

Unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

CURSO DE PÓS – GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS.

O EDUCADOR MATEMÁTICO EM PROCLO

ODUVALDO CACALANO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO

2002

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

O EDUCADOR MATEMÁTICO EM PROCLO

Oduvaldo Cacalano

Orientador: Prof Dr. Irineu Bicudo

Tese de Doutorado elaborada junto ao curso de Pós-graduação em Educação Matemática- Área de Concentração em Ensino da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-científicos, para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)

2002

Comissão Examinadora

Oduvaldo Cacalano
(aluno)

Rio Claro, de de 2002.

Resultado _____

Dedico este trabalho aos meus filhos, Cristina, Felipe e Marina e à minha esposa, Elisabeth, que souberam compreender a razão de minhas eventuais ausências devido às circunstâncias impostas pelos estudos.

AGRADECIMENTOS

À Profa. Dra. Diva Valente Rebello, por ter conseguido, num tempo restrito, ensinar-me o francês necessário para leitura e interpretação de textos imprescindíveis para meu trabalho. E não foram poucos !

À Prof. Ms. Kátia Aparecida Cruzes, pela freqüente predisposição em discutir assuntos pertinentes ao meu trabalho, sacrificando parte do seu tempo para revisar o português, além de sugerir reflexões a respeito de algumas de minhas idéias.

Ao Prof. Alfredo Filippelli, pela atenção dedicada e pelo empenho em responder questões pertinentes a certos contextos históricos e etimológicos, presentes em meu trabalho.

Aos funcionários do Centro Universitário da Fundação Santo André, que de uma forma indireta, colaboraram para a realização desse trabalho.

Aos professores e alunos, com os quais tenho convivido profissionalmente, que, sem dúvida, são a maior contribuição e a razão deste trabalho.

SUMÁRIO

Capítulo I	Introdução : Metodologia e Fundamentação	001
	Anexo A : Síntese dos Depoimentos	010
Capítulo II	Uma História do Educador	014
Capítulo III	Um Perfil de Proclo	038
	Neoplatonismo.....	038
Capítulo IV	Uma Análise do Comentário de Proclo ao Primeiro Livro dos Elementos de Euclides	065
	Euclides e sua Obra	067
	O Comentário de Proclo.....	070
	Primeira Parte - Prólogo	071
	Segunda Parte - Definições, postulados e noções comuns...	076
	Terceira Parte - Proposições.....	089
Capítulo V	O Educador Matemático em Proclo.....	119
	Conclusão	126
	Bibliografia	130

RESUMO

O objetivo deste trabalho constitui-se, principalmente, em revelar o perfil do Educador Matemático em Proclo, filósofo neoplatônico e professor de matemática do século V A.D. Assim, apresentamos Proclo como uma contribuição em potencial para a comunidade de professores de matemática que, realmente, visa formar o indivíduo, com boa concepção dessa ciência, assim como dos benefícios que ela pode prestar à humanidade. Para tanto, levamos ao leitor um panorama que mescla contextos culturais e comportamentais vividos por esse nobre estudioso bizantino, procurando não deixar dúvidas quanto à sua singularidade profissional a respeito de sua atuação como professor de matemática.

Na biografia de Proclo e em estudiosos de sua obra, buscamos sua humanidade. Baseados no seu belo comentário ao Primeiro Livro dos *Elementos* de Euclides, desenhamos o seu perfil didático e sua concepção de ciência e, portanto, concluímos que nada de importante foi deixado de lado com vistas ao objetivo deste trabalho.

ABSTRACT

This work aims, mainly, to reveal the Mathematical Educator in Proclus, a neoplatonicean philosopher and mathematics teacher in 5th century A. D. So, we show Proclus like a powerfull contribution to the mathematic teachers community, which, really, claims to prepare the human being, with a good conception of this science and its labour in favour of humanity. Thus, we give to reader a scenery which mingles cultural and behaviour contexts lived by this eminent studios, and we think that rest no doubt in respect of his professional singularity and about his action like a mathematic teacher.

In Proclus' biography and in studios of his works, we search his humanity. With background in his commentary on the first book of the Euclid's *Elements*, we design his didactic profile and conception of science, and, so, we conclude that nothing important has been forgotten according to the finality of this tesis.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO: FUNDAMENTAÇÃO E METODOLOGIA

Nos trinta anos de trabalho com o ensino de matemática para cursos técnicos e regulares dos antigos primeiro e segundo graus, tive o privilégio do ensaio num processo gradativo que se assentou da quinta série do primeiro grau à terceira série do segundo grau. Este percurso propiciou uma boa tomada de consciência relativamente à formação matemática e à formação do homem. A interação professor – aluno parecia transferir – me aos poucos aquela consciência, num processo que me tornava espiritualmente mais próximo do aluno. Tal aproximação mostrava-se mais honesta à medida que a idade do aluno avançava.

É melhor que se divida essa experiência no tempo. Refiro-me às décadas de setenta, oitenta e noventa, com a finalidade de facilitar a exposição a partir dos respectivos contextos.

A primeira década, marcada pela ditadura, com reflexos óbvios na Educação, tempo de EPB, disciplina lecionada por delegados de polícia com o objetivo único e exclusivo de controle e conseqüente subordinação do indivíduo – aluno. Nesta, dois problemas se faziam graves: tolhimento da livre expressão e, conseqüentemente, da criatividade e imposição da conduta padrão, ainda que indiretamente, a professores. Nesse contexto, ousava – se variar as formas didáticas de apresentação do conteúdo, sobrepujando determinações administrativas que, na verdade, estavam bem longe da formação do indivíduo e de uma sociedade livre.

Acumularam – se, portanto, naquele momento, os problemas da má formação do educador e do contexto político – educacional, fornecendo uma visão bastante opaca de Educação ao recém formado.

Particularmente, os cursos que fui obrigado a fazer, enquanto lecionava no curso técnico do SENAI, deram – me condições técnicas de exercer variações didático – pedagógicas. Mas os valores dessas técnicas só se tornavam presentes após o amadurecimento. Ora, no final dos anos 70, já lecionando em cursos de licenciatura e bacharelado em Matemática, pude estabelecer um relacionamento entre o segundo e o terceiro graus, ainda que “premature”. Era uma ponte que realmente me oferecia pelo menos um nublado horizonte do que seria ensinar matemática no sentido da formação do indivíduo.

Sem sombra de dúvida, os anos oitenta, mesmo sem o amparo da normalidade da curva de Gauss, foram os que, dentro da mais nobre modéstia, ofereceram – me maior contribuição no ensino da matemática. O enfraquecimento do ensino formal abriu para o professor consciente boas perspectivas de ação. Nesse período, a maturidade profissional, adquirida pela experiência permitiu uma visão bem mais clara do que e como ensinar. No final dessa década, estava mais preocupado com o conteúdo que o aluno deveria absorver. Como pai e professor, enxergava um mundo tecnológica e cientificamente evoluído e carente do respeito à sua própria natureza.

Efetivamente, o final da década de oitenta e a década de noventa possibilitaram – me uma visão mais crítica e real do mundo em que vivemos, inclinando – me cada vez mais à busca do que realmente o homem precisaria aprender da matemática e da vida.

Nos últimos quinze anos, tenho lecionado Fundamentos de Matemática e História da Matemática. A primeira disciplina justifica ou argumenta a respeito dos princípios e a segunda, na minha concepção, amadurece o indivíduo e traz à consciência o respeito e o valor a ser dados aos responsáveis por tudo o que fazemos hoje em matemática.

Ousaria dizer que o ensino de História, se não o principal, é um contribuidor em potencial para a formação do indivíduo.

Enfim, gostaria de evidenciar, principalmente, dois aspectos:

- A reflexão se transforma em ação naqueles que realmente vivem a sua atividade profissional
- A História da Matemática, na minha concepção, é essencial e proporciona amadurecimento e conscientização ao educando .

Esses aspectos, obviamente, inerentes à maturidade profissional, induziram – me à busca da forma de ação como educador, para que o aluno realmente tenha o melhor em conhecimento e comportamento. Considero que a falta de respeito, em boa parte dos alunos, seja fruto de uma educação equivocada que se apóia no cumprimento de etapas , em ações pré-estabelecidas e, sendo esse um ensino carente da ética, acaba enfatizando um conteúdo pobre e superficial ou técnico .

No primeiro caso incluem-se as escolas mal administradas, no segundo as escolas, em geral privadas, de alto custo.

Por ora faz-se necessário dedicarmos maior atenção ao desenvolvimento de qualidades humanas e para isso nada melhor e mais eficiente que uma revisão histórica do ensino de matemática onde podemos colocar em evidência estudiosos em suas épocas, e revigorar o que a natureza humana esqueceu. Na medida em que ganhamos com a ciência, mas perdemos com o respeito à natureza, esta volta intelectual para uma reaprendizagem da boa conduta faz – se extremamente necessária.

Observemos, portanto, que, ao estudarmos a história vivemos cada momento como se fosse atual, ou seja, realmente valorizamos os fatos em seus contextos. Parece-me que a história obriga-nos a rever e repensar o que fazemos, remete-nos a exemplos do que foi ou não bem sucedido.

Não seria o caso de conscientizarmos o aluno, desde a infância, respeitando o seu nível entendimento, da importância daqueles que propiciaram a ele esta vida atual? Fazer com que ele, desde os primeiros anos de estudo, aprenda a respeitar os que lhe possibilitaram o ambiente em que vive e do qual pode desfrutar para construir seu futuro?

Acredito cegamente que, em particular, a História da Matemática devidamente ensinada desde os primeiros anos de estudo, contribui positivamente para a formação do indivíduo íntegro.

A História da Matemática pode também ser um recurso didático, justificando o conteúdo a partir da sua origem.

Inclinado que sou para os estudos de História da Matemática, para fins de confirmação de minhas idéias, solicitei de alunos licenciados e licenciandos, relatórios que se constituíram de opiniões relativas à disciplina em questão, como alunos e como professores dos ensinos, hoje, fundamental e médio.

Fazemos constar no anexo A deste trabalho, uma síntese do resultado desta ação, que se constitui de:

- relação de nomes dos alunos que efetuaram os relatórios, obviamente mantendo-se o anonimato da correspondência texto / autor;
- as datas em que esses alunos eram licenciandos e investigavam a história da matemática e seus objetivos;
- uma relação das idéias com que história da matemática contribui para a matemática e para a sociedade;
- uma relação de idéias que são entraves para o ensino da história da matemática de forma satisfatória;
- uma relação de sugestões, por parte dos alunos, para proporcionar o bom ensino e o aprendizado da história da matemática.

Observe-se que tais alunos pertencem a épocas diversas, num período que vai de 1983, quando foi incluída a disciplina, até 1998.

Tranquilizei – me, enfim, apoiado no cruzamento dos depoimentos, cujas opiniões, na maioria, convergiam, principalmente, para a maturidade no enfoque da matemática e a consciência que a História da Matemática poderia desenvolver.

Dentre as propostas constantes naqueles relatos, registrou-se, em maior número, a instalação de ambientes históricos de matemática nas escolas e a melhor formação do professor de matemática.

Assim, numa retrospectiva da experiência como professor de matemática, dos três níveis de ensino, simultaneamente, sinto ter apreendido substancialmente a importância da História da Matemática e de seu ensino inerente ao conteúdo.

Estudiosos gregos, da Grécia antiga e clássica obtiveram êxito estudando a matemática dos egípcios e babilônios; os neoplatônicos absorveram o conhecimento dos platônicos. Então, a história constitui-se de exemplo e, portanto, é meio para a boa educação matemática. Nela estudamos os tempos em que a preocupação do mestre se centrava na essência e na importância da procura desta através do aprofundamento científico. É preciso resgatar, portanto, essa postura do mestre.

Sendo assim, em um primeiro momento, é imprescindível centrar-se na formação do aluno nos ensinamentos Fundamental e Médio, tanto no que se refere ao aprofundamento científico quanto à formação ética. Reitero, é preciso formar o cidadão!

O estudo, que me fez vasculhar a História da Matemática, trouxe – me aos olhos da alma a visão maravilhada da matemática que se desenvolveu desde o Egito até a Grécia clássica, particularmente.

O sentimento de prazer, como reflexo das origens dos conteúdos, em meio aos seus respectivos contextos e os vultos responsáveis levaram – me a estudar com mais atenção os valores da Academia e, portanto, Platão.

Essa busca tinha o propósito de clarear minha visão de educador e, portanto, de agir com o aluno de forma a torná-lo um indivíduo “matematicamente” maduro e uma influência positiva para a sociedade.

Da leitura de alguns diálogos de Platão, a princípio inspiradas em meu mestre Luiz Mauro Rocha ¹, tirei algumas conclusões em relação à educação de hoje. O filósofo que, de um lado, valorizava e transmitia a matemática grega devida aos pitagóricos e, de outro, estimulava, na Academia, sua ampliação, parece ter colocado meus pés no chão, quanto ao dever de um verdadeiro educador, algo "fora de moda" hoje em dia. Tive logo a impressão de que o método platônico, devidamente adaptado, poderia trazer benefícios à educação. Aliás, acredito ser esse pensamento de muitos outros educadores com algum conhecimento do filósofo.

Enxergo a educação como uma bola de borracha que se aproxima do educador, do educando, do conteúdo, obedecendo aos caminhos que as teorias didáticas propõem.

Quero crer que muitos, como eu, acham que a educação matemática teria o seu objetivo atingido mediante tal suporte filosófico.

¹ Luiz Mauro Rocha nasceu em 1921 e foi contemporâneo, embora mais jovem, de Malba Tahan, com quem eventualmente se correspondia, às vezes solucionando problemas que para seu criador pareciam insolúveis. Lecionava em escolas secundárias e no ensino superior. Por mais de 40 anos dedicou-se, principalmente, ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Aposentou-se na Universidade de São Paulo com 30 anos de dedicação, tendo se constituído posteriormente em professor emérito da Faculdade de Engenharia Industrial (FEI) e da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Fundação Santo André. Tendo sido, nesta última, professor e colega, induziu-me a “experimentar” a beleza da história e da filosofia da matemática. Com seu prosaico arsenal, convencia-nos da cultura que, ao longo de sua vida nunca parou de absorver. Enfim, consagra-se em nossa mente como um poeta suave que estreitou a distância entre a arte e a matemática e ainda entre a filosofia e a ciência, realçando um panorama que evidenciou vultos do porte de Pitágoras, por exemplo, ou Platão e Fernando Pessoa.

Se assim pensarmos, vejo um entrave que hoje pode ser mais forte que há dois mil e quatrocentos anos: a formação do professor com a pretensão de ser um educador matemático.

A República de Platão, uma obra em dez livros, convergindo para o Estado ideal, estabelecendo a boa política como fruto da verdadeira educação, é argumento de sobra para estimular uma análise comparativa com a política educacional atual.

No fim de mais de três décadas de trabalho, às vezes coordenando grupos de professores de matemática, meu subconsciente parece ter ordenado os conceitos de educador, educando e sociedade, e dado luz à importância do bom inter-relacionamento.

Da história da educação poderíamos ressaltar o fato de que o verdadeiro educador sempre foi reflexo do amadurecimento como homem e como investigador. Vemos estes aspectos bem claramente na Grécia clássica, basta voltarmos a visão para o caminho que deveria percorrer o filósofo, por exemplo, para tornar – se mestre.

Na busca, a princípio, de um processo que poderia tornar o nosso aluno matematicamente maduro, como também um ser íntegro e depois um profissional, enveredei a estudar os diálogos de Platão. Subseqüentemente, cheguei a Proclo, o que se justifica por ter sido este eminente estudioso, um chefe da Escola neoplatônica e, como tal, também um professor de matemática.

De Proclo, atenho – me, principalmente, ao comentário ao primeiro livro dos *Elementos* de Euclides, por ser meu objetivo a investigação do perfil de Proclo como educador matemático e como homem filosoficamente íntegro.

Neste trabalho, são analisadas as transformações sofridas pela concepção de educador através da história, bem como, os estudos que esculpiram, nessa mesma história, a personalidade de Proclo.

Essa história conta o itinerário que fez de Proclo um filósofo matemático. Talvez seu maior objetivo, devido a sua educação, tenha sido poder transmitir a seus alunos o sentido da investigação e da boa conduta.

Como chegar a Proclo foi um processo gradativo e natural, uma teia constituída da arbitrariedade individual do profissional direta ou indiretamente envolvido. Tal processo mostrou a necessidade da ordem num primeiro momento depois de método, ou seja, é preciso “pôr a casa em ordem” antes, para iluminar a investigação que orientará os passos subseqüentes.

Vejo, contudo, solução para a educação, seja ela qual for, centrada num processo lento de conscientização, que deve levar os envolvidos a compreender a importância do verdadeiro conhecimento.

Com base nesse pequeno esboço de um pensamento de – me ao prazer da pesquisa, cujo objetivo é oferecer um exemplo histórico de Educador Matemático, segundo a concepção do que vigeria no século V A. D. , em meio a uma civilização romana, que conservava, talvez por conveniência, a cultura grega.

Os trilhos, que esta tese deve percorrer, são postos num terreno que se estende culturalmente desde o antigo Egito até o império romano do quinto século de nossa Era, numa viagem que tem a pretensão de mostrar os valores que o educador adquiriu através dos tempos. Do sacerdote egípcio e escriba babilônio ao mestre Proclo, são realçados os fatos e os indivíduos influentes na competência de Proclo, na tentativa de mostrar que a história é auto – impulsionadora do verdadeiro conhecimento, se devidamente absorvida.

Em suma, poderia dizer que este trabalho parte de uma tomada de consciência com fundamento na experiência levada a sério de um professor que pretende ser educador, nos moldes propostos nesse estudo. Para isso, um caminho que pareceu óbvio foi a História da Matemática, na busca de um ambiente educacional com base filosófica e que convergiu, felizmente, para Proclo, um professor de matemática e filósofo, fervoroso seguidor do platonismo. Dentre seus comentários, o do primeiro livro dos *Elementos* de Euclides se constitui, sem dúvida, em forte argumento para inserir Proclo entre os Educadores Matemáticos, dada a forma singular com que seus comentários eram magnificamente transmitidos para seus estudantes, segundo Marino, seu bom discípulo e biógrafo.

Finalizando esta introdução, gostaria de registrar minhas pretensões:

- Conscientizar o professor de que é preciso investigar a natureza da matemática, se realmente pretendemos ensiná-la;
- Fazer saber que educar, ou seja, desenvolver o aluno para a sua sociedade, exige muito mais que conhecimento específico;
- Oferecer um exemplo substancial da História do Ensino da Matemática como um horizonte para quem pretende ser Educador Matemático;
- Oferecer uma leitura agradável e provocadora;
- Tornar o mais natural possível a sequência que vai da experiência à história e desta para a experiência.

ANEXO A

SÍNTESE DOS DEPOIMENTOS

VISÃO DE QUEM ENSINA (LICENCIANDO)

A história da matemática nos oferece:

- Material de Apoio
- Aulas mais interessantes
- Melhor assimilação
- Dá luz ao conceito (contexto)
- Responde a anseios
- Melhor formação do ser humano
- Resgate do "gosto" pelo conteúdo
- Mudança de concepção
- Amadurecimento, consciência, compreensão, respeito
- Uma alternativa para o entendimento

VISÃO DE QUEM APRENDE (LICENCIANDO)

- Maior interesse e participação
- Aulas mais dinâmicas
- Desenvolvimento do espírito de pesquisa
- Fundamentação

REFLEXÕES

- A. Ampliação do campo de aplicações
- B. História da matemática: instigante, gratificante
- C. O professor precisa se preparar melhor
- D. História é tempo e espaço
- E. Não acreditava nos resultados
- F. História é sabor e vida às aulas
- G. A história oferece um alicerce que resiste ao tempo
- H. Povo sem história, povo sem cultura
- I. A matemática é, às vezes, "mal vista", porém a história pode melhorar esta visão
- J. A história traz sentido às coisas
- K. A história estimula a interação humana
- L. Na história, a matemática vive e faz o aluno entender o seu propósito
- M. A razão da evolução nos faz amadurecer e compreender

OBSTÁCULOS

- Distanciamento dos conteúdos (receio)
- Procedimento padronizado (cumprimento do plano)
- Compartimentalização de conteúdos
- Alocação da história da matemática
- "Estórias " da matemática
- Má formação nas licenciaturas

SUGESTÕES

- Aumento de carga horária nas licenciaturas:
 - Específica (História da Matemática)
 - Nos conteúdos (inclusão da história destes conteúdos)
- História da matemática desde o ensino fundamental
- Dotar a escola de sala ambiente adequada (réplicas, fotografias, livros etc.)

RELAÇÃO DOS LICENCIANDOS

- ADRIANE DE CARLO FAJARDO RAZAPPI
- ANA LUCIA MATTOS - 1997
- ANA PAULA FALCÃO - 1998
- ANDRESSA VASCONCELOS DA SILVA - 1998
- APARECIDO DONIZETE CRUZ - 1996
- ARCELINA SANTOS DE OLIVEIRA- 1997
- CLAUDINEI MORPANINI- 1997
- CLEONEIDE - 1998
- DIANA MARIA SALEM - 1998
- DUCÍLIA BISPO COSTA ALCÂNTARA - 1997
- EDUARDO ALEXANDRE ZAMPIERI - 1997
- ELIANE APARECIDA D' ANTONIO - 1998
- ELÍSEO SEKIA - 1997
- GILBERTO - 1995
- JAMES CARLOS UDORISSE - 1998
- JOSÉ APARECIDO DA SILVA - 1996
- LUCIENE S. GUEDES - 1998
- LUZILANIA MATOS

- MARCOS TEIXEIRA - 1998
- MARIA DO CARMO - 1998
- MARIA DE MORAES CRUZ - 1998
- NILTON LUIZ - 1998
- PATRÍCIA ROSIMEIRE MARCIANO - 1998
- REGINA ALBANESE - 1988
- REGINA CÉLIA DO AMARAL CUZIN - 1983
- ROSANGELA MARIA DOS SANTOS - 1998
- ROSICLEIDE DA SILVA - 1998
- SONIA REGINA DA SILVA - 1998
- WAGNER PAIVA SILVA - 1998
- WILSON LUIZ STRAMPO - 1998

CAPÍTULO II

UMA HISTÓRIA DO EDUCADOR

O objetivo deste capítulo é deixar claro o fio que a educação teceu através da história, ressaltando a transformação do papel do educador em diferentes épocas, desembocando finalmente no século V de nossa era. Esta exposição é sucinta, pois seu propósito principal é a formação de uma concepção de Educador Matemático. Com toda certeza, é preciso de muito tempo para escrever bem sobre a história da Educação.

Na visão de Marrou², recontar a história é a todo tempo redescobrir o significado verdadeiro de sabedoria e buscar no tempo, que maravilhosamente passou, cenas da maior importância para a consciência humana; e, ao invés de menosprezar a educação antiga, devemos valorizá-la na medida em que revemos a verdadeira responsabilidade que a escola moderna desgastou.

Uma retrospectiva da história da Educação, indo da idade antiga à idade média, estaria dentro do propósito apresentado. Impõe-se, portanto, a recapitulação das ações de nossos antepassados, ressaltando a memória, que merece lugar privilegiado, como concebiam os estudiosos gregos. Essa retrospectiva contempla as culturas egípcia e babilônica entre as mais antigas e, por esta razão, conjeturadas a partir de argumentos de nobres pesquisadores.

Escreveu ainda Marrou: “A fecundidade do conhecimento histórico reside sobretudo no diálogo que institui, em nós, entre o Outro e o Mesmo.”(p.5)

² Henri Iréné Marrou: Historiador francês do século passado também foi professor da Universidade de Sorbone, Paris. Sua bela obra intitulada originalmente " *Histoire de l'Éducation dans l'Antiquité* ", foi de suma importância para a composição histórica deste trabalho. Foi ela dedicada ao estudante francês Gilbert Dru, barbaramente assassinado por implicações políticas, aos 25 anos de idade.

Da cultura mais antiga, documentos e achados arqueológicos levaram à conclusão de que a educação era gradativa na criança, como se procede no ensino fundamental, nos aspectos da escrita e da fala. Tudo indica que se faziam ensaios verbais e escritos, que evoluíam na velocidade da assimilação da criança. Assim, o escriba professor, às vezes, mediante o castigo, obrigava o aluno a conscientizar-se da responsabilidade e da obediência. Embora tivesse funções administrativas, o escriba egípcio ou mesopotâmico tinha um tempo para dedicar-se ao ensino.

Salas de aula foram descobertas na região, onde estariam os babilônios, e tal fato é surpreendente, já que os gregos, bem depois, não ensinavam naquelas condições.

Embora fosse o ensino dirigido sempre a uma minoria com futuro programado, o produto dessa educação deveria ser um escriba de boa formação técnica e uma alma moldada para o respeito (no sentido religioso) e obediência (relativa aos superiores).

“Sabedoria, palavra admirável que esquecemos e que o exemplo antigo pode utilmente ajudar-nos a redescobrir.” (Marrou, p.11)

Então, o ensino ao profissional escriba tinha como objetivo formar um novo escriba com bons conhecimentos de escrita e com bons hábitos de conduta. Eram eles, afinal, os responsáveis pela formação do futuro e competente escriba.

Poderíamos conjecturar, com boa precisão, que o verdadeiro educador daqueles tempos, era o que preparava o aluno para o exercício da profissão, dando-lhe, na formação individual, o respeito aos deuses (ética) e, na formação profissional, a obediência a seus superiores (subserviência profissional).

Além de exercícios passados aos alunos com o propósito de analisar a escrita e a dicção, estes teriam, em boa quantidade, problemas e exercícios de matemática, seja por lazer ou por utilidade.

A cultura sacerdotal egípcia, por exemplo, relevando a história dos antepassados, é de certa forma um produto daquela concepção.

Os anos que, na história contada, separam a cultura egípcia e babilônica, daquela cultura da antiga Grécia, dada a escassez de documentos, dão a falsa impressão de que a humanidade dormiu e suas ações paralisaram-se.

A primeira fonte, depois daquele sono, constitui-se na obra de Homero³, e tão educativa é ela que às vezes nos faz esquecer o que pudesse ter havido em termos de educação naquele período.

A poesia da epopéia homérica gravada na *Iliada*⁴ e na *Odisséia*⁵, muito provavelmente escritas nessa ordem, proporciona dados contundentes de que o conceito de educação mudou e se aprimorou.

Os séculos VIII e VII a C, contados por Heródoto⁶ mostram um panorama que revela o alcance educativo-intelectual daquela obra. Nela surge o primeiro significado de *areté*⁷, a maior de todas as virtudes que um ser humano poderia

³ Homero: É considerado o primeiro poeta e educador grego. Dados históricos o situam por volta do século IX a.C. As incertezas que rondam a existência de Homero não interferiram na importância de seus dois poemas épicos, ainda hoje lidos e apreciados por muitos povos, *Iliada e Odisséia*. Essas duas obras constituem-se em documentos da história da Grécia naqueles tempos mais remotos, passados de geração para geração por via oral. A importância das obras homéricas na cultura ocidental vem desencadeando uma acirrada disputa entre várias ilhas gregas que se julgam a pátria de Homero.

⁴ *Iliada*: Poema épico constituído de vinte e quatro cantos, em que é apresentada a história do cerco de Tróia que durou dez anos. Deuses, semideuses e mortais revelam, em suas atitudes, ideais caros à cultura grega como a virtude, o amor ao combatente e a importância da argumentação. Destaque é dado a Aquiles, semideus que encarna as qualidades que um herói homérico deveria possuir.

⁵ *Odisséia*: Seu enfoque não é mais batalhas sangrentas, desencadeadas entre gregos e troianos, contadas na *Iliada*. São narradas, ao longo de vinte e quatro cantos, as vicissitudes pelas quais Ulisses, o protagonista dessa história, passa durante vinte anos, até retornar a seu lar em Ítaca. Pelo seu teor, trata-se de um poema composto numa fase mais madura do poeta.

⁶ Heródoto: Viveu por volta do século V a.C. Como historiador narrou a *História das Guerras Persas*.

⁷ *Areté*: Não há em nossa língua uma palavra que lhe seja equivalente, dada a amplitude do seu significado. Assim, "virtude", num contexto ético que envolve ideal cavalheiresco e heroísmo guerreiro, é o que parece aproximar-se de um possível sinônimo. (Jaeger, pp. 25).

atingir. Tão cristalina quanto água pura mostra-se a intenção formativa de Homero, quando dignifica o herói combatente e respeitador, na figura de sua principal personagem da *Iliada*, Aquiles.

As honras prestadas ao herói, o respeito fazendo-se verso, na ação do vitorioso frente ao derrotado, combinam com as histórias mitológicas intencionalmente elaboradas para levar ao leitor os valores do cavalheirismo e do respeito à ordem divina.

Uma concepção de educação diferente da mencionada entre os egípcios e babilônicos, porém com um propósito comum: relevar a ética frente à humanidade e aos deuses.

A influência homérica é incontestável, pois inúmeras são as ocasiões narradas em que o povo grego viveu as emoções de suas obras contadas para crianças e adultos. Transformando-se em obrigação o cantar dessas magníficas poesias, *Iliada* e *Odisséia* tornaram-se, conseqüentemente, indispensáveis ao ensino daquelas privilegiadas crianças. O propósito primário era, então, exercitar a memória, já que os cantos e as declamações eram de cor, mas também, como propósito essencial, ensinar a verdadeira *areté*.

Marrou resume:

“O verdadeiro alcance educativo de Homero residia alhures: na atmosfera ética em que ele fazia atuarem os heróis, no estilo de vida destes.”(p.28)

Assim, o valor do herói é intrínseco ao sucesso como o melhor e o processo que o fez chegar a esse ponto pode ser traduzido como a educação de Homero, que forma satisfatoriamente o homem grego.

Conseqüentemente, a verdadeira *areté* estava presente no herói que se pautasse por uma vida com brilho, independentemente de sua duração temporal ,o

que Homero tão bem expressou fixando como exemplo o magnífico Aquiles na *Ilíada*.

Poderíamos, neste ponto, resumir a formação do indivíduo, na concepção educativa de Homero, como fruto do cavalheirismo heróico individualizado, em que se concentram os potenciais devidos à habilidade corpórea na luta e à saúde espiritual frente ao respeito e à moral religiosa.

O Educador, centrado que foi por algum tempo na educação devida à *Ilíada* e à *Odisséia*, teve como propósito conduzir àquela *areté* que, em tempos mais remotos, chegou a reduzir-se quase que só à obediência, fosse ela devida à hierarquia humana ou à ordem divina.

Algo sempre se manteve vivo no que deveria fixar-se o Educador: na responsabilidade de fazer perpetuar a história, passando para seus descendentes os hábitos e os atos da humanidade, como exemplos e contra-exemplos formadores do futuro.

Hesíodo⁸, ao lado de Homero, foi considerado pelo seu povo o segundo grande poeta. Enquanto Homero valorizava a educação na cultura nobre dos heróis, Hesíodo o fazia em relação ao trabalho do camponês, enaltecendo os que lutavam com o campo, e que, por ventura, tinham competência para disputar a nobreza. Sua obra, mais tarde intitulada *Os Trabalhos e os Dias*, dignifica o homem em sua ação com a terra, o que fora o motivo da sua própria evolução. Assim, Hesíodo, além de divulgador de Homero, como atestam seus trabalhos, retrata a importância da justiça ao trabalhador e a sabedoria que lhe é natural.

Numa mistura de poemas que elevam a justiça e a mitologia homérica, Hesíodo põe-se moderadamente reacionário, na realidade e na imaginação.

⁸ Hesíodo de Ascrea : Viveu no século VIII a .C. Sua obra poética é caracterizada por um acentuado tom didático.

O que não podemos omitir, entretanto, é a preocupação que o atormentava de que o camponês, como os nobres, merecia a justiça. Tão grande era sua fé na justiça que, no seu poema *Os Erga* em que descreve a vida no campo, dirige-se, várias vezes, a seu irmão Perses mostrando que sobrepõe-se à desonestidade da nobreza a humildade menos abastada, justificando a virtuosidade desta última e as consequências da primeira.(Jaeger, p.91)

Não se pode negar a existência de uma boa didática na obra de Hesíodo e a força com que aparece o sentido da verdadeira virtude, como um caminho para o bom homem, o que comprova a eficácia dessa didática.

Seus poemas, na primeira pessoa, impõe a verdadeira *areté* como o êxito devido ao trabalho do homem bem intencionado. É a concepção da maior das virtudes se transformando.

A educação espartana e ateniense, a princípio influenciadas pela obra de Homero, aos poucos civilizou, como poderíamos rotular, a concepção de formação do homem, mediante os horizontes que lhes eram apresentados. A evolução, que fez Esparta priorizar o Estado e não o indivíduo, foi um primeiro passo para o enriquecimento devido ao inter-relacionamento humano.

Embora a educação espartana se fizesse principalmente no âmbito militar, paralelamente se processava em outros campos como na dança e na música, por exemplo, e neste caso permitia o acesso às mulheres e às crianças, livres, é claro.

Estes fatos são registrados nos escritos de Plutarco⁹. Ao lado deste, Tucídides¹⁰, por exemplo, conta a respeito da preparação física disciplinada de mulheres, para jogos.

⁹ Plutarco (46 - 120 a.C.): Nasceu na Boécia. Foi um biógrafo grego e escrevia sobre vários assuntos. Praticou filosofia em Atenas indo, às vezes, absorver filosofia em Roma. Sua principal obra é registrada sob o nome de *Vidas Paralelas*.

Tiveram, pois, as artes populares seu privilégio, embora num plano inferior ao militar, estimularam, sem dúvida, o polimento de seus praticantes assim como a organização e adorno nos cultos religiosos.

O fato de Esparta se tornar uma potência prematura lhe imprimiu um sentido que transfigurou o verdadeiro objetivo da educação. Atentos à segurança, dado o fato de ser uma cidade invejável, esqueceram-se seus nobres do indivíduo.

Assim, o uso indiscriminado de homens, mulheres e crianças na luta pela manutenção da hegemonia, tornaria Esparta desorganizada, levando-a a desorientação e a derrota.

Uma educação, que poderia ter dado certo, fora interrompida pela ganância desmedida ao lado do medo.

Mesmo assim, podemos tomá-la como exemplo nos períodos de hegemonia e decadência. No primeiro, relativamente à visão do indivíduo como integrante de algo maior com o qual estava comprometido, o Estado; no segundo, relativamente à cegueira que pode causar um Estado desorientado que afunila os seus propósitos para uma só “virtude”, no caso, a vitória militar.

Nesses tempos, digamos, entre os séculos VIII e VII antes da era cristã, Esparta se apresentou como exemplo de união, num primeiro momento, envolvendo seu povo de uma maneira ou de outra em obrigações com o Estado, quando a posse da criança, pelo Estado, após os 7 anos de idade, numa visão saudável, significava uma preocupação com o futuro da cidade.

Não há como não relevar, por exemplo, o empenho espartano quanto à ordem, sem dúvida um bom ingrediente para o sucesso.

¹⁰ Tucídides (460 – 395 a.C.): Historiador do século V a.C. Escreveu *História da Guerra do Peloponeso*. É considerado o criador da história política. Na sua história aparecem as técnicas e habilidades espartanas no treinamento para a luta e para a guerra.

Assim, a Esparta militar nos faz crer que seu verdadeiro sentido de educação era baseado sim, primordialmente, no treino para a luta, mas também no polimento devido a outras artes, impondo o indivíduo como um componente do Estado para o que, da melhor maneira possível, seu esforço deveria ser dirigido.

Ousaria definir um educador espartano como aquele que formava seu educando naquelas virtudes, tornando-o consciente do seu valor perante o Estado.

É novamente a *areté* se transformando da homérica individual para a espartana militar e voltada para o povo enquanto constituinte de uma nação.

O homossexualismo da Grécia do VI século a.C. teve sua contribuição educativa, uma vez que se tornava obrigação de amante ensinar o ente amado, seja no sentido da habilidade militar, seja no conhecimento de outras artes.

Apesar dos problemas causados por questões de fidelidade, essa cultura, nos devidos limites, contribuiu para a expansão educativa de homens e mulheres. Contudo, Marrou adverte que não devemos ser míopes culturais como alguns, já que não seria adequada uma comparação dos propósitos daquele homossexualismo com o que veio a se projetar bem depois.(p.51)

Entendemos esse momento da história como uma prova de que o que constitui a educação e, conseqüentemente, o educador é mais profundo do que pode aparentar. Assim, quando menos esperamos, amadurecemos e enxergamos fatos que nos fazem, através de boa reflexão, dar um salto rumo a esse horizonte.

Não seria, portanto, o caso de afirmar ser a sensibilidade uma qualidade (virtude) importante no educador que se pretende formar? Seria esta qualidade inata?

Como se houvesse um degrau, a história das ações devida às poesias de Homero e Hesíodo fez aquela nação crescer no sentido da verdadeira educação para

o povo. O esmorecimento da importância da valentia deu lugar ao empenho devido à justiça e ao viver bem.

Era nesse VI século antes de Cristo que a nação começava a mudar devidamente o seu rumo. A manutenção da ordem com vistas na harmonia, era reflexo de um pensamento que valorizava a individualidade (não o individualismo!) dando ao homem a responsabilidade do progresso do todo. Foi Sólon¹¹ um exemplo de administrador de leis, que lutou honestamente por um estado justo.

A transformação do significado de *areté* é, então, inevitável e necessária.

Com os pitagóricos¹² estimulou-se a investigação como o caminho da verdadeira aprendizagem. Assim, com a escola pitagórica inicia-se o que se denominaria filosofia, ou seja, um norte para desvendar a natureza do homem e do seu universo. Tais investigações fixaram-se nos cosmos interior e exterior da humanidade. Assim, Crotona, berço da sociedade pitagórica, como a denominavam, deu ao mundo o sopro da sabedoria emanado pelos primeiros filósofos e estudiosos,

¹¹ Sólon: Ateniense, viveu no século VII a .C. Foi um dos primeiros poetas líricos da Hélade. Suas concepções político-sociais estão registradas principalmente nos poemas *Elegias* e *Iambos*. Assim, o poeta legislador recuperaria a tranquilidade do povo ateniense reintegrando aqueles que haviam sido vendidos como escravos. Nos versos abaixo, que compõe *Iambos*, parte daquela história é contada:

“ Minha testemunha perante o tribunal da justiça
há de ser a grande Mãe dos deuses olímpicos ,
a Terra negra . Dela arranquei os marcos plantados
em todas as direções. Outrora escrava, agora é livre!
Trouxe de volta a Atenas, a pátria fundada pelos deuses,
muitos atenienses que haviam sido vendidos como escravos.
Uns o foram ilegalmente, outros, consoante o direito vigente.
De tanto errarem pelo mundo, arrastados pela miséria,
Alguns nem mais falavam a língua grega!
Outros vegetavam em torpe escravidão,
trêmulos diante de seus senhores.
A todos eu os tornei livres. Eis o que realizei com minha
autoridade, apoiando a força na justiça (...) ” (frag. 36) .

¹² Pitagóricos: Seguidores do pitagorismo. De seu fundador, Pitágoras(séc. VI a.C.), nada se sabe. As principais características dessa doutrina eram a crença na metempsicose(transmigração da alma), no fato de que todas as coisas são geradas a partir do número e num universo composto por dez (número divino constituído pela soma das dimensões, geradas por 1, 2, 3 e 4 pontos) astros, por razões de simetria.

aprimoradores e investigadores do conhecimento de seus antepassados, iluminando os caminhos do homem.

Num encadeamento naturalmente enriquecedor, os pitagóricos levaram aos seus sucessores um conhecimento que, aos poucos, diretamente ou não, estimularam o homem, dando-lhe boa consciência na busca do verdadeiro entendimento da natureza total, ou seja, na busca do que é preciso aprender bem. São numerosas as contribuições dessa cultura, principalmente para a Matemática, independentemente da efetiva veracidade autoral de seus conceitos e propriedades; a beleza harmônica que flui do Pentagrama que a simboliza parece condensar o potencial que ela representa afinal.

Portanto, a cultura que deu ao mundo os primeiros filósofos, ou ainda, os verdadeiros investigadores do sentido da vida, seja por via mística ou não, propiciou um novo pensar a respeito do universo e, particularmente, do homem.

Não é difícil fazer uma conexão entre a cultura pitagórica e a educação, já que aquela se pautava por esta, principalmente, na medida em que impunha a seus verdadeiros adeptos um código de conduta, por sinal bastante rígido. A seriedade com que seus integrantes se dedicavam aos estudos deu o tino dessa educação.

Podemos garantir, embora não tenhamos clareza da competência destes como mestres, que seus métodos deixaram caminhos que podem levar à boa consciência do que é preciso e de como aprender.

Com certeza, a história guardou na sua subconsciência a essência desses valores e esta se estendeu entre seus seguidores, para o bem da educação.

Na poesia de Luiz Mauro Rocha, intitulada *Tributo a Pitágoras*, fica um sentimento de profundo agradecimento à cultura pitagórica:

“Desse Deus-Número, único e onisciente,
Que criou o Cosmo, perfeito e organizado,
Foi Pitágoras de Samos, o Filho, o Crente,
Da confraria o Grão-mestre bem-amado!

Essa divina Vontade-Harmonia revelada;
Esse juramento de segredo e obediência...
A Aritmo-Geometria na mônada firmada,
Mas prestando à Tetractis reverência!

Criaram os pitagóricos a Ética e a Moral,
As Ciências, a Música e a Filosofia...
A fonte de toda Cultura Ocidental!

Pitágoras assimilou toda a problemática,
Foi o Cérebro, o Santo, o Pai, o Guia...
E dele nasceu, grega e pura, a Matemática!”

É novamente a arete anexando à justiça o valor do profundo e verdadeiro saber. Faz-se presente a filosofia, portanto.

Ora, se houve um educador nesses tempos, foi ele o responsável pelo estímulo a essa forma de investigação, à busca da verdade em seu âmago, independentemente do objetivo de estudo.

Para os pitagóricos, foi o número a melhor expressão divina de coerência e, por esse motivo, por uma associação acertada, acreditavam eles ser possível entender o universo.

Afinal, é preciso crer de corpo e alma no que o objeto é para transmiti-lo ao outro e assim teremos o melhor para a educação.

Educar é simples e difícil. Simples porque provém de uma atitude que deveria ser óbvia para o homem consciente; difícil porque o homem não tem padrão de ordem para o ensino.

Um exemplo simples e difícil é o que segue:

Um professor, durante a realização de uma prova, foi surpreendido por falta de energia elétrica depois de 80% do tempo destinado à mesma. Obviamente, a prova foi realizada no período noturno e teve o professor que as recolher imediatamente. Alguns alunos haviam concluído a prova, outros quase, outros 50% etc. O professor viu-se num impasse, fruto da consciência atordoada pelo senso de justiça. Sendo ele “novato”, consultou alguns professores mais experientes. Dando antecipadamente algumas alternativas, como:

- anular a prova,
- fazer outra e dar a média das duas como nota efetiva,
- corrigir a prova como foi entregue e atribuir a nota,
- devolver as provas e dar os 20% do tempo restante.

É interessante observar que o professor quer ser justo, porém sem contemplar o que seria justo também para o educando. Afinal, quem fez a prova?! Inesperadamente surgiu uma alternativa, dada por um professor que teria passado pela mesma experiência:

- dar uma outra prova aos alunos que quisessem nova oportunidade

Pareceu uma boa alternativa, apoiada que foi de pronto pelo professor envolvido e endossada pelos demais ali presentes no momento.

Independentemente de ser a melhor alternativa, eis o que absorvi dessa nobre experiência.

O senso de justiça se aprimora quando nos colocamos, realmente, também no lugar do outro e aí uma decisão difícil pode tornar-se obviamente simples. Se esta não for simples, pelo menos nos dá a consciência do melhor para a justiça.

É, contudo, difícil achar a ordem para harmonizar a ação e tanto mais o será, se o professor fixar em si a razão desta.

Acreditamos, enfim, que o egocentrismo torna a alma míope e as decisões complicadas, no processo ensino-aprendizagem.

Aos poucos a *areté* se constitui em verdade filosófica, uma constatação que podemos ler no bom livro de Jaeger¹³ sobre *A formação do homem grego*, onde principalmente as idéias de Empédocles¹⁴ e Xenófanes¹⁵ marcam início da nova linha, sob a qual devia formar-se o homem grego, no sentido da investigação científica, mediante um método, no caso, a filosofia.

Era lançada uma semente no fim do século V a.C, uma Atenas verdadeiramente dotada de novos rumos para a educação.

Na história de Tucídides, a nova Atenas se desarmou e o século quinto primou culturalmente.

A inclinação do homem livre dessa cidade passou a ser pela educação física e mental. A primeira principalmente pelo esporte. A mente se fazia modelar através da dança, da música e da memória.

As culturas poética e sofística davam, não só à nobreza, mas também ao povo, a oportunidade de conhecer e interpretar seus poetas, nas figuras principais de

¹³ Werner Jaeger (1888 - 1961): Foi um estudioso do mundo helênico. Boa parte deste trabalho foi realizado mediante estudos de sua obra *Paidéia, a Formação do Homem Grego* (originalmente, *Paideia, die formung des griechischen menschen*).

¹⁴ Empédocles (483 - 430 a.C.): Nasceu em Agrigento, na Magna Grécia. Democrata, místico e médico. Para ele o *Ser* é eterno e indivisível mas não único e imóvel e tudo se resume numa combinação de ar, terra, fogo e água. (*Os Pensadores, história da filosofia*, p.34)

¹⁵ Xenófanes de Cólofon (576 - 480 a.C.): Filósofo grego. Foi crítico da poesia de Homero e da de Hesíodo, por eles terem escrito que os deuses provocam malefícios aos homens, como forma de ensinamento. Segundo Xenófanes, não há nada que os deuses façam que possa provocar o mal, donde a incoerência de várias passagens nas obras de Homero e de Hesíodo. Para o filósofo grego, o aprendizado acontece por outros caminhos.

Teógnis¹⁶, Píndaro¹⁷ e Sólon, bem como, os sofistas, representados pelo seu maior expoente Protágoras¹⁸.

Era tempo de transformação política levando a aristocracia à democracia de privilegiados.

Essa nação começara a se preocupar com o homem comum, dando-lhe a oportunidade de estudar e atingir a classe nobre; era o feliz início do que se constituiria em educação, vulgarizando-se para o bem do Estado.

Não tardou o aparecimento da escola, em seu nível ainda rudimentar, como consequência óbvia do número de interessados aos quais era permitido estudar.

A maior contribuição para a educação da época deve-se aos sofistas, devido a dois fatores principais: menor distância entre mestre e discípulo e a ordem imposta para esse contato. Mercenários ou não, foram eles os primeiros estudiosos a estabelecerem uma estratégia para tornar o aluno o que pretendesse ser.

Ao mesmo tempo em que se ensinava a técnica da argumentação aos nobres, fazia-se chegar ao povo livre, a retórica. Entre outros, são citados como

¹⁶ Teógnis de Megara (VI - V a.C.): Poeta que se expressava por máximas (gnômico), com a mesma consciência aristocrática de Píndaro, ou seja, de que a nobreza deve ser perene, não podendo, para o bem da nação, ser perturbada por ações e movimentos renovadores. Através da sua obra sabemos das difíceis condições sociais não só de Megara, mas também de cidades vizinhas o que, de certa forma, enriquece o conhecimento histórico daquela região.

¹⁷ Píndaro de Tebas (522 - 443 a.C.): Grande poeta lírico grego. Em sua obra, como na de Teógnis, ele mostra a cultura aristocrática, sob uma visão mais religiosa e centrada nos ideais de perfeição humana. Nela também aparece a luta da nobreza pela manutenção de sua posição social. "Píndaro é a revelação de uma grandeza e de uma beleza distante, mas digna de veneração e honra." (Jaeger, pp 250)

¹⁸ Protágoras (485 - 410 a.C.): Considerado o primeiro e melhor sofista. Autor da célebre frase "O homem é a medida de todas as coisas", na qual, não expressa obviamente descrença divina porém dá ao homem o direito do livre arbítrio.

majestosos, o retórico Górgias¹⁹ e o sofista Protágoras, sendo este último considerando um bom profissional, mesmo por filósofos que criticavam sua forma de vida, principalmente Sócrates.

A poesia que levava ao estudioso uma visão mais clara da sociedade humana, como a dos sucessores de Ésquilo: Eurípedes²⁰ e Sófocles²¹, assim como as ações dos sofistas, deram, enfim, um novo norte à educação; mudaram o pensamento de uma nação e, portanto, transformaram o regime político como consequência dos desajustes entre o comodismo do poder e a bravura do governado esclarecido. Apesar dos reflexos dessa mudança resultarem em guerras internas e externas, ficou o germe de uma educação digna de análise em qualquer época.

Nas palavras do poeta Píndaro, um aristocrata que zelava pelo antigo nobre, está clara a imagem de que o valor do homem está no nível de sua criatividade, assim como na consciente moderação de sua ambição. Disse ele:

"A glória só tem pleno valor quando é inata. Quem só tem o que aprendeu é um homem obscuro e indeciso, jamais caminha com passo firme. Apenas esquadrinha com imaturo espírito mil coisas altas." Um nobre pensamento de educador para a época. (Jaeger, p.265)

Não menos importante é a máxima de Protágoras:

"O homem é a medida de todas as coisas", impondo-lhes uma métrica para a justiça e, conseqüentemente, para o viver bem, independentemente da vontade dos deuses.

¹⁹ Górgias (483 - 376 a.C.): Sofista e retórico grego. Deixou-nos contribuições na retórica prática e teórica. Era natural de Leontini na Sicília. Górgias, muito embora tenha recebido atenção especial da parte de Platão, era tratado mais como retórico que filósofo. Górgias morreu na Tessália.

²⁰ Eurípedes (485-407 a.C.): Era o mais jovem dos três principais poetas trágicos gregos, sendo os demais Ésquilo e Sófocles. Seguidor das idéias de Xenófanes. Morreu na Macedônia.

²¹ Sófocles (V a.C.): Poeta trágico grego. Foi sucessor de Ésquilo. Sua tragédia fundamenta-se no fato de que, de acordo com a lei divina, uns pagam pelos erros dos outros. Alguns estudiosos consideram o drama de Sófocles, que pode ser exemplificado com *Édipo-Rei* e *Antigone*, de incomparável beleza e objetividade.

A hegemonia ateniense fora a razão da sua própria decadência, de certa forma propiciada por uma administração centralizadora de Alcebiades²² e que Jaeger expressa, na visão de Tucídides como:

“Na realidade, Alcebiades superava-o (Nícias) amplamente em qualidades inerentes a um chefe propriamente dito, embora conduzisse o povo por caminhos perigosos e não fizesse nada sem pensar em si próprio.” (Paidéia, p.465)

Mas Atenas ganhou com Sócrates²³.

Os tempos de Sócrates e Platão estimulam aqueles que investigam o eterno aprofundamento de suas idéias, gerando sempre a re-interpretação, num movimento que parece ser imposto pela própria dialética, realimentando o prazer da investigação.

Nesse momento, não é fácil resumir o significado dessa cultura, que tanto contribui para a educação e, especificamente, sob a ótica de muitos, para a formação do educador. Cada diálogo, suas conseqüências diretas nos interlocutores e indiretas nos interessados, parece cavar o espaço na discussão da educação. Sua integridade não nos oferece oportunidade de síntese absolutamente satisfatória.

Dado o panorama acima, e sempre visando à cultura neoplatônica (sucintamente explicada no capítulo seguinte) e seus benefícios para o caráter de Proclo (a personagem principal deste trabalho), enquanto “educador matemático” no séc. V A.D., é de minha vontade, dentro do espírito mais honesto possível, abreviar o que representou a cultura socrática no *platonismo*²⁴ e, então, na educação.

²² Alcebiades (450-404 a.C): General ateniense, seguidor de uma política individualista. Era considerado competente por Tucídides em questões de comando. Porém, não refletia os caminhos sobre os quais o povo deveria trilhar para alcançar seu objetivo. Foi advertido pelo sensato Nícias por sua precipitação inconseqüente em relação a guerras, o que de nada adiantou.

²³ Sócrates (469-399 a.C): Nasceu em Atenas, sendo filho de um escultor e de uma parteira. Fundador da maiêutica, nada deixou escrito já que prezava pela memória. O que há de sua nobre cultura constitui-se de um notável empenho de seu melhor discípulo e sucessor Platão, registrada em célebres diálogos.

²⁴ Platonismo: Doutrina de Platão, fundamentada, principalmente, nos seguintes princípios: *teoria das idéias* (busca o conhecimento científico em objetos que não são da natureza sensível e portanto imutáveis e unos), superioridade da sabedoria (a filosofia tem como meta principal a justiça) e *dialética* (investigação profunda, por meio do diálogo, do que é o ser procurado, busca da essência.).

Não podemos, às custas da verdade, justificar a importância do que se inscreveu no papel ou nas mentes de estudiosos daquela filosofia. Ora, uma análise do significado de seus ensinamentos é suficiente para saber que, seja como for, é um estudo sério e que realmente traz benefícios àqueles que o experimentam.

Assim, deixo de lado o que for motivo de dúvidas, para ater-me única e simplesmente ao que bem nos venha a orientar na direção da educação do homem.

Na história de Sócrates, contada por Platão, através dos diálogos, há um fio, o mais importante, o da busca da verdade absoluta, sem limites. Um caminho que procura a verdadeira virtude, a virtude das virtudes e que com isso propicia a ramificação do campo de investigação, levando seus estudiosos a aprenderem ciência e/ou artes.

A democratização do ensino ateniense, devido ao número de adeptos, teve como consequência a necessidade de utilizarem-se locais apropriados, levando os interessados, à praça pública, ao encontro da dialética socrática, que a um só tempo chegava aos interlocutores e aos ouvintes.

A impressão que fica é que à medida que o tempo passava, os diálogos selecionavam naturalmente os seus interlocutores, permitindo ao mestre maior aprofundamento. Assim, além de constituírem uma elite privilegiada, acabavam por destacarem-se os que realmente buscavam a verdade através da sabedoria. A filosofia mostrava-se como método de aprofundamento na investigação do Ser e parece que essa concepção e suas consequências sempre acabavam por calar seus interlocutores, deixando-os às vezes perplexos frente ao que equivocadamente pensavam das coisas.

Tal método de investigação, sempre na busca do Bem, tinha como propósito compreender a natureza, em essência, de cada Ser, estudando o melhor caminho para atingir esse objetivo. Foi esta concepção que alimentou toda a ação de Platão quando direcionava suas idéias para a constituição do bom Estado.

O melhor e mais fiel discípulo de Sócrates uniria sua adoração ao íntegro mestre à perspicácia adquirida com a maturidade intelectual introspectiva, principalmente através do seu mestre.

Platão se faz transparente nos diálogos, quando expõe seus objetivos. Portanto, são estes um “raio-x” das almas sua e de Sócrates, em que, às vezes, confundem-se mestre e discípulo.

A forma como cada diálogo impõe a investigação da essência da virtude, parece oferecer um método de ensino que proporciona ao estudante a fixação perfeita do conceito procurado.

A busca no Outro da resposta às indagações do Eu torna a dialética o principal caminho de investigação, fazendo brotar do discípulo a reflexão e o entendimento frente às concepções equivocadas do objeto investigado.

A procura do conceito de virtude bem como a possibilidade de ensiná-la mais precisa e incisivamente, sem dúvida, estimulam seus interlocutores não só à opinarem e aprofundarem-se mas também a mostrarem-se como seres humanos que são. A compreensão desse conceito, com base na natureza humana, tornou-se motivo integrante da discussão de maior importância, pois era preciso reparar a alma de suas falhas para aprender.

O que gostaríamos de deixar claro, afinal, é que na discussão o foco não pode ser perdido e tudo que a ele converge deve ser esclarecido, o que nos pode levar a aprender conteúdos de outras áreas.

Uma boa idéia da importância do aprofundamento pode ser tirado da República de Platão, em que a principal virtude constitui-se na justiça.

Da investigação dessa virtude resulta um estudo que abrange desde a justiça comum e aparente, até o conhecimento profundo da ciência como matemática e dialética, reconhecidas como primordiais na formação do bom administrador.

Enquanto alguns diálogos tratam do que hoje chamamos ciências humanas, outros impõem a necessidade do conhecimento do que denominamos ciências exatas.

A força com que Platão faz seus diálogos apresentarem a boa educação e esclarecerem o melhor caminho para uma política saudável e o fato da decadente e esquecida educação de hoje, são razões que impulsionam nossa consciência a reler e tentar entender os objetivos da filosofia da Academia.

É preciso fazer renascer a *areté* Socrática, revitalizando a importância dos mitos, como afirma Antonio Jorge Soares, trazendo a tona princípios de conduta, com bons resultados para os nossos jovens. Em sua obra "Dialética, educação e política", Soares faz uma análise sucinta do método dialético através dos diálogos *A República* e *As Leis*, de Platão, e a oferece como contribuição à educação, com base fundamental no propósito de que para boa política é preciso uma boa educação, um caminho sugerido e apresentado, principalmente, nesses diálogos. Não deveríamos reler Platão, já que há, em sua obra, orientações sobre o aprofundamento na investigação? Não seria bom que o aluno soubesse como aprender realmente, orientado por um professor com consciência de educador?

Embora o mundo atual seja dotado de muitos campos de conhecimento, o processo através do qual podemos atingir o âmago desse conhecimento, em sua essência, parece ser o mesmo. Por que não buscá-lo?

No estudo dessa Atenas, que deu ao mundo, entre outros, Platão, encontramos uma arquitetura de educação que realmente faz valer o conhecimento do sensível como o impulso para o inteligível, conectando o corpo à alma. Desta forma, satisfaz-se o pensamento de Sócrates, de que é preciso tornar saudável o

físico, através do exercício e da boa conduta e a mente através da instrução racional e científica.

Assim, a academia de Platão, como um aprimoramento da escola pitagórica, fez Atenas prosperar intelectualmente, apesar das lutas externas e internas.

Da mística explicação do mundo através do seu mais fiel representante, o número, segundo os pitagóricos, ao estudo da correta argumentação, no senso platônico, com base neste caso na geometria, aquela nação viveu o verdadeiro sentido do termo prosperidade.

Mas a matemática em si era tão importante que nada pode conter sua expansão, acabando por constituir-se na mais nobre ciência, fonte onde bebem todas as demais ciências cujos desenvolvimentos dependem da argumentação racional.

A Academia fez para a humanidade uma séria proposta de ensino.

Insistia-se na descoberta de um método que fizesse o mestre e o discípulo aprofundarem seus conhecimentos no sentido da investigação do objeto em estudo, um caminho que, com cautela e sabedoria, levaria ambos ao encontro da verdadeira natureza do ser.

Foram muitos os estudiosos que, direta ou indiretamente, absorveram e propagaram aquela cultura, sendo a obra de Euclides – *Os Elementos* – uma das maiores, senão a maior, contribuição da matemática grega para o homem.

Tal trabalho, recuperando a matemática de seus antepassados, constitui-se na mais rica fonte de pesquisa no gênero. Uma exposição invejável, principalmente sob o ponto de vista das argumentações, sempre levadas aos pormenores, não deixando nada a esclarecer.

Como exemplo, propositadamente, citamos o primeiro livro dos treze oficialmente reconhecidos como *Os Elementos*. Este trata da geometria plana até triângulos e quadriláteros especificamente, sendo comentado magnificamente por Proclo, objeto principal deste trabalho.

Euclides de Alexandria, considerado um bom professor, é exemplo característico, portanto, do educador de seu tempo e, ao mesmo tempo, um marco da evolução desse profissional entre os séculos IV a II a.C.

É importante ressaltar que, já nesses tempos, quem pretendesse o bom ensino e a aprendizagem satisfatória como consequência do primeiro, não poderia deixar de lado a filosofia, nem a gramática (retórica), por serem estas fundamentais para o “mergulho” e argumentação no que quer que se buscasse.

Era a filosofia platônica deixando no ar a possibilidade de uma educação que tornaria a humanidade consciente da natureza e do que teria que compreender.

Por exemplo, a geometria carecia de um método para atingir o âmago de seus objetos, num movimento que, por fim, desvendaria a natureza de tais objetos. Deste caminho eram consequências a coerente nomenclatura e a beleza do texto na argumentação.

Elitizada ou não, individualizada ou não, dirigida ou não, aquela educação fixou um rumo que buscava o progresso da alma e o amor ao objeto de estudo em si.

Tal rumo, entrelaçando-se com aqueles da busca do bem material, deram como frutos a educação que associava a evolução espiritual com o sucesso material.

Poderíamos conjecturar um Educador nestes tempos como o proporcionador daquele aprofundamento, no sentido de desenvolver no discípulo o prazer deste movimento em função das respostas que obtinha. Deveria, portanto, o Educador estimular esta ação dialética do “vai-e-vem” que, aos poucos, fixa as

verdades relativas ao ser investigado, até chegar ao seu conceito, definição, natureza etc.

Parece-nos complicado explicar em que se transformou, afinal, a *areté* homérica. Não seria pretensão destes antepassados atingirem a verdadeira e última definição da *areté* como o resultado da Educação Total? Sabendo-se que tal Educação jamais foi atingida?

Em alusão a esse período, poderíamos tentar esboçar um Educador Matemático: aquele que, com a devida consciência de aprofundamento, transferia para o discípulo semelhante comportamento tornando um só o interessado e o objeto matemático investigado, fazendo este aprender a aprender, sem pressa e, portanto, valorizando a qualidade do saber matemático em cada etapa.

Acreditamos que, para entender o Educador, é preciso afastar-se do objetivo profissional do educando! Que o educando, em um primeiro momento, deveria também se distanciar desse objetivo, amadurecer e aprender!

Embora se explique a Grécia antiga, principalmente com base na escola ateniense, a verdade é que o império romano tem sua hegemonia sobre a Grécia por mais de 1000 anos, desde o século IV a.C. !

Mas a cultura romana não se impôs e, ao contrário, passou a absorver a helênica, o que permitiu inscrever-se na história como cultura greco-romana.

Na verdade, na história dos propriamente romanos não se encontra uma preocupação com a boa educação e sim com o controle do povo.

Os anos daquela civilização foram marcados pelo poder do Império e da Igreja. Quando a cultura, permitida a uma minoria privilegiada, mais próxima daqueles dois, portanto, centrava seus propósitos na retórica, um caminho óbvio para quem tivesse, por direito, criar leis.

Em acordo com Marrou, Mueller, em seu artigo *Filosofia e Matemática no Comentário de Proclo ao Primeiro Livro dos Elementos de Euclides*, afirma que aquele povo greco-romano, na época, eliminou a matemática das escolas em detrimento das então necessárias letras e retórica.(Lecteurs,p.306)

O cristianismo, que aos poucos adquiriu forças como consequência dos dissabores que levaram a população à descrença no politeísmo, tornou-se oficialmente a religião do império já em meados do IV século de nossa era. E então, o império cristão calou, por pelo menos três séculos, estudiosos pagãos, e entre eles alguns do círculo de Proclo, incluindo-o, obrigando-os ao exílio, pelo menos temporário.

Porém, apesar dos transtornos causados pelo binômio religião e poder, em que um usou o outro sempre no sentido da dominação, as escolas do império puderam traçar seus cursos normais, preservando algumas delas os caminhos da educação helênica.

Conforme explica Muller no prefácio do Comentário de Proclo ao Primeiro livro dos Elementos de Euclides, Marco Aurélio, imperador romano em IIA.D. criou cadeiras de filosofia, contemplando quatro linhas: Platônica, Aristotélica, Estóica e Epicurista, assim como uma de Retórica, como exemplo da manutenção daquela cultura e um impulso à sua continuidade.(Morrow,p.xiii)

Ensinava-se medicina e direito como conteúdos técnicos; letras, retórica e filosofia como conteúdos superiores.

A considerar que o império romano, nos primeiros séculos da nossa era, não nos dá prova de progresso, principalmente em relação à matemática, uma ciência tão respeitada e desenvolvida na antiga Grécia, concluímos que aquele período não foi tão cientificamente próspero. Um panorama que, certamente, sugere a falta de empenho do Império no sentido da verdadeira cultura para aquele povo.

Pouco ou nada se sabe sobre a concepção de ensino nesse momento da história e, conseqüentemente, sobre o trabalho do mestre. Mesmo considerando-se a educação para um grupo privilegiado, esta não aparece na sua forma “didática”. A boa formação, no ambiente daquele império, foi, no mínimo, equivocada .

Os mestres não se preocupavam com o discípulo no sentido de uma boa formação, mas com o que deveriam “engolir”.

Imaginemos, então, alguém imerso nesse contexto, que não se deixou levar pela “mesmice” comportamental daqueles professores, sobrepujando de forma perspicaz a crença oficial, que menospreze tudo o que há de bem material, inclusive a sua própria saúde, e que se aprofunde em estudos que o levariam ao melhor entendimento da humanidade na sua essência.

Ora, os relatos que mostram um Proclo preocupado com a boa conduta provam seu empenho como professor de matemática e filosofia, que a todo tempo estimulava o aluno à investigação e à descoberta.

Não há dúvidas também de que, naquela nação, que passava por problemas relativos à sua própria identidade, Proclo é evidência de contraste cultural, refletindo uma luz que ajudaria a iluminar os caminhos da educação e vislumbrar um sentido para uma vida saudável.

Seria Proclo um fervoroso praticante de cultos por não ver, infelizmente, outro caminho que possibilitasse a ascensão do homem comum?

Afinal, o que melhor incluiria um homem em sua sociedade que o saber aprender e a ética desenvolvendo o devido respeito à natureza total?

CAPÍTULO III

UM PERFIL DE PROCLO

Neste capítulo, a pretensão é esculpir o homem Proclo, gradativamente, tomando fundamentalmente como base, num primeiro momento, sua biografia, segundo seu discípulo Marino²⁵. A medida em que esta história evoluir, nela esclareceremos suas ações e influências dentro das características a serem evidenciadas.

Porém, antes disso, expomos a seguir o que significou o neoplatonismo com o objetivo de mostrar o ambiente filosófico em que ele atuou.

A Academia de Platão foi extinta antes da nossa Era. Assim, seus reflexos para a cultura da humanidade foram abrandados, o que, conseqüentemente, faria desbastar-se com o tempo o monumento filosófico ali construído. De certa forma, a filosofia da Academia esteve ausente por pelo menos dois séculos.

Felizmente, em II A.D., Marco Aurélio criou cadeiras de filosofia e retórica com um currículo que reergueria o Aristotelismo, o Platonismo, o Epicurismo e o Estoicismo, fazendo respirar novamente o pulmão da Academia de Platão. Esta brilhante iniciativa permitiu ao egípcio Plotino (205-270A.D), de Licópolis (hoje Asiut , alto Egito), reinaugurar aquela filosofia em Alexandria. Com ele nasceria o neoplatonismo, uma filosofia que acumulava o platonismo, o misticismo e a religiosidade.

²⁵ Marino: Viveu entre os séculos V e VI A.D., e foi sucessor de Proclo na escola de Atenas, no final do século V. Segundo Thomas Taylor , parece ter sido Marino um bom filósofo, com conduta exemplar mas pouco de seus escritos fora preservado.

Sendo Plotino, discípulo e admirador do "filósofo da vida", Amônio, tornou-se um verdadeiro filósofo e se fez presente nos vinte e cinco anos de ensino de Filosofia em Roma. Sua maior contribuição está registrada na obra *As Eneades*, assim denominada por ser esta reunida em seis grupos de nove por seu discípulo Porfírio, antes que fosse tomada como autoria de outrem, ou extraviada. São livros de alto teor filosófico, refletindo fortemente a cultura da Academia.

Porfírio (III-II A.D.), mais matemático, faria propagar o neoplatonismo também no campo científico. Este teve como discípulo Jâmblico (IV A.D.), mais místico e pitagórico. Jâmblico teve mais sorte que seu mestre e sua escola na Síria prosperou dando-lhe muito mais fama.

Do século III ao IV A . D, as escolas neoplatônicas elaboraram seus currículos específicos com base em idéias e ações destes dois estudiosos, por mais um século pelo menos:

- Introdução à lógica - Porfírio
- Lógica (Categorias, Sobre a Interpretação, Analítica Prioritária, Analítica Posterior, Tópicos) - Aristóteles
- Ética (comum e política) - Aristoteles
- Física (Física, Sobre o Paraíso, Geração e Corrupção, Meteorologia e Sobre a Alma)
- Matemática (entre outros: Euclides, Nicômaco, Aristoxeno e Ptolomeu)
- Teologia ou Filosofia Inicial (na Metafísica de Aristóteles)
- Diálogos de Platão

1º ciclo

- Introdução (Alcebiades I)
- Ética (Górgias, Fedon)
- Lógica (Crátilo, Teeteto)
- Física (Sofista, Político)

- Teológica (Fedro e Banquete)
(Filebo)

2º ciclo

- Física (Timeu)
- Teológica (Parmênides)

Com base no currículo acima Siorvanes conclui:

“On the curriculum topics, I should like to mention two: the role of mathematics and the relationship of the Timaeus with the Parmênides.”
(p.118)

Aliás esta relação foi avidamente buscada por Trouillard em sua obra *L'Ame e L'Un selon Proclus*.

Sem dúvida um currículo invejável, em que o discípulo tinha o privilégio de absorver no neopitagórico Nicômaco (I-II a.C.) a boa aritmética, em Euclides a bem ordenada e argumentada geometria, em Ptolomeu a astronomia e em Aristóxeno (IV a.C.) a boa teoria de proporção e harmonia musical.

Com o quadrívio como base, teria o discípulo, portanto, condições de estudar e compreender, afinal , a filosofia.

Como Proclo ensinava política com base na República de Platão e no Político de Aristóteles, Siorvanes acredita que a leitura e entendimento desses diálogos fariam parte do currículo.

A Atenas do século V A.D. sediava o principal centro de difusão da cultura neoplatônica, mais precisamente, na casa de Plutarco, Siriano e Proclo. Tal escola atingiu seu ápice no comando de Proclo, discípulo dos dois primeiros que não mediu esforços para inová-la e torná-la centro da antiga e clássica Grécia.

Os últimos neoplatônicos admitiam sete virtudes: a natural (beleza física), a ética, a política, a cívica, a purificativa, a contemplativa e a paradigmática (referente aos imortais), obviamente aprendidas, em sua maior parte, na obra de Platão.

Quando o imperador romano Justiniano fechou a escola de Atenas no VI A. D., o neoplatonismo sucumbiu com ela, pelo menos oficialmente. Eram tempos realmente difíceis nos quais o cristianismo impunha-se à cultura pagã. Porém, não se pode negar a influência dessa cultura filosófica nos séculos que se seguiram. Ela está registrada no campo da arte, da filosofia da matemática, da poesia e, portanto, nos currículos de várias escolas ocidentais.

Enfim, a escola neoplatônica ²⁶ instaurada por Plotino, propriamente, além de formar indivíduos criteriosos, em termos de busca científica, tinha como objetivo principal a compreensão da filosofia da Academia e sua aplicação na investigação. Teve Proclo como último e melhor propagador, aprimorando seu currículo, sempre culminando com o estudo do Timeo e de Parmênides.

Proclo nasceu em Bizâncio ²⁷ no ano de 412 A. D., sendo filho de Marcela e Pátroclo, legitimamente casados e ambos da Lícia (sul da Ásia Menor). Às vezes a pátria dos pais é erroneamente atribuída a Proclo, sendo chamado o liciano.

No início da juventude, ficou por pouco tempo na Lícia, indo ao Egito, em Alexandria, talvez com o propósito de aperfeiçoar seus estudos de gramática. Além de adquirir bons hábitos da conduta moral comum, Proclo teve o privilégio de poder absorver a cultura retórica do sofista Leonas. Era ele tão bem quisto, que fora tratado como um filho por este e sua esposa. A admiração que Proclo teve pela cultura sacerdotal egípcia levou-o ao estudo sem medida daquela cultura. Sua

²⁶ Neoplatonismo, em resumo, tem como fundamentos: a busca da verdade, compactuando ciência e religião; sendo Deus o Bem e tudo derivando dele, sendo que quanto mais distante de Deus, menos perfeito; a transcendência por interiorização divina faz o homem retornar a Deus (Abbagnano, dic. fil.)

²⁷ Bizâncio: Cidade do cristão império romano do oriente, naquele século V. Hoje, Estambul.

inclinação o levou a conhecer e estudar com o gramático Orion, um expoente oriundo da cultura sacerdotal daquele país.

A escola de professores romanos também complementou sua linguagem, já que, a princípio, enveredaria no estudo das leis, na direção da profissão do pai. Porém, na sua idade mais avançada dedicou-se à retórica e teve o privilégio de conhecer alguns escritos de filósofos que o inspiraram e lhe deram a luz para a qual dirigiu o olhar de sua alma .

A afeição pela cultura sacerdotal Alexandrina o fez retornar e estudar, com Olimpodoro e Heron a doutrina aristotélica e matemática, respectivamente. O primeiro admirava tanto o jovem bizantino que lhe ofereceu sua filha em casamento. Era, portanto, Proclo uma pessoa simpática e cativante, sem dúvida, e mais, com vontade de saber.

Trazendo em seu âmago o respeito a vultos da história, incluindo a importância que desde cedo conseguia enxergar no saber retórico e filosófico, Proclo se fazia com personalidade singular.

Proclo foi também um jovem bem aparentado e com excelente potencial intelectual.

Acrescentou-se a esta natural personalidade, bons hábitos de conduta ética e religiosa.

É justo afirmar que a etapa marcada pela sua segunda ida à Alexandria propiciou-lhe a visão deslumbrante de um horizonte que o conduziria de corpo e alma à cultura filosófica. Enfim, seja pela adoração de seu discípulo e fiel sucessor, Marino, seja por uma aproximação involuntária da alma, Proclo inclina-se à filosofia por meio divino gravado em seus sonhos. Esta afirmação aparece na biografia de Marino por mais vezes e este parece ter acreditado, como outros, em tal privilégio espiritual de Proclo!

Induzido ou não, por seus sonhos, Proclo viajou para Atenas em busca do conhecimento da verdade deixado pela Academia. Então, aquele que por alguns seria considerado um sucessor de Platão, começava a definir o seu campo de estudos e investigação: a filosofia.

Apesar de ser convidado aos estudos da retórica, Proclo preferiu os da filosofia indo, contudo, ao encontro de Lacares, um estudioso daquela ciência na companhia de Siriano. O jovem bizantino, com menos de vinte anos, impressionou seus interlocutores que logo o iniciaram naqueles estudos.

Apresentado a Plutarco por Sirinano, tão grande foi a satisfação daquele que o admitiu como discípulo e hóspede. O velho mestre Plutarco o levaria a conceber uma vida filosófica.

Os comentários de Plutarco às obras *Sobre a Alma* de Aristóteles²⁸ e *Fédon* de Platão, colocaram Proclo no começo do caminho que o conduziria ao horizonte almejado.

O tratamento de pai para filho dedicado por Plutarco incluía a advertência de que a ingestão moderada de carne lhe faria bem, em termos energéticos, e que, portanto, a sua abstinência, reflexo da boa conduta na visão de Proclo, poderia trazer-lhe complicações para a saúde. Mas, nem Plutarco nem outro ser humano o faria mudar sua conduta excessivamente controlada, desde a juventude.

Em aproximadamente dois anos, com a morte de Plutarco, Proclo passou a ser discípulo e hóspede de Siriano, a pedido deste.

²⁸ Aristóteles (384 - 322 a.C) O mais eminente discípulo e sucessor de Platão na Academia, veio da Macedônia para incorporar-se em Atenas à Academia de Platão com aproximadamente dezoito anos. Teria ele passado vinte anos lá, um testemunho que consta de uma carta que escreveu para o rei Filipe da Macedônia. Sua incontestável influência no mundo ocidental se deve ao nível de sua argumentação.

Por quase dois anos, leu ,com seu novo mestre, as obras de Aristóteles, ou seja *Ética, Política, Física e Ciência Teológica*.

Os estudos dos trabalhos de Aristóteles com a conotação de “pequenos mistérios” tinham como propósito a preparação do discípulo aos estudos da magnífica obra platônica, muito maior em quantidade e profundidade, que relativamente se conotaria como “grandes mistérios”.

Apesar de ter estudado a *Política* de Aristóteles e a *República* e as *Leis* de Platão, Proclo não passou de um orientador de pretendentes da vida política ou daqueles nesta já estabelecidos. Sem dúvida, seus ensinamentos, através da filosofia platônica, buscavam sobretudo a justiça.

Em seus propósitos políticos estava o de criar benefícios a cada cidadão de acordo com sua virtude (dom) e com a lei. É a criatividade sendo valorizada em cada agente, uma nobre presença do Educador. Desta forma, justifica-se um salto para a política educacional em Proclo.

Inspirou-se em Arquíades (V A.D.) , admirando-o como religioso e político de invejável competência , a ponto de considerá-lo como modelo de homem político.

Foi um tempo em que, é bom que se reafirme, filósofos eram consultados para aconselhar aquele que pretendesse tornar-se um bom político, tendo, como principal objetivo , a prática da justiça, dentro de um bom sistema legal .

Com gênio e hábitos incomuns, Proclo criava em seu redor ambientes de desagrado político, digamos, aos homens comuns. Porém, sendo pela paz, nas ocasiões conturbadas, ele viajava para a Ásia, onde encontrava tranquilidade espiritual. Lá, tendo já conhecido os ritos antigos e sendo amante daquela cultura religiosa, Proclo acreditava abrandar a alma num sentimento de aproximação dos deuses.

Um ano foi o intervalo que o afastou de Atenas para a Lídia. A habilidade e inteligência que o tornou um contestador cauteloso, também moldou seu espírito para a arte de convencer. Sua adoração por divindades e seus preceitos de ética e justiça deram-lhe a confiança e simpatia dos interlocutores.

Para Marino, Proclo teria superado os pitagóricos. Apesar do apreço que tinha aquele discípulo por seu mestre, e, conseqüentemente, o constante enaltecimento e a gratidão por ele, torna-se razoável concebê-lo como um homem com privilégios que a natureza lhe conferiu, seja com relação à palavra seja com relação à escolha do caminho que o tornou uma figura eminente da filosofia da matemática, na época.

Ousado que era, advertindo os que não encarassem a profissão com honestidade, fazia-se amigo, ao mesmo tempo, talvez na ansiedade de ser ouvido, e arcava humildemente com as críticas.

Tão grande foi sua convicção que escreveu cartas aos nobres com vistas ao bem da cidade como um todo. Sua filosofia prática e comedida, aos poucos implementava-se de sabedoria científica.

A opinião verdadeira na filosofia platônica o tinha como bom pregador e tão equilibrado, que apesar de não ter vivido algumas experiências, como do casamento, da administração pública, e outras, tinha perspicácia na boa relação e julgamento nesses domínios.

Sua inclinação à teologia o tornou conhecedor incontestável desta, tendo-a aprofundado com base no sacerdotismo egípcio, na cultura da Grécia e dos bárbaros.

Sua fé o levou a compor hinos e cantos religiosos, dedicando-se, contudo, a doutrinação de seus amigos, na medida em que os fazia cantar aqueles hinos e declamar versos Órficos, como uma forma de “espantar” a dor. Pregava ele que a

honeste meditação em agradecimentos e piedade dos deuses traria a paz da alma e, conseqüentemente, do corpo. Não era entretanto Proclo um crente míope, apesar de seu deleite, aparentemente impulsivo, com relação a religiosidade caldéia, por exemplo.

Diz Marino:

“But the philosopher energizing, according to this virtue, easily comprehended all the theology of the Greeks and Barbarians, and whatever is shadowed over by the figments of fables, and placed it in a clear light, for the use of those who are willing and able to pursue its latent signification. But having interpreted divinely every thing of this kind, and shewing the symphony between them all; at the same time, investigating all the writings of the ancients, whatever he found in them of genuine wisdom, and approved by general consent, this he judiciously applied to use; but if he found any thing of a different and dissonant nature, this he entirely rejected, as vicious and false.”(p.19)

A paranormalidade teúrgica era tão fortemente atribuída a Proclo, que Rufino, a testemunharia publicamente se necessário fosse. Era Rufino um homem de grande valor para a república e um investigador da verdade. Ele chegou ao nosso filósofo, segundo Marino, por achar que a forma com que Proclo ensinava e interpretava era mérito de um ser humano iluminado.

Seu vigor na fé teve como preceptor, principalmente, o mestre Siriano, pois foi este que o iniciara na Teologia Caldéia, com base em estudos dos antigos, tendo, contudo, o nosso bizantino, demonstrado preferência pelos Oráculos Órficos²⁹.

²⁹ Oráculos Órficos: Interpretação de respostas dos deuses àqueles que pretendem evoluir mediante a seita sob a qual o fiel pratica a sua penitência. A religião, admitida como sendo criada por Orfeu, estabelecia entre outras coisas, o fato de que esta vida se constitui do meio que permite a verdadeira ascensão após a morte.

Com a morte de Siriano, Proclo buscou o conhecimento de oráculo devido a estudos, principalmente, das obras de Porfírio de Tiro e Jâmblico da Síria.

Aliás, Ian Muller compara, magnificamente, Proclo com esses dois expoentes do *neoplatonismo*, em relação aos seus comentários, relevando a sua superioridade no equilíbrio entre a matemática e a filosofia e com relação a sua profunda concepção de respeito ao ser humano. Afirma Mueller ser Proclo mais coerente e profundo.

Se o humilde Proclo fora melhor comentador que Porfírio e Jâmblico, é porque sua admiração por estes o levou a estudar suas obras e, conseqüentemente, absorver a boa matemática e um nobre neopitagorismo. É de se concluir, portanto, que um, o primeiro, o alimentou religiosamente e o outro lhe ofereceu base para compreender a ciência da matemática. Então é para crermos que a filosofia da matemática de Proclo não é a do místico pitagórico Jâmblico, nem a do matemático neoplatônico Porfírio, e particularmente, a de nenhum dos que lhe exerceram influência, aqui citados, mas sim, um reflexo magnífico da concepção platônica de ciência.

Foi então a mente de Proclo um pólo para o qual convergiram aquelas culturas, o que, somado à sua personalidade, resultou em dedicação e ansiedade do saber, sempre na busca do sublime caminho para o Bem!

Considere-se, neste primeiro momento do capítulo, a personalidade filosófica de Proclo, voltada para a boa conduta e para uma fé religiosa, fundamentadas na razão e na dedicação.

Marino retrata um Proclo, principalmente no sentido divino-filosófico, às vezes, relevando atitudes que adviriam da “sobrenaturalidade”. Porém, fazendo-se vista-grossa àquele aspecto, em detrimento de uma análise mais centrada na personalidade, Proclo é ainda narrado como um bom homem, sem ganância material,

amparando amigos e parentes, abastado que era. Valorizava tanto mais o estudo que era capaz de ficar muitas horas estudando, esquecendo-se de alimentar-se.

Neoplatônico, Proclo se dedicou ao estudo científico com a mesma profundidade que ao religioso. Da mesma forma, ele se dedicou a propagação de filosofia platônica e do valor de seus mitos. Até aqui não seria exagero pensarmos:

"Que bons ingredientes para a integridade de um Educador temos compilado até aqui! O respeito ao indivíduo, o desejo do aprofundamento para o entendimento, o sentimento e a pregação da justiça."

Tendo Proclo estudado as obras de Aristóteles e Platão, e também escritos Órficos e Oráculos Caldeus, sendo, contudo, um amante de cultura dos antigos helenos, obteve um arsenal intelectual invejável, o que o tornou singular em seus trabalhos e em suas aulas.

A forma e frequência com que Proclo cita as personagens da cultura platônica são prova de sua dedicação.

Em vista desta integridade, sinto-me seguro na busca do educador em Proclo, o melhor fruto da filosofia platônica para a educação daquele século V.

Proclo já escrevia com menos de vinte anos, tendo sobretudo o hábito de fazer comentários escritos de tudo que estudava. Durante a sua vida esteve intensamente ocupado com o trabalho e o culto, dado o seu fervor e o que significava para ele, a inter-relação destes. Entre seus trabalhos poderíamos encabeçar a lista com os comentários ao *Timeu*, por ser o seu preferido, seguido de *Elementos de Teologia* (numa visão geométrica), *Teologia Platônica*, comentários ao *Parmênides*, ao *Primeiro Alcebiades*, à *República*, ao *Crátilo* (preservado em parte), ao *Filebo* (perdido), ao *Teeteto* (perdido), ao *Sofista* (perdido), ao *Fédon* (perdido), à *Eneade* de Plotino (fragmentos), *Dezoito argumentos para a Eternidade do Mundo* (sabido existir dada a refutação de Filopono), *Providência* (tratado), *Sorte* (tratado), *Substância do Mal* (tratado), *Esfera* (tratado elementar de Astronomia), *Sobre Eclipse* (livro), *Ensaio sobre o Postulado das Paralelas* (existência comprovada por

via indireta), *Elementos de Física* (sumário dos livros VI e VII, principalmente, e do primeiro livro de *De Caelo*, com proposições e provas geométricas), sobre objeções que Aristóteles remete ao *Timeu* de Platão (fragmentos onde ele procura responder questões de Aristóteles contra a física de Platão) e Comentário ao Primeiro Livro de *Os Elementos* de Euclides. Este último será mais detalhadamente tratado, por ser objetivo desta tese evidenciar a característica do Educador Matemático em Proclo no contexto da sociedade que integrou.

É atestada, por vários estudiosos da obra de Proclo, a perspicácia com que magnificamente ele fazia seus comentários, pormenorizando vários aspectos e pondo em relevo o raciocínio e a ordem apresentados no texto. Na sequência apresentamos uma modesta análise do comentário de Proclo ao *Timeu*, com base no primeiro dos cinco livros, na tradução de Thomas Taylor.

No *Timeu* aflora sua competência filosófica talvez na mesma proporção de sua competência matemática, no comentário ao primeiro livro dos *Elementos*.

O *Timeu* de Platão, independentemente de concepções, é uma prova de profundidade e coerência fisiológica que não pode ser negligenciada. Por esse motivo não é de se admirar o envolvimento de Proclo, presente em seus comentários.

Já na introdução de tais comentários, Proclo chama a atenção para a beleza com que o *Timeu* explica a natureza, partindo das partes para o todo, que este movimento é precisamente fundamentado em argumentos racionais e na concepção demiúrgica³⁰ dos princípios, em que tudo advém da causalidade menos o princípio único como admite Platão; que Aristóteles e Platão têm pensamentos semelhantes relativamente à natureza em si.

Enaltece ainda a ordem de prioridade que vai do paraíso à matéria.

³⁰ Demiurgo: Tem este termo origem no *Timeu* de Platão ; o artífice do mundo, cria-o à semelhança da realidade ideal, a partir do que Platão denominou *matriz do mundo*.(Abbagnano,dic. Fil.)

Sucintamente, Proclo procura, de início, salientar o que realmente vislumbrava o leitor culto, como se tentasse prepará-lo para o que estaria por vir.

A frequência com que ele escreve a respeito da ordem da criação e da característica de cada ente dessa ordem, é prova de que pretendeu explicar a teoria do *Timeu* sem deixar dúvidas. Tal ordem, numa visão pitagórica, que relaciona o inteligível, a matemática e o sensível, Proclo usa para reforçar a teoria platônica de que a *alma*³¹ é superior à matéria, na medida em que esta não se pode auto-constituir, como se indiretamente atacasse a concepção Aristotélica de que o pensamento racional se constitui a partir da natureza material.

O fato de o *Timeu* poder ser olhado sob o aspecto fisiológico ou demiúrgico impressionou Proclo.

O *Timeu* constituiu-se num diálogo entre Sócrates, Timeu, Crítias e Hermócrates, que aconteceu após um discurso de Sócrates na festa Bendedidiana³² no dia 19 de abril romano, um dia antes. Portanto, esse diálogo ocorreu no dia da Panatenéia³³ Menor, sendo 28 de junho o dia da Panatenéia Maior.

O princípio do diálogo, quando Sócrates anuncia os interlocutores dizendo:

“Um, dois, três” - indagando mais diretamente ao *Timeu*.

“Onde estaria o quarto?”

Questionando o motivo da ausência do quarto interlocutor, dá origem a uma minuciosa análise por Proclo, que vai desde os hábitos éticos até o âmago

³¹ Alma: ar para Anaxímenes; harmonia para os pitagóricos; fogo para Heráclito; constituída de átomos redondos para Demócrito. É a alma tudo o que se auto-move, a causa de tudo o que vive e, portanto, essencialmente vida, não podendo, pela própria natureza, morrer, segundo o platonismo.

³² Festa Bendedidiana: relativa a Bendis, a forma como os trácios chamavam Ártemis. Tratava-se de uma festa da República, de origem estrangeira e comemorada no Pireu.

³³ Panatenéia: comemoração anual à padroeira de Atenas (Palas Atena).

intelectual da questão. Aqui Proclo expõe a objeção de Praximenes dada a aparente miscelânea numérica: um, dois, três e quarto.

Para Porfírio, mostra-se como um costume grego com o fim de embelezar a oração, trazendo à luz um desejo de Sócrates em evidenciar aqueles que realmente estavam desejando a discussão.

No julgamento de Proclo, é preciso ver o diálogo sob o aspecto pitagórico, uma vez que se trava no campo material com fundamento matemático. A partir desse ponto, ele faz uma boa exibição do significado de cada palavra, desde a intenção ética até a racional, seja no sentido científico ou demiúrgico.

Contudo, o número para os pitagóricos e sua participação na teoria monádica tem significado divinamente geradores e isto Proclo faz questão de realçar. Expõe ainda o fato de Aristóteles admitir o número no mundo sensível, por estar a auto-propagação na natureza com origem na tétrade e, portanto, este diálogo físico tem participação efetiva de números, o que torna mais clara a comensurabilidade do que é gerado e da própria geração da natureza física. Aqui Proclo explica sua visão na natureza das causas, associando-as como segue:

humana	Divina (o Bem)
mônada	causa final
díade	causa paradigmática
tríade	causa procedente (intelecto)

Esclarece ainda ele que Sócrates vê as ações humanas em reflexo das ações dos deuses mundanos, tendo como causa a contemplação dos humanos da natureza divinamente criada.

Para Proclo, enfim, a pessoa ausente seria Teeteto (IV a.C.), e não por doença, mas por não conhecer o terreno em que se travaria a discussão. Argumenta,

ainda, que a redução do número de interlocutores é devida à profundidade da discussão, numa analogia pitagórica que põe a tríade como prioridade ante a tétade.

Quando Sócrates indagava sobre as lembranças do que havia sido discutido no banquete do dia anterior, Proclo comenta tê-lo sido na direção de Crítias e Hermócrates. Acrescenta ele, ainda, que a memória teria significado divino, pelo fato de cada vez mais se firmar devido a um movimento cíclico que nos faz a todo tempo voltar ao início, levando à fixação do fato. Nesta exposição Proclo aproveita a oportunidade para dar o significado dessa volta à origem fazendo uma comparação com a busca do princípio, o imutável e eternamente verdadeiro.

Concluiu então ele que a resposta de Timeu, deixando que a dialética se incumbisse da recapitulação, foi sábia e profundamente relacionada com o exposto acima.

No dia anterior, Sócrates teria falado do Estado e, neste tema, foi que a memorização se fixou, embora tivesse havido discussões sobre os sofistas, não tão significativas para o cunho desse diálogo.

Sócrates dá luz à memória dos presentes dizendo ter falado a respeito do melhor estado e do tipo de homem para tal.

Essa discussão, bem próxima do contexto respectivo na República, fez Proclo comentar a visão do Estado sob alguns pontos de vista. Uns relativos ao Demiurgo, outros à própria natureza humana. Cita ele, por exemplo, a visão pitagórica do científico antecedendo e se manifestando no objeto; a protagórica de que a ciência política está num primeiro momento no Demiurgo; e, enfim, no *Timeu* o Estado deve manter-se no plano fisiológico.

As opiniões de Longino³⁴ e Órigem³⁵ (Orígenes), com relação ao Estado de Sócrates também são apresentadas no sentido do diálogo.

A insistência de Proclo em retomar a concepção pitagórica, deixa bem claro no comentário o fato de sua inveterada inclinação por aquela nobre cultura, que põe semelhança nas causas, sendo estas paradigmáticas, adaptando-se e distinguindo-se nas manifestações da natureza.

Para Proclo a cidade é uma organização imprecisa da organização universal e seus componentes agem em cada ofício de acordo com o respectivo raciocínio, estando este na alma.

A alma, administrada pelo intelecto, constitui-se, portanto, indiretamente, num reflexo demiúrgico.

Distintamente de Timeu, Proclo não vê, então, o homem como um microcosmo, e sim como uma imagem inferior dos Deuses mundanos e que, como tal, deve reparar os distúrbios da cidade material.

A divisão que Platão fez Sócrates impôr em agricultores e artífices, aos homens do Estado, contemplaria diz ele, a natureza material e a espiritual, respectivamente.

³⁴ Longino (213 - 273 A.D.): retórico grego e crítico filosófico. Estudou em Alexandria com Orígenes e lecionou em Atenas por 30 anos. Para ele, discordando de Plotino, as idéias segundo Platão, poderiam existir fora do nous divino. Quanto a esta objeção Plotino afirma ser Longinus um estudioso de filosofia, mas não um filósofo.

³⁵ Órigem (185 - 254 A.D.): Nasceu em Alexandria e morreu em Tiro. Foi discípulo de Clemente e por 28 anos foi chefe da escola Catequética de Alexandria. Segundo São Jerônimo, ele escreveu mais de dois mil volumes.

Quando, em seguida, é afirmado que cada um deva exercer um só ofício e bem, Proclo concorda no âmbito humano, apesar de questionar os casos do homem inábil e do extremamente capaz.

Acrescenta ainda ele que, no caso dos deuses isto não poderia ser aplicado, uma vez que todos sabem fazer tudo e que por questões da divina organização estes agem apenas no âmbito da sua natureza essencial.

Quando Sócrates diz o que pensa sobre guardiões da cidade, como protetores dos inimigos interno e externo, Proclo dá dois planos de ação: um relativo à alma e outro ao corpo.

O guardião da alma seria o filósofo e deveria, mediante a iluminação divina, equilibrar as ações estimulando a consciência. O outro, sendo material, deveria lutar para derrotar o inimigo material e este caso envolveria o físico. Proclo aqui é sublime em sua análise, pois faz questão de frisar que não admite o inimigo externo na ordem demiúrgica uma vez que esta tudo envolve e, portanto, nada se torna exterior.

No sentido mundano, sim, o *Demiurgo* orienta os distúrbios da natureza, sendo estes considerados externos em relação àquele que enfim trabalha associando o inteligível e o harmônico.

A ginástica e a música, que na boca de Sócrates são preparadoras do espírito para as demais disciplinas, também são comentadas.

Diz Proclo que Platão demonstra, mediante a harmonia cósmica, o reflexo do preciso movimento no caso da ginástica celestial.

No instante em que Sócrates diz não ser material a paga das ações daqueles que lutam pela saúde do Estado, Proclo esclarece ser este já um pensamento contido na República. E completa dizendo ser a paga a ascensão para o Bem, tendo

como “trampolim” a cidade saudável formada por homens com boas qualidades, cujas criações se perpetuariam em maravilhas geradas.

Portanto, Sócrates conclui tendo como finalidade lembrar a discussão do Estado, ocorrida no dia anterior.

Proclo enaltece a aptidão de Sócrates, na exposição do que é um bom Estado, mesmo porque, seu discurso, a todo tempo, comparado com a ordem da geração universal, dá boa e perfeita conexão com a *República* e outros diálogos. Daí conclui-se, nessa linha filosófica, que o Universo é espelho para o Estado ideal, com suas causas primárias modelando as secundárias.

Nosso filósofo permanece no pé do diálogo quando persegue passo a passo a ordem das questões e, da mesma forma, organiza seu comentário, ressaltando opiniões de Longino e Porfírio, principalmente. Prova disto está no comentário que fez, na seqüência, com o verbo de Sócrates, analisando o casamento e até a educação das crianças, como na *República*, e ainda dizendo do que espera do Estado, comparando-o com aquele movimento que deve ser impelido à pintura para assemelhar-se à natureza viva.

Comenta Proclo a emoção de Longino em admitir esta bela concepção ser de Platão, particularmente.

Sócrates é coerente e questiona o conhecimento da história dos antigos, já que um povo constrói um verdadeiro Estado pela luta física ou verbal, em disciplina e educação.

Neste instante, Platão faz Sócrates dirigir-se a Crítias e Hermócrates, que para alguns significou um ato irônico, o que Proclo refuta argumentando que seria esta uma atitude devida aos sofistas, não sendo o caso.

Quando Sócrates não admite os poetas e os sofistas como competências para a administração do Estado, Proclo registra a opinião de Órigem, Porfírio e Longino. O primeiro não acredita no fato de Sócrates não respeitar a obra do nobre poeta Homero, o segundo admite o poeta e o sofista como expressões do sensível mas não para o inteligível e o terceiro coloca Crítias e os poetas num mesmo nível.

Proclo explica o poeta e o sofista que Sócrates condena: o poeta é imitador e ainda longe de questionamentos, como na dialética, o que não permite o aprofundamento no sentido da realidade e o sofista é um nômade sem trabalho efetivo e, portanto, não é adaptável a nenhuma administração fixa do Estado a que se deveria entregar de corpo e alma. Diz ainda ele, nada melhor para o Estado que o trabalho conjunto do filósofo e do político, em que o primeiro estuda e aperfeiçoa a vida e o segundo estuda e aperfeiçoa o trabalho.

Quando Sócrates afirma ser o gênero dos hábitos participante da natureza do indivíduo e da sua respectiva educação, Proclo admite a possibilidade de que Sócrates esteja responsabilizando seus ouvintes pela manutenção de seus hábitos verdadeiramente bons, imitando aqueles do Demiurgo, o que permitiria harmonizar o todo.

Na seqüência, Sócrates dirige-se aos ouvintes enaltecendo-os cada um num propósito: ao Timeu atribuindo-lhe qualidades que surpreenderam Proclo, dado o fato de este não as possuir no âmbito da filosofia, por exemplo; ao Crítias, dizendo-lhe não ser ignorante no que se havia de discutir, ação que Proclo julgou em Sócrates como imitação dos Deuses em relação à natureza sensível; ao Hermócrates, como um organizador, dada a sua experiência oriunda de circunstâncias de sua formação.

Proclo esclareceu que Hermócrates é posto em nível das coisas materiais, e, portanto, o administrador da ordem destas; que Sócrates ordenou suas referências como se associasse Timeu à causa paradigmática, Críticas à causa formal e Hermócrates à causa natural.

Platão se faz então representar por Sócrates na concepção que tem da organização e da evolução como consequência da luta física ou intelectual, quando seu mestre cobra a hospitalidade prometida esperando todavia o bom empenho dos ouvintes em buscar provas do que resume o início deste parágrafo.

Daqui em diante, Crítias, sendo o primeiro interlocutor, passa à polêmica história de Atlântida, contada pelo seu avô com o mesmo nome, que ouviu do poeta popular Sólon, que ouviu de um sacerdote egípcio.

Durante a narrativa, seja a história verdadeira ou não, são evidenciadas ações da natureza humana e da natureza demiúrgica, sendo a primeira um reflexo da segunda, o que Proclo não cansa de associar à ordem das causas.

Sublime é a sua concepção de homem, na medida em que guarda ao mais velho o maior valor já que este não substitui em sua memória, os fatos importantes, como o faz os jovens cujos julgamentos em termos de prioridades são bastante equivocados. Assim, o sábio mais antigo representaria mais a alma e menos a matéria, aproximando-se da essência, no caso, do significado da história que Crítias contaria.

Proclo expõe as idéias de Longino e Órigem, que de certa forma não aceitam a história como verdadeira e que Crantor a aceita por ter sido narrada por um egípcio.

Assim, no final do primeiro livro dos comentários ao Timeu, Crítias insiste na memória excelente dos velhos sábios ressaltando o valor da história do povo.

Quando o diálogo mostra que o esquecimento se deve a distúrbios de natureza morta ou humana, Proclo se faz presente associando-os com a ordem celestial, reforçando a concepção platônica de que no plano mais elevado tudo é eternamente perfeito e portanto não precisa do movimento enquanto que nos planos

inferiores e na devida ordem, cada movimento, em seu nível, deve reajustar-se a partir de suas contrariedades organizando-se para evoluir.

É o *Timeu* um diálogo cuja essência se constitui em explicar a natureza fisiologicamente, e foi comentado em cinco livros por Proclo.

Porém, o primeiro livro, aqui resumido e analisado oferece um bom quadro do perfil de Proclo, que eu classificaria como filosófico.

É ele um comentador cuidadoso, não deixando nada para trás e preocupado ética e moralmente com a boa argumentação. A todo instante expondo as concepções e julgamentos de outros expoentes da história, ele se mostra transparente, respeitador e honesto.

O último representante *neoplatônico* e, o logicamente mais esclarecido platônico, faz transbordar em sua obra, como era de se esperar, a fé, sem uma só vez deixar de insistir na explicação ou na rememoração da ordem celestial, onde a oposição impele à ascensão..

Quando a pouco relevamos sua competência filosófica, estávamos nos referindo ao fato de que seus comentários, em cada ponto, têm fundamento no que estudou e aprofundou .

Apesar das diferentes discussões comentadas no transcorrer de todo o comentário, Proclo se manteria atento, obviamente, oferecendo uma mesma característica quanto às análises e respectivas argumentações.

Assim, o *Timeu* é um diálogo difícil de ser compreendido, uma vez que o seu texto fundamental trata de uma concepção da constituição da natureza universal a partir de sua origem.

É importante observar que sempre que Proclo cita algum estudioso é este extremamente competente para uma análise do tema em questão. Sendo ainda, um comentador que analisava palavra por palavra até, dependendo do campo de discussão, nos dá o prazer de observar as concepções e culturas de indivíduos expostos sob vários pontos de vista.

Por isso, acredito serem os comentários em geral sublimes e relativamente difíceis, ajustando-se e esclarecendo pontos que, por muitas vezes, se apoiam em teorias pitagóricas ou platônicas no entendimento do Universo e seu relacionamento com números ou figuras geométricas.

Ora, o *Timeu* se apresenta como uma verdadeira fonte para a sede de Proclo dadas as caracterizações atribuídas às almas parciais, quando da explicação das diferentes partes do corpo humano e suas respectivas funções, tornando azul o horizonte desse bizantino que vê a ordem universal de maneira semelhante.

Então, com o olhar de matemático eu diria que Proclo é uma personalidade filosófica tanto profissional quanto em termos de conduta que se aproxima cada vez mais do Educador Matemático.

No livro “L’Un e L’Ame selon Proclo”, Jeans Trouillard admite Proclo como um analista coerente, de uma intuição perspicaz que alguns não conseguem entender. Alerta ele que é preciso aprofundar-se na obra de Proclo para realmente entendê-lo, acrescentando ainda que este sempre volta ao início do contexto em discussão, num movimento que a filosofia platônica impõe como indispensável para desvendar o que é verdadeiro.

Afirma ainda, entre outras coisas, que Proclo teria qualidades transcendentais e que foi um crítico da verdadeira fé, na tentativa de salvar os mitos tanto quanto o rigor da formalização.

Trouillard sugere, para dissolver a dúvida do brilhantismo de Proclo, uma leitura profunda das obras não só dele, mas também, daqueles que fizeram parte do seu ambiente de estudos e escritos. Privilegiando o pensamento de Plotino, dada a admiração de Proclo por este, e os comentários aos diálogos *Timeu* e *Parmênides* de Platão, aquele autor expõe, na sua visão, uma conexão que faz o *Parmênides* polir o *Timeu*.

E, ainda, releva o fato de que os neoplatônicos, inversamente, encontram concepções da Alma no *Parmênides* e do Uno no *Timeu*, que naturalmente produzem reflexos nos comentários de Proclo a essas obras. Tornam-se, então, lúcidas as concepções de Proclo da alma e do Uno sob o olhar filosófico.

Trouillard resume, então :

“A filosofia de Proclo seria uma análise da alma desenvolvendo nela própria a integralidade das potências do Uno.”(p.7) Ele parece imitar Proclo na investigação, visto que assim como este, aprofundou a busca do que é o ser procurado.

Assim, o que levaria Proclo a admitir, por exemplo, que a alma é mediadora entre o Uno e o Múltiplo, ou a presença do Uno, ou que é divisível e indivisível, é, portanto, resultado de sua própria meditação na busca da verdadeira alma, o que podemos entender da obra de Trouillard.

Ian Mueller, em seu artigo *Mathematics and Philosophy in Proclu's Commentary on Book I of Euclid's Elements*, dá um perfil filosófico-matemático de Proclo. Buscando significado de sua personalidade através de Porfírio, Jâmblico e Siriano, Mueller chega à conclusão de que Proclo é mais incisivo que Siriano em relação à filosofia da matemática, que parece adotar uma posição intermediária entre as concepções de Porfírio e Jâmblico quanto ao lugar dos objetos da matemática, mais precisamente da geometria.

Diz ainda que o espírito com que Proclo escreve, evidencia melhor beleza e argumentação, inclinando-se demais Porfírio e Jâmblico para a matemática e misticismo, respectivamente.

Assim, com base no comentário, Mueller afirma ser Proclo menos pitagórico que o místico Jâmblico e tão preocupado quanto Porfírio nas argumentações matemáticas. Contudo seu equilíbrio é incomparável quando mescla matemática e filosofia.

Enfim, Mueller afirma ser singular a belíssima exposição de Proclo quando fundamenta sua concepção de objeto matemático e, particularmente, de objeto geométrico; considera ainda sua classificação, em níveis de entendimento, primordial e fruto direto da filosofia da matemática na visão platônica da investigação científica.

Há de se crer, reafirmamos, que a filosofia da matemática de Proclo não é a do místico *neopitagórico* Jâmblico, nem a do matemático *neoplatônico* Porfírio e, particularmente aquela de nenhum de seus influentes, mas sim uma soma de sua personalidade com o magnífico reflexo da concepção platônica mais direta da filosofia, da matemática e das suas interações.

No artigo “Le Commentaire a Hésiode et la Paideia Encyclopédique de Proclus”, da autoria de Chiara Faraggiana de Sarzana, publicado na obra *Proclus: lecteur et interprète des anciens*, vemos um Proclo filosoficamente místico, na linha de Jâmblico, buscando ainda, no mito, na poesia, na linguagem, efeitos nobres da imaginação, compactuando conclusões daquele comentário com o da República. Aqui, a imaginação atua como propiciadora da ascensão, uma função objetiva e constante da alma.

Como em Euclides, Faraggiana admite em Proclo qualidades como perspicácia e consciência, na medida em que tenha este reunido para o mundo, através de comentários, sejam eles ou não da sua autoria, obras de nossos

antepassados gregos de inestimável valor cultural, concordando obviamente com o raciocínio de vários autores aqui mencionados. Diz Faraggiana:

“Cependant , si l'on considere qui fréquentait l'Academie et ce qui de l'enseignement de Proclus est passé a ces disciples, on voit que l'activité didactique et le désir de sauvegarder les traditions culturelles de la Grèce l'ont emporté , c'était inévitable, sur l'aspiration du néoplatonicien aux *árreta*.” (p. 32)

A autora ainda resume o que seria a ação didática de Proclo:

I

- 1- Poesia didática e mimética
- 2- Educação moral e cultura geral de base

II

- 1- Matemática euclidiana e lógica aristotélica
- 2- Educação da “phantasia” para aprendizagem dos elos harmônicos que reatam todo o universo.
- 3- Filosofia primária, experiência teúrgica e compreensão da poesia inspirada. (p.31)

Enfim, por Sarzana, Proclo teria como procedimento didático o respeito à profundidade do tema e, de certa forma, o respeito ao nível de compreensão do aluno(velocidade de assimilação, digamos.). Segundo Siorvanes Proclo teria inovado a escola neoplatônica, incluindo em seus estudos cinismo, ceticismo, hedonismo e epicurismo, sempre mantendo como base de ensino, a filosofia grega, relativamente aos métodos e aplicações. Insiste ainda Siorvanes, que Proclo preparava o discípulo para os estudos superiores:

"Para um derradeiro professor neoplatônico como Proclo, o objetivo era, primeiro, prover o pensamento psicológico e filosófico e , então, elevá-lo gradualmente para o entendimento da realidade das primeiras causas.” (p.114)

Obviamente, os estudos culminavam com o entendimento do *Timeu* e do Parmênides. Então, o nível em que Proclo atuava, quando escrevia ou quando ensinava, era bom.

Aproveitando o assunto, poderíamos citar Paul Bastid, em sua obra *Proclus et le Crepuscule de la Pensée Grecque*, com o intuito de reforçar a competência com que tratava cada assunto:

"Proclus expose ici une série de conceptions des temps. Beaucoup, regardant les mouvements sublunaires et célestes, pensent que le temps est quelque chose qui appartient aux mouvements, comme par exemple le nombre ou l' extension du mouvement, etc..." (p.175)

Naturalmente, o comentário de Proclo, ao tempo e o movimento no *Timeu* é longo, porém deixamos aqui um germe da natureza dessa análise.

Proclo se ocupava em argumentar no plano físico e metafísico; acreditamos que buscasse sempre explicar a passagem de um para o outro.

Na tradução do *Comentário de Proclo aos Versos de Ouro Pitagóricos*, por Neil Linley, observamos o que acabamos de afirmar. Constitui-se de um comentário enaltecendo o que pregava o pitagorismo com pormenorizadas argumentações daquelas "regras". Entre outras, incluem-se conduta, alimentação e convivência, sempre relacionadas como a possível organização divina. Observemos a perspicácia na fala de Proclo, logo depois de explicar que a glorificação de Deus não lhe traz nenhum benefício, mas àquele que o glorifica:

" Just as, when our eyes look at the sun; they do not furnish it with light, but rather see by means of it, so to glorify God does not import grandeur to Him; instead , it imparts illumination and exaltation to ourselves. " (p.13)

Ora, não seria um exercício tão complicado para a mente, somar aquelas qualidades ao ensino da matemática em Proclo. Ainda mais, no séc.V de nossa era, um tempo em que o homem ainda grotesco, obviamente, tinha, na sua maioria, uma

visão bastante pobre do significado de educação. No mínimo, destacou-se Proclo como um professor preocupado com o homem e sua verdadeira evolução, quer filosófica, quer matemática.

Uma vez que o bom educador (matemático) não deve ser associado ao nível do conteúdo (matemático) em que este atua, foi Proclo um bom educador matemático.

CAPÍTULO IV

UMA ANÁLISE DO COMENTÁRIO DE PROCLO AO PRIMEIRO LIVRO DOS ELEMENTOS DE EUCLIDES.

Este capítulo constitui-se única e exclusivamente de uma análise do comentário de Proclo ao Livro Primeiro dos *Elementos* de Euclides, com base, principalmente, na tradução de Glenn Morrow³⁶, tendo como objetivo ressaltar qualidades de Proclo para a Educação Matemática.

Assim, num estudo bastante pormenorizado, procuramos clarear a concepção de Proclo com relação à matemática e, particularmente, à geometria.

Antes de passarmos à análise dos comentários de Proclo, expomos um itinerário da evolução das traduções do referido documento, na descrição de Morrow, com o objetivo de sedimentar fidedignamente este trabalho e proporcionar uma leitura segura ao interessado.

O primeiro texto impresso em grego deve-se a Simon Grynaeus, publicado em 1533, como um apêndice de sua edição de Euclides. Grynaeus usou para isso um texto manuscrito, simples e incompleto.

Francis Barocius, baseado em um texto melhor, escrito com base em mais cinco manuscritos, além de Grynaeus, publicou uma tradução em latim, em 1560, na cidade de Pádua.

³⁶ Glenn R. Morrow (1895 - 1976): Foi professor da Universidade da Pensilvânia. Sua obra *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, é fundamental neste trabalho, se constituindo sua análise, num capítulo.

O mais antigo texto traduzido para o inglês deve-se a Thomas Taylor: *The philosophical and mathematical commentaries of Proclus on the first book of Euclid's Elements*. Tal obra, em dois volumes, fora publicada em Londres, em 1788-1789, baseada nos documentos de Barocius e Grynaeus. Adverte Morrow que não é esta uma boa tradução, já que Taylor omite e interpreta muitas passagens, comprometendo a fidelidade do documento.

As traduções recentes, para o alemão, por Leander Schönberger, publicada em Halle, em 1945 e, para o francês, por Paul Ver Eecke, publicada em Bruges, em 1948, confessa Morrow, foram de grande valia. A primeira contribuiu para a interpretação de passagens de difícil análise e a segunda para esclarecer assuntos matemáticos. Enfim, o texto grego no qual Morrow se baseou, foi o de Gottfried Friedlein, publicado em Leipzig, em 1873, tendo esse melhorado o texto de Grynaeus e oferecido um bom “Index Verborum”, propiciando melhor entendimento para o leitor. Acrescenta Morrow que usou a divisão do Prólogo capítulos como Barocio.

Desta forma, nas palavras de Morrow, e no nosso entender, sua tradução para o inglês constitui-se de boa fonte de estudo. Compacta o empenho do autor com a importância do seu significado.

Tendo como parâmetro a investigação e o procedimento ético, no nível da argumentação, é ressaltado o respeito devido a Euclides e a estudiosos citados por Proclo, ligados ao tema em discussão.

Conforme afirma Mueller, na introdução do livro de Morrow (p.ix), o *Comentário* é uma compilação de aulas para alunos ou amigos em Atenas; seus trabalhos eram estudados por filósofos, principalmente do Império Romano, naquela metade do século V, período em que o ensino se individualizava tanto mais, à medida que o aluno atingia níveis superiores de estudo.

A escola pautava-se pelo ensino de letras, retórica, filosofia, medicina e direito, deixando de lado a importância e a beleza da matemática. Relembrando, para Mueller, essa negligência se devia ao fato de que, na época, o que mais importava era a política, para a qual, aparentemente, a matemática não contribuía.

Mesmo assim, o fato de Marco Aurélio criar cadeiras de filosofia, fazendo reflorescer a cultura helênica possibilitou a Proclo, trazer à luz, os valores da matemática, com olhares na *República* de Platão, contribuindo seguramente para sua jornada profissional.

Daqui por diante, analisaremos, de perto, e sempre com vistas à educação matemática, o belo trabalho de Proclo, principalmente atentando para suas concepções, tão bem apresentadas nos prólogos.

Segue um resumo bastante objetivo a respeito de Euclides e sua obra, para que, obviamente, entendamos melhor o comentário de Proclo.

EUCLIDES E SUA OBRA

Entre os séculos IV e III a.C., a humanidade ganhou o estudioso Euclides, o de Alexandria, confundido com o filósofo Euclides de Megara, bem mais antigo. O nosso geômetra, cuja terra natal é desconhecida, viveu num período da história situado entre Platão e Arquimedes e é considerado por muitos como um fruto da Academia. Alexandria, fundada em 331 a.C., onde viveu a maior parte de sua vida, foi magnificamente construída pelo arquiteto Dinóstrato de Rodes, e se transformou num inigualável centro de cultura helênica, atraindo estudiosos de vários lugares. Lá, nosso Euclides começou a lecionar matemática, por volta de 300 a.C. A Escola, que ali se instalou, incluía uma enorme e rica biblioteca e um museu, abrigando obras de toda a arte.

Embora não saibamos muito de Euclides, seu nome, através da história, tornou aquela Alexandria mais nobre. Há relatos de algumas passagens com relação a sua ação como professor que, de certa forma, mostram um perfil didático.

A obra de Euclides não trata só da Geometria. Parte dela constitui-se de livros, outras não. Segue uma relação dos trabalhos de Euclides e do respectivo assunto tratado:

- *Pseudaria*: Trata da geometria plana elementar e parece estar ligado aos *Elementos*, (Proclo).
- *Os Dados*: Trata da Geometria elementar, porém com aplicações em análise avançada (Pappus).
- *Sobre Divisões*: Trata de divisões de figuras (Proclo) .Um trabalho perdido, tendo sobrevivido na versão árabe.
- *Porismas*: Constitui-se em uma obra mais filosófica que, segundo alguns, refere-se a proposições que estariam entre as concepções de teorema e problema; uma proposição auxiliar para ambos. Pela própria natureza, seu conteúdo seria inserido em geometria superior. Segundo Heath, Robert Simson e Charles teriam tentado restaurá-lo!
- *Lugar da Superfície*: Trata de lugares geométricos.
- *As Cônicas*.
- *Phaenomena*: Trata especificamente de Astronomia (perdido)
- *Ótica*: trata de geometria aplicada à Física
- *Elementos de Música*: Trata de teoria musical devida aos pitagóricos.

Os *Elementos* de Euclides, composto por treze livros abaixo descritos, é prova de coerência e ordem, o que se evidenciará no comentário de Proclo de forma plena e satisfatória.

- Livro I: trata única e exclusivamente da geometria plana e não passa dos quadriláteros, mais precisamente de paralelogramos.
- Livro II: trata da álgebra geométrica, ou seja, de arrazoamentos geométricos para resultados algébricos.
- Livro III: trata das relações entre círculos, retas e suas propriedades.
- Livro IV: trata de inscrições e circunscritões de polígonos.

- Livro V: trata da razão e proporção entre segmentos.
- Livro VI: trata da razão e proporção entre figuras planas; homotetia.
- Livros VII, VIII e IX: tratam da teoria dos números.
- Livro X: trata da classificação de magnitudes incomensuráveis.
- Livro XI: trata da geometria espacial e suas relações.
- Livro XII: trata de sólidos geométricos e suas propriedades.
- Livro XIII: trata da construção dos sólidos regulares.

É nessa obra que se evidencia o poder didático do nosso geômetra. Ele contempla, ao mesmo tempo, a aritmética, a álgebra e a geometria, fazendo com que esta última justifique as duas primeiras.

Até hoje usamos construções de Euclides que explicam muito bem alguns resultados algébricos, outros aritméticos e levam, com certeza, à fixação do conteúdo. É a história fazendo-se presente, relevando o raciocínio, que não deixa dúvidas pela imponência de seus argumentos.

“Foi em Euclides que se cristalizou, definitivamente, a geometria como um organismo no estágio da arte, com seus princípios básicos claramente enunciados e seu método de trabalho rigorosamente exposto e utilizado.”(Lintz, p. 106)

O valor didático dos *Elementos*, e a seriedade com que fora escrito, pode justificar a feliz idéia do comentário de Proclo, ao seu primeiro livro. Como conhecedor daquela obra e professor que a tomara como referência, Proclo deve ser considerado, no mínimo, um novo expoente propagador daquela "pedagogia", com objetivos na compreensão da ciência e numa sociedade melhor. Não é à toa que ele insinuou ser o objetivo principal de Euclides construir, nos seus *Elementos*, os sólidos de Platão. Era, no fundo, um forte desejo daquele admirador, pois, espiritualmente, a beleza de seu trabalho seria sublime.

O primeiro livro dos *Elementos de Euclides* trata da geometria plana elementar, não passando de paralelogramos e se apresenta na ordem em que segue:

- Definições - numeradas de 1 a 23
- Postulados - numerados de 1 a 5
- Noções Comuns - numeradas de 1 a 9
- Textos constituindo-se de enunciados e respectivas provas - enumerados de 1 a 48

O comentário de Proclo mantém a ordem acima, porém, denomina as noções comuns como axiomas e os quarenta e oito enunciados como proposições.

Ressaltamos que os textos de Euclides aqui comentados constituem-se de traduções diretas do Grego³⁷ e o comentário de Proclo é apresentado de forma a melhor transparecer a sua maneira de expressão.

Esta iniciativa tem o objetivo de, ao mesmo tempo levar à apreensão da importância e dos significados da escrita de Proclo e experimentar a síntese e a beleza inerentes ao verbo de Euclides, vivendo, de certa forma, os contextos das histórias destes homens.

O COMENTÁRIO DE PROCLO

O comentário poderia ser dividido em três partes, para facilitar esta exposição e sua compreensão.

A primeira contendo as duas partes do Prólogo, a segunda as definições, os postulados e as noções comuns e a terceira contendo as proposições. Há que se ressaltar que este trabalho constitui-se em uma análise e não em uma descrição da obra de Proclo.

³⁷ Trata-se de tradução do Primeiro Livro dos *Elementos de Euclides*, feita por Irineu Bicudo, estudioso dedicado da cultura grega antiga. Seu trabalho permite uma leitura clara e objetiva, levando o interessado a apreender o verdadeiro significado do texto.

Porém, quando necessária, a descrição se fará para o devido esclarecimento, nos casos em que seria difícil o entendimento, em consequência do contexto histórico.

Primeira Parte

Na primeira parte do Prólogo, Proclo tem a intenção de esclarecer a natureza da matemática, sempre com base na filosofia platônica. Recorrendo quando necessário ao pitagorismo ou a estudos devidos a Aristóteles, ele fundamenta suas conclusões satisfatoriamente.

Em todo momento, de forma convicta, releva a matemática, considerando-a uma ciência privilegiada. Não abre mão do seu nível, entre o sensível e o inteligível, numa demonstração de sua afeição ao platonismo. Assim, desde o significado do nome, até sua abrangente e inevitável geração, a matemática é explicada por Proclo de modo a surpreender em beleza e profundidade.

Numa concepção mais filosófica que técnica, essa primeira parte é apresentada sem lacunas, num caminho que representa, de certa forma, o “raio x” da ciência matemática e suas consequências.

A insistência com que Proclo refuta a concepção aristotélica, de que o inteligível advém do sensível, junto à bela argumentação, deixa no ar um sopro forte de convicção e verdade.

Sua perspicácia e minuciosidade nos arazoamentos tornam clara sua concepção.

Explica Proclo, e muito bem, como a matemática tem sua utilidade direta nas ciências da natureza e indireta na filosofia, teologia e dialética, bem como a importância de seus argumentos verdadeiros nestas últimas, como um meio através

do qual podemos ascender ao *nous*³⁸, e, portanto, determinar a posição intermediária da Matemática. Conseqüentemente, Proclo conclui a superioridade da matemática em relação às ciências da natureza sensível. Colhendo seus objetos na alma, frutos da imaginação e intelecção, eternos e verdadeiros, a matemática não poderia submeter-se à matéria, tendo esta, forma e substância mutáveis.

Proclo apresenta vários argumentos, ora relativos à alma, ora relativos especificamente à matemática e à natureza corpórea, elucidando em seu neoplatonismo a nobre e coerente concepção platônica desses seres.

Ainda mais, o privilégio que cabe à matemática, perante as ciências que dela se utilizam, se estampa, também, nas propostas que Proclo expõe das subdivisões da matemática segundo os pitagóricos e segundo Gemino. No caso dos pitagóricos, mostra Proclo a divisão dos objetos da matemática em *quantidades* que proporcionam a harmonia e *magnitudes*, que proporcionam o movimento. Com relação a Gemino, ele mostra que aqueles objetos se dividiam em *inteligíveis* e *perceptíveis*, fazendo dos primeiros, determinados pela aritmética e geometria, tudo depender os segundos, sendo estes inerentes à natureza. Nessa exposição Proclo reforça sua concepção que atribuiu à matemática o seu incontestável nível.

Enfim, para ele, o que é desvendado pela matemática não pode ser comparado com a descoberta ou invenção material; para Proclo a matemática é, antes de tudo, *essência*, e, portanto, ela pode servir de parâmetro para outros contextos, como por exemplo, proporcionar equilíbrio social.

O matemático, na concepção de Proclo, seria alguém com conhecimento profundo das espécies dos objetos matemáticos, utilizando, sempre para o demonstrado, seres da mesma natureza. Aquele profissional deveria, então, conhecer o nível de abrangência de cada proposição, apresentando-a sempre de maneira coerente e em boa ordem por meio de argumentação irrefutável.

³⁸ Nous: A forma mais elevada do conhecimento. Ambiente de intelecção das realidades ideais.

Ressalte-se, aqui, o que entendeu Proclo do conceito de matemático, um reflexo de seu perfil profissional.

A origem do nome matemática é por ele proposta como o resultado de entendimentos de que a aprendizagem se dá através da memória, partindo das concepções pitagórica, de que a memória nos leva à argumentação, e da platônica, de que a memória recupera o que sempre soubemos. Assim, *mátesis* (o que pode ser aprendido), resultou em *matemátiké* (a ciência que estuda o que pode ser aprendido). Releve-se, aqui, o fato de que até o nome expressa o respeito que Proclo põe na ciência matemática, como se este se auto-dotasse do movimento de inteligência.

Aliás, Sarzana, em seu artigo *Le Commentaire a Hésiode et la Paideia Encyclopédique de Proclus*, mostra o respeito que Proclo atribuía ao nome em função do nível de importância do objeto nomeado, como se este adviesse da alma e que a associação palavra-objeto é naturalmente universal. Diz ela:

“Avant tout, Proclus linguiste était convaincu qu'entre les mots et les choses qu'ils indiquent il y a toujours un rapport de ressemblance; d'autant plus que, selon Proclus, si d'une part la nature, voire tout l'univers sensible est un produit de l'Âme universelle, tout langage humain est d'autre part le produit des âmes particulières.” (Lecteurs, p. 27)

Enfim, esta primeira parte elucida o pensamento do matemático, que procurou priorizar a natureza e a geração da ciência matemática à sua utilidade, sem deixar de relevar esta última.

Contudo, a esta altura, temos a consciência de que esta tese se confortará, em sua finalidade se nos atermos em compreender, tanto mais, as preocupações de Proclo, evidenciadas no âmago de suas palavras. Pois, com base na natureza da ciência matemática, por ele entendida, podemos ver a aprendizagem em que acreditava, tendo a fé como um componente estimulador. É possível sentir o movimento que leva à busca da natureza do *ser* e que nos faz acostumar ao

aprofundamento na investigação, uma característica tão inerente à filosofia quanto ao seu próprio significado. Poderíamos concluir: educar é também propiciar a investigação na busca da natureza do que se pretende aprender, e aqui se tornam inseparáveis a filosofia e a matemática.

Na segunda parte do Prólogo, Proclo procura dar luz à sua geometria, um empenho que tem o claro objetivo de conduzir-nos ao respeito e a mais profunda compreensão da natureza de seus objetos.

Como se retirasse o núcleo de uma célula, ele nos mostra a geometria como parte essencial da matemática e, portanto, no mesmo nível desta.

Ao mesmo tempo, ele põe a aritmética antes da geometria, na medida em que seus objetos são mais simples: exemplifique-se o número, um ser que não precisa de posição como o ponto.

Então, a ciência que trata de figuras, como denomina Proclo, se inter-relaciona com aquela que trata de números, num processo que a todo tempo busca a justificativa ou a utilidade.

Dá a impressão de que, cada vez mais, Proclo procura realimentar sua concepção de que a geometria não busca seus objetos na natureza sensível, dada a frequência com que refuta a concepção aristotélica e o ar de ansiedade e admiração em suas palavras na crença da verdade platônica.

Por outro lado, tão nobre é o seu comentário, que ele não hesita, por instante algum, em enumerar contribuições da doutrina de Aristóteles.

A geometria de Proclo, entendida como ter seus objetos oriundos da inteligência, a partir do *nous*, cria, através da imaginação, suas figuras, ao mesmo tempo divisíveis e indivisíveis, para adaptarem-se ao ambiente corpóreo. Dessa forma, a geometria como ciência hipotética que é, instala-se em nível intermediário

relativamente ao *nous* e ao mundo material. É através dela que a ciência e, portanto, o homem, pode ascender e descender, tendo como base suas figuras racionalmente imaginadas, cujas relações são frutos de argumentações intelectualmente irrefutáveis.

Portanto, o verdadeiro geômetra desfruta duplamente dessa ciência, pois ascende racionalmente aos princípios que podem aproximá-lo do Bem e permite compreender os notáveis benefícios que a geometria traz para os que dela se utilizam.

Com o pensamento acima, Proclo, conseqüentemente, não deixa de contemplar obras de estudiosos como Pitágoras, Hípias³⁹, Hipócrates⁴⁰, Arquimedes⁴¹ e outros, numa demonstração de respeito com relação àqueles que contribuíram para o desenvolvimento da geometria, bem como externar a importância teórica e prática dessa ciência. Para isso, traça, então, uma “micro-história”, que conta a geometria que evoluiu da utilidade para a ciência, da necessidade egípcia à argumentação grega, tão bem estampada nos *Elementos*.

Proclo descreve o geômetra, tomando como principais integrantes desse conceito a concepção platônica dessa ciência e o estudo à moda dos expoentes acima

³⁹ Hípias de Elis (460-399 a.C.): Sofista e professor afamado no mundo grego. Matemático pitagórico, inventou, segundo Proclo, uma curva física que se denominou quadratriz, e que permitia a subdivisão de um ângulo agudo em partes iguais, na tentativa de resolver o famoso problema da trissecção de um ângulo qualquer com régua e compasso. (Lintz, p. 290)

⁴⁰ Hipócrates de Chios (V a.C.): Foi nosso geômetra grego. Como Euclides, porém antes deste, compilou em um livro elementos de matemática, muito provavelmente o primeiro a ter feito isso. Na tentativa de resolver o problema da quadratura do círculo, particularmente, o fez com algumas *lúnulas* (interseção de dois segmentos de círculo). (Boyer, p. 50)

⁴¹ Arquimedes de Siracusa (III a.C.): Amigo de Eratóstenes e excepcional matemático, antecipando, com o *princípio da exaustão*, o raciocínio de Leibniz e Newton em pelo menos dois mil anos. Uma mente privilegiada que ensinou ao mundo, através das *leis da hidrostática*, como viajar sobre a água! (Boyer, p. 50)

citados. Aqui estão contempladas as mesmas características do matemático, no que, Proclo, naturalmente, se espelhou.

Convém lembrar que o nosso *neoplatônico* era adepto, obviamente, do fato de que a geometria, através de suas formas, constituía-se no melhor caminho para ascender, o que se inscreveu na história do platonismo, como a mais nobre e bem argumentada concepção de evolução em se tratando do homem.

Daqui por diante ressaltaremos em nosso trabalho as qualidades de Proclo, que convergem para o educador matemático, com base no texto de Euclides. O leitor notará que, quando for necessário, serão anexadas análises e comentários de outros estudiosos de Proclo, quanto ao seu potencial filosófico e matemático.

O primeiro livro dos *Elementos*, como o próprio Proclo antecipa, na segunda parte do Prólogo, trata essencialmente da geometria plana, mais precisamente de triângulos e quadriláteros.

A forma didática com que ele expõe este primeiro passo, rumo à estereometria (geometria dos sólidos) se tornará clara no decorrer do comentário. Aos poucos nos acostumaremos a admitir a idéia de que Proclo não poderia ter escolhido melhor trabalho com o qual identificar-se, pelo menos como bom professor de matemática.

Segunda Parte

Começa Euclides por definir *ponto*, *linha* e *superfície*. Um empenho que deve ter-lhe dado um bom trabalho intelectual, já que por serem os primeiros conceitos não lhes conhecemos as causas.

O *ponto*, definido como "o de que nada é parte", expresso em uma negativa, tem sua definição justificada por Proclo, baseado no *Parmênides*. Para

chegar a essa conclusão a respeito do fato de não haver a causa para o ponto, Proclo diz ter feito analogia com uma passagem do *Parmênides* que apresenta a argumentação acerca da existência do Uno.

Explica Proclo, ainda, que o ponto é o gerador e mantenedor da essência da geometria. Como exemplo de significado idêntico, ele põe a *mônada pitagórica*, considerada menos singular que o número, já que este não precisa de um lugar para existir. Enfim, o ponto é associado ao *nous*, assim como a unidade ao *Uno*, em que o primeiro tem o poder de manter a essência e o segundo o poder de unificar o conhecimento.

Nas definições de *linha* e *superfície*, Proclo procura ressaltar a ordem e a coerência de Euclides, em termos de prioridade e síntese.

A *linha*, “um comprimento sem largura”, e, portanto, sem qualquer outra dimensão e a *superfície*, “que tem apenas comprimento e largura”, são, na ordem de Proclo, definições descendentes: a primeira com uma negação equilibrada por uma afirmação e a segunda com duas afirmações. Isto porque o que segue a causa, pode ser expresso por afirmações.

Há uma associação que Proclo faz, dada a sua notável coerência, entre a *linha* e a *alma* e entre a *superfície* e os objetos sensíveis. Nesta última, ele evidencia uma particularidade, o plano, para aproximar-se da natureza material.

Proclo dá, então, classificações para linhas e superfícies, devidas a Aristóteles, Gemino e Apolônio, mas adverte que o nível destas classificações não é adequado ao estudo neste primeiro livro, em que Euclides visou à geometria plana e às figuras com lados retilíneos, excetuando-se apenas a circunferência. Após uma análise, com base nos autores acima citados e no *Parmênides*, Proclo acaba por admitir apenas dois tipos de *linha*: a reta e a circunferência, constituindo-se as demais num misto destas. Da mesma forma, Proclo admite apenas dois tipos de

superfícies: a plana e a esférica. Portanto sendo estes entes, na alma, gerados a partir dos princípios do *limitado*, do *ilimitado* e do *misto* do *Nous*.

Sem dúvida, nesse início, obviamente mais difícil de ser entendido e, portanto, analisado, é quando Proclo mostra sua competência, não só em termos filosóficos, mas também em relação ao conhecimento de trabalhos oriundos de nobres estudiosos e de suas concepções. É sempre muito cauteloso, fundamentando-se em boas argumentações para, então, concluir. Nosso comentador induz o leitor à crença naquela filosofia que em tudo mostra coerência e nada deixa para duvidar, num traçar do caminho que vai à conclusão e ao princípio, fazendo, do cauto argumento, o caminho para a verdade.

No comentário, Proclo faz uma analogia entre as definições de reta e círculo, que logicamente seguem linha e ponto. A reta, como consequência da auto-propagação infinita do ponto, pode ser comparada à geração, a partir da essência, e ao círculo, ao ente que se expande tornando-se abrangente e contrai-se na unidade, o que garante a eterna harmonia e não permite o desajuste universal.

Assim, o *ponto*, a *linha* e a *superfície* são *limites* e *limitados*, estando o *limite* num nível superior ao *limitado* em que, no caso do *ponto*, *limite* e *limitado* se confundem.

Tais definições em Euclides fazem Proclo, novamente, e de forma bastante coerente, impor o *Uno* como limite dos objetos do *nous*, este dos objetos da *alma* e esta dos seres da natureza sensível. Na natureza sensível, os corpos se apresentam todos com três dimensões e, portanto, são limitados por incorporações de superfícies, cujas figuras são imaginadas adequadamente na alma.

Nas definições de ângulos retilíneos planos, o ângulo reto é relevado, sendo por ele associado à boa conduta humana. Para Proclo os ângulos obtuso e agudo representam o abuso e a deficiência no comportamento do indivíduo, respectivamente.

Para o nosso bizantino, a reta perpendicular, como consequência do ângulo reto, representaria a conduta exemplar, lançando-se ao infinito ascendente, como prova de que a evolução humana não tem limites.

Muito embora Euclides tenha pensado só na coerência e na ordem geométricas, é muito boa a associação de Proclo, que tenta convencer o leitor da possibilidade de ter sido o autor dos *Elementos* um produto, ainda que indireto, da Academia de Platão.

Proclo, às vezes, parece ter razão nesse julgamento, se olharmos para a terminologia cuidadosa utilizada por Euclides. Por exemplo, a concepção euclidiana de figura, um ente estudado entre platônicos, de certa forma alimenta aquele pensamento.

A figura, ou melhor, o ente figurado, na concepção de Euclides, como admite também Proclo, constitui-se do *limite* e do *limitado*. Aqui, Proclo esclarece a concepção de Posidônio⁴² que considera como figura apenas o *limite*.

Afirma, então, Proclo que a figura deve constituir-se de limite e limitado, pois para esta adequar-se à matéria que deve incorporar, é preciso ser “densa”. Não existe corpo vazio! Aqui, novamente, Proclo chama a atenção para a arquitetura inteligível que parte do *nous* e possibilita, na alma, o desenho de figura, e que uma vez incorporado no sensível, não se altera, pois já é assim caracterizado.

O comentário de Proclo, relativamente às definições de triângulo, quadrilátero e suas subdivisões releva, num primeiro momento, a nomenclatura e, depois, sugere uma associação demiúrgica.

⁴² Posidônio de Apamea (II -I a.C.): Chefe da escola Estóica de Rodes. Tem trabalhos em "geografia matemática" e em astronomia.

Daquele primeiro momento, Proclo ressalta a incoerência de Euclides em ter nomeado aquelas figuras, ora com relação ao número de lados, ora com relação ao número de ângulos. Porém, ele justifica o nome quadrado em vez de quadrângulo, por exemplo, por ser esta uma figura com propriedades singulares perante os demais quadriláteros e por constituir-se de quatro ângulos retos, tendo, portanto, sua associação privilegiada relativa à ordem divina. É importante observarmos como Proclo desenha, todo o tempo, um Euclides platônico, e procura neste a essência do pensamento.

Como Euclides, a esta altura, ainda não tratou do paralelismo, suas definições e classificações se limitam ao entendimento por intermédio de outros entes absolutamente bem ordenados, em sua exposição, conforme deixa bem claro o comentário de Proclo. Portanto, o ente geométrico paralelogramo, por exemplo, que é aqui antecipado, não é devido a Euclides, mas a outros comentadores não imbuídos da mesma ordem, o que é advertido pelo nosso comentador. Proclo cita Filolaus⁴³, Platão e faz menção ao *Timeu* como exemplos de associações do triângulo equilátero e do quadrado, por suas singularidades, às ações divinas. Nesse panorama não é possível negar a admiração de Proclo pelo *Timeu*, nem o ar jambliquiano de suas argumentações demiúrgicas, um sentimento que Mueller concebe no clima do comentário.

Depois das definições, Euclides ordena o que denominou noções comuns e postulados. Trataremos, aqui, as primeiras por axiomas, como no texto de Proclo, mesmo porque, cientificamente, têm estes o mesmo significado. Para ele, entre os primeiros princípios estaria também a hipótese.

Após uma análise das concepções de Aristóteles, Gemino e Arquimedes, e baseado no texto de Euclides, acerca de axioma e postulado, Proclo conclui que é consenso de que estes conceitos são distintos. Expõe ele que Gemino admite axioma

⁴³ Filolaus (V a.C.): Natural de Metapontum ou Crotona. Foi um pitagórico que se dedicou à teoria numérica pitagórica e suas relações com a natureza. É provável que Filolaus tenha sido professor de Árquitas de Tarento.

como o que é fácil de se entender e postulado como o que é fácil de se desenhar e que estes diferem na mesma razão que problemas e teoremas; que Aristóteles admite axioma como o que não pode ser demonstrado e postulado como o que é demonstrável; que Arquimedes postula o que pode ser axioma, particularizando-o para a física (*Sobre Equilíbrio*), por exemplo. Enfim, para Proclo, o axioma constitui-se de um princípio geral e o postulado um princípio para a geometria. O primeiro obviamente aceito por ser evidente e o segundo admitido mediante sua simples construção.

Proclo, de certa forma, inclina-se ao que conceberam Aristóteles e Gemino, pois ele considera como sendo postulado apenas os três primeiros enumerados por Euclides, justificando serem o quarto e o quinto, axiomas, por não procederem de construções e muito menos de demonstrações.

Ele não poderia pensar de outra maneira, pois os esforços de estudiosos, nas demonstrações destes ditos postulados, traduziram-se em fracasso.

O comentário de Proclo, sob um olhar filosófico, relativamente aos três primeiros postulados, constitui-se num nobre empenho em garantir, ao leitor, a superioridade do ente geométrico, racionalmente imaginado na alma, frente às formas da natureza sensível. Sublima ele a intelecção no caminho que leva da compreensão das primeiras definições às construções devidas àqueles três postulados.

Na advertência de que só enxergamos o que imaginamos, Proclo admite a visão, ora discreta, ora contínua; a primeira com o poder de gerar a segunda, quando solicitada pelo ambiente intelectual na alma.

Daí, para um bom entendimento dos objetos da geometria, Proclo a trata mais filosoficamente, já que admite a verdadeira compreensão, mediante aquele movimento de intelecção, que se afasta do mundo sensível para o inteligível e retorna, não perdendo a essência nem a conclusão eternamente verdadeira.

Talvez nesta busca, mais profundamente ligada aos olhos da alma, como diria Sócrates, é que Proclo encontrou segurança para contestar argumentações de estudiosos que não possuíam a mesma lucidez filosófica que ele.

Ora, a supressão de alguns axiomas, sugerida por Heron, a adição de outros, sugerida por Pappus, e outras propostas são firmemente objetadas por contra-argumentações de Proclo, no terreno da filosofia.

Proclo, com certa freqüência, procura mostrar, no comentário, que é preciso enxergar mais longe para "propor" alterações teóricas.

Neste caso, mostra novamente nosso comentador que a deficiência e o excesso estão presentes naquelas propostas, respectivamente, e que Euclides dá aos seus primeiros princípios, o que seriam as condições de necessidade e suficiência.

Enfim, o fato de Proclo impor que toda a geometria plana provém do poder de auto-propagação do *ponto*, da *reta* e do *plano*, onde cada um deles “administra” o seguinte, deixa claro o sentido da necessidade e da suficiência. Acreditamos que nessa afirmação ele subentenda como bem compreendidas, as definições destes três entes e, portanto, a uniformidade de suas gerações, sempre mantendo a essência do que estabelece a definição e os princípios do *limite* e do limitado.

O empenho de Proclo em justificar que “todos os ângulos retilíneos retos são iguais”, no sentido de que Euclides não poderia ter postulado de outra maneira, não parece esclarecer aquele conceito. Poderíamos até pensar em postulá-lo a partir da quadrissecção do círculo, mas isto não estava na ordem de Euclides!

É verdade que existe uma infinidade de ângulos agudos distintos e uma infinidade de obtusos distintos, o que não acontece com os ângulos retos e é nisso que Proclo se apoia para concordar com Euclides.

Segue a boa análise de Proclo com relação ao quinto postulado: *fique postulado, caso uma reta, encontrando duas retas, faça os ângulos interiores e sobre o mesmo lado, menores do que dois retos, sendo prolongadas ilimitadamente as duas retas, encontrarem-se sobre o lado em que estão os ângulos menores do que dois retos.*

Quem sabe, Proclo, na insegurança de que alguém viesse efetivamente a provar o quinto postulado, o tenha proposto como axioma ou teorema, mesmo porque Aristóteles, Gemino e outros vultos de peso o classificaram daquela forma.

Proclo esclarece o fato interessante de que nunca podemos precisar o ponto em que as retas se encontram e que, ao mesmo tempo, admitimos saber que elas se encontram. Aqui enxergamos um Proclo preocupado, pois admite ser este postulado não demonstrável, nem evidente. Aliás, um impasse que passou a incomodar a mente de muitos estudiosos.

A argumentação que segue mostra que não é simples admitir ou não a intersecção das retas referidas no quinto postulado, o que Proclo faz de forma enriquecedora em seu comentário.

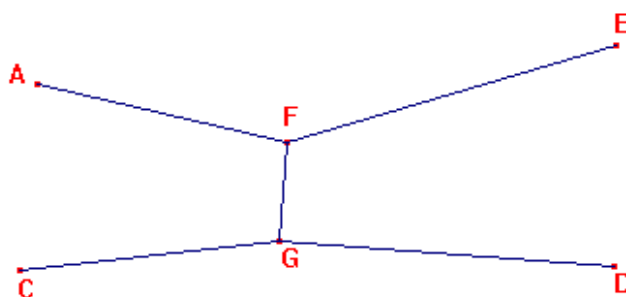
Uma primeira explicação é dada por Proclo, mostrando que assíntotas se aproximam da curva infinitamente e não a interceptam em ponto algum. Obviamente, não podemos considerar assíntotas entre retas, porém Proclo procura polir um raciocínio precipitado, zelando pela boa argumentação geométrica.

A prova equivocada de Ptolomeu⁴⁴, partindo da validade de que nas condições do V postulado, se as duas linhas prolongadas formam com a transversal ângulos internos iguais a dois retos então elas não se encontram, é também comentada.

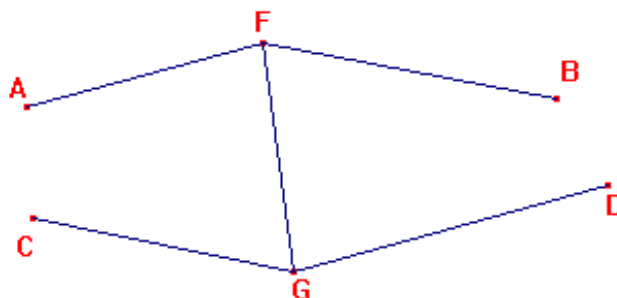
⁴⁴ Ptolomeu (II A.D.). A data é precisa e baseada nos seus registros de observações astronômicas de 125 a 141 A.D.. Frequentou a escola de Alexandria. Nasceu na cidade dos Ptolomais, às margens do Nilo, próximo à Tebas. Sua principal obra, que foi denominada por *Almagesto* (o maior) se constitui de uma vasta compilação de problemas e tabelas astronômicas, com uso de trigonometria esférica, fundamentalmente.

Proclo dá uma demonstração, por absurdo, para garantir a validade do que é aceito, como princípio, por Ptolomeu.

Em resumo, mostra ele que se os ângulos interiores de um lado e de outro são maiores que dois retos, AB e CD não são retas e ainda a distância entre elas, nesse caso, aumentaria indefinidamente, para os dois sentidos, contrariando a hipótese, veja a figura:



Ou, analogamente, se os ângulos interiores, de um lado e de outro são menores que dois retos, então AB e CD não são retas, e ainda, em ambos os sentidos a distância entre elas, nesse caso, diminui cada vez mais, contrariando também a hipótese. Veja a figura:

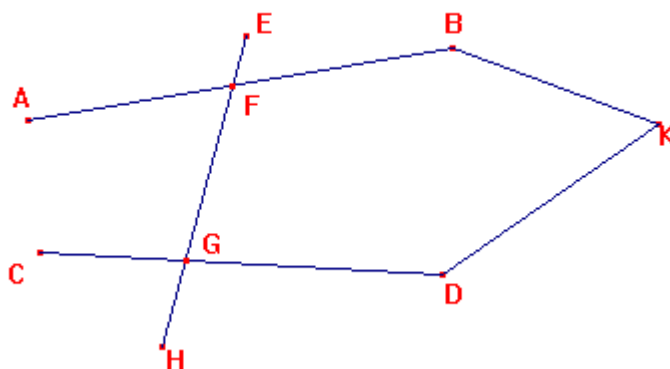


E Proclo continua, esclarecendo que se para o lado onde os ângulos internos são menores que 2 retos, não houver ponto comum, com maior certeza não haverá do outro e, portanto, as retas são paralelas. Desta forma, os ângulos considerados só podem ser iguais a dois retos.

Em seguida Proclo dá, o que seria uma esperança para a prova efetiva, devida a Ptolomeu, quando este procura demonstrar que se os ângulos internos são

menores que dois retos, então as retas se encontram daquele lado e não na direção em que os ângulos internos são maiores que dois retos.

Segue a demonstração de Ptolomeu. Consideremos a figura:



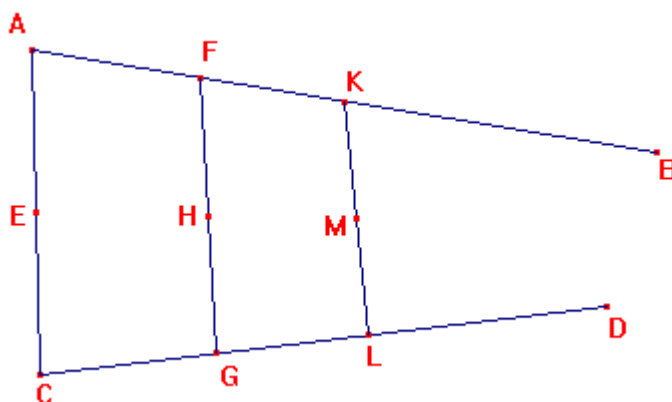
Admitamos que os ângulos AFG e FGC são menores que dois retos e que os ângulos BFG e FGD são maiores que dois retos. Como os ângulos AFG e BFG são iguais a dois retos, então o ângulo FGC é menor que o ângulo BFG. Mas se admitirmos que a reta AB intercepta a reta CD no ponto K, como mostra a figura, do lado onde os ângulos internos são maiores que 2 retos, então o ângulo FGC seria um externo do triângulo FKG e portanto maior que o ângulo interno BFG, o que é absurdo.

Assim, não se interceptam daquele lado, aquelas retas, então se interceptam do outro, onde os ângulos internos são menores que 2 retos.

Aqui Ptolomeu além de usar uma proposição posterior de acordo com a ordem de Euclides, deu uma demonstração indireta partindo de uma afirmação discutível com o mesmo grau de incerteza.

Apreendamos o raciocínio a seguir que se constitui num exemplo do nível de argumentação em Proclo.

Consideremos a figura seguinte:



As retas AB e CD, interceptadas pela reta AC, formam os ângulos internos menores que 2 retos.

O ponto E é médio e AF e CG iguais a AE e EC, respectivamente, e portanto, iguais entre si. Então F e G não podem coincidir, por exemplo, em P, pois neste caso o triângulo ACP teria o lado AC medindo exatamente os outros dois, AP e CP. Podemos usar o mesmo raciocínio com relação a FG e estenderemos o processo indefinidamente sem podermos provar a existência do lugar do ponto de intersecção.

É importante observarmos que à medida que nos afastamos dos pontos A e C simultaneamente, as retas (segmentos) transversais tornam-se cada vez menores e, portanto, suas subdivisões através dos pontos médios determinam retas (segmentos) também cada vez menores, oferecendo-nos uma falsa visão de que sempre é possível representá-los nas retas AB e CD sem a obtenção de um ponto de intersecção como consequência.

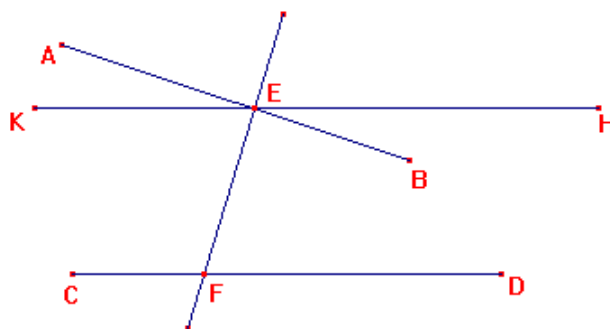
Proclo chama a atenção para o fato de que não podemos afirmar que aquelas retas não se encontram daquele lado.

Com certeza, ele diz que algumas se encontram, basta traçar na figura anterior, como exemplo a reta AG e, sem discussão, esta e a reta CG se encontram em G e, obviamente, formam com AC ângulos internos menores que dois retos.

Observemos que Proclo está preocupado com objeções e dúvidas, ao mesmo tempo, dando prova de que em geometria é preciso cuidado nas afirmações e nas justificativas, pondo de lado, definitivamente, a probabilidade e a precipitação na conclusão: características presentes na opinião daqueles que não concebem a ciência da geometria verdadeiramente.

Mas Proclo não pára por aqui, ele dá uma demonstração, usando um resultado de Aristóteles, para aqueles que a qualquer custo admitem ser tal enunciado demonstrável, supondo-o como teorema.

A princípio ele mostra que se duas retas são paralelas, qualquer reta que intercepta uma delas, intercepta também a outra. Em seguida prova que as retas se interceptam do lado em que os ângulos internos são menores que 2 retos, como está descrito abaixo.



Temos que os ângulos BEF e DFE são menores que dois retos, ou seja, o ângulo BEH é o que falta para com aqueles dois, exatamente, compor dois retos. Então, se prolongarmos a reta HE até K determinamos a reta HK obviamente paralela à reta CD. Daí, pelo resultado anterior, a reta AB intercepta a reta CD do lado onde os internos são menores que dois retos.

Esta demonstração envolve elementos que não estão na ordem de Euclides e, de certa forma, conteúdos que não são apresentados como tal nos Elementos fogem à natureza do conteúdo.

Enfim, é salutar que se mostre a profundidade e o esmiuçar com que Proclo comenta este quinto postulado.

Sua análise, pondo em evidência as concepções de estudiosos, com conhecimento do campo em discussão, tem o objetivo de oferecer um rico ambiente para aquele que realmente pretende aprender geometria.

No âmago do raciocínio filosófico é que encontramos o pensamento que racionalmente nos leva aos princípios, e por isso, acreditamos ser, neste capítulo do comentário, o momento em que Proclo mais se aprofundou para se assegurar do resultado. Aqui ele preparou o terreno filosófico–matemático para garantir um comentário seguro e coerente.

Em seu Prólogo, mais precisamente na parte dois, Proclo expõe as concepções de estudiosos, como Espeusipo, Menaecmo⁴⁵ e Posidônio, e a concepção e argumentação aristotélica em que se fundamenta para concluir que problemas e teoremas são distintos, assim como axioma e postulado. Pois teorema tem um nível superior de argumentação em relação ao problema e, portanto, é mais próximo do inteligível e mais abrangente, conseqüentemente, na mesma razão de axioma para postulado.

Quando Proclo diz, nesta parte do Prólogo, que Euclides intercala teoremas e problemas, certamente está insinuando que o alexandrino estava mais preocupado com a ordem do seu trabalho que com a prioridade de teorema sobre

⁴⁵ Menaecmo (V a.C.): Segundo Proclo, era irmão de Disnóstrato discípulo de Eudoxo. A influência de seus trabalhos a respeito de cônicas, sempre marcados por um raciocínio rigoroso, fez-se presente em pinturas e nas formas de algumas jóias, feitas naquela época.

problema. Constitui-se de tarefa difícil ou impossível combinar as duas ordens simultaneamente.

Mas Euclides, na visão de Proclo, absorveu a ordem divina, indo do axioma ao problema e, portanto, assimilou uma ordem para os níveis do que vai do inteligível para o sensível. Em Proclo fica caracterizado o significado de elemento, que Euclides faz transparecer em seu livro. Contudo, Proclo esclarece que o livro IV dos *Elementos* trata apenas de problemas e que o V trata apenas de teoremas.

Anteriormente ao comentário das proposições, que justamente compreendem teoremas e problemas, Proclo faz uma breve recapitulação dos significados destes, principalmente demonstrando uma certa preocupação, pensamos nós, com o bom entendimento do leitor. Se bem que quando o enunciado de Euclides constitui-se em um teorema, ele termina a demonstração escrevendo: "o que era preciso provar", quando se constitui em um problema ele termina a demonstração escrevendo: "o que era preciso fazer", dando prova clara de que diferenciava os dois tipos de enunciados.

Passemos, então, a terceira parte de que constarão teoremas e problemas, cujas denominações acima expostas se esclarecerão e ao que Proclo nomeou Proposições, ordenando-as em numerais romanos.

Terceira Parte

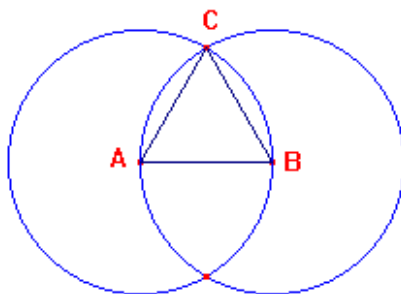
Neste texto procuraremos exemplificar o comentário, principalmente em proposições, sendo possível evidenciar qualidades em Proclo que justifiquem verdadeiramente nosso trabalho. Para maior fidedignidade deste trabalho, enunciaremos as proposições do comentário dos escritos de Euclides, traduzido diretamente do Grego.

Uma vez que, naturalmente, não enunciaremos aqui todas as proposições, pois este texto não trata de análise do livro, mas sim do comentário de Proclo, tentaremos, de forma clara, resumi-las dando uma boa idéia do que é apresentado.

A *primeira proposição* é assim enunciada : “Sobre a reta limitada dada, construir um triângulo equilátero”.

Em resumo, Euclides procede da seguinte forma:

Sendo AB a reta limitada dada, traçamos dois círculos com raio AB, um com centro A outro com centro em B, obtendo assim o 3º vértice na intersecção, C.



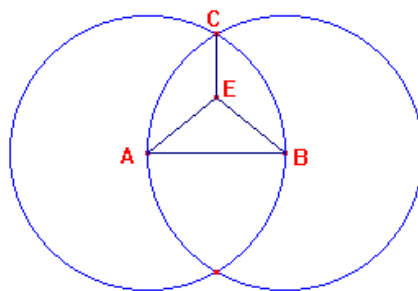
Então, ABC é o triângulo pedido.

Obviamente, esta proposição é um problema e Euclides termina escrevendo: o que era preciso fazer.

Aqui, Proclo expõe a contestação de Zeno⁴⁶ de que Euclides deveria antes ter provado que duas retas distintas não podem determinar um segmento em comum.

⁴⁶ Zeno de Sidon (II- I a.C.): Epicurista. O estudo de suas obras permite concluir que Zeno foi um autor lúcido.

A figura que segue evidencia tal preocupação:

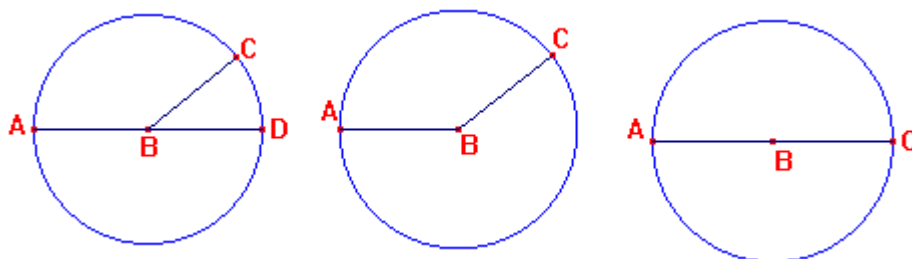


Portanto, segundo Zeno, Euclides, antes de enunciar este primeiro problema deveria mostrar a impossibilidade de as linhas retas AC e BC determinarem um segmento comum CE. Ainda, nas palavras de Proclo, esta objeção pede atenção para os postulados:

- qualquer parte de uma linha reta coincide com ela toda.
- O intervalo entre dois pontos, se numa linha reta, é o menor possível, e a reta por eles é única.

Proclo entende a preocupação de Zeno, mas refuta-a dizendo que a oração jazer igualmente, garante aquela condição, o que Euclides admite naturalmente.

Mesmo assim, nosso comentador dá uma prova daquela impossibilidade, usando o fato de que semicírculos de um mesmo círculo não podem ter áreas distintas. A ilustração que segue resume esta conclusão:

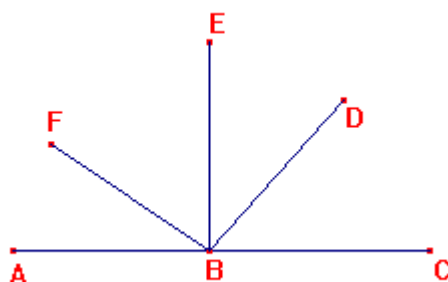


Ou seja, as áreas limitadas pelos “semicírculos” de diâmetros ABC e ABD, do mesmo círculo seriam distintas.

Proclo ainda supõe uma possível objeção de Zeno, em sua demonstração, de que seria preciso provar que duas circunferências não têm segmento comum. Mas, isto Proclo diz ser admitido como verdadeiro há muito e, neste caso, relata uma prova em que, ironicamente, Posidônio procura mostrar onde chegamos mas se admitirmos o absurdo da existência daquele segmento comum.

A demonstração que segue é devida a Zeno, e Proclo adverte terem sido usados para tal, elementos que são tratados por Euclides posteriormente.

Com base na figura, acompanhe a demonstração.



Supondo que as retas AD e AC tenham o segmento comum AB, se a reta EB é perpendicular à reta AC também o será à AD, o que é absurdo. Senão, tomemos a reta FB, perpendicular a AD. Então, FB também será perpendicular à reta AC, o que também é absurdo. Portanto, não existe um tal segmento comum.

A esta altura ainda não foi provado que a perpendicular a uma linha reta por um ponto dela é única.

Enfim, Proclo afirma serem as opiniões de epicuristas⁴⁷ e filósofos de que, o caso deve ser bem analisado em vista de suas consequências.

⁴⁷ Epicurismo: Escola filosófica fundada por Epicuro de Samos, em Atenas, em 306 a.C. Segundo essa doutrina a tranquilidade do espírito (boa administração do prazer, das sensações humanas) está acima da investigação filosófica e, portanto, os deuses não influenciam a natureza sensível.

As construções do triângulo isósceles e do escaleno apresentadas por Proclo, sem ferir a ordem de Euclides, provam a fidelidade e o respeito do nosso filósofo matemático, que, mesmo neste tema, mostra adoração pelo ser geométrico como um representante demiúrgico. Novamente, sem se afastar da boa ordem destas representações, ele põe o triângulo equilátero como o símbolo da igualdade, perfeição e identidade, estando os círculos que o determinam, num nível superior, fortalecedores do seu significado e reflexos do movimento que faz retornar aos princípios.

Com certeza, Proclo viu no triângulo equilátero, a singularidade da espécie, e por isso, pouco é preciso para construí-lo.

O número de casos que o nosso professor de matemática insere nas *proposições* II e III é prova de sua visão de ensino sob a perspectiva da dissolução e estimulação de refutações.

Proclo se mostrou, portanto, seguro e consciente, apoiado no que acreditava, ou seja, na competência de Euclides e na filosofia platônica. Na oração:

“...agora nós precisamos distinguir os significados de lema, caso, porisma objeção e redução”(Morrow, pp.165-166) , vemos claramente a intenção educativa de Proclo, ou seja , sua preocupação, poderíamos conjecturar, com a base de que o leitor precisaria.

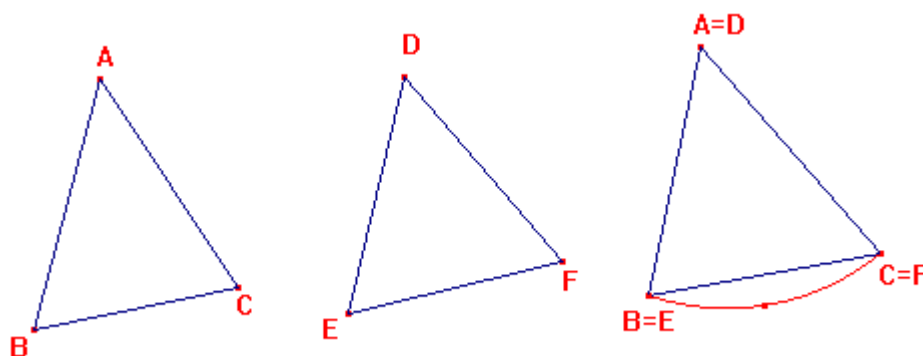
O primeiro teorema de Euclides é registrado na sua proposição IV e trata da “igualdade” de triângulos: “caso dois triângulos tenham os dois lados respectivamente iguais aos dois lados e tenham o ângulo igual ao ângulo, o contido (formado) pelos lados iguais, terão também a base igual à base, e o triângulo será igual ao triângulo, e os ângulos restantes serão, respectivamente, iguais aos ângulos restantes, sob os quais os lados iguais se estendem.”

Para Euclides, triângulos iguais são triângulos congruentes.

Euclides era “econômico”, construindo e demonstrando o essencial, deixando as conseqüências e os casos subseqüentes para o aluno trabalhar, uma característica também de Proclo, evidente no comentário, na medida em que amplia as possibilidades geométricas.

Proclo admirou Euclides por este admitir, obviamente, presentes em suas demonstrações, os primeiros princípios, o que para ele registrou-se como memorização filosófica de verdades absolutas, logo, irrefutáveis.

Na demonstração do teorema em questão, Euclides é questionado por não provar que duas linhas retas não limitam área alguma, para garantir a aplicação de um triângulo no outro. A figura que segue, ilustra a questão acima.



Proclo justifica que sendo este primeiro livro endereçado a iniciantes, tornam-se descabidos questionamentos daquela ordem e profundidade mais afeita a eminentes estudiosos e comentadores.

O respeito ao lugar geométrico dos dados, relevado por Proclo na construção, implementa a sua concepção filosófico-científica. Por exemplo, dar um segmento é diferente de dar a sua medida. O primeiro tem lugar, o segundo não. Esta é uma conseqüência das concepções de ponto e número, respectivamente, já estudadas neste trabalho.

A subdivisão de um ângulo agudo, tendo sido investigada por antepassados de Proclo, como Hípias e Arquimedes, por exemplo, era conhecida por ele, fato elucidado em seu comentário sobre a bissecção de Euclides. Apesar de

Euclides não tratar daquelas subdivisões, sendo elas de um conteúdo fora de ordem no contexto do livro, o comentário de Proclo nos dá idéia do seu conhecimento naquele terreno: que se leve em consideração a construção da quadratriz de Hípias ou a espiral de Arquimedes, por ele estudadas.

Proclo é perspicaz e mescla o enobrecimento aos expoentes da história por ele mencionados, e seus respectivos arrazoados com as justificativas da ordem e coerência do alexandrino. Talvez seja um procedimento para levar o leitor estudioso a respeitar os grandes nomes da história da matemática e, ao mesmo tempo, assimilar o objetivo que ele impôs a este primeiro livro.

Assim, sua filosofia, ora partindo da *infinitude* Aristotélica, ora da coerência imersa no *Timeu*, oferece um bom caminho para o entendimento de seu pensar, do seu horizonte cultural.

Tão criativo se mostra ele que numa simples posição de um ponto geométrico, coloca concepções de lugar e fidelidade nas construções; que faz a extensão da linha reta interferir na possibilidade da solução.

Apesar do comentário manter-se quase sempre num mesmo ritmo e padrão, às vezes Proclo parece mais empolgado e nos leva ao mesmo sentimento.

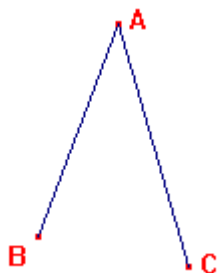
Na seqüência, Euclides usa a construção do triângulo equilátero para resolver problemas envolvendo linhas retas (segmentos) aos quais Proclo oferece um comentário com boa variação de casos.

Observamos na *proposição IX*, “bissecionar um ângulo retilíneo dado”, a perspicácia e criatividade de Proclo na exposição de novos casos, tornando-se esta ação, sobretudo, um desejo de Euclides e ainda um bom estímulo para estudantes interessados no comentário. A igualdade de triângulos, relativamente aos lados e ângulos, constitui-se no último assunto desta primeira parte do comentário, ao que se denominaram proposições, na ordem de Proclo.

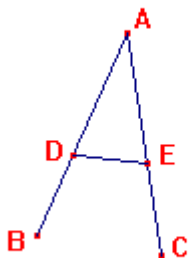
A princípio Proclo explica que se trata de um ângulo menor que dois retos, já que o processo para ângulos maiores inclui conhecimentos de geometria plana que o iniciante ainda não tem.

Euclides procedeu, em resumo, como segue:

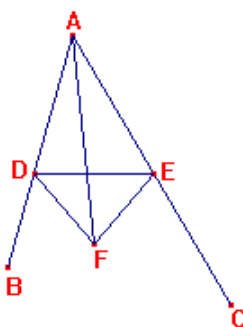
Seja BAC um ângulo qualquer dado, nas condições acima explicadas:



Construir o triângulo isósceles DAE com lados iguais sobre os lados do ângulo dado (AD e AE) iguais:



Construir o triângulo equilátero DEF sobre o lado DE, conforme figura que segue. Então, o segmento AF bissecciona o ângulo BAC:



Obviamente, esta solução é integralmente justificada por Euclides.

Proclo divide este problema em três casos, na construção de Euclides:

- i) o triângulo ABC é equilátero;
- ii) no triângulo ABC , o ângulo BAC é menor que dois terços do ângulo reto;
- iii) no triângulo ABC , o ângulo BAC é maior que dois terços do ângulo reto.

Naturalmente, em todos estes casos, Proclo usou a coerência do conteúdo de Euclides sem ferir, portanto, aquela concepção de elemento.

A *proposição XV*, “caso duas retas cortem uma a outra, fazem os ângulos no vértice iguais entre si”, é extensivamente comentada e oferece boa riqueza em seus argumentos.

A princípio Proclo comenta a necessidade de que as retas se cortem. Apoiado em Eudemo ele esclarece que Aristóteles já teria tratado deste problema, porém não cientificamente como Euclides.

Nosso comentador enuncia a proposição recíproca desta e dá duas provas distintas: uma direta e outra por redução à impossibilidade. Um complemento sutil do trabalho de Euclides. É bom lembrar que, sob o olhar de Proclo, a prova direta é sempre a melhor.

Uma consequência desta proposição, um *porisma*, na denominação de Euclides, é aqui acrescentado por Proclo:

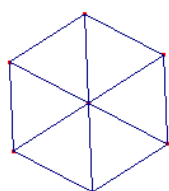
“Se duas linhas retas se cortam, elas formam quatro ângulos iguais a quatro ângulos retos.”

Proclo explica que porisma pode significar um resultado simples que auxilia um teorema ou um problema.

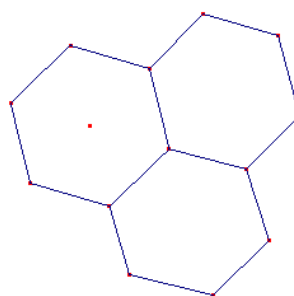
Como consequência deste porisma, o nosso comentador oferece algumas conclusões interessantes para o leitor. Vejamos:

Ao redor de um ponto só podemos “encaixar” polígonos regulares, cujos ângulos internos são submúltiplos de 4 retos. Daí só são possíveis os casos evidenciados nas figuras abaixo:

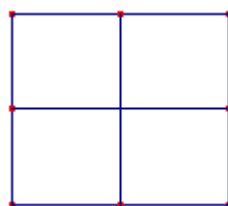
(a) seis triângulos eqüiláteros



(b) três hexágonos



(c) quatro quadrados



Complementa ele, que os demais polígonos ou são abundantes ou deficientes.

Hoje, nós, professores dos ensinos fundamental e médio, ainda usamos a exposição acima para justificar a impossibilidade de planificação na maioria dos casos.

Enfim, ângulos e triângulos se alternaram na ordem de Euclides, um seguindo ou antecedendo o outro, porém atingindo satisfatoriamente o objetivo do nosso geômetra.

Na *proposição* XIX, que Euclides enuncia: “sob o maior ângulo de todo triângulo se estende o maior lado”, também há uma rica exposição no comentário. O nosso comentador lembra ser esta, obviamente, a recíproca da *proposição* anterior: num triângulo qualquer o maior lado subentende o maior ângulo.

O fato de Euclides ter provado tal *proposição*, por redução a impossibilidade, é usado pelo nosso comentador como justificativa de que não é o fato da reciprocidade que conduz à prova indireta.

Neste aspecto, Proclo aproveita para lembrar que Euclides prova a *proposição* VIII, recíproca da IV, de forma direta. Aliás, em momento oportuno, Proclo faz uma boa exposição, explicando a possibilidade ou não de existir uma ou mais recíprocas, verdadeiras ou falsas de uma mesma *proposição*. Uma ação, no nosso entender, que expõe um Proclo preocupado, agora, com a importância da resolução completa do problema!

De certa maneira, isto levaria o estudante ao questionamento na busca de novos casos.

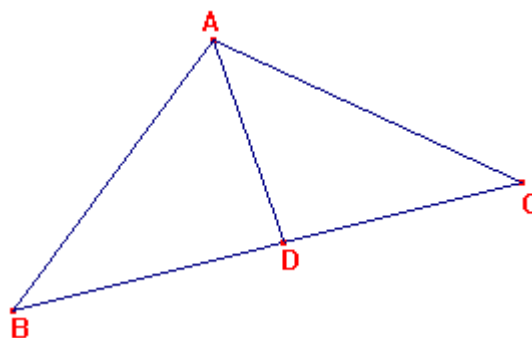
Contudo, Proclo faz uma demonstração direta, porém se utiliza de um lema, que ele próprio admite como sendo um caminho menos simples que o de Euclides.

Vejamos a prova de Proclo, sucintamente.

Lema: “Se um ângulo de um triângulo é bissecionado e a reta que o bissecciona encontra a base e divide-a em partes desiguais, os lados que contêm o

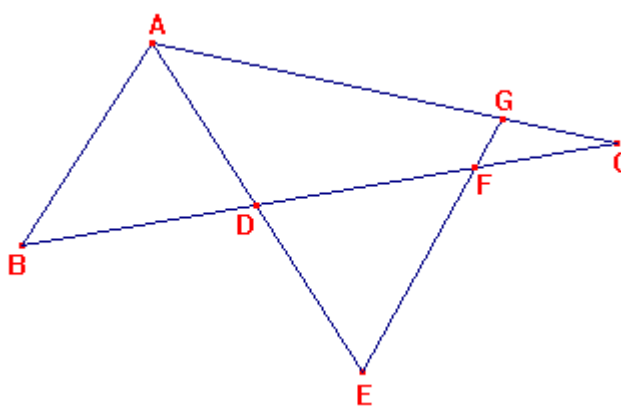
ângulo serão desiguais, o maior é aquele que encontra o maior segmento da base e o menor o que encontra o menor.”

São dados o triângulo ABC , a bissetriz AD do ângulo BAC , e que a reta BD é menor que a DC . Observe a figura abaixo:



Tomar o ponto E no prolongamento de AD , de modo que AD seja igual a DE ; determinar F no lado BC de modo que BD seja igual a DF ; unamos E a F ; determinemos G em AC pelo prolongamento da reta EF .

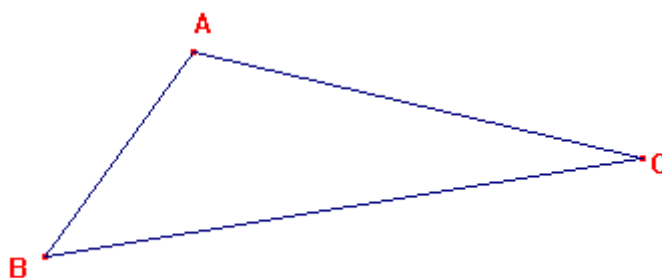
Veja figura que contempla os passos anteriores:



Então, por construção o triângulo ABD é igual ao triângulo DEF e a base EF é igual à base AB . Como o ângulo DEF é igual ao ângulo DAB e este é igual a DAG , o triângulo AEG é isósceles e a reta AG é igual a EG . Mas a base AB é igual

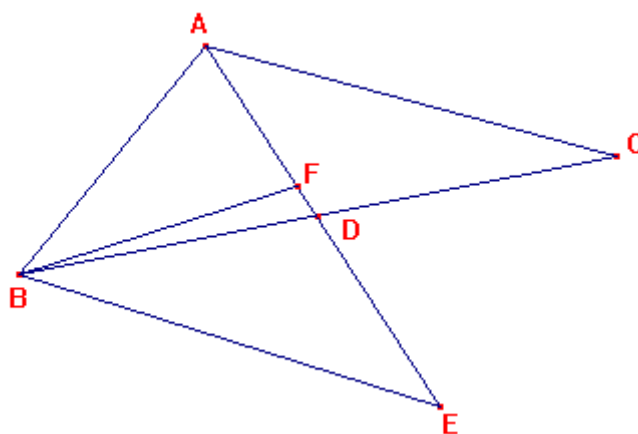
a base EF e esta é menor que EG . Então a base AB é menor que EG ou AB é menor que AG , que é, portanto, menor que AC , que evidencia a prova do lema. E aí Proclo dá uma prova direta da proposição de Euclides que em síntese é a seguinte:

Seja o triângulo ABC dado, no qual supomos o ângulo ABC maior que o ângulo ACB .



Bissecionar o lado BC pelo ponto D e prolongar a reta AD até o ponto E de modo que AD seja igual a DE .

Unir, então B a E . Finalmente bissecionar o ângulo ABE por BF . A figura que segue evidencia a construção anterior:



No triângulo ABE , pelo teorema anterior, a reta AF é menor que FE , já que o lado AB é menor que a reta BE . Mas, pela igualdade dos triângulos ADC e BDE , temos que o lado AC é igual a BE e, portanto, o AB é menor que o AC , o que conclui a demonstração.

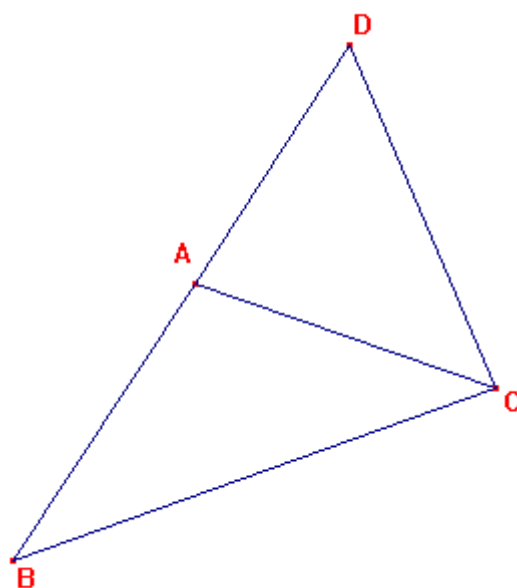
Claro que o caminho, muito mais complicado nesta demonstração, constitui-se em pura vontade de Proclo de explorar o ambiente geométrico e levar ao estudante uma boa gama de conceitos daquela geometria. Proclo insiste em mostrar que a geometria é ampla e os caminhos de sua investigação, diversos, no que se apresenta a beleza da ciência matemática.

Na *proposição XX*, “Os lados de todo triângulo, tomados de toda maneira, são maiores do que o restante”, o comentário é rico e oferece alguns pontos de vista interessantes, principalmente sob o olhar do educador.

Logo de início, Proclo contesta a atitude de epicuristas quando estes afirmam ser dispensável a demonstração do óbvio. Argumenta ele que o óbvio à percepção nem sempre o é para a ciência, onde o uso das propriedades só é possível na absoluta certeza dos seus resultados.

Na prova de Euclides, este parte, obviamente, do triângulo ABC dado, prolongando o lado AB até o ponto D , de modo que AD seja igual a AC .

Segue ilustração da figura de Euclides:



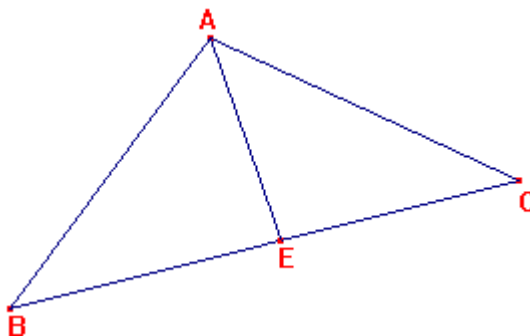
Daí Euclides prova que sendo a soma dos ângulos DCA e ACB , ou ADC e ACB maior que o ângulo ACB ou BDC , o será analogamente em relação aos lados que os subtendem, respectivamente. Daí, a soma dos lados AD e AB é maior que BC ou que a soma dos lados AB e AC é maior que BC e conclui a prova.

Explica Proclo, então, que seguidores de Heron e Porfírio não admitem prolongamentos como prova, uma vez que estes não fazem parte da figura. Acrescenta, ainda, que se uma prova pode ser dada sem sair da figura, ela é melhor e mais afeiçoada eticamente ao geômetra.

Na seqüência o nosso comentador divide a proposição de Euclides em vários casos.

Primeiro ele dá uma demonstração sem sair da figura e sem ferir, naturalmente, a ordem de Euclides. Esta seria, resumidamente, como segue.

No triângulo ABC dado, bissecciona-se o ângulo A pela linha reta AE , conforme a figura:



Então, como o ângulo AEC é externo do triângulo AEB e o ângulo AEB é externo do triângulo AEC , por proposição anterior podemos concluir que o ângulo AEB é maior que o ângulo EAC ou que o ECA e analogamente, o ângulo AEC é maior que o ângulo ABE ou que o BAE , donde tiramos que o ângulo ACE e ABE ou o ângulo ACB e ABC é maior que o ângulo BAE e EAC ou, ainda, maior que o ângulo BAC . Conseqüentemente, os lados que, respectivamente, subtendem os ângulos BAC , ABC e ACB são tais que AB e AC é maior do que BC .

Continua Proclo expondo casos imediatos em que se enquadram os triângulos eqüiláteros e isósceles, e mais, dá provas por redução à impossibilidade, mostrando, num primeiro momento, que aquela soma não pode ser igual e num segundo momento, de que não pode ser ela, menor.

Este resultado Proclo coloca em evidência na *proposição* XXII, que trata da construção do triângulo sendo dados os seus lados. Esta só é possível se a soma de dois quaisquer deles é maior que o outro; um alerta que, ao mesmo tempo, faz o estudante rever o que estudou, numa ação que leva à fixação da propriedade e a importância da ordem em que esta aparece.

O penúltimo teorema desta primeira parte constitui-se na *proposição* XXV e aqui fazemos constar seu comentário porque, sob nosso olhar, apresenta um aspecto diferente no âmbito geométrico e dos valores humanos nele incluídos. Pelo menos, é o que parece ser a intenção do nosso comentador:

“Caso dois triângulos tenham os dois lados, respectivamente, iguais aos dois lados e tenham a base maior do que a base, também terão o ângulo, contido pelas retas iguais, maior do que o ângulo.”

Proclo começa esclarecendo que esta *proposição* é a oposta da VIII:

“Caso os dois triângulos tenham os dois lados respectivamente iguais, aos dois lados, e também a base igual à base, terão também o ângulo igual ao ângulo, o contido pelas retas iguais”; e é a recíproca da XXIV: “Caso dois triângulos tenham os dois lados respectivamente iguais aos dois lados e tenham o ângulo, o contido pelas retas iguais, maior do que o ângulo, também terão a base maior do que a base.”

Ele acrescenta, ainda, que na ordem de Euclides os teoremas e seus recíprocos aparecem aos pares, em demonstrações que são, respectivamente, direta para os primeiros e por redução à impossibilidade para os segundos. Notemos que, aos poucos, Proclo expõe novas características "didáticas" do trabalho de Euclides,

sem saturar o ambiente do leitor, possibilitando um bom nível de apreensão na medida em que as conecta com argumentações do âmbito geométrico.

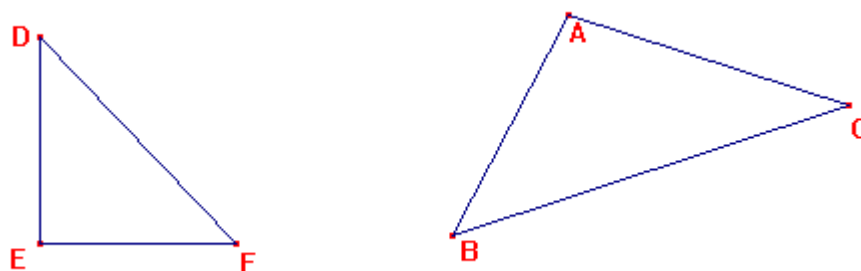
A demonstração de Euclides é por redução à impossibilidade, provando, portanto, que aquele lado, que subentende o ângulo maior, conforme na proposição, não pode ser menor nem igual ao outro, o que subentende o ângulo menor no outro triângulo, usando a proposição anterior e a de número IV, respectivamente.

Mas Proclo expõe duas provas, um pouco diferentes em seus passos, das até aqui apresentadas.

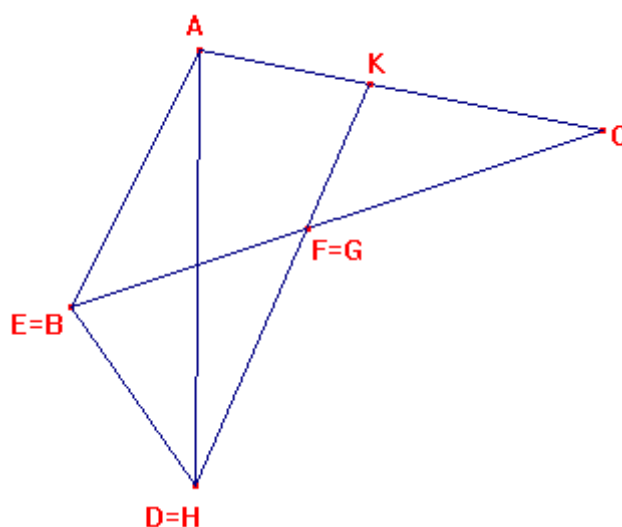
A primeira é a prova de Menelau de Alexandria (50 a 100 a.C) e a segunda do engenheiro Heron .

A prova de Menelau, em resumo, é a que segue:

São dados os triângulos DEF e ABC, sendo os lados DE e DF iguais aos lados AB e AC, respectivamente, e o lado BC maior que EF, conforme as hipóteses do teorema. A figura que segue ilustra o exposto acima:



Menelau “transporta” o triângulo DEF, fazendo sua base EF jazer em BC, conforme mostra a figura que segue:

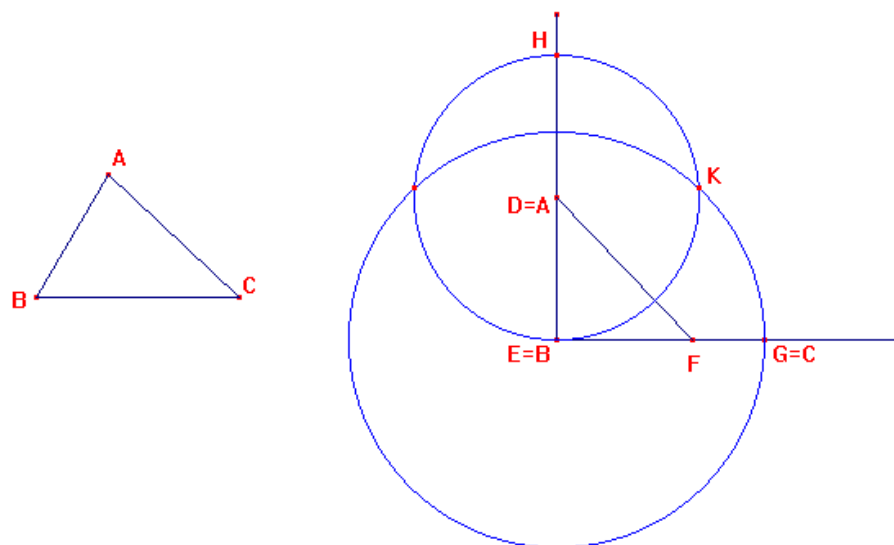


O triângulo DEF é então representado pelo seu idêntico BHG, conforme figura. O vértice H é então unido ao vértice A e o lado HF prolongado até K. Obviamente o ângulo GHB é igual ao ângulo DEF. Como HK é maior que HG e, portanto, maior que AK, pois HG é, por construção, igual a AC, então, no triângulo HKA o ângulo HAK é maior que o ângulo AHK, pois o primeiro é subentendido pelo lado HK que é maior que o lado AK que subentende o segundo. Como ABH é isósceles e, portanto, tem o ângulo AHB igual ao ângulo HAB, segue que o ângulo AHK e AHB é menor que o ângulo HAK e HAB, ou seja, o ângulo BAC é maior que o ângulo EDF (GHB).

Em seguida, Proclo apresenta a prova direta de Heron, na forma que transcrevo:

“Seja ABC e DEF triângulos e as hipóteses as mesmas de antes. Sendo BC maior que EF, seja EF prolongada e EG tomada igual a BC. Da mesma forma seja ED prolongada e DH tomada igual a DF. Em D como centro e distância DF, seja descrito um círculo passando por H, isto é, FHK. E como AC e AB são maiores que BC, e iguais a EH, e BC igual a EG, o círculo descrito com centro em E e distância EG interceptará aquele por FKH. Seja GK o círculo que o intercepta, e sejam traçadas linhas KD e KE aos centros dos círculos a partir da interseção destes.”(Morrow, p.271)

Ilustração:



Agora, uma vez que D é o centro de FHK, KD é igual a DH, isto é, igual a DF e a AC. Novamente, como E é o centro do círculo GK, então KE é igual a EG, isto é, igual a BC. Então, como as duas linhas AB e AC são iguais às duas linhas DE e DK, e BC é igual a KE, o ângulo BAC é igual ao ângulo EDK. Portanto, o ângulo BAC é maior do que o ângulo FDE”.

Na verdade, queremos exibir o nível de cultura matemática do nosso comentador que já para o iniciante interessado procura transmitir demonstrações com tal riqueza e qualidade geométricas.

O que Proclo denominou, em seu comentário por *Proposições-Parte Dois*, constitui-se do estudo de quadriláteros, principalmente, e suas relações com triângulos.

Euclides começa com teoremas e problemas relativos a paralelismo e ângulos determinados por linhas retas paralelas cortadas por uma transversal, pois daqui seguem os quadriláteros e, mais precisamente, os paralelogramos e suas propriedades.

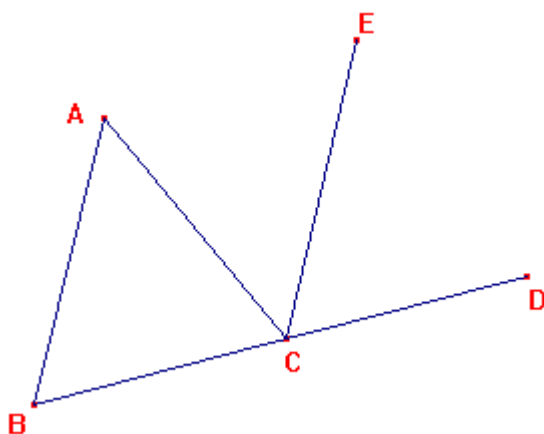
Apesar de a *proposição* XXXII tratar de triângulos, ela usa o estudo de linhas paralelas e dos ângulos formados com a transversal. Vejamos:

“Sendo prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual a dois, os interiores e opostos, e os três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos”.

Aqui, Proclo chama a atenção para o fato de que este teorema é uma particularização daquele que afirma, simplesmente, ser o ângulo externo maior que cada um dos interiores opostos. É um movimento que faz a inteligência evoluir, passando para um estágio do raciocínio mais polido, indo, contudo, da imperfeição para a perfeição.

Em resumo, a prova de Euclides é a seguinte:

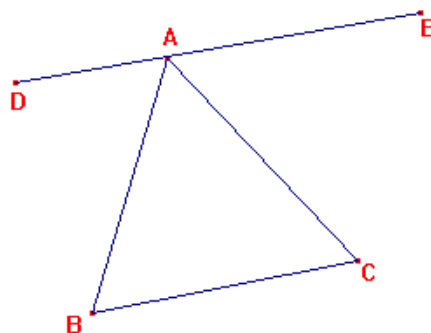
No triângulo ABC dado, construir a linha reta EC paralela a AB e prolongar o lado BC até D. Veja figura:



Então, sendo AB e EC paralelos e estando BC e CD na mesma linha reta, os pares de ângulos ABC e ECD, BAC e ACE são iguais. Logo, o ângulo ACD é igual ao ângulo CAB e ABC e ainda os ângulos interiores do triângulo são iguais ao ângulo DCE, ECA e ACB, ou seja, iguais a dois retos.

Proclo dá uma prova usando o interior do triângulo, insistindo no fato de que não há lugar fora da figura. Diz ele que o peripatético Eudemo afirma ter sido esta proposição provada por pitagóricos, como segue:

No triângulo dado constrói-se, pelo vértice A, uma linha reta DE paralela a BC, conforme mostra a figura:

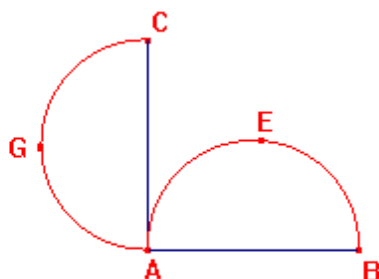


De forma semelhante àquela de Euclides, prova-se que o ângulo DAB, BAC e CAE é igual aos interiores e que, portanto, vale dois retos.

Na sequência, Proclo dá a prova dos dois teoremas recíprocos deste: um relativo ao ângulo externo; outro relativo à soma total dos internos.

Em cada o caso, Proclo faz a demonstração sem sair da figura.

Ele adverte que nem toda figura com ângulos interiores somando 2 retos é um triângulo, dando o contra-exemplo, ilustrado na figura abaixo:



O ângulo CAB é reto; o ângulo GAE também, pois o arco AGC gira de um reto para coincidir com arco AEB e, portanto, não é verdade que a figura GAE é um triângulo!

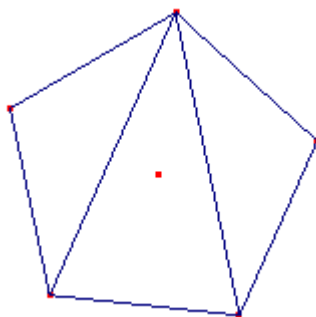
É preciso, então, cuidado no trato geométrico e, aqui, a proposição vale para ângulos retilíneos no plano!

Na verdade, o nosso comentador procura mostrar como é delicado o estudo científico e como exige atenção e conhecimento verdadeiro das coisas com as quais trabalhamos.

Daqui, então, para o bem do estudante interessado, Proclo deduz propriedades relativas aos ângulos internos e externos, no caso de polígonos planos (convexos).

No sentido de satisfazer o leitor deste trabalho, faço um resumo do que hoje observaríamos nesse comentário específico.

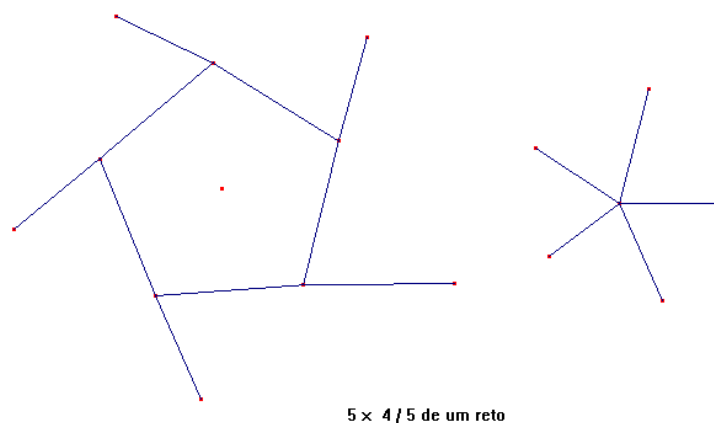
Como todo polígono retilíneo plano pode ser subdividido em triângulos e sendo a soma dos ângulos internos de cada um destes, 2 retos, obviamente a soma dos ângulos internos do polígono será o número de triângulos vezes 2 retos. Assim, por exemplo, o pentágono pode ser dividido em três triângulos e, portanto, a soma dos seus ângulos internos é exatamente 6 retos. Veja a figura:



O hexágono pode ser dividido em 4 triângulos, o heptágono em 5, e assim por diante, de onde concluímos que a soma dos ângulos internos de um polígono de n lados será $(n - 2) \times$ dois retos .

O procedimento acima é reflexo do texto de Proclo. Aliás, faz ele também um comentário relativo à soma dos ângulos externos de um polígono nas mesmas condições, chegando à conclusão de que a soma é sempre igual a 4 retos independentemente do número de lados.

A ilustração que segue é também intuitiva



Hoje, poderíamos provar como segue:

Se n é o número de lados, então, como cada ângulo externo é dois retos menos o ângulo interno, teremos que a soma dos externos será:

$$n \times (2 \text{ retos} - \text{o ângulo interno}) = n \times (2 \text{ retos} - \frac{(n - 2) \times 2 \text{ retos}}{n})$$

o que resulta dois retos.

Assim, Proclo, numa comparação com o *Timeu*, subdivide o triângulo em outros menores, na perspectiva de induzir o leitor a aceitar o fato de que os elementos do universo devem ser compreendidos com os olhos voltados para suas

respectivas essências, seus menores “similares” representantes e com as propriedades verdadeiramente importantes do elemento como um todo microcômico.

Numa reflexão imparcial, podemos notar que, deixando de lado a forte fé de Proclo, encontramos uma coerência notável em seu discurso.

Proclo aproveita a *proposição* XXXIV para justificar a classificação e a nomenclatura dos quadriláteros devidas a Euclides:

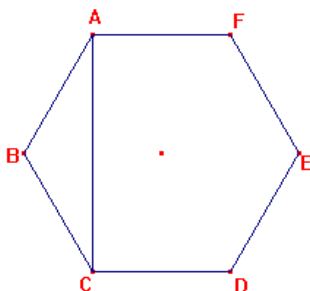
“Os lados e os ângulos opostos das áreas paralelogrâmicas são iguais entre si, e a diagonal bissecciona-as”.

Nesta proposição adverte o nosso comentador, com boa propriedade, que é preciso tomar cuidado quando tratamos das relações entre ângulo, lado e área de paralelogramos. Proclo mostra que bisseccionar um paralelogramo, para Euclides, significa dividir a área, obviamente; que a diagonal sempre bissecciona a área de um paralelogramo, porém pode ou não bisseccionar os ângulos, haja vista as diagonais no quadrado e no retângulo, por exemplo.

É esse um esclarecimento importante e não podemos deixar de apresentá-lo a nossos alunos. São observações simples, porém de grande valor didático, pois estas propriedades, se não compreendidas, pode acarretar a uma aprendizagem equivocada de suas conseqüências geométricas.

Diz Proclo que Euclides denomina por paralelogramos só os quadriláteros com lados opostos paralelos; mas, obviamente, existem muitos mais. E ele prova que o hexágono regular é um paralelogramo, não assim admitido pelo alexandrino, em resumo, como segue:

Consideremos o hexágono regular desenhado abaixo.



Nele o triângulo ABC é isósceles, e como o ângulo interno ABC mede um reto e um terço do reto, os demais BAC e BCA medem um terço do reto cada um. Assim os ângulos FAC e DCA, tirados dos internos FAB e DCB, respectivamente, medem um reto cada e, portanto, as linhas retas AF e CD são paralelas. Através do mesmo procedimento, provamos que os demais pares de lados opostos são paralelos. Como são iguais todos os lados, trata-se de um paralelogramo.

Vemos aqui um bom exercício para o aluno do atual ensino fundamental, em suas últimas séries. Um conteúdo deste devidamente explorado pode aguçar a visão do educando e, ao mesmo tempo, oferecer-lhe um ambiente propício para organizar-se e relembrar propriedades importantes da geometria que estuda.

Segue, na sequência de Euclides, proposições, especificamente, relativas a equivalências (mesma área) entre paralelogramos e triângulos e suas consequências.

Interessantes são os casos que faz Proclo ampliar a teoria contida na *proposição XLI*:

“Caso um paralelogramo tenha uma base, a mesma, com um triângulo e esteja nas mesmas paralelas, o paralelogramo é o dobro do triângulo”.

Proclo demonstra os recíprocos desse teorema com os enunciados abaixo:

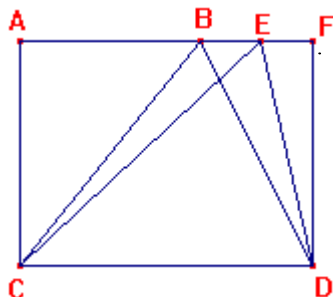
- se um paralelogramo igual ao dobro do triângulo tem a mesma base ou base igual a do triângulo, então ambos estão entre as mesmas paralelas;
- o paralelogramo igual ao dobro do triângulo, entre as mesmas paralelas, tem a mesma base ou base igual.

E ainda mais, Proclo particulariza o teorema para o trapézio retângulo, resolvendo o que segue:

Em que condições o triângulo com a mesma base do trapézio, e entre as mesmas paralelas, é maior, igual ou menor que a metade do dito trapézio.

Considerando-se o trapézio conforme figura abaixo, Proclo, usando propriedades entre triângulos e paralelogramo, mostra que a área do triângulo é maior que a metade do trapézio se a base do triângulo é a base maior do trapézio.

Embora Proclo demonstre este fato, considerando E no prolongamento da base menor AB é claro que a afirmação é válida para E em qualquer lugar da linha reta AB.



Em resumo, ele mostra que o triângulo CED vale a metade do paralelogramo ACDF e, portanto, mais da metade do trapézio ABDC.

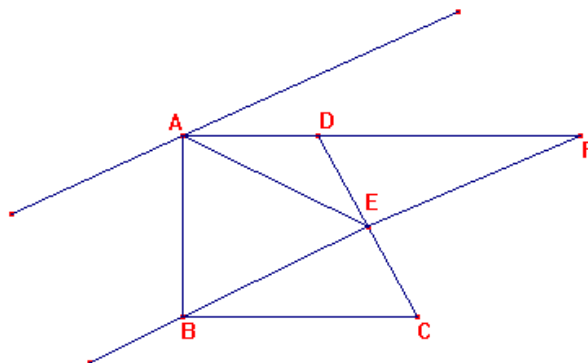
De forma análoga ele prova que se a base do triângulo é a base menor do trapézio, então é ele menor que a metade do trapézio.

Um resultado interessante de Proclo é o que segue: Se a base do triângulo é o lado AB do trapézio, e o vértice E for o ponto médio do lado não paralelo DC, então o triângulo AEB vale exatamente a metade do trapézio.

Em resumo, nosso comentador faz o seguinte:

Prolongar AD e BE, determinando F. Agora, da igualdade dos triângulos DEF e BEC, concluímos que BE é igual a EF.

A figura que segue ilustra esse primeiro passo.

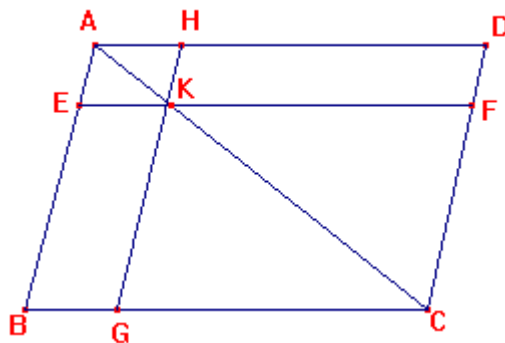


Os triângulos ABE e AEF são iguais. Os triângulos DEF e BEC são iguais, pois DF, DE e o ângulo DEF são iguais a BE, EC e ao ângulo BEC, respectivamente. Então, o triângulo ABE, estando entre as mesmas paralelas e tendo base igual, vale o triângulo AEF ou os triângulos ADE e BEC, donde conclui-se a prova de que ABE é a metade do trapézio ABCD.

Observação: Nessa prova, Barocio comenta a respeito da conclusão, já que o texto é extraviado. Há uma reconstrução que infere uma possibilidade de que Proclo tenha se referido ao caso onde o vértice E é ponto médio de AB. Mas Barocio discorda pelo fato de que teria Proclo se alongado mais, baseando-se em comentários análogos quanto à característica. (Morrow, pp.328/9)

Para o que resta nesta 2ª parte, é preciso saber o significado de "complementos de paralelogramos".

Considere o paralelogramo ABCD e sua diagonal AC desenhados a seguir. Os paralelogramos HKFD e EKGB são ditos complementos relativos à diagonal AC.



Prova-se facilmente que esses complementos são iguais.

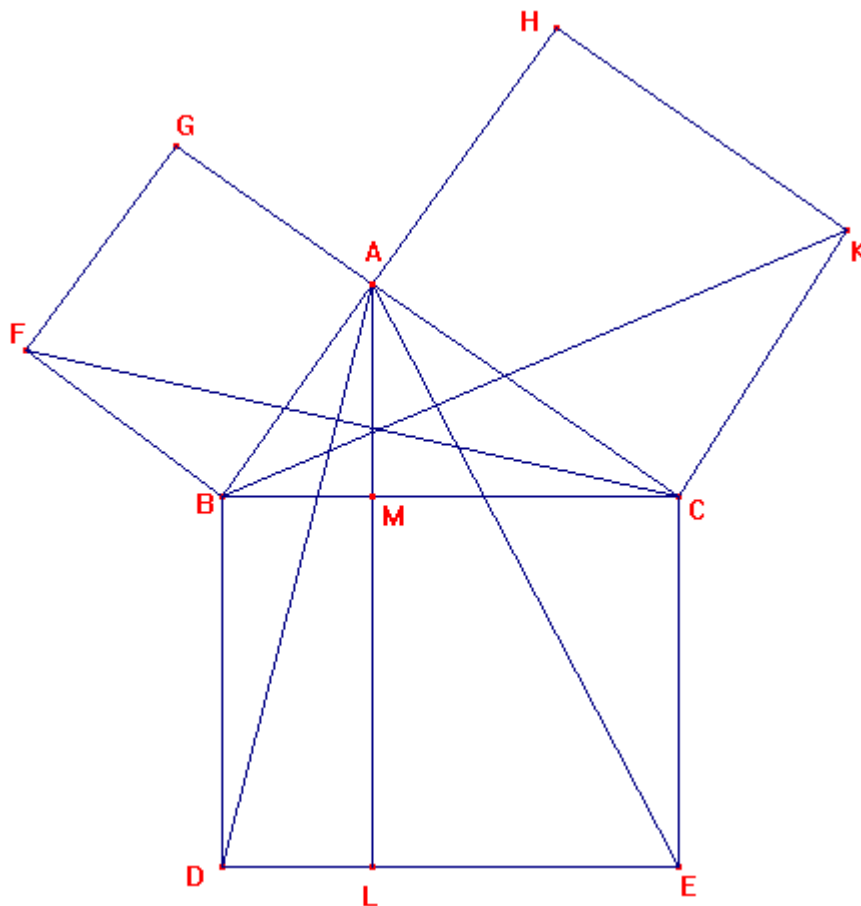
Embora não se trate aqui do comentário de Proclo, pelo menos diretamente, é importante frisar que deste conteúdo seguem a ordem e a absoluta coerência de Euclides: problemas sobre a construção de figuras equivalentes a partir de dados que associam ângulos, triângulos e paralelogramos.

A *proposição* XLVII é a penúltima e apresenta o mais importante resultado do trabalho de Euclides neste primeiro livro:

“Nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que subentende o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contêm o ângulo reto.”

E, por esse motivo, exponho em seguida aquela demonstração, de forma resumida.

O triângulo ABC é retângulo e o ângulo reto é o BAC, ilustrados na figura que segue:



Construir os quadrados BCED, FGAB e AHKC. As linhas retas AL, BD e CE são paralelas. GAC é linha reta, pois HA é perpendicular a GA e AC e forma ângulos adjacentes iguais (2 retos).

Os triângulos FCB e DBA são iguais, pois têm eles dois lados e o ângulo por eles formado iguais (proposição IV). Analogamente os triângulos ACE e KBC são iguais. Mas os triângulos DBA e ACE são a metade dos paralelogramos BMLD e CMLE, respectivamente. Assim, BCED vale o dobro de cada um dos triângulos DBA e ACE. Mas DBA e ACE também valem, respectivamente, a metade do

quadrado FGAB e AHKC. Logo, os quadrados FGAB e AHKC são iguais ao quadrado BCED, o que conclui a prova.

Proclo explica que existem triângulos retângulos escalenos e triângulos retângulos isósceles, sendo que no caso destes últimos, os quadrados dos lados satisfazendo o teorema nunca serão todos perfeitos.

A proposição XLVIII é última e recíproca da anterior:

“Caso o quadrado, sobre um dos lados de um triângulo, seja igual aos quadrados, sobre os restantes dois lados do triângulo, o ângulo contido pelos restantes dois lados do triângulo é reto.”

Neste comentário Proclo prova o teorema, por redução à impossibilidade, dividindo-o em dois casos:

- supondo que o ângulo formado pelos lados restantes seja maior que o reto;
- supondo que o ângulo formado pelos lados restantes seja menor que o reto.

Finalmente, Proclo diz que este teorema completa o primeiro livro dos *Elementos* de Euclides, e ainda chama a atenção para o fato de que aqueles que pretendem fazer um bom trabalho devam espelhar-se em nosso geômetra e aprimorarem seu entendimento filosófico.

Esperamos, neste capítulo, ter levado ao leitor um bom panorama da ação profissional do nosso filósofo matemático, o que gostaríamos que se traduzisse, honestamente, numa clara demonstração da competência dele como professor e, ao mesmo tempo, como um expoente da história da matemática que se preocupou com o saber em seu mais profundo significado.

CAPÍTULO V

O EDUCADOR MATEMÁTICO EM PROCLO

O trajeto que, naturalmente, percorreu o conceito de educador, transformando-se, devido às modificações do contexto social, em um período da história aqui reunido no capítulo III, dá luz às intuições dos agentes responsáveis pela boa formação dos indivíduos.

Quer seja a partir da valorização da pessoa humana, quer seja a partir da valorização do homem como integrante comprometido com o bem do Estado, o educador sempre afigurou-se como o propiciador de qualidades que formassem esse indivíduo, o que foi, entre outras coisas, o nosso protagonista.

O comentário de Proclo, no quarto capítulo, é claro e o expõe como um mestre que se empenha em explicar a natureza do ser matemático, na ordem e na correta argumentação.

Nossa tese, portanto, é clara e destaca em Proclo, na soma das qualidades como homem e como um bom professor, em seu tempo, um educador matemático.

Para realçar mais a qualidade de educador matemático em Proclo, traçamos a seguir um paralelo entre concepções do ensino da matemática e educação matemática devido a vários autores, dedicados estudiosos e profissionais dessas áreas.

A professora Ivete Maria Baraldi, da Universidade do Sagrado Coração de Jesus de Jaú, através de pesquisa com seus alunos, registrada nos anais do Quinto Encontro Paulista de Educação Matemática, realizado pelas entidades FIRP e UNESP, em São José do Rio Preto, no período de 14 a 17 de Janeiro de 1988, sob o título *As Concepções Matemáticas e suas Influências no Ensino: a matemática sob o ponto de vista dos alunos*, ratifica a importância de se buscar a natureza da

matemática, de se procurar uma definição para ela. Em resumo, ela mostra, através de respostas de seus alunos, o que estes entendem por matemática. Torna-se imprescindível o empenho do professor no sentido de abrir os olhos da alma do aluno quanto àquela concepção, com o risco de, em não o fazendo, afastá-lo do estímulo e, principalmente, deixar ingenuamente nublado o verdadeiro significado desta ciência: um cuidado que Proclo tomou e que, mais que uma vez, fora respeitado neste trabalho. Observemos uma preocupação de fundo que inquietou a professora hoje e que inquietou o nosso professor de matemática há mais de 1500 anos.

O Professor Doutor Nilson José Machado, em seu livro *Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins*, afirma que as alegorias, metáforas e fábulas, se bem utilizadas, podem tornar-se bons recursos didáticos e que, também, não é possível educar com isenção de questões econômicas e políticas.

Proclo, em inúmeras passagens, associava a argumentação matemática a silogismos divinos em movimentos que sublimavam a ciência na mira de um objetivo maior, o Bem, mas também relevava a justiça enquanto ensinava.

O Professor Doutor Luiz Roberto Dante, em seu artigo sob o título *Algumas Reflexões sobre Educação Matemática*, publicado na série Temas e Debates, caderno número 3, de 1991, p.43-49, pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática, esclarece que para Felix Klein é preciso desenvolver meios para ensinar matemática além dos conteúdos. Diz ele:

“Poderíamos acrescentar que, na década de 80, a atenção esteve voltada par a resolução de Problemas e o uso de Microcomputadores e, nos últimos anos, alguma atenção tem sido dada aos contextos histórico-culturais.”(p.44)

Também afirma:

“O importante é reconhecer que suas raízes estão na matemática e suas ramificações invadiram praticamente todas as áreas do conhecimento, mas sempre

com o intuito de melhorar a compreensão das idéias matemáticas e do modo de pensar matemático.”(p.48)

A valorização que Proclo deu ao contexto histórico-cultural e a importância atribuída à compreensão dos temas matemáticos e suas utilizações o colocam como um professor tão preocupado quanto esse. E mais, ele transformou em ação este sentimento; Proclo deixou a verdadeira marca desse sentimento nas notas que comentou sobre *O Primeiro Livro dos Elementos de Euclides*.

O Professor Doutor Irineu Bicudo, em seu artigo com o título *Educação Matemática e Ensino da Matemática*, publicado na série Temas e Debates, no caderno número 3, de 1991, p.31-42, pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática, pensa que aqueles que praticam a Educação Matemática, diferentemente daqueles que praticam o Ensino da Matemática, devem preocupar-se com o significado mais profundo da matemática o que a distingue do que não se traduz nessa ciência.

Notamos aqui uma concepção, poderíamos dizer platônica, do que deve ser a Matemática e que flui como uma contribuição para o que há de se conceber a respeito da educação matemática, numa consequência inevitável.

A diferença que Proclo procura realçar entre a utilidade da matemática, seja para outras ciências ou para uso prático e a ciência matemática em si, o aproxima bastante do pensamento acima. Aliás, é inevitável a essa altura uma identificação das concepções de ciência matemática e natureza devido aos pensamentos de Proclo e Bicudo, no caso, com base na coerente filosofia platônica.

Bicudo também acredita ser objetivo da Educação Matemática propagar esta disciplina como patrimônio cultural, sabendo-se, obviamente, que a história da matemática, ambiente em que a reflexão pode orientar a ação do indivíduo, pode ser geradora da construção de um mundo melhor. Compactuamos deste pensamento e é bem possível que Proclo também o fizesse, pois prezava pela justiça e pela ética,

buscando o apoio de suas conclusões na história de vida de estudiosos e suas respectivas obras.

O Professor Doutor Roberto Ribeiro Baldino em seu artigo intitulado *Ensino da Matemática ou Educação Matemática?*, publicado na série Temas e Debates, caderno 3, em 1991, p.51-59, apesar de preocupado com a criação de métodos que proporcionem a Educação Matemática, sugere que para a entendermos, devemos situá-la em um ambiente de inteligência mais ligado à educação, diferente daquele do ensino da matemática, mais próximo à atividade puramente matemática. Baldino diz:

“Falar em Ensino lembra “didática”, “instrução”, “transmissão”, “apresentação”; abre o campo da técnica. Falar em Educação lembra “aprendizagem”, “motivação”, “desejo”; abre o campo do sujeito situado no contexto social. (p.51)

Parece que, como nós, muitos compactuam da idéia central de que o indivíduo e a sociedade não podem escapar aos objetivos da educação matemática. De certa forma, Proclo buscava esta meta, ainda que individualmente, quando revelava a todo tempo a importância da justiça e do contexto histórico-cultural.

Para a Professora Doutora Maria Aparecida Viggiani Bicudo, o professor de matemática é um hermenêuta já que em seu trabalho interpreta textos que carregam em seus significados características ideológicas e lingüísticas histórico-sociais. Nós entendemos com isso que o melhor professor é aquele que se mantém em melhor nível de fidelidade com os conceitos e sua respectiva evolução. Acredita a professora que esta qualidade é importante para quem pretende ser um agente na Educação Matemática o que fica claro em suas palavras: “Tematizar o texto matemático e enfatizar procedimentos que priorizem a intuição da experiência primária homem-mundo, que torna pleno de sentido as sentenças matemáticas, promover a compreensão e a interpretação do dito no texto e a auto-compreensão de quem o compreende e interpreta, fazem do trabalho do professor de

Matemática uma ação de hermenêutica. Essa atividade institui um ponto relevante de Educação Matemática.” (SE & PQ, caderno 3, 1991,p.95).

Observemos quanto das características do “bom professor de matemática” de Proclo vemos aqui registradas nas frases: “que torna de pleno sentido as sentenças matemáticas e promover a auto-compreensão e a interpretação do dito no texto.” Se o leitor voltar ao contexto do comentário no capítulo IV, verá que são inúmeras as passagens em que Proclo chama a atenção para a interpretação do texto como integrante de um contexto histórico, na busca dos reais significados do assunto tratado. Se pensarmos que o educador matemático deve ser também um hermenêuta, no sentido anteriormente exposto, então o nosso bizantino foi um.

Para Regis de Moraes: “Saber apresentar um conteúdo é, antes de mais nada, saber evidenciar para o estudante a sua real importância, sem malabarismos e recursos às vezes cômicos, mas com a luz da própria convicção.” E ainda : “As ciências da educação têm estudado muito o delicado problema de motivação; e não há porque desdenharmos de tais estudos, desde que eles , na esteira de um Piaget, não façam o divórcio entre ciência, intuição e pensamento.” Sem dúvida, concordamos com boa parte deste pensamento o que fica evidente no corpo deste trabalho. Aliás, se analisarmos na totalidade o artigo *O que é ensinar* (pp.29-39) escrito por Moraes, observamos uma série de considerações análogas às de nossa fundamentação, relevando insatisfações na vivida história da educação. Não é necessário muita ginástica (exercício mental) para identificar a ação de Proclo em boa parte do pensamento do autor em questão.

O professor Newton Duarte, em seu artigo intitulado *O compromisso político do educador no ensino da matemática* (Socialização do saber escolar, p.77-89), escreve sobre a contribuição político-social do educador, e em que medida o ensino da matemática participa dessa contribuição. O professor tece considerações sobre o tema acima com base em seu trabalho de alfabetização de adultos no Programa de Educação de Adultos, na UFSCar.

Afirma o professor, que o nível em que se trabalha não é significativo, em função das características das ações do professor mediante o objetivo político-social, o fato é que, diz ele: “...trata-se da dimensão política contida na própria relação entre o conteúdo matemático e a forma de sua transmissão-assimilação”.

Duarte chama a atenção para o fato de que não é o caso de anexarmos conteúdos matemáticos, relativos à economia, ou ainda, de somarmos discussões políticas aos desenvolvimentos dos conteúdos matemáticos e cairmos no erro de priorizarmos aquelas discussões em detrimento desses conteúdos. Mas sim, usar o conteúdo para ensinar a importância da interligação entre os assuntos e a história inerente àquele conteúdo. Como consequência teremos o educando bem organizado intelectualmente para contribuir com a sociedade humana.

Proclo, sem dúvida, se preocupava em mostrar ao educando a importância da argumentação, fazendo presentes os pré-requisitos, expondo os temas dentro do possível com boa continuidade. Não se vê em Proclo arrazoados “seccionalmente contínuos”.

Obviamente, a figura do educador matemático não tem sentido caso a busquemos mais remotamente. Porém, o pitagorismo, por exemplo, constitui-se em uma doutrina que proporcionou um ambiente propício à formação de indivíduos com qualidades que se aproximam daquela figura, hoje buscada.

Num movimento simples da explicação que procura justificar a razão do estudo de certos tópicos, sejam eles de matemática, ou não, buscamos ou deveríamos buscar objetivos na comunidade social que são mais importantes e, certamente, não imediatos.

Estudar matemática, nos moldes da Filosofia, é buscar o sentido e a utilidade de seus objetos e este vai desembocar na sociedade, inevitavelmente. Nisso revela-se aquele que propiciou esta busca, o melhor representado naquele quinto século: Proclo !

Com base nas comparações feitas neste capítulo, e mesmo não se sabendo em que nível Proclo aprofundou seus estudos na matemática, haja vista a consideração de Duarte, podemos ver um educador matemático em Proclo, mesmo porque, naqueles tempos do império romano cristão, quase que totalmente voltado para a cultura da retórica, muito pouco da atenção se dedicava às ciências matemáticas.

CONCLUSÃO

Neste exato instante, honestamente, procuramos enxergar o que se há de concluir através do entendimento de quem lê. Obviamente, a conclusão deve coincidir com o objetivo deste trabalho, já apresentado, e assim o deveria ter sido feito na introdução.

Mas, mesmo assim, sentimo-nos ansiosos por enriquecer aquele objetivo, e isto nos faria bastante feliz dado o inevitável e confortante caminho histórico-cultural vivido.

Sem dúvida, neste trajeto existe uma satisfação de que a investigação une-se à intuição, tornando evidente o educador matemático em Proclo, uma busca que, em todo momento, tornou necessariamente presentes a experiência e a pesquisa dirigida.

O estudioso Proclo, como educador matemático de seu tempo, pode ser inserido agora no rol daqueles que realmente se preocupam com o ser humano social, um perfil que muito fez acrescentar à história da educação matemática, bem antes de ser assim denominada. Anexe-se esta última afirmação à majestosa filosofia platônica, em que a ação intelectual do homem não passa da descoberta!

A todo tempo, imaginamos a postura e desempenho de um professor na direção do educador que aqui se arquitetou e vejo um árduo trabalho, no sentido do seu aprimoramento cultural e na orientação do aluno, com vistas à boa sociedade, um profissional incomum pela própria natureza da função e que deve ainda transcender às condições sob as quais pode trabalhar.

Apresentando aqui o nobre Proclo, com tal competência, como exemplo de alguém que contribuiu para a boa educação do indivíduo social, esperamos que professores, na imagem desse bizantino, possam rever e aprimorar a postura do educador que pretendam ser.

Resumiríamos assim: "melhorar o caminho em função da transparência de seus objetivos sociais", sendo o caminho e os objetivos sociais mutuamente dependentes e a variável principal o homem.

Fazemos, portanto, um apelo aos profissionais que pretendem aprimorar a educação matemática, independentemente de sua alocação hierárquica nesse processo, de que revejam o ensino da matemática tendo como uma das bases o pensamento da filosofia platônica para a educação, pois ela tornou sublime a personalidade do Proclo professor, que buscou, na história da matemática, exemplos de dedicação e boa conduta.

Ninguém, em sã consciência, conhecedor do ambiente em que se processa o ensino de matemática, pode negar o significado do conhecimento advindo de sua história.

Da história é possível extrair-se o respeito e o amadurecimento, o que, conseqüentemente, contribui para o desenvolvimento de uma consciência positivamente necessária à sociedade.

A influência da história na trajetória de Proclo, uma contribuição para sua personalidade, o estudo de filosofia platônica, eu diria, são elementos suficientes para a prova de que a história, honesta e verdadeiramente investigada, é indispensável àquele que pretende educar.

Sou um vivo exemplo, aqui já contado, com orgulho, do caminho que naturalmente se faz presente quando buscamos o bom ensino de matemática. Sem desvios, na procura das corretas explicações, recorreremos à história e nela nos aproximamos de contextos envolvendo homens e trabalhos. Deles aprendemos características singulares. Esse movimento parece, aos poucos, sedimentar camadas de nossa personalidade, moldando o nosso eu educador; como Proclo!

Da História da Matemática ao conteúdo existe um imenso "tobogam". No ápice o receio está presente, no meio é agradável e desafiador, e no fim a segurança plena.

Num instante em que o homem se mantinha ainda bruscamente adepto a concepções imperiais em suas ações, Proclo se manteve soberano no reflexo de sua formação. Não se viam muitos nessa linha, pelo menos assim a consciência histórica nos faz parecer.

Sob a luz do prólogo, óbvia e posteriormente elaborado, à sombra do *comentário* em si, pode-se notar a ansiedade com que Proclo tenta impor, com propriedade, a importância didática e do conteúdo da obra.

Às vezes, poderíamos rotular suas explanações como prolixas, porém, sob um ângulo didático, para o professor, que tem como um dos objetivos levar o aprendiz à fixação de um certo tipo de argumento, esteja ele direta ou indiretamente relacionado com o assunto, a insistência pode ser frutífera. Da mesma forma, poderíamos classificar a prolixidade filosófica de Proclo, com vistas, neste caso, ao ser humano.

Ao mesmo tempo, não seria de admirar o respeito devotado a estudiosos, como um gerador de contribuições significativas para a diversificação e, então, o enriquecimento do comentário, uma qualidade do nosso comentador, já bem fundamentada neste trabalho.

A imagem de seu potencial filosófico torna-se, o que podemos classificar sem constrangimento, uma poderosa contribuição para a verdadeira educação, e aqui deveríamos ressaltar a concepção de Mueller em seu artigo *Filosofia e Matemática de Proclo*, de que fora este sem dúvida o melhor comentador, tendo como base *Os Elementos*. Mueller refere-se, principalmente, ao fato de que Proclo relevava os vultos da história e não se prendia apenas ao texto em discussão, com o perigo de

divagar e se afastar da origem, fugindo do foco que gerou a argumentação e naturalmente, do próprio autor.

Enfim, se olharmos o comentário como um matemático, provavelmente o sentiremos como prolixo e previsível na maioria das vezes, mas se o apreendermos como um estudante ou como um livro didático de professor, teremos a imagem de um conteúdo didático estimulador e formador, o que com certeza fora o objetivo de Proclo.

O Educador Matemático hoje deve se apropriar com muitos requisitos que não poderiam ser exigidos do educador no passado. Talvez, hoje, Proclo não fosse considerado um Educador Matemático. Porém, numa concepção mais modesta, com certeza, o seria em seu tempo. Aliás, na concepção atual, não se constitui uma tarefa fácil descobrir um!

BIBLIOGRAFIA

ABBAGNANO, N. *Dicionário de filosofia*. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1998.

ABRAÃO, B.S. *História da filosofia*. São Paulo: Editora Nova Cultural Ltda, 1999.

ABRIL CULTURAL, *Mitologia*, v.III. São Paulo: Editora Abril, s.d.

ARBOLEDA, L.C. *Historia y enseñanza de las matemáticas*. In: Epistemología, história y didactica de la matemática. Bogotá: Editora da Universidad Nacional de Colombia, 1983.

ANGLIN, W. S. *Matemática e história*. Traduzido por Ester Elvira do Nascimento e Silvia Cristina Costa. In: The Mathematical Intelligencer, v.14, n.4. Editora McGill University, 1992. pp. 6-12.

AZEVEDO, L. L. *O estudante de licenciatura em matemática e sua formação*. In: Quinto Encontro Paulista de Educação Matemática, 14 a 17 de janeiro de 1998, São José do Rio Preto. *Anais*, São José do Rio Preto:Editado por FIRP/UNESP. pp.50/51.

BACCA, J. D.G. *Elementos de Euclides: definições euclidianas, cap.6*. México, 1944.

BALDINO, R. R.. *Ensino de matemática ou educação matemática?* In: Temas & Debates: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n.3. São Paulo: Editora da UNESP.,1991, pp. 51-60.

BARALDI, I. M. *As concepções matemáticas e suas influências no ensino: a matemática sob o ponto de vista dos alunos*. In: Quinto Encontro Paulista de Educação Matemática, 14 a 17 de janeiro de 1998, São José do Rio Preto. *Anais*, São José do Rio Preto: FIRP/UNESP. pp. 29-31.

BARKER, S. F. *Filosofia da Matemática*. Traduzido por Leônidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. Rio de Janeiro: Editora Zahar Editores, 1969.

BASTID, P. *Proclus et le crépuscule de la pensée grecque*. Paris: Editora Librarie Philosophique J. Vrin, 1969.

BICUDO, I. *Educação matemática e ensino de matemática*. In: Temas & Debates: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n.3. São Paulo: Editora da UNESP., 1991, pp.31-50.

_____, *História da matemática: o pensamento da filosofia grega antiga e seus reflexos na educação matemática do mundo ocidental*. In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999, pp.117-128.

_____, *Sobre a história da matemática*. In: Bolema- especial n.2. São Paulo: Editora da UNESP, 1992, pp.7-25.

BICUDO, M. A.V. *A hermenêutica e o trabalho do professor de matemática*. In: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativa, n.3. São Paulo: Editora da SE & PQ, 1991, pp. 63-95.

BORDOY, P. M. *La civilizacion bizantina*. Traducido por Nuria Parés. México: Editorial Alameda, 1954.

BOUVERESSE, J. *O século XX: a epistemologia em França*. In: Coleção História da Filosofia, n.8. Traduzido por José Afonso Furtado. Lisboa: Editora Publicações Dom Quixote, 1983. pp. 130-145.

BOYER, C. B. *História da matemática*. Traduzido por Elza Gomide. São Paulo: Editora Edgar Blücher, 1974.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais para Matemática. Brasília: Imprensa Oficial, 1995.

BRODY, D. E. e A. R. *As sete maiores descobertas científicas da história*. Traduzido por Laura Teixeira Motta. São Paulo: Editora Cia das Letras, 2000.

BRUNER, J. S. *O processo da educação*, v.126: Atualidades pedagógicas. Traduzido por Lourenço de Oliveira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1978.

BYERS, V. *Porque estudar história da matemática?* Traduzido (para fins didáticos) por Regina Buriasco e Maria Queiroga. In: International Journal Mathematics Education, Science and Technologie. V.13, n.1. Montreal, 1982. pp. 59-66.

CARDOSO, C. F. *Como organizar e realizar uma pesquisa histórica*. In: Os métodos da história. São Paulo: Atual Editora, 1980. pp.483-488.

CARVALHO, J. B. P. *O que é educação matemática?* In: Temas & Debates- Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano IV. São Paulo: Editora da UNESP, 1991, pp.17-26.

CENP(Coordenadoria de Normas Pedagógicas). *Propostas curriculares para o ensino de matemática*. São Paulo: Editora Imprensa Oficial do Estado, 1991.

CHARBONNEAU, P.-E. *Curso de filosofia: lógica e metodologia*. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária Pedagógica Ltda.– E.P.U., 1986. pp. 51-68.

COMTE, A. *Pequeno tratado das grandes virtudes*. Traduzido por Eduardo Brandão. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1997.

CORNFORD, F. M. *La teoria platonica del conocimiento*. Barcelona: Editora Ediciones Paidós Ibérica S. A., 1983.

DAHAN , A. D. e PEIFFER. *Une histoire des mathématiques: routes et dédales*. Paris: Éditions du Seuil, 1986.

DANTE, L.R. *Algumas reflexões sobre educação matemática*. In: Temas & Debates: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n.3. São Paulo: Editora da UNESP., 1991, pp.43-49.

DAVIS, P. e REUBEN, H. *A experiência matemática*. Traduzido por João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Editora Livraria Francisco Alves, 1985.

DROZ, G. *Os mitos platônicos*. Traduzido por Maria Auxiliadora Ribeiro Keneipp. Brasília: Editora da Universidade Federal de Brasília, 1997.

DUARTE, N. *O compromisso político do educador no ensino da matemática: série socialização do saber escolar*. São Paulo: Editora Cortez, 1985.

ECO, H. *Interpretação e superinterpretação*. Traduzido por M.F. e revisado por Mônica Stahel. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1997.

EECKE, P. V. *La quadrature de la parabola: Les oeuvres complètes d'Archimède*. Paris: Librairie Scientifique et Technique Albert Blanchard, s.d.

ENCICLOPÉDIA ITALIANA, *Platone e Socrate*, v.XXVII . Roma: Editora Peth-Porth, 1935.

EPICURO, *Carta sobre a felicidade (a Meneceu)*. Traduzido por Álvaro Lorencini e Enzo Del Carratore. São Paulo, s.d.

EUCLIDES, *O primeiro livro dos Elementos*. Traduzido por Irineu Bicudo. São Paulo: Editora da Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2001.

_____, *The thirteen books of the element's*. Traduzido por Thomas Heath. New York: Editora Dover Publications, 1965

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Traduzido por Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.

FERREIRA, E. S. *O uso da história da matemática na formalização de conceitos*. In: Bolema – especial n.2. São Paulo: Editora da UNESP, 1992. pp. 26-41.

FRANCES, M. B. *Tratado dos cometas que apareceram em novembro passado de 1618*. Lisboa: Editor Pedro Craesbeeck, 1619.

GADOTTI, M. *História das idéias pedagógicas: série Educação*. São Paulo: Editora Ática, 1994.

GRABINER, J. V. *O matemático, o historiador e a história da matemática*. Traduzido (para fins didáticos) por Regina Buriasco. In: História Matemática 2. Califórnia, 1975. pp. 439-447.

HERSH, R. *Introducing Imre Lakatos*. Traduzido para o inglês por Tânia Cristina Baptista Cabral. In: Mathematical Intelligencer, n.3, 1978. pp. 148-161.

HOMERO, *Iliada*. Traduzido por Carlos Alberto Nunes. São Paulo: Editora Ediouro Publicações S.A., 2001.

_____, *Odisséia*. Traduzido por Carlos Alberto Nunes. São Paulo: Editora Ediouro Publicações S. A., 2001.

HUNTLEY, H. E. *A divina proporção*. Brasília: Editora da Universidade Federal de Brasília, 1985.

IFRAH, G. *História universal dos algarismos*, v. I e II. Traduzido por Alberto Muños e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1995. Volumes I e II.

JAEGER, W. *Paidéia: a formação do homem grego*. Traduzido por Arthur M. Parreira. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1995.

KENNEDY, E. S. *Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula: história da trigonometria*. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual Editora, 1970.

KOHAN, W. O. *Sugestões para implementar a filosofia com crianças em escolas*. Petrópolis: Editora Vozes, 1999. pp. 85-112.

LAN, C. E. *El sol, la linea y la caverna*. Buenos Aires: Editora Editorial Universitária de Buenos Aires, 1975.

LIBÂNEO, J. C. *Democratização da escola pública*: Coleção Educar, n.1. São Paulo: Editora Edições Loyola, 1990

LINTZ, R. G. *História da Matemática*. Blumenau: Editora da Universidade Regional de Blumenau - FURB, 1999.

MACHADO, N. J. *Matemática e educação*. São Paulo: Editora Cortez, 1995.

MADDY, P. *The roots of contemporary platonism*. In: The journal of symbolic logic, v.54, n.4. California: 1989. pp. 1121-1144.

MARINO, *Life of Proclus by Marinus*. Traduzido por Thomas Taylor. USA: Editora The Alexandrian Press, 1986.

MARROU, H. I. *História da educação na antiguidade*. Traduzido por Mário Leônidas Casanova. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1969.

MAY, K. O. *O que é uma boa história e quem deveria fazê-la*. Traduzido (para fins didáticos) por Regina Buriasco. In: História Matemática 2. Califórnia, 1975. pp. 449-455.

MIGUEL, A. *As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores*. In: Zetetiké, v.5, n.8. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997.

MISUKAMI, M. G. N. *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária- E.P.U Ltda., 1994.

MONROE, P. *História da educação: os gregos; a educação liberal*. Cap. III. Traduzido por Idel Becker. São Paulo: Editora Companhia Editora Nacional, 1974.

MONTANELLI, I. *História dos gregos: Alcibiades*. Cap. 37. Traduzido por José Aleixo Dellagnello. São Paulo: Editora Instituição Brasileira de Difusão Cultural, 1968. pp. 193-200.

MORAIS, R. *O que é ensinar*. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária-E.P.U. Ltda., 1986.

MUELLER, I. *Mathematics and philosophy in Proclus' commentary on book I of Euclid's elements*. In: Proclus: lecteur et interprète des anciens. Paris: Editora Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, 1987. pp. 305-318.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. USA, 1989.

OLIVEIRA, P. S. *Caminhos de construção da pesquisa em ciências humanas*. In: Metodologia das ciências humanas. São Paulo: Editoras Hucitec e UNESP., s.d.

OZÁMIZ, M. G. *Tendências inovadoras en la educación matemática*. In: Organización de Estados Ibero-Americanos para la educación , la ciencia y cultura. Editora Edición HTML : Joaquín Asenjo, s.d.

OTTE, M. *Didática como ciência básica aplicada*. Traduzido por Fernando Raul Neto. São Paulo: Editora da UNESP, 1991.

PERROY, E. *História das civilizações: a idade média*, tomo III. Traduzido por Pedro Moacyr Campos. São Paulo: Editora Difusão Européia do Livro, 1956.

PLATÃO, *Teeteto* (Cadernos Culturais). Traduzido por Fernando Melro. Lisboa: Editora Editorial Inquérito Limitada, s.d.

_____, *Notice sur le "Timée"*. In: Platon Oeuvres Completes. Traduzido por E. Chambry. Paris: Editora Librairie Guarnier Frères, s.d.

_____, *Diálogos de Platão: Menon, banquete e Fedro*. Traduzido por Jorge Paleikat. Rio de Janeiro: Editora Ediouro Publicações S. A., 1999.

_____, *O livro VII da República*. Traduzido por Elza Moreira Marcelina. Brasília: Editora da Universidade Federal de Brasília, 1996.

_____, *A República*. Traduzido por Maria Helena da Rocha Pereira. Lisboa: Editora Fundação Calouste Gulbenkian, 1949.

_____, *A República*. Traduzido por Leonel Vallandro São Paulo: Editora Ediouro Publicações S.A., 1999.

_____, *Apologia de Sócrates*. Traduzido por Fernando Melro. Lisboa: Editora Publicações Europa-América, 1999. pp.33-58.

PLATON, *La republique*. Traduzido por Robert Baccou. Paris: Editora G.F.-Flammarion, 1966.

PROCLO, *A commentary on the first book of Euclid's elements*. Traduzido por Glenn Morrow. New Jersey: Editora Princeton University Press, 1970.

_____, *Commentary on the pythagorean golden verses*. Traduzido por Neil Linley. Editora Arethusa Monographs, s.d.

_____, *The commentaries of Proclus on the Timaeus of Plato in five books*. Traduzido por Thomas Taylor. Montana: Editora Kessinger Publishing Company, s.d.

REALE, G. *Para uma nova interpretação de Platão*. Tradução de Marcelo Perine. São Paulo: Editora Loyola, 1997.

ROCHA, L. M. *Pitágoras, o que sonhou primeiro*. São Paulo: Editora da Universidade do Vale do Paraíba, 2001.

SAGGET, A. C. *La architecture du divin: mathématique et philosophie chez Plotin et Proclus*. Paris: Editora Les Belles Lettres, 1995.

SANTOS, A. J. *Dialética, educação e política; uma releitura de Platão*. São Paulo: Editora Cortez, 1999.

SARZANA, C. F. *Le commentaire a Hesíode et la paidéia encyclopédique de Proclus*. In: Proclus: lecteur et interprète des anciens. Paris: Editora Éditions du Centre de la Recherche Scientifique, 1987. pp. 21-41.

SILVA, C. M. S. *Benjamin Constant e o ensino da matemática no Brasil*. In: Revista brasileira de história da matemática: vol. I, n.1. São Paulo: Editora da UNESP, 2001, pp.86-97.

SILVA, T. R. N. *Contextualizando o currículo escolar*. In: Série idéias, n.6. São Paulo: Editora da F.D.E., 1990.

SIORVANES, L. *Neo-platonic philosophy and science*. Londres: Editora da Yale University, 1996.

SIRLENE, M. *Piaget, Vygotsky e Wallon(resumo das implicações educacionais devido aos estudos destes três especialistas)*. São Paulo,1992.

SUPERCHI, L. *Storia della filosofia*. Milão: Editora Carlo Signorelli, 1970.

TROUILLARD, J. *La mystagogie de Proclos*. Paris: Editora Les Belles Lettres, 1995.

_____, *L'Un et L'ame*. Paris: Editora Les Belles Lettres, 1995

VALLES, E. *Atlas de história universal*. Traduzido por Miridan Brito Knox. Rio de Janeiro: Editora Ibero-Americano, Ltda., s.d.

VERGEZ, A. e HUISMAN, D. *História dos filósofos: neoplatonismo*. Cap. IV. Traduzido por Lélia de Almeida Gonzáles. Rio de Janeiro: Editora Livraria Freitas Bastos, S.A., 1984.

_____, *História dos filósofos: a filosofia cristã*. Cap.V. Traduzido por Lélia de Almeida Gonzáles. Rio de Janeiro: Editora Livraria Freitas Bastos S.A., 1984.

_____, *História de filósofos: o nascimento do pensamento moderno*. Cap.VI. Traduzido por Lélia de Almeida Gonzáles. Rio de Janeiro: Editora Livraria Freitas Bastos S. A., 1984.

VIANA, C. R. *Usos didáticos para a história da matemática*. Paraná: Editora da Universidade Federal do Paraná, 1995.

WEIL, A. *História da matemática: porque e como?* In: *Matemática Universitária*, n.13. São Paulo, 1991. pp.17-30.

WUSSING, H. *Lecciones de historia de las matemáticas*. Traduzido por Elena Ausejo, José Luiz Escorihuela e Ana Millán. Espanha: Editora Siglo XXI de Espanha Editores, S. A., 1998.