalhar com essa abordagem. Esse preparo se refere ao conhecimento matemático que deve ter o professor para tratar dos conceitos matemáticos que irão surgir na situação problema, a fim de que nenhuma etapa da atividade seja negligenciada. Assim, o conhecimento de Matemática do professor irá determinar quão profundo será o tratamento dos problemas que irão surgir.

A palestra de Pollak (1969) e os propósitos desta pesquisa convergem na medida em que o enfoque da resolução de problemas por ele apresentado revela-se sob seu aspecto mais amplo, que transcende à técnica de resolver problemas. Não se pode afirmar que Pollak (1969) fala de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, na perspectiva que vimos trilhando, mas a relevância do trabalho de Pollak (1969) nesta pesquisa se justifica pelo tratamento dado por ele aos problemas matemáticos, com vistas à sala de aula de Matemática. Problemas foram postos na palestra de Pollak (1969) como estratégia de trabalho na Matemática Aplicada e não como algo inerente à Matemática, como um fim em si mesmo. Verifica-se aí convergência entre o que se entende por problema na Matemática Aplicada e na Resolução de Problemas.

Convém destacar ainda a forte relação entre a pesquisa de Pollak (1969) e a Modelagem Matemática como abordagem de ensino, embora não seja esse o foco deste estudo.

Nas resoluções desse ICME-I, documento que finaliza o texto dos *proceedings*, foi ressaltado o desenvolvimento da Educação Matemática enquanto ciência por direito, com seus próprios problemas, ambos de conteúdos [illegible] ou pedagógico. Por essa razão, diz o documento, essa nova ciência [illegible]ar espaços em Departamentos de Matemática em Universidades ou Institutos de Pesquisa (HOWSON, 1973).

Avançando na pesquisa encontramos, nos *proceedings* do ICME-III, a informação de que, nesse ICME-I, além dos 20 artigos selecionados e apresentados nos *proceedings*, houve a publicação de um livro adicional de apresentações de projetos, de grupos de trabalho, sobre aulas de matemática, e um pequeno número de comunicações curtas (STEINER, 1977). Não tivemos acesso a esses materiais.

5.3.2 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-II

O ICME-II foi realizado em Exeter, na Inglaterra, em 1972, e contou com aproximadamente 1400 participantes, oriundos de 73 países. Não nos foi possível identificar, através dos *proceedings*, a presença de pesquisadores brasileiros no evento.

Howson (1973) afirmou que o ICME-I recebeu forte influência, no que se refere à sua organização, dos ICMs. O mesmo não ocorreu em relação ao ICME-II que foi fortemente influenciado por, primeiramente, uma apresentação da *Association of Teachers of Mathematics* que, em um grupo de trabalho que ocorreu no ICME-I, apresentou crianças trabalhando em uma aula de Matemática. A dinâmica dessa aula provocou discussões e comentários consideráveis, pois transmitiu uma imagem e filosofia de uma forma que não poderia ter sido alcançada por qualquer número de palestras plenárias, disse Howson (1973).

Outras questões permearam as discussões dos comitês responsáveis[38] pela organização desse ICME-II. Dentre elas, foi destacada a influência e crescimento da Matemática na sociedade contemporânea – científica, técnica e sociopolítica – nas três décadas que antecederam às discussões e, sobre esse assunto, questionou-se as consequências dessa influência para a Educação Matemática. Havia, ainda, preocupações dos organizadores em discutir o papel desempenhado pelos computadores na Educação Matemática, tanto como um material técnico para ajudar estudantes e professores quanto como parte integral da Matemática em si mesma. E mais, questionou-se sobre o poder dos computadores em influenciar o raciocínio matemático e a natureza da Matemática (HOWSON, 1973).

De acordo com Howson (1973), as razões dessas discussões se justificam pelo interesse dos envolvidos em organizar um congresso que não tivesse suas discussões convergindo para um tema central, mas que pudessem ser abarcadas as muitas facetas que a Educação Matemática começara a assumir a partir do congresso de Lyon.

---

[38] ICMI e um comitê local.

Dentre os documentos oriundos desse ICME-II, tivemos acesso somente aos *proceedings,* que é parte do acervo da biblioteca da UNESP[39]. Esse documento foi dividido em três partes. A Parte I foi destinada a questões relacionadas ao congresso: preliminares e planejamento; o programa; o congresso em ação; o trabalho do congresso; e o congresso em um retrospecto. Na Parte II estão os textos, na íntegra, das palestras proferidas por palestrantes convidados e, na Parte III, estão concentrados os artigos selecionados completos. Uma sessão final do livro foi destinada aos apêndices, que concentram questões relacionadas às Comissões Oficiais do Congresso, aos *Working Groups*, à ICMI e as recomendações do congresso e, por último, aos filmes e gravações sobre Matemática e ensino de Matemática.

Na Parte II, dentre os palestrantes convidados estavam George Polya e Jean Piaget. A indicação desses pesquisadores como convidados especiais para palestrar no ICME-II ocorreu em uma reunião da ICMI, realizada em 1970, quando membros do comitê ressaltaram o papel de ambos em pesquisas relacionadas ao ensino de Matemática. George Polya foi lembrado por sua importante contribuição para a Educação Matemática, com os livros *How to solve it*, *Mathematics and Plausible Reasoning* e *Mathematical Discovery*, assim como por outras pesquisas que se propuseram a ajudar a explicar o processo central da Matemática – o de resolver problemas. Jean Piaget foi lembrado por seus estudos sobre a formação de conceitos, apresentados em seus livros *The Psychology of intelligence*, *The Child"s Conception of Number*, *The Early Growth of Logic in the Child* e *The Child"s Conception of Geometry.* Apesar de ambos terem aceitado o convite para participar do evento, por orientação médica Piaget não compareceu. No entanto, enviou um texto que nortearia sua palestra e que foi publicado nos *proceedings*.

Ocupar-nos-emos do que disse Polya em sua palestra intitulada *As I read them*. Em vez de um texto, Polya apresentou algumas frases, de diferentes

---

[39] As pesquisas publicadas nos *proceedings* do ICME-II são de domínio público e podem ser acessadas na página da *Cambrige Books Online*, disponível em: <http://ebooks.cambridge.org/ebook.jsf?bid=CBO9781139013536>. Acesso: 25 maio 2014. Há ainda, uma versão *online* dessas pesquisas na página da ICMI, na *internet*. Disponível em: <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icme-proceedings/>. Acesso em 19 nov. 2014.

autores, e justificou o porquê de sua palestra estar sendo conduzida por essas frases: “[...] essas frases muito ajudaram a esclarecer minhas opiniões e podem encontrar leitores interessados” (POLYA, 1973, p. 77, tradução nossa).

Após a justificativa, foram apresentadas isoladamente essas frases, sendo que algumas possuem pequenas interferências de Polya, colocadas entre colchetes. As frases são de Sócrates, Arquimedes, Descartes, Leibniz, Condorcet, Kant, Herbert Spencer, Jacques Hadamard e Albert Einstein. Apesar de sua palestra não apresentar formato de um artigo, pois são citadas apenas frases, arrisca-se a dizer (conhecendo um pouco o trabalho de Polya) que, a partir delas, Polya tenha dissertado sobre suas crenças sobre como a resolução de problemas poderia ajudar os alunos a melhorar suas capacidades matemáticas. Seguem abaixo duas dessas frases, escolhidas aleatoriamente:

> As ideias deveriam nascer na mente dos estudantes e o professor deveria agir somente como uma parteira[40] (SÓCRATES).
>
> A Matemática é a ciência que proporciona a melhor oportunidade para observar o trabalho da mente... [e] tem a vantagem de que ao cultivá-la podemos adquirir o hábito de um método de raciocínio que pode ser aplicado depois ao estudo de qualquer assunto e pode nos guiar na busca do objeto da vida[41] (CONDORCET).
>
> (POLYA, 1973, p. 77, tradução nossa).

Nos *proceedings* foram apresentados nove artigos de palestrantes convidados[42] (possivelmente essas apresentações tenham ocorrido em sessões plenárias) e uma seleção de outros sete, que foram discutidos nos *Working Groups* (WG). Howson (1973) afirmou que outras pesquisas foram apresentadas nos WGs e que elas foram, inclusive, responsáveis por provocar importantes discussões, mas que em razão de seus formatos, não foram publicadas no livro (*proceedings*). Dentre os artigos escolhidos para publicação, dois deles abordaram a Resolução de Problemas: (1) *Investigation and problem-solving in mathematical education*, de Edith Biggs (UK) e (2) *Intuition, structure and*

[40] “The ideas should be born in the student‟s mind and the teacher should act only as midwife”. Socrates.

[41] “The mathematics is the science that yields the best opportunity to observe the working of the mind... [and] has the advantage that by cultivating it we may acquire the habit of a method of reasoning which can be applied afterwards to the study of any subject and can guide us in pursuit of life's object”. Condorcet.

[42] Uma das nove palestras se refere à fala do presidente da ICMI, o professor James Lighthill.

heuristic methods in the teaching of mathematics, de Efraim Fischbein (Israel). Essas pesquisas foram discutidas no WG *Creativity, investigation and problem-solving*, que foi coordenado pelo professor G. Glaeser, da Universidade de *Strasbourg*.

Biggs (1973), falando sobre Investigação Matemática e Resolução de Problemas, além de aspectos teóricos sobre ambas as teorias, apresentou resultados de pesquisa desenvolvida com alunos sob essas abordagens. Esses resultados são oriundos de trabalhos dela com alunos, professores e futuros professores, que bem ilustram o desenvolvimento de uma aula tendo Resolução de Problemas e Investigação Matemática, como abordagem metodológica. As situações problema apresentadas por essa pesquisadora envolveram: Baleias e escalas numéricas; construção de círculos sem material específico de desenho e percepção de padrões; como desenhar quadrados “inscritos” considerando padrões; tamanhos de pés de animais e área ocupada por eles; coleções de rochas e comparação de tamanhos de rochas, área e volume ocupado por elas; razão e proporção entre a altura de crianças ao nascer e quando adultos; triângulos de perímetros fixos; e simetria com espelhos. A pesquisadora ressaltou que, quando os problemas trabalhados não são puramente matemáticos, despertam maior interesse dos estudantes que, por sua vez, permanecem concentrados até obterem uma solução satisfatória (BIGGS, 1973).

De acordo com Biggs (1973), existem diferentes estágios da aprendizagem na investigação e que, uma vez que os alunos tenham tido a experiência de um conceito ou tenham resolvido um problema, eles exigirão mais experiências variadas ou práticas para fixar esses conceitos.

No caso do trabalho com crianças, com idades entre cinco e dezesseis anos, Biggs (1973) disse que elas buscaram, em todos os problemas, uma forma de resolvê-los, surpreendendo-a com as mais diferentes estratégias de resolução. Já, com adultos – professores que ministravam aulas para crianças com idades entre cinco e onze anos e com estudantes de um curso de graduação em Matemática – depois de várias tentativas frustradas, foram necessárias orientações da pesquisadora para que o trabalho começasse a ser desenvolvido.

Concluindo sua fala, Biggs (1973) afirmou que as

> investigações e resolução de problemas têm lugar importante e amplo na aprendizagem de matemática. Crianças e estudantes que aprendem através de investigações tornam-se acostumadas a situações-problema (real ou imaginária) e não veem os problemas difíceis. Algumas vezes, a solução do problema exige materiais manipulativos, outras exigem somente papel e caneta. Como os estudantes irão crescer, se eles aprendem com significado, irão precisar muito menos de experiências manipulativas e poderão estar muito mais preparados para usar a imaginação. (BIGGS, 1973, p. 221, tradução nossa)

Biggs (1973) expressou sua admiração pelo trabalho de George Polya e ressaltou sua contribuição para o ensino de Matemática com estudantes universitários. Citando Polya, essa pesquisadora afirmou que, em se tratando a Matemática de assunto abstrato, “[...] os resultados de toda investigação devem ser comunicados de forma a se tornarem progressivamente mais abstratos: da figura ou diagrama, em palavras, para uma tabela, para um gráfico ou pela relação algébrica” (*Ibid*.).

Fischbein (1973) aborda, em sua palestra, três assuntos que, conforme afirmou, embora pareçam independentes, estão intimamente ligados: *Intuition and comprehension in mathematical education; Structures in mathematics and psychology;* e *heuristic methods*.

Esse pesquisador iniciou sua fala ressaltando o papel da intuição direta na prova lógica e relatou que a ênfase no rigor das provas matemáticas em situações de ensino vinha aumentando e que, em sua opinião, era preciso encorajar o uso de suportes intuitivos. Discutiu ainda o que entende por intuitivamente evidente e intuição antecipatória, alegando que essas duas formas de intuição, pensadas interdependentemente, desempenham dois diferentes papéis na compreensão e no aspecto psico-pedagógico da ciência em geral e da matemática em particular (FISCHBEIN, 1973).

Sobre estruturas matemáticas e Psicologia, Fischbein (1973) concluiu, com base nos estudos de Jean Piaget, que o problema psicopedagógico das estruturas matemáticas, como todos os outros conceitos matemáticos (relação, função, equivalência, continuidade, etc.) e operações lógicas fundamentais são, por sua própria natureza, abstrações de extrema generalidade.

A aprendizagem sistemática de procedimentos e estratégias heurísticas são, para Fischbein (1973), as responsáveis pela melhora de nossas técnicas em resolução de problemas. Assim, no início, quando as variáveis envolvidas no problema devem ser classificadas antes que o processo de resolução de problemas possa ser iniciado, algumas regras podem ajudar:

> Olhar atentamente para as palavras. Compreendeu completamente o significado de cada termo usado? Tentem encontrar exatamente o que é perguntado e, tão cedo quanto possível, os passos que você acredita serem necessários para obter a resposta etc. (FISCHBEIN, 1973, p. 230, tradução nossa)

Nas considerações finais de seu texto, o pesquisador afirmou que quanto melhor apreciadas forem as relações existentes entre os três assuntos discutidos em sua palestra – *Intuition and comprehension in mathematical education; Structures in mathematics and psychology;* e *heuristic methods* – mais grandiosas serão as contribuições para a melhora do ensino de matemática e que,

> [...] o pensamento criativo, que se torna aparente na resolução de problemas, revela uma variedade de papéis de procedimentos heurísticos que são guiados e inspirados pela intuição. Essa intuição, tanto a *intuição de adesão* como a *intuição antecipatória*, expressam a organização estabelecida de estruturas mentais em certos campos. (FISCHBEIN, 1973, p. 231, grifo nosso, tradução nossa)

A partir do que vimos nas palestras de Biggs (1973) e Fischbein (1973), em ambas as falas há forte influência da pesquisa de Polya, no que se refere à Resolução de Problemas. Já no título da palestra de Biggs (1973), a expressão *problem-solving* chama atenção para o papel da resolução de problemas como uma forma de se "fazer matemática". Essa hipótese é confirmada ao longo de sua palestra quando apresenta uma série de situações-problema, trabalhadas com alunos, que mostram o papel das investigações e resolução de problemas na aprendizagem matemática. Biggs (1973) afirma ainda que, se os estudantes forem confrontados desde as séries iniciais com situações-problema, a aprendizagem se dará de forma mais significativa tornando-se, eles, melhor preparados para lidar com situações mais abstratas, comuns nos anos escolares mais avançados.

Na fala de Fischbein (1973) vê-se o papel das heurísticas na resolução de problemas ao afirmar que a aprendizagem sistemática de procedimentos e estratégias heurísticas são as responsáveis pela melhora de nossas técnicas em resolução de problemas. O aspecto ressaltado pelo pesquisador sobre pensamento criativo, evocado em sessões de resolução de problemas, reforça sua compreensão de que aulas trabalhadas sob essa abordagem envolvem níveis mais elevados de conhecimento e expressam organização estabelecida de estruturas mentais em certos campos. Assim, mais que a técnica, há uma teoria sendo discutida, pensada, trabalhada, em sessões de resolução de problemas, disse o pesquisador.

Com as falas de Polya (1973), Biggs (1973) e Fischbein (1973), foi possível afirmar que a Resolução de Problemas emerge nos ICMEs a partir do ICME-II. A indicação de Polya, como figura ilustre, pelos integrantes do comitê da ICMI, revela que a Resolução de Problemas precisava ser mais bem compreendida e que Polya seria a pessoa mais indicada para falar sobre ela, não só por estar desenvolvendo pesquisa sobre o tema havia anos, mas por ser um matemático ilustre e, sobretudo, por falar inglês, a língua que vinha ganhando espaço nesse evento. As pesquisas de Biggs (1973) e de Fischbein (1973) reforçaram o trabalho com Resolução de Problemas, posto que que uma colocou ênfase em resultados de pesquisa de sala de aula e a outra discutiu Resolução de Problemas, Psicologia e suas relações no processo de construção do conhecimento matemático.

Com a pesquisa de Fischbein (1973), foi necessário acrescentar um novo elemento à “classificação” inicialmente esboçada – Resolução de Problemas no título, no resumo e nas palavras chave – uma vez que a expressão Resolução de Problemas não faz parte do enunciado de sua pesquisa, tão pouco das demais expressões elencadas. Contudo, a palavra “heurística” aparece no título da pesquisa e, como já foi discutido neste texto, Polya ressaltou a importância das heurísticas na resolução de problemas. Por essa razão, foi necessária uma nova “classificação” em complemento à primeira.

Primeira classificação - buscar por Resolução de Problemas:

- no título do trabalho;
- no resumo do trabalho;
- entre as palavras chave.

Segunda classificação:

Em complemento à primeira, será dada atenção às pesquisas que tragam no título, no resumo, ou nas palavras chave, além de Resolução de Problemas, a palavra "heurística".

Ainda nos *proceedings* do ICME-II, o Working Group (WG): *Application of mathematics*, coordenado por Pollak (USA), teve o propósito de dar continuidade ao trabalho iniciado por esse pesquisador no ICME-I, quando sugeriu que o ensino de Matemática fosse desenvolvido com vistas à Aplicação.

Nas Resoluções desse ICME-II, países em desenvolvimento foram convocados a fazer mudanças em seus currículos de Matemática visando à qualificação de seus cidadãos de forma a assegurar um *background* cultural de seus alunos. Foi dito ainda que as necessidades de desenvolvimento nacional deveriam ser plenamente levadas em conta (HOWSON, 1973).

Uma outra Resolução do congresso indicou que a Matemática deveria ser relacionada a outros assuntos; que fossem fornecidos suportes financeiro e outros, para capacitar professores de Matemática e de outras áreas da escola secundária, de modo que pudessem trabalhar juntos sobre áreas apropriadas; publicar o que já tinha sido produzido a fim de estimular outros ao trabalho cooperativo; oferecer suporte e estímulo para indivíduos e instituições desenvolverem novos materiais que atravessassem fronteiras disciplinares; fornecer suporte para a produção de materiais de base, adequados para uso na escola secundária, oriundos de uma variedade de fontes existentes sobre tópicos que relacionassem a Matemática a outros assuntos.

5.3.3 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-III

O ICME-III foi realizado em Karlsruhe, na Alemanha, em 1976, e contou com 1831 participantes, oriundos de 76 países. Do total de participantes, 80 eram latino-americanos e, dentre eles, havia 21 brasileiros. Esse foi o maior número já registrado da participação de brasileiros nos ICMEs.

Um aspecto importante que ocorreu dois anos antes do ICME-III, e que merece nossa atenção, se refere à afiliação do *Comité Interamericano de Educación Matematica* (CIAEM) à ICMI.

Em uma reunião do comitê executivo da ICMI, realizada em Vancouver em Agosto de 1974, por unanimidade, foi aprovada a afiliação do CIAEM à ICMI, marcando um momento importante para a Educação Matemática, pois o CIAEM vinha realizando conferências interamericanas sobre Educação Matemática, por iniciativa da ICMI, desde 1961 – com a primeira em Bogotá/Colômbia (1961), a segunda em Lima/Peru (1966) e a terceira em Bahía Blanca/Argentina (1972) – revelando-se como um congresso importante, efetivo na área. Com essa afiliação, a CIAEM continua seu trabalho como um órgão regional, dedicado a fomentar, dentro das Américas, o relacionamento internacional de assuntos relacionados à Educação Matemática, e a ICMI, como um órgão geral, mantém seu trabalho no sentido de fomentar o relacionamento a nível mundial sobre os mesmos assuntos (D‟AMBROSIO, 1975).

Com a afiliação ICMI/CIAEM, o Brasil passa a ter dois representantes no comitê, o professor Leopoldo Nachbin, representante nacional (CIAEM), e o já membro do *The International Programme Committee* (IPC) da ICMI, o professor Ubiratan D‟Ambrosio (D‟AMBROSIO, 1975; ATHEN; KUNLE, 1977).

Os *proceedings* desse evento foram editados por Hermann Athen e Heinz Kunle, esse último, presidente do subcomitê local de Karlsruhe. Os editores disseram ter conseguido, pela primeira vez, a unificação da língua (ação considerada positiva por eles), de forma que todos os artigos publicados nos *proceedings*, referentes ao ICME-III, ou foram escritos em Inglês ou foram traduzidos para o Inglês. Além disso, Athen e Kunle (1977) destacaram que esses *proceedings* têm o papel de trazer ao leitor não somente um mosaico do congresso mas, também, uma sinopse dele.

Os livros desse ICME-III que tivemos acesso foram: *proceedings*; *abstracts of the short communications*; e *abstracts of the survey reports* (Partes I e II). A pesquisa nesses livros foi orientada conforme a "**segunda classificação**", mas seguimos abertos à possibilidade de que, se necessário, novos elementos poderiam se juntar às duas primeiras.

Nesse ICME-III, pela primeira vez, houve uma sessão destinada à apresentação de pôsteres. Essa sessão, disseram Athen e Kunle (1977), nasce da necessidade de que todas as pesquisas aceitas tenham espaço de divulgação e de discussão no congresso, condição inviável no tempo reservado às comunicações curtas. Considerando que apenas um número mínimo de palestras é selecionado para as comunicações curtas, decidiu-se por criar a sessão de pôsteres nesse ICME, ação que foi mantida nos demais eventos que o sucedeu. Pequenos projetos, disseram os editores dos *proceedings*, também foram expostos na sessão de pôsteres.

O número de pesquisas sobre Resolução de Problemas apresentadas no ICME-III, comparadas às do ICME-II, é expressivo. Essa constatação foi possível buscando nos documentos consultados, que contemplam desde pesquisas voltadas à elaboração de materiais pedagógicos para apoio do professor; pesquisas independentes, resultados de investigações em sala de aula; a formação de grupos de professores e pesquisadores interessados em estudar a teoria Resolução de Problemas; como também a presença marcante de projetos de pesquisa.

Em uma entrevista concedida a Michèle Artigue, em 2008, como parte da programação do ICME-X (Copenhagen, Dinamarca, 2004), Jeremy Kilpatrick afirmou que o ICME-III foi muito importante para a pesquisa em Resolução de Problemas, pois muitas das pesquisas apresentadas naquele evento tiveram o olhar voltado para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Também se referindo a esse ICME, D"Ambrosio (1976) afirmou que a principal atividade do congresso se realizou em torno de 13 sessões de estudo sobre temas que cobriram, praticamente, todos os aspectos do ensino da Matemática, em todos os níveis. Esse aspecto amplia o que ocorreu no ICME-I, quando vimos que alguns temas foram privilegiados em detrimento de outros, uma vez que a escolha dos temas ficou por conta dos palestrantes. Além dessas sessões, os grupos de trabalho formados em Exeter deram continuidade às atividades iniciadas naquele congresso como, também, novos grupos foram incluídos. Um *Panel Discussion*, envolvendo especialistas de vários países do mundo especialmente convidados para compor uma mesa redonda, presidido por Hans Freudenthal e subordinado ao tema *What May in the Future Computers and Calculators Mean in Mathematical Education?*, foi realizado. Nessa mesa, Ubiratan D"Ambrosio foi um dos debatedores.

Conforme há pouco mencionamos, nesse ICME-III a Resolução de Problemas foi tema de discussão de projetos de pesquisa.

O primeiro projeto apresentado nos *proceedings* foi o *Problem Solving Project, Teaching Strategies, and Conceptual Development of Mathematics,* do *Georgia Center for the Study of Learning and Teaching Mathematics* (GCSLTM). Um dos grupos de estudo desse projeto, chamado *Study Group* C[43] (SG-*C*) – *Problem Solving, Teaching Strategies and Conceptual Development*, iniciou suas atividades no evento familiarizando os participantes com o primeiro projeto do GCSLTM e com o *Project for Mathematical Development of Children* (PMDC). Após essa etapa, os participantes foram divididos, de acordo com seus interesses, em três grupos, sendo: *Conceptual Development of Mathematics*; *Problem Solving*; e *Teaching Strategies*.

O subgrupo *Problem Solving* abordou o *Problem Solving Project* (PSP) do GCSLTM como, também, pesquisas oriundas de esforços individuais de alguns participantes. Hatfield, um dos representantes do projeto, discutiu os objetivos; história e progresso; e perspectivas futuras do PSP.

Um resumo dos objetivos foi apresentado:

> reafirmar a importância da melhora das competências de um resolvedor de problemas no ensino e aprendizagem de Matemática, bem como produzir informações práticas e teóricas sobre a relação entre ensino e aprendizagem de Matemática e resolução de problemas. (STEFFE, 1977, p. 330, tradução nossa)

Foram ainda identificadas, por esse grupo, várias áreas distintas de estudos, incluindo:

---

[43] Houve no evento quatro *Study Groups* (SG), sendo que cada um assumiu uma das quatro primeiras letras do nosso alfabeto: SG A, SG B, SG C e SG D.

> - estudos dedicados a identificar estratégias e processos usados na resolução de vários problemas matemáticos, incluindo a busca de atitudes relacionadas a essas estratégias e processos;
> - estudos dedicados ao desenvolvimento de procedimentos clínicos de observação e análise de problemas matemáticos comportamentais;
> - estudos dedicados ao desenvolvimento de procedimentos de ensino focados na melhora das capacidades de estudantes resolvedores de problemas;
> - estudos dedicados ao desenvolvimento de procedimentos de formação de professores que resultam em deliberar emprego de métodos instrucionais preocupados em aumentar o crescimento das capacidades de resolver problemas de seus estudantes.
> - estudos de natureza expositiva, incluindo desenvolvimento analítico e relatórios interpretativos. (STEFFE, 1977, p. 330-331, tradução nossa)

Sobre história, progresso e perspectivas futuras da resolução de problemas, foi adotado o tema *Instruction in heuristical methods*, para orientar as discussões. A escolha por esse tema levou os participantes a discutir várias hipóteses gerais ou conjecturas, que passaram a ser estudadas:

> [...] métodos heurísticos na resolução de problemas (a) podem ser aprendidos; (b) podem ser pensados; (c) são efetivamente usados pelos estudantes e podem melhorar seu desempenho matemático na resolução de problemas; e (d) justamente com a parte pedagógica, o ensino heurístico pode se tornar uma parte viável no currículo de matemática. (STEFFE, 1977, p. 330, tradução nossa)

Para estudar essas hipóteses, cinco Grupos de Trabalho, ou *Working Groups* (WG), foram estabelecidos. Um deles, o *Task Variables*, deu início a um banco de problemas („*problem bank*‟), chamado de *National Collection of Research Instruments for Mathematical Problem Solving* (NCRIMPS). Era esperado que "[...] o banco de problemas estimulasse pesquisadores em resolução de problemas a analisar com mais cuidado e mais completamente os problemas tarefa deles próprios e de outras investigações" (*Ibid.*, p. 331, tradução nossa).

Os integrantes do WG *Instruction in the Use of Key Organizers to Facilitate Problem Solving*, vinham estudando que tipos de habilidades deveriam ser desenvolvidas nos estudantes para que eles se tornassem melhores resolvedores de problemas. Na concepção desse grupo, esses estudantes concebiam essas habilidades na condição de bons "organizadores de informações", ação que facilita o levantamento de conjecturas razoáveis, proporcionando-lhe direção e foco. As abordagens de ensino escolhidas por esse grupo tendem a introduzir e praticar cada “organizador chave” em um relativo isolamento em relação aos demais. Isto é, difrente do “planejamento heurístico” de Polya que envolve uma consciência abrangente e o uso de possíveis numerosas estratégias heurísticas em cada etapa da solução, esses episódios de resolução de problemas seriam designados para caracterizar um “organizador chave”.

Nossa compreensão a respeito do que esse WG propõe em relação aos episódios que caracterizam um “organizador chave”, é que, nas heurísticas de Polya o aluno precisava ter uma consciência abrangente, enquanto que, no trabalho do grupo, ele está focado em um episódio de resolução de problemas.

Em contraste ao WG supracitado, o *Instruction Organized to Use Heuristics in Combinations* vinha estudando investigações exploratórias em pequena escala, enfatizando o estudo do raciocínio das crianças durante seus esforços na resolução de problemas. O grupo sugeriu que a abordagem que envolve estudantes praticando heurísticas fosse holística. Ou seja, a concepção que a subjaz sugere que a resolução de problemas matemáticos seja levada, tanto espontaneamente e naturalmente quanto possível, em episódios de resolução de problemas, mais do que a introdução de conteúdos pré-determinados. Um “organizador avançado” é resultado da sucessão de problemas sequenciais cuidadosamente selecionados.

Dentre outras ações, no que se refere às perspectivas futuras, o *Problem Solving Project* propôs dar continuidade às investigações. Para isso, iria contar com a colaboração dos mais de 40 pesquisadores participantes, como também, de novos participantes que seriam encorajados a juntar-se ao grupo. Esforços futuros deveriam focar no estudo dos processos e do ensino dos métodos heurísticos, com especial atenção a um trabalho analítico relacionado a construções básicas, em modelos de comportamentos de resolução de problemas e no comportamento de professores.

O *Mathematics Education Development Center* (MEDC), da Universidade de Indiana, iniciou seus trabalhos em 1971 com o propósito de desenvolver pesquisas e projetos de ensino. Desde seu início, o MEDC esteve envolvido em duas pesquisas e em um projeto de ensino, que serão trazidos mais adiante neste texto.

O *The Mathematics-Methods Program* (MMP), apoiado pela *National Science Foundation* desde 1971, desenvolvia pesquisa na formação inicial de professores de Matemática e de Pedagogia Matemática. Os professores dos cursos de Pedagogia Matemática são aqueles que ministram todas as disciplinas na Educação Elementar (no Brasil são conhecidos como polivalentes), sendo que a Matemática é somente um dos temas trabalhados. Esse programa direcionava sua investigação a dois componentes com enfoques diferentes: o da sala de aula da universidade e o do campo de trabalho, aquele local onde o professor iria desempenhar suas atividades docentes. Dissertaremos sobre a primeira pesquisa, já que a segunda envolve questões relacionadas a um modelo projetado para experiências iniciais na Matemática, no que se refere à confiança que deve o professor adquirir no trabalho com as crianças, à familiarização com uma ampla variedade de materiais manipulativos, dentre outros, que não estão diretamente relacionados à Resolução de Problemas como estratégia de trabalho.

Na sala de aula da universidade, o MMP integrava conteúdo matemático e metodologia em 12 unidades, intituladas:

> Numeração, Adição e Subtração, Multiplicação e Divisão, Números Racionais com Inteiros e Reais, Consciência Geométrica, a Análise das Formas, Medidas, Geometria de Transformação, Experiências em Resolução de Problemas, Gráficos: A captação de informação, Teoria dos Números e Probabilidade e Estatística. (ATHEN; KUNLE, 1977, p. 367, tradução nossa)

Cada unidade focava um tópico de Matemática e como esse tópico se relacionava com o currículo da Escola Elementar. A Matemática era desenvolvida no programa em pequenos grupos, usando o laboratório, em uma abordagem de resolução de problemas. Problemas matemáticos e pedagógicos eram colocados aos aprendizes (futuros professores), que trabalhavam em busca da solução. As unidades de escrita enfatizavam formas de realização concretas de conceitos matemáticos, atividades relacionando a Matemática e suas aplicações ao mundo real, e o desenvolvimento de um repertório de técnicas para o ensino de cada conceito (ATHEN; KUNLE, 1977).

Uma importante meta do MMP era a de relacionar a Matemática ao mundo real do aluno. Desde que o mundo real do professor da Escola Elementar inclui a sala de aula da Escola Elementar, o MMP entendia que seria importante relacionar sua formação Matemática com perspectiva para esse público e o melhor local para se fazer isso era no ambiente da universidade.

Foi dito ainda no relatório do MMP, nos *proceedings*, que mais de 50 universidades vinham fazendo uso do projeto MMP na formação inicial de professores da Escola Elementar.

O *Mathematics Education Development Center* (MEDC), como dissemos há pouco, apresentou um projeto de ensino nesse ICME-III chamado *The Mathematical Problem Solving Project* (MPSP). O MPSP teve início dois anos antes desse ICME-III, subsidiado pela *National Science Foundation*, com o objetivo principal de investigar maneiras de melhorar o desempenho em resolução de problemas de estudantes com idades entre 9 e 12 anos.

Em uma primeira etapa do projeto, que teve a duração de 2 anos, o trabalho esteve voltado à observação de estudantes durante as aulas, no desenvolvimento de materiais e em tentativas de fazer uso desses materiais em sala de aula. Duas abordagens, uma analítica e uma experimental, foram usadas no desenvolvimento desses materiais.

Na abordagem analítica, os esforços estiveram centrados em identificar quais habilidades seriam pré-requisitos para o uso de uma determinada estratégia de resolução de problemas, por exemplo uma estratégia de tentativa e erro ou "adivinhar-e-testar". Já era esperado que os alunos estivessem dispostos a fazer adivinhações, que estivessem aptos a ver caminhos para testar suas tentativas, e aptos para interpretar os testes, a fim de poder fazer uma revisão da tentativa. Para ajudar os alunos a se familiarizar com as tarefas, os módulos eram compostos por aulas e uma plataforma de problemas foi preparada. Cada programa em serviço era conduzido por 24 professores.

Uma abordagem experimental do desenvolvimento de materiais consistiu de um quadro que foi dividido em quatro partes: o problema; dicas de como ajudar as crianças a começar a resolver o problema; exemplos de como outras crianças resolveram o problema; e um conjunto de questões que serviriam para avaliar ou estender a solução do problema a novos problemas. O consenso, entre os professores de que a melhor maneira de melhorar o desempenho dos alunos em resolução de problemas era resolvendo problemas, era evidente.

Quanto à avaliação, o projeto focou na avaliação formativa dos materiais em sala de aula, mas também, em atividades de investigação relacionadas ao desenvolvimento de um instrumento para medir os processos de resolução de problemas nas crianças. Esforços foram movidos no sentido de verificar mudanças nas atitudes dos professores para ensinar por meio da resolução de problemas, bem como, no sentido de conscientizá-los de que era preciso uma mudança de atitude da parte de ambos, professor e alunos.

As comunicações curtas submetidas aos ICMEs, especialmente a partir do ICME-III quando o volume de trabalhos aceitos foi maior do que o dos ICMEs anteriores, teve apenas um pequeno número delas que foi apresentado oralmente durante as sessões de trabalho. Considerando a grande quantidade de textos, submetidos à sessão de comunicações curtas, recebidos pelo congresso no ICME-III, seus organizadores decidiram implantar uma nova forma de apresentação, como dissemos no início do texto referente a este ICME, chamada sessão de pôsteres (*poster-sessions*). Nessas sessões, além das comunicações curtas, relatórios de pesquisa foram expostos e a dinâmica de apresentação, de ambos, foi pensada de modo que cada autor deveria se posicionar ao lado de seu texto (contendo até 4 páginas), exposto em um quadro, disponibilizando-se a trocar ideias sobre sua pesquisa com os demais participantes do congresso. Essa dinâmica de apresentação marca o início das sessões de pôsteres nos ICMEs.

Foram cinco as comunicações curtas sobre o tema Resolução de Problemas submetidas e aceitas para apresentação no ICME-III, resultados de pesquisas independentes, não vinculadas a projetos.

Segue abaixo a relação desses trabalhos, seguidos de seus respectivos autores:

1. *Three Phases of Problem Solving*. BEZUSZKA, S. J. (USA).
2. *Problem Solving Processes of Fifth and Sixth Grade Students*. BRANCA, N. (USA).
3. *An Experimental Study of Problem Solving Ability.* GANGLER, J. M. (sem identificação do país).
4. *Data Collection and Problem-solving Strategies.* HILL, W. (USA).

5. *Problem Solving Models in the Senior High School*. KENNEY, M. (USA).

Bezuszka (1976) destacou em sua fala que o ensino de resolução de problemas nas escolas estava, ainda, baseado em princípios enunciados no século XVII por René Descartes que, basicamente, se resumia em " (1) reduzir um problema da vida real a um problema em termos matemáticos; (2) reduzir um problema em termos matemáticos para a Álgebra; e (3) reduzir um problema da Álgebra para um conjunto de soluções de equações" (BEZUSZKA, 1976, s/p[44], tradução nossa). No que diz respeito ao caso (1), Bezuszka (1976) afirmou que, nas séries menos adiantadas, os estudantes têm dificuldades em converter um problema do mundo real para uma situação que seja matematicamente equivalente ao problema. Consequentemente, disse ele, nessas séries, ao estudante é proposto um número particular de problemas que requer, somente, alguma aritmética básica a fim de que ele possa encontrar a solução. No caso (2), nos passos exigidos para a resolução dos problemas propostos aos alunos, é requerida alguma habilidade em abstrair e generalizar, por parte dos alunos. Para muitos estudantes, a tarefa é inatingível e o objetivo é frustrante, disse Bezuszka. Já no caso (3), o pesquisador afirmou que, por conta de muitos livros texto colocarem ênfase em procedimentos de resolução de equações e de trazerem equações em abundância para treino e prática, os estudantes, nessas séries, encontram na resolução de uma equação um dos requisitos mais fáceis de resolução de problemas.

Bezuszka (1976) disse que o caso (2) foi o que motivou sua investigação e que viu o acesso crescente às calculadoras de mão como forte aliado. Aqueles cálculos considerados chatos, que antes tinham de ser realizados pelos estudantes à mão, a fim de que pudessem perceber uma generalização algébrica, podem ser realizados com as calculadoras, possibilitando ao aluno maior liberdade e rapidez na generalização algébrica, disse ele. As calculadoras de mão, para esse pesquisador, auxiliam o resolvedor de problemas, de forma que muitos problemas, antes resolvidos de forma lenta e entediante, podem ser

[44] O livro de resumos de comunicações curtas e de pôsteres não tem paginação.

facilmente resolvidos e a generalização, oriunda de um padrão encontrado em casos particulares, se dará de forma mais rápida e mais efetiva. Nessa abordagem, a que faz uso de calculadoras de mão e de computadores na resolução de problemas, em um momento final é possível estender a generalização algébrica para computadores. Assim, conforme Bezuszka (1976), existem três passos nessa abordagem de resolução de problemas que merecem ser pontuados: (1) a solução de alguns exemplos particulares deve ocorrer no lápis e papel; (2) o uso de uma calculadora de mão para estender um padrão de soluções e levar o aluno a uma generalização algébrica; e (3) a elaboração de um algoritmo adequado para programação e generalização para o computador.

Percebe-se, a partir do que disse Bezuszka (1976), a resolução de problemas sendo trabalhada com o apoio das calculadoras de mão, dos computadores e do lápis e papel, com o intuito de que o objetivo mais importante do problema, que Bezuszka (1976) considera ser a generalização algébrica, seja atingido com maior rapidez e significado.

A comunicação de Nicholas Branca, chamada *Problem Solving Processes of Fifth and Sixth Grade Students*, é resultado de pesquisa realizada com estudantes de quintos e sextos anos em escolas rurais na Pensilvânia (USA). Branca (1976) destacou que foi desenvolvido um programa de ensino de resolução de problemas e heurísticas na Matemática para os quintos e sextos anos de forma que as características dos problemas que os estudantes estavam acostumados a resolver, as heurísticas que eles usavam e aquelas que eles poderiam sucessivamente pensar e que melhorariam suas habilidades de resolução de problemas, foram identificadas.

Esse pesquisador afirmou que foram investigadas em sua pesquisa as relações de eficácia do programa por meio de variáveis que envolveram: a idade dos estudantes; Quociente de Inteligência (QI); notas atingidas em Matemática; nível de leitura; e tratamento psicológico. Os resultados indicaram, disse o pesquisador, que as habilidades de resolução de problemas dos estudantes desses anos podem ser melhoradas através do ensino com heurísticas.

A pesquisa de Branca (1976) reflete a preocupação, do pesquisador e de sua equipe, em trabalhar a resolução de problemas do ponto de vista da sala de aula.

Com o título *An Experimental Study of Problem Solving Ability,* Gangler (1976) apresentou resultados de uma pesquisa realizada com 355 estudantes do primeiro ano da graduação em Matemática. Em seu experimento, os alunos tiveram acesso a uma gravação de áudio, contendo 12 regras que deveriam ser seguidas para a resolução de seis diferentes tarefas baseadas na lógica simbólica.

Gangler (1976) disse que cinco variáveis foram escolhidas para o experimento: participação na situação de aprendizagem; motivação; período do dia em que a atividade seria realizada; inteligência; e conhecimentos matemáticos prévios. Cada variável, disse o pesquisador, foi definida por duas categorias e um projeto com cinco direções foi utilizado no experimento. Para a situação de aprendizagem, a variável dependente foi um teste pontuado, utilizado como medida para saber quão bem os indivíduos conheciam os conceitos matemáticos prévios necessários para aplicar as regras. Na situação de resolução de problemas, três variáveis dependentes foram usadas: o número médio de passos corretos por minuto; o número médio de erros por minuto; e o número de soluções corretas.

De acordo com Gangler (1976), 31 dos principais efeitos e interações foram testados como significativos, sendo que, deles, onze tiveram seus principais efeitos e interações consideradas significativas para uma ou mais das quatro variáveis dependentes. Além disso, aqueles estudantes, cujas participações foram abertas nas situações de aprendizagem, aprenderam mais e resolveram melhor os problemas do que aqueles que se envolveram em situações de aprendizagem fechadas. Outro aspecto notado por Gangler (1976) foi que, ao serem informados de que alguns dos temas trabalhados poderiam ser contabilizados em suas notas, alguns se mostraram ansiosos, influenciando negativamente em sua aprendizagem e nas habilidades de resolução de problemas. O horário de realização da atividade, se realizada de manhã ou à tarde, segundo o pesquisador, não fez diferença nos resultados. Os efeitos das variáveis de inteligência e de conhecimento matemático prévio, que foram definidos por categorias baixa e alta, foram significativos para todas as variáveis dependentes, exceto para o número de erros. Um número de interações significativas interessantes e aplicáveis das variáveis foi, também, identificado nesse experimento.

A pesquisa de Hill (1976), cujo tema é *Data Collection and Problem-solving Strategies,* é fundamentada na teoria do "Desenvolvimento Cognitivo" de Jean Piaget. Esse pesquisador, apoiado em Piaget, diz que a maior transição dos processos de pensamento da criança ocorre na idade entre 10 e 14 anos e que é nesse intervalo que as crianças passam do "Período de Operações Concretas" para o "Período de Operações Formais". Hill (1976) disse, apoiado em Piaget, que essa transição anuncia o desenvolvimento de novas estratégias de resolução de problemas e que, nessa fase, crianças que atuam no nível de "Operações Concretas" têm um repertório de habilidades de resolução de problemas que são usualmente restritas para um presente imediato e empregam, frequentemente, técnicas de tentativa e erro. Em contraste, segue afirmando o pesquisador, a emergência de pensamento formal é ilustrada pela capacidade e habilidade de levantar hipóteses, testá-las e generalizar. A transição dos processos de pensamento não pode ocorrer no vácuo. Assim faz-se necessário, para o desenvolvimento da criança, repetir interações com situações que requerem essas habilidades de resolução de problemas, disse o pesquisador.

Hill (1976) afirma que introduzir uma estratégia de coleta de dados em relação à resolução de problemas parecia ser um processo viável e essencial para o desenvolvimento do pensamento formal. Assim, apresentou três componentes principais que constituem essa abordagem: a compilação dos dados empíricos; a extrapolação dos dados para formar um modelo; e a generalização baseada no modelo. Esse pesquisador apresenta em sua comunicação materiais que incorporam esses processos, atividades envolvendo conceitos de Probabilidade, e diz que a generalização é estimulada através do desenvolvimento de jogos, baseados nessas atividades.

A pesquisa de Hill (1976) revela um importante aspecto da resolução de problemas, voltado a processos de pensamento, apoiado em pesquisas fundamentadas na Psicologia, e sobre a forma de como melhorar essa capacidade nos estudantes.

Margaret Kenney (1976) com a pesquisa *Problem Solving Models in the Senior High School* afirmou, em sua comunicação, que a resolução de problemas era um dos principais assuntos da educação matemática nos Estados Unidos naquele momento e que educadores matemáticos e desenvolvedores de currículo vinham abordando o tema em todos os níveis de ensino. Kenney (1976) lembrou que opiniões sobre áreas, como processos de pensamento, técnicas pedagógicas, modos de ensinar, habilidades básicas e abordagens interdisciplinares e aplicações do mundo real, vinham sendo articuladas. A comunicação de Kenney (1976) destacou a resolução de problemas como uma abordagem que poderia ser particularmente eficiente na Escola Secundária.

De acordo com Kenney (1976), a fim de estimular o interesse dos estudantes para a resolução de problemas, bem como, promover a consciência de que os vários “fios” da matemática podem ser juntados de maneira significativa, começa-se por selecionar um modelo que é familiar ao estudante. Os problemas selecionados devem se relacionar, ou seja, que uma solução razoável de cada problema requeira o uso de modelos escolhidos. A pesquisadora ressalta que o procedimento parece simples, mas na prática, tanto pode ser formidável quanto frustrante e que não é uma tarefa simples acumular problemas apropriados. Geralmente, disse Kenney (1976), o professor pode desenvolver uma coleção de problemas apropriados, mas vai precisar de um longo período de tempo.

Kenney (1976) apresentou um problema relativo à Soma, que ela considera excepcional. Trata-se da soma dos números naturais “1 + 2 + 3 + ... + n”. A pesquisadora disse que esse problema foi trabalhado com estudantes, juntamente com outros 40 que compõem uma coleção, e que, com ele, podem ser explorados conceitos de Aritmética, Teoria de Números, Álgebra e Geometria. Reafirmando o que disse sobre a relação que deve haver entre os problemas de uma coleção, Kenney (1976) argumentou que, em alguns exemplos, foi possível ilustrar o desenvolvimento espiral existente entre certos problemas trabalhados na coleção.

O número de pesquisas, não vinculadas a projetos sobre Resolução de Problemas apresentadas nesse ICME-III limitou-se a cinco. Entretanto vimos, nos projetos MMP, MPSP, PSP e PMDC, grandes possibilidades de que ela, a

Resolução de Problemas, viria a ser incorporada às aulas de Matemática das escolas daqueles países e que, muito provavelmente, pudesse vir a ser incorporada às aulas de Matemática em todo o mundo. Essa tendência, no ensino de Matemática, se aceita em outros países, poderia ser compreendida como mais um movimento de modernização do currículo da Matemática, como parte do arrojado projeto iniciado por Félix Klein no limiar do século XX.

No Capítulo 2 vimos, em Lesh (1994), por exemplo, que a pesquisa em Resolução de Problemas teve aumento expressivo na década de 1970. Essa informação converge com o que vimos no ICME-III, realizado em um intervalo de 4 anos do ICME-II, com o número de pesquisas em Resolução de Problemas aumentando consideravelmente, especialmente no que diz respeito aos projetos apresentados e à dimensão alcançada por eles, seja no trabalho envolvendo pesquisadores, professores em formação, produção de materiais pedagógicos e, sobretudo, a sala de aula.

5.3.4 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-IV

O ICME–IV foi realizado em 1980, em Berkeley, na Califórnia (USA). O presidente honorário foi o professor George Polya, que não pôde comparecer devido a problemas de saúde. Ao todo participaram do evento 1800 pessoas, que vieram de 90 países. Na presidência da ICMI estava o pesquisador H. Whitney (USA) e na vice-presidência estavam os pesquisadores B. Christiansen (Dinamarca) e Ubiratan D‟Ambrosio (Brasil).

Para a escrita deste texto, referente ao ICME-IV, as fontes consultadas por nós foram os *proceedings* e o livro de resumos de comunicações curtas. Esse último documento não tem paginação e consta a informação de que foi editado pela *National Academy of Sciences* (USA) e a *University of California* (Berkeley).

Nos agradecimentos dos *proceedigns*, os editores Marilyn Zweng, Thomas Green, Jeremy Kilpatrick, Henry Pollak e Marilyn Suydam destacaram que, pela primeira vez, todos os artigos submetidos ao congresso foram publicados nos *proceedings*, um documento com mais de 1000 páginas, representando o estado da arte da Educação Matemática no mundo, até o momento do Congresso (ZWENG et al., 1983). Os artigos, diferentemente do ICME-III cujo idioma oficial da publicação foi o Inglês, foram publicados em três idiomas: Inglês, Francês e Espanhol. Zweng e seus colegas afirmaram que o exercício de fazer com que todas as pesquisas fossem publicadas forçou-os a cortar muitos parágrafos de artigos de pesquisas, de forma que várias páginas foram suprimidas. Após esses recortes, não foi possível retornar os textos aos seus autores para que eles pudessem aprová-los, fato que pode ter comprometido, ao menos em parte, a qualidade dos trabalhos. Contudo, os editores disseram que trabalharam para manter a essência das apresentações, embora aceitassem a responsabilidade por alguma mudança que, por ventura, tivesse alterado a intenção dos autores. As associações *Mathematical Association of Sciences*, o *National Council of Teacher of Mathematics* e a *National Academy of Sciences* colaboraram significativamente com o evento, disseram os editores.

O volume de páginas dos *proceedings* é reflexo do número elevado de pesquisas que foram submetidas ao ICME-IV. Essas pesquisas, diferente dos congressos anteriores, versavam sobre temas muito variados, relacionados à Tecnologia, à Formação de Professores, à Geometria, à Estatística, às Aplicações da Matemática, à Resolução de Problemas, ao Currículo, à Pesquisa em Educação Matemática, Problemas de ensino e o relacionamento de linguagem com Matemática, e a muitos outros, que renderam os 21 capítulos no livro *proceedings*. Sendo, a Matemática e a Educação Matemática parte do contexto social, essa ampla gama de temas se justifica em função das demandas desse contexto.

Sobre esse aspecto, D"Ambrosio (1979) destacou que no final da década de 1970, a "educação global" era o mote, provocado pelo surgimento de um mundo que pedia uma nova estrutura educativa em razão do elevado número de alunos nas escolas e, por consequência, a necessidade aumentada em formar professores, não sem as significativas perdas qualitativas. Além disso, esse pesquisador destacou uma necessidade da época que deveria considerar a Educação Matemática sob dois aspectos, um profissional ou utilitário, muito difundido com a aquisição das calculadoras de mão e dos computadores, e outro que compreendia a Educação Matemática no contexto da educação científica, de forma a promover um livre e criativo objetivo da educação como "aquisição da arte de utilizar o conhecimento" (WHITEHEAD, 1948 apud D"AMBROSIO, 1979, p. 220, tradução nossa) relacionado, necessariamente, à realidade global. Por essa razão, a Educação Matemática deveria assumir uma nova dimensão que entendia que, para além de perpetuar conhecimento ou avançar pouco sobre o existente, o que o conduziria lentamente ao desaparecimento, ela deveria fomentar a criação de um novo conhecimento. E uma forma de iniciar essa empreitada, disse D"Ambrosio (1979), seria abandonar currículos estruturados, com conteúdos fixados *a priori*, e optar por um currículo mais dinâmico, com o ensino estruturado por uma série de atividades interdisciplinares, baseadas fortemente em motivações que geram as unidades de conteúdos, em distintos níveis de rigor e duração variável e em grande parte conhecidas. Citando Piaget (1975), D"Ambrosio (1979) fala que a adoção dessa nova estrutura não requeria um aumento no tempo de aula, mas uma ampliação sistemática de perspectivas.

Pensar o documento, como uma prática e uma realização social (LUCHESE, 2014), nos leva a assumir que o aumento no número de pesquisas apresentadas no ICME-IV, sobretudo em relação à diversidade de temas, está relacionado com o contexto da "educação global", citado por D"Ambrosio (1979). Ressalta-se ainda a robustez, em termos de pesquisa, da Educação Matemática nesse ICME-IV, ainda não conseguida em eventos anteriores.

Para as sessões plenárias, neste ICME-IV, foram quatro os convidados ilustres: George Polya, Hans Freudenthal, Herminia Sinclair e Hua Loo-Keng. Além desses, outros palestrantes foram convidados para proferir palestras regulares. Dentre eles, 15 foram considerados convidados principais e tiveram, cada um, uma hora para falar. Além dessas conferências, outras 60 sessões, aproximadamente, tomaram lugar nesse ICME-IV, sendo que delas foram gerados debates com duração de uma a duas horas. Os debates das conferências dos palestrantes principais foram orientados pelo mesmo tema da conferência. Houve ainda, 20 miniconferências que versaram sobre temas individuais (D"AMBROSIO, 1980).

O modelo adotado no ICME-III para a apresentação de comunicações curtas em formato de pôster foi mantido no ICME-IV e foi requerido dos participantes que as pesquisas apresentadas enfatizassem o ensino de Matemática a estudantes menos privilegiados e problemas de currículo em Educação Matemática nos países participantes (*Ibid*.).

Ainda sobre a organização do ICME-IV, os grupos de trabalho de Karlsruhe tiveram a oportunidade de dar continuidade ao trabalho iniciado naquele evento (ou mesmo em Exeter), incorporando-se ao restante do programa.

Dentre os convidados ilustres, aquele cuja fala está diretamente relacionada aos objetivos desta pesquisa é o professor George Polya, que não pôde comparecer ao evento alegando problemas de saúde. No entanto, com o título *Mathematics Promotes the Mind*, enviou um breve resumo, lido por Gerald L. Alexanderson (USA), sugerindo aos participantes que pensassem, em vez do tema proposto inicialmente, o qual ela estava abordando (*Mathematics Promotes the Mind*), no tema *Mathematics Improves the Mind* para o congresso seguinte, pois o considerava mais adequado que o primeiro. No entanto, numa leitura apressada no sumário dos *proceedings* pode-se pensar que o tema abordado por Polya no resumo lido por Alexanderson tenha sido *Mathematics Improves the*

Mind, já que foi anunciado esse como o tema de sua palestra. Em se tratando de um breve resumo, decidimos reproduzí-lo na íntegra neste texto:

> O título desta curta fala é *Mathematics Promotes the Mind*. Eu repito isso com convicção que a matemática promove a mente, mas de fato isto não é incondicionalmente correto. Há uma condição: Matemática promove a mente, desde que seja ensinada e aprendida de forma adequada. Eu poderia citar a você exemplos de ensino de matemática que são bastante bons para transmitir os fatos matemáticos pretendidos e suas provas, mas que nada fazem para promover a mente. Certamente vocês mesmos tiveram várias ocasiões de ouvir sobre este ensino e vocês poderiam citar seus próprios exemplos. Então a questão: O que pode o professor de matemática fazer para que sua forma de ensino melhore a mente? Esse teria sido um tópico digno para ser discutido nesta conferência. No entanto, é muito tarde. Ele deveria ter sido proposto há meses atrás. Assim, eu o proponho para o próximo congresso. Eu espero que haja algumas pessoas na platéia que pensarão sobre essa minha questão, lembrando-a e propondo-a para o próximo congresso. Eu tenho algumas ideias sobre ela, se alguém está interessado, nós podemos discutí-las particularmente. Eu desejo ao congresso muito sucesso. (POLYA, 1983, p. 1, tradução nossa, grifo do autor)

Muito já foi dito neste texto sobre a teoria proposta por Polya. Assim, não despenderemos tempo dissertando sobre o excerto anterior, pois suas palavras são bastante claras para os objetivos que vimos trilhando ao longo desta pesquisa. No entanto, julgamos importante discutir a “sutileza” entre as palavras *promote*s e *improves. Promotes* (promover), segundo Polya, teria uma condicionante: “a Matemática promove a mente desde que ensinada e aprendida apropriadamente”. Assim, a Matemática promove a mente se a condicionante for satisfeita. Ao lançar a pergunta “O que pode o professor de matemática fazer para que sua forma de ensino melhore a mente?”, Polya manifesta o desejo de que esse tópico – *Mathematics improves de mind* – pudesse ter sido discutido nessa conferência. Entendemos com isso, que Polya queria avançar no discurso de que era preciso mais que promover a mente, era preciso trabalhar com os alunos para sua melhora. Considerando a teoria já edificada por Polya e por outros pesquisadores sobre Resolução de Problemas, uma resposta imediata possível ao seu questionamento seria aquela que vislumbra o trabalho de sala de aula, no ensino de Matemática, com vistas à Resolução de Problemas.

Avançando a pesquisa nos *proceedings*, vimos que o Capítulo 9, chamado *Problem Solving*, contemplou pesquisas sobre Resolução de

Problemas em sua inteireza, sendo assim dividido: 9.1. *Teaching for Effective Problem Solving: A Challenging Problem* e 9.2 *Real Problem Solving.*

No tópico 9.1, na pesquisa de nome *Whorthwile problems for the mathematics classroom: a non-empirical classificatory attempt*, Shmuel Avital (Israel) falou sobre a importância de que o ensino fosse orientado para produzir uma resolução de problemas eficiente e lembrou que pesquisas desenvolvidas ou em desenvolvimento, até aquele momento, se voltaram a encontrar maneiras de melhorar as habilidades dos estudantes para resolver problemas. O pesquisador chamou atenção para a falta de uma abordagem classificatória, isto é, uma teoria construída sobre como trabalhar com a resolução de problemas de modo que ela fosse eficiente. Para Avital (1983), essa escassez de conhecimento sobre como ensinar para melhorar a resolução de problemas obriga escritores de livros didáticos a acumular um grande número de exercícios e de problemas no final das unidades, organizando-os em ordem crescente de dificuldade, exceto raríssimas excessões. Por consequência, resolver esses problemas é aplicar alguns dos conhecimentos vistos naquela unidade.

Avital (1983) enumera alguns desafios e necessidades básicas da Educação Matemática, que ele chama de axiomas: (1) a resolução de problemas no currículo matemático; (2) a falta de abordagens classificatórias; (3) a necessidade de revisão e conexões; (4) a necessidade de explorar e conjecturar; (5) a necessidade de lançar a semente para o futuro; (6) a necessidade de apresentar problemas relacionados com a cultura do aluno; e (7) a necessidade de reflexão e reconsideração. O pesquisador despendeu algum tempo falando de cada um dos itens enumerados e em seguida apresentou algumas frases, que chamou de “frases de efeito” ou “frases mnemônicas” *(catch frases)*, para lembrar cada uma das fases com exemplos matemáticos.

Para cada uma das necessidades enumeradas, Avital (1983) deu exemplos de situações-problema e apresentou orientações sobre como o professor poderia trabalhar com elas, caso desejasse incorporá-las em sua prática. O pesquisador acreditava que, supondo o trabalho a partir dessas situações-problema, o professor, de posse das “frases mnemônicas” na resolução das situações-problema propostas, trabalharia para a promoção da melhora das habilidades em resolução de problemas. Segundo contou, essas “frases mnemômicas” serviriam para que o professor pudesse “se policiar” quando fizesse a introdução de exemplos necessários para preencher as necessidades elencadas.

Na pesquisa *Los Problemas de Matemáticas en la Escuela Secundária. Analisis de una experiencia*, Jose R. Pascual Ibarra (Espanha) falou sobre a "resolução de problemas como uma teoria pedagógica" afirmando que o trabalho com essa abordagem não é nada fácil. Inicialmente Ibarra (1983), apoiado em Polya, lembrou que, embora a matemática seja "uma ciência lógica, junto ao raciocínio frio dedutivo, há outro tipo de raciocínio anterior a ele: o raciocínio plausível" (p. 279, tradução nossa) e ressaltou que ele não pode ser alheio ao ensino de Matemática. De acordo com o pesquisador,

> [...] aprender a formular conjecturas plausíveis, fazer sua crítica e comprovar sua validade, é a melhor forma, e a mais prática, de aprender a raciocinar e essas atividades se realizam melhor inseridas no planejamento de resolução de problemas, do que com os estudos formais de teorias já elaboradas. (IBARRA, 1983, p. 279, tradução nossa)

Desejando ilustrar possibilidades de trabalho para a aula de Matemática com resolução de problemas e raciocínio plausível, Ibarra (1983) apresentou resultados de uma pesquisa realizada com professores em um curso de formação inicial, em que lhes foi proposta uma atividade envolvendo a construção de figuras geométricas a partir das orientações de Polya para a resolução de problemas. O pesquisador disse que, no sentido Kantiano, "uma pessoa inteligente é aquela que diante de uma situação qualquer da vida, primeiro examina o que pode ser feito, depois analisa o que se deve fazer ... e, finalmente, o faz" (p.280, tradução nossa). Entretanto, disse ele, diante da atitude passiva dos futuros professores frente ao problema proposto, foi preciso lançar perguntas aos mesmos para que pudessem sair dessa condição. Essas perguntas foram elaboradas em conformidade com as quatro fases para a resolução de problemas propostas por Polya, apresentadas no Capítulo 2 deste texto.

Ibarra (1983) disse que a experiência com os professores em formação, no desenvolvimento da atividade envolvendo resolução de problemas e raciocínio plausível, lhe possibilitou retomar o ideal proposto por Félix Klein no início do século XX, quando defendeu que o ensino de Matemática Elementar fosse trabalhado sob um ponto de vista avançado. Ibarra (1983) afirmou que esse ensino “[...] foi desenvolvido por alguns professores de forma contrária: ensinando ou tentando ensinar matemática superior de um ponto de vista elementar que, em uma perspectiva psicológica, em minha opinião, é pura bobagem, porque torna a escola secundária uma caricatura da faculdade” (IBARRA, 1983, p. 281, tradução nossa).

Tecendo considerações finais, Ibarra (1983) disse acreditar que

> uma didática adequada na resolução de problemas pode e deve contribuir com a implantação de uma nova metodologia no ensino de matemática, que nos permita, não somente contribuir com o impulso de vocações matemáticas, mas também a proporcionar uma melhor e mais eficaz educação matemática, em sentido amplo, a um maior número de alunos. Esse é o desafio, creio eu, que nós os professores enfrentamos, e o esforço que a sociedade, e nossos alunos, nos exigem. (*Ibid.*)

Nos *proceedings*, a terceira palestra que abordou a Resolução de Problemas foi a de Ian Isaacs (Jamaica), que falou sobre *Teaching Problem Solving in a Sixth Form College within the Confines of a Prescribed Syllabus*. A possibilidade de “ensinar a resolução de problemas no sexto ano do ensino secundário dentro dos limites de um programa prescrito” foi o foco do trabalho de Isaacs (1983), que apresentou dois estudos visando a atender a esse objetivo.

Isaacs (1983) descreveu como está organizado o currículo da *high school*, escola secundária em seu país, e disse que dos sete anos que compõem esse nível de ensino, apenas cinco deles são cumpridos pela maioria dos estudantes, que ao final desse período passam por um exame que irá indicar aqueles que poderão (se aprovados) prosseguir nos estudos de Matemática, caso desejem, em um programa de nível A, ou alguma área afim, como Física ou Economia, por exemplo. Aqueles que seguem cursando Matemática por mais dois anos, embora sejam competentes em resolver exercícios rotineiros externos ao currículo, são incapazes de tratar com novos problemas, de fora do currículo, que requerem o uso do mesmo conteúdo (ISAACS, 1983).

Os estudantes envolvidos na pesquisa de Isaacs (1983) são alunos de um curso pré-universitário, da *Excelsior Community College*, em Kingston, na

Jamaica, que foram recrutados da escola secundária, oriundos da cidade de Kingston e arredores. Muitos deles tiveram que parar o curso no quinto ano por não terem tido bons resultados em três disciplinas que desejavam prosseguir no Nível Avançado. Nesse curso, na *Excelsior Community College*, eles estudam duas ou três disciplinas de nível A, no período de dois anos.

Seu primeiro estudo, chamado *Teaching Students in a Sixth Form to Use Some of the Heuristics for Solving Problems in Mathematics*, envolveu 21 estudantes que trabalharam com aulas baseadas na resolução de problemas. O pesquisador afirmou que o comportamento do professor é o que move as aulas baseadas na resolução de problemas, ou seja, na introdução de um tópico é aconselhável que o professor considere algumas premissas:

> i. (a) pode esse problema ser resolvido de mais de uma maneira?; (b) incorporar algumas das características mais salientes do problema geral e incentivar os alunos a questionar como o problema pode ser resolvido de uma maneira geral; (c) inserir o problema em uma situação real.
> ii. Quando desenvolver, reforçar ou revisar um tópico (a) organizar a situação de ensino-aprendizagem em torno de questões ou problemas que surjam dos estudantes ou do professor; (b) enfatizar conflitos, dificuldades, ou aspectos intrigantes (aparentemente paradoxais) do tópico; (c) propor questões que não podem ser prontamente respondidas recordando definições, teoremas ou ilustrações de exemplos previamente resolvidos.
> iii. Nas sessões de problemas (realizada uma vez por semana) (a) estimular múltiplas sugestões para enfrentar os problemas antes de tentar algum outro; (b) estimular os estudantes a usarem mais do que um método para resolver problemas (quando os problemas são resolvidos no quadro negro usar, pelo menos, duas abordagens para chegar a solução); e (c) modelar os comportamentos de resolução de problemas na frente da classe. (ISAACS, 1983, p. 282, tradução nossa)

Os resultados do primeiro estudo revelaram que apenas quatro alunos, dos 21, apresentaram crescimento discernível em suas habilidades de resolução de problemas durante o ano, enquanto que os demais não apresentaram mudanças consistentes em seus comportamentos de resolução de problemas. Além disso, o estudo inicial revelou que modificações deveriam ser incorporadas ao projeto para as investigações seguintes. Elas têm a ver com o tempo dado ao aluno para a resolução de problemas a fim de que o conhecimento adquirido seja consolidado. Isaacs (1983) disse que, quando a abordagem de resolução de problemas é utilizada para introduzir um novo tópico, o tempo dado em seguida para a realização de tarefas relativas ao que foi trabalhado deve permitir a consolidação dos conceitos, nomenclaturas e técnicas, antes que lhes sejam apresentados novos conceitos. Ainda nos resultados desse estudo, o pesquisador disse que novos problemas deveriam se basear, quando possível, sobre conteúdos que foram bem aprendidos pelos alunos e que era preciso, também, demonstrar o poder das heurísticas gerais com problemas oriundos de outras áreas, que poderiam ser usados para ilustrar o uso das heurísticas.

O segundo estudo de Isaacs (1983) contou com a participação de 21 alunos, que já puderam vivenciar as alterações no projeto sugeridas pelo primeiro estudo. Assim, foi incluído mais tempo para a realização de exercícios rotineiros e todos os novos problemas estiveram claramente relacionados aos assuntos do currículo. Como as sessões de resolução de problemas foram gravadas, tanto no primeiro quanto no segundo estudo, Isaacs (1983) fez uso da teoria de Simon e Boyer (1974), sobre “Observações Gravadas de Práticas de Ensino”, nas análises. Para determinar se o resolvedor de problemas estava, de fato, fazendo uso da abordagem “resolução de problemas”, Isaacs (1983) se baseou em Schoenfeld (1976) e Hollowell (1977) e afirmou que “o plano” de Schoenfeld e a “codificação de esquemas” de Hollowell são similares e que ambos são derivados do modelo geral sugerido por Polya para a resolução de problemas.

Isaacs (1983), nas conclusões desse segundo estudo, em andamento na ocasião do evento, disse que os resultados pareciam não diferir muito dos encontrados no primeiro estudo, pois apenas cinco estudantes mostraram sinais definitivos de terem desenvolvido habilidades de resolução de problemas, que foram usadas de maneira consistente em situações de sala de aula regular, bem como em testes. Os demais alunos esporadicamente mostraram alguns tipos de comportamentos em sessões de resolução de problemas que pareciam ter sido despertados pelo contexto do problema. Nos testes, esses comportamentos raramente foram revelados.

Finalizando, Isaacs (1983) apresentou conclusões dos dois estudos dizendo que o tempo destinado a esse trabalho foi curto demais para tentar mudar as opiniões de estudantes, de que a habilidade matemática é um conjunto de técnicas específicas para encontrar as soluções adequadas para os problemas, especialmente depois de 11 anos vivenciando experiências contrárias. Uma outra conclusão foi que

> o desenvolvimento de uma abordagem flexível da matemática escolar depende de sua inclusão desde muito cedo no programa escolar, utilizando métodos de descoberta/inquirição para que os alunos desenvolvam uma visão dualista da matemática, tanto como um corpo de conhecimento prescrito com algoritmos para aplicação, quanto como processos de invenção de conhecimento. (ISAACS, 1983, p. 283, tradução nossa)

No tópico 9.2 *Real Problem Solving*, Diana Burkhardt (Reino Unido), na pesquisa *The Scope of Real Problem Solving*, falou sobre "o escopo da resolução de problemas reais"*,* afirmando que "a Resolução de Problemas Reais [RPS] se interessa, especificamente, com a formulação e a solução de problemas do mundo real que são de interesse e preocupação imediata do estudante" (BURKHARDT, 1983, p. 283, tradução nossa). Seu artigo discute a forma como tais problemas podem ser identificados e categorizados na educação primária, secundária e terciária. Discute-se o que deve ser procurado e como proceder para ir à busca desses problemas; salienta que deve ser considerada uma abordagem essencialmente orientada para o aluno; e o papel essencialmente reduzido que o ensino e o exercitar da matemática, em si mesmos, deve assumir.

Burkhardt (1983) disse que lhe interessava que as crianças fossem "educadas para reconhecer que a matemática fornece um conjunto de ferramentas que pode ser de grande utilidade para ajudá-las a compreender uma variedade de situações-problema do dia a dia" (*Ibid*., p.284). Para atender a esse propósito, a pesquisadora falou da abordagem *Real Problem Solving* (RPS), afirmando que existem muitos problemas fascinantes do mundo real que podem ser trabalhados em sala de aula. Entretanto, ressaltou que a RPS deve contemplar problemas que, de fato, dizem respeito ao mundo real dos alunos e não ao mundo real do professor. Assim, disse ela, o ideal é buscar pelos *Action problems*, que são aqueles problemas cujas respostas irão afetar diretamente as decisões em nossas vidas diárias.

Sobre esses problemas, essa pesquisadora afirmou que "a resposta para „Devo ir de bicicleta para minha nova escola ou irei de ônibus?‟ deve determinar se eu vou sair e comprar uma bicicleta ou não" (p. 284, tradução nossa). Esse é um *Action problem* para estudantes de graduação, enquanto que "o dilema dinheiro no bolso, „eu tinha um dinheiro no bolso na segunda de manhã e ele parece ter desaparecido", ocorre de diversas formas e é um *Action problem* para quase todo mundo” (*Ibid.*).

Os *Actions problems* podem ser problemas que os alunos reconhecem como seus problemas ou mesmo problemas de pessoas com quem eles se preocupam. Desde que pertencentes a esse grupo, são considerados problemas convincentes. Burkhardt (1983) disse que aos jovens pode ser dada a tarefa de projetar um quarto de estudos respeitando os limites do orçamento, enquanto que projetar a disposição de uma cozinha pode ser um problema para crianças na escola.

Essa pesquisadora sugere que o mais importante critério para RPS é que os problemas escolhidos sejam preferencialmente *Action problems*, mas que se não for possível, então que eles sejam de alguma forma convincente para o aluno, em particular, envolvido.

Assumir que os *Action problems* devem ocupar lugar central na RPS não implica, disse Burkhardt (1983), que os modelos tradicionalmente utilizados – decaimento exponencial, mecânica newtoniana, etc. – sejam descartados mas, ao contrário, eles requerem um ensino de Matemática ativo, de forma que possam caminhar juntos na RPS. No entanto, no currículo, a eles deve ser destinado algo em torno de 10% a 50% do tempo.

Falando sobre algumas possibilidades de encontrar os *Action problems*, essa pesquisadora lembrou que uma boa maneira é pedir aos alunos que escrevam sobre problemas que os acometem no tempo presente. Segundo a pesquisadora, essa dinâmica pode gerar muitos pontos importantes para iniciar o trabalho, além de situações inesperadas, com problemas cujas soluções não são imediatas. No entanto, afirmou ela, a ocorrência de um problema nebuloso coloca aluno e professor na mesma condição, o que é gratificante para a metodologia.

Burkhardt (1983) disse que ela e sua equipe vinham desenvolvendo um “Pacote de Iniciação à Modelagem” (*Modelling Starter Pack*), com o objetivo de que esse material fosse útil àqueles professores que desejassem dar início ao seu trabalho com a metodologia.

A partir da questão "Quanto de matemática deve ter um bom problema?" Burkhardt (1983) disse que esse tema deveria ser trabalhado com cautela pois, em primeiro lugar,

> nós devemos reconhecer que um progresso considerável pode usualmente ser feito com simples habilidades – de enumeração de possibilidades alternativas, aritmética simples com a calculadora, tabular e plotar gráficos, e para os estudantes em nível mais adiantado, álgebra simples. (BURKHARDT, 1983, p.284, tradução nossa)

Concluindo, Burkhardt (1983) afirmou que seu principal objetivo "é mostrar aos alunos como a Matemática pode ajudá-los em sua vida diária e que, por isso, nós devemos buscar por problemas que são parte de suas preocupações diárias." (*Ibid*.).

Alan Schoenfeld (USA), na palestra *Toward a Testable Theory of Problem Solving*, disse que os quatro principais assuntos de sua palestra poderiam ser englobados em quatro perguntas:

> (1)O que, além de dominar o assunto básico, serve para explicar o comportamento de um especialista em resolução de problemas matemáticos? (2)Que traços os alunos não têm, ou quais traços inapropriados eles têm, que os impedem de se aproximar de problemas com a flexibilidade e a desenvoltura de especialistas? (3)Podemos ensinar estudantes a „resolver problemas como especialistas" ... e como? (4)Quão clara, pode-se oferecer evidência científica para apoiar nossas opiniões sobre as três primeiras perguntas? (SCHOENFELD, 1983, p. 454, tradução nossa)

Para as três primeiras perguntas, Schoenfeld (1983) disse que suas respostas poderiam ser encontradas nas palavras "ditas" por Polya em sua palestra neste ICME-IV. No entanto, apoiado em Simon (1979) e Newell (1979), afirmou que existiam poucas evidências conclusivas até aquele momento do trabalho com heurísticas, no sentido de que os estudantes poderiam aprender a usá-las e, assim, melhorar seu desempenho em resolução de problemas.

O objetivo de Schoenfeld (1983) com sua palestra foi o de discutir algumas adaptações de ideias e técnicas, oriundas da ciência cognitiva, para examinar a resolução de problemas via heurísticas e fornecer alguma evidência sobre o trabalho com essa abordagem. De início, o pesquisador afirmou que existem três componentes que são essenciais para um desempenho competente de resolução de problemas em qualquer domínio não trivial:

> (1) um adequado conhecimento de base, incluindo acesso a fatos básicos, relações e procedimentos; (2) o domínio de técnicas relevantes de resolução de problemas [...] e o domínio de certas heurísticas; e (3) um meio eficiente de seleção de técnicas apropriadas para a aplicação e, em geral, para uso eficiente daquelas pesquisas que o resolvedor de problemas tem à sua disposição. Nós devemos chamar esse especialista de "gerenciador de estratégias". (SCHOENFELD, 1983, p. 455)

Esse pesquisador ressalta que uma primeira observação a fazer é que uma base de conhecimentos é mais importante do que à primeira vista possa parecer pois, estudos realizados pela psicologia da aprendizagem revelaram que a maneira com que a base de conhecimento é organizada – por "base de conhecimento organizada" entende-se aquele conhecimento que é requisitado do resolvedor de problemas na resolução de um determinado problema – tem forte reflexo no sucesso em resolução de problemas.

Além de buscar em outros teóricos subsídios para sua investigação, Schoenfeld (1983) apresentou resultados da pesquisa realizada por ele, que indicou que especialistas em resolução de problemas e iniciantes "veem" coisas diferentes nas estruturas dos problemas, ou seja, os critérios utilizados pelos especialistas para julgar se dois problemas matemáticos estão relacionados, são um pouco diferentes daqueles critérios utilizados pelos iniciantes. Com os resultados dessa investigação, Schoenfeld (1983) concluiu que a pesquisa indicava o começo do trabalho com a complexidade das estruturas de conhecimento, mas que havia muito ainda a ser feito.

Abordando a segunda, das três componentes que afirmou serem essenciais para "um desempenho competente de resolução de problemas em qualquer domínio não trivial", Schoenfeld (1983) falou sobre "problemas não rotineiros" afirmando que a maior componente para a resolução de "problemas não rotineiros" é a habilidade de usar certas heurísticas, mas que muitas tentativas de documentar o papel de heurísticas na resolução de problemas produziram resultados equivocados. Assim, concluiu que heurísticas sozinhas não são suficientes para garantir melhora no desempenho em resolução de problemas. Buscando justificar sua afirmação, citou exemplos de pesquisas e indicou aos interessados no tema que pesquisassem no *Yearbook* de 1980 (NCTM), já citado neste texto, e em pesquisas em Educação Matemática, especialmente as realizadas pelo NCTM.

Schoenfeld (1983) falou sobre o modo como sua pesquisa foi realizada e disse estar desenvolvendo um esquema para analisar transcrições de sessões de resolução de problemas que focam no gerenciamento de ações. Disse ainda que, embora os resultados fossem preliminares, acreditava que eles poderiam permitir

> (1) caracterizar algumas ações gerenciais "especiais" que representam a resolução de problemas eficiente; (2) demonstrar as consequências de uma ação gerencial pobre na resolução de problemas dos estudantes; e (3) correlacionar melhora de desempenho em resolução de problemas tanto com heurísticas quanto com aperfeiçoamento gerencial. (SCHOENFELD, 1983, p. 456, tradução nossa)

Finalizando sua apresentação, Schoenfeld (1983) afirmou que "[...] se tudo correr bem, a síntese das ideias vindas da escola heurística com as técnicas da ciência cognitiva nos ajudará a melhor entender, e ensinar, resolução de problemas" (*Ibid*.).

Stanley J. Bezuszka (Massachusetts), na pesquisa *The Mathematics and Problem-Solving Skills Adolescents Should know for Applications*, abordou "as habilidades de Matemática e de Resolução de Problemas que adolescentes deveriam conhecer para [fazer] aplicações". Bezuszka (1983) iniciou sua palestra relatando a importância de ensinar Matemática com vistas às aplicações, especialmente nos estágios iniciais do desenvolvimento da Matemática pois, além de elas reforçarem o assunto trabalhado, atuam em sua expansão. O pesquisador fala sobre importantes movimentos curriculares ocorridos no mundo; discute a separação entre Matemática pura e aplicada, destacando seus efeitos; relembra a Matemática Moderna; e o movimento *Back to Basics*. Nesse momento da palestra de Bezuszka (1983), no texto dos *proceedings*, nos chamou atenção o fato de o pesquisador afirmar que o movimento que levou professores a um retorno às bases, situado no tempo por Bezuszka (1983) em meados da década de 1970, derivou daqueles professores que experienciaram a frustração de ter trabalhado com a Matemática Moderna e, diante da incapacidade desses professores em trabalhar com resolução de problemas, o retorno às bases mostrou-se como uma boa saída.

Bezuszka (1983) segue em seu texto discutindo mudanças curriculares, afirmando que essas mudanças foram movidas por pressões internas e externas à escola, e disse que em razão do baixo desempenho dos jovens em resolução de problemas, confirmados ou por testes de desempenho ou por indústrias, o lema para a década de 1980 foi "*Problem Solving and applications*".

O retrospecto das mudanças curriculares apresentado por Bezuszka (1983) teve o propósito de trazer à cena o percurso vivenciado pelo currículo de Matemática: "[...] de aplicações para a lógica, para estrutura, para beleza, para cultura, para habilidades e técnicas, e retorno às aplicações" (BEZUSZKA, 1983, p. 541, tradução nossa).

Esse pesquisador destacou que o documento "Uma Agenda para Ação", NCTM (1980), apregoava "resolução de problemas e aplicações" como prioridades para a década de 1980. Bezuszka (1983) citou um excerto do documento que dizia:

> Durante a década de 1980, o aparecimento contínuo de novos conceitos e teorias em matemática, em aplicações de matemática, e em processos de ensino-aprendizagem, irão afetar tanto currículo quanto ensino na matemática escolar. Para permanecerem profissionais, os professores devem continuar a estudar todas essas três áreas. (NCTM, 1980 *apud* BEZUSZKA, 1983, p. 541, tradução nossa)

Em seguida, Bezuszka (1983, p. 541-542, tradução nossa) apresenta uma lista do que considera "dificuldades perenes" do ensino de resolução de problemas e aplicações:

> (1) inadequada habilidade de leitura e compreensão dos problemas, combinadas com um vocabulário limitado vernacular e matemático por parte dos estudantes; (2) desinteresse dos alunos por problemas e aplicações que não são reais, não são relevantes, não são realísticos; (3) erros dos alunos em cálculos e manipulação algébrica servem como um pretexto para substituir exercícios chatos e não motivadores por resolução de problemas; (4) a necessidade de os professores terem mais proficiência na teoria resolução de problemas e prática nas experiências de aplicações antes que possam ensinar os alunos.

Sobre o primeiro aspecto, Bezuszka (1983) diz que os estudantes precisam ler de maneira significativa os problemas para analisar dados criticamente e para pensar e conceitualizar quantitativamente os problemas. Assim, disse ele, uma das primeiras habilidades que os adolescentes precisam adquirir é a habilidade de ler, analisar e conceitualizar problemas. Além disso, afirmou que os adolescentes não devem somente se familiarizar com a linguagem vernacular, mas também, serem proficientes com o vocabulário técnico da Matemática.

No que se refere ao segundo aspecto, Bezuszka (1983) disse que o baixo desempenho dos estudantes em resolução de problemas, relacionados à leitura deficiente e vocabulário fraco, não seriam as razões completas de baixo desempenho, nem sua eliminação serviria como remédio final para as dificuldades experienciadas em resolução de problemas, mas ele poderia estar relacionado a fatores psicológicos. Outro fator que compromete o desempenho de estudantes em resolução de problemas, e que foi apontado por Bezuszka (1983), foi o baixo conhecimento de professores nos vários campos especializados aplicados, como também, a pouca familiaridade dos estudantes com a linguagem e problemas da tecnologia moderna.

Sobre os erros dos alunos em cálculos e manipulação algébrica, terceiro aspecto relacionado às “dificuldades perenes” elencado por Bezuszka (1983), o pesquisador disse que os estudantes precisavam praticar mais habilidades básicas em Aritmética e manipulação algébrica. Além disso, os estudantes medianos e os abaixo da média se cansam, sentem-se desgostosos com exercícios que os levam a lugar nenhum, ao passo que os estudantes brilhantes, diante desse tipo de exercício, buscam em seu entorno por algo mais interessente que substitua a Matemática.

A necessidade de que professores se tornem proficientes em resolução de problemas, quarto aspecto das “dificuldades perenes”, antes de tentar trabalhar fazendo uso dessa teoria com os estudantes, foi destacada por Bezuszka (1983) como uma tarefa difícil. Por essa razão, disse ele, professores devem desenvolver melhor a compreensão da resolução de problemas em seus aspectos teórico e prático. Uma boa forma de se obter essa habilidade, disse o pesquisador, é desenvolver pesquisa sob vários aspectos da resolução de problemas e aprender com essas experiências.

Finalizando sua palestra, Bezuszka (1983) apresentou algumas recomendações que, conforme disse, expandem os pontos propostos pelo NCTM (1980) no documento "Uma Agenda para Ação":

> A. Evitar longos, complexos e tediosos cálculos com lápis e papel. Use calculadoras de mão ou computadores.
> B. Mesmo com calculadoras, utilizar controles cruzados, aproximações e estimativas para minimizar possíveis erros.
> C. Os itens que seguem deveriam receber prioridade no ensino:
> - Porcentagem
> - Razão, proporção e taxas
> - Representação gráfica e interpretação de dados coletados
> - Reconhecimento de padrões em aritmética, álgebra e geometria. (BEZUSZKA, 1983, p. 542, tradução nossa).

Depois de discorrer sobre cada um desses tópicos e de ressaltar que eles devem assumir papel prioritário no ensino de Matemática, Bezuszka (1983) afirmou, partindo do princípio de que os estudantes eram ensinados exclusivamente de acordo com a abordagem de resolução de problemas "Seja x ...", então "porque será que eles tão frequentemente falham em chegar a equação correta?". Em resposta, o pesquisador disse que um fator que contribuía para isso deveria ser a falta de conhecimento dos estudantes e a facilidade em usar alguma teoria de dimensão básica. Em relação à "dimensão básica", Bezuszka disse que "básico em Aritmética não deve se limitar meramente a cálculos rotineiros em operações fundamentais" (*Ibid.*, p. 543). E assumiu que

> Existem muitos obstáculos para serem superados no processo de desenvolvimento, formalização e institucionalização ativa no currículo da sala de aula cuja essência é a resolução de problemas e aplicações. Certamente, soluções não são abundantes para os vários problemas que irão confrontar o professor, nem serão, na maioria dos casos, simples. Assim, para os professores interessados, dedicados e preocupados, que irão aceitar o desafio de promover resolução de problemas e aplicações para a década de 1980, deixe-me recordar o espírito do verdadeiro professor que nunca é vencido ou que nunca se rende aos obstáculos. Deixe o ditado para os anos 80 ser: Eu irei encontrar uma solução ou eu irei criar uma. (BEZUSZKA, 1980, p. 543, tradução nossa)

Um outro documento a que tivemos acesso, oriundo do ICME-IV, foi o livro de resumos de comunicações curtas. Consta nesse livro a informação que diz que esses resumos são os mesmos que os expostos no formato pôster e que a decisão por fazer apresentações nesse formato se deu com o propósito de dar oportunidade para que um maior número de participantes pudesse compartilhar experiências profissionais, informações e ideias.

As pesquisas apresentadas nessa sessão foram organizadas em quatro diferentes categorias: (T) *Teacher Education and Curriculum Planning*; (S) *School Mathematics Instruction, including Pre-school, Primary and Secondary*; (C) *College and University Mathematics and Mathematics Education*; (M) *Miscellaneous Topics*. Dentre elas, a pesquisa em Resolução de Problemas foi discutida naquelas que seguem:

Grupo T: *Teacher Education and Curriculum Planning*.

1. *How Can We Teach Mathematical Problem Solving to Pre-service Primary Teachers?* BECKER, J. (USA).
2. *Problem Solving in Teacher Education.* GROVES, S. (Austrália).
3. *Problem Solving in Realistic Situation: Making Opinion Matter*. KAPADIA, R. (U.K).
4. *Mathematical Problem Solving performance as related to student and teacher attitudes*. WHITAKER, D. R. (USA).

Becker (1980), na pesquisa *How Can We Teach Mathematical Problem Solving to Pre-service Primary Teachers?*, afirmou que ensinar professores de ensino primário em formação inicial sobre como resolver problemas matemáticos é uma tarefa complexa mas, também, de imensa importância nessa etapa da formação, pois esses professores irão trabalhar com crianças que começam a se expor a aplicar conhecimentos que já adquiriram ao resolver problemas. Assim, disse o pesquisador, esses professores “deveriam, primeiramente, eles mesmos, terem experiência em resolução de problemas se eles querem efetivamente ajudar seus alunos a resolver problemas” (BECKER, 1980, s.p, tradução nossa).

Becker (1980) apresentou os questionamentos seguintes, que passou a discutir em seu texto:

> Como deve esse ensino de professores ser formulado e levado adiante?; Que tipo de problemas matemáticos são mais apropriados para esse ensino?; O que deve e o que não deve ser esperado do

> professor de ensino primário em relação a esse tipo de ensino?; Existem algumas heurísticas (como as de Polya, por exemplo) que podem ser usadas na formação desses professores, ou o professor formador deve agir de maneira pragmática esperando que os professores em formação aprendam maneiras de abordar soluções para os problemas baseados em suas experiências em resolução de problemas? (BECKER, 1980, s/p, tradução nossa)

Becker (1980) iniciou sua comunicação afirmando que, no trabalho com os professores da escola primária em formação inicial, considerava as heurísticas de Polya e que, nesse trabalho, para problemas cuja solução não era imediata, tentando melhor compreendê-lo, estimulava os professores a buscarem por um caso simples ou especial do problema ou que tentassem reduzí-lo a um problema mais simples em que a solução deveria sugerir como proceder na resolução de problemas “maiores”. Esse pesquisador disse que vinha obtendo sucesso em seu trabalho, mas que problemas também eram comuns e citou dois deles: “(i) muitos professores não se percebem como capazes de resolver problemas ou (ii) muitos professores não sentem que as habilidades de resolução de problemas podem ou devem ser desenvolvidas no nível primário” (BECKER, 1980, s/p, tradução nossa).

Susie Groves, da Austrália, na pesquisa *Problem Solving in Teacher Education,* destacou que cada vez mais professores de Matemática nas escolas estavam sendo estimulados a incluír em suas aulas investigações, aplicações da matemática ao “mundo real” e modelagem matemática, apesar de sua formação, frequentemente, ter sido conduzida por cursos tradicionais.

Groves (1980) afirmou que desde 1976, um terço do curso de Matemática da *Burwood State College* era composto por Resolução de Problemas. Segundo a pesquisadora, a sistemática adotada nesses cursos era a de apresentar aos estudantes uma variedade de problemas, dispostos de maneira individual em fichas, que deveriam ser analisados por eles, desejando que percebessem que a Matemática não é meramente uma coleção bem catalogada de conhecimento, mas, também, alguma coisa que poderia ser construída, frequentemente com suor e frustração.

A pesquisadora disse que o trabalho com esses alunos, futuros professores de ensino primário, envolvia momentos individuais, em pequenos grupos e com a sala toda. Os problemas trabalhados por Groves (1980) incluíram a elaboração de estratégias para vários jogos; decidir sobre o ciclo de um semáforo temporário em uma obra rodoviária; projetar um estacionamento de carros; e estudar o sistema de votação na Austrália. Além disso, palestrantes eram convidados para falar com seus alunos, os futuros professores, sobre aplicações da Matemática que eram utilizadas por eles em seus trabalhos. Quanto aos estudantes, os futuros professores, Groves (1980) disse que eles organizavam, por eles mesmos, atividades de resolução de problemas que eram destinadas a alunos de escolas locais.

Ramesh Kapadia (UK), na pesquisa *Problem Solving in Realistic Situation: Making Opinion Matter*, falou sobre um projeto escolar em Educação Estatística, que tinha como objetivo desenvolver materiais para o ensino de Estatística em um contexto de problemas orientados (*problem-oriented context*). De acordo com Kapadia (1980), esses materiais tinham sido amplamente testados e seriam publicados naquele ano, por W. Foulsham. O pesquisador apresentou um exemplo, em sua comunicação, do que chamou de unidade de trabalho. Embora o exemplo escolhido por Kapadia não esteja diretamente relacionado com Resolução de Problemas, decidimos apresentá-lo no parágrafo seguinte.

Kapadia (1980), falando de uma unidade de trabalho que tratava de questionários, afirmou que, ao invés de dar um conjunto de orientações, as crianças eram convidadas a elaborar um questionário para descobrir os pontos de vista dos demais alunos da escola, sobre punição. Esse exercício levava os alunos a considerar como formular questões apropriadas para evitar viés. Aspectos da elaboração do questionário eram investigados e, no final, eles acabavam reescrevendo um questionário sobre punição, seguindo um conjunto de diretrizes que era apresentada somente no final, decorrentes de seu próprio trabalho. O pesquisador afirmou que uma característica importante do trabalho com resolução de problemas é que ele vinha sendo testado por professores tradicionais em sala de aula e que os resultados, embora um pouco variados, vinham sendo geralmente favoráveis.

Donald R. Whitaker (USA), na pesquisa *Mathematical Problem Solving performance as related to student and teacher atitudes*, investigou a relação entre o desempenho na resolução de problemas matemáticos de estudantes de quarto ano, suas atitudes para a resolução de problemas matemáticos, as atitudes de seus professores para a resolução de problemas matemáticos e relacionou diferenças entre sexo e tipo de programa. O método consistiu de um teste único com a resolução de problemas matemáticos contendo 22 itens, que forneciam medidas de compreensão, aplicação e resolução de problemas para cada item; uma escala de atitudes de resolução de problemas matemáticos dos estudantes, com 36 itens; e uma similar, com 40 itens, de atitudes de resolução de problemas matemáticos dos professores.

De acordo com Whitaker (1980), foram investigadas 30 salas de aula de quarto ano, durante um período de 4 meses do ano escolar. Essas salas foram divididas em dois grupos de quinze alunos, que trabalharam com programas diferenciados. No primeiro deles, o programa de Matemática continha atividades orientadas e, no segundo, foram utilizados livros-texto tradicionais de Matemática, referentes à série em estudo.

O pesquisador apontou que, no que se refere às atitudes de professores e de estudantes, independente do tipo de programa utilizado, ambos possuem atitudes favoráveis de resolução de problemas matemáticos. O mesmo não ocorreu em relação ao tipo de programa, pois aqueles que fizeram uso das atividades orientadas apresentaram resultados significativamente melhores do que os que trabalharam com os livros-texto. Whitaker (1980) afirmou que correlações significativamente positivas e adequadas foram encontradas entre o desempenho de resolução de problemas dos estudantes e atitudes de resolução de problemas. Nenhuma diferença significativa relacionada ao gênero foi encontrada, disse o pesquisador.

Em um segundo momento do estudo, Whitaker (1980) disse que tentou determinar a direção dos efeitos entre as atitudes de resolução de problemas matemáticos dos professores e as atitudes e desempenho de resolução de problemas matemáticos de estudantes, pela utilização de um método da psicologia conhecido por *Cross-lagged panel correlation*, um painel de correlação de modelos cruzados. Participaram desse segundo momento os estudantes das 15 turmas que tiveram o ensino guiado pelas atividades orientadas.

No intervalo de tempo entre as etapas da pesquisa, esses estudantes continuaram envolvidos em atividades com resolução de problemas. Conforme afirmou o pesquisador, o *cross-lagged panel correlation* indicou que o desempenho de resolução de problemas dos estudantes pareceu ter tido um maior efeito sobre as atitudes de resolução de problemas dos professores do que as atitudes dos professores tiveram sobre o desempenho dos estudantes. Entretanto, disse ele, as atitudes dos professores parecem ter tido um maior efeito sobre as atitudes dos estudantes, do que o contrário.

O Grupo S, chamado *School Mathematics Instruction, including Pre-School, Primary and Secondary*, concentrou o maior número de pesquisas sobre Resolução de Problemas:

1. *Twenty-one, a Problem Solving Activity*. BIRD, E. (USA).
2. *Problem Solving Process of Upper Elementary School Children*. BRANCA, N. (USA).
3. *Posing and Reposing Problems.* BUTTS, T. (USA).
4. *Problem Solving in Secondary Mathematics with a Computer*. CARMONY, L. A. (USA).
5. *Case Study: Problem Solving*. D"AMBROSIO, B. (Brasil).
6. *Problem Solving and Mathematics: Which Way Do We Go Now?* HOUGH, J. S. (USA).
7. *Measuring Non-Routine Problem Solving Ability*. MALONE, J.; (Austrália).
8. *Structural Variables Affecting Mathematical Word Problem Difficulty in Sixth Graders.* GEORGIA STOVER, B. P. (USA).
9. *The Effects of Numerical Characteristics on the Difficulty of Proportion Problems*. RUPLEY, W. (USA).

Na pesquisa *Twenty-one, A Problem Solving activity*, Elliott Bird (USA) ressaltou que adivinhações, reconhecimento de padrões, generalização, retrospecto, transferência e validação são habilidades importantes na resolução de problemas, sendo que todas elas desempenham importante papel na elaboração da solução do problema proposto em sua comunicação. Esse problema se refere a um jogo que, segundo contou, disse ser uma variação do NIM, um jogo de lógica e de estratégias. A variação está no fato de que no jogo proposto por Bird (1980), ao contrário do NIM, a solução não é ofuscada, pois há a necessidade de se trabalhar na base 2. O jogo consiste de dois jogadores alternando na contagem de 1 a 21, dizendo “um” ou “dois números” ao mesmo tempo. Por exemplo, se um jogador parou no “dez”, o outro joga, agora, com a opção de dizer, “onze, doze”. O jogo continua antes de um jogador dizer “vinte e um”, e perder.

Bird (1980) disse que vinha trabalhando com frequência esse jogo com estudantes no jardim de infância, no nono ano (*freshman*), com uma sala de estudantes que apresentavam dificuldades de aprendizagem e com aqueles estudantes considerados brilhantes. O pesquisador afirmou que como os estudantes jogam repetidamente, eles trabalham no sentido de melhorar estratégias.

O trabalho com atividades variadas em sala de aula, como no caso do jogo, disse Bird (1980), se presta à construção de habilidades, ao exercício e à prática, como, também, à introdução de materiais de enriquecimento. Enquanto os estudantes estão trabalhando com resolução de problemas, Bird (1980) disse que eles devem receber exercícios e praticar habilidades como contagem, habilidade em nomear números grandes, multiplicação e divisão, usando múltiplos e fatores. Além disso, o pesquisador sugeriu que deixaria uma ampla gama de variações do jogo aos participantes do congresso, incluindo atividades diversas, não somente como exercício e prática, mas atividades que visavam proporcionar oportunidades de mudar, expandir, reverter e generalizar estratégias vencedoras.

Nicholas Branca (USA), na pesquisa *Problem Solving Process of Upper Elementary School Children*, falou sobre um estudo longitudinal, de responsabilidade da *National Science Foundation*, que vinha sendo realizado há três anos, sobre a natureza e o desenvolvimento de processos de resolução de problemas matemáticos de estudantes do segundo ciclo da escola elementar. O programa de pesquisa consistiu de duas componentes: uma de ensino e outra observacional, disse Branca (1980).

O pesquisador disse que durante os anos letivos de 1979 e de 1980, o estudo foi iniciado com estudantes do quinto ano (10 e 11 anos) e do sexto ano (11 e 12 anos). A componente de ensino envolveu o ensino suplementar em estratégias de heurísticas específicas, tais como organização de informações, encontrar padrões e desenhar diagramas, juntamente com enfoque sobre mecanismos de compreensão do problema e formulação do plano de solução. Branca (1980, s.p, tradução nossa) disse que "os efeitos do programa na sala de aula estavam sendo avaliados com respeito às variáveis cognitiva e afetiva, usando ambas as medidas produtos e processos".

Na componente observacional, Branca (1980) disse que o estudo envolveu "estudos de caso" com uma pequena amostra de estudantes. Três estudantes, com níveis diferentes de aproveitamento (abaixo da média, na média, acima da média) de cada sala foram escolhidos para participar de três entrevistas durante o ano acadêmico. O total de cinco problemas foi apresentado para esses estudantes, que tiveram que pensar em voz alta sobre como procederiam para resolvê-los. Essas sessões foram gravadas em áudio e analisadas, focando sobre similaridades e diferenças através dos tipos de problemas, períodos de tempo, e níveis de escolaridade. De acordo com o pesquisador, sempre que possível, descrições detalhadas das características do comportamento dos estudantes em cada nível de habilidades eram desenvolvidas.

Finalizando, Branca (1980) disse que os resultados do estudo apresentado nesse ICME-IV eram ainda preliminares e que revisões poderiam ser realizadas no futuro, bem como implicações do trabalho para o ensino e para pesquisas futuras.

Posing and Reposing Problems foi o tema da palestra de Thomas Butts (USA). Butts (1980, s.p, tradução nossa) disse que "a verdadeira alegria no estudo de Matemática é o sentimento de satisfação que se tem depois de resolver um problema – quanto mais difícil for problema, maior a satisfação". O pesquisador se perguntou sobre "Qual, ou quais, são os fatores que inicialmente motivam alguém a desejar resolver um problema?". Segundo Butts (1980), respostas possíveis para essa questão podem variar, mas uma consideração primordial pode estar na maneira como o problema é proposto, pois a forma como o problema é apresentado pode levar a uma solução que termina em atender somente a uma curiosidade e não a um objetivo maior, que seria a aprendizagem de algum conceito matemático.

Butts (1980) propôs, no resumo de sua comunicação, um "axioma" e 10 sugestões que, como ele enunciou, cobrem a arte de propor problemas:

> 1. Propor uma sequência de exercícios algorítmicos que são exemplos de um padrão geral.
> 2. Propor a inversão de uma pergunta familiar; perguntar a questão de uma maneira oposta.
> 3. Propor um problema "Dê um exemplo de ...".
> 4. Propor um problema com dados realísticos.
> 5. Propor um problema em que uma quantidade desconhecida deve ser razoavelmente conhecida na realidade.
> 6. Propor um problema em que uma quantidade desconhecida poderá ser, possivelmente, procurada por alguém.
> 7. Propor um problema contendo dados insuficientes ou estranhos.
>
> Axioma Propor um problema de uma maneira que requer do resolvedor, primeiramente, adivinhar a solução.
>
> 8. Propor um problema que tem apenas uma solução como uma pergunta.
> 9. Propor um problema que não tenha soluções como uma pergunta.
> 10. Propor um problema caprichoso, ou extravagante. (BUTTS, 1980, s.p, tradução nossa, grifo do autor)

O pesquisador finaliza seu texto afirmando que seriam mostrados muitos exemplos desses problemas em sua apresentação, limitando o resumo de sua comunicação ao que foi exposto neste texto.

Lowell A. Carmony (USA), na pesquisa *Problem Solving in Secondary Mathematics*, ressaltou que se fazia necessário um currículo em que os estudantes pudessem aprender a usar o computador como uma ferramenta de resolução de problemas. Carmony (1980) disse que em sua comunicação apresentaria vários exemplos de problemas que poderiam ser desenvolvidos na Escola Secundária, a fim de ilustrar a relação benéfica que pode surgir quando o computador está disponível nas aulas de Matemática. Os exemplos são oriundos de negócios, das ciências sociais e simulações, bem como uma multiplicidade de assuntos da Matemática, como máximos e limites, por exemplo, falou esse pesquisador.

Carmony (1980) destacou o papel que os computadores iriam exercer na educação e lembrou que, a menos que nós começássemos a nos preocupar com a abordagem de resolução de problemas para a Matemática e a desenvolver a compreensão do poder e dos limites dos computadores, nossos estudantes iriam crescer em um mundo onde eles seriam incapazes de compreender e de usar significativamente as tecnologias da informação, que seria parte de seu trabalho e de sua vida de lazer.

Do Brasil, a pesquisadora Beatriz S. D‟Ambrosio apresentou resultados de uma pesquisa, chamada *Case Study: Problem Solving*, realizada com estudantes do terceiro ano que apresentavam sérias dificuldades em Matemática. A pesquisa de D‟Ambrosio (1980) foi composta pelas seguintes fases:

> pré-teste – apresentação de 20 problemas escritos; fase 1 – apresentação dos problemas escritos, todos relacionados a uma mesma situação (exemplo: distribuição de livros em prateleiras), pela manipulação de materiais concretos, os estudantes deveriam criar um problema e resolvê-los, por contagem; fase 2 – parecida com a fase 1, mas os estudantes deveriam identificar a operação usada; fase 3 – parecida com a fase 2, mas os estudantes deveriam registrar os números envolvidos; fase 4 – parecida com a fase 3, mas os estudantes deveriam escrever as operações e resolvê-las; fase 5 – parecida com a fase 4, com a diferença de que o material manipulado era simbólico (exemplo: os livros foram simbolizados por palitinhos); fase 6 – parecida com a 5, mas o uso do material simbólico antes da escrita da operação era opcional, depois de resolver o problema, ele teria que ser usado, de forma que o estudante pudesse checar seus resultados; fase 7 – parecida com a 5, mas sem o uso de algum material antes da escrita e resolução de operações, depois da resolução de operações o material deveria ser usado, como na fase 6; pós teste – idêntico ao pré-teste. (D‟AMBROSIO, 1980, s.p., tradução nossa, grifo da autora)

Essa pesquisadora disse que o critério para passar de uma fase para outra era que o aluno tivesse sempre 90% das respostas corretas em duas situações consecutivas. Disse ainda, que depois de cada fase, um teste intermediário foi aplicado, nos mesmos moldes (mesmas operações com diferentes situações) dos pré e pós-teste, para avaliar a capacidade de generalização. Todos os resultados obtidos eram informados pelo pesquisador aos estudantes.

D‟Ambrosio (1980) lembrou que outras questões foram registradas em cada sessão: respostas corretas; correção; e verbalização de erros pelos estudantes durante a resolução dos problemas.

Julia S. Hough (USA), com a pesquisa *Problem Solving and mathematics: Which Way Do We Go Now?*, afirmou que a importância da Resolução de

Problemas jamais foi questionada no campo da Matemática. Entretanto, disse ela, educadores em outras disciplinas vinham pondo ênfase na Resolução de Problemas, na medida em que ela estava se tornando uma área de estudo em si mesma. Hough (1980) afirmou que essa ênfase deveria afetar a disciplina de Matemática de duas maneiras:

> (1) estudantes que acreditam não ter capacidade matemática poderiam perceber que eles eram de fato capazes de resolver problemas estabelecidos em termos matemáticos através de estratégias de resolução de problemas em outras disciplinas; e (2) a natureza interdisciplinar da Resolução de Problemas poderia ajudar os estudantes em matemática a adquirirem uma ampla gama de habilidades em resolução de problemas, e aumentar suas capacidades em aplicar habilidades matemáticas no “mundo real”. (HOUGH, 1980, s.p, tradução nossa)

Essa pesquisadora levantou duas questões que, segundo ela, mereciam ser pensadas com a emergência da Resolução de Problemas: “Existe um método de abordar problemas que não seja limitado a uma disciplina específica? Pode essa abordagem ser pensada de uma maneira sistemática?” (*Ibid*.). Assumindo que até aquele momento muitas questões não tinham respostas, Hough (1980) afirmou que era certo que a Resolução de Problemas estava causando maior interação entre educadores em diferentes campos e que isso estava provocando preocupação crescente sobre quais habilidades os estudantes precisavam desenvolver para resolver problemas do “mundo real”.

Finalizando o resumo de sua comunicação, a pesquisadora convida professores interessados em discutir os direcionamentos que as novas publicações deveriam tomar para prover esse importante e novo campo, a Resolução de Problemas, e seu efeito em diferentes áreas.

Ian Isaacs (Jamaica) apresentou uma comunicação com o mesmo título de sua palestra *Teaching Problem Solving in a Sixth Form College within the Confines of a Prescribed Syllabus*. No resumo de sua comunicação, Isaacs (1980) falou que aos estudantes do sexto ano (grau 12, ou seja, esse estudante já teria vivenciado 11 anos de escolaridade e o sexto ano corresponde ao 12º ano na escola) do Ensino Secundário, aqueles que não puderam avançar nos estudos de Matemática por não terem sido aprovados nos testes ao final do quinto ano (grau 11), foram ensinadas heurísticas gerais e específicas para a resolução de problemas, baseadas em um programa prescrito de nível A, bem como foram selecionados novos problemas relacionados a esse programa. Quando apropriado, disse o pesquisador, tópicos do programa foram introduzidos e desenvolvidos pelo tutor responsável por conduzir o curso, em moldes de resolução de problemas.

Isaacs (1980) disse que as sessões de resolução de problemas foram gravadas em áudio e que, conjuntamente com as soluções escritas e verbais, se constituíram em material de análise. O enfoque das análises se voltou, inclusive, para mudanças de conduta de resolução de problemas.

Measuring Non-Routine Problem Solving Ability foi o tema da pesquisa de John Malone (USA). O pesquisador afirmou que "para monitorar os efeitos de esforços de melhora de habilidades de resolução de problemas matemáticos „não rotineiros‟ é necessário medir o desempenho de estudantes mais de uma vez. Nisso está o problema" (MALONE, 1980, s.p, tradução nossa). É logicamente impossível reutilizar o mesmo teste outra vez, disse o pesquisador, pois os problemas que eles contêm já não serão novos para os estudantes. Uma outra complicação é que, o que inicialmente era um "problema não rotineiro" pode não ser mais tão logo o estudante tenha sido exposto a ele. Assim, Malone (1980) conclui que essas características de processos tradicionais de medição de resolução de problemas levam as soluções à repetição, de forma que vão se tornando impraticáveis.

Desejando discutir esse problema, Malone (1980) fala sobre uma abordagem de medição, desenvolvida pelo matemático dinamarquês Georg Rasch, que fornece uma solução para essas duas preocupações.

A abordagem de Rasch usa um modelo particular para inferir a capacidade de desempenho dos estudantes em resolução de problemas. Sua aplicação envolve alguns passos que devem ser orientados pelo professor em sala de aula:

1. Um conjunto de problemas apropriados é coletado.
2. Esses problemas são administrados por uma amostra representativa de estudantes e suas respostas para cada problema é classificada.
3. Um teste estatístico da conformidade das respostas dos alunos aos pressupostos do modelo é aplicado. Problemas insatisfatórios são eliminados nesta fase.

> 4. Os problemas são calibrados – por exemplo, dificuldades do problema são estabelecidas.
>
> Uma vez que o conjunto de problemas é estabelecido, ele pode ser utilizado para medir a capacidade de resolução de problemas, realizando os dois passos seguintes:
>
> 5. Diferentes seleções de problemas a partir desse conjunto podem ser realizadas e conjuntos de problemas (os testes) administrados aos estudantes interessados em diferentes ocasiões.
> 6. Marcadas as respostas, as notas são convertidas em medidas de habilidades dos alunos em uma escala comum com as dificuldades do problema. (*Ibid*.)

Após apresentar o modelo de Rasch, Malone (1980) disse que o conjunto de problemas e procedimentos desenvolvidos durante sua pesquisa, juntamente com a indicação dos resultados obtidos, seriam apresentados em sua comunicação oral.

Georgia Stover e Barbara Pence (USA) apresentaram a pesquisa *Structural Variables Affecting Mathematical Word Problem Difficulty in Sixth Graders*. As pesquisadoras disseram que seu estudo investigou o efeito do ensino depois de o formato de um problema matemático com enunciado ter sido modificado para verificar a capacidade em resolução de problemas de estudantes do sexto ano. Mais, especificamente, esse estudo tentou mostrar que descritivamente e experimentalmente, três formatos comuns ou variáveis estruturais (diagrama (D), informações estranhas (E), e ordem numérica de apresentação (O)) estão, em parte, causalmente relacionados com a dificuldade do problema em si mesmo.

A parte 1 desse estudo identificou o formato ou variáveis estruturais que afetam as dificuldades em "problemas matemáticos com enunciado", usando dois critérios formais de identificação: (1) pedir aos alunos para reescrever, de uma amostra aleatória, típicos "problemas com enunciado" de livros de matemática; (2) comparar os resultados alcançados sobre itens que variaram, em presença e ausência, nos "problemas de matemática com enunciado" em relação àqueles das variáveis estruturais (D, E, O), identificadas na aplicação do primeiro critério.

A parte 2 do estudo, caracterizada pelas pesquisadoras como experimental, comparou o desempenho dos estudantes em problemas com enunciado resultante de ensino direto no uso de diagramas, removendo informações estranhas e mudando a ordem de representações numéricas.

Os resultados da pesquisa de Stover e Pence (1980) mostraram que diagramas, informações estranhas e ordem de representação numérica são três formatos ou variáveis estruturais que contribuem fortemente com as dificuldades de "problemas de matemática com enunciado" no sexto ano. Os resultados sugeriram ainda, disseram as pesquisadoras, que os estudantes podem ser ensinados através de um ensino direto para, com sucesso, manipularem essas variáveis dentro de um prazo de tempo educacionalmente eficiente.

Falando sobre a capacidade de resolver problemas de proporção de vários tipos, Willian Rupley (USA), na pesquisa *The Effects of Numerical Characteristics on the Difficulty of Proportion Problems*, apoiado em pesquisas sobre resolução de problemas matemáticos e desenvolvimento cognitivo, afirmou que essa habilidade é adquirida bastante lentamente pela maioria dos estudantes.

Rupley (1980) falou sobre a importância de que seja desenvolvida essa habilidade no estudo da Matemática e da ciência no nível secundário e ainda destacou sua contribuição para a alfabetização matemática necessária de um indivíduo. Para que isso se tornasse possível, o educador matemático deveria melhor entender como características de problemas de proporção estão relacionadas com sua dificuldade, disse Rupley (1980).

O pesquisador propôs um modelo linear para prever dificuldades de problemas de proporção em termos de três variáveis descritivas de características numéricas. Essas variáveis envolvem "a relação de divisibilidade entre os números que aparecem nos problemas; relações de ordem; e relações baseadas na grandeza dos números e da „complexidade" de algumas das relações entre eles" (RUPLEY, 1980, s.p, tradução nossa). Esse modelo foi testado em dados de testes de estudantes de sétimos, nonos e décimos anos com baixo rendimento em Matemática na cidade de São Francisco, e áreas próximas, revelando que ele pode ser razoavelmente bem-sucedido com a finalidade de prever dificuldades de problemas de proporção.

Rupley (1980) disse que para os estudantes mais jovens, a variável divisibilidade está mais fortemente relacionada à dificuldade do problema, enquanto que a grandeza e complexidade da variável é o melhor prognóstico para os estudantes mais velhos. Além disso, afirmou que uma análise das estratégias de solução utilizadas pelos estudantes individualmente ajudou a esclarecer as mudanças ao longo dos níveis de ensino em um poder preditivo de variáveis de características numéricas. Em todos os níveis de ensino, afirmou o pesquisador, a maioria dos estudantes prefere a estratégia de solucionar multiplicação e divisão com cálculos de uma unidade de medida (por exemplo, o peso de um produto) como um primeiro passo. As evidências sugeriram que essa estratégia é mais concreta do que outras e é facilmente ensinada para estudantes de Matemática com baixo desempenho, ao menos enquanto estiverem cursando o nono ano (RUPLEY, 1980).

O **Grupo C:** *College and University Mathematics and Mathematics Education*, trouxe pesquisas relacionadas ao Ensino Superior. Nesse grupo as pesquisas seguintes abordaram a Resolução de Problemas:

1. *Cooperative Problem Solving in small groups*. GOLDBERG, D. (USA).
2. *Motivating non-mathematics majors through discipline oriented problems and individualized data*. MULLER, E. (Canadá).
3. *Students" Difficulties in Solving Calculus Word Problems*. ROSS, P. (USA).

Dorothy Goldberg (USA), na pesquisa *Cooperative Problem Solving In Small Groups*, citou Poincaré (1907) logo no início do texto de sua comunicação ao dizer que o problema de ensinar a provar deveria "atrair a atenção de todos os que desejam se dedicar à educação" (POINCARÉ, 1907 apud GOLDBERG, 1980, s.p, tradução nossa) e afirmou que muitos colegas vinham buscando melhores estratégias para ensinar estudantes a escrever boas provas.

Goldberg (1980) lembrou que alguns professores que ensinam professores vinham fazendo uso das heurísticas de Polya em seu ensino, mas que – em vez de fazer o que Halmos sugeriu ao dizer que, enquanto professores de professores, era preciso ensiná-los a fazer perguntas – muitos professores no ensino de provas, apenas as apresentavam a seus alunos.

A pesquisadora era professora de Álgebra Abstrata, Lógica e Teoria de Números e disse que sua comunicação tinha o objetivo de apresentar como ela vinha trabalhando com seus alunos, conceitos relacionados a esses componentes curriculares, visando a contemplar o que disseram os teóricos por ela citados.

Goldberg (1980) disse que seus alunos trabalhavam a resolução de problemas cooperativamente, ao longo de todo o semestre, em pequenos grupos de 4 ou 5 alunos. Cado grupo produzia provas ou soluções para problemas desafiadores, ou jogos, em sala de aula ou mesmo fora dela. Para a tarefa realizada fora de sala de aula, ela tanto poderia ser realizada individualmente, de forma que cada integrante tinha uma tarefa atribuída, quanto em grupo. Se realizada individualmente, os integrantes se reuniam posteriormente para que, juntos, pudessem discutir, dentre as soluções, qual (ou quais) seria a mais aceitável. Depois disso, Goldberg (1980) disse que o grupo redigia uma resposta comum ao grupo e entregava ao professor.

Os resultados do trabalho em grupo, conforme Goldberg (1980), indicaram que a resolução de problemas trabalhada cooperativamente ao longo do semestre possibilitou aos alunos a descoberta de novas estratégias, soluções e perspectivas vindas de seus pares. Além disso, a maioria dos alunos avaliou a experiência de trabalho em grupo como positiva, afirmando que o aprendizado com seus pares foi benéfico, que a compreensão do trabalho foi melhor desenvolvida e que suas atribuições foram mais incentivadas no trabalho em grupo.

Com a pesquisa *Motivating non-mathematics majors through discipline oriented problems and individualized data*, Eric Muller (Canadá) dissertou sobre um trabalho que ele e sua equipe vinham realizando, havia sete anos, com estudantes que tinham uma antipatia pré-concebida pela Matemática. O trabalho desse pesquisador consistia em motivar esses alunos para a Matemática a partir do oferecimento de um curso bem estruturado, onde o estudante estava consciente desde o início dos objetivos e desenvolvimento do programa. Nesse curso, um conjunto de problemas orientados de diferentes disciplinas era oferecido aos alunos e, desse conjunto, poderiam ser selecionados outros conjuntos de problemas relacionados, ou estreitamente relacionados, com sua área de maior interesse. Além disso, os computadores eram utilizados para gerar um conjunto de dados individualizados e soluções correspondentes para cada estudante.

Muller (1980) disse que com o andamento do curso os alunos foram estimulados a trabalhar em grupos, pois o estudante com melhor desempenho poderia desenvolver suas habilidades explicando as questões aos demais, enquanto que os menos adiantados, tendo um conjunto de dados diferente, deveriam ainda trabalhar com suas questões sem necessariamente copiar as respostas dos demais.

No texto apresentado no resumo de sua comunicação, Muller (1980) disse que para sua apresentação oral seriam disponibilizados exemplos desse trabalho que foram realizados em cursos de Cálculo, Estatística e Pesquisa Operacional.

Por fim, no **Grupo C**, com a pesquisa *Students" difficulties in Solving Calculus Word Problems*, Peter Ross (USA) levantou alguns questionamentos:

> Quais são precisamente as dificuldades em resolução de „problemas com enunciado" envolvendo máximos e mínimos, ou assuntos relacionados? Estão essas dificuldades centradas no início dos passos dos procedimentos de resolução (na „criação do problema"), ou elas estão mais informalmente distribuídas através dos passos de procedimentos geralmente pensados para a resolução de tais „problemas com enunciado"? O que há de mais comum nos erros conceituais cometidos pelos estudantes? Esses erros são predominantemente erros de procedimentos ou erros de interpretação? É inovador um "trabalho escrito" que emprega uma abordagem sistemática, estruturada para a resolução de problemas, baseadas nas heurísticas de Polya, mais efetivo em ajudar os estudantes do que o é o ensino tradicional que emprega um texto? (ROSS, 1980, s/p, tradução nossa)

Ross (1980) disse que essas e outras questões foram investigadas em um estudo envolvendo várias centenas de estudantes em um curso introdutório de Cálculo na *University of California*, em Berkeley. O pesquisador disse que dados de pré-testes, pós-testes e questionários que visavam investigar as atitudes dos estudantes seriam apresentados em sua fala, juntamente com os livros que foram utilizados no curso com o propósito de ajudar os estudantes a resolver "problemas com enunciado" relacionados ao Cálculo. Esses livros, falou Ross (1980), incorporaram características novas, como a inclusão de problemas cujas "respostas" envolviam elementos falhos que o estudante teria que filtrar.

Foi dito no resumo da comunicação de Ross (1980) que algumas recomendações gerais seriam apresentadas em sua fala, no que se refere ao “ensino efetivo de técnicas, por exemplo, problemas com “soluções” falhas parecem ser eficazes na prevenção de erros conceituais” (ROSS, 1980, s.p, tradução nossa). Além disso, Ross (1980) se propôs a dar algumas sugestões que objetivavam a melhora do desempenho dos estudantes na resolução de “problemas com enunciado” no ensino de Cálculo, apresentando um exemplo: “o primeiro encontro do aluno com constantes (desconhecidas) arbitrárias deve ocorrer antes de ele tentar resolver um difícil „problema com enunciado‟” (ROSS, 1980, s.p, tradução nossa).

Sobre os resultados de sua pesquisa, Ross (1980) afirmou que foram reveladas várias descobertas interessantes sobre o desempenho de estudantes em resolução de “problemas com enunciado” e estilo cognitivo de independência e dependência de campo que vinham sendo amplamente investigadas na pesquisa psicológica. De acordo com o pesquisador, “esses resultados têm sido interpretados sob uma perspectiva de processamento de informação e, quando combinados com outros dados, indicam o papel especial desempenhado pelos “problemas com palavras” nos cursos inciais de Cálculo” (*Ibid*.).

Com a finalização das comunicações curtas, buscamos por resoluções do congresso, mas não as encontramos nem mesmo no final de cada capítulo. Talvez esse fato tenha ocorrido em razão da escolha dos editores em fazer dos *proceedings* desse ICME IV uma compilação dos artigos preparados para o congresso.

5.3.5 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME - V

O ICME – V foi realizado em Adelaide, na Austrália, em 1984, e contou com a presença de aproximadamente 1800 participantes, oriundos de 70 países.

Para a escrita do inventário referente às pesquisas em Resolução de Problemas apresentadas nesse ICME, foram consultados somente os *proceedings*, na versão *e-book*, comprados em um *site* da *internet*. Esse documento se constituiu enquanto fonte para nossa pesquisa por reunir, ainda que de forma resumida, as principais ideias dentre as muitas pesquisas apresentadas no evento.

Marjorie Carss (1986), da *University of Queensland St Lucia*, em Brisbane, Austrália, editou o livro *proceedings* e afirmou que a principal atividade das sessões do congresso foram as discussões, mais do que a apresentação de artigos. Por essa razão, as mais de 400 páginas do livro "*proceedings* é um registro das sessões, mais do que um conjunto de artigos preparados" (CARSS, 1986, p.viii, tradução nossa), exceto no caso das três sessões plenárias proferidas pelos professores Ubiratan D‟Ambrosio (*Social-Cultural Bases for Mathematical Education*), do Brasil; Jeremy Kilpatrick (*Reflection and Recursion*), dos Estados Unidos; e Renfrey Potts (*Discrete Mathematics*), da Austrália, cujos textos foram apresentados na íntegra.

Carss (1986) lembrou que muitas das produções preparadas (e apresentadas) para o ICME-V não foram incluídas nos *proceedings*, mas que grande quantidade desse material foi publicada por grupos de trabalho em livros temáticos. Além das sessões de WGs, TGs, palestras e sessões plenárias, várias conferências de interesse especial de grupos participantes foram realizadas em dias que se seguiram imediatamente ao congresso (CARSS, 1986). Não tivemos acesso a nenhum dos documentos gerados desses encontros, bem como ao livro de resumos de comunicações curtas.

Sobre as comunicações curtas, Carss (1986) disse que nesse ICME foram apresentadas mais de 150 pesquisas nesse formato, sendo que cada autor teve 15 minutos para sua apresentação. Os resumos dessas comunicações foram publicados separadamente, disse Carss (1986), como ocorreu com os resumos dos pôsteres, que teve mais de 200 pesquisas submetidas, aceitas e publicadas.

Com respeito à circulação dos documentos oriundos desse congresso (*proceedings*, livros de resumos de comunicações curtas e de pôsteres, livros extras e outros), pode-se dizer que ela é ampla, uma vez que, além de pertencerem às pessoas que participaram do evento (embora as condições de armazenamento nem sempre são adequadas, pois após uma consulta a algumas dessas pessoas, fomos informados por elas de que não se recordavam sobre o local onde haviam armazenado esses documentos), podem ser compradas em *sites* de comercialização de livros na *internet*, opção escolhida por nós para aquisição dos *proceedings*.

Antes de dar início ao inventário das pesquisas apresentadas nos *proceedings* sobre a temática Resolução de Problemas, visando à manutenção de uma prática que vimos exercendo desde o primeiro ICME, tentaremos situar o ICME-V às demandas da Educação Matemática à época, ainda que reconheçamos que esse exercício se dará de forma lacunar, pois partimos do material que chegou até nós. Assim, estamos certos de que, se dispuséssemos de outros materiais, um novo contexto/texto poderia ser revelado... ou não?!?

Retornando ao ICME-III (Karlsruhe) nos deparamos com o “WG: *Why Teach Mathematics*?”, coordenado pelo professor Ubiratan D‟Ambrosio, cujas discussões indicaram, ainda de modo “embrionário”, um movimento importante para a Educação Matemática, que só eclodiu no ICME-V. Contemplando as dimensões culturais, sociais e políticas da Educação Matemática, as discussões desse WG extrapolaram os “intramuros” do ICME-III, perpassando pelo congresso seguinte, até que, no ICME-V, na conferência plenária *Socio-Cultural Bases for Mathematical Education*, Ubiratan D‟Ambrosio lança as bases da Etnomatemática[45], uma área de pesquisa que levou o Brasil a ter projeção internacional (D‟AMBROSIO, 2011).

Em sua conferência, D‟Ambrosio (1986) descreveu o período crítico que a Educação Matemática vinha enfrentando pois, o momento testemunhava “[...] tanto a emergência do que poderia ser chamado de era eletrônica quanto

---

[45] O Programa Etnomatemática “[...] propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica” (D‟AMBROSIO, 1993, p. 6 apud FERREIRA, 2007, p. 273).

mudanças profundas na vida social, política e econômica do mundo (D"AMBROSIO, 1986, p. 1, tradução nossa). Nesse período,

> através do conceito universal de educação para a massa em um mundo em rápida mudança, [o lema] "matemática para todos" alcançou uma dimensão sem precedentes como um empreendimento social, e torna urgente questionar, de uma forma muito mais profunda e mais ampla do que nunca, as suas raízes culturais, sociais, e, de fato, o lugar da educação matemática na sociedade como um todo. (*Ibid.*)

Foi nesse contexto que o ICME-V se configurou. Da Educação Matemática foram requeridas ações que extrapolavam aspectos estritamente relacionados ao ensino e à aprendizagem de Matemática, devendo assumir uma postura mais politizadora no sentido de buscar um equilíbrio entre os que dispunham de conhecimento e os que não dispunham. Além disso, D"Ambrosio (1986) destacou que teríamos que "examinar o papel da educação matemática em trazer uma nova dimensão humana nas relações entre os indivíduos, sociedades e culturas" (D"AMBROSIO, 1986, p. 1, tradução nossa).

Damerow (1986), coordenador do *Them Group* 1: *Mathematics for All*, deste ICME-V, lembrou que no contexto social do início da década de 1980, surgiam novas e urgentes questões relacionadas à Educação Matemática e que a incumbência em buscar respostas, ou ao menos a tentativa de respondê-las, ficou sob a responsabilidade de pesquisadores, professores, gestores, instituições e desenvolvedores de currículos. A pesquisadora elencou algumas dessas questões que, em sua compreensão, eram as mais importantes:

> Que tipo de currículo de matemática é adequado para as necessidades da maioria? Quais modificações do currículo, ou currículo alternativo, são necessárias para grupos especiais de aprendizes? Como esse currículo deve ser estruturado? Como ele pode ser implementado? (DAMEROW, 1986, p. 131, tradução nossa)

No que se refere ao nosso objeto de investigação, isto é, a pesquisa em Resolução de Problemas nos ICMEs, notamos que houve comparação entre a produção desse ICME-V e a apresentada sobre o mesmo tema no congresso anterior. Pode-se afirmar que o ICME-IV foi um disparador para que pesquisas sobre a temática Resolução de Problemas fossem desenvolvidas nos anos seguintes, em relação ao aprofundamento sobre o tema em termos de teoria e prática. Os reflexos desses pedidos foram sentidos no ICME-V.

Dando continuidade em nosso inventário, como vimos nas páginas iniciais deste texto referente ao ICME-V, os títulos das sessões plenárias não são alusivos à Resolução de Problemas. Olhando com mais cuidado esses textos, essa constatação inicial se confirmou e, por essa razão, seguimos com a pesquisa nos *Action Groups; Theme Groups*; *Topic Areas;* e *Invited Addresses*, que se apresentam, na sequência das sessões plenárias, nos *proceedings*.

No *Action Groups* (AG-1) de nome *Early Childhood Years*, organizado por Bob Perry (Austrália), que teve quatro encontros ao longo do congresso, o ensino de Matemática nos anos iniciais foi o tema. Em um dos tópicos de discussão desse AG foi dada ênfase ao papel da resolução de problemas no ensino de crianças com idades entre 4 e 8 anos.

As resoluções desse AG foram organizadas em 4 grandes eixos: (1) Estratégias para promover a resolução de problemas relacionadas aos aprendizes; (2) Estratégias para promover a resolução de problemas relacionadas aos professores; e (3) Necessidade de pesquisa.

No que se refere ao eixo (1), foi dito que

> - As crianças devem ser etimuladas a tolerar o "não saber" e sentir-se confortável em querer “descobrir”.
> - Cada criança, tanto sozinha como parte do grupo de crianças, deve ser etimuladas a propor problemas.
> - As crianças devem ser expostas a conflitos cognitivos.
> - Algumas vezes deve ser permitido à criança escolher entre uma variedade de problemas.
> - As crianças devem ser encorajadas a se arriscar e a explorar alternativas. (PERRY, 1986, p. 54, tradução nossa)

Quanto ao eixo (2), Estratégias para promover a resolução de problemas relacionadas aos professores, no relatório dos *proceedings* foi dito que:

> - Os professores devem estar conscientes da importância de atitudes positivas e dos modos nos quais essas atitudes precisam ser desenvolvidas.
> - Eles devem encorajar e desenvolver habilidades de resolução de problemas inerentes às crianças.
> - Os professores devem perseguir problemas quando esses surgem espontaneamente.

> - Ambientes e materiais estimulantes devem ser fornecidos para as crianças.
> - Os professores precisam estender as situações de aprendizagem através de questionamentos para encorajar respostas e representações dos estudantes.
> - Os professores precisam estar dispostos a deixar que a situação problema ocorra de acordo com a percepção das crianças mesmo que o ensino possa estar indo para uma direção diferente da planejada.
> - Problemas nem sempre precisam ser resolvidos pelas crianças. O problema pode ser usado pelo professor como um ponto de partida para um novo material. (PERRY, 1986, p. 54, tradução nossa)

Já no eixo (3), “Necessidade de pesquisa”, nas resoluções do AG foi ressaltada a necessidade de que fosse dada prioridade à pesquisa com vistas a verificar se a escola, em vez de fomentar as habilidades das crianças para a resolução de problemas, estaria impedindo o desenvolvimento dessas habilidades. Além disso, foi dito que seria necessário obter mais informações sobre a capacidade de atenção trazida pelas crianças do trabalho com resolução de problemas; questionou-se a validade dos problemas apresentados às crianças e os méritos das principais abordagens quando se fala de resolução de problemas; argumentou-se que existia a necessidade de projetar e construir um modelo de desenvolvimento para habilidades de resolução de problemas; e sugeriu-se o desenvolvimento de diretrizes e sugestões que pudessem ajudar os educadores dos anos iniciais a promoverem um ambiente de ensino prático através da resolução de problemas.

No AG-2, *Elementary School* (*Ages* 7-12), quatro questões principais orientaram as discussões do grupo: (1) Como as crianças resolvem problemas?; (2) O que torna um problema difícil de resolver?; (3) Ensino com resolução de problemas: o que nós sabemos e o que nós precisamos saber?; (4) Quais são os problemas no ensino de resolução de problemas?

Pesquisas de Terezinha N. Carraher, do Brasil, reportaram que alunos em situações reais de resolução de problemas, no mercado, na rua, por exemplo, tinham 98% de aproveitamento, enquanto que em sala de aula, essas mesmas crianças, acertavam apenas 73% das questões que lhes eram propostas. Carraher (1986) disse que não era somente o desempenho das crianças que mudava de uma situação para outra, mas as estratégias utilizadas por elas também mudavam. Nas situações de mercado, as crianças manipulavam quantidades, enquanto que nas situações vividas na escola, com mais frequência, manipulavam símbolos. Nas situações de supermercado, as crianças utilizavam métodos não aprendidos na escola, que se mostravam eficientes e demonstraram que as crianças lidavam inteligentemente com as quantidades envolvidas no problema (CARRAHER, 1986).

Frank Lester, dos Estados Unidos, afirmou que as abordagens usadas nas escolas pareciam abafar estratégias naturais que as crianças possuem para a resolução de problemas porque, em vez de pensarem no problema, elas arriscam uma resposta de maneira impensada. Lester (1986) falou sobre a importância de que o ensino fosse desenvolvido com vista de encorajar as crianças a testar conjecturas, não se esquecendo de defender o interesse da criança e não impondo a elas conceitos de adultos. Além disso, o pesquisador afirmou que havia uma concordância geral de que: professores deveriam ajudar as crianças a fazerem conexões entre a linguagem e as quantidades envolvidas em problemas verbais; a ênfase em algoritmos e cálculos poderia ser reduzida e mais atenção deveria ser dada ao significado das operações; palavras-chave (palavras sugestivas como "esquerda", "mais", "juntos") não poderiam ser usadas no ensino de resolução de problemas verbais, pois a resolução desses problemas, disse Lester (1986) é, em parte, uma atividade linguística.

De acordo com Lester (1986), "os estudantes precisam de ajuda na interpretação da linguagem do problema para compreender as relações de quantidade em vez de fazer uma operação trivial – conexão com uma palavra chave" (p. 62, tradução nossa).

Ainda nesse AG-2, Charles Thompson (USA) apresentou alguns componentes chave para a fase inicial da resolução de problemas. Thompson (1986) disse que na resolução de problemas é necessário analisar as relações existentes no problema e buscar por um modelo, a fim de chegar à solução. Uma componente chave da dificuldade do problema, disse o pesquisador, "é a facilidade com que a criança é capaz de realizar essa análise e modelagem" (THOMPSON, 1986, p. 62, tradução nossa).

A pesquisa de Thompson (1986) indicou que "uma mudança na estrutura de um simples problema afeta ambos, o nível de dificuldade e o método de solução" (p. 62). O pesquisador apresentou exemplos desses problemas desejando explicitar o que chamou de "mudança na estrutura de um simples problema": " (a) Bill tem 3 lápis vermelhos e 2 lápis verdes. Quantos lápis Bill tem ao todo? (b) Bill tem 2 lápis. Jean tem 5 [lápis]. Quantos [lápis] Jean tem a mais do que Bill? " (THOMPSON, 1986, p. 62, tradução nossa).

Thompson (1986) relatou que especialmente com crianças jovens, dificuldades experienciadas em resolução de problemas podem ser reduzidas se modelos físicos forem disponibilizados e se os alunos conhecem seus fatos básicos. O pesquisador recomendou que, sempre que possível, deve ser feito uso de modelos físicos na resolução de problemas; deve-se discutir a relação entre quantidades; deve-se destacar o significado do ensino de operações aritméticas; e deve-se fornecer uma ampla variedade de problemas aos alunos.

Shigeo Katagiri (Japão), em sua pesquisa, afirmou que o conhecimento das crianças sobre números é ampliado e que problemas serão mais difíceis se o significado dado às operações não forem, ao mesmo tempo, ampliados. Como exemplo, o pesquisador afirma que definir a multiplicação nos inteiros como uma repetição da adição é um equívoco, pois ela não se estende aos decimais. Katagiri (1986) ressaltou ainda, que seria necessário que os professores permitissem aos estudantes, interessados em resolver problemas, que explorassem e desenvolvessem o pensamento matemático real.

Na pesquisa de Dianne Siemon (Austrália) vimos que "o sucesso na resolução de problemas começa com a linguagem natural das crianças" (p. 62, tradução nossa) e que grupos de discussão em atividades envolvendo resolução de problemas desempenham papel importante. Além disso, Siemon (1986) entendia que "situações-problema" desenvolviam um sentimento bom nas crianças em relação ao problema a ser resolvido e ainda, se o objetivo do ensino é o de capacitar as crianças a resolver problemas, então seria necessário isolar aqueles fatores que ajudam dos que não ajudam.

Uma última pesquisa desse grupo de discussão que abordou a resolução de problemas foi a de Marilyn Zweng (Austrália). Zweng (1986) relatou resultados do estudo conduzido por ela, com crianças com idades entre 8 e 11 anos, e concluiu que as crianças precisavam ser presenteadas com uma variedade rica de tipos de problemas. Além disso, ressaltou que, se era desejo de os professores ajudarem as ciranças a obterem sucesso, de forma que elas se tornassem melhores resolvedores de problemas, então deveriam dar atenção ao desenvolvimento do pensamento matemático. Assim, disse ela, o ensino deveria estimular as crianças a fazer e a testar conjecturas e o professor não deveria se esquecer de defender o interesse da criança, não lhes impondo conceitos de adultos.

Como foi citado no início desse tópico, o relatório dos *proceedings* do ICME-V, diferente do que vimos no ICME-IV, não se trata de uma compilação dos textos apresentados, mas de um breve comentário de pesquisas selecionadas de cada sessão, produzido pelos organizadores dos grupos de discussão e editados por Marjorie Carss ou por pesquisadores responsáveis por coordenar as diferentes sessões. Por essa razão, como disse Carss (1986), é sabido que no processo de seleção dessas pesquisas, muitas outras foram deixadas de lado e as razões que motivaram essas escolhas são desconhecidas por nós, embora se arrisque a dizer que elas, muito provavelmente, podem ter sido motivadas por tendências de pesquisa em Educação Matemática proeminentes no evento.

Para a escrita do relatório das pesquisas referente aos *Theme Groups*, nos *proceedings*, foi adotada a estratégia de dividir o texto em tópicos. No primeiro deles, fez-se uma breve introdução para cada sessão (ressalta-se que o *Theme Group* 1 é uma sessão, por exemplo); em um tópico seguinte, chamado *Summary of Papers Presented to the Theme Group*, comentou-se resumidamente sobre cada uma das pesquisas selecionadas e apresentadas na sessão; e por fim, apresentou-se uma conclusão com base no que foi discutido.

O *Theme Group* 1 (TG-1): *Mathematics for All* – coordenado por Peter Damerow (França), Bienvenido Nebres (Filipinas), Mervyn Dunkley (Austrália) e Bevan Werry (Nova Zelândia) – com discussões centradas em problemas de seletividade cultural e distribuição desigual de educação matemática e perspectivas futuras sobre ensino para a maioria, teve a apresentação da pesquisa de David Carraher, Terezinha Carraher e Analucia Schliemann, do Brasil, envolvendo vendedores de rua, que foi dividida entre três projetos.

No primeiro de três projetos, os pesquisadores apresentaram resultados de um estudo que investigou o uso da Matemática por jovens, vendedores de rua escolarizados, que pertenciam a um grupo de alunos que tinham baixo rendimento na escola, muito provavelmente por conta de dificuldades em Matemática. Entretanto, disseram Carraher, Carraher e Schliemann (1986), esses vendedores, cuja atividade profissional se relacionava ao setor de economia informal, faziam uso frequente da Matemática em seu trabalho.

Carraher, Carraher e Schliemann (1986) verificaram a qualidade do desempenho de Matemática desses estudantes em situações-problema no ambiente de trabalho e, com situações-problema semelhantes, foi verificado o desempenho deles em sala de aula. No ambiente natural de trabalho, problemas semelhantes ou idênticos foram mais bem administrados que no ambiente formal, na escola, e as razões para essa discrepância, disseram os pesquisadores, não refletem a falta de compreensão de operações aritméticas, mas a falha do sistema educacional que não acessa os conhecimentos cognitivos prévios dessa clientela (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN; 1986). No entendimento dos pesquisadores, parece haver uma discrepância entre o conhecimento natural dos vendedores de rua e o conhecimento que os educadores tentam lhes passar.

Esses pesquisadores afirmaram que para a Matemática ser útil é necessário que os professores vejam cuidadosamente como se dá a transferência de conhecimento da sala de aula para as situações na vida real.

No segundo estudo feito por essa equipe, o trabalho realizado envolveu 300 alunos que trabalharam com problemas envolvendo conceitos de proporção. Os pesquisadores queriam investigar se as crianças já compreendiam o conceito de proporção e se a rotina que estava sendo ensinada na escola para a resolução de problemas desse tipo fora aplicada corretamente. Os resultados indicaram tipos característicos de dificuldades que surgiram em certos problemas, alguns que poderiam estar relacionados ao desenvolvimento cognitivo.

Sobre os resultados desse estudo, Carraher; Carraher e Schliemann (1986) sugeriram que professores tomassem consciência dessas dificuldades, pois ela poderia ajudar a melhorar seu ensino sobre esse assunto. Os pesquisadores ressaltaram ainda que “se a matemática é para ser útil para todos, professores de matemática devem considerar cuidadosamente todos os assuntos relacionados com a transferência dos conhecimentos adquiridos na sala de aula para outras situações de resolução de problemas" (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN; 1986).

No terceiro projeto, os pesquisadores destacaram a descontinuidade existente entre métodos de resolução de problemas utilizados em Matemática na escola formal e métodos informais usados no dia a dia da vida. Para o estudo foram considerados problemas práticos de estimativas de quantidades e cálculos associados, realizados por dois grupos distintos de carpinteiros. Um grupo era composto por carpinteiros profissionais, com pouco conhecimento de Matemática, e o outro era composto por aprendizes, com algum conhecimento de Matemática formal, que estiveram na escola por um período de, pelo menos, 4 anos. A conclusão a que chegaram foi a de que os aprendizes aparentemente não usavam conhecimento matemático formal algum para resolver problemas práticos, enquanto que os profissionais o faziam de forma natural.

A partir do estudo realizado com os dois grupos de carpinteiros, os pesquisadores concluíram que a Matemática deveria ser ensinada em contextos práticos se quiséssemos que houvesse uma transferência para situações reais de fora da escola (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN; 1986).

Nas conclusões do relatório sobre o TG-1, Damerow et al. (1986, p. 142, tradução nossa) afirmou que

> [...] os mais importantes resultados do trabalho desse grupo temático no ICME 5, pode ser que esse problema [os tipos de currículos matemáticos que são adequados às necessidades da maioria] foi, pela primeira vez, um tópico central de um congresso internacional sobre educação matemática e que, com as contribuições tornadas abundantemente claras, esse problema será um dos principais problemas da educação matemática na década seguinte.

No *Theme Group 4* (TG-4: *Theory, Research and Practice in Mathematical Education* – coordenado por Alan Bell (UK), Jeremy Kilpatrick (USA) e Brian Low (Austrália) – a sessão *Problem Solving, Proof and Process Aspects of Mathematics* foi coordenada pelos professores Edward Silver (USA) e Clair Dupuis (France). Silver e Dupuis (1986) disseram que a competência matemática inclui, além da posse de uma ampla gama de conceitos e habilidades relevantes, a capacidade de abordar situações de fora da Matemática, o que significa implantar estratégias para resolução de problemas no sentido mais amplo, incluindo investigar situações, representar situações, formular problemas, provar e sistematizar.

Nessa discussão falou-se sobre a importância da pesquisa em Resolução de Problemas para a prática educacional e disseram que tanto seus constructos teóricos quanto os "problemas tarefa" que elas apresentam podem, ambos, ser levados para a sala de aula. Foram citadas por Silver e Dupuis (1986) duas áreas de pesquisa que, em sua compreensão, eram muito importantes: a "metacognição" e a "percepção de problemas semelhantes" por parte dos alunos.

Sobre metacognição, os pesquisadores disseram que essa teoria entendia que seria "[...] importante dar atenção no ensino às crenças dos alunos sobre Matemática e resolução de problemas e também às suas habilidades para monitorar e avaliar seu progresso no episódio de resolução" (SILVER; DUPUIS, 1986, p. 184, tradução nossa). Quanto à pesquisa sobre "percepção de problemas semelhantes", foi dito que essa teoria sugeria que "[...] alunos fossem ajudados a organizar suas experiências de maneira que se tornassem úteis e apropriadas" (*Ibid.*). Além disso, essa teoria disponibilizava muitas tarefas que poderiam ser utilizadas em sala de aula, disseram Silver e Dupuis (1986).

A partir dos questionamentos "Quais exemplos específicos da teoria e da pesquisa podem ser considerados relevantes para a prática? De que modo a pesquisa é relevante?", esses pesquisadores disseram que existia um grande número de atividades que se uniam sob o título geral "o ensino de resolução de problemas" e que algumas delas envolviam o ensino "para" resolver problemas, "[...] em que problemas particulares são o foco do ensino porque eles representam uma classe importante de problemas a serem cumpridos no currículo" (SILVER; DUPUIS, 1986, p. 184, tradução nossa). Outras atividades envolviam o ensino "com" resolução de problemas, em que "[...] problemas são usados como veículos convenientes a fim de reforçar conceitos ou habilidades que são centrais para o currículo ou, menos frequentemente, os problemas são usados para introduzir ou motivar importantes tópicos do currículo" (*Ibid.*). E, uma terceira classe de atividades com resolução de problemas, envolvia o ensino "sobre" resolução de problemas, disseram os pesquisadores. Nessa classe, “[...] os problemas são considerados veículos convenientes para familiarizar os alunos com determinados aspectos da natureza da resolução dos problemas matemáticos” (SILVER; DUPUIS, 1986, p. 184, tradução nossa).

Retornando ao Capítulo 2 deste texto, quando citamos as três concepções elencadas por Schroeder e Lester (1989) em relação ao ensino sob a “bandeira” Resolução de Problemas (ensinar “sobre” resolução de problemas; ensinar “para” resolver problemas; ensinar “via” resolução de problemas), vimos que do ICME-V, realizado em 1984, para a publicação da pesquisa de Schroeder e Lester em 1989, houve uma pequena modificação em uma das categorias, ou seja, em vez de ensinar “com” resolução de problemas, como citado em 1984, se tornou ensino “via” resolução de problemas, embora nos tenha dado a impressão de que a essência tenha se mantido.

O tema Resolução de Problemas, segundo Silver e Dupuis (1986), parecia ser de grande interesse de pesquisadores em muitos países, incluindo Austrália, Canadá, Reino Unido, Jamaica e Estados Unidos. Por essa razão, um grande número de material vinha sendo produzido nesses países, mas “[...] não somente a conexão entre esses materiais, teoria e pesquisa é fraca mas, também, a utilização deles por parte dos professores é esporádica” (p. 184, tradução nossa). Contudo, um sinal de esperança na visão de Silver e Dupuis (1986), era de que

> [...] pesquisadores e suas pesquisas pareciam estar exercendo alguma influência sobre inovações recentes em avaliação de resolução de problemas sobre exames estaduais ou nacionais. Na medida em que resolução de problemas é representada nesses exames como um importante objetivo, profissionais e desenvolvedores de currículo irão certamente refletir essa ênfase na prática educacional. (p. 184, tradução nossa)

O que se pode concluir a partir da afirmação anterior é que – embora essa não seja a intenção dos pesquisadores, que veem nela uma possibilidade de a Resolução de Problemas se tornar prática comum nas aulas de matemática conforme apregoam teoria e pesquisa – os exames nacionais exercem influência sobre o que deve ser trabalhado em sala de aula.

Silver e Dupuis (1986) ressaltaram que teoria e pesquisa não chegam aos professores de sala de aula, fato considerado por eles como problemático, pois a comunicação da pesquisa deve influenciar o conhecimento dos professores sobre Resolução de Problemas, suas crenças sobre si mesmos e sobre Resolução de Problemas, e suas atitudes para com a Resolução de Problemas. Assim, se a comunicação se tornasse efetiva, então a esperança de mudança no ensino de Resolução de Problemas seria um fato.

O interesse crescente da pesquisa por parte dos praticantes em Resolução de Problemas foi destacado por Silver e Dupuis (1986). Por essa razão, foi dito que aquele era o momento adequado para que pontes fossem construídas entre pesquisadores e praticantes de Resolução de Problemas.

No *Theme Group 6* (TG-6): *Applications and Modelling*, Richard Lesh (USA), Mogens Niss (Dinamarca) e David Lee (Austrália) foram os organizadores. No ICME-I vimos na palestra de Pollak (1969), *How Can We Teach Aplications in Mathematics*, um trabalho bastante importante desse pesquisador no que se refere ao ensino de Matemática com Aplicações. Depois disso, no ICME-IV, Burkhardt apresenta pesquisa com Resolução de Problemas e Modelagem na teoria RPS. Nos ICMEs seguintes, essas teorias foram abordadas em pesquisas sem uma preocupação muito rigorosa em relação às suas fronteiras.

No movimento de pesquisa nos *proceedings*, o título desse TG-6 nos chamou atenção por essas duas razões e conjecturamos que a Resolução de Problemas poderia ter sido discutida em pesquisas desse grupo. Com essa ação, aquela **Segunda Classificação** (buscar pela palavra composta *problem-solving* ou Resolução de Problemas e heurísticas: no título do trabalho; no resumo do trabalho; entre as palavras chave) sofre uma alteração, depois de termos decidido analisar o texto de uma sessão tendo em conta a estreita relação entre os envolvidos nesse TG e a pesquisa realizada por eles anteriormente.

Na leitura do relatório do TG-6, nos *proceedings*, vimos que Lesh (1986) ministrou uma palestra, em uma subseção desse grupo temático, chamada *Applied Problem Solving from the Point of view of Psychological Research*. No relatório dos *proceedings* não há informações sobre o que ele disse nessa palestra. No entanto, nesse documento, alguns indícios da pesquisa em Resolução de problemas foram identificados por nós, os quais passaremos a descrever: a modelagem parece ser um tipo particular de atividade de resolução de problemas; muitos dos processos, habilidades e heurísticas que têm sido enfatizados na pesquisa e ensino em resolução de problemas não são generalizáveis quando incorporados em um maior domínio de modelagem – muitas heurísticas de Polya, por exemplo, se mostraram como irrelevantes ou contra-produtivas em situações típicas de modelagem; e discussões e interrelações entre os conceitos "aplicações", "modelagem" e "resolução de problemas" deveriam ser claras e que um trabalho mais sistemático deveria ser empregado nessa área.

No *Theme Group 7* (TG-7): *Problem Solving*, os organizadores Hugh Burkhardt (UK), Alan Schoenfeld (USA), Susie Groves (Austrália) e Kaye Stacey (Austrália) elaboraram alguns temas que deveriam ser discutidos em subgrupos, composto por aproximadamente 15 participantes, conforme a lista a seguir:

PS1. Resolução de Problemas: Introdução.

PS2. Resolução de Problemas no currículo.

PS3. Resolução de Problemas e o mundo real.

PS4. Ensinar e educar para a Resolução de Problemas.

PS5. Pesquisa e desenvolvimento na Resolução de Problemas.

PS6. A análise detalhada de desempenho em Resolução de Problemas.

PS7. Tecnologia, estilo de ensino e Resolução de Problemas.

PS8. Competições e Resolução de Problemas.

PS9. O que é Resolução de Problemas?

Burkhardt, Schoenfeld, Groves e Stacey foram os responsáveis por conduzir os debates e disseram que sob o "guarda chuva" desse TG, ocorreram várias atividades, pois o tema ofereceu uma visão global da Resolução de Problemas, possibilitada pela fala de vários especialistas; realização de seis *Workshops* de Resolução de Problemas; apresentação de algumas comunicações orais; e realização de 20 grupos de trabalho, que se encontraram durante o congresso.

Uma visão geral da RP, que foi dividida em dois temas: *1. The Process of Problem Solving* e *2. Teaching Problem Solving*, foi apresentada por Schoenfeld e Burkhardt (1986). No tema 1, os pesquisadores disseram que no ICME-IV a

Resolução de Problemas havia ocupado um lugar discreto nas discussões, mas que no ICME-V se tornou um dos temas mais importantes. Disseram eles que esse fato

> reflete uma perspectiva quase universal de que exercício-e-prática no básico da Matemática, juntamente com as práticas pedagógicas convencionais, de fornecer explicação, seguidas de exemplos trabalhados, seguidas da prática de exercícios, não são suficientes. (SCHOENFELD; BURKHARDT, 1986, p. 212)

Schoenfeld e Burkhardt (1986) disseram que os estudantes eram mestres no “básico”, mas tinham “baixo desempenho nos problemas que diferem, mesmo que levemente, dos exemplos em que eles foram treinados” (*Ibid.*, p. 213, tradução nossa). Além disso, destacaram o crescente aumento no interesse sobre “processos” de resolução de problemas, além do domínio da técnica.

Para orientar sua fala, Schoenfeld e Burkhardt (1986) focaram sobre três aspectos do pensamento matemático: domínio de estratégias gerais ou heurísticas; controle ou comportamento de execução de uma tarefa; e sistemas de crenças. Cada um desses aspectos foi abordado pelos pesquisadores a partir de resultados de pesquisas. Sobre o primeiro deles, os pesquisadores relembraram as fases sugeridas por Polya (1945) em *How to solve it* para a resolução de problemas, citadas neste texto no Capítulo 2, e as chamou de “regras de ouro”. Sobre as heurísticas de Polya disseram, resumidamente, que evidências vinham mostrando que um resolvedor de problemas competente usava essas estratégias inconscientemente; que mesmo estudantes mais talentosos na universidade eram geralmente inconscientes de tais estratégias e não as utilizavam; e por último, que os estudantes podiam ter domínio de tais técnicas de resolução de problemas, mas o grau de explicitação e atenção requerida para elucidar essas estratégias e dar treinamento adequado aos estudantes não deveria ser subestimado, embora isso ocorresse com frequência.

No que se refere ao “controle ou comportamento de execução de uma tarefa”, segundo aspecto, os pesquisadores sugeriram que o resolvedor de problemas deveria desenvolver o hábito de refletir sobre seu comportamento, monitorando e avaliando seu progresso, enquanto estivesse resolvendo problemas. Esse hábito é comum em resolvedores de problemas competentes, disseram Schoenfeld e Burkhardt (1986). Em contraste, resolvedores de problemas que falham nessa tarefa veem suas mentes como algo que eles não podem controlar, como entidades autônomas. Por essa razão, muitos estudantes falham ao resolver problemas, não porque lhes falta conhecimento, mas porque não gerenciam os resultados obtidos de tarefas.

Quanto ao "sistema de crenças", Schoenfeld e Burkhardt (1986, p. 213, tradução nossa) afirmaram que "[...] parte da matemática utilizada ou do „pensar matematicamente‟ consiste em abordar o mundo a partir de um ponto de vista matemático". Assim, a experiência de Matemática de que dispõe o estudante é resultado de suas experiências nessa ciência, o que pode justificar algumas de suas dificuldades, falaram os pesquisadores.

Nesse sentido, os estudantes são guiados por suas "crenças", as quais destacamos, com base no que disseram Schoenfeld e Burkhardt (1986): se é possível resolver um problema de matemática, então ele será resolvido em 10 minutos; a matemática é "passada a partir de cima", por aqueles que sabem muito, por isso é suficiente ter um papel passivo na aprendizagem; a matemática formal tem pouco a ver com o pensar e o descobrir.

Ainda sobre o "sistema de crenças", Schoenfeld e Burkhardt (1986) disseram que essas e outras crenças afetam a forma em como os estudantes usam (ou falham no uso) a matemática que a eles é ensinada.

Schoenfeld e Burkhardt (1986) disseram que embora suas falas estivessem fundamentadas em pesquisas, elas não poderiam ser consideradas separadas da aplicação prática. Reciprocamente, experiências de sala de aula podem e devem servir como fonte de ideias para elaboração e exploração através da pesquisa.

A frase "Ensinar Resolução de Problemas é mais difícil que ensinar técnica matemática. Isto é mais difícil matematicamente, pedagogicamente e pessoalmente" (SCHOENFELD; BURKHARDT, 1984, p. 214, tradução nossa) marcou o início da fala desses pesquisadores no Tema 2, *Teaching Problem Solving*. No ensino de Resolução de Problemas, "o estudante tem de enfrentar uma *tarefa não familiar e encontrar sua forma particular de resolvê-la*" (*Ibid*., grifo do autor). Quanto ao professor, este "desempenha um papel „multi-tarefas‟, com os alunos perseguindo diferentes formas de pensamento que podem, nem sempre, ser bem claras e, ainda, necessitando de um guia que deixe o problema em suas mãos" (*Ibid.*). A partir da pergunta "O que pode ser feito para ajudar os professores, particularmente os professores comuns, a lidar com esta situação em sala de aula?”, Schoenfeld e Burkhardt (1986) afirmaram que uma grande quantidade de materiais de ensino (a maioria elaborada por grupos de professores a partir de suas experiências), com ênfase na Resolução de Problemas, vinha sendo produzida, particularmente na Austrália, nos Estados Unidos e no Reino Unido. Essa produção consistia de prática sobre problemas; estratégias de ensino ou heurísticas para a resolução de problemas; e reflexão orientada pelo estudante.

Sobre os tipos de problemas propostos nesses materiais, Schoenfeld e Burkhardt (1986) lembraram que os objetivos e a coleção de problemas que são eficientes para o ensino de resolução de problemas era importante. Cada um deveria ser bem adaptado para o aluno, proporcionando algum sucesso para todos os envolvidos e, ainda, um desafio para os mais capazes. Cada um poderia ter diferentes facetas, relacionando vários aspectos da matemática e suas aplicações. A demanda técnica dos problemas deveria ser geralmente baixa, precisando apenas de técnicas matemáticas que são bem absorvidas pelos alunos. A principal “carga” sobre os estudantes deveria ser estratégica, pedindo-lhes para encontrar estratégias de enfrentantamento eficientes sobre uma situação não familiar.

Outros aspectos que deveriam ser considerados na Resolução de Problemas foram destacados por Schoenfeld e Burkhardt (1986) e, dentre eles, citamos: (1) o professor deve encorajar os estudantes a que expliquem suas ações durante a resolução de problemas; (2) um professor ávido a dar rapidamente uma explicação é o maior perigo no ensino com Resolução de Problemas; e (3) professores devem desempenhar muitos papéis na Resolução de Problemas – podem ser categorizados como gerenciadores, os que organizam a tarefa, aquele que desempenha atividades comuns, amigo, conselheiro, explicador (ação que todos os professores de Matemática desempenham com frequência), companheiro dos alunos e recurso, que são apenas encontrados em pequena proporção nas aulas onde a Resolução de Problemas é a atividade regular. Cada um desses papéis foi exemplificado/discutidos por Schoenfeld e Burkhardt (1986) no relatório apresentado nos *proceedings* desse ICME-V. No entanto, os pesquisadores disseram que essas mudanças de papel por parte do professor não são fáceis, o que indica que eles precisam de apoio para promovê-las. Uma forma de atender a essa solicitação era a de dar atenção aos materiais que vinham sendo desenvolvidos para uso em sala de aula.

Finalizando, Schoenfeld e Burkhardt (1986) disseram que outros assuntos fundamentais incluíam a "resolução de problemas reais", diferentes habilidades dos alunos e o papel da formação continuada.

> A resolução de problemas reais apresenta todos os mesmos desafios somados a fatores extras que surgem a partir da „modelação" de problemas do mundo real. Além disso, a resolução de problemas reais trata de discutir os problemas que são próprios das crianças, que os professores podem ou não aceitar. Alunos mais ou menos capazes têm suas necessidades específicas na resolução de problemas, como em outros aspectos da matemática. A formação continuada tem uma parte óbvia a desempenhar na promoção da resolução de problemas e pode muito bem ser crucial na geração de uma atitude positiva para a mudança. Poucos sistemas de ensino dispõem de meios suficientes e esta situação deve ser melhorada. No entanto, os recursos previsíveis para a formação continuada não podem fornecer o maior apoio que os professores precisam para absorver esta nova atividade em seu ensino. Os materiais realmente precisam ser projetados com o apoio essencial inerente. (SCHOENFELD; BURKHARDT, 1986, tradução nossa, p. 215)

Ainda no TG-7, para discutir os temas que perpassaram de PS1 a PS9, apresentados no início deste texto referente ao ICME-V, foi necessário formar 20 *Working Groups*, confirmando a amplitude de temas e, por consenquência, a dificuldade em tomar decisões conclusivas, uma crítica realizada por muitos participantes desses WGs. Isso ocorreu por conta do formato adotado na organização dos WGs, que envolveu um número pequeno (considerando o elevado número de participantes) deles, com composição mais homogênea.

Nos *proceedings*, sobre a produção desses WGs, inicialmente apresentou-se um relato geral, expressando ideias centrais trazidas das discussões dos WGs. Assim, foi dito que o espaço destinado a essas discussões naquele documento limitar-se-ia a apresentar os temas de maior ênfase e que pouco destaque seria dado a pontos não comuns. Na leitura dos relatórios enviados pelos representantes de cada grupo, Burkhardt et al. (1986) disseram que "estava clara a existência de vários diferentes aspectos da educação matemática para os quais a expressão „resolução de problemas" é usada" (p. 215, tradução nossa). Os organizadores dos tópicos (PS1 a PS9) focaram na não familiaridade dos estudantes como uma característica essencial e disseram que isso excluía, especificamente, por exemplo, os chamados “problemas com enunciados”. Havia também, uma variedade de propósitos para atividades rotuladas de “resolução de problemas”, que iam desde o ensino para melhorar as habilidades em resolução de problemas até o ensino de conteúdo através da abordagem resolução de problemas (BURKHARDT et al., 1986).

Um outro aspecto resultante dos trabalhos dos *Working Groups* desse TG-7 foi a

> concordância geral sobre a importância da resolução de problemas como atividade de aprendizagem essencial no currículo de Matemática e sobre a dificuldade de fazê-la acontecer em salas de aula regulares. Ensinar resolução de problemas requer uma mudança radical no estilo de ensino, na organização da sala de aula e na administração das tarefas, todas envolvendo uma mudança na relação intelectual e pedagógica entre professor e aluno. Professores precisam ter confiança e experiência na resolução de problemas, adequar modelos para seu ensino, e dispor de uma grande variedade de materiais curriculares para uso imediato. (BURKHARDT et al., 1986, p. 216, tradução nossa)

Burkhardt et al. (1986) disseram que havia um forte apelo para que fosse dada ênfase à Resolução de Problemas na formação inicial de professores, bem como que fosse disponibilizado apoio à formação de professores em serviço, que deveria ser ministrada por consultores e/ou autoridades educacionais. Esses pontos gerais foram comuns nos relatórios de muitos grupos.

Sobre as discussões e deliberações dos WGs do TG-7, gerados a partir dos nove temas propostos (PS1 a PS9), optamos por apresentá-las em tópicos no Quadro 2. Ressaltamos que um mesmo tema (PS1 a PS9) foi discutido por diferentes grupos (chamados neste texto de subgrupos) e que, a partir do texto dos *proceedings*, sobre os grupos PS8 (Competições de Resolução de Problemas) e PS9 (O que é Resolução de Problemas?), não nos foi possível saber muito sobre as discussões que lá ocorreram. Em relação ao PS8, falou-se sobre competições matemáticas e destacou-se o papel da resolução de problemas nesse contexto. Quanto ao PS9, foi dito que os subgrupos focaram seu trabalho no desenvolvimento de um esquema de classificação para a resolução de problemas, baseado nas seguintes dimensões: objetivos e métodos, problemas „reais‟ ou matemáticos gerados ou apresentados pelos estudantes.

Quadro 3 – Síntese das discussões dos grupos PS1-PS9

PS1 – Resolução de Problemas
✓ Embora reconhecendo a variedade de propósitos que o ensino de resolução de problemas pode ter na sala de aula, alguns grupos consideraram a resolução de problemas como um meio de introdução, desenvolvimento e aplicação de conceitos e/ou habilidades. Esses grupos, em contraste com a maioria dos outros, tentaram se concentrar sobre a resolução de problemas como uma atitude de ensino e aprendizagem, mais do que como um corpo de habilidades ou procedimentos a serem adquiridos. ✓ Resolução de problemas é reconhecida como uma abordagem de ensino valiosa, agradável e pedagogicamente boa, que pode ser, inicialmente, difícil de implantar. Entretanto, esses relatórios incluíram sugestões práticas sobre como fazer isso. ✓ Treinamento para professores e gestores em serviço parecia ser uma importante maneira de fazer com que as inovações curriculares fossem implantadas na sala de aula. ✓ Foram realizadas várias práticas sugestivas sobre como fazer os estudantes se sentirem dispostos a lutar com problemas não familiares, terem tempo para pensar, tornarem-se ativamente envolvidos, aceitarem desafios sem ter medo de errar ou falhar, e assim por diante.
PS2 – Resolução de Problemas no Currículo
✓ Existe um interesse considerável de que a RP seja estabelecida no currículo, mas pouca compreensão sobre como isso deve ser feito. Nesse sentido, várias práticas foram propostas com o intuito de orientar professores a desempenhar essa difícil missão. ✓ Pouco consenso sobre o que significa Resolução de Problemas e, por consequência, o caos. ✓ Professores dizem que há muito conteúdo para ser ensinado sem tempo

suficiente para fazê-lo. Por essa razão, nessa visão, trabalhar com a Resolução de Problemas parecia atrasar o processo. ✓ Como resolução de problemas não é avaliada ao final de cada período letivo de um curso de Matemática, professores são relutantes em destinar muito tempo a ela. ✓ Ressalta-se que o trabalho precisa ser feito em nível de "sistema", em uma esfera maior, preparando professores com autorização para firmar resolução de problemas e munição para argumentos políticos. ✓ O nível de dificuldade percebido na sala de aula não se dá pela falta de bons problemas mas, mais do que isso, pela falta de uma boa estrutura de suporte e de materiais que os incorporem. ✓ A necessidade de identificar fontes que forneçam „kits de ensino‟ foi destacada, como também a necessidade de uma mais extensa formação inicial e continuada de professores para o ensino de Resolução de Problemas.
PS3 – Resolução de Problemas e Mundo Real
✓ Discussão de critérios do que vem a ser bons problemas. ✓ Ênfase em problemas gerados pelos estudantes e possibilidades de se trabalhar com esses problemas em sala de aula (a Resolução de Problemas e o mundo real). ✓ Discussão de diferentes tipos de ambientes de aprendizagem para o trabalho com resolução de problemas reais e sugestões de como os professores podem criar esses ambientes. ✓ Sugestões foram dadas visando a possibilitar a implantação da Resolução de Problemas na sala de aula, incluindo a gradual introdução de aplicações (problemas do mundo real), com suporte escolar por consultores ou professores especialistas, redes de professores para apoio individual e oportunidades programadas no calendário para que um professor possa observar o trabalho do outro em ambiente de Resolução de Problemas. ✓ A ideia de mudança com exames orientados mostrou-se como poderosa

fonte de avaliação.
PS4 – Educação de Professores para a Resolução de Problemas
✓ Fatores contrários ao estabelecimento da Resolução de Problemas na escola foram citados. Dentre eles estão: falta de confiança e experiência, por parte do professor, no trabalho com Resolução de Problemas; dificuldades de criar uma situação de aprendizagem direcionada para um currículo baseado em "processos" e não em "conteúdo" matemático.   ✓ Não existe um programa claramente definido, nem mesmo um corpo bem definido, bem entendido de competências pedagógicas para resolução de problemas.   ✓ Nas escolas existe geralmente uma falta de materiais de suporte para o desenvolvimento das aulas e suporte pessoal para a resolução de problemas, enquanto professores perdem a segurança nos livros didáticos existentes, em testes e em sequências estruturadas específicas.   ✓ Professores devem se comprometer a mudar, não somente o que eles ensinam, mas a organização de sua sala de aula, de seu estilo de ensino e técnicas de gestão, e devem lidar com as reações de familiares e colegas.   ✓ Para a formação inicial de professores, o pequeno número de professores que utilizam a abordagem de Resolução de Problemas torna difícil fornecer um modelo durante a prática de ensino. A maioria das escolas segue um padrão de ensino orientado por uma prática que deixa uma lacuna crítica entre um curso puramente teórico e de caráter prático, do ponto de vista do „mundo real'.   ✓ Cursos de formação de professores, seja inicial ou continuada, requerem um equilíbrio entre experiência prática e reflexão sobre essa experiência. Uma componente chave deve incluir experiência pessoal em resolução de problemas, preferencialmente em grupo, reflexão sobre essa experiência, observação de professores envolvendo estudantes em atividades de resolução de problemas, reflexão sobre o

comportamento de professores que facilitam resolução de problemas, oportunidades de trabalho com pequenos grupos de estudantes e investigação de pesquisas disponíveis. ✓ A formação inicial de professores é insuficiente em si mesma. ✓ Professores precisam: dar continuidade à formação inicial; de uma rede de apoio para resolução de problemas; de materiais de pesquisa; precisam desenvolver diretrizes apropriadas para avaliação; e desenvolver programas para informar as comunidades escolares sobre os benefícios da resolução de problemas no currículo.
PS5 – Pesquisa e Desenvolvimento em Resolução de Problemas
✓ Destacou-se a necessidade: de adquirir compreensão mais detalhada dos processos de resolução de problemas antes de tentar programar o ensino visando a essa abordagem; de uma abordagem mais fenomenológica, com ensino guiado pela teoria de Polya e de outros. ✓ Seria importante que pesquisas buscassem determinar que tipos de conhecimentos são usados na resolução de problemas, como eles interagem e quão eficientes eles são. ✓ Várias abordagens foram citadas visando a aumentar a eficiência do ensino com resolução de problemas. Delas, três compontentes foram comuns: prática na resolução de problemas, algum ensino em estratégias e o encorajamento da reflexão, pelos estudantes, sobre seus próprios métodos. ✓ A necessidade de mais estudos analíticos integrando ambos, pesquisa e desenvolvimento.
PS6 – Análise detalhada de desempenho em Resolução de Problemas
✓ Esse WG explorou, em detalhes, processos que ocorreram durante sessões de resolução de problemas realizadas com alunos. Vídeos dessas sessões foram gravados e apresentados, com o objetivo de discutir métodos para análises desses vídeos, indicando o uso e a

limitação desses métodos. ✓ Um dos subgrupos desse WG focou em questões metodológicas dizendo, sobre as gravações em vídeo, que enquanto os vídeos podem capturar alguns aspectos do comportamento de estudantes, podem deixar outros obscuros ou mesmo distorcê-los. Para uma visão mais "completa", disseram que a esses vídeos deveriam se juntar outros elementos de análise, como entrevistas e testes. Além disso, as perspectivas e os quadros analíticos do observador moldam, muitas vezes, a forma como a gravação dessas sessões é estruturada e, portanto, afetam o que aparece na gravação a ser analisada. ✓ Outros fatores que afetam as análises incluem variáveis da tarefa; variáveis interpessoais no grupo experimental; o contexto social (por exemplo, cooperação *versus* sessão competitiva); intervenção do observador; e a natureza do ensino para a verbalização. Um quadro para exploração desses comportamentos, esboçado por Balachef, Schoenfeld e Zimmerman, foi discutido. ✓ Um outro grupo de trabalho centrou suas discussões no desenvolvimento de processos para a resolução de problemas para servir como um pano de fundo e de contexto para a observação de comportamentos de resolução de problemas. Esse processo foi visto como uma progressão através de cinco fases: ser confrontado com o problema; aceitá-lo; criar uma representação interna; resolver; e checar. Em todos os estágios, variáveis situacionais (instruções dadas, o contexto social e físico, o tempo permitido, experiências passadas, conhecimento relevante e estilo cognitivo) e pessoais podem afetar o comportamento de estudantes, resultando na mudança desses processos que não devem ser encarados de modo linear.
PS7 – Tecnologia, Modelo de Ensino e Resolução de Problemas
✓ O uso das tecnologias, como suporte para atividades de resolução de problemas, foi indicado. ✓ As estratégias de trabalho adotadas pelo professor devem ser

orientadas de forma a colocar os estudantes no papel de investigadores, em situações que exigissem deles a tomada de dicisões, o tratamento dessas decisões e os resultados relacionados a essas responsabilidades. Os resultados do trabalho orientado por essas estratégias foram considerados em sua maioria positivos. Entretanto, esse subgrupo se posicionou contrário ao uso da Resolução de Problemas como o meio principal da aprendizagem da Matemática usando uma abordagem de descoberta pessoal. Os adeptos dessa crença davam preferência a problemas correspondentes à capacidade independente dos alunos e, de preferência, descobrir algo que o professor não sabia de antemão, incluindo os problemas do meio ambiente local, matemático ou prático.

- ✓ Apoio tecnológico (calculadoras e programas de micro-computadores) selecionado de forma que possa ser ajustado ao currículo planejado, e não ao contrário, com representações multimídia sempre que possível. Essa mudança requer que o professor seja consciente e que pense analiticamente sobre a variedade de materiais e modos de uso da tecnologia.

Terminada a pesquisa dos WGs do TG-7 seguimos analisando as pesquisas apresentadas nos *Workshops*, no mesmo TG, que foram organizados de modo a oferecer aos participantes a experiência de resolver problemas, as oportunidades de olhar para materiais e técnicas para uso em sala de aula, e as chances para refletir sobre os processos envolvidos, disseram Burkhardt et al. (1986). As sessões dos *Workshops* foram conduzidas por Shmuel Avital (Israel), Steven Krulik (USA), Jesse Rudnick (USA), John Mason (UK), Vern Treilibs (Austrália) e John Gaffney (Austrália).

As pesquisas apresentadas, nessas sessões, por palestrantes convidados abrangeram uma ampla gama do "estado da arte" da pesquisa e do trabalho desenvolvido em Resolução de Problemas em todo o mundo (BURKHARDT et al., 1986). Nos *proceedings*, um breve resumo de cada uma das palestras foi apresentado. Esses resumos, como na expressão em inglês "*facial value* = valor facial" e não para "além da face", são resumos. Por essa razão, considerações sobre essas palestras limitar-se-ão ao que foi apresentado nos *proceedings*.

A primeira palestra citada por Burkhardt et al. (1986) foi a de Nicholas Balacheff (França), que falou sobre *Cognitive Versus Situational Analysis of Problem Behaviours*. Balacheff (1986) disse que a maioria das pesquisas sobre resolução de problemas centrava-se em *heurísticas* e que, por essa razão, ignoravam tanto os conteúdos matemáticos, em termos de complexidade psicológica, quanto a situação em que a atividade ocorria. Assim, esse pesquisador afirmou que seu estudo visava a contribuir com uma discussão sobre esse ponto, com especial incidência sobre as relações dialéticas entre as componentes situacional e cognitiva (matemáticas).

Para que a Resolução de Problemas fosse implantada no currículo, Leonie Burton (UK) afirmou, na palestra *Implementing Problem Solving in the Curriculum*, que deveriam ser considerados três pressupostos: “que exista motivação da parte de ambos, professor e aluno; que exista conhecimento adquirido sobre como fazer (*Know-how*); e que existam materiais” (BURTON, 1986, p.222, tradução nossa). Avançando nossa pesquisa nos *proceedings* vimos, no relatório da sessão (*Report of the Session*) que Burton (1986) explora com mais detalhes resultados dessa pesquisa, os quais serão abordados de maneira breve nas próximas páginas.

Tom Cooper e Rod Nason, ambos da Austrália, na palestra *Production System Analysis of Mathematical Problem Solving* disseram que “a resolução de problemas é um fenômeno de estudo complexo e que tentativas de caracterizar fatores que afetam o desempenho da resolução de problemas são frequentemente frustradas em virtude da dimensão do problema” (COOPER; NASON; 1986, p.222, tradução nossa). O pesquisador disse emprestar da “inteligência artificial” a abordagem “sistemas de produção” (*production systems*) por considerar que ela incorpora tanto a complexidade da resolução de problemas quanto a simplicidade essencial de estruturas de ensino eficientes. Por dispor da capacidade de fornecer a análise complexa necessária de detalhes de procedimentos e de *insights* vindos de modelos globais que emergem, os “sistemas de produção” são uma alternativa estimulante para estudos mais tradicionais de comportamentos de resolução de problemas (*Ibid*., 1986).

Na palestra *On Mathematical Thinking*, Tony Gardiner (UK) falou sobre a tensão existente entre as aprendizagens “passiva” e “ativa” e disse que esse tema vinha sendo um fenômeno educacional universal. Gardiner (1986) falou sobre a coleção de materiais “A Arte de Fazer Matemática”, dizendo que ela consiste de uma sequência cuidadosamente planejada de atividades que são “não familiares”, elementares, intrigantes e evasivas, e que geram algum interesse matemático. O pesquisador afirmou que os estudantes encontravam experiências da “descoberta matemática” tão novas ao fazer uso desse material que, embora fossem tecnicamente muito elementares, não eram percebidas como triviais, mesmo pelos mais brilhantes estudantes universitários.

Falando sobre *Developing Material and Implementing Curricula for Problem Solving*, Siegfried Grasser (África do Sul) destacou a dificuldade de se trabalhar com Resolução de Problemas no ensino à distância em nível universitário, no que se refere à falta de retorno rápido. Segundo o relatório dos *proceedings*, Grasser (1986) apresentou possibilidades, em sua palestra, de enfrentar essas dificuldades. No entanto, elas não foram apresentadas nos *proceedings*.

Mary Grace Kantowski (USA) descreveu um estudo em que afirmou que a presença de computadores na sala de aula poderia estimular o interesse de estudantes na resolução de problemas e dar suporte às investigações matemáticas que, de outra forma, não seria alcançada.

Teacher Education Towards Problem Solving foi o tema da palestra de Ian Lowe e Charles Lovitt, ambos da Austrália. Esses pesquisadores falaram sobre o “Projeto de Desenvolvimento de Professores RIME”, que desenvolveu suporte tanto para professores em serviço quanto para professores em formação inicial. Esse suporte, segundo Lowe e Lovitt (1986), consiste de um pacote de documentos, testes, planos de aula, sendo que cada um é um modelo de trabalho completo, de uma ação de resolução de problemas em sala de aula, e uma rede de apoio de aulas de demonstração e vídeos. Algumas aulas introduzem estratégias de resolução de problemas, mas a maioria usa métodos de resolução de problemas para ajudar os alunos a aprender o conteúdo regular da “matemática secundária”.

Tatsuro Miwa (Japão) discutiu, na palestra *Problem Solving in Japanese School Mathematics*, tendências e assuntos relativos à resolução de problemas na matemática escolar japonesa. Miwa (1986) disse que o ensino de resolução de problemas foi considerado, em sua pesquisa, com a finalidade de fomentar a promoção do pensamento matemático dos estudantes. De acordo com Burkhardt et al. (1986), o pesquisador deu ênfase, em sua fala, aos problemas verbais na escola elementar, incluindo métodos de solução e estrutura desses problemas.

Roland Mortlock, da Austrália, falou sobre a Resolução de Problemas em seu país, com a pesquisa *Problem Solving in Australia*. De acordo com Mortlock (1986), o aumento crescente do interesse pela resolução de problemas na Austrália vinha impulsionando que ela fosse introduzida no currículo de matemática de todo o país. Por essa razão, disse o pesquisador que professores vinham reconhecendo a necessidade de desenvolver seu trabalho sob essa abordagem, como também, que mais pesquisas e treinamento fossem desenvolvidos para que ela fosse implantada na sala de aula.

Problem Using „Open-Ended-Problems" in Mathematics Teaching foi o tema da palestra de Nobuhiko Nohda (Japão). Nohda (1986) relatou que um dos aspectos importantes da educação matemática é aquele que se ocupa do desenvolvimento das habilidades de estudantes em identificar as relações matemáticas ocultas em uma situação concreta e formular, a partir dela, modelos matemáticos. Sua pesquisa foi sustentada na abordagem "problemas com fins abertos" (*open-ended-problem*), desenvolvida pelo professor Shigeru Shimada e sua equipe no Japão, em meados da década de 1970. Nohda (1986) afirmou que os estudantes de sua pesquisa trabalharam sobre "problemas com fins abertos" e que foram estimulados a formular proposições advindas de diferentes perspectivas. Em seguida, investigavam tipos de quantidades e propriedades do problema, de modo a verificar se melhores atividades matemáticas poderiam ser fomentadas.

Sid Rachlin (USA) disse, na palestra *Trends in Problem Solving in the United States* que, embora tivesse sido dito que a „resolução de problemas" se tornaria uma palavra familiar na década de 1980, as mudanças na sala de aula sofreram pouco impacto. Rachlin (1986) afirmou que, em muitas escolas norte-americanas, a resolução de problemas vinha sendo ensinada de forma mecânica, embora houvesse reconhecimento de que muitos programas incorporaram a resolução de problemas no currículo, e o fizeram bem. No entanto, essa condição era limitada à Escola Elementar, disse Rachlin (1986). O pesquisador citou o *Project Learning Algebra* que estava em andamento na *University of Hawaii*, que se ocupava de elaborar materiais para ajudar os estudantes a desenvolver comportamento de resolução de problemas em níveis posteriores ao da Escola Elementar.

Em uma parceria do *Shell Centre for Mathematical Education* e *Public Examination Board*, a abordagem TSS foi apresentada por Jim Ridgway et al. (1986), do Reino Unido. O TSS *approach* é uma tentativa ambiciosa, disseram os autores, de remodelar o equilíbrio das atividades em sala de aula nas aulas de matemática. O projeto visava inovar e dar suporte à comunidade com atividades desenvolvidas para serem trabalhadas em sala de aula. Essas atividades haviam sido todas testadas *a priori*, antes de sua efetiva aplicação, e estavam concentradas em um Módulo que representava cinco por cento (5%) do currículo. Além dos materiais para uso na sala de aula, um material de apoio foi desenvolvido para ajudar os professores e, segundo os pesquisadores, os professores respondiam positivamente aos novos desafios de mudança.

Ridgway et al. (1986) disse que o Módulo objetivava desenvolver o desempenho de alunos no enfrentamento de problemas de tipos variados, mais abertos e menos padronizados. O pesquisador enfatizou uma série de estratégias específicas que ajudavam na resolução de problemas: tentar algum caso simples; encontrar um diagrama de ajuda; organizar sistematicamente; fazer uma tabela; detectar um padrão; encontrar uma regra geral; explicar por que a regra funciona; checar regularmente. Ridgway et al. (1986) disseram que tais habilidades envolviam trazer para a sala de aula um saldo bastante diferente das atividades desenvolvidas por meio de técnicas matemáticas específicas: para os alunos, mais independência no trabalho e mais discussão nos pares ou nos grupos, ou para a classe toda; para o professor, menos ênfase na explicação detalhada e conhecimento das respostas, e mais no encorajamento e orientação guiada.

Segundo Ridgway et al. (1986), o computador desempenhava dois diferentes papéis em sua pesquisa, sendo que um deles era o de apoiar sessões de resolução de problemas entre professores, com o objetivo de ajudá-los a se identificar com sentimentos e necessidades de crianças que enfrentam tarefas “não familiares”. Os professores foram convidados a pensar sobre a importância da discussão e do nível de apoio que eles gostariam de receber como resolvedores de problemas, disseram Ridgway et al. (1986). Um segundo papel dos computadores era o de apoiar o estilo de mudança.

Kaye Stacey e Susie Groves, ambas da Austrália, apresentaram a palestra *Curriculum Development in Problem Solving*. Stacey e Groves (1986) falaram sobre o desenvolvimento de materiais de apoio ao professor para o trabalho com resolução de problemas, a fim de contribuir com a melhora das habilidades desses professores nessa prática. O desenvolvimento desse material levou em consideração experiências anteriores com professores em formação inicial. Stacey e Groves (1986) ressaltaram que o trabalho com resolução de problemas deveria iniciar-se nos anos iniciais da Escola Primária, com experiências envolvendo “problemas não rotineiros”, estendendo-se para a “escola secundária”, com uma abordagem mais sistemática. O material desenvolvido por essas autoras visava atender a essa determinação.

Walter Szetela (Canadá) falou sobre *Evaluation in Problem Solving: An Implementation Problem*. Szetela (1986) disse que a teoria desenvolvida por Polya, a partir das quatro fases para a resolução de problemas, estava provocando um repensar na atividade avaliativa dos estudantes. Segundo esse pesquisador, em vez de “certo” ou “errado”, comumente atribuído na correção de avaliações, a necessidade de refletir sobre a compreensão do problema, planejamento e resultados se mostrava como um fato que deveria ser considerado nessa ação. Esse pesquisador disse que questões de confiabilidade são fundamentais, mas a questão da viabilidade de utilização na sala de aula deveria receber especial atenção.

Após as muitas pesquisas apresentadas nos *proceedings* e discutidas nesse TG-7: *Problem Solving*, com o título *The Way Forward After ICME 5*, os organizadores chefes expuseram duras, porém importantes, considerações sobre Resolução de Problemas, a partir do que foi apresentado e discutido no evento. Considerando a importância do que foi exposto e desejando abarcar todas as informações lá apresentadas, decidimos reproduzir na íntegra o que disseram os *proceedings* sobre esse título.

> Está claro, a partir da ampla gama de atividades trabalhadas no ICME V, que a resolução de problemas é uma preocupação central na educação matemática em todo o mundo. Está igualmente claro que existe um longo caminho para ser percorrido antes que ela seja encontrada na maioria das salas de aula. O trabalho sobre o Tema Resolução de Problemas esclareceu a necessidade e as indicações da tarefa de fazer deste uma realidade. O suporte e as estruturas disponíveis para ajudar professores interessados na resolução de problemas são, em geral, totalmente inadequados; ambos em termos de treinamento e em termos de materiais para uso na sala de aula. Além disso, a maior parte do que existe é material desenvolvido intuitivamente, que precisa ser melhor fundamentado na nossa compreensão do pensamento dos estudantes, mais profundamente pesquisado e melhor desenvolvido e avaliado. O ensino de resolução de problemas demanda uma mudança clara no estilo de ensino e mudanças nas respostas profundamente arraigadas de muitos professores. Há sinais de esperança de que isso pode ser viável, mas pouca evidência ainda. Na verdade, pouco se sabe sobre a dinâmica do comportamento do professor e muito menos sobre como modificar isto para as tais difíceis tarefas de como ensinar resolução de problemas. O que é que funciona e por quê? Existe uma necessidade para a documentação cuidadosa de programas bem-sucedidos de todos os tipos. Podem tais programas ser empacotados para outros usarem, e como? Existe algum material disponível sobre resolução de problemas, mas a qualidade tem frequentemente sofrido por causa de uma abordagem empreendedora e pela visão muito superficial de resolução de problemas popularmente adotada. Materiais são apressadamente produzidos ou disseminados antes de eles serem adequadamente projetados, desenvolvidos e testados. A dificuldade em produzir materiais adequados – que vão funcionar „nas mãos daqueles que não são aqueles que os projetaram', ou seus colegas entusiastas – é geralmente subestimada. Existe a necessidade de desenvolver estudos (não somente com voluntários) em circunstâncias realísticas, com observação adequada para desenvolvimento e avaliação. Esse trabalho pode ser longo – bem como de curto prazo. Habilidades de resolução de problemas são complexas e levam tempo para se desenvolver e nosso trabalho pode refletir esse fato óbvio. Os truques e quebra-cabeças de muitos materiais populares não são o melhor meio para isso. A pesquisa e o desenvolvimento de comunidades em resolução de problemas têm sido, em geral, completamente isoladas umas das outras, resultando em uma grande desvantagem mútua. Uma grande quantidade de materiais é produzida na ignorância dos resultados da investigação, muitas vezes ignorando componentes essenciais do pensamento matemático. Por outro lado, a comunidade de pesquisa precisa considerar, muito mais seriamente do que tem feito de modo geral até aqui, o uso potencial desses estudos, especialmente estudos de laboratório de curto prazo, que alegam ter relevância na sala de aula. Na pesquisa *Critical Variables in Mathematics Education*, Ed Begle [Edward G. Begle (1979)] encontrou uma sondagem sobre a literatura empírica que é bastante deprimente – de um ICME para o seguinte, observou ele, há caras novas que abordam os mesmos

> velhos problemas com novas soluções que não acrescentam em trabalhos anteriores, e eles próprios serão ignorados no prazo de quatro anos. Nossa sincera esperança é a de que, no ICME 6, passos importantes tenham sido dados na coerência de esforços para fazer da resolução de problemas a realidade em muitas salas de aula. (BURKHARDT et al., 1986, p. 226, tradução nossa)

No relatório da sessão *Topic Area: Research and Teaching*, organizada por Bent Christiansen (Dinamarca), Mary Grace Kantowski (USA), uma das co-organizadoras dessa área temática, descreveu um estudo que abordou o papel do ensino no desenvolvimento de habilidades de estudantes na resolução de "problemas não rotineiros", como parte de um experimento de ensino envolvendo professores em serviço e pesquisadores, em uma ação colaborativa. Dois importantes aspectos da pesquisa foram destacados por Kantowski (1986): (1) promover a compreensão de professores sobre o campo educacional investigado através de esforços cooperativos; e (2) permitir que as conclusões do estudo fossem internalizadas pelos professores como ferramentas úteis.

Kantowski (1986) afirmou que, para se tornarem bons resolvedores de problemas, os estudantes devem primeiro aprender o que constitui o "processo" de resolução de problemas e como "conteúdos" e "processos" interagem na produção de soluções em tarefas matemáticas "não rotineiras". Além disso, o ensino deve ser planejado de modo que os estudantes possam contar com as ferramentas ou "heurísticas" para resolução eficiente do problema, sem que sua criatividade seja prejudicada.

A pesquisadora descreveu que professores mudaram seu papel durante o projeto, passando de "modelo" para "facilitador", assumindo um papel mais ativo na procura de soluções e tiveram a capacidade em resolução de problemas aumentada.

Kantowski (1986) relatou que sua pesquisa foi realizada em cooperação com esses professores e que a forma, a extensão e o conteúdo da cooperação dependeram fortemente do retorno dos professores. Todos os professores se envolveram em todas as etapas da pesquisa. No entanto, aqueles que tinham mais familiaridade com a teoria participaram da pesquisa e seleção de problemas, disse a pesquisadora. Já os menos experientes ajudaram mais na codificação e na interpretação dos dados. Professores mais experientes participaram da seleção de problemas, do planejamento de seu ensino, da coleta, codificação e interpretação dos dados (KANTOWSKI, 1986).

A grande variedade de soluções dos estudantes foi notada, disse Kantowski (1986), e ficou clara a necessidade do ensino de heurísticas na escola. Além disso, um período de “encubação” foi importante e um curso experimental produziu maior ganho na média dos estudantes. No trabalho com professores, a pesquisadora afirmou que existia a necessidade de fornecer tipos progressivos de experiências de professores, bem como uma necessidade geral para continuar experiências na pesquisa de forma cooperativa.

Ainda, no relatório dessa sessão, Leonie Burton, da Inglaterra, apresentou resultados de um projeto realizado com crianças, com idades entre nove e doze anos, que tinha como objetivo verificar a viabilidade da “abordagem baseada em problemas” no ensino de Matemática. Duas preocupações relacionadas formaram a base do projeto: a preocupação matemática era a de abordar a relação entre “conteúdo” e “processos” e tentar melhorar a definição da Matemática como uma disciplina baseada em problemas; a preocupação pedagógica correspondente era a de encontrar meios em que professores e estudantes pudessem experienciar a resolução de problemas como parte de seu currículo matemático. Para os professores, o objetivo geral era o de identificar uma estrutura que pudesse apoiar mudanças no papel pedagógico, onde o *insight* em experiências matemáticas dos alunos pudessem ser ganhos e a encorajarar o professor como pesquisador na sala de aula (BURTON, 1986). Para os alunos, o objetivo era construir confiança, reforçar habilidades e procedimentos em resolução de problemas e, ainda, percepção de mudanças da Matemática. Burton (1986) disse que, nesse caso, a intenção era a de investigar se processos de resolução de problemas já existiam nos jovens aprendizes e se, estimulando seu uso, o contexto de aprendizagem mudava.

Para a realização do projeto foi desenvolvido um banco de questões e materiais de suporte para o professor. O projeto foi desenvolvido concomitante ao currículo vigente, sendo destinada uma hora por semana para as sessões de resolução de problemas, envolvendo 27 salas de aula. Os professores foram incentivados a desempenhar o papel de “recurso” mais do que o de “informante”.

Alguns resultados da pesquisa foram apresentados. No que se refere aos alunos: (1) independência do aluno em relação ao professor; (2) o prazer na resolução do problema era evidente. Para o professor, observou-se a mudança na forma de aceitação da atividade de resolução de problemas como experimento de ensino, para vê-la como uma componente necessária para o processo de ensino. O estudo confirmou que tais programas poderiam ser implantados por professores não especialistas e que sua viabilidade não era afetada pelo tipo de escola, local ou gama de habilidades dos alunos. No entanto, um apoio considerável havia sido fornecido no aspecto pessoal e em materiais mas, dos professores, não poderiam esperar mudanças radicais em seu estilo de trabalho sem suporte, mesmo quando os materiais estivessem disponíveis.

Burton (1986) sugeriu que pesquisas futuras devessem investigar o desenvolvimento de abordagens que reconhecessem e que usassem processos de resolução de problemas, explorando maneiras de simplificar a fundamentação teórica do projeto.

5.3.6 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME – VI

O ICME – VI foi realizado em Budapest, na Hungria, em 1988. Havia 2414 participantes registrados, oriundos de 74 países, e outros 500 visitantes adicionais que foram somados aos registrados. Nos *proceedings* foram apresentados os países participantes, seguidos de suas respectivas delegações. Do Brasil participaram do evento apresentando pesquisa o total de 18 pesquisadores.

Conforme os *proceedings*, o padrão adotado para a organização do ICME-V, com respeito aos *Action Groups*, *Theme Groups* e *Topic Areas*, foi mantido nesse ICME-VI. Com respeito ao texto dos *proceedings*, os editores Ann Hirst e Keith Hirst, ambos do Departamento de Matemática da *University of Southampton* (UK), disseram que a maior parte dele é composta por relatórios dos grupos de trabalho, preparados por organizadores chefes em cooperação com membros participantes de cada grupo. Hirst e Hirst (1988) disseram que a variedade dos formatos sobre como esses relatórios foram organizados reflete a diversidade de trabalhos que ocorreu no evento e relataram que uma característica importante dos grupos de trabalho foi ter, à disposição, em vários casos, uma palestra relacionada a seu tema.

De acordo com Hirst e Hirst (1988), o lugar da Matemática e de sua Educação na Sociedade foi um dos principais temas e de importância crescente nesse ICME-VI. Por essa razão, um livro especial com pesquisas apresentadas sobre essa temática foi produzido no evento, com o título *Mathematics, Education, and Society*, editado por Christine Keitel e organizado por Peter Damerow, Alan Bishop e Paulus Gerdes. Esse livro é resultado das discussões que ocorreram ao longo do quinto dia do congresso em Budapeste, que na verdade tiveram início no ICME-V no qual as discussões daquele evento culminaram com a publicação do livro *Mathematics for All*, em que os pesquisadores envolvidos no *Topic Group* de mesmo nome se interessaram por examinar a dimensão política da Educação Matemática. Ambas as publicações tiveram a parceria da UNESCO[46].

---

[46]UNESCO - Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura.

Além do livro *Mathematics, Education, and Society* e dos *proceedings*, resultaram desse evento outras duas publicações, isto é, dois livros com os resumos de comunicações curtas e de pôsteres. Para a escrita deste texto, não tivemos acesso a essas publicações. Aproveitando a oportunidade e visando manter uma prática que vimos adotando ao iniciar a escrita do texto de cada ICME, no que se refere às condições de circulação do documento, ressaltamos que os *proceedings* estão disponíveis para consulta pública na *internet*[47] e há, inclusive, na contracapa desse documento, uma autorização para sua reprodução, desde que citada a fonte. Assim, esse documento pode ser facilmente encontrado e, por essa razão, é considerado de ampla circulação. O mesmo não pode ser dito em relação ao livro extra *Mathematics, Education, and Society* que, ao que tudo indica, parece ter circulado entre os que participaram do quinto dia do congresso ou a alguns poucos que, de alguma forma, obtiveram esses exemplares. A obra que consultamos é parte do acervo pessoal de uma pesquisadora da UNESP/RC, que era membro desse TG.

Embora não tenhamos tido acesso aos dois livros em que constam as publicações dos resumos de comunicações curtas e de pôsteres, no texto dos *proceedings* há uma informação que diz que nesse ICME-VI houve cerca de 200 trabalhos aceitos para apresentação nesse formato e o mesmo número para a apresentação no formato pôster. Os temas dessas pesquisas abrangeram uma ampla gama de assuntos que perpassaram pelo ensino de tópicos particulares; o uso de computadores; a inclusão de demonstração de *softwares*; a apresentação de materiais didáticos; assuntos epistemológicos e assuntos profissionais. Além disso, formas de utilização de vídeos em aulas de Matemática foram apresentadas e pouca ênfase foi dada às calculadoras de mão (HIRST; HIRST, 1988).

A amplitude de temas a que se referiram os editores Hirst e Hirst (1988), vai ao encontro do que disse D"Ambrosio (1979), citado no texto referente ao ICME-V, quando ressaltou o forte apelo à educação global, com a urgência de

---

[47] As pesquisas publicadas nos *proceedings* do ICME-VI são de domínio público e podem ser acessadas na página da ICMI. Disponível em: <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icme-proceedings/>. Acesso em 19 nov. 2014.

currículos de Matemática mais ousados no sentido da valorização do caráter interdisciplinar da Matemática. No ICME-V, esse pesquisador chama atenção da comunidade internacional de educadores matemáticos para as dimensões culturais, sociais e políticas da Educação Matemática, lançando o Programa Etnomatemática, cujas bases se sustentam nessa concepção (D"AMBROSIO, 1986).

Com o crescente interesse mundial nos computadores, seu impacto na vida das pessoas seria uma consequência e a escola não poderia estar alheia a isso. Por essa razão, mudanças profundas na vida social, política e econômica do mundo estavam na iminência de ocorrer e era chegada a hora do conceito universal “educação para a massa”, já anunciado, ser legitimado. Dar conta disso implicava em repensar qual(is) currículo(s) seria(m) mais adequado(s) para essa “massa”, que modificações deveriam ser nele(s) realizadas, como ele(s) deveria(m) ser estruturado(s) e como seria(m) implantado(s). Como toda mudança requer um período de encubação, o lema “educação para a massa” passou por seu período encubatório pelos quatro anos que sucederam ao ICME-V até que, no ICME-VI, vimos o lugar da Matemática e de sua Educação na Sociedade ganhar destaque nas discussões desse evento como o tema principal.

Na esteira dessas considerações, no texto de apresentação do livro *Mathematics, Education, and Society*, os editores afirmam que

> A principal tarefa da comunidade científica preocupada com a Educação Matemática é dar suporte ao ensino e à aprendizagem que ocorre nas escolas. No entanto, cada vez mais a interrelação entre educação matemática e políticas educacionais tem se tornado uma questão de consciência em todo o mundo. (KEITEL et al., 1989, p.1, tradução nossa)

É possível a partir desse ICME-VI situarmos, com um “contorno” mais bem definido, a Educação Matemática brasileira com vistas às chamadas internacionais. Isso não significa que estejamos indicando uma suposta origem da Educação Matemática brasileira, uma vez que já vimos em quantidade ao longo deste texto, por exemplo, a participação ativa de educadores matemáticos brasileiros em ICMEs anteriores, bem como, em eventos internacionais que ocorreram na América Latina, anteriores a essa época. No entanto, essa chamada se justifica por encontrarmos registros (D"AMBROSIO, 1988; DANTE, 1988; D"AMBROSIO, 2013; DANTE, 2013) de que esse período, meados da década de 1980, é caracterizado como aquele em que a nossa Educação Matemática começa a se organizar enquanto uma sociedade, com representatividade internacional.

Nesses registros vimos que, um ano depois da realização do ICME-V, na "6ª Conferência Interamericana de Educação Matemática" (CIAEM), realizada em Guadalajara, no México, em 1985, onze educadores matemáticos brasileiros, reunidos pela primeira vez, se convenceram de que no Brasil era urgente a criação de uma sociedade de Educação Matemática, uma vez que a área vinha se desenvolvendo em grupos isolados (D"AMBROSIO, 2013). Nesse encontro, ficou estabelecido que a organização da "Sociedade Brasileira sobre Educação Matemática" ocorreria no "Encontro Nacional" (atual "Encontro Nacional de Educação Matemática" - ENEM), que seria realizado em fevereiro de 1987, em São Paulo, Brasil (*Ibid*.). A partir do evento de Guadalajara, o professor Ubiratan D"Ambrosio, juntamente com outros educadores matemáticos brasileiros, deu início a um processo de mobilização que culminou com a criação da "Sociedade Brasileira de Educação Matemática" (SBEM), em 1988, no II ENEM, realizado na cidade de Maringá, no Paraná, Brasil.

Não é demais destacar que o texto aqui apresentado sobre a criação da SBEM, que à primeira vista possa levar o leitor a pensar em uma trajetória linear, não reflete "a história" ou "uma história" de criação dessa sociedade, mas seu propósito é o de apenas sinalizar, em um ensaio, sinais de importantes movimentos que marcaram nossa Educação Matemática e nisso acreditamos que ele foi suficiente. Aos interessados em saber mais sobre o tema sugerimos que busquem por fontes que se dedicaram mais e melhor em discorrer sobre o assunto.

Além do que já foi exposto neste texto sobre fatos ocorridos em meados da década de 1980, momento em que o ICME-VI se estabeleceu, destacamos um importante feito na Educação Matemática brasileira ocorrido na época do ICME-VI. Trata-se da criação do primeiro programa de pós-graduação em Educação Matemática no Brasil (do qual somos integrantes) em nível de mestrado, cuja fundação se deu, também, no período de ocorrência do ICME-VI.

Nos parágrafos que seguem, dispensamos algumas poucas linhas para destacar esse feito na história da Educação Matemática brasileira.

Em 1984 foi iniciado, na cidade de Rio Claro, na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), o primeiro mestrado em Educação Matemática no Brasil, sob a responsabilidade do professor Luis Roberto Dante. Esse programa surge do interesse desse pesquisador e de outros, como o professor Mario Tourasse Teixeira, bem como "[...] dos vários grupos regionais, formados ao longo dos anos com vistas a estudar e a pesquisar sistematicamente Educação Matemática" (DANTE, 2013, p. 111). O principal objetivo desse programa de mestrado

> seria a formação de recursos humanos de alto nível para estudar e propor soluções às questões relacionadas com a aprendizagem e o ensino de Matemática em todos os níveis escolares. Sua principal característica estaria fundada na interdisciplinaridade de um grupo de profissionais advindos de áreas como: Matemática, Educação, Estatística, Psicologia e Filosofia. (*Ibid*.)

A formação do mestrado em Educação Matemática de Rio Claro se dá sustentada na temática internacional sobre a nova concepção da Educação Matemática a partir da década de 1980, como vimos há pouco em D‟Ambrosio (1986), KEITEL et al. (1988) e Dante (2013), sobretudo considerando as especificidades e problemáticas brasileiras (DANTE, 1988).

Nesse cenário o ICME-VI tomou lugar, pensado de modo que a Educação Matemática, por meio das pesquisas e principalmente das discussões, contemplasse tanto questões relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática que ocorre nas escolas quanto à interrelação entre Educação Matemática e políticas educacionais, com vistas a uma valorização de seu aspecto interdisciplinar.

Assim seguimos, considerando essa nova faceta da Educação Matemática, inventariando as pesquisas sobre Resolução de Problemas apresentadas no ICME-VI.

Nos *proceedings*, como já foi dito neste texto, as sessões plenárias compõem a primeira parte desse documento. No ICME-VI foram realizadas cinco plenárias e, dentre elas, a vida e obra de George Polya foi o tema da palestra *La*

Grande Figure de Georges Polya, de Jean-Pierre Kahane (França). Kahane (1988) ressaltou as contribuições da pesquisa de Polya, destacando seu importante papel na Educação Matemática ao longo de sua carreira e, principalmente, por ter sido ele o primeiro a dedicar seus estudos à Resolução de Problemas como um importante caminho para o "fazer" Matemática. Essa homenagem de Kahane (1988) a Polya se deu, principalmente, em razão de seu falecimento, que ocorreu um ano depois do ICME-V.

Foi destacado no Capítulo 2 deste texto, recortes de algumas obras de Polya que mostraram desdobramentos de seu trabalho não só no âmbito da Resolução de Problemas mas, também, esforços no sentido de melhorar a formação inicial docente. Para os objetivos desta pesquisa, decidimos suprimir as informações trazidas por Kahane (1988) sobre a vida e obra de Polya, tendo em vista que aquelas que estão diretamente relacionadas aos objetivos desta pesquisa, já foram contempladas, através de nossa pesquisa em outras fontes, no Capítulo 2 deste texto. Entretanto, em seu texto, Kahane (1988) apresenta várias outras informações sobre a infância de Polya, sobre sua trajetória como matemático e sobre o educador matemático, as quais decidimos não trazer para este espaço. Assim, àqueles que desejarem poderão consultar essas informações no texto completo de Kahane (1988), nos *proceedings* do ICME-VI.

As demais plenárias ocorridas no evento não apresentaram relação com os objetivos desta pesquisa. Assim, avançando nos *proceedings*, vimos nos *Action Groups* (AG) que a Resolução de Problemas foi tema de discussão de algumas pesquisas.

Os AGs foram organizados por temas gerais, considerando os diferentes níveis de ensino: A1. *Early Childhood Years (ages 4-8)*; A2. *Elementary School (ages 7-12)*; A3. *Junior Secondary School (ages 11-16)*; A4. *Senior Secondary School (ages 15-19)*; A5. *Tertiary (post-secondary) academic institutions (ages 18+)*; A6. *Pre-service Teacher Education*; A7. *Adult, Technical and Vocational Education*.

O primeiro AG a apresentar pesquisas com enfoque na Resolução de Problemas foi o AG-2, que foi presidido por Jacques Colomb (França), que contou com a colaboração de Zoltán Kovács (Hungria), na função de coordenador. Além deles, Emilio Lluis (México), Edward Rathemell (USA), Hilary

Shuard (UK) e Leen Streefland (Netherlands) apresentaram suas pesquisas nesse AG em um painel. Lembramos que um diferencial desse ICME foi que para cada tema dos AGs houve, em vários casos, uma palestra relacionada.

O AG-2 foi dividido em três subgrupos: *1. Long Term Learning Process; 2. Errors in mathematics and the learning process; Problem solving and the learning process;* e 3. *The place of new technologies in Curricula*. Colomb e Kovács (1988) disseram nos *proceedings* que havia nesse AG o total de 350 participantes e que para a organização desse grupo foram considerados tópicos de importância para a Educação Matemática Elementar. Assim, em concordância com os desenvolvimentos recentes da pesquisa em educação, disseram eles, foram escolhidos tópicos centrados sobre processos de aprendizagem, sendo esses os direcionadores dos trabalhos. Além disso, Colomb e Kovács (1988) lembraram que vinha sendo geralmente admitido que conceitos matemáticos devessem ser construídos pelos alunos em várias situações e que essa construção requeria um tempo muito longo, tema abordado no subgrupo 1. Nesse sentido, os professores vinham tendo problemas, pois a administração desse tempo fugia do espaço definido para o trabalho de cada conteúdo proposto no currículo. Em outros aspectos, esse processo de construção implicava que professores dessem toda atenção "à resolução de problemas e aos erros no processo de aprendizagem" (COLOMB; KOVÁCS, 1988), tema abordado pelo subgrupo 2. No subgrupo 3, como o próprio título enunciou, o lugar das tecnologias no currículo foi o tema que permeou as discussões pois, de acordo com Colomb e Kovács (1988), esse era o maior problema em todos os países.

Dentre todas as pesquisas discutidas no subgrupo 1. *Long Term Learning Process*, a de Guy Brousseau (França) foi a que apresentou texto mais longo e mais detalhado nos *proceedings*. Discutindo um problema comum sobre a transição de níveis escolares, Brousseau (1988) argumentou que, na maior parte das vezes, os professores da escola secundária não tinham condições de recordar, aplicar e checar o conhecimento de seus alunos, que está ligado ao contexto e às experiências pessoais, a não ser que esse conhecimento tivesse sido institucionalizado e conectado a exemplos culturais que, depois, podem ser reconhecidos como tal. O pesquisador disse que, diante do fato de os alunos não se recordarem de conceitos apreendidos em níveis escolares anteriores e, por consequência, não serem capazes de aplicá-los, professores caem em um círculo vicioso, o de recuperar conceitos que, na verdade, os alunos sabem, mas que não puderam recordar em razão de uma “descontinuidade didática e epistemológica” entre os níveis escolares, que são inevitáveis. Assim, professores tentam suprir a assumida deficiência de conteúdo se apegando a algoritmos e regras, muito provavelmente por conta do pouco tempo de que dispõem, provocando uma ruptura irreparável no conhecimento dos alunos, que está ligado ao contexto e às suas experiências pessoais.

Brousseau (1988) disse que, desejando controlar o problema, vinha sendo sugerido que o fenômeno, como considerado, parecia exigir que soluções específicas fossem inventadas para cada tipo de conhecimento transmitido, desde que fossem discutidas e negociadas publicamente com cada um dos envolvidos no ensino.

Após as apresentações, Streefland (1988), relator do AG2, organizou as discussões em três categorias: conteúdo; estratégias utilizadas pelas crianças; e proposição de um quadro teórico para desenvolvimento e discussão futura: Aprendizagem Reconstrutiva.

Dentre essas categorias, sobre conteúdo, foi dito que uma tentativa de tratar o problema identificado na transição de níveis escolares e a abordagem metodológica utilizada por professores seria a de trabalhar “problemas em contexto” considerando sua real importância como ponto de partida para a atividade matemática. Trabalhar com esses problemas seria uma forma de não cair no círculo vicioso, citado por Brousseau (1988), de revisar conteúdos partindo de regras e algoritmos, valorizando experiências pessoais dos alunos na construção de um novo conceito.

No subgrupo 2: *Errors in mathematics and the learning process; problem solving and the learning process*, viu-se que diagnosticar e tratar “erros” e “concepções errôneas” em matemática seria de grande importância para ajudar professores a melhor planejar o ensino subsequente.

O relator desse subgrupo foi o pesquisador Walter Szetela, do Canadá. Szetela (1988) afirmou que uma visão mais positiva sobre “erros” e “concepções errôneas” havia sido refletida em muitas das pesquisas apresentadas e que, frente aos desafios da melhora do ensino em resolução de problemas, “erros” e “concepções errôneas” deveriam ser discutidos, incluindo “erros de raciocínio” e “compreensão inadequada” de situações-problema (SZETELA, 1988).

Szetela (1988) disse que, nesse subgrupo, oito artigos abordaram ou resolução de problemas ou “erros” e “concepções errôneas”. Sobre a dinâmica adotada no subgrupo, Szetela (1988) afirmou que após as apresentações dos oito artigos, os participantes foram divididos em três pequenos grupos para discutir questões que surgiram nessas apresentações. O resultado dessas discussões, bem como das apresentações dos artigos, foi sintetizado por Szetela (1988) e apresentado nos *proceedings*.

Limitar-nos-emos a apresentar somente as pesquisas que estão em consonância com nosso objeto de investigação. Nesse sentido, a pesquisa de Tom Brissenden (UK), que propôs um modelo de ensino chamado “abordagem de compreensão relacional”, referia-se a uma aula que começava com o professor propondo um problema para a sala toda, ou para pequenos grupos, ou individualmente, que estivesse relacionado a algum conceito ensinado anteriormente. Brissenden (1988) disse que, nessa abordagem, o problema deveria ser discutido de forma que o questionamento/sugestão ocorresse do individual para a sala e que a participação dos estudantes fosse maximizada. O ambiente da aula deveria oferecer uma interação bastante forte entre professor e alunos, onde a inquirição prevalecesse. Segundo afirmou o pesquisador, na “abordagem de compreensão relacional” é mais provável que ocorra a compreensão de conceitos do que no modelo de memorização.

George Lenchner (USA), em sua pesquisa, forneceu uma variedade de problemas que, segundo afirmou, eram interessantes e poderiam ajudar a aumentar a capacidade de resolução de problemas dos estudantes. Lenchner (1988) afirmou que problemas necessitam do uso de estratégias, tais como adivinhar e testar, buscar por um padrão, resolver e simplificar um problema, etc. Além disso, professores deveriam primeiro tornarem-se bons resolvedores de problemas para que o sucesso no trabalho com essa abordagem pudesse ocorrer.

Michel Blanc (França) falou sobre “situações-problema” como uma forma de expandir a aprendizagem conceitual para resolução de problemas, a partir de um caso envolvendo Geometria Euclidiana Plana. Blanc (1988) defendeu a tese de que os estudantes devessem ser considerados aprendizes ativos e não sujeitos passivos à espera do conhecimento do professor e que “situações-problema” podem levar a outras descobertas, em complemento aos objetivos incialmente planejados pelo professor.

Walter Szetela (Canadá) analisou os erros realizados por estudantes do quinto ano em resolução de problemas. Szetela (1988) disse que as falhas frequentes dos estudantes na resolução de problemas não se referiam à falta de ferramentas matemáticas, mas a falha na obtenção de figuras mentais ou compreensão da situação-problema. O pesquisador afirmou que suas conclusões contrastam com as apresentadas por Charnay, outro pesquisador que não apresentou pesquisa no ICME, mas que foi citado por Szetela, quando considerou que a maioria dos erros de estudantes estão relacionados à falta de conhecimento ao invés de falta de raciocínio ou compreensão.

Confome anunciamos no início deste texto, no que serefere ao subgrupo 2, o resultado das discussões dos três pequenos grupos foi sintetizado por Szetela (1988) e apresentado nos *proceedings*. O relator elencou 19 tópicos conclusivos ou sugestivos derivados dessas discussões, dentre os quais foi destacada a importância de se trabalhar com problemas que não tivessem uma resposta única; a sala de aula deveria oferecer um ambiente enriquecedor e esse ambiente seria possibilitado pela resolução de problemas; estratégias de resolução de problemas deveriam se livrar de regras; crianças deveriam construir seus próprios problemas; o trabalho em pequenos grupos poderia ajudar estudantes a colaborar e a comunicar a forma como eles tentaram resolver problemas; e, por último, foi reforçado o potencial da resolução de problemas como possibilidade de fornecer uma base melhor para a aprendizagem.

Além dos 19 tópicos, algumas questões surgiram nos grupos menores e, dentre elas, uma se referia diretamente à resolução de problemas: “Quando e como estratégias para a resolução de problemas podem ser pensadas? ”.

Finalizando as considerações desse subgrupo, Szetela (1988) apresentou no relatório dos *proceedings* um tópico chamado "Conclusões e Recomendações". Dentre as muitas considerações foi dito que as instituições de formação de professores poderiam se concentrar mais no desenvolvimento de melhores técnicas para a resolução de problemas do que em tarefas algorítmicas isoladas. Foi dito, ainda, que todos os professores deveriam fazer cursos de resolução de problemas, pensamento criativo, ou algum equivalente, pois esses cursos poderiam fornecer situações em que erros seriam naturalmente cometidos, analisados e discutidos.

No subgrupo 3. *The Place of new Technologies in Curricula*, a resolução de problemas foi citada em ambientes envolvendo linguagem de programação. O relator desse subgrupo foi o pesquisador Michel Merigot, da França. Embora Colomb e Kovács (1988) tenham afirmado que esse tema era o problema mais importante em todos os países, o relatório desse subgrupo foi bastante resumido se comparado aos dois subgrupos anteriores.

Em relação às pesquisas apresentadas, uma só delas se referia à resolução de problemas em ambientes informatizados. Trata-se da pesquisa de M. Thorne (UK), que apresentou um programa parecido com o LOGO, chamado NOLOG, que oferecia um ambiente de resolução de problemas em que aspectos do pensamento matemático criativo das crianças eram aflorados.

Nas conclusões desse subgrupo, falou-se que as mudanças, no currículo de Matemática, visando atender a rápida mudança do mundo, tinham se tornado uma preocupação de todos os educadores matemáticos e que parecia viável sugerir que calculadoras e computadores poderiam ter um efeito amplo no currículo de matemática (em particular na aprendizagem de Aritmética e de novos procedimentos no ensino de resolução de problemas). Foi possível verificar, a partir do documento, que a relação entre calculadoras e resolução de problemas indicava que a primeira torna o trabalho com cálculos mais ágil, comuns na segunda. Por sua vez, o tempo poupado seria utilizado para trabalhar o desenvolvimento de outras habilidades, incluindo habilidades em resolução de problemas.

Nas pesquisas apresentadas no AG-2, que são resultados de trabalhos de sala de aula, viu-se forte influência da teoria proposta por Geoge Polya para a Resolução de Problemas. Brissenden, por exemplo, apresentou resultados de pesquisa com problemas que, ao serem aplicados, tinham alguma relação com conceitos já trabalhados em sala de aula, em vez de seu uso para introduzir conceito novo.

Um aspecto novo no cenário dos ICMEs até aqui pesquisados é a preocupação com “erros” e “concepções errôneas” e sua relação com a “resolução de problemas”. Essa preocupação mostra-se como nova na medida em que “erros” passam a ser analisados sob um ponto de vista positivo, pois é por essa via que a compreensão inadequada de “situações-problema”, por parte dos alunos, é analisada.

A pesquisa de Szetela (1988), que também abordou “erros” de estudantes em resolução de problemas, deu outro enfoque ao tema. Szetela (1988) identificou que as falhas frequentes de estudantes na resolução de problemas não se referiam às ferramentas matemáticas, mas à obtenção de figuras mentais ou compreensão da situação problema. Em relação ao que foi até aqui apresentado sobre “erros” de estudantes, a pesquisa de Szetela (1988) chama atenção para outros fatores que devem ser considerados sobre os “erros” de estudantes na resolução de problemas.

O AG-3: *Junior Secondary School (ages 11-16)* foi coordenado pelos pesquisadores Ichiei Hirabayashi (Japão) e Maram Kovács (Hungria), juntamente com os panelistas Patrícia M. Hess (USA), Vadim Monakhov (União Soviética), Elisabeth E. Oldham (Irlanda), Lúcia Grugnetti (Itália), Walther L. Fischer (Alemanha) e Hans-Joachim Vollrath (Alemanha).

Hirabayashi e Kovács (1988) afirmaram que o objetivo do AG-3 era o de focar sobre as características desse nível de ensino e trocar ideias oriundas dos muitos países envolvidos sobre a resolução dos problemas que poderiam surgir. O número de inscritos nessa sessão foi de aproximadamente 500 pessoas, fato que levou os organizadores a rearranjar o trabalho, criando 4 grupos menores nesse AG.

No primeiro deles, G. Malaty (Finlândia) discutiu a questão sobre o que seria apropriado no ensino de Matemática em relação às palavras ditas por Polya para o ICME-IV, quando afirmou que “A Matemática promove a mente, desde que seja ensinada e aprendida de forma adequada”. Com o questionamento “Como a Educação Matemática pode promover a mente? ”, Malaty (1988) apresentou resultados de um estudo, realizado por ele no ensino de Geometria, em que foi verificado que a descoberta orientada da ideia de prova poderia fazer os alunos usarem heurísticas e, assim, promover a mente. Por exemplo, disse o pesquisador, se a ideia de “dividir a base” ocorre na prova, a questão poderia ser “Por quê?”.

Malaty (1988) afirmou que os resultados gerais mostraram que a orientação do pensamento causal seria um dos principais atributos do ensino, que poderia promover a mente, quando a questão “Por quê?” se tornasse o núcleo no ensino de um termo, um símbolo, um princípio, na construção de estruturas, resolvendo um problema, etc. De acordo com o pesquisador, ainda que a linguagem normal, a etimologia e a História da Matemática pudessem ajudar a responder os “porques”, a principal ferramenta que teria de ser utilizada seria a do "pensamento causal orientado do estudante” (MALATY, 1988, p.135, tradução nossa).

Na sessão 2, Austin (USA) noticiou que eram pobres as habilidades dos alunos norte americanos em resolução de problemas e que o NCTM vinha trabalhando no desenvolvimento dos *Standards* que enfocaria o ensino de Álgebra com aplicações e uso da tecnologia (AUSTIN, 1988).

M. Rouncefeld (UK), na pesquisa *Teaching Statistics through Practical Work*, destacou a importância do trabalho com Estatística a partir do que chamou de “projetos práticos”. Rouncefeld (1988) disse que nessa modalidade de trabalho há destaque para: 1. formular problemas; 2. coletar dados; 3. decidir meios adequados de abordar o problema; 4. Analisar dados; 5. Interpretar resultados; e 6. Comunicar significados. Segundo afirmou, essa abordagem apresenta aspectos positivos pois, nela, os alunos são sujeitos ativos; ganham experiência concreta; são tocados pela realidade; trabalham com seu próprio tempo; ganham confiança para enfrentar mais desafios; aproveitam seu trabalho;

e ganham compreensão do trabalho que estão fazendo. Rouncefeld (1988) concluiu sua fala dizendo que a abordagem proposta, *Problem-Real Data-Discussion-Model and Theory*, poderia ser uma saída para mudar a forma de ensino baseada na *Theory-Example-Exercises*.

Da Finlândia, E. Pehkonen falou, na sessão 3, coordenada por Walther L. Fischer, sobre o projeto *Low Attainers "Open Problem Solving in Mathematics"*, em parceria com B. Zimmermann (Alemanha Ocidental). Ele discutiu o desenvolvimento de pré-requisitos para o ensino de resolução de problemas e o desenvolvimento da persistência em resolução de problemas, exemplificado por uma variedade de tarefas concretas. Afirmou ainda, que "matemática recreacional" e situações de "resolução de problemas abertos" levam à constituição de um campo de problemas no qual uma variedade deles estão interrelacionados. Dessa forma, disseram Pehkonen e Zimmermann (1988), o olhar para o trabalho de alunos transcende o aspecto quantitativo indo, também, para o qualitativo. Além disso, "habilidades são desenvolvidas para o domínio das dificuldades relacionadas à resolução de problemas numa variedade de níveis incluindo os de baixo desempenho" (PEHKONEN; ZIMMERMANN, 1988, p. 139, tradução nossa). Esses pesquisadores afirmaram, ainda, que mesmo exercícios rotineiros poderiam ser transformados em situações de resolução de problemas, envolvendo pensamento reflexivo, pelo significado dessas atividades.

Pehkonen e Zimmermann (1988) não descreveram o que entendem por "matemática recreacional". No entanto, um número considerável de professores, naquela década, entendia que aulas baseadas em problemas evocavam o lúdico. Resolução de problemas era um objetivo de ensino e não uma abordagem de ensino e, muitas vezes, trabalhada com o objetivo puramente recreacional.

S. Krulick e J. A. Rudnick, ambos dos Estados Unidos, falaram sobre *Problem Solving – The Focus of the Curriculum*. Krulick e Rudnick (1988), retomando o esquema de Polya em termos da sequência "Pensar-Planejar-Resolver-Olhar para trás", chamaram atenção para os aspectos "como" a resolução de problemas era trabalhada e "qual" deveria ser seu foco em todo o currículo. Esses pesquisadores pontuaram uma distinção existente entre "processo" e "método" de resolução de problemas mostrando, por meio de exemplos, como o trabalho com "resolução de problemas com fins abertos" permite acesso ao conteúdo e motiva as aulas de Matemática. Para viabilizar esse ensino, Krulick e Rudnick (1988) ressaltaram que seria importante e urgente revisar e reconstruir o currículo de Matemática caso o desejo fosse o de fazer da resolução de problemas prática comum nas aulas de Matemática.

Também dos Estados Unidos, K. Schultz apresentou resultados da pesquisa *The Teacher as a Model of Problem Solving*, que é parte do projeto *Problem Solving and Thinking*, uma abordagem com base na experiência para a "*modelagem de aprendizagem reflexiva através de resolução de problemas"* (SCHULTZ, 1988, p. 139, tradução nossa, grifo do autor). Esse projeto foi motivado a partir de uma preocupação com os professores que não se viam como pensadores matemáticos, mas como aqueles que dispensavam símbolos abstratos e regras tão comuns no currículo e em livros textos.

Schultz (1988) afirmou que no projeto, professores educadores e estudantes, também professores, eram vistos como aprendizes em um ambiente de resolução de problemas. No projeto, o professor educador não deveria falar para o estudante como resolver o problema, mas deveria compreender claramente a solução, isto é, deveria estar claro a ele o caminho percorrido pelos estudantes e o raciocínio por detrás de seu trabalho, motivando-os a monitorar seu próprio pensamento.

A base teórica que fundamentou o projeto de Schultz (1988, p. 140, tradução nossa) foi o "Construtivismo Através da Metacognição em Ambientes de Resolução de Problemas", passando pela seqüência de modelagem, experiência e reflexão, por meio de uma hierarquia de aprendizagem (o professor educador, o professor, o estudante como aprendiz) e observando como o educador professor modela o pensamento matemático de professores e como o professor modela o pensamento matemático dos estudantes.

Fischer (1988), coordenador dessa sessão 3, expôs as principais características das pesquisas apresentadas nessa sessão, ressaltando que elas cobriram uma variedade de aspectos da Resolução de Problemas como método de ensino para a melhora do trabalho na sala de aula de Matemática. O pesquisador disse ainda, que o ensino, se possível todo o ensino, fosse guiado sempre que possível por problemas orientados. O aspecto transicional dos estudantes da escola fundamental para a secundária foi destacado por Fischer (1988), colocando que essa transição pode ser mais bem trabalhada usando heurísticas e que, por meio delas, passaríamos de problemas isolados para “campos de problemas” alcançando, no final, tanto no que diz respeito ao conteúdo quanto aos alunos, uma atmosfera favorável na sala de aula, preparação e flexibilidade para a atividade criativa, fomentando atitudes positivas e o desenvolvimento de habilidades cognitivas.

Na síntese apresentada por Fischer (1988), nos *proceedings*, há ênfase no trabalho que deveria ser realizado na fase transicional de níveis escolares, ressaltando que as dificuldades de estudantes, no que se refere ao conteúdo, seriam reduzidas na medida em que eles estivessem engajados em atividades com Resolução de Problemas.

E. A. Silver (USA) discutiu a importância do trabalho com uma abordagem que “utiliza problemas com fins abertos”, chamada *Stimulating Mathematical Inquiry through the Use of Open-ended Problems an Post-solution Conjecturing*. Silver (1988) disse que essa não era uma abordagem nova, mas que os questionamentos feitos aos estudantes, sobre como usavam suas mentes quando resolviam problemas, poderiam ser entendidos como novos. Em sua pesquisa, Silver (1988) propôs alguns “problemas com fins abertos” para seus alunos que, segundo contou, puderam facilmente oferecer uma ampla gama de conjecturas. Os estudantes foram estimulados a justificar suas conjecturas e as de seus colegas e, por isso, se motivavam a fornecer alguma prova.

O coordenador dessa sessão 3, E. Oldham (1988), sintetizando as apresentações, disse que as pesquisas apresentadas ofereceram maneiras de desenvolver uma atitude positiva em relação ao ensino de Matemática em três diferentes contextos: ensino em contexto padrão; introdução de contextos não padronizados; e usando problemas com fins abertos.

O AG-4, cujo tema foi *Senior Secondary School (ages 15-19) – against formalism, for more students, using new technology*, teve Jan de Lange (Holanda) como presidente e Norbert Hegyvári (Hungria), como coordenador local. Os panelistas desse WG foram os pesquisadores Bernard Cornu (França), Terence Heard (UK), Anna Sierpinska (Polônia), Osame Takenouchi (Japão), Zalman Usiskin (USA), além de colaboradores como Michiel Doorman (Holanda), Daniel Reisz (França), Diana Rosenberg (Argentina) e Heleen Verhage (Holanda).

De Lange (1988) foi o relator do texto apresentado nos *proceedings* e destacou, nesse texto, que na sessão plenária final do AG-4 ficou clara a necessidade de distinguir "três principais tendências em Educação Matemática". Para falar dessas tendências, o pesquisador elaborou um texto que foi tecido a partir de sua compreensão sobre o tema, das considerações de outros pesquisadores que apresentaram trabalho nesse AG, bem como de outros teóricos que, mesmo não tendo apresentado pesquisa nesse AG, foram citados. Por essa razão, diferente do que vimos no AG anterior, os títulos das pesquisas, seguidos dos nomes dos autores, não irão aparecer no relatório desse AG. Quando De Lange (1988) faz uso, em seu relatório, de uma ideia que não é sua, indica, em nota de referência, o nome do autor e de sua respectiva obra.

Na primeira delas falou-se da "rebelião" generalizada, contrária à "abordagem estruturalista da Matemática", iniciada em 1959 pelo O.E.E.C. (*Organization for European Economic Co-operation*), com a finalidade de melhorar a Educação Matemática. Em seguida, falou-se mais sobre a abordagem estruturalista (Matemática Moderna) como, também, lembrou-se que Dieudonné foi um de seus principais idealizadores. Além disso, De Lange (1988) citou um memorando[48] – *On the mathematics curriculum of the High School* – assinado por Bers, Birkhoff, Courant, Coxeter, Kline, Morse, Pollak, Polya, dentre outros, que apresentava duras críticas à abordagem estruturalista da Matemática e lembrou, em suas palavras, que "[...] ainda hoje vale a pena ler o documento" (DE LANGE, 1988, p. 144).

Lakatos foi citado por De Lange (1988) como um importante nome contrário ao movimento estruturalista da Matemática e a ele foi dado o crédito

---

[48] O memorando a que De Lange se refere é chamado: "Sobre o Currículo de Matemática da Escola Secundária" que pode ser consultado em Morris Kline: "O Fracasso da Matemática Moderna". São Paulo: IBRASA, 1976. 1ª ed. 1973. p. 141-146.

em relação a crença de que a Matemática informal é tão ciência quanto o é a Matemática formal.

De acordo com De Lange (1988), a Educação Matemática estava se tornando mais "processos orientados" do que "produtos orientados" e isto em relação à resolução de problemas e aplicações e tendências de modelagem. Segundo contou, havia indicações fortes de que todos deveriam não somente ensinar Matemática mas, também, "pensamento matemático".

De Lange disse que discussões sobre o desejo de incluir aplicações na Educação Matemática já inham ocorrendo há 80 anos, relembrando a palestra que Pollak (1969), citado neste texto, proferiu no ICME-I, na qual ressaltou que o mundo todo deveria direcionar seus esforços para fazer a Matemática da escola mais aplicada. De Lange afirmou que a palestra de Pollak (1969) foi parte de um movimento contrário à Matemática Moderna.

Esse pesquisador afirmou que se o trabalho de sala de aula fosse desenvolvido com aplicações, a motivação dos estudantes seria conseguida de maneira mais fácil e lembrou que já vinham sendo apresentadas sugestões de que um grande número de elementos de resolução de problemas, por meio da modelagem matemática, poderia ser introduzido na Matemática com os alunos de 16 a 19 anos, disse ele.

Baseado em Burghes (1987), De Lange (1988) afirmou:

> [...] nós certamente queremos que nossos estudantes estejam aptos para colocar suas habilidades matemáticas em prática, e eles estarão aptos para fazer isso somente através de atividades de resolução de problemas – os problemas podem ser reais ou puramente matemáticos – o que os une é que eles darão aos estudantes a oportunidade de aplicar suas habilidades matemáticas; mostrar criatividade, imaginação, inovação e julgamento crítico; e motivar mais estudos matemáticos (BURGHES, 1987 apud DE LANGE, 1988, p. 144, tradução nossa).

A resolução de problemas, disse De Lange (1988) concordando com ideias de Lesh et al. (1983)[49], não deve estar "[...] reservada para apreciação após a ocorrência da aprendizagem, mas ela pode e deve ser pensada em um

---

[49] Lesh, R. et al: *Conceptual models and applied mathematical problem solving research*. In: Lesh R. e Landau, **M. *Acquisition of mathematics concepts and process***, Academic Press, New York, 1983, p. 264-345.

contexto em que a aprendizagem de ideias matemáticas toma lugar" (*Ibid*., p. 145, tradução nossa). Uma visão semelhante a essa havia sido citada no memorando (aquele mencionado na página anterior) e De Lange a reproduziu em seu texto: "Nós desejamos que a introdução de novos termos e conceitos (a ser extraída de uma situação concreta) deveria ser precedida por uma preparação suficientemente concreta e seguida por aplicações desafiadoras, genuínas e não por um material superficial e sem sentido" (KLINE, 1976 apud DE LANGE, 1988, p. 145, tradução nossa).

Dentre as três principais tendências em Educação Matemática destacadas por De Lange (1988) no início de sua fala, tendo já citado a primeira, convém agora relatar, ainda que brevemente, as demais. À segunda foi dado destaque para a necessidade crescente de uma "quantidade significativa de matemática" que estudantes devem levar consigo depois de terem passado pela escola. Desejando atingir a esse objetivo, uma possibilidade seria a de promover novos estilos de cursos, disse ele, lembrando que essa possibilidade já havia sido citada por responsáveis pelo AG-4 no ICME-V, em Adelaide. Outras possibilidades foram apresentadas no documento, no entanto não serão trazidas para este texto. Quanto à terceira principal tendência, o enfoque foi para o uso das novas tecnologias na Educação Matemática.

Ainda, nesse AG-4, falou-se sobre 1. *Curriculum Contents and their Evolution*; *2. Didactical, Cognitive and Epistemological Points of View; 3. Influence of the Computer; 4. Teaching, Assessment and Evaluation;* e *5. Teachers and Teacher Training*.

No item *2. Didactical, Cognitive and Epistemological Points of View*, De Lange (1988), apoiado na pesquisa que Lesh e Kaput (1988) apresentaram neste ICME VI, chamada *Interpreting Modelling as Local Conceptual Development*, lembrou que a pesquisa nos Estados Unidos vinha sendo realizada com respeito à "Modelagem como um Desenvolvimento Conceitual Local". De acordo com os pesquisadores envolvidos, "[...] a ideia de interpretar um ciclo de modelagem múltipla „Aplicada a Resolução de Problemas" como um „desenvolvimento conceitual local" tem muitas implicações práticas e teóricas" (DE LANGE, 1988, p.150, tradução nossa).

De Lange (1988) afirmou ainda, que "[...] os mecanismos que contribuem para o desenvolvimento conceitual podem ser usados para ajudar a esclarecer os tipos de processos de resolução de problemas que podem facilitar as habilidades dos estudantes no uso de ideias matemáticas em situações do dia a dia" (*Ibid*.). Além disso, esses mecanismos, que são importantes nas "sessões de desenvolvimento conceitual local", podem ser usados para ajudar a explicar *o* "desenvolvimento conceitual geral", relatou De Lange (1988).

A importância do computador em processos de resolução de problemas foi também citada, enfatizando que seu uso durante atividades de resolução de problemas poderia alterar significativamente o problema em si mesmo.

O AG-5: *Tertiary (post-Secondary) Academic Institutions*, teve o pesquisador John Mack (Austrália) como organizador chefe e Gábor Székely como coordenador local. Os panelistas foram Michèle Artigue (França), Marjorie Carss (Austrália), Jack Gray (Austrália), Glyn James (UK), Miguel Jimenez Pozo (Cuba), Lynn Steen (USA) e Vinicio Villani (Itália). Participaram desse AG-5 aproximadamente 250 pessoas, que foram distribuídas em diferentes subgrupos.

A tônica das discussões desse AG não foi a Resolução de Problemas. Contudo, alguns pesquisadores, como Ed Barbeau (Canadá), Ted Byrt (Austrália) e Alan Schoelnfed (USA) falaram sobre sua importância, destacando alguns princípios: o foco do ensino deve ser a resolução de problemas; a avaliação deve se basear na resolução de problemas; mesmo em salas numerosas, o trabalho com resolução de problemas pode engajar estudantes em atividade matemática com maior significado.

Schoenfeld (1988), dentre os que abordaram o tema, foi o que mais se estendeu no assunto, apresentando a estrutura de um curso, de sua autoria, sobre resolução de problemas que objetivava ajudar alunos a desenvolver pensamento matemático abrangente, estratégias de resolução de problemas, comportamento eficiente e epistemologia matemática.

O AG-6: *Pre-Service Teacher Education* teve como organizador chefe o pesquisador Willibald Dörfler (Áustria) e na coordenação local esteve o pesquisador Gábor Hetyei, da Hungria. Nesse AG, os panelistas foram os pesquisadores Trygve Breiteig (Noruega), Terezinha Carraher (Brasil), John A.

Dossey (USA), Graham A. Jones (Austrália) e Geoff T. Wain (UK). O relatório desse AG, publicado nos *proceedings,* foi elaborado pelos pesquisadores Breiteig, Dörfler, Dossey e Jones, que se basearam nos relatórios produzidos nas várias sessões desse AG, bem como nas contribuições orais. Esses pesquisadores optaram por apresentar um texto comentado em que foi possível identificar o autor e as ideias principais de suas pesquisas.

Embora a Resolução de Problemas não tenha sido o foco das discussões, no AG-6, ela foi destacada em algumas falas, como nas de Willoughby (1988), dos Estados Unidos, e de Santos (1988)[50], do Brasil. Ambos os pesquisadores apresentaram preocupação com o ensino de Matemática e defenderam a necessidade de mudanças significativas nos programas de formação de professores, considerando a alta demanda da tecnologia vivenciada pelas crianças a partir da década 1990. Esses pesquisadores lembraram que deveria ser dada uma orientação mais forte para resolução de problemas e oportunidade para professores em formação se engajar em atividades reflexivas e analíticas.

Dos Estados Unidos, Nicholas Branca discutiu a integração do conteúdo matemático e pedagógico em um curso caracterizado por extensa modelagem de processos de resolução de problemas, usando materiais concretos, trabalhando com grupos de aprendizagem cooperativa e técnicas eficientes de questionamento. Não ficou claro para nós, a partir do texto dos *proceedings*, o que Branca (1988) considerou "modelagem de processos de resolução de problemas". No entanto, como o pesquisador disse ter utilizado materiais concretos em sua pesquisa, a ênfase dada à resolução de problemas pode ter sido aquela em que modelos matemáticos são criados a partir de materiais manipuláveis.

Branca (1988) apresentou resultados de pesquisa em resolução de problemas realizada nos Estados Unidos, enquanto que Willoughby (1988), do mesmo país, pediu que ao assunto fosse dada maior ênfase.

---

[50] Não há nesse documento os nomes completos dos autores. Imaginamos que Santos (1988) seja a pesquisadora Vânia Santos Wagner, que na ocasião deste ICME-VI assinava Santos e trabalhava com Resolução de Problemas.

Southwell (1988), da Austrália, pôs ênfase na necessidade de os estudantes terem não somente um corpo de conhecimento mas, também, um conjunto de processos inerentes. Esses processos deveriam envolver suas próprias experiências na reflexão, levando-os ao ensino de matemática "para", "sobre" e "através" da resolução de problemas em suas salas de aula.

Em continuidade à nossa investigação, nos *proceedings* o tema seguinte aos AGs são os *Topic Groups* (TG). O primeiro deles foi o TG-1: *The Profession of Teaching* e nele vimos que foram discutidos, como o título enuncia, assuntos relacionados à vida e ao desenvolvimento profissional de professores. Subtemas foram organizados para examinar, mais de perto, questões da educação em serviço; ensino eficiente de matemática; o profissionalismo dos professores; a avaliação de ensino e de professores; e professores e alunos na sala de aula.

Issues in Mathematics Education: an International Consensus foi um dos subtemas desse TG-1. Nele, Peggy A. House (USA) identificou 18 temas comuns entre as nações, que foram discutidos no TG-1. Dentre eles, foi dito que era amplamente aceito que professores deveriam enfatizar "resolução de problemas" e "pensamento de ordem superior" como o objetivo mais importante ao se estudar Matemática. Outro aspecto geralmente aceito entre os participantes, disse Peggy (1988), foi a valorização do "desenvolvimento conceitual" e a "compreensão" em vez de "memorização de fatos" ou de "desempenho rápido de cálculos".

Peggy (1988) falou, ainda, que testes e avaliações vinham se tornando a principal preocupação de educadores em todo o mundo. Disse também que resultados de avaliações internacionais levaram a críticas de professores e de suas práticas de ensino e, em alguns países, conduziram para um sentimento de competitividade entre alguns governos. Além disso, educadores matemáticos estavam conscientes da divergência entre objetivos contemporâneos, que enfatizam resolução de problemas e pensamento de ordem superior, e tradicionais testes padronizados.

Uma observação que julgamos importante fazer, a partir da fala de Peggy (1988), é sobre a divergência apontada por educadores entre objetivos contemporâneos e os tradicionais testes de desempenho. No relatório do TG-7:

Problem Solving, no ICME-V, pesquisadores se mostraram esperançosos de que, uma vez que pesquisadores com vivência em Resolução de Problemas, por exemplo, vinham se envolvendo na elaboração de testes de avaliação em larga escala, esperava-se que esses testes assumissem um novo formato, em atendimento aos objetivos contemporâneos, seja em relação à Resolução de Problemas ou em relação a outra abordagem, e que os resultados dessa ação repercurtiriam nas práticas do professor de sala de aula, que voltariam seu trabalho no sentido de preparar os alunos para esses testes. Pelo que vimos na fala de Peggy (1988) esse desejo permaneceu no nível do desejo.

No subtema *Teachers and Pupils in the Classroom*, Shlomo Vinner (Israel) argumentou que "procedimentos padrões de ensino envolvem um comportamento de resolução de problemas que trabalha imitando soluções de problemas já vistos e que, infelizmente, muitas vezes, levam os alunos a corrigir resultados com base nesses problemas" (VINNER, 1988, p. 209, tradução nossa), em vez de acreditarem em soluções obtidas em uma experiência nova. Vinner (1988) acredita que uma forma de superar esse problema seria a de professores mudarem seus estilos de ensino e questionamentos, de um modelo que permite aos estudantes terem sucesso por imitação, para outro que requer uma análise cuidadosa do problema. Essa mudança de postura do professor, no nosso entender, marca uma mudança metodológica no trabalho com resolução de problemas.

Claude Comiti, da França, propôs um processo para organizar os papéis de professor e alunos no qual se supõe levar os próprios alunos a dar sentido ao conhecimento construído. Nesse modelo, o professor, primeiro, é responsável por organizar situações de aprendizagem de modo que o problema escolhido se torne o problema dos estudantes (chamado *problem devolution*) e, segundo, o professor é responsável por dar o *status* do novo conhecimento que surge durante a situação de aprendizagem e que será usado para atividades futuras, chamada *problem institutionalization* (COMITI, 1988).

No subtema desse TG-1: *Effective Teaching of Mathematics*, Max Stephens (Austrália) falou sobre um projeto em seu país que envolveu a elaboração de um currículo nacional no qual foram desenvolvidos

> [...] materiais didáticos exemplares que desafiam definições aceitas de conhecimento matemático escolar merecedor; que incentivam processos de ensino e aprendizagem que apoiam atividades de resolução de problemas, aplicações de matemática e trabalho em grupo cooperativo; que alimenta um currículo mais inclusivo que atende às necessidades especiais de pessoas jovens que têm acesso limitado ou sucesso limitado na matemática escolar. (STEPHENS, 1988, p. 211, tradução nossa)

Finalizando as discussões desse subtema (*Effective Teaching of Mathematics)*, apresentamos a pesquisa de Naomi Mitsutsuka (Japão) que analisou "a eficiência do ensino de Matemática" sob as seguintes perspectivas: 1) A estrutura de materiais de ensino e resolução de problemas; 2) A estrutura do ensino de Matemática; 3) Estratégias gerais para um ensino eficiente; e 4) Ensino baseado em uma dessas estratégias gerais. Não há resultados da pesquisa de Mitsutsuka (1988) nos *proceedings*, razão pela qual nos limitamo ao que foi apresentado. O que vimos foram apenas os caminhos traçados para verificar "a eficiência do ensino de Matemática", seu fenômeno de interesse e, dentre eles, a resolução de problemas foi alvo de investigação.

Um último trabalho nesse TG-1 que teve a Resolução de Problemas como tema de investigação, no subtema *In-service Education*, foi o de Christine Shiu e Geoff Faux (1988), ambos da Inglaterra. Shiu e Faux (1988) descreveram uma forma inovadora de capacitação que usa equipes de professores supervisores para trabalhar ao lado de professores, em uma ou mais escolas, conduzindo "aulas exemplares", estabelecendo centros de pesquisas, fornecendo recursos para pesquisadores, introduzindo investigações em resolução de problemas, desenvolvimento de aplicativos de calculadoras e atividades similares.

Considerando o aspecto resumido do texto dos *proceedings*, característica comum desse documento, os resultados da pesquisa de Shiu e Faux (1988) não foram apresentados.

No TG-2: *Computers and the Teaching of Mathematics*, a Resolução de Problemas foi citada em ambientes computacionais e, neles, atividades com Resolução de Problemas assumiram novos significados para além dos tradicionais "lápis e papel".

Um projeto chamado *Levy Apple Microcomputer Project* foi apresentado por Howard C. Johnson (USA). Esse pesquisador afirmou que o objetivo de seu estudo foi o de criar ambientes de aprendizagens no computador, nos quais os estudantes pudessem adquirir habilidades em “pensamento sistemático” no domínio da resolução de problemas matemáticos. O computador permitiria que os estudantes investigassem problemas não usuais, aumentando sua motivação e aproveitamento.

Em uma sessão desse TG, chamada *Using computer software to support specific concepts and skills*, os ambientes computacionais foram considerados como sofisticados ambientes de trabalho com resolução de problemas. O projeto de Teri Perl (USA), chamado *Microworlds – Rich Environments for Problem Solving*, se refere a um desses ambientes. Perl (1988) considera os “micromundos” como ambientes potencializadores de resolução de problemas pois, neles, os estudantes aprendem melhor em ambientes mais estruturados. Além disso, Perl (1988) afirmou que esses ambientes fornecem flexibilidade desde que professores possam construir e salvar soluções parciais ou modelos que são adaptados às necessidades dos solucionadores de problemas menos talentosos.

Na sessão chamada *What is the reality of use in typical classrooms in different countries?*, o pesquisador Dick Lesh (USA) falou sobre um grande projeto, realizado em seu país, envolvendo 700 estudantes de 400 escolas. A experiência com esse projeto, disse Lesh (1988), mostrou que o material didático é cumprido com maior rapidez, como também foram observados aumentos significativos nos resultados de estudantes, conforme mostraram testes de desempenho. Com o tempo economizado, mais resolução de problemas do mundo real, onde a Matemática é usada como ferrramenta, foram introduzidas.

Nas conclusões dessa sessão, foi reforçada a necessidade de mudanças no estilo de ensino do professor, dada a demanda da tecnologia dos computadores. Essas mudanças envolveriam, por exemplo, um movimento para atitudes mais flexíveis de resolução de problemas, com professores trabalhando em cooperação com os estudantes.

Em uma sessão desse TG-2, chamada *Presentations and Reviews of Current and Future Developments*, a *Associaton of Teachers of Mathematics* (ATM), grupo da Inglaterra, apresentou exemplos de uma “abordagem de problemas orientados” para a aprendizagem Matemática. Nessa abordagem, os professores definiam um “problema” e olhavam para o trabalho de estudantes sobre esses problemas. O computador era usado somente se os objetivos do ensino não pudessem ter sido alcançados de outra maneira. As discussões, decorrentes da pesquisa apresentada pela ATM, lidaram com a possibilidade de generalização dos exemplos demonstrados, com o uso de outros materiais, com a interação de professores e com o papel do computador durante processos de resolução de problemas (ATM, 1988).

Nas conclusões desse TG-2, realizado por James Fey (USA), um dos panelistas, foi dado destaque ao grande número de estudos que indicavam o potencial das tecnologias em estender e ampliar o alcance da aprendizagem Matemática humana e a resolução de problemas. No entanto, Fey afirmou que esse potencial estava só começando a ser aproveitado por pesquisas e projetos em desenvolvimento, mas que essa realidade estava ainda muito distante do dia a dia da típica sala de aula de Matemática. Além disso, foi dito que uma revisão dos objetivos do currículo, para reconhecer que os computadores e outras tecnologias se mostravam como ferramentas padrão para resolução de problemas e tomada de decisões na ciência, negócios, governo e indústria, levaria a mudanças significativas sobre o que nós perguntaríamos e capacitaríamos os nossos alunos a aprender (FEY, 1988).

O *Topic Group* 3 (TG-3): *Problem Solving, Modelling and Applications*, reuniu, pela primeira, vez Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações em uma mesma sessão. Mogens Niss, da Dinamarca, destacou que ambas as abordagens foram “fundidas para constituir um tema e um grupo temático. Ao mesmo tempo a área estreitamente relacionada „Matemática e outros assuntos" foi organizada como um tema independente para ser tratada por outro grupo temático” (NISS, 1988, p.237, tradução nossa).

Mogens Niss foi o organizador chefe desse TG, Tünde Kántor, da Hungria, o organizador local, e os panelistas Leone Burton (Inglaterra), Mary

Kantowski (USA), Ian Isaacs (Jamaica), Zbigniew Semadeni (Polônia), e Kay Stacey (Austrália) compuseram o grupo de pesquisadores que conduziram os trabalhos desse TG-3. Outros pesquisadores se juntaram a esse grupo para discutir suas pesquisas, mesmo sem proferir palestra. Dentre eles estão:

1. Pekka Kupari (Finlândia): *Problem Solving, Modelling and Applications in the Finish school mathematics: Some observations and trends*.
2. Ian Isaacs (Jamaica/Austrália): *Using Problem Solving to encourage mathematical thinking in Jamaican secondary school students*.
3. Kaye Stacey e Susie Groves (Austrália): *The teaching of Applications, Modelling and Problem Solving in Australia: 1984-88*.

Niss (1988), na abertura do TG, definiu "problema matemático" e "modelo matemático". Um "problema matemático"

> é uma situação que dá origem a certas questões abertas que são intelectualmente desafiadoras para alguém que não possui de imediato um método direto, um procedimento, ou algoritmo, etc, que pode responder a questão e resolver o problema. Problemas são assim diferentes de exercícios. Problemas podem ser *puros*, por exemplo, incorporados a um universo puramente matemático, ou *aplicados*, por exemplo, caracterizado por uma situação definida como pertencente a algum universo matemático extra. *Resolução de problemas* então se refere simplesmente ao processo de lidar com problemas com o objetivo de resolvê-los. (NISS, 1988, p. 237, grifo do autor, tradução nossa)

Para nós, pertencentes à comunidade de pesquisa que concebe a Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino, o "problema matemático" não é um objetivo, mas um caminho, uma forma de se construir conhecimento novo. Vemos, na afirmativa de Niss (1988) sobre "resolução de problemas" no parágrafo anterior, apenas uma forma, dentre muitas outras, de conceber resolução de problemas ou Resolução de Problemas. Quando o problema é proposto unicamente com o objetivo de resolvê-lo, parte-se do pressuposto de que o conhecimento já tenha sido contruído, sendo ele o "fim" e não o "começo", como apregoa a Metodologia.

Quanto ao "modelo matemático", Niss (1988) afirmou que

> Um modelo matemático é uma coleção de objetos e relações matemáticas selecionadas para representar e refletir aspectos de uma dada área matemática (chamada „realidade"). O processo de construir o modelo matemático é chamado de *modelagem* ou *construção de modelos*. Nesses termos nós incluímos todos os estágios dos processos de modelagem, oriundos de investigações iniciais do contexto extra-matemático, através da translação da „realidade" para a matemática (matematização), para validação do modelo que conduzem a uma aceitação, modificação ou completa rejeição dele. Em último caso, um novo modelo pode ser construído e o processo completo repetido. (NISS, 1988, p. 237-238, grifo do autor, tradução nossa)

Após definir "problema matemático" e "modelo matemático", Niss (1988) afirmou que um modelo pode ser construído com diferentes propósitos e que "[...] se um modelo é construído como parte de uma tentativa para resolver problemas selecionados de uma área extra-matemática que está sendo modelada, o processo de modelagem toma a forma de resolução de problemas aplicada" (NISS, 1988, p. 238, tradução nossa).

Niss (1988), como organizador chefe desse TG, apresentou algumas boas razões, como ele disse, que justificam Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações em um mesmo grupo de discussão:

> (i) elas tratam com estudantes operando com algum grau de criatividade, muitas vezes em situações não muito bem definidas; (ii) os processos psicológicos envolvidos (cognitivo, afetivo, emotivo) em resolução de problemas, em desempenho de modelagem e na matemática aplicada têm muito em comum; (iii) muitos problemas que se dizem aplicados requerem modelagem e modelos para enfrentá-los, e duplamente um importante objetivo de realizar a modelagem matemática e aplicar em determinadas situações é o de resolver os problemas de um tipo ou outro. (*Ibid.*)

Niss (1988) disse que, embora as duas teorias pertençam ao mesmo grupo de discussão nesse ICME, e que se pode fazer uma sobreposição de aspectos importantes delas, Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações não são simplesmente equivalentes, nem no conteúdo nem na sociologia. Esse pesquisador afirmou que

> [...] características centrais da resolução de problemas são focadas em problemas puramente matemáticos em que aplicações e modelagem em áreas extra-matemáticas estão ausentes. Por outro lado, aplicações e modelos podem produzir objetos de estudo sem envolver atividades de resolução de problemas no sentido que o termo resolução de problemas carrega hoje. Essa diferença no conteúdo é acompanhada por uma diferença na sociologia: as comunidades de pessoas,

> engajadas na pesquisa e desenvolvimento em resolução de problemas e na pesquisa e desenvolvimento em modelagem e aplicações, não são as mesmas [...]. (NISS, 1988, p. 238, tradução nossa)

Pelos relatos apresentados, nota-se preocupação do organizador desse TG em situar cada uma das comunidades no grupo, definindo seus objetos, mesmo sem delimitar fronteiras. Niss (1988) afirmou que o trabalho seria desafiador, mas que a estreita relação, provocada pela junção das áreas em um mesmo grupo, poderia promover a interação dos pesquisadores e a troca de experiências e de visões entre as duas comunidades.

Para organizar o trabalho, uma matriz foi elaborada de modo que os mais de 500 participantes desse TG fossem arranjados em grupos, de acordo com o tema de interesse. Além disso, conforme o número de participantes interessados em cada tema, vários subgrupos seriam formados:

Quadro 3 - Programação do *Topic Group* 3 (TG-3): *Problem Solving, Modelling and Applications*

maior nteresse / grupos de estudantes por faixa etária	resolução de problemas no contexto matemático	aplicações e modelagem
idades 5 - 12	sem divisão presidentes: Leone Burton (UK) e Zbigniew Semadeni (Polônia)	
idades 13 -19	presidente: Kaye Stacey (Austrália)	presidentes: Ian Isaacs (Jamaica/Austrália) e E.L. Kantowski (USA)
ensino superior	presidente: Mogen Niss (Dinamarca)	presidente: Susie Groves (Austrália)

Extraído de ***Proceedings of the Sixth International Congress on Mathematical Education***.
(NISS, 1988, p. 240, tradução nossa)

Na Sessão 1: *Foundational Issues*, Stacey (1988) foi uma das palestrantes e orientou sua fala em conformidade com o que declarou o programa do TG, considerando os seguintes assuntos fundamentais:

> – Esclarecimento de *conceitos*, *noções* e *termos* envolvidos nos temas [Resolução de Problemas e Modelagem], por exemplo

"problema", "resolução de problemas", "modelagem", "modelos", "aplicação" e suas interrelações;

- Identificação do *propósito*, *papel* e *posição* do trabalho com resolução de problemas, modelagem e aplicações em diferentes currículos de matemática;
- Discussão de balanços entre *processos* e *produtos* em diferentes tipos de trabalho com resolução de problemas, modelagem e aplicações;
- Identificação das *contribuições* de *pesquisa* e *desenvolvimento* de importância para o campo. (STACEY, 1988, p. 241, tradução nossa, grifo do autor)

Após sua palestra, Stacey (1988) sugeriu algumas questões que deveriam ter sido discutidas nos subgrupos:

> Com respeito a *esclarecimento*: Quais são as características importantes da resolução de problemas, aplicações e modelagem para a célula de sua matriz? Como você se comunica com outros, em particular com professores? Como avaliá-los? Exemplos?
>
> Com respeito a *propósito, papel e posição*: Fazer com que resolução de problemas, modelagem e aplicação, com demanda relativamente baixa, tenha lugar no currículo? Onde? Para quem?
>
> Uma investigação extensa toma tempo. O que pode ser omitido? Onde se situa o ponto de equilíbrio?
>
> É apropriado gastar tempo do ensino de matemática em aspectos não matemáticos de aplicações?
>
> Com respeito a *produtos e processos*: é possível/útil tentar separar conteúdo e processo no ensino e avaliação respectivamente?
>
> Com respeito à *pesquisa e desenvolvimento*: Quais questões fundamentais sobre resolução de problemas, aplicações e modelagem são mais urgentes e necessárias para (ainda mais) pesquisas? Como podem essas investigações melhor informar a prática? (*Ibid*.)

No relatório dos *proceedings*, após os questionamentos propostos por Stacey (1988), é apresentado o relatório de cada uma das sessões. Na primeira delas as discussões seguiram as orientações de Stacey (1988), com alguns pontos adicionais, como a classificação de diferentes "tipos de problemas" e do que se entende por "exercício". Conforme esse documento, "exercício" é caracterizado pela "ativação direta de métodos introduzidos recentemente, procedimentos ou algoritmos para situações não complexas" (NISS, 1988, p.241, tradução nossa). Houve uma concordância geral dentre os participantes de que

> não é uma propriedade intrínseca de uma atividade ser um problema ou um exercício. Se um ou outro é um caso, depende de conhecimento e experiências da pessoa engajada na atividade. O que é um *problema* para uma pessoa, pode ser um exercício para outra. A distinção entre problema e exercício é assim *relativa* em vez de absoluta. (NISS, 1988, p. 242, tradução nossa, grifo do autor.)

Quanto aos diferentes "tipos de problemas", uma lista deles foi apresentada:

> (a) *"dressed-up" exercises*: atividades para os quais uma breve descrição verbal da situação é dada e algumas questões específicas são postas, a resposta de que é um exercício como definido acima [citação supracitada]. Nos *"dressed-up" exercises*, nem a interpretação de situações anteriores nem a pesquisa por método são realmente necessárias.
> (b) *"advancement" exercises*: situações ou atividades em que uma ou mais questões específicas são dadas para guiar ou auxiliar o desenvolvimento de um novo conceito ou novo método.
> (c) *"classical" problems*: atividades em que as questões lançadas são bem definidas e claras desde o início, onde, no entanto, os métodos para respondê-las não estão imediatamente disponíveis, mas podem ser encontrados ou formulados.
> (d) *"neoclassical" problems:* atividades para as quais as questões colocadas são gerais e com fins abertos, em vez de específicas e bem definidas, de forma que questões específicas para formatar as genéricas têm de ser formuladas e métodos de solução têm que ser procurados ou concebidos em conformidade.
> (e) *open problems*: atividades para as quais não somente as perguntas são com fins abertos e gerais, mas onde, também, situações que funcionam como um segundo plano, são descritas em termos gerais, de forma que a informação adicional deve ser coletada, as decisões têm de ser tomadas, etc, antes que métodos de soluções possam ser buscados ou inventados.
> (f) *investigations:* situações descritas somente vagamente ou em termos bastante gerais sem perguntas feitas desde o início. Nessa base os estudantes são convidados a explorar as situações próprias de tal forma que eles mesmos formularão questões, buscarão informações e métodos para tratar com questões formuladas. (NISS, 1988, p. 241, tradução nossa)

Uma ressalva no documento analisado afirmou que as classificações anteriormente elencadas não podem ser consideradas como uma forma canônica. Foi dito, ainda, que "problema" pode ser classificado de outras maneiras além das anteriormente relacionadas e que essa classificação dependeria dos objetivos educacionais, do conteúdo extra-matemático, sua relevância objetiva ou subjetiva para os estudantes e sua relevância para o mundo de fora da Matemática.

As considerações anteriores são uma forma cuidadosa de dizer que um "problema matemático" é "problema" desde que a interpretação dos envolvidos no processo o classifique como tal. Afirmar ao outro que seu "problema" não é um "problema" é considerar sua definição como superior, como única fonte de verdade, quando sabemos que essa é só mais uma forma de pensar, como no caso do moleiro friulano Menocchio, de Carlo Ginzburg (2006), que foi julgado pela inquisição por "compreender mal" [51] quando, na verdade, compreendia de outro modo.

Ainda na Sessão 1, no subtema "propósito papel e posição", foram discutidos posicionamentos dos subgrupos a partir da matriz apresentada anteriormente. Foi dito no documento que uma questão da "resolução de problemas" e "modelagem" predominou nas discussões de muitos subgrupos, independentemente da distribuição da matriz, conforme o excerto a seguir:

> Deveria resolução de problemas e modelagem serem trabalhadas em cursos *separados* para permitir que seja colocada ênfase em processos e/ou em componentes extra-matemáticos da atividade? Ou deveria resolução de problemas/modelagem estar integradas nos cursos comuns de matemática, por exemplo, com o propósito de enriquecer ou auxiliar a aquisição de conceitos matemáticos e métodos, um tipo de abordagem que nos proceedings do ICME-5, no T6 [Topic Group 6], foi chamada abordagem *mista.* (NISS, 1988, p. 243, grifo do autor, tradução nossa)

Os participantes apresentaram visões diferentes sobre esses assuntos, mas existia uma concordância global de que os dois tipos de abordagem servem a diferentes propósitos e necessidades e que

> ambas levam a resultados altamente desejáveis e de valor independente, se bem sucedidas. Resolução de problemas e modelagem devem ser vistas como artes em si mesmas que são improváveis de serem satisfatoriamente acomodadas nos limites de cursos visando, principalmente, o desenvolvimento de conteúdo matemático. (NISS, 1988, p. 243, tradução nossa)

Não apresentaremos as considerações dos subgrupos respeitando a divisão por idades conforme a distribuição da matriz, mas ideias gerais trazidas pelo documento sobre as duas abordagens, Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações. Assim, em umas das conclusões apresentadas, a "abordagem mista" (*mixing approach*) foi sugerida por acreditarem que uma situação extraída do mundo real dos estudantes poderia servir como início para o desenvolvimento da matemática necessária, mas que essa situação, por várias

---

[51] Menochio, o personagem do livro "O queijo e os Vermes", de Carlo Ginzburg (2006), foi julgado e condenado por pronunciar palavras "heréticas e totalmente ímpias" sobre Jesus Cristo.

razões, seria considerada pouco realística, primeiramente porque consumiria e demandaria muito tempo de ambos, professores e estudantes.

Segundo o documento, parecia haver um paradoxo no fato de muitas aplicações serem usadas para ajudar estudantes com menos recursos a obterem sucesso no ensino de Matemática, enquanto que, ao mesmo tempo, era amplamente reconhecido que as aplicações são mais exigentes e mais difíceis do que a Matemática “pura” (NISS, 1988).

Alguns dos subgrupos não seguiram rigorosamente as orientações colocadas por Stacey (1988) para os direcionamentos de suas discussões. Um exemplo é o caso das “necessidades urgentes na pesquisa” no que se refere a “provar” que conhecimentos e habilidades, ganhos em atividades de resolução de problemas e modelagem e aplicações no ensino de Matemática, poderiam ser transferidos para novas situações. Conforme o documento, a importância dessa transferência e, por consequência da “prova” delas, no sentido estritamente clássico, justifica-se quando há necessidade de convencer colegas, autoridades educacionais, estudantes, etc, do valor e da necessidade de incluir essas teorias no currículo. A pesquisa de Alan Schoenfeld foi lembrada como uma pesquisa que revelou certo grau de transferibilidade. Mas, conforme o documento, o campo era ainda inexplorado. Foi dito, também, que a carência de pesquisas se devia a muitos fatores, tais como a complexidade fundamental da resolução de problemas, das habilidades em modelagem e aplicações e pelo fato de atividades autênticas de resolução de problemas e modelagem e aplicações não estarem, ainda, firmemente estabelecidas como prática em muitos currículos.

A necessidade de se criar problemas adequados, situações de modelagem e aplicações para diferentes propósitos e diferentes níveis, especialmente para os níveis mais elevados da Escola Secundária, também foi lembrada pelos participantes do TG que, como disseram, por se tratar de um nível intermediário do ensino, era quase impossível encontrar situações problemas adequadas. Assim, métodos para encontrar e inventar novas situações-problema precisariam ser desenvolvidos (NISS, 1988).

Um aspecto importante sobre “avaliação” foi citado pelos participantes desse TG, que destacaram a dificuldade em criar formas de avaliação e testes que refletem o espírito, conteúdo e complexidade do campo e que, ao mesmo tempo, prestem o devido respeito ao conhecimento de ordem superior e habilidades que os envolve. Modelagem matemática e aplicações e resolução de problemas mereciam testes e avaliação desenvolvidos com vistas aos pressupostos teóricos de ambas as teorias, assim, considerar os tradicionais métodos de avaliação no trabalho com essas teorias não faria sentido algum. Por essa razão, os participantes do TG ressaltaram a necessidade urgente no desenvolvimento de pesquisa substancial e que esforços deveriam ser investidos na avaliação e testes relacionados a Resolução de Problemas e a Modelagem e Aplicações, tanto no que diz respeito à avaliação de estudantes, individualmente ou em grupos, quanto na avaliação de programas de ensino (NISS, 1988).

Na sessão 2 – *Presentations* foram quatro os blocos de apresentação de trabalhos. Os Blocos 1, 2 e 3 abordaram a *resolução de problemas*: 1. *Problem solving with an emphasis on research aspects*; 2. *Presentations of national situations in problem solving, modelling and applications*; 3. *Curricular aspects of problem solving*.

Em vez de um breve resumo ou comentário das pesquisas, o relator apresentou nos *proceedings* apenas seus temas, seguidos dos respectivos autores. Essa estratégia não nos permitiu saber mais sobre o que foi discutido nessa sessão em relação às pesquisas apresentadas, uma vez que, mesmo no relatório dos *proceedings*, Niss (1988) não teceu comentários sobre elas. Entretanto, em se tratando nossa pesquisa da elaboração de um inventário, essas pesquisas são parte da "coleção" que o constituirá por terem se voltado a investigar a Resolução de Problemas na perspectiva que vimos perseguindo. Assim, segue a lista delas, tal como está nos *proceedings*.

Bloco 1: *Problem solving with an emphasis on research aspects*

Coordenação: Kaye Stacey

(1) SEMADENI, Z. (Polônia): *Verbal problems with missing, surplus or contradictory data as means for instruction*.

(2) BECKER, J. P. (USA): *Cross-cultural research on student strategies and difficulties in problem solving* (desenvolvida por um grupo de estudos do Japão e Estados Unidos chamado *Japan-United States Joint Study Group for Mathematical Problem Solving*).

(3) MATSUMYA, T.; YANAGIMOTO, A.; MORI, Y. (Japão): *Mathematics of a lake – problem solving in the real world*.

(4) GRANDSARD, F. (Bélgica): *Problem solving for first year university students.*

Bloco 2: *Presentations of national situations in problem solving, modelling and applications*.

Coordenação: Mogens Niss

(1) ALE, S. O. (Nigéria): *The position of problem solving, modelling and applications in mathematics curricula in Nigeria in a societal perspective*.
(2) KLAUDATOS, N.; PAPSTAVRIDES, S. (Grécia): *The actual and potential role – and problems related to it – of problem solving, modelling and applications in post-elementary education in Greece*.
(3) GERDES, P. (Moçambique): *Using local situations and conditions to generate mathematical problems for mathematics instruction, with examples from Mozambique in particular*.
(4) HERMANN, K. (Dinamarca): *Recent trends and experiences in applications and modelling as part of upper secondary mathematics instructions in Denmark*.

Bloco 3: *Curriculum aspects of problem solving*

Coordenação: Ian Isaacs

(1) TAKATA, A.; YOKOCHI, K. (Japão): *Applied mathematical problem solving of ages 5-12 with special regard to Japanese experiences*.
(2) KRULICK, S. (USA): *Content and implementation strategies for including problem solving in the school mathematics curriculum*.
(3) PEHKONEN, E. (Finlândia). *Possibilities of low-attainers in mathematical problem solving*.
(4) KÁNTOR, T. (Hungria). *How to know mathematical structures by problem solving at ages 15-16*.

Na Sessão 3 – *Content, Form and Resources*, as discussões foram orientadas a partir dos temas: tipos de conteúdos (em termos de realidade, bem como de Matemática) que poderiam ser representados na resolução de problemas, modelagem e aplicações; o impacto da resolução de problemas, modelagem e aplicações no conteúdo do currículo de matemática; ensinando e estudando formas adequadas como veículos para o trabalho com resolução de problemas, modelagem e aplicações em diferentes currículos de Matemática; materiais disponíveis ou desejáveis e recursos não materiais para o trabalho com resolução de problemas e aplicações em diferentes currículos.

Nos *proceedings* foram apresentados breves resultados dessas discussões que, dentre os temas propostos, concentraram-se em apenas dois tipos: de conteúdos e pesquisas.

No que se refere a “conteúdos”, houve concordância de que seria necessária uma redução do conteúdo matemático “clássico” para que houvesse a inclusão da resolução de problemas, modelagem e aplicações no currículo de Matemática. Todos deveriam insistir sobre o valor do conteúdo associado à inclusão dessas abordagens, resolução de problemas, modelagem matemática e aplicações, no currículo de Matemática; conteúdos matemáticos deveriam abrir espaço para resolução de problemas, modelagem e aplicações; na escola elementar, muitos problemas poderiam ser extraídos do dia a dia da vida das crianças; e situações imaginárias e artificiais, se fossem interessantes para as crianças, deveriam também ser incluídas nas aulas. Nos níveis secundários e terciários, os problemas deveriam estar relacionados aos apelos pessoais.

No nível terciário especificamente, o escopo da resolução de problemas e modelagem e aplicações poderia ser alargado para envolver estudantes com problemas que ocorrem em indústrias, disse o documento. Nessa abordagem (que vinha sendo praticada em alguns lugares), os estudantes eram ensinados a levantar questões e a propor problemas, discutir seu trabalho com outros, verbalizar suas ideias, etc, para além de resolver problemas formulados (NISS, 1988).

Sobre as discussões acerca do tema “pesquisas”, foi dito que a maioria dos participantes concordava que havia uma grande variedade de materiais de pesquisa, principalmente livros mas, também, programas de computadores, filmes, etc, disponíveis para todos os níveis de ensino. No entanto, isso não implicava que todos esses materiais fossem amplamente conhecidos por todos aqueles que realmente deveriam, mas poderiam ser divulgados por pessoas-chave que estivessem mais próximas da linha de frente do desenvolvimento, do que da grande maioria dos professores. Existia ainda, uma grande necessidade de materiais de base, em particular aqueles cuja flexibilidade permitisse modificações para uso em situações de ensino específicas. E, a necessidade de "métodos" que possibilitassem ao professor encontrar ou gerar atividades adequadas de resolução de problemas, modelagem e aplicações, também foi destacada. Uma conclusão importante no relatório dessa sessão diz que "de qualquer forma, já não é a falta de materiais que impede a adoção de atividades de resolução de problemas, modelagem e aplicações no ensino de matemática" (NISS, 1988, p.248, tradução nossa).

Na Sessão 4 – *Fundamental and Practical Obstacles*, Niss (1988) disse que o maior e mais importante obstáculo, revelado nos relatórios dos subgrupos sobre o trabalho com resolução de problemas e modelagem e aplicações, foi materializado em um obstáculo e foi mencionado uma vez, outra vez, mais outra, e outra ... nos relatórios dos subgrupos: "a falta de tempo – no currículo, para estudantes, para professores, para as autoridades de exames etc" (NISS, 1988, p.249, tradução nossa). Outros obstáculos foram pontuados e, dentre eles, questões psicológicas, barreiras culturais, insegurança em trabalhar com abordagens novas, salas de aula lotadas, pressões internas e externas exercidas por autoridades, bem como por aqueles que estão na graduação ou que estão fora do sistema educacional, alunos comprometidos, uma vez que resolução de problemas, modelagem e aplicações exigem uma demanda maior que a dos cursos tradicionais. Embora muitos dos obstáculos sejam de natureza prática, grande parte deles é de natureza imaginária, disse Niss (1988).

Nas conclusões, dessa sessão, foi reforçada a necessidade de que Resolução de Problemas, Modelagem e Aplicações fossem incorporadas no currículo de Matemática para todos os estudantes da escola básica à universidade. E para que isso se tornasse possível, líderes em pesquisa, desenvolvedores de currículos e cursos de formação de professores deveriam trabalhar sistematicamente, em larga escala, na concretização desse objetivo.

Niss (1988), no fechamento desse TG, disse que esse campo, Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações, ganhou um pequeno espaço desde o ICME-V e que muitos aspectos vividos neste ICME-VI não foram diferentes daqueles do último, ICME-V. Disse ainda que, em ambos os congressos, em larga proporção, muitos dos participantes do TG não tinham muitas experiências pessoais no trabalho com essas abordagens e que, por essa razão, movidos pelo interesse em obter informações sobre esse campo e desejos de conhecer suas contribuições, participaram das discussões. Niss (1988) disse que esse fato levou as discussões do grupo para um nível bastante básico, enquanto que o progresso dessa área foi exibido nos artigos e apresentações.

Sobre a pesquisa em Resolução de Problemas, Modelagem e Aplicações, Niss (1988) afirmou que estava havendo estabilidade no campo a partir da segunda metade da década de 1980. As razões, conforme afirmou, possivelmente poderiam ser aquelas que mostram que

> [...] a taxa de inovação na fronteira de resolução de problemas, modelagem e aplicações parecia estar diminuindo, ao mesmo tempo em que há uma redução da distância entre a fronteira e a corrente principal do ensino matemática. Essa distância é, todavia, ainda considerável. Assim, a pesquisa está esperando que um maior número de currículos comuns venha implantar resolução de problemas, modelagem e aplicações, de modo que a investigação sobre a prática geral possa ser realizada. Existem razões para crer que isso vai ser um objetivo principal de pesquisa nos próximos anos. Os resultados dessa investigação tendem a serem pontos de principal interesse nos ICMEs futuros. (NISS, 1988, p. 250, tradução nossa)

Niss (1988) disse que algumas coisas mudaram desde o ICME-V e que, dentre elas, o fato de a distância entre a fronteira e a corrente principal apresentar redução se mostrava, em si mesma, uma indicação de que havia uma inclusão mais ampla de Resolução de Problemas, Modelagem e Aplicações no ensino de Matemática em vários níveis. Mas, disse ele, é possível detectar essa mudança mais no que se refere à ênfase. De acordo com Niss (1988),

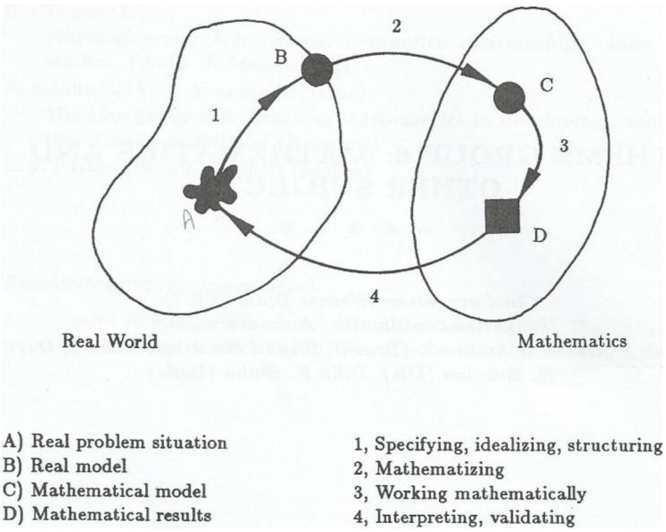
> Os diferentes componentes do tema, “Resolução de Problemas”, “Aplicações”, “Modelagem”, vieram mais juntos: eles estão se tornando cada vez mais unificados. No ICME 5, a principal ênfase foi na “Resolução de Problemas” (no T7), e nas “Aplicações” (no T6). No ICME 6 “Modelagem” foi muito mais o foco da atenção. Esta é a razão para predizer que essa tendência ganhará muito mais impulso nos anos seguintes, até o ICME 7 em 1992. (p. 250, tradução nossa)

Em alguns trechos do relatório escrito por Niss (1988), nos *proceedings* do ICME-VI, é citado o TG-6: *Mathematics and Other Subjects*. Niss (1988) inclusive disse que um levantamento conjunto, realizado por ele no TG-3 e por Werner Blum (Alemanha Ocidental) no TG-6, gerou um artigo de autoria de ambos, chamado “*Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications and* *links to Other Subjects. State, trends and issues in mathematics instruction"*, que aguardava publicação. Considerando a estreita relação dos dois TGs, conforme apontou Niss (1988), decidimos analisar esse TG-6 buscando identificar pontos que interessavam aos objetivos desta pesquisa.

No TG-6: *Mathematics and Other Subjects*, com Werner Blum na presidência, foi dado destaque à estreita relação entre a Matemática e o dia a dia da vida, do mundo em nosso entorno e de outras ciências, justificando que, desde o começo, a Matemática tem sido tanto a mais "esotérica" quanto a mais "prática" das criações humanas. Além de Werner Blum, nesse TG-6 estiveram Anna Racsmány (Hungria), coordenadora local, e os panelistas Ubiratan D‟Ambrosio (Brasil), Rudolf Bkouche (França), David N. Burghes (UK) e Dilip K. Sinha (India).

Todas as discussões desse TG-6 foram mediadas pela temática "Matemática e mundo real" e, por mundo real, os organizadores entendiam "[...] „o resto do mundo‟ de fora da Matemática, por exemplo, o dia a dia da vida, o mundo em nosso entorno, outras disciplinas e, sobretudo, outras matérias escolares ou universitárias" (BLUM, 1988, p. 278, tradução nossa).

Para disparar as discussões desse TG, foi apresentado aos participantes um diagrama proposto por Blum (1985 *apud* BLUM 1988, p.278), conforme Figura 2.



Extraído de **Proceedings of Sixth International Congress on Mathematical Education** (1988, p. 278).

Buscando uma leitura orientada da fonte, isto é, do texto dos *proceedings* referente ao TG-6, um único aspecto apresentado pelos participantes que converge com os objetivos desta pesquisa é o que diz respeito às críticas em relação aos “problemas com palavras”. Sobre esses problemas, foi dito que eles frequentemente apresentavam uma visão distorcida da realidade e que eram propostos no ensino deliberadamente para fins didáticos, mas que não atendiam ao seu real significado, o de tratar da Matemática do “mundo real”. Quando neste texto apresentamos a palestra de Pollak (1969), no ICME-I, essa já se apresentava com uma das preocupações de educadores matemáticos.

Afora os “problemas com palavras” supracitados, nada mais foi dito sobre Resolução de Problemas nesse TG-6, ao menos em relação ao texto apresentado nos *proceedings*. A ênfase foi para a Modelagem Matemática e Aplicações, razão pela qual encerramos o texto referente a esse TG.

No início do inventário referente a este ICME-VI, citamos o trabalho realizado no quinto dia do congresso, destinado inteiramente a examinar a dimensão política da Educação Matemática, em continuidade às discussões iniciadas em Adelaide, no ICME-V, que culminou com a publicação do documento *Mathematics for All*. Como resultado das discussões desse quinto dia em Budapest, foi publicado, em parceria com a UNESCO, o livro *Mathematics, Education, and Society*, editado por Keitel et al. (1989), que foi dividido em quatro partes: 1) *Mathematics Education and Culture; 2) Society and Institutionalized Mathematics Education; 3) Education Institutions and Individual Learner;* e *4) Mathematics Education in the Global Village*. Na parte (3) *Education Institutions and Individual Learner*, no artigo *Numbers and Operations in Everyday Problem Solving*, Schliemann e Acioly (1989) apresentaram uma pesquisa objetivando verificar “como experiências cotidianas com números afetam a maneira como as pessoas resolvem problemas” (SCHLIEMANN; ACIOLY, 1989, p.127, tradução nossa), trabalhando com agenciadores (“bicheiros”) em um tipo especial de loteria, na cidade de Recife, no Brasil.

Schliemann e Acioly (1989) disseram que a resolução de problemas nas escolas muitas vezes vinha sendo tratada “como uma atividade que se desenvolvia „passo a passo‟ em que a criança deveria a) ler o problema, b) decidir quais operações aritméticas deverá usar, c) escrever uma sentença matemática, d) realizar operações e, finalmente, e) produzir uma resposta" (p.126, tradução nossa). Outra crença frequentemente mantida entre professores de Matemática, falaram as pesquisadoras, era a de que as crianças precisariam primeiro aprender como realizar as operações necessárias para a realização de uma determinada tarefa. Sobre esse aspecto, as pesquisadoras disseram que isso pode ser verdade no caso de os problemas envolvidos requisitarem cálculos com números grandes, que podem, somente, ser operados através do uso de algoritmos escritos ou calculadoras. Analisando o uso do conhecimento matemático em atividades cotidianas, Schliemann e Acioly (1989) verificaram que "[...] diferentes estratégias podem ser realizadas e as respostas podem aparecer antes que operações matemáticas sejam escolhidas ou pensadas" (SCHLIEMANN; ACIOLY, 1989, p. 126, tradução nossa).

Schliemann e Acioly (1989) apresentaram dados que mostraram como os números afetam, diariamente, a forma como as pessoas resolvem problemas e a forma como os números e as operações aritméticas envolvidas no problema afetam a eficiência e a estratégia utilizada. As pesquisadoras concluíram que o conhecimento que essas pessoas trazem da escola e o ajuste de suas próprias estratégias para resolver certos problemas da vida real precisa ser reconhecido. Ações nesse sentido podem contribuir para que aulas com resolução de problemas sejam mais interessantes, com um ensino mais eficiente, do que quando fazem uso de outras estratégias mais formais.

No mesmo documento, também na parte (3) *Education Institutions and Individual Learner*, o artigo *The Negotiation of Social Context for Small-Group Problem Solving in Mathematics*, de Erna Yackel, também aborda a resolução de problemas. Yackel (1999) fala de conhecimentos adquiridos por crianças pequenas quando negociam normas para trabalhar com resolução de problemas, cooperativamente, em pequenos grupos, na pesquisa e no desenvolvimento de projetos, enquanto aprendem Matemática.

Yackel (1989) afirmou que

> Quando crianças trabalham em pequenos grupos em atividades propostas nas aulas de Matemática, as interações entre as crianças e entre o professor e as crianças são importantes no estabelecimento do contexto em que a aprendizagem ocorre. Essas interações são limitadas por normas sociais de sala de aula e, inversamente, servem

> para construir normas sociais que restringem as atividades do indivíduo. (p. 183, tradução nossa)

Em sua pesquisa, Yackel (1989) verificou como essas normas eram negociadas e quais suas relações com as crenças matemáticas das crianças. A abordagem metodológica utilizada para o desenvolvimento das aulas – que constituiu a base da pesquisa – seguiu a teoria Construtivista de Aprendizagem. O desenvolvimento da aula se deu em dois momentos: no primeiro deles os alunos resolviam problemas e no tempo subsequente discutiam em plenária, sendo que cada criança falava sobre sua solução e métodos utilizados.

Sobre as crenças das crianças, Yackel (1989) disse que, quando elas percebem que a Matemática pode ser explicada e justificada, muda-se a crença de que a Matemática deve ser aceita sem questionamento, para outra crença que a vê como uma ciência que pode ser controlada por eles mesmos. Além disso, a aceitação da obrigação das crianças a pensarem através de seus problemas, por si mesmas, como eles trabalharam em pequenos grupos, evidencia a crença de que algumas vezes podem levar horas, em vez de minutos, para resolver problemas matemáticos.

Veem-se, nas pesquisas de Schliemann e Acioly (1989) e Yackel (1989), diferentes enfoques no trabalho com resolução de problemas. A primeira contempla a perspectiva cultural/social ao relacionar conhecimento extraescolar e conhecimento escolar, alegando que, na sala de aula, ao resolver problemas que envolvem números grandes, o uso de algoritmos ou calculadoras se fazem necessários. Contudo, para resolver problemas de fora da escola, é preciso lançar mão de procedimentos orais, diferentes imagens podem aparecer e os números envolvidos, mais do que operações para serem realizadas, podem determinar quão fácil é o problema e qual estratégia será usada. Na pesquisa de Yackel (1989), a perspectiva psicológica é forte frente à negociação de normas, que leva a criança a uma formação cuja tônica é a de um sujeito ativo, responsável por sua aprendizagem e a de seus colegas. Esse processo se dá em um ambiente de resolução de problemas e é notório que, enquanto aprendem Matemática resolvendo problemas, outros aspectos da formação são evocados. A professora, na pesquisa de Yackel (1989), durante todo o processo atuou mediando interações e interrogando os alunos constantemente sobre as normas de cooperação inicialmente acordadas, a fim de evitar que o trabalho em grupos estivesse centrado no esforço de apenas um aluno, inibindo a ação dos demais. O papel da professora, disse Yackel (1989), foi o de provocar os estudantes instigando-os a perceber que o grupo se constituía de um espaço de discussão, de produção de conhecimento de forma cooperativa e de aprendizagem conjunta, sempre os redirecionando às normas criadas no início do trabalho.

Na pesquisa de Schliemann e Acioly (1989) pôde-se perceber que a Matemática escolar e a Matemática de fora da escola se complementam e que é, no entrelaçamento dessas duas práticas, apoiadas pela resolução de problemas, que o conhecimento matemático pode ser construído com mais significado a um maior número de estudantes.

5.3.7 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-VII

O ICME-VII foi realizado em 1992, em Quebec, no Canadá, e contou com a participação de 3407 pessoas, oriundas de 94 países, que vieram apresentar pesquisas, trocar experiências e participar dos muitos eventos organizados pelos comitês envolvidos. Estiveram à frente da organização desse ICME os comitês *International Program Committee* (IPC), indicado pelo Comitê Executivo da ICMI, e um comitê local, que se reuniram pela primeira vez em 1989 para discutir o objetivo principal e a estrutura do programa.

Antes de darmos início à pesquisa nos documentos desse ICME-VII, especificamente sobre o tema Resolução de Problemas, vamos retornar ao início da década de 1990 e fazer o exercício de tentar compreender o contexto da época, possivelmente o responsável por mobilizar que determinados temas fossem discutidos no evento e outros não.

A década de 1990 foi definida por D"Ambrosio (1988) como uma década de transição. Esse pesquisador assim a definiu porque, em sua compreensão, estando-se "às portas" do século XXI, era reconhecido o papel que a tecnologia estava desempenhando (ou iria desempenhar) na vida de todos os cidadãos e em todo o mundo. Além disso, D"Ambrosio (1988) afirmou que, nessa transição, a ciência estava

> desafiando esquemas religiosos, filosóficos e sociais e a tecnologia aparecendo como o produto e, ao mesmo tempo, como moeda predominante nas relações comerciais, nos modelos de produção e mesmo de propriedade. O chamado racionalismo científico, do qual a matemática é o representante por excelência, aparece de maneira incontestável como base para toda essa ciência e tecnologia, e como a linguagem essencial para a ciência e a tecnologia dominantes, para as relações sociais e mesmo para o comportamento dos indivíduos, penetrando inclusive em sua própria intimidade. (D"AMBROSIO, 1988, p. 3)

D"Ambrosio (1988) disse ainda que, ao examinar as tendências da Educação Matemática para aquela década, nos defrontávamos com desafios das mais diversas áreas do conhecimento, dentre os quais estavam os de natureza epistemológica e histórica, visando à compreensão mais adequada da própria natureza do conhecimento científico, que vinha passando por profunda revisão, sobretudo em consequência do reconhecimento de diversas áreas, até então consideradas marginais citando, por exemplo, a Etnomatemática. Ainda, na concepção desse pesquisador, preocupações de natureza social ecoavam de todos os lados e uma análise do significado da expressão “educação para a massa” era urgente, no sentido de uma verdadeira democratização de oportunidades para todas as crianças que entravam no sistema escolar.

O que disse D‟Ambrosio (1988) sobre analisar o significado da expressão “analisar o significado da „educação para a massa‟” implicava que TODOS tínham que compreender, primordialmente, o que se entendia pela palavra “massa”. Ao que parece, como ele também disse, seria uma educação que pudesse prover condições de igualdade de oportunidades para todos os indivíduos. Igualdade social em todos os sentidos.

Miguel de Guzmán (1994), presidente da ICMI na vigência do ICME-VII, no discurso de abertura desse evento, chamou atenção para um problema que seguia na mesma direção que o apontado por D‟Ambrosio (1988). Esse pesquisador ressaltou que nós, educadores matemáticos, deveríamos dar atenção ao drástico alargamento do espaço existente entre países ricos e países pobres, pessoas ricas e pessoas pobres no mundo, nos comprometendo pessoalmente, com nós mesmos e com nosso entorno, a tentar tratar o problema, não esperando que o trabalho fosse realizado por outros, como as organizações não governamentais, por exemplo. Diante das circunstâncias de absoluta desigualdade no mundo, Guzmán (1994) disse que a ICMI criou um projeto em prol da solidariedade, chamado *Solidarity in Mathematical Education*.

Para ilustrar a desigualdade citada, Guzmán (1994, p. 3, tradução nossa) fez uso de um exemplo:

> Havia uma família de cinco irmãos. Em toda parte, se proclamou que eles eram iguais em direitos. Mas um dos irmãos havia se tornado o proprietário de quase tudo (80%) o que a família possuía. E o outro irmão não tinha quase nada (1,5%). Algum tempo atrás, o irmão rico era 30 vezes mais rico que o irmão pobre. Mas agora ele é 60 vezes mais rico ...

O pesquisador foi incisivo ao dizer que, na condição de educadores matemáticos, éramos também responsáveis pelo compromisso de mudança. Dessa forma, recaía sobre nós a responsabilidade de trabalhar para diminuir esse alargamento, constituindo-se essa uma tarefa educacional, que se baseava em dois pilares: recursos humanos e recursos materiais.

No que se refere ao aspecto pessoal, Guzmán (1994) ressaltou que cada um deveria olhar em seu próprio entorno, em sua cidade, em seu país, oferecendo alguma ajuda, pois todas as pessoas poderiam pensar em uma maneira eficiente de contribuir com o aperfeiçoamento das condições educacionais na Matemática. O pesquisador, à frente da presidência da ICMI, afirmou: “ICMI pode ajudar, ICMI deve ajudar, a articular esse compromisso pessoal [...]. Por favor, compartilhem conosco suas ideias” (*Ibid*., p.4).

Sobre os recursos materiais necessários, Guzmán (1994) mencionou que, embebidos do sentimento de solidariedade, e compartilhando dos mesmos propósitos que os do *Solidarity in Mathematical Education*, alguns integrantes do comitê executivo da ICMI haviam criado um programa chamado *Solidarity Fund for Education in Mathematics* (cujo tesoureiro era Mogens Niss), visando a obtenção de fundos de qualquer fonte, inclusive dos participantes dos ICMEs, que seriam destinados para esse fim. Esse pesquisador afirmou que o espírito de solidariedade estava em consonância com o que pretendia a UNESCO, a IMU e outras instituições, ao declararem que o ano 2000 seria o ano da Matemática no mundo. A IMU e a ICMI tinham agora, juntas, a tarefa de fornecer um desenvolvimento de Educação Matemática adequado em todos os países do mundo.

Assim, Guzmán (1994) afirmou que para o ICME-VII, o lançamento do espírito solidário, primeiro entre os participantes e através deles em suas comunidades particulares, teria sido a realização de um grande serviço para o desenvolvimento da Educação Matemática em todo o mundo.

É emblemática a afirmação de D‟Ambrosio (1988), no início do texto desse ICME-VII, quando disse que a década de 1990 seria “a década da transição”. Essa afirmação ganha mais significado quando a expressão “educação para a massa” é pensada no contexto narrado por Guzmán (1994) pois, assegurar condições de “igualdade de oportunidades para todos os indivíduos” implicaria na drástica redução do alargamento, citado por esse último, entre “países ricos e países pobres e entre pessoas ricas e pessoas pobres”. Diante desse tão difícil cenário, parecia utopia acreditar que uma década seria o suficiente para cumprir, ao menos em parte, com o que propuseram UNESCO, IMU e outras instituições, ao declararem que o ano 2000 seria "o ano da Matemática no mundo". O necessário "desenvolvimento da Educação Matemática" sob a responsabilidade desses órgãos, para que o tão desejado objetivo pudesse ser atingido, era uma "urgência de ontem", caso contrário, o "novo" milênio carregaria consigo o "doce amargo" de levar o "novo" somente no título.

Com a realização do ICME-VII no limiar da década de 1990, a responsabilidade por cumprir com as chamadas de D‟Ambrosio (1988), Guzmán (1994), UNESCO, IMU e ICMI, e fazer com que o trabalho realizado nessa década produzisse "frutos sadios" para o "novo milênio", repousava sobre todos os envolvidos no evento, sobre nós educadores matemáticos. O trabalho estaria só começando...

Retomando a análise dos documentos produzidos nesse ICME, lembramos que os *proceedings*, o livro de palestras selecionadas (*Selected Lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education*) e o livro de resumos de apresentações curtas (*Book of Abstracts of Short Presentations*) foram os materiais consultados por nós para a escrita deste texto. Sobre esses materiais, Guzmán (1988) comentou que os dois primeiros seriam vendidos aos participantes e que os valores arrecadados seriam somados ao capital do *Solidarity Fund for Education in Mathematics*. Um aspecto não usual para os padrões dos ICMEs, destacado por Guzmán (1994), foi que os participantes que dispunham de menos recursos financeiros pagariam menor valor pelos livros. Já os que dispunham de mais posse poderiam "pagar dois e levar um", disse Guzmán (1994) que, no ICME seguinte, ao retomar esse assunto, lembrou-se desse discurso e o classificou como utópico (GUZMÁN, 1998). O livro de resumos de apresentações curtas foi distribuído aos participantes, sem custo, no início do congresso.

No que se refere à circulação desses documentos, entendemos que ela ficou restrita àqueles que se dispuseram comprá-los na ocorrência do evento, pois no momento da escrita deste texto, em primeira instância, mesmo buscando por diferentes empresas que comercializam livros pela *internet*, não os encontramos. Os livros a que tivemos acesso, desse ICME, como já citado no Capítulo 1, são parte do acervo pessoal de um professor da UNESP/RC. Quanto às características desses documentos, em relação à apropriação, todos são relativamente novos, não se percebe marcas inscritas no texto que demonstram uso de leitura. Além disso, são livros volumosos. Os *proceedings* (editados por Claude Gaulin, Bernard R. Hodgson, David H. Wheeler e John C. Egsgard), por exemplo, possuem 500 páginas, enquanto que o livro de palestras selecionadas (editado por David F. Robitaille, David H. Wheeler e Carolyn Kieran) possui 370 páginas. Sobre o número de páginas do livro de resumos de apresentações curtas (organizado por Monique Meilleur), arriscamos dizer que é algo em torno de 450, pois a paginação desse livro não seguiu o modo usual mas, em vez disso, organizou as apresentações curtas, no formato pôster, em concordância com os temas dos WGs, TGs etc. Assim, por exemplo, ao WG-1, cujo tema foi *Formation of elementar mathematics concepts at the primary level*, foram agrupados os pôsteres de 1 a 18a (P1-P18a), cujas pesquisas estavam em consonância com esse tema. Esse “rótulo”, “P-1” ou “P-2”, e assim por diante, é a paginação do livro de resumo de apresentações curtas. Se a apresentação de pesquisa for relativa a um *software*, por exemplo, o rótulo é S-1, para o caso de S-1 ser a primeira apresentação nesse livro. Os “rótulos” adotados no livro de resumos de apresentações curtas foram: P (*poster*), S (*software*), V (*videotape*).

No prefácio do livro *proceedings*, Gaulin et al. (1994), falando sobre Educação Matemática, afirmaram que

> a definição de nosso campo é difusa, se sobrepõe a uma série de outros domínios e suas realizações são menos propensas a chegar a um consenso. Além disso, a educação matemática é uma ciência aplicada e suas práticas variam consideravelmente com os ambientes sociais, econômicos e culturais em que ela ocorre. (GAULIN et al., p. xiii, 1994, tradução nossa)

Além disso, ressaltaram que os encontros internacionais de Educação Matemática deveriam fomentar, além da disseminação do conhecimento corrente sobre os principais problemas, avanços e tendências mundiais do campo, a interação e possibilidades de “confrontos” entre os participantes, cujas visões, propósitos e métodos de Educação Matemática fossem radicalmente diferentes (*Ibid*.). Esses “confrontos”, disseram eles, deveriam ocorrer nos espaços de discussão programados pelo evento, como WGs, TGs, e outros, em vez de corredores e cafeterias. Nesse sentido, os líderes das sessões vinham sendo instruídos a encorajar e a facilitar essas trocas de experiências e de visões entre os participantes (GAULIN et al., 1994).

O padrão adotado para a organização do ICME-VII foi discutido pelo IPC, que seguiu os mesmos moldes dos ICMEs V e VI, convidando quatro distintos palestrantes para as sessões plenárias (Geoffrey Howson, Maria M. Klawe, Colette Laborde e Benoit B. Mandelbrot), representando importantes facetas da Educação Matemática e, em atendimento a um pedido dos participantes do ICME-VI, que reinvidicaram por mais “boas palestras”, o IPC estendeu o convite a outros 42 palestrantes, que tiveram 45 minutos cada um para falar sobre uma ampla gama de assuntos da Educação Matemática. Dessas palestras, 27 foram selecionadas e publicadas no livro de palestras selecionadas. Não encontramos nos documentos consultados informações sobre quais critérios foram utilizados para essa seleção.

Gaulin et al. (1994) ressaltou que a extensa e rápida mudança tecnológica estava afetando “a matemática, a educação e o dia a dia da vida diária das pessoas em muitos países do mundo” (p. xiv, tradução nossa) e que, por essa razão, “questões decorrentes dessas mudanças, em grande parte não-intencionais, foram tratadas em vários componentes do programa” (*Ibid*.). Esse assunto foi considerado de grande importância pelo IPC, que ofereceu, na primeira manhã do congresso, uma miniconferência, coordenada por Rosemary Caddy (Grã-Bretanha) e Eric Muller (Canadá), sobre calculadoras e computadores, aberta a todos os participantes. Para além do uso desses materiais, nas aulas de Matemática, Gaulin et al. (1994) afirmou que essa miniconferência desempenhou importante função social, pois possibilitou aos participantes estarem juntos no início do congresso, envolvendo-os de imediato em atividades conjuntas e em discussões que abrangeram “plenárias, *workshops* e muitas apresentações usando calculadoras e computadores, e seus aparelhos de projeção, quer em laboratórios específicos ou no espaço da sala de aula regular” (CADDY; MULLER, 1994, p. 331, tradução nossa).

Com respeito aos *Action Groups*, *Theme Groups* e *Topic Areas*, foi mantido o modelo adotado nos ICMEs V e VI. O IPC decidiu eliminar a modalidade “comunicações curtas” nesse evento, por considerar que a apresentação visual e/ou escrita (chamada de “apresentações curtas”), era potencialmente mais eficiente em significado do que os dez minutos comumente destinados para a apresentação de uma comunicação oral. Por essa razão, o número de pôsteres (377 unidades), ou vídeos (36 unidades), ou *softwares* de computadores (26 unidades), aceitos foi expressivo, totalizando 439 unidades.

Dando continuidade a nosso inventário, focando pesquisas cujo objeto de estudo foi a Resolução de Problemas, vimos que nos *proceedings* foram apresentados os textos completos das quatro sessões plenárias, sendo que em nenhuma delas foi abordado o tema Resolução de Problemas. Após esses textos, a sessão seguinte dos *proceedings* apresentou os relatórios dos 23 *Action Groups* (AGs). Desses, quatro tiveram pesquisas com enfoque na Resolução de Problemas sem, no entanto, tê-la expressada em seus títulos: AG-5: *Improving Students" Attitudes and Motivation*; AG-8: *Innovative assessment of students in the mathematics classroom*; AG-14: *Mathematical Modelling in the Classroom*; AG-19: *Early School Leavers*. Outros AGs tiveram, também, a apresentação de pesquisas que enfocaram a Resolução de Problemas, mas que não foram citadas nos relatórios dos *proceedings*. Essa constatação foi possível mediante consulta no livro de resumos de apresentações curtas.

Um aspecto novo que foi verificado por nós foi sobre os títulos das sessões desse evento. Em nenhum deles identificamos a Resolução de Problemas, fato que nos levou a reconsiderar as "**classificações**" adotadas no início desta pesquisa, no que se refere à busca por Resolução de Problemas e heurísticas no título, nas palavras-chave ou no resumo de pesquisas apresentadas nos ICMEs. Diante desse fato, e já sabendo que os relatórios dos *proceedings* (exceto no caso das sessões plenárias) é uma síntese das discussões ocorridas nas sessões do evento sem que, necessariamente, sejam especificados os títulos das pesquisas, vimo-nos diante de um novo desafio: O que fazer? Assumir que a Resolução de Problemas não teria sido objeto de investigação nesse ICME-VII, exceto para o caso de duas das 27 palestras que apresentou a expressão "Resolução de Problemas" no título?

Um novo cenário se configura... uma nova estratégia deveria ser assumida? Uma constatação: era preciso rever a estratégia que vinhamos adotando...

Assim, retomando aquela "**segunda classificação**", a que vinha orientando nossa pesquisa nos documentos a partir do ICME-II, sentimos a necessidade de expandir os limites necessários e impostos por nós naquele momento. Caso contrário, poderíamos assumir que não houveram pesquisas nesse ICME-VII com enfoque na Resolução de Problemas, exceto no caso das duas já citadas palestras do livro de palestras selecionadas, que apresentaremos logo adiante neste texto. Assumir essa condição parecia abandonar tudo o que já havia sido discutido nos ICMEs anteriores sobre essa temática.

Assim, o desafio agora seria o de buscar nos espaços intersticiais dos relatórios dos *proceedings* pela expressão “resolução de problemas” ou “Resolução de Problemas” e, diante desses possíveis indícios, verificar qual a abordagem e se ela estava em consonância com os objetivos desta pesquisa. Outra ação que desempenhamos foi a de buscar no livro de resumos de apresentações curtas por pesquisas que atendessem à “**segunda classificação**”. Caso contrário, na análise desse documento, assumiríamos a “nova estratégia”, já em andamento na consulta dos *proceedings*. O mesmo exercício foi realizado no livro de palestras selecionadas.

No AG-1: *Formation of elementary mathematics concepts at the primary level*, no livro de apresentações curtas, encontramos a pesquisa *Early Conceptions of Multiplication and Division in Verbal Problem Solving*, de Dagmar Neuman, da Suíça, que enfatizou a resolução de problemas verbais como implicação didática positiva para o ensino de divisão e multiplicação. O estudo de Neuman (1994) envolveu estudantes dos segundos, terceiros, quartos e sextos anos.

Neuman (1994) lembrou que muitos professores de Matemática, frequentemente experienciam um dilema quando vão introduzir as operações de multiplicação e divisão pois, se por um lado desejam introduzir a multiplicação como uma adição de repetidas parcelas, por outro desejam que seus alunos experienciem outras situações envolvendo multiplicação, tais como padrões retangulares, em que a propriedade comutativa da multiplicação pode ser observada. A pesquisadora afirmou que “experiências de comutatividade são as responsáveis por criar, com maior rapidez, a compreensão matemática mais formal da multiplicação: a concepção da multiplicação como uma operação binária em que dois fatores são intercambiáveis” (NEUMAN, 1994, P-7, tradução nossa).

No resumo apresentado, Neuman (1994) fala sobre as concepções de divisão “partitiva e quotitiva” e sobre a multiplicação como “adição de repetidas parcelas”. Sobre essa última, a pesquisadora diz que ela é unitária: “um fator dá um número de vezes o outro fator que deve ser adicionado” (*Ibid*.). Em relação às duas concepções de divisão “partitiva e quotitiva”, a pesquisadora lembrou que elas estão relacionadas a essa concepção unitária da multiplicação. Assim, Neuman (1994) lembrou que compreender a divisão como uma multiplicação invertida é uma forma de auxiliar a compreensão da concepção binária da multiplicação, quando essa está sendo formada.

Os resultados da pesquisa de Neuman (1994) mostraram que as crianças mais jovens que participaram do estudo demostraram que “modelos iniciais de multiplicação usados para resolver problemas de divisão frequentemente constituem de padrões retangulares, mas são formados através de adições repetidas” (NEUMAN, 1994, P-7, tradução nossa), enquanto que outras crianças resolvem os mesmos problemas mentalmente. Assim, Neuman (1994) concluiu seu resumo dizendo que uma implicação didática que encontraram é que “a multiplicação e a divisão devem ser introduzidas simultaneamente através da resolução de problemas de modo informal, discutidas na sala de aula” (*Ibid*.). Isso, disse Neuman (1994), “resolveria o dilema de como introduzir a multiplicação e divisão, permitindo às crianças informarem seus modelos intuitivos, sem renunciar o objetivo de se preparar para a compreensão matemática formal” (*Ibid*.).

No livro das apresentações curtas, no AG-3: *Student"s Difficulties in Calculus,* vimos nas pesquisas *Calculus Via Problem Solving*, de Manoel dos Santos Trigo (México), e *Relative effectiveness of two different methods of instruction on achievement in solving word problems in calculus*, de Ubuz, Ersoy e Berberoglu (Turquia), a Resolução de Problemas em destaque.

O estudo de Trigo (1992) investigou os efeitos da implantação do ensino de resolução de problemas matemáticos no estudo de Cálculo, com atividades que incluíram “considerar problemas não rotineiros, o uso de discussões em pequenos grupos e o uso de estratégias cognitivas e metacognitivas durante a aula” (TRIGO, 1992, P-53, tradução nossa).

Para a análise dos dados, relativos aos processos que envolveram os estudantes resolvendo problemas, o pesquisador recorreu a Schoenfeld (1985), em que categorias como “recursos matemáticos, estratégias cognitivas e metacognitivas, e sistemas de crenças” foram consideradas. Um modelo proposto por Perkins e Simmons (1988), para explicar as dificuldades na aprendizagem de Matemática, foi também utilizado, disse Trigo (1992).

Quanto aos resultados da pesquisa, foi dito que os estudantes

> [...] primeiro tentam resolver os problemas envolvidos identificando termos familiares no problema e fazem cálculos, frequentemente sem terem uma compreensão clara do problema. A falta de sucesso leva os estudantes a reexaminar as afirmações dos problemas mais cuidadosamente e a buscar por uma abordagem mais organizada. Os estudantes frequentemente gastam muito tempo explorando uma estratégia específica e experienciando dificuldades no uso de outras alternativas. (TRIGO, 1992, P-53, tradução nossa)

Embora reconheçam a importância em checar a solução do problema, Trigo (1992) afirmou que os estudantes principalmente focam sobre se existe ou não um erro em seus cálculos, sem refletir sobre o significado da solução. O pesquisador concluiu com seu estudo que “é preciso tempo para que os estudantes conceitualizem estratégias de resolução de problemas e as usem por si próprios quando questionados sobre problemas matemáticos” (TRIGO, 1992, P-53, tradução nossa).

Ubuz, Ersoy e Berberoglu (1992), na pesquisa *Relative effectiveness of two different methods of instruction on achievement in solving word problems in calculus*, investigaram os efeitos de dois diferentes métodos de ensino, o “Método Expositivo Tradicional” (*Traditional Method Lecture* – TLM) e o “método de resolução de problemas” (*Problem-Solving Method with Handout Materials* – PSMHM) no ensino/aprendizagem de “problemas com enunciado” relacionados ao conceito de máximos e mínimos no Cálculo. Participaram da pesquisa 161 alunos de um curso de Cálculo do Departamento de Matemática e Educação Matemática (METU), da cidade de Ankara, no período acadêmico de 1990-1991.

Para o desenvolvimento da pesquisa, Ubuz, Ersoy e Berberoglu (1994) contaram com grupos experimentais (EG) e grupos de controle (CG), que tiveram os resultados de suas atividades analisados por um programa de computador, por meio de cálculos estatísticos. Esses pesquisadores concluíram que o PSMHM pôde ajudar os estudantes a compreender e aprender significativamente "problemas com enunciados". Mais precisamente, concluíram que

> (i) o método PSMHM é mais eficiente sobre resultados dos estudantes na resolução de "problemas com enunciado" do que o método TLM; (ii) os estudantes usualmente têm dificuldades em entender certos conceitos, variáveis adequadas para representar referências semânticas e na montagem e interpretação de equações; (iii) quase todos os estudantes têm um pouco de dificuldade na manipulação e resolução de equações algébricas e desempenho de habilidades variadas de álgebra básica; e (iv) a representação de diagramas e figuras ajudam os estudantes a conquistar "problemas com enunciados" em Cálculo. (UBUZ, ERSOY; BERBEROGLU, 1992, P-57, tradução nossa)

Continuando a pesquisa no livro de apresentações curtas, vimos no WG-4: *Theories of Learning Mathematics* a pesquisa *On the Collaborative Dialogues in Paired Problem Solving*, de Yoshinori Shimizu, do Japão.

Shimizu (1992) relatou que sua apresentação era resultado de um estudo exploratório sobre diálogos colaborativos, em duplas, na resolução de problemas. O pesquisador analisou o comportamento de seis duplas de crianças de sexto ano enquanto trabalhavam em sessões de resolução de problemas, monitorando seus papéis individualmente e nos pares.

Para sua apresentação, Shimizu (1992) disse que iria colocar ênfase na "estrutura" dos diálogos colaborativos nos pares enquanto resolviam problemas. Para tanto, poder-se-ia supor como interação o seguinte tripé: "ele (ela) mesmo, o „parceiro interno‟ e „ele (ela) mesmo em seu (sua) parceiro, ou seja, o modelo mental dele (dela) como sendo imaginado por seu parceiro" (SHIMIZU, 1992, P-67, tradução nossa).

Shimizu (1992), concluindo o resumo de sua apresentação, disse que "baseado no modelo de diálogos colaborativos, poderiam ser discutidas possibilidades no papel do professor" (P-67, tradução nossa).

No AG-5: *Improving Students‟ Attitudes and Motivation*, cujas discussões seriam direcionadas a partir de três temas: 1. *Theoretical frameworks for the development and improvement of students‟ attitudes and motivation; 2. Empirical* *studies which focus on students" attitudes and motivations*; e *3. Teaching ideas and strategies which have proved successful in the mathematics classroom*, identificamos que a ênfase das pesquisas em resolução de problemas deu-se no sentido de motivar os alunos para a aprendizagem de Matemática.

Numa das sessões desse AG-5, nos *proceedings*, coordenado por Gilah C. Leder (Austrália) e Alexander Soifer, dos Estados Unidos, argumentou-se que a motivação dos estudantes em Matemática poderia ser despertada trabalhando com "problemas com fins abertos". Como exemplo, Soifer (1994) citou um problema proposto por um jovem, com 18 anos de idade, havia quatro décadas: "Qual o menor número de cores com que podemos colorir o plano de tal maneira que não contenha um segmento monocromático de comprimento 1 [unidade]?" (SOIFER, 1994, p. 130, tradução nossa). Problemas dessa natureza, disse Soifer (1994), "[...] permitem aos alunos vivenciarem e aproveitarem com profundidade a beleza e a criação das ideias, voando na fantasia e na inesperada elegância do raciocínio, que são tão característicos da Matemática. Materiais como esses devem ser mais facilmente acessíveis" (*Ibid*.).

Em outra sessão foram discutidas formas de lidar com a ansiedade de alunos em relação à Matemática e, como possibilidade, Arthur Johnson II (1994), dos Estados Unidos, propôs desenvolver aulas de Matemática a partir de "situações-problema da vida real". Exemplos foram apresentados por Johnson II (1994), que incluíam situações envolvendo taxas a serem pagas, em dinheiro ganho em trabalho de meio período, e a decisão sobre a melhor condição e os melhores preços de uma viagem. Johnson II (1994) acreditava que, com atividades dessa natureza, a aula de Matemática dar-se-ia em um ambiente de discussão, maximizando a aprendizagem do estudante.

As pesquisas apresentadas no AG-5, dentre elas as de Soifer (1994) e de Johnson II (1994), buscaram colocar ênfase no potencial da Resolução de Problemas como motivadora para a aprendizagem nas aulas de Matemática como, também, foi dada ênfase à "formulação de problemas" como "[...] uma nova e excitante direção em Educação Matemática" (LEDER, 1994, p. 132, tradução nossa).

No livro de apresentações curtas, nesse AG-5, encontramos a pesquisa *Problem Posing: an unending invitation to exploration*, de John Grant Mcloughlin (USA), que se refere a um “convite à exploração matemática”. Mcloughlin (1992) lembrou que, as mudanças que o campo vinha enfrentando se apresentavam como maneiras eficientes de facilitar a exploração matemática pois, no mesmo instante em que uma questão se colocava, rapidamente uma resposta surgia. No entanto, disse Mcloughlin (1992), ele também poderia fornecer uma rica fonte de novas questões que possibilitariam uma reflexão sobre elas. A seleção de estratégias de “proposição de problemas” e experiências seriam compartilhadas e uma mudança para a “formulação de problemas” se mostrava como uma excitante e nova direção na educação matemática, disse Mcloughlin (1992).

Dentre as conclusões do AG-5, considerou-se a importância de que a resolução de problemas, como uma atividade de matemáticos, fosse experimentada por estudantes, mediante problemas mal definidos, problemas que poderiam não ser resolvidos rapidamente e problemas que teriam mais de uma resposta (LEDER, 1994). Essa prática promoveria “um ambiente de discussão, de descoberta e de postura crítica nas aulas de Matemática, levando os alunos à percepção de que a Matemática é uma ciência em construção” (LEDER, 1994, p. 132, tradução nossa).

No AG-7: *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, encontramos a pesquisa *The use of drawing pictures in Mathematical Communication – from the view of word problems and Cognitive Science*, de Hiroyuki Ninomiya, do Japão. Essa pesquisa não foi citada nos *proceedings*, mas no livro de apresentações curtas.

Ninomiya (1992) relata que a habilidade que os estudantes possuem para se comunicarem uns com os outros sobre a maneira como resolvem problemas é muito importante para o desenvolvimento e sua habilidade de autoaprendizagem e de reconhecimento do mérito da Matemática.

Esse pesquisador afirmou que o ato de expressar ideias, que de alguma maneira é uma imagem mental do que é compreendido pelo estudante, têm dois aspectos: linguagem e figura. Assim, desenhar figura como significado de expressão, que não é considerado importante para a aula onde o objetivo da comunicação é expressar usando a linguagem, deve ser dada a mesma importância que a linguagem do ponto de vista das "várias maneiras da expressão".

Para Ninomiya (1992), desenhar figuras em atividades de resolução de "problemas com enunciado" é uma estratégia eficiente para descobrir como resolver problemas. Em sua apresentação, esse pesquisador se propôs a "dar exemplos do desenvolvimento da capacidade de usar imagens como forma de comunicação em que os estudantes explicam e examinam a maneira de resolver os problemas descobertos por eles mesmos" (NINOMYA, 1992, P-128, tradução nossa).

No AG-8: *Innovative Assessment of Students in the Mathematics*, o Subgrupo 3 – Assesment *of problem solving abilities*, coordenado por Thomas Schroeder, do Canadá, e Norman Webb, dos Estados Unidos, abordou "métodos de avaliação" utilizados em três países: Austrália, Estados Unidos e Canadá. Sobre a avaliação no Canadá, Schroeder (1994) falou de "problemas reais" e "não rotineiros" que foram trabalhados "com estudantes em entrevistas, para descrever e avaliar elementos de suas habilidades em resolução de problemas" (p. 148, tradução nossa).

Os participantes desse AG apresentaram alguns temas e, dentre eles, foi citada uma "Avaliação Inovadora" como uma das "[...] muitas inovações empregadas por meio de tarefas de "desempenho" ou "avaliações autênticas" envolvendo estudantes resolvendo problemas reais ou realizando modelagem matemática [...]" (SCHROEDER; WEBB, 1994, p. 149, tradução nossa).

Pesquisando no livro de apresentações curtas, encontramos a pesquisa *Assessment and open-ended problems*, de Ruth H. Afflack (USA), que discute o potencial dos "problemas com fins abertos" na avaliação. Afflack (1992) considera, primeiramente, que a avaliação deveria ser parte integral da experiência de aprendizagem dos estudantes e que, por essa razão, os "problemas com fins abertos", classificados de forma holística, forneceriam uma avaliação significativa da compreensão matemática, do poder e do crescimento dos estudantes.

Afflack (1992) apresentou em seu texto uma lista das habilidades que o trabalho com "problemas com fins abertos" frequentemente desenvolve nos estudantes e afirmou que trabalhar com esses problemas permite a eles repensar, estender e reescrever suas soluções. No que se refere aos professores, o trabalho com esses problemas fornece uma visão mais ampla da compreensão matemática dos estudantes, como também de possíveis equívocos deles. Essa pesquisadora lembra que esses resultados dificilmente são obtidos em testes tradicionais de avaliação.

Concluindo sua fala, Afflack (1992) disse que "os currículos de matemática estão mudando; as avaliações estão mudando. A avaliação deveria refletir a ênfase na resolução de problemas. Problemas com fins abertos fornecem uma opção para avaliação mais significativa" (P-134, 1992, tradução nossa).

Schroeder e Webb (1994) disseram, nas conclusões do AG, que não haviam muitas pesquisas sobre avaliação e que questões do tipo "Quais são tarefas de avaliação válidas e que significados podem ser dados para as experiências de avaliação?", inquietavam a todos. Assim, os pesquisadores disseram que parecia haver espaço sobrando para que pesquisas sobre essa temática fossem desenvolvidas.

No ICME-VI vimos que pesquisas em Modelagem Matemática e Resolução de Problemas foram agrupadas para que fossem discutidas conjuntamente no TG-3: *Problem Solving, Modelling and Applications*. Ao nos depararmos com AG-14: *Mathematical Modelling in the Classroom* neste ICME-VII, imaginamos que este poderia ser continuidade do que havia ocorrido naquele TG-3. Investigando o relatório dos *proceedings* relativo ao AG-14, encontramos apenas uma pesquisa nesse documento, de Teresinha Nunes (Brasil), que em nossa compreensão apresentou "discreta relação" com a Resolução de Problemas, cujos aspectos mais gerais passaremos a apresentar. Em tempo, nossa constatação inicial não se efetivou.

Nunes (1994, p. 181, tradução nossa) apontou que "as representações que a criança tem em mãos irão influenciar as estruturas de solução na resolução de problemas". A pesquisadora apresentou resultados de pesquisa realizada por ela, que revelaram que o uso de "modelos não é automático e que por isso devem ser desenvolvidos pelos aprendizes no processo de ensino-aprendizagem" (*Ibid*.).

Quando Nunes (1994) se referiu ao trabalho com modelos, percebemos indícios da teoria de Polya, em “A arte de resolver problemas”, quando disse que “a resolução de problemas é uma habilitação prática como o é a natação”, pois se aprende a nadar pela prática da natação e se aprende a resolver problemas, resolvendo-os (POLYA, 1995). Em Nunes (1994), o aluno aprende a “fazer modelos, fazendo...”. Foi nesse sentido que citamos a “discreta relação” entre a pesquisa de Nunes (1994) e a Resolução de Problemas.

A pesquisa *The Teaching and Assessment of Modelling and Problem Solving in Secondary Schools (11-16) Mathematics*, de Howard Tanner (País de Gales), também foi aprensentada no AG-14. Essa constatação deu-se após pesquisa no livro de apresentações curtas.

Tanner (1992) lembrou que a Matemática era frequentemente descrita como um assunto “útil” e que essa utilidade deveria ser qualificada pela extensão que permitia aos alunos aplicarem seus conhecimentos em situações práticas. Assim, disse o pesquisador, sua apresentação descreveria uma pesquisa-ação realizada no ensino ne avaliação da modelagem e resolução de problemas no contexto do uso de aplicações práticas da Matemática. Essa pesquisa foi embasada no que apregoava o novo Currículo Nacional na Inglaterra e no País de Gales, que tinha como alvo o "Uso e aplicação da matemática".

No texto apresentado por Tanner (1992) foi dito que uma rede de escolas do sul do País de Gales se envolveu no projeto, buscando identificar abordagens de ensino e avaliação de Matemática em contextos práticos e aplicados, norteados por algumas questões que foram elencadas em seu texto. Não foram apresentados no texto resultados da pesquisa de Tanner (1992).

Do livro de apresentações curtas, a pesquisa *Teaching Large Groups: a Problems Solving Approach to Discrete Mathematics*, de Candia Morgan e Stephen Lerman, no AG-15: *Undergraduate Mathematics for Different Groups of Students*, dissertou sobre uma abordagem de ensino que vinha sendo utilizada pelos pesquisadores com estudantes de um curso de Matemática Discreta, baseada em problemas não padronizados e processos de resolução de problemas.

Morgan e Lerman (1992) disseram que a pesquisa vinha mostrando que os métodos de ensino, utilizados para ensinar grupos numerosos de estudantes, eram inapropriados para a maioria dos alunos e que, estando eles trabalhando em um curso de Matemática Discreta, em nível de gradução que, em geral, era composto por muitos alunos, desenvolveram um estilo de ensino e aprendizagem que se baseava nas experiências de aprendizagem através de investigações.

Os pesquisadores se propuseram a mostrar, na apresentação oral, materiais que haviam sido desenvolvidos por eles que pretendiam estimular os estudantes a se engajarem no trabalho com problemas não padronizados, com atenção explícita para processos de resolução de problemas. Com atenção eles dizem que sua proposta poderia ser trabalhada em salas de aula numerosas, em atendimento ao que pesquisas sobre o tema clamavam.

No AG-19: *Early School Leavers*, coordenado por Carlos Vasco (Colômbia), a discussão foi direcionada por dois questionamentos: *1) Why should a student learn math?* e *2) What should he or she learn?*

Em resposta à primeira questão, afirmou-se que "a aprendizagem matemática permite a aquisição de competências relacionadas à carreira, de atitudes e de conhecimento que irão resultar na formação de um cidadão informado e educado para atuar na sociedade" (VASCO, 1994, p. 207, tradução nossa).

Quanto à segunda questão, Vasco (1994) disse que os estudantes aprendem "Matemática como resolução de problemas. Matemática como comunicação. Matemática como raciocínio. Conexões matemáticas. Operações básicas com números inteiros, frações e decimais, estatísticas e probabilidade, geometria e álgebra" (*Ibid*).

Dentre os objetivos gerais desse grupo, destacamos:

> Enquanto os estudantes estiverem na escola, que eles vejam a Matemática como uma ferramenta para resolver muitos tipos de problemas; valorização da comunicação e do raciocínio matemático para desenvolver a confiança para fazer matemática e se tornarem resolvedores de problemas matemáticos; adquirir habilidades de compreensão de leitura para compreender textos com conteúdo matemático em todo o currículo e na vida diária; desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas. (*Ibid*.)

No que se refere aos objetivos específicos do AG-19, a formulação de questões específicas, vindas de problemas vagos, e a seleção efetiva de estratégia de resolução de problemas foram destacadas.

Não foram apresentadas discussões pontuais sobre as questões levantadas, mas direcionamentos no sentido de evitar que estudantes abandonem precocemente a escola. Pôde-se verificar no que foi apresentado a Resolução de Problemas como atividade importante na sala de aula que, se bem trabalhada, pode contribuir para a permanência do estudante na escola.

A partir da pesquisa realizada até aqui, nos *proceedings* e no livro de apresentações curtas, sobre a sessão AG, vimos que todas as abordagens de Resolução de Problemas convergem para o mesmo fim, o de que a escola deve oportunizar aos estudantes condições para que eles, enquanto nela estiverem, desenvolvam suas habilidades em resolução de problemas incluindo, sempre que possível, problemas da vida real pois, dessa maneira, além de promover a melhor aprendizagem, mais preparados estarão para lidar com os problemas reais quando estiverem fora da escola.

Seguindo com a pesquisa nos *proceedings*, vimos que foram 17 os *Topic Groups* (TG) desse ICME-VII. Dentre eles, houve pesquisas com fundamentação teórica pautada na Resolução de Problemas nos seguintes: TG-3, TG-8, TG-9, TG-10 e TG-16

Na pesquisa *Industrial enhancement of Problem-Based Learning*, no TG-3, John Usher e Ken Brown (Grã-Bretanha) descreveram um curso universitário que visava desenvolver "comunicação" e "resolução de problemas" nos aspectos interpessoal e em grupos – com enfoque nas habilidades de gerenciamento de projetos – como exemplos de competências necessárias e urgentes para graduados que iriam atuar na indústria e no comércio. Para o desenvolvimento da pesquisa, Usher e Brown (1994) recorreram à *Problem Based Learning* (PBL) como estratégia metodológica e, em suas conclusões, verificaram que, no trabalho em grupo envolvendo seus alunos, a interação foi vista como uma dificuldade.

Considerando que o texto apresentado nos *proceedings* sobre a pesquisa de Usher e Brown (1994) tenha sido bastante suscinto, julgamos importante um breve esclarecimento do que vem a ser a *PBL* (*Problem Based Learning*). Essa metodologia foi desenvolvida no final dos anos de 1960, na Escola de Medicina da Universidade de MacMaster, no Canadá, expandindo-se pelo mundo nos currículos de formação profissional, principalmente nas áreas médicas. No Brasil, por exemplo, a Universidade Estadual de Londrina (UEL) tem o currículo do curso de Ciências Médicas orientado pela PBL. Contudo, atualmente existem implantações da PBL em outras áreas e em formatos, diferentes daquele inicialmente proposto, como uma estratégia curricular (a ideia original). Ela pode ser trabalhada "parcialmente", em uma disciplina isolada dentro de um currículo convencional, também chamada *post-holing*, ou seja, a inclusão de problemas em alguns momentos de disciplinas que utilizam métodos convencionais de ensino; e "pontual", em determinados momentos de disciplinas quando se deseja aprofundar alguns tópicos do conteúdo (MORAIS, 2008).

Na análise conduzida por nós até este momento da pesquisa, essa foi a primeira vez que a PBL foi citada como metodologia de trabalho de sala de aula em pesquisas apresentadas nos ICMEs.

Paulo Abrantes (Portugal), no TG-8*: Teaching Mathematics Through Project Work* falou sobre um projeto de trabalho fundamentado na interface Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, cujas características passamos a descrever:

> a) o projeto é uma peça estendida do trabalho onde atenção e interesse de estudantes são focados no problema por um tempo longo. b) uma variedade de atividades é envolvida, tais como formulação e resolução de problemas, cálculo, trabalho prático, discussões, visitas, relatos, sessões de cálculo, realizados individualmente ou em grupos e trabalho de sala de aula. c) experiências de estudantes trabalhando com problemas "desde o início até o fim". d) estudantes tomam iniciativas, têm autonomia, e criam produtos com uma dimensão diferente. e) o método tem um impacto fora da sala de aula, decorrente da extensão do trabalho, contatos múltiplos e da natureza dos resultados. Isso aumenta a possibilidade de comunicação de atividades matemáticas com outros alunos e professores, com os pais etc. (ABRANTES, 1994, p. 261, tradução nossa)

Ainda nesse TG-8, Leila Pehkonen (Finlândia) apresentou uma pesquisa baseada em projeto de trabalho realizada com crianças do sexto ano escolar. Nessa pesquisa, os estudantes trabalharam com situações-problema abertas, em que buscaram informações sobre sucos de laranja de diferentes tipos. Foram consideradas informações sobre esses tipos de suco que compreenderam os seguintes aspectos:

> [...] o preço, o volume, a embalagem, o país de origem e a lista de conteúdos foram estudados. Os dados (frequências, etc.) obtidos pelos estudantes foram analisados e apresentados em diagramas, interpretados, discutidos, etc. Estratégias de avaliação no projeto de trabalho deveriam ser estendidas para cobrir conhecimento, compreensão, habilidades e qualidades pessoais não avaliadas em testes tradicionais, tais como o desenvolvimento de iniciativa, assumir responsabilidade pela aprendizagem e aplicação em estratégias de resolução de problemas. (PEHKONEN, 1994, p. 262, tradução nossa)

Em algumas partes deste texto já relatamos a interface existente entre Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Com as “pesquisas-projeto” de Abrantes (1994) e de Pehkonen (1994) vimos, novamente, essa interface em evidência.

The Mathematics in the context of the total curriculum foi o tema do TG-9, coordenado por John Mack (Austrália). O objetivo desse TG foi o de explorar questões decorrentes dos grandes avanços em Educação Matemática na década anterior à de ocorrência do ICME-VII, isto é, 1980, e que já estariam produzindo resultados significativos. Foram destacados dois desses resultados sendo que, no segundo deles, foi dito que

> novas metas em muitos currículos de matemática estão abraçando uma ampla gama de conteúdo matemático, a resolução de problemas específicos, modelagem e outras aplicações e um compromisso para um maior nível de compreensão conceitual, com intervalos acordados de tarefas de avaliação e de verificação, como nunca antes. (MACK, 1994, p. 264, tradução nossa)

Nas conclusões desse TG, numa sessão aberta chamada *Teacher Education Courses*, falou-se em uma nova ênfase que vinha sendo dada às “*whole task competences*” (competências que abrangem toda a tarefa) e “resolução de problemas”. Sobre esse aspecto, foi dito que, era

> cada vez mais provável, a não ser que o trabalho com projetos e outras tarefas estendidas fossem compartilhados cooperativamente através de todas as áreas curriculares, que essa prática provocaria uma

> sobrecarga de trabalho nos estudantes, aliada à incapacidade de atingir objetivos exigidos em disciplinas separadas. Uma forma de superar esse problema seria a realização de tarefas por meio de projetos, compartilhados cooperativamente, com todas as áreas curriculares. (*Ibid*.)

No livro de apresentações curtas vimos, no TG-10: *Constructivist Interpretations of Teaching and Learning Mathematics,* foi apresentada a pesquisa *Children"s Representations in Mathematical Problem Solving* (CRIMPS), de Ezra Blondel (UK). Nela, Blondel (1994) falou sobre o projeto CRIMPS, que estava em andamento havia 18 meses e que seguiria por um período de 3 anos, trabalhando com crianças com idades de 4, 6 e 8 anos. O projeto abordava questões sobre "as formas de representação preferidas pelas crianças; a extensão que essas formas de representação apoiavam o pensamento matemático das crianças; e como os professores incentivam as crianças a desenvolver representações na resolução de problemas matemáticos" (BLONDEL, 1992, P-314, tradução nossa).

Em sua apresentação, Blondel (1994) propôs falar sobre três estudos de caso, que focaram particularmente sobre:

> 1) Como, e por quê, o *status* de representação na matemática na sala de aula é concebido por professores e alunos? 2) A relação das habilidades de resolução de problemas do professor e o conhecimento de resolução de problemas das crianças e como isso afeta as representações que as crianças usam e desenvolvem. 3) A translação de uma forma de representação para outra no problema. (BLONDEL, 1992, P-314, tradução nossa)

Para encerrar as discussões dos TGs, no livro de apresentações curtas, Robert Northcutt (USA), no TG-16: *Philosophy of Mathematics Education*, destacou em sua pesquisa *How history drives mathematics* que uma linha histórica com fatores-chave que influenciaram o desenvolvimento de conteúdos e do currículo de Matemática nos Estados Unidos, no século XX, poderia ser esboçada. De acordo com Northcutt (1994), uma interrelação entre ciência e matemática poderia ser cronologicamente notada, bem como expectativas de mudanças para a alfabetização Matemática, no século XXI, e o impacto da tecnologia sobre a resolução de problemas seriam apresentados.

Como foi relatado no início do texto sobre esse ICME-VII, na primeira manhã do congresso houve uma miniconferência, chamada *Miniconference on calculators and computers*, que foi dividida em cinco eixos: MC1: 5-11 *year old students*; MC2: 11-16 *year old students*; MC3: 15-18 *year old students*; MC4: *Mathematics undergradutes*; e MC5: *Teacher Education*.

Dentre as pesquisas apresentadas no MC2, vimos que Linda J. Wagner apresentou a pesquisa "*Problem solving with a graphic calculator*" (WAGNER, 1994). No livro *proceedings* foram apresentados apenas os títulos das pesquisas, seguidos de seus respectivos autores, sem nenhuma outra informação sobre as mesmas.

Ainda no MC2, em uma das plenárias, vimos, na pesquisa de Phillips (1994), uma proposição para o trabalho com resolução de problemas envolvendo estudantes desempenhando tarefas em ambientes computacionais. Os estudantes eram questionados sobre informações oriundas desse ambiente e, sobre elas, faziam conjecturas.

Além do aspecto tecnológico aplicado ao ensino de Matemática, Masao Tanaka (Japão), no MC3, falou sobre uma pesquisa realizada com 500 estudantes de 3º ano da Escola Secundária, com o objetivo de saber quais suas crenças em relação a "problemas matemáticos" e em relação à Matemática em si mesma. Em seus resultados, Tanaka (1994) constatou que a maioria dos estudantes resolvem problemas com o objetivo único de encontrar uma solução e que muitos deles tendem a considerar a Matemática exclusivamente como "resolver problemas propostos". O pesquisador ressaltou que muitos outros aspectos podem ser trabalhados a partir de um problema matemático, além da busca pela resposta e destacou, dentre eles, a criatividade.

Ressaltamos que nos foi possível discorrer mais sobre a pesquisa de Tanaka (1994), pois seu resumo consta do livro de apresentações curtas, o que não houve no caso da pesquisa de Wagner (1994), por exemplo.

Seguindo com a pesquisa nos *proceedings*, o texto das palestras está na sequência da miniconferência. Nessa sessão, vimos duas palestras que abordaram a Resolução de Problemas: *The collaborative construction of the mathematics curriculum using teacher-constructed problems* e *Developing*

Students" Problem-posing abilities by deriving questions from their surroundings, everyday materials and other things.

A palestra *The collaborative construction of the mathematics curriculum using teacher-constructed problems* foi proferida por Magdalene Lampert, dos Estados Unidos, que lembrou que o currículo de Matemática poderia ser considerado sob duas perspectivas: "uma lista de tópicos ensinados em uma ordem lógica ou uma teia de ideias conectadas que emergem do trabalho dos estudantes com resolução de problemas" (LAMPERT, 1994, p. 362, tradução nossa). A pesquisadora afirmou ter desenvolvido sua pesquisa considerando a última perspectiva e que, para sua palestra, iria tentar explicitar o que poderia significar um currículo construído colaborativamente nas interações entre professor e estudante.

Na abordagem de pesquisa escolhida por Lampert (1994), os problemas matemáticos deveriam ser construídos improvisadamente pelo professor, tanto para responder as formas de pensar do estudante quanto para levá-los a um território matemático importante. Quanto ao currículo, a pesquisadora afirmou que ele é "construído colaborativamente nas interações entre professor e estudantes, no contexto de trabalho dos estudantes sobre os problemas elaborados pelo professor" (LAMPERT, 1994, p. 362, tradução nossa).

Em sua investigação, Lampert (1994) examinou a rotina de estudantes de quinto ano enquanto trabalhavam sobre problemas e escreviam seus raciocínios nos cadernos. Os conteúdos desses cadernos eram compartilhados entre os estudantes, que os colecionavam e liam, e os comentários eram feitos pelo professor. A pesquisadora disse ainda que "[...] trajetórias individuais dos alunos através, de um terreno matemático particular, poderiam ser rastreadas pela análise da escrita de suas formas de pensar sobre problemas e estratégias para resolvê-los" (LAMPERT, 1994, p. 363, tradução nossa) e que o ensino poderia ser entendido a partir das respostas construídas pelos estudantes. Um segundo aspecto da pesquisa de Lampert (1994) que pode auxiliar na construção colaborativa de currículo, são as discussões de aula, lideradas pelo professor, sobre as conjecturas dos estudantes em relação às estratégias de resolução de problemas. Examinando o conteúdo dessas discussões, disse Lampert (1994, p. 363, tradução nossa), um tópico a ser considerado "são as mudanças nos acordos com que os estudantes defendem suas conjecturas e aceitam novos desafios".

Marion Walter (USA), na palestra *Developing Students" Problem-Posing Abilities by Deriving Questions from their Surroundings, Everyday Materials and Other Things*, ressaltou a importância de serem trabalhadas aulas de Matemática a partir de problemas propostos pelos alunos, considerando questões decorrentes do seu dia a dia.

Walter (1994) lembrou que os livros-texto de Matemática dão aos estudantes a impressão de que todos os problemas matemáticos devem lhes ser propostos e que, certamente, essa ação desenvolve neles um sentimento de que não são capazes de propor problemas. O pesquisador afirmou que existem muitas maneiras de estimular os estudantes a propor problemas, citando Brown e Walter (1990), e que esse processo precisa ser construído gradualmente, sob a responsabilidade do professor.

Muitos dos problemas propostos pelos livros-texto, disse Walter (1994), causam nos alunos a impressão de que eles não têm competência para resolvê-los. Contudo, com questionamentos que vão sendo, ao longo das aulas, realizados pelo professor, os alunos poderão, aos poucos, ir propondo seus próprios problemas e, por essa razão, o interesse pela resolução será maior. Walter (1994) lembra que, uma vez que os estudantes ganham o hábito de propor problemas, eles irão facilmente aprender outro estágio da "proposição de problemas" chamado de técnica "*What-If-Not?*".

Algumas vezes os estudantes podem propor problemas cuja solução não será imediata, ressalta Walter (1994), nem para eles nem para o professor e, muitas vezes, alguns desses problemas podem nem ter solução. Essa necessidade precisa ser considerada como parte do processo a fim de evitar que, caso ocorram, os alunos não se sintam desmotivados.

A próxima sessão nos *proceedings* foi a das "apresentações curtas e mesas redondas" (*short presentations and round tables*). Gaulin et al. (1994) disse que, experimentalmente, o IPC decidiu organizar as mesas redondas de modo a estimular os participantes de pôsteres, com temas comuns aos da mesas, a sentarem-se juntos com o propósito de discutir e engajar a troca de ideias e de informações. Para tanto, as mesas foram divididas em dez temas, dentre as quais, a de número 8, *Mathematical Problem Solving*, concentrou trabalhos em Resolução de Problemas. Nos documentos consultados, não nos foi possível identificar esses trabalhos, tampouco pudemos saber mais sobre as pesquisas discutidas nessa sessão. Mas, acreditamos que seus resumos foram levados para o livro de apresentações curtas, sem a identificação de que foram apresentados/discutidos nessas mesas. Todos os trabalhos apresentados no livro de apresentações curtas que abordaram direta ou indiretamente Resolução de Problemas e que estão nos documentos consultados, foram trazidos para este texto.

Na sessão de projetos, nos *proceedings*, vimos em um dos projetos, subsidiados pela *National Science Fundation* (NSF), da Universidade de Michigan (USA), ênfase na Resolução de Problemas. Trata-se do *Connected Mathematics Project* que tinha como propósito desenvolver um currículo completo para todos os estudantes dos sextos, sétimos e oitavos anos, com um projeto organizado em uma unidade de quatro a seis semanas, enfatizando a Resolução de Problemas nos seguintes aspectos: número, geometria, probabilidade, estatística, medidas e álgebra. Lembramos que desde o ICME-III, realizado em karlshure, em 1976, a NSF vinha subsidiando projetos de pesquisa em Resolução de Problemas. Naquele ICME foi apresentado o *The Mathematical Problem Solving Project* (MPSP), inclusive discutido neste texto, cujo objetivo era o de investigar o desempenho de crianças, dos anos quarto, quinto e sexto (idades 9-12anos), em resolução de problemas e produzir materiais para esses níveis de ensino (ATHEN; KUNLE, 1976).

Além do *Connected Mathematics Project*, o *“Equals” Programs* fornecia estratégias e materiais para estimular e envolver todos os estudantes, particularmente mulheres e minorias, em abordagens de resolução de problemas em Matemática. O programa incentivava todos os estudantes a engajarem-se em investigações profundas e a buscar por uma aprendizagem de Matemática de mais alto nível. Além disso, esse projeto orientava famílias sobre como ajudar seus filhos a estudar Matemática em casa. O *The Program Interactive Mathematic*, associado ao *“Equals” Programs*, criou quatro anos de “Matemática Baseada em Problemas” para todos os estudantes da escola secundária, com um currículo composto por álgebra, geometria, lógica, estatística, probabilidade e outros conceitos, nem um formato interativo que estimulava a liberdade de expressão e de cooperação entre estudantes.

Por último, com uma perspectiva voltada à Resolução de Problemas, o *Shell Centre for Mathematical Education*, centro de pesquisas e desenvolvimento de projetos, apresentou, em vista dos objetivos do projeto, a produção de cinco novas "caixas de problemas não rotineiros[52]". Além de produzir pesquisas, o *Shell Centre* se ocupava de discutir "avaliação" por meio de projetos colaborativos, envolvendo universidades de diferentes países, bem como o desenvolvimento de materiais de apoio nas aulas de Matemática.

[52] Não foram apresentadas no documento maiores informações sobre o que são essas "novas caixas de problemas não rotineiros" como, também, não identificamos esse projeto em ICMEs anteriores para que pudéssemos ter maiores informações sobre ele.

5.3.8 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-VIII

Em julho de 1996 a cidade de Sevilha, na Espanha, recebeu aproximadamente 3500 participantes, oriundos de 98 países, para o ICME-VIII. Todos com o mesmo objetivo, o de discutir questões relacionadas à grande área de investigação Educação Matemática, em continuação ao que fora iniciado em Quebec ou mesmo abrindo novas possibilidades de discussões. No prefácio dos *proceedings* desse evento, editado por Claudi Alsina, José Maria Alvarez, Mogens Niss, Antonio Pérez, Luis Rico e Anna Sfard, foi dito que, pela primeira vez, uma comunidade ibero-americana sediava um evento tão excepcional para a Educação Matemática.

Nesse mesmo documento, Miguel de Guzmán, como presidente da ICMI, retomou uma discussão, iniciada por ele no ICME-VII, sobre solidariedade, nomeando o ICME-VIII de o "Grande Congresso de Solidariedade em Educação Matemática". Esse pesquisador lembrou que essa ideia havia surgido em um encontro do comitê da ICMI, realizado em Quebec, com o propósito de "estimular toda a comunidade de pessoas que trabalham com Educação Matemática em direção a um espírito de solidariedade" (GUZMÁN, 1998, p. 15, tradução nossa). Essa chamada se deu efetivamente no ICME-VII, onde foi considerado que o lema "educação para a massa", bastante ouvido no ICME-VI, carecia de análise e de reflexão de seu real significado. No ICME-VII, o sentimento de solidariedade deveria tocar a todos, falou Guzmán, pois era hora de se refletir sobre maneiras de possibilitar a tão almejada "igualdade de oportunidades para todas as crianças que entravam no sistema escolar".

De acordo com Guzmán, ser solidário era estar juntos, especialmente se o desejo fosse o de compartilhar o que se dispunha com aqueles que precisavam. Para o pesquisador, estar no congresso e lidar com ensino e aprendizagem implicava, de alguma maneira, ser solidário pois, de acordo com sua compreensão, o ato de ensinar é um ato solidário, desde que ensinar é compartilhar conhecimento, percepções e sentimentos.

Esse pesquisador lembrou ainda que, embora tivesse considerado seu discurso de Quebec (especialmente ao ter dito "pague dois e leve um" em relação aos livros *proceedings* e livro de palestras selecionadas) utópico, ele foi necessário, pois carregava em sua essência um dos principais meios de se conseguir uma Educação Matemática melhor, com vistas a proporcionar mais qualidade de vida aos cidadãos.

Aqueles sujeitos, que se comunicam a partir de situações da realidade social concreta em que se encontram, podem ser caracterizados como interlocutores. Nesse sentido, D‟Ambrosio (1996) é um interlocutor em potencial a Miguel de Guzmán (1998), especificamente no que se refere à condição que atribui à Educação Matemática o papel de "proporcionar mais qualidade de vida a todos os cidadãos". Para D‟Ambrosio, isso deveria significar atingir um estado interior de paz, paz consigo mesmo, como uma prioridade. Esse pesquisador ressalta que a solidariedade com o próximo é a primeira manifestação de nos sentirmos parte de uma sociedade.

À Educação Matemática era atribuída a tarefa de ajudar a construir uma humanidade ancorada em respeito, solidariedade e cooperação (D‟AMBROSIO, 1996, p. 13) possíveis, somente, com o rompimento da disciplinarização e assumindo uma concepção holística e transdisciplinar da Matemática e, por consequência, do conhecimento matemático.

No que diz respeito à sala de aula, D‟Ambrosio chama atenção para o impacto que a "teleinformática" (combinação de rádio, telefone, televisão e computadores) imprimiria na educação e que esse fenômeno não poderia ser desconsiderado pelo professor. Negar isso seria, nas palavras desse pesquisador, como negar a invenção da imprensa de Gutenberg. Além disso, o professor que insistisse em manter "o papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral" (D‟AMBROSIO, 1996, p. 73).

O ICME-VIII ocorre exatamente no momento em que D‟Ambrosio (1996) define como o início da "sociedade do conhecimento", que pedia por uma escola que estimulasse

> a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e nas expectativas da sociedade. [...]. O grande desafio para a educação é pôr em prática hoje o que vai servir para o amanhã. Pôr em prática significa levar pressupostos teóricos, isto é, um saber/fazer acumulado, ao longo de tempos passados, ao presente. (D‟AMBROSIO, 1996, p. 74)

Esse pesquisador diz que o elo entre o passado e o futuro é o presente. Assim, no caso desta pesquisa, o que se faz presente são as pesquisas apresentadas no ICME-VIII, que serão investigadas por nós a partir deste momento. Nelas buscaremos indícios da Resolução de Problemas que constituirão nos elementos de nosso inventário.

Nesse ICME-VIII tivemos acesso aos livros *proceedings*, livros de palestras selecionadas (*selected lectures*) e ao livro de resumos de comunicações curtas (*short presentations*). Esse material é parte do acervo pessoal da professora Lourdes Onuchic, como citado no Capítulo 1, mas reiteramos que se trata de uma obra pública, pois estão disponíveis para consulta eletrônica na página da ICMI[53], na *internet*. Quanto ao volume das obras, foi mantido o mesmo padrão do ICME anterior, sendo que cada livro tem aproximadamente 500 páginas, impressas em capa dura.

No prefácio dos *proceedings* vimos que o IPC (*International Program Committee*) foi o responsável pela organização do evento, preparando um "riquíssimo programa científico", além de colocar especial ênfase em conquistas e tendências que surgiram na Educação Matemática durante os anos de 1992-1996 (ALSINA et al., 1998a). A organização local ficou sob a responsabilidade da *Thales Society* e do *National Spanish Committee*, que contaram com o especial apoio do professor Gonzalo Sánchez Vázquez, disse Alsina et al. (1998a).

Conforme os editores dos *proceedings*, para o ICME-VIII foram convidados quatro pesquisadores para as sessões plenárias (Anna Sierpinska, Miguel de Guzmán, David Tall e Jan de Lange), um grupo de participantes para a *International Round Table* e 56 palestrantes para as palestras regulares de 45 minutos cada uma. Além dessas sessões foram formados 26 WGs, 26 TGs, 3 apresentações nacionais. Um grande número de relatórios da ICMI foi apresentado, bem como outros encontros especiais. Os membros do IPC mantiveram, com respeito à decisão do mesmo conselho no ICME anterior, as apresentações curtas no formato pôster.

---

[53] Disponível em: <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icme-proceedings/>. Acesso em: 24 nov. 2014.

O livro *proceedings* é composto pelos textos completos das quatro palestras das sessões plenárias, relatórios dos vários grupos de apresentação e debates, resumos das palestras regulares e um relato de atividades do programa. De acordo com os editores, esse livro pretende prover “uma visão global do congresso e facilitar, mesmo àqueles que participaram ativamente de alguma sessão do programa, informações úteis e conclusões que surgiram durante o congresso em todas as atividades paralelas” (ALSINA et al., 1998a, p. 7, tradução nossa).

O livro de palestras selecionadas foi editado por Claudi Alsina, José María Alvarez, Bernard Hodgson, Colette Laborde e Antonio Pérez e é composto por 33 textos completos, das 56 palestras regulares. Os autores das palestras publicadas são oriundos de 19 diferentes países, sendo que dois deles são do Brasil, a saber, os professores Ubiratan D"Ambrosio e Maria Aparecida Viggiani Bicudo. Não foram citados nesse livro quais os critérios utilizados para a escolha dos textos publicados. Seus editores afirmaram que foram duas as dificuldades em publicar um livro dessa natureza, como também os *proceedings*: o elevado número de autores e o idioma Inglês, considerado internacional na Educação Matemática. Embora tenham considerado a dificuldade em realizar essa tarefa, Alsina et al. (1998b) afirmaram que, na conversão dos textos para o Inglês, buscaram manter o texto final tão próximo do que escreveram seus autores.

Dando continuidade à investigação que tem se constituído, pelos “rastros que o passado nos deixou”, em um inventário das pesquisas em Resolução de Problemas publicadas em documentos produzidos nos ICMEs, vimos que uma das conferências plenárias, a de nome *Real Problems with Real World Mathematics*, de Jan de Lange, faz menção a problemas reais e Matemática do mundo real. Com esse título, retornamos àquela nossa **primeira classificação**, quando buscávamos, dentre uma das características dos documentos, pela Resolução de Problemas no título dos trabalhos. É sabido que a Resolução de Problemas, tal como uma Metodologia, não está explicita no título dessa palestra, mas temos visto, ao longo deste texto, uma estreita relação entre Resolução de Problemas, Aplicações e Modelagem Matemática. Assim, analisar o texto de De Lange (1998) seria uma consequência.

Contudo, antes de iniciar a análise da palestra de De Lange (1996), nos *proceedings*, o texto referente à primeira palestra lá apresentada é o de Anna Sierpinska, cujo título é "*Whither Mathematics Education?"*. Como vimos buscando pela Resolução de Problemas nos espaços intersticiais dos documentos, com vistas a uma nova estratégia que adotamos a partir do ICME-VII, respeitando a ordem de apresentação dos textos dos *proceedings*, a palestra de Sierpinska (1996) foi a primeira que analisamos.

Com o título *Whither Mathematics Education*, Sierpinska (1996) embasou toda sua discussão na "teoria das situações didáticas". Desejando situar seu objeto de interesse, essa pesquisadora falou sobre Educação Matemática, considerando os planos "Ideologia, Teoria e Ação", relatando que, implicitamente ou explicitamente, certos ideais ou padrões são assumidos no programa Educação Matemática: 1) O modelo de aprendiz de matemática; 2) O modelo de professor; 3) O modelo de sala de aula; e 4) O modelo de currículo (SIERPINSKA, 1998). Sobre esse último, o que diretamente nos interessa destacar, a resolução de problemas foi citada como parte do currículo:

> [...] a matemática escolar como um domínio integrado horizontalmente e verticalmente, em vez de uma coleção fragmentada de temas, o ensino da matemática em contextos, o ensino de matemática aplicada, o ensino da matemática com aplicações, ou o ensino voltado à resolução de problemas, etc." (SIERPINSKA, 1998, p. 24, tradução nossa)

O texto da palestra de Sierpinska (1998) foi apresentado em tópicos. Em um deles – *Design and justification of an indirect didactic action as a „result" in mathematics education* – ela definiu situações didáticas "direta" e "indireta" e apresentou exemplos específicos de cada um dos casos. Sobre as situações didáticas "indiretas", a pesquisadora apresentou dois exemplos, envolvendo situações-problema, dentre os quais apresentaremos somente o primeiro, chamado *Mechanical and Organic problem solvers*, que é resultado de um trabalho discutido por Duncker (1945), citado por Peel (1971), em que resolvedores de problemas são caracterizados em dois tipos: "mecânicos e orgânicos" (SIERPINSKA, 1998).

De acordo com Sierpinska (1996), ambos os resolvedores de problemas fazem uso de métodos. Contudo, na solução orgânica

> [...] o pensador começa com um problema original e vai, sucessivamente, reafirmando, por questionamentos, o que isso significa e o que é necessário. Cada sucessiva atualização é mais precisa em termos de dados disponíveis e leva o pensador a uma solução final. Soluções mecânicas, por outro lado, começam com um questionamento sobre o que é dado, seguido de um novo questionamento sobre quais teoremas poderão ser utilizados. Problemas podem ser planejados para levar o resolvedor mecânico a um erro, assim, dando a ele ou a ela a oportunidade de revisar o método. (SIERPINSKA, 1998, p. 25, tradução nossa)

Seguida a classificação sobre os resolvedores de problemas, Sierpinska apresentou dois problemas dizendo que, no primeiro deles, não seria possível discriminar por resolvedores "mecânicos" e "orgânicos", mas que com uma leve modificação no enunciado essa possibilidade se abriria. Embora não seja nosso propósito aprofundar a discussão sobre esse tema, consideramos importante apresentar os dois casos:

> Problema 1. Eu viajo dirigindo um carro por uma hora a uma velocidade de 40 milhas e, na próxima hora, viajo a uma velocidade de 30 milhas por hora. Qual é a velocidade média da minha viagem?
> Problema 2. Eu viajo dirigindo um carro a uma velocidade de 40 milhas por hora a uma distância de 120 milhas e, na volta, pela mesma estrada, viajo a uma velocidade de 30 milhas por hora. Qual a velocidade média da minha viagem? (SIERPINSKA, 1998, p. 25, tradução nossa)

Em sua palestra, Sierpinska (1998) abordou diferentes assuntos relacionados à Educação Matemática, especialmente no que se refere às mudanças curriculares e ao ensino de Matemática nesse contexto, sob a influência de diferentes teorias (Construtivista, Interacionista, etc.). No tópico: *Revision of theories leading to shift in focus: Construtivism, Problem Solving, Theory of Situations*, a pesquisadora afirmou que crianças na escola possuem problemas que não são puramente matemáticos mas, com frequência, sociais. Seus problemas são de sobrevivência e sucesso na instituição escolar e não problemas de pesquisadores, que desejam estabelecer ou buscar a verdade (SIERPINSKA, 1998).

A pesquisadora disse que, quando um professor propõe um "problema com enunciado" desejando que os alunos modelem a Matemática através da história do problema, em vez disso, eles são levados a executar operações que estavam sendo praticadas na sala de aula. Por exemplo, se a operação trabalhada for subtração, então o problema proposto só pode envolver esse conceito, supõem os alunos. O que ocorre é uma inversão do objetivo do problema, ou seja, o problema das crianças passa, então, a ser o de arriscar uma operação que o leve à resposta correta.

Em muitos casos,

> o problema dos estudantes é, para muitos, encontrar as regras escondidas no jogo que está ocorrendo na sala de aula para desvendar as expectativas do professor, as restrições nas quais o professor atua e adaptarem-se a essas regras, expectativas e limitações. O que os estudantes aprendem é resultado de resolver seus próprios problemas. Eles aprendem conhecimento matemático se os problemas deles são matemáticos. (*Ibid*., 1998, p. 37, tradução nossa)

De acordo com Sierpinska (1998), a questão sobre como fazer com que os "problemas dos estudantes" sejam "problemas de Matemática" vinha ocupando educadores matemáticos em todos os programas de pesquisa. Nesse sentido, essa pesquisadora afirmou que

> [...] certamente programas relacionados com a abordagem de resolução de problemas, construtivismo e teoria das situações didáticas têm estado especialmente preocupados com isso, ou seja, no nível da „teoria-para-prática". Enquanto o foco do construtivismo está no desenvolvimento da criança, o programa resolução de problemas e teoria das situações didáticas está olhando para a aquisição, por parte dos estudantes, de certos conhecimentos culturalmente compartilhados ou levados ao compartilhamento. (SIERPINSKA, 1998, p. 37, tradução nossa)

A pesquisadora vai além ao afirmar que, embora a resolução de problemas e a teoria das situações didáticas focam muito na ação didática e no *design* e justificação/verificação das atividades de sala de aula, ambas as abordagens possuem pontos de vista diferentes sobre os objetivos das tarefas propostas aos estudantes. A abordagem de resolução de problemas atribui um papel diferente para tarefas e problemas do que o faz a "teoria das situações". Enquanto essa última fala de "situações", os problemas constituem nelas somente uma parte mas, mesmo assim, eles não são problemas no sentido clássico dos problemas de Matemática, disse Sierpinska (1998).

Nesse momento do texto de Sierpinska (1998) são apresentados alguns exemplos sobre como são propostos e sobre como devem ser trabalhados problemas, sob o referencial de Brousseau (1986), em situações didáticas e por meio da abordagem de resolução de problemas. Em linhas gerais, a pesquisadora afirmou que, aulas trabalhadas a partir desse referencial possibilitam aos estudantes produzirem argumentos matemáticos em oposição a argumentos empíricos do tipo: “Está claro pelo desenho ou a partir da construção”. O objetivo do trabalho nas situações didáticas “[...] é o de colocar os estudantes em situações nas quais a observação de desenhos, por si, só leva a falsas afirmações e essa falsidade pode ser provada permanecendo somente no nível do conhecimento discursivo” (SIERPINSKA, p. 38, 1996, tradução nossa).

Para Sierpinska (1998), na abordagem de resolução de problemas, o que os estudantes supõem aprender são habilidades de resolução de problemas em geral, desejando adquirir experiência Matemática da mesma forma como o faz o matemático e que

> [...] o problema não é escolhido especificamente para superar um certo obstáculo ou para levar os estudantes a usar, como uma ferramenta, algum conceito que, mais tarde, se tornará tematizado como um novo assunto. Esses problemas são exatamente considerados „desafiantes‟ – eles são „não rotineiros‟, demandam intelectualidade, forçam o estudante a usar o conhecimento introduzido no curso de uma maneira que não é a de simplesmente repetir uma técnica rotineira ou um método. (SIERPINSKA, 1998, p. 39, tradução nossa)

Essa pesquisadora relatou que o propósito de se trabalhar em um curso de resolução de problemas é, talvez, o de convencer os estudantes sobre as vantagens das estratégias heurísticas, chamadas „desenhe um diagrama quando possível‟, sugeridas por Polya (1945).

Sierpinska (1998), comparando a abordagem de resolução de problemas e a teoria das situações didáticas, disse que um tipo de problema matemático que aproxima essas duas tendências são os do tipo “descubra uma falha, ache o erro”. Para essa pesquisadora, esses problemas normalmente direcionam a certos equívocos definitivos e resolvê-los ajuda a superá-los, trazendo o estudante a um nível mais elevado de consciência.

Vimos, no que foi exposto por Sierpinska (1998), que a “teoria das situações didáticas” tem, em seu corpus, a “resolução de problemas”. Resolução de Problemas em termos de teoria e não somente como um objetivo. Na “teoria das situações didáticas” o professor está preocupado com a essência dos conceitos matemáticos que serão trabalhados com o problema, questionando-se sobre o significado de resolvê-lo, sua aplicabilidade e sua gênese histórica. Essa análise epistemológica é necessária para ambas as teorias, disse a pesquisadora, que trabalham no sentido de promover um nível mais elevado de consciência dos estudantes enquanto aprendem Matemática, no âmbito da superação do método de adivinhação (que busca descobrir qual o caminho a ser seguido para encontrar a resposta) para a incorporação das heurísticas nesse processo. Problemas, nessa palestra, foram abordados como parte da “teoria das situações didáticas” enquanto que “resolução de problemas” é intrínseca ao processo.

Na sequência da palestra de Sierpinska (1998), nos *proceedings*, vieram as palestras de Guzmán (1998) – *Sobre el Papel del Matemático en la Educación Matemática*, e de Tall (1998) – *Information, Technology and Mathematics Education: Enthusiasms, Possibilities and Realities*. Ambas as palestras não apresentaram relação com nosso objeto de investigação, o que nos levou a prosseguir com a pesquisa, analisando o texto referente à palestra *Real Problems With Real World Mathematics*, de Jan de Lange.

De Lange (1998) iniciou sua fala afirmando que a Educação Matemática estava mudando continuadamente e que essa informação não deveria ser uma surpresa, mas que valia a pena “refletir um pouco sobre as mudanças de um passado recente se o desejo era o de aprender para um futuro imediato” (DE LANGE, 1998, p. 83, tradução nossa).

O texto de sua palestra, nos *proceedings*, foi dividido em tópicos. Em um deles, de nome *Real world is not a real problem*, o pesquisador chamou atenção para o fato de que o “mundo real não é um problema real”, dizendo que abundavam exemplos em muitos currículos, de muitos países, da utilização do mundo real mas, muitas vezes, não de uma maneira real. Para De Lange (1998), quando introduzimos “um problema real de um modo falso, nós degradamos o problema para um problema artificial não relevante” (*Ibid*., p. 84). Em seu texto foram apresentados exemplos desses problemas, ditos “artificiais”, que em sua compreensão não são relevantes para os alunos, pois se vestem de uma realidade criada.

O pesquisador posicionou-se de forma crítica em relação ao modo como o “mundo real” vinha sendo considerado na sala de aula, embora reconhecesse que encontrar uma boa correspondência entre “mundo real” e “matemática real” não era uma tarefa fácil. Sobre esse aspecto, relembrando um discurso de Freudenthal (1980), proferido no ICME-III, quando apontou 13 principais problemas[54] que nós educadores matemáticos teríamos que enfrentar no futuro, De Lange (1998) se propôs a apresentar “problemas do mundo real que foram avaliado por estudantes como significativos e onde a „matemática real‟ foi envolvida” (p. 85, tradução nossa). Esses exemplos seriam os típicos problemas cuja correspondência entre “mundo real” e “matemática real” era tida como “boa”, disse o pesquisador.

No primeiro dos exemplos propostos, os alunos teriam que calcular o número de mesas necessárias para acomodar 81 pessoas sabendo que, ao redor de cada mesa, poderiam sentar-se seis pessoas. No contexto do problema, as pessoas que estariam sentadas à mesa seriam seus pais durante uma reunião na escola. Sobre esse problema, De Lange (1998) relatou que um professor o introduziu aos alunos, com idade variando entre oito e nove anos, desenhou um esquema no quadro e caminhou entre eles, enquanto trabalhavam sobre o problema. Após um tempo, o professor solicitou aos alunos que apresentassem suas soluções. Dentre elas, De Lange (1998) expôs três que, conforme relatou, além de revelarem diferentes níveis de Matemática entre os alunos, revelaram diferentes níveis do uso da Matemática “real” em um problema do “mundo real”.

---

[54] Os 13 principais problemas da Educação Matemática citados por Freudenthal (1983) é parte de sua palestra “*Major Problems of Mathematics Education*” no ICME-III, em Berkeley, em 1980. De Lange (1998) falou sobre dois deles: “Como criar contextos adequados a fim de ensinar matematização?” e “O mundo-real, o que significa isso? [...] No ensino, matematizar „o mundo real‟ é representado (para os aprendizes é claro) por um contexto significativo envolvendo o problema matemático.” (FREUDENTHAL, 1983 apud DE LANGE, 1998, p. 85, tradução nossa).

De acordo com De Lange (1998, p. 87, tradução nossa),

> resolver esse problema não é o que esse problema é em sua totalidade. O problema foi pensado para preparar os estudantes para a operação de „divisão", que viria mais tarde. Essa é parte da exploração fenomenológica (Freudenthal 1993b) que irá oferecer aos estudantes a oportunidade de reconstruir e de reinventar a Matemática.

Um segundo problema foi apresentado por De Lange (1998), que teceu considerações sobre ele em conformidade com o que foi feito no primeiro problema. Seu enunciado encerrava perguntando qual seria o preço de uma camiseta e qual seria o preço de uma bebida (soda), que deveriam ser calculados a partir da seguinte situação problema, expressa em dois cartazes: um primeiro cartaz contendo duas camisetas e duas sodas, custando ao todo 44 dólares, e um segundo cartaz contendo uma camiseta e três sodas, custando ao todo 30 dólares. Os estudantes que trabalharam com esse problema tinham 12 anos.

De Lange (1998) ressaltou que os problemas apresentados em sua palestra

> [...] podem ter mostrado alguma impressão sobre a filosofia que apoiamos para o ensino e aprendizagem de matemática, embutida em alguma situação do „mundo real" e com o desenvolvimento da „matemática real" em mente, embora como um produto de longa duração". (p. 89-90, tradução nossa)

Sobre essa filosofia, o pesquisador afirmou que "[...] em um primeiro momento os estudantes poderão começar com um problema real, real no sentido de que o estudante está disposto a se envolver e de que o problema parece significativo para ele" (*Ibid.*). Após essa afirmação, De Lange argumentou que considerava difícil descrever condições para que um contexto fosse adequado e disse que o contexto poderia ser

> [...] o dia a dia da vida (a vida no mundo real todos os dias), cultural, científico, artificial, matemático e outros. Um possível papel do contexto pode ser o de dar ao estudante apoio para definir um modelo que ele pode usar em seu desenvolvimento matemático futuro. (*Ibid.*)

Os problemas do mundo real são usados com a intenção de desenvolver conceitos matemáticos, em um processo que De Lange (1998) chamou de "matematização conceitual". Nesse processo, "o significado primeiro do problema não está na resolução do problema pela resolução, mas no significado real de uma exploração subjacente a novos conceitos matemáticos" (DE LANGE, 1998, p. 90, tradução nossa). Depois do processo de "matematização inicial" (trazer um problema do mundo real para um problema matematicamente estabelecido), o estudante estará em condições de abstrair, em diferentes níveis de abstração, formalizar e generalizar. Após a realização de algum tipo de abstração e de formalização de conceitos, os estudantes irão fazer uso de conhecimento adquirido recentemente em novos em diferentes contextos. Assim, alguns objetivos são muito importantes, destacou esse pesquisador. Primeiro, os conceitos são reforçados ao aplicá-los em mais de uma situação e, segundo, o processo de aplicação é, em essência, o de atingir a transferência de habilidades nos estudantes: "[...] somente quando eles podem aplicar certos conceitos em diferentes contextos, é que terão domínio do conceito" (DE LANGE, 1998, p. 90, tradução nossa). Um princípio chave dessa filosofia, de acordo com esse pesquisador, é que a Matemática é vista como uma unidade, uma vez que são integradas diferentes concepções matemáticas e conexões explícitas são realizadas.

Para De Lange (1998) havia uma diferença essencial entre o papel do contexto no desenvolvimento de um novo conceito e quando se desejava aplicar esse novo conceito de outra maneira, em outra situação. Na fase de exploração e de problematização, o próprio contexto é muito crítico sendo que "[...] alguns contextos funcionam, outros não, e ainda estamos – e provavelmente sempre estaremos – buscando qual funciona e qual não funciona" (DE LANGE, 1998, p.105, tradução nossa). Embora relevante, De Lange (1998) disse que o trabalho com essa abordagem, a que emprega situações-problema contextualizadas, carrega consigo algumas fragilidades que devem ser levadas em conta, pois os alunos podem se distrair com o contexto; dependendo do contexto, ele pode fazer mal à criança, especialmente se o tema for relativo a doenças agressivas; na avaliação pode ocorrer de o contexto dificultar a percepção do que efetivamente está sendo pedido; existem contextos controversos; e escolher qual o contexto ideal em uma avaliação é uma tarefa muito crítica.

Finalizando, o pesquisador ressaltou que diferentes culturas possuem diferentes contextos, sendo este um elemento importante e que não pode ser negligenciado. Além disso, lembrou que era essencial destinar mais tempo aos problemas em contexto em currículos de Matemática.

No final do texto de De Lange (1998), nos *proceedings*, o pesquisador afirmou:

> Nosso objetivo, desejo e expectativa para as próximas décadas, refletidas em mais de 20 anos de experiência, observações, pesquisa e levando isso em conta no atual nível de discussão, pode-se afirmar de forma muito compacta: Nós precisamos (não só) de mundos reais a fim de desenvolver matemática real para ser usada no mundo real. (p. 108, tradução nossa)

As palestras de Sierpinska (1998) e De Lange (1998) apresentaram pontos importantes, que merecem atenção, sobre o papel do contexto, especialmente por terem sido proferidas em um mesmo evento. A primeira chamou atenção para o fato de os estudantes, em oposição ao pretendido pelo professor, se ocuparem de adivinhações sobre quais regras deveriam ser utilizadas para chegar à resposta do problema, em vez de modelar a Matemática a partir da história do problema (contexto), o que seria o objetivo pretendido. Vê-se, nesse caso, que o contexto é ignorado pelos estudantes. No que disse De Lange (1998), o contexto pode desenvolver a atitude crítica dos estudantes (embora tenha reconhecido suas fragilidades) e essa prática é possível a partir de um ambiente de ensino em que os problemas propostos sejam contextualizados.

Dando continuidade à pesquisa nos *proceedings* do ICME-VIII, os trabalhos apresentados pelos *Working Groups* (WG) vieram na sequência das sessões plenárias. Dentre os 26 *Working Groups* desse ICME-VIII, a Resolução de Problemas não foi título de nenhuma dessas sessões. No entanto, em uma leitura mais detalhada no livro de resumos de comunicações curtas, Resolução de Problemas foi identificada em algumas pesquisas.

No WG-1: *Communication in the Classroom*, os participantes tiveram a oportunidade de trocar ideias, resultados e discussões de problemas oriundos do dia a dia da sala de aula. No que foi exposto nos *proceedings* sobre esse WG-1, não foi possível concluir aspectos gerais ou específicos das pesquisas apresentadas, tendo em vista o caráter resumido do texto. Mas, consultando o livro de resumos de comunicações curtas, encontramos a pesquisa de A. Takahashi: *The Open-ended Problem Solving in Japanese Elementar Schools*, que se referia ao trabalho desenvolvido com professores da Escola Elementar, no Japão.

Takahashi (1996) não apresentou necessariamente um resumo de sua pesquisa, mas duas questões e dois tópicos que, conforme afirmou, foram norteadores de seu trabalho: (1)O que são problemas em aberto?; (2)Por que muitos professores japoneses querem trabalhar com a resolução de problemas em aberto?; (3)Aulas típicas de resolução de problemas em aberto na escola elementar japonesa; (4)Alguns planos de aula para a resolução de problemas em aberto.

Sem mais informações sobre a pesquisa de Takahashi (1996), seguimos pesquisando no livro de resumos de comunicações curtas. No WG-4, cujo título não nos foi possível identificar, uma vez que ele não foi citado nos *proceedings*, houve duas pesquisas com ênfase na Resolução de Problemas:

1. *Atomic Analysis of one Word Problem*. NOVOTNÁ et al. (República Checa).
2. *A study on rural school students" ability to solve mathematical word and operational problem.* GHAZALI, M.; ISMAIL, Z. H. (Malasia).

Novotná et al. (1996) relataram que sua pesquisa era parte de um projeto chamado *Mathematical education of 6 to 15-year-old students*, que se apoiava na metodologia *Method of atomic analysis*. Esse método consiste de três etapas que visam descobrir os processos de pensamento do aluno, com base na resolução escrita de um determinado problema. O método pode ser descrito como "atomização do processo de resolução e da análise comparativa que o segue" (NOVOTNÁ et al., 1996, p. 289, tradução nossa). Esses pesquisadores disseram que, por essa razão, o registro da fala dos alunos, que irá permitir descrever todas as soluções da amostra examinada, deve ser construído.

Novotná et al. (1996) afirmaram que fazer gravações de várias resoluções escritas dos estudantes, via uso de uma atomização “estática” e “dinâmica”, possibilita ao examinador obter *insights* mais aprofundados dos processos de resolução de problemas dos estudantes e descobrir seus obstáculos (e algumas vezes também pesquisar quais são obstáculos) e encontrar uma “terapia reeducacional”.

Ghazali e Ismail (1996) apresentaram resultados de uma pesquisa – *A study on rural school students‟ ability to solve mathematical word and operational problems* – realizada com estudantes de uma escola primária da zona rural, no Japão. Em seu estudo, Ghazali e Ismail (1996) compararam o desempenho de estudantes em “problemas com enunciados” e “problemas específicos de cálculo” (*computacional problems)*, por considerarem que “problemas com enunciado” são importantes na Matemática, uma vez que é um aspecto da resolução de problemas trabalhar com problemas dessa natureza. Segundo eles, essa importância é comprovada em testes de desempenho da escola primária quando, em um grupo de cinquenta questões cobradas nesses testes, em média, trinta e três abordam esses problemas.

Ghazali e Ismail (1996) afirmaram que as habilidades básicas dos estudantes, para resolver os “problemas com enunciado”, poderão indicar também habilidade para decidir e transformar operações matemáticas subjacentes. Nesses processos, os estudantes devem possuir conhecimento processual e algorítmico, bem como compreensão conceitual em Matemática. Presume-se que se um estudante está apto a resolver um “problema com enunciado” então está apto para fazer o problema com cálculo, disseram os pesquisadores.

Aos estudantes, conforme disseram Ghazali e Ismail (1996), foram distribuídos “problemas com enunciado” e o mesmo problema no formato “cálculo” para que pudessem ser resolvidos. Os resultados indicaram três categorias distintas: (1)um grupo pôde resolver os problemas operacionalmente, mas não o equivalente “problema com enunciado”; (2)os que tiveram bom desempenho em ambos; e (3)aqueles que não tiveram bom desempenho em ambos.

Esses pesquisadores disseram que seu estudo também se voltou a investigar erros comuns cometidos por estudantes, como também indicou sugestões para melhorar a habilidade matemática de estudantes no ensino primário.

No livro de resumos de comunicações curtas, no WG-5: *Gender and Mathematics*, na pesquisa de Julieta Del Verdugo Díaz e Maria del Pilar Rodriguez Pérez (México), chamada *Estrategias, Soluciones y Creatividad*, vimos a Resolução de Problemas sendo trabalhada em um período de três anos e meio com alunos da Escola Secundária. Disseram, as pesquisadoras, que os alunos desenvolviam atividades individuais e em grupos, de tal forma que a estrutura dos conceitos que precisavam conhecer era determinada pelos próprios alunos em sessões de resolução de problemas. Essas aulas eram trabalhadas sem teoria prévia, isto é, abordando o problema a partir da própria estratégia (e de conhecimentos prévios) dos estudantes, que as acolheram com entusiasmo (DÍAZ; PÉREZ, 1996

Dentre as pesquisas apresentadas no WG-7: *Mathematics for gifted Students*, a desenvolvida por Elena Stoyanova e Nerida Ellerton, chamada *Problem Posing in Mathematics Classrooms*, abordou a Resolução de Problemas.

Stoyanova e Ellerton (1996) destacaram a proposição de problemas como elemento importante para o desenvolvimento da compreensão matemática dos estudantes e ressaltara que ela tem sido prejudicada pela ausência de uma estrutura que relacione resolução de problemas, proposição de problemas e currículo matemático. Stoyanova e Ellerton (1996) afirmaram que sua pesquisa se mostrou como um primeiro passo no sentido de desenvolver essa estrutura, cuja ênfase, no que se refere às categorias de resolução de problemas e em como essas categorias podem ser estendidas para o domínio da “proposição de problemas”, segue a teoria de Krutetskii. Como resultado do estudo, as pesquisadoras afirmaram que a incorporação de atividades de proposição de problemas, como parte de um ambiente de resolução de problemas, pode afetar o desempenho matemático dos estudantes e suas estratégias de proposição de problemas.

Innovation in Assessment foi o tema do WG-9. Nele foram discutidos processos de inovação em avaliações em Matemática, visando a melhorar a avaliação ou a aprendizagem de estudantes, incluindo “por quê” e “como” elas acontecem.

Pesquisando o livro de resumos de comunicações curtas, na pesquisa de *Assesment of Students‟ Problem Solving Processes*, de P. Kupari (1998), da Finlândia, identificamos resultados e experiências realizadas em processos de avaliação de estudantes. Essa pesquisadora afirmou que muitos esforços vinham sendo realizados em muitos países com a intenção de criar novas abordagens e formas mais autênticas de avaliação. Sua pesquisa foi desenvolvida nesse sentido, trabalhando com problemas parcialmente estruturados e problemas parcialmente abertos. Não foi apresentado nenhum desses problemas no resumo analisado.

Kupari (1998) disse ter trabalhado com estudantes finlandeses e britânicos, de diferentes níveis escolares, e que resultados dessa pesquisa seriam mostrados em sua apresentação. As perguntas que seguem foram as norteadoras de sua pesquisa:

> Quais e como foram desenvolvidos os processos de resolução de problemas e competências nos diferentes níveis escolares? Quais foram os pontos mais problemáticos nesses processos e de que maneira os estudantes explicam suas soluções? Houve quaisquer mudanças nos processos e habilidades dos estudantes mais jovens entre 1990-1995? Quais foram as relações entre as habilidades de resolução de problemas dos estudantes e seus desempenhos em "cálculo"? Quais diferenças podem ser observadas entre os estudantes finlandeses e britânicos? (KUPARI, 1996, p. 438, tradução nossa)

No WG-14: *Linking Mathematics With Other School Subjects*, a pesquisa *Problem Solving Based on the Real World*, de H. Ohsawa (Japão), abordou a resolução de problemas no contexto de uma corrida de revezamento, em pista de atletismo, buscando relacionar a Matemática a outros assuntos e a outros contextos. Ohsawa (1998) afirmou que, além de trabalhar temas relativos à atividade esportiva, a dinâmica possibilitou estudar conceitos de Matemática nesse contexto.

Os *Working Groups* WG-11, WG-12, WG-13 e WG-15 abordaram o tema currículo destacando a importância da Resolução de Problemas nesse contexto, apoiada pelas tecnologias. Falou-se ainda das muitas possibilidades do uso de *softwares* e do trabalho com resolução de problemas nesses ambientes. O WG-19: *Preparation and Enhancement of Teachers* foi dividido em vários subgrupos, que discutiram a ampla gama de assuntos que envolvem o aperfeiçoamento de professores. Em um subgrupo desse WG, *Mathematics Teacher Knowledge and Belliefs and Teacher Education Programs*, cujas discussões abordaram assuntos relacionados ao preparo do professor, destacou-se a necessidade de o professor estar disposto a desenvolver, nele mesmo, uma atitude mais positiva para a Matemática, uma crescente autoconfiança na resolução e proposição de problemas e a habilidade de criar situações adequadas para resolução de problemas. Segundo o relatório desse WG, essas são sugestões que deveriam ser pensadas/seguidas pelo professor para o melhor desenvolvimento de suas aulas.

Dentre os trabalhos apresentados no WG-19, a partir do que se viu no livro de resumos de comunicações curtas, a Resolução de Problemas foi o foco de discussão nos seguintes:

1. *Enseñanza de la Resolución de Problemas y Formación Inicial de Profesores de Matemáticas: Sus Relaciones*. BORRALHO, A. (Portugal).
2. *La Formación Inicial como Proceso de Resolución de Problemas*. AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J. M. (Espanha).
3. *Primary School Teachers and Mathematics Teaching*. SERRAZINA, M. L. (Portugal).

No primeiro deles, Borralho (1996) disse que a pesquisa apresentada era parte de um projeto mais amplo, chamado *Resolución de problemas: Enseñanza, evaluación y formación de profesores*. De acordo com esse pesquisador, em um contexto de formação inicial de professores de Matemática para a escola secundária, durante um ano se trabalhou com a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, contemplando seu desenvolvimento e flexibilidade.

Borralho (1996) afirmou que, em sua apresentação, seriam descritas linhas fundamentais do modelo de formação desses professores; o trabalho desenvolvido por um aluno de formação inicial; seu confronto/conflito no momento de implantar a metodologia em uma sala de aula regular; sua reflexão sobre a formação; a resolução de problemas; e a prática.

Com a pesquisa *La Formación Inicial como Proceso de Resolución de Problemas*, Azcárate e Cardeñoso (1996), da Espanha, falaram sobre uma investigação que se interessou em projetar uma estratégia de treinamento com foco na formação didático-matemática do futuro professor do ensino primário. Para a apresentação, os pesquisadores disseram que seriam expostos os pressupostos básicos do projeto desde seu desenvolvimento, que compreendia o desenvolvimento de processos de resolução de problemas práticos e profissionais realizados com os futuros professores.

Azcárate e Cardeñoso (1996) afirmaram que os problemas matemáticos trabalhados no projeto estavam em consonância com o conhecimento matemático dos níveis escolares da escola primária e que, para sua resolução, eram colocadas em jogo as próprias formas de conceber a Educação Matemática, contrastando-as com novas informações e provocando um processo contínuo de reformulação dos projetos.

Na pesquisa *Primary School Teachers and Mathematics Teaching*, Serrazina (1996) fala sobre um trabalho realizado colaborativamente com três professores da escola primária que não gostavam de Matemática, mas que foram encarregados de implantar um novo currículo com ênfase na abordagem Resolução de Problemas e Uso de Materiais Manipulativos. Serrazina (1996) afirmou que o trabalho com esses professores se estendeu por dois anos e os resultados foram surpreendentes, pois revelaram uma mudança na forma como cada um dos professores enfrentou a Matemática, o ensino e a aprendizagem de Matemática e como isso estava relacionado com o conhecimento pedagógico do conteúdo.

Evaluation of Teaching, Centers, and Systems foi o tema do WG-20, com discussões sobre abordagens inovadoras de avaliação, incluindo o uso de portfólios, avaliação de desempenho e outros. Sobre Resolução de Problemas nesse WG falaram Poblete, Guzmán e Mendez (1998) na pesquisa *Resolución de Problemas y Variedades Didacticas Matemáticas.*

Poblete, Guzmán e Mendez (1996) trabalharam com uma teoria chamada "*Variedades Didácticas Matemáticas"* (VDM), que se refere a uma situação de aprendizagem associada à Matemática construída, considerando como variáveis didáticas situações-problema, contextos e registros. Em sua pesquisa estiveram envolvidos estudantes das escolas secundária e superior, que estudaram o conceito matemático de Derivadas.

Os pesquisadores disseram que na construção de variedades, para representar o conceito de Derivada, foram escolhidas, por exemplo, situações-problema relativas a aproximações, taxa de variação e tangentes como variáveis distintas. Quanto aos resultados, ainda preliminares na ocasião da apresentação, Poblete, Guzmán e Mendez (1996) indicaram que, ao utilizar a estratégia didática proposta, os estudantes aprenderam o conceito de Derivada.

No relatório do WG-25: *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Nicolina A. Malara, da Itália, na posição de organizadora chefe desse WG, afirmou que o destaque do fórum foi a discussão sobre a Didática da Matemática como uma disciplina científica, centrando-a em três aspectos: "i) em seus objetivos e princípios; ii) suas conexões com outras tendências (antropologia, epistemologia, psicologia, etc.); e iii) suas características em diferentes países, a fim de chegar a uma concordância em nível internacional" (MALARA, 1998, p. 219, tradução nossa).

O relatório desse WG é extenso e muito foi discutido sobre o item iii). Dentre os muitos posicionamentos de pesquisadores, oriundos de diferentes países, Hans-Georg Steiner (Alemanha), assessor desse WG-25, afirmou que "[...] podemos declarar na base internacional que „didática da matemática" e „educação matemática" são sinônimos" (STEINER, 1998, p. 220, tradução nossa).

Ao longo deste texto temos destacado pesquisadores brasileiros citados nos *proceedings*, seja por proferir palestras, apresentar pesquisas ou coordenar sessões, mesmo que suas pesquisas não estejam diretamente relacionadas ao nosso fenômeno de interesse. Assim, nesse WG-25 vimos que o professor Antônio Vicente Marafioti Garnica teve sua pesquisa citada nos *proceedings* como aquela que contribuiu “com um „*status* epistemológico‟ da didática da matemática (que também está arraigada às „ciências humanas‟) ” (GARNICA, 1998, p. 227). Sua análise se baseou “na dicotomia entre a abordagem clássica da ciência e uma abordagem „holística‟” (MALARA, 1996, p.227).

Dentre as pesquisas apresentadas nesse WG-25, a de Jarmila Novotná, da Suécia, trouxe resultados de pesquisa, relativos aos conceitos de aritmética e álgebra, trabalhada por meio de “problemas com enunciado”. Essa pesquisa, de acordo com Novotná (1998), foi realizada em parceria com pesquisadores de Montreal, no Canadá. A abordagem sueca focou nos processos de resolução de problemas de estudantes, baseado no método *anatomic analysis*, já apresentado neste texto no WG-4. Essa abordagem se baseia na solução escrita de estudantes que são decompostas em pequenas unidades possíveis para o processo de análise. Um gráfico do fenômeno descoberto foi esboçado e obstáculos e soluções foram discutidos.

No último dos WGs apresentado nos *proceedings*, o WG-26: *Conecctions Between Research and Practice in Mathematics Education*, que teve como organizadora principal a professora Beatriz D‟Ambrosio (USA), foram discutidas conexões entre pesquisa e prática em Educação Matemática, com enfoque na criação de mecanismos para a aceitação do professor-pesquisador como uma forma de conhecimento e como parte do processo de geração de base de conhecimento sobre ensino e pesquisa. Nesse WG, no livro de resumos de comunicações curtas, identificamos a pesquisa *Pedagogia Freinet y Problematizacion Matematicas en ala Enseñanza Primaria* - *“Series Iniciais”*, de Nilce Fátima Scheffer, do Brasil, que abordou “Problematização Matemática” como uma metodologia de trabalho de sala de aula. Scheffer (1996) afirmou que essa metodologia havia surgido como uma alternativa de evolução no sentido de que, por meio dela, o trabalho realizado se dá de forma mais aberta, dentro de um contexto que avalia o que foi realizado pelo aluno individualmente e em grupo.

Essa pesquisadora informou que o trabalho apresentado tinha como objetivo caracterizar a Problematização Matemática em seu aspecto teórico, contextualizando-a em uma prática de Pequisa-Ação na qual a experiência da aula teve predominância investigativa. Quanto aos resultados, Scheffer (1998) afirmou que se pode inferir e sustentar uma melhor aprendizagem com base na pedagogia Freinet: “possibilidade pedagógica que reúne aspectos afetivos, sociais e cognitivos” (SCHEFFER, p. 112, tradução nossa). Além disso, Scheffer informou que sua pesquisa contemplava uma análise da convergência entre a Pedagogia Freinet e as vertentes da Educação Matemática.

Finalizado o relatório dos WGs nos *proceedings*, o texto que segue, nesse documento, é o relativo aos TSGs que nesse ICME-VIII totalizaram 26, abarcando uma ampla gama de temas relativos à Educação Matemática.

O primeiro deles – *Primary School Mathematics* – foi dividido em duas sessões, sendo a primeira para tratar de assuntos relacionados à educação de crianças com idades abaixo de 9 anos e a segunda para discutir as mesmas questões, mas com crianças com idades entre 9 e 11 anos. A organizadora chefe desse TSG foi a pesquisadora Régine Douady, da França, e Francisco T. Sánchez-Cobo, o coordenador local.

Na primeira sessão, a pesquisa de Tom Cooper e Anne Heirdsfield fez referência a um estudo longitudinal realizado na Austrália em que foram exploradas estratégias utilizadas por crianças, ainda pequenas, em exercícios algorítmicos e em “problemas com enunciados”. Os primeiros resultados mostraram que

> [...] as crianças usam procedimentos mentais no contexto de problemas do mundo real e seus procedimentos frequentemente não se assemelham aos algoritmos ensinados na escola. No entanto, a representação algorítmica de exercícios tende a suscitar estratégias ensinadas na escola. (COOPER; HEIRDSFIELD, 1998, p. 240, tradução nossa)

A pesquisa se estendeu por um período de dois anos (segundo e terceiro ano escolar) e durante esse período foram realizadas entrevistas, cujos resultados comprovaram o uso de uma maior variedade de estratégias – que não se referiam àquelas aprendidas na escola – quando resolviam “problemas com enunciados” do que na resolução de exercícios algorítmicos. Esses estudantes, no entanto, tentaram resolver mais os “problemas com enunciados” do que os exercícios algorítmicos e foram mais bem-sucedidos nos primeiros. Cooper e

Heirdsfield (1998) disseram que, quando os exercícios envolviam cálculos com três dígitos, por exemplo a multiplicação de números com três algarismos, notou-se uma exceção pois, nesses casos, as crianças tentaram, mais frequentemente e com maior sucesso, calcular fazendo uso da forma algorítmica do que no formato de “problemas com enunciados”. Os pesquisadores afirmaram que, em geral,

> [...] estratégias não tradicionais predominaram nas três primeiras entrevistas mas, na quinta entrevista, estratégias mais populares como o cálculo da multiplicação da direita para a esquerda, como ensinada na escola, especialmente quando os problemas eram apresentados como exercícios algorítmicos, eram mais usadas. (COOPER; HEIRDSFIELD, 1998, p. 240, tradução nossa)

Em conclusão, Cooper e Heirdsfield (1998) alertaram sobre o modo como a compreensão de estratégias espontâneas das crianças pode ser útil no desenvolvimento de um currículo de matemática mais efetivo.

No TSG-2: *Secondary School* Mathematics, a pesquisa *The method of “Basic Problems”,* de A. A. Ignatyev (Ucrânia), ressaltou a importância do ensino de problemas geométricos no currículo da escola secundária. De acordo com Ignatyev (1996), enquanto os alunos resolvem problemas relembram conhecimentos teóricos, ganhando habilidade em aplicar esses conhecimentos em seu trabalho prático.

Esse pesquisador afirmou que, primeiramente, os alunos devem encontrar um plano para resolver o problema e que um método eficiente de ensino se baseia no plano de resolução do problema. Sua pesquisa se propôs a apresentar um método de criação de plano, pelos alunos, para a resolução de problemas. Ignatyev (1996) relatou que, esse método baseia-se na resolução de problemas “básicos” e que esses problemas são aqueles que provam correlações que são eficientemente usadas na resolução de muitos outros problemas. O pesquisador argumentou que não existe uma quantidade estimada de problemas “básicos” que deverão ser trabalhados pelos alunos. Contudo, os alunos têm que conhecer um certo número desses problemas porque, sem eles, não estarão aptos para resolver nenhum problema mais difícil.

A partir do resumo apresentado não foi possível definir o que Ignatyev considera um problema “básico”. O uso das aspas na palavra “básicos” carrega algum significado, no entanto, não há informações no documento que nos permita afirmar quem é ele. A pesquisa de Ignatyev (1996) consta do livro de resumos de comunicações curtas.

O TG-3, cujo organizador chefe foi o pesquisador Joel Hillel (Canadá) e José Carmona Alvarez (Espanha), o organizador local, recebeu o título de *University Mathematics*. Para as discussões desse TG, quatro temas foram criados. Em três deles, cujos temas seguem no próximo parágrafo, foram citadas pesquisas com algum enfoque em Resolução de Problemas.

1. *Innovative delivery of mathematics*.
2. *Cognitive research in undergraduate mathematics and its implication for teaching and learning*.
3. *Curriculum innovations such as the redesigning of traditional courses, the introduction of new courses, and the restructuring of (a substantial part of) the curriculum*.

No tema 1, as discussões abordaram métodos inovadores no ensino de Álgebra. Dentre as apresentações, Pier Luigi Ferrari, da Itália, relatou a experiência vivida em um curso de Ciências da Computação em que a disciplina de Álgebra Abstrata foi embasada, em sua maioria em problemas, em contraste com cursos tradicionais desse componente curricular, com particular ênfase nas diferentes representações de um dado conceito. De acordo com Ferrari (1998), o resultado dessa mudança promoveu melhoras significativas nas habilidades de resolução de problemas dos estudantes. Em razão do caráter resumido do texto, não foi possível identificar mais detalhes sobre o trabalho de Ferrari (1998) como, por exemplo, o modo como foram trabalhados os problemas.

Nessa mesma sessão, a brasileira Janete Bolite Frant apresentou pesquisa envolvendo um estudo no componente curricular Álgebra Linear. A estratégia assumida por ela envolveu aulas teóricas, palestras e a escrita de um diário, pelos estudantes, sobre algum teorema ou problema trabalhado. Frant

(1998) disse que esse processo permitiu que os erros dos estudantes se tornassem mais aparentes e, nesse caso, o professor pôde melhor intervir.

No tema 2, uma análise do comportamento metacognitivo de estudantes, resolvendo problemas de volume de sólidos de revolução, foi realizada por Hegedus (1998), do Reino Unido, a partir das categorias de resolução de problemas elaboradas por Schoenfeld. No relatório dos *proceedings*, escrito por Joel Hillel, não houve mais informações sobre a pesquisa de Hegedus (1998).

No tema 3, P. Kahn (UK) falou sobre as mudanças ocorridas nos currículos da graduação em Matemática de seu país até aquele momento. Kahn (1998) disse que sua pesquisa era resultado de um questionário aplicado em 50 Departamentos de Matemática do Reino Unido, buscando identificar essas mudanças.

Em uma análise mais detalhada sobre alguns departamentos representativos, Kahn (1998) afirmou que era possível discernir por mudanças, que incluíam: redução de conteúdo; introdução de novos cursos (exemplo: Geometria, Resolução de Problemas, Modelagem); e mudanças nas perspectivas de cursos existentes (exemplo: aulas baseadas em problemas; uso de computadores; projetos de trabalho; ligação com outras disciplinas).

No TG-6: *Mathematics Teaching from a constructivist point of view*, a pesquisa *La Resolución de Problemas y el desarrollo de la estrutura cognitiva una estrategia; su resultado* (publicada no livro de resumos de comunicações curtas), de autoria de Bonacina (1998), se referiu a um modelo de ensino desenvolvido, por meio de uma pesquisa-ação, no Ciclo Básico da Universidade. Essa pesquisadora investigou sua própria prática, embasada em uma metodologia de resolução de problemas (ela própria e compatíveis) sob o referencial de teorias psicológicas, como o Cognitivismo e o Construtivismo.

Fostering of Mathematical Creativity foi o tema do TG-7, coordenado por Erkki Pehkonen (Finlândia) e Lluis Segarra (Espanha). Nele, “problemas com fins abertos” foram citados como um método de ensino que promove a criatividade (comumente negligenciada na sala de aula) em Matemática, pois problemas desse tipo têm muitas conexões com a criatividade e seus métodos de promoção

(PEHKONEN, 1998). Pehkonen relembra em seu texto a concepção que subjaz o método “problemas com fins abertos”, recordando seu precursor, o pesquisador Shigeru Shimada (1977). Ao mesmo tempo em que Shimada desenvolvia esse método no Japão, um tipo de “problemas com fins abertos”, usando investigações, se tornava popular no ensino de Matemática na Inglaterra, disse Pehkonen. Embora essas abordagens tenham sido originadas em meados de 1970, foi somente na década de 1980, por meio do relatório *Cockcroft-report* (1982), que a ideia do uso de alguma forma de “problemas com fins abertos” na sala de aula se espalhou por todo o mundo e a pesquisa sobre essa possibilidade passou a ser vivida em muitos países (PEHKONEN, 1998). Na Alemanha, por exemplo, Pehkonen afirmou que as escolas de tempo integral deixavam, em seus currículos, um quinto do tempo de aula com conteúdos livres para encorajar professores a usar atividades matemáticas com enfoque no método *open-approach*. Além desse país foram citados casos do trabalho com esse método na Califórnia e na Austrália, bem como uma publicação no periódico internacional *ZDM* (*Journal International Reviews on Mathematics Education*), em 1997, chamada “*Using open-ended problems in mathematics*” (PEHKONEN, 1998). De acordo com Pehkonen, essa publicação foi baseada nas apresentações das discussões de um grupo do PME (*Psychology Mathematics Education*), realizado no Japão em 1993.

Dentre as apresentações desse TG-7, o professor Edward Silver (USA) falou sobre *Fostering mathematical creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing*, enquanto que o professor Yoshihiko Hashimoto (Japão) descreveu a Resolução de Problemas e o método “abordagem com fins abertos” em uma pesquisa chamada *The methods of fostering creativity through mathematical problem solving*. Além desses pesquisadores, o professor Shuk-Kwan S. Leung (C*hiayai*, Taiwan) falou sobre o papel da proposição de problemas, na pesquisa *On the Role of Creative Thinking in Problem Posing*, cujo resumo consta das publicações do livro de resumos de comunicações curtas.

No final do relatório desse TG, nos *proceedings*, foi dito que os textos das palestras desse grupo de discussão foram publicados na íntegra no ZDM, volume 3, 1997. Imaginamos que, possivelmente, o papel dos “problemas com fins abertos” na promoção da criatividade, tema desse TG-7, pode ter sido mais bem evidenciado nesse documento. No entanto, não tivemos acesso a esse volume do ZDM para a escrita deste texto.

A pesquisa de Leung (1998), *On the role of creative thinking in posing Arithmetic word problems*, abordou o papel do pensamento criativo na proposição de problemas matemáticos. Esses problemas foram trabalhados com um grupo de futuros professores, que formularam uma sequência de problemas a partir de uma situação descrita em uma história. Leung (1998) examinou o papel do pensamento criativo baseado na teoria de Torrance: “fluência, flexibilidade e originalidade”.

Uma análise quantitativa do estudo de Leung (1998) sugeriu que não houve diferença significativa entre pensadores mais criativos ou menos criativos na produção de problemas, categorizados de acordo as múltiplas dimensões de complexidade. Contudo, uma comparação qualitativa indicou que pensadores altamente criativos tendem a produzir mais problemas com componentes da história estendida. Além disso, análises quantitativas subsequentes, usando uma pontuação secundária sobre o pensamento criativo, retratavam relações interessantes da criatividade e da proposição de problemas.

O TG-10: *Problem Solving Throughout the Curriculum* foi organizado por Kay Stacey (Austrália) e José Carrillo, coordenador local. Stacey (1998) lembrou que “cada vez mais o sucesso da educação matemática estava sendo julgado pelo poder que dá aos estudantes de lidar com aspectos de sua vida e de seu trabalho, em casa e como cidadãos informados” (STACEY, 1998, p. 289, tradução nossa). Assim, afirmou que esse TG-10 estava interessado em teorias e práticas que pudessem propiciar aos estudantes o poder de usar ideias matemáticas para resolver problemas que surgem dentro da própria Matemática e fora dela.

Após terem sido apresentados os objetivos do TG-10, como exposto no parágrafo anterior, em uma primeira sessão, quatro pesquisadores (Maria Luz Callejo, Hugh Burkhardt, Koji Yamazaki, Kaye Stacey) falaram sobre como garantir que programas de Matemática dessem atenção adequada à resolução de problemas. As falas desses pesquisadores deram origem a uma segunda sessão, com grupos trabalhando separadamente, cujas discussões foram orientadas pelos seguintes temas: os desafios de projetar e administrar avaliações apropriadas de resolução de problemas; os requisitos especiais de resolução de problemas na formação de professores; as possibilidades de um currículo de matemática inovador; e o que a pesquisa revelou sobre fatores psicológicos e sociais que são relevantes para a resolução de problemas.

Sobre o texto apresentado nos *proceedings,* relativo a esse TG-10, Stacey afirmou que os idiomas adotados para a escrita foram o Espanhol e Inglês.

María Luz Callejo do "Instituto de Estudos Pedagógicos Somosaguas" (IEPS), de Madrid, Espanha, foi a primeira a falar, na primeira sessão, no TG-10. Essa pesquisadora apresentou uma proposta para a formação continuada de professores centrada na resolução de problemas, baseada em uma ampla pesquisa realizada com professores do referido instituto.

De acordo com Callejo (1998), essa proposta foi desenvolvida ao longo de oito anos no IEPS e os efeitos na prática de sala de aula desses professores vinham sendo estudados. Os quatro princípios que guiaram as atividades dos professores em formação foram apresentados em sua palestra, mas não foram levados para o texto dos *proceedings*. Callejo (1998) explicou ainda, como lidar com a formação continuada de professores em resolução de problemas e informou sobre experimentos que haviam sido empreendidos no curso, que foram levados para a sala de aula regular por um grupo de professores.

Em seguida, Hugh Burkhardt, da Universidade de Berkeley (USA) e Nottingham (UK), apresentou uma visão, formada em longo prazo, do progresso que tinha sido conseguido na introdução de problemas matemáticos que refletem aplicações reais no ensino de Matemática. Burkhardt (1998) examinou "um tipo de tarefa que os estudantes fazem, como „resolução de problemas‟ nas escolas, questionando a natureza dessas tarefas, que pareciam não demonstrar o poder da Matemática" (BURKHARDT, 1998, p. 290, tradução nossa). De acordo com esse pesquisador, tarefas para estimular a Resolução de Problemas deveriam ilustrar como ideias matemáticas podem ser aplicadas para resolver problemas de interesse dos estudantes, com respostas úteis que não eram conhecidas antecipadamente. Foram apresentados, em sua palestra, exemplos de problemas que ilustravam as muitas diferentes formas sobre como os problemas na escola podem se relacionar aos do mundo real, desde os altamente artificiais até problemas reais. Além disso, Burkhardt mostrou alguns exemplos de problemas que capturam a ideia do mundo real, mas que são pedagogicamente menos exigentes e que podem ser usados com sucesso por um elevado número de professores.

Finalizando o resumo de sua palestra nos *proceedings*, Burkhardt afirmou que "o ideal de trazer o mundo real para a sala de aula é uma meta distante, mas que vale a pena lutar" (*Ibid*. p. 290, tradução nossa).

Koji Yamazaki, professor da *Setagaya Junior High School*, associada com a *Tokyo Gakugel University*, no Japão, falou sobre princípios de aprendizagem de situação-problema *(problem situation learning*) no novo currículo do Japão. Essa metodologia tem em seu corpus "problemas com fins abertos" e a abordagem de inventar problemas (*making up problems*) pois, conforme relatou, "problemas com fins abertos" possuem múltiplas respostas corretas que o professor usa para encontrar alguma coisa nova para cada aluno. Na estratégia de inventar problemas, os estudantes, trabalhando sobre suas próprias modificações a partir de um problema básico, podem aprender a identificar o que é similar numa classe de problemas. De acordo com Yamazaki (1998), professores no Japão vinham tentando adequar a resolução de problemas pelo uso dessas duas estratégias.

No relatório dos *proceedings* foi dito que Yamazaki explicitou oralmente como deveria ser o trabalho com ambas as abordagens (*problem situation learning* e *making up problems*), ilustrando sua fala com alguns exemplos de problemas e diagramas de processos de ensino. Além disso, esse pesquisador apresentou um plano de aula que mostrou como essas duas estratégias de ensino elevam as oportunidades de os estudantes aprenderem a resolver problemas.

Kaye Stacey, da *University of Melbourne*, falou sobre dois principais eixos, sublinhou algumas experiências recentes de resolução de problemas na Austrália e apresentou exemplos de problemas que estavam amplamente em uso nesse país:

> Jogos não relacionados ao currículo usual para expandir as habilidades de pensamento dos estudantes; curtos problemas não usuais, para

> serem usados no currículo normal para que os alunos pensem sobre a Matemática de uma nova maneira; investigações extensivas onde os estudantes precisam formular um modelo matemático ou encontrar relações em grandes quantidades de dados reais; e investigações matemáticas puras. (STACEY, 1998, p. 290-291, tradução nossa)

Sobre o resultado do trabalho com resolução de problemas na Austrália, Stacey afirmou que os estudantes eram mais motivados a enfrentar questões não familiares, de intensa, criativa e cooperativa atmosfera, que poderiam ser encontradas em algumas aulas e, ainda, tinham à sua disposição a tecnologia necessária, que eles tinham aprendido a utilizar, para enfrentar problemas com muitos dados. Disse ainda que muitos estudantes passaram a ver a Matemática, desde então, como atividade gratificante, que faz sentido, com resultados positivos, tanto para alunos quanto para professores, em razão de terem adquirido uma melhor compreensão dos processos de investigação matemática (STACEY, 1998).

Stacey chamou atenção para o fato de que os estudantes, no trabalho com resolução de problemas, desenvolveram a compreensão da necessidade de considerar resultados não razoáveis na solução matemática, levando-os, inclusive, a melhorar a comunicação oral e escrita da matemática. Por outro lado, disse a pesquisadora, em alguns locais, o tempo gasto com resolução de problemas vinha sendo excessivo, pois estudantes e professores colocavam ênfase no formato e tamanho de relatórios, em vez de se confrontar com conteúdos matemáticos em bons problemas.

De acordo com Stacey, alguns problemas usados eram bem triviais ou altamente artificiais e alguns professores vinham fomentado adivinhações simples a soluções como método adequado de resolução de problemas e não demonstravam aos estudantes o poder das habilidades técnicas e habilidades no cálculo. A implantação da resolução de problemas no currículo, conforme relatou Stacey, parece ter estado comercializada entre o desenvolvimento adequado de habilidades técnicas em Matemática ou a habilidade de abordar problemas não familiares. Stacey observou que as tentativas de ensinar resolução de problemas vinham resultando em um sucesso misto e propôs que grupos de discussão devessem maximizar benefícios e minimizar perdas.

Finalizando sua fala, Stacey retomou uma questão que, segundo contou, havia sido proposta no início das discussões: “Como podemos garantir que programas de matemática deem atenção adequada à resolução de problemas?" Em continuidade, chamou atenção para quatro fatores importantes que precisariam ser atendidos, se o desejo era o de que esse objetivo fosse atingido: "currículo, avaliação, compreensão básica dos processos envolvidos e educação de professores" (STACEY, 1998, p. 291, tradução nossa). Finalizando, Stacey disse que "professores precisam avançar mais nas habilidades de ensinar com a abordagem de resolução de problemas do que ensinar mecanicamente" (*Ibid.*).

Conforme os *proceedings*, a segunda sessão resultou das falas dos quatro pesquisadores, que foi separada em quatro temas: 1). *Assessment of problem solving*; 2). *Teacher education for Problem Solving;* 3). *Innovative Problem Solving Curricula*; 4). *Psychological and social aspects of problem solving.*

No grupo 1, a discussão foi conduzida a partir de três falas que foram proferidas por Malcolm Swan (UK), Beth Lee (Austrália) e Mary Falk de Losada (Colômbia). Swan (1998) falou sobre *Balanced Assessment Project,* um projeto responsável pela produção de tarefas avaliativas alinhadas com objetivos, conteúdos e desejadas abordagens de ensino do currículo. Suas observações centraram-se no equilíbrio dos critérios da estrutura e da transparência dos objetivos desejados para estudantes resolvendo "problemas abertos" ou não estruturados, ilustrando-os com exemplos desenvolvidos pelo projeto. Swan destacou a importância em empregar ambos os procedimentos de avaliação, holístico e pontuação detalhada (*point-by-point*), enfatizando a natureza complementar da informação obtida em cada caso.

Lee (1998) apresentou resultados de um projeto que colocava resolução de problemas no núcleo do Programa de Matemática de uma grande escola e revelou o processo de critérios de avaliação que foram desenvolvidos como parte do projeto. Ela ressaltou o desenvolvimento de um portfólio e conferência e listou critérios de avaliação que vinham sendo utilizados com sucesso.

Losada (1998) salientou que esforços combinados da comunidade de educação matemática poderiam resolver o conflito aparente entre o tempo reduzido de professores para preparar bons problemas e o tempo necessário (*a priori*), antecipando caminhos da solução usada pelos estudantes, bem como a necessidade (*a posteriori*) de revisar as abordagens atuais, processos e argumentos empregados. A pesquisadora discutiu uma componente base do estudo que sugere que, a solidez e a criatividade dos meios utilizados ao apresentar problemas para os estudantes, irão refletir na originalidade e solidez de seus argumentos quando resolvem problemas.

No grupo de discussão *Teacher Education for Problem Solving*, foram abordados os seguintes assuntos: “Um modelo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática” e “resolução de problemas no desempenho de professores em formação”. Sobre o primeiro tema, foi dito que se tratava de uma pesquisa de doutorado desenvolvida por Carrillo (1998) havia pouco tempo. Já o segundo tema se referia a uma pesquisa desenvolvida por Taplin (1998), da Austrália e Hong Kong.

Um dos propósitos desse grupo de discussão foi o de manter a participação ativa de professores de sala de aula, presentes em quantidade no grupo, evitando que a fala estivesse centrada em um número reduzido de pesquisadores, mas a todos os que dele participavam. O número de professores de sala de aula presente na sessão garantiu discussões de ideias que já haviam sido postas em prática constatando-se, nessas discussões, que mesmo professores cujas crenças em resolução de problemas eram fortes, encontraram sérios obstáculos quando tentaram implantar a teoria. A difícil tarefa de administrar novos aspectos do assunto ao mesmo tempo, como novos grupos de estudantes e negociar normas sociais na sala de aula, foi destacada no documento como um fator dificultante. Além disso, foi dito ainda que, em algumas escolas, a falta de treinamento de professores para trabalhar com resolução de problemas nas aulas de Matemática fazia com que aulas baseadas em uma metodologia de resolução de problemas se tornassem impossíveis.

No terceiro grupo de discussão, *Innovative Problem Solving Curricula,* Navarra (1998), da Itália, falou sobre um trabalho que realizou com crianças de onze anos em uma situação de laboratório. O objetivo de seu trabalho foi o de fazer com que os alunos pudessem melhorar suas competências argumentativas e linguísticas, a partir de análises e de discussões de problemas com enunciado que apresentavam dados insuficientes. Deles também era requisitada a elaboração de problemas do mesmo tipo, que eram examinados e discutidos por todos os demais colegas de classe, sempre sob a supervisão do professor.

Lyn English (Austrália) apresentou nessa sessão uma pesquisa, realizada por uma professora com um grupo de dez alunos, envolvendo problemas com fins abertos. English (1998) contou que a professora mostrava, inicialmente, às crianças diferentes tipos de questões/problemas com fins abertos (dedutivo, combinatório e cálculo) e a elas eram solicitadas a elaboração de questões do mesmo tipo. Ao final do projeto, disse English, as crianças preferiam questões do tipo dedutivo, eram indiferentes àquelas que pediam cálculo e não se simpatizavam com os do tipo combinatório.

Howard Tanner (País de Gales) falou sobre um projeto realizado em larga escala em seu país, que visava o desenvolvimento de habilidades metacognitivas de planejamento, monitoramento constante do próprio progresso de evolução e reflexão no final da resolução de um problema. Os resultados desse projeto indicaram que os alunos participantes tiveram melhor desempenho do que aqueles das classes de controle, em medidas de conhecimento estratégico e uso de habilidades metacognitivas, continuando a fazê-lo mais tarde (TANNER, 1998).

No grupo de discussão *Psychological and social aspects of problem solving*, Zahra Gooya (Iran) abordou a sutil e variada maneira de como aspectos cognitivos interagem com aspectos sociais na sala de aula e nos grupos de trabalho. Essa pesquisadora afirmou que fatores sociais, algumas vezes, inibem a produção em resolução de problemas nos grupos e que, por essa razão, ela desenvolveu e investigou estratégias para incentivar estudantes a formar relações de trabalho respeitosas com seus pares e com o professor, promovendo a aprendizagem e resolução de problemas (GOOYA, 1998).

Nick Scott (Austrália) estimulou uma discussão de grande alcance sobre questões metodológicas e seus resultados. No primeiro caso, falou sobre o tempo necessário para observar a resolução de problemas, efeitos de estruturas dos grupos, etc, e sobre o grau de dificuldade dos problemas a serem usados.

Nas conclusões desse TSG, foi dito que o desafio de desenvolver nos estudantes habilidades de resolução de problemas foi visto como uma questão importante, com muito trabalho para ser realizado. Ainda nessas conclusões, foi dito que nos ICMEs V e VI, nas sessões de resolução de problemas, em relação aos trabalhos apresentados, viram-se dois distintos grupos, os dos países que estavam pela primeira vez reconhecendo o papel da resolução de problemas no currículo e o dos países em que a resolução de problemas havia sido institucionalizada, com resultados bons e ruins. Esses últimos estavam preocupados com a realização da ampliação do potencial de inovação. Em ambos os casos, os participantes estavam de frente ao desafio de fazer da Resolução de Problemas parte significativa do currículo e de elaborar formas para que a maioria das crianças fosse beneficiada pelas oportunidades que a Resolução de Problemas tinha para oferecer (STACEY; CARRILO, 1998).

No TG–17: *Mathematical Modelling and Applications* (MMA), dentre os temas discutidos, a Resolução de Problemas foi abordada na fala de Ye (1998) sob dois aspectos: *Mathematical Contests in Modelling* (MCM) e *The Teaching of Mathematical Modelling*. O MCM foi trabalhado em cursos de graduação, com início nos Estados Unidos em 1985, sendo difundido para outros nove países, dentre eles a China, destinados a melhorar a resolução de problemas e habilidades na escrita em um ambiente de equipe. A cada equipe eram apresentados dois problemas, que deveriam ter um deles escolhido para o trabalho. As equipes, tendo iniciado o trabalho, não discutiam o problema com o professor ou com qualquer outra pessoa, pois era esperado que os participantes usassem todas as informações disponíveis no problema. Era permitido ainda que fossem realizadas pesquisas em diferentes fontes como computador, biblioteca, etc. Os problemas trabalhados tendiam a ser aqueles com de fins abertos e eram esperadas mais de uma solução.

A atenção dada às respostas focava na clareza, na análise e no caminho percorrido para chegar à solução. Cada equipe tinha até três dias para enviar a solução em um documento escrito, que era julgado em até três semanas depois do envio.

Ye (1998) falou sobre três problemas comuns no planejamento para ensinar num curso de MMA: a)Como ensinar? Como projetar um curso? Quais livros-texto usar? b)Como ensinar e, especialmente, como organizar um grupo de estudos? c)Quem é qualificado para ensinar nesse curso? E concluiu dizendo que foram beneficiados com a experiência e a prática do MCM, desenvolvendo boas ideias para resolver esses três problemas.

Em outras discussões – *Mathematics at school and reality* (H. W. Henn); *An integrated approach to mathematical modelling* (H. Doerr); *Investigations in the mathematics classroom* (J. M. Varandas) – a resolução de problemas esteve presente, mas o enfoque das discussões foi para a Modelagem Matemática, sendo a resolução de problemas o processo. Nessas falas foi notada preocupação com o desenvolvimento e a aplicação de tarefas que visavam a melhorar habilidades matemáticas de estudantes em resolução de problemas, a aprenderem a se comunicar e a raciocinar matematicamente com suporte na Modelagem Matemática.

Nesse TG, dois pesquisadores brasileiros apresentaram suas pesquisas: Dario Fiorentini e Maria do Carmo Domite Mendonça. Fiorentini (1998) falou sobre a pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil e Mendonça (1998) sobre a Metodologia "Problematização", com o artigo *Problematization: Posing the problem in mathematical modelling*.

A pesquisa de Mendonça (1998) foi desenvolvida com o objetivo de dar clareza aos processos que ocorrem nas interações pedagógicas, por meio da formulação de problemas matemáticos, que é discutida, analisada e resolvida através de processos de Modelagem Matemática. O processo de formulação de problemas, relatou essa pesquisadora, é composto por um movimento de "ida e volta" entre perguntar e encontrar respostas do que se deseja que venha a evoluir para um problema matemático.

Em relação à teoria "problematização", foi dado destaque às características distintas do processo: começa em uma situação real, aquela que se refere a situações que ocorrem fora das aulas de Matemática, ou seja, na vida real, no mundo ao nosso entorno.

Quatro estratégias especiais, que vinham sendo usadas para introduzir e aplicar a "problematização" (espontâneo, tema gerador, provocativo e analógico), foram destacadas. Resultados positivos do trabalho com essa abordagem, realizados em uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental II, também foram apresentados por Mendonça.

No TSG–18: *Roles of Calculators in the Classroom*, Waits e Demana (1998) falaram sobre *Calculators in the classroom*. Para esses pesquisadores, muitos métodos de cálculo, especialmente aqueles realizados com lápis e papel, iriam se tornar obsoletos no futuro e, por essa razão, mudanças no currículo de Matemática seriam necessárias. Assim, o currículo de matemática poderia focar mais na resolução de problemas; conceitos e aplicações; e compreensão.

No TG-22: *Mathematical Games and Puzzles*, viu-se a resolução de problemas, nas palavras de Eriksson (1998), de Estocolmo, trabalhada a partir de uma situação problema – *Which is the optimal serving table?* – que exigia dos alunos tomar uma decisão sobre qual deveria ser a área máxima do tampo de uma mesa, com rodinhas, para que ela pudesse transitar por um corredor transportando comida, da cozinha para a sala de jantar. Esse corredor possuía um canto e a mesa deveria passar livremente por ele.

Essa situação-problema era trabalhada em um curso de Métodos Numéricos. Eriksson relatou que importantes propriedades foram sendo descobertas pelos estudantes ao longo dos anos, por exemplo que a área ótima de uma mesa nas condições exigidas pela situação-problema era igual ao ângulo $90º + \alpha$ e $90º - \alpha$. Eriksson falou que provar essa propriedade foi surpreendentemente difícil, mas que, antes, encontraram uma elegante explicação elementar. Essas soluções não foram apresentadas nos documentos que analisamos (ERIKSSON, 1998).

Lynette McClellan e John A. Malone (Austrália) falaram sobre uma abordagem inovadora de atividade-orientada (*activity-oriented*) para a resolução de problemas, com estudantes de baixo desempenho na Escola Secundária. A abordagem implicava em introduzir problemas aos estudantes através de jogos, com o propósito de motivá-los a participar da investigação, mantendo-os interessados durante toda a atividade de resolução de problemas.

McClellan e Malone (1998) afirmaram que essa abordagem foi desenvolvida em uma universidade pública de seu país e que, a partir dela, foi desenvolvido um jogo matemático com o objetivo de aumentar as habilidades de resolução de problemas de estudantes. Um "estudo de caso" foi realizado com 15 estudantes enquanto jogavam, durante vinte semanas, analisando suas habilidades em resolver problemas nesses ambientes.

Os resultados do estudo, de acordo com McClellan e Malone (1998), indicaram que o jogo pode, efetivamente, ser utilizado para introduzir e motivar a resolução de problemas; certos tipos de jogos são mais apropriados para introduzir a resolução de problemas do que outros; e que o modelo testado pôde aumentar as atitudes dos estudantes para a resolução de problemas e para a matemática em geral. Professores responderam positivamente ao trabalho realizado com os jogos, concordando que o modelo não só produziu resultados, mas, também, legitimou o uso dos jogos. Essa consideração era nova, conforme ressaltaram, pois até aquele momento o jogo era considerado pelos professores como uma opção "*soft*" na promoção da compreensão e aprendizagem matemática dos estudantes.

Um único trabalho deste TG-22 foi apresentado no livro de resumos de comunicações curtas, de autoria da professora Célia Regina Grando, do Brasil: *El Juego y sus posibilidades metodológicas en el proceso de Enseñanza-aprendizage de la matemática*.

Grando (1998) falou sobre a possibilidade de os jogos, vinculados a uma concepção estratégica do ensino com resolução de problemas, serem capazes de estabelecer uma outra dimensão para os vários problemas notados nos processos que implicam o ensino e a aprendizagem de Matemática. Essa pesquisadora afirmou ainda que, no contexto da Educação Matemática, vê-se o jogo como um gerador de situações-problema e desencadeador da aprendizagem do estudante.

No TG-26: *International Comparative Investigations*, um estudo sobre Resolução de Problemas, que se interessou por investigar o comportamento de estudantes enquanto resolvem problemas, é resultado de uma parceria entre Estados Unidos e Japão. Jerry Becker (USA), Toshio Sawada e Yoshinoro Shimizu (Japão) foram os responsáveis por conduzir o estudo subordinado ao título *Cross-national Research on Students" Problem Solving Behaviors*. Resultados de alunos, com diversos problemas não rotineiros, foram coletados em ambos os países, em diferentes níveis de ensino. Becker, Sawada e Shimizu (1998) afirmaram que a natureza descritiva do estudo forneceu informações que ajudaram a documentar os resultados de comportamentos de estudantes, pertencentes aos dois países, enquanto resolviam problemas como, também, forneceu contrastes sobre esses comportamentos. Além disso, apesar de vários fatores culturais, sociais e outros desempenharem um papel importante na análise dos dados, resultados e contrastes entre os dois países, há evidências de que, o que se passa, nas salas de aula dos dois países, é muito diferente no que diz respeito à forma como são concebidas as aulas, com base no pensamento dos alunos, interações professor-aluno e aluno-aluno, na gestão das aulas e no currículo matemático em si mesmo.

Encerrado o texto referente aos TGs, nos *proceedings*, vimos que as demais sessões desse documento não apresentam pesquisas que tenham relação com nosso objeto de investigação. Assim, nossa análise se voltou para o livro de palestras selecionadas que, como foi dito por nós no início do texto referente a este ICME-VIII, é composto por 33 textos completos, das 56 palestras regulares. Dentre as 33 palestras, duas abordaram a Resolução de Problemas: 1*. School stereotype word problem and the open nature of applications,* de Pearla Nesher (Israel); e 2. *Semantic Structures of Word Problems – Mediators between Mathematical Structures and Cognitive Structures?*, de Siegbert de Schmidt (Alemanha).

Nesher (1998) iniciou sua palestra falando sobre a atenção que vinha sendo dada, em pesquisas, aos problemas com enunciados havia mais de duas décadas (1976-1996). Para essa pesquisadora, a forma como foram trabalhados os problemas com enunciados nessas duas décadas não diferia em muito daqueles de mesma natureza, trabalhados no século XVIII, exceto no caso do contexto, uma vez que, naquele século, o contexto estava relacionado a fazendas, sítios, quantidades de animais, etc.

Nesher disse que não havia uma compreensão muito clara, mesmo entre educadores matemáticos, sobre o propósito de ensinar problemas com enunciado e que mesmo esses problemas tendo sido trabalhados por duas décadas, as pessoas ainda não sabiam bem como fazer isso. Para ela, depois de resolver muitos problemas com enunciados, muitos estudantes não eram capazes de relacionar esses problemas com os encontrados em suas vidas e, pelo comportamento deles, ainda que internamente, pareciam dizer: “Não há conexão entre a vida real e o que o professor está dizendo para eu fazer” (NESHER, 1998, p.335, tradução nossa).

Com a finalidade de contribuir com a discussão, Nesher argumentou que a maioria das pesquisas, realizadas entre as décadas de 1970 e 1990, foram sustentadas pelo paradigma da ciência cognitiva e que, se quiséssemos ensinar resolução de problemas, precisaríamos saber quais os processos cognitivos envolvidos e dar às crianças a oportunidade de lidar com eles, pois “modelar situações da vida real, com ferramentas matemáticas significativas, é estar familiarizado com esquemas matemáticos de ações” (NESHER, 1998, p.336, tradução nossa).

Foi esse o foco da palestra de Nesher, que destacou dois aspectos que devem ser considerados no ensino de problemas com enunciados: “aprender as ferramentas matemáticas usadas para modelar mas, ao mesmo tempo, libertando as atividades de serem artificialmente limitadas” (*Ibid.*).

Nesher (1998) abordou importantes assuntos em sua palestra – “Resultados da Pesquisa Cognitiva”; “Esquemas aditivos e multiplicativos”; “Problemas mais complexos”; “O „aberto‟ nas aplicações”; e “O que deve ser considerado um problema com fins aberto?” – que não foram trazidos na íntegra para este texto, em razão da natureza desta pesquisa. No entanto, aspectos mais gerais foram trazidos para este texto que, em nossa compreensão, expuseram os principais interesses dessa pesquisadora com sua palestra, foram trazidos.

Finalizando sua palestra, Nesher (1998) disse, que a fim de ajudar as crianças a lidar com aplicações matemáticas faz-se necessário ensinar esquemas matemáticos básicos e, também, onde e quando eles serão aplicados. “Pedagogia é a arte de ensinar coisas gradualmente, de assistir a construção de ferramentas cognitivas. O principal dilema é como evitar cair na armadilha da aprendizagem estereotipada quando ensinamos ferramentas cognitivas básicas de uma maneira gradual” (NESHER, 1998, p.341, tradução nossa). Além disso,

> enquanto nós ensinamos ferramentas básicas de matemática, poderemos ensinar também suas contradições, quando serão aplicáveis e quando não. Nós podemos apresentar às crianças problemas faltando informações, bem como com informações supérfluas. [...] A essência do nosso ensino deve ser a de levar as crianças a entenderem que o jogo trata de encontrar o modelo matemático e não apenas a solução numérica. Nós não podemos jogar a criança com a água. O objetivo da escola é o de enriquecer as ferramentas cognitivas das crianças, no nosso caso, com conceitos matemáticos, estruturas e procedimentos. Estando aptos para lidar com situações abertas sucessivamente, significa enriquecer um conjunto de esquemas. (NESHER, 1998, p.341-342, tradução nossa)

Siegbert Schmidt, na palestra *Semantic Structures of Word Problems – Mediators Between Mathematical Structures and Cognitive Structures?*, perguntou se as estruturas semânticas dos problemas com enunciados são mediadoras entre as estruturas matemáticas e as estruturas cognitivas.

Schmidt (1998) dissertou sobre três temas: 1) *Semantic Structures of Multiplicative Word Problems in the Elementar School: A Survey of Different Theoretical Frameworks*; 2) *Semantic Structures – Results of Constructions or Mappings? Or: The Convergence of Epistemological Reflections and Research in Neural Science (on perceptions and Knowledge)*; 3) *Knowing and Social Practices – the "Language Game" Perspective of the Late Wittgenstein and Semantic Structures as Suggestions for Practices*.

Schmidt (1998) iniciou sua palestra questionando sobre "Qual deveria ser o papel das estruturas semânticas dos problemas com enunciados na educação matemática?" e ressaltou que a expressão "educação matemática" deveria ser considerada em seu significado triplo: como disciplina científica, como um ambiente de preparação de professores e como fundamentação para atividades de pesquisadores na sala de aula de matemática da escola elementar.

No que diz respeito às estruturas semânticas de problemas com enunciados simples envolvendo multiplicação – e divisão – na escola elementar, Schmidt afirmou que diferentes propostas vinham sendo classificadas. Ao mesmo tempo, disse esse pesquisador, um levantamento de várias classificações de estruturas semânticas desses problemas revelou que "[...] as acentuações categóricas subjacentes são diferentes e que lá não existe uma relação biunívoca entre elas" (p.381, tradução nossa). Desejando sustentar sua afirmação, Schmidt apresentou resultados de pesquisas (Vergnaud, 1983, 1988;

Bell et al.,1989; Schwartz, 1988; Nesher, 1988; Mulligan, 1992; Schmidt & Weiser, 1995) que se debruçaram a investigar o assunto e disse, baseado nesses exemplos, que "algumas vezes um sistema se mostra mais refinado, outras vezes o outro o faz" (*Ibid*., p.383).

De acordo com Schmidt (1998), a partir do referencial teórico abordado (Vergnaud, 1983, 1988; Bell et al.,1989; Schwartz, 1988; Nesher, 1988; Mulligan, 1992; Schmidt & Weiser, 1995), que os sistemas de estruturas semânticas, diferem entre si por falarem sobre diferentes histórias. Considerando resultados empíricos, esse pesquisador afirmou que foi possível saber que nenhum sistema de estrutura semântica revela uma "história inteira" e questionou: "Como devemos tratar com essa situação?". Na tentativa de responder a essa pergunta, Schmidt retomou o significado triplo da educação matemática, citado no início do texto, apresentando outras três novas questões que, conforme afirmou, iriam permear todas as discussões que estariam por vir:

> – Deve esta situação da teorização ser considerada como uma situação deficitária que tem que ser superada até chegarmos a uma teoria unificadora? [questão da educação matemática].
> – O que parece ser razoável ou recomendável para nós quando ensinamos futuros professores ou quando discutimos com eles? [questão do professor].
> – Que ajuda pode receber o professor em estruturas semânticas a partir da pesquisa e de diferentes quadros teóricos (de simples *problemas com palavras*) [questões da sala de aula]. (SCHMIDT, 1998, p.383)

Buscando responder a essas questões, Schmidt deu início ao tema 2) *Semantic Structures – Results of Constructions or Mappings? Or: The Convergence of Epistemological Reflections and Research in Neural Science (on perceptions and Knowledge)*, citando uma frase de Nescher: "[...] é geralmente aceito que a principal fonte de dificuldade para o aluno se encontra na transição do problema dado em linguagem natural para sua apresentação em linguagem matemática" (NESHER, 1988, p.19 *apud* SCHMIDT, 1998, p.383, tradução nossa). Schmidt disse que, para o propósito de sua palestra, seria apropriado transformar a situação citada por Nescher em um diagrama, que se referia à apresentação de um problema com enunciado, em linguagem natural e o mesmo problema transformado para a linguagem matemática.

Esse pesquisador afirmou que alguém poderia estar inclinado a pensar, a partir do que afirmou Nescher, que poderia "existir alguma coisa fora da estrutura cognitiva do aluno, ou seja, problemas com enunciados são considerados como um conjunto de sentenças sintaticamente corretas e – principalmente – uma questão conclusiva na forma escrita ou oralmente proferida" (SCHMIDT, 1998, p.384).

Além disso, Schmidt afirmou que os "problemas com enunciados, aprensentados em linguagem natural, produzem uma certa estrutura: a estrutura semântica" (*Ibid*.), que é extraída do problema pelo aluno. E mais, "a estrutura semântica deve ajudar o aluno a encontrar e apresentar a estrutura dos termos matemáticos – assim, encontrando a transição dos termos da linguagem natural para a linguagem matemática" (*Ibid*.).

Novos questionamentos foram levantados por Schmidt: o lugar ocupado pelas estruturas semânticas; se de fato elas estariam localizadas fora das estruturas cognitivas do estudante; se as estruturas semânticas poderiam ser transferidas para as estruturas cognitivas; qual o lugar ocupado pelas estruturas aritméticas; quais componentes deveriam ser considerados como mediadores entre ambas as estruturas; e, por último, se deveríamos tomar uma posição epistemológica diferente em relação às estruturas consideradas.

Uma ampla discussão foi realizada por Schmidt sobre epistemologia, culminando com uma interpretação sobre esse tema, esboçada em um esquema que apresentou os aspectos: ontológico, realismo ontológico, realismo epistemológico e idealismo.

O mapeamento da epistemologia, com ênfase na distinção entre os realismos ontológico e epistemológico, respectivamente, fez-se necessário, conforme apontou Schmidt, pois o esboço realizado pôde ser determinado pela perspectiva mapeada: os estudantes extraem o significado do problema com enunciado pelo mapeamento da estrutura semântica inserida em sua estrutura cognitiva. Em seguida, ele tem que mapear isso a partir da estrutura cognitiva para apresentar em linguagem matemática, disse o pesquisador.

Após esse esquema, sustentado por um referencial da neurociência, Schmidt falou sobre as capacidades de estimular e de interpretar dentro do sistema visual humano e sobre a neutralidade dos códigos neurais. Essa abordagem fez-se necessária para que um novo posicionamento fosse tomado em relação ao proposto no início – poderia existir alguma coisa fora da estrutura cognitiva do aluno: Os problemas com enunciado como um conjunto escrito, ou oralmente proferido, com frases sintaticamente corretas, é perifericamente codificado por nosso sistema visual ou auditivo e depois codificado centralmente em sinais neuroquímicos ou neuroelétricos e, após isso, ele é processado no córtex cerebral (SCHMIDT, 1998).

Apoiado em um referencial da neurociência, Schmidt dissertou sobre processos mentais e resolução de problemas, buscando melhor compreender as estruturas cognitivas ou semânticas de problemas com enunciado e afirmou que "[...] nem educadores matemáticos, nem professores de matemática na sala de aula podem transferir significados diretamente ou intencionalmente aos alunos pelo simples fato de que „significados não viajam‟" (*Ibid*. p.388).

No que se refere aos problemas com enunciado, Schmidt lembrou que eles deveriam "[...] ser considerados como um conjunto de restrições para o resolvedor de problemas que permitisse alguma interpretação viável, por exemplo algum ajuste a certos sistemas de estruturas semânticas" (*Ibid.*, p.389). Por essa razão, "[...] a adesão rigorosa de certas estruturas semânticas pelo professor pode causar obstáculos para o desenvolvimento de significados intuitivos dos estudantes como, por exemplo, o de multiplicação" (*Ibid.*).

Schmidt definiu sistema de estruturas semânticas como um conjunto de perspectivas. Nesse sentido, afirmou que "[...] nós – educadores matemáticos, professores ou estudantes – podemos reduzir a vasta diversidade de passos de problemas com enunciados multiplicativos para um sistema finito de tipos" (*Ibid.*), como os apresentados a seguir:

> O professor pode analisar as propostas dos estudantes e atribuir significados – mas com a mente aberta; ele ou ela pode controlar se o conjunto de problemas usados na sala de aula é suficientemente diversificado.
> Para os estudantes o protótipo usado, por exemplo, o uso das estruturas semânticas, pode ser uma ajuda que possibilite ao estudante tornar-se consciente de suas interpretações nas diferentes situações e captar o conhecimento de outras interpretações, por exemplo, de seus colegas de sala. (SCHMIDT, 1998, p.389, tradução nossa)

No item 4. *Knowing and Social Practices – the "Language Game" Perspective of the late Wittgenstein and Semantic Structures as Suggestions for*

Practices, Schmidt discute o papel dos jogos de linguagem sob o referencial de Wittgenstein (1953), admitindo-os como uma perspectiva produtiva e desafiadora para analisar processos de ensino-aprendizagem na Matemática, bem como, para as atividades de professores em sala de aula.

Admitindo o conhecimento matemático como uma prática social específica, Schmidt afirma que a sala de aula é um espaço onde certos jogos de linguagem são instaurados, por exemplo, [...] quando os estudantes na escola elementar estão resolvendo problemas com enunciados simples e perguntam: É de "vezes"? – se referindo à multiplicação; É de "mais"? – se referindo à adição [...]" (SCHMIDT, 1998, p.391, tradução nossa). Schmidt entende que essas questões são indicadoras da existência de um determinado jogo de linguagem na sala de aula, para uma determinada prática social, ou seja: "Problemas com enunciados são somente problemas aritméticos escondidos e a forma de como iremos utilizá-los é igual a revelar o problema aritmético escondido, no qual o professor é a instituição avaliadora da solução proposta e onde você tem preferência de procurar por certas dicas" (*Ibid*., p. 392).

Considerando que a prática social é resultado da prática de sala de aula e está, com bastante frequência, sustentada pelo livro-texto utilizado, Schmidt afirmou: "Se nós queremos alterar a prática social, se nós queremos iniciar outro jogo de linguagem – assim atribuindo um novo significado aos problemas com enunciado, por exemplo – isso pode ser feito iniciando-se outro conjunto de práticas sociais" (*Ibid*.).

Schmidt ressalta que nós, professores, temos que ter em mente que novos jogos de linguagem não são iniciados pela aprendizagem de novas regras, mas que é pelo domínio dos jogos de linguagem que aprendemos novas regras. Complementou dizendo que não tem sentido ensinar professores em formação, ou alunos na escola elementar, respectivamente, fazendo-os aprender descrições da estrutura semântica primeiro para praticar um novo jogo de linguagem. Além disso, nós primeiramente devemos usar as estruturas semânticas como uma base implícita, a fim de praticar uma „œntra procura de dicas‟ de jogos de linguagem quando tratamos com problemas com enunciados simples (SCHMIDT, 1998).

Concluindo essa sessão, Schmidt apresentou a proposta à questão tripla, levantada por ele no início de sua palestra, que disse que professores na sala de aula, bem como educadores matemáticos, deveriam entrar no jogo de „modelagem orientada‟ dos jogos de linguagem, tornando essa uma „exigência didática‟.

E nas considerações finais, Schmidt, citando Bernstein (1983) e Kuhn (1970), manifestou preocupação com a escolha de modelos teóricos, dizendo que "[...] a escolha da teoria é uma atividade de julgamento que requer imaginação, interpretação, ponderação de alternativas e aplicação de critérios que são essencialmente abertos" (BERNSTEIN, p.56 *apud* SCHMIDT, 1998, p.393, tradução nossa). E que "[...] não existe um algoritmo neutro para a escolha da teoria, não há uma decisão sistemática de procedimento que, propriamente aplicada, deve levar cada indivíduo ou grupo à mesma decisão" (KUHN, 1970, p.200 apud SCHMIDT, 1998, p. 393, tradução nossa).

Finalizando sua fala, Schmidt, fazendo uso da expressão dita em Latin *Docendo discimus* (é através do ensino que estamos ensinando), sugeriu que a ela fosse acrescentada: *Communicando discimus* (é através da comunica que estamos aprendendo).

5.3.9 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-IX

O ICME-IX foi realizado em Tokio/Makuhari (Japão), no ano 2000. Foram 2012 pessoas os participantes deste evento, conforme registros, e outros 239 acompanhantes, perfazendo o total de 2251 pessoas, que vieram de 70 países. Desse número de participantes, 24 (vinte e quatro)[55] eram brasileiros, sendo dois deles acompanhantes.

Os responsáveis por editar os *proceedings* deste evento foram os pesquisadores Hiroshi Fujita, Yoshihiko Hashimoto, Bernard R. Hodgson, Peng Yee Lee, Stephen Lerman e Toshio Sawada. Além desses editores locais contribuíram com a organização dos *proceedings*. Foram eles: Toshiakira Fujii; Nobuhiko Nohda, Izumi Nishitani, Katsuhiko Shimizu e Yoshinori Shimizu.

A organização deste ICME ficou sob a responsabilidade da ICMI, que contou com o auxílio da *National Organizing Committee* (NOC), em cooperação com a *Mathematics Education Society* e *Association of Mathematical Instruction*, do apoio científico prestado por *Mathematical Society of Japan*, *Japan Society for Industrial Applied Mathematics,* bem como de outras sociedades acadêmicas relacionadas à Educação Matemática. O planejamento científico do congresso se manteve sob a responsabilidade do *International Program Committee* (IPC), presidido por Hiroshi Fujita, que decidiu manter o padrão geral utilizado em Sevilha, no ICME-VIII, fazendo apenas pequenas modificações.

Os *Working Groups* e *Topic Groups*, em razão de sua importância no evento, foram mantidos. Entretanto, os WGs passaram a ser chamados de *Working Groups for Action*, sendo 13 ao todo nesse ICME-IX, e os TGs passaram a ser chamados de *Topic Study Groups* (TSGs), somando ao todo 23 grupos. A *International Round Table*, já presente em ICMEs anteriores, foi mantida nesse ICME-IX mas, desta vez, foi realizada com palestrantes à distância, fato considerado pelos organizadores de extrema relevância.

---

[55] Yuriko Y. Baldin, Marilena Bittar, Tania Campos, Jorge T. da Rocha Falcão, Ubiratan D‟Ambrosio, Rabello M. de Castro, Lulu Healy, Sonia B. Camargo Igliori, Gelsa Knijnik, Monica M. Borges, Ana M. Petraitis Liblik, Romulo Lins, Antonio J. Lopes, M. C. S. de A. Maranhão, Edilson R. Pacheco, João C. Passoni, Regina M. Pavanello, Maria Graça Pereira, Elsa Midori Shimazaki, Edmir Rebeiro Terra, Edna M. Zuffi.

O IPC convidou quatro palestrantes distintos para as sessões plenárias (Hiroshi Fujita, Mogens Niss, Terezinha Nunes, Erich Ch. Wittman); 52 palestrantes para as palestras regulares, nos mesmos moldes, das respectivas palestras dos congressos anteriores; quatro apresentações nacionais; e relatórios de estudos da ICMI e de grupos de estudo a ela afiliados. Além disso, 360 participantes submeteram trabalhos na modalidade comunicações curtas em formato pôster, fitas de vídeo ou, simplesmente, *softwares*. Além dos *proceedings*, que foram disponibilizados três anos após o evento, os participantes receberam no primeiro dia do congresso um livro com os resumos das comunicações curtas. Não tivemos acesso a esse material.

Os *proceedings* contemplam a fala do presidente da ICMI (Hyman Bass, USA); observações da secretaria da ICMI; um disco compacto (cd) com o texto da *International Round Table* (IRT), fotos e vídeo da IRT; textos completos das quatro sessões plenárias; resumos das 52 palestras regulares; e um resumo dos relatórios de cada WGA e TSG. Breves relatórios sobre os estudos da ICMI, dos estudos de grupos afiliados à ICMI e um fórum chinês também estão inclusos nos *proceedings*. Por outro lado, o cd contém o conteúdo completo de cenas vividas na cerimônia da IRT; fotos dos palestrantes convidados para essa sessão; um vídeo com a mensagem do presidente do IPC; e algumas animações científicas (FUJITA, et al. 2003).

Fujita e os demais editores manifestaram o desejo de que os *proceedings* pudessem refletir as atividades e a atmosfera do congresso, dando uma visão completa do mesmo inclusive àqueles que estiveram participando ativamente de algumas sessões específicas do programa, enquanto que muitas outras ocorriam paralelamente.

Sobre as condições de circulação dos *proceedings*, ressaltamos que eles foram localizados por nós em um *site* internacional de comercialização de livros pela *internet*, por um valor não muito acessível. Optamos pela compra do material impresso, que nos foi entregue três meses após a compra. Consta desse livro, como já dissemos, um CD com alguns arquivos do evento, sinalizando uma característica nova em relação aos documentos produzidos em ICMEs anteriores.

O ICME-IX ocorreu entre os dias 31 de julho e 6 de agosto do ano 2000. Ano que marcou a virada de um novo milênio, muito aguardada por todos em todos os lugares do mundo. Mesmo nos ICMEs foi marcante a expectativa em relação ao novo milênio com, inclusive, a afirmação de pesquisadores importantes, como Ubiratan D‟Ambrosio, do Brasil, de que a década que o antecipou seria uma década de transição. Assim, em relação às pesquisas, palestras e demais eventos propostos pelos comitês nesse ICME-IX, era esperado que elas apresentassem características que as diferenciassem das ocorridas em eventos anteriores. Os saberes já construídos/produzidos se manifestariam nesse novo milênio e a Educação Matemática não poderia estar alheia a isso.

Muito foi dito sobre o papel que a tecnologia viria desempenhar no futuro. Nesse ICME-IX, uma *Round Table Internacional* (IRT), presidida por Lee Peng Yee, de Singapura, legitimou a importância de se fazer uso da tecnologia em eventos com a dimensão dos ICMEs. Para essa IRT foram convidados palestrantes, dentre os quais, três falaram à distância (de Tokio falou o pesquisador Akito Arima, de Washington (USA) o pesquisador Bruce Alberts; e de Singapura falou o pesquisador Wee Heng Tin) por meio de um sistema de teleconferência. O evento, como o primeiro programa no primeiro dia do congresso, foi orientado no sentido de criar a sensibilização do público e chamar a atenção para os últimos acontecimentos na Educação Matemática como, também, uma demonstração do que a tecnologia é capaz de fazer (FUJITA et al., 2003). Além dos conferencistas à distância, houve três membros desse painel presentes no local da conferência em Makuhari. Foram eles: Akihiro Nozaki (Japão), Gilah Leder (Austrália) e Hyman Bass (USA).

Sobre o tema “tecnologia”, considerando que foi com este tema que os editores dos *proceedings* inciaram as discussões, recorremos ao que disse Skovsmose (2001) quando chamou nossa atenção para o fato de que, por “„tecnologia‟ poderíamos também entender magistraturas tecnológicas da sociedade” (p.97). Baseando-se em Jacques Ellul, Skovsmose diz que a tecnologia é um “princípio fundamental da estruturação social. A tecnologia relaciona-se a todos os aspectos da vida social. Toda nossa civilização se torna uma reconstrução tecnológica e se poderia fazer uma tentativa de relacionar a educação matemática ao conceito de tecnologia” (SKOVSMOSE, 2001, p.98). O significado de “tecnologia”, como apresentado por Skovsmose, nos leva a pensar que a decisão de fazer uma IRT por teleconferência expressa somente uma das muitas faces que ela, a tecnologia, viria a desempenhar na Educação Matemática. Era preciso reconhecer esse fato como importante, mas não único, pois relacionar tecnologia e Educação Matemática, como disse Skovsmose, era uma necessidade urgente. Essa relação não estava dada, era preciso construí-la. Assim, no nosso entender, só faria sentido pensar a Educação Matemática junto às transformações tecnológicas de uma sociedade.

Hyman Bass, na fala do presidente da ICMI, disse que os grandes desafios que se colocavam à Educação Matemática, em todo o mundo, exigiam um envolvimento muito mais profundo e mais sensível de matemáticos disciplinares do que teria havido até aquele momento, tanto no trabalho de melhoria educacional quanto na pesquisa sobre a natureza do ensino e da aprendizagem (BASS, 2003). Esse pesquisador lembrou que grande parte da capacidade tradicionalmente transmitida pelo estudo da Matemática vinha sendo considerada, por algumas pessoas, como obsoleta, em razão da presença da tecnologia computacional moderna. Porém, disse ele, essa tendência era sentida pela maioria das pessoas, dentre as quais ele se incluía, como equivocada e retrógrada. Desejando defender seu posicionamento, Bass (2003) afirmou:

> Somos desafiados a articular um argumento convincente para a manutenção e até mesmo o fortalecimento do estudo da matemática nas escolas. A lógica tradicional tem sido uma mistura de razões pragmáticas, econômicas, sociais, intelectuais e culturais. Pragmática para aprender as habilidades básicas de aritmética e de medida, e os conceitos geométricos e figuras rudimentares. Econômica por causa da alfabetização quantitativa exigida pelo local de trabalho em rápida evolução tecnológica. Social para fornecer os recursos para a cidadania responsável em uma democracia moderna. Intelectual, desde que a matemática é a disciplina favorável para toda a ciência e oferece ferramentas fundamentais de análise, expressão quantitativa e raciocínio disciplinado. Cultural, porque a matemática expõe os alunos a algumas das realizações mais sutis e sublimes do espírito humano. (BASS, 2003, p.xvi-xvii, tradução nossa)

Assim, considerar a tecnologia apenas como a utilização do computador na sala de aula, e por que não em uma conferência como no caso da IRT, poderia caracterizar uma, e apenas uma, de suas muitas dimensões. Ela deveria ser concebida em seu aspecto cultural, como uma cultura tecnológica não excludente. Nessa concepção, a Matemática tradicionalmente ensinada não se tornaria obsoleta, mas seu ensino estaria em consonância com as demandas desse novo contexto, impregnado pela evolução tecnológica.

Ainda sobre o tema “tecnologia”, Lee Peng Yee (presidente da mesa IRT) destaca o avanço da tecnologia, sua utilização na Educação Matemática e a globalização do comércio:

> [...] um uso ativo da tecnologia da informação na educação matemática ocorre há pouco mais de vinte anos. Essa é a escala de tempo de mudança. No novo século, vemos a globalização do comércio. Vemos o crescimento do setor de serviços. Nós vemos os avanços da tecnologia da informação. Consequentemente, a nossa sociedade torna-se mais e mais baseada no conhecimento. Educação não é só para ganhar conhecimento mas, também, para fazer aplicações de tal conhecimento. Nós preparamos nossos alunos para o local de trabalho. Nós demandamos sobre as normas de programas. Pedimos a mudança de paradigma na formação de professores. Contra tal embasamento fazemos a pergunta: O que podemos ou devemos fazer em educação matemática a fim de enfrentar os desafios do novo século? (YEE, 2003, CD)

Na sessão plenária proferida por Mogens Niss nesse ICME-IX, chamada *Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education*, esse pesquisador afirma que a educação matemática poderia ser considerada uma “adulta jovem”. Mesmo tendo alcançado “seu primeiro estágio de maturidade, ainda assim, definitivamente ele não era marcado por coerência e unidade, muito menos por uniformidade, mas por uma complexidade considerável e diversificação de perspectivas e paradigmas” (NISS, 2003, p.37, tradução nossa).

O que disse Niss sobre a “complexidade e diversificação de perspectivas e paradigmas” nos fez retornar a Skovsmose (2001), quando afirmou que poderíamos tentar relacionar a Educação Matemática ao conceito de tecnologia, e a Yee (2003). Esse último ressaltou que temos demandado normas de programas, pedido “a mudança de paradigma na formação de professores” e levantou a questão: “O que podemos ou devemos fazer em educação matemática, a fim de enfrentar os desafios do novo século?”. Com base nos posicionamentos desses três pesquisadores, parece-nos que seria fundamental que a Educação Matemática estivesse atenta às mudanças tecnológicas da sociedade para, nessa atenção, propor novas práticas em meio a novos desafios. Talvez, o momento carecia de respostas às perguntas (desta vez, colocadas por nós): “Que educação matemática?” ou “Qual educação matemática?”.

Os documentos consultados por nós para a escrita deste texto foram os *proceedings* e o CD a ele integrado. Como já dissemos, não tivemos acesso ao livro de resumos de comunicações curtas no formato pôster.

O texto da IRT, de nome *The Role of Mathematics in General Education for the 21st Century*, foi o primeiro a aparecer nos *proceedings*. Analisando esse documento vimos que as discussões foram muito variadas mas, em geral, esteve centrada em temas como a tecnologia e as maneiras de se fazer bom uso delas; desafios da Educação e da Educação Matemática no novo milênio; educação de estudantes para o local de trabalho; necessidades imediatas relativas à aprendizagem de estudantes; dentre outras.

Na sequência do texto da IRT, nos *proceedings*, vieram os textos das sessões plenárias. O primeiro deles foi o de nome (1) *Goals of Mathematical Education and Methodology of Applied Mathematics*, de Hiroshi Fujita; depois (2) *Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education*, de Mogens Niss; (3) *How Mathematics Teaching Develops Pupils‟ Reasoning Systems*, de Terezinha Nunes; e por último, o texto (4) *Developing Mathematics Education in a Systemic Process*, da palestra de Erich Ch. Wittmann.

Na pesquisa realizada até aqui, vimos que Terezinha Nunes trouxe para os ICMEs resultados de pesquisa realizada por ela e sua equipe, com crianças no Brasil. Por essa razão, dentre as palestras supracitadas, imaginamos que a de Nunes (2003) poderia ter feito referência à Resolução de Problemas. No entanto, analisando seu texto, vimos que a pesquisadora centrou sua discussão posicionando-se de maneira contrária a teorias que discutem Construtivismo e Sócio Construvismo como teorias antagônicas. De acordo com Nunes (2003), o Construtivismo de Piaget e o Sócio Construtivismo de Vygotsky são coerentes e complementares e que, se conseguíssemos uma síntese dessas duas teorias, teríamos uma abordagem mais abrangente para analisar como os alunos aprendem Matemática e como a Matemática ensinada desenvolve suas mentes. Nunes (2003) sugere que ambas as teorias são consistentes porque “elas são baseadas na mesma metáfora da mente e que elas são complementares porque explicam diferentes aspectos do desenvolvimento do raciocínio" (2003, p.58, tradução nossa).

Em sua palestra, Nunes segue discutindo aspectos das teorias citadas e sobre o modo como ambas podem auxiliar professores em compreender como as crianças aprendem Matemática. Assim, nossa investigação nessa pesquisa limitou-se ao que foi apresentado no parágrafo anterior.

O próximo tópico dos *proceedings* é o que se refere às palestras regulares. Os editores apresentaram um resumo de cada uma das 52 palestras, dentre as quais, destacamos as que seguem, por apresentarem relação como nosso objeto de investigação*: Eliciting Mathematical Ideas from Students: Towards its realization in Japanese Curricula*, de Yoshihiko Hashimoto; *Primary Arithmetic Based on Piaget"s Constructivism*, de Constance Kamii; *Student"s Levels of Understanding Word Problems*, de Jarmila Novotná; *Real Knowledge and the Modelling of School Word Problems*, de Lieven Verschaffel.

Hashimoto (2003), do Japão, na palestra *Eliciting Mathematical Ideas from Students: Towards its realization in Japanese Curricula*, falou sobre uma prática comum nas aulas de Matemática baseadas em problemas que desenvolve nos estudantes o sentimento de que para os problemas que irão enfrentar só existe uma resposta correta e somente uma maneira correta de responder a todos eles. Por essa razão, pode ser muito difícil para o professor de sala de aula extrair certas ideias matemáticas dos estudantes (HASHIMOTO, 2003).

Para discutir o tema, Hashimoto (2003) propôs três "métodos abertos" (*three „open" methods*) para o ensino de Matemática e disse que iria discutir como eles foram incorporados no currículo nacional de Matemática do Japão. Sobre esses métodos, o pesquisador disse que se tratam de "processos abertos, produto com fim aberto e formulação de problema aberto" (HASHIMOTO, 2003, p.133, tradução nossa).

Por "*Open Process*" ou "processos abertos" deve-se entender "um método de ensino que foca sobre diferentes maneiras de resolver um problema, cuja resposta pode ser única" (*Ibid*.). Hashimoto disse que exemplos do trabalho com esse método, para diferentes níveis de ensino, poderiam ser encontrados em Hashimoto e Becker (1999) e que professores de sala de aula empregam o método de "processos abertos" na organização de suas aulas, em seus planos de aulas, de acordo com o seguinte esquema: “a) introduzindo um problema ou tópico; b) compreendendo o problema; c) resolução do problema pelos estudantes; d) comparando e discutindo; e) resumindo a lição” (HASHIMOTO, 2003, p.133, tradução nossa). O planejamento das aulas é um importante aspecto do método de ensino “processos abertos”, disse o pesquisador.

Para falar de “*Open-End Product*” ou “produto com fim aberto”, Hashimoto nos lembra do modelo tradicional de ensino de Matemática que propõe problemas bem formulados cujas respostas ou são corretas ou são incorretas e que esses problemas são considerados “completos” ou “fechados”. Em contraste, disse o pesquisador baseando-se em Shimada (1977), Becker e Shimada (1997), “problemas que são formulados para terem múltiplas respostas corretas são „incompletos‟ ou „com fim aberto‟” (HASHIMOTO, 2003, p.134, tradução nossa). Maneiras de criar tais problemas são descritas em detalhes nas referências citadas, bem como em obras recentemente publicadas sobre o assunto “produto com fim aberto”, disse Hashimoto.

A “*Open Problem Formulation*”, ou “formulação de problema aberto” é um método em que os estudantes são estimulados a

> formular ou propor novos problemas matemáticos a partir de um determinado problema usando generalização, analogia, a noção de conversa [comunicação], ou outras ideias e, em seguida, resolver os problemas recém-formulados por si mesmos. Esse método de ensino foi também referido como "o tratamento do desenvolvimento de problemas matemáticos". (HASHIMOTO, 2003, p.134, tradução nossa)

Hashimoto (2003) disse que o novo currículo nacional de Matemática entraria em vigor no Japão em 2002, na Escola Elementar e nos primeiros anos da Escola Secundária e, em 2003, nos anos finais da Escola Secundária. De acordo com o pesquisador, os livros-texto de Matemática deveriam incorporar os “três métodos abertos” e que problemas dessa natureza seriam encontrados nesses livros. Assim, utilizando os livros, professores de sala de aula estariam incoprporando o “método de ensino aberto” e, por sua vez, implantando o novo currículo.

Com um método de ensino dessa natureza sendo trabalhado por professores da Educação Básica, Hashimoto acreditava que “os estudantes na entrada do século XXI seriam capazes de olhar para as coisas de um ponto de vista diferente se suas maneiras de pensar matematicamente são moldadas pelos métodos abertos e de ensino aberto” (*Ibid.*).

A palestra de Constance Kamii (USA), *Primary Arithmetic Based on Piaget‟s Constructivism*, tem fundamentação teórica pautada na teoria Construtivista de Jean Piaget e, nesse sentido, a pesquisadora dispensa parte de seu texto dissertando sobre essa teoria. Kamii (2003, p.142, tradução nossa) hipotetizou que “as crianças devem ser capazes de inventar a adição, subtração, multiplicação e divisão sem algum livro-texto, livro, treino, ou algoritmos convencionais”. Assim, uma explicação científica sobre como as crianças adquirem conhecimento lógico-matemático leva a: “(a) objetivos educacionais; (b) métodos de sala de aula; e (c) maneiras de avaliar resultados que são diferentes dos tradicionais” (*Ibid.*).

Kamii disserta sobre cada um desses aspectos. Sobre o primeiro deles, ela diz que seu objetivo foi o de levar as crianças a pensar, de sua própria maneira, a resolver problemas e destaca que esse objetivo é diferente do tradicional, que produz respostas corretas pela internalização de “fatos” e algoritmos convencionais. A pesquisadora ressalta que, na abordagem construtivista, os problemas com enunciado são propostos e as técnicas de cálculo emergem na resolução desses problemas.

No que se refere aos “métodos de ensino”, Kamii disse que a Aritmética ensinada a partir da teoria de Piaget respeita três tipos de atividades de sala de aula em vez de livros-texto e livro: discussão de situações do dia a dia, resolução de problemas com enunciado e jogar jogos matemáticos.

Dois princípios de ensino são seguidos por aqueles que trabalham na perspectiva construtivista. No primeiro deles não se deve mostrar à criança como resolver o problema porque se deseja que eles usem o que sabem para inventar novos procedimentos. As crianças lutam para resolver problemas, mas essa luta constitui-se em um processo construtivo. Segundo, quando as crianças dão respostas, os professores são impedidos de dizer se está correto ou não mas, em vez disso, questionam outras crianças se elas concordam. Kamii disse que a mudança de ponto de vista é muito importante na teoria de Piaget, pois a criança encontra uma verdade que não vem do professor, mas do debate entre eles mesmos.

Sobre os dois princípios citados, Kamii apresenta em sua palestra exemplos de sala de aula gravados em vídeo e mostra, a partir deles, o que acabara de dizer com respeito à teoria.

No que se refere à Avaliação, a pesquisadora disse ter apresentado muitos dados que revelaram a superioridade da abordagem construtivista nas séries iniciais. Em um primeiro ponto, de acordo com Kamii, as crianças que produzem seu próprio pensamento podem logicamente explicar como chegaram às respostas corretas. Quando ensinadas de maneira tradicional, levadas à obtenção de respostas corretas, muitas delas não podem explicar o significado das expressões: “transportando”, “empréstimo”, “multiplicação em cruz” e “divisão longa”. Referindo-se a um segundo aspecto, Kamii disse que as crianças que produzem seu próprio pensamento são muito superiores em seu conhecimento de valor posicional. Nesse sentido, Kamii (2003) afirmou:

> As razões são: (a) Crianças que inventam seus próprios procedimentos usam seu conhecimento de valor posicional para descobrir como lidar com problemas de muitos dígitos, e (b) algoritmos convencionais “não ensinam” valor posicional. Quando a criança inventa sua própria maneira de lidar com 16+17, por exemplo, elas usualmente fazem 10+10=20, 6+7=13 e 20+13=33, assim usam seu conhecimento de valor posicional. Em contraste, o algoritmo do “transportando” faz a criança lidar com cada coluna como se todos os números fossem uma unidade. Depois de “transportar” o “1” do “13”, muitos estudantes do segundo ano pensam que eles estão fazendo “1+1+1 (em vez de 10+10+10). (p.143, tradução nossa)

Jarmila Novotná (República Checa) falou sobre *Student‟s Levels of Understanding Word Problems*. Novotná (2003) destacou que sua palestra era parte de um projeto de pesquisa amplo, orientado pelas seguintes questões: “O que está acontecendo entre a proposição de problemas com enunciado e as respostas dos estudantes? Que tipos de experiências irão ajudar os estudantes a terem melhor desempenho em problemas com enunciado? Que tipos de práticas podem ajudar?” (p. 184, tradução nossa).

Em sua fala, Novotná disse que focaria sobre o seguinte aspecto: “apreender os níveis de atribuição de um problema com enunciado no que se refere à compreensão e estratégias de resolução dos estudantes e sua relação à sua compreensão ao ter resolvido problemas com enunciado” (NOVOTNÁ, 2003, p.184). Para o desenvolvimento da pesquisa, Novotná disse que teria feito uso de uma metodologia que faz análise comparativa de livros-texto e outros materiais para professores, análise qualitativa de soluções escritas de estudantes e análises de auto-gravações e protocolos de entrevistas individuais.

A pesquisadora afirmou que no processo de apreender o problema com enunciado, o resolvedor absorve, filtra e usa uma sequência de informações. O processo de apreensão possui cinco componentes básicos:

> (a) identificar peças separadas de informação durante a primeira leitura do problema; (b) determinar o que a questão quer saber; (c) pesquisar por uma visão unificadora; (d) buscar, e esperançosamente encontrar, por todas as relações relevantes para o processo de resolução; (e) obter uma visão global (encontrar como todas as peças da informação estão mutuamente conectadas). A apreensão do processo ocorre em série. O estudante usualmente lê as atribuições (uma ou mais vezes) e tenta gravar a informação (componentes de (a) para (d)). A componente (e) ocorre paralelamente aos quatro primeiros. Solucionadores não muito bem-sucedidos podem ser incapazes de compreender um problema com enunciado como um todo e só lidar com partes dele. Assim, eles podem confundir a relação entre as diferentes peças da informação atribuída. (NOVOTNÁ, 2003, p.184, tradução nossa)

Na pesquisa de Novotná, apresentada neste ICME-IX, a pesquisadora disse ter olhado para o nível de compreensão de estudantes em problemas com enunciado através de três variáveis:

> 1) a realização dos componentes do processo de apropriação e sua qualidade (níveis de compreensão da tarefa estão relacionados aos componentes do processo de apreensão finalizados com sucesso; os componentes não são necessariamente expressados na solução dos estudantes de maneira explícita, eles devem estar escondidos em passos implícitos); 2. Quantas vezes o resolvedor remete à tarefa (uma variável escalar); 3. Qualidade do processo de compreensão (apreender com compreensão, compreensão incompleta se o resolvedor só apreende uma parte das informações atribuídas, apreensão artificial se a compreensão não ocorre em uma determinada fase do processo de apreensão). (*Ibid.*)

Usando essas três variáveis, Novotná fez uso de um quadro para descrever os processos de compreensão e afirmou que esse quadro, da forma como foi organizado, lhe mostrou dois tipos de informação: “o que aconteceu durante a leitura do trabalho e como componentes individuais foram desenvolvidos durante todo o processo de apreensão” (*Ibid.*, p.185).

Essa pesquisadora afirmou ainda que o nível de compreensão pelo solucionador da estrutura do problema com enunciado influencia fortemente na estratégia de resolução. Em sua análise, Novotná considerou os três itens que seguem para a caracterização da escolha de estratégia de resolução:

> i) se a solução foi encontrada acidentalmente ou depois de ter tido *insight* sobre a estrutura do problema; (ii) se a solução foi baseada na identificação de palavras chave/grupos de palavra no texto ou sobre um insight na estrutura do problema; (iii) como o uso da descrição simbólica algébrica na atribuição do problema com enunciado influencia os processos de apreensão e/ou a estratégia de resolução. (*Ibid*.)

De acordo com Novotná (2003), usar a álgebra simbólica de maneira descritiva nos problemas com enunciado atribui influência na compreensão dos processos e/ou estratégias de resolução. Sobre esse aspecto, essa pesquisadora afirmou que quatro estágios de lidar com a tarefa, que contém um elemento da linguagem da álgebra, são apresentados:

> (1) o resolvedor ignora os dados que não estão assinalados como números concretos. (2) O resolvedor está consciente do fato de que ele/ela deverá trabalhar com letras, mas ele/ela não é capaz de compreender o significado dos símbolos no contexto dado. (3) O resolvedor está consciente da natureza dos dados atribuídos como letras, mas a descrição algébrica simbólica da situação ainda não está fixada em seu/sua estrutura de conhecimento e ele/ela substitui números concretos e assim mudam o problema para um problema de aritmética pura. (4) o resolvedor é capaz de trabalhar com sucesso com os dados atribuídos em ambas as linguagens aritmética ou algébrica.

Lieven Verschaffel, na palestra *Real Knowledge and the Modelling of School Word Problems*, lembrou que, há vários anos, muitos educadores matemáticos argumentavam que a prática corrente dos problemas com enunciado na matemática escolar não despertava nos estudantes uma verdadeira disposição para a modelagem matemática. Verschaffel (2003) lembrou que a principal crítica a esse respeito se referia aos problemas com enunciado, usualmente trabalhados em sala de aula, que não possibilitava aos estudantes sua resolução dispondo-se dos conhecimentos oriundos de seu senso comum e de suas experiências do mundo real mas, em vez disso, os problemas com enunciado eram percebidos pelos estudantes como artificiais, quebra-cabeças e possuíam pouca relação com o mundo real.

Em sua palestra, Verschaffel disse que iria se basear em seu livro, em parceria com outros autores, chamado "*Making a sense of the word problems*", onde refletiu sobre "uma série de estudos que estavam sendo realizados para investigar o fenômeno da „suspensão do fazer sentido" quando fazem problemas com enunciado no âmbito da cultura da educação matemática convencional" (VERSCHAFFEL, 2003, p.205, tradução nossa).

Verschaffel dividiu sua palestra em três momentos. No primeiro deles fez uma revisão sobre resultados de pesquisas com respeito ao fenômeno da "suspensão do fazer-sentido". Nessa pesquisa, Verschaffel constatou que faltava nos estudantes o "fazer sentido" na Matemática escolar e que

> [...] depois de vários anos do ensino de matemática tradicional, os estudantes desenvolveram uma tendência de reduzir a resolução de um problema com enunciado selecionando o que eles consideram ser a operação aritmética correta com os números apresentados no problema, sem levar seriamente em conta seus conhecimentos do senso comum e considerações realistas sobre o contexto do problema. (VERSCHAFFEL, 2003, p.205, tradução nossa)

Na segunda parte, Verschaffel forneceu uma análise crítica da maneira como problemas com enunciado são frequentemente ensinados nas típicas salas de aula de Matemática, incluindo um estudo do desempenho de professores em formação sobre os mesmos problemas propostos aos estudantes em um estudo realizado por Greer (1993) e Verschaffel et al. (1994), e a visão desses futuros professores sobre esses problemas.

Verschaffel concluiu, a partir de seus estudos, que os alunos, estando imersos em um ambiente de aprendizagem fundamentalmente alterado, podem adquirir o que pode ser considerada uma concepção mais adequada aos problemas com enunciado e as estratégias para resolvê-lo.

Na terceira parte de sua palestra, Verschaffel propôs uma discussão mais ampla de assuntos teóricos relacionados a processos de modelagem matemática, uma análise mais aprofundada das características do sistema educacional, de Matemática, em que se encontram as raízes do que consideram ser resultados muito prejudiciais à compreensão e à concepção de matemática de muitos alunos, e sugestões para a reconceitualização do papel que os problemas com enunciados podem desempenhar na educação matemática e como a abordagem para ensiná-los pode ser alterada em conformidade.

Nos *proceedings*, os *Working Groups for Action* (WGA) vieram na sequência dos textos das palestras regulares, apresentando um corpo bastante resumido. Considerando que a análise de documentos oriundos desse ICME-IX, como foi dito antes, deu-se somente por meio dos *proceedings*, não nos foi possível fazer cruzamentos e contraposições entre fontes diversas visando a produzir uma melhor compreensão dos sentidos (LUCHESE, 2014). Assim, nesse texto, encontramos indícios de pesquisa em Resolução de Problemas somente no WGA-1, chamado *Mathematics Education in Pre and Primary School*.

No WGA-1, como impresso no título, a Educação Matemática nos anos iniciais foi o tema de discussão. Linda Sheffield (USA), organizadora chefe, lembrou que os mais de 250 participantes desse WGA puderam, ao longo de três dias, discutir questões sobre o ensino de crianças nos seguintes aspectos: compreensão e avaliação do pensamento matemático; desenvolvimento do potencial matemático; e suporte a professores em relação à compreensão, avaliação e desenvolvimento de habilidades.

Nobuhiko Nohda, do Japão, no segundo dia de atividades desse WGA, falou sobre o método *Open Approach* e ressaltou que professores, no Japão, vinham fazendo uso dessa abordagem na sala de aula de Matemática. Nohda (2003) definiu a *Open Approach*, apresentou exemplos do trabalho com a abordagem e falou sobre "*Process is open, End products are open, Ways to develop are open*". O pesquisador afirmou que esses exemplos são utilizados pelos professores para apoiar o pensamento matemático das crianças.

Nohda (2003) apresenta aspectos da *Open Approach* que foram citados por Hashimoto (2003) em uma das palestras regulares desse ICME.

Após o texto dos WGAs nos *proceedings*, os textos dos TSG vêm na sequência. Dentre os 23 TSGs formados nesse ICME-IX, o TSG-11: *Problem Solving in Mathematics Education*, constituiu-se como espaço de discussão específico de Resolução de Problemas. O organizador chefe foi Erkki Pehkonen, da Finlândia, e os pesquisadores Young Han Choe (Koreia), Jinfa Cai (USA), Junichi Ishida (Japão), Kaye Stacey (Austrália), Toshiaki Yabe (Japão) e Nobuhiko Nohda (Japão) se juntaram a ele para compor a liderança das sessões.

Pehkonen (2003) afirmou que quando foi solicitada (em um resumo contendo dez linhas) uma justificativa dos organizadores desse TSG, dentre os quais ele se inclui, para a implantação de um grupo no ICME-IX com o tema Resolução de Problemas, escreveram:

> Resolução de Problemas no ensino de matemática escolar está sendo enfatizada cada vez mais em todo o mundo. A ascensão do ponto de vista construtivista na aprendizagem aumentou ainda mais a sua importância. Um dos pontos a destacar no TSG será a pesquisa empírica e o desenvolvimento de um trabalho feito sobre o ensino de resolução de problemas em todo o mundo. O grupo irá oferecer aos seus participantes a oportunidade de ouvir as ideias dos especialistas sobre o estado-da-arte da resolução de problemas e vai lhes oferecer um fórum onde possam apresentar suas próprias ideias. Além disso, haverá tempo suficiente para as discussões, uma vez que, de acordo com a visão construtivista da aprendizagem, as formas de comunicação são parte essencial do processo de aprendizagem. (PEHKONEN, 2003, p.325, tradução nossa)

Como proposto pelo resumo, o TSG-11 foi organizado de modo que, em um primeiro momento, houve um painel de discussão com o título *Problem Solving in Action*, com especialistas em resolução de problemas de diferentes lugares do mundo: Jinfa Cai (USA), que falou sobre “*Problem-Based Mathematic Instruction: Promises and Challenges in North America*”; Susan Leung (Taiwan), falou sobre “*Problem Solving in Asia*”; Kaye Stacey (Austrália), falou sobre “*Trends in Researching and Teaching Problem Solving in School Mathematics in Australia*”; Bernd Zimmermann (Alemanha), falou sobre “*Problem Solving in Mathematics Education in Europe*”. O presidente do painel foi Erkki Pehkonen. Após as falas dos especialistas o público presente teve a oportunidade de fazer perguntas curtas que foram respondidas pelos panelistas.

Por outro lado, foi oferecido um fórum, chamado *Teaching Problem Solving Around the World*, com o objetivo de que fosse apresentada uma visão global da Resolução de Problemas em diferentes partes do mundo. Nesse fórum, vinte participantes expuseram suas experiências de trabalho com o ensino sobre Resolução de Problemas. Afora esse fórum, cinco sessões ocorreram paralelamente com o objetivo de dar continuidade às discussões. Desses momentos participaram apresentando pesquisa as brasileiras Monica Laporta[56] e M. Cristina S. de A. Maranhão.

Finalizando o texto apresentado nos *proceedings*, os organizadores concluíram dizendo que os objetivos esperados com a implantação do TSG-11 no ICME-IX haviam sido atingidos e que os resultados puderam ser sentidos ainda no evento, com participantes manifestando sua satisfação com o nível de discussão possibilitado pelas sessões. As pesquisas apresentadas nesse TSG foram publicadas em 2001, com o título *Problem Solving Around The World*, pelo Departamento de Educação de Professores da Universidade de Turku, na Finlândia (PEHKONEN, 2003). Não tivemos acesso a essa publicação.

---

[56] Monica Laporta não havia sido citada na relação de brasileiros que participaram do evento. Naquela lista foi citada Monica M. Borges. No entanto, imaginamos que pode se tratar da mesma pessoa, pois uma prática que tem sido comum nos textos dos documentos consultados é a que se refere aos erros de digitação, especialmente quanto aos nomes de pesquisadores.

5.3.10 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-X

O ICME-X foi realizado em Copenhagen, na Dinamarca, em Julho de 2004. No evento estiveram presentes aproximadamente 2.300 participantes (e outros 317 acompanhantes), incluindo "pesquisadores em Matemática e Educação Matemática, professores em formação e professores de Matemática que representam todos os níveis do sistema educacional, desde a pré-escola até a universidade" (BLOMHOJ; BRANDELL, NISS, 2008, p.10, tradução nossa), oriundos de aproximadamente 100 diferentes países. O *Solidarity Programme*, lançado por Miguel de Guzmán no ICME-VIII, foi o responsável por apoiar parcialmente, com recursos oriundos de 10% das taxas de inscrição, cerca de 175 participantes de países em desenvolvimento.

Os documentos produzidos no evento que tivemos acesso constituíram-se dos seguintes: livro *proceedings*, livro de resumos de palestras selecionadas, livro de resumos de pôsteres, livro de programação final e um disco compacto (cd). Os livros citados somam, ao todo, mais de 1000 páginas de texto e imagens que refletem, em sua medida, o que ocorreu nos oito dias do evento. Quanto ao cd, além de todo o arquivo dos *proceedings*, ele traz o texto completo de 64 das 80 palestras regulares apresentadas no congresso. De acordo com Mogens Niss (editor), o livro *proceedings*, documento mais denso do evento, levou quatro anos até que estivesse em condições de ser publicado. Niss (2008) afirmou que muitas vezes os *proceedings* não são lidos depois de publicados (exceto, talvez, no caso de autores individuais) e que essa sempre foi uma preocupação sua. Por essa razão teria trabalhado muito para fazer com que esse documento tivesse, de fato, valido a pena.

A circulação dos documentos oriundos desse ICME é restrita aos participantes do evento. Na *internet* podem ser encontrados relatórios independentes de algumas sessões do congresso, mas nenhum documento completo como os livros comumente publicados, por exemplo. Identificamos em dezembro de 2014 uma informação na página < http://www.icme10.dk/> que diz que "os *proceedings* já foram publicados" e que poderão ser comprados acessando um outro endereço eletrônico indicado. Mas, ao acessar o endereço sugerido consta a informação de que a página fora bloqueada. Os documentos consultados para a escrita deste texto, como citado no Capítulo 1, são parte do arquivo da professora Lourdes Onuchic.

Cinco países nórdicos (Dinamarca, Finlândia, Islândia, Noruega e Suíça) se uniram para a organização do ICME-X, um fato novo na história dos ICMEs, elaborando um programa científico que compreendeu oito conferências plenárias e um painel de debate em plenária; 80 palestras regulares, organizadas em sessões paralelas; 29 grupos de estudos (*Topic Study Groups*), em que subgrupos foram considerados nas apresentações de quatro sessões de miniconferências; apresentação de pôsteres; exibições comerciais e não comerciais; apresentações de estudos recentes da ICMI; apresentações nacionais; e encontros de cinco grupos de estudos afiliados à ICMI.

Além das apresentações oficiais, foram formados 24 novos grupos de discussão (nesses não houve apresentações, mas uma introdução e debates estruturados sobre desafios pertinentes, questões e dilemas) e 45 oficinas (*workshops*) estabelecidas com base em submissões apresentadas individualmente ou em grupos. Uma das tardes foi considerada "tarde temática" (*Thematic Afternoon*) e nela os participantes se dividiram entre cinco temas de discussão que, em linhas gerais, se ocuparam de examinar a formação profissional de professores.

Uma sessão plenária de entrevistas (*Plenary Interview Sessions*) com quatro educadores matemáticos proeminentes (Jeremy Kilpatrick, Ubiratan D‟Ambrosio, Gérard Vergnaud, Gila Hanna), que foram entrevistados por Michèle Artigue, foi criada nesse evento. Além disso, a típica apresentação de pôsteres ganhou um novo esquema: mesas redondas de pôsteres (*Poster Round Table* - PRT). Nessas mesas, o número de 3 a 5 pôsteres foi agrupado de acordo com a temática e foram discutidos conjuntamente sob a coordenação de um moderador. Dos 217 pôsteres enviados e aceitos para o congresso, mais de 100 foram apresentados nesse formato. Após as discussões das PRT, esses pôsteres foram juntados aos demais (que foram apresentados obedecendo ao modelo já adotado em ICMEs anteriores) em locais próprios, os chamados grupos de pôsteres (*Poster Group*). Não encontramos nos *proceedings* informações sobre quais os critérios utilizados para a seleção dos pôsteres que foram apresentados em uma ou outra modalidade.

O programa científico do ICME-X foi muito complexo, disseram os editores, em razão da grande diversidade de eventos propostos pelos comitês para o congresso. Além das sessões já descritas neste texto, outras compuseram o programa que, em razão de não estarem estreitamente relacionadas com os objetivos que vimos perseguindo, não foram aqui citadas. Assim, reiteramos que não se deve partir do pressuposto de que a programação do ICME-X, no que se refere aos eventos internos ao congresso, se resumiu ao que foi exposto neste texto.

ProMath 2004 – *a satellite conference to* ICME 10: *The International Congress on Problem Solving in Mathematics* ~*ProMath* 2004~

Como parte da programação do ICME-X, entre os dias 30 de junho e 2 de Julho de 2004, foi realizado um evento satélite em Lahti (Finlândia), organizado pelo *ProMath*[57] *Group*, chamado *The International Congress on the Problem Solving in Mathematics*. O objetivo do evento foi o de “enfatizar os mais recentes avanços, problemas e desafios no campo de pesquisa da resolução de problemas” (LAVONEN, 2004, p.1, tradução nossa). Aspectos selecionados, relacionados à concepção e utilização da “resolução de problemas com fins abertos”, também foram discutidos.

Na programação dessa conferência houve sessões plenárias, palestras regulares, artigos voluntários, oficinas e apresentação de pôsteres. Todas as atividades foram apresentadas nas seguintes sessões:

(1) Resolução de problemas no ensino primário.

(2) Resolução de problemas no ensino secundário.

(3) Resolução de problemas no ensino superior.

(4) Resolução de problemas no ensino profissional.

(5) Resolução de problemas e gênero.

(6) Resolução de problemas e tecnologia.

---

[57] O *ProMath Group – Problem Solving in Mathematics Education* é um grupo finlandês-alemão, formado em 1998 a partir da iniciativa dos professores Günter Graumann (Universidade Bielefeld, Alemanha), Erkki Pehkonen (Universidade Helsinki, Finlândia) e Bernd Zimmermann (Universidade Jena, Alemanha). Disponível em:http://promath.org/formermeetings.html Acesso em: 12 dez. 2014.

(7) Concepções de resolução de problemas.

(8) "*Open Approach*" como método de ensino.

Os palestrantes convidados para as sessões plenárias foram os pesquisadores: Kay Stacey (Austrália), que falou sobre *Open Problem Solving as a Teaching Method*; Hans Schupp (Alemanha), que falou sobre *Classroom Variations on Mathematical Problems*; e Jinfa Cai (USA), que falou sobre *Problem Posing as Lenses for Undertanding and Improving Learning: Issues and Practice*. O resumo de apresentação das sessões plenárias é de ampla circulação e pode ser encontrado na página eletrônica do evento. Além dos *proceedings* eletrônicos há uma versão física que, conforme Blomhoj, Brandell e Niss (2008), foi publicada por Brandell, Grevholm e Straesser (2004). Não tivemos acesso a esse documento.

Na sessão plenária "*Open Problem Solving as a Teaching Method"*, Stacey (2004) apresentou exemplos de vários tipos de problemas que ilustram a ampla gama de atividades que podem ser abarcadas pela bandeira "resolução de problemas abertos" (*open problem solving*), incluindo investigações matemáticas, aplicações ou modelagem e o ensino através da abordagem resolução de problemas (*teaching through a problem solving approach*).

Essa pesquisadora disse que focaria sua fala no método *Open Approach* e afirmou que fazer uso da "resolução de problemas abertos" como um método de ensino obriga-nos a considerar o currículo (o seu conteúdo e objetivos); os estudantes (especialmente a melhor maneira de ensinar de modo que eles aprendam); os professores (especialmente as demandas de ensino que consideram métodos com problemas abertos); e os aspectos mais gerais do ambiente de aprendizagem nas escolas (como a avaliação). Foi discutido ainda por Stacey resultados de pesquisas e experiências acumuladas correspondentes a esses fatores. Além disso, foi considerada a arte de projetar "problemas tarefas abertos" para maximizar a sua utilidade em salas de aula comuns. O trabalho com a abordagem "resolução de problemas abertos" possibilita que "antigos e favoritos problemas permaneçam novos para uma nova geração de estudantes, enquanto que o uso da tecnologia da informação abre novas possibilidades para trazer contextos reais para a sala de aula e para que ideias matemáticas conhecidas sejam vistas de nova maneira" (STACEY, 2004, p. 1).

Hans Schupp (2004), da Alemanha, falando sobre “variação” na palestra “*Classroom Variation on Mathematical Problem*”, relembrou que tanto na vida pessoal quanto na vida pública o ser humano está sempre variando. Nesse sentido, Schupp disse ter desenvolvido uma pesquisa em parceria com 50 professsores que trabalhavam, com crianças com idades entre 5 e 12 anos, partindo dos seguintes questionamentos:

> Podem os estudantes também criar variações nos problemas matemáticos, autonomamente, quanto possível? Podem eles aprender e estarem dispostos a variar um dado problema matemático, depois de solucionado, e lidar com a variação dessa nova construção? Eles são capazes de trazer gradualmente estratégias de variação inerentes e usá-las como heuristicas mesmo que signifiquem variações além do problema? (SCHUPP, 2004, p.1, tradução nossa)

Schupp (2004) assumiu, no resumo enviado e publicado na página eletrônica do evento, que apresentaria em sua fala os objetivos principais de sua pesquisa, seus princípios, métodos, constrangimentos e experiências em geral.

Na sessão plenária “*Problem Posing as Lenses for Understanding and Improving Learning: Issues and Practices*”, Jinfa Cai (USA) afirmou que, havia alguns anos, que a proposição de problemas vinha recebendo maior atenção e que era amplamente aceito que o trabalho com essa abordagem desempenhava um papel importante na aprendizagem e na resolução de problemas dos/pelos estudantes.

Em sua palestra, esse pesquisador se comprometeu a apresentar argumentos favoráveis ao uso da proposição de problemas como lentes para entender o pensamento dos alunos e melhorar sua aprendizagem. Cai (2004) chamou atenção para o fato de que seria fundamental desenvolver uma compreensão do estado de desenvolvimento do pensamento e da aprendizagem dos estudantes se desejássemos, de fato, melhorar sua aprendizagem. Obtendo mais informações sobre o que os alunos sabem e como pensam, mais os professores poderiam criar oportunidades que promoveriam o sucesso do aluno, disse o pesquisador.

Cai (2004) afirmou, apoiado em pesquisas, que iria primeiramente mostrar em sua palestra como a proposição de problemas poderia ser utilizada para avaliar efetivamente o pensamento dos alunos, como também, sua compreensão de ideias matemáticas. Em particular, disse ele que iria discutir questões relacionadas aos critérios para julgar a qualidade de problemas propostos aos alunos e as formas de análise dos produtos e processos do problema proposto. A partir de então, discutiria questões práticas para a utilização da problematização como estratégia pedagógica para melhorar a aprendizagem dos alunos em sala de aula. Essas questões práticas foram discutidas pelo pesquisador a partir das perspectivas do professor e do aluno. Do ponto de vista dos professores, o pesquisador afirmou que iria discutir os problemas que os professores deveriam propor, a fim de maximizar a aprendizagem dos alunos e quais seriam os desafios a serem enfrentados quando tentassem empregar a proposição de problemas na sala de aula. Do ponto de vista dos alunos, disse ele, "vou discutir maneiras nas quais os professores podem envolver os alunos em atividades de problematização" (CAI, 2004, p.1).

Os resumos das comunicações curtas apresentadas nessa conferência podem ser encontrados na página eletrônica do *ProMath Group* (http://promath.org/formermeetings.html). Consta na página da conferência (http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/) a informação de que foram apresentadas 29 comunicações curtas mas, nos *Abstracts* da página do *ProMath Group*, primeiro endereço eletrônico citado neste parágrafo, identificamos apenas 14 resumos de comunicações curtas. Desse número, apenas os que elencaremos no parágrafo seguinte abordam resolução de problemas em uma perspectiva didático-pedagógica. Os demais, que levam resolução de problemas no título, compreendem-na como um objetivo; fazem investigações visando a identificar erros de estudantes nessa tarefa; falam sobre o desenvolvimento de *softwares* que possibilitam que a tarefa de resolver problemas se desenvolvida de forma mais lúdica; dissertam sobre a resolução de problemas em clubes de matemática; dentre outros.

1. *Facilitating pre-service high school mathematics teachers" development of pedagogical knowledge about problem solving*. CHAPMAN, O., Canadá.

2. *How children using pattern to solve mathematical problems. CHENG, C. C. L.*, Japão.
3. *Problem fields of everyday life in mathematics education*. GRAUMANN, G., Alemanha.
4. *Open approach to acquiring different representations of the Derivative.* HÄHKIÖNIEMI, M., Finlândia.
5. *Developing of mathematical problem solving at comprehensive school*. LEPPÄAHO, H., Finlândia.

Com relação às pesquisas supracitadas, nossa opção será a de apresentar suas características mais gerais, em razão do formato muito reduzido dos resumos.

Chapman (2004) discutiu uma maneira de utilizar processos de reflexão para facilitar a aprendizagem de futuros professores de matemática da escola secundária sobre resolução de problemas e a metodologia resolução de problemas. A abordagem, enquadrada em uma perspectiva orientada pela teoria construtivista de aprendizagem, centrou-se na reflexão sobre as experiências pessoais com problemas reais utilizando narrativas, observação participante, interações entre pares e fluxogramas. O objetivo do estudo foi o de verificar o que os participantes aprendem com essa experiência, uma vez que, até aquele momento, eles não haviam estudado nenhuma teoria sobre resolução de problemas.

Cheng (2004), disse que a pesquisa *How children using pattern to solve mathematical problems* era resultado de um estudo realizado em escolas primárias em Hong Kong. Problemas matemáticos não rotineiros foram propostos aos alunos de 10 e 11 anos de idade, convidados a gerar uma solução para esses problemas. Pré e pós-testes sobre reconhecimento de padrões foram realizados e verificou-se habilidade dos estudantes em reconhecer padrão e indução. Desse estudo foi organizado um quadro que revela como as crianças resolveram esses problemas e mostra uma possível barreira que elas podem encontrar durante o processo de resolução de problemas.

Graumann (2004), na pesquisa *Problem fields of everyday life in mathematics education*, falou sobre um método chamado "educação matemática orientada pela prática (PROM)", onde as situações da vida real são a saída para o trabalho com problemas. O pesquisador é integrante do *ProMath Group* e disse que em sua apresentação mostraria exemplos do trabalho com essa abordagem.

Hähkiöniemi (2004), na pesquisa *Open approach to acquiring different representations of the derivative*, falou sobre o ensino do conceito de derivada por meio da abordagem de problemas com fins abertos. O pesquisador afirmou que essa abordagem auxilia na aquisição de diferentes representações da derivada. Em uma pré-investigação, Hähkiöniemi investigou tipos de representações dos alunos que podem ser aproveitadas para dar início ao processo de aquisição do conceito de derivada. Os resultados da análise mostraram que os alunos utilizaram diferentes representações para examinar a derivada; fizeram uso de mais de um método; foram capazes de lidar com a derivada como um objeto; e puderam determinar, por exemplo, o sinal da derivada a partir do gráfico da função.

Leppäaho (2004), na pesquisa *Developing of mathematical problem solving at comprehensive school*, lembrou que situações-problema são de interesse de adultos e crianças desde há muito tempo. Assim, disse esse pesquisador, problemas não devem se limitar apenas à matemática ou à ciência natural, mas devem aparecer em todos os assuntos da escola e na vida cotidiana. Em relação ao ensino de resolução de problemas na escola, Leppäaho diz que ela foi ofuscada, muitas vezes, por tarefas de rotina, mas que a rapidez e talento dos estudantes no tempo presente pedem por problemas-tarefa que possam ser resolvidos pelos alunos sem que o professor seja o guia.

Para realizar sua pesquisa, Leppäaho (2004) foi orientado pelas seguintes questões: Como o ensino de resolução de problemas, que é supervisionado e integrado com assuntos diferentes, influenciam as habilidades dos estudantes? Como o ensino de resolução de problemas poderia influenciar as atitudes dos estudantes para assuntos de natureza matemático-científica?

Concluindo, esse pesquisador afirmou que "como o desafio didático é fazer com que os alunos trabalhem na resolução de uma situação-problema para que possam resolver problemas por si mesmos, um dos objetivos seria o de testar um método de mapeamento de soluções com os alunos" (LEPPÄAHO, 2004, p.1, tradução nossa).

A conferência satélite *The International Congress on the Problem Solving in Mathematics* do ICME-X foi o segundo evento realizado pelo *ProMath Group* com ênfase na Resolução de Problemas. No ano de 2003, visando a estimular jovens pesquisadores dos países nórdicos a participar do ICME-X, bem como promover a oportunidade de comunicar novas questões, pensamentos e resultados de pesquisas (REHLICH; ZIMMERMANN, 2004), esse grupo realizou o simpósio *Problem Solving in Mathematics Education* na *University of Jena*.

A partir dos resumos das pesquisas apresentadas na conferência satélite de 2004, foi imediata a percepção de que o objetivo traçado para o simpósio de 2003 teria sido amplamente atingido nesse evento, quando vimos que as comunicações curtas, por exemplo, tiveram participação maciça de pesquisadores do país apresentando pesquisa. Além disso, quanto aos objetivos esperados para a conferência de 2004 (enfatizar os avanços, problemas e desafios no campo de pesquisa da resolução de problemas), ao menos no que se pôde verificar a partir dos resumos das pesquisas apresentadas no congresso, viu-se que as sessões plenárias contribuíram de maneira significativa com o desejado. Assim, para os temas não abordados, ou mesmo se o desejo era o de aprofundar os que nela haviam sido iniciados, esses poderiam ser expandidos no ICME-X, que teria início dois dias depois do encerramento dessa conferência satélite.

5.3.10.1 Avançando com o inventário - A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-X

A Resolução de Problemas nos ICMEs tem sido nosso objeto de investigação. Avançar com o inventário é buscar, nos *proceedings* e demais documentos produzidos no ICME-X, indícios da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática.

Nos *proceedings*, após a fala do presidente da ICMI, Hyman Bass, foram apresentados os textos das sessões plenárias, do painel de debates em plenára e da sessão de entrevistas em plenária. Esse foi mais um diferencial do ICME-X que oportunizou aos participantes oito encontros em plenária.

Essas conferências plenárias abordaram assuntos diversos relacionados à Educação Matemática. Não identificamos nos textos dessas sessões relação direta entre esses assuntos e nosso objeto de investigação. Assim, seguimos com a pesquisa investigando os textos das palestras regulares que, nesse ICME, superou em quantidade as palestras dessa mesma modalidade nos ICMEs anteriores. Foram 80 ao todo, sendo que, dessas, 64 tiveram seus textos publicados na íntegra no CD que é parte dos *proceedings* do evento.

Os resumos das 80 palestras regulares foram publicados em um livro extra, chamado *Abstracts Plenary Lectures*. Nesse livro identificamos dois pesquisadores brasileiros que proferiram palestra nessa modalidade, os professores Marcelo de Carvalho Borba (*Humans-with-media and mathematical thinking: Orality, writing and technologies of information and communication*) e Rômulo Lins (*Characterising the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production*). Para cada palestra regular foram destinados cinco intervalos de uma hora cada uma, sendo que em cada um, havia 17 palestras, aproximadamente, acontecendo em diferentes locais.

Dentre as 80 palestras, três abordaram a Resolução de Problemas direta ou indiretamente: (1) *Concept Maps and Vee Diagrams*[58] *in undergraduate mathematics problem solving*, apresentada por Karoline Afamasaga-Fuatai (Samoa/Austrália); (2) *Teaching of mathematics in Singapore schools*, proferida por Berinderjeet Kaur (Singapura); e (3) *"Two Basics": Mathematics teaching approach and open ended problem solving in China*, proferida pelos chineses Dianzhou Zhang e Zaiping Dai.

A pesquisa de Afamasaga-Fuatai (2008) foi conduzida em uma turma de graduação, com estudantes de um curso de Matemática. Segundo a

---

[58] *Concept maps and Vee diagrams: two metacognitive tools to facilitate meaningful learning*. 1990. NOVAK, J. D. In: **Instructional Science**, vol.19, pp 29-52, Springer. ISSN: 1573-1952 (Online).

pesquisadora, os estudantes trabalharam durante todo um semestre com uma abordagem inovadora de resolução de problemas matemáticos. Os estudantes usaram Mapas Conceituais e Diagramas em “V” para analisar a Matemática a partir de problemas contextualizados, tópicos matemáticos relevantes e procedimentos comuns a fim de determinar soluções múltiplas. O principal objetivo da pesquisadora era o de que seus alunos construíssem mapas e diagramas em “V” para os problemas que foram propostos ao longo do semestre.

A estratégia de trabalho adotada por essa pesquisadora foi a de trabalhar artigos científicos, com os alunos discutindo o impacto da abordagem em estudo no ensino de Matemática, antes de eles elaborarem seus próprios mapas/diagramas. Inicialmente, disse Afamasaga-Fuatai (2008), os estudantes apresentaram dificuldades em construir seus mapas/diagramas mas, à medida que foram se tornando proficientes na tarefa, aprofundaram a compreensão da Matemática, muitas vezes como resultado de contínua revisão e aprimoramento de seu trabalho, sobretudo porque a validade de cada mapa/diagrama depende da forma como eles haviam analisado a estrutura conceitual de temas e problemas relevantes e se resistia ou não às críticas de outros.

Essa pesquisadora afirmou que os estudantes passaram a apreciar interrelações importantes entre procedimentos comuns e princípios matemáticos fundamentais, que basicamente os motivaram a buscar constantemente por métodos alternativos advindos de outras áreas da Matemática. Ela destacou que a pesquisa em Educação Matemática com olhar para a escola pode ser melhorada se houver a incorporação de estratégias inovadoras no ensino.

A pesquisa *Teaching of mathematics in Singapore schools* foi ministrada por Berinderjeet Kaur, de Singapura. Kaur (2008) dissertou sobre o currículo escolar de seu país e destacou o papel exercido pela Matemática nesse currículo.

De acordo com esse pesquisador, o assunto central no currículo escolar de Singapura para o nível escolar primário e secundário era a Matemática, sendo que o objetivo principal do currículo matemático era o de capacitar os alunos a desenvolver suas habilidades de resolução de problemas.

Apoiado em documento do Ministério da Educação de Singapura, com data do ano 2000, Kaur afirmou que a conceitualização do currículo de Matemática de Singapura era baseada em um quadro, mostrado na figura 3, que "[...] enfatiza a interação de cinco componentes – *Conceitos, Habilidades, Processos, Atitudes e Metacognição para atingir esse objetivo*" (KAUR, 2008, p.63, grifo do autor).

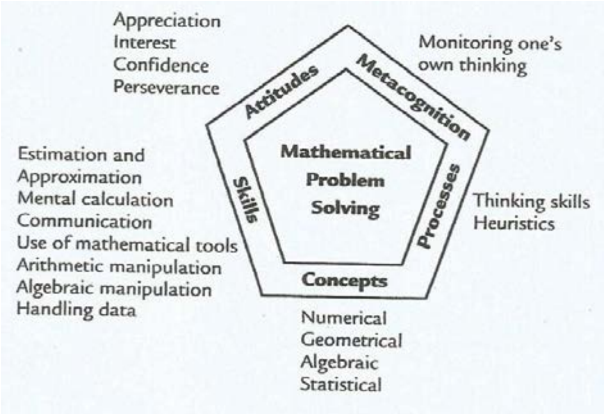


Figura 3 – *Framework of mathematics curriculum in Singapore schools*

Extraído de: KAUR (2008, p.63)

De acordo com Kaur (2008), três iniciativas foram lançadas no sistema educacional de Singapura em 1997: Educação Nacional, Informação Tecnológica (IT) e Pensamento Crítico e Criativo. Após a imersão dessas iniciativas em todo o currículo, o ensino de Matemática teria passado por uma revolução, disse o pesquisador. Nas aulas de Matemática, atividades que tratavam de questões nacionais prevalecentes e atuais eram aplicadas aos alunos com o propósito de reforçar sua compreensão sobre dificuldades e desafios de sua nação. O recurso à tecnologia era utilizado como uma maneira de melhorar a aprendizagem de Matemática e desenvolver capacidades de raciocínio, como meios utilizados pelos professores para tornar os estudantes mais autônomos e que pudessem resolver problemas por eles mesmos. Apoiado em Goh (1997), Kaur afirmou que o professor é um elemento chave na visão "ESCOLAS QUE PENSAM, NAÇÃO QUE APRENDE[59]" e que foi dada a devida importância ao desenvolvimento desse profissional em seu país. Por essa razão,

[59] THINKING SCHOOLS, LEARNING NATION (GOH, 1997 *apud* KAUR, 2008, p. 63).

nos dois últimos anos que antecederam a 2004, os professores de Matemática de Singapura já vinham buscando excelência em suas aulas de Matemática, disse Kaur.

Nas palestras regulares (*Regular Lectures*), a terceira palestra da modalidade que abordou Resolução de Problemas foi ministrada pelos chineses Dianzhou Zhang e Zaiping Dai, sob o título: *“Two Basics”: Mathematics teaching approach and open ended problem solving in China*. Esses pesquisadores destacaram o excelente desempenho de estudantes chineses em Matemática em testes de desempenho internacionais. Segundo contaram, dois princípios básicos regem a Educação Matemática chinesa: conhecimento básico e habilidades básicas.

Eles se propuseram a mostrar em sua palestra como professores chineses ensinam os princípios “conhecimento básico e habilidades básicas”, e como combinam a criatividade dos alunos com esses princípios. Para atingir os objetivos esperados no ensino de Matemática, disseram os pesquisadores, professores chineses sustentam seu trabalho na metodologia “*Open ended problem solving*”.

Zhang e Dai (2008) discorreram sobre algumas concepções que subjazem à educação chinesa, enfatizando os seguintes temas: bagagem cultural; “prática leva a perfeição”; a eficiência é essencial; e ensinar com variantes (conceituais e procedimentais).

O balanço entre os “dois princípios básicos” (habilidade básica e conhecimento básico) e o desenvolvimento pessoal dos estudantes vinha sendo enfatizado nos últimos anos na educação chinesa, conforme destacaram os pesquisadores. Zhang e Dai (2008) disseram que mais atenção vinha sendo dada, por professores chineses, à *Open ended problem solving* em razão de sua relação com os “dois princípios básicos”.

Os *Topic Study Groups* (TSG) tiveram seus textos apresentados nos *proceedings* seguidos dos textos das tardes temáticas. O TSG-1, chamado *New development and trends in mathematics education at pre-school and primary level,* foi coordenado por Graham Jones (Austrália) e Sally Peters (Nova Zelândia). O programa do TSG-1 compreendeu quatro sessões. Em uma delas, três temas foram discutidos, sendo a Resolução de Problemas um deles, na pesquisa de Noor Azlan Ahmad Zanzali, da Malásia.

Zanzali (2008) trabalhou com crianças de 5º ano na Malásia examinando as habilidades dessas crianças em proposição de problemas, baseadas em três diferentes estímulos. Esses estímulos não foram apresentados no texto dos *proceedings*. Em conclusão à sua pesquisa, Zanzali recomendou ser necessário engajar crianças em atividades que envolvessem “proposição e resolução de problemas”.

Nas deliberações do tema *Problem Solving* nesse TSG-1, o mesmo em que Zanzali apresentou sua pesquisa, foi dito que “a resolução de problemas pode ser um método para criar engajamento matemático e para o desenvolvimento de significado matemático em crianças pequenas” (JONES; PETERS, 2008, p.295). A partir dessa afirmação, alguns questionamentos foram levantados nas discussões do tema *Problem Solving* e apresentados nos *proceedings* sem que fossem realizados comentários sobre eles:

> Como fazer uso da resolução de problemas para alcançar um equilíbrio apropriado entre conhecimento conceitual e conhecimento procedimental? Qual é o papel e o valor de artefatos de contextos/autênticos na resolução de problemas? Como pode a resolução de problemas nos capacitar a fazer conecções entre ideias matemáticas? Como é que vamos utilizar vozes/experiências das crianças na resolução de problemas? Quais estratégias podem os professores usar para ajudar os estudantes a dominar tarefas de resolução de problemas? (JONES; PETERS, 2008, p.295, tradução nossa)

O TSG-8: *Research and development in the teaching and learning of number and arithmetic* foi coordenado por Julia Anghileri (UK) e Lieven Verschaffel (Bélgica). Juntaram-se a eles, nesse TSG, os pesquisadores Munirah Ghazali (Malásia), Joaquín Giménez Rodriguez (Espanha) e Wang Kang (Koreia). Os coordenadores apresentaram os objetivos do TSG, que envolveram conjuntamente pesquisa e desenvolvimento em diferentes países, relacionados ao ensino de números e aritmética, e discutiram implicações para as práticas de sala de aula. As discussões desse TSG-8 foram divididas em três tópicos: (1) Desenvolvendo o senso de número; (2) Aprendizagem de aritmética através da resolução de problemas; (3) O papel do contexto e modelos no ensino e aprendizagem sobre números e aritmética. Cada um dos tópicos foi, primeiramente, trabalhado em plenária.

Na plenária sobre o tópico (2), Aprendizagem de aritmética através da resolução de problemas, Christoph Selter (Alemanha) distinguiu dois diferentes tipos de objetivos do currículo da educação matemática: objetivos relacionados a processos (como conjecturar, descrever e comunicar) e objetivos relacionados a conteúdos (como conhecer os fatos de uma tabela de adição de cor ou adicionar números de três dígitos por meio de algoritmo escrito tradicional). Em sua fala, Selter (2008) mostrou como esses dois objetivos podem ser integrados de maneira sistemática. Primeiramente ele mostrou porque o desenvolvimento da disposição matemática, incluindo uma habilidade e uma vontade de se engajar com pensamento matemático, deve ser considerado como um objetivo importante já nos anos iniciais da escola primária. Então, ele considerou que a aprendizagem de habilidades básicas, como exemplo a multiplicação, pode ser mais significativa se desenvolvida em contextos de resolução de problemas.

Nas deliberações desse TSG, algumas questões foram levantadas para serem pensadas para o próximo ICME. Dentre elas destacamos:

> (1) A abordagem de resolução de problemas é viável e eficiente para todas as crianças? (2) Todos concordam que a abordagem de resolução de problemas, que foca no encorajamento dos estudantes em (re)descobrir conceitos e (re)inventar procedimentos, é a abordagem mais adequada para ensinar matemática nas escolas elementares? (3) Quais os riscos dessa abordagem? (4) A evidência empírica dessa abordagem é sólida e convincente (mesmo para estudantes mais fracos)? (5) Será que a avaliação dessa abordagem, no que se refere ao seu valor, é uma questão puramente empírica? (ANGHILERI; VERSCHAFFEL, 2008, p.326, tradução nossa)

O *Topic Study Group* 14 (TSG-14): *Innovative approaches to the teaching of mathematics* foi coordenado por Claudi Alsina (Espanha) e Anne Watson (UK). Os pesquisadores Marcos Cherinda (Moçambique), Urs Kirchgraber (Suíça) e Wong Khoon Yoong (Singapura) fizeram parte da equipe.

No título desse TSG, a expressão “abordagens inovadoras no ensino de matemática” nos levou a analisar com mais cuidado as pesquisas apresentadas nessa sessão pois, ao longo desta pesquisa, a Resolução de Problemas, por vezes, tem sido considerada por pesquisadores como uma abordagem de ensino inovadora.

Alsina e Watson (2008) afirmaram que o tópico para esse grupo de estudo foi não só amplo, mais profundo, e que “o que é inovador para um professor pode ser a forma usual de trabalho para outros” (p.351, tradução nossa). Os pesquisadores deram um exemplo dizendo que um método de ensino usual em um país pode ser considerado novo em outro. Por essa razão, propuseram uma reflexão sobre o termo “inovação” e concluíram que as discussões seriam mais ricas se todos pudessem apresentar o que é considerado inovador em seu país. A intenção dos organizadores era a de criar um ambiente que possibilitasse oportunidades de reflexão sobre questões subjacentes de inovação, enquanto, também, forneciam oportunidades para aprender mais sobre o que é considerado inovador em outros países.

Nesse TSG-14, a Resolução de Problemas foi tema da fala de Emily Shahan e Megan Staples, dos Estados Unidos. Elas apresentaram uma pesquisa em vídeo, gravado em sala de aula, em que professores eram incentivados a fazer uso da abordagem de resolução de problemas, focando sobre a importância do diálogo entre professores e estudantes. A interação foi o foco da apresentação de Shahan e Staples (2008), que a concebe como crucial para o engajamento matemático dos alunos, mais do que as situações de resolução de problemas em si mesmas. Os professores mostrados no vídeo variaram suas habilidades para manter a colaboração, levando os alunos a fazer perguntas, a fazer conexões por eles mesmos, a desenvolver e praticar um interesse comum na sala de aula.

Embora Shahan e Staples (2008) tenham citado que professores foram incentivados a trabalhar com a abordagem de resolução de problemas, o foco de sua pesquisa esteve na interação de alunos no trabalho com essa abordagem. Destacamos, com essa pesquisa, um aspecto novo no sentido de que uma abordagem de ensino não se sustenta por si só, mas em uma simbiose com uma multiplicidade de fatores inerentes ao complexo processo de ensino e aprendizagem.

O *Topic Study Group* 18 (TSG-18): *Problem Solving in Mathematics Education* foi coordenado pelos pesquisadores Jinfa Cai (USA) e Joanna

Mamona Downs (Grécia), que se uniram a Adrás Ambrus (Hungria) e a Hideki Iwasaki (Japão) para conduzirem as discussões desse TSG. Para a escrita do texto referente a ele recorremos ao livro *Final Programme,* pois nele há uma lista com os títulos das pesquisas discutidas internamente nos TSGs, seguidas dos nomes de seus autores. Nos *proceedings* constam apenas os nomes dos pesquisadores que participaram do TSG, pois o texto desse documento se refere a um relatório.

O objetivo geral do TSG-18 foi o de "fornecer um fórum para aqueles que estivessem interessados em algum aspecto da pesquisa em resolução de problemas em algum nível educacional, apresentar descobertas recentes e trocar ideias" (CAI; DOWNS, 2008, p.368, tradução nossa). Suas principais preocupações foram:

> (1) compreender processos cognitivos complexos envolvendo resolução de problemas; (2) Explorar os mecanismos reais pelos quais os estudantes aprendem e dão sentido à Matemática através da resolução de problemas e como isso pode ser sustentado pelo professor; (3) Identificar direções futuras de pesquisas em resolução de problemas, incluindo o uso da informação tecnológica. (CAI; DOWNS, 2008, p.368, tradução nossa)

Após as discussões sobre os temas relacionados, no parágrafo imediatamente anterior, houve, em um segundo momento, seis subseções formadas por pesquisadores de diferentes lugares do mundo que iriam apresentar resultados de pesquisas recentes.

Um objetivo específico desse TSG, de acordo com Cai e Downs (2008), era o de verificar a abrangência da resolução de problemas. Para isso, elencaram três categorias:

> (1) Resolução de problemas para desenvolver experiências gerais, isto é, tarefas não padronizadas, problemas com fins abertos e projetos de trabalho, modelar situações da „vida real" e estabelecer tarefas com soluções marcantes para a motivação; (2) Resolução de problemas designada especificamente para promover o desenvolvimento conceitual esperado; e (3) Resolução de problemas designada especificamente para enfatizar a reflexão e a validação das soluções encontradas e o desenvolvimento explícito de técnicas heurísticas e métodos exploratórios. (*Ibid.*)

Os temas direcionadores foram abordados em sessões que ocorreram ao longo do congresso. Em uma primeira discussão, os panelistas Lucia Grugnetti (Itália), Kazuhiko Nunokawa (Japão) e Carolyn Maher (USA) apresentaram suas pesquisas em uma mesa redonda chamada *The Identity of Problem Solving*, sob a coordenação de Mamona-Downs (Grécia). Inicialmente essas discussões deveriam focar no "porquê de existir um subcampo chamado „resolução de problemas‟ como uma área de interesse da Educação Matemática, quando a frase „resolução de problemas‟ parece quase sinônimo do fazer matemática de alguma maneira" (CAI; DOWNS, 2008, p.368, tradução nossa). Porém, os editores disseram que, dado o tempo limitado, essa questão não foi abordada como deveria, mas forneceu uma perspectiva que ajudou a "colorir" alguns dos temas específicos da resolução de problemas que foram surgindo.

No texto dos *proceedings* foram apresentados breves resumos do que disseram os panelistas. Lucia Grugnetti falou sobre construtivismo na resolução de problemas ao descrever a abordagem de situações-problemas para o ensino de matemática defendido na França. Essa pesquisadora destacou a importância de os estudantes compararem suas soluções com as de seus pares por acreditarem que, dessa forma, aprendem a apreciar explicações formais.

Kazuhiko Nunokawa categorizou quatro objetivos na resolução de problemas: (1) enriquecimento de esquemas; (2) motivar os estudantes expondo-os a resultados marcantes; (3) criação pessoal de novo conhecimento matemático; e (4) dando experiência para melhorar uma habilidade geral de resolução. Nunokawa (2008) destacou que é importante identificar as limitações da resolução de problemas no ensino de teorias matemáticas completas.

Carolyn Maher referiu-se a um projeto de longa duração em que os mesmos estudantes foram acompanhados desde a escola primária até a escola secundária, orientados pela metodologia de trabalho colaborativa. Considerando a duração do projeto, Maher (2008) disse que os problemas eram retomados pelos estudantes de acordo com a maturidade deles, construindo representações pessoais e monitorando seu próprio trabalho. Além disso, essa pesquisadora falou sobre a importância do "fazer sentido", bem como, questões afetivas e o papel do professor na resolução de problemas.

As sessões seguintes, segunda e terceira, desse TSG-18 foram destinadas à apresentação de 18 pesquisas com enfoque na resolução de problemas. Conforme o texto dos *proceedings*, essas pesquisas seriam disponibilizadas na íntegra, na página do congresso, na *internet*. No momento da escrita deste texto acessamos essa página e lá identificamos apenas alguns textos publicados no evento, como os das sessões plenárias, por exemplo. Os relativos a esse TSG não foram encontrados por nós na referida página.

As sessões citadas, segunda e terceira, foram divididas em seis subseções (ou subgrupos de discussão) e, em cada uma delas, três pesquisas que compartilhavam características comuns foram apresentadas e discutidas. Aspectos mais gerais dessas pesquisas serão apresentados no texto a seguir.

As pesquisas *Investigating problem solving: A report of special interest group from Australia* - Beth Southwell (Austrália); *On mathematical Problem solving process and history of mathematics* – Bernd Zimmermann (Alemanha); *The TRANSALPIN Mathematics Rally in primary and low secondary school: A problem-solving and a math education experience* – Lucia Grugnetti (Itália), Daniela Medici (Itália) e François Jaquet (Suíça)[60], compuseram um subgrupo de discussão chamado *Broad issues and research projects in mathematical problem solving*. Nesse subgrupo foi dito que o tema resolução de problemas incorporou muitos interesses diferentes e que, por essa razão, seria importante desenvolver a compreensão sobre como esses conceitos se encaixavam. As pesquisas apresentadas/discutidas nesse grupo, conforme Cai e Downs (2008), contribuíram de diferentes formas com esse propósito.

Southwell (2008) falou sobre um projeto que estava em andamento cujo objetivo era o de desenvolver mapas conceituais de elementos de processos de resolução de problemas e focalizar a pesquisa que lançaria luz sobre isso. Zimmermann (2008) discutiu o uso de materiais históricos em vários aspectos educacionais da resolução de problemas, tais como, a explicação de barreiras cognitivas dos estudantes, diferenças individuais em estratégias e a competência de professores em fazer diagnósticos. Gugnetti, Jaquet e Medici (2008)

---

[60] Esses autores desenvolveram suas pesquisas na França.

descreveram um amplo projeto internacional onde o trabalho colaborativo, o papel de projetar problemas e a ocorrência de comportamento inesperado dos estudantes foi enfatizado.

Foram apresentadas no subgrupo *Problem Solving in an* ICT *environment* as pesquisas: *ICT (Information and Communication Technology) Supports of problem solving in mathematical education* – Sergey Rakov (Ucrânia); *Geometry problem-solving in a computational environment: advantages and reservantions* – Ioannis Papadopoulos (Grécia); *Problem Solving in out-of-school settings: Children "playing" in ICT contexts* - Tom Lowrie (Austrália).

Os pesquisadores desse subgrupo demonstraram forte interesse na aplicação de Informação e Comunicação Tecnológica (ICT), com contribuições variadas. A pesquisa de Rakov (2008) apresentou um pacote de Geometria Dinâmica que visava a proposição de problemas, a formulação de hipóteses, o encontrar evidências ou contraexemplos e dar soluções aproximadas. Papadopoulos (2008) considerou as vantagens e desvantagens em se usar *softwares* para ensinar o conceito de área para crianças na escola primária. Esse pesquisador apontou algumas atividades (como o método "recorta e cola") que surgiram com o uso do computador que, no final, tinha mais a ver com a natureza da resolução de problemas do que com contextualização. A pesquisa de Lowrie (2008) abordou um projeto em que os estudantes foram levados a pensar sobre alguma Matemática implícita em um jogo de computador conhecido a fim de motivá-los a se engajarem em pensamento matemático e a ligar atividades de fora da escola com atividades da sala de aula.

No subgrupo *Prof, modelling and teaching heuristics* foram apresentadas as seguintes pesquisas: *Describing and categorizing the problem-solving process used by undergraduates when constructing proofs* – Keith Weber (USA); *Mathematical modelling and metacognitive Instruction* – Zemira Mevarech e Bracha Kramarski (Israel); *Learn to solve non-routine problems* – Murat Altun e Çigdem Arslan (Turquia).

De acordo com Cai e Downs (2008), essas pesquisas abordaram temas centrais da resolução de problemas ao considerar, no caso da pesquisa de Weber (2008), por exemplo, aspectos da formação de prova matemática preocupados em mostrar a diferença entre obter deduções lógicas (sintática) e argumentos significativos (semântica). Mevarech e Kramarski (2008) relataram um estudo que demonstrou que o trabalho colaborativo não é suficiente para aumentar as habilidades dos estudantes na modelagem matemática. Em complemento, disseram esses pesquisadores, é necessário um acompanhamento especial nos processos metacognitivos. Altum e Arslan (2008) falaram sobre a necessidade de serem ensinadas técnicas heurísticas específicas aos estudantes, pois seus efeitos são positivos, inclusive, em relação ao uso dessas mesmas heurísticas.

Teacher development and questions of design in problem solving foi o tema de outro subgrupo. Nele foram apresentadas as pesquisas: *Creating problem solving repertoires* – Kai Fai Ho (Singapura), Teong Su Kwang (Singapura) e John Hedberg (Austrália); *The pedagogical design of problem solving based on teaching unit and generalization* – Takeshi Yamaguchi (Japão), Hideki Iwasaki (Japão); e *Building preservice teacher"s problem solving habilities* – Jeffrey Wanko (USA).

Duas dessas pesquisas consideraram o questionamento "*If we want students to learn and make sense of mathematics, how should teachers design pedagogically sound problems for classroom instruction?*" como ponto de partida para suas discussões. Yamaguchi e Iwasaki (2008) apresentaram um projeto pedagógico de resolução de problemas baseado no "modelo de generalização de Dörfler". Detalhes desse projeto não foram apresentados nos *proceedings*.

Ho, Teong e Hedberg (2008) realizaram uma pesquisa com 140 alunos de turmas de 5º ano de Singapura. Em seu estudo foi pedido aos estudantes para resolver alguns problemas e descrever quais as razões de suas dificuldades na resolução desses problemas. A conclusão que chegaram os autores foi a de que os estudantes pesquisados aparentam conhecimento limitado da resolução de problemas heurísticos. Assim, sugeriram que os professores de matemática daquele país precisariam melhorar suas práticas pedagógicas através da explicação de processos matemáticos de resolução de problemas.

As pesquisas seguintes fizeram parte das discussões do subgrupo *Sense-making in mathematical problem solving*: *Seeking mathematical conviction and* *cognitive reassurance during problem solving* – Maria de Hoyos (Inglaterra); *The use of word problems to engage children in critical thinking* – Ban-Har Yeap (Singapura); *Enhancement of student problem solving throught mathematical symbolism* – Charita A. Luna, Lourdes G. Fuscable (Filipinas). Essas pesquisas investigaram questões relacionadas à validação de resultados, que tem uma longa tradição como um aspecto importante da educação matemática.

Hoyos (2008) examinou "se" o "como" os estudantes procuram validar as respostas dos problemas que resolvem. A pesquisadora concluiu que os estudantes validam os resultados de seus problemas constantemente através da "convicção matemática" e da "reafirmação cognitiva". O uso das aspas nas expressões da frase anterior não foi explicitado nos *proceedings*. Yeap (2008), de Singapura, apresentou um estudo exploratório em que foram discutidas possibilidades de como evitar que crianças, em atividades de resolução de problemas, suspendam a habilidade do "fazer sentido" da Matemática e, ao mesmo tempo, sejam engajadas em "pensamento crítico".

Luna e Fuscable (2008) examinaram o impacto do simbolismo matemático no desempenho de estudantes universitários em resolução de problemas. Essas pesquisadoras acreditam que o simbolismo matemático tem uma influência poderosa no desempenho dos estudantes, especialmente na passagem do "problema com enunciado" para a equação. A familiaridade com o simbolismo matemático melhora as habilidades dos estudantes em resolução de problemas, concluíram as pesquisadoras.

As pesquisas *A conceptual framework of exploring mathematical exploration* – Vic Cifarelli (USA) e Jinfa Cai (USA); *Experimentation: The hidden part of problem solving process* – E. Koleza e M. Iatridou (Grécia); *Developing a framework for mathematical enrichment* – J. Piggott (Inglaterra) fizeram parte do *Issues in mathematical exploration*, último grupo de discussão das sessões "segunda e terceira" do TSG-18: *Problem solving in mathematics education*.

Cifarelli e Cai (2008) apresentaram uma pesquisa conceitual referente à "exploração matemática". Nessa pesquisa, os autores consideraram a exploração matemática como um processo recursivo em que resolvedores determinam os objetivos da ação enquanto formulam problemas, resolvem problemas e refletem sobre a solução desses problemas para formular novos problemas. Apresentaram ainda informação empírica para sustentar a pesquisa conceitual.

Koleza e Iatridou (2008), invetigaram o papel da experimentação na resolução de problemas. Eles examinaram e analisaram os mecanismos da experimentação com quatro grupos de professores em formação inicial, engajados com resolução de problemas.

Piggot (2008), apresentou aspectos chave para do enriquecimento matemático e discutiu como o conteúdo e o *design* de novos recursos continuariam a alimentar-se a si mesmos.

Na quarta sessão: *Future directions for mathematical problem solving research*, Stacey, K. (Austrália) e Silver, E. (USA) destinaram duas plenárias que se interessaram por discutir direções futuras da pesquisa em Resolução de Problemas. Jinfa Cai (USA) foi o coordenador dessa sessão.

Stacey (2008) foi a primeira a falar e ressaltou que, embora professores ao redor do mundo viessem tendo sucesso considerável em atingir vários objetivos da resolução de problemas, a necessidade de melhorias, por meio de pesquisas direcionadas, deveria ser constante para que mais alunos pudessem receber uma apreciação mais profunda do que significa “fazer matemática”. Stacey afirmou que “[...] essas pesquisas, associadas ao desenvolvimento do currículo, requerem uma compreensão direcionada dos processos de resolução de problemas para a matemática (em todos os aspectos), desenvolvimento de práticas eficientes dentro da sala de aula, e projetar tarefas adequadas”. (STACEY, 2008, p.371, tradução nossa).

Silver argumentou que o trabalho realizado até aquele momento

> [...] tem nos ajudado a acumular informações importantes sobre como os estudantes podem aprender a resolver problemas, mas que pouca atenção tinha sido dada às formas de fazer com que a resolução de problemas pode ser um elemento central na sala de aula.

Como forma de solucionar o problema, esse pesquisador sugeriu que mais trabalho deveria ser realizado e que olhassem diretamente para a seguinte questão central, de extrema importância para os professores de sala de aula: "O que os resultados da pesquisa sugerem sobre viabilidade e eficiência do ensino de Matemática *através* da Resolução de Problemas?" (*Ibid*.).

Com a chamada *An underrepresented theme*, a proposição de problemas foi destacada por Cai e Downs (2008), presidentes do TSG-18, como um tema pouco abordado nas pesquisas apresentadas. A proposição de problemas, na visão desses pesquisadores, "é o coração da pesquisa matemática e da pesquisa científica. De fato, na investigação científica, a formulação de problemas é frequentemente considerada como mais importante do que encontrar a solução do problema" (CAI; DOWNS, 2008, p.371, tradução nossa). Para esses pesquisadores, na pesquisa em Educação Matemática existe um grande consenso em considerar

> [...] a proposição de problemas matemáticos como uma prática de ensino essencial e eficiente. É sugerido que atividades de proposição de problemas não só diminuem a ansiedade dos estudantes e levam a uma disposição mais positiva para a Matemática, mas também, enriquecem e melhoram a compreensão deles, bem como, a capacidade de resolução de problemas. (CAI; DOWNS, 2008, p.371, tradução nossa)

Finalizando o tema, Cai e Downs (2008) disseram que, apesar de a pesquisa em Educação Matemática ter se aprofundado em vários aspectos dos processos de "proposição de problemas" nas escolas e na universidade, pouca atenção foi dada ao tema nas pesquisas apresentadas no TSG-18. Por essa razão, destacaram que a "proposição de problemas" poderia ser mais evidente em pesquisas para o congresso seguinte.

Nas considerações finais do TSG-18*: Problem solving in mathematics education*, Cai e Downs (2008), ocupando a posição de coordenadores, relataram alguns aspectos importantes. Dentre eles, disseram que desde a década de 1980 as contribuições da pesquisa educacional em resolução de problemas matemáticos tinham sido grandiosas e que, por essa razão, nossa compreensão sobre o tema foi ampliada e aprofundada de maneira significativa. Além disso, afirmaram que a pesquisa em resolução de problemas é muito dinâmica e que esse dinamismo é constatado ao refletir sobre as tendências de pesquisa em resolução de problemas. Isso é surpreendente quando se considera algumas questões fundamentais que o campo tem de tratar, tais como:

> O que é resolução de problemas matemáticos? Quais são os processos cognitivos usados na resolução de problemas matemáticos? Quais são os propósitos da resolução de problemas? Quais são os mecanismos atuais que os estudantes usam para aprender e fazer sentido na matemática através da resolução de problemas? Qual é o papel do professor na implantação da resolução de problemas na sala de aula? (CAI; DOWNS, 2008, p.372, tradução nossa)

Finalizando a fala, Cai e Downs (2008) lembraram que a visão da comunidade de educação matemática sobre cada uma dessas questões tem evoluído com o tempo e ainda estão em fluxo. Assim, faz-se necessária a realização periódica de um balanço da produção sobre resolução de problemas identificando quais assuntos merecem maior atenção da pesquisa. Segundo eles, o TSG-18 desempenhou bem esse papel.

O periódico *Journal Mathematical Behavior* solicitou dos coordenadores Cai e Downs uma seleção dos artigos apresentados nesse TSG para a publicação, em 2005, de dois volumes especiais (Volume 24, assuntos 3 e 4) sobre o tema Resolução de Problemas. Não investigamos o conteúdo desses volumes, mas deixamos o endereço do periódico e do respectivo volume para consulta <http://www.sciencedirect.com/science/journal/07323123/24/3-4>[61]. Reiteramos que esse o acesso aos artigos implica em custos.

Os pôsteres desse ICME-X foram apresentados no livro extra *Posters Abstracts*, que contém os resumos de todas as pesquisas apresentadas no formato pôster. É sobre essas pesquisas que os próximos parágrafos versarão.

Os pôsteres apresentados nas *Round Tables* foram organizados por eixos temáticos, perfazendo o total de 23 diferentes eixos, apresentados em dois dias do congresso. Os pôsteres não apresentados nas *Round Tables* foram organizados aleatoriamente em três grupos e expostos em locais próprios como de costume, com o pesquisador disposto ao lado de sua produção.

---

[61] Acesso em: 15 dez. 2014.

Pesquisando nesse livro, selecionamos todas as pesquisas que abordaram Resolução de Problemas. As que seguem foram todas apresentadas/discutidas na *Round Tables*, conforme informação do livro.

A pesquisa de título *The influence of solving problems in cognition*, de Xianlin Wang (China) abordou aspectos relacionados à cognição e resolução de problemas. De acordo com Wang (2004), foram analisadas em sua pesquisa as formas de construção de estruturas conceituais de estudantes e foi verificada a influência delas na aplicação consciente de conhecimentos e métodos para solucionar problemas matemáticos de estratégias. Além disso, Wang relatou que foram verificadas formas de como reforçar a formação direcionada de maneira a construir consciência ao aplicar conhecimentos e métodos, modelos construtivos perfeitos e melhorar a qualidade do pensamento. Sobre a habilidade cognitiva, a pesquisadora concluiu que há uma diferença entre habilidade cognitiva e tendência para ela. Nesse sentido, Wang chamou atenção para o fato de que devemos trabalhar para dimunuir essa diferença pois, assim, o trabalho com resolução de problemas será mais eficiente.

Catherine Murphy, na pesquisa *Impact of games of strategy on developing problem-solving abilities*, apresentou resultados dos efeitos do uso de jogos de estratégias em um curso de Matemática Discreta para desenvolver e melhorar as habilidades de resolução de problemas de estudantes. Murphy (2004) afirmou que os jogos de estratégias foram considerados no curso de Matemática Discreta como o contexto em que estratégias específicas de resolução de problemas foram desenvolvidas. Essa pesquisadora apresentou exemplos do uso dos jogos e falou sobre seu impacto na disposição dos estudantes para desempenhar tarefas. A pesquisadora falou ainda sobre tópicos matemáticos que os estudantes consideraram mais fáceis a partir do estudo por meio dos jogos e, por último, apontou quais refinamentos seriam necessários para que o trabalho realizado com jogos de estratégias no curso de Matemática Discreta fosse mais bem aproveitado.

Ildar Safuanov, da Rússia, apresentou resultados da pesquisa *Open-ended problems in preparation of mathematics teachers for primary school*, que é parte do curso "*Open-ended problems in teaching mathematics at primary* *school*", desenvolvido pelo professor E. N. Galiullina. Esse curso foi proposto por Gaiullina, disse Safuanov (2004) com o propósito de fomentar habilidades matemáticas criativas de alunos da Escola Primária.

Na formação inicial de professores, contexto da pesquisa de Safuanov (2004), o objetivo principal do curso foi o de familiarizar futuros professores da Escola Primária com vários tipos de "problemas com fins abertos", mostrando-lhes o potencial desses problemas no desenvolvimento do pensamento criativo de estudantes de forma a promover, nos futuros professores, a aquisição do conhecimento teórico necessário para ensinar alunos da Escola Primária a resolver esses problemas.

Francisco Delgado, do México, apresentou duas pesquisas no formato pôster que estão relacionadas a um mesmo projeto: (1) *Designing PBL scenarios for a course with integrated curriculum, teamwork environment and use of technology: One example;* (2) *Problem Based Learning in sophomore and freshmen engineering student: A five year follow-up*.

O conteúdo desses pôsteres é resultado de uma pesquisa realizada por Delgado (2004) com alunos em formação inicial de um curso de Engenharia, a partir da implantação do *Principia*, um modelo educacional que tem a *Problem Based Learning* (PBL) e a tecnologia como ferramentas. O estudo teve a duração de quatro semestres e seu principal objetivo foi o de desenvolver uma cultura matemática, física e tecnológica nos estudantes capacitando-os para analisar e desenvolver problemas complexos. Esse objetivo, segundo Delgado, é alcançado com a integração de diferentes assuntos em um único programa onde o ambiente de sala de aula e a aprendizagem são considerados.

Delgado afirmou que o *Principia* possui cinco princípios fundamentais e os destacou: "(a) integração curricular para Matemática; (b) aprendizagem colaborativa; (c) trabalho em equipe; (d) ênfase na modelagem matemática; (e) uso da tecnologia na sala de aula com todos esses elementos" (DELGADO, 2004, p.126 e p.166, tradução nossa). Além disso, o pesquisador relatou que o *Principia* evoluiu como um programa integrado que considera objetivos, conhecimento, metodologia e sistema de avaliação.

A pesquisa de Michel Beaudoin (Canadá), chamada *The development of a problem based learning model for math education studies, using cooperation between professor and students*, também considerou a PBL como metodologia pedagógica. Beaudoin (2004) classificou a PBL como abordagem curricular ou método de ensino e afirmou que ela não é usualmente empregada nas aulas de Matemática em razão da falta de modelos. Para o pesquisador, os tópicos seguintes podem ser estudados à luz da PBL: “preparação de aulas; avaliação de estudantes; estudo do currículo de Matemática; uso da tecnologia. Beaudoin lembrou que todos os contextos de aprendizagem requerem novas estratégias para uso eficiente da PBL” (BEAUDOIN, 2004, p.133, tradução nossa). O pesquisador não explicitou no resumo de sua pesquisa o que são “aulas de educação matemática”.

Pedro Palhares, de Portugal, apresentou resultados da pesquisa *Using games to promote both the development of strategies and problem-solving skills at the primary level*. O pesquisador trabalhou com jogos de estratégias na sala de aula da Escola Primária com dois propósitos:

> (1) o desenvolvimento de estratégias por parte dos alunos, pela prática dos jogos, apoiado por perguntas dos professores desejando saber quais as razões das estratégias adotadas; (2) o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas dos alunos a partir das situações problemas, propostas pelos professores, no contexto dos jogos, em que um dos lados (o professor ou o aluno) pode forçar a decisão. (PALHARES, 2004, p.210, tradução nossa)

Os resultados apresentados por Palhares (2004) revelaram que os alunos desenvolveram estratégias rapidamente. No entanto, a capacidade para falar sobre essas estratégias não foi, assim, tão rápida. Muitos alunos nem se quer resolveram as situações-problemas propostas ou se ocuparam de compreendê-las antes de começar a resolver, disse Palhares.

Apresentando resultados da pesquisa *Problem-Solving, graphing software and algebraic knowledge*, realizada com uma turma de primeiro ano de um curso de Administração de Empresas, Norma S. G. Allevato e Lourdes de la Rosa Onuchic, ambas do Brasil, afirmaram que seu estudo teve como objetivo analisar as implicações do uso de computadores associado com o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, especificamente no que se refere aos aspectos algébricos que emergem quando estudantes usam o *software* gráfico *Winplot* para lidar com problemas envolvendo funções.

Allevato e Onuchic (2004) disseram que foram analisadas as soluções dos estudantes para problemas que exigiam desenhar gráficos com algum tipo de funções racionais e com raízes quadradas. O principal problema encontrado pelos estudantes, segundo as pesquisadoras, foi o de saber o local adequado para colocar os parênteses nas fórmulas das funções, que precisavam ser digitadas no *software*. Esse problema provou ser uma ferramenta eficiente para a avaliação, especialmente para detectar lacunas no conhecimento algébrico dos estudantes, disseram as pesquisadoras. Allevato e Onuchic (2004) disseram ainda que, a abordagem adotada “oportunizou aos estudantes o desenvolvimento da percepção algébrica, manifestados nas atividades de resolução de problemas com computadores, permitindo que seus resultados fossem monitorados” (p. 78, tradução nossa).

5.3.11 A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-XI

O ICME-XI foi realizado em julho de 2008 na cidade de Monterrei, no México. Participaram desse evento mais de 2000 pessoas, oriundas de mais de 90 países[62], que se reuniram para trocar ideias, informações e obter novos conhecimentos através de um trabalho colaborativo com colegas de diferentes lugares do mundo[63].

Em uma página na *internet*[64], um primeiro anúncio deste ICME informou aos interessados que o *International Program Committee* (IPC) iria oferecer uma ampla variedade de atividades, abrangendo vários temas de interesse para este ICME, que iria responder à demanda da comunidade internacional de educadores matemáticos. Nesse anúncio consta também a informação de que, pela primeira vez, o ICME seria realizado na América Latina e que o IPC tinha a certeza de que muitos educadores matemáticos da região iriam aproveitar a oportunidade para participar do evento.

Na ocasião da escrita deste texto, buscamos pela página eletrônica do ICME-XI (www.icme11.org) na *internet* e não a encontramos. Estabelecemos contato com dois integrantes do IPC, via *e-mail*, e fomos informadas de que a página foi suspensa, muito provavelmente porque o contrato, que permitia sua disponibilização na *internet* para consulta pública, possivelmente teria expirado e sua renovação não foi efetuada. Nesse e-mail questionamos, inclusive, sobre a existência dos *proceedings* do ICME-XI e fomos informadas de que eles não foram produzidos, embora conste a informação na página eletrônica da *International Mathematics Union* (IMU) de que sua publicação estava sendo

---

[62] Não nos foi possível saber o número exato de pessoas e de países participantes, bem como outras informações mais exatas sobre o evento, pois não tivemos acesso aos *proceedings*, tampouco aos livros de resumos de palestras regulares e livros de resumos de pôsteres.

[63] Essas informações, bem como outras sobre a organização do evento, foram retiradas do livro de programação final. Disponível em: <http://202.204.208.109/mathpage/newgaoshi/UploadFile/2ndAnnouncementWeb0.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2015.

[64] Disponível em: <http://mathforum.org/kb/servlet/JiveServlet/download/204-1598484-5821305-417355/att1.html>. Acesso em 07 jan. 2015.

providenciada. Até o encerramento deste texto esse documento não foi publicado.

Para a escrita deste texto referente ao ICME-XI contamos com o livro organizado pelo *Topic Study Group* 19 (TSG-19): *Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education*, que consta do acervo pessoal da professora Lourdes Onuchic, mas também dispuemos de uma cópia digital do mesmo, que nos foi enviada por e-mail por um de seus organizadores. Além desse livro fizemos várias pesquisas em *sites* da *internet* buscando por mais informações sobre esse evento, nos quais encontramos informações mais gerais, algumas, inclusive, foram trazidas para este texto. Há uma página na *internet* que disponibiliza para consulta pública o livro de programação final, o qual foi consultado por nós, mas não conseguimos maiores informações sobre seu provedor.

Gostaríamos de ressaltar que para a pesquisa que nos dispusemos a realizar, o cruzamento de informações por meio de diferentes fontes se mostrou como uma estratégia importante e que foi seguida em todos os ICMEs que antecederam ao XI. No entanto, para a escrita deste texto referente ao ICME-XI, essa estratégia não se efetivou em razão das limitações impostas pelas condições de armazenamento das fontes digitais.

A decisão por manter o ICME-XI em nosso inventário – mesmo tendo tido acesso, dos materiais produzidos no evento, somente ao livro extra do TSG-19, que concentra pesquisas em Resolução de Problemas publicadas no evento, e algumas poucas informações dispersas em páginas na *internet* – foi tomada depois de termos considerado que, mesmo não conhecendo todas as pesquisas publicadas no evento sobre a temática Resolução de Problemas, o livro extra do TSG-19 é um bom espelho do que lá ocorreu, além de as informações nele contidas sobre a pesquisa em Resolução de Problemas serem importantes para o inventário que vimos produzindo.

Esse livro pode ser encontrado com pesquisadores que participaram do TSG-19, como é o caso das professoras Lourdes R. Onuchic e Norma S. G. Allevato, ambas do Brasil. Além dessa via, dispondo-se do título do livro é possível encontrá-lo em *sites* na *internet*, cuja versão digital possuiu os mesmos arquivos que os analisados por nós. Assim, pode-se caracterizar a circulação desse documento como ampla, ainda que para sua consulta seja necessário dispor do título.

O comitê executivo da ICMI, responsável pela organização do ICME-XI, foi presidido por Michèle Artigue, então presidente dessa comissão, que contou com os pesquisadores Jill Adler (África do Sul) e Bill Barton (Nova Zelândia) na vice-presidência.

Dentre os objetivos do evento foi ressaltado o interesse de que as discussões pudessem incluir professores, pesquisadores, desenvolvedores de currículo e livros didáticos, administradores acadêmicos e outros, cujo trabalho e interesses estivessem fortemente relacionados com a Educação Matemática.

Foram realizadas, ao todo, nove sessões plenárias no ICME-XI envolvendo diferentes temas relativos à Educação Matemática, mas em nenhuma delas identificamos a Resolução de Problemas como tema de discussão, ao menos no que se refere aos títulos, já que não dispusemos do livro com os textos das sessões (NIETO; POILLON; 2008).

O livro extra, produzido pelo *Topic Study Group* 19 (TSG-19): *Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education*, que recebeu o mesmo título do TSG, possui 15 artigos completos. Não identificamos nesse documento quais foram os critérios utilizados para publicação dessas pesquisas, caso o número de pesquisas apresentadas no grupo de discussão tenha excedido a quinze.

O coordenador do TSG-19 foi o professor Manoel Santos (México) e Yoshinori Shimizu (Japão), os organizadores do livro extra. A eles se juntaram os pesquisadores Olive Chapman (Canadá), Uldarico Malaspina (Peru) e Hugo Barrantes (Costa Rica) para compor a equipe de trabalho. O objetivo desse TSG, de acordo com Santos e Shimizu (2008), foi o de

> fornecer um fórum para aqueles que estivessem interessados em aspectos da pesquisa e desenvolvimento em resolução de problemas em algum nível educacional, compartilhar resultados recentes, ou mesmo, trocar ideias. Esse grupo pretendia oferecer a oportunidade para participantes em geral se tornarem familiarizados com o progresso e ideias correntes do campo, bem como, prever direções futuras. (SANTOS; SHIMIZU, 2008, p.i, tradução nossa)

O grupo de estudos desejava ainda que os encontros do TSG pudessem "promover a comunicação e instigar a colaboração entre os participantes" (*Ibid*.), de forma que os temas e ideias abordadas durante o desenvolvimento das sessões fornecessem bases para estruturar propostas de escrita de um livro sobre o campo.

Os temas de discussão escolhidos pela equipe do TSG-19 foram amplos, todos voltados à Resolução de Problemas. No livro *Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education*, ao falar sobre esses temas, os editores afirmaram que

> resolução de problemas é o coração da matemática. O ensino e aprendizagem da resolução de problemas tem uma longa história em educação matemática. Resolução de problemas é uma atividade que proporciona aos estudantes oportunidades para construir e experimentar o poder da Matemática. (SANTOS; SHIMIZU, 2008, p.i, tradução nossa)

Ainda nesse livro, Santos e Shimizu (2008) disseram que o foco primeiro do TSG seria o de identificar o estado da pesquisa e desenvolvimento da Resolução de Problemas em Educação Matemática no mundo até aquele momento. Para isso, seriam exploradas as seguintes áreas:

> (1) A compreensão de processos complexos envolvidos na resolução de problemas matemáticos;
> (2) Explorar os processos nos quais os estudantes aprendem e produzem sentido na matemática via atividades de resolução de problemas e como podem os professores facilitar esse processo;
> (3) Discutir maneiras de avaliar competências de resolução de problemas;
> (4) Discutir o papel do uso de ferramentas computacionais na abordagem de resolução de problemas.
> (5) Identificar e discutir direções futuras da pesquisa e desenvolvimento em resolução de problemas. (*Ibid*., p.i-ii)

A programação desse TSG incluiu discussões em mesas redondas, apresentações individuais, apresentações em pequenos grupos e discussão em plenária durante o desenvolvimento das sessões. Assim, as sessões foram baseadas em discussões de artigos, que foram submetidos e aprovados pelo comitê organizador, sobre os seguintes assuntos: (a) Fundamentos da resolução de problemas; (b) Estudos em comportamentos de estudantes durante a resolução de problemas matemáticos; (c) Abordagens de ensino: aprendizagem e ensino na resolução de problemas; (d) Pesquisa e desenvolvimento na resolução de problemas com a tecnologia; e (e) propostas curriculares e resolução de problemas.

Para cada um desses assuntos, Santos e Shimizu (2008) expuseram um breve resumo no livro *Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education*. Considerando que as pesquisas publicadas nesse livro contemplam esses objetivos, nossa escolha foi a de não reproduzí-los neste texto. Assim apresentamos logo a seguir o índice do livro e, no texto que o segue, faremos um breve comentário sobre cada das pesquisas indicadas.

1. *Methodologies for investigating relationships between concept development and the development of problem solving abilities*.
   Richard Lesh; Lyn English; Thomas Fennewald.

2. *A Technology-Based Investigation of United States High School Student Mathematical Problem Solving.*
   Pamela L. Paek.

3. *Formulating mathematical conjectures in learning activities, assisted with technology.*
   Fernando Barrera Mora; Aarón Reyes Rodríguez.

4. *Problem Posing Performance of Grade 9 Students in Singapore on an openended stimulus.*
   Chua, Puay Huat; Yeap, Ban Har.

5. *Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development.*
   Lyn English; Richard Lesh; Thomas Fennewald.

6. *Teaching mathematics in the classroom through problem solving.*
   Norma S. G. Allevato; Lourdes R. Onuchic.

7. *The method of problem solving based on the Japanese and Polya´s models. A classroom experience in Chilean schools.*
   Aravena D. Maria; Caamaño E. Carlos.

8. *An ICT environment to assess and support students‟ mathematical problem – solving performance in non-routine puzzle-like word problems.*
   Angeliki Kolovou; Marja van den Heuvel-Panhuizen; Arthur Bakker; Iliada Elia.

9. *The computer tool for verification hypotheses in parametrical problems solving.*
   D. Mantserov; D. Petrichenko; S. Pozdnyakov.

10. *The decision-making as a school activity.*
    María Candelaria Espinel Febles; Ana Teresa Antequera Guerra.

11. *Cognitive and metacognitive processes of pre-service mathematics teachers while solving mathematical problems.*
    Omar Hernández Rodríguez.

12. *Teachers" beliefs about mathematical problem solving, their problem solving competence and the impact on instruction: A case study of three Cypriot primary teachers.*
    Constantinos Xenofontos; Paul Andrews.

13. *Strategies for Solving Word Problems on Speed: A Comparative Study between Chinese and Singapore Students.*
    Jiang Chunlian.

14. *Beyond Show and Tell: Neriage for Teaching through Problem-Solving – Ideas from Japanese Problem-Solving Approaches for Teaching Mathematics.*
    Akihiko Takahashi.

15. *Instructional Practices to Facilitate Prospective Mathematics Teachers" Learning of Problem Solving for Teaching.*
    Olive Chapman.

As pesquisas de Richard Lesh, Lyn English e Thomas Fennewald, chamadas *Methodologies for investigating relationships between concept development and the development of Problem Solving abilities* e *Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development*, terão seus comentário tecidos neste texto em sequência, em vez da ordem apresentada no índice do livro.

No primeiro artigo Lesh, English e Fennewald (2008) descreveram três limitações da pesquisa realizada no passado sobre Resolução de Problemas matemáticos dizendo que o conhecimento não teria sido acumulado, mas em vez disso, teria atrofiado de maneira significativa durante a última década (final da década de 1990 e início da década de 2010), com teorias sem sucesso sendo “recicladas” e “embelezadas”.

As razões, disseram os autores, foram atribuídas a pesquisadores que falharam no desenvolvimento de instrumentos de pesquisa necessários para observar, de forma confiável, documentar e avaliar o desenvolvimento de conceitos e habilidades que eles afirmaram serem importantes. Além disso, uma segunda desvantagem era a de que teorias e pesquisas existentes não foram capazes de deixar claro como o desenvolvimento conceitual (ou desenvolvimento de competências básicas) se relaciona com o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, especialmente quando a atenção é desviada dos problemas com enunciado encontrados na escola, para os tipos de problemas encontrados fora dela, nos quais as habilidades necessárias e até mesmo as perguntas a serem feitas poderão não ser conhecidas antecipadamente (LESH; ENGLISH; FENNEWALD; 2008).

A terceira desvantagem, conforme Lesh, English e Fennewald (2008), tem a ver com

> deficiências inerentes a estudos observacionais e experimentos de ensino – e o pressuposto de que uma única grande teoria deve ser capaz de descrever todos os sistemas conceituais, sistemas de ensino, sistemas de avaliação que foram fortemente moldados e influenciados pela mesma perspectiva teórica que foi usada para desenvolvê-los. (p.1, tradução nossa)

Apontadas as falhas ou lacunas da pesquisa realizada no passado sobre Resolução de Problemas, um primeiro de três resumos apresentados por esses pesquisadores, o artigo segue expondo dois outros resumos, sendo um relativo a lacunas ou falhas associadas à Teoria e Metodologias de Pesquisa e um terceiro que fala sobre Perspectivas de Modelos e Modelagem sobre Resolução de Problemas Matemáticos, Ensino e Aprendizagem.

No terceiro resumo, esses pesquisadores dissertaram sobre uma perspectiva teórica e ferramentas metodológicas, chamada *Models & Modeling Perspectives* (MMP). De acordo com Lesh, English e Fennewald (2008), essa metodologia vinha provando ser eficiente em combater falhas ou lacunas precedentes na pesquisa em Resolução de Problemas.

Avançando na pesquisa de Lesh, English e Fennewald (2008), identificamos que a MMP entende que “o que a pesquisa em resolução de problemas mais precisa não é de uma outra grande teoria que pretende explicar tudo de cozimento, de carpintaria, de comportamentos de estudantes em problemas com enunciado de livros-texto” (p.3, tradução nossa). Por essa razão, não esperavam

> soluções realistas para problemas realisticamente complexos para serem resolvidos por estudos de investigações individuais, nem mesmo por teorias particulares. Em vez disso, o que são mais necessários são modelos que são incorporados em artefatos e ferramentas que são projetados para serem poderosos, compartilháveis e reutilizáveis.

> Esses modelos também precisam integrar modos de pensar elaborados a partir de uma variedade de perspectivas teóricas e práticas. Uma vez feito isso, o desenvolvimento do modelo pode levar ao desenvolvimento de teoria; nenhuma teoria deve esperar fornecer orientação para problemas mais importantes ou problemas de tomada de decisões relacionados com a resolução de problemas matemáticos, em vez de modelos e teorias, devem orientar a tomada de decisões (p.3, tradução nossa).

Esses pesquisadores, no terceiro resumo, ao falar sobre Perspectivas de Modelos e Modelagem sobre Resolução de Problemas Matemáticos, Ensino e Aprendizagem, ressaltam que a "MMP foi envolvida primordialmente com perspectivas Piajetianas e Pragmáticas Americanas – que também precede muitas visões situadas, moderna e socio-cultural, de resolução de problemas, ensino e aprendizagem" (LESH; ENGLISH; FENNEWALD; 2008, p.5). Além disso, esses pesquisadores ressaltaram que, com a entrada no século XXI, mudanças significativas estavam ocorrendo, "tanto em situações que requeriam algum tipo de pensamento matemático necessário para o sucesso na escola, quanto os níveis e tipos de compreensão e habilidades que são necessárias para o sucesso nessas situações" (*Ibid*). Logo, ressaltaram eles,

> mesmo se as teorias anteriores de resolução de problemas tivessem provado serem adequadas para descrever o pensamento dos alunos no contexto do tradicional problema com enunciado de livros-texto, a pesquisa MMP alimenta a noção de que essas teorias teriam de ser alteradas de forma significativa para descrever o tipo de pensamento matemático que é necessário para além da escola em uma era baseada na tecnologia, baseada na idade da informação. (LESH; HAMILTON; KAPUT, 2007 *apud* LESH; ENGLISH; FENNEWALD, 2008, p.6, tradução nossa)

Lesh, English e Fennewald (2008) falam em seu artigo sobre o significado de atividades de resolução de problemas no MMP; sobre pesquisa colaborativa; apresentam contribuições alternativas para metodologias de pesquisa em Resolução de Problemas realizadas no passado; bem como outras contribuições, e concluem o primeiro artigo dizendo que havia um consenso esmagador de que a Resolução de Problemas orientada para o futuro envolveria:

> (a) conceber e „fazer sentido" de sistemas complexos; (b) trabalhando em equipes de especialistas diversos cada um dos quais usam ferramentas em constante evolução; e (c) participando de projetos de

> múltiplos estágios em que habilidades relevantes enfatizam a comunicação de múltiplos meios, colaboração, planejamento, monitoramento e avaliação. Além disso, a modelação computacional e os múltiplos meios, muitas vezes, substituem modelos que foram baseados em uma única função diferenciável, que pode ser resolvida. (p.11)

No segundo artigo – *Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development* – English, Lesh e Fennewald (2008) apresentaram um esboço da pesquisa em Resolução de Problemas matemáticos realizada nos últimos 50 anos; falaram sobre fatores que limitaram a pesquisa em Resolução de Problemas e, por último, apresentaram avanços do campo da pesquisa em Resolução de Problemas e desenvolvimento de currículo.

Dentre os aspectos levantados por esses pesquisadores, destacamos os avanços do campo da pesquisa em Resolução de Problemas e desenvolvimento de currículo por esse tema apresentar possibilidades para a pesquisa em Resolução de Problemas que as diferem, muito, do que já havíamos lido e pesquisado.

Retomando um dos tópicos abordados por English, Lesh e Fennewald (2008) nesse artigo quando afirmaram que, alimentado por testes de desempenho, o pêndulo houvera balançado nessa direção e que esse teria sido um fator limitante da pesquisa em Resolução de Problemas, esses pesquisadores disseram que o pêndulo estava voltando a balançar para a Resolução de Problemas em nível internacional, fornecendo impulso para novas perspectivas sobre a natureza da Resolução de Problemas e de seu papel na Matemática escolar. Os países asiáticos foram citados por esses pesquisadores como aqueles que vinham reconhecendo a importância de uma economia de conhecimento próspera e vinham movimentando o foco de seu currículo para a resolução de problemas matemáticos, pensamento crítico, criatividade e inovação, e avanços tecnológicos.

Nesse artigo, esses pesquisadores chamam atenção para o fato de que "a maioria das pesquisas em resolução de problemas inicia-se com a suposição de que pesquisadores já possuem uma compreensão clara e precisa sobre o que significa „compreender" a resolução de problemas" (ENGLISH; LESH;

FENNEWALD, 2008, p.52). Isso não é necessariamente o caso pois, segundo disseram,

> descrições retrospectivas de resolução de problemas observados não necessariamente fornecem prescrições prospectivas úteis para solucionadores sobre o que deve fazer o resolvedor de problemas nos próximos passos durante sessões de resolução de problemas. (*Ibid*.)

Certas da impossibilidade de trazer para este texto mais resultados da pesquisa de English, Lesh e Fennewald (2008) ressaltamos que seu estudo traz contribuições importantes para a pesquisa em Resolução de Problemas, especialmente no que se refere à interface com a Modelagem Matemática. Nesse sentido, esses pesquisadores afirmaram que

> Considerar a Resolução de Problemas em uma Perspectiva de Modelagem (MMP) contrasta com a visão tradicional da resolução de problemas que a concebe como um caminho para o progresso dos „dados" aos „objetivos". Em vez disso, a partir da perspectiva de modelos e modelagem a resolução de problemas envolve ciclos interativos de compreensão de dados e de objetivos do problema. (ENGLISH; LESH; FENNEWALD, 2008, p.55, tradução nossa)

English, Lesh e Fennewald (2008) dissertam sobre características chave da resolução de problemas na Perspectiva de Modelos e Modelagem e concluem o segundo estudo dizendo que era preciso superar a estagnação no campo da pesquisa em Resolução de Problemas e considerar outras opções para melhorar a pesquisa e desenvolvimento curricular nesse campo. Para isso seria necessário reexaminar os pressupostos a respeito da fundamentação sobre o que significa compreender conceitos de matemática e processos de resolução de problemas. De acordo com esses pesquisadores, uma alternativa que se mostrava poderasa, a qual eles vinham estudando, era a de utilizar perspectivas teóricas e metodologias de pesquisa acompanhadas da Perspectiva de Modelos e Modelagem (MMP) sobre Resolução de Problemas, ensino e aprendizagem de Matemática. Nessa perspectiva, English, Lesh e Fennewald (2008) afirmaram que

> [...] pesquisadores estudam desenvolvimentos de modelos e modelagem de estudantes utilizando, naturalmente, abordagens integradas para explorar o co-desenvolvimento de conceitos

matemáticos, processos de resolução de problemas, funções metacognitivas, disposições, crenças e emoções.

Pamela L. Paek (USA) apresentou resultados de uma pesquisa, chamada *A Technology-Based Investigation of United States High School Student Mathematical Problem Solving*, na qual investigou comportamentos de estudantes da Escola Secundária durante a resolução de problemas matemáticos em ambientes computacionais. De acordo com Paek (2008), o comportamento de estudantes durante a resolução de problemas matemáticos pode fornecer novas maneiras para que os professores ajudem os alunos a pensar sobre a Matemática.

Essa pesquisadora explorou estratégias de resolução de problemas de alunos da *High School* usando a tecnologia e fez uso de ferramentas e estratégias na pesquisa que lhe permitiu rastrear e modelar, em detalhes, passos utilizados pelos alunos para resolver problemas matemáticos. Paek (2008) entende que por meio do rastreamento desses passos é possível que pesquisadores compreendam melhor como os alunos organizam a informação quando esbarram em uma resposta.

Em seus resultados, Paek (2008) apresenta descobertas que explicam diferentes estratégias de resolução de problemas e abordagens metacognitivas que os estudantes utilizaram para resolver vários tipos de tópicos de Matemática. Com base nesses resultados, essa pesquisadora recomenda estratégias que os professores podem usar para ajudar os estudantes a se tornarem mais conscientes de sua metacognição e de seu pensamento matemático. E, por fim, o artigo descreve a tecnologia utilizada (*Multi-Media Exercises* - IMMEX) para documentar e analisar os comportamentos de resolução de problemas dos estudantes.

Com o título *Formulating mathematical conjectures in learning activities, assisted with technology,* Mora e Rodríguez (2008) abordaram a formulação ou proposição de problemas com professores do ensino médio (*high school*). Esses pesquisadores, movidos pela pergunta “Que tipos de atividades devem incluir programas de desenvolvimento profissional para rever e ampliar o conhecimento matemático e pedagógico de professores do ensino médio?” propuseram um programa para envolver professores do ensino médio em uma abordagem de inquirição, levando-os a refletir sobre sua prática profissional e a construir percursos de aprendizagens hipotéticas que podem, eventualmente, guiar ou orientar o desenvolvimento de suas aulas.

A concepção metodológica utilizada por Mora e Rodríguez (2008) para o trabalho com Resolução de Problemas foi a que concebe o ensino de Matemática na perspectiva do "através", ou seja, a aprendizagem de Matemática ou o desenvolvimento do conhecimento matemático "através" da Resolução de Problemas.

Moura e Rodríguez (2008) falaram em sua pesquisa sobre a importância de que as tarefas ou problemas trabalhados com os profissionais, professores de ensino médio, sejam tratados abertamente com eles, pois essa ação promove a colaboração e a reflexão matemática. Neste processo, os pesquisadores afirmaram que o uso de ferramentas computacionais torna-se relevante para representar algumas tarefas dinamicamente e visualizar diversas relações matemáticas embutidas nessas tarefas.

No trabalho com recursos tecnológicos para a resolução de problemas matemáticos, esses pesquisadores consideram cruciais os argumentos formais que devem ser fornecidos, pelos envolvidos, aos resultados produzidos através da utilização desses recursos. Além disso, argumentaram que o uso de ferramentas computacionais torna-se relevante para representar algumas tarefas dinamicamente e visualizar diversas relações matemáticas embutidos nessas tarefas. Mora e Rodríguez (2008) lembram que, embora as tecnologias sejam ferramentas poderosas, os resultados obtidos devem ser examinados rigorosamente a fim de que sejam aceitou ou rejeitados.

Puay Huat Chua e Ban Har Yeap, na pesquisa *Problem Posing Performance of Grade 9 Students in Singapore on an openended stimulus*, fazem referência a um estudo exploratório que considerou características individuais na proposição de problemas matemáticos de estudantes do nono ano (15 anos) em quatro escolas secundárias em Singapura.

De acordo com Chua e Yeap (2008), os sujeitos eram iniciantes na proposição de problemas, sendo que não lhes foram dadas quaisquer informações sobre técnicas de problematização. Cada aluno foi convidado a escrever um problema para os seus amigos, o qual deveria ser também resolvido por ele, cuja resposta final deveria ser 60º. A relação entre as estruturas dos problemas propostos, os temas envolvidos nos problemas e as soluções, foram discutidas.

Nesse artigo, os pesquisadores teorizaram sobre a proposição de problemas baseados em literatura da área (SILVER; CAI, 1996; SILVER, 1994; HAYLOCK, 1987) e disseram que a proposição de problemas vinha ganhando ênfase por estar estreitamente relacionada com a criatividade. Além disso, Chua e Yeap (2008) lembraram que o NCTM (1991) ressaltava a importância de se trabalhar com atividades que levassem os estudantes a propor seus próprios problemas, pois acreditavam que elas poderiam fornecer uma melhor visão sobre a compreensão de conceitos e processos matemáticos dos estudantes, bem como de suas atitudes, em relação à resolução de problemas.

Com a pesquisa *Teaching mathematics in the classroom through problem solving, as pesquisadoras* Norma S. G. Allevato e Lourdes R. Onuchic, do Brasil, falaram sobre a abordagem "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas". Essas pesquisadoras descreveram historicamente a Resolução de Problemas chegando às diretrizes mais atuais propostas pelo NCTM (EUA), no qual se basearam ao conceber o ensino de Matemática "através" da Resolução de Problemas.

Allevato e Onuchic (2008) afirmaram que a abordagem "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas" é um método de ensino e que a fundamentação e orientações gerais para implantação na sala de aula seriam apresentadas em seu artigo.

Essas pesquisadoras disseram que a abordagem citada vinha sendo utilizada em sala de aula e estudada, sistematicamente em todos os níveis educacionais e em atividades envolvendo a formação de professores, pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolucção de Problemas (GTERP), da UNESP/RC, no Brasil, do qual são integrantes.

Além disso, Allevato e Onuchic (2008) afirmaram que a pesquisa desenvolvida pelo GTERP seguia a abordagem qualitativa, com o objetivo principal de refletir sobre e de analisar possibilidades que o método oferece para aumentar a aprendizagem e melhorar processos de ensino, bem como promover a melhora de práticas de professores de Matemática.

De acordo com Allevato e Onuchic (2008), suas pesquisas vinham mostrando que a construção do conhecimento de estudantes relacionada a conceitos e conteúdos matemáticos em sala de aula, e quando aplicada em atividades de formação de professores, é mais significativa e eficiente quando trabalhadas por meio da abordagem "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas".

Maria D. Aravena e Carlos E. Caamaño, na pesquisa *The method of problem solving based on the Japanese and Polya´s models. A classroom experience in Chilean schools,* apresentaram resultados de uma investigação fruto de uma cooperação internacional entre os governos do Japão (*Japanese International Cooperation Agency* – JICA) e do Chile. A pesquisa apresentada por esses autores é parte de um projeto maior que foi desenvolvido com estudantes da Educação Primária, por meio da Resolução de Problemas, da região de Condardo no Chile, por conta de eles terem atingido resultados muito baixos em avaliações nacionais e internacionais (ARAVENA; CAAMAÑO, 2008).

Para o desenvolvimento do projeto, uma unidade de aulas foi projetada por pesquisadores japoneses, baseadas no Modelo de Polya, destinada para ser implantada na sala de aula. Para a análise foram consideradas as metodologias quantitativa e qualitativa através de análises interpretativas de conteúdo.

O trabalho de sala de aula de Matemática nas escolas japonesas, conforme Aravena e Caamaño (2008), baseados em Shimizu et al. (2005), obedecem os seguintes preceitos: "1. Ensinar com o „Método de Resolução de Problemas"; (2) Ensinar com o „Método de Discussão"; e 3. Ensinar com o „Método de Descoberta do Problema"" (p.73, tradução nossa).

De acordo com Aravena e Caamaño (2008),

> o método de resolução de problemas tem raízes em teorias desenvolvidas por Dewey, Polya e Wallas, e é muito usado em escolas Japonesas, cujos estágios são baseados em: (1) „Compreensão do problema"; 2. „Desenvolvimento da solução por si mesmo"; 3. „Progresso através de discussão"; e 4. „Conclusão". Cada um desses passos é muito bem organizado nas aulas e é mantido no Planejamento Anual Didático, de acordo com os padrões nacionais

> para o currículo, e cujo objetivo é desenvolver a habilidade abrangente e raciocínio criativo. (p.73, tradução nossa)

Aravena e Caamaño (2008) disseram que os estudantes apresentaram dificuldades no início do trabalho, no que se refere à compreensão verbal ou escrita dos problemas, que foram superadas a partir da metodologia utilizada.

Angeliki Kolovou, Marja van den Heuvel-Panhuizen, Arthur Bakker e Illiada Elia, na pesquisa *An ICT environment to assess and support students" mathematical problem – solving performance in non-routine puzzle-like word problems*, falaram sobre uma investigação realizada em pequena escala (envolvendo 24 alunos de um quarto ano) que verificou o desempenho na resolução de problemas de estudantes da escola primária.

No estudo empregado, Kolovou et al. (2008), trabalharam com as TICs (*Information Communications Technology*) para avaliar o desempenho de estudantes holandeses e oferecer suporte em atividades envolvendo resolução de problemas. Os problemas trabalhados por esses pesquisadores exigiram dos alunos lidar simultaneamente com variáveis inter-relacionadas.

O estudo utilizou um ambiente de TICs tanto como uma ferramenta para apoiar a aprendizagem dos alunos, oferecendo-lhes oportunidades para produzir soluções, experiência e refletir sobre soluções, quanto como uma ferramenta para monitorar e avaliar os processos de resolução de problemas dos estudantes (KOLOVOU et al., 2008).

Esses pesquisadores disseram que metade dos alunos que pertenciam ao grupo experimental trabalhou em pares no ambiente de TICs. De acordo com Kolovou et al. (2008), a análise dos diálogos e ações dos estudantes lhes forneceu uma imagem detalhada da resolução de problemas deles e revelou alguns processos curiosos. Por exemplo, os pesquisadores disseram que primeiro os alunos chegavam a uma solução correta e que, mais tarde, davam uma solução incorreta para o mesmo problema, um fato que eles chamaram de "efeito quicando".

Kolovou et al. (2008) disseram que os dados dos testes coletados antes e após o estudo não ofereceram uma base suficiente para tirar conclusões sobre o poder do ambiente de TICs em melhorar o desempenho de resolução de problemas dos estudantes envolvidos.

A pesquisa *The computer tool for verification hypotheses in parametrical problems solving*, de Mantserov, Petrichenko e Pozdnyakov, considerou vários aspectos do uso de ambientes de verificação, chamado "*Verifier*", ou "Verificador", para dar suporte em atividades de estudantes na resolução de problemas paramétricos.

Mantserov, Petrichenko e Pozdnyakov (2008) afirmaram que o "Verificador" foi criado para dar suporte aos estudantes da escola secundária (*high school*) em seu trabalho com funções. Esse *software* compara as respostas dadas aos problemas pelos estudantes com uma resposta verdadeira e mostra seus contraexemplos, acompanhados por seus gráficos e comentários.

Esses pesquisadores disseram que com o apoio do "Verificador", o estudante poderia melhorar sua própria solução aplicando várias conjecturas e, ainda, que ele deveria considerar várias condições e casos diferentes. Portanto, as respostas do "Verificador" tinham de ser dadas de uma forma lógica complexa e essa foi uma dificuldade que Mantserov, Petrichenko e Pozdnyakov (2008) tiveram ao longo do trabalho.

Finalizando o artigo esses pesquisadores disseram que acreditavam que a abordagem empreendida na investigação abriu caminho para expandir tipos de problemas que seriam úteis para estudar propriedades de funções.

María Candelaria Espinel Febles e Ana Teresa Antequera Guerra apresentaram a pesquisa *The decision-making as a school activity*, que foi desenvolvida a partir da escolha de problemas derivados do Relatório PISA 2003, que foram estendidos para incluir perguntas que implicam uma escolha de preferências e decisões. Estas questões foram propostas para alunos do ensino secundário com idades entre 15 e 16 anos, que tiveram suas soluções e tomadas de decisões e habilidades heurísticas analisadas.

Febles e Guerra (2011) descobriram que os alunos têm dificuldades em usar a Matemática ao atribuir um peso para alcançar um objetivo, embora sejam capazes de reconhecer o uso funcional das regras de escolha utilizadas na sociedade.

Dentre as conclusões da pesquisa, Febles e Guerra (2011) afirmaram que dos três aspectos considerados no PISA (conteúdo, situação e competências), a escolha por um carro melhor, por exemplo, é considerada uma situação pública que exige dos alunos recorrem à sua compreensão matemática, conhecimentos e habilidades para avaliar os aspectos de uma situação externa, com repercussões na vida pública. Essas competências ou processos envolvidos no desenvolvimento do problema envolvem pensamento, raciocínio e argumentação (Niss, 2002 *apud* Febles; Guerra, 2011). Esses pesquisadores disseram que, em sua opinião, essa é uma atividade rica para se ter em sala de aula, uma vez que abrange uma ampla variedade de campos matemáticos, tais como escolhas sociais; métodos de votação; justiça social e a busca por regras justas; e a teoria de tomada de decisão e pesquisar por uma decisão ótima vinda de um conjunto de alternativas.

Omar Hernández Rodríguez e Wanda Villafañe Cepeda, na pesquisa *Cognitive and metacognitive processes of pre-service mathematics teachers while solving mathematical problems*, descreveram um estudo fenomenológico sobre resolução de problemas com professores em formação inicial por meio de longas entrevistas, pensamento em voz alta enquanto resolviam problemas e entrevistas retrospectivas realizadas imediatamente após as sessões de resolução de problemas.

Rodríguez e Cepeda (2011) disseram que as longas entrevistas foram realizadas para determinar as crenças dos participantes e conhecimentos sobre os tópicos trabalhados. Quanto às sessões de resolução de problemas, o objetivo foi o de determinar o tipo de representação, estratégias e processos de controle que os participantes usam quando resolviam problemas.

Esses pesquisadores disseram que durante a entrevista retrospectiva, os participantes tiveram a oportunidade de refletir sobre o seu desempenho e que essas técnicas permitiram aos pesquisadores obterem uma descrição abrangente do fenômeno.

No artigo apresentado, Rodríguez e Cepeda (2011) apresentam uma revisão de literatura sobre o tema, falam sobre a metodologia utilizada na pesquisa, apresentam os problemas que foram aplicados aos professores em formação e concluem dizendo que professores de matemática em formação inicial devem ser expostos com freqüência à resolução de problemas em suas aulas de Matemática, para que desenvolvam as habilidades necessárias para resolver e ensinar de forma adequada para os seus alunos.

Constantinos Xenofontos e Paul Andrews, na pesquisa *Teachers" beliefs about mathematical problem solving, their problem solving competence and the impact on instruction: A case study of three Cypriot primary teachers,* falaram sobre resultados de uma investigação realizada com professores da escolar primária com respeito às suas crenças e competências na resolução de problemas matemáticos e o impacto delas no ensino.

Para o desenvolvimento da pesquisa, Xenofontos e Andrews (2008) realizaram entrevistas semi-estruturadas, que foram realizadas com os professores. Esses pesquisadores disseram que cada um dos professores foi convidado para resolver um problema matemático não rotineiro e explicar simultaneamente o processo de solução.

Xenofontos e Andrews (2008) afirmaram que os resultados da pesquisa sugeriram que as crenças de professores sobre a resolução de problemas matemáticos, de competências e de práticas de ensino estão em uma relação complexa que não podem ser explicadas em termos de causa e efeito.

Esses pesquisadores disseram que seus resultados se aproximaram dos de Thompson (1984) nos seguintes aspectos:

> (1) experiênciar o problema matemático a partir da perspectiva do solucionador de problemas antes que ele possa lidar adequadamente com o seu ensino; (2) refletir sobre os processos de pensamento que eles usam na resolução de problemas para ganhar *insights* sobre a natureza da atividade; e (3) tornar-se familiar com a literatura de pesquisa sobre resolução de problemas e ensino de resolução de problemas. (THOMPSON, 1984 *apud* XENOFONTOS, ANDREWS, 2008, p.130, tradução nossa)

Finalizando o artigo, Xenofontos e Andrews (2008) disseram que

> o uso de uma abordagem de resolução de problemas exige não só uma preparação intensa, mas também o desenvolvimento de maneiras de manter pelo menos um mínimo de controle da sala de aula e, talvez mais importante, a capacidade de vislumbrar objetivos do ensino da matemática à luz de tal orientação. (*Ibid.*)

Jiang Chunlian, da China, na palestra *Strategies for Solving Word Problems on Speed: A Comparative Study between Chinese and Singapore Students*, falou sobre um estudo que foi conduzido por ele para investigar quais as estratégias utilizadas por estudantes da China e de Singapura para resolver problemas com enunciado sobre velocidade.

Chunlian (2008) afirmou que uma análise comparativa mostrou o desempenho dos estudantes analisados indicando que, em alguns problemas, os chineses tiveram melhor desempenho, por terem feito uso de estratégias algébricas com maior frequência. Em um único problema, dos 14 trabalhados, os estudantes de Singapura o tiveram, por terem feito uso de desenhos de modelos e métodos unitários. No entanto, esse pesquisador afirmou que o sucesso das estratégias utilizadas pelos estudantes de Singapura foi baixo se comparado às utilizadas pelos estudantes chineses.

Apoiado em Fong (1994), Chunlian (2008) concluiu seu estudo dizendo que deveria ser feito um esforço para ajudar os alunos do ensino secundário a reconhecer a força dos métodos algébricos para resolver problemas com enunciado, bem como sua importância em relacionar a Matemática da escola primária à da escola secundária.

Akihiko Takahashi, na pesquisa *Beyond Show and Tell: Neriage for Teaching through Problem-Solving – Ideas from Japanese Problem-Solving Approaches for Teaching Mathematics*, apresentou uma pesquisa teórica que colocou ênfase em abordagens japonesas de ensino de Resolução de Problemas.

Takahashi (2008) afirmou que professores japoneses usavam a resolução de problemas como uma abordagem poderosa para o ensino da Matemática e que existiam várias características notáveis dessa abordagem as quais ele iria destacar. Esse pesquisador colocou ênfase na “Neriage”, um termo técnico que vinha sendo utilizado no Japão por professores e pesquisadores desde 1980. Sobre esse termo, Takahashi disse que se trata do substantivo do verbo Neriageru, que significa “polir”. Assim, quando utilizado por pesquisadores e professores japoneses, o termo descreve a natureza dinâmica e colaborativa de uma discussão com toda a turma na aula (SHIMIZU, 1999 *apud* TAKAHASHI, 2008).

Takahashi (2008) lembrou que a “Neriage” começa depois de cada estudante ter encontrado uma solução para o problema. Nesse momento, considerado nessa abordagem como o coração da aula, o professor inicia uma ampla discussão com toda a classe compararando e destacando as semelhanças e diferenças entre as soluções encontradas pelos alunos. Esse momento de discussão com a sala toda é chamado nessa abordagem de “Neriage”. Ele contrasta com aulas de resolução de problemas que somente visam ao desenvolvimento de resolução de problemas e habilidades, pois muitas vezes essas aulas acabam depois que os alunos compartilham suas soluções com a classe.

Ainda falando sobre as características da abordagem japonesa para o ensino de Matemática, Takahashi (2008) disse que os estudantes resolvem os problemas propostos usando seus próprios conhecimentos matemáticos. Por essa razão afirmou que os professores raramente falam sobre os problemas com os estudantes antes de eles terem tentado resolvê-los.

De acordo com Takahashi (2008), educadores japoneses olham para a resolução de problemas como uma abordagem ideal para o aprendizado da matemática ao invés de uma forma de simplesmente promover habilidades para resolver problemas quando a ideia de resolução de problemas foi introduzida.

Instructional Practices to Facilitate Prospective Mathematics Teachers" Learning of Problem Solving for Teaching foi o tema da pesquisa de Olive Chapman, da Universidade de Calgary.

Chapman (2008) inicia seu artigo colocando ênfase no papel do professor no ensino com Resolução de Problemas e diz que, se os estudantes precisam aprender Matemática através da Resolução de Problemas então os professores precisam aprender a trabalhar com essa abordagem quando ainda estão em formação, Isso porque, se é para formar uma base de ensino da Matemática, então os futuros professores devem compreendê-la como uma perspectiva pedagógica. Nessa direção, esse pesquisador disse que parecia ser importante que a formação de professores incluísse oportunidades de aprendizagens explicitamente focadas na resolução de problemas.

Chapman (2008), em seu artigo, busca inspiração em estudos, incluindo seu próprio trabalho, que incluem práticas de ensino que facilitem aos futuros professores a aprendizagem da resolução de problemas e sobre a resolução de problemas em uma perspectiva pedagógica, a fim de evidenciar a natureza dessas práticas e o aprendizado que delas resulta e discutir as principais características de práticas que têm implicações na forma em como professores formadores preparam futuros professores para fazerem uso da resolução de problemas no seu ensino. O trabalho, então, é baseado em uma revisão de literatura de pesquisa e de um relatório de estudo que Chapman (2008) realizou para identificar "(i) o conhecimento de professores de matemática em formação conhecimento e capacidade de resolução de problemas; (ii) abordagens de ensino para facilitar a sua aprendizagem de resolução de problemas; e (iii) implicações para a formação de professores" (p.166, tradução nossa).

No artigo de Chapman (2008) pode-se identificar uma ampla revisão da literatura sobre o tema que ele se propôs investigar e, após essa revisão, o pesquisador apresenta oito características principais de práticas pedagógicas que ele identificou serem importantes para formar uma base de conhecimentos sobre resolução de problemas em uma perspectiva pedagógica para futuros professores:

> (1) Explorando outros como solucionador de problemas: por exemplo, o futuro professor trabalha com uma criança ou com seus pares, observando, entrevistando e documentando informações em relação a como resolvem problemas; (2) Se auto-explorar como solucionador de problemas: ou seja, inquirir sobre o pensamento, aprendizagem e práticas pedagógicas e desenvolver a capacidade de monitorar e controlar uma atividade quando resolve problemas; (3) Explorar a natureza/estrutura dos problemas; (4) Resolver problemas desafiadores individualmente e em pequenos grupos sem ajuda externa, por exemplo, desenvolver a consciência de estratégias e habilidades para resolver problemas; (5) Propor problemas; (6) Comparar-se com outros, por exemplo, colegas, alunos, teóricos; (7) Formular um modelo de ensino para a resolução de problemas; (8) Auto explorar-se como facilitador da resolução de problemas, ou seja, desenvolver uma compreensão do papel do professor como um facilitador dos estudantes na resolução de problemas. (CHAPMAN, 2008, p.166, tradução nossa)

Conforme dissemos no início deste texto referente ao ICME-XI, pesquisas sobre Resolução de Problemas discutidas no TG-19: *Research and development in Problem Solving in Mathematics Education* foram publicadas em um livro extra que recebeu o mesmo nome do TG. Essas pesquisas tiveram suas principais ideias trazidas para este texto, mas ressaltamos que elas podem ser consultadas na íntegra em *sites* na *internet*[65].

[65] O documento consultado por nós foi a versão impressa. No entanto, ele pode ser encontrado no endereço:<http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Em uma consulta realizada por nós no documento digital verificamos que os artigos que nele constam são idênticos aos do material impresso. O endereço eletrônico aqui citado foi acessado em: 19 jan. 2015.

6 A ARTE DE INVENTARIAR

“A história deve ter um começo, um meio e um fim,
mas não necessariamente nessa ordem.”
Jean-Luc Godard

Iniciar a escrita do capítulo final de uma investigação não se constitui como uma tarefa simples. Um misto de certezas e de incertezas nos atravessa e há um sentimento de que este momento não diz respeito ao fim. A frase de Jean-Luc Godard, na epígrafe, carrega consigo um significado que parece expressar o que agora sentimos. Não se trata do fim de uma (e aqui substituímos o artigo “a” da epígrafe por “uma”) história, uma vez que a ordem não implica necessariamente em começo (Capítulo 1), meio (Capítulos 2, 3 e 4) e fim (Capítulo 5), mas de um limite imposto por nós ao texto e não à pesquisa. “Enquanto a pesquisa é interminável, o texto deve ter um fim, e esta estrutura de parada chega até a introdução, já organizada pelo dever de terminar” (CERTEAU, 2013, p.90).

Valendo-nos do que disse Certeau (2013),

> [...] através de um conjunto de figuras de relatos e de nomes próprios, torna *presente* aquilo que a prática percebe como seu limite, como exceção ou como diferença, como passa. Por esses poucos traços – a inversão da ordem, o encerramento do texto, a substituição de um trabalho de lacuna por uma presença de sentido – pode-se medir a “servidão” que o discurso impõe à pesquisa. (CERTEAU, p.89-90, grifo do autor)

Entendemos, então, este momento como o “presente”, que é o término **de um** percurso (CERTEAU, 2013), mas não **do** percurso. “Presente” que se presentifica como uma “*renda* da operação escriturária: o lugar de produção do texto se transforma em lugar produzido pelo texto” (*Ibid*., p.95-96, grifo do autor). A pesquisa é interminável...

6.1 **A produção do inventário**

A produção de um inventário está para além da prática de juntar documentos, formando uma coleção, de registrá-los e de apresentá-los em uma lista organizada à sua maneira, certamente subsidiada por algum método. Há nessa ação uma atividade intelectual, orientada pela leitura, seleção, apropriação e eliminação de documentos que se dá junto às interrogações do investigador na própria ação de inventariar. Desta maneira, o inventário constitui-se, por si mesmo, como historiografia, desde que por historiografia se entenda "um movimento composto por um conjunto de ações que se iniciam quando se tem à mão um problema a partir do qual saímos à procura de fontes (ou criamos fontes) para, a partir dessas fontes, analítica e metodicamente, compor uma narrativa historiográfica" (GARNICA, 2013, p. 55).

A opção escolhida por nós para compor nosso inventário foi a de descrever, em detalhes, os indícios sobre a Resolução de Problemas encontrados nos documentos analisados. Essa escolha foi condicionada pela intenção, já anunciada, de que este inventário pudesse se constituir como fonte para que outras histórias sejam contadas, não somente por nós, com ele e/ou a partir dele. O inventário aqui apresentado permite uma história por fazer, outra história e mais outra... Assim, nos perguntamos: Que histórias são possíveis agora? Que histórias que vemos? Possibilidades se abrem com este inventário e a afirmação de Certeau (2013) – quando disse que o texto termina, mas a pesquisa continua – toma lugar, pois certamente histórias serão contadas na trajetória desta pesquisadora, que se inicia com a finalização deste texto.

O inventário que aqui se apresenta foi elaborado a partir de nossas interrogações às fontes e reconhecemos que outras histórias, contadas a partir dele, ou com ele, serão a essas interrogações sujeitadas. Reconhecemos ainda a complexidade dos documentos consultados por nós com maior frequência, os *proceedings*, que em sua maioria são relatórios de grupos de discussão, escritos por pesquisadores que exercem a função de coordenadores desses grupos. Assim, os relatórios se configuram como uma leitura de outras leituras, discursivas ou textuais. O texto elaborado por nós é uma leitura dessas outras leituras. Leituras que são produzidas em um espaço e tempo determinados, perpassadas ideologicamente pelas intenções do leitor, carregadas de subjetividade e são natural e ideologicamente contaminadas pelos contextos em que são tecidas (GARNICA, 2010). Além disso, esses relatórios obedecem a regras de editoração, como as que lhes impõem, por exemplo, limites em relação ao número de páginas. Somam-se a isso outras questões também delicadas, como no caso de textos que foram traduzidos por editores, de sua língua vernácula para o Inglês, e que não foram revisados por seus autores após esse processo.

Na investigação aqui empreendida, que buscou pela Resolução de Problemas em documentos produzidos nos ICMEs, a estratégia adotada – transcrever em detalhes pesquisas em Resolução de Problemas apresentadas nos ICMEs – foi necessária não só por considerarmos o inventário como fonte de pesquisa, mas também por conta da característica dos documentos analisados que, em sua maioria, são resumos ou relatórios de pesquisas. Considerando que esse padrão textual (resumos ou relatórios) foi o apresentado com maior frequência nos documentos, e que nem sempre são “retratos” das discussões ocorridas, a descrição em detalhes se revelou como uma estratégia metodológica necessária para nossa investigação. Por essa razão e para a pesquisa que nos propusemos realizar, a possibilidade de considerar os *proceedings* como fontes únicas precisou ser ampliada.

Nos primeiros ICMEs (I a IV), talvez por conta do menor número de pesquisas submetidas (se comparado ao dos ICMEs mais recentes), os *proceedings* se mostraram como um importante material de consulta pois, ainda que sejam relatórios, são ricos em detalhes. Por essa razão possibilitam que se saiba mais sobre discussões ocorridas apenas lendo esse documento, mesmo aos que não participaram do evento. Um exemplo desse caso é o relatório do *Topic Group* 7: *Problem Solving*, do ICME-V, escrito por Hugh Burkhardt (UK) e Alan Schoenfeld (USA). Esse relatório trata-se de um texto, em formato de artigo, com detalhes que expressam sobremaneira o objeto de discussão do TG.

No caso de ICMEs mais recentes (ICME-V a ICME-VIII), notamos que muitos relatórios apresentados nos *proceedings*, especialmente no caso dos relatórios dos *Working Groups*, assumiram um aspecto bastante resumido sendo que, alguns deles, não ultrapassam o número de 10 linhas. Nesses casos, não nos foi possível identificar quais foram os temas que permearam as discussões, especialmente quando o título das sessões se referia a questões mais gerais da

Educação Matemática, por exemplo, *Elementary School* (*ages* 7-12) ou *Junior Secondary School* (*ages* 11-16).

Desse modo, além dos *proceedings*, passamos a considerar como fontes para esta pesquisa todas as produções dos ICMEs que chegaram a nossas mãos. Foram elas: *proceedings*, livros de resumos de comunicações curtas, livros extras, livros de palestras selecionadas, livros de programação final e CD-ROOM. Essa ação nos possibilitou identificar no livro de resumos de comunicações curtas, por exemplo, pesquisas que abordaram a Resolução de Problemas e que não haviam sido citadas nos relatórios dos *proceedings*. Essa manobra parece dialogar com algumas das interrogações colocadas no Capítulo 1: Podem os *proceedings* se constituírem como fontes únicas de pesquisa? Quais as condições de produção do documento? Para quem e por quem foram escritos? Quais opiniões, informações e discursos são colocados? Que indícios discursivos são reforçados?

Quanto às duas últimas interrogações, identificamos que as opiniões, informações e discursos impressos nos relatórios, uma vez escritos por coordenadores de sessões, são naturalmente contaminados pela concepção ideológica daquele que o escreveu. Por consequência, o texto produzido reflete, com muita frequência, essa concepção. Atentamos, contudo, que isso não se constitui como um problema, mas em um detalhe importante que não deve ser descartado. Citamos um exemplo, bem evidente no relatório do *Topic Group* 3: *Problem Solving, Modelling and Applications*, no ICME-VI, cujo relator foi o pesquisador Mogens Niss. Essas duas temáticas da pesquisa em Educação Matemática, que vinham sendo trabalhadas em grupos separados em ICMEs anteriores, foram colocadas juntas nesse ICME-VI para formar o TG-3. No relatório são perceptíveis os indícios discursivos do relator sobre a temática Modelagem Matemática e Aplicações.

Uma das falas de Niss (1988) nesse relatório, e que foi apresentada por nós no texto referente ao TG-3 do ICME-VI, é essencialmente marcante. Esse pesquisador afirmou que Resolução de Problemas, Aplicações e Modelagem estavam se tornando cada vez mais unificadas e que no ICME-V a principal ênfase foi Resolução de Problemas e Aplicações, enquanto que no ICME-VI, a Modelagem foi o foco da atenção. Ainda nessa afirmação, Niss ressaltou que essa era uma razão para predizer que essa tendência, a Modelagem, ganharia muito mais impulso nos anos seguintes, até o ICME-VII.

O que se conclui a partir da constatação dos dois parágrafos supracitados é que, no trabalho com documentos textuais, deve-se levar conta quem exerce a função autor do escrito (LUCHESE, 2014) pois, além do que foi "dito, pensado, escrito e recebido no seio de uma dada sociedade" (REVEL, 2009, p. 134 *apud* LUCHESE, 2014, p. 148), deve-se considerar "uma série de contextos que devem permitir especificar não somente os usos que são feitos das palavras e conceitos, mas também, as intenções que foram as dos autores em situações históricas particulares que é importante reconstituir" (*Ibid.*).

Nesse processo de idas e vindas, questionamentos, definição de posições e, ainda, incertezas, o inventário foi produzido. Um inventário que, ao produzir-se como exercício, aproxima-nos do modo como experienciamos a produção da obra de arte. Uma tal arte como "atividade humana ligada a manifestações de ordem estética" (GUIMARÃES; CABRAL, 2015, p. 1), como aquilo que pode ser sentido ou compreendido pelos sentidos, "feita por artistas a partir de percepção, emoções e ideias, com o objetivo de estimular esse interesse de consciência em um ou mais espectadores. Cada obra de arte possui um significado único e diferente" (GUIMARÃES; CABRAL, 2015, p. 1).

Que sentidos são esses, os desdobrados por este inventário? Que conjunto de percepções, emoções e ideias estimulamos a partir dele e com ele? Como esse exercício, a arte de inventariar, pode atuar como elemento de teorização? Que histórias ainda estão por vir?

6.2 **Uma primeira história: Arbitrar uma (a) origem da Resolução de Problemas**

Uma vez que nosso inventário nos possibilita uma história por fazer, tentar arbitrar uma origem da Resolução de Problemas, como uma temática da pesquisa em Educação Matemática, era uma de nossas pretensões no início desta investigação. Resta-nos agora verificar em que medida este inventário pode responder às nossas interrogações.

Quando ainda estávamos no Capítulo 1, levantamos algumas interrogações (que serão retomadas agora) que tiveram como propósito assumir perspectivas a partir das quais elas seriam perseguidas: “Quais são as origens da Resolução de Problemas? Qual foi o contexto histórico em que imergiu? Quem foram seus principais personagens? Como a Resolução de Problemas, como Metodologia, se propagou pelo mundo?”.

Avançando um pouco mais na pesquisa, já no Capítulo 3, a partir da investigação empreendida, nos foi possível escrever a questão que nortearia a pesquisa no percurso que estaria por vir: “Como se dá o processo de inclusão da Resolução de Problemas, como uma temática da pesquisa em Educação Matemática, a partir de documentos oriundos dos ICMEs?”.

Sem abandonar as interrogações iniciais e tendo já uma questão norteadora, seguimos inventariando documentos dos ICMEs.

Depois de um longo trabalho de pesquisa, desde o Capítulo 1 até o Capítulo 4, podemos agora afirmar que tentar buscar por uma origem da Resolução de Problemas deixou de ser um primado nesta pesquisa pois, em vez disso, olhar para o modo como as coisas acontecem ou foram acontecendo nos pareceu mais significativo. Até porque, como foi citado no Capítulo 3 deste texto, a arbitrariedade da origem “[...] não é *nada* ou não tem outro papel senão o de ser um limite” (CERTEAU, 2013, p. 96). Garnica (2013, p. 53) afirma que

> a cada origem arbitrariamente fixada subjaz uma origem anterior e anterior e anterior, como em Matemática, no extremo, uma prova rigorosa necessitaria de uma prova rigorosa que garantisse sua validade que por sua vez necessitaria de outra prova rigorosa que garantisse a validade da prova anterior.

Assim, retornando ao Capítulo 2: “Situando a Pesquisa”, nos deparamos com a publicação do livro *The New Methods in Arithmetic*, no início do século XX, pelo psicólogo Edward Lee Thorndike (1921). Esse livro é uma resposta aos métodos de ensino (que seguiam os preceitos da Teoria da Disciplina Mental), que orientavam o currículo na passagem no século XIX para o século XX, cujo enfoque é voltado ao ensino da Aritmética como auxiliar da vida. Por essa razão, conforme Thorndike, os problemas deveriam lidar com uma situação que provavelmente ocorresse com frequência na realidade.

O livro de Thorndike foi um diferencial à sua época e indicou que seriam necessárias mudanças nos métodos de ensino vigentes, considerados por esse pesquisador como “velhos métodos”. O ensino de Matemática deveria ser orientado por problemas que tivessem alguma relação com a vida dos estudantes e não por aqueles que, como disse Thorndike, só faziam sentido em “um hospital de loucos e alienados”.

Os “novos problemas” foram apresentados em quantidade no livro *The New Methods in Arithmetic*. Na resolução desses problemas, Thorndike afirmou que haviam três elementos principais: “(1) saber exatamente qual é a questão; (2) saber quais os dados você irá usar para respondê-la; e (3) usar esses resultados nas devidas relações” (1921, p.126, tradução nossa). Além disso, nesse livro, Thorndike apresentou o que chamou de “princípios para a resolução de problemas”, elencando-os conforme a lista a seguir:

> 1) Se você sabe ao certo como resolver o problema, então siga em frente e resolva;
> 2) Se você não enxerga uma forma de resolver o problema, considere a questão, os dados e a sua utilização e faça as seguintes perguntas a você mesmo:
> Qual pergunta é feita? O que eu faço para descobri-la? Como devo usar esses dados? O que eu devo fazer com esses números e com o que eu conheço sobre eles?
> 3) Planejar o que você irá fazer, e porquê, e organizar seu trabalho de modo que você saiba o que você fez.
> 4) Cheque as respostas obtidas para ver se valem e se o raciocínio feito está de acordo com o que o problema disse. (THORNDIKE, 1921, p. 138-9, tradução nossa)

De acordo com Thorndike, esses princípios eram mais comuns nos quintos e sextos anos pois, nos anos posteriores a esses, os alunos eram capazes de buscar por generalizações a partir de problemas familiares. Nos anos anteriores aos quintos e sextos, os estudantes estavam mais preocupados, disse esse pesquisador, em dar as respostas corretas do que em pensar em qual método será aplicado.

Na primeira metade do século XX, teorias psicológicas exerciam mudanças importantes no ensino de Matemática. A primeira delas foi desenvolvida por Thorndike – a Teoria Conexionista, que considerava que toda aprendizagem consiste de adição, eliminação e de organização de conexões – na mesma época do lançamento do livro *The New Methods in Arithmetic*.

Por volta de 1935, William A. Brownel passou a efetuar duras críticas à teoria desenvolvida por Thorndike, apresentando a Teoria Significativa que valorizava “processos” de aprendizagem e não somente “produtos”. Brownel (1944) afirmava que era preciso ensinar menos tópicos com maior profundidade, atentar para o fato de que o uso ineficiente de treino e prática, comuns na Teoria Conexionista, poderia interferir no desenvolvimento da aprendizagem significativa e que deveria ser dada a devida importância para a avaliação e técnicas de avaliação.

No capítulo *Problem Solving*, do livro *The Psychology of Learning* (1942), Brownell disserta sobre o modo como professores deveriam orientar suas aulas com resolução de problemas, baseados na Teoria Significativa. Uma citação importante nesse capítulo, citada por nós no Capítulo 2 deste texto, é a que diz que “Em vez de ser „protegida‟ contra o erro, a criança deveria ser exposta ao erro muitas vezes, ser encorajada a detectar e a demonstrar o que está errado, e por quê” (BROWNELL, 1942, p. 439-440 apud KRULIK; REYS; 1980; p. 65-66).

No século XX, os problemas matemáticos passaram a ser o alvo de investigação de estudiosos, matemáticos, psicólogos e educadores matemáticos, que viam neles um importante veículo para as mudanças que deveriam ocorrer no ensino de Matemática.

Na Europa, até 1940, o matemático George Polya, que depois desse período passou a viver nos Estados Unidos, buscou fundamentar seu ensino sobre novas abordagens de resolução de problemas ressaltando, em palestras e cursos que ministrava, que sua preocupação primeira sempre foi a de fornecer e manter uma independência de raciocínio durante a resolução de problemas (FRANK, 2004). De acordo com Frank (2004), quando Polya ainda estava na Suíça, ele apresentou, na pesquisa chamada *Comment chercher la solution d‟un problème de mathématiques?* (1931)[66], um modelo para a resolução de problemas sugerindo uma coleção organizada de regras e de conselhos metodológicos, considerados por ele como “heurística modernizada”. A pesquisa de Polya ganhou robustez quando ele foi viver nos Estados Unidos, onde muitas outras obras (algumas citadas no Capítulo 2 deste texto), dedicadas

[66] Como procurar a solução de um problema de matemática?

especificamente a investigar o ensino com resolução de problemas e heurísticas, foram publicadas.

Há pouco afirmamos que tentar buscar por uma origem da Resolução de Problemas deixou de ser um primado nesta pesquisa. Essa afirmação é resultado de constatações que tivemos, logo no início de nossa investigação, antes mesmo de iniciarmos a pesquisa em documentos produzidos nos ICMEs, quando identificamos que outros pesquisadores (alguns citados aqui: Thorndike e Brownell) destinaram seus trabalhos a valorizar o papel dos problemas matemáticos no ensino de Matemática. Citamos os princípios propostos por Thorndike, em 1921, para a resolução de problemas, mas vimos também que, em 1931, Polya apresentou um modelo (o qual não tivemos acesso) para a resolução de problemas, como apontou Frank (2004). Além deles, destacamos a pesquisa de Brownell sobre a Teoria Significativa (1935) e a resolução de problemas sendo trabalhada sob o referencial dessa abordagem. Assim, assumimos que fixar uma origem da Resolução de Problemas, no sentido da teoria, deixou de ser nosso propósito maior pois, mais do que isso, buscar pelos efeitos dessas pesquisas no ensino de Matemática nos pareceu ser mais significativo. Como dissemos antes, decidimos olhar para o modo como as coisas foram acontecendo.

Talvez, a dificuldade em fixar uma origem da Resolução de Problemas esteja no fato de os problemas matemáticos terem sempre feito parte da história da humanidade e, nesse sentido, falar em origem, ainda que de modo arbitrário, implicaria em retomar esses problemas, bem como o modo como eram trabalhados, comuns à Matemática desde sempre. Ainda assim, correr-se-ia o risco de que muitas informações poderiam “escapar” nessa difícil empreitada.

Nos documentos que chegaram até nós, foi possível identificar o importante papel que as pesquisas de Thorndike (1921) e de Brownell (1942) prestaram ao ensino de Matemática, mesmo tendo despendido grande parte delas a questões relacionadas à Psicologia. Entretanto, após essa longa investigação, que tem se revelado em um espaço produzido como texto, é notório o salto dado pela pesquisa em Resolução de Problemas a partir de Polya (1945, 1954, 1962, 1963, 1965, 1968, 1974). Guimarães (2011, p.114) afirmou que Polya foi “[...] o único entre os matemáticos a combinar, durante sua distinta carreira, a investigação profunda em uma frente muito ampla, com um interesse sempre presente pelo ensino de Matemática".

As razões pelas quais Polya se tornou uma referência internacional em Resolução de Problemas, chegando a ser reconhecido na área como "o pai" da Resolução de Problemas, estão, muito provavelmente, relacionadas à qualidade de sua pesquisa, algumas apresentadas no Capítulo 2 deste texto.

Por outro lado, ocupando-nos do papel de pesquisadoras e, por essa razão, temos a responsabilidade de interrogar o campo no qual atuamos, pois somente assim é possível seu crescimento, apontamos alguns indicativos que dizem da fragilidade em estabelecer uma origem da Resolução de Problemas, as quais gostaríamos de aqui registrar.

O primeiro desses indicativos se refere à formação de Polya, um matemático ilustre mesmo quando ainda atuava na Europa até 1940, e o efeito dessa formação no reconhecimento de sua pesquisa em todo o mundo. Polya dedicou toda sua carreira, especialmente quando chegou aos Estados Unidos, a investigar a Resolução de Problemas. Imaginamos que sua repercussão, e a de sua pesquisa, atingiram extremos não só pela qualidade de sua produção, o que é inegável, mas, sobretudo, por ter sido ele um matemático. Afinal de contas, se a resolução de problemas é uma prática comum nas aulas de Matemática, teorizar sobre resolução de problemas parece ser mais significativo se sua realização se feita por um matemático.

Um segundo indicativo que consideramos foi que a pesquisa de Polya teve repercussão internacional amparada pelo idioma, inglês, considerado o idioma internacional[67] da Educação Matemática. É certo que Polya vinha pesquisando Resolução de Problemas desde 1931 (FRANK, 2004), e que mesmo antes de o inglês ter sido considerado a língua internacional da Educação Matemática, ele já vinha tendo reconhecimento no campo, fato comprovado no ICME-II (1972), quando membros da *International Commission*

---

[67] No ICME-II (1972) percebemos indícios de que o inglês passaria a ser a língua internacional da Educação Matemática, ao menos no que se refere aos documentos produzidos nesse evento. Ainda que no ICME-III (1976) o livro *proceedings* tenha sido publicado em um só idioma, o inglês, foi somente no ICME-VIII (1996) que Alsina et al. (1998b), editores dos *proceedings* desse evento, afirmaram, no prefácio do livro de palestras selecionadas, que o idioma Inglês era internacional na Educação Matemática.

on Mathematical Instruction (ICMI) o convidaram para participar do evento como convidado ilustre. Mas, reiteramos que, a repercussão internacional de sua pesquisa, na dimensão que conhecemos hoje, pode ter sido favorecida pelo idioma, pois no ICME-III (1976), Athen e Kunle (1977), editores dos *proceedings* desse evento, afirmaram com satisfação terem conseguido, pela primeira vez, a unificação da língua, de forma que todos os artigos publicados nos *proceedings* foram escritos em inglês ou foram traduzidos para o inglês. Assim, se a referência em termos de congresso da Educação Matemática, nessa época, era o ICME, com a unificação da língua, pesquisas cujo desejo era o de se propagarem, deveriam ser publicadas no idioma inglês. Ainda nessa época, um destaque interessante foi que a obra *How to solve it* (POLYA, 1945) foi traduzida no Brasil, em 1975, sob o título A Arte de Resolver Problemas.

A indicação de Polya, pelos membros do Comitê da ICMI, para participar do ICME-II ocorreu em uma reunião dessa comissão, que teria sido realizada em 1970. Ressalta-se que nessa mesma época, no Japão, uma equipe de pesquisadores investigava a Metodologia *Open-Ended Approach* que entendia que o ensino de Matemática deveria ser trabalhado a partir de problemas matemáticos, formulados para terem múltiplas respostas corretas “incompletas” ou “com fim aberto”. Essa Metodologia foi implantada primeiramente no Japão, sendo incorporada, mais tarde, em outros países do Oriente, como na China, por exemplo (SHIMADA, 1977 apud NCTM, 1997). Notem que a implantação dessa Metodologia ocorre em países em que o idioma não é o inglês.

Essa teoria foi impressa em 1977, em japonês, em um livro de atoria de Shigeru Shimada. Esse mesmo livro foi traduzido para o inglês, em 1997, com o título *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*. Depois dessa data pesquisas sobre essa bandeira começam a ser publicadas nos ICMEs.

O que desejamos com os indicativos apresentados é destacar, voltando ao início desta história, que fixar uma origem para a Resolução de Problemas é não só delicado, mas perigoso, pois muitos fatores podem influenciar a propagação de pesquisas pelo mundo, provocando-nos a impressão de que existe **a** origem e não **uma possível** origem.

Tendo já percorrido “alguns quilômetros” nesta pesquisa, o que vemos hoje é que existem caminhos diferenciados da Resolução de Problemas desde sempre e que Polya foi um desses caminhos. A postura em assumir que a pesquisa de Polya em Resolução de Problemas foi a mais importante à sua época pode estar sendo influenciada pelos documentos que nos chegaram e a via que os trouxe pode ter sido a do idioma internacional da Educação Matemática, o inglês.

Assim, é possível assumir os ICMEs como um espaço político de divulgação, de circulação e de propagação (se considerarmos a unificação do idioma) de pesquisas, mas não de origem de pesquisas, na grande maioria, pois nas reuniões do Comitê da ICMI, o *International Program Committee* (IPC), são indicados nomes de palestrantes que já desenvolvem pesquisas sobre temáticas da Educação Matemática. Quando essas temáticas chegam aos ICMEs, elas já se constituíram, em sua maioria, em algum contexto. Assim ocorreu com a Resolução de Problemas, que pelas mãos de George Polya, como convidado ilustre, e de Efraim Fischbein e Edith Biggs, apresentando pesquisa, tomou lugar no ICME-II.

Interessa-nos agora escrever **uma segunda história**, aquela que vai olhar para os movimentos da Resolução de Problemas nos ICMEs.

6.3 **Uma segunda história: Movimentos da Resolução de Problemas nos ICME[68]s**

Nesta segunda história nos propusemos a falar sobre "Movimentos da Resolução de Problemas nos ICMEs". Traremos à cena novamente a questão norteadora desta pesquisa por julgarmos que ela perpassa por esta história, bem como a outras que viermos contar: "Como se dá o processo de inclusão da Resolução de Problemas, como uma temática da pesquisa em Educação Matemática, a partir de documentos oriundos dos ICMEs?".

Para a escrita desta história adotamos a estratégia de percorrer o inventário seguindo a ordem cronológica de ocorrência dos ICMEs sem, no entanto, nos prendermos a ela. O fio que conduzirá esta escrita é o que busca por "movimentos da Resolução de Problemas" identificados em pesquisas apresentadas nos ICMEs. Entendemos por "movimentos" as apropriações ou modificações da Resolução de Problemas como Metodologia.

Na ocorrência desses movimentos, outros poderão ser chamados à cena sem que haja preocupação com a ordem cronológica citada, que será adotada apenas por uma questão de organização do texto. Os movimentos da Resolução de Problemas ganharão a cena.

A inclusão da Resolução de Problemas como tema de discussão nos ICMEs poderia ter ocorrido já no ICME-I (1969) considerando que no momento de sua realização a pesquisa sobre esse tema já vinha sendo desenvolvida há mais de 30 anos. Mas, em vez disso, sua inserção ocorreu somente no ICME-II, realizado em Exeter (Inglaterra), em 1972, com a apresentação de três palestras sobre o tema, sendo uma delas em sessão plenária.

A pesquisa sobre a temática Resolução de Problemas foi ganhando espaço nos ICMEs gradualmente, não só por meio de palestras, mas em pesquisas apresentadas em comunicações curtas ou pôsteres e em pesquisas submetidas a grupos de discussão.

---

[68] *International Congress on Mathematical Education.*

A partir do ICME-III (1976) pode-se afirmar que houve expansão e transição da pesquisa em Resolução de Problemas de seu aspecto teórico, limitado a grupos de excelência, para o prático, o contexto da sala de aula. Essas pesquisas foram desenvolvidas, em sua maioria, por meio de projetos (*Problem Solving Project, Teaching Strategies, and Conceptual Development of Mathematics; Project for Mathematical Development of Children; The Mathematics-Methods Program;* e *The Mathematical Problem Solving Project*), resultado de parcerias de centros especializados[69] e escolas, como também, em menor número, na forma de pesquisas independentes, fruto de trabalho de professores em sala de aula.

Ressaltamos que no ICME-II (1972), diferente do que ocorreu no ICME anterior, ICME-I (1969), quando os palestrantes convidados escolheram livremente o assunto de suas palestras, o convite realizado pelo *International Program Committee* (IPC) aos palestrantes se deu em concordância com sua área de investigação, que deveria ser a mesma do tema de sua palestra. Assim, George Polya foi indicado pelo IPC para participar como convidado ilustre do ICME-II, proferindo palestra em sessão plenária, onde deveria falar sobre sua pesquisa em Resolução de Problemas, legitimando a inclusão dessa temática nos ICMEs.

Como citamos há pouco, foram três as palestras proferidas no ICME-II sobre a temática Resolução de Problemas. A primeira delas foi a de Polya, subordinada ao título *As I read them*. As outras duas foram proferidas por Edith Biggs (UK), com título *Investigation and problem-solving in mathematical education*, e Efraim Fischbein (Israel), com o título *Intuition, structure and heuristic methods in the teaching of mathematics*. Essas três palestras foram publicadas nos *proceedings* no idioma Inglês.

As pesquisas de Biggs (1973) e de Fischbein (1973) sofreram influência da teoria desenvolvida por Polya, algumas apresentadas no Capítulo 2 deste texto. No entanto, esses pesquisadores avançaram em suas discussões apresentando a Resolução de Problemas e outras teorias trabalhadas conjuntamente. Fischbein (1973) falou sobre intuição e compreensão em

[69] National Science Foundation; Georgia Center for the Study of Learning and Teaching Mathematics; e Mathematics Education Development Center.

Educação Matemática; estruturas em Matemática e Psicologia; e métodos heurísticos, apoiado em estudos de Jean Piaget que foi, inclusive, um dos convidados ilustres do ICME-II (1972).

Fischbein afirmou que o problema psicopedagógico das estruturas matemáticas, como todos os outros conceitos matemáticos (relação, função, equivalência, continuidade etc.) e operações lógicas fundamentais são, por sua própria natureza, abstrações de extrema generalidade. Por essa razão, a aprendizagem sistemática de procedimentos e estratégias heurísticas são as responsáveis pela melhora de nossas técnicas em resolução de problemas.

Biggs (1973) direcionou sua pesquisa às abordagens “resolução de problemas” e “investigações matemáticas”, destacando seu papel na aprendizagem de Matemática, e considerou que estudantes que aprendem através de investigações tornam-se acostumados a situações-problema, reais ou imaginárias, e não veem os problemas matemáticos como algo difícil. Os resultados apresentados por essa pesquisadora é reflexo de seu trabalho com crianças, professores em formação e professores em exercício.

A pesquisa em Resolução de Problemas ganhou novas proporções no ICME-III (1976), com o trabalho de centros de pesquisa, antes citados, que se dedicaram a produzir materiais de apoio ao professor; a investigar maneiras para melhorar o desempenho em resolução de problemas de estudantes; e a produzir informações práticas e teóricas sobre a relação entre ensino e aprendizagem de Matemática e resolução de problemas.

O que se viu no ICME-III (1976) foram movimentos visando a uma melhor compreensão da Resolução de Problemas para além de uma perspectiva metodológica limitada a centros de excelência, com discussões sendo orientadas no sentido de fazer com que sua aplicabilidade em sala de aula atingisse os resultados pretendidos. Assim, estudos dedicados ao desenvolvimento de procedimentos clínicos de observação e análise de problemas matemáticos comportamentais estavam entre as metas de grupos de discussão desse evento.

Pesquisas individuais foram submetidas para apresentação na modalidade comunicações curtas ou pôsteres no ICME-III, fato ainda não identificado por nós nos ICMEs anteriores, e para discussões em grupos temáticos. Com o título “Resolução de Problemas”, considerando os documentos que tivemos acesso, foram apenas cinco comunicações.

A pesquisa de Hill (1976): *Data Collection and Problem-Solving Strategies* foi uma dessas e se referia a um estudo teórico sobre Resolução de Problemas e processos de pensamento. Esse pesquisador, apoiado na teoria desenvolvida por Jean Piaget sobre Desenvolvimento Cognitivo, afirmou que a maior transição dos processos de pensamento da criança ocorre na idade entre 10 e 14 anos e que é nesse intervalo que as crianças passam do “Período de Operações Concretas” para o “Período de Operações Formais”.

Apoiado em Piaget, Hill (1976) disse que essa transição anuncia o desenvolvimento de novas estratégias de resolução de problemas e que, nessa fase, crianças que atuam no nível de “Operações Concretas” têm um repertório de habilidades de resolução de problemas que são usualmente restritas para um presente imediato e empregam, frequentemente, técnicas de tentativa e erro. Em contraste, a emergência de pensamento formal é ilustrada pela capacidade e habilidade de levantar hipóteses, testá-las e generalizá-las.

Hill conjecturou que a introdução de uma estratégia de coleta de dados, em relação à resolução de problemas, parecia ser um processo viável e essencial para o desenvolvimento do pensamento formal e que três eram os componentes principais que constituíam essa abordagem: a compilação dos dados empíricos; a extrapolação dos dados para formar um modelo; e a generalização baseada no modelo.

No momento de realização do ICME-III (1976), o papel da tecnologia no ensino de Matemática, concebida principalmente pelas calculadoras de mão, dava seus primeiros sinais em grupos de discussão. A compreensão sobre a inserção das calculadoras naquele momento era a de que elas agilizariam processos de resolução de problemas, possibilitando ao estudante chegar a generalizações matemáticas com maior rapidez (BEZUSZKA, 1976). Notem que as calculadoras de mão poderiam assumir, de fato, essa função, mas a resolução de problemas de que falavam se referia àquela em que os problemas matemáticos são concebidos como um objetivo e não como um caminho para “fazer” Matemática, embora em pesquisas dessa natureza fossem frequentes expressões como “resolução de problemas”, “estratégias heurísticas”, etc, comuns aos que trabalhavam com Resolução de Problemas em uma perspectiva metodológica. Percebe-se com isso uma manutenção da concepção da resolução de problemas como uma prática comum às aulas de Matemática, em vez do sentido metodológico atribuído por novas teorias, e de que as tecnologias se limitavam à inserção de equipamentos utilizados nas aulas de Matemática, especialmente em relação às calculadoras de mão, em vez de pensá-las como uma perspectiva social-global, como um princípio fundamental da estruturação social (SKOVSMOSE, 2001).

Kilpatrick (2008) afirmou em entrevista concedida a Michèle Artigue, como parte da programação do ICME-X, realizado em 2004, em Copenhagen, na Dinamarca, que o ICME-III (1976) foi muito importante para a pesquisa em Resolução de Problemas, pois muitas pesquisas apresentadas naquele evento tiveram o olhar voltado para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Essa constatação nos fez retornar ao Capítulo 2 deste texto, quando destacamos que a década de 1970 foi uma década em que se pesquisou muito sobre Resolução de Problemas. Apoiadas em Lester (1994) e Mason (1980), afirmamos que no início da década de 1970 uma massa crítica de educadores matemáticos ativos na Resolução de Problemas foi formada. Muitas dessas pesquisas foram documentadas por Mason (1980) em um artigo chamado "Resolução de Problemas em Matemática: uma bibliografia comentada". Pareceu-nos que, embora muitas pesquisas e importantes projetos tivessem sido desenvolvidos ou estivessem em desenvolvimento, muito ainda teria de ser feito para que os resultados desse trabalho chegassem à maioria das salas de aula, para além dos importantes trabalhos que já vinham sendo realizados por projetos e pesquisadores individuais. As expectativas eram as mais otimistas.

No ICME-IV (1980) Polya recebeu mais uma vez o convite do *International Programe Committee* (IPC) para proferir palestra na modalidade sessão plenária. Esse convite reforça o interesse desse Comitê em continuar discutindo o tema Resolução de Problemas em um congresso internacional de Educação Matemática. Nesse evento, a Educação Matemática como área de pesquisa teve seus horizontes ampliados, com a inclusão de várias novas temáticas, além das já conhecidas: Resolução de Problemas, Tecnologia, Formação de Professores, Geometria, Estatística, Aplicações da Matemática, Currículo, Pesquisa em Educação Matemática, Problemas de ensino e relacionamento de linguagem com Matemática.

A pesquisa em Resolução de Problemas nesse ICME-IV sofreu uma notável propagação, acompanhando o crescimento da importância do ICME no cenário de pesquisa internacional. Nesse contexto, vimos a apresentação de pesquisas em Resolução de Problemas oriundas de diferentes países, como Inglaterra, Jamaica, Israel, Espanha, Austrália, Brasil e Canadá. Até o ICME anterior, ICME-III (1976), em sua maioria, pesquisas e projetos (em especial) sobre essa temática se referiam a produções norte-americanas.

Em uma pesquisa apresentada no ICME-III, Kenney (1976) afirmou que Resolução de Problemas era um dos principais assuntos da Educação Matemática nos Estados Unidos naquele momento e que educadores matemáticos e desenvolvedores de currículo vinham abordando o tema em todos os níveis de ensino. Além disso, opiniões sobre áreas como processos de pensamento, técnicas pedagógicas, modos de ensinar, habilidades básicas e abordagens interdisciplinares e aplicações do mundo real, vinham sendo articuladas, disse Kenney.

Os resultados do movimento apontado por Kenney eclodiram quatro anos depois, em 1980. Um deles foi a publicação, pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), do documento “Uma Agenda para Ação” (1980), citado antes no Capítulo 2 deste texto, que sugeria que o ensino de Matemática para aquela década nos Estados Unidos fosse orientado pela Resolução de Problemas. Além desse documento, a realização do ICME-IV (1980) em Berkeley, nos Estados Unidos, exatamente no ano em que a “Agenda para Ação” foi publicada, teve um significado muito importante para a pesquisa em Resolução de Problemas.

A década de 1980 estava só começando e a gradual expansão do número de alunos nas escolas impulsionavam para o momento a chamada “educação global”. Por consequência, a formação de professores para atender a esse número de alunos se fazia urgente, não sem as significativas perdas qualitativas (D‟AMBROSIO, 1979). Nesse contexto, nos interrogamos: Quais os significados que subjazem a realização do ICME-IV (1980) nos Estados Unidos? Quais os interesses da realização desse evento nesse país no limiar da década de 1980?

Esses questionamentos nos levam a pensar que um país que se intitulava uma das maiores potências mundiais, se não a maior, teria proposto sediar um congresso dessa magnitude por acreditar dispor das condições para atender às necessidades, no âmbito da educação, esperadas para aquela década. Ficava, assim, latente a questão: Com mais alunos nas escolas, seria a Resolução de Problemas a solução para um ensino de Matemática que atendesse a todos?

Quanto às pesquisas sob a “bandeira” Resolução de Problemas apresentadas no ICME-IV (1980), vimos que a teoria proposta por Polya seguia subsidiando o trabalho de pesquisadores, mas identificamos que outros teóricos foram chamados à cena, traço já percebido por nós em pesquisas apresentadas no ICME-II (1972). A pesquisa de Isaacs (1983), por exemplo, que trabalhou com Resolução de Problemas no sexto ano do ensino secundário dentro dos limites de um programa prescrito, se baseou em Schoenfeld (1976), no que se refere à Resolução de Problemas, e em Hollowell (1977), em relação à codificação de esquemas. Entretanto, Isaacs afirmou que as teorias desses pesquisadores são similares e que ambas derivam do modelo geral sugerido por Polya para a Resolução de Problemas.

Isaacs, em seu estudo, trabalhou com um mesmo projeto em dois diferentes grupos de alunos, em tempos diferentes. Essa condição possibilitou que melhorias fossem realizadas no projeto, após evidências do trabalho com o primeiro grupo terem sido coletadas. Esse pesquisador constatou que, mesmo tendo trabalhado com Resolução de Problemas apoiado em teorias arbitradas, os resultados dos alunos nos dois diferentes grupos não diferiram muito. Isaacs concluiu que depois de esses estudantes terem vivenciado 11 anos de experiências acreditando que a habilidade matemática é um conjunto de técnicas específicas para encontrar soluções adequadas para os problemas, o tempo destinado em sua pesquisa com esses alunos não foi suficiente para que pudesse tentar mudar suas opiniões.

Assim, apresentou a seguinte conclusão:

> o desenvolvimento de uma abordagem flexível da matemática escolar depende de sua inclusão desde muito cedo no programa escolar, utilizando métodos de descoberta/inquirição para que os alunos desenvolvam uma visão dualista da matemática, tanto como um corpo de conhecimento prescrito com algoritmos para aplicação, quanto como processos de invenção de conhecimento. (ISAACS, 1983, p. 283, tradução nossa)

Ainda que Isaacs tenha recorrido a outros teóricos, a pesquisa desses tem raízes na teoria de Polya e isso Isaacs mesmo concluiu. Dessa forma, não se percebe movimentos da Resolução de Problemas no sentido de ter havido apropriações ou modificações da teoria, mas importantes constatações sobre o trabalho com Resolução de Problemas que mereciam reflexão e, ainda, que as pesquisas que vinham sendo realizadas sobre essa temática já dispunham de um ferramental teórico-metodológico bem organizado e de acesso à comunidade de pesquisa. O trabalho de Isaacs foi um exemplo disso.

A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-IV (1980) revelou que muito trabalho já vinha sendo realizado em sala de aula, atendendo a algumas das expectativas do ICME-III (1976). No entanto, os resultados mostraram dificuldades encontradas por pesquisadores na implantação da Resolução de Problemas nesse contexto, a sala de aula, como também os efeitos dessa implantação no caso de sua efetivação. A pesquisa de Avital (1983), por exemplo, denuncia a ausência de uma abordagem classificatória, isto é, uma teoria construída sobre como trabalhar com resolução de problemas de modo que ela fosse eficiente pois, até aquele momento, disse esse pesquisador, as pesquisas desenvolvidas se voltaram a encontrar maneiras de melhorar as habilidades dos estudantes para resolver problemas. Conforme Avital, o efeito dessa ausência era refletido em livros didáticos que apresentavam os problemas matemáticos organizados de acordo com o grau de dificuldade, dos mais fáceis para os mais difíceis. Resolver esses problemas, nesse caso, era aplicar alguns conhecimentos vistos naquela unidade.

Visando a superar parte da ausência anunciada, Avital apresentou situações-problema em seu texto, que foram seguidas de orientações ao professor sobre como trabalhar com elas se o desejo era o de incorporá-las em sua prática. Esse pesquisador chamou de “axiomas” os seguintes “desafios e necessidades básicas em Educação Matemática”: (1) a resolução de problemas no currículo matemático; (2) a falta de abordagens classificatórias; (3) a necessidade de revisão e conexões; (4) a necessidade de explorar e conjecturar; (5) a necessidade de lançar a semente para o futuro; (6) a necessidade de apresentar problemas relacionados com a cultura do aluno; e (7) a necessidade de reflexão e reconsideração.

O “axioma” 6 citado por Avital (1998) foi o tema da pesquisa de Burkhardt (1983): *The Scope of Real Problem Solving*, no ICME-IV. Essa pesquisadora falou sobre a Resolução de Problemas Reais [RPS] afirmando que são características da RPS "a formulação e a solução de problemas do mundo real que são de interesse e preocupação imediata do estudante" (p. 283, tradução nossa). A RPS coloca ênfase em problemas que afetam diretamente nossas vidas e que estejam, necessariamente, relacionados ao mundo real dos alunos e não ao mundo real do professor. Esses problemas foram nomeados de *Action problems.* Entretanto, Burkhardt (1983) lembra que diante da impossibilidade de trabalhar com os *Action problems*, os problemas trabalhados devem ser, então, de alguma forma convincente para os alunos envolvidos.

A ênfase em problemas que dizem respeito ao mundo real dos estudantes havia sido tema de pesquisas anteriores à de Burkhardt (1983). Uma delas, inclusive, foi citada neste texto. Trata-se da pesquisa *How Can we Teach Applications of Mathematics*?, de Pollak (1969), apresentada no ICME-I, realizado em Lyon, em 1969. Esse pesquisador apresentou uma ampla investigação sobre os tipos de problemas matemáticos que eram trabalhados em livros-texto nas aulas de Matemática, revelando sua preocupação com a apropriação equivocada por parte de professores, produtores de livros e demais responsáveis pelo ensino de Matemática, dos problemas matemáticos com vistas ao ensino de Aplicações da Matemática.

Até o ICME-IV (1980) não havia sido discutida, nas pesquisas consultadas por nós, pela comunidade de pesquisa que investiga Resolução de Problemas, a natureza dos problemas matemáticos, exceto no caso da pesquisa de Pollak (1969) no ICME-I (1969). A preocupação desses pesquisadores havia se voltado para o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas, mas não foi dada atenção aos tipos de problemas que seriam trabalhados. Assim, a pesquisa RPS, proposta por Burkhardt (1983), marca um movimento importante da Resolução de Problemas que amplia o modo em como os problemas matemáticos vinham sendo abordados até aquele momento. A Resolução de Problemas passa a ser considerada, em alguns aspectos, próxima da Modelagem Matemática, fato destacado por Burkhardt, que disse estar desenvolvendo um "Pacote de Iniciação à Modelagem" (*Modelling Starter Pack*) com o objetivo de que esse material fosse útil àqueles professores que desejassem iniciar seu trabalho com essa metodologia.

Desde o momento em que Burkhardt (1983) relacionou Resolução de Problemas e Modelagem Matemática, muitas outras vezes essas duas teorias foram discutidas conjuntamente em pesquisas apresentadas nos ICMEs. Mais adiante retomaremos esse assunto, apresentando as interfaces dessas abordagens.

Com tentativas de implantação da Resolução de Problemas na sala de aula, é natural que novas variáveis surjam no processo e que apontem problemas que precisam ser tratados visando ao aperfeiçoamento da teoria.

Schoenfeld (1983), falando sobre a teoria Resolução de Problemas no ICME-IV (1980), disse que até aquele momento existiam poucas evidências conclusivas do trabalho com heurísticas, no sentido de que os estudantes poderiam aprender a usá-las e, assim, melhorar seu desempenho em resolução de problemas. Nesse sentido, esse pesquisador buscou por ideias e técnicas oriundas da ciência cognitiva que, adaptadas, poderiam ajudar a examinar a resolução de problemas via heurísticas e fornecer alguma evidência sobre o trabalho com essa abordagem.

A pesquisa de Schoenfeld (1983) revela um movimento importante da pesquisa em Resolução de Problemas, por ter se ocupado de identificar quais componentes são essenciais para um desempenho competente de resolução de problemas em qualquer domínio não trivial e por ressaltar a importância de uma base de conhecimentos organizada, e nesse caso o pesquisador recorre à psicologia da aprendizagem, para o sucesso com resolução de problemas.

Percebe-se que a pesquisa em Resolução de Problemas é ampliada, de uma perspectiva que aponta para sua implantação na sala de aula sob um ponto de vista externo (currículo, preparação de professores, materiais de apoio etc.), para outra que se interessa por questões relacionadas à complexidade das estruturas do conhecimento.

O conceito universal de “educação para a massa”, muito ouvido no início da década de 1980 (D‟AMBROSIO, 1986), levou mais crianças para as escolas e os problemas comuns àquele contexto, especialmente no que se refere ao ensino e aprendizagem de Matemática, pediam por teorias (de ensino, psicológicas ou sociológicas) trabalhando juntas, em simbiose, tendo à sua disposição os recursos oferecidos pelas tecnologias da informação (COOPER; NASON, 1986).

A presença das tecnologias da informação marca a sociedade do início da década de 1980. Por essa razão, profissionais do ensino e suas teorias passaram a ser impregnados por essas mudanças e, por consequência, por seu dinamismo. Esses fatores nos levam a afirmar que a Resolução de Problemas era afetada, nesse período, por aspectos desse contexto, não colocando à parte esses elementos para a constituição de suas investigações, ainda que os resultados dessa empreitada não tenham sido os desejados.

Além disso, considerar abordagens psicológicas no estudo de resolução de problemas foi uma manobra importante para a pesquisa em Resolução de Problemas e isso só foi possível quando resultados de pesquisas revelaram que alunos, trabalhando com resolução de problemas, apresentavam baixo desempenho nessa tarefa, provocado não somente por não serem proficientes no vocabulário técnico da Matemática ou por apresentarem limitações no vocabulário vernacular, mas por fatores psicológicos (BEZUSZKA, 1983). Esse fato foi identificado por outros pesquisadores, como Carraher, Carraher e Schliemann (1986) que concluíram, a partir de pesquisas realizadas com professores em salas de aula, que as dificuldades de crianças em resolução de problemas poderiam estar relacionadas ao desenvolvimento cognitivo e que seria importante que os professores dessem atenção a isso se o desejo era o de melhorar o ensino desse assunto (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1986).

No ICME-V (1984), D‟Ambrosio (1986) lembrou que o contexto do início da década de 1980 se revelava como um período crítico para a Educação Matemática. Caberia à Educação Matemática, então, enfrentar tanto a emergência do que poderia ser chamado de era eletrônica quanto as profundas mudanças na vida social, política e econômica do mundo. Assim, questionar sobre qual(is) tipo(os) de currículo(s) de Matemática seria(m) mais adequado(s) para as necessidades da maioria; quais modificações do(s) currículo(s), ou currículo (os) alternativo(os), seriam necessárias para grupos especiais de aprendizes; como esse(s) currículo(s) deveria(m) ser estruturado(s); e como ele(s) poderia(m) ser implantado(s) eram questões que mereciam ser estudadas (CARSS, 1986). Se a Resolução de Problemas é uma temática da pesquisa em Educação Matemática, então todas essas perguntas deveriam incomodar a comunidade que a investiga.

A Resolução de Problemas, no contexto crítico à Educação Matemática, citado por D"Ambrosio (1986), poderia ser considerada sobre dois aspectos: teórico e prático.

No que se refere à pesquisa em Resolução de Problemas, até a realização do ICME-V (1984), sua longa trajetória – que somava mais 40 anos – permite a afirmação de que já havia um corpo de conhecimento bem definido, embora pesquisadores como Burkhardt et al. (1986) tenham enfatizado que a pesquisa e o desenvolvimento de comunidades em Resolução de Problemas vinham sendo realizadas, em geral, completamente isoladas umas das outras, resultando em uma grande desvantagem mútua. Os resultados dessas pesquisas tinham de ser comunicados aos professores de sala de aula, talvez os mais interessados no assunto, pois mesmo em países como Estados Unidos, Reino Unido, Jamaica, Canadá e Austrália, onde a pesquisa em Resolução de Problemas tinha uma trajetória mais bem estruturada, poucos professores a conheciam e, mesmo nesses casos, sua utilização era esporádica e fraca (SILVER; DUPUIS, 1986).

Esse fato era considerado por Silver e Dupuis (1986) como problemático, pois a comunicação da pesquisa deveria influenciar o conhecimento de professores sobre Resolução de Problemas, suas crenças sobre si mesmos e sobre Resolução de Problemas, e suas atitudes para com a Resolução de Problemas. Esses pesquisadores viam o momento como favorável, uma vez que havia um interesse crescente pela pesquisa por parte dos praticantes em Resolução de Problemas.

Há pouco falamos sobre o dinamismo social, evidenciado a partir da década de 1980, possibilitado pelas tecnologias da informação. Esse aspecto foi sentido na Resolução de Problemas pois, nem bem os professores de sala de aula sabiam como orientar o ensino de Matemática com vistas à Resolução de Problemas, dela lhe era requerido mais conhecimento sobre processos de pensamento dos estudantes (BURKHARDT et al., 1986).

Burkhardt et al. (1986) afirmaram que havia muito material disponível sobre Resolução de Problemas, mas muitos pecavam em qualidade por terem sido produzidos sob uma abordagem empreendedora. Esses materiais, em sua maior parte, de acordo com esses pesquisadores, foram desenvolvidos intuitivamente e, por essa razão, era preciso melhor fundamentá-los na compreensão sobre o pensamento dos estudantes, pesquisá-los com mais profundidade, melhor desenvolvê-los e avaliá-los.

Esse fato revela que a pesquisa em Resolução de Problemas não seguiu paralelamente à dinâmica social da década de 1980, mas foi, com ela, incorporando novas teorias, concepções e abordagens que foram sendo reveladas em pesquisas apresentadas nos ICMEs que sucederam ao ICME-IV, especialmente. Muitas dessas teorias eclodiram no ICME-V, embora tenhamos identificado nesta pesquisa que algumas delas tiveram uma história longa antes de serem apresentadas nesse congresso, como a *Open-Ended Approach*, por exemplo, cujas primeiras pesquisas datam do início da década de 1970 (SHIMADA, 1977). Retomaremos essa abordagem nos próximos parágrafos.

Dentre essas teorias estão: a metacognição; a "percepção de problemas semelhantes"; a formulação de problemas; a *Open-Ended Approach*; o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas; e a Resolução de Problemas por meio das tecnologias da informação.

A metacognição foi desenvolvida pelo pesquisador norte-americano Alan Schoenfeld, que apregoava que seria importante dar atenção no ensino às crenças dos alunos sobre Matemática e resolução de problemas e também às suas habilidades para refletir sobre seu comportamento, monitorar e avaliar seu progresso no episódio de resolução (SILVER; DUPUIS, 1986).

Quanto à área de pesquisa "percepção de problemas semelhantes", de acordo com Silver e Dupuis (1986), sua importância estava no fato de que por meio dela os alunos seriam ajudados a organizar suas experiências de maneira que elas se tornariam úteis e apropriadas para eles.

Silver e Dupuis (1986) disseram que a competência matemática inclui, além da posse de uma ampla gama de conceitos e habilidades relevantes, a capacidade de abordar situações de fora da Matemática, o que significa implantar estratégias para resolução de problemas no sentido mais amplo, incluindo investigar situações, representar situações, formular problemas, provar e sistematizar.

A formulação ou proposição de problemas citada por Silver e Dupuis, que já havia sido abordada de forma sutil em duas pesquisas independentes no ICME-IV (BUTTS, 1980; D"AMBROSIO, 1980), recebeu destaque no ICME-V e de lá para cá muitas pesquisas passaram a discutir o tema, de forma independente ou mesmo como parte de outras teorias, como no caso da *Open-Ended Approach*.

Sobre esse assunto, no ICME-X, por exemplo, Cai e Downs (2008) chamaram atenção da comunidade científica dizendo que deveria ser dada mais atenção à formulação ou proposição de problemas em pesquisas para os congressos seguintes, pois "a proposição de problemas é o coração da pesquisa Matemática e da pesquisa científica. De fato, na investigação científica, a formulação de problemas é frequentemente considerada como mais importante do que encontrar a solução do problema" (p. 371, tradução nossa).

Essa abordagem amplia o modo como os problemas matemáticos vinham sendo considerados até esse momento, quando eram propostos apenas pelo professor. Como disseram Silver e Dupuis (1986), os estudantes deveriam vivenciar situações em que pudessem, por eles mesmos, formular problemas, provar e sistematizar.

No Capítulo 2 deste texto citamos a abordagem metodológica *Open-Ended Approach*, desenvolvida pelo pesquisador Shigeru Shimada e sua equipe em meados da década de 1970. Muitos anos se passaram até que pesquisas sob essa "bandeira" fossem apresentadas nos ICMEs. A partir dos documentos que investigamos, a primeira pesquisa sobre esse tema apresentada nos ICMEs foi a de Nobuhiko Nohda, do Japão, no ICME-V (1984). Esse pesquisador afirmou que um dos aspectos importantes da Educação Matemática é aquele que se ocupa do desenvolvimento das habilidades de estudantes em identificar as relações matemáticas ocultas em uma situação concreta e formular, a partir dela, modelos matemáticos (NOHDA, 1986).

Na *Open-Ended Approach*, problemas matemáticos que são formulados para terem múltiplas respostas corretas são "incompletos" ou "com fim aberto" (SHIMADA, 1977 apud HASHIMOTO, 2003). A formulação de problemas é intrínseca a essa metodologia que, nesse caso, é chamada "*Open Problem Formulation*" ou "formulação de problema aberto" e consiste de um método em que os estudantes são estimulados a

> formular ou propor novos problemas matemáticos a partir de um determinado problema usando generalização, analogia, a noção de conversa [comunicação], ou outras ideias e, em seguida, resolver os problemas recém-formulados por si mesmos. Esse método de ensino

> foi também referido como "o tratamento do desenvolvimento de problemas matemáticos". (HASHIMOTO, 2003, p. 134, tradução nossa)

Nos ICMEs que sucederam ao quinto, a *Open-Ended Approach* foi citada em muitas outras pesquisas (por exemplo: PEHKONEN; ZIMMERMANN, 1988; NISS, 1988; KRULICK; RUDNICK, 1988; PEHKONEN, 1998; HASHIMOTO, 2003; NOHDA, 2003; STACEY, 2004; HÄHKIÖNIEMI, 2004)[70]. Essa abordagem metodológica é considerada por seus defensores como aquela que é capaz de promover a criatividade em Matemática, comumente negligenciada na sala de aula, pois problemas desse tipo têm muitas conexões com a criatividade e seus métodos de promoção (PEHKONEN, 1998).

Talvez por conta de ser a resolução de problemas uma prática comum nas aulas de Matemática, a teoria e pesquisa sobre Resolução de Problemas nem sempre foi bem compreendida e um número muito grande de atividades se uniu sob o título geral "o ensino de resolução de problemas". Silver e Dupuis (1986) sintetizaram essas atividades em três principais caraterísticas: ensinar "sobre" resolução de problemas; ensinar "para" resolver problemas; ensinar "com" resolução de problemas. Considerando que essas características foram citadas na pesquisa de Schroeder e Lester (1989) no Capítulo 2 deste texto e que elas estão em consonância com o que disseram Silver e Dupuis (1986), nos limitaremos a falar somente sobre "o ensino „com" resolução de problemas" por estar, ele, diretamente relacionado com o que iremos abordar nos próximos parágrafos.

No ensino "com" resolução de problemas, de acordo com Silver e Dupuis (1986), os problemas são utilizados como veículos convenientes a fim de reforçar conceitos ou habilidades que são centrais para o currículo ou, menos frequentemente, os problemas são propostos para introduzir ou motivar importantes tópicos do currículo.

Burkhardt et al (1986), concordando com Silver e Dupuis (1986), reconheceram a existência de vários diferentes aspectos da educação matemática para os quais a expressão "resolução de problemas" era usada e que havia, também, uma variedade de propósitos para atividades rotuladas de

---

[70] Há muitas outras pesquisas no inventário, Capítulo 4 deste texto, sobre essa abordagem.

"resolução de problemas", que iam desde o ensino "para" melhorar as habilidades em resolução de problemas até o ensino de conteúdo "através" da abordagem resolução de problemas.

O que disseram esses pesquisadores sobre o ensino "„através‟ da abordagem resolução de problemas" iria evoluir nos ICMEs seguintes e a pesquisa sobre essa temática ganharia força. Retomaremos esse assunto mais adiante ainda neste texto.

Os recursos oferecidos pelas tecnologias foram citados no ICME-V como potencializadores no ensino de Resolução de Problemas. Para abordar o tema foi formado um grupo de discussão associado ao TG-7: *Problem Solving*. Nesse grupo reconheceu-se que calculadoras de mão, computadores e programas de computadores iriam exercer papel importante no ensino de resolução de problemas, mas as discussões nesse grupo foram, ainda, bem iniciais.

Nas deliberações do TG-7: *Problem Solving*, no ICME-V, Burkhardt et al. (1986) relembraram a pesquisa *Critical Variables in Mathematics Education*, realizada por Edward G. Begle, que revelou, a partir de uma sondagem sobre a literatura empírica, dados bastante deprimentes sobre a pesquisa em Educação Matemática: "[...] de um ICME para o seguinte, há caras novas que abordam os mesmos velhos problemas com novas soluções que não acrescentam em trabalhos anteriores, e eles próprios serão ignorados no prazo de quatro anos" (BEGLE, 1979 apud BURKHARDT et al., 1986, p. 226, tradução nossa). A intenção desses pesquisadores em trazer à cena a pesquisa de Begle (1979) foi a de que no ICME seguinte, "[...] passos importantes tivessem sido dados na coerência de esforços para fazer da resolução de problemas a realidade em muitas salas de aula" (BURKHARDT et al., 1986, p. 226, tradução nossa).

Recuperando o título desta segunda história "Movimentos da Resolução de Problemas nos ICMEs" vimos que o ICME-V foi um evento muito importante para a Resolução de Problemas, pois revelou que essa teoria, mesmo sendo de conhecimento de uma minoria reduzida de professores de Matemática de sala de aula, muda no contexto em que está inserida, e esse movimento deveria sinalizar seu dinamismo frente ao dinamismo social. Para tanto, seria necessário buscar responder à pergunta: "Em que medida a Resolução de Problemas se aproxima, ou se distancia, das demandas da comunidade na qual ela está inserida? ".

Nos ICMEs que sucederam ao V não identificamos muitos movimentos com vistas a apropriações ou modificações da teoria Resolução de Problemas, se comparado aos que ocorreram no ICME-V. Entretanto, alguns dos movimentos iniciados em ICMEs anteriores continuaram evoluindo e ganhando novas dimensões com o passar dos anos. É o caso, por exemplo, da interface, já mencionada neste texto, Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações que, nos ICMEs que se seguiram ao quinto, tiveram discussões cada vez mais próximas, de maneira que no ICME-VI elas foram “fundidas para constituir um tema e um grupo temático” (NISS, 1988, p. 237, tradução nossa) chamado TG-3: *Problem Solving, Modelling and Applications*. Embora essa junção tivesse apresentado pontos favoráveis, e Niss (1988) garantiu que haviam boas razões para isso, esse mesmo pesquisador afirmou que o trabalho seria desafiador.

Alguns aspectos da fala de Niss revelam movimentos de ambas as abordagens metodológicas, Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações, no currículo de Matemática, fato ainda bastante novo no contexto que vimos investigando. Esse pesquisador afirmou nas deliberações do TG-3 supracitado que

> [...] a taxa de inovação na fronteira de resolução de problemas, modelagem e aplicações parecia estar diminuindo, ao mesmo tempo em que há uma redução da distância entre a fronteira e a corrente principal do ensino matemática. Essa distância é, todavia, ainda considerável. Assim, a pesquisa está esperando que um maior número de currículos comuns venha implantar resolução de problemas, modelagem e aplicações, de modo que a investigação sobre a prática geral possa ser realizada. Existem razões para crer que isso vai ser um objetivo principal de pesquisa nos próximos anos. Os resultados dessa investigação tendem a ser pontos de principal interesse nos ICMEs futuros. (NISS, 1988, p. 250, tradução nossa)

A partir dessa fala de Niss podemos supor que a pesquisa em Resolução de Problemas, aquela que nos interessa, parecia ter atingido um estágio de maturidade no sentido da teoria, pois ela aguardava que um maior número de currículos a implantasse.

No ICME-VI, o tema Modelagem Matemática e Aplicações e Resolução de Problemas mobilizou pesquisadores já reconhecidos e trouxe novos nomes para o cenário. É o caso de Jan de Lange, da Holanda, que defendeu veemente que a Educação Matemática estava se tornando mais “processos orientados” do que “produtos orientados”. Segundo contou, haviam indicações fortes de que todos deveriam não somente ensinar matemática, mas também “pensamento matemático”.

Esse pesquisador sugeriu que, se o trabalho de sala de aula fosse desenvolvido com aplicações, a motivação dos estudantes seria conseguida de maneira mais fácil. Lembrou ainda, que já vinham sendo apresentadas sugestões de que um grande número de elementos de resolução de problemas, por meio da modelagem matemática, poderia ser introduzido na Matemática com os alunos de 16 a 19 anos.

Se apropriando do que disse Burghes (1987), De Lange (1988) afirmou:

> [...] nós certamente queremos que nossos estudantes estejam aptos para colocar suas habilidades matemáticas em prática, e eles estarão aptos para fazer isso somente através de atividades de resolução de problemas – os problemas podem ser reais ou puramente matemáticos – o que os une é que eles darão aos estudantes a oportunidade de aplicar suas habilidades matemáticas; mostrar criatividade, imaginação, inovação e julgamento crítico; e motivar mais estudos matemáticos. (BURGHES, 1987 apud DE LANGE, 1988, p. 144, tradução nossa)

Para De Lange (1988), concordando com ideias de Lesh et al. (1983), a resolução de problemas não deveria estar reservada para apreciação após a ocorrência da aprendizagem, mas ela poderia e deveria ser pensada em um contexto em que a aprendizagem de ideias matemáticas irá ocorrer.

Essa última afirmação de De Lange nos remeteu a um dos movimentos da Resolução de Problemas que eclodiu no ICME-V, há pouco citado, e que prometemos retomar. Trata-se do “ensino de Matemática „através‟ da Resolução de Problemas”. Quando De Lange afirmou que a resolução de problemas “poderia e deveria ser pensada em um contexto em que a aprendizagem de ideias matemáticas irá ocorrer”, estava se referindo ao ensino de Matemática “através” da Resolução de Problemas. Esse é um dos muitos movimentos da Resolução de Problemas citados, por exemplo, por pesquisadores como Burkhardt (1986), no ICME-V; De Lange (1988) e Fischer (1988), no ICME-VI; Allevato e Onuchic (2008) e Lester (2008), no ICME-XI; que se tornou bastante evidente em pesquisas apresentadas nos ICMEs seguintes.

Ao tecer considerações sobre as discussões do TG-3: *Problem Solving, Modelling and Applications* no ICME-VI, Niss (1988) falou que “a pesquisa estava aguardando que um maior número de currículos comuns viesse a implantar Resolução de Problemas, Modelagem e Aplicações, de modo que a investigação sobre a prática geral pudesse ser realizada". Pesquisas sobre a temática Resolução de Problemas apresentadas nos ICMEs que sucederam ao sexto derivaram, em grande quantidade, de resultados de aplicações da Resolução de Problemas (e nesse caso estamos nos referindo à Resolução de Problemas como uma teoria geral) em salas de aulas. Afirmar isso não significa que estamos assumindo que a Resolução de Problemas tenha sido implantada em muitas salas de aula de Matemática, como desejaram, por exemplo, Schoenfeld e Burkhardt (1986) nas deliberações do TG-7: *Problem Solving*, no ICME-V. Mas, em vez disso, nos parece seguro afirmar que essa Metodologia se tornou mais familiar a muitos que ainda não a conheciam na medida em que foi sendo discutida nos ICMEs.

Sobre esse assunto, Niss (1988) disse que o campo Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações ganhou um pequeno espaço desde o ICME-V e que muitos aspectos vividos no ICME-VI não foram diferentes daqueles do ICME-V. Disse ainda que em ambos os congressos, em larga proporção, muitos dos participantes do TG não tinham muitas experiências pessoais no trabalho com essas abordagens e que, por essa razão, movidos pelo interesse em obter informações sobre esse campo e pelo desejo de conhecer suas contribuições, participaram das discussões. De acordo com Niss (1988), esse fato levou as discussões do grupo para um nível bastante básico, enquanto que o progresso dessa área foi exibido nos artigos e apresentações. Talvez esse contato com as discussões tenha favorecido com que mais pesquisas, resultados de trabalho desenvolvido em sala de aula, viessem a ser apresentadas nos ICMEs seguintes.

O progresso da área, como citado por Niss (1988), promoveu mudanças em alguns currículos de Matemática em diferentes lugares do mundo, mesmo que elas não tivessem, ainda, ocorrido em larga escala na maioria deles. Algumas pesquisas sinalizaram, em eventos anteriores, a implantação da Resolução de Problemas em currículos isolados. No entanto, esse fato foi fortemente discutido no ICME-VIII, no grupo temático TG-10: *Problem Solving Throughout the Curriculum*, com discussões que focaram em teorias e práticas que propiciassem aos estudantes a possibilidade de usar ideias matemáticas para resolver problemas que surgem dentro da própria Matemática e fora dela.

No TG-10 supracitado, os pesquisadores envolvidos nas discussões principais, oriundos de países como Japão, Austrália, Estados Unidos, Espanha e Singapura, discutiram maneiras de como garantir que programas de Matemática dessem atenção adequada à Resolução de Problemas, apresentando pesquisas que já sinalizavam movimentos de sua aceitação no currículo. A Austrália e o Japão, dentre esses países, vinham implantando a Resolução de Problemas no currículo de Matemática em larga escala nesse período. O primeiro recebendo influência de pesquisas produzidas nos Estados Unidos e na Inglaterra, enquanto que o Japão seguia a metodologia *Open-Ended Approach*. Outros pesquisadores, oriundos de outros países, participaram desse TG-10, mas conforme disseram Stacey e Carrilho (1998), em relação aos trabalhos apresentados nesse grupo temático, viram-se dois distintos grupos, os dos países que estavam pela primeira vez reconhecendo o papel da Resolução de Problemas no currículo e o dos países em que a Resolução de Problemas havia sido institucionalizada. Sobre esses últimos, Stacey e Carrilho afirmaram que eles estavam preocupados com a realização da ampliação do potencial de inovação.

Ainda sobre a Resolução de Problemas no currículo, Kaur (2008) afirmou que, a partir do ano 2000, o assunto central no currículo escolar de Singapura para o nível escolar primário e secundário era a Matemática, sendo que o objetivo principal do currículo matemático era o de capacitar os alunos a desenvolver suas habilidades de resolução de problemas. Apoiado em documento do Ministério da Educação daquele país, esse pesquisador afirmou que a conceitualização do currículo de Matemática de Singapura era baseada na interação de cinco componentes: conceitos, habilidades, processos, atitudes e metacognição para atingir a esse objetivo (KAUR, 2008).

Em relação aos movimentos – apropriações, expansões e ou modificações – da Resolução de Problemas, percebemos poucas sinalizações nesse sentido nos ICMEs que sucederam ao quinto, no entanto, não menos importantes. Exemplo disso é a palestra de Ana Sierpinska (1996) proferida no ICME-VIII, chamada *Whither Mathematics Education?*, que discorreu sobre a “teoria das situações didáticas”, apoiada no referencial teórico de Brousseau, a teoria Construtivista de Jean Piaget e a Resolução de Problemas.

De acordo com Sierpinska (1996), certamente programas relacionados com a abordagem “resolução de problemas, construtivismo e teoria das situações didáticas” vinham se preocupando em como fazer com que os “problemas dos estudantes” fossem “problemas matemáticos”, ou seja, no nível da “teoria-para-prática”. No constructo “resolução de problemas, construtivismo e teoria das situações didáticas”, essa pesquisadora entendia que a teoria construtivista trabalharia sobre aspectos relacionados ao desenvolvimento da criança, enquanto que o programa resolução de problemas e teoria das situações didáticas, no mesmo espaço e ao mesmo tempo, olhava para a aquisição, por parte dos estudantes, de certos conhecimentos culturalmente compartilhados ou levados ao compartilhamento (SIERPINSKA, 1998). Na palestra de Sierpinska, percebe-se que as “três teorias”, embora apresentem pontos de vista diferentes sobre objetivos das tarefas propostas aos estudantes, como ela mesma afirmou, são consideradas de forma inter-relacionada no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Esse aspecto da pesquisa de Sierpinska reforça uma afirmação que fizemos neste texto quando dissemos que a complexidade do processo de ensino e aprendizagem de Matemática pedia que teorias de ensino e teorias psicológicas fossem consideradas juntas, como em uma simbiose.

A teoria construtivista desenvolvida pelo psicólogo Jean Piaget foi tema de palestra no ICME-II, mas poucas foram as pesquisas em Resolução de Problemas subsidiadas por essa teoria em edições posteriores. No ICME-VIII, entretanto, além da citada pesquisa de Sierpinska (1998), Bonacina (1998) também falou sobre “Resolução de Problemas e o desenvolvimento da estrutura cognitiva – uma estratégia; seu resultado”, apoiado em teorias psicológicas como o Cognitivismo e o Construtivismo. A partir desse ICME, o Construtivismo passou a fundamentar, com maior frequência, pesquisas em Resolução de Problemas reforçando o que disseram Bezuszka (1983) e Carraher, Carraher e Schliemann (1986) no ICME-IV, já citados neste texto, quando mencionaram que as dificuldades de estudantes em Resolução de Problemas poderiam, inclusive, estar relacionadas a fatores psicológicos e cognitivos. Essas teorias se “fundiram” à Resolução de Problemas para que, juntas, pudessem melhor orientar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Siegbert Schmidt, no ICME-VIII, com a palestra *Semantic Structures of Word Problems – Mediators Between Mathematical Structures and Cognitive Structures?*, revelou importantes aspectos de processos de resolução de problemas de estudantes que foram analisados à luz da ciência cognitiva.

Esse pesquisador, guiado pela questão “Qual deveria ser o papel das estruturas semânticas dos problemas com enunciado na educação matemática?”, desenvolveu pesquisa fundamentada em pressupostos teóricos da ciência cognitiva, trabalhou com mapas conceituais e discutiu o papel dos jogos de linguagem presentes na sala de aula de Matemática, admitindo-os como uma perspectiva produtiva e desafiadora na análise de processos de ensino-aprendizagem na Matemática, bem como, para as atividades de professores em sala de aula.

Schmidt (1998) admite o conhecimento matemático como uma prática social específica e que a sala de aula é um espaço onde certos jogos de linguagem são instaurados a partir de perguntas realizadas pelos estudantes ao professor. Considerando que a prática social é resultado da prática de sala de aula e está, com bastante frequência, sustentada pelo livro-texto utilizado, esse pesquisador sugere que se nós queremos alterar a prática social, se nós queremos iniciar outro jogo de linguagem – assim atribuindo um novo significado aos problemas com enunciado, por exemplo – isso pode ser feito iniciando-se outro conjunto de práticas sociais (*Ibid.*).

Além de Schmidt (1998), Pearla Nesher, de Israel, na pesquisa *School stereotype word problem and the open nature of applications,* falou sobre aspectos da ciência cognitiva afirmando que não havia uma compreensão muito clara, mesmo entre educadores matemáticos, sobre o propósito de ensinar problemas com enunciado e que mesmo esses problemas tendo sido trabalhados por duas décadas, as pessoas ainda não sabiam bem como fazer isso. Assim, disse Nesher (1998), se quiséssemos ensinar resolução de problemas, precisaríamos saber quais os processos cognitivos envolvidos e dar às crianças a oportunidade de lidar com eles, pois “modelar situações da vida real, com ferramentas matemáticas significativas, é estar familiarizado com esquemas matemáticos de ações” (p. 336, tradução nossa).

Movimentos da pesquisa em Resolução de Problemas apoiada pelas tecnologias foram bem “tardios” nos ICMEs, mesmo tendo sido sinalizada sua importância para a Educação Matemática pela primeira vez no ICME-III. Até antes do ICME-IX, poucas foram as pesquisas que abordaram o tema e, as que o fizeram, colocaram ênfase quase que exclusivamente nas calculadoras de mão. Por essa razão, em nossa compreensão, o trabalho sobre essa temática até esse período era muito incipiente.

No ICME-IX o tema evoluiu em muitos aspectos relativos à Educação Matemática, de maneira que, para a abertura do evento, o IPC organizou uma mesa redonda internacional por meio de videoconferência e o tema foi discutido em muitas sessões do evento. Por sua vez, a pesquisa em Resolução de Problemas apoiada pelas tecnologias, nesse congresso, caminhou a passos lentos, com poucas pesquisas apresentadas nesse ICME-IX contemplando Resolução de Problemas e Tecnologias. Dentre as identificadas, a subordinada ao título *Problem-solving, graphing software and algebraic knowledge* é resultado de pesquisa realizada no Brasil, por Allevato e Onuchic (2008), na qual a Resolução de Problemas foi trabalhada em ambientes computacionais. Allevato e Onuchic (2008), trabalharam com alunos de primeiro ano de um curso de Administração de Empresas, em nível superior, com o objetivo de analisar as implicações do uso de computadores associado com o “Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas”, especificamente no que se refere aos aspectos algébricos que emergem quando estudantes usam o *software* gráfico *Winplot*® para lidar com problemas envolvendo funções.

Ainda no ICME-IX, ao menos outras quatro pesquisas (RAKOV, 2008; PAPADOPOULOS, 2008; LOWRIE, 2008; MURPHY, 2008) sobre Resolução de Problemas e ambientes computacionais foram apresentadas, marcando um movimento discreto dessa abordagem nos ICMEs, com pesquisas resultantes de produções independentes, realizadas em grupos isolados.

Nos ICMEs que sucederam ao ICME-IX, a pesquisa em Resolução de Problemas subsidiada pelas tecnologias não apresentou resultados muito expressivos.

Recuperando o propósito desta segunda história, reiteramos que nossa proposta foi a de trazer à cena movimentos da Resolução de Problemas nos ICMEs. Assim, quando esses movimentos refletem ações de pesquisadores, mesmo as realizadas de maneira isolada, que visam incorporar apropriações da Resolução de Problemas em suas práticas ou mesmo avanços no âmbito da teoria, seu trabalho é destacado neste texto. Assim, citamos duas pesquisas que foram desenvolvidas na perspectiva da *Problem Based Learning* (PBL), e uma terceira que trabalhou com Mapas Conceituais e Diagrama em "V" com estudantes de um curso de ensino superior. Essas pesquisas abordaram concepções sobre Resolução de Problemas ainda não apresentadas nos ICMEs, considerando os documentos por nós consultados.

A primeira delas foi apresentada no ICME-VII, chamada *Industrial enhancement of Problem-Based Learning* (USHER; BROWN, 1994), e uma outra, com a mesma concepção, foi apresentada no ICME-X, chamada *Problem Based Learning in sophomore and freshmen engineering student: A five year follow-up* (DELGADO, 2008). Delgado trabalhou com a PBL em ambientes computacionais por meio de um *software* chamado *Principia*.

A PBL é uma metodologia de ensino que foi desenvolvida no final da década de 1960, no Canadá, com o propósito de que fosse trabalhada em cursos de ciências médicas. Com o passar dos anos expandiu-se pelo mundo em currículos de formação profissional, principalmente nas áreas médicas. Mas, devido à sua natureza, a de trabalhar com problemas de fim aberto, ela extrapolou os currículos das ciências médicas e tem sido incorporada em outros cursos e em formatos diferentes daquele inicialmente proposto, como uma estratégia curricular (MORAIS, 2008).

Falando sobre "Mapas Conceituais e Diagrama em „V"", Afamasaga-Fuatai (2008), de Samoa, Austrália, apresentou no ICME-X a pesquisa chamada *Concept Maps and Vee Diagrams*[71] *in undergraduate mathematics problem solving*, cujo objetivo foi o de analisar a Matemática a partir de problemas contextualizados, tópicos matemáticos relevantes e procedimentos comuns, a fim de determinar soluções múltiplas, possibilitando a seus alunos condições de que eles pudessem, por eles mesmos, construírem seus mapas e diagramas em "V" aos problemas que foram propostos ao longo do semestre.

---

[71] Concept maps and Vee diagrams: two metacognitive tools to facilitate meaningful learning. 1990. NOVAK, J.D. In: **Instructional Science**, vol.19, p. 29-52, Springer. ISSN: 1573-1952 (Online).

Como já dissemos neste texto, a partir do ICME-V a pesquisa em Resolução de Problemas não apresentou muitos movimentos no sentido de apropriações ou modificações da teoria. O que vimos foi que algumas abordagens cresceram substancialmente em número de apresentações, como é o caso da *Open-Ended Approach* – que no ICME-IX, por exemplo, junto às tecnologias, foi um dos temas principais, abordado em muitas pesquisas – e da Resolução de Problemas e Modelagem e Aplicações, que passaram a ser muito discutidas em eventos que sucederam ao ICME-V. Nossa impressão foi a de que, no que se refere à inovação, a pesquisa passou a investigar os resultados do trabalho de sala de aula depois de essas metodologias terem sido implantadas.

Vejam, por exemplo, o que disse Lester (2008), falando sobre direções futuras para a pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-X, quando afirmou que o trabalho realizado até aquele momento tinha nos ajudado a acumular informações importantes sobre como os estudantes poderiam aprender a resolver problemas, mas que pouca atenção tinha sido dada às formas de fazer com que a Resolução de Problemas pudesse ser um elemento central na sala de aula.

Como forma de solucionar o problema, Lester sugeriu que mais pesquisas deveriam ser realizadas olhando diretamente para a seguinte questão central, de extrema importância para os professores de sala de aula: “O que os resultados da pesquisa sugerem sobre viabilidade e eficiência do ensino de Matemática *através* da Resolução de Problemas?” (LESTER, 2008.).

Falando sobre a pesquisa em Resolução de Problemas realizada no passado, Lesh, English e Fennewald (2008), no ICME-XI, afirmaram ter havido três importantes limitações. A primeira delas foi que pesquisadores falharam no desenvolvimento de instrumentos de pesquisa necessários para observar, de forma confiável, documentar e avaliar o desenvolvimento de conceitos e habilidades que eles afirmam ser importantes. Além disso, uma segunda falha, teorias e pesquisas existentes não teriam sido capazes de deixar claro como o desenvolvimento conceitual (ou desenvolvimento de competências básicas) está relacionado com o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, especialmente quando a atenção é desviada dos problemas com enunciado encontrados na escola, para os tipos de problemas encontrados fora dela, nos quais as habilidades necessárias, e até mesmo as perguntas a serem feitas, poderão não ser conhecidas antecipadamente (LESH; ENGLISH; FENNEWALD; 2008).

Falando sobre a terceira falha, esses pesquisadores destacaram

> [...] deficiências inerentes a estudos observacionais e experimentos de ensino e o pressuposto de que uma única grande teoria deve ser capaz de descrever todos os sistemas conceituais, sistemas de ensino, sistemas de avaliação que foram fortemente moldados e influenciados pela mesma perspectiva teórica que foi usada para desenvolvê-los. (p.1, tradução nossa)

Apresentadas as três limitações, eles disseram que uma abordagem metodológica chamada “Modelos e Perspectivas de Modelagem (MMP) em Resolução de Problemas Matemáticos, Ensino e Aprendizagem” vinha se mostrando eficiente para combater as falhas citadas. Nela, Lesh, English e Fennewald (2008) adotam o seguinte ponto de vista: “o que a pesquisa em resolução de problemas mais precisa não é de uma outra grande teoria que pretende explicar tudo de cozimento, de carpintaria, de comportamentos de estudantes em problemas com enunciado de livros-texto” (p. 3, tradução nossa). Por essa razão, não esperavam

> soluções realistas para problemas realisticamente complexos para serem resolvidos por estudos de investigações individuais, nem mesmo por teorias particulares. Em vez disso, o que são mais necessários são modelos que são incorporados em artefatos e ferramentas que são projetados para serem poderosos, compartilháveis e reutilizáveis. Esses modelos também precisam integrar modos de pensar elaborados a partir de uma variedade de perspectivas teóricas e práticas. Uma vez feito isso, o desenvolvimento do modelo pode levar ao desenvolvimento de teoria; nenhuma teoria deve esperar fornecer orientação para problemas mais importantes ou problemas de tomada de decisões relacionados com a resolução de problemas matemáticos, em vez de modelos e teorias, devem orientar a tomada de decisões. (LESH; ENGLISH; FENNEWALD, 2008, p. 3, tradução nossa)

Além disso, relembram que com a entrada no século XXI, mudanças significativas estavam ocorrendo, tanto em situações que requeriam algum tipo de pensamento matemático necessário para o sucesso na escola, quanto os níveis e tipos de compreensão e habilidades que são necessárias para o sucesso nessas situações. Logo, ressaltaram eles,

> [...] mesmo se as teorias anteriores de resolução de problemas tivessem provado serem adequadas para descrever o pensamento dos alunos no contexto do tradicional problema com enunciado de livros-texto, a pesquisa MMP alimenta a noção de que essas teorias teriam de ser alteradas de forma significativa para descrever o tipo de pensamento matemático que é necessário para além da escola em uma era baseada na tecnologia, baseada na idade da informação. (LESH; HAMILTON; KAPUT, 2007 apud LESH; ENGLISH; FENNEWALD, 2008, p. 6, tradução nossa)

O que esses pesquisadores nos disseram no parágrafo supracitado nos reporta a vários momentos desta pesquisa, desta história. Nos leva a Skovsmose (2001) e a Yee (2003) citados no ICME-IX, quando falaram sobre as mudanças sociais provocadas pelas tecnologias da informação e comunicação. Skovsmose propôs que Educação Matemática e tecnologia fossem vinculadas, fato que nos levou a conjecturar que só faria sentido pensar a Educação Matemática junto às transformações tecnológicas de uma sociedade. Assim, quando Yee falou sobre mudanças de paradigmas no ICME-IX, entendemos que seria fundamental que a Educação Matemática estivesse atenta às mudanças tecnológicas para, nessa atenção, propor novas práticas em meio a novos desafios. Dessa forma, toda teoria ou toda temática da grande área Educação Matemática, nesse contexto, deveria estar atenta a essas mudanças e disposta a derrubar seus próprios paradigmas se propondo novos desafios. Parece que é sobre isso que falam Lesh, English e Fennewald (2008), pois ainda que a teoria já desenvolvida sobre Resolução de Problemas (e aqui estamos incluindo todas elas) tivesse se mostrado eficiente para descrever o pensamento dos alunos, ela teria de ser alterada “de forma significativa para descrever o tipo de pensamento matemático que é necessário para além da escola, em uma era baseada na tecnologia, baseada na idade da informação” (LESH; HAMILTON; KAPUT, 2007 apud LESH; ENGLISH; FENNEWALD, 2008, p. 6, tradução nossa).

A Resolução de Problemas se mostrou, ao longo desta história, em constante movimento. Seu dinamismo é constatado ao refletir sobre as diferentes concepções da Resolução de Problemas, algumas trazidas para esta história, de forma que sob o mesmo rótulo “Resolução de Problemas”, na perspectiva histórica, é possível perceber nuances e mudanças, caracterizando uma temática em processo de constituir-se, ainda que se reconheça que ela dispõe de um corpo de conhecimento bem formado. É como se esse corpo de conhecimento servisse de base, de fundamentação, mas que tivesse suas “extremidades” livres de forma que pudessem sofrer alterações frente ao dinamismo social. A própria natureza desse dinamismo pode ser um indicativo da dificuldade de fazer da Resolução de Problemas uma realidade na sala de aula.

6.3.1 Uma Periodização da Resolução de Problemas lida internacionalmente nos ICMEs

A partir dos movimentos da Resolução de Problemas, apresentados nessa segunda história, é possível esboçar uma periodização da Resolução de Problemas, lida internacionalmente nos ICMEs. Essa periodização consiste em um exercício de sistematização, no qual a Resolução de Problemas será apresentada em **fases** no cenário dos ICMEs.

Fase 1: ICME-I (1969, Lyon) – A Resolução de Problemas não é tema de discussão de palestras e de sessões plenárias no ICME-I

O comitê organizador do ICME-I, inspirado no modelo do *International Congress on Mathematical Education* (ICM), convidou pesquisadores em Matemática e em Educação Matemática para proferir palestras nesse evento sem que lhes fossem indicados os temas que deveriam falar. Pode ter sido essa a razão pela qual um mesmo tema tenha sido discutido por diferentes pesquisadores, enquanto que outros não foram abordados. Foi o caso, por exemplo, da “Matemática com vistas às Aplicações”, que foi tema de duas diferentes palestras proferidas por pesquisadores norte-americanos (POLLAK, 1969; ENGEL, 1969). Em contrapartida, a Resolução de Problemas, mesmo já dispondo de um corpo de conhecimento bem formado, não teve lugar nesse ICME-I. É possível afirmar, a partir da investigação empreendida nesta pesquisa, que os Estados Unidos à época do ICME-I buscavam por um ensino de Matemática mais voltado ao sujeito – em resposta ao Movimento da Matemática Moderna – e, por consequência, uma Matemática com foco nas Aplicações. Esse fato pode ter sido determinante para que pesquisadores desse país, que apresentaram pesquisa no congresso de Lyon, pusessem maior ênfase a esse tema no ICME-I, ofuscando a Resolução de Problemas.

Fase 2: ICME-II (1972, Exeter) – A Resolução de Problemas imerge nos ICMEs como um dos temas de discussão das sessões plenárias do ICME-I

A Resolução de Problemas imergiu no ICME-II por meio de três palestras, sendo uma delas em sessão plenária, proferida por George Polya, subordinada ao título *As I read them*. A pesquisa sobre essa temática, nesse momento, era fortemente influenciada pelo trabalho desenvolvido por Polya, mas já haviam indícios de que outras áreas, como as Investigações Matemáticas e a Psicologia, por exemplo, deveriam se juntar a ela para uma melhor compreensão dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Nesse congresso, ao menos do ponto de vista da pesquisa, deu-se por terminada uma importante fase da Revolução Matemática Escolar, a dos conteúdos, para entrar na etapa da Metodologia (SANTALO, 1979). Por Metodologia se entendia uma atitude integradora que permitiria ao indivíduo fazer uso dos conhecimentos de que dispunha para análise de um determinado problema ou de uma situação. No momento em que ele começa a análise dessa situação ou problema, vai sentindo necessidade de mais conteúdo disciplinar em várias das disciplinas tradicionais (D"AMBROSIO, 1979). A Resolução de Problemas ganhou destaque nesse cenário.

O congresso de Exeter (1972), inserido no contexto pós Segunda Guerra Mundial, pedia por reformas, incluindo uma reforma no ensino de Matemática. A Matemática e suas aplicações, no âmbito do ensino superior tinha evoluído muito, mas seu ensino no âmbito dos níveis elementar e médio, ou tinha estacionado, ou se encontrava cercado de discussões sobre o menor ou maior grau de abstração que se devia ter, discussões essas já deslocadas depois dos progressos da Álgebra Moderna e da revolução bourbakista das décadas de 1930 e 1940 (SANTALO, 1979). Esse olhar para o ensino de Matemática nos níveis elementar e médio pode ter sido mais um dos fatores determinantes para que a Resolução de Problemas ganhasse destaque dentre as discussões desse congresso.

Um outro aspecto que chamo atenção e que acredito ter sido determinante para a ascenção da Resolução de Problemas, especialmente a partir do ICME-II (1972), é o que diz respeito aos espaços nos quais pesquisas são divulgadas. Palcos privilegiados possibilitam que “peças” neles apresentadas circulem. Assumida essa posição, entendo o ICME como um desses palcos. Essa compreensão não carrega consigo a impossibilidade de que pesquisas surjam nesse espaço, mas indícios da pesquisa realizada até aqui me levam a afirmar que pesquisas publicadas nos ICMEs, especialmente em sessões plenárias ou palestras, já vinham sendo desenvolvidas em outros contextos quando ganharam a cena nos ICMEs. Por circulação entendo, sobretudo, reconhecimento internacional, com especial atenção para pesquisas publicadas no idioma inglês, que ganhou força a partir do ICME-II. A pesquisa em Resolução de Problemas se beneficiou desse aspecto, não só por ter circulado no palco privilegiado do ICME-II, mas também por ter sido publicada em inglês. Dessa constatação decorre uma outra, na qual se pode assumir que uma ideia, um tema, uma teoria, embora existam, necessitam de algo para potencializá-las. Foi assim com a Resolução de Problemas, que mesmo tendo sido tema de investigação de outros pesquisadores, antes mesmo de Polya, ganhou visibilidade internacional depois de ter passado pelo ICME e de ter sido publicada no idioma inglês. Na esteira dessas considerações é possível afirmar que o ICME se configura como um espaço político de divulgação e de circulação de ideias da Educação Matemática. Cito um exemplo que fortalece essa ideia. No ICME-VI, por exemplo, no *Topic Group* 3 (TG-3) – *Problem Solving, Modelling and Applications*, Resolução de Problemas, Modelagem e Aplicações foram “fundidas” para constituírem um grupo de discussão. No relatório dos *proceedings* são fortes os indícios de que Niss, então pesquisador em Modelagem Matemática, leva as discussões do grupo para sua área de interesse, chegando a dizer que no ICME-V a principal ênfase foi Resolução de Problemas e Aplicações, mas que no ICME-VI Modelagem Matemática teve o foco voltado para si e, ainda, que essa era uma forte razão para predizer que essa tendência, Modelagem, ganharia muito mais impulso nos anos seguintes, até o ICME-VII. Parece seguro afirmar que líderes de *Topic Groups* nos ICMEs podem assumir posturas que levem, inclusive, à constituição de áreas.

Fase 3: ICME-III (1976, Karlsruhe); ICME-IV (1980, Berkeley); ICME-V (1984, Adelaide) – foco no ensino e aprendizagem de Matemática com Resolução de Problemas

No ICME-III, a principal atividade do congresso se realizou em torno de 13 sessões de estudo que cobriram, praticamente, todos os aspectos do ensino de Matemática, em todos os níveis, dentre os quais a Resolução de Problemas teve destaque. Nos temas dessas 13 sessões a didática prevaleceu, falando-se pouco sobre o que se deveria ensinar, dando, em troca, maior atenção à forma de fazê-lo, assim como à motivação dos alunos.

A pesquisa sobre o rótulo "Resolução de Problemas" ganhou novas proporções após Polya ter proferido palestra no ICME-II (1972), na qual falou sobre a importância da Resolução de Problemas no ensino de Matemática. Resultados dessa palestra repercutiram em muitos projetos de pesquisa, apresentados no ICME-III (1976), que versaram sobre: o desenvolvimento de materiais didáticos para o trabalho com Resolução de Problemas; estudos dedicados ao desenvolvimento de procedimentos de formação de professores, que resultam em deliberar emprego de métodos de ensino preocupados em aumentar o crescimento das capacidades de resolver problemas de seus estudantes; e reafirmar a importância da melhora das competências de um resolvedor de problemas no ensino e aprendizagem de Matemática, bem como produzir informações práticas e teóricas sobre a relação entre ensino e aprendizagem de Matemática e Resolução de Problemas.

Pode-se definir a natureza da Resolução de Problemas, no âmbito da sala de aula de Matemática, no ICME-III (Karlsruhe) como **incipiente**, no sentido de que se buscava por uma melhor compreensão do significado do trabalho com essa abordagem na sala de aula de Matemática. Em relação aos ICMEs IV (1980, Berkeley) e V (1981, Adelaide), pode-se considerar essa natureza sob quatro aspectos: um de **continuidade**, pois a produção de pesquisa em Resolução de Problemas se manteve no âmbito do trabalho de sala de aula de Matemática, na qual se buscou por uma melhor compreensão sobre o trabalho com essa abordagem, fato que pôde ser constatado, inclusive, mediante o convite da *International Commission on Mathematics Instruction* (ICMI) a George Polya para, novamente, proferir palestra no ICME-IV. Esse convite parece ter sido uma estratégia desse Comitê em trazer luz ao trabalho de sala de aula de Matemática com Resolução de Problemas.

A pesquisa em Resolução de Problemas no ICME-IV (1980) revelou que muito trabalho já vinha sendo realizado em sala de aula, atendendo a algumas das expectativas do ICME-III (1976). No entanto, os resultados mostraram dificuldades encontradas por pesquisadores na implantação da Resolução de Problemas nesse contexto. No ICME-IV, pesquisas denunciaram a ausência de uma teoria construída sobre como trabalhar com Resolução de Problemas de modo que ela fosse eficiente pois, até aquele momento, as pesquisas desenvolvidas se voltaram a encontrar maneiras de melhorar as habilidades dos estudantes para resolver problemas. Essa ausência, conforme essas pesquisas, era refletida em livros didáticos que apresentavam os problemas matemáticos organizados de acordo com o grau de dificuldade, dos mais fáceis para os mais difíceis. Resolver esses problemas, nesse caso, era aplicar alguns conhecimentos vistos naquela unidade.

Um segundo aspecto sobre a natureza da Resolução de Problemas, evidenciado em pesquisas apresentadas nos ICMEs IV (1980, Berkeley) e V (1981, Adelaide), se refere à sua **dissolução em outras áreas**. No ICME-IV, algumas pesquisas buscaram aproximações da Resolução de Problemas à Modelagem Matemática, à tecnologias da informação, como também recorreram à Psicologia da Aprendizagem e à Ciência Cognitiva para melhor compreender componentes essenciais para um desempenho competente de resolução de problemas.

Quanto ao terceiro aspecto identificado no ICME-V sobre a natureza da Resolução de Problemas, destaca-se sua **reafirmação**. Pesquisadores importantes, líderes de grupos de discussão, ressaltaram que havia muito material disponível sobre Resolução de Problemas, mas que muitos pecavam em qualidade por terem sido desenvolvidos intuitivamente e, por essa razão, era preciso melhor fundamentá-los na compreensão sobre o pensamento dos estudantes, pesquisá-los com mais profundidade, melhor desenvolvê-los e avaliá-los. Além disso, a pesquisa sobre Resolução de Problemas vinha sendo realizada, em geral, de maneira isolada umas das outras, resultando em uma grande desvantagem mútua. Nesse sentido, esses pesquisadores destacaram que era preciso comunicar professores de sala de aula, talvez os mais interessados no assunto, pois poucos eram os que conheciam a Resolução de Problemas e, quando isso ocorria, sua utilização em sala de aula de Matemática era esporádica e fraca. Esses mesmos pesquisadores viam o momento como favorável, uma vez que havia um interesse crescente pela pesquisa por parte dos praticantes em Resolução de Problemas.

O último dos quatro aspectos sobre a natureza da Resolução de Problemas, lida internacionalmente nos ICMEs, identificados nos ICMES IV e V, se refere às "**novas" concepções** sobre o trabalho com Resolução de Problemas. No ICME-V (1984) essas "**novas" concepções** foram trazidas à cena. A saber: a metacognição; a percepção de problemas semelhantes; a formulação ou proposição de problemas; e a *Open-Ended Approach*. Com essas concepções, ocorre uma ampliação de significado da expressão "Resolução de Problemas".

Fase 4: ICME-VI (1988, Budapeste); ICME-VII (1992, Quebec); ICME-VIII (1996, Sevilha); ICME-IX (2000, Tóquio); ICME-X (2004, Copenhagen); ICME-XI (2008, Monterrey) – A Resolução de Problemas é incorporada ao currículo de Matemática de alguns países

Nos ICMEs VI (1988, Budapeste), VII (1992, Quebec), ICME-VIII (1996, Sevilha), ICME-IX (2000, Tóquio), ICME-X (2004, Copenhagen) e ICME-XI (2008, Monterrey) há uma **manutenção** da natureza da Resolução de Problemas em quatro dos cinco aspectos apontados na fase 3, exceto para o caso **incipiente.** Além desses, destaca-se o surgimento de dois novos aspectos, indissociáveis, nessa fase 4: **Resolução de Problemas e currículo** e **maturidade da pesquisa** em Resolução de Problemas.

Quanto à **Resolução de Problemas e Currículo**, nota-se a formação de grupos de discussão específicos sobre o tema, como no caso do TG-10: *Problem Solving Throughout the Curriculum*, no ICME-VIII (1996). Nesse TG-10 pesquisadores falaram sobre como garantir que programas de Matemática dessem atenção adequada à Resolução de Problemas e sobre quais os desafios enfrentados ao projetar e administrar avaliações apropriadas de Resolução de Problemas; os requisitos especiais de Resolução de Problemas na formação de professores; as possibilidades de um currículo de matemática inovador; e o que a pesquisa revelou sobre fatores psicológicos e sociais que são relevantes para a Resolução de Problemas. Somente uma pesquisa madura sobre um determinado tema, no caso Resolução de Problemas, possibilita sua inserção no currículo.

A **maturidade da pesquisa** em Resolução de Problemas levou países, como Japão, Singapura, Inglaterra e Austrália, a implantarem em seus currículos de Matemática essa temática. No currículo de Matemática de Singapura, por exemplo, a Resolução de Problemas é o elemento central do currículo escolar, no qual a Matemática recebe atenção especial. Nesse currículo é enfatizada a interação entre cinco componentes, sendo a Resolução de Problemas o elemento central: conceitos, habilidades, processos, atitudes e metacognicação, para atingir o objetivo primeiro, que é desenvolver as habilidades dos estudantes em Resolução de Problemas.

6.4 Uma terceira história: O trabalho com as fontes

Luchese (2014), ao falar sobre práticas de pesquisa em História da Educação, visando discutir a ampliação da noção de documentos possibilitada pela Nova História, cita Febre (1989):

> A história faz-se com documentos escritos, sem dúvida. Quando eles existem. Mas ela pode fazer-se, ela deve fazer-se sem documentos escritos, se não os houver. Com tudo o que o engenho do historiador pode permitir-lhe utilizar para fabricar o seu mel, à falta das flores habituais. Portanto, com palavras. Com signos. Com paisagens e telhas. Com formas de cultivo e ervas daninhas. Com eclipses da lua e cangas de bois. Com exames de pedras por geólogos e análises de espadas de metal por químicos. Numa palavra, com tudo aquilo que, pertencendo ao homem, serve o homem, exprime o homem, significa a presença, a atividade, os gostos e as maneiras de ser do homem. (FEBRE, 1989, p. 249 apud LUCHESE, 2014, p. 144)

As “flores” que utilizamos para produzir “nosso mel” podem ser consideradas habituais em tempos da era digital, por se tratarem de fontes textuais impressas ou digitais produzidas nos ICMEs. Por habituais entende-se documentos escritos, quando eles existem. Todavia, se eles existem, mas não são de fácil acesso, então o habitual perde significado. De qualquer modo, documentos produzidos em tempos de era digital, considerados aqui fontes textuais digitais, foram consideradas por nós “flores habituais”, ainda que o acesso a elas tenha sido demasiado difícil. Além de fontes textuais digitais, acessamos fontes textuais impressas e, em ambos os casos, algumas marcas merecem destaque neste momento, a fim de orientar trabalhos futuros que se aventurem a realizar pesquisas como a que aqui foi empreendida.

Algumas interrogações que nos colocamos irão nos ajudar a compor o texto que segue: Quais as potencialidades de se trabalhar com os *proceedings* e demais documentos textuais produzidos nos ICMEs para o tipo de questão que nos colocamos? Como as fontes consultadas ajudaram a responder à questão colocada? O que as fontes consultadas nos responderam? Ao interrogar sobre algo, quais as dificuldades de a fonte nos responder? Ao nos responder, ela deixa silêncios? O que a fonte nos permitiu conhecer e o que não permitiu?

Foram deixadas algumas marcas, ao longo do texto apresentado no Capítulo 4, sobre as dificuldades encontradas por nós no trabalho com as fontes consultadas. Uma delas, que foi muito citada, é em relação à circulação de documentos produzidos em eventos como o que nos dispusemos investigar.

Um sentimento inicial é o de que esses documentos não circulam como poderiam ou deveriam e, quando isso ocorre, são raramente utilizados pela comunidade de pesquisa como materiais de consulta. Veja, por exemplo, o que disse Niss (2008) sobre a publicação dos *proceedings* do ICME-X ao afirmar que, muitas vezes, os *proceedings* não são lidos depois de publicados (exceto, talvez, no caso de autores individuais) e que essa sempre foi uma preocupação sua.

Nos documentos textuais materiais que tivemos acesso não identificamos apropriações com respeito a marcas inscritas no texto que demonstrem usos de leitura, ou mesmo de manuseio. Assim, o que disse Niss (2008) parece ter se mantido, pois os documentos que tivemos acesso parecem não terem sido lidos.

Talvez isso ocorra em razão das condições de circulação desses documentos. No caso dos *proceedings*, por exemplo, de 11 eventos que tiveram seus documentos analisados por nós, apenas um deles teve seus *proceedings* disponibilizados para consulta pública pela biblioteca da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP/RC). A maioria deles foram localizados por nós em acervos pessoais, depois de muito tempo despendido nessa busca. Arriscamos a dizer que se esses documentos fossem disponibilizados em bibliotecas como a citada, talvez o acesso a eles fosse ampliado e, nessas condições, pesquisas como a que foi aqui empreendida seriam realizadas com maior rapidez e praticidade.

Ainda no que se refere aos *proceedings*, percebemos outras características desse documento que convém destacar. É o caso, por exemplo, dos textos nele publicados. No caso dos textos das palestras das sessões plenárias, esses se configuram como importantes fontes de consulta, pois são disponibilizados na íntegra. Por sua vez, os relatórios de grupos de discussão que deveriam trazer ideias mais gerais das discussões que ocorreram nessas sessões, nem sempre cumprem bem seu papel. É certo que isso não ocorre com frequência, mas ocorre, e por vezes, algumas interrogações que nos colocamos não puderam ser respondidas ou foram respondidas parcialmente, prevalecendo alguns silêncios.

O *WorkingGroup* 4, do ICME-VIII, por exemplo, não teve o resumo de suas discussões apresentado nos *proceedings* e as razões não foram explicitadas no documento prevalecendo, assim, o silêncio. Para saber sobre as discussões desse grupo consultamos outras fontes produzidas no evento, no caso o livro de resumos de comunicações curtas. Nesse livro, os resumos apresentados possuem uma marca que indica em qual WG a pesquisa foi discutida e foi aí que identificamos que teria sido no WG-4. Algumas pesquisas (NOVOTNÁ, 1996; GHAZALI; ISMAIL, 1996) publicadas nesse WG foram trazidas para este texto por estarem relacionadas com nosso objeto de investigação, fato que só foi possível a partir da consulta em outras fontes.

Citando mais um exemplo que diz respeito aos silêncios das fontes às nossas interrogações, no ICME-IX os *proceedings* nos permitiram saber do oferecimento de um fórum no TSG-11: *Problem Solving in Mathematics Education*, chamado *Teaching Problem Solving Around the World*, cujo objetivo foi o de que fosse apresentada uma visão global da Resolução de Problemas em diferentes partes do mundo. Sobre esse fórum não há informações no documento.

Retomando as interrogações levantadas no início desta terceira história, quando perguntamos sobre quais as potencialidades de se trabalhar com os *proceedings* e demais documentos textuais produzidos nos ICMEs para o tipo de questão que nos colocamos, afirmamos que as fontes as quais tivemos acesso foram potencialmente importantes na caminhada percorrida por nós para responder à questão de pesquisa, bem como seus objetivos. Apesar de termos trazido à cena algumas de suas fragilidades, os cruzamentos e contraposições realizados nos diferentes documentos – livros de resumos de comunicações curtas e de pôsteres, *proceedings*, livros de programação final, livros extras, CDs e livros de palestras selecionadas – contribuíram sobremaneira com a trajetória que culminou no espaço produzido pelo texto aqui apresentado.

Ressaltamos que a realização desta pesquisa teria sido possível se os documentos consultados tivessem se limitado aos *proceedings*, aos livros extras produzidos por grupos temáticos e livros de palestras selecionadas. Os livros extras têm circulação restrita e, em alguns poucos casos, são comercializados a custos muito elevados em *sites* na *internet*. Não fosse esse fator, a combinação desses materiais se constituiria em fonte potencialmente importante para pesquisas da natureza desta.

Falamos no início desta história sobre fontes textuais digitais. Esse tema merece destaque, especialmente no atual momento onde temos, cada vez mais, confiado nossos arquivos às memórias digitais, sejam as pessoais (*pen-drives*, CDs etc.) ou mesmo as mais avançadas, como é o caso de informações que são armazenadas em páginas na *internet*, ou seja, nas *cloud computing*[72]. Chamamos atenção para esse fato, pois no caso das pesquisas publicadas no ICME-XI, que foram disponibilizadas para consulta pública até, pelo menos, fevereiro de 2014, quando acessamos pela última vez a página do evento (www.icme11.org), ao retomarmos o acesso à referida página, em novembro de 2014, para a realização da investigação nas pesquisas apresentadas nesse congresso, fomos informadas de que o material não estava mais disponível.

Por essa razão, deixamos aqui nossa inquietação no que se refere ao armazenamento de dados em páginas na *internet* e à sua manutenção nesses ambientes para consulta pública. Assim, interrogamos: De quem é a responsabilidade por esses armazenamentos? A quem ele interessa?

Parece-nos que ele deveria interessar a toda comunidade de educadores matemáticos, sobretudo aos que realizam pesquisas historiográficas, pois se essa questão não interessar a ninguém e o armazenamento de informações digitais se mantiver para consulta pública por tempo determinado, dado o custo de sua manutenção, pesquisas dessa modalidade terão que recorrer, cada vez mais, a “eclipses da lua e a cangas de bois”, a “exames de pedras por geólogos e análises de espadas de metal por químicos” ou a “tudo aquilo que, pertencendo ao homem, serve o homem, exprime o homem” (FEBRE, 1989 apud LUCHESE, 2014), desde que não sejam documentos textuais digitais, uma vez que eles terão sido perdidos no tempo e no espaço do mundo digital.

---

[72] As *cloud computing*, que em português significa “computação nas nuvens”, é um recurso de armazenamento de dados/informações que ficam disponíveis em *nuvens*, isto é, na *internet*. Essas informações são de responsabilidade do fornecedor da aplicação, que concentra todas as tarefas de desenvolvimento, armazenamento, manutenção, atualização, *backup*, escalonamento, etc. O usuário não precisa se preocupar com nenhum destes aspectos, apenas com acessar e utilizar. (Infowester; 2015). Disponível em:<http://www.infowester.com/cloudcomputing.php> Acesso em 19 jan.

6.5 **Uma quarta, uma quinta, uma sexta história... – O constituir-se pesquisadora em História da Educação Matemática**

Para a escrita das histórias aqui apresentadas resgatamos as interrogações iniciais, que serviram como "pano de fundo" logo no início da pesquisa, e a questão norteadora, que passou a orientar a investigação a partir do Capítulo 3. Desejando discutir algumas particularidades dessas questões elas serão novamente trazidas à cena: "Quais são as origens da Resolução de Problemas? Qual foi o contexto histórico em que imergiu? Quem foram seus principais personagens? Como a Resolução de Problemas, como Metodologia, se propagou pelo mundo?" e "Como se dá o processo de inclusão da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática a partir de documentos produzidos nos ICMEs?".

Esta história, chamada "O constituir-se pesquisadora em História da Educação Matemática", não foi assim nomeada por acaso. Quando as interrogações foram colocadas eu vislumbrava a possibilidade de arbitrar uma origem da Resolução de Problemas, atribuindo a ela algum significado. No entanto, no decorrer da pesquisa, no processo de constituir-se pesquisadora, fui me apropriando de outros elementos da História da Educação Matemática que, aos poucos, foram fragilizando solos que me sustentavam, espaços que considerava fechados e que, inclusive, prediziam minhas ações e abordagens.

A segunda história reflete bem o que estou dizendo. Nela, o texto tecido apontou movimentos da Resolução de Problemas ao longo dos ICMEs. Esses movimentos evidenciam que uma possível origem não tem outro sentido que não o de ser um ponto arbitrário a partir do qual uma narrativa se desenrola, uma história começa. Por essa razão, na pesquisa aqui empreendida, "a origem" perdeu significado para "movimentos" da Resolução de Problemas.

Nas interrogações sobre qual o contexto histórico em que a Resolução de Problemas imergiu e quem foram seus principais personagens, vimos que a ela imerge nos ICMEs em um momento que o foco do ensino de Matemática estava nos processos e nos modos de ensinar essa ciência, em vez do que se deveria ensinar (os conteúdos). Além disso, viu-se ainda que essa imersão nos ICMEs pode ter sido, também, determinada por questões políticas e pelo idioma internacional da Educação Matemática, o inglês. Em relação aos "principais personagens", a expressão "principais" perdeu sentido ao se considerar que esses personagens podem ter recebido esse rótulo por publicarem em inglês, por pertencerem a um grupo de pesquisadores que teve acesso aos ICMEs, seja por compartilharem dos mesmos interesses, seja pelo idioma de suas publicações, o inglês.

Na última interrogação, aquela que interessou por saber sobre o modo como a Resolução de Problemas se propagou pelo mundo, vimos que dois importantes fatores foram os responsáveis por sua propagação, o idioma inglês, que passou a ser internacional da Educação Matemática, e as tecnologias, com sua capacidade de veicular informação sem precedentes. É certo que a Resolução de Problemas, na perspectiva defendida por Polya, por exemplo, se mostrava como promissora no cenário em que foi apresentada, mas outras também o foram e não ganharam o mesmo reconhecimento que a primeira. Essa constatação é parte do processo constitutivo desta pesquisadora, que inicialmente atribuía significados outros, ingênuos, a essas questões, como aqueles que buscavam firmar estacas para delimitar os espaços e tempos pelos quais a Resolução de Problemas, como temática da pesquisa em Educação Matemática, circulava.

Talvez, a questão norteadora da pesquisa, que se interessou por saber "como se deu o processo de inclusão da Resolução de Problemas, como uma temática da pesquisa em Educação Matemática, a partir de documentos produzidos nos ICMEs", tenha sido a que mais modificações sofreu ao longo da pesquisa. Isso porque, o texto produzido até o ICME-II já poderia ter se apresentado como uma possível resposta à questão norteadora. No entanto, com o avançar da pesquisa ela foi sofrendo "mutações", isto é, foi mudando sua forma e essência, de maneira que nesta história faz mais sentido considerá-la, a partir dos dados produzidos, com a seguinte apresentação: **"Como se dá o processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática a partir de documentos produzidos nos ICMEs?"**.

Ao assumir a mudança das palavras "inclusão" por "constitutivo", orientada pelos novos modos de ver e de praticar a História da Educação

Matemática, passei a conceber a Resolução de Problemas como uma temática em movimento e não como uma temática da pesquisa em Educação Matemática que está "consolidada", no sentido de estabilizada. Interessa a mim, hoje, e vimos isso na segunda história, pensar a Resolução de Problemas como temática da pesquisa em Educação Matemática sempre em movimento, sempre em processo de constituir-se e nunca constituída.

E ainda, sobre as aprendizagens desta pesquisadora, ressalto que a expressão "Resolução de Problemas", estampada desde o título desta pesquisa até este momento do texto, tem hoje outros significados para mim. Embora desde o princípio a reconhecesse como Metodologia de ensino e tivesse algum conhecimento acumulado sobre essa abordagem, iniciei esta pesquisa muito influenciada pela Resolução de Problemas considerada na perspectiva do "através de", isto é, o "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas", como citado antes no Capítulo 2 deste texto. Hoje, por "Resolução de Problemas", além da concepção inicial, que a considerava como uma Metodologia de ensino que tem nos problemas matemáticos meios de desenvolver conceitos matemáticos, na trajetória desta pesquisa identifiquei concepções teóricas (citadas na segunda história) que recebem outros "rótulos", mas que tem interesses, modos de ver, de conceber e de tentar fazer com que o ensino de Matemática seja trabalhado com vistas a promover a aprendizagem de conceitos e conteúdos de forma mais significativa, que convergem à concepção inicialmente assumida para a expressão "Resolução de Problemas". Por essa razão, em minha compreensão, hoje, a Resolução de Problemas não se distancia das demais temáticas da Educação Matemática de maneira que não sei se é mais possível pensar (ou abordar) a Resolução de Problemas sem pensar em outros aspectos da Educação Matemática, que não só os metodológicos, e que, apesar de "rótulos" diferenciados, compartilham objetivos muito próximos, se não comuns.

No processo de constituir-se (quiçá) doutora, além das aprendizagens citadas nos parágrafos iniciais desta história, há outras que desejo destacar com o propósito de inserir marcas que rompam com uma possível linearidade que o texto acadêmico, à primeira vista, possa apresentar.

Ao me propor produzir um inventário, assumi, ainda que no lugar do "não-dito", a postura de quem dispunha de condições teóricas e metodológicas necessárias para compor essa produção. No entanto, a escrita desta história, “O constituir-se pesquisadora em História da Educação Matemática”, é uma denúncia de que naquela ocasião eu não tinha clareza sobre o que estava me propondo.

Agora, com esta história, trago à cena situações vividas e sentidas por esta pesquisadora no processo de tentar se constituir como tal. Foi preciso se apropriar de objetos e de métodos, comuns aos que produzem História da Educação Matemática, a fim de que eu pudesse desenvolver poder de crítica em relação à prática que aqui executei. O esforço aqui empreendido não se esgota, em vez disso, é contínuo, pois formação nenhuma se esgota: é feita sempre de recomeços.

Desse modo, uma “quarta”, uma “quinta”, uma “sexta” história diz mais que a produção de uma História, mas diz da produção de uma pesquisadora em História da Educação Matemática. A "quarta", a "quinta", a "sexta", e qualquer outra história que será contada a partir do inventário aqui produzido, será parte dessa constituição, contínua, como pesquisadora. Não se escreve História sem “escrever-se a si mesmo". Assim, este texto diz, sobretudo, da produção de uma pesquisadora que se constituiu/constitui como tal no próprio processo de escrita das Histórias aqui contadas…

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

7.1 Referências Bibliográficas - Capítulos 1, 2, 3 e 5

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. 1997. Dissertação de mestrado. Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP). Rio Claro /RC, 1997.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além dos procedimentos. In: ______. (Org.). **Pesquisa Qualitativa:** segundo a visão fenomenológica. São Paulo: Cortez, 2011. Cap.1. p. 11-28.
BROWNELL, W. The progressive nature of learning in mathematics. 1944. In: **Mathematics teacher**. 100 Years of Mathematics Teacher. NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. Reston, Vol.100, Special Issue. p. 26-35, ago, 2006.

BURKE, P. Abertura: a nova história, seu passado e seu futuro. In: ______ (Org.). **A escrita da história:** novas perspectivas. São Paulo: UNESP, 2011. Cap. 1, p. 7-38.

______. Problem solving in Chinese mathematics education: research and practice. **ZDM Mathematics Education Journal.** Karlsruhe, vol. 39. p. 459-473, jun. 2007. Springer. Disponível em: <file:///C:/Users/User/Downloads/53d829cb0cf2e38c6330ce0b.pdf> Acesso em 04 fev. 2015.

CERTEAU, M. **A Escrita da História**. 3. ed. Rio de Janeiro: Forense, 2013. Tradução: Maria de Lourdes Menezes. Revisão: Arno Vogel. Tradução de: L"Écriture de l"Histoire. 1ª ed. 1975.

COOB, P.; MERKEL, G. Thinking strategies: teaching arithmetic through Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. 1989 Yearbook. Reston, VA: NCTM, 1989, Cap. 6, p. 70-81.

D"AMBROSIO, U. Problem Solving: a personal perspective from Brazil**. ZDM Mathematics Education Journal. Karlsruhe**, vol. 39. p. 515-521, jun. 2007. Springer.

______. Ciência Integrada. In: **Revista Educação & Matemática (E & M).** Educação Matemática nas Américas. Participantes da 5ª CIAEM. Módulus – Orientação Pedagógica, Edição e Comercialização de Obras Didáticas Ltda: São Paulo. p.46-50, jul./set., 1979.

DOMINGUES, H. H.; CORBO, O. Conteúdo. In: KRULIK, S.; REYS, R. (Org). **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997. p. i-

ix. Tradução: Hygino H. Domingues e Olga Corbo. Título do original: Problem solving in school mathematics. NCTM. 1980.

FIORENTINI, D. **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. Tese de Doutorado. Educação. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) – Faculdade de Educação, 1994.

FRANK, T. George Pólya and the heuristic tradition. In: **Revista Brasileira de História da Matemática** – an International Journal on the History of Mathematics. [S.I.] vol.4, nº 7, p. 19-36, Abril, 2004. ISSN 1519-955X. Disponível em:<http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.4,%20no7,%20abril%20%282004%29/2%20-%20Tibor%20FRANK.pdf>. Acesso em: 03 fev. 2015.

GARNICA, A. V. M. Sobre historiografia: fragmentos para compor um discurso. REMATEC – Revista de Matemática, Ensino e Cultura. Natal, n.12, p.51-65, jan.-jun.-2013. Ano 8.

______. Outras inquisições: apontamentos sobre História Oral e História da Educação Matemática. ZETETIKÉ. Campinas, v.18, n.34, p.254-304. jul./dez. 2010. Disponível em: http://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/viewFile/2823/2480>. Acesso em: 05 fev. 2015.

GINZBURG, C. **O queijo e os vermes**. 3ª reimp. São Paulo: Companhia das Letras, 2006. Traduzido de: Il formaggio e i vermi: il cosmo di um mugnaio del‟500. 1976. Tradução de Maria Betânia Amoroso e José Paulo Paes.

______. **Mitos, emblemas, sinais:** morfologia e história. 2. ed. São Paulo: Companhia das letras, 2011. Traduzido de: mitti emblemi spie: morfolofia e storia. 1986. Tradução: Frederico Carotti.

______. **O fio e os rastros** – verdadeiro, falso, fictício. 1ª reimp. São Paulo: Companhia das Letras, 2007. Tradução: Rosa Freire d‟ Aguiar e Eduardo Brandão. Título do original: Il filo e le trace: vero, falso, finto. 2006.

GOLDAN, G. A.; McCLINTOCK, C. E. (Ed). **Task variables in mathematical Problem solving.** 1979. ERIC Information Analysis Center for Science, Mathematics, and Environmental Education, Columbus, Ohio. Sponsored: The George Center for the Study of Learning and Teaching Mathematics. nov. 1979. Disponível em: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED178366.pdf> Acesso em: 03 fev. 2015.

GUIMARÃES, H. M. Polya e as Capacidades Matemáticas. 2011. **Educação e Matemática** , [S.I], n.114, p. 28-36. 2011. Associação dos Professores de Matemática (APM). Disponível em: <http://www.apm.pt/files/_EM114_pp28-36_4e64896c05f9d.pdf>. Acesso: 18 jan. 2013.

______. Prefácio à edição portuguesa. In: **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** Lisboa: NCTM; APM. 2008. p. vii-xi. Tradução: Magda Melo. Título do original: Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000). Standards2000.

GUIMARÃES, D.; CABRAL, P. **Significados.** Disponível em: http://www.significados.com.br/>. Acesso em 09 mar. 2015.

IRONS, R. R.; IRONS, C. I. Language experiences: a base for problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. 1989 Yearbook. Reston, VA: NCTM, 1989, Cap. 7, p. 85-98.

______. Jeremy Kilpatrick on Polya – An Interview. 2011. In: *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (RIPEM), p. 68-84, v.1, n.1, 2011.

JENKINS, K. **A história repensada**. 4 ed. São Paulo: Contexto, 2013. Tradução: Mario Vilela. Título do original: Rethinking History, 2001.

KILPATRICK, J.; A History of Research in Mathematics Education. In: DOUGLAS A. GROWS (Org.). USA, NCTM. **Handbook of research on mathematics teaching and learning:** A project of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Nova York: Macmillan Library, 1992. p. 3-38.

KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna**. 1ª ed., São Paulo: IBRASA, 1976. Tradução: Leonidas Gontijo de Carvalho. Título do original: Why Johnny can"t add: the failure of the New Math. 1973.

LESTER, F. K. Jr. Musings about mathematical problem solving research: 1970-1994. **Journal for Research in Mathematics Education (1994)**. [S.I.]: vol. 25, n. 6, p. 660-675. 25th Anniversary. Special Issue. dez. 1994. NCTM.

LUCHESE, T. A. **Modos de fazer história da educação:** pensando a operação historiográfica em temas regionais. História da Educação. Porto Alegre. v. 18, n.43, p. 145-161. maio/ago., 2014.

MASON, S. F. Resolução de problemas em matemática: uma bibliografia comentada. In: KRULIK, S.; REYS, R. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997. Cap.22. p. 316-343.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Mathematics Teacher-** 100 Years of Mathematics Teacher. Reston, VA: NCTM. vol.100. Special Issue. ago., 2007.

______. **An Agenda for Action** – recommendations for school mathematics of the 1980s. Reston, VA: NCTM; Dale Seymour Publications, april.1980.

______. **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1989.

______. **Setting a research agenda:** research agenda for mathematics education. Reston, VA: NCTM; Laurence Erlbaum Associates. 1989.

______. **Professional standards for teaching mathematics.** Reston, VA: NCTM, 1991.

______. **Assessment standards for school mathematics.** Reston, VA: NCTM, 1995.

______. **Princípios e normas para a Matemática escolar**. 2ª ed. Lisboa: NCTM; APM. 2008. Tradução: Magda Melo. Título do original: Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000). Standards2000.

______. **Teaching mathematics through problem solving**. Prekindergarten – Grade 6. LESTER JR., F.; RANDALL, I. C. (Ed.). Reston: VA: NCTM; 2003.

______ **Teaching Mathematics through Problem solving.** Grades 6-12. HAROLD, L. S.; RANDALL, I. C. (Ed.). Reston: VA: NCTM; 2003.

OLIVEIRA, F. D.; ANDRADE, M. M. A.; SILVA, T. T. P. A Hermenêutica de profundidade: possibilidades na Educação Matemática**. Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia.** Florianópolis, v.6, n.1, p. 118-142, abril. 2013.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. Rio Claro: UNESP, 1999. Cap. 12. p. 199-218. Seminários Debates UNESP.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento.** Rio Claro: Cortez, 2005. Cap. 11, p.213-231.

______. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.25, n.41, p. 71-98, dez. 2011.

PEHKONEN, E. State-of-the-Art in Problem Solving: Focus on Open Problems. In: Pro-Math2003 – Problem solving in Mathematics Education. **Proceedings of an International Symposium in September 2003**. Jena. Hildesheim, Berlin. 2004. p. 93-111. REHLICH, H.; ZIMMERMANN, B. (Ed.).

PIRES, C. M. C. **Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede.** São Paulo: FTD, 2000.

______. Implementação de inovações curriculares em matemática e embates com concepções, crenças e saberes de professores: breve retrospectiva histórica de um problema a ser enfrentado. In: **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. dez. 2007, n.12, p. 5-26.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas:** um novo aspecto do método matemático. 2ª reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Título do original: How to solve it. 1945.

_______. **Mathematical Discovery:** on understanding, learning, and teaching problem solving. USA: John Wiley & Sons, 1962. vol.1.

_______. **Mathematical Discovery:** on understanding, learning, and teaching problem solving. USA: John Wiley & Sons, 1965. vol.1.

POLYA, G.; KILPATRICK, J. The Stanford Mathematics Problem Book, with hints and solutions. 1974

______. O ensino por meio de problemas. **Revista do professor de Matemática**, São Paulo, n.7. p. 11-16, 1985. Sociedade Brasileira de Matemática. 2º sem.

______.Mathematics as a subject for learning plausible reasoning. 1959. In: **Mathematics teacher**. 100 Years of Mathematics Teacher. NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. Reston, Vol.100, Special Issue. p. 26-35, ago, 2007.

RATHMELL, E. C.; HUINKER, D. M. Using “Part-Whole” Language to Help Children Represent and Solve Word Problems. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. 1989 Yearbook. Reston, VA: NCTM, 1989, Cap. 8, p. 99-110.

SANGIORGI, O. **Matemática** - curso moderno: São Paulo, 1964, v.1.

SANTALO, L. De Platão à Matemática Moderna. In: **Revista Educação & Matemática (E & M).** Educação Matemática nas Américas. Participantes da 5ª CIAEM. Módulus – Orientação Pedagógica, Edição e Comercialização de Obras Didáticas Ltda: São Paulo. p.34-43, jul./set., 1979.

SANTOS, I. B. **Edward Lee Thorndike e a conformação de um novo padrão pedagógico para o ensino de matemática** (Estados Unidos, primeiras décadas do século XX). 2006. 283f. Tese de Doutorado. Educação. PUC – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2006.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – 1º Grau** (Versão Preliminar). 1986.

SCHOENFELD, A. H. Porquê toda essa agitação acerca da resolução de problemas. In: ABRANTES, P.; LEAL, L.C.; PONTE, J. P. (Org.). **Investigar para aprender Matemática** – textos selecionados. Lisboa: Grafis, Coop. De Artes

Gráficas, CRL, 1996, Cap. 5, p. 61-71. Edição: Matemática para todos - investigações na sala de aula. Associação dos Professores de Matemática (APM). Publicado originalmente em Inglês, no ZDM Mathematics Education Journal, jan/1991.

______. Problem solving in the United States, 1970-2008: research and theory, practice and politics. **ZDM Mathematics Education Journal**. Karlsruhe, vol. 39, p. 537-551, jun. 2008. Springer.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, Jr., F.K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1989, Cap. 3, p. 31-41.

SHIMADA, S.; The Significance of an Open-Ended Approach. In: BECKER, P. J.; SHIMADA, S. (Ed.). **The Open-Ended Approach: a new proposal for teaching mathematics.** Reston: NCTM, 1997. cap.1. p. 1-9. 1ª ed.:1977, Japão.

SOUTO, R. M. A. **Mário Tourasse Teixeira:** o homem, o educador, o matemático. 2006. 151f., Tese de doutorado. Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, Rio Claro, 2006.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J.; Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.). **The Teaching and Assessment of Mathematical Problem Solving**. VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1988, p. 1-22. USA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

SUYDAM, M. Desemaranhando pistas a partir da pesquisa sobre resolução de problemas. In: KRULIK, S.; REYS, R. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997. Cap.5. p. 49-73.

THE MATH FORUM @ Drexel – people learning math together. **Learning and Mathematics**. 2015. Disponível em: <http://mathforum.org/sarah/Discussion.Sessions/Schoenfeld.html>. Acesso em: 04 fev. 2015.

THORNDIKE, E. L. **The new methods in Arithmetic**. 1921. [S.I.]: On openlibrary.org. Disponível em: <http://archive.org/stream/newmethodsinari00thorgoog#page/n136/mode/2up>. Acesso em: 23 out. 2013.

______. **A nova metodologia da Aritmética**. Porto Alegre: Edição da Livraria do Globo: 1936. Traduzido de: The new methods in Arithmetic.Tradução: Anadyr Coelho.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática: REVEMAT,** Santa Catarina, v. 2, n.1, p. 28-49, UFSC: 2007. Disponível em:

<http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990/12091>. Acesso em: 05 fev. 2015.

VAN DE WALLE, J. A. V. **Elementary and middle school mathematics:** teaching developmentally. 4 ed. New York: Logman, 2001.

7.2 Referências do Capítulo IV – O cenário investigado: percorrendo rastros

ABRANTES, P. Topic Group 8: Teaching Mathematics through project work. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L"Université, 1994. p. 260-263.

AFAMASAGA-FUATAI, K. Concept Maps and Vee Diagrams in undergraduate mathematics problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Abstracts Plenary and Regular Lectures**. Copenhagen: [s. n.], 2008. p.22.

AFFLACK, R. H. Assessment and open-ended problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l"Ardoise, 1992. P-134.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Problem-solving, graphing software and algebraic knowledge. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Abstracts…** Copenhagen: [s. n.], 2004.

______. Teaching Mathematics in the Classroom Through Problem Solving. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 6, p. 59-70. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

ALSINA, C. et al. (Ed.). Proceedings of the 8th International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998a.

ALSINA, C. et al. (Ed.). 8th International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Selected Lecture.** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998b.

ALSINA, C.; WATSON, A. TSG 14: Innovative approaches to the teaching of mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings….** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 351-354.

ALTUM, M.; ARSLAN, Ç. Learn to solve non-routine problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.370.

ANGHILERI, J.; VERSCHAFFEL, L. TSG 8: Research and development in the teaching and learning of number and arithmetic. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings…**. Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 323-326.

ARAVENA, D. MARIA; CAAMANÕ, E. C.; The method of problem solving based on the japanse and Polya"s models. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 7, p. 71-80. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

ATHEN, H.; KUNLE, H. The congress in Action. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Proceedings…** Karlsruhe: [s.n], 1977, p. 21-24.

ATM – Association of teachers of mathematics. Theme Group 2: Computers and the teaching of mathematics. Exemplar uses in school. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 230.

______. Editors" Preface. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Proceedings…** Karlsruhe: [s.n], 1977, p. 7.

______. MMP-MPSP Mathematics-Methods Program, Mathematical Problem Solving Project. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Proceedings…** Karlsruhe: [s.n], 1977, p. 366-369.

AUSTIN, J. D. Algebra teaching in the United States – practice, problems and selected research. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 135.

AVITAL, S. Worthwhile problems for the mathematics classroom: a non-empirical classificatory attempt. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Proceedings...** Boston; Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1983. Cap. 9, p.276-282.

AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J. M. La formación inicial como proceso de resolución de problemas. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 465.

BALACHEFF, N. Cognitive versus situational analysis of Problem Solving behaviors. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 221-222.

BASS, H. Presidential Address at Opening Ceremony of ICME. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. xv-xvii.

BEAUDOIN, M. The development of a problem based learning model for math education studies, using cooperation between professor and students. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Abstracts…** Copenhagen: [s. n.], 2004. p. 132.

BECKER, J. How can we teach mathematical problem solving to Pre-Service Primary Teachers? In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. T-08.

BECKER, J.; SAWADA, T.; SHIMIZU, Y. Cross-national research on students‟ Problem Solving behaviors. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings...** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 385-386.

BEZUSZKA, S. J. Three phases of Problem Solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Abstracts…** Karlsruhe: [s.n], 1976. A 2.

______. The mathematics and problem-solving skills adolescents should know for applications. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Proceedings...** Boston; Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1983. Cap. 13, p. 541-543.

BIGGS, E. Investigation and problem-solving in mathematical education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 2, 1972, Exeter. Developments in Mathematical Education. **Proceedings…** Cambridge: CAMBRIDGE University Press, 1973. p. 213-221. Disponível em: <http://ebooks.cambridge.org/ebook.jsf?bid=CBO9781139013536&autologinId=1156>. Acesso em: 09 fev. 2015.

BIRD, E. Twenty-one. A problem solving activity. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-07.

BLANC, M. Action Group 2: Elementary School. Errors in mathematics and the learning process; problem solving and the learning process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p.126.

BLOCH, M. Studi Medievali, 1965. In: GINZBURG, C. **O fio e os rastros** – verdadeiro, falso, fictício. 1ª reimp. São Paulo: Companhia das Letras, 2007. Tradução: Rosa Freire d‟ Aguiar e Eduardo Brandão. Título do Original: Il filo e le trace: vero, falso, finto. 2006.

BLOMHOJ, M.; BRANDELL, G.; NISS, M. Around ICME-10. In: International Congress on mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. Proceedings… Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 10-16.

BLONDEL, E. Children‟s representations in mathematical problem solving (CRIMPS). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l´Ardoise. 1992. P-314.

BLUM, W. Theme Group 6: Mathematics and other subjects. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapeste: Malev, 1988, p. 277-291.

BONACINA, M. S. La Resolución de Problemas y el desarrollo de la estructura cognitive: una estrategia; su resultado. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 383.

BORRALHO, A. Enseñanza de la Resolución de problemas y formación inicial de profesores de matemáticas: sus relaciones. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 416.

BRANCA, N. Problem Solving Process of Fifth and Sixth Grade Students. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Abstracts…** Karlsruhe: [s.n], 1976. B 4.

______. Problem-solving processes of Upper Elementar School Children. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-09.

______. Action Group 6: Pre-service teacher education. Preparation in both mathematics and mathematical education of prospective teachers of primary and middle grades. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 179-180.

BRISSENDEN, T. Action Group 2: Elementary School. Errors in mathematics and the learning process; problem solving and the learning process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p.126.

BROUSSEAU, G. Action Group 2: Elementary School. Long Term Learning Process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 121-122.

BURKHARDT, D. The scope of real problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Proceedings...** Boston; Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1983. Cap. 9, p. 283-285.

BURKHARDT, D. et al. Theme Group 7: Problem Solving. The Working Groups; Workshops and invited talks; The way forward after ICME-5. In: International

Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 215-226.

BURKHARDT, H. Topic Group 10: Problem Solving throughout the curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 290.

BURTON, L. Implementing Problem Solving in the Curriculum. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 222.

______. Topic Area: Research and Teaching. Systematic cooperation between theory and practice in Mathematics Education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 287-288.

BUTTS, T. Posing and reposing problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-11.

CADDY, R.; MULLER, E. Miniconference on calculators and computers. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Le Presses de l‟Université Laval, 1994. p. 331-337.

CAI, J. Problem Posing as Lenses for Understanding and Improving Learning: Issues and Practice. In: The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, Lahti, Finland, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

CAI, J.; DOWNS, J. M. TSG 18: Problem solving in mathematics education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings…**. Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 368-372.

CALLEJO, M. L. Un modelo de desarrollo professional. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 289-295.

CARMONY, L. A. Problem solving in secondary mathematics with a computer. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-13.

CARRILHO, J. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 292-293.

CARSS, M. Foreword. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. vii-ix.

CARRAHER, T. N. Verbal Problem Solving. Action Group 2: Elementary school (Ages 7-12). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 61.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Theme Group 1: Mathematics for all. Summary of papers presented to the Theme Group. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, Adelaide. **Proceedings...** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 140-141.
CHAPMAN, O. Facilitating pre-service high school mathematics teachers‟ development of pedagogical knowledge about problem solving. In: The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, Lahti, Finland, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

______. Instructional Practices to Facilitate Prospective Mathematics Teachers‟ Learning of Problem Solving for Teaching. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 15, p. 158-167. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

CHENG, C. C. L. How children using pattern to solve mathematical problems. In: The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, Lahti, Finland, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

CHUA, P. H; YEAP, B. H. Problem Posing Performance of Grade 9 Students in Singapore on an open-ended stimulus. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 4, p. 36-45. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

CHUNLIAN, J. Strategies for solving Word Problems on Speed: A comparative study between Chinese and Singapore students. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 13, p. 132-144. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

CIFARELLI, V.; CAI, J. A conceptual framework of exploring mathematical exploration. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.371.

COLOMB, J.; KOVÁCS, Z. (Org.). Action Group 2: Elementary School. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 117-132.

COMITI, C. Theme Group 1: The profession of teaching. Teachers and Pupils in the Classroom. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 210.

COOPER, T.; HEIRDSFIELD, A. Topic Group 1: Primary School Mathematics. First Session. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988, p.239-240.

COOPER, T.; NASON, R. Production System Analysis of Mathematical Problem Solving. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 222.

DAMEROW, P. et al. Theme Group 1: Mathematics for all. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, Adelaide. **Proceedings...** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 131-145.

D‟AMBROSIO, B. Case Study: Problem Solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-16.

D‟AMBROSIO, U. (Ed.) **Boletin informativo**. ICMI – CIAEM. n. 1. Campinas: IMECC-UNICAMP. set. 1975.

______. **Boletin informativo**. ICMI – CIAEM. n. 3. Campinas: IMECC-UNICAMP. set. 1976.

______. Metas y objetivos generals de la Educación Matemática. In: Comisión Internacional de Educación Matemática (International Commission on Mathematical Instruction - ICMI). UNESCO. **Nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática.** Paris: UNESCO, 1979. Cap. 9, p.205-226.

______. **Boletin informativo**. ICMI – CIAEM. n. 8. Campinas: IMECC-UNICAMP. set. 1980.

______. **Uma história concisa da Matemática no Brasil**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2011. 1ª ed. 2008.

______. Socio-cultural bases for Mathematical Education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, Adelaide. **Proceedings...** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 1-6.

______. O contexto internacional do surgimento da Educação Matemática e a fundação da SBEM. In: MUNIZ, N. C. **Relatos de memórias** – a trajetória histórica de 25 anos da sociedade Brasileira de Educação Matemática (1988-2013). São Paulo: Livraria da Física, 2013. Cap. 1. p.25-60.

______. A Educação Matemática na década de 1990: perspectivas e desafios. In: CAMPOS, T. M. C. (Ed.). Anais do I ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 1, 1987, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Atual Editora, 1988. p.3-10. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC).

______. **Educação Matemática** – da teoria à prática. 23. ed., Campinas: Papirus, 2014. 2ª reimp. 1ª ed. 1996. Coleção Perspectivas em Educação Matemática.

DANTE, L. R. Mestrado em Educação Matemática no Brasil. In: CAMPOS, T. M. C. (Ed.). Anais do I ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 1, 1987, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Atual Editora, 1988. p.11-15. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC).

______. A consolidação da SBEM – gestão Luiz Roberto Dante 1990-1992. In: MUNIZ, N. C. **Relatos de memórias** – a trajetória histórica de 25 anos da sociedade Brasileira de Educação Matemática (1988-2013). São Paulo: Livraria da Física, 2013. Cap. 3, p.95-120.

DELGADO, F.; Designing PBL scenarios for a course with integrated curriculum, teamwork environment and use of technology: One example. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Abstracts…** Copenhagen: [s. n.], 2004. p. 126.

______. Problem based learning in sophomore and freshmen engineering students: A five-year follow-up. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Abstracts…** Copenhagen: [s. n.], 2004. p. 166.

DE LANGE, J. Action Group 4: Senior Secondary School (ages 15-19). Against formalism, for more students, using new technology. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988, p.143-158.

______. Real problems with real world mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 83-110.

DÍAZ, J. D. V.; PÉREZ, M. D. P. R. Estrategias, Soluciones y Creatividad. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 2459.

ENGLISH, L. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 293.

ENGLISH, L.; LESH, R.; FENNEWALD, T. Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. In: SANTOS, M.;

SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 5, p. 46-58. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

ERIKSSON, K. Which is the optimal serving table? In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 366-367.

FEBLES, M. C. E.; GUERRA, A. T. A. The decision-making as a school activity. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 10, p. 100-108. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

FERRARI, P. Topic Group 3: University Mathematics. Them 1: Innovative delivery. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 245-246.

FERREIRA, E. S. Programa de Pesquisa Científica Etnomatemática. **Revista Brasileira de História da Matemática** – an international journal on the History of Mathematics, Rio Claro, 2007, Especial n. 1 – Festschrift. p. 273-280. SBHMat.

FEY, J. Theme Group 2: Computers and the teaching of mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 209-210.

FISCHBEIN, E. Intuition, structure and heuristic methods in the teaching of mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 2, 1972, Exeter. Developments in Mathematical Education. **Proceedings…** Cambridge: Cambridge University Press, 1973. pp. 222-232. Disponível em: <http://ebooks.cambridge.org/ebook.jsf?bid=CBO9781139013536&autologinId=1156>. Acesso em: 09 fev. 2015.

FISCHER, W. L. (Coord.). Teaching Methods. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 140.

FRANT, J. B. Topic Group 3: University Mathematics. Them 1: Innovative delivery. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 245.

FUJITA, H. Preface. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. xi-xiii.

FUJITA, H. et al. (Ed.) Proceedings of the ninth International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000. Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003.

FURINGHETTI, F.; GIACARDI, L. (Ed.). **History of ICMI - International Commission on Mathematical Instruction:** The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). 2013. Cooperation: Daniel Coray, Marta Menghini; Gert Schubring. Disponível em: <http://www.icmihistory.unito.it/index.php>. Acesso em: 11 fev. 2015.

GANGLER, J. M. An experimental study of Problem Solving ability. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Abstracts…** Karlsruhe: [s.n], 1976. B 4.

GARDINER, T. On mathematical thinking. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 222.

GARNICA, V. M. Working Group 25: Didactics of mathematics as a scientific discipline. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 227.

GAULIN, C. et al. (Ed.). Proceedings of the 7th International congress on mathematical Education. Quebec: Le Presses de l'Université Laval, 1994.

GHAZALI, M.; ISMAIL, Z. H. A study on rural school students" ability to solve mathematical word and operational problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 140.

GINZBURG, C. **O queijo e os vermes** – o cotidiano e as ideias de um moleiro perseguido pela inquisição. São Paulo: Companhia das letras, 2006. 3ª reimp. Tradução: Maria Betânia Amoroso e José Paulo Paes. Título do original: Il formaggio e I vermi: il cosmo di un mugnaio del"500. 1ª ed.: 1976.

GOLDBERG, D. Cooperative Problem Solving in small groups. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. C-16.

GOOYA, Z. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. Psychological and social aspects of problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 294.

GRANDO, C. R. El juego y sus posibilidades metodológicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 555.

GRASSER, S. Developing material and implementing curricula for Problem Solving. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 222.

GRAUMANN, G. Problem fields of everyday life in mathematics education. In: The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, Lahti, Finland, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

GROVES, S. Problem Solving in teacher education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. T-26.

GRUGNETTI, L.; JAQUET, F.; MEDICI, D. TSG 18: Problem solving in mathematics education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings….** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 369.

GUZMÁN, M. Presidential Address. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Le Presses de l‟Université Laval, 1994. p. 1-6.

______. Presidential Address. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 15-17.

HASHIMOTO, Y. The methods of fostering creativity through mathematical problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 273.

______. Eliciting mathematical ideas from students: Towards its realization in Japanese curricula. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 133-134.

HÄHKIÖNIEMI, M. Open approach to acquiring different representations of the Derivative. In: The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, Lahti, Finland, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

HEGEDUS, S. Topic Group 3: University Mathematics. Them 1: Innovative delivery. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 246.

HILL, S. Data collection and Problem-Solving strategies. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Abstracts…** Karlsruhe: [s.n], 1976. B 3.

HIRABAYASHI, I.; KOVÁCS, M. (Coord.). Action Group 3: Junior Secondary School (ages 11-16). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 133-142.

HIRST, A.; HIRST, K. Foreword. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 5-7. Disponível em: <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icme-proceedings/>. Acesso em: 23 fev. 2014.

HO, K. F.; KWANG, T. S.; HEDBERG, J. Creating problem solving repertories. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.370.

HOYOS, M. Sense-making in mathematical problem solving: Seeking mathematical conviction and cognitive reassurance during problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.370.

HOUGH, J. S. Problem solving and mathematics: which way do we go now? In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-42.

HOUSE, P. (Org.). Theme Group 1: The profession of teaching. Issues in Mathematics Education: An international consensus. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 205-208.

HOWSON, A. G. A congress survey. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 2, 1972, Exeter. Developments in Mathematical Education. **Proceedings…** Cambridge: CAMBRIDGE University Press, 1973. p. 1-74. Disponível em: <http://ebooks.cambridge.org/ebook.jsf?bid=CBO9781139013536&autologinId=1156>. Acesso em: 09 fev. 2015.

______. ICMI and congress recommendations. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 2, 1972, Exeter. Developments in Mathematical Education. **Proceedings…** Cambridge: CAMBRIDGE University Press, 1973. p. 305-306. Disponível em: <http://ebooks.cambridge.org/ebook.jsf?bid=CBO9781139013536&autologinId=1156>. Acesso em: 09 fev. 2015.

IBARRA, J. R. P. Los problemas de matematicas en la escuela secundaria. Analisis de una experiencia. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Proceedings...** Boston; Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1983. Cap. 9, p. 279-282.

IGNATYEV, A. A. The method of “basic” problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 82.

ISAACS, I. Teaching problem solving in a sixth form college within the confines of a prescribed syllabus. In: International Congress on Mathematical Education

(ICME), 4, 1980, Berkeley. **Proceedings...** Boston; Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1983. Cap. 9, p. 282-283.

JOHNSON, H. C. Levy Apple Microcomputer Project. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 217.

JOHNSON II, A. V. The importance of using real-life problems to motivate at-risk students. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p. 131.

JONES, G.; PETERS, S. (Coord.). TSG 1: New development and trends in mathematics education at pre-school and primary level. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings….** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 293-297.

KAHANE, Jean-Pierre. La Grande Figure de Georges Polya. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 79-97.

KAHN, P. Topic Group 3: University Mathematics. Them 1: Innovative delivery. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 247.

KAMI, C. Primary arithmetic based on Piaget‟s Constructivism. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 142-143.

KANTOWSKI, M. G. Using microcomputers to Stimulate Problem Solving. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 222-223.

______. Topic Area: Research and Teaching. Systematic cooperation between theory and practice in Mathematics Education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 285-286.

KAPADIA, R. Problem Solving in Realistic Situations: making opinion matter. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. T-32.

KATAGIRI, S. Verbal Problem Solving. Action Group 2: Elementary school (Ages 7-12). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 62.

KAUR, B. Teaching of mathematics in Singapore schools. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Abstracts Plenary and Regular Lectures**. Copenhagen: [s. n.], 2008. p.63.

KEITEL, C. et al. **Mathematics Education, and Society.** Science and Technology Education. Paris: UNESCO, 1989. Documents Series n. 35. Reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on "Mathematics, Education, and Society" at the 6th International Congress on Mathematical Education.

KENNEY, M. Problem Solving models in the senior High School. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Abstracts…** Karlsruhe: [s.n], 1976. A 3.

KOLEZA, E.; IATRIDOU, M. Experimentation: The hidden part of problem solving process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.371.

KOVOLOU, A. et al. An ICT to access and support students" mathematical problem-solving performance in non-routine puzzle-like word problems. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 8, p. 80-90. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

KRULICK, S.; RUDNICK, J. A. Problem Solving – The focus of the curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 139.

KUPARI, P. Assessment of students" Problem Solving process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 438.

LAMPERT, M. The collaborative construction of the mathematics curriculum using teacher-constructed problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L"université Laval, 1994. p. 362-363.

LAVONEN, J. Pro Math 2004 – a satellite conference to ICME-10, Copenhagen. Proceedings of the International Congress on the Problem Solving in Mathematics. Lahti, Finlândia, 2004. Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

LEDER, G. C. (Coord). Working Group 5: Improving students" attitudes and motivation. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L"université Laval, 1994. p. 128-133.

LEE, B. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. Assessment of Problem Solving. In: International Congress on Mathematical

Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 292.

LENCHNER, G. Action Group 2: Elementary School. Errors in mathematics and the learning process; problem solving and the learning process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p.126.

LEPPÄAHO, H. Developing of mathematical problem solving at comprehensive school. In: The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, Lahti, Finland, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

LESH, R. Applied Problem Solving from the Point of View of Psychological Research. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 199.

______. Theme Group 2: Computers and the teaching of mathematics. What is the reality of use in typical classrooms in different countries? In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 224-225.

LESH, R.; ENGLISH, L.; FENNEWALD, T. Methodologies for investigating relationships between concept development and the development of problem solving abilities. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 1, p. 1-15. Disponível em: < http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

LESTER, F. (Coord.). Verbal Problem Solving. Action Group 2: Elementary school (Ages 7-12). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 61-63.

LEUNG, S. S. On the Role of Creative Thinking in Problem Posing. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 274.

LOSADA, M. F. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. Assessment of Problem Solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 292.

LOWE, I.; LOVITT, C. Teacher education towards Problem Solving. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 223.

LOWRIE, T. Problem solving in out-of-school setting: Children “playing in ICT contexts. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 370.

LUNA, C.; FUSCABLE, L. G. Enhancement of student problem solving through mathematical symbolism. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.370.

MACK, J. Topic Group 9: The Mathematics in the context of the total curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Le Presses de L‟université Laval. 1994. p. 264-267.

MAHER, C. TSG 18: Problem solving in mathematics education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…**. Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 369.

MALARA, N. A. (Org.). Working Group 25: Didactics of mathematics as a scientific discipline. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 219-233.

MALATI, G. How Mathematics can promote the mind. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 135.

MALONE, J. Measuring non-routine problem solving ability. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-07.

MANTSEROV, D.; PETRICHENK, D.; POZDNYAKOV, S. The computer tool for verification hypotheses in parametrical problems solving. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 9, p. 91-99. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

McCLELLAN, L.; MALONE, J. Games in Mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 367-368.

MCLOUGHLIN, J. G. Problem posing: an unending invitation to exploration. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l´Ardoise. 1992. P-75.

MENDONÇA, M. C. D. Posing the problem in mathematical modelling. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 346.

MEVARECH, Z.; KRAMARSKI, B. Mathematical modelling and metacognitive Instruction. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 370.

MITSUTSUKA, N. Theme Group 1: The profession of teaching. Effective teaching of Mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 211.

MIWA, T. Problem Solving in Japanese School Mathematics. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 223.

MORA, F. B.; RODRIGUEZ, A. R. Formulating mathematical conjectures in learning activities, assisted with technology. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 3, p. 26-35. Disponível em: < http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

MORAIS, R.S. **A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado**. 2008. 251f. Dissertação de Mestrado. Metodologia de ensino em ciências e matemática. Universidade Federal de São Carlos-UFSCar. São Carlos. 2008.

MORGAN, C.; LERMAN, S. Teaching large groups: a problem solving approach to discrete mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l‟Ardoise, 1992. P-199.

MORTLOCK, R. Problem Solving in Australia. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 223.

MULLER, E. Motivating non-mathematics majors through discipline oriented problems and individualized data. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. C-30.

MURPHY, C. Impact of games of strategy on developing problem-solving abilities. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Abstracts…** Copenhagen: [s. n.], 2004. p. 41.

NAVARRA, G. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. Innovative Problem solving Curricula. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 293.

NESCHER, P. School stereotype word problems and the open nature of applications. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Selected Lecture.** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 335-343.

NEUMAN, D. Early conceptions of multiplication and division in verbal problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l"Ardoise, 1992. P-7.

NIETO, M. S.; POILLON, C. S. Final Program. ICME 11. 11th International Congress on Mathematical Education (ICME), 11, 2008, Monterrey. **Proceedings…** Monterrey, Mexico. Disponível em: http://www.icme11.org/sites/icme11/files/2ndAnnouncement[Feb6].pdf>. Acesso em: 02 mar. 2015.

NINOMIYA, H. The use of drawing pictures in mathematical communication – from the view of word problems and cognitive science. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l´Ardoise. 1992. P-128.

NISS, M. (Org.). Theme Group 3: Problem Solving Modelling and Applications. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988, p.237-252.

NISS, M. Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 37-57.

______. Preface. In: International Congress on mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 8-9.

NOHDA, N. Problem using „Open-Ended-Problems" in Mathematics teaching. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 224.

______. Open-Approach. Working Group 1. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 220-225

NORTHCUTT, R. How history drives mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l"Ardoise, 1992. P-349.

NOVOTNÁ, J. et al. Atomic Analysis of one word problem. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 289.

NOVOTNÁ, J. Working Group 25: Didactics of mathematics as a scientific discipline. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 223.

______. Student‟s levels of understanding word problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 184-185.

NUNES, T. Working Group 14: Mathematical Modelling in the classroom. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p. 181.

______. How Mathematics teaching develops pupils‟ reasoning systems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 58-72.

NUNOKAWA, K. TSG 18: Problem solving in mathematics education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings….** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 369.

OHSAWA, H. Problem solving based on the real world. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 397.

OLDHAM, E. (Coord.). Action Group 3: Junior Secondary School (ages 11-16). Pupil‟s attitudes: Teaching apparatus. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 140.

PAEK, P. L. A Technology-Based Investigation of United States High School Student Mathematical Problem Solving. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 2, p. 16-25. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

PALHARES, P. Using games to promote both the development of strategies and problem-solving skills at the primary level. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Abstracts…** Copenhagen: [s. n.], 2004. p. 210.

PAPADOPOULOS, I. Geometry problem-solving in a computational environment: advantages and reservations. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 369-370.

PEHKONEN, L. Topic Group 8: Teaching Mathematics through project work. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟Université, 1994. p. 262.

______. (Org.). TSG 11: Problem Solving in Mathematics Education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 325-326.

______. (Org.) Topic Group 7: Fostering of mathematical creativity. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 271-275.

PEHKONEN, E.; ZIMMERMANN, B. Low Attainers “Open Problem Solving in Mathematics”. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 139.

PERL, T. Micro worlds – Rich environments for Problem Solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 217.

PERRY, B. Action Group 1: Early Childhood Years (Coord.). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 49-56.

PHILIPS, R. MC2: 11-16 year old students. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p. 332-333.

PIGGOTT, J. Developing a framework for mathematical enrichment. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.371.

POBLETE, A.; GUZMÁN, I.; MENDEZ, C. Resolucion de problemas y variedades didacticas matemáticas. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 100.

POLLAK, H. How can we teach applications of mathematics? In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 1, 1969, Lyon. **Proceedings…** Lyon: Editorial Board of Educational Studies in Mathematics. 1969, p. 261-272. Disponível em: <http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICME_01_1969_Lyon.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2015.

POLYA, G. As I read them. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 2, 1972, Exeter. **Proceedings…** Exeter: Editorial Board of Educational Studies in Mathematics. 1973, p. 77-78. Disponível em: <http://ebooks.cambridge.org/chapter.jsf?bid=CBO9781139013536&cid=CBO9781139013536A003&tabName=Chapter>. Acesso em: 10 fev. 2015.

______. Mathematics promotes the mind. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Proceedings...** Boston; Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1983. Cap. 1, p. 1.

RACHLIN, S. Trends in Problem Solving in the United States. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 224.

REHLICH; ZIMMERMANN. The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

RAKOV, S. ICT (Information and Communication Technology) Supports of problem solving in mathematical education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.369.

RIDGWAY, J. et al. Innovation in Mathematics Education. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 224-225.

RODRIGUÉZ, O. H.; CEPEDA, W. V. Cognitive and metacognitive processes of pre-service mathematics teachers while solving mathematical problems. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 11, p. 109-121. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

ROSS, P. Students" difficulties in solving calculus word problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. C-37.

ROUNCEFELD, M. Teaching statistics through practical work. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 138.

RUPLEY, W. The effects of numerical characteristics on the difficulty of proportion problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-83.

SAFUANOV, I. Open-ended problems in preparation of mathematics teachers for primary school. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Abstracts…** Copenhagen: [s. n.], 2004. p. 120.

SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education.** Topic Study Group 19, International Congress on Mathematical Education (ICME), 11, 2008. Disponível em: <

http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

SANTOS, V. Action Group 6: Pre-service teacher education. Preparation in both mathematics and mathematical education of prospective teachers of primary and middle grades. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 179.

SCHEFFER, N. F. Pedagogia Freinet y problematizacion Matematicas en ala enseñanza primaria. "Series Iniciais". . In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 112.

SCHLIEMANN, A. D.; ACIOLY, N. M. Numbers and operations in everyday problem solving. In: KEITEL, C. et al. **Mathematics Education, and Society.** Science and Technology Education. Paris: UNESCO, 1989, p. 126-128. Documents Series n. 35. Reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on "Mathematics, Education, and Society" at the 6th International Congress on Mathematical Education.

SCHMIDT, S. Semantic Structures of word problems- mediators between mathematical structures and cognitive structures? In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Selected Lecture.** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 381-395.

SCHOENFELD, A. H. Toward a testable theory of problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Proceedings...** Boston; Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1983. Cap. 13, p. 454-456.

______. Action Group 5: Tertiary (Post-Secondary) Academic Institutions. Research into teaching and learning. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 172.

SCHOENFELD, A. H.; BURKHARDT, H. Theme Group 7: Problem Solving. The Process of Problem Solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 212-214.

______. Theme Group 7: Problem Solving. Teaching Problem Solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 214-215.

SCHUPP, H. Classroom Variation on Mathematical Problem. In: The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, Lahti, Finland, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

SCHROEDER, T. Working Group 8: Innovative assessment of students in the mathematics classroom. Assessment of problem solving abilities. In: International

Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p. 148-149.

SCHROEDER, T.; WEBB, N. Working Group 8: Innovative assessment of students in the mathematics classroom. Assessment of problem solving abilities. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p. 148-149.

SCHUBRING, G. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transmissão de conceitos. In: **ZETETIKÉ**, Universidade Estadual de Campinas: UNICAMP – FE – CEMPEM, 1999. v.7, n.11, jan./jun. 1999, p. 29-50. Tradução: Maria Laura Magalhães Gomes.

SCHULTZ, K. The teacher as a model of Problem Solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 139-140.

SCOTT, N. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. Psychological and social aspects of problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 294.

SELTER, C. Learning Arithmetic through problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings…**. Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 323-324.

SERRAZINA, M. L. Primary school teachers and mathematics teaching. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 218.

SHAHAN, E.; STAPLES, M. TSG 14: Innovative approaches to the teaching of mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…**. Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 352.

SHIMIZU, Y. On the collaborative dialogues in paired problem solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l‟Ardoise, 1992. P-67.

SHIU, C.; FAUX, G. Theme Group 1: The profession of teaching. In-service Education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 213.

SIEMON, D. Verbal Problem Solving. Action Group 2: Elementary school (Ages 7-12). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 62.

SIERPINSKA, A. Whither Mathematics Education? In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 21-46.

SILVER, E.; DUPUIS, C. Problem Solving, Proof and Process Aspects of Mathematics. Theme Group 4: Theory, research and practice in Mathematical Education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, Adelaide. **Proceedings...** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 183-185.

SILVER, E. Stimulating Mathematical Inquiry through the use of Open-ended Problems and Post-solution conjecturing. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 141.

______. Fostering mathematical creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 273.

______. TSG 18: Problem solving in mathematics education. Future directions for mathematical problem solving research. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.371.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica:** a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001. Coleção Perspectivas em Educação Matemática.

SOIFER, A. Using problems, open-ended where possible, to motivate students in mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L"université Laval, 1994. p.130.

SOUTHWELL, B. Action Group 6: Pre-service teacher education. Preparation in both mathematics and mathematical education of prospective teachers of primary and middle grades. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 181.

______. TSG 18: Problem solving in mathematics education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…**. Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 369.

STACEY, K.; GROVES, S. Curriculum development in Problem Solving. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 225.

STACEY, K.; CARRILLO, J. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 289-295.

STACEY, K. Theme Group 3: Problem Solving Modelling and Applications. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988, p.241.

______. TSG 18: Problem solving in mathematics education. Future directions for mathematical problem solving research. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.371.

______. Open Problem Solving as a Teaching Method. In: The International Congress on the Problem Solving in Mathematics, Lahti, Finland, 2004. **Proceedings...** Disponível em: http://www.edu.helsinki.fi/malu/promath/ >. Acesso em 25 fev. 2015.

______. (Org.). Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 289-295.

STEFFE, L. P. SG C Problem Solving, Teaching Strategies and Conceptual Development. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Proceedings…** Karlsruhe: [s.n], 1977, p. 327-332.

STEINER, H. G. The Programme. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 3, 1976, Karlsruhe. **Proceedings…** Karlsruhe: [s.n.]. 1977, p. 15-20.

_____. Working Group 25: Didactics of mathematics as a scientific discipline. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES", 1998. p. 220.

STEPHENS, M. Theme Group 1: The profession of teaching. Effective Teaching of Mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 210-211.

STOVER, G.; PENCE, B. Structural Variables affecting mathematical word problem difficulty in sixth graders. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. S-76.

STOYANOVA, E.; ELLERTON, N. Problem posing in Mathematics classrooms. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 507.

STREEFLAND, L. Action Group 2: Elementary School. Long Term Learning Process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p.122-124. Relator.

SWAN, M. Balanced Assessment Project. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 292.

SZETELA, W. Evaluation in Problem Solving: An implementation problem. Theme Group 7: Problem Solving. Workshops and invited talks. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 225.

______. Action Group 2: Elementary School. Errors in mathematics and the learning process; problem solving and the learning process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 125-129. Relator.

______. Action Group 2: Elementary School. Errors in mathematics and the learning process; problem solving and the learning process. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p.126.

TAKAHASHI, A. The Open-Ended Problem Solving in Japanese Elementary Schools. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Abstracts…** Seville: INDUGRAFIC. 1996. p. 275.

______. Beyond Show and Tell: Neriage for Teaching through Problem-Solving – Ideas from Japanese Problem-Solving Approaches for Teaching Mathematics. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 14, p. 145-156. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

TANAKA, M. Students‟ tendencies in making problems and creativity in Mathematics. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l‟Ardoise, 1992. P-363.

TANNER, H. SHIMIZU, K. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. Innovative Problem Solving Curricula. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 293.

TANNER, H. The teaching and assessment of modelling and problem solving in secondary schools. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l‟Ardoise, 1992. P-194.

TAPLIN, M. Topic Group 10: Problem Solving Throughout the curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 292-293.

THOMPSON, C. Verbal Problem Solving. Action Group 2: Elementary school (Ages 7-12). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 62.

THORNE, M. Action Group 2: Elementary School. The place of new technologies in curricula. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p.130.

TRIGO, M. S. Calculus via Problem Solving. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l‟Ardoise, 1992. P-53.

UBUZ, B.; ERSOY, Y.; BERBEROGLU, G. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Abstracts…** Quebec: Éditions l‟Ardoise, 1992. P-57.

USHER, J.; BROWN, K. Industrial enhancement of problem-based learning. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p. 245.

VASCO, C. (Coord.). Working Group 19: Early School Leavers. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p. 205-210.

VERSCHAFFEL, L. Real-world knowledge and the modelling of school word problems. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Tokyo/Makuhari: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 205-206.

VINNER, S. Theme Group 1: The profession of teaching. Teachers and Pupils in the Classroom. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 209-210.

WAGNER, L. J. Problem solving with a graphic calculator. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p.332.

WAITS, B. K.; DEMANA, F. Calculators in the classroom: A look to the future. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 350.

WALTER, M. Developing students‟ problem-posing abilities by deriving questions from their surroundings, everyday materials and other things. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 7, 1992, Quebec, Canada. **Proceedings…** Quebec: Les Presses de L‟université Laval, 1994. p. 381-382.

WANG, X. The influence of solving problems in cognition. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Abstracts…** Copenhagen: [s. n.], 2004. p. 39.

WANKO, J. Building pre-service teacher‟s problem solving abilities. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.370.

WEBER, K. Describing and categorizing the problem-solving process used by undergraduates when constructing proofs. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.370.

WILLOUGHBY, S. Action Group 6: Pre-service teacher education. Preparation in both mathematics and mathematical education of prospective teachers of primary and middle grades. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 6, 1988, Budapest, Hungary. **Proceedings…** Budapest: Malev, 1988. p. 179.

WITAKER, D. R. Mathematical problem solving performance as related to student and teacher attitudes. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Abstracts…** Berkeley: [s.n.], 1980. T-26.

XENOFONTOS, C.; ANDREWS, P. Teachers‟ beliefs about mathematical problem solving, their problem solving competence and the impact on instruction: A case study of three Cypriot primary teachers. In: SANTOS, M.; SHIMIZU, Y. **Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education**. 2008. Cap. 12, p. 122-131. Disponível em: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~rptec/Sitio_web/Documentos_files/tsg19icme11.pdf>. Acesso em: 03 mar. 2015.

YACKEL, E. The negotiation of social context for small-group problem solving in mathematics. In: KEITEL, C. et al. **Mathematics Education, and Society.** Science and Technology Education. Paris: UNESCO, 1989, p. 1183-184. Documents Series n. 35. Reports and papers presented in the Fifth Day Special Programme on “Mathematics, Education, and Society” at the 6th International Congress on Mathematical Education.

YAMAGUCHI, T.; IWASAKI, H. The pedagogical design of problem solving based on teaching unit and generalization. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p.370.

YAMAZAKI, K. Topic Group 10: Problem Solving throughout the curriculum. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 290.

YE, QI-H. Topic Group 17. Mathematical Modelling and Applications. Mathematical contests in modelling and the teaching of mathematical modelling. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 8, 1996, Seville. **Proceedings…** Seville: S.A.E.M. „THALES‟, 1998. p. 342-343.

YEAP, B. H. The use of word problems to engage children in critical thinking. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen. **Proceedings…** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 370.

YEE, L. P. The role of mathematics in general education for the 21st century. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 9, 2000, Tokyo/Makuhari. **Proceedings…** Copyright©2004, Kluwer Academic Publishers, 1 CD-ROOM.

ZANZALI, N. A. A. TSG 1: New development and trends in mathematics education at pre-school and primary level. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings….** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 295.

ZHANG; D.; DAI, Z. “Two Basis”: Mathematics teaching approach and open-ended problem solving in China. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Abstracts Plenary and Regular Lectures**. Copenhagen: [s. n.], 2008. p. 108.

ZWENG, M. et al. (Ed.) Acknowledgments. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 4, 1980, Berkeley. **Proceedings...** Boston; Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1983. p. v.

______. Verbal Problem Solving. Action Group 2: Elementary school (Ages 7-12). In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 5, 1984, Adelaide. **Proceedings…** New York: Springer Science+Business Media, 1986. p. 62-63.

ZIMMERMANN, B. TSG 18: Problem solving in mathematics education. In: International Congress on Mathematical Education (ICME), 10, 2004, Copenhagen, Denmark. **Proceedings….** Copenhagen: Kailow Graphic, 2008. p. 369.