

FLÁVIA DINIZ MOTA

**MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO NA SELEÇÃO DE FERTILIZANTES
A APLICAÇÃO VIA FERTIRRIGAÇÃO**

Botucatu

2020

FLÁVIA DINIZ MOTA

**MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO NA SELEÇÃO DE FERTILIZANTES
A APLICAÇÃO VIA FERTIRRIGAÇÃO**

Tese apresentada à Faculdade de Ciências Agronômicas da Unesp - Câmpus de Botucatu, para obtenção do título de Doutor em Agronomia/Irrigação e Drenagem.

Orientador(a): Prof. Dr. Rodrigo Máximo Sánchez Román

Coorientador(a): Prof. Dra. Helenice de Oliveira Florentino Silva

Linha de Pesquisa: Engenharia de Irrigação

Botucatu

2020

M917m Mota, Flávia Diniz
Modelo matemático para otimização na seleção de
fertilizantes a aplicação via fertirrigação / Flávia Diniz Mota.
-- Botucatu, 2020
92 p. : tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Faculdade de Ciências Agrônômicas, Botucatu
Orientador: Rodrigo Máximo Sánchez Román
Coorientadora: Helenice de Oliveira Florentino Silva

1. Adubação. 2. Custo. 3. Modelagem. 4. Fertilizantes. 5.
Condutividade elétrica. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da
Faculdade de Ciências Agrônômicas, Botucatu. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

Título:

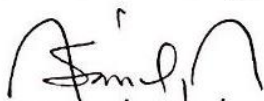
**MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO NA SELEÇÃO DE FERTILIZANTES A
APLICAÇÃO VIA FERTIRRIGAÇÃO**

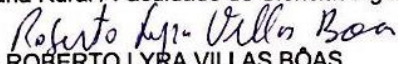
AUTORA: FLÁVIA DINIZ MOTA

ORIENTADOR: ROBERTO LYRA VILLAS BÔAS

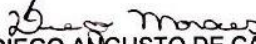
COORDINADORA: HELENICE DE OLIVEIRA FLORENTINO SILVA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Doutora em AGRONOMIA
(IRRIGAÇÃO E DRENAGEM), pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. RODRIGO MÁXIMO SÁNCHEZ ROMÁN
Engenharia Rural / Faculdade de Ciências Agrônômicas de Botucatu - UNESP


Prof. Dr. ROBERTO LYRA VILLAS BÔAS
Solos e Recursos Ambientais / Faculdade de Ciências Agrônômicas de Botucatu - UNESP


Prof.ª Dr.ª DANIELA RENATA CANTANE
Bioestatística / Instituto de Biociências de Botucatu - UNESP


Prof. Dr. DIEGO AUGUSTO DE CAMPOS MORAES
Análise e Desenvolvimento de Sistemas / Faculdade Eduvale de Avaré


Prof. Dr. DANIEL DOS SANTOS VIAIS NETO
Coordenadoria do Curso de Tecnologia em Agronegócio / Faculdade de Tecnologia de Presidente Prudente

Botucatu, 18 de fevereiro de 2020.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio financeiro.

RESUMO

A técnica de fertirrigação pode ser considerada a mais eficiente devido à mistura dos fertilizantes com a água de irrigação, os quais aliados a luz solar, constituem os fatores de grande importância para o desenvolvimento das culturas. Desse modo, para atender o objetivo deste trabalho foi desenvolvida uma metodologia que permitisse identificar uma mistura ótima de fertilizantes capaz de auxiliar o produtor no manejo da fertirrigação. Essa metodologia consistiu no desenvolvimento de um modelo matemático de otimização para auxílio na determinação da quantidade ótima de cada fertilizante a ser inserida na mistura de forma a atender as necessidades nutricionais da cultura a um custo mínimo. Para auxiliar o usuário desse modelo, também foi desenvolvido um aplicativo para dispositivos móveis. Sendo, portanto, este aplicativo uma ferramenta de apoio à técnicos e produtores no processo de tomada de decisões em campo. Dentre os diversos métodos de resolução de problemas de programação não-linear, foi escolhido o Método do Gradiente Conjugado Não-Linear para resolução do problema de otimização proposto neste trabalho, por ser o que mais se adapta as características deste. Esse método é um caso particular do Método do Gradiente Conjugado, utilizado para soluções de problemas não-lineares e/ou minimização de funções convexas. O modelo matemático proposto atendeu às restrições preconizados na fertirrigação para o cálculo da quantidade de fertilizantes, à um baixo custo; tornando-o mais completo e eficiente. Dessa maneira, a metodologia assim como o aplicativo desenvolvidos nesta pesquisa apresentam-se como uma importante, amigável e acessível ferramenta para auxiliar no manejo adequado da fertirrigação.

Palavras-chave: Adubação. Condutividade elétrica. Custo. Modelagem. Programação não-linear.

ABSTRACT

Fertigation technique can be considered the most efficient due to the mixture of fertilizers with irrigation water, which together with sunlight, are the most important factors to the development of crops. This study aimed to develop a methodology to identify an optimal mixture of fertilizers capable to help producers in the management of fertigation. We developed a mathematical optimization model that calculates the best combination of fertilizers to obtain the desired nutrient solution for different crops, taking into account the minimal cost. To assist the user of this model, a mobile application was developed being a tool of decision-making for farmers and agriculture technicians in situ. Nonlinear Conjugate Gradient Method was chosen to the resolution of the optimization problem proposed in this work, as it is what fits better with our features. This method is a particular case of the Conjugate Gradient Method, proposed for non-problem solving and/or minimization of convex functions. The mathematical model proposed complied with the restrictions recommended in fertigation for the calculation of the amount of fertilizer at a low cost; making it more complete and more efficient and a powerful tool. Thus, the proposed methodology, as well as the mobile application, developed in this research is an important, user-friendly and affordable tool to assist in proper fertigation management.

Keywords: Fertilization. Electrical conductivity. Cost. Modeling. Nonlinear programming.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	16
2.1	MANEJO E DESENVOLVIMENTO DE UMA CULTURA	16
2.2	FERTIRRIGAÇÃO	22
2.3	MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA A SISTEMAS AGRÍCOLAS	36
2.3.1	Modelagem de problemas de otimização	38
2.3.2	Modelos de otimização.....	39
2.3.3	Método do Gradiente Conjugado Não-Linear (GCNL)	42
2.3.4	Otimização aplicada à irrigação e fertirrigação.....	43
3	MATERIAL E MÉTODOS	47
3.1	MODELO MATEMÁTICO	47
3.2	APLICATIVO	51
3.3	BASE DE DADOS PARA TESTES COMPUTACIONAIS	58
4	APLICAÇÃO COMPUTACIONAL E ANÁLISE DE RESULTADOS	65
4.1	TESTES COMPUTACIONAIS REALIZADOS PARA VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	65
4.2	RESULTADOS E ANÁLISE REALIZADOS PARA VALIDAÇÃO DO APLICATIVO	74
5	CONCLUSÃO	78
	REFERÊNCIAS.....	79

1 INTRODUÇÃO

No que diz respeito à agricultura irrigada, uma grande preocupação está relacionada ao volume de água utilizado, o qual é responsável ao redor de 75% do total de água consumida no Brasil (ANA, 2017). Tal recurso natural, antes com valor banalizado, é considerado escasso e a tendência é que essa situação seja agravada pelos impactos causados pelo homem à natureza.

O cultivo de hortícolas apresenta-se como um dos grupos de grande necessidade de água para produção, dependente não somente do regime de chuvas como também da irrigação. Uma vez que a necessidade hídrica é crescente durante as fases do seu desenvolvimento assim, demandam irrigação mais frequentemente durante seu ciclo produtivo (MARQUELLI; SILVA, 2011). Ademais, as hortaliças são alimentos essenciais presentes na mesa do brasileiro e são, em sua maior parte, produzidas localmente e em pequena ou média escala (ASSAD, 2016).

No Estado de São Paulo, a produção de hortaliças representa aproximadamente 45% da produção brasileira (IBGE, 2017), considerando as dez espécies de maior volume de produção (alface, batata-doce, brócolis, cenoura, chuchu, couve, pepino, pimentão, repolho e tomate) totalizando aproximadamente 50.000 ha cultivadas, representando uma produção anual de aproximadamente 2,2 milhões de toneladas em 2019 (INSTITUTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA, 2020). O cultivo em ambiente protegido e com uso de fertirrigação são algumas das principais técnicas utilizadas para o cultivo de hortaliças no Estado de São Paulo, agregando, assim, valor e qualidade aos produtos, além de alto investimento nesse setor (TULIO *et al.*, 2013).

O conhecimento do teor de água no solo é fundamental para o manejo da irrigação, pois atua como suplemento às precipitações, além disso, a quantidade de nutrientes a ser aplicada para maximizar a produção, também se torna igualmente essencial. Para determinar a lâmina de água e a quantidade de nutrientes a serem aplicados deve-se considerar parâmetros como as características edafoclimáticas, evapotranspiração da cultura, época do ano, estágio fenológico, entre outros.

No intuito de aumentar a eficiência do uso de fertilizantes e da água na fertirrigação, várias pesquisas foram e estão sendo desenvolvidas principalmente com propósito de otimizar a conversão da água em alimento e a real necessidade hídrica

e nutricional das culturas para seu desenvolvimento pleno (COELHO *et al.*, 2018; DELAZARI *et al.*, 2018, ROCHA; CHRISTOFIDIS, 2015).

Nos últimos anos, com a evolução da informática e a tecnificação das atividades relacionadas à agricultura, têm-se intensificado os estudos aplicados à otimização de sistemas agrícolas, ou seja, maior produtividade aliada ao menor custo. Entretanto, uma das grandes questões quanto ao uso de tecnologias no campo é o desenvolvimento de instrumentos/ferramentas que permitam simultaneamente o manejo eficiente do sistema de fertirrigação e que seja de fácil aplicabilidade.

Dessa maneira, a hipótese dessa pesquisa é desenvolver e propor um modelo matemático de programação não-linear a fim de reduzir o custo de fertilizantes a serem utilizados no processo de fertirrigação.

Com isso, o objetivo geral desta pesquisa foi propor um modelo matemático que auxilie na determinação de uma mistura ótima de fertilizantes visando a minimização do custo da solução nutritiva, considerando as restrições de compatibilidade entre fertilizantes, condutividade elétrica da solução e a recomendação de adubação.

Para tanto, cumpriu-se as seguintes etapas do desenvolvimento:

- a) realizar uma revisão bibliográfica a fim de conhecer e descrever as etapas de desenvolvimento de uma cultura; métodos de irrigação; fertirrigação, como também as características relacionadas aos fertilizantes mais utilizados;
- b) fazer um levantamento bibliográfico com a finalidade de conhecer sobre a modelagem aplicadas a sistemas agrícolas assim como as técnicas e métodos utilizados na resolução de modelos matemáticos;
- c) identificar os parâmetros que mais influenciam na prática da fertirrigação a partir de trabalhos publicados na área;
- d) definir a metodologia a ser utilizada para o desenvolvimento do modelo matemático;
- e) determinar o método de resolução de problemas de programação não-linear a ser aplicado ao modelo proposto;
- f) elaborar um levantamento dos dados necessários para a resolução do modelo;
- g) escolher a plataforma de desenvolvimento do aplicativo, assim como a linguagem de programação a ser utilizada;

- h) simular diferentes cenários de misturas de fertilizantes e comparar ao que está apresentado na literatura;
- i) avaliar o modelo e o aplicativo.

Esta pesquisa justifica-se por utilizar uma metodologia com grande potencial como ferramenta para auxílio na tomada de decisão do produtor na escolha de fertilizantes de forma econômica e eficiente.

2 REVISÃO DE LITERATURA

A fundamentação teórica constituída para suporte desta pesquisa abordou o conhecimento relacionado ao manejo e desenvolvimento das culturas agrícolas, ao método da fertirrigação e ao processo de modelagem e técnicas de otimização para resolução de problemas matemáticos, originando assim as três seções secundárias que se seguem.

2.1 MANEJO E DESENVOLVIMENTO DE UMA CULTURA

A fenologia é o estudo das principais alterações morfológicas que ocorrem na planta durante todo seu desenvolvimento. Ao longo do ciclo da planta, é possível estabelecer estádios fenológicos que são definidos como fases do seu desenvolvimento, vegetativo e/ou reprodutivo, e assim, para cada estágio existirá uma demanda de nutrientes (COSTA, 1994; DOURADO NETO; FANCELLI, 2000; FINA; RAVELO, 1973).

A quantidade de nutrientes acumulada e exportada pela cultura é uma importante ferramenta para o manejo da adubação, portanto, o conhecimento sobre os aspectos relacionados a nutrição mineral das plantas é imprescindível para se obter êxito na condução da cultura, nesse sentido, a marcha de absorção dos nutrientes torna-se essencial para definir as estratégias de adubação (HAAG *et al.*, 1967; HAAG *et al.*, 1978).

A marcha de absorção é determinada pela quantidade de nutrientes que a planta retira da solução no solo, e utiliza à medida que a cultura se desenvolve. Por isso, ela é crucial para se definir a quantidade e o momento de fornecimento desses nutrientes para a cultura, o que leva ao uso racional de fertilizantes (HAAG *et al.*, 1967; HAAG *et al.*, 1978). A temática relacionada à marcha de absorção é amplamente discutida na literatura disponível e, por isso, nesta pesquisa foram utilizadas as curvas de absorção de nutrientes referentes às culturas mais comercializadas em 2019, sendo elas: alface, alho, batata, cebola, pepino, pimentão e tomate (HORTIFRUTÍCOLAS, 2019).

Levando em conta as respectivas marchas de absorção de cada cultura, o processo de fornecimento de nutrientes para a planta via fertilizantes tem por finalidade garantir a produtividade desejada. Sendo que, a adubação tem início na

análise do solo e termina com a recomendação própria para cada cultura, podendo também ocorrer por meio análise de tecidos foliares. A adubação de culturas tem como finalidade suprir as necessidades das plantas e do solo; uma vez que a quantidade de nutrientes no solo não é suficiente para satisfazer a demanda da planta se faz necessário recorrer as práticas de adubação (MALAVOLTA *et al.*, 2000).

O manejo da adubação das culturas consiste, basicamente, em identificar as necessidades de cada nutriente, os fertilizantes a serem aplicados, suas quantidades, bem como o respectivo momento de aplicação, lembrando que os nutrientes para serem absorvidos pelas plantas necessitam estar na solução no solo e em contato com as raízes (BARBER, 1962).

Nesse sentido, o fornecimento de nutrientes acontece por meio da aplicação de fertilizantes, que são produtos que podem ser de origem mineral (simples, misto ou complexo) ou sintética, orgânico ou inorgânico, com a função de suprir um ou mais nutrientes requeridos pelas plantas (BRASIL, 1982).

Para obter resultados com o manejo da adubação se faz necessário levar em consideração as características do fertilizantes a serem utilizados, como higroscopicidade ou capacidade do fertilizantes em absorver água, o índice salino ou salinidade relacionada a pressão osmótica exercida pelo fertilizante, a solubilidade que é a capacidade de dissolução do fertilizante em água, e, ainda, a reação do fertilizante no solo que pode ser acidificante ou alcalinizante, de acordo com o meio em que são solubilizados (MALAVOLTA *et al.*, 2000). Ainda sobre o manejo da adubação, a aplicação dos fertilizantes podem ocorrer diretamente no solo, por meio da água de irrigação ou ainda pulverizados, por meio da adubação foliar.

Os fertilizantes utilizados na prática de adubação podem ser classificados de acordo com os nutrientes que contém, ou seja, os fertilizantes nitrogenados, fosfatados, potássicos, cálcicos e magnesianos, e os que contém micronutrientes, ressaltando que um mesmo fertilizante pode conter mais de um nutriente na sua formulação. Em relação ao teor de nutrientes contido nos fertilizantes, eles podem ser encontrados na forma elementar para N e S, e expressos na forma de óxidos para os demais macronutrientes (P_2O_5 , K_2O , CaO e MgO); para os micronutrientes é utilizada a porcentagem da forma elementar do nutriente (MALAVOLTA, 1980).

Fertilizantes nitrogenados são aqueles que contém nitrogênio em sua composição, elemento constituinte de vários compostos orgânicos, dentre eles da molécula de clorofila; tendo fundamental importância no metabolismo vegetal.

Os fertilizantes nitrogenados se apresentam de quatro formas: nítrica; amoniacal; nítrica-amoniacal; e amídica. De acordo com as fontes nitrogenadas podem ocorrer a alcalinização ou acidificação à solução do solo, conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1 – Fontes de fertilizantes nitrogenados

Fórmula	Fonte	Efeito no pH do solo	Fertilizantes
NO_3^-	Nítrica	Alcalino	Nitrato de cálcio, nitrato de potássio, nitrato de magnésio
NH_4^+	Amoniacal	Ácido	MAP, DAP, sulfato de amônio
NH_4NO_3	Nítrica-amoniacal	Ácido	Nitrato de amônio
NH_2	Amídica	Ácido	Uréia

Fonte: elaborado pelo autor com base em Malavolta *et al.* (2002).

Em contrapartida, o nitrogênio não aproveitado pela cultura pode sofrer perdas por lixiviação, o qual na forma de nitrato (NO_3^-) é lavado do perfil do solo podendo ocasionar a contaminação de águas subterrâneas; por volatilização, que ocorre a perda de nitrogênio na forma de gás amônia (NH_3); ou ainda, por desnitrificação, onde N disponível na forma de nitrato é transformado em gás e perdido para atmosfera (MALAVOLTA, 1981). A sua aplicação normalmente acontece de forma parcelada durante o ciclo da cultura.

Os fertilizantes nitrogenados mais utilizados no manejo da adubação de culturas perenes ou anuais estão apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Fertilizantes nitrogenados e suas concentrações de nutrientes

Fertilizantes	Fórmula	Concentração de nutrientes
Nitrato de amônio	$(\text{NH}_4)(\text{NO}_3)$	33,5% de N
Nitrato de cálcio	$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$	17% de N e 25% de Ca
Nitrato de sódio	NaNO_3	16% de N
Sulfato de amônio	$(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$	21% de N e 23% de S
Uréia	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2$	45% de N
Fosfato monoamônico (MAP)	$\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$	10% de N e 46% a 50% de P_2O_5
Fosfato diamônico (DAP)	$(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$	16% de N, 38% a 40% de P_2O_5
Nitrato de potássio	KNO_3	13% de N e 44% de K_2O
Salitre potássico	$\text{NaNO}_3\text{KNO}_3$	15% de N e 14% de K_2O
Fosfato de uréia	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2\text{H}_3\text{PO}_4$	18% de N

Fonte: elaborado pelo autor com base em Malavolta *et al.* (2002).

O fósforo é um elemento que desempenha um papel importante no metabolismo das plantas, atuando nas funções de armazenamento e transferência de energia via síntese de adenosina trifosfato (ATP), na respiração e fotossíntese

(INSTITUTO DA POTASSA & FOSFATO, 1998). A ATP também auxilia na eficiência do uso da água pelas plantas, tolerância ao déficit hídrico, no crescimento de raízes, além de promover qualidade na maturação dos frutos (INSTITUTO DA POTASSA & FOSFATO, 1998).

Os fertilizantes fosfatados são aqueles que contêm o elemento fósforo em sua composição e como característica principal apresentam baixa mobilidade no solo, que é o principal parâmetro a ser considerado para determinação do modo e época de aplicação. A mobilidade do fósforo está relacionada diretamente à fixação do P nas partículas do solo, fazendo com que o elemento “caminhe” pouco até chegar as raízes e dessa maneira não esteja disponível para ser absorvido pelas plantas (MALAVOLTA, 1981).

Assim sendo, o modo de aplicação dos adubos fosfatos geralmente ocorre em linha, em faixa ou à lanço, considerando sempre para tomada de decisão os fatores de solo e planta, e a época de aplicação normalmente acontece na semeadura, no momento do plantio.

Quanto a sua obtenção, os adubos fosfatos podem ser classificados em: superfosfatos simples e triplo, provenientes da rocha fosfatada moída; fosfato parcialmente acidulado, oriundo do tratamento da rocha fosfatada com ácido sulfúrico; fosfatos de amônio, que é originado da mistura de amônia com ácido fosfórico; e, termofosfatos oriundos do tratamento térmico de rochas fosfatadas e fosfatos naturais (INSTITUTO DA POTASSA & FOSFATO, 1998; BARKER; PILBEAN, 2015). No que se refere a solubilidade, os superfosfatos e fosfatos de amônio são solúveis em água, ao passo que, os fosfatos naturais e termofosfatos são solúveis em ácido cítrico (MALAVOLTA *et al.*, 2000). Dentre os macronutrientes existentes, o fósforo é o mais limitante em relação a produtividade das culturas. No Quadro 3 estão apresentados os fertilizante fosfatados mais utilizados no manejo da adubação.

Quadro 3 – Fertilizantes fosfatados e suas concentrações de nutrientes

Fertilizantes	Fórmula	Concentração de nutrientes
Superfosfato simples	$\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O} \cdot \text{CaSO}_4$	16% a 18% de P_2O_5
Superfosfato triplo	$\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	38% a 40% de P_2O_5 e 10% a 11,5% de Ca
Fosfato monoamônico (MAP)	$\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$	10% de N e 46% a 50% de P_2O_5
Fosfato diamônico (DAP)	$(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$	16% de N, 38% a 40% de P_2O_5
Fosfato de uréia	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2\text{H}_3\text{PO}_4$	18% de N e 44% de P_2O_5
Fosfato monopotássico (MKP)	KH_2PO_4	52% de P_2O_5 e 33% de K_2O
Ácido fosfórico	H_3PO_4	55% a 70% de P_2O_5
Fosfito de potássio	KH_2PO_3	58% de P_2O_5 e 44% de K_2O

Fonte: elaborado pelo autor com base em Malavolta *et al.* (2002).

O potássio constitui um dos elementos mais extraído do solo pelas plantas, depois do nitrogênio, e, por isso, é um dos mais consumidos como fertilizantes. Pode ser encontrado no solo na forma de solução, portanto, na forma iônica ou fortemente ligado a fase sólida (K estrutural e K fixado) (MALAVOLTA, 1981; NASCIMENTO; LOUREIRO, 2004; SPARKS; HUANG, 1985). Quando na solução do solo, o potássio encontra-se móvel e disponível para plantas, absorvidos como íons K^+ .

Nas plantas, o potássio é um elemento móvel tanto dentro da célula individual, como dentro de tecidos. Mesmo não sendo constituinte de nenhuma molécula orgânica no vegetal, ele contribui em várias atividades bioquímicas, como ativador de enzimas, regulador da pressão osmótica (entrada e saída de água da célula), fechamento e abertura dos estômatos, na fotossíntese, atuando também na formação de frutos (MENGEL; KIRKBY, 1987).

Doses de K acima do recomendado podem ocasionar perdas por lixiviação independente da forma de aplicação, ocorrendo principalmente em solos ácidos e com baixa CTC; podendo ocorrer ainda, a salinização da fração do solo que recebe o fertilizante, causando toxidez as raízes das plantas (OLIVEIRA; VILLAS BOAS, 2008; OTTO *et al.*, 2010). Assim, o parcelamento da adubação potássica pode ser uma alternativa para redução das perdas, lembrando que o número de parcelamento assim como a época de aplicação dependem da demanda da cultura (COELHO, 2004).

Os principais fertilizantes potássicos são apresentadas no Quadro 4.

Quadro 4 – Fertilizantes potássicos e suas concentrações de nutrientes

Fertilizantes	Fórmula	Concentração de nutrientes
Cloreto de potássio	KCl	60% a 62% de K ₂ O
Fosfato monopotássico (MKP)	KH ₂ PO ₄	52% de P ₂ O ₅ e 33% de K ₂ O
Nitrato de potássio	KNO ₃	13% de N e 44% de K ₂ O
Sulfato de potássio	K ₂ SO ₄	50 a 52% de K ₂ O, 17% a 18% de S
Sulfato duplo de potássio e magnésio	K ₂ SO ₄ .2MgSO ₄	22% de K ₂ O, 11% de Mg e 22% a 23% de S

Fonte: elaborado pelo autor com base em Malavolta *et al.* (2002).

Cálcio e magnésio fazem parte dos macronutrientes secundários juntamente com enxofre. Fertilizantes cálcicos e magnesianos são considerados corretivos de acidez do solo e normalmente são aplicados no solo via calagem, o que proporciona a correção do pH do solo (MALAVOLTA, 1981). O cálcio também melhora o crescimento das raízes, aumenta a atividade microbiana, aumenta a disponibilidade de molibdênio (Mo) e de outros nutrientes. Nas plantas, o cálcio possui função estrutural como parte integrante da parede celular e o magnésio, assim como nitrogênio, é constituinte da molécula de clorofila, sendo necessário em várias reações enzimáticas (MALAVOLTA, 1981; TAIZ; ZEIGER, 2009). Os principais fertilizantes cálcico e magnesianos são apresentadas no Quadro 5.

Quadro 5 – Fertilizantes cálcicos e magnesianos e suas concentrações de nutrientes

Fertilizantes	Fórmula	Concentração de nutrientes
Nitrato de cálcio	Ca(NO ₃) ₂	17% de N e 25% de Ca
Sulfato de cálcio (gesso)	CaSO ₄ .2H ₂ O	20% a 21% de Ca e 15% a 16% de S
Sulfato de magnésio	Mg(SO ₄) ₂ .7H ₂ O	9% a 10% de Mg e 13% a 14% de S
Nitrato de magnésio	Mg(NO ₃) ₂ .6H ₂ O	8% de Mg e 11% de N
Cloreto de magnésio	MgCl ₂ .6H ₂ O	10% de Mg

Fonte: elaborado pelo autor com base em Malavolta *et al.* (2002).

Os micronutrientes são utilizados em pequenas quantidades pelas plantas, ocorrendo também em baixos teores nos solos.

Dentre aquelas fontes de fertilizantes que contêm micronutrientes, descritas no Quadro 6, algumas são solúveis em água, como no caso dos quelatos, nitratos, sulfatos e cloretos, enquanto outras são insolúveis, mas disponibilizam os micronutrientes às plantas quando aplicadas ao solo, como os carbonatos, fosfatos, óxidos, fritas e outras (SILVA, 2000).

A aplicação de micronutrientes pode ser feita via solo, incorporados às misturas granuladas, fertilizantes granulados propriamente ditos e fertilizantes simples, ou, ainda, como revestimento dos fertilizantes NPK (SILVA, 2000).

Os principais fertilizantes com micronutrientes são apresentadas no Quadro 6.

Quadro 6 – Fertilizantes com micronutrientes e suas concentrações de nutrientes

Fertilizantes	Fórmula	Concentração de nutrientes
Fe EDTA	$C_{10}H_{12}FeN_2O_8$	5% de Fe
Zn EDTA	$C_{10}H_{12}N_2O_8Zn$	7% de Zn
Cu EDTA	$C_{10}H_{14}NCuN_2O_8$	5% de Cu
Borax	$Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$	11% de B
Ácido bórico	H_3BO_3	17% de B
Molibdato de sódio	$Na_2MoO_4 \cdot 2H_2O$	39% de Mo
Molibdato de amônio	$(NH_4)_6Mo_7O_{24} \cdot 4H_2O$	54% de Mo
Sulfato de cobre	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	13% de Cu
Sulfato ferroso	$FeSO_4 \cdot 7H_2O$	19% de Fe
Sulfato de ferro	$Fe_2(SO_4)_3 \cdot 4H_2O$	23% de Fe
Cloreto férrico	$FeCl_3 \cdot 6H_2O$	16% de Fe
Sulfato de manganês	$MnSO_4 \cdot 4H_2O$	25% de Mn
Sulfato de zinco hepta-hidratado	$ZnSO_4 \cdot 7H_2O$	20% de Zn
Sulfato de cobalto	$CoSO_4 \cdot 7H_2O$	18% de Co

Fonte: elaborado pelo autor com base em Malavolta *et al.* (2002).

Assim, se por um lado, na aplicação convencional as plantas recebem uma grande dosagem de fertilizantes, por outro, na aplicação de fertilizantes via água de irrigação, a dosagem se adequa às necessidades hídricas da cultura, permitindo que as plantas possam receber pequenas quantidades de fertilizantes tanto no início do ciclo de desenvolvimento como na fase vegetativa, e essa dosagem pode ser aumentada de acordo com a evolução do ciclo da planta (ARAUJO *et al.*, 2009; MARCUSSI; VILLAS BÔAS, 2003; PINTO *et al.*, 1997; REBUÇAS NETO *et al.*, 2016). Sendo que, o método de aplicação de fertilizantes via água é tecnicamente denominado de fertirrigação ou quimigação.

2.2 FERTIRRIGAÇÃO

Com o significativo crescimento demográfico, torna-se necessário que o uso da terra e dos recursos hídricos seja feito de modo eficiente. De acordo com a WHO (2019), estima-se que a população mundial será de 9,7 bilhões até 2050, o que

corresponde ao aumento de 2,3 bilhões de pessoas. Esse crescimento indica que a demanda por alimentos poderá ser cerca de 60% maior que a atual (FAO, 2017).

Nesse contexto, a agricultura irrigada é essencial para muitos países, pois promove a segurança alimentar, o desenvolvimento e o assentamento das regiões rurais. A irrigação é particularmente importante em regiões áridas e semiáridas para assegurar a colheita uma vez que a precipitação é escassa e distribuída de forma irregular ao longo do território (SHAMIR *et al.*, 2015).

Para Testezlaf (2017), os vários benefícios gerados pela irrigação no processo produtivo determinam a importância de sua utilização para o crescimento do agronegócio brasileiro. Entre tais benefícios, o autor destaca a garantia de produção com relação às necessidades hídricas e redução dos riscos de quebra de safra por seca, o aumento de produtividade das culturas, a melhoria na qualidade do produto e o aumento no número de safras e colheita na entressafra.

Devido a utilização da irrigação com especial atenção à localizada, ao gotejamento e a microaspersão; e o aumento da área com cultivo protegido, ocorreu também um crescimento no uso da fertirrigação para hortaliças (TRANI *et al.*, 2011). A fertirrigação é uma técnica de aplicação de fertilizantes por meio da água de irrigação; para isso, os fertilizantes são solubilizados e distribuídos utilizando o próprio sistema de irrigação, onde os nutrientes serão aplicados e estarão prontamente disponíveis para absorção das plantas (FOLEGATTI, 1999).

Essa técnica é considerada a mais eficiente devido à mistura dos nutrientes com a água de irrigação, os quais aliados a luz solar, constituem os fatores de maior importância para o desenvolvimento e produção das culturas (SILVA *et al.*, 2015; TRANI *et al.*, 2011). Dessa maneira, permite-se que a dosagem e o controle do fornecimento desses nutrientes estejam de acordo com a demanda da cultura durante seu ciclo de desenvolvimento, e assim, consegue-se obter respostas com uma menor quantidade de fertilizante aplicado (KAFKAFI; TARCHITZKY, 2011; NANNETTI *et al.*, 2000; PAPADOPOULOS, 1993).

Rajput e Patel (2006), ao investigar o impacto de diferentes intervalos de fertirrigação via gotejamento (diário, alternado, semanal e mensal) no movimento de nitratos no solo, mostraram que as maiores perdas de nitrato, por lixiviação, ocorreram de 30 a 45 cm de profundidade de solo na frequência mensal de fertirrigação.

Quando a fertirrigação é realizada por meio do sistema de irrigação por gotejamento e manejada corretamente apresenta maior economia e eficiência, pois

os nutrientes, por meio da solução nutritiva, são aplicados diretamente na zona ativa das raízes, onde a solução contida no solo está sendo absorvida. Dessa forma, minimizando a perda de fertilizantes por lixiviação e a ocorrência da salinização (VILLAS BÔAS *et al.*, 2002), ou seja, o nutriente é absorvido de forma mais eficiente em relação à adubação convencional.

A fertirrigação via gotejamento ou microaspersão é a forma que mais se aproxima da taxa de absorção de água e de nutrientes pela planta e, dessa maneira, tem sido utilizada rotineiramente por agricultores de áreas de cultivo protegido, principalmente para culturas de pimentão, pepino e tomate (VILLAS BÔAS *et al.*, 2000).

O uso da técnica de fertirrigação permite a obtenção de respostas rápidas com relação a aplicação de fertilizantes, e com isso, se faz necessário o monitoramento de alguns parâmetros para garantir a disponibilidade de nutrientes e consequentemente o desenvolvimento das plantas.

Entre outros fatores, os parâmetros básicos a serem considerados no manejo da fertirrigação para o desenvolvimento das plantas dizem respeito a qualidade da água de irrigação assim como as características dos fertilizantes utilizados.

Os principais parâmetros a serem avaliados na qualidade da água para fertirrigação abrangem os parâmetros físico-químicos e biológicos, que definem sua adequação para o uso (ALMEIDA, 2010). Usualmente os principais atributos analisados são o pH, condutividade elétrica, sólidos totais dissolvidos, e íons como: sódio; potássio; cálcio; magnésio; cloretos; sulfatos; carbonatos; e bicarbonatos (ALMEIDA, 2010).

A necessidade de avaliação da qualidade da água utilizada na irrigação se deve principalmente aos danos que poderão ocorrer no desenvolvimento das culturas, à possibilidade de formação de resíduos causando entupimento nos sistemas de irrigação, e, ainda, à possibilidade de reações químicas que podem afetar diretamente a disponibilidade de elementos minerais, entre outras consequências; assim o pH da água não deve ser inferior a 5,00 (SOUSA *et al.*, 2011).

Entretanto, quando os fertilizantes são dissolvidos em água, pode ocorrer a alteração do pH da solução nos tanques, isso deve-se à reação dos íons com a água ou até mesmo devido ao processo de fabricação dos fertilizantes, em sistemas fertirrigado por gotejamento, é a redução no pH que ocorre logo abaixo dos emissores, no perfil do solo, e ao lado das linhas laterais (SOUSA *et al.*, 2011).

Outro fator que afeta o pH do solo na interface solo-raiz é a razão $\text{NH}_4^+/\text{NO}_3^-$ da solução fertirrigada, pois o nitrogênio que participa de diversas funções metabólicas nas plantas, é absorvido na forma de nitratos NO_3^- ou de amônio NH_4^+ (TAIZ *et al.*, 2017). Quando ocorre a predominância de NH_4^+ , o H^+ é excretado da raiz o que gera a acidificação da solução do solo, e, de outra forma, quando o NO_3^- é o íon mais absorvido, o OH^- ou HCO_3^- são liberados para a solução do solo e o pH do solo aumenta, e conseqüentemente, as diferentes relações $\text{NH}_4^+/\text{NO}_3^-$ apresentam efeitos distintos sobre o desenvolvimento das raízes (SOUSA *et al.*, 2011).

Dessa maneira, se faz necessário atingir um balanço entre os cátions e ânions, N-NH_4^+ e N-NO_3^- , para que o pH da solução tenha uma maior estabilidade, favorecendo a aplicação de fertilizantes via fertirrigação, assim como, a resposta da cultura (ANDRIOLO *et al.*, 2006). Proporções elevadas de amônio (NH_4^+) na solução causam problemas na absorção de Ca^{++} , Mg^{++} e K^+ e absorção de elevadas quantidades de fosfatos, cloretos e sulfatos (MALAVOLTA, 2006). Em contrapartida quando ocorre o aumento da quantidade de nitrato (NO_3^-) na solução do solo, a absorção de fosfatos, cloretos e sulfatos é reduzida, enquanto que há um aumento da absorção de Ca^{++} , Mg^{++} e K^+ (MALAVOLTA, 2006).

Em relação aos tipos de fertilizantes a serem utilizados na fertirrigação, é necessário adequá-los tanto ao sistema de fertirrigação quanto às exigências nutricionais das plantas. Na fertirrigação, os principais nutrientes aplicados são o nitrogênio, potássio e fósforo, seguidos de cálcio, magnésio, enxofre e micronutrientes (CHASE, 1985; HAYNES, 1985).

O nitrogênio é o nutriente de maior demanda pelas plantas e na fertirrigação, e devido sua mobilidade nos solos, alto índice salino e baixa demanda na fase inicial das culturas, o seu parcelamento se faz necessário (SILVA, 2000). As fontes nitrogenadas mais utilizadas são: nitrato de cálcio - $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$; nitrato de potássio - KNO_3 ; nitrato de magnésio - $\text{Mg}(\text{NO}_3)_2$; fosfatos de amônio (DAP - $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$; MAP - $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$; sulfato de amônio - $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$; nitrato de amônio - NH_4NO_3 e uréia - $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ (BORGES; SILVA, 2011; SILVA, 2000).

O fósforo tem suas restrições à aplicação via água de irrigação devido à característica de adsorção à matriz do solo, o que resulta na sua baixa mobilidade, e a facilidade de precipitação dos fosfatos (CHASE, 1985; HAYNES, 1985). Devido a isso, o seu uso via fertirrigação tem que ser feito com cautela, uma vez que além dos

fatores citados, podem ocasionar o entupimento dos gotejadores e aspersores utilizados para aplicação do mesmo (BORGES; SILVA, 2011).

Dentre as fontes de potássio, têm-se o sulfato de potássio (K_2SO_4), o cloreto de potássio (KCl) e o nitrato de potássio (KNO_3). O KNO_3 e o KCl possuem alta solubilidade, enquanto que o K_2SO_4 é pouco solúvel, e ainda sim o seu uso pode favorecer a formação de sulfato de cálcio, ainda menos solúvel, quando a água de irrigação é rica em cálcio e magnésio (VILLAS BÔAS *et al.*, 1999; TRANI *et al.*, 2011).

Com relação ao cálcio, a fonte mais utilizada na fertirrigação é o nitrato de cálcio ($Ca(NO_3)_2$), devido a sua solubilidade, é a fonte mais solúvel (FOLEGATTI, 1999).

Entre outros fatores, os parâmetros básicos a serem considerados na escolha dos fertilizantes utilizados na fertirrigação dizem respeito a solubilidade, a compatibilidade entre os fertilizantes, a condutividade elétrica (CE) da solução.

De acordo com Andrade *et al.* (2004), a solubilidade é a concentração do soluto, dissolvido em um solvente. Portanto, aplicando esse conceito à fertirrigação, pode-se considerar que é a quantidade de fertilizante a ser dissolvido na água de irrigação, no tanque de solução.

Contudo, dois fatores interferem na solubilidade, a temperatura da água e a pureza do fertilizante (SOUSA *et al.*, 2011). Em temperaturas mais baixas, principalmente no inverno, menor quantidade do fertilizante será solubilizada. Fertilizantes como o óxido de ferro no cloreto de potássio vermelho, que contêm condicionadores, óleo, argilas e outras impurezas, têm sua solubilidade reduzida e devem ser evitados na fertirrigação (BORGES; SILVA, 2011).

Fertilizantes empregados na fertirrigação devem possuir alta solubilidade, para que assim, a concentração final na solução seja realmente a demandada pela cultura e, ainda, não ocasione problemas de entupimento nos emissores (COELHO *et al.*, 2010; SOUSA *et al.*, 2011; VILLAS BÔAS *et al.*, 2002).

Para o preparo da solução de fertirrigação recomenda-se utilizar 75% da solubilidade informada pelo fabricante, uma vez que, os fertilizantes possuem níveis variados de impurezas e a água de irrigação possui composição química distinta (BASSO *et al.*, 2010). Considerando que a solubilidade dos fertilizantes aumenta com a elevação da temperatura, é recomendado se utilizar uma menor quantidade dos fertilizantes para períodos de temperatura inferior a $20^\circ C$ (BASSO *et al.*, 2010). Na Tabela 1 estão apresentadas as solubilidades de alguns fertilizantes nitrogenados a temperatura de $20^\circ C$.

Folegatti (1999) ressalta ainda que, a própria mistura de fertilizantes pode ocasionar o abaixamento da temperatura da água devido as reações químicas que ocorrem, um exemplo acontece quando fertilizantes nitrogenados são solubilizados, onde o nitrato de amônio (33,5% N) aplicado numa concentração de 10 g L⁻¹ causa um decréscimo de 2°C na temperatura da solução, ao passo que, em uma concentração de 100 g L⁻¹, a temperatura diminui 7,2°C (VIVANCOS, 1996).

Em contrapartida, quando os fertilizantes apresentam baixa solubilidade, como por exemplo o Boráx, pode-se recorrer ao aquecimento da água para solubilizá-los e, após isso, procede-se a mistura dos demais fertilizantes (VILLAS BÔAS *et al.*, 1999).

Tabela 1 – Solubilidade a 20 °C de alguns fertilizantes utilizados na fertirrigação

Fertilizante	Solubilidade ^(a)
Nitrogenados (N)	
Nitrato de amônio (NA)	118
Nitrato de cálcio (NC)	102
Sulfato de amônio (SA)	71
Uréia (UR)	78
Fosfatados (P)	
Ácido Fosfórico	46
Potássicos (K)	
Cloreto de potássio (CK)	34
Sulfato de potássio (SK)	11
N e P	
Fosfatos de amônio MAP e DAP(FA)	23
Fosfato de amônio (DAP)	40
N e K	
Nitrato de potássio (NK)	73
Ca e Mg	
Sulfato de magnésio	71
Micronutrientes	
Ácido bórico	5
Bórax	5
Molibdato de amônio	40
Molibdato de sódio	56
Quelato de zinco	14
Sulfato de cobre	22
Sulfato de ferro	24
Sulfato de manganês	105
Sulfato manganoso	74
Sulfato de zinco	75
Solubor	5
Quelatos (Fe, Cu, Mn e Zn) EDTA, DTPA	Alta

(a) Partes solubilizadas em 100 partes de água a 20°C

Fonte: elaborado pelo autor com base em Vitti *et al.* (1994) e Villas Bôas *et al.* (1999).

Com relação à compatibilidade de fertilizantes, esta característica deve ser considerada a fim de evitar a formação de precipitados no tanque de solução, entupimentos das tubulações e dos emissores, uma vez que no preparo de soluções

ocorre a mistura de uma ou mais fontes (COELHO *et al.*, 1994; FOLEGATTI, 1999; VILLAS BÔAS *et al.*, 2002).

Dentre as combinações possíveis a serem realizadas com fertilizantes, podem ocorrer misturas compatíveis, semi-compatíveis e incompatíveis. Nas misturas compatíveis, não ocorre nenhuma reação na mistura dos fertilizantes que possam promover alterações nas suas características, por exemplo, a mistura de ureia e cloreto de potássio. Em misturas semi-compatíveis, a mistura deve ocorrer pouco tempo antes da aplicação para evitar reações entre os fertilizantes, por exemplo, a mistura de ureia e superfosfato. No caso de misturas incompatíveis, ocorre a incompatibilidade entre fertilizantes, o que pode prejudicar sua eficiência (MALAVOLTA, 1981). A incompatibilidade pode ser definida como a formação de precipitados a partir da reação de precipitação na mistura de dois ou mais fertilizantes em meio aquoso. Como regra geral, sulfatos são incompatíveis com o cálcio, e os fosfatos são incompatíveis com cálcio e magnésio, devido ao cálcio reagir facilmente com fosfatos e sulfatos formando precipitados que são insolúveis (MALAVOLTA, 1981). Sendo que, na ocorrência de incompatibilidade entre os fertilizantes, recomenda-se não misturá-los em um mesmo tanque, ou a aplicação alternada desses fertilizantes (COELHO *et al.*, 2010).

O Quadro 7 resume os parâmetros de compatibilidade entre os fertilizantes mais utilizados na fertirrigação.

Quadro 7 – Compatibilidade dos fertilizantes mais utilizados na fertirrigação

Fertilizante ^(a)	UR	NA	SA	NC	NK	CK	SK	MP	FA	MS	MQ	SM	AF	AS	AN
Uréia (UR)	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
Nitrato de amônio (NA)		C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
Sulfato de amônio (SA)			I	C	C	SR	I	C	C	C	C	C	C	C	C
Nitrato de cálcio (NC)				C	C	I	SR	I	I	SR	I	I	I	I	C
Nitrato de potássio (NK)					C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
Cloreto de potássio (CK)						SR	C	C	C	C	C	C	C	C	C
Sulfato de potássio (SK)							I	C	SR	C	SR	C	SR	C	C
Fosfato monopotássico (MP)								C	I	SR	I	C	C	C	C
Fosfatos de amônio (FA)									I	SR	I	C	C	C	C
Fe,Zn,Cu Mn Sulfato (MS)										C	C	I	C	C	C
Fe,Zn,Cu Mn Quelato (MQ)											C	SR	C	I	C
Sulfato de magnésio (SM)												C	C	C	C
Ácido fosfórico (AF)													C	C	C
Ácido sulfúrico (AS)														C	C

(a) C = compatível; SR = solubilidade reduzida; I = incompatível

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Landis *et al.* (1989).

Uma vez que a condutividade elétrica está relacionada ao potencial de salinização da água, o que leva também à salinização do solo (QUEIROZ; TESTEZLAF, 2002), ela atinge diretamente o desenvolvimento das plantas em função da toxicidade causada pelo acúmulo de íons, desequilíbrios nutricionais e, sobretudo, pelas dificuldades na absorção de água e nutrientes oriundas do aumento da pressão osmótica da solução do solo (EPSTEIM; BLOOM, 2006). Isso se deve a uma maior concentração da solução que exige da planta um gasto energético maior para absorção de água (efeito osmótico), prejudicando assim, seus processos metabólicos essenciais (DIAS; BLANCO, 2010).

A maior concentração salina ocorre na superfície do solo, nos limites do bulbo molhado, porém, valores de condutividade elétrica da solução do solo superior a 3 dS m⁻¹ pode tornar o solo inadequado para o cultivo da maioria das hortaliças (sensíveis e moderadamente sensíveis) como descritos no Tabela 2. Assim, é fundamental que seja feito o monitoramento dos níveis de condutividade elétrica da água de irrigação e da solução do solo (MAROUELLI; SILVA, 1998; SAMSURI *et al.*, 2010).

Tabela 2 – Tolerância relativa de algumas culturas hortícolas à salinidade do solo

Cultura	Salinidade máxima	Diminuição da produtividade acima do limite máximo da salinidade
	dS m ⁻¹	% por dS m ⁻¹
Sensíveis		
Cebola	1,2	16
Cenoura	1,0	14
Morango	1,0	33
Moderadamente sensíveis		
Aipo	1,8	6
Alface	1,3	13
Batata	1,7	12
Batata doce	1,5	11
Brócolis	2,8	9
Couve	1,8	10
Espinafre	2,0	8
Fava	1,6	10
Nabo	0,9	9
Pepino	2,5	13
Pimentão	1,5	14
Rabanete	1,2	13
Tomate	2,5	10
Moderadamente tolerantes		
Abobrinha	4,7	9
Beterraba	4,0	9

Fonte: elaborado pelo autor com base em Lorenz e Maynard (1988).

Para o monitoramento da condutividade elétrica se faz necessário o conhecimento da composição química de cada fertilizante, a quantidade de equivalentes-grama que cada fertilizante contém e a proporção a ser adicionada em uma mistura. De posse dessas informações é possível saber quanto de fertilizante pode ser aplicado na água da solução de fertirrigação para se manter a condutividade em um valor aceitável para a cultura cultivada.

Samsuri *et al.* (2010) realizando testes para calibração entre o volume de água de entrada e o volume de nutrientes para o valor de CE desejado, para o controle do processo de mistura de fertilizantes, com injeção baseada no tempo de controle com valor de condutividade elétrica predeterminado, seguido pela taxa de absorção de nutrientes das plantas no sistema de irrigação baseado no tempo, mostraram a linearidade do valor de CE e do volume de fertilizante, mesmo com diferentes volumes de entrada de água.

O cálculo da composição da solução a ser aplicada, e assim atingir a CE desejada, pode ser realizado pela determinação do número de equivalentes-gramas (*eq*) de uma massa específica de fertilizante. Dessa maneira, além do conhecimento do ponto de saturação e da proporção a serem trabalhadas, se faz necessário o conhecimento da quantidade equivalente-grama (*E*), ou seja, a quantidade de mols de carga de uma substância, isto é, o peso molar dividido pela valência, que cada fertilizante contém.

Considerando um fertilizante, A_mB_n , o peso molar pode ser calculado de acordo com Equação (1).

$$PM = m.P_a(A) + n.P_a(B) \quad (1)$$

Em que:

PM = peso molar do fertilizante (g);

m = número de átomos do elemento A ;

n = número de átomos do elemento B ;

A = elemento A ;

B = elemento B ;

$P_a(A)$ = peso atômico do elemento A (g);

$P_a(B)$ = peso atômico do elemento B (g).

Na Tabela 3 estão apresentados os pesos atômicos de cada elemento.

Tabela 3 – Pesos atômicos dos elementos constituintes dos fertilizantes, arredondados para uma casa decimal

Nome	Elemento	Peso atômico
Nitrogênio	N	14,0
Fósforo	P	31,0
Potássio	K	39,1
Cálcio	Ca	40,1
Magnésio	Mg	24,3
Enxofre	S	32,1
Oxigênio	O	16,0
Hidrogênio	H	1,0
Carbono	C	12,0
Sódio	Na	23,0
Cloro	Cl	35,5
Ferro	Fe	55,9
Manganês	Mn	54,9
Zinco	Zn	65,4
Boro	B	10,8
Cobre	Cu	63,6
Molibdênio	Mo	95,9

Fonte: elaborado pelo autor com base em Cadahía (2005).

A valência de um elemento é determinada pelo número de elétrons que um átomo pode dar, receber, ou compartilhar de forma a estabelecer uma ligação química. Elementos que podem apresentar mais de uma valência terão mais de uma massa equivalente. Dessa maneira o equivalente-grama pode ser determinado de acordo com a Equação (2).

$$E = \frac{PM}{Val} \quad (2)$$

Em que:

E = equivalente-grama do fertilizante;

PM = peso molar do fertilizante (g);

Val = valência.

Na Tabela 4 estão apresentados os pesos molares de cada fertilizantes.

Tabela 4 – Pesos molares dos fertilizantes mais utilizados na fertirrigação, arredondados para uma casa decimal

Fertilizante	Fórmula	Massa molar (g mol ⁻¹)
Nitrato de amônio	(NH ₄)(NO ₃)	80,0
Nitrato de cálcio	Ca(NO ₃) ₂	164,1
Nitrato de sódio	NaNO ₃	85,0
Sulfato de amônio	(NH ₄) ₂ SO ₄	132,1
Uréia	CO(NH ₂) ₂	60,1
Superfosfato simples	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ .2H ₂ O.CaSO ₄	406,2
Superfosfato triplo	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ .2H ₂ O	270,1
Ácido fosfórico	H ₃ PO ₄	98,0
Cloreto de potássio	KCl	74,6
Sulfato de potássio	K ₂ SO ₄	174,3
Sulfato duplo de potássio e magnésio	K ₂ SO ₄ .2MgSO ₄	415,0
Fosfato monoamônico (MAP)	NH ₄ H ₂ PO ₄	115,0
MAP cristal	NH ₄ H ₂ PO ₄	115,0
Fosfato diamônico (DAP)	(NH ₄) ₂ HPO ₄	132,1
Fosfato de ureia	CO(NH ₂) ₂ .2H ₃ PO ₄	158,1
Nitrato de potássio	KNO ₃	101,1
Salitre potássico	NaNO ₃ KNO ₃	186,1
Fosfito de potássio	KH ₂ PO ₃	120,1
Fosfato monopotássico (MKP)	KH ₂ PO ₄	136,1
Fosfato bipotássico	K ₂ HPO ₄	174,2
Cloreto de cálcio penta-hidratado	CaCl ₂ .5H ₂ O	201,1
Cloreto de cálcio bi-hidratado	CaCl ₂ .2H ₂ O	147,0
Sulfato de cálcio (gesso)	CaSO ₄ .2H ₂ O	172,2
Nitrato de magnésio	Mg(NO ₃) ₂ .6H ₂ O	256,4
Sulfato de magnésio	Mg(SO ₄) ₂ .7H ₂ O	342,5
Ácido sulfúrico	H ₂ SO ₄	98,1
Ácido nítrico	HNO ₃	63,0
Fe EDTA	C ₁₀ H ₁₂ FeN ₂ O ₈	344,1
Zn EDTA	C ₁₀ H ₁₂ N ₂ O ₈ Zn	353,6
Cu EDTA	C ₁₀ H ₁₄ NCuN ₂ O ₈	367,8
Borax	Na ₂ B ₄ O ₇ .10H ₂ O	381,4
Solubor	Na ₂ B ₈ O ₁₃ .4H ₂ O	412,5
Ácido bórico	H ₃ BO ₃	61,8
Molibdato de sódio	Na ₂ MoO ₄ .2H ₂ O	242,0
Molibdato de amônio	(NH ₄) ₆ Mo ₇ O ₂₄ .4H ₂ O	1236,0
Sulfato de cobre	CuSO ₄ .5H ₂ O	249,7
Sulfato ferroso	FeSO ₄ .7H ₂ O	278,0
Sulfato de ferro	Fe ₂ (SO ₄) ₃ .4H ₂ O	471,9
Cloreto férrico	FeCl ₃ .6H ₂ O	270,3
Sulfato de manganês	MnSO ₄ .4H ₂ O	223,1
Sulfato de zinco hepta-hidratado	ZnSO ₄ .7H ₂ O	287,5
Sulfato de zinco mono-hidratado	ZnSO ₄ .H ₂ O	179,5
Sulfato de cobalto	CoSO ₄ .7H ₂ O	281,1

Fonte: elaborado pelo autor com base em Cadahía (2005).

A quantidade de equivalentes-gramas (*eq*) presente em uma determinada massa de fertilizante pode ser obtida pela divisão da massa de fertilizante pelo seu equivalente-grama (Equação 3).

$$eq = \frac{m}{E} \quad (3)$$

Em que:

eq = equivalentes-gramas de uma massa específica de fertilizante;

m = massa do fertilizante (g);

E = Equivalente-grama do fertilizante.

Exemplificando, com relação a valência, tem-se íons monovalentes, como por exemplo o Potássio (K^+) e o Cloro (Cl^-), bivalentes, Cálcio (Ca^{++}) e Magnésio (Mg^{++}), trivalentes entre outros. Dessa maneira, para Potássio K^+ que é um cátion monovalente e seu peso molecular 39, temos que um equivalente de K^+ será igual a 39. Para o Cloreto Cl^- que é um ânion monovalente cujo peso molecular é 35, um equivalente de Cloreto será igual a 35. Para os cátions ou ânions bivalentes, como Cálcio (Ca^{++}) com peso molecular 40 divide pela valência 2 para formar um equivalente de 20.

Na Tabela 5 estão apresentados os pesos equivalentes de alguns dos fertilizantes mais utilizados na fertirrigação.

Tabela 5 – Peso Equivalente ou Equivalente-grama (E) dos fertilizantes que contêm macronutrientes mais utilizados na fertirrigação

Fertilizantes	Composição química	Peso molar (PM)	Valência (Val)	Equivalente-grama (E)
Nitrato de amônio	$(NH_4)(NO_3)$	80	1	80
Nitrato de cálcio	$Ca(NO_3)_2$	236	2	118
Fosfato monoamônico (MAP)	$NH_4H_2PO_4$	115	1	115
Nitrato de potássio	KNO_3	101	1	101
Fosfato monopotássico (MKP)	KH_2PO_4	136	1	136
Sulfato de potássio	K_2SO_4	174	2	87
Sulfato de magnésio	$Mg(SO_4)_2 \cdot 7H_2O$	246	2	123

Fonte: elaborado pelo autor com base em Cadahía (2005).

Um sal quando dissolvido em solução aquosa libera cátions e ânions em quantidades equilibradas de número de equivalentes (Tabela 6). A determinação da condutividade elétrica por meio do manejo da soma de equivalentes-grama, abordada por Dimenstein (2017), propõe que cada equivalente gera uma corrente elétrica na água de $0,1 \text{ mS cm}^{-1}$ no condutímetro.

Portanto, tem-se 5 equivalentes de Potássio (K^+), esse salinizará $0,5 \text{ mS cm}^{-1}$ no condutivímetro, do mesmo modo que 3 equivalentes de Magnésio (Mg^{++}) contribuirão na salinidade total com $0,3 \text{ mS cm}^{-1}$ medido no condutivímetro. O condutivímetro mede a salinidade total, ou seja, tem-se uma condutividade elétrica de 1 mS cm^{-1} , essa CE é igual 10 equivalentes de cátions e 10 equivalentes de ânions, portanto 20 equivalentes totais, sendo sempre metade de cátions e metade de ânions.

Tabela 6 – Relação entre Equivalentes (cátions e ânions) em condutividade elétrica (mS cm^{-1})

Condutividade Elétrica	Equivalentes	Equivalentes
mS cm^{-1}	Cátions	Ânions
1	10	10
2	20	20
3	30	30
4	40	40
5	50	50
6	60	60
7	70	70
8	Saturação	Saturação
9	Saturação	Saturação

1 mili-Siemens por centímetro (mS cm^{-1}) = 1 dS m^{-1}

Fonte: elaborado pelo autor com base em Dimenstein (2017).

O condutivímetro mede a eletricidade de apenas uma das cargas, ou dos cátions, ou dos ânions, e assim a CE medida multiplicada por 10 será igual ao número de equivalentes de uma das cargas. Para o número total de equivalentes, somando cátions e ânions, será o dobro, por exemplo, para uma CE de $1,5 \text{ mS cm}^{-1}$, são 15 equivalentes de cátions e outros 15 equivalentes de ânions para um total de 30 equivalentes de todos os íons (DIMENSTEIN, 2017).

De posse dessas informações é possível saber quanto de fertilizante pode ser aplicado na água da solução de fertirrigação para se manter a condutividade em um valor aceitável para a cultura cultivada.

Uma vez que a temática relacionada à solubilidade e à compatibilidade encontram-se bem discutidas na literatura, e, ainda, pode-se afirmar que existe certo grau de consenso acerca das práticas relacionadas à questão, por outro lado, a temática envolvendo o manejo da condutividade elétrica da solução ainda é alvo de estudos e debates, tornando-se necessário discutir os resultados de estudos relacionados a esse tema.

Nesse sentido, a aplicação dos fertilizantes por parte de alguns produtores rurais vem sendo realizada de forma empírica, o que ocasiona, em alguns casos, o aumento da condutividade elétrica na solução do solo em níveis prejudiciais ao desenvolvimento das plantas, gerando problemas na produção e prejuízo econômico para o agricultor (MEDEIROS *et al.*, 2011; SILVA *et al.*, 2015).

Guedes *et al.* (2015), avaliando diferentes estratégias no uso de água salina na cultura do tomate cereja, cv. 'Carolina', constataram a redução em todas as variáveis analisadas com relação ao crescimento e produção do tomateiro com o uso de águas com condutividade de 3,5 dS m⁻¹.

Porém, se manejada corretamente, a condutividade elétrica pode ser um índice de controle da produção, como relatado por Oliveira *et al.* (2016) e Marcussi *et al.* (2018), onde observaram que a condutividade elétrica na solução do solo pode auxiliar no ajuste das doses de adubação de nitrogênio (N) e potássio (K), a serem aplicadas via fertirrigação, baseadas nas quantidades de N e K acumuladas pela planta, e portanto, proporcionaram o maior rendimento de frutos, na cultura do pimentão.

Dessa forma, em vez de realizar a aplicação de forma empírica, a utilização de uma ferramenta que possibilite a aplicação dos fertilizantes de forma mais objetiva seria de grande utilidade para auxiliar à fertirrigação, e, nesse contexto, a utilização da modelagem matemática pode caracterizar-se como uma boa alternativa no apoio relacionado à tomada de decisão no setor.

Dentre os critérios para escolha de fertilizantes na fertirrigação, além das características físico-químicas como a solubilidade, a compatibilidade, o pH da solução e a condutividade elétrica, o preço é um importante item a ser considerado na tomada de decisão pelo produtor agrícola (RODELLA; ALCARDE *et al.*, 2000; VILLAS BÔAS *et al.*, 2002;).

Com relação específica ao preço, a utilização de modelagens matemáticas voltadas para a determinação da mistura ótima com vistas a minimização dos respectivos custos pode se caracterizar como uma ferramenta de grande utilidade na tomada de decisões em questão.

A fertirrigação pode melhorar o rendimento e a qualidade da produção agrícola, possibilitando otimizar seus efeitos e economizar recursos por meio do gerenciamento racional do processo, que devem ser consideradas tanto as características do solo para o transporte dos nutrientes, quanto as necessidades fisiológicas da planta. Dessa

forma, o planejamento da fertirrigação é importante para melhorar a eficiência do uso da água e da aplicação nutrientes (DONG *et al.*, 2018).

Um modelo adequado de fertirrigação gera equilíbrio entre a demanda nutricional da planta e a aplicação de fertilizantes pelo produtor (relação entre quantidade e tempo), além de reduzir o processo de lixiviação e as contaminações ambientais. Portanto, o controle de todos os fatores efetivos no transporte de água e soluto no solo é importante para aumentar a eficiência do uso de fertilizantes e reduzir suas perdas (AZAD *et al.*, 2018).

Devido à importância da otimização da fertirrigação, diversos estudos vêm sendo realizados a fim de investigar o impacto de diferentes estratégias na distribuição de nutrientes no solo, incluindo testes com níveis de água e fertilizante, intervalos de irrigação e de fertirrigação e tempos de injeção e de concentração. Atualmente, os modelos de simulação são considerados importantes ferramentas para o planejamento de sistemas agrícolas e para a produção sustentável (AZAD *et al.*, 2018). Sendo que, os modelos de simulação assim como as técnicas matemáticas utilizadas para sua resolução e suas aplicações serão discutidos na seção 2.3.

2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA A SISTEMAS AGRÍCOLAS

A modelagem consiste em determinar expressões matemáticas logicamente ordenadas, as quais têm como objetivo descrever o funcionamento de um ou mais processos a serem estudados, ou seja, são representações simplificadas de um problema real. Essas expressões matemáticas devem ser suficientemente simples, para que dessa maneira possam ser resolvidas por meio de métodos matemáticos e/ou computacionais em um tempo acessível, e ainda assim devem conter os elementos essenciais relacionados ao problema real a ser estudado (ARENALES *et al.*, 2015; ENGEL, 1984; NAYLOR *et al.*, 1977).

Os modelos matemáticos podem ser classificados em: determinísticos, estocásticos e dinâmicos. Modelos determinísticos são aqueles que não fazem uso de variáveis aleatórias, além disso, suas características operacionais devem ser relações exatas (NAYLOR *et al.*, 1977). Modelos estocásticos são os que possuem pelo menos uma de suas características operacionais dada por uma função de probabilidade. Em geral, este tipo de modelo é consideravelmente mais complexo que os determinísticos, pois descrevem processos aleatórios (PESSOA *et al.*, 1997).

Modelos dinâmicos são aqueles em que as variáveis modificam-se com o tempo (ou com relação a uma outra variável). Nesses modelos, o tempo é representado em forma discreta ou contínua (PESSOA *et al.*, 1997).

De acordo com Rivera *et al.* (2008), Corrêa *et al.* (2011) e Teixeira (2015), a modelagem matemática é uma ferramenta científica de grande utilidade, uma vez que, a predição das variáveis envolvidas e as tomadas de decisões acerca do sistema estudado podem ser auxiliadas por essa ferramenta, evitando assim, os altos custos de pesquisas desenvolvidas em campo e melhorando o emprego de recursos. Os modelos matemáticos também podem auxiliar na condução de experimentos (evidenciando pontos conflitantes e significativos para a condução de novos experimentos) e na simulação de diversos casos reais (por meio da variação de parâmetros de entrada, criando diferentes cenários ou instâncias).

Neste sentido, a modelagem apresenta vantagem quanto à velocidade de execução e obtenção de resultados quando comparada à experimentos à campo. Outra vantagem em relação à aplicação de modelos matemáticos, são que esses permitem a elaboração de cenários e possuem um custo relativamente baixo quando comparados aos experimentos instalados à campo, o que tem implicado na crescente utilização dessas ferramentas (CORRÊA *et al.*, 2011). À medida que a complexidade do problema a ser estudado aumenta, a modelagem matemática adquire maior relevância nesse contexto (TEIXEIRA, 2015). Assim, as técnicas de modelagem matemática para resolução de problemas têm sido amplamente utilizadas em diversas áreas do conhecimento, como exemplo, na área agrária, a qual é foco deste trabalho.

Na produção vegetal, a modelagem é utilizada para descrever e entender o comportamento da cultura em seu contexto ambiental e explorar o potencial produtivo sob condições pré-determinadas. Configurando assim, um importante instrumento para o planejamento, gestão e tomada de decisões (CORRÊA *et al.*, 2011; MONTEITH, 1996).

Entender e considerar os processos biofísicos é fundamental para a modelagem de culturas agrícolas e para a criação de sistemas de suporte à decisão, tais como seleção de genótipos; avaliação estratégica das formas de manejo e investimentos em infraestrutura (LISSON *et al.*, 2005).

A simplificação dos modelos a fim de torná-los tratáveis computacionalmente, pode ser feita ao extrair detalhes excessivos do modelo complexo, utilizando análises de sensibilidade e seleção da variável principal. Diferentes modelos simplificados

podem ser construídos com base em um mesmo modelo complexo, mas esses devem estar de acordo com os objetivos do problema real (CORRÊA *et al.*, 2011).

O uso de tecnologia na agricultura vem aumentando e desempenhando um papel fundamental na produção agrícola. A automação inteligente, por ser capaz de melhorar a confiabilidade e a eficiência dos sistemas, mostra-se cada vez mais importante para garantir e controlar a produção de culturas e abordar a segurança alimentar. No entanto, é essencial que os sistemas que fazem uso dessas tecnologias sejam otimizados, de forma a evitar excessos e desperdícios, como exemplo, desperdícios de água e aplicação excessiva de fertilizantes. Nesse contexto, a modelagem matemática de otimização é uma excelente ferramenta (TEJADA-CASTRO *et al.*, 2019; YOUSIF *et al.*, 2018).

Nas situações em que a tomada de decisão está relacionada à alocação de recursos escassos, são necessários métodos eficientes que auxiliem o planejador no processo decisório. Para resolver esse tipo de problema, os modelos matemáticos de otimização são os mais indicados, pois são capazes de quantificar de maneira ótima o uso dos recursos limitados, como exemplo: terra, água, capital, mão de obra, equipamentos, tempo, etc., maximizando algum índice de desempenho ou minimizando alguma medida de custo (FRIZZONE, 1995). Muitas das vezes, os custos não são apenas econômicos, mas também ambientais, políticos e sociais.

Diante da importância da modelagem matemática de problemas de otimização assim como os objetivos desse trabalho, serão apresentadas a seguir, breves descrições, relacionadas às técnicas matemáticas de otimização.

2.3.1 Modelagem de problemas de otimização

A pesquisa operacional (PO) é uma ciência destinada a criação e desenvolvimento de metodologias específicas para auxiliar o gerenciamento de decisões. Ela surgiu durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945) e foi usada na resolução de problemas táticos e estratégicos a fim de otimizar os recursos disponíveis (HILLIER; LIEBERMAN, 2008; RAVINDRAN, 2016).

No Brasil, a PO iniciou-se em meados da década de 60, com a criação do primeiro grupo de estudos pela Petrobrás. Foi fundada nessa mesma época a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (SOBRAPO) responsável pelo desenvolvimento e uso de técnicas de PO (LÓSS, 1981).

De acordo com a SOBRAPO (1969), a PO é uma área da ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais, focada na aplicação de métodos visando a otimização de processos de planejamento e operação de sistemas. Sendo utilizada como ferramenta de tomada de decisões ótimas, e assim permite encontrar soluções que melhor se adequam aos objetivos dos sistemas tratados.

De acordo com Taha (2008), a metodologia da PO é composta por cinco etapas básicas:

- a) identificação do problema: etapa onde se define o escopo do processo ou problema sob investigação.
- b) construção do modelo matemático de otimização representativo do problema estudado na etapa anterior (a): etapa onde o problema em questão será traduzido em relações matemáticas.
- c) determinação da solução do modelo determinado na etapa (b): nessa etapa utiliza-se técnicas matemáticas e computacionais para determinar a solução do modelo de otimização.
- d) teste e validação do modelo: etapa onde se verifica o modelo anteriormente proposto e prevê o comportamento do sistema da pesquisa em questão, por meio de simulações.
- e) implementação do modelo: etapa em que o modelo pode ser utilizado como ferramenta de auxílio nas tomadas de decisões, onde soluções obtidas a partir do modelo pode ser traduzida em instruções operacionais adequadas.

Essa metodologia serviu como base para o desenvolvimento desse trabalho.

2.3.2 Modelos de otimização

As características gerais de um problema de programação ou de otimização são:

- a) variáveis: representam os parâmetros de decisão, cujos valores refletirão na solução do problema.
- b) função objetivo: a qual descreve o objetivo principal do problema (essa função deve ser maximizada ou minimizada).
- c) conjunto de restrições: define a região de busca da solução.

Assim, busca-se determinar valores para as variáveis de tal forma que as restrições sejam consideradas e simultaneamente otimize a função objetivo (maximizando ou minimizando, dependendo do problema). Nesse contexto, o modelo

pode ser escrito da forma apresentada em (4), em que x é um vetor contendo as variáveis do problema, $f(x)$ é a função objetivo e $h_i(x) \leq 0$ ($= 0$ ou ≥ 0), $i = 1, \dots, p$, são inequações e/ou equações que definem o conjunto de restrições (BRONSON, 1985; IZIMAILOV; SOLODOV, 2005).

$$\begin{aligned} & \text{Max (Min) } f(x) \\ & \text{Sujeito a:} \\ & h_i(x) \leq 0 \quad (= 0 \text{ ou } \geq 0), i = 1, \dots, p \\ & x \in D \subseteq R^n \end{aligned} \tag{4}$$

Em que: $f: D \subseteq R^n \rightarrow R$, $h_i: R^n \rightarrow R, i = 1, \dots, p$, e $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in D$. Toda solução x tal que $(x \in D)$ e $(h(x) \leq 0)$ é chamada solução factível ou solução viável. Se x^* factível for tal que $f(x) \leq f(x^*)$ para todo x factível, então x^* é chamada solução ótima (considerando o problema de maximização).

De acordo com Goldberg e Luna (2005), o problema de otimização como definido (1) recebe uma classificação de acordo com a natureza da função objetivo e das expressões matemáticas que compõem o conjunto de restrições. São elas:

- a) Problema de Programação Linear - PPL: a função objetivo e as expressões matemáticas que compõem o conjunto de restrições são todas lineares e as variáveis são todas contínuas.
- b) Problema de Programação Não Linear - PPNL: se houver qualquer não linearidade na função objetivo e/ou nas expressões matemáticas que compõem o conjunto de restrições e as variáveis são todas contínuas.
- c) Problema de Programação Linear Inteira - PPLI: a função objetivo e as expressões matemáticas que compõem o conjunto de restrições são todas lineares e as variáveis são todas inteiras.
- d) Problema de Programação Não Linear Inteira - PPNLI: se houver qualquer não linearidade na função objetivo e/ou nas expressões matemáticas que compõem o conjunto de restrições e as variáveis são todas inteiras.
- e) Problema de Programação Linear Inteira Mista - PPLIM: a função objetivo e as expressões matemáticas que compõem o conjunto de restrições são todas lineares e parte das variáveis são inteiras e parte são contínuas.

- f) Problema de Programação Não Linear Inteira Mista - PPNLIM: se houver qualquer não linearidade na função objetivo e/ou nas expressões matemáticas que compõem o conjunto de restrições e parte das variáveis são inteiras e parte são contínuas.

Existem muitas outras classificações de problemas de otimização, as quais exploram as características das expressões matemáticas e variáveis envolvidas. Neste trabalho será abordado um problema de programação não linear (PPNL).

A programação não-linear (PNL) originou-se na década de 50 em um trabalho desenvolvido pelos pesquisadores Kuhn e Tucker, e a aplicação dessa foi aprimorada a partir da década de 70, devido ao avanço do desenvolvimento dos computadores e sua capacidade de processamento (CIRILO, 1997). A PNL não possui um método geral para resolução dos seus problemas, dessa maneira o processo de otimização requer um pouco mais de atenção, quando comparado com outros métodos, uma vez que a matemática envolvida nos modelos não-lineares é muito mais complexa do que nos casos de programação linear (YEH, 1985).

De acordo com Chiang (1982) a PNL apresenta alguns aspectos que diferem da programação linear, como: o campo de busca de solução ótima abrange toda região factível, e não somente o conjunto de seus pontos extremos como na PL; durante a exploração do espaço de soluções a partir de um ponto inicial, um deslocamento contínuo em uma direção uniforme pode não conduzir a valores continuamente crescentes (ou decrescentes) da função objetivo; a região factível pode não ser um conjunto convexo.

Um modelo de otimização não linear, PPNL, em geral consiste em uma função objetivo, um conjunto de restrições e um conjunto de condições de não-negatividade. E como citado, todo PPNL apresenta alguma não linearidade em pelo menos uma de suas expressões matemáticas (CHIANG, 1982; FRIEDLANDER, 1994; LUENBERGER; YE, 2008).

A resolução de um modelo de otimização depende da disponibilidade de dados e da existência de algoritmos computacionais específicos para essa finalidade. Em geral, existem métodos específicos de resolução para cada uma das classes citadas (PPL, PPNL, PPLI, PPNLI, PPLIM, PPNLIM), os quais exploram a complexidade, a forma da função objetivo, a existência ou não de restrições e caso exista, a geometria da região factível (LUENBERGER; YE, 2008; YEH, 1985).

No caso particular dos PPNLs, os algoritmos para resolução foram elaborados abordando problemas sem ou com restrições. Os principais métodos sem restrições são: Método do Gradiente; Método dos Gradientes Conjugados; Método de Newton-Raphson; Método Quase-Newton; Método de Hooke e Jeeves, Método dos Gradientes Conjugados Não-Linear, entre outros (BRONSON, 1985; CIRILO, 1997). Os principais métodos com restrições são: Método das Penalidades; Método do Lagrangeano Aumentado; Método das Direções Viáveis; Método dos Gradientes Reduzidos Generalizado (GRG), entre outros (BRONSON, 1985). Mateus e Luna (1986) apontaram que para comparação entre algoritmos de resolução de PPNL pode-se usar critérios baseados em: simplicidade computacional, tempo gasto no processamento computacional até atingir um ponto ótimo, memória necessária durante o processamento e sensibilidade a erros computacionais.

Dentre os diversos métodos de resolução de PPLN, foi escolhido o Método do Gradiente Conjugado Não-Linear (GCNL) para resolução do problema de otimização proposto neste trabalho. O Método GCNL foi um caso particular do Método do Gradiente Conjugado proposto por Hestenes e Stiefel (1952) para soluções de problemas não-lineares e/ou minimização de funções convexas. Esse método será descrito na seção a seguir.

2.3.3 Método do Gradiente Conjugado Não-Linear (GCNL)

Os estudos dos Métodos dos Gradientes Conjugados (GC) iniciaram na década de 50 por Hestenes e Stiefel para problemas lineares e para minimização de funções quadráticas estritamente convexas e posteriormente houve uma extensão do método para funções não lineares gerais.

O método GC foi proposto para resolução de sistemas lineares, utilizando critérios de busca exata, que consiste em selecionar sucessivos vetores de direção como uma versão conjugada dos sucessivos gradientes encontrados ao longo do processo de resolução. É um método iterativo, isto é, um procedimento em que uma sequência de soluções aproximadas são geradas e que vão melhorando conforme iterações são executadas. Desta forma, dada uma solução inicial $x_{(0)}$ para o problema em questão, toma-se um conjunto de direções conjugadas $\{d_{(0)}, d_{(1)}, \dots, d_{(n-1)}\}$, onde a primeira direção é a direção contrária ao gradiente (problemas de minimização) e

todas as outras são *A – conjugados* entre si e em no máximo n iterações, tem-se a solução do problema. Escolhe-se a primeira direção ($d_{(0)}$), ao longo da qual será feita uma busca linear exata para alcançar um novo ponto ($x_{(1)}$). A partir das informações iniciais, uma nova direção $d_{(1)}$ conjugada a $d_{(0)}$ é determinada, ao longo da qual busca-se o novo ponto ($x_{(2)}$), e assim, sucessivamente, até atingir a solução ótima ou satisfazer um critério de parada.

A diferença do algoritmo utilizado no GCNL é que este utiliza critérios de buscas inexatas de acordo com a condição de Armijo em adição a condição de Wolfe, pois não tem o tamanho definido do passo; diferenciando dos casos lineares onde os passos a serem computados são definidos a partir de uma fórmula fechada. Outra característica que diferem o uso deste método é que em casos não-lineares, não é garantido que o algoritmo convergirá em n passos, dessa maneira considera-se uma reinicialização das direções de busca a um número de iterações preestabelecido (RIBEIRO; KARAS, 2014).

2.3.4 Otimização aplicada à irrigação e fertirrigação

A otimização tem sido utilizada para resolução de vários tipos de problemas em diversas áreas da ciência, como exemplo, na área agronômica.

Diversos trabalhos foram desenvolvidos objetivando a aplicação de técnicas de otimização à processos envolvidos na irrigação de cultivos. Carvallo *et al.* (1998) criaram um modelo de PNL para a determinação de um padrão de cultivo ótimo para a agricultura irrigada. Os resultados mostraram que alterações de preços de produtos exportáveis e o custo da água tem um grande impacto nos padrões de cultivo e no lucro; Sinha *et al.* (1999) propuseram um modelo de otimização não-linear para uma pesquisa com reservatórios de água de múltiplas finalidades, visando a minimização do consumo e do custo relacionados ao uso da água. Saad e Frizzone (1996) formularam um modelo de PNL, baseado no conjunto de equações proposto por Holzapfel *et al.* (1990) para maximização da receita líquida de culturas irrigadas por sistemas de irrigação localizada, aplicável as áreas de irrigação regulares com declividade e emissão uniformes.

Nos últimos anos, na agricultura irrigada, têm sido observado um avanço da automação dos sistemas. A automação é entendida como um conjunto de técnicas

apoiadas em processadores eletrônicos que substitua o trabalho humano e que vise soluções rápidas e econômicas, a fim de alcançar os complexos objetivos das indústrias, da agricultura e dos serviços. Aliados aos sistemas agrícolas irrigados, a tecnificação das ferramentas de auxílio à tomada de decisão tem facilitado o manejo das irrigações, indicando a quantidade adequada de água aplicada no solo para prevenir o estresse hídrico das culturas e também a dosagem de nutrientes requerida, a qual pode afetar tanto em quantidade, como em qualidade, a produção da cultura.

Neste contexto, na área de instrumentação aplicada à agricultura, diversos trabalhos já foram realizados, visando otimizar a sua produtividade através do monitoramento e controle de condições ambientais: Sistema Computacional FOS (TIEPPO *et al.*, 2010); DSS-FS (MOREIRA-BARRADAS *et al.*, 2012); Optifer (PAGÁN *et al.*, 2015); Ecofert (BUENO-DELGADO *et al.*, 2016); IrrigaFert (ALMEIDA *et al.*, 2016); VegSyst – DSS (GALLARDO *et al.*, 2016); cFertiGUAL (PÉREZ-CASTRO *et al.*, 2017). Desta forma, as técnicas matemáticas e computacionais são de suma importância.

Para apoio à fertirrigação, Tieppo *et al.* (2010) desenvolveram um sistema computacional para otimização na seleção de fertilizantes (FOS), o qual possibilita o cálculo e a análise do custo total da quantidade de cada fertilizante, que contém macronutrientes e micronutrientes, a ser misturado. Para isso, os autores propuseram um modelo matemático de programação linear, o qual foi resolvido utilizando o método Simplex.

Bueno-Delgado *et al.* (2016) propuseram um aplicativo para o sistema Android (EcoFert) visando determinar combinações econômicas de fertilizantes a fim de obter a solução nutritiva desejada para diversas culturas sob cultivo hidropônico a um custo mínimo. Uma das características principais do aplicativo é o uso de um modelo de Programação Linear (PL), o qual é resolvido utilizando o método Simplex. Outras características são: o banco de dados que contém a lista de fertilizantes comerciais são hospedados na nuvem, os custos são apresentados em Euros; a composição da solução é atualizada diariamente e a implementação do modelo de PL apresenta baixo custo computacional, mesmo para um número grande de fertilizantes (mais que 20 tipos).

Almeida *et al.*, (2016) desenvolveram o *software* IrrigaFert para auxiliar o produtor no manejo adequado da fertirrigação. Esse software realiza o cálculo da quantidade de fertilizantes, como também a quantidade de tanques a ser utilizada no

sistema de irrigação. O IrrigaFert foi desenvolvido em *Visual Basic* e projetado para trabalhar em ambiente Windows®. Os autores utilizaram a metodologia apresentada por Frizzone *et al.* (2012) para o desenvolvimento dos cálculos referente ao número de tanques e também para a recomendação de adubação.

Pérez-Castro *et al.* (2017) utilizaram técnicas de otimização e o uso de sensores para elaboração de um aplicativo visando estimar os parâmetros apropriados à fertirrigação. Por meio do uso desta tecnologia foi possível usar as condições internas da estufa como entradas para medir a quantidade de água perdida pela evapotranspiração, portanto, permitiu coletar dados de estações meteorológicas e estabelecer os requisitos de irrigação; e assim determinar a quantidade de fertilizantes a ser aplicados por litro de água (kg L^{-1}) nos tanques de fertirrigação, permitindo o gerenciamento de fertilizantes e quantidade de água a ser aplicada a fim de garantir a produção máxima desejada. Estes cálculos foram feitos a partir da aplicação de um modelo matemático de programação linear.

Ahmed *et al.* (2018) projetaram um sistema automatizado de fertirrigação a fim de minimizar o desperdício de insumos e a baixa produção que ocorrem em função da imprecisão na quantidade de fertilizantes aplicados no campo pelos métodos tradicionais. Os autores utilizaram-se da Internet das Coisas (IoT), que pode ser descrita como uma rede de objetos ou “coisas” incorporadas a eletrônicos, software, sensores e conectividade para permitir que esses objetos coletem e troquem dados, para controlar remotamente uma infraestrutura da rede de sensores implantadas para o monitoramento do potencial hidrogeniônico (pH) e da condutividade elétrica (CE). Os leitores de pH usados para controlar a disponibilidade de nutrientes na solução de fertilizante, enquanto os valores da CE são usados para fornecer informações sobre a quantidade de fertilizante sendo injetada na solução de fertilizante.

Ao aplicar a metodologia descrita por Tieppo *et al.* (2010), Bosoki *et al.* (2018) verificaram uma redução média de 13,56% nos custos de adubação em relação ao método tradicional utilizado. Observaram também que as técnicas tradicionais promovem uma utilização excessiva de fertilizantes, que acarreta em um acréscimo médio de 22,58% nos custos de adubação.

Os *softwares* e/ou aplicativos que são direcionados ao uso de fertilizantes, disponíveis atualmente no mercado, têm em comum a finalidade de calcular a recomendação de adubação para uma determinada situação, contudo, a maioria não possibilita ao usuário realizar o cálculo de uma combinação de fertilizantes que

satisfaça uma determinada condição de nutrientes requerida, ou seja, não disponibiliza uma ferramenta para calcular possíveis misturas de fertilizantes para atender uma determinada recomendação de adubação.

Adicionalmente, no processo de cálculo de misturas de fertilizantes para a fertirrigação existe uma série de variáveis que devem ser levadas em consideração e, em grande parte, não são consideradas pela maioria dos *softwares* disponíveis, o que ocasiona a utilização de métodos de resolução nem sempre lineares, como o método simplex.

Nesse contexto, esta pesquisa propõe uma metodologia para auxiliar o produtor agrícola a definir uma estratégia de fertirrigação, que se diferencia por considerar algumas características dos fertilizantes como a compatibilidade e a condutividade elétrica gerada na solução, entre outros fatores, resultando em um modelo não-linear que otimiza o custo da mistura de fertilizantes a ser utilizada, a fim de suprir a necessidade nutricional demanda por uma certa cultura sob determinada condição de fertilidade de solo.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Para atender o objetivo deste trabalho desenvolveu-se uma metodologia que permitisse identificar uma mistura ótima de fertilizantes capaz de auxiliar o produtor no manejo da fertirrigação, tornando-o mais eficaz em relação ao uso de diferentes fertilizantes; mediante a determinação das suas quantidades com base no conceito de “*spoon-feeding*”, fornecendo ao solo os nutrientes demandados de acordo com cada estágio fenológico da cultura.

Essa metodologia consiste no desenvolvimento de um modelo matemático de otimização para auxílio na determinação da quantidade ótima de cada fertilizante a ser dissolvida na mistura de forma a atender as necessidades nutricionais da cultura a um custo mínimo. Para auxiliar o usuário deste modelo, também foi realizado o desenvolvimento de um aplicativo para dispositivos móveis. Sendo, portanto, este aplicativo uma ferramenta de apoio à técnicos e produtores no processo de tomada de decisões em campo.

Neste contexto, foram considerados as características fisiológicas das culturas analisadas e as respectivas marchas de absorção diárias de nutrientes. Adicionalmente, foram consideradas as características próprias da composição química de cada fertilizante, com especial atenção à solubilidade, condutividade elétrica da solução e compatibilidade.

Para o desenvolvimento e resolução do modelo matemático foram utilizadas técnicas de programação não linear. Os testes computacionais assim como o desenvolvimento do aplicativo foram realizados em um computador Dell Core i7, 8GB RAM, Windows 10, utilizando o ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) *Android Studio*.

Todos os detalhes da metodologia para desenvolvimento do modelo matemático e do aplicativo estão apresentados respectivamente nas seções 3.1 e 3.2 a seguir.

3.1 MODELO MATEMÁTICO

Para formulação do modelo foram consideradas as seguintes notações: i sendo o índice que representa os K tipos de fertilizantes poderão ser usados na fertirrigação, $i = 1, \dots, K$; z o índice que representa os Z estágios fenológicos, $z =$

$1, \dots, Z$; d o índice referente aos dias que compõem o estágio fenológico, $d = 1, \dots, D$ e f o índice que representa as fertirrigações, $f = 1, \dots, F$.

Sendo X_{izdf} a variável que define a quantidade do fertilizante i a ser usado na fertirrigação f do dia d , do estágio fenológico z , propõe-se o modelo a seguir:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^K \sum_{z=1}^Z \sum_{d=1}^D \sum_{f=1}^F C_i X_{izdf} + \sum_{(m,n) \in SR} \sum_{z=1}^Z \alpha C_m X_{mzdf} C_n X_{nzdf} \quad (5)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^K N_i X_{izdf} = \bar{N}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^K P_i X_{izdf} = \bar{P}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^K K_i X_{izdf} = \bar{K}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^K Ca_i X_{izdf} = \bar{Ca}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^K Mg_i X_{izdf} = \bar{Mg}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^K S_i X_{izdf} = \bar{S}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^K B_i X_{izdf} = \bar{B}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^K Zn_i X_{izdf} = \bar{Zn}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^K Mn_i X_{izdf} = \bar{Mn}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^K Cu_i X_{izdf} = \bar{Cu}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^K Fe_i X_{izdf} = \overline{Fe}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^K Mo_i X_{izdf} = \overline{Mo}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^K eq_i X_{izdf} \leq 40, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (18)$$

$$X_{azdf} X_{bzdf} = 0, \text{ para todo } par(a, b) \in I, \quad (19)$$

$$X_{izdf} \geq 0, i = 1, \dots, K, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (20)$$

$I = \{(a, b) \text{ tal que o fertilizante } a \text{ é incompatível com o fertilizante } b\},$

$a \in \{1, \dots, K\} \quad b \in \{1, \dots, K\}$

$SR = \left\{ (m, n) \text{ tal que o fertilizante } m \text{ quando misturado com o fertilizante } n \text{ apresenta solubilidade reduzida} \right\},$

$m \in \{1, \dots, K\} \quad n \in \{1, \dots, K\}$

A função objetivo (5) visa minimizar o custo total gasto com fertilizantes a serem inseridos na mistura ótima para ser aplicada em cada fertirrigação de uma determinada cultura. Em que C_i (R\$ kg⁻¹) é o custo do fertilizante i e α ($\alpha = M \gg 0$) é o termo de penalidade aplicado aos custos dos fertilizantes m e n que quando misturados apresentam solubilidade reduzida. Desta forma, o modelo penaliza os pares de fertilizantes com solubilidade reduzida (m, n) , dificultando portanto a escolha simultânea destes tipos de fertilizantes. Esta escolha só será feita pelo modelo se realmente for necessária, pois a penalidade aumentará o custo total da mistura. X_{izdf} é a variável que indica a quantidade de fertilizante i a ser adicionada no tanque de solução (kg ha⁻¹) a ser usado na fertirrigação f do dia d , do estágio fenológico z .

As expressões matemáticas (6)-(20) representam as restrições do problema proposto, sendo que: as Equações (6)-(12) garantem que a quantidade de fertilizante a ser adicionada na mistura atenda a recomendação de adubação referente aos macronutrientes inserida pelo produtor; as Equações (13)-(17) garantem que a quantidade de fertilizante a ser adicionada na mistura atenda a recomendação de adubação referente aos micronutrientes inserida pelo produtor; as restrições (18) são referentes a condutividade elétrica da solução; as restrições (19) impedem que dois fertilizantes (a, b) incompatíveis sejam utilizados concomitantemente, de acordo com

o Quadro 8; e as restrições (20) garantem a não negatividade das variáveis de decisão do modelo.

Adicionalmente, todos os índices, parâmetros e variáveis integrantes do modelo, encontram-se descritos na Quadro 8.

Quadro 8 – Descrição dos índices, parâmetros e variáveis integrantes do modelo (11)-(25)

Legenda	Categoria	Descrição
K	Parâmetro	Quantidade de tipos de fontes de nutrientes.
$i = 1, \dots, K$	Índice	Índices que representam os tipos de fertilizantes.
Z	Parâmetro	Quantidade de estádios fenológicos da cultura.
$z = 1, \dots, Z$	Índice	Índices que representam os estádios fenológicos.
D	Parâmetro	Quantidade de dias referente a cada estágio fenológico da cultura.
$d = 1, \dots, D$	Índice	Índices que representam os dias do estágio fenológico.
F	Parâmetro	Quantidade de fertirrigação realizadas em um dia.
$f = 1, \dots, F$	Índice	Índices que representam as fertirrigações.
C_i	Parâmetro	Custo do fertilizante i (R\$ kg ⁻¹).
α	Parâmetro	Penalidade aplicada ao uso dos fertilizantes de solubilidade reduzida.
N_i	Parâmetro	Proporção de nitrogênio contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{N}$	Parâmetro	Quantidade de nitrogênio recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
P_i	Parâmetro	Proporção de fósforo (P) contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{P}$	Parâmetro	Quantidade de fósforo (P) recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
K_i	Parâmetro	Proporção de potássio (K) contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{K}$	Parâmetro	Quantidade de potássio (K) recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
Ca_i	Parâmetro	Proporção de cálcio contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{Ca}$	Parâmetro	Quantidade de cálcio recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
Mg_i	Parâmetro	Proporção de magnésio contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{Mg}$	Parâmetro	Quantidade de magnésio recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
S_i	Parâmetro	Proporção de enxofre contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{S}$	Parâmetro	Quantidade de enxofre recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
B_i	Parâmetro	Proporção de boro contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{B}$	Parâmetro	Quantidade de boro recomendada na adubação (g ha ⁻¹).
Zn_i	Parâmetro	Proporção de zinco contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{Zn}$	Parâmetro	Quantidade de zinco recomendada na adubação (g ha ⁻¹).
Mn_i	Parâmetro	Proporção de manganês contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{Mn}$	Parâmetro	Quantidade de manganês recomendada na adubação (g ha ⁻¹).
Cu_i	Parâmetro	Proporção de cobre contida no fertilizante i (decimal).
$\bar{Cu}$	Parâmetro	Quantidade de cobre recomendada na adubação (g ha ⁻¹).
Fe_i	Parâmetro	Proporção de ferro contida no fertilizante i (decimal).

$\overline{Fe}$	Parâmetro	Quantidade de ferro recomendada na adubação (g ha^{-1}).
Mo_i	Parâmetro	Proporção de molibdênio contida no fertilizante i (decimal).
$\overline{Mo}$	Parâmetro	Quantidade de molibdênio recomendada na adubação (g ha^{-1}).
$I = \{(a, b)\}$	Parâmetro	Conjunto de índices referente aos pares de fertilizantes que são incompatíveis.
$SR = \{(m, n)\}$	Parâmetro	Conjunto de índices referente aos pares de fertilizantes que possuem solubilidade reduzida, quando utilizados conjuntamente.
eq_i	Parâmetro	Equivalente-grama referente ao fertilizante i .
X_i	Variável de decisão	Quantidade de fertilizante i a ser usado na fertirrigação f do dia d , do estágio fenológico z .

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

O modelo (7)-(21) é um problema de otimização não linear, o qual foi resolvido utilizando o Método do Gradiente Conjugado Não-Linear, e implementado no *software* ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) *Android Studio*. Para validação desse modelo foram realizados testes computacionais com dados coletados na literatura, de acordo com o Boletim Técnico 215 do Instituto Agrônomo de Campinas (IAC) para determinação da recomendação de adubação da cultura a partir de experimentos realizados sob cultivo protegido em que utilizaram a técnica de fertirrigação. Assim como os preços de fertilizantes comercializados, de acordo com dados da Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB).

3.2 APLICATIVO

Para o desenvolvimento deste aplicativo foram elaboradas planilhas utilizando o Microsoft Excel® com os dados de entrada para o funcionamento das rotinas de programação. Para tanto, foram considerados como dados de entrada os tipos de fertilizantes mais utilizados na fertirrigação, as respectivas composições químicas e, ainda, a ponderação da quantidade de nutrientes presentes na composição desses fertilizantes.

A composição de nutrientes contidos nos respectivos fertilizantes foi determinada utilizando os dados de peso atômicos dos elementos e das massas molares dos fertilizantes. Para o cálculo do custo da mistura ótima de fertilizantes foi utilizado o modelo matemático de otimização proposto nesta pesquisa.

Em adição ao modelo matemático foram utilizadas bibliotecas existentes no ambiente de desenvolvimento do aplicativo. Essas bibliotecas são formadas pelo

conjuntos de arquivos de códigos, organizadas em classes, que oferecem ao desenvolvedor uma gama de funções, possibilitando assim, a interface entre o aplicativo e os recursos existentes no sistema.

Para o cálculo da seleção de fertilizantes foi utilizada a biblioteca de otimização não linear, classe *NonLinearConjugateGradientOptimizer*¹, apresentada a sua forma padrão a seguir:

```
NonLinearConjugateGradientOptimizer1
public
    NonLinearConjugateGradientOptimizer(NonLinearConjugateGradientOpti
        mizer.Formula updateFormula, ConvergenceChecker<PointValuePair>
        checker)
```

Essa classe suporta as fórmulas de atualização Fletcher-Reeves e Polak-Ribière para a atualização do parâmetro usado para calcular as direções de pesquisa conjugadas sucessivas descrito pelo Método do Gradiente Conjugado Não-Linear (GCNL). O algoritmo GCNL (SOUZA, 2017) está apresentado a seguir.

Algoritmo GCNL (Gradiente Conjugado Não-Linear)

Considere o problema:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(x) \\ & \text{Sujeito a} \\ & x \in \omega \subseteq R^n \end{aligned}$$

Em que $f: R^n \rightarrow R$, é uma função não linear convexa.

O método GCNL para resolução do problema de otimização acima é descrito a seguir:

- 1) Dados: um ponto inicial $x_{(0)} \in \omega$, o tamanho mínimo do passo $t_{min} > 0$ e um fator de tolerância de erro Tol .
- 2) Faça o vetor de direção inicial $d_{(0)} = -\nabla f(x_{(0)})$, $x^* = x_{(0)}$ e inicialize $i = 0$.
- 3) Enquanto, $\|\nabla f(x_{(i)})\| > Tol$, faça:

¹ Página oficial disponível em: <https://commons.apache.org/proper/commons-math/javadocs/api-3.1.1/org/apache/commons/math3/optim/nonlinear/scalar/gradient/NonLinearConjugateGradientOptimizer.html>

3.1) Encontre $t > t_{min}$ que satisfaça a condição de decréscimo suficiente (Armijo) $f(x + td) \leq f(x) + c_1 t \nabla f(x)^T d$ e a condição de curvatura (Wolfe forte) $f(x + td) \geq c_2 t \nabla f(x)^T d$ em $x_{(i)} + td_{(i)}$.

3.2) Se $t > t_{min}$,

$$x_{(i+1)} = x_{(i)} + td_{(i)}.$$

Caso contrário,

$$x_{(i+1)} = x_{(i)}.$$

3.3) Se $((i + 1) \bmod(n) \neq 0)$ e $(t > t_{min})$, calcule $\beta_{(i)}$.

$$\beta_i^1 = \frac{r_{(i+1)}^T r_{(i+1)}}{r_{(i)}^T r_{(i)}}$$

$$\beta_i^2 = \frac{-r_{(i+1)}^T y_{(i)}}{r_{(i)}^T r_{(i)}}$$

$$\beta_i^3 = \frac{r_{(i+1)}^T r_{(i+1)}}{d_{(i)}^T y_{(i)}}$$

$$\beta_i^4 = \frac{-r_{(i+1)}^T y_{(i)}}{d_{(i)}^T y_{(i)}}$$

Caso contrário,

$$\text{faça } \beta_{(i)} = 0.$$

3.4) $d_{(i+1)} = -\nabla f(x_{(i+1)}) + \beta_{(i)} d_i$.

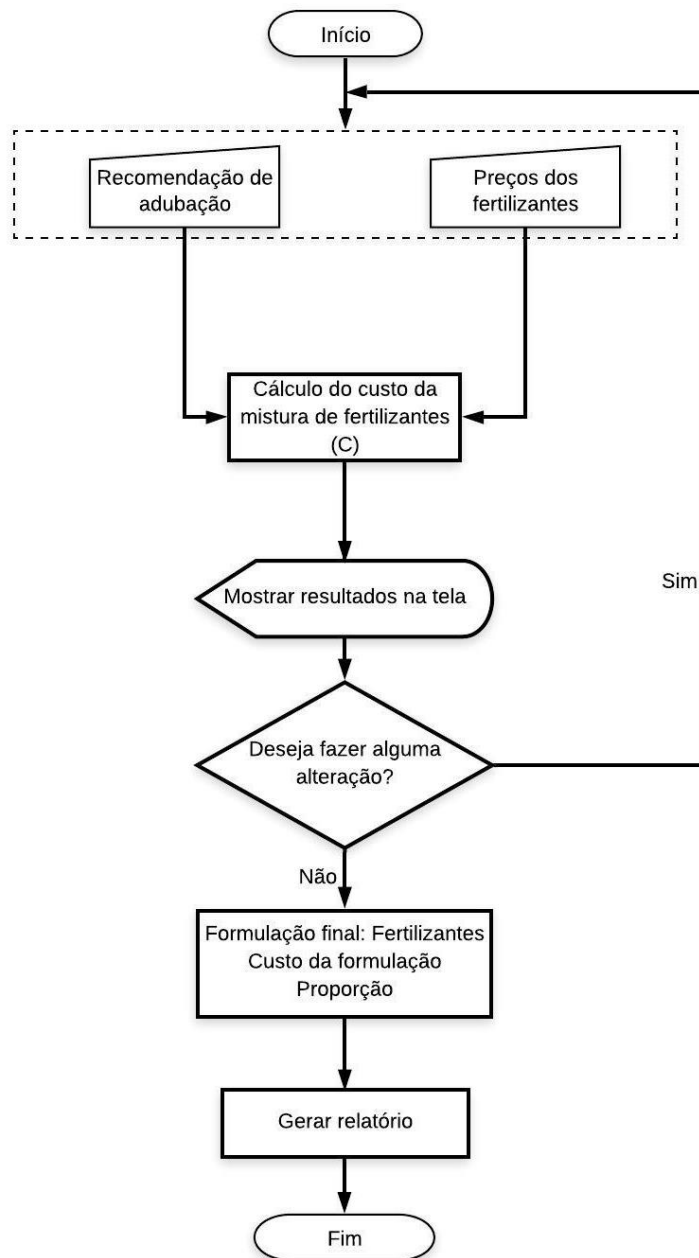
3.5) $i = i + 1$. Atualize $x \leftarrow x(i)$.

4) Se o critério de convergência foi satisfeito, então FIM. Solução ótima é x^* .

Assim, dado um ponto inicial $x_{(0)}$ é escolhida a primeira direção de busca $d_{(0)}$ ao longo da qual será feita uma busca inexata para alcançar o próximo ponto $x_{(1)}$. Em seguida, com as informações do novo ponto e da direção, calcula-se a nova direção de busca $d_{(1)}$ ao longo da qual será determinado um novo ponto $x_{(2)}$, e assim, sucessivamente, até que a solução do problema seja atingida, dentro de uma tolerância preestabelecida Tol .

O funcionamento do aplicativo está representado no fluxograma descrito na Figura 1.

Figura 1 – Fluxograma de execução do aplicativo



Fonte: elaborado pelo autor.

O aplicativo foi desenvolvido para Plataforma Android, sistema operacional que, de acordo com a previsão da International Data Corporation (2016), foi responsável por 87% do mercado mundial de dispositivos móveis. Para sua implementação, foi utilizado o ambiente de desenvolvimento integrado (IDE – *Integrated Development*

Enviromenment) *Android Studio*², na versão 3.0; que permite o desenvolvimento da aplicação por meio da linguagem de programação Java³.

O *Android Studio 7* foi desenvolvido e mantido pela Google, sendo disponibilizado gratuitamente sob licença de *software* livre. Ele possui um kit de desenvolvimento de *software* Android (SDK – *Software Development Kit*) que agrega um conjunto de ferramentas de desenvolvimento, incluindo: um depurador (*debugger*); uma biblioteca com objetos padrão do Android (botões, imagens, rotinas de acesso ao banco de dados); um emulador para testes em ambiente simulado; e, a documentação do sistema operacional e das bibliotecas auxiliares (ANDROID DEVELOPERS, 2018). O *Android Studio 7* fornece também uma interface gráfica que permite aos desenvolvedores executar as tarefas inerentes ao processo de desenvolvimento mais rapidamente.

O aplicativo desenvolvido neste trabalho avalia as diversas combinações de fertilizantes de forma a identificar a mistura com menor custo com base nos parâmetros de entrada fornecidos. Portanto, o aplicativo funciona como uma ferramenta de apoio à tomada de decisão para sistemas de fertirrigação, o que aumenta a acessibilidade à metodologia usada para determinar os parâmetros ideais de fertirrigação de qualquer sistema de cultivo. Sendo que, a principal justificativa para o desenvolvimento do *software* proposto reside no fato dele tornar os processos de entrada de dados e saída de informações mais amigáveis para os usuários nem sempre familiarizados com os cálculos demandados no processo otimização.

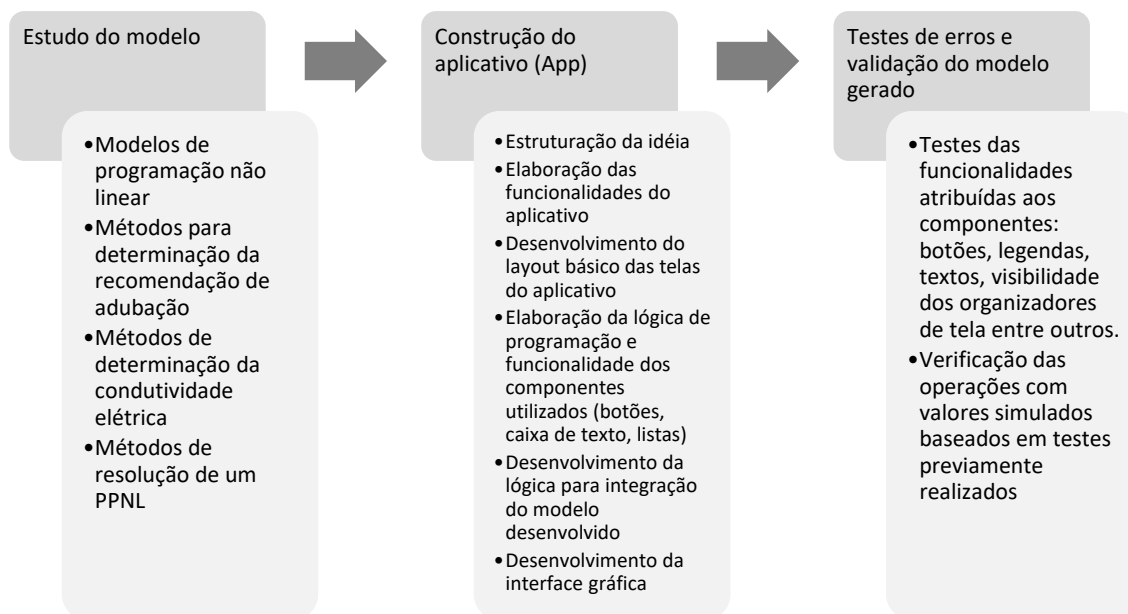
O aplicativo implementado permite a realização do cadastro dos fertilizantes a serem utilizados, dos preços dos fertilizantes comercializados na região, a inserção de recomendações de adubação para a cultura e a geração de relatórios. Em termos de interface, o objetivo foi utilizar e testar a melhor forma de compor os formulários e de disponibilizar as informações na tela mediante listagens, relatórios e gráficos.

Para o desenvolvimento do aplicativo foram seguidas as seguintes etapas: estudo do modelo, construção do aplicativo (App) e teste de erros/validação do modelo (Figura 2).

² Página oficial disponível em: <https://developer.android.com/studio>

³ Página oficial disponível em: https://www.java.com/pt_BR/download/faq/develop.xml

Figura 2 – Etapas para o desenvolvimento do aplicativo



Fonte: elaborado pelo autor.

Inicialmente, o aplicativo apresenta uma tela com o seu nome e dos seus desenvolvedores. Logo após, seguirá para tela de cadastro dos fertilizantes, onde encontrará uma lista previamente estabelecida com os nomes dos fertilizantes mais utilizados em fertirrigação de acordo com o Boletim do IAC e, nessa tela, o usuário poderá cadastrar os preços dos fertilizantes e logo em seguida salvá-los. Após a tela de cadastro de preços, tem-se acesso à tela de recomendação da adubação, em que é possível inserir a recomendação de adubação da cultura a ser fertirrigada. Após salvar os dados de entrada (preços e recomendação de adubação), haverá um botão para confirmar e, posteriormente, calcular o custo da mistura de fertilizantes com os dados de entrada fornecidos pelo usuário (FIGURA 3).

Caso opte por alterar os valores, existem dois botões indicados por “Preços dos fertilizantes” e “Recomendação de adubação” que permitem ao usuário alterar os preços, assim como, a recomendação nutricional. Dessa maneira, a interface amigável facilitará o manuseio do aplicativo e a visualização dos dados de saída.

No aplicativo, há também uma tela de relatório em que são indicadas as quantidades de fertilizantes a serem adicionados à mistura, com os respectivos nomes comerciais e, ainda, o custo final da mistura calculada. Sendo que, esse relatório poderá ser exportado em formato pdf ou xls.

Figura 3 – Protótipo para o desenvolvimento do aplicativo

O protótipo apresenta cinco telas de interface, cada uma representada por um retângulo com uma borda tracejada:

- Tela 1 (Topo Esquerda):** Contém os campos "Cabeçalho - Instituição", "Nome do aplicativo" e "Rodapé - Cidade - Ano".
- Tela 2 (Topo Meio):** Contém os botões "Botão INFO", "Nome do aplicativo" e "Botão INCIAR".
- Tela 3 (Topo Direita):** Contém os campos "Preços dos fertilizantes" e "Botão SALVAR".
- Tela 4 (Fundo Esquerda):** Contém os campos "Recomendação de adubação" e "Botão SALVAR".
- Tela 5 (Fundo Direita):** Contém os campos "Preços dos fertilizantes", "Recomendação de adubação" e "Resposta Fertilizantes + Custo Final".

Fonte: elaborado pelo autor.

A fim de validar o aplicativo, foram realizadas comparações entre seus resultados e os resultados obtidos por meio de simulações realizadas com dados provenientes da literatura a partir da implementação computacional do modelo matemático proposto nesta pesquisa; sendo que, nesse sentido, ambos devem apresentar as mesmas respostas, tanto em relação às quantidades de fertilizantes a serem utilizados, quanto em relação ao respectivo custo total da mistura.

3.3 BASE DE DADOS PARA TESTES COMPUTACIONAIS

Para o desenvolvimento deste modelo foram utilizadas planilhas eletrônicas do tipo Microsoft Excel®, em que foram considerados os tipos de fertilizantes mais utilizados na fertirrigação, assim como suas respectivas composições químicas, ambos descritos na Tabela 7, e, ainda, a ponderação da quantidade de nutrientes presentes na composição de cada fertilizante (N_i , P_i , K_i , Ca_i , Mg_i , S_i , Fe_i , Mn_i , Cu_i , Zn_i , B_i , Mo_i , sendo i os índices associados aos fertilizantes).

A composição decimal dos nutrientes contidos nos fertilizantes foi determinada utilizando os pesos atômicos dos elementos e as respectivas massas molares dos fertilizantes indicados nos Tabelas 3 e 4, respectivamente, já apresentadas na seção secundária 2.2.

Com relação aos dados relacionados as características de compatibilidade entre os fertilizantes, foi utilizado o Quadro 7, já descrito na seção secundária 2.2.

Tabela 7 – Composição de macro e micronutrientes na formulação química dos principais fertilizantes utilizados na fertirrigação
(Continua)

i	Fertilizante	Fórmula	Composição química dos fertilizantes (nutrientes)											
			N _i	P _i	K _i	Ca _i	Mg _i	S _i	Fe _i	Mn _i	Cu _i	Zn _i	B _i	Mo _i
			(Decimal)											
1	Nitrato de amônio	(NH ₄)(NO ₃)	0,3500	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Nitrato de cálcio	Ca(NO ₃) ₂	0,1707	-	-	0,2442	-	-	-	-	-	-	-	-
3	Nitrato de sódio	NaNO ₃	0,1648	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	Sulfato de amônio	(NH ₄) ₂ SO ₄	0,2120	-	-	-	-	0,2427	-	-	-	-	-	-
5	Uréia	CO(NH ₂) ₂	0,4665	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	Superfosfato simples	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ .2H ₂ O.CaSO ₄	-	0,0762	-	0,1973	-	0,0789	-	-	-	-	-	-
7	Superfosfato triplo	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ .2H ₂ O	-	0,1147	-	0,1484	-	0,1187	-	-	-	-	-	-
8	Ácido fosfórico	H ₃ PO ₄	-	0,3161	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	Cloreto de potássio	KCl	-	-	0,5244	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	Sulfato de potássio	K ₂ SO ₄	-	-	0,2244	-	-	0,1840	-	-	-	-	-	-
11	Sulfato duplo de potássio e magnésio	K ₂ SO ₄ .2MgSO ₄	-	-	0,0942	-	0,0586	-	-	-	-	-	-	-
12	Fosfato monoamônico (MAP)	NH ₄ H ₂ PO ₄	0,1218	0,2693	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13	MAP cristal	NH ₄ H ₂ PO ₄	0,1218	0,2693	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
14	Fosfato diamônico (DAP)	(NH ₄) ₂ HPO ₄	0,2121	0,2346	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	Fosfato de ureia	CO(NH ₂) ₂ .2H ₃ PO ₄	0,1772	0,1960	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	Nitrato de potássio	KNO ₃	0,1385	-	0,3867	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	Salitre potássico	NaNO ₃ .KNO ₃	0,0753	-	0,2101	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	Fosfito de potássio	KH ₂ PO ₃	-	0,2579	0,3256	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	Fosfato monopotássico (MKP)	KH ₂ PO ₄	-	0,2276	0,2873	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	Fosfato bipotássico	K ₂ HPO ₄	-	0,1778	0,2245	-	-	-	-	-	-	-	-	-
21	Cloreto de cálcio penta-hidratado	CaCl ₂ .5H ₂ O	-	-	-	0,1993	-	-	-	-	-	-	-	-
22	Cloreto de cálcio bi-hidratado	CaCl ₂ .2H ₂ O	-	-	-	0,2726	-	-	-	-	-	-	-	-
23	Sulfato de cálcio (gesso)	CaSO ₄ .2H ₂ O	-	-	-	0,2328	-	0,1862	-	-	-	-	-	-
24	Nitrato de magnésio	Mg(NO ₃) ₂ .6H ₂ O	0,1093	-	-	-	0,0948	-	-	-	-	-	-	-
25	Sulfato de magnésio	Mg(SO ₄) ₂ .7H ₂ O	-	-	-	-	0,0710	0,0936	-	-	-	-	-	-
26	Ácido sulfúrico	H ₂ SO ₄	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
27	Ácido nítrico	HNO ₃	0,2223	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
28	Fe EDTA	C ₁₀ H ₁₂ FeN ₂ O ₈	-	-	-	-	-	0,1623	-	-	-	-	-	-
29	Zn EDTA	C ₁₀ H ₁₂ N ₂ O ₈ Zn	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1849	-	-	-

Tabela 7 – Composição de micro e macronutrientes na formulação química dos principais fertilizantes utilizados na fertirrigação (Conclusão)

i	Fertilizante	Fórmula	Composição química dos fertilizantes (nutrientes)											
			N _i	P _i	K _i	Ca _i	Mg _i	S _i	Fe _i	Mn _i	Cu _i	Zn _i	B _i	Mo _i
			(Decimal)											
30	Cu EDTA	C ₁₀ H ₁₄ NCuN ₂ O ₈	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1728	-	-	-
31	Borax	Na ₂ B ₄ O ₇ .10H ₂ O	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0283	-
32	Solubor	Na ₂ B ₈ O ₁₃ .4H ₂ O	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0262	-
33	Ácido bórico	H ₃ BO ₃	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1748	-
34	Molibdato de sódio	Na ₂ MoO ₄ .2H ₂ O	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,3965
35	Molibdato de amônio	(NH ₄) ₆ Mo ₇ O ₂₄ .4H ₂ O	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,5434
36	Sulfato de cobre	CuSO ₄ .5H ₂ O	-	-	-	-	-	0,1284	-	-	0,2545	-	-	-
37	Sulfato ferroso	FeSO ₄ .7H ₂ O	-	-	-	-	-	0,1153	0,2009	-	-	-	-	-
38	Sulfato de ferro	Fe ₂ (SO ₄) ₃ .4H ₂ O	-	-	-	-	-	0,0679	0,1183	-	-	-	-	-
39	Cloreto férrico	FeCl ₃ .6H ₂ O	-	-	-	-	-	0,0000	0,2066	-	-	-	-	-
40	Sulfato de manganês	MnSO ₄ .4H ₂ O	-	-	-	-	-	0,1437	-	0,2463	-	-	-	-
41	Sulfato de zinco hepta-hidratado	ZnSO ₄ .7H ₂ O	-	-	-	-	-	0,1115	-	-	-	0,2274	-	-
42	Sulfato de zinco mono-hidratado	ZnSO ₄ .H ₂ O	-	-	-	-	-	0,1787	-	-	-	0,3643	-	-
43	Sulfato de cobalto	CoSO ₄ .7H ₂ O	-	-	-	-	-	0,1141	-	-	-	-	-	-

Fonte: elaborada pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Na determinação da condutividade elétrica da solução, foi necessário relacionar os pesos equivalentes de cada fertilizante, calculados de acordo com a Equação (3) e apresentados na Tabela 9, levando-se em conta as quantidades equivalentes de cátions e ânions gerados e descritas anteriormente na Tabela 6, de acordo com a metodologia apresentada por Dimenstein (2017).

Tabela 8 – Massa molar (M) e Peso Equivalente (PE) dos fertilizantes mais utilizados em fertirrigação

(Continua)

<i>i</i>	Fertilizante	Fórmula	Massa molar (g mol ⁻¹)	Peso equivalente (g)
1	Nitrato de amônio	(NH ₄)(NO ₃)	80,0434	80,0434
2	Nitrato de cálcio	Ca(NO ₃) ₂	164,0878	82,0439
3	Nitrato de sódio	NaNO ₃	84,9947	84,9947
4	Sulfato de amônio	(NH ₄) ₂ SO ₄	132,1395	66,0698
5	Uréia	CO(NH ₂) ₂	60,0553	30,0277
6	Superfosfato simples	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ .2H ₂ O.CaSO ₄	406,2236	203,1118
7	Superfosfato triplo	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ .2H ₂ O	270,0830	135,0415
8	Ácido fosfórico	H ₃ PO ₄	97,9952	32,6651
9	Cloreto de potássio	KCl	74,5513	74,5513
10	Sulfato de potássio	K ₂ SO ₄	174,2592	87,1296
11	Sulfato duplo de potássio e magnésio	K ₂ SO ₄ .2MgSO ₄	414,9944	103,7486
12	Fosfato monoamônico (MAP)	NH ₄ H ₂ PO ₄	115,0257	115,0257
13	MAP cristal	NH ₄ H ₂ PO ₄	115,0257	115,0257
14	Fosfato diamônico (DAP)	(NH ₄) ₂ HPO ₄	132,0562	66,0281
15	Fosfato de ureia	CO(NH ₂) ₂ .2H ₃ PO ₄	158,0504	158,0504
16	Nitrato de potássio	KNO ₃	101,1032	101,1032
17	Salitre potássico	NaNO ₃ KNO ₃	186,0979	93,0490
18	Fosfito de potássio	KH ₂ PO ₃	120,0861	60,0431
19	Fosfato monopotássico (MKP)	KH ₂ PO ₄	136,0855	68,0428
20	Fosfato bipotássico	K ₂ HPO ₄	174,1759	87,0880
21	Cloreto de cálcio penta-hidratado	CaCl ₂ .5H ₂ O	201,0604	100,5302
22	Cloreto de cálcio bi-hidratado	CaCl ₂ .2H ₂ O	147,0146	73,5073
23	Sulfato de cálcio (gesso)	CaSO ₄ .2H ₂ O	172,1712	86,0856
24	Nitrato de magnésio	Mg(NO ₃) ₂ .6H ₂ O	256,4065	128,2033
25	Sulfato de magnésio	Mg(SO ₄) ₂ .7H ₂ O	342,5372	171,2686
26	Ácido sulfúrico	H ₂ SO ₄	98,0785	49,0393
27	Ácido nítrico	HNO ₃	63,0128	63,0128
28	Fe EDTA	C ₁₀ H ₁₂ FeN ₂ O ₈	344,0559	172,0280
29	Zn EDTA	C ₁₀ H ₁₂ N ₂ O ₈ Zn	353,5909	176,7955
30	Cu EDTA	C ₁₀ H ₁₄ NCuN ₂ O ₈	367,7795	183,8898
31	Borax	Na ₂ B ₄ O ₇ .10H ₂ O	381,3721	190,6861
32	Solubor	Na ₂ B ₈ O ₁₃ .4H ₂ O	412,5209	206,2605
33	Ácido bórico	H ₃ BO ₃	61,8330	20,6110
34	Molibdato de sódio	Na ₂ MoO ₄ .2H ₂ O	241,9677	120,9839

Tabela 8 – Massa molar (M) e Peso Equivalente (PE) dos fertilizantes mais utilizados em fertirrigação

(Conclusão)				
<i>i</i>	Fertilizante	Fórmula	Massa molar (g mol ⁻¹)	Peso equivalente (g)
35	Molibdato de amônio	(NH ₄) ₆ Mo ₇ O ₂₄ .4H ₂ O	1235,9975	205,9996
36	Sulfato de cobre	CuSO ₄ .5H ₂ O	249,6850	124,8425
37	Sulfato ferroso	FeSO ₄ .7H ₂ O	278,0146	139,0073
38	Sulfato de ferro	Fe ₂ (SO ₄) ₃ .4H ₂ O	471,9389	78,6565
39	Cloreto férrico	FeCl ₃ .6H ₂ O	270,2957	90,0986
40	Sulfato de manganês	MnSO ₄ .4H ₂ O	223,0618	111,5309
41	Sulfato de zinco hepta-hidratado	ZnSO ₄ .7H ₂ O	287,5496	143,7748
42	Sulfato de zinco mono-hidratado	ZnSO ₄ .H ₂ O	179,4579	89,7290
43	Sulfato de cobalto	CoSO ₄ .7H ₂ O	281,1028	140,5514

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

O modelo matemático desta pesquisa está sujeito às restrições de recomendação de adubação, compatibilidade entre os fertilizantes e condutividade elétrica da solução, as quais expressam características a serem consideradas no manejo da fertirrigação.

As restrições de recomendação de adubação (11)-(22) correspondem à necessidade nutricional de macronutrientes e micronutrientes, demandada pela cultura, de acordo com o seu estágio fenológico. Dessa maneira, a soma dos nutrientes contidos nas quantidades de fertilizantes a ser calculada deverá ser igual à recomendação de adubação previamente informada no modelo/aplicativo.

A condutividade elétrica é uma variável importante no planejamento da fertirrigação, o seu monitoramento permite a tomada de decisões sobre as práticas de adubação no manejo de desenvolvimento de uma cultura irrigada, visando à produção econômica de acordo com a água disponível. As restrições de condutividade elétrica da solução (23) representam as quantidades de equivalentes que uma mistura de fertilizantes pode adicionar a solução. Dessa maneira, a soma dos equivalentes contidos nas quantidades de fertilizantes a ser calculada deverá ser menor ou igual a 40 equivalentes totais.

As restrições de compatibilidade entre fertilizantes (24) dizem respeito aos fertilizantes que podem ou não serem misturados entre si. Dessa forma, impossibilitando a adição de um fertilizantes que possa ser incompatível à solução.

Para o cálculo do custo da mistura de fertilizantes foram utilizados dados da recomendação de adubação previamente estabelecida pelo usuário, de acordo com a

cultura cultivada, como também os preços comercializados. Para o modelo em questão, os preços são os divulgados pela Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB). Na Tabela 9 encontram-se os preços dos fertilizantes mais utilizados na fertirrigação e comercializados, para o Estado de São Paulo. Valendo ressaltar que tais valores foram considerados fixos somente para a realização dos testes computacionais, uma vez que eles sofrem variação de região para região e, por isso, o aplicativo permite sua alteração de acordo com as demandas e o tipo e a quantidade de informações disponíveis ao produtor em um dado momento, o que permite a sua utilização em outros estados da União.

Tabela 9 – Preços dos fertilizantes utilizados mais utilizados na fertirrigação
(Continua)

<i>i</i>	Fertilizante	Fórmula	Preço (R\$ kg ⁻¹)
1	Nitrato de amônio	(NH ₄)(NO ₃)	1,630 ^(a)
2	Nitrato de cálcio	Ca(NO ₃) ₂	2,200 ^(a)
3	Nitrato de sódio	NaNO ₃	16,000 ^(b)
4	Sulfato de amônio	(NH ₄) ₂ SO ₄	2,200 ^(a)
5	Uréia	CO(NH ₂) ₂	1,840 ^(a)
6	Superfosfato simples	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ .2H ₂ O.CaSO ₄	1,800 ^(a)
7	Superfosfato triplo	Ca(H ₂ PO ₄) ₂ .2H ₂ O	69,000 ^(b)
8	Ácido fosfórico	H ₃ PO ₄	60,000 ^(b)
9	Cloreto de potássio	KCl	2,080 ^(a)
10	Sulfato de potássio	K ₂ SO ₄	3,500 ^(a)
11	Sulfato duplo de potássio e magnésio	K ₂ SO ₄ .2MgSO ₄	139,000 ^(b)
12	Fosfato monoamônico (MAP)	NH ₄ H ₂ PO ₄	6,600 ^(a)
13	MAP cristal	NH ₄ H ₂ PO ₄	3,940 ^(a)
14	Fosfato diamônico (DAP)	(NH ₄) ₂ HPO ₄	17,000 ^(b)
15	Fosfato de ureia	CO(NH ₂) ₂ .2H ₃ PO ₄	127,000 ^(b)
16	Nitrato de potássio	KNO ₃	4,600 ^(a)
17	Salitre potássico	NaNO ₃ .KNO ₃	8,000 ^(b)
18	Fosfito de potássio	KH ₂ PO ₃	29,000 ^(b)
19	Fosfato monopotássico (MKP)	KH ₂ PO ₄	6,350 ^(a)
20	Fosfato bipotássico	K ₂ HPO ₄	89,000 ^(b)
21	Cloreto de cálcio penta-hidratado	CaCl ₂ .5H ₂ O	96,000 ^(b)
22	Cloreto de cálcio bi-hidratado	CaCl ₂ .2H ₂ O	4,200 ^(a)
23	Sulfato de cálcio (gesso)	CaSO ₄ .2H ₂ O	117,000 ^(b)
24	Nitrato de magnésio	Mg(NO ₃) ₂ .6H ₂ O	3,140 ^(a)
25	Sulfato de magnésio	Mg(SO ₄) ₂ .7H ₂ O	2,080 ^(a)
26	Ácido sulfúrico	H ₂ SO ₄	50,000 ^(b)

Tabela 9 – Preços dos fertilizantes utilizados mais utilizados na fertirrigação
(Conclusão)

<i>i</i>	Fertilizante	Fórmula	Preço (R\$ kg ⁻¹)
27	Ácido nítrico	HNO ₃	8,000 ^(a)
28	Fe EDTA	C ₁₀ H ₁₂ FeN ₂ O ₈	70,000 ^(a)
29	Zn EDTA	C ₁₀ H ₁₂ N ₂ O ₈ Zn	70,000 ^(b)
30	Cu EDTA	C ₁₀ H ₁₄ NCuN ₂ O ₈	48,000 ^(b)
31	Borax	Na ₂ B ₄ O ₇ .10H ₂ O	6,400 ^(a)
32	Solubor	Na ₂ B ₈ O ₁₃ .4H ₂ O	98,000 ^(b)
33	Ácido bórico	H ₃ BO ₃	4,200 ^(a)
34	Molibdato de sódio	Na ₂ MoO ₄ .2H ₂ O	140,000 ^(a)
35	Molibdato de amônio	(NH ₄) ₆ Mo ₇ O ₂₄ .4H ₂ O	130,000 ^(b)
36	Sulfato de cobre	CuSO ₄ .5H ₂ O	12,600 ^(a)
37	Sulfato ferroso	FeSO ₄ .7H ₂ O	3,000 ^(a)
38	Sulfato de ferro	Fe ₂ (SO ₄) ₃ .4H ₂ O	3,600 ^(a)
39	Cloreto férrico	FeCl ₃ .6H ₂ O	6,600 ^(a)
40	Sulfato de manganês	MnSO ₄ .4H ₂ O	19,000 ^(b)
41	Sulfato de zinco hepta-hidratado	ZnSO ₄ .7H ₂ O	6,240 ^(a)
42	Sulfato de zinco mono-hidratado	ZnSO ₄ .H ₂ O	24,000 ^(b)
43	Sulfato de cobalto	CoSO ₄ .7H ₂ O	67,000 ^(b)
(a)	Preços obtidos após consultas realizadas na base de dados da CONAB em Julho/2019.		
(b)	Preços estimados a partir da geração de números aleatórios entre um preço mínimo e um preço máximo.		

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Assim, com base nos dados resumidos, tanto a aplicação computacional quanto os respectivos resultados serão apresentados e analisados na próxima seção deste trabalho.

4 APLICAÇÃO COMPUTACIONAL E ANÁLISE DE RESULTADOS

A presente seção destina-se à apresentação e análise dos resultados oriundos da aplicação computacional do modelo matemático (6)-(20) e do aplicativo desenvolvido.

Para tanto, esta seção foi dividida em duas seções, 4.1 e 4.2. A primeira destina-se à apresentação e análise dos resultados gerados a partir dos testes computacionais realizados para validação do modelo matemático. A segunda seção tem por finalidade apresentar os resultados e a análise decorrentes da validação do aplicativo desenvolvido com base no modelo matemático proposto nesta tese.

4.1 TESTES COMPUTACIONAIS REALIZADOS PARA VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Para a avaliação computacional do modelo matemático de fertirrigação (10)-(25) foram utilizados dados extraídos da literatura, em que tomou-se por base a recomendação de adubação para a cultura do tomateiro em estufa de acordo com o Boletim do Instituto Agrônomo de Campinas (IAC) para ambiente protegido (TRANI, 2015), conforme a recomendação de nutrientes descrita na Tabela 10 e a relação de fertilizantes descrita na Tabela 11.

Tabela 10 – Fertirrigação^(a) em quantidades de nutrientes total para cultivo do tomateiro sob cultivo protegido, em, diferentes períodos de desenvolvimento da cultura

Macronutrientes						
Período DAT ^(b)	N	P ₂ O ₅	K ₂ O g ^(c)	Ca	Mg	S
10 a 35 dias	1800	2571	3568	428	204	353
36 a 60 dias	3478	3086	5238	1850	640	895
61 a 90 dias	4065	2237	8427	2238	1299	2311
91 a 150 dias	10398	4551	22332	6068	2162	5007
Total	19741	12445	39565	10584	4305	8566

Micronutrientes						
Período DAT ^(b)	B	Cu	Fe g ^(c)	Mn	Mo	Zn
10 a 35 dias	6	6	23	6	1	2
36 a 60 dias	7	7	26	7	1	3
61 a 90 dias	9	9	36	9	2	4
91 a 150 dias	18	18	73	18	4	7
Total	40	40	158	40	8	16

(a) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(b) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(c) Quantidade de nutrientes, em gramas, por período, para 1000 plantas de tomate.

Fonte: Instituto Agronômico de Campinas (2015).

A recomendação de nutrientes indicada na Tabela 10 foi utilizada como dados de entrada do modelo, lembrando que, no modelo, a unidade utilizada foi em quilograma. Dessa maneira, foi necessária a conversão de unidades de gramas para quilogramas.

Após a implementação do modelo, os dados de saídas, apresentados na Tabela 12, foram analisados tomando como referência as fontes de nutrientes indicadas pelo Boletim do Instituto Agronômico de Campinas (IAC) (Tabela 11).

Tabela 11 – Fertirrigação^(a) em quantidades de fertilizantes, para o tomateiro sob cultivo protegido (estufa agrícola), nos diferentes períodos de desenvolvimento da cultura

Período DAT ^(b)	MAP	MgSO ₄	K ₂ SO ₄	KNO ₃	Ca(NO ₃) ₂	Micro
g ^(c)						
10 a 35 dias	400	200	50	700	200	30
36 a 60 dias	500	650	50	1100	900	35
61 a 90 dias	300	1100	300	1200	900	40
91 a 150 dias	300	900	550	1500	1200	40
Total	1500	2850	950	4500	3200	145

(a) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(b) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(c) Quantidade de nutrientes, em gramas, por período, para 1000 plantas de tomate.

Fonte: Instituto Agronômico de Campinas (2015).

Com a aplicação do modelo determinou-se o custo da mistura ótima de fertilizantes, assim como os tipos e quantidades de fertilizantes a serem utilizados para compor a solução a ser utilizada na fertirrigação para atender a demanda nutricional indicada para a cultura do tomate de mesa (Tabela 10). Os tipos de fertilizantes indicados pelo modelo foram: uréia, superfosfato simples, cloreto de potássio, fosfato monopotássico, nitrato de magnésio, sulfato de magnésio, ácido bórico, molibdato de amônio, sulfato de cobre, sulfato de ferro, sulfato de manganês e sulfato de zinco (Tabela 12).

O modelo foi capaz de determinar uma mistura de fertilizantes, atendendo a recomendação de adubação e respeitando as características de cada fertilizante, de forma a suprir a necessidade nutricional de uma cultura, a um preço mínimo.

Tabela 12 – Fertirrigação^(a) em quantidades de fertilizantes, para o tomateiro sob cultivo protegido (estufa agrícola), nos diferentes períodos de desenvolvimento da cultura a partir da aplicação do modelo

<i>i</i>	Fertilizante	Preço unitário	Quantidade			
			DAT ^(b)			
			10 a 35 dias	36 a 60 Dias	61 a 90 dias	91 a 150 Dias
		(R\$ kg ⁻¹)	kg ^(c)			
2	Nitrato de cálcio	1,63	0,1636	0,7364	0,7372	0,9825
4	Sulfato de amônio	2,20	0,0240	0,0104	0,1871	0,3403
5	Uréia	1,84	0,0568	0,1598	0,1718	0,1928
6	Superfosfato simples	1,80	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	Cloreto de potássio	2,08	0,6350	0,9710	1,2929	1,6840
13	MAP cristal	3,94	0,8911	1,1142	0,6684	0,6684
25	Sulfato de magnésio	2,08	0,2683	0,8769	1,4730	1,2050
33	Ácido bórico	4,20	0,0005	0,0006	0,0009	0,0009
35	Molibdato de amônio	130,00	0,0003	0,0005	0,0006	0,0005
36	Sulfato de cobre	12,60	0,0084	0,0099	0,0114	0,0113
37	Sulfato ferroso	3,00	0,0028	0,0034	0,0036	0,0035
40	Sulfato de manganês	19,00	0,0023	0,0028	0,0029	0,0029
41	Sulfato de zinco hepta-hidratado	6,24	0,0025	0,0030	0,0032	0,0031
Custo da Fertirrigação (R\$)			6,13	10,45	11,05	12,21

(a) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(b) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(c) Quantidade de nutrientes, em quilogramas, por período, para 1000 plantas de tomate.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

O resumo apresentado na Tabela 13 mostra que o custo total da mistura de fertilizantes para o ciclo produtivo da cultura, período de 150 dias, cujo total foi de R\$

609,60. Para o cálculo do custo total, foram determinadas as quantidades de fertirrigação em cada período, de acordo com a recomendação de se realizar três fertirrigações semanais, totalizando 58 aplicações durante os 150 dias do ciclo produtivo da cultura; atingindo uma condutividade elétrica em cada período de 0,022, 0,042, 0,050 e 0,059 Equivalentes.

Tabela 13 – Custo dos fertilizantes utilizados na fertirrigação da cultura do tomate de mesa^(a), de acordo com a recomendação de adubação do Boletim IAC

Período DAT ^(c)	Custo unitário (R\$ kg ⁻¹)	Fertirrigação^(b) (Quantidade)	Custo total (R\$)
10 a 35 dias ^(d)	6,13	11	67,40
36 a 60 dias	10,45	10	104,49
61 a 90 dias	11,05	12	132,56
91 a 150 dias	12,21	25	305,14
Total			609,60

(a) Valores calculados considerando um total de 1000 plantas de tomate, ciclo produtivo de 150 dias ou 21 semanas, com três fertirrigações semanais.

(b) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(c) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(d) Para determinar o intervalo entre as fertirrigações, dividir os dias de cada período pela quantidade de fertirrigações recomendadas.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

A aplicação do modelo matemático possibilitou a redução dos custos descritos na Tabela 14 em R\$ 217,28, tornando o custo da recomendação de aplicação inicial 26% menor, conforme resumo apresentado na Tabela 13. Isso foi possível em função da diversificação de fertilizantes escolhida pelo modelo, que identificou fontes alternativas de nutrientes, porém com a mesma recomendação de adubação, ou seja, a necessidade nutricional da planta foi atendida com um custo menor, conforme descritos na Tabela 12.

Tabela 14 – Resultados obtidos para os custos dos fertilizantes utilizados na fertirrigação da cultura do tomate de mesa^(a), de acordo com a recomendação de adubação do Boletim IAC a partir da aplicação do modelo matemático

Período DAT ^(c)	Custo unitário (R\$ kg ⁻¹)	Fertirrigação^(b) (Quantidade)	Custo total (R\$)
10 a 35 dias ^(d)	8,22	11	90,42
36 a 60 dias	13,42	10	134,17
61 a 90 dias	14,59	12	175,08
91 a 150 dias	17,09	25	427,22
Total			826,88

(a) Valores calculados considerando um total de 1000 plantas de tomate, ciclo produtivo de 150 dias ou 21 semanas, com três fertirrigações semanais.

(b) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(c) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(d) Para determinar o intervalo entre as fertirrigações, dividir os dias de cada período pela quantidade de fertirrigações recomendadas.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

De maneira análoga ao apresentado para a cultura do tomate de mesa, foram realizadas simulações para outras culturas, dentre elas: pepino e alface. Assim sendo, tomou-se por base a recomendação de adubação para a culturas listadas acima em estufa de acordo com o Boletim 196 do Instituto Agrônomo de Campinas (IAC) para ambiente protegido (TRANI *et al.*, 2011).

O resumo apresentado na Tabela 15 mostra que o custo total da mistura de fertilizantes para o ciclo produtivo da cultura do pepino, período de 120 dias, cujo total foi de R\$ 320,31. Para o cálculo do custo total, foram determinadas as quantidades de fertirrigação em cada período, de acordo com a recomendação de se realizar três fertirrigações semanais, totalizando 45 aplicações durante os 120 dias do ciclo produtivo da cultura; atingindo uma condutividade elétrica em cada período de 0,013, 0,024, 0,038, 0,053 e 0,054 Equivalentes.

Os tipos de fertilizantes indicados pelo modelo foram: nitrato de cálcio, ureia, cloreto de potássio, MAP cristal, nitrato de magnésio, ácido bórico, molibdato de amônio, sulfato de cobre, sulfato ferroso, sulfato de manganês e sulfato de zinco hepta-hidratado.

Tabela 15 – Fertirrigação^(a) em quantidades de fertilizantes, para a cultura do pepino sob cultivo protegido (estufa agrícola), nos diferentes períodos de desenvolvimento da cultura a partir da aplicação do modelo

i	Fertilizante	Quantidade				
		DAT ^(b)				
		1 a 21	22 a 42	43 a 63	64 a 83	84 a 120
		dias	Dias	Dias	dias	dias
(kg)						
2	Nitrato de cálcio	-	-	-	-	0,7370
5	Uréia	0,0514	0,1969	0,4755	0,8385	0,5873
9	Cloreto de potássio	0,2097	0,4576	0,7627	0,9534	1,2394
13	MAP cristal	0,1823	0,3106	0,2160	0,0101	0,1857
24	Nitrato de magnésio	0,2637	0,3692	0,4747	0,5275	0,5275
33	Ácido bórico	0,0286	0,0286	0,0286	0,0286	0,0286
35	Molibdato de amônio	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005
36	Sulfato de cobre	0,0295	0,0295	0,0295	0,0295	0,0295
37	Sulfato ferroso	0,0747	0,0747	0,0747	0,0747	0,0747
40	Sulfato de manganês	0,0114	0,0114	0,0114	0,0114	0,0114
41	Sulfato de zinco hepta-hidratado	0,0660	0,0660	0,0660	0,0660	0,0660
Custo Fertirrigação (R\$)		4,21	6,19	7,67	8,45	9,07

(a) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(b) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(c) Quantidade de nutrientes, em quilogramas, por período, para 1000 m² de canteiro.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

A aplicação do modelo matemático possibilitou a redução dos custos descritos na Tabela 17, tornando o custo da recomendação de aplicação inicial menor, conforme resumo apresentado na Tabela 16.

Tabela 16 – Resultados obtidos para os custos dos fertilizantes utilizados na fertirrigação da cultura do pepino^(a), de acordo com a recomendação de adubação do Boletim IAC a partir da aplicação do modelo matemático

Período DAT (2)	Custo unitário (R\$ kg ⁻¹)	Quantidade de fertirrigação	Custo total (R\$)
1 a 21 dias	4,21	9	37,89
22 a 42 dias	6,19	9	55,71
43 a 63 dias	7,67	9	69,03
64 a 83 dias	8,45	9	76,05
84 a 120 dias	9,07	9	81,63
Total			320,31

(a) Valores calculados considerando um total de 1000 m² de canteiro de plantas de pepino, ciclo produtivo de 120 dias, com três fertirrigações semanais.

(b) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(c) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(d) Para determinar o intervalo entre as fertirrigações, dividir os dias de cada período pela quantidade de fertirrigações recomendadas.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Tabela 17 – Resultados obtidos para os custos dos fertilizantes utilizados na fertirrigação da cultura do pepino^(a), de acordo com a recomendação de adubação do Boletim IAC

Período DAT (2)	Custo unitário (R\$ kg ⁻¹)	Quantidade de fertirrigação	Custo total (R\$)
1 a 21 dias	4,22	9	37,98
22 a 42 dias	5,22	9	46,98
43 a 63 dias	7,32	9	65,88
64 a 83 dias	9,66	9	86,94
84 a 120 dias	9,66	9	86,94
Total			324,72

(a) Valores calculados considerando um total de 1000 m² de canteiro de plantas de pepino, ciclo produtivo de 120 dias, com três fertirrigações semanais.

(b) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(c) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(d) Para determinar o intervalo entre as fertirrigações, dividir os dias de cada período pela quantidade de fertirrigações recomendadas.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

O resumo apresentado na Tabela 18 mostra que o custo total da mistura de fertilizantes para o ciclo produtivo da cultura do alface, período de 60 dias, cujo total foi de R\$ 190,95. Para o cálculo do custo total, foram determinadas as quantidades de fertirrigação em cada período, de acordo com a recomendação de se realizar três fertirrigações semanais, totalizando 25 aplicações durante os 60 dias do ciclo produtivo da cultura; atingindo uma condutividade elétrica em cada período de 0,022, 0,036, 0,035 e 0,028 Equivalentes

Os tipos de fertilizantes indicados pelo modelo foram: nitrato de cálcio, uréia, cloreto de potássio, MAP cristal, cloreto de cálcio bi-hidratado, nitrato de magnésio, sulfato de magnésio, ácido bórico, molibdato de amônio, sulfato de cobre, sulfato ferroso, sulfato de manganês e sulfato de zinco hepta-hidratado.

Tabela 18 – Fertirrigação^(a) em quantidades de fertilizantes, para a cultura do alface sob cultivo protegido (estufa agrícola), nos diferentes períodos de desenvolvimento da cultura a partir da aplicação do modelo

I	Fertilizante	Quantidade			
		DAT ^(b)			
		10 a 15 dias	16 a 30 dias	31 a 45 dias	46 a 60 dias
		(kg)			
2	Nitrato de cálcio	0,2047	0,4094	0,6264	0,8188
5	Uréia	0,0691	0,3630	-	-
9	Cloreto de potássio	0,3814	0,5339	0,7627	0,5720
13	MAP cristal	0,8541	0,7427	0,9284	0,2971
22	Cloreto de cálcio bi-hidratado	0,0000	0,0000	0,1724	0,0000
4	Nitrato de magnésio	0,2637	0,3692	0,0000	0,2199
25	Sulfato de magnésio	-	-	0,7751	0,5518
33	Ácido bórico	0,0286	0,0286	0,0286	0,0286
35	Molibdato de amônio	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005
36	Sulfato de cobre	0,0295	0,0295	0,0295	0,0295
37	Sulfato ferroso	0,0747	0,0747	0,0747	0,0747
40	Sulfato de manganês	0,0114	0,0114	0,0114	0,0114
41	Sulfato de zinco hepta-hidratado	0,0660	0,0660	0,0660	0,0660
Custo da Fertirrigação (R\$)		6,37	7,23	9,76	7,40

(a) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(b) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(c) Quantidade de nutrientes, em quilogramas, por período, para 1000 m² de canteiro.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

A aplicação do modelo matemático possibilitou a redução dos custos descritos na Tabela 20, tornando o custo da recomendação de aplicação inicial menor, conforme resumo apresentado na Tabela 19.

Tabela 19 – Resultados obtidos para os custos dos fertilizantes utilizados na fertirrigação da cultura do alface^(a), de acordo com a recomendação de adubação do Boletim IAC a partir da aplicação do modelo matemático

Período DAT (2)	Custo unitario (R\$ kg ⁻¹)	Quantidade de fertirrigação	Custo total (R\$)
10 a 15 dias	6,37	7	44,59
16 a 30 dias	7,23	6	43,38
31 a 45 dias	9,76	6	58,56
46 a 60 dias	7,40	6	44,42
Total			190,95

(a) Valores calculados considerando um total de 1000 m² de canteiro de plantas de alface, ciclo produtivo de 60 dias, com três fertirrigações semanais.

(b) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(c) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(d) Para determinar o intervalo entre as fertirrigações, dividir os dias de cada período pela quantidade de fertirrigações recomendadas.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Tabela 20 – Resultados obtidos para os custos dos fertilizantes utilizados na fertirrigação da cultura do alface^(a), de acordo com a recomendação de adubação do Boletim IAC

Período DAT (2)	Custo unitario (R\$ kg ⁻¹)	Quantidade de fertirrigação	Custo total (R\$)
10 a 15 dias	6,56	7	45,92
16 a 30 dias	7,46	6	44,76
31 a 45 dias	8,38	6	50,28
46 a 60 dias	8,43	6	50,58
Total			191,54

(a) Valores calculados considerando um total de 1000 m² de canteiro de plantas de alface, ciclo produtivo de 60 dias, com três fertirrigações semanais.

(b) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(c) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(d) Para determinar o intervalo entre as fertirrigações, dividir os dias de cada período pela quantidade de fertirrigações recomendadas.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Ao identificar a mistura ótima de fertilizantes, o modelo atendeu às restrições previamente estabelecidas. Na aplicação de fertilizantes via fertirrigação, as restrições de compatibilidade, condutividade elétrica e solubilidade são pré-requisitos para o funcionamento de todo o processo de distribuição de fertilizantes via água, tornando-as imprescindíveis. Caso contrário, podem ocorrer danos ao sistema de distribuição, e consequentemente prejuízos financeiros ao produtor.

Dessa maneira, cabe destacar que, diferentemente das pesquisas apresentadas por Tieppo *et al.* (2010); Moreira-Barradas *et al.* (2012); Pagán *et al.* (2015); Bueno-Delgado *et al.* (2016); Almeida *et al.* (2016); Gallardo *et al.* (2016); Pérez-Castro *et al.* (2017), a metodologia proposta nesta pesquisa contempla em suas

restrições, as variáveis relacionadas à condutividade elétrica da solução, à compatibilidade entre os fertilizantes e à solubilidade, o que elimina a necessidade de se realizarem análises adicionais após a implementação do modelo. Ou seja, o modelo matemático proposto atende às restrições preconizadas na fertirrigação para o cálculo da quantidade de fertilizantes, à um baixo custo; tornando-o mais completo e eficiente.

Adicionalmente, vale ressaltar que, o modelo matemático de otimização proposto nesta pesquisa ao contemplar os parâmetros relacionados à fertirrigação, possibilitou o desenvolvimento de um aplicativo para auxílio na tomada de decisão, tornando o processo de escolha dos fertilizantes a serem utilizados na fertirrigação acessível e amigável ao usuário, além do fato de que o *software* pode apresentar tais escolhas diretamente ao usuário.

4.2 RESULTADOS E ANÁLISE REALIZADOS PARA VALIDAÇÃO DO APLICATIVO

O FertiApp (*Fertilizer Application*) foi desenvolvido como um aplicativo móvel amigável e fácil utilização, que permite aos agricultores e técnicos a possibilidade de calcular uma combinação ótima de fertilizantes, para uma determinada cultura, com economia de tempo e dinheiro. Os cálculos foram realizados de forma automática, baseados no modelo matemático discutido na seção anterior, a fim de responder quais os tipos de fertilizantes a serem utilizados, assim como a quantidade de cada fertilizante escolhido para maximizar a produção e minimizar o custo.

O aplicativo funciona de maneira sucinta, seguindo as etapas: entrada dos preços de todos os possíveis fertilizantes disponíveis para o uso e entrada da recomendação da adubação. Uma vez que a entrada de dados foi concluída, o FertiApp calcula a quantidade de fertilizantes (kg), assim como o custo final da mistura (R\$ kg⁻¹), a partir da resolução do problema de otimização não-linear por meio do Método do Gradiente Conjugado Não-Linear. Após o cálculo, o FertiApp permite ao usuário a opção de armazenamento salvar/exportar o relatório de saída.

A seguir são apresentadas as interfaces do aplicativo, assim como a descrição detalhada de cada uma de suas funcionalidades.

Na Figura 4a está apresentada a tela com a interface de inicialização do aplicativo onde é possível identificar o nome do aplicativo assim como os nomes dos

seus desenvolvedores. Na interface seguinte, representada pela Figura 4b, é apresentado o menu de navegação inicial, com dois botões: INFO e INICIAR. O usuário deverá escolher e fazer um clique simples no botão desejado.

Figura 4 – Menu inicial do aplicativo FertiApp



Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Ao clicar no botão “INFO” serão apresentadas às informações técnicas do aplicativo, como linguagem de programação utilizada, versão do aplicativo entre outras. No “INICIAR”, o usuário será encaminhado as próximas telas, as quais visam a inserção dos dados de entrada para realização dos cálculos de quantidades de fertilizantes e custo final da mistura. Essas telas contêm a lista de fertilizantes cadastrados e um campo destinado ao preenchimento dos preços dos fertilizantes (R\$), permitindo ao usuário o cadastramento dos preços praticados em sua região. A listagem é composta de 43 fertilizantes, como pode ser observado na Figura 5a.

Após finalizar o cadastro de preços, é apresentada a tela para o cadastro da recomendação de adubação (kg ha^{-1}) (FIGURA 5b). Ao fim de cada tela tem um botão Salvar, o que possibilita o armazenamento das informações inseridas pelo usuário.

Figura 5 – Telas para inserção dos dados de entrada e relatório final do aplicativo FertiApp

a	b
	

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Depois de preencher os campos situados na última tela de cadastro da recomendação de adubação, o usuário deverá clicar no botão SALVAR. Logo em seguida o usuário será direcionado a tela com a interface de respostas, em que estará descritas as quantidades de fertilizantes, assim como o custo final da mistura, ambos calculados pelo aplicativo (Figura 6).

Figura 6 – Tela de exibição do relatório final gerado pelo aplicativo FertiApp

Quantidade recomendada dos fertilizantes	
Nitrato de amônio	0
Nitrato de cálcio	0
Nitrato de sódio	0
Sulfato de amônio	0
Uréia	0.3411
Superfosfato simples	0.2024
Superfosfato triplo	0
Ácido fosfórico	0
Clorato de potássio	0.046
Custo final	
Custo (R\$)	8.260

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Na tela do relatório final, apresentada na Figura 6, é possível fazer uma nova recomendação de fertilizantes criando novos cenários, bastando para isso clicar em um dos botões “Cadastro da Recomendação de adubação” ou “Preço dos fertilizantes”. Desta forma o usuário retornará para etapa de preenchimento dos dados de entrada, em que será necessário cadastrar os preços dos fertilizantes (R\$ kg⁻¹) e a recomendação de adubação (kg).

Conforme pode ser visto, o aplicativo demanda somente que o usuário entre com os dados da recomendação de adubação e dos preços dos fertilizantes praticados em sua região, em interfaces simples e amigáveis.

5 CONCLUSÃO

O modelo de otimização proposto visou a determinação de uma mistura de fertilizantes de forma a atender a recomendação nutricional da cultura a um custo mínimo. Este modelo também possibilitou a inserção de restrições que na prática seriam de difícil manejo, as quais são: compatibilidade entre fontes de nutrientes, condutividade elétrica da solução e solubilidade dos fertilizantes.

O aplicativo desenvolvido permite o uso do modelo de forma muito simples e promove uma ferramenta acessível aos produtores, técnicos e empresas que trabalham com a aplicação de fertilizantes via fertirrigação.

REFERÊNCIAS

AHMED, O. M. E.; OSMAN, A. A.; AWADALKARIM, S. D. A Design of an Automated Fertigation System Using IoT. *In: International Conference on Computer, Control, Electrical, and Electronics Engineering*, 2018, Karthoum. **2018 International Conference on Computer, Control, Electrical, and Electronics Engineering (ICCEEE)**. Karthoum: IEEE, 2018. p. 1-5. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8515772>. Acesso em: 12 jul. 2018.

ALMEIDA, O. A. **Qualidade da água de irrigação**. Cruz das Almas: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2010.

ALMEIDA, A. N.; COSTA, J. O.; GRECCO K. L.; ALVES, B. A.; MARQUES, P. A. A. Modelo computacional para manejo da fertirrigação em sistemas de microirrigação. **Revista Geama**, Recife, v. 4, n. 1, p. 30-37, 2016. Disponível em: <http://www.ead.codai.ufrpe.br/index.php/geama/article/view/751>. Acesso em: 15 jul. 2018.

ANA. **Atlas de irrigação: uso da água na agricultura irrigada**. Brasília. 85 p. 2017. ANA. Disponível em: <http://www3.ana.gov.br/portal/ANA/acesso-a-informacao/institucional/publicacoes>. Acesso em: 25 nov. 2018.

ANDRADE, J. B.; MARTINS, C. R.; SILVA, L. A. Porque todos os nitratos são solúveis? **Química Nova**, São Paulo, vol. 27, n. 6, p.1016-1020, 2004. Disponível em: http://quimicanova.sbq.org.br/detalhe_artigo.asp?id=4050. Acesso em: 17 abr. 2018.

ANDRIOLO, J.L.; GODOI, R.S.; COGO, C.M., BORTOLOTTI, O. C. Growth and development of lettuce plants at high $\text{NH}_4^+ : \text{NO}_3^-$ ratios in the nutrient solution. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 24, n. 3, p.352-355, 2006. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102-5362006000300016&script=sci_arttext&lng=es. Acesso em: 20 mai. 2018.

ANDROID DEVELOPERS. **Suporte a diferentes densidades**. [S. l.]: Google Developers, 2018. Disponível em: <https://developer.android.com/training/multiscreen/screendensities>. Acesso em: 07 set. 2018.

ARAÚJO, J. S.; ANDRADE, A. D.; RAMALHO, C. I.; AZEVEDO, C. D. Características de frutos de pimentão cultivado em ambiente protegido sob doses de nitrogênio via fertirrigação. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina

Grande, v. 13, n. 2, p. 152 - 157, 2009. Disponível em:
<http://www.scielo.br/pdf/rbeaa/v13n2/v13n02a07>. Acesso em: 20 mai. 2018.

ARENALES, M.; MORABITO, R.; ARMENTANO, V.; YANASSE, H. **Pesquisa operacional**: para cursos de engenharia. 2. ed. Elsevier: Brasil, 2015.

ASSAD, E. D. **Eficiência do uso da água no Brasil**: análise do impacto da irrigação na agricultura brasileira e potencial de produção de alimentos face ao aquecimento global. São Paulo: GV AGRO. 2016. (Relatório Anual). Disponível em:
https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/bitstream/handle/10438/17675/Efici%C3%AAncia_do_Uso_da_%C3%81gua_no_Brasil_Relat%C3%B3rio_Completo.pdf. Acesso em: 25 ago. 2018.

AZAD, N.; BEHMANESH, J.; REZAVERDINEJAD, V.; ABBASI, F.; NAVABIAN, M. Developing an optimization model in drip fertigation management to consider environmental issues and supply plant requirements. **Agricultural Water Management**, [s. l.], v. 208, p. 344 - 356, 2018. Disponível em:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378377418308977>. Acesso em: 20 mai. 2018.

BARBER, S. A. A diffusion and mass-flow concept of soil nutrient availability. **Soil Science**, v. 93, n. 1, p. 39-49, 1962. Disponível em:
https://journals.lww.com/soilsci/Citation/1962/01000/A_DIFFUSION_AND_MASS_FLOW_CONCEPT_OF_SOIL_NUTRIENT.7.aspx. Acesso em: 25 ago. 2018.

BARKER, A. V., PILBEAN, D. J. **Handbook of plant nutrition**. 2.ed. Boca Raton: CRC Press, 2015.

BASSO, L. H.; BRAGA, M. B.; CALGARO, M.; SIMÕES, W. L.; PINTO, J. M. **Cultivo da videira**. Petrolina: Embrapa Semiárido, 2010.

BORGES, A. L.; SILVA, D. J. Fertilizantes para fertirrigação. In: SOUSA, V. F.; MAROUELLI, W. A.; COELHO, E. F.; PINTO, J. M.; COELHO FILHO, M. A. **Irrigação e fertirrigação em fruteiras e hortaliças**. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 2011. cap.7, p.253-264.

BOSOKI, R.; CREMON, C.; MAPELI, N. C.; CREMON, T.; SILVA, A. N., MANDARINO, A. P., SILVA, G. F., FREITAS, S. E. Otimização econômica na seleção de fertilizantes em propriedades rurais. **Global Science and Technology**, Rio Verde, v. 10, n. 2, p. 1-12, 2018. Disponível em:
<https://rv.ifgoiano.edu.br/periodicos/index.php/gst/article/view/880>. Acesso em: 20 mai. 2018.

BRASIL. **Decreto 86.955, de 18 de fevereiro de 1982.** Dispõe sobre a inspeção e a fiscalização da produção e do comércio de fertilizantes, corretivos, inoculantes, estimulantes ou biofertilizantes destinados à agricultura. Brasília, DF: Presidência da República, 1982. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1980-1987/decreto-86955-18-fevereiro-1982-436919-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 22 jun. 2019.

BRONSON, R. **Pesquisa Operacional.** São Paulo: Ed. McGraw-Hill, 1985.

BUENO-DELGADO, M. V. Ecofert: An Android application for the optimization of fertilizer cost in fertigation. **Computers and Electronics in Agriculture**, [s. l.], v. 121, p. 32 - 42, 2016. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169915003439>. Acesso em: 29 jul. 2018.

CADAHÍA, C. **Fertirrigacion:** cultivos hortícolas, frutales y ornamentales. 3. ed. Madrid: Mundi-Prensa, 2005.

CARVALLO, H. O.; HOLZAPFEL, E. A.; LOPEZ, M. A.; MARÍÑO, M. A. Irrigated cropping optimization. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, Reston, v. 124, n. 2, p. 67-72, 1998. Disponível em: [https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1998\)124:2\(67\)](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9437(1998)124:2(67)). Acesso em: 12 abr. 2019.

CHASE, R. G. Phosphorus application through a subsurface trickle system. *In*: International Drip/Trickle Irrigation Congress, 3., 1985, Fresno. **Proceedings...** Saint Joseph: ASAE, 1985. Disponível em:

CHIANG, A. **Matemática para economistas.** São Paulo: EDUSP/McGrawHill, 1982. p. 556-8.

CIRILO, J. A. Programação Não Linear Aplicada a Recursos Hídricos. *In*: PORTO, R. L. L. *et al.* **Técnicas Quantitativas para o Gerenciamento de Recursos Hídricos.** 1. ed. Porto Alegre: Editora da Universidade – UFRGS, 1997. p. 305-356.

COELHO, A. M. **Fertirrigação.** *In*: COSTA, E.F.; VIEIRA, R.F.; VIANA, P.A. **Quimigação: aplicação de produtos químicos e biológicos via irrigação.** Sete Lagoas: Embrapa Milho e Sorgo, 1994. Cap. 8, p. 201-227.

COELHO, A. M. **Agricultura de precisão no gerenciamento da fertilidade do solo sob plantio direto no cerrado**. Sete Lagoas: Embrapa Milho e Sorgo, 2004.

COELHO, A. P.; DALRI, A. B.; ANDRADE LANDELL, E. P.; FARIA, R. T.; PALARETTI, L. F. Produtividade inicial e eficiência no uso da água de cultivares de cana-de-açúcar fertirrigadas e plantadas por mudas pré-brotadas. **Scientia Agraria**, Curitiba, v. 19, n. 2, p. 57-64, 2018.

COELHO, E. F.; COSTA, E. L.; BORGES, A. L.; ANDRADE NETO, T. M.; PINTO, J. M. Fertirrigação. **Informe Agropecuário**, Belo Horizonte, v. 31, n. 259, p 58-70, nov./dez. 2010.

CORRÊA, S. T. R., LORENÇONI, R., DOURADO NETO, D., SCARPARE, F. V., VIVIAN, R., RUIZ, E. T. Aplicações e Limitações da Modelagem em Agricultura – Revisão. **Revista de Agricultura**, Piracicaba, v. 86, n. 1, p. 1-13, 2011. Disponível em: http://www.revistadeagricultura.org.br/index.php/revistadeagricultura/article/view/75/pdf_2789. Acesso em: 18 abr. 2019.

COSTA, A. F. S. **Influência das condições climáticas no crescimento e desenvolvimento de plantas de milho *Zea mays* L.), avaliadas em diferentes épocas de plantio**. 1994. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1994.

DELAZARI, F. T.; SILVA, M. G.; DARIVA, F. D.; FREITAS, D. S.; NICK, C. Eficiência no uso da água e acúmulo de matéria na batata-doce em função de lâminas de irrigação. **Revista Irriga**, Botucatu, v. 22, n. 1, p. 115, 2018.

DIAS, N. D.; BLANCO, F. F. Efeitos dos sais no solo e na planta. *In*: GHEYI, H. R.; DIAS, N. S.; LACERDA, C. F. **Manejo da salinidade na agricultura**: estudos básicos e aplicados. Fortaleza: Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Salinidade, 2010. p. 129-140.

DIMENSTEIN, L. **Manejo da fertirrigação**. Specialty fertilizers:Dimesntein, 2017.

DONG, Q.; SUN, Q.; HU, Y.; XU, Y.; QU, M. Data-driven horticultural crop model for optimal fertigation management -a methodology description. **IFAC – Papers online**, v. 51, n. 17, p. 472-476, 2018. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318312850>. Acesso em: 12 ago. 2018.

DOURADO NETO, D.; FANCELLI, A. L. Ecofisiologia e fenologia. *In*: DOURADO NETO, D.; FANCELLI, A. L. **Produção de feijão**. Guaíba: Agropecuária, 2000. cap.1, p. 23 - 48.

EATON, J. W. **GNU Octave manual**. Bristol: Network theory ltd., 1997.

ENGEL, A. B. **Introdução à Biomatemática determinista dos sistemas ecológicos**. Campinas: CNMAC/Editora da UNICAMP, 1984.

EPSTEIN, E.; BLOOM, A. J. **Nutrição mineral de plantas: princípios e perspectivas**. Londrina: Editora Planta, 2006.

FAO. **Performance evaluation of Makhamthao Uthong project with a rapid appraisal procedure**. Water and Energy International, n. 58, p. 37 - 42, 2017.

FINA, A. L.; RAVELO, A. C. **Climatologia y fenologia agricolas**. Buenos Aires: EUDEBA, 1973.

FOLEGATTI, M. V. **Fertirrigação: citrus, flores, hortaliças**. Guaíba: Agropecuária, 1999.

FRIEDLANDER, A. **Elementos de Programação Não-Linear**. Campinas: Editora da UNICAMP, 1994.

FRIZZONE, J. A. Programação matemática aplicada a projetos hidroagrícolas. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 24., 1995, Viçosa. **65º Anais** [...]. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa/Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola, 1995. p. 28.

FRIZZONE, J. A.; FREITAS, P. S. L.; REZENDE, R.; FARIA, M. A. Fertirrigação. *In*: **Microirrigação: gotejamento e microaspersão**. Maringá: EDUEM, 2012. 356p.

GALLARDO, M.; ARRABAL, F.; PADILLA, F. M.; PEÑA-FLEITAS, M. T.; THOMPSON, R. B. VegSyst-DSS software to calculate N and irrigation requirements for seven vegetable species grown with fertigation in greenhouses in SE Spain. *In*: International Symposium on Models for Plant Growth, 5., 2016, Avignon. **Environment Control and Farming Management in Protected Cultivation 1182**. Avignon: ISHS Acta Horticulturae, 2017. p. 65-72.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear**: Modelos e Algoritmos. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora CAMPUS, 2005.

GUEDES, R. A., OLIVEIRA, F. A., ALVES, R. C., MEDEIROS, A. S., GOMES, L. P., COSTA, L. P. Estratégias de irrigação com água salina no tomateiro cereja em ambiente protegido. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 19, n. 10, p. 913-919, 2015. Disponível em: <http://www.agriambi.com.br/revista/v19n10/v19n10a01.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2018.

HAAG, H. P.; MALAVOLTA, E.; GARGANTINI, H.; BLANCO, H. G. Absorção de nutrientes pela cultura do feijoeiro. **Bragantia**, Campinas, v. 26, n. 30, p. 381-391, 1967. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0006-87051967000100030. Acesso em: 24 abr. 2019.

HAAG, H. P.; OLIVEIRA, G. D.; BARBOSA, V.; SILVA NETO, J. M. Nutrição mineral de hortaliças: XXXII. Marcha de absorção dos nutrientes pelo tomateiro (*Lycopersicon esculentum* Mill.) destinado ao processamento industrial. **Anais da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz**. Piracicaba, v. 35, p. 243-270, 1978. Disponível em: <http://www.periodicos.usp.br/aesalq/article/view/16363>. Acesso em: 15 jul. 2018.

HAYNES, R. J. Principles of fertilizer use for trickle irrigated crops. **Fertilizer Research**, The Hague, v. 6, n. 3, p. 235-255, 1985. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/226283455_Principles_of_fertilizer_use_for_trickle_irrigated_crops. Acesso em: 23 jun. 2018.

HESTENES, M. R.; STIEFEL, E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. **J. Res. Nat. Bur. Standards**, Gaithersburg, v. 49, n. 6, p. 409-436, 1952. Disponível em: https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/jres/049/jresv49n6p409_A1b.pdf. Acesso em: 15 nov. 2019.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução a pesquisa operacional**. São Paulo: EDUSP, 1988.

HOLZAPFEL, E. A.; MARIÑO, M. A.; VALENZUELA, A. Drip irrigation nonlinear optimization model. **Journal of the Irrigation and Drainage Engineering**, Reston, v. 116, n. 4, p. 479 - 496, 1990. Disponível em: [https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1990\)116:4\(479\)](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9437(1990)116:4(479)). Acesso em: 12 abr. 2018.

HORTIFRUTÍCOLAS. **Agrianual 2019**: Anuário da Agricultura Brasileira, São Paulo, p. 289, 2019.

IBGE. **Número de estabelecimentos agropecuários e quantidade produzida, por produtos da horticultura**. São Paulo: IBGE, 2017. Disponível em: <https://sidra.ibge.gov.br/tabela/6619>. Acesso em: 27 nov. 2017.

INSTITUTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA. **Estatística de produção paulista**. São Paulo: IEA, 2017. Disponível em: <http://www.iea.sp.gov.br/out/index.php>. Acesso em: 04 fev. 2018.

INTERNATIONAL DATA CORPORATION. **Smartphone Market share**. Framingham: IDC, 2019. Disponível em: <http://www.idc.com/prodserv/smartphone-os-market-share.jsp>. Acesso em: 18 Jan. 2019.

INSTITUTO DA POTASSA & FOSFATO. **Manual internacional de fertilidade do solo**. 2. ed. Piracicaba: Potafos, 1998.

IZMAILOV, A.; SOLODOV, M. **Otimização**. Rio de Janeiro: IMPA, 2005.

KAFKAFI, U., TARCHITZKY, J. A. **Fertigation**: a tool for efficient fertilizer and water management. Paris: International Fertilizer Industry Association, 2011.

LANDIS, T. D. Mineral nutrients and fertirrigation. *In*: LANDIS, T. D.; TINUS, R. W.; McDONALD, S. E.; BARNETT, J. P. **The container tree nursery manual**. Washington: Department of Agriculture, Forest Service, 1989. p. 1-67.

LIMA, E. L. **Curso de análise**. Rio de Janeiro: SBM, 1976.

LISSEN, S. N.; INMAN-BAMBER, N. G.; ROBERTSON, M. J.; KEATING, B. A. The historical and future contribution of crop physiology and modelling research to sugarcane production systems. **Field Crops Research**, v. 92, n. 2, p. 321–335, 2005.

LORENZ, O. A.; MAYNARD, D. N. **Knott's Handbook for Vegetable Growers**. 3. Ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 1988.

LÓSS, Z. E. **O Desenvolvimento da Pesquisa Operacional no Brasil**. Tese (Mestrado). 1981. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. 4. ed. New York: Springer, 2008.

MALAVOLTA, E. **Elementos de nutrição mineral de plantas**. São Paulo: Ceres, 1980.

MALAVOLTA, E. **Manual de química agrícola: adubos e adubação**. 3. ed. São Paulo: Agronômica Ceres, 1981.

MALAVOLTA, E. **Manual de nutrição mineral de plantas**. São Paulo: Editora CERES Ltda, 2006.

MALAVOLTA, E.; GOMES, F. P.; ALCARDE, J. C. **Adubos e adubações**. [S. l.: s. n.], 2000.

MALAVOLTA, E.; GOMES, F. P.; ALCARDE, J. C. **Adubos e adubações**. São Paulo: Nobel, 2002.

MARCUSSI, F. F. N.; GODOY, L. J. G.; VILLAS BÔAS, R. L. Fertirrigação nitrogenada e potássica na cultura do pimentão baseada no acúmulo de N e K pela planta. **Revista Irriga**, Botucatu, v. 9, n. 1, p. 41-51, 2018.

MARCUSSI, F. F. N.; VILLAS BÔAS, R. L. Uso da fertirrigação na eficiência de aproveitamento de N e K pelo pimentão sob condições de cultivo protegido. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE FERTIRRIGAÇÃO, 1., 2003, João Pessoa. **Anais** [...] João Pessoa: UFPB, [s. n.], 2003.

MARQUELLI, W.A.; SILVA, W.L.C. **Seleção de sistemas de irrigação para hortaliças**. Brasília: Embrapa Hortaliças, 1998. (Circular Técnica da Embrapa Hortaliças, 11).

MARQUELLI, W. A.; SILVA, W. L. C. **Seleção de sistemas de irrigação para hortaliças**. Brasília: Embrapa Hortaliças, 2011. (Circular Técnica da Embrapa Hortaliças, 98).

MARTÍNEZ, J. M.; SANTOS, S. A. **Métodos computacionais de otimização**. Rio de Janeiro: SBM, 1995.

MATEUS, G. R.; LUNA, H. P. L. **Programação não linear**. Belo Horizonte: UFMG, 1986.

MEDEIROS, R. F.; CAVALCANTE, L. F.; MESQUITA, F. O.; RODRIGUES, R. M.; SOUSA, G. G.; DINIZ, A. A. Crescimento inicial do tomateiro-cereja sob irrigação com águas salinas em solo com biofertilizantes bovino. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 15, n. 5, p. 505-511, 2011. Disponível em: <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=fst&AN=74252791&site=eds-live>. Acesso em: 23 ago. 2019.

MENGEL, K.; KIRKBY, E. A. **Principles of plant nutrition**. 4. ed. Berne: International Potash Institute, 1987.

MONTEITH, M. J. The Quest for Balance in Crop Modeling. **Agronomy Journal**, Madison, v. 88, n. 5, p. 695-697, 1996. Disponível em: <https://dl.sciencesocieties.org/publications/aj/abstracts/88/5/AJ0880050695>. Acesso em: 15 abr. 2019.

MOREIRA-BARRADAS, J. M.; MATULA, S.; DOLEZAL, F. A Decision Support System-Fertigation Simulato(DSS-FS) for design and optimization of sprinkler and drip irrigation systems. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 86, p. 111-119, 2012. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169912000555>. Acesso em: 15 abr. 2018.

NANNETTI, D. C.; SOUZA, R. J.; FAQUIN, V. Efeitos da aplicação de nitrogênio e potássio via fertirrigação na cultura do pimentão. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 18, p. 843-844, 2000. (Suplemento).

NASCIMENTO, M.; LOUREIRO, F. E. L. **Fertilizantes e sustentabilidade: o potássio na agricultura brasileira, fontes e rotas alternativas**. Seropédica: Embrapa Agrobiologia, 2004. (Série Estudos e Documentos, 61).

NAYLOR, T. H.; BALINTFY, J. L.; BURDICK, D. S.; KONG, C. **Técnicas de Simulação em computadores**. São Paulo: Vozes, 1977.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. Numerical optimization. 2. ed. New York: Springer, 2006.

OLIVEIRA, F. A.; DUARTE, S. N.; DE MEDEIROS, J. F.; DE OLIVEIRA, M. K. T.; SILVA, R. C. P.; SOUZA, M. S. Eficiência da fertirrigação nitrogenada e potássica na produção de pimentão cultivado em ambiente protegido. **Revista de Ciências Agrárias Amazonian Journal of Agricultural and Environmental Sciences**, Belém, v. 59, n. 3, p. 293-301, 2016. Disponível em: <http://ajaes.ufra.edu.br/index.php/ajaes/article/view/2560>. Acesso em: 10 jul. 2019.

OLIVEIRA, M. V.; VILLAS BÔAS, R. L. Uniformidade de distribuição do potássio e do nitrogênio em sistema de irrigação por gotejamento. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v. 28, n. 1, p. 95-103, 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/eagri/v28n1/a10v28n1>. Acesso em: 18 Jul. 2019.

OTTO, R.; VITTI, G. C.; DE CERQUEIRA LUZ, P. H. Manejo da adubação potássica na cultura da cana-de-açúcar. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v. 34, n. 4, p. 1137-1146, 2010. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/1802/180215875013.pdf>. Acesso em: 18 jul. 2019.

PAGÁN, F. J.; FERÁNDEZ-VILLENA, M.; FERNÁNDEZ-PACHECO, D.G.; ROSILLO, J. J., MOLINA-MARTÍNEZ, J. M. Optifer: an application to optimize fertiliser costs in fertigation. **Agricultural Water Management**, [s. l.], v. 151, p. 19-29, 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378377414003680>. Acesso em: 10 abr. 2018.

PAPADOPOULOS, I. **Regional middle east and europe project on nitrogen fixation and water balance studies**. Viena: FAO-RNEA, 1993.

PÉREZ-CASTRO, A.; SÁNCHEZ-MOLINA, J. A.; CASTILLA, M.; SÁNCHEZ-MORENO, J.; MORENO-ÚBEDA, J. C.; MAGÁN, J. J. cFertigUAL: A fertigation management app for greenhouse vegetable crops. **Agricultural Water Management**, [s. l.], v. 183, p. 186-193, 2017. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037837741630364X>. Acesso em: 29 ago. 2018.

PESSOA, M. C. P. Y.; LUCHIARI, A. J.; FERNANDES, E. N.; LIMA, M. D. **Principais modelos matemáticos e simuladores utilizados para análise de impactos ambientais das atividades agrícolas**. Jaguariúna: Embrapa Meio Ambiente, 1997. (Documentos, 8).

PINTO, J. M.; SOARES, J. M.; COSTA, N. D.; de FARIA, C. M. B.; BRITO, L. D. L.; SILVA, D. Doses e periodos de aplicacao de nitrogenio via agua de irrigacao na cultura do tomate. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 15, n. 1, p. 15-18, 1997. Disponível em: <https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/->

/publicacao/132869/doses-e-periodos-de-aplicacao-de-nitrogenio-via-agua-de-irrigacao-na-cultura-do-tomate. Acesso em: 20 jan. 2018.

QUEIRÓZ, S. O. P.; TESTEZLAF, R. Perigos da salinização em ambientes protegidos. **ITEM-Irrigação e Tecnologia Moderna**, Brasília-DF, n. 52/53, p. 38 -39, 2002. Disponível em: http://www.abid.org.br/arquivo/revista/revista_pdf/item_52-53.pdf. Acesso em: 23 jul. 2018.

RAJPUT, T. B. S.; PATEL, N. Water and nitrate movement in drip-irrigated onion under fertigation and irrigation treatments. **Agricultural Water Management**, [s. l.], v. 79, n. 3, p. 293 – 311, 2006. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378377405001332>. Acesso em: 27 ago. 2019.

RAVINDRAN, A. R. **Operations research and management science handbook**. Nova Iorque: Crc Press, 2016.

REBOUÇAS NETO, M. O.; AZEVEDO, B. M. D.; VIANA, T. V. D. A.; MESQUITA, J. B.; CARVALHO, M. A.; CARVALHO, L. C. Potassium fertilization via fertigation and conventional application on quality of tomato fruits. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 20, n. 10, p. 913-917, 2016. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1415-43662016001000913&script=sci_arttext. Acesso em: 15 jul. 2018.

RIBEIRO, A. A.; KARAS, E. W. **Otimização Contínua: aspectos teóricos e computacionais**. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

RIVERA, R. N., MIRANDA, J. H., DUARTE, S. N., BOTREL, T. A. Modelo aplicado à dinâmica da água e do potássio no solo sob irrigação por gotejamento: análise de sensibilidade. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v. 28, n. 3, p. 448 – 459, 2008. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-69162008000300006. Acesso em: 10 jan. 2019.

ROCHA, C. T. D.; CHRISTOFIDIS, D. Vantagens da opção pela agricultura irrigada. **Revista de política agrícola**, Brasília, v. 24, n. 2, p. 17-25, 2015.

RODELLA, A. A.; ALCARDE, J. C.; DIAS, A. P. Requisitos de qualidade física e química de fertilizantes minerais. In: GONÇALVES, J. L. M.; BENEDETTI, V. **Nutrição e fertilização florestal**. Piracicaba: IPEF, 2000. p. 59-78.

SAAD, J. C. C.; FRIZZONE, J. A. Designer and management optimization of trickle irrigation systems using nonlinear programming. **Journal of Agricultural Engineering Research**, [s.l.], v. 64, n. 2, p. 109-118, 1996. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021863496900529>. Acesso em: 12 abr. 2018.

SAMSURI, S. F.; AHMAD, R.; HUSSEIN, M. Development of Nutrient Solution Mixing Process On Time-Based Drip Fertigation System. *In*: 2010 Fourth Asia International Conference Mathematical/Analytical Modelling and Computer Simulation, 2010, Bornea. **2010 Fourth Asia International Conference Mathematical/Analytical Modelling and Computer Simulation**. Bornea: IEEE, 2010. p. 615-619. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=5489267&tag=1>. Acesso em: 27 ago. 2019.

SHAMIR, E.; MEGDAL, S. B.; CARRILLO, C.; CASTRO, C. L.; CHANG, H. I.; CHIEF, K.; PRIETTO, J. Climate change and water resources management in the Upper Santa Cruz River, Arizona. **Journal of Hydrology**, [s. l.], v. 521, p. 18 – 33, 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169414009846>. Acesso em: 23 ago. 2019.

SILVA, A. O., KLAR, A. E. E SILVA, E. F. F. Manejo da fertirrigação e salinidade do solo no crescimento da cultura da beterraba. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v.35, n. 2, 230-241. 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1809-4430-Eng.Agríc.v35n2p230-241/2015>. Acesso em: 22 ago. 2018.

SILVA, D. J. **Aplicação de fertilizantes via fertirrigação**. Petrolina: Embrapa Semi-Árido, 2000.

SINHA, A. K.; RAO, B. V.; BISCHOF, C. H. Nonlinear optimization model for screening multipurpose reservoir systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**, reston, v. 125, n. 4, p.229 - 233, 1999. Disponível em: [https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1999\)125:4\(229\)](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:4(229)). Acesso em: 12 abr. 2018.

SOBRAPO. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: SBPO, 2018. Disponível em: http://www.sobrapo.org.br/o_que_e_po.php. Acesso em: 02 Jan. 2018.

SOUSA, V. F.; COELHO, E. F.; PINTO, J. M.; NOGUEIRA, L. C.; COELHO FILHO, M. A.; ARAÚJO, A. R. **Irrigação e fertirrigação em fruteiras e hortaliças**. 1. ed. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 2011.

SOUZA, M. P. **Um estudo do método de gradientes conjugados não lineares**. 2017. Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas, 2017.

SPARKS, D. L.; HUANG, P. M. Physical chemistry of soil potassium. *In*: MUNSON, R. D. **Potassium in agriculture**. Madison: American Society of Agronomy, 1985. p.201-276.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional**. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TAIZ, L.; ZEIGER, E. **Fisiologia Vegetal**. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

TAIZ, L.; ZEIGER, E.; MOLLER, I., MURPHY, A. **Fisiologia e desenvolvimento vegetal**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2017.

TEIXEIRA, M. R. A. **Utilização do geoprocessamento na análise ambiental e sua importância na tomada de decisões: Um estudo do geoprocessamento em pesquisas sobre ocupação desordenada do solo**. Brasília: Instituto CEUB de Pesquisa e Desenvolvimento, 2015.

TEJADA-CASTRO, M.; DELGADO-VERA, C.; GARZÓN-GOYA, M.; SINCHE-GUZMÁN, A.; CÁRDENAS-ROSALES, X. Trends in the Use of Webapps in Agriculture: A Systematic Review. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ICTS IN AGRONOMY AND ENVIRONMENT, 2., 2019, Guayaquil. **CITAMA 2019: ICT for Agriculture and Environment**. Guayaquil: Springer, 2019. p. 130-142. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-10728-4_14. Acesso em: 12 ago. 2018.

TESTEZLAF, R. Irrigação: definições e importância. *In*: _____. **Irrigação: Métodos e Técnicas**. Campinas: FEAGRI/ Unicamp: 2017. cap. 1. p. 3 – 23.

TIEPPO, R.; CREMON, C.; SILVA, L. C.; DALLACORT, R.; SANTI, A. Sistema Computacional para Otimização na Seleção de Fertilizantes. **Scientia Plena**, Aracaju, v. 6, n. 11, p. 1 – 4, 2010. Disponível em: <https://scientiaplenua.org.br/sp/article/view/85>. Acesso em: 24 nov. 2018.

TRANI, P. E. **Calagem e Adubação do tomate de mesa**. Campinas: Instituto Agrônomo. 2015. (Boletim 215).

TRANI, P. E.; TIVELLI, S. W.; CARRIJO, O. A. **Fertirrigação em hortaliças**. 2. Ed. Campinas: Instituto Agrônomo, 2011. (Boletim Técnico IAC, 196).

TULIO, J. A., OTTO, R. F., BOER, A. E OHSE, S. Cultivo de beterraba em ambiente protegido e natural na época de verão. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 17, n. 10, p.1074-1079, 2013. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S1415-43662013001000008>. Acesso em: 10 jul. 2018.

VILLAS BOAS, R. L., BULL, L. T., FERNANDES, D. M. Fertilizantes em fertirrigação. *In*: FOLEGATTI, M. V. **Fertirrigação**: citrus, flores, hortaliças. Guaíba: Agropecuária, 1999.

VILLAS BÔAS, R. L.; KANO, C., LIMA, C. P., NANETTI, F. A., FERNANDES, D. M. Efeito de doses de nitrogênio aplicado de forma convencional através da fertirrigação na cultura do pimentão. **Horticultura Brasileira**, Brasília, v. 18, p. 801-802, 2000. (Suplemento).

VILLAS BOAS, R. L. V.; ZANINI, J. R.; FEITOSA FILHO, J. C. Uso e manejo de fertilizantes em fertirrigação. *In*: ZANINI, J. R.; VILLAS BOAS, R. L. V.; FEITOSA FILHO, J. C. **Uso e manejo da fertirrigação e hidroponia**. Jaboticabal: FUNESP, 2002. p. 1-25.

VITTI, G.C.; BOARETTO, A.E.; PENTEADO, A.R. Fertilizantes e fertirrigação. *In*: VITTI, G.C.; BOARETTO, A.E. **Fertilizantes fluidos**. Piracicaba: POTAFOS, 1994.

VIVANCOS, A. D. **Fertirrigacion**. Madrid: Mundi-Prensa. 1996.

WHO. **World Population Prospects**: Final Report. WHO: New York, 2019.

YEH, W. W. G. Reservoir management and operations models: a state of the art Review. **Water Resources Research**, Washington, v. 21, n. 12, p.1797-1818, 1985. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/WR021i012p01797>. Acesso em: 20 ago. 2019.

YOUSIF, M. E. R.; GHAFAR, K.; ZAHARI, R.; LIM, T. H. A rule-based smart automated fertilization and irrigation systems. *In*: NINTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRAPHIC AND IMAGE PROCESSING, 9., 2017, Qingdao. **Proceedings** [...]. Qingdao: International Society for Optics and Photonics, 2018. Disponível em: <https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/10615/106155J/A-rule-based-smart-automated-fertilization-and-irrigation-systems/10.1117/12.2303556.short?tab=ArticleLink>. Acesso em: 27 ago. 2019.