

JOHN EUGENIO PEÑALOZA MORÁN

**PLANEJAMENTO ÓTIMO DE MICRORREDES USANDO
ARITMÉTICA AFIM**

Ilha Solteira
2022

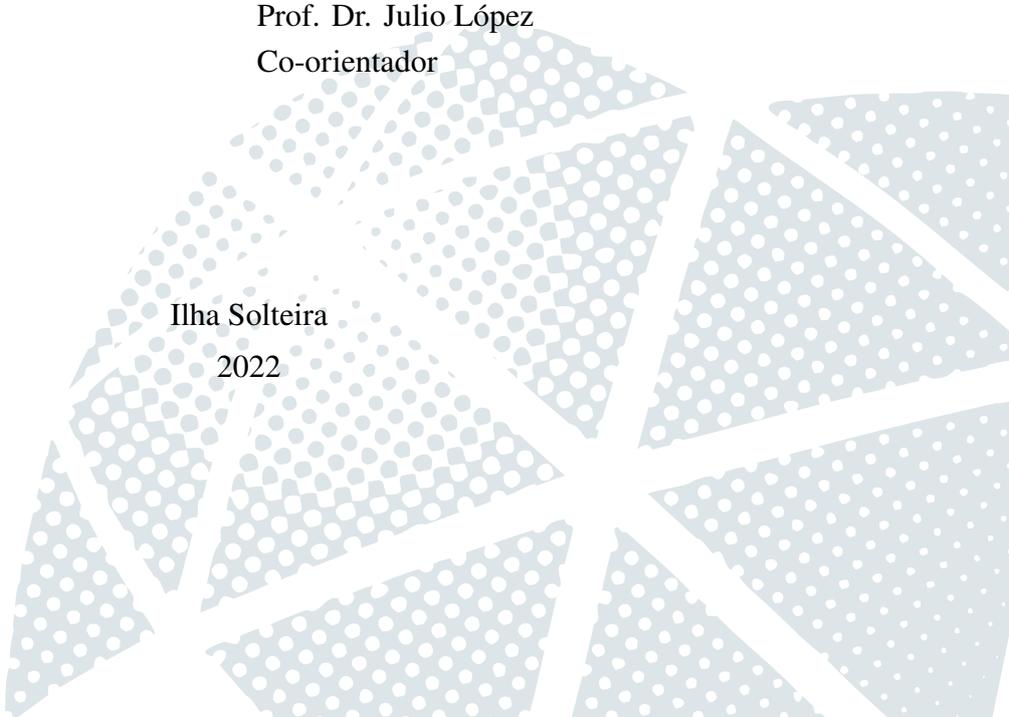
JOHN EUGENIO PEÑALOZA MORÁN

**PLANEJAMENTO ÓTIMO DE MICRORREDES USANDO
ARITMÉTICA AFIM**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Câmpus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de Conhecimento: Automação.

Prof. Dr. Antonio Padilha Feltrin
Orientador
Prof. Dr. Julio López
Co-orientador

Ilha Solteira
2022



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: PLANEJAMENTO ÓTIMO DE MICRORREDES USANDO ARITMÉTICA AFIM

AUTOR: JOHN EUGENIO PEÑALOZA MORÁN

ORIENTADOR: ANTONIO PADILHA FELTRIN

COORIENTADOR: JULIO CESAR LOPEZ QUIZHPI

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. JULIO CESAR LOPEZ QUIZHPI (Participação Virtual)
Department of Electrical and Computing Engineering / Iowa State University - U.S.A



Dr. JONATAS BOAS LEITE (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. JOEL DAVID MELO TRUJILLO (Participação Virtual)
Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais / Universidade Federal do ABC - UFABC



Ilha Solteira, 24 de fevereiro de 2022

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

P522p Peñaloza Morán, John Eugenio.
Planejamento ótimo de microrredes usando Aritmética Afim / John Eugenio
Peñaloza Morán. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2022
146 f.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2022

Orientador: Antonio Padilha Feltrin

Coorientador: Julio López Quizhpi

Inclui bibliografia

1. Microrredes. 2. Sistema de gerenciamento de energia. 3. Aritmética Afim.


Raiane da Silva Santos

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Antonio Padilha Feltrin, pela oportunidade e apoio incondicional prestado ao longo de todo o programa de mestrado.

Ao meu co-orientado, Prof. Dr. Julio López Quizhpi, pelo tempo dedicado e ensinamentos, que foram fundamentais para o desenvolvimento da dissertação.

Aos meus amigos e professores pela partilha de conhecimento e ensinamentos, que fizeram parte do meu crescimento pessoal e profissional.

Aos meus pais Marlene e Jhon, e irmãs Gabriela e Salomé, pelo apoio, compreensão e paciência demonstrados em todos os momentos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma formulação matemática baseada na Aritmética Afim para resolver o problema do Sistema de Gerenciamento de Energia para microrredes trifásicas considerando as incertezas na carga e nas fontes de geração renováveis. A formulação matemática resultante é decomposta em dois subproblemas de otimização, sendo o primeiro, um modelo de programação linear inteiro misto que representa o problema Unit Commitment baseado na Aritmética Afim e, o segundo, um modelo de programação não linear que estabelece a formulação para o problema de despacho econômico. O problema de Unit Commitment baseado na Aritmética Afim é resolvido através do solver comercial CPLEX e fornece como resultado os estados para as variáveis binárias, bem como as formas afins das variáveis contínuas para todo o horizonte de otimização. Em seguida, a solução do problema de despacho econômico é calculada com base na determinação dos valores dos símbolos de ruído das formas afins obtidas no problema de Unit Commitment. Os problemas de otimização são escritos na linguagem de modelagem algébrica AMPL, enquanto o processo heurístico, que integra os subproblemas, é resolvido no Matlab2018b através da interface AMPL-API. Finalmente, a eficiência do trabalho proposto é avaliada e analisada num sistema de distribuição IEEE de 19 barras trifásico presente na literatura, onde os resultados obtidos mostraram soluções robustas sem precisar de um grande esforço computacional, atingindo uma operação econômica da microrrede.

Palavras-chave: Microrrede. Aritmética Afim. Incertezas. Geração Distribuída. Sistemas de Distribuição. Otimização Robusta. Sistema de Gerenciamento de Energia.

ABSTRACT

This work presents a mathematical formulation based on Affine Arithmetic to solve the problem of the Energy Management System for three-phase microgrids considering the uncertainties in the load and the renewable generation sources. The resulting mathematical formulation is decomposed into two optimization subproblems, the first being a mixed integer linear programming model that represents the Unit Commitment problem based on Affine Arithmetic and, the second, a nonlinear programming model that establishes the formulation for the economic dispatch problem. The Unit Commitment problem based on Affine Arithmetic is solved using the commercial solver CPLEX and provides as a result the states for the binary variables, as well as the affine forms of the continuous variables for the entire optimization horizon. Then, the solution of the economic dispatch problem is calculated based on the determination of the values of the noise symbols of the affine forms obtained in the Unit Commitment problem. The optimization problems are written in the algebraic modeling language AMPL, while the heuristic process, which integrates the subproblems, is solved in Matlab2018b through the AMPL-API interface. Finally, the efficiency of the proposed work is evaluated and analyzed in a three-phase IEEE 19-bus distribution system present in the literature, where the results obtained showed robust solutions without requiring a great computational effort, reaching an economic operation of the microgrid.

Keywords: Microgrid. Affine Arithmetic. Uncertainties. Distributed Generation. Distribution System. Robust Optimization. Energy Management System.

Lista de Figuras

Figura 1 – Faixa conjunta de \hat{x} e \hat{y} parcialmente dependentes	33
Figura 2 – Sistema de 25 Barras com Geração Distribuída	75
Figura 3 – Magnitude da tensão - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída	77
Figura 4 – Magnitude da tensão fase A - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída	77
Figura 5 – Magnitude da tensão fase B - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída	78
Figura 6 – Magnitude da tensão fase C - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída	78
Figura 7 – Ângulo da tensão - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída	79
Figura 8 – Fluxo de potência ativa - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída	79
Figura 9 – Potência ativa total por fase	80
Figura 10 – Sistema de Gerenciamento da Energia	107
Figura 11 – Despacho Econômico	108
Figura 12 – Diagrama Unifilar do sistema de distribuição IEEE trifásico de 19 barras	110
Figura 13 – Dados de previsão de potência de carga - Barra 7	111
Figura 14 – Dados de previsão de potência fotovoltaica - Barra 10	111
Figura 15 – Limites e realização da injeção de potência ativa da subestação na fase A	113
Figura 16 – Limites e realização da injeção de potência ativa da subestação na fase B	113
Figura 17 – Limites e realização da injeção de potência ativa da subestação na fase C	114
Figura 18 – Limites e realização da geração de potência ativa do gerador a diesel - Barra 18	114
Figura 19 – Limites e realização da geração de potência ativa do gerador a diesel - Barra 19	115
Figura 20 – Limites e realização da injeção de potência do sistema de armazenamento - Barra 10	115
Figura 21 – Limites e realização da injeção de potência do sistema de armazenamento - Barra 16	116
Figura 22 – Limites e realização do estado de carga do sistema de armazenamento - Barra 10	116

Figura 23 – Limites e realização do estado de carga do sistema de armazenamento de energia - Barra 16	117
Figura 24 – Despacho Econômico - Potência ativa	118
Figura 25 – Despacho Econômico - Potência reativa	118
Figura 26 – Potência ativa total por fase	119

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AA	Aritmética Afim.
AI	Aritmética de Intervalo.
FCOAA	Fluxo de Corrente Ótimo baseado em Aritmética Afim.
AMPL	A Modeling Language for Mathematical Programming.
MCP	Modelo de Controle Preditivo.
SGE	Sistema de Gerenciamento de Energia.
UCAA	Unit Commitment baseado na AA.
DE	Despacho Econômico.
MPNLIM	Modelo de Programação Não Linear Inteiro Misto.
MPLIM	Modelo de Programação Linear Inteiro Misto.
MPNL	Modelo de Programação Não Linear.

LISTA DE SÍMBOLOS

NOMENCLATURA

Índices

0	Índice do valor central.
n	Índice das barras do sistema.
f, l	Índice das fases do sistema.
nm	Índice das linhas do sistema.
re	Índice da componente real.
im	Índice da componente imaginária.
h	Índice dos símbolos de ruído.
k	Índice do novo símbolo de ruído gerado.
t	Índice do intervalo de UC.
t'	Índice do intervalo de DE.

Conjuntos

\mathcal{N}	Conjunto de barras do sistema.
\mathcal{L}	Conjunto de linhas do sistema.
\mathcal{F}	Conjunto das fases do sistema.
\mathcal{GR}	Conjunto de unidades de geração renovável.
\mathcal{GT}	Conjunto de unidades de geração térmica.
\mathcal{BT}	Conjunto de sistemas de armazenamento de energia.
\mathcal{CC}	Conjunto de cargas controláveis.
\mathcal{T}	Conjunto de intervalos de tempo para UC.
\mathcal{T}'	Conjunto de intervalos de tempo para o DE.

Parâmetros

rp, rg	Número de símbolos de ruído totais da carga/geração renovável.
$R_{nm,f,k}, X_{nm,f,k}$	Resistência/reatância da linha nm entre a fase f e a fase k .
$P_{d0n,f}, Q_{d0n,f}$	Valor central da potência ativa/reativa da carga na barra n e na fase f .
$P_{g0n,f}^{GR}, Q_{g0n,f}^{GR}$	Valor central da potência ativa/reativa da geração renovável na barra n e na fase f .
$P_{dn,f,h,l}, Q_{dn,f,h,l}$	Desvio parcial da potência ativa/reativa de carga na barra n e fase f em relação ao símbolo de ruído na barra h e fase l .
$P_{gn,f,h,l}^{GR}, Q_{gn,f,h,l}^{GR}$	Desvio parcial da potência ativa/reativa de geração renovável na barra n e fase f em relação ao símbolo de ruído na barra h e fase l .

$P_{d0_{n,f,t}}$	Valor central da potência ativa de carga na barra n , fase f e período de tempo t .
$P_{g0_{n,f,t}}^{GR}$	Valor central da potência ativa da geração renovável na barra n , fase f e período de tempo t .
$P_{d_{n,f,t,h,l}}$	Desvio parcial da potência ativa de carga na barra n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$P_{g_{n,f,t,h,l}}^{GR}$	Desvio parcial da potência ativa de geração renovável na barra n , fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
w	Peso da função objetivo.
$\alpha_{n,t}^{SE}$	Coefficiente de custo de energia na subestação no período t .
C_n^{SD}, C_n^{SU}	Custo de desligamento/ligamento da unidade de geração térmica n .
$\alpha_{2_n}^{GT}, \alpha_{1_n}^{GT}, \alpha_{0_n}^{GT}$	Coefficientes de custo de combustível da unidade de geração térmica n .
C^{LC}	Custo do recorte de carga.
C_{AUX}^{LC}	Custo do recorte de carga auxiliar.
S^{SEmin}, S^{SEmax}	Limite inferior/superior da capacidade da subestação.
$P_{bdch_n}^{BTmin}, P_{bdch_n}^{BTmax}$	Limite inferior/superior da potência de descarga do sistema de armazenamento n .
$P_{bch_n}^{BTmin}, P_{bch_n}^{BTmax}$	Limite inferior/superior da potência de carga do sistema de armazenamento n .
SoC_n^{min}, SoC_n^{max}	Limite inferior/superior do estado de carga do sistema de armazenamento n .
$P_{g_n}^{GTmin}, P_{g_n}^{GTmax}$	Limite inferior/superior da potência ativa da unidade de geração térmica n .
$Q_{g_n}^{GTmin}, Q_{g_n}^{GTmax}$	Limite inferior/superior da potência reativa da unidade de geração térmica n .
P_n^{LCmin}, P_n^{LCmax}	Limite inferior/superior do recorte de potência ativa para cada carga controlável n .
P_n^{RCmin}, P_n^{RCmax}	Limite inferior/superior do recorte de geração renovável para cada fonte n .
$P_{g_n}^{SEmin}, P_{g_n}^{SEmax}$	Limite inferior/superior da injeção de potência ativa da subestação.
V_n^{min}, V_n^{max}	Limite inferior/superior do módulo da tensão em cada barra n .
$I_{n,m}^{min}, I_{n,m}^{max}$	Limite inferior/superior do módulo da corrente nas linhas n, m .
R_n^{UP}, R_n^{DN}	Taxa de aumento e redução da unidade de geração térmica n .
$\eta_{ch_n}, \eta_{dch_n}$	Eficiência de carga/descarga de sistemas de armazenamento.

Δt	Duração do intervalo de tempo t .
UT_n, DT_n	Tempo mínimo de atividade/inatividade da unidade de geração n .
$AAP_{g_{n,f,t'}}^{SEmin}, AAP_{g_{n,f,t'}}^{SEmax}$	Limite inferior/superior da injeção de potência ativa da subestação no domínio da AA.
$AAP_{g_{n,t'}}^{GTmin}, AAP_{g_{n,t'}}^{GTmax}$	Limite inferior/superior da potência ativa da unidade de geração térmica no domínio da AA.
$AAP_{BCH_{n,t'}}^{BTmin}, AAP_{BCH_{n,t'}}^{BTmax}$	Limite inferior/superior da potência de carga do sistema de armazenamento no domínio da AA.
$AAP_{BDCH_{n,t'}}^{BTmin}, AAP_{BDCH_{n,t'}}^{BTmax}$	Limite inferior/superior da potência de descarga do sistema de armazenamento no domínio da AA.
$AASoC_{n,t'}^{min}, AASoC_{n,t'}^{max}$	Limite inferior/superior do estado de carga do sistema de armazenamento no domínio da AA.
$AAP_{n,f,t'}^{LCmin}, AAP_{n,f,t'}^{LCmax}$	Limite inferior/superior do recorte de potência ativa para cada carga controlável no domínio da AA.
$AAP_{n,f,t'}^{RCmin}, AAP_{n,f,t'}^{RCmax}$	Limite inferior/superior do recorte de geração renovável para cada fonte no domínio da AA.

$P_{d_{n,f,t'}}, Q_{d_{n,f,t'}}$	Potência ativa/reactiva de carga na barra n , fase f e período de tempo t' .
$P_{g_{n,f,t'}}^{GR}, Q_{g_{n,f,t'}}^{GR}$	Potência ativa/reactiva da geração renovável na barra n , fase f e período de tempo t' .
$Kq_{n,f,t'}, Kgq_{n,f,t'}$	Fatores de demanda de potência reativa de fator de potência constante.

Variáveis

$V_{re0_{n,f}}, V_{im0_{n,f}}$	Valor central da componente real e imaginária da tensão na barra n e na fase f .
$I_{re0_{nm,f}}, I_{im0_{nm,f}}$	Valor central da componente real e imaginária da corrente na linha nm e na fase f .
$I_{dre0_{n,f}}, I_{dim0_{n,f}}$	Valor central da componente real e imaginária da corrente de carga na barra n e na fase f .
$I_{gre0_{n,f}}^{GR}, I_{gim0_{n,f}}^{GR}$	Valor central da componente real e imaginária da corrente de geração renovável na barra n e na fase f .
$I_{gre0_{s,f}}^{SE}, I_{gim0_{s,f}}^{SE}$	Valor central da componente real e imaginária da corrente da subestação na barra s e na fase f .
$P_{g0_{s,f}}^{SE}, Q_{g0_{s,f}}^{SE}$	Valor central da potência ativa/reactiva da geração da subestação na barra s e na fase f .

$I_{0nm,f}^{sqr}$	Valor central do módulo da corrente ao quadrado na linha nm e na fase f .
$V_{0n,f}^{sqr}$	Valor central do módulo da tensão ao quadrado na barra n e fase f .
$V_{re_{n,f,h,l}}, V_{im_{n,f,h,l}}$	Desvio parcial da componente real/imaginária da tensão na barra n e fase f em relação ao símbolo de ruído na barra h e fase l .
$I_{re_{nm,f,h,l}}, I_{im_{nm,f,h,l}}$	Desvio parcial da componente real/imaginária da corrente na linha nm e fase f em relação ao símbolo de ruído na barra h e fase l .
$I_{dre_{n,f,h,l}}, I_{dim_{n,f,h,l}}$	Desvio parcial da componente real/imaginária da corrente de carga na barra n e fase f em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$I_{gre_{n,f,h,l}}^{GR}, I_{gim_{n,f,h,l}}^{GR}$	Desvio parcial da componente real/imaginária da corrente de geração renovável na barra n e fase f em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE}, I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE}$	Desvio parcial da componente real/imaginária da corrente de geração da subestação na barra s e fase f em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$I_{nm,f,h,l}^{sqr}$	Desvio parcial do módulo da corrente ao quadrado na linha nm e fase f em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$V_{n,f,h,l}^{sqr}$	Desvio parcial do módulo da tensão ao quadrado na barra n e fase f em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$P_{gs,f,h,l}^{SE}, Q_{gs,f,h,l}^{SE}$	Desvio parcial da potência ativa/reactiva da geração da subestação na barra s e fase f em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$b_{ch_{n,t}}, b_{dch_{n,t}}$	Status de carga/descarga de sistemas de armazenamento de energia (variável binária).
$u_{n,t}$	Status ligado/desligado da unidade de geração térmica n no intervalo de tempo t (variável binária).
$SU_{n,t}, SD_{n,t}$	Decisões de inicialização/desligamento da unidade de geração térmica n no intervalo de tempo t (variável binária).
$I_{dre0_{n,f,t}}, I_{dim0_{n,f,t}}$	Valor central da componente real e imaginária da corrente de carga na barra n , fase f e no intervalo de tempo t .
$I_{gre0_{n,f,t}}^{GR}, I_{gim0_{n,f,t}}^{GR}$	Valor central da componente real e imaginária da corrente de geração renovável na barra n , fase f e no intervalo de tempo t .
$I_{gre0_{n,f,t}}^{SE}, I_{gim0_{n,f,t}}^{SE}$	Valor central da componente real e imaginária da injeção de corrente da subestação na barra n , fase f e no intervalo de tempo t .
$I_{gre0_{n,f,t}}^{GT}, I_{gim0_{n,f,t}}^{GT}$	Valor central da componente real e imaginária da injeção de corrente da unidade térmica na barra n , fase f e no intervalo de tempo t .

$$I_{bre0_{n,f,t}}^{BT}, I_{bim0_{n,f,t}}^{BT}$$

Valor central da componente real e imaginária da injeção de corrente do sistema de armazenamento n , fase f e no intervalo de tempo t .

$$I_{re0_{n,f,t}}^{LC}, I_{im0_{n,f,t}}^{LC}$$

Valor central da componente real e imaginária da corrente do recorte de potência para cada carga controlável n , fase f e no intervalo de tempo t .

$$I_{re0_{n,f,t}}^{RC}, I_{im0_{n,f,t}}^{RC}$$

Valor central da componente real e imaginária da corrente do recorte de geração renovável para cada fonte n , fase f e no intervalo de tempo t .

$$I_{dre_{n,f,t,h,l}}, I_{dim_{n,f,t,h,l}}$$

Desvio parcial da componente real e imaginária da corrente de carga na barra n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .

$$I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GR}, I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{GR}$$

Desvio parcial da componente real e imaginária da corrente de geração renovável na barra n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .

$$I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{SE}, I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{SE}$$

Desvio parcial da componente real e imaginária da injeção de corrente da subestação na barra n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .

$$I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GT}, I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{GT}$$

Desvio parcial da componente real e imaginária da injeção de corrente da unidade de geração térmica na barra n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .

$$I_{bre_{n,f,t,h,l}}^{BT}, I_{bim_{n,f,t,h,l}}^{BT}$$

Desvio parcial da componente real da injeção de corrente do sistema de armazenamento na barra n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .

$$I_{re_{n,f,t,h,l}}^{LC}, I_{im_{n,f,t,h,l}}^{LC}$$

Desvio parcial da componente real da corrente do recorte de potência para cada carga controlável n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .

$$I_{re_{n,f,t,h,l}}^{RC}, I_{im_{n,f,t,h,l}}^{RC}$$

Desvio parcial da componente real da corrente do recorte de geração renovável para cada fonte n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .

$$P_{g0_{n,f,t}}^{SE}$$

Valor central da injeção de potência ativa da subestação na barra n , fase f e no intervalo de tempo t .

$$P_{gn_{f,t,h,l}}^{SE}$$

Desvio parcial da injeção de potência ativa da subestação na barra n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .

$$P_{g0_{n,t}}^{GT}$$

Valor central da injeção de potência ativa da unidade de geração térmica na barra n no intervalo de tempo t .

$P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}$	Desvio parcial da injeção de potência ativa da unidade de geração na barra n e no intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$P_{bch_{0n,t}}^{BT}$	Valor central da potência de carga ativa do sistema de armazenamento na barra n no intervalo de tempo t .
$P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}$	Desvio parcial da potência de carga ativa do sistema de armazenamento na barra n e no intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$P_{bdch_{0n,t}}^{BT}$	Valor central da potência de descarga ativa do sistema de armazenamento na barra n no intervalo de tempo t .
$P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}$	Desvio parcial da potência de descarga ativa do sistema de armazenamento na barra n e no intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$P_{0_{n,f,t}}^{LC}$	Valor central da potência ativa do recorte de carga para cada carga controlável n , fase f e no intervalo de tempo t .
$P_{n,f,t,h,l}^{LC}$	Desvio parcial da potência ativa do recorte de carga para cada carga controlável n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$P_{0_{n,f,t}}^{RC}$	Valor central do recorte de geração renovável para cada fonte n , fase f e no intervalo de tempo t .
$P_{n,f,t,h,l}^{RC}$	Desvio parcial do recorte de geração renovável para cada fonte n , na fase f e intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$SoC_{0n,t}$	Valor central do estado de carga do sistema de armazenamento n no intervalo de tempo t .
$SoC_{n,t,h,l}$	Desvio parcial do estado de carga do sistema de armazenamento n e no intervalo de tempo t em relação ao símbolo de ruído h e fase l .
$V_{re_{n,f,t'}, V_{im_{n,f,t'}}$	Componente real e imaginária da tensão na barra n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$I_{dre_{n,f,t'}, I_{dim_{n,f,t'}}$	Componente real e imaginária da corrente de carga na barra n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$I_{gre_{n,f,t'}, I_{gim_{n,f,t'}}$	Componente real e imaginária da corrente de geração renovável na barra n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$I_{gre_{n,f,t'}, I_{gim_{n,f,t'}}$	Componente real e imaginária da injeção de corrente da subestação na barra n , fase f e no intervalo de tempo t' .

$I_{gre_{n,f,t'}}^{GT}, I_{gim_{n,f,t'}}^{GT}$	Componente real e imaginária da injeção de corrente da unidade térmica na barra n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$I_{bre_{n,f,t'}}^{BT}, I_{bim_{n,f,t'}}^{BT}$	Componente real e imaginária da injeção de corrente do sistema de armazenamento n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$I_{re_{n,f,t'}}^{LC}, I_{im_{n,f,t'}}^{LC}$	Componente real e imaginária da corrente do recorte de potência para cada carga controlável n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$I_{re_{n,f,t'}}^{LCaux}, I_{im_{n,f,t'}}^{LCaux}$	Componente real e imaginária da corrente de recorte auxiliar de potência para cada carga controlável n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$I_{re_{n,f,t'}}^{RC}, I_{im_{n,f,t'}}^{RC}$	Componente real e imaginária da corrente do recorte de geração renovável para cada fonte n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$I_{re_{mn,f,t'}}^{RC}, I_{im_{mn,f,t'}}^{RC}$	Componente real e imaginária da corrente na linha mn , fase f e no intervalo de tempo t' .
$P_{gn,f,t'}^{SE}, Q_{gn,f,t'}^{SE}$	Injeção de potência ativa e reativa da subestação na barra n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$P_{gn,t'}^{GT}, Q_{gn,t'}^{GT}$	Potência ativa e reativa da unidade de geração térmica na barra n e no intervalo de tempo t' .
$P_{bch_{n,t'}}^{BT}, P_{bdch_{n,t'}}^{BT}$	Potência de carga e descarga ativa do sistema de armazenamento na barra n no intervalo de tempo t' .
$P_{n,f,t'}^{LC}$	Potência ativa do recorte de carga para cada carga controlável n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$P_{n,f,t'}^{LCaux}$	Potência ativa do recorte de carga auxiliar para cada carga controlável n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$P_{n,f,t'}^{RC}$	Potência ativa do recorte de geração renovável para cada fonte n , fase f e no intervalo de tempo t' .
$SoC_{n,t'}$	Estado de carga do sistema de armazenamento n no intervalo de tempo t' .

Sumário

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	REVISÃO DA LITERATURA	20
1.1.1	Abordagens para o Sistema de Gerenciamento de Energia	20
1.1.2	Literatura baseada na Aritmética Afim	22
1.2	JUSTIFICATIVA	24
1.3	OBJETIVOS	25
1.3.1	Objetivo Geral	25
1.3.2	Objetivos Específicos	26
1.4	CONTRIBUIÇÕES	26
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	26
2	ARITMÉTICA AFIM	28
2.1	INTRODUÇÃO	28
2.2	ARITMÉTICA AFIM PADRÃO	29
2.2.1	Notação	30
2.2.2	Conversão da forma afim em intervalo	31
2.2.3	Conversão da forma de intervalo na forma afim	31
2.2.4	A geometria das formas afins	31
2.2.5	Operações com a aritmética afim	34
2.2.5.1	<i>Operações Afins</i>	34
2.2.5.2	<i>Operações não Afins</i>	34
2.2.6	Desvantagem de usar a aritmética afim padrão	39
2.3	NOVA FORMA AFIM AF1	40
2.3.1	Notação	40
2.3.2	Operações com a nova forma afim AF1	40
3	MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA OS PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO SOB INCERTEZAS BASEADOS EM AA	42

3.1	ESTRUTURA UNIFICADA PARA RESOLVER PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO BASEADOS EM AA	42
3.1.1	Operadores para restrições não intertemporais	43
3.1.1.1	<i>Operador de similaridade para duas formas afins</i>	43
3.1.1.2	<i>Operador de desigualdade para duas formas afins</i>	44
3.1.1.3	<i>Operador de minimização</i>	45
3.1.2	Operadores para restrições intertemporais	45
3.1.2.1	<i>Operador de desigualdade para duas formas afins</i>	46
3.1.2.2	<i>Operador de similaridade para duas formas afins</i>	47
4	APLICAÇÃO DA ARITMÉTICA AFIM AO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	50
4.1	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO BASEADO EM ARITMÉTICA AFIM	50
4.1.1	Dedução das formas afins	50
4.1.1.1	<i>Formas afins das componentes real e imaginária da corrente na linha nm</i>	53
4.1.1.2	<i>Forma afim da potência de perdas ativas totais</i>	55
4.1.1.3	<i>Forma afim do módulo de tensão ao quadrado</i>	56
4.1.1.4	<i>Formas afins das componentes real e imaginária da corrente de carga</i>	57
4.1.1.5	<i>Forma afim do módulo da tensão</i>	61
4.1.1.6	<i>Forma afim do ângulo de tensão</i>	62
4.1.1.7	<i>Formas afins dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas nm</i>	65
4.1.1.8	<i>Formas afins das injeções de potência ativa e reativa da subestação</i>	67
4.1.2	Modelo matemático do fluxo de potência trifásico baseado em aritmética afim	69
4.1.3	Solução do modelo matemático baseado em aritmética afim	71
4.1.4	Resultados numéricos	74
4.1.4.1	<i>Sistema de distribuição trifásico de 25 barras com geração renovável</i>	74
5	SISTEMA DE GERENCIAMENTO DE ENERGIA PARA MICRORREDES	81
5.1	INTRODUÇÃO	81
5.2	SISTEMA DE GERENCIAMENTO DE ENERGIA TRIFÁSICO BASEADO EM AA	82
5.2.1	Unit Commitment baseado em AA	82

5.2.2	Processo de Despacho Econômico	100
5.2.3	Resultados Numéricos	109
<i>5.2.3.1</i>	<i>Sistema de distribuição IEEE trifásico de 19 barras modificado</i>	<i>109</i>
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	120
6.1	CONCLUSÕES	120
6.2	TRABALHOS FUTUROS	121
	REFERÊNCIAS	122
	APÊNDICE A – DADOS DOS SISTEMAS DE TESTE	129
	APÊNDICE B – TRABALHO APRESENTADO NO CONGRESSO ISGT	146

1 INTRODUÇÃO

O conceito de microrrede foi introduzido por primeira vez em Lasseter (2001) e em Lasseter (2002), e vem da inserção da geração distribuída (GD), baseada em energias renováveis, nos sistemas de distribuição, cuja principal função é suprir potência às cargas locais. Portanto, a microrrede define-se como um sistema integrado de cargas, fontes de geração convencionais e não convencionais e sistemas de armazenamento de energia, os quais operam como um elemento único controlável para a rede principal e restrita dentro dos limites técnicos do sistema (SAAED *et al.*, 2021).

Nas últimas décadas, as microrredes tornaram-se uma das alternativas mais viáveis para os serviços de energia elétrica, a fim de resolver os problemas econômicos, sociais e de sustentabilidade que a grande maioria das empresas de eletricidade apresenta hoje (PULLINS, 2019). No entanto, as microrredes experimentaram um aumento em sua implementação devido à redução de custos de investimento, progresso tecnológico e aumento de clientes em busca de confiabilidade, eficiência e sustentabilidade ambiental (QUASHIE; JOOS, 2016).

O aumento exponencial do consumo de energia elétrica, embora represente um indicador de desenvolvimento, também é responsável por problemas ambientais, pois para suprir a demanda, a maioria vem utilizando energias convencionais, que possuem a característica da emissão de gases do efeito estufa (ZAHRAOUI *et al.*, 2021). Para lidar com este problema, atualmente tem havido um aumento no uso de fontes de GD baseada em energias renováveis como uma das alternativas mais sustentáveis, o que também permite a descentralização da geração de energia. No entanto, é importante mencionar que a inserção de fontes de geração renovável, por sua natureza estocástica, implica em maior incerteza para o sistema, o que impõe desafios na busca de uma solução otimizada (ZIA; ELBOUCHIKHI; BENBOUZID, 2018).

A formação de uma microrrede através da integração de geradores convencionais, fontes de geração renovável, sistemas de armazenamento de energia e cargas, é um passo importante para a obtenção de uma rede inteligente, a qual tem a capacidade de suprir a demanda e lidar com qualquer contingência que esteja presente no sistema por meio da operação em modo ilha ou conectada à rede (SHARIATZADEH *et al.*, 2014). A obtenção de uma resiliência ideal que permita o fornecimento de serviço elétrico durante e após uma contingência oferece grande valor para a comunidade e as relações públicas e minimiza as perdas econômicas em cascata dos

negócios e cargas críticas que precisam de um serviço contínuo de energia (HUSSAIN; BUI; KIM, 2019). Além dos benefícios que fornece uma microrrede, existem alguns desafios em relação à configuração do sistema, o sistema de gerenciamento, a capacidade dos sistemas de armazenamento de energia, o controle e a coordenação dos diferentes elementos da microrrede com a rede principal para uma ótima operação (VERA; DUFO-LÓPEZ; BERNAL-AGUSTÍN, 2019).

Em particular, o controle da microrrede pode-se garantir com uma abordagem de controle centralizado ou uma abordagem de controle descentralizado. Onde o controle centralizado é caracterizado por armazenar todos os dados dos elementos da microrrede numa única unidade central de controle, que pode executar os procedimentos e ações necessárias após de realizar os cálculos relevantes, enquanto o controle descentralizado executa as ordens através de unidades de controle locais para cada um dos elementos envolvidos na microrrede (SAHOO; SINHA; KISHORE, 2018). O emprego dos esquemas de controle depende principalmente do tipo de microrrede, os elementos que fazem parte da estrutura da microrrede e a área geográfica (ZAHRAOUI; ALHAMROUNI; *et al.*, 2021). Estes esquemas seguem a mesma estrutura hierárquica de controle, isto é, estão conformadas por três níveis, cuja diferença entre níveis depende principalmente na velocidade de resposta e o tempo em que eles operam. Portanto, para garantir uma operação adequada é importante desenhar estratégias e métodos de controle apropriadas para cada um dos níveis hierárquicos (PATNAIK *et al.*, 2020).

Particularmente, o nível de controle secundário ou conhecido também como Sistema de Gerenciamento de Energia (SGE) que tem como principal função fornecer uma operação otimizada da microrrede tanto para a operação conectada à rede como para a operação isolada da rede e para isto é preciso resolver os problemas de otimização envolvidos, tais como, o problema de Unit Commitment e o problema de Despacho Econômico (OLIVARES *et al.*, 2014). O SGE fornece vantagens como o despacho ótimo de potência dos GDs, balanço de energia para reduzir a emissão dos gases de efeito estufa, confiabilidade na redução dos custos em relação as perdas de potência e suporte para regular os níveis de frequência. Geralmente, em alguns trabalhos de otimização o objetivo do SGE visa minimizar os custos operacionais da microrrede, enquanto outros trabalhos consideram objetivos que visam minimizar as emissões de gases de efeito estufa e as perdas de potência. Usualmente os dados de entrada para o problema do SGE para microrredes são os valores técnicos dos geradores convencionais, a previsão de carga, a previsão dos recursos renováveis, a disponibilidade dos sistemas de armazenamento de energia e o preço da eletricidade para todo o horizonte de otimização (MURTY; KUMAR, 2020).

Vale salientar, que deve-se considerar um desenho adequado para o SGE que considere tanto as incertezas na carga como nas fontes de geração renovável com finalidade de garantir

uma operação confiável, segura e econômica da microrrede. Um tratamento inadequado das incertezas produzidas pelas fontes de energia renovável pode causar um recorte de carga desnecessária por conta da falta de fornecimento de energia ou poderia ocorrer uma geração de energia custosa para abastecer a carga, tendo como resultado uma solução sobrestimada para o problema de gerenciamento de energia (LIANG; ZHUANG, 2014).

Na seguinte seção, apresenta-se uma revisão da literatura com as contribuições mais relevantes na resolução do problema do SGE para microrredes considerando as incertezas. Adicional à literatura sobre as abordagens propostas para resolver o problema do SGE considerando as incertezas, foi revisada também a literatura sobre os diferentes trabalhos desenvolvidos usando a metodologia da Aritmética Afim com a finalidade de compreender a aplicação dela nos sistemas elétricos para o tratamento das incertezas e para posteriormente ser implementada no problema do SGE trifásico desbalanceado.

1.1 REVISÃO DA LITERATURA

1.1.1 Abordagens para o Sistema de Gerenciamento de Energia

Entre os primeiros trabalhos de pesquisa que podem ser encontrados na literatura estão as abordagens baseadas em formulações determinísticas. Nesse sentido, em Azaroual, Ouassaid e Maaroufi (2018) se proporciona um Sistema de Gerenciamento multiobjectivo para um sistema híbrido Fotovoltaico-Eólico-Bateria conectado à rede para suprir de energia uma carga industrial. A formulação resultante representa um modelo de programação linear que visa minimizar os custos de eletricidade. Para demonstrar a efetividade do modelo, o trabalho faz uma comparação com algumas estratégias de programação usadas em publicações previas, confirmando que os resultados obtidos fornecem um ótimo controle da microrrede. Em Marzband *et al.* (2013) apresenta-se uma formulação de um MPNLIM para tratar com o problema do SGE de microrredes isoladas. A modelagem do SGE inclui também um mercado local de energia para maximizar o uso das fontes de geração distribuída ao mesmo tempo de obter o custo mais barato. O desempenho e a efetividade da formulação proposta são testados através de simulações feitas com dados reais da microrrede Testbed e cujos resultados são comparados com uma abordagem convencional para o SGE baseado em um mercado local de energia. Em Morais *et al.* (2010) o problema de SGE para microrredes isoladas é tratado através de um MPLIM escrito em GAMS. A abordagem é testada numa microrrede real de Budapest Tech e demonstra a efetividade na resolução do problema.

Outra abordagem para resolver o problema do SGE para microrredes com incertezas é o

Modelo de Controle Preditivo (MCP). Assim, em Novickij e Joós (2019) é apresentado um MCP melhorado para resolver o problema do SGE de uma microrrede com a finalidade de conseguir tempos computacionais menores e uma melhor escalabilidade em relação aos MCP tradicionais. Aquilo foi feito através da resolução de um problema de otimização de duas etapas, onde a primeira etapa resolve-se o problema de Unit Commitment, enquanto na segunda etapa procura-se uma solução para o problema de DE. Em Pippia, Sijs e De Schutter (2020) apresenta-se um MPC baseado em regras de um nível só para o gerenciamento dos Recursos de Energia Distribuída de uma microrrede conectada à rede principal. O nível está conformado por dois modelos, os quais diferem no tempo que cada um deles usa para a amostragem. A metodologia proposta baseado em regras fornece um modelo resultante lineal o qual é comparado com o MCP que proporciona um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) e os resultados obtidos foram razoáveis e com melhoras no tempo de cálculo. Em Zhu *et al.* (2018) estabelece-se uma abordagem baseada em uma otimização robusta juntamente com um MCP para tratar com o problema do SGE com incertezas. O esquema proposto é de duas etapas, onde a primeira etapa é uma otimização para o dia seguinte, enquanto a segunda fase otimiza ao longo do dia. Os resultados obtidos apresentam vantagens em comparação com dois esquemas de SGE clássicos. Na referência de He *et al.* (2021) formula-se um MCP robusto para resolver o problema do SGE para microrredes isoladas considerando as incertezas tanto na carga como nas energias renováveis. Da mesma forma os resultados obtidos da formulação proporcionam uma redução nos custos operacionais e uma melhoria no gerenciamento operacional da microrrede isolada em comparação com um MCP tradicional.

Na literatura apresenta-se também formulações estocásticas para solucionar o problema do SGE para microrredes com dados incertos. Portanto, Silva *et al.* (2021) fornece um modelo matemático de PLIM, obtido por um processo de linearização, para o SGE de uma microrrede resiliente. As incertezas envolvidas na microrrede são modeladas com uma abordagem baseada em cenários. A efetividade da metodologia proposta é testada com dados da microrrede no LabREI na Universidade de Campinas. Na referência de Rathor e Saxena (2020) fornece-se uma formulação matemática para a operação ótima das microrredes tanto no estado conectada à rede como em modo isolada da rede. As incertezas das fontes renováveis e da carga são tratadas através do método de Monte Carlo e reduzidas pelo método de agrupamento K-means. A eficiência da metodologia desenvolvida é testada no alimentador residencial da microrrede CIGRE LV. Em Alharbi e Bhattacharya (2018) formula-se um modelo matemático para o SGE para uma microrrede isolada que inclui veículos elétricos e resposta à demanda, considerando diversos cenários operacionais probabilísticos. Por fim, o modelo proposto é avaliado na microrrede CIGRE modificada. Em Firouzmakan *et al.* (2019) apresenta-se um modelo matemático

estocástico para resolver o problema do SGE considerando as incertezas das fontes de energia renovável, preço de mercado e a carga elétrica. A formulação matemática é estabelecida como um problema de otimização multiobjectivo que visa minimizar o custo de operação. Além disso, a formulação lida com as incertezas através de uma abordagem baseada em cenários. A metodologia proposta considera os modos de operação conectada a rede e isolada, além de analisar a influência do gerenciamento do lado da demanda no comportamento da microrrede.

Além das publicações apresentadas anteriormente existem na literatura formulações não probabilísticas para tratar com as incertezas. Nessa situação, em Romero-Quete e Canizares (2019b) é proposta uma formulação matemática monofásica baseado em Aritmética Afim considerando restrições intertemporais e sistemas de armazenamento de energia (ESS). As incertezas são consideradas tanto na carga como na geração renovável e são modeladas usando a AA através de um polinômio de primeiro grau. A abordagem proposta nesse trabalho é avaliada na microrrede CIGRE modificada e seus resultados comparados com técnicas determinísticas, MCP e formulações estocásticas. Em Feng *et al.* (2018) é proposto uma teoria de controle difuso baseado no SGE para uma microrrede, que contém geração fotovoltaica e sistemas de armazenamento de energia, com a finalidade de mitigar o efeito das incertezas produzidas pelas fontes fotovoltaicas. Finalmente, o trabalho realiza testes com a metodologia proposta e conclui que existe um controle adequado para uma operação estável da microrrede em estudo. Na referência Valencia *et al.* (2015) é desenvolvido um SGE robusto usando o modelo de intervalo de previsão difusa para representar tanto os comportamentos dinâmicos não lineares como as incertezas das fontes de geração renovável eólicas. A formulação matemática estabelecida é testada na microrrede instalada em Huatacondo e os resultados apresentados estabelecem que a abordagem fornece uma adequada integração das incertezas no SGE em comparação com os modelos não robustos.

Na seguinte seção apresenta-se uma revisão da literatura em relação aos trabalhos desenvolvidos que usam a metodologia da AA.

1.1.2 Literatura baseada na Aritmética Afim

Uma das características mais interessantes que tem esta metodologia é a capacidade de modelar as incertezas nos problemas de otimização sem a necessidade de precisar informação sobre o tipo de incerteza dos parâmetros, portanto, as funções de densidade de probabilidade não são necessárias para obter soluções robustas e precisas.

Na literatura especializada pode-se encontrar aplicações da AA nos fluxos de potência, tais como: em Vaccaro e Canizares (2017) onde propõe-se uma estrutura unificada baseada

na Aritmética Afim (AA) para resolver o fluxo de potência e fluxo de potência ótimo (OPF) considerando incertezas. A metodologia proposta é um algoritmo de decomposição de duas etapas, onde na primeira etapa resolve o problema de otimização determinista, sem considerar incertezas, com a finalidade de obter os valores centrais dos vetores de estado desconhecidos. Na segunda etapa são consideradas as incertezas nos dados para determinar os desvios parciais dos vetores de estado. Em Xue *et al.* (2016) são consideradas as incertezas produzidas pela penetração da geração distribuídas para resolver o problema de fluxo de potência trifásico desequilibrado, o algoritmo proposto é a varredura para frente e para trás e as incertezas são abordadas pela metodologia da AA. Baseado na AA para a abordagem das incertezas o algoritmo proposto além de fornecer resultados de fluxo mais pertos da realidade, ele conseguiu reduzir a superestimação dos limites gerados na aritmética de intervalo. O sistema de 33 barras foi usado para analisar o algoritmo proposto. Outro trabalho trata sobre o análise de fluxo de potência de continuação com incertezas e é estudado em Adusumilli e Kumar (2018,2019), onde as incertezas nas cargas e na geração de potência é resolvido mediante a metodologia da AA modificado, para obter resultados ótimos com menores tempos que os fornecidos pelas simulações de Monte Carlo (MC). Em Leng, Liu e Ran (2020) se fornece um método de fluxo de potência de intervalo melhorado que considera as correlações entre GD-GD e GD-cargas baseado na AA, fazendo o análise de intervalo de fluxo incerto, mais preciso. O método proposto mostra que as considerações das correlações das variáveis de entrada fornecem limites das soluções de intervalo mais rigorosos. O trabalho Chen, Xiao e Wang (2019) também fornece uma metodologia de fluxo de potência ótimo de intervalo melhorado baseado na AA e expansão de Taylor de intervalo para o modelar as incertezas das cargas e fontes de energia. O algoritmo desenvolvido é comparado com a simulação de Monte Carlo e o fluxo de potência estocástico nos sistemas IEEE de 33 barras e um sistema real de 113 barras.

Além dos problemas de fluxo de potência apresenta-se Raj e Kumar (2020), um trabalho para a Reconfiguração Ótima dos Sistemas de Distribuição baseada na AA cujo objetivo visa minimizar as perdas de potência considerando as incertas na carga e na geração renovável e é resolvido através da Otimização de Enxame de Partículas Binárias. A abordagem proposta é avaliada em sistemas de distribuição balanceados IEEE de 16, 33, 85 e 119 barras e para o sistema de distribuição trifásico desbalanceado de 123 barras. Os resultados fornecidos pela AA são comparados com os proporcionados pela AI e o método de Monte Carlo, onde trabalho conclui na obtenção de uma reconfiguração ótima com boas estimativas de intervalo de perdas em relação às outras metodologias.

O problema de UC também é tratado através da AA em Romero-Quete e Canizares (2019a), onde considera-se as incertezas da carga e geração renovável. A formulação matemática é

representada por um problema de otimização multiobjectivo restringido baseado na AA o qual proporciona como resultado os intervalos da potência ativa dos geradores e custos de operação. Além dos intervalos de solução a abordagem fornece o despacho de potência para cada uma das realizações das incertezas no intervalo incerto estabelecido. A efetividade da metodologia é testada num sistema de 6 barras e no sistema IEEE de 118 barras modificado. Em Romero-Quete e Garcia (2019) estabelece-se um modelo matemático de PLIM para resolver o problema de DE ótimo incorporando a AA no MCP para microrredes combinadas de calor e energia. O algoritmo primeiro calcula o DE baseado na AA, obtendo como resultado os intervalo de operação dos geradores, posteriormente, calcula o DE para uma realização dada baseado nos dados mais atuais. A efetividade do algoritmo é avaliada numa microrrede combinada de calor e energia que contém um fonte de geração fotovoltaica, uma caldeira a gás, uma unidade CHP, uma bateria e um tanque térmico. Na referência Mohan *et al.* (2017) se propõe um gerenciamento de energia estocástico numa microrrede que analisa as sensibilidades e intervalos de incertezas na carga e nas fontes de energia solar e eólica. As incertezas e sensibilidades nas injeções de potência são modeladas pela metodologia de AA, além disso a minimização do custo operacional é feita pela otimização estocástica de enxame de partículas de troca. Em Vaccaro, Petrelli e Berizzi (2019) são usadas metodologias tais como Otimização Robusta e Aritmética Afim para abordar o problema de despacho e pre-despacho econômico. A vantagem de usar aquelas metodologias é que não precisam de informação das distribuições de probabilidade. Para fazer uma comparação das duas abordagens a artigo faz um teste numa microrrede real num centro missionário na cidade de Wau, no sul do Sudão. Em Ávila *et al.* (2016) se apresenta que os sinais do Gerenciamento do Lado da Demanda (DSM) afetam o padrão de demanda e, portanto, a previsão de carga. Para obter uma solução ao problema as cargas foram modeladas usando Aritmética Afim e o resultado fornecido pelo método proposto mostra um intervalo para a possível variação de carga.

1.2 JUSTIFICATIVA

O crescimento contínuo da demanda e a necessidade de fornecer um serviço de energia elétrica confiável, de qualidade e acessível, fez com que planejadores e operadores de sistemas de distribuição pensassem em alternativas sustentáveis de tal modo que permitam incrementar a disponibilidade de energia para os consumidores. A integração de fontes renováveis de energia nos sistemas de distribuição tem experimentado um crescimento global nas últimas décadas devido à diminuição dos custos de investimento e ao interesse tanto na redução das emissões de gases de efeito estufa quanto na redução do uso de fontes de geração baseadas em combustível fóssil. Esta integração juntamente com sistemas de armazenamento de energia permitem a formação de microrredes que podem funcionar de forma coordenada em modo ilha

ou conectada à rede. Embora, a integração de fontes renováveis traz benefícios do ponto de vista ambiental, do ponto de vista operacional pode apresentar desafios devido à inserção de mais uma fonte de incerteza no sistema.

Então, com a finalidade de garantir uma operação econômica e confiável da microrrede na presença de incertezas muitas abordagens sobre o SGE nas microrredes têm sido estudadas na literatura. Entre essas abordagens tem-se formulações determinísticas e MCP os quais não consideram de forma explícita o efeito das incertezas na modelagem e, portanto, precisam da definição de restrições de reserva, proporcionando assim soluções conservadoras ou ineficazes dependendo da precisão da previsão dos dados de entrada. Outra abordagem são as formulações estocásticas que modelam as incertezas usando metodologias de geração de cenários. Embora esta abordagem modele adequadamente as incertezas, é muito difícil identificar com precisão as funções de distribuição de probabilidade devido à necessidade de uma grande quantidade de dados, além de exigir um tempo computacional considerável para resolver o problema. Na literatura também são apresentados trabalhos baseados em metodologias não probabilísticas como a Lógica Difusa para tratar as incertezas no problema do SGE, mas a desvantagem da metodológica é a dificuldade de determinar uma função de pertinência apropriada para modelar tais dados. Outros trabalhos apresentados ultimamente baseiam sua metodologia em técnicas de autovalidação, como é o caso da Aritmética Afim. Essa técnica tem a vantagem de que para modelar incertezas é necessário apenas fornecer os extremos do intervalo incerto sem precisar de informações sobre o tipo de incerteza ou funções de distribuição de probabilidade.

Por esta razão, considerando os aspectos mencionados anteriormente e analisando as vantagens proporcionadas pela metodologia da AA para lidar com as incertezas, este trabalho propõe uma formulação matemática para resolver o problema do SGE baseado em AA, considerando as incertezas produzidas pela carga e geração renovável, para microrredes trifásicas desbalanceadas com a finalidade de garantir uma operação econômica e confiável dos sistemas em análises.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Propor um modelo matemático que represente o problema do Sistema de Gerenciamento de Energia para microrredes trifásicas considerando tanto as incertezas produzidas pela carga como as produzidas pelas fontes de geração renovável usando a técnica da Aritmética Afim, com o objetivo de atingir uma operação econômica da microrrede.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Deduzir as formas afins das variáveis envolvidas no problema a ser resolvido.
- Formular um modelo matemático robusto através de Aritmética Afim.
- Obter dados e informações sobre as características técnicas do sistema de distribuição em estudo.
- Aplicar e simular o modelo matemático proposto.

1.4 CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições do trabalho são:

- Formulação matemática trifásica baseada na metodologia da AA para resolver o problema do Sistema de Gerenciamento de Energia das microrredes considerando as incertezas na carga e nas fontes de geração renovável para atingir uma operação econômica e confiável da microrrede.
- Dedução de uma formulação matemática trifásica para o problema de Unit Commitment baseada na AA a partir de um modelo matemático de correntes determinístico não linear.
- Desenvolvimento do processo de despacho econômico trifásico através de um procedimento heurístico que integra a formulação de Unit Commitment baseada na AA e a formulação determinística trifásica do problema de despacho econômico.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho foi organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2 apresentam-se os conceitos básicos em relação a AA, bem como as operações elementares no domínio da AA.

No Capítulo 3 descreve-se uma estrutura unificada para resolver problemas de otimização baseados em AA com ou sem restrições intertemporais.

No Capítulo 4 é apresentado o processo de dedução para uma formulação matemática trifásica do problema de fluxos de potência. Além disso, é feita uma comparação dos intervalos resultantes do modelo baseado na AA com os intervalos fornecidos pelo método de Monte Carlo para um sistema de teste trifásico.

No Capítulo 5 explica-se a dedução e o processo heurístico para resolver o problema do Sistema de Gerenciamento de Energia de microrredes trifásicas baseado na AA. Além disso, apresenta-se a aplicação da formulação matemática num sistema de teste trifásico.

No Capítulo 6 apresentam-se as conclusões do trabalho desenvolvido, bem como as perspectivas de trabalhos futuros.

2 ARITMÉTICA AFIM

Este Capítulo aborda os conceitos básicos em relação à Aritmética Afim bem como a eficiência para tratar com o problema da dependência inerente na Aritmética de Intervalo. Além disso, apresenta-se os diferentes tipos de operações no domínio da Aritmética Afim e os métodos de aproximação usados para o caso das operações não afins.

2.1 INTRODUÇÃO

Os algoritmos de cálculo de auto-validação são modelos amplamente usados para a análise de intervalo, onde fornecem valores do limite inferior e superior de uma função matemática em uma região específica do seu domínio (DE FIGUEIREDO; STOLFI, 1996). A característica principal da aplicação desses algoritmos num problema de análise de intervalo é o rastreo, inerente no processo, da precisão de todas as quantidades que calcula. As técnicas de rastreo dos modelos de auto-validação têm a capacidade de modelar as fontes de incerteza nos dados de entrada de um problema, as quais são principalmente devido à causas externas, como erros de previsão, erros de medição, tolerâncias permissíveis ou por modelos matemáticos simplificados inadequados (STOLFI; DE FIGUEIREDO, 1997).

Entre os principais modelos de cálculo de auto validação, podem ser mencionados os seguintes: aritmética de intervalo padrão, aritmética de intervalo generalizada, cálculo de elipsoide e a Aritmética Afim (AA). A discriminação dos modelos é feita de acordo com a forma como modelam os dados de entrada e saída de um problema, e estes podem assumir a forma de intervalos, caixas, distribuições de probabilidade, elipsoides, politopos, etc (DE FIGUEIREDO; STOLFI, 2004).

A aritmética de intervalos (AI) padrão é um dos algoritmos de auto-validação mais simples que tem sido usado durante muito tempo para calcular estimativas de intervalo (FIGUEIREDO, Luiz Henrique D E; IWAARDEN; STOLFI, 1997). A AI representa seus dados de entrada e valores de saída de um problema em forma de intervalo. Um dos principais problemas com o uso da AI padrão para computação numérica é que as estimativas de intervalo que ela fornece tendem a ser superestimadas em expressões complicadas ou cálculos iterativos longos. Essa superestimação se deve ao problema de dependência inerente na AI padrão, ou seja, os argumentos envolvidos nas operações primitivas são considerados sem relação entre si e podem

variar de forma independente em seus intervalos dados. Em certos casos em que essa situação não é válida, ou seja, se houvesse correlação entre os argumentos envolvidos, o intervalo obtido pelo AI poderia ser maior que o resultado do intervalo exato (MESSINE, 2002).

Para superar o problema de dependência apresentado na AI padrão, a literatura propõe um novo paradigma de solução de autovalidação mais eficaz baseado na AA. Neste modelo de auto-validação, os dados de entrada são representados através de uma função de primeiro grau os quais consideraram todas as fontes de incertezas assim como os erros de arredondamento e truncamento, e enquanto os resultados obtidos pela AA podem-se representar por meio de um polinômio de primeiro grau ou na forma de um intervalo (COMBA; STOL, 1993). A principal vantagem da AA é que ela mantém o controle da correlação de primeira ordem entre os valores calculados e os valores de entrada como parte do processo de cálculo para as operações primitivas, resultando em melhores estimativas de intervalo do que aquelas apresentadas pela AI padrão. Outra vantagem fornecida pela AA é a representação geométrica implícita da faixa conjunta das quantidades relacionadas, melhorando assim a eficiência do método de intervalo (NININ; MESSINE; HANSEN, 2015).

Nesse contexto, a AA tem sido usada em algumas aplicações para resolver problemas referentes da engenharia elétrica com o objetivo de obter melhores estimativas nos resultados fornecidos e para analisar o efeito das incertezas nos intervalos resultantes. Por essa razão, nas seguintes seções serão apresentados conceitos básicos sobre a AA e uma comparação com a AI no problema da dependência, com a finalidade de aplicar este novo paradigma de auto-validação na solução do problema do Sistema de Gerenciamento de Energia das microrredes considerando as incertezas.

2.2 ARITMÉTICA AFIM PADRÃO

A AA é um dos modelos de autovalidação cuja principal característica é considerar o problema da dependência inerente na AI. Por ser um modelo de autovalidação, possui a característica de fazer um seguimento dos erros de arredondamento e truncamento das quantidades calculadas assim como na AI, mas tem um atributo adicional, o qual é que considera a correlação existente entre as quantidades de entrada e saída, produzindo assim melhores estimativas de intervalo do que as fornecidas pela AI. Esse atributo adicional que apresenta a AA é útil em cálculos onde existem termos sujeitos a cancelamento, caso que não é considerado na AI.

A desvantagem da AA é a complexidade na implementação e o maior esforço computacional requerido para resolver o problema, porém, em aplicações onde a precisão é importante, a AA

é melhor opção do que a AI.

Portanto, nesta seção serão apresentados alguns dos conceitos, operações e propriedades mais importantes da AA, úteis para modelar os problemas no domínio da AA.

2.2.1 Notação

Na AA, uma quantidade $x \in R$, dada ou calculada, é representada por um polinômio de primeiro grau, que é chamado de forma afim \hat{x} de x , e tem a seguinte estrutura:

$$\hat{x} = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i \cdot \varepsilon_i = x_0 + x_1 \cdot \varepsilon_1 + \cdots + x_n \cdot \varepsilon_n \quad (1)$$

Onde, x_0 representa o valor central da forma afim \hat{x} , x_i são os coeficientes de ponto flutuante denominado desvio parcial, n é o número total de símbolos de ruído e ε_i expressa as variáveis reais simbólicas que assumem valores dentro do intervalo $U = [-1; 1]$ e são denominadas símbolo de ruído.

A somatória do módulo de cada um dos desvios parciais x_i da forma afim \hat{x} é chamada de desvio total da forma afim em relação a seu valor central e pode ser definida como:

$$r_x = \sum_{i=1}^n |x_i| = |x_1| + \cdots + |x_n| \quad (2)$$

Cada símbolo de ruído ε_i representa um componente independente da incerteza total da quantidade x . As fontes de incertezas podem ser de natureza externa, ou seja, podem ser causadas por erros de medição, falta de dados ou modelos aproximados que afetam os cálculos, ou as incertezas também podem ser de natureza interna causadas por erros de arredondamento, truncamento, aproximação de funções ou por erros de cálculos numéricos cometidos durante o processo.

É importante mencionar que duas ou mais formas afins podem compartilhar símbolos de ruído, mas não ter o mesmo número deles, uma vez que existem operações no domínio da AA que precisam ser aproximadas, e neste processo novos símbolos de ruído são gerados cuja função é o de armazenar os erros de aproximação.

2.2.2 Conversão da forma afim em intervalo

Uma quantidade x na forma afim em (1) e com um desvio parcial total igual a (2) pode ser transformado na forma de intervalo $[x^{min}; x^{max}]$ como segue:

$$[x^{min}; x^{max}] = [x_0 - r_x; x_0 + r_x] \quad (3)$$

Como o intervalo $[x^{min}; x^{max}]$ foi determinado a partir da representação da forma afim \hat{x} , então esse intervalo é o menor que contém todos os valores possíveis de \hat{x} para cada símbolo de ruído $U = [-1, 1]$ independentemente. É importante também considerar que a informação da correlação das variáveis tratadas pela AA se perde quando ela é transformada em sua forma equivalente de intervalo.

2.2.3 Conversão da forma de intervalo na forma afim

Seja uma quantidade $x \in R$ representada num intervalo de modo que $x \in [x^{min}; x^{max}]$, então o intervalo pode ser transformado na seguinte forma afim:

$$\hat{x} = x_0 + x_i \cdot \varepsilon_i \quad (4)$$

Onde, o valor central de (4) é calculado como $x_0 = (x^{min} + x^{max})/2$ e o desvio parcial é determinado fazendo $x_i = (x^{max} - x^{min})/2$. O símbolo de ruído gerado ε_i representa as incertezas da quantidade real x e se encontra no intervalo $U \in [-1; 1]$.

As conversões apresentadas são importantes, já que pode existir problemas onde os dados de entrada estão na forma de intervalo. Então para modelar o problema no domínio afim, ou seja, obter uma função de inclusão afim, é preciso transformar os intervalos em formas afins através de (4). Então os cálculos desenvolvidos na AA fornecerão formas afins resultantes, as quais por meio de (3) gerarão limites de intervalo para as variáveis do problema.

2.2.4 A geometria das formas afins

Em um processo de cálculo em que operações e formas afins são usadas, pode acontecer que duas ou mais formas afins compartilhem símbolos de ruído ε_i . Assim, um símbolo de

ruído compartilhado é aquele cujo desvio parcial correspondente a cada uma das formas afins envolvidas tem valores diferentes de zero. O resultado de haver símbolos de ruído compartilhados define a existência de uma dependência parcial de tais formas afins.

Vamos considerar duas formas afins, \hat{x} e \hat{y} :

$$\hat{x} = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i \cdot \varepsilon_i, \quad (5)$$

$$\hat{y} = y_0 + \sum_{i=1}^n y_i \cdot \varepsilon_i, \quad (6)$$

que representam as quantidades x e y , respectivamente. Assumimos que (5) e (6) compartilham os símbolos de ruído ε_i , e além disso, os desvios parciais x_i e y_i são diferentes de zero, portanto, há uma dependência parcial entre essas duas formas. Fazendo uso de (3), transformação da forma afim em intervalo, obtém-se os intervalos de (5) e (6), onde é assegurado que $x \in [x_0 - r_x; x_0 + r_x]$ e $y \in [y_0 - r_y; y_0 + r_y]$. Mas, de acordo com a dependência parcial entre x e y , o intervalo do conjunto Z não é simplesmente o retângulo $Z = X \cdot Y$ formado pelos intervalos obtidos. O intervalo conjunto será formado por todo o conjunto de valores $(x; y)$ para todas as combinações possíveis de valores $\varepsilon_i \in [-1; 1]$, ou seja, $Z = \{(x; y) : \varepsilon_i \in [-1; 1], i = 1, \dots, n\}$. A região Z resultante será um polígono convexo centralmente simétrico ao valor central $(x_0; y_0)$, chamado de zonotopo.

Generalizando para m formas afins:

$$\hat{x}_1 = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i \cdot \varepsilon_i, \quad (7)$$

$$\hat{y}_2 = y_0 + \sum_{i=1}^n y_i \cdot \varepsilon_i, \quad (8)$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\hat{w}_m = w_0 + \sum_{i=1}^n w_i \cdot \varepsilon_i \quad (9)$$

A faixa conjunta $Z = \{(x_1, y_2, \dots, w_m) : \varepsilon_i \in [-1; 1], i = 1, \dots, n\}$ resultante será um politopo convexo em R^m centralmente simétrico em (x_0, y_0, \dots, w_0) .

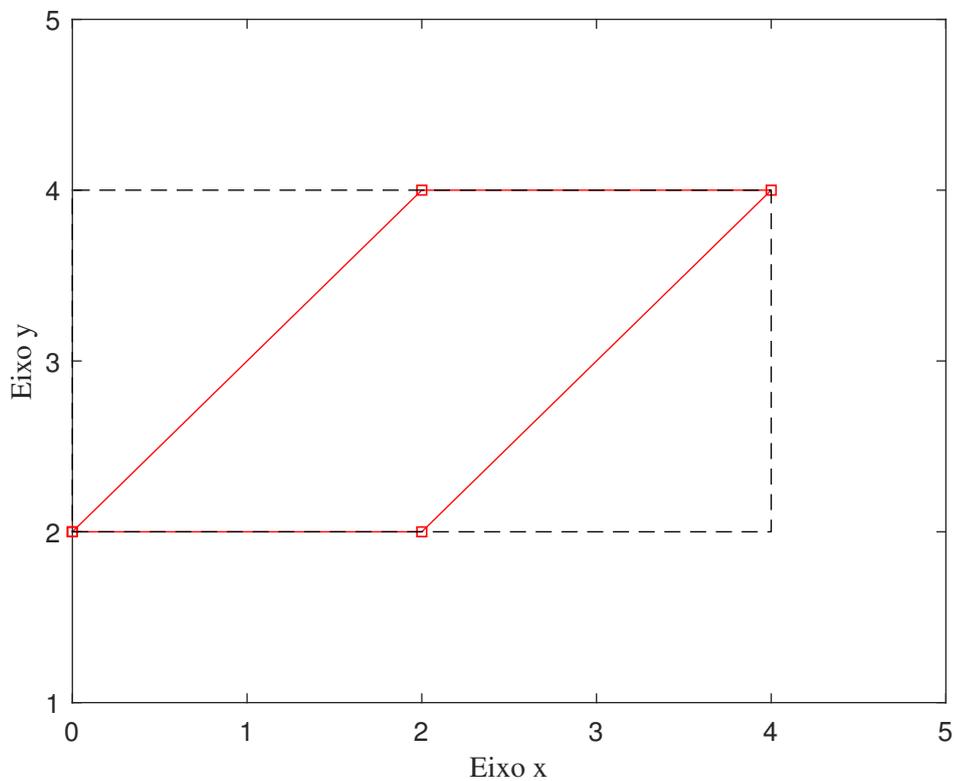
Exemplificando o problema da dependência e a faixa conjunta, temos as duas formas afins a seguir:

$$\hat{x} = 2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (10)$$

$$\hat{y} = 3 + \varepsilon_2 \quad (11)$$

Onde é observado que elas compartilham o símbolo de ruído ε_2 com desvios parciais diferentes de zero, portanto, são parcialmente dependentes. Usando a equação (3), o intervalo resultante de (10) e (11) é $x \in [0; 4]$ e $y \in [2; 4]$, respectivamente. Além disso, a faixa conjunta para os valores de $(x; y)$ é restrita à área formada pelo paralelogramo da Figura 1, esta restrição se deve à dependência entre os valores de x e y .

Figura 1 – Faixa conjunta de \hat{x} e \hat{y} parcialmente dependentes



Fonte: do próprio autor.

Sem considerar a dependência entre as quantidades x e y , a faixa conjunta seria formada por toda a área do retângulo $X \cdot Y = [0; 4] \cdot [2; 4]$ mostrado na Figura 1, o que mostra o motivo da superestimação na aritmética de intervalo.

2.2.5 Operações com a aritmética afim

Para realizar operações baseadas na AA, é preciso estender todas as operações e funções primitivas que pertencem aos números reais no domínio da AA e, então, combinando as operações primitivas, a forma afim para funções mais complexas pode ser obtida (STOLFI, J.; DE FIGUEIREDO, 2003).

2.2.5.1 Operações Afins

Seja uma operação $z \leftarrow f(x, y)$ que é uma função linear de seus argumentos, então a representação na forma afim $\hat{z} \leftarrow f(\hat{x}, \hat{y})$ é obtida expandindo e reorganizando todos os símbolos de ruído, $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$, em uma combinação afim.

A seguir, são apresentadas as operações afins, para isso considere-se duas formas afins \hat{x} e \hat{y} , e também, α e ζ que são valores que pertencem aos números reais.

$$\hat{x} \pm \hat{y} = (x_0 \pm y_0) + (x_1 \pm y_1) \cdot \varepsilon_1 + \dots + (x_n \pm y_n) \cdot \varepsilon_n \quad (12)$$

$$\alpha \cdot \hat{x} = (\alpha \cdot x_0) + (\alpha \cdot x_1) \cdot \varepsilon_1 + \dots + (\alpha \cdot x_n) \cdot \varepsilon_n \quad (13)$$

$$\hat{x} \pm \zeta = (x_0 + \zeta) + x_1 \cdot \varepsilon_1 + \dots + x_n \cdot \varepsilon_n \quad (14)$$

De acordo com as expressões de operações afins apresentadas, pode-se observar que a diferença entre duas formas afins iguais é igual a zero, uma vez que compartilham os mesmos símbolos de ruído e os mesmos coeficientes, o que mostra que a AA é capaz de reconhecer operandos que são iguais, sendo uma das vantagens sobre a AI padrão.

2.2.5.2 Operações não Afins

Operações não afins são todas aquelas resultantes de uma operação $z \leftarrow f(x, y)$ onde f é uma função não linear. Entre essas operações temos a multiplicação, divisão, potência, raiz quadrada etc. Portanto, para lidar com esse tipo de operações no domínio da AA, é preciso encontrar uma função afim aproximada e adicionar um novo termo $z_k \cdot \varepsilon_k$ que armazene o erro de aproximação.

Se \hat{x} e \hat{y} na forma afim representam as variáveis x e y , então a operação não afim z pode ser expressa como uma função dos símbolos de ruído $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$, portanto:

$$z = f(x_0 + x_1 \cdot \varepsilon_1 + \dots + x_n \cdot \varepsilon_n, y_0 + y_1 \cdot \varepsilon_1 + \dots + y_n \cdot \varepsilon_n) \quad (15)$$

$$z = f^*(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) \quad (16)$$

Onde a função $f^* : U^n \rightarrow R$. Uma vez que f^* é uma função não afim, a operação não pode ser expressa como uma combinação afim dos símbolos de ruído $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$. Por este motivo, a função f^* deve ser substituída por uma função afim aproximada $f^a(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$, mais um termo adicional $z_k \cdot \varepsilon_k$, onde $z_k = \delta$ é a magnitude do erro de aproximação e ε_k é o novo símbolo ruído gerado pela operação não afim, que deve ser diferente dos símbolos de ruído primitivos. A seleção da função afim aproximada $f^a(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ dependerá do tipo de aplicação ou operação a ser resolvida, visto que em alguns casos será necessária uma boa precisão da função aproximada ou em outros poderá ter mais flexibilidade na perda de precisão para ter eficiência ou simplicidade de código. Com essas considerações, a operação afim \hat{z} pode ser expressa da seguinte forma:

$$\hat{z} = f^a(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) + \delta \cdot \varepsilon_k \quad (17)$$

$$\hat{z} = z_0 + z_1 \cdot \varepsilon_1 + \dots + z_n \cdot \varepsilon_n + \delta \cdot \varepsilon_k \quad (18)$$

A função afim aproximada $f^a(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ de acordo com (18) tem $n + 1$ graus de liberdade para obter a forma de aproximação afim, mas existem abordagens como, a aproximação de Chebyshev e a aproximação de Min-Range, que tem três graus de liberdade só, representando $f^a(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ de uma maneira mais simples e eficiente como uma combinação linear das formas afins de entrada x e y , portanto, a função terá a seguinte forma:

$$f^a(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) = \alpha \cdot \hat{x} + \gamma \cdot \hat{y} + \xi \quad (19)$$

Onde α , γ e ξ são os três graus de liberdade da função de aproximação, os quais são calculados por meio de equações específicas que dependem do tipo de função não linear e serão apresentadas mais na frente.

Portanto, a operação afim aproximada terá a seguinte forma:

$$\hat{z} = \alpha \cdot \hat{x} + \gamma \cdot \hat{y} + \xi + \delta \cdot \varepsilon_k \quad (20)$$

Por outro lado, para as operações de uma variável, $z \leftarrow f(x)$, onde f é uma função não afim, a função afim aproximada será a seguinte:

$$f^a(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) = \alpha \cdot \hat{x} + \beta \quad (21)$$

Do mesmo modo, α e β são parâmetros os quais seus valores dependerão do tipo de função não afim que será aproximada.

Portanto, a operação afim aproximada será,

$$\hat{z} = \alpha \cdot \hat{x} + \beta + \delta \cdot \varepsilon_k \quad (22)$$

Finalmente, (20) e (22) representam as funções afim de aproximação para funções não lineares de duas e uma variável, respectivamente.

A característica principal da aproximação de Chebyshev é que ela fornece uma forma afim aproximada que minimiza o máximo erro absoluto de aproximação $|\delta|$.

Devido às funções não lineares num processo de cálculo serem inevitáveis, as funções afim aproximadas baseadas nos métodos de Chebyshev e Min-Range são apresentadas a seguir, considerando para cada operação a melhor opção (M. RUMP; KASHIWAGI, 2015; WANG *et al.*, 2019).

Multiplicação

Dadas duas formas afins \hat{x} e \hat{y} a operação da multiplicação $\hat{x} \cdot \hat{y}$ é calculada da seguinte forma:

$$\hat{x} \cdot \hat{y} = (x_0 \cdot y_0) + \sum_{i=1}^n (x_0 \cdot y_i + y_0 \cdot x_i) \cdot \varepsilon_i + \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) \cdot \varepsilon_i \cdot \varepsilon_i \quad (23)$$

Como pode ser visto em (23) os dois primeiros termos estão representados como uma forma afim, porém, o último termo é uma expressão não afim. Portanto, a seguir é apresentada a aproximação afim mais simples para a aproximação da operação da multiplicação:

$$\hat{x} \cdot \hat{y} = (x_0 \cdot y_0) + \sum_{i=1}^n (x_0 \cdot y_i + y_0 \cdot x_i) \cdot \varepsilon_i + \left(\sum_{i=1}^n |x_i| \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n |y_i| \right) \cdot \varepsilon_k \quad (24)$$

Onde o símbolo afim ε_k é gerado pela aproximação da operação não afim e seu respectivo coeficiente armazena o erro de aproximação. Além disso, o novo símbolo de ruído ε_k é considerado independente dos símbolos primitivos ε_i .

Divisão

A divisão de duas formas afins \hat{x} e \hat{y} é considerada uma operação não afim e é apresentada em (25).

$$\frac{\hat{x}}{\hat{y}} = \hat{x} \cdot \left(\frac{1}{\hat{y}}\right) \quad (25)$$

Onde em (25) a operação da multiplicação foi já definida em (24), porém, falta desenvolver a operação $\hat{z} = 1/\hat{y}$ que é uma operação não afim e precisa ser aproximada. A forma afim aproximada para \hat{z} terá seguinte forma:

$$\hat{z} = \frac{1}{\hat{y}} = \alpha \cdot \hat{x} + \beta + \delta \cdot \varepsilon_k \quad (26)$$

Os parâmetros α , β e δ em (26) são determinados por meio da aproximação de Chebyshev e são calculados nas seguintes equações:

$$\alpha = -\frac{1}{a \cdot b} \quad (27)$$

$$\beta = \frac{1}{2 \cdot a} + \frac{1}{2 \cdot b} + \frac{1}{\sqrt{a \cdot b}} \quad (28)$$

$$\delta = \left| \frac{1}{2 \cdot a} + \frac{1}{2 \cdot b} + \frac{1}{\sqrt{a \cdot b}} \right| \quad (29)$$

Onde a e b são os limites inferior e superior do intervalo estabelecido pela forma afim \hat{y} , ou seja, $a = y_0 - r_y$ e $b = y_0 + r_y$.

Portanto, a operação da divisão é transformada na multiplicação de duas formas afins e é apresentada a seguir:

$$\frac{\hat{x}}{\hat{y}} = \hat{x} \cdot \hat{z} \quad (30)$$

Finalmente, a operação pode ser desenvolvida usando (24).

Raiz quadrada

Dada uma forma afim \hat{x} , a operação $\hat{z} = \sqrt{\hat{x}}$ define uma operação não afim, deste modo a forma afim aproximada que representa tal operação terá a seguinte forma:

$$\hat{z} = \sqrt{\hat{x}} = \alpha \cdot \hat{x} + \beta + \delta \cdot \varepsilon_k \quad (31)$$

os parâmetros α , β e δ para a função de aproximação de Chebyshev, podem ser obtidos por meio das seguintes equações:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad (32)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{8} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) \quad (33)$$

$$\delta = \left| \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{(\sqrt{b} - \sqrt{a})^2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) \right| \quad (34)$$

Onde a e b definem o limite inferior e superior do intervalo fornecido pela forma afim \hat{x} , e são calculados usando a formulação dada em (3) para a conversão de uma forma afim em intervalo.

Arco tangente

A operação não afim $\hat{z} = \arctan(\hat{x})$ pode ser representada pela seguinte forma afim aproximada:

$$\hat{z} = \arctan(\hat{x}) = \alpha \cdot \hat{x} + \beta + \delta \cdot \varepsilon_k \quad (35)$$

Onde para calcular os parâmetros α , β e δ é preciso analisar dois casos em relação ao intervalo $[a; b]$ fornecido pela forma afim \hat{x} . Essa análise prévia é devido a que a função arco tangente varia sua propriedade de concavidade e convexidade ao redor de zero.

Baseado nessa explicação, o primeiro caso da análise é quando $0 \notin [a; b]$. Nesta situação o método de aproximação de Chebyshev pode ser aplicado, já que as propriedades de concavidade e convexidade da função não mudam no intervalo $[a; b]$, então nesse contexto os parâmetros para a função de aproximação de Chebyshev são os seguintes:

$$\alpha = \frac{\arctan(b) - \arctan(a)}{b - a} \quad (36)$$

$$u = \begin{cases} \sqrt{(1/\alpha) - 1} & \text{se } b > a > 0, \\ -\sqrt{(1/\alpha) - 1} & \text{se } 0 > b > a \end{cases}$$

$$\beta = \frac{\arctan(u) + \arctan(a) - \alpha \cdot u - \alpha \cdot a}{2} \quad (37)$$

$$\delta = \begin{cases} (\arctan(u) - \arctan(a) - \alpha \cdot u + \alpha \cdot a)/2 & \text{se } b > a > 0, \\ (\arctan(a) - \arctan(u) + \alpha \cdot u - \alpha \cdot a)/2 & \text{se } 0 > b > a \end{cases}$$

O segundo caso de análise é quando $0 \in [a; b]$. Quando isso acontece as propriedades de concavidade e convexidade da função arco tangente variam dentro do intervalo estabelecido, cancelando a possibilidade de usar o método de aproximação de Chebyshev. Então, para este tipo de intervalos o método de aproximação Min-Range pode fornecer uma função de aproximação calculando os parâmetros como segue,

$$\alpha = \frac{1}{1 + a^2} \quad (38)$$

$$\beta = \frac{\arctan(a) + \arctan(b) - \alpha \cdot (a + b)}{2} \quad (39)$$

$$\delta = \frac{\arctan(b) - \arctan(a) - \alpha \cdot (b - a)}{2} \quad (40)$$

2.2.6 Desvantagem de usar a aritmética afim padrão

Uma das desvantagens de usar a AA padrão é o crescimento do tamanho das formas afins devido a que cada operação não afim produz um novo termo adicional, ou seja, se há m operações não afins, o problema terá mais m símbolos de ruído adicionais independentes uns dos outros. Em aplicações práticas o aumento das variáveis afim produzido pelo uso da AA padrão pode levar um esforço computacional maior (SKALNA; HLADÍK, 2017).

2.3 NOVA FORMA AFIM AF1

Para lidar com o crescimento das formas afins produzido pela inserção de um novo símbolo de ruído cada vez que há uma operação não afim, (MESSINE, 2002) propõe uma extensão da formas afins padrão, denominado AF1. A característica principal dessa abordagem é que ela fixa o tamanho das formas afins, inserindo um único símbolo de ruído adicional que representará os erros de aproximação de todas as operações não afins presentes num problema.

Como na AA padrão, AF1 produzirá limites garantidos para as quantidades envolvidas nos cálculos, considerando as incertezas nos dados de entrada, bem como erros de arredondamento e truncamento. Além disso, a característica de correlação entre as quantidades de entrada e saída é mantida para a abordagem AF1. Deste modo, a formulação dessa abordagem e as operações no domínio da AA é apresentada a seguir.

2.3.1 Notação

A representação de uma quantidade parcialmente desconhecida $x \in R$ pode ser escrita numa forma afim AF1 da seguinte maneira:

$$\hat{x} = x_0 + \sum_{i=1}^n x_i \cdot \varepsilon_i + x_{n+1} \cdot \varepsilon_{n+1} \quad (41)$$

Onde, $x_{n+1} \cdot \varepsilon_{n+1}$ é o único termo adicional que terá a forma afim e representará os erros de aproximação de todas as operações não afins. Além disso, a magnitude do erro de aproximação x_{n+1} será um valor positivo e o símbolo de ruído ε_{n+1} assume valores entre $U = [-1, 1]$ e será independente dos símbolos de ruído primitivos ε_i .

O tamanho da forma afim (41) e de outras formas afins envolvidas durante um processo de cálculo será igual a $n + 1$ símbolos de ruído e permanecerá assim em todo o processo.

2.3.2 Operações com a nova forma afim AF1

Do mesmo modo feito na AA padrão, para avaliar funções no domínio da AA AF1, cada operação elementar no domínio dos números reais deve ser transformada em sua forma equivalente na AA AF1.

Nesse contexto, as operações com funções afins AAF1, tais como, a soma, subtração,

multiplicação por um escalar e a soma com um escalar, são fáceis de avaliar, já que são combinações lineares dos símbolos de ruído das formas afins presentes. Dessa maneira, sejam \hat{x} e \hat{y} duas formas afins como em (41), então as operações primitivas das formas afins AF1 são expressadas em (42)-(44).

$$\hat{x} \pm \hat{y} = (x_0 \pm y_0) + \sum_{i=1}^n (x_i \pm y_i) \cdot \varepsilon_i + (x_{n+1} + y_{n+1}) \cdot \varepsilon_{n+1} \quad (42)$$

$$a \pm \hat{x} = (a \pm x_0) \pm \sum_{i=1}^n x_i \cdot \varepsilon_i + |x_{n+1}| \cdot \varepsilon_{n+1} \quad (43)$$

$$a \cdot \hat{x} = (a \cdot x_0) + \sum_{i=1}^n (a \cdot x_i) \cdot \varepsilon_i + (|a| \cdot x_{n+1}) \cdot \varepsilon_{n+1} \quad (44)$$

As operações não afins como no caso da divisão, raiz quadrada e arco tangente são representadas considerando funções afins aproximadas, que são combinações lineares das formas afins envolvidas na operação, do mesmo modo feito na seção 2.2.5. Portanto, as equações para tais operações são as mesmas, no entanto, a expressão afim da multiplicação é diferente na magnitude do erro de aproximação e é apresentada em (45).

$$\begin{aligned} \hat{x} \cdot \hat{y} = & (x_0 \cdot y_0) + \sum_{i=1}^n (x_0 \cdot y_i + y_0 \cdot x_i) \cdot \varepsilon_i + \\ & \left(|x_0| \cdot y_{n+1} + |y_0| \cdot x_{n+1} + \sum_{i=1}^{n+1} |x_i| \cdot \sum_{i=1}^{n+1} |y_i| \right) \cdot \varepsilon_{n+1} \end{aligned} \quad (45)$$

Esta abordagem é útil para problemas de otimização de grande porte, pois a derivação do problema no domínio AA envolve uma grande quantidade de operações não afins, desta forma esta abordagem evita o crescimento excessivo das formas afins, devido ao aumento do número de símbolos de ruído, e ao mesmo tempo impede um esforço computacional considerável na solução do problema resultante.

Os conceitos apresentados sobre a AA neste Capítulo são necessários para a obtenção de um modelo matemático no domínio da AA, e junto com as definições que serão estabelecidas no Capítulo 3, será possível a resolução de problemas de otimização lineares e não lineares baseados na AA.

3 Método de solução para os problemas de programação sob incertezas baseados em AA

O presente Capítulo dedica-se à explanação da estrutura unificada para resolver problemas de otimização lineares e não lineares sob incertezas usando a técnica da AA, bem como um conjunto de operadores afins necessários para obter um problema de otimização multiobjectivo equivalente baseado na AA.

3.1 ESTRUTURA UNIFICADA PARA RESOLVER PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO BASEADOS EM AA

Em Vaccaro e Canizares (2017) é apresentado um método de solução para problemas de otimização lineares e não lineares sob incertezas produzidos pelos dados de entrada. A abordagem desenvolvida é baseada na aritmética afim (AA) a qual reformula o problema em um equivalente multiobjetivo determinístico considerando um conjunto de operadores afins, de minimização, desigualdade e igualdade.

Então, seja (46)-(48) um problema de otimização não linear:

$$\text{minimize } f(x, y) \quad (46)$$

sujeito a :

$$g_i(x, y) = 0 \quad \forall i \in (1 \cdots m) \quad (47)$$

$$h_j(x, y) \leq 0 \quad \forall j \in (1 \cdots n) \quad (48)$$

Onde, x e y são variáveis incertas, f representa a função objetivo do problema, g_i é o conjunto de restrições de igualdade e h_j expressa as restrições de desigualdade. Todas as funções são caracterizadas por serem contínuas e diferenciáveis.

Com a finalidade de resolver o problema de otimização incerto (46)-(48) no domínio da aritmética afim (AA) a função objetivo e as restrições devem ser transformadas na sua forma afim equivalente. Isso é feito por meio das operações afins apresentadas na seção anterior. Portanto, o problema de otimização no domínio da aritmética afim (AA) é o seguinte:

$$\text{minimize } \hat{f}(\hat{x}, \hat{y}) \quad (49)$$

sujeito a :

$$\hat{g}_i(\hat{x}, \hat{y}) = 0 \quad \forall i \in (1 \cdots m) \quad (50)$$

$$\hat{h}_j(\hat{x}, \hat{y}) \leq 0 \quad \forall j \in (1 \cdots n) \quad (51)$$

Onde, \hat{x} e \hat{y} são as formas afins das variáveis x e y , respectivamente, as quais consideram as incertezas através de seus desvios parciais. \hat{f} é a função objetivo representada no domínio da aritmética afim (AA). \hat{g}_i representa as formas afim do conjunto de restrições de igualdade e \hat{h}_j expressa o conjunto de restrições de desigualdade na forma afim.

Depois de obter o modelo na forma afim, (49)-(51), a solução dele pode ser feita através da definição de um conjunto de operadores de minimização, desigualdade e igualdade no domínio da AA. Deve-se considerar que a aplicação dos operadores é diferente para o tipo de restrições não intertemporais que para o tipo de restrições intertemporais. Onde, as restrições intertemporais são aquelas consideradas em problemas de otimização onde é envolvido uma otimização para um horizonte de tempo, ou seja, o resultado num instante de tempo t pode afetar outro instante de tempo $t + 1$, enquanto as restrições não intertemporais não têm relação no tempo.

Nesse contexto, define-se a continuação o conjunto de operadores baseados na AA para restrições não intertemporais e intertemporais (ROMERO-QUETE; GARCIA, 2019; VACCARO; CANIZARES, 2017):

3.1.1 Operadores para restrições não intertemporais

3.1.1.1 Operador de similaridade para duas formas afins

Um operador de igualdade de duas formas afins é muito difícil que seja satisfeito na resolução de problemas de otimização baseado na aritmética afim (AA), pelo motivo da presença de operações não afins, as quais implicam erros de aproximação e erros de arredondamento nas formas afins resultantes. Então para resolver tal problema um operador de similaridade de duas formas afins é definido assim:

Sejam \hat{x} e \hat{y} duas formas afins que têm as seguintes formas afins na extensão AF1:

$$\hat{x} = x_0 + \sum_{h=1}^{rp} x_h \cdot \varepsilon_h + x_k \cdot \varepsilon_k \quad (52)$$

$$\hat{y} = y_0 + \sum_{h=1}^{rg} y_h \cdot \varepsilon_h + y_k \cdot \varepsilon_k \quad (53)$$

Onde, x_0 e y_0 representam o valor central da forma afim, x_h e y_h são os desvios parciais que representam a magnitude das incertezas, x_k e y_k são as magnitudes dos erros de aproximação, ε_h expressam os símbolos de ruído primitivos, rp e rg são as quantidades de símbolos de ruído para \hat{x} e \hat{y} respectivamente, e ε_k é o único símbolo ruído gerado por todas as operações não afins.

Então, (52) e (53) são semelhantes com um grau de aproximação Lxy , se e somente se, os valores centrais e os desvios parciais de cada um dos símbolos de ruído primitivos são iguais, ou seja:

$$\{x_0 = y_0, x_h = y_h \quad \forall h \in (1 \cdots rp + rg)\} \wedge \{Lxy = |x_k| + |y_k|\} \quad (54)$$

3.1.1.2 Operador de desigualdade para duas formas afins

O operador de desigualdade é baseado na comparação dos limites de duas formas afins, onde, os limites são obtidos por meio da conversão da forma afim em intervalo, fornecido na equação (3).

Nesse contexto, sejam \hat{x} e \hat{y} duas formas afins com a estrutura fornecida em (52) e (53), onde seus limites são os seguintes, respectivamente:

$$[x^{min}, x^{max}] = \left[x_0 - \left(\sum_{h=1}^{rp} |x_h| + |x_k| \right), x_0 + \left(\sum_{h=1}^{rp} |x_h| + |x_k| \right) \right] \quad (55)$$

$$[y^{min}, y^{max}] = \left[y_0 - \left(\sum_{h=1}^{rg} |y_h| + |y_k| \right), y_0 + \left(\sum_{h=1}^{rg} |y_h| + |y_k| \right) \right] \quad (56)$$

Então, \hat{x} será menor que \hat{y} , se e somente se, o limite superior de \hat{x} for menor do que o limite inferior de \hat{y} , ou seja:

$$x^{max} < y^{min} \quad (57)$$

3.1.1.3 Operador de minimização

Seja, \hat{f} uma função no domínio da aritmética afim (AA) e \hat{x} e \hat{y} duas formas afins, (52) e (53), então (58) define a função objetivo de um problema de otimização baseada na aritmética afim (AA).

$$\text{minimize } \hat{f}(\hat{x}, \hat{y}) = f_0(x_0, y_0) + \sum_{h=1}^{rp+rg} f_h(x_h, y_h) \cdot \varepsilon_h + f_k(x_k, y_k) \cdot \varepsilon_k \quad (58)$$

Onde, $f_0(x_0, y_0)$ representa o valor central da função objetivo, $f_h(x_h, y_h)$ é o desvio parcial em relação as fontes de incerteza h e $f_k(x_k, y_k) \cdot \varepsilon_k$ é o termo gerado por todas as operações não afins.

Então, o operador de minimização estabelece que a função objetivo (58) pode ser escrita em um problema de minimização multiobjectivo equivalente, como segue:

$$\text{minimize } \left\{ f_0(x_0, y_0), \sum_{h=1}^{rp+rg} |f_h(x_h, y_h)| + |f_k(x_k, y_k)| \right\} \quad (59)$$

Onde, em (59), o primeiro objetivo visa minimizar os valores centrais $f_0(x_0, y_0)$ sem considerar o efeito das incertezas representado nas expressões dos símbolos de ruído, enquanto, o segundo objetivo $\sum_{h=1}^{rp+rg} |f_h(x_h, y_h)| + |f_k(x_k, y_k)|$ faz referência à minimização dos desvios parciais das formas afim, isto é, considerando as incertezas provenientes dos dados de entrada.

3.1.2 Operadores para restrições intertemporais

Os operadores definidos anteriormente não podem ser aplicados diretamente para este tipo de restrições devido a que eles asseguram que os símbolos de ruído das formas afim envolvidas nas restrições devem ser iguais em qualquer instante de tempo, enquanto que nas restrições

intertemporais não é possível ter a certeza de que para dois instantes de tempo diferentes os símbolos de ruído ε_{t-1} e ε_t sejam iguais.

3.1.2.1 Operador de desigualdade para duas formas afins

Sejam \hat{x}_t e \hat{y}_{t-1} duas formas afins em diferentes instantes de tempo, t e $t-1$, as quais que têm as seguintes formas afins:

$$\hat{x}_t = x_{0_t} + \sum_{h=1}^{rp} x_{t,h} \cdot \varepsilon_{t,h} \quad (60)$$

$$\hat{x}_{t-1} = x_{0_{t-1}} + \sum_{h=1}^{rg} x_{t-1,h} \cdot \varepsilon_{t-1,h} \quad (61)$$

Onde, x_{0_t} e $x_{0_{t-1}}$ representam o valor central da forma afim em o tempo t e $t-1$, respectivamente, $x_{t,h}$ e $x_{t-1,h}$ são os desvios parciais que representam a magnitude das incerteza no instante de tempo t e $t-1$, $\varepsilon_{t,h}$ e $\varepsilon_{t-1,h}$ expressam os símbolos de ruído primitivos em diferentes instantes de tempo, rp e rg são as quantidades de símbolos de ruído para \hat{x}_t e \hat{x}_{t-1} respectivamente.

Então, uma restrição de desigualdade intertemporal entre duas formas afins é tratado através da conversão das formas afins na forma de intervalo usando a equação (3). Portanto, as expressões (62)-(63) fornecem a representão em intervalo das formas afins (60) e (61), respectivamente.

$$[x_t^{min}, x_t^{max}] = \left[x_{0_t} - \left(\sum_{h=1}^{rp} |x_{t,h}| \right), x_{0_t} + \left(\sum_{h=1}^{rp} |x_{t,h}| \right) \right] \quad (62)$$

$$[x_{t-1}^{min}, x_{t-1}^{max}] = \left[x_{0_{t-1}} - \left(\sum_{h=1}^{rg} |x_{t-1,h}| \right), x_{0_{t-1}} + \left(\sum_{h=1}^{rg} |x_{t-1,h}| \right) \right] \quad (63)$$

Então, \hat{x}_t será menor que \hat{x}_{t-1} , se e somente se, o limite superior de \hat{x}_t for menor do que o limite inferior de \hat{x}_{t-1} , sem importar qual seja o valor dos símbolos de ruído envolvidos, ou seja:

$$x_t^{max} < x_{t-1}^{min} \quad (64)$$

3.1.2.2 Operador de similaridade para duas formas afins

Baseado na dificuldade envolvida na definição apresentada em 3.1.1.1 para tratar restrições intertemporais de igualdade é preciso formular elas através de uma aproximação. Então, sejam (60) e (61) duas formas afins em instantes de tempo diferentes, a reformulação é fundamentada na igualdade dos valores centrais e na igualdade dos desvios parciais das formas afins, assim:

$$x_{0_t} = x_{0_{t-1}} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (65)$$

$$\sum_{h=1}^{rp} |x_{t,h}| = \sum_{h=1}^{rg} |x_{t-1,h}| \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (66)$$

É importante mencionar que as formas afins por meio da aproximação fornecida em (65) e (66) não garanti uma igualdade das formas afins para todos os instantes de tempo devido a que os símbolos de erro não necessariamente vão ser iguais durante o horizonte de otimização. Mas, a vantagem de usar esta aproximação é que para qualquer realização em um instante de tempo t o valor de \hat{x}_t vai ficar sempre dentro da faixa estabelecida pela forma afim.

Fundamentado nos operadores de similaridade, igualdade e minimização, definidos anteriormente, o problema de otimização baseado na aritmética afim (AA) (49)-(51) pode ser formulado como um problema de otimização multiobjectivo determinístico equivalente como segue:

$$\text{minimize} \left\{ f_0(x_0, y_0), \sum_{h=1}^{rp+rg} |f_h(x_h, y_h)| + |f_k(x_k, y_k)| \right\} \quad (67)$$

sujeito a :

$$\hat{g}_i(\hat{x}, \hat{y}) \stackrel{a}{\approx} 0 \quad \forall i \in (1 \cdots m) \quad (68)$$

$$\hat{h}_j(\hat{x}, \hat{y}) \stackrel{a}{\leq} 0 \quad \forall j \in (1 \cdots n) \quad (69)$$

Finalmente, a solução do problema de otimização estabelecido em (49)-(51) é fornecido

resolvendo o problema equivalente multiobjectivo (67)-(69). Então uma abordagem possível para solucionar tal problema, é um algoritmo de duas fases, o qual descompõe o problema de otimização em dois subproblemas. Ou seja, na primeira fase o problema será considerado sem o efeito das incertezas. A resolução dessa fase fornecerá todos os valores centrais das variáveis afins. Então, a primeira fase é definida pelo seguinte modelo de programação determinístico:

$$\text{minimize } \{f_0(x_0, y_0)\} \quad (70)$$

sujeito a :

$$\hat{g}_i(x_0, y_0) \stackrel{a}{\approx} 0 \quad \forall i \in (1 \cdots m) \quad (71)$$

$$\hat{h}_j(x_0, y_0) \stackrel{a}{\leq} 0 \quad \forall j \in (1 \cdots n) \quad (72)$$

Na segunda fase, todos os desvios parciais das formas afins são estabelecidos como as variáveis do problema de otimização. Nesta fase deve-se considerar o efeito das fontes de incerteza produzido pelos dados de entrada. Portanto, a resolução do seguinte modelo fornecerá os desvios parciais das formas afins.

$$\text{minimize } \left\{ \sum_{h=1}^{rp+rg} |f_h(x_h, y_h)| + |f_k(x_k, y_k)| \right\} \quad (73)$$

sujeito a :

$$\hat{g}_i(x_1, y_1, \dots, x_{rp}, y_{rg}, x_k, y_k) \stackrel{a}{\approx} 0 \quad \forall i \in (1 \cdots m) \quad (74)$$

$$\hat{h}_j(x_1, y_1, \dots, x_{rp}, y_{rg}, x_k, y_k) \stackrel{a}{\leq} 0 \quad \forall j \in (1 \cdots n) \quad (75)$$

Os valores centrais e desvios parciais obtidos pela resolução do problema de otimização multiobjetivo (67)-(69) devem ser substituídos nas variáveis afins de modo a, depois da conversão em uma forma de intervalo, obter os limites operativos dessas variáveis quando estão sob o efeito das incertezas.

Outra abordagem para resolver o problema de otimização multiobjectivo (67)-(69) pode ser o método de soma ponderada, e cuja aplicação fornece o modelo (76)-(78).

$$\text{minimize FO} = w \cdot \left(f_0(x_0, y_0) \right) + (1 - w) \cdot \left(\sum_{h=1}^{rp+rg} |f_h(x_h, y_h)| + |f_k(x_k, y_k)| \right) \quad (76)$$

sujeito a :

$$\hat{g}_i(\hat{x}, \hat{y}) \stackrel{a}{\approx} 0 \quad \forall i \in (1 \cdots m) \quad (77)$$

$$\hat{h}_j(\hat{x}, \hat{y}) \stackrel{a}{\leq} 0 \quad \forall j \in (1 \cdots n) \quad (78)$$

Onde, as funções objetivas envolvidas no modelo são otimizadas simultaneamente de acordo ao grau de conservadorismo escolhido em relação as incertezas. Neste caso, o parâmetro w representa tal grau de conservadorismo e pode pegar valores entre $[0, 1]$. Os resultados fornecidos pelo problema são os valores centrais e desvios parciais das variáveis de estado cujo intervalo de solução é obtido através da conversão da forma afim resultante a seu intervalo respectivo, explicado no Capítulo anterior.

Os conceitos definidos neste Capítulo em relação à estrutura unificada para resolver problemas de otimização baseados na AA e o conjunto de operadores para restrições intertemporais e não intertemporais, bem como as operações afins e não afins definidas no Capítulo 2 serão usados nos Capítulos 4 e 5 para formular e resolver os problemas de otimização de fluxos de potência trifásico e o problema do SGE, respectivamente.

4 APLICAÇÃO DA ARITMÉTICA AFIM AO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Este Capítulo apresenta a dedução e avaliação de um modelo matemático baseado na AA para o problema de fluxos de potência ótimo trifásico considerando as incertezas na carga e nas fontes de geração renovável. O problema será modelado usando as operações afins da extensão da AA AF1 e será resolvido através do método de solução unificado baseado na AA apresentado no Capítulo 3. O modelo resultante baseado na AA será avaliado num sistema de teste trifásico desbalanceado de 25 barras e os intervalos resultantes obtidos pela formulação matemática deduzida serão comparados com os intervalos fornecidos pelo método de Monte Carlo. A finalidade deste Capítulo é compreender as vantagens e características que a metodologia da AA fornece para a análise dos dados incertos.

4.1 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO BASEADO EM ARITMÉTICA AFIM

Em uma formulação matemática para o fluxo de potência monofásico baseado em AA, a modelagem considera que os desvios parciais envolvidos representam a magnitude da incerteza em uma barra n em relação a todas as fontes de incerteza h em uma mesma fase, isto é, o desvio parcial não é afetado pelo que acontece nas outras fases. Porém, para sistemas de distribuição trifásicos desbalanceados, as variáveis afins da tensão em uma barra n e fase f devem considerar no desvio parcial correspondente o efeito das fontes de incerteza h para todas as fases l .

Com essa consideração, a continuação apresenta-se a dedução de uma formulação matemática baseada em AA para o problema de fluxos de potência trifásicos desbalanceados.

4.1.1 Dedução das formas afins

Para deduzir as expressões do fluxo de potência trifásica baseado em AA, é necessário estabelecer o modelo determinístico de fluxo de potência, definir as variáveis de estado de tensão no domínio da AA e formular os dados de entrada incertos, de carga e geração renovável, na forma afim. Posterior à definição do modelo determinístico, as variáveis de estado e os dados incertos na forma afim, o modelo baseado na AA é obtido através das operações no domínio da AA, bem como as aproximações de Chebyshev ou Min-Range, descritas no Capítulo 2. É

importante mencionar que para evitar o problema do crescimento do número de símbolos de ruído, produto das operações não afins, serão usadas as operações definidas na nova forma afim AF1, seção 2.3.

Primeiro, define-se o modelo determinístico de fluxos de potência trifásico, necessário para a dedução das equações no domínio da AA, o qual é um modelo de programação não linear e é apresentado em (79)-(91).

$$\text{minimize } P_{LOSS} = \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \sum_{f \in \mathcal{F}} R_{nm,f,f} \cdot \left[(I_{re_{nm,f}})^2 + (I_{im_{nm,f}})^2 \right] \quad (79)$$

sujeito a :

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{re_{mn,f}} + I_{gre_{n,f}}^{GR} + I_{gre_{n,f}}^{SE} = Id_{re_{n,f}} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{re_{nm,f}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (80)$$

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{im_{mn,f}} + I_{gim_{n,f}}^{GR} + I_{gim_{n,f}}^{SE} = Id_{im_{n,f}} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{im_{nm,f}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (81)$$

$$V_{re_{n,f}} - V_{re_{m,f}} = \sum_{k \in \mathcal{F}} \left(R_{nm,f,k} \cdot I_{re_{nm,k}} - X_{nm,f,k} \cdot I_{im_{nm,k}} \right) \quad \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \quad (82)$$

$$V_{im_{n,f}} - V_{im_{m,f}} = \sum_{k \in \mathcal{F}} \left(X_{nm,f,k} \cdot I_{re_{nm,k}} - R_{nm,f,k} \cdot I_{im_{nm,k}} \right) \quad \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \quad (83)$$

$$Id_{re_{n,f}} = \frac{P_{d_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f}} + Q_{d_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f}}}{(V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (84)$$

$$Id_{im_{n,f}} = \frac{-Q_{d_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f}} + P_{d_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f}}}{(V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (85)$$

$$I_{gre_{n,f}}^{GR} = \frac{P_{g_{n,f}}^{GR} \cdot V_{re_{n,f}} + Q_{g_{n,f}}^{GR} \cdot V_{im_{n,f}}}{(V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (86)$$

$$I_{gim_{n,f}}^{GR} = \frac{-Q_{g_{n,f}}^{GR} \cdot V_{re_{n,f}} + P_{g_{n,f}}^{GR} \cdot V_{im_{n,f}}}{(V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (87)$$

$$I_{gre_{n,f}}^{SE} = \frac{P_{g_{n,f}}^{SE} \cdot V_{re_{n,f}} + Q_{g_{n,f}}^{SE} \cdot V_{im_{n,f}}}{(V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2} \quad \forall f \in \mathcal{F} \quad (88)$$

$$I_{gim_{n,f}}^{SE} = \frac{-Q_{g_{n,f}}^{SE} \cdot V_{re_{n,f}} + P_{g_{n,f}}^{SE} \cdot V_{im_{n,f}}}{(V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2} \quad \forall f \in \mathcal{F} \quad (89)$$

$$(I_{nm}^{min})^2 \leq (I_{re_{nm,f}})^2 + (I_{im_{nm,f}})^2 \leq (I_{nm}^{max})^2 \quad \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \quad (90)$$

$$(V_{n,f}^{min})^2 \leq (V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2 \leq (V_{n,f}^{max})^2 \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (91)$$

A equação (79) representa a função objetivo do modelo, a qual visa minimizar as perdas de potência trifásica totais do sistema de distribuição. As equações (80) e (81) estão compostas pela

componente real e imaginária da corrente na linha, da corrente de geração renovável, da corrente de geração da subestação e da corrente de carga, portanto, cada uma das equações expressa a equação de balanço de corrente nas barras $n \in \mathcal{N}$ e fases $f \in \mathcal{F}$. As quedas de tensão numa linha $nm \in \mathcal{L}$ e fases f são definidas por meio das componentes real e imaginária das equações apresentadas em (82) e (83). Devido às cargas serem representadas como potências ativas e reativas constantes, as formulações (84) e (85) definem as componentes real e imaginária da injeção de corrente de carga nas barras $n \in \mathcal{N}$ e fases $f \in \mathcal{F}$. As restrições (86) e (87) expressam as componentes real e imaginária da injeção de corrente das fontes de geração renovável. As equações (88) e (89) representam as componentes real e imaginária da corrente gerada pela subestação na barra $s \in \mathcal{SE}$ e fases $f \in \mathcal{F}$. (90) fornece o limite para a corrente nas linhas $nm \in \mathcal{L}$ e fases $f \in \mathcal{F}$. Finalmente, a restrição (91) é estabelecida para manter os limites de tensão nas barras $n \in \mathcal{N}$ dentro da faixa definida pela tensão mínima e máxima permitida.

Segundo, a representação das componentes real e imaginária da tensão na forma afim em cada barra $n \in \mathcal{N}$ e fase $f \in \mathcal{F}$, e que considera as incertezas dos dados previstos de potência de carga e geração renovável, são exibidas nas equações (92) e (93).

$$\hat{V}_{re_{n,f}} = V_{re0_{n,f}} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{re_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{re_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (92)$$

$$\hat{V}_{im_{n,f}} = V_{im0_{n,f}} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{im_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{im_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (93)$$

Onde, $V_{re0_{n,f}}$ e $V_{im0_{n,f}}$ são os valores determinísticos das formas afins nas barras n e fases f , $V_{re_{n,f,h,l}}$ e $V_{im_{n,f,h,l}}$ estabelecem os desvios parciais nas barras n e fases f em relação às fontes de incertezas produzidas pelas potências de carga, $h \in (1..rp)$, e geração renovável, $h \in (rp+1..rg)$, e nas fases l . Então, as componentes real e imaginária da tensão em cada barra n e fase f considerará o efeito de todas as incertezas h e fases l em cada uma delas.

Por outro lado, as equações na forma afim que expressam os parâmetros da potência ativa e reativa de carga e geração renovável com as incertezas produzidas pelos erros de previsão são definidas em (94)-(97).

$$\hat{P}_{d_{n,f}} = P_{d0_{n,f}} + P_{d_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (94)$$

$$\hat{Q}_{d_{n,f}} = Q_{d0_{n,f}} + Q_{d_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (95)$$

$$\hat{P}_{g_{n,f}}^{GR} = P_{g0_{n,f}}^{GR} + P_{g_{n,f,h,l}}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (96)$$

$$\hat{Q}_{gn,f}^{GR} = Q_{g0_{n,f}}^{GR} + Q_{gn,f,h,l}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (97)$$

Onde, (94) e (95) representam as formas afins das potências de cargas ativa e reativa nas barras n e fase f , respectivamente, enquanto que, (96) e (97) são as formas afins para as potências de geração renovável ativa e reativa, respectivamente. Normalmente, os valores centrais e as tolerâncias de flutuação das potências de carga e geração renovável são fornecidos por meio de uma análise estatística prévia, então, baseado nesses dados, os desvios parciais podem ser calculados multiplicando o valor central pela tolerância de flutuação para cada uma das equações de potência apresentadas.

Fundamentado nas variáveis afins das componentes real e imaginária de tensão mostradas em (92) e (93), na potência de carga e geração apresentadas em (94)-(97) e nas equações para o modelo de fluxo de potência determinístico em (79)-(91), é possível obter as seguintes formas afins para o modelo de fluxo de potência baseado em AA.

4.1.1.1 Formas afins das componentes real e imaginária da corrente na linha nm

Começa-se pelas equações determinísticas para as quedas de tensão definidas em (82) e (83), as quais são reformuladas para assim conseguir a corrente determinística nas linhas nm em função das componentes real e imaginária da tensão, obtendo-se as seguintes equações determinísticas.

$$I_{re_{nm},f} = \left[\sum_{p \in \mathcal{F}} r_{nm,f,p} \cdot \left(V_{re_{n,p}} - V_{re_{m,p}} \right) - \sum_{p \in \mathcal{F}} x_{nm,f,p} \cdot \left(V_{im_{n,p}} - V_{im_{m,p}} \right) \right] \quad \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (98)$$

$$I_{im_{nm},f} = \left[\sum_{p \in \mathcal{F}} r_{nm,f,p} \cdot \left(V_{im_{n,p}} - V_{im_{m,p}} \right) + \sum_{p \in \mathcal{F}} x_{nm,f,p} \cdot \left(V_{re_{n,p}} - V_{re_{m,p}} \right) \right] \quad \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (99)$$

O primeiro passo para modelar a corrente da linha no domínio da AA é substituir as variáveis determinísticas da tensão pelas suas equivalentes formas afins apresentadas em (92) e (93). Em seguida, através da operação da subtração de formas afins, apresentada em (42), a operação da multiplicação de uma forma afim por um valor escalar, explicado em (44) e , finalmente, ordenando e agrupando termos semelhantes, as equações para a corrente real e imaginária na

linha nm e fase f são apresentadas em (100)-(101).

$$\begin{aligned} \hat{I}_{re_{nm},f} = & \left[\sum_{p \in \mathcal{F}} r_{nm,f,p} \cdot \left(V_{re0_{n,p}} - V_{re0_{m,p}} \right) - \sum_{p \in \mathcal{F}} x_{nm,f,p} \cdot \left(V_{im0_{n,p}} - V_{im0_{m,p}} \right) \right] + \\ & \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[\sum_{p \in \mathcal{F}} r_{nm,f,p} \cdot \left(V_{re_{n,p,h,l}} - V_{re_{m,p,h,l}} \right) - \sum_{p \in \mathcal{F}} x_{nm,f,p} \cdot \left(V_{im_{n,p,h,l}} - V_{im_{m,p,h,l}} \right) \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \\ & \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[\sum_{p \in \mathcal{F}} r_{nm,f,p} \cdot \left(V_{re_{n,p,h,l}} - V_{re_{m,p,h,l}} \right) - \sum_{p \in \mathcal{F}} x_{nm,f,p} \cdot \left(V_{im_{n,p,h,l}} - V_{im_{m,p,h,l}} \right) \right] \cdot \varepsilon_{h,l} \\ & \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (100)$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_{im_{nm},f} = & \left[\sum_{p \in \mathcal{F}} r_{nm,f,p} \cdot \left(V_{im0_{n,p}} - V_{im0_{m,p}} \right) + \sum_{p \in \mathcal{F}} x_{nm,f,p} \cdot \left(V_{re0_{n,p}} - V_{re0_{m,p}} \right) \right] + \\ & \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[\sum_{p \in \mathcal{F}} r_{nm,f,p} \cdot \left(V_{im_{n,p,h,l}} - V_{im_{m,p,h,l}} \right) + \sum_{p \in \mathcal{F}} x_{nm,f,p} \cdot \left(V_{re_{n,p,h,l}} - V_{re_{m,p,h,l}} \right) \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \\ & \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[\sum_{p \in \mathcal{F}} r_{nm,f,p} \cdot \left(V_{im_{n,p,h,l}} - V_{im_{m,p,h,l}} \right) + \sum_{p \in \mathcal{F}} x_{nm,f,p} \cdot \left(V_{re_{n,p,h,l}} - V_{re_{m,p,h,l}} \right) \right] \cdot \varepsilon_{h,l} \\ & \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (101)$$

Por simplicidade as formas afins resultantes (100) e (101) são representadas em forma compacta, mostradas a seguir:

$$\begin{aligned} \hat{I}_{re_{nm},f} = & I_{re0_{nm},f} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{re_{nm},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{re_{nm},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} \\ & \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (102)$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_{im_{nm},f} = & I_{im0_{nm},f} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{im_{nm},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{im_{nm},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} \\ & \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (103)$$

onde, cada equação resultante tem três termos, sendo que o primeiro termo de cada equação representa o valor central da forma afim e os outros dois termos expressam os desvios parciais produzidos por todas as fontes de incerteza h e nas fases l . É importante destacar que todas as operações que foram feitas para conseguir modelar as componentes real e imaginária das correntes nas linhas são operações afins, ou seja, os resultados afins obtidos são combinação linear dos símbolos de ruído primitivos.

4.1.1.2 Forma afim da potência de perdas ativas totais

Para deduzir as perdas de potência ativa total trifásica no domínio da AA, inicia-se pela formulação determinística definida na função objetivo (79) e apresentada a seguir.

$$P_{LOSS} = \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \sum_{f \in \mathcal{F}} R_{nm,f,f} \cdot \left[(I_{re_{nm,f}})^2 + (I_{im_{nm,f}})^2 \right] \quad (104)$$

Depois, a forma afim da potência ativa de perdas totais pode ser obtida primeiramente substituindo na equação determinística a forma afim das componentes real e imaginária da corrente na linha nm e fase f deduzidas em (102) e (103). Em seguida, a operação afim das componentes real e imaginária da corrente ao quadrado é feita por meio da multiplicação de duas formas afins, expressada em (45). Por fim, usando a expressão para a soma de duas formas afins mostrada em (42), a forma afim para o módulo da corrente ao quadrado é conseguida e o resultado é o seguinte:

$$\begin{aligned} (\hat{I}_{re_{nm,f}})^2 + (\hat{I}_{im_{nm,f}})^2 = & \left[(I_{re0_{nm,f}})^2 + I_{im0_{nm,f}}^2 \right] + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[2 \cdot I_{re0_{nm,f}} \cdot I_{re_{nm,f,h,l}} + \right. \\ & \left. 2 \cdot I_{im0_{nm,f}} \cdot I_{im_{nm,f,h,l}} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[2 \cdot I_{re0_{nm,f}} \cdot I_{re_{nm,f,h,l}} + \right. \\ & \left. 2 \cdot I_{im0_{nm,f}} \cdot I_{im_{nm,f,h,l}} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \left[\left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{re_{nm,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{re_{nm,f,h,l}}| \right)^2 + \right. \\ & \left. \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{im_{nm,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{im_{nm,f,h,l}}| \right)^2 \right] \cdot \varepsilon_k \quad \forall nm \in \mathcal{L} \end{aligned} \quad (105)$$

Então, a forma compacta do módulo da corrente ao quadrado deduzida em (105) é apresentada a seguir:

$$\hat{I}_{nm,f}^{sqr} = I_{0_{nm,f}}^{sqr} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{nm,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{nm,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{nm,f,k}^{sqr} \cdot \varepsilon_k \quad \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (106)$$

Por último, a forma afim resultante para as perdas trifásicas de potência ativa totais pode ser obtida multiplicando-se a resistência pela forma afim da corrente ao quadrado obtida em (106).

$$\hat{P}_{LOSS} = \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \sum_{f \in \mathcal{F}} \left[\left(R_{nm,f,f} \cdot I_{0nm,f}^{sqr} \right) + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left(R_{nm,f,f} \cdot I_{nm,f,h,l}^{sqr} \right) \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left(R_{nm,f,f} \cdot I_{nm,f,h,l}^{sqr} \right) \cdot \varepsilon_{h,l} + \left(R_{nm} \cdot I_{nm,f,k}^{sqr} \right) \right] \cdot \varepsilon_k \quad \forall nm \in \mathcal{L} \quad (107)$$

Onde, o primeiro termo faz referência ao valor central da forma afim das perdas de potência ativa, o segundo termo define o efeito das incertezas produzidas pela potência de carga, o terceiro termo é a magnitude da incerteza nas perdas ativas em relação a potência de geração renovável e o último termo é o produzido pelas operações de multiplicação não afins e representa a magnitude do erro de aproximação. É importante destacar que todas as operações afins feitas até o momento têm as propriedades da nova forma afim AF1 explicada na seção 2.3, por esta razão o símbolo de ruído gerado ε_k será o mesmo para todas as formas afins deduzidas.

4.1.1.3 Forma afim do módulo de tensão ao quadrado

A formulação determinística do módulo da tensão ao quadrado é igual a somatória da componente real ao quadrado e a componente imaginária ao quadrado, definida em (91), e apresentada na seguinte equação.

$$(V_{n,f})^2 = (V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (108)$$

Na forma determinística, expressada em (108), substitui-se cada variável da tensão pela sua componente real e imaginária na forma afim respectiva, fornecida nas equações (92) e (93). Logo, a potência ao quadrado de cada uma das componentes da tensão pode ser calculada usando a operação não afim da multiplicação expressada em (45). Finalmente deve-se realizar a soma das expressões resultantes aplicando a equação (42). O resultado obtido pode-se observar em (109).

$$\begin{aligned} (\hat{V}_{re_{n,f}})^2 + (\hat{V}_{im_{n,f}})^2 = & \left[(V_{re0_{n,f}})^2 + (V_{im0_{n,f}})^2 \right] + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[2 \cdot V_{re0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + \right. \\ & \left. 2 \cdot V_{im0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[2 \cdot V_{re0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot V_{im0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} + \left[\left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}| \right)^2 + \right. \\
& \left. \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| \right)^2 \right] \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (109)
\end{aligned}$$

A forma compacta que representará a equação (109) é mostrada a seguir.

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{n,f}^{sqr} &= V_{0_{n,f}}^{sqr} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{n,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{n,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + V_{n,f,k}^{sqr} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (110)
\end{aligned}$$

Onde, $V_{0_{n,f}}^{sqr}$ define o valor central da forma afim nas barras n e fase f , $V_{n,f,h,l}^{sqr}$ para o segundo termo e terceiro termo expressam a magnitude da incerteza nas barras n e fases f em relação à potência de carga e geração renovável previstos h nas fases l , enquanto que o último termo $V_{n,f,k}^{sqr}$ representa a magnitude do erro de aproximação devido às operações não afins desenvolvidas durante o processo.

4.1.1.4 Formas afins das componentes real e imaginária da corrente de carga

As formas afins para a componente real e imaginária da corrente de carga são deduzidas a partir das formulações matemáticas determinísticas, estabelecidas em (84) e (85), respectivamente, e apresentadas a seguir.

$$I_{dre_{n,f}} = \frac{P_{d_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f}} + Q_{d_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f}}}{(V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (111)$$

$$I_{dim_{n,f}} = \frac{-Q_{d_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f}} + P_{d_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f}}}{(V_{re_{n,f}})^2 + (V_{im_{n,f}})^2} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (112)$$

Para conseguir as formas afins de (111) e (112) substitui-se no numerador as formas afins da potência de carga ativa e reativa fornecidas nas equações (94) e (95), e as componentes real e imaginária da tensão expressadas nas equações (92) e (93), enquanto no denominador deve-se substituir a forma afim do módulo da tensão ao quadrado deduzida em (110).

$$\hat{I}_{dre_{n,f}} = \left(\hat{P}_{d_{n,f}} \cdot \hat{V}_{re_{n,f}} + \hat{Q}_{d_{n,f}} \cdot \hat{V}_{im_{n,f}} \right) \cdot \frac{1}{\hat{V}_{n,f}^{sqr}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (113)$$

$$\hat{I}_{dim_{n,f}} = \left(-\hat{Q}_{d_{n,f}} \cdot \hat{V}_{re_{n,f}} + \hat{P}_{d_{n,f}} \cdot \hat{V}_{im_{n,f}} \right) \cdot \frac{1}{\hat{V}_{n,f}^{sqr}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (114)$$

As formas afins apresentadas em (113) e (114) estão compostas por uma multiplicação de dois fatores. Onde, o primeiro fator de cada equação pode ser obtido por meio da multiplicação e somas de formas afins explicadas em (45) e (42). Por outro lado, o segundo fator $\hat{z}_{n,f} = 1/\hat{V}_{n,f}^{sqr}$ é uma função não afim, a qual deve ser substituída por uma função afim aproximada de Chebyshev. Finalmente, depois de calcular as formas afins para o primeiro e segundo fator de (113) e (114), a forma afim para componente real e imaginária da corrente de carga pode ser calculada fazendo a multiplicação de formas afins respectivas. Os resultados são apresentados a seguir.

$$\begin{aligned} \hat{I}_{dre_{n,f}} = & [(P_{d0_{n,f}} \cdot V_{re0_{n,f}} + Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{im0_{n,f}}) \cdot \{\alpha_{n,f} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{n,f}\}] + \\ & \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} [(P_{d0_{n,f}} \cdot V_{re0_{n,f}} + Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{im0_{n,f}}) \cdot \alpha_{n,f} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr} + \{\alpha_{n,f} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{n,f}\} \cdot \\ & (P_{d0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f},h,l} + Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f},h,l} + V_{re0_{n,f}} \cdot P_{d_{n,f},h,l} + V_{im0_{n,f}} \cdot Q_{d_{n,f},h,l})] \cdot \varepsilon_{h,l} + \\ & \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} [(P_{d0_{n,f}} \cdot V_{re0_{n,f}} + Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{im0_{n,f}}) \cdot \alpha_{n,f} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr} + \{\alpha_{n,f} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{n,f}\} \cdot \\ & (P_{d0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f},h,l} + Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f},h,l} + V_{re0_{n,f}} \cdot P_{d_{n,f},h,l} + V_{im0_{n,f}} \cdot Q_{d_{n,f},h,l})] \cdot \varepsilon_{h,l} \\ & + [|P_{d0_{n,f}} \cdot V_{re0_{n,f}} + Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{im0_{n,f}}| \cdot (\alpha_{n,f} \cdot V_{n,k}^{sqr} + \delta_{n,f}) + |\alpha_{n,f} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{n,f}| \cdot \\ & (|P_{d_{n,f},h,l}| \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f},h,l}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f},h,l}|) + |Q_{d_{n,f},h,l}| \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f},h,l}| + \\ & \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f},h,l}|)) + \{ \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |P_{d0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f},h,l} + Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f},h,l} + V_{re0_{n,f}} \cdot P_{d_{n,f},h,l} \\ & + V_{im0_{n,f}} \cdot Q_{d_{n,f},h,l}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |P_{d0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f},h,l} + Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f},h,l} + V_{re0_{n,f}} \cdot P_{d_{n,f},h,l} \\ & + V_{im0_{n,f}} \cdot Q_{d_{n,f},h,l}| + |P_{d_{n,f},h,l}| \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f},h,l}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f},h,l}|) + |Q_{d_{n,f},h,l}| \\ & \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f},h,l}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f},h,l}|) \} \cdot \{ \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |\alpha_{n,f} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr}| + \\ & \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |\alpha_{n,f} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr}| + |\alpha_{n,f} \cdot V_{n,k}^{sqr} + \delta_{n,f}| \} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (115) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{I}_{dim_{n,f}} = & [(-Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{re0_{n,f}} + P_{d0_{n,f}} \cdot V_{im0_{n,f}}) \cdot \{\alpha_{n,f} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{n,f}\}] + \\
& \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} [(-Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{re0_{n,f}} + P_{d0_{n,f}} \cdot V_{im0_{n,f}}) \cdot \alpha_{n,f} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr} + \{\alpha_{n,f} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{n,f}\} \cdot \\
& (-Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + P_{d0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}} - V_{re0_{n,f}} \cdot Q_{d_{n,f,h,l}} + V_{im0_{n,f}} \cdot P_{d_{n,f,h,l}})] \cdot \varepsilon_{h,l} + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} [(-Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{re0_{n,f}} + P_{d0_{n,f}} \cdot V_{im0_{n,f}}) \cdot \alpha_{n,f} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr} + \{\alpha_{n,f} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{n,f}\} \cdot \\
& (-Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + P_{d0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}} - V_{re0_{n,f}} \cdot Q_{d_{n,f,h,l}} + V_{im0_{n,f}} \cdot P_{d_{n,f,h,l}})] \cdot \varepsilon_{h,l} \\
& + [|-Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{re0_{n,f}} + P_{d0_{n,f}} \cdot V_{im0_{n,f}}| \cdot (\alpha_{n,f} \cdot V_{n,k}^{sqr} + \delta_{n,f}) + |\alpha_{n,f} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{n,f}| \cdot \\
& (|Q_{d_{n,f,h,l}}| \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}|) + |P_{d_{n,f,h,l}}| \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}|)) + \{\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |-Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + P_{d0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}} - V_{re0_{n,f}} \cdot Q_{d_{n,f,h,l}} \\
& + V_{im0_{n,f}} \cdot P_{d_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |-Q_{d0_{n,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + P_{d0_{n,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}} - V_{re0_{n,f}} \cdot Q_{d_{n,f,h,l}} \\
& + V_{im0_{n,f}} \cdot P_{d_{n,f,h,l}}| + |Q_{d_{n,f,h,l}}| \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}|) + |P_{d_{n,f,h,l}}| \\
& \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}|)\}] \cdot \{\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |\alpha_{n,f} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr}| + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |\alpha_{n,f} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr}| + |\alpha_{n,f} \cdot V_{n,k}^{sqr} + \delta_{n,f}|\}] \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (116)
\end{aligned}$$

Por simplicidade as equações das componentes real e imaginária da corrente de carga, (115) e (116), serão representadas numa forma compacta, como segue:

$$\begin{aligned}
\hat{I}_{dre_{n,f}} = & I_{dre0_{n,f}} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{dre_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{dre_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{dre_{n,k}} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (117)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{I}_{dim_{n,f}} = & I_{dim0_{n,f}} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{dim_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{im_{n,f,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{dim_{n,k}} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (118)
\end{aligned}$$

De (117) e (118), expressões afins resultantes para as componentes real e imaginária da corrente de carga, pode-se notar que cada uma delas contém quatro termos: o primeiro que é o valor central, o segundo e terceiro que expressam as incertezas na corrente de carga nas barras n e fases f em relação às quantidades incertas da potência de carga e geração renovável h nas fases f , e o quarto termo que armazena todos os erros de aproximação obtidos pelas operações não afins durante o processo de cálculo.

Fundamentado no mesmo conceito aplicado para a obtenção da forma afim da corrente de carga, as equações na forma afim, componente real e imaginária, para a corrente de geração renovável e corrente de geração da subestação podem ser determinadas. Nesse sentido, as formas afins compactas para tais equações são apresentadas a seguir.

$$\begin{aligned} \hat{I}_{gre_{n,f}}^{GR} &= I_{gre0_{n,f}}^{GR} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gre_{n,f,h,l}}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} + \\ &\quad \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gre_{n,f,h,l}}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{gre_{n,f,k}}^{GR} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N} \end{aligned} \quad (119)$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_{gim_{n,f}}^{GR} &= I_{gim0_{n,f}}^{GR} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gim_{n,f,h,l}}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} + \\ &\quad \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gim_{n,f,h,l}}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{gim_{n,f,k}}^{GR} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N} \end{aligned} \quad (120)$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_{gre_{s,f}}^{SE} &= I_{gre0_{s,f}}^{SE} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + \\ &\quad \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{gre_{s,f,k}}^{SE} \cdot \varepsilon_k \quad \forall s \in \mathcal{SE} \end{aligned} \quad (121)$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_{gim_{s,f}}^{SE} &= I_{gim0_{s,f}}^{SE} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + \\ &\quad \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{gim_{s,f,k}}^{SE} \cdot \varepsilon_k \quad \forall s \in \mathcal{SE} \end{aligned} \quad (122)$$

Portanto, (119) e (120) são as expressões compactas das formas afins das componentes real e imaginária da geração renovável, (121) e (122) representam as formas afins compactas para as componentes real e imaginária da injeção de corrente da subestação. Cada uma dessas equações compactas é composta por quatro termos: o valor central, os desvios parciais em relação às fontes de incerteza e o termo adicional gerado pelas operações não afins.

Todas as formas afins que foram deduzidas e apresentadas nas equações (102), (103), (107),

(110), (117), (118),(119), (120), (121) e (122), serão usadas nas seguintes seções para modelar o problema de fluxo de potência ótimo trifásico baseado em AA.

Além das formas afins que serão usadas para modelar o problema de fluxo de potência trifásico baseado em AA, é preciso deduzir formas afins para apresentar os resultados obtidos da resolução do modelo, tais formas afins são o módulo da tensão, o ângulo de tensão, o fluxo de potência ativa e reativa nas linhas nm e a potência ativa e reativa de geração na subestação. Nesse contexto, a seguir são apresentadas as deduções das seguintes formas afins.

4.1.1.5 Forma afim do módulo da tensão

A forma afim pode ser deduzida através da operação não afim da raiz quadrada da forma afim do módulo da tensão ao quadrado mostrada em (110). Portanto, a operação não afim é a seguinte.

$$\hat{V}_{n,f} = \sqrt{\hat{V}_{n,f}^{sqr}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (123)$$

Devido à natureza não afim da operação (123), é preciso usar uma função afim aproximada para substituir tal operação. Portanto a função afim aproximada terá a seguinte forma:

$$\hat{V}_{n,f} = \sqrt{\hat{V}_{n,f}^{sqr}} = \alpha_{v_{n,f}} \cdot \hat{V}_{n,f}^{sqr} + \beta_{v_{n,f}} + \delta_{v_{n,f}} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (124)$$

então, visando minimizar o máximo erro de aproximação, a função afim aproximada (124) será obtida por meio do método de Chebyshev, onde os parâmetros $\alpha_{v_{n,f}}$, $\beta_{v_{n,f}}$ e $\delta_{v_{n,f}}$ podem ser calculados usando as equações apresentadas em (32), (33) e (34), respectivamente. No entanto, antes do cálculo dos parâmetros, é preciso determinar o limite inferior a e superior b da forma afim $\hat{V}_{n,f}^{sqr}$, isso pode ser feito por meio da transformação da uma forma afim em intervalo, explicada na seção 2.2.2.

Posteriormente ao cálculo dos parâmetros, as operações afins definidas em (124) são desenvolvidas para depois agrupar termos semelhantes e finalmente conseguir a função afim aproximada resultante para o módulo da tensão. Tal função afim aproximada é apresentada em (125).

$$\hat{V}_{n,f} = \left[\alpha_{v_{n,f}} \cdot V_{0_{n,f}}^{sqr} + \beta_{v_{n,f}} \right] + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[\alpha_{v_{n,f}} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[\alpha_{v_{n,f}} \cdot V_{n,f,h,l}^{sqr} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \left[V_{n,f,k}^{sqr} + \delta_{v_{n,f}} \right] \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (125)$$

A forma afim compacta do módulo da tensão deduzida em (125) é estabelecida em (126).

$$\hat{V}_{n,f} = V_{0_{n,f}} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{n,f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{n,f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + V_{n,f,k} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (126)$$

Onde, $V_{0_{n,f}}$ define o valor determinístico do módulo da tensão nas barras n e fases f , $V_{n,f,h,l}$ presente nos termos dois e três expressa a magnitude da incerteza nas barras n e fases f em relação aos valores incertos de carga e geração renovável h nas fases l , respectivamente, e o último termo faz referência à magnitude do erro de aproximação produzido pelas operações não afins.

4.1.1.6 Forma afim do ângulo de tensão

A partir da formulação matemática determinística do ângulo da tensão fornecida em (127), a formulação no domínio da AA pode ser deduzida por meio das operações afins, não afins e aproximações de funções.

$$\theta_{n,f} = \arctan\left(\frac{V_{im_{n,f}}}{V_{re_{n,f}}}\right) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (127)$$

Baseado na formulação determinística, inicia-se por substituir as formas afins das componentes real e imaginária da tensão dadas em (92) e (93), conseguindo a expressão afim apresentada a seguir.

$$\hat{\theta}_{n,f} = \arctan\left(\frac{\hat{V}_{im_{n,f}}}{\hat{V}_{re_{n,f}}}\right) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (128)$$

Depois de substituir as variáveis afins, devem-se desenvolver as operações em (128) para conseguir a forma afim, mas como pode ser visto, essa equação está composta por duas operações não afins, a divisão da componente imaginária e real da tensão e o arco tangente. Neste caso, a divisão será desenvolvida primeiro e, para isso, escreve-se essa operação da seguinte maneira.

$$\hat{x}_{n,f} = \hat{V}_{im_{n,f}} \cdot \frac{1}{\hat{V}_{re_{n,f}}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (129)$$

Como pode ser visto em (129), o segundo fator $\hat{z}_{n,f} = 1/\hat{V}_{re_{n,f}}$ é uma operação não afim que deve ser aproximada, portanto, para atingir esse objetivo será usado o método de Chebyshev por meio da seguinte forma afim:

$$\hat{z}_{n,f} = \frac{1}{\hat{V}_{re_{n,f}}} = \alpha_{n,f} \cdot \hat{V}_{re_{n,f}} + \beta_{n,f} + \delta_{n,f} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (130)$$

A função afim aproximada para a divisão apresentada em (130) é uma combinação linear da forma afim $\hat{V}_{re_{n,f}}$. Além disso, os parâmetros $\alpha_{n,f}$, $\beta_{n,f}$ e $\delta_{n,f}$ estão em função do limite inferior a e superior b da forma afim $\hat{V}_{re_{n,f}}$, e são calculados usando (27), (28) e (29), respectivamente. Os limites da forma afim $\hat{V}_{re_{n,f}} = [a, b]$ são determinados pela conversão em intervalo por meio da expressão mostrada em (3).

Então, depois de calcular os parâmetros para a função de aproximação deve-se desenvolver as operações afins em (130) e juntar os termos semelhantes. Portanto, a forma afim aproximada resultante para \hat{z} é a seguinte.

$$\begin{aligned} \hat{z}_{n,f} = & \left[\alpha_{n,f} \cdot V_{re0_{n,f}} + \beta_{n,f} \right] + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[\alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f},h,l} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \\ & \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[\alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f},h,l} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \left[\delta_{n,f} \right] \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (131) \end{aligned}$$

Finalmente, para conseguir a forma afim aproximada $\hat{x}_{n,f}$ formulada em (129) deve-se multiplicar $\hat{V}_{im_{n,f}}$, apresentada em (93), pela função afim aproximada $\hat{z}_{n,f}$ obtida em (131). A fórmula para a multiplicação de duas formas afins foi mostrada em (45). Portanto, o resultado é apresentado a seguir.

$$\begin{aligned}
\hat{x}_{n,f} = & \left[V_{im0_{n,f}} \cdot \left(\alpha_{n,f} \cdot V_{re0_{n,f}} + \beta_{n,f} \right) \right] + \\
& \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[V_{im0_{n,f}} \cdot \alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + \left(\alpha_{n,f} \cdot V_{re0_{n,f}} + \beta_{n,f} \right) \cdot V_{im_{n,f,h,l}} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \left[V_{im0_{n,f}} \cdot \alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + \left(\alpha_{n,f} \cdot V_{re0_{n,f}} + \beta_{n,f} \right) \cdot V_{im_{n,f,h,l}} \right] \cdot \varepsilon_{h,l} \\
& + \left[|V_{im_{n,f,h,l}}| \cdot \delta_{n,f} + \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| \right) \cdot \right. \\
& \left. \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |\alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |\alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f,h,l}}| + |\delta_{n,f}| \right) \right] \cdot \varepsilon_k \\
& \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (132)
\end{aligned}$$

A função aproximada resultante para a divisão de formas afins mostrada em (132) foi resultado de uma operação não afim, por esse motivo, o símbolo de ruído ε_k foi adicionado na equação com a finalidade de armazenar os erros de aproximação.

Posteriormente, a função aproximada (132) é substituída na operação (128), alcançando a seguinte operação:

$$\hat{\theta}_{n,f} = \arctan(\hat{x}_{n,f}) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (133)$$

Como pode ser visto, $\hat{\theta}_{n,f}$ mostrada em (133), ainda é uma operação não afim, devido à presença da função arco tangente. Nesse contexto, é preciso procurar uma forma afim aproximada, a qual pode ter seguinte forma.

$$\hat{\theta}_{n,f} = \arctan(\hat{x}_{n,f}) = \alpha_{at_{n,f}} \cdot \hat{x}_{n,f} + \beta_{at_{n,f}} + \delta_{at_{n,f}} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (134)$$

Para conseguir a forma afim é importante considerar a variação das características de concavidade e convexidade da função arco tangente ao redor de zero. Então, primeiro deve-se calcular os limites de $\hat{x}_{n,f} = [a, b]$ e depois fazer a seguinte análise: se $0 \in [a, b]$, os parâmetros $\alpha_{at_{n,f}}$, $\beta_{at_{n,f}}$ e $\delta_{at_{n,f}}$ não podem ser calculados por meio do método de aproximação de Chebyshev, por esse motivo, o método de min-range é a melhor opção e os parâmetros são calculados pelas equações (38), (39) e (40), caso contrário, se $0 \notin [a, b]$, ou seja, as propriedades

de concavidade e convexidade da função não mudam dentro do intervalo, então os parâmetros podem ser calculados por meio da aproximação de Chebyshev com as equações apresentadas em (36) e (37).

Por fim, com os esclarecimentos feitos no parágrafo anterior, a forma afim para o ângulo da tensão será a resultante de fazer as operações de multiplicação, soma e agrupamento de termos semelhantes apresentados em (134), então, o resultado é mostrado na equação a seguir.

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}_{n,f} = & [\alpha_{at_{n,f}} \cdot (V_{im0_{n,f}} \cdot (\alpha_{n,f} \cdot V_{re0_{n,f}} + \beta_{n,f})) + \beta_{at_{n,f}}] + \\
& \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} [\alpha_{at_{n,f}} \cdot (V_{im0_{n,f}} \cdot \alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + (\alpha_{n,f} \cdot V_{re0_{n,f}} + \beta_{n,f}) \cdot V_{im_{n,f,h,l}})] \cdot \varepsilon_{h,l} + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} [\alpha_{at_{n,f}} \cdot (V_{im0_{n,f}} \cdot \alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + (\alpha_{n,f} \cdot V_{re0_{n,f}} + \beta_{n,f}) \cdot V_{im_{n,f,h,l}})] \cdot \varepsilon_{h,l} + \\
& + [\alpha_{at_{n,f}} \cdot (|V_{im_{n,f,h,l}}| \cdot \delta_{n,f} + (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}|) \cdot \\
& (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |\alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |\alpha_{n,f} \cdot V_{re_{n,f,h,l}}| + |\delta_{n,f}|)) + \delta_{at_{n,f}}] \cdot \varepsilon_k \\
& \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (135)
\end{aligned}$$

Por simplicidade, a forma compacta de (135) é expressada a seguir:

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}_{n,f} = & \theta_{0_{n,f}} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} \theta_{n,f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} \theta_{n,f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \theta_{n,f,k} \cdot \varepsilon_k \\
& \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (136)
\end{aligned}$$

Onde, (136) representa a forma afim para o ângulo de tensão nas barras $n \in \mathcal{N}$ e fases f . A forma afim contém quatro termos, onde, θ_{0_n} é o valor central, $\theta_{n,f,h,l}$ é o módulo da incerteza em relação a potência de carga, $h \in (1..rp)$, e a potência de geração renovável, $h \in (rp+1..rg)$, nas fases l , $\varepsilon_{h,l}$ é o símbolo de ruído correspondente à cada fonte de incerteza e $\theta_{n,f,k} \cdot \varepsilon_k$ é o novo termo gerado por todas as operações não afins feitas no processo de cálculo.

4.1.1.7 Formas afins dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas nm

Para deduzir as formas afins dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas nm e fase f inicia-se citando as formulações determinísticas a seguir.

$$P_{nm,f} = V_{re_{n,f}} \cdot I_{re_{nm,f}} + V_{im_{n,f}} \cdot I_{im_{nm,f}} \quad \forall (nm) \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (137)$$

$$Q_{nm,f} = V_{im_{n,f}} \cdot I_{re_{nm,f}} - V_{re_{n,f}} \cdot I_{im_{nm,f}} \quad \forall (nm) \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (138)$$

Então, para modelar as formas afins das potências nas linhas, primeiro é preciso substituir nas formulações determinísticas dadas em (137) e (138) as variáveis afins das componentes real e imaginária da tensão fornecidas em (92) e (93) e as formas afins das componentes real e imaginária da corrente na linha nm e fase f , as quais foram deduzidas em (102) e (103), alcançando as seguintes formas afins.

$$\hat{P}_{nm,f} = \hat{V}_{re_{n,f}} \cdot \hat{I}_{re_{nm,f}} + \hat{V}_{im_{n,f}} \cdot \hat{I}_{im_{nm,f}} \quad \forall (nm) \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (139)$$

$$\hat{Q}_{nm,f} = \hat{V}_{im_{n,f}} \cdot \hat{I}_{re_{nm,f}} - \hat{V}_{re_{n,f}} \cdot \hat{I}_{im_{nm,f}} \quad \forall (nm) \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (140)$$

Depois de obter (139) e (140), realiza-se as multiplicações, somas e restas de formas afins presentes em cada uma delas. Portanto, as formas afins resultantes são mostradas a seguir.

$$\begin{aligned} \hat{P}_{nm,f} = & [V_{re0_{n,f}} \cdot I_{re0_{nm,f}} + V_{im0_{n,f}} \cdot I_{im0_{nm,f}}] \\ & + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} [V_{re0_{n,f}} \cdot I_{re_{nm,f,h,l}} + I_{re0_{nm,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + V_{im0_{n,f}} \cdot I_{im_{nm,f,h,l}} + \\ & I_{im0_{nm,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}}] \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} [V_{re0_{n,f}} \cdot I_{re_{nm,f,h,l}} + I_{re0_{nm,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}} + \\ & V_{im0_{n,f}} \cdot I_{im_{nm,f,h,l}} + I_{im0_{nm,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}}] \cdot \varepsilon_{h,l} + [(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}| + \\ & \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}|) \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{re_{nm,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{re_{nm,f,h,l}}|) + \\ & (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}|) \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{im_{nm,f,h,l}}| + \\ & \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{im_{nm,f,h,l}}|)] \cdot \varepsilon_k \quad \forall (nm) \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (141) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_{nm,f} = & [V_{im0_{n,f}} \cdot I_{re0_{nm,f}} - V_{re0_{n,f}} \cdot I_{im0_{nm,f}}] + \\
& \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} [V_{im0_{n,f}} \cdot I_{re_{nm,f,h,l}} + I_{re0_{nm,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}} - V_{re0_{n,f}} \cdot I_{im_{nm,f,h,l}} - \\
& I_{im0_{nm,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}}] \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} [V_{im0_{n,f}} \cdot I_{re_{nm,f,h,l}} + I_{re0_{nm,f}} \cdot V_{im_{n,f,h,l}} - \\
& V_{re0_{n,f}} \cdot I_{im_{nm,f,h,l}} - I_{im0_{nm,f}} \cdot V_{re_{n,f,h,l}}] \cdot \varepsilon_{h,l} + [(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}| + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{n,f,h,l}}|) \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{re_{nm,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{re_{nm,f,h,l}}|) + \\
& (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{n,f,h,l}}|) \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{im_{nm,f,h,l}}| + \\
& \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{im_{nm,f,h,l}}|)] \cdot \varepsilon_k \quad \forall (nm) \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (142)
\end{aligned}$$

As formas afins compactas das equações dos fluxos de potência ativa e reativa deduzidas e apresentadas em (141) e (142), são as seguintes:

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{nm,f} = & P_{0_{nm,f}} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} P_{nm,f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} P_{nm,f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + P_{nm,f,k} \cdot \varepsilon_k \\
& \forall (nm) \in \mathcal{L}, \forall l \in \mathcal{F} \quad (143)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_{nm,f} = & Q_{0_{nm,f}} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} Q_{nm,f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} Q_{nm,f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + Q_{nm,f,k} \cdot \varepsilon_k \\
& \forall (nm) \in \mathcal{L}, \forall l \in \mathcal{F} \quad (144)
\end{aligned}$$

De modo igual às expressões que contêm operações não afins deduzidas até o momento, as potências ativa e reativa no domínio da AA, (143) e (144), também apresentam nas suas formulações um símbolo de ruído adicional ε_k , que é produzido pelas multiplicações feitas no processo de cálculo para atingir as formas afins resultantes.

4.1.1.8 Formas afins das injeções de potência ativa e reativa da subestação

Para atingir as formas afins da potência ativa e reativa de geração na subestação na barra s e fases f segue-se o mesmo procedimento com que foram obtidas as formas afins para os

fluxos de potência que contêm as mesmas operações afins e não afim. Portanto, as formas afins resultantes são as seguintes.

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{g,s,f}^{SE} &= [V_{re0_{s,f}} \cdot I_{gre0_{s,f}}^{SE} + V_{im0_{s,f}} \cdot I_{gim0_{s,f}}^{SE}] \\
&+ \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} [V_{re0_{s,f}} \cdot I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE} + I_{gre0_{s,f}}^{SE} \cdot V_{re_{s,f,h,l}} + V_{im0_{s,f}} \cdot I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE} + \\
&I_{gim0_{s,f}}^{SE} \cdot V_{im_{s,f,h,l}}] \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} [V_{re0_{s,f}} \cdot I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE} + I_{gre0_{s,f}}^{SE} \cdot V_{re_{s,f,h,l}} + \\
&V_{im0_{s,f}} \cdot I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE} + I_{gim0_{s,f}}^{SE} \cdot V_{im_{s,f,h,l}}] \cdot \varepsilon_{h,l} + [(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{s,f,h,l}}| + \\
&\sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{s,f,h,l}}|) \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE}|) + \\
&(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{s,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{s,f,h,l}}|) \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE}| + \\
&\sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE}|)] \cdot \varepsilon_k \\
&\forall s \in \mathcal{SE}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (145)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{Q}_{g,s,f}^{SE} &= [V_{im0_{s,f}} \cdot I_{gre0_{s,f}}^{SE} - V_{re0_{s,f}} \cdot I_{gim0_{s,f}}^{SE}] + \\
&\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} [V_{im0_{s,f}} \cdot I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE} + I_{gre0_{s,f}}^{SE} \cdot V_{im_{s,f,h,l}} - V_{re0_{s,f}} \cdot I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE} - \\
&I_{gim0_{s,f}}^{SE} \cdot V_{re_{s,f,h,l}}] \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} [V_{im0_{s,f}} \cdot I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE} + I_{gre0_{s,f}}^{SE} \cdot V_{im_{s,f,h,l}} - \\
&V_{re0_{s,f}} \cdot I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE} - I_{gim0_{s,f}}^{SE} \cdot V_{re_{s,f,h,l}}] \cdot \varepsilon_{h,l} + [(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{s,f,h,l}}| + \\
&\sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{im_{s,f,h,l}}|) \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{gre_{s,f,h,l}}^{SE}|) + \\
&(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{s,f,h,l}}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{re_{s,f,h,l}}|) \cdot (\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE}| + \\
&\sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{gim_{s,f,h,l}}^{SE}|)] \cdot \varepsilon_k \\
&\forall s \in \mathcal{SE}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (146)
\end{aligned}$$

As formas afins compactas de (145) e (146), são mostradas a seguir:

$$\hat{P}_{gs,f}^{SE} = P_{g0_{s,f}}^{SE} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} P_{gs,f,h,l}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} P_{gs,f,h,l}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + P_{gs,f,k}^{SE} \cdot \varepsilon_k \quad \forall s \in \mathcal{SE}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (147)$$

$$\hat{Q}_{gs,f}^{SE} = Q_{g0_{s,f}}^{SE} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} Q_{gs,f,h,l}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} Q_{gs,f,h,l}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + Q_{gs,f,k}^{SE} \cdot \varepsilon_k \quad \forall s \in \mathcal{SE}, \forall f \in \mathcal{F} \quad (148)$$

As formas afins para o módulo da tensão, ângulo da tensão, fluxos de potências ativa e reativa e as potências ativa e reativa de geração da subestação deduzidas e apresentadas em (126), (136), (143), (144), (147) e (148), respectivamente, serão usadas uma vez que sejam obtidas as soluções do modelo de fluxo de potência trifásico baseado em AA para mostrar os intervalos resultantes do problema.

É importante destacar que as formas afins para o modelo e para apresentar os resultados foram deduzidas usando as operações e conceitos afins da extensão da AA AF1, explicado na Seção (2.3). Portanto, todos os símbolos de ruído adicionais ε_k presentes nas formas afins representam a mesma variável simbólica.

4.1.2 Modelo matemático do fluxo de potência trifásico baseado em aritmética afim

Com base nas deduções das restrições e função objetivo realizadas na seção 4.1.1, e apresentadas nas expressões (102), (103), (107), (110), (117), (118), (119), (120), (121) e (122), a formulação matemática resultante para o problema de fluxo de potência trifásico no domínio da AA considerando as incertezas, tanto na carga como na geração renovável, é estabelecido em (149)-(161).

$$\text{minimize } AA_{P_{LOSS}} = \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \sum_{f \in \mathcal{F}} R_{nm,f,f} \cdot \left(I_{0_{nm,f}}^{sqr} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{nm,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{nm,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{nm,k}^{sqr} \cdot \varepsilon_k \right) \quad (149)$$

sujeito a :

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} \hat{I}_{re_{mn},f} + \hat{I}_{gre_{n},f}^{GR} + \hat{I}_{gre_{n},f}^{SE} = \hat{I}_{dre_{n},f} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \hat{I}_{re_{nm},f} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (150)$$

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} \hat{I}_{im_{mn},f} + \hat{I}_{gim_{n},f}^{GR} + \hat{I}_{gim_{n},f}^{SE} = \hat{I}_{dim_{n},f} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \hat{I}_{im_{nm},f} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (151)$$

$$\hat{I}_{re_{nm},f} = I_{re0_{nm},f} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{re_{nm},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{re_{nm},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} \quad \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \quad (152)$$

$$\hat{I}_{im_{nm},f} = I_{im0_{nm},f} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{im_{nm},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{im_{nm},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} \quad \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \quad (153)$$

$$\hat{I}_{dre_{n},f} = I_{dre0_{n},f} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{dre_{n},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{dre_{n},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{dre_{n},k} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (154)$$

$$\hat{I}_{dim_{n},f} = I_{dim0_{n},f} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{dim_{n},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{im_{n},f,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{dim_{n},k} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (155)$$

$$\hat{I}_{gre_{n},f}^{GR} = I_{gre0_{n},f}^{GR} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gre_{n},f,h,l}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gre_{n},f,h,l}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{gre_{n},k}^{GR} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (156)$$

$$\hat{I}_{gim_{n},f}^{GR} = I_{gim0_{n},f}^{GR} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gim_{n},f,h,l}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gim_{n},f,h,l}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{gim_{n},k}^{GR} \cdot \varepsilon_k \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (157)$$

$$\hat{I}_{gre_{n},f}^{SE} = I_{gre0_{n},f}^{SE} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gre_{n},f,h,l}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gre_{n},f,h,l}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{gre_{n},k}^{SE} \cdot \varepsilon_k \quad \forall f \in \mathcal{F} \quad (158)$$

$$\hat{I}_{gim_{n},f}^{SE} = I_{gim0_{n},f}^{SE} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gim_{n},f,h,l}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{gim_{n},f,h,l}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{gim_{n},k}^{SE} \cdot \varepsilon_k \quad \forall f \in \mathcal{F} \quad (159)$$

$$(I_{nm}^{min})^2 \stackrel{a}{\leq} I_{0_{nm},f}^{sqr} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{nm,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} I_{nm,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + I_{nm,f,k}^{sqr} \cdot \varepsilon_k \stackrel{a}{\leq} (I_{nm}^{max})^2 \quad \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \quad (160)$$

$$(V_n^{min})^2 \stackrel{a}{\leq} V_{0n,f}^{sqr} + \sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{n,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} V_{n,f,h,l}^{sqr} \cdot \varepsilon_{h,l} + V_{n,k}^{sqr} \cdot \varepsilon_k \stackrel{a}{\leq} (V_n^{max})^2$$

$$\forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (161)$$

A função objetivo em (149) está composta pela multiplicação da forma afim da corrente ao quadrado e a resistência na linha nm e fases f e visa minimizar as perdas de potência totais no sistema de distribuição. As restrições (150) e (151) representam as equações de balanço de corrente nas componentes real e imaginária nas formas afins, em cada barra $n \in \mathcal{N}$ e fases $f \in \mathcal{F}$, respectivamente. Cada equação de balanço está composta pelas formas afins da corrente de linha, de geração renovável, da subestação e carga. As restrições (152) e (153) definem as formas afins das componentes real e imaginária da corrente na linha nm e fases f , cada uma delas estão compostas pelos valores centrais $I_{re0_{nm,f}}$ e $I_{im0_{nm,f}}$, e pelos desvios parciais $I_{re_{nm,f,h,l}}$ e $I_{im_{nm,f,h,l}}$, respectivamente. As equações (154) e (155), (156) e (157), (158) e (159) representam as componentes real e imaginária da corrente de carga, da geração renovável e da subestação, respectivamente, todas em função de quatro termos, os quais são o um valor central, os desvios parciais correspondente a cada fonte de incertezas e um termo adicional gerado pelas operações não afins. A restrição (160) define o limite para a corrente nas linhas $nm \in \mathcal{L}$ e fases $f \in \mathcal{F}$, onde a forma afim para o módulo da corrente ao quadrado está composta pelo valor central $I_{0_{nm,f}}^{sqr}$, os desvios parciais $I_{nm,f,h,l}^{sqr}$ e o termo $I_{nm,f,k}^{sqr} \cdot \varepsilon_k$ produto das operações não afins. Por fim, para manter a tensão dentro da faixa definida pela tensão mínima e máxima permitida em cada barra $n \in \mathcal{N}$ e fases $f \in \mathcal{F}$ a restrição (161) é estabelecida, onde a forma afim para o módulo da tensão ao quadrado está composta pelo valor central $V_{0n,f}^{sqr}$, os desvios parciais $V_{n,f,h,l}^{sqr}$ e o termo $V_{n,k}^{sqr} \cdot \varepsilon_k$ produto das operações não afins.

4.1.3 Solução do modelo matemático baseado em aritmética afim

Por fim, deve-se reformular o modelo resultante baseado na AA, apresentado em (149)-(161), num problema equivalente multiobjectivo determinístico restrito, e após resolve-se o modelo equivalente através do algoritmo de duas etapas.

O modelo equivalente multiobjectivo restrito pode-se conseguir usando os operadores de minimização, desigualdade e igualdade, definidos no Capítulo 3. Portanto, aplicando tais operadores na formulação matemática deduzida, (149)-(161), obtém-se o modelo equivalente (162)-(170).

$$\text{minimize } AAP_{LOSS} = \left\{ \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \sum_{f \in \mathcal{F}} R_{nm,f,f} \cdot \left(I_{0nm,f}^{sqr} \right), \right. \\ \left. \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \sum_{f \in \mathcal{F}} R_{nm,f,f} \cdot \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + |I_{nm,k}^{sqr}| \right) \right\} \quad (162)$$

sujeito a :

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{renm,f,h,l} + I_{gre_{n,f,h,l}}^{GR} + I_{gre_{n,f,h,l}}^{SE} \stackrel{a}{\approx} I_{dre_{n,f,h,l}} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{renm,f,h,l} \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F}, h \in (0 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (163)$$

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{renm,f,h,l} + I_{gre_{n,f,h,l}}^{GR} + I_{gre_{n,f,h,l}}^{SE} \stackrel{a}{\approx} I_{dre_{n,f,h,l}} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{renm,f,h,l} \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (164)$$

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{imnm,f,h,l} + I_{gim_{n,f,h,l}}^{GR} + I_{gim_{n,f,h,l}}^{SE} \stackrel{a}{\approx} I_{dim_{n,f,h,l}} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{imnm,f,h,l} \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F}, h \in (0 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (165)$$

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{imnm,f,h,l} + I_{gim_{n,f,h,l}}^{GR} + I_{gim_{n,f,h,l}}^{SE} \stackrel{a}{\approx} I_{dim_{n,f,h,l}} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{imnm,f,h,l} \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (166)$$

$$I_{0nm,f}^{sqr} + \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + |I_{nm,f,k}^{sqr}| \right) \stackrel{a}{\leq} (I_{nm}^{max})^2 \\ \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \quad (167)$$

$$I_{0nm,f}^{sqr} - \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + |I_{nm,f,k}^{sqr}| \right) \stackrel{a}{\geq} (I_{nm}^{min})^2 \\ \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \quad (168)$$

$$V_{0n,f}^{sqr} + \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{n,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{n,f,h,l}^{sqr}| + |V_{n,k}^{sqr}| \right) \stackrel{a}{\leq} (V_n^{max})^2 \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (169)$$

$$V_{0n,f}^{sqr} - \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{n,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{n,f,h,l}^{sqr}| + |V_{n,k}^{sqr}| \right) \stackrel{a}{\geq} (V_n^{min})^2 \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \quad (170)$$

Onde, o modelo multiobjectivo resultante está composto por dois objetivos. O primeiro objetivo faz referência à minimização dos valores centrais sem considerar as incertezas do problema, enquanto, o segundo objetivo visa minimizar os desvios parciais das formas afim, isto é, considera o efeito das incertezas no problema de otimização.

Posteriormente, para resolver o modelo matemático multiobjectivo, (162)-(170), utiliza-se o

algoritmo de duas etapas. Onde, na primeira etapa é resolvido o problema de fluxos de potência sem considerar o efeito das incertezas, ou seja, é equivalente a resolver o modelo determinístico apresentado em (79)-(91). Os resultados obtidos pela primeira etapa são os valores centrais das formas afim os quais serão usados como parâmetros da segunda etapa.

Finalmente, na segunda etapa resolve-se o problema de otimização que visa minimizar o efeito das incertezas produzido pela carga e geração renovável. O modelo matemático a ser resolvido é apresentado em (171)-(177). A solução do modelo fornece os valores dos desvios parciais das variáveis de estado.

$$\begin{aligned} \text{minimize } AA_{P_{LOSS}} = & \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} \sum_{f \in \mathcal{F}} R_{nm,f,f} \cdot \\ & \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + |I_{nm,k}^{sqr}| \right) \end{aligned} \quad (171)$$

sujeito a :

$$\begin{aligned} \sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{re_{nm,f,h,l}} + I_{gre_{n,f,h,l}}^{GR} + I_{gre_{n,f,h,l}}^{SE} = I_{dre_{n,f,h,l}} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{re_{nm,f,h,l}} \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F}, h \in (1..rp+rg), l \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (172)$$

$$\begin{aligned} \sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{im_{mn,f,h,l}} + I_{gim_{n,f,h,l}}^{GR} + I_{gim_{n,f,h,l}}^{SE} = I_{dim_{n,f,h,l}} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{im_{nm,f,h,l}} \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F}, h \in (1..rp+rg), l \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (173)$$

$$\begin{aligned} I_{0nm,f}^{sqr} + \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + |I_{nm,f,k}^{sqr}| \right) \stackrel{a}{\leq} (I_{nm}^{max})^2 \\ \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (174)$$

$$\begin{aligned} I_{0nm,f}^{sqr} - \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |I_{nm,f,h,l}^{sqr}| + |I_{nm,f,k}^{sqr}| \right) \stackrel{a}{\geq} (I_{nm}^{min})^2 \\ \forall nm \in \mathcal{L}, f \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (175)$$

$$\begin{aligned} V_{0n,f}^{sqr} + \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{n,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{n,f,h,l}^{sqr}| + |V_{n,k}^{sqr}| \right) \leq (V_n^{max})^2 \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (176)$$

$$\begin{aligned} V_{0n,f}^{sqr} - \left(\sum_{h=1}^{rp} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{n,f,h,l}^{sqr}| + \sum_{h=rp+1}^{rg} \sum_{l \in \mathcal{F}} |V_{n,f,h,l}^{sqr}| + |V_{n,k}^{sqr}| \right) \geq (V_n^{min})^2 \\ \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (177)$$

Uma vez atingidos os valores centrais e desvios parciais através da resolução do problema de otimização multiobjectivo, devem-se substituir nas formas afins deduzidas em (126), (136),

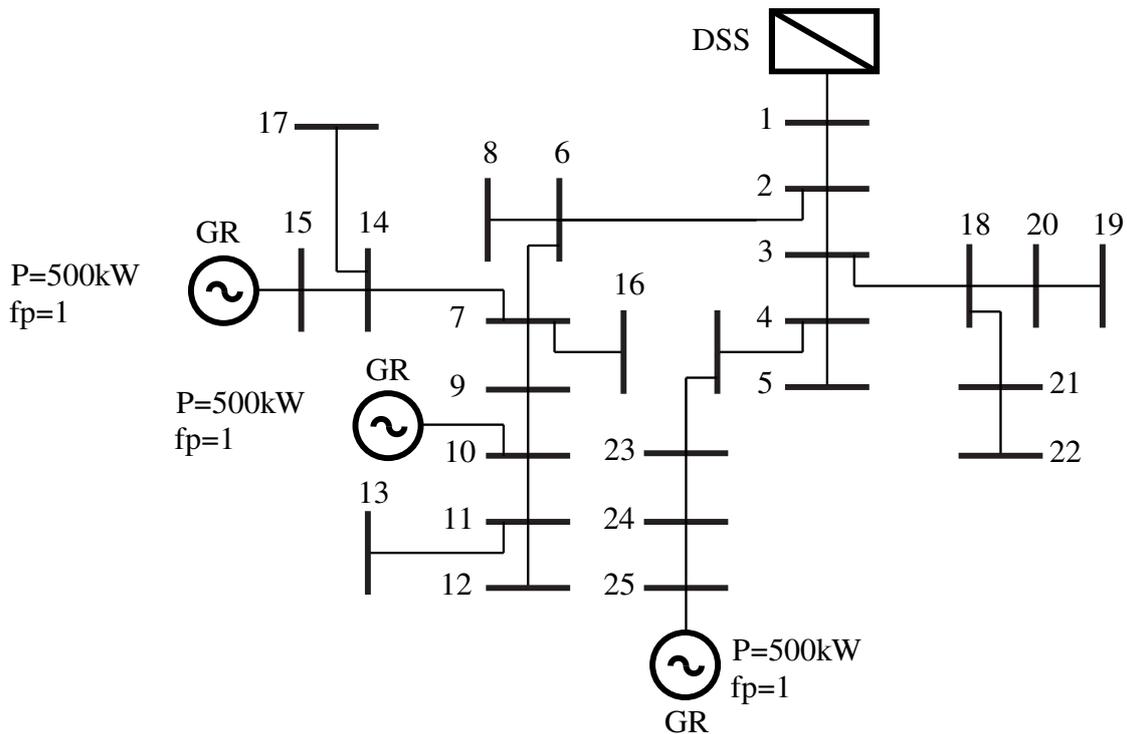
(143), (144), (147), (148) e (107), de tal modo que depois de transformar tais formas afins resultantes em intervalo, usando (3), é possível conseguir os limites de operação do módulo da tensão $[V_n^{min}, V_n^{max}]$, ângulo da tensão $[\theta_n^{min}, \theta_n^{max}]$, fluxo de potência ativa e reativa nas linhas $[P_{nm}^{min}, P_{nm}^{max}]$, $[Q_{nm}^{min}, Q_{nm}^{max}]$, potência ativa e reativa de geração na subestação $[P_{g_n}^{SEmin}, P_{g_n}^{SEmax}]$, $[Q_{g_n}^{SEmin}, Q_{g_n}^{SEmax}]$, e as perdas de potência ativa totais $[P_{LOSS}^{min}, P_{LOSS}^{max}]$.

4.1.4 Resultados numéricos

Nesta seção é apresentado o sistema teste de distribuição para avaliar a eficiência da formulação matemática deduzida para o problema de fluxo de potência trifásico baseado em AA. Os resultados fornecidos pela AA são comparados com os resultados calculados pelo método de Monte Carlo como referência, considerando 10000 cenários para as variáveis aleatórias de carga e geração renovável. O modelo matemático apresentado em (149)-(161) foi escrito em AMPL e resolvido usando o solver Knitro num computador ASUS com sistema operacional Windows, processador Intel Core i7-8750H (2.20GHz) e 16GB de RAM.

4.1.4.1 Sistema de distribuição trifásico de 25 barras com geração renovável

Os dados técnicos para o sistema teste são fornecidos no Apêndice A nas Tabelas 4 e 5 (GANESH VULASALA, SIVANAGARAJU SIRIGIRI, 2009). O sistema tem 25 barras, 24 linhas, uma carga total trifásica desequilibrada de potência ativa de 3239,9 kW e uma carga de potência reativa desequilibrada de 2393 kVAR. No sistema são adicionadas fontes de geração renovável nas barras 10, 15 e 25 com uma potência ativa trifásica de geração de 600 kW e um fator de potência igual a 1. No modelo deduzido, os dados de entrada são considerados sem correlação, além disso, é estabelecida uma tolerância de flutuação de $\pm 10\%$ para os dados incertos da potência de carga e geração renovável. O diagrama do sistema teste é apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Sistema de 25 Barras com Geração Distribuída

Fonte: do próprio autor.

Os intervalos e os valores determinísticos calculados pela AA para a tensão em cada uma das fases e nas barras do sistema pode-se observar na Figura 3. As Figuras 4, 5 e 6 fornecem os limites inferior e superior e o valor determinístico para a tensão nas fases A, B e C, respectivamente, obtidos pela AA, assim como os intervalos fornecidos pelo método de Monte Carlo. A Figura 7 apresenta os limites inferior e superior e o valor determinístico calculados por meio da AA, assim como os intervalos determinados pelo método de Monte Carlo para o ângulo da tensão na fase A em todas barras do sistema. Finalmente, as Figuras 8 e 9 proporcionam os intervalos resultantes dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas e seus valores determinísticos na fase A, respectivamente, fornecidos pela AA, e da mesma forma são apresentados os intervalos calculados pelo método de Monte Carlo.

A Tabela 1 apresenta uma comparação entre as larguras dos intervalos obtidos, pela abordagem proposta e o método de Monte Carlo, para a tensão nas fases A, B e C e para os ângulos na fase A. Nesse contexto, segundo as diferenças de medição entre as duas abordagens apresentadas na Tabela 1, pode-se observar que a AA determina boas estimativas de intervalos para as variáveis do problema.

Tabela 1 – Análises das larguras dos intervalos de tensão e ângulo.

	Barra	AA	MC	Diferença
Figura 4	13	0,0261	0,0115	0,0146
Figura 5	12	0,0284	0,0131	0,0153
Figura 6	13	0,0284	0,0125	0,0159
Figura 7	13	0,8206	0,4037	0,4169

Fonte: do próprio autor.

O tempo computacional de resolução alcançada pelas duas abordagens pode-se observar na Tabela 2. Com base na comparação da Tabela 1 e os tempos computacionais da Tabela 2 é evidente que o método da AA fornece resultados robustos num tempo computacional pequeno em relação ao método de Monte Carlo, sendo assim uma abordagem útil para o análises de aplicações em tempo real.

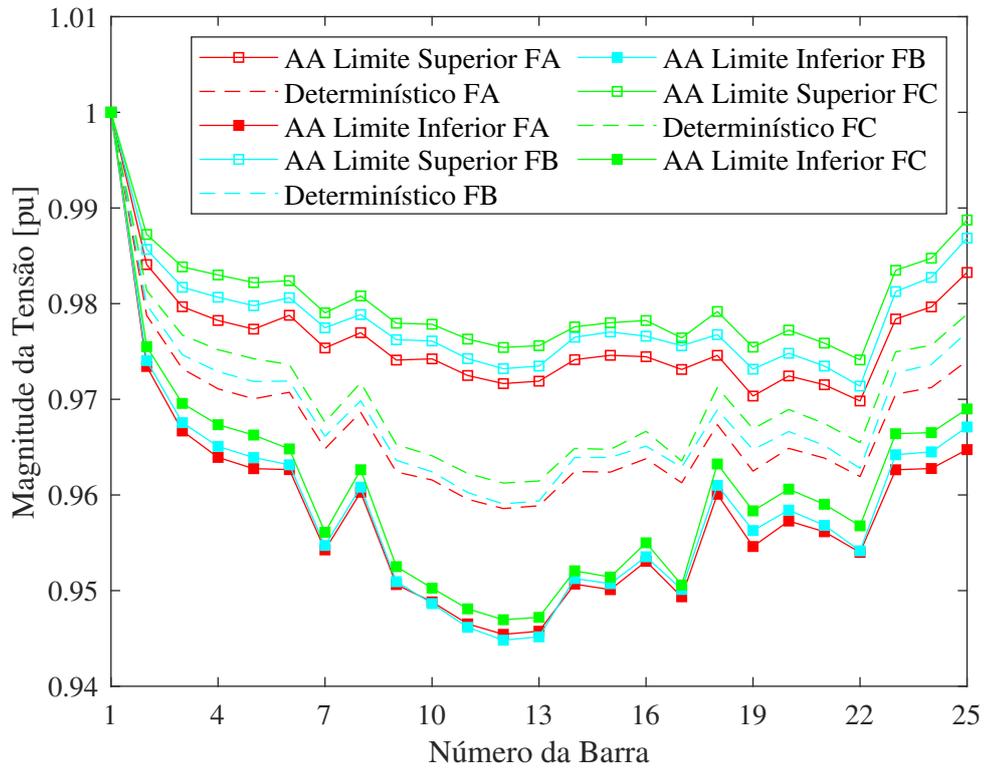
Tabela 2 – Tempo de simulação computacional.

Método	Tempo Computacional [seg]
Aritmética Afim	51,87
Monte Carlo	26693,00

Fonte: do próprio autor.

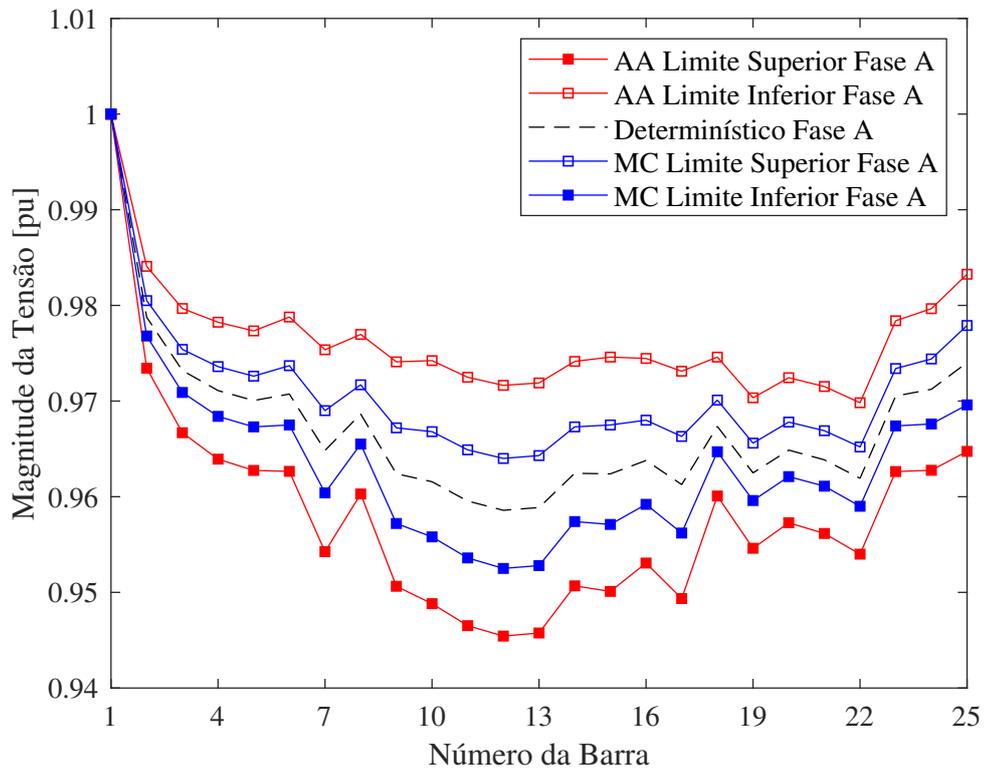
Além disso, a abordagem da AA fornece os resultados da potência ativa de injeção da subestação para os limites inferior e superior nas fases A, B e C que são [322, 232; 673, 939] kW, [331, 963; 687, 438] kW e [327, 274; 679.738] kW, enquanto que, os resultados para potência reativa de injeção nas fases A, B e C são [729, 317; 909, 308] kVAr, [735, 261; 917, 412] kVAr e [734, 531; 918, 902] kVAr. Finalmente, as perdas ativas totais trifásicas obtidas para os limites inferior e superior são de [56, 2824; 91, 2216] kW.

Figura 3 – Magnitude da tensão - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída



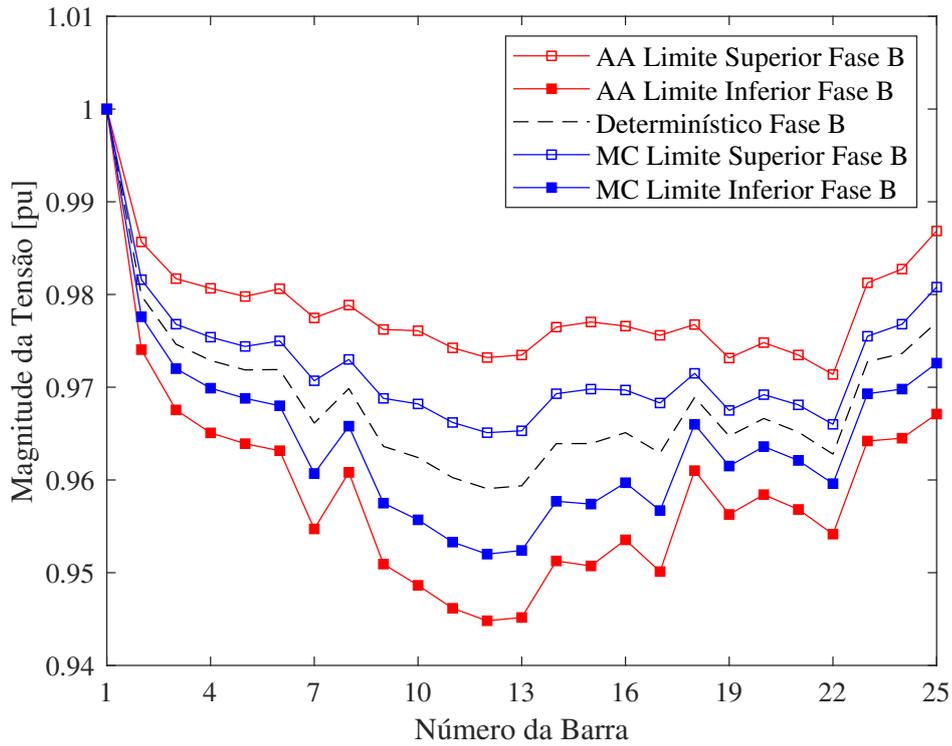
Fonte: do próprio autor.

Figura 4 – Magnitude da tensão fase A - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída



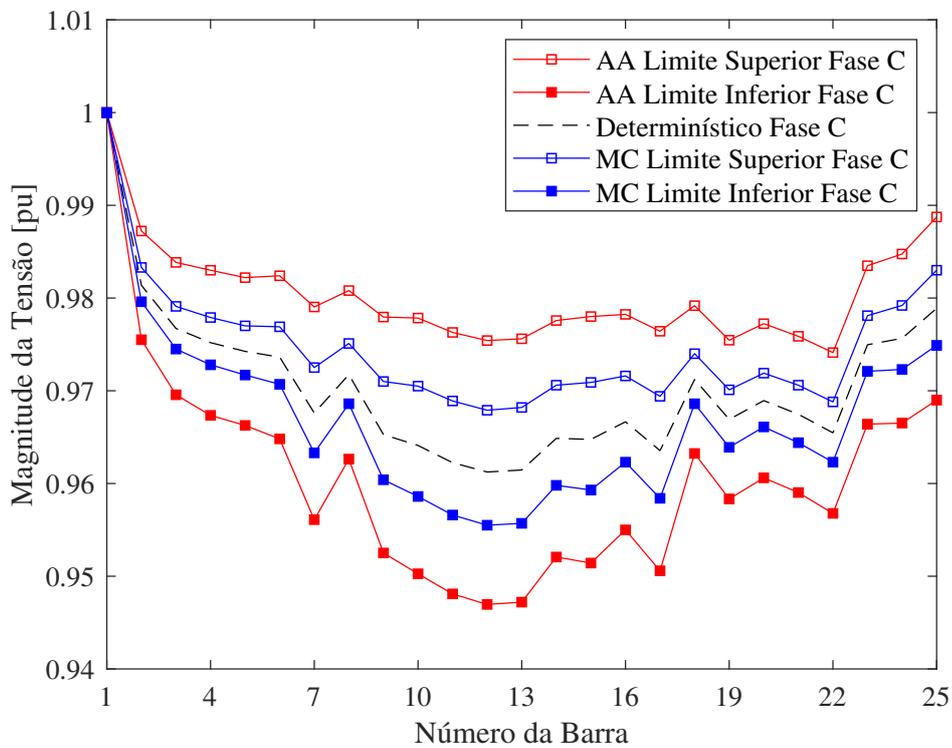
Fonte: do próprio autor.

Figura 5 – Magnitude da tensão fase B - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída



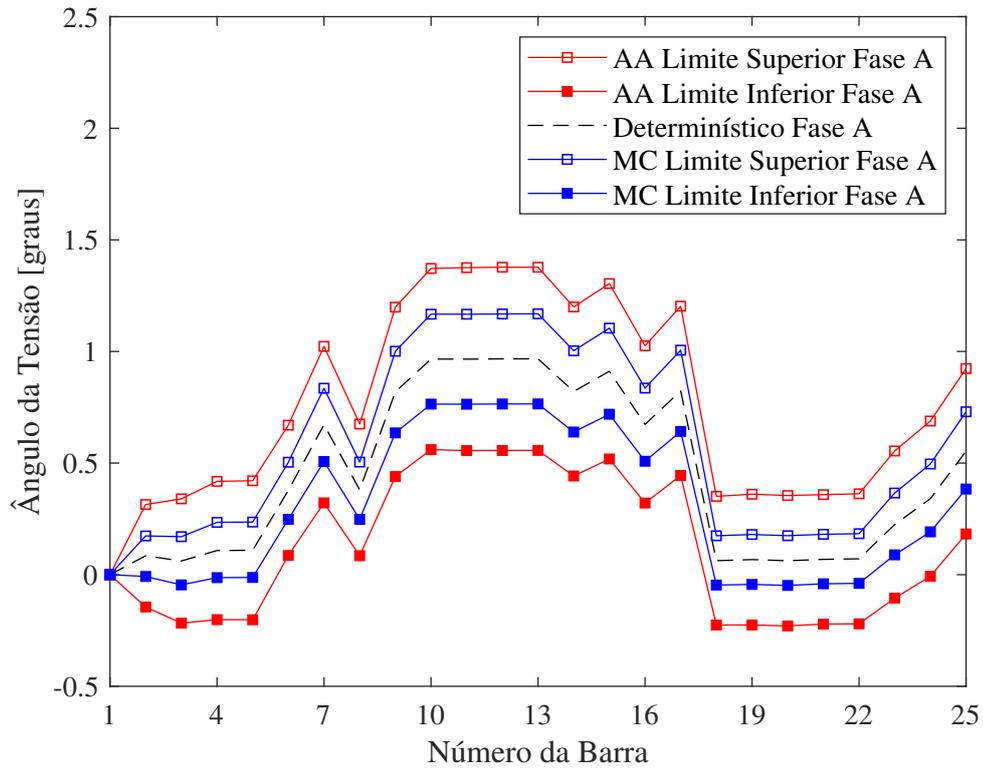
Fonte: do próprio autor.

Figura 6 – Magnitude da tensão fase C - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída



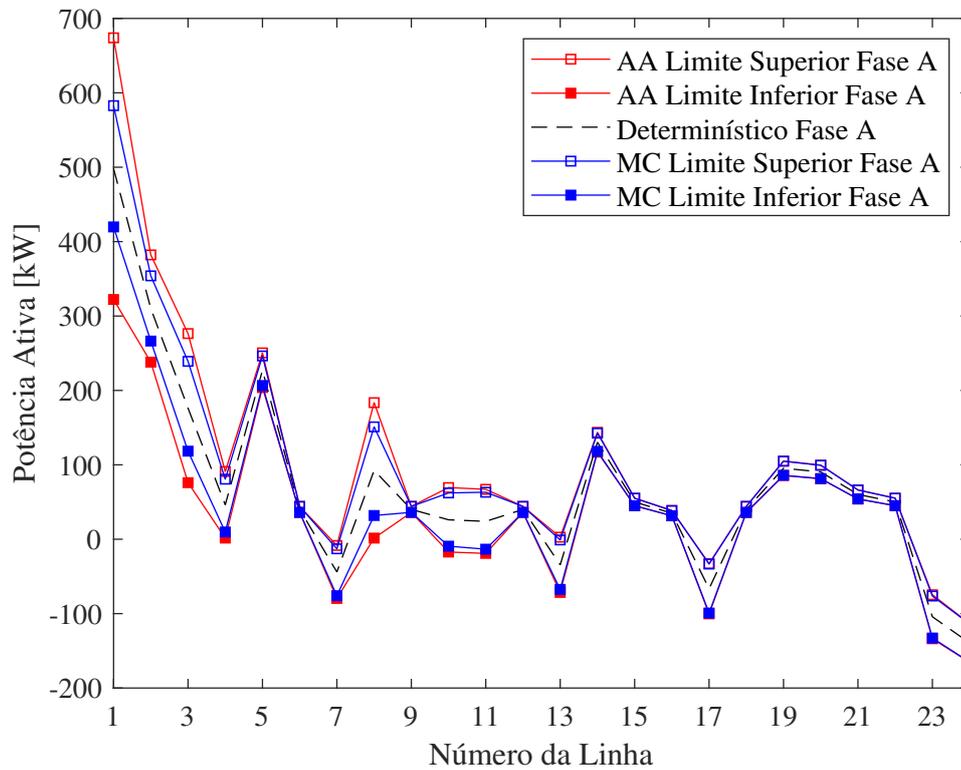
Fonte: do próprio autor.

Figura 7 – Ângulo da tensão - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída



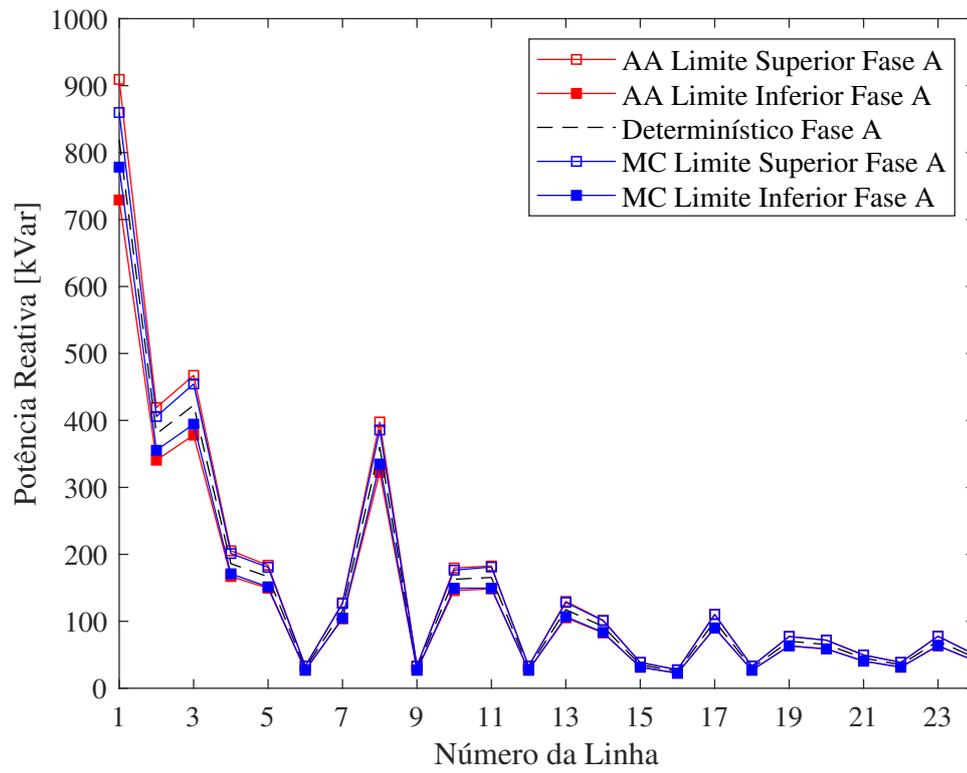
Fonte: do próprio autor.

Figura 8 – Fluxo de potência ativa - Sistema de 25 barras trifásico com geração distribuída



Fonte: do próprio autor.

Figura 9 – Potência ativa total por fase



Fonte: do próprio autor.

5 SISTEMA DE GERENCIAMENTO DE ENERGIA PARA MICRORREDES

Este Capítulo aborda a dedução e avaliação do problema do SGE baseado na AA considerando as incertezas na carga e nas fontes de geração renovável. O modelo matemático será deduzido e resolvido usando os conceitos apresentados nos Capítulos 2 e 3. Finalmente, o Capítulo apresenta a avaliação do modelo matemático resultante num sistema de teste trifásico desbalanceado de 19 barras.

5.1 INTRODUÇÃO

As microrredes definidas comumente como sistemas inteligentes tem sido nas últimas décadas uma tendência mundial devida as possibilidades que brindam em relação a aspectos econômicos, socioambientais e técnicos. Consistem principalmente de elementos distribuídos como fontes de geração renovável, unidades térmicas e sistemas de armazenamento de energia operando de maneira coordenada como uma única entidade e com a capacidade de funcionar conectada à rede ou de forma autônoma. Para garantir uma operação adequada é necessário desenvolver técnicas e esquemas apropriados para os diferentes níveis de controle da microrrede. Em particular, o segundo nível ou denominado também SGE é responsável por fornecer uma operação segura, confiável e econômica da microrrede nos diferentes modos de operação, sendo a implementação um trabalho importante que necessita de métodos de cálculo capazes de funcionar em aplicações em tempo real.

O problema do SGE representa um MPNLIM que desde o ponto de vista computacional é uma tarefa difícil de resolver para os solvers comerciais, até para sistemas de pequena escala. Tal formulação do problema não é apropriada para resolver o SGE para aplicações de despacho em tempo real, por essa razão, alguns trabalhos têm usado uma técnica baseada na separação do problema original com a finalidade de diminuir os tempos de cálculo. A separação do problema consiste na obtenção de um MPLIM e um MPNL. O MPLIM representa o problema de UC cujo resultado depende principalmente do balanço de potência ativa, considerando o efeito das restrições das linhas e requisitos de potência reativa através de modelos aproximados ou simplificados. Enquanto o MPNL representa o problema de despacho econômico que considera, a diferencia do problema de UC, as restrições das linhas e os requisitos de potência reativa no modelo. Assim, o resultado fornecido pelo problema UC é a programação das unidades, variáveis

binárias, que são posteriormente enviadas ao problema de DE para determinar o despacho de potência de cada unidade de geração.

Nessa situação, para aproveitar as vantagens fornecidas pela AA na modelagem das incertezas e ao mesmo tempo para aproveitar as características da técnica da separação para atingir tempos computacionais adequados, este capítulo apresenta a formulação matemática para resolver o problema do SGE para microrredes considerando as incertezas na carga e na geração renovável. A formulação considerará dois problemas de otimização, o primeiro problema é o UCAA cuja formulação é baseada no modelo de barra única, ou seja, o problema é resolvido sem considerar as restrições de linha e requisitos de potência reativa, enquanto o segundo modelo é o processo de despacho que depende dos resultados obtidos no problema de UCAA. Os dois problemas de otimização serão resolvidos sequencialmente através de um processo heurístico.

5.2 SISTEMA DE GERENCIAMENTO DE ENERGIA TRIFÁSICO BASEADO EM AA

Esta seção apresenta uma formulação matemática trifásica para o problema do SGE baseada na AA para microrredes. A formulação segue as características da técnica da separação. Portanto, primeiro apresenta-se a dedução da formulação matemática para o problema de UCAA cuja representação é através de um MPLIM e pode-se resolver usando o solver comercial CPLEX. Depois, explica-se o processo de despacho e a formulação matemática do MPNL para o problema de DE. Finalmente, um diagrama de fluxo fornece o processo heurístico para a solução do problema do SGE.

5.2.1 Unit Commitment baseado em AA

A dedução de uma formulação matemática para o problema de UC trifásico baseado na AA deve começar pela definição dos dados incertos de carga e geração renovável no domínio da AA. Deste modo, as equações (178)-(179) estabelecem a forma afim da carga e geração renovável incerta, respectivamente.

$$\hat{P}_{d_{n,f,t}} = P_{d0_{n,f,t}} + P_{d_{n,f,t,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,f,t} \quad \forall n \in \mathcal{N}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (178)$$

$$\hat{P}_{g_{n,f,t}}^{GR} = P_{g0_{n,f,t}}^{GR} + P_{g_{n,f,t,h,l}}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,f,t} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (179)$$

Onde, $P_{d0_{n,f,t}}$ e $P_{g0_{n,f,t}}^{GR}$ representam os valores centrais das formas afins nas barras $\forall n \in \mathcal{N}$, fase $f \in \mathcal{F}$ e período de tempo $t \in \mathcal{T}$. As expressões $P_{d_{n,f,t,h,l}}$ e $P_{g_{n,f,t,h,l}}^{GR}$ proporcionam os desvios parciais das formas afins em cada barra $\forall n \in \mathcal{N}$, fase $f \in \mathcal{F}$ e período de tempo $t \in \mathcal{T}$ em relação as incertezas de carga $h \in (1 \dots rp)$ e geração renovável $h \in (rp+1 \dots rg)$ e considerando o efeito de cada fase $l \in \mathcal{F}$. Finalmente, $\varepsilon_{h,f,t}$ é o símbolo de ruído produzido pelo efeito das incertezas. As equações definidas em (178) e (179) são consideradas sem correlação alguma, por tal motivo, os símbolos de ruído são independentes para cada dado incerto.

Logo, em base nos símbolos de ruído gerados por cada um dos dados incertos, equações (178) e (179), e possível escrever as variáveis contínuas do problema no domínio da AA. Assim, a expressão (180) é a variável para injeção de potência ativa da subestação, (181) define a forma afim para geração de potência das unidades térmicas, enquanto (182), (183) e (184) estabelecem as formas afins para as variáveis de potência de carga, potência de descarga e o estado de carga dos sistemas de armazenamento de energia, respectivamente, e finalmente, (185) e (186) fornecem as variáveis na forma afim para o recorte de carga e o recorte de geração renovável, respectivamente.

$$\hat{P}_{g_{n,f,t}}^{SE} = P_{g0_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,f,t,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,f,t,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \quad \forall t \in \mathcal{T}, f \in \mathcal{F} \quad (180)$$

$$\hat{P}_{g_{n,f,t}}^{GT} = \left(\frac{P_{g0_{n,t}}^{GT}}{3} \right) + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} \left(\frac{P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}}{3} \right) \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} \left(\frac{P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}}{3} \right) \cdot \varepsilon_{h,l,t} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T} \quad (181)$$

$$\hat{P}_{bch_{n,f,t}}^{BT} = \left(\frac{P_{bch0_{n,t}}^{BT}}{3} \right) + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} \left(\frac{P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}}{3} \right) \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} \left(\frac{P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}}{3} \right) \cdot \varepsilon_{h,l,t} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T} \quad (182)$$

$$\hat{P}_{bdch_{n,f,t}}^{BT} = \left(\frac{P_{bdch0_{n,t}}^{BT}}{3} \right) + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} \left(\frac{P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}}{3} \right) \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} \left(\frac{P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}}{3} \right) \cdot \varepsilon_{h,l,t} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T} \quad (183)$$

$$\hat{SoC}_{n,t} = SoC_{0_{n,t}} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} SoC_{n,t,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} SoC_{n,t,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (184)$$

$$\hat{P}_{n,f,t}^{LC} = P_{0_{n,f,t}}^{LC} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{n,f,t,h,l}^{LC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{n,f,t,h,l}^{LC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \quad \forall n \in \mathcal{CC}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T} \quad (185)$$

$$\hat{P}_{n,f,t}^{RC} = P_{0_{n,f,t}}^{RC} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{n,f,t,h,l}^{RC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{n,f,t,h,l}^{RC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T} \quad (186)$$

Onde, $P_{g0_{n,f,t}}^{SE}$, $P_{g0_{n,t}}^{GT}$, $P_{bch0_{n,t}}^{BT}$, $P_{bdch0_{n,t}}^{BT}$, $SoC_{0_{n,t}}$, $P_{0_{n,f,t}}^{LC}$ e $P_{0_{n,f,t}}^{RC}$ são os valores centrais de cada variável afim, enquanto o segundo e terceiro termo, $P_{g_{n,f,t,h,l}}^{SE}$, $P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}$, $P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}$, $P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}$, $SoC_{n,t,h,l}$, $P_{n,f,t,h,l}^{LC}$ e $P_{n,f,t,h,l}^{RC}$, estabelecem a magnitude do desvio parcial em relação as incertezas h produzidas pela carga e geração renovável, e por último, $\varepsilon_{h,l,t}$ representa o símbolo de ruído.

Finalmente, define-se a representação determinística do problema de UC trifásico em (187)-(222).

$$\min CO = \sum_{t \in \mathcal{T}} \left\{ \Delta t \cdot \alpha_{n,t}^{SE} \cdot P_{g_{n,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \Delta t \cdot \left(\alpha_{2_n}^{GT} \cdot (P_{g_{n,t}}^{GT})^2 + \alpha_{1_n}^{GT} \cdot P_{g_{n,t}}^{GT} + \alpha_{0_n}^{GT} \cdot u_{n,t} \right) + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(C_n^{SD} \cdot SD_{n,t} + C_n^{SU} \cdot SU_{n,t} \right) + \sum_{n \in \mathcal{CC}} C_n^{LC} \cdot P_{n,t}^{LC} \right\} \quad (187)$$

sujeito a :

$$\sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gre0_{n,f,t}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{re0_{n,f,t}}^{RC} + I_{gre0_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gre0_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bre0_{n,f,t}}^{BT} = \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dre0_{n,f,t}} - \sum_{n \in \mathcal{CC}} I_{re0_{n,f,t}}^{LC} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (188)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gim0_{n,f,t}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{im0_{n,f,t}}^{RC} + I_{gim0_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gim0_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bim0_{n,f,t}}^{BT} = \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dim0_{n,f,t}} - \sum_{n \in \mathcal{CC}} I_{im0_{n,f,t}}^{LC} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (189)$$

$$P_{d_{n,f,t}} = V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{dre_{n,f,t}} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{dim_{n,f,t}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (190)$$

$$Q_{d_{n,f,t}} = -V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{dim_{n,f,t}} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{dre_{n,f,t}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (191)$$

$$P_{g_{n,f,t}}^{GR} = V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{gre_{n,f,t}}^{GR} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{gim_{n,f,t}}^{GR} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (192)$$

$$Q_{g_{n,f,t}}^{GR} = -V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{gim_{n,f,t}}^{GR} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{gre_{n,f,t}}^{GR} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (193)$$

$$P_{g_{n,f,t}}^{SE} = V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{gre_{n,f,t}}^{SE} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{gim_{n,f,t}}^{SE} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (194)$$

$$Q_{g_{n,f,t}}^{SE} = -V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{gim_{n,f,t}}^{SE} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{gre_{n,f,t}}^{SE} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (195)$$

$$\frac{P_{g_{n,t}}^{GT}}{3} = V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{gre_{n,f,t}}^{GT} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{gim_{n,f,t}}^{GT} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (196)$$

$$\frac{Q_{g_{n,t}}^{GT}}{3} = -V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{gim_{n,f,t}}^{GT} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{gre_{n,f,t}}^{GT} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (197)$$

$$\frac{P_{bdch_{n,t}}^{BT} - P_{bch_{n,t}}^{BT}}{3} = V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{bre_{n,f,t}}^{BT} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{bim_{n,f,t}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (198)$$

$$0 = -V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{bim_{n,f,t}}^{BT} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{bre_{n,f,t}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (199)$$

$$P_{n,f,t}^{LC} = V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{re_{n,f,t}}^{LC} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{im_{n,f,t}}^{LC} \quad \forall n \in \mathcal{CC}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (200)$$

$$P_{n,f,t}^{LC} \cdot Kq_{n,f,t} = -V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{im_{n,f,t}}^{LC} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{re_{n,f,t}}^{LC} \quad \forall n \in \mathcal{CC}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (201)$$

$$P_{n,f,t}^{RC} = V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{re_{n,f,t}}^{RC} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{im_{n,f,t}}^{RC} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (202)$$

$$P_{n,f,t}^{RC} \cdot Kgq_{n,f,t} = -V_{re_{n,f,t}} \cdot I_{im_{n,f,t}}^{RC} + V_{im_{n,f,t}} \cdot I_{re_{n,f,t}}^{RC} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (203)$$

$$P_{g_n}^{SEmin} \leq P_{g_n,t}^{SE} \leq P_{g_n}^{SEmax} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (204)$$

$$P_n^{LCmin} \leq P_{n,f,t}^{LC} \leq P_n^{LCmax} \quad \forall n \in \mathcal{CC}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (205)$$

$$P_n^{RCmin} \leq P_{n,f,t}^{RC} \leq P_n^{RCmax} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (206)$$

$$b_{ch_{n,t}} \cdot P_{bch_n}^{BTmin} \leq P_{bch_{n,t}}^{BT} \leq b_{ch_{n,t}} \cdot P_{bch_n}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (207)$$

$$b_{dch_{n,t}} \cdot P_{bdch_n}^{BTmin} \leq P_{bdch_{n,t}}^{BT} \leq b_{dch_{n,t}} \cdot P_{bdch_n}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (208)$$

$$b_{ch_{n,t}} + b_{dch_{n,t}} \leq 1 \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (209)$$

$$SoC_{n,t} - SoC_{n,t-1} = \left(P_{bch_{n,t}}^{BT} \cdot \eta_{ch_n} - \frac{P_{bdch_{n,t}}^{BT}}{\eta_{dch_n}} \right) \cdot \Delta t \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (210)$$

$$SoC_n^{min} \leq SoC_{n,t} \leq SoC_n^{max} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (211)$$

$$P_{g_n}^{GTmin} \cdot u_{n,t} \leq P_{g_n,t}^{GT} \leq P_{g_n}^{GTmax} \cdot u_{n,t} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (212)$$

$$P_{g_n,t}^{GT} - P_{g_n,t-1}^{GT} \leq R_n^{UP} \cdot \Delta t + SU_{n,t} \cdot P_{g_n}^{GTmin} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (213)$$

$$P_{g_n,t-1}^{GT} - P_{g_n,t}^{GT} \leq R_n^{DN} \cdot \Delta t + SD_{n,t} \cdot P_{g_n}^{GTmin} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (214)$$

$$SU_{n,t} - SD_{n,t} \leq 1 \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (215)$$

$$SU_{n,t} - SD_{n,t} = u_{n,t} - u_{n,t-1} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (216)$$

$$\sum_{t=1}^{Ltr_n} (1 - u_{n,t}) = 0 \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (217)$$

$$\sum_{t=k}^{k+UT_n-1} u_{n,t} \leq UT_n \cdot SU_{n,k} \quad \forall k = Ltr_n + 1 \cdots T - UT_n + 1 \quad (218)$$

$$\sum_{t=k}^T (u_{n,t} - SU_{n,k}) \leq 0 \quad \forall k = T - UT_n + 2 \cdots T \quad (219)$$

$$\sum_{t=1}^{Ftr_n} u_{n,t} = 0 \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (220)$$

$$\sum_{t=k}^{k+DT_n-1} (1 - u_{n,t}) \leq DT_n \cdot SD_{n,k} \quad \forall k = Ftr_n + 1 \cdots T - DT_n + 1 \quad (221)$$

$$\sum_{t=k}^T (1 - u_{n,t} - SD_{n,k}) \leq 0 \quad \forall k = T - DT_n + 2 \cdots T \quad (222)$$

Onde, a equação (187) representa a função objetivo do problema de otimização que visa minimizar o custo total de operação do sistema de distribuição. O custo total compreende, o custo da injeção de potência ativa da subestação, o custo de geração de potência ativa das unidades térmicas e o custo de recorte de carga. As equações (188) e (189) representam as restrições de balanço de corrente das componentes real e imaginária, respectivamente. Cada uma delas definidas para as fases $f \in \mathcal{F}$ e período $t \in \mathcal{T}$. Além disso, estão compostas pelo fluxo de corrente em cada linha, a geração de corrente dos geradores renováveis, a corrente de recorte de geração renovável, a injeção de corrente da subestação, a geração de corrente das unidades térmicas, a injeção de corrente dos sistemas de armazenamento de energia, a corrente de carga e a corrente de recorte de carga. A potência de carga ativa e reativa para as barras $n \in \mathcal{N}$, fases $f \in \mathcal{F}$ e período $t \in \mathcal{T}$ são definidas nas restrições (190) e (191), respectivamente, as quais estão em função da componente real e imaginária da tensão e da corrente. As restrições (192) e (193) definem a geração de potência ativa e reativa das fontes renováveis em função da componente real e imaginária da tensão e da corrente. (194) e (195) estabelecem as equações que definem a injeção de potência ativa e reativa da subestação para as fases $f \in \mathcal{F}$ e o período $t \in \mathcal{T}$. A geração de potência ativa e reativa das unidades térmicas são apresentadas nas equações (196) e (197). As expressões (198) e (199) representam a injeção de potência ativa dos sistemas de armazenamento de energia para as barras $n \in \mathcal{BT}$, fases $f \in \mathcal{F}$ e para cada período $t \in \mathcal{T}$. O recorte de potência para as cargas controláveis definidas nas barras $n \in \mathcal{CC}$, fases $f \in \mathcal{F}$ e para o período $t \in \mathcal{T}$ é estabelecido nas equações (200) e (201). (202) e (203) fornecem as restrições para o recorte de potência das unidades de geração renovável nas barras $n \in \mathcal{GR}$, fases $f \in \mathcal{F}$ e período $t \in \mathcal{T}$. A restrição (204) limita a injeção de potência ativa da subestação em cada período $t \in \mathcal{T}$. O recorte de carga e o recorte de geração renovável são limitados pelos valores máximos e mínimos permitidos, os quais são definidos nas restrições (205) e (206), respectivamente. As restrições (207) e (208) estabelecem os limites máximos e mínimos para a potência de carga e descarga, respectivamente, dos sistemas de armazenamento de energia $n \in \mathcal{BT}$ no período $t \in \mathcal{T}$. A restrição (209) é usada para evitar uma carga e descarga simultânea dos sistemas de armazenamento de energia. A restrição (210) estabelece o balanço de energia dos sistemas de armazenamento de energia $n \in \mathcal{BT}$ no período $t \in \mathcal{T}$. O estado de carga dos sistemas de armazenamento de energia é limitado na faixa definida pelo valor máximo e mínimo de energia estabelecidos, e é apresentada na equação (211). (212) é a restrição que define o limite máximo e mínimo para a geração de potência ativa das unidades de geração térmica $n \in \mathcal{GT}$ em cada período $t \in \mathcal{T}$. Os limites para a taxa de aceleração e desaceleração das unidades de geração térmica são apresentados nas equações (213) e (214), respectivamente. (215) e (216) são fornecidas para juntar as decisões de programação das unidades com a variável de status, assim como para evitar que as unidades de geração térmica

sejam ligadas e desligadas simultaneamente. O conjunto de restrições (217)-(222) estabelecem o tempo mínimo de atividade e o tempo mínimo de inatividade das unidades de geração térmica.

Após de definir os parâmetros dos dados incertos em (178) e (179), as variáveis contínuas na forma afim em (180)-(186) e o modelo determinístico para o problema de UC trifásico em (187)-(222), pode-se deduzir uma formulação matemática para o problema de UC baseada na AA através das operações afins e não afins explicadas no Capítulo 2 e aplicadas também na dedução do fluxo de potência no Capítulo 4. Então, posterior à realização de todas as operações envolvidas no processo, o modelo é apresentado em (223)-(251).

$$\begin{aligned}
\min CO = & \sum_{t \in \mathcal{T}} \left\{ \Delta t \cdot \left[\alpha_{n,t}^{SE} \cdot \left(P_{g0,n,t}^{SE} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \right) + \right. \\
& \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(\alpha_{2n}^{GT} \cdot \left(P_{g0,n,t}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \right)^2 + \right. \\
& \left. \left. \alpha_{1n}^{GT} \cdot \left(P_{g0,n,t}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \right) + \alpha_{0n}^{GT} \cdot u_{n,t} \right) \right] + \\
& \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(C_n^{SD} \cdot SD_{n,t} + C_n^{SU} \cdot SU_{n,t} \right) + \\
& \left. \sum_{n \in \mathcal{CC}} C^{LC} \cdot \left(\sum_{f \in \mathcal{F}} \left(P_{0_{n,f,t}}^{LC} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{n,f,t,h,l}^{LC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{n,f,t,h,l}^{LC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \right) \right) \right\} \quad (223)
\end{aligned}$$

sujeito a :

$$\begin{aligned}
& \sum_{n \in \mathcal{GR}} \hat{I}_{gre_{n,f,t}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} \hat{I}_{re_{n,f,t}}^{RC} + \hat{I}_{gre_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \hat{I}_{gre_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} \hat{I}_{bre_{n,f,t}}^{BT} = \sum_{n \in \mathcal{N}} \hat{I}_{dre_{n,f,t}} \\
& - \sum_{n \in \mathcal{CC}} \hat{I}_{re_{n,f,t}}^{LC} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (224)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n \in \mathcal{GR}} \hat{I}_{gim_{n,f,t}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} \hat{I}_{im_{n,f,t}}^{RC} + \hat{I}_{gim_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \hat{I}_{gim_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} \hat{I}_{bim_{n,f,t}}^{BT} = \sum_{n \in \mathcal{N}} \hat{I}_{dim_{n,f,t}} \\
& - \sum_{n \in \mathcal{CC}} \hat{I}_{im_{n,f,t}}^{LC} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (225)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{I}_{dre_{n,f,t}} = & I_{dre0_{n,f,t}} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} I_{dre_{n,f,t,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} I_{dre_{n,f,t,h,l}} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + I_{dre_{n,f,t,k}} \cdot \varepsilon_{k,t} \\
& \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (226)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{I}_{gre_{n,f,t}}^{GR} = & I_{gre0_{n,f,t}}^{GR} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GR} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + I_{gre_{n,f,t,k}}^{GR} \cdot \varepsilon_{k,t} \\
& \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (227)
\end{aligned}$$

$$\hat{I}_{gre_{n,f,t}}^{SE} = I_{gre0_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + I_{gre_{n,f,t,k}}^{SE} \cdot \varepsilon_{k,t} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (228)$$

$$\hat{I}_{re_{n,f,t}}^{RC} = I_{re0_{n,f,t}}^{RC} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} I_{re_{n,f,t,h,l}}^{RC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} I_{re_{n,f,t,h,l}}^{RC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + I_{re_{n,f,t,k}}^{RC} \cdot \varepsilon_{k,t} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (229)$$

$$\hat{I}_{re_{n,f,t}}^{LC} = I_{re0_{n,f,t}}^{LC} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} I_{re_{n,f,t,h,l}}^{LC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} I_{re_{n,f,t,h,l}}^{LC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + I_{re_{n,f,t,k}}^{LC} \cdot \varepsilon_{k,t} \quad \forall n \in \mathcal{CC}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (230)$$

$$\hat{I}_{gre_{n,f,t}}^{GT} = I_{gre0_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + I_{gre_{n,f,t,k}}^{GT} \cdot \varepsilon_{k,t} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (231)$$

$$\hat{I}_{bre_{n,f,t}}^{BT} = I_{bre0_{n,f,t}}^{BT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} I_{bre_{n,f,t,h,l}}^{BT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} I_{bre_{n,f,t,h,l}}^{BT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + I_{bre_{n,f,t,k}}^{BT} \cdot \varepsilon_{k,t} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (232)$$

$$P_{g_n}^{SEmin} \leq P_{g0_{n,t}}^{SE} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t,h,l}}^{SE} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \leq P_{g_n}^{SEmax} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (233)$$

$$P_n^{LCmin} \leq P_{0_{n,f,t}}^{LC} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{n,f,t,h,l}^{LC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{n,f,t,h,l}^{LC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \leq P_n^{LCmax} \quad \forall n \in \mathcal{CC}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (234)$$

$$P_n^{RCmin} \leq P_{0_{n,f,t}}^{RC} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{n,f,t,h,l}^{RC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{n,f,t,h,l}^{RC} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \leq P_n^{RCmax} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (235)$$

$$b_{ch_{n,t}} \cdot P_{bch_n}^{BTmin} \leq P_{bch0_{n,t}}^{BT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \leq b_{ch_{n,t}} \cdot P_{bch_n}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (236)$$

$$b_{dch_{n,t}} \cdot P_{bdch_n}^{BTmin} \leq P_{bdch0_{n,t}}^{BT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \leq b_{dch_{n,t}} \cdot P_{bdch_n}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (237)$$

$$b_{ch_{n,t}} + b_{dch_{n,t}} \leq 1 \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (238)$$

$$\begin{aligned} & SoC_{0_{n,t}} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} SoC_{n,t,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} SoC_{n,t,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l,t} = SoC_{0_{n,t-1}} + \\ & \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} SoC_{n,t-1,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l,t-1} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} SoC_{n,t-1,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l,t-1} + \left(P_{bch0_{n,t}}^{BT} \cdot \eta_{ch_n} + \right. \\ & \left. \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \cdot \eta_{ch_n} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \cdot \eta_{ch_n} - \frac{P_{bdch0_{n,t}}^{BT}}{\eta_{ch_n}} \right) \end{aligned}$$

$$\left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} \frac{P_{bdchn,t,h,l}^{BT}}{\eta_{chn}} \cdot \varepsilon_{h,l,t} - \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} \frac{P_{bdchn,t,h,l}^{BT}}{\eta_{chn}} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \right) \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (239)$$

$$SoC_n^{min} \leq SoC_{0,n,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} SoC_{n,t,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} SoC_{n,t,h,l} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \leq SoC_n^{max} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (240)$$

$$P_{g_n}^{GTmin} \cdot u_{n,t} \leq P_{g_{0,n,t}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \leq P_{g_n}^{GTmax} \cdot u_{n,t} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (241)$$

$$P_{g_{0,n,t}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} \leq P_{g_{0,n,t-1}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t-1,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t-1} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t-1,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t-1} + R_n^{UP} \cdot \Delta t + SU_{n,t} \cdot P_{g_n}^{GTmin} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (242)$$

$$P_{g_{0,n,t-1}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t-1,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t-1} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t-1,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t-1} \leq P_{g_{0,n,t}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot \varepsilon_{h,l,t} + R_n^{DN} \cdot \Delta t + SD_{n,t} \cdot P_{g_n}^{GTmin} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (243)$$

$$SU_{n,t} - SD_{n,t} \leq 1 \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (244)$$

$$SU_{n,t} - SD_{n,t} = u_{n,t} - u_{n,t-1} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (245)$$

$$\sum_{t=1}^{Ltr_n} (1 - u_{n,t}) = 0 \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (246)$$

$$\sum_{t=k}^{k+UT_n-1} u_{n,t} \leq UT_n \cdot SU_{n,k} \quad \forall k = Ltr_n + 1 \cdots T - UT_n + 1 \quad (247)$$

$$\sum_{t=k}^T (u_{n,t} - SU_{n,k}) \leq 0 \quad \forall k = T - UT_n + 2 \cdots T \quad (248)$$

$$\sum_{t=1}^{Ftr_n} u_{n,t} = 0 \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (249)$$

$$\sum_{t=k}^{k+DT_n-1} (1 - u_{n,t}) \leq DT_n \cdot SD_{n,k} \quad \forall k = Ftr_n + 1 \cdots T - DT_n + 1 \quad (250)$$

$$\sum_{t=k}^T (1 - u_{n,t} - SD_{n,k}) \leq 0 \quad \forall k = T - DT_n + 2 \cdots T \quad (251)$$

Então, para resolver a formulação matemática deduzida em (223)-(251) deve-se aplicar o conjunto de operadores fornecidos no Capitulo 3, considerando a presença das restrições

intertemporais (239), (242) e (243). Seguidamente, a abordagem escolhida para resolver o modelo matemático multiobjectivo será o método de soma ponderada, já que o uso do método da decomposição em duas etapas não garanti uma solução factível para a segunda etapa mesmo que a primeira etapa forneça uma solução, isso é por causa da presença das variáveis binarias e restrições intertemporais. Portanto, o modelo multiobjectivo resultante, após de aplicar o conjunto de operadores, é apresentado em (252)-(283).

$$\begin{aligned}
\min CO = & \sum_{t \in \mathcal{T}} \left\{ w \cdot \left[\Delta t \cdot \alpha_{n,t}^{SE} \cdot P_{g0_{n,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \Delta t \cdot \left(\alpha_{2_n}^{GT} \cdot (P_{g0_{n,t}}^{GT})^2 + \alpha_{1_n}^{GT} \cdot (P_{g0_{n,t}}^{GT}) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \alpha_{0_n}^{GT} \cdot u_{n,t} \right) + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(C_n^{SD} \cdot SD_{n,t} + C_n^{SU} \cdot SU_{n,t} \right) + \sum_{n \in \mathcal{CC}} \sum_{f \in \mathcal{F}} C^{LC} \cdot P_{n,f,t}^{LC} \right] + \\
& (1-w) \cdot \left[\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} \Delta t \cdot \left(|\alpha_{n,t}^{SE} \cdot P_{g_{n,t,h,l}}^{SE}| + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(2 \cdot \alpha_{2_n}^{GT} \cdot |P_{g0_{n,t}}^{GT} \cdot P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. |\alpha_{1_n}^{GT} \cdot P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| \right) + \sum_{n \in \mathcal{CC}} \sum_{f \in \mathcal{F}} \left(C^{LC} \cdot |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| \right) \right] + \\
& \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} \Delta t \cdot \left(|\alpha_{n,t}^{SE} \cdot P_{g_{n,t,h,l}}^{SE}| + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(2 \cdot \alpha_{2_n}^{GT} \cdot |P_{g0_{n,t}}^{GT} \cdot P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| + \right. \right. \\
& \left. \left. |\alpha_{1_n}^{GT} \cdot P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| \right) + \sum_{n \in \mathcal{CC}} \sum_{f \in \mathcal{F}} \left(C^{LC} \cdot |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| \right) \right] \left. \right\} \quad (252)
\end{aligned}$$

sujeito a :

$$\begin{aligned}
\sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gre0_{n,f,t}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{re0_{n,f,t}}^{RC} + I_{gre0_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gre0_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bre0_{n,f,t}}^{BT} = \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dre0_{n,f,t}} \\
- \sum_{n \in \mathcal{CC}} I_{re0_{n,f,t}}^{LC} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (253)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gim0_{n,f,t}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{im0_{n,f,t}}^{RC} + I_{gim0_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gim0_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bim0_{n,f,t}}^{BT} = \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dim0_{n,f,t}} \\
- \sum_{n \in \mathcal{CC}} I_{im0_{n,f,t}}^{LC} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (254)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{re_{n,f,t,h,l}}^{RC} + I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bre_{n,f,t,h,l}}^{BT} = \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dre_{n,f,t,h,l}} \\
- \sum_{n \in \mathcal{CC}} I_{re_{n,f,t,h,l}}^{LC} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall h \in (1 \dots p), \forall l \in \mathcal{F} \quad (255)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{im_{n,f,t,h,l}}^{RC} + I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bim_{n,f,t,h,l}}^{BT} = \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dim_{n,f,t,h,l}} \\
- \sum_{n \in \mathcal{CC}} I_{im_{n,f,t,h,l}}^{LC} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall h \in (1 \dots p), \forall l \in \mathcal{F} \quad (256)
\end{aligned}$$

$$P_{g0_{n,t}}^{SE} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t,h,l}}^{SE}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t,h,l}}^{SE}| \right) \leq P_{g_{n,t}}^{SEmax} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (257)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{SE} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t,h,l}}^{SE}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t,h,l}}^{SE}| \right) \geq P_{g_{n,t}}^{SEmin} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (258)$$

$$P_{0_{n,f,t}}^{LC} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| \right) \leq P_n^{LCmax} \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (259)$$

$$P_{0_{n,f,t}}^{LC} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| \right) \geq P_n^{LCmin} \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (260)$$

$$P_{0_{n,f,t}}^{RC} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{n,f,t,h,l}^{RC}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{n,f,t,h,l}^{RC}| \right) \leq P_n^{RCmax} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (261)$$

$$P_{0_{n,f,t}}^{RC} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{n,f,t,h,l}^{RC}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{n,f,t,h,l}^{RC}| \right) \geq P_n^{RCmin} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (262)$$

$$P_{bch0_{n,t}}^{BT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| \right) \leq b_{ch_{n,t}} \cdot P_{bch_n}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (263)$$

$$P_{bch0_{n,t}}^{BT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| \right) \geq b_{ch_{n,t}} \cdot P_{bch_n}^{BTmin} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (264)$$

$$P_{bdch0_{n,t}}^{BT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}| \right) \leq b_{dch_{n,t}} \cdot P_{bdch_n}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (265)$$

$$P_{bdch0_{n,t}}^{BT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}| \right) \geq b_{dch_{n,t}} \cdot P_{bdch_n}^{BTmin} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (266)$$

$$b_{ch_{n,t}} + b_{dch_{n,t}} \leq 1 \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (267)$$

$$SoC_{0_{n,t}} = SoC_{0_{n,t-1}} + \left(P_{bch0_{n,t}}^{BT} \cdot \eta_{ch_n} - \frac{P_{bdch0_{n,t}}^{BT}}{\eta_{dch_n}} \right) \cdot \Delta t \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (268)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |SoC_{n,t,h,l}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |SoC_{n,t,h,l}| = \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |SoC_{n,t-1,h,l}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |SoC_{n,t-1,h,l}| +$$

$$\left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| \cdot \eta_{ch_n} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| \cdot \eta_{ch_n} - \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} \frac{|P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}|}{\eta_{dch_n}} - \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} \frac{|P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}|}{\eta_{dch_n}} \right) \cdot \Delta t \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (269)$$

$$SoC_{n,t} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |SoC_{n,t,h,l}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |SoC_{n,t,h,l}| \right) \leq SoC_n^{max} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (270)$$

$$SoC_{n,t} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |SoC_{n,t,h,l}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |SoC_{n,t,h,l}| \right) \geq SoC_n^{min} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (271)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{GT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| \right) \leq P_{g_n}^{GTmax} \cdot u_{n,t} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (272)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{GT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| \right) \geq P_{g_n}^{GTmin} \cdot u_{n,t} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (273)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{GT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| \right) \leq P_{g0_{n,t-1}}^{GT} + R_n^{UP} \cdot \Delta t + SU_{n,t} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t-1,h,l}}^{GT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t-1,h,l}}^{GT}| \right) \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (274)$$

$$P_{g0_{n,t-1}}^{GT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t-1,h,l}}^{GT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t-1,h,l}}^{GT}| \right) \leq P_{g0_{n,t}}^{GT} + R_n^{DN} \cdot \Delta t + SD_{n,t} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| \right) \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (275)$$

$$SU_{n,t} - SD_{n,t} \leq 1 \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (276)$$

$$SU_{n,t} - SD_{n,t} = u_{n,t} - u_{n,t-1} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (277)$$

$$\sum_{t=1}^{Ltr_n} (1 - u_{n,t}) = 0 \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (278)$$

$$\sum_{t=k}^{k+UT_n-1} u_{n,t} \leq UT_n \cdot SU_{n,k} \quad \forall k = Ltr_n + 1 \cdots T - UT_n + 1 \quad (279)$$

$$\sum_{t=k}^T (u_{n,t} - SU_{n,k}) \leq 0 \quad \forall k = T - UT_n + 2 \cdots T \quad (280)$$

$$\sum_{t=1}^{Ftr_n} u_{n,t} = 0 \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (281)$$

$$\sum_{t=k}^{k+DT_n-1} (1 - u_{n,t}) \leq DT_n \cdot SD_{n,k} \quad \forall k = Ftr_n + 1 \cdots T - DT_n + 1 \quad (282)$$

$$\sum_{t=k}^T (1 - u_{n,t} - SD_{n,k}) \leq 0 \quad \forall k = T - DT_n + 2 \cdots T \quad (283)$$

Onde, a função multiobjetivo em (252) contém dois objetivos. O primeiro visa minimizar o custo de operação dos valores centrais das variáveis afins, que é a somatória do custo de despacho de potência ativa da subestação, das unidades térmicas e o custo do recorte de carga. O segundo objetivo representa a minimização do custo de operação dos desvios parciais das variáveis afins, os quais compreendem o custo de redespacho da subestação, unidades térmicas e o custo da variação do recorte de carga. O valor de w pode-se escolher entre o intervalo $[0, 1]$ de acordo com o grau de conservadorismo em relação as incertezas. As expressões (253) e (254) representam a equação de balanço de corrente da componente real e imaginária dos valores centrais definida para cada fase $f \in \mathcal{F}$ e período de tempo $t \in \mathcal{T}$, enquanto (255) e (256) fornecem as equações de balanço da componente real e imaginária dos desvios parciais em relação as incertezas $h \in (0 \dots p)$. Além disso, cada uma das restrições de balanço está composta pelo fluxo de corrente em cada linha, a injeção de corrente das unidades de geração renovável, a corrente do recorte de geração renovável, a injeção de corrente da subestação, a geração de corrente das unidades térmicas, a injeção de corrente dos sistemas de armazenamento de energia, a corrente de carga e a corrente de recorte de carga. As equações na forma afim (257) e (258) representam o limite máximo e mínimo da injeção de potência ativa da subestação, respectivamente, para cada período $t \in \mathcal{T}$. (259) e (260) são as expressões na forma afim que limitam o recorte de carga máximo e mínimo, respectivamente, para cada carga controlável $n \in CC$, fase $f \in \mathcal{F}$ e no período $t \in \mathcal{T}$. As expressões (261) e (262) representam as formas afins para o limite máximo e mínimo do recorte de geração renovável, respectivamente. As formas afins (263), (264) e (265), (266) são os limites máximo e mínimo para a carga e descarga dos sistemas de armazenamento de energia, definidas para cada $n \in \mathcal{BT}$ e período $t \in \mathcal{T}$. A restrição (267) é usada para evitar uma carga e descarga simultânea dos sistemas de armazenamento de energia. As restrições (268) e (269) expressam equações de balanço de energia para os valores centrais e desvios parciais, respectivamente, dos sistemas de armazenamento de energia. (270) e (271) são as formas afins usadas para limitar o estado de carga dos sistemas de armazenamento de energia $n \in \mathcal{BT}$ para cada período $t \in \mathcal{T}$. As restrições (272) e (273) estabelecem o limite superior e inferior, respectivamente, para a geração de potência ativa das unidades de geração térmica

$n \in \mathcal{GT}$ para cada período de tempo $t \in \mathcal{T}$. A representação das formas afins nas equações (274) e (275) impõem restrições para os limites das taxas de aceleração e desaceleração das unidades de geração térmica, respectivamente. As equações (276) e (277) são usadas para juntar as decisões de programação das unidades com a variável de status, assim como para evitar que as unidades de geração térmica sejam ligadas e desligadas simultaneamente. O conjunto de restrições (278)-(283) estabelecem o tempo mínimo de atividade e o tempo mínimo de inatividade das unidades de geração térmica.

Como pode-se observar a formulação matemática fornecida em (252)-(283) é uma representação de um Modelo de Programação Não Linear Inteira Mista (MPNLIM) por causa dos termos não lineares envolvidos. Este tipo de problemas pelo geral é difícil de resolver, seja para problemas de otimização pequenos ou grandes, sendo que os solvers comerciais poucas vezes encontram soluções e em tempos computacionais grandes. Por tal motivo, o problema é convertido num MPLIM linearizando os valores absolutos das variáveis $|P_{g_{n,t,h,l}}^{SE}|$, $|P_{n,f,t,h,l}^{LC}|$, $|P_{n,f,t,h,l}^{RC}|$, $|P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}|$, $|P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}|$, $|SoC_{n,t,h,l}|$ e $|P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}|$ através da substituição por uma variável positiva além de adicionar duas restrições por cada uma delas ao problema de otimização (BERTSIMAS; TSITSIKLIS, 1997). Além disso, a expressão não linear $|P_{g_{0,n,t}}^{GT} \cdot P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}|$, resultante do termo quadrático da potência ativa das unidades de geração térmica e presente na função objetivo (252), é relaxada usando os Envelopes McCormick (CASTRO, 2014). E, finalmente, o termo quadrático da potência ativa das unidades térmicas, $(P_{g_{0,n,t}}^{GT})^2$, presente na função objetivo é linearizado através do método de aproximação linear por partes (FRANCO; RIDER; ROMERO, 2015). Portanto, posterior à aplicação das técnicas de linearização o MPLIM resultante para resolver o problema de UCAA é apresentado em (284)-(359).

$$\begin{aligned} \min CO = \sum_{t \in \mathcal{T}} \left\{ w \cdot \left[\Delta t \cdot \alpha_{n,t}^{SE} \cdot P_{g_{0,n,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \Delta t \cdot \left(\alpha_{2_n}^{GT} \cdot P_{g_{0,n,t}}^{sqr} + \alpha_{1_n}^{GT} \cdot (P_{g_{0,n,t}}^{GT}) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \alpha_{0_n}^{GT} \cdot u_{n,t} \right) + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(C_n^{SD} \cdot SD_{n,t} + C_n^{SU} \cdot SU_{n,t} \right) + \sum_{n \in \mathcal{CC}} \sum_{f \in \mathcal{F}} C^{LC} \cdot P_{n,f,t}^{LC} \right] + \\ (1-w) \cdot \left[\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} \Delta t \cdot \left(\alpha_{n,t}^{SE} \cdot P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(2 \cdot \alpha_{2_n}^{GT} \cdot PP_{G_{n,t,h,l}} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \alpha_{1_n}^{GT} \cdot P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \right) + \sum_{n \in \mathcal{CC}} \sum_{f \in \mathcal{F}} \left(C^{LC} \cdot P_{LC_{n,f,t,h,l}} \right) \right] + \\ \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} \Delta t \cdot \left(\alpha_{n,t}^{SE} \cdot P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(2 \cdot \alpha_{2_n}^{GT} \cdot PP_{G_{n,t,h,l}} + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. \left. \left. \alpha_{1_n}^{GT} \cdot P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \right) + \sum_{n \in CC} \sum_{f \in \mathcal{F}} \left(C^{LC} \cdot P_{LC_{n,f,t,h,l}} \right) \right) \right\} \quad (284)$$

sujeito a :

$$\begin{aligned} \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gre0_{n,f,t}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{re0_{n,f,t}}^{RC} + I_{gre0_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gre0_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bre0_{n,f,t}}^{BT} &= \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dre0_{n,f,t}} \\ - \sum_{n \in CC} I_{re0_{n,f,t}}^{LC} & \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (285)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gim0_{n,f,t}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{im0_{n,f,t}}^{RC} + I_{gim0_{n,f,t}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gim0_{n,f,t}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bim0_{n,f,t}}^{BT} &= \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dim0_{n,f,t}} \\ - \sum_{n \in CC} I_{im0_{n,f,t}}^{LC} & \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (286)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{re_{n,f,t,h,l}}^{RC} + I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gre_{n,f,t,h,l}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bre_{n,f,t,h,l}}^{BT} &= \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dre_{n,f,t,h,l}} \\ - \sum_{n \in CC} I_{re_{n,f,t,h,l}}^{LC} & \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall h \in (1 \dots p), \forall l \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (287)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{GR} - \sum_{n \in \mathcal{GR}} I_{im_{n,f,t,h,l}}^{RC} + I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} I_{gim_{n,f,t,h,l}}^{GT} + \sum_{n \in \mathcal{BT}} I_{bim_{n,f,t,h,l}}^{BT} &= \sum_{n \in \mathcal{N}} I_{dim_{n,f,t,h,l}} \\ - \sum_{n \in CC} I_{im_{n,f,t,h,l}}^{LC} & \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall h \in (1 \dots p), \forall l \in \mathcal{F} \end{aligned} \quad (288)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{SE} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} \right) \leq P_{g_{n,t}}^{SEmax} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (289)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{SE} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} \right) \geq P_{g_{n,t}}^{SEmin} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (290)$$

$$P_{g_{n,t,h,l}}^{SE} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} \quad \forall t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (291)$$

$$-P_{g_{n,t,h,l}}^{SE} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} \quad \forall t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (292)$$

$$P_{g_{n,t,h,l}}^{SE} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} \quad \forall t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (293)$$

$$-P_{g_{n,t,h,l}}^{SE} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{SE} \quad \forall t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (294)$$

$$\begin{aligned} P_{0_{n,f,t}}^{LC} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{LC_{n,f,t,h,l}} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{LC_{n,f,t,h,l}} \right) &\leq P_n^{LCmax} \\ & \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (295)$$

$$\begin{aligned} P_{0_{n,f,t}}^{LC} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{LC_{n,f,t,h,l}} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{LC_{n,f,t,h,l}} \right) &\geq P_n^{LCmin} \\ & \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (296)$$

$$P_{n,f,t,h,l}^{LC} \leq P_{LC_{n,f,t,h,l}} \quad \forall n \in CC, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (297)$$

$$-P_{n,f,t,h,l}^{LC} \leq P_{LC_{n,f,t,h,l}} \quad \forall n \in CC, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (298)$$

$$P_{n,f,t,h,l}^{LC} \leq P_{LC_{n,f,t,h,l}} \quad \forall n \in CC, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (299)$$

$$-P_{n,f,t,h,l}^{LC} \leq P_{LC_{n,f,t,h,l}} \quad \forall n \in CC, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (300)$$

$$P_{0_{n,f,t}}^{RC} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{RC_{n,f,t,h,l}} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{RC_{n,f,t,h,l}} \right) \leq P_n^{RCmax} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (301)$$

$$P_{0_{n,f,t}}^{RC} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{RC_{n,f,t,h,l}} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{RC_{n,f,t,h,l}} \right) \geq P_n^{RCmin} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (302)$$

$$P_{n,f,t,h,l}^{RC} \leq P_{RC_{n,f,t,h,l}} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (303)$$

$$-P_{n,f,t,h,l}^{RC} \leq P_{RC_{n,f,t,h,l}} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (304)$$

$$P_{n,f,t,h,l}^{RC} \leq P_{RC_{n,f,t,h,l}} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (305)$$

$$-P_{n,f,t,h,l}^{RC} \leq P_{RC_{n,f,t,h,l}} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (306)$$

$$SoC_{0_{n,t}} = SoC_{0_{n,t-1}} + \left(P_{bch_{0_{n,t}}}^{BT} \cdot \eta_{ch_n} - \frac{P_{bdch_{0_{n,t}}}^{BT}}{\eta_{dch_n}} \right) \cdot \Delta t \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (307)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} SOC_{n,t,h,l} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} SOC_{n,t,h,l} = \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} SOC_{n,t-1,h,l} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} SOC_{n,t-1,h,l} + \\ & \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} \cdot \eta_{ch_n} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} \cdot \eta_{ch_n} - \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} \frac{P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT}}{\eta_{dch_n}} \right. \\ & \left. - \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} \frac{P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT}}{\eta_{dch_n}} \right) \cdot \Delta t \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (308) \end{aligned}$$

$$SoC_{n,t} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} SOC_{n,t,h,l} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} SOC_{n,t,h,l} \right) \leq SoC_n^{max} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (309)$$

$$SoC_{n,t} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} SOC_{n,t,h,l} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} SOC_{n,t,h,l} \right) \geq SoC_n^{min} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (310)$$

$$SoC_{n,t,h,l} \leq SOC_{n,t,h,l} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (311)$$

$$-SoC_{n,t,h,l} \leq SOC_{n,t,h,l} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (312)$$

$$SoC_{n,t,h,l} \leq SOC_{n,t,h,l} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (313)$$

$$-SoC_{n,t,h,l} \leq SOC_{n,t,h,l} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (314)$$

$$P_{bch_{0_{n,t}}}^{BT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} \right) \leq b_{ch_{n,t}} \cdot P_{bch_n}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (315)$$

$$P_{bch0_{n,t}}^{BT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} \right) \geq b_{ch_{n,t}} \cdot P_{bch_n}^{BTmin} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (316)$$

$$P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT} \leq P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (317)$$

$$-P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT} \leq P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (318)$$

$$P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT} \leq P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (319)$$

$$-P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT} \leq P_{BCH_{n,t,h,l}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (320)$$

$$P_{bdch0_{n,t}}^{BT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT} \right) \leq b_{dch_{n,t}} \cdot P_{bdch_n}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (321)$$

$$P_{bdch0_{n,t}}^{BT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT} \right) \geq b_{dch_{n,t}} \cdot P_{bdch_n}^{BTmin} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (322)$$

$$P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT} \leq P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (323)$$

$$-P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT} \leq P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (324)$$

$$P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT} \leq P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (325)$$

$$-P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT} \leq P_{BDCH_{n,t,h,l}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (326)$$

$$b_{ch_{n,t}} + b_{dch_{n,t}} \leq 1 \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (327)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{GT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \right) \leq P_{g_n}^{GTmax} \cdot u_{n,t} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (328)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{GT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \right) \geq P_{g_n}^{GTmin} \cdot u_{n,t} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (329)$$

$$P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (330)$$

$$-P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (331)$$

$$P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (332)$$

$$-P_{g_{n,t,h,l}}^{GT} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (333)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{GT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \right) \leq P_{g0_{n,t-1}}^{GT} + R_n^{UP} \cdot \Delta t + SU_{n,t} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{G_{n,t-1,h,l}}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{G_{n,t-1,h,l}}^{GT} \right) \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (334)$$

$$P_{g0_{n,t-1}}^{GT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{G_{n,t-1},h,l}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{G_{n,t-1},h,l}^{GT} \right) \leq P_{g0_{n,t}}^{GT} + R_n^{DN} \cdot \Delta t + SD_{n,t} \cdot P_{g_n}^{GTmin}$$

$$- \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} P_{G_{n,t},h,l}^{GT} + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} P_{G_{n,t},h,l}^{GT} \right) \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (335)$$

$$SU_{n,t} - SD_{n,t} \leq 1 \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (336)$$

$$SU_{n,t} - SD_{n,t} = u_{n,t} - u_{n,t-1} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (337)$$

$$\sum_{t=1}^{Ltr_n} (1 - u_{n,t}) = 0 \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (338)$$

$$\sum_{t=k}^{k+UT_n-1} u_{n,t} \leq UT_n \cdot SU_{n,k} \quad \forall k = Ltr_n + 1 \cdots T - UT_n + 1 \quad (339)$$

$$\sum_{t=k}^T (u_{n,t} - SU_{n,k}) \leq 0 \quad \forall k = T - UT_n + 2 \cdots T \quad (340)$$

$$\sum_{t=1}^{Ftr_n} u_{n,t} = 0 \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (341)$$

$$\sum_{t=k}^{k+DT_n-1} (1 - u_{n,t}) \leq DT_n \cdot SD_{n,k} \quad \forall k = Ftr_n + 1 \cdots T - DT_n + 1 \quad (342)$$

$$\sum_{t=k}^T (1 - u_{n,t} - SD_{n,k}) \leq 0 \quad \forall k = T - DT_n + 2 \cdots T \quad (343)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{sqrt} = \sum_{y=1}^Y m_{n,t,y} \cdot \Delta_{n,t,y} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T} \quad (344)$$

$$P_{g0_{n,t}}^{GT} = \sum_{y=1}^Y \Delta_{n,t,y} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T} \quad (345)$$

$$0 \leq \Delta_{n,t,y} \leq \Delta_n^{max} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T} \quad (346)$$

$$m_{n,t,y} = (2 \cdot y - 1) \cdot \Delta_n^{max} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, y \in (1 \dots Y) \quad (347)$$

$$\Delta_n^{max} = \frac{P_{g_n}^{GTmax}}{Y} \quad \forall n \in \mathcal{GT} \quad (348)$$

$$PP_{G_{n,t},h,l} \geq P_{g0_{n,t}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmin} + P_{G_{n,t},h,l}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - P_{g_n}^{GTmin} \cdot P_{g_n}^{GTmin}$$

$$\quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (349)$$

$$PP_{G_{n,t},h,l} \geq P_{g0_{n,t}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmax} + P_{G_{n,t},h,l}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmax} - P_{g_n}^{GTmax} \cdot P_{g_n}^{GTmax}$$

$$\quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (350)$$

$$PP_{G_{n,t},h,l} \leq P_{g0_{n,t}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmax} + P_{G_{n,t},h,l}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - P_{g_n}^{GTmax} \cdot P_{g_n}^{GTmin}$$

$$\quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (351)$$

$$PP_{G_{n,t,h,l}} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmax} + P_{g_{0,n,t}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - P_{g_n}^{GTmin} \cdot P_{g_n}^{GTmax} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp), l \in \mathcal{F} \quad (352)$$

$$PP_{G_{n,t,h,l}} \geq P_{g_{0,n,t}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmin} + P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - P_{g_n}^{GTmin} \cdot P_{g_n}^{GTmin} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (353)$$

$$PP_{G_{n,t,h,l}} \geq P_{g_{0,n,t}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmax} + P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmax} - P_{g_n}^{GTmax} \cdot P_{g_n}^{GTmax} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (354)$$

$$PP_{G_{n,t,h,l}} \leq P_{g_{0,n,t}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmax} + P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - P_{g_n}^{GTmax} \cdot P_{g_n}^{GTmin} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (355)$$

$$PP_{G_{n,t,h,l}} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmax} + P_{g_{0,n,t}}^{GT} \cdot P_{g_n}^{GTmin} - P_{g_n}^{GTmin} \cdot P_{g_n}^{GTmax} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg), l \in \mathcal{F} \quad (356)$$

$$P_{g_n}^{GTmin} \leq P_{g_{0,n,t}}^{GT} \leq P_{g_n}^{GTmax} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T} \quad (357)$$

$$P_{g_n}^{GTmin} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \leq P_{g_n}^{GTmax} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (1 \dots rp) \quad (358)$$

$$P_{g_n}^{GTmin} \leq P_{G_{n,t,h,l}}^{GT} \leq P_{g_n}^{GTmax} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T}, h \in (rp+1 \dots rg) \quad (359)$$

Onde, a função multiobjetivo (284) é uma função linearizada composta por dois objetivos. O primeiro objetivo visa minimizar o custo de operação dos valores centrais das variáveis afins, isto é, o custo total de operação que compreende a somatória do custo de despacho de potência ativa da subestação, das unidades térmicas e o custo do recorte de carga. O segundo objetivo representa a minimização do custo total de operação dos desvios parciais das formas afins, os quais compreendem o custo de redespacho da subestação, unidades térmicas e o custo da variação do recorte de carga. O parâmetro w pode escolher valores pertencentes ao intervalo $[0, 1]$, o qual depende do grau de conservadorismo em relação as incertezas. As restrições (285) e (286) estabelecem as equações de balanço de corrente da componente real e imaginária dos valores centrais, respectivamente, para todas as fases f e tempo t . Enquanto, (287) e (288) representam o balanço de corrente da componente real e imaginária para os desvios parciais nas fases f , período t e em relação as incertezas h considerando o efeito das fases l . Além disso, as restrições de balanço estão compostas pelo fluxo de corrente em cada linha, a injeção de corrente das unidades de geração renovável, a corrente do recorte de geração renovável, a injeção de corrente da subestação, a geração de corrente das unidades térmicas, a injeção

de corrente dos sistemas de armazenamento de energia, a corrente de carga e a corrente de recorte de carga. O conjunto de restrições (289) - (294) fornecem as equações lineares que definem o limite máximo e mínimo da injeção de potência ativa trifásica da subestação para cada período $t \in \mathcal{T}$. As restrições (295) - (300) definem o grupo de equações lineares para representar os limites de recorte de carga que são estabelecidas para cada carga controlável $n \in CC$, fase $f \in \mathcal{F}$ e no período de tempo $t \in \mathcal{T}$. Os limites para o recorte de geração renovável foram linearizadas por meio das restrições (301) - (306) para as barras $n \in \mathcal{GR}$, fases $f \in \mathcal{F}$ e para cada período de tempo $t \in \mathcal{T}$. Os conjuntos de restrições (315) - (320) e (321) - (326) estabelecem a representação linearizada para os limites de carga e descarga dos sistemas de armazenamento de energia $n \in \mathcal{BT}$ para o período de tempo $t \in \mathcal{T}$. A restrição (327) é usada para evitar uma carga e descarga simultânea dos sistemas de armazenamento de energia. O balanço de energia para os valores centrais e desvios parciais dos sistemas de armazenamento de energia são representados pelas expressões linearizadas (307) e (308), respectivamente. Os limites máximo e mínimo para o estado de carga dos sistemas de armazenamento de energia são fornecidos por meio das restrições lineares (309) - (314), e são definidos para $n \in \mathcal{BT}$ e para cada período de tempo $t \in \mathcal{T}$. As restrições linearizadas (328) - (333) definem os limites para a geração de potência ativa das unidades térmicas $n \in \mathcal{GT}$. A representação linear (334) e (335) impõem restrições para os limites das taxas de aceleração e desaceleração das unidades de geração térmica, respectivamente. As equações (336) e (337) estabelecem uma relação entre as decisões de programação das unidades e a variável de status, bem como evitar que as unidades de geração térmica sejam ligadas e desligadas simultaneamente. O grupo de restrições (338) - (343) definem o tempo mínimo de atividade e o tempo mínimo de inatividade das unidades de geração térmica. As restrições (344) - (348) representam uma aproximação linear por partes para o termo quadrático $(P_{g0_{n,t}}^{GT})^2$ da função de custos das unidades de geração térmicas. O conjunto de restrições (349)-(359) estabelecem expressões lineares para o termo $|P_{g0_{n,t}}^{GT} \cdot P_{g_{n,t,h,t}}^{GT}|$ produzido pelas operações não afins.

5.2.2 Processo de Despacho Econômico

O problema de UCAA, formulação matemática deduzida em (284)-(359), após de ser resolvido fornece como saída os valores dos estados para as variáveis binárias $u_{n,t}$, $SD_{n,t}$, $SU_{n,t}$, $b_{ch_{n,t}}$ e $b_{dch_{n,t}}$, e as formas afins $\hat{P}_{g_{n,f,t}}^{SE}$, $\hat{P}_{g_{n,f,t}}^{GT}$, $\hat{P}_{bch_{n,f,t}}^{BT}$, $\hat{P}_{bdch_{n,f,t}}^{BT}$, $\hat{S}oC_{n,t}$, $\hat{P}_{n,f,t}^{LC}$ e $\hat{P}_{n,f,t}^{RC}$ definidas em (180), (181), (182), (183), (184), (185) e (186), respectivamente. Tais formas afins podem-se representar tanto na forma de intervalo como numa solução específica baseada nas realizações dos dados incertos, carga e geração renovável.

A forma de intervalo será usada para determinar a faixa de valores para os quais a solução é factível no domínio da AA para cada período. Então, o intervalo de operação das formas afins $\hat{P}_{g_{n,f,t}}^{SE}$, $\hat{P}_{g_{n,f,t}}^{GT}$, $\hat{P}_{bch_{n,f,t}}^{BT}$, $\hat{P}_{bdch_{n,f,t}}^{BT}$, $\hat{SoC}_{n,t}$, $\hat{P}_{n,f,t}^{LC}$ e $\hat{P}_{n,f,t}^{RC}$ é calculado através da equação (3) e o resultado pode-se observar em (360)-(366), respectivamente.

$$[AAP_{g_{n,f,t}}^{SEmin}, AAP_{g_{n,f,t}}^{SEmax}] = \left[P_{g_{0,n,f,t}}^{SE} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,f,t,h,l}}^{SE}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,f,t,h,l}}^{SE}| \right), \right. \\ \left. P_{g_{0,n,f,t}}^{SE} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,f,t,h,l}}^{SE}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,f,t,h,l}}^{SE}| \right) \right] \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (360)$$

$$[AAP_{g_{n,t}}^{GTmin}, AAP_{g_{n,t}}^{GTmax}] = \left[P_{g_{0,n,t}}^{GT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| \right), \right. \\ \left. P_{g_{0,n,t}}^{GT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{g_{n,t,h,l}}^{GT}| \right) \right] \quad \forall n \in \mathcal{GT}, t \in \mathcal{T} \quad (361)$$

$$[AAP_{BCH_{n,t}}^{BTmin}, AAP_{BCH_{n,t}}^{BTmax}] = \left[P_{bch_{0,n,t}}^{BT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| \right), \right. \\ \left. P_{bch_{0,n,t}}^{BT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bch_{n,t,h,l}}^{BT}| \right) \right] \quad \forall n \in \mathcal{BT}, t \in \mathcal{T} \quad (362)$$

$$[AAP_{BDCH_{n,t}}^{BTmin}, AAP_{BDCH_{n,t}}^{BTmax}] = \left[P_{bdch_{0,n,t}}^{BT} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}| \right), \right. \\ \left. P_{bdch_{0,n,t}}^{BT} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{bdch_{n,t,h,l}}^{BT}| \right) \right] \quad \forall n \in \mathcal{BT}, t \in \mathcal{T} \quad (363)$$

$$[AASoC_{n,t}^{min}, AASoC_{n,t}^{max}] = \left[SoC_{0,n,t} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |SoC_{n,t,h,l}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |SoC_{n,t,h,l}| \right), \right. \\ \left. SoC_{0,n,t} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |SoC_{n,t,h,l}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |SoC_{n,t,h,l}| \right) \right] \quad \forall n \in \mathcal{BT}, t \in \mathcal{T} \quad (364)$$

$$[AAP_{n,f,t}^{LCmin}, AAP_{n,f,t}^{LCmax}] = \left[P_{0,n,f,t}^{LC} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| \right), \right. \\ \left. P_{0,n,f,t}^{LC} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{n,f,t,h,l}^{LC}| \right) \right] \quad \forall n \in \mathcal{CC}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T} \quad (365)$$

$$[AAP_{n,f,t}^{RCmin}, AAP_{n,f,t}^{RCmax}] = \left[P_{0,n,f,t}^{RC} - \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{n,f,t,h,l}^{RC}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{n,f,t,h,l}^{RC}| \right), \right. \\ \left. P_{0,n,f,t}^{RC} + \left(\sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=1}^{rp} |P_{n,f,t,h,l}^{RC}| + \sum_{l \in \mathcal{F}} \sum_{h=rp+1}^{rg} |P_{n,f,t,h,l}^{RC}| \right) \right] \quad \forall n \in \mathcal{GR}, f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T} \quad (366)$$

Enquanto, para calcular uma solução específica deve-se determinar primeiramente os símbolos de ruído em relação as incertezas da carga e da geração renovável, isso através das equações (367) e (368), respectivamente.

$$\varepsilon_{h,f,t'} = \frac{P_{d_{n,f,t'}} - P_{d0_{n,f,t'}}}{DP_{d_{n,f,t'}}} \quad \forall h \in (1 \dots rp), f \in \mathcal{F}, t' \in \mathcal{T}' \quad (367)$$

$$\varepsilon_{h,f,t'} = \frac{P_{g_{n,f,t'}}^{GR} - P_{g0_{n,f,t'}}^{GR}}{DP_{g_{n,f,t'}}^{GR}} \quad \forall h \in (rp+1 \dots rg), f \in \mathcal{F}, t' \in \mathcal{T}' \quad (368)$$

Onde, $P_{d0_{n,f,t'}}$ e $P_{g0_{n,f,t'}}^{GR}$ são os dados da previsão da potência ativa de carga e geração renovável em cada barra n , fase f e tempo $t' \in \mathcal{T}'$, $P_{d_{n,f,t'}}$ e $P_{g_{n,f,t'}}^{GR}$ representam os dados de previsão de potência ativa de carga e geração renovável mais atuais definidas para as barra n , fase f e tempo $t' \in \mathcal{T}'$, finalmente, $DP_{g_{n,f,t'}}^{GR}$ e $DP_{d_{n,f,t'}}$ especificam o valor absoluto da diferença entre os dados de previsão usados no UCAA e a máxima variação dos dados incertos.

Posterior ao cálculo dos símbolos de ruído, deve-se substituir esses valores nas formas afins (180)-(186) de tal modo que uma solução de despacho factível para a potência ativa seja obtida.

Portanto, os dados de entrada para o problema de DE são: os intervalos de operação obtidos em (360)-(366), os quais limitarão o ajuste de potência ativa dentro de seus limites, as potências ativas programadas através da realização dos dados incertos, os estados para as variáveis binárias e finalmente os dados de previsão mais atuais de potência ativa e reativa de carga e geração renovável. Nesse contexto, a formulação matemática para o DE é representada através de um MPNL determinístico e pode-se observar em (369)-(404). A finalidade do modelo é ajustar a potência programada dentro das faixas operacionais fornecidos pelo problema UCAA.

$$\begin{aligned} \min CO = \sum_{t' \in \mathcal{T}'} \left\{ \Delta t \cdot \left[\alpha_{n,t'}^{SE} \cdot P_{g_{n,t'}}^{SE} + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left(\alpha_{2n}^{GT} \cdot (P_{g_{n,t'}}^{GT})^2 + \alpha_{1n}^{GT} \cdot P_{g_{n,t'}}^{GT} + \alpha_{0n}^{GT} \cdot u_{n,t'} \right) \right] \right. \\ \left. + \sum_{n \in \mathcal{GT}} \left[C_n^{SD} \cdot SD_{n,t'} + C_n^{SU} \cdot SU_{n,t'} \right] + \sum_{n \in CC} \sum_{f \in \mathcal{F}} C^{LC} \cdot P_{n,f,t'}^{LC} + \right. \\ \left. \sum_{n \in CC} \sum_{f \in \mathcal{F}} C_{AUX}^{LC} \cdot P_{n,f,t'}^{LCaux} \right\} \quad (369) \end{aligned}$$

sujeito a :

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{re_{mn,f,t'}} + I_{gre_{n,f,t'}}^{GR} - I_{re_{n,f,t'}}^{RC} + I_{gre_{n,f,t'}}^{SE} + I_{gre_{n,f,t'}}^{GT} + I_{bre_{n,f,t'}}^{BT} = I_{dre_{n,f,t'}} - I_{re_{n,f,t'}}^{LC}$$

$$-I_{re_{n,f,t'}}^{LCaux} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{re_{nm,f,t'}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (370)$$

$$\sum_{(mn) \in \mathcal{L}} I_{im_{mn,f,t'}} + I_{gim_{n,f,t'}}^{GR} - I_{im_{n,f,t'}}^{RC} + I_{gim_{n,f,t'}}^{SE} + I_{gim_{n,f,t'}}^{GT} + I_{bim_{n,f,t'}}^{BT} = I_{dim_{n,f,t'}} - I_{im_{n,f,t'}}^{LC}$$

$$-I_{im_{n,f,t'}}^{LCaux} + \sum_{(nm) \in \mathcal{L}} I_{im_{nm,f,t'}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (371)$$

$$V_{re_{n,f,t'}} - V_{re_{m,f,t'}} = \sum_{r \in \mathcal{F}} \left(R_{nm,f,r} \cdot I_{re_{nm,r,t'}} - X_{nm,f,r} \cdot I_{im_{nm,r,t'}} \right)$$

$$\quad \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (372)$$

$$V_{im_{n,f,t'}} - V_{im_{m,f,t'}} = \sum_{r \in \mathcal{F}} \left(X_{nm,f,r} \cdot I_{re_{nm,r,t'}} - R_{nm,f,r} \cdot I_{im_{nm,r,t'}} \right)$$

$$\quad \forall nm \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (373)$$

$$P_{d_{n,f,t'}} = V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{dre_{n,f,t'}} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{dim_{n,f,t'}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (374)$$

$$Q_{d_{n,f,t'}} = -V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{dim_{n,f,t'}} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{dre_{n,f,t'}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (375)$$

$$P_{g_{n,f,t'}}^{GR} = V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{gre_{n,f,t'}}^{GR} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{gim_{n,f,t'}}^{GR} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (376)$$

$$Q_{g_{n,f,t'}}^{GR} = -V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{gim_{n,f,t'}}^{GR} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{gre_{n,f,t'}}^{GR} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (377)$$

$$P_{g_{n,f,t'}}^{SE} = V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{gre_{n,f,t'}}^{SE} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{gim_{n,f,t'}}^{SE} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (378)$$

$$Q_{g_{n,f,t'}}^{SE} = -V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{gim_{n,f,t'}}^{SE} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{gre_{n,f,t'}}^{SE} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (379)$$

$$\frac{P_{g_{n,t'}}^{GT}}{3} = V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{gre_{n,f,t'}}^{GT} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{gim_{n,f,t'}}^{GT} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (380)$$

$$\frac{Q_{g_{n,t'}}^{GT}}{3} = -V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{gim_{n,f,t'}}^{GT} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{gre_{n,f,t'}}^{GT} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (381)$$

$$\frac{P_{bdch_{n,t'}}^{BT} - P_{bch_{n,t'}}^{BT}}{3} = V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{bre_{n,f,t'}}^{BT} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{bim_{n,f,t'}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (382)$$

$$0 = -V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{bim_{n,f,t'}}^{BT} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{bre_{n,f,t'}}^{BT} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (383)$$

$$P_{n,f,t'}^{LC} = V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{re_{n,f,t'}}^{LC} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{im_{n,f,t'}}^{LC} \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (384)$$

$$P_{n,f,t'}^{LC} \cdot Kq_{n,f,t'} = -V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{im_{n,f,t'}}^{LC} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{re_{n,f,t'}}^{LC} \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (385)$$

$$P_{n,f,t'}^{LCaux} = V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{re_{n,f,t'}}^{LCaux} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{im_{n,f,t'}}^{LCaux} \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (386)$$

$$P_{n,f,t'}^{LCaux} \cdot Kq_{n,f,t'} = -V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{im_{n,f,t'}}^{LCaux} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{re_{n,f,t'}}^{LCaux} \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (387)$$

$$P_{n,f,t'}^{RC} = V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{re_{n,f,t'}}^{RC} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{im_{n,f,t'}}^{RC} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (388)$$

$$P_{n,f,t'}^{RC} \cdot Kq_{n,f,t'} = -V_{re_{n,f,t'}} \cdot I_{im_{n,f,t'}}^{RC} + V_{im_{n,f,t'}} \cdot I_{re_{n,f,t'}}^{RC} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (389)$$

$$AAP_{n,f,t'}^{LCmin} \leq P_{n,f,t'}^{LC} \leq AAP_{n,f,t'}^{LCmax} \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (390)$$

$$AAP_{n,f,t'}^{LCmax} \leq P_{n,f,t'}^{LCaux} \leq P_{n,f,t'}^{LCmax} \quad \forall n \in CC, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (391)$$

$$AAP_{n,f,t'}^{RCmin} \leq P_{n,f,t'}^{RC} \leq AAP_{n,f,t'}^{RCmax} \quad \forall n \in \mathcal{GR}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (392)$$

$$b_{ch_{n,t'}} \cdot AAP_{BCH_{n,t'}}^{BTmin} \leq P_{bch_{n,t'}}^{BT} \leq b_{ch_{n,t'}} \cdot AAP_{BCH_{n,t'}}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (393)$$

$$b_{dch_{n,t'}} \cdot AAP_{BDCH_{n,t'}}^{BTmin} \leq P_{bdch_{n,t'}}^{BT} \leq b_{dch_{n,t'}} \cdot AAP_{BDCH_{n,t'}}^{BTmax} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (394)$$

$$SoC_{n,t'} - SoC_{n,t'-1} = \left(P_{bch_{n,t'}}^{BT} \cdot \eta_{ch_n} - \frac{P_{bdch_{n,t'}}^{BT}}{\eta_{dch_n}} \right) \cdot \Delta t \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (395)$$

$$AASoC_{n,t'}^{min} \leq SoC_{n,t'} \leq AASoC_{n,t'}^{max} \quad \forall n \in \mathcal{BT}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (396)$$

$$AAP_{g_{n,t'}}^{GTmin} \cdot u_{n,t'} \leq P_{g_{n,t'}}^{GT} \leq AAP_{g_{n,t'}}^{GTmax} \cdot u_{n,t'} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (397)$$

$$Q_{g_n}^{GTmin} \cdot u_{n,t'} \leq Q_{g_{n,t'}}^{GT} \leq Q_{g_n}^{GTmax} \cdot u_{n,t'} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (398)$$

$$P_{g_n,t'}^{GT} - P_{g_n,t'-1}^{GT} \leq R_n^{UP} \cdot \Delta t + SU_{n,t'} \cdot AAP_{g_n,t'}^{GTmin} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (399)$$

$$P_{g_n,t'-1}^{GT} - P_{g_n,t'}^{GT} \leq R_n^{DN} \cdot \Delta t + SD_{n,t'} \cdot AAP_{g_n,t'}^{GTmin} \quad \forall n \in \mathcal{GT}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (400)$$

$$(S^{SEmin})^2 \leq (P_{g_n,t'}^{SE})^2 + (Q_{g_n,t'}^{SE})^2 \leq (S^{SEmax})^2 \quad \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (401)$$

$$AAP_{g_n,f,t'}^{SEmin} \leq P_{g_n,f,t'}^{SE} \leq AAP_{g_n,f,t'}^{SEmax} \quad \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (402)$$

$$(V_n^{min})^2 \leq (V_{re_{n,f,t'}})^2 + (V_{im_{n,f,t'}})^2 \leq (V_n^{max})^2 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (403)$$

$$(I_{n,m}^{min})^2 \leq (I_{re_{n,m,f,t'}})^2 + (I_{im_{n,m,f,t'}})^2 \leq (I_{n,m}^{max})^2 \quad \forall (n,m) \in \mathcal{L}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t' \in \mathcal{T}' \quad (404)$$

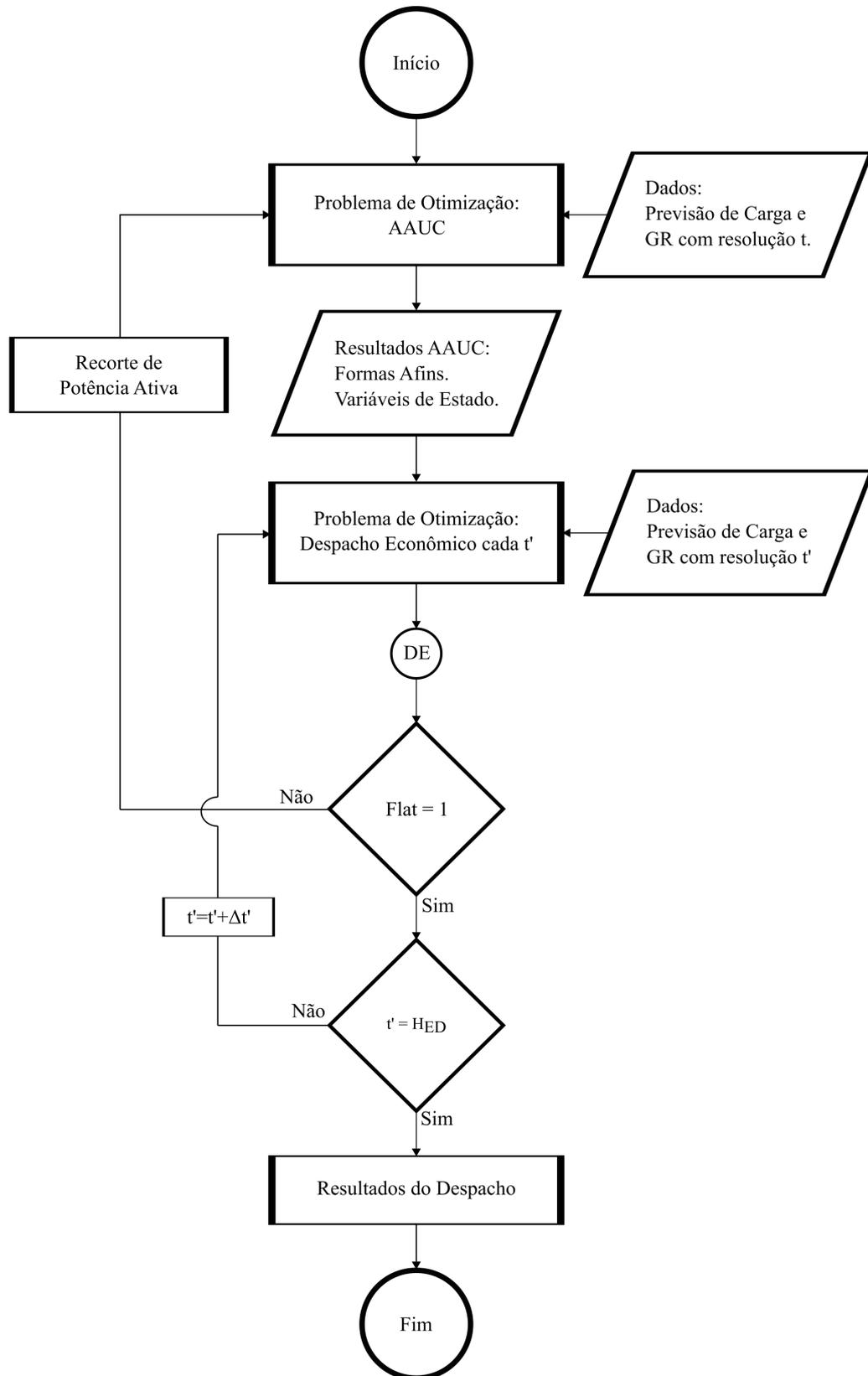
A função objetivo (369) visa minimizar o custo total de operação do sistema de distribuição e compreende o custo da injeção da potência ativa da subestação, o custo da geração de potência ativa das unidades térmicas, o custo de recorte de carga e custo de recorte de carga auxiliar. (370) e (371) representam as restrições de balanço de corrente das componentes real e imaginária, as quais estão definidas para cada barra $n \in \mathcal{N}$, fase $f \in \mathcal{F}$ e para cada período $t' \in \mathcal{T}'$. Além disso, cada uma delas está composta pelo fluxo de corrente em cada linha, a geração de corrente dos geradores renováveis, a corrente do recorte de geração renovável, a injeção de corrente da subestação, a geração de corrente das unidades térmicas, a injeção de corrente dos sistemas de armazenamento de energia, a corrente de carga, a corrente do recorte de carga e a corrente do recorte de carga auxiliar. As restrições (372) e (373) definem a queda de tensão em cada linha $nm \in \mathcal{L}$, fase $f \in \mathcal{F}$ e período $t' \in \mathcal{T}'$. A potência de carga ativa e reativa para cada barra $n \in \mathcal{N}$, fase $f \in \mathcal{F}$ e período $t' \in \mathcal{T}'$ são representadas pelas restrições (374) e (375), respectivamente, as mesmas que estão em função da componente real e imaginária da tensão e da corrente. (376) e (377) estabelecem a geração de potência ativa e reativa das unidades de geração renovável em função da componente real e imaginária da tensão e da corrente. (378) e (379) fornecem as equações para a injeção de potência ativa e reativa da subestação para cada fase $f \in \mathcal{F}$ e período $t' \in \mathcal{T}'$. A geração de potência ativa e reativa das unidades térmicas são apresentadas nas equações (380) e (381). As expressões (382) e (383) proporcionam a injeção de potência ativa dos sistemas de armazenamento de energia para cada $n \in \mathcal{BT}$ e para cada período $t' \in \mathcal{T}'$. O recorte de potência para cada carga controlável $n \in \mathcal{CC}$, fase $f \in \mathcal{F}$ e para cada período $t' \in \mathcal{T}'$

é estabelecido pelas equações (384) e (385). As expressões (386) e (387) representam o recorte de potência de carga auxiliar definidas nas barras $n \in CC$, fases $f \in \mathcal{F}$ e período $t' \in \mathcal{T}'$. (388) e (389) fornecem as restrições para o recorte de potência das unidades de geração renovável definidas para cada barra $n \in \mathcal{GR}$, fase $f \in \mathcal{F}$ e para cada período $t' \in \mathcal{T}'$. O recorte de carga e o recorte de carga auxiliar são limitados pelos valores máximos e mínimos permitidos, os quais são definidos nas restrições (390) e (391), respectivamente. O limite para o recorte de geração renovável é definido na restrição (392). As restrições (393) e (394) estabelecem os limites máximos e mínimos para a potência de carga e descarga, respectivamente, dos sistemas de armazenamento de energia $n \in \mathcal{BT}$ no período $t' \in \mathcal{T}'$. (395) fornece o balanço de energia dos sistemas de armazenamento de energia $n \in \mathcal{BT}$ para cada intervalo $t' \in \mathcal{T}'$. O estado de carga dos sistemas de armazenamento de energia é limitado na faixa definida pelo valor máximo e mínimo de energia estabelecido e apresentada na equação (396). (397) e (398) são as restrições que definem o limite máximo e mínimo para a geração de potência ativa e reativa das unidades de geração térmica $n \in \mathcal{GT}$ em cada período $t' \in \mathcal{T}'$. Os limites para a taxa de aceleração e desaceleração das unidades de geração térmica são apresentados nas equações (399) e (400), respectivamente. A capacidade de injeção de potência da subestação é limitada por meio da restrição (401). (402) limita a injeção de potência ativa da subestação na fase $f \in \mathcal{F}$ e tempo $t' \in \mathcal{T}'$. A restrição (403) limita o nível de tensão em cada barra $n \in \mathcal{N}$, fase $f \in \mathcal{F}$ e período $t' \in \mathcal{T}'$ entre a faixa definida por um valor máximo e mínimo de tensão. Finalmente, a restrição (404) é usada para limitar a corrente nas linhas $nm \in \mathcal{L}$, $f \in \mathcal{F}$ e período $t' \in \mathcal{T}'$ entre o valor máximo e mínimo.

É importante mencionar que pode haver situações em que os erros de previsão da carga ou geração renovável para as realizações mais atuais, em algum tempo t' , fiquem fora dos limites estabelecidos de variação dos dados incertos, então nesse caso os valores calculados para os símbolos de ruído tenderam a quantidades fora do intervalo permitido de $[-1, 1]$. Se assim fosse, o algoritmo fixa tais valores no limite do intervalo, de tal forma que todos os símbolos de ruído fiquem dentro de $[-1, 1]$. Então, com esses valores, o algoritmo através do DE tenta ajustar a potência até os intervalos de operação fornecidos pelo problema de UCAA para cobrir os desvios produzidos pelos dados incertos. Se no processo de ajuste não for possível cobrir com esses desvios e existe um recorte de carga ou geração renovável, o algoritmo volta a resolver novamente o problema de UCAA devido a que as soluções não são mais factíveis no domínio da AA para o resto do horizonte de otimização.

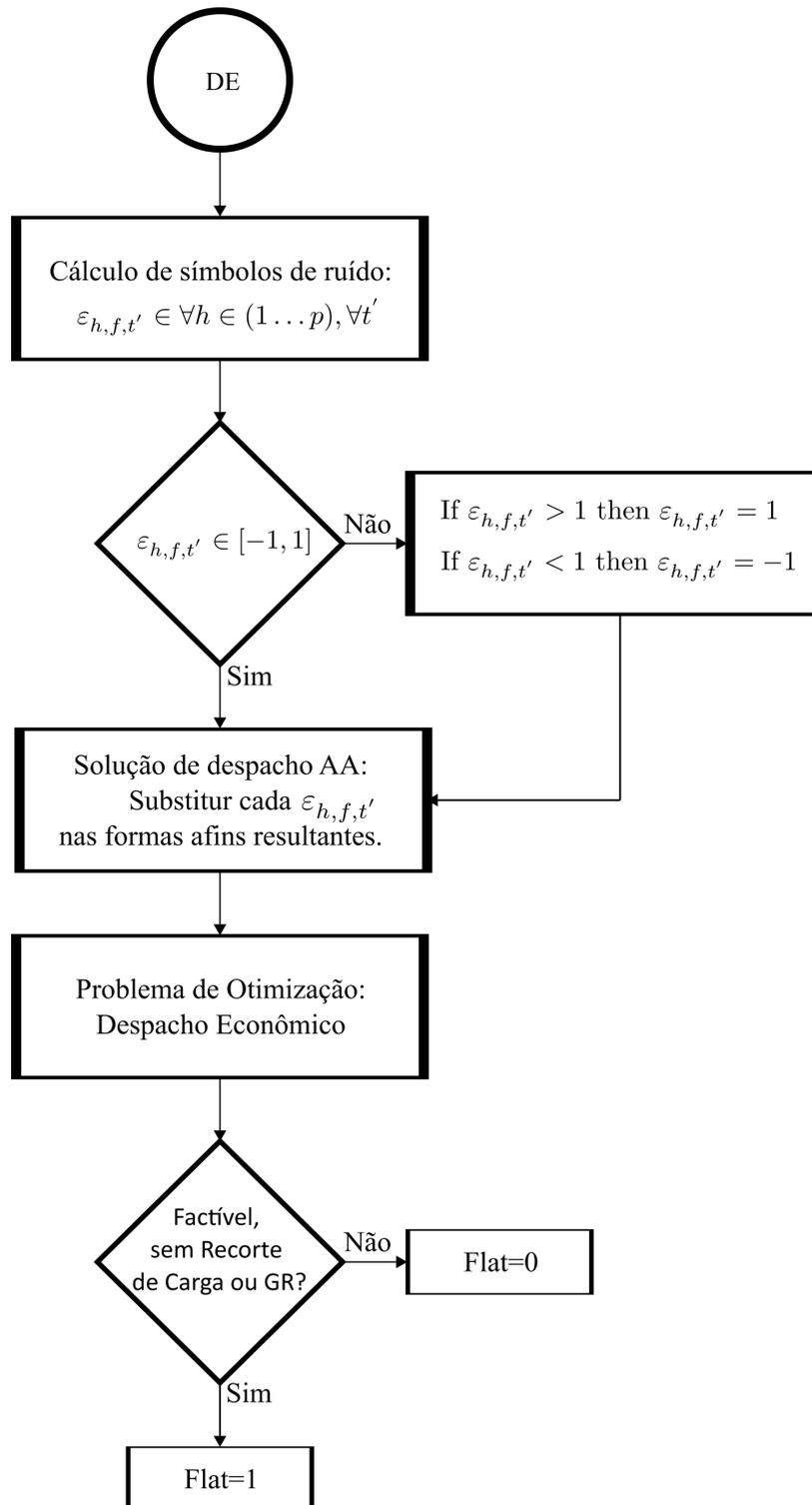
O diagrama de fluxo apresentado na Figura 10 e Figura 11 proporcionam o processo de otimização completo para o SGE explicado em linhas anteriores.

Figura 10 – Sistema de Gerenciamento da Energia



Fonte: do próprio autor.

Figura 11 – Despacho Econômico



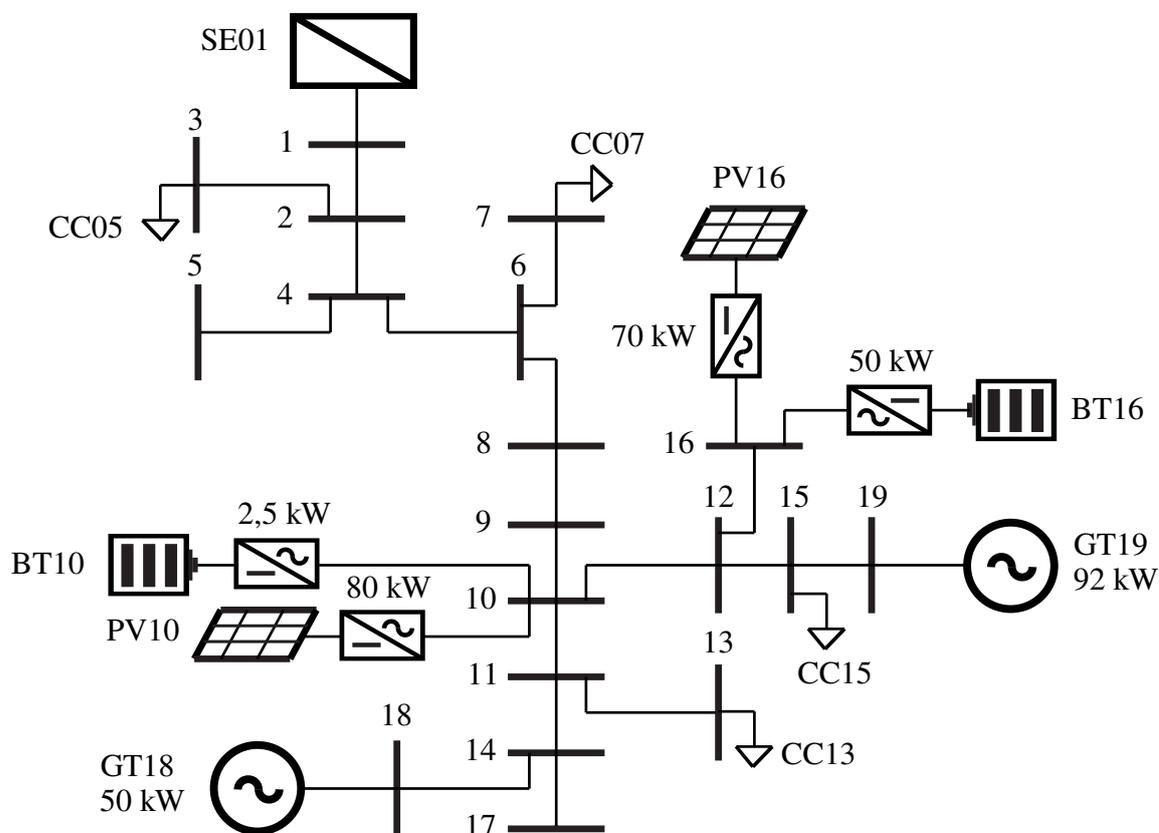
Fonte: do próprio autor.

5.2.3 Resultados Numéricos

O algoritmo desenvolvido para o SGE baseado em AA é avaliado em sistemas de teste considerando uma operação de 24 horas com passos de despacho de energia cada 15 minutos. Os modelos matemáticos para o problema de AAUC e para o problema de DE foram escritos em AMPL e resolvidos com os solvers CPLEX e Knitro, respectivamente, enquanto a parte heurística do algoritmo foi implementado em MATLAB R2018b utilizando a interface de AMPL API. Tudo o processo foi resolvido através de um computador ASUS com sistema operacional Windows, processador Intel Core i7-8750H (2.20GHz) e 16GB de RAM.

5.2.3.1 Sistema de distribuição IEEE trifásico de 19 barras modificado

A abordagem proposta para o SGE baseada na AA é testada num Sistema de Distribuição IEEE desbalanceado de 19 barras modificado com um nível de tensão de 11 kV, apresentado na Figura 12. O sistema de teste está composto por geradores a diesel, sistemas de armazenamento de energia, fontes de geração renovável e cargas controláveis, cujas alocações são resumidas na Tabela 3. A potência ativa e reativa de carga máxima, bem como os parâmetros das linhas são fornecidos no Anexo A, nas Tabelas 6 e 7, respectivamente (GANESH VULASALA, SIVANAGARAJU SIRIGIRI, 2009). Os valores para a potência ativa máxima das fontes de geração renovável nas barras 10 e 16 é apresentada na Tabela 8. A Tabela 9 fornece os valores, em por unidade, para a previsão de potência de carga em cada barra e no horizonte de otimização de 24 horas com passos de $t = 1$ hora. Na Tabela 10 apresenta-se os dados da previsão de geração fotovoltaica para as barras 10 e 16 no horizonte de 24 horas com passos de $t = 1$ hora. Além disso, considera-se um desvio padrão de $\pm 10\%$ para os dados incertos de carga e geração renovável em relação aos valores horários previstos apresentados nas Tabelas 9 e 10. As Figuras 13 e 14 fornecem uma representação dos dados incertos de carga na barra 7 e geração renovável na barra 10 com os limites respectivos para os erros de previsão. Os dados de previsão mais atuais de carga e geração renovável, em por unidade, no horizonte de otimização de 24 horas e com passos de $t' = 15$ minutos são apresentados no Anexo A nas Tabelas 11 e 12. Os parâmetros técnicos dos geradores a diesel e dos sistemas de armazenamento de energia são estabelecidos no Apêndice A nas Tabelas 13, 14, 15 e 16. O custo de compra/venda da energia é apresentado no Apêndice A na Tabela 17. O custo para o recorte de carga é fixado em $5 \text{ US\$/kWh}$.

Figura 12 – Diagrama Unifilar do sistema de distribuição IEEE trifásico de 19 barras

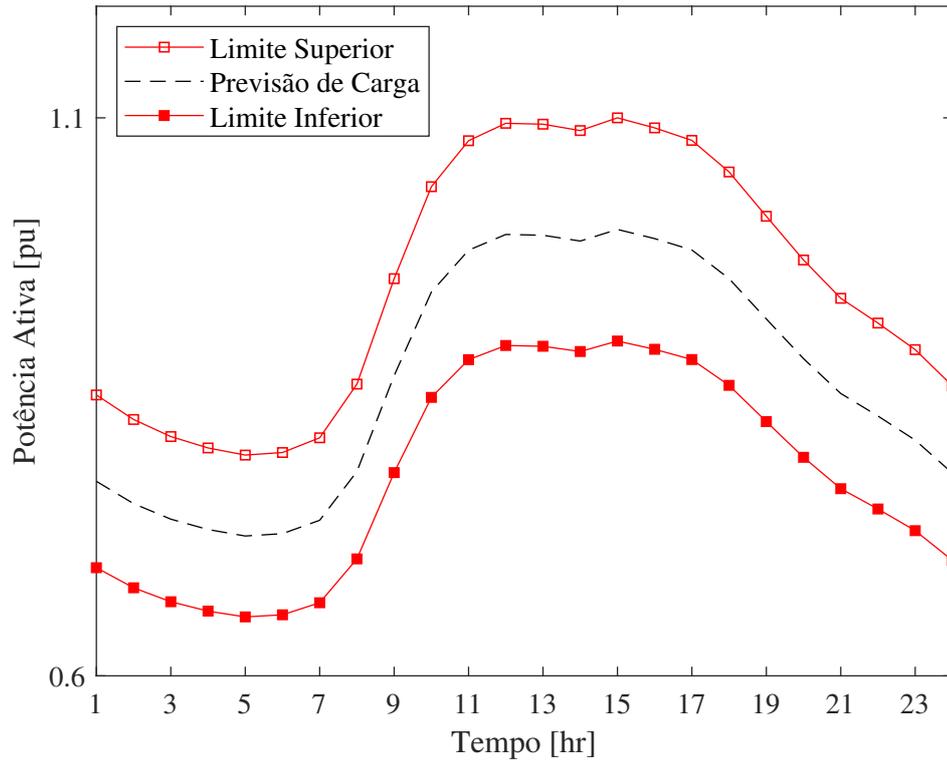
Fonte: do próprio autor.

Tabela 3 – Elementos do sistema de distribuição IEEE de 19 barras

Elementos	Barras
Geradores Fotovoltaicos	10, 16
Sistemas de Armazenamento de Energia	10, 16
Geradores a Diesel	18, 19
Cargas Controláveis	3, 7, 13, 15

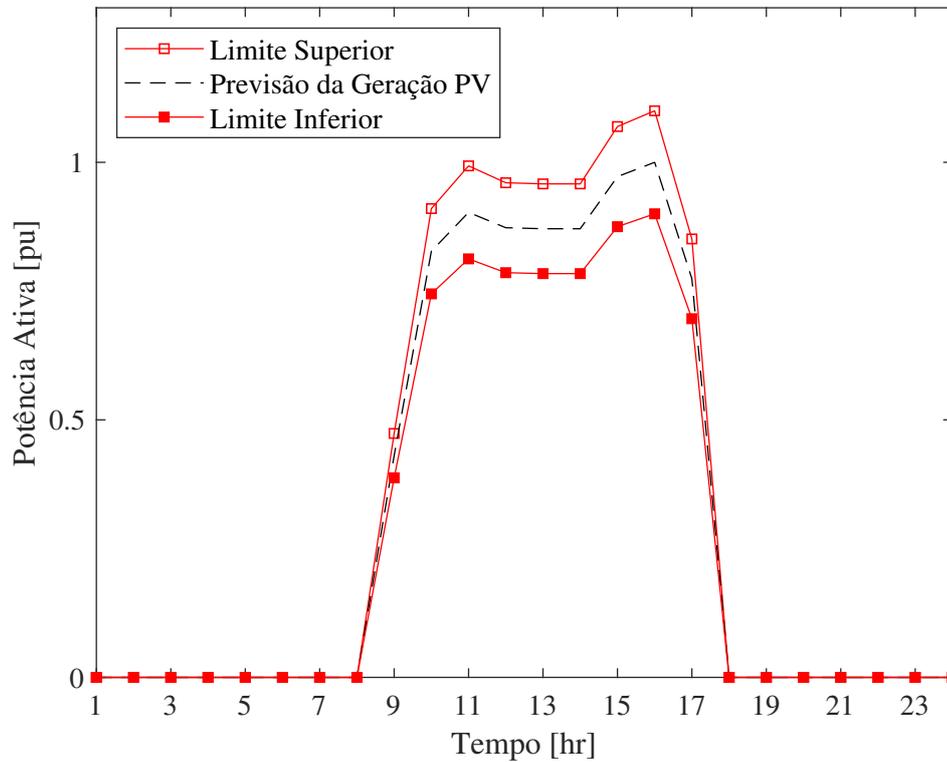
Fonte: do próprio autor.

Figura 13 – Dados de previsão de potência de carga - Barra 7



Fonte: do próprio autor.

Figura 14 – Dados de previsão de potência fotovoltaica - Barra 10

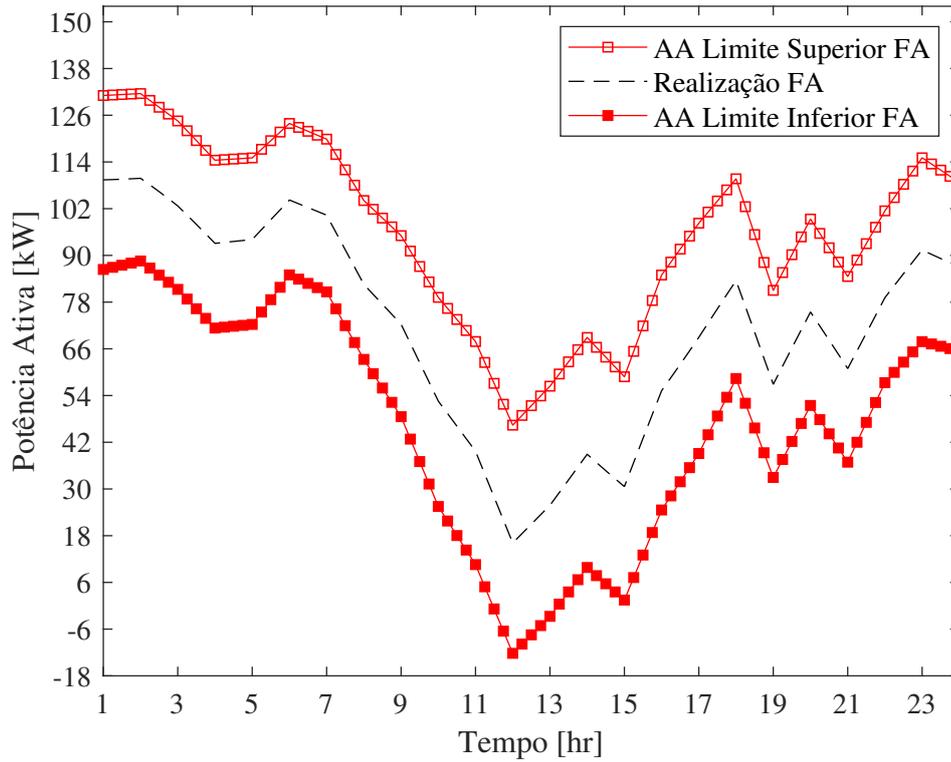


Fonte: do próprio autor.

Primeiramente, a resolução do algoritmo fornece os resultados do problema de AAUC, isto é, mostra os intervalos de confiança para as variáveis contínuas do sistema de distribuição. Além disso, calcula-se as realizações em base aos símbolos de ruído e a previsão dos dados incertos mais atuais para assim obter o despacho de potência ativa factível no domínio da AA para cada um dos elementos do sistema. Neste caso, apresenta-se os resultados da primeira iteração do problema de AAUC considerando um valor de $w = 0.9$ para a função objetivo. Então, as Figuras 15, 16 e 17 apresentam os limites, bem como a realização de injeção de potência ativa da subestação, onde pode-se observar que os valores da realização ficam dentro do intervalo. As Figuras 18 e 19 fornecem os limites operacionais e a realização para o despacho de potência ativa das unidades a diesel nas barras 18 e 19 respectivamente. Pode-se ver que a unidade a diesel na barra 18, Figura 18, é ligada na hora 7, enquanto a unidade a diesel na barra 19, Figura 19, é ligada na hora 5 e permanecem nesse estado durante o resto do horizonte de otimização. Os limites de operação e as realizações para os sistemas de armazenamento de energia das barras 10 e 16 são estabelecidos nas Figuras 20 e 21, respectivamente. Nessas figuras pode-se observar os ciclos de carga e descarga de cada um dos sistemas de armazenamento para todo o horizonte de otimização. Os valores negativos correspondem aos ciclos de carga, enquanto os valores positivos representam os ciclos de descarga. As Figuras 22 e 23 fornecem os intervalos e as realizações para o estado de carga dos sistemas de armazenamento de energia nas barras 10 e 16, respectivamente. Para o sistema de teste em estudo não existe recorte de carga e recorte de geração renovável na resolução do problema de AAUC, por este motivo, as figuras dos limites e realizações não são apresentadas.

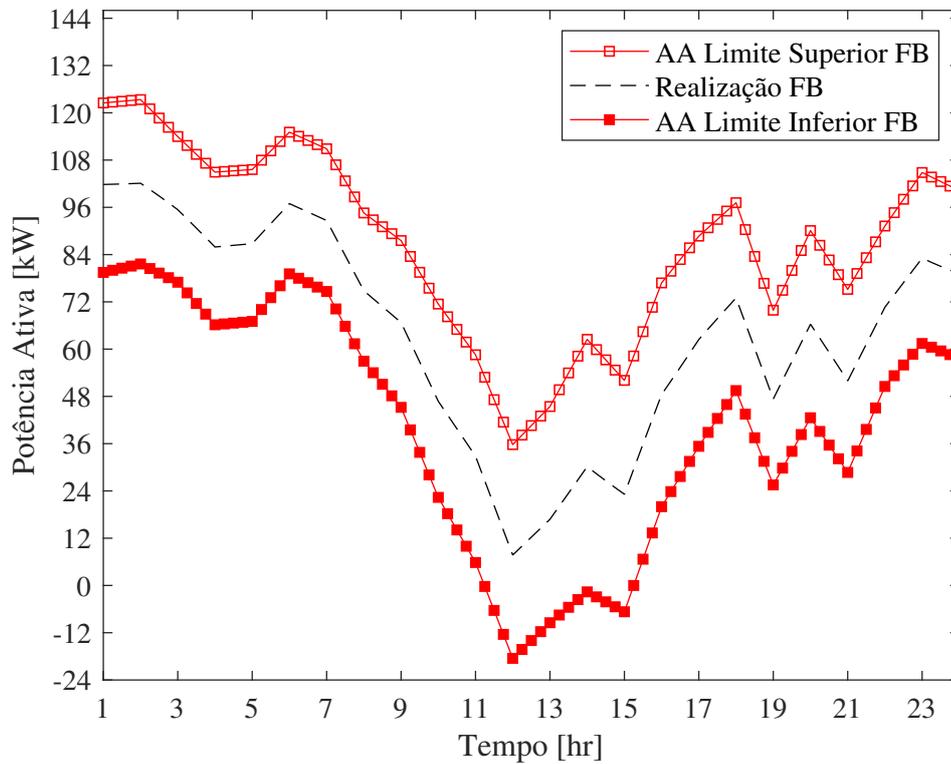
É importante observar que existem valores onde os limites inferior e superior das Figuras apresentadas tendem a se encontrar, isso se deve às restrições intertemporais presentes no modelo matemático proposto e ao valor de w escolhido, uma vez que a metodologia força a viabilidade para todos os diferentes cenários dos dados incertos.

Figura 15 – Limites e realização da injeção de potência ativa da subestação na fase A



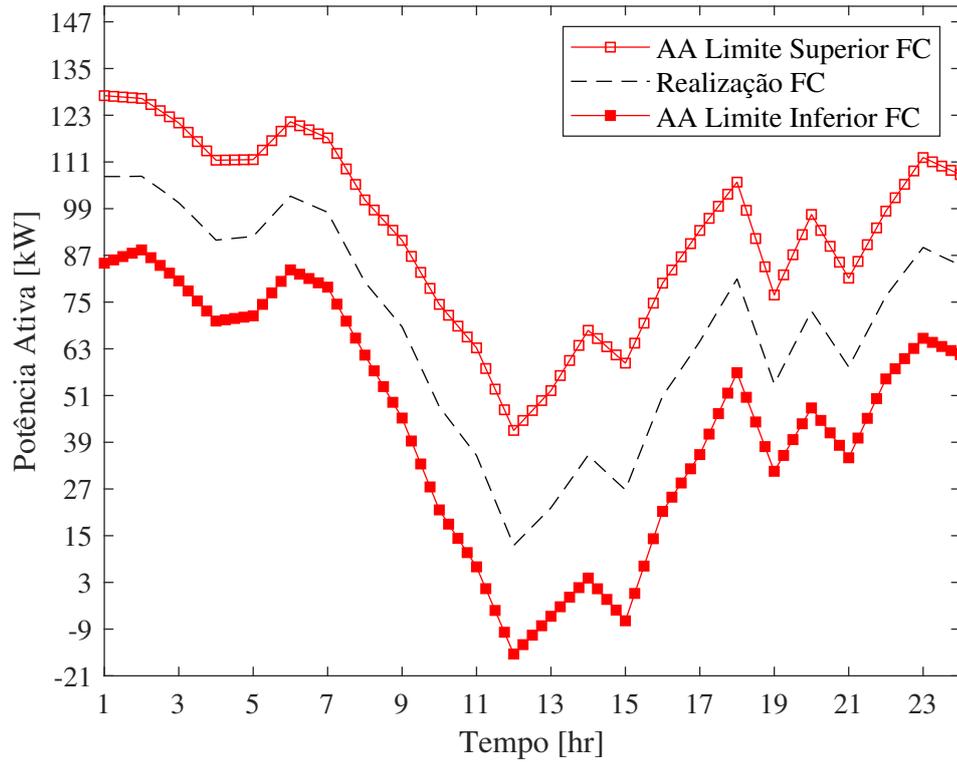
Fonte: do próprio autor.

Figura 16 – Limites e realização da injeção de potência ativa da subestação na fase B



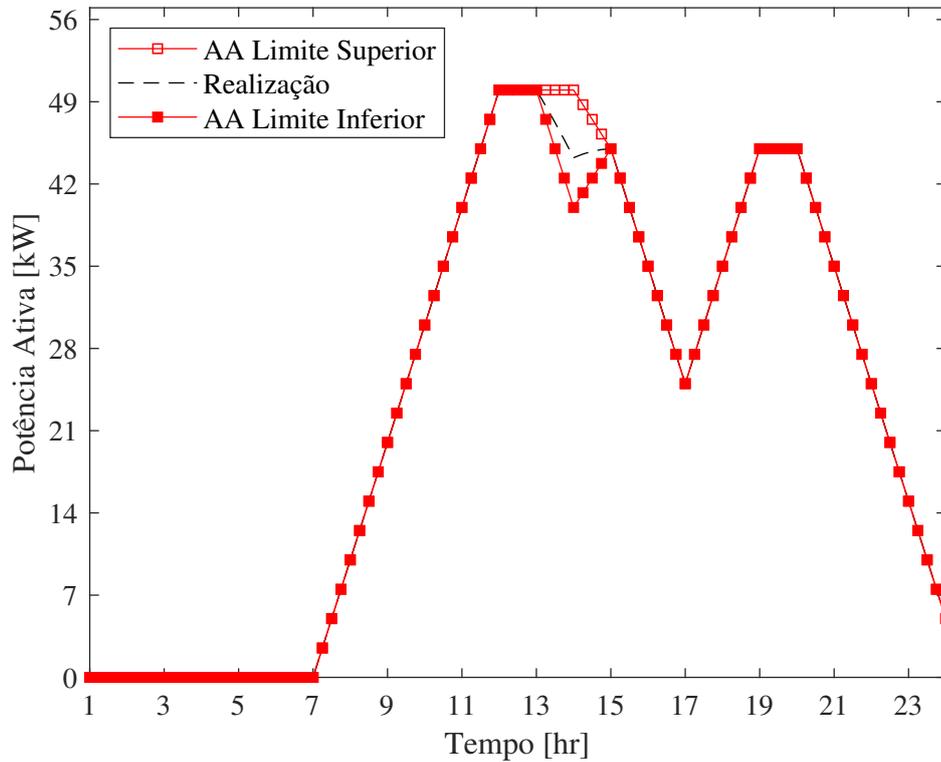
Fonte: do próprio autor.

Figura 17 – Limites e realização da injeção de potência ativa da subestação na fase C



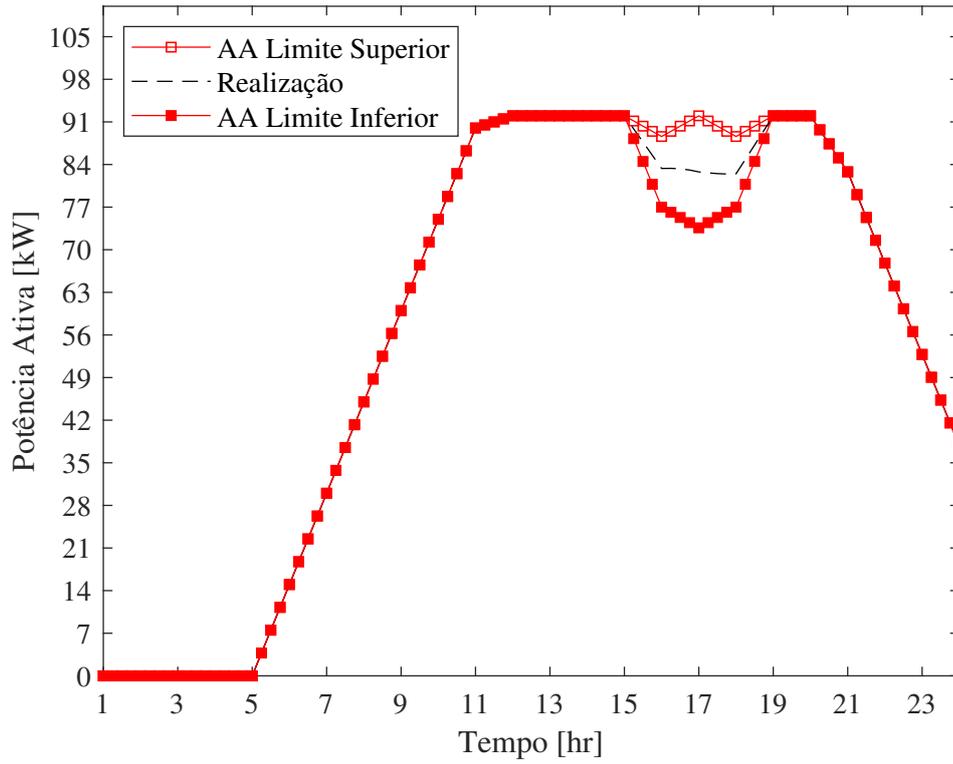
Fonte: do próprio autor.

Figura 18 – Limites e realização da geração de potência ativa do gerador a diesel - Barra 18



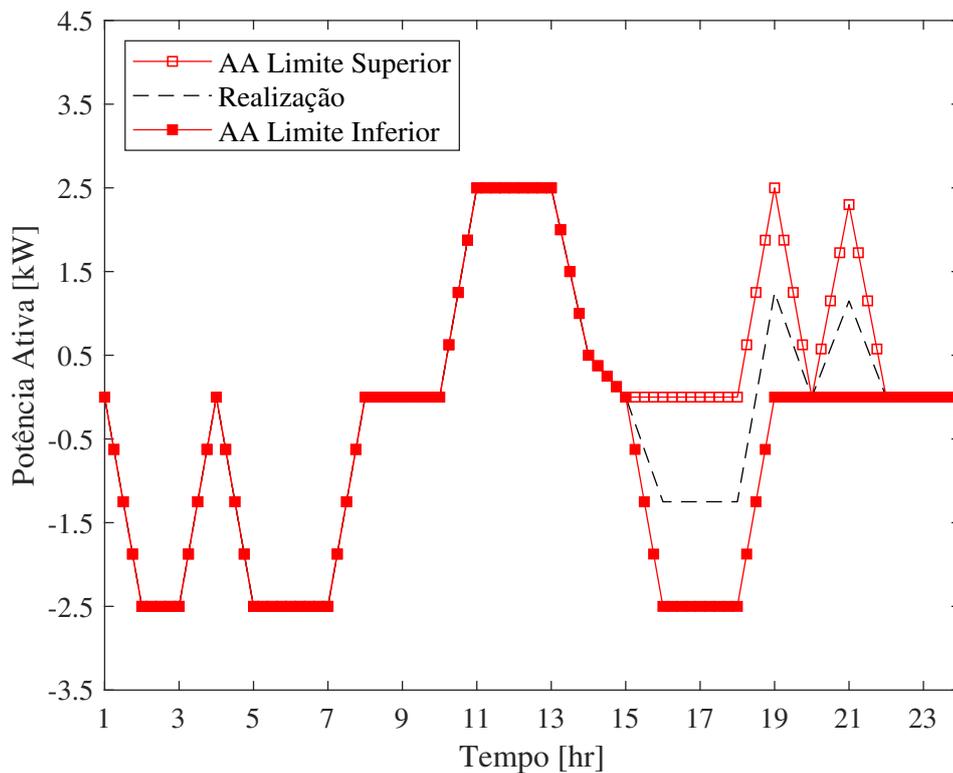
Fonte: do próprio autor.

Figura 19 – Limites e realização da geração de potência ativa do gerador a diesel - Barra 19



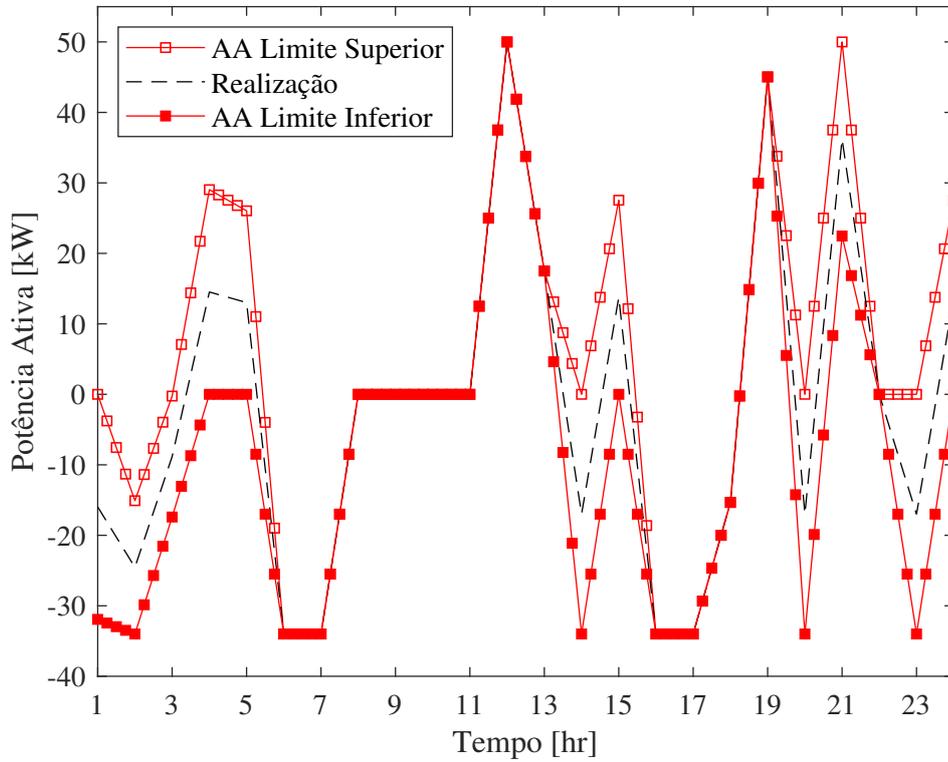
Fonte: do próprio autor.

Figura 20 – Limites e realização da injeção de potência do sistema de armazenamento - Barra 10



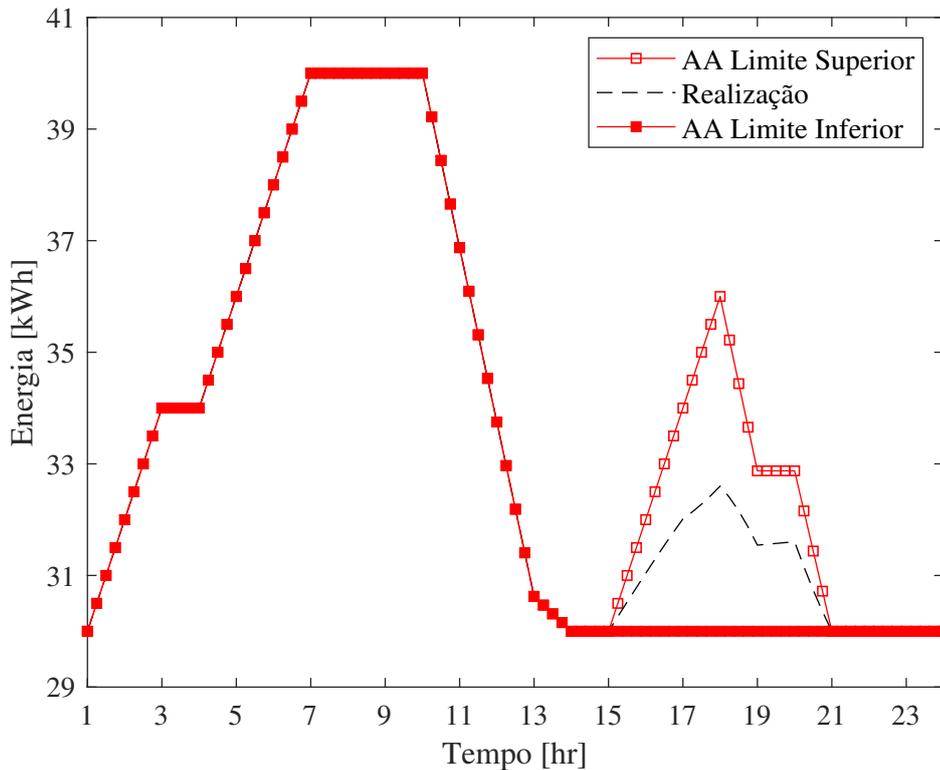
Fonte: do próprio autor.

Figura 21 – Limites e realização da injeção de potência do sistema de armazenamento - Barra 16



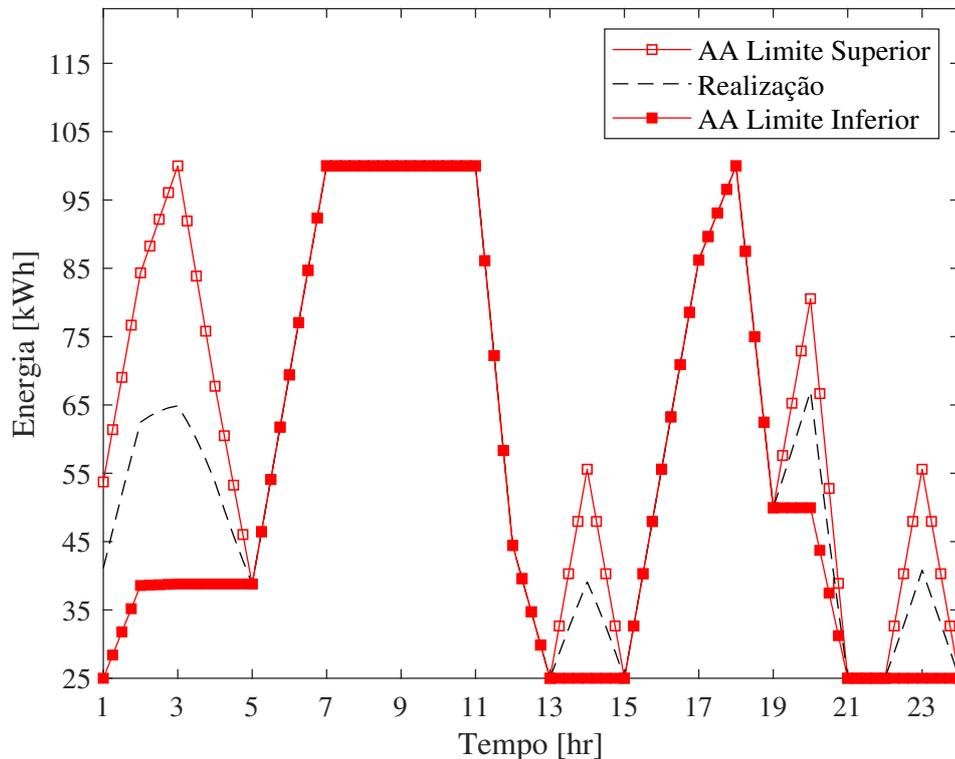
Fonte: do próprio autor.

Figura 22 – Limites e realização do estado de carga do sistema de armazenamento - Barra 10



Fonte: do próprio autor.

Figura 23 – Limites e realização do estado de carga do sistema de armazenamento de energia - Barra 16

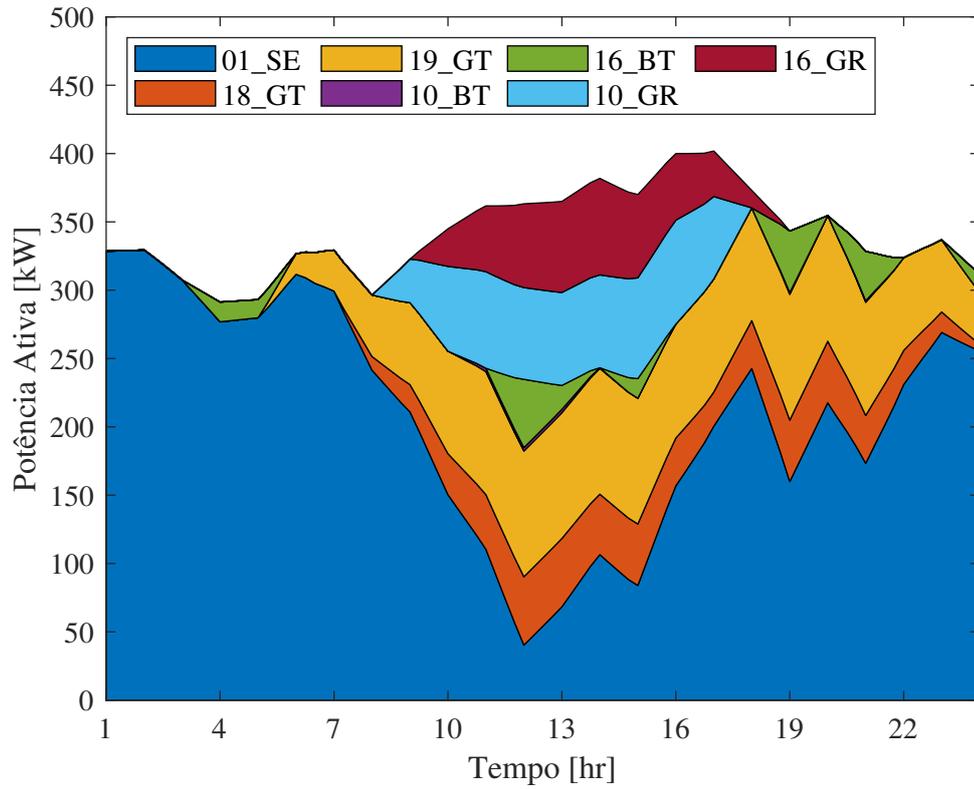


Fonte: do próprio autor.

Com base nos limites operacionais e nas soluções de despacho fornecidas pela solução do problema de AAUC é possível determinar o DE do sistema de teste para o período de 24 horas com passos de $t' = 15$ minutos. Então, o resultado para o despacho econômico de potência ativa é apresentado na Figura 24 no formato de área empilhada. Na figura pode-se observar o processo de descarga dos sistemas de armazenamento de energia, áreas 10_BT e 16_BT. A injeção de potência da subestação pode ser vista na área 01_SE. A geração de potência das unidades térmicas, áreas 18_GT e 19_GT, as quais são ligadas na hora 7 e 5, respectivamente. Finalmente a injeção de potência das unidades renováveis é representada pelas áreas 10_GR e 16_GR.

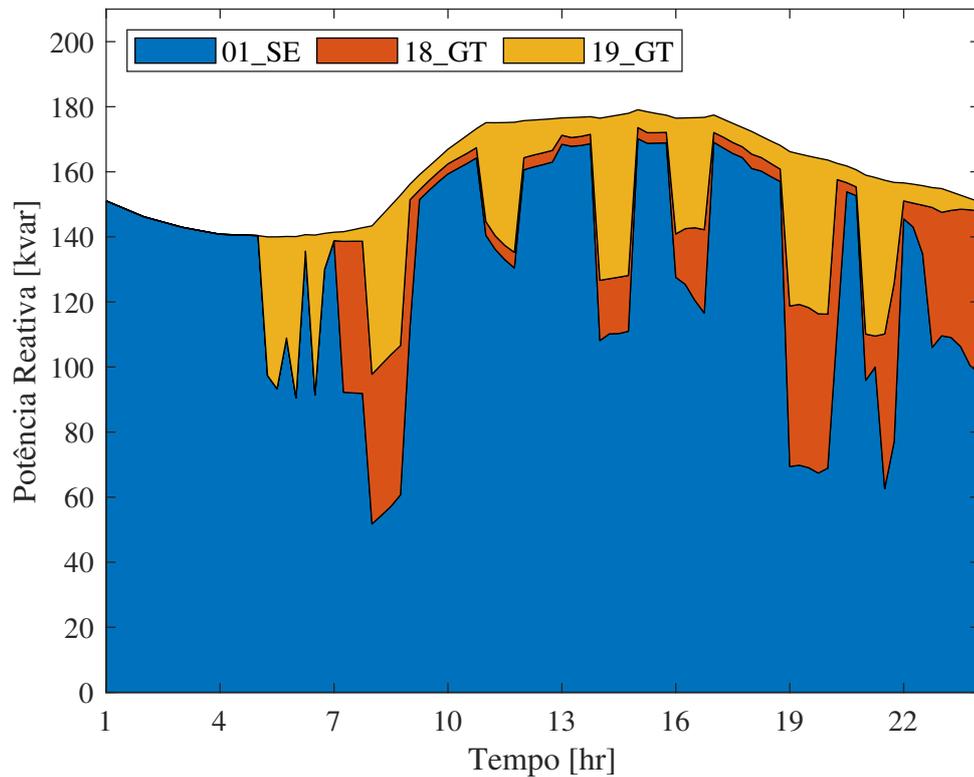
O despacho de potência reativa fornecido pela subestação e os geradores a diesel é apresentado na Figura 25. Onde, a área 01_SE representa a injeção de potência reativa da subestação, enquanto as áreas 18_GT e 19_GT expressam o despacho de potência reativa dos geradores a diesel nas barras 18 e 19, respectivamente.

Figura 24 – Despacho Econômico - Potência ativa



Fonte: do próprio autor.

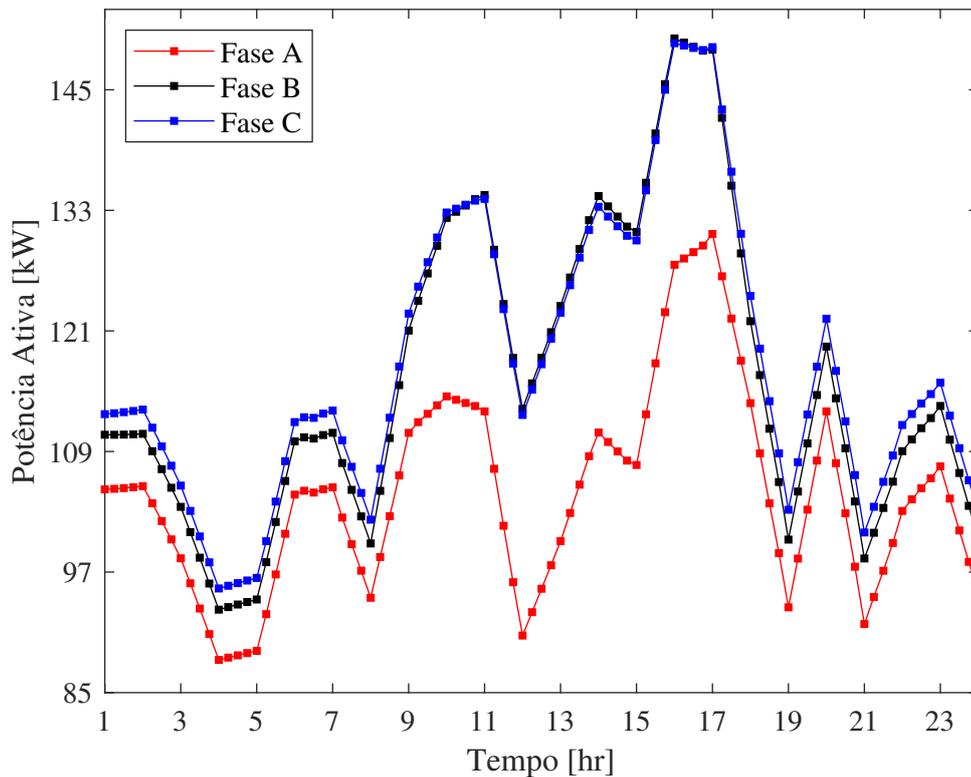
Figura 25 – Despacho Econômico - Potência reativa



Fonte: do próprio autor.

O desequilíbrio do sistema de teste pode ser visto na Figura 26, que representa a potência ativa total gerada em cada uma das fases. Além disso, pode-se observar que a fase mais carregada do sistema de teste, durante a maior parte do horizonte de otimização, é aquela correspondente à fase C, enquanto a menos carregada é a Fase A.

Figura 26 – Potência ativa total por fase



Fonte: do próprio autor.

O custo operacional do sistema de teste para todo o horizonte de otimização é de \$ 946,819 e foi atingido em um tempo computacional de 40,381 segundos. Neste sistema não houve recálculos do problema de UCAA uma vez que os intervalos de solução fornecidos na primeira iteração foram suficientes para cobrir os erros de previsão dos dados incertos.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

6.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho primeiramente foi apresentado no Capítulo 4 a dedução e resolução do problema de fluxos de potência ótimo trifásico desbalanceado baseado na AA, considerando as incertezas na carga e nas fontes de geração renovável. O objetivo do Capítulo foi demonstrar a efetividade da metodologia na obtenção de intervalos de solução. Portanto, o modelo matemático deduzido baseado na AA foi testado num sistema trifásico de 25 barras e os intervalos resultantes foram comparados com os obtidos pelo método de Monte Carlo. A comparação entre as larguras dos intervalos fornecidos pelas duas abordagens mostrou que a AA determina boas estimativas de intervalos resultantes para as variáveis do problema, sem precisar de um grande esforço computacional. Os avanços feitos neste Capítulo foram publicados no Congresso ISGT com o título *Three-Phase Optimal Power Flow based on Affine Arithmetic* e pode-se observar no Apêndice B.

Após de testar a efetividade da metodologia da AA, no Capítulo 5 foi apresentado uma formulação matemática para resolver o problema do SGE para microrredes trifásicas baseado na AA. A formulação considerou as incertezas tanto na carga como nas fontes de geração renovável, que foram modeladas através da abordagem da AA. Tal abordagem foi útil para a análise de sistemas em que a informação para identificar as características estocásticas das incertezas é escassa, estando disponível apenas uma tolerância para caracterizar os dados incertos. Além disso, o modelo matemático para o SGE considerou sistemas de armazenamento de energia, unidades de geração térmica, cargas controláveis e o recorte de geração renovável.

O algoritmo proposto para resolver o problema do SGE foi dividido em dois problemas de otimização. O primeiro, o problema de otimização UCAA, representado através de MPLIM, apresentou a vantagem de fornecer soluções de despacho de potência ativa para todas as realizações dentro dos limites estabelecidos para os dados incertos, de carga e geração renovável, ou seja, uma solução viável pode ser obtida calculando os símbolos de ruído sem a necessidade de resolver o problema de otimização novamente. A robustez dos intervalos de solução apresentados pelo problema UCAA depende do valor escolhido para w , bem como do desvio parcial estabelecido para as incertezas. O segundo problema de otimização, o DE definido como um MPNL, aproveita as vantagens do problema de UCAA para obter um despacho de potência

ativa em base ao cálculo dos símbolos de ruído, para posteriormente ajustar esses valores e obter o despacho de potência visando minimizar os custos operacionais com uma operação confiável da microrrede.

Os resultados obtidos da aplicação do algoritmo proposto do SGE no sistema de distribuição IEEE de 19 barras mostraram soluções robustas e em tempos computacionais pequenos, atingindo uma operação econômica da microrrede. Isso demonstra a eficácia do modelo matemático deduzido para o tratamento das incertezas e para aplicações em tempo real para microrredes.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

Com base nos resultados obtidos neste trabalho foi possível constatar as vantagens que a metodologia da AA fornece para o tratamento das incertezas, por isso sugerem-se as seguintes propostas de trabalhos futuros:

- Inserção de mais fontes de incertezas, tais como os custos da energia, no modelo proposto com a finalidade de fornecer uma formulação matemática mais realista para a análise da operação das microrredes.
- Aplicação da AA ao problema do planejamento das microrredes, considerando incertezas, para fornecer uma alocação e tamanho ótimo dos recursos energéticos distribuídos visando minimizar os custos de investimento e operacionais.

REFERÊNCIAS

- ADUSUMILII, Bala Surendra; KUMAR, Boddeti Kalyan. Continuation power flow analysis of distribution systems under uncertainty using modified affine arithmetic. **2019 IEEE Milan PowerTech**, Milan, p. 1–6, 2019. <https://doi.org/10.1109/PTC.2019.8810841>.
- ADUSUMILLI, Bala Surendra; KUMAR, Boddeti Kalyan. Modified affine arithmetic based continuation power flow analysis for voltage stability assessment under uncertainty. **IET Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 12, n. 18, p. 4225–4232, 2018. <https://doi.org/10.1049/iet-gtd.2018.5479>.
- ALHARBI, Talal; BHATTACHARYA, Kankar. A Stochastic Energy Management System for Isolated Microgrids. **IEEE Power and Energy Society General Meeting**, Portland, p. 1–5, 2018. <https://doi.org/10.1109/PESGM.2018.8586371>.
- ÁVILA, Fernanda; CAÑIZARES, Claudio; SÀEZ, Doris; VALENCIA, Felipe. Load modelling using affine arithmetic for demand side management. **IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Latin America (ISGT LATAM)**, Montevideo, p. 456–460, 2016. <https://doi.org/10.1109/ISGT-LA.2015.7381198>.
- AZAROUAL, Meryeme; OUASSAID, Mohammed; MAAROUFI, Mohamed. Multi-objective energy management of a grid-connected photovoltaic-wind-battery hybrid system using deterministic approach. **2018 6th International Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC)**, Rabat, p. 1–7, 2018. <https://doi.org/10.1109/IRSEC.2018.8702855>.
- BERTSIMAS, Dimitris; TSITSIKLIS, John. **Introduction to Linear Optimization**. Belmont: Athena Scientific, 1997.
- CASTRO, Pedro M. Tightening piecewise McCormick relaxations for bilinear problems. **Computers and Chemical Engineering**, New York, v. 72, p. 300–311, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2014.03.025>.
- CHEN, Pengwei; XIAO, Xiangning; WANG, Xuhui. Interval optimal power flow applied to distribution networks under uncertainty of loads and renewable resources. **Journal of Modern Power Systems and Clean Energy**, Piscataway, v. 7, n. 1, p. 139–150, 2019. DOI 10.1007/s40565-018-0462-9. Available at: <https://doi.org/10.1007/s40565-018-0462-9>.
- COMBA, João Luiz Dohl; STOL, Jorge. Affine arithmetic and its applications

to computer graphics. **Proceedings of VI SIBGRAPI (Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing)**, Recife, p. 9–18, 1993. Available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.63.716&rep=rep1&type=pdf>.

DE FIGUEIREDO, Luiz Henrique; STOLFI, Jorge. Adaptive enumeration of implicit surfaces with affine arithmetic. **Computer Graphics Forum**, Amsterdam, v. 15, n. 5, p. 287–296, 1996. <https://doi.org/10.1111/1467-8659.1550287>.

DE FIGUEIREDO, Luiz Henrique; STOLFI, Jorge. Affine arithmetic: Concepts and applications. **Numerical Algorithms**, Basel, v. 37, p. 147–158, 2004. <https://doi.org/10.1023/B:NUMA.0000049462.70970.b6>.

FENG, Zhou; JINGJING, Zhou; JI, Xiao; YINGYING, Cheng; LING, Feng; ZHE, Li; JIE, Du; JIAMING, Zhang. Energy Management Strategy of Microgrid Based on Fuzzy Control. **2018 2nd IEEE Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC)**, Xian, p. 1–1670, 2018.

FIGUEIREDO, Luiz Henrique D E; IWAARDEN, Ronald V A N; STOLFI, Jorge. Fast interval branch-and-bound methods for unconstrained global optimization with affine arithmetic. **SIAM Journal on Optimization**, Philadelphia, p. 1–13, 1997.

FIROUZMAKAN, Pouya; HOOSHMAND, Rahmat Allah; BORNAPOUR, Mosayeb; KHODABAKHSHIAN, Amin. A comprehensive stochastic energy management system of micro-CHP units, renewable energy sources and storage systems in microgrids considering demand response programs. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Oxford, v. 108, p. 355–368, 2019. DOI 10.1016/j.rser.2019.04.001. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.04.001>.

FRANCO, John F; RIDER, Marcos J; ROMERO, Ruben. A Mixed-Integer Linear Programming Model for the Electric Vehicle Charging Coordination Problem in Unbalanced Electrical Distribution Systems. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 6, n. 5, p. 2200–2210, 2015.

GANESH VULASALA, SIVANAGARAJU SIRIGIRI, Ramana Thiruveedula. Feeder Reconfiguration for Loss Reduction in Unbalanced Distribution System Using Genetic Algorithm. **International Journal of Electrical and Electronics Engineering**, Oxford, v. 3, n. 12, p. 754–762, 2009.

HE, Huihui; HUANG, Shengjun; LIU, Yajie; ZHANG, Tao. Robust Model Predictive Control for Energy Management of Isolated Microgrids Based on Interval Prediction. **Discrete Dynamics in Nature and Society**, London, p. 2049–2053, 2021. <https://doi.org/10.1155/2021/2198846>.

HUSSAIN, Akhtar; BUI, Van Hai; KIM, Hak Man. Microgrids as a resilience resource and strategies used by microgrids for enhancing resilience. **Applied Energy**, London, v. 240, p. 56–72, 2019. DOI 10.1016/j.apenergy.2019.02.055. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.02.055>.

LASSETER, Bob. Microgrids [distributed power generation]. **IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.01CH37194)**, Columbus, v. 1, p. 146–149, 2001. <https://doi.org/10.1109/PESW.2001.917020>.

LASSETER, Bob. Microgrids. **2002 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.02CH37309)**, New York, v. 1, p. 305–308, 2002. <https://doi.org/10.1109/PESW.2002.985003>.

LENG, Shipeng; LIU, Kaipei; RAN, Xiaohong. An Affine Arithmetic-Based Model of Interval Power Flow With the Correlated Uncertainties in Distribution System. **IEEE Access**, New York, v. 8, p. 60293–60304, 2020. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2982928>.

LIANG, Hao; ZHUANG, Weihua. Stochastic modeling and optimization in a microgrid: A survey. **Energies**, Paris, v. 7, n. 4, p. 2027–2050, 2014. <https://doi.org/10.3390/en7042027>.

MARZBAND, Mousa; SUMPER, Andreas; DOMÍNGUEZ-GARCÍA, José Luis; GUMARA-FERRET, Ramon. Experimental validation of a real time energy management system for microgrids in islanded mode using a local day-ahead electricity market and MINLP. **Energy Conversion and Management**, Oxford, v. 76, p. 314–322, 2013. DOI 10.1016/j.enconman.2013.07.053. Available at: <http://dx.doi.org/10.1016/j.enconman.2013.07.053>.

MESSINE, Frédéric. Extensions of affine arithmetic: Application to unconstrained global optimization. **Journal of Universal Computer Science**, Graz, v. 8, n. 11, p. 992–1015, 2002.

MOHAN, Vivek; SURESH, Reshma; SINGH, Jai Govind; ONGSAKUL, Weerakorn; MADHU, Nimal. Microgrid Energy Management Combining Sensitivities, Interval and Probabilistic Uncertainties of Renewable Generation and Loads. **IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems**, Piscataway, v. 7, n. 2, p. 262–270, 2017. <https://doi.org/10.1109/JETCAS.2017.2679030>.

MORAIS, Hugo; KÁDÁR, Péter; FARIA, Pedro; VALE, Zita A.; KHODR, H. M. Optimal scheduling of a renewable micro-grid in an isolated load area using mixed-integer linear programming. **Renewable Energy**, Oxford, v. 35, n. 1, p. 151–156, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2009.02.031>.

MURTY, V. V.S.N.; KUMAR, Ashwani. Multi-objective energy management in microgrids

with hybrid energy sources and battery energy storage systems. **Protection and Control of Modern Power Systems**, Singapore, v. 5, n. 1, p. 1–20, 2020. <https://doi.org/10.1186/s41601-019-0147-z>.

NININ, Jordan; MESSINE, Frédéric; HANSEN, Pierre. A reliable affine relaxation method for global optimization. **4OR: A Quarterly Journal of Operations Research**, Berlin, v. 13, n. 3, p. 247–277, 2015. DOI 10.1007/s10288-014-0269-0. Available at: <http://dx.doi.org/10.1007/s10288-014-0269-0>.

NOVICKIJ, Ilja; JOÓS, Géza. Model Predictive Control Based Approach for Microgrid Energy Management. **2019 IEEE Canadian Conference of Electrical and Computer Engineering (CCECE)**, Edmonton, n. 1, p. 1–4, 2019. <https://doi.org/10.1109/CCECE.2019.8861781>.

OLIVARES, Daniel E.; MEHRIZI-SANI, Ali; ETEMADI, Amir H.; CAÑIZARES, Claudio A.; IRAVANI, Reza; KAZERANI, Mehrdad; HAJIMIRAGHA, Amir H.; GOMIS-BELLMUNT, Oriol; SAEEDIFARD, Maryam; PALMA-BEHNKE, Rodrigo; JIMÉNEZ-ESTÉVEZ, Guillermo A.; HATZIARGYRIOU, Nikos D. Trends in microgrid control. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 5, n. 4, p. 1905–1919, 2014. <https://doi.org/10.1109/TSG.2013.2295514>.

PATNAIK, Bhaskar; MISHRA, Manohar; BANSAL, Ramesh C.; JENA, Ranjan Kumar. AC microgrid protection – A review: Current and future prospective. **Applied Energy**, London, v. 271, p. 115210, 2020. DOI 10.1016/j.apenergy.2020.115210. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.115210>.

PIPIA, Tomas; SIJS, Joris; DE SCHUTTER, Bart. A Single-Level Rule-Based Model Predictive Control Approach for Energy Management of Grid-Connected Microgrids. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, New York, v. 28, n. 6, p. 2364–2376, 2020. <https://doi.org/10.1109/TCST.2019.2945023>.

PULLINS, Steve. Why microgrids are becoming an important part of the energy infrastructure. **Electricity Journal**, Seattle, v. 32, n. 5, p. 17–21, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.tej.2019.05.003>.

QUASHIE, M.; JOOS, G. Optimal planning of urban microgrids with an energy management system. **Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference**, Dallas, p. 1–5, 2016. <https://doi.org/10.1109/TDC.2016.7519988>.

RAJ, Vinod; KUMAR, Boddeti Kalyan. A New Affine Arithmetic-Based Optimal Network Reconfiguration to Minimize Losses in a Distribution System Considering Uncertainty Using Binary Particle Swarm Optimization. **Electric Power Components and Systems**,

Philadelphia, p. 1–12, 2020. DOI 10.1080/15325008.2020.1797940. Available at: <https://doi.org/10.1080/15325008.2020.1797940>.

RATHOR, Sumit K.; SAXENA, D. Decentralized Energy Scheduling of LV Microgrid under Stochastic Environment. **2020 IEEE International Conference on Power Electronics, Smart Grid and Renewable Energy (PESGRE2020)**, Cochin, p. 1–6, 2020. <https://doi.org/10.1109/PESGRE45664.2020.9070354>.

ROMERO-QUETE, David; CANIZARES, Claudio. Affine Arithmetic Formulation of the Unit Commitment Problem Under Uncertainty. 2019a.

ROMERO-QUETE, David; CANIZARES, Claudio A. An Affine Arithmetic-Based Energy Management System for Isolated Microgrids. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 10, n. 3, p. 2989–2998, 2019b. <https://doi.org/10.1109/TSG.2018.2816403>.

ROMERO-QUETE, David; GARCIA, Javier Rosero. An affine arithmetic-model predictive control approach for optimal economic dispatch of combined heat and power microgrids. **Applied Energy**, London, v. 242, p. 1436–1447, 2019. DOI 10.1016/j.apenergy.2019.03.159. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.03.159>.

SAEED, Muhammad Hammad; FANGZONG, Wang; KALWAR, Basheer Ahmed; IQBAL, Sajid. A Review on Microgrids' Challenges & Perspectives. **IEEE Access**, New York, v. 9, p. 166502–166517, 2021. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3135083>.

SAHOO, Saroja Kanti; SINHA, Avinash Kumar; KISHORE, N. K. Control Techniques in AC, DC, and Hybrid AC-DC Microgrid: A Review. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics**, New York, v. 6, n. 2, p. 738–759, 2018. <https://doi.org/10.1109/JESTPE.2017.2786588>.

SHARIATZADEH, Farshid; VELLAITHURAI, Ceeman B.; BISWAS, Saugata S.; ZAMORA, Ramon; SRIVASTAVA, Anurag K. Real-time implementation of intelligent reconfiguration algorithm for Microgrid. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, Piscataway, v. 5, n. 2, p. 598–607, 2014. <https://doi.org/10.1109/TSTE.2013.2289864>.

SILVA, Jéssica Alice A.; LÓPEZ, Juan Camilo; ARIAS, Nataly Bañol; RIDER, Marcos J.; DA SILVA, Luiz C.P. An optimal stochastic energy management system for resilient microgrids. **Applied Energy**, London, v. 300, p. 117435, 2021. DOI 10.1016/j.apenergy.2021.117435. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2021.117435>.

SKALNA, Iwona; HLADÍK, Milan. A new algorithm for Chebyshev minimum-error multiplication of reduced affine forms. **Numerical Algorithms**, Basel, v. 76, n. 4, p. 1131–1152, 2017. <https://doi.org/10.1007/s11075-017-0300-6>.

STOLFI, J.; DE FIGUEIREDO, L.H. An Introduction to Affine Arithmetic. **TEMA - Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, São Carlos, v. 4, n. 3, p. 297–312, 2003. <https://doi.org/10.5540/tema.2003.04.03.0297>.

STOLFI, Jorge; DE FIGUEIREDO, Luiz Henrique. Self-validated numerical methods and applications. **Proc. of the Monograph for 21st Brazilian Mathematics Colloquium**, Citeseer, 1997. Available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.36.8089&rep=rep1&type=pdf>.

VACCARO, Alfredo; CANIZARES, Claudio A. An Affine Arithmetic-Based Framework for Uncertain Power Flow and Optimal Power Flow Studies. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 32, n. 1, p. 274–288, 2017. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2016.2565563>.

VACCARO, Alfredo; PETRELLI, Marina; BERIZZI, Alberto. Robust Optimization and Affine Arithmetic for Microgrid Scheduling under Uncertainty. **2019 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2019 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)**, Genova, 2019. <https://doi.org/10.1109/EEEIC.2019.8783572>.

VALENCIA, Felipe; COLLADO, Jorge; SÁEZ, Doris; MARÍN, Luis G. Robust Energy Management System for a Microgrid Based on a Fuzzy Prediction Interval Model. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 7, n. 3, p. 1–9, 2015.

VERA, Yimy E.García; DUFO-LÓPEZ, Rodolfo; BERNAL-AGUSTÍN, José L. Energy management in microgrids with renewable energy sources: A literature review. **Applied Sciences (Switzerland)**, Philadelphia, v. 9, n. 18, 2019. <https://doi.org/10.3390/app9183854>.

XUE, Feng; XIE, Weilun; XIE, Peicheng; PAN, Zhengning; REN, Jiayi; NIE, Yinghui; WANG, Xuchong; CHEN, Ming. Unbalanced three-phase distribution system power flow with distributed generation using affine arithmetic. **Proceedings of the 5th IEEE International Conference on Electric Utility Deregulation, Restructuring and Power Technologies, DRPT 2015**, Changsha, p. 822–829, 2016. <https://doi.org/10.1109/DRPT.2015.7432341>.

ZAHRAOUI, Younes; ALHAMROUNI, Ibrahim; MEKHILEF, Saad; REYASUDIN BASIR KHAN, M.; SEYEDMAHMOUDIAN, Mehdi; STOJCEVSKI, Alex; HORAN, Ben. Energy management system in microgrids: A comprehensive review. **Sustainability (Switzerland)**, Basel, v. 13, n. 19, p. 1–33, 2021. <https://doi.org/10.3390/su131910492>.

ZAHRAOUI, Younes; BASIR KHAN, M. Reyasudin; ALHAMROUNI, Ibrahim; MEKHILEF, Saad; AHMED, Mahrous. Current status, scenario, and prospective of renewable energy in

algeria: A review. **Energies**, Basel, v. 14, n. 9, 2021. <https://doi.org/10.3390/en14092354>.

ZHU, Junjie; LIU, Yajie; LEI, Hongtao; ZHANG, Tao. A Robust and Model Predictive Control Based Energy Management Scheme for Grid-Connected Microgrids. **2nd IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration, EI2 2018 - Proceedings**, Beijing, p. 1–6, 2018. <https://doi.org/10.1109/EI2.2018.8582556>.

ZIA, Muhammad Fahad; ELBOUCHIKHI, Elhoussin; BENBOUZID, Mohamed. Microgrids energy management systems: A critical review on methods, solutions, and prospects. **Applied Energy**, London, v. 222, p. 1033–1055, 2018. DOI 10.1016/j.apenergy.2018.04.103. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.04.103>.

APÊNDICE A – Dados dos Sistemas de teste

Tabela 4 – Dados do Sistema de 25 Barras Trifásico

Be	Br	Tipo de Condutor	Comprimento [ft]	Potência de carga [kVA] - Br		
				Fase A	Fase B	Fase C
1	2	1	1000	0	0	0
2	3	1	500	35+j25	40+j30	45+j32
2	6	2	500	40+j30	45+j32	35+j25
3	4	1	500	50+j40	60+j45	50+j35
3	18	2	500	40+j30	40+j30	40+j30
4	5	2	500	40+j30	40+j30	40+j30
4	23	2	400	60+j45	50+j40	50+j35
6	7	2	500	0	0	0
6	8	2	1000	40+j30	40+j30	40+j30
7	9	2	500	60+j45	50+j40	50+j35
7	14	2	500	50+j35	50+j40	60+j45
7	16	2	500	40+j30	40+j30	40+j30
9	10	2	500	35+j25	40+j30	45+j32
10	11	2	300	45+j32	35+j25	40+j30
11	12	3	200	50+j35	60+j45	50+j40
11	13	3	200	35+j25	45+j32	40+j30
14	15	2	300	133.3+j100	133.3+j100	133.3+j100
14	17	3	300	40+j30	35+j25	45+j32
18	20	2	500	35+j25	40+j30	45+j32
18	21	3	400	40+j30	35+j25	45+j32
20	19	3	400	60+j45	50+j35	50+j40
21	22	3	400	50+j35	60+j45	50+j40
23	24	2	400	35+j25	45+j32	40+j30
24	25	3	400	60+j45	50+j30	50+j35

Fonte: do próprio autor.

Tabela 5 – Impedâncias do Sistema de 25 Barras

Tipo de Condutor	Impedância [Ω /milhas]			
	a	b	c	
1	a	0,3686+j0,6852	0,0169+j0,1515	0,0155+j0,1098
	b	0,0169+j0,1515	0,3757+j0,6715	0,0188+j0,2072
	c	0,0155+j0,1098	0,0188+j0,2072	0,3723+j0,6782
2	a	0,9775+j0,8717	0,0167+j0,1697	0,0152+j0,1264
	b	0,0167+j0,1697	0,9844+j0,8654	0,0186+j0,2275
	c	0,0152+j0,1264	0,0186+j0,2275	0,981+j0,8648
3	a	1,928+j1,4194	0,0161+j0,1183	0,0161+j0,1183
	b	0,0161+j0,1183	1,9308+j1,4215	0,0161+j0,1183
	c	0,0161+j0,1183	0,0161+j0,1183	1,9337+j1,4236

Fonte: do próprio autor.

Tabela 6 – Dados do Sistema de 19 Barras Trifásico

Be	Br	Tipo de Condutor	Comprimento [km]	Potência de carga [kVA] - Br		
				Fase A	Fase B	Fase C
1	2	1	3,0	10,38+j5,01	5,19+j2,52	10,38+j5,01
2	3	1	5,0	11,01+j5,34	5,19+j2,52	9,72+j4,71
2	4	1	1,5	4,05+j1,95	5,67+j2,76	6,48+j3,15
4	5	1	1,5	6,48+j3,15	5,19+j2,52	3+j2,19
4	6	1	1,0	4,2+j2,04	3,09+j1,5	2,91+j1,41
6	7	1	2,0	9,72+j4,71	8,1+j3,93	8,1+j3,93
6	8	1	2,5	7,44+j3,6	5,34+j2,58	3,39+j1,65
8	9	1	3,0	12,3+j5,97	14,91+j7,23	13,29+j6,42
9	10	1	5,0	3,39+j1,65	4,2+j2,04	2,58+j1,26
10	11	1	1,5	7,44+j3,6	7,44+j3,6	11,01+j5,34
10	12	1	1,5	9,72+j4,71	8,1+j3,93	8,1+j3,93
11	13	1	5,0	4,38+j2,13	5,34+j2,58	6,48+j3,15
11	14	1	1,0	3,09+j1,5	3,09+j1,5	4,05+j1,95
12	15	1	5,0	4,38+j2,13	4,86+j2,34	6,96+j3,36
12	16	1	6,0	7,77+j3,78	10,38+j5,01	7,77+j3,78
14	17	1	3,5	6,48+j3,15	4,86+j2,34	4,86+j2,34
14	18	1	4,0	5,34+j2,58	5,34+j2,58	5,52+j2,67
15	19	1	4,0	8,76+j4,23	10,05+j4,86	7,14+j3,45

Fonte: do próprio autor.

Tabela 7 – Impedâncias do Sistema de 19 Barras

Tipo de Conductor	Impedância [Ω/km]			
	a	b	c	
1	a	1,5609+j0,67155	0,5203+j0,22385	0,5203+j0,22385
	b	0,5203+j0,22385	1,5609+j0,67155	0,5203+j0,22385
	c	0,5203+j0,22385	0,5203+j0,22385	1,5609+j0,67155

Fonte: do próprio autor.

Tabela 8 – Potência Ativa Máxima das Fontes de Geração Renovável

Barra	Fase	Potência Ativa [kW]
10	1	27,50
10	2	19,80
10	3	30,00
16	1	21,60
16	2	27,40
16	3	19,80

Fonte: do próprio autor.

Tabela 9 – Potência de Carga

Período [hr]	Potência [pu]							
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8
1	0,8480	0,9874	0,7344	0,7798	0,7671	0,7714	0,7743	0,8612
2	0,8280	0,9660	0,7195	0,7577	0,7489	0,7519	0,7543	0,8450
3	0,8107	0,9447	0,7069	0,7448	0,7358	0,7387	0,7404	0,8307
4	0,7981	0,9338	0,6997	0,7365	0,7285	0,7298	0,7311	0,8200
5	0,7911	0,9256	0,6984	0,7332	0,7243	0,7217	0,7253	0,8166
6	0,7924	0,9243	0,7030	0,7348	0,7239	0,7236	0,7274	0,8149
7	0,7988	0,9098	0,7243	0,7480	0,7341	0,7396	0,7394	0,8193
8	0,8210	0,9044	0,7736	0,7886	0,7783	0,7831	0,7831	0,8397
9	0,8719	0,9282	0,8594	0,8668	0,8628	0,8677	0,8690	0,8878
10	0,9386	0,9546	0,9491	0,9435	0,9434	0,9463	0,9439	0,9438
11	0,9826	0,9783	0,9921	0,9865	0,9832	0,9812	0,9814	0,9835
12	0,9932	0,9952	1,0000	0,9989	0,9933	0,9904	0,9955	0,9967
13	1,0000	1,0000	0,9948	1,0000	0,9987	0,9959	0,9948	0,9971
14	0,9962	0,9916	0,9827	0,9936	0,9943	0,9897	0,9896	0,9933

15	0,9998	0,9917	0,9863	0,9983	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
16	0,9951	0,9906	0,9838	0,9955	0,9799	0,9956	0,9918	0,9996
17	0,9872	0,9857	0,9832	0,9884	0,9767	0,9893	0,9816	0,9926
18	0,9611	0,9800	0,9595	0,9676	0,9525	0,9636	0,9559	0,9766
19	0,9456	0,9828	0,9213	0,9331	0,9204	0,9224	0,9198	0,9579
20	0,9263	0,9974	0,8885	0,9017	0,8966	0,8908	0,8842	0,9472
21	0,9117	0,9973	0,8567	0,8685	0,8629	0,8662	0,8530	0,9313
22	0,9010	0,9914	0,8302	0,8453	0,8388	0,8438	0,8328	0,9213
23	0,8842	0,9819	0,8119	0,8275	0,8225	0,8223	0,8112	0,9125
24	0,8624	0,9715	0,7898	0,8031	0,8002	0,7995	0,7816	0,8958
Período		Potência [pu]						
[hr]	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16
1	0,9618	0,7296	0,7542	0,7630	0,7434	0,8490	0,8334	0,9784
2	0,9407	0,7141	0,7377	0,7464	0,7224	0,8281	0,8165	0,9520
3	0,9260	0,7009	0,7225	0,7287	0,7095	0,8110	0,7994	0,9313
4	0,9142	0,6852	0,7103	0,7180	0,6997	0,7995	0,7884	0,9166
5	0,9105	0,6811	0,7067	0,7116	0,6955	0,7916	0,7841	0,9076
6	0,9062	0,6881	0,7104	0,7160	0,6964	0,7942	0,7794	0,9014
7	0,8977	0,7098	0,7223	0,7298	0,7091	0,7921	0,7747	0,8927
8	0,8971	0,7580	0,7665	0,7718	0,7532	0,8152	0,8088	0,8863
9	0,9159	0,8462	0,8454	0,8532	0,8356	0,8755	0,8700	0,9087
10	0,9424	0,9264	0,9257	0,9336	0,9170	0,9416	0,9360	0,9364
11	0,9660	0,9710	0,9649	0,9789	0,9547	0,9760	0,9794	0,9635
12	0,9812	0,9824	0,9772	0,9916	0,9679	0,9867	0,9935	0,9815
13	0,9894	0,9834	0,9840	0,9957	0,9717	0,9964	0,9980	0,9943
14	0,9923	0,9910	0,9881	0,9942	0,9707	0,9953	0,9934	0,9950
15	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9890	1,0000	1,0000	1,0000
16	0,9997	0,9964	0,9952	0,9975	1,0000	0,9955	0,9899	0,9976
17	0,9963	0,9830	0,9892	0,9896	0,9905	0,9912	0,9764	0,9845
18	0,9590	0,9496	0,9584	0,9596	0,9584	0,9690	0,9551	0,9761
19	0,9681	0,9120	0,9175	0,9109	0,9153	0,9456	0,9353	0,9783
20	0,9682	0,8783	0,8811	0,8791	0,8812	0,9267	0,9184	0,9886
21	0,9617	0,8459	0,8451	0,8474	0,8530	0,9054	0,9010	0,9881
22	0,9650	0,8272	0,8196	0,8244	0,8293	0,8842	0,8885	0,9886
23	0,9597	0,8113	0,8014	0,8042	0,8120	0,8662	0,8742	0,9812

24	0,9464	0,7919	0,7841	0,7813	0,7893	0,8448	0,8507	0,9705
Período	Potência [<i>pu</i>]							
[<i>hr</i>]	B17	B18	B19					
1	0,7259	0,7497	0,7534					
2	0,7101	0,7323	0,7367					
3	0,6984	0,7178	0,7219					
4	0,6893	0,7066	0,7081					
5	0,6854	0,7033	0,7049					
6	0,6885	0,7078	0,7097					
7	0,7016	0,7156	0,7208					
8	0,7522	0,7626	0,7694					
9	0,8446	0,8469	0,8551					
10	0,9310	0,9288	0,9364					
11	0,9648	0,9704	0,9813					
12	0,9868	0,9826	0,9911					
13	0,9890	0,9879	0,9970					
14	0,9865	0,9891	0,9923					
15	0,9982	1,0000	1,0000					
16	1,0000	0,9958	0,9933					
17	0,9939	0,9820	0,9860					
18	0,9623	0,9495	0,9591					
19	0,9157	0,9025	0,9132					
20	0,8775	0,8677	0,8777					
21	0,8437	0,8346	0,8429					
22	0,8187	0,8116	0,8209					
23	0,8015	0,7907	0,8022					
24	0,7802	0,7691	0,7835					

Fonte: do próprio autor.

Tabela 10 – Potência da Geração Fotovoltaica

Período	Potência [<i>pu</i>]	
[<i>hr</i>]	B10	B16
1	0,0000	0,0000

2	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000
7	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000
9	0,4306	0,0000
10	0,8274	0,3950
11	0,9028	0,6975
12	0,8730	0,8824
13	0,8710	0,9580
14	0,8710	1,0000
15	0,9722	0,8739
16	1,0000	0,7311
17	0,7738	0,4874
18	0,0000	0,1765
19	0,0000	0,0000
20	0,0000	0,0000
21	0,0000	0,0000
22	0,0000	0,0000
23	0,0000	0,0000
24	0,0000	0,0000

Fonte: do próprio autor.

Tabela 11 – Potência de Carga

Período [hr]	Potência [pu]							
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8
1	0,8669	1,0117	0,7120	0,8046	0,7750	0,7473	0,7610	0,8640
1,25	0,8641	1,0026	0,7069	0,7981	0,7750	0,7511	0,7632	0,8629
1,50	0,8613	0,9935	0,7018	0,7916	0,7750	0,7550	0,7654	0,8618
1,75	0,8584	0,9844	0,6967	0,7851	0,7749	0,7588	0,7676	0,8607
2	0,8556	0,9753	0,6916	0,7786	0,7749	0,7626	0,7698	0,8596

2,25	0,8511	0,9607	0,6945	0,7684	0,7691	0,7611	0,7578	0,8522
2,50	0,8467	0,9460	0,6974	0,7581	0,7633	0,7595	0,7457	0,8448
2,75	0,8422	0,9314	0,7003	0,7479	0,7575	0,7579	0,7337	0,8375
3	0,8377	0,9168	0,7032	0,7377	0,7517	0,7564	0,7216	0,8301
3,25	0,8254	0,9223	0,6982	0,7412	0,7422	0,7498	0,7269	0,8335
3,50	0,8131	0,9278	0,6932	0,7447	0,7328	0,7433	0,7323	0,8368
3,75	0,8008	0,9334	0,6881	0,7481	0,7233	0,7368	0,7377	0,8401
4	0,7885	0,9389	0,6831	0,7516	0,7138	0,7302	0,7430	0,8435
4,25	0,7846	0,9318	0,6887	0,7466	0,7142	0,7330	0,7399	0,8375
4,50	0,7807	0,9248	0,6943	0,7416	0,7146	0,7359	0,7367	0,8316
4,75	0,7768	0,9177	0,6998	0,7366	0,7150	0,7387	0,7336	0,8256
5	0,7729	0,9107	0,7054	0,7316	0,7154	0,7415	0,7304	0,8196
5,25	0,7722	0,9151	0,7044	0,7251	0,7151	0,7320	0,7341	0,8156
5,50	0,7715	0,9195	0,7033	0,7186	0,7147	0,7224	0,7378	0,8116
5,75	0,7709	0,9240	0,7023	0,7120	0,7144	0,7128	0,7414	0,8076
6	0,7702	0,9284	0,7012	0,7055	0,7141	0,7033	0,7451	0,8036
6,25	0,7721	0,9286	0,7076	0,7236	0,7128	0,7115	0,7378	0,8145
6,50	0,7741	0,9288	0,7139	0,7417	0,7114	0,7198	0,7305	0,8253
6,75	0,7760	0,9291	0,7203	0,7597	0,7101	0,7280	0,7231	0,8361
7	0,7779	0,9293	0,7266	0,7778	0,7088	0,7362	0,7158	0,8470
7,25	0,7851	0,9178	0,7329	0,7861	0,7274	0,7487	0,7273	0,8505
7,50	0,7923	0,9062	0,7392	0,7943	0,7460	0,7611	0,7388	0,8539
7,75	0,7996	0,8946	0,7455	0,8025	0,7645	0,7736	0,7503	0,8574
8	0,8068	0,8831	0,7518	0,8108	0,7831	0,7861	0,7618	0,8609
8,25	0,8291	0,9011	0,7786	0,8246	0,8006	0,8125	0,7867	0,8618
8,50	0,8515	0,9190	0,8054	0,8385	0,8181	0,8389	0,8115	0,8627
8,75	0,8738	0,9369	0,8321	0,8523	0,8356	0,8653	0,8363	0,8636
9	0,8961	0,9549	0,8589	0,8662	0,8531	0,8917	0,8612	0,8645
9,25	0,9045	0,9597	0,8742	0,8787	0,8707	0,9076	0,8853	0,8866
9,50	0,9129	0,9644	0,8895	0,8911	0,8883	0,9235	0,9095	0,9086
9,75	0,9214	0,9691	0,9047	0,9036	0,9059	0,9393	0,9336	0,9306
10	0,9298	0,9739	0,9200	0,9161	0,9235	0,9552	0,9578	0,9527
10,25	0,9494	0,9791	0,9378	0,9327	0,9376	0,9588	0,9638	0,9606
10,50	0,9691	0,9844	0,9556	0,9494	0,9517	0,9624	0,9698	0,9684
10,75	0,9888	0,9896	0,9735	0,9661	0,9659	0,9660	0,9759	0,9762
11	1,0084	0,9948	0,9913	0,9827	0,9800	0,9696	0,9819	0,9841

11,25	1,0059	0,9905	0,9905	0,9863	0,9793	0,9800	0,9807	0,9831
11,50	1,0034	0,9863	0,9897	0,9899	0,9786	0,9904	0,9795	0,9822
11,75	1,0009	0,9820	0,9889	0,9936	0,9778	1,0007	0,9784	0,9812
12	0,9984	0,9777	0,9881	0,9972	0,9771	1,0111	0,9772	0,9803
12,25	0,9952	0,9819	0,9912	0,9943	0,9840	1,0105	0,9774	0,9788
12,50	0,9919	0,9861	0,9943	0,9914	0,9910	1,0099	0,9776	0,9772
12,75	0,9887	0,9903	0,9974	0,9886	0,9979	1,0092	0,9779	0,9756
13	0,9855	0,9945	1,0005	0,9857	1,0049	1,0086	0,9781	0,9741
13,25	0,9893	0,9898	0,9954	0,9946	1,0030	1,0042	0,9769	0,9787
13,50	0,9932	0,9851	0,9903	1,0036	1,0010	0,9998	0,9758	0,9833
13,75	0,9970	0,9805	0,9853	1,0125	0,9990	0,9954	0,9747	0,9880
14	1,0009	0,9758	0,9802	1,0214	0,9971	0,9910	0,9735	0,9926
14,25	0,9981	0,9825	0,9763	1,0190	0,9919	0,9956	0,9801	0,9986
14,50	0,9954	0,9891	0,9724	1,0165	0,9868	1,0001	0,9866	1,0047
14,75	0,9927	0,9958	0,9684	1,0141	0,9816	1,0047	0,9931	1,0107
15	0,9899	1,0025	0,9645	1,0116	0,9764	1,0092	0,9997	1,0167
15,25	0,9929	1,0013	0,9747	1,0122	0,9784	1,0010	0,9938	1,0182
15,50	0,9958	1,0001	0,9849	1,0127	0,9805	0,9929	0,9879	1,0197
15,75	0,9988	0,9989	0,9952	1,0132	0,9825	0,9848	0,9821	1,0213
16	1,0017	0,9977	1,0054	1,0138	0,9845	0,9766	0,9762	1,0228
16,25	0,9984	0,9887	1,0046	1,0122	0,9859	0,9745	0,9799	1,0155
16,50	0,9951	0,9796	1,0038	1,0107	0,9872	0,9725	0,9837	1,0082
16,75	0,9918	0,9706	1,0031	1,0091	0,9886	0,9704	0,9874	1,0010
17	0,9885	0,9615	1,0023	1,0075	0,9900	0,9683	0,9912	0,9937
17,25	0,9862	0,9595	0,9901	0,9979	0,9794	0,9695	0,9843	0,9863
17,50	0,9839	0,9576	0,9779	0,9884	0,9688	0,9707	0,9774	0,9789
17,75	0,9816	0,9556	0,9657	0,9788	0,9581	0,9718	0,9705	0,9715
18	0,9793	0,9536	0,9535	0,9692	0,9475	0,9730	0,9636	0,9641
18,25	0,9642	0,9645	0,9420	0,9590	0,9415	0,9670	0,9514	0,9698
18,50	0,9490	0,9753	0,9304	0,9488	0,9354	0,9610	0,9393	0,9755
18,75	0,9339	0,9862	0,9189	0,9387	0,9294	0,9550	0,9271	0,9812
19	0,9188	0,9971	0,9074	0,9285	0,9233	0,9490	0,9149	0,9869
19,25	0,9216	1,0029	0,9052	0,9172	0,9146	0,9338	0,9144	0,9718
19,50	0,9244	1,0087	0,9031	0,9058	0,9060	0,9187	0,9140	0,9567
19,75	0,9272	1,0145	0,9009	0,8944	0,8974	0,9035	0,9136	0,9417
20	0,9300	1,0203	0,8987	0,8831	0,8887	0,8884	0,9131	0,9266

20,25	0,9217	1,0114	0,8900	0,8759	0,8871	0,8901	0,9015	0,9254
20,50	0,9134	1,0025	0,8812	0,8688	0,8856	0,8918	0,8900	0,9243
20,75	0,9051	0,9936	0,8725	0,8616	0,8840	0,8935	0,8784	0,9231
21	0,8968	0,9847	0,8637	0,8544	0,8824	0,8952	0,8668	0,9219
21,25	0,8930	0,9852	0,8493	0,8536	0,8711	0,8853	0,8613	0,9238
21,50	0,8893	0,9858	0,8348	0,8528	0,8598	0,8754	0,8558	0,9258
21,75	0,8855	0,9863	0,8203	0,8520	0,8484	0,8655	0,8503	0,9277
22	0,8817	0,9868	0,8059	0,8512	0,8371	0,8556	0,8448	0,9296
22,25	0,8764	0,9872	0,8116	0,8441	0,8273	0,8438	0,8312	0,9221
22,50	0,8711	0,9877	0,8173	0,8370	0,8175	0,8319	0,8176	0,9145
22,75	0,8658	0,9882	0,8229	0,8300	0,8077	0,8201	0,8040	0,9069
23	0,8605	0,9886	0,8286	0,8229	0,7979	0,8083	0,7904	0,8994
23,25	0,8636	0,9872	0,8124	0,8143	0,7943	0,8086	0,7934	0,8962
23,50	0,8666	0,9859	0,7963	0,8056	0,7908	0,8090	0,7964	0,8929
23,75	0,8697	0,9846	0,7801	0,7970	0,7872	0,8093	0,7993	0,8897
24	0,8727	0,9832	0,7639	0,7884	0,7836	0,8096	0,8023	0,8865
Período		Potência [pu]						
[hr]	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16
1	0,9893	0,7575	0,7337	0,7912	0,7708	0,8481	0,8514	0,9569
1,25	0,9755	0,7490	0,7298	0,7831	0,7517	0,8397	0,8359	0,9496
1,50	0,9617	0,7405	0,7258	0,7750	0,7326	0,8314	0,8204	0,9424
1,75	0,9480	0,7319	0,7219	0,7669	0,7134	0,8230	0,8048	0,9351
2	0,9342	0,7234	0,7180	0,7588	0,6943	0,8147	0,7893	0,9278
2,25	0,9313	0,7200	0,7223	0,7551	0,6947	0,8165	0,7942	0,9236
2,50	0,9284	0,7166	0,7266	0,7514	0,6952	0,8182	0,7990	0,9194
2,75	0,9256	0,7131	0,7308	0,7477	0,6957	0,8200	0,8038	0,9153
3	0,9227	0,7097	0,7351	0,7440	0,6961	0,8218	0,8087	0,9111
3,25	0,9275	0,7043	0,7235	0,7322	0,6934	0,8213	0,7999	0,9172
3,50	0,9323	0,6988	0,7118	0,7205	0,6906	0,8208	0,7912	0,9233
3,75	0,9370	0,6934	0,7002	0,7087	0,6879	0,8204	0,7825	0,9294
4	0,9418	0,6880	0,6886	0,6970	0,6852	0,8199	0,7737	0,9355
4,25	0,9402	0,6831	0,6970	0,7045	0,6860	0,8138	0,7700	0,9218
4,50	0,9386	0,6782	0,7053	0,7119	0,6867	0,8078	0,7662	0,9082
4,75	0,9371	0,6732	0,7137	0,7193	0,6875	0,8017	0,7625	0,8945
5	0,9355	0,6683	0,7221	0,7268	0,6883	0,7957	0,7587	0,8808
5,25	0,9286	0,6682	0,7207	0,7206	0,6926	0,7982	0,7676	0,8852

5,50	0,9217	0,6682	0,7193	0,7143	0,6969	0,8006	0,7765	0,8896
5,75	0,9148	0,6681	0,7179	0,7080	0,7013	0,8031	0,7854	0,8940
6	0,9079	0,6680	0,7165	0,7018	0,7056	0,8056	0,7943	0,8984
6,25	0,8979	0,6826	0,7227	0,7143	0,7003	0,8007	0,7858	0,9015
6,50	0,8880	0,6971	0,7289	0,7268	0,6949	0,7958	0,7773	0,9045
6,75	0,8780	0,7117	0,7351	0,7394	0,6895	0,7910	0,7688	0,9076
7	0,8680	0,7263	0,7413	0,7519	0,6842	0,7861	0,7603	0,9107
7,25	0,8771	0,7320	0,7478	0,7554	0,6951	0,7895	0,7668	0,8998
7,50	0,8862	0,7377	0,7543	0,7589	0,7060	0,7929	0,7732	0,8890
7,75	0,8953	0,7434	0,7608	0,7624	0,7169	0,7962	0,7797	0,8781
8	0,9044	0,7491	0,7673	0,7659	0,7278	0,7996	0,7862	0,8673
8,25	0,9115	0,7717	0,7830	0,7863	0,7487	0,8131	0,8138	0,8845
8,50	0,9185	0,7944	0,7986	0,8067	0,7696	0,8265	0,8414	0,9017
8,75	0,9256	0,8170	0,8142	0,8270	0,7905	0,8399	0,8689	0,9189
9	0,9327	0,8396	0,8299	0,8474	0,8114	0,8534	0,8965	0,9361
9,25	0,9344	0,8620	0,8508	0,8726	0,8331	0,8782	0,9016	0,9342
9,50	0,9361	0,8844	0,8717	0,8979	0,8548	0,9031	0,9067	0,9323
9,75	0,9378	0,9068	0,8926	0,9231	0,8766	0,9280	0,9119	0,9304
10	0,9395	0,9292	0,9135	0,9483	0,8983	0,9528	0,9170	0,9285
10,25	0,9509	0,9441	0,9285	0,9541	0,9171	0,9591	0,9304	0,9438
10,50	0,9623	0,9589	0,9435	0,9600	0,9359	0,9654	0,9437	0,9591
10,75	0,9737	0,9738	0,9586	0,9658	0,9546	0,9717	0,9571	0,9745
11	0,9851	0,9887	0,9736	0,9716	0,9734	0,9780	0,9704	0,9898
11,25	0,9792	0,9830	0,9735	0,9738	0,9784	0,9791	0,9715	0,9938
11,50	0,9732	0,9774	0,9735	0,9759	0,9833	0,9803	0,9725	0,9978
11,75	0,9673	0,9718	0,9734	0,9781	0,9883	0,9814	0,9736	1,0018
12	0,9614	0,9661	0,9733	0,9803	0,9933	0,9825	0,9746	1,0058
12,25	0,9654	0,9677	0,9748	0,9843	0,9817	0,9824	0,9850	0,9959
12,50	0,9693	0,9693	0,9764	0,9882	0,9700	0,9823	0,9953	0,9859
12,75	0,9732	0,9709	0,9780	0,9922	0,9584	0,9822	1,0057	0,9760
13	0,9772	0,9725	0,9795	0,9962	0,9468	0,9821	1,0161	0,9661
13,25	0,9828	0,9798	0,9801	0,9937	0,9601	0,9785	1,0162	0,9795
13,50	0,9885	0,9871	0,9807	0,9912	0,9734	0,9748	1,0163	0,9929
13,75	0,9941	0,9944	0,9812	0,9887	0,9867	0,9712	1,0164	1,0064
14	0,9997	1,0017	0,9818	0,9862	1,0000	0,9676	1,0165	1,0198
14,25	1,0030	1,0073	0,9922	0,9871	1,0002	0,9712	1,0053	1,0185

14,50	1,0063	1,0130	1,0027	0,9881	1,0004	0,9748	0,9941	1,0172
14,75	1,0096	1,0186	1,0131	0,9890	1,0007	0,9783	0,9830	1,0159
15	1,0129	1,0242	1,0235	0,9900	1,0009	0,9819	0,9718	1,0146
15,25	1,0025	1,0171	1,0114	0,9990	1,0039	0,9853	0,9759	1,0037
15,50	0,9921	1,0100	0,9994	1,0081	1,0069	0,9887	0,9800	0,9929
15,75	0,9818	1,0029	0,9873	1,0171	1,0098	0,9921	0,9841	0,9820
16	0,9714	0,9958	0,9753	1,0262	1,0128	0,9955	0,9882	0,9712
16,25	0,9847	0,9948	0,9833	1,0164	1,0062	0,9993	0,9790	0,9690
16,50	0,9980	0,9939	0,9912	1,0065	0,9996	1,0031	0,9698	0,9668
16,75	1,0114	0,9929	0,9992	0,9967	0,9930	1,0069	0,9606	0,9647
17	1,0247	0,9919	1,0072	0,9868	0,9864	1,0107	0,9514	0,9625
17,25	1,0072	0,9740	1,0023	0,9750	0,9735	0,9983	0,9478	0,9657
17,50	0,9898	0,9562	0,9973	0,9632	0,9606	0,9860	0,9442	0,9690
17,75	0,9723	0,9384	0,9924	0,9514	0,9477	0,9737	0,9406	0,9723
18	0,9549	0,9205	0,9874	0,9396	0,9348	0,9613	0,9370	0,9755
18,25	0,9552	0,9214	0,9724	0,9330	0,9329	0,9599	0,9318	0,9706
18,50	0,9556	0,9223	0,9575	0,9264	0,9310	0,9585	0,9265	0,9657
18,75	0,9559	0,9232	0,9425	0,9198	0,9291	0,9570	0,9213	0,9609
19	0,9562	0,9241	0,9275	0,9132	0,9272	0,9556	0,9160	0,9560
19,25	0,9645	0,9148	0,9141	0,9001	0,9146	0,9481	0,9109	0,9655
19,50	0,9728	0,9056	0,9006	0,8869	0,9021	0,9406	0,9058	0,9750
19,75	0,9812	0,8963	0,8871	0,8738	0,8895	0,9331	0,9007	0,9845
20	0,9895	0,8870	0,8737	0,8606	0,8769	0,9256	0,8956	0,9940
20,25	0,9838	0,8709	0,8727	0,8630	0,8757	0,9169	0,8984	0,9854
20,50	0,9781	0,8547	0,8716	0,8654	0,8745	0,9083	0,9011	0,9768
20,75	0,9724	0,8386	0,8706	0,8678	0,8733	0,8997	0,9039	0,9681
21	0,9667	0,8224	0,8695	0,8702	0,8721	0,8910	0,9067	0,9595
21,25	0,9593	0,8171	0,8543	0,8592	0,8637	0,8879	0,9069	0,9701
21,50	0,9519	0,8118	0,8392	0,8482	0,8554	0,8849	0,9072	0,9806
21,75	0,9444	0,8066	0,8240	0,8373	0,8470	0,8818	0,9074	0,9911
22	0,9370	0,8013	0,8088	0,8263	0,8386	0,8787	0,9077	1,0017
22,25	0,9418	0,8042	0,8063	0,8264	0,8322	0,8822	0,9014	1,0034
22,50	0,9466	0,8071	0,8038	0,8265	0,8258	0,8858	0,8951	1,0052
22,75	0,9513	0,8100	0,8013	0,8266	0,8195	0,8893	0,8888	1,0070
23	0,9561	0,8129	0,7988	0,8267	0,8131	0,8928	0,8825	1,0087
23,25	0,9579	0,8103	0,7877	0,8169	0,8054	0,8871	0,8671	0,9986

23,50	0,9596	0,8076	0,7766	0,8071	0,7978	0,8813	0,8517	0,9884
23,75	0,9614	0,8050	0,7656	0,7972	0,7902	0,8756	0,8362	0,9783
24	0,9632	0,8024	0,7545	0,7874	0,7825	0,8698	0,8208	0,9682
Período	Potência [<i>pu</i>]							
[<i>hr</i>]	B17	B18	B19					
1	0,7212	0,7746	0,7709					
1,25	0,7233	0,7670	0,7596					
1,50	0,7253	0,7593	0,7483					
1,75	0,7274	0,7516	0,7370					
2	0,7295	0,7440	0,7257					
2,25	0,7160	0,7374	0,7317					
2,50	0,7025	0,7308	0,7376					
2,75	0,6890	0,7243	0,7436					
3	0,6755	0,7177	0,7495					
3,25	0,6751	0,7214	0,7369					
3,50	0,6747	0,7250	0,7243					
3,75	0,6743	0,7287	0,7117					
4	0,6739	0,7324	0,6991					
4,25	0,6772	0,7293	0,7071					
4,50	0,6805	0,7263	0,7150					
4,75	0,6839	0,7232	0,7229					
5	0,6872	0,7201	0,7309					
5,25	0,6813	0,7129	0,7318					
5,50	0,6754	0,7058	0,7327					
5,75	0,6694	0,6986	0,7336					
6	0,6635	0,6915	0,7345					
6,25	0,6720	0,7037	0,7263					
6,50	0,6805	0,7158	0,7181					
6,75	0,6890	0,7280	0,7099					
7	0,6975	0,7402	0,7017					
7,25	0,7073	0,7446	0,7119					
7,50	0,7170	0,7489	0,7220					
7,75	0,7268	0,7532	0,7322					
8	0,7366	0,7576	0,7424					
8,25	0,7647	0,7733	0,7666					
8,50	0,7929	0,7891	0,7908					

8,75	0,8210	0,8048	0,8150
9	0,8491	0,8205	0,8392
9,25	0,8714	0,8518	0,8572
9,50	0,8938	0,8831	0,8752
9,75	0,9162	0,9143	0,8933
10	0,9385	0,9456	0,9113
10,25	0,9507	0,9526	0,9306
10,50	0,9629	0,9595	0,9500
10,75	0,9752	0,9665	0,9693
11	0,9874	0,9734	0,9886
11,25	0,9945	0,9748	0,9834
11,50	1,0015	0,9762	0,9782
11,75	1,0086	0,9775	0,9730
12	1,0156	0,9789	0,9678
12,25	1,0154	0,9846	0,9749
12,50	1,0151	0,9903	0,9820
12,75	1,0149	0,9960	0,9892
13	1,0147	1,0017	0,9963
13,25	1,0121	0,9925	0,9917
13,50	1,0095	0,9833	0,9871
13,75	1,0069	0,9742	0,9826
14	1,0043	0,9650	0,9780
14,25	1,0028	0,9734	0,9896
14,50	1,0012	0,9819	1,0011
14,75	0,9997	0,9904	1,0127
15	0,9982	0,9988	1,0243
15,25	1,0014	0,9912	1,0101
15,50	1,0046	0,9836	0,9960
15,75	1,0077	0,9759	0,9818
16	1,0109	0,9683	0,9676
16,25	1,0017	0,9701	0,9772
16,50	0,9926	0,9719	0,9868
16,75	0,9835	0,9737	0,9963
17	0,9743	0,9755	1,0059
17,25	0,9689	0,9758	1,0005
17,50	0,9635	0,9761	0,9951

17,75	0,9581	0,9763	0,9897
18	0,9527	0,9766	0,9843
18,25	0,9509	0,9532	0,9595
18,50	0,9491	0,9297	0,9347
18,75	0,9474	0,9063	0,9100
19	0,9456	0,8828	0,8852
19,25	0,9245	0,8773	0,8846
19,50	0,9033	0,8718	0,8840
19,75	0,8822	0,8663	0,8833
20	0,8611	0,8608	0,8827
20,25	0,8556	0,8515	0,8677
20,50	0,8501	0,8421	0,8527
20,75	0,8447	0,8327	0,8376
21	0,8392	0,8234	0,8226
21,25	0,8411	0,8209	0,8196
21,50	0,8430	0,8185	0,8165
21,75	0,8449	0,8160	0,8135
22	0,8468	0,8135	0,8104
22,25	0,8316	0,8105	0,8052
22,50	0,8164	0,8074	0,7999
22,75	0,8011	0,8044	0,7947
23	0,7859	0,8013	0,7895
23,25	0,7833	0,7927	0,7920
23,50	0,7808	0,7841	0,7946
23,75	0,7782	0,7754	0,7972
24	0,7757	0,7668	0,7997

Fonte: do próprio autor.

Tabela 12 – Potência da Geração Fotovoltaica

Período [hr]	Potência [pu]		Período [hr]	Potência [pu]		Período [hr]	Potência [pu]	
	B10	B16		B10	B16		B10	B16
1	0,0000	0,0000	8,75	0,3089	0,0000	16,50	0,8822	0,5964
1,25	0,0000	0,0000	9	0,4119	0,0000	16,75	0,8312	0,5404

1,50	0,0000	0,0000	9,25	0,5096	0,0999	17	0,7802	0,4844
1,75	0,0000	0,0000	9,50	0,6074	0,1998	17,25	0,5852	0,4098
2	0,0000	0,0000	9,75	0,7051	0,2997	17,50	0,3901	0,3353
2,25	0,0000	0,0000	10	0,8029	0,3996	17,75	0,1950	0,2607
2,50	0,0000	0,0000	10,25	0,8306	0,4748	18	0,0000	0,1862
2,75	0,0000	0,0000	10,50	0,8583	0,5500	18,25	0,0000	0,1396
3	0,0000	0,0000	10,75	0,8861	0,6251	18,50	0,0000	0,0931
3,25	0,0000	0,0000	11	0,9138	0,7003	18,75	0,0000	0,0466
3,50	0,0000	0,0000	11,25	0,9025	0,7480	19	0,0000	0,0000
3,75	0,0000	0,0000	11,50	0,8911	0,7957	19,25	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	11,75	0,8798	0,8434	19,50	0,0000	0,0000
4,25	0,0000	0,0000	12	0,8685	0,8911	19,75	0,0000	0,0000
4,50	0,0000	0,0000	12,25	0,8714	0,9105	20	0,0000	0,0000
4,75	0,0000	0,0000	12,50	0,8742	0,9299	20,25	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000	12,75	0,8770	0,9493	20,50	0,0000	0,0000
5,25	0,0000	0,0000	13	0,8799	0,9687	20,75	0,0000	0,0000
5,50	0,0000	0,0000	13,25	0,8797	0,9832	21	0,0000	0,0000
5,75	0,0000	0,0000	13,50	0,8795	0,9977	21,25	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	13,75	0,8793	1,0122	21,50	0,0000	0,0000
6,25	0,0000	0,0000	14	0,8791	1,0267	21,75	0,0000	0,0000
6,50	0,0000	0,0000	14,25	0,8980	0,9916	22	0,0000	0,0000
6,75	0,0000	0,0000	14,50	0,9169	0,9566	22,25	0,0000	0,0000
7	0,0000	0,0000	14,75	0,9358	0,9215	22,50	0,0000	0,0000
7,25	0,0000	0,0000	15	0,9547	0,8865	22,75	0,0000	0,0000
7,50	0,0000	0,0000	15,25	0,9621	0,8419	23	0,0000	0,0000
7,75	0,0000	0,0000	15,50	0,9694	0,7974	23,25	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000	15,75	0,9768	0,7529	23,50	0,0000	0,0000
8,25	0,1030	0,0000	16	0,9842	0,7083	23,75	0,0000	0,0000
8,50	0,2059	0,0000	16,25	0,9332	0,6523	24	0,0000	0,0000

Fonte: do próprio autor.

Tabela 13 – Parâmetros da função de custos, custo de inicialização e desligamento dos Geradores Térmicos

Barra	α_{2n}^{GT} [US\$/kWh ²]	α_{1n}^{GT} [US\$/kWh]	α_{0n}^{GT} [US\$]	C_n^{SU} [US\$]	C_n^{SD} [US\$]
18	0,0013	0,062	1,34	5	2
19	0,0004	0,060	1,14	6	2

Fonte: do próprio autor.

Tabela 14 – Tempo mínimo de atividade, tempo de inatividade e limites de rampa dos Geradores Térmicos

Barra	R_n^{UP} [kW/min]	R_n^{DN} [kW/min]	M_n^{UP} [hr]	M_n^{DN} [hr]
18	10	10	2	2
19	15	15	2	2

Fonte: do próprio autor.

Tabela 15 – Parâmetros dos Geradores Térmicos

Barra	$P_{g_n}^{GTmax}$ [kW]	$P_{g_n}^{GTmin}$ [kW]	$Q_{g_n}^{GTmax}$ [kVar]	$Q_{g_n}^{GTmin}$ [kVar]
18	50	0	50	0
19	92	0	50	0

Fonte: do próprio autor.

Tabela 16 – Parâmetros dos Sistemas de Armazenamento de Energia

Barra	$P_{bdch_n}^{BTmax}$ [kW]	$P_{bdch_n}^{BTmin}$ [kW]	$P_{bch_n}^{BTmax}$ [kW]	$P_{bch_n}^{BTmin}$ [kW]	SoC_n^{max} [kWh]	SoC_n^{min} [kWh]	η_{dch_n} %	η_{ch_n} %
10	2,5	0	2,5	0	40	30	80	80
16	34	0	50	0	100	25	90	90

Fonte: do próprio autor.

Tabela 17 – Custo da Energia

Período	$\alpha_{n,t}^{SE}$
[hr]	[US\$/kWh]
1	0,057
2	0,057
3	0,057
4	0,057
5	0,057
6	0,057
7	0,057
8	0,126
9	0,126
10	0,126
11	0,198
12	0,216
13	0,216
14	0,198
15	0,198
16	0,126
17	0,126
18	0,126
19	0,198
20	0,198
21	0,198
22	0,126
23	0,057
24	0,057

Fonte: do próprio autor.

APÊNDICE B – Trabalho apresentado no congresso ISGT

PENALOZA, John; LOPEZ, Julio; PADILHA, Antonio. Three-Phase Optimal Power Flow based on Affine Arithmetic. **2021 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference - Latin America (ISGT Latin America)**. p. 1-5, 2021. doi: 10.1109/ISGTLatinAmerica52371.2021.9543033.