

MARILIA RIOS DE PAULA

O diálogo entre o cálculo e a energia: um modelo de ensino para o professor

Marilia Rios de Paula

O diálogo entre o cálculo e a energia: um modelo de ensino para o professor

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do
Campus de Guaratinguetá, Universidade
Estadual Paulista, para a obtenção do título de
Doutora em Engenharia Mecânica na área de
Energia.

Orientador: Prof. Dr. Rubens Alves Dias
Coorientador: Prof. Dr. José Alexandre Matelli

Guaratinguetá - SP
2020

P324d	Paula, Marilia Rios de O diálogo entre o cálculo e a energia: um modelo de ensino para o professor / Marilia Rios de Paula – Guaratinguetá, 2020. 91 f. : il. Bibliografia: f. 69-74 Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2020. Orientador: Prof. Dr. Rubens Alves Dias Coordenador: Prof. Dr. José Alexandre Matelli 1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Formação - Professores. 3. Cálculo diferencial. I. Título. CDU 51(043)
-------	--

Luciana Máximo

Bibliotecária-CRB-8/3595

MARÍLIA RIOS DE PAULA

**ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTORA EM ENGENHARIA MECÂNICA”**

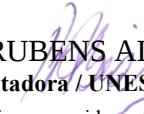
**PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO: DOUTORADO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof.ª Dr.ª Ivonete Ávila
Coordenadora

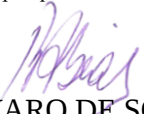
BANCA EXAMINADORA:



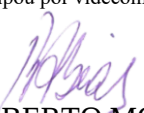
Prof. Dr. RUBENS ALVES DIAS
Orientadora / UNESP/FEG
participou por videoconferência



Prof. Dr. JOSÉ ANTONIO PERRELLA BALESTIERI
UNESP/FEG
participou por videoconferência



Prof. Dr. ÁLVARO DE SOUZA DUTRA
UNESP/FEG
participou por videoconferência



Prof. Dr. CARLOS ALBERTO MOREIRA DOS SANTOS
USP/EEL
participou por videoconferência



Prof. Dr. AMARILDO MELCHIADES DA SILVA
UFJF
participou por videoconferência

Julho de 2020

DADOS CURRICULARES

MARILIA RIOS DE PAULA

NASCIMENTO	06.02.1986 – Valença/RJ
FILIAÇÃO	José Antônio Gomes de Paula Ana Maria da Costa Rios
2004/2006	Graduação em Licenciatura Plena em Matemática. Centro de Ensino Superior de Valença, FAA, Brasil.
2007/2008	Especialização em Educação Matemática: Educação Geométrica. Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF, Brasil.
2010/2012	Mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF, Brasil.

A todos meus professores oficiais e
extraoficiais.
A sua dedicação, carinho e perseverança.

AGRADECIMENTO

Agradeço a todos que contribuíram na elaboração deste trabalho, em particular,

A Deus

Ao Prof. Rubens Alves Dias, pelo incentivo, amizade, dedicação e paciência com que realizou a tarefa de orientador.

Aos docentes, discentes e colaboradores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Unesp – FEG, em especial, ao coorientador, Prof. Jose Alexandre Matelli, e aos professores que participaram dessa pesquisa.

Aos professores que aceitaram fazer parte da banca de qualificação e defesa dando contribuições fundamentais.

Aos docentes, discentes e colaboradores da Associação Educacional Dom Bosco, pelas discussões e incentivo durante toda pesquisa.

Aos docentes, discentes e colaboradores da Colégio Estadual Pedro Braile Neto, pelo apoio durante toda pesquisa.

Aos amigos pelo apoio e dedicação.

À minha família pela confiança depositada em mim em todos os momentos, em especial minha mãe e irmãs, por estarem sempre ao meu lado em todos os momentos e serem toda a minha força.

E a todos os professores que possibilitam a minha aprendizagem desde a minha infância.

“Sempre que reflito sobre a belíssima ordem que observamos no mundo, como cada coisa se origina de outra, sinto-me como se estivesse lendo um texto divino, escrito não com letras mas com objetos, que dissessem: Homem, amplia tua razão, para que possas compreender”.

Johannes Kepler, calendário de 1604

RESUMO

Dentre as disciplinas do ciclo básico das Engenharias, destacam-se as relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral por serem uma das bases matemáticas consideradas fundamentais para esses cursos. Os professores de Cálculo não são tradicionalmente formados na área de Engenharia, contudo possuem a responsabilidade de conduzir os primeiros contatos dos discentes com a sua área de formação, tendo como tarefa a aplicabilidade dessas disciplinas com o curso. Nesse sentido, objetiva-se elaborar as características conceituais, pedagógicas e didáticas do Cálculo como curso de serviço para a Engenharia. Utilizou-se a Energia como norteadora desse processo, que permite criar um contexto para a apresentação de como as ferramentas matemáticas são empregadas durante o curso de Engenharia. A pesquisa é qualitativa e do tipo exploratória, tendo sido realizada nos cursos de graduação e pós-graduação de uma universidade pública do estado de São Paulo. O desenvolvimento do método de pesquisa se deu a partir da revisão da literatura, da apresentação do referencial teórico educacional, do estudo de campo e da apresentação das características necessárias ao Cálculo como curso de serviço para Engenharia, no contexto da Energia. Como resultado desse trabalho, observou-se que para modelar problemas de energia, fica evidente a necessidade da implementação de características específicas para um curso de Cálculo quando realizado na graduação em Engenharia. Sinaliza-se ainda, que uma adaptação das aulas de Cálculo quanto a linguagem e conceitos se faz evidente visto que a linguagem matemática da engenharia não é a mesma linguagem matemática do matemático, pois a produção de significado do engenheiro para o texto matemático é outra, e isso muda a forma de se relacionar com os símbolos e significados da própria Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Educação em engenharia. Educação matemática. Formação de professores. Energia. Sustentabilidade. Cálculo diferencial e integral.

ABSTRACT

From among the subjects of the Engineering basic cycle formations, stand out those are related to Differential and Integral Calculus for being one of the Mathematical bases which are considered fundamental for these courses. Traditionally, Calculus teachers aren't undergraduated in Engineering, though they're responsible to lead the first student contacts with them in the academic study area, having to apply these subjects with the formation course. Thus, It aims to create the conceptual, pedagogical and didactic characteristics of the Calculus as a service subject to Engineering. Was utilized Energy as guiding of this process, that allows to create a context to the presentation of how Mathematical tools are used along Engineering courses. It's qualitative and exploratory research, carried out in undergraduate and graduate programs from a public university in the state of São Paulo. The development of the research method came from the literature review, the educational theoretical reference, field study and the presentation of the necessary characteristics to the Calculus as Engineering service subject, in the context of Energy. As a result of this work, we observed that to model Energy problems, it is evident the need to implement the specific characteristics for a Calculus course when it is carried out in the Engineering undergraduate. We also point that an adaptation of the Calculus classes about it's language and concepts becomes evident since the Engineering mathematical language is not the same as the mathematician's mathematical language, because the Engineer's sense production is different to the mathematician's textual meanings, and it changes the way how to relate with symbols and meanings of the Mathematics itself.

KEYWORDS: Education in engineering. Mathematic education. Teacher's background. Energy. Sustainability. Differential and integral calculus.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de proposição matemática na Engenharia.....	19
Figura 2 – Relação autor-leitor.....	38
Figura 3 – Falando na mesma direção.....	38
Figura 4 – Relação ente as variáveis.....	52
Figura 5 – Relação corrente e tensão.....	53
Figura 6 – Exemplo de duto de seção quadrada.....	54
Figura 7 – Temperatura e frações molares de NO , CO_2 , CO e CH_4 como função do tempo para combustão estequiométrica de metano com ar.....	55
Figura E.1 – Curva de Geração Solar (MW).....	82
Figura E.2 – Curva de Geração Nuclear (MW).....	83
Figura G.1 – Curva de entrada e saída para uma unidade geradora indicando a entrada de combustível versus potência de saída.....	87
Figura G.2 – G.2 - Custo incremental de combustível versus a potência de saída para a unidade cuja curva de entrada-saída é mostrada na imagem.....	88
Quadro 1 – Adjacências entre sustentabilidade e o Ensino de Ciências.....	30
Quadro 2 – Relação Disciplinas carga horária.....	42
Quadro 3 – Plano de ensino.....	64
Quadro 4 – Relação entre os conceitos do Cálculo e Energia.....	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica

CDI - Cálculo Diferencial e Integral

CISM - Centre International des Sciences Mécaniques

DCN - Diretrizes Curriculares Nacionais da Engenharia

EDO - Equações Diferenciais Ordinárias

EDP - Equações Diferenciais Parciais

FEG - Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

ICMI - International Commission on Mathematical Instruction

ICSU-CTS - Committee on the Teaching of Science of the International Council of Scientific Unions

MCS - Modelo dos Campos Semânticos

MIT - Institute of Technology

MWG - Mathematics Working Group

NOS - Operador Nacional do Sistema Elétrico

OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

ONU - Organização das Nações Unidas

PISA - Programme for International Student Assessment

SEFI - Société Européenne pour La Formation des Ingénieurs

SIN - Sistema Interligado Nacional

STEM - Science, Technology, Engineering e Mathematics

SUTD - Universidade de Tecnologia e Design de Singapura

ZDP - Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	ORGANIZAÇÃO DA TESE	16
2	CÁLCULO COMO “CURSO DE SERVIÇO” PARA A ENGENHARIA ...	17
2.1	ENSINO DE MATEMÁTICA NOS CURSOS DE ENGENHARIA.....	17
2.1.1	O Cálculo Diferencial e Integral	21
2.1.2	Cenário Brasileiro do ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral na engenharia	25
2.1.3	A participação do docente de cálculo diferencial e integral	26
2.2	SUSTENTABILIDADE, ENERGIA, CÁLCULO E O PROFESSOR	27
2.2.1	Sustentabilidade na graduação em Engenharia.....	27
2.2.2	Desenvolvimento sustentável e Matemática	29
3	REFERENCIAL TEÓRIO	33
3.1	AS TEORIAS DE APRENDIZAGEM E O PAPEL DO PROFESSOR	33
3.1.1	Elementos do Sociointeracionismo	33
3.1.2	Modelo dos Campos Semânticos	36
3.2	CONSIDERAÇÕES ENTRE AS TEORIAS E O TEMA DE PESQUISA	39
4	MÉTODO DE PESQUISA.....	41
4.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA	41
4.1.1	Análise dos dados	44
5	BUSCANDO AS CARACTERÍSTICAS, ANALISANDO A PRÁTICA.....	46
5.1	RESULTADOS DA PESQUISA QUANTO AO CONTEÚDO	46
5.2	RELATO DAS OBSERVAÇÕES.....	56
5.3	EXPLICANDO AS CARACTERÍSTICAS	58
5.3.1	Características conceituais.....	58
5.3.2	Características didáticas e pedagógicas.....	61
5.3.2	Características da abordagem educacional.....	63
5.4	APLICANDO AS CARACTERÍSTICAS DO CÁLCULO AO ESTUDO DA ENERGIA.....	63
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
	REFERÊNCIAS	70
	APÊNDICE A	77
	APÊNDICE B	78

APÊNDICE C	80
APÊNDICE D	81
APÊNDICE E	82
APÊNDICE F	84
APÊNDICE G	86
ANEXO A	90

1 INTRODUÇÃO

As mudanças sociais, tecnológicas e econômicas estão cada vez mais rápidas e profundas, afetando a estruturação e a atuação das organizações em um mundo progressivamente mais complexo, focado em inovações constantes. Com a sociedade se questionando sobre seus modelos de consumo e sua relação com a sustentabilidade, o papel do professor em um curso de Engenharia tem sido cada vez mais discutido. Essa situação incita reavaliar a relevância de todos os conteúdos estudados durante a formação, dentre eles, os temas abordados nos primeiros anos do curso de Engenharia.

Disciplinas de Matemática, Física, Química e Programação formam a primeira parte do curso de Engenharia e têm o objetivo de apresentar aos estudantes os fundamentos teóricos relevantes para o desenvolvimento das competências profissionais específicas de cada área: Civil, Elétrica, Mecânica, entre outras. Os cursos de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) ocupam carga horária significativa desse processo de apresentação dos fundamentos teóricos e temas introdutórios.

Os conceitos estudados em CDI são considerados indispensáveis para o posterior desenvolvimento das competências técnicas durante o ciclo profissional nos cursos de Engenharia, que são a segunda etapa desse processo. Porém, o insucesso dos estudantes em utilizar os conceitos do Cálculo durante sua própria formação não é uma novidade.

Observa-se que o Brasil apresenta dificuldades particulares sobre o conhecimento de Matemática: é um dos países que fazem a avaliação *Programme for International Student Assessment* (PISA), idealizada pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O objetivo do PISA é verificar se os estudantes de cada país desenvolvem habilidades em leitura, Matemática e temas considerados inovadores durante o período escolar. A avaliação é realizada com estudantes de diferentes nações, com idade de 15 anos, que estão cursando a partir do sétimo ano escolar. O histórico do Brasil no PISA é altamente insatisfatório. Na avaliação de 2018, foi diagnosticado que apenas 2% dos escolares dessa faixa etária obtiveram níveis mais altos de proficiência em pelo menos um dos temas abordados. Além disso, 43% dos discentes obtiveram uma média abaixo do nível mínimo de proficiência. Esse resultado coloca o Brasil entre os últimos colocados no resultado do PISA (OECD, 2019).

Analisando esses dados com foco na competência em Matemática, o desempenho do Brasil é preocupante. Na realização da avaliação, ao nível de conhecimento dos estudantes é atribuída uma escala de 1 a 6, sendo 6 ótimo padrão e 1 padrão muito baixo de proficiência. Nessa escala, de 68,1% dos discentes brasileiros: 27,1% apresentam nível 1 e 41% abaixo de 1,

sendo que, para esse nível, a OCDE não especifica habilidade desenvolvida. Pode-se inferir que parte desses estudantes ingressará nos cursos de Engenharia de todo o país com severas dificuldades e limitações em Matemática.

Devido a esse cenário retratado pelo nível de conhecimento, nota-se ainda que os professores de CDI, a fim de minimizar essa condição, por vezes se encontram presos a um modelo no objetivo das aulas mas, ao mesmo tempo, querem apresentar uma Matemática de nível superior.

Essa situação faz com que os estudantes tenham, normalmente, um curso de Cálculo que não é voltado para sua formação, que não apresenta conexões com outra disciplina, a qual ele irá cursar, sendo assim, o contrário do que seria considerado satisfatório. Por isso, é notória a necessidade de uma formação complementar desses docentes que possibilite utilizar uma estratégia didática, atendendo aos cursos de Engenharia (GALLARDO, 2010).

Surgem, pois, algumas questões ao entendimento do processo de ensino e aprendizagem dessas disciplinas, tais como: Que Matemática é necessária ao curso de Engenharia? Como definir um processo pedagógico que possibilite o estudo de conceitos matemáticos que atendam ao perfil do egresso em Engenharia? Como fazer com que o professor de Cálculo se sinta legitimado a utilizar aplicações da Engenharia em suas aulas, que contribuam para a formação do Engenheiro? E ainda, como propor que esse professor produza significado para esses conceitos a partir de uma nova perspectiva? Estas são questões que este trabalho se propõe a discutir.

Para isso, evidencia-se a importância de serem criados dispositivos e meios que sejam legítimos ao professor e que concomitantemente atendam às demandas de formação desse Engenheiro contemporâneo. Por isso, a questão de investigação dessa pesquisa é: **quais as características de um curso de serviço de Cálculo necessárias a formação de um futuro engenheiro?**

Utiliza-se o termo “curso de serviço” quando a Matemática está sendo estudada com um propósito que não apresenta um fim em si mesma, nesse caso por exemplo, as disciplinas de Cálculo na Engenharia deveriam proporcionar meios para o uso de seus conceitos na resolução de problemas durante e após a formação do Engenheiro.

Para entender como deveria ser esse curso de serviço de Cálculo, foi necessário estabelecer um tema dentro da Engenharia que possibilitasse observar a aplicação de seus conceitos na formação do Engenheiro.

Cada modalidade específica da Engenharia – Elétrica, Mecânica, Civil, entre outras – dispõe de necessidades e características distintas. Porém, como as disciplinas de Cálculo fazem

parte do ciclo básico desses cursos, o mais comum é que se tenham turmas heterogêneas, com estudantes de diferentes carreiras. Devido a esse fato, ao realizar a pesquisa desse curso de serviço a partir de sua utilização na Engenharia, é necessário contemplar um tema que seja comum a todas as Engenharias.

Segundo as Diretrizes Curriculares da Engenharia (DCNs 2019), no Brasil, a formação na resolução de problemas de Sustentabilidade¹ é um dos pilares dessa profissão. Formar um Engenheiro com pensamento sustentável envolve seu desenvolvimento em assuntos técnicos e sociais de diferentes temas (BRASIL, 2019).

Nesse cenário, destaca-se um dos pontos centrais do desenvolvimento sustentável: a utilização e o fornecimento de energia. O planejamento energético é um dos pontos-chave no desenvolvimento dos países e é fundamental na resolução de problemas de infraestrutura dessas nações. A Agenda 2030, sediada na Organização das Nações Unidas (ONU), apresenta 17 Objetivos do Desenvolvimento Sustentável, que são subdivididos em 169 metas, dentre os quais se destacam os objetivos 4 e 7. O objetivo 4 tem como eixo a disponibilização de educação de qualidade para todos, sendo uma de suas metas a utilização da educação para o desenvolvimento sustentável, proporcionando conhecimento e habilidades necessárias às resoluções dos problemas dessa área. O objetivo 7 visa à criação de projetos que assegurem o acesso confiável, sustentável, moderno e a preço acessível à energia para todos (ONU, 2016).

Ao relacionar essas metas, dentro do planejamento energético de um país são criadas políticas públicas voltadas para processos educacionais que visem o entendimento da relevância do uso racional da energia (DIAS et al., 2004). A necessidade de programas educativos como agentes que promovam a mudança de paradigma de um indivíduo em relação ao uso consciente de energia é considerado um pilar dentro dos objetivos de desenvolvimento sustentável (ONU, 2016).

A partir do exposto, **o tema Energia foi elencado como eixo condutor na escolha das análises das aplicações do Cálculo na Engenharia.** Com as observações de assuntos ligados a esse tema, pretende-se entender como as disciplinas técnicas utilizam os conceitos do Cálculo.

Propõe-se que ao escolher temas ligados a Energia para nortear esse processo, o docente tenha possibilidade de entender as aplicações e suas utilidades. É nesse viés que esta pesquisa objetivou trabalhar, realizando uma conexão entre o professor de Cálculo e o aprimoramento da maneira que o Engenheiro é formado, utilizando como meio o conteúdo dessa disciplina e a Energia.

¹ Observa-se que o termo sustentabilidade é apresentado dessa forma abrangente devido a terminologia utilizada pelas Diretrizes Curriculares Nacionais (2019).

Para isso, adotou-se como abordagem uma pesquisa qualitativa e do tipo exploratória. Foram observadas aulas dos cursos de graduação e pós-graduação em Engenharia, além da realização da revisão bibliográfica, o estabelecimento de um referencial teórico educacional e análise documental.

Como resultado dessa pesquisa, observou-se ao modelar problemas de energia, que os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral surgem como uma ferramenta fundamental, sendo utilizada não apenas nas operações, mas também na forma com que se constituem as variáveis e mudanças dos modelos. Nesse sentido, apresenta-se neste trabalho, as características específicas para um curso de serviço de Cálculo para a Engenharia. Sendo proposto inserção de conceitos matemáticos, uma mudança didática e pedagógica do professor de cálculo, bem como um parecer sobre a abordagem educacional a ser utilizada nessas disciplinas.

1.1 ORGANIZAÇÃO DA TESE

A apresentação da revisão da literatura é feita no Capítulo 2, com o objetivo de conhecer as pesquisas relacionadas ao Cálculo como curso de serviço para Engenharia, bem como a relação entre Sustentabilidade, Energia e o Cálculo.

Em seguida, no Capítulo 3, são discutidos os Referenciais Teóricos Educacionais adotados na presente pesquisa: a teoria Vigotskiana, conhecida também como Sociointeracionista ou Sócio-histórica, e o Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Essas teorias são utilizadas também como parte dos resultados, à medida que para a utilização das características propostas aqui, é necessário um estudo das mesmas.

O Capítulo 4 apresenta o método de pesquisa utilizado e o processo de análise dos dados. Em seguida, no Capítulo 5, são discutidos seus resultados e são propostas as características de um curso de serviço de Cálculo para a Engenharia.

Deve ser enfatizado que esse trabalho foi realizado como duas considerações relevantes: (i) ao se criarem as características de um curso de serviço, o objetivo foi *o ensinar Matemática para outros cursos*; assim, o foco da pesquisa foi a apresentação dessas características aos professores de Cálculo; (ii) a Engenharia tem em sua gênese a interdisciplinaridade, sendo contraditório pensar as disciplinas de Cálculo de forma isolada. Por conseguinte, a utilização da Energia como tema norteador possibilita a criação de processos interdisciplinares ainda com as disciplinas do ciclo básico da Engenharia.

2 CÁLCULO COMO “CURSO DE SERVIÇO” PARA A ENGENHARIA

Na busca do entendimento de como caracterizar o que é a disciplina de Cálculo para a Engenharia, considerando a produção de significado a partir do tema Energia, a revisão da literatura aqui apresentada permite lançar as bases às reflexões e construção de uma proposta consistente visando à educação contextualizada do futuro Engenheiro.

Ponderando o panorama das pesquisas sobre o ensino e aprendizagem do Cálculo dentro dos cursos de Engenharia, bem como o cenário que traça um paralelo entre as disciplinas Matemáticas e a formação sustentável do Engenheiro, traçou-se um caminho de apresentação.

Primeiro são discutidos os trabalhos que têm como foco a utilização do termo “curso de serviço” e o ensino-aprendizagem de Matemática na Engenharia; em seguida são identificados aqueles que estão voltados, especificamente, para o Cálculo Diferencial e Integral no mundo e em âmbito nacional, logo, apresentar a importância da participação do docente de Cálculo nesse processo educacional.

No segundo momento, a proposta é focada em analisar trabalhos que fazem um paralelo entre a formação do Engenheiro alinhado com as questões voltadas à sustentabilidade, como questões energéticas e ambientais; a partir disso, observar a participação das disciplinas matemáticas nesse processo.

2.1 ENSINO DE MATEMÁTICA NOS CURSOS DE ENGENHARIA

Nas primeiras décadas do século XXI, os processos organizacionais e tecnológicos da sociedade apresentam mudanças constantes, que por sua vez estabelecem as prioridades no perfil do profissional de Engenharia, tais como, ser um profissional capaz de continuar aprendendo, se relacionar com os outros sendo um sujeito analítico, reflexivo e crítico (TSAI et al., 2013).

Por ser observada a complexidade da realização de estratégias didáticas que contemplam esse perfil, pesquisas sobre ensino e aprendizagem em Engenharia são desenvolvidas visando à melhoria e ao entendimento de como deve ser a formação desse Engenheiro, passando pela necessidade de estabelecer diferentes medidas: de aprendizagem (COLOMBO et al., 2013), a criação de projetos (HARDRÉ et al., 2014; LODER et al., 2013; LOZANO; LOZANO, 2014), bem como a observação do objetivo das disciplinas e sua relação com o curso (ALPERS et al., 2011; PAATERO; MALKKI, 2015).

Porém, o entendimento do papel da Matemática dos cursos de Engenharia foi proposto

em pesquisas anteriores aos problemas contemporâneos, supracitados. Em 1912, no *International Congress of Mathematicians*, foi documentada uma discussão sobre possibilidades de como realizar o ensino da Matemática voltado para a Engenharia. Desde então, se discute o ensino de Matemática a serviço de outros cursos². Em 1988, duas coleções de artigos foram lançadas pelo *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) junto com o *Committee on the Teaching of Science of the International Council of Scientific Unions* (ICSU-CTS) baseadas nas discussões realizadas na Itália no *Centre International des Sciences Mécaniques* (CISM).

Segundo o ICMI (1988), “*Mathematics as a service subject*”, traduzido como Matemática como **curso de serviço** (SILVA, 2011), pode ser entendida como toda disciplina de Matemática cursada por estudantes que não são de Matemática (BACCIOTI; BOIERI, 1988). Silva (2011, p.02), complementa enfatizando que a “ao se dizer Curso de Serviço refere-se as disciplinas cuja estrutura geral (concepção, conteúdos, metodologias) estão voltadas para a formação profissional do estudante em sua formação específica” (Silva, 2020, informação verbal³).

Boieri (1988) apresenta nesse documento alguns pontos relevantes sobre a formação Matemática do Engenheiro, enfatiza que a Matemática na Engenharia deve ser vista também como um aprendizado que promova o rigor, a precisão e a capacidade de entender e utilizar uma linguagem formal. Howson (1988) argumenta sobre a necessidade dessas disciplinas gerarem uma familiaridade entre as teorias e técnicas matemáticas para que consigam utilizá-las em seu curso e vida profissional.

Além do exposto, os artigos presentes nesses documentos convergem ao fato de que a Matemática tem mudado, portanto, apresenta novas possibilidades de aplicação, desde o ensino de teoremas até o entendimento de algoritmos computacionais (BACCIOTI; BOIERI, 1988; HODGSON; MULLER, 1988).

Ainda na década de 1980, destaca-se a criação do *Mathematics Working Group* (MWG), pela *Société Européenne pour La Formation des Ingénieurs* (SEFI), que apresenta como objetivo a utilização de fóruns de discussões formados com pesquisadores interessados na compreensão do papel da Matemática no currículo da Engenharia. A partir desses debates, já em 2013, o MWG apresentou um documento curricular intitulado “Uma estrutura para currículos de Matemática em Engenharia” (*A Framework for Mathematics Curricula in Engineering*) visando discutir as competências matemáticas necessárias ao Engenheiro, seus

²Service teaching.

³ Fala do professor doutor Amarildo Melchiades da Silva durante a defesa dessa tese, 29 de julho de 2020.

possíveis ambientes de aprendizagem e processos de avaliação (ALPERS et al., 2011).

Segundo Alpers *et al.* (2013), as competências matemáticas que devem ser desenvolvidas na Engenharia são: pensar matematicamente (1), raciocinar matematicamente (2), apresentar e solucionar problemas matemáticos (3), modelar matematicamente (4), representação de entes matemáticos (5), manipulação de símbolos matemáticos e formalismo (6), comunicação em, com e sobre Matemática (7) e fazer uso de instrumentos e ferramentas (8). Para explicar melhores competências os autores utilizaram um exemplo: “Considere duas engrenagens com números de dentes m e n (Figura 1). Cada dente em uma engrenagem deve encontrar cada dente da outra (e não apenas um subconjunto) para ter abrasão igualmente distribuída e excitação de baixo ruído. Como isso afeta a escolha do número de dentes?” (ALPERS et al., 2013, p.16 tradução nossa).

Figura 1- Exemplo de proposição matemática na Engenharia



Fonte: Adaptado de Alpers et al.,(2013).

Ainda de acordo com os autores, ao ler o problema, o aluno deve observar que se trata de uma situação dependente de números inteiros e suas definições. Isso seria pensar matematicamente (1). Em seguida o aluno precisa ler os dados matematicamente, traduzindo as condições de contorno, por exemplo, afirmando que os dentes se encontrarão, então define como m e n a quantidade de dentes das engrenagens A e B, respectivamente. A partir disso, aplicar argumentos matemáticos de forma clara para explicar o problema (2), afirmando que o primeiro dente da engrenagem A encontrará a engrenagem B depois de uma volta completa e mais um dente; ou seja, após a primeira volta seria $1 + m$, segunda volta $1 + 2m$, terceira volta $1 + 3m$, podendo nomear assim, r como o número inteiro de voltas e generalizar como $1 + rm$; ter o mesmo pensamento para a engrenagem B observando que quando a engrenagem A toca o primeiro dente depois de uma volta, a engrenagem B não estará no primeiro dente por ser menor,

então, nomeia-se s inteiro como o número de dentes em que B estará quando A completar $1 + rm$, logo seria $s = 1 + rm$, porém B também está girando, k vezes, assim kn voltas. Tem-se então que $1 + rm = s + kn$ (2) (3).

Outra forma de entender o problema, seria o aluno procurar um livro de Elementos de Máquinas e conseguir compreender as informações ali apresentadas em forma de equações (7) (8). Assim, nota-se que as competências propostas pelo MWG se complementam, e que nem todas serão sempre utilizadas ao mesmo tempo.

Outra pesquisa no estudo de competências realizada no Instituto Politécnico Nacional do México desde 1982 (BIANCHINI et al., 2017), tem por objetivo entender a problemática da aprendizagem e do Ensino da Matemática em nível superior, com foco nos cursos de Engenharia, propondo uma contribuição de qualidade para a carreira profissional, bem como um entendimento da Matemática durante o processo de trabalho desse profissional e para a vida (GALLARDO, 2010). Suas investigações deram origem a uma nova abordagem denominada: A Matemática no Contexto das Ciências (MCC), que

considera o processo educacional como um sistema no qual estão presentes os conteúdos a serem ensinados, o aluno e o professor, bem como as interações que ocorrem entre todos. Toma em consideração os conteúdos matemáticos específicos da área de Engenharia em questão, projetando uma metodologia para a identificação desses conteúdos e dando como origem a fase curricular da teoria (GALLARDO, 2010, p.3 tradução nossa).

Essa teoria apresenta cinco fases: curricular, docente, epistemológica, didática e cognitiva, com objetivo de entender esses pontos-chave do processo de ensino-aprendizagem de disciplinas matemáticas em Engenharia.

O que difere o estudo de competências da teoria MCC para os apresentados pelo SEFI, é que essa teoria visa estudar competências que vão além das matemáticas, pensando também em um aspecto profissional e possíveis aplicações em sua rotina de trabalho que podem ser desenvolvidas nas disciplinas matemáticas (BIANCHINI et al., 2017).

Porém, mesmo sendo notada a necessidade de se trabalhar competências matemáticas nos cursos de Engenharia e a presença de grupos de pesquisas focados nessa questão há mais de 30 anos, o maior motivo do fracasso escolar ligado a retenção dos estudantes na Engenharia ainda está ligado a um conhecimento inadequado de Matemática, que deveria ser suprido nas disciplinas matemáticas do curso (BEANLAND, 2010). Essa situação gera um número considerável de retenções que atrasam ou interrompem os programas e afetam o desempenho acadêmico da formação (HILLOCK et al., 2013).

Dentre as disciplinas matemáticas, encontra-se o Cálculo Diferencial e Integral, objeto de análise da pesquisa aqui proposta. Delimitando a presente pesquisa, serão apresentados estudos que têm como foco o estudo do Cálculo nos cursos de Engenharia.

2.1.1 O Cálculo Diferencial e Integral

O formato das disciplinas de CDI, de maneira geral, é realizado a partir da sequência de “Cauchy-Weierstrass”, que se baseia no estudo de limites e números reais (RESENDE, 2003). Observa-se que essa área de conhecimento é objeto de estudo de pesquisas com focos distintos, mas com um objetivo comum: melhorar o rendimento dos estudantes nesse conteúdo e durante o curso. A partir desse meio comum, destacam-se pesquisas que se propõem a compreender o processo de aprendizagem ou criar procedimentos para mudar; logo, observa-se a elaboração de projetos que são pautados na realização de cursos e métodos para a mudança desse cenário.

Konstantinou-Katzia *et al.* (2013) observaram que os estudantes dos anos iniciais da Engenharia são capazes de resolver problemas envolvendo cálculos simples, mas não conseguem resolver questões mais avançadas que dependam de conceitos de CDI mais profundos, mesmo sendo estes abordados durante o curso. Como consequência, os autores sinalizaram a importância de um estudo direcionado para os diferentes perfis de escolares e uma forma de conduzir que gere mais interesse na disciplina, a fim de que faça o discente querer resolver seus problemas com os conceitos matemáticos envolvidos. Esta mesma situação foi observada por Jaworski (2008), que complementa afirmando que outro problema está no equilíbrio entre o foco conceitual e as habilidades que o aluno deve ter durante o ensino. Sobre essas habilidades, Amorim e Reis (2016) completam que a interferência da não produção de significados matemáticos anteriores ao curso atrapalha no entendimento de conceitos durante o estudo, pois as dificuldades dos estudantes estão mais associadas às operações algébricas do que ao entendimento do objeto matemático em questão. Essa situação é recorrente em todos os conteúdos, fazendo com que os alunos se preocupem em entender a álgebra envolvida sem conseguir observar a definição do que está sendo estudado.

É notório que mesmo entre os alunos que apresentam sucesso nessa disciplina, que acreditam saber operar com os objetos do Cálculo, poucos entendem o que significam seus conceitos. A manipulação algébrica se apresenta de forma mais evidente para os alunos, tornando o estudo do Cálculo uma repetição de técnicas. Segundo Engelbrecht *et al.* (2007), o conhecimento matemático e as habilidades básicas adquiridas no primeiro ano do curso de Engenharia sofrem uma diminuição significativa em um período de até dois anos; em outras

palavras, não duram todo o curso.

Com o objetivo de melhorar o cenário apresentado, universidades em vários países têm implementado em seus cursos disciplinas como Introdução ao Cálculo, Pré-Cálculo e Matemática Básica, que contemplam conteúdos como: conjuntos numéricos, módulo, raízes, resolução de equações e inequações, polinômios, função real de variável real e trigonometria (AÑINO et al., 2014; DRAY; MANOGUE, 2010; HIEB et al., 2015; HILLOCK et al., 2013; JAWORSKI, 2008; MUGISHA et al., 2014; REZENDE, 2003).

Essas disciplinas são apresentadas com objetivo geral de tentar diminuir as lacunas na formação matemática do aluno ingressante, buscando melhorar seu aproveitamento durante o curso, em particular, na realização das disciplinas ligadas ao Cálculo Diferencial e Integral.

Outras instituições de ensino superior decidiram por realizar mudanças metodológicas nas disciplinas de CDI implementando projetos e o uso de tecnologias durante as aulas (BARROS; MELONI, 2006; CABRAL; BALDINO, 2006; DIMICELI et al., 2010; LENG, 2011; PAULA et al., 2016; TSAI et al., 2013).

Dimiceli *et al.* (2010) propõem a utilização da ferramenta *Wolfram-Alpha*⁴ nos laboratórios de Cálculo. Leng (2011) também apresenta uma experiência em laboratório utilizando o *TI-Nspire*⁵ e *TI-Nspire Navigator*⁶, que juntos formam um sistema que proporciona ao professor acompanhar as telas dos computadores dos alunos, verificando se eles estão participando da tarefa proposta. Outra ferramenta utilizada para trabalhar conceitos do Cálculo é o *GEOGEBRA*⁷, considerado de fácil utilização e com uma contribuição expressiva para o entendimento do estudante (TAKAČI et al., 2015). A contribuição desses trabalhos é a utilização de laboratórios durante o cursar dessas disciplinas, medida pouco adotada em outras universidades, mas que vem crescendo nos últimos tempos.

Outra providência é a criação de projetos, que está associada, em sua maioria, à utilização de aplicações do CDI durante as aulas ou em cursos paralelos que visam criar mais familiaridade entre os escolares e a importância dos conceitos do Cálculo dentro da Ciência, com foco maior em Engenharia (BARROS; MELONI, 2006; BINGOLBALI; MONAGHAN; ROPER, 2007; MARTINEZ-LUACES, 2009; YOUNGA et al., 2011; HÄRTERICH et al., 2012; LODER et al., 2013; SALLEH; ZAKARIA, 2013; TSAI et al., 2013; HARDRE et al., 2014).

É observada a presença também de grupos de pesquisas que têm se pautado no estudo

⁴ <http://www.wolframalpha.com/>

⁵ <https://education.ti.com/pt/products/calculators/graphing-calculators/ti-nspire-cx>

⁶ <https://education.ti.com/en/products/ti-navigator-systems/ti-nspire-navigator-system>

⁷ <https://www.geogebra.org/>

das disciplinas matemáticas na Engenharia e suas aplicações durante o curso (AÑINO et al., 2014; AROSHAS et al., 2007; LIMA et al., 2015; PEREIRA; CARVALO, 2003). Algumas dessas pesquisas se destacam pela proposição de medidas para tentar solucionar esse problema utilizando aplicações da Engenharia, dentre estas destacando-se o projeto MathePraxis na Alemanha, o uso de Metodologias Ativas, o *Science, Technology, Engineering and Mathematics* (STEM) nos Estados Unidos da América.

MathePraxis é um projeto colaborativo criado entre os departamentos de Matemática e Engenharia Mecânica da Universidade de Braunschweig na Alemanha, e que tem como motivação aumentar o engajamento dos alunos no primeiro ano, assim como diminuir as taxas de retenção dos discentes de Engenharia. Seu objetivo geral é apresentar a esses estudantes as conexões existentes entre o Cálculo e a Álgebra Linear e as aplicações de Engenharia; porém, diferentemente do que se propõe na maioria dos casos, em que o aluno é apresentado a pequenos problemas com uso de conceitos específicos, são utilizados problemas que envolvam diferentes conceitos ao mesmo tempo (HÄRTERICH et al., 2012). O projeto não é realizado por todos os estudantes, pois somente os que passam com êxito em um exame final, realizado no primeiro período, podem solicitar fazer a disciplina MathePraxis através de uma carta, apresentando sua motivação para realizar o curso. Essa disciplina utiliza um método desenvolvido para a indústria e adaptado para o projeto; os alunos têm acesso a textos com informações sobre o problema e questões concretas ou atividades específicas; o grupo deve planejar, criar estratégias, escolher a teoria e analisar os resultados em cada projeto. Todos os trabalhos foram adaptados pelos professores envolvidos, e orientados a partir do que os engenheiros achavam relevante para a realização do curso e possíveis aplicações na carreira profissional.

Nos Estados Unidos, estratégias de aprendizagem ativa têm sido praticadas com estudantes de Cálculo do primeiro ano da Universidade de Tecnologia e Design de Singapura (SUTD), com a colaboração do Massachusetts Institute of Technology (MIT). Dentro do processo metodológico proposto foram criadas atividades curtas que apresentam aplicações específicas na Engenharia e que são realizadas ao final das aulas pelos estudantes. Esses exercícios são considerados desafiadores e têm o objetivo de aumentar a curiosidade dos alunos e gerar mais motivação nas aulas (TSAI et al., 2013).

Ao ser realizada uma pesquisa com esses estudantes, antes e depois do cursar das disciplinas, verificou-se que a porcentagem de alunos que preferem problemas com modelagem subiu de 9% para 13% e, além disso, ao questioná-los sobre qual método eles acreditam que ajudou mais no aprendizado da matéria, o resultado foi que 67% deles preferiram atividades relacionadas à resolução de problemas de forma individual. Pode-se então observar que

problemas com modelagem estimulam o engajamento dos alunos no primeiro ano do curso, também na perspectiva do discente, mesmo que de forma individual.

Nesse sentido, Añino *et al.* (2014) apresentam uma proposta dos pontos que devem ser trabalhados nas disciplinas de CDI em um curso de Engenharia:

Resolução de problemas: busca de informações, seleção e classificação de dados, enunciação de hipóteses, elaboração de estratégias, construção de modelos matemáticos, avaliação de diferentes procedimentos matemáticos, tomada de decisões, aplicação de conceitos e propriedades matemáticas, conjecturar soluções, estimativa de resultados, aplicação de algoritmos, cálculo, usando tecnologia computacional, validando soluções considerando os ângulos matemáticos e contextuais, analisando soluções alternativas, outros.

Pensando e raciocinando: Seguindo correntes de argumentos matemáticos de diferentes tipos, justificando os passos de uma prova, avaliando um argumento provando que é verdadeiro ou falso, compreendendo os diferentes mecanismos usados para provas, usando contraexemplos para refutar uma proposição matemática, entre outros.

Aprendizagem autônoma: Tomando o controle consciente da aprendizagem, planejando e selecionando estratégias, autorregulando e autoavaliando o processo.

Trabalhar com outros, comunicar processos e resultados: Expressar conceitos, procedimentos e resultados utilizando a linguagem matemática nas formas oral e escrita, compreendendo a sua relação com a linguagem natural, traduzindo da linguagem natural para a simbólica, compreendendo o significado das expressões matemáticas, manipulando simbólica e numérica expressões, usando e interpretando um conceito matemático ou objeto usando diferentes representações (gráficas, simbólicas, numéricas), transmitindo ideias matemáticas com suporte de computador (AÑINO *et al.* 2012 p.379).

Considerando esses objetivos, pode-se entender porque há uma distância entre as disciplinas matemáticas e profissionais da Engenharia, pois mesmo com os pontos apresentados, ao se realizar uma pesquisa com professores e pesquisadores da área de Engenharia sobre o que significa um aluno aprender Cálculo, foi verificado que 100% dos entrevistados concordaram que um dos propósitos da disciplina é que o aluno domine e tenha habilidades com os conceitos fundamentais do Cálculo; dentre estes, 83% acreditaram que o escolar deve construir relações e conexões com esses conceitos, 63% concluíram que, além disso, devem saber aplicar as ideias fundamentais do Cálculo e 43% afirmaram que o aluno deve construir um senso sobre o contexto e propósito do Cálculo. Em outras palavras, observou-se que o foco geral dos professores de Cálculo é no estudo dos conceitos dessa matéria sem uma conexão com suas aplicações, e mesmo, sem uma adaptação ao curso em que está inserida a disciplina (SOFRONAS *et al.*, 2011).

2.1.2 Cenário Brasileiro do ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral na Engenharia

As Instituições de Ensino Superior (IES) que disponham a graduação em Engenharia no Brasil, segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais, dispõem como desafio propor um ensino de Engenharia que atenda a um perfil de egresso que contemple diferentes características, sendo indicado:

- I - ter visão holística e humanista, ser crítico, reflexivo, criativo, cooperativo e ético e com forte formação técnica;
- II - estar apto a pesquisar, desenvolver, adaptar e utilizar novas tecnologias, com atuação inovadora e empreendedora;
- III - ser capaz de reconhecer as necessidades dos usuários, formular, analisar e resolver, de forma criativa, os problemas de Engenharia;
- IV - adotar perspectivas multidisciplinares e transdisciplinares em sua prática;
- V - considerar os aspectos globais, políticos, econômicos, sociais, ambientais, culturais e de segurança e saúde no trabalho;
- VI - atuar com isenção e comprometimento com a responsabilidade social e com o desenvolvimento sustentável (BRASIL, 2019).

Para atender a esse perfil, a estrutura dos cursos de Engenharia é apresentada com três componentes curriculares: conteúdos básicos, profissionalizantes e específicos. Dentro desse cenário, o núcleo de conteúdos básicos merece uma atenção diferenciada por ser apresentado aos alunos logo no início do curso, se tornando um elo importante entre os estudantes e a graduação, pois no período de pelo menos dois anos, a função dos conteúdos básicos é dar sustentação conceitual para que o discente esteja em condições de seguir em frente no curso.

Essa parte da graduação deve contemplar, segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais, pelo menos os conteúdos:

Administração e Economia; Algoritmos e Programação; Ciência dos Materiais; Ciências do Ambiente; Eletricidade; Estatística. Expressão Gráfica; Fenômenos de Transporte; Física; Informática; Matemática; Mecânica dos Sólidos; Metodologia Científica e Tecnológica; e Química (BRASIL, 2019).

Observam-se, em sua maioria, disciplinas de Ciências Exatas, que têm o objetivo de auxiliar os discentes na produção de significado em teorias relevantes para a realização do núcleo profissional e específico. Porém, essa função tem apresentado pouco sucesso na formação dos estudantes, pois um dos motivos da desistência e retenção durante o curso está relacionado a um conhecimento inadequado das teorias estudadas nessa fase da formação (BEANLAND, 2010; HILLOCK et al., 2013).

Dentre as disciplinas propostas nessa fase inicial do curso, encontra-se o Cálculo Diferencial e Integral que apresenta resultados pouco satisfatórios quanto à aprovação. Uma pesquisa feita em uma instituição no Brasil verificou que 64% dos estudantes matriculados em

Cálculo não são aprovados, além de mais 14% de estudantes desistentes, totalizando um insucesso de 78% dos discentes matriculados (PAES et al., 2013). Escher e Rafael (2015) apresentam uma análise estatística dos alunos não aprovados da disciplina de Cálculo, e observam que, sem intervenção pedagógica, seu índice chega a 50% dos discentes (ESCHER; RAFAEL, 2015).

Assim como algumas universidades de vários países, no Brasil o número de disciplinas de Pré-Cálculo tem se tornado cada vez mais presente. Porém, mesmo com as implantações das disciplinas que serviriam como uma revisão do ensino médio, em algumas universidades se “chega a absurdos 90% a taxa de reprovação nas atuais disciplinas de Matemática Básica e Pré-cálculo” (MATHIAS, 2014, p.02). Nota-se então, que esse método não tem apresentado bons resultados no Brasil.

Lima et al. (2015), ao realizarem uma pesquisa sobre as aplicações do Cálculo no curso de Engenharia Elétrica da PUC- SP, observaram que na maioria das disciplinas técnicas são utilizados conceitos como funções, limites, derivadas e integrais, que aparecem de forma recorrente, ressaltando sua importância para o curso, porém a abordagem se estabelece de forma diferente, necessitando assim, de uma conexão entre os conceitos e suas aplicações.

2.1.3 A participação do docente de Cálculo Diferencial e Integral

Visto esse contexto, mesmo concordando com a complexidade da compreensão e aplicação desses pontos apresentados, acredita-se que a estruturação das disciplinas de Cálculo lecionadas nos cursos de Engenharia deve ser voltada para que os estudantes consigam aprender a utilizar os conceitos do Cálculo que possibilitem ler e interpretar problemas do curso a que estão inseridos (FIROUZIAN et al., 2012; LOZANO; AÑINO et al., 2014; LOZANO, 2014; PAATERO; MALKKI, 2015), porém, essa mudança pode ser motivada pelo professor.

Existem, atualmente, três formações mais comuns dos professores de Cálculo que atuam na Engenharia: os Matemáticos, os Físicos e os Engenheiros. Segundo Gallardo (2010), os professores formados em Matemática necessitam de uma formação complementar vinculada à Engenharia, assim como os professores com formação em Física e Engenharia necessitam de uma formação complementar em Matemática.

Os professores de Cálculo utilizam aplicações de Engenharia em suas aulas sem saber muito bem para que elas servem, e os discentes do ciclo profissional e específico utilizam a Matemática já adaptada às suas necessidades (GALLARDO, 2010). Observa-se então uma lacuna entre o que é estudado em Cálculo e como ele será utilizado no curso de Engenharia.

Desfazer esse vão é uma maneira de promover mudanças significativas aos cursos de Engenharia.

Deve-se levar em consideração também que, segundo Tardif (2010), com relação aos saberes e formação profissional docente, percebe-se que uma das características principais do conhecimento nessa profissão é a sua evolução e progresso, o que faz com que seja necessária a formação contínua do professor.

Cabral e Baldino (2006) ressaltam que “o desafio é formular projetos pedagógicos fundados em epistemologias adequadas aos cursos profissionais” (CABRAL; BALDINO, 2006, p. 05), ou seja, identificar abordagens metodológicas para se desenvolver um modelo educacional que possibilite a criação de um espaço de diálogo entre as ferramentas do Cálculo e sua participação nas definições de conceitos da Engenharia.

Para isso, é notória a importância de se estabelecer um eixo norteador que possibilite a produção de significados para os conceitos de Engenharia por parte dos professores (LINS, 2012a) a partir do seu conhecimento no Cálculo Diferencial e Integral.

Com objetivo de estabelecer esse eixo, foi realizada uma pesquisa com trabalhos que apresentam a importância das disciplinas matemáticas para a formação de um Engenheiro alinhado com as questões energéticas e com o conceito de Energia.

2.2 SUSTENTABILIDADE, ENERGIA, CÁLCULO E O PROFESSOR

Com objetivo de entender a relação entre os temas Sustentabilidade, Energia, Cálculo e a atuação do professor, propõe-se agora, a discussão entre pesquisas que visam observar como está a formação atual do engenheiro dentro de um pensamento sustentável, para com isso observar se existe uma relação entre o ensino de Energia e o de Cálculo.

2.2.1 Sustentabilidade na graduação em Engenharia

A Educação em Engenharia começou a receber mudanças em sua concepção de formação. As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs 2019) apresentam a necessidade da formação em Engenharia com foco no desenvolvimento sustentável a fim de atender a essa nova demanda (PÉREZ-FOGUET et al., 2018).

O desenvolvimento sustentável pode ser associado à capacidade de um sistema se adaptar às características socioeconômicas, culturais, políticas e do ecossistema em que está inserido, a fim de que apresente um consumo essencial de recursos, com menor impacto negativo possível

e que permita às gerações futuras um atendimento de suas próprias necessidades (FELGUEIRAS; ROCHA; CAETANO, 2017; SALAS-SAPATA, W. A.; RIOS-OSORIO, 2013).

A Educação em Engenharia tem como um de seus pilares a geração de respostas para as necessidades da sociedade, tais como indústria, mercado e desenvolvimento social. Essas respostas devem ter como uma das variáveis do problema o impacto na sociedade, no meio ambiente e nos recursos naturais (STANISKIS; KATILIUTE, 2016). Para isso, as universidades necessitam estar cada vez mais envolvidas no processo de aprendizagem do engenheiro sobre a importância desse tema. Entretanto, essa mudança na formação do engenheiro ainda caminha a passos lentos. Segundo Staniskis e Katiute (2016), o nível de conhecimento dos egressos sobre o assunto em Engenharia ainda não foi devidamente compreendido, apontando uma necessidade crescente na mudança dessa formação.

A utilização do conceito de sustentabilidade durante a formação do engenheiro é um problema atual, bem como a mudança do currículo de Engenharia. Segundo Blottnitz et al. (2015), atualmente o desenvolvimento sustentável aparece em cursos isolados e muitas vezes eletivos durante o bacharelado em Engenharia, o que não permite um trabalho continuado na mudança de atitude do engenheiro, visto que a utilização de princípios de sustentabilidade está também associada a uma mudança cultural (STANISKIS e KATIUTE, 2016). Lazzarini e Perez-Foguet (2018) indicam que esta mudança é acompanhada do fato de que problemas que envolvem o tema Sustentabilidade apresentam em sua característica certa incerteza, complexidade e percepção cultural, que tornam o estudo do tema ainda menos chamativo.

Além do exposto, e mesmo sabendo da necessidade de uma mudança estrutural, observam-se algumas dificuldades significativas na realização da inserção do conceito de sustentabilidade nos cursos de graduação em Engenharia, que passam pelos seguintes desafios:

- Não são desenvolvidas com precisão as ferramentas de ensino que permitem determinar como o conceito de sustentabilidade é aplicado no conteúdo curricular da Engenharia.
- O conceito de sustentabilidade não é uma construção teórica manipulada facilmente por professores e estudantes de carreiras de engenharia, dada a sua complexidade intrínseca.
- Como organizador, tecnólogo e gerente de indústria e serviços em termos de recursos humanos, materiais e energéticos, o engenheiro precisa lidar com facilidade com o desenvolvimento do conceito de sustentabilidade e, especialmente, da energia, que ainda está para ser alcançado (ARMAS et al., 2017, p. 181, tradução nossa).

É observada, conseqüentemente, a importância da participação e capacitação dos professores da Engenharia para o sucesso de políticas pautadas na integração do conceito de

sustentabilidade na formação do engenheiro (LAZZARINI et al., 2018), visto que para uma mudança desses problemas apresentados, o corpo docente necessita apresentar uma postura de busca e atualização que consiga responder às demandas atuais na hora de lecionar (HOLGAARD et al., 2016).

Essa observação não se faz somente sobre as disciplinas profissionais da Engenharia, e sim ao longo de todo o curso. Segundo Armas et al. (2017), o estudo das Ciências Básicas (Física, Química e Matemática) é um caminho para a apresentação de problemas do mundo atual aos graduandos, podendo ser ressaltada também a importância de como o professor apresenta esses conteúdos, pois, ao se propor a realizar uma fala para sustentabilidade, já cria uma possibilidade de mudança na visão de futuros engenheiros, uma vez que nem todo processo em educação é apresentado de forma direta, por se tratar de uma construção de conhecimento (ARMAS, 2017).

2.2.2 Desenvolvimento sustentável e Matemática.

Segundo Staniskis e Katiute (2016), um dos maiores problemas na educação do engenheiro é o que os autores chamam de “consciência contextual”, que seria “a capacidade de visualizar ações, problemas, soluções e consequências em um contexto mais amplo, que compreende aspectos científicos, técnicos, econômicos, legais, sociais ou culturais” (STANISKIS; KATIUTE, 2016, p.13 tradução nossa). Dentro do aspecto de compreensão científica, enquadram-se os estudos dos conteúdos de Física, Química e Matemática na graduação de Engenharia. Arms et al. (2017) realizaram uma pesquisa em que apresentam os pontos de maior contato entre a Sustentabilidade e o Ensino de Ciências, conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Adjacências entre sustentabilidade e o Ensino de Ciências

Problemas de sustentabilidade das ciências básicas para engenharia				
Objeto ou problema de ensino em Engenharia	Problema Físico	Problema Químico	Problema Matemático	Problema ambiental e de sustentabilidade
Energia transformações de energia. Elevação da eficiência energética.	Sistemas de energia dissidentes. Mecânica, eletromagnética, termodinâmica e nuclear.	Fontes químicas de energia. A combustão. Baterias e acumuladores de eletrólito para cádmio e lítio.	Otimização de sistemas. Modelagem matemática. Equações diferenciais.	Geração de energia. Poluição ambiental. Efeito estufa. Mudança climática. Insustentabilidade social e econômica dos modelos de energia prevaletentes. A economia ecológica em resposta
Os materiais e suas propriedades. Elevação da sua qualidade. Procura novos materiais.	Propriedades físicas de substâncias e materiais de engenharia. Processos de engenharia com materiais.	Propriedades químicas das substâncias. Processos químicos nos materiais em sua interação com o meio ambiente. Corrosão.	Modelagem matemática Máximo e mínimo. Otimização linear.	Natureza como fonte de recursos e sumidouros de resíduos. Poluição do ar, da água e do solo. Problemas ambientais, sociais e econômicos. Método de produção mais limpo, reutilização, reciclagem e redução, em resposta.
Termodinâmica e termo-conversão e energética. Eficiência energética e poluição com gases de combustão.	Entropia e a segunda lei da Termodinâmica.	Crescimento da entropia e poluição ambiental.	Modelagem matemática.	Poluição ambiental, capacitação das mudanças climáticas, degradação ambiental em países subdesenvolvidos. Energias renováveis como resposta.
Radiação e energia nuclear. A segurança tecnológica.	A interação da radiação nuclear com a substância. Geração de energia por fissão e fusão nuclear.	Aparência de elementos químicos e substâncias radioativas.	Modelagem matemática.	Contaminação radioativa em caso de acidentes. Limitações dos países pobres para acessar essas tecnologias. Socialização da tecnologia e elevação da segurança tecnológica.
A luz e o som. Iluminação e ruído.	O problema óptico de onda óptica e óptica, bem como o acústico.	Interação da luz com a substância no nível molecular (fotoquímica).	Modelagem matemática.	Poluição luminosa e poluição sonora. A luminosidade da América do Norte, Europa e Japão e a escuridão do mundo do sul, vista do espaço cósmico. Acessibilidade para toda a energia.
Energias renováveis.	Redução do crescimento entrópico.	A não emissão de substâncias poluentes na geração de energia.	Modelagem matemática.	Redução do efeito estufa. Mitigação das mudanças climáticas. Geração de empregos.

Fonte: Tradução de Armas et al. (2017).

Observando o quadro, pode-se verificar a participação do ensino da Matemática como um dos pilares para a solução de problemas físicos e químicos, bem como para a modelagem de problemas que envolvem variáveis que podem ser estudadas pelos engenheiros a partir da

necessidade de cada ecossistema. Ainda segundo Armas *et al.* (2017), conteúdos como Álgebra Linear, Cálculo Diferencial e Integral, Equações Diferenciais, métodos computacionais (métodos numéricos) são cruciais ao modelar problemas de sustentabilidade.

Deve-se ressaltar também que, de acordo com Felgueiras *et al.* (2017), a sustentabilidade pode ser vista como uma variável ampla que pertence a qualquer sistema, desde aparelhos domésticos até sistemas de construção, porém apresenta em suas características a necessidade de ser uma variável que deve ser otimizada, gerando assim maior complexidade para os problemas, e com isso, para o modelamento matemático.

Verifica-se que nos problemas apresentados sobre sustentabilidade, destaca-se o entendimento de energia, seu uso e disponibilidade na sociedade. Segundo Dias *et al.* (2004), o desenvolvimento humano está ligado, mesmo que de forma indireta, ao uso e disponibilização de energia e, para entender e solucionar problemas desse tipo, é necessário um conhecimento consciente de quem utiliza — a sociedade —, bem como de quem atua na manutenção de formas de disponibilização da energia — os engenheiros.

O tema uso racional de energia representa “uma das maneiras de promover o equilíbrio entre o desenvolvimento socioeconômico das populações e o meio ambiente” (DIAS et al., 2006, p.91) e

devido à sua característica multidisciplinar, representa uma fonte muito rica de exemplos que, mediante procedimentos bem sucedidos de ensino, podem ser interpretados sob o ponto de vista dos conceitos educacionais (DIAS et al., 2004, p. 03).

Além disso, a utilização dos objetos do Cálculo para o entendimento do conceito de energia se faz pertinente à medida que

os conceitos técnicos fundamentais, como as Leis da Termodinâmica e Elementos de Análise de Circuitos Elétricos, constituem as bases para a compreensão e intervenção nos sistemas energéticos, tanto no redirecionamento de estruturas participantes nos processos de transformação energética quanto no uso de novas tecnologias (DIAS, 2003, p. 77).

Muitos dos conceitos e definições utilizados pela Termodinâmica, Transferência de Calor, Mecânica dos Fluidos, pelo estudo de Circuitos Elétricos entre outros, se apresentam pelas ferramentas do CDI, como, por exemplo, o conceito de que o *trabalho feito no movimento de um objeto* que pode ser apresentado como uma integral definida. Acredita-se que alguns desses conceitos e aplicações devam ser trabalhados com os alunos na disciplina de Cálculo.

Podem ser ressaltados também dois pontos relevantes: em alguns livros didáticos de CDI, referências como essas são feitas, porém, sem apresentação de um contexto e que, em sua maioria, não chegam a ser vistas em sala de aula. Fica notório então que uma possibilidade para realização de um curso de serviço de Cálculo para Engenharia passa pela transformação da forma com que o professor vê as ferramentas do CDI e, com isso, ser possível falar em mudanças nessas disciplinas dentro dos cursos de Engenharia.

Deve-se considerar também que, segundo Colombo (2013), somente ao utilizar estratégias distintas de ensino-aprendizagem será possível intervir na formação de profissionais da Engenharia que levem em conta em sua prática futura o alcance da sustentabilidade.

Observa-se então a importância da participação das instituições de ensino para a formação crítica sobre o uso racional de energia (DIAS et al., 2004, 2006) e, por outro lado, a participação do conhecimento em Matemática para resolver problemas que envolvem modelagem e estudo de sustentabilidade —energia.

Salienta-se a necessidade de mudança da postura do professor de Cálculo, assim como outros dentro da graduação, visto que este tem papel fundamental na utilização desta disciplina, dentro de um curso de Engenharia, para apresentar a relação entre o Cálculo e os conceitos de energia e sustentabilidade.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Ao traçar um panorama mundial das pesquisas que estão preocupadas com a aprendizagem em Engenharia, destaca-se a contribuição de Gallardo (2010), que propõe a necessidade dos professores de Matemática se capacitarem para lecionar Engenharia, e que os docentes de Física e Engenharia deveriam fazer uma complementação em Matemática. Cabral e Baldino (2006) ressaltam a importância da formulação de projetos pedagógicos que possibilitem uma formação adequada do professor de acordo com o curso de Engenharia.

A partir dessas reflexões, considera-se que os professores necessitam de uma formação complementar, pautada na apropriação de pressupostos teóricos que orientem sua prática, bem como ter uma postura reflexiva sobre os processos de ensino e aprendizagem. É necessário que o professor não somente se preocupe com o que vai lecionar, mas também como ele vai ministrar as aulas.

Tendo em vista o exposto, observa-se a importância de uma discussão acerca das teorias de aprendizagem para o educador refletir sobre a dinâmica da sala de aula, pois, “à luz de Vygotsky, o processo de ensino decorre das competências pedagógicas do mediador, e dos seus suportes” (FONSECA, 2018, p.151).

3.1 AS TEORIAS DE APRENDIZAGEM E O PAPEL DO PROFESSOR

Será apresentada aqui uma discussão de teorias que se complementam dentro do estudo de Educação Matemática; a teoria Vigotskiana, conhecida também como histórico-cultural (PRESTES, 2010) e o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) (LINS, 2012a; SILVA, 2018).

3.1.1 Elementos da teoria histórico-cultural

Nota-se na teoria de Vygotsky⁸ um ensaio para evidenciar a cognição como sendo um produto da socialização. Seu estudo foi dedicado, especialmente, às *funções psicológicas superiores*⁹ e à relação com meio físico e social (REGO, 2014).

A teoria histórico-cultural, como uma intervenção pedagógica para as aulas de Engenharia, propõe uma visão além da transmissão da informação no ambiente educacional; logo, a sala de

⁸ O Uso da escrita do nome Vygotsky apresenta uma variação em seu formato devido as referências adotadas.

⁹ As funções psicológicas superiores “consistem no modo de funcionamento psicológico tipicamente humano, tais como a capacidade de planejar, memória voluntária, imaginação, etc” (REGO, 2017 p. 39).

aula é entendida como um meio de impulsionar o processo de produção de significado.

A interação entre docente e discente deve ser analisada e realizada corroborando com objetivo de aprendizagem, o qual não deve ser vinculado à capacidade de pensar, e sim, “à aquisição de muitas capacidades especializadas para pensar sobre várias coisas” (VIGOTSKI, 2007, p.92).

Segundo Vygotsky (1979), existem duas fases relativas ao aprendizado: *nível de desenvolvimento real*, no qual o indivíduo, o aluno, consegue resolver problemas de forma independente, que é o saber prévio; e o *nível de desenvolvimento potencial*, no qual o indivíduo se utiliza de um parceiro mais capaz, por exemplo, o docente, para resolver um problema —a construção de um saber mais elaborado. Esse *parceiro mais capaz* atua na *zona de desenvolvimento proximal* (ZDP), possibilitando que o indivíduo mude do nível real para o nível potencial. Para Fonseca (2018), valendo-se da capacidade pedagógica do professor —o mediador—, que tenha mais competências desenvolvidas, essa intervenção pode possibilitar que gerações mais novas —os alunos—, construam seus próprios conhecimentos, para aprender.

A zona de desenvolvimento proximal refere-se à região que compreende os dois níveis de desenvolvimento —real e potencial— ela é individual e, nela se dão as transformações do pensamento, as quais desenvolvem o cognitivo no método de ensino e aprendizagem. Assim, nota-se que para ocorrer o aprendizado devem ser criados recursos e estratégias de mediatização que possibilitem um processo de aprendizagem cultural (FONSECA, 2018).

O processo de aprendizagem ocorre durante a interação professor-estudante em uma atividade, e seus elementos centrais são definidos por Vygotsky como *instrumento* e *signo* (VYGOTSKY, 1979). O instrumento é o modo como o indivíduo vai interagir com o meio —os objetos que ele utiliza, por exemplo. Esse emprego implica numa ação diferenciada, pois o indivíduo pode escolher um objetivo para usar tais objetos, mesmo que não haja contato concreto com os instrumentos. Esse processo só é possível pelo segundo ponto apresentado, os *signos*, os quais podem ser definidos como representações mentais que indicam ou substituem e dão significado a um objeto. Por exemplo, ao observar uma rua pintada com listras brancas e reconhecê-las como uma faixa de pedestre, a faixa se torna um signo dentro do conhecimento de *código de trânsito nacional*. Os signos permitem ao indivíduo produzir significado e relacionar situações em seu cotidiano, o que se dá de forma individual a partir da interação social (GAUVAIN, 2019).

Logo, nota-se que a linguagem matemática é um sistema de signos específicos que apresentam seus significados na forma simbólica, não utilizando instrumentos externos ao aluno, e sim, internos, psicológicos (GAUVAIN, 2019; VYGOTSKY, 1979). Esse sistema

simbólico funciona como um elemento mediador que possibilita a comunicação científica, sendo considerado único no mundo, porém só é entendido dentro de um grupo cultural que estabelece os significados e interpretações desses objetos.

Evidencia-se então que a linguagem matemática “não somente designa os elementos presentes na realidade, mas também fornece conceitos e modos de ordenar o real em categorias conceituais” (REGO, 2014, p.53).

Segundo Lins (2012), “o que isso implica é que quando o Matemático define um objeto, não cabe a discussão se esta definição corresponde bem ou não a algo *fora* da própria Matemática” (LINS, 2012b, p.105). Esse entendimento, de Matemática, leva à necessidade de direcionar o modo como se produz significado para os objetos apresentados por ela.

Percebe-se que “o papel do professor é de provocar mudanças conceituais nos alunos, que não ocorreriam espontaneamente” (DIAS, 2003, p.57). Isso acontece quando o docente atua na zona de desenvolvimento proximal do estudante. Em outras palavras, o professor tem o papel de criar um ambiente que possibilite ao estudante fazer a transição de nível ao produzir significado para o conteúdo proposto, nesse caso, para esse sistema de signos específicos, que é a linguagem matemática.

Segundo Vigotski (2009),

onde o meio não cria os problemas correspondentes, não apresenta novas exigências, não motiva nem estimula com novos **objetivos** o desenvolvimento do intelecto, o pensamento do adolescente não desenvolve todas as potencialidades em que efetivamente contém, não atinge as formas superiores ou chega a ela com extremo atraso (VIGOTSKI, 2009, p. 171, grifo nosso).

Ao se referir aos objetivos, Vigotski está trabalhando dentro da noção de atividade, proposta por Leontiev (SANTOS; SANTADE, 2012). A realização do exposto ocorre dentro de uma **atividade definida por um objetivo**, sendo que se pode definir atividade como:

uma forma complexa de relação homem-mundo, que envolve finalidades conscientes e atuações coletivas e cooperativas. (...) é realizada por meio de **ações** dirigidas por metas, desempenhadas pelos diversos indivíduos envolvidos na atividade. O resultado da atividade como um todo, que satisfaz à necessidade do grupo, também leva à satisfação das necessidades de cada indivíduo, mesmo que cada um tenha se dedicado apenas a uma parte específica da tarefa em questão” (OLIVEIRA, 2008, p.98).

Para Leontiev, o objetivo da atividade determina suas diferenças de significado, logo, tem-se o porquê de os signos poderem ter diferentes significados. Evidencia-se que não é possível o surgimento de “nenhuma atividade endereçada a um fim sem que existam o objetivo e o problema que aciona e oriente esse processo” (VIGOTSKI, 2009, p.171).

Levanta-se, então, um ponto relevante para essa discussão: não é uma verdade absoluta que, ao ter um objetivo e um problema, inicia-se o processo de aprendizado dentro de uma atividade; pois o ser humano aprende a lidar com objetivos não atingidos, ou não atingíveis, aos quais não vão gerar um processo, mesmo sabendo de sua existência.

Por conseguinte,

objetivo não é a explicação do processo. A questão central, fundamental, vinculada ao processo de formação de conceitos e ao processo de atividade voltada para um fim, é um problema **dos meios através dos quais se realiza essa ou aquela operação psicológica**, essa ou aquela atividade voltada para um fim (VIGOTSKI, 2009, p. 161, grifo nosso).

Não é apenas propondo problemas e apresentando seus objetivos que se garante a formação de conceitos. É relevante que as ferramentas utilizadas e os significados para os signos propostos sejam coerentes com a fase de aprendizado, possibilitando que o docente atue na ZDP do discente.

Com o exposto, é pertinente a apresentação de alguns conceitos presentes no Modelo dos Campos Semânticos para complementar e esclarecer os pontos discutidos até o momento.

3.1.2 Modelo dos Campos Semânticos

O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) foi escolhido como referencial educacional por corroborar com a teoria Histórico-cultural de Vygotsky e por sua relevância no entendimento dos processos de aprendizagem em uma sala de aula de Matemática. Proposto por Lins (LINS, 1999, 2012a), Silva (2003) e Lins e Silva (2013), o MCS traz as definições de conhecimento, produção de significado e processo comunicativo para fomentar a discussão sobre aprendizagem. Portanto, pretende-se estabelecer alguns conceitos, que são necessários ao entendimento da dinâmica existente na sala de aula.

No ambiente escolar, o que está sendo proposto é o aprendizado de um texto matemático, a medida que:

conhecimento é entendido como uma **crença** - algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza, portanto, como uma **afirmação** – junto com o que o sujeito considera ser uma **justificação** para sua **crença-afirmação** (LINS, 1993, p.86, grifos do autor).

Observa-se que o conhecimento não é apenas uma crença apresentada por uma afirmação. Quando o sujeito apresenta uma percepção intelectual, o mesmo está pautado em uma

justificação que possibilita entender qual é a origem daquela afirmação. Segundo Lins (1994), “é nas justificações que a diferença ocorre quando examinamos conhecimentos enunciados a partir de um mesmo texto” (LINS, 1994, p.42).

Ainda, segundo Vigotski (2007), tem-se que:

embora dois tipos de atividades possam ter a mesma manifestação externa, a sua natureza pode diferir profundamente, seja quanto à sua origem ou à sua essência. Nesses casos são necessários meios especiais de análise científica para pôr nu as diferenças internas escondidas pelas similaridades externas (VIGOTSKI, 2007, p.66).

Como exemplo, um estudante de Engenharia, ao *resolver* a integral $\int_0^1 x \, dx$, pode explicar seu cálculo dizendo que essa integral definida representa a área sob uma curva, pois a integral é um somatório de áreas infinitesimais que possibilita determinar a área total, ao passo que outro estudante pode apresentar sua justificação pelo teorema fundamental do Cálculo $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, e desse modo ele utiliza o formulário de integral, encontra a função primitiva e substitui os intervalos de integração. Percebe-se que os dois estudantes *resolveram* a mesma integral e chegaram ao mesmo resultado, $\int_0^1 x \, dx = \frac{1}{2}$, porém mostram justificações diferentes, podendo ser dito então, que os dois apresentam conhecimentos distintos. Entende-se que não se trata de justificativas. Não é uma explicação do que ele fez, e sim o que o **autoriza a fazer**, o que torna aquela resolução **legítima** (LINS, 2012a).

Ressaltam-se ainda, dois termos que complementam a definição de conhecimento: **legitimidade** e **interlocutor** (LINS, 2008), que podem ser melhor analisados dentro da explicação de como se constitui com **espaço comunicativo** em sala de aula.

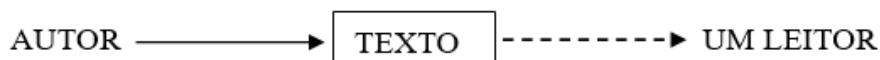
Utilizando o MCS, é notado que o objetivo do professor é tentar estabelecer uma comunicação com os estudantes para observar os diversos significados produzidos por eles e a partir disso, propor procedimentos didáticos que possibilitem que **eles falem na mesma direção e sentido**.

Essa noção de **direção** surge da observação de como a comunicação entre docente e discente define os processos de sala de aula, à medida que o professor visa ao aprendizado dos estudantes, em suas mediações, ele realiza **enunciações direcionadas para esse objetivo**.

Analisando essa interação a partir de conceitos de **espaços comunicativos**, tem-se que o professor se constitui como *autor* e fala na direção de *um leitor* (Figura 2); vê-se que esse *um leitor* não se constitui como uma pessoa ou um dos estudante presentes, mas sim como um ser cognitivo para quem o professor direciona sua fala, sendo denominado também como **interlocutor**. Ressalta-se que “o pontilhado está ali para indicar que é apenas na construção do

autor que ‘a transmissão’ existe” (LINS, 1999, p.81) (Figura 2).

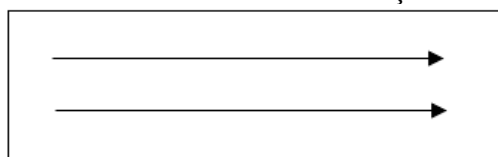
Figura 2 – Relação autor-leitor



Fonte: Lins (1999).

Isso implica que, o que o *autor* enuncia não é o que o *um leitor* irá compreender, pois ao ler o texto o *um leitor* se constitui como *um autor* no momento em que está lendo, ouvindo o *texto*. Assim, em uma conversa nunca estão sendo produzidos os mesmos significados, às vezes, caminha-se na mesma direção, mas nunca com o mesmo significado (Figura 3).

Figura 3 – Falando na mesma direção e sentido



Fonte: Próprio autor (2019).

Percebe-se que em uma conversa, em uma aula ou ao ler um livro, o conteúdo ali presente depende de *um leitor* que irá produzir significado, ou não, para o texto apresentado. Surge, pois, o conceito de **resíduo de enunciação**— que é todo possível texto, por exemplo, uma imagem, um gráfico ou um som—, lido por *um leitor*, o qual definirá se o resíduo se constitui em texto ou não, no momento em que ele está produzindo um significado ao que está sendo lido. “**Tanto quanto não há leitor sem texto, não há texto sem leitor**” (LINS, 1999, p. 82, grifo nosso).

A partir disso, afirma-se que não existem conhecimentos em livros, em quadros ou aulas, e sim, resíduos que apenas poderão ser utilizados para produção de significado *ao se constituírem em texto para o leitor*.

Outra definição que se faz necessária nesse momento é a de significado. Segundo Lins (2008, p.541) o “*significado* de algo é o que é *efetivamente* dito desse algo no interior de uma atividade; na qual um *objeto* é algo para o qual se produza *significado*”.

Silva (2018, p.53), completa, “os objetos, por sua vez, são constituídos enquanto tal a partir do que o sujeito diz que eles são”.

Dessa forma, dizer que um sujeito produz significado, se constitui como um processo, que envolve:

i) a constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos os quanto os significados produzidos para esses objetos; ii) a formação de um núcleo: o conjunto das estipulações locais, iii) a maneira de operar dos sujeitos e sua lógica; iv); a fala na direção de interlocutores; e, v) as legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer, pelo sujeito, no interior de uma atividade (SILVA, 2018, p.53).

O núcleo é proposto como o conjunto de estipulações locais, “que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação” (LINS, 2012, p.26). Assim, ao observar o núcleo em que uma pessoa está operando, é possível “identificar a maneira de operar dos sujeitos bem como a lógica das operações ligadas ao processo de produção de significados para um texto” (SILVA, 2018, p.55).

Vê-se, então, que núcleo não é algo estático, que não muda. Na verdade, é exatamente o contrário. Por exemplo, para um professor de Matemática uma equação diferencial linear de primeira ordem, escrita como $\frac{dx}{dt} + p(t)x(t) = q(t)$ é algo dado, que não precisa ser justificado, entretanto ao colocá-la dentro de um problema físico, isso pode já não ser mais verdade, e ainda sim ser o mesmo objeto.

Assim, o núcleo está relacionado ao *como* o sujeito produz significado para o *objeto*, o que ressalta, mais uma vez, as diferenças da maneira que isso ocorre para cada pessoa.

É válido ressaltar que não se defende a necessidade do professor entender exatamente como cada um de seus alunos produz significado para os conceitos estudados. O que se propõe ao utilizar esse referencial é a mudança de postura em sala de aula, a partir do momento que o docente toma consciência das diferenças de conhecimento, legitimidades, que podem se estabelecer em um ambiente escolar. Isso possibilita ao mediador apresentar uma prática mais reflexiva, que provavelmente melhore seu processo de comunicação com os estudantes.

3.2 CONSIDERAÇÕES ENTRE AS TEORIAS E O TEMA DE PESQUISA

A partir do que foi apresentado, o presente referencial educacional se faz necessário para esta pesquisa, pois permite uma reflexão sobre postura do professor e os processos da sala de aula.

A se caracterizar conhecimento como exposto, observa-se que o conhecimento é do domínio da enunciação do sujeito (SILVA, 2018), e, em consonância como a perspectiva vigotskiana apresentada a sala de aula é entendida como um espaço de colaboração e comunicação em que se aprende matemática falando. Evidencia-se que a **Matemática é**

entendi como um resíduo de enunciação para o qual o estudante pode produzir significado.

A proposta é que, em um espaço comunicativo, numa sala de aula, por exemplo, quando o *autor*, que pode ser o professor, estabelece o *interlocutor* —ser cognitivo, que para o professor pode ser os estudantes naquela sala—, é definida a direção em que ele está *falando*¹⁰, e isso ocorre porque *falar daquele jeito é legítimo*¹¹ na concepção dele (LINS, 2008).

Todavia, o que o professor acredita ser legítimo para o estudante aprender, dependerá do núcleo em que ele está operando, visto que se o mediador está atuando em um núcleo que entende a Matemática com fim em si mesma, dificilmente sua fala será direcionada para uma Matemática a serviço da Engenharia, uma vez que isso não seria legítimo para ele.

Dois professores podem desenvolver em sala de aula um mesmo conteúdo, derivada por exemplo, mas um o faz pois acredita que saber derivada daquela forma é importante para o Engenheiro, e o outro porque derivada está no programa da disciplina. Observe que o significado que o docente tem de derivada muda o modo como ele se relaciona com o próprio conhecimento. Além disso, essa definição, para a sala de aula de Matemática, se faz importante uma vez que o conhecimento do professor nunca será o mesmo dos alunos, e, tendo essa consciência, o docente pode modificar a forma de pensar sobre a sua prática.

Pensando nessa perspectiva, estabelecer as características de um curso de Matemática para Engenharia, que possibilitem ao professor de matemática refletir sobre sua prática, se faz necessário pois, numa abordagem contextualizada do ensino e aprendizagem, estaria dotando os conteúdos de significado para o engenheiro em formação, tendo claro, assim, qual é o papel daquela disciplina na graduação, como um todo.

¹⁰ Esse “falar” envolve “ações enunciativas: fala, gestos, registros escritos, registros no quadro” (Silva, 2018)

¹¹ Segundo Lins (2008) deve-se “esclarecer de onde vêm essas *legitimidades*: elas vêm da “internalização” de *legitimidades* que caracterizam culturas. A imersão de uma pessoa em uma cultura se dá através de sua imersão em *modos legítimos de produção de significados*” (LINS, p. 541, 2008).

4 MÉTODO DE PESQUISA

Partindo-se do fato de que ações estão sendo tomadas para que a disciplina de Cálculo possa contribuir de forma mais efetiva à formação do Engenheiro, foi exposta a existência de uma tendência em se estabelecer um processo de ensino e aprendizagem nessa disciplina, possibilitando aos estudantes uma conexão entre os conteúdos estudados e suas aplicações durante o curso. Observou-se, também, a necessidade de um entendimento do papel do professor de Cálculo nesse processo, visto que as pesquisas anteriormente citadas não se atentavam ao fato de como o mediador de Cálculo tem interagido com as possíveis mudanças em sua disciplina.

A partir dessa análise, propõem-se dois pontos principais: entender qual é essa Matemática que é utilizada nos cursos de Engenharia e, a partir dessa percepção, apontar quais são as características necessárias a um curso de serviço de Cálculo para Engenharia. Por isso, este capítulo apresenta como a pesquisa de campo foi realizada, porquê se optou por uma pesquisa qualitativa e o método de coleta de dados.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Foi estabelecida uma estratégia de pesquisa com objetivo de observar quais são e como são trabalhados os objetos do Cálculo nas disciplinas profissionais do curso de Engenharia. A realização dessa análise de dados foi feita por uma pesquisa qualitativa, segundo Yin (2011) e Bogdan e Biklen (1994), que possibilite ao investigador observar os pontos possivelmente relevantes para o projeto. Esta pesquisa também pode ser classificada como do tipo exploratória, pois visa “proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses” (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, P.35); por isso será realizada uma observação, com análise de documentos, livros didáticos, planos de ensino e notas de aula, como forma de coleta de dados (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Optou-se por realizar a pesquisa no curso de Engenharia nos diferentes níveis da graduação e pós-graduação. O campo de pesquisa foi a Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, FEG/UNESP¹², situada em Guaratinguetá – São Paulo. A realização da observação foi feita com a imersão do pesquisador em disciplinas da Engenharia Mecânica e Elétrica, relacionadas com o ensino de tópicos da área de Energia, com objetivo de obter uma

¹² A Autorização para realização da pesquisa está no apêndice A.

visão geral dos tipos de aplicações utilizados. Ressalta-se que o observador é um professor de Cálculo com formação em Matemática e Educação Matemática. A amostra escolhida para a observação é de um total de sete professores¹³, todos atuantes na graduação em Engenharia e pós-graduação em Engenharia Mecânica. A escolha dessa amostra se deu pela observação das disciplinas que utilizam o Cálculo como ferramenta durante o curso, as quais têm o tema Energia envolvido, e também, a necessidade de uma consulta sobre professores que aceitariam participar da pesquisa —o que possibilitou escolher as disciplinas listadas (Quadro 2):

Quadro 2 – Relação Disciplinas carga horária

Curso	Disciplina	Carga horária
Graduação	Transmissão de Calor	90
Graduação	Matemática Aplicada à Engenharia Elétrica	45
Graduação	Mecânica dos Fluidos	60
Pós-graduação	Poluição do Ar	120
Pós-graduação	Termodinâmica	45
Pós-graduação	Elementos Finitos	45
Pós-graduação	Matemática Aplicada ao Ensino da Energia ¹⁴	45
	Total	450

Fonte: Próprio autor (2019).

A pesquisa realizou a observação dessas 450 horas além da análise documental das notas de aula e planos de ensino de cada área de conhecimento. A prática desse procedimento foi feita simultaneamente, seguindo os horários de atividade e a disponibilização da disciplina pelos docentes.

Entende-se a técnica de coleta de dados intitulada observação como sendo

uma técnica que faz uso dos sentidos para a apreensão de determinados aspectos da realidade. Ela consiste em ver, ouvir e examinar os fatos, os fenômenos que se pretende investigar. A técnica da observação desempenha importante papel no contexto da descoberta e obriga o investigador a ter um contato mais próximo com o objeto de estudo (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 1998, p.74).

Esse procedimento foi escolhido por possibilitar que o pesquisador realize uma triangulação de fontes (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 1998), permitindo uma

¹³ O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido se encontra no apêndice B.

¹⁴ Estudo dirigido oferecido pelo programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica da UNESP-FEG, Guaratinguetá – SP.

análise entre a vivência do professor de Engenharia —sala de aula—, os documentos relacionados ao conteúdo a ser apresentado nas aulas —planos de ensino, notas de aula, livros didáticos— e como esse conteúdo é apresentado em livros de Cálculo.

Para a observação das aulas o pesquisador utilizou como instrumento de coleta de dados um caderno de campo dividido em duas partes: i) descritiva, em que foram anotadas todas as referências ao Cálculo feitas pelo professor, e, ii) reflexiva, em que foram tomadas notas das observações feitas pelo observador durante a pesquisa com relação a outras questões, como: pontos de vista, dilemas e questões (BOGDAN; BIKLEN, 1994; GERHARDT; SILVEIRA, 2009). No caderno de campo foi apresentado também um registro de frequência quanto à utilização do Cálculo na explicação da aula em cada dia observado (apêndice C).

Segundo Sá Earp (2012), os relatos gerados pela observação contêm as informações e anotações feitas de forma imediata, podendo ser feitas conforme o pesquisador pensar ser conveniente para aquele momento de pesquisa. Esses relatos formam os diários de campo que irão dar origem aos relatórios estruturados ao final de cada observação de disciplina. Assim, considera-se também que:

a informação coletada a partir de um caso particular (discurso sobre um determinado tema e suas práticas) constitui, na metodologia qualitativa, uma forma particular de um fenômeno que é mais geral, mais amplo. Os casos concretos tomados em sua singularidade não são considerados como representativos, mas exemplares, pois não estamos em uma pesquisa de representatividade no sentido quantitativo (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p.103).

Tendo essa perspectiva, ao elaborar o caderno de campo, o pesquisador teve como norte que as aplicações feitas pelos professores observados correspondem a uma visão particular e não generalizada, tornando-se uma possibilidade, um exemplo, e não uma regra.

Na coleta de dados documentais “três aspectos devem merecer atenção especial por parte do investigador: a escolha dos documentos, o acesso a eles e a sua análise” (GODOY, 1995, p.23), optando-se por (i) analisar os planos de ensino, considerado o documento oficial, (ii) notas de aula, que norteiam como o professor estabelece o plano de ensino, e o (iii) livro texto adotado, pois complementa as notas das aulas dos professores.

Para a análise dos dados documentais o pesquisador utilizou um questionário padrão (apêndice D) que, caso seja necessário, pode ser utilizado mais de uma vez como o mesmo documento, separando, por exemplo, por conteúdo ou capítulos.

Para que os dados obtidos durante a pesquisa fossem considerados confiáveis, desde a observação das aulas até a coleta dos dados documentais, adotaram-se alguns critérios:

- Permanência prolongada no campo: o pesquisador permaneceu, pelo menos, um semestre realizando a observação das aulas em cada disciplina, o que permitiu o acompanhamento em mais de uma aula (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 1998);
- Análise pelos participantes: após a apreciação dos dados coletados nas observações, o pesquisador deve apresentar um relatório aos participantes para sua validação;
- A utilização de uma auditoria: um segundo pesquisador, considerado experiente na área, realizou a análise dos dados da pesquisa, bem como notas de campo, categorizações iniciais, identificação de questões e checagem de conclusões e relatos finais (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 1998). Esse procedimento ocorreu durante o processo de investigação.

4.1.1 Análise dos dados

A análise dos resultados foi realizada a partir das teorias de Vygotsky (2008, 2009) e o Modelo dos Campos Semânticos, proposto por Lins (1999, 2005, 2012), Silva (2003) e Lins e Silva (2013).

As questões que nortearam essa pesquisa foram: *i) como as disciplinas específicas do curso de Engenharia Mecânica utilizam o **Cálculo Diferencial e Integral como uma ferramenta?** ii) como os professores explicam os problemas, no contexto da Energia, que envolvem o Cálculo? iii) como criar uma relação com o que os professores apresentam no ciclo profissional durante as aulas de Cálculo no ciclo básico utilizando os **conceitos de Energia?***

Nesse sentido, um dos objetivos desta etapa da pesquisa foi observar como são produzidos os significados dos professores da Engenharia para os conceitos do Cálculo analisando a forma que trabalham e constroem seus objetos. Além disso, os professores creem que "o significado pode ser transmitido de uma pessoa para outra, através do uso de algumas linguagens elementares intermediárias, desenhos, gestos, arranjos de coisas, etc ..." (LINS, 1993, p.02). Nesta perspectiva, ao observar a aula do professor, é possível entender como ele acredita que o aluno deve conhecer esse conceito e, assim, como ele acredita que deve conhecer o Cálculo para aplicar em Engenharia.

Observa-se que:

para entender o discurso do outro, nunca é necessário entender apenas umas palavras; precisamos entender o seu pensamento. Mas é incompleta a compreensão do pensamento do interlocutor sem a compreensão do motivo que o levou a emití-lo. De

igual maneira, na análise psicológica de qualquer enunciado só chegamos ao fim quando descobrimos esse plano interior último e mais encoberto do pensamento verbal: a sua motivação (VIGOTSKI, 2009, p.481).

Nesse processo também, deve ser ressaltada a importância da **não leitura pela falta**. Esse termo é utilizado quando ao observar a fala realiza-se uma busca pelo que ele deveria dizer sobre o assunto e não pelo que ele efetivamente diz. Durante a observação da pesquisa, sabendo que o educador discute a teoria utilizando como interlocutor o que ele acredita que o aluno conseguiria entender, a sua fala é direcionada, e necessita ser autoanalisada dentro do contexto de sala de aula. Em outras palavras, não foi observado o que o docente deveria dizer ou não, sobre um dado conteúdo, mas sim, como ele o apresenta para os alunos, pois sendo essa a fala do mediador, pôde-se observar como ele acredita que o estudante deveria entender a matéria e o que ele acredita que os alunos deveriam saber sobre o assunto estudado.

Logo, ao observar a produção de significado dos docentes da Engenharia, a partir do referencial apresentado, foi analisado tudo que o professor efetivamente disse sobre os objetos do Cálculo, e não o que poderia ter sido dito.

5 BUSCANDO AS CARACTERÍSTICAS, ANALISANDO A PRÁTICA.

Ao propor um estudo acerca da contribuição das disciplinas que envolvem o Cálculo Diferencial e Integral para a formação do Engenheiro, objetiva-se estabelecer suas características necessárias no curso de Engenharia. Durante a pesquisa de campo, foi possível observar indicativos de como deve ser realizado esse procedimento.

Os resultados apresentados são decorrentes da pesquisa que envolveu o acompanhamento das aulas de professores do curso de Engenharia e a análise de seus documentos em algumas disciplinas com contexto energético, amparados eticamente, mediante a submissão e aprovação da proposta de pesquisa pela Plataforma Brasil (Anexo 1).

A seguir, são dissertadas as observações mais relevantes quanto aos conceitos matemáticos utilizados pelos professores envolvidos na pesquisa e também a análise da observação das aulas. A partir do exposto, é apresentada a criação de uma proposta de caracterização das disciplinas de Cálculo. Essa proposta se apresenta também, neste capítulo, seguida de um quadro que relaciona os conceitos do Cálculo com os conceitos de Energia a fim de evidenciar os resultados deste trabalho.

5.1 RESULTADOS DA PESQUISA QUANTO AO CONTEÚDO

Como resultado da observação das aulas na Engenharia, foi possível compreender que, conforme esperado, os alunos precisam dominar o Cálculo para entender os problemas específicos de Engenharia; entretanto, **esse conjunto de informações, que é necessário, seria com uma abordagem interdisciplinar.** Observa-se que

a interdisciplinaridade questiona a segmentação entre os diferentes campos de conhecimento produzida por uma abordagem que não leva em conta a inter-relação e a influência entre eles — questiona a visão compartimentada (disciplinar) da realidade sobre a qual a escola, tal como é conhecida, historicamente se constituiu. Refere-se, portanto, a uma relação entre disciplinas (BRASIL, 1997, p.31).

Nesse sentido, além de conhecer as ferramentas e saber operar com elas, o discente necessita utilizar essa capacidade como linguagem para resolução de questões e apresentação de teorias. Alguns exemplos e observação são apresentados a seguir, visando ilustrar como os elementos do Cálculo são utilizados nas disciplinas adiante, no curso de Engenharia. Vale perceber que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral têm como propósito o estudo de funções de uma ou mais variáveis e, dentro desse contexto, o estudo de ferramentas que

compõem esse tema, tais como: limite, derivada, integral, equações diferenciais, máximos e mínimos de funções, multiplicadores de Lagrange, séries, entre outras.

Um ponto inicial que se apresenta como resultado do observado nas aulas da Engenharia está na **importância da generalização para a obtenção de expressões que representem princípios físicos**. Na pesquisa feita, foi notado que as ferramentas mais utilizadas do Cálculo são Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) e Equações Diferenciais Parciais (EDP); com isso, a manipulação de Integrais e Derivadas é sempre necessária. Aplicadas aos problemas de Engenharia, as EDOs e EDPs são empregadas para definir uma solução geral e, a partir desse recurso, realizar análises de diferentes formas, de acordo com o problema empregado; ou seja, parte-se de uma teoria e, dependendo de suas condições, são eliminados ou acrescentados elementos que constituem essa equação para cada situação dada. Essa análise é recorrente nas aulas das disciplinas em que se acompanhou seu desenvolvimento para efeitos dessa pesquisa. Os professores apresentam a teoria completa, em seguida discutem o problema estudado; a partir disso, eliminam-se termos que tornariam a resolução dos exercícios mais complicada¹⁵. Então, antes de resolver as EDOs ou as EDPs o aluno precisa saber o que significa cada termo da expressão, de forma analítica, para que possa, com segurança, eliminar os termos que naquele problema, em específico, não são relevantes.

Um exemplo disso é o Teorema de Transporte de Reynolds utilizado nas aulas de Mecânica dos Fluidos, conforme a equação (1), para converter a formulação matemática dos princípios físicos de conservação, escritos originalmente para sistemas —uma quantidade de matéria de identidade fixa—, em uma formulação apropriada aos volumes de controle —uma região do espaço através da qual o fluido escoar. Ao aplicar o referido teorema para deduzir as equações da conservação de massa, da conservação de quantidade de movimento e da conservação de Energia, o professor da disciplina de Mecânica dos Fluidos necessita que o aluno **produza significado para os símbolos de diferenciação e integração a partir dos seus conceitos**, e, doravante, progressivamente **adaptar o teorema** às leis básicas de conservação.

$$\frac{dN_{sis}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta \rho dV + \int_{SC} \eta \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} \quad (1)$$

sendo:

¹⁵ Algumas EDOs e EDPs, ao serem analisadas em sua forma completa se tornam muito difíceis de resolver, porém ao eliminar termos antes de começar a resolução isso simplifica todo o procedimento.

$\frac{dN_{sis}}{dt}$: a taxa de variação total de uma propriedade N extensiva qualquer do sistema.

$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta \rho dV$: taxa de variação da propriedade extensiva arbitrária, N, associada à massa total do

volume de controle.

η : propriedade intensiva correspondente a N (por unidade de massa).

ρdV : elemento de massa contido no volume de controle.

$\int_{VC} \eta \rho dV$: quantidade total da propriedade extensiva, N, contida no volume de controle.

$\int_{SC} \eta \rho \vec{V} \cdot \vec{dA}$: taxa de escoamento líquida da propriedade extensiva, N, entrando ou saindo da

superfície de controle.

$\rho \vec{V} \cdot \vec{dA}$: massa de fluido que escoar através do elemento de área $\vec{dA}$ na unidade de tempo.

$\eta \rho \vec{V} \cdot \vec{dA}$: taxa de escoamento da propriedade extensiva, N, através da área $\vec{dA}$.

$\vec{V}$: velocidade medida em relação a um sistema de referência fixo em relação ao volume de controle.

Por exemplo, fazendo $\eta=1$, a equação (1) aplicada à dedução de um problema de conservação de massa em um escoamento incompressível, com volume de controle constante, conduz à equação (2),

$$\int_{SC} \vec{V} \cdot \vec{dA} = 0 \quad (2)$$

Observa-se que, para isso, é necessário o entendimento de cada elemento da equação. Por exemplo, ao analisar o termo que contém a derivada parcial (equação (3)),

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV \quad (3)$$

Para os alunos de Engenharia, não basta que essa equação (3) seja vista apenas em termos de operadores como algo que se deve integrar e, depois, derivar. É preciso que o discente adquira, também, o significado físico da equação (3), ou seja, que ela representa a taxa de variação da massa dentro do volume de controle. Portanto, a realização do Cálculo, por si só, não é suficiente para os propósitos de um curso de Engenharia; é preciso entender as informações físicas que uma equação transmite.

Essa situação é recorrente para todas as ferramentas do Cálculo, isto é, **além de saber operar, os alunos precisam saber interpretar as equações.**

Na disciplina Poluição do Ar, que tem por objetivo estudar os processos de combustão e as interferências no meio ambiente por conta das emissões de poluentes atmosféricos, foram apresentadas as características dos principais poluentes atmosféricos, sendo estes: material particulado, dióxido de enxofre (SO_2), óxidos de nitrogênio (NO_x), monóxido de carbono (CO) e gases de efeito estufa. Em seguida, foi apresentado um conjunto de equipamentos de medição e inibição de poluente, bem como o estudo de problemas que envolvam esses materiais. Nesse contexto, a utilização de EDO também aparece, por exemplo, na equação (4) (equação de Zeldovich), a qual apresenta como a formação de NO é dependente da temperatura. Segundo Carvalho Jr e Lacava (2013, p.78) “a integração dessa equação promove uma boa aproximação da formação do NO térmico sob condições de combustão com excesso de ar, alta temperatura e baixa concentração relativa de NO”,

$$\frac{d[NO]}{dt} = 1,3 \cdot 10^5 \cdot \exp\left(-\frac{67650}{T}\right) [O_2]^{1/2} \cdot [N_2] \quad (4)$$

Em que as concentrações, entre colchetes, de NO , O_2 e N_2 são dadas em *moles.cm⁻³*, temperatura em Kelvin e tempo em segundos. Assim, o conhecimento necessário de Cálculo está **relacionado a interpretar essa equação diferencial e resolvê-la**, sendo ela, uma equação separável.

Observa-se que foram apresentados dois exemplos com aplicações distintas quanto ao seu uso, porém com mesma necessidade em relação à abstração de cada elemento para contextos específicos.

O conceito de limite é algo que aparece em aplicações de Eletricidade e Mecânica dos Fluidos, com análises bem distintas. Por exemplo, um circuito elétrico, em que a reatância capacitiva é uma oposição à passagem de corrente elétrica oferecida pelos capacitores conforme a frequência do sinal elétrico, como apresentada na equação (5),

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \quad (5)$$

sendo:

X_C : reatância capacitiva

f : frequência da corrente em hertz

C : é a capacitância do capacitor em farads (F)

Produzido significado para o conceito matemático de limite e aplicando-o na equação (6), o aluno pode concluir que se a frequência aumentar muito, a reatância capacitiva tenderá a zero.

$$X_C = \lim_{f \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi f C} \quad (6)$$

De acordo com a aplicação, isso pode não ser interessante, pois a reatância é uma propriedade intrínseca do capacitor. Logo, o capacitor operando em frequências elevadas pode se comportar como um curto-circuito, desejável ou não, conforme a aplicação. Percebe-se que **não é necessariamente um número infinito no sentido conceitual do termo, mas um parâmetro técnico de um componente de circuitos que não pode ser excedido.**

Essa mesma ideia, porém, com aplicação diferente, é empregada na definição de alguns termos básicos no estudo de fluidos, observado nas aulas de Mecânica dos Fluidos. As definições de massa específica, volume específico, tensão normal, tensão de cisalhamento e viscosidade, são trabalhadas utilizando o conceito de limite, mas com uma notação diferente da usual em Cálculo. Por exemplo, ao se definir massa específica por meio da equação (7), tem-se:

$$\rho \equiv \lim_{\delta V \rightarrow \delta V'} \frac{\delta m}{\delta V} \quad (7)$$

sendo:

ρ : massa específica (kg/m³)

δm : elemento de massa infinitesimal (kg)

δV : elemento de volume (m³)

A utilização do delta minúsculo, δ , como notação, ocorre pela necessidade de evidenciar que essa definição acontece quando se trabalha na Mecânica dos Fluidos com conceito de meio contínuo; se for utilizada a mesma definição para um valor de delta dito microscópico, necessitar-se-á realizar a análise pela Mecânica Quântica. Vê-se que é o mesmo delta, Δ , utilizado em Cálculo, sendo que é um valor muito pequeno, porém não microscópico.

Observa-se então, que não é necessário o aluno resolver uma conta com a noção de limite, mas sim, que ele produza significado para esse resíduo de enunciação tornando legítima a sua utilização na definição de elementos, formalmente.

Outro ponto que chama a atenção é que as **funções trigonométricas e suas características são importantes em várias análises de problemas aplicados**. Saber a diferença entre função seno e função senoidal é um conhecimento que se apresenta de forma relevante nas aplicações de Engenharia; como, por exemplo, análise de circuitos elétricos e sistemas amortecidos, apesar de serem pouco prestigiadas durante o cursar das disciplinas de Cálculo.

Não está sendo dito que o aluno precisa saber o que é uma função trigonométrica; ele, na verdade, vai se deparar com problemas os quais exijam que o estudante **realize análises e observe padrões** utilizando essas funções como ferramenta para produzir significado aos resultados de sistemas, fazer análise da série de Fourier, estudar as funções periódicas aplicadas aos fenômenos físicos, entre outros. Por exemplo, o resultado de um sistema obtido a partir de uma EDO apresenta uma solução alternativa que facilita o entendimento de alguns fenômenos físicos, dada a solução geral pela equação (8).

$$y(t) = A\cos(\beta t) + B\sin(\beta t) \quad (8)$$

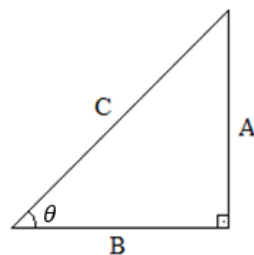
Nessa relação, utilizando a definição de que as funções seno e cosseno com mesmo ângulo são relacionadas por um deslocamento angular, reescreve-se a equação (8) no formato da equação (9).

$$A\cos(\beta t) + B\sin(\beta t) = C \cos(\beta t + \theta) \quad (9)$$

Pode-se ainda definir uma variável C que relaciona as variáveis A e B e o ângulo θ , chamado ângulo de fase (Figura 4), por meio da equação (10).

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (10)$$

Figura 4- Relação entre as variáveis.



Fonte: Próprio autor (2019).

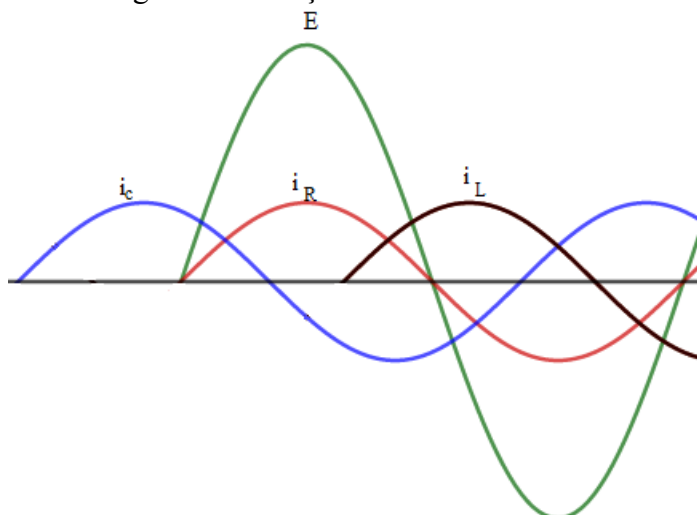
Logo, a equação (11) representa uma função no domínio do tempo, havendo um deslocamento angular de θ , o qual pode adiantar ($\theta > 0$), atrasar ($\theta < 0$) ou estar em fase ($\theta = 0$) em relação a uma determinada referência.

$$y(t) = C \cos(\beta t + \theta) \quad (11)$$

Com essa notação a análise do resultado fica mais simples, sendo possível observar a amplitude C , bem como perceber em quais valores de t a função será zero, o que nesse momento indica mudança de sinal em problemas, direção de deslocamento e outras aplicações que são relevantes para o aluno de Engenharia produzir significado.

Além da manipulação algébrica das funções trigonométricas, **a análise gráfica** também é muito utilizada na interpretação de circuitos elétricos. Ao observar o gráfico (Figura 5) que relaciona as funções da tensão elétrica aplicada e as possíveis correntes elétricas obtidas, devido ao deslocamento da corrente, é possível saber se trata de um circuito capacitivo (i_c ; adiantada), resistivo (i_R ; em fase) ou indutivo (i_L ; atrasada).

Figura 5 – Relação corrente e tensão.



Fonte: Próprio autor (2019).

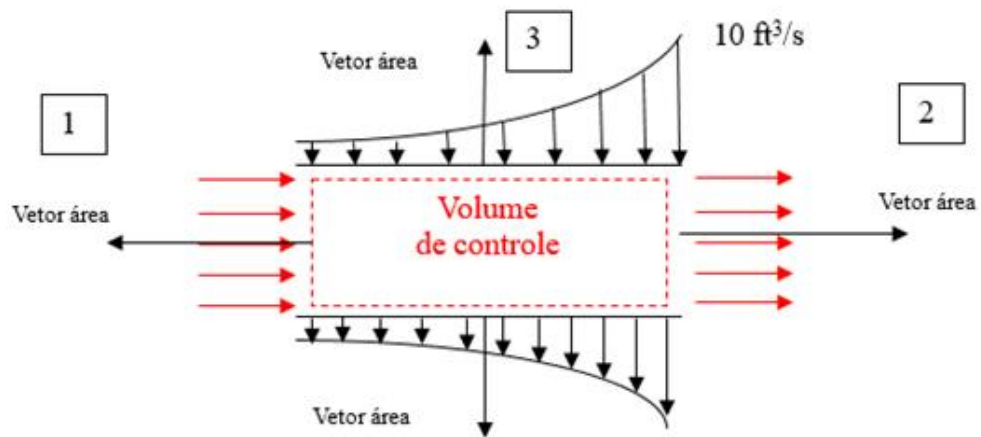
A análise de gráfico de funções é um tema muito utilizado na Engenharia, além das funções trigonométricas, são também recorrentes nas disciplinas aplicadas às funções polinomiais, exponenciais e logarítmicas, cujas aplicações são bastante amplas (por exemplo, nos transitórios em circuitos elétricos).

A função quadrática recebe um destaque nas aulas de Cálculo, muitas vezes em problemas de análise de máximos e mínimos, cálculo de área, obtenção do gráfico de função de diversas

variáveis, entre outras utilizações. Porém, mesmo com todos esses anos de estudo, quando o aluno for utilizar esse conhecimento nas disciplinas aplicadas, nem sempre será para realizar procedimento de Cálculo. Muitas vezes, a função é empregada em problemas para **descrever um movimento**, por exemplo (SISSON; PITTS, 1996, p. 312):

Em um duto de seção quadrada de lado igual a 1ft entra água com velocidade de 100 ft³/s (Figura 6). Duas das faces desses tubos são porosas. **Sobre a face superior, a água que é adicionada e varia parabolicamente conforme o perfil indicado. A perda de água na face inferior também é parabólica.** Determinar a velocidade média da água que deixa o duto.

Figura 6 - Exemplo de duto de seção quadrada.



Fonte: Sisson; Pitts (1972).

Nesse exemplo, com a enunciação: *“na face superior, a água que é adicionada varia parabolicamente conforme o perfil indicado”*, os alunos devem relacionar a velocidade a partir de uma análise parabólica, utilizando a equação (12) da parábola para a resolução do problema

$$V = cx^2 \quad (12)$$

sendo:

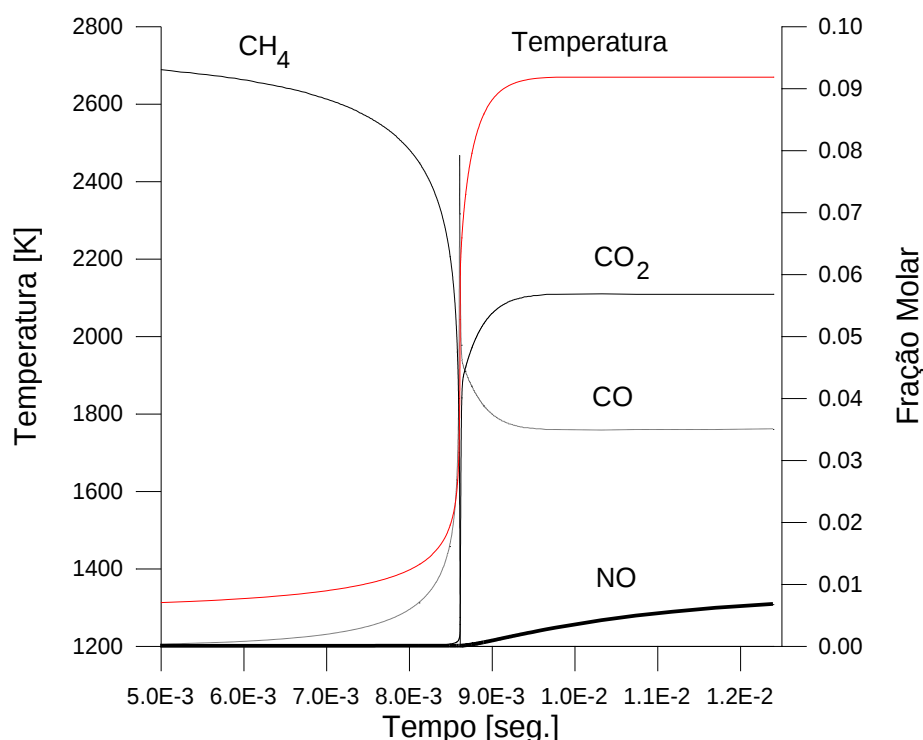
V a velocidade (ft³/s)

c constante de proporcionalidade do problema

x deslocamento (ft)

No exemplo da Figura 7, é apresentada uma comparação entre o crescimento do NO, o CO e CO₂ em relação à combustão do metano (CH₄) com o ar. A partir da capacidade de produção de significado do aluno para o gráfico, ele poderá observar que o NO atinge seu equilíbrio depois de CO e CO₂, e isso possibilita a análise da taxa de formação de NO separadamente dos outros componentes.

Figura 7 Temperatura e frações molares de NO, CO_2 , CO e CH_4 como função do tempo para combustão estequiométrica de metano com ar. Reagentes inicialmente a 1300 K e 1 atm.



Fonte: Carvalho Jr; Lacava (2003).

Observa-se que a análise gráfica, a partir da Figura 7, é utilizada para interpretação de informações que possibilitam avaliar os dados do problema e também **criar funções aproximadas a partir do que foi observado no esboço.**

Outra questão que surgiu na observação das aulas, na análise dos documentos e na revisão de literatura, é a impossibilidade de **utilizar a Matemática analítica para resolução de problemas reais.** A necessidade de conhecimento em softwares que resolvem problemas reais através de lógicas de programação, que utilizam métodos numéricos matemáticos, faz-se evidente em todos os meios pesquisados. Os exemplos utilizados em aula, possíveis de calcular analiticamente, muitas vezes eram feitos com casos especiais, considerados mais simples ou não suficientes para a aplicação da resolução de problemas reais de Engenharia.

Os docentes das disciplinas Elementos Finitos, Poluição do Ar, Matemática Aplicada à Engenharia Elétrica, Mecânica dos Fluidos e Transmissão de Calor, apresentaram e argumentaram, com excelência, a necessidade da Modelagem Matemática utilizar como ferramental Métodos Numéricos, na resolução de problema em Engenharia. Essa evidência também leva a uma reflexão indispensável a ser discutida.

As novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), para Engenharia, evidenciam esse

uso, no artigo 4º, que trata das competências gerais as quais devem ser desenvolvidas ao longo da formação do Engenheiro, dentre elas:

- II - Analisar e compreender os fenômenos físicos e químicos por meio de modelos simbólicos, físicos e outros, verificados e validados por experimentação:
- a) ser capaz de modelar os fenômenos, os sistemas físicos e químicos, utilizando as **ferramentas matemáticas**, estatísticas, **computacionais e de simulação**, entre outras.
 - b) **prever os resultados dos sistemas por meio dos modelos**;
 - c) conceber experimentos que gerem resultados reais para o comportamento dos fenômenos e sistemas em estudo.
 - d) verificar e validar os modelos por meio de técnicas adequadas (BRASIL, 2019, p. 03).

Essa necessidade gera uma dúvida na proporção necessária de aulas que tenham como objetivo o estudo de conceitos analíticos ou numéricos. A carga horária atual da disciplina de Cálculo Numérico (45 horas) e das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e II (270 horas), segue em uma proporção de um sexto¹⁶. Devido a esse fato, seria possível acreditar que existe uma necessidade de mudança nesses parâmetros. Entretanto, como resultado dessa pesquisa, foi possível observar que para o entendimento e aplicação de métodos numéricos é necessário produzir significado para explicação dos conceitos que envolvem os métodos, e não apenas a implementação; assim, adaptá-los a cada problema¹⁷. Por conseguinte, **o estudo dos conceitos nas disciplinas de Cálculo são parte relevante do estudo de Modelos Matemáticos Numéricos**, à medida que, a análise, a verificação e a validação de um modelo se estabelece pelo entendimento do mesmo.

5.2 RELATO DAS OBSERVAÇÕES

Ao realizar a pesquisa, puderam ser constatadas algumas situações que ressaltam a necessidade de mudança na sala de aula de Cálculo. Observando as falas dos professores (objeto de análise) e reações dos alunos no ambiente de ensino e aprendizagem, alguns fatos são recorrentes, sendo comentários comuns feitos pelos professores: “isso vocês já sabem, né? Estudaram em Cálculo”, “isso eu não vou explicar, porque vocês têm que saber, estudaram em Cálculo”, “vocês sabem que o problema de vocês não é o conteúdo atual, isso tudo que vocês estão com dúvida é pré-requisito, vocês deveriam ter aprendido nas aulas de Cálculo”. Muitas vezes esses comentários são feitos com objetivo de mostrar ao aluno que ele pode sim aprender aquela matéria, só não o faz, pois não sabe Cálculo. Mas o participante dessa aula, é um

¹⁶ Fonte: Projeto Pedagógico de Curso da UNESP-FEG curso de Engenharia Mecânica.

¹⁷ Essa mesma ideia foi apresentada na discussão inicial desse tópico sobre a utilização de EDO's e EDP's.

indivíduo de graduação que foi aprovado em todas as disciplinas de CDI, previstas no projeto pedagógico de curso da sua formação, e em sua maioria, estudaram o conteúdo que foi trabalhado em sala, mas o que aprenderam nas disciplinas de Cálculo é diferente do que está sendo usado ali.

Quando um professor utiliza as ferramentas do Cálculo para interpretar fenômenos físicos, ele parte do princípio que isso é natural para os estudantes; Acredita que o discente está produzindo significado para a equação (3), dentro do núcleo *taxa de variação do volume de controle*, porém, até aquela data, os alunos operavam com aquele objeto em outro núcleo, provavelmente, que *derivada é o inverso da integral, e se é realizada a operação de derivar uma integral, o resultado é a própria função, pois são operações inversas*.

A análise física dessa notação não foi feita, até então em nenhuma aula de Cálculo, não foi objetivo de nenhuma aula, a rigor. Essa situação ocorre muitas vezes nas disciplinas aplicadas e os professores apresentam as ferramentas do Cálculo dizendo: “como vocês já sabem, esse problema gera uma equação diferencial que resolve assim...”. Porém, como resolver as equações eles estudaram, mas como modelar e trabalhar com elas a partir do olhar das aplicações, não.

Outro ponto sobre essas afirmações é o total silêncio dos alunos, como se fosse um acordo unânime para não dizerem que não entenderam ou não sabem. Em uma turma com, no mínimo, 30 alunos, sabe-se que dificilmente todos entenderão tudo na primeira explicação, e isso ocorre durante todas as aulas observadas; salvo pequenas exceções, os alunos não questionam, *fingem* que entenderam.

Alguns conhecimentos que são cobrados dos alunos muitas vezes não foram vistos nas aulas de Cálculo; como exemplo, uma análise bem detalhada de funções trigonométricas. As funções são estudadas em Cálculo o tempo todo, mas com foco nos problemas que envolvem limites, derivadas e integrais; a análise de funções ocorre com mais prestígio nos estudos de máximos e mínimos de funções, os quais também são apresentados acreditando que os alunos já sabem analisar gráficos de funções¹⁸.

A lacuna entre o que o futuro Engenheiro aprende em Cálculo e o que ele irá utilizar nas disciplinas aplicadas é real e pôde ser observada nessa pesquisa. O que o professor de Engenharia *acredita* é que os discentes tenham estudado as disciplinas de Matemática, Física e Química e consigam relacionar todos esses conteúdos. Ou seja, propõe-se um estudo

¹⁸ Nesse momento *analisar gráficos de funções* se refere nível em que essa habilidade é proposta no ensino básico e é pré-requisito para ingressar na universidade, visto que é conteúdo de prova de seleção para o ingressante.

compartimentado em dois anos aos estudantes, em disciplinas que não *conversam entre si*, para em seguida, cobrar do discente que ele, *sozinho*, faça as relações entre as teorias e ainda aplique nos estudos propostos, nas disciplinas específicas. **A Engenharia é em sua essência interdisciplinar**, por isso, as disciplinas de Cálculo precisam ser pensadas de uma forma que o aluno consiga utilizar esse conhecimento interdisciplinarmente.

Conforme o exposto, o resultado dessas observações é que o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo precisa se adaptar e, com isso, seria importante que os professores de Cálculo mudassem sua forma de ver esse conhecimento. Isso não é algo trivial, pois está sendo proposta uma mudança nas aulas de Cálculo, mesmo que pareça simples; é uma mudança não somente de conteúdo, mas também de linguagem e postura de busca. Assim, é sugerida a apresentação das características observadas como essenciais ao processo de aprendizado discutido até aqui.

5.3 EXPLICANDO AS CARACTERÍSTICAS

A partir do exposto, serão apresentados os objetivos e as características do curso de serviço¹⁹ de Cálculo Diferencial e Integral planejado para Engenharia. Logo, são propostos os seguintes objetivos: **a utilização da Matemática como uma linguagem para Engenharia e que os conceitos matemáticos sejam discutidos a partir de sua relação com a formação do Engenheiro.**

Norteados pelos objetivos supracitados, pretende-se sugerir algumas características imprescindíveis para que sejam aplicados, sendo elas de origem: i) conceituais ii) didáticas e pedagógicas e, iii) abordagem educacional.

5.3.1 Características conceituais

Apresenta-se como, características conceituais, a forma pela qual os conceitos matemáticos podem ser desenvolvidos com objetivo de trabalhar habilidades e competências necessárias durante o curso e na vida profissional do Engenheiro²⁰. Ressalta-se que, segundo Howson et al. (1988, p.07, tradução nossa), “uma variedade de possibilidades muito diferentes

¹⁹ Como apresentado na Introdução dessa pesquisa, utiliza-se o termo *Matemática como curso de serviço* (Mathematics as a service subject) quando está sendo proposto um processo de ensino de Matemática para estudantes que não são de Matemática (BOIERI, 1988).

²⁰ Utilizando como referência as Diretrizes Curriculares Nacionais e o Projeto Político Pedagógico do Curso.

surge, dependendo do conhecimento e da compreensão matemática”²¹ que se pretende utilizar. A produção de significado muda de acordo com o objetivo no qual esse conceito está sendo proposto. Elencam-se, pois, algumas possibilidades:

1. A criação de eixos condutores de relevância para a Engenharia, em que o cálculo aparece como meio para se pensar problemas em Engenharia.

Nessa característica evidencia-se a necessidade da criação de um curso de matemática com características interdisciplinares, sendo estudados os conteúdos matemáticos junto com outros relevantes para a Engenharia. A Energia é um eixo condutor que pode ser empregado nesses cursos. Pela sua natureza interdisciplinar, a Energia apresenta situações problemas que envolvem diferentes conceitos do Cálculo.

2. Entender a Matemática como um sistema de signos com significados que devem ser analisados em cada aplicação. Portanto, a notação matemática é um conceito a ser desenvolvido; saber ler e interpretar as notações matemáticas em seus diversos contextos.

Nesse item vale ressaltar a relevância que há para o Engenheiro ter compreensão dos símbolos matemáticos e seus distintos significados. Em situações já exemplificadas nessa pesquisa foi possível observar que existem problemas nos quais o estudante não irá realizar operações e sim, entender o que está escrito pelos símbolos apresentados.

3. Produzir significado para os problemas através da generalização. Visualizar nos diferentes princípios físicos e químicos representações únicas, conseguindo a partir disso, operar com objetivos distintos, com um mesmo signo matemático.

A generalização é uma característica presente nas aulas de CDI para demonstrar teoremas e definições que podem promover o entendimento do próprio Cálculo. Reforça-se aqui a necessidade da produção de significado para generalizações de alguns conceitos e operações de forma que o estudante se sinta legitimado a usar uma mesma expressão em problemas distintos. Desenvolver o conceito de função com objetivo de descrever problemas da Engenharia.

O modo como os estudantes utilizam as funções ao longo do curso não é a mesma que eles estudaram no ensino básico. Recomenda-se um estudo de funções não como revisão do que já foi estudado, mas com objetivo de apresentar novos conceitos que possibilitem a

²¹ “A variety of very different possibilities arise depending upon the mathematical knowledge and understanding”.

produção de significado para as funções em um contexto de resolução de problemas em Engenharia.

4. Promover meios à produção de significado dos estudantes para as características de cada tipo de função.

Ou seja, analisar problemas utilizando as diferentes formas de representação de uma função: i) **verbalmente**: utilizar sua característica de formação para explicar um comportamento, por exemplo: esse fluido tem comportamento linear, ou parabólico, trata-se de uma força periódica, observa-se um crescimento exponencial e entre outros; ii) **algebricamente**: produzir significado para as representações algébricas das funções conseguindo distingui-las e prever seu comportamento; iii) **numericamente**: reconhecer pela da observação de um fenômeno, por meio de tabela de dados, o tipo de comportamento estimando relacionando com alguma função; e, iv) **graficamente**: construir e analisar gráficos com objetivo entender situações problema.

5. Promover a produção de significado para os conceitos trigonométricos, com foco no entendimento das variações das funções trigonométricas.

O estudo de trigonometria e suas aplicações é algo que merece destaque. Quando o estudante está na educação básica, a trigonometria aparece de forma descontextualizada e, quando ele se torna discente do curso de Engenharia, assume-se a premissa de que ele já sabe utilizar as funções trigonométricas como um instrumento matemático para resolução de problemas. Nesse sentido, é proposto um estudo de forma sistematizada dessas funções durante as disciplinas de CDI, sem o olhar periférico ou de complemento, como se o estudante já soubesse esse conteúdo.

6. O estudo dos conceitos já existentes a partir de problemas contextualizados.

Os conteúdos estudados nas disciplinas de Cálculo apresentam, em sua totalidade, relevância para os cursos de Engenharia, porém, sua apresentação descontextualizada e com foco no aprendizado da Matemática, como tendo fim em si mesma, não proporciona o **entendimento interdisciplinar desses conceitos**. Entende-se que existem conteúdos os quais apresentam sua relevância ao serem estudados sem contextualização. Como exemplo, o estudo de derivadas: ao estudante cabe entender as aplicações de derivadas e também a sua resolução. Para isso, faz parte do processo aprender a lidar com as tabelas de derivação. Porém, deve-se observar que o objetivo final é o entendimento dos problemas aplicados e, a resolução das

derivadas são ações guiadas por um objetivo mais amplo, que não está na operação em si.

Visto as características apresentadas, observa-se que não é desconsiderado, nessa pesquisa, o fato de que a carga horária das aulas de Cálculo não seria suficiente para tantos novos conceitos, no entanto, o que se propõe, é uma mudança de postura didática perante os conteúdos já trabalhados. Pode-se ressaltar que a mudança quanto ao conteúdo recebe maior impacto no que se refere ao estudo das funções, indicando-se que este estudo deve ser feito com mais detalhes durante essas disciplinas. Isso se deve ao fato de o Cálculo Diferencial e Integral ser o estudo do comportamento das funções, deduzindo, pois, a naturalidade da proposta de que o conhecimento seja apresentado de forma estruturada seguindo o objeto principal proposto pelas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

Perante o exposto, observa-se a relação das características conceituais com as características didáticas e pedagógicas apresentadas a seguir.

5.3.2 Características didáticas e pedagógicas

Nessas características apresentam-se algumas particularidades com objetivo didático e/ou pedagógico para um direcionamento ao docente das disciplinas de CDI como curso a serviço da Engenharia. Partindo do pressuposto que esse curso deve ser proposto de forma interdisciplinar, segundo Santos *et al.* (2020, p.17), ao docente cabe “ensina o conteúdo de sua disciplina, bem como outros, apropriando-se do conhecimento de outras áreas através da colaboração com diferentes profissionais”. Nesse sentido, recomenda-se ao professor:

1. Apresentar a busca como uma característica, tendo consciência que essa disciplina é parte de um curso interdisciplinar; assim, faz-se necessário adaptar sua fala e proposta pedagógica com objetivo de desenvolver as competências e habilidades necessárias ao Engenheiro.

Essa característica é relevante à medida que o professor dessas disciplinas, mesmo que seja formado em Engenharia, provavelmente apresenta em sua vivência acadêmica um contato com o Cálculo de forma tradicional, ou seja, o ensino da Matemática pela Matemática. Ter um comportamento de pesquisador também em sua prática docente pode possibilitar um melhor entendimento dos objetivos dessas matérias dentro da formação do Engenheiro e alinhá-los com os conteúdos a serem estudados.

2. Realizar um estudo do referencial educacional proposto nessa pesquisa.

Estudar sobre como os alunos aprendem e como a dinâmica da sala de aula pode intervir nesse processo, passa pela necessidade de estudar teorias educacionais como o Modelo dos Campos Semânticos e a teoria Vigotskiana²².

3. Buscar propor atividades que permitam observar a fala dos discentes para análise dos significados produzidos por eles, sobre os conceitos apresentados.

As aulas na graduação ainda são muito silenciosas, tornando-se necessário criar meios para que os estudantes se sintam legitimados a expor a forma como estão produzindo significado para os conceitos estudados e tal contexto passa pela criação de um comportamento diferenciado do professor.

4. Buscar ter um entendimento dos conceitos matemáticos a partir da necessidade do curso de Engenharia.

Essa característica muda todo processo de ensino e aprendizagem das disciplinas. Somente quando o professor se organizar para que a disciplina seja inserida no contexto do curso de Engenharia, suas aulas serão realmente direcionadas para esse fim.

5. Propor o entendimento da Matemática como uma linguagem, discutindo seus diferentes significados.

Para o desenvolvimento das características conceituais, a forma como o professor de Cálculo elaborará seu plano de curso passa pelo que para ele é legítimo, ou não, discutir nas aulas. Por conseguinte, recomenda-se que o docente observe que, para a Engenharia, a Matemática é uma linguagem que proporciona ao Engenheiro se comunicar através dela e com isso, resolver problemas reais. Evidencia-se essa necessidade visto que na Engenharia todas as problemáticas são interdisciplinares; precisam de um olhar abrangente da situação, para em seguida, delimitar o problema a partir de suas condições de contorno.

²² Essas teorias foram discutidas no capítulo 3 desta pesquisa.

5.3.3 Característica da abordagem educacional

A partir das características apresentadas, recomenda-se uma, geral, que deve ser empregada como norte na escolha do método a ser adotado pelo docente.

Sugere-se que a estratégia educacional deve ter por princípio a promoção do diálogo entre professor e estudantes, bem como, de estudantes com estudantes. Ou seja, a criação de ambientes onde se compartilhe a produção de significado é o cerne da mudança na abordagem dessa disciplina. Partindo do pressuposto de que o conhecimento é do domínio da enunciação (SILVA, 2018), se faz necessário ouvir o aluno, para gerar uma discussão dos conceitos a partir do núcleo em que ele está operando, observando quais são suas estipulações locais²³.

Segundo Lins (2008)

No compartilhamento da *diferença* está, eu penso, a mais intensa oportunidade de aprendizagem (para ambos): é apenas no momento em que posso dizer “eu acho que entendo como você está pensando” que se torna legítimo e simétrico dizer, à continuação, “pois eu estou pensando diferente, e gostaria que você tentasse entender como eu estou pensando (LINS, 2008, p.543).

Observa-se também que ouvir todos em uma turma de 30, 50 ou 100 discentes talvez não seja possível no tempo estipulado para o fechamento dessas disciplinas. Consequentemente, é relevante que o docente desenvolva a alteridade e empatia na observação da turma, que possibilite fazer uma “leitura” das expressões e semblantes (ações enunciativas). Esse processo é decorrente do estudo dos referenciais teóricos educacionais, bem como uma maior atenção à Didática – aqui como ciência.

Uma exemplificação de possibilidade para a sala de aula seria na realização de criação de atividades com grupos. Esse método facilita o acesso do professor aos estudantes e promove a interação entre eles. Por exemplo, se a turma é formada por sessenta estudantes, ao promover atividades em grupos de cinco, o docente irá se deslocar entre doze grupos para discutir sobre possíveis dúvidas dos discentes. É mais provável que o estudante se sinta legitimado a falar com professor no grupo em vez de se manifestar perante uma turma inteira.

5.4 APLICANDO AS CARACTERÍSTICAS DO CÁLCULO AO ESTUDO DA ENERGIA

A partir do exposto e realçando a proposta dessa pesquisa, apresentam-se aqui sugestões

²³ Definição apresentada no capítulo 3.

de conceitos matemáticos que podem ser propostos a partir de tópicos relacionados ao estudo da Energia.

Ao utilizar a Energia como eixo norteador, o docente pode sugerir um tema geral a sua disciplina e referenciar as aulas com conceitos que são ligados direta ou indiretamente ao tópico proposto.

A criação desse quadro, foi direcionada pelos planos de ensino²⁴ (Quadro 3) das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e II e Cálculo Numérico; orientados pelas ementas no PPC do curso em que se realizou a pesquisa, acrescentando também, conceitos de acordo com os resultados desse trabalho. O Cálculo Numérico está também presente devido da sua relevância observada nas aulas, durante a pesquisa.

Quadro 3 – Plano de ensino

Disciplina	Conteúdo programático
Cálculo Diferencial e Integral I	Limite; Derivada; Aplicações da Derivada; Integral Definida, Indefinida e Imprópria; Equações Diferenciais Ordinárias; Funções Reais de Variáveis Reais.
Cálculo Diferencial e Integral II	Integrais Múltiplas; Cálculo Vetorial; Sistemas de Coordenadas Curvilíneas; Séries Infinitas.
Cálculo Numérico	Aritmética Computacional; Solução de Equações Não-Lineares; Sistemas de Equações Lineares; Interpolação; Aproximação de Funções; Integração Numérica; Equações Diferenciais Ordinárias

Fonte: Próprio autor (2020).

Os conceitos de Energia e de Cálculo são relacionados no Quadro 4, o qual tem como objetivo geral um plano inicial de busca, feito pelo professor. Sabendo-se que existem ainda mais conceitos relacionados, foram selecionados os que são mais abrangentes e com fácil acesso, podendo ser encontradas as relações em livros, artigos e notas de aulas de várias fontes.

Quadro 4 – Relação entre os conceitos do Cálculo e Energia

²⁴ No documento essas informações se encontram como parte da Ementa, porém, em sua definição, estas são as bases filosóficas de uma disciplina. O documento que estabelece os conteúdos, estratégias de ensino, formas de avaliação e referências é o plano de ensino.

(continua)

Conceitos do Cálculo	Conceitos de Energia
Notações Matemáticas	- Transferência de calor e as Leis de Conservação de Energia - Teorema de Transporte de Reynolds
Função Linear	- Perfil de Temperatura
Função Parabólica	- Comportamento de Escoamento
Funções Exponenciais e Logarítmicas	- Fator de Atrito sem Restrições quanto ao Regime de Escoamento, Número de Reynolds e Rugosidade Relativa - Comparação entre Crescimento do NO e o CO e CO ₂ em Relação à Combustão do Metano CH ₄ com o Ar (Poluição do Ar).
Funções Trigonômicas	- Transferência de Calor por Convecção - Análise de Circuitos
Conceito de Limite	- Reatância capacitiva - Massa Específica, Volume Específico, Tensão Normal, Tensão de Cisalhamento e Viscosidade (Mecânica dos Fluidos)
Conceito de Derivada	- Corrente Elétrica, Tensão e Potência em um Circuito
Operações com Derivada	- Análise de Intensidade de Corrente, Tensão e Potência em um Circuito Elétrico
Conceito de Integral	- Análise de Geração de Energia no País (ONS) - Primeira Lei da Termodinâmica
Operação com Integral (Definida, Indefinida ou Imprópria)	- Campo Elétrico e Distribuição Contínua de Cargas Elétricas
Equações Diferenciais Ordinárias	- Segunda Lei de Newton e suas Aplicações - Análise de Circuitos RL, RC, RLC - Entropia como Função do Estado de um Gás Ideal
Função Reais de Variáveis Reais	
Derivadas Parciais	- Teorema de Transporte de Reynolds - Distribuição da Geração de Potência Elétrica entre os Geradores de uma Usina
Derivadas Direcionais e Vetor Gradiente	- Gradiente de Temperatura
Multiplicador de Lagrange	- Distribuição da Geração de Potência Elétrica entre os Geradores de uma Usina
Integrais Múltiplas	Campo Elétrico e Distribuição Contínua de Cargas Elétricas

Quadro 4 – Relação entre os conceitos do Cálculo e Energia

(conclusão)

Conceitos do Cálculo	Conceitos de Energia
Cálculo Vetorial	- Dispersão de Poluentes no Ar - Vetor Gradiente como Gradiente de Temperatura Vetor - Gradiente como Operador Laplaciano - Lei de Boit-Savart - Lei de Ampère - Equações de Maxwell e sistemas de conversão de energia
Sistemas de Coordenadas Curvilíneas	- Condução de Calor em Formas Cilíndricas e Esféricas - Campo Elétrico e Distribuição Contínua de Carga
Séries Infinitas	- Série de Taylor como Ferramenta de Métodos Numéricos
Aritmética Computacional	- Cálculo de Erro em Problemas com Aproximação
Solução de Equações Não-Lineares	- Equações de Colebrook-White, Moody e Prandtl-Colebrook
Sistemas de Equações Lineares	- Sistemas de EDO's em Análise de Circuitos Elétricos
Interpolação	- Tabelas Auxiliares em Termodinâmica
Aproximação de Funções	- Análise de Gráficos de Comportamento de Escoamento
Integração Numérica	- Cálculo de Material Particulado Disperso no Ar
Equações Diferenciais Ordinárias	- Equação de Zeldovich

Fonte: Próprio autor (2020).

Observa-se então, que a relação entre os conceitos de Cálculo e Energia existe e pode ser utilizada nas aulas para uma abordagem contextualizada. Para especificar o que está sendo proposto com relação às aplicações: i) o apêndice E ilustra uma aplicação prática de integral na análise de consumo energético no Brasil, ii) o apêndice F propõe uma análise da entropia como função de estado de um gás ideal, e iii) apêndice G apresenta como o multiplicador de Lagrange é utilizado para determinar e otimizar a distribuição econômica de carga entre as várias unidades composta de uma turbina, gerador e caldeira. Indica-se utilizar aplicações como essas dentro de um contexto contínuo, que possibilite ao professor observar os detalhes nas diferenças de como o cálculo é utilizado na Engenharia.

Além dos conceitos de Energia serem úteis à criação de um curso de serviço de Cálculo para a Engenharia, observa-se também sua relevância na formação do Engenheiro, pois esse tema vai ao encontro das Novas Diretrizes Curriculares dos cursos de Engenharia no Brasil e dos 17 Objetivos da Sustentabilidade.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi constatado que a utilização da Matemática como uma linguagem é procedimento preponderante no processo de educação do futuro Engenheiro. Saber o que significa crescimento exponencial ou logarítmico, taxa de variação, integral como somatório de partes, o multiplicador de Lagrange como um elemento de comparação para melhoria de eficiência, o que é uma forma senoidal e suas características e assim por diante, vai além de empregar essas ferramentas para realizar operações; é preciso que o estudante de Engenharia faça uso desses elementos em seu processo de comunicação. Por outro lado, o **professor de Cálculo**, dentro do curso de Engenharia, logo, um professor do curso de Engenharia, **muitas vezes não sabe como esse conteúdo será utilizado adiante nas disciplinas específicas**, fazendo com que se empregue o mesmo método de ensino com o qual aprendeu durante a sua formação, ou seguindo os livros que focam no Cálculo pelo Cálculo (ou nas partes dos livros que assim o são). Vale ressaltar que, ao ministrar disciplinas de CDI, o docente apresenta aplicações na Engenharia, mas em sua maioria, a contextualização visa o entendimento do Cálculo e não seu valor como ferramenta aplicada às questões de Engenharia. É como se o problema de Engenharia servisse ao entendimento do Cálculo e não o contrário, isso pôde ser evidenciado nesta pesquisa.

Por isso, um curso de serviço de Cálculo para Engenharia, deve visar à estimulação do estudo de problemas e os distintos significados que um mesmo conceito pode ter na Engenharia. Para alcançar esse propósito, verificou-se ser indispensável um ensino contextualizado com um tema que seja comum às Engenharias – pois as disciplinas de Cálculo ocorrem no ciclo básico, normalmente comum aos cursos – possibilitando uma vivência de como o conteúdo é aplicado na prática, durante a formação.

O tema escolhido foi a Energia, e isso ocorreu devido a sua característica multidisciplinar, com diferentes aplicações, e ao mesmo tempo, com problemas comuns a todos os cursos. Segundo proposto nas Diretrizes Curriculares Nacionais, a necessidade da formação de um Engenheiro que tenha sua intervenção profissional pautada na sustentabilidade, em suas várias vertentes; e ainda, na Agenda 2030, que apresenta os 17 objetivos da sustentabilidade, a Energia recebe destaque devido ao seu caráter indispensável ao desenvolvimento das nações e ao acesso dos direitos básicos civis. Visto também que o caráter técnico e social da Engenharia passa pela formação de futuros agentes transformadores no desenvolvimento de modelos voltados ao setor energético, destacando-se o uso racional da Energia.

Assim, as análises e resultados desta pesquisa foram feitas a partir das necessidades geradas pela resolução de problemas em disciplinas correlacionadas ao tema Energia, tais como:

Poluição do ar, Mecânica dos Fluidos, Transmissão de Calor e Circuitos Elétricos e outras.

Uma analogia pode ser feita sobre a mudança proposta aqui: supõe-se que o objetivo da graduação é formar um motorista profissional. No ciclo básico o estudante é apresentado em cada disciplina às partes do carro e como elas funcionam. Porém, ao ingressar no ciclo profissional parte-se do pressuposto que o discente já sabe dirigir e agora serão estudadas as diferentes formas de direção. A parte de, como dirigir, fica a cargo do estudante, tendo ele que fazer a ligação entre os conteúdos estudados de cada disciplina, aprendendo a dirigir e com isso, analisar as diferentes situações que decorrem desse aprendizado. Sugere-se que essa vivência comece a partir do estudo de problemas envolvendo o tema Energia, o qual pode integrar o como dirigir, ainda no ciclo básico.

Com esse cenário, foram apresentados os objetivos gerais do Cálculo como curso de serviço para Engenharia que nortearam as características conceituais, pedagógicas, didáticas e da abordagem educacional a serem adotadas pelo docente. Foi observada a necessidade dos professores adotarem um referencial teórico educacional para nortear sua prática docente, pois assim suas ações educacionais ficariam respaldadas e justificadas, sendo proposto o uso da teoria Histórico-cultural e do Modelo dos Campos Semânticos.

Para a elaboração dessas características foi feita uma pesquisa qualitativa e exploratória que tinha como objetivo observar como os conceitos do Cálculo são utilizados em disciplinas da graduação e pós-graduação em Engenharia, utilizando a Energia como eixo paralelo desta pesquisa.

Como resultado, foi evidenciado que os conceitos do Cálculo são utilizados como linguagem e também ferramenta em problemas aplicados a Energia na Engenharia. Porém, a forma como são empregados não é a mesma como são estudados ainda no ciclo básico. Ou seja, é utilizado um direcionamento de estudo do Cálculo no ciclo básico e no ciclo profissional há mudanças, exigindo outros elementos que não foram discutidos. Um mesmo símbolo recebe diferentes significados nessas duas fases da graduação. Sabe-se que isso faz parte de uma das características da Matemática como linguagem, porém, a falta de relação entre as abordagens pode não gerar a produção de significado dos estudantes, isso pôde ser notado em toda pesquisa.

Evidencia-se também, a necessidade de mudança da postura do professor, bem como a inserção de temas antes não estudados, tais como: o estudo das funções em suas quatro formas de representação – numérica, algébrica, gráfica e verbal – e a análise dos significados utilizados pela Engenharia dos conceitos do Cálculo.

Como pesquisa futura, considerar a inserção de temas transversais, em particular a Energia, na formação de professores, quando este é destinado para um curso de serviço na

Engenharia. Avaliar como tal providência influenciará nos temas delicados, como por exemplo, na evasão de estudantes nos primeiros anos dos cursos. É digna de nota, a necessidade de se estudar como as disciplinas de programação e cálculo numérico podem ser desenhadas para um melhor atendimento ao perfil do egresso em Engenharia.

REFERÊNCIAS

- ALPERS, B. *et al.* **A framework for mathematics curricula in engineering education.** Brussels: SEFI Editora, 2013. 88 p.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais pesquisa quantitativa e qualitativa.** São Paulo: Pioneira, 1998. 203 p.
- AMORIM, L. C. *et al.* A importância da formação continuada na prática docente. **Revista Univap**, São José dos Campos, v. 22, n. 40, p. 633. 2016.
- AÑINO, M. M. *et al.* Early error detection: an action-research experience teaching vector calculus. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, v. 45, n. 3, p. 378–395, 2014.
- ARMAS, F. O. M.; MONTANO, S. G. C.; MENA, A. N. R. Sostenibilidad, ingeniería y enseñanza de las ciencias básicas. Marco teórico conceptual. **Revista Iberoamericana de Educación**, Madri, v. 73, p. 179–202, 2017.
- AROSHAS, S.; VERNER, I.; BERMAN, A. The effect of integrating applications in the technion calculus course. In: HAINES, C. P.; GALBRAITH, W.; BLUM, W.; KHAN, S. (ed) **Mathematical modelling: education, engineering and economics.** Horwood: Chichester, 2007.
- BACCIOTI, A.; BOIERI, P. Teaching mathematics to engineers: some remarks on the italian case. In: CLEMENTS, R.; LAUGINIE, P.; TURCKHEIM, E. (ed.). **Selected papers on theaching of mathematics as a service subiect.** New York: Springer - Verlag, 1988. p. 26–31.
- BARROS, R. M.; MELONI, P. O processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral por meio de metáforas e recursos multimídia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 34., 2006, Passo Fundo. **Anais [...].** Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2006. Esse é o modelo correto. E se foi retirado da internet colocar o disponível em: acesso em:
- BEANLAND, D. G. **Challenges and opportunities facing the education of engineers:** address to Victoria division of engineers Australia. Melbourne, 2010. Disponível em: <https://www.engineersaustralia.org.au/victoria-division/seg-previous-meeting-ummaries>. Acesso em: 03 fev. 2016.
- BIANCHINI, B. L. *et al.* Competências matemáticas: perspectivas da SEFI e da MCC. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 49–79, 2017.
- BINGOLBALI, E.; MONAGHAN, J.; ROPER, T. Engineering students' conceptions of the derivative and some implications for their mathematical education. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, v. 38, n. 6, p. 763–777, 2007.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Porto: Porto Editora, 2013.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Resolução nº 2, de 24 de abril de 2019.** Brasília, 2019.

Disponível em: www.abmes.org.br. Acesso em: 15 fev. 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: ética**. Brasília, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro082.pdf>. Acesso em: 06 fev. 2020.

CABRAL, T. C. B.; BALDINO, R. R. Cálculo infinitesimal para um curso de engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 25, n. 1, p. 3–16, 2006. Disponível em: <http://revista.educacao.ws/revista/index.php/abenge/article/viewFile/31/13>. Acesso em: 03 dez. 2017.

CARVALHO JR., J. A.; LACAVA, P. T. **Emissões em processos de combustão**. São Paulo: Editora Unesp, 2013.

COLOMBO, C. R. *et al.* Formação do engenheiro com responsabilidade social e ambiental. In: OLIVEIRA, V. F.; TOZZI, M. J.; ELARRAT, J. H. (ed). **Desafios da educação em engenharia: formação em engenharia, internacionalização, experiências metodológicas e proposições**. Brasília: ABENGE, 2013.

DIAS, R. A. **Desenvolvimento de um modelo educacional para a conservação de energia**. Orientador: José Antônio Perrela Balestieri. 2003. 132 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2003.

DIAS, R. A.; MATTOS, C. R.; BALESTIERI, J. A. P. Energy education: breaking up the rational energy use barriers. **Energy Policy**, Guildford, v. 32, n. 11, p. 1339–1347, 2004.

DIAS, R. A.; MATTOS, C. R.; BALESTIERI, J. A. P. The limits of human development and the use of energy and natural resources. **Energy Policy**, Guildford, v. 34, n. 9, p. 1026–1031, 2006.

DIMICELI, V. E.; LANG, A. S. I. D.; LOCKE, L. Teaching calculus with Wolfram Alpha. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, v. 41, n. 8, p. 1061–1071, 2010.

DRAY, T.; MANOGUE, C. A. Putting differentials back into calculus. **College Mathematics Journal**, Washington, v. 41, n. 2, p. 90–100, 2010.

EGELUND HOLGAARD, J. *et al.* Strategies for education for sustainable development - Danish and Australian perspectives. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 112, p. 3479–3491, 2016.

ENGELBRECHT, J.; HARDING, A.; DU PREEZ, J. Long-term retention of basic mathematical knowledge and skills with engineering students. **European Journal of Engineering Education**, Oxfordshire, v. 32, n. 6, p. 735–744, 2007.

ESCHER, M. A.; RAFAEL, R. C. Evasão, baixo rendimento e reprovações em cálculo diferencial e integral: uma questão a ser discutida. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais [...]**. São João del-Rei: Ed. Universidade Federal de São João del-Rei, 2015. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/EVASÃO-BAIXO-RENDIMENTO-E-REPROVAÇÕES-EM-CÁLCULO-DIFERENCIAL-E-INTEGRAL-UMA-QUESTÃO-A-SER-DISCUTIDA-2.pdf>. Acesso em: 06 jun. 2018.

FELGUEIRAS, M. C.; ROCHA, J. S.; CAETANO, N. Engineering education towards sustainability. **Energy Procedia**, v. 136, p. 414–417, 2017. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1876610217352165>. Acesso em: 03 fev.2018.

FIROUZIAN, S. *et al.* Mathematical learning of engineering undergraduates. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, Icthe, v. 56, p. 537–545, 2012.

FONSECA, V. **Desenvolvimento cognitivo e processo de ensino-aprendizagem**: abordagem psicopedagógica à luz de Vygotsy. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2018.

GALLARDO, P. C. Aportaciones de investigación al aprendizaje y enseñanza de la matemática en ingeniería. **Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica**, México, p. 1–47, 2010. Disponível em: http://www.ai.org.mx/ai/archivos/ingresos/camarenagallardo/dra._patricia_camarena_gallardo.pdf. Acesso em: 25 ago. 2017.

GAUVAIN, M. Vygotsky's sociocultural theory. *In*: **Reference module in neuroscience and biobehavioral psychology**. Elsevier, 2019.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Port Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, p. 20–29, 1995.

HARDRE, P. L. *et al.* Designing and evaluating a STEM teacher learning opportunity in the research university. **Evaluation and Program Planning**, Nova Iorque, v. 24, p. 73–82, 2014.

HÄRTERICH, J. *et al.* MathePraxis – connecting first-year mathematics with. **European Journal of Engineering Education**, Oxfordshire, v. 37, n. 3, p. 255–266, 2012.

HIEB, J. L. *et al.* Predicting performance in a first engineering calculus course: implications for interventions. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres v. 46, n. 1, p. 40–55, 2015.

HILLOCK, M. J.; JENNIGS, A. R.; SHARASCHKIN, V. A mathematics support programme for first-year engineering students. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres p. 1030–1044, 2013.

HODGSON, B. R.; MULLER, E. R. Mathematics service courses: a Canadian perspective. *In*: CLEMENTS, R. ; LAUGINIE, P.; TURCKHEIM, E. (Eds.). **Selected Papers on Theaching of Mathematics As a Service Subiect**. Nova Iorque: Springer - Verlag, 1988. p. 44–61.

HOWSON, A. G. *et al.* Mathematics as a service subject. *In*: CLEMENTS, R.; LAUGINIE, P.; TURCKHEIM, E. (Eds.). **Selected Papers on Theaching of Mathematics As a Service Subiect**. Nova Iorque: Springer - Verlag, 1988. p. 2–16.

JAWORSKI, B. Helping engineers learn mathematics: a developmental research approach. **Teaching Mathematics and its Applications**, Oxford, v. 27, n. 3, p. 160–166, 2008.

KONSTANTINOU-KATZI, P. *et al.* Differentiation of teaching and learning mathematics: an

action research study in tertiary education. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres v. 44, n. 3, p. 332–349, 2013.

LAZZARINI, B.; PÉREZ-FOGUET, A.; BONI, A. Key characteristics of academics promoting sustainable human development within engineering studies. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 188, p. 237–252, 2018.

LENG, N. W. Using an advanced graphing calculator in the teaching and learning of calculus. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, v. 42, n. 7, p. 925–938, 2011.

LIMA, G. L.; VIEIRA, L. R. Z.; NOBRE, A. M. V.; COELHO, S. P. Mobilização de conceitos de cálculo na engenharia elétrica: um levantamento inicial. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 43., **Anais [...]** COBENGE. Mauá: UFABC, 2015.

LINS, R. C. Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo v. 1, p. 75–91, 1993.

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 1, n. 7, p. 29–39, 1994.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Ed.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 75–94.

LINS, R. C. A diferença como oportunidade para aprender. In: Peres, E.; Traversini, C.; Eggert, E.; Bonini, I (ed) **Processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e cultura: livro 3**, 2008. p. 530–550.

LINS, R. C. Modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. (ed). **Modelo dos campos semânticos e educação matemática**. São Paulo - Brasil: Midiograf, 2012a. p. 280.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. DE C. (ed). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo - Brasil: Cortez, 2012b. p. 101–131.

LINS, R. C.; SILVA, A. Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática. **International Journal for Studies in Mathematics Education**, Turquia, v. 6, 2013.

LODER, L. L. *et al.* Intervenções pedagógicas bem-sucedidas em cursos de engenharia. In: OLIVEIRA, V. F.; TOZZI, M. J.; ELARRAT, J. H. A. (ed). **Desafios da educação em engenharia: formação em engenharia, internacionalização, experiências metodológicas e proposições**. Brasília: ABENGE, 2013.

LOZANO, F. J.; LOZANO, R. Developing the curriculum for a new bachelor's degree in engineering of sustainable development. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam v. 64, p. 136–146, 2014.

MARTINEZ-LUACES, V. Modelling and inverse-modelling: experiences with O.D.E. linear systems in engineering courses. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, v. 40, n. 2, p. 259–268, 2009.

MATHIAS, C. Ouroboros: o fracasso das disciplinas de matemática básica e pré-cálculo nas universidades brasileiras. **Jornal da Licença**, Rio de Janeiro, v. 58, 2014.

MUGISHA, S.; DOUNGMO GOUFO, E. F.; MOGARI, L. D. Analysis of the performance of first year students in calculus. **International Journal of Engineering Education**, Berlin, v. 30, n. 5, p. 1095–1109, 2014.

OECD, Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico . **PISA 2018 Assessment and analytical framework**. Disponível em: https://www.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2018-assessment-and-analytical-framework_b25efab8-em. Acesso em: 03 abr. 2020.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. São Paulo - Brasil: Editora Scipine, 2008.

PAATERO, J. V.; MALKKI, H. Curriculum planning in energy engineering education. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 106, p. 292–299, 2015.

PAES, N. S.; SILVA, C. V. J.; BARBOSA, P. F. M. A retenção no componente curricular de cálculo do curso de engenharia mecânica do instituto federal de Pernambuco – campus caruaru. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 41., **Anais [...]**. Gramado: UFRGS, 2013.

PAULA, M. R.; SOARES, G. A.; DIAS, R. A. Produção de videoaulas e avaliação por pares: uma experiência na aprendizagem da engenharia. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 44., **Anais [...]**. Natal: UFRN/ABENGE, 2016.

PEREIRA, V. M. L.; CARVALO, L. M. P. Uso de projetos no ensino do cálculo. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 31., **Anais [...]**. Rio de Janeiro: COBENGE, 2003

PÉREZ-FOGUET, A. *et al.* Promoting sustainable human development in engineering: Assessment of online courses within continuing professional development strategies. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 172, p. 4286–4302, 2018.

PLATAFORMA BRASIL. Parecer consubstanciado do cep. **Parecer**: 3.397.461, 2019.

PRESTES, Zoia. **Quando não é quase a mesma coisa**: traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

REGO, T. C. **Vygotsky uma perspectiva histórico-cultural da educação**. 25. ed. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2014.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo**: dificuldades de natureza epistemológica. Orientador: Nilson Jose Machado. 468 f. tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, USP, 2003.

SÁ EARP, M. L. Observação. *In*: ELLIOT, L. G. (Ed.). **Instrumentos de avaliação e pesquisa**: caminhos para a construção e validação. Wak Editora, 2012.

SALAS-SAPATA, W. A.; RIOS-OSORIO, L. A. Ciencia de la sostenibilidad, sus características metodológicas y alcances en procesos de toma de decisiones. **Revista de Investigación**

Agraria y Ambiental, Bogotá, v. 4, n. 1, p. 101–111, 2013.

SALLEH, T. S. A.; ZAKARIA, E. Enhancing students' understanding in integral calculus through the integration of maple in learning. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 102, n. Ifee 2012, p. 204–211, 2013.

SANTOS, C. A. M. *et al.* Different teaching approaches and use of active learning strategies as tools for inter- and transdisciplinary education. **International Journal of Social Science Studies**, v. 8, n. 2, p. 15–23, 2020.

SANTOS, J. O. DE C.; SANTADE, M. S. B. A teoria da atividade sócio-histórico-cultural: uma proposta para a prática de produção de textos escritos pela argumentação. **Caderno Seminal Digital**, Rio de Janeiro, v. 18, n. 1806–9142, p. 53–63, 2012. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/cadernoseminal/article/view/11878>. Acesso em: 20 fev. 2016.

SILVA, A. M. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. Orientador: Romulo Campos Lins. 244 f. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, UNESP, 2003.

SILVA, A. M. Um curso de serviço para a licenciatura em matemática. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., **Anais [...]** Recife: CIAEM-IACME, 2011.

SILVA, A. M. DA. A dinâmica dos núcleos na produção de significados para a álgebra linear. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro v. 72, p. 52–73, 2018.

SISSON, L. E.; PITTS, D. R. **Fenômenos de transporte**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1996.

SOFRONAS, K. S. *et al.* What does it mean for a student to understand the first-year calculus? Perspectives of 24 experts. **Journal of Mathematical Behavior**, Norwood, v. 30, n. 2, p. 131–148, 2011.

STANIŠKIS, J. K.; KATILIUTE, E. Complex evaluation of sustainability in engineering education: case & analysis. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 120, p. 13–20, 2016.

STEVENSON, Jr., WILLIAN, D. **Elementos de análise de sistema de potência**. 2. ed. Editora: Mac Graw-Hill, 1986. 347 p.

TAKAČI, D.; STANKOV, G.; MILANOVIC, I. Efficiency of learning environment using geogebra when calculus contents are learned in collaborative groups. **Computers and Education**, Nova Iorque, v. 82, p. 421–431, 2015.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2010.

TSAL, F. S. *et al.* From boxes to bees: active learning in freshmen calculus. In: IEEE GLOBAL ENGINEERING EDUCATION CONFERENCE. **Anais [...]** Berlin: EDUCON, p. 59–68, 2013.

UNIDAS, União das Nações Unidas. **Roteiro para a localização dos objetivos de desenvolvimento sustentável**. 2016. Disponível em: <https://nacoesunidas.org/wp-content/uploads/2017/06/Roteiro-para-a-Localizacao-dos-ODS.pdf>. Acesso em: 12 maio 2020.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. São Paulo - Brasil: Martins Fontes, 2007.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo - Brasil: Martins Fontes, 2009.

VON BLOTTNITZ, H.; CASE, J. M.; FRASER, D. M. Sustainable development at the core of undergraduate engineering curriculum reform: a new introductory course in chemical engineering. **Journal of Cleaner Production**, Amsterdam, v. 106, p. 300–307, 2015.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in society**. Harvard University Press: Harvard University Press, 1979.

WYLEN, G. V. **Fundamentos da termodinâmica clássica**. Editora Blucher, 1955.

YIN, R. K. **Qualitative research from start to finish**. The Guilfo ed. New York: 2011.

YOUNGA, C. Y. *et al.* Improving student learning in calculus through applications. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Londres, v. 42, p. 591–604, 2011.

APÊNDICE A

AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA

Eu, Marília Rios de Paula, aluna do programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica da Unesp, campus Guaratinguetá – SP, declaro estar ciente dos requisitos da resolução CNS 466/2012, bem como dos procedimentos a serem utilizados na pesquisa intitulada O diálogo entre o Cálculo e a Engenharia: um modelo de Ensino para o Professor sob a responsabilidade de Rubens Alves Dias. Sendo assim, autorizo a realização da pesquisa na Unesp - Faculdade Engenharia de Guaratinguetá – SP, Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 - Portal das Colinas- cep. 12.516-410 – Guaratinguetá - SP, após a aprovação do referido projeto em um Comitê de Ética em Pesquisa devidamente registrado na Plataforma Brasil / CONEP.

Em caso de publicação da pesquisa, o nome ou qualquer dado que identifique a Instituição só poderá ser divulgado mediante autorização expressa para esse fim.

Assinatura / carimbo institucional
Data

APÊNDICE B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O diálogo entre o cálculo e engenharia: visando a adequação de discurso do professor de cálculo na engenharia

Estamos realizando uma pesquisa com o objetivo de compreender e identificar a forma com que o cálculo é utilizado nas disciplinas de engenharia. Para tanto, suas aulas serão acompanhadas pela pesquisadora de forma ética e sem interações com os alunos. Caso queira participar da pesquisa sob a responsabilidade do Marília Rios de Paula, aluna da pós-graduação em Engenharia Mecânica da Unesp, campos Guaratinguetá-SP, solicitamos que assine este termo de consentimento livre e esclarecido, estando ciente que:

- A justificativa para essa pesquisa surge pelo fato de que o professor de cálculo, precisa planejar uma disciplina em que o conteúdo seja relevante para os alunos da engenharia, para isso, se faz necessário apresentar ao professor como o conteúdo que ele leciona interage com esse curso. Outro ponto relevante, são os grandes índices de evasão nos cursos de engenharia já nos dois primeiros anos de cursos.
- Os procedimentos aplicados oferecem riscos mínimos à sua integridade moral, física, mental ou efeitos colaterais conhecidos e não é esperado que esse projeto venha a causar algum constrangimento;
- Você terá suas aulas observadas pela pesquisadora, que utilizará como instrumento de coleta de dados um caderno de campo dividido em duas partes: i) descritiva, em que anotará todas as referências ao cálculo feitas pelo professor, descrição das atividades, e, ii) reflexiva, em que serão anotadas as observações feitas pelo pesquisador durante a pesquisa, que forem relacionadas ao que estiver sendo apresentado pelo professor e o objetivo da pesquisa, seu ponto de vista, dilemas e questões.
- Não há benefícios diretos identificados para os participantes. Espera-se que por meio dos dados levantados por este estudo, a pesquisadora seja capaz de analisar uma mudança substancial na forma em que o mesmo entende a participação do conteúdo de cálculo dentro do curso de engenharia, para com isso criar um modelo de ensino para ser utilizado na engenharia mecânica, nos cursos de cálculo;
- Critérios de inclusão: professores do curso de engenharia da Unesp, campus Guaratinguetá, professores que ministram aulas em disciplinas que utilizam do cálculo como pré-requisito nas disciplinas observadas (verificado pelo plano de ensino que contém os pré-requisitos das disciplinas) e disponibilidade do professor para esclarecimentos e análise de relatório pós pesquisa.
- Critérios de exclusão: professores que não lecionam em disciplinas que apresentam o cálculo como pré-requisito, professores de instituições diferentes da UNESP, campus Guaratinguetá-SP, professores que não concordam com a presença de um professor de cálculo em suas aulas.
- A participação na pesquisa poderá ser interrompida a qualquer momento que você desejar;
- Seus dados pessoais serão mantidos em sigilo e os resultados gerais obtidos por meio da pesquisa serão utilizados apenas para alcançar os objetivos do trabalho acima exposto, cujas informações obtidas poderão

ser publicados em periódicos científicos;

- Você poderá entrar em contato com o responsável pelo estudo – Marília Rios de Paula – sempre que julgar necessário, pelo e-mail: mariliarios2@gmail.com, telefones: (24) 9 9939-9394 e (24)2453-2890, e no endereço Rua Edmundo Teixeira, 138 – Morada da Montanha – Resende – RJ – CEP 27.525-600;

- Você concorda ter recebido todas as informações necessárias para poder decidir conscientemente sobre sua participação nessa pesquisa;

Pelo presente instrumento que atende às exigências legais, o Sr. (a) _____, portador da cédula de identidade _____, após leitura minuciosa das informações constantes neste TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO, devidamente explicada pelos profissionais em seus mínimos detalhes, ciente dos serviços e procedimentos aos quais será submetido, não restando quaisquer dúvidas a respeito do lido e explicado, firma seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO concordando em participar da pesquisa proposta. Fica claro que o participante da pesquisa, pode a qualquer momento retirar seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO e deixar de participar desta pesquisa e ciente de que todas as informações prestadas tornar-se-ão confidenciais e guardadas por força de sigilo profissional. Por fim, como pesquisadora responsável pela pesquisa, comprometo-me a cumprir todas as exigências contidas no item IV.3 e IV.4 da resolução do CNS/MS n. 466 de dezembro de 2012, publicada em 13 de junho de 2013.

Por estarmos de acordo com o presente termo o firmamos em **duas vias**. A primeira via ficará de posse do participante da pesquisa e a outra do pesquisador. Todas as vias serão rubricadas em todas as suas páginas e assinadas ao seu término.

_____, _____ de _____ de _____.

Assinatura do Voluntário

Assinatura da pesquisadora responsável
Marília Rios de Paula – Unesp – FEG

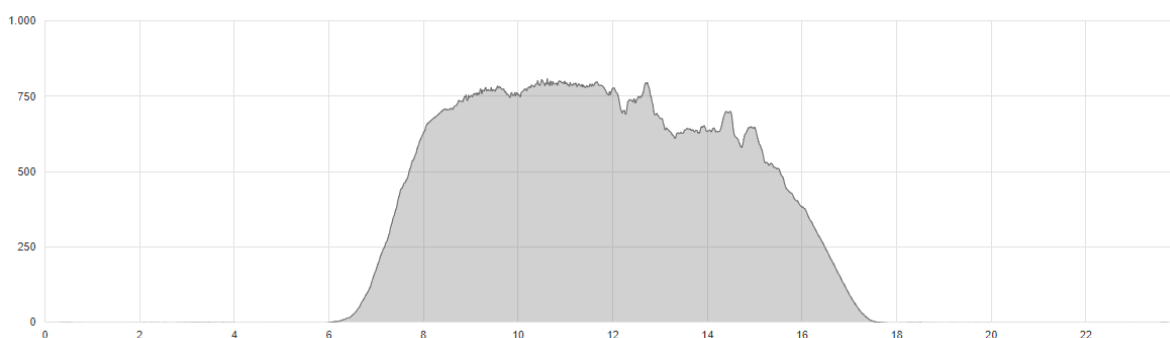
APÊNDICE E

Análise de área e curvas no Operador Nacional do Sistema Elétrico (ons).

O Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) é o órgão responsável pela coordenação, controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional (SIN) e pelo planejamento da operação dos sistemas isolados do país, sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL).

No site²⁵ da ONS, é possível visualizar qual a quantidade de energia que está sendo gerada em momento real, seja energia hidráulica, solar, eólica, térmica ou nuclear. Encontra-se, então, uma curva de geração dada em MW (eixo vertical) em relação a cada hora do dia (eixo horizontal). Na geração solar, por exemplo, a curva começa a ser gerada bem cedo e no final da tarde há um declínio (Figura E.1).

Figura E.1: Curva de Geração Solar (MW)

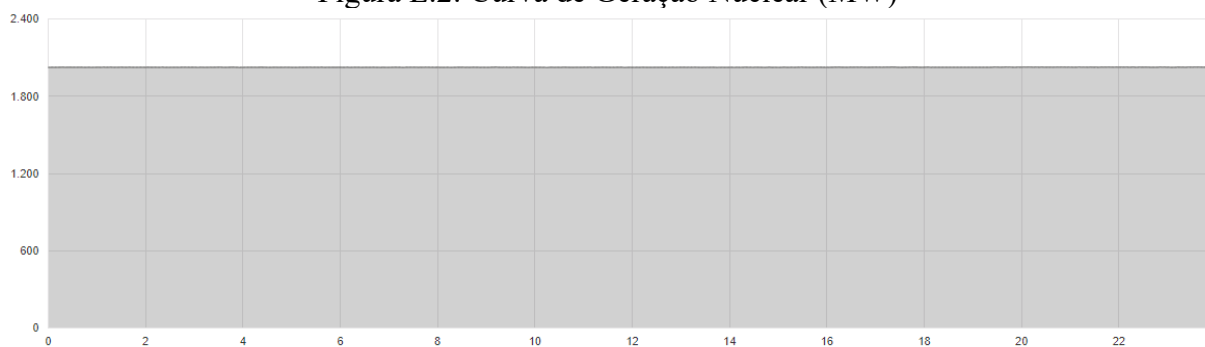


Fonte: Site da ONS (2019).

A geração nuclear, por sua vez, é constante (Figura E.2), visto que nenhum fator específico interfere em sua produção:

²⁵ <http://www.ons.org.br/paginas/energia-agora/carga-e-geracao>

Figura E.2: Curva de Geração Nuclear (MW)



Fonte: Site da ONS (2019).

Essas curvas são geradas instantaneamente todo dia com consumo de Energia no país. A análise desses dados pode ser utilizada nas aulas de Cálculo para a apresentação de um exemplo de aplicação de integral na Engenharia. As curvas são geradas pelo somatório dos gastos energéticos, por isso, na maioria das vezes esse gráfico não é linear, sendo então necessário utilizar os conceitos de integral para gerar e analisar esses dados.

APÊNDICE F

Cálculo aplicado a Termodinâmica.

Dentre os diversos conceitos nos cursos de Engenharia, uma das mais conhecidas é a Entropia. Este é um exemplo de utilização do Cálculo Diferencial e Integral no estudo de Termodinâmica.

Levando em consideração a 2ª lei da Termodinâmica, a Entropia é a propriedade que indica em algum nível o grau de organização do sistema (WYLEN, 1955).

A variação de entropia pode ser definida pela equação (F.1):

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_i^f \frac{\delta Q}{T_{méd}} \quad (F.1)$$

Onde,

S_f - Entropia final

S_i - Entropia inicial,

Q - Energia transferida ou retirada na forma de calor para ou do sistema

T - Temperatura em escala absoluta.

Nota-se que, para chegar a conclusão da definição, o uso do Cálculo Diferencial e Integral é utilizado para definir a Entropia.

Entropia como função do estado de um gás ideal

Outra forma de o Cálculo Diferencial e Integral ser notoriamente aplicado na Entropia é utilizando como exemplo um gás ideal. Como caso especial, o gás ideal efetua um processo reversível. Sabe-se que pela primeira lei da termodinâmica, equação (F.2):

$$\delta Q = \delta W + dE_{int} \quad (F.2)$$

Sendo,

W - Trabalho

E_{int} - a energia interna do sistema.

Substituindo pela definição de trabalho e de energia interna segundo a Termodinâmica e aplicando a lei para gases perfeitos (equação F.3)

$$p = \frac{nRT}{V} \quad (\text{F.3})$$

Temos (equação F.4),

$$\delta Q = \frac{nRT}{V} dV + nC_v dT \quad (\text{F.4})$$

Dividindo a equação F.4 pela temperatura na equação F.5:

$$\frac{\delta Q}{T} = \frac{nRT}{VT} dV + nC_v \frac{dT}{T} \quad (\text{F.5})$$

Agora, utilizando o método de integração os termos levando em conta o estado final e inicial, equação F.6:

$$\int_i^f \frac{\delta Q}{T} = \int_i^f nR \frac{dV}{V} + \int_i^f nC_v \frac{dT}{T} \quad (\text{F.6})$$

Utilizando a definição da equação (F.1) e levando em conta que n, R e C_v são constantes, chega-se à equação (F.7):

$$\Delta S = S_f - S_i = nR \ln \frac{V_f}{V_i} + nC_v \ln \frac{T_f}{T_i} \quad (\text{F.7})$$

Aplicando as definições de integral, nota-se que a variação da entropia depende apenas das condições inicial e final, e não das variações ocorridas entre os dois estados.

APÊNDICE G

Geração de potência de uma usina entre os geradores

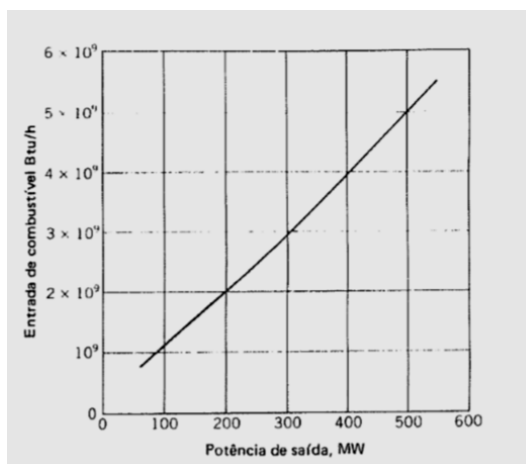
Esta aplicação tem como finalidade demonstrar a distribuição mais econômica da geração de potência entre os geradores, ou unidades, dentro de uma mesma usina. O Engenheiro está sempre voltado à análise do custo de produtos e serviços. Dessa forma, a operação de um sistema de potência é importante dentro do aspecto de retorno do capital investido. Taxas fixadas por comitês reguladores e a importância da economia de combustível colocam pressões externas sobre as companhias de energia elétrica com o objetivo de alcançar a máxima eficiência de operação, aumentando continuamente a eficiência, com o propósito de manter uma razoável relação entre o custo do quilowatt-hora, para o consumidor e o custo da companhia para fornecer um quilowatt-hora, em face do constante crescimento dos preços do óleo, dos serviços, suprimentos e manutenção.

Desse modo, deve ser observada a distribuição mais econômica da geração de potência de uma usina entre os geradores, ou unidades, dentro de uma mesma usina.

Distribuição da carga entre as unidades de uma mesma usina

Para determinar a distribuição econômica de carga entre as várias unidades composta de uma turbina, gerador e caldeira, o custo variável de operação da unidade deve ser expresso em termos de potência de saída. Observa-se na figura (G.1) de entrada de combustível para uma usina de combustível fóssil, em Btu por hora, versus a potência de saída, em megawatts (Figura G.1).

Figura G.1 - Curva de entrada e saída para uma unidade geradora indicando a entrada de combustível *versus* potência de saída.



Fonte: Stevenson e Willian (1986).

As ordenadas da curva são facilmente convertidas em dólar, multiplicando a entrada de combustível pelo custo do combustível em dólares por milhão de Btu.

Pode-se obter a eficiência do combustível por meio da razão de saída de energia em megawatts-hora por combustível consumido em Btu. Traçando uma reta da origem até um ponto qualquer da curva entrada-saída, a eficiência máxima ocorre onde o ponto de inclinação da reta é mínimo, isto é, onde a linha tangencia a curva.

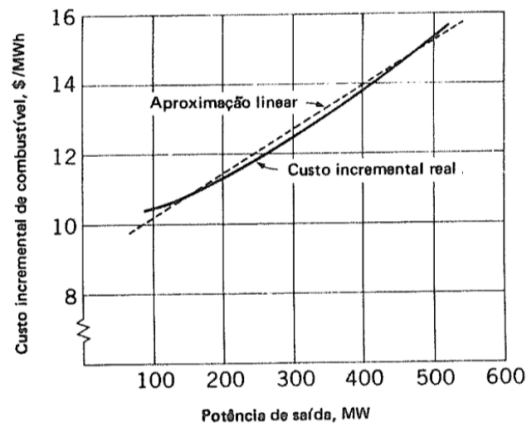
O critério para distribuição de cargas entre duas unidades quaisquer é baseado no fato de que o aumento de carga em uma unidade resulta na redução da outra, e conseqüentemente, em um aumento ou redução no custo total. Dessa forma, para analisar essa situação problema, defini-se:

$\frac{\partial F_n}{\partial P_n}$ - O custo incremental de combustível da unidade

F_n - Entrada da unidade n (dólares por hora)

P_n - Saída da unidade n (megawatt).

Figura G.2 - Custo incremental de combustível versus a potência de saída para a unidade cuja curva de entrada-saída é mostrada na imagem.



Fonte: Stevenson e Willian (1986).

Em um estudo analítico, a curva é geralmente aproximada em uma ou duas retas. A reta tracejada na figura (G.1) é uma boa aproximação da curva, sendo a equação (G.1) correspondente a essa reta.

$$\frac{\partial F_n}{\partial P_n} = 0,0126P + 8,9 \quad (G.1)$$

Portanto, quando a potência de saída for igual a 300MW, o custo incremental determinado pela aproximação linear é \$12,68 por megawatt-hora (equação (G.2)).

$$\frac{\partial F_n}{\partial P_n} = 0,0126 \times 300 + 8,9 = \$12,68/\text{MW} \quad (G.2)$$

Este valor corresponde ao custo adicional aproximado por hora no aumento de 1MW, e também, na economia em custo por hora devido à redução de 1MW. Para comparação, o custo incremental real, sem a utilização da aproximação linear, para a saída de 300MW é de \$12,50 por megawatt-hora, mas esta potência de saída está próxima ao ponto de maior desvio entre o valor real e a aproximação linear do custo incremental, para uma maior precisão, duas retas podem ser traçadas para representar esta curva na faixa de valores altos e valores baixos.

O critério para uma divisão econômica de carga entre unidades de uma usina é aquele no qual todas as unidades devem operar com o mesmo custo incremental de combustível. Assim, se a potência de saída da usina deve ser aumentada, o custo incremental para o qual cada

unidade opera crescerá, mas deverá permanecer o mesmo para todas.

Para uma usina de k unidades podemos supor um critério matematicamente, sendo representando na equação (G.3):

$$Pr = P1 + P2 + P3 + \dots + Pk = \sum Pn \quad (G.3)$$

No qual F_t é o custo total do combustível e Pr é a potência total recebida pelo barramento da usina e transferida ao sistema de potência. Os custos de combustíveis individuais das unidade da usina são $F1, F2, F3, \dots, Fk$ correspondentes as saídas $P1, P2, P3, \dots, Pk$. O objetivo é obter um custo total de combustível mínimo (F_t) para uma dada potência que tem um diferencial total $dF_t=0$. Sendo o custo total do combustível dependente da potência de saída de cada unidade:

$$\partial F_t = \frac{\partial F_t}{\partial P1} \partial P1 + \frac{\partial F_t}{\partial P2} \partial P2 + \dots + \frac{\partial F_t}{\partial Pk} \partial Pk = 0 \quad (G.4)$$

A restrição que exige que Pr permaneça constante requer que $dPr = 0$, então:

$$\partial P1 + \partial P2 + \dots + \partial Pk = 0 \quad (G.5)$$

E multiplicando a equação (G.4) por λ e subtraindo da equação (G.5), temos, como os termos fatorados, obtemos a equação (G.6):

$$\left(\frac{\partial F_t}{\partial P1} \partial P1 - \lambda\right) \partial P1 + \left(\frac{\partial F_t}{\partial P2} \partial P2 - \lambda\right) \partial P2 + \dots + \left(\frac{\partial F_t}{\partial Pk} \partial Pk - \lambda\right) \partial Pk = 0 \quad (G.6)$$

Se cada termo for igual a zero, a equação será satisfeita. Cada derivada parcial torna-se uma derivada total porque o custo de combustível de cada unidade irá variar somente se a potência de saída da mesma unidade for variada.

$$\frac{\partial F1}{\partial P1} = \lambda, \frac{\partial F2}{\partial P2} = \lambda, \dots, \frac{\partial Fk}{\partial Pk} = \lambda \quad (G.7)$$

Dessa forma todas as unidades devem operar com o mesmo custo incremental de combustível λ para um mínimo custo em dólares por hora (equação (G.7)). Este método realizado matematicamente é conhecido como Multiplicadores de Lagrange.

ANEXO A

UNESP - INSTITUTO DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA -
CAMPUS DE SÃO JOSÉ DOS

**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP****DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

Título da Pesquisa: O diálogo entre o cálculo e engenharia: visando a adequação de discurso do professor de cálculo na engenharia

Pesquisador: MARILIA RIOS DE PAULA

Área Temática:

Versão: 3

CAAE: 08915419.1.0000.0077

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JULIO DE MESQUITA FILHO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.397.461

Apresentação do Projeto:

O diálogo entre o cálculo e engenharia: visando a adequação de discurso do professor de cálculo na engenharia.

Objetivo da Pesquisa:

O projeto visa entender como os conceitos lecionados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (CDI-1) são utilizados em disciplinas de Engenharia Mecânica que possuem o CDI-1 como pré-requisito.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

O projeto aponta devidamente os benefícios indiretos que a pesquisa pode proporcionar no contexto do ensino de disciplinas que fazem uso de conceitos originários do CDI-1, assim como os riscos associados a esta pesquisa, por exemplo, constrangimento ou outro tipo de incômodo emocional.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Trata-se de um projeto a ser realizado dentro do programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica da Unesp, campos Guaratinguetá-SP. De modo geral, o projeto é bem escrito, organizado e delimitado.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Apesar da existência de algumas fragilidades/inconsistências na formulação original deste projeto

Endereço: Av. Engº Francisco José Longo 777

Bairro: Jardim São Dimas

CEP: 12.245-000

UF: SP

Município: SÃO JOSÉ DOS CAMPOS

Telefone: (12)3947-9078

Fax: (12)3947-9010

E-mail: ceph.ict@unesp.br

**UNESP - INSTITUTO DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA -
CAMPUS DE SÃO JOSÉ DOS**



Continuação do Parecer: 3.397.461

de pesquisa, as devidas medidas foram tomadas e a nova versão do projeto atende aos requisitos éticos esperados.

Recomendações:

Nenhuma recomendação adicional.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Aprovado.

Considerações Finais a critério do CEP:

O Colegiado acata o parecer do(a) Relator(a).

O (a) pesquisador(a) irá receber e-mail da Secretaria do CEPH-ICT-CAMPUS DE SJCAMPOS-UNESP, para envio de relatórios parciais/final, para não incorrer na penalidade de não o fazendo, em não ter novas submissões avaliada pelo Comitê de Ética, até que sane a pendência de envio do relatório, na forma de notificação através do sistema da Plataforma Brasil. Obs:- No site <https://www2.ict.unesp.br/> – Sobre o ICT – Comissões e Comitês - Comitê de Ética Envolvendo Seres Humanos, encontrará o formulário para envio do Relatório parcial/final.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1293978.pdf	23/05/2019 15:05:09		Aceito
Outros	formulariorespnd_2.pdf	23/05/2019 15:03:48	MARILIA RIOS DE PAULA	Aceito
Folha de Rosto	folha_de_rosto_modificada.pdf	23/05/2019 15:01:25	MARILIA RIOS DE PAULA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_Marilia_Rios_modificado_2.pdf	20/05/2019 15:08:12	MARILIA RIOS DE PAULA	Aceito
Outros	APENDICEC.pdf	13/04/2019 21:00:26	MARILIA RIOS DE PAULA	Aceito
Outros	ApendiceD.pdf	13/04/2019 21:00:02	MARILIA RIOS DE PAULA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEmodificado.pdf	13/04/2019 20:58:44	MARILIA RIOS DE PAULA	Aceito
Declaração de Pesquisadores	autorizacao_pesquisa.pdf	23/02/2019 12:57:32	MARILIA RIOS DE PAULA	Aceito

Endereço: Av.Engº Francisco José Longo 777

Bairro: Jardim São Dimas

CEP: 12.245-000

UF: SP

Município: SAO JOSE DOS CAMPOS

Telefone: (12)3947-9078

Fax: (12)3947-9010

E-mail: ceph.ict@unesp.br

UNESP - INSTITUTO DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA -
CAMPUS DE SÃO JOSÉ DOS



Continuação do Parecer: 3.397.461

Cronograma	cronograma_da_pesquisa.pdf	23/02/2019 12:56:46	MARILIA RIOS DE PAULA	Aceito
------------	----------------------------	------------------------	--------------------------	--------

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

SAO JOSE DOS CAMPOS, 17 de Junho de 2019

Assinado por:
Denise Nicodemo
(Coordenador(a))

Endereço: Av.Engº Francisco José Longo 777
Bairro: Jardim São Dimas **CEP:** 12.245-000
UF: SP **Município:** SAO JOSE DOS CAMPOS
Telefone: (12)3947-9078 **Fax:** (12)3947-9010 **E-mail:** ceph.ict@unesp.br