

CONTRIBUIÇÕES E POSSIBILIDADES PARA A MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

PROJETOS E RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS

MARIA ANGELA DIAS DOS SANTOS MINATEL
IVETE MARIA BARALDIA

**CONTRIBUIÇÕES E
POSSIBILIDADES PARA A
MATEMÁTICA NOS ANOS
INICIAIS**

CONSELHO EDITORIAL ACADÊMICO
Responsável pela publicação desta obra

Renato Eugênio da Silva Diniz

Roberto Nardi

Jair Lopes Júnior

Nélson Antônio Pirola

Armando Paulo da Silva

MARIA ANGELA DIAS DOS S. MINATEL
IVETE MARIA BARALDI

**CONTRIBUIÇÕES E
POSSIBILIDADES PARA
A MATEMÁTICA NOS
ANOS INICIAIS**

PROJETOS E RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS

**CULTURA
ACADÊMICA**

Editora

© 2014 Editora Unesp

Cultura Acadêmica

Praça da Sé, 108

01001-900 – São Paulo – SP

Tel.: (0xx11) 3242-7171

Fax: (0xx11) 3242-7172

www.culturaacademica.com.br

feu@editora.unesp.br

CIP – BRASIL. Catalogação na Fonte
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ

M615c

Minatel, Maria Ângela Dias dos Santos

Contribuições e possibilidades para a matemática nos anos iniciais [recurso eletrônico]: projetos e resolução de problemas / Maria Ângela Dias dos Santos Minatel, Ivete Maria Baraldia. – São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

recurso digital

Formato: ePDF

Requisitos do sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-85-7983-607-7 (recurso eletrônico)

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática – Formação. 3. Prática de ensino. 4. Livros eletrônicos. I. Baraldia, Ivete Maria. II. Título.

14-18661

CDD: 510

CDU: 51

Este livro é publicado pelo Programa de Publicações Digitais da Pró-Reitoria de Pós-Graduação da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp)

Editora afiliada:



Asociación de Editoriales Universitarias
de América Latina y el Caribe



Associação Brasileira de
Editoras Universitárias

A única forma de chegar ao impossível é acreditar que é possível.

Lewis Carrol

SUMÁRIO

Introdução 9

PARTE I

EMARANHADO TEÓRICO – PROJETOS E RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS 15

- 1 Projetos 17
- 2 Resolução de problemas 31
- 3 Nosso emaranhado teórico 43

PARTE 2

RETRATOS DE UMA SALA DE AULA 49

- 4 O que os números comunicam? 51
- 5 Meios e formas de comunicação: elaboração e interpretação de gráficos e tabelas 81
- 6 Adição e subtração 101
- 7 O que os mapas comunicam? 123

Considerações finais 145

Referências 149

INTRODUÇÃO

Fruto de uma pesquisa de mestrado sobre o ensinar e o aprender matemática nos anos iniciais, nosso maior objetivo com este livro é contribuir com as discussões e com os pesquisadores e profissionais que estudam e investigam a matemática para os primeiros anos escolares.

O livro traz reflexões e práticas do ensino de matemática por meio de projetos e resolução de problemas, somadas a discretas discussões sobre currículo e sobre a prática docente. Utilizamos o termo “discretas discussões” pois nosso foco não foi o currículo e a reflexão sobre a prática docente, mas sim retratar algumas possibilidades do ensino por projeto e resolução de problemas. No entanto o texto abre possibilidades para discussões nessas áreas.

A pesquisa de mestrado que deu origem a esse livro, intitulada “Retratos de uma sala de aula – projetos e resolução de problemas na matemática dos anos iniciais”, teve como principal objetivo retratar o ensino e a aprendizagem de matemática baseado em projetos e resolução de problemas, por isso o que vocês, caros leitores, encontrarão são os retratos dessa experiência estruturados pela teoria que embasou o estudo, pelas atividades desenvolvidas com os alunos, pelos conteúdos curriculares de matemática que foram

abordados e por reflexões acerca de dilemas e conquistas da prática docente.

Retrataremos o trabalho desenvolvido durante um trimestre letivo em uma escola bilíngue inglês/português de período integral da rede particular de ensino do município de Bauru – SP. O trabalho envolveu 20 alunos de uma sala multisseriada de 1^ª, 2^ª e 3^ª anos do ensino fundamental. Tanto a pesquisa quanto as atividades em sala de aula foram conduzidas pela professora-pesquisadora, uma das autoras desse livro.

Vale ressaltar que essa escola se caracteriza como uma escola brasileira de educação básica, assim definida pela própria Lei n^º 9394/96, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDBEN (Brasil, 1996), que, em seu artigo 4^º, apresenta a educação básica obrigatória dos 4 (quatro) aos 17 (dezesete) anos de idade organizada em:

- a) Pré-escola;
- b) Ensino fundamental;
- c) Ensino médio.

Como também previsto pela LDBEN/1996 e pela Lei n^º 11.274/2006, a escola em que a pesquisa ocorreu oferece ensino fundamental de 9 anos e está organizada em ciclos. Em seu artigo 23, a LDBEN/1996 dispõe sobre diferentes possibilidades de organização dos alunos da educação básica em “séries anuais, períodos semestrais, ciclos, alternância regular de períodos de estudos, grupos não seriados, com base na idade, na competência e em outros critérios”.

A Figura 1 ilustra a organização da escola, incluindo o ensino fundamental de 9 anos e a estruturação por ciclos.

As experiências trazidas por esse livro ocorreram no ciclo Primário I, o qual aparece em destaque na figura.

Além de uma estrutura organizacional diferenciada, a escola também contava com uma proposta pedagógica diferenciada, a qual não iremos detalhar neste trabalho, mas somente destacar alguns pontos que são de importância para compreensão dos próximos capítulos.

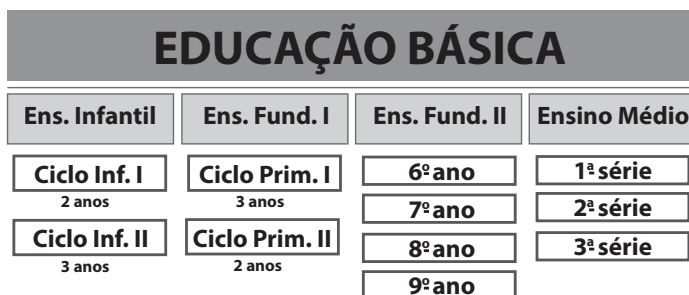


Figura 1 – Estrutura da escola onde ocorreu a pesquisa.

Fonte: Minatel (2014, p.56).

O ano letivo era dividido em três trimestres, cada qual orientado por um tema. O objetivo dos temas era propiciar a integração entre as diferentes disciplinas e conteúdos curriculares. A escola trabalhava com nove temas trimestrais, compondo o ciclo de três anos. Ao fim do terceiro ano, os temas recomeçavam, para o aprofundamento e um novo estudo, com diferentes perspectivas.

- Ano 1 – Comunidade – Tempo – Sistemas;
- Ano 2 – Comunicação – Cultura – Poder;
- Ano 3 – Identidade – Invenções e Descobertas – Mudanças.

Foi esse ambiente diferenciado que fez surgir, no professor-pesquisador, a necessidade de investigar como o ensino da matemática ocorria por meio de projetos; por se tratar de matemática, adotou-se a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação da disciplina por meio da resolução de problemas.

Sendo assim, o que determinou investigar o ensino por projetos foi a própria organização da escola em temas trimestrais; a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação da matemática por meio da resolução de problemas foi uma escolha da professora-pesquisadora, por acreditar nessa orientação metodológica.

O uso dessa metodologia é, por sua vez, um feito inédito. A metodologia idealizada pelas pesquisadoras Norma S. G. Allevato e Lourdes de la Rosa Onuchic não havia sido utilizada, até então, com alunos do ensino fundamental I. Sendo assim, nos arriscamos

a realizar o que podemos chamar de um projeto piloto de aplicação dessa metodologia com alunos entre 6 e 8 anos.

Organizado em três partes, uma discussão de cunho mais teórico encontra-se na Parte I deste livro, composta por três capítulos que discutem contribuições de alguns autores sobre projetos e resolução de problemas, assim como nossa concepção sobre tais tópicos. A ideia foi produzir algo parecido com um inventário de autores, definições e concepções sobre projeto e resolução de problemas. No entanto, o que produzimos foi apenas a síntese das ideias de alguns autores, pois sabemos quão minucioso seria um trabalho que se propusesse a inventariar as obras e autores relacionados aos temas. Esperamos que esses primeiros capítulos possam contribuir com pesquisadores e profissionais que estejam procurando referências sobre projeto e resolução de problemas. Não ousamos dizer – e não é nossa intenção – que tais capítulos sejam suficientes para apresentar toda discussão existente, mas constituem uma síntese capaz de iniciar jovens pesquisadores e profissionais da educação interessados em conhecer mais sobre a teoria de projetos e resolução de problemas. Nosso objetivo é que tais capítulos suscitem a curiosidade e a vontade no leitor de aprofundar seus conhecimentos.

A Parte II traz quatro capítulos, sendo cada qual referente a uma unidade de estudo. O primeiro capítulo traz a unidade sobre Números. O segundo capítulo traz a unidade sobre gráficos e tabelas. O terceiro apresenta a unidade sobre Unidades de Medida Linear e o quarto traz uma unidade sobre Adição e Subtração. Todas as atividades foram desenvolvidas com base nas teorias estudadas sobre projetos e resolução de problemas. As atividades são passíveis de serem reaplicadas; mesmo assim, destacamos que a Parte II deste livro não tem a intenção de trazer receitas prontas para que o professor apenas as execute, até porque as atividades são seguidas de uma análise crítica de momentos que a teoria de fato apareceu na prática, de momentos que o que prevaleceu foi uma das abordagens e não as duas, como gostaríamos, assim como são apresentadas reflexões da professora-pesquisadora quando a mesma investiga-

va e (re)descobria sua própria prática. As atividades podem ser reaplicadas e adaptadas conforme a necessidade de cada professor, turma e escola.

Os quatro capítulos estão organizados seguindo um mesmo padrão estrutural, como observamos no Quadro 1.

Quadro 1 – Estrutura da Parte II deste livro

Parte II			
Capítulo 1 Números	Capítulo 2 Gráficos	Capítulo 3 Medidas	Capítulo 4 Adição e Subtração
<ul style="list-style-type: none"> • Aulas • Registros • Entrevistas • Avaliações (pré-pós-teste) 			
Considerações finais acerca da unidade de estudo sob a luz das seguintes questões: <ul style="list-style-type: none"> • Qual a relevância do conteúdo para os anos iniciais? • Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos? • Como ocorreu a aprendizagem baseada em resolução de problema? • Outros recursos contribuíram com a aprendizagem? 			

Fonte: Minatel (2014, p.55).

Os capítulos se iniciam com uma breve introdução do conteúdo que será abordado e seguem com a descrição das aulas e dos registros dos alunos.

A Parte III é composta por um capítulo com considerações finais e perspectivas para novos trabalhos. Nesse capítulo, lançamos pensamentos sobre diversas possibilidades para trabalhos futuros, dentre elas a de realizar uma análise mais aprofundada da aplicação da metodologia de ensino da matemática através da resolução de problemas nos anos iniciais, de como seria ensinar matemática por meio de projetos e resolução de problemas em outros cenários, outra escola e outra sala de aula. Outra possibilidade seria aprofundar nosso entendimento sobre bilinguismo e sala multisseriada e analisar como tais aspectos influenciaram o ensino e a aprendizagem da matemática. Por fim, ainda gostaríamos de olhar para esse trabalho sob a ótica do professor reflexivo para voltar nossa análise para a prática docente.

PARTE I

EMARANHADO TEÓRICO – PROJETOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Decidimos, nesta parte, apresentar uma síntese da revisão bibliográfica realizada que originou este livro. O contato com as contribuições de vários autores sobre os tópicos centrais do estudo – projetos e resolução de problemas – nos auxilia a ampliar nossa compreensão sobre ambos os assuntos e a adotar uma concepção sobre projeto e resolução de problemas.

1 PROJETOS

Quando nos deparamos com a palavra projeto, diferentes conotações nos vêm à mente, a maioria delas, de acordo com Boutinet (2002), é positiva. Podemos pensar em um projeto de vida, em algum projeto profissional, em um projeto de pesquisa, dentre tantos outros. Isso porque, de acordo com uma definição básica, projeto é um “plano para a realização de um ato; é um desígnio ou intenção” (Michaelis, 1998, p.1706). Sendo assim, nas mais variadas situações de nossas vidas, quando temos um plano e estamos designados a realizá-lo com a intenção de alcançar um fim, meta ou objetivo, podemos dizer que temos um projeto. Um exemplo é elaborar um plano para a reforma de uma casa. Nossa intenção é que a casa esteja reformada dentro de um determinado período de tempo e, para atingir esse objetivo, nos dedicamos à realização desse projeto para sua concretização.

Mas este capítulo se ocupará de explorar projetos no âmbito educacional e, para tanto, apresentaremos referenciais que ao longo do tempo marcaram o uso de projetos na educação, juntamente com a concepção de alguns pesquisadores sobre o assunto.

Muito se fala das contribuições de Dewey e Kilpatrick¹ para o ensino por projetos, mas as primeiras aplicações da proposta de projeto teriam surgido no século XVI com arquitetos italianos que propuseram a parceria com pintores e escultores e criaram a primeira escola de arquitetura, a Academia Di San Luca, em Roma (Biotto, 2008).

A Academia realizava competições anuais, uma de caráter prático e outra de caráter acadêmico. Na categoria de caráter acadêmico, não era necessária uma construção real, e sim a apresentação de um projeto, sendo este o plano de alguma obra arquitetônica. E foi assim que a palavra projeto teria sido utilizada pela primeira vez no âmbito educacional (Biotto, 2008).

De acordo com Boutinet (2002), a criação da Academia Di San Luca foi uma tentativa marcante de separar execução de concepção, ou seja, de separar o ato de fazer do ato de planejar. Antes da Academia, as ideias iam diretamente para o concreto, ou seja, para a construção na prática de alguma obra arquitetônica, com as competições da categoria acadêmica; valorizava-se, portanto, a apresentação de um plano de execução. Nessa categoria, eram premiados os melhores projetos arquitetônicos, aqueles que tivessem sido mais bem planejados. Esse novo modelo, no entanto, levou certo tempo para ser aceito e, de fato, incorporado. Um dos grandes opositores a esse modelo de projetar no sentido de planejar antes de executar teria sido o famoso artista Michelangelo.

No final do século XVIII, surgiu a profissão do engenheiro que, por sua proximidade com a do arquiteto, também adotou o método de projetos. Os engenheiros elaboravam projetos e os construíam em oficinas. No entanto, percebeu-se que a execução de projetos práticos exigia muito tempo, o que comprometia o ensino da parte teórica. Com a necessidade de executar um projeto na prática, acabava não restando tempo para ensinar todo o conteúdo do

1 O autor Kilpatrick que aparece relacionado ao ensino por projetos trata-se de Willian Heard Kilpatrick (1870-1965), diferente de Jeremy Kilpatrick, estudioso da área de Matemática que aparece em nossa seção sobre resolução de problemas.

curso. Isso fez com que a prática fosse separada do estudo teórico, surgindo um novo tipo de escola – *Manual Training School* – dedicada ao treinamento manual, ou seja, ao trabalho prático. Nessas circunstâncias, aparece Dewey lançando uma crítica ao caráter de treinamento baseado apenas nas exigências do trabalho do arquiteto e do engenheiro, defendendo que o treinamento manual deveria levar em conta os interesses dos alunos (Biotto, 2008).

Ainda, Dewey elaborou quatro condições para a existência de um projeto. A primeira delas dizia que, embora o interesse dos alunos fosse fundamental, um projeto deveria ter objetivos e atividades. A segunda condição coloca o prazer em executar as atividades como algo central. A terceira está relacionada à existência de problemas que despertem novas curiosidades e, por fim, a necessidade de tempo para se desenvolver um projeto (Hernández, 1998).

Segundo Hernández (1998; 1996), o ensino por projetos começou a ganhar reconhecimento por volta de 1919, quando Kilpatrick levou para a sala de aula algumas das contribuições de Dewey.

Em 1931, um professor espanhol, Fernando Sáinz, propunha aplicar o que se fazia no mundo dos negócios e no ensino superior especializado à escola fundamental, ou seja, aproximar a vida escolar da vida exterior à escola. Estavam surgindo algumas ideias para a primeira versão do que seria trabalhar com projeto. Essas ideias entendiam os projetos como um processo de aprendizagem vinculado ao mundo externo à escola e como uma alternativa ao ensino fragmentado. A repercussão foi tão grande que, em 1934, já havia 17 interpretações diferentes sobre o método de projetos (Hernández, 1998).

Mas, com a Segunda Guerra Mundial, essas ideias ficaram congeladas e voltaram a emergir nos anos de 1960 com o nome de trabalho por temas. Nessa época, estavam em destaque, nos Estados Unidos, as ideias de Piaget sobre inteligência e aprendizagem de conceitos. Reconhecida a importância do desenvolvimento conceitual, Bruner também estabelecia que a preocupação deveria voltar-se em desenvolver conceitos-chave das diferentes disciplinas

e que os projetos seriam uma alternativa para essa abordagem em sala de aula.

Na década de 1980, os projetos retornam com o nome "projetos de trabalho" e voltam a ser alvo de interesse por uma série de fatores que fazem com que

[...] o conteúdo das disciplinas necessite ser configurado e apresentado por meio de uma variedade de linguagens (verbal, escrita, gráfica e audiovisual) para abrir aos estudantes os processos de pensamento de ordem superior necessários para que compreendam e apliquem o conhecimento a outras realidades. (Hernández, 1998, p.72)

Segundo Hernández (1998, p.72-3), as novas ideias sobre aprendizagem trazidas pela perspectiva construtivista mais os resultados de pesquisas socioculturais que mostravam a importância do contexto da aprendizagem, da participação e da interação, não só entre alunos, mas também com a comunidade, somadas à nova noção de inteligência que surgiu com a teoria das Inteligências Múltiplas, foram definitivas para o surgimento da necessidade de um novo tipo processo de ensino e aprendizagem, o que fez com que os projetos voltassem a ser estudados e investigados.

Em 1997, os PCNs trazem para o cenário da educação brasileira, de forma oficial, ideias para a utilização de projetos na escola, defendendo que

Os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado. É importante identificar que tipos de projetos exploram problemas cuja abordagem pressupõe a intervenção da Matemática, e em que medida ela oferece subsídios para a compreensão dos temas envolvidos. (Brasil, 1997, p.26)

Assim, percebemos que o trabalho com projetos é bastante discutido, atualmente, como uma metodologia possível para o ensino e aprendizagem (de matemática). No entanto, houve, nos últimos

anos, uma proliferação de expressões e siglas (Boutinet, 2002), dentre elas: “métodos de projetos, centros de interesse, trabalho por temas, pesquisa do meio, projetos de trabalho” (Hernández, 1998. p.67). Ainda segundo Hernández (1998) e Boutinet (2002), os termos são utilizados de modo indistinto, mas correspondem a visões diferentes.

Juntamente a esses desacordos semânticos, estão inúmeras discussões sobre o real conceito do ensino por projetos e de como eles deveriam ser concebidos e desenvolvidos. Dessa maneira, tentamos clarear o que podemos entender como uma forma de trabalhar com projetos nas aulas (de Matemática).

Para Kilpatrick (apud Torres, 1998, p.203), um dos grandes precursores dessa abordagem de ensino, um projeto é “uma proposta entusiasta de ação a ser desenvolvida em um ambiente social”. O aluno, mais entusiasmado com o que vai aprender, tende a prestar mais atenção e, com isso, aprender mais. Para Kilpatrick, a aprendizagem deveria servir para melhorar a qualidade de vida dos alunos. Percebemos, no modelo de Kilpatrick, uma relação muito marcante entre vida e ensino por projetos.

Em um plano mais filosófico, Boutinet (2002, p.27) afirma que projeto pode designar “[...] uma classe de objetos muito atual: aquela dos objetos em evolução cultivados pela modernidade” ou uma “[...] figura que remete a um paradigma, simbolizando uma realidade que parece preexistir e escapar-nos: aquela de uma capacidade a ser criada, de uma mudança a ser operada” e finaliza definindo projeto como um “[...] avatar individual e coletivo de um desejo primitivo de apropriação”. Ao pensar em projeto como algo atual, o autor considera a área de projetos como algo ainda novo e em desenvolvimento, que, nas palavras dele, seria algo em evolução. Sua segunda definição aproxima-se da que encontramos em nosso dicionário de língua portuguesa; é a ideia de plano, de algo que parece preexistir, mas que nos escapa à medida que se detém ao papel. Essa segunda concepção é reafirmada quando o autor define projeto como um desejo de apropriação, pois é algo que ainda se detém ao mundo das ideias. Para Boutinet (2002, p.180),

“[...] uma das razões que encorajaram a pedagogia do projeto vem da necessidade de quebrar o quadro coercitivo dos programas escolares para suscitar uma certa criatividade”.

Dizzoti (2009, p.36) também apresenta uma definição e, para ela, um projeto é entendido “como uma atividade organizada que tem o objetivo de contribuir para que os alunos investiguem e interpretem significados inconstantes de indivíduos de diferentes culturas”.

A equipe do Buck Institute for Education (Markham et al., 2008, p.18) adota a terminologia de aprendizagem baseada em projeto e a define como:

[...] um método sistemático de ensino que envolve os alunos na aquisição de conhecimentos e de habilidades por meio de um extenso processo de investigação estruturado em torno de questões complexas e autênticas e de produtos e tarefas cuidadosamente planejados.

Para alguns docentes, “método” pode dar a ideia de rigidez, mas, em termos filosóficos, método pode ser entendido como uma forma concreta de realizar algo ou de aplicar o pensamento com o objetivo de conhecer a realidade, compreender fatos, interpretar dados, resolver um problema ou uma questão. (Hernández, 1998).

Thomas (2000) utiliza o termo aprendizagem baseado em projeto e o define como um conjunto de tarefas complexas, baseadas em questões ou problemas desafiadores, que envolvem os alunos na modelagem, problematização, tomada de decisão ou atividades investigativas que oferecem a oportunidade de trabalho relativamente autônomo ao longo de um período de tempo e culmina em produtos ou apresentações mais realistas.

Percebemos que as definições de Thomas (2000) e de Markham et. al. (2008) contêm traços em comum, como a questão da complexidade que, para um, aparece como um conjunto de tarefas complexas e, para outro, como questões complexas e autênticas. O segundo ponto comum é o uso de questões ou problemas em ambas as definições.

Torres (1998, p.203) contribui com uma definição sobre o método de projeto; para ele, esse método

[...] é uma forma de integração curricular que se preocupa pela característica de ‘interessante’ que deve acompanhar a realização do trabalho nas salas de aula, pela proposta de problemas interessantes que os alunos devem resolver em equipe.

Mas o que mais nos chama atenção nas contribuições apresentadas por Torres (1998) é a sua flexibilidade e a leitura que ele faz sobre o ensino por projetos. Primeiramente, ele afirma que

A denominação de currículo integrado pode resolver a dicotomia e/ou o debate colocado na hora de optar por uma denominação do currículo que por sua vez integre os argumentos que justificam a globalização e os que procedem da análise e defesa de maiores parcelas de interdisciplinaridade no conhecimento e da mundialização das inter-relações sociais, econômicas e políticas. (Torres, 1998, p.112)

Em termos práticos, aceitando a ideia de currículo integrado, já rompemos com o debate em torno das diferentes terminologias referentes aos projetos. Que, como afirma em Torres (1998), Estrada (2007), assim como outros autores (Boutinet, 2002; Hernández, 1998); essas diferentes denominações existem, se diferem e são, muitas vezes, utilizadas de modo indistinto. Mas, para Estrada (2007), assim como para Torres (1998), haveria um núcleo comum a todas essas propostas.

Todas propõem o tratamento do currículo baseado no desenvolvimento de problemas ou investigações ligados a temas significativos, essa dinâmica construtiva e participativa seria um marco genérico para todas as propostas.

Sendo assim, para Torres (1998, p.191): “Os projetos curriculares são uma maneira de estruturar as diferentes áreas do conhe-

cimento e experiência ou disciplinas, para tornar realidade outras concepções educacionais [...]”.

Torres (1998) defende que o ensino de uma ciência integrada pode auxiliar os alunos a olhar e a analisar um problema de diferentes formas, e não só da perspectiva de uma única disciplina. O autor expõe diferentes propostas de integração curricular e uma das razões a favor do currículo integrado é que ele seria uma forma de equilibrar um ensino baseado na memorização com um ensino que possibilite a valorização de processos.

Encontramos, de acordo com as diferentes fontes pesquisadas, que um projeto pode ser um plano (Michaellis, 1998), uma proposta (Kilpatrick apud Torres, 1998), uma atividade organizada (Dizzoti, 2009) até a ideia de um desejo primitivo de apropriação (Boutinet, 2002), um método sistemático de ensino, um conjunto de tarefas complexas (Thomas, 2000) ou, ainda, uma forma de integração curricular (Torres, 1998).

Após partilhar mais algumas ideias sobre a teoria de projetos apresentaremos, no final deste capítulo, nossa concepção sobre o ensino por projetos.

Mas por que ensinar por meio de projetos?

Algumas das alternativas encontradas para as várias demandas e necessidades sociais, econômicas e culturais que a escola precisa atender foram "projetos de trabalho", 'centros de interesse', 'projetos interdisciplinares', 'currículo integrado', 'pesquisa sobre o meio', 'créditos de síntese'" (Hernández, 1998, p.38). O currículo integrado, por exemplo, é uma forma de organizar os conhecimentos escolares partindo de temas-problema que podem auxiliar os alunos a buscarem, ordenarem, analisarem, interpretarem e representarem informação, bem como explorarem diversos temas e questões com um pouco mais de autonomia (Hernández, 1998).

Ensinar por meio de projetos é um caminho para explorar diversas habilidades e saberes que não se resumem ao ensino

fragmentado por disciplina. Essa oposição à experiência fragmentada, junto com a necessidade de conferir mais autonomia aos alunos, é algo que contribui para aumentar a discussão em torno do assunto, pois ora o pêndulo da educação está mais para o aluno, ora mais para o professor. Em algumas épocas da história da educação, o foco foi dar voz e vez aos alunos, o que foi algo muito positivo. No entanto, para alguns professores e até mesmo para alguns sistemas de ensino, o professor ao dar voz aos alunos saía de cena, como se a educação escolar estivesse apenas baseada nos interesses e nas vontades dos alunos. Com esse movimento, os alunos começaram a apresentar algumas falhas conceituais básicas e lacunas no conhecimento. A educação voltava-se, então, para uma linha mais rígida do treino e repetição. Mas o que muitos hoje buscam é o equilíbrio entre a autonomia que se pode conferir ao aluno e o direcionamento do professor.

Lüdke (2003) afirma que a ideia de projeto procura romper a lógica de evolução linear das disciplinas na medida em que relaciona um problema com um ou mais temas que acabam levando a tantos outros, utilizando os conhecimentos oferecidos pelas disciplinas de maneira criativa.

Nacarato, Mengali e Passos (2009) explicitam que conceber a aprendizagem e a aula de matemática de modo investigativo e problematizado exige uma nova postura do professor, o qual não deixa de ter sua função no processo de ensino e aprendizagem, pois é ele quem deve escolher atividades significativas e desafiadoras para seus alunos, elaborar perguntas interessantes e assumir uma postura investigativa diante de imprevistos que possam surgir na sala de aula.

Hernández (1998) expõe que o maior objetivo da organização dos conhecimentos por projetos é levar os alunos a interpretarem o que lhes é apresentado para que eles, de fato, compreendam o que estão aprendendo. A compreensão, por sua vez, estaria vinculada às diferentes capacidades, dentre elas a “de pesquisar um tema mediante estratégias como explicar, encontrar evidências e exemplos,

generalizar, aplicar, estabelecer analogias e representar um tema mediante uma nova forma.” (Hernández, 1998. p.51).

O trabalho com projetos constitui uma aproximação sobre o conhecimento escolar vinculado a uma concepção que não valoriza somente a aquisição de conteúdos, mas também o papel do estudante como responsável por sua aprendizagem. Isso supõe aprender a investigar um tema relacionando-o com ideias-chave e diferentes disciplinas (Hernández, 1998).

A importância de se desenvolver diferentes capacidades nos alunos está também nas novas exigências sociais e profissionais. Segundo Abrantes (1994 apud Dizotti, 2009, p.34): “o trabalho com projetos favorece a formação de [...] indivíduos com iniciativa, consciência dos problemas atuais, sensibilidade para trabalhar com outros, aptidão e flexibilidade para agir num mundo em mudanças permanentes.”

Para Dizotti (2009), os projetos permitem que, por meio de uma problemática, os alunos explorem, relacionem, aprendam e aprofundem cada vez mais seu conhecimento, promovendo uma organização curricular que ultrapassa as barreiras disciplinares.

Ainda segundo Hernández e Ventura (1998), a função de um projeto é favorecer a criação de estratégias para a organização dos conhecimentos escolares de forma que o aluno seja capaz de fazer relação entre os diferentes conteúdos, interpretar, utilizar e transformar a informação proveniente de diferentes fontes em conhecimento próprio.

Como organizar um projeto?

Essa talvez seja nossa parte favorita. Quando nos deparamos com essa literatura, é como se estivéssemos tomando posse de instrumentos materiais para a elaboração de um projeto, assim como quando tomamos um giz para fazer um registro no quadro.

Três autores apresentam um guia, sem a intenção de que tais guias tornem-se uma receita que deva ser seguida minuciosamente,

para a elaboração de um projeto. O primeiro deles, Markham et al. (2008), apresenta um guia de seis passos. Boutinet traz comentários sucintos sobre o início e o final de um projeto. Hernández e Ventura (1998) apresentam sete passos parecidos em alguns aspectos com os apresentados por Markham et. al. (2008).

A equipe do Buck Institute for Education (Markham et al. 2008, p.27) enfatiza a necessidade do planejamento e afirma que “bons projetos não ocorrem por acidente. Eles são resultado de rigoroso planejamento”. Essa equipe sugere alguns passos que podem auxiliar o planejamento de um projeto:

1 – Desenvolva uma ideia de projeto: é preciso ter noção se o projeto atende o que é importante de ser ensinado. Esse primeiro momento é também quando ocorrem visitas a sites e projetos bem-sucedidos para se ter boas ideias, bem como explorar a comunidade exterior à escola: eventos locais ou nacionais;

2 – Decida o escopo do projeto: sua duração, as atividades, recursos e parcerias devem ser decididos antes do início. Alguns projetos podem durar de 5 a 10 dias, outros até um semestre; eles podem ser baseados em um tópico ou em várias disciplinas, podem se resumir apenas à sala de aula ou envolver a comunidade;

3 – Selecione padrões: esse é o momento de definir padrões que orientarão o ensino por meio do projeto. A capacidade de ler e de escrever é, por exemplo, padrão para a maioria dos projetos;

4 – Incorpore resultados simultâneos: a aprendizagem baseada em projeto permite que o professor avalie não somente conhecimento acadêmico, mas que avalie, também, habilidades e hábitos mentais dos alunos;

5 – Trabalhe a partir de critérios de formulação de projetos: algumas perguntas podem ajudar na definição de critérios para estruturar um bom projeto. São elas: “O projeto satisfaz padrões e critérios predeterminados?”, “Envolve alunos?”, “Concentra-se na compreensão do essencial?”, “Incentiva pensamentos de nível superior?”, “Ensina a ler e escrever e reforça habilidades básicas?”, “Permite que todos os alunos sejam bem-sucedidos?”, “Utiliza

avaliações claras e precisas?”, “Requer uso sensato de tecnologia?”, “Aborda questões autênticas?”;

6 – Crie o ambiente de aprendizagem ideal: estabelecer conexões com a comunidade, mudar o visual da sala, proporcionar situações em que os alunos tenham que aplicar o conhecimento em situações de resolução de problemas e situações próximas de um cenário real.

Essas foram algumas ideias apresentadas por Markhamet et. al. (2008) sobre como estruturar e planejar um projeto.

Para Boutinet (2002), um projeto tem dois tempos característicos: o início e o final. O início do projeto compreende um diagnóstico da situação, uma negociação do que poderá ser explorado dentro da situação diagnosticada, seguida de um descritivo para a realização do projeto. O final trata do planejamento das atividades e de seus prazos, da realização do projeto em si e da avaliação do projeto.

Hernández e Ventura (1998) entendem que o ponto de partida de um projeto é a escolha do tema.

[...] o tema pode pertencer ao currículo oficial, proceder de uma experiência comum (como os acampamentos), originar-se de um fato da atualidade, surgir de um problema proposto pela professora ou emergir de uma questão que ficou pendente em outro projeto. (Hernández; Ventura, 1998. p.67)

De acordo com Gunning (apud Hernández, 1998, p.70), ensinar por meio de temas possibilita ultrapassar os limites das disciplinas, conectando experiências próximas e interessantes para os alunos com a aprendizagem de conceitos.

Depois de escolhido o tema, Hernández e Ventura (1998, p.68-70) discorrem sobre as etapas para o desenvolvimento de um projeto.

1 – A primeira delas é a especificação de um fio condutor. Nesse ponto, a escola não interfere, mas o que guia essa especificação são os objetivos de aprendizagem que os alunos devem atingir ou

um subtema muito evidente. São os objetivos que conduzirão toda aprendizagem e todo o projeto;

2 – A segunda etapa é a especificação dos conteúdos, definindo o que os alunos aprenderão com o projeto;

3 – A próxima etapa é estudar e preparar o tema, é o momento que o professor planeja suas ações e atividades;

4 – A quarta etapa é quando o projeto começa a ser desenvolvido pelos alunos;

5 – A quinta é manter os alunos envolvidos;

6 – Ainda, a sexta etapa é o monitoramento do que os alunos sabem, quais dúvidas eles têm e o que eles aprenderam.

Hernández e Ventura (1998) discorrem sobre uma avaliação inicial e uma formativa. A avaliação inicial é necessária para conhecer “o que os alunos sabem sobre o tema, quais são suas hipóteses e referências de aprendizagem.” (Hernández; Ventura, 1998. p.69). Essa avaliação ocorre antes da quarta etapa, quando o projeto ainda não foi iniciado pelos alunos. A avaliação formativa ocorre ao longo do projeto e são evidências que nos levam à avaliação da aprendizagem dos alunos;

7 – A última etapa refere-se ao recapitular e avaliar o que foi aprendido durante o processo para contrastar e planejar novas propostas.

Sendo assim, temos sete etapas: especificação do fio condutor e dos conteúdos, busca de materiais, preparação, início do projeto, manutenção do projeto, avaliação contínua e recapitulação do processo.

Biotto (2008) destaca as três fases de avaliação propostas presentes no modelo apresentado por Hernández e Ventura (1998): inicial, formativa e recapitulativa. Embora a avaliação inicial possa ser criticada por levar alguns professores a rotular a capacidade de seus alunos, essa avaliação é essencial para identificar conhecimento prévio e para que, baseado nesse conhecimento, o ensino seja mais bem planejado para determinado grupo. O professor deve se preocupar em coletar evidências que demonstrem quais conhecimentos prévios os alunos já possuem e como eles aprendem. Essa coleta

pode ser realizada por meio de situações em que os alunos expressem suas opiniões ou por perguntas sobre determinado assunto.

Tanto a avaliação inicial quanto a avaliação final ou recapitulativa, quando encaradas dentro da perspectiva de avaliação contínua, são aliadas do processo de aprendizagem que auxiliam professores e alunos a aprimorar, redirecionar e corrigir suas ações (Luis, 2003).

Baseadas em nossas descobertas teóricas, adotamos a definição apresentada pela equipe do Buck Institute for Education (Markham et al., 2008) e entendemos projetos como um método que envolve os alunos na produção de conhecimentos e de habilidades por meio da investigação. Concordamos com Hernández (1998) quando afirma que o maior objetivo de ensinar por meio de projeto é levar os alunos a compreender de fato o que estão aprendendo. Essa compreensão seria atingida olhando para uma mesma situação de diferentes formas, buscando diversas soluções para um mesmo problema, relacionando conteúdo com experiências e opiniões pessoais e diárias. Ainda, e por fim, acreditamos em um núcleo central para o trabalho com projetos e temas, que seria a integração de áreas e conhecimentos como proposto por Torres (1998). Por isso, nos propusemos a investigar e retratar como ocorre a aprendizagem em um ambiente no qual ensinamos matemática questionando, relacionando-a com o dia a dia, com um tema e com o que o aluno já conhece.

2

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Após explorarmos ideias acerca de projetos, discutiremos, a seguir, definições e concepções sobre resolução de problemas que nos auxiliaram a adotar um referencial de trabalho e a elaborar o que chamamos de nosso emaranhado teórico.

Decorrente de muitas reformas sociais e movimentos educacionais é que temos hoje essa discussão e ampliação do conhecimento relacionado à resolução de problemas. Historicamente, a resolução de problemas remonta a antiguidade. O Papiro de Ahmes consiste em uma das mais antigas listas de problemas com cerca de 1650 anos a.C. Outros registros históricos apontam para a existência de mais evidências de situações-problema desde o tempo dos antigos egípcios, chineses e gregos. Mas a matemática presente em registros tão antigos tinha como objetivo melhorar o pensamento das pessoas. Essa ideia perdurou até o século XX e, durante todos esses séculos, o estudo de qualquer matemática, incluindo a resolução de problemas, era dedicada a melhorar as capacidades de pensar, raciocinar e resolver problemas do dia a dia. (Stanic; Kilpatrick, 1989). De fato, não podemos negar que a matemática contribuiu para o desenvolvimento do poder de raciocinar, mas, hoje, sabemos que outras áreas também contribuem para melhorar o raciocínio.

No século XX, as pesquisas sobre resolução de problemas ganharam destaque com George Polya, em 1944 (Onuchic; Allevato, 2008). Mais tarde, nas décadas de 1960 e 1970, inicia-se um movimento chamado Matemática Moderna. Seu objetivo era aproximar a matemática ensinada na escola da matemática produzida por pesquisadores, propondo assim uma revolução no ensino. No entanto, devido alguns exageros, esse movimento não obteve grande sucesso e não perdurou. Na década de 1970, iniciaram-se investigações mais precisas sobre a resolução de problemas e, em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM – Conselho Nacional de Professores de Matemática) publicou *An Agenda for Action*, destacando que resolver problemas seria o foco da matemática escolar para os anos 1980. O NCTM publicou mais uma série de documentos que contribuíram para a discussão sobre práticas de ensino e avaliação em educação matemática. Em 1989, foi publicado *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, com contribuições acerca do currículo de Matemática. Em 1991, *Professional Standards for Teaching Mathematics* traz contribuições para auxiliar o professor a desenvolver o currículo sugerido no documento de 1989 (Onuchic e Allevato, 2004; 2011). Em 1995, o NCTM publicou *Assessment Standards for School Mathematics*, voltado para discussões sobre a avaliação em matemática. Em 2000, o mais recente documento do NCTM foi publicado, um compilado revisado de documentos anteriores intitulado *Principles and Standards for School Mathematics*, que trouxe para o cenário da Educação Matemática princípios e padrões de conteúdos e de procedimentos (Onuchic; Allevato, 2004; 2011; Van De Walle, 2007) que organizamos e apresentamos no Quadro 2.

Esses princípios e padrões apresentados pelo NCTM influenciaram muitas pesquisas e documentos oficiais, situando a resolução de problema como um procedimento e não mais como um conteúdo que deveria ser ensinado.

Quadro 2 – Princípios e padrões de procedimento e conteúdo de acordo com o NCTM

Princípios	Padrões de procedimento	Padrões de conteúdo
Equidade Currículo Ensino Aprendizagem Avaliação Tecnologia	Resolução de problemas Raciocínio e Prova Comunicação Conexões Representação	Números e Operações Álgebra Geometria Medida Análise de Dados Probabilidade

Fonte: Minatel (2014, p.34).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) também discutem a resolução de problemas como recurso de aprendizagem, apontando aspectos importantes para o seu uso. O primeiro desses aspectos diz que as atividades matemáticas devem partir da exploração de problemas, de modo que os alunos tenham que desenvolver estratégias para resolver determinada situação. Em seguida, explicita que um problema não é um exercício mecânico e que algo só pode ser considerado problema quando levar o aluno a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. O terceiro aspecto relata que o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas. O quarto aspecto diz que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas um campo de conceitos e, por fim, a resolução de problemas não é uma atividade a mais ou mesmo um conteúdo a mais do currículo, ela é uma orientação ou, ainda, um recurso para o ensino de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (Brasil, 1997).

O que é um problema? – Definições

Começamos com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), caracterizando problemas como algo que “demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.” (Brasil, 1997, p.33). Dessa forma, diante de uma atividade, se não precisarmos elaborar uma estratégia de resolução, pois a situação é

algo que já conhecemos e lembramos facilmente, essa atividade não pode ser considerada uma situação-problema.

Onuchic e Allevato (2004, p.221) definem problema como “tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer” e complementam afirmando que [...] “um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.”.

Tanto os PCNs (Brasil, 1997) quanto as autoras Onuchic e Allevato (2004) definem "problema" como algo que não se sabe resolver, mas que nos dispomos a construir uma solução.

Onuchic e Allevato (2011) utilizam o termo “metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas”. O termo provém de muitas reformas no ensino da matemática, as quais mostraram que o ensino e a aprendizagem deveriam ocorrer de forma simultânea, por isso o termo metodologia de ensino-aprendizagem que, mais tarde, se tornou ensino-aprendizagem-avaliação devido a pesquisas e descobertas sobre a importância de uma avaliação contínua e formativa. Percebemos, aqui, que essa avaliação formativa é a mesma que aparece na concepção de Hernández e Ventura (1998), tão importante também para a realização de um projeto. A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação por meio da resolução de problema estabelece um modelo de trabalho baseado em problemas geradores, buscando favorecer a compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos de forma mais significativa.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (Onuchic e Allevato, 2011, p.81)

Mas outros autores também definem problema e apresentam suas contribuições para a área de resolução de problemas.

Thompson (1989 apud Allevato, 2005, p.35), ao apresentar os resultados de uma pesquisa com professores, expôs duas concepções sobre o que é um problema. Segundo a primeira concepção, um problema é a:

[...] descrição de uma situação envolvendo quantidades estabelecidas, seguida de uma pergunta sobre alguma relação entre as quantidades cuja resposta pede a aplicação de uma ou mais operações aritméticas.

De acordo com essa concepção, resolver um problema é chegar à resposta correta por meio de operações matemáticas. Percebemos nessa definição uma visão mais tradicional da própria Matemática, reduzida às operações aritméticas. Definição essa que também se difere da concepção de situação-problema dos PCNs e das autoras citadas anteriormente.

Já sobre a segunda concepção encontrada por Thompson dentre os professores investigados, Allevato (2005, p.40) relata que essa concepção considera uma situação-problema como algo que:

[...] inclui quebra-cabeças, labirintos e atividades envolvendo ilusão de ótica e considera que problemas devem possibilitar uma variedade de abordagens para a resolução; não devem depender só de elementos conhecidos, mas conduzir à busca e descoberta de novas ideias e, em geral, envolvem desafio, diversão e frustração.

Também Bittar (2005, p.23) define, em um estudo sobre a metodologia da matemática voltado para os anos iniciais do ensino fundamental, problema como uma atividade que exige “uma parada para pensar sobre a proposta, e não algo automático que o aluno possa resolver seguindo um modelo, sem ter que ler, interpretar e elaborar estratégias”.

Bittar (2005, p.25) nos dá uma ideia da complexidade de trabalhar com situações-problema ao afirmar que:

A prática de resolução de problemas dá oportunidade aos alunos de “fazer Matemática”, isto é, de desenvolver habilidades de reconstrução de propriedades Matemáticas, bem como de comunicar ideias, resultados e experiências. Dessa forma, ele deverá confrontar resultados fazendo uso de argumentos próprios e de procedimentos de validação. Aceitar erros e estar aberto para outras formas de resolução pode contribuir para o aprimoramento da linguagem, da capacidade de inferir, generalizar, deduzir, argumentar e sintetizar.

Smole (1996, p.73-4) conceitua resolução de problema como:

[...] uma metodologia de trabalho, através da qual os alunos são envolvidos em “fazer” Matemática, isto é, eles se tornam capazes de formular e resolver por si questões matemáticas e através da possibilidade de questionar e levantar hipóteses adquirem, relacionam e aplicam conceitos matemáticos.

E complementa:

A resolução de problemas é um processo que permeia todo o trabalho e todas as atividades, fornecendo um contexto, no qual as noções e competências são desenvolvidas, enquanto as atividades se realizam. (ibidem, p.163)

Por fim, Rossi (2012, p.48) contribui definindo resolução de problema como a realização de:

[...] uma produção, em que o aluno utiliza o que já aprendeu como uma via para construir conhecimento. A resolução de problemas pode se constituir a partir de questões que coloquem o resolvidor em busca de uma ou mais respostas.

No entanto, além das questões que dizem respeito às várias definições acerca de problema, Allevato (2005), pautada nos primeiros estudos desenvolvidos por Shroeder e Lester, aborda a existência de diferentes concepções sobre o ensino baseado na resolução de problema. Podemos ensinar:

- sobre;
- para;
- por meio da resolução de problema.

Ensinar sobre a resolução de problemas é algo que surgiu com o Movimento da Matemática Moderna, quando a resolução de problemas foi considerada um novo conteúdo matemático. Os estudos de George Polya são grandes representantes dessa abordagem cuja ideia era ensinar os alunos a resolver problemas. Um exemplo de como ensinar sobre resolução de problemas acontece quando preparamos uma aula sobre as etapas para a resolução.

Polya (1986) elaborou, na década de 1950, quatro etapas para a resolução de problemas: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e verificação dos resultados. Segundo Onuchic e Allevato (2011), Polya pode ser considerado o pai dos estudos sobre resolução de problemas e, depois dele, pesquisadores mais atuais como Sternberg (2000, p.306-9), do campo da Psicologia da Aprendizagem, elaboraram outras etapas (Figura 2) que podem ser utilizadas para essa abordagem de ensino sobre resolução de problema.

Na Figura 2, podemos observar que a primeira etapa é o momento que o aluno reconhece o que lhe é proposto como sendo um problema. Na segunda etapa, o aluno deve ter claro qual é o problema para, na terceira, formular estratégias. Nessa etapa, o aluno escolhe se usará desenhos para resolver, operações ou outros recursos. Na quarta etapa, as informações fornecidas pelo problema e as obtidas da interpretação devem ser organizadas de modo que a compreensão e o acesso a elas sejam facilmente obtidos. Somente na quinta etapa, o aluno aloca recursos para começar a resolver o problema. A sexta etapa é momento de monitorização dos resultados que começam a ser obtidos certificando-se de

que o plano para a resolução do problema está em andamento. A monitorização é a constante checagem de que as descobertas estão levando à resolução do problema. E, por fim, na sexta etapa, o aluno avalia o trabalho e a resposta com relação ao problema inicial. A questão problema foi respondida? Temos a solução para o problema? A resposta encontrada é razoável como solução para o problema proposto? O que o meu resultado quer dizer? Nesse momento, os alunos respondem a questão do problema e podem, com a resposta, elaborar novas indagações.



Figura 2 – Etapas para a Resolução de Problemas

Fonte: Sternberg (2000, p.307).

A próxima abordagem é a do ensino para a resolução de problema, a qual tenta quebrar a rigidez dos conteúdos matemáticos e propõe a resolução de problemas para aplicação desses. Dessa maneira, a matemática passa a ser vista como utilitária, sendo que,

primeiro, se deve apresentar um conteúdo para, depois, os alunos resolverem problemas.

Ensinar por meio da resolução de problemas deixa de ser uma atividade a mais ou de aplicação para servir como orientadora da aprendizagem. Por meio de problemas, o professor ensina conteúdos matemáticos, verifica o que o aluno sabe, o que ele ainda precisa de ajuda para desenvolver e quais estratégias ele está utilizando, além de favorecer a construção de novos conceitos. Foi essa abordagem de ensino por meio de problemas que foi caracterizada por Onuchic (2008) como uma “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais também discutem a resolução de problemas como recurso de aprendizagem, apontando princípios importantes para o seu uso. O primeiro desses princípios diz que as atividades matemáticas devem partir da exploração de problemas de modo que os alunos tenham que desenvolver estratégias para resolver determinada situação. O princípio seguinte explicita que um problema não é um exercício mecânico e que algo só pode ser considerado problema quando levar o aluno a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. O terceiro princípio relata que o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas. O quarto princípio diz que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas um campo de conceitos e, por fim, a resolução de problemas não é uma atividade a mais ou mesmo um conteúdo a mais do currículo, ela é uma orientação ou, ainda, um recurso para o ensino de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (Brasil,1997).

Outros autores, como Van de Walle (2007), também trazem suas contribuições sobre essa abordagem e a consideram uma metodologia de ensino capaz de tornar uma tarefa classificada como um exercício em uma situação-problema se tal tarefa for desconhecida para o grupo, se levar os alunos a pensar sobre estratégias de resolução e se for resolvida de diferentes maneiras. É o que Van de Walle (2007, p.38) relata ao comentar um caso em que se perdeu

para alunos identificarem que fração era maior, dadas $4/5$ e $6/8$. No caso de um ensino tradicional, o professor pediria aos alunos para encontrar um denominador comum e compararem os numeradores. No caso de um ensino baseado em problemas, os alunos foram encorajados a desenvolver suas próprias estratégias para encontrar a maior fração. Em uma dessas experiências, um aluno, usando seu conhecimento prévio, disse que sabia que $4/5$ era o mesmo que $8/10$ e que, com mais $2/10$, ele completava um inteiro. No caso dos $6/8$, com mais $2/8$, se completaria um inteiro também, no entanto, $2/8$ era maior que $2/10$, por isso, $4/5$ era maior que $6/8$. Nesse último caso, o aluno se ocupou de descobrir o tamanho das partes e de entender o verdadeiro significado de fração e não de resolver um exercício sobre fração.

Outro exemplo como esse de problematização é dado por Van de Walle (2007, p.40) com uma situação de adição: $48 + 25$. Ao expor essa situação a um grupo que não conhece os mecanismos formais da adição, essa operação é um problema a ser resolvido. Utilizando a metodologia de resolução de problemas, antes de apresentar o algoritmo, deixar os alunos fazerem descobertas é uma forma de prepará-los para considerar uma diversidade de métodos e desenvolver ideias significativas sobre o processo de adicionar.

Segundo Van de Walle (2007), é importante perceber que ensinar por meio de problemas ou o ensino baseado na resolução de problemas não se limita, necessariamente, a listas de situações-problema, mas que atividades ou tarefas baseadas em problemas significam problematizar.

Segundo Domite (2009 apud Mengali, 2011. p.52), problematizar indica um processo similar ao perguntar e formular problemas. Uma pergunta é algo que leva o outro a querer responder; a problematização é um processo fértil de construção de perguntas e respostas. Mengali (2011) afirma sua tentativa de criar nos ambientes de aprendizagem uma comunidade de investigação matemática, buscando encorajar os alunos a realizar análises de situações problemáticas, bem como partir delas para problematizar.

Um dos porquês de problematizar está na necessidade de dar sentido à aprendizagem matemática diante de um mundo que

[...] está cada vez mais matematizado, e o grande desafio que se coloca à escola e aos professores é construir um currículo de Matemática que transcenda o ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nas séries iniciais, onde está a base da alfabetização Matemática. (Nacarato; Mengali; Passos, 2009. p.32)

Boavida (1993 apud Baraldi, 1999, p.36) ressalta que todo cidadão, para ter acesso ao mundo de conhecimento científico e tecnológico, precisa possuir uma cultura matemática básica que o torne capaz de interpretar e compreender criticamente a matemática subjacente a diferentes situações do dia a dia, e, também, o torne capaz de resolver problemas e tomar decisões diante dos mais variados aspectos de sua vida, nos quais a matemática esteja presente.

Allevato (2005) destaca que essa abordagem de ensino por meio da resolução de problema: 1) envolve os estudantes nos cinco padrões de processo descritos pela publicação de 2000 do NCTM: resolução de problemas, raciocínio e prova, comunicação, conexões e representação; 2) desenvolve nos estudantes a crença de que eles são capazes de fazer matemática; 3) fornece, ao professor, dados de avaliação que os permite auxiliar os alunos na aprendizagem; 4) entusiasma os alunos ao perceberem que são capazes de compreender matemática por meio de estratégias próprias de raciocínio.

Foi de extrema importância delinear alguns aspectos históricos da resolução de problemas, pois isso nos possibilitou assumir nosso lugar no cenário de resolução de problema.

Adotamos a concepção de ensino por meio da resolução de problemas, considerando-a uma metodologia de ensino (Onuchic; Allevato, 2011) e um ponto de partida (Brasil, 1997; Onuchic; Allevato, 2011) na sala de aula. Definimos problema como sendo uma tarefa que os alunos não têm métodos ou regras estabelecidas para chegar à solução correta (Onuchic; Allevato, 2004), e sim uma situação que necessita ser investigada e que estratégias sejam ela-

boradas. Principalmente em se tratando dos anos iniciais do ensino fundamental, acreditamos, como exposto por Van de Walle (2007), que até mesmo uma tarefa básica de adição pode ser tida como um problema se o grupo não tiver mecanismos e técnicas formais de resolução.

Assim, adotamos a concepção de ensino através da resolução de problemas discutida por Onuchic e Allevato (2004; 2005; 2011), Van de Walle (2007) e apresentada oficialmente pelo documento do ano de 2000 do NCTM como procedimento. Buscamos nessa pesquisa, ensinar matemática pela resolução de problema, mas destacamos uma citação de Allevato (2005, p.61) sobre as diferentes formas de conceber resolução de problema:

[...] a resolução de problemas como metodologia de ensino [...] não exclui as demais concepções. Isso significa que, quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas.

Na teoria, essas concepções podem ser separadas, mas, na prática, elas tendem a ocorrer conjuntamente, em diferentes momentos e combinações (Onuchic; Allevato, 2004).

O próximo capítulo é uma tentativa de evidenciar o que chamamos de emaranhado teórico. Além do desafio de investigar e conciliar duas teorias, nosso desafio tornou-se maior à medida que nos propusemos, de fato, a verificar e a analisar se a matemática estava ocorrendo por meio da teoria de projetos e se a matemática estava sendo ensinada por meio da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas.

3

NOSSO EMARANHADO TEÓRICO

Este capítulo baseia-se em um quadro sintético sobre as teorias estudadas. Utilizamos recortes de autores e do nosso próprio texto, destacando ideias comuns para ambas as teorias que nos ajudaram a visualizar nosso emaranhado, como observamos no Quadro 3.

Quadro 3 – Síntese do nosso emaranhado

Projeto	Resolução de problemas
<p>Os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado. É importante identificar que tipos de projetos exploram problemas cuja abordagem pressupõe a intervenção da Matemática, e em que medida ela oferece subsídios para a compreensão dos temas envolvidos (Brasil, 1997, p.26).</p> <p>... uma proposta entusiasmante de ação para se desenvolver em um ambiente social e tem que servir para melhorar a qualidade de vida das pessoas. (Kilpatrick apud Torres, 1998, p.203).</p>	<p>[...] demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la (Brasil, 1997, p.33).</p> <p>Onuchic e Allevato (2004, p.221) definem problema como “tudo aquilo que não sabemos fazer mas que estamos interessados em fazer” e complementam afirmando que “(...) um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.”</p>

Continua

Quadro 3 – *Continuação*

<p>... uma atividade organizada que tem o objetivo de contribuir para que os alunos investiguem e interpretem significados inconstantes de indivíduos de diferentes culturas. (Dizzoti, 2009, p.36).</p> <p>... um método sistemático de ensino que envolve os alunos na aquisição de conhecimentos e de habilidades por meio de um extenso processo de investigação estruturado em torno de questões complexas e autênticas, e de produtos e tarefas cuidadosamente planejados. (Markham et al., 2008).</p> <p>Conjunto de tarefas complexas, baseadas em questões ou problemas desafiadores, que envolvem os alunos na modelagem, problematização, tomada de decisão ou atividades investigativas que oferecem a oportunidade de trabalho relativamente autônomo ao longo de um período de tempo e culmina em produtos ou apresentações mais realistas. (Thomas, 2000).</p> <p>Hernández (1998) expõe que o maior objetivo da organização dos conhecimentos por projetos é levar os alunos a interpretar o que lhes é apresentado para que eles de fato compreendam o que estão aprendendo. A compreensão, por sua vez, estaria vinculada a diferentes capacidades, dentre elas a “(...) de pesquisar um tema mediante estratégias como explicar, encontrar evidências e exemplos, generalizar, aplicar, estabelecer analogias e representar um tema mediante uma nova forma.” (Hernández, 1998. p.51).</p>	<p>A metodologia de ensino aqui apresentada constitui uma forma de trabalho, em sala de aula, a partir de problemas geradores. Valendo-se da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a construção de conhecimentos, relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos, se realiza de forma mais significativa e efetiva pelos alunos. As experiências, em pesquisas com alunos e atividades de formação de professores em que esta forma de trabalho tem sido utilizada, têm favorecido significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos, e no aprimoramento da prática docente pelo professor. (Onuchic; Allevato, 2011, p.95).</p> <p>Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, com a resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (Onuchic; Allevato, 2011, p.81).</p> <p>Segundo Van De Walle (2007), é importante perceber que ensinar por meio de problemas ou o ensino baseado na resolução de problemas não se limita necessariamente a listas de situações-problema, mas que atividades ou tarefas baseadas em problemas significa problematizar.</p>
---	--

Continua

Quadro 3 – *Continuação*

<p>Os projetos de trabalho se constituem uma aproximação sobre o conhecimento escolar vinculado a uma concepção que não valoriza somente a aquisição de conteúdos, mas também o papel do estudante como responsável por sua aprendizagem. Isso supõe aprender a investigar um tema relacionando-o com ideias-chave e diferentes disciplinas. (Hernández, 1998).</p> <p>Para Dizotti (2009), os projetos permitem que, por meio de uma problemática, os alunos explorem, relacionem, aprendam e aprofundem, cada vez mais, seu conhecimento, promovendo uma organização curricular que ultrapassa as barreiras disciplinares.</p> <p>Ainda segundo Hernández e Ventura (1998), a função de um projeto é favorecer a criação de estratégias para a organização dos conhecimentos escolares de forma que o aluno seja capaz de fazer relação entre os diferentes conteúdos, interpretar, utilizar e transformar a informação proveniente de diferentes fontes em conhecimento próprio.</p> <p>É uma forma de integração curricular que se preocupa pela característica de “interessante” que deve acompanhar a realização do trabalho nas salas de aula, pela proposta de problemas interessantes que os alunos devem resolver em equipe. (Torres, 1998, p.203).</p>	<p>Segundo Domite (2009 apud Mengali, 2011. p.52) problematizar indica um processo similar ao perguntar e formular problemas. Uma pergunta é algo que leva o outro a querer responder; a problematização é um processo fértil de construção de perguntas e respostas.</p> <p>Mengali (2011) afirma sua tentativa de criar, nos ambientes de aprendizagem, uma comunidade de investigação matemática, buscando encorajar os alunos a realizar análises de situações problemáticas, bem como partir delas para problematizar</p>
---	--

Fonte: Minatel (2004, p.42).

Percebemos, no estudo sobre projetos e resolução de problemas, algumas características, termos comuns e uma sintonia no sentido de uma teoria se apoiar na outra.

Analisando o Quadro 4, destacamos algumas ideias, termos e palavras-chave que se relacionam ao projeto. Vejamos:

- significados, significativa;
- problemas, problemática, problematizar;
- investigar, investigação;
- método, metodologia;
- questões;
- tema;
- relação, contexto, conexão;
- estratégias;
- integração.

Em se tratando de resolução de problemas, observamos que alguns termos e ideias se repetiram, como:

- significados, significativa;
- problemas, problemática, problematizar;
- investigar, investigação;
- método, metodologia;
- relação, contexto, conexão.

Dessa forma, concluímos que os ensinamentos baseados em projetos e resolução de problemas diferem por conta de suas trajetórias, concepções e definições, no entanto, se entrelaçam na medida em que ambos se constituem como métodos de ensino voltados para a problematização de forma a criar um ambiente de investigação que leve o aluno a ampliar sua compreensão sobre conhecimentos matemáticos à medida que elabora suas próprias estratégias, contextualiza e estabelece relações entre seu conhecimento prévio, suas vivências e a matemática.

Assim, também entendemos que podemos trabalhar com projetos em uma perspectiva mais ampla, ou seja, como se essa fosse a metodologia que direcionasse nosso trabalho com as diferentes disciplinas (conteúdos) dos anos iniciais e a resolução de problemas

ocorrendo em momentos específicos, principalmente, nas aulas para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

O Quadro 4 traz o desenho do projeto, nesse sentido mais amplo, englobando as várias disciplinas curriculares e baseado no tema do trimestre estudado que foi Comunicação.

Dentro do projeto Comunicação, várias unidades de estudo e atividades foram desenvolvidas. Os próximos capítulos trazem as quatro grandes unidades relacionadas aos conteúdos matemáticos, que aparecem em destaque no Quadro 5, e integradas com outras disciplinas.

Quadro 4 – Resumo do projeto

Tema: Comunicação					
Linguagem	Matemática	História	Geografia	Ciências	Disciplinas específicas
	Fio condutor (ou subtema): formas e meios de comunicação				
Conexão	Como comunicar-se por meio de cartas e poemas?	Linha do tempo sobre os meios de comunicação	O que os mapas comunicam?	O que faz os meios de comunicação funcionarem?	Artes – comunicação por meio de pinturas rupestres até a arte dos dias atuais.
Conteúdos	Cartas, cartões, poemas e rimas.	Linha do tempo, cronologia, temporalidade.	Pontos cardeais, mapas, meu bairro, minha escola, minha cidade.	Eletricidade, magnetismo.	Teatro – oralidade e expressão corporal (poemas)
Exemplos de atividades	Visita aos Correios. Escrita de cartas e poemas para comunicar algo. “O que os números comunicam?” para introduzir Sistema de Numeração Decimal. Uso da linha do tempo para adição e subtração. Uso de meios de comunicação para criar tabelas e gráficos. Feira de experimentos sobre eletricidade e magnetismo.				

Fonte: Minatel (2014, p.64).

PARTE 2

RETRATOS DE UMA SALA DE AULA

Esta parte do livro dedica-se a partilhar quatro experiências práticas cujo objetivo foi ensinar matemática por meio de projeto e resolução de problemas. Diante de tal propósito, a matemática aparece integrada com temas e subtemas, outras disciplinas e vários questionamentos. Como dito na introdução deste livro, cada capítulo da Parte 2 se ocupa de uma unidade de estudo. Todos os capítulos trazem a mesma estrutura: apresentação dos objetivos e conteúdos matemáticos, descrição das aulas e dos resultados dos pré e pós-testes, entrevistas e registros dos alunos. Diante do tema Comunicação, iniciamos o trimestre questionando os alunos sobre “O que os números comunicam?” para estudarmos Sistema de Numeração Decimal. Utilizamos “Meios e Formas de Comunicação” para elaborar e estudar gráficos e tabelas. Demos continuidade com a questão “O que os mapas comunicam?” para o trabalho com mapas, distâncias, estimativas e unidades de medida linear. Finalizamos o trimestre retornando aos “Meios e Formas de Comunicação” para estudar adição e subtração, utilizando uma linha do tempo sobre Meios de Comunicação.

4

O QUE OS NÚMEROS COMUNICAM?

Essa unidade de estudo teve por objetivo tornar o aluno capaz de:

- Ler e escrever números até quatro dígitos;
- Usar marcações para contagem (*tallymarks*);
- Decompor números diversos;
- Reconhecer o valor posicional até centenas;
- Identificar algarismos romanos 1 – 20 (I – XX);
- Contar de: dois em dois, três, cinco, e dez em dez a partir de qualquer número dado.

Além dos objetivos de Matemática, essa lição e as demais buscaram desenvolver habilidades linguísticas, pois os alunos necessitavam opinar, questionar, resolver problemas e fazer descobertas; sendo assim, buscamos desenvolver os seguintes objetivos de linguagem oral, aplicáveis para ambas as línguas – Inglês e Português:

- Seguir instruções para completar tarefas;
- Participar de discussões em sala de aula;
- Fazer uso de regras para conversação, levantar as mãos, alternar a vez, prestar atenção no falante em busca de informações específicas;
- Responder a perguntas de professores e outros membros do grupo, e formular mais perguntas para maior esclarecimento;

- Resumir oralmente o que foi aprendido ou finalizado após o término de uma atividade ou tarefa.

Antes de iniciar qualquer atividade, os alunos realizaram o pré-teste sobre números, mais especificamente: representação, noção e sequência numérica. A professora de Português fez a leitura dos exercícios, sem explicações e interpretações gerais ou individuais. Após a leitura, os alunos, individualmente, realizaram os exercícios.

O pré-teste já era uma ferramenta pedagógica utilizada pela escola para auxiliar o professor a identificar o conhecimento prévio de seus alunos. Baseado nos resultados do pré-teste, o professor adequava o foco de suas aulas. O pré-teste é também o que Hernández e Ventura (1998) chamam de avaliação inicial, que aparece no sexto passo do guia proposto pelos autores para a organização de um projeto.

As aulas sobre números

Aula 1

Após a realização do pré-teste, iniciamos a unidade sobre números com a pergunta: “O que os números comunicam?”.¹ Ela foi feita em inglês e a atividade dirigida pela professora-pesquisadora, em Língua Inglesa. De início, os alunos disseram não saber responder tal questão.

Iniciou-se, então, uma conversa sobre como podemos nos comunicar, se era somente por meio de palavras, texto e fala ou se havia outras formas de comunicação. Os alunos mencionaram a linguagem de sinais como sendo uma forma de se comunicar sem utilizar a fala e com isso fomos chegando a outras formas de comunicação, como a expressão corporal e o desenho, diferenciando linguagem verbal de não verbal, até voltarmos para a matemática.

1 “*What do numbers communicate?*”.

Quando a professora perguntou a idade de um dos alunos, escreveu a idade dele na lousa e perguntou novamente o que aquele número estava comunicando, todos responderam que estava comunicando a idade de alguém e, com isso, começaram a surgir ideias que respondiam a questão inicial: “O que os números comunicam?”.

Os alunos logo concluíram que, se um número poderia comunicar a idade de uma pessoa, poderia também comunicar uma série de outras informações. Eles se empolgaram bastante pensando em uma variedade de informações que poderiam ser comunicadas por meio de números. Conforme os alunos expunham suas ideias, a professora as anotava em um cartaz.

Percebemos que, inicialmente, os alunos não tinham a resposta para a pergunta, dessa forma, tinham um problema, pois, como expõe Onuchic (1999), um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. Ocorreu o que Bittar (2005, p.23) também chama de “uma parada para pensar sobre a proposta”, pois, como expõe os PCNs (1997, p.33), “a solução não estava disponível de início”.

Os alunos se envolveram na resolução de um problema que, por sua vez, estava integrado com um tema, o qual estava regendo todo trimestre, isso fez com a Matemática não se isolasse, mas mobilizou uma série de habilidades linguísticas e conhecimentos sobre meios e formas de comunicação que permitiram que os alunos se aproximassem da matemática e que percebessem essa disciplina de forma mais significativa.

Como nossos objetivos eram voltados para o estudo dos números, fomos buscar números que pudessem comunicar algo a esses alunos e que tivessem algum significado para eles, pois, de acordo com o PCN, “os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado”. (Brasil, 1997, p.26). O projeto Comunicação gerou a necessidade de encontrarmos alguma conexão entre a matemática e o tema. Encontramos uma possibilidade discutindo formas de comunicação e explorando o número como forma de comunicar algo.

Aula 2

Na segunda aula, a atividade foi baseada na questão: “E antes dos algarismos existirem, como as pessoas registravam quantidades?”.² Os alunos pensaram por um tempo e a maioria respondeu que era usando os dedos. Então, a professora questionou novamente sobre como era feito o registro se não havia números. A resposta não veio de imediato, então, pedimos para os alunos pensarem em um número e registrá-lo sem usar os algarismos. De início, eles resistiram um pouco, dizendo que não era possível, até um aluno perguntar se poderia usar o material base 10 (material dourado); a pergunta desse colega foi disparadora de ideias, pois, após descobrirem que desenhar certa quantidade com o material base 10 era uma possibilidade, começaram a surgir outras, como o uso de bolinhas e desenhos.

Além de ter exigido uma parada para pensar, como expõe Bittar (2005), vemos essa pergunta como um exemplo de problema aberto. De acordo com Allevato (2005), os problemas abertos dão chance para que a pessoa faça escolhas, pois admite várias estratégias para se obter a resposta. Depois que os alunos compreenderam o problema, cada um selecionou uma estratégia diferente para registrar um determinado número, como observamos nas Figuras 3 e 4.

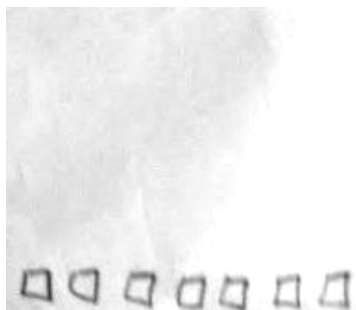


Figura 3 – Unidades para a contagem

Fonte: Minatel (2014, p.69).

2 “And before numerals, how did people count and record quantities?”.

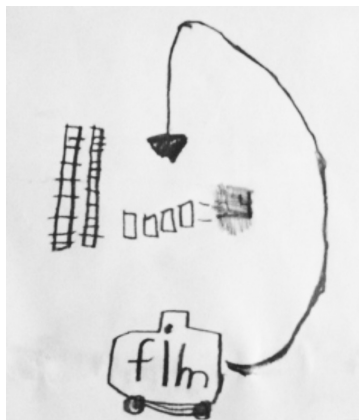


Figura 4 – Base 10 para contagem

Fonte: Minatel (2014, p.69).

Essa foi outra forma de problematizar o conteúdo sobre números. Ao invés de contar simplesmente uma história dos números ou partir logo para exercícios que os alunos precisassem completar sequência numérica, entre outros, pedimos, primeiro, que os alunos se colocassem na situação de pessoas que viveram em um tempo sem os algarismos. Foi uma oportunidade também para discutir a diferença entre números e algarismos.

Aula 3

Após a discussão e vivência inicial, utilizamos o vídeo “História dos números – Das pedrinhas ao computador”³ para ilustrar um pouco da história e para auxiliar os alunos a perceberem que viver sem algarismos foi algo que realmente aconteceu, e que a humanidade precisou inventar uma forma para facilitar o registro de quantidades.

Após o vídeo, conversamos sobre as possibilidades de contagem e registro. Conforme discutíamos, a professora fazia algumas

³ Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=uguJRMQhbIs>>. Acesso em: 17 dez. 2014.

anotações em um cartaz (Figura 5) sobre o uso de marcações (*tally-marks*) em ossos e galhos, uso de agrupamentos, base 10, até chegarmos aos algarismos e ao nosso sistema de numeração decimal.

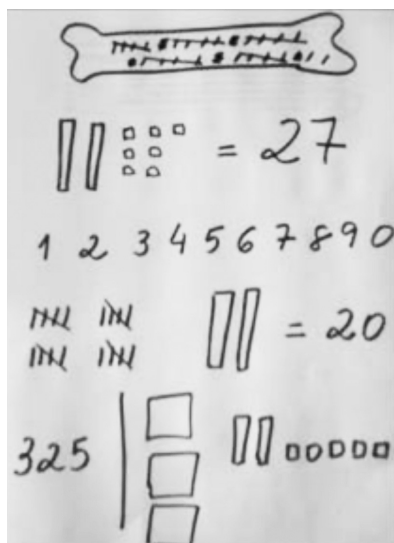


Figura 5 – Anotações da professora sobre o vídeo

Fonte: Minatel (2014, p.70).

Ao percorrermos o caminho de fazer marcações em ossos, desenhar dezenas e unidades até a representação numérica, os alunos foram concluindo que os algarismos facilitavam o registro da contagem.

Aula 4

Dando continuidade, conversamos sobre outros sistemas de numeração e sobre as questões: “Por que nosso sistema de numeração é chamado Sistema de Numeração Decimal ou base 10?” e “Existe algum outro sistema de numeração?”

Baseado nessas questões, em grupos, os alunos tiveram em torno de 20 minutos para conversar com os colegas e consultarem

alguns livros com a finalidade de descobrir informações sobre o sistema de numeração romano e egípcio. Após as descobertas e discussões em grupo, proporcionamos a partilha das descobertas e para comentários. Durante a partilha, perguntamos se alguém já havia visto números romanos ou egípcios, tentando aproximar esse conteúdo matemático da vida real, e alguns alunos falaram de relógios e numeração de capítulos de livros com números romanos. Na partilha, também, a maioria dos alunos enfocou a descoberta dos valores dos símbolos e letras. Não nos aprofundamos no conteúdo e na discussão, pois nosso objetivo era que os alunos conhecessem outras possibilidades de se registrar quantidades e que conhecessem o valor de alguns números romanos.

Por termos como objetivo tornar os alunos capazes de “Identificar algarismos romanos 1 – 20 (I – XX)”, enfocamos no sistema romano e, usando a lousa digital do laboratório de Ciências, jogamos coletivamente um jogo da memória (Figura 6) sobre números romanos (<http://www.smartkids.com.br/jogos-educativos/jogo-da-memoria-numeros-romanos.html>). Alguns alunos pediram para praticar em casa e levaram o endereço de acesso ao jogo.



Figura 6 – Tela do jogo da memória sobre números romanos

Fonte: Minatel (2014, p.71).

Registros dos alunos sobre números

Após essas primeiras atividades integradas com o tema Comunicação e conduzidas por meio do ensino via resolução de problema, os alunos realizaram o registro e a prática do conteúdo sobre números no diário e no caderno de matemática. Depois das discussões sobre números, a professora-pesquisadora propôs o registro, utilizando o “material base 10” seguido dos algarismos, de alguns números que ela ditou.

Podemos notar que o desenho da aluna foi uma alusão ao material utilizado. Tanto a dezena quanto a centena não foram desenhadas com a quantidade exata de unidades. Discutimos isso com os alunos, o que os ajudou a reconhecer quão mais fácil era registrar quantidades utilizando algarismos, pois desenhar com detalhes centenas e dezenas exigia um tempo maior.

Outro registro feito nos cadernos de matemática dos alunos foi o de exercícios de prática sobre os conteúdos estudados. Nas Figuras 7, 8 e 9, observamos alguns exemplos de exercícios realizados.

Observa-se na Figura 7 o exemplo de um exercício básico de contagem e comparação de quantidades. Os alunos tinham que contar os diferentes conjuntos de objetos e colorir aqueles com a mesma quantidade.

Por fim, a Figura 9 traz o exemplo de um exercício relacionado ao sistema de numeração decimal, utilizando números maiores com quatro dígitos.

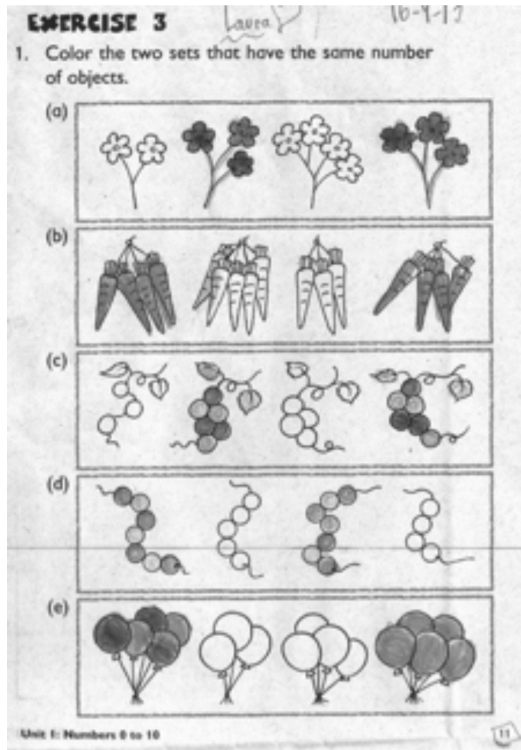



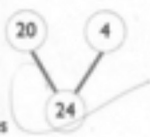
Figura 7 – Lista de exercícios #1 sobre contagem



Fonte: Minatel (2014, p.73).



Ressaltamos que esses exercícios estavam voltados para a prática do conhecimento matemático. A aprendizagem da matemática já deveria ter ocorrido durante as aulas problematizadas e integradas com o tema. No entanto, tínhamos alunos que eram atingidos pelo ensino por meio de projetos e resolução, sendo assim quando chegavam às listas de exercício eles apresentavam dificuldades. Para esses alunos com dificuldades, tínhamos as entrevistas e mini-lições que serão discutidas posteriormente.

EXERCISE 2

1. Fill in the blanks.

(a)  $24 = 20$ tens 4 ones 

(b)  $42 = 40$ tens 2 ones 

(c)  $67 = 60$ tens 7 ones 

2. Write the numbers.

(a) 4 tens 9 ones = 49

(b) 5 tens 2 ones = 52

(c) 6 tens 6 ones = 66

(d) 10 tens = 100

Unit 1: Numbers to 1000

Figura 8 – Lista de exercícios #2 sobre contagem

Fonte: Minatel (2014, p.73).

Assim como os registros nos cadernos e os exercícios nos indicavam quais alunos haviam aprendido o conteúdo e eram capazes de aplicar o conhecimento de forma independente em outro contexto; o envolvimento, a participação, os questionamentos e a expressão corporal e facial que os alunos faziam durante as aulas também nos davam evidências da aprendizagem de cada um.

A Figura 9 traz o exemplo de um exercício um pouco mais elaborado de contagem baseada em agrupamentos.

exercícios, dizendo que gostavam de matemática ou de brincar no computador.

As Figuras 10, 11 e 12 são exemplos de atividades do site IXL que foram realizadas pelos alunos em casa e estavam relacionadas com o conteúdo matemático do trimestre estudado em sala, nesse caso, números.



Figura 10 – Exercício on-line sobre contagem⁴

Fonte: <<http://www.ixl.com>>.

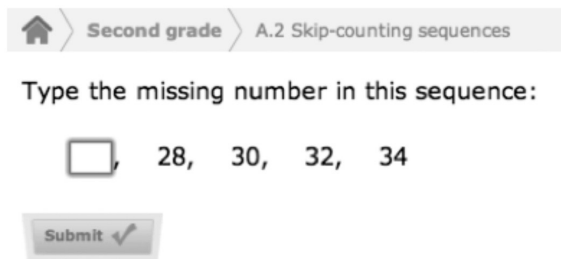


Figura 11 – Exercício on-line sobre contagem de 2 em 2⁵

Fonte: <<http://www.ixl.com>>.

4 Tradução da imagem: Primeiro ano – Revisão de contagem – 0 a 10. Quantos pássaros há na imagem? Submeter.

5 Tradução da imagem: Segundo ano – Sequências de contagem alternada. Digite o número que está faltando nessa sequência. Submeter.

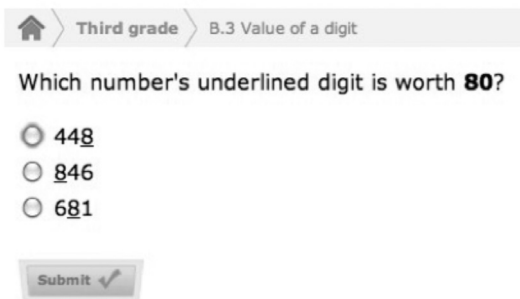


Figura 12 – Exercício on-line sobre valor posicional⁶

Fonte: <<http://www.ixl.com>>.

Outras formas de registro utilizadas pelos alunos foram os diários de matemática ou *Math Diary*, como eram chamados pela turma.

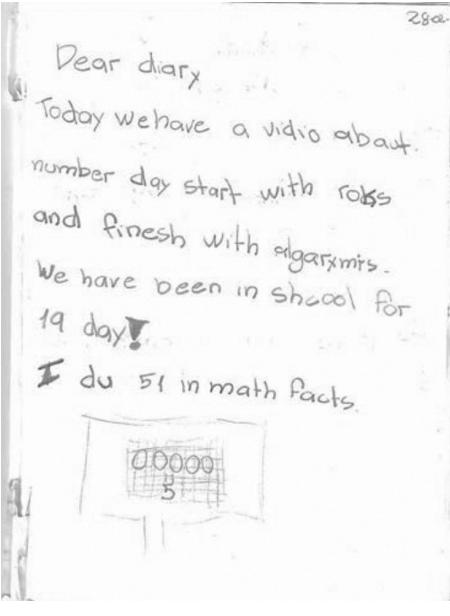
O registro nos diários foi outra oportunidade para que a professora-pesquisadora tivesse mais evidências de como estava ocorrendo a aprendizagem matemática. Lendo o diário dos alunos, percebíamos o que havia sido mais marcante de matemática naquele dia, para cada um dos alunos, e o que e como eles estavam compreendendo tal conteúdo matemático.

O Quadro 5 apresenta a reflexão realizada por uma aluna em seu diário de matemática.

No caso dessa aluna, ao final do dia, os pontos a serem destacados foram o vídeo, a quantidade de operações que ela havia feito na atividade de *Math Facts* e quantos dias letivos já tinham se passado. Sobre o vídeo, a aluna compreendeu que a contagem começou com pedras até chegar aos algarismos que usamos hoje. O comentário sobre os dias letivos e o *Math Facts* pode ter ficado na memória dessa aluna por serem atividades de rotina realizadas diariamente.

6 Tradução da imagem: Terceiro ano – Valor de um dígito. Que número sublinhado tem valor igual a 80? Submeter.

Quadro 5 – Diário de matemática: registro sobre números

Texto do aluno	Reescrita e tradução
 <p>28/02</p> <p>Dear diary</p> <p>Today we have a video about number day start with rocks and finish with algorithms.</p> <p>We have been in school for 19 day!</p> <p>I did 51 in math facts.</p>	<p>28/02</p> <p>Dear diary,</p> <p>Today we watched a video about numbers, it started with rocks and it finished with numerals.</p> <p>We have been in school for 19 days! I did 51 in Math facts.</p> <p>28/02</p> <p>Querido diário,</p> <p>Hoje nós assistimos a um vídeo sobre números, começou com pedras e terminou com algarismos. Nós já tivemos 19 dias de aula! Eu fiz 51 no <i>Math Facts</i>.</p>

Fonte: Minatel (2014, p.76).

No entanto, descobrimos que, com o diário de matemática, muitos deles resumiam a aprendizagem matemática ao *Math Facts*. Analisando os diários de um determinado dia, dos 20 alunos que realizaram os diários, todos comentaram sobre o *Math Facts*. Alguns alunos, inclusive, escreviam somente sobre essa atividade. Ao percebermos essa redução da matemática à atividade de *Math Facts*, conversamos com os alunos estimulando o resgate e a escrita de outros episódios matemáticos que ocorriam durante o dia.

Aos poucos, os alunos foram escrevendo mais em seus diários, apresentando mais descrições e detalhes às suas reflexões, e o *Math Facts* foi aparecendo menos; às vezes, nem aparecia.

O uso e a análise dos diários de matemática foram muito positivos por proporcionarem maiores evidências sobre a aprendizagem dos alunos e a mudança de paradigma com relação à aprendiza-

gem matemática. Foi um ganho muito significativo, em termos de ensino e aprendizagem, verificar que alunos que produziam registros muito breves ou suas reflexões resumidos à atividade de *Math Facts*, ao longo do trimestre, foram realizando reflexões mais completas e descritivas.

Os pré e pós-testes sobre números

Os pré e pós-testes compuseram um conjunto de evidências sobre a aprendizagem matemática dos alunos e foram entendidos como parte integrante de nosso trabalho por meio de projetos de acordo com a proposta de avaliação inicial proposta por Hernández e Ventura (1998), além de entendidos como parte de nossa avaliação formativa (Luis, 2003).

O pré-teste, realizado antes de qualquer aula, nos auxiliou a identificar o conhecimento prévio dos alunos com relação ao conteúdo sobre números e o pós-teste, realizado no final do trimestre após todas as aulas e exercícios, indicou que alguns alunos conseguiram ampliar seus conhecimentos matemáticos e que outros continuaram apresentando algumas dificuldades.

Dos 20 alunos, seis dos sete alunos de 3^o ano e um dos seis alunos de 2^o ano responderam todas as questões do pré-teste corretamente, o que indicou que eles precisariam de novos desafios durante as aulas, pois todos demonstraram, com o pré-teste, já dominar noção, representação e sequência numérica. Os demais 13 alunos, sendo um aluno de 3^o ano com Transtorno Global do Desenvolvimento,⁷ cinco de 2^o ano e sete de 1^o ano, acertaram algu-

7 O aluno portador de Transtorno Global do Desenvolvimento tinha 8 anos de idade e era um caso de inclusão; dessa forma, participava de todas as atividades de sala de aula, mas com um currículo adaptado. Cumpre destacar que “Os Transtornos Globais do Desenvolvimento (TGD) são distúrbios nas interações sociais recíprocas que costumam manifestar-se nos primeiros cinco anos de vida. Caracterizam-se pelos padrões de comunicação estereotipados e repetitivos, assim como pelo estreitamento nos interesses e nas atividades.” Disponível

mas questões, erraram ou deixaram em branco outras, demonstrando que eles tinham algum conhecimento sobre o assunto números, mas que também precisavam construir e ampliar suas descobertas.

Os pós-testes mostraram que o número de acertos aumentou para 9 dos 13 alunos que realizaram o pré-teste com alguns erros.

Dos quatro alunos que não apresentaram avanços no pós-teste, um deles era o aluno com Transtorno Global do Desenvolvimento, outras duas alunas (MCM e MLL) demonstravam um comportamento imaturo, no sentido da necessidade ainda de muitas brincadeiras, desenhos e, por isso, se distraíam facilmente. O outro aluno (JOM), no entanto, combinava um comportamento bastante indisciplinado com desenhos, brincadeiras e atitudes que pareciam indicar, além da imaturidade, algum Transtorno de Aprendizagem que poderia estar interferindo em sua aprendizagem.

Os quatro alunos que não apresentaram resultados satisfatórios nos pós-testes foram os mesmos que apresentaram dificuldades com o registro individual e independente no caderno, e que, nas aulas, perdiam a atenção e o foco na atividade. Essa análise nos levou a redobrar nossa atenção e observação, buscando entender se foram os instrumentos de ensino que não haviam atendido às necessidades desses alunos, se era uma questão de imaturidade e que, com o tempo, melhoraria ou, até mesmo, se o aluno precisaria passar por alguma avaliação específica para investigação de distúrbio ou dificuldade de aprendizagem. Nosso papel foi de apenas levantar essas hipóteses e, como professoras, não realizamos nenhum tipo de diagnóstico. O plano de ação foi, em sala de aula, para com esses quatro alunos, manter a observação, as entrevistas e minilições voltadas para suas necessidades.

Destacamos a importância de o professor buscar conhecer seus alunos e procurar formas de ajudá-los, seja em parceria com a família e outros profissionais, seja em sala de aula, tentando atender necessidades individuais ou mesmo observando com calma e aten-

em: <<http://revistaescola.abril.com.br/inclusao/educacao-especial/transtornos-globais-desenvolvimento-tgd-624845.shtml>>. Acesso em: 17 dez. 2014.

tamente, respeitando o ritmo de cada um, sem rotular, nivelar ou poupar alguns alunos devido às dificuldades ou a um ritmo diferenciado de aprendizagem.

Como já dito, o número de acertos era apenas outra forma de olhar para a aprendizagem matemática. Nossa análise não se estende e não se resume ao número de erros e acertos nos pré e pós-testes. Mas foi interessante perceber que os alunos aprenderam por meio da resolução de problemas e do ensino por projeto e que foram capazes de aplicar o conteúdo aprendido de forma contextualizada e problematizada em um cenário mais tradicional que foi o pós-teste, assim como as listas de exercícios.

Reforçamos que os pré e pós-testes não foram utilizados como únicos instrumentos avaliativos e não foram analisados quantitativamente. Tais testes foram utilizados por fazer parte da rotina da escola e por constituírem-se como mais uma evidência sobre a aprendizagem dos alunos.

Exemplo de entrevista sobre o conteúdo Números

Outra parte importante sobre como ocorre a aprendizagem em um ambiente mediado por projetos e resolução de problemas foi produzida com as entrevistas, seguidas de minilições.

Baseada na observação do envolvimento e desenvolvimento dos alunos com a matemática, a professora planejava momentos de intervenção individual para identificar dificuldades específicas dos alunos e, em seguida, auxiliá-los com suas necessidades. Esses momentos de atendimento individualizado ou em pequenos grupos já eram uma prática na escola e eram chamados de minilição (em inglês, *mini-lesson*).

Por se tratar, inicialmente, de um encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de determinado assunto (Lakatos; Marconi, 2001, p.195), chamamos esse momento de entrevista, pois o professor planejava uma conversa com

determinado aluno para obter informações sobre seu conhecimento matemático. Descobertas as necessidades dos alunos, iniciava-se uma mini lição. Sendo assim, adotamos a minilição com todo o seu caráter didático-pedagógico combinada com as entrevistas enquanto instrumento de produção de dados.

A seguir, no Quadro 6, a transcrição de uma entrevista e de minilição.

Quadro 6 – Exemplo de entrevista e minilição sobre números

Entrevista (00:01 – 09:07)
P: professora A: Aluno
<p>Parte 1</p> <p>1. P: Hello ES, how are you?!</p> <p>2. A: Fine.</p> <p>3. P: I have some challenges for you. You are going to try to solve them first, then we'll talk about it, ok?!</p> <p>4. A: O aluno afirmou mexendo a cabeça e começou a resolver as atividades propostas. Ao concluir, a conversa recomeçou.</p> <p>Parte 2</p> <p>5. P: Can you read it to me?</p> <p>6. $28 < 380$</p> <p>7. A: 28... smaller and 380</p> <p>8. P: Ok, and this one?</p> <p>9. $300 + 80 + 9 \cancel{+ 0} = 389$</p> <p>10. A: Three hundred plus eighty plus nine. Ah... is bigger that three hundred and eighty one. (O aluno pegou o lápis e alterou o sinal de maior que para menor que. Mesmo incorreto, a professora prosseguiu.)</p> <p>11. P: Ok, and the next?</p> <p>12. $1010 > 110$</p> <p>13. A: One... Thousand and ... ten</p> <p>14. P: Very good! One Thousand and ten is less than, greater tan or equal to? What's the other number?</p> <p>15. A: É... one hundred and ten... é... is bigger.</p> <p>16. P: Bigger! Ok.</p> <p>17. P: Now, let's go back and check this one. Three hundred plus eighty plus nine. Let's see this operation: three hundred, plus eighty, plus nine. Can you solve this for me?</p>

Continua

Quadro 6 – Continuação

$$\begin{array}{r} 300 \\ + 80 \\ \hline 9 \\ \hline 389 \end{array}$$

18.

19. P: Can you read the number?

20. A: É... Three hundred and eighty nine

21. P: Do you want to change something here? (Foi quando o aluno riscou o sinal de menor que e escreveu o sinal de igual.)

22. $300 + 80 + 9 \text{ ~~=~~ } = 389$

23. A: Ah, yes!

24. P: What did it happen?

25. A: Is... equal.

26. P: Equal!

Parte 3

27. P: So now, could you please complete with the numbers? 200 plus 7, what is the number?

28. A: Two hundred and seven.

29. P: Good, very good!

$$200 + 7 = \underline{207}$$

30. $30 + 9 = \underline{39}$

31. P: Now, can you write here for me the number.... a Thousand two hundred and fifty one (1251)?

32. $\boxed{1251}$

33. P: Hmmm, good job!

34. P: And here can you write eight hundred and eight (808)?

35. $\boxed{808}$

36. P: Ok!

Parte 4

37. P: Now, could you please read this number here?

38. $\boxed{470}$

39. A: Here... (aluno pegou o lápis para fazer algo).

40. P: Read, can you just read it?

Quadro 6 – *Continuação*

41. A: Ah... é (aluno ficou parado por alguns segundos, mexendo no lápis).
 42. P: Can you read in portuguese?
 43. A: Quatrocentos e setenta e sete.
 44. P: Again, please.
 45. A: Quatrocentos e setenta.
 46. P: Hmmm! And this one in portuguese.
 47. 5,038
 48. A: Quinhen... é...é...
 49. P: Look, does the point help?
 50. A: Yes... é... quinhentos e mil, no, é... (ficou quieto.)
 51. P: Say only this number, what is this number? The firstone?
 52. A: Five
 53. P: Ok, so, it's five what? Five hundred, five Thousand?
 54. A: Five Thousand.
 55. P: Can you read now?
 56. A: Five Thousand and thirty eight.
 57. P: And in portuguese?
 58. A: É... quinhentos mil trinta e oito.
 59. P: Say only the first number in portuguese.
 60. A: Ah...
 61. P: The first number, this number here.
 62. A: (Ficou quieto.)
 63. P: What is this number?
 64. A: Cinco mil...
 65. P: Hmmm!!!
 66. A: ... e trinta e oito.
 67. P: Let me see these numbers, can you read?
 68. 839 8381
 69. A: Oitocentos e trinta e nove.
 70. P: Ok, great!
 71. A: (Um tempo parado e calado.)
 72. P: Say the first number, what is this number? Look at this.
 73. A: Oito mil e trin... e trezentos e oitenta e um.
 74. P: Ok and the last one!
 75. 2013
 76. A: Dois mil e treze.
 77. P: In english?
 78. A: Two Thousand and thirty
 79. P: Thirteen.
 80. A: Ah, thirteen.
 81. P: Ok, congratulations. Very good job! Thank you!

Na Parte 1 da entrevista, iniciamos colocando algumas situações para o aluno comparar números maiores, menores ou iguais.

Na Parte 2 da entrevista, discutimos o que o aluno havia realizado e observamos que, nas duas situações similares, o aluno havia obtido sucesso, como podemos observar nas figuras a seguir.

$$28 < 380$$

Figura 13 – Menor que
Fonte: Minatel (2014, p.82).

$$1010 > 110$$

Figura 14 – Maior que
Fonte: Minatel (2014, p.83).

Já na situação que se diferenciava do padrão comparativo e que exigia uma parada para pensar, o aluno precisou de apoio, como ilustra a figura a seguir.

$$300 + 80 + 9 \neq 389$$

Figura 15 – Igual
Fonte: Minatel (2014, p.83).

Quando o aluno leu essa atividade, parou por um tempo e pareceu ter percebido que algo estava errado, ele mudou o sinal de maior para menor, mas continuou não percebendo que $300 + 80 + 9$ era igual a 389. Retornamos à situação incorreta, escrevendo a adição na direção vertical. Pedimos para o aluno resolver. Após ler o resultado da adição, perguntamos se ele gostaria de mudar sua resposta e o aluno respondeu que sim com um tom quase que dizendo “nossa, claro que sim!”.

Na Parte 3, trabalhamos com números decompostos e ditado dos números 1251 e 808. O aluno realizou essas atividades com facilidade.

Na última parte da entrevista, diferente da facilidade do aluno no ditado dos números, o aluno teve dificuldades para ler os números dados: 470, 5038, 8388 e 2013.

Em um primeiro momento, o aluno leu 477, sendo que o número era 470. Com o pedido da professora de reler, o aluno se autocorrigiu. O número 5038 foi difícil para esse aluno. Ele, de início, hesitou em iniciar uma resposta e só com os questionamentos da professora ele conseguiu ler o número em inglês, mas, depois, quando solicitado que lesse em português, o aluno teve as mesmas dificuldades do início da leitura. Tentamos a leitura de um novo número, 8388, para verificar se, após os questionamentos com o número 5038, ele conseguiria ler 8388 com mais facilidade, mas o aluno continuou apresentando dificuldades. Tentamos um último número também da ordem da unidade de milhar, o 2013, e o aluno rapidamente leu esse número corretamente. Além do número 2013 ter significado para o aluno, era um número escrito e mencionado diariamente na escrita das datas.

A maior dificuldade apareceu com números de quatro dígitos, o que nos mostrou que esse aluno precisava de mais experiências concretas com material base 10, desenhos, mais entrevistas e minilições para o trabalho com números maiores.

Com as entrevistas, percebemos que o ensino por meio de resolução de problemas e projetos, a escrita no diário de matemática e os exercícios de prática atendiam uma parte dos alunos, mas aqueles com maiores dificuldades precisavam do apoio direto das professoras, questionando e guiando o pensamento matemático, além de um tempo maior para compreender os conteúdos em estudo. Por isso, entrevistas e minilições como essas foram realizadas ao longo do trimestre com todos os alunos individualmente ou em pequenos grupos. Os alunos com mais dificuldade tinham mais momentos de entrevista e minilições do que os alunos que demonstravam domínio dos conteúdos. Para esses alunos com mais facilidade, as professoras lançavam desafios ao longo do dia que os motivassem e exigissem mais de seu pensamento.

Mas foi também a entrevista uma das partes mais complexas do processo. Mesmo considerando um modelo de escola de tempo integral que contava com duas professoras por sala, uma das maiores dificuldades era realizar constantemente avaliações, por isso o uso de avaliações formativas para que, baseadas nas reais dúvidas dos alunos, pudéssemos realizar as entrevistas e minilições com cada um deles. A dificuldade então era avaliar e atender à todos constantemente, num processo cíclico. A complexidade aumentava por sabermos que aquele momento individual com a professora era o que, de fato, fazia a diferença na aprendizagem de muitos alunos.

Buscamos, ao máximo, nos aproximar dos alunos nesse primeiro trimestre letivo por meio das aulas, atividades em geral, mas, principalmente, por meio das entrevistas, por sua natureza interativa capaz de criar “[...] uma atmosfera de influência recíproca entre quem pergunta e quem responde.” (Lüdke; André, 1996, p.33).

Algo que ficou muito nítido com as entrevistas é que, assim como em aulas tradicionais e dentre outros modelos de aulas, há sempre alunos que precisarão de maior apoio. Esse cuidado em investigar a real dificuldade desses alunos e dedicar um tempo mais individualizado a eles foi o que mais atingiu os alunos que perdiam o foco nas aulas, que não participavam ou que não acompanhavam as discussões. As entrevistas, de alguma forma, além de atender dúvidas pontuais, eram uma forma de dar mais confiança a esses alunos e mostrar que eles eram capazes e sabiam matemática.

Considerações finais acerca da unidade sobre números

Nosso foco com essa unidade de estudo foi desenvolver os conteúdos do bloco Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, na perspectiva de um ensino por meio de resolução de problemas e projetos com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

Elaboramos algumas questões que nos ajudarão a concluir nossa análise.

Qual a relevância de desenvolver uma unidade de estudo sobre números para os anos iniciais do Ensino Fundamental?

De acordo com os PCNs, o conhecimento sobre números é construído e assimilado ao longo do ensino fundamental como instrumento eficaz para resolver problemas e considerando suas propriedades, suas relações e o modo como se configuram historicamente (Brasil, 1997).

Devido a esse caráter de uma aprendizagem que deve ser construída ao longo dos anos de ensino fundamental, sustentada por nossa abordagem baseada em projetos, não nos propusemos a esgotar o assunto com os alunos, mas sim integrar o conteúdo com um tema, de forma que os alunos tivessem problemas que os indagassem e os levassem a resolver diversas situações, conhecendo, com esse, um pouco da trajetória dos números que utilizamos hoje e sua importância em nossas vidas.

Olhando para os conteúdos sobre números propostos pelos PCNs, encontramos alguns deles pontualmente atendidos pela unidade de estudo planejada.

Para o conteúdo “reconhecimento de números no contexto diário” (Brasil, 1997, p.50), uma das atividades propostas relacionada a esse conteúdo foi discutir “O que os números comunicam?”, e buscar um significado e um contexto para os números partindo de conhecimento apresentado pelos alunos.

Sobre o conteúdo “observação de critérios que definem uma classificação de números (maior que, menor que, estar entre) e de regras usadas em seriações (mais 1, mais 2, dobro, metade)” (Brasil, 1997, p.50) tivemos uma lista de exercícios, especificamente voltada para a comparação de números considerando maior, menor ou igual.

Sobre o conteúdo de “contagem em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez etc., a partir de qualquer número dado” (Brasil, 1997, p.50), praticamos esse conteúdo em vários momentos, desde a organização da fila até o uso de músicas sobre contagem de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco.

A atividade do vídeo, discussão sobre esse e elaboração de um cartaz (Figura 5) com os alunos tratou um pouco da “organização em agrupamentos para facilitar a contagem e a comparação entre grandes coleções” (Brasil, 1997 p.50) e um registro em específico do caderno dos alunos retrata o trabalho com o conteúdo sobre “leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional).” (Brasil, 1997, p.50).

Os demais conteúdos sobre números propostos pelos PCNs foram desenvolvidos nos momentos de *Group Meeting*,⁸ e na resolução de exercícios para a aplicação e prática da matemática, foram eles:

- Leitura, escrita, comparação e ordenação de números familiares ou frequentes;
- Utilização de diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção: contagem, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos;
- Utilização de diferentes estratégias para identificar números em situações que envolvem contagens e medidas;
- Comparação e ordenação de coleções pela quantidade de elementos e ordenação de grandezas pelo aspecto da medida;
- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica;

8 *Group Meeting* era uma atividade de rotina que tinha como objetivo principal desenvolver conteúdos matemáticos em língua inglesa e que por sua vez contribuiu para a aprendizagem matemática.

- Identificação de regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever números menos frequentes;
- Utilização de calculadora para produzir e comparar escritas numéricas. (Brasil, 1997, p.50)

Além dos conteúdos propostos pelos PCNs, nossa unidade de estudo sobre números também contemplou os objetivos de aprendizagem os quais nos propusemos desenvolver, apresentados no início da unidade. Destacamos, também, que esse trabalho foi desenvolvido pela professora-pesquisadora em língua inglesa, baseado na metodologia de projeto e resolução de problemas, mas que o ensino da matemática não se resumiu a essas experiências, pois ocorreu também por meio das rotinas da escola e por meio de aulas em língua portuguesa.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos?

Utilizamos as etapas elencadas por Hernández e Ventura (1998) para iniciar o nosso projeto.

Tema: Comunicação.

- 1 – Fio condutor: Meios e formas de comunicação;
- 2 – Especificação dos conteúdos: números – baseado nos conteúdos propostos pelos PCNs e em nossos objetivos de aprendizagem;
- 3 – Estudo e preparação das unidades de estudo pela professora-pesquisadora.

Avaliação inicial: alunos responderam um pré-teste sobre números. Os resultados mostraram o conhecimento prévio dos alunos e serviram para direcionar a unidade de estudo para as necessidades dos alunos;

- 4 – Iniciação do projeto com os alunos;
- 5 – Desenvolvimento do projeto;
- 6 – Monitoramento do processo de aprendizagem: avaliação diária e formativa. No caso desse projeto, os alunos que estavam

apresentando dificuldades eram chamados para as entrevistas e minilições durante o desenvolvimento do projeto;

7 – Recapitulação: fechamento com os alunos das descobertas realizadas ao longo do trimestre e avaliação final.

Nosso maior objetivo, concordando com Hernández (1998), foi organizar o conteúdo sobre números integrado ao tema Comunicação para que os alunos pudessem interpretar o que lhes era apresentado, obtendo maior compreensão do que estavam aprendendo.

Buscamos, com a organização do conteúdo dessa maneira, criar um contexto que gerasse maior significado para os alunos, sendo esta uma das vantagens em se trabalhar com projetos apresentada pelos PCNs (Brasil, 1997).

Como ocorreu a aprendizagem baseada na resolução de problemas?

Baseamo-nos, primeiramente, nas contribuições de Van de Walle (2007) sobre a importância de perceber que ensinar por meio de problemas não se limita, necessariamente, às listas de situações-problema, mas que atividades ou tarefas baseadas em problemas significam ensinar de forma a problematizar o conteúdo.

Diante da faixa etária dos alunos, seis a oito anos, e por se tratar de um primeiro trimestre letivo em que muitos alunos ainda estavam se conhecendo, fazendo novas amizades, e alguns deles também aprendendo a ler e escrever, nosso foco não foi ensinar matemática resolvendo problemas com enunciados, mas sim como exposto por Domite (2009 apud Mengali, 2011, p.52) foi problematizar elaborando perguntas que levassem os alunos a querer responder. Cai e Lester (2012) também afirmam que, quando nos referimos a problemas, logo nos vem à mente os problemas com enunciado, mas que nem por isso tais problemas sejam, de fato, um problema para o resolvidor. Desse modo, não nos limitamos às situações-problema com enunciado para promover a aprendizagem baseada em resolução de problema.

Ao elaborarmos nossa primeira pergunta, que serviu de elo conector com o tema Comunicação, estávamos, também, propondo um problema aos alunos. “O que os números comunicam?”. Para muitos deles, era uma pergunta inédita e os levaram a pensar no número em um contexto diferente da sala de aula.

A próxima questão: “Como registrar uma quantidade sem utilizar algarismos?” foi uma situação em que, como sugerido pelos PCNs (Brasil, 1997), a solução não estava disponível de início e, de acordo com Onuchic e Allevato (2004, p.221), foi também um problema por considerarmos que “tudo aquilo que não sabemos fazer mas que estamos interessados em fazer” pode ser considerado um problema.

O tema do projeto, as questões elaboradas, o vídeo sobre números foram formas de partir de problemas geradores para construir conhecimentos, relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos de forma mais significativa, como propõem as autoras Onuchic e Allevato (2011) com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação por meio da resolução de problemas.

Mais uma vez, vale ressaltar que, devido à faixa etária dos alunos, os problemas apresentados – pensar sobre o que os números comunicam e registrar uma quantidade sem utilizar algarismos – talvez fossem uma atividade muito básica em termos matemáticos, mas um problema para alunos de 6 a 8 anos.

Outros recursos contribuíram com a aprendizagem dos conceitos matemáticos dessa primeira unidade de estudo?

Sim. Mesmo nos propondo a trabalhar com a metodologia de resolução de problemas e com a metodologia de projetos, o registro e a prática dos conceitos matemáticos foi indispensável para a aprendizagem. Utilizamos os cadernos de matemática para registro de conceitos, diários para reflexão e listas de exercícios para praticar matemática, sem deixar de trabalhar com o que nos propomos inicialmente.

É muito bom poder escrever isso, pois, como docente, nos encontramos, muitas vezes, frustradas com nossa prática e, por percebermos que, embora pesquisássemos resolução de problemas e projetos, as listas de exercício e os registros no caderno de matemática, modelos mais antigos e mais tradicionais, não deixavam de aparecer em diversos momentos de nossas aulas.

Após reflexão e de para a aprendizagem dos nossos alunos, concluímos que, se estivéssemos sendo um pouco mais tradicionais ao propor as listas de exercício e, com isso, estivéssemos ensinando matemática para a resolução de problemas em vez⁴ de ensinar por meio deles, era porque estávamos pensando na aprendizagem do aluno, pois, como exposto por Allevato (2005), a resolução de problemas como metodologia de ensino não exclui as demais concepções e, embora, em teoria, tenhamos as três concepções bem definidas (ensino para, sobre e por meio deles), na prática, elas tendem a ocorrer conjuntamente, uma apoiando a outra.

Por meio das listas de exercícios, os alunos estavam aplicando o conhecimento matemático que havia sido ensinado por meio da resolução de problemas, dos questionamentos, das problematizações e da elaboração de diferentes estratégias.

Enfim, diante disso, consideramos que:

- Ocorreram ensino e aprendizagem baseados em projeto e problemas. Os alunos aprenderam matemática por meio da metodologia de ensino e aprendizagem através da resolução de problemas, e foram capazes de aplicar o conhecimento em outras situações, como nos exercícios e pós-testes;
- A prática de exercícios aliada ao ensino por meio da resolução de problemas foi extremamente importante para a construção e solidificação do conhecimento sobre números;
- A combinação de instrumentos didático-pedagógicos e de produção de dados nos permitiu olhar para a aprendizagem de conteúdos matemáticos de uma forma bastante minuciosa;

- A aprendizagem do conteúdo sobre números, para alguns alunos, não ocorreu no primeiro trimestre, um dos motivos pode estar relacionado à maturidade, que, em se tratando de alunos do 1^o ano do ciclo, esses têm mais dois anos para construir seu conhecimento sobre números;
- A aprendizagem do conteúdo sobre números, para outros alunos, só ocorreu em momentos de entrevista e minilição, e uma das razões pode ser a necessidade de um atendimento mais individualizado ou o fato de as estratégias de ensino utilizadas não terem sido suficientes para tais alunos.

5

MEIOS E FORMAS DE COMUNICAÇÃO: ELABORAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS E TABELAS

Nesta unidade de estudo, nos propusemos a desenvolver alguns conteúdos matemáticos do bloco Tratamento da Informação proposto pelos PCNs. Tínhamos como objetivos tornar os alunos capazes de:

- Criar e interpretar gráficos simples pictóricos e de barras;
- Interpretar e construir tabelas usando marcações (*tallymarks*) ou figuras;
- Registrar resultados de um evento simples (por exemplo, jogando um dado) e mostrar os resultados graficamente;
- Identificar e adotar o uso de tabelas e gráficos como forma de facilitar a leitura e interpretação de informações.

A primeira parte dessa atividade ocorreu durante a segunda semana letiva, concomitante com a unidade de números apresentada anteriormente.

Durante três dias, ao chegarem à sala de aula, logo pela manhã, os alunos respondiam uma pergunta relacionada aos meios e formas de comunicação (Figura 16). As perguntas ficavam em um cartaz na porta da sala de aula e foram elas:

- Qual o seu meio de comunicação preferido? / What's your favorite mean of communication? Radio, TV, Internet or Telephone;
- Você lê jornal? / Do you read newspaper? Yes or No;

- Qual meio de comunicação você usaria para vender um brinquedo que não quer mais? / Which mean of communication would you use to sell an old toy? Radio, TV, Computer/Internet.

Inserimos essa primeira parte da unidade logo na segunda semana de aula, pois observamos a oportunidade de atingir tanto objetivos matemáticos de realização de coleta de dados para, posteriormente, elaborar um gráfico, quanto os objetivos de integração dos alunos, por se tratar do início de um ano letivo. Os alunos se encontravam na porta da sala, trocavam opiniões e, dessa maneira, interagiam uns com os outros.

Os alunos demonstraram bastante interesse pela atividade de responder perguntas que exigiam a opinião pessoal. Utilizando um *post-it*, o aluno escrevia seu nome e o fixava na opção de sua escolha. Os alunos gostavam de dar sua opinião, descobrir a opinião dos colegas e discutir a pergunta uns com os outros.



Figura 16 – Coletando dados: alunas respondendo uma questão

Fonte: Minatel (2014, p.92).

Durante uma semana, os alunos apenas responderam às perguntas. Eles já tinham conhecimento do tema do trimestre, mas ainda não sabiam que os dados coletados com as questões seriam utilizados para a elaboração de gráficos.

Os cartazes com as respostas dos alunos ficaram afixados em sala até darmos início às aulas sobre gráficos.

Antes de iniciarmos as aulas, os alunos realizaram um pré-teste sobre gráficos. Como já dito anteriormente, o pré-teste era uma avaliação diagnóstica, parte da avaliação formativa.

As aulas e os registros sobre gráficos e tabelas

Aula 1

Após responderem às perguntas durante a segunda semana de aula e após as aulas sobre números, sentados em círculo no tapete da sala, alguns alunos receberam partes de um gráfico confeccionadas em papel (título, eixo x, eixo y e legenda) e demos início a uma conversa sobre o que os alunos conheciam sobre gráficos. A maioria respondeu que conhecia gráficos do tempo, por realizarem, diariamente, a observação e anotação do tempo ou temperatura em um gráfico coletivo da sala. A Figura 17 traz um exemplo de gráfico do tempo, no entanto, sem detalhes matemáticos específicos, como eixos, legenda e valores.

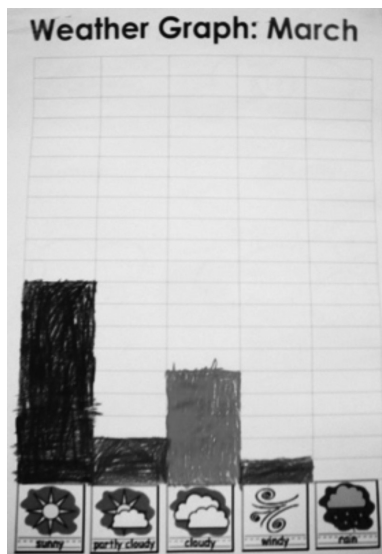


Figura 17 – Coletando dados: alunas respondendo uma questão

Fonte: Minatel (2014, p.92).

Esse gráfico era utilizado diariamente decorrente da observação feita pelos alunos sobre o tempo. Para cada dia observado, pintávamos um retângulo de acordo com a característica do tempo naquele dia de observação. Sendo assim, o eixo x trazia a variável tempo: ensolarado (*sunny*), parcialmente nublado (*partly cloudy*), nublado (*cloudy*), com vento (*windy*) ou chuvoso (*rainy*) e o eixo y a variável número de dias que era representados pelos retângulos pintados que formavam as barras do gráfico.

Perguntamos aos alunos o que era necessário para elaborar um gráfico, fomos anotando suas respostas em um cartaz, auxiliando e guiando a atividade. Dentre as primeiras ideias, os alunos responderam que precisávamos de números para elaborar um gráfico. Perguntamos, então, o que precisávamos ter antes de números e o que um gráfico poderia comunicar, até chegarmos à necessidade de dados para se fazer um gráfico.

Ao chegarmos no momento de coleta de dados, pegamos os cartazes que estavam na parede com as perguntas e as repostas do início do ano e perguntamos se aquelas informações poderiam ser consideradas dados. Os alunos responderam que sim e decidimos, então, organizar aqueles dados em um gráfico.

Conversamos sobre tipos de gráficos e quais eles conheciam. Após discutirmos sobre gráfico de barras, linha e setores, exemplificando por meio de imagens, a professora pediu que os alunos escolhessem duas questões para organizarmos seus dados em um gráfico. Um dos gráficos foi decidido pela professora e foi o gráfico de barras, devido aos objetivos de aprendizagem estarem voltados para esse tipo de gráfico e o outro a professora deixou que fosse escolhido pelos alunos, os quais quase que unanimemente estavam curiosos para saber como elaborar um gráfico de setores.

Iniciamos perguntando como construir um gráfico de barras. Um dos alunos, que estava com o “eixo x”, disse que precisávamos fazer as “linhas” e desenhar o gráfico. Colamos, em um cartaz, o eixo x e o y, nomeando-os corretamente. Fizemos, rapidamente, uma brincadeira que a professora dizia “horizontal” e os alunos diziam “x”, “vertical” e eles diziam “y”. Em seguida, fizemos a análise dos dados, contando quantas respostas tínhamos em cada opção. Discutimos, também, a escala que utilizaríamos, os alunos decidiram contar de 2 em 2. Anotamos a escala e desenhemos as barras. Perguntamos se faltava algo e eles logo responderam que precisávamos de uma legenda. E, depois da legenda, deram o gráfico por concluído até chegarem à necessidade de um título.

Encerramos essa primeira aula com a criação coletiva de um gráfico de barras que ficou exposto na sala, ao lado do cartaz com os dados.

Aula 2

Com a outra questão escolhida, elaboramos um gráfico de setores. No entanto, por se tratar de alunos de 6 a 8 anos de idade e

que estão em um primeiro trimestre letivo, não calculamos graus e ângulos para montarmos o gráfico. Nosso objetivo era que os alunos conhecessem um gráfico e entendessem a relação entre o todo e as partes que era expressa com um gráfico de setores. Chegamos a usar fração para falar do todo e das partes e transformá-la em porcentagem, tendo em mente que seria um momento breve de explicação, além de apenas um primeiro contato para os alunos mais novos e que, por isso, não iríamos cobrar esse conteúdo deles, além de uma forma de elevar o nível de pensamento dos alunos que pudessem se interessar por fração e porcentagem.

Usamos uma base circular já dividida em vinte partes, pois esse era o número de alunos que havia respondido a questão; e, analisando os dados, pintamos as partes correspondentes a cada resposta. Ao final, fizemos uma fração para cada região pintada da mesma cor. Nesse momento, os alunos mais interessados, ou que já tinham algum conhecimento sobre fração, participaram ativamente encontrando as frações para cada parte e curiosos para a divisão, que resultaria em uma porcentagem.

Após a análise dos dados e os cálculos, os alunos logo notaram a necessidade de um título e de uma legenda para esse gráfico.

Fizemos algumas perguntas para testar a interpretação dos dois gráficos criados pelo grupo e retomamos que, para elaboração de um gráfico, precisamos de dados, título, legenda, escala, eixos ou um todo circular, dependendo do tipo do gráfico.

Os gráficos ficaram expostos na sala de aula ao lado dos cartazes com os dados coletados.

Foi muito interessante verificar que a noção inicial dos alunos sobre gráficos estava voltada para números e que fomos construindo todo um processo de coleta, análise, elaboração e interpretação.

Ao final, os alunos ainda escreveram em seus diários e a maioria dos alunos desenhou algo sobre gráficos. Um dos alunos ressaltou que havia aprendido que gráficos de barras têm eixos e eles são chamados de x e y , como observamos na Figura 18, a escrita de um aluno em seu diário de matemática sobre as aulas de gráficos.

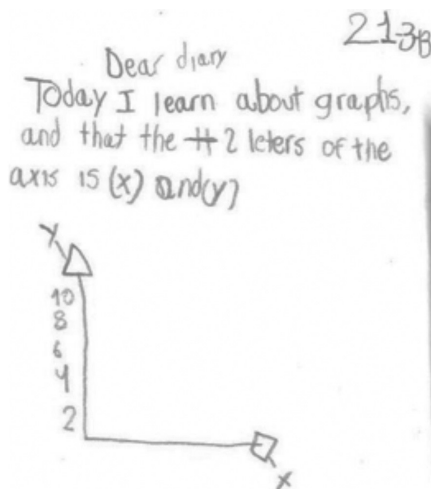


Figura 18 – Diário de matemática sobre gráficos – aluno de 3º ano

Embora muito breve, o aluno expressou que foi, para ele, relevante nesse percurso sobre gráficos. A transcrição, tradução e comentários sobre a escrita desse aluno são apresentadas no Quadro 7.

Quadro 7 – Diário de um aluno sobre gráficos

Transcrição	Tradução	Comentários
Dear diary, Today I learnt about graphs and that the two letters of the axis are (x) and (y).	Querido diário, Hoje eu aprendi sobre gráficos e que as 2 letras dos eixos são (x) e (y).	Poucos alunos fizeram esse tipo de observação, mas, no caso desse aluno, nossas observações de sala de aula mostravam sua busca por aprender coisas novas. Em sala de aula, sua atenção e expressão facial e corporal indicavam o quanto esse aluno estava gostando de aprender algo novo, como essa informação que gráficos de barra têm eixos chamados de x e y. Além de ser um aluno de 3º ano, ele apresentava bastante facilidade para aprender e interesse por desafios.

Fonte: Minatel (2014, p.97).

O interesse por retratar algo que havia aprendido sobre gráficos também estava presente entre os alunos de 1º ano, os quais ainda

não estavam alfabetizados, mas que não deixavam de fazer seus diários de matemática.

A seguir, uma aluna de 1^o ano representou, por meio de um desenho, sua reflexão sobre gráficos (Figura 19).



Figura 19 – Diário de matemática sobre gráficos – aluna de 1^o ano

Vemos na imagem produzida por essa aluna que, ao se referir aos gráficos, ela já utilizou eixos e escala. Parece ter contado de 2 em 2, mas ainda não apresentava domínio desse estilo de contagem. No entanto, foi muito positivo perceber que essa aluna estava se apropriando do conhecimento sobre gráfico, pois algo havia feito sentido a ela.

Aula 3

Após a elaboração coletiva de gráficos, os alunos precisavam fazer o registro desse conteúdo. Entregamos uma imagem contendo várias figuras de meios de comunicação, além de imagens de casas, carros e maçãs. Falamos que eles estavam recebendo alguns dados e perguntamos se eles conheciam uma forma de organizá-los. Os alunos logo disseram que poderiam fazer um gráfico.

Iniciamos o que chamamos de “prática guiada”. Discutimos e anotamos várias possibilidades de organizar os dados, dentre elas, organizar por cor, função ou meios e “não meios” de comunicação. A professora-pesquisadora fazia as anotações na lousa e os alunos em seus cadernos.

Os alunos decidiram separar o que era meio de comunicação do que não era, e criaram, inicialmente, uma tabela, e depois um gráfico de barras. Eles fizeram também, em sala, listas de exercícios sobre interpretação de gráficos de barras para praticar o conteúdo aprendido. Esse foi um momento de prática independente, cada aluno com sua lista de exercício e, ao final, a professora fazia a correção. Não foi um momento para ensinar os conteúdos, e sim apenas para praticar.

Essas foram as aulas voltadas para o conteúdo de gráficos, as quais partiram do tema Comunicação. No entanto, ao longo do trimestre e de todo ano letivo, o assunto gráficos continuou sendo revisitado em sala de aula para elaboração dos gráficos do tempo, gráficos do *Math Facts* e outras situações em que o uso de tabelas e gráficos fosse necessário.

Tínhamos em sala também outras listas de exercícios sobre gráficos que, durante os momentos de WOW, os alunos poderiam escolher realizar; e, em casa, os alunos praticavam o conhecimento sobre gráficos por meio de exercícios do site *IXL*.

No trimestre seguinte, cujo tema foi Cultura, os alunos tiveram, em especial, uma atividade de interpretação de gráficos sobre a imigração no Brasil, o que fez com que tivessem que acionar o

conhecimento construído na unidade sobre gráficos para interpretar os gráficos propostos.

Mais uma vez, no terceiro trimestre, cujo tema foi Poder, os alunos tiveram como subtema a relação de poder entre o homem e a água, e uma das atividades foi tabular quanto de água eles gastaram durante um dia. Além do trabalho com a matemática, a atividade simulou como seria viver sem água encanada, ter que buscar água em um rio ou poço e carregar essa água em baldes ou garrafas. Os alunos utilizaram uma garrafa de 2 litros como recipiente para a coleta de água e o bebedouro da escola como poço ou rio. Durante um dia, eles não puderam utilizar água das torneiras para beber, escovar os dentes e lavar as mãos; somente a água da sua garrafa. Cada vez que recarregavam essa garrafa, era preciso anotar, em um gráfico individual, o gasto de água. Foi uma proposta muito entusiasmante e que possibilitou diversas conexões por parte dos alunos da matemática com a ciências, geografia e questões sociais.

Pré e pós-testes sobre gráficos e tabelas

Os pré-testes mostraram que a maioria dos alunos sabia interpretar gráficos de barra simples. A maior incidência de erros se deu com relação à identificação do título do gráfico. Dado um gráfico de barras, uma das questões perguntava qual era o título do gráfico e a maioria dos alunos criou um, ao invés de apenas identificar o título do gráfico daquela questão.

Dos vinte alunos, dez acertaram todas as questões do pré-teste sobre gráficos. Cinco erraram na identificação do título no pré-teste e acertaram no pós-teste. Duas alunas não realizaram o pré-teste, sendo assim, seus dados não entraram na comparação e três alunos não avançaram comparando seus resultados obtidos no pré e no pós-teste.

Com nossa avaliação diagnóstica realizada com o pré-teste, concluímos que 50% dos alunos eram capazes de interpretar gráficos de barras simples. Baseadas no conhecimento prévio desses

alunos, percebemos que teríamos que elevar o nível das discussões e das atividades sobre gráficos.

Ao final, analisando pré e pós-testes, tivemos 50% de avanço, dos 10 alunos que não tinham acertado todas as questões no pré-teste, 5 deles, após as aulas sobre gráficos, acertaram as questões do pós-teste e somente três alunos não avançaram.

Os alunos que não apresentaram avanço com os testes conseguiram realizar as atividades propostas ao longo das aulas com o apoio das professoras, mas não conseguiram realizar tarefas autonomamente, por isso, nos testes, por se tratar de uma atividade individual, esses três alunos, sem a mediação das professoras, não apresentaram avanços. Esses alunos também apresentavam dificuldades em outras disciplinas e, em parceria com os pais e com a coordenação da escola, estávamos investigando e buscando alternativas com o apoio de outros profissionais para melhor atendê-los.

Exemplo de entrevista sobre o conteúdo de gráficos e tabelas

Baseado nas dificuldades que identificávamos ao longo das aulas e das listas de exercícios, realizamos entrevistas seguidas de minilições para auxiliar os alunos com o conteúdo sobre gráficos. No entanto, o número de encontros com os alunos para discutir esse conteúdo foi bem menor que o número de encontros sobre números. De modo geral, os alunos conseguiam entender o que determinado gráfico estava informando, e interpretar os dados baseados na legenda e no título. Os próprios pré-testes mostraram que era um conteúdo de maior domínio por parte dos alunos.

A seguir, entrevista de um aluno que estava apresentando dificuldades para interpretar gráficos (Quadro 8). Vale mencionar que esse aluno apresentava com frequência cansaço e irritabilidade perante várias situações de aprendizagem, o que fazia com que ele fosse normalmente atendido em entrevistas e minilições. Mesmo individualmente, o aluno relutava para se envolver com a aprendi-

zagem. Ele começava a entrevista demonstrando baixo interesse, momentos de cansaço e irritabilidade para, aos poucos, se envolver, fazendo descobertas e conclusões.

Quadro 8 – Exemplo de entrevista e minilição sobre gráficos

Entrevista – Gráficos (00:01 - 7:45)

P: Professora

A: Aluno

Parte 1

1. P: Hi! First of all, let me ask you, do you remember when we use graphs in the classroom? Do you remember any classes about graphs?

2. A: Não.

3. P: Nothing?

4. A: Nada.

5. P: But what is a graph for you?

6. A: É... um papel que ajuda a gente?

7. P: It's a paper? a graph is a paper that help us?

8. A: Que ajuda a gente com as contas.

9. P: So graph is equation for you?

10. A: Yes.

11. P: Are you sure?

12. A: Acho que sim.

13. P: What do we do everyday with the weather graph? Equations?

14. A: Pinta?

15. P: Do you do equations?

16. A: Ah graph, de pinta, de pinta o tempo.

17. P: To paint what?

18. A: Pra pintar o tempo que... (aluno ficou quieto, pensando.)

19. P: Ok. We had a lot of classes about graphs, we discussed what we have to have in a graph. Remember that wall, in the math center? We had posters with different types of graphs.

20. A: Yes.

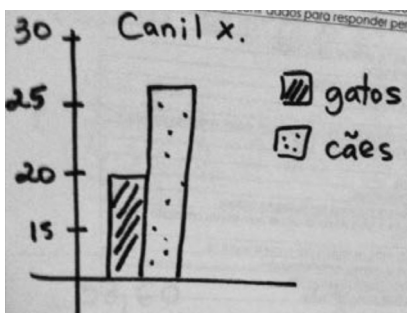
21. P: Do you remember?

22. A: Acho que eu fiz.

23. P: So look at this graph here and can you tell me how many cats do we have according to this graph?

Continua

Quadro 8 – Continuação



24.

25. A: O quê?

26. P: You have to observe the graph. What do we have in a graph?

27. P: (Apontando para o título, à professora perguntou) What is this called in a graph?

28. A: Can... Canil?

29. P: But what is this for the graph?

30. A: É... tem uma linha com uns risquinhos que nem uma mini régua, mas não é 1, 2, 3; é 15, 20, 25, 30.

31. P: And what is the name of this mini ruler?

32. A: É graphs?

33. P: It's the scale of the graph. (Depois voltou a apontar para o título e perguntou.) And what is the name of this?

34. A: Canil?

35. P: This is the title of the graph. And what is this part of the graph? (apontando para a legenda.)

36. A: É a parte que ajuda a gente saber quais eram cães e quais eram gatos?

37. P: But what is the name of this part?

38. A: É... gráfico?

39. Parte 2

40. P: The graph is everything, so we have the scale, we have the title, we have the legend and we have the information. Now based on the information and the legend, how many cats do I have in this place?

41. A: Cinco.

42. P: Five?

43. A: Um, dois, três, quatro, cinco.

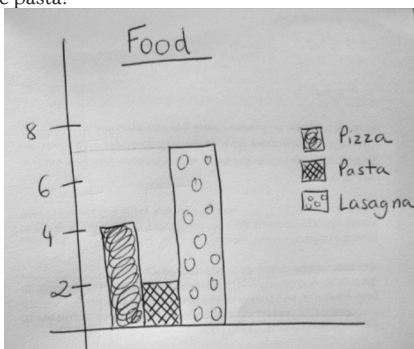
44. P: How do you know it's five?

45. A: Três mais dois. (Disse o aluno apontando para os riscos dentro da barra referente a gatos.)

Continua

Quadro 8 – *Continuação*

46. P: And here, what is this indicating here? The bar stops in which number?
 47. A: Vinte.
 48. P: So how many cats do I have?
 49. A: Vinte.
 50. P: Can you write twenty? O aluno escreveu 20 para a resposta à pergunta e a professora continuou: And how many dogs?
 51. A: É ... vinte e cinco mais ou menos?
 52. P: Twenty five!
 53. P: How many animals in total? O aluno escreveu a resposta correta para a questão, mas não verbalizou.
 54. P: You see, it's just a matter of paying attention. This bar stops at the number twenty, so it's twenty, what if I put another bar... a bar for birds. How many birds do I have?
 55. A: Vinte e cinco.
 56. P: Twenty five! Very good!
 57. P: And now what is the title of this graph?
 58. A: Canil. Canil X.
 59. Parte 3
 60. P: Ok let me make another one for you. So here I am making a graph about food. Look! Here will be pasta, here will be pizza and here will be?
 61. A: Feijão?
 62. P: Beans?
 63. A: Pode ser.
 64. P: Lasagna!
 65. A: Ah não (risos)
 66. P: (risos) Ah yes! Italian food! So according to this graph, how many kids like pasta?



67.
 68. A: Duas.
 69. P: How many kids like pizza?
 70. A: Quatro.
 71. P: And lasagna?
 72. A: Seis.

Quadro 8 – *Continuação*

73. P: Six?
 74. A: Opa, oito.
 75. P: Eight? What do we have between six and eight?
 76. A: Sete.
 77. P: Hmm! So how many kids like lasagna?
 78. A: Sete. Ah, professora, deveria ser *pasta sete*. (Risos.)
 79. P: (risos) So what is the title of this graph?
 80. A: Food.
 81. Parte 4
 82. P: Hmm! Ok! So what is a graph for you now? An equation?
 83. A: Não, é uma... tem uma linha, tem aqueles retângulos, é... tem bolinhas ou escrita alguma coisa, tipo que nem *pasta*, é... e aí quando chega, o quadrado, é a ponta do quadrado quando chega no número quer dizer que por aí tem duas crianças.
 84. P: So a graph is not an equation anymore?
 85. A: No, é alguma coisa de matemática.
 86. P: It's something about mathematics, but we can say it's a way to show information?
 87. A: Sim!
 88. P: All right! We'll keep talking about this in another moment.

Fonte: Minatel, 2014, p.102-105.

Esse aluno começou pouco envolvido com a proposta, parecia não parar para entender o que estava sendo questionado e simplesmente respondia as questões com suas primeiras ideias. A primeira parte da entrevista traz respostas breves e sem muita conexão com o que estava sendo mostrado e perguntado.

Na segunda parte, o aluno começa a explicar suas respostas e a fazer conclusões mais assertivas. Mas, no final da entrevista, ele foi fazendo descobertas e fazendo conclusões.

Na parte 3 da entrevista, fizemos outro gráfico para o aluno na tentativa de que ele aplicasse o que havíamos discutido anteriormente sem o apoio direto da professora. O aluno conseguiu interpretar com mais facilidade o gráfico, mas, propositalmente, colocamos uma das barras entre o seis e o oito em uma escala que se comportava de 2 em 2. Foi somente diante desse dado que o aluno ficou confuso e precisou das questões da professora para guiá-lo até a resposta correta.

Na Parte 4, o conceito de gráfico também não ficou claro para o aluno, que falou em linhas, bolinhas, retângulos e quadrados, mas, mesmo tendo uma fala muito confusa, o aluno compreendeu “a ponta do quadrado quando chega no número quer dizer que por aí tem duas crianças”, ou seja, a informação não estava atrelada ao desenhos das legendas, mas ao número indicado pelas barras. Ao final, também o aluno concordou com a professora que um gráfico era uma maneira de expressar informações e que não era uma conta como ele pensava no início.

Ao ouvir e analisar as entrevistas surge um desejo imenso de corrigir expressões, de alterar questionamentos, de poder voltar no tempo e perguntar de outra forma, vibrar mais com os pequenos acertos, fazer diferente e melhor.

Considerações finais acerca da unidade de estudo sobre gráficos e tabelas

Nosso objetivo com essa unidade foi desenvolver os conteúdos do bloco Tratamento da Informação propostos pelos PCNs de forma significativa, por isso o uso da metodologia de ensino e aprendizagem por meio de problemas e projeto foi utilizada. Diante disso, as aulas eram iniciadas com uma pergunta e as respostas dos alunos eram os dados para desenvolver as próximas atividades.

Apoiadas em nossas questões de análise, discutiremos nossos resultados.

Qual a relevância do ensino sobre gráficos para os anos iniciais?

De acordo com os PCNs (Brasil, 1997), o conteúdo sobre gráficos está inserido no bloco Tratamento da Informação e tem sua importância relacionada à demanda social atual. Integram esse bloco noções de estatística, de probabilidade e de combinatória.

Em especial, para o primeiro ciclo, estão os conteúdos de estatística que devem levar o aluno a construir procedimentos para “coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia a dia.” (Brasil, 1997, p.40).

Com relação aos conteúdos propostos, as atividades desenvolvidas abordaram:

- “leitura e interpretação de informações contidas em imagens, coleta e organização de informações”, e “interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráficos de barra para comunicar a informação obtida” – dentre as várias atividades, destacamos a atividade realizada no caderno dos alunos;

- “criação de registros pessoais para comunicação das informações coletadas” – um exemplo do trabalho com esse conteúdo está no gráfico do *Math Facts* que cada aluno utilizava para manter o registro de seu progresso e de suas conquistas pessoais;

- “Exploração da função do número como código na organização de informações (linhas de ônibus, telefones, placas de carros, registros de identidade, bibliotecas, roupas, calçados)” – em especial, exploramos número no momento de decisão da escala que utilizaríamos em nossos gráficos;

- Somente o conteúdo “Produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas” não foi explorado nesse primeiro trimestre, a interpretação ficou apenas na oralidade.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos?

Foi essencial olhar para essa atividade com os olhos de uma pesquisadora e perceber que, embora a atividade tivesse sido dialogada e os alunos questionados durante toda unidade, estávamos mais próximos de um projeto do que da resolução de problemas, pois, como afirma Dizotti (2009, p.36):

[...] o trabalho com projetos é um trabalho que se caracteriza pelo diálogo sendo uma das alternativas que possibilita construir um currículo aberto, em movimento. A partir de um tema, de uma problemática, de uma dúvida, pode nascer um projeto, que pode ser sugerido pelo professor, de acordo com seu planejamento.

E foi exatamente assim. De acordo com os objetivos de aprendizagem que tínhamos para desenvolver, baseado na realidade de início de ano e no tema do trimestre, planejamos algumas perguntas sobre o tema Comunicação e, com isso, proporcionamos a integração dos alunos e uma aproximação deles com o tema para, depois, construirmos um conhecimento matemático sobre gráficos e tabelas. O diálogo como uma das características do ensino por projetos esteve o tempo todo presente, além da integração com o tema.

Percebemos ainda a relação dessa unidade com a proposta de Ventura e Hernández (1998) pela conexão com o tema, existência de objetivos de aprendizagem, preparação prévia das atividades pelo professor, avaliação diagnóstica, e momentos de recapitulação e fechamento

Acreditamos que nossa proposta de se trabalhar com projeto, proporcionou, como apresenta os PCNs, contextos que geraram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma mais significativa (Brasil, 1997).

Como ocorreu a aprendizagem baseada em resolução de problemas?

No caso desta unidade de estudo – diferente das situações referentes à unidade de números que os alunos tiveram que pensar e elaborar significações próprias para responder o que os números comunicam e, depois, elaborar uma estratégia também própria para resolver o problema de registrar quantidades sem utilizar algarismos –, acabamos nos detendo a questionamentos que não proporcionaram a elaboração de estratégias particulares de solução,

além de não ter considerado um tempo entre as atividades para o aluno construir o seu próprio gráfico e resolver o problema da organização dos dados baseado nos recursos que tinham.

Alguns dos motivos desse tempo de resolução de problemas não ter sido planejado está na necessidade, talvez, simplesmente, criada pela professora-pesquisadora de fazer dessa unidade algo mais rápido, pelo fato dos pré-testes terem mostrado que a maioria dos alunos já dominava tal conteúdo e por ser necessário desenvolver outros conteúdos matemáticos. Outro porquê está relacionado à própria palavra gráfico, que, diferente da palavra número, na percepção da professora-pesquisadora, não seria uma palavra tão familiar para crianças entre 6 a 8 anos, o que tornava necessária a elaboração de aulas com mais informação sobre o assunto.

No entanto, esses porquês não estavam tão claros nos momentos de planejamento e execução da unidade de estudo, hesitamos em elaborar situações de maior exploração por parte dos alunos, mas não tomamos um tempo para refletir sobre os prós e os contras dessa situação. A ansiedade de avançar em termos de conteúdo, mais precisamente, a ansiedade de chegar ao ensino das quatro operações nos impediu de realizar um trabalho ainda mais significativo, pautado, também, na resolução de problemas.

De acordo com a definição dos PCNs (Brasil, 1997) sobre problemas, as atividades não suscitaram a necessidade da realização de uma sequência de ações ou operações para obtenção de um resultado. Baseados no diálogo e no questionamento, chegamos à elaboração dos gráficos que nos propomos elaborar.

Por outro lado, baseados na nossa ideia de emaranhado e baseados nas contribuições de Mengali (2011), embora não tenhamos ensinado por meio da resolução de problemas, não deixamos de problematizar por meio do processo de construção de perguntas e respostas sobre gráficos como forma de não entregar o conteúdo pronto aos alunos.

Outros recursos auxiliaram a aprendizagem?

Sem dúvida, a possibilidade de poder contar com uma variedade de recursos didáticos e metodológicos auxiliou o processo de aprendizagem dos alunos. Embora nosso foco fosse ensinar baseado em projeto e resolução de problemas, não dispensamos a importância de praticar o conteúdo por meio de exercícios, tínhamos como recurso também as entrevistas e minilições para auxiliar alunos com dificuldades, a sistematização dos conteúdos nos cadernos e as reflexões nos diários.

Por fim, concluímos que:

- O trabalho com o conteúdo sobre gráficos já era algo com que a maioria dos alunos estava familiarizada;
- A forma como o conteúdo foi desenvolvido, diferente de uma aula teórica sobre o assunto, aproximou os alunos da matemática, pois, além de proporcionar a integração da turma no início do ano, utilizou opiniões e conhecimentos dos alunos para se desenvolver;
- Os alunos gostaram de opinar sobre meios e formas de comunicação;
- As aulas foram mais dialogadas do que problematizadas. Não tivemos situações em que os alunos precisaram elaborar estratégias e resolver problemas;
- A conexão com o tema Comunicação proporcionou maior envolvimento dos alunos com o conteúdo matemático;
- Os alunos ampliaram o conhecimento sobre gráficos por meio da unidade de estudo inserida no projeto do trimestre e também por meio das aulas dialogadas, das entrevistas e dos exercícios;
- A resolução de problemas esteve mais ausente nessa unidade de estudo.

6

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Por se tratar de uma unidade sobre adição e subtração, que deveria ser ensinada por meio de projeto e resolução de problemas, tínhamos o desafio de não começarmos falando do “vai 1” e dos alunos resolvendo uma série de “continhas”. Sendo assim, tínhamos em mente que não começaríamos com o algoritmo da adição e subtração, mas que chegaríamos a ele, nos agrupamentos de unidades, dezenas e centenas, e na prática das operações devido a nossos objetivos de aprendizagem. Ao final dessa unidade, os alunos deveriam ser capazes de:

- Resolver operações de adição e subtração de dois e três dígitos com e sem reagrupamento;
- Encontrar a soma e a diferença (até 999) de quaisquer dois números inteiros;
- Adicionar com e sem reagrupamento: encontrar a soma (até 10 mil) de quaisquer dois números inteiros;
- Subtrair com e sem reagrupamento: dados dois números inteiros de 10 mil ou menos, encontrar a diferença;
- Compreender a adição e subtração como operações inversas; usar adição para verificar subtração.

Buscando atingir esses objetivos integrados com o tema comunicação e de uma forma que uma simples adição, como exemplifica Van De Walle (2007), pudesse se tornar um problema, elaboramos as aulas que serão descritas a seguir.

As aulas e registros sobre adição e subtração

Aula 1

Em nossa primeira aula, por se tratar de uma sala multisseriada, tínhamos situações para as diversas faixas etárias. Não fazíamos distinção do que era para 1^o, 2^o ou 3^o anos, mas apresentávamos diferentes situações, sabendo que alguns alunos resolveriam todas, outros resolveriam apenas algumas delas; mas que todas as situações de aprendizagem estavam disponíveis para todos os alunos. Dessa forma, não havia barreiras para a aprendizagem, um aluno de 1^o ano que quisesse e conseguisse resolver exercícios de 2^o ou 3^o anos, por exemplo, tinha essa possibilidade. Organizamos os alunos em pequenos grupos e iniciamos propondo a seguinte situação aos alunos:

“We have a problem! You have to solve a couple of additions without paper and pencil. If you do it mentally, you have to find a way to show me the strategy that was used, proving how you got the result. Remember you can’t use paper and pencil to prove the result, how are you going to do that?”¹

A primeira reação diante dessa situação foi similar a que os alunos tiveram quando, na unidade sobre números, solicitamos que eles registrassem certa quantidade sem utilizar algarismos; eles diziam que não era possível realizar tal atividade sem o lápis

1 Tradução: Temos um problema. Temos que resolver algumas adições sem papel e lápis. Se fizer mentalmente, você tem que encontrar uma forma de mostrar a estratégia utilizada, provando como você chegou ao resultado. Lembre-se que você não pode usar papel e lápis, como fará isso?

e o papel. Um deles, veementemente, disse: “Como assim? Eu sei fazer mentalmente, já sei o resultado, não sei provar o resultado sem lápis e papel, me dá um papel que eu faço a conta e te provo”. Mantivemos a questão dizendo que a situação era um problema e que a solução não era algo disponível de imediato (Brasil, 1997), e que, por isso, eles deveriam pensar e encontrar uma estratégia para resolver e provar o resultado das adições propostas: $11 + 8$; $29 + 17$ e $139 + 25$.

Foi nesse momento que os alunos mais novos, pela necessidade de um material mais concreto, propuseram o uso de pequenas peças cúbicas que tínhamos em sala. Logo, todos os alunos começaram a utilizar os cubos para visualizar e provar o resultado das adições propostas. Foi, então, que um grupo de alunos chegou à adição $139 + 25$ e um deles disse: “Nossa, vou ficar aqui até amanhã contando 139 cubos mais 25”. A professora-pesquisadora, então, questionou se havia outro material na sala que pudesse os ajudar com esse problema. O grupo de alunos saiu pela sala à procura de outro recurso manipulativo e chegaram ao material dourado. Rapidamente, os alunos utilizaram 1 placa que contém 100 unidades equivalente a uma centena, 3 dezenas igual a 30 unidades e 9 cubos equivalente a 9 unidades para fazer o número 139 e, depois, 2 dezenas e 5 unidades para fazer o 25. Juntaram unidades com unidades, dezenas com dezenas e logo perceberam que eles poderiam agrupar 9 unidades com mais 1 das 5 unidades, formando 10 unidades que o grupo trocou por 1 dezena. Eles organizaram 1 centena, 6 dezenas e as 4 unidades, e, muito satisfeitos, disseram “Conseguimos, vem ver!”, chamando seus colegas para verificar o processo que haviam feito. Eles apresentaram a descoberta usando o retroprojektor da sala. Outros grupos também partilharam as estratégias encontradas para as diferentes adições propostas.

Além de uma atividade muito gratificante para a professora-pesquisadora, que viu os alunos envolvidos e atingindo o objetivo da atividade, que era resolver os problemas propostos; foi uma atividade de muita aprendizagem que exigiu habilidades não so-

mente matemáticas, mas habilidades de raciocínio, diálogo e comunicação.

Aula 2

Essa aula foi dedicada ao registro do processo desenvolvido na Aula 1.

Como exposto por Onuchic e Allevato (2011), na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema é ponto de partida para os alunos fazerem conexões entre diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. Dessa forma, decorrente da aula problematizada sobre adição, chegamos a um novo conceito, expresso pela necessidade de os alunos conhecerem o algoritmo da adição e resolverem operações com e sem agrupamento.

O registro do processo realizado com o material dourado foi nosso elo de ligação com o objetivo: “Adicionar com e sem reagrupamento: encontrar a soma de quaisquer dois números inteiros.”

Antes de darmos início ao registro, pedimos que os alunos anotassem em seus cadernos de matemática o que era adição para eles. Feito isso, pedimos que eles resolvessem $12 + 9$ sem usar números, papel, lápis ou cálculo mental, como na aula anterior.

Em pequenos grupos, os alunos se organizaram e representantes de cada grupo apresentaram as estratégias utilizadas. Alguns usaram os cubos coloridos, outros usaram o material dourado.

A professora foi anotando todas as estratégias na lousa, até chegar ao algoritmo da adição e explicar que o “um que vai para o outro lado é uma dezena”. Os alunos fizeram as anotações em seus cadernos.

Foi possível analisar o registro de uma aluna, começando pela pergunta feita no início da Aula 2: “O que é adição para você?”. A aluna responde:

- Uma unidade de operação;
- Uma coisa que você adiciona;
- Símbolo matemático.

Abaixo de suas ideias sobre adição, a aluna anotou diferentes formas de resolver $12 + 9$ sem usar lápis e papel. A primeira estratégia foi juntar 12 cubos com mais 9 e contar de um em um até chegar ao resultado. A próxima estratégia foi juntar 12 mais 9 peças, mas agrupá-las de cinco em cinco, em vez de contar uma a uma. E a última forma de resolver $12 + 9$ foi utilizando o algoritmo da adição.

Abaixo das diferentes estratégias, chegamos a um consenso com os alunos de que adição era agrupar, adicionar e juntar itens.

Questionamos os alunos sobre qual era a vantagem de fazer adição usando números em vez de usar pedrinhas, cubos e desenhos e chegamos à conclusão de que era uma forma de facilitar e tornar mais rápido o processo de adicionar. Essa conversa foi importante para os alunos refletirem sobre o valor de aprender matemática, que não aprendemos simplesmente porque temos, mas pelo fato de muitos processos matemáticos facilitarem nossa vida.

Aula 3

Os alunos fizeram o mesmo processo usando peças e material base 10 para representar $18 - 9$. Descobrimos e discutimos várias estratégias de resolução. Foi possível analisar as anotações de um aluno sobre as diversas estratégias exploradas para a resolução de $18 - 9$.

A primeira estratégia registrada no caderno, foi a de contar para chegar ao número 18, o que chamamos em inglês de *counting up*. Comentamos que essa forma de se resolver uma subtração é bastante utilizada por comerciantes em momentos de troco.

Em seguida, temos o método de tirar, em inglês, chamado *take away*. Desenhamos 18 peças e riscamos nove, o que sobrou foi o resultado. Por fim, anotamos a estratégia *cover up* de cobrir nove peças de um grupo de 18 e verificar quantas restavam, parecida com a de tirar peças, que se diferencia, na prática, com o material concreto, pois os alunos cobriram nove peças com material de

outra cor, de forma que o que não estava coberto era o resultado da subtração.

Todas essas estratégias foram descobertas e apresentadas pelos grupos de alunos. Eles utilizaram o retroprojetor da sala para apresentar suas descobertas. Conforme o grupo apresentava, a professora fazia as anotações na lousa. Foi somente após descobrir e explorar diferentes formas de resolver $18 - 9$ que os alunos registraram as estratégias encontradas e a subtração na vertical apoiada pelo material base 10.

Após essas experiências com material concreto, discussões e registro, os alunos praticaram algumas operações no caderno, como exemplificam as Figuras 20 e 21.

2. Adit.

$\begin{array}{r} 4105 \\ + 5 \\ \hline 4110 \end{array}$ B	$\begin{array}{r} 7254 \\ + 92 \\ \hline 7346 \end{array}$ T	$\begin{array}{r} 1082 \\ + 736 \\ \hline 1818 \end{array}$ E
$\begin{array}{r} 1902 \\ + 4563 \\ \hline 6465 \end{array}$ S	$\begin{array}{r} 3058 \\ + 16 \\ \hline 3074 \\ \del{3074} \\ 3074 \end{array}$ V	$\begin{array}{r} 7620 \\ + 671 \\ \hline 8291 \end{array}$ L
$\begin{array}{r} 5108 \\ + 4829 \\ \hline 9937 \end{array}$ E	$\begin{array}{r} 3443 \\ + 2270 \\ \hline 5713 \end{array}$ A	$\begin{array}{r} 6355 \\ + 824 \\ \hline 7179 \end{array}$ G

What tables do we eat?

Write the letters which match the answers above to find out.

V	E	G	E	T	A	B	L	E	S
3074	1818	7179	1818	7346	5713	4110	8291	9937	6465

Figura 20 – Adição

Fonte: Minatel (2014, p.114).

2. Subtract.

$\begin{array}{r} 8238 \\ - 966 \\ \hline 7272 \end{array}$ <p>①</p>	$\begin{array}{r} 8533 \\ - 584 \\ \hline 2949 \end{array}$ <p>②</p>	$\begin{array}{r} 56147 \\ - 4275 \\ \hline 11872 \end{array}$ <p>③</p>
$\begin{array}{r} 38260 \\ - 2475 \\ \hline 5785 \end{array}$ <p>④</p>	$\begin{array}{r} 67311 \\ - 585 \\ \hline 6786 \end{array}$ <p>⑤</p>	$\begin{array}{r} 34216 \\ - 1379 \\ \hline 2847 \end{array}$ <p>⑥</p>
$\begin{array}{r} 67152 \\ - 2426 \\ \hline 4726 \end{array}$ <p>⑦</p>	$\begin{array}{r} 19542 \\ - 5683 \\ \hline 2859 \end{array}$ <p>⑧</p>	$\begin{array}{r} 7930 \\ - 247 \\ \hline 7683 \\ 8 \end{array}$ <p>⑨</p>

Write the letters which match the answers.
You will find the name of a fruit.

I - 2949	E - 5785	P - 4726
P - 2837	E - 7683	L - 3859
A - 6786	N - 1872	P - 8272

P I N E A P P L E

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

Figura 21 – Subtração

Fonte: Minatel (2014, p.114).

Aula 4

Foi na Aula 4 que conseguimos fazer o link com o tema Comunicação, e, nas aulas de História, os alunos utilizaram o tema meios de comunicação para montar uma linha do tempo.

A montagem da linha foi feita pela professora de Português. Ela distribuiu as imagens e os textos aos alunos, que deveriam organizá-los de acordo com o ano de cada meio de comunicação, utilizando a ordem crescente. Após organizado, os alunos iam lendo as descrições e fazendo as associações aos respectivos meios de comunicação.

Baseadas nessa linha, elaboramos com os alunos algumas situações-problema e, em um deles, notamos que a aluna registrou duas possíveis estratégias de resolução. Na estratégia 1, ela realizou uma adição, escreveu os números 1990, deixou um espaço, escreveu o resultado 2013 e chegou a 0023. Na estratégia 2, a aluna realizou a convencional subtração. Ou seja, explorou duas formas diferentes de se resolver um mesmo problema.

Aula 5

Finalizamos essa lição sobre adição e subtração conversando sobre a aprendizagem matemática e registrando algumas conclusões.

Conversamos com os alunos sobre a terminologia própria da subtração, retomamos a troca de dezenas e centenas, quando houvesse a necessidade, e encerramos falando de operação inversa e de como checar o resultado de uma adição e de uma subtração.

Guiamos a mesma conversa voltada para adição. Retomamos a resolução de adição com agrupamento. Registramos nossas conversas, normalmente realizadas nos momentos de *Group Meeting* sobre a propriedade comutativa, elemento neutro, duplicação e a terminologia própria da adição.

O objetivo dessa aula foi realmente fazer uma síntese do que havíamos estudado sobre as operações de adição e subtração. Nessa aula, não estávamos integrando o tema ou propondo a resolução de problemas, mas sim sintetizando nossas experiências.

Os pré e pós-testes sobre adição e subtração

Realizamos um pré-teste simples baseado em nosso objetivo principal sobre adição e subtração: “Resolver operações de adição e subtração de dois e três dígitos com e sem reagrupamento”.

Diante disso, tínhamos um fato básico de adição com dois números de um dígito. Outra operação de adição sem agrupamento e uma com agrupamento. Esse mesmo padrão utilizamos para a subtração, um fato básico, uma subtração com agrupamento e outra sem.

Dos 20 alunos, 8 apresentaram melhoras no pós-teste, 3 alunos não realizaram os dois testes e 9 alunos mantiveram os mesmos resultados do pré-teste.

As maiores dificuldades, tanto no pré quanto no pós-teste, estavam relacionadas à adição e subtração com agrupamento.

Por se tratar de uma sala multisseriada, de acordo com os resultados, dos 9 alunos que mantiveram os mesmos resultados, encontramos que 4 alunos eram do 1º ano e que teriam mais dois anos no ciclo para se apropriar desse conteúdo.

Outros dois alunos eram do 2º ano e três eram do 3º ano. Esses três alunos do 3º ano estavam finalizando o Ciclo Primário I e precisavam desse conhecimento. Diante disso, mesmo com o encerramento do trimestre e do conteúdo de adição e subtração, os alunos de 2º e 3º anos foram atendidos em minilições para que pudessem atingir o domínio dessas operações.

Podemos afirmar que, após as minilições, os alunos foram capazes de realizar as operações com agrupamento.

Exemplo de entrevista sobre adição e subtração

O Quadro 9 traz uma entrevista, que teve como objetivo descobrir, com mais profundidade, o conhecimento dessa aluna sobre adição e subtração, e, em seguida, auxiliar a ampliação do conhecimento sobre o conteúdo.

Quadro 9 – Exemplo de entrevista e minilição sobre adição e subtração

Entrevista – Adição e subtração

Duração: 11'30''

P : Professora

A: Aluna

Parte 1

1. P: We are going to talk a little bit about addition and subtraction, ok. Do you know addition and subtraction?

2. A: Eu sou, eu não so... eu não tô boa no subtraction, só que na addition eu tô.

3. P: So let's learn subtraction now! Let's see. I'm gonna put a very easy one here for you...

4. A: Ai esse daqui eu já sei.

5. P: Let's see additions first.

6. A: É muito moleza essa daqui.

7. P: Easy!

8. A: Ai, eu faço a mesma coisa na minha casa.

9. P: Can you tell me what you did here? Can you read it to me?

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 5 \\ \hline 14 \end{array}$$

10.

11. A: Por que se, se nov... dez mais cinco é igual a 15 e se a gente tira 1 do cinco e coloca no nove porque se a gente faz nove mais cinco não é igual a 15, a gente tem que tirar um do cinco e colocar lá no nove, igual a 14.

12. P: Wow, where did you learn this?

13. A: Meu pai!

14. P: Oh! Ok! Ok, go ahead. (Aluna continuou resolvendo as demais operações.)

15. P: Can you read to me what you have to do?

16. A: twelve plus six.

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 6 \\ \hline 18 \end{array}$$

17.

18. P: Equals? (Aluna ficou pensando.)

19. P: You know what's happening... I think you are trying to do this: thirteen, fourteen, fifteen, sixteen... Instead of counting by one, look, you have to start from the unit, so 2 units plus 6 units?

20. A: 12.

21. P: 2 plus 6?

22. A: Eight.

23. P: Eight! So put 8 here.

24. A: Dezoito.

25. P: And one plus nothing.

Continua

Quadro 9 – *Continuação*

26. P: And here? Start from the unit.

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

27. 32

28. A: Aqui vai ter que ser três.

29. P: First start from the unit.

30. A: É trinta e dois.

31. P: Thirty two. How do you know it's thirty two?

32. A: Porque se eu tinha oito e mais dois igual a dez e se, se eu coloco um quatro, eu coloco outra coisa que vai ser igual a 2 porque aí eu tiro dois do quatro e coloco lá no trinta porque vai forma já dez.

33. P: Hmmm, very good! (Aluna continuou resolvendo as demais operações.)

34. A: Meu pai ta me ensinando bastante conta de matemática, eu tenho um caderno de matemática!

35. P: And in school, are you learning any thing? (Risos)

36. A: Sinalizou sim com a cabeça. (Risos)

37. P: Hm! (Risos e a aluna começou a resolver a próxima operação.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 48 \\ + 57 \\ \hline \end{array}$$

38. 105

39. A: Aqui é cinco e aqui é um.

40. P: Ok! So, let's go! (Aluna ficou pensando.)

41. P: One plus four?

42. A: Dei... cinco, eu acho que aqui é dez.

43. P: There you go, congratulations! In addition you are very good! Now let me see subtraction.

Parte 2

(A professora escreveu algumas subtrações. A aluna começou a resolver a primeira delas.)

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 3 \\ \hline 25 \end{array}$$

44.

45. P: Can you read the first one to me?

46. A: Ah esse daqui eu já sei... 25!

47. P: Good job! Twenty-five!

(A aluna disse vinte e cinco, mas escreveu 24 para o resultado de $28-3$ e rapidamente alterou para 25.)

48. P: Twenty-four?

49. A: Ai... eu não sou tão boa nisso... porque, porque aqui... na adição vinte e cinco mais três é igual a oito, então vinte e oito menos três igual vinte e cinco.

Quadro 9 – *Continuação*

- $$\begin{array}{r} 99 \\ - 37 \\ \hline 62 \end{array}$$
50. P: You have very good strategies. And this one?
51. A: Sessenta e dois.
52. P: Ok, don't try to guess. I want to see you starting from the unit, so start! Nine minus seven?
53. A: Nine minus seven...
54. P: Nine... take out seven.
55. A: Two... Porque se sete mais dois é igual a nove, nove menos ...
56. P: Very good! Inverse operation. And? (E a professora apontou para as dezenas.)
57. A: Nove menos três é igual... a seis.
58. P: You are right! Sixty-two!
59. A: Porque se sete menos três é igual a cinco, então se eu coloco cinco mais um é igual a seis.
60. P: Seven minus three equals five?
61. A: Quatro.
62. P: Hmm! So actually it's like this, you are using the inverse operation, if six plus three is nine, nine minus three is?
63. A: Seis.

Parte 3

- $$\begin{array}{r} 80 \\ - 26 \\ \hline 66 \end{array}$$
64. P: Six. And the last one.
65. A: É mais fácil.
66. P: Easy?!
67. A: Ahã!
68. P: Hmm... It's tricky.
69. A: Porque se zero mais seis é igual a seis.
70. P: It's a trick! Look at this. Eighty minus twenty-six. (A professora reescreveu a operação.)
71. P: Zero, look at my hands. I have zero. Can I take six?
72. A: Não, ahhh eu peço pro vizinho.
73. P: Ahã.
74. P: Ok, you have eight, your neighbor has eight. You are gonna ask one to your neighbor.
75. A: Ai ele vai ficar com sete.
76. P: Yeah!
77. A: Ai esse daqui, dez menos seis... quatro.
78. P: Four!
79. A: Sete menos dois, cinco.

Continua

Quadro 9 – Continuação

$$\begin{array}{r} 7 \\ 80 \\ - 26 \\ \hline 54 \end{array}$$

80.

81. P: Good job! Let's practice a little bit more the subtractions you have to ask your neighbor something.

82. A: Oito minutos e seis, sete... (Risos. Enquanto a professora escrevia novas subtrações a aluna olhou para o cronometro do gravador.)

83. P: (Risos) Look at this one. (Professor escreveu 91-18.) Let me see this. Ninety-one minus eighteen.

84. A: Aqui vai dar sete.

85. P: Ah ah. Pay attention to the trick. You are doing eight minus one or one minus eight?

86. A: One minus eight.

87. P: All right, how do you do that? Here you were doing zero minus six. (Professora apontou para a operação anterior.) Here is one minus eight. I have one, can I take eight?

88. A: Não, então eu peço pro vizinho. Ele tem nove, esse daqui vai ficar com oito e esse aqui fica com onze. Onze menos oito é igual a três.

89. P: Three!

90. A: Oito menos um é igual a sete. Setenta e três.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 91 \\ - 18 \\ \hline 73 \end{array}$$

91.

92. P: And the two last ones to see if you are paying a lot of attention. Be careful with the trick ok. I'm gonna put a trick here for you.

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 25 \\ \hline 43 \end{array}$$

93.A: Nove...

94.P: Pay attention... Pay attention, it's a trick.

95.A: Oito menos cinco igual a três, porque dá pra tirar oito menos cin... Tira o cinco do oito... Mais esse daqui... É um... Treze!

96.P: Perfect!

97.A: Essa daqui dá... Dá pra tirar... Essa daqui dá pra tirar? Dá!

$$\begin{array}{r} 70 \\ 83 \\ - 29 \\ \hline 54 \end{array}$$

98.

99.P: Yes? You have three, you have to take nine.

Quadro 9 – *Continuação*

100. A: Acho que não dá. Então esse daqui vai ficar com sete e esse com treze. Então aqui a resposta é dois.
 101. P: Two?
 102. A: Quatro!
 103. P: Nine to get to thirteen... Ten, eleven, twelve, thirteen. Four! There you go!
 104. A: Sete menos dois, nove.
 105. P: Seven minus two, nine?
 106. A: Ah é subtração! (E corrigiu riscando o nove e escrevendo cinco.)
 107. P: Thank you very much! Congratulations!

Fonte: Minatel (2014, p.118-122).

Parte 1

Sentimos a aluna muito a vontade pelo tom de voz e expressão corporal. Começamos com uma adição básica e a aluna logo disse que era fácil. Resolveu com facilidade e apresentou a estratégia utilizada, sendo esta o arredondar para 10. Mentalmente, ela deu uma unidade do cinco para o nove, com isso, formou 10 com mais 4 que havia sobrado do 5, chegou ao resultado 14, como ela explica no item 10 da entrevista.

Fomos aumentando o nível das operações de adição e percebendo que a aluna estava tentando fazer tudo mentalmente, ela hesitava um pouco em usar os cubos e material base 10 que tínhamos disponível ou mesmo em usar os dedos, pois queria fazer mentalmente. Ela hesitava inclusive a escrever a dezena que estava mandando para a ordem vizinha, como mostra a figura a seguir:

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 4 \\ \hline 32 \end{array}$$

Figura 22 – Adição #1 com agrupamento

Fonte: Minatel (2014, p.122).

No entanto, com números maiores a aluna começou a detalhar mais o seu registro, como indica a figura a seguir, quando a menina registra o agrupamento de dezenas e centenas.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{4}8 \\ + 57 \\ \hline 105 \end{array}$$

Figura 23 – Adição #2 com agrupamento

Fonte: Minatel (2014, p.123).

Percebemos que, em adição, como a aluna havia falado no início da entrevista, ela apresentava domínio. Partimos, então, para a subtração.

Parte 2

Percebemos que a aluna continuava tentando realizar cálculos com rapidez e acabava, com isso, se confundindo, no entanto, dominava subtração sem agrupamento.

A aluna também tinha uma estratégia que a ajudava, era a checagem da subtração utilizando a operação inversa que ela comenta nos itens 57, 63 e 67 da entrevista.

Parte 3

Na terceira parte dessa entrevista, nossa ideia era uma última subtração para a aluna realizar. No entanto, percebemos que era preciso uma minilição sobre subtração com agrupamento, e acabamos realizando e discutindo uma série de outras subtrações. Deixamos a aluna realizar sozinha a primeira subtração com agrupamento e detectamos uma dificuldade, como mostra a figura a seguir.

$$\begin{array}{r} 80 \\ - 26 \\ \hline 66 \end{array}$$

Figura 24 – Subtração #1 com agrupamento.

Fonte: Minatel (2014, p.123).

Em vez de fazer zero menos seis, a aluna estava fazendo seis menos zero. No entanto, nos primeiros questionamentos que fizemos a aluna logo percebeu seu erro (item 80 da entrevista). Com os questionamentos, ela conseguiu realizar corretamente essa operação. Escrevemos, então, mais algumas subtrações.

Dentre as últimas subtrações propostas, colocamos duas com agrupamento e uma sem, mas a aluna se confundiu e só conseguiu resolver com os questionamentos da professora.

Concluimos que essa aluna estava desenvolvendo seu conhecimento sobre subtração e que precisaria de mais experiências com esse conteúdo e mais minilições para atingir o domínio.

Além das minilições, percebemos nessa entrevista que:

- A aluna estava feliz e interessada em compartilhar seus pensamentos matemáticos;
- A aluna estava desenvolvendo uma série de mecanismos de cálculo para agir com rapidez diante das operações;
- Tinha o apoio em casa, quando ela menciona que havia aprendido tais estratégias com seu pai e, em outro momento, quando ela diz, que, em casa, ela tem um caderno de matemática;
- A aluna apresentou domínio das operações sem agrupamento e necessidade de apoio diante de situações com agrupamento, pois terminou ainda precisando ser questionada para conseguir realizar as operações corretamente. Podemos dizer que esse apoio que ainda era necessário situava a aluna no que Vigotsky (1994) chama de “zona de desenvolvimento proximal”, uma fase na qual as crianças realizam as atividades apenas com o apoio de algum adulto e é com esse apoio que a criança se tornará capaz de realizar as atividades com autonomia;

- A linguagem – o inglês, no caso –, não foi, mais uma vez, barreira para a aprendizagem. A aluna compreendia todos os questionamentos em inglês, mas, nessa ocasião, escolheu responder em português.

Ao transcrevermos essa entrevista, pudemos refletir sobre a prática e linguagem docente. Percebemos erros de inglês e que, várias vezes, foi usado o termo “*neighbor*” (vizinho) e o termo *trick* (pegadinha). Acredito que essa percepção e reflexão sobre a prática foi um ganho muito precioso que ocorreu devido a essa atividade profunda de investigação, observação, análises e conclusões.

Considerações finais acerca da unidade sobre adição e subtração

Qual a relevância do conteúdo para os anos iniciais?

Nos anos iniciais do ensino fundamental, adição e subtração estão inseridas, junto com multiplicação e divisão, no bloco números e operações proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (Brasil, 1997).

De acordo com os PCNs (Brasil, 1997), quando os alunos se depararam com situações-problema – envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, eles estão ampliando seu conceito de número, compreendendo o significado de cada operação e a relação existente entre elas.

Dentre os conteúdos de adição e subtração propostos para o primeiro ciclo do ensino fundamental I, temos (Brasil, 1997, p.51):

- Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial, da adição e da subtração;
- Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais. Abordamos esses conteúdos tanto

nas situações iniciais propostas para resolver algumas operações sem lápis e papel, quanto na resolução de problemas com a linha do tempo.

- Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.

Um exemplo desse conteúdo foi quando resolvemos o problema de quantos anos teria alguém nascido no mesmo ano que a Internet atingiu seu auge e, para isso, resolvemos usando tanto a subtração $2013 - 1990$, quanto a adição $1990 + \text{?} = 2013$.

- Construção dos fatos básicos das operações a partir de situações-problema, para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo. Esse conteúdo foi sendo trabalhado ao longo das aulas e junto com a rotina do *Math Facts* cujo objetivo era justamente auxiliar os alunos a atingir o domínio de fatos básicos para construção de um repertório de adições e subtrações básicas que os ajudassem com cálculos e problemas mais complexos.

- Organização dos fatos básicos das operações pela identificação de regularidades e propriedades;

- Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado;

- Utilização de estimativas para avaliar a adequação de um resultado e uso de calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos. Tais conteúdos eram praticados diariamente durante os momentos de *Group Meeting* quando discutíamos o conteúdo das aulas sobre adição e subtração, regularidades e propriedades, como a comutativa e o elemento neutro. As listas de exercícios disponibilizadas nos momentos de WOW também eram uma forma de os alunos praticarem tais conteúdos.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos?

O projeto nessa lição ficou menos evidente. Nosso maior objetivo foi ensinar o conteúdo de matemática de adição e subtração de forma problematizada, de um modo que os alunos fizessem

descobertas e que entendessem o algoritmo das operações para que a matemática fizesse mais sentido.

Buscamos a integração com o tema Comunicação, após termos já ensinado o conteúdo matemático e como forma dos alunos aplicarem o que tinham aprendido.

Diante disso, não estávamos mais ensinando utilizando a metodologia de resolução de problema e sim ensinando para a resolução de problemas (Allevato, 2005).

Entendemos que, pelo fato de termos utilizado o tema Comunicação e a linha do tempo realizada nas aulas de História, estávamos propondo uma integração, o que, de acordo com Torres (1998), seria o eixo comum para todas as propostas de trabalho com projetos; no entanto, essa integração interferiu na forma como estávamos ensinando matemática. Os problemas criados e propostos com a linha do tempo eram uma forma dos alunos aplicarem o que haviam aprendido e não de aprenderem matemática.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em resolução de problema?

Como comentamos anteriormente, houve um momento em que a matemática que havia sido ensinada estava sendo utilizada para a resolução de problemas, no entanto essa matemática foi ensinada por meio da metodologia de resolução de problemas.

Onuchic (2008) destaca que não há formas rígidas de ensinar por meio da resolução de problemas, no entanto, desenvolveu um roteiro que pode auxiliar no trabalho com essa metodologia.

Analisando o roteiro proposto por Onuchic e essa lição, chegamos às seguintes conclusões:

- Formar grupos e entregar uma atividade – essa é a primeira etapa do roteiro e o objetivo é fazer com que os alunos vivenciem um processo colaborativo de forma que possam aprender uns com os outros. Em nossa lição, nosso primeiro problema foi definir a adição. Essa questão os alunos responderam em seus cadernos de

matemática individualmente, mas logo em seguida, organizamos os alunos em pequenos grupos, entregamos algumas operações e pedimos que resolvessem e provassem o resultado sem utilizar lápis e papel; fazendo uso material base 10 ou outros objetos da sala.

- O papel do professor – a segunda etapa do processo diz respeito ao professor, o qual deixa de comunicar o conhecimento para observar e lançar questões desafiadoras que ajudem os alunos na resolução do problema. Foi o que buscamos fazer com essa lição, ao invés de dizer aos alunos como resolver uma adição e subtração, pedimos que, em grupos, eles encontrassem diversas formas de resolver tais operações.

- Resultados na lousa – A próxima etapa do roteiro trata de colocar os resultados na lousa. Por se tratar de crianças, conforme os alunos apresentavam suas descobertas, a professora fazia as anotações na lousa.

- Plenária – Discussão das diferentes estratégias. Os alunos explicavam o que haviam pensado, ouviam uns aos outros e, com isso, construíam seu conhecimento sobre adição e subtração.

- Análise dos resultados – Nessa fase, discutimos com nossos alunos as diferentes estratégias apresentadas.

- Consenso – Após a plenária e a análise dos resultados, chegamos ao consenso de que o uso do algoritmo da adição era uma forma mais fácil e rápida de resolução e, juntos, também conceituamos adição e subtração.

- Formalização – Nessa última etapa do roteiro, baseado nas discussões e descobertas feitas em conjunto com os alunos, o professor, na lousa, coloca as definições, identifica as propriedades, faz as demonstrações e uma síntese do que se procurou aprender com o problema proposto. A formalização ocorreu na aula 6, quando buscamos revisar com os alunos o que eles haviam aprendido ao final do trimestre sobre adição e subtração.

Outros recursos contribuíram com a aprendizagem?

Os exercícios de prática continuaram apoiando a aprendizagem matemática nessa lição e o material concreto contribuíram para as descobertas realizadas.

Concluimos com essa unidade que:

- Os alunos tiveram a oportunidade de aprender adição e subtração de diferentes maneiras, isso foi um fator positivo para a aprendizagem de um maior número de alunos;
- As entrevistas, em se tratando desse conteúdo, foram extremamente importantes para os alunos que tinham dificuldade de acompanhar as descobertas dos colegas durante as aulas e para aqueles que se distraíam com mais facilidade. Foi somente por meio do trabalho individualizado, do manuseio do material concreto para, depois, chegar ao algoritmo das operações, que alguns alunos se tornaram capazes de adicionar e subtrair;
- Sentimos um maior aprofundamento no conteúdo matemático dessa lição;
- Prevaleceu, nessa unidade, o ensino por meio de resolução de problemas e menos da teoria de projetos;
- O ensino por projeto apareceu somente no final da unidade com a proposta de uso da linha do tempo da história de alguns meios de comunicação para a aplicação do conteúdo matemático.

7

O QUE OS MAPAS COMUNICAM?

O que os mapas comunicam? Distâncias. E como determinamos distâncias? Medindo. Como medimos distâncias? Parece simples, não é? Mas as respostas não apareceram assim prontas para os alunos. Eles tiveram que vivenciar diversas situações para tirar suas conclusões.

No primeiro trimestre com os alunos de 1^o, 2^o e 3^o anos do ensino fundamental I, tínhamos, dentre alguns dos nossos objetivos e necessidades, explorar com as crianças o conhecimento sobre seu entorno; sendo assim, os alunos deveriam estudar os mapas, os bairros, a cidade e os pontos cardeais. Foi utilizando esse conteúdo que integramos a matemática e o tema do trimestre.

Conectado com o tema do trimestre – Comunicação – propusemos aos alunos as seguintes questões: “Os mapas comunicam algo?” e “O que eles podem comunicar?”.¹

Integrando o tema Comunicação e as disciplinas de Geografia e de Matemática, desenvolvemos nossos objetivos sobre unidades de medida linear. Dentre as atividades dessa unidade de estudo, os alunos precisavam localizar o bairro da escola e o bairro de suas casas em um mapa da cidade. A matemática foi mobilizada no mo-

1 *Do maps communicate anything? What can they communicate?*

mento quando eles precisaram estimar a distância entre casa e escola como ponto de partida para os nossos estudos sobre medidas.

Tínhamos como objetivos de Matemática tornar os alunos capazes de:

- Identificar instrumentos familiares de medição, tais como régua, escala, termômetro;
- Medir comprimento usando unidade não padrão;
- Fazer medições lineares em milímetros, centímetros e metros;
- Saber que $1\text{m} = 100\text{cm}$;
- Conhecer abreviaturas: mm, cm, m;
- Estimar medidas lineares, e, depois, medir para verificar estimativas;
- Determinar quando a estimativa de uma medida é racional;
- Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais.

As aulas e registros sobre unidades de medida linear

Aula 1

A primeira atividade dessa unidade de estudo foi contextualizar a matemática com o tema do trimestre e com o que os alunos estavam estudando nas aulas de Geografia por meio das questões apresentadas anteriormente: “Os mapas comunicam algo?” e “O que eles podem comunicar?”. Nessa discussão inicial, algumas das respostas foram: “os mapas podem comunicar onde ficam os lugares”, “onde fica minha casa”, “se é perto ou se é longe”, “o Google Maps comunica quanto tempo gasta”.

Após a discussão, pedimos que os alunos fechassem os olhos e fizessem mentalmente o trajeto de casa para escola. Seguido desse exercício mental, cada aluno pegou seu caderno de Geografia em

que tinham um mapa da cidade de Bauru com o bairro da escola e de sua casa já assinalados.

Pedimos que, baseados no exercício mental que tinham acabado de fazer e observando o trajeto traçado no mapa, anotassem uma primeira estimativa referente à distância de um lugar a outro.

Aula 2

Feita a primeira estimativa sobre a distância de casa até a escola, continuamos o trabalho com o conteúdo sobre medidas.

Nesse momento, os alunos pegaram seus cadernos de matemática e responderam a seguinte questão: “O que é unidade de medida linear para você?”. Feito isso, os alunos guardaram seus cadernos e começaram a realizar atividades práticas de medição. Dessa maneira, a Figura 25 mostra quem uma das mesas da sala, disponibilizamos vários instrumentos, tais como termômetro, relógio, régua, fita métrica e balança.



Figura 25 – Instrumentos de medida

Fonte: Minatel (2014, p.131).

Ao verem todos aqueles objetos disponíveis, a primeira reação dos alunos foi a de querer manuseá-los. Demos 10 minutos para os alunos manusearem os objetos e, depois, com os alunos organizados ao redor da mesa, perguntamos o que tínhamos ali e para o que cada um servia. Os alunos falaram que o termômetro era para medir temperatura, o relógio media o tempo, balança media peso, e que a régua e a fita métrica mediam “tamanho”.

Continuamos questionando os alunos sobre o que obtínhamos após medir a temperatura de algo. A primeira resposta foi Celsius. Dissemos que poderia ser Celsius ou Fahrenheit ou, ainda, outra unidade de medida, então, “O que é Celsius e Fahrenheit?”. Chegamos à palavra “graus”. Continuamos questionando sobre o que obtínhamos com o relógio, balança e com a régua. Listamos para o relógio: horas, minutos e segundos; para a balança, a primeira palavra foi “peso”, até chegarmos a quilogramas e gramas; para a régua, foi um pouco mais difícil. Eles manusearam a régua, pegaram a fita métrica, e só depois chegaram a centímetros, metros e milímetros. Questionando os alunos, a professora-pesquisadora foi anotando algumas conclusões sobre unidades de medidas em um cartaz (Figura 26).

Explicamos que nosso foco seria nos centímetros, metros e quilômetros, e que essas unidades de medida são conhecidas como lineares.

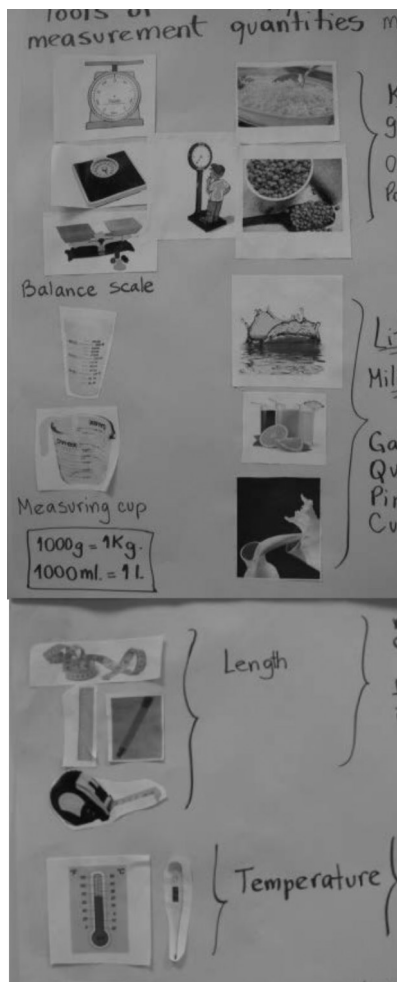


Figura 26 – Cartaz: Unidades de medida

Fonte: Minatel (2014, p.130).

Aula 3

Em nosso próximo encontro sobre medidas, propomos a seguinte situação aos alunos:

We have a problem! We need to measure the carpet, table, door and the white board from our classroom, but we can't use any tool of measurement, how can we measure them, though?²

Os alunos começaram a dar suas opiniões, utilizando partes do corpo ou objetos para fazer as medições. Delimitamos o uso de mãos, pés ou antebraços. Fizemos pares de alunos, sendo um aluno maior e outro menor, pois mãos, pés e antebraço seriam de tamanhos diferentes, o que geraria medidas diferentes. Pedimos que os dois medissem um mesmo objeto ou mesma parte da sala, usando uma parte do corpo comum para a dupla. Os pares mediram e encontraram divergências no resultado. Fizeram anotações em seus cadernos.

Uma das duplas escolheu medir a porta da sala com as mãos. Para o aluno, a porta mediu “7 mãos” e, para a aluna, o resultado foi “8 mãos”.

Continuamos problematizando e perguntamos aos alunos como resolver essa diferença nas medidas encontradas até chegarmos ao uso da régua e na importância de uma medida padrão. Os alunos voltaram a medir o mesmo objeto ou parte da sala, usando a régua e chegaram à mesma medida.

Foi uma atividade muito interessante de ser desenvolvida. Vimos movimento na sala de aula e uma aula de matemática muito diferente daquela em que o professor explica o conteúdo e os alunos resolvem exercícios. Mas diferente das aulas tradicionais, esse tipo de aula leva mais tempo, os alunos ficam mais agitados e requerem mais esforço do professor. No entanto, os ganhos em termos de experiência e envolvimento com a matemática interferem positivamente na relação desses alunos com a aprendizagem.


Finalizamos essa aula com a partilha dos alunos sobre a experiência que tiveram ao medir com partes do corpo e, depois, com régua e fitas métricas os objetos. Os alunos perceberam que medir

2 Tradução: Temos um problema! Precisamos medir o tapete, a mesa, a porta e a lousa branca, mas não podemos usar instrumentos de medida, como podemos medir esses objetos?

com os instrumentos de medida era mais fácil e com eles não haviam divergências. Utilizamos, para encerrar essa aula, como recurso, a história da matemática para contar aos alunos que, antigamente, as medidas eram baseadas no tamanho de partes do corpo de um rei. Com a morte do rei, mudavam-se as medidas; foi então, que resolveram criar um sistema padrão. Para aqueles que quisessem saber mais sobre a história das medidas, disponibilizamos o exemplar da revista *Ciência Hoje das Crianças* (2013) para leitura em casa ou em sala de aula.

Um dos alunos que levou a revista para ler em casa realizou o seguinte registro sobre o assunto:

Quadro 10 – Atividade de leitura e escrita sobre o conteúdo de medidas

 <p>CIÊNCIA HOJE das crianças</p> <p>Atividade de matemática: O Rei e o tamanho</p> <p>Como foi e qual era o padrão utilizado na época?</p> <p>Do tamanho do pé do rei HISTÓRIAS DAS UNIDADES DE MEDIDA</p>	<p>* Na idade média eles mediam as casas, terrenos e áreas usando o corpo, as mãos, os braços e os pés, só que na idade média era o rei que determinava o padrão de medida.</p> <p>Cada pé era diferente de outro cada mão era diferente de outro isso causou muita confusão.</p>
	<p>Na idade média eles mediam as casas, terrenos e áreas usando o corpo, as mãos, os braços e os pés, só que na idade média era o rei que determinava o padrão de medida.</p> <p>Cada pé era diferente de outro cada mão era diferente de outro isso causou muita confusão.</p>

Fonte: Minatel (2014, p.135).

Além de se tratar de um material lúdico, pois era uma revista voltada para o público infantil, o contato com esse material integrou Matemática, História, leitura e escrita.

De acordo com os PCNs, a história da matemática apresenta contribuições importantes para o processo de ensino e aprendizagem:

[...] ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (Brasil, 1997, p.34)

Por meio da história da matemática, o professor pode desenvolver atitudes e valores, além da conexão entre conceitos e histórias tornarem-se grandiosos veículos de informação cultural, sociológica e antropológica. Esse recurso também pode servir para esclarecer ideias matemáticas para alunos mais questionadores e pode também contribuir para a formação de um olhar mais crítico sobre conceitos matemáticos (Brasil, 1997).

As atividades de exploração, o recurso da história, a conexão com algo externo à escola representado pela distância entre lugares da cidade foram elementos muito importantes para o envolvimento dos alunos com a matemática e com o problema inicial de descobrir a distância de um lugar a outro.

Aula 4

Iniciamos um novo momento da aula de medidas. Sentados em roda, conversamos com os alunos que, assim como no nosso sistema de numeração decimal, quando agrupamos 10 unidades trocamos por uma dezena, 10 dezenas trocamos por uma centena, e assim por diante; os agrupamentos também eram importantes para as medidas.

Cada aluno pegou uma régua e, no centro da roda, deixamos uma régua de madeira de 1 metro. Elaboramos algumas questões

para discussão: “Qual é a medida da sua régua?”, “Há algum tipo de agrupamento na sua régua?”, “O que você pode perceber ao observar essa régua?” e “O que você pode concluir ao observar a régua maior?”. Com essa conversa, chegamos às seguintes conclusões: ao agruparmos 10mm formávamos 1cm, com 100 centímetros formávamos 1 metro.

Feito isso, cada aluno deveria, então, construir o seu metro de jornal. A professora-pesquisadora realizou o passo a passo da construção do metro de jornal. Ela pegou jornal, recortou tiras, colocou um pedaço no outro, mediu 100 cm com uma fita métrica, recortou, colocou a tira de jornal de 1 metro em um cartaz e, questionando os alunos, anotou no cartaz que 1m era igual a 100cm. Esse cuidado em modelar e realizar o passo a passo com os alunos foi extremamente importante para que os alunos pudessem, após a explicação e demonstração da professora, construir seus próprios metros de jornal, recortando, colando e medindo.

Antes que eles iniciassem a construção, perguntamos se haveria outra forma de medir 100cm sem usar a fita métrica. Os alunos disseram que também era possível fazer isso com a régua de madeira ou com as régua de 30 centímetros. Um dos alunos disse que, se alguém resolvesse usar a régua de 30 centímetros, teria mais trabalho, porque teria que medir 30, depois mais 30, até chegar ao 100. Cada aluno, então, pegou sua régua ou fita métrica e começaram a construção do metro de jornal.

Após explorar o instrumento de medida criado por eles, os alunos dobraram e colaram o metro de jornal no caderno de matemática seguido de algumas anotações.

Para finalizar, de maneira lúdica, elaboramos questões orais para os alunos responderem, por exemplo: falávamos 5 m e os alunos respondiam 500 cm, 8 m e os alunos 800 cm, 700 cm igual a 7 m. Fizemos essa atividade com vários números e, em seguida, os alunos praticaram a conversão metro-centímetros e centímetro-metro com uma lista de exercícios.



Figura 26 – Caderno de um aluno com a colagem do metro feito com jornal
 Fonte: Minatel (2014, p.137).

Essas listas de exercícios ficaram disponíveis no centro de matemática para ser realizada nos momentos de WOW. A prática também ocorria em casa, por meio de exercícios do site IXL, como mostram as Figuras 27, 28 e 29.

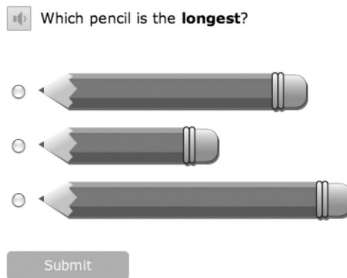


Figura 27 – Exercício on-line sobre medidas: nível básico.³
 Fonte: Minatel (2014, p.138).

3 Tradução: Qual lápis é o mais longo?

Which is a better estimate for the length of a house key?

- 7 meters
 7 centimeters

Submit

Figura 28 – Exercício on-line sobre medidas: nível médio⁴

Fonte: Minatel (2014, p.138).

Which is more, 114 centimeters or 1 meter?

- 114 centimeters
 1 meter
 neither; they are equal

Submit

Figura 29 – Exercício on-line sobre medidas: nível avançado⁵

Fonte: Minatel (2014, p.138).

Aula 5

A próxima etapa foi a de aplicar o conhecimento construído sobre medidas em um contexto real e fomos medir a distância da porta da escola até um shopping próximo. Para essa medição, utilizamos uma fita de 50 metros. Obtivemos uma distância de, aproximadamente, 304m. Mais uma vez, os alunos puderam vivenciar uma atividade de maneira interessada e envolvente. Por conseguinte, estavam também mais agitados e falantes, pois queriam, de fato, participar da atividade.

Retornando à escola, os alunos fizeram anotações em seus cadernos de matemática, e concluímos a pergunta lançada nas primeiras aulas: “O que é unidade de medida linear?”.

4 Qual é a melhor estimativa para a chave de uma casa? [Tradução]

5 Qual é maior, 114 centímetros ou 1 metro? [Tradução]

Aula 6

Decorridas essas várias atividades e vivências em torno dos conteúdos de medida, voltamos ao caderno de Geografia para os alunos analisarem a estimativa que fizeram antes de estudar medidas. Pedimos que, baseados em todas as nossas experiências sobre medidas, os alunos repensassem a distância escola-casa e elaborassem uma nova estimativa.

Para finalizar, fomos ao laboratório de informática, cada aluno em um computador checkou a distância entre sua casa e a escola utilizando o Google Maps. Mais um momento de interesse e muito envolvimento dos alunos. Assim que obtinham a distância, eles vibravam com o resultado e comentavam se a estimativa tinha sido próxima ou muito longe da real distância.

Observamos que, inicialmente, uma aluna estimou 50 metros para a distância de sua casa até a escola. Após as aulas e as experiências com medidas, sua estimativa passou a 5 km, que, por sua vez, se aproximou da distância encontrada no Google Maps de 7,8 km.

Os pré e pós-testes sobre unidades de medida linear

Diferentemente da unidade de números e da unidade de gráficos que tínhamos um conjunto de exercícios sobre o conteúdo a ser respondido antes e após as aulas, nessa unidade, nosso pré e pós-testes estavam baseados nas estimativas dos alunos.

A primeira estimativa da distância da casa até a escola nos deu evidências sobre a noção de distância que os alunos tinham. A segunda estimativa, feita após as aulas, nos indicava se o aluno havia ampliado ou não sua noção de medidas.

Notamos que, baseada em seu conhecimento prévio sobre o assunto, essa aluna estimou que a distância entre sua casa e a escola era de 50 metros. Após as aulas, a aluna demonstrou ter ampliado sua compreensão sobre medidas e sua noção sobre distâncias,

pois sua estimativa passou a 5 km. Todas essas estimativas foram feitas individualmente, sem a intervenção ou auxílio de professores e colegas. Essa segunda estimativa foi um ganho muito grande para as professoras e para a aluna, pois, além de ter mudado significativamente de 50 metros para 5 quilômetros, ela se aproximava da real distância de 7,8 km.

Destacamos que esse pré e pós-teste é um exemplo importante de que, mesmo sem uma lista de perguntas e de respostas, sem uma prova formal, foi possível identificar o conhecimento prévio dos alunos sobre medidas e, ao final, identificar os avanços com relação à aprendizagem.

Muitas vezes, deixamos de avaliar e conhecer o que os alunos já sabem por nos determos apenas a resultados de provas, perdemos, com isso, evidências significativas da aprendizagem de nossos alunos.

Exemplo de entrevista sobre o conteúdo de Medidas

Essa entrevista traz o caso de uma aluna que de modo geral tinha facilidade com a matemática, mas, por ter apresentado algumas dúvidas nas lições sobre medidas, foi chamada para uma entrevista. Com isso, conseguimos uma avaliação mais precisa sobre o conhecimento dessa aluna, o que nos levou a concluir que as dificuldades nas aulas poderiam ter sido devido a distrações ou outros fatores, pois a aluno demonstrou ter uma noção muito boa sobre medidas, o que fez também com que a entrevista e a minilição fluíssem com muita naturalidade e tranquilidade, como podemos acompanhar no Quadro 10.

Quadro 10 – Exemplo de entrevista e minilição sobre medidas

Entrevista – Medidas

Duração: 5'35''

P: Professora

A: Aluno

1. P: Hello!! I am gonna ask you some questions about measurement. What do you know about measuring?

2. A: That we can measure with the measuring tape, the clock, we can measure the time with the clock...

3. P: Wow! She knows a lot!

4. A: We can measure with a ruler.

5. P: And what if I tell you have to measure the classroom, what would you use to measure the classroom?

6. A: A ruler bigger like the one we have in our classroom.

7. P: And what is the size of the big ruler?

8. A: (Aluna ficou pensando.)

9. P: Do you know?

10. A: (Mexeu a cabeça indicando que não sabia.)

11. P: What if I tell you the big ruler is one meter. How many centimeters do I have in one meter?

12. A: (Aluna pensando.)

13. P: Do you remember when we made one meter with newspaper?

14. A: (Aluna disse que sim com a cabeça.)

15. P: That was one meter, how many centimeters did it have?

16. A: Newspaper?

17. P: Yes, the one that stays in you math notebook.

18. A: Ah! Yes!

19. P: That's one meter, the same size as the meter stick.

20. A: One hundred centimeters.

21. P: Wow! Very nice!

22. P: So I'm gonna write some things here and I would like you to tell me how many centimeters I have in 1 meter, in 5 meters and in 8 meters.

23. P: How many centimeters in 1 meter?

24. A: One hundred.

25. P: How many in 5 meters?

26. A: Fifty.

27. P: Fifty? If one meter is a hundred...

28. A: Ah, five... Five hundred.

29. P: Five hundred!

30. P: What is the symbol for centimeter? It's a hundred what?

31. A: "s"

32. P: "s"? Centimeter.

33. A: "c"!

Continua

Quadro 10 – *Continuação*

34. P: We have that in a poster, if you look at the poster you are gonna see. C what?
35. A: "cm".
36. P: "cm"! Very good!
37. P: And 8 meters equals to?
38. A: Eight hundred!
39. P: Eight hundred what?
40. A: Centimeters.
41. P: And now what if I invert... I'm gonna give you 700cm, how many meters?
42. A: Seventy?
43. P: Seventy? Look, eight hundred is 8, seven hundred is?
44. A: Seven!
45. P: Seven! Seven what?
46. A: Centimeters.
47. P: Centimeters? Seven hundred centimeters is 7 centimeters?!
48. A: Meters.
49. P: Last questions, can I buy centimeters and meters of rice in a supermarket?
50. A: No.
51. P: Can I measure...
52. A: Nothing to eat we can measure with this, meters and centimeters.
53. P: Hmm, ok! Let me see what else... Now you are gonna make some estimations. What is your estimation for the length of this paper? What are you gonna use here? Meters or centimeters?
54. A: Centimeters!
55. P: Very good because a meter is very big, right?!
56. A: Yes.
57. A: This is a meter. (A aluna disse "this is a meter" apontando para uma parede).
58. P: To measure the wall I would use meters and to measure the classroom, the library! Yes!
59. P: But here (apontando para uma das dimensões do papel)...
60. A: A escola inteira. (A aluna interrompeu a professora com empolgação ainda pensando no que ela poderia medir com o metro.)
61. P: Yes! The whole school!
62. P: And this paper (apontando novamente para uma das dimensões do papel), how many centimeters do we have?
63. A: Fifty. (A aluna olhou para o papel, apontando o lápis ao longo da dimensão, de forma que parecia estar contando os centímetros.)
64. P: Ok, let's grab a ruler and measure it.
65. A: Vinte e nove e...
66. P: Ah... Twenty nine centimeters and one, two, three, four, five, six and seven millimeters!
67. P: Ok, you did a very good job!

A aluna começou muito bem expondo seus conhecimentos sobre medidas, como identificamos nos itens 2, 4 e 6 da transcrição da entrevista. Ela apresentou algumas grandezas e instrumentos de medida que ela conhecia, e afirmou que mediria a sala com uma régua grande, fazendo referência à régua que temos em classe.

Precisou de apoio nas conversões de metros e centímetros, mas, com as mediações da professora, a aluna demonstrou ter ampliado sua compreensão sobre a relação metros-centímetros e vice-versa.

No final da entrevista, os itens 52, 57 e 60 demonstram a noção da aluna sobre medidas ao explicar que não compramos comida em centímetros e metros, e ao encontrar outras grandezas que pudessem ser mensuradas com medidas lineares.

Considerações finais acerca da unidade sobre medidas

Essa unidade buscou integrar a matemática com o tema Comunicação e com outras áreas do conhecimento. Conseguimos integrar a matemática e a geografia com o tema, buscando explorar o que os mapas comunicavam.

A abordagem por projeto nos auxiliou na integração da matemática e a resolução de problemas foi a abordagem utilizada para ensinar matemática.

Baseado em nossas questões de análise, apresentamos nossas conclusões sobre essa unidade de estudo.

Qual a relevância do conteúdo para os anos iniciais?

De acordo com os PCNs (Brasil, 1997), o conhecimento sobre medidas está inserido no bloco de conteúdos Grandezas e Medidas. Destaca-se desse bloco o caráter prático e sua relevância social, pois, na vida, as grandezas e as medidas estão presentes na maior parte das atividades que realizamos. Os conteúdos desse bloco per-

mitem que o aluno perceba a matemática como algo necessário para a vida em sociedade, pois, com grandezas e medidas, “a matemática passa a estar ao nosso redor”.

Estão inseridos nesse bloco os seguintes conteúdos (Brasil, 1997, p.52):

- Comparação de grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida conhecidos – fita métrica, balança, recipientes de um litro etc.;
- Identificação de unidades de tempo – dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano — e utilização de calendários.
- Relação entre unidades de tempo – dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano;
- Reconhecimento de cédulas e moedas que circulam no Brasil, e de possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores;
- Identificação dos elementos necessários para comunicar o resultado de uma medição e produção de escritas que representem essa medição;
- Leitura de horas, comparando relógios digitais e de ponteiros.

O foco dessa lição estava no primeiro conteúdo do bloco: “Comparação de grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida conhecidos – fita métrica, balança, recipientes de um litro etc.”; mais especificamente, nas medidas lineares. Diante dessa amplitude dos conteúdos apresentados pelos PCNs, tínhamos os objetivos de aprendizagem:

- Identificar instrumentos familiares de medição, tais como régua, escala, termômetro;
- Medir comprimento usando unidades não padrão;
- Fazer medições lineares em milímetros, centímetros e metros;
- Saber que $1\text{m} = 100\text{cm}$;
- Conhecer abreviaturas: mm, cm, m;
- Estimar medidas lineares, e, depois, medir para verificar estimativas;
- Determinar quando a estimativa de uma medida é racional;

- Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais.

As aulas e atividades dessa lição buscaram atender todos os objetivos que precisávamos desenvolver com o ciclo. Trabalhamos, desde o reconhecimento de instrumentos de medida, até a realização de medições com unidades de medida padrão e não padrão, com estimativas, com a conversão de metros em centímetros e com o reconhecimento e uso de milímetros, centímetros e metros.

A utilidade e a praticidade proporcionada pelo trabalho com medidas é um dos fatores que pode ter tornado essa lição mais interessante para os alunos. Pois, como descrito na análise decorrente da observação participante e dos registros dos alunos, tivemos momentos de muita vibração e interesse, como, por exemplo: o momento em que tiveram que medir a sala usando partes do corpo, a medida da distância da escola até um shopping próximo e a checagem da distância casa-escola no Google Maps.

Ainda de acordo com os PCNs, atividades sobre noções de grandezas e medidas auxiliam na compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas, auxiliam, também, na ampliação do significado dos números e das operações, além de ser um campo propício para uma abordagem histórica.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos?

A característica de projeto que marca essa unidade de estudo é a integração com o tema comunicação e a questão “O que os mapas comunicam?”. No entanto, com essa lição, percebemos que a característica mais marcante foi a integração curricular proposta por Torres (1998), que tornou a aprendizagem da matemática mais interessante.

Dentro do projeto cuja temática era comunicação, partimos do que os mapas, que os alunos estavam estudando em Geografia, podiam comunicar para chegar ao estudo sobre medidas.

É nesse ponto que concordamos com Torres (1998, p.25), que:

O currículo pode ser organizado não só em torno de disciplinas, como costuma ser feito, mas em núcleos que ultrapassam os limites das disciplinas, centrados em temas, problemas, tópicos, instituições, períodos históricos, espaços geográficos, grupos humanos, ideias etc.”

Buscamos, com essa unidade de estudo, ultrapassar os limites da disciplina de Matemática ou de Geografia e explorar os espaços geográficos do bairro da escola e outros bairros da cidade em que as diferentes moradias estavam localizadas, lidar com diferentes ferramentas, desde o manuseio de diferentes instrumentos de medida até o uso de ferramentas tecnológicas, como o Google Maps ao final da lição.

No entanto, reconhecemos que tivemos picos do trabalho com projetos. Começamos com bastante integração, até chegarmos a um ponto em que a lição se concentrou mais nos conteúdos matemáticos e finalizamos retornando ao nosso problema inicial de descobrir a distância de um lugar a outro.

Consideramos que essa unidade de estudo sobre medidas gerou mais integração e experiências práticas mais interessantes do que as outras unidades, embora todas estivessem baseadas no mesmo tema gerador, que foi Comunicação. Isso pode ter ocorrido devido ao caráter mais utilitário do bloco Grandezas e Medidas, como exposto pelos PCNs (Brasil, 1997).

Foi uma unidade muito gratificante de ser desenvolvida e que rendeu muita aprendizagem. Como professora-pesquisadora,⁶ foi possível perceber que este estudo sobre unidades de medida linear, ocorrido no primeiro trimestre, permaneceu vivo na memória dos alunos e os auxiliou no aprendizado de unidades de medida de capacidade e peso, que ocorreu no terceiro e último trimestre letivo. Ou seja, no final do ano, experiências do início do ano ainda faziam

6 Apenas para destacar que, a professora-pesquisadora, trabalhou o ano letivo de 2013 com a mesma turma. No entanto, somente reforçamos que o foco do trabalho foi no primeiro trimestre do ano letivo.

sentido para os alunos e auxiliavam os conteúdos já aprendidos no aprendizado de novos conteúdos.

Para finalizar, concordamos, novamente, com Torres (1998, p.115), que:

Um sistema de ensino desvinculado da realidade ou que a apresenta de um modo tão fragmentado aos estudantes, tornando- a praticamente irreconhecível, não serve para estimular o interesse, que é o verdadeiro motor da atividade construtiva. Por isso, um dos argumentos utilizados para não apresentar o conhecimento de forma disciplinar aos alunos é o distanciamento existente entre tal forma de organização e o mundo experiencial da infância.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em resolução de problema?

A primeira problemática que tínhamos era a distância casa- escola. Esse foi um problema proposto no início da unidade e resolvido ao final dela.

A resolução desse problema exigiu o contato e a manipulação por parte dos alunos de referenciais teóricos, conceitos, procedimentos, habilidades de diferentes disciplinas, para compreender e solucionar o que havia sido proposto. Essas contribuições ilustram, para nós, o emaranhado que propusemos entre a metodologia de resolução de problemas e o método de projetos.

Outro exemplo de resolução de problemas se baseou na situação apresentada aos alunos na aula 3 dessa unidade: “We need to measure the carpet, table, door and the white board from our classroom, but we can’t use any tool of measurement, how can we measure them, though?”.⁷

⁷ Precisamos medir carpete, mesa e porta e a lousa branca da sala, mas não podemos utilizar nenhum instrumento de medida; como podemos medir tais objetos então?

Os alunos apresentaram diferentes possibilidades para medir a sala utilizando as mãos, um lápis ou os pés. Alguns, em tom de brincadeira, sugeriram usar a ponta dos dedos ou a cabeça e foi por isso que delimitamos mãos, pés e antebraço. Mas valorizamos todas as possibilidades, questionamos os alunos sobre o tempo, se decidíssemos medir o carpete da sala, por exemplo, com a ponta dos dedos e concluímos que levaria muito tempo, alguns até disseram que poderíamos perder a conta. Cada dupla de alunos escolheu uma parte do corpo para resolver o problema de medir um objeto da sala sem usar um instrumento de medida padrão.

O uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação se constituiu, como exposto por Onuchic e Allevato (2011), em uma forma de trabalho partindo de problemas geradores, de modo que a construção de conhecimentos, relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos, ocorreu de forma mais significativa e efetiva para os alunos.

Outros recursos contribuíram com a aprendizagem?

Assim como as outras unidades de estudo, embora nos dispuséssemos a ensinar baseadas em temas e problemas, a prática de matemática por meio de exercícios foi uma atividade indispensável que contribuiu com a aprendizagem.

Mais do que os exercícios, os materiais manipulativos e as experiências as quais os alunos tiveram acesso foram essenciais para a aprendizagem. O contato com os instrumentos de medida disponibilizados na segunda aula da unidade e as várias experiências, como a de medir a distância de um lugar a outro, contribuíram imensamente para dar sentido aos números que eram encontrados.

Contudo, destacamos sobre essa unidade:

- As aulas foram mais dinâmicas e, com isso, os alunos se envolveram mais;
- O emaranhado entre projeto e resolução de problemas fez-se mais presente nessa unidade pela integração com o tema, com a Geografia e com a realidade dos alunos;

- Podemos dizer que a maior parte da aprendizagem matemática ocorreu por meio de projeto e de resolução de problemas, auxiliada por alguns exercícios, pelas entrevistas, pelos registros e pelo uso de material concreto.
- Ao final dessa unidade, após descrever e analisar quatro unidades de estudo, é que nos foi possível concluir que buscando retratar a aprendizagem matemática por meio de projetos e problemas, acabamos retratando um cenário mais amplo não só de aprendizagem, mas também de ensino. Pois, ao procurar retratar e analisar como estava ocorrendo a aprendizagem matemática por meio de projetos e problemas, retratamos também como a matemática estava sendo ensinada e como outros recursos, que não somente a metodologia de projetos e de resolução de problemas, fazia parte e auxiliava os alunos no movimento de ensino e aprendizagem da matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS POSSIBILIDADES E PERSPECTIVAS

Buscamos a integração. Na prática docente, buscamos integrar a Matemática com diferentes temas e demais disciplinas. Neste trabalho, buscamos integrar teoria e prática, por isso apresentamos na primeira parte do livro a teoria que utilizamos para chegar no trabalho de sala de aula, este por sua vez apresentado na segunda parte do livro.

Concluimos que as duas metodologias – projetos e resolução de problemas – coexistiram, ocorrendo conjuntamente como em um emaranhado, mas que também se sobrepuseram, prevalecendo ora a resolução de problemas, ora o ensino por projeto, e que tais metodologias não se fizeram sozinhas, mas que foram apoiadas por outros recursos e práticas didáticas, como o atendimento individualizado nas minilições seguidas das entrevistas, as listas de exercícios, as revisões, os registros, as sínteses, o contato e o manuseio de materiais concretos.

Como resultado, temos esse retrato do ensino e da aprendizagem da matemática baseada em projetos e resolução de problemas em uma sala de aula multisseriada, de uma escola de ensino integral e bilíngue. Um retrato bastante específico que nos leva a pensar em como seria ensinar matemática por meio de projetos

e de resolução de problemas em outro cenário, em outra escola que pudesse ou não ser bilíngue, em outra sala de aula que fosse ou não multisseriada, particular ou pública. Gostaríamos também de ampliar nosso conhecimento sobre o bilinguismo, impacto e implicações do ensino bilíngue para a aprendizagem matemática; bem como ampliar nosso conhecimento sobre as salas multisseriadas, quais as vantagens e desvantagens, definições e até um mapeamento de escolas multisseriadas no Brasil ou em um determinado estado brasileiro.

Outra análise está relacionada ao uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação da matemática através da resolução de problemas aplicada aos anos iniciais do ensino fundamental I. Com isso poderíamos aprofundar nosso conhecimento sobre essa metodologia, analisar trabalhos já realizados, semelhanças e possíveis variações no uso dessa metodologia com alunos dos diferentes níveis de ensino.

Poderíamos ainda explorar essa obra sob a ótica da teoria do professor reflexivo e analisar aspectos metodológicos da pesquisa acadêmica como a observação participante e o uso de diário de campo, instrumentos os quais possibilitaram as reflexões que permearam esse texto. Destacamos esses dois instrumentos, pois esse capítulo não seria possível, devido seu teor reflexivo, se não fosse o exercício, durante a pesquisa, de constante reflexão sobre a prática docente.

Um exercício muito intenso, às vezes, dolorido por perceber só após as aulas, no momento de escrita no diário de campo, que poderíamos ter feito diferente e melhor. Mas não só dolorido como também importante. Eram com essas reflexões que nos tornávamos cientes dos nossos sucessos, bem como de nossas dificuldades.

Ao final desse trabalho, ainda, gostaríamos de traçar algumas considerações a respeito do árduo trabalho de ser professora e, ao mesmo tempo, pesquisadora em sua sala de aula. Além de como professora propiciar condições para que os alunos aprendessem matemática, atuando em uma escola em período integral, eram nas noites e nos finais de semana que o trabalho de pesquisadora

ocorria. Esse foi o grande primeiro desafio encontrado, o trabalho físico de dedicação exclusiva dia e noite a uma pesquisa, recompensado pelas descobertas, redescobertas, construção e registro de uma história. O próximo desafio foi intelectual, representado pela dificuldade de se desvincular da visão de professora e olhar para os dados com os olhos de uma pesquisadora. Em vários momentos, faltou o chão e sobrou trabalho; o planejamento e replanejamento diário que fortaleceram e ajudaram a seguir em frente.

Esses são os desafios que se assumem quando nos propormos a investigar nossa própria prática e que são recompensados pelos ganhos na aprendizagem dos alunos expressos por olhares, perguntas e comentários, recompensados também pelo crescimento pedagógico e pelo enriquecimento da prática docente.

Sobre a resolução de problemas (RP) concluímos que ensinar por meio de RP é um ganho tanto para o professor, que deve se superar, a cada dia, na elaboração de questões que conduzam o aluno ao pensamento criativo e estratégico, quanto para o aluno, que encontra diferentes formas de resolver uma mesma situação, que aprende com os outros, que partilha e que tem mais possibilidades de sucesso quando o que se busca, inicialmente, são diferentes soluções e não simplesmente a resposta correta.

Encerramos esse livro com ideias para ampliar essa discussão e com ideias para ensinar de formas diferentes, deixamos possibilidades de ensino de alguns conteúdos matemáticos, deixamos a discussão aberta para contribuições acerca das teorias, reflexões sobre a prática docente e sobre o ensino e a aprendizagem da matemática nos anos iniciais.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. *Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência*. 2005. 370f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2005.
- BARALDI, I. M. *Matemática na escola: que ciência é essa?* Bauru: Edusc, 1999.
- BAPTISTA, M. N.; CAMPOS, D. C. *Metodologias de Pesquisa em Ciências: análises quantitativa e qualitativa*. Rio de Janeiro: LTC, 2007.
- BIOTTO FILHO, D. *O desenvolvimento da Matemática no trabalho com projetos*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2008.
- BITTAR, M. *Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental*. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.
- BOUTINET, J-P. *Antropologia do projeto*. 5. ed. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. Lei n. 11.274, 6 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Diário Oficial da União, Brasília, 7 fev. 2006.

- _____. Ministério da Educação. Lei n. 9.394, 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 dez 1996.
- _____. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CAI, J.; LESTER, F. Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno. Trad. Antonio Sérgio Abrahão Monteiro Bastos e Norma Suely Gomes Allevato. In: *Boletim Gepem* 60: jan./jun. 2012.
- CIÊNCIA hoje das crianças. O pé do rei e o tamanho das coisas – Curiosidades tiradas da história das unidades de medida. Ano 26, n.249, set/2013.
- DIZOTTI, F. P. *O trabalho com projetos e a construção do conhecimento matemático*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo: SP, 2009.
- ESTRADA, F. J. P. *Trabalho por projectos en la aula: descripción, investigación y experiencias*. 1. ed. Morón de la Frontera (Sevilla), 2007. Disponível em: <[http://edu.jccm.es/cpr/competenciascuena/files/libro_trabajo_por_proyectos\(1\).pdf](http://edu.jccm.es/cpr/competenciascuena/files/libro_trabajo_por_proyectos(1).pdf)>. Acesso em: 20 out. 2013.
- HERNÁNDEZ, F. *Transgressão e mudança na educação – os projetos de trabalho*. Trad. Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- _____.; VENTURA, M. *A organização do currículo por projetos de trabalho: o conhecimento é um caleidoscópio*. 5. ed. Trad. Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EPU, 1996.
- _____. O trabalho com projetos e a avaliação na educação básica. In: SILVA, J. F. da; HOFFMAN, J; ESTEBAN, M. T. (Org.). *Práticas avaliativas e aprendizagens significativas em diferentes áreas do currículo*. 2. ed. Porto Alegre: Ed. Mediação, 2003.
- LUIS, S. M. B. De que avaliação precisamos em arte e educação física? In: SILVA, J. F. da; HOFFMAN, J; ESTEBAN, M. T. (Org.). *Práticas avaliativas e aprendizagens significativas em diferentes áreas do currículo*. Porto Alegre: Mediação, 2003.
- MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. *Fundamentos de Metodologia Científica*. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

- MARKHAM, T.; LARMER, J.; RAVITZ, J. Buck Institute for Education. *Aprendizagem baseada em projetos*: guia para professores de ensino fundamental e médio. Trad. Daniel Bueno. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.
- MICHAELIS. *Moderno dicionário da Língua Portuguesa*. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1998.
- MENGALI, B. L. da S. *A cultura da sala de aula numa perspectiva de resolução de problemas*: o desafio de ensinar Matemática numa sala multisseriada. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco: Itatiba, 2011.
- MINATEL, M. A. D. S. *Retratos de uma sala de aula – Projetos e Resolução de problemas na Matemática dos Anos Iniciais*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru: São Paulo, 2014.
- NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. *A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental*: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.
- ONUCHIC, L. de L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. In: BICUDO, M. Ap.V. (Org.). In: *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da Unesp, 1999. p.199-218.
- _____.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática*: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.
- _____. ISERP – Palestra de Encerramento: Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. Unesp. Rio Claro, 2008. Disponível em: <www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf>. Acesso em: 31 jun. 12.
- _____.; ALLEVATO, N. S. G. As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. In: *Bolema*. Rio Claro (SP), Ano 21, n.31, p.79-102, 2008.
- _____.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: *Bolema*. Rio Claro (SP), v.25, n.41, p.73-98, dez. 2011.
- POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, . 1986.

- ROSSI, M. I. *A aprendizagem das aplicações das integrais indefinidas em equações diferenciadas através da resolução de problemas*. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2012.
- SMOLE, K. C. S. *A Matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escola*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989.
- STERNBERG, R. J. *Psicologia Cognitiva*. Trad. Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- THOMAS, J. W. A review of research on Project based learning. In: *The Auto Desk Foundation*. California: 2000. Disponível em: <<http://www.bie.org/images/uploads/general/9d06758fd346969cb63653d00dca55c0.pdf>>. Acesso em: 1 ago. 2012.
- TORRES, J. S. *Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado*. Trad. Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- VAN DE WALLE, J. A. *Elementary and Middle School Mathematics*. New York: Longman, 2007.
- VIGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

SOBRE O LIVRO

Formato: 14 x 21 cm

Mancha: 23,7 x 42,5 paicas

Tipologia: Horley Old Style 10,5/14

EQUIPE DE REALIZAÇÃO

Coordenação Geral

Oitava Rima

