



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JULIO DE MESQUITA FILHO"**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA**  
**CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

JULIO CÉSAR LÓPEZ QUIZHPI

**PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS  
ELÉTRICOS DE POTÊNCIA MULTI-ÁREA ATRAVÉS DE  
MODELOS ESTOCÁSTICOS**

Ilha Solteira  
2014

JULIO CÉSAR LÓPEZ QUIZHPI

**PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS  
ELÉTRICOS DE POTÊNCIA MULTI-ÁREA ATRAVÉS DE  
MODELOS ESTOCÁSTICOS**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.  
Especialidade: Automação.

José Roberto Sanches Mantovani  
Orientador

Javier Contreras Sanz - UCLM Espanha  
Co-orientador

Ilha Solteira  
2014

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Q8p Quizhpi, Julio César López.  
Planejamento de reativos em sistemas elétricos de potência multi-área através de modelos estocásticos / Julio César López Quizhpi. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2014  
130 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2014

Orientador: José Roberto Sanches Mantovani  
Co-orientador: Javier Contreras Sanz  
Inclui bibliografia

1. Convexificação. 2. Corte de carga. 3. Dois estágios. 4. Multi-Período.  
5. Multi-Áreas. 6. Regret.



**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO:** Planejamento de reativos em sistemas elétricos de potência multi-áreas através de modelos estocásticos

**AUTOR:** JULIO CESAR LOPEZ QUIZHPI

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI

**CO-ORIENTADOR:** Prof. Dr. JAVIER CONTRERAS SANZ

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. ANTONIO PADILHA FELTRIN

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. EDISON RIGHETTO

Departamento de Matemática / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. FABRÍCIO CARLOS PINHEIRO DE OLIVEIRA

Departamento de Engenharia Industrial / Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Dr. AURÉLIO RIBEIRO LEITE DE OLIVEIRA

Departamento de Matemática Aplicada / Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica / UNICAMP

Data da realização: 22 de dezembro de 2014.

A Deus  
a minha avó Cesárea  
e a minha família

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha imensa gratidão a minha família, amigos, professores e todos aqueles que contribuíram para a realização deste trabalho.

De forma especial, dedico meus agradecimentos:

- A Deus pela minha vida, saúde, cuidado, esperança, consolo e força em todo lugar e momento. Muito Obrigado meu Deus por ter feito da minha vida o que hoje eu sou.
- A minha avó Cesárea pela criação, incentivo e todo o apoio dado no decorrer deste caminho.
- Ao Prof. José Roberto Sanches Mantovani, não só pela orientação do trabalho, mas também pela transferência de conhecimentos, paciência, amizade, estímulo, críticas e sugestões no desenvolvimento desta tese.
- Ao Prof. Rubén Augusto Romero Lázaro sou grato pela amizade, estímulo e a oportunidade dada no programa de Pós-Graduação em engenharia elétrica.
- Ao Prof. Javier Contreras Sanz da UCLM-Espanha, pela co-orientação do trabalho, amizade, sugestões, críticas e as oportunidades de estagio com o GSEE da UCLM na Espanha.
- A todos os professores do LaPSEE, pela amizade.
- Aos meus colegas do LaPSEE, pela amizade e por demonstrarem sempre disposição e respeito, sem os quais não existiria um ambiente tão propício para o desenvolvimento da pesquisa.
- A FAPESP (Fundação de Amparo A Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo apoio financeiro através dos processos 2010/16728-5 e 2012/21570-7.

**A imaginação é mais importante que a ciência,  
porque a ciência é limitada,  
ao passo que a imaginação abrange o mundo  
inteiro. Albert Einstein**

## RESUMO

Neste trabalho, o problema de planejamento ótimo de reativos é formulado e resolvido como um problema de otimização convexo multi-período estocástico de dois estágios para sistemas elétricos de potência multi-área. O modelo clássico de planejamento de reativos não linear inteiro misto é reformulado como um modelo cônico convexo inteiro misto multi-período considerando os taps dos transformadores com controle de taps como variáveis inteiras. No contexto dos sistemas multi-área, o problema é resolvido de forma descentralizada através de relaxação lagrangiana, dividindo o problema multi-área em subproblemas associados a cada área. Os operadores dos sistemas de transmissão de cada área resolvem os seus subproblemas de forma coordenada com as áreas adjacentes mantendo a confidencialidade dos dados dos seus sistemas, trocando apenas informações das barras de fronteiras. Na formulação estocástica, a demanda em cada área é considerada como parâmetro aleatório através de uma função de distribuição Normal, e os cenários são gerados para cada período através da técnica de amostragem Latin Hypercube. A quantificação da presença das incertezas no sistema elétrico é realizada através do cálculo dos valores característicos dos parâmetros incertos. Além disso, o problema de planejamento de reativos estocástico é formulado também como um problema de programação multiobjetivo que otimiza a função de custos totais de expansão e a função de risco de corte de carga que é modelada através do *regret*, considerando limites nos investimentos relacionados com os custos fixos de alocação de novas fontes. A metodologia baseada na restrição- $\epsilon$  é utilizada para a solução do problema multiobjetivo. Finalmente o trabalho proposto é analisado e avaliado através de testes e simulações usando o sistema de potência real Sul Sudeste Brasileiro e o sistema de potência teste IEEE-118.

**Palavras-chave:** Convexificação. Corte de carga. Dois estágios. Multi-período. Multi-áreas. Regret.

## ABSTRACT

In this work, the reactive power planning problem is modeled and solved as a two stage stochastic multi-period convex optimization problem in multi-area power systems. The classical mixed integer reactive power planning model is reformulated as a multi-period conic convex mixed integer model considering the taps of transformers as integer variables. In the multi-area power system context the problem is decentralized by lagrangian relaxation, decomposing the multi-area problem in subproblems associated with each area. The transmission system operators in each area solve their subproblems in coordination with adjacent areas while maintaining the confidentiality of their power system data, only exchanging boundary buses information. In the stochastic formulation, demand uncertainty in each area is considered by a Normal distribution function, and the scenario generation in each period is made through the efficient technique Latin Hypercube sampling. The uncertainty presence at the problem is analyzed by computing the values that quantify the importance of that parameters. Moreover, the stochastic reactive power planning problem is formulated as a multiobjective mathematical programming problem optimizing the expansion costs function and load shedding risk function that is modeled by *regret*, considering the fix cost budget limit. A  $\varepsilon$ -constraint methodology is used to solve the multiobjective mathematical programming problem. Finally the obtained solutions from proposed problem are analyzed using the real equivalent South and Southeast Brazilian power system and the IEEE-118 test power system.

**Keywords:** Convexification. Load shedding. Multi-period. Multi-areas. Regret. Two-stage.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Sequência de eventos no modelo de recurso de dois estágios . . . . .	34
Figura 2	Sequência de eventos no modelo de recurso multiestágio . . . . .	35
Figura 3	Aproximação discreta de uma função de distribuição normal contínua . . . . .	36
Figura 4	Custos de operação do SVC e STATCOM . . . . .	47
Figura 5	Exemplo de função equivalente convexa . . . . .	50
Figura 6	Circuito equivalente do transformador com controle automático de taps . . . . .	54
Figura 7	Modelo de injeção de potência no transformador com controle automático de taps . . . . .	55
Figura 8	Perfil de tensões . . . . .	62
Figura 9	Ajustes dos taps em passos discretos . . . . .	62
Figura 10	Despacho de reativos das fontes instaladas . . . . .	64
Figura 11	Princípio de desacoplamento . . . . .	67
Figura 12	Algoritmo de solução descentralizada do PPOR multi-período multi-área . . . . .	73
Figura 13	Controle de áreas do SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	74
Figura 14	Perfil de tensões do SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	75
Figura 15	Ajustes dos taps dos transformadores com controle de taps do SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	76
Figura 16	Injeções de reativos das fontes instaladas no SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	76
Figura 17	Multiplicadores de Lagrange das barras de fronteira para o SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	78
Figura 18	Controle de áreas do SEP IEEE-118 . . . . .	79
Figura 19	Perfis de tensão nas barras do SEP multi-área IEEE-118 . . . . .	80

Figura 20	Ajustes dos taps dos transformadores com controle de taps do SEP multi-área IEEE-118 . . . . .	81
Figura 21	Injeção de reativos das fontes instaladas no SEP multi-área IEEE-118 . . . . .	81
Figura 22	Multiplicadores de Lagrange das barras de fronteira para o SEP multi-área IEEE-118 . . . . .	84
Figura 23	Tipos de demanda . . . . .	85
Figura 24	Modelagem estocástica da demanda . . . . .	86
Figura 25	Comparação de funções usando as técnicas de ALH e SMC . . . . .	88
Figura 26	Funções de distribuição normais contínua e discreta . . . . .	89
Figura 27	Representação de uma função de distribuição através do diagrama tipo <i>caixa</i> . . . . .	95
Figura 28	Injeções de potência reativa das fontes alocadas na área $A_1$ . . . . .	97
Figura 29	Injeções de potência reativa das fontes alocadas na área $A_2$ . . . . .	98
Figura 30	Custos de expansão em cada período . . . . .	99
Figura 31	Algoritmo de solução do PPOR multiobjetivo descentralizado . . . . .	106
Figura 32	Corte de carga do SEP multi-área . . . . .	110
Figura 33	SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	126
Figura 34	SEP teste multi-área IEEE-118 . . . . .	128

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Posições e ajustes dos taps de um transformador com controle automático de taps para diferentes regulações de transformação . . . . .	56
Tabela 2	Plano de expansão do PPOR . . . . .	63
Tabela 3	Plano de expansão do PPOR para o SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	77
Tabela 4	Resultados comparativos das soluções obtidas com as metodologias centralizada e descentralizada para o PPOR do SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	77
Tabela 5	Custos fixos e plano de expansão do PPOR para o SEP IEEE-118 multi-área . . . . .	82
Tabela 6	Custos totais, despachos e plano de expansão do PPOR para o SEP IEEE-118 multi-área . . . . .	82
Tabela 7	Resultados comparativos das soluções obtidas com as metodologias centralizada e descentralizada para o PPOR do SEP IEEE-118 . . . . .	83
Tabela 8	Valores característicos dos custos de expansão totais para cada área . . .	95
Tabela 9	Valores médios das injeções de reativos das fontes instaladas na área $A_1$	96
Tabela 10	Valores médios das injeções de reativos das fontes instaladas na área $A_2$	96
Tabela 11	Solução descentralizada do PPOR multi-área neutro ao risco vs avesso ao risco considerando diversos orçamentos . . . . .	108
Tabela 12	Solução descentralizada do PPOR multi-área avesso ao risco considerando $B_d^{A_1} > B_d^{A_2}$ . . . . .	111
Tabela 13	Solução descentralizada do PPOR multi-área avesso ao risco considerando $B_d^{A_2} > B_d^{A_1}$ . . . . .	112
Tabela 14	Fronteira eficiente para dois tipos de orçamentos para a área $A_1$ . . . . .	113
Tabela 15	Fronteira eficiente para dois tipos de orçamentos para a área $A_2$ . . . . .	114
Tabela 16	Dados das novas fontes reativas para o SEP Sul Sudeste Brasileiro . . . . .	127

Tabela 17	Dados das novas fontes reativas para o SEP IEEE-118 . . . . .	129
-----------	---	-----

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ALH	Amostragem Latin Hypercube
AMPL	A Modeling Language for Mathematical Programming
FACTS	Flexible AC Transmission Systems
OST	Operador do Sistema de Transmissão
PPOR	Problema de Planejamento Ótimo de Reativos
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SMC	Simulação de Monte Carlo
SVC	Static Var Compensator

## LISTA DE SÍMBOLOS

### CONJUNTOS:

- A** Conjunto de variáveis da área A.
- AA** Conjunto de variáveis das áreas adjacentes AA.
- B** Conjunto de barras.
- E** Conjunto de barras que contêm instaladas fontes de compensação de potência reativa.
- F** Conjunto de ramos que contêm instalados transformadores com taps fixos.
- G** Conjunto de barras que contêm instaladas unidades de geração.
- I** Conjunto de números inteiros.
- M** Conjunto de posições dos taps dos transformadores com controle de taps.
- N** Conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes de compensação de potência reativa.
- P** Conjunto de períodos.
- PQ** Conjunto de barras **pq**.
- PV** Conjunto de barras **pv**.
- R** Conjunto de ramos.
- Slack** Barra *Slack*.
- T** Conjunto de ramos que contêm instalados transformadores com controle de taps.
- $\Omega$  Conjunto de cenários.
- $\Psi_f^A$  Conjunto de barras de fronteira da área A.
- $\Phi_{tie}^A$  Conjunto de ramos de interligação conectados à área A.

### ÍNDICES:

- $i$  Índice para as barras do sistema.

$ij$  Índices para os ramos do sistema.

$t$  Índice para os períodos.

$\omega$  Índice para os cenários.

### CONSTANTES:

$B_d^A$  Orçamento relacionado aos custos fixos de alocação de novas fontes reativas na área  $A$ .

$C_i^{ls}$  Custos de corte de carga na barra  $i$ .

$G_{ij}, B_{ij}$  Elementos das matrizes de condutância e susceptância nodais.

$K_{Fi}, K_{Vi}$  Custos fixo de instalação e variável de operação de novas fontes de compensação de potência reativa capacitiva e indutiva a serem instaladas na barra  $i$ .

$P_{Gi}$  Potência ativa gerada pelo gerador da barra  $i$ .

$P_{Di}, Q_{Di}$  Potências ativa e reativa de demanda na barra  $i$ .

$Q_{Gi}^{\min}, Q_{Gi}^{\max}$  Limites mínimo e máximo de geração de potência reativa do gerador da barra  $i$ .

$Q_{SH_i}^{\max}, Q_{SH_i}^{\min}$  Capacidades máxima e mínima das fontes de compensação de potência reativa capacitiva e indutiva existentes na barra  $i$ .

$Q_{Pi}^{\max}, Q_{Ni}^{\max}$  Capacidade máxima das fontes de compensação de potência reativa capacitiva e indutiva, respectivamente, a serem instaladas na barra  $i$ .

$r_t$  Taxa de juros no período  $t$ .

$S_{ij}^{\max}$  Limite de fluxo de potência aparente (MVA) no ramo  $ij$ .

$T_{ij}^{\min}, T_{ij}^{\max}$  Limites mínimo e máximo dos taps dos transformadores com controle de taps no ramo  $ij$ .

$V_i^{\min}, V_i^{\max}$  Limites mínimo e máximo da magnitude de tensão na barra  $i$ .

$\Delta_{ij}$  Valor do tap do transformador com taps fixos instalado no ramo  $ij$ .

$\Lambda_{ij}$  Número de passos do transformador com controle de taps instalado no ramo  $ij$ .

$\Gamma_{ij}$  Regulação de transformação do transformador com controle de taps instalado no ramo  $ij$ .

$\pi(\omega)$	Probabilidade de ocorrência do cenário $\omega$ .
$\varepsilon_\delta$	Constante de erro das magnitudes dos ângulos das tensões.

### VARIÁVEIS DO PRIMEIRO ESTÁGIO:

$u_{i,t}^+, u_{i,t}^-$	Variáveis de decisão binárias que indicam a necessidade de alocação de fontes de compensação de potência reativa na barra $i$ , no período $t$ .
------------------------	--

### VARIÁVEIS DO SEGUNDO ESTÁGIO:

$d_{i,t}(\omega)$	Variável associada com a barra $i$ no modelo cônico no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$e_{ij,t}^2(\omega)$	Variável representando $v_{i,t}(\omega)v_{j,t}(\omega)\cos\delta_{ij,t}(\omega)$ no modelo cônico no ramo $ij$ , período $t$ , no cenário $\omega$ .
$f_{ij,t}^2(\omega)$	Variável representando $v_{i,t}(\omega)v_{j,t}(\omega)\sin\delta_{ij,t}(\omega)$ no modelo cônico no ramo $ij$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$l_{S_{i,t}}(\omega)$	Corte de carga na barra de demanda $i$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$p_{i,t}^{inj}(\omega), q_{i,t}^{inj}(\omega)$	Injeções de potências ativa e reativa na barra $i$ , no período $t$ no cenário $\omega$ .
$p_{f_{i,t}}^A(\omega), p_{f_{i,t}}^R(\omega)$	Injeções de potências fictícias ativa e reativa na barra $i$ , no período $t$ no cenário $\omega$ na área A.
$p_{ij,t}^{tie,A}(\omega), q_{ij,t}^{tie,A}(\omega)$	Fluxos de potências ativa e reativa através dos ramos de interligação ( $tie$ ) $ij$ da área A, no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$q_{i,t}^+(\omega), q_{i,t}^-(\omega)$	Potências reativas capacitiva e indutiva, respectivamente, injetadas pela nova fonte de compensação alocada na barra $i$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$q_{G_{i,t}}(\omega)$	Potência reativa gerada pela unidade de geração da barra $i$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$q_{sh_{i,t}}(\omega)$	Potência reativa injetada pela fonte de compensação existente na barra $i$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$t_{Ni,j,t}(\omega)$	Posição do tap do transformador com controle automático de taps no ramo $ij$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$t_{Si,j,t}(\omega)$	Ajuste do tap do transformador com controle automático de taps instalado no ramo $ij$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .

$v_{i,t}(\omega), \delta_{i,t}(\omega)$	Magnitude e ângulo de tensão na barra $i$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$W\Gamma_t(\omega)$	Regret no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$W\Gamma_t^{\max}$	Máximo regret no período $t$ .
$x_{ij,m,t}(\omega)$	Variável binária associada com a linearização da equação dos taps do transformador com controle de taps instalado no ramo $ij$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .
$y_{ij,m,t}(\omega)$	Variável auxiliar associada a discretização dos taps do transformador com controle de taps instalado no ramo $ij$ , na posição do tap $m$ , no período $t$ , no cenário $\omega$ .

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>22</b>
1.1	JUSTIFICATIVAS E MOTIVAÇÃO	23
1.2	IMPORTÂNCIA DA POTÊNCIA REATIVA NOS SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA	24
<b>1.2.1</b>	<b>Estabilidade de Tensão</b>	<b>25</b>
<b>1.2.2</b>	<b>Colapso de Tensão</b>	<b>25</b>
1.3	REVISÃO DA LITERATURA	26
1.4	OBJETIVOS	28
1.5	ESTRUTURA DA TESE	29
<b>2</b>	<b>OTIMIZAÇÃO SOB INCERTEZA</b>	<b>31</b>
2.1	OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA	31
<b>2.1.1</b>	<b>Variáveis Aleatórias</b>	<b>32</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Modelos de Dois Estágios</b>	<b>33</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Modelos Multiestágio</b>	<b>34</b>
<b>2.1.4</b>	<b>Geração de Cenários</b>	<b>36</b>
<b>2.1.5</b>	<b>Soluções <i>Aqui e Agora</i> e <i>Espera e veja</i></b>	<b>37</b>
<b>2.1.6</b>	<b>Caracterização das Soluções Estocásticas</b>	<b>37</b>
<b>3</b>	<b>PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA</b>	<b>39</b>
3.1	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO REATIVO	40
3.2	FONTES DE POTÊNCIA REATIVA NO PLANEJAMENTO ÓTIMO DE REATIVOS	41
<b>3.2.1</b>	<b>Linhas de Transmissão</b>	<b>42</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Geradores Síncronos</b>	<b>42</b>

<b>3.2.3</b>	<b>Compensadores Síncronos</b>	<b>43</b>
<b>3.2.4</b>	<b>Compensadores Estáticos</b>	<b>43</b>
<b>3.2.5</b>	<b>Dispositivos FACTS</b>	<b>44</b>
<i>3.2.5.1</i>	<i>Compensador Síncrono Estático STATCOM</i>	<i>44</i>
<i>3.2.5.2</i>	<i>Compensador Estático de Reativos SVC</i>	<i>44</i>
<b>3.2.6</b>	<b>Transformador com Controle Automático de Taps Sob Carga</b>	<b>45</b>
<b>3.3</b>	<b>CUSTOS ASSOCIADOS AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS</b>	<b>45</b>
<b>3.3.1</b>	<b>Custos de Bancos de Capacitores e Reatores</b>	<b>46</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Custos de SVC e STATCOM</b>	<b>46</b>
<b>4</b>	<b>FORMULAÇÃO DO PPOR</b>	<b>48</b>
<b>4.1</b>	<b>CONVEXIFICAÇÃO DO PPOR</b>	<b>49</b>
<b>4.2</b>	<b>MODELAGEM DOS TRANSFORMADORES COM TAPS VARIÁVEIS NO PPOR</b>	<b>54</b>
<b>4.3</b>	<b>FORMULAÇÃO CONVEXA MULTI-PERÍODO DO PPOR</b>	<b>58</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Testes e Resultados</b>	<b>61</b>
<b>5</b>	<b>PLANEJAMENTO DE REATIVOS MULTI-ÁREA: ABORDAGEM DETERMINÍSTICA</b>	<b>65</b>
<b>5.1</b>	<b>FORMULAÇÃO CENTRALIZADA DO PPOR MULTI-PERÍODO</b>	<b>66</b>
<b>5.2</b>	<b>FORMULAÇÃO DESCENTRALIZADA DO PPOR</b>	<b>67</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Critério de Convergência</b>	<b>72</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Algoritmo de Solução Descentralizada do PPOR Multi-área</b>	<b>72</b>
<b>5.2.3</b>	<b>Testes e Resultados</b>	<b>73</b>
<i>5.2.3.1</i>	<i>Sistema de potência Sul Sudeste Brasileiro</i>	<i>74</i>
<i>5.2.3.2</i>	<i>Sistema de potência IEEE-118</i>	<i>79</i>

<b>6</b>	<b>PLANEJAMENTO DE REATIVOS MULTI-ÁREA: ABORDAGEM ESTOCÁSTICA</b>	<b>85</b>
6.1	GERAÇÃO DE CENÁRIOS PARA O PPOR ESTOCÁSTICO MULTI-ÁREA	86
6.2	FORMULAÇÃO ESTOCÁSTICA PARA O PPOR MULTI-ÁREA	89
6.3	VALORAÇÃO DA IMPORTÂNCIA DAS ALEATORIEDADES DO PPOR ESTOCÁSTICO MULTI-ÁREA	92
<b>6.3.1</b>	<b>Testes e Resultados</b>	<b>94</b>
6.4	ANÁLISE DE RISCO DO PPOR MULTI-ÁREA	99
6.5	SOLUÇÃO MULTIOBJETIVO DO PPOR MULTI-ÁREA	103
<b>6.5.1</b>	<b>Método de Pesos</b>	<b>103</b>
<b>6.5.2</b>	<b>Método da Restrição-<math>\epsilon</math></b>	<b>104</b>
<b>6.5.3</b>	<b>Testes e Resultados</b>	<b>106</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES, CONTRIBUIÇÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>115</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>117</b>
	<b>APÊNDICE A - TRABALHOS PUBLICADOS PELO AUTOR</b>	<b>125</b>
A.1	REVISTAS INTERNACIONAIS	125
A.2	CONGRESSOS INTERNACIONAIS	125
	<b>APÊNDICE B - DADOS PARA OS SISTEMAS TESTES</b>	<b>126</b>
B.1	SISTEMA TESTE SUL SUDESTE BRASILEIRO	126
B.2	SISTEMA TESTE IEEE-118	128

## 1 INTRODUÇÃO

A confiabilidade de um sistema de energia elétrica está relacionada com a segurança. Os critérios de segurança referem-se tanto com a continuidade no serviço como com a estabilidade de frequência e tensão, sendo que a magnitude de tensão esta relacionada com a potência reativa. A gestão adequada de recursos de potência reativa propicia a operação segura dos sistemas de potência. O manejo inadequado de fontes de potência reativa limita a transmissão de potência ativa, que pode causar uma progressiva e incontrolável queda de tensão nas barras do sistema o que pode levá-lo ao colapso de tensão.

O problema de estabilidade de tensão tem sido de grande preocupação nos estudos de planejamento e de operação dos sistemas de potência. A maioria dos grandes blecautes causados pela instabilidade de tensão tem mostrado significativamente a importância deste fenômeno. Trata-se de um problema complexo, de difícil previsão devido à natureza estocástica do sistema de potência, o contínuo crescimento da demanda e das interligações entre sistemas de potência de diferentes características físicas e operacionais e também devido às restrições econômicas e ambientais que impedem expandir adequadamente o sistema. Como consequência, os sistemas de potência têm que operar muito perto de seus limites máximos de capacidade de transferência de potência, fazendo com que os sistemas fiquem mais vulneráveis aos eventos de instabilidade de tensão. A estabilidade de tensão é definida como a habilidade de um sistema de potência de manter os níveis de tensão aceitáveis em condições de operação normais e depois da ocorrência de contingências (KUNDUR, 1994; KUNDUR et al., 2004).

O colapso de tensão descreve o fenômeno de instabilidade de tensão pela perda de carga, o disparo dos dispositivos de proteção e eventos em cascata, o que pode produzir um perda de sincronismo dos geradores e produzir um blecaute (KUNDUR, 1994). Este problema está geralmente, associado com a disponibilidade de potência reativa, devido ao déficit de reativos ou à inadequada instalação das fontes reativas nas barras do sistema. Este problema é essencialmente local, mas as consequências podem ter um impacto generalizado. As limitações na produção e transmissão de potência reativa levam ao deficit de potência reativa. Portanto, um aspecto importante no planejamento dos sistemas de transmissão é garantir que exista a suficiente compensação de potência reativa. O principal objectivo do problema de planejamento de reativos é determinar o plano de expansão de fontes reativas mais econômico, em termos de capacidade, tipo e localização, requerido para manter o balanço de potência reativa, visando obter uma operação segura e confiável do sistema de potência. O PPOR (Problema de Planejamento Ótimo de Reativos) pode ser dividido em dois subproblemas: o subproblema de planejamento do investimento em equipamento de potência reativa e o subproblema de planejamento da operação

associado ao despacho de reativos que resulta na economia dos custos de geração, aumento na segurança do sistema e melhoria das magnitudes das tensões nas barras do sistema.

## 1.1 JUSTIFICATIVAS E MOTIVAÇÃO

A alocação de fontes de potência reativa é fundamentada tecnicamente na avaliação do perfil de tensão do sistema de potência, com o objetivo de mantê-lo dentro dos limites preestabelecidos, garantindo a confiabilidade e a segurança na operação do sistema. As técnicas de planejamento de reativos encontradas na literatura propõem a alocação das fontes reativas considerando os parâmetros do sistema de potência como conhecidos através de formulações matemáticas determinísticas, desconsiderando a natureza estocástica do problema que faz com que a melhor alocação da solução determinística não seja adequada fisicamente devido à variação dos parâmetros pela estocasticidade existente, afetando diretamente a segurança e confiabilidade. Na literatura atual, o horizonte de planejamento das distintas abordagens do PPOR, é considerado em um único período ou seja como um problema estático. O PPOR de longo prazo, multi-período considerando estocasticidade na demanda, é uma linha de pesquisa importante devido ao impacto da incerteza na demanda de longo prazo nos SEP e que é abordada neste trabalho. Por outro lado a presença de parâmetros incertos no PPOR faz com que o risco seja inerente ao problema. Portanto, neste trabalho a análise de risco relacionado com o corte de carga é estudada através de uma formulação multicritério que é resolvida através de otimização multiobjetivo.

Formular o problema de planejamento de reativos considerando todos os casos de emergência leva a propostas de soluções com grandes investimentos. Neste contexto, uma das alternativas do OST (Operador do Sistema de Transmissão) poderia ser despachar a maioria de unidades de geração no modo reativo, mas isto levaria a uma redução na quantidade de potência ativa gerada incrementando o custo da energia para o consumidor. A outra alternativa válida e funcional diante estas situações é que o OST de uma região pode considerar a opção de compra de potência reativa dos sistemas vizinhos mediante contratos de importações através das linhas de interligação entre os sistemas. No entanto, o transporte de potência reativa através das linhas de interligação levaria a um incremento nas perdas de potência ativa o que pode ocasionar problemas no perfil de tensões e levar ao sistema ao colapso de tensão. Esta alternativa pode ser vista como uma obrigação do OST regional do sistema vizinho a satisfazer o déficit de reativos das cargas que não pertencem ao seu sistema, arriscando a operação do seu próprio sistema pelo incremento nas perdas de potência ativa.

## 1.2 IMPORTÂNCIA DA POTÊNCIA REATIVA NOS SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

A potência reativa é inerentemente produzida e consumida pelos diferentes componentes do sistema de potência e tem um impacto importante no perfil de tensão do sistema. Como consequência, o controle de potência reativa é usado nos sistemas elétricos para manter este perfil de tensão e minimizar as perdas de energia.

A potência reativa tem importância técnica e econômica, pois, em função do balanço de reativos em um sistema elétrico, muitas vezes exige-se o investimento na instalação de fontes reativas adicionais. Manter o perfil de tensão de um sistema elétrico é uma tarefa complexa. Adicionalmente, o uso mais intenso dos atuais sistemas de transmissão, juntamente com os baixos níveis de compensação reativa dos sistemas de distribuição, tem trazido sérios problemas à operação do sistema.

Os equipamentos elétricos indutivos, tais como motores e transformadores, desenvolvem um campo magnético interno necessário para o seu funcionamento. Este campo é formado pela passagem da corrente nos enrolamentos. Quando os equipamentos são alimentados em corrente alternada, a energia armazenada em forma de campo magnético tende a se opor à variação da intensidade da corrente, causando um atraso da corrente em relação à tensão. Como consequência uma parcela da corrente não realiza trabalho útil, produzindo o que se chama de potência reativa. A ocorrência de potência reativa em circuitos elétricos sobrecarrega as instalações, ocupando uma capacidade de condução de corrente que poderia ser melhor aproveitada para realizar trabalho útil. Isto é válido tanto para a empresa distribuidora que entrega energia elétrica aos consumidores como também para o próprio consumidor em seus circuitos de distribuição. A empresa distribuidora protege-se contra a ocorrência de reativos elevados em suas linhas impondo ao consumidor um fator de potência mínimo. Quando o consumidor apresenta um fator de potência abaixo do mínimo é cobrado o excedente de energia reativa, a título de ajuste. Assim sendo, a melhoria do fator de potência de uma instalação representa não apenas uma melhor utilização dos circuitos de distribuição de uma empresa, como também uma forma de reduzir as despesas com o fornecimento de energia caso ele esteja abaixo do mínimo regulamentado.

A análise em estado estacionário (regime permanente) do sistema de potência permite definir os componentes e topologia da rede, as unidades de geração e a forma de como estas devem ser operadas em função da demanda e dos recursos energéticos primários. Esta análise visa também determinar que a produção de energia seja suficiente para satisfazer o consumo, mantendo um determinado padrão de qualidade, confiabilidade e critério econômico. Deste modo, o nível de tensão nas barras, o fluxo de potência pelos ramos e fundamentalmente a troca de potência entre as áreas interligadas, são definidas para cada nível de carga no processo da programação ótima da operação através da análise dos fluxos de potências ativa e reativa. Além da análise em estado estável, deve-se considerar o problema de regulação, que visa identificar os mecanismos

que devem ser implementados na operação do sistema de potência com a finalidade de manter as tensões, frequências e intercâmbios de potências entre regiões ligadas, dentro dos limites preestabelecidos em condições de operação normal e sob contingências.

Os fluxos de potência ativa e reativa devem ser cuidadosamente controlados para que o sistema de potência se mantenha dentro dos limites aceitáveis de tensão. De forma particular, os fluxos de potência reativa podem dar origem a uma mudança substancial nas tensões do sistema de transmissão, porque o OST deve manter equilibrado o nível de potência reativa entre os geradores e os centros de consumo. Ao contrário da frequência do sistema, a qual é considerada constante através dos distintos setores de um sistema interligado, as tensões registradas nas barras do sistema de potência formam um perfil de tensões, o qual está relacionado unicamente com o consumo predominante de potência ativa e reativa em cada barra do sistema.

### 1.2.1 Estabilidade de Tensão

A estabilidade de tensão é definida como a capacidade do sistema em manter as tensões dentro de níveis aceitáveis em todas as suas barras, garantindo a continuidade do serviço em condições normais e sob contingências. Um sistema de potência entra em instabilidade de tensão quando ocorre uma contingência, aumento de carga ou alterações nas condições de operação, provocando uma progressiva e descontrolada queda nas tensões nas suas barras. O principal fator causador de instabilidade de tensão é a incapacidade do sistema responder à necessidade de energia reativa (FENG; AJJARAPU; MARATUKULAM, 2000).

Um critério para avaliar a estabilidade de tensão consiste em que para uma dada situação de operação e para todas as barras do sistema, aumentar o módulo da tensão à medida que a potência reativa na mesma barra também aumenta. Um sistema é instável se, pelo menos em uma barra, o módulo da tensão tende a diminuir quando a energia reativa injetada na mesma barra é aumentada. Em outras palavras, um sistema é estável relativamente à tensão se a sensibilidade tensão-potência reativa for positiva para cada barra e instável relativamente à tensão se a mesma sensibilidade for negativa pelo menos para uma barra. A instabilidade de tensão é essencialmente um fenômeno local, embora as suas consequências possam ser generalizadas, sendo um dos fatores mais responsáveis pela ocorrência de colapso de tensão nos sistemas elétricos.

### 1.2.2 Colapso de Tensão

Um sistema de potência, operando em uma dada condição de operação, quando sujeito a uma dada perturbação, sofre um colapso de tensão se as tensões após a perturbação estão abaixo de limites aceitáveis ou ocorre um blecaute devido aos eventos em cascata. O colapso de tensão pode ser total ou parcial.

O colapso de tensão, normalmente ocorre quando o sistema de potência está muito carregado e/ou tem limitada reserva de potência reativa para suportar à carga. O fator principal para a falta de potência reativa pode ser o limite na produção de reativos por parte das fontes reativas ou a incapacidade de transmitir potência reativa através das linhas de transmissão (MELIPOULOS; COKKINIDES, 2004). O que limita a capacidade de transferência de potência reativa através do sistema, são as perdas produzidas nas linhas de transmissão.

### 1.3 REVISÃO DA LITERATURA

A aplicação de técnicas de otimização para a solução do problema de planejamento de reativos tem sido amplamente divulgada na literatura. As técnicas de otimização, a maioria baseadas em otimização combinatorial, têm sido aplicadas na solução deste problema que é formulado através de modelos matemáticos de otimização determinísticos.

Em Hu, Wang e Taylor (2010) o problema de despacho ótimo de reativos é apresentado utilizando restrições probabilísticas e resolvido através de algoritmos genéticos. A função objetivo consiste da minimização das perdas e as restrições probabilísticas de tensão são representadas através de funções de distribuição de probabilidade.

Em Lai e Ma (1997), Lee e Yang (1998), Keypour e Sharifzadeh (2010) apresentam-se comparações do desempenho computacional de algumas técnicas de otimização combinatorial aplicadas à solução do problema determinístico de planejamento de reativos. Em Lai e Ma (1997) realiza-se a comparação do desempenho entre programação evolutiva e programação não linear para a solução do problema de planejamento de reativos. Em Lee e Yang (1998), fazem-se comparações do desempenho entre Algoritmos Genéticos, programação evolutiva, estratégias evolutivas e programação linear. Em Keypour e Sharifzadeh (2010), realizam-se comparações do desempenho de algoritmos combinatoriais tais como RCGA (Real Coded Genetic Algorithm), DE (Differential Evolution), HDEPSO (Hybrid Differential Evolution and Particle Swarm Optimization), PSO (Particle Swarm Optimization) e IPSO (Improved Particle Swarm Optimization) em versões modificadas para a solução do problema formulado matematicamente como um problema multi-objetivo não linear inteiro misto, cuja função objetivo consiste em minimizar perdas de energia e custos de instalação de fontes capacitivas. Em Jwo et al. (1995), Chen e Liu (1994, 1995) utiliza-se o método Simulated Annealing para a solução do problema de planejamento de reativos. Em Jwo et al. (1995), a técnica Simulated Annealing tradicional é aplicada à solução do problema de planejamento de reativos formulado como um problema não linear multi-objetivo. Em Chen e Liu (1994) o problema é formulado como multi-objetivo não linear em que são consideradas as condições econômicas de operação, margem de segurança, desvio de tensão, restrições de operação, carga e restrições de expansão das novas fontes de potência reativa capacitivas no sistema. A técnica de solução utilizada está baseada em uma aplicação normal fuzzy baseada no método Simulated Annealing, que é aplicada na

análise dos níveis de decisão. Na análise de cada nível encontra-se uma solução de acordo com a decisão tomada para cada objetivo. Em [Chen e Liu \(1995\)](#) utilizam-se redes neurais artificiais baseadas na técnica Simulated Annealing minimizando perdas de potência ativa nas linhas de transmissão e custos de alocação de novas fontes capacitivas. Em [Iba \(1994\)](#), [Urdaneta et al. \(1999\)](#), [Yousefi et al. \(2004\)](#) o problema de planejamento de reativos é abordado através da técnica de Algoritmos Genéticos. Em [Iba \(1994\)](#), o problema é resolvido utilizando a formulação tradicional do modelo de planejamento de reativos que é resolvido através de Algoritmos Genéticos. Em [Urdaneta et al. \(1999\)](#) utiliza-se uma metodologia de solução do problema em dois níveis (nível superior: Algoritmos Genéticos e nível inferior: Programação Linear Sucessiva). Em [Yousefi et al. \(2004\)](#) o problema é abordado considerando-se na função objetivo os desvios das magnitudes de tensões, estabilidade de tensão e as perdas de potência ativa do sistema, enquanto que os custos dos recursos de potência reativa são apenas observados. Em [Gan, Zhihua e Cai \(1996\)](#), [Nara e Hu \(2000\)](#) é aplicada Busca Tabu para a solução do problema de planejamento de reativos de sistemas de grande porte. Em [Gan, Zhihua e Cai \(1996\)](#), a técnica de Busca Tabu tradicional é aplicada na solução do problema de planejamento de reativos formulado matematicamente como não linear multi-objetivo. Em [Nara e Hu \(2000\)](#), propõe-se uma aplicação Busca Tabu multi-período, na qual o problema é resolvido em dois estágios. No primeiro estágio determina-se a instalação ótima dos recursos de potência reativa capacitiva e no segundo estágio determina-se a operação ótima dos recursos de potência reativa para vários cenários predefinidos de operação do sistema. Em [Rajkumar e Devaraj \(2008\)](#) aplica-se a técnica de otimização Particle Swarm para a solução do problema de planejamento de reativos considerando fluxos nas linhas e perfil de tensões no sistema. O algoritmo utilizado é estendido para tratar variáveis mistas, tais como taps de transformadores, magnitudes de tensões e fontes de potência reativa. Trata-se apenas da alocação ótima de capacitores para minimizar as perdas e melhorar a regulação de tensão. Em [Cuello-Reyna e Cedeno-Maldonado \(2006\)](#) aplica-se o algoritmo de otimização evolutivo para solução do problema de planejamento de reativos. O problema é formulado matematicamente como um problema multiobjetivo não linear inteiro misto. Um dos objetivos consiste em minimizar as perdas de energia ativa, cuja minimização reduz os custos operacionais e melhora o perfil de tensão do sistema. Outro objetivo consiste em minimizar os custos fixos de instalação e os custos variáveis de operação de fontes de potência reativa a serem instaladas no sistema. Em [Keko, Duque e Miranda \(2007\)](#) utiliza-se o algoritmo Evolutionary Particle Swarm Optimization para resolver o problema de planejamento de reativos, considerando múltiplas contingências e múltiplos níveis de carga.

Em [Yang et al. \(2007\)](#) apresenta-se uma metodologia para a solução do problema de planejamento de reativos num ambiente de mercado elétrico competitivo baseado em programação com restrições probabilísticas. O modelo é formulado considerando a geração e a demanda como distribuições de probabilidade específicas. O método de solução apresentado está baseado em Simulação de Monte Carlo e Algoritmos Genéticos. As restrições probabilísticas

consideradas são os limites de tensões nas barras do sistema.

Problemas considerando o perfil e a estabilidade de tensão, também têm sido abordados na literatura. Em [Lee, Bai e Park \(1995\)](#), [Hsiao et al. \(1994\)](#) fazem-se um enfoque sobre as condições do perfil de tensões, enquanto que em [Ajjarapu, Lau e Battula \(1994\)](#), [Chebbo, Irving e Sterling \(1992\)](#), [Vaahedi et al. \(1999\)](#), [Venkatesh, Sadasivam e Khan \(2000\)](#) consideram-se índices de estabilidade de tensão no problema de otimização.

O problema determinístico da planeamento ótimo de reativos, também tem sido resolvido através de algumas das técnicas de otimização clássica, tais como programação linear e programação linear sucessiva ([MANTOVANI; GARCIA, 1996](#); [DEL FANTI et al., 2000](#); [IBA et al., 1988](#); [MAMANDUR; CHENOWETH, 1981](#); [VENKATARAMANA; CARR; RAMSHAW, 1987](#); [VENKATESH; SADASIVAM; KHAN, 1999](#)), programação quadrática ([PAPALEXOPOULOS; IMPARATO; WU, 1989](#)), programação não linear ([KERMANSHAHI; TAKAHASHI; ZHOU, ; CUTSEM, 1991](#); [SACHDEVA; BILLINTON, 1973](#)), programação não linear inteira mista ([GÓMEZ et al., 1991](#); [GRANVILLE; PEREIRA; MONTICELLI, 1988](#); [AOKI; FAN; NISHIKORI, 1988](#)) e métodos de decomposição ([MANGOLI; LEE; PARK, 1993](#); [DEEB; SHAHIDEHPOUR, 1990](#); [DEEB; SHAHIDEHPOUR, 1993](#); [GÓMEZ et al., 1991](#); [HONG et al., 1990](#)).

#### 1.4 OBJETIVOS

A maioria dos autores resolve o problema de planeamento de reativos usando otimização clássica e combinatorial com base em modelos matemáticos determinísticos. Embora a análise estocástica seja implementada em alguns casos, essa análise é baseada na natureza estocástica das técnicas de otimização combinatorial utilizadas, ou seja, a técnica de modelagem dos parâmetros estocásticos não é discutida.

Na atualidade, a aplicação de modelos de programação estocástica em sistemas de energia está sendo de grande interesse devido ao crescente impacto das incertezas nestes sistemas. Considerar incertezas nos modelos matemáticos permite um aumento na qualidade dos resultados obtidos tanto para os problemas de planeamento quanto de operação e pode levar à melhoria da confiabilidade e segurança do sistema de potência. O problema de planeamento de reativos não tem sido estudado extensivamente considerando incertezas, uma vez que os estudos anteriores deste problema são baseados principalmente em modelos determinísticos.

Neste trabalho exploram-se três tipos de modelos convexos multi-período para resolver o problema de planeamento de reativos em sistemas multi-área, O primeiro é um modelo determinístico. O segundo é um modelo estocástico com variáveis de decisão em dois estágios que incorpora incertezas na demanda. Os valores característicos que medem o efeito das incertezas no problema são analisados. O terceiro é o modelo estocástico anterior considerando análise ex-

plícita de risco através da incorporação de um fator de risco na função objetivo e que é resolvido como um problema de otimização multiobjetivo.

Estas contribuições são importantes porque fornecem soluções de boa qualidade para a solução do problema de planejamento de reativos considerando incertezas, proporcionando soluções que permitam aos operadores tomarem decisões baseadas em soluções robustas, utilizando o critério do custo-benefício em vez de simplesmente o mínimo custo de expansão de reativos. Portanto, considera-se que o enfoque proposto se ajusta às preferências do operador.

Baseado nas metodologias existentes na literatura para a solução do problema de planejamento de reativos em sistemas de potência multi-área, neste projeto de pesquisa têm-se três objetivos principais.

1. Modelar o problema de planejamento de reativos multi-área usando técnicas de otimização convexa.
2. Estender o problema convexo determinístico multi-área para um problema multi-período estocástico considerando incertezas na demanda.
3. Quantificar a importância das incertezas nos problemas estocásticos de cada área.
4. Analisar o risco de corte de carga devido a presença das incertezas e de limite nos investimentos relacionados com os custos fixos no problema multi-área.

## 1.5 ESTRUTURA DA TESE

Este trabalho está organizado da seguinte forma: No Capítulo 2, uma introdução à otimização sobre incertezas é apresentada. No Capítulo 3 o planejamento de reativos em sistemas de potência é estudado. O fluxo de potência ótimo reativo é brevemente analisado na Seção 3.1. As fontes de potência reativa são estudadas na Seção 3.2. Os custos associados ao problema de planejamento de reativos são mencionados na Seção 3.3. No Capítulo 4 a formulação do problema de planejamento de reativos é apresentada. A convexificação do problema de planejamento de reativos é apresentada na Seção 4.1. Na Seção 4.2 o modelamento dos taps variáveis para a formulação convexa do problema de planejamento de reativos é apresentada. A formulação convexa determinística multi-período para o planejamento de reativos é proposta na Seção 4.3, e os testes e resultados da avaliação da formulação são apresentados na Subseção 4.3.1. No Capítulo 5 o modelo convexo multi-período para a solução de problemas multi-área é proposto. As formulações gerais centralizada e descentralizada são apresentadas nas Seções 5.1 e 5.2 respectivamente. O critério de convergência e o algoritmo para a solução da formulação descentralizada são apresentadas nas Subseções 5.2.1 e 5.2.2. Na Subseção 5.2.3 os resultados dos testes avaliando a formulação proposta são apresentados. No Capítulo 6, o problema de

---

planejamento de reativos em sistemas multi-área através de otimização estocástica é avaliado. A técnica utilizada para a geração de cenários é apresentada na Seção 6.1. A formulação do problema é apresentada na Seção 6.2. A importância da estocasticidade do problema é discutida na Seção 6.3. Os resultados dos testes da formulação estocástica proposta são apresentados na Subseção 6.3.1. Na Seção 6.4, a análise de risco é implementada no modelo estocástico previamente formulado. Os resultados dos teste realizados ao problema considerando análise de risco são apresentados na Subseção 6.5.3. Finalmente algumas conclusões e sugestões de trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 7.

## 2 OTIMIZAÇÃO SOB INCERTEZA

Os problemas de otimização buscam resolver de forma eficiente situações do mundo real através de modelos matemáticos e comumente estão associados a parâmetros incertos, como produção, demanda, custos e preços. Formulações de otimização determinística assumem que os dados do problema podem ser medidos ou previstos com precisão. No entanto, para muitos problemas do mundo real, seus dados não podem ser conhecidos com precisão devido aos erros nas medições ou a impossibilidade de prever o que exatamente acontecerá no futuro. Uma vez que o resultado de qualquer evento que acontece no futuro não pode ser perfeitamente previsto, os dados devem ser considerados incertos. Modelos determinísticos são resolvidos usando dados previstos ou a média ou mediana estatísticas dos parâmetros incertos. No entanto este procedimento pode resultar em soluções insatisfatórias. Por exemplo, considere o problema de programação das unidades de geração de um parque térmico. Se este parque é operado baseado na solução de um modelo determinístico usando apenas o valor médio das previsões de demanda de energia, durante o cenário de baixa demanda algumas unidades de geração poderiam estar operando sem necessidade, incorrendo em custos adicionais de início e parada das unidades. Durante o cenário de alta demanda, as unidades de geração mais caras podem entrar em operação a fim de atender essa demanda. Sem dúvida, estas soluções levam a tomar as decisões inadequadas. A forma adequada para lidar com essas incertezas é considerá-las como variáveis aleatórias através de modelos matemáticos que considerem estes tipos de variáveis. O campo da otimização matemática que lida com problemas considerando incertezas é a otimização estocástica (BIRGE; LOUVEAUX, 2011). Modelos de otimização estocástica podem gerar decisões robustas que podem considerar todos os resultados possíveis das incertezas.

### 2.1 OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA

Na atualidade, muitos problemas de otimização estocástica são inicialmente formulados e resolvidos através de modelos determinísticos. Se alguns dos parâmetros do modelo determinístico são incertos e este modelo apresenta-se sensível às alterações destes parâmetros, então é apropriado considerar otimização estocástica para solução desse problema. O modelo determinístico permite calcular uma solução ótima para cada um dos cenários separadamente, enquanto que o modelo estocástico considera o conjunto de todos os cenários simultaneamente, cada um com uma probabilidade de ocorrência associada. Dado que o cenário futuro não é conhecido, o modelo estocástico pode apresentar uma solução muito mais adequada do que o modelo determinístico. O valor esperado da informação perfeita e o valor da solução estocástica são

medidas de comparação entre modelos determinísticos e estocásticos, com as quais é possível avaliar vantagens e desvantagens do uso da programação estocástica.

A otimização estocástica é usada para modelar problemas de otimização do mundo real onde a tomada de decisões deve ser feita na presença de incertezas, que podem ser representados por variáveis aleatórias. Esta técnica é especialmente utilizada quando eventos futuros não podem ser perfeitamente previstos. A otimização estocástica trata os problemas de otimização que possuem algum tipo de incerteza associado aos seus parâmetros, seja na função objetivo ou nas restrições. Os parâmetros incertos são descritos através de funções de distribuição de probabilidade ou de possíveis cenários. O objetivo é encontrar a melhor solução considerando-se todas as possíveis realizações dos parâmetros incertos (MARTI; KALL, 1995).

Uma formulação geral de um problema genérico de otimização estocástica é representado por (1)-(2).

$$\min_{x \in X} f(x, \omega) \quad (1)$$

s.a :

$$g(x, \omega) \leq 0. \quad (2)$$

neste modelo  $X \subseteq \mathcal{R}^n$ , os valores das funções  $f$  e  $g$  considerando-se seus respectivos domínios não se conhecem com precisão. Essas restrições dependem de duas variáveis  $(x, \omega)$ , onde  $\omega$  é um experimento aleatório pertencente ao conjunto de amostras  $\Omega$  com uma determinada probabilidade de ocorrência  $\pi \in \mathcal{P}$ .

### 2.1.1 Variáveis Aleatórias

Em otimização estocástica, os parâmetros que são considerados incertos são representados como variáveis aleatórias. A variável aleatória  $\omega \in \Omega$  toma algum valor numérico com uma certa probabilidade de ocorrência  $\pi$ . As variáveis aleatórias podem ser contínuas ou discretas. As variáveis aleatórias discretas assumem um número determinado de valores possíveis. A probabilidade de que uma variável aleatória discreta  $\mathcal{K}$  assumam um valor  $k$  pode ser expressa como a função  $f_{\mathcal{K}}[k] = \pi[\omega \in \Omega : \mathcal{K}(\omega) = k]$ . A função  $f_{\mathcal{K}}[k]$  atribui as probabilidades a cada amostra ou evento aleatório, isto é conhecido como Função de Probabilidade de Massa. As variáveis aleatórias contínuas assumem valores contínuos, e se presume que qualquer um desses valores ocorre com probabilidades infinitesimais. A probabilidade de que uma variável aleatória contínua  $\mathcal{K}$  assumam um valor  $k$  pode ser expressa como a função  $f_{\mathcal{K}}[k] = \pi[\omega \in \Omega : \mathcal{K}(\omega) \leq k]$ . A função  $f_{\mathcal{K}}[k]$  atribui as probabilidades para um intervalo, isto é conhecido como Função de Distribuição de Probabilidade (ERMOLIEV, 1988).

Um espaço de probabilidades  $(\Omega, \mathcal{E}, \mathcal{P})$  descreve o espaço amostral  $\Omega$  e os possíveis eventos aleatórios  $\mathcal{E}$  com uma probabilidade associada  $\mathcal{P}$ . O espaço amostral  $\Omega$  é o conjunto de todos os resultados  $\omega$  que podem acontecer de um experimento aleatório. Esses resultados podem formar subconjuntos de  $\Omega$  chamados eventos  $E$ , assim  $E \subset \mathcal{E}$ . Para cada evento  $E \in \mathcal{E}$ , uma probabilidade  $\mathcal{P}(E)$  é associada.

A otimização estocástica têm a capacidade de tomar ações corretivas ou de recurso para compensar a violação de restrições que surgiram após a realização das incertezas (RUSZCZYŃSKI; SHAPIRO, 2003). Baseado no numero de estágios de recurso, os modelos de otimização estocástica podem ser classificados em modelos de dois estágios e multiestágios.

### 2.1.2 Modelos de Dois Estágios

Esta abordagem foi originalmente proposta por Dantzig (1955) e Beale (1955) para problemas de programação estocástica de dois estágios, podendo ser estendida para múltiplos estágios. O modelo de programação estocástica mais aplicado e estudado é o de programação linear de dois estágios (SHAPIRO; PHILPOT, 2007). O modelo de dois estágios, como o próprio nome sugere, divide as variáveis de decisão em dois estágios. As variáveis de primeiro estágio devem ser decididas antes de realização das incertezas. As variáveis de segundo estágio são utilizadas como medidas de correção após a realização das incertezas. O modelo de programação estocástica de dois estágios pode ser formulado como em (3)-(5).

$$\min z(x) = cx + \mathbb{E}_{\omega \in \Omega} [Q(x, \omega)] \quad (3)$$

s.a:

$$Ax = b \quad (4)$$

$$x \geq 0. \quad (5)$$

onde  $Q(x, \omega)$  é a função de recurso sendo o valor ótimo do problema de segundo estágio definida como em (6)-(8).

$$Q(x, \omega) = \min q(\omega)y(\omega) \quad (6)$$

s.a:

$$T(\omega)x + W(\omega)y(\omega) = h(\omega) \quad (7)$$

$$y(\omega) \geq 0. \quad (8)$$

Nesta formulação  $x \in \mathcal{R}^n$  é o vetor de variáveis de decisão de primeiro estágio,  $c$ ,  $A$  e  $b$

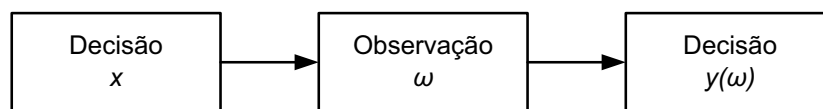
são os dados associados ao problema de primeiro estágio,  $y \in \mathcal{R}^m$  é o vetor das variáveis de decisão do segundo estágio e  $\omega = (q, T, W, h)$  contém os dados para o problema do segundo estágio que podem ser representados por variáveis aleatórias com distribuição de probabilidades conhecidas. O vetor aleatório  $\omega$  possui um número finito de realizações  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_\Omega$  com as respectivas probabilidades  $\pi(\omega_1), \pi(\omega_2), \dots, \pi(\omega_\Omega)$ . Assim o valor esperado ou esperança matemática com relação ao valor aleatório  $\omega$  pode ser escrito em função do somatório:

$$\mathbb{E}_{\omega \in \Omega}[Q(x, \omega)] = \sum_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) q(\omega) y(\omega). \quad (9)$$

Como explicado anteriormente, a decisão de primeiro estágio  $x$ , depende apenas da informação disponível até aquele momento, este problema é chamado de *não antecipativo*. No problema de dois estágios isto implica que a decisão  $x$  é independente das realizações do segundo estágio, sendo assim o vetor  $x$  é o mesmo para todos os possíveis eventos que venham a ocorrer no segundo estágio do problema.

No modelo de dois estágios, pode-se resumir a sequência de eventos e decisões tomadas neste processo de acordo com a Figura 1:

Figura 1 - Sequência de eventos no modelo de recurso de dois estágios



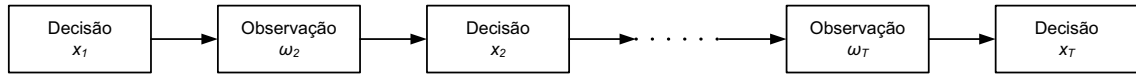
Fonte: Do autor

### 2.1.3 Modelos Multiestágio

Os modelos multiestágio são uma extensão dos modelos de dois estágios. Em um modelo multiestágio, as informações incertas  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_T$  são reveladas ao longo de  $T$  estágios. As decisões devem ser adaptadas à cronologia deste processo (SHAPIRO; PHILPOT, 2007). Os estágios (momentos em que as decisões são tomadas) não, necessariamente, coincidem com os períodos de tempo do problema. Eles devem significar estágios do processo decisório que tem a sequência ilustrada na Figura 2.

Os valores do vetor de decisão  $x_t$  podem depender de informações disponíveis até o estágio  $t$ , nunca de resultados de observações futuras (estágios futuros). Isso diferencia problemas estocásticos multiestágio de problemas determinísticos multi-período, em que se assume que toda informação esteja disponível desde o início do processo decisório. Além disso, em um dado estágio  $t$ , os cenários que têm a mesma história  $\omega_{[t]}$  não podem ser diferenciados. Este

Figura 2 - Sequência de eventos no modelo de recurso multiestágio



Fonte: Do autor

princípio é chamado de *não antecipativo* e deve ser considerado no modelo. Estendendo a formulação de dois estágios ao caso multiestágios tem-se:

$$\min z(x, \omega) = c_1 x_1 + \mathbb{E}_{\omega_2 \in \Omega_2} [c_2(\omega_2) x_2(\omega_2) + \dots + \mathbb{E}_{\omega_T \in \Omega_T} [c_T(\omega_T) x_T(\omega_T)] \dots] \quad (10)$$

s.a:

$$W_1 x_1 = h_1 \quad (11)$$

$$T_1(\omega_1) x_1 + W_2 x_2(\omega_2) = h_2(\omega_2) \quad (12)$$

⋮

$$T_{T-1}(\omega_{T-1}) x_{T-1}(\omega_{T-1}) + W_T(\omega_T) x_T(\omega_T) = h_T(\omega_T) \quad (13)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (14)$$

$$x_t(\omega_t) \geq 0 \quad t = 3, \dots, T. \quad (15)$$

Os problemas com recursos anteriormente explicados, podem ser classificados em algumas categorias, dependendo do tipo de matriz que possuem. Um problema de programação estocástica com recurso pode possuir:

- Recurso fixo, se a matriz  $W$  do problema com recurso for determinística;
- Recurso completo, se o problema do segundo estágio for factível para qualquer valor das variáveis de primeiro estágio;
- Recurso relativo completo, se o problema de segundo estágio for factível para qualquer valor das variáveis de primeiro estágio que satisfazem as restrições de primeiro estágio;
- Recurso simples, se a matriz recurso  $W$  puder ser expressa como  $[I, -I]$ , em que  $I$  é a matriz identidade.

Recurso simples é um caso especial de recurso completo, que é um caso especial de recurso completo relativo.

A grande dificuldade em resolver um problema estocástico com recurso consiste em calcular  $Q(x, \omega)$ , e as abordagens existentes na literatura diferenciam-se principalmente, pela forma

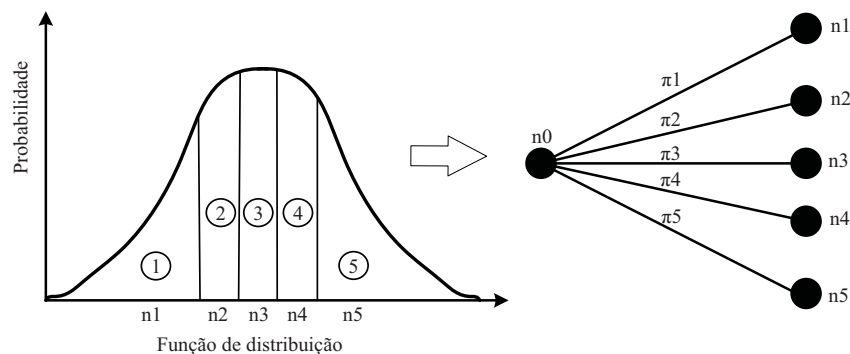
como a função de valor esperado e inserida em  $Q(x, \omega)$  é calculada. A partir do momento em que  $Q(x, \omega)$  passa a ser conhecido, o problema deixa de ser estocástico.

### 2.1.4 Geração de Cenários

Em termos de otimização estocástica, é comum que as realizações  $\omega$  sejam utilizadas para descrever possíveis *estados* ou *cenários*. Isso é especialmente observado quando a distribuição de probabilidade da variável aleatória não é conhecida ou quando é muito custoso computacionalmente considerar uma distribuição discreta com muitas realizações possíveis. Nesse caso, é selecionado um conjunto relativamente pequeno de realizações da variável aleatória, que é denominado de cenário e atribui-se uma probabilidade para refletir a sua ocorrência no futuro. Os cenários podem ser os quartis de uma determinada distribuição de probabilidade, dados históricos, previsões geradas por simulações, etc. Em modelos multiestágio, as incertezas são tratadas como processos aleatórios. A amostragem deste processo resulta em cenários. O procedimento de modelagem das incertezas através de cenários aproveita a informação dos dados históricos usados para gerar a árvore de cenários. Esta árvore representa a evolução das incertezas no tempo. A árvore de cenários contém não somente os dados históricos das incertezas, mas também contém instâncias que poderão acontecer eventualmente, mas que nunca aconteceram no passado.

Na figura 3, apresenta-se um exemplo da representação de uma árvore de cenários obtida através da discretização aproximada de uma função de distribuição normal contínua, cada região dividida tem o seu valor médio. Quando maior é o número de discretizações mais exato é a modelagem, no entanto o número destas discretizações deve ser limitado considerando o tamanho do problema e o esforço computacional.

Figura 3 - Aproximação discreta de uma função de distribuição normal contínua



Fonte: Do autor

A evolução do processo aleatório no tempo (problema multiestágio), é feita para todas

as possíveis ocorrências futuras através de um árvore de cenários com um conjunto finito de nós. Cada nó da árvore de cenários é um ponto de tomada de decisão. A informação relativa à incerteza no tempo  $t$  é conhecida apenas no início do próximo estágio  $t + 1$ . O processo de tomada de decisões no horizonte de planejamento total é representado como uma árvore de cenários. Cada nó da árvore de cenários tem um conjunto de nós sucessivos e uma probabilidade de transição. As probabilidades de todos os nós em qualquer estágio devem somar “1”.

Quando um grande número de cenários é necessário para representar as incertezas do problema estocástico, e devido ao esforço computacional requerido, técnicas de redução de cenários são utilizadas. Os cenários são uma ferramenta muito importante na tomada de decisão quando não se tem certeza sobre o valor que um determinado parâmetro pode assumir no futuro. Considerando cenários, é possível analisar os riscos de uma decisão em várias situações, optar pela decisão que minimize o risco.

### 2.1.5 Soluções *Aqui e Agora e Espere e veja*

Em otimização estocástica, é importante distinguir entre dois tipos de soluções que podem ser consideradas no tratamento dos problemas: a solução *aqui e agora* e a solução *espere e veja*. Essas duas soluções refletem o tipo de ambiente em que são tomadas as decisões do problema de programação estocástica. Na solução *aqui e agora*, deve-se determinar os valores das variáveis de decisão antes da ocorrência da variável aleatória, mas é possível que sejam tomadas medidas corretivas caso as decisões tomadas precisem ser melhoradas. Por outro lado, na solução *espere e veja*, é permitido esperar a efetiva ocorrência do parâmetro aleatório para então determinar os valores das variáveis de decisão do problema.

É importante mencionar que na modelagem de problemas de planejamento de sistemas de energia elétrica através de otimização estocástica, existe uma diferença entre *estágios* e *períodos*. Em um modelo estocástico de dois estágios, as decisões do primeiro estágio (decisões de investimentos) são decisões determinísticas de tipo *aqui e agora*, e as decisões do segundo estágio (decisões de operação) *espere e veja* são reações às decisões do primeiro estágio. Portanto cada estágio pode ser composto de vários períodos. Por outro lado um modelo multiestágio é necessário só se as decisões de investimento necessitam ser ajustadas no futuro.

### 2.1.6 Caracterização das Soluções Estocásticas

Em problemas de otimização estocástica têm-se algumas medidas-chaves do efeito das incertezas que servem para quantificar a estocasticidade do modelo e decidir se é necessário resolver o problema estocástico ou ao contrário é adequada uma aproximação. Estas medidas importantes são o Valor da Solução Estocástica (VSS, do inglês “Value of the Stochastic Solution”) e o Valor Esperado da Informação Perfeita (EVPI, do inglês “Expected Value of Perfect

Information”). O VSS é utilizado para calcular a importância das incertezas no problema de otimização e é calculado através da equação (16).

$$\text{VSS} = \text{SS} - \text{EEV} \quad (16)$$

onde o EEV é o resultado esperado quando as variáveis de decisão obtidas do problema determinístico são fixadas no problema de otimização estocástico. A SS refere-se a solução correspondente ao valor de função objetivo do problema estocástico considerando todos os possíveis cenários (ÁLVAREZ; PONNAMBALAM; QUINTANA, 2007).

O EVPI mede a quantidade esperada máxima que o decisor estaria disposto a pagar por conhecer com antecipação a informação completa do que vai acontecer no futuro (BIRGE; LOUVEAUX, 2011), sendo dada pela equação:

$$\text{EVPI} = \text{SS} - \text{WSS} \quad (17)$$

onde WSS é a solução *esperar para ver* e refere-se ao valor esperado da solução ótima, que corresponde à soma para cada cenário da função objetivo total assumindo que cada cenário ocorrerá com certeza (ÁLVAREZ; PONNAMBALAM; QUINTANA, 2007).

### 3 PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

A potência reativa é essencial na operação confiável dos sistemas de potência. Um inadequado fornecimento de potência reativa pode produzir um colapso de tensão, problema que nos últimos anos tem sido a maior causa dos blecautes. Uma adequada alocação das fontes de potência reativa, permite não só operar o sistema de forma eficiente, mas também melhorar substancialmente a transmissão de potência ativa. Deve-se considerar que o consumo de potência reativa num sistema de potência é uma condição inerente ao consumo de energia elétrica em termos de potência ativa, e portanto deve-se considerar como um elemento que tem que ser produzido para que possa ser consumido.

O sistema de energia elétrica é planejado considerando certas condições de carga e topologia e com a disponibilidade das reservas reativas necessárias para operar atendendo as restrições de segurança e operação. Com o decorrer do tempo, o sistema originalmente planejado sofre alterações topológicas e de crescimento de cargas, podendo não mais atender tais restrições.

Baseado nesses aspectos, as principais situações e/ou condições que requerem o planejamento de reativos são:

- Crescimento de cargas em barras de baixa tensão distantes das unidades geradoras, causando dificuldades com a qualidade de serviço para os consumidores, problemas de instabilidade de tensão e perdas excessivas no sistema de transmissão;
- Linhas de transmissão longas de alta tensão operando em condições de carga leves, ocasionam problemas de sobretensões em seus terminais causando problemas em máquinas síncronas, cargas e equipamentos;
- Necessidades de uma estratégia adequada de planejamento reativos/operação do sistema de geração/transmissão, visando manter o suporte reativo necessário para operação segura e manutenção de reservas reativas das fontes de respostas rápidas (compensadores síncronos e estáticos, máquinas síncronas), para serem usadas em condições transitórias do sistema;
- Crescimento dos sistemas de transmissão e subtransmissão com a adição de novas linhas e alteração das necessidades reativas;
- Necessidade de substituir as fontes reativas de uma área do sistema de energia elétrica por motivos técnicos e/ou econômicos – problemas com os equipamentos de compensação velhos, alteração do nível de tensão de um setor do sistema de energia elétrica.

### 3.1 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO REATIVO

Na solução do problema de planejamento de reativos, é mantida fixa a produção de potência ativa em todas as barras contendo unidades de geração exceto na barra de folga. Esta hipótese considera que já foi resolvido para o caso base o problema de otimização relacionado com o custo e a programação do despacho de potência ativa destas unidades de geração.

O fluxo de Potência Ótimo Reativo garante a operação segura e econômica dos sistemas de potência (KHAZALI; KALANTAR, 2011). A solução deste problema consiste no ajuste ótimo das variáveis de controle dos equipamentos de potência reativa instalados no sistema para controlar a magnitude das tensões nas barras e a quantidade de reativos injetados no sistema por dispositivos de controle e compensação de reativos existentes como bancos de capacitores e reatores, compensadores síncronos e estáticos, ajuste de taps de transformadores e dispositivos FACTS. Todos estes equipamento devem ser ajustados de modo que se atenda um certo objetivo (ZHANG; REN, 2005) (minimizar perdas do sistema, minimizar custo de injeção de potência reativa, melhorar o perfil de tensões, etc) e o conjunto de restrições operacionais do sistema para uma dada condição de potência ativa, obtendo-se as seguintes informações:

- Regiões do sistema onde há a necessidade de reforçar o suporte reativo (Reservas);
- Custos de perdas e custos marginais resultantes;
- Ponto de operação obtido após o despacho ótimo de reativos e o ajuste dos dispositivos de controle de tensão existentes no sistema.

A etapa seguinte consiste da solução, caso necessário, do problema de planejamento de reativos, que consiste em onde e quanto alocar de novas fontes reativas.

O Fluxo de Potência Ótimo Reativo é um problema de otimização de grande porte, altamente restrito, não linear inteiro misto e não convexo (SUBBARAJ; RAJNARAYANAN, 2009). O problema pode ser representado matematicamente através de um problema geral de otimização como em (18)-(23).

$$\min_{\mathbf{u}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_C, \mathbf{u}_D) \quad (18)$$

s.a :

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_C, \mathbf{u}_D) = \mathbf{0} \quad (19)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_C, \mathbf{u}_D) \leq \mathbf{h}^{\max} \quad (20)$$

$$\mathbf{x}^{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\max} \quad (21)$$

$$\mathbf{u}_C^{\min} \leq \mathbf{u}_C \leq \mathbf{u}_C^{\max} \quad (22)$$

$$\mathbf{u}_D \in \Omega_D. \quad (23)$$

Onde  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{u}_C$  e  $\mathbf{u}_D$  representam respectivamente as variáveis de estado e de controle contínuas e discretas do sistema de potência. A função objetivo na Equação (18) representa geralmente a minimização de perdas nas linhas de transmissão ou dos custos de produção de potência reativa. As Equações (19) e (20) representam os conjuntos de restrições de igualdade e desigualdade do problema, respectivamente. As Equações (21) e (22) representam os limites das variáveis de estado e controle contínuas, respectivamente. (23) representa o vetor de variáveis de controle discretas do problema.

### 3.2 FONTES DE POTÊNCIA REATIVA NO PLANEJAMENTO ÓTIMO DE REATIVOS

O controle de tensão num sistema de potência é geralmente realizado pelos grandes geradores, os quais devem possuir o controle automático de tensão que atua diretamente sobre o sistema de excitação da unidade de geração. Os geradores são utilizados para controlar a tensão nos terminais onde eles estão conectados, injetando ou absorvendo potência reativa de acordo as condições de carga.

Nos sistemas elétricos existem diversos elementos que afetam os fluxos de potência reativa. A natureza indutiva das cargas, linhas de transmissão e transformadores, criam a necessidade de ter equipamentos para reduzir o fluxo de reativos e evitar a instabilidade de tensão do sistema elétrico.

O fluxo de potência reativa tem relação direta com os níveis das magnitudes de tensão nas barras do sistema. O método utilizado para manter o perfil de tensões dentro dos limites preestabelecidos, garantindo assim uma qualidade adequada do serviço, consiste na injeção ou absorção de potência reativa. Na prática, isto é obtido principalmente com a instalação de fontes de potência reativa nos locais de consumo ou próximos a estes locais. Os transformadores com controle automático de taps sob carga também são considerados como meios de compensação de potência reativa, embora estes não sejam fontes reativas, porque podem modificar as magnitudes das tensões nas barras e portanto também o fluxo de potência reativa.

Com o objetivo de manter um perfil de tensões dentro dos limites pre estabelecidos, minimizar as perdas e manter a estabilidade de tensão do sistema de potência, é necessário minimizar o fluxo de potência reativa pelos ramos do sistema. A seguir apresentam-se as características de alguns dos principais equipamentos que influenciam no fluxo de potência reativa e no controle de tensão em sistemas de potência.

### 3.2.1 Linhas de Transmissão

A modelagem mais comum das linhas de transmissão é o circuito  $\pi$  ( $\pi$ ) que é representado por uma impedância série (fortemente indutiva) e duas admitâncias *shunt* (fortemente capacitivas). A principal característica do efeito *shunt* capacitivo das linhas de transmissão é que o mesmo as tornam elementos reativos normais do sistema, fornecendo capacidades reativas proporcionais ao quadrado das magnitudes das tensões de barras onde estão ligadas. O efeito capacitivo dessas linhas é bastante benéfico para o sistema operando em condições de carga nominal ou pesada, uma vez que a linha se comporta como uma fonte distribuída para compensação de perdas reativas. Em condições de carga leve este efeito capacitivo pode causar problemas de sobretensões nos terminais das linhas.

Há casos de carregamento no sistema em que mesmo o efeito capacitivo das linhas é insuficiente para evitar problemas de baixas tensões. Esse problema poderia ser resolvido através da adição de uma nova linha que adicionaria capacitância ao sistema e reduziria as perdas reativas. Porém, do ponto de vista reativo, economicamente é difícil de justificar a construção de novas linhas, pois existem alternativas de compensação de reativos que podem resolver os problemas de baixas tensões a custos menores. É evidente que quando a construção de uma linha trouxer outros benefícios para o sistema - melhoria da confiabilidade, observabilidade, etc., então todos estes fatores devem ser ponderados e tomada a decisão que contemple uma relação adequada custo/benefício.

Um aspecto importante é que a capacidade reativa das linhas de transmissão é automaticamente considerada no planejamento ótimo de reativos através da solução do problema de fluxo de potência.

### 3.2.2 Geradores Síncronos

Os geradores síncronos são as principais fontes de potência ativa nos sistemas de energia elétrica, e são também grandes fornecedores e consumidores de potência reativa, que é facilmente controlada através do sistema de excitação da máquina. Suas capacidades de consumo/fornecimento estão vinculadas aos limites físicos de projetos, tais como limites da capacidade térmica da máquina e aos problemas dinâmicos de operação do sistema de energia elétrica, associados aos limites de estabilidade transitória. Uma característica importante dos geradores síncronos é sua capacidade de responder rapidamente às solicitações de potência reativa na presença de perturbações no sistema. Os geradores síncronos representam na maioria das vezes a única reserva reativa disponível na operação do sistema que pode ser usada na ocorrência de um distúrbio que necessite de resposta rápida. Dado este aspecto, no planejamento de operação o fornecimento de reativos dos geradores síncronos deve ser ajustado em níveis que proporcionem uma capacidade reativa de reserva que possa suprir o suporte reativo necessário na ocorrência

de perturbações. Este procedimento limita a capacidade de geração de potência ativa desses geradores, e então, para se manter as condições operativas estáveis, outros geradores devem ser despachados para suprir a demanda ativa do sistema.

Nos estudos de fluxo de potência o gerador é representado com sua tensão terminal controlada, simulando assim o efeito de limitação de potência reativa pelo regulador de tensão. O controle de tensão no gerador objetiva manter o valor da tensão terminal dentro de uma faixa de valores permitidos, através de mudança na corrente de campo. A atuação na corrente de excitação do campo dos geradores proporciona a capacidade de gerar (na condição de sobre-excitação) ou absorver (na condição de sub-excitação) potência reativa do sistema de potência. Os limites térmicos dos geradores são apresentados pela curva de capacidade da máquina síncrona.

### 3.2.3 Compensadores Síncronos

Os compensadores síncronos são geralmente instalados em locais onde tem pouca geração, sendo equipamentos que precisam ser sincronizados com o sistema de potência, e através do ajuste e controle automático da sua corrente de excitação podem gerar ou absorber potência reativa do sistema, mantendo a tensão em níveis aceitáveis e sem gerar potência ativa. Nesta forma de operação a geração de potência reativa é realizada com rapidez, em contrapartida a compensação síncrona não é muito econômica. Uma desvantagem da compensação síncrona é que o investimento inicial e os custos de manutenção são elevados.

### 3.2.4 Compensadores Estáticos

Dentre os meios de compensação estática os capacitores e os reatores são bastante utilizados na compensação de reativos, principalmente pelo baixo custo e relativa facilidade na instalação e operação. O equipamento de compensação estática é usualmente instalado em lugares próximos dos consumidores, para desta forma ter um controle direto do consumo reativo. Para este tipo de equipamentos, o controle de tensão e o balanço de potência reativa mais elementar realiza-se mediante a conexão/desconexão de módulos integrados por bancos de capacitores e reatores.

O equipamento de compensação estática pode-se conectar em paralelo ou em série com a rede. Os capacitores conectados em série reduzem a reatância indutiva das linhas de transmissão e portanto aumentam a capacidade de transmissão, por outro lado os capacitores conectados em paralelo injetam potência reativa no sistema. Os reatores em paralelo são utilizados geralmente fora do horário de máxima demanda, de forma a consumir a potência reativa exigida para manter as tensões dentro de limites considerados seguros.

Na prática os capacitores ou os reatores podem ser divididos em seções paralelas que são

acionadas separadamente, obtendo-se variações discretas de acordo com as exigências de potência reativa do sistema. Na maioria dos casos os compensadores estáticos se conectam ao enrolamento terciário dos transformadores de potência ou diretamente nas barras de distribuição.

### 3.2.5 Dispositivos FACTS

Os dispositivos FACTS, são equipamentos baseado em eletrônica de potência e proporcionam soluções técnicas relacionadas com problemas de estabilidade de tensão além de aumentar a capacidade de transmissão das redes, através do controle de algumas grandezas elétricas como tensão, ângulo, impedância e corrente. Devido a necessidade de rapidez na resposta, os compensadores dinâmicos *shunt* SVC e STATCOM são recursos factíveis como fontes de reativos em sistemas de potência. Além disso, os FACTS são reconhecidos como uma alternativa eficiente para prover amortecimento às oscilações eletromecânicas de baixa frequência. A manutenção requerida pelos dispositivos FACTS é mínima ou similar à requerida pelos bancos de capacitores e reatores

Existem diversos tipos de dispositivos FACTS, porém os equipamentos principais utilizados no planejamento de reativos são o compensadores estáticos de reativos (SVC) e os compensadores síncronos estáticos (STATCOM).

#### 3.2.5.1 Compensador Síncrono Estático STATCOM

O STATCOM pode ser considerado como uma evolução dos dispositivos FACTS porque opera como uma fonte de potência reativa com conexão “shunt” acoplada à linha de transmissão através de um transformador, e tem como função principal a regulação da tensão da barra na qual está conectado. O STATCOM, apresenta respostas mais rápidas e admite sobrecargas de curta duração. Este tipo de equipamento pode ser aplicável em áreas susceptíveis a problemas de colapso de tensão onde se tem carga predominantemente do tipo motores de indução, regiões industriais, que apresentam dinâmicas rápidas. O STATCOM fornece suporte e controle de tensão para o sistema, semelhante a um compensador síncrono, sem a inércia mecânica.

#### 3.2.5.2 Compensador Estático de Reativos SVC

Nos SVC, o termo *estático* é utilizado para indicar que os SVC, diferentemente dos compensadores síncronos, não apresentam rotação de seus componentes. Normalmente, o SVC é conectado a uma barra do sistema de potência e, através do seu sistema de controle, a tensão da barra é constantemente comparada a um valor de referência com o qual fora previamente ajustado onde, dependendo do valor desta tensão, o SVC irá injetar ou absorver reativos no sistema

para manter a tensão da barra dentro da tensão de referência. Os tipos básicos de elementos que controlam a potência reativa e fazem parte dos SVC são os compensadores chaveados por tiristores (TSC) e os reatores chaveados (TSR) ou controlados (TCR) por tiristores.

### 3.2.6 Transformador com Controle Automático de Taps Sob Carga

Os transformadores com mudança de taps sob carga controlam a tensão do sistema de potência com a mudança da posição do seu tap, que provoca uma redistribuição do fluxo de potência reativa nos lados primário e secundário do transformador. Cada posição do tap corresponde a um determinado número de enrolamentos, normalmente 16 ou 32 degraus, ou seja, 1.25% ou 0.625% para cada degrau, proporcionando uma variação total de  $\pm 10\%$  em relação à tensão nominal. Ao variar a posição do tap, a relação de transformação modifica-se, permitindo assim alteração na tensão terminal. Observa-se ainda que o efeito resultante nas tensões das barras depende de outros fatores, como topologia da rede e distribuição carga/geração.

A mudança do tap não representa fonte de reativos, mas seu uso apropriado, associado a outros dispositivos de regulação e controle de reativos, permite considerável flexibilidade em manter níveis de tensão adequados no sistema. A calibração dos taps existentes pode adiar a necessidade da instalação de novas fontes reativas, tornando a modelagem e o ajuste deste tipo de controle essencial durante o procedimento de planejamento de reativos. Operacionalmente a mudança do tap pode ser manual ou automática respondendo a sinais de controle de tensão de uma conexão ou barra vizinha (MANTOVANI; MODESTO; GARCIA, 2001).

## 3.3 CUSTOS ASSOCIADOS AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS

Os custos associados aos equipamentos de potência reativa são compostos pelo custo fixo e o custo variável. Para o planejamento de reativos é importante a representação dos custos totais das novas fontes uma vez que o objetivo principal do problema é a minimização destes custos. Esses dados podem ser encontrados com precisão em concessionárias de energia e/ou com os fabricantes de equipamentos de compensação de reativos.

Segundo Lebow e Nadira (1988) uma representação mais genérica e adequada para o planejamento de reativos divide o custo total da instalação de novas fontes reativas em duas componentes:

- **Custos Fixos:** São independentes da capacidade das fontes (MVA<sub>r</sub>). Dependem entre outros dos seguintes fatores:
  - Local onde está instalada a nova fonte no sistema que decorre em problemas relativos ao espaço físico e adequação da infra-estrutura disponível, acarretando ou não a

necessidade de novas construções;

– Equipamento de comando - disjuntores e chaves no caso de instalação de bancos.

- **Custos Variáveis:** Dependem do tipo de compensação - indutiva/capacitiva, capacidade da fonte (MVar), nível de tensão.

Os custos dos equipamentos envolvidos no planejamento de reativos são descritos a seguir.

### 3.3.1 Custos de Bancos de Capacitores e Reatores

A frequência das operações e chaveamentos é um problema importante que deve ser considerado para determinar o custo destes dispositivos, que geralmente são submetidos a um programa de manutenção geral depois de um determinado número de chaveamentos especificado pelo fabricante. Assim os custos variáveis destes dispositivos estariam limitados às perdas de energia e à depreciação que resulta dos chaveamentos. Portanto o custo total do equipamento está em função do custo fixo e o custo variável de operação e manutenção.

Geralmente no planejamento e na operação de reativos em sistemas de potência os modelos de custos para estes equipamentos são tratados como funções lineares na maioria da literatura (LAMONT; FU, 1999). A formulação considerando os custos mais relevantes relacionados com os custos fixos das novas fontes reativas a serem instaladas e os custos da sua operação e manutenção, é mais realista se é considerada como uma função linear inteira mista, através de variáveis binárias que indiquem a necessidade ou não de instalação de novas fontes reativas capacitivas ou indutivas. Com estes antecedentes a modelagem dos custos totais para as fontes reativas capacitivas  $q_i^+$  e indutivas  $q_i^-$  no planejamento de reativos é formulada como em (24).

$$\sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i}(u_i^+ + u_i^-) + \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{V_i}(q_i^+ + q_i^-). \quad (24)$$

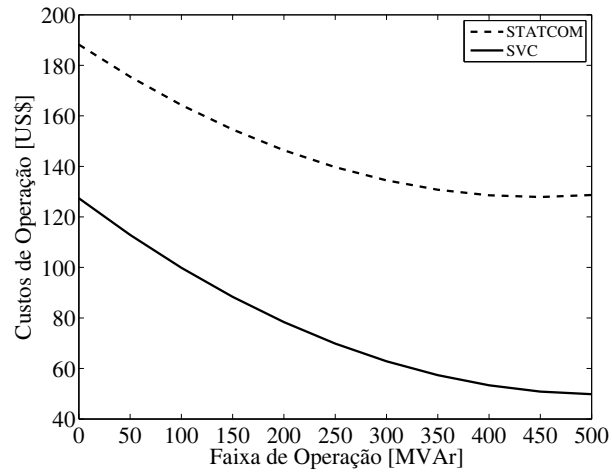
Onde  $K_F$  representa os custos fixos e expressa em R\$ e  $K_{VC}$  representa os custos variáveis e expressa em R\$/MVar. As variáveis  $(u_i^+, u_i^-)$ , são as variáveis binárias que representam a necessidade ou não de instalação de novas fontes reativas capacitivas ou indutivas, respectivamente.

### 3.3.2 Custos de SVC e STATCOM

Os equipamentos FACTS, SVC e STATCOM em geral são operados automaticamente, os ajustes podem ser feitos de forma manual ou automática. As características operacionais frente a instabilidades de tensão destes equipamentos fazem com que seus custos de operação sejam altos. Estes custos podem ser calculados usando as curvas de custos que considera a faixa

de operação (HABUR; O'LEARY, 2010). Na Figura 4, apresentam-se as curvas de custos de operação do SVC e STATCOM.

Figura 4 - Custos de operação do SVC e STATCOM



Fonte: Do autor

Assim, segundo a Figura 4, as equações que representam os custo de operação para o SVC e STATCOM são respectivamente:

$$K_{SVC_k} = 0,0003 \cdot q_{svc_k}^2 - 0,3051 \cdot q_{svc_k} + 127,38 \quad (25)$$

$$K_{STAT_k} = 0,0003 \cdot q_{stat_k}^2 - 0,2691 \cdot q_{stat_k} + 188,2 \quad (26)$$

Onde  $K_{SVC}$  e  $K_{STAT}$  são expressos em R\$/kVAr e  $q_{svc}$  e  $q_{stat}$  representam a faixa de operação de cada equipamento, respectivamente.

#### 4 FORMULAÇÃO DO PPOR

Em geral a maioria das formulações matemáticas do PPOR propostas na literatura existente são de tipo não linear binária mista, onde a não linearidade aparece na formulação das equações de balanço das potências ativa e reativa e as variáveis binárias aparecem na formulação pela decisão de instalação ou não de novas fontes reativas (URDANETA et al., 1999). Por outro lado, na grande maioria dos trabalhos relacionados com a solução do PPOR encontrados na literatura, são tratados como problemas determinísticos assumindo que o futuro da topologia e componentes do SEP é perfeitamente conhecido ou que pode ser perfeitamente previsto, sendo resolvidos usando tanto técnicas de otimização clássica e técnicas heurísticas e meta-heurísticas.

Tradicionalmente o problema de planejamento de reativos visa determinar o custo mínimo de investimento de novas fontes de potência reativa a serem instaladas no SEP para manter as tensões das barras dentro dos limites operacionais e garantir a estabilidade de tensão em condições de operação normal, e é formulado como em (27)-(39) (PEREIRA et al., 2005).

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{z}} f = \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i} (u_i^+ + u_i^-) + \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{V_i} (q_i^+ + q_i^-) \quad (27)$$

s.a:

$$P_{G_i} - P_{D_i} - p_i^{inj} = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \quad (28)$$

$$q_{G_i} - Q_{D_i} + q_{S_i} + q_i^+ - q_i^- - q_i^{inj} = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \quad (29)$$

$$Q_{G_i}^{\min} \leq q_{G_i} \leq Q_{G_i}^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{G} \quad (30)$$

$$V_i^{\min} \leq v_i \leq V_i^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{B} \quad (31)$$

$$T_{ij}^{\min} \leq t_{S_{ij}} \leq T_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (32)$$

$$\sqrt{p_{ij}^2 + q_{ij}^2} \leq S_{ij}^{\max} \quad \forall ij \in \mathbf{L} \quad (33)$$

$$Q_{SH_i}^{\min} \leq q_{sh_i} \leq Q_{SH_i}^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{E} \quad (34)$$

$$q_i^+ \leq Q_{P_i}^{\max} u_i^+ \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (35)$$

$$q_i^- \leq Q_{N_i}^{\max} u_i^- \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (36)$$

$$u_i^+ \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (37)$$

$$u_i^- \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbf{N} \quad (38)$$

$$\{q_i^+, q_i^-\} \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{N}. \quad (39)$$

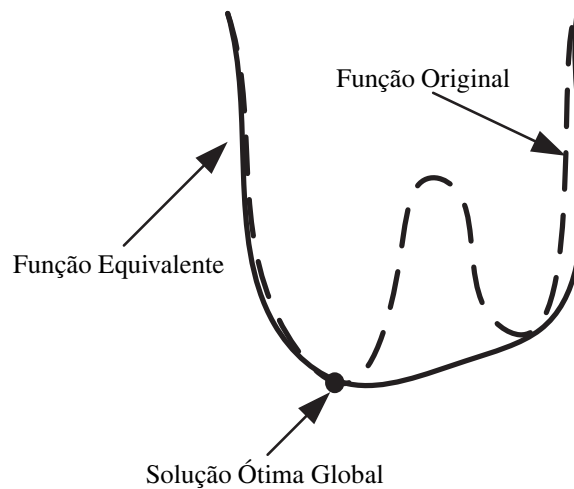
onde  $\mathbf{x} = \{v_i \mid \forall i \in \mathbf{PQ} \setminus \mathbf{N}; \delta_i \mid \forall i \in \mathbf{B} \setminus i: slack; q_{G_i} \mid \forall i \in \mathbf{G}; p_i, q_i \mid \forall i \in \mathbf{B}; p_{ij}, q_{ij} \mid \forall ij \in \mathbf{R}\}$ , são as variáveis de estado ou dependentes, e  $\mathbf{z} = \{v_i \mid \forall i \in \mathbf{G}; t_{S_{ij}}, t_{N_{ij}} \mid \forall ij \in \mathbf{T}; q_{S_i} \mid \forall i$

$\in \mathbf{E}$ ,  $q_i^+$ ,  $q_i^-$ ,  $u_i^+$ ,  $u_i^- \mid \forall i \in \mathbf{N}$  } são as variáveis de controle ou independentes. No problema em (27)-(39), a função objetivo (27) consiste em minimizar os custos fixos e variáveis das novas fontes reativas a serem instaladas no SEP, sujeito às restrições de balanço de potências ativa e reativa (28) e (29); restrição de limites máximo e mínimo de produção de potência reativa dos geradores (30); restrição de limites da magnitude de tensões nas barras do SEP (31); restrição de limites mínimo e máximo dos taps dos transformadores com controle de taps (32); restrição de limite de transferência máxima de potência total pelas linhas de transmissão (33); restrição de limites mínimo e máximo de potência reativa gerada pelas fontes reativas existentes (34); restrições dos limites máximos de produção de potências reativas capacitiva e indutiva geradas pelas novas fontes reativas a serem instaladas (35) e (36); restrições que representam as decisões de instalação de novas fontes reativas (37) e (38) e a não negatividade das variáveis que representam os despachos reativos das novas fontes reativas a serem instaladas (39).

#### 4.1 CONVEXIFICAÇÃO DO PPOR

Um grande problema da formulação matemática não linear inteira mista como em (27)-(39) existente na literatura para a solução do PPOR é a não convexidade das equações de fluxo de potência AC (28) e (29). Estas equações são a principal componente em muitos modelos de otimização de SEP, porque fornecem informação importante sobre a confiabilidade e operação econômica do sistema. Geralmente estas equações são resolvidas usando técnicas numéricas iterativas de solução de equações não lineares, como Newton-Raphson e Gauss-Seidel. Além da não convexidade está a complicação para a convergência às soluções ótimas em alguns algoritmos de solução existentes e a complexidade computacional associada a estes problemas é ainda maior pelo grande tempo necessário para a solução. Todas estas dificuldades além da presença de variáveis inteiras e binárias complicam ainda mais a análise destes problemas na presença de incertezas ou quando são tratados como problemas estocásticos, já que a otimização estocástica está muito desenvolvida para a solução de problemas convexos, apresentando muitas limitações para problemas não convexos. Neste contexto, nos últimos anos, tem havido avanços significativos em técnicas de *reformulação convexa* as quais permitem obter a partir de um problema de otimização original não convexo, o seu equivalente problema convexo, isto é, nos pontos do espaço das soluções, uma solução ótima da função objetivo do problema convexo é também uma solução ótima do problema original não convexo, como se ilustra na Figura 5. O conceito de reformulação convexa tem sido muito importante dentro da otimização não linear, e consiste na perturbação da matriz Hessiana para que esta seja simétrica semidefinida positiva (VANDENBERGHE; BOYD, 1996).

Figura 5 - Exemplo de função equivalente convexa



Fonte: Do autor

Existem diferentes métodos de reformulações convexas, mas os que têm tido mais sucesso porque são considerados os mais eficientes, são os métodos de *programação semidefinida* e *programação cônica* (LOBO et al., 1998; VANDENBERGHE; BOYD, 1996; BOYD; VANDENBERGHE, 2009), porque seus modelos equivalentes convexas apresentam uma matriz Hessiana semidefinida positiva para todos os seus valores e podem ser resolvidos em tempos polinomiais (TODD, 2001). Em geral, a qualidade das soluções vai depender da precisão ao reformular o problema equivalente convexo, portanto é importante encontrar boas reformulações convexas, de forma que as relaxações sejam boas, e tornem o problema mais eficiente aos procedimentos de solução e proporcionem soluções ótimas globais.

A *programação semidefinida* (BOYD; VANDENBERGHE, 2009) é um tipo de otimização convexa que otimiza uma função objetivo linear sujeita a um conjunto de restrições lineares com a condição de que estas formem uma matriz semidefinida positiva. Em outras palavras, o problema de programação linear é generalizado, substituindo o vetor de variáveis com uma matriz simétrica e as restrições não negativas com uma restrição semidefinida positiva. Esta generalização tem propriedades importantes: é convexa e possui uma teoria da dualidade rica embora não tão forte como a programação linear e admite técnicas de solução eficientes que podem ser resolvidos em tempos polinomiais (VANDENBERGHE; BOYD, 1996).

Um problema de otimização semidefinida pode ser representado por diferentes formas. Neste trabalho apresentam-se apenas as formas primal e dual. A forma primal do problema de otimização semidefinida para o vetor  $c$  é dada por (40)-(42).

$$\min_{\mathbf{X}} \text{trace}(\mathbf{B}\mathbf{X}) \quad (40)$$

s.a:

$$\text{trace}(\mathbf{A}_i\mathbf{X}) = c_i \quad (41)$$

$$\mathbf{X} \geq 0. \quad (42)$$

onde  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são as matrizes simétricas de coeficientes especificadas, e  $\mathbf{X}$  é a matriz de variáveis de decisão, onde o operador  $\text{trace}$  indica o somatório da diagonal da matriz e o símbolo  $\geq$  indica que a matriz correspondente é semidefinida positiva.

A forma dual correspondente é dada por (43)-(44).

$$\min_{\lambda} c^T \lambda \quad (43)$$

s.a:

$$\mathbf{B} - \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i \lambda_i \geq 0. \quad (44)$$

onde  $\lambda$  representa as variáveis duais ou de Lagrange de dimensão  $n$ .

A *programação cônica de segunda ordem* (LOBO et al., 1998) consiste na otimização de uma função linear sobre a interseção de um conjunto de equações lineares e o produto cartesiano de cones (quadráticos) de segunda ordem. A otimização cônica de segunda ordem é um tipo de problema de otimização não linear convexa que inclui casos especiais de programação linear e quadrática (convexa). A otimização cônica de segunda ordem tem sido recentemente utilizada no desenvolvimento de novas formulações e na relaxação de problemas não convexos em diversas áreas de pesquisa. Os problemas deste tipo são expressos como problemas de otimização linear mais um conjunto de restrições cônicas de segunda ordem e um conjunto de restrições semidefinidas positivas e têm a seguinte forma:

$$\|Ax + b\| \leq c^T x + d \quad (45)$$

$$x \geq 0. \quad (46)$$

Os avanços na pesquisa na solução de problemas de sistemas energia elétrica com o uso de metodologias baseadas em otimização convexa têm sido significativos principalmente em problemas relacionados com o fluxo de potência (JABR, 2007, 2008; MOLZAHN; LESIEUTRE; DEMARCO, 2014) e em problemas de planejamento de redes de transmissão (TAYLOR; HOVER, 2013; JABR, 2013), visando determinar a melhor reformulação convexa

de forma que o problema equivalente obtido garanta uma solução ótima global em tempos polinomiais.

Neste trabalho, as metodologias propostas por [Jabr \(2013\)](#), [Taylor e Hover \(2013\)](#), [Molzahn, Lesieutre e DeMarco \(2014\)](#) são utilizadas para reformular o PPOR não linear inteiro misto clássico formulado em (27)-(39), como um problema de programação convexa inteira mista através da relaxação das equações de balanço de potências ativa e reativa.

As equações das injeções de potências ativa  $p_i^{inj}$  e reativa  $q_i^{inj}$  AC não convexas em (28) e (29), geralmente são expressas em forma polar como em (47) e (48) para a solução do fluxo de carga AC.

$$p_i^{inj}(\mathbf{v}, \delta, \mathbf{t}_S) = v_i \sum_{j \in \mathbf{B}} v_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad \forall i \in \mathbf{B} \quad (47)$$

$$q_i^{inj}(\mathbf{v}, \delta, \mathbf{t}_S) = v_i \sum_{j \in \mathbf{B}} v_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad \forall i \in \mathbf{B}. \quad (48)$$

Outra forma de expressar as equações não lineares das injeções de potências ativa e reativa é na forma retangular ([MOLZAHN; LESIEUTRE; DEMARCO, 2014](#)), baseada em termos retangulares das componentes das magnitudes das tensões e ângulos de fase  $\mathbf{e}, \mathbf{f}$ , como em (49) e (50).

$$p_i^{inj}(\mathbf{e}, \mathbf{f}, \mathbf{t}_S) = e_i \sum_{j \in \mathbf{B}} (G_{ij} e_i - B_{ij} f_i) + f_i \sum_{j \in \mathbf{B}} (B_{ij} e_i + G_{ij} f_i) \quad \forall i \in \mathbf{B} \quad (49)$$

$$q_i^{inj}(\mathbf{e}, \mathbf{f}, \mathbf{t}_S) = -e_i \sum_{j \in \mathbf{B}} (B_{ij} e_i + G_{ij} f_i) + f_i \sum_{j \in \mathbf{B}} (G_{ij} e_i - B_{ij} f_i) \quad \forall i \in \mathbf{B}. \quad (50)$$

onde  $v_i^2 = e_i^2 + f_i^2$  é a magnitude de tensão nas barras  $\forall i \in \mathbf{B}$ .

A não convexidade das equações de fluxo de potência AC está relacionada com as variáveis das magnitudes de tensões e ângulos de fase nas barras do SEP, portanto a relaxação destas variáveis pode ser feita usando programação semidefinida ([MOLZAHN; LESIEUTRE; DEMARCO, 2014](#)). Isto é, uma vez que os vetores de variáveis das magnitudes das tensões e ângulos de fase  $\mathbf{v} = |\mathbf{v}|e^{j\delta}$  são expressos em termos das suas componentes real e imaginária  $\mathbf{e} + j\mathbf{f}$ , pode-se obter um vetor coluna das partes real e imaginária das tensões nas barras  $X = [\mathbf{e} \ \mathbf{f}]^T$ , e formular uma matriz simétrica  $W \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$  de dimensão  $2n \times 2n$  (sendo  $n$  o número de barras do SEP) fazendo  $W = XX^T$  com em (51). Note-se que a matriz  $W$  é não convexa, portanto a relaxação desta pode ser obtida reformulando (49) e (50) como uma combinação de equações lineares  $\text{trace}(\mathbf{A}_i \mathbf{W}) = c_i$  com a condição de que  $\text{rank}(\mathbf{W}) = 1$ .

$$W = XX^T = \begin{bmatrix} e_1^2 & e_1e_2 & \cdots & e_1f_1 & \cdots & e_1f_n \\ e_1e_2 & e_2^2 & \cdots & e_2f_1 & \cdots & e_2f_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1f_1 & e_2f_1 & \cdots & f_1^2 & \cdots & f_1f_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1f_n & e_2f_n & \cdots & f_1f_n & \cdots & f_n^2 \end{bmatrix} \quad (51)$$

Uma vez que o operador  $\text{trace}$  é uma função linear, a não-convexidade das equações de fluxo de potência AC é inteiramente devido à condição do rank. A relaxação semidefinida das equações de fluxo de potência não cumprem necessariamente com a condição do rank; portanto, a restrição  $W \geq 0$  é utilizada para definir um espaço convexo factível e proporcionar um limite inferior no valor da função objetivo do problema. Desta forma, a solução do problema de programação semidefinida satisfaz a condição de  $\text{rank} = 1$ , e o limite inferior proporcionado pela relaxação semidefinida garante uma solução da função objetivo ótima global. Esta formulação pode ser resolvida usando solvers para solução de problemas de programação semidefinida tais como SeDuMi (STURM, 1999), CSDP (BORCHERS; YOUNG, 2007), SDPA (ANJOS; LASSERRE, 2011) e SDPT3 (TÜTÜNCÜ; TOH; TODD, 2003).

No entanto, com o propósito de obter uma formulação do problema que permita a sua resolução em solvers comerciais tais como CPLEX (IBM, 2009), XPRESS (FICO, 2007) entre outros, a otimização cônica é mais eficiente em termos de esforço computacional (JABR, 2013). Na matriz  $W$  em (51),  $W \geq 0$  pode ser relaxada usando otimização cônica de segunda ordem (TAYLOR; HOVER, 2013) substituindo-a por uma equação cônica de segunda ordem como em (52) e (53).

$$W_{ii}W_{jj} \geq e_{ij}^2 + f_{ij}^2 \quad \forall ij \in \mathbf{R} \quad (52)$$

$$e_{ij} \geq 0 \quad \forall ij \in \mathbf{R}. \quad (53)$$

Portanto, a formulação convexa das equações de fluxo de potência AC (TAYLOR; HOVER, 2013; JABR, 2013) é dada por (54)-(59).

$$p_i^{inj}(\mathbf{d}, \mathbf{e}, \mathbf{f}) = G_{ii}d_i + \sum_{\substack{j \in \mathbf{B} \\ j \neq i}} (G_{ij}e_{ij} + B_{ij}f_{ij}) \quad \forall i \in \mathbf{B} \quad (54)$$

$$q_i^{inj}(\mathbf{d}, \mathbf{e}, \mathbf{f}) = -B_{ii}d_i + \sum_{\substack{j \in \mathbf{B} \\ j \neq i}} (G_{ij}f_{ij} - B_{ij}e_{ij}) \quad \forall i \in \mathbf{B} \quad (55)$$

$$d_i d_j \geq e_{ij}^2 + f_{ij}^2 \quad \forall ij \in \mathbf{R} \quad (56)$$

$$-\varepsilon_\delta \leq \delta_i - \delta_j - e_{ij} \leq \varepsilon_\delta \quad \forall ij \in \mathbf{R} \quad (57)$$

$$e_{ij} \geq 0 \quad \forall ij \in \mathbf{R} \quad (58)$$

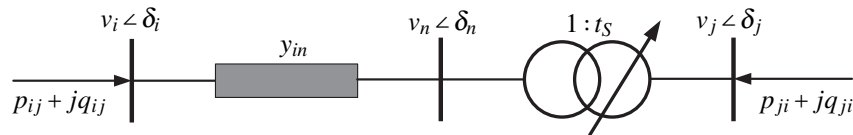
$$d_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}. \quad (59)$$

onde os elementos da matriz  $W$  são representadas pelo vetor  $\mathbf{d}$ . As Equações (54) e (55) são as equações lineares das injeções das potências ativa e reativa. A equação (56) é a equação cônica de segunda ordem que resulta da relaxação de (54) e (55). A equação (57) representa a relaxação dos ângulos das tensões nas barras. A não-negatividade das variáveis  $e_{ij} \mid \forall ij \in \mathbf{R}$  e  $d_i \mid \forall i \in \mathbf{B}$  é dada por (58) e (59).

#### 4.2 MODELAGEM DOS TRANSFORMADORES COM TAPS VARIÁVEIS NO PPOR

Na formulação em (54)-(59) o ajuste dos taps dos transformadores com controle de taps não é representado como uma variável. Para considerar o mesmo na solução do fluxo de potência, é necessário obter a sua formulação como um novo conjunto de restrições. Esta formulação é obtida considerando a matriz de admitâncias  $y_{in}$  em série com um transformador ideal com tap  $1 : t_S$ , como mostrado na Figura 6.

Figura 6 - Circuito equivalente do transformador com controle automático de taps



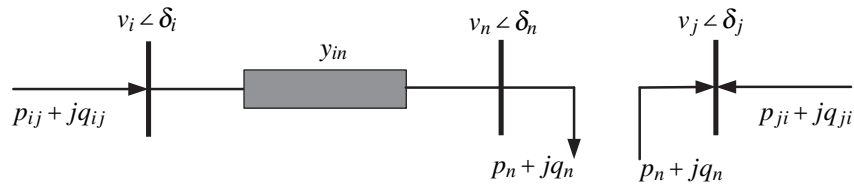
Fonte: Jabr (2008)

Por outro lado, como ilustra-se na Figura 7, a potência complexa em ambos lados do transformador ideal é a mesma, isto pode ser feito considerando as barras  $n$  e  $j$  como uma “super-barra”. Escrever as equações das injeções de potências ativa e reativa nesta “super-barra” é equivalente injetar a potência da barra  $n$  para a barra  $j$  (JABR, 2013).

Desta forma a relação do tap do transformador em função da tensão pode ser expressa como (60).

$$T_{nj}^{\min} \leq \frac{v_j}{v_n} \leq T_{nj}^{\max} \quad \forall ij \in \mathbf{T}. \quad (60)$$

Figura 7 - Modelo de injeção de potência no transformador com controle automático de taps



Fonte: Jabr (2008)

onde a equação (60), pode ser reformulada como uma equação cônica em função do vetor de variáveis  $\mathbf{d}$ , fazendo  $\mathbf{d} = \mathbf{v}^2$ , como (61).

$$(T_{nj}^{\min})^2 d_n \leq d_j \leq (T_{nj}^{\max})^2 d_n \quad \forall ij \in \mathbf{T}. \quad (61)$$

A formulação da restrição para o transformador com taps fixos, pode ser feito de forma similar ao transformador com controle de taps, resultando na equação (62).

$$d_j = \Delta_{ij}^2 d_i \quad \forall ij \in \mathbf{F}. \quad (62)$$

Para a modelagem dos ajustes dos taps em passos discretos deve-se determinar dois parâmetros importantes como são o número de passos ( $\Lambda$ ) e a regulação de transformação ( $\Gamma$ ). Estes parâmetros são fornecidos pelo fabricante. Geralmente o número de passos que um transformador com controle de taps têm é de 32 passos ( $\pm 16$ ), mais um passo neutro na posição “0” (CALOVIC, 1984; ACHA; AMBRIZ-PEREZ; FUERTE-ESQUIVEL, 2000). A regulação de transformação é expressa em porcentagem e também é um parâmetro fornecido pelo fabricante e depende das faixas de regulação necessárias no SEP. Os valores mais conhecidos de regulação são 5% e 10%, estes valores podem ser também calculados conhecendo os limites máximo e mínimo dos valores dos taps na primeira e última posições. A equação da regulação de transformação é dada por (63).

$$\Gamma_{ij} = \frac{T_{ij}^{\max} - T_{ij}^{\min}}{2} \quad \forall ij \in \mathbf{T}. \quad (63)$$

Portanto, as equações que representam os ajustes dos taps em passos discretos, podem ser modeladas como (64)-(66).

$$t_{S_{ij}} = 1 + \frac{2\Gamma_{ij}}{\Lambda_{ij}} t_{N_{ij}} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (64)$$

$$-\frac{\Lambda_{ij}}{2} \leq t_{N_{ij}} \leq \frac{\Lambda_{ij}}{2} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (65)$$

$$t_{N_{ij}} \in \mathbf{I} \quad \forall ij \in \mathbf{T}. \quad (66)$$

onde a Equação (64) representa o cálculo dos ajustes dos taps levando em conta a sua posição nos enrolamentos do transformador, e (65) representa o limite de número de taps. Os valores dos ajustes dos taps em cada posição podem ser facilmente calculados usando (64)-(66), os quais são mostrados na Tabela 1, onde se apresentam as posições dos taps e os seus ajustes correspondentes para os valores de regulação de 5% e 10%.

Tabela 1 - Posições e ajustes dos taps de um transformador com controle automático de taps para diferentes regulações de transformação

$\Gamma = 5\%$				$\Gamma = 10\%$			
Posição do Tap	Ajuste do Tap	Posição do Tap	Ajuste do Tap	Posição do Tap	Ajuste do Tap	Posição do Tap	Ajuste do Tap
-16	0,9500	1	1,0031	-16	0,9000	1	1,0063
-15	0,9531	2	1,0063	-15	0,9063	2	1,0125
-14	0,9562	3	1,0094	-14	0,9125	3	1,0188
-13	0,9594	4	1,0125	-13	0,9187	4	1,0250
-12	0,9625	5	1,0156	-12	0,9250	5	1,0313
-11	0,9656	6	1,0188	-11	0,9313	6	1,0375
-10	0,9688	7	1,0219	-10	0,9375	7	1,0438
-9	0,9719	8	1,0250	-9	0,9437	8	1,0500
-8	0,9750	9	1,0281	-8	0,9500	9	1,0562
-7	0,9781	10	1,0313	-7	0,9563	10	1,0625
-6	0,9812	11	1,0344	-6	0,9625	11	1,0688
-5	0,9844	12	1,0375	-5	0,9688	12	1,0750
-4	0,9875	13	1,0406	-4	0,9750	13	1,0813
-3	0,9906	14	1,0438	-3	0,9812	14	1,0875
-2	0,9938	15	1,0469	-2	0,9875	15	1,0938
-1	0,9969	16	1,0500	-1	0,9938	16	1,1000
0	1,0000			0	1,0000		

Fonte: Do autor

Para considerar a formulação dos taps discretos (64)-(66) no PPOR convexo proposto, é necessário reformular estas equações em função do vetor de variáveis auxiliares das tensões

$\mathbf{d}$  nas barras do transformador. Portanto, com base nas equações (60) e (61), é possível obter uma formulação que represente os ajustes dos taps em passos discretos válida para o problema convexo de PPOR proposto, e que pode ser formulado como (67)-(69).

$$d_j = (T_{ij}^{\min})^2 d_i + \frac{4\Gamma_{ij}}{\Lambda_{ij}} t_{N_{ij}} d_i \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (67)$$

$$\{d_i, d_j\} \geq 0 \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (68)$$

$$t_{N_{ij}} \in \mathbf{I} \quad \forall ij \in \mathbf{T}. \quad (69)$$

onde (67) representa o incremento ou decréto de  $d_j$  em função das variáveis  $d_i$  e da posição do tap ( $t_{N_{ij}}$ ), conhecendo previamente  $T_{ij}^{\min}$ ,  $\Gamma_{ij}$  e  $\Lambda_{ij}$ . A formulação em (67)-(69) é não linear inteira pelo produto das variáveis inteira  $t_{N_{ij}}$  e contínua  $d_i$ , no entanto este produto de duas variáveis pode ser relaxado usando a metodologia proposta em Fortuny-Amat e McCarl (1981) e Pereira et al. (2005). Desta forma para a relaxação do produto destas duas variáveis, a variável inteira  $t_{N_{ij}}$  é modelada como (70) e (71).

$$t_{N_{ij}} = \sum_{\substack{m \in \mathbf{M} \\ m=1}}^{\lceil \log_2(\Lambda_{ij}) \rceil} 2^{(m-1)} x_{ij,m} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (70)$$

$$x_{ij,m} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall m \in \mathbf{M}. \quad (71)$$

Considerando a formulação (70) e (71), (67)-(69) pode ser expresso como (72)-(74).

$$d_j = (1 - \Gamma_{ij})^2 d_i + \frac{4\Gamma_{ij}}{\Lambda_{ij}} \sum_{\substack{m \in \mathbf{M} \\ m=1}}^{\lceil \log_2(\Lambda_{ij}) \rceil} 2^{(m-1)} x_{ij,m} d_i \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (72)$$

$$\{d_i, d_j\} \geq 0 \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (73)$$

$$x_{ij,m} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall m \in \mathbf{M}. \quad (74)$$

Na Equação (72) agora tem-se um produto não linear de uma variável binária  $x_{ij,m}$  por uma variável contínua  $d_i$ , a qual é relaxada adicionando o conjunto de equações (75)-(81) considerando a metodologia apresentada em Fortuny-Amat e McCarl (1981) e Pereira et al. (2005).

$$y_{ij,m} = x_{ij,m} d_i \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (75)$$

$$y_{ij,m} \geq [(1 - \Gamma_{ij}) V_i^{\min}]^2 x_{ij,m} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (76)$$

$$y_{ij,m} \leq [(1 + \Gamma_{ij}) V_i^{\max}]^2 x_{ij,m} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (77)$$

$$d_i - y_{ij,m} \geq [(1 - \Gamma_{ij})V_i^{\min}]^2(1 - x_{ij,m}) \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (78)$$

$$d_i - y_{ij,m} \leq [(1 + \Gamma_{ij})V_i^{\max}]^2(1 - x_{ij,m}) \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (79)$$

$$d_i \geq 0 \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (80)$$

$$x_{ij,m} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall m \in \mathbf{M}. \quad (81)$$

Assim, o modelo matemático válido para o PPOR convexo proposto e que representa os ajustes dos taps dos transformadores com controle de taps em passo discretos é representado como um modelo de programação linear inteiro misto dado por (82)-(88).

$$d_j = (1 - \Gamma_{ij})^2 d_i + \frac{4\Gamma_{ij}}{\Lambda_{ij}} \sum_{\substack{m \in \mathbf{M} \\ m=1}}^{\lceil \log_2(\Lambda_{ij}) \rceil} 2^{(m-1)} y_{ij,m} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (82)$$

$$y_{ij,m} \geq [(1 - \Gamma_{ij})V_i^{\min}]^2 x_{ij,m} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (83)$$

$$y_{ij,m} \leq [(1 + \Gamma_{ij})V_i^{\max}]^2 x_{ij,m} \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (84)$$

$$d_i - y_{ij,m} \geq [(1 - \Gamma_{ij})V_i^{\min}]^2(1 - x_{ij,m}) \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (85)$$

$$d_i - y_{ij,m} \leq [(1 + \Gamma_{ij})V_i^{\max}]^2(1 - x_{ij,m}) \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (86)$$

$$\{d_i, d_j\} \geq 0 \quad \forall ij \in \mathbf{T} \quad (87)$$

$$x_{ij,m} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall m \in \mathbf{M}. \quad (88)$$

### 4.3 FORMULAÇÃO CONVEXA MULTI-PERÍODO DO PPOR

Na seção anterior a formulação convexa para a solução PPOR foi desenvolvida. No entanto como o PPOR é um problema de planejamento, na formulação é necessário considerar dois fatores importantes 1) definir qual é o horizonte de planejamento (curto prazo, médio prazo ou longo prazo) e 2) determinar o tipo de modelo, estático ou dinâmico. A determinação do tipo de modelo depende da temporalidade dos dados, o problema de otimização pode ser estático (mono-período) onde os parâmetros do problema não variam durante a solução, ou dinâmico (multi-período) onde alguns parâmetros do problema podem variar entre os diferentes períodos, e uma solução ótima deve ser determinada para cada um dos períodos estabelecidos.

No planejamento estático, o planejador procura obter uma solução ótima para o local, capacidade e tipo de fontes reativas a serem instaladas no SEP para um determinado horizonte de planejamento. Nesta abordagem, o planejador não está interessado em determinar quando as fontes reativas devem ser instalados ou os investimentos devem ser feitos, mas sim em encontrar uma solução ótima final do estado do SEP para uma determinada situação futura. Quando se considera um único período, deve-se determinar o planejamento considerando que o valor presente do custo total de investimento seja o mínimo para o horizonte de planejamento con-

siderado nesse único período. Por outro lado, no planejamento dinâmico, a solução do PPOR deve produzir respostas para três questões básicas: 1) onde alocar as fontes reativas; 2) que tipo de fontes reativas e as suas capacidades devem ser alocadas; e, 3) quando elas devem ser alocadas no SEP ao longo do horizonte de planejamento. Neste caso, o modelo de otimização deve minimizar o valor presente de todos os custos envolvidos em cada período na função objetivo.

Um fator importante que é impactado pelo tipo de problema (estático e dinâmico) é o fator econômico. Uma avaliação econômica num horizonte inter-temporal permite obter um esquema de investimentos ótimos pela consideração do valor temporal dos investimentos. O uso de um método de avaliação econômica estática, significa ignorar o valor econômico dos investimentos no horizonte de planejamento. Enquanto que o uso de um método de avaliação dinâmica, significa levar em conta o valor econômico dos investimentos.

Na literatura a solução do PPOR de forma determinística considerando uma formulação multi-período ou dinâmica é escassa, a mais recente apresentada em [Jabr \(2013\)](#) resolve o problema de planejamento de redes de transmissão e reativos usando uma formulação que aborda os dois problemas de forma simultânea. Neste capítulo, a formulação convexa do PPOR desenvolvida nas seções anteriores deste capítulo é estendida para uma formulação dinâmica para um esquema de operação centralizado que permita obter soluções ótimas globais, levando em conta a temporalidade da demanda e dos custos totais.

Neste trabalho a temporalidade dos investimentos é considerada através dos custos futuros de alocação e operação das novas fontes reativas a serem instalada no SEP, e que são trazidos ao presente através da equação (89)

$$\sum_{t \in \mathbf{P}} \frac{1}{(1+r_t)^t} \quad (89)$$

onde  $r_t$  é a taxa de juros em cada período. Portanto, a formulação convexa inteira mista dinâmica para a solução do PPOR determinístico em um esquema de operação centralizado, é dada por (90)-(114).

$$\min f = \sum_{t \in \mathbf{P} | t=1} \frac{1}{(1+r_t)^t} \left[ \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i}(u_{i,t}^+ + u_{i,t}^-) + \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{V_i}(q_{i,t}^+ + q_{i,t}^-) \right] + \sum_{t \in \mathbf{P} | t>1} \frac{1}{(1+r_t)^t} \left[ \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i}(u_{i,t}^+ - u_{i,t-1}^+) + \sum_{i \in \Omega_{\mathbf{N}}} K_{F_i}(u_{i,t}^- - u_{i,t-1}^-) + \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{V_i}(q_{i,t}^+ + q_{i,t}^-) \right] \quad (90)$$

s.a:

$$P_{G_{i,t}} - P_{D_{i,t}} - p_{i,t}^{inj} = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (91)$$

$$q_{G_{i,t}} - Q_{D_{i,t}} + qsh_{i,t} + q_{i,t}^+ - q_{i,t}^- - q_{i,t}^{inj} = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (92)$$

$$d_{i,t}d_{j,t} \geq e_{ij,t}^2 + f_{ij,t}^2 \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (93)$$

$$-\varepsilon_\delta \leq \delta_{i,t} - \delta_{j,t} - e_{ij,t} \leq \varepsilon_\delta \quad \forall ij \in \mathbf{R}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (94)$$

$$Q_{G_i}^{\min} \leq q_{G_i,t} \leq Q_{G_i}^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{G}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (95)$$

$$(V_i^{\min})^2 \leq d_{i,t} \leq (V_i^{\max})^2 \quad \forall i \in \mathbf{B}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (96)$$

$$d_{j,t} = \Delta_{ij}^2 d_{i,t} \quad \forall ij \in \mathbf{F}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (97)$$

$$d_{j,t} = (1 - \Gamma_{ij})^2 d_{i,t} + \frac{4\Gamma_{ij}}{\Lambda_{ij}} \sum_{\substack{m \in \mathbf{M} \\ m=1}}^{[\log_2(\Lambda_{ij})]} 2^{(m-1)} y_{ij,m,t} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (98)$$

$$y_{ij,m,t} \geq [(1 - \Gamma_{ij})V_i^{\min}]^2 x_{ij,m,t} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (99)$$

$$y_{ij,m,t} \leq [(1 + \Gamma_{ij})V_i^{\max}]^2 x_{ij,m,t} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (100)$$

$$d_{i,t} - y_{ij,m,t} \geq [(1 - \Gamma_{ij})V_i^{\min}]^2 (1 - x_{ij,m,t}) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (101)$$

$$d_{i,t} - y_{ij,m,t} \leq [(1 + \Gamma_{ij})V_i^{\max}]^2 (1 - x_{ij,m,t}) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (102)$$

$$p_{ij,t}^2 + q_{ij,t}^2 \leq (S_{ij}^{\max})^2 \quad \forall ij \in \mathbf{L}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (103)$$

$$Q_{SH_i}^{\min} \leq q_{SH_i,t} \leq Q_{SH_i}^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{E}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (104)$$

$$q_{i,t}^+ \leq Q_{P_i}^{\max} u_{i,t}^+ \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (105)$$

$$q_{i,t}^- \leq Q_{N_i}^{\max} u_{i,t}^- \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (106)$$

$$u_{i,t}^+ + u_{i,t}^- \leq 1 \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (107)$$

$$u_{i,t}^+ \leq u_{i,t-1}^+ \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} | t > 1 \quad (108)$$

$$u_{i,t}^- \leq u_{i,t-1}^- \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} | t > 1 \quad (109)$$

$$u_{i,t}^+ \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (110)$$

$$u_{i,t}^- \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (111)$$

$$x_{ij,m,t} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall m \in \mathbf{M}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (112)$$

$$\{q_{i,t}^+, q_{i,t}^-\} \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (113)$$

$$d_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (114)$$

onde, a função objetivo (90) consiste em minimizar o valor presente dos custos fixos de alocação e os custos variáveis de operação das novas fontes reativas a serem instaladas no SEP, isto, sujeito às restrições de balanço de potências ativa e reativa representadas pelas equações convexas (91), (92), (93) e (94); restrição dos limites máximo e mínimo de produção de potência reativa dos geradores (95); restrição de limites da magnitude de tensões nas barras do SEP (96); restrição da relação de transformação nos transformadores com tap fixo (97); restrições que representam os ajustes dos taps dos transformadores com controle de taps em passos discretos (98)-(102); restrição de limite de transferência máxima de potência total pelas linhas de transmissão (103); restrição do limites mínimo e máximo de potência reativa gerada pelas fontes reativas existentes (104); restrições dos limites máximos de produção de potências reativas capacitiva e indutiva geradas pelas novas fontes reativas a serem instaladas (105) e (106);

restrição (107) que garante a alocação de apenas um tipo de fonte de potência reativa; restrições inter-temporais (108) e (109), que atuam sobre os custos fixos de alocação de novas fontes fazendo com que o custo de cada fonte instalada ao longo do horizonte de planejamento seja considerado apenas uma vez.

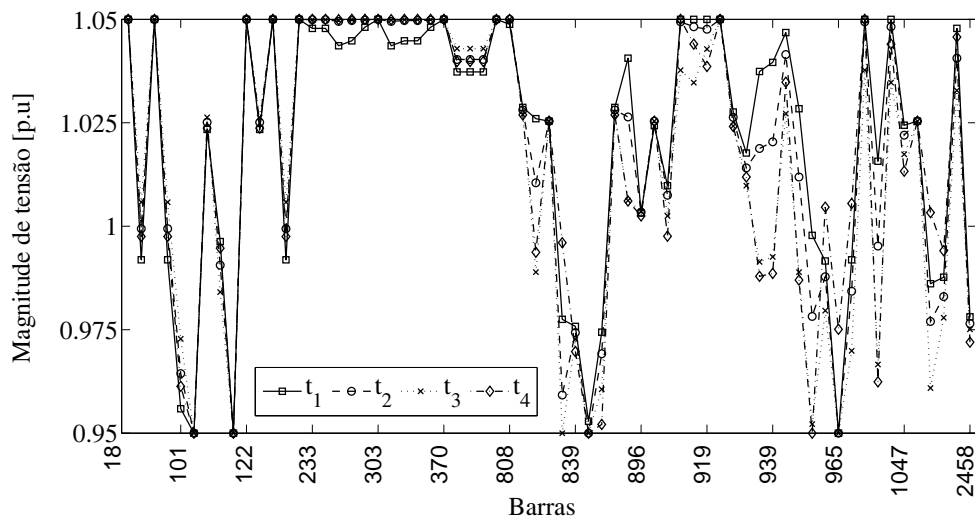
#### 4.3.1 Testes e Resultados

Nesta seção são apresentados os testes e resultados para a solução de forma centralizada do PPOR do SEP equivalente Sul Sudeste Brasileiro (ver Figura 33 no Apêndice B) cujos parâmetros técnicos são fornecidos em UFF (2011). O problema foi escrito em AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2002) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (IBM, 2009) sob o sistema operacional Linux, em um computador Dell PowerEdge R910×64, 128 GB de RAM e 1.87 GHz.

Para a solução do problema foram consideradas todas as barras do SEP como barras candidatas à alocação de novas fontes reativas. O horizonte de planejamento considerado é de quatro anos dividido em períodos de um ano. Uma taxa anual de 7% é considerada para o cálculo do valor presente dos custos ao longo do horizonte de planejamento. As demandas ativa e reativa para cada período são calculadas assumindo uma taxa de crescimento anual de 3% considerando a demanda do período  $t_0$  como a demanda base. Os limites das magnitudes das tensões nas barras são de  $V^{\min} = 0,95$  pu e  $V^{\max} = 1,05$  pu. A regulação de transformação ( $\Gamma$ ) e o número de passos ( $\Lambda$ ) considerados para os transformadores com controle de taps é de 10% e 32 passos ( $\pm 16$ ), respectivamente. Os custos de investimento das novas fontes reativas candidatas e as suas capacidades encontram-se na Tabela 16 no Apêndice B.

A soluções mostram que no período  $t_0$  não é necessária a alocação de novas fontes reativas, pois as reservas existentes nesse período são suficientes para satisfazer as demandas e garantir uma operação segura do SEP. Na Figura 8 ilustra-se a solução ótima dos valores das magnitudes das tensões nas barras do SEP após o processo de otimização do PPOR ao longo do horizonte de planejamento estabelecido. Todas as tensões estão dentro dos limites operacionais estabelecidos garantindo segurança e confiabilidade na operação do SEP em cada período de planejamento.

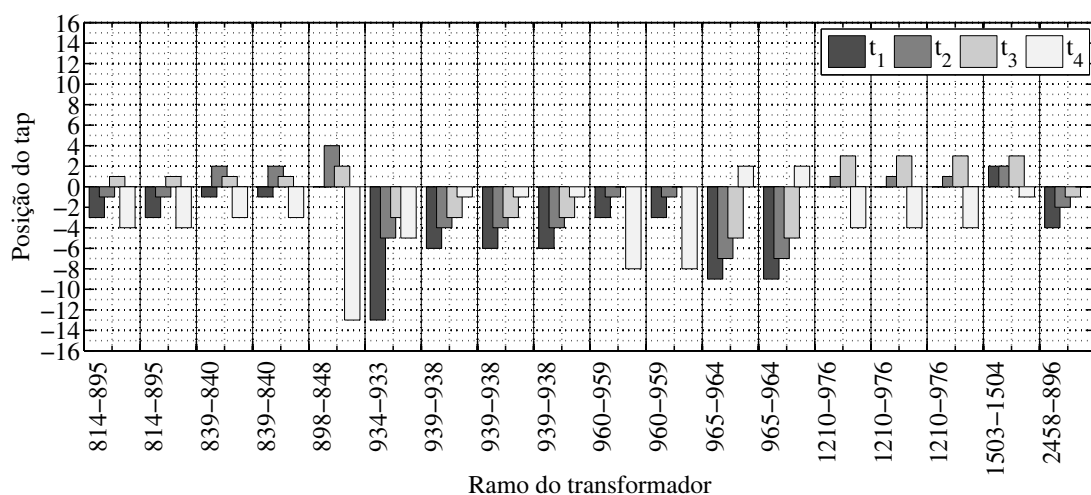
Figura 8 - Perfil de tensões



Fonte: Do autor

Os resultados dos ajustes dos taps dos transformadores com controle de taps em passos discretos são mostrados na Figura 9. Note-se que a diferença nas posições dos taps entre os períodos é substancial para cada transformador, o que evidencia a variação das demandas no SEP entre os períodos de análise e a movimentação destes para a minimização dos custos.

Figura 9 - Ajustes dos taps em passos discretos



Fonte: Do autor

Na Tabela 2 descreve-se o plano de expansão do PPO ao longo do horizonte de planejamento. A solução ótima mostra os investimentos necessários em cada período, os despachos de reativos totais das novas fontes em cada período e as barras onde devem ser alocadas as novas fontes. É importante mencionar que segundo as soluções, apenas potência reativa capacitiva é

necessária no SEP ao longo do horizonte de planejamento. Este tipo de compensação satisfaz o critério de confiabilidade mantendo as tensões dentro dos limites estabelecidos e garantindo a transferência e o fornecimento de potência ativa às cargas. Estes resultados mostram a importância da solução do PPOR como um problema dinâmico, segundo as soluções os investimentos são feitos de forma sequencial segundo as necessidades de reativos no SEP para satisfazer o crescimento da demanda. Em um problema de tipo estático, o total destes investimentos deveria ser feito de uma vez só.

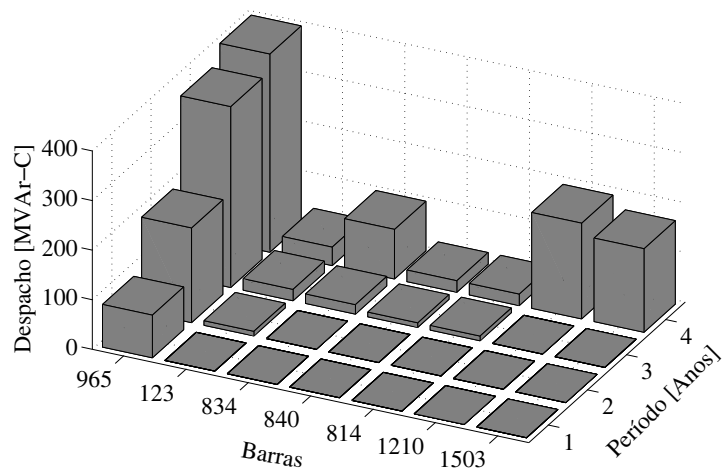
Tabela 2 - Plano de expansão do PPOR

Período	Investimentos		Despacho de Reativos		Plano de Expansão
	Fixos	Operação	$q^-$	$q^+$	
Anos	[10 <sup>6</sup> R\$]	[10 <sup>6</sup> R\$]	Q[MVAr-I]	Q[MVAr-C]	Alocação nas barras do SEP
$t_1$	74,77	0,43	0,00	86,00	965
$t_2$	52,41	0,94	0,00	200,43	123
$t_3$	32,65	1,94	0,00	416,53	834, 840
$t_4$	76,29	5,67	0,00	853,63	814, 1210, 1503

Fonte: Do autor

Na Figura 10 ilustram-se os despachos de potência reativa capacitiva em cada período de cada nova fonte reativa instalada no SEP. As soluções mostram que a maior quantidade de potência reativa capacitiva é despachada pela fonte reativa instalada no período  $t_1$ , na barra 965 da área 2 do SEP. Os despachos em cada período de planejamento são de  $q_{965,1}^+ = 86$  MVAr-C,  $q_{965,2}^+ = 191$  MVAr-C,  $q_{965,3}^+ = 365$  MVAr-C e  $q_{965,4}^+ = 400$  MVAr-C. Uma nova fonte reativa é instalada na barra 123 da área 1 no período  $t_2$  fornecendo potência reativa capacitiva de  $q_{123,2}^+ = 9$  MVAr-C,  $q_{123,3}^+ = 23$  MVAr-C e  $q_{123,4}^+ = 37$  MVAr-C. No período  $t_3$  duas novas fontes são instaladas na área 2 despachando  $q_{834,3}^+ = 19$  MVAr-C,  $q_{834,4}^+ = 100$  MVAr-C e  $q_{840,3}^+ = 9$  MVAr-C,  $q_{840,4}^+ = 23$  MVAr-C. Finalmente no período  $t_4$  são instaladas três novas fontes reativas duas na área 2 e uma área 1, fornecendo potência reativa de  $q_{814,4}^+ = 100$  MVAr-C,  $q_{1210,4}^+ = 193$  MVAr-C e  $q_{1503,4}^+ = 169$  MVAr-C, respectivamente.

Figura 10 - Despacho de reativos das fontes instaladas



Fonte: Do autor

A função objectivo do problema otimizado é de R\$  $245,1 \times 10^6$  que corresponde ao custo total de expansão no final do período de planeamento.

## 5 PLANEJAMENTO DE REATIVOS MULTI-ÁREA: ABORDAGEM DETERMINÍSTICA

Um sistema elétrico multi-área, geralmente, é composto por vários sistemas elétricos regionais interligados. Cada região interligada é controlada pelos diferentes OST regionais. Quando são programadas transações de energia entre os diferentes sistemas elétricos regionais interligados, é necessária uma solução do problema multi-área. No entanto, na prática, a grande dimensão do sistema elétrico multi-área poderia tornar esta tarefa complicada. Além disso, os OST regionais poderiam não estar dispostos a compartilhar os seus dados e informações. Portanto uma boa alternativa para que os OST regionais possam manter os dados confidenciais dos seus sistemas elétricos, seria ter um operador central para coordenar os resultados necessários obtidos pelos OST de cada região e determinar a solução do sistema multi-área.

Para que um sistema elétrico multi-área opere de forma segura e confiável garantindo um serviço de qualidade aos seus consumidores, este deve ser continuamente monitorado e controlado. Num esquema de operação multi-área, as funções de monitoramento e controle são distribuídas entre os OST de cada área ou região. Cada OST regional deve manter um alto nível de segurança do seu sistema elétrico, seja este de pequeno ou de grande porte. A segurança individual de um sistema regional resulta na segurança do sistema eléctrico multi-área, um sistema regional inseguro embora pequeno pode contribuir com o colapso de tensão do sistema multi-área.

As contribuições sobre o PPOOR existentes atualmente na literatura baseiam-se no uso de técnicas de decomposição para a solução principalmente do problema de fluxo de potência ótimo DC e AC em sistemas multi-área. Em [Baldick et al. \(1999\)](#) e [Kim e Baldick \(1997\)](#) o problema multi-área é resolvido de forma descentralizada usando Relaxação Lagrangiana Aumentada, onde o desacoplamento é realizado usando barras fictícias de fronteira dentro da zona de sobreposição entre as áreas vizinhas, de tal forma que todas as variáveis duplicadas relacionadas com as barras fictícias são forçadas a serem iguais na solução ótima. Enquanto que em [Conejo e Aguado \(1998\)](#) a Relaxação Lagrangiana padrão é usada e o desacoplamento é realizado através da inclusão de uma ou duas barras fictícias por linha de interligação, onde as equações de balanço de potências das barras fictícias são consideradas como restrições de acoplamento no problema original. O algoritmo de decomposição das condições de otimalidade é usado para resolver o fluxo de potência ótimo multi-área, DC em [Bakirtzis e Biskas \(2003\)](#) e [Biskas et al. \(2005\)](#) e AC em [Nogales, Prieto e Conejo \(2003\)](#) e em [Granada et al. \(2012\)](#) para resolver o problema de fluxo de potência reativa multi-área, onde as restrições do fluxo de potência e as equações de limite de capacidade das linhas de interligação são as restrições de

acoplamento do problema.

Neste capítulo, apresenta-se uma formulação convexa, multi-período determinística para a solução do PPOR em sistemas multi-área que é resolvido através de Relaxação Lagrangiana (CONEJO et al., 2006) como em Nogales, Prieto e Conejo (2003), de forma descentralizada, considerando que a solução do PPOR descentralizado é equivalente à solução que seria obtida se o sistema multi-área fosse resolvido como um problema centralizado.

Neste trabalho a metodologia de decomposição proposta não está orientada a melhorar a eficiência computacional, mas sim a preservar a independência de cada região ou área na solução do PPOR multi-área. Na solução do PPOR proposto não se requer o coordenador central que verifica a convergência do algoritmo do problema multi-área global, mas sim os intercâmbios da informação necessária entre as áreas interligadas que podem ser coordenados por qualquer área do sistema multi-área. Para isto, as restrições de acoplamento são dualizadas na função objetivo de cada área e também são mantidas como restrições do problema.

## 5.1 FORMULAÇÃO CENTRALIZADA DO PPOR MULTI-PERÍODO

Em geral, o PPOR multi-período centralizado é o problema original e pode ser formulado como:

$$\min_{\mathbf{z}} \mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{t}) \quad (115)$$

s.a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{z}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{\mathbf{t}} \quad (116)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{z}, \mathbf{t}) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{\mathbf{t}} \quad (117)$$

$$\mathbf{z}_{\mathbf{I}}(\mathbf{t}) \in \mathbf{I} \quad (118)$$

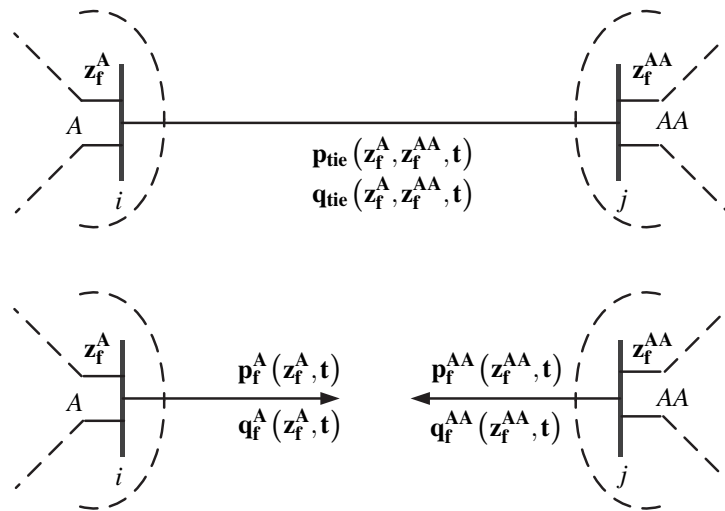
$$\mathbf{z}_{\mathbf{b}}(\mathbf{t}) \in \{\mathbf{0}/\mathbf{1}\}. \quad (119)$$

onde  $\mathbf{z}$ , representa o vetor de variáveis de estado e de controle contínuas e discretas. A função objetivo  $\mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{t})$  representa a função de custos das novas fontes reativas a serem instaladas no SEP em cada período  $\mathbf{t}$  ao longo do horizonte de planejamento. As funções  $\mathbf{g}(\mathbf{z}, \mathbf{t})$  e  $\mathbf{h}(\mathbf{z}, \mathbf{t})$  representam as restrições de igualdade e desigualdade lineares e convexas do PPOR em cada período  $\mathbf{t}$ . Os vetores  $\lambda_{\mathbf{t}}$  e  $\mu_{\mathbf{t}}$  são os multiplicadores de Lagrange associados a cada uma das restrições de igualdade e desigualdade em cada período  $\mathbf{t}$ , respetivamente.

## 5.2 FORMULAÇÃO DESCENTRALIZADA DO PPOR

O problema original (115)-(119) pode ser transformado em um problema de otimização multi-área equivalente ao problema original, usando uma estratégia de desacoplamento (BISKAS et al., 2005), que consiste na duplicação das variáveis dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de interligação entre as áreas em cada período  $\mathbf{p}_{\text{tie}}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \mathbf{t})$  e  $\mathbf{q}_{\text{tie}}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \mathbf{t})$ , pelas novas variáveis  $\mathbf{p}_f^A(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{t})$ ,  $\mathbf{q}_f^A(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{t})$ ,  $\mathbf{p}_f^{AA}(\mathbf{z}_f^{AA}, \mathbf{t})$  e  $\mathbf{q}_f^{AA}(\mathbf{z}_f^{AA}, \mathbf{t})$  como se ilustra na Figura 11.

Figura 11 - Princípio de desacoplamento



Fonte: Biskas et al. (2005)

A duplicação destas variáveis resulta na separação de (115)-(119) em áreas. Portanto o problema multi-área equivalente pode ser formulado como:

$$\min_{\mathbf{z}^A} f^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) \quad (120)$$

s.a:

$$\mathbf{g}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{\mathbf{t}}^A \quad (121)$$

$$\mathbf{h}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{\mathbf{t}}^A \quad (122)$$

$$\mathbf{g}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{f, \mathbf{t}}^A \quad (123)$$

$$\mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \mathbf{t}) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{f, \mathbf{t}}^A \quad (124)$$

$$\mathbf{z}_f^A(\mathbf{t}) \in \mathbf{I} \quad (125)$$

$$\mathbf{z}_b^A(\mathbf{t}) \in \{\mathbf{0}/\mathbf{1}\}. \quad (126)$$

onde as novas restrições  $\mathbf{g}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \mathbf{t})$  e  $\mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \mathbf{t})$  são restrições de igualdade e desigualdade respectivamente para cada período  $\mathbf{t}$  que no PPOR convexo proposto consistem das

equações de igualdade dos fluxos de potência ativa e reativa através das linhas de interligação e das restrições de desigualdade compostas pelas restrições cônicas das linhas de interligação e dos ângulos das tensões entre as barras de fronteira entre as áreas. Estas restrições são conhecidas também como restrições complicantes ou de acoplamento entre as áreas interligadas, e cada uma tem associada o seu multiplicador de Lagrange  $\lambda_{f,t}$  e  $\mu_{f,t}$  respectivamente.

Os multiplicadores de Lagrange associados a cada restrição de acoplamento podem ser interpretados como o custo marginal para satisfazer essa restrição. Por exemplo, os multiplicadores de Lagrange associados as restrições de balanço de potências ativa e reativa de um SEP podem ser interpretados como o custo marginal da potência ativa e reativa produzida em cada barra em R\$/MW e R\$/MVA, respectivamente. Esses custos marginais podem ser usados para determinar os preços spot em cada barra do SEP. Em um sistema multi-área os multiplicadores de Lagrange associados com as restrições de acoplamento, os intercâmbios de potência podem ser interpretados como os custos marginais de uma área importar ou exportar potência para satisfazer as restrições de interligação do problema multi-área.

Considerando o problema (120)-(126), as condições de otimalidade de KKT deste problema para cada área  $A$  podem ser escritas como (127)-(135).

$$\nabla_{z^A} f^A(z^{A,*}, t) + [\lambda_t^{A,*}]^T \nabla_{z^A} g^A(z^{A,*}, t) + [\mu_t^{A,*}]^T \nabla_{z^A} h^A(z^{A,*}, t) + [\lambda_{f,t}^{A,*}]^T \nabla_{z_f^A} g_{tie}^A(z_f^{A,*}, z_f^{AA,*}, t) + [\mu_{f,t}^{A,*}]^T \nabla_{z_f^A} h_{tie}^A(z_f^{A,*}, z_f^{AA,*}, t) = \mathbf{0} \quad (127)$$

$$g^A(z^{A,*}, t) = \mathbf{0} \quad (128)$$

$$h^A(z^{A,*}, t) \leq \mathbf{0} \quad (129)$$

$$\mu_t^{A,*} h^A(z^{A,*}, t) = \mathbf{0} \quad (130)$$

$$g_{tie}^A(z_f^{A,*}, z_f^{AA,*}, t) = \mathbf{0} \quad (131)$$

$$h_{tie}^A(z_f^{A,*}, z_f^{AA,*}, t) = \mathbf{0} \quad (132)$$

$$\mu_{f,t}^{A,*} h_{tie}^A(z_f^{A,*}, z_f^{AA,*}, t) = \mathbf{0} \quad (133)$$

$$\mu_t^{A,*} \geq \mathbf{0} \quad (134)$$

$$\mu_{f,t}^{A,*} \geq \mathbf{0}. \quad (135)$$

A formulação do PPOR multi-área descentralizado e decomposto para cada área  $A$  é dada por (136)-(142).

$$\min_{z^A} f^A(z^A, t) + [\hat{\lambda}_{f,t}^{AA}]^T g_{tie}^{AA}(z_f^A, \hat{z}_f^{AA}, t) + [\hat{\mu}_{f,t}^{AA}]^T h_{tie}^{AA}(z_f^A, \hat{z}_f^{AA}, t) \quad (136)$$

s.a:

$$\mathbf{g}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_t^A \quad (137)$$

$$\mathbf{h}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_t^A \quad (138)$$

$$\mathbf{g}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{f,t}^A \quad (139)$$

$$\mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{f,t}^A \quad (140)$$

$$\mathbf{z}_f^A(\mathbf{t}) \in \mathbf{I} \quad (141)$$

$$\mathbf{z}_b^A(\mathbf{t}) \in \{\mathbf{0}/\mathbf{1}\}. \quad (142)$$

As condições de otimalidade de KKT do problema (136)-(142) para cada área  $A$  podem ser escritas como (143)-(151).

$$\nabla_{\mathbf{z}^A} \mathbf{f}^A(\mathbf{z}^{A,*}, \mathbf{t}) + [\lambda_t^{A,*}]^T \nabla_{\mathbf{z}^A} \mathbf{g}^A(\mathbf{z}^{A,*}, \mathbf{t}) + [\mu_t^{A,*}]^T \nabla_{\mathbf{z}^A} \mathbf{h}^A(\mathbf{z}^{A,*}, \mathbf{t}) + [\lambda_{f,t}^{\text{AA},*}]^T \nabla_{\mathbf{z}_f^{\text{AA}}} \mathbf{g}_{\text{tie}}^{\text{AA}}(\mathbf{z}_f^{A,*}, \mathbf{z}_f^{\text{AA},*}, \mathbf{t}) + [\mu_{f,t}^{\text{AA},*}]^T \nabla_{\mathbf{z}_f^{\text{AA}}} \mathbf{h}_{\text{tie}}^{\text{AA}}(\mathbf{z}_f^{A,*}, \mathbf{z}_f^{\text{AA},*}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad (143)$$

$$\mathbf{g}^A(\mathbf{z}^{A,*}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad (144)$$

$$\mathbf{h}^A(\mathbf{z}^{A,*}, \mathbf{t}) \leq \mathbf{0} \quad (145)$$

$$\mu_t^{A,*} \mathbf{h}^A(\mathbf{z}^{A,*}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad (146)$$

$$\mathbf{g}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^{A,*}, \mathbf{z}_f^{\text{AA},*}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad (147)$$

$$\mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^{A,*}, \mathbf{z}_f^{\text{AA},*}, \mathbf{t}) \leq \mathbf{0} \quad (148)$$

$$\mu_{f,t}^{A,*} \mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^{A,*}, \mathbf{z}_f^{\text{AA},*}, \mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad (149)$$

$$\mu_t^{A,*} \geq \mathbf{0} \quad (150)$$

$$\mu_{f,t}^{A,*} \geq \mathbf{0}. \quad (151)$$

Note-se que as condições de otimalidade de KKT dos problemas em (127)-(135) e (143)-(151), são equivalentes, o que garante que a solução ótima obtida pelo problema (120)-(126) é equivalente a solução ótima obtida pelo problema (136)-(142) (NOGALES; PRIETO; CONEJO, 2003).

A formulação (136)-(142), é a formulação que os OST de cada região devem resolver trocando apenas informações das barras de fronteira para a solução do problema multi-área.

Neste contexto, no PPOR multi-área a função objetivo que é composta pela função de custos e pelas funções das restrições de acoplamento dualizadas é dada por (152).

$$\min f^A = \sum_{t \in \mathbf{T} | t=1} \frac{1}{(1+r_t)^t} \left[ \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i} (u_{i,t}^+ + u_{i,t}^-) + \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{V_i} (q_{i,t}^+ + q_{i,t}^-) \right] +$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{t \in \mathbf{T} | t > 1} \frac{1}{(1+r_t)^t} \left[ \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i} (u_{i,t}^+ - u_{i,t-1}^+) + \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i} (u_{i,t}^- - u_{i,t-1}^-) + \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{V_i} (q_{i,t}^+ + q_{i,t}^-) \right] + \\
& \left[ \sum_{j \in \Psi_f^{AA}} \hat{\lambda} p_{j,t}^{AA} \right]^T \left[ p_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A) - \sum_{ij \in \Phi_{tie}^{AA}} \hat{p}_{ij,t}^{tie,AA}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}) \right] + \\
& \left[ \sum_{j \in \Psi_f^{AA}} \hat{\lambda} q_{j,t}^{AA} \right]^T \left[ q_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A) - \sum_{ij \in \Phi_{tie}^{AA}} \hat{q}_{ij,t}^{tie,AA}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}) \right] + \\
& \left[ \sum_{ij \in \Phi_{tie}^{AA}} \hat{\mu} c_{j,t}^{AA} \right]^T \hat{h} c_{ij,t}^{AA}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}) + \left[ \sum_{ij \in \Phi_{tie}^{AA}} \hat{\mu} \alpha_{j,t}^{AA} \right]^T \hat{h} \alpha_{ij,t}^{AA}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}) \quad . \quad (152)
\end{aligned}$$

Nesta função objetivo o custo de investimento é formulado considerando a sua temporalidade. E as restrições de acoplamento dualizadas estão compostas pelas equações do balanço de potências ativa e reativa, as restrições cônicas e as restrições dos ângulos entre as áreas interligadas.

A função  $\mathbf{g}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) = \mathbf{0}$  é representada pelas restrições de igualdade de cada área, e é dada pelo conjunto de restrições (153)-(156).

$$P_{G_{i,t}} - P_{D_{i,t}} - p_{i,t}^{inj} - p_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A) = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \cup \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P} \quad (153)$$

$$q_{G_{i,t}} - Q_{D_{i,t}} + q_{sh_{i,t}} + q_{i,t}^+ - q_{i,t}^- - q_{i,t}^{inj} - q_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A) = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \cup \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P} \quad (154)$$

$$d_{j,t} = \Delta_{ij}^2 d_{i,t} \quad \forall ij \in \mathbf{F}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (155)$$

$$d_{j,t} = (1 - \Gamma_{ij})^2 d_{i,t} + \frac{4\Gamma_{ij}}{\Lambda_{ij}} \sum_{\substack{m \in \mathbf{M} \\ m=1}}^{\lceil \log_2(\Lambda_{ij}) \rceil} 2^{(m-1)} y_{ij,m,t} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P}. \quad (156)$$

A função  $\mathbf{h}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) \leq \mathbf{0}$  é composta pelas restrições de desigualdade de cada área, e é dada pelo conjunto de restrições (157)-(173).

$$d_{i,t} d_{j,t} \geq e_{ij,t}^2 + f_{ij,t}^2 \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (157)$$

$$-\varepsilon_\delta \leq \delta_{i,t} - \delta_{j,t} - e_{ij,t} \leq \varepsilon_\delta \quad \forall ij \in \mathbf{R}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (158)$$

$$Q_{G_i}^{\min} \leq q_{G_{i,t}} \leq Q_{G_i}^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{G}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (159)$$

$$(V_i^{\min})^2 \leq d_{i,t} \leq (V_i^{\max})^2 \quad \forall i \in \mathbf{B}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (160)$$

$$y_{ij,m,t} \geq [(1 - \Gamma_{ij}) V_i^{\min}]^2 x_{ij,m,t} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (161)$$

$$y_{ij,m,t} \leq [(1 + \Gamma_{ij}) V_i^{\max}]^2 x_{ij,m,t} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (162)$$

$$d_{i,t} - y_{ij,m,t} \geq [(1 - \Gamma_{ij}) V_i^{\min}]^2 (1 - x_{ij,m,t}) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (163)$$

$$d_{i,t} - y_{ij,m,t} \leq [(1 + \Gamma_{ij})V_i^{\max}]^2(1 - x_{ij,m,t}) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (164)$$

$$p_{ij,t}^2 + q_{ij,t}^2 \leq (S_{ij}^{\max})^2 \quad \forall ij \in \mathbf{L}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (165)$$

$$Q_{SH_i}^{\min} \leq qsh_{i,t} \leq Q_{SH_i}^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{E}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (166)$$

$$q_{i,t}^+ \leq Q_{P_i}^{\max} u_{i,t}^+ \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (167)$$

$$q_{i,t}^- \leq Q_{N_i}^{\max} u_{i,t}^- \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (168)$$

$$u_{i,t}^+ + u_{i,t}^- \leq 1 \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (169)$$

$$u_{i,t}^+ \leq u_{i,t-1}^+ \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} | t > 1 \quad (170)$$

$$u_{i,t}^- \leq u_{i,t-1}^- \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} | t > 1 \quad (171)$$

$$\{q_{i,t}^+, q_{i,t}^-\} \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (172)$$

$$d_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}, \forall t \in \mathbf{P}. \quad (173)$$

A função  $\mathbf{g}_{\text{tie}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A},*}, \mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{AA},*}, \mathbf{t}) = \mathbf{0}$ , é composta pelas restrições de igualdade de acoplamento entre as áreas interligadas, e esta dada por (174) e (175).

$$\sum_{ij \in \Phi_{\text{tie}}^{\mathbf{A}}} p_{ij,t}^{\text{tie},\mathbf{A}}(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A}}, \mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{AA}}) = p_{f_{i,t}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A}}) \quad : \quad \lambda p_{i,t}^{\mathbf{A}} \quad \forall i \in \Psi_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A}}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (174)$$

$$\sum_{ij \in \Phi_{\text{tie}}^{\mathbf{A}}} q_{ij,t}^{\text{tie},\mathbf{A}}(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A}}, \mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{AA}}) = q_{f_{i,t}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A}}) \quad : \quad \lambda q_{i,t}^{\mathbf{A}} \quad \forall i \in \Psi_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A}}, \forall t \in \mathbf{P}. \quad (175)$$

A função  $\mathbf{h}_{\text{tie}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A},*}, \mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{AA},*}, \mathbf{t}) \leq \mathbf{0}$ , é composta pelas restrições de desigualdade de acoplamento entre as áreas interligadas, e esta dada por (176) e (177).

$$d_{i,t}^{\mathbf{A}} d_{j,t}^{\mathbf{AA}} \geq (e_{ij,t}^{\mathbf{AA}})^2 + (f_{ij,t}^{\mathbf{AA}})^2 \quad : \quad \mu c_{ij,t}^{\mathbf{A}} \quad \forall ij \in \Phi_{\text{tie}}^{\mathbf{A}}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (176)$$

$$-\varepsilon_{\delta}^{\mathbf{A}} \leq \delta_{i,t}^{\mathbf{A}} - \delta_{j,t}^{\mathbf{AA}} - e_{ij,t}^{\mathbf{AA}} \leq \varepsilon_{\delta}^{\mathbf{A}} \quad : \quad \mu a_{ij,t}^{\mathbf{A}} \quad \forall ij \in \Phi_{\text{tie}}^{\mathbf{A}}, \forall t \in \mathbf{P}. \quad (177)$$

Finalmente, o conjunto de variáveis (178)-(180) representam as variáveis binárias do PPOR multi-área dadas por  $\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{t}) \in \mathbf{I}$  e  $\mathbf{z}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{t}) \in \mathbf{I}$  no problema (136)-(142).

$$u_{i,t}^+ \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (178)$$

$$u_{i,t}^- \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (179)$$

$$x_{ij,m,t} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall m \in \mathbf{M}, \forall t \in \mathbf{P}. \quad (180)$$

### 5.2.1 Critério de Convergência

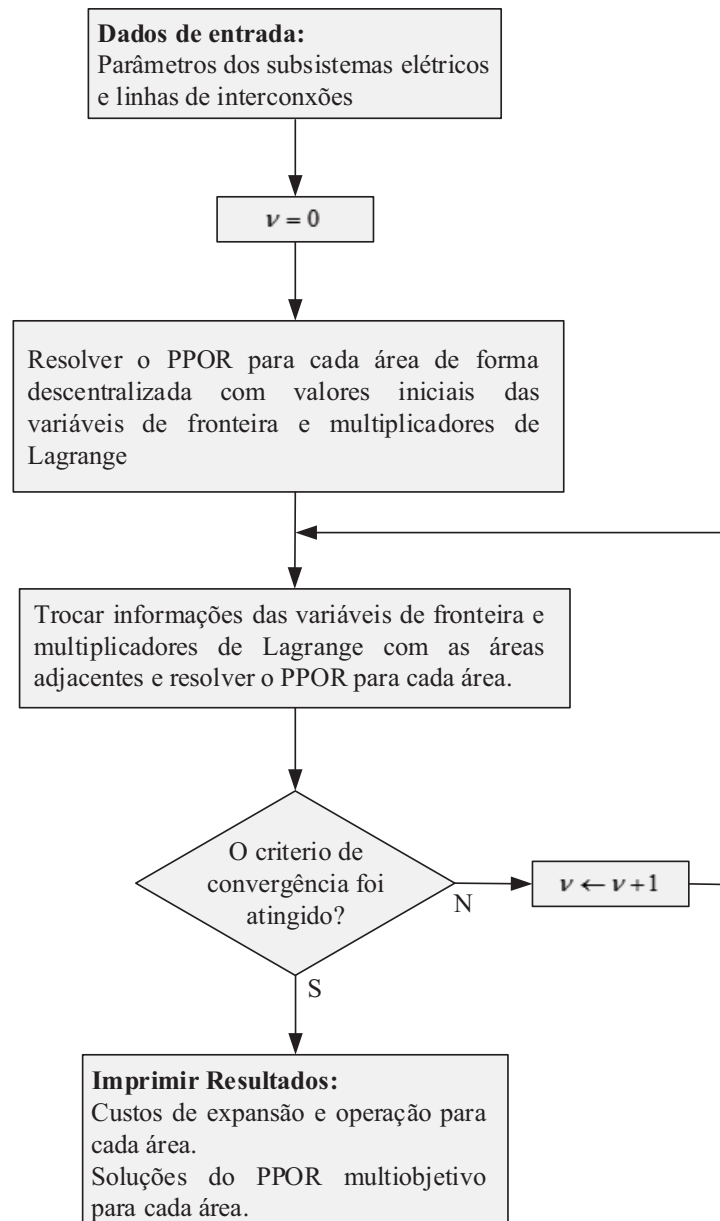
O critério de convergência utilizado para a solução descentralizada do problema multi-área é composto pela diferença mínima dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de acoplamento entre áreas, que é calculado a cada iteração através da formulação expressa em (181). Quando esta diferença alcança um valor pequeno previamente estabelecido, o processo iterativo termina e o problema multi-área é resolvido. Para todos os pontos de KKT, a solução do PPOR multi-área descentralizado (136)-(142) deve ser satisfeito com uma tolerância  $\phi$ .

$$\sum_{A,t} \left\{ \left\| (\lambda p_{i,t}^A)^v - (\lambda p_{i,t}^A)^{v-1} \right\| + \left\| (\lambda q_{i,t}^A)^v - (\lambda q_{i,t}^A)^{v-1} \right\| + \left\| (\mu c_{i,t}^A)^v - (\mu c_{i,t}^A)^{v-1} \right\| + \left\| (\mu a_{i,t}^A)^v - (\mu a_{i,t}^A)^{v-1} \right\| \right\} \leq \phi. \quad (181)$$

### 5.2.2 Algoritmo de Solução Descentralizada do PPOR Multi-área

O algoritmo de solução descentralizada do PPOR multi-área baseia-se principalmente na atualização através do intercâmbio de informações das barras de fronteira (variáveis e multiplicadores de Lagrange associados às restrições de acoplamento das áreas interligadas) a cada iteração entre as áreas interligadas. Cada OST regional deve resolver seu próprio PPOR multi-período de forma descentralizada de acordo com (136)-(142). Inicialmente os valores das variáveis de fronteira e multiplicadores de Lagrange podem ser escolhidos de forma conveniente para realizar a primeira iteração do algoritmo, por exemplo,  $\mathbf{d} = 1$ ,  $\mathbf{e} = 0$ ,  $\mathbf{f} = 0$ ,  $\delta = 0$ ,  $\lambda = 0,01$  e  $\mu = 0,01$ . As informações de fronteira são trocadas de forma moderada entre as áreas, e não é necessário um operador central que coordene a troca de informações, qualquer área do sistema interligado pode coordenar os intercâmbios destas informações. Note que na solução descentralizada do PPOR multi-período através de (136)-(142), nenhuma das áreas tem possibilidade de conhecer informações internas como topologia da rede, esquemas de operação, etc., dos sistemas elétricos das áreas adjacentes portanto a confidencialidade é mantida. O algoritmo de solução descentralizada do PPOR multi-período multi-área é ilustrado na Figura 12.

Figura 12 - Algoritmo de solução descentralizada do PPOR multi-período multi-área



Fonte: Do Autor

### 5.2.3 Testes e Resultados

Para a solução do problema proposto nesta seção, foram consideradas todas as barras do SEP como barras candidatas à alocação de novas fontes reativas. O horizonte de planejamento considerado é de quatro anos dividido em períodos de um ano. Uma taxa anual de 7% é considerada para o cálculo do valor presente dos custos ao longo do horizonte de planejamento. As demandas ativa e reativa para cada período são calculadas assumindo uma taxa de crescimento anual de 3% considerando a demanda do período  $t_0$  como a demanda base. Os limites

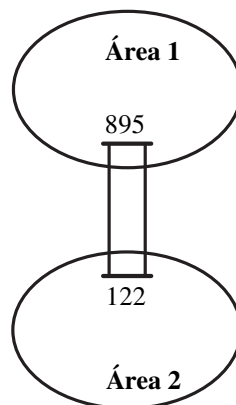
das magnitudes das tensões nas barras são de  $V^{\min} = 0,95$  pu e  $V^{\max} = 1,05$  pu. A regulação de transformação ( $\Gamma$ ) e o número de passos ( $\Lambda$ ) considerados para os transformadores com controle de taps é de 10% e 32 passos ( $\pm 16$ ), respectivamente. Os custos de investimento nas novas fontes reativas candidatas e as suas capacidades podem ser evidenciadas na Tabela 16 no Apêndice B. O fator de tolerância  $\phi$  para a convergência do algoritmo de solução descentralizada do problema multi-área é de  $1 \times 10^{-5}$ .

### 5.2.3.1 Sistema de potência Sul Sudeste Brasileiro

Nesta seção são apresentados os testes e resultados para a solução descentralizada do PPOR multi-período multi-área do SEP equivalente Sul Sudeste Brasileiro cujos parâmetros técnicos são fornecidos em (UFF, 2011) e a capacidade e custos das fontes reativas candidatas podem ser consultados na Tabela 16 no Apêndice B. O problema foi escrito em AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2002) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (IBM, 2009) sob o sistema operacional Linux, em um computador Dell PowerEdge R910×64, 128 GB de RAM e 1.87 GHz.

Na Figura 13 ilustra-se a interligação das áreas do sistema teste multi-área mostrado na Figura 33, no Apêndice B. O SEP de cada área tem uma barra de fronteira e a interligação é realizada através de duas linhas de transmissão.

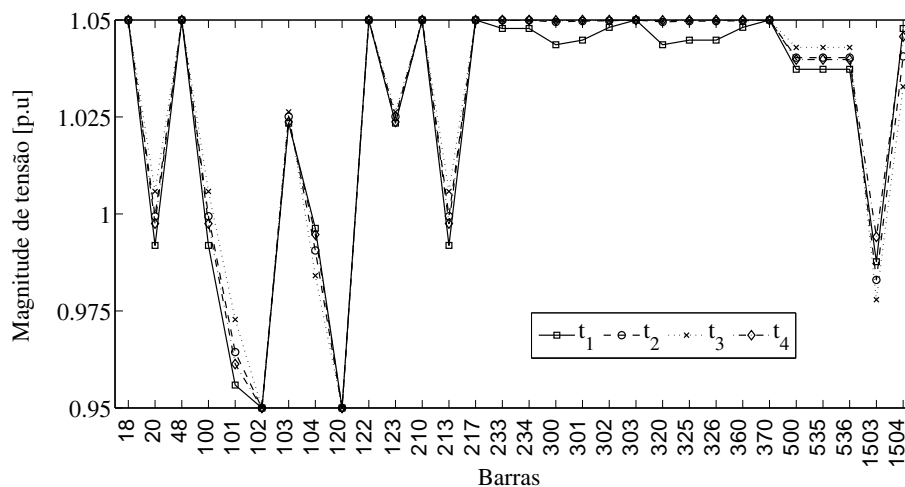
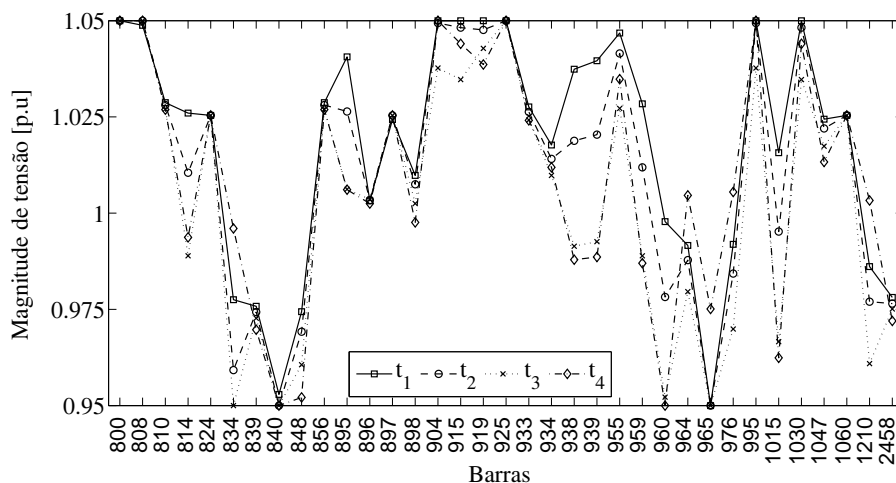
Figura 13 - Controle de áreas do SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro



Fonte: Do autor

Os perfis de tensões para cada área são apresentados na Figura 14, onde se mostra que no ponto ótimo de solução do problema descentralizado, as tensões tanto da área  $A_1$  na Figura 14a como da área  $A_2$  na Figura 14b estão dentro dos limites preestabelecidos garantindo a operação segura do sistema multi-área em todos os períodos ao longo do horizonte de planejamento.

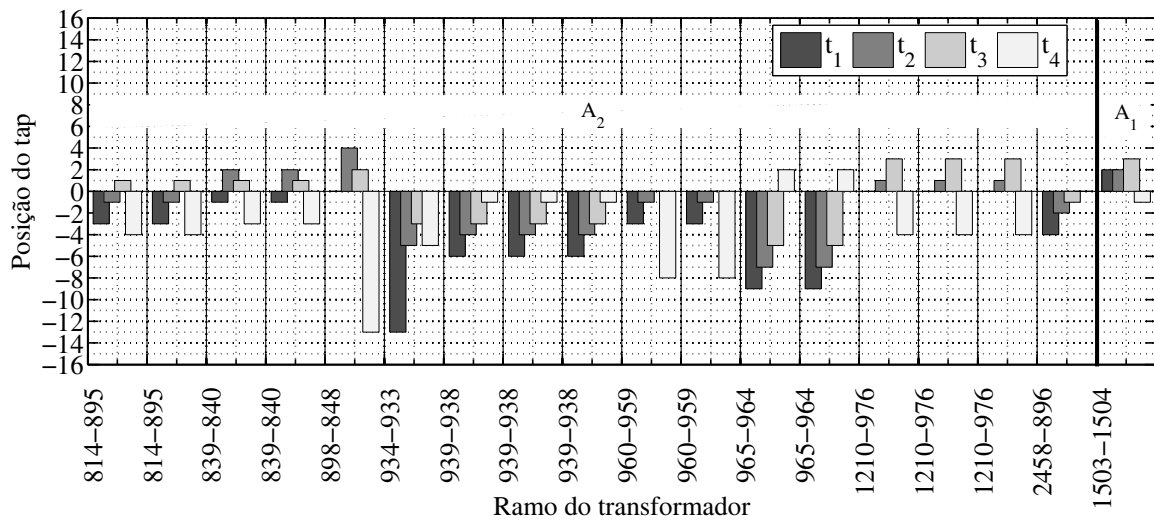
Figura 14 - Perfil de tensões do SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro

(a) Área  $A_1$ (b) Área  $A_2$ 

Fonte: Do autor

Os resultados das posições discretas dos taps dos transformadores com controle de taps são mostrados na Figura 15. Note que a área  $A_1$  contém apenas um transformador com controle de taps, e que a maioria destes transformadores encontra-se na área  $A_2$ . Os transformadores com controle de taps alocados na área  $A_2$  são os que apresentam mais movimentações dos seus taps em cada período, esta ação representa a reação destes dispositivos ao incremento da demanda com o propósito de minimizar os custos de alocação de novas fontes reativas no sistema multi-área e ajudar na transferência de potência ativa.

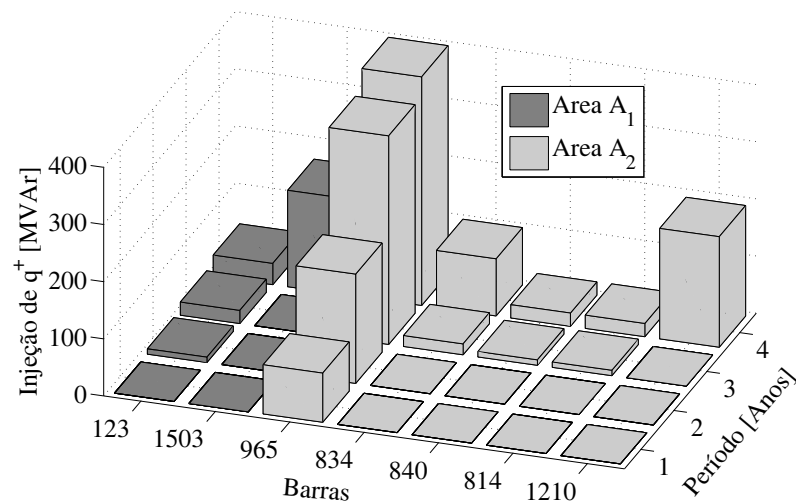
Figura 15 - Ajustes dos taps dos transformadores com controle de taps do SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro



Fonte: Do autor

As injeções de potência reativa capacitiva pelas novas fontes instaladas em cada área são ilustradas na Figura 16. Os altos custos fixos e de operação na área A<sub>1</sub> limitam a instalação de reativos, fazendo com que a maioria das fontes reativas instaladas na área A<sub>2</sub> despachem a potência reativa necessária para manter a segurança do sistema.

Figura 16 - Injeções de reativos das fontes instaladas no SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro



Fonte: Do autor

Na Tabela 3 apresenta-se o plano de expansão para cada área do SEP multi-áreas avaliado. A área que necessita de maiores investimentos ao longo do horizonte de planejamento é a área A<sub>2</sub>, pois nesta área serão necessárias 5 novas fontes reativas enquanto que na área A<sub>1</sub> serão

necessárias apenas 2. Este fato se reflete nas injeções de reativos na Figura 16, que descreve que o crescimento da demanda na área  $A_1$  não é tão impactante quanto na área  $A_2$ . Na área  $A_1$  a primeira fonte reativa é instalada no período 2 e a última no período 4, e as suas injeções não atendem os seus valores máximos de potência reativa. Na área  $A_2$  a primeira fonte é instalada no período 1 e atinge sua capacidade máxima de reativos até o final do período 2 pois 4 fontes reativas a mais são necessárias nos períodos 3 e 4.

Tabela 3 - Plano de expansão do PPOR para o SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro

Período [Anos]	Inv. Fixos [10 <sup>6</sup> R\$]	Plano de Expansão Barras	Inv. Fixos [10 <sup>6</sup> R\$]	Plano de Expansão Barras
	Area $A_1$		Area $A_2$	
1	-	-	74,77	965
2	52,41	123	-	-
3	-	-	32,65	834, 840
4	30,51	1503	45,77	814, 1210

Fonte: Do autor

Na Tabela 4 apresentam-se os custos de expansão totais ótimos para cada área após o processo de otimização, usando as metodologias de solução centralizada e a descentralizada. Note que a tolerância ( $\phi$ ) escolhida no processo de convergência do algoritmo de solução descentralizado do PPOR permite obter soluções equivalentes à solução centralizada do problema mas com um maior esforço computacional. Este fato pode ser visto como o custo de preservar a independência e manter a confidencialidade dos dados em cada área. Além disso na solução de problemas de planejamento ao longo prazo o tempo computacional de solução passa a ser o menos importante.

Tabela 4 - Resultados comparativos das soluções obtidas com as metodologias centralizada e descentralizada para o PPOR do SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro

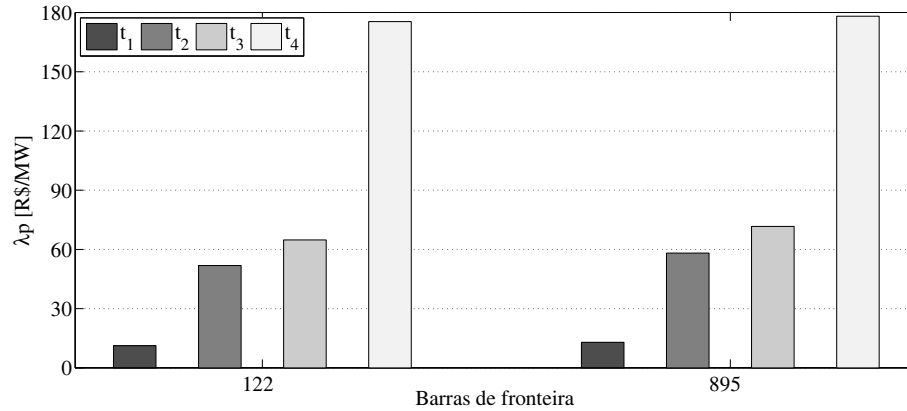
Metodologia	Custos de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]			Iterações	Tempo [s]
	$A_1$	$A_2$	Global		
Centralizado	83,93	157,86	241,80	-	21,97
Descentralizado	83,93	157,86	241,80	32	482,34

Do autor

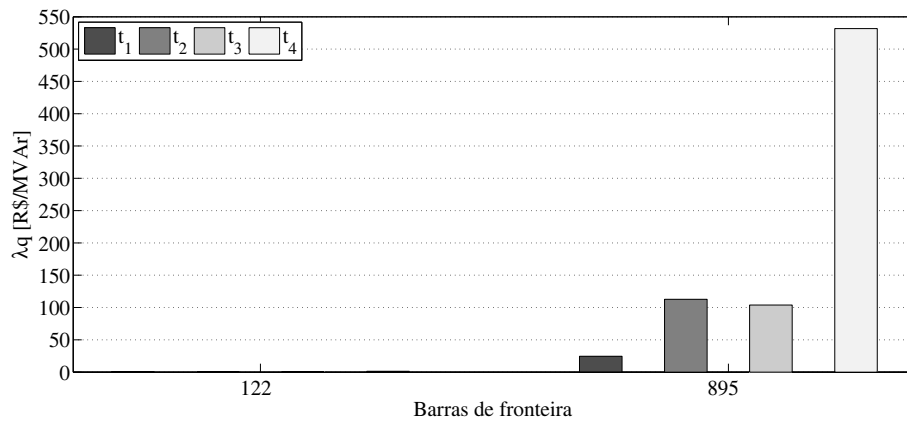
Os valores dos multiplicadores de Lagrange associados às equações dos fluxos de potências ativa e reativa das barras de fronteira são mostrados na Figura 17 para cada período. Na solução do PPOR multi-areas os multiplicadores de Lagrange são interpretados como o custo marginal da potência ativa e reativa produzida em cada barra de fronteira em R\$/MW e R\$/MVar respectivamente e podem ser usados para determinar os preços spot em cada barra do SEP. Portanto os multiplicadores de Lagrange que convergem a um valor positivo indicam exportação

de potência, enquanto os que convergem a um valor negativo indicam importação.

Figura 17 - Multiplicadores de Lagrange das barras de fronteira para o SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro



(a) Multiplicador  $\lambda_p$



(b) Multiplicador  $\lambda_q$

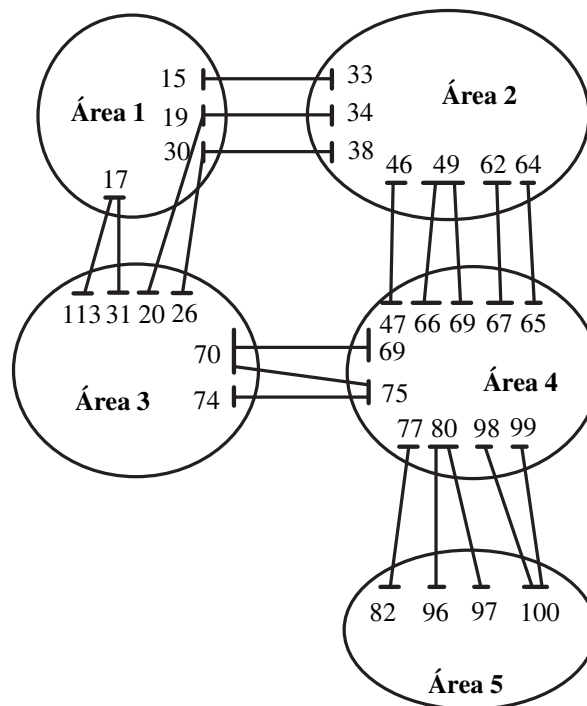
Fonte: Do autor

### 5.2.3.2 Sistema de potência IEEE-118

Nesta seção são apresentados os testes e resultados da solução descentralizada do PPOR multi-área para o SEP IEEE-118 cujos parâmetros técnicos são fornecidos em (UWASHINGTON, 2009) e as capacidade e custos das fontes reativas reativas candidatas podem ser consultadas na Tabela 17 no Apêndice B. O problema foi escrito em AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2002) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (IBM, 2009), em um computador Dell PowerEdge R910×64, 128 GB de RAM e 1.87 GHz.

Para este caso de estudo o SEP IEEE-118 mostrado na Figura 34 no Apêndice B, é dividido em 5 áreas com uma configuração como mostrado na Figura 18.

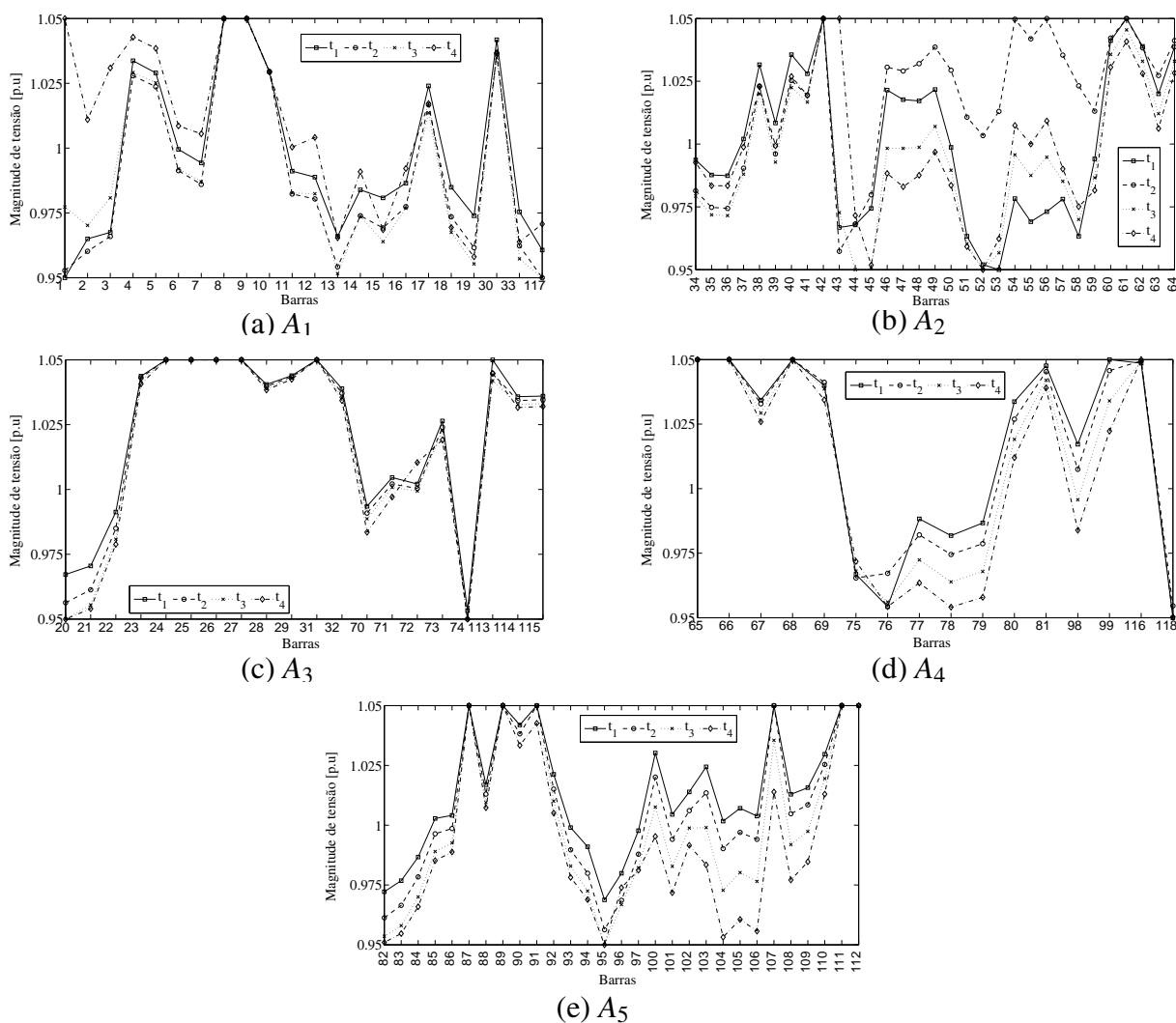
Figura 18 - Controle de áreas do SEP IEEE-118



Fonte: Do autor

A solução dos perfis de tensão nas barras do SEP multi-área IEEE-118 apresentados na Figura 19, mostram que os melhores perfis de tensões estão nas áreas  $A_3$  Figura 19c e na  $A_4$  Figura 19d, isto porque as reservas de reativos existentes na área  $A_3$  são suficientes para garantir a segurança desta área em todos os períodos com perfis de tensões acima do limite mínimo estabelecido na maioria das suas barras. Enquanto que na área  $A_4$  os custos de alocação e operação das novas fontes instaladas nesta área permitem a instalação das fontes necessárias e a suficiente injeção de reativos para manter os perfis de tensão acima do limite mínimo estabelecido em todas as suas barras em todos os períodos.

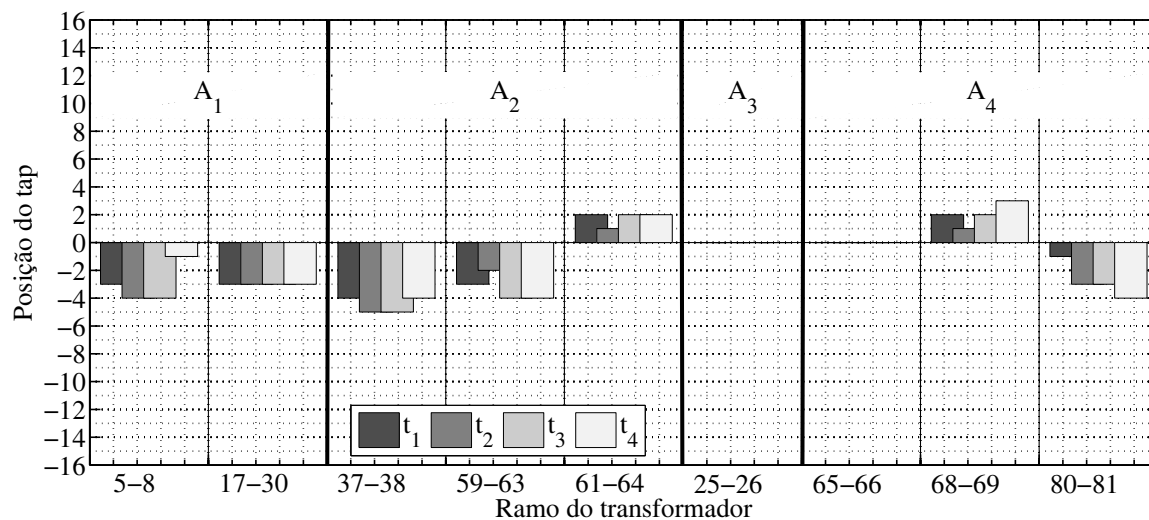
Figura 19 - Perfis de tensão nas barras do SEP multi-área IEEE-118



Fonte: Do autor

Os resultados das posições discretas dos taps dos transformadores com controle de taps são mostrados na Figura 20. Note que os transformadores (25-26) da área  $A_3$  e (65-66) da área  $A_4$  mantêm suas posições dos taps em “0”, este resultado reflete-se nos perfis de tensões na Figura 19, pois as magnitudes de tensão nas barras dos transformadores atingiram o limite máximo, portanto não é necessária nenhuma ação corretiva para melhorar a tensão nestas barras. A movimentação das posições dos taps dos transformadores em todas as áreas ajudam na minimização de custos de expansão do SEP multi-área em cada período ao longo do horizonte de planejamento.

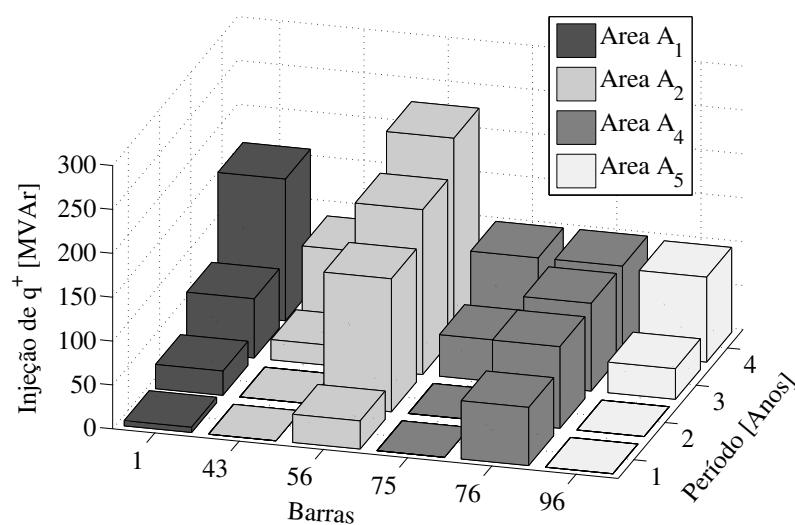
Figura 20 - Ajustes dos taps dos transformadores com controle de taps do SEP multi-área IEEE-118



Fonte: Do autor

As injeções de potência reativa capacitiva pelas novas fontes instaladas em cada área são ilustradas na Figura 21. As reservas existentes na área A<sub>3</sub> fazem que não seja necessária a alocação de novas fontes, portanto esta área não incorre em gastos de expansão. Na figura Figura 21 mostram-se que as injeções de reativos das novas fontes instaladas nas áreas A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>4</sub> e A<sub>5</sub> aumentam em cada período com o propósito de acompanhar o crescimento da demanda nesses períodos.

Figura 21 - Injeção de reativos das fontes instaladas no SEP multi-área IEEE-118



Fonte: Do autor

Na Tabela 5 mostram-se as soluções dos custos fixos e o plano de expansão para cada área do SEP multi-área avaliado. A área que precisa de maiores investimentos na alocação das suas

fontes ao longo do horizonte de planejamento é a área  $A_2$ , pois nesta área são necessárias 2 novas fontes reativas a um custo fixo total de  $R\$88,73 \times 10^6$ , enquanto que nas áreas  $A_1$ ,  $A_4$  e  $A_5$  os custos fixos são de  $R\$56,80 \times 10^6$ ,  $R\$35,03 \times 10^6$  e  $R\$32,65 \times 10^6$  respectivamente. Este aspecto se ve refletido nas injeções de potência reativa mostradas na Figura 21, onde a área com maior injeção de reativos ao longo do horizonte de planejamento é a área  $A_2$ .

Tabela 5 - Custos fixos e plano de expansão do PPOR para o SEP IEEE-118 multi-área

Período [Anos]	Inv. Fixos [ $10^6$ R\$]	Plano de Expansão Barras	Inv. Fixos [ $10^6$ R\$]	Plano de Expansão Barras
	Área $A_1$		Área $A_2$	
1	56,08	1	56,08	56
2	-	-	-	-
3	-	-	32,65	43
4	-	-	-	-
	Área $A_4$		Área $A_5$	
1	18,70	76	-	-
2	-	-	-	-
3	16,33	75	32,65	96
4	-	-	-	-

Fonte: Do autor

Na Tabela 6, apresentam-se as soluções dos custos de expansão totais, despachos e plano de expansão do PPOR multi-área, onde se mostram a sequência dos investimentos e as injeções reativas totais necessárias em cada período.

Tabela 6 - Custos totais, despachos e plano de expansão do PPOR para o SEP IEEE-118 multi-área

Período Anos	Investimentos		Despacho de Reativos		Plano de Expansão Alocação nas barras do SEP
	Fixos [ $10^6$ R\$]	Operação [ $10^6$ R\$]	$q^-$ Q[MVAr-I]	$q^+$ Q[MVAr-C]	
1	130,84	0,84	0,00	104,42	1, 56, 76
2	0,00	2,06	0,00	315,43	-
3	81,63	2,64	0,00	417,27	43, 75, 96
4	0,00	4,50	0,00	772,40	-

Fonte: Do autor

Na Tabela 7 apresentam-se os custos de expansão totais ótimos para cada área após o processo de otimização, usando as metodologias de solução centralizada e a descentralizada. Da mesma forma que para o SEP multi-área sul sudeste brasileiro avaliado na Seção 5.2.3.1 deste capítulo, o valor da tolerância ( $\phi$ ) escolhida no processo de convergência do algoritmo para a solução descentralizada do PPOR permite obter soluções equivalentes às do problema centralizado mas com um alto esforço computacional. Neste trabalho este aspecto está presente no

custo de preservar a independência e manter a confidencialidade dos dados em cada área, e ao ser um problema de planejamento de longo prazo é considerado de menor importância.

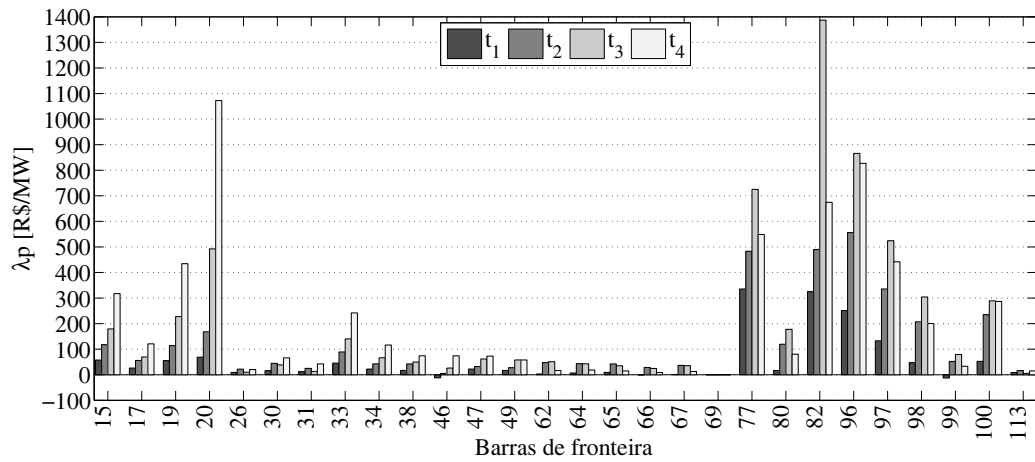
Tabela 7 - Resultados comparativos das soluções obtidas com as metodologias centralizada e descentralizada para o PPOR do SEP IEEE-118

		Metodologia	
		Centralizado	Descentralizado
Investimentos [ $10^6$ R\$]	A <sub>1</sub>	57,40	57,39
	A <sub>2</sub>	92,48	92,48
	A <sub>3</sub>	0,00	0,00
	A <sub>4</sub>	39,20	39,20
	A <sub>5</sub>	33,46	33,46
	Global	222,51	222,51
	Iterações	-	417
	Tempo[s]	1320	6180

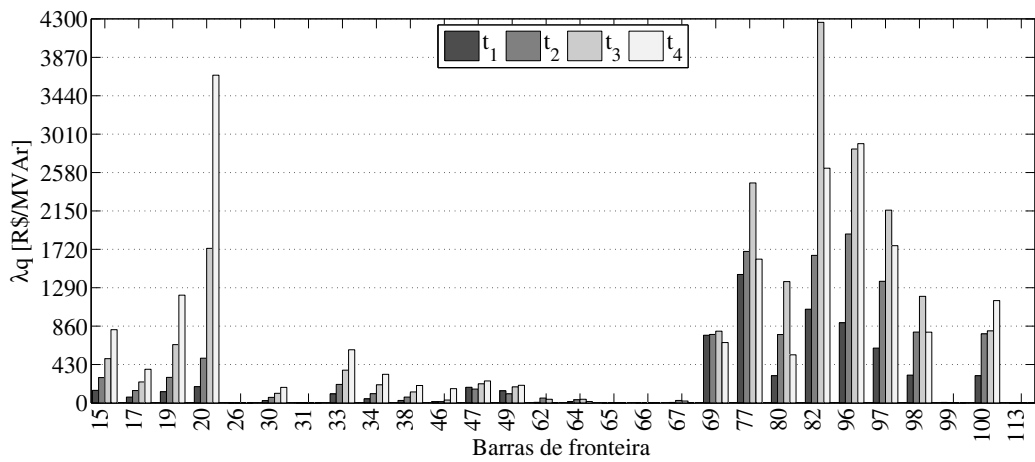
Fonte: Do autor

Os valores dos multiplicadores de Lagrange associados às equações dos fluxos de potência ativa e reativa das barras de fronteira são mostrados na Figura 22 para cada período. Neste trabalho estes coeficientes são interpretados como os custos de importação ou exportação de potências ativa e reativa. Os multiplicadores de Lagrange que convergem para um valor positivo indicam exportação de potência, enquanto os que convergem a um valor negativo indicam importação. Vale mencionar que estes custos não representam informações relevantes após o processo de convergência, pois a análise de mercados está fora do alcance deste trabalho.

Figura 22 - Multiplicadores de Lagrange das barras de fronteira para o SEP multi-área IEEE-118



(a) Multiplicador  $\lambda_p$



(b) Multiplicador  $\lambda_q$

Fonte: Do autor

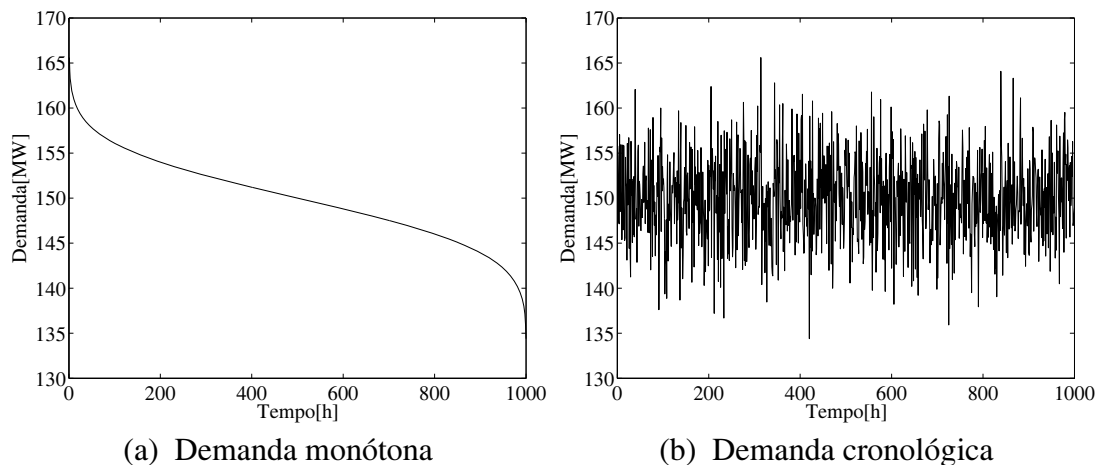
## 6 PLANEJAMENTO DE REATIVOS MULTI-ÁREA: ABORDAGEM ESTOCÁSTICA

Neste capítulo, a solução descentralizada do PPOR multi-área é abordada considerando a presença de incertezas. As incertezas em um problema de planejamento de sistemas de energia elétrica em geral podem ter muitas fontes distintas que afetam a estrutura física do sistema e/ou os mercados de energia tais como incertezas nas contribuições hidráulicas dos reservatórios, incertezas na disponibilidade dos equipamentos, incertezas na demanda, incertezas nos preços dos combustíveis, incertezas nas estratégias de mercado, incertezas na regulação, etc. Neste trabalho as incertezas na demanda são consideradas como a estocasticidade do PPOR multi-área.

Ao descrever o PPOR, um dos parâmetros que tem grande impacto na segurança do SEP, é a demanda, e a presença imprevista de um valor atípico desta pode causar problemas de estabilidade afetando a segurança do SEP. Neste contexto, a demanda pode ser considerada de duas formas:

- **Demanda monótona** como ilustrado na Figura 23a, vem das curvas monótonas de demanda. Nestas curvas, agrupam-se as horas segundo o consumo, estabelecendo níveis de demanda máxima, média e mínima.
- **Demanda cronológica** como ilustrado na Figura 23b, determina a sequência temporal do consumo ao longo dos intervalos de tempo consecutivos.

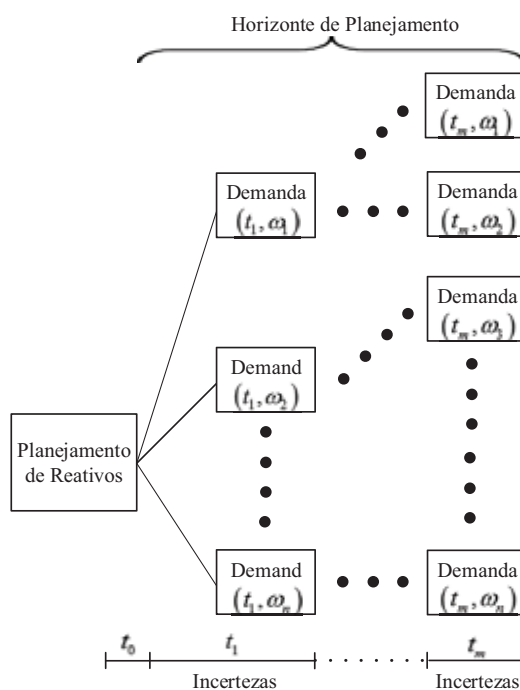
Figura 23 - Tipos de demanda



Fonte: Do autor

Neste trabalho, a estocasticidade do problema dada pela demanda cronológica é considerada como a fonte de incertezas do problema de otimização. A sua evolução temporal é modelada através de uma árvore de cenários representando uma função de distribuição discreta, na qual os cenários representam a evolução da demanda ao longo do horizonte de planejamento, como se ilustra na Figura 24.

Figura 24 - Modelagem estocástica da demanda



Fonte: Do autor

Na prática, a previsão da demanda futura vem das séries históricas disponíveis. Com estas séries, geralmente, o primeiro procedimento é calcular a árvore de cenários que seja mais próxima do conjunto de séries históricas disponíveis. O segundo passo é fazer a redução ótima dessa árvore de cenários, até obter um número de cenários que permita resolver o problema de otimização estocástico computacionalmente. Não se tem disponíveis as séries de dados históricos de demanda dos sistemas teste, portanto um número determinado de cenários é gerado em cada período a partir da demanda base conhecida em cada barra de carga do SEP.

## 6.1 GERAÇÃO DE CENÁRIOS PARA O PPO ESTOCÁSTICO MULTI-ÁREA

Dentre as técnicas mais conhecidas para a geração de cenários em problemas de energia elétrica abordando otimização estocástica, estão a técnica de Simulação de Monte Carlo (SMC) e a técnica de Amostragem Latin Hypercube (ALH). A técnica tradicional de Simulação de Monte Carlo (SANKARAKRISHNAN; BILLINTON, 1995) baseia-se na obtenção de uma função de distribuição através da geração de uma série de números aleatórios. Devido à metodologia utilizada por esta técnica nunca se pode garantir que esses números aleatórios explorem todos

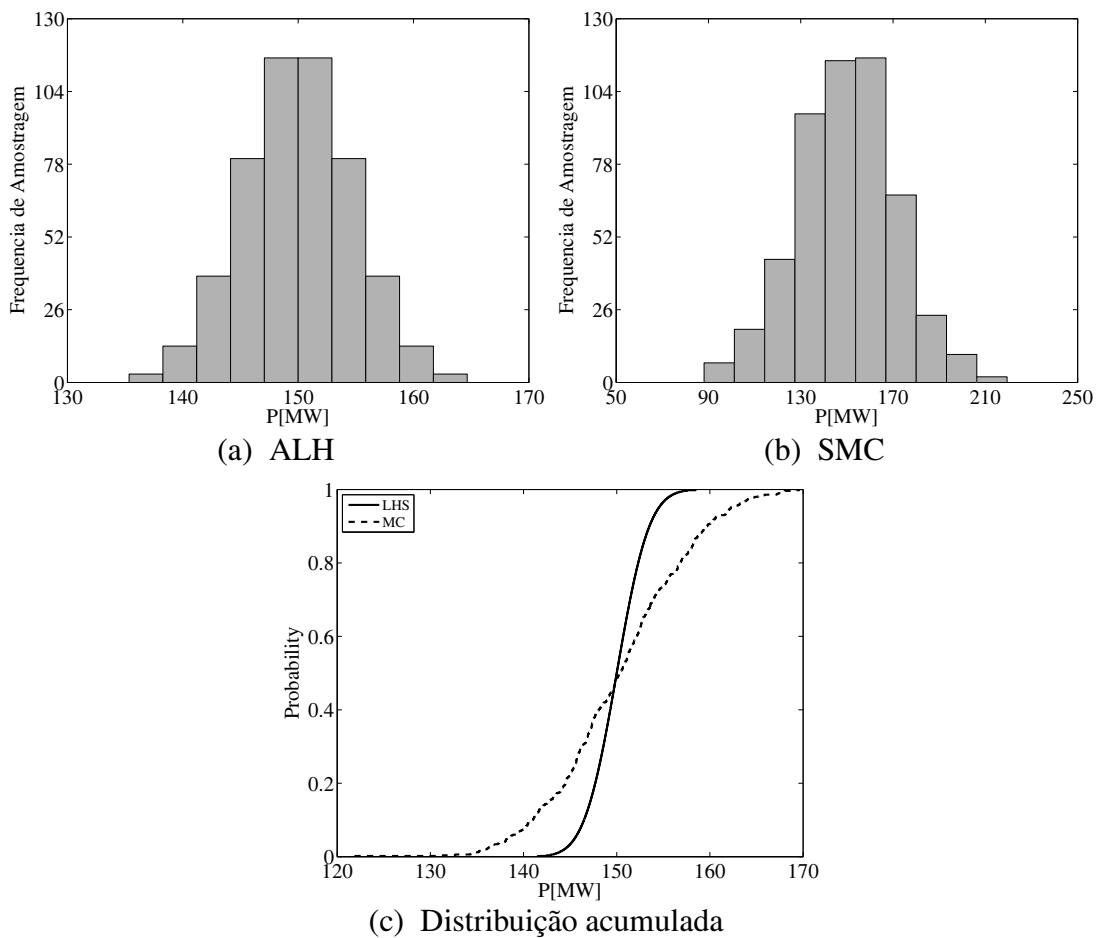
os pontos pertencentes ao domínio da função de distribuição ou que estes se repitam, levando portanto, a obter uma representação da distribuição final de má qualidade.

A técnica de Amostragem Latin Hypercube (OLSSON; SANDBERG; DAHLBLOM, 2003), baseia-se no controle da geração dos números aleatórios de forma que estes possam explorar a distribuição total. Basicamente esta metodologia tem memória o que faz que estes números aleatórios não se repitam evitando assim repetir as amostras. Este princípio faz com que a técnica de ALH possa explorar todos os pontos da função de distribuição com menos amostras e em menor tempo computacional. De forma geral, o procedimento de geração de cenários através da técnica de ALH, é o seguinte:

1. Define-se uma função de distribuição para a variável aleatória  $X_j$ , tal que  $F_i(X_i)$  e o número  $N$  de amostras.
2. Através da função inversa  $F_i^{-1}(X_i)$ , a variável  $X_i$  é dividida em  $N$  intervalos não superpostos com igual probabilidade.
3. Um valor dentro desse intervalo é selecionado de forma aleatória através da função inversa  $F_i^{-1}(X_i)$ . Quando estes valores são obtidos através da função inversa, os valores não se repetem.
4. Se a variável  $X$  é uma matriz de  $N \times d$ , onde  $N$  é o número de amostras e  $d$  é o tamanho de  $X$ , a  $i$ -ésima coluna contém a amostra LH para a variável aleatória  $X_i$ .
5. Finalmente, os valores de cada coluna são ordenados de forma aleatória, obtendo assim a função de distribuição final.

Por exemplo, para uma distribuição Normal da demanda de potência ativa com média  $\mu = 150$  e desvio padrão de  $\sigma = \%15\mu$  para 500 amostras. A Figura 25, ilustra as funções de distribuição e as distribuições acumuladas obtidas usando a técnica ALH e a técnica SMC.

Figura 25 - Comparação de funções usando as técnicas de ALH e SMC



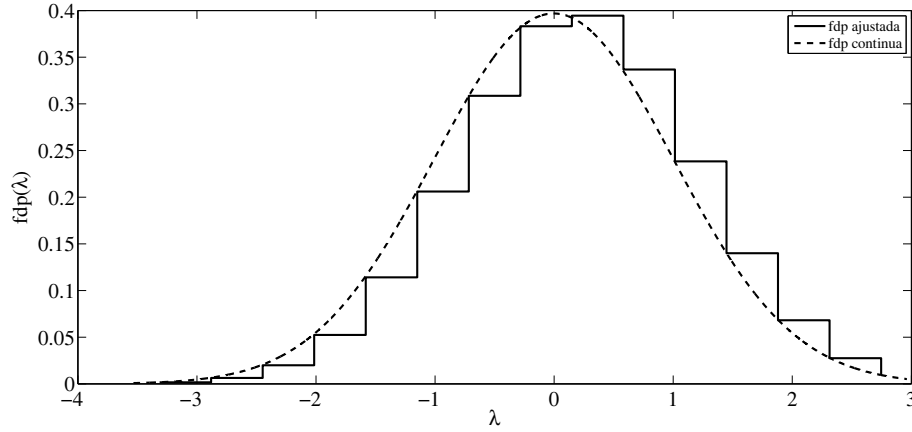
Fonte: Do autor

Note que, na Figura 25a, a distribuição obtida usando a técnica ALH é mais uniforme em todo o seu espaço comparada com a distribuição obtida com a técnica SMC ilustrada na Figura 25b, para o número de amostras determinado. Da mesma forma, a distribuição acumulada é mais representativa quando obtida com a técnica ALH, como se ilustra na Figura 25c. É importante mencionar que a técnica ALH não concentra as amostras no centro do seu espaço e portanto é útil quando os extremos da função de distribuição são importantes. A aplicação da técnica de ALH na geração de cenários em SEP tem sido amplamente utilizada, na análise de confiabilidade no planejamento do sistemas de energia elétrica (JIRUTITIJARON; SINGH, 2008; ZHEN; JIRUTITIJARON, 2011), a solução do fluxo de carga probabilístico (YU et al., 2009), (YAN; JINYU; SHIJIE, 2013; HAJIAN; ROSEHART; ZAREIPOUR, 2013), e no despacho econômico (LU et al., 2014; POZO; CONTRERAS, 2013).

Neste trabalho, a técnica de ALH é utilizada para a geração de cenários de demanda para cada período  $t \in T$  ao longo do horizonte de planejamento, com base em uma função de distribuição Normal  $N(\mu, \sigma)$ , com valor médio  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  e probabilidade  $\pi(\omega)$ . A

distribuição discreta aproximada é mostrada na Figura 26.

Figura 26 - Funções de distribuição normais contínua e discreta



Fonte: Do autor

## 6.2 FORMULAÇÃO ESTOCÁSTICA PARA O PPOR MULTI-ÁREA

Nesta seção, a formulação para a solução descentralizada do PPOR multi-área considerando incertezas na demanda, é obtida. O problema é formulado como um problema de otimização estocástica descentralizado multi-período de dois estágios (primeiro estágio: aqui e agora; segundo estágio: esperar para ver), onde as variáveis de decisão dos custos fixos das novas fontes reativas são estabelecidas no primeiro estágio, enquanto que as variáveis de decisão de recurso correspondentes aos custos operacionais das novas fontes, são feitas no segundo estágio. Portanto neste problema as variáveis de decisão dos custos operacionais são consideradas como a resposta ótima às variáveis de decisão do primeiro estágio e são tomadas após a realização das incertezas. Neste contexto, a formulação descentralizada geral para o PPOR multi-área é dada por (182)-(188).

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{z}^A} \quad & \mathbf{C}_{\text{fix}}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) + \mathbb{E}_\omega [\mathbf{C}_{\text{op}}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)] + \\ & [\hat{\lambda}_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^{\text{AA}}(\omega)]^T \mathbf{g}_{\text{tie}}^{\text{AA}}(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) + \\ & [\hat{\mu}_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^{\text{AA}}(\omega)]^T \mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) \end{aligned} \quad (182)$$

s.a:

$$\mathbf{g}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{\mathbf{t}}^A(\omega) \quad (183)$$

$$\mathbf{h}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{\mathbf{t}}^A(\omega) \quad (184)$$

$$\mathbf{g}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^A(\omega) \quad (185)$$

$$\mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^A(\omega) \quad (186)$$

$$\mathbf{z}_f^A(\mathbf{t}, \omega) \in \mathbf{I} \quad (187)$$

$$\mathbf{z}_b^A(\mathbf{t}, \omega) \in \{\mathbf{0}/\mathbf{1}\}. \quad (188)$$

A única particularidade do problema (182)-(188) em relação com o problema (136)-(142) apresentado na seção 5.2, é que este último é estendido para um problema estocástico através da inserção da variável aleatória  $\omega$  nas variáveis do segundo estágio. Devido a esta característica do problema, nesta seção as explicações relacionadas apenas com a estocasticidade da formulação descentralizada do PPOR multi-área são detalhadas, sendo que as explicações relacionadas à formulação e o significado de cada uma das equações pode ser encontrada nos capítulos anteriores.

No problema de otimização estocástica (182)-(188), a função de custos da função objetivo (182), é composta pelos custos fixos  $\mathbf{C}_{\text{fix}}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t})$  mais o valor esperado dos custos de operação das novas fontes reativas  $\mathbb{E}_\omega[\mathbf{C}_{\text{op}}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)]$  para a área A. Note que as variáveis dos custos fixos não dependem dos cenários por serem consideradas variáveis do primeiro estágio.

A função objetivo (189) contém todos os parâmetros e variáveis dos custos e equações de acoplamento entre as áreas adjacentes, onde  $\mathbb{E}_\omega$  representa o valor esperado da função de custos operacionais.

$$\begin{aligned} \min f^A = & \sum_{t \in \mathbf{T} | t=1} \frac{1}{(1+r_t)^t} \left\{ \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i}(u_{i,t}^+ + u_{i,t}^-) + \mathbb{E}_\omega \left[ \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{V_i}(q_{i,t}^+(\omega) + q_{i,t}^-(\omega)) \right] \right\} + \\ & \sum_{t \in \mathbf{T} | t>1} \frac{1}{(1+r_t)^t} \left\{ \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i}(u_{i,t}^+ - u_{i,t-1}^+) + \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{F_i}(u_{i,t}^- - u_{i,t-1}^-) + \right. \\ & \left. \mathbb{E}_\omega \left[ \sum_{i \in \mathbf{N}} K_{V_i}(q_{i,t}^+(\omega) + q_{i,t}^-(\omega)) \right] \right\} + \\ & \left[ \sum_{j \in \Psi_f^{AA}} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{\lambda} p_{j,t}^{AA}(\omega) \right]^T \left[ p_{f_i,t}^A(\mathbf{z}_f^A, \omega) - \sum_{ij \in \Phi_{\text{tie}}^{AA}} \hat{p}_{ij,t}^{tie,AA}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \omega) \right] + \\ & \left[ \sum_{j \in \Psi_q^{AA}} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{\lambda} q_{j,t}^{AA}(\omega) \right]^T \left[ q_{f_i,t}^A(\mathbf{z}_f^A, \omega) - \sum_{ij \in \Phi_{\text{tie}}^{AA}} \hat{q}_{ij,t}^{tie,AA}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \omega) \right] + \\ & \left[ \sum_{ij \in \Phi_{\text{tie}}^{AA}} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{\mu} c_{j,t}^{AA}(\omega) \right]^T \hat{h}c_{ij,t}^{AA}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \omega) + \left[ \sum_{ij \in \Phi_{\text{tie}}^{AA}} \hat{\mu} \alpha_{j,t}^{AA} \right]^T \hat{h}a_{ij,t}^{AA}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}). \quad (189) \end{aligned}$$

Desta forma, para resolver o PPOR multi-período estocástico multi-área, o OST de cada área deve resolver o problema descentralizado (182)-(188), representando cada função do conjunto de restrições pelas equações que as representam. Assim, a função (183) representa as restrições de igualdade de cada área dadas por (190)-(193).

$$P_{G_{i,t}} - P_{D_{i,t}}(\omega) - p_{i,t}^{inj}(\omega) - p_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A, \omega) = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \cup \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (190)$$

$$q_{G_{i,t}}(\omega) - Q_{D_{i,t}}(\omega) + qsh_{i,t}(\omega) + q_{i,t}^+(\omega) - q_{i,t}^-(\omega) - q_{i,t}^{inj}(\omega) - q_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A, \omega) = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \cup \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (191)$$

$$d_{j,t}(\omega) = \Delta_{ij}^2 d_{i,t}(\omega) \quad \forall ij \in \mathbf{F}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (192)$$

$$d_{j,t}(\omega) = (1 - \Gamma_{ij})^2 d_{i,t}(\omega) + \frac{4\Gamma_{ij}}{\Lambda_{ij}} \sum_{\substack{m \in \mathbf{M} \\ m=1}}^{\lceil \log_2(\Lambda_{ij}) \rceil} 2^{(m-1)} y_{ij,m,t}(\omega) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega. \quad (193)$$

Note que na restrição de balanço de potência ativa (190),  $P_{G_{i,t}}$ , não é um parâmetro aleatório da produção de potência ativa dos geradores, pois neste problema este parâmetro é constante e refere-se ao despacho econômico feito antes do despacho de reativos.

A função (184), é representada pelas restrições de desigualdade de cada área, e é dada por (194)-(210).

$$d_{i,t}(\omega) d_{j,t}(\omega) \geq e_{ij,t}^2(\omega) + f_{ij,t}^2(\omega) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (194)$$

$$-\varepsilon_\delta \leq \delta_{i,t}(\omega) - \delta_{j,t}(\omega) - e_{ij,t}(\omega) \leq \varepsilon_\delta \quad \forall ij \in \mathbf{R}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (195)$$

$$Q_{G_i}^{\min} \leq q_{G_{i,t}}(\omega) \leq Q_{G_i}^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{G}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (196)$$

$$(V_i^{\min})^2 \leq d_{i,t}(\omega) \leq (V_i^{\max})^2 \quad \forall i \in \mathbf{B}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (197)$$

$$y_{ij,m,t}(\omega) \geq [(1 - \Gamma_{ij}) V_i^{\min}]^2 x_{ij,m,t}(\omega) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (198)$$

$$y_{ij,m,t}(\omega) \leq [(1 + \Gamma_{ij}) V_i^{\max}]^2 x_{ij,m,t}(\omega) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (199)$$

$$d_{i,t}(\omega) - y_{ij,m,t}(\omega) \geq [(1 - \Gamma_{ij}) V_i^{\min}]^2 (1 - x_{ij,m,t}(\omega)) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (200)$$

$$d_{i,t}(\omega) - y_{ij,m,t}(\omega) \leq [(1 + \Gamma_{ij}) V_i^{\max}]^2 (1 - x_{ij,m,t}(\omega)) \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (201)$$

$$p_{ij,t}^2(\omega) + q_{ij,t}^2(\omega) \leq (S_{ij}^{\max})^2 \quad \forall ij \in \mathbf{L}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (202)$$

$$Q_{SH_i}^{\min} \leq qsh_{i,t}(\omega) \leq Q_{SH_i}^{\max} \quad \forall i \in \mathbf{E}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (203)$$

$$q_{i,t}^+(\omega) \leq Q_{P_i}^{\max} u_{i,t}^+ \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (204)$$

$$q_{i,t}^-(\omega) \leq Q_{N_i}^{\max} u_{i,t}^- \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (205)$$

$$u_{i,t}^+ + u_{i,t}^- \leq 1 \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (206)$$

$$u_{i,t}^+ \leq u_{i,t-1}^+ \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} | t > 1 \quad (207)$$

$$u_{i,t}^- \leq u_{i,t-1}^- \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} | t > 1 \quad (208)$$

$$\{q_{i,t}^+(\omega), q_{i,t}^-(\omega)\} \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (209)$$

$$d_{i,t}(\omega) \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{B}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega. \quad (210)$$

As funções (185) e (186) que representam as restrições de igualdade e desigualdade compli-

cantes ou de acoplamento entre as áreas interligadas, estão representadas pelas restrições (211) e (212); e (213) e (214) respectivamente.

$$\sum_{ij \in \Phi_{tie}^A} p_{ij,t}^{tie,A}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \omega) = p_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A, \omega) \quad : \quad \lambda p_{i,t}^A(\omega) \quad \forall i \in \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (211)$$

$$\sum_{ij \in \Phi_{tie}^A} q_{ij,t}^{tie,A}(\mathbf{z}_f^A, \mathbf{z}_f^{AA}, \omega) = q_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A, \omega) \quad : \quad \lambda q_{i,t}^A(\omega) \quad \forall i \in \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (212)$$

$$d_{i,t}^A(\omega) d_{j,t}^{AA}(\omega) \geq (e_{ij,t}^{AA}(\omega))^2 + (f_{ij,t}^{AA}(\omega))^2 \quad : \quad \mu c_{ij,t}^A(\omega) \quad \forall ij \in \Phi_{tie}^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (213)$$

$$-\varepsilon_{\delta}^A \leq \delta_{i,t}^A(\omega) - \delta_{j,t}^{AA}(\omega) - e_{ij,t}^{AA}(\omega) \leq \varepsilon_{\delta}^A \quad : \quad \mu \alpha_{ij,t}^A(\omega) \quad \forall ij \in \Phi_{tie}^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega. \quad (214)$$

Finalmente, o conjunto de variáveis binárias do problema é dado por (215)-(217).

$$u_{i,t}^+ \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (215)$$

$$u_{i,t}^- \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbf{N}, \forall t \in \mathbf{P} \quad (216)$$

$$x_{ij,m,t}(\omega) \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \mathbf{T}, \forall m \in \mathbf{M}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega. \quad (217)$$

Desta forma, tem se a formulação completa do problema de otimização (182)-(188). Após as decisões de investimento terem sido feitas, o problema restante procura minimizar os custos durante a operação do SEP respeitando as exigências deste. As decisões relacionadas com os custos fixos são tomadas a cada período ao longo do horizonte de planejamento, enquanto as decisões relacionadas aos custos operacionais são tomadas a cada hora, semana ou mês, dependendo do modelo de incertezas do problema.

### 6.3 VALORAÇÃO DA IMPORTÂNCIA DAS ALEATORIEDADES DO PPOR ESTOCÁSTICO MULTI-ÁREA

Nesta seção, a importância da presença das incertezas relacionadas à demanda no PPOR multi-área é analisada, através do cálculo dos valores característicos que avaliam a presença das aleatoriedades em problemas de otimização estocástica, como são o *valor da solução estocástica* (VSS) e o *valor esperado da informação perfeita* (EVPI).

O VSS mede de forma mais exata a qualidade da solução do problema estocástico dado por (218).

$$FO_{SS}^A = \min_{\mathbf{z}^A} C_{fix}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) + \mathbb{E}_{\omega} [C_{op}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)] +$$

$$\begin{aligned} & \left[ \hat{\lambda}_{f,t}^{AA}(\omega) \right]^T \mathbf{g}_{tie}^{AA}(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{AA}, \mathbf{t}, \omega) + \\ & \left[ \hat{\mu}_{f,t}^{AA}(\omega) \right]^T \mathbf{h}_{tie}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{AA}, \mathbf{t}, \omega) \end{aligned} \quad (218)$$

s.a:

$$(183)-(188).$$

No PPOR estocástico multi-área proposto, o VSS é a diferença entre os custos de expansão totais da solução do problema estocástico (218) e o resultado dos custos de expansão totais esperados de utilizar o valor médio EEV dado por (219), para cada área. Sendo  $VSS = \mathbf{FO}_{SS}^A - \mathbf{FO}_{EEV}^A$  a medida que o OST de cada área deve calcular.

$$\begin{aligned} \mathbf{FO}_{EEV}^A = & \min_{\tilde{\mathbf{z}}^A(\tilde{\omega})} \mathbf{C}_{fix}^A(\tilde{\mathbf{z}}^A, \mathbf{t}) + \mathbb{E}_{\omega} \left[ \mathbf{C}_{op}^A(\tilde{\mathbf{z}}^A(\tilde{\omega}), \mathbf{t}, \omega) \right] + \\ & \left[ \hat{\lambda}_{f,t}^{AA}(\tilde{\omega}) \right]^T \mathbf{g}_{tie}^{AA}(\tilde{\mathbf{z}}_f^A(\tilde{\omega}), \hat{\tilde{\mathbf{z}}}_f^{AA}(\tilde{\omega}), \mathbf{t}, \omega) + \\ & \left[ \hat{\mu}_{f,t}^{AA}(\tilde{\omega}) \right]^T \mathbf{h}_{tie}^A(\tilde{\mathbf{z}}_f^A(\tilde{\omega}), \hat{\tilde{\mathbf{z}}}_f^{AA}(\tilde{\omega}), \mathbf{t}, \omega) \end{aligned} \quad (219)$$

s.a:

$$(183)-(188).$$

O problema EEV (219), é resolvido pelo OST de cada área, para cada cenário  $\omega$  em cada período ao longo do horizonte de planejamento, fixando as variáveis do primeiro estágio obtidas da solução do problema EV (220) que é resolvido para o valor médio da demanda.

$$\begin{aligned} \mathbf{FO}_{EV}^A = & \min_{\mathbf{z}^A} \mathbf{C}_{fix}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) + \mathbb{E}_{\tilde{\omega}} \left[ \mathbf{C}_{op}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \tilde{\omega}) \right] + \\ & \left[ \hat{\lambda}_{f,t}^{AA}(\tilde{\omega}) \right]^T \mathbf{g}_{tie}^{AA}(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{AA}, \mathbf{t}, \tilde{\omega}) + \\ & \left[ \hat{\mu}_{f,t}^{AA}(\tilde{\omega}) \right]^T \mathbf{h}_{tie}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{AA}, \mathbf{t}, \tilde{\omega}) \end{aligned} \quad (220)$$

s.a:

$$(183)-(188).$$

O EVPI, representa a perda de benefício do investidor de cada área devido à presença das incertezas e permite calcular a quantidade que o investidor de cada área deveria pagar para conhecer com antecedência a informação completa do que vai acontecer no futuro. O EVPI no PPOR que o OST de cada área deve calcular é a diferença entre os custos de expansão totais de cada área obtidos ao resolver o problema estocástico (218) e a solução dos custos de expansão do problema *esperar para ver* (221). Sendo  $EVPI = \mathbf{FO}_{SS}^A - \mathbf{FO}_{WSS}^A$ .

$$\begin{aligned}
\mathbf{FO}_{\text{WSS}}^{\text{A}} = & \min_{\tilde{\mathbf{z}}^{\text{A}}(\omega)} \mathbf{C}_{\text{fix}}^{\text{A}}(\tilde{\mathbf{z}}^{\text{A}}, \mathbf{t}) + \mathbb{E}_{\omega} \mathbf{C}_{\text{op}}^{\text{A}}[(\tilde{\mathbf{z}}^{\text{A}}(\omega), \mathbf{t}, \omega)] + \\
& \left[ \hat{\lambda}_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^{\text{AA}}(\omega) \right]^T \mathbf{g}_{\text{tie}}^{\text{AA}}(\tilde{\mathbf{z}}_{\mathbf{f}}^{\text{A}}(\omega), \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{f}}^{\text{AA}}(\omega), \mathbf{t}, \omega) + \\
& \left[ \hat{\mu}_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^{\text{AA}}(\omega) \right]^T \mathbf{h}_{\text{tie}}^{\text{A}}(\tilde{\mathbf{z}}_{\mathbf{f}}^{\text{A}}(\omega), \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{f}}^{\text{AA}}(\omega), \mathbf{t}, \omega) \quad (221)
\end{aligned}$$

s.a:

(183)–(188).

Para a obtenção dos custos totais de expansão do problema (221), o OST de cada área deve somar os custos de expansão obtidos ao resolver este problema considerando que cada cenário vai acontecer com certeza.

### 6.3.1 Testes e Resultados

Nesta seção são apresentados os testes e resultados para a solução descentralizada do PPOR multi-área do SEP equivalente Sul Sudeste Brasileiro (ver Figura 33 no Apêndice B) cujos parâmetros técnicos são fornecidos em (UFF, 2011) e a capacidade e custos das fontes reativas reativas candidatas podem ser consultados na Tabela 16 no Apêndice B. O problema foi escrito em AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2002) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (IBM, 2009) sob o sistema operacional Linux, em um computador Dell PowerEdge R910×64, 128 GB de RAM e 1.87 GHz. Para a solução do problema foram consideradas todas as barras do SEP como barras candidatas à alocação de novas fontes reativas. Os limites das magnitudes das tensões nas barras são de  $V^{\min} = 0,95$  pu e  $V^{\max} = 1,05$  pu. A regulação de transformação ( $\Gamma$ ) e o número de passos ( $\Lambda$ ) considerados para os transformadores com controle de taps é de 10% e 32 passos ( $\pm 16$ ), respectivamente. Os custos de investimento nas novas fontes reativas candidatas e as suas capacidades podem ser consultadas na Tabela 16 no Apêndice B. O fator de tolerância  $\phi$  para a convergência do problema multi-área descentralizado é de  $1 \times 10^{-5}$ . O horizonte de planejamento considerado é de quatro anos dividido em períodos de um ano. Uma taxa anual de 7% é considerada para o cálculo do valor presente dos custos ao longo do horizonte de planejamento. Setenta e dois cenários equiprováveis de demanda são gerados em cada período e em cada barra do SEP usando a técnica de ALH, com base em uma função de distribuição Normal  $N(\mu, \sigma)$ , com valor médio  $\mu$  representado pelas demandas de potências ativa e reativa nó raiz no período  $t_0$ , e desvio padrão  $\sigma = 15\% \mu$ .

Na Tabela 8 apresentam-se os resultados dos valores característicos dos custos de expansão totais (CET) para cada área, do PPOR estocástico multi-área. Os valores do EVPI em cada área, significam que são esses valores os que OST de cada área estariam dispostos a pagar, para conhecer com antecedência os cenários de demanda que vão acontecer em todos o períodos de

planejamento. Por outro lado o VSS de cada área indica a importância de resolver o problema estocástico frente à solução do problema determinístico. O valor do VSS da área  $A_2$  é maior em relação à área  $A_1$ , devido que o subsistema elétrico a área  $A_2$  têm mais barras de demanda do que o subsistema elétrico da área  $A_1$ . Portanto a área  $A_2$  esta sujeita a uma maior quantidade de incertezas de demanda.

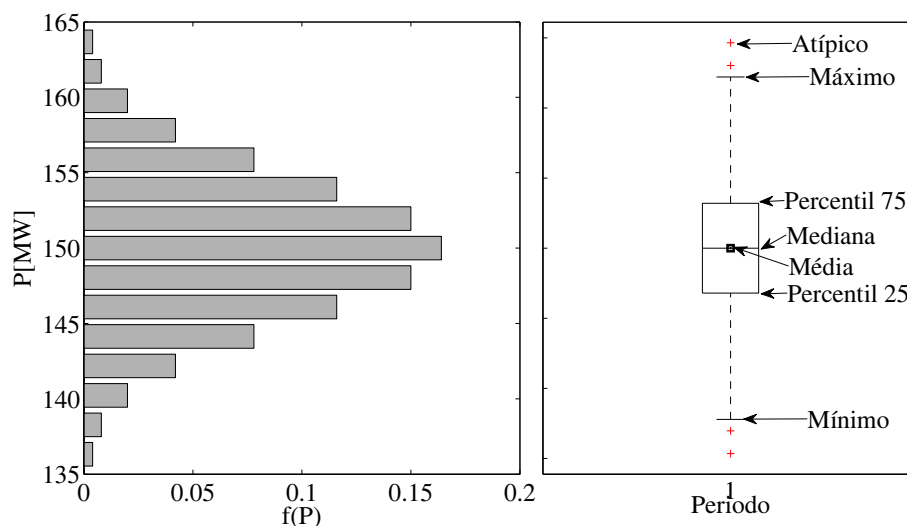
Tabela 8 - Valores característicos dos custos de expansão totais para cada área

Valor Característico	$CET^{A_1}$ [10 <sup>6</sup> R\$]	$CET^{A_2}$ [10 <sup>6</sup> R\$]
SS	72,88	218,62
WSS	58,93	176,78
EEV	2,68	8,03
EVPI	13,95	41,84
VSS	70,20	210,59

Fonte: Do autor

Neste trabalho, o diagrama tipo *caixa* é utilizado para ilustrar as distribuições das variáveis de decisão do segundo estágio em cada período. Na Figura 27 descrevem-se através de um exemplo as partes mais importantes do diagrama para uma função de distribuição Normal de potência ativa com média  $\mu = 150$  e desvio padrão de  $\sigma = 15\% \mu$ .

Figura 27 - Representação de uma função de distribuição através do diagrama tipo *caixa*



Fonte: Do autor

Nas Tabelas 9 e 10, apresentam-se os valores médios para cada área das distribuições das injeções de reativos das fontes instaladas nas barras candidatas. Em cada área apenas potência

reativa capacitiva é necessária para satisfazer o crescimento da demanda reativa em cada período ao longo do horizonte de planejamento.

Tabela 9 - Valores médios das injeções de reativos das fontes instaladas na área  $A_1$

Barra	$q_{A_1}^+$ [MVarC]			
	1	2	3	4
102	–	–	–	115,68
123	0,74	9,46	23,10	37,43

Fonte: Do autor

Tabela 10 - Valores médios das injeções de reativos das fontes instaladas na área  $A_2$

Barra	$q_{A_2}^+$ [MVarC]			
	1	2	3	4
814	–	–	1,70	3,36
834	–	0,47	27,83	40,18
840	–	1,10	9,80	34,10
965	86,30	195,97	360,91	400,00
1015	–	–	–	142,63
1210	–	–	15,40	164,00

Fonte: Do autor

Nas Figuras 28 e 29 ilustra-se através do diagrama estatístico tipo *caixa* o período de alocação e as distribuições das injeções de reativos das novas fontes instaladas nas barras candidatas em cada área do SEP multi-área. Segundo essas figuras, em todas as barras os reativos despachados se incrementam em cada período, descrevendo o crescimento da demanda reativa. Um aspecto interessante da solução, é o surgimento de valores atípicos em algumas distribuições, e também as medidas necessárias a serem tomadas através da alocação das fontes reativas para compensar a possível aparição destes valores na operação. Na solução do problema determinístico este fato não é evidente e as fontes alocadas são despachadas considerando apenas valores médios de demanda. Esta é uma das razões pelas quais os sistemas planejados usando formulações determinísticas operam com as suas unidades nos limites máximos, ficando expostos a problemas de estabilidade de tensão pela aparição destes valores atípicos de demanda embora com baixa probabilidade de ocorrência.

Figura 28 - Injeções de potência reativa das fontes alocadas na área A<sub>1</sub>

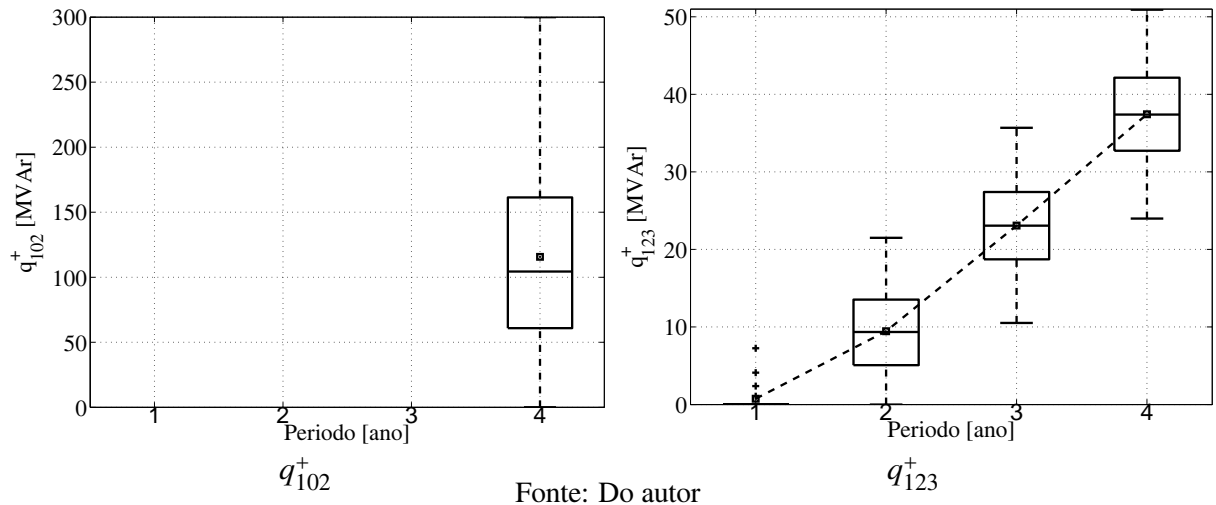
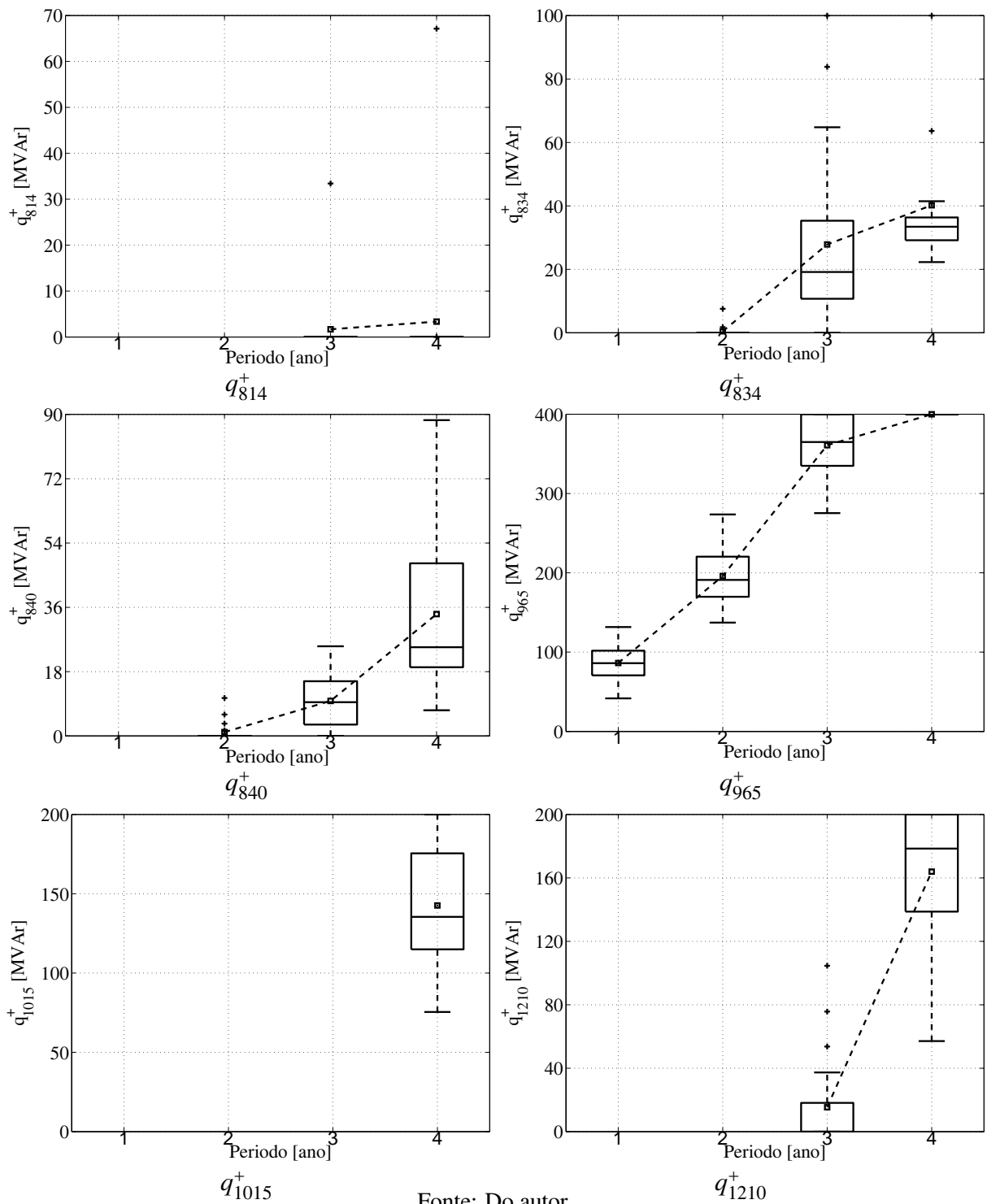
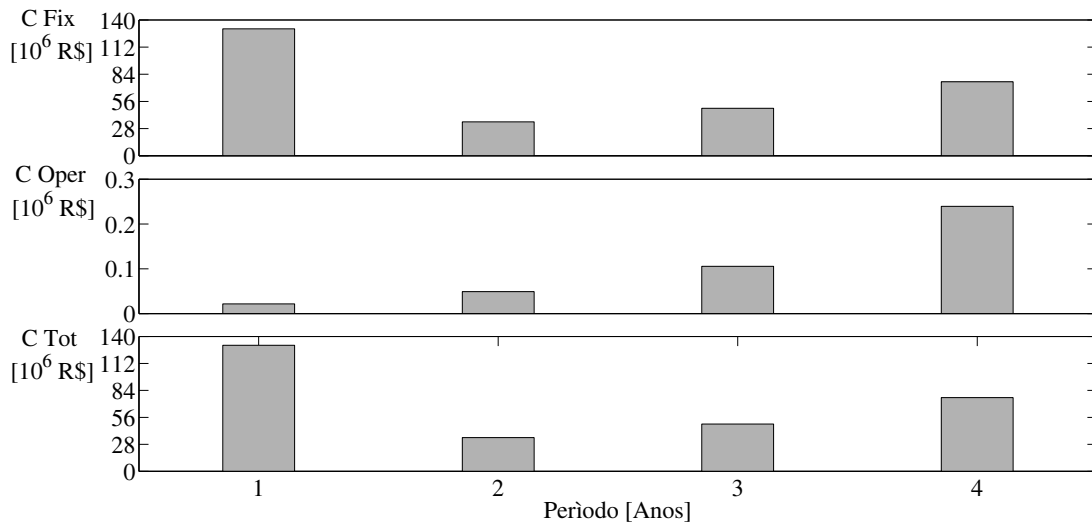


Figura 29 - Injeções de potência reativa das fontes alocadas na área A<sub>2</sub>

Na Figura 30, ilustra-se a evolução a cada período de planejamento dos custos de expansão do SEP multi-área. No SEP multi-área analisado, os maiores custos fixos são obtidos no período 1, nos períodos seguintes estes custos incrementam-se de forma sequencial. Os custos opera-

cionais refletem o crescimento da demanda de forma direta e são a resposta ótima às variáveis dos custos fixos.

Figura 30 - Custos de expansão em cada período



Fonte: Do autor

#### 6.4 ANÁLISE DE RISCO DO PPOR MULTI-ÁREA

Um dos desafios que se enfrenta na solução dos problemas de planejamento de sistemas de energia elétrica é a impossibilidade de prever com precisão os eventos aleatórios; e a presença destas aleatoriedades fazem com que o risco seja inerente ao problema (DENTON et al., 2003). Assim, modelos matemáticos estocásticos considerando formulações que permitam realizar análise de risco com base nas aleatoriedades devem ser desenvolvidos, com o objetivo de ajudar o OST no processo de tomada de decisões na operação dos sistemas elétricos.

A aplicação de análise de risco em problemas de otimização estocástica tem sido muito estudada nos últimos anos (NILSEN; AVEN, 2003). O conceito de risco foi proposto por Markowitz (1952), que desenvolveu uma formulação para a medida do risco baseada na variância dos parâmetros aleatórios. O VaR e o CVaR (ROCKAFELLAR; URYASEV, 2000) baseiam-se na análise das aleatoriedades nos extremos das distribuições, para isto um número de cenários considerável deve ser gerado. Nos últimos anos Mulvey, Vanderbei e Zenios (1995), propuseram uma metodologia geral de análise de risco, baseada em otimização robusta, que consiste na geração de soluções menos sensíveis às realizações das incertezas. A otimização robusta fornece uma forma eficiente de melhorar a robustez do sistema, através do critério minimax que tem por objetivo otimizar o problema sob os piores cenários (RUIWEI et al., 2013). A otimização *regret* com critério *minimax* consiste em encontrar uma solução minimizando o máximo *regret* (INUIGUCHI; SAKAWA, 1995), e é formulado como (222).

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \text{W}\Gamma^{\max}(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} \max_{\omega \in \Omega} [\mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega) - \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, \omega)]. \quad (222)$$

Na formulação (222), o *regret*  $\text{W}\Gamma(\mathbf{x})$  mostra a diferença entre a função objetivo  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega)$  da solução do problema estocástico (*aqui e agora*) e a função objetivo  $\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, \omega)$  do problema com informação perfeita (*esperar para ver*), onde a função objetivo do pior cenário de  $\mathbf{x}$  é minimizada.

Nesta seção, a análise de risco do PPOR multi-área é proposta usando otimização *regret* com critério *minimax*, onde o máximo corte de carga do SEP em cada área é minimizado devido à presença das incertezas na demanda e o déficit de reativos dado pela imposição de limites no orçamento disponível para a instalação de novas fontes reativas.

No problema proposto o *regret* mede a distância entre o corte de carga da solução do PPOR multi-área estocástico e o corte de carga da solução do PPOR multi-área com informação perfeita. A formulação que representa a medida de risco (*regret*) no problema proposto é dada por (223), onde o primeiro termo refere-se ao custo de corte de carga para cada área  $\mathbf{C}_{\text{ls}}^{\mathbf{A}}$  obtido da solução do PPOR multi-área estocástico e o segundo termo refere-se ao custo de corte de carga para cada área obtido da solução do PPOR multi-área com informação perfeita. Esta medida é adotada em todas as barras de carga para cada cenário em todos os períodos ao longo do horizonte de planejamento.

$$\text{W}\Gamma^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega) = \mathbf{C}_{\text{ls}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega) - \min_{\mathbf{z}_{\text{IP}}^{\mathbf{A}}} \mathbf{C}_{\text{ls}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}_{\text{PI}}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega). \quad (223)$$

Para otimizar o máximo corte de carga, a formulação (223) é representada através de (224) na função objetivo (225).

$$\text{W}\Gamma^{\max, \mathbf{A}}(\mathbf{t}) = \max_{\omega \in \Omega} \text{W}\Gamma(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega). \quad (224)$$

$$\min_{\mathbf{z}^{\mathbf{A}}} \left\{ \overbrace{(\mathbf{C}_{\text{fix}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}) + \mathbb{E}_{\omega}[\mathbf{C}_{\text{op}}^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega)])}^{f_1^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega)}, \overbrace{\max_{\omega \in \Omega} \text{W}\Gamma^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega)}^{f_2^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega) = \text{W}\Gamma^{\max, \mathbf{A}}(\mathbf{t})} \right\}. \quad (225)$$

A formulação (225), é uma função multiobjetivo que minimiza os custos de expansão de reativos em  $\mathbf{f}_1^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega)$  e o máximo corte de carga.  $\mathbf{f}_2^{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{\mathbf{A}}, \mathbf{t}, \omega)$  avalia o pior caso de corte de carga para todos os cenários de demanda em todos os períodos.

No problema proposto, a formulação que permite calcular o corte de carga, é realizada considerando o fator de potência constante nas demandas, e é dada por (226)-(228). Onde  $l_{S_{i,t}}(\omega)$  é uma variável do segundo estágio que calcula a porcentagem de corte de carga ativa e reativa em cada cenário ao longo do horizonte de planejamento.

$$P_{Di,t}(\omega)(1-l_{S_{i,t}}(\omega)) \quad \forall i \in \mathbf{PQ}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (226)$$

$$Q_{Di,t}(\omega)(1-l_{S_{i,t}}(\omega)) \quad \forall i \in \mathbf{PQ}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (227)$$

$$l_{S_{i,t}}(\omega) \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{PQ}, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega. \quad (228)$$

Portanto, considerando a nova variável que representa o corte de carga, as equações de balanço de potências ativa e reativa em cada área, são formuladas como (229)-(231).

$$P_{Gi,t} - P_{Di,t}(\omega)(1-l_{S_{i,t}}(\omega)) - p_{i,t}^{inj}(\omega) - p_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A, \omega) = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \cup \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (229)$$

$$q_{Gi,t}(\omega) - Q_{Di,t}(\omega)(1-l_{S_{i,t}}(\omega)) + q_{sh_{i,t}}(\omega) + q_{i,t}^+(\omega) - q_{i,t}^-(\omega) - q_{i,t}^{inj}(\omega) - q_{f_{i,t}}^A(\mathbf{z}_f^A, \omega) = 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \cup \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (230)$$

$$l_{S_{i,t}}(\omega) \geq 0 \quad \forall i \in \mathbf{B} \cup \Psi_f^A, \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega. \quad (231)$$

A formulação descentralizada geral do PPOR estocástico multi-área considerando análise de risco é dada por (232)-(241).

$$\min_{\mathbf{z}^A} \mathbf{C}_{\text{fix}}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) + \mathbb{E}_{\omega} [\mathbf{C}_{\text{op}}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)] + \max_{\omega \in \Omega} \mathbf{W}\Gamma^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) \\ \left[ \hat{\lambda}_{f,t}^{\text{AA}}(\omega) \right]^T \mathbf{g}_{\text{tie}}^{\text{AA}}(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) + \left[ \hat{\mu}_{f,t}^{\text{AA}}(\omega) \right]^T \mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) \quad (232)$$

s.a:

$$\mathbf{C}_{\text{fix}}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) \leq \mathbf{B}_d^A \quad (233)$$

$$\mathbf{W}\Gamma^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) = \mathbf{C}_{\text{ls}}^A(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega) - \min_{\mathbf{z}_{\text{IP}}^A} \mathbf{C}_{\text{ls}}^A(\mathbf{z}_{\text{PI}}^A, \mathbf{t}, \omega) \quad (234)$$

$$\mathbf{W}\Gamma^{\text{max},A}(\mathbf{t}) = \max_{\omega \in \Omega} \mathbf{W}\Gamma^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) \quad (235)$$

$$\mathbf{g}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{\mathbf{t}}^A(\omega) \quad (236)$$

$$\mathbf{h}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{\mathbf{t}}^A(\omega) \quad (237)$$

$$\mathbf{g}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{f,t}^A(\omega) \quad (238)$$

$$\mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{f,t}^A(\omega) \quad (239)$$

$$\mathbf{z}_{\text{I}}^A(\mathbf{t}, \omega) \in \mathbf{I} \quad (240)$$

$$\mathbf{z}_{\text{b}}^A(\mathbf{t}, \omega) \in \{\mathbf{0}/\mathbf{1}\}. \quad (241)$$

onde a função objetivo (232) visa minimizar principalmente os custos de expansão de reativos e máximo corte de carga em cada área. A restrição (233) representa o limite de orçamento para os custos fixos das novas fontes em cada área. E as restrições (234) e (235) representam a medida de risco através *regret* de corte de carga nas barras PQ de cada área.

Desta forma, existem um termo novo na função objetivo e três restrições novas adicionados à formulação descentralizada do PPOR estocástica multi-área apresentada nas seções anteriores deste capítulo. Este termo e restrições expressos de forma geral em (232), 233, (234) e (235); na solução são representados pelas formulações em (242), (243), (244) e (245), respectivamente.

$$\mathbf{f}_2^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) = \sum_{t \in \mathbf{P}} \frac{1}{(1+r_t)^t} \mathbf{W}\Gamma_t^{\max, A} \quad (242)$$

$$\mathbf{W}\Gamma_t^A(\omega) = \sum_{i \in \mathbf{PQ}} C_i^{LS} l_{S_{i,t}}(\omega) - \min_{\mathbf{z}_{\mathbf{PI}}^A} \sum_{i \in \mathbf{PQ}} C_i^{LS} l_{S_{i,t}}^{PI}(\omega) \quad \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (243)$$

$$\mathbf{W}\Gamma_t^{\max, A} \geq \mathbf{W}\Gamma_t^A(\omega) \quad \forall t \in \mathbf{P}, \forall \omega \in \Omega \quad (244)$$

$$\sum_{t \in \mathbf{P} | t = 1} \frac{1}{(1+r_t)^t} \left[ K_{Fi} (u_{i,t}^+ + u_{i,t}^-) \right] + \sum_{t \in \mathbf{P} | t > 1} \frac{1}{(1+r_t)^t} \left\{ K_{Fi} \left[ (u_{i,t}^+ - u_{i,t-1}^+) + (u_{i,t}^- - u_{i,t-1}^-) \right] \right\} \leq B_d^A \quad \forall i \in \mathbf{B}. \quad (245)$$

Para a solução do problema (232)-(241) requer-se da solução do problema com informação perfeita. Devido à restrição de medida do risco em (234) ser a diferença entre o corte de carga da solução do problema estocástico e o corte de carga da solução do problema com informação perfeita, o problema (246)-(253) deve ser resolvido para cada área, e as soluções de cada cenário em cada período devem ser inseridas no segundo termo da equação em (234), o que permite a solução do problema estocástico (233)-(241).

$$\min_{\mathbf{z}_{\mathbf{PI}}^A} \mathbf{C}_{\mathbf{IS}}^A(\mathbf{z}_{\mathbf{PI}}^A, \mathbf{t}, \omega) + \left[ \hat{\lambda}_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^{\mathbf{AA}}(\omega) \right]^T \mathbf{g}_{\mathbf{tie}}^{\mathbf{AA}}(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^A, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{AA}}, \mathbf{t}, \omega) + \left[ \hat{\mu}_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^{\mathbf{AA}}(\omega) \right]^T \mathbf{h}_{\mathbf{tie}}^A(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^A, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{AA}}, \mathbf{t}, \omega) \quad (246)$$

s.a:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{fix}}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}) \leq \mathbf{B} \quad (247)$$

$$\mathbf{g}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{\mathbf{t}}^A(\omega) \quad (248)$$

$$\mathbf{h}^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{\mathbf{t}}^A(\omega) \quad (249)$$

$$\mathbf{g}_{\mathbf{tie}}^A(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^A, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{AA}}, \mathbf{t}, \omega) = \mathbf{0} \quad : \quad \lambda_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^A(\omega) \quad (250)$$

$$\mathbf{h}_{\mathbf{tie}}^A(\mathbf{z}_{\mathbf{f}}^A, \hat{\mathbf{z}}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{AA}}, \mathbf{t}, \omega) \leq \mathbf{0} \quad : \quad \mu_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^A(\omega) \quad (251)$$

$$\mathbf{z}_{\mathbf{I}}^A(\mathbf{t}, \omega) \in \mathbf{I} \quad (252)$$

$$\mathbf{z}_{\mathbf{b}}^A(\mathbf{t}, \omega) \in \{\mathbf{0}/\mathbf{1}\}. \quad (253)$$

A função em (232), é uma função multiobjetivo que contém dois objetivos complicantes  $f_1^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$  e  $f_2^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$ ;  $f_1^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$  visa minimizar os custos de expansão de reativos da área A e  $f_2^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$  visa minimizar o máximo corte de carga. A análise da técnica que permita resolver o problema proposto de forma eficiente é apresentada na seguinte seção.

## 6.5 SOLUÇÃO MULTIOBJETIVO DO PPOR MULTI-ÁREA

No problema de otimização multiobjetivo onde existem mais de um objetivo e estes são conflitantes, geralmente não existe uma única solução ótima que otimize simultaneamente todas as funções objetivo. Em otimização multiobjetivo, o conceito de otimalidade é denominado de Pareto-ótimo e o conjunto de soluções é denominado de conjunto Pareto-ótimo. O conjunto Pareto-ótimo é o conjunto de soluções onde, para cada solução do conjunto, não existe nenhuma outra solução factível capaz de melhorar o valor de um dos objetivos do problema sem que simultaneamente cause deterioração em pelo menos um dos demais objetivos (COHON, 2004). Em geral, os métodos de solução de problemas de otimização multiobjetivo mais usados são o método dos pesos (VIRA; HAIMES, 1983) e o método da restrição- $\epsilon$  (SADJADI; HEIDARI; ESBOEI, 2014). Estes métodos proporcionam um conjunto Pareto-ótimo representativo. O problema de otimização multiobjetivo pode ser representado por (254).

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x}} f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x}) \\ & \text{s.a :} \\ & \mathbf{x} \in S. \end{aligned} \tag{254}$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de variáveis de decisão,  $f_1(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})$  são as  $p$  funções objetivo e  $S$  é a região factível.

### 6.5.1 Método de Pesos

Este método consiste na otimização da soma ponderada das funções objetivo do problema, que pode ser formulado como (255).

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x}} \sum_i w_i f_i(\mathbf{x}) \\ & \text{s.a :} \\ & \mathbf{x} \in S. \end{aligned} \tag{255}$$

As soluções eficientes são obtidas através da variação dos pesos  $w_i$ .

### 6.5.2 Método da Restrição- $\varepsilon$

Este método consiste na otimização de uma das funções objetivo usando as outras como restrições do problema, é formulado como (256).

$$\begin{aligned}
 & \max_{\mathbf{x}} f_1(\mathbf{x}) \\
 & \text{s.a:} \\
 & f_2(\mathbf{x}) \geq \varepsilon_2 \\
 & \dots \\
 & f_p(\mathbf{x}) \geq \varepsilon_p \\
 & \mathbf{x} \in S.
 \end{aligned} \tag{256}$$

As soluções eficientes são obtidas através da variação paramétrica de  $\varepsilon_i$  das funções objetivos restringidas.

A seleção de entre o método de *pesos* e o método da *restrição- $\varepsilon$*  para resolver o problema de otimização multiobjetivo, vai depender do tipo de problema (variáveis contínuas ou inteiras mistas) que se busca resolver. Segundo (COHON, 2004), o método de *pesos* é ineficiente na solução de problemas multiobjetivo de tipo inteiro misto devido principalmente a: 1) Encontra unicamente o subconjunto das soluções eficientes “suportadas” e não consegue encontrar as soluções eficientes “não suportadas”, 2) A ponderação das funções objetivo tem grande influência nos resultados e; 3) Finalmente no método de pesos não é possível controlar o número de soluções eficientes da curva de Pareto. Enquanto que o método da *restrição- $\varepsilon$*  é muito eficiente na solução deste tipo de problemas multiobjetivo, pois este método não tem dificuldade para encontrar as soluções eficientes “não suportadas”, e neste método, é possível controlar o número de soluções eficientes ajustando adequadamente o número de pontos do parâmetro  $\varepsilon$  para cada um dos intervalos da função objetivo.

Portanto neste trabalho o método da *restrição- $\varepsilon$* , é utilizado para a solução do PPOR estocástico multiobjetivo multi-área. Neste método o processo de soluções é dividido em dois passos: 1) Geração de soluções eficientes, onde todas as soluções são fornecidas em uma tabela; e 2) Seleção de uma das soluções pelo decisor em base da sua preferência e prioridade. Na solução do problema de otimização multiobjetivo usando este método, um dos objetivos é escolhido como o único objetivo a ser otimizado, com os demais sendo tratados como restrições de desigualdade do problema, permitindo que os métodos clássicos de resolução para otimização mono objetivo possam ser aplicados. Neste contexto, no PPOR multiobjetivo (232)-(241), a função objetivo  $f_1^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$  é otimizada e a função objetivo  $f_2^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$  é transformada em uma restrição de desigualdade, sendo representada por (257) e (258).

$$\min_{\mathbf{z}^A} \mathbf{f}_1^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) + \left[ \hat{\lambda}_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^{\text{AA}}(\omega) \right]^T \mathbf{g}_{\text{tie}}^{\text{AA}}(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) + \left[ \hat{\mu}_{\mathbf{f}, \mathbf{t}}^{\text{AA}}(\omega) \right]^T \mathbf{h}_{\text{tie}}^A(\mathbf{z}_f^A, \hat{\mathbf{z}}_f^{\text{AA}}, \mathbf{t}, \omega) \quad (257)$$

$$\text{s.a:} \begin{cases} \mathbf{f}_2^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega) \leq \varepsilon_{2,s} \\ \text{Restrições em (233)–(241)}. \end{cases} \quad (258)$$

onde  $\varepsilon_{2,s}$  representa o número de intervalos da função objetivo, que é calculado através da solução de (259).

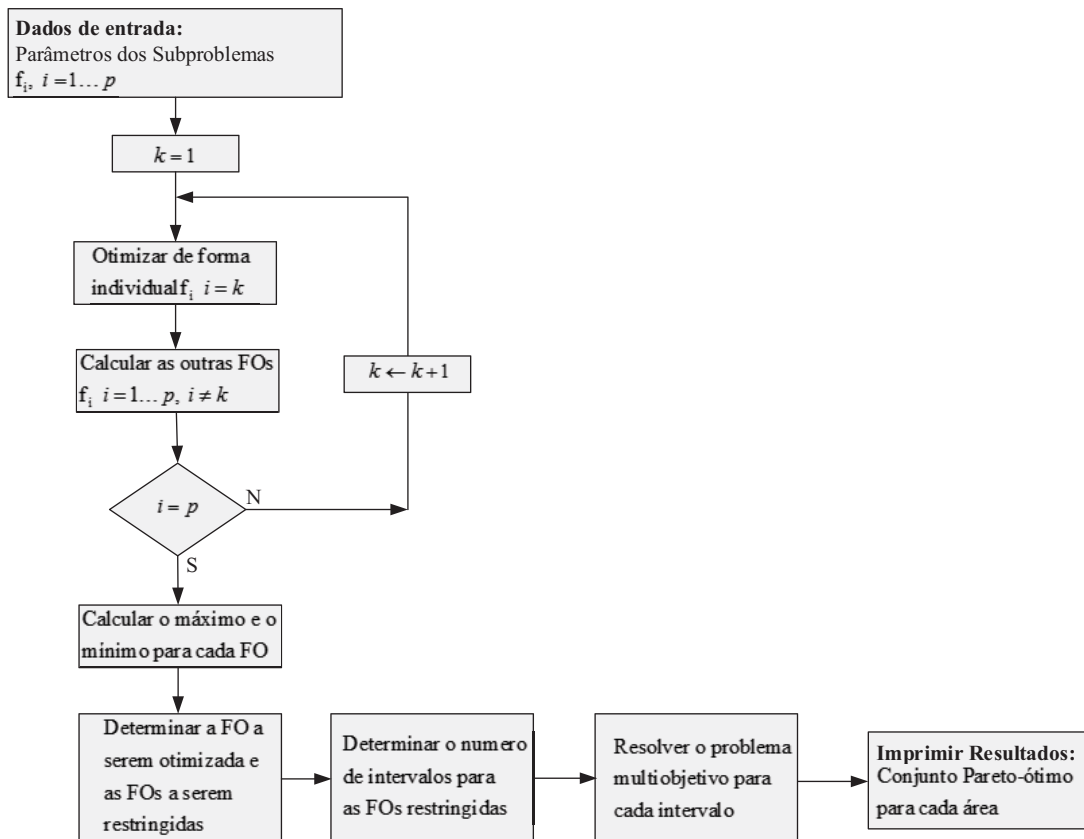
$$\varepsilon_{2,s} = \mathbf{f}_2^{\text{max,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega) - \left[ \frac{\mathbf{f}_2^{\text{max,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega) - \mathbf{f}_2^{\text{min,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega)}{L_2} \right] \times s$$

$$s = 0, 1, 2, \dots, L_2. \quad (259)$$

Na formulação (259),  $\mathbf{f}_2^{\text{max,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega)$  e  $\mathbf{f}_2^{\text{min,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega)$  representam os intervalos da função objetivo. Estes valores são obtidos resolvendo o problema (232)-(241) para cada função objetivo de forma individual (COHON, 2004), isto é minimizando  $\min \mathbf{f}_1^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$  as soluções para  $\mathbf{f}_1^{\text{min,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega)$  e  $\mathbf{f}_2^{\text{max,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega)$  são obtidas, e minimizando  $\min \mathbf{f}_2^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$  as soluções para  $\mathbf{f}_1^{\text{max,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega)$  e  $\mathbf{f}_2^{\text{min,A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}, \omega)$  são obtidas. Desta forma  $\varepsilon_{2,s}$  é calculado para  $L_2$  intervalos, sendo que  $L_2 + 1$  problemas de otimização devem ser resolvidos em cada área de forma coordenada. Se há infactibilidades na solução do problema (257)-(258), elas simplesmente são descartadas. Note, que na solução do problema de otimização (257)-(258), uma solução Pareto-ótima é obtida para cada nível de orçamento em cada área. Depois de obter as soluções Pareto-ótimas, o OST de cada área deve escolher a melhor de acordo com a sua preferência.

O algoritmo geral de solução de problemas de otimização multiobjetivo através do método da *restrição- $\varepsilon$*  é ilustrado na Figura 31. Para a solução do problema proposto, o OST de cada área deve resolver o problema multiobjetivo do seu subsistema de forma coordenada com as áreas adjacentes.

Figura 31 - Algoritmo de solução do PPOR multiobjetivo descentralizado



Fonte: Do Autor

### 6.5.3 Testes e Resultados

Nesta seção são apresentados os testes e resultados para a solução descentralizada do PPOR multi-área considerando análise de risco para o SEP equivalente Sul Sudeste Brasileiro (ver Figura 33 no Apêndice B) cujos parâmetros técnicos são fornecidos em (UFF, 2011) e as capacidade e custos das fontes reativas candidatas podem ser consultadas na Tabela 16 no Apêndice B. O problema foi escrito em AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2002) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (IBM, 2009), em um computador Dell PowerEdge R910×64, 128 GB de RAM e 1.87 GHz. As condições consideradas nos testes são as mesmas que as consideradas nas seções anteriores deste capítulo. Os custos de corte de carga foram escolhidos de acordo com a densidade de carga em cada área do SEP, assim o valor de 1000 R\$/MVAh é adicionado para todas as barras de carga da  $A_1$  e 10.0000 R\$/MVAh é adicionado para todas as barras de carga da  $A_2$ .

Na Tabela 11 apresentam-se os custos de expansão, o corte de carga das demandas ativa e reativa, o risco e o correspondente plano de expansão em cada período, para soluções do PPOR global neutro ao risco e avesso ao risco para diferentes orçamentos de expansão. As soluções do

---

problema neutro ao risco são obtidas sem otimizar a função objetivo  $f_2^A(\mathbf{z}^A, \mathbf{t}, \omega)$  e as restrições relacionadas com o risco (234) e (235) no problema (232)-(241).

Tabela 11 - Solução descentralizada do PPOR multi-área neutro ao risco vs avesso ao risco considerando diversos orçamentos

Neutro ao Risco									
Orçamento ( $B_d$ ) [10 <sup>6</sup> R\$]	Custos de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Plano de Expansão				
		P[MW]	Q[MVAr]		$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
20	21,25	1581,57	1006,42	35,37	840	-	-	-	-
40	42,03	1304,33	863,15	21,71	834, 840	-	-	-	-
60	61,36	1057,28	668,65	13,60	840, 1210	-	-	-	-
80	79,06	791,98	515,34	5,52	834, 1210	840	-	-	-
100	92,72	695,35	302,42	4,37	965	840	-	-	-
200	186,73	250,83	83,65	1,95	123, 814, 834, 965	840	-	-	-
400	368,82	0,00	0,00	0,00	102, 123, 834, 840, 960, 964, 1210	-	-	-	976

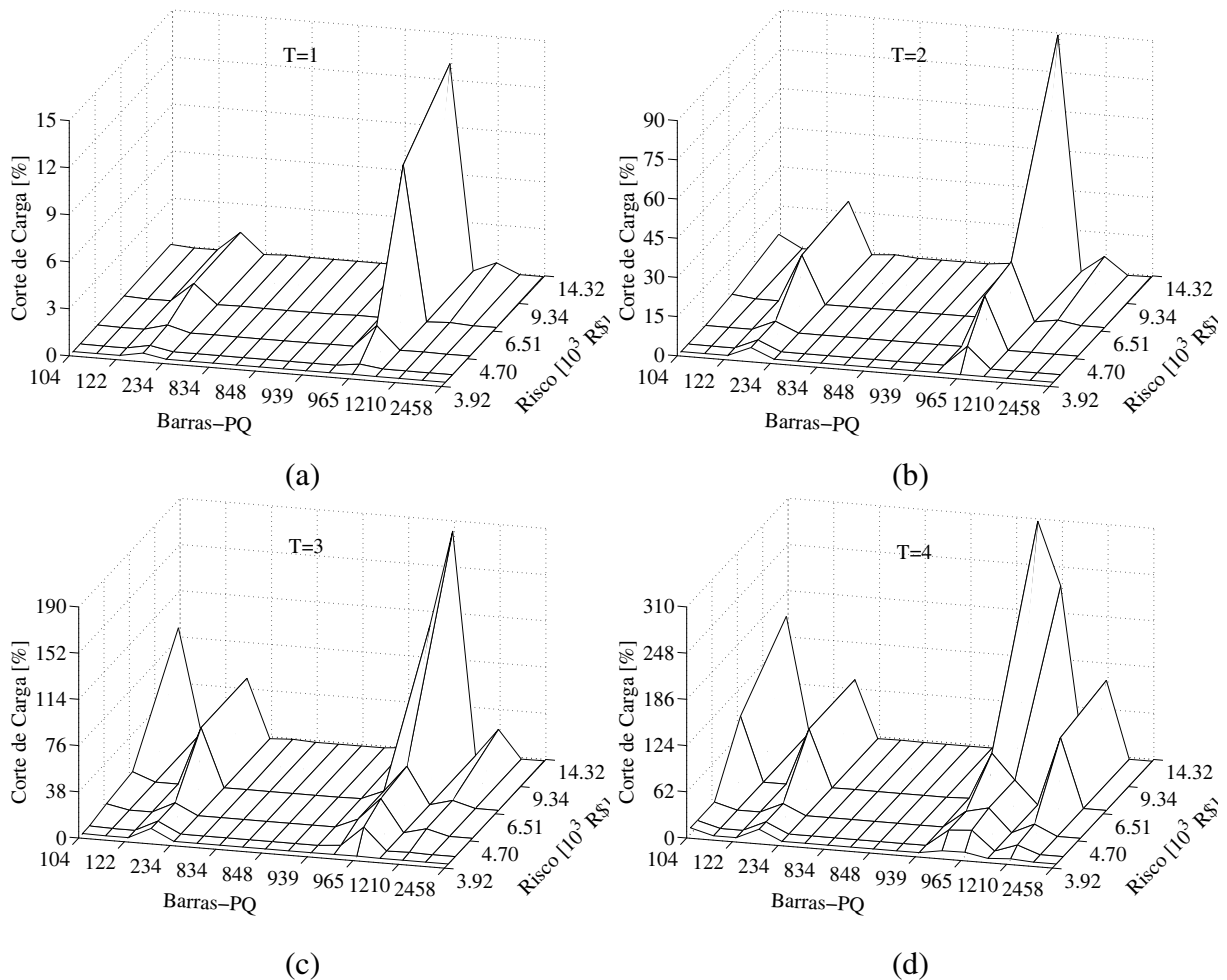
Averso ao Risco									
Orçamento ( $B_d$ ) [10 <sup>6</sup> R\$]	Custos de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Plano de Expansão				
		P[MW]	Q[MVAr]		$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
20	18,86	1594,72	1012,12	14,32	840	-	-	-	-
40	37,71	1310,02	869,10	12,31	834, 839	-	-	-	-
60	56,50	1066,35	673,21	9,34	840, 976	-	-	-	-
80	74,09	799,12	519,31	4,36	834, 840, 976	-	-	-	-
100	92,71	702,30	309,10	3,92	965	839	-	-	-
200	186,70	261,22	88,87	1,78	123, 814, 834, 965	840	-	-	-
400	368,80	0,00	0,00	0,00	102, 123, 834, 840, 848, 965, 976, 1015, 1210	-	-	-	-

Fonte: Do autor

Pode-se verificar que o PPOR multi-área avesso ao risco propõe soluções com custos de expansão e níveis de risco mais baixos quando comparadas com as soluções do PPOR neutro ao risco. A melhoria nos custos de expansão são de 11,25%, 11,23%, 7,92% and 6,28% para os orçamentos de R\$20 milhões, R\$40 milhões, R\$60 milhões e R\$80 milhões, respectivamente. Para os orçamentos de R\$100 milhões até R\$400 milhões, os custos de expansão são os mesmos com mínimas diferenças. Em relação aos níveis de risco as melhorias representam o 59,51%, 43,29%, 31,32%, 21,01%, 10,30% e 8,72% para orçamentos de R\$20 milhões, R\$40 milhões, R\$60 milhões, R\$80 milhões, R\$100 milhões e R\$200 milhões, respectivamente. Por outro lado, a similaridade de alguns valores de custos de expansão e níveis de risco deve-se ao fato de que os PPOR multi-área neutro ao risco e avesso ao risco são idênticos. Obviamente nos resultados mostrados, o PPOR multi-área condicionado a um risco, apresenta melhores resultados.

Na Figura 32, ilustra-se o corte de carga esperado  $l_S$  do SEP multi-área em cada barra de carga **PQ** e em cada período ao longo do horizonte de planejamento para o PPOR multi-área avesso ao risco com um limite de orçamento de R\$100 milhões. Em cada figura se evidencia o corte de carga ao longo do horizonte de planejamento. A barra com mais risco de corte de carga em todos o períodos é a barra 965. Mesmo com a instalação de uma fonte reativa no período 1, as incertezas e o limite de orçamento, produzem cortes de carga em outras barras do SEP. Este indicador é importante e o OST da área deve levá-lo em consideração para tomar medidas corretivas sobre todo no aspecto relacionado com o orçamento.

Figura 32 - Corte de carga do SEP multi-área



Fonte: Do autor

Depois de ter analisado a viabilidade do análise de risco no problema proposto, nas Tabelas 12 e 13, apresentam-se as soluções para cada área do PPOR multi-área avesso ao risco. Considerando primeiro que a  $A_1$  tem maiores orçamentos em relação a  $A_2$  e em contrapartida  $A_2$  tem maiores orçamentos em relação a  $A_1$ . Nas Tabelas 12 e 13, os resultados são evidentes, para os caso da  $A_1$  com maiores orçamentos, esta área chega a eliminar o seu risco de corte de carga com o seu orçamento máximo de R\$300 milhões, instalando as fontes reativas suficientes na sua área. Enquanto que a  $A_2$ , pelo seu limite no orçamento, deverá operar sem poder fornecer 135,69 MW e 125,14 MVAR ao seus consumidores. No caso inverso, em que o orçamento da  $A_2$  é maior do que a  $A_1$ , como mostrado na Tabela 13, agora a  $A_1$  sofre as consequências de corte de carga no pior cenário de incerteza na demanda, pois 723,82 MW e 525,16 MVAR é a demanda que não pode ser fornecida para garantir a operação segura do resto do sistema.

Tabela 12 - Solução descentralizada do PPOR multi-área avesso ao risco considerando  $B_d^{A_1} > B_d^{A_2}$ 

$A_1$									
Orçamento ( $B_d$ ) [10 <sup>6</sup> R\$]	Custos de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Plano de Expansão				
		P[MW]	Q[MVAr]		$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
70	62,05	520,28	339,25	7,30	102	-	-	-	-
100	101,23	343,58	182,36	2,18	1503	213	-	-	-
200	203,08	127,31	46,23	0,77	123, 1503	234	-	-	-
300	222,89	0,00	0,00	0,00	102, 123	234	-	-	-

$A_2$									
Orçamento ( $B_d$ ) [10 <sup>6</sup> R\$]	Custos de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Risco [10 <sup>6</sup> R\$]	Plano de Expansão				
		P[MW]	Q[MVAr]		$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
20	21,25	791,23	502,43	18,25	840	-	-	-	-
40	42,07	580,23	420,26	12,48	834, 840	-	-	-	-
60	61,58	260,54	310,58	5,12	840, 1210	-	-	-	-
80	81,95	135,69	125,14	3,24	834, 1210	840	-	-	-

Fonte: Do autor

Tabela 13 - Solução descentralizada do PPOR multi-área avesso ao risco considerando  $B_d^{A_2} > B_d^{A_1}$ 

$A_1$									
Orçamento ( $B_d$ ) [10 <sup>6</sup> R\$]	Custos de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Plano de Expansão				
		P[MW]	Q[MVar]		$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
20	0,00	1120,23	985,96	27,30	-	-	-	-	-
40	0,00	1120,23	985,96	27,30	-	-	-	-	-
60	62,36	758,96	582,36	18,86	102	-	-	-	-
80	66,36	723,82	525,16	14,25	102	-	-	-	-

$A_2$									
Orçamento ( $B_d$ ) [10 <sup>6</sup> R\$]	Custos de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Plano de Expansão				
		P[MW]	Q[MVar]		$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
80	79,08	723,69	495,23	7,36	840, 1210	-	-	-	-
100	92,78	605,25	270,26	5,43	834, 1210	840	-	-	-
220	223,65	180,95	42,26	3,75	814, 834, 964, 965	840	-	-	-
400	382,26	0,00	0,00	0,00	814, 834, 840, 960, 964, 1210	965	-	-	976

Fonte: Do autor

No PPORE multi-área descentralizado as restrições de limite de orçamento, são modeladas uma para cada área, e as soluções não podem ser equivalentes às soluções do problema centralizado, porque no PPORE multi-área centralizado apenas uma restrição de limite de orçamento é modelada para todas as áreas. Por outro lado, na prática uma melhor situação econômica de uma região ou área poderia ajudar as áreas interligadas com piores benefícios econômicos. Mas no PPORE nem sempre é assim, o problema de alocação de reativos é um problema local, e a transferência de potência reativa pelas linhas de transmissão incrementa as perdas impedindo a transferência de potência ativa.

Nas Tabelas 14 e 15, apresentam-se as soluções Pareto-ótimas dos custos de expansão e risco para orçamentos de R\$80 milhões e R\$100 milhões para cada área do SEP. Cada nível de risco é dado pelo fator  $\varepsilon_{2,s}$  de cada área que define o custos de expansão, o corte de carga e plano de expansão. Esta informação é muito relevante para o OST do sistema elétrico regional, pois permite escolher o plano de expansão mais apropriado. Por exemplo se o OST da área  $A_1$  está interessado em uma posição estritamente avessa ao risco, obterá o mínimo corte de carga de 321,58 MW e 180,36 MVar instalando apenas uma fonte reativa na barra 102, com um orçamento de R\$80 milhões. Considerando um orçamento de R\$100 milhões, duas fontes devem ser instaladas nas barras 102 e 1503 obtendo o mínimo corte de carga de 121,74 MW 65,12 MVar. Pode-se verificar que na área  $A_2$  os riscos como os orçamentos de R\$80 milhões e R\$100 milhões são maiores que os riscos da  $A_1$ , isto é devido a maior densidade de carga na área  $A_2$ .

Tabela 14 - Fronteira eficiente para dois tipos de orçamentos para a área  $A_1$

Orçamento $B_d = R\$80$ Milhões							
Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Custo de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Plano de Expansão			
		P[MW]	Q[MVar]	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
11,23	57,78	985,26	756,12	102	-	-	-
9,35	66,85	752,36	489,62	102	-	-	-
5,98	71,36	321,58	180,36	102	-	-	-
Orçamento $B_d = R\$100$ Milhões							
Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Custo de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Plano de Expansão			
		P[MW]	Q[MVar]	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
11,23	57,78	985,26	756,12	102	-	-	-
9,35	66,85	752,36	489,62	102	-	-	-
5,98	71,36	321,58	180,36	102	-	-	-
2,13	98,23	121,74	65,12	102,1503	-	-	-

Fonte: Do autor

Tabela 15 - Fronteira eficiente para dois tipos de orçamentos para a área  $A_2$ 

Orçamento $B_d = R\$80$ Milhões							
Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Custo de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Plano de Expansão			
		P[MW]	Q[MVAr]	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
14,32	18,86	1594,72	1012,12	840	-	-	-
12,20	24,02	1402,13	972,52	840	-	-	-
9,33	33,70	1380,15	889,12	840, 976	-	-	-
7,21	45,03	1102,08	678,14	839	840	-	-
5,51	60,50	1066,35	673,21	840	976	-	-
4,66	75,35	854,13	812,14	834, 976	840	-	-
Orçamento $B_d = \$100$ Milhões							
Risco [10 <sup>3</sup> R\$]	Custo de Expansão [10 <sup>6</sup> R\$]	Corte de Carga		Plano de Expansão			
		P[MW]	Q[MVAr]	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
14,32	18,86	1594,72	1012,12	840	-	-	-
12,20	24,02	1402,13	972,52	840	-	-	-
9,33	37,71	1310,02	869,10	840, 976	-	-	-
6,51	56,50	1066,35	673,21	834, 839	-	-	-
4,66	74,09	799,12	519,31	834, 976	840	-	-
3,92	92,71	702,30	309,10	965	839	-	-

Fonte: Do autor

## 7 CONCLUSÕES, CONTRIBUIÇÕES E TRABALHOS FUTUROS

Na atualidade, os sistemas de energia elétrica requerem que os seus modelos de planejamento da expansão e da operação considerem os efeitos dos eventos aleatórios. A impossibilidade de prever com precisão essas aleatoriedades introduz risco nos modelos matemáticos. Portanto, é importante não implementar apenas modelos de otimização estocástica, mas também modelos de gerenciamento do risco. A principal contribuição deste trabalho é a aplicação de otimização estocástica na formulação e solução do PPOR em sistemas elétricos multi-área considerando a análise de risco através da teoria minimax *regret*.

No Capítulo 4, a formulação convexa do PPOR é desenvolvida baseada em técnicas de convexificação eficientes existentes na literatura e a discretização dos ajustes dos taps dos transformadores com controle de taps é realizada. Esta formulação é estendida para um modelo multi-período dinâmico que permite considerar a temporalidade dos investimentos e da demanda, e por sua vez permite obter a sequência de realização dos investimentos e da alocação das novas fontes reativas. As contribuições neste capítulo, são significativas e são a base do sucesso nas formulações nos capítulos seguintes, pois na literatura não existem ainda formulações convexas abordando o PPOR, considerando que este tipo de formulações garantem o ótimo global na solução. Os taps dos transformadores com controle de taps na maioria de formulações na literatura são considerados como variáveis contínuas, sendo que na prática estes são de passos discretos e a forma de como estes são considerados (variáveis contínuas ou discretas) nas formulações altera a qualidade das soluções ótimas obtidas. Na literatura, muitos trabalhos relacionados consideram a solução do PPOR em um único período, desconsiderando a temporalidade dos investimentos e desconhecendo que na prática no planejamento de longo prazo nem sempre o total dos investimentos precisam ser executados de uma única vez.

No Capítulo 5, a formulação convexa multi-período é reformulada para a solução do PPOR multi-área através da decomposição das condições de otimalidade de KKT. Neste capítulo se mostra o desempenho matemático na solução do PPOR determinístico convexo multi-período usando uma técnica de decomposição proposta na literatura, sendo que a eficiência computacional do problema decomposto é afetada pelo fato de se utilizar a decomposição. A diferença da técnica de decomposição da literatura e a proposta, é que os problemas abordando esta técnica de decomposição são resolvidos através de um coordenador central que avalia os intercâmbios das informações de fronteira entre as áreas interligadas, e neste trabalho a atividade do coordenador central é eliminada porque as restrições de acoplamento além de ser dualizadas na função objetivo, também são mantidas como restrições do problema, permitindo que os intercâmbios sejam feitos de forma moderada. Desta forma o problema pode ser resolvido através

de processamento paralelo ou distribuído.

No Capítulo 6, o PPOR apresentado no capítulo 5 é formulado como um problema de otimização estocástico de dois estágios, considerando incertezas na demanda. A geração de cenários baseada na técnica de ALH, mostra que além do tempo computacional requerido, as funções de distribuição obtidas são de boa qualidade quando comparadas com a técnica de SMC. Por outro lado a valoração da importância das incertezas mostra que a solução do PPOR considerando incertezas é necessária e importante para garantir a operação segura do SEP. Neste capítulo também, a análise risco baseado no *regret* é abordado com o propósito de medir o risco produzido não apenas pelas incertezas, mas também pelos limites nos investimentos. Das soluções obtidas verifica-se o impacto significativo quando se comparam as soluções do PPOR neutro ao risco e avesso ao risco. A técnica utilizada para a solução do PPOR multiobjetivo pode ser considerada uma técnica viável e eficiente que se adapta às exigências físicas e operacionais do problema proposto. As soluções Pareto-ótimas permitem aos OST tomar decisões baseadas em soluções robustas, utilizando o critério do custo-benefício em vez de simplesmente o mínimo custo de expansão de reativos como em alguns trabalhos existentes na literatura. Portanto considera-se que o enfoque proposto ajusta-se às preferências do OST.

Para sugestões de trabalhos futuros propõe-se:

- Modelar e resolver o PPOR sob incertezas na demanda e na topologia da rede de transmissão considerando o redespacho de potência ativa, otimizando os custos totais de expansão e o custo de energia não fornecida.
- Resolver o PPOR estocástico considerando fontes de energia renováveis em sistemas multi-areas e analisar o impacto dos recursos renováveis em cada área frente às limitações nas emissões.
- Abordar o problema de planejamento de redes de distribuição com geração distribuída considerando incertezas nas tecnologias de geração distribuída.

## REFERÊNCIAS

- ACHA, E.; AMBRIZ-PEREZ, H.; FUERTE-ESQUIVEL, C. Advanced transformer control modeling in an optimal power flow using newton's method. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 15, n. 1, p. 290–298, feb. 2000.
- AJJARAPU, V.; LAU, P. L.; BATTULA, S. An optimal reactive power planning strategy against voltage collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 9, n. 2, p. 906–917, may. 1994.
- ÁLVAREZ, J.; PONNAMBALAM, K.; QUINTANA, V. Generation and transmission expansion under risk using stochastic programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 22, n. 3, p. 1369–1378, aug. 2007.
- ANJOS, M. F.; LASSERRE, J. B. *Handbook on semidefinite, conic and polynomial optimization*. [S.l.]: Springer, 2011.
- AOKI, K.; FAN, M.; NISHIKORI, A. Optimal VAR planning by approximation method for recursive mixed-integer linear programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 3, n. 4, p. 1741–1747, nov. 1988.
- BAKIRTZIS, A.; BISKAS, P. A decentralized solution to the dc-opf of interconnected power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 18, n. 3, p. 1007–1013, aug. 2003.
- BALDICK, R.; KIM, B.; CHASE, C.; LUO, Y. A fast distributed implementation of optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 14, n. 3, p. 858–864, aug. 1999.
- BEALE, E. M. L. On minimizing a convex function subject to linear inequalities. *Journal of the Royal Statistical Society*, New York, v. 17, n. 2, p. 173–184, 1955.
- BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. *Introduction to stochastic programming*. New York: Springer, 2011. (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, 2).
- BISKAS, P.; BAKIRTZIS, A.; MACHERAS, N.; PASIALIS, N. A decentralized implementation of dc optimal power flow on a network of computers. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 20, n. 1, p. 25–33, feb. 2005.
- BORCHERS, B.; YOUNG, J. Implementation of a primal-dual method for SDP on a shared memory parallel architecture. *Computational Optimization and Applications*, New York, v. 37, n. 3, p. 355–369, 2007.
- BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. *Convex optimization*. New York: Cambridge university press, 2009.

- CALOVIC, M. Modeling and analysis of under-load tap-changing transformer control systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, v. 103, n. 7, p. 1909–1915, jul. 1984.
- CHEBBO, A.; IRVING, M.; STERLING, M. Reactive power dispatch incorporating voltage stability. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, New York, v. 139, n. 3, p. 253–260, may. 1992.
- CHEN, Y.; LIU, C.-C. Interactive fuzzy satisfying method for optimal multi-objective var planning in power systems. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, New York, v. 141, n. 6, p. 554–560, nov. 1994.
- CHEN, Y.-L.; LIU, C.-C. Optimal multi-objective VAR planning using an interactive satisfying method. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 10, n. 2, p. 664–670, may. 1995.
- COHON, J. L. *Multiobjective programming and planning*. New York: Dover Publications, 2004.
- CONEJO, A.; AGUADO, J. Multi-area coordinated decentralized dc optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 13, n. 4, p. 1272–1278, nov. 1998.
- CONEJO, A.; CASTILLO, E.; MINGUEZ, R.; GARCIA-BERTRAND, R. *Decomposition techniques in mathematical programming*. Berlin: Springer, 2006. (Engineering and Science Applications).
- CUELLO-REYNA, A.; CEDENO-MALDONADO, J. A differential evolution approach to optimal reactive power planning. In: TRANSMISSION DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 2006, Caracas. *Proceedings...*, Caracas: IEEE/PES T & D, 2006. p. 1-7.
- CUTSEM, T. V. A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 6, n. 1, p. 145–156, feb. 1991.
- DANTZIG, G. B. Linear programming under uncertainty. *Management Science*, New York, v. 1, n. 3/4, p. 197–206, jul. 1955.
- DEEB, N.; SHAHIDEHPOUR, S. Linear reactive power optimization in a large power network using the decomposition approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 5, n. 2, p. 428–438, may. 1990.
- DEEB, N.; SHAHIDEHPOUR, S. Cross decomposition for multi-area optimal reactive power planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 8, n. 4, p. 1539–1544, nov. 1993.
- DELFANTI, M.; GRANELLI, G.; MARANNINO, P.; MONTAGNA, M. Optimal capacitor placement using deterministic and genetic algorithms. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 15, n. 3, p. 1041–1046, aug. 2000.
- DENTON, M.; PALMER, A.; MASIELLO, R.; SKANTZE, P. Managing market risk in energy. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 18, n. 2, p. 494–502, may. 2003.

- ERMOLIEV, Y. *Numerical techniques for stochastic optimization*. New Jersey: Springer-Verlag New York, 1988.
- FENG, Z.; AJJARAPU, V.; MARATUKULAM, D. A comprehensive approach for preventive and corrective control to mitigate voltage collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 15, n. 2, p. 791–797, may. 2000.
- FICO. *Xpress-optimizer reference manual*. New Jersey: [s.n], 2007.
- FORTUNY-AMAT, J.; MCCARL, B. A representation and economic interpretation of a two-level programming problem. *The Journal of the Operational Research Society*, New Jersey, v. 32, n. 9, p. 783–792, 1981.
- FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. *A modeling language for mathematical programming*. 2. ed. Illinois: Duxbury Press, 2002. Hardcover.
- GAN, D.; ZHIHUA, Q.; CAI, H. Large-scale var optimization and planning by tabu search. *Electric Power Systems Research*, New Jersey, v. 39, n. 3, p. 195–204, dec. 1996.
- GÓMEZ, T.; PÉREZ-ARRIAGA, I.; LUMBRERAS, J.; PARRA, V. A security-constrained decomposition approach to optimal reactive power planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 6, n. 3, p. 1069–1076, aug. 1991.
- GRANADA, M.; RIDER, M. J.; MANTOVANI, J.; SHAHIDEHPOUR, M. A decentralized approach for optimal reactive power dispatch using a lagrangian decomposition method. *Electric Power Systems Research*, New Jersey, v. 89, p. 148–156, aug. 2012.
- GRANVILLE, S.; PEREIRA, M.; MONTICELLI, A. An integrated methodology for VAR sources planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 3, n. 2, p. 549–557, may. 1988.
- HABUR, K.; O’LEARY, D. *A FACTS - flexible AC transmission systems, for cost effective and reliable transmission of electrical energy*. Erlangen: [s.n.], 2010. Disponível em: <http://www.siemens.com/TransSys/pdf/CostEffectiveReliabTrans.pdf>. Acesso em: 15 aug. 2012.
- HAJIAN, M.; ROSEHART, W. D.; ZAREIPOUR, H. Probabilistic power flow by monte carlo simulation with latin supercube sampling. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 28, n. 2, p. 1550–1559, 2013.
- HONG, Y.-Y.; SUN, D.; LIN, S.-Y.; LIN, C.-J. Multi-year multi-case optimal VAR planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 5, n. 4, p. 1294–1301, nov. 1990.
- HSIAO, Y.-T.; CHIANG, H.-D.; LIU, C.-C.; CHEN, Y.-L. A computer package for optimal multi-objective VAR planning in large scale power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 9, n. 2, p. 668–676, may. 1994.
- HU, Z.; WANG, X.; TAYLOR, G. Stochastic optimal reactive power dispatch: formulation and solution method. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, New York, v. 32, n. 6, p. 615–621, jul. 2010.

- IBA, K. Reactive power optimization by genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 9, n. 2, p. 685–692, may. 1994.
- IBA, K.; SUZUKI, H.; SUZUKI, K.-I.; SUZUKI, K. Practical reactive power allocation/operation planning using successive linear programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 3, n. 2, p. 558–566, may. 1988.
- IBM. *Users manual for CPLEX*. North Carolina: [s.n.], 2009.
- INUIGUCHI, M.; SAKAWA, M. Minimax regret solution to linear programming problems with an interval objective function. *European Journal of Operational Research*, Londres, v. 86, n. 3, p. 526–536, 1995.
- JABR, R. A conic quadratic format for the load flow equations of meshed networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 22, n. 4, p. 2285–2286, nov. 2007.
- JABR, R. Optimal power flow using an extended conic quadratic formulation. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 23, n. 3, p. 1000–1008, aug. 2008.
- JABR, R. Optimization of ac transmission system planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 28, n. 3, p. 2779–2787, aug. 2013.
- JIRUTITIJAROEN, P.; SINGH, C. Reliability constrained multi-area adequacy planning using stochastic programming with sample-average approximations. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 23, n. 2, p. 504–513, may 2008.
- JWO, W.-S.; LIU, C.-W.; LIU, C.-C.; HSIAO, Y.-T. Hybrid expert system and simulated annealing approach to optimal reactive power planning. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, New York, v. 142, n. 4, p. 381–385, Jul. 1995.
- KEKO, H.; DUQUE, A.; MIRANDA, V. A multiple scenario security constrained reactive power planning tool using EPSO. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEMS APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, 2007, Niigata. *Proceedings...*, Niigata: ISAP, 2007. p. 1-6.
- KERMANSHAHI, B.; TAKAHASHI, K.; ZHOU, Y. Optimal operation and allocation of reactive power resource considering static voltage stability. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, 1998, Beijing. *Proceedings...* Beijing: POWERCON, 1998. p. 1473-1477.
- KEYPOUR, R.; SHARIFZADEH, H. A comparative study on performance of metaheuristics optimization methods for optimal var sizing and allocation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL TECHNOLOGIES IN ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERING, 2010, Listvyanka. *Proceedings...*, Listvyanka: SIBIRCON, 2010. p. 777-782.
- KHAZALI, A.; KALANTAR, M. Optimal reactive power dispatch based on harmony search algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, New York, v. 33, n. 3, p. 684–692, jan. 2011.
- KIM, B.; BALDICK, R. Coarse-grained distributed optimal power flow. *IEEE Transactions on*

*Power Systems*, New York, v. 12, n. 2, p. 932–939, may 1997.

KUNDUR, P. *Power system stability and control*. New York: McGraw-Hill, 1994.

KUNDUR, P.; PASERBA, J.; AJJARAPU, V.; ANDERSSON, G.; BOSE, A.; CANIZARES, C.; HATZIARGYRIOU, N.; HILL, D.; STANKOVIC, A.; TAYLOR, C.; CUTSEM, T. V.; VITTAL, V. Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 19, n. 3, p. 1387–1401, aug. 2004.

LAI, L.; MA, J. Application of evolutionary programming to reactive power planning-comparison with nonlinear programming approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 12, n. 1, p. 198–206, feb. 1997.

LAMONT, J.; FU, J. Cost analysis of reactive power support. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 14, n. 3, p. 890–898, aug. 1999.

LEBOW, W.; NADIRA, R. *Optimization of reactive volt-ampere (VAR) sources in system planning*. Cambridge: EPRI, 1988.

LEE, K.; BAI, X.; PARK, Y.-M. Optimization method for reactive power planning by using a modified simple genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 10, n. 4, p. 1843–1850, nov. 1995.

LEE, K.; YANG, F. Optimal reactive power planning using evolutionary algorithms: a comparative study for evolutionary programming, evolutionary strategy, genetic algorithm, and linear programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 13, n. 1, p. 101–108, feb. 1998.

LOBO, M. S.; VANDENBERGHE, L.; BOYD, S.; LEBRET, H. Applications of second-order cone programming. *Linear algebra and its applications*, Atlanta, v. 284, n. 1, p. 193–228, 1998.

LU, Z.; HE, S.; FENG, T.; LI, X.; GUO, X.; SUN, X. Robust economic/emission dispatch considering wind power uncertainties and flexible operation of carbon capture and storage. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, New York, v. 63, p. 285–292, 2014.

MAMANDUR, K.; CHENOWETH, R. Optimal control of reactive power flow for improvements in voltage profiles and for real power loss minimization. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, v. 100, n. 7, p. 3185–3194, jul. 1981.

MANGOLI, M. K.; LEE, K. Y.; PARK, Y. M. Optimal long-term reactive power planning using decomposition techniques. *Electric Power Systems Research*, New Jersey, v. 26, n. 1, p. 41–52, 1993.

MANTOVANI, J.; GARCIA, A. A heuristic method for reactive power planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 11, n. 1, p. 68–74, Feb. 1996.

MANTOVANI, J.; MODESTO, S.; GARCIA, A. Var planning using genetic algorithm and linear programming. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, New York,

v. 148, n. 3, p. 257–262, may. 2001.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The journal of finance*, Wiley Online Library, New York, v. 7, n. 1, p. 77–91, mar. 1952.

MARTI, K.; KALL, P. *Stochastic programming*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 1995.(Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 423).

MELIOPOULOS, A.; COKKINIDES, G. A virtual environment for protective relaying evaluation and testing. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 19, n. 1, p. 104–111, feb. 2004.

MOLZAHN, D.; LESIEUTRE, B.; DEMARCO, C. A sufficient condition for global optimality of solutions to the optimal power flow problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 29, n. 2, p. 978–979, Mar. 2014.

MULVEY, J. M.; VANDERBEI, R. J.; ZENIOS, S. A. Robust optimization of large-scale systems. *Operations Research*, New Jersey, v. 43, n. 2, p. 264–281, apr. 1995.

NARA, K.; HU, H. A reactive power resource planning method by tabu search in competitive markets. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, 2000, Perth. *Proceedings...*, Perth: POWERCON, 2000. p. 1089-1094.

NILSEN, T.; AVEN, T. Models and model uncertainty in the context of risk analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, New York, v. 79, n. 3, p. 309–317, 2003.

NOGALES, F. J.; PRIETO, F. J.; CONEJO, A. J. A decomposition methodology applied to the multi-area optimal power flow problem. *Annals of Operations Research*, New York, v. 120, n. 1-4, p. 99–116, apr. 2003.

OLSSON, A.; SANDBERG, G.; DAHLBLOM, O. On latin hypercube sampling for structural reliability analysis. *Structural Safety*, New York, v. 25, n. 1, p. 47–68, jan. 2003.

PAPALEXOPOULOS, A.; IMPARATO, C.; WU, F. Large-scale optimal power flow: effects of initialization, decoupling and discretization. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 4, n. 2, p. 748–759, may. 1989.

PEREIRA, M.; GRANVILLE, S.; FAMPA, M.; DIX, R.; BARROSO, L. Strategic bidding under uncertainty: a binary expansion approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 20, n. 1, p. 180–188, feb. 2005.

POZO, D.; CONTRERAS, J. A chance-constrained unit commitment with an n-k security criterion and significant wind generation. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 28, n. 3, p. 2842–2851, 2013.

RAJKUMAR, P.; DEVARAJ, D. Adaptive particle swarm optimization approach for optimal reactive power planning. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, 2008, New Delhi. *Proceedings...* New Delhi: POWERCON, 2008. p. 1-7.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, Washington, v. 2, p. 21–42, sep. 2000.

- RUIWEI, J.; JIANHUI, W.; MUHONG, Z.; YONGPEI, G. Two-stage minimax regret robust unit commitment. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 28, n. 3, p. 2271–2282, aug. 2013.
- RUSZCZYŃSKI, A.; SHAPIRO, A. *Stochastic programming models*. New Jersey: Elsevier, 2003. (Handbooks in Operations Research and Management Science, 10).
- SACHDEVA, S.; BILLINTON, R. Optimum network var planning by nonlinear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, v. 92, n. 4, p. 1217–1225, jul. 1973.
- SADJADI, S.; HEIDARI, M.; ESBOEI, A. A. Augmented  $\varepsilon$ -constraint method in multiobjective staff scheduling problem: a case study. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, London, v. 70, p. 1505–1514, oct. 2014.
- SANKARAKRISHNAN, A.; BILLINTON, R. Sequential monte carlo simulation for composite power system reliability analysis with time varying loads. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 10, n. 3, p. 1540–1545, aug. 1995.
- SHAPIRO, A.; PHILPOT, A. *A tutorial in stochastic programming*. Atlanta: [s.n.], 2007. Disponível em: <<http://stoprog.org/>>. Acesso em: 23 jan. 2011.
- STURM, J. F. Using sedumi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization Methods and Software*, Malaysia, v. 11, n. 1-4, p. 625–653, 1999.
- SUBBARAJ, P.; RAJNARAYANAN, P. Optimal reactive power dispatch using self-adaptive real coded genetic algorithm. *Electric Power Systems Research*, New York, v. 79, n. 2, p. 374–381, sep. 2009.
- TAYLOR, J.; HOVER, F. Conic ac transmission system planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 28, n. 2, p. 952–959, may 2013.
- TODD, M. J. Semidefinite optimization. *Acta Numerica 2001*, Cambridge, v. 10, p. 515–560, may 2001.
- TÜTÜNCÜ, R. H.; TOH, K. C.; TODD, M. J. Solving semidefinite-quadratic-linear programs using sdpt3. *Mathematical Programming*, New York, v. 95, n. 2, p. 189–217, 2003.
- UFF. *Sistemas teste brasileiros para uso didático e análise computacional de SEP*. Niterói: [s.n.], 2011. Disponível em: <<http://www.sistemas-teste.com.br/>>. Acesso em: 12 jan. 2013.
- URDANETA, A. J.; GOMEZ, J.; SORRENTINO, E.; FLORES, L.; DIAZ, R. A hybrid genetic algorithm for optimal reactive power planning based upon successive linear programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 14, n. 4, p. 1292–1298, nov. 1999.
- UWASHINGTON. *Power systems test case archive*. Washington: [s.n.], 2009. Disponível em: <<http://www.ee.washington.edu/research/pstca>>. Acesso em: 10 jan. 2011.
- VAAHEDI, E.; TAMBY, J.; MANSOUR, Y.; LI, W.; SUN, D. Large scale voltage stability constrained optimal VAR planning and voltage stability applications using existing OPF/optimal

- VAr planning tools. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 14, n. 1, p. 65–74, feb. 1999.
- VANDENBERGHE, L.; BOYD, S. Semidefinite programming. *SIAM Review*, Philadelphia, v. 38, n. 1, p. 49–95, jul. 1996.
- VENKATARAMANA, A.; CARR, J.; RAMSHAW, R. S. Optimal reactive power allocation. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 2, n. 1, p. 138–144, feb. 1987.
- VENKATESH, B.; SADASIVAM, G.; KHAN, M. Optimal reactive power planning against voltage collapse using the successive multiobjective fuzzy LP technique. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, New York, v. 146, n. 4, p. 343–348, jul. 1999.
- VENKATESH, B.; SADASIVAM, G.; KHAN, M. A new optimal reactive power scheduling method for loss minimization and voltage stability margin maximization using successive multi-objective fuzzy LP technique. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 15, n. 2, p. 844–851, may 2000.
- VIRA, C.; HAIMES, Y. Y. *Multiobjective decision making*. Virginia: North-Holland, 1983.
- YAN, C.; JINYU, W.; SHIJIE, C. Probabilistic load flow method based on nataf transformation and latin hypercube sampling. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, New York, v. 4, n. 2, p. 294–301, 2013.
- YANG, N.; YU, C.; WEN, F.; CHUNG, C. An investigation of reactive power planning based on chance constrained programming. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, New Jersey, v. 29, n. 9, p. 650–656, 2007.
- YOUSEFI, G. R.; SEIFI, H.; SEPASIAN, M. S.; HAGHIGHAT, H.; RIAHI, R.; HOSSEINI, H.; KAZEROUNI, A. K.; MOHSENI, E.; AKHAVAN, A. A new reactive power planning procedure for Iranian Power Grid. *Electric Power Systems Research*, New Jersey, v. 72, n. 3, p. 225–234, dec. 2004.
- YU, H.; CHUNG, C. Y.; WONG, K. P.; LEE, H. W.; ZHANG, J. H. Probabilistic load flow evaluation with hybrid latin hypercube sampling and cholesky decomposition. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 24, n. 2, p. 661–667, 2009.
- ZHANG, Y.-J.; REN, Z. Optimal reactive power dispatch considering costs of adjusting the control devices. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 20, n. 3, p. 1349–1356, aug. 2005.
- ZHEN, S.; JIRUTITIJAROEN, P. Latin hypercube sampling techniques for power systems reliability analysis with renewable energy sources. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 26, n. 4, p. 2066–2073, 2011.

## APÊNDICE A - TRABALHOS PUBLICADOS PELO AUTOR

### A.1 REVISTAS INTERNACIONAIS

- 1.Reactive power planning under conditional-value-at-risk assessment using chance-constrained optimisation, **J López**, J Contreras and JRS Mantovani, IET Generation, Transmission & Distribution, 2014.
- 2.A Multi-Stage Stochastic Non-Linear Model for Reactive Power Planning Under Contingencies, **J López**, J Contreras, J I Munoz and JRS Mantovani, IEEE Transactions on Power Systems 28 (2), 1503-1514, 2013.

### A.2 CONGRESSOS INTERNACIONAIS

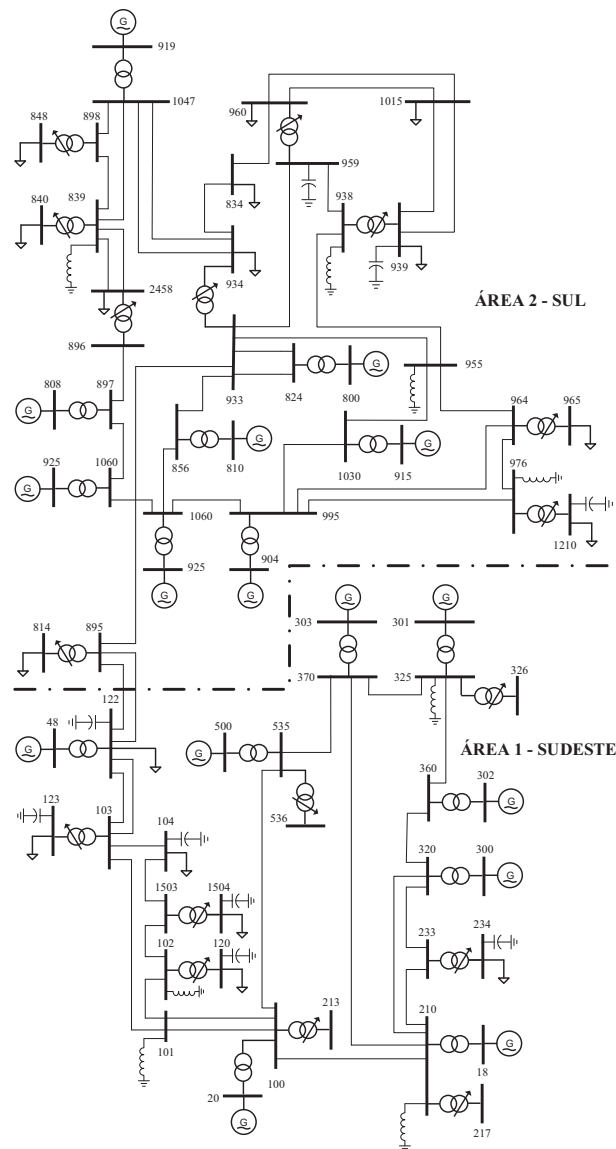
- 1.Mixed-integer convex model for VAR expansion planning, **J López**, J Contreras and JRS Mantovani, PES General Meeting| Conference & Exposition, 1-5, National Harbor, MD. 2014.
- 2.Var planning problem considering conditional value-at-risk assessment, **J López**, J Contreras and JRS Mantovani, T & D Conference and Exposition, 1-5, Chicago, IL, USA. 2014.
- 3.Optimal reactive power planning using risk analysis, **J López**, J Contreras, J Munoz and JRS Mantovani, Power and Energy Society General Meeting, 1-5, Vancouver, BC. 2013
- 4.Optimal reactive power planning using two-stage stochastic chance-constrained programming, **J López**, J Contreras, J Munoz and JRS Mantovani, PowerTech, 1-6, Grenoble. 2013.
- 5.Optimal reactive power dispatch using stochastic chance-constrained programming, **J López**, J Contreras, J Munoz and JRS Mantovani, Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition, 1-7, Montevideo. 2012.

## APÊNDICE B - DADOS PARA OS SISTEMAS TESTES

Neste Apêndice são apresentadas tabelas com os dados de capacidades, custos fixos e operacionais das fontes reativas candidatas para os sistemas teste utilizados.

### B.1 SISTEMA TESTE SUL SUDESTE BRASILEIRO

Figura 33 - SEP multi-área Sul Sudeste Brasileiro



Fonte: Do autor

Tabela 16 - Dados das novas fontes reativas para o SEP Sul Sudeste Brasileiro

Barras Candidatas	$Q_N^{\max}$ MVar-I	$Q_P^{\max}$ MVar-C	$K_F$ 10 <sup>6</sup> R\$	$K_V$ R\$
100	300,00	300,00	60,00	0,7175
101	300,00	300,00	60,00	0,7175
102	300,00	300,00	60,00	0,7175
103	300,00	300,00	60,00	0,7175
104	300,00	300,00	60,00	0,7175
120	300,00	300,00	60,00	0,7175
122	300,00	300,00	60,00	0,7175
123	300,00	300,00	60,00	0,7175
210	300,00	300,00	60,00	0,7175
213	300,00	300,00	60,00	0,7175
217	500,00	500,00	100,00	0,5688
233	500,00	500,00	100,00	0,5688
234	500,00	500,00	100,00	0,5688
320	500,00	500,00	100,00	0,5688
325	500,00	500,00	100,00	0,5688
326	500,00	500,00	100,00	0,5688
360	500,00	500,00	100,00	0,5688
370	500,00	500,00	100,00	0,5688
535	500,00	500,00	100,00	0,5688
536	500,00	500,00	100,00	0,5688
814	100,00	100,00	20,00	1,1401
824	100,00	100,00	20,00	1,1401
834	100,00	100,00	20,00	1,1401
839	100,00	100,00	20,00	1,1401
840	100,00	100,00	20,00	1,1401
848	100,00	100,00	20,00	1,1401
856	100,00	100,00	20,00	1,1401
895	100,00	100,00	20,00	1,1401
896	100,00	100,00	20,00	1,1401
897	100,00	100,00	20,00	1,1401
898	400,00	400,00	80,00	0,6089
933	400,00	400,00	80,00	0,6089
934	400,00	400,00	80,00	0,6089
938	400,00	400,00	80,00	0,6089
939	400,00	400,00	80,00	0,6089
955	400,00	400,00	80,00	0,6089

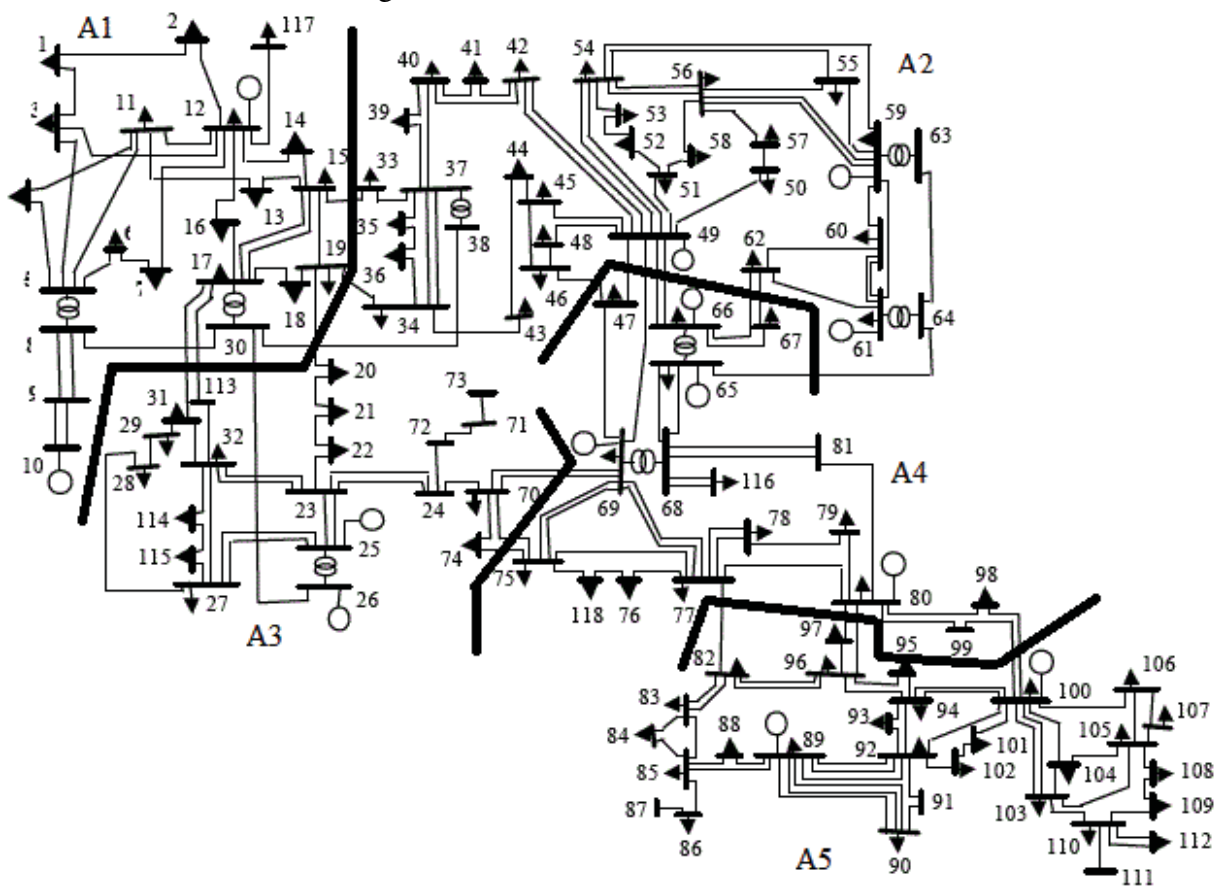
continua

933	400,00	400,00	80,00	0,6089
959	400,00	400,00	80,00	0,6089
960	400,00	400,00	80,00	0,6089
964	400,00	400,00	80,00	0,6089
965	400,00	400,00	80,00	0,6089
976	200,00	200,00	40,00	0,8945
995	200,00	200,00	40,00	0,8945
1015	200,00	200,00	40,00	0,8945
1030	200,00	200,00	40,00	0,8945
1047	200,00	200,00	40,00	0,8945
1060	200,00	200,00	40,00	0,8945
1210	200,00	200,00	40,00	0,8945
1503	200,00	200,00	40,00	0,8945
1504	200,00	200,00	40,00	0,8945
2458	200,00	200,00	40,00	0,8945

Fonte: Do autor

B.2 SISTEMA TESTE IEEE-118

Figura 34 - SEP teste multi-área IEEE-118



Fonte: Do autor

Tabela 17 - Dados das novas fontes reativas para o SEP IEEE-118

Barras Candidatas	$Q_N^{\max}$ MVar-I	$Q_P^{\max}$ MVar-C	$K_F$ 10 <sup>6</sup> R\$	$K_V$ R\$
1	300,00	300,00	60,00	0,7175
2	300,00	300,00	60,00	0,7175
3	300,00	300,00	60,00	0,7175
4	300,00	300,00	60,00	0,7175
5	300,00	300,00	60,00	0,7175
6	300,00	300,00	60,00	0,7175
7	300,00	300,00	60,00	0,7175
8	300,00	300,00	60,00	0,7175
9	300,00	300,00	60,00	0,7175
10	300,00	300,00	60,00	0,7175
11	500,00	500,00	100,00	0,5688
12	500,00	500,00	100,00	0,5688
13	500,00	500,00	100,00	0,5688
14	500,00	500,00	100,00	0,5688
15	500,00	500,00	100,00	0,5688
16	500,00	500,00	100,00	0,5688
17	500,00	500,00	100,00	0,5688
18	500,00	500,00	100,00	0,5688
19	500,00	500,00	100,00	0,5688
20	500,00	500,00	100,00	0,5688
21	100,00	100,00	20,00	1,1401
22	100,00	100,00	20,00	1,1401
23	100,00	100,00	20,00	1,1401
24	100,00	100,00	20,00	1,1401
25	100,00	100,00	20,00	1,1401
26	100,00	100,00	20,00	1,1401
27	100,00	100,00	20,00	1,1401
28	100,00	100,00	20,00	1,1401
29	100,00	100,00	20,00	1,1401
30	100,00	100,00	20,00	1,1401
31	400,00	400,00	80,00	0,6089
32	400,00	400,00	80,00	0,6089
33	400,00	400,00	80,00	0,6089
34	400,00	400,00	80,00	0,6089
35	400,00	400,00	80,00	0,6089

continua

---

36	400,00	400,00	80,00	0,6089
37	400,00	400,00	80,00	0,6089
38	400,00	400,00	80,00	0,6089
39	400,00	400,00	80,00	0,6089
40	400,00	400,00	80,00	0,6089
41	200,00	200,00	40,00	0,8945
42	200,00	200,00	40,00	0,8945
43	200,00	200,00	40,00	0,8945
44	200,00	200,00	40,00	0,8945
45	200,00	200,00	40,00	0,8945
46	200,00	200,00	40,00	0,8945
47	200,00	200,00	40,00	0,8945
48	200,00	200,00	40,00	0,8945
49	200,00	200,00	40,00	0,8945
50	200,00	200,00	40,00	0,8945
51	300,00	300,00	60,00	0,7175
52	300,00	300,00	60,00	0,7175
53	300,00	300,00	60,00	0,7175
54	300,00	300,00	60,00	0,7175
55	300,00	300,00	60,00	0,7175
56	300,00	300,00	60,00	0,7175
57	300,00	300,00	60,00	0,7175
58	300,00	300,00	60,00	0,7175
59	300,00	300,00	60,00	0,7175
60	300,00	300,00	60,00	0,7175
61	500,00	500,00	100,00	0,5688
62	500,00	500,00	100,00	0,5688
63	500,00	500,00	100,00	0,5688
64	500,00	500,00	100,00	0,5688
65	500,00	500,00	100,00	0,5688
66	500,00	500,00	100,00	0,5688
67	500,00	500,00	100,00	0,5688
68	500,00	500,00	100,00	0,5688
69	500,00	500,00	100,00	0,5688
70	500,00	500,00	100,00	0,5688
71	100,00	100,00	20,00	1,1401
72	100,00	100,00	20,00	1,1401
73	100,00	100,00	20,00	1,1401
74	100,00	100,00	20,00	1,1401
75	100,00	100,00	20,00	1,1401

---

continua

---

76	100,00	100,00	20,00	1,1401
77	100,00	100,00	20,00	1,1401
78	100,00	100,00	20,00	1,1401
79	100,00	100,00	20,00	1,1401
80	100,00	100,00	20,00	1,1401
81	400,00	400,00	80,00	0,6089
82	400,00	400,00	80,00	0,6089
83	400,00	400,00	80,00	0,6089
84	400,00	400,00	80,00	0,6089
85	400,00	400,00	80,00	0,6089
86	400,00	400,00	80,00	0,6089
87	400,00	400,00	80,00	0,6089
88	400,00	400,00	80,00	0,6089
89	400,00	400,00	80,00	0,6089
90	400,00	400,00	80,00	0,6089
91	200,00	200,00	40,00	0,8945
92	200,00	200,00	40,00	0,8945
93	200,00	200,00	40,00	0,8945
94	200,00	200,00	40,00	0,8945
95	200,00	200,00	40,00	0,8945
96	200,00	200,00	40,00	0,8945
97	200,00	200,00	40,00	0,8945
98	200,00	200,00	40,00	0,8945
99	200,00	200,00	40,00	0,8945
100	200,00	200,00	40,00	0,8945
101	300,00	300,00	60,00	0,7175
102	300,00	300,00	60,00	0,7175
103	300,00	300,00	60,00	0,7175
104	300,00	300,00	60,00	0,7175
105	300,00	300,00	60,00	0,7175
106	300,00	300,00	60,00	0,7175
107	300,00	300,00	60,00	0,7175
108	300,00	300,00	60,00	0,7175
109	300,00	300,00	60,00	0,7175
110	300,00	300,00	60,00	0,7175
111	500,00	500,00	100,00	0,5688
112	500,00	500,00	100,00	0,5688
113	500,00	500,00	100,00	0,5688
114	500,00	500,00	100,00	0,5688
115	500,00	500,00	100,00	0,5688
116	500,00	500,00	100,00	0,5688
117	500,00	500,00	100,00	0,5688
118	500,00	500,00	100,00	0,5688

---