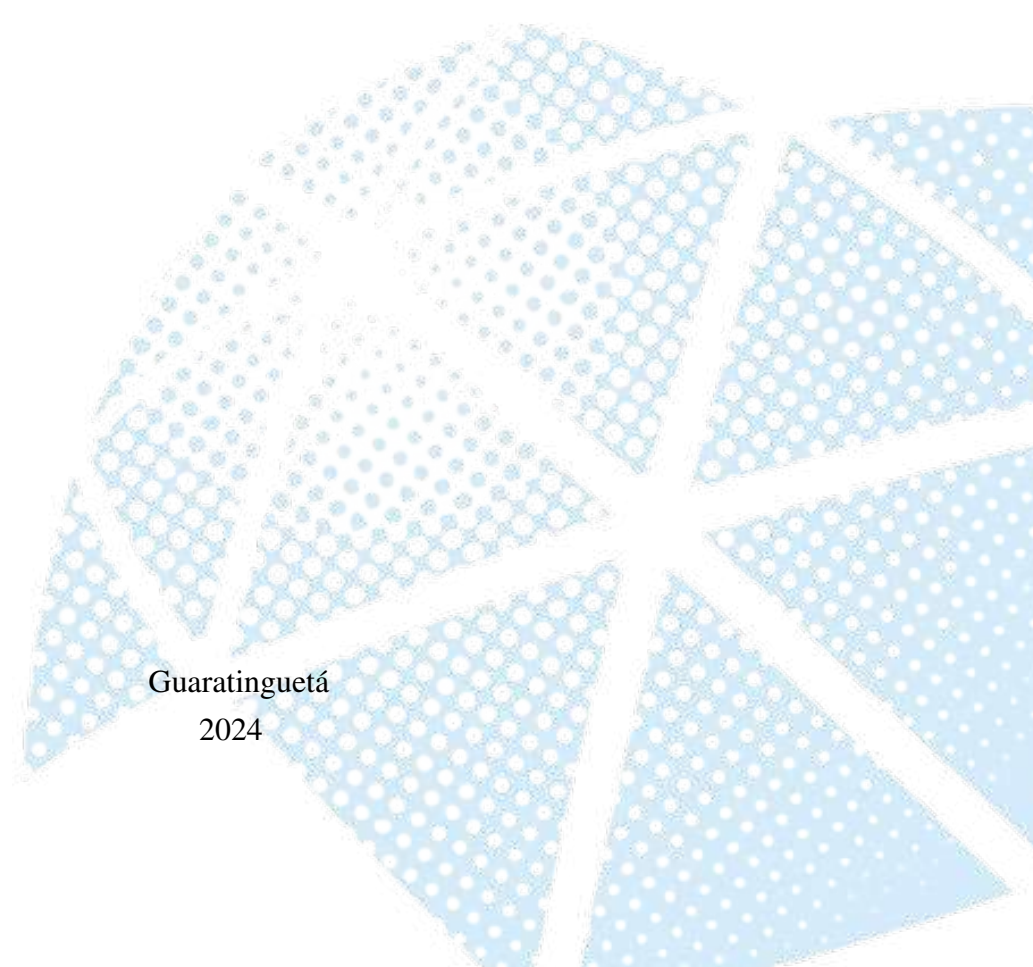


UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
Faculdade de Engenharia e Ciências - Campus de Guaratinguetá

MURILO AUGUSTO VERÍSSIMO LEITE

**Avaliação da precisão do modelo de cálculo da norma ABNT NBR 7190-1:2022 para peças
compostas de seção I**

Guaratinguetá
2024



Murilo Augusto Veríssimo Leite

Avaliação da precisão do modelo de cálculo da norma ABNT NBR 7190-1:2022 para peças compostas de seção I

Dissertação apresentada Universidade Estadual Paulista (Unesp) à Faculdade de Engenharia e Ciências, Guaratinguetá, para obtenção do título de Mestre em Engenharia na Área de Materiais.

Orientador: Profº Dr. Julio Cesar Molina

Coorientador: Profº Dr. Alexandre Jorge Duarte de Souza

Guaratinguetá

2024

L533a	Leite, Murilo Augusto Verissimo Avaliação da precisão do modelo de cálculo da norma ABNT NBR 7190-1:2022 para peças compostas de seção I / Murilo Augusto Verissimo Leite – Guaratinguetá, 2024. 98 : il. Bibliografia: f. 80-82 Dissertação – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2024. Orientador: Prof. Dr. Julio Cesar Molina Coorientador: Prof^o Dr. Alexandre J. Duarte de Souza 1. Vigas de madeira. 2. Estruturas de madeira (Construção civil). 3. Normas técnicas (Engenharia). I. Título. CDU 624.072(043)
-------	--

Luciana Máximo
Bibliotecária CRB-8/3595

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

A dissertação apresenta contribuições relativas aos campos analítico e experimental, com estudos que envolveram a proposta da ABNT NBR 7190-1 (2022) para o dimensionamento de elementos compostos entre peças serradas de madeira com ligações pregadas. A dissertação fez um estudo sobre o módulo de deslizamento K que é o principal parâmetro utilizado no modelo de cálculo de ligações flexíveis. Tal coeficiente foi obtido e avaliado por diferentes métodos experimentais e analíticos e posteriormente foi utilizado na avaliação da precisão do modelo de cálculo para elementos compostos com ligações pregadas. Desta maneira, a pesquisa contribuiu com informações úteis para aprimoramento do método de cálculo para estruturas compostas de madeira indicando o melhor método para se verificar os estados limites últimos e de serviço de vigas pregadas com seção I, sendo que tal método de cálculo foi proposto na última revisão da norma brasileira de estruturas de madeira realizada em 29/06/2022 e necessitava de estudos comprovando a sua validade.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

The dissertation presents contributions in both the analytical and experimental fields, with studies involving the proposal of ABNT NBR 7190-1 (2022) for the design of composite elements between sawn timber pieces with nailed connections. The dissertation conducted a study on the slip modulus K , which is the main parameter used in the calculation model for flexible connections. This coefficient was obtained and evaluated through different experimental and analytical methods and was subsequently used in the evaluation of the accuracy of the calculation model for composite elements with nailed connections. In this way, the research provided useful information for the improvement of the calculation method for composite wood structures, indicating the best method for verifying the ultimate and service limit states of nailed I-section beams. This calculation method was proposed in the latest revision of the Brazilian standard for wood structures, carried out on 29/06/2022, and required studies to prove its validity

MURILO AUGUSTO VERISSIMO LEITE

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM ENGENHARIA”**

PROGRAMA: ENGENHARIA
CURSO: MESTRADO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Documento assinado digitalmente
 **MARCELA APARECIDA GUERREIRO MACHADO DI**
Data: 03/05/2024 11:54:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Drª. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas
Vice Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente
 **JULIO CESAR MOLINA**
Data: 24/05/2024 12:14:19-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. JULIO CESAR MOLINA
Orientador – USP

Documento assinado digitalmente
 **ANDRE LUIS CHRISTOFORO**
Data: 24/05/2024 14:50:27-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. ANDRÉ LUIS CHRISTOFORO
Universidade Federal de São Carlos

Documento assinado digitalmente
 **CRISTIANE INACIO DE CAMPOS**
Data: 28/05/2024 17:27:04-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Drª. CRISTIANE INACIO DE CAMPOS
UNESP

MAIO de 2024

DADOS CURRICULARES

MURILO AUGUSTO VERÍSSIMO LEITE

NASCIMENTO 31.08.1994 - Itapeva / SP

FILIAÇÃO José Valdinei Leite
Edvana Cecília Veríssimo Ramos

2014 / 2018 Curso de Graduação em Engenharia Industrial Madeireira - Nível de Bacharelado
Universidade Estadual Paulista (Unesp) -
Câmpus de Itapeva

AGRADECIMENTOS

Inicialmente agradeço à Deus por tudo, principalmente por proporcionar esta inesquecível aventura, com dificuldades e aprendizados, porém muito divertida. Espero continuar nesta jornada para sempre.

Agradeço a toda minha família pelo apoio e, principalmente, a minha mãe Edvana Cecilia Veríssimo Ramos, ao meu pai José Valdinei Leite ao meu irmão Jeferson Henrique Veríssimo Leite, que sempre estiveram ao meu lado.

Agradeço todos os meus amigos, que participaram diretamente e indiretamente desta aventura. Peço as minhas mais sinceras desculpas por não citar nomes, pois não quero esquecer de ninguém, e para não cometer este equívoco prefiro não citar ninguém, mas saibam que sou eternamente grato.

Agradeço a Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro. Agradeço os técnicos: Waldecir de Araújo, Tiago Matos Andres, Alex Siqueira Costa e ao Thiago Oliveira dos Santos, por ajudarem nas etapas experimentais deste trabalho.

Agradeço a Prof^a .Dra. Cristiane Inácio de Campos e o Prof^a. Dr André Luis Christoforo pela amizade, pelo apoio, e paciência.

Por fim agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Julio Cesar Molina pela oportunidade, pela confiança, e por todo o auxílio durante esta aventura.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES) - Código de financiamento 001.

*“O bom é inimigo do ótimo.”
(John Mason)*

RESUMO

No cenário atual, a madeira tem se tornado uma opção viável para o setor da construção civil, especialmente como elementos estruturais. Destacam-se as vigas de madeira maciça e compostas, que têm sido utilizadas em projetos residenciais, coberturas e pontes. Para garantir um melhor desempenho em situações de carga, as vigas compostas formadas por duas ou mais peças maciças de madeira são uma ótima alternativa. Esse tipo de viga apresenta duas opções de ligação: rígida (adesivo) ou flexível (pino). No sistema flexível (pinos, parafusos, pregos etc), as peças de madeira que compõem a seção sofrem um deslizamento entre si quando submetidas à flexão, o que não ocorre no sistema rígido. O deslizamento entre duas peças ocorre por ação de uma força tangencial que atua na ligação entre elas, levando à deformação das superfícies de contato e, conseqüentemente, ao deslocamento relativo entre as peças, e que é quantificado pelo módulo de deslizamento (K). Esse parâmetro pode ser determinado por meio de equações analíticas ou por meio de ensaios experimentais. O objetivo deste trabalho consistiu em avaliar o comportamento de vigas compostas de madeira com seção transversal I com foco no sistema de conexão. Para tanto, foram fabricadas vigas de madeira da espécie *Eucalyptus grandis* utilizando os sistemas de ligação flexível (com pregos) e rígido (colado), a fim de comparar diferentes módulos de deslizamento obtidos por meio de quatro modelos distintos: o modelo da norma de madeira ABNT NBR 7190-1 (2022), de Ceccotti (1995), de Kuenzi (1955) e o experimental. Para as vigas confeccionadas foram avaliados os Estados Limite de Serviço (ELS) e os Estados Limite Último (ELU). Como resultado constatou-se que o modelo da norma ABNT NBR 7190-1 (2022) apresentou valores mais significativos de módulo de deslizamento, os quais proporcionaram verificações mais realistas no que se refere ao dimensionamento das vigas avaliadas seja no que se refere à análise das tensões nas regiões de maior solicitação do elemento como também em relação aos deslocamentos limites. Estatisticamente não foi identificado diferença significativa para os valores referentes as vigas com relação $L/h \geq 21$, para as de relação $L/h < 21$, houve diferença.

PALAVRAS-CHAVE: Módulo de deslizamento; Vigas compostas de madeira; Ligações flexíveis; Madeira de reflorestamento; Sistema de ligação.

ABSTRACT

In the current scenario, wood has become a viable option for the construction sector, especially as structural elements. Solid and composite wood beams stand out, being used in residential projects, roofs, and bridges. To ensure better performance under load conditions, composite beams formed by two or more solid wood pieces are an excellent alternative. This type of beam has two connection options: rigid (adhesive) or flexible (pin). In the flexible system (pins, screws, nails, etc.), the wood pieces that make up the section experience slippage between them when subjected to bending, which does not occur in the rigid system. The slippage between two pieces occurs due to the action of a tangential force acting on the connection between them, leading to the deformation of the contact surfaces and, consequently, the relative displacement between the pieces, which is quantified by the slip modulus (K). This parameter can be determined through analytical equations or experimental tests. The objective of this work was to evaluate the behavior of composite wood beams with an I-shaped cross-section, focusing on the connection system. For this purpose, wood beams of the *Eucalyptus grandis* species were manufactured using flexible (with nails) and rigid (glued) connection systems, in order to compare different slip moduli obtained through four distinct models: the ABNT NBR 7190-1 (2022) wood standard model, Ceccotti (1995), Kuenzi (1955), and the experimental model. For the manufactured beams, the Serviceability Limit States (SLS) and the Ultimate Limit States (ULS) were evaluated. As a result, it was found that the ABNT NBR 7190-1 (2022) standard model presented more significant slip modulus values, which provided more realistic checks regarding the sizing of the evaluated beams, both in terms of analyzing the stresses in the regions of greater demand for the element as well as in relation to limit displacements. Statistically, no significant difference was identified for the values referring to the beams with $L/h \geq 21$ ratio, for those with $L/h < 21$ ratio, there was a difference.

KEYWORDS: Sliding modulus; Composite beams; Flexible connections; Reforestation wood; Connection system.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Perfis de vigas compostas de madeira	19
Figura 2	Vigas flexionadas	20
Figura 3	Deslizamento entre peças compostas	22
Figura 4	Módulo de deslizamento	22
Figura 5	Módulos de deslizamentos para diferentes conectores	23
Figura 6	Perfis de vigas compostas: A: Perfil I, B: Perfil T, C: Perfil Caixão e D: Perfil: Caixão	24
Figura 7	Ciclo de carregamento	25
Figura 8	Pontos de deslizamentos	25
Figura 9	Distâncias entre centros de gravidades	27
Figura 10	Diagramas da distribuição de tensões	28
Figura 11	Diagramas da viga	30
Figura 12	Pontos analisados nas seções transversais das vigas	31
Figura 13	Tensões normais de uma viga de perfil I	32
Figura 14	Tensões tangenciais	33
Figura 15	Conjunto de peças do modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008)	35
Figura 16	Tipos dos corpos de prova confeccionados	36
Figura 17	Tipos dos corpos de prova confeccionados	38
Figura 18	Dimensões dos corpos de prova	40
Figura 19	Ensaio <i>push-out</i>	41
Figura 20	Corpo de prova <i>push-out</i>	42
Figura 21	Configuração dos corpos de prova de cisalhamento direto	44
Figura 22	Configuração dos corpos de prova utilizados	45
Figura 23	Dispositivo de ensaio	45
Figura 24	Seção transversal das vigas confeccionadas	50
Figura 25	Dimensões dos corpos de prova pregados para os ensaios de cisalhamento . . .	51
Figura 26	Dimensões dos corpos de prova colados para os ensaios de cisalhamento . . .	51
Figura 27	Usinagem das peças	52
Figura 28	Etapas de confecção das vigas pregadas	52
Figura 29	Vigas pregadas confeccionadas	53
Figura 30	Confecção dos corpos de prova de cisalhamento	53
Figura 31	Corpos de prova confeccionados	54
Figura 32	Seções transversais das peças usinadas	54
Figura 33	Usinagem das peças: A: Usinagem do entalho e B: Entalho finalizada	55
Figura 34	Pesagem das componentes da regina: A: Componente sendo pesada e B: Pesagem finalizadas para ambas componentes	55
Figura 35	Vigas posicionadas na prensa	56

Figura 36	Vigas coladas confeccionadas	56
Figura 37	Corpos de prova confeccionadas	57
Figura 38	Gráfico de carregamento de carga	58
Figura 39	Ensaio mecânico de cisalhamento (<i>Double Shear</i>)	58
Figura 40	Ensaio mecânico de flexão estática com carga centrada no meio do vão	59
Figura 41	Viga rompida	59
Figura 42	Etapas para a determinação dos módulos de deslizamento K	61
Figura 43	Etapas de cálculos para vigas pregadas	62
Figura 44	Etapas de cálculos para vigas coladas	62
Figura 45	Comparação da média dos módulos de deslizamentos de serviços (K_{ser})	67
Figura 46	Verificações da viga composta	69
Figura 47	Resultados do módulo de deslizamento de serviço para as vigas pregadas segundo as relações $L/h < 21$ (a) $L/h \geq 21$ (b)	73
Figura 48	Resultados da tensão normal máxima (a), da tensão de cisalhamento máxima (b) e do deslocamento (c) para as vigas pregadas e coladas de acordo com a relação ($L/h < 21$)	74
Figura 49	Resultados da tensão normal máxima (a), da tensão de cisalhamento máxima (b) e do deslocamento (c) para as vigas pregadas e coladas de acordo com a relação $L/h \geq 21$	75
Figura 50	Resultados das forças nas ligações (F) para as vigas pregadas segundo as relações $L/h < 21$ (a) $L/h \geq 21$ (b)	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dimensões dos corpos de prova	37
Tabela 2 – Distribuição da confecção dos corpos de prova	37
Tabela 3 – Resultados dos módulos de deslizamentos para os conectores (kN/mm)	37
Tabela 4 – Características dos corpos de prova	39
Tabela 5 – Características dos corpos de prova	39
Tabela 6 – Resultados dos módulos de deslizamentos para os conectores (kN/mm)	40
Tabela 7 – Resultados dos módulos de deslizamentos	41
Tabela 8 – Composição da mistura do concreto	42
Tabela 9 – Módulos de deslizamento obtidos	43
Tabela 10 – Características das ligações parafusadas	43
Tabela 11 – Módulos de deslizamentos obtidos	44
Tabela 12 – Módulo de deslizamento das ligações para ELS	47
Tabela 13 – Módulo de deslizamento das ligações para ELU - série PI	47
Tabela 14 – Módulo de deslizamento das ligações para ELU - série EP	47
Tabela 15 – Características e quantidades das vigas analisadas	50
Tabela 16 – Características e quantidades dos corpos de prova (<i>Double Shear</i>)	50
Tabela 17 – Valores da caracterização da madeira, U=12%	64
Tabela 18 – Módulo de elasticidade das vigas, U=12%	64
Tabela 19 – Módulos de ruptura das vigas, U=12%	65
Tabela 20 – Valores dos módulos de deslizamentos experimentais, U=12%	65
Tabela 21 – Módulos de deslizamentos pelo modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008)	66
Tabela 22 – Módulos de deslizamentos pelo modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008)	66
Tabela 23 – Diferença percentual entre os módulos de deslizamentos, U=12%	67
Tabela 24 – Comparação das verificações com diferentes módulos de deslizamentos para as vigas pregadas do grupo 1 ($L/h < 21$)	70
Tabela 25 – Comparação das verificações com diferentes módulos de deslizamentos para as vigas pregadas do grupo 3 ($L/h \geq 21$)	71
Tabela 26 – Verificações das vigas coladas do grupo 2 ($L/h < 21$)	72
Tabela 27 – Verificações das vigas coladas do grupo 4 ($L/h \geq 21$)	72
Tabela 28 – Valores de módulos de elasticidade de cada peça constituídas das vigas pregadas	93
Tabela 29 – Valores de módulos de elasticidade de cada peça constituídas das vigas coladas	93
Tabela 30 – Valores de módulos de elasticidade das peças constituintes dos corpos de prova de cisalhamento pregados	94
Tabela 31 – Valores de módulos de elasticidade das peças constituintes dos corpos de prova de cisalhamento colados	94
Tabela 32 – Valores dos deslocamentos no meio do vão das vigas ensaiadas	95
Tabela 33 – Força de ruptura dos corpos de prova do ensaio de cisalhamento	96

Tabela 34 – Força na ligação para corpos de prova pregados	96
Tabela 35 – Valores experimentais dos corpos de prova pregados do grupo 1 ($L/h < 21$)	97
Tabela 36 – Valores experimentais dos corpos de prova pregados do grupo 3 ($L/h \geq 21$) . . .	97

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	JUSTIFICATIVA	17
3	OBJETIVOS	18
3.1	GERAL	18
3.2	ESPECÍFICOS	18
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
4.1	VIGAS COMPOSTAS DE MADEIRA	19
4.2	ANÁLISE DAS VIGAS COMPOSTAS	19
4.3	SISTEMA DE LIGAÇÕES DE VIGAS COMPOSTAS	20
4.4	MÓDULO DE DESLIZAMENTO (K)	22
4.5	DOCUMENTOS NORMATIVOS	23
4.5.1	ABNT NBR 7190 (1997)	23
4.5.2	ABNT NBR 7190-1 (2022)	24
4.5.3	Modelo Eurocode 5	26
4.5.3.1	Distribuição de tensões	28
4.6	MODELO ANALÍTICO PARA VIGAS COLADAS	30
4.7	MÓDULO DE DESLIZAMENTO PROPOSTOS POR PESQUISADORES NA LITERATURA	34
4.7.1	Modelo de Ceccotti (1995)	34
4.7.2	Modelo de Kuenzi (1955)	34
4.8	ESTUDOS EXPERIMENTAIS DE ELEMENTOS COMPOSTOS	36
4.9	CONCLUSÃO DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	48
5	MATERIAIS E MÉTODOS	49
5.1	MATERIAIS UTILIZADOS	49
5.2	METODOLOGIA	49
5.2.1	Usinagem das peças	51
5.2.2	Montagem das vigas pregadas	52
5.2.3	Montagem dos corpos de prova pregados para o ensaio de cisalhamento (<i>Double Shear</i>)	53
5.2.4	Montagem das vigas coladas	54
5.2.4.1	Preparação da resina	55
5.2.4.2	Montagens das vigas	55
5.2.5	Montagem dos corpos de prova colados para o ensaio <i>Double Shear</i>	56
5.2.6	Ensaio mecânicos de cisalhamento (<i>Double Shear</i>)	57

5.2.6.1	Ensaio de cisalhamento (<i>Double Shear</i>)	57
5.2.6.2	Ensaio mecânico de flexão estática	58
5.2.7	Verificações das vigas	60
5.2.7.1	Módulo de ruptura (MOR) e Módulo de elasticidade (MOE)	60
5.2.8	Determinação dos módulos de deslizamentos teóricos	60
5.2.8.1	Vigas pregadas	61
5.2.8.2	Vigas coladas	62
5.2.9	Análise dos resultados dos modelos de cálculo	62
5.2.10	Análise estatística dos resultados	63
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	64
6.1	VERIFICAÇÕES DOS ELS E ELU	68
6.2	ANÁLISE ESTATÍSTICA	73
7	CONCLUSÃO	77
8	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	78
	REFERÊNCIAS	79
	APÊNDICE A – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS COLADAS	82
	APÊNDICE B – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS PREGADAS	85
	APÊNDICE C – DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE DESLIZAMENTO A PARTIR DO MODELO DE KUENZI	90
	APÊNDICE D – TABELAS	93

1 INTRODUÇÃO

A utilização da madeira se destaca em diversos setores da sociedade, como por exemplo, no setor da construção civil, principalmente em projetos de coberturas, pontes, edifícios e residências. A madeira é empregada como elemento estrutural (vigas e pilares) e em estruturas de casca, entre outros. As vigas compostas recebem seu devido prestígio, pelo fato de serem confeccionadas com peças comercializadas em menores dimensões, resultando em uma maior seção transversal, normalmente de perfis I, T e caixão (peças com seção transversal em forma de caixa).

As vigas compostas são constituídas por duas ou mais peças de madeira, com o intuito de aprimorar seu desempenho quando forem submetidas às ações externas. Quando solicitadas por forças externas perpendiculares ao seu comprimento, a viga é flexionada, provocando determinadas tensões, na superfície superior surge compressão e na superfície inferior surge tração e na linha neutra da seção composta surgem tensões de cisalhamento. Na região onde ocorre o contato das peças constituintes da viga, os conectores estão sujeitos a tensões de cisalhamento.

Para que a viga composta possa transmitir os esforços solicitantes, é necessário que haja um sistema de conexão entre as peças unidas. Este sistema pode ser do tipo rígido ou flexível. O sistema rígido é caracterizado pela predominância de se utilizar uma resina (ligação colada), que não permite um deslizamento entre as peças unidas, quando solicitadas na flexão. Por outro lado, o sistema flexível apresenta como característica a utilização de pinos, pregos e parafusos metálicos nas ligações entre as peças, possibilitando a ocorrência de deslizamento entre elas, quando ocorre determinada solicitação na flexão.

Para o critério de dimensionamento de vigas compostas, é preciso determinar o deslizamento entre as peças no caso do sistema flexível. A norma ABNT NBR 7190-1 (2022), apresenta conceitos iguais a da norma europeia Eurocode 5 (2004). Apresentando um parâmetro denominado módulo de deslizamento (K), que relaciona a força atuante na ligação e o deslizamento ocorrido, medindo assim o deslizamento entre as peças unidas.

Esse parâmetro é utilizado tanto nas verificações dos Estados Limites de Serviço (ELS), quanto nos Estados Limites Últimos (ELU), podendo ser obtido por meio experimental, mediante a ensaios mecânicos do tipo *Single shear* e *Double shear* ou por meio de expressões analíticas. A própria norma ABNT NBR 7190-1 (2022) apresenta uma expressão específica para a determinação do módulo de deslizamento. Os autores Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) desenvolveram suas próprias expressões para o cálculo do módulo de deslizamento (K).

Cada expressão proposta apresenta suas variáveis específicas. Por exemplo, a norma ABNT NBR 7190-1 (2022) busca relacionar a densidade aparente com o diâmetro do elemento de ligação, enquanto Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) relaciona o diâmetro do elemento de ligação com a rigidez das peças de madeira e Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) também relaciona as mesmas variáveis de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008), porém acrescenta uma abordagem que incorpora funções trigonométricas e hiperbólicas na expressão.

Assim, devido a essa distinção entre as propostas para o cálculo, o valor do módulo de desliza-

mento (K) terá respostas diferentes dependendo da equação utilizada. Essas expressões também não consideram especificamente o tipo e as características dos elementos de ligações.

Levando em conta essas considerações, a maneira mais adequada para compreender o comportamento das ligações, consiste em obter o módulo de deslizamento de maneira experimental, uma vez que está sendo analisado o real comportamento das ligações para determinada situação. Além disso, uma vez que não há consenso sobre a expressão analítica a ser utilizada para cada tipo de ligação, o que torna o valor obtido contestado.

Este trabalho visa avaliar a precisão do modelo de cálculo proposto pela norma brasileira ABNT NBR 7190-1 (2022), que tem como referência a norma europeia Eurocode 5 (2004), para a avaliação dos ELS e ELU de elementos compostos de madeira com seção I pregada a partir de diferentes expressões para o módulo de deslizamento (K), com o intuito de posteriormente comparar os resultados obtidos.

2 JUSTIFICATIVA

A utilização de estruturas compostas de madeira é apresentada como uma solução capaz de aumentar as opções na área de estruturas de madeira.

Ao utilizar um sistema de ligação entre a mesa e a alma da peça, obtém-se um elemento com seções mais rígidas e com maior capacidade de carga. Os ensaios experimentais possibilitam a obtenção de valiosas informações a respeito do comportamento de serviço e do desempenho do elemento, conduzindo a um melhor entendimento de seu comportamento.

Por outro lado, os estudos das conexões entre elementos de madeira são fundamentais para o bom desempenho do elemento confeccionado.

A bibliografia nacional sobre esse assunto atualmente encontra-se em fase de desenvolvimento. A norma brasileira ABNT NBR 7190-1 (2022) propõe um modelo de cálculo baseado em uma equação para o módulo de deslizamento (K) e na verificação do elemento composto em relação aos ELS e ELU, que tem como base a norma europeia Eurocode 5. Nesse sentido, estudos são necessários para viabilizar a utilização desse modelo na quantificação da resistência e rigidez do elemento.

Há a necessidade de se verificar o melhor modelo para quantificação do módulo de deslizamento K da ligação em comparação com o resultado fornecido pelo ensaio realizado em corpos de prova com o sistema de ligação utilizado, uma vez que ainda não existe um consenso entre os pesquisadores sobre qual o melhor modelo a se utilizar. Também não se sabe ao certo a validade das equações para as relações entre o vão L e a altura h das vigas: $L/h \geq 21$ ou $L/h < 21$.

3 OBJETIVOS

3.1 GERAL

Avaliar a precisão do modelo de cálculo proposto pela norma brasileira ABNT NBR 7190-1 (2022) que tem como base a norma europeia Eurocode 5 (2004) na avaliação do comportamento mecânico de elementos compostos de madeira da espécie *Eucalyptus grandis* com seção I.

3.2 ESPECÍFICOS

- Verificação teórica - experimental do modelo de cálculo utilizado pela norma brasileira ABNT NBR 7190-1 (2022) para ligações flexíveis (pregadas) e rígidas (coladas) a partir de diferentes propostas para determinação de modulo deslizamento K (formulação da ABNT NBR 7190-1 (2022), Ceccotti (1995 apud Molina, 2008), Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) e ensaios diretos em corpos de prova do tipo *double shear*);
- Avaliação experimental dos ELU e dos ELS das vigas de seção I com ligação pregada para as relações $L/h \geq 21$ e $L/h < 21$;
- Avaliação experimental dos ELU e dos ELS das vigas de seção I com ligação rígida (colada) para as relações $L/h \geq 21$ e $L/h < 21$;
- Comparação dos resultados fornecidos pelos modelos analíticos utilizados para a determinação de K com os resultados experimentais obtidos em ensaios de corpos de prova *double shear*.

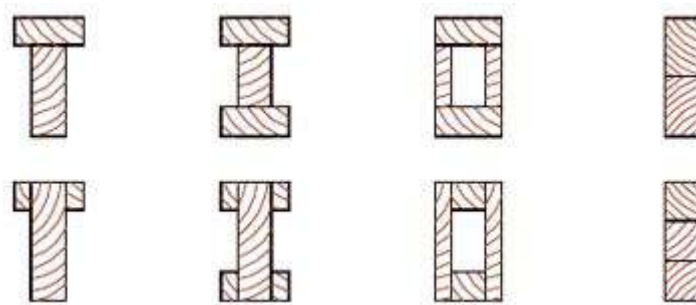
4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 VIGAS COMPOSTAS DE MADEIRA

Vigas compostas são elementos estruturais, constituídos por peças com seções transversais menores, na qual podem ser empregadas em projetos residências e industriais, como em coberturas e até para as longarinas de pontes de pequenos vãos. GÓES (2002) menciona em seu trabalho algumas características pertinentes sobre as vigas compostas, que são uma alternativa para projetos de grandes vãos, além de ser uma maneira de ter maior aproveitamento das toras, possibilidade da redução dos problemas naturais da madeira, como nós e grã, facilidade de montagem no canteiro de obra e redução do peso da estrutura.

As vigas compostas podem ser constituídas por peças maciças de madeiras serradas e também podem utilizar produtos derivados da madeira como chapas de compensado associadas à madeira serrada. Assim, podem ser confeccionadas peças com seção transversal I, T, caixão ou retangular, conforme a Figura 1.

Figura 1 – Perfis de vigas compostas de madeira



Fonte: GÓES (2002)

GÓES (2002) menciona que para união das peças, normalmente se utiliza conectores de anéis metálicos, pinos e pregos e para esse tipo de ligação (flexível), na qual vai ocorrer um deslizamento entre os elementos. Existe também a possibilidade da utilização de um adesivo para formação da ligação rígida, a qual não permite o deslizamento entre as peças unidas na flexão.

4.2 ANÁLISE DAS VIGAS COMPOSTAS

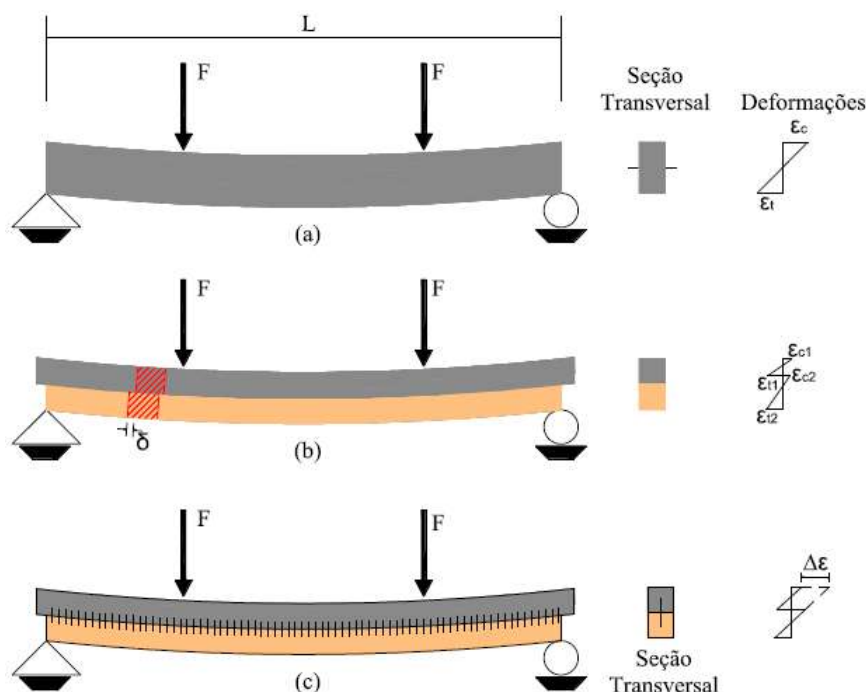
Quando uma viga é submetida a carga externa, distribuída ou concentrada, surgem tensões de compressão e de tração nas faces superior e inferior da peça. Além das tensões normais, surgem ainda as tensões de cisalhamento que são consideradas nas verificações dos Estados Limites Últimos (ELU).

Considerando uma viga de madeira maciça (Figura 2-a), observa-se que as tensões normais longitudinais provocam deformações lineares e contínuas ao longo da seção.

No caso de uma viga com peças sobrepostas e independentes (Figura 2-b), sem o uso de conectores o comportamento tende a ser diferente, pois haverá uma descontinuidade na interface entre as peças unidas, além da distribuição de deformação ser contínua na seção transversal de cada peça.

Em vigas compostas, com presença de conectores entre as peças (Figura 2-c), mantêm-se unido o conjunto, diminuindo essa descontinuidade entre as peças, ocorrendo agora uma interação entre as peças unidas.

Figura 2 – Vigas flexionadas



Fonte: Britto (2016)

Essa descontinuidade ocorre ao longo da viga, devido a força de cisalhamento, com maior evidência desta força nas extremidades Shan *et al.* (2020) ressaltam que essa situação tende a diminuir com o aumento do número de conectores, independentemente do tipo utilizado, destacando assim a importância do sistema de conexão.

4.3 SISTEMA DE LIGAÇÕES DE VIGAS COMPOSTAS

Assim como qualquer outro material, a madeira apresenta certas características que a beneficiam em determinadas situações, porém também apresenta certas limitações em determinadas ocasiões, como as limitações das dimensões das peças, que podem reduzir a sua aplicação em alguns casos. Uma maneira para resolver essa limitação, consiste em recorrer a determinadas técnicas de ligação entre as peças, para uní-las e transmitir os esforços atuantes.

Brito () afirma que devido às limitações dimensionais das peças de madeira quando aplicadas como elementos estruturais, tem-se que as ligações entre as peças serradas são de extrema importância para proporcionar maiores condições para vencer grandes vãos, sem reduzir a resistência dos elementos. Segundo o mesmo autor, as ligações devem ter maior atenção durante o dimensionamento, principalmente devido aos esforços que são transmitidos nestas ligações (tensões normais de tração e compressão, além de tensões de cisalhamento) para proporcionar a segurança adequada.

Para confeccionar as vigas compostas várias seções transversais são possíveis (I, T ou caixa). Miotto (2009) menciona que as ligações possuem finalidade de manter a união das peças e transmitir os esforços ao longo do conjunto, sendo que esse último item, se torna fundamental na etapa de dimensionamento, pela necessidade de compreensão do comportamento das ligações, quando ocorrem esses esforços, nos aspectos de resistência e rigidez.

Para Correia (2010), o comportamento das ligações é baseado no tipo e na quantidade de conectores utilizados, nas propriedades dos materiais e nas geometrias de cada peça. Segundo o autor, as características das ligações estão relacionados com a interação das peças quando solicitadas a determinado esforço.

Shan *et al.* (2020) afirma que independentemente do tipo de ligação em vigas compostas, a quantidade de conexões exerce uma função importante no desempenho e na rigidez do conjunto.

Linhares (2013) ressalta em seu trabalho que as ligações têm como função o equilíbrio das peças durante as solicitações, permitindo a distribuição das forças.

Fernandes, Dias e MUNAIAR NETO (2023) também destacam a importância do sistema de ligação, além de ter como finalidade a união das peças, as ligações realizam a distribuição das tensões de cisalhamento, influenciando na resistência e rigidez do conjunto.

Em seu trabalho Dias e Jorge (2011) destacaram a eficácia do sistema de ligação na transferência das tensões entre os materiais. Os autores ainda enfatizam que o comportamento mecânico das ligações influencia nas propriedades mecânicas do conjunto, tanto na rigidez, com também na capacidade de carga além da deformação máxima.

Pigozzo (2004) menciona que quando existe uma interação parcial entre os materiais, existe um deslizamento entre as peças quando solicitadas na flexão, devido ao uso de uma ligação flexível. Por outro lado, se não há esse deslizamento entre os materiais unidos, considera-se uma ligação do tipo rígida.

A informação sobre o tipo de ligação (rígidas ou flexíveis) que está sendo utilizada, é essencial para a etapa de dimensionamento, pois o modelo de cálculo a ser utilizado depende dessa informação. Estruturas compostas com ligações flexíveis utilizam o modelo proposto pelo Eurocode 5 (2004) enquanto as estruturas com ligações rígidas utilizam equações básicas de resistência dos materiais.

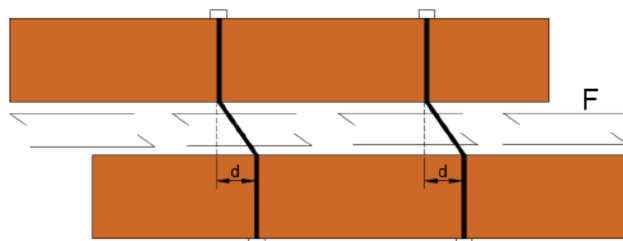
Soriano (2001) argumenta que esses esforços proporcionam nas regiões das ligações uma concentração de tensões de cisalhamento na interface das peças ao longo da viga. Para MARIA FILHO (2019) essas concentrações de tensões são influenciadas pela resistência e pelo módulo de elasticidade dos elementos envolvidos.

Essa situação ocorre normalmente apenas em ligações flexíveis, em que são empregados componentes metálicos (pinos, cavilhas, pregos, parafusos, conectores, etc...). Para essa situação busca-se relacionar o esforço atuante, com o deslizamento ocorrido, encontrando o módulo de deslizamento (K), por meio de expressões disponíveis em normas ou na literatura por outros autores. O módulo de deslizamento pode ser obtido também de maneira experimental a partir do coeficiente angular do gráfico da curva força e deslizamento. O ensaio experimental consiste na melhor maneira de se conhecer o verdadeiro comportamento da ligação.

4.4 MÓDULO DE DESLIZAMENTO (K)

Um dos critérios a serem analisados inicialmente para o dimensionamento de vigas compostas, consiste em identificar o tipo de ligação utilizada: rígida ou flexível. Nas ligações rígidas são empregadas resinas ou adesivos para a união das peças. Por outro lado, nas ligações flexíveis, são empregados componentes metálicos (pregos, conectores, parafusos, cavilhas, pinos, etc...). Na Figura 3 está uma representação do sistema, quando a viga é flexionada, nesta situação o elemento de ligação é submetido a uma força tangencial (F), ocasionando um deslizamento (d) entre as peças.

Figura 3 – Deslizamento entre peças compostas



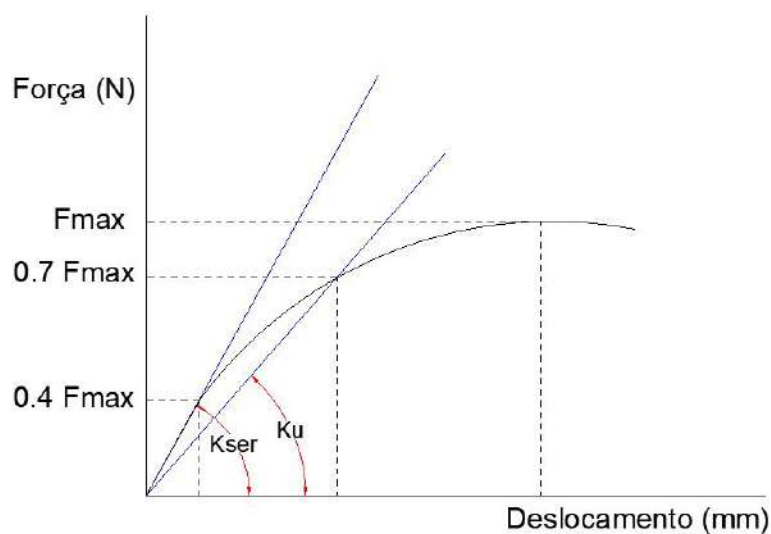
Fonte: Autoria própria

A relação entre a força da carga atuante e o deslizamento dos elementos, denomina-se módulo de deslizamento (K), esse coeficiente quantifica o deslizamento na ligação.

A norma europeia Eurocode 5 (2004), relaciona o módulo de deslizamento em duas condições para o dimensionamento, sendo a primeira para os Estados Limites Últimos (K_u) e a segunda para o Estados Limites de Utilização (K_{ser}).

O módulo de deslizamento para os Estados Limites Últimos (K_u), é obtido a partir da reta secante a curva, com aproximadamente 60 a 70% da carga máxima e o módulo de deslizamento para os Estados Limites de Utilização (K_{ser}), refere-se a reta secante da curva de aproximadamente 40% da carga máxima, conforme a Figura 4.

Figura 4 – Módulo de deslizamento



Fonte: Adaptado de GÓES (2002)

Em seu trabalho Pigozzo (2004) propõe que uma das maneiras de se obter módulo de deslizamento é através da realização de ensaios mecânicos denominados "*push out*", com a finalidade de compreender a rigidez e a resistência das ligações entre as peças unidas.

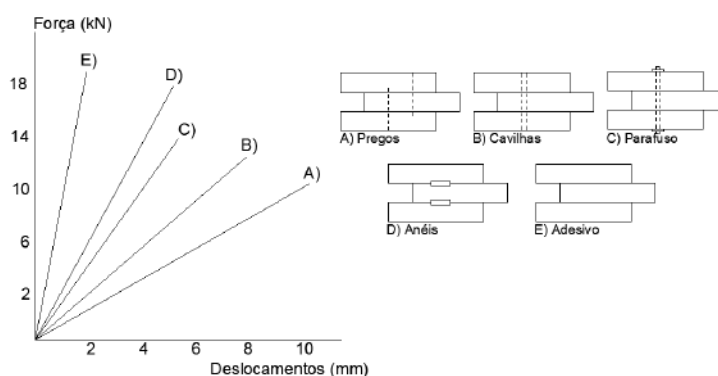
Segundo Molina (2008) não existe uma unanimidade entre os pesquisadores no que se refere as dimensões dos corpos de prova e isso impede o estabelecimento de conclusões gerais para as ligações compostas.

Dias e Jorge (2011) salientam que o módulo de deslizamento (K), assim como a capacidade de deformação da ligação são propriedade importantes a serem analisadas em projetos referente a um sistema composto.

Manojlović *et al.* (2023) destacam a importância de ter um sistema de ligação eficiente em estruturas mistas, devido a influência referente a deformação da estrutura e da distribuição dos esforços internos.

Para cada tipo de ligação, existe um comportamento diferente e quando se analisa a força aplicada e o deslizamento existente obtém-se as curvas de resposta específicas. Dias e Jorge (2011) afirmam que o sistema de ligação rígida (Colada) apresenta uma capacidade menor de deformação do que o sistema de ligação flexível, conforme destacado na Figura 5 ou seja, elementos com ligações coladas apresentam maior rigidez do que elementos com ligações flexíveis. Neste contexto, quanto maior a inclinação, mais rígida é a ligação.

Figura 5 – Módulos de deslizamentos para diferentes conectores



Fonte: Pigozzo (2004)

A ligação colada apresenta um comportamento distinto das demais ligações, pois é um sistema mais rígido, com baixa deformação e um comportamento linear até sua ruptura. As demais ligações apresentam comportamentos deformáveis, com valores de rigidez menores.

4.5 DOCUMENTOS NORMATIVOS

4.5.1 ABNT NBR 7190 (1997)

A versão antiga norma brasileira de madeira ABNT NBR 7190 (1997), tratava às ligações das peças compostas de maneira singela, e propunha no seu item 7.7.2, apenas conceitos simplificados para serem considerados na etapa de dimensionamento da estrutura, não apresentando nenhum conceito referente ao módulo de deslizamento.

Esse modelo era considerado para as peças compostas com seção transversal de perfil I, T ou caixão (Figura 6), com ligações pregadas, para que fossem dimensionadas como peças maciças. Com a área da seção transversal, obtida a partir da soma individual das áreas das seções transversais de cada peça da viga, obtinha-se o momento de inércia efetivo conforme a equação 1.

$$I_{ef} = \alpha_r \times I_{th} \quad (1)$$

Onde:

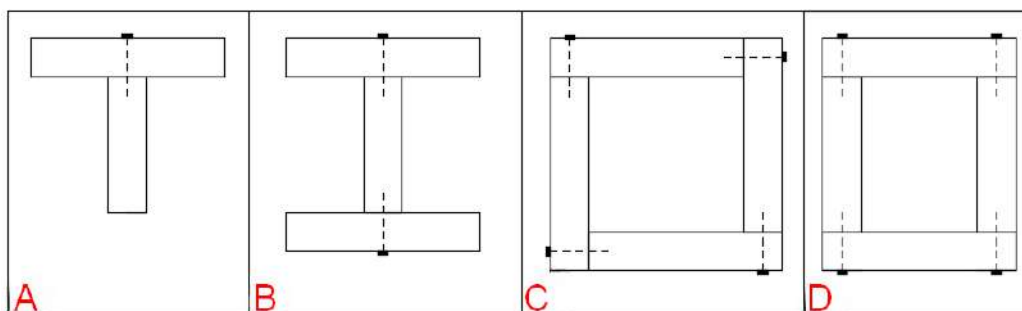
I_{ef} : Momento de inércia da seção total da peça como se ela fosse maciça.

α_r : 0,95 para seção transversal de perfil T.

α_r : 0,85 para seção transversal de perfil I ou caixão.

Dessa forma, observa-se que de uma maneira muito simplificada, eram analisados os conceitos das ligações de peças compostas na antiga norma brasileira de madeira, sem qualquer consideração referente a rigidez e resistência de forma direta.

Figura 6 – Perfis de vigas compostas: A: Perfil I, B: Perfil T, C: Perfil Caixão e D: Perfil: Caixão



Fonte: Adaptado de Valle *et al.* (2012)

4.5.2 ABNT NBR 7190-1 (2022)

A norma ABNT NBR 7190-5 (2022) apresenta um procedimento experimental para a obtenção do valor do módulo de deslizamento K para as ligações. O primeiro passo consiste na estimativa da força máxima F_{est} do corpo de prova analisado por meios de cálculos, ensaio preliminares ou com base na experiência.

O procedimento do ensaio deve seguir o ciclo de carregamento descrito na Figura 7. Aplica-se uma carga de até $0,5 F_{est}$ e mantê-la constante por 30 segundos. Em seguida, ocorre uma redução da carga até $0,1 F_{est}$, mantendo-a constante por mais 30 segundos. Por fim, ocorre um aumento da carga até atingir a força máxima ou o deslizamento de 15 mm.

Durante o ensaio, para cada ponto destacado na Figura 8, deve-se registrar o valor do deslizamento, para posteriormente utilizar as equações 2 a 9, para poder calcular o módulo de deslizamento experimental (K_{ser}).

Figura 7 – Ciclo de carregamento

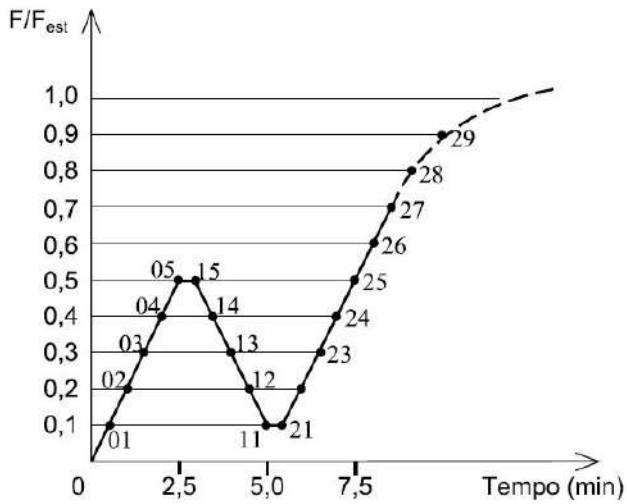
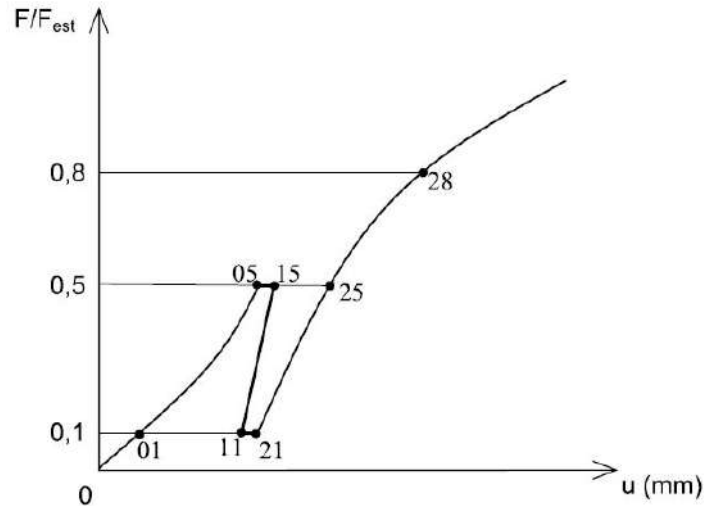


Figura 8 – Pontos de deslizamentos



Fonte: ABNT NBR 7190-5 (2022)

Deslizamento inicial

$$u_i = u_{05} \quad (2)$$

Deslizamento inicial modificado

$$u_{i,mod} = \frac{5}{4} \times (u_{05} - u_{01}) \quad (3)$$

Acomodação da ligação

$$u_s = u_i - u_{i,mod} \quad (4)$$

Deslizamento elástico

$$u_e = \frac{5}{8} \times (u_{15} + u_{25} - u_{11} - u_{21}) \quad (5)$$

Módulo de deslizamento inicial

$$K_i = \frac{0,5 \times F_{est}}{u_i} \quad (6)$$

Módulo de deslizamento

$$K_s = \frac{0,5 \times F_{est}}{u_{i,mod}} \quad (7)$$

Deslizamento em 80% da Força máxima

$$0,8F_{max} = u_{08} \quad (8)$$

0,8F_{máx}, modificado

$$u_{0,8mod} = u_{0,8} - u_{25} + u_{i,mod} \quad (9)$$

Onde:

- u_{01} : Valor do deslizamento no ponto 01;
- u_{05} : Valor do deslizamento no ponto 05;
- u_{11} : Valor do deslizamento no ponto 11;
- u_{15} : Valor do deslizamento no ponto 15;
- u_{21} : Valor do deslizamento no ponto 21;
- u_{25} : Valor do deslizamento no ponto 25.

4.5.3 Modelo Eurocode 5

A norma europeia Eurocode 5 (2004), apresenta expressões analíticas, que permitem verificar o dimensionamento de vigas compostas para um sistema de ligação flexível. O modelo analítico relaciona o deslizamento entre as peças unidas em função do tipo de ligação utilizada, a qual é quantificada através da rigidez efetiva $(EI)_{ef}$ atrelado ao módulo de deslizamento, que são verificados nos ELU e ELS.

O módulo de deslizamento obtido pela equação 10 é referente ao módulo de deslizamento de serviço (K_{ser}) para os Estados Limites de Serviço (ELS) segundo a norma europeia.

$$K_{ser} = \frac{p_k^{1,5} \times d}{23} \quad (10)$$

Onde:

- K_{ser} : Rigidez da ligação (N/mm);
- p_k : Densidade característica da madeira (kg/m^3);
- d : Diâmetro do conector (mm).

Em situações em que as peças apresentarem densidades características diferentes, utiliza-se a equação 11, para obter uma densidade característica equivalente (p_k).

$$p_k = \sqrt{p_{k,1} \times p_{k,2}} \quad (11)$$

Onde:

- $p_{k,1}$ e $p_{k,2}$: Densidades das peças (kg/m^3).

Apartir do valor do módulo de deslizamento para os Estados Limites de Serviço (K_{ser}), a norma apresenta a equação 12 para obter o módulo de deslizamento último (K_u) referente aos Estados Limites Últimos.

$$K_u = \frac{2}{3} \times K_{ser} \quad (12)$$

Portanto, o ponto-chave do dimensionamento dos elementos compostos está na determinação do módulo de deslizamento K entre as peças unidas.

Após a obtenção dos valores referentes aos módulos de deslizamentos (K_{ser} e K_u), calcula-se o fator de redução de inércia (γ_i) do conjunto pela equação 14.

$$\gamma_2 = 1 \quad (13)$$

$$\gamma_i = \left[1 + \left(\frac{\pi^2 \times E_i \times A \times s_i}{K_i \times L^2} \right) \right]^{-1} \text{ para } i = 1 \text{ e } 3 \quad (14)$$

Onde:

E_i : Módulo de elasticidade;

A : Área da seção transversal;

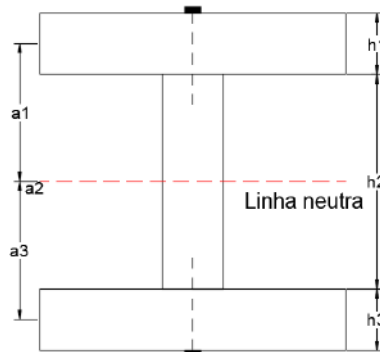
s_i : Espaçamento entre conectores;

K : Módulo de deslizamento;

L : Distância entre apoios.

Para a etapa seguinte, a distância entre os centros de gravidade do conjunto e de cada peça é calculado utilizando as equações 15, 16 e 17, conforme ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Distâncias entre centros de gravidades



Fonte: Autoria própria

$$a_2 = \frac{\gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times (h_1 + h_2) - \gamma_3 \times E_3 \times A_3 \times (h_2 + h_3)}{2 \times \sum_{i=1}^3 \gamma_i \times E_i \times A_i} \quad (15)$$

$$a_1 = \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 \quad (16)$$

$$a_3 = \left(\frac{h_2 + h_3}{2} \right) + a_2 \quad (17)$$

Onde:

a_1 : Distância do centroide da área da mesa superior até a linha neutra;

a_2 : Distância do centroide da área de madeira central até a linha neutra;

a_3 : Distância do centroide da área da mesa inferior até a linha neutra;

$h_1 = h_3$: Altura da mesa de madeira;

h_2 : Altura da peça central de madeira.

A rigidez efetiva do conjunto é calculada pela equação 18.

$$(EI)_{ef} = \sum (E_i \times I_i + \gamma_1 \times E_i \times A_i \times a_i^2) \quad (18)$$

Onde:

A_i : Área do material, dado por:

$$A_i = b_i \times h_i \quad (19)$$

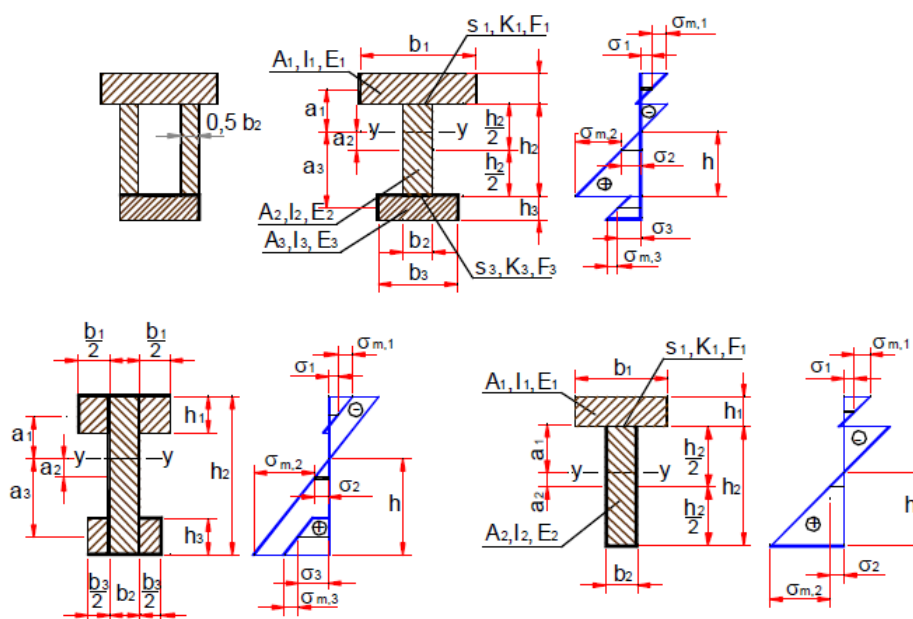
I_i : Momento de inércia do material, dado por:

$$I_i = \frac{b_i \times h_i^3}{12} \quad (20)$$

4.5.3.1 Distribuição de tensões

Na Figura 10 consta conforme a norma Eurocode 5 (2004) a distribuição dos diagramas das tensões que surgem nas peças das vigas compostas conforme os perfis das seções transversais.

Figura 10 – Diagramas da distribuição de tensões



Fonte: Adaptado de Eurocode 5 (2004)

Com a determinação da rigidez efetiva, é possível obter as tensões normais nas extremidades da seção, através das equações 21 e 22 respectivamente.

$$\sigma = \frac{\gamma_i \times E_i \times a_i \times M}{(EI)_{ef}} \quad (21)$$

$$\sigma_{m,i} = \frac{0,5 \times E_i \times h_i \times M}{(EI)_{ef}} \quad (22)$$

Onde:

M: Momento fletor.

A verificação da tensão normal à compressão na mesa superior, é efetuada pela equação 23 e a verificação da tensão normal à tração é pela equação 24.

$$\sigma_c + \sigma_{m,i} \leq f_{c0} \quad (23)$$

$$\sigma_t + \sigma_{m,i} \leq f_{t0} \quad (24)$$

As tensões de cisalhamento são obtidas pela equação 25, sendo seus valores de resistência menores ou iguais a resistência na linha neutra.

$$\tau_{m\acute{a}x} = (\gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times a_1 + 0,5 \times E_2 \times b_2 \times h_2^2) \times \frac{V_{m\acute{a}x}}{b_2 \times (EI)_{ef}} \leq f_{v,0} \quad (25)$$

Onde:

$V_{m\acute{a}x}$: Força de cisalhamento máximo;

$f_{v,0}$: Resistência ao cisalhamento da madeira.

A determinação da força que atua na ligação, é obtida pela equação abaixo:

$$F = \gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times a_1 \times s_1 \times \frac{V_{m\acute{a}x}}{(EI)_{ef}} \leq F_{lig} \quad (26)$$

Onde:

F_{lig} : Resistência de um plano de corte de um parafuso.

Para cargas concentradas a determinação do deslocamento do meio do vão (flecha) das vigas, foram estabelecidas conforme as relações de L/h é calculada conforme as equações 27 e 29.

• $L/h < 21$

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{P \times L^3}{48 \times (EI)_{ef}} + 1,5 \times \frac{P \times L}{4 \times G \times A} \leq \frac{L}{300} \quad (27)$$

Onde:

G: Módulo de cisalhamento das peças na flexão;

$$G = \frac{E_{\text{méd}}}{16} \quad (28)$$

• $L/h \geq 21$

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{P \times L^3}{48 \times (EI)_{\text{ef}}} \leq \frac{L}{300} \quad (29)$$

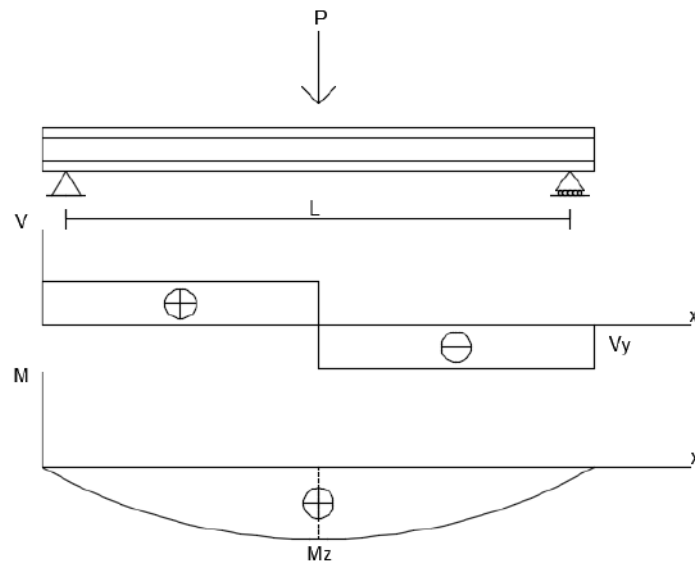
4.6 MODELO ANALÍTICO PARA VIGAS COLADAS

Para a verificação das vigas coladas, utilizam-se os princípios de resistência dos materiais.

A determinação das tensões normais e de cisalhamento das vigas coladas, são estabelecidas conforme os requisitos de cálculos de flexão pura em regime elástico.

A primeira etapa requer estabelecer o diagrama de esforços da viga para uma determinada carga aplicada, conforme exemplo da Figura 11, para uma carga concentrada no meio do vão, onde se obtém o esforço cortante (V_y) e os momentos fletores máximos (M_z), através das respectivas equações 30 e 31.

Figura 11 – Diagramas da viga



Fonte: Autoria própria

$$V_y = \frac{P}{2} \quad (30)$$

$$M_z = \frac{P \times L}{4} \quad (31)$$

Sendo:

P: Carga máxima;

L: Comprimento do vão entre apoios.

A etapa seguinte constitui em obter o centro de massa (CM) e o momento de inércia (I_x) da seção transversal da viga, utilizando as equações 32 e 33.

$$CM = \frac{\sum A_i \times x_i}{\sum A_t} \quad (32)$$

Onde:

CM: Centro de massa;

A_i : Área da seção transversal da peça;

A_t : Área total das seções transversais das peças;

x_i : Posição do centro da peça.

$$I_x = \sum \frac{b_i \times h_i^3}{12} + A_i \times y_i^2 \quad (33)$$

Onde:

I_x : Momento de inércia;

b: Base da peça;

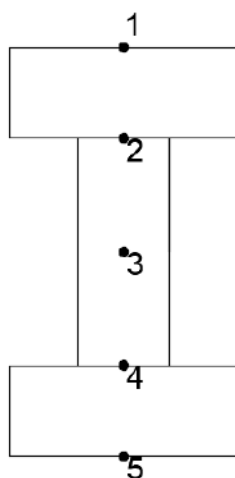
h: Altura da peça;

A_i : Área da seção transversal da peça;

y_i : Distância entre o centro de massa do conjunto e o centro da peça.

Os cálculos seguintes são realizados para obter o momento estático em 5 pontos da viga, conforme a Figura 12, utilizando a equação 34.

Figura 12 – Pontos analisados nas seções transversais das vigas



Fonte: Autoria própria

$$M_{,z} = A \times d \quad (34)$$

Onde:

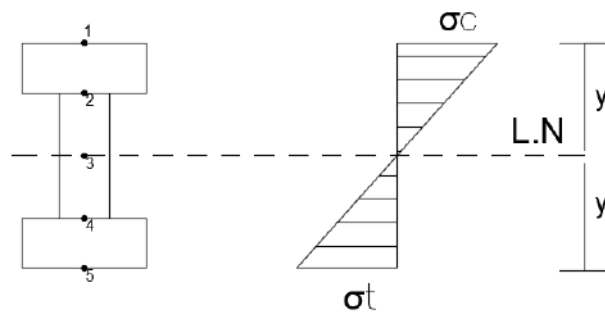
$M_{,z}$: Momento estático;

A: Área da seção transversal da peça;

d: Distância do centro de massa do conjunto até centro da peça.

Quando uma viga é submetida a uma carga centrada, ela se comporta de maneira, a ficar flexionada, surgindo tensões normais de compressão e de tração, na mesa superior e inferior, respectivamente. O diagrama que representa essas tensões estão destacados na Figura 13. Para calcular essas tensões utiliza-se a equação 35.

Figura 13 – Tensões normais de uma viga de perfil I



Fonte: Autor

$$\sigma_x = \frac{M_z \times y}{I_z} \leq f_x \quad (35)$$

Onde:

σ : Tensão normal;

f_x : Resistência (compressão ou tração normal às fibras);

M_z : Momento fletor máximo;

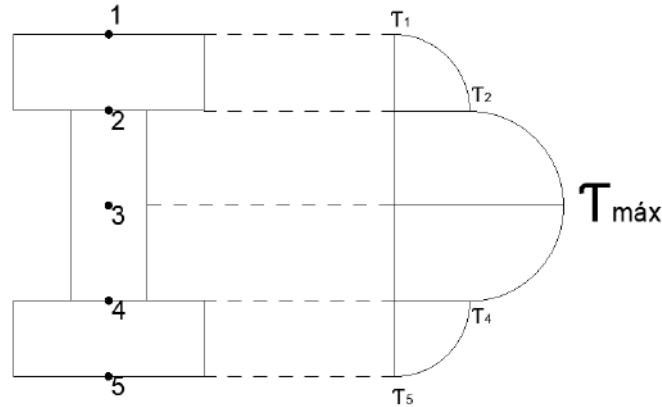
I_z : Momento de inércia;

y: Distância da linha neutra até a extremidade da viga.

As tensões tangenciais são calculadas em 5 pontos no decorrer da seção transversal da viga conforme a Figura 14, através da equação 36. No ponto 3 foi onde se estabelece a tensão tangencial máxima (τ_{Max}).

$$\tau = \frac{V_x \times M_z}{b \times I_z} \leq f_{v,0} \quad (36)$$

Figura 14 – Tensões tangenciais



Fonte: Autoria própria

Onde:

 V_x : Esforços cortantes; M_z : Momento fletor máximo; I_z : Momento de inércia;

b: Comprimento da base da peça analisada.

Para cargas concentradas no meio do vão, a determinação da flecha é estabelecida pela relação L/h de cada viga.

- $L/h < 21$

$$\gamma_{\text{máx}} = \frac{P \times L^3}{48 \times E \times I} + 1,5 \times \frac{P \times L}{4 \times G \times A} \leq \frac{L}{300} \quad (37)$$

Onde:

P: Força máxima;

L: Vão entre apoios;

E: Módulo de elasticidade na flexão;

A: Área da seção transversal da viga;

G: Módulo de cisalhamento transversal.

$$G = \frac{E_m}{16} \quad (38)$$

Onde:

 E_m : Módulo de elasticidade médio do conjunto.

- $L/h \geq 21$

$$\gamma_{\text{máx}} = \frac{P \times L^3}{48 \times E \times I} \leq \frac{L}{300} \quad (39)$$

4.7 MÓDULO DE DESLIZAMENTO PROPOSTOS POR PESQUISADORES NA LITERATURA

4.7.1 Modelo de Ceccotti (1995)

Segundo Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) o módulo de deslizamento de serviço da ligação também pode ser obtido em função do módulo de elasticidade do material envolvido como também do diâmetro do conector utilizado.

$$K_{ser} = 0,125 \times d \times E_{c0} \quad (40)$$

Onde:

d: Diâmetro do conector metálico utilizado (mm);

E_{c0} : Módulo de elasticidade da peça na compressão (MPa).

De acordo com Molina (2008) a melhor maneira de se conhecer o comportamento da ligação é através da realização de ensaios experimentais usando corpos de prova representativos do sistema de conexão. Assim, para cada tipo de ligação deve-se retirar um modelo representativo da ligação para o ensaio experimental, do qual se retira a resistência e a rigidez. A resistência está relacionada a força última obtida no ensaio.

4.7.2 Modelo de Kuenzi (1955)

O modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) consiste em relacionar dois materiais diferentes unidos com conectores verticais, buscando relacionar a carga aplicada P com o deslocamento relativo δ para ligações simples com um único conector.

A Figura 15 representa o conjunto para a obtenção do módulo de deslizamento conforme o modelo de Kuenzi, os parâmetros “a” e “b” são valores de profundidade da conexão em cada material e “d” o diâmetro do conector.

A princípio a determinação do módulo de deslizamento, consiste em calcular alguns parâmetros, destacados nas equações 41 e 42.

$$\bar{k}_{1,2} = \frac{d \times E_{1,2}}{25,4} \quad (41)$$

$$I_p = \frac{\pi \times d^4}{64} \quad (42)$$

Onde:

I_p : Momento de inercia do conector (mm^4);

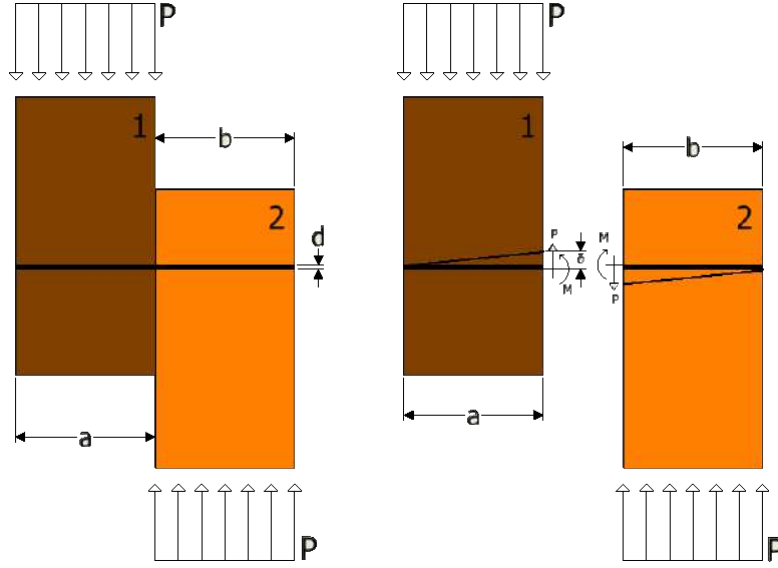
$\bar{k}_{1,2}$: Módulo elástico da fundação dos conectores em cada uma das peças (MPa);

d: Diâmetro do conector (mm);

$E_{1,2}$: Módulo de elasticidade na compressão de cada material (MPa).

A equação 43 destaca os parâmetros de caracterização ($\lambda_{1,2}$) de cada material interligado.

Figura 15 – Conjunto de peças do modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008)



Fonte: Adaptado de Molina (2008)

$$\lambda_{1,2} = \sqrt[4]{\frac{\bar{k}_{1,2}}{4 \times E_s \times I_p}} \quad (43)$$

Onde:

E_s : Módulo de deformação do conector (MPa).

Os fatores das equações 44 a 49 são combinações de funções hiperbólicas e trigonométricas, utilizadas.

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{\bar{k}_1} \times \left[\frac{\sinh(\lambda_1 \times a) \times \cosh(\lambda_1 \times a) - \sin(\lambda_1 \times a) \times \cos(\lambda_1 \times a)}{\sinh^2(\lambda_1 \times a) - \sin^2(\lambda_1 \times a)} \right] \quad (44)$$

$$L_2 = \frac{\lambda_2}{\bar{k}_2} \times \left[\frac{\sinh(\lambda_2 \times b) \times \cosh(\lambda_2 \times b) - \sin(\lambda_2 \times b) \times \cos(\lambda_2 \times b)}{\sinh^2(\lambda_2 \times b) - \sin^2(\lambda_2 \times b)} \right] \quad (45)$$

$$J_1 = \frac{\lambda_1^2}{\bar{k}_1^2} \times \left[\frac{\sinh^2(\lambda_1 \times a) + \sin^2(\lambda_1 \times a)}{\sinh^2(\lambda_1 \times a) - \sin^2(\lambda_1 \times a)} \right] \quad (46)$$

$$J_2 = \frac{\lambda_2^2}{\bar{k}_2^2} \times \left[\frac{\sinh^2(\lambda_2 \times b) + \sin^2(\lambda_2 \times b)}{\sinh^2(\lambda_2 \times b) - \sin^2(\lambda_2 \times b)} \right] \quad (47)$$

$$K_1 = \frac{\lambda_1^3}{\bar{k}_1} \times \left[\frac{\sinh(\lambda_1 \times a) \times \cosh(\lambda_1 \times a) + \sin(\lambda_1 \times a) \times \cos(\lambda_1 \times a)}{\sinh^2(\lambda_1 \times a) - \sin^2(\lambda_1 \times a)} \right] \quad (48)$$

$$K_2 = \frac{\lambda_2^3}{k_2} \times \left[\frac{\sinh(\lambda_2 \times b) \times \cosh(\lambda_2 \times b) + \sin(\lambda_2 \times b) \times \cos(\lambda_2 \times b)}{\sinh^2(\lambda_2 \times b) - \sin^2(\lambda_2 \times b)} \right] \quad (49)$$

Com os fatores anteriores calculados, o modulo de deslizamento (K) de Kuenzi é obtido utilizando a equação 50.

$$K = \frac{P}{\delta} = \frac{2 \times (K_1 + K_2)}{[2 \times (L_1 + L_2) \times (K_1 + K_2)] - (J_1 + J_2)^2} \quad (50)$$

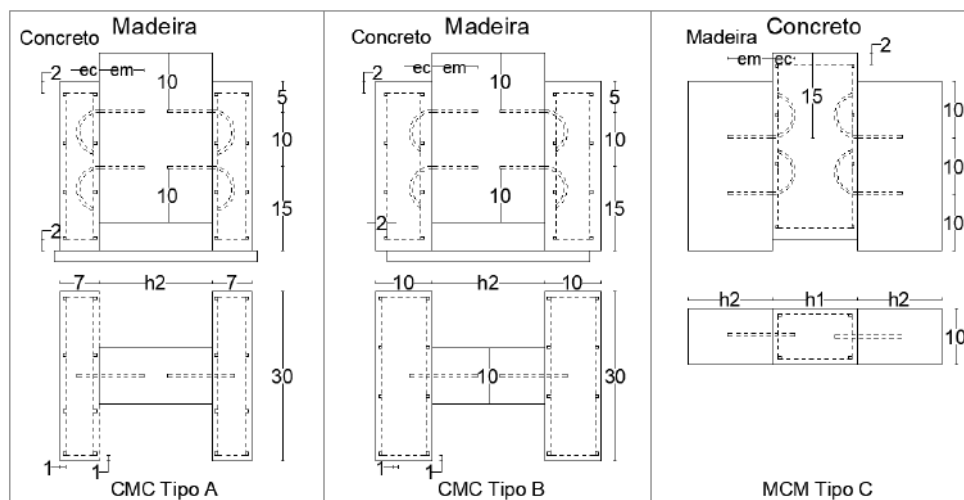
4.8 ESTUDOS EXPERIMENTAIS DE ELEMENTOS COMPOSTOS

Vale mencionar que atualmente não existem muitos trabalhos publicados sobre o tema estruturas compostas de madeira-madeira na literatura. Por esse motivo, optou-se por relatar o comportamento de testes realizados em corpos de prova compostos por diferentes materiais de trabalhos acadêmicos recentes, uma vez que se trata do mesmo tipo de análise.

Carvalho e Carrasco (2010) realizaram um estudo comparativo referente ao ensaio de cisalhamento (*push-out*) com peças de madeira da espécie de *Eucalyptus grandis* e concreto com resistência média à compressão aos 28 dias de 25 MPa.

Foram realizados ensaios de push-out com duas disposições diferentes para a confecção dos corpos de prova. No primeiro arranjo, o concreto foi colocado na parte central e as peças de madeira nas laterais (MCM). No segundo arranjo, a peça de madeira ficou na parte central e as peças de concreto nas laterais externas (CMC). Para a disposição CMC, foram utilizados dois tipos de corpos de prova com dimensões diferentes, denominados tipo A e tipo B, para a disposição MCM, foi utilizado apenas um tipo de corpos de prova denominado tipo C, destacados na Figura 16.

Figura 16 – Tipos dos corpos de prova confeccionados



Fonte: Carvalho e Carrasco (2010)

As dimensões variadas estão destacadas na Tabela 1, variando conforme o corpo de prova. Para as ligações foram utilizadas barras de aço com diâmetros de 8,10 e 12,5 mm.

Tabela 1 – Dimensões dos corpos de prova

Diâmetro (mm)	Dimensões (cm)			
	ec ¹	em ²	h1	h2
8.0	4	8	15	20
10.0	4	10	15	25
12.5	5	12,5	20	30

¹ Profundidade de penetração no concreto

² Profundidade de penetração na madeira

Fonte: Carvalho e Carrasco (2010)

Para o ensaio, os corpos de prova foram divididos em três grupos, cada um contendo 12 corpos de prova. Dentro de cada grupo, foram incluídos quatro corpos de prova com diâmetros de 8, 10 e 12,5 mm, essa organização está estabelecida na Tabela 2.

Tabela 2 – Distribuição da confecção dos corpos de prova

Séries	CPs	Tipo	Número de corpos de prova (N)
8 A	CMC	A	4
8 B	CMC	B	4
8 C	MCM	C	4
10 A	CMC	A	4
10 B	CMC	B	4
10 C	MCM	C	4
12.5 A	CMC	A	4
12.5 B	CMC	B	4
12.5 C	MCM	C	4

Fonte: Carvalho e Carrasco (2010)

Os módulos de deslizamentos experimentais obtidos, estão destacados na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados dos módulos de deslizamentos para os conectores (kN/mm)

Amostra	Conectores de 8,0 mm			Conectores de 10,0 mm			Conectores de 12,50 mm		
	8 A	8 B	8 C	10 A	10 B	10 C	12,5 A	12,5 B	12,5 C
1	30,76	33,04	72,64	47,08	35,68	94,28	35,92	86,44	122,68
2	29,48	28,48	67,48	37,60	27,56	144,32	50,64	53,36	83,28
3	30,48	39,60	46,48	49,44	33,88	138,36	41,12	86,00	374,68
4	32,80	35,90	52,24	46,20	43,88	130,28	54,52	91,52	249,44
Média	30,88	34,24	59,72	45,08	35,24	126,80	45,56	79,32	207,52

Fonte: Adaptado de Carvalho e Carrasco (2010)

Carvalho e Carrasco (2010) concluíram que as configurações dos corpos de prova influenciam na capacidade de carga e no módulo de deslizamento.

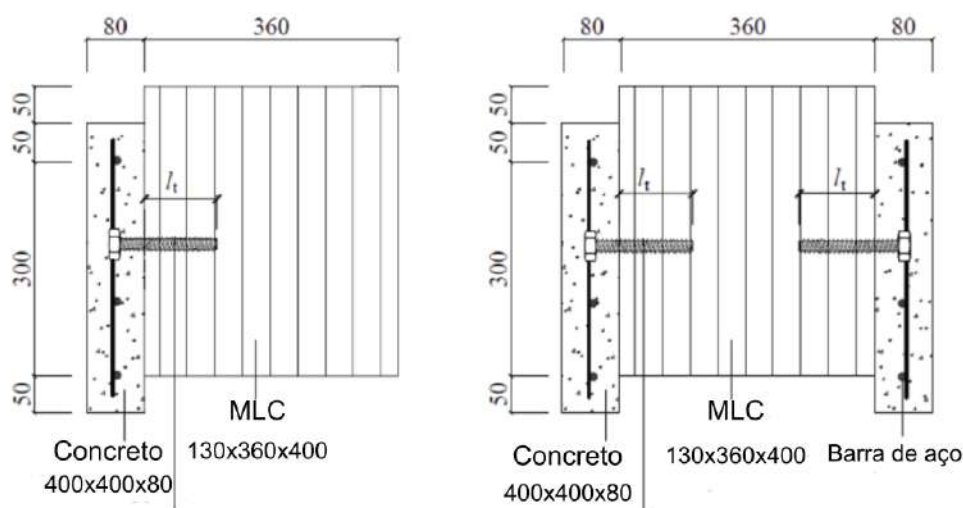
Os corpos de prova com configuração madeira-concreto-madeira foram que apresentaram os maiores valores de módulos de deslizamento e os menores valores de resistência, sendo que não houve um aumento na resistência com o aumento do diâmetro do conector, como era esperado.

A configuração concreto-madeira-concreto foi que apresentou melhor desempenho, tanto no aspecto resistência como também no módulo de deslizamento, sendo essa configuração sugerida como referência para ensaio de cisalhamento de estruturas compostas, se atentando para as dimensões que devem coincidir com o da viga analisada.

Ling *et al.* (2023) estudaram o desempenho das ligações de barras de aço coladas ao cisalhamento em corpos de prova constituídos com peças de Madeira lamelada Colada (MLC) e concreto.

Neste estudo foram analisados 27 corpos de prova, para a verificação do desempenho das ligações no cisalhamento, realizando ensaio experimentais de *push-out* (*single* e *double shear*). Para as ligações foram utilizadas barra de aço com 10, 12 e 16 mm de diâmetro, com 150, 170 e 210 mm de comprimento respectivamente. Na Figura 17 estão representados os corpos de prova utilizados e suas respectivas dimensões em milímetros.

Figura 17 – Tipos dos corpos de prova confeccionados



Fonte: Ling *et al.* (2023)

Na Tabela 4 está destacado as configurações dos corpos de prova utilizados nos ensaios (GL), com as respectivas dimensões das ligações, com comprimentos (l), diâmetros (d) e profundidades de penetração na madeira (l_t) e no concreto (l_c). A disposição de *single* ou *double shear* foram representados pelas letras S e D respectivamente.

Os ensaios mecânicos foram realizados conforme as recomendações da norma europeia EN 26891 (1991). Após a obtenção dos valores experimentais, os autores procederam ao cálculo dos módulos de deslizamento teóricos. Esses cálculos foram realizados utilizando as expressões propostas por Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e também na equação da norma europeia, conforme apresentado na Equação 10.

Tabela 4 – Características dos corpos de prova

Séries	l (mm)	d (mm)	l_c (mm)	l_t (mm)	Nº repetições
GL10-150-S	150	10	50	100	3
GL10-150-D	150	10	50	100	3
GL12-170-S	170	12	50	120	3
GL12-170-D	170	12	50	120	3
GL16-210-S	210	16	50	160	3
GL16-210-D	210	16	50	160	3
GL12-170-D	170	12	50	120	3
GL12-170-D	170	12	50	120	3
GL12-170-D	170	12	50	120	3

Fonte: Adaptado de Ling *et al.* (2023)

Na Tabela 5 estão destacados os resultados médios obtidos para cada corpos de prova e as respectivas relações entre valores experimentais e teóricos.

Tabela 5 – Características dos corpos de prova

CPs	Módulo de deslizamento (kN/mm)			$K_{ser,E}$	$K_{ser,C}$
	K_{ser}	$K_{ser,E}$	$K_{ser,C}$	K_{ser}	K_{ser}
GL10-150-S	4,95	9,14	14,48	1,85	2,93
GL12-170-S	2,13	10,97	17,37	5,15	8,15
GL16-210-S	4,67	14,63	23,16	3,13	4,96
GL10-150-D	5,93	9,14	14,48	1,54	2,44
GL12-170-D	4,46	10,97	17,37	2,46	3,89
GL16-210-D	7,60	14,63	23,16	1,93	3,05

Fonte: Adaptado de Ling *et al.* (2023)

Ling *et al.* (2023) observaram que as peças com disposição de cisalhamento duplo (*double shear*) apresentaram maiores valores de módulo de deslizamento em comparação as peças com cisalhamento simples (*single shear*).

No comparativo da expressão fornecida pelo modelo da norma europeias, as peças com conectores de 16 mm de diâmetro sujeitas ao cisalhamento duplo apresentaram valores 63% maior do que as peças sujeitas ao cisalhamento simples. Na comparação com as peças de cisalhamento duplo de 10 e 12 mm, apresentou valores superiores em 48% e 60% respectivamente.

Os autores sugerem acrescentar no modelo da norma europeia, os efeitos de ancoragem nas ligações, devido ao fato do módulo de deslizamento apresentar um comportamento linear, quando existe um aumento do comprimento de ancoragem.

Manojlović *et al.* (2023) realizaram um estudo com intuito de desenvolver um modelo numérico para analisar a rigidez das ligações de vigas mistas de madeira-concreto. Houve assim uma comparação dos valores referentes a rigidez com valores experimentais, numéricos e teóricos obtidos.

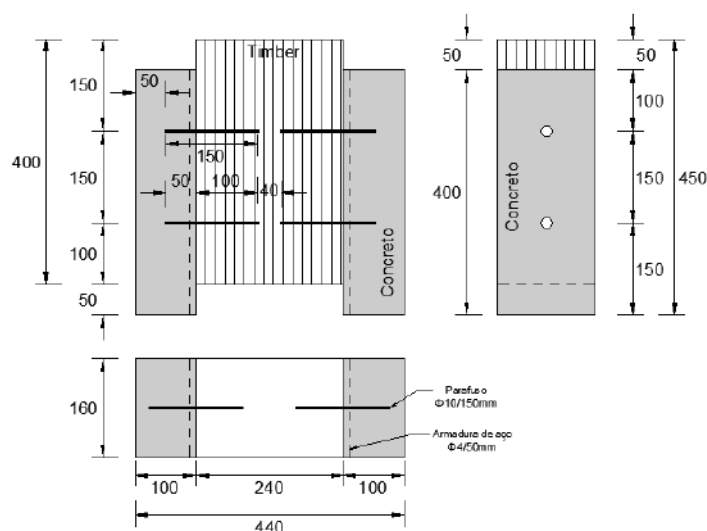
Os valores teóricos de rigidez foram obtidos por expressões estabelecida na Eurocode 5 (2021). A rigidez foi estabelecida pela equação 10.

A análise da ligação por simulação foi realizada no software MATLAB e o algoritmo utilizado foi elaborado como base nos valores de escoamento da ligação e na resistência ao embutimento da

madeira.

Para os ensaios experimentais foram confeccionando corpos de provas com o perfil e as dimensões da Figura 18. As peças laterais foram feitas com um concreto agregado leve LWAC LC45/50 de classe de densidade D1.8 (1600-1800 kg/m³) e a peça central de madeira lamelada colada ($p_{med} = 477 \text{ kg/m}^3$), todos os procedimentos do ensaio foram conforme estabelecido na Eurocode 5 (2021).

Figura 18 – Dimensões dos corpos de prova



Fonte: Adaptado de Manojlović *et al.* (2023)

Os valores obtidos no estudo estão apresentados na Tabela 6, contendo os valores médios e os respectivos desvios em relação ao valor médio experimental.

Tabela 6 – Resultados dos módulos de deslizamentos para os conectores (kN/mm)

	Modelo	Valores médios	Desvios (%)
Módulo de deslizamento K (N/mm)	Experimental	2889	-
	Numérico	$K_s(\text{EN 26891})$	-7,6
		$K_{s,0,4.F_{máx}}$	-2,2
	Téorico	$K_{ser,TTC}$	20,7
		$K_{ser,TTC}=2.K_{ser,TTC}$	141,4

Fonte: Adaptado de Manojlović *et al.* (2023)

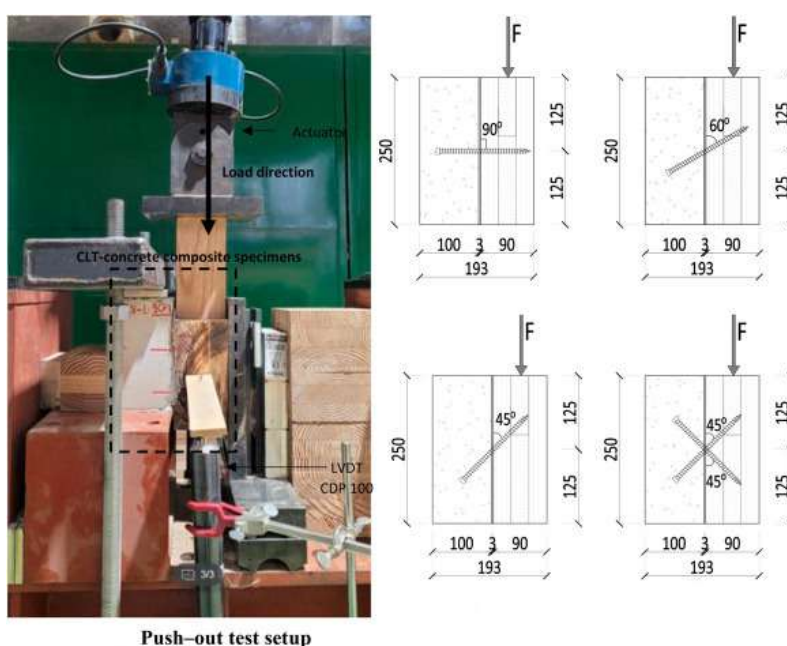
Como os valores médios experimentais em relação aos valores numéricos apresentaram desvios relativamente baixos (7,6% e 2,2%), os autores concluíram que o valor experimental apresenta uma boa projeção em comparação aos valores teóricos. Eles também destacaram limitações que devem ser analisadas, como o diâmetro da ligação, que pode superestimar o valor do módulo de deslizamento, uma vez que não é definido na norma europeia. Outro fator importante destacado pelos autores, consiste na geometria dos corpos de prova que a norma não apresenta nenhuma recomendação e consideração de influência nas solicitações que atuam nas ligações.

Por fim os autores sugeriram mais recomendações para a determinação do módulo de deslizamento, com mais estudos experimentais e teóricos para suprir as limitações mencionadas.

Jeong, Pham e Tran (2023) avaliaram a influência da densidade, a inclinação e disposição dos parafusos na determinação do módulo de deslizamento em peças compostas de concreto e madeira lamelada cruzada (CLT). Para as peças de CLT (*Cross Laminated Timber*), foram utilizadas as espécies de madeira larício (*Larix kaempferi*) com densidade de 560 kg/m^3 e pinheiro-manso (*pinus koraiensis*) com densidade de 430 kg/m^3 , havendo peças confeccionadas de ambas as espécies. As peças de concreto apresentaram uma resistência média à compressão aos 28 dias de 25 MPa .

Para os ensaios de *push-out* foram necessários 35 corpos de prova tendo a disposição da ligação em parafuso em 45° , 60° , 90° e 45° transversal, conforme demonstrado na Figura 19.

Figura 19 – Ensaio *push-out*



Fonte: Jeong, Pham e Tran (2023)

Na Tabela 7 estão os resultados obtidos nos ensaios, destacando para os módulos de deslizamento experimentais e as respectivas forças máximas (P_{pico}).

Tabela 7 – Resultados dos módulos de deslizamentos

Nome do teste	Espécie de madeira	Ângulo do parafuso	K_s (kN/mm)	P_{pico} (kN)
L-90	Lariço	90°	3,5	30,8
L-60	Lariço	60°	2,2	9,9
L-45	Lariço	45°	2,7	21,3
L $\pm$ 45	Lariço	X 45°	4,8	37,5
P-90	Pinheiro	90°	2,2	21,4
P-45	Pinheiro	45°	2,3	11,9
P $\pm$ 45	Pinheiro	X 45°	4,9	33,7

Fonte: Adaptado de Jeong, Pham e Tran (2023)

Jeong, Pham e Tran (2023) verificaram que uma das contribuições para a distinção nos valores dos módulos de deslizamentos, consistiu na densidade das peças de madeira constituintes do CLT, onde as peças de maior densidade apresentaram maiores valores, independente do ângulo da ligação.

A disposição do ângulo da ligação também influenciou nos valores dos módulos de deslizamento, as ligações transversais ($X45^\circ$), para ambas as espécie de madeira, apresentaram os maiores valores em comparação aos parafusos únicos, caracterizando uma disposição de sistema flexível mais rígido.

Kozaric *et al.* (2018.) estudaram o módulo de deslizamento experimental a partir de ensaio de *push-out* com peças mistas de madeira e concreto, utilizando agregado leve na composição do concreto. Foram analisados 4 modelos (G1, G2, G3 e G4), com conexões do tipo parafuso de 10mm de diâmetro e 150mm de comprimento.

A madeira utilizada foi a Abeto (*Abies alba*) com classe de resistência C16 e densidade média de 383,5 Kg/m³. A mistura do concreto foi estabelecida com uma parcela de poliestireno expandido moído (EPS), cimento Portland (Classe 42.5), agregado, água e fibras sintéticas de polipropileno. As informações referentes a composição da mistura do concreto, estão estabelecidos na Tabela 8.

Tabela 8 – Composição da mistura do concreto

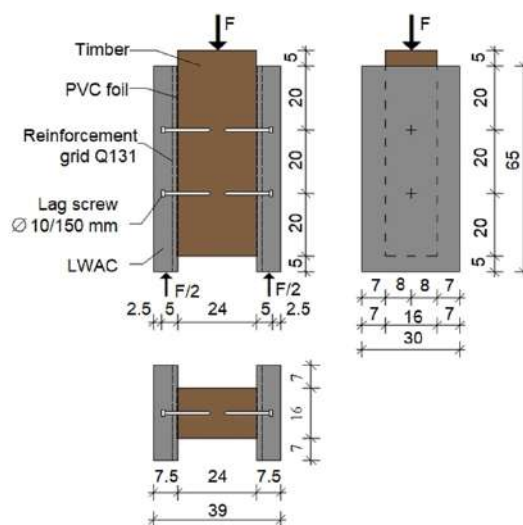
Modelo	Classe do agregado	EPS (kg/m ³)	Cimento (kg/m ³)	Agregado (kg/m ³)	Água (kg/m ³)	Fibra (kg/m ³)	Tensão de Compressão (N/mm ²)	Módulo de Elasticidade (GPa)
G1	1,2	9,50	425	800	240	1,00	6,76	7,11
G2	1,4	8,00	425	1050	240	1,00	8,96	9,35
G3	1,6	6,00	500	1000	200	1,00	16,17	14,40
G4	1,8	4,40	525	1030	210	1,00	23,48	15,68

Fonte: Adaptado de Kozaric *et al.* (2018.)

O ensaio de mecânico *push-out* foi realizado de acordo com a norma EN 26891 (1991), para a determinação do módulo de deslizamento experimental. A configuração dos corpos de prova utilizados estão estabelecidos na Figura 20, tendo a disposição das peças de concreto nas laterais e a peça de madeira na parte interna do corpos de prova.

Ao final dos ensaios foi realizado o comparativo dos valores dos módulos de deslizamentos obtidos por meio teórico, referente a expressão da norma europeia Eurocode 5 (2004) e os valores experimentais.

Figura 20 – Corpo de prova *push-out*



Fonte: Kozaric *et al.* (2018.)

Na Tabela 9 estão apresentados os resultados obtidos no trabalho.

Tabela 9 – Módulos de deslizamento obtidos

Modelo	$K_{ser,médio}$ (kN/mm)	$K_{ser,EC5}$ (kN/mm)	$K_{u,médio}$ (kN/mm)	$K_{u,EC5}$ (kN/mm)
G1	5,20	6,53	3,47	4,35
G2	3,28		2,19	
G3	3,11		2,07	
G4	3,42		2,28	

Fonte: Adaptado de Kozaric *et al.* (2018.)

Os autores concluíram que os valores experimentais dos módulos de deslizamentos foram inferiores aos valores obtidos conforme as recomendações da norma europeia. Averiguaram uma variação de 25% da classe de agregado 1,2 e aproximadamente 50% para as classes 1,6 e 1,8.

Mencionaram que os valores de módulos de deslizamentos obtidos pela referida norma são superestimados para as estruturas, sugerirão acrescentar propriedade referentes as peças mistas de concreto agregado leve, para haver concordâncias entre os valores experimentais e teóricos.

O estudo conduzido por Gečys *et al.* (2019) abordou a influência do deslizamento em peças de madeira-madeira em carregamento lateral. O intuito foi estabelecer uma comparação do módulo de deslizamento obtido a partir do modelo da norma europeia Eurocode 5 (2004) e o modelo experimental.

Para a condução deste estudo foram confeccionados corpos de prova da espécie Abeto (*Abies alba*) de densidade média de 459 kg/m³, para a realização de ensaio mecânicos de *push-out*, tanto *single* e *double shear*.

As conexões estabelecidas foram parafusos de cinco tipos distintos (S1, S2, S3, S4 e S5) e pregos de três variedades (N1, N2 e N3). Na Tabela 10 constam as dimensões das ligações utilizadas.

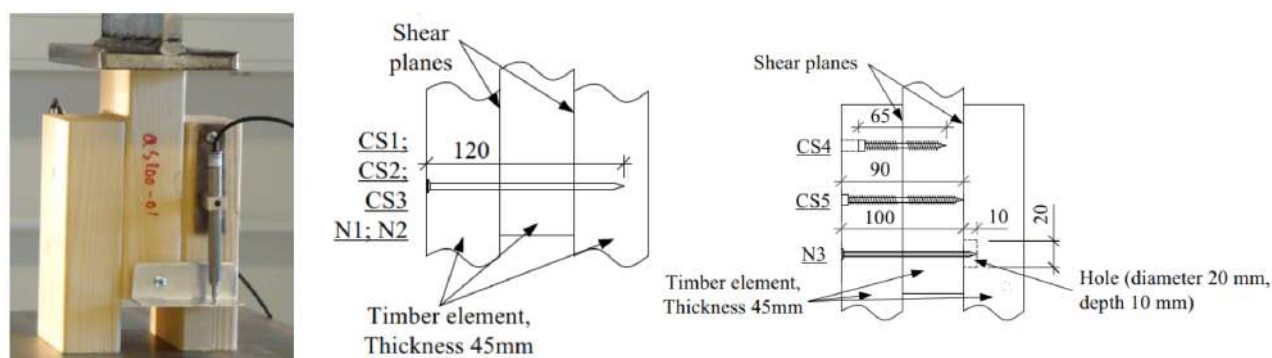
Tabela 10 – Características das ligações parafusadas

Tipo de ligação	Comprimento (mm)	Diâmetro (mm)
S1	120	4,9
S2	120	4,9
S3	120	5,1
S4	65	6,5
S5	90	6,5
N1	120	3,9
N2	125	3,7
N3	100	3,4

Fonte: Adaptado de Gečys *et al.* (2019)

Na Figura 21 estão destacados os perfis dos corpos de prova e a disposição das ligações, para o ensaio mecânico.

Figura 21 – Configuração dos corpos de prova de cisalhamento direto



Fonte: Gečys *et al.* (2019)

A relação entre os valores experimentais e teóricos dos módulos de deslizamentos obtidos estão detalhados na Tabela 11.

Tabela 11 – Módulos de deslizamentos obtidos

Tipo de ligação	Módulo de deslizamento Exp (N/mm)	Módulo de deslizamento EC5 (N/mm)	Relação entre Exp. e EC5
S1	449,5	1297	0,35
S2	582,7	1329	0,44
S3	865,4	1478	0,59
S4	928,7	2031	0,46
S5	1030,8	2031	0,51
N1	1082,3	942	1,15
N2	743,4	918	0,81
N3	1062,2	942	1,09

Fonte: Adaptado de Gečys *et al.* (2019)

Com base nessas relações, os autores constataram que o modelo da norma europeia tende a superestimar os valores analíticos em comparação com os valores experimentais para as ligações pregadas, apresentando resultados mais elevados.

Além desta consideração os autores também destacaram que o modelo da norma não considera parâmetros de falha nas ligações e outros critérios que possam influenciar esta situação de projeto.

Neste sentido, recomendam a realização de mais estudos sobre o assunto, para aprimorar o modelo da norma, em conjunto com a simulação numérica.

Santos (2021) em seu trabalho analisou o comportamento mecânico dos conectores em peças mistas de CLT e concreto de ligações semirrígidas de maneira experimental.

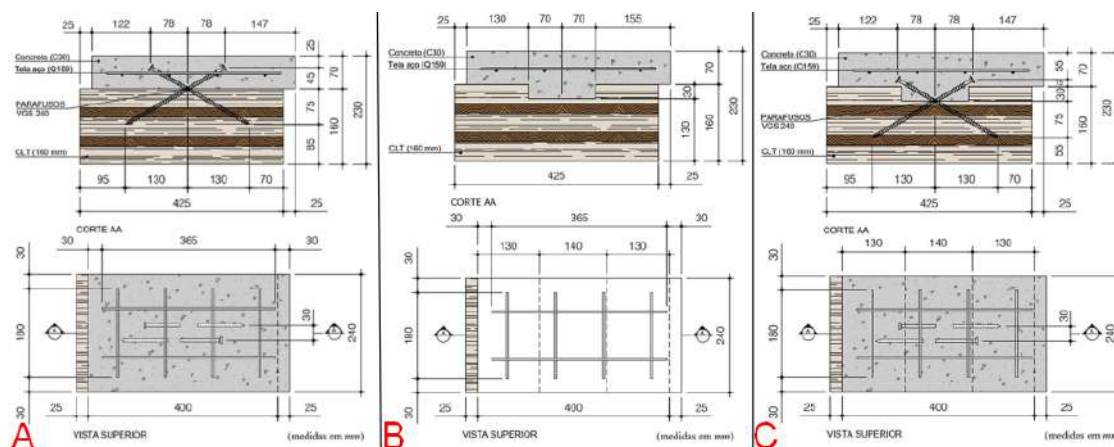
A classe de resistência do concreto foi de 30 MPa, apresentando uma resistência média à compressão (f_{ck}) de 34,29 MPa. As peças de CLT foram confeccionadas a partir da espécie *Pinus taeda*, com

densidade aparente nominal de 550 kg/cm^3 , com uma resistência média à compressão paralela às fibras ($f_{c0,12\%}$) de $47,53 \text{ MPa}$ e uma resistência média à compressão normal às fibras ($f_{c90,12\%}$) de $2,80 \text{ MPa}$.

Os conectores adotados foram parafusos autoatarraxantes de uso estrutural, com 9 mm de diâmetro e 240 mm de comprimento. O procedimento constituiu em confeccionar uma série de peças mistas, com 3 maneiras distintas de conexão, a primeira sendo com parafusos autoatarraxantes com disposição em X com inclinação de 30° (PI), a segunda com um entalhe na madeira (EN) e a última com a combinação do entalhe e o parafuso autoatarraxantes inclinado (EP).

Foram confeccionados 7 corpos de prova para as séries PI e EP e para a série EN, 3 corpos de prova, sendo que suas respectivas dimensões estão estabelecidas em milímetros na Figura 22.

Figura 22 – Configuração dos corpos de prova utilizados

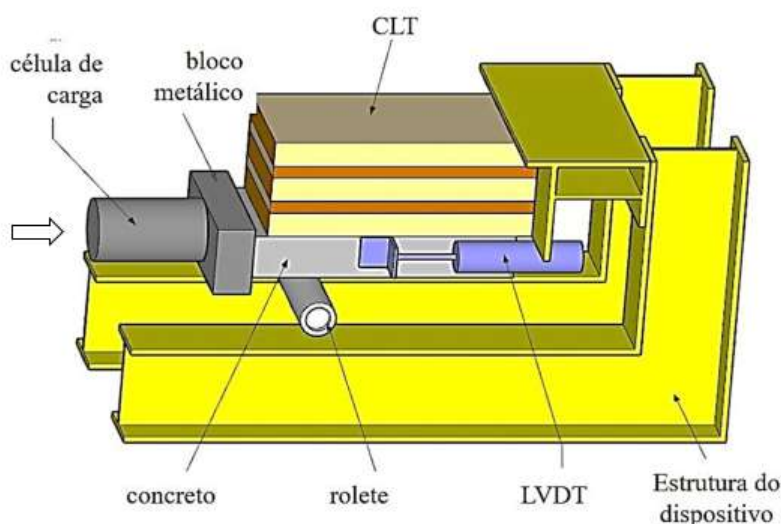


A: (PI), B: (EN) e C: (EP)

Fonte: Santos (2021)

A metodologia experimental foi baseada em um ensaio mecânico de cisalhamento simples (*single shear*) nos respectivos corpos de prova, utilizando um dispositivo adaptado (Figura 23).

Figura 23 – Dispositivo de ensaio



Fonte: Santos (2021)

A força foi aplicada na região onde constava a peça de concreto, proporcionando um deslocamento relativo no conjunto (madeira - concreto). As leituras dos deslocamentos foram obtidas pelo par de transdutor (LVDT) acoplado no dispositivo.

O ensaio seguiu os mesmos procedimentos estabelecidos pela Eurocode 5 (2004) e desta forma o autor obteve os deslizamentos (v) dos respectivos corpos de prova referentes as força de 10% e 40%. Como o intuito do trabalho era analisar o comportamento das conexões, foi calculado o módulo de deslizamento de diferentes maneiras, a partir diferentes valores obtidos em específicas medições no ensaio, tanto para o Estado Limite de Serviço (ELS) quanto para o Estado Limite Último (ELU).

Para o ELS, o módulo de deslizamento de serviço (K_{ser}) foi calculado pela equação 51.

$$K_u = \frac{0,4 \times F_{est}}{\frac{4}{3} \times (v_{04} - v_{01})} \quad (51)$$

Para a obtenção do módulo de deslizamento último (K_u), foi utilizado determinadas expressões referentes a documentos normativos e de trabalhos acadêmicos.

A equação da norma Eurocode 5 (2004) (Equação 12) foi utilizada com identificação de $K_{u EN05}$, sendo as demais destacada a seguir.

A equação 52 foi baseada no trabalho de Berardinucci *et al.* (2017) identificado como ($K_{u B}$), as equações 53 e 54 são referentes a norma EN 26891 (1991), representadas pelas abreviações ($K_{u 06F}$) e ($K_{u 08F}$) respectivamente e a equação 55 foi baseada no trabalho dos autores Jockwer, Caprio e Jorissen (2022) referida como (K_{rup}).

$$K_{u B} = \frac{0,6 \times F_{est}}{\frac{4}{3} \times (v_{06} - v_{01})} \quad (52)$$

$$K_{u 06F} = \frac{0,6 \times F_{max}}{v_{60\%} - v_{40\%} + \frac{4}{3} \times (v_{40\%} - v_{10\%})} \quad (53)$$

$$K_{u 08F} = \frac{0,8 \times F_{max}}{v_{80\%} - v_{40\%} + \frac{4}{3} \times (v_{40\%} - v_{10\%})} \quad (54)$$

$$K_{rup} = \frac{F_{max}}{v_{max} - v_{40\%} + \frac{4}{3} \times (v_{40\%} - v_{10\%})} \quad (55)$$

A Tabela 12 demonstra os valores dos módulos de deslizamentos de serviços (K_{ser}) obtidos no trabalho.

Tabela 12 – Módulo de deslizamento das ligações para ELS

K_{ser} (kN/mm)	$\bar{x}^1$	s^2	CV^3
Amostra da série PI	19,81	6,93	34,97
Amostra da série EN	76,43	12,18	15,94
Amostra da série EP	74,12	18,05	24,12

¹ Média aritmética da amostra² Desvio padrão da amostra³ Coeficiente de variação (%)

Fonte: Santos (2021)

A seguir, apresentam-se as tabelas com a estatística descritiva dos resultados obtidos no trabalho, para os módulos de deslizamentos últimos (K_u), referentes as amostras das séries PI e EP.

Tabela 13 – Módulo de deslizamento das ligações para ELU - série PI

K_{ser} (kN/mm)	$\bar{x}^1$	s^2	CV^3
K_u 06F	22,57	5,58	24,74
K_u 08F	21,68	5,05	23,27
K_u B	18,77	4,78	25,45
K_u EN05	13,21	4,61	34,94
K_u rup	16,96	4,02	23,72

¹ Média aritmética da amostra² Desvio padrão da amostra³ Coeficiente de variação (%)

Fonte: Adaptado de Santos (2021)

Tabela 14 – Módulo de deslizamento das ligações para ELU - série EP

K_{ser} (kN/mm)	$\bar{x}^1$	s^2	CV^3
K_u 06F	97,79	18,77	19,19
K_u 08F	96,31	14,16	14,70
K_u B	78,41	12,50	15,94
K_u EN05	49,88	12,03	24,12
K_u rup	80,56	17,46	21,68

¹ Média aritmética da amostra² Desvio padrão da amostra³ Coeficiente de variação (%)

Fonte: Adaptado de Santos (2021)

Os valores de $K_{u\ 06F}$, $K_{u\ 08F}$ e $K_{u\ B}$ das séries PI e EP, foram superiores ao valor determinado pela norma europeia ($K_{u\ EN05}$).

As amostras da série EN tiveram um desempenho superior as séries PI em 74%, devido ao entalho, que proporciona um aumento na rigidez da ligação.

O autor também verificou que os valores são sensíveis, quando há uma distinção exagerada nos valores da carga estimada (F_{est}) e da carga máxima (F_{max}), podendo influenciar e dificultar a análise da rigidez da ligação.

Foi observado o embutimento da madeira para os corpos de prova com os conectores autoatarraxantes com inclinação de 30° , sendo necessário atenção para essa disposição devido a essa deformação.

4.9 CONCLUSÃO DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As estruturas compostas de madeira têm sido utilizadas em diversas soluções estruturais, principalmente em residências. O modelo de cálculo proposto na norma brasileira ABNT NBR 7190-1 (2022) é baseado no Modelo de Mohler, disponível na norma Europeia Eurocode 5. Não se conhece exatamente a validade desse modelo de cálculo utilizado para a verificação dos ELU e dos ELS. Também não se sabe ao certo se o modelo funciona bem para vigas com relação $L/h < 21$.

Também não se sabe exatamente qual a melhor proposta de ensaio para a determinação do módulo de deslizamento da ligação. Pode-se utilizar o modelo proposto no Eurocode 5 como também aqueles propostos por outros pesquisadores. Além disso, pode-se determinar o módulo de deslizamento experimentalmente. O modo de deslizamento da ligação é o principal parâmetro utilizado no dimensionamento das estruturas compostas, sejam elas compostas por mesmo material ou por diferentes materiais como as vigas mistas de madeira e concreto para pontes.

Em muitos estudos percebe-se que não existe uma recomendação para o formato dos corpos de prova de ensaios experimentais, assim como as suas respectivas dimensões, normalmente se utiliza corpos de prova simétricos, para facilitar os ensaios, porém não é habitual utilizar corpos de prova assimétricos, que expressa uma situação real, e desta maneira foram encontrados poucos estudos sobre os sistemas compostos madeira-madeira na literatura. Poucos estudos também foram desenvolvidos no Brasil.

Portanto, esse trabalho busca fechar algumas dessas lacunas observadas na literatura, uma vez que a literatura sobre esse tema está em fase de desenvolvimento no Brasil.

5 MATERIAIS E MÉTODOS

5.1 MATERIAIS UTILIZADOS

Para a realização deste trabalho, foram utilizadas peças serradas de madeira da espécie *Eucalyptus grandis*, do estudo realizado por Silva (2021).

Na adequação das dimensões das peças componentes dos corpos de prova foram empregados os seguintes equipamentos: plaina desempenadeira, desgrossadeira e serra de meia esquadria, e tupia manual para a usinagem de canaletas em determinadas peças.

Para a montagem das vigas com o sistema flexível, foram utilizados pregos comerciais da marca Gerdau, com dimensões de 15x21 (2,40 mm de diâmetro e 48,30 mm de comprimento). Nesta etapa foi realizado uma pré-furação das madeiras com broca de 2 mm de aço rápido. No sistema rígido, foi utilizado resina à base de poliuretana bi-componente para a união das peças. A quantidade de resina com gramatura de 300 g/m² foi medida através de uma balança semi analítica com resolução de 0,01g, para sua distribuição uniforme na superfície da madeira. Foi utilizado pincel para espalhar a resina e para a prensagem das vigas foi utilizada uma prensa manual com controle de toque.

Os ensaios mecânicos de flexão estática e de cisalhamento (*Double Shear*) foram conduzidos em uma máquina universal de ensaios EMIC, com capacidade de carga de 300 kN. Para a determinação do deslizamento das peças constituintes dos corpos de prova de cisalhamento simétricos, utilizando relógios comparadores com precisão de 0,01 mm.

5.2 METODOLOGIA

Este trabalho foi desenvolvido no Laboratório de Propriedades Mecânicas dos Materiais do Instituto de Ciências e Engenharia da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"(UNESP) do campus de Itapeva-SP.

As peças de madeira foram submetidas a caracterização físico-mecânica sendo estas obtidas a partir de 10 vigas de madeira. Para cada viga foram retirados 3 corpos de provas para os ensaios de compressão paralela às fibras (f_{c0}), 6 corpos de prova para determinação da umidade aparente (p_{ap}) e 8 peças para o ensaio mecânico de flexão estática, para a determinação do módulo de elasticidade na compressão paralelas às fibras (E_{c0}).

Para a sequência do trabalho foram confeccionadas as vigas, onde suas dimensões foram definidas devido à limitação do equipamento de ensaio e pela disponibilidade do material.

Desta maneira foram confeccionadas 24 vigas compostas de seção I de 115 cm de comprimento, sendo 12 vigas pregadas (ligação flexível) e 12 vigas coladas com adesivo estrutural (ligação rígida), a organização das vigas estão estabelecidas na Tabela 15.

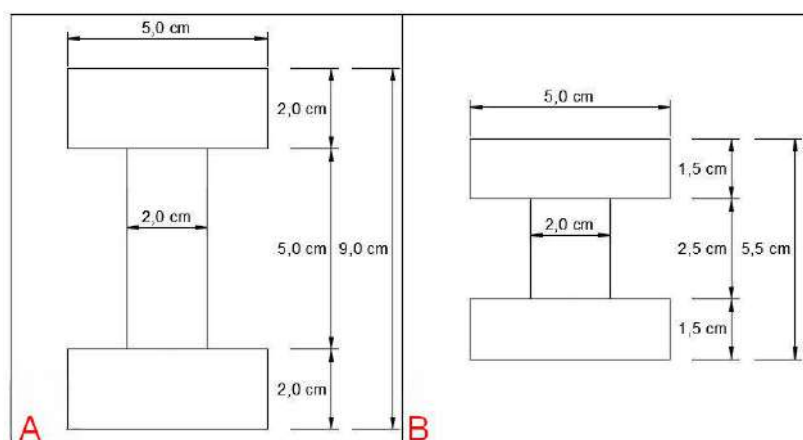
Tabela 15 – Características e quantidades das vigas analisadas

Grupo	Sistema de ligação	Relação L/h	Quantidade
1	Flexível (Pregado)	$L/h < 21$	6
2	Rígido (Colado)	$L/h < 21$	6
3	Flexível (Pregado)	$L/h \geq 21$	6
4	Rígido (Colado)	$L/h \geq 21$	6

Fonte: Autoria própria

As dimensões das vigas dos grupos 1 e 2 estão apresentadas na Figura 24-A e as das vigas dos grupos 3 e 4 na Figura 24-B

Figura 24 – Seção transversal das vigas confeccionadas



Fonte: Autoria própria

Houve também a confecção de corpos de prova simétricos para os ensaios de cisalhamento (*Double Shear*), e na Tabela 16 constam os detalhes da organização desses corpos de prova em grupos, incluindo suas quantidades e os sistemas de ligações utilizados.

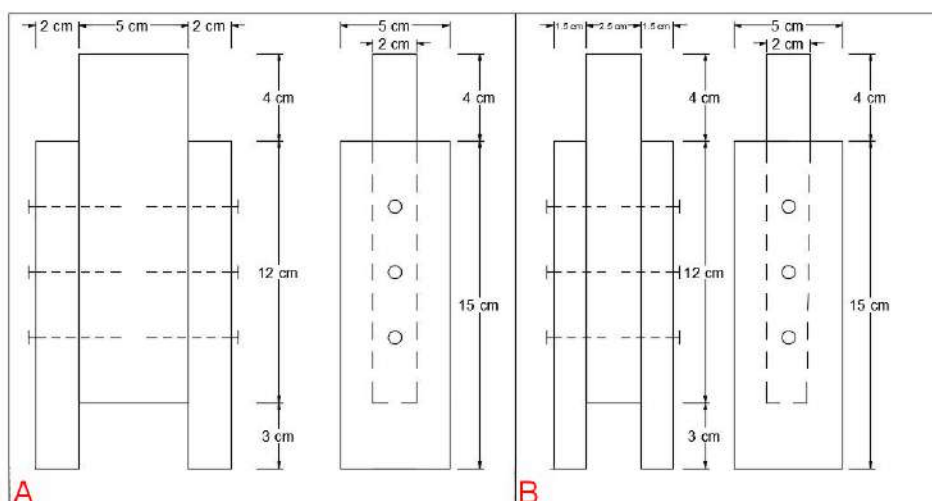
Tabela 16 – Características e quantidades dos corpos de prova (*Double Shear*)

Grupo	Sistema de ligação	Quantidade
1	Flexível (Pregado)	6
2	Rígido (Colado)	6
3	Flexível (Pregado)	6
4	Rígido (Colado)	6

Fonte: Autoria própria

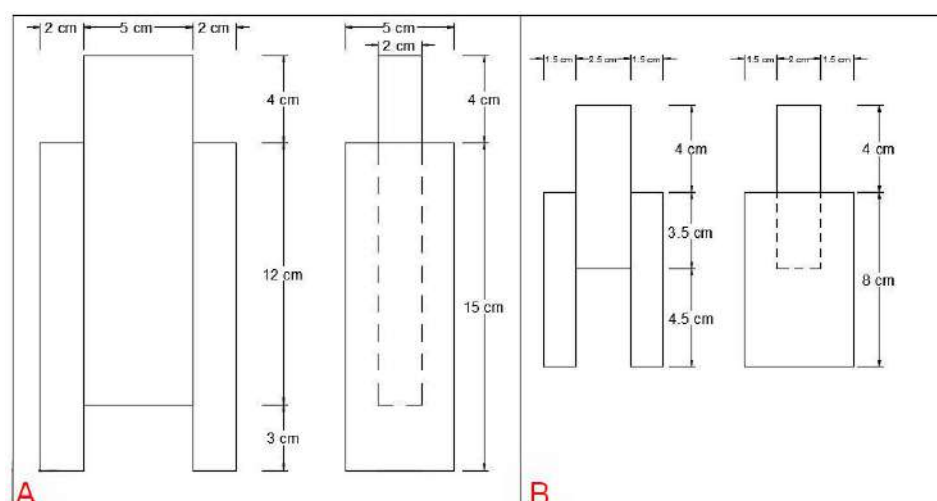
As dimensões dos corpos de prova do grupo 1 e do grupo 3 são representados nas Figura 25-A e Figura 25-B, as dos demais grupos nas Figura 26-A e Figura 26-B.

Figura 25 – Dimensões dos corpos de prova pregados para os ensaios de cisalhamento



Fonte: Autoria própria

Figura 26 – Dimensões dos corpos de prova colados para os ensaios de cisalhamento



Fonte: Autoria própria

5.2.1 Usinagem das peças

Como as peças selecionadas não estavam com as dimensões adequadas para as confecções das vigas e nem para os corpos de prova para o ensaio de cisalhamento, foi necessário submeter as peças ao processo de usinagem para adequar as dimensões finais.

Foi utilizada plaina desempenadeira para atingir as dimensões finais das peças serradas de madeira (Figura 27-A), e desta maneira as peças tiveram suas superfícies niveladas e aplainadas, sem qualquer irregularidades. Para a adequação das dimensões das peças, foi utilizada uma desengrossadeira conforme a Figura 27-B, para a adequação da largura e da espessura.

Por fim, para as peças estarem com o comprimento estabelecido, uma serra meia esquadria foi utilizada (Figura 27-C), realizando assim o corte das peças, até estarem nas medidas adequadas. Neste mesmo equipamento, após as peças estarem com as dimensões adequadas, foram cortadas as peças para os corpos de prova para o ensaio de cisalhamento.

Figura 27 – Usinagem das peças



A: Plaina desempenadeira, B: Desengrossadeira e C: Serra meia esquadria

Fonte: Autoria própria

5.2.2 Montagem das vigas pregadas

Para realizar a montagem das vigas pregadas, primeiramente foi necessário realizar um levantamento dos valores dos Módulo de Elasticidade de cada peça, para realizar a combinações mais adequadas para a confecção das vigas.

As condições impostas foram que as peças com maiores valores de Módulo de Elasticidade, fossem dispostas de maneira a ficarem nas extremidades das vigas, na mesa superior e na mesa inferior. Já as peças com menores valores de Módulo de Elasticidade, foram dispostas na parte central.

Após a organização das peças, foi realizado a marcação dos pontos de furação, conforme as recomendações do item 7.1.10 da norma ABNT NBR 7190-1 (2022), com espaçamentos de 3 cm nas peças das mesas superiores e inferiores, para executar a furação com a broca de 2 mm, com o intuito de evitar rachaduras durante a realização da pregagem (Figura 28-A e B).

Ocorrendo o término da marcação e da furação das peças, foi iniciado ao processo de pregagem, fixando as peças das mesas superiores com as peças centrais e posteriormente com as peças inferiores, com pregos. Este processo foi executado com o auxílio de um grampo sargento para manter o conjunto unido e facilitar o processo de fixação de ambas as peças (Figura 28-C).

Figura 28 – Etapas de confecção das vigas pregadas



A: Marcação, B: Furação e C: Pregagem

Fonte: Autoria própria

Na Figura 29 estão destacadas todas as vigas do sistema flexível que foram confeccionadas neste processo.

Figura 29 – Vigas pregadas confeccionadas



A: Vigas do grupo 1: Vigas do grupo 3

Fonte: Autoria própria

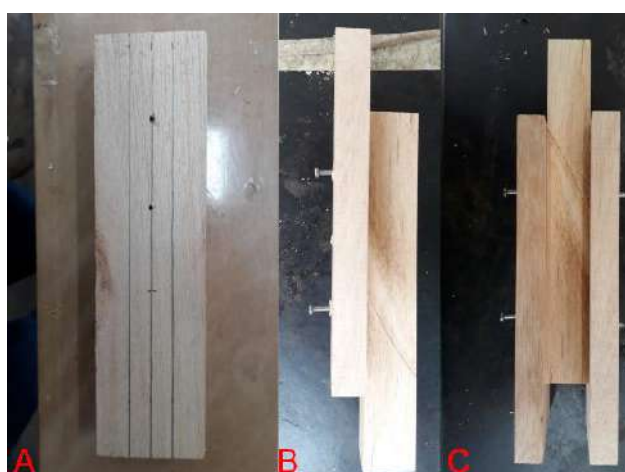
5.2.3 Montagem dos corpos de prova pregados para o ensaio de cisalhamento (*Double Shear*)

As peças para montagem dos corpos de prova para os ensaios de cisalhamento, foram organizadas com seus Módulos de Elasticidade maiores distribuídos nas peças laterais e os menores nas peças da parte central a exemplo que foi feito nas vigas compostas.

As peças laterais selecionadas tiveram suas superfícies marcadas em 3 pontos com espaçamentos de 3 cm, para a furação com a broca de 2 mm, conforme a Figura 30-A, seguindo as recomendações do item 7.1.10 da norma ABNT NBR 7190-1 (2022).

Para a continuidade houve a montagem dos corpos de prova, realizando a junção das laterais com a peça central (Figura 30-B), para a finalização da montagem dos corpos de prova (Figura 30-C).

Figura 30 – Confeção dos corpos de prova de cisalhamento



A: Marcação e furação, B: Pregagem da peça lateral e C: Finalização da pregagem

Fonte: Autoria própria

Na Figura 31 constam exemplares dos corpos de prova finalizados para ambas as vigas finalizadas.

Figura 31 – Corpos de prova confeccionados



A: Grupo 1 e B: Grupo 3

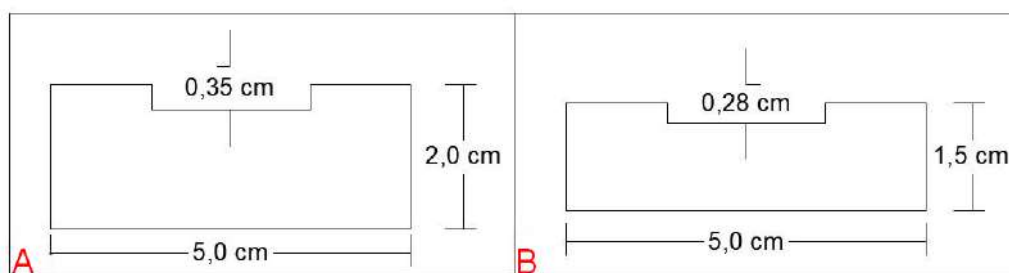
Fonte: Autoria própria

5.2.4 Montagem das vigas coladas

Assim como nas vigas pregadas, para a confecção das vigas coladas, também foi realizado a organização dos valores de Módulos de Elasticidade de cada peça, para atender o mesmo critério citados das vigas pregadas de disposição das peças das mesas superiores e inferiores e das almas das vigas.

Para realização da montagem das vigas coladas, assim como os corpos de prova para o ensaio de cisalhamento, foi necessário usinar as peças destinadas às mesas superiores e inferiores das vigas e as peças destinadas para as peças laterais dos corpos de prova para o ensaio de cisalhamento, com o intuito de auxiliar a etapa de colagem. Neste procedimento foi usado um entalhe de 0,35 cm e de 0,28 cm de profundidade para todas as peças, conforme a Figura 32, com o auxílio da tupa manual (Figura 33).

Figura 32 – Seções transversais das peças usinadas



Fonte: Autoria própria

Figura 33 – Usinagem das peças: A: Usinagem do entalho e B: Entalho finalizada



Fonte: Autoria própria

5.2.4.1 Preparação da resina

Na balança analítica foi realizado a pesagem de 15 gramas de ambos os componentes da resina poliuretana bicomponente (Figura 34), ou seja, proporção 1:1. Esse procedimento seguiu a gramatura estabelecida no trabalho de Silva *et al.* (2023), garantindo a aplicação uniforme da resina em toda a superfície das peças destinadas à confecção das vigas.

Figura 34 – Pesagem das componentes da resina: A: Componente sendo pesada e B: Pesagem finalizada para ambas componentes



Fonte: Autoria própria

5.2.4.2 Montagens das vigas

Antes da montagem das vigas, foi necessário realizar a mistura de ambos os componentes da resina poliuretana, para ser aplicada em toda a superfície das peças usinadas com canaletas, de maneira uniforme, com um auxílio de um pincel.

Terminado a etapa de aplicação da resina, foi realizado a montagem das vigas, posicionando a peça central com a mesa superior e, na sequência, com a mesa inferior, para manter o conjunto unido até serem posicionadas na prensa, nas extremidades e na parte central do conjunto foi envolvido com uma fita adesiva.

As vigas foram colocadas em uma prensa e submetidas a uma pressão de colagem para realizar a cura definitiva do adesivo (Figura 35), cerca de 24 horas conforme realizado por Silva *et al.* (2023).

A pressão de colagem utilizada foi de 1,2 MPa, conforme as recomendações da norma ABNT NBR 7190-1 (2022) que sugere "uma pressão mínima de 0,7 MPa para madeiras com densidades inferiores ou iguais a $0,5 \text{ g/cm}^3$, e de 1,2 MPa para madeiras com densidades superiores a $0,5 \text{ g/cm}^3$ ". Após o período de cura do adesivo, as vigas foram retiradas da prensa (Figura 36).

Figura 35 – Vigas posicionadas na prensa



Fonte: Autoria própria

Figura 36 – Vigas coladas confeccionadas



A: Vigas do grupo 2 e B: Vigas do grupo 4

Fonte: Autoria própria

5.2.5 Montagem dos corpos de prova colados para o ensaio *Double Shear*

Para a realização a confecção dos corpos de prova para o ensaio, foi novamente considerado o Módulo de Elasticidade das peças disponibilizadas para a montagem, dispondo os maiores valores para as peças laterais e os menores para as peças centrais de cada corpo de prova.

Com o auxílio de um pincel, a resina foi distribuída de maneira uniforme por toda a superfície das canaletas das peças laterais, para serem posteriormente unidas com a peça central do conjunto.

Para manter o conjunto unido até serem posicionadas na prensa, os corpos de prova foram envolvidos com uma fita adesiva. Após o término da confecção de todos os corpos de prova, os mesmos foram posicionados em uma prensa para a cura definitiva do adesivo, sendo submetidos a um torque de 27,12 N.m, de acordo com as especificações delineadas por Silva *et al.* (2023).

Figura 37 – Corpos de prova confeccionadas



A: Grupo 2 e B: Grupo 4

Fonte: Autoria própria

5.2.6 Ensaios mecânicos de cisalhamento (*Double Shear*)

Todos os ensaios mecânicos foram realizados na máquina universal de ensaios - EMIC, seguindo as recomendações da norma brasileira ABNT NBR 7190-3 (2022), para os ensaios de flexão com carga concentrada aplicada no centro do vão e da norma ABNT NBR 7190-5 (2022) para o ensaio dos corpos de prova de cisalhamento.

5.2.6.1 Ensaio de cisalhamento (*Double Shear*)

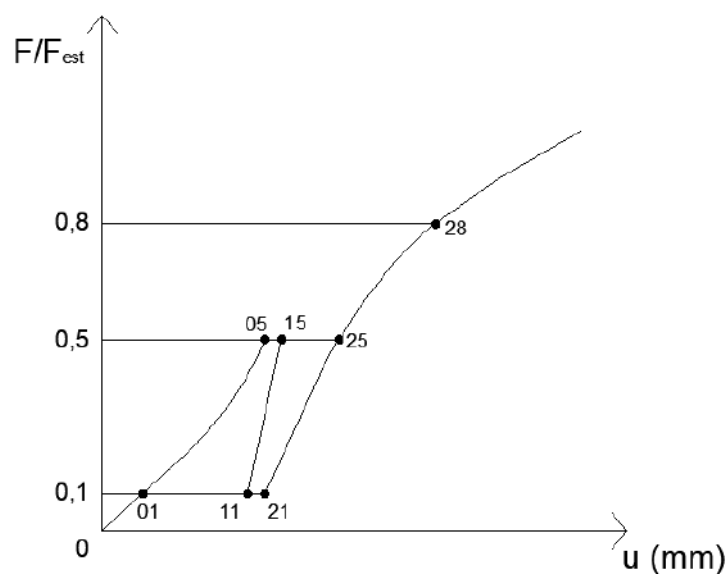
O procedimento inicial do ensaio dos corpos de prova segundo a ABNT NBR 7190-5 (2022) constituiu em estimar a força máxima estimada F_{est} , submetendo ao ensaio um corpo de prova de cada tipo até a sua ruptura, sendo o valor de ruptura correspondente ao valor da força máxima estimada F_{est} .

O procedimento da aplicação do ciclo de carregamento durante o ensaio, constituiu em aplicar uma carga de até $0,5 F_{est}$, mantendo a constante por 30 segundos, havendo uma redução da carga até $0,1 F_{est}$, e mantendo constante por 30 segundos e aumentando novamente a carga até a força última ou o deslizamento de 15 mm, conforme o ciclo de carregamento da Figura 38.

Para a verificação dos deslizamentos durante o ensaio, foram fixados relógios comparadores em ambos os lados dos corpos de prova e a medida que o ensaio era executado, eram anotados os valores nos respectivos pontos indicados pela Figura 38.

Com os valores destes pontos, foram utilizados as equações 2 a 9, para a obtenção dos deslizamentos desejados e os valores dos módulos deslizamentos. Por fim, os corpos de prova foram rompidos, de maneira a obter a carga máxima suportada.

Figura 38 – Gráfico de carregamento de carga



Fonte: ABNT NBR 7190-1 (2022)

Figura 39 – Ensaio mecânico de cisalhamento (*Double Shear*)

Fonte: Autoria própria

Para a determinação da resistência em cada ligação, não foi considerado o efeito de grupo das ligações, por não atender o número mínimo de 8 pinos conforme a ABNT NBR 7190-1 (2022). Desta maneira a determinação foi através da equação 56, relacionando a força máxima ($F_{m\acute{a}x}$) obtida no ensaio para cada corpo de prova pregado com o número total de ligações.

$$F_{lig} = \frac{F_{m\acute{a}x}}{6} \quad (56)$$

5.2.6.2 Ensaio mecânico de flexão estática

Na primeira etapa do ensaio de flexão estática, as vigas foram posicionadas entre apoios nas extremidades de 105 cm de vão. O objetivo dessa etapa foi obter a rigidez da viga ainda no regime

elástico do material. Para isso, foi posicionado um transdutor de deslocamento LVDT no ponto central das vigas, a fim de verificar o deslocamento quando submetido a carga.

Durante o ensaio de flexão estática, foi utilizado o valor de deslocamento máximo de 3,5 mm, obtido a partir da equação 57, como critério de parada do procedimento.

$$u_{\text{lim}} = \frac{L}{300} \quad (57)$$

Onde:

u_{lim} : Deslocamento no meio do vão (mm);

L: Distância entre apoios das vigas (mm).

Na segunda etapas do ensaios de flexão, as vigas foram posicionadas nas mesmas condições da primeira etapa, porém o procedimento prosseguiu até a ruptura das vigas, com objetivo de medir a carga máxima suportada por cada uma.

Figura 40 – Ensaio mecânico de flexão estática com carga centrada no meio do vão



Fonte: Autoria própria

Figura 41 – Viga rompida



Fonte: Autoria própria

5.2.7 Verificações das vigas

5.2.7.1 Módulo de ruptura (MOR) e Módulo de elasticidade (MOE)

A determinação do Módulo de elasticidade (MOE) de cada viga pregada e colada, foi obtida pela equação 58.

$$MOE = \frac{(F_{50\%} - F_{10\%}) \times L^3}{(v_{50\%} - v_{10\%}) \times 4 \times b \times h^3} \quad (58)$$

Onde:

$F_{10\%}$ e $F_{50\%}$: Carga correspondente a 10% e 50% da carga máxima do ensaio (N);

$v_{10\%}$ e $v_{50\%}$: Deslocamento do meio do vão correspondente a 10% e 50% da carga máxima do ensaio (mm);

L: Distância entre apoios (mm);

b: Largura da seção transversal (mm);

h: Altura da seção transversal (mm).

O módulo de ruptura (MOR) das vigas foi calculado pela equação 59.

$$MOR = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_e} \quad (59)$$

O momento máximo $M_{m\acute{a}x}$ no meio do vão foi obtido pela equação 60, relacionando a carga máxima (P) aplicada na viga e o distância do vão (L).

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{P \times L}{4} \quad (60)$$

O Módulo de resistência elástica foi calculado conforme a equação 61.

$$W_e = \frac{b \times h^2}{6} \quad (61)$$

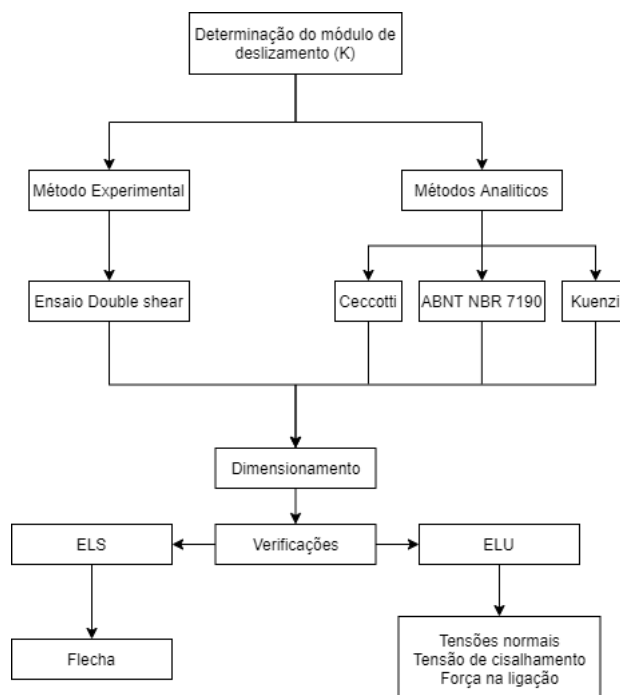
5.2.8 Determinação dos módulos de deslizamentos teóricos

Os módulos de deslizamento teóricos, foram obtidos pelas equações 10, 40 e 50, referente aos modelos de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008), de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e da ABNT NBR 7190-1 (2022) respectivamente.

A Figura 42 apresenta o diagrama dos procedimentos para a determinação do módulo de deslizamento e as verificações no dimensionamento.

No caso do modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008), foi calculada a média aritmética dos módulos de elasticidade das peças constituintes de cada viga.

Figura 42 – Etapas para a determinação dos módulos de deslizamento K



Fonte: Autoria própria

5.2.8.1 Vigas pregadas

Todos os procedimentos dos cálculos das vigas pregadas, seguiram as etapas mencionadas na norma Eurocode 5 (2004), destacados no diagrama da Figura 43.

Para cada verificação dos Estados Limites de Utilização (ELU) e Estados Limites de Serviço (ELS), foram utilizados diferentes módulos de deslizamentos, para analisar o comportamento da viga na flexão. Na primeira verificação, foi utilizado o módulo de deslizamento obtidos pela equação 10 apresentada na norma ABNT NBR 7190-1 (2022). Na segunda verificação, utilizou-se o valor obtido pela equação 40, proposta por Ceccotti (1995 apud Molina, 2008). Por fim, na terceira verificação, utilizou-se o valor experimental do módulo de deslizamento, obtido nos ensaios dos corpos de prova.

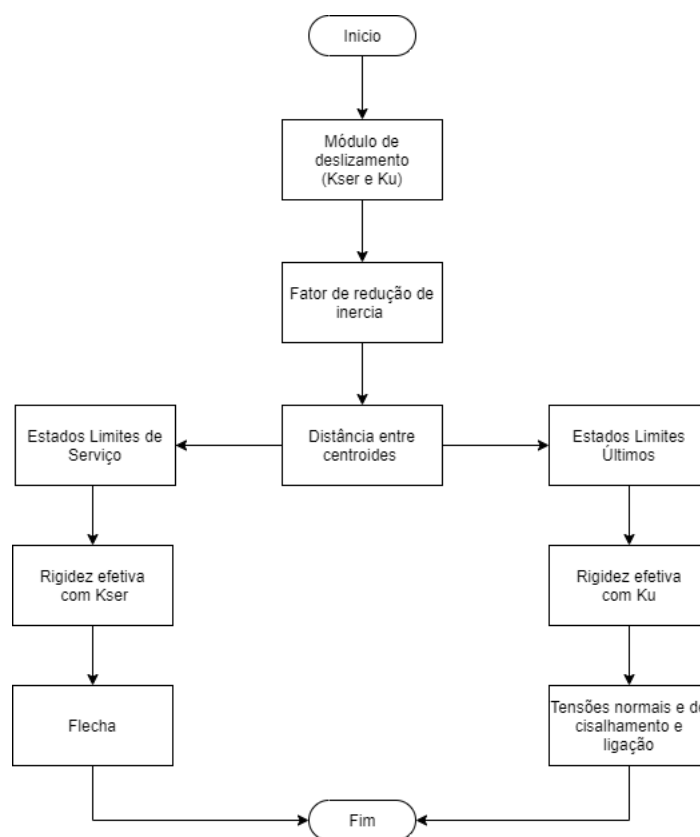
O primeiro procedimento consistiu em utilizar o módulo de deslizamento de serviço (K_{ser}) e, posteriormente, utilizar a equação 12, para a obtenção do módulo de deslizamento último (K_u).

O fator de redução de inércia foi calculado com base na equação 14 e a distância entre centroides foi obtida por meio das equações 16, 15 e 17.

Para a verificação dos Estados Limites de Utilização (ELU) foi preciso calcular a rigidez efetiva pela equação 18, utilizando o módulo de deslizamento K_u . Em seguida, foi possível calcular as tensões normais de compressão, tração e de cisalhamento por meio das equações 21, 22 e 25.

Para a verificação dos Estados Limites de Serviço (ELS) a rigidez efetiva foi calculada pela equação 18, utilizando-se o módulo de deslizamento K_{ser} . Pela equação 26, a força atuante na ligação foi calculada. Conforme o tipo da viga, a verificação da flecha foi obtida pela equação 27 ou pela equação 29.

Figura 43 – Etapas de cálculos para vigas pregadas

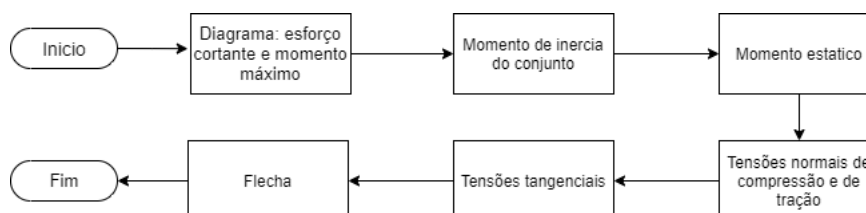


Fonte: Autoria própria

5.2.8.2 Vigas coladas

As verificações das tensões normais e de cisalhamento e os deslocamentos no meio do vão das vigas coladas de seção I, foram obtidos conforme os requisitos de cálculo e modelo analítico das vigas coladas, seguindo-se o esquema do diagrama da Figura 44.

Figura 44 – Etapas de cálculos para vigas coladas



Fonte: Autoria própria

5.2.9 Análise dos resultados dos modelos de cálculo

Com base nos valores obtidos nas verificações das tensões normais e cisalhantes, realizou-se uma comparação com os valores médios de resistência à compressão paralela às fibras ($f_{c0,m}$), de tração paralela às fibras ($f_{t0,m}$) e do cisalhamento paralelo às fibras ($f_{v,m}$) das peças de madeira, que foram previamente obtidos na caracterização das madeiras. Além disso, foi realizada uma comparação entre

a força atuante na ligação e os valores obtidos durante as verificações, considerando os diferentes módulos de deslizamento. Na sequência, foi realizada uma comparação entre os dados, utilizando-se a equação 62, para obtenção da diferença percentual.

$$\text{Diferença percentual (\%)} = \frac{\text{Valor da caracterização} - \text{Valor obtido do modelo}}{\text{Valor obtido do modelo}} \times 100 \quad (62)$$

5.2.10 Análise estatística dos resultados

Para os valores dos módulos de resistência das ligações foram obtidos os valores médios e os coeficientes de variação.

Em seguida, foi conduzida a análise de normalidade através do teste estatístico Anderson-Darling, com um nível de significância de 5%, para verificar possíveis diferenças significativas entre as médias. Por fim, empregou-se o teste de Tukey, também com um nível de significância de 5%, para determinar quais dados analisados apresentam médias estatisticamente distintas ou iguais entre si

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os valores da Tabela 17 são referentes aos valores médios obtidos da caracterização físico-mecânica das peças de madeira com 12% de umidade aparente, utilizadas para a confecção das vigas. Esses valores serviram com referência na comparação com os valores obtidos no dimensionamento, para os diferentes módulos de deslizamentos (K) obtidos pelos modelos analisados.

Tabela 17 – Valores da caracterização da madeira, U=12%

Caracterização	
ρ_{ap} (kg/m ³)	450
$f_{c0,m}$ (MPa)	38,50
$f_{t0,m}$ (MPa)	50,00
$f_{v,m}$ (MPa)	7,20
$E_{c0,m}$ (MPa)	9030

Fonte: Autoria própria

Na Tabela 18 estão apresentados os valores dos módulos de elasticidades (MOE) de cada viga obtidos no ensaio mecânico de flexão estática.

Tabela 18 – Módulo de elasticidade das vigas, U=12%

CPs	MOE das vigas dos grupos 1 e 2 (MPa)		MOE das vigas dos grupos 3 e 4 (MPa)	
	Viga Pregada	Viga Colada	Viga Pregada	Viga Colada
1	2614	5950	5562	8682
2	2091	6091	4403	7241
3	2375	5397	4187	8289
4	2332	5488	4281	8403
5	2410	5901	5096	8829
6	2476	4029	3735	8866
Média	2383	5476	4544	8385
Variância	30099	576567	442435	367243
Desvio Padrão	173	759	665	606

Fonte: Autoria própria

Como esperado, as vigas coladas demonstraram um desempenho superior em comparação com as vigas pregadas, independentemente da seção analisada. Esse resultado é atribuído a elevada rigidez proporcionada pela colagem, que resulta em uma resistência mecânica superior.

Realizando uma análise dos valores de MOE através do teste estatístico t de *Student* com um nível de significância de 5%, foi possível verificar a existência de diferenças estatísticas entre as médias das vigas dos grupos 1 e 2 ($L/h \geq 21$). Essa verificação sugere que o tipo de conexão influencia na resposta estrutural das vigas. Neste caso, foi obtido um p-value de 0,0001113 valor este menor que o nível de significância estabelecido. Isso também foi observado no resultado das vigas dos grupos 3 e 4 ($L/h < 21$), onde o p-value foi de 0,000001132, inferior a 5%, estabelecendo uma diferença estatística também entre as vigas coladas e pregadas, como já era esperado.

Ao se verificar o módulo de elasticidade de uma viga composta, é importante considerar não apenas as dimensões estabelecidas (L/h), mas também o tipo de ligação utilizados, onde conforme apresentado na Tabela 18, esses parâmetros influenciaram nos valores finais de MOE. Portanto, é necessário considerar todos os fatores relevantes ao avaliar a rigidez de uma viga composta, desde a propriedade dos materiais envolvidos, como também suas dimensões e o sistema de ligação.

Além do módulo de elasticidade (MOE), a outra propriedade mecânica analisada foi o módulo de ruptura (MOR), sendo os valores obtidos apresentados na Tabela 19.

Tabela 19 – Módulos de ruptura das vigas, U=12%

CPs	MOR das vigas dos grupos 1 e 2 (MPa)		MOR das vigas dos grupos 3 e 4 (MPa)	
	Viga Pregada	Viga Colada	Viga Pregada	Viga Colada
1	17,64	37,80	23,42	43,60
2	17,62	26,98	29,76	15,51
3	22,82	19,20	25,98	32,45
4	23,82	24,09	26,10	29,92
5	15,70	37,07	35,71	44,95
6	26,35	23,46	25,34	36,51
Média	20,66	28,10	27,72	33,82
Variância	18,00	58,53	19,56	115,82
Desvio Padrão	4,24	7,65	4,42	10,76

Fonte: Autoria própria

As vigas coladas apresentaram desempenho superior as pregadas em ambos os casos de seção analisados para o módulo de ruptura (MOR), muito devido a eficiência da resina, apresentando uma elevada rigidez que torna o conjunto propício a uma maior resistência a ruptura.

Na análise estatística feita pelo teste estatístico t de *Student*, as vigas dos grupos 1 e 2 apresentaram p-value de 0,07155 e, desta maneira, observou-se que não foi observada diferença estatística entre as médias. As vigas dos grupos 3 e 4 tiveram um p-value de 0,2417, constatando que, também nestes grupos, não existiram diferenças significativas entre as médias.

Além dos ensaios das vigas compostas, também foram realizados ensaios mecânicos de cisalhamento (*Double Shear*), cujos resultados experimentais dos módulos de deslizamento K obtidos para cada um dos corpos de prova estão apresentados na Tabela 20.

Tabela 20 – Valores dos módulos de deslizamentos experimentais, U=12%

CPs	K _{ser} (N/mm)	
	Grupo 1	Grupo 3
1	2191,78	5263,16
2	4705,88	22222,22
3	3007,52	11111,11
4	1932,37	5128,21
5	4000,00	9756,10
Média	3167,51	10696,16

Fonte: Autoria própria

Analisando os valores da Tabela 20 percebe-se uma distinção nos valores, principalmente devido

as dimensões dos corpos de prova ensaiados. Os corpos de prova com dimensões menores (Grupo 2) apresentaram os maiores valores experimentais.

Além do modelo experimental, o módulo de deslizamento foi obtido também pelas equações analíticas apresentadas por Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e por Kuenzi (1955 apud Molina, 2008). Nas Tabelas 21 e 22 constam estes valores.

Tabela 21 – Módulos de deslizamentos pelo modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008)

Vigas	Módulos de deslizamentos (N/mm)	
	Vigas do grupo 1	Vigas do grupo 3
1	3005,88	3285,78
2	2936,04	2660,89
3	2791,96	3175,40
4	2812,00	3017,84
5	2690,80	2549,13
6	2673,53	2871,79
Média	2818,37	2926,81
Variância	17399,40	83065,37
Desvio Padrão	131,91	288,21

Fonte: Autoria própria

Analisando as médias dos módulos de deslizamentos percebe-se uma variação mínima entre eles, tendo apenas uma diferença percentual 3,82% entre os valores referentes as vigas do grupo 1 ($L/h < 21$) e as vigas do grupo 3 ($L/h \geq 21$).

Como o modelo desenvolvido por Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) busca relacionar parâmetros referentes a propriedade de rigidez do material e o diâmetro do conector, fica evidente que a seção da viga pouco influência no valor do módulo de deslizamento K para o mesmo tipo de ligação.

Tabela 22 – Módulos de deslizamentos pelo modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008)

Vigas	Módulos de deslizamentos (N/mm)	
	Vigas do grupo 1	Vigas do grupo 3
1	2660	2950
2	2650	2620
3	2600	2990
4	2670	2910
5	2640	2450
6	2650	2790
Média	2645	2785
Variância	590	44870
Desvio Padrão	24,29	211,83

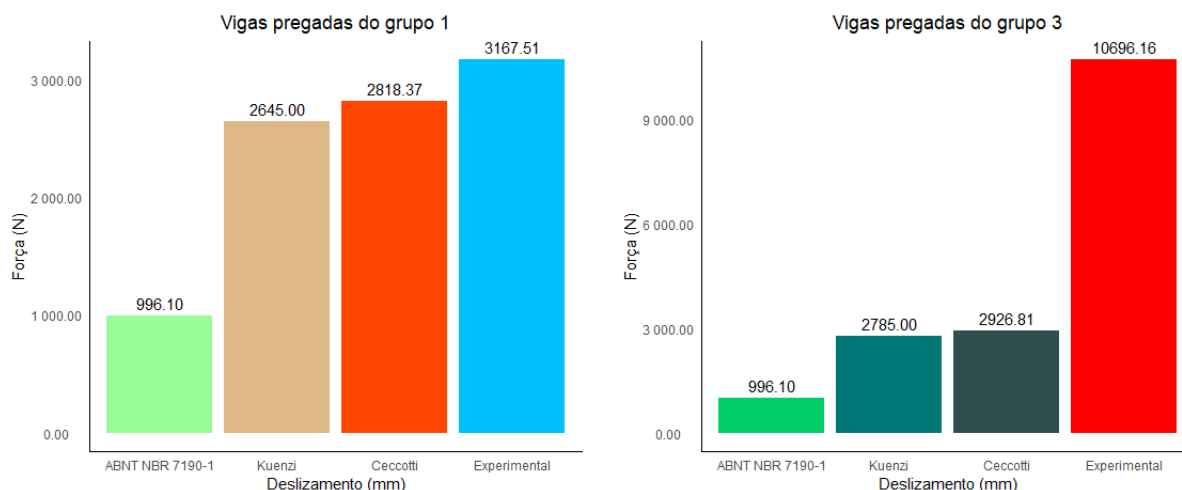
Fonte: Autoria própria

Embora o modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) apresente uma estrutura mais complexa de cálculo, com diversas etapas para a obtenção do módulo de deslizamento K, ele apresentou valores médio com pouca variação percentual, ou seja, cerca de apenas 5,29%, entre os grupos de vigas.

Assim, no modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008), tal como no modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008), não existem parâmetros relacionados as dimensões da seção da viga. Os parâmetros existentes apenas relacionam propriedades dos conectores e dos materiais envolvidos.

Na figura seguinte, estão a comparação dos valores dos módulos de deslizamento de serviços (K_{ser}) obtidos pelos referidos modelos analisados. .

Figura 45 – Comparação da média dos módulos de deslizamentos de serviços (K_{ser})



Fonte: Autoria própria

Pela Figura 45 pode-se analisar que dependendo do modelo adotado para a obtenção do módulo de deslizamento K , haverá distinção no valor, tendo-se em determinadas situações uma relevante discrepância, devido aos parâmetros propostos em cada modelo.

Na Tabela 23 apresentam-se as diferenças percentuais entre os módulos de deslizamentos K para os diferentes modelos analisados.

Tabela 23 – Diferença percentual entre os módulos de deslizamentos, $U=12\%$

Modelo	Vigas pregadas do grupo 1 ($L/h < 21$)				
		NBR 7190	Kuenzi	Ceccotti	Exp.
	K (N/mm)	996,10	2645,00	2818,37	3167,51
NBR 7190	996,10	-	165,54%	182,94%	217,99%
Kuenzi	2645,00	165,54%	-	6,55%	19,75%
Ceccotti	2818,37	182,94%	6,55%	-	12,39%
Exp.	3167,51	217,99%	19,75%	12,39%	-
modelo	Vigas pregadas do grupo 3 ($L/h \geq 21$)				
		NBR 7190	Kuenzi	Ceccotti	Exp.
	K (N/mm)	996,10	2785,00	2926,81	10696,16
NBR 7190	996,10	-	179,60%	193,83%	973,80%
Kuenzi	2785,00	179,60%	-	5,09%	284,06%
Ceccotti	2926,81	193,83%	5,09%	-	265,45%
Exp.	10696,16	973,80%	284,06%	265,45%	-

Nota: Exp = Modelo experimental em corpo de prova

Fonte: Autoria própria

Analisando os valores da Tabela 23, observa-se que a norma ABNT NBR 7190-1 (2022) apresenta um aspecto mais conservador, apresentando um valor menor em relação aos demais modelos.

As maiores diferenças percentuais foram observadas para os valores obtidos pela norma ABNT NBR 7190-1 (2022), independente do perfil das vigas pregadas, respectivamente, 217,99% e 973,80% para as vigas do grupo 1 e 3.

Os modelos de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) apresentaram variações pequenas entre si, para as vigas do grupo 1 e 3, que foram, respectivamente, 6,55% e 5,09%. Para as vigas do grupo 1 estes modelos também apresentaram uma variação pequena quando comparado com o valor experimental 19,75% e 12,39%, porém para as vigas do grupo 3, apresentaram variações discrepantes (284,06% e 265,45%).

O modelo que se mostrou ser mais o preciso, cujo o valor mais se aproximou do valor experimental, foi o modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008), tendo 12,39% para as vigas do grupo 1 e 265,45% para as vigas do grupo 2 no comparativo com as diferenças percentuais.

A distinção nos valores é devido aos parâmetros analisados em cada modelo, proporcionando módulos de deslizamentos diferentes. Pode-se afirmar que os modelos de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) apresentaram valores próximos no comparativo entre si, mesmo tendo distinções nos parâmetros constituintes de cada modelo.

Ling *et al.* (2023) mencionam que a diferença entre os valores experimentais e teóricos do módulo de deslizamento se deve às incertezas das propriedades dos materiais, onde pelos métodos (analítico e experimental) da norma ABNT NBR 7190-1 (2022) não é relacionado em nenhum momento.

Ling *et al.* (2022) destaca em seu trabalho que o diâmetro, a ductilidade e o espaçamento das conexões influenciam nos valores experimentais. Sugerem a possibilidade de incorporar esses parâmetros tanto no modelo experimental da norma quanto no analítico.

Estes autores também realizaram uma simulação pelo modelo de elemento finitos e a partir dos resultados numéricos observaram uma boa confiabilidade do modelo. Desta maneira a utilização de simulação pode ser uma alternativa para complementar os modelos da norma.

Essa complementação é importante para maior concordância entre os valores. A contradição de valores também foi observada em outros trabalhos acadêmicos, que buscaram realizar comparações entre valores experimentais e modelos analíticos.

DI NINO, Gregori e Fragiaco (2020) analisaram a influência da inclinação das ligações em peças de madeira-concreto na obtenção do módulo de deslizamento, com uma inclinação de 0° tiveram uma diferença percentual de 41,76%, -20,28% e de 13,36% dos modelos analíticos analisados em comparação ao experimental.

Branco, Cruz e Piazza (2009) realizaram ensaios mecânicos de *single* e *double shear* em peças compostas de madeira, obtiveram um erro de 74% e 47% para as peças de *single shear* e de 44% para as peças de *double shear* em comparação ao modelo da Eurocode 5 (2004).

6.1 VERIFICAÇÕES DOS ELS E ELU

Conforme apresentado, é importante destacar que o modelo adotado para obter o módulo de deslizamento de serviço (K_{ser}) pode influenciar nos valores das verificações dos estados limites de

serviço (ELS) e dos estados limites últimos (ELU).

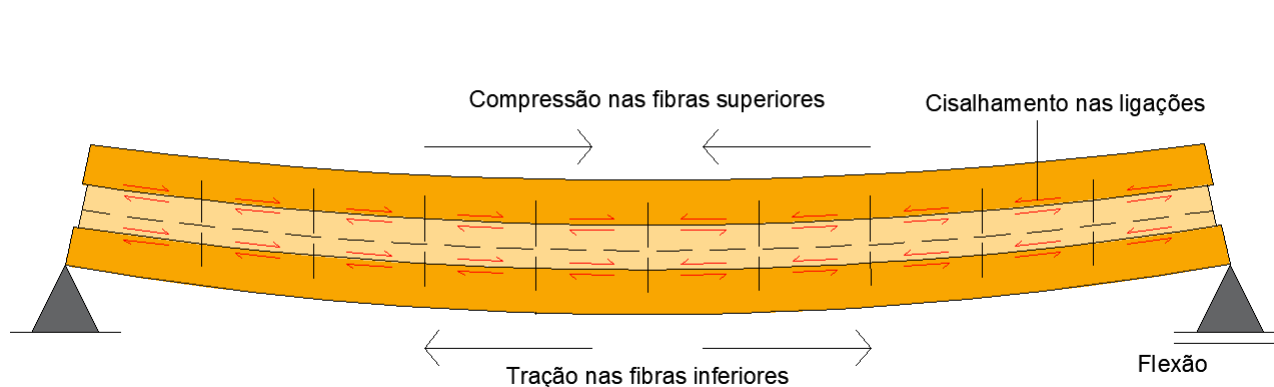
Na Figura 46 consta uma representação de uma viga composta sujeita a flexão, destacando as tensões que atuam durante essa situação. Na peça superior, ocorrerão as tensões de compressão, enquanto na inferior surgirão as tensões de tração. Na linha neutra, por sua vez, atuam as forças cisalhantes.

Por ser um elemento estrutural composto, durante as etapas de verificações essas tensões são essenciais nas análises, além da flecha máxima estabelecida no meio do vão. Porém existe um fator relevante para esse caso específico: as ligações, na qual irá ocorrer uma força tangencial na região onde estão estabelecidos os elementos que unem as peças do conjunto e, conseqüentemente, haverá o deslizamento das peças.

Logo é necessário verificar essa força tangencial (Força de ligação) atuante nos elementos de ligações, além das tensões mencionadas anteriormente. Como o módulo de deslizamento está relacionado diretamente a essa força e o deslizamento ocasionado pela mesma, é evidente sua importância, sofrendo influência dos modelos adotados para sua determinação.

Essa influência nos valores, estão destacados nas Tabela 24 e Tabela 25, que apresentam os valores dos ELU e dos ELS, além dos valores médios da caracterização (V.C) e a diferença percentual (D.P) entre os valores, conforme a Figura 46.

Figura 46 – Verificações da viga composta



Fonte: Adaptado de Molina (2008)

Devido à utilização de diferentes módulos de deslizamento, foram encontrados valores distintos nas verificações de ambas as condições.

Tabela 24 – Comparação das verificações com diferentes módulos de deslizamentos para as vigas pregadas do grupo 1 (L/h <21)

Viga	Modelo da ABNT NBR 7190-1 (2022)								
	1	2	3	4	5	6	Média	V.C ¹	D.P (%) ²
Compressão (MPa)	-30,54	-29,89	-37,49	-38,05	-23,91	-39,29	-33,20	-38,50	15,96
Tração (MPa)	30,54	29,89	37,49	38,05	23,91	39,29	33,20	50,00	50,60
Cisalhamento (MPa)	1,82	1,83	2,39	2,54	1,70	2,89	2,20	7,20	227,27
Força na ligação (N)	669,10	667,00	865,37	887,29	579,45	963,79	772,00	961,69	24,57
Flecha (mm)	13,19	13,28	17,57	18,17	12,18	20,46	15,81	28,83	82,35
Viga	Modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008)								
	1	2	3	4	5	6	Média	V.C ¹	D.P (%) ²
Compressão (MPa)	-24,36	-24,13	-30,89	-31,69	-20,41	-33,85	-27,56	-38,50	39,70
Tração (MPa)	24,36	24,13	30,89	31,69	20,41	33,85	27,56	50,00	81,42
Cisalhamento (MPa)	1,73	1,73	2,26	2,39	1,60	2,70	2,07	7,20	247,83
Força na ligação (N)	807,53	802,54	1032,31	1066,38	693,29	1155,03	926,18	961,69	3,83
Flecha (mm)	7,98	8,17	11,16	11,62	8,06	13,66	8,44	28,83	70,72
Viga	Modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008)								
	1	2	3	4	5	6	Média	V.C ¹	D.P (%) ²
Compressão (MPa)	-24,84	-24,51	-31,21	-31,92	-20,46	-33,88	-27,80	-38,50	41,80
Tração (MPa)	24,84	24,51	31,21	31,92	20,46	33,88	27,80	50,00	79,86
Cisalhamento (MPa)	1,73	1,74	2,27	2,39	1,60	2,71	2,07	7,20	247,83
Força na ligação (N)	796,91	793,61	1024,22	1060,15	691,75	1153,84	920,08	961,69	4,52
Flecha (mm)	8,36	8,49	11,46	11,84	8,11	13,70	10,33	28,83	179,09
Viga	Modelo Experimental								
	1	2	3	4	5	6	Média	V.C ¹	D.P (%) ²
Compressão (MPa)	-24,17	-23,87	-30,37	-31,22	-20,04	-33,23	-27,15	-38,50	41,80
Tração (MPa)	24,17	23,87	30,37	31,22	20,04	33,23	27,15	50,00	84,16
Cisalhamento (MPa)	1,72	1,73	2,25	2,38	1,59	2,68	2,06	7,20	249,51
Força na ligação (N)	811,77	808,71	1045,58	1079,80	705,55	1176,66	938,01	961,69	2,52
Flecha (mm)	7,83	7,95	10,68	11,16	7,64	12,93	9,70	28,83	197,22

¹ Valores médios da caracterização

² Diferença percentual

Fonte: Autoria própria

Analisando os valores referentes as diferenças percentuais obtidas da Tabela 24, destaca-se para o modelo da norma brasileira, que apresentou valores mais próximos dos valores característicos, nas tensões normais de compressão (15,96%) e de tração (50,60%).

Mesmo o modelo da norma brasileira sendo mais conservador, apresentando o menor valor do módulo de deslizamento, isso não influenciou no comparativo aos valores característicos. Mesmo com essa condição mais cautelosa, o modelo da norma brasileira em comparação aos demais, apresentou um desempenho satisfatório, porém em determinados itens que tiveram percentuais elevados (tensão de cisalhamento), é necessário aprimorar o modelo para reduzir em determinadas situações que ocorram percentuais elevados, até uma faixa aceitável. Ou então mesclar os modelos para efetuar determinada avaliação.

Por exemplo o modelo da norma brasileira fornece melhor resultado para avaliação das tensões normais de tração e compressão nos extremos da seção enquanto outros modelos fornecem melhores

resultados para a verificação do cisalhamento na linha neutra, como por exemplo, o modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008).

O modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) apresentou a menor diferença percentual para a tensão de cisalhamento, mesmo sendo um valor elevado (70,72%).

No comparativo do item de força de ligação, o modelo experimental se destacou, apresentou a menor diferença percentual, ou seja, cerca de 2,52%. Neste item o modelo da norma apresentou o valor mais elevado na diferença percentual (24,57%).

Tabela 25 – Comparação das verificações com diferentes módulos de deslizamentos para as vigas pregadas do grupo 3 ($L/h \geq 21$)

Viga	Modelo da ABNT NBR 7190-1 (2022)								
	1	2	3	4	5	6	Média	V.C ¹	D.P (%) ²
Compressão (MPa)	-39,12	-43,33	-38,44	-37,78	-54,91	-37,06	-41,77	-38,50	7,83
Tração (MPa)	39,12	43,33	38,44	37,78	54,91	37,06	41,77	50,00	19,70
Cisalhamento (MPa)	1,41	1,90	1,67	1,71	2,17	1,64	1,75	7,20	311,43
Força na ligação (N)	615,83	796,40	676,61	674,41	981,66	665,61	735,09	1215,23	65,32
Flecha (mm)	20,40	29,20	23,20	24,30	35,00	24,00	26,00	43,28	66,46
Viga	Modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008)								
	1	2	3	4	5	6	Média	V.C ¹	D.P (%) ²
Compressão (MPa)	-30,05	-36,41	-32,27	-31,30	-45,44	-30,77	-34,37	-38,50	12,02
Tração (MPa)	30,05	36,41	32,27	31,30	45,44	30,77	34,37	50,00	45,48
Cisalhamento (MPa)	1,41	1,86	1,60	1,65	2,16	1,59	1,71	7,20	321,05
Força na ligação (N)	722,03	900,38	790,90	782,84	1097,38	764,07	842,93	1215,23	44,17
Flecha (mm)	11,60	19,30	13,80	15,30	23,00	15,40	16,40	43,28	163,90
Viga	Modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008)								
	1	2	3	4	5	6	Média	V.C ¹	D.P (%) ²
Compressão (MPa)	-30,57	-36,49	-32,54	-31,44	-45,71	-30,88	-34,61	-38,50	11,24
Tração (MPa)	30,57	36,49	32,54	31,44	45,71	30,88	34,61	50,00	44,47
Cisalhamento (MPa)	1,41	1,86	1,60	1,65	2,16	1,59	1,71	7,20	321,05
Força na ligação (N)	715,92	899,29	787,14	780,56	1094,04	762,31	839,88	1215,53	44,73
Flecha (mm)	12,00	19,40	14,10	15,50	23,3	15,50	16,63	43,28	160,25
Viga	Modelo Experimental								
	1	2	3	4	5	6	Média	V.C ¹	D.P (%) ²
Compressão (MPa)	-26,67	-32,68	-29,00	-28,48	-39,95	-27,79	-30,76	-38,50	25,16
Tração (MPa)	26,67	32,68	29,00	28,48	39,95	27,79	30,76	50,00	62,55
Cisalhamento (MPa)	1,41	1,83	1,59	1,63	2,15	1,57	1,70	7,20	323,53
Força na ligação (N)	761,61	956,51	836,30	830,04	1164,44	810,65	893,26	1215,23	36,04
Flecha (mm)	8,50	14,20	10,30	11,60	16,30	11,50	12,10	43,28	257,69

¹ Valores médios da caracterização

² Diferença percentual

Fonte: Autoria própria

Conforme evidenciado na Tabela 25, o modelo da norma novamente apresentou as menores diferenças percentuais, tanto para as tensões normais de compressão (12,02%), de tração (45,48%), para a tensão de cisalhamento (321,05%) e para a verificação da flecha (163,90%).

A menor diferença percentual para a força na ligação, foi de 36,04%, obtido pelo modelo experimental. Isso mostra que o modelo da norma fornece bons resultados para vigas que apresentam relações $L/h \geq 21$. Para relações $L/h < 21$, existe a influência das deformações por cisalhamento da flecha influenciando nos resultados de tensões.

O modelo da norma se destacou novamente, porém apresentou valores percentuais elevados mais uma vez, mesmo para vigas de relações L/h distintas. Desta maneira ressalta-se a importância de haver mais pesquisas referentes aos modelos para a determinação do módulo de deslizamento, principalmente para os modelos da norma ABNT NBR 7190-1 (2022), tanto o analítico quanto o experimental.

Os modelos apresentaram valores distintos de módulo de deslizamento, resultando em discrepância nos valores verificados no dimensionamento e na comparação com os valores característicos.

Para a comparação entre as verificações, também foram calculadas as informações das vigas coladas, apresentadas nas Tabela 26 e 27, que constam os valores médios das verificações, da caracterização das peças (V.C) e os desvios percentuais (D.P).

Tabela 26 – Verificações das vigas coladas do grupo 2 ($L/h < 21$)

Viga	Teórico						Média	V.C ¹	D.P (%) ²
	1	2	3	4	5	6			
Compressão (MPa)	-42,13	-30,08	-21,40	-26,85	-41,50	-26,15	-31,35	-38,5	22,81
Tração (MPa)	42,13	30,08	21,40	26,85	41,50	26,15	31,35	50,00	59,49
Cisalhamento (MPa)	3,68	2,63	1,87	2,34	3,61	2,28	2,74	7,20	162,77
Flecha (mm)	9,70	7,50	5,60	7,10	11,10	7,50	8,08	16,38	102,72

¹ Valores médios da caracterização

² Diferença percentual

Fonte: Autoria própria

Tabela 27 – Verificações das vigas coladas do grupo 4 ($L/h \geq 21$)

Viga	Teórico						Média	V.C ¹	D.P (%) ²
	1	2	3	4	5	6			
Compressão (MPa)	-50,19	-17,85	-37,35	-34,44	-51,75	-42,03	-38,94	-38,5	-1,13
Tração (MPa)	50,19	17,85	37,35	34,44	51,75	42,03	38,94	50,00	28,40
Cisalhamento (MPa)	2,77	0,99	2,06	1,90	2,86	2,32	2,15	7,20	234,88
Flecha (mm)	15,10	5,70	13,90	12,00	20,20	14,40	13,6	16,53	21,54

¹ Valores médios da caracterização

² Diferença percentual

Fonte: Autoria própria

Conforme evidenciado nas Tabelas 26 e 27, as vigas coladas apresentaram valores superiores. Isso pode ser atribuído principalmente às características de cada sistema de ligação. O sistema rígido, por exemplo, confere uma rigidez superior ao conjunto, resultando, assim, em valores mais elevados para os parâmetros analisados conforme evidenciado, e isso não se caracteriza para o sistema flexível, devido ao deslizamento das peças quando o conjunto é flexionado.

Independentemente do perfil da viga colada sendo $L/h < 21$ ou $L/h \geq 21$, os valores das tensões normais de compressão e de tração só foram inferiores aos valores obtidos das vigas pregadas referentes ao modelo da norma ABNT NBR 7190-1 (2022), e nos demais apresentaram valores similares.

Para a tensão de cisalhamento, notou-se que em ambos os perfis, as vigas coladas apresentaram valores superiores, registrando 2,74 MPa e 2,15 MPa. O último parâmetro analisado foi a flecha, que novamente para as vigas coladas foram superiores.

No comparativo entre as vigas coladas, verificou-se que as vigas do grupo 4 ($L/h \geq 21$) apresentaram valores superiores às vigas do grupo 2 ($L/h < 21$) no que se refere as tensões normais de compressão e de tração, assim como na determinação da flecha. Notavelmente, apenas na tensão de cisalhamento não foi observada uma superioridade das vigas do grupo 4.

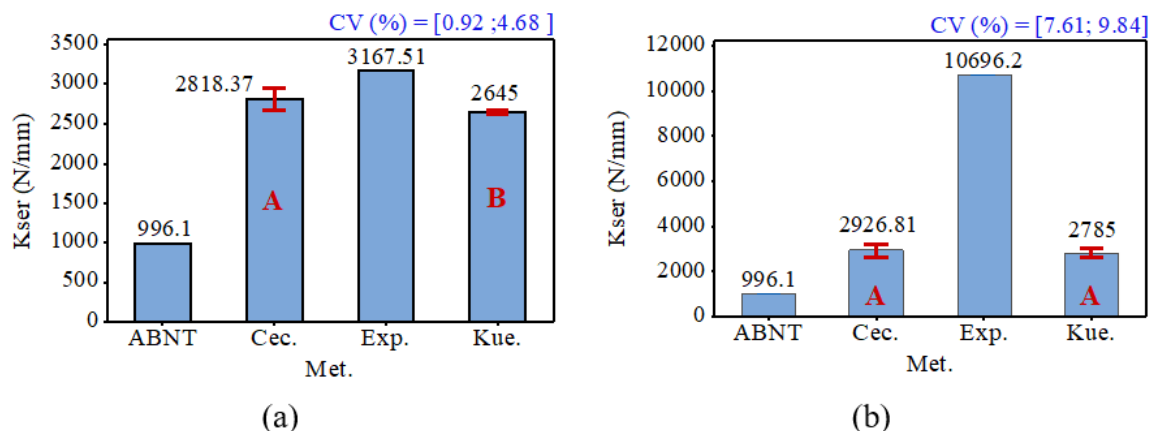
Com base nessas comparações, o perfil da viga influenciou nos valores dos parâmetros analisados, sendo uma especificação relevante ao realizar um dimensionamento estrutural.

6.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Nas Figura 47-a e Figura 47-b são apresentados os valores médios, o intervalo de variação dos coeficientes de variação (CV), os intervalos de confiança da média (95% de confiança) e os resultados da análise de variância (ANOVA, 5% de significância) acerca do módulo de deslizamento de serviço (Kser) das vigas pregadas para as relações $L/h < 21$ e $L/h \geq 21$, respectivamente.

Cabendo destacar que o Kser obtido de acordo com a metodologia de cálculo [Met.] proposta na norma ABNT NBR 7190-1 (2022) [ABNT] e o determinado experimentalmente [Exp.] são constantes, ou seja, apenas os valores dessa propriedade obtidos pelas metodologias desenvolvidas por Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) [Cec.] e Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) [Kue.] foram avaliados pela ANOVA.

Figura 47 – Resultados do módulo de deslizamento de serviço para as vigas pregadas segundo as relações $L/h < 21$ (a) $L/h \geq 21$ (b)



Fonte: Autoria própria

*Letras iguais implicam em tratamentos distintos associados a médias estatisticamente equivalentes ($p\text{-valor} \geq 0.05$) entre si, e, quando diferentes ($p\text{-valor} < 0.05$), $A > B$

Foi constatada a normalidade dos resíduos da ANOVA pelos p-valores do teste de Anderson-Darling serem superiores ao nível de 5% de significância adotado.

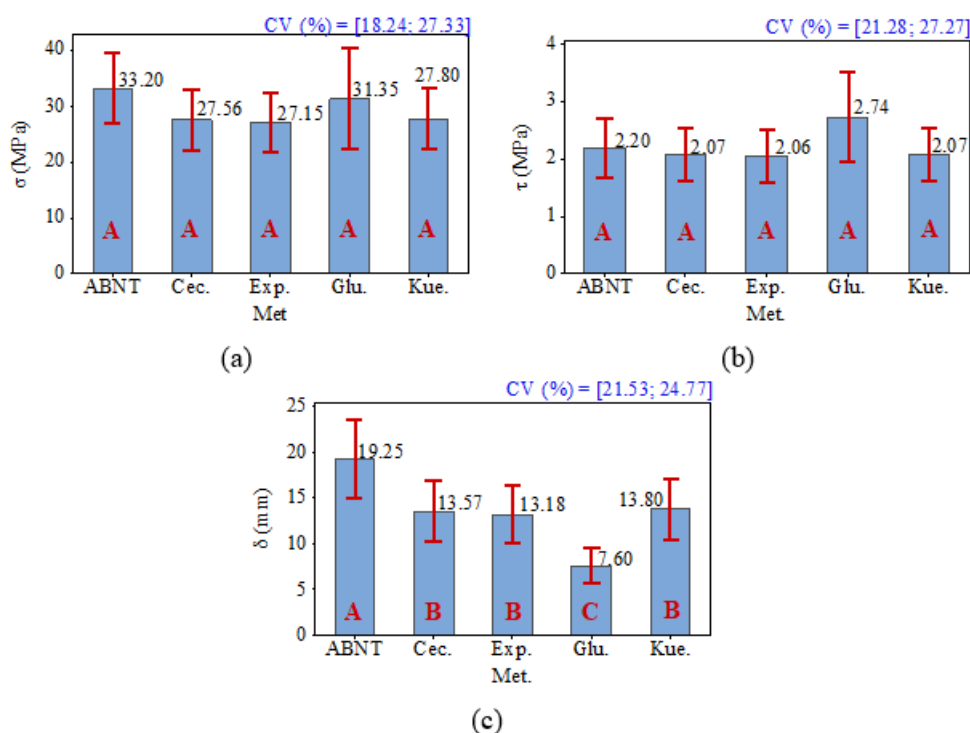
Para as vigas do grupo 1 com relações $L/h < 21$, os valores dos módulos de deslizamentos fornecidos pelos modelos de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) são estatisticamente diferentes. Para as vigas do grupo 3 que possuem relação $L/h \geq 21$, estatisticamente não apresentaram diferença significativa entre os valores de módulos de deslizamentos.

Em termos de segurança, o módulo de deslizamento fornecido pela expressão da norma foi mais conservador a segurança da estrutura, apresentando um valor inferior aos demais valores dos modelos analisados. Em contradição houve uma diferença discrepante com o valor experimental, se a norma tem intuito de ser conservadora, é necessário analisar os procedimentos do ensaio mecânico experimental para haver uma concordância entre os valores, com uma menor diferença entre eles.

Para os demais modelos, Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) apresentou valores médios ligeiramente maiores aos de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008), muito devido a parâmetros analisados em cada modelo, as expressões possuem alguns parâmetros em comum, como o diâmetro da ligação e o módulo de elasticidade das peças que em determinado momento são relacionadas nas expressões.

Nas Figura 48-a e Figura 49 são apresentados os valores médios, os intervalos de variação dos coeficientes de variação (CV), os intervalos de confiança da média (95% de confiança) e os resultados do teste de contraste de médias de Tukey (5% de significância) acerca dos valores da tensão de tração ou de compressão máxima (σ), tensão de cisalhamento máxima (τ) e do deslocamento (δ) das vigas pregadas e também das vigas coladas para as relações $L/h < 21$ e $L/h \geq 21$, respectivamente.

Figura 48 – Resultados da tensão normal máxima (a), da tensão de cisalhamento máxima (b) e do deslocamento (c) para as vigas pregadas e coladas de acordo com a relação ($L/h < 21$)



Fonte: Autoria própria

*Letras iguais implicam em tratamentos distintos associados a médias estatisticamente equivalentes ($p\text{-valor} \geq 0.05$) entre si, e, quando diferentes ($p\text{-valor} < 0.05$), $A \geq B \geq C \geq D \geq E$

Foi constatada a normalidade dos resíduos da ANOVA pelos p-valores do teste de Anderson-Darling serem superiores ao nível de 5% de significância adotado para ambas as relações $L/h < 21$ e $L/h \geq 21$.

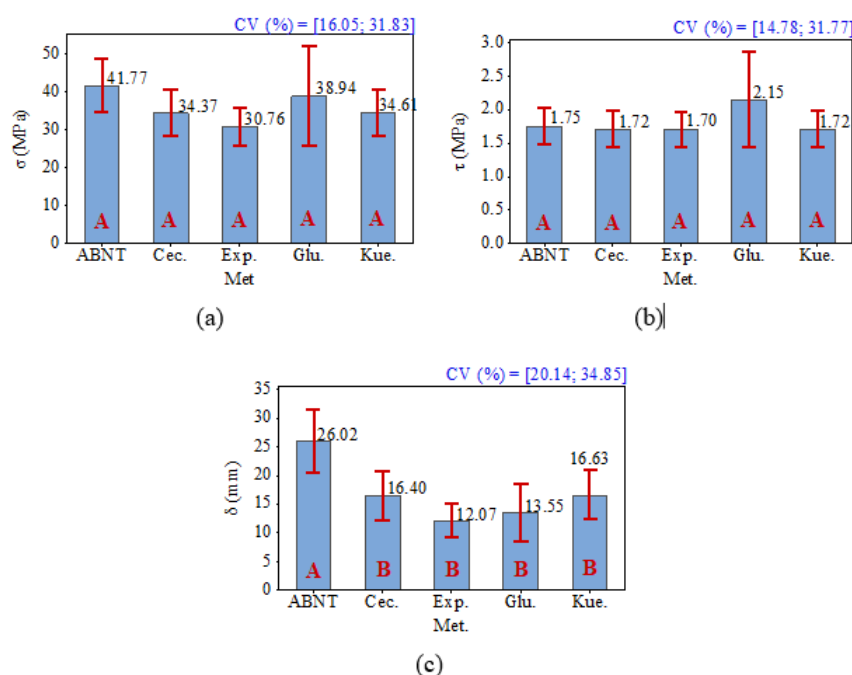
Analisando a Figura 48-a, estatisticamente não existe diferença significativa entre os valores médios das tensões normais obtidas das vigas pregadas e coladas com relação $L/h < 21$. Para as tensões

de cisalhamento (Figura 48-b), verificou-se resultados estatísticos similares, não sendo observado diferença estatística.

Na análise do deslocamento (Figura 48-c), observou-se diferença estatística entre os valores analisados. O valor médio referente ao modelo da ABNT NBR 7190-1 (2022) [ABNT] destacou-se como o mais elevado, diferindo estatisticamente para os demais. Os valores médios de experimental, de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) diferem estatisticamente do valor médio da norma, porém entre eles não houve diferença significativa.

O valor médio referente às vigas coladas apresentou o menor valor, distinguindo estatisticamente das demais médias analisadas.

Figura 49 – Resultados da tensão normal máxima (a), da tensão de cisalhamento máxima (b) e do deslocamento (c) para as vigas pregadas e coladas de acordo com a relação $L/h \geq 21$



Fonte: Autoria própria

Nos resultados analisados da Figura 49 foram também constatada a normalidade dos resíduos da ANOVA pelos p-valores do teste de Anderson-Darling serem superiores ao nível de 5% de significância adotado.

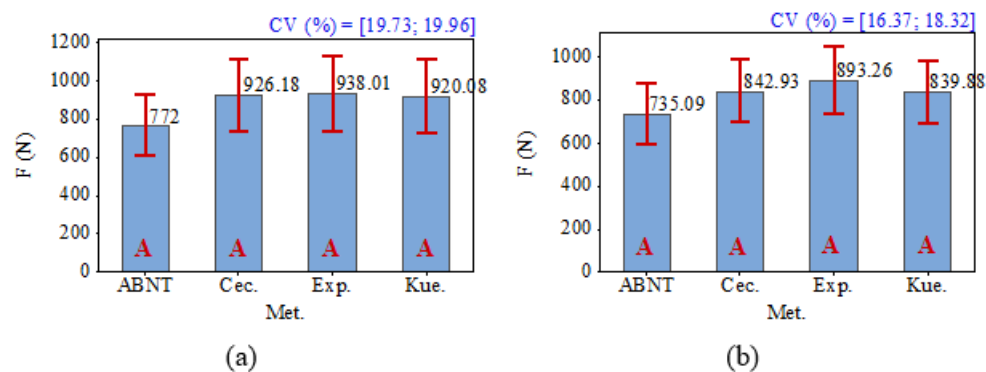
Na Figura 49-a e Figura 49-b, consta os valores médios das tensões normais e de cisalhamento analisados, para ambos casos apresentaram valores equivalentes, não sendo observado diferença estatística significativa.

Porém na Figura 49-c que estabelece os valores médio do deslocamento, foi constatado uma diferença estatística, o maior valor médio foi estabelecido pelo modelo da norma ABNT NBR 7190-1 (2022), distinguindo para os demais valores analisados. Os demais modelos apresentaram valores médios que não foi verificado diferença significativa.

Nas Figura 50-a e Figura 50-b são apresentados os valores médios, o intervalo de variação dos coeficientes de variação (CV), os intervalos de confiança da média (95% de confiança) e os resultados

do teste de contraste de médias de Tukey (5% de significância) acerca dos valores das forças nas ligações (F) das vigas pregadas para as relações $L/h < 21$ e $L/h \geq 21$, respectivamente.

Figura 50 – Resultados das forças nas ligações (F) para as vigas pregadas segundo as relações $L/h < 21$
(a) $L/h \geq 21$ (b)



Fonte: Autoria própria

Foi constatada a normalidade dos resíduos da ANOVA pelos p-valores do teste de Anderson-Darling serem superiores ao nível de 5% de significância adotado.

Analisando os resultados estatísticos da força atuante nas ligações de ambas as vigas pregadas, foi observado nenhuma diferença estatística para os valores obtidos a partir dos modelos utilizados neste trabalho.

7 CONCLUSÃO

Verificou-se que o valor do módulo de deslizamento apresentou uma diferença significativa, dependendo do modelo utilizado para obtê-lo.

Em particular, o modelo analítico referente à norma ABNT NBR 7190-1 (2022) apresentou o menor valor de módulo de deslizamento (996,1 N/mm) para a ligação flexível (pregada) para as vigas dos grupos 1 e 3. Já o modelo de Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008) apresentaram valores próximos entre si para as vigas do grupo 1, respectivamente, 2818,37 N/mm e 2645,00 N/mm e para as vigas do grupo 3, 2926,81 N/mm e 2785,00 N/mm.

Por fim, o valor experimental indicou diferenças significativa entre as vigas dos grupos 1 e 3, com valores de 3167,51 N/mm e 10696,16 N/mm, e respectivamente, em comparação ao modelo analítico da norma, houve uma discrepância entre os valores de 217,99% e 973,30%.

Embora haja diferença entre os valores dos módulos de deslizamentos pelos modelos analisados, estatisticamente não foi identificado diferença significativa para os valores referentes as vigas com relação $L/h \geq 21$, para as de relação $L/h < 21$, apenas houve diferença estatística para o valor obtido pelo modelo de Kuenzi (1955 apud Molina, 2008).

Devido à variação nos valores de módulo de deslizamento obtidos pelos diferentes modelos analisados, as verificações dos estados limites de serviço (ELS) e dos estados limites últimos (ELU) apresentaram valores distintos. Dentre os 4 modelos analisados, o modelo analítico referente a norma de madeira ABNT NBR 7190-1 (2022), apresentou valores com as menores diferenças percentuais dos valores de caracterização nas tensões normais de compressão e de tração e da tensão de cisalhamento, e também se aproximou do valor médio da flecha experimental.

O modelo experimental, apresentou um valor médio mais próximo da força atuante na ligação em comparação aos valores médios obtidos nos ensaios mecânicos de cisalhamento.

Em relação aos módulos de ruptura (MOR) e de elasticidade (MOE), as vigas coladas apresentaram melhor desempenho em comparação com as pregadas, devido à eficiência da resina.

8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Analisar o módulo de deslizamento teórico e experimental com outras espécies de madeiras com diferentes densidades básicas;
- Realizar os ensaios experimentais em corpos de prova *single shear* e *double shear* para comparação dos valores de módulos de deslizamentos;
- Confeccionar os corpos de prova com disposições de ligações inclinadas (30°, 45° e 60°);
- Realizar modelagem numérica para analisar o comportamento da rigidez das ligações das peças compostas.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7190**-Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro: ABNT, 1997.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7190-1**-Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7190-3**-Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7190-5**-Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- BERARDINUCCI, B. *et al.* Mechanical behavior of timber–concrete connections with inclined screws. **Timber structures and engineering**, Vilnius, v. 5, n. 6, p. 807–820, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/13923730.2007.9636437>. Acesso em: 22 Ago.2023.
- BRANCO, J. M.; CRUZ, P. J.; PIAZZA, M. Experimental analysis of laterally loaded nailed timber-to-concrete connections. **Construction and building materials**, Guildford, v. 23, n. 1, p. 400–410, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2007.11.011>. Acesso em: 13 Out.2023.
- BRITO, L. A. P. **Análise comparativa entre a NBR 7190/97 e o EUROCODE 5:2004 da influência do ângulo e da espessura de ligação na resistência de ligações parafusadas com pino metálico**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, Florianópolis, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ifsc.edu.br/handle/123456789/2081>. Acesso em: 03 Jun.2023.
- BRITTO, R. A. de L. **Análise experimental de pisos mistos de madeira e concreto de pós-reativos (CPR)**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém-PA, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/9886>. Acesso em: 21 Fev.2022.
- CARVALHO, E. P.; CARRASCO, E. V. M. Influence of test specimen on experimental characterization of timber–concrete composite joints. **Construction and building materials**, Guildford, v. 24, n. 8, p. 1313–1322, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2009.12.036>. Acesso em: 17 Jun.2023.
- COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EUROCODE 5**: Design of timber structures. Parte 1 – 1: General – common rules and rules for buildings. Bruxelas: CEN, 2004.
- COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EUROCODE 5**: Design of timber structures-structural design of timber-concrete composite structures - common rules and rules for buildings. Bruxelas: CEN, 2021.
- CORREIA, J. **Avaliação experimental de ligações de peças mistas madeira-concreto e entre peças de madeira com conectores de barra de aço e de concreto**. 2010. Dissertação (Mestrado em Geotecnia, Saneamento Ambiental) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2010. Disponível em: <https://locus.ufv.br/handle/123456789/3735>. Acesso em: 20 Ago.2022.

DI NINO, S.; GREGORI, A.; FRAGIACOMO, M. Experimental and numerical investigations on timber-concrete connections with inclined screws. **Engineering structures**, Oxford, v. 209, p. 109993, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109993>. Acesso em: 13 Out.2023.

DIAS, A. M.; JORGE, L. F. The effect of ductile connectors on the behaviour of timber–concrete composite beams. **Engineering structures**, Oxford, v. 33, n. 11, p. 3033–3042, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.05.014>. Acesso em: 15 Nov.2023.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 26891**: Joints made with mechanical fasteners: General principles for the determination of strength and deformation characteristics. Bruxelas: CEN, 1991.

FERNANDES, F. P.; DIAS, A. A.; MUNAIAR NETO, J. Experimental and numerical analysis on timber-concrete connections with glued reinforcing bars. **Engineering structures**, Oxford, v. 277, p. 115437, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115437>. Acesso em: 12 Out.2023.

GEČYS, T. *et al.* Influence of the rope effect on the slip curve of laterally loaded, nailed and screwed timber-to-timber connections. **Construction and building materials**, Guildford, v. 228, p. 116702, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.116702>. Acesso em: 10 Set.2023.

GÓES, J. L. N. de. **Análise de vigas de madeira pregadas com seção composta I**. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/D.18.2002.tde-03052005-165709>. Acesso em: 22 Jan.2022.

JEONG, G. Y.; PHAM, V. S.; TRAN, D. K. Development of predicting equations for slip modulus and shear capacity of CLT–concrete composite with screw connections. **Journal of building engineering**, Amsterdã, v. 71, p. 106468, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2023.106468>. Acesso em: 25 Set.2023.

JOCKWER, R.; CAPRIO, D.; JORISSEN, A. Evaluation of parameters influencing the load-deformation behaviour of connections with laterally loaded dowel-type fasteners. **Wood material science and engineering**, Abingdon, v. 17, n. 1, p. 6–19, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/17480272.2021.1955297>. Acesso em: 15 Set.2023.

KOZARIC, L. *et al.* Slip modulus of screws in timber and lightweight concrete composite structures. **Bioresources**, Raleigh, v. 13, n. 3, p. 6021–6032, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.15376/biores.13.3.6021-6032>. Acesso em: 07 Out.2023.

LING, Z. *et al.* Effect of test configurations and loading protocols on performance of timber-concrete connectors. **Construction and building materials**, Guildford, v. 367, p. 130244, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.130244>. Acesso em: 23 Nov.2023.

LING, Z. *et al.* Shear performance of assembled shear connectors for timber–concrete composite beams. **Construction and building materials**, Guildford, v. 329, p. 127158, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.127158>. Acesso em: 30 Nov.2023.

LINHARES, M. T. R. C. A. **Análise analítica de vigas mistas madeira-betão comparando diferentes metodologias**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Universidade de Coimbra, Coimbra, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10316/99861>. Acesso em: 22 Nov.2022.

MANOJLOVIĆ, D. *et al.* Simulation of load–slip capacity of timber–concrete connections with dowel-type fasteners. **Buildings**, Basel, v. 13, n. 5, p. 1171, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/buildings13051171>. Acesso em: 10 Set.2023.

MARIA FILHO, N. M. **Estudo experimental da resistência ao cisalhamento na interface entre concretos e deformabilidade em serviço de vigas compostas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/215668>. Acesso em: 12 Nov.2022.

MIOTTO, J. L. **Estruturas mistas de madeira-concreto**: Avaliação das vigas de madeira laminada colada reforçadas com fibras de vidro. 2009. Tese (Doutorado em Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/T.18.2009.tde-15062009-094616>. Acesso em: 20 Jul.2022.

MOLINA, J. C. **Análise do comportamento dinâmico da ligação formada por barras de aço coladas para tabuleiros mistos de madeira e concreto para pontes**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/T.18.2008.tde-04082008-111830>. Acesso em: 04 Jan.2022.

PIGOZZO, J. C. **Estudos e aplicações de barras de aço coladas, como conectores em placas mistas de madeira e concreto para tabuleiros de pontes**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/T.18.2004.tde-20122006-103114>. Acesso em: 12 Set.2022.

SANTOS, L. F. dos. **Estruturas mistas de cross laminated timber (CLT) e concreto**: análise experimental de conectores semirrígidos. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2021. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/1239523>. Acesso em: 30 Jan.2024.

SHAN, B. *et al.* Experimental and analytical investigations on short-term behavior of glulam-concretecomposite beams. **Journal of structural engineering**, Reston, v. 146, n. 3, 2020. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0002517](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002517). Acesso em: 08 Jan.2023.

SILVA, J.V.S. *et al.* Experimental and numerical analysis of specimen configurations for cross laminatedtimber on rolling shear stiffness and strength response. **Engineering structures**, Oxford, v. 284, p. 115973, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115973>. Acesso em: 12 Out.2023.

SILVA, V. A. N. **Caracterização não destrutiva de elementos de madeira usando a técnica de excitação por impulso**. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia e Ciências, Universidade Estadual Paulista - "Júlio de Mesquita Filho"(UNESP), Guaratinguetá, 2021. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/216374>. Acesso em: 31 Maio.2022.

SORIANO, J. **Estruturas mistas em concreto e em madeira**: Análise de vigas e painéis e aplicações na construção civil. 2001. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) - Faculdade de Engenharia Agrícola, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001. Disponível em: <https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2001.218262>. Acesso em: 15 Mar.2023.

VALLE, A. *et al.* **Estruturas de madeira**. Florianópolis: UFSC, 2012. Disponível em: <https://giem.ufsc.br/files/2017/02/Apostila-Estrutura-de-Madeira.pdf>. Acesso em: 04 Fev.2023.

APÊNDICE A – Dimensionamento das vigas coladas

Neste apêndice estão apresentados os cálculos da viga colada

• Informações

Módulos de elasticidades das peças: Mesa superior: 13267 MPa, Mesa inferior: 8139 MPa, Alma: 13036 MPa e Valor médio: 11480,67 MPa

Módulo de elasticidade transversal (G): 574,03 MPa

Dimensões das peças:

Mesa superior: base (b_1): 50 mm e espessura (h_1): 20 mm

Alma: base: base (b_2): 20 mm e espessura (h_2): 50 mm

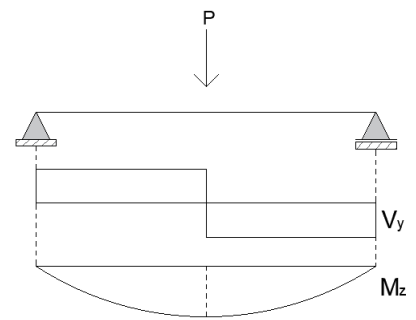
Mesa inferior: base (b_3): 50 mm e espessura (h_3): 20 mm

Força máxima ($F_{\text{máx}}$): 4537 N

• Determinação da tensão de cisalhamento e do momento fletor máximo

$$V_y = \frac{P}{2} = \frac{9719}{2} = 4859,5 \text{ N}$$

$$M_z = \frac{P \times L}{4} = \frac{9719 \times 1050}{4} = 2,551 \times 10^6 \text{ N.mm}$$



• Centro de Massa

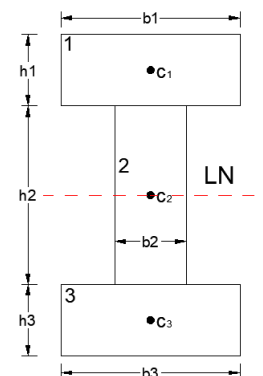
$$\text{Área Total} = b_1 \times h_1 + b_2 \times h_2 + b_3 \times h_3 = 50 \times 20 + 20 \times 50 + 50 \times 20 = 3000 \text{ mm}^2$$

$$C.M_1 = \frac{b_1 \times h_1 \times c_1}{\text{Área Total}} = \frac{20 \times 50 \times 80}{3000} = 26,67 \text{ mm}$$

$$C.M_2 = \frac{b_2 \times h_2 \times c_2}{\text{Área Total}} = \frac{50 \times 20 \times 45}{3000} = 15,00 \text{ mm}$$

$$C.M_3 = \frac{b_3 \times h_3 \times c_3}{\text{Área Total}} = \frac{20 \times 50 \times 10}{3000} = 3,33 \text{ mm}$$

$$C.M = C.M_1 + C.M_2 + C.M_3 = 45 \text{ mm}$$



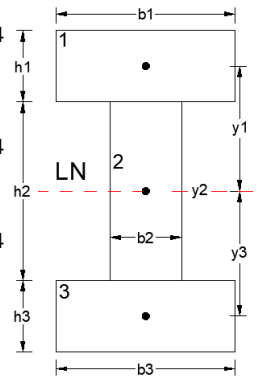
• Momento de Inercia

$$I_1 = \frac{b_1 \times h_1^3}{12} + A_1 \times y_1^2 = \frac{50 \times 20^3}{12} + (50 \times 20) \times (80 - 45)^2 = 1,258 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = \frac{b_2 \times h_2^3}{12} + A_2 \times y_2^2 = \frac{20 \times 50^3}{12} + (20 \times 50) \times (45 - 45)^2 = 2,083 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$I_3 = \frac{b_3 \times h_3^3}{12} + A_3 \times y_3^2 = \frac{50 \times 20^3}{12} + (50 \times 20) \times (80 - 45)^2 = 1,258 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 2,724 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 272,50 \text{ cm}^4$$



• Momento Estático

➤ Ponto 1

$$M_{z1} = A \times d = 20 \times 50 \times 0 = 0$$

➤ Ponto 2

$$M_{z2} = A \times d = 20 \times 50 \times 35 = 3,5 \times 10^4 \text{ mm}^3$$

➤ Ponto 3

$$C.M = \frac{20 \times 50 \times 35 + 25 \times 20 \times 12,5}{20 \times 50 + 25 \times 20} = 27,5 \text{ mm}$$

$$M_{z3} = A \times d = [(20 \times 50) + (20 \times 25)] \times 27,5 = 4,125 \times 10^4 \text{ mm}^3$$

➤ Ponto 4

$$M_{z4} = A \times d = 20 \times 50 \times 35 = 3,5 \times 10^4 \text{ mm}^3$$

➤ Ponto 5

$$M_{z5} = A \times d = 2 \times 5 \times 0 = 0$$

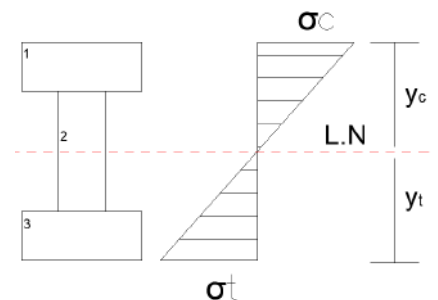
• Tensões Normais

➤ Tensão normal de tração (σ_t)

$$\sigma_t = \frac{M_z \times y_t}{I_z} = \frac{2,551 \times 10^6 \times 45}{2,724 \times 10^6} = 42,1 \text{ MPa}$$

➤ Tensão normal de compressão (σ_c)

$$\sigma_c = \frac{M_z \times y_c}{I_z} = \frac{-2,551 \times 10^6 \times 45}{2,725 \times 10^6} = -42,1 \text{ MPa}$$



• Tensões Tangenciais

$$\tau_1 = \frac{V \times M_{z,1}}{b \times I_z} = \frac{V \times 0}{b \times I_z} = 0$$

$$\tau_2 = \frac{V \times M_{z,2}}{b \times I_z} : \text{se } b = 20 \rightarrow \frac{4859,5 \times 3,5 \times 10^4}{20 \times 2,724 \times 10^6} = 3,12 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = \frac{V \times M_{z,2}}{b \times I_z} : \text{se } b = 50 \rightarrow \frac{4859,5 \times 3,5 \times 10^4}{50 \times 2,724 \times 10^6} = 1,25 \text{ MPa}$$

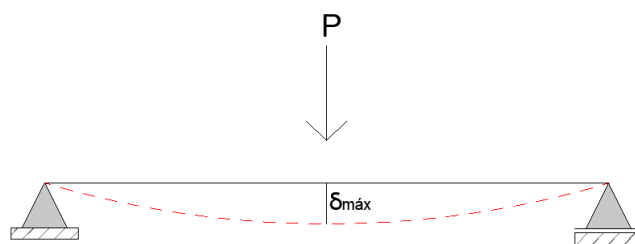
$$\tau_3 = \frac{V \times M_{z,3}}{b \times I_z} = \frac{4859,5 \times 4,125 \times 10^4}{20 \times 2,724 \times 10^6} = 3,68 \text{ MPa}$$

$$\tau_4 = \frac{V \times M_{z,4}}{b \times I_z} : \text{se } b = 20 \rightarrow \frac{4859,5 \times 3,5 \times 10^4}{20 \times 2,724 \times 10^6} = 3,12 \text{ MPa}$$

$$\tau_4 = \frac{V \times M_{z,4}}{b \times I_z} : \text{se } b = 50 \rightarrow \frac{4859,5 \times 3,5 \times 10^4}{50 \times 2,724 \times 10^6} = 1,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_5 = \frac{V \times M_{z,5}}{b \times I_z} = \frac{V \times 0}{b \times I_z} = 0$$

• Verificação da flecha



Fonte: Autor

► Relação $L/h < 21$

$$\delta_{\max} = \frac{P \times L^3}{48 \times E \times I} + \alpha \times \frac{P \times L}{48 \times G \times A} = \frac{9,719 \times 105^3}{4 \times 1148,07 \times 272,4} + 1,5 \times \frac{9,719 \times 105}{4 \times 50,43 \times 30} = 0,97 \text{ cm}$$

APÊNDICE B – Dimensionamento das vigas pregadas

• Informações

Módulos de elasticidades das peças: Mesa superior: 11503 MPa, Mesa inferior: 11385 MPa e Alma: 7170 MPa

Dimensões das peças:

Mesa superior: base (b_1): 50 mm e espessura (h_1): 20 mm

Alma: base: base (b_2): 20 mm e espessura (h_2): 50 mm

Mesa inferior: base (b_3): 50 mm e espessura (h_3): 20 mm

Densidade da madeira: 450 kg/m³

Distância entre apoios: 1050 mm

Conector (prego): diâmetro: 2,40 mm e comprimento: 48,30 mm

Espaçamento entre conectores: 30 mm

Força máxima ($F_{m\acute{a}x}$): 4537 N

• Cálculo das propriedades geométricas da seção transversal composta

$$A_1 = b_1 \times h_1 = 50 \times 20 = 1000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = b_1 \times h_2 = 20 \times 50 = 1000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = b_1 \times h_3 = 50 \times 20 = 1000 \text{ mm}^2$$

• Valores de resistência da madeira

$f_{c0,m}$: 38,5 MPa;

$f_{v0,m}$: 7,2 MPa;

$f_{t0,m}$: 50,0 MPa;

$E_{c0,m}$: 9030,71 MPa.

• Cálculo dos módulos de deslizamentos

$$K_{ser} = \frac{p_k^{1,5} \times d}{23} = \frac{450^{1,5} \times 2,4}{23} = 996,10 \text{ N/mm}$$

$$K_u = \frac{2}{3} \times K_{ser} = \frac{2}{3} \times 996,10 = 664,07 \text{ N/mm}$$

• Fator de redução de inércia

$$K_1 = K_u: 664,07 \text{ N/mm}$$

$$E_1 = E_3: (11503+11385)/2 = 11444 \text{ MPa}$$

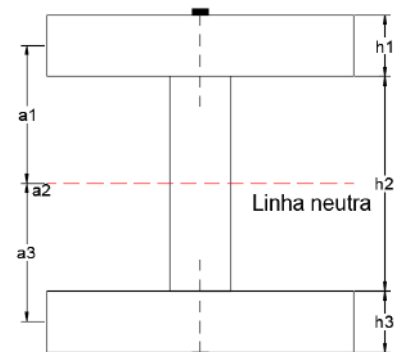
$$E_2: 7170 \text{ MPa}$$

$$\gamma_1 = \left[1 + \left(\frac{\pi^2 \times E_1 \times A_1 \times s_1}{K_1 \times L^2} \right) \right]^{-1} = \left[1 + \left(\frac{\pi^2 \times 1144 \times 1000 \times 30}{664,10 \times (1050)^2} \right) \right]^{-1} = 0,1777$$

$$\gamma_1 = \gamma_3 \text{ e } \gamma_2 = 1$$

- Distâncias dos centroides das áreas até a LN da seção composta

$$a_2 = \frac{\gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times (h_1 + h_2) - \gamma_3 \times E_3 \times A_3 \times (h_2 + h_3)}{2 \times \sum_{i=1}^3 \gamma_i \times E_i \times A_i}$$



$$\gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times (h_1 + h_2) = 0,1777 \times 11444 \times 1000 \times (20 + 50) = 1,424 \times 10^8 \text{ mm}$$

$$\gamma_3 \times E_3 \times A_3 \times (h_2 + h_3) = 0,1777 \times 11444 \times 1000 \times (50 + 20) = 1,424 \times 10^8 \text{ mm}$$

$$2 \times [(0,1777 \times 11444 \times 1000) + (1 \times 7170 \times 1000) + (0,1777 \times 11444 \times 1000)] = 2,247 \times 10^7 \text{ mm}$$

$$a_2 = \frac{1,424 \times 10^8 - 1,424 \times 10^8}{2,247 \times 10^7} = 0$$

$$a_1 = \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = \left(\frac{20 + 50}{2} \right) - 0 = 35 \text{ mm}$$

$$a_3 = \left(\frac{h_2 + h_3}{2} \right) + a_2 = \left(\frac{50 + 20}{2} \right) - 0 = 35 \text{ mm}$$

- Momento de inércia

$$I_1 : \frac{b_1 \times h_1^3}{12} = \frac{50 \times (20)^3}{12} = 3,333 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_2 : \frac{b_2 \times h_2^3}{12} = \frac{20 \times (50)^3}{12} = 2,083 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$I_3 : \frac{b_3 \times h_3^3}{12} = \frac{50 \times (20)^3}{12} = 3,333 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

- Rigidez efetiva (influência do deslizamento)

$$(EI)_{ef} = \sum (E_i \times I_i + \gamma_i \times E_i \times A_i \times a_i^2)$$

$$E_1 \times I_1 + \gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times a_1^2 = 11444 \times 3,333 \times 10^4 + 0,1777 \times 11444 \times 1000 \times 35^2 = 2,873 \times 10^9 \text{ N.mm}^2$$

$$E_2 \times I_2 + \gamma_2 \times E_2 \times A_2 \times a_2^2 = 7170 \times 2,083 \times 10^5 + 1 \times 7170 \times 1000 \times 0^2 = 1,494 \times 10^9 \text{ N.mm}^2$$

$$E_3 \times I_3 + \gamma_3 \times E_3 \times A_3 \times a_3^2 = 11444 \times 3,333 \times 10^4 + 0,1777 \times 11444 \times 1000 \times 35^2 = 2,873 \times 10^9 \text{ N.mm}^2$$

$$(EI)_{ef} = 2,873 \times 10^9 \text{ N.mm}^2 + 1,494 \times 10^9 \text{ N.mm}^2 + 2,873 \times 10^9 \text{ N.mm}^2 = 7,240 \times 10^9 \text{ N.mm}^2$$

• Esforços atuantes

Momento de flexão máximo

$$M_{\text{máx}} = \frac{F_{\text{máx}} \times L}{4} = \frac{4537 \times 1050}{4} = 1,191 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

Cortante máxima

$$V_{\text{máx}} = \frac{F_{\text{máx}}}{2} = \frac{4537}{2} = 2,269 \times 10^3 \text{ N}$$

• Estados limites últimos

Tensão normal à compressão

$$\sigma_1 = \frac{\gamma_1 \times E_1 \times a_1 \times M_{\text{máx}}}{(EI)_{ef}} = \frac{0,1777 \times 11444 \times 35 \times 1,191 \times 10^6}{7,240 \times 10^9} = 11,71 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m,1} = \frac{0,5 \times E_1 \times h_1 \times M_{\text{máx}}}{(EI)_{ef}} = \frac{0,5 \times 20 \times 1,191 \times 10^6}{7,240 \times 10^9} = 18,83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{máx},1} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \leq f_{c0,m} = 11,71 + 18,83 \leq 38,5 = 30,54 \text{ MPa} \leq 38,5 \text{ MPa}$$

Tensão normal à tração

$$\sigma_3 = \frac{\gamma_3 \times E_3 \times a_3 \times M_{\text{máx}}}{(EI)_{ef}} = \frac{0,1777 \times 11444 \times 35 \times 1,191 \times 10^6}{7,240 \times 10^9} = 11,71 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m,3} = \frac{0,5 \times E_3 \times h_3 \times M_{\text{máx}}}{(EI)_{ef}} = \frac{0,5 \times 20 \times 1,191 \times 10^6}{7,240 \times 10^9} = 18,83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{máx},3} = \sigma_3 + \sigma_{m,3} \leq f_{t0,m} = 11,71 + 18,83 \leq 50,0 = 30,54 \text{ MPa} \leq 50,0 \text{ MPa}$$

Tensões cisalhantes

$$\tau_{\text{máx}} = (\gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times a_1 + 0,5 \times E_2 \times b_2 \times h_2^2) \times \frac{V_{\text{máx}}}{b_2 \times (EI)_{ef}} \leq f_{v,0}$$

$$\tau_{\text{máx}} = 0,1777 \times 11444 \times 1000 \times 35 + 0,5 \times 7170 \times 20 \times (50/2)^2 \times \frac{2,269 \times 10^3}{20 \times 7,240 \times 10^9} \leq 7,2$$

$$1,82 \text{ MPa} \leq 7,2 \text{ MPa}$$

- Estados limites de serviço

Fator de redução de inércia

$$\gamma_1 = \left[1 + \left(\frac{\pi^2 \times E_1 \times A_1 \times s_1}{K_1 \times L^2} \right) \right]^{-1} = \left[1 + \left(\frac{\pi^2 \times 1144 \times 1000 \times 30}{996,10 \times (1050)^2} \right) \right]^{-1} = 0,2448$$

$$\gamma_1 = \gamma_3 \text{ e } \gamma_2 = 1$$

Rigidez efetiva (influência do deslizamento)

$$(EI)_{\text{ef}} = \sum (E_i \times I_i + \gamma_i \times E_i \times A_i \times a_i^2)$$

$$E_1 \times I_1 + \gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times a_1^2 = 11444 \times 3,333 \times 10^4 + 0,2448 \times 11444 \times 1000 \times 35^2 = 3,813 \times 10^9 \text{ N.mm}^2$$

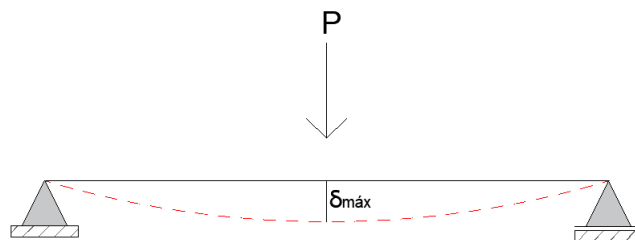
$$E_2 \times I_2 + \gamma_2 \times E_2 \times A_2 \times a_2^2 = 7170 \times 2,083 \times 10^5 + 1 \times 7170 \times 1000 \times 0^2 = 1,494 \times 10^9 \text{ N.mm}^2$$

$$E_3 \times I_3 + \gamma_3 \times E_3 \times A_3 \times a_3^2 = 11444 \times 3,333 \times 10^4 + 0,2448 \times 11444 \times 1000 \times 35^2 = 3,813 \times 10^9 \text{ N.mm}^2$$

$$(EI)_{\text{ef}} = 3,813 \times 10^9 \text{ N.mm}^2 + 1,494 \times 10^9 \text{ N.mm}^2 + 3,813 \times 10^9 \text{ N.mm}^2 = 9,120 \times 10^9 \text{ N.mm}^2$$

Verificação do deslocamento vertical máximo (flecha)

- Verificação da flecha



Fonte: Autor

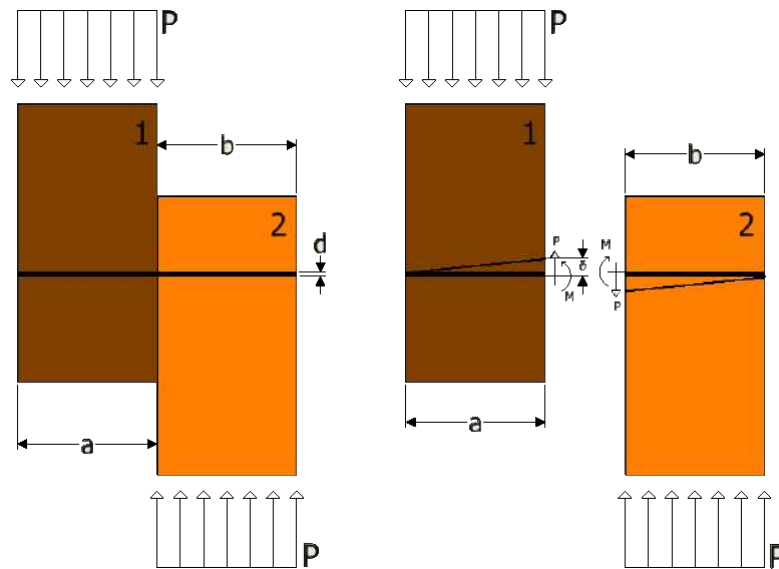
► Relação $L/h < 21$

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{P \times L^3}{48 \times EI_{\text{ef}}} + \alpha \times \frac{P \times L}{48 \times G \times A} = \frac{4,537 \times 105^3}{48 \times 9,120 \times 10^4} + 1,5 \times \frac{4,537 \times 105}{4 \times 50,09 \times 30} = 1,319 \text{ cm}$$

Força no conector:

$$F = \gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times a_1 \times s_1 \times \frac{V_{\text{máx}}}{(EI)_{\text{ef}}} = 0,1777 \times 11444 \times 1000 \times 35 \times 30 \times \frac{2,269 \times 10^3}{7,240 \times 10^9} = 619,19 \text{ N}$$

APÊNDICE C – Determinação do módulo de deslizamento a partir do modelo de Kuenzi



Fonte: Adaptado de Molina (2008)

- Considerações sobre o materiais

$E_{M.s}$: 11503 N/mm² (Módulo de elasticidade da mesa superior)

$E_{M.i}$: 11384 N/mm² (Módulo de elasticidade da mesa inferior)

E_1 : 11443,5 N/mm² (Módulo de elasticidade médio da mesa superior e da mesa inferior)

E_2 : 7170 N/mm² (Módulo de elasticidade da alma)

- Considerações sobre o conector

d: 2,40 mm (diâmetro do conector)

E_s : 210000 N/mm² (Módulo de deformação do conector)

a: 20,00 mm

b: 28,30 mm

- Propriedade geométrica do conector

$$I_p = \frac{\pi \times d^4}{64} = \frac{\pi \times 2,40^4}{64} = 1,63 \text{ mm}^4$$

- Módulo elástico da fundação

$$\bar{k}_1 = \frac{d \times E_1}{25,4} = \frac{2,40 \times 11443,5}{25,4} = 1081,28 \text{ N/mm}$$

$$\bar{k}_2 = \frac{d \times E_2}{25,4} = \frac{2,40 \times 7170}{25,4} = 677,48 \text{ N/mm}$$

• Parâmetros de caracterização dos materiais

$$\lambda_1 = \sqrt[4]{\frac{\bar{k}_1}{4 \times E_s \times I_p}} = \sqrt[4]{\frac{1081,28}{4 \times 210000 \times 1,63}} = 0,1676/\text{mm}$$

$$\lambda_1 \times a = 0,1676 \times 20,00 = 3,35$$

$$\lambda_2 = \sqrt[4]{\frac{\bar{k}_2}{4 \times E_s \times I_p}} = \sqrt[4]{\frac{677,48}{4 \times 210000 \times 1,63}} = 0,1491/\text{mm}$$

$$\lambda_2 \times a = 0,1491 \times 28,30 = 4,22$$

• Fatores de combinações de funções hiperbólicas e trigonométricas

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{\bar{k}_1} \times \left[\frac{\sinh(\lambda_1 \times a) \times \cosh(\lambda_1 \times a) - \sin(\lambda_1 \times a) \times \cos(\lambda_1 \times a)}{\sinh^2(\lambda_1 \times a) - \sin^2(\lambda_1 \times a)} \right]$$

$$L_1 = \frac{0,1676}{1081,28} \times \left[\frac{\sinh(3,35) \times \cosh(3,35) - \sin(3,35) \times \cos(3,35)}{\sinh^2(3,35) - \sin^2(3,35)} \right] = 1,55 \times 10^4$$

$$L_2 = \frac{\lambda_2}{\bar{k}_2} \times \left[\frac{\sinh(\lambda_2 \times b) \times \cosh(\lambda_2 \times b) - \sin(\lambda_2 \times b) \times \cos(\lambda_2 \times b)}{\sinh^2(\lambda_2 \times b) - \sin^2(\lambda_2 \times b)} \right]$$

$$L_2 = \frac{0,1491}{677,48} \times \left[\frac{\sinh(4,22) \times \cosh(4,22) - \sin(4,22) \times \cos(4,22)}{\sinh^2(4,22) - \sin^2(4,22)} \right] = 2,20 \times 10^4$$

$$J_1 = \frac{\lambda_1^2}{\bar{k}_1^2} \times \left[\frac{\sinh^2(\lambda_1 \times a) + \sin^2(\lambda_1 \times a)}{\sinh^2(\lambda_1 \times a) - \sin^2(\lambda_1 \times a)} \right]$$

$$J_1 = \frac{0,1676^2}{1081,28^2} \times \left[\frac{\sinh^2(3,35) + \sin^2(3,35)}{\sinh^2(3,35) - \sin^2(3,35)} \right] = 2,41 \times 10^{-8}$$

$$J_2 = \frac{\lambda_2^2}{\bar{k}_2^2} \times \left[\frac{\sinh^2(\lambda_2 \times b) + \sin^2(\lambda_2 \times b)}{\sinh^2(\lambda_2 \times b) - \sin^2(\lambda_2 \times b)} \right]$$

$$J_2 = \frac{0,1491^2}{677,48^2} \times \left[\frac{\sinh^2(4,22) + \sin^2(4,22)}{\sinh^2(4,22) - \sin^2(4,22)} \right] = 4,86 \times 10^{-8}$$

$$K_1 = \frac{\lambda_1^3}{\bar{k}_1} \times \left[\frac{\sinh(\lambda_1 \times a) \times \cosh(\lambda_1 \times a) + \sin(\lambda_1 \times a) \times \cos(\lambda_1 \times a)}{\sinh^2(\lambda_1 \times a) - \sin^2(\lambda_1 \times a)} \right]$$

$$K_1 = \frac{0,1676^3}{1081,28} \times \left[\frac{\sinh(3,35) \times \cosh(3,35) + \sin(3,35) \times \cos(3,35)}{\sinh^2(3,35) - \sin^2(3,35)} \right] = 4,38 \times 10^{-6}$$

$$K_2 = \frac{\lambda_2^3}{k_2} \times \left[\frac{\sinh(\lambda_2 \times b) \times \cosh(\lambda_2 \times b) + \sin(\lambda_2 \times b) \times \cos(\lambda_2 \times b)}{\sinh^2(\lambda_2 \times b) - \sin^2(\lambda_2 \times b)} \right]$$

$$K_2 = \frac{0,1491^3}{677,48} \times \left[\frac{\sinh(4,22) \times \cosh(4,22) + \sin(4,22) \times \cos(4,22)}{\sinh^2(4,22) - \sin^2(4,22)} \right] = 4,91 \times 10^{-6}$$

- Módulo de deslizamento pelo modelo de Kuenzi

$$K = \frac{P}{\delta} = \frac{2 \times (K_1 + K_2)}{[2 \times (L_1 + L_2) \times (K_1 + K_2)] - (J_1 + J_2)^2}$$

$$K = \frac{2 \times (4,38 \times 10^{-6} + 4,91 \times 10^{-6})}{[2 \times (1,55 \times 10^4 + 2,20 \times 10^4) \times (4,38 \times 10^{-6} + 4,91 \times 10^{-6})] - (2,41 \times 10^{-8} + 4,86 \times 10^{-8})^2}$$

$$K = 2,66 \times 10^3 \text{ N/mm} = 2,66 \text{ kN/mm}$$

APÊNDICE D – Tabelas

Nas Tabelas 28 e 29, estão registrados os valores dos módulos de elasticidade correspondentes a cada peça empregada na confecção das vigas pregadas e coladas, respectivamente.

Tabela 28 – Valores de módulos de elasticidade de cada peça constituídas das vigas pregadas

Viga pregada do grupo 1			
Viga	Mesa superior (MPa)	Alma (MPa)	Mesa inferior (MPa)
1	11503	7170	11384
2	11068	7285	11006
3	10448	7328	10143
4	10084	7958	10076
5	9404	8348	9155
6	9102	8668	8964
Viga pregadas do grupo 3			
Viga	Mesa superior (MPa)	Alma (MPa)	Mesa inferior (MPa)
1	13036	9161	10659
2	8927	9782	7898
3	12350	10804	8599
4	9145	12145	8886
5	9275	7515	8700
6	10021	10942	7754

Fonte: Autoria própria

Tabela 29 – Valores de módulos de elasticidade de cada peça constituídas das vigas coladas

Viga colada do grupo 2			
Viga	Mesa superior (MPa)	Alma (MPa)	Mesa inferior (MPa)
1	13267	8139	13036
2	11968	8366	11524
3	11094	8647	10799
4	10543	8887	10528
5	10328	9023	10282
6	9928	8139	9720
Viga colada do grupo 4			
Viga	Mesa superior (MPa)	Alma (MPa)	Mesa inferior (MPa)
1	13267	8568	12587
2	12350	8002	11968
3	8917	8887	10218
4	10213	9595	10010
5	9720	7329	9547
6	9275	11745	9240

Fonte: Autoria própria

Esses valores foram essenciais para a determinação do módulo de deslizamento nos modelos propostos por Ceccotti (1995 apud Molina, 2008) e Kuenzi (1955 apud Molina, 2008).

Posteriormente esses valores também foram essenciais durante as verificações dos ELS e ELU durante o dimensionamento.

Os valores dos módulos de elasticidade das peças constituintes dos corpos de prova do ensaio mecânico de cisalhamento (*Double shear*), também são apresentados nas Tabelas 30 e 31

Tabela 30 – Valores de módulos de elasticidade das peças constituintes dos corpos de prova de cisalhamento pregados

Corpos de prova pregados do grupo 1			
CPs	Peça lateral direita (MPa)	Peça central (MPa)	Peça da lateral esquerda (MPa)
1	10561	8133	10561
2	10561	8133	10561
3	10561	8133	10561
4	10561	8133	8615
5	8615	8133	8615
6	8615	8133	8615
Corpos de prova pregados do grupo 3			
CPs	Peça lateral direita (MPa)	Peça central (MPa)	Peça lateral esquerda (MPa)
1	8585	10543	8585
2	8585	10543	8585
3	8585	10543	8585
4	8585	10543	7219
5	7219	10543	7219
6	7219	10543	7219

Fonte: Autoria própria

Tabela 31 – Valores de módulos de elasticidade das peças constituintes dos corpos de prova de cisalhamento colados

Corpos de prova colados do grupo 2			
CPs	Peça lateral direita (MPa)	Peça central (MPa)	Peça da lateral esquerda (MPa)
1	9911	10979	9911
2	9911	10979	9911
3	9911	10979	9911
4	9911	10979	9414
5	9414	10979	9414
6	9414	10979	9414
Corpos de prova colados do grupo 4			
CPs	Peça lateral direita (MPa)	Peça central (MPa)	Peça lateral esquerda (MPa)
1	10213	7326	10213
2	10213	7326	10213
3	9275	11745	9240
4	9275	11745	9240
5	9275	11745	9240
6	9275	11745	9240

Fonte: Autoria própria

Os valores máximos obtidos para o deslocamento no meio do vão (Flecha) das vigas ensaiadas, estão destacados na Tabela 32.

Esses valores experimentais foram utilizados para o comparativos com os valores teóricos obtidos durante os dimensionamento, que envolveu a utilização de diferentes módulos de deslizamento provenientes dos modelos analisados neste trabalho.

Tabela 32 – Valores dos deslocamentos no meio do vão das vigas ensaiadas

CPs	Flecha dos grupos 1 e 3 (mm)		Flecha dos grupos 2 e 4 (mm)	
	Viga Pregada	Viga Colada	Viga Pregada	Viga Colada
1	22,97	25,30	24,51	21,19
2	23,22	11,11	54,52	8,60
3	33,85	9,41	41,63	14,42
4	36,50	17,05	46,90	13,78
5	16,40	19,05	44,37	20,85
6	40,11	16,35	47,77	20,36
Média	28,83	16,38	43,28	16,53
Variância	86,32	32,70	103,17	25,99
Desvio Padrão	9,29	5,72	10,16	5,10

Fonte: Autoria própria

Conforme observado as vigas coladas de ambos os grupos 3 e 4, apresentaram menores valores de deslocamento, demonstrando a eficiente do sistema colado, uma vez que proporciona uma continuidade no conjunto, podendo ter um melhor desempenho nos aspectos de resistência e na rigidez à flexão.

As vigas pregadas apresentaram valores superiores as vigas coladas, muito devido ao sistema flexível, onde não existe essa continuidade presente no sistema rígido, o deslocamento ocasionado nas peças quando o conjunto é solicitado a flexão, é um fator determinante para esses valores elevado, o conjunto apresenta uma rigidez baixa, devido ao sistema utilizado.

A seguir, constam os valores máximos de força de ruptura obtidos no ensaio mecânico de cisalhamento (*Double Shear*) para os corpos de prova pregados e colados.

Ao analisarmos os resultados obtidos, verificamos que mais uma vez as peças coladas apresentaram um desempenho superior as pregadas. Tiveram valores de carga elevados, devido ao mérito da capacidade do sistema colado em ser mais rígido, suportando carga elevadas, conforme observado na tabela.

Por outro lado, como o sistema flexível apresenta uma menor rigidez, ocasiona uma menor carga necessária para a ruptura. Sempre se espera um sistema que suporte uma maior carga, devido a segurança, neste caso ficou evidente a superioridade do sistema rígido.

Além da força de ruptura, também foi analisado a força atuante em cada ligação dos corpos de prova pregados, os respectivos resultados estão destacados na Tabela 34.

Ao comparar os valores, uma notável diferença entre as vigas do grupo 1 ($L/h < 21$) e as do grupo 3 ($L/h \geq 21$). As vigas pertencentes ao grupo 3 exibiram uma média de força 26,36% superior àquelas do grupo 1. Uma suposição para essa situação, consiste na relação L/h : uma proporção maior resulta em uma força de ligação maior.

Tabela 33 – Força de ruptura dos corpos de prova do ensaio de cisalhamento

CPs	Força (N): Grupo 1 e 3		Força (N): Grupo 2 e 4	
	Pregado	Colado	Pregado	Colado
1	6384,62	34939,30	6470,80	9947,87
2	5335,51	36430,60	7688,52	7459,97
3	5728,93	28948,10	6736,83	8512,83
4	5601,53	28712,10	7021,59	8584,02
5	5800,12	37243,60	8539,06	11956,18
6	-	34553,40	-	12758,01
Média	5770,14	33471,18	7291,36	9869,81
C.V ¹	149378,80	13884598,00	692022,40	4400542,00
D.P ²	386.50	3726.20	831.88	2097.75

¹ Coeficiente de variação² Desvio padrão

Fonte: Autoria própria

Tabela 34 – Força na ligação para corpos de prova pregados

CPs	Força (N): Grupo 1	Força (N): Grupo 3
1	1064,10	1078,47
2	889,25	1281,42
3	954,82	1122,81
4	933,59	1170,27
5	966,69	1423,18
Média	961,69	1215,23
C.V ¹	4149.29	19222.62
D.P ²	64.42	138.65

¹ Coeficiente de variação² Desvio padrão

Fonte: Autoria própria

Nas tabelas 35 e 36 estão apresentados os valores de deslizamentos obtidos em cada ponto estabelecido pela norma ABNT NBR 7190-1 (2022) em conjunto com o módulo de deslizamento experimental para os respectivos corpos de prova submetidos ao ensaio mecânico *Double shear*.

Tabela 35 – Valores experimentais dos corpos de prova pregados do grupo 1 ($L/h < 21$)

	Corpos de prova				
Grandezas	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5
$F_{m\acute{a}x}$ (N)	6384,62	5335,51	5728,93	5601,53	5800,12
F_{est} (N)	5000,00	5000,00	5000,00	5000,00	5000,00
u_i (mm)	0,95	0,47	0,69	1,09	0,52
$u_{i,mod}$ (mm)	1,14	0,53	0,83	1,29	0,63
u_s (mm)	-0,19	-0,07	-0,14	-0,21	-0,11
u_{01} (mm)	0,0375	0,04	0,025	0,05	0,02
u_{05} (mm)	0,95	0,465	0,69	1,085	0,52
u_{11} (mm)	0,865	0,35	0,635	1,035	0,495
u_{15} (mm)	0,995	0,50	0,735	1,17	0,565
u_{21} (mm)	0,86	0,345	0,625	1,03	0,495
u_{25} (mm)	2,78	2,915	2,91	3,425	2,835
u_e (mm)	0,20	0,20	0,16	0,21	0,11
$u_{0,8}$ (mm)	5107,70	4268,41	4583,14	4481,22	4640,10
$u_{0,8mod}$ (mm)	5004,34	4217,44	4506,48	4360,02	4580,72
k_i (N/mm)	2631,58	5376,34	3623,19	2304,15	4807,69
k_{ser} (N/mm)	2191,78	4705,88	3007,52	1932,37	4000,00

Fonte: Autoria pr3pria

Tabela 36 – Valores experimentais dos corpos de prova pregados do grupo 3 ($L/h \geq 21$)

	Corpos de prova				
Grandezas	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5
$F_{m\acute{a}x}$ (N)	6470,80	7688,52	6736,83	7021,59	8539,0
F_{est} (N)	5000,00	5000,00	5000,00	5000,00	5000,00
u_i (mm)	0,41	0,12	0,23	0,43	0,23
$u_{i,mod}$ (mm)	0,48	0,11	0,23	0,49	0,26
u_s (mm)	-0,07	0,01	0,01	-0,06	-0,03
u_{01} (mm)	0,03	0,03	0,05	0,04	0,02
u_{05} (mm)	0,41	0,12	0,23	0,43	0,23
u_{11} (mm)	0,29	0,12	0,15	0,28	0,18
u_{15} (mm)	0,42	0,14	0,24	0,45	0,24
u_{21} (mm)	0,28	0,11	0,16	0,28	0,18
u_{25} (mm)	0,43	0,14	0,24	0,46	0,25
u_e (mm)	0,18	0,03	0,10	0,22	0,08
$u_{0,8}$ (mm)	5176,64	6150,82	5389,46	5617,27	6831,25
$u_{0,8mod}$ (mm)	5134,12	6136,93	5366,19	5571,76	6807,00
k_i (N/mm)	6097,56	20833,33	10869,57	5813,95	11111,11
k_{ser} (N/mm)	5263,16	22222,22	11111,11	5128,21	9756,10

Fonte: Autoria pr3pria

Analisando principalmente os valores de m3dulo de deslizamentos, percebe-se que os corpo de prova do grupo 3 apresentaram valores superiores, muito devido a rela33o L/h . Pe3as com um perfil menor, apresentam uma menor resist3ncia nas liga333es, resultando em uma maior for3a atuante e um maior deslizamento, proporcionando assim um elevado valor do m3dulo de deslizamento.