

TATIANE DE FATIMA FAGUNDES RODRIGUES

**MAPEAMENTO DE DIFUSÃO EM SATÉLITES
COORBITAIS DE SATURNO**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física na área de Dinâmica Orbital.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Co-orientador: Prof. Dr. Décio Cardoso Mourão

Guaratinguetá
31/07/2007

DADOS CURRICULARES**TATIANE DE FÁTIMA FAGUNDES RODRIGUES**

NASCIMENTO	14.08.1981 – GUARATINGUETÁ / SP
FILIAÇÃO	Manoel Rodrigues Sobrinho Regina de Fátima Fagundes Rodrigues
1996/1999	Ensino Médio Curso Técnico em Eletrônica- C.T.I.G / UNESP
2000/2004	Curso de Graduação em Física Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista/ UNESP
2005/2007	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista/UNESP.

Aos meus pais, Manoel e Regina, que com suas palavras de empenho, muita dedicação e amor me incentivaram a nunca desistir dos meus sonhos e ao meu marido Alan por me apoiar em todas as minhas decisões e estar sempre a meu lado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por estar sempre presente em minha vida e por todas as graças concedidas.

Aos meus orientadores Othon Cabo Winter e Décio Cardoso Mourão, por toda a dedicação a mim prestadas e pela paciência sempre que necessária.

Ao prof. Ricardo Reis Cordeiro por estar sempre disposto a ajudar.

Aos meus pais, Manoel e Regina, por todo o amor e carinho a mim dedicados e ao apoio incondicional.

Ao meu marido Alan, sempre companheiro.

Ao meu tio e padrinho Carlos Roberto Fagundes, por me iluminar.

A todos os amigos e docentes do Grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia.

Ao Departamento de Matemática e Física e a Pós-graduação em Física.

A CAPES.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da seguinte entidade:
CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

“Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível, e de repente você estará fazendo o impossível”. (São Francisco de Assis).

RODRIGUES, T. F. F. **Mapeamento de difusão em satélites coorbitais de Saturno.** 2007. 93f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

RESUMO

Neste trabalho investigamos a estabilidade de sistemas de satélites coorbitais de Saturno. Estudamos os satélites Tétis e Dione que possuem coorbitais, mas também investigamos as regiões de Mimas e Encelado que ainda não possuem nenhum satélite coorbital conhecido, no intuito de investigar a possibilidade de existência e ainda delimitar as fronteiras das regiões estável e do instável.

Para encontrarmos possíveis satélites coorbitais a Mimas ou Encelado, ou ainda explicar a ausência dos mesmos, e ainda delimitar as regiões de estabilidade de Dione e Tétis utilizamos o método do expoente H , que é uma medida da difusão do sistema baseada em uma lei de potência. O expoente H foi calculado com difusão em semi-eixo maior, longitude e excentricidade. Além do mapeamento do expoente H , fizemos o gráfico da evolução do desvio padrão e a contagem de picos, para assim verificarmos se não há nenhum tipo de erro na contagem de picos e seu comportamento. Também fizemos o gráfico do valor do expoente H em função do semi-eixo maior para cada satélite, onde são encontrados resultados relevantes. Para Dione e Tétis constatamos que ambos possuem regiões de estabilidade e instabilidade. Para Encelado e Mimas concluímos que eles também possuem regiões de baixa difusão e que poderiam perfeitamente abrigar coorbitais, que possivelmente se perderam durante a migração de Encelado para sua posição atual.

PALAVRAS-CHAVE: Hurst, difusão, Coorbitais, Saturno, Dione, Encelado, Mimas, Tétis, desvio-padrão.

RODRIGUES, T. F. F. **Mapping of diffusion of Saturn's coorbital satellite.** 2007. 93f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

ABSTRACT

In the present work we investigate the stability of Saturn's coorbital satellite systems. We studied the satellites Thetis and Dione, which have coorbital satellites, but we also studied the regions of Mimas and Enceladus, which do not have any coorbital satellites known, in order to investigate the possibility of their existence and also to determine the borders of the stable and unstable regions.

In order to find possible coorbitals of Mimas or Enceladus, or even explain the lock of them, and also to determine the stability regions of Dione and Thetis we used the method of the expoent H , which gives a measure of the system's diffusion based on a power law. The H expoent was computed for diffusion in semi-major axis, longitude and excentricity.

We generated maps of the H expoent and plots of the standard deviation evolution and of the pics, in order to identify any counting mistakes. We also produced plots the values of the H expoent as a function of the semi-major axis for each satellite, where we found some relevant results. In the cases of Dione and Thetis we found that both have regions of stability and unstability.

In the case of Enceladus and Mimas we concluded that they also have low diffusion regions, that could harbour coorbital satellites. However, they were probably lost during the migration of Enceladus towards its present position.

KEYWORDS: Hurst, diffusion, Coorbitals, Saturn, Dione, Enceladus, Mimas, Thetis, standard deviation.

LISTA DE FIGURAS

2.1-Os Pontos Lagrangianos.....	19
2.2-Órbitas girino e ferradura.....	19
2.3-Asteróides Troianos no sistema Sol-Júpiter.....	20
2.4-Gráfico do desvio-padrão de σ no tempo para um caso estável, onde $H=1.1$	26
2.5-Mapeamento do Expoente H com difusão em semi-eixo maior e longitude.....	27
2.6-Evolução do desvio-padrão de σ no tempo para um caso instável com problemas na contagem de picos.....	28
2.7-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L_4 de Encelado.....	30
2.8-Gráficos da evolução do logaritmo do desvio-padrão pelo logaritmo do tempo, com diferentes valores de H.....	31
3.1-Evolução do logaritmo do desvio-padrão da longitude e a contagem de picos para um caso instável.....	35
3.2-Simulação numérica de Mimas e as regiões de ferradura, caos e ondas.....	37
3.3-Mapeamento do expoente H com difusão em semi-eixo maior para a região coorbital L_4 de Tétis.....	38
3.4-Mapeamento do expoente H com difusão em longitude (Theta) para a região coorbital L_4 de Tétis.....	38
3.5-Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade para a região coorbital L_4 de Tétis.....	38
3.6-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L_4 de Tétis.....	39
3.7-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em longitude (Theta) da região L_4 de Tétis.....	39
3.8-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em excentricidade da região L_4 de Tétis.....	39
3.9-Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso estável de Tétis.....	40
3.10-Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso instável de Tétis.....	40
3.11-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em semi-eixo maior) para L_4 de Tétis.....	41
3.12-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em theta) para L_4 de Tétis.....	41
3.13-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em excentricidade) para L_4 de Tétis.....	41
3.14-Mapeamento do expoente H com difusão em semi-eixo maior para a região coorbital L_4 de Mimas.....	43
3.15-Mapeamento do expoente H com difusão em longitude (theta) para a região coorbital L_4 de Mimas.....	43

3.16-Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade para a região coorbital L4 de Mimas.....	43
3.17- Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L4 de Mimas.....	44
3.18- Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em longitude(theta) da região L4 de Mimas.....	44
3.19-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em excentricidade da região L4 de Mimas.....	44
3.20-Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso estável de Mimas.....	45
3.21-Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso instável de Mimas.....	45
3.22-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em semi-eixo maior) para L4 de Mimas.....	46
3.23-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em longitude) para L4 de Mimas.....	46
3.24-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em excentricidade) para L4 de Mimas.....	46
3.25- Mapeamento do expoente H com difusão em semi-eixo maior para a região coorbital L4 de Dione.....	48
3.26- Mapeamento do expoente H com difusão em longitude (theta) para a região coorbital L4 de Dione.....	48
3.27-Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade para a região coorbital L4 de Dione.....	48
3.28-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L4 de Dione.....	49
3.29-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em longitude (theta) da região L4 de Dione.....	49
3.30-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em excentricidade da região L4 de Dione.....	49
3.31-Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso estável de Dione.....	50
3.32-Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso instável de Dione.....	50
3.33- H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em semi-eixo maior) para L4 de Dione.....	51
3.34- H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em longitude) para L4 de Dione.....	51
3.35-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em excentricidade) para L4 de Dione.....	51
3.36-Mapeamento do expoente H com difusão em semi-eixo maior para a região coorbital L4 de Encelado.....	52
3.37-Mapeamento do expoente H com difusão em longitude para a região coorbital L4 de Encelado.....	52
3.38-Mapeamento do expoente H com difusão em excentridade para a região coorbital L4 de Encelado.....	52

3.39- Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L4 de Encelado.....	53
3.40-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em longitude (theta) da região L4 de Encelado.....	53
3.41-Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em excentricidade da região L4 de Encelado.....	53
3.42-Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso estável de Encelado.....	54
3.43-Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso instável de Encelado.....	54
3.44-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em semi-eixo maior) para L4 de Encelado.....	55
3.45-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em longitude) para L4 de Encelado.....	55
3.46-H vs semi-eixo maior (calculado com difusão em excentricidade) para L4 de Encelado.....	55
4.1-Mapeamento do expoente H, em torno do ponto de equilíbrio L4 de Dione, calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude.....	58
4.2-H vs semi-eixo maior localizado em 59,6 graus em longitude de Dione.....	59
4.3-Índice de correlação, (a) em excentricidade, (b) em semi-eixo maior e (c) em longitude.....	59
4.4- Mapeamento do expoente H, em torno do ponto de equilíbrio L4 de Encelado, calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude.....	61
4.5- H vs semi-eixo maior localizado em 59,6 graus em longitude de Encelado.....	62
4.6- Índice de correlação do expoente H.....	62
4.7- Mapeamento do expoente H, em torno do ponto de equilíbrio L4 de Mimas, calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude.....	64
4.8- H vs semi-eixo maior localizado em 59,6 graus em longitude de Mimas.....	65
4.9- Índice de correlação do mapeamento do expoente H.....	66
4.10- Mapeamento do expoente H, em torno do ponto de equilíbrio L4 de Tétis, calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude.....	67
4.11- H vs semi-eixo maior localizado em 59,6 graus em longitude de Tétis.....	68
4.12- Índice de correlação do mapeamento do expoente H.....	68
5.1-Migração de Encelado e a passagem pelas ressonâncias.....	70
5.2- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado na ressonância 3:4.....	71

5.3-Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	72
5.4-Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado na ressonância 3:4 em 60.2 graus em longitude.....	73
5.5- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado na ressonância 4:5.....	74
5.6- Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	75
5.7- Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado na ressonância 4:5 em 60.2 graus em longitude.....	75
5.8- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado na ressonância 5:6.....	76
5.9- Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	77
5.10- Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado na ressonância 5:6 em 60.2 graus em longitude.....	77
5.11- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado na ressonância 6:7.....	78
5.12- Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	79
5.13- Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado na ressonância 6:7 em 60.2 graus em longitude.....	79
5.14- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado.....	80
5.15- Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	81
5.16- Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre Mimas e a ressonância 6:7 em 60 graus em longitude.....	81
5.17- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado.....	82
5.18- Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	83
5.19- Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre a ressonância 6:7 e a 5:6 em 60 graus em longitude.....	83

5.20- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado.....	84
5.21- Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	85
5.22- Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre a ressonância 4:5 e a 5:6 em 60 graus em longitude.....	85
5.23- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado.....	86
5.24- Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	87
5.25- Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre a ressonância 3:4 e 4:5 em 60 graus em longitude.....	87
5.26- Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado.....	88
5.27- Índice de correlação do expoente H, a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.....	89
5.28- Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre a ressonância 3:4 e Encelado em 60 graus em longitude.....	89

LISTA DE TABELAS

TABELA 1- Dados dos satélites de Saturno considerados na integração

TABELA 2- Dados de Dione com vetor de comparação 11 e 33

TABELA 3-Limites das órbitas girino, ferradura e região de caos (GAP)

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1-INTRODUÇÃO.....	15
2-OS SISTEMAS COORBITAIS.....	17
2.1-O Problema Planar Circular Restrito de Três Corpos.....	17
2.2-As órbitas Girino e Ferradura e os Sistemas Coorbitais.....	18
2.3-Saturno e seus satélites.....	20
2.4-O expoente H-Teoria.....	22
2.5-As simulações e as adaptações necessárias.....	25
3-MAPEAMENTO DE DIFUSÃO EM SATÉLITES COORBITAIS DE SATURNO.....	33
3.1-O cálculo do expoente H-Simulação Numérica.....	33
3.2-A metodologia.....	35
3.3-Resultados Preliminares.....	37
3.3.1-Resultados encontrados para Tétis.....	37
3.3.2-Resultados encontrados para Mimas.....	42
3.3.3- Resultados encontrados para Dione.....	47
3.3.4- Resultados encontrados para Encelado	51
4-MAPEAMENTO DO EXPOENTE H-GRADE IDEAL.....	57
4.1- Resultados encontrados para Dione.....	57
4.2- Resultados encontrados para Encelado.....	60
4.3- Resultados encontrados para Mimas.....	63
4.4- Resultados encontrados para Tétis.....	66
5-A MIGRAÇÃO DE ENCELADO PARA SUA POSIÇÃO ATUAL E O MAPEAMENTO DAS REGIÕES RESSONANTES E INTERMEDIÁRIAS.....	70
5.1-Ressonância 3:4.....	70
5.2-Ressonância 4:5.....	73
5.3-Ressonância 5:6.....	75
5.4-Ressonância 6:7.....	77
5.5-Entre Mimas e a Ressonância 6:7.....	79
5.6-Entre a ressonância 5:6 e 6:7.....	81
5.7-Entre a ressonância 4:5 e 5:6.....	83
5.8-Entre a ressonância 3:4 e a posição atual de Encelado.....	85
CONCLUSÃO.....	88

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os satélites que orbitam um planeta e que por sua vez dividem o mesmo semi-eixo maior médio compõem sistemas de satélites coorbitais e, portanto, segundo a terceira lei de Kepler possuem em média o mesmo movimento médio, onde se encontram em ressonância 1:1.

Pouco se sabe de novos pares de coorbitais dos satélites de Saturno, além dos conhecidos Tétis-Telesto-Calipso e Dione-Helene-Polydeuces. Conhecemos satélites com ressonâncias de ordens superiores, como Mimas-Tétis em ressonância 4:2 e Encelado-Dione em ressonância 2:1.

Ao longo deste trabalho estudaremos a estabilidade de sistemas coorbitais de Saturno, onde mapearemos as regiões de coorbitais de Dione e Tétis que possuem satélites conhecidos e também Mimas e Encelado, no intuito de explorar melhor suas regiões de baixa e alta difusão.

O capítulo 2 será composto basicamente de revisões bibliográficas, teses anteriores e teoria que serão de extrema valia para a continuidade deste trabalho.

Estudaremos a estabilidade destas regiões considerando na integração numérica, Saturno, Dione, Encelado, Mimas, Tétis e também Titã.

Outro fator importante é que Saturno possui um achatamento elevado comparado aos outros planetas e por consequência influencia na dinâmica dos seus satélites e anéis, por isso deverá ser inserido no cálculo das ressonâncias que seus satélites possuem (Greenberg, 1973).

No capítulo 3 será mapeada a estabilidade das regiões coorbitais de Mimas, Encelado, Tétis e Dione, onde utilizaremos o expoente H que mede a difusão das partículas através de uma lei de potência. O processo baseia-se em delimitar uma região de 40 graus em torno do ponto de equilíbrio lagrangeano L_4 de cada satélite, limitada radialmente entre a máxima e a mínima distância possível para uma órbita ferradura e ainda subdividir esta região em outras menores, podendo-se então calcular o expoente H em cada região através de integração numérica.

O expoente H será calculado com difusão em semi-eixo maior, excentricidade e em longitude, que é o que de fato define se a órbita é do tipo girino ou ferradura.

No capítulo 4 mapearemos as regiões coorbitais dos satélites Dione, Encelado, Mimas e Tétis utilizando uma grade de 2500 janelas, porém com uma variação em longitude de 20 graus em torno do ponto de equilíbrio L_4 .

No capítulo 5 mapearemos a região coorbital de Encelado em suas passagens pelas ressonâncias 6:7, 5:6, 4:5, 3:4 e também entre essas ressonâncias, com o objetivo de explicar sua região coorbital e sua ausência de coorbitais.

Concluimos que assim como Dione e Tétis, Mimas e Encelado também possuem amplas regiões de baixa difusão e que por conseqüência poderiam perfeitamente abrigar coorbitais. A partir do estudo da região coorbital de Encelado em suas passagens por determinadas ressonâncias, capítulo 5, constatamos que ele pode ter perdido seus coorbitais até alcançar sua atual posição.

CAPÍTULO 2

OS SISTEMAS COORBITAIS

2.1 – O Problema Planar Circular Restrito de Três Corpos

O problema circular restrito de três corpos estuda o movimento de uma partícula M_3 que possui massa desprezível e que sofre ação gravitacional de dois outros corpos de massas M_1 e M_2 . Os outros dois corpos têm seu movimento descrito pelo problema de dois corpos.

Considerando-se que a partícula M_3 possui uma massa muito pequena comparada aos outros dois corpos, pode-se dizer que ela não perturba o movimento destes e por esta razão o problema é chamado de restrito. Já o fato do problema ser circular se restringe ao fato do corpo secundário M_2 estar em órbita circular ao redor do corpo principal M_1 .

O problema restrito de três corpos foi estudado por Lagrange em 1772 e apresenta 5 pontos de equilíbrio que podem se visualizados na figura 2.1. Dos cinco pontos de Lagrange, três são instáveis e dois estáveis, dependendo da razão de massa. Os pontos de Lagrange instáveis são conhecidos por L_1 , L_2 e L_3 e estão ao longo de uma linha conectando os centros de gravidade dos dois corpos massivos M_1 e M_2 . Os pontos estáveis, nomeados L_4 e L_5 , formam o ápice de dois triângulos equiláteros. A letra "L" que define os locais é usada em homenagem ao matemático.

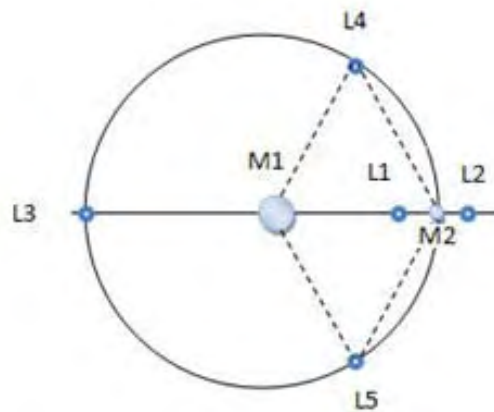
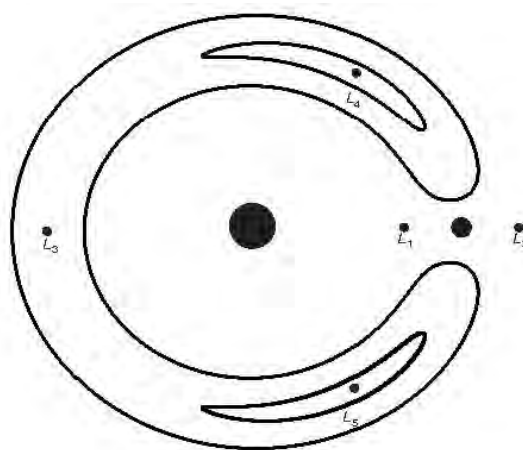


Figura 2.1 – Os Pontos Langrangianos

2.2 – As órbitas Girino e Ferradura e os Sistemas Coorbitais

Em 1911 Brown mostrou a possibilidade de serem encontradas órbitas periódicas, conhecidas por girino, devido ao formato alongado das órbitas, ao redor dos pontos de equilíbrio estáveis L_4 e L_5 . Existem também aquelas que abrangem os pontos de equilíbrio L_3 , L_4 e L_5 , onde L_3 é instável, nomeadas ferradura (Brown, 1911). As características dos elementos orbitais que definem as órbitas girino e ferradura podem ser bem determinadas através das condições da partícula em um determinado instante (Dermott; Murray, 1981a). As órbitas girino e ferradura podem ser visualizadas na figura 2.2.



2.2 – Órbitas girino e ferradura

Dois ou mais corpos confinados no mesmo semi-eixo maior médio, onde não há captura ou colisão é dito um sistema coorbital e conseqüentemente os corpos estão em

ressonância 1:1. Os sistemas coorbitais desenvolvem órbitas periódicas ao redor dos pontos de equilíbrio, classificadas girino se oscilar ao redor de apenas um dos pontos de equilíbrio estáveis, L_4 ou L_5 , ou ferradura se possuir uma órbita de maior amplitude abarcando os pontos estáveis e também o ponto de equilíbrio instável L_3 . Órbitas intermediárias a girino-ferradura são órbitas do tipo separatriz e passam pelo ponto L_3 .

São encontrados sistemas coorbitais de dois corpos em várias escalas no Sistema Solar, como por exemplo, o sistema coorbital descoberto por Max Wolf em 1906 tratando-se dos asteróides Troianos pertencentes ao sistema Sol-Júpiter. Eles estão localizados aproximadamente no mesmo semi-eixo maior orbital de Júpiter e possuem portanto o mesmo período do planeta, e divididos em dois grupos: o primeiro defasado de 60 graus a frente de Júpiter e o segundo também defasado 60 graus em relação ao planeta. A figura 2.3 ilustra os asteróides troianos no sistema Sol-Júpiter. O planeta Marte apresenta como coorbitais os asteróides Eureka, 1998VF31 e 1999UJT.

Em relação à Terra foi encontrado o asteróide Cruithne (*Wiegert et al.*, 1997), um coorbital que perfaz uma órbita ferradura, com alta excentricidade e alta largura radial que cruza a órbita de Vênus. Existe também o asteróide 2002 AA29, que descreve uma órbita ferradura em relação a órbita da Terra. (*Connors et al*, 2002).

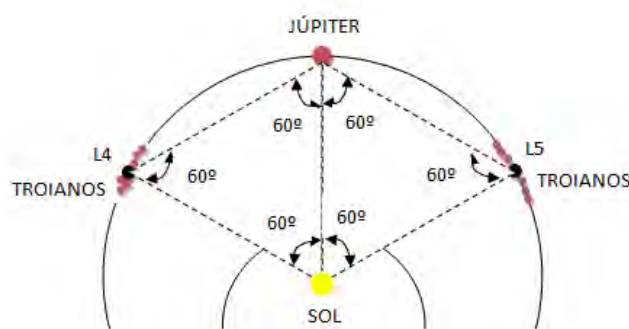


Figura 2.3 – Asteróides Troianos no sistema Sol-Júpiter

Christou investigou em 2000 a possibilidade da existência de sistemas coorbitais formados unicamente por asteróides em que o Sol seria o corpo principal. Ele estudou os principais asteróides, Ceres, Palas e Vesta e encontrou o asteróide Haremari como possível coorbital a Ceres.

Em relação à Netuno foram descobertos os coorbitais 2001QR₃₂₂, 2004UP₁₀, 2005TN₅₃, 2005TO₇₄ e o 2006RJ₁₀₃, que libram em torno do ponto de equilíbrio L4.

Foram descobertos outros sistemas coorbitais em sistemas planetários através das sondas Voyager I e II em Saturno, como o satélite Helene que está em uma órbita girino tendo como corpo secundário o satélite Dione. Nos pontos L₄ e L₅ do satélite Tétis de Saturno existe Telesto e Calipso. Em relação à Dione foi descoberto recentemente pela sonda Cassini um novo satélite coorbital nomeado Polydeuces (Porco et al., 2005).

O mais famoso coorbital de Saturno é Jano-Epimeteu que possuem massas comparáveis e órbitas do tipo ferradura. Trata-se de um sistema coorbital estável, como visto por Harrington e Seidelmann (1981), mesmo considerando o efeito do achatamento de Saturno.

Dermott e Murray (1981a) analisaram os casos de satélites coorbitais através do problema planar, circular, restrito de três corpos (planeta-satélite-partícula) e encontraram uma relação entre a largura de oscilação radial e a curva de velocidade zero da partícula. Aplicando os resultados encontrados para o caso Saturno-Jano-Epimeteu, concluíram que a razão das larguras radiais das órbitas e a razão das amplitudes de oscilação são iguais à razão das massas dos satélites.

2.3 – Saturno e seus satélites

Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior no sistema solar com um diâmetro equatorial de 119.300 quilômetros. Muito do que se sabe sobre o planeta é devido às explorações da Voyager em 1980-1981. Saturno é visivelmente achatado nos pólos, como resultado da rotação muito rápida do planeta no seu eixo.

Na Tabela 1 temos as características dos satélites estudados neste trabalho e também de Titã que será considerado na integração.

	Massa (kg)	Raio (km)	Excentricidade	Semi-eixo maior (km)
Mimas	3.75×10^{19}	196	0.020140	185.420
Encelado	7.0×10^{19}	250	0.004790	238.796
Tetis	6.27×10^{20}	530	0.000100	294.984
Dione	1.10×10^{21}	560	0.002147	377.400
Titã	1.34×10^{23}	2575	0.028950	1.221.830

TABELA1 – Dados dos satélites de Saturno considerados na integração.

No tópico seguinte será estudada a teoria sobre o Expoente H que será base para o avanço do estudo das regiões coorbitais dos satélites de Saturno.

2.4 – O EXPOENTE H - TEORIA

Para se medir a difusão em sistemas dinâmicos utilizamos o expoente H que é baseado em uma difusão modelada por uma lei de potência, e no decorrer deste capítulo entenderemos o porquê. O Expoente H será explicado utilizando a abordagem de Cordeiro e Mendes de Sousa (2005) e também de Mourão (2005).

Para difusões normais a variância é proporcional ao tempo na forma $\sigma^2 \propto t$. O exemplo mais comum é o SRW, *simple random walk*, que é unidimensional e caracterizado por passos de módulo constante ξ a cada intervalo de tempo τ , de forma que o traço espaço-temporal da função, após n intervalos é dado por:

$$X(t = n\tau) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \quad (2.1)$$

onde ε_i representa a variável randômica para o i – th incremento.

Mas, a probabilidade do deslocamento para um sentido é a mesma que para o outro sentido em todos os instantes, então o valor esperado em qualquer instante é igual ao valor de início:

$$\langle X(t) \rangle = \langle X(t_0) \rangle \quad (2.2)$$

e a variância é proporcional ao instante:

$$\sigma^2 = 2Dt \quad (2.3)$$

onde D é o coeficiente de difusão. O movimento Browniano é outro tipo de random walk e é caracterizado por deslocamentos que seguem uma densidade de probabilidade

Gaussiana de média zero, e para este caso utilizamos também as equações anteriores, onde há um conjunto Browniano de partículas.

Já o movimento Browniano Fracionário é diferente dos casos acima citados, porque os passos subseqüentes ξ sempre dependem dos passos anteriores. Portanto, neste tipo de movimento, o traço é:

$$X_h(t) = \frac{1}{\Gamma\left(H + \frac{1}{2}\right)} \left(\int_{-\infty}^0 (t-t')^{H-\frac{1}{2}} - (t)^{H-\frac{1}{2}} \right) dX(t') + \int_0^t (t-t')^{H-\frac{1}{2}} dX(t') \quad (2.4)$$

onde:

$X(t)$ é o movimento Browniano contínuo;

Γ é a função gama;

H é o expoente H .

E novamente $\langle X_H(t) \rangle = \langle X_H(t_0) \rangle$ e o desvio padrão estimado no tempo é:

$$\sigma_H = (2Dt)^H \quad (2.5)$$

portanto, a difusão do sistema segue uma lei de potência e os valores dos incrementos de X no tempo são:

$$C'(t) = \frac{-X_H(-t)X_H(t)}{\sqrt{\langle X_H(t)^2 \rangle}} = 2(2^{2H-1} - 1) \quad (2.6)$$

onde C' é uma função de auto-correlação.

Quando $H = \frac{1}{2}$ temos um típico movimento Browniano, onde os valores dos incrementos anteriores não interferem nos posteriores. Para $0 < H < \frac{1}{2}$ o processo se caracteriza por ser anti-persistente e com isso, os incrementos positivos ao longo do tempo tendem a diminuir o próximo incremento negativo e vice-versa. Mas se $\frac{1}{2} < H < 1$ faremos com que um incremento positivo torne o próximo incremento também positivo e um incremento negativo torne o próximo incremento também negativo, assim este processo é nomeado persistente. E finalmente, se $H > 1$, C' será sempre maior do que 1 e o processo possui alta difusão, podendo a partir daí ser caótico.

Problemas em mecânica celeste, na maioria dos casos, podem ser representados como a soma de funções harmônicas em longitude:

$$Y_H(t) = \cos(\omega t + X_H t) \quad (2.7)$$

onde ω é constante e X_H é uma variável randômica. Podemos dizer, então, que os processos na dinâmica orbital possuem difusão anômala.

O método do expoente H foi aplicado por Cordeiro e Mendes de Souza (2005), com o intuito de mapear as regiões ressonantes 2:1, 3:2, e 4:3 de Júpiter, que encontraram valores de $0.5 < H < 1.7$.

Aqui, nós aplicaremos o método para mapear e explorar as regiões de maiores e menores difusões para os coorbitais dos satélites Mimas, Encelado, Tétis e Dione.

2.4.1 - O Expoente H

O valor do expoente H é dado então pela expressão:

$$H = \frac{\Delta \log \sigma}{\Delta \log \tau} \quad (2.8)$$

onde o valor de H é a inclinação da reta.

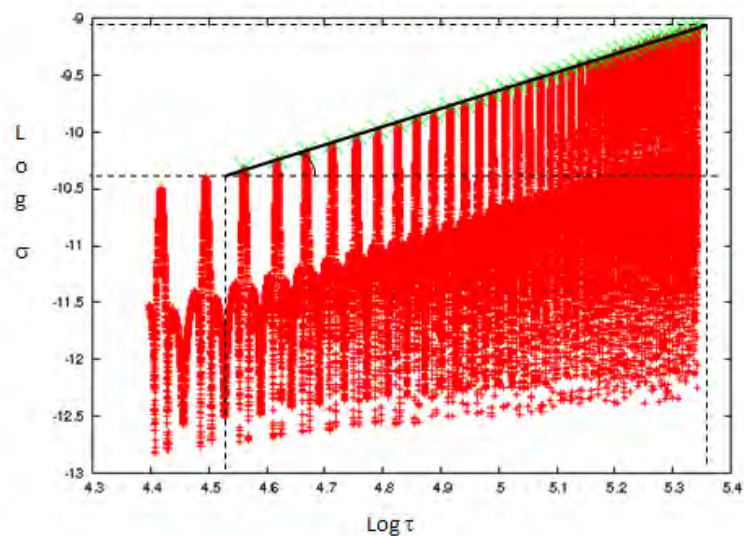


Figura 2.4- Gráfico do Desvio-padrão de σ no tempo para um caso estável, onde $H=1.1$

As cruzes verdes na figura 2.4 representam a contagem de picos, de onde é traçada a reta que fornece o valor de H.

2.5 – As simulações e as adaptações necessárias.

Mourão(2005) estudou as regiões dos satélites de Saturno através do método do expoente H com difusão em semi-eixo maior, e no intuito de detalharmos as fronteiras entre o estável e instável, é que demos continuidade ao seu trabalho. Neste trabalho a difusão é calculada em semi-eixo maior, excentricidade e longitude e aqui buscamos também poder afirmar a partir de qual valor de H a região poderá ser classificada como de alta difusão.

2.5.1 – Os resultados das primeiras simulações

Para fazer o mapeamento das regiões coorbitais dos satélites de Saturno utilizamos o programa de Cordeiro e Mendes de Sousa(2005), com o qual podemos mapear as regiões de maiores e menores difusões.

Nas figuras 2.5 visualizamos o mapeamento da difusão feito para Encelado em torno de L₄ com H calculado com difusão em semi-eixo maior e longitude (theta) ainda antes de modificações serem aplicadas. Na escala vertical o semi-eixo maior em km e na escala horizontal a longitude em graus. A figura 2.5 ou o mapeamento das regiões coorbitais de qualquer satélite é obtido através da divisão do eixo vertical e horizontal em regiões menores, obtendo-se assim o número de janelas desejado.

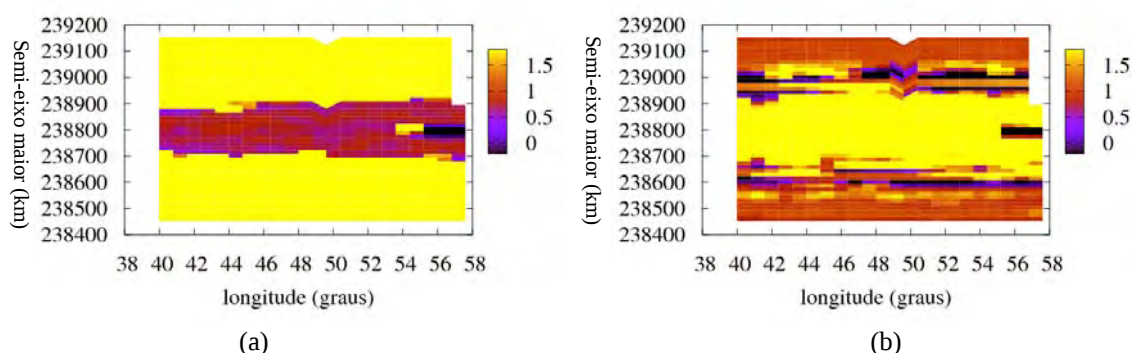


Figura 2.5 – a) Mapeamento do Expoente H com difusão em semi-eixo maior para região coorbital L₄ de Encelado. b) Mapeamento do Expoente H com difusão em longitude (Theta) para região coorbital L₄ de Encelado.

Através da escala das figuras 2.5, podemos notar que se trata da mesma região e que H assume valores totalmente incompatíveis quando comparamos os mapas, pois é coerente dizer que determinada região é pouco mais difusa, por exemplo, em longitude do que em semi-eixo maior, mas como se trata da mesma região ela deve ser estável ou não em ambos os casos. Como o método se baseia na contagem dos picos dados pelos máximos encontrados durante a evolução da partícula no tempo, o passo necessário e seguinte a ser tomado é plotar o gráfico do desvio padrão.

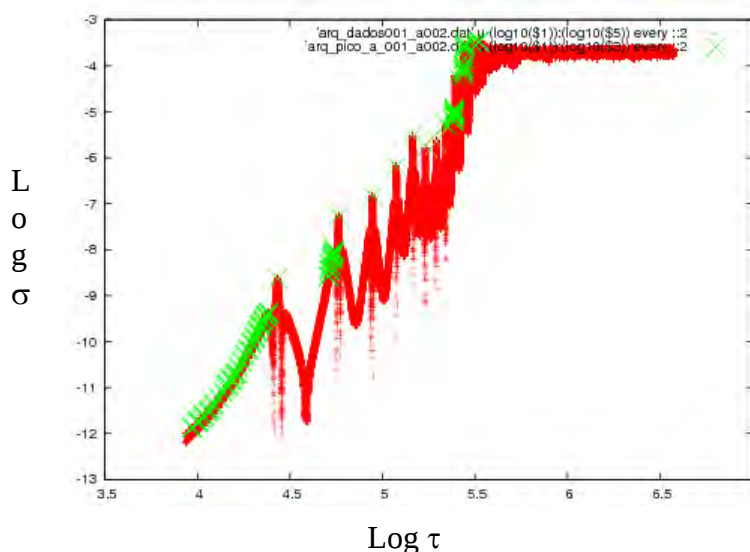


Figura 2.6 – Evolução do desvio-padrão de σ no tempo para um caso instável com problemas na contagem de picos

Assim, quando plotamos o gráfico do desvio padrão, figura 2.6, percebemos que existem picos intermediários e que portanto a contagem de picos deveria estar sendo feita de maneira errônea. A partir disso, se fez necessário mudanças no programa original já que este não se adéqua ao nosso caso.

2.5.2 – A evolução do programa e dos resultados

Como obtivemos resultados insatisfatórios aplicando o programa original para coorbitais tivemos que eliminar os problemas de maneira criteriosa e para tanto, durante as modificações se fez necessário o acompanhamento da contagem dos picos plotados juntamente com a evolução do sigma de cada elemento(semi-eixo maior, excentricidade e longitude) no tempo.

Em cada janela integramos 100 partículas que são distribuídas ao acaso, onde acompanhamos sua evolução no tempo, como já dito anteriormente. Durante a integração é gravado o valor do sigma do semi-eixo maior, excentricidade e longitude e para que as janelas posteriores não carreguem os valores das janelas anteriores zeramos a contagem dos mesmos antes do início da integração de cada janela, desta forma os erros foram amenizados.

No trabalho de Mourão (2005) foi estudada as regiões coorbitais dos satélites de Saturno de maneira que, atingido o tempo de integração e o valor de H não tivesse sido calculado, para tais regiões H teria um valor negativo e no mapeamento as mesmas assumiriam coloração preta. Mas aqui, nosso objetivo é verificar o real valor de H e para isso aumentamos o tempo de integração em 12 vezes.

A difusão só segue o padrão exponencial e é medida quando o desvio padrão atinge um valor expressivo e com um tempo maior de integração, o desvio padrão atinge o valor mínimo necessário.

No programa original os picos eram gravados a cada passo na integração e desta forma picos intermediários acabavam sendo gravados, o que foi a causa dos maiores erros e para sanar isto gravamos os picos a cada 50 passos na integração.

Ainda existia um erro, que era o ponto de comparação dos picos, que precisava estar centralizado para que não fosse pego um falso pico. Desta forma, o programa pega os 11 picos anteriores e os 11 posteriores para verificar qual é pico e tem a precisão de pegar um pico verdadeiro.

Fizemos vários testes em relação ao tamanho do ponto de comparação dos picos, aumentamos em várias vezes e nenhuma mudança foi significativa, ao contrário, o tempo de integração aumenta consideravelmente.

Na tabela 2 seguinte, temos valores diferentes para o tamanho do vetor de comparação e nenhuma alteração significativa é encontrada, temos o valor de H calculado com vetor de comparação 11 e com vetor de comparação 33.

Semi-eixo maior (km)	Posição (janelas)	H (11)	H (33)	Correlação	Órbitas
DIONE – L4 (59 graus)					
378.276	003_a030	0.41	0.41	0.94	Girino
378.417	003_a031	0.78	0.77	0.93	Girino
378.558	003_a032	1.10	1.10	0.99	Ferradura
378.698	003_a033	1.04	1.10	0.99	Ferradura
380.809	003_a048	1.30	1.60	0.82	Ferradura (Perturbada)
381.091	003_a000	4.70	4.60	0.92	Região Instável (GAP)

Tabela 2 – Dados de Dione com vetor de comparação de tamanho 11 e tamanho 33

A contagem de picos estava sendo calculada de forma diferente no programa principal em relação aos arquivos de difusão, o que também ocasionava erros nos resultados, já que existiam condições totalmente distintas para o mesmo problema.

Podemos perceber rapidamente que os mapeamentos do expoente H diferem muito quando calculados com difusão em semi-eixo maior e longitude, o que não deveria acontecer, já que temos a mesma região sendo mapeada. Portanto, não corresponde em nenhum momento ao esperado. E logo abaixo, temos o índice de correlação, onde podemos notar que existem valores bem abaixo de um, inclusive bem próximos de 0. Quanto mais a correlação estiver menor do que um, mais os pontos estarão desalinhados.

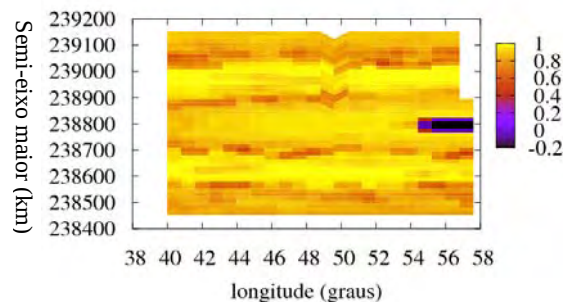


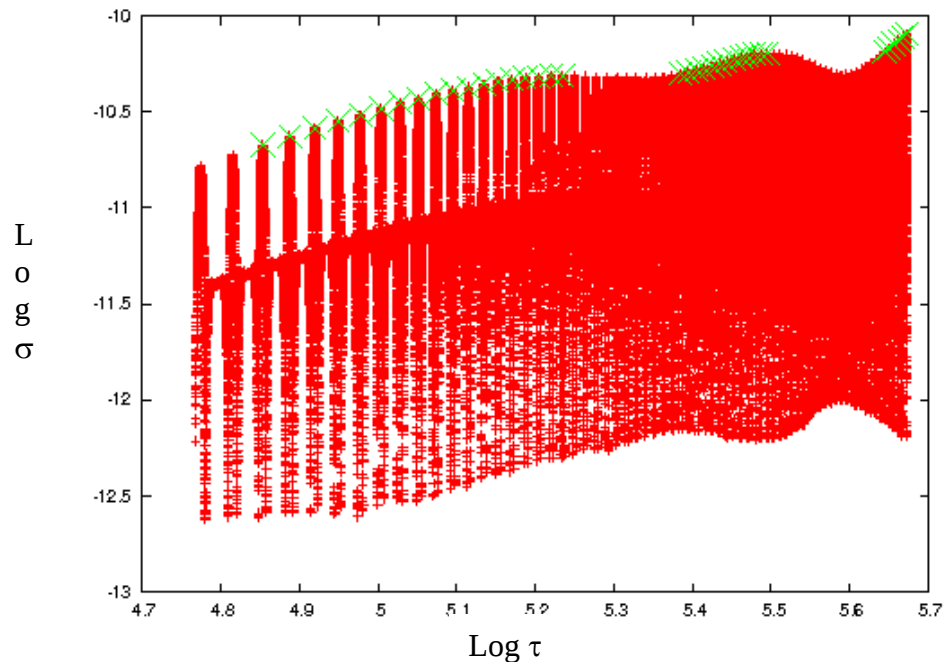
Figura 2.7 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L_4 de Encelado.

Logo, a partir do índice de correlação já podemos concluir que o expoente H não estava sendo bem calculado.

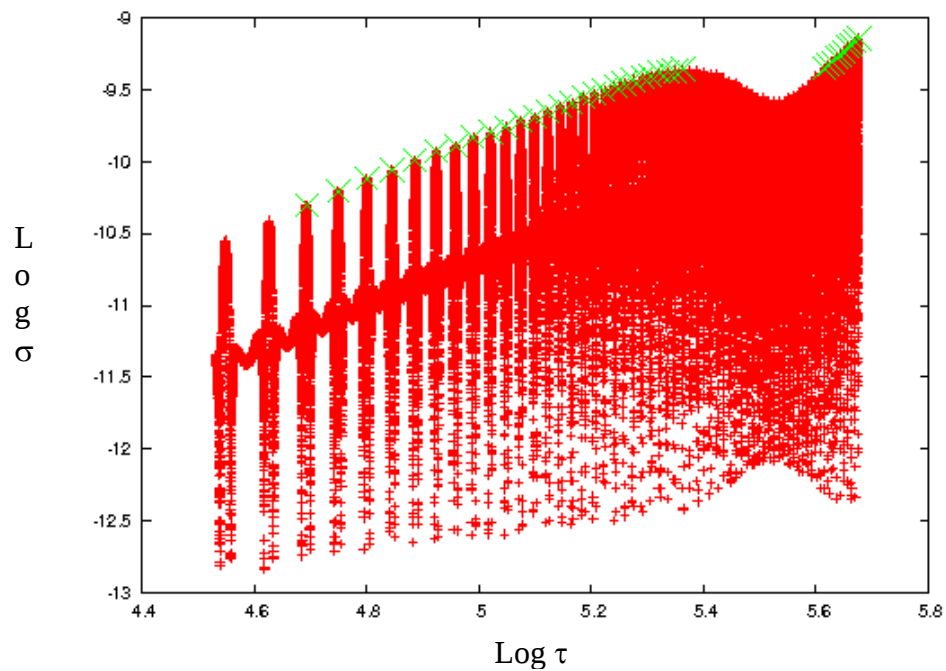
Nas figuras 2.8, temos o gráfico da evolução do logaritmo do desvio padrão e a contagem de picos após a eliminação dos erros que foram encontrados ao longo deste trabalho, onde cada caso corresponde aos dados da Tabelas 2. Os gráficos correspondem a regiões de baixa e alta difusão na região coorbital L4 de Dione.

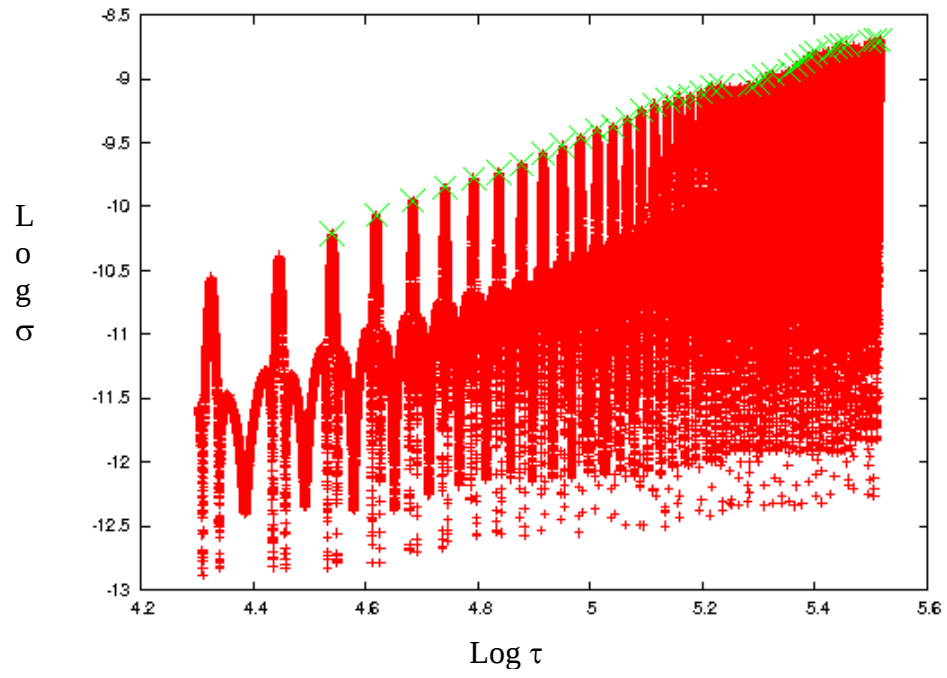
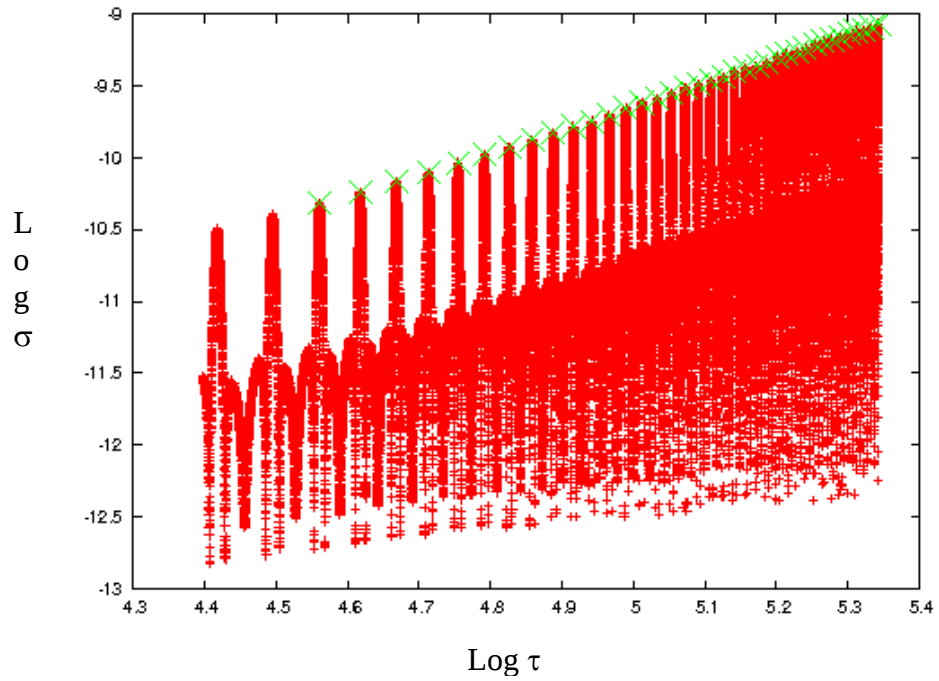
Figuras 2.8 – Gráficos da evolução do logaritmo do desvio-padrão pelo logaritmo do tempo, com diferentes valores de H .

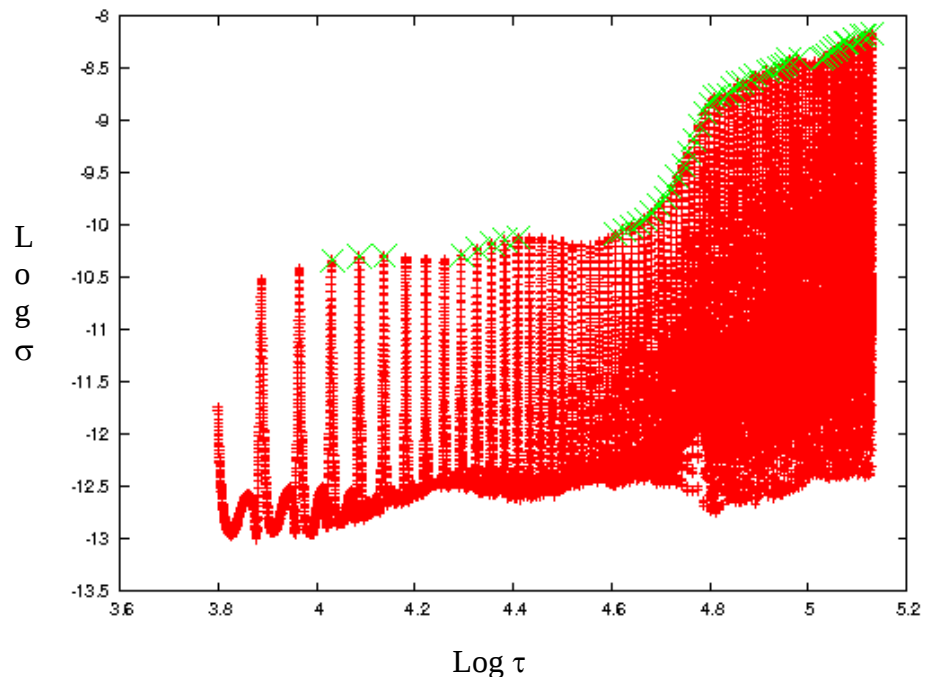
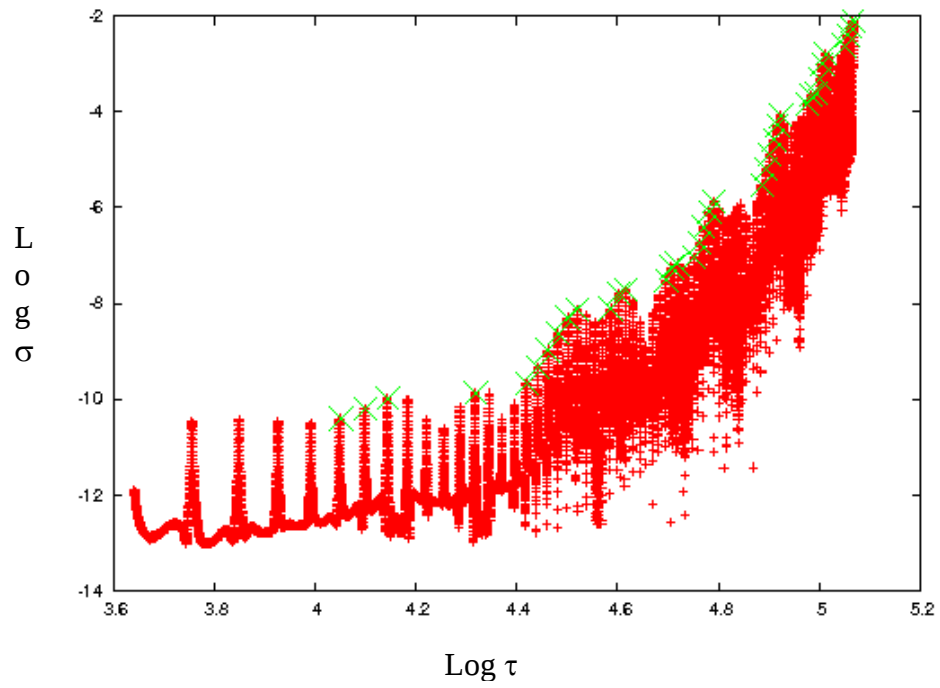
a) 003_a030, $H = 0.41$



b) 003_a031, $H = 0.7$



c) 003_a032, $H = 1.10$ d) 003_a033, $H = 1.10$ 

e) 003_a048, $H = 1.60$ f) 003_a000, $H = 4.70$ 

CAPÍTULO 3

O EXPOENTE H E O MAPEAMENTO DA DIFUSÃO EM SATÉLITES DE SATURNO

3.1 – O cálculo do expoente H – Simulação Numérica

Como já sabemos, o expoente de Hurst (H) é uma ferramenta que nos permite fazer a medida da difusão do sistema baseada em uma Lei de Potência. Existem aplicações do expoente H em diversas áreas, tais como, a espectroscopia, sistemas randômicos, economia, etc. Calcula-se o expoente H numericamente através de regressão linear em escala logarítmica do desvio padrão de uma variável; em nosso estudo utilizamos semi-eixo maior, excentricidade e longitude, que é o que de fato define se a órbita é do tipo girino ou ferradura.

O número de pontos e principalmente o comportamento do desvio padrão ao longo do tempo é muito importante neste trabalho. De acordo com Cordeiro e Mendes de Souza (2005), o valor do logaritmo do desvio padrão em relação ao logaritmo do tempo deve oscilar com picos cada vez maiores. E da mesma forma que Mourão (2005), como o expoente H é dado como a taxa de variação do log do tempo e do desvio padrão, utilizamos regressão linear logarítmica dos dados obtidos.

O desvio padrão passa a ser monitorado a partir do momento em que ultrapassa o valor limite de 10^{-12} , onde a partir de então podemos modelar a difusão exponencialmente. Ao contrário de Mourão (2005) nós não interrompemos a integração quando encontramos um número determinado de picos locais (40) para o cálculo de H. É definido um tempo limite de integração bem maior do que o utilizado por Mourão (2005) e um passo de integração também bem maior do que o utilizado por ele, onde era interrompida a integração se o valor limite para o desvio padrão não fosse atingido e conseqüentemente atribuído um valor negativo para H (regiões

pretas). Em nosso trabalho, como o tempo de integração é bem maior, o desvio padrão atinge o valor mínimo e com isso, temos o valor exato de H .

Outra maneira de se obter o expoente H é através da regressão linear do logaritmo do desvio padrão e pelo logaritmo do tempo, utilizando todos os pontos obtidos posteriormente à simulação numérica. Mas este método não é eficaz em situações diferenciadas onde se tenha poucos pontos para a obtenção da reta, e isto ocorre principalmente onde a difusão é muito lenta. O método mais adequado foi o dos picos, pois encontramos em muitos casos um número maior de pontos abaixo do que “poderia” ser a reta média.

Temos na figura (3.1) a evolução do logaritmo do desvio padrão da longitude pelo logaritmo do tempo para uma conjunto de partículas nas proximidades ponto de equilíbrio langrangiano L_4 de Dione.

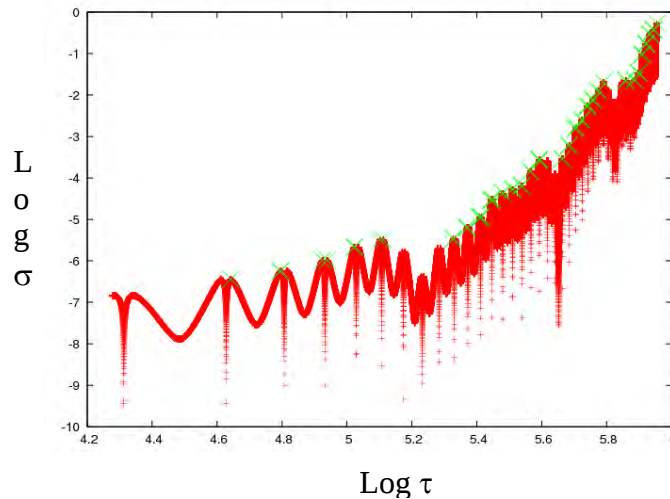


Figura 3.1 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão da longitude e a contagem de picos para um caso instável.

Outro aspecto importante a ser analisado e estudado é o cálculo e o mapeamento da correlação dos pontos utilizados na regressão linear no cálculo de H . A correlação representa o quão próximo os pontos utilizados para o cálculo da reta média estão da reta média de uma regressão linear. Quanto mais os pontos estiverem alinhados melhor será a correlação, que terá um valor próximo de 1 para retas

crescentes e -1 para retas decrescentes; porém se houver baixa correlação, ou seja, se os pontos estiverem desordenados, o valor da correlação será próximo de 0.

3.2 – A metodologia

Sabemos que Saturno possui cerca de 60 satélites, dentre os quais Mimas está na ressonância 4:2 tipo inclinação com Tétis e Enceladus na ressonância 2:1 com Dione. Sabemos também que o sistema de Saturno possui satélites compostos por sistemas coorbitais como por exemplo, Dione, que possui Helene em L_4 e um novo coorbital descoberto pela sonda Cassini (*Porco et al.*, 2005) em L_5 e Tétis que tem em seu ponto de equilíbrio L_4 Telesto e em L_5 possui Calipso.

Para mapearmos as regiões de maiores e menores difusões dos coorbitais dos Satélites de Saturno através do expoente H , definimos uma região em semi-eixo maior e longitude ao redor do ponto de equilíbrio Lagrangiano L_4 de Mimas, Encelado, Tétis e Dione. Dividimos estas regiões em 15 regiões menores em semi-eixo maior e 15 em longitude, denominadas janelas, totalizando 225 janelas para cada ponto de equilíbrio, onde cada janela possui 100 partículas espalhadas aleatoriamente. A partir daí, integramos numericamente todo o conjunto, dadas as perturbações mútuas dos satélites e Titã, incluindo o achatamento de Saturno.

A largura angular das regiões é de 40 graus ao redor dos pontos de equilíbrio L_4 e L_5 , como o ponto de equilíbrio em L_4 está a 60 graus do satélite, o fundo de escala do mapeamento em longitude é de 40 a 80 graus dos satélites. Para L_5 , que fará parte das próximas etapas deste trabalho, a região estará compreendida em longitude de 280 a 320 graus dos satélites.

Segundo Dermott e Murray (1981b) para um semi-eixo maior acima ou abaixo do valor da região de órbitas ferradura provocam colisões e por isso se utiliza a grade de semi-eixo maior com a amplitude da região permitida para a órbita de ferradura, dada por:

$$r_{\text{horseshoe}} = \frac{1}{2} \mu^{1/3} a_{\text{ref}} \quad (3.1)$$

onde μ é a razão das massas e a_{ref} o semi-eixo maior do corpo secundário.

A região de caos (GAP), segundo Wisdom (1980), pode ser calculada através da equação 3.2 abaixo.

$$r_{\text{gap}} = 2.1 \mu^{1/3} a_{\text{ref}} \quad (3.2)$$

A figura 3.2 ilustra o exemplo de um satélite, no caso Mimas, e suas respectivas regiões de ferradura, caos e ondas, regiões já citadas anteriormente:

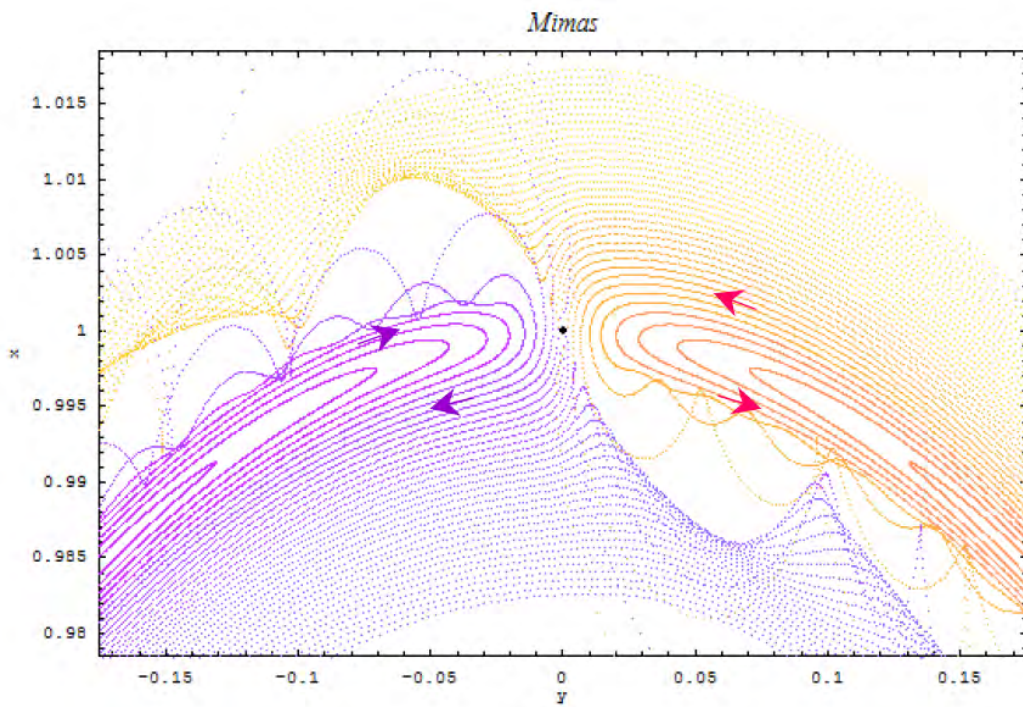


Figura 3.2 – Simulação numérica de Mimas e as regiões de ferradura, caos e ondas (Guimarães, 2006).

Segundo Guimarães (2006), quando as partículas orbitam um sistema onde órbitas de ferradura apresentam-se sem grandes oscilações, sua permanência é possível por longos períodos. Guimarães (2006) estudou para razões de massa de $10^{-10}, 10^{-8}, 10^{-6}$, respectivamente, equivalentes aos sistemas: Saturno-Mimas, Saturno-Tétis, Saturno-Prometeu. Para razões de massa maiores foi verificado que as órbitas estáveis por longos períodos são aquelas ferraduras sem oscilações (exemplo - Netuno-Tritão).

3.3 – Resultados Preliminares

Os resultados apresentados na seção 3.3 são preliminares, com a utilização de uma grade dividida em 15 janelas em semi-eixo maior e 15 janelas em longitude totalizando apenas 225 janelas.

3.3.1 – Resultados encontrados para Tétis

As figuras de 3.3 - 3.5 dizem respeito ao mapeamento do expoente H na região coorbital de Tétis nas proximidades do ponto lagrangiano L3.

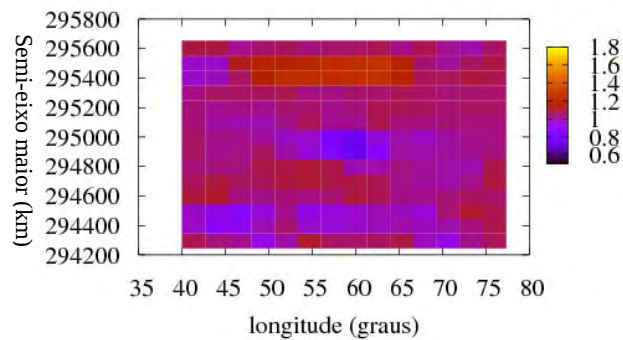


Figura 3.3 – Mapeamento do Expoente H com difusão em semi-eixo maior para região coorbital L4 de Tétis.

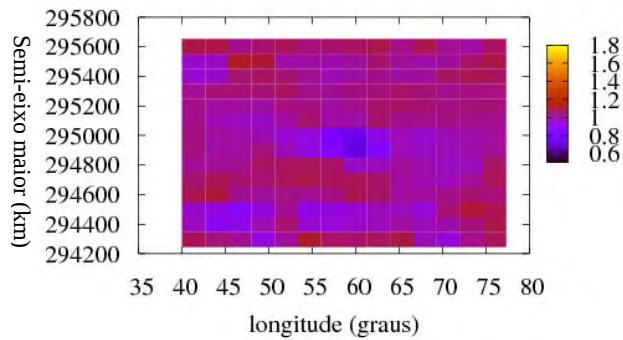


Figura 3.4 – Mapeamento do expoente H com difusão em longitude (Theta) para a região coorbital L4 de Tétis.

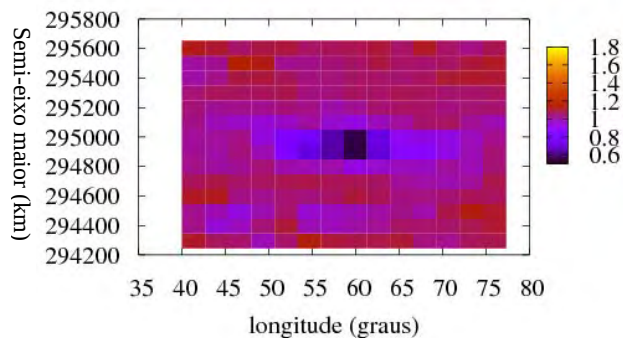


Figura 3.5 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade para a região coorbital L4 de Tétis.

Logo abaixo as figuras 3.6 – 3.8 ilustram o índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior, longitude e excentricidade.

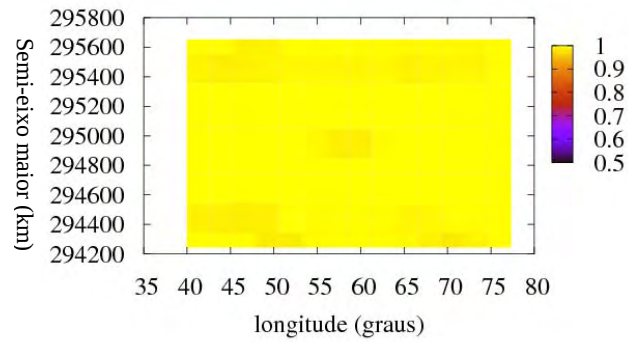


Figura 3.6 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L_4 de Tétis.

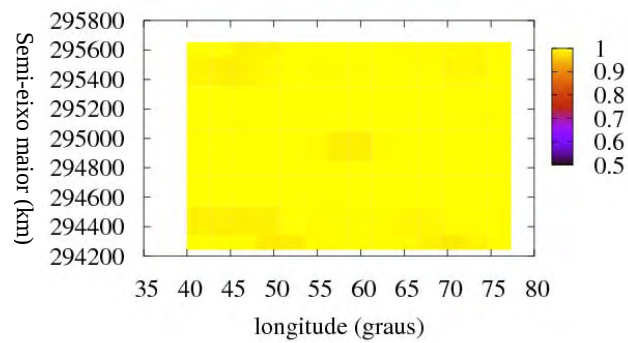


Figura 3.7 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em longitude (Theta) para a região coorbital L_4 de Tétis.

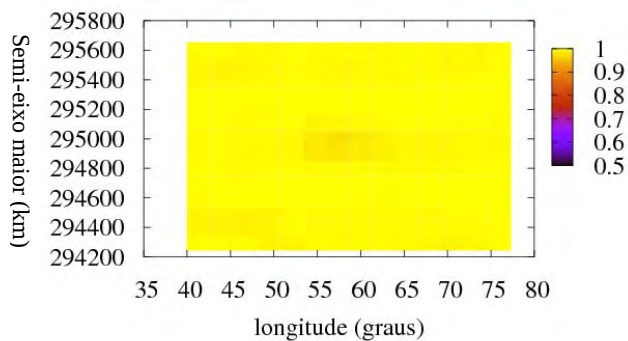


Figura 3.8 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em excentricidade da região L_4 de Tétis.

Temos a seguir o gráfico da evolução do logaritmo do desvio-padrão da longitude de um conjunto de partículas nas proximidades do ponto de equilíbrio Lagrangiano L_4 para um caso estável e um caso instável de janelas escolhidas aleatoriamente.

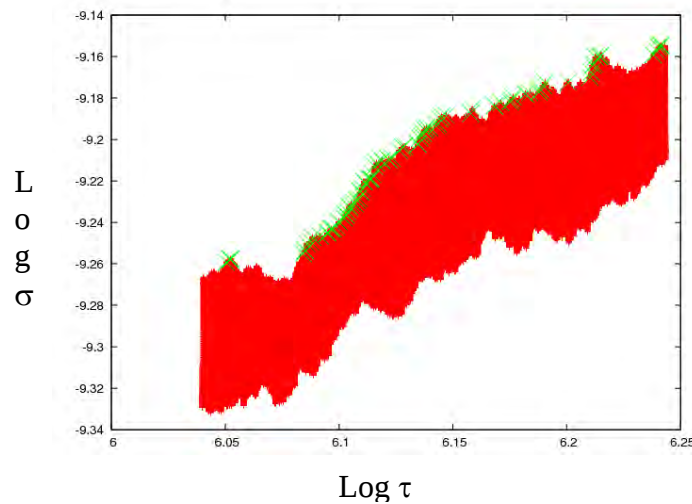


Figura 3.9 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso estável de Tétis.

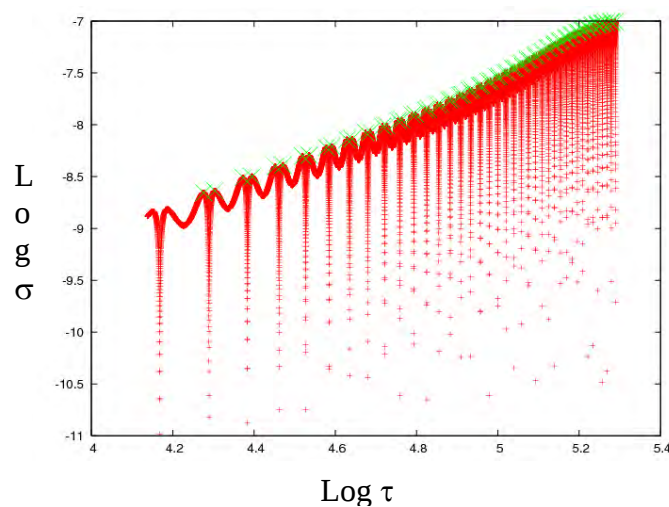


Figura 3.10 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso instável de Tétis.

Como a grade do mapeamento do expoente H utilizada ainda não é ideal e conseqüentemente não nos dá informações mais precisas, fizemos também um gráfico do valor de H em função do semi-eixo maior exatamente em 60 graus e dividimos a largura em semi-eixo maior em 50 janelas (Figuras 3.11-3.13). Para cada janela obtivemos um valor de H e traçamos o gráfico em função do semi-eixo maior correspondente. O mesmo será feito para os demais satélites.

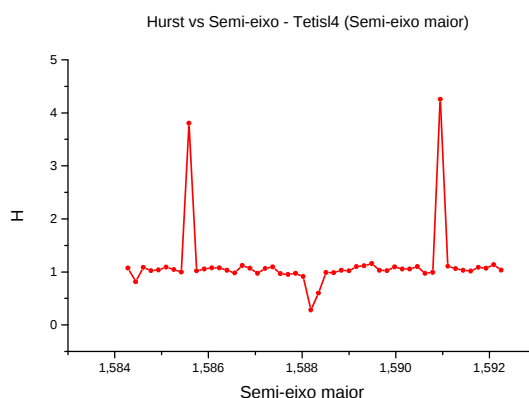


Figura 3.11 – H vs Semi-eixo maior (calculado com difusão em semi-eixo maior) para L_4 de Tétis.

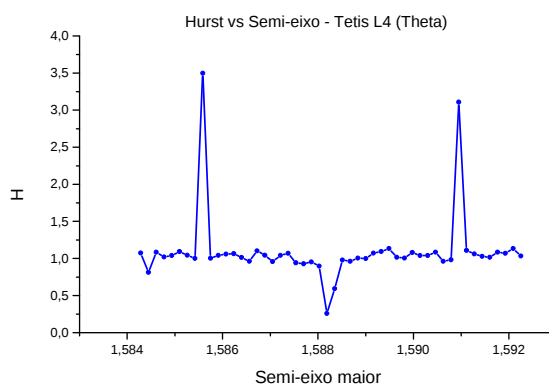


Figura 3.12 – H vs Semi-eixo maior (calculado com difusão em Theta) para L_4 de Tétis.

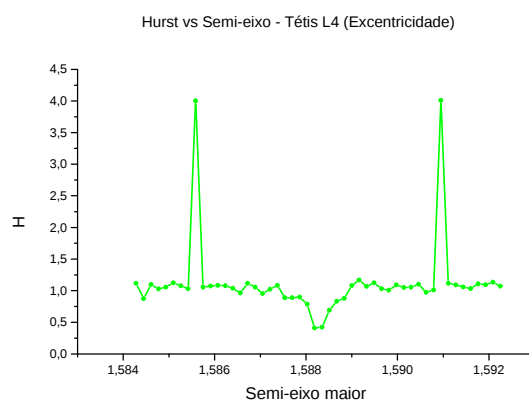


Figura 3.13 – H vs Semi-eixo maior (calculado com difusão em Excentricidade) para L_4 de Tétis.

Nos mapeamentos do expoente H para a região coorbital L_4 de Tétis podemos observar que encontramos a mesma característica quando a difusão é calculada tanto

em semi-eixo maior quanto em longitude e também excentricidade, ao contrário do que tínhamos no início do trabalho. Notamos uma região interna de difusão lenta bem localizada em L_4 .

Através do índice de correlação constatamos que o expoente H foi bem calculado, já que os valores estão compreendidos entre 0.9 e 1.0.

Já nos gráficos do desvio padrão pudemos observar o comportamento distinto entre os casos estável e instável e a respectiva contagem de picos.

O último critério adotado até aqui, pode ser visualizado nas figuras 3.12, 3.13, 3.14 que corresponde aos gráficos de H em função do semi-eixo maior e que nos permite analisar e concluir que, de acordo com o esperado, exatamente em L_4 temos uma região bem estável e acima e abaixo em semi-eixo maior temos regiões bem instáveis. Isso nos permite preliminarmente afirmar que encontramos um resultado satisfatório.

3.3.2 – Resultados encontrados para Mimas

As figuras 3.14, 3.15 e 3.16 tratam do mapeamento do expoente H na região coorbital de Mimas nas proximidades do ponto Lagrangiano L_4 , incluindo também o índice de correlação no mapeamento do cálculo do expoente H.

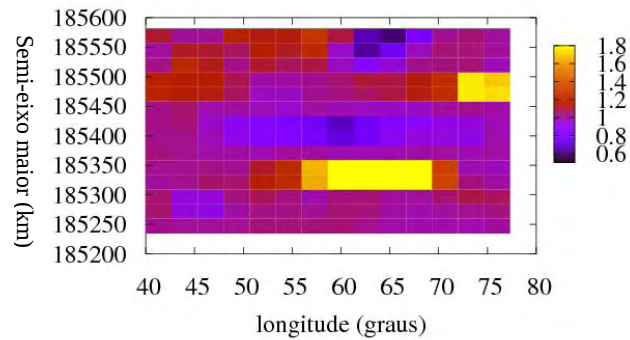


Figura 3.14 – Mapeamento do Expoente H com difusão em semi-eixo maior para região coorbital L_4 de Mimas.

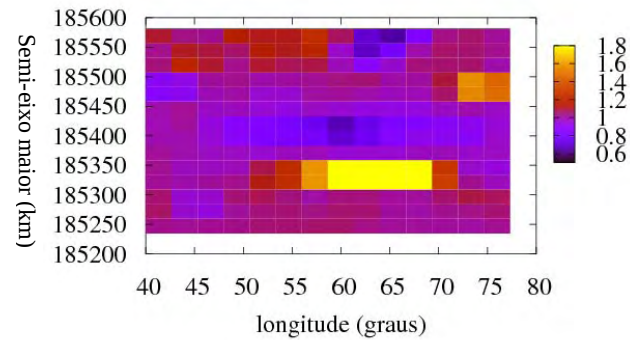


Figura 3.15 – Mapeamento do Expoente H com difusão em longitude (Theta) para região coorbital L_4 de Mimas.

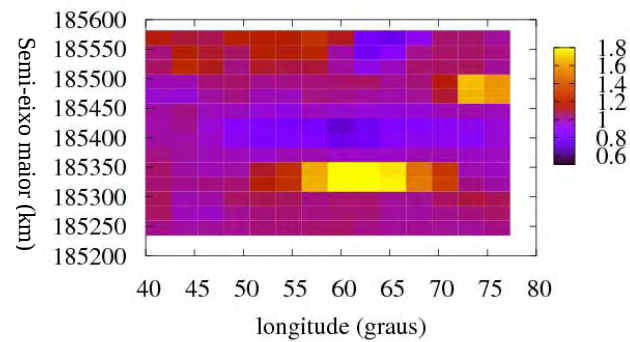


Figura 3.16 – Mapeamento do Expoente H com difusão em Excentricidade para região coorbital L_4 de Mimas.

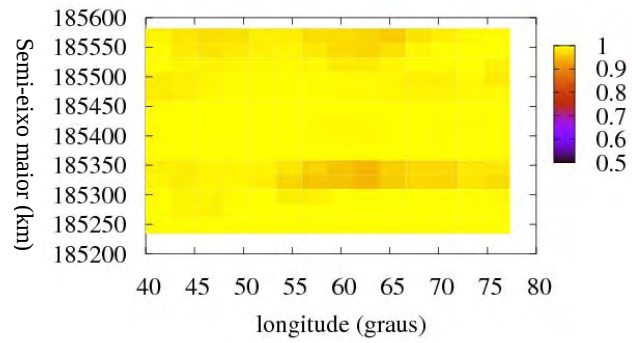


Figura 3.17 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L_4 de Mimas.

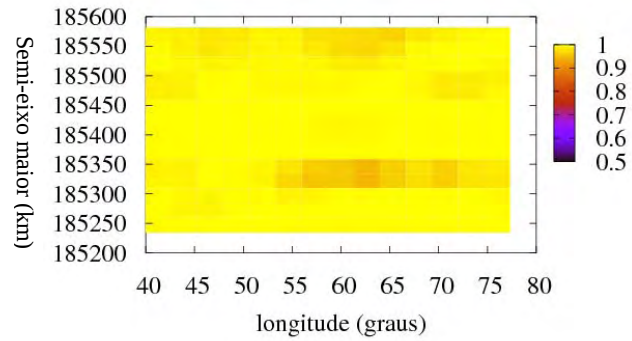


Figura 3.18 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L_4 de Mimas.

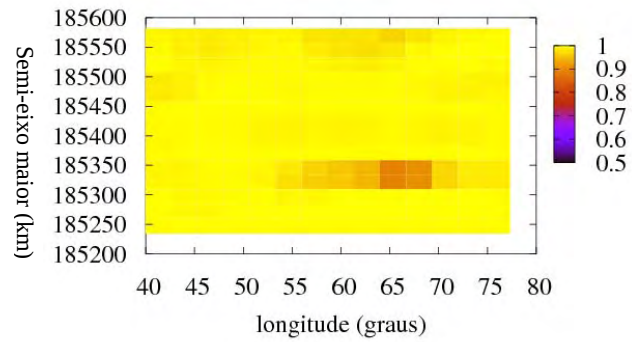


Figura 3.19 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão Em Excentricidade da região L_4 de Mimas.

Visualizamos nas figuras 3.20 e 3.21 os gráficos da evolução do logaritmo do desvio padrão da longitude e sua respectiva contagem de picos para um caso estável e um instável.

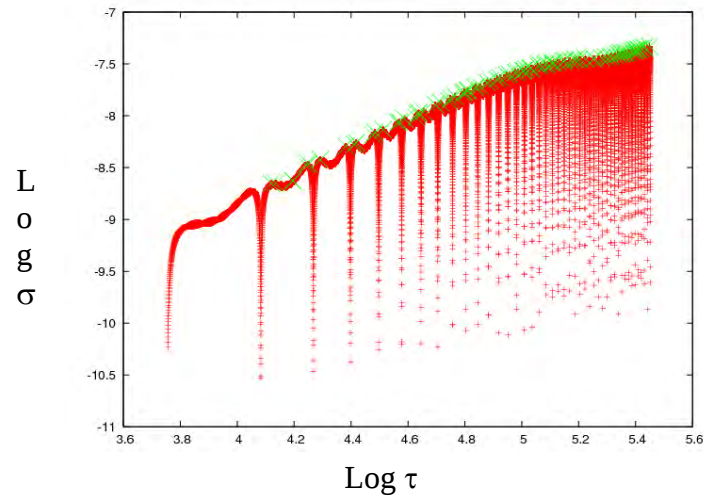


Figura 3.20 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso estável de Mimas.

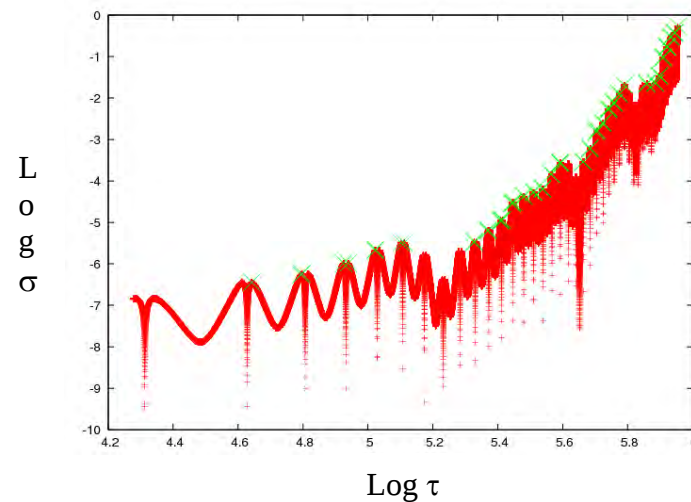


Figura 3.21 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso instável de Mimas.

É possível notar que o tempo de integração para um caso estável é maior do que para um caso instável e que não existem problemas na contagem de picos.

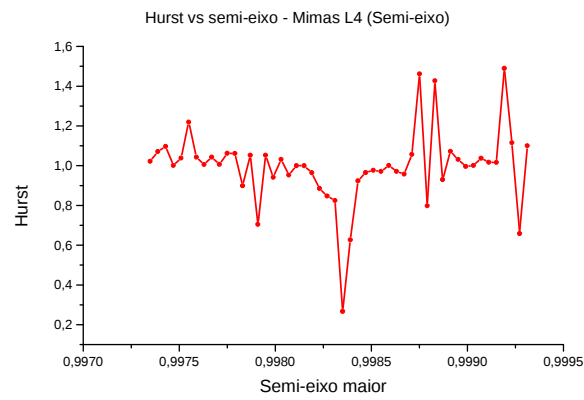


Figura 3.22 – H vs Semi-eixo maior (calculado com difusão em semi-eixo maior) para L_4 de Mimas.

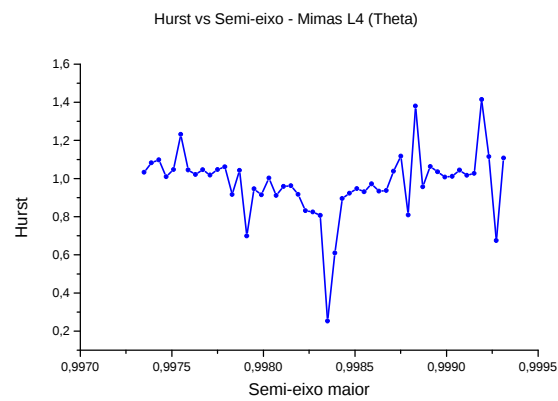


Figura 3.23 – H vs Semi-eixo (calculado com difusão em longitude) para L_4 de Mimas.

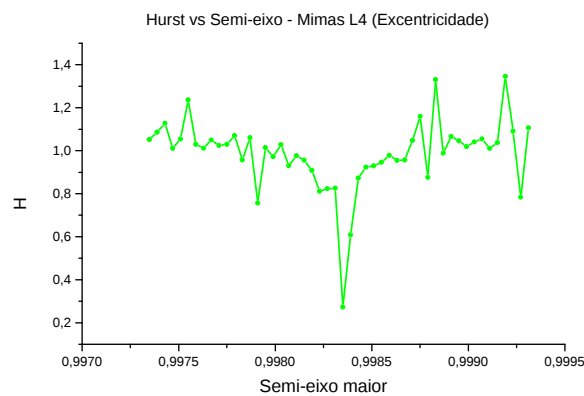


Figura 3.24 – H vs Semi-eixo (calculado com difusão em excentricidade) para L_4 de Mimas.

Podemos notar em todos os casos uma região de baixa difusão exatamente sobre o ponto de equilíbrio lagrangiano L4 e podemos observar também que esta região vai ficando mais instável abaixo e acima no sentido longitudinal. Observamos regiões de alta difusão pouco abaixo radialmente do ponto de equilíbrio e entre 65 e 75 graus em longitude.

O índice de correlação está entre 0,9 e 1, portanto, assume valores considerados muito satisfatórios.

Através dos últimos gráficos, de “H” em função de “a”, podemos perceber e comprovar a região estável localizada exatamente sobre L4 e localizar também as regiões de mais alta difusão.

Novamente podemos perceber que o mapeamento do expoente H calculado com difusão tanto em semi-eixo maior quanto em longitude e também em excentricidade, apresentam um comportamento bem semelhante.

3.3.3 – Resultados encontrados para Dione

As figuras 3.25 – 3.27 mostram o mapeamento do expoente H com difusão em semi-eixo maior, longitude (Theta) e excentricidade, em todas elas podemos notar uma região bem estável em torno de L4 e também radialmente acima e abaixo de L4 encontramos regiões de baixa difusão.

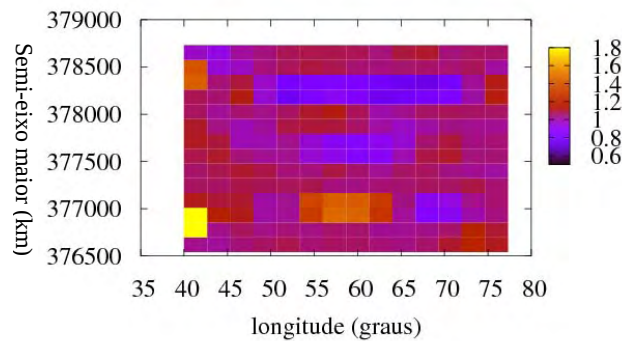


Figura 3.25 – Mapeamento do Expoente H com difusão em semi-eixo maior para região coorbital L_4 de Dione.

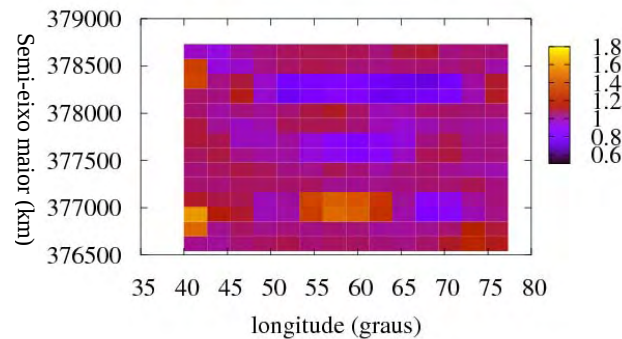


Figura 3.26 – Mapeamento do Expoente H com difusão em longitude (Theta) para região coorbital L_4 de Dione.

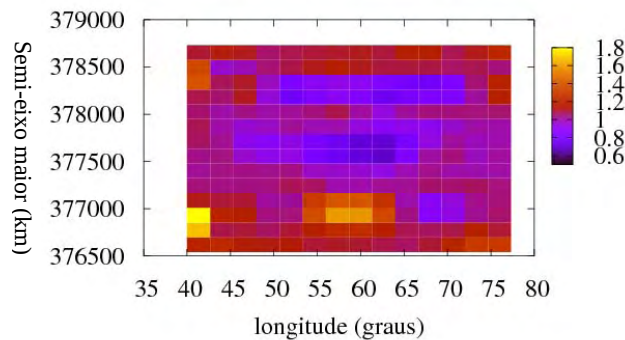


Figura 3.27 – Mapeamento do Expoente H com difusão em excentricidade para região coorbital L_4 de Dione.

O índice de correlação está sempre muito próximo de 1, o que podemos considerar altamente satisfatório(Figuras 3.28-3.30).

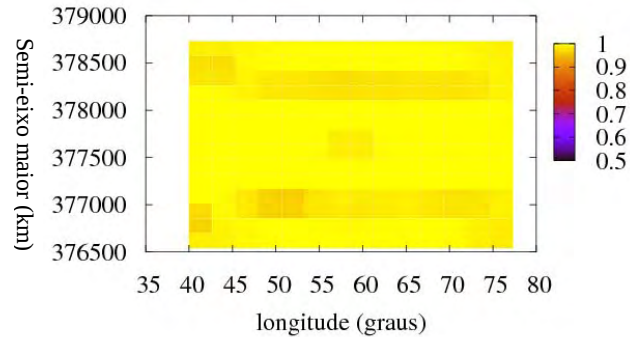


Figura 3.28 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior da região L_4 de Dione.

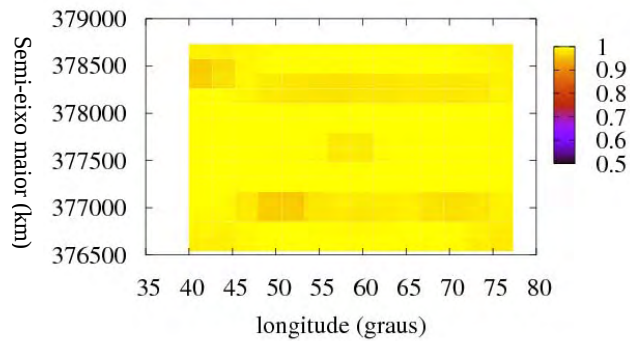


Figura 3.29 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em longitude (Theta) da região L_4 de Dione.

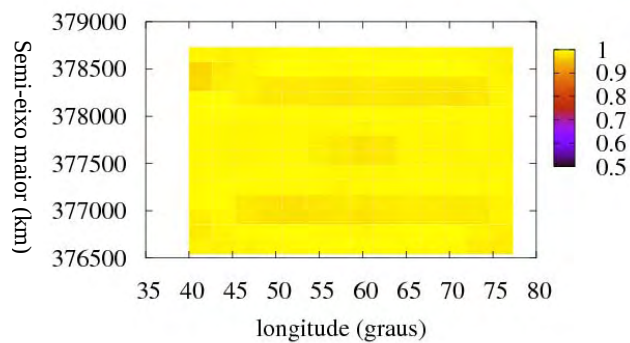


Figura 3.30 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em excentricidade da região L_4 de Dione.

Nas figuras 3.31 e 3.32 percebemos através dos gráficos da evolução do desvio padrão que para o caso estável o tempo de integração é bem maior do que para o caso instável e visualizamos também a contagem de picos e a inexistência de picos intermediários.

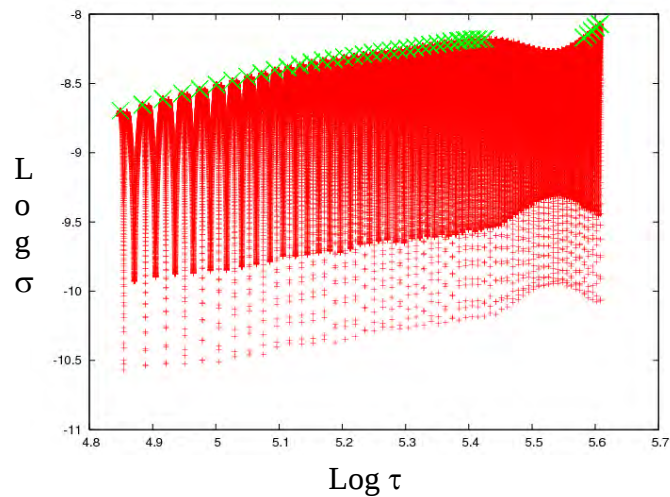


Figura 3.31 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso estável de Dione.

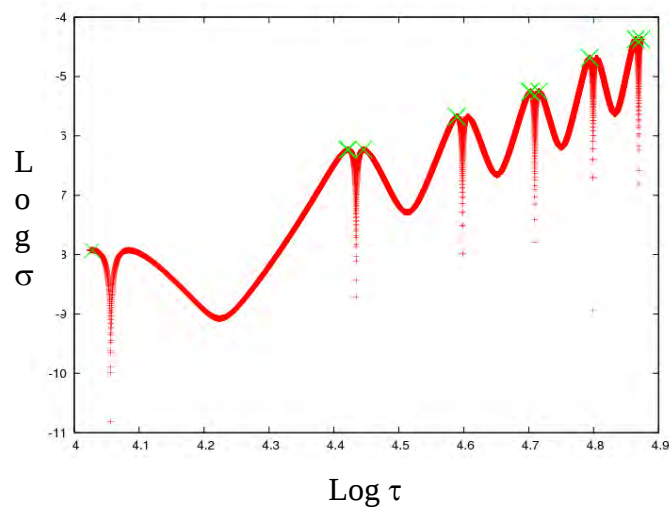


Figura 3.32 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso instável de Dione.

Plotamos logo a seguir o gráfico de H em função do semi-eixo maior, e este nos apresentou informações excelentes, onde podemos através dele visualizar a regiões de baixa difusão e as regiões de instabilidade (Figuras 3.33-3.35).

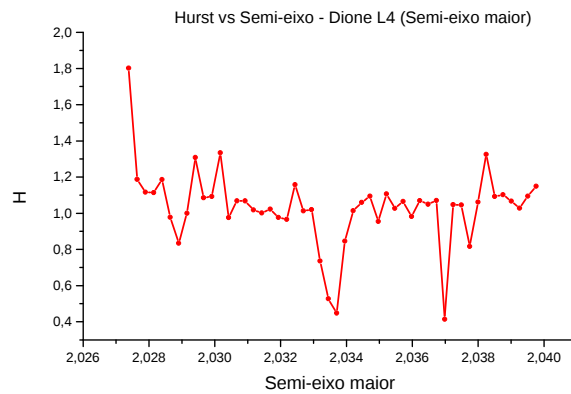


Figura 3.33 – H vs Semi-eixo (calculado com difusão em semi-eixo maior) para L_4 de Dione.

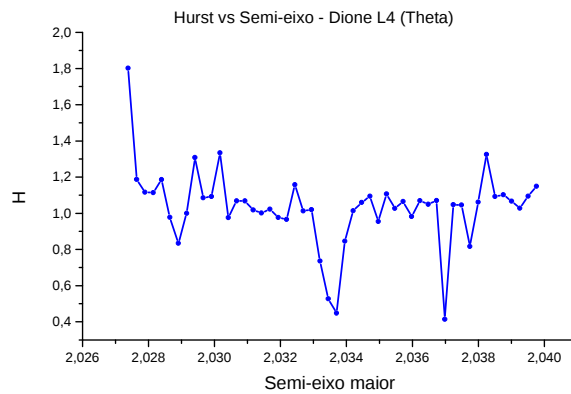


Figura 3.34 – H vs Semi-eixo (calculado com difusão em longitude) para L_4 de Dione.

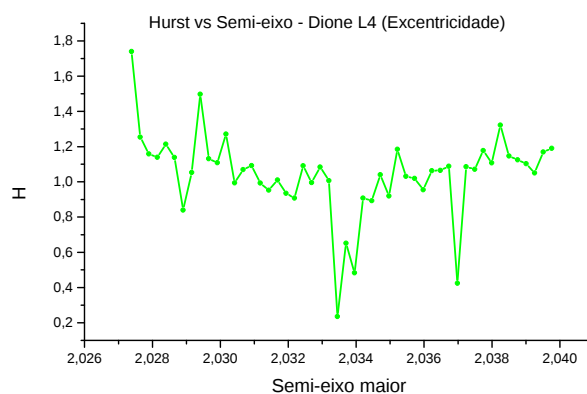


Figura 3.35 – H vs Semi-eixo (calculado com difusão em excentricidade) para L_4 de Dione .

Através dos mapeamentos do expoente H e dos gráficos de H em função do semi-eixo maior podemos perceber que Dione, de fato, é o satélite que possui regiões mais estáveis.

3.3.4 – Resultados encontrados para Encelado

As figuras abaixo ilustram o mapeamento do expoente H calculado com difusão em semi-eixo maior, longitude e excentricidade, para a região coorbital L_4 de Encelado.

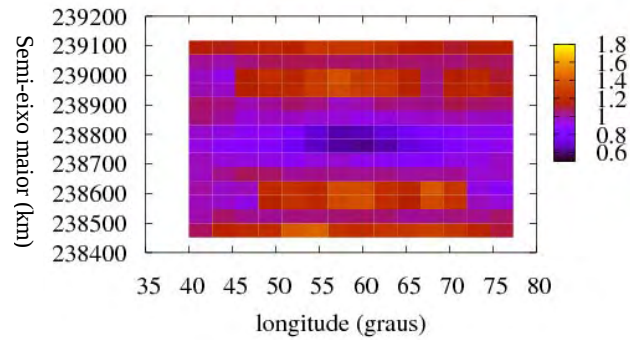


Figura 3.36 – Mapeamento do Expoente H com difusão em Semi-eixo maior para região coorbital L_4 de Encelado.

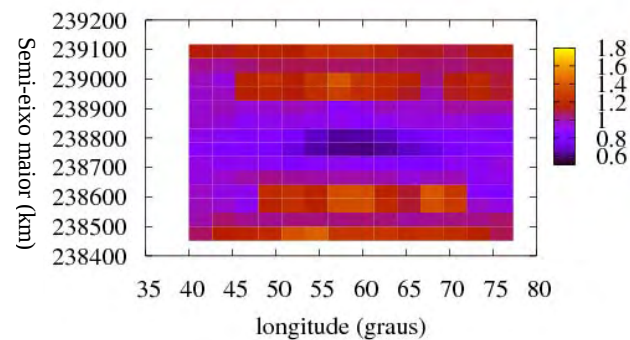


Figura 3. 37– Mapeamento do Expoente H com difusão em Longitude (Theta) para região coorbital L_4 de Encelado.

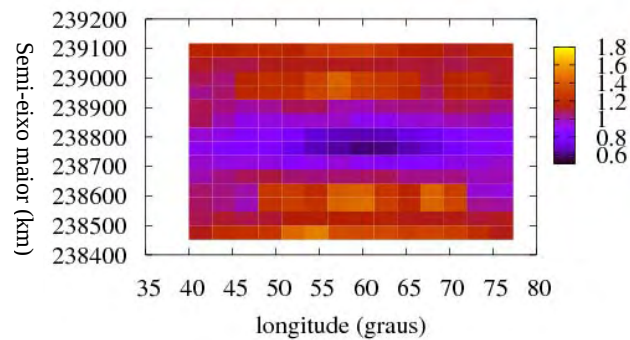


Figura 3.38 – Mapeamento do Expoente H com difusão em Excentricidade para região coorbital L_4 de Encelado.

As figuras 3.39 a 3.41, correspondem ao índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em semi-eixo maior, longitude e excentricidade.

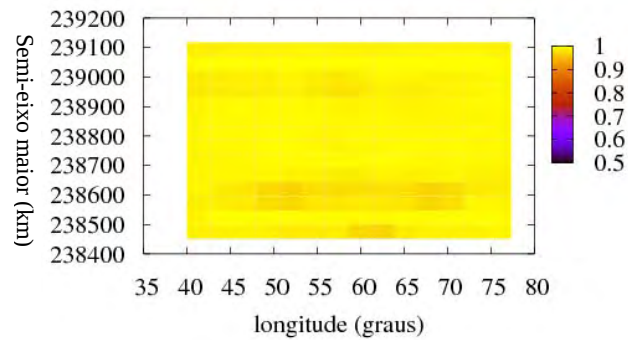


Figura 3.39 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em Semi-eixo maior da região L_4 de Encelado.

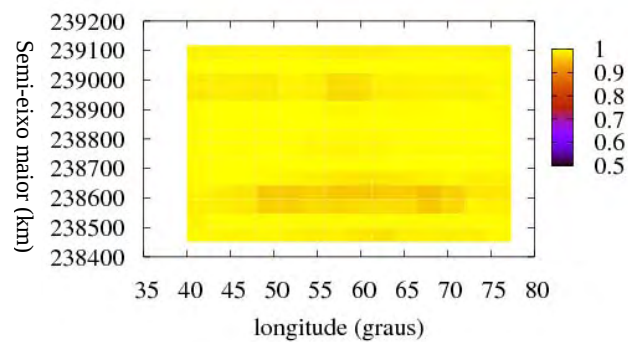


Figura 3.40 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em longitude (Theta) da região L_4 de Encelado.

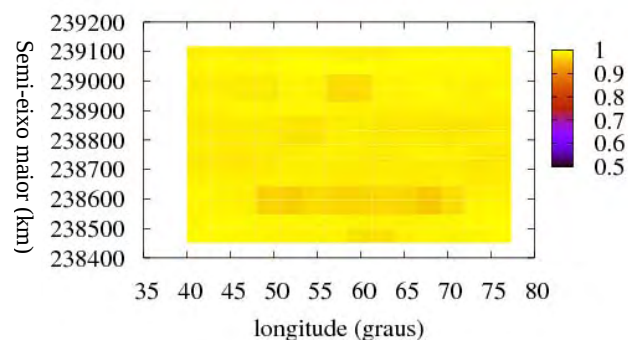


Figura 3. 41 – Índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em Excentricidade para região L_4 de Encelado.

Para Encelado, em todos os mapeamentos do expoente H, a região de mais baixa difusão está localizada exatamente em L_4 . Nota-se que as regiões instáveis estão localizadas radialmente acima e abaixo de L_4 , esta característica é perceptível também no gráfico de H em função de “a”.

Visualizamos abaixo os gráficos do desvio padrão e a contagem de picos para um caso estável e um caso instável para a região coorbital L_4 de Encelado.

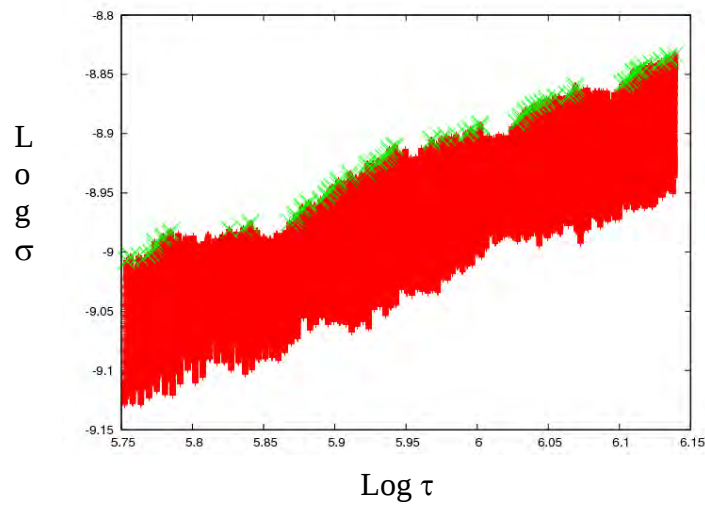


Figura 3.42 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso estável.

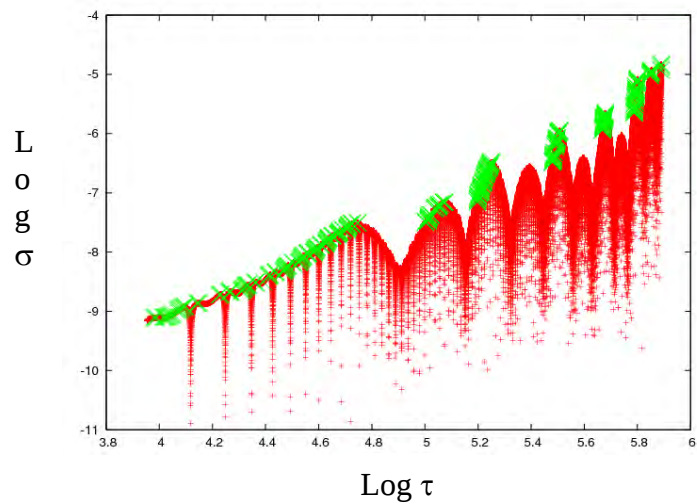


Figura 3.43 – Evolução do logaritmo do desvio-padrão e a contagem de picos para um caso instável.

E finalmente, nas figuras 3.44-3.46, os gráficos de H em função do semi-eixo maior, onde podemos visualizar as regiões estáveis e instáveis de Encelado.

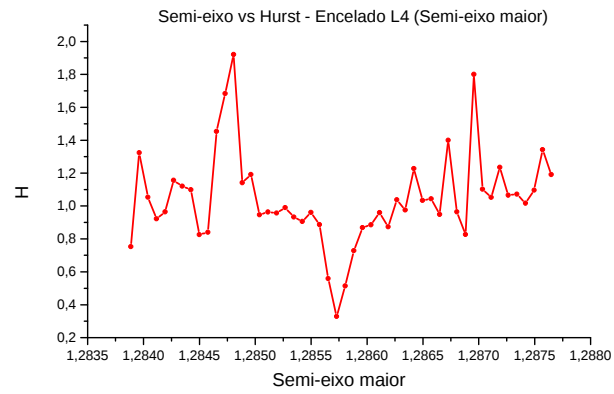


Figura 3.44 – H vs Semi-eixo maior (calculado com difusão em semi-eixo) para L₄ de Encelado.

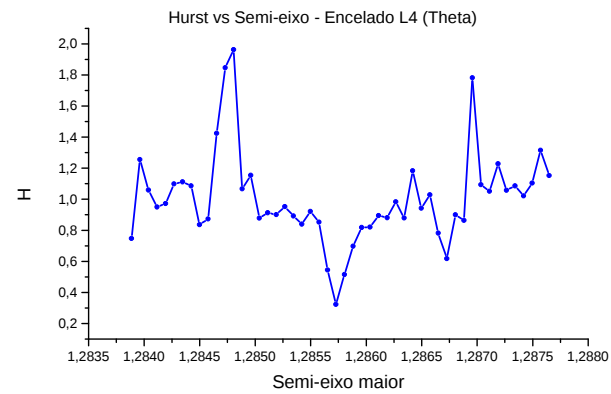


Figura 3.45 – H vs Semi-eixo maior (calculado com difusão em longitude) para L₄ de Encelado.

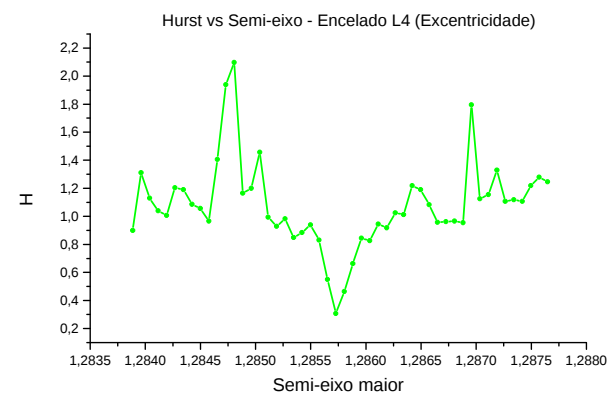


Figura 3.46 – H vs Semi-eixo maior (calculado com difusão em excentricidade) para L₄ de Encelado.

Todos os critérios adotados até agora corresponderam às nossas expectativas. Sanados os problemas da contagem de picos, das incompatibilidades entre os programas, obtivemos resultados satisfatórios, o que ficou comprovado pelo índice de correlação. No entanto, os limites entre as regiões estáveis e instáveis ainda não ficaram bem definidos.

Os resultados encontrados até aqui são preliminares, com o objetivo apenas de verificar as regiões coorbitais em torno de L4 dos satélites de Saturno e ainda poder concluir que o método está adequado ao nosso problema.

Utilizando o programa de Giullati Winter et al (2005) para estudar regiões coorbitais, definimos para cada satélite os limites das órbitas girino e ferradura em torno do ponto equilíbrio L4, com isso poderemos plotar nos gráficos de H em função do semi-eixo maior os limites da girino e ferradura, para efeito de comparação em relação ao valor de H. Os resultados encontrados estão na tabela 4.

SATÉLITE	GIRINO (Numérico)	FERRADURA (Numérico)	FERRADURA (Analítico)	GAP (Analítico)
Localização em semi-eixo maior (km)				
DIONE	376857-378569	373863-381563	375368-380058	367861-387565
ENCELADO	238660-238932	237996-239596	238083-239509	235801-241791
MIMAS	185343-185420	184900-185940	185039-185783	183849-186973
TÉTIS	294479-295489	292884-297084	293474-296494	288642-301326

Tabela 4 – Limites das órbitas girino, ferradura e região de caos (GAP)

Portanto, os dados da tabela anterior serão de extrema importância para os próximos passos.

CAPÍTULO 4

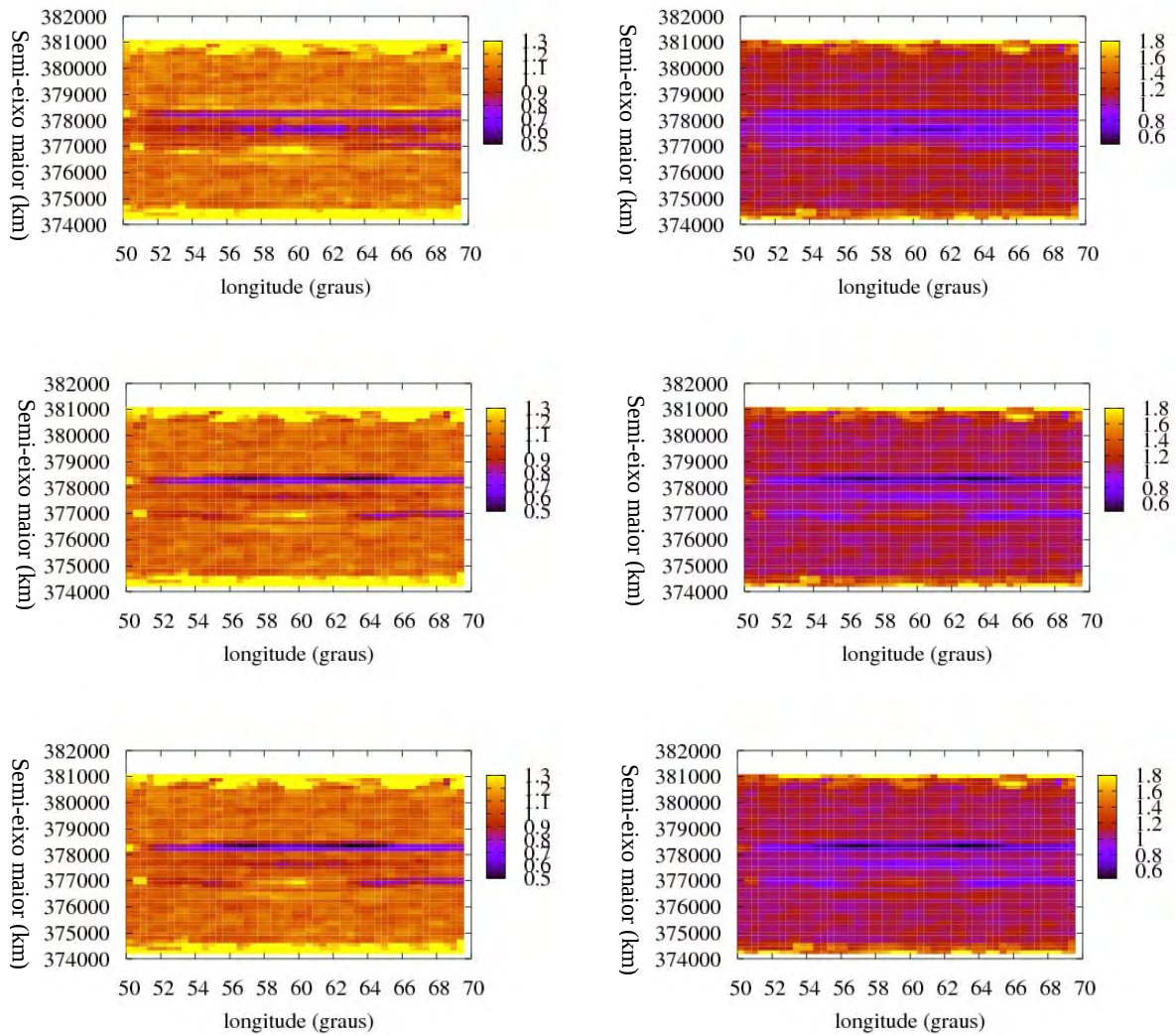
MAPEAMENTO DO EXPOENTE H – GRADE IDEAL

No intuito de obtermos resultados mais satisfatórios e precisos, simulamos nos casos seguintes o mapeamento da difusão das partículas através do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, utilizando uma grade de 50x50, que resulta em 2500 janelas. Como o tempo de integração é elevado, para obtermos os resultados em curto período de tempo, dividimos o eixo vertical corresponde ao semi-eixo maior em 50 janelas e dividimos a grade em longitude em 10 blocos, onde cada bloco contém 5 janelas.

4.1 – Resultados encontrados para Dione

Na figura 4.1, temos na primeira coluna à esquerda o mapeamento em torno do ponto de equilíbrio Lagrangiano L4 com difusão calculada em excentricidade, semi-eixo maior e longitude na escala de 1.3; na coluna à direita o mapeamento utilizando a escala 1.8.

O que se pode notar é que Dione apresenta em torno de L4, aproximadamente em 377700 km em semi-eixo maior e entre 56 e 64 graus uma região de baixa difusão mais evidente em excentricidade do que em semi-eixo maior e longitude, mas também apresenta em torno de 378200 km, entre 52 e 70 graus, uma região ainda maior de difusão lenta, principalmente em semi-eixo maior e longitude. Tal comportamento é esperado já que uma partícula pode possuir uma libração maior em semi-eixo maior do que em longitude e ainda excentricidade, mas não deixar de estar relacionada com uma região de baixa difusão.



Figuras 4.1 –Mapeamento do expoente H, em torno do ponto de equilíbrio L4 de Dione, calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e Longitude

As regiões acima de 381000 km e abaixo de 374000 km está relacionada a região de caos, onde $H > 1.3$ e possui no mapa coloração amarela.

O que conclui-se das figuras 4.1 é que, embora Dione possua regiões de baixa difusão onde H assume valores em torno de 0.5 e 0.8, toda a região restante onde H é bem próximo de 1 também possui baixa difusão, ou seja, toda a região compreendida entre 374000 km e 381000km é estável.

A figura 4.2 diz respeito ao gráfico do valor de H em função do semi-eixo maior, localizado exatamente em 59,6 graus em longitude, abrangendo toda a grade em semi-eixo maior. Na figura, as linhas tracejadas pretas e lilás representam os limites das órbitas girino e ferradura, respectivamente. Podemos perceber que a região

de ferradura possui valores de H em torno de 1, onde a partir de um determinado ponto percebemos que H aumenta até atingir a região de caos.

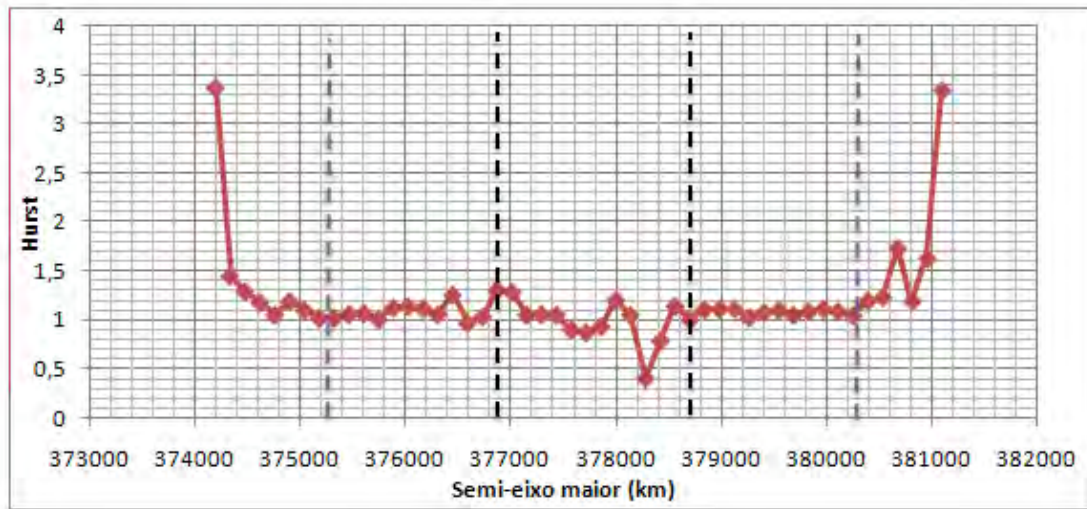


Figura 4.2 – H vs Semi-eixo maior localizado em 59,6 graus em longitude de Dione.

Na figura 4.3 temos o índice de correlação do cálculo do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude.

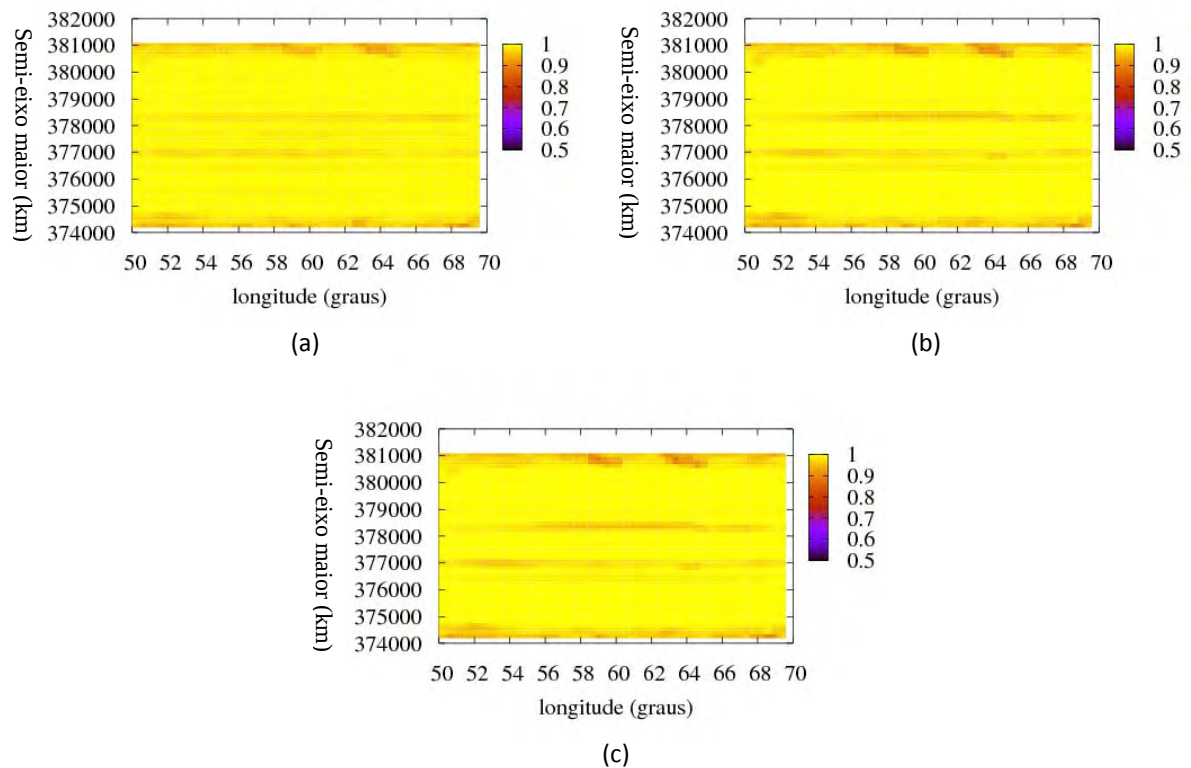


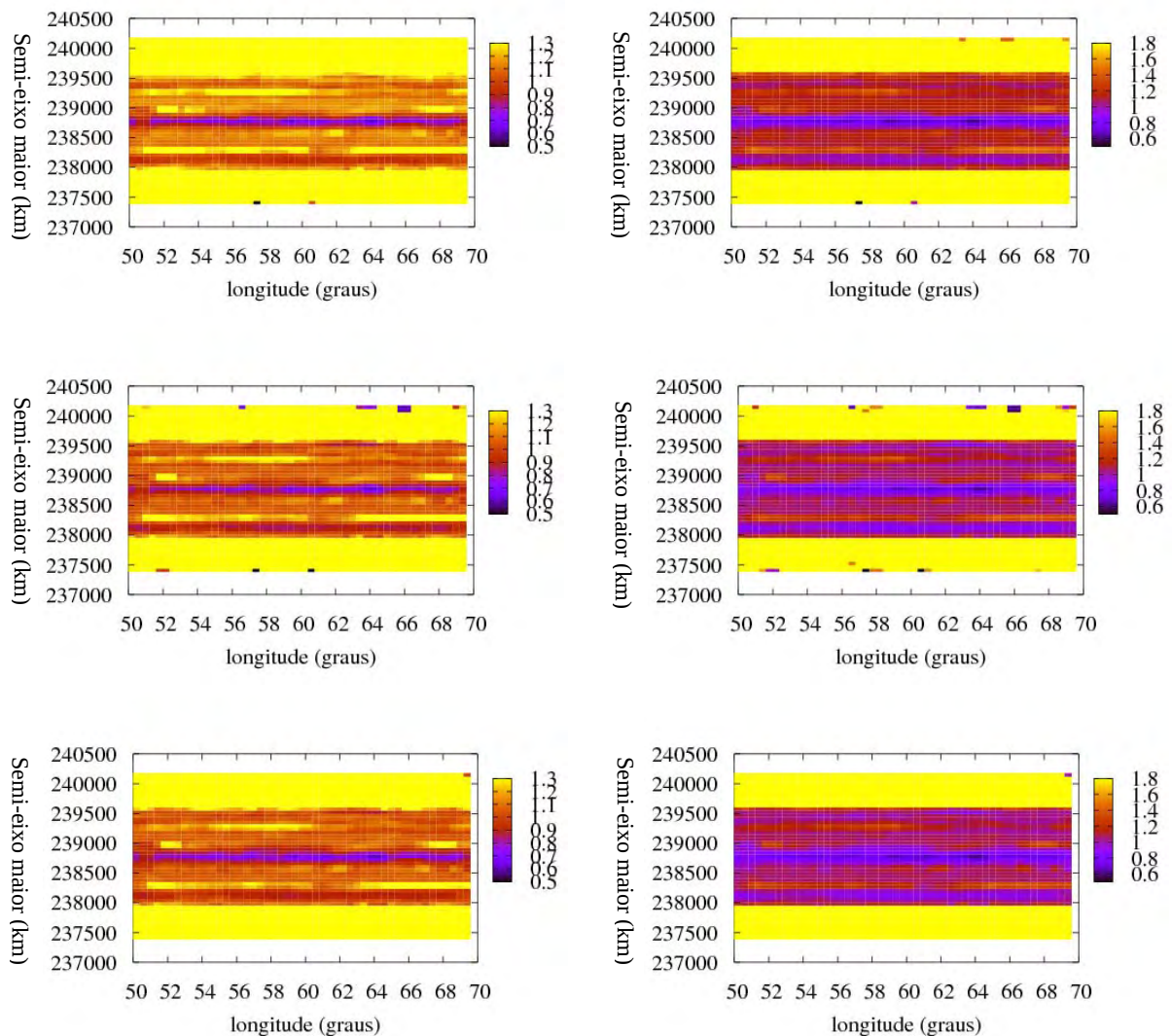
Figura 4.3 – Índice de correlação, (a) em excentricidade, (b) em semi-eixo maior e (c) em Longitude.

Os valores de correlação estão entre 0.94 e 0.99, indicando que os pontos que formam a reta para o cálculo de H estão alinhados, ou seja, o cálculo está sendo efetuado de maneira correta.

4.2 – Resultados encontrados para Encelado

Na coluna à esquerda temos o mapeamento do expoente H em torno do ponto de equilíbrio L_4 , calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, respectivamente na escala 1.3; já na coluna à direita o mesmo mapeamento porém na escala 1.8.

Encelado é em geral, uma região de estabilidade com H em torno de 1, que possui sua região de mais baixa difusão em seu semi-eixo maior de referência, onde H é próximo de 0.8. A região de caos tem início, acima de 239500 km e abaixo de 238000 km. É possível notar também duas faixas estreitas de alta difusão, localizadas simetricamente acima e abaixo de L_4 .



Figuras 4.4 – Mapeamento do expoente H , em torno do ponto de equilíbrio L_4 de Encelado, calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e Longitude

O gráfico de H em função do semi-eixo maior está ilustrado na figura 4.5, onde as linhas pretas representam os limites da órbita girino e as linhas vermelhas os limites da órbita ferradura. As duas faixas de instabilidade vistas no mapeamento do expoente H , localizadas simetricamente acima e abaixo de L_4 podem ser vistas também na figura 4.5 juntamente com a passagem para a região de caos.

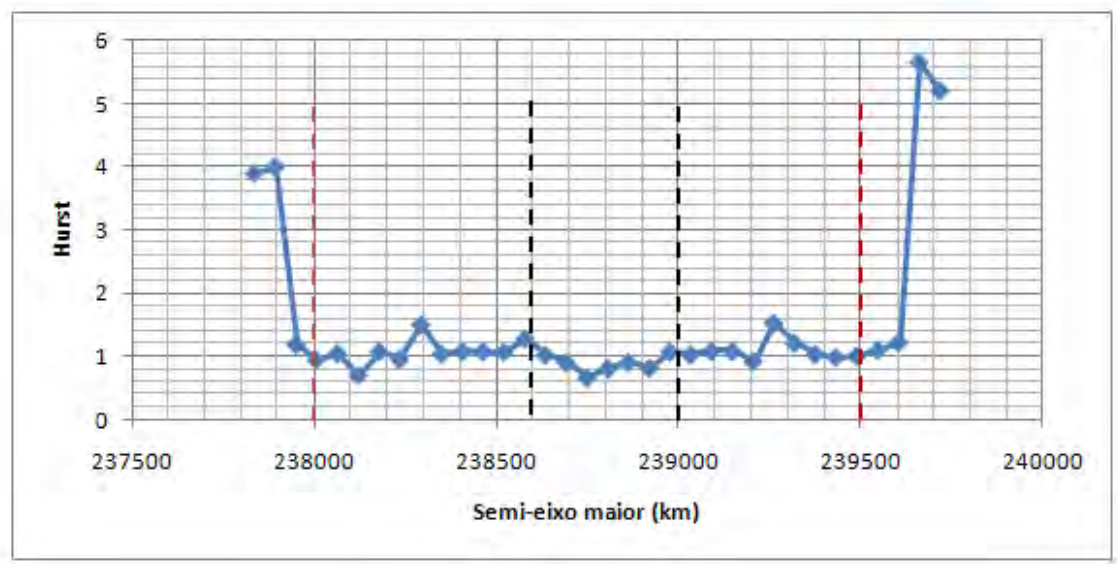


Figura 4.5 – H vs Semi-eixo maior localizado em 59,6 graus em longitude de Encelado.

Para confirmarmos se os pontos que definem a reta para o cálculo de H estão alinhados de fato, verificamos a seguir, na figura 4.7, o índice de correlação.

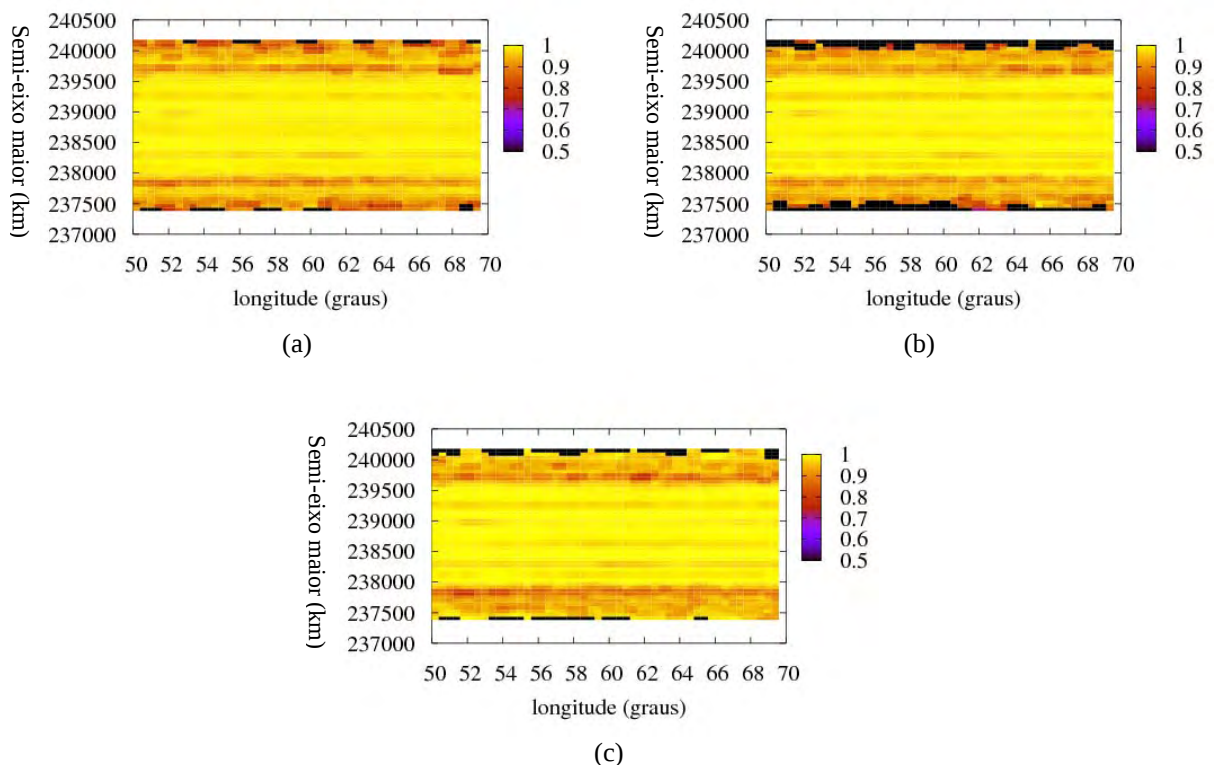
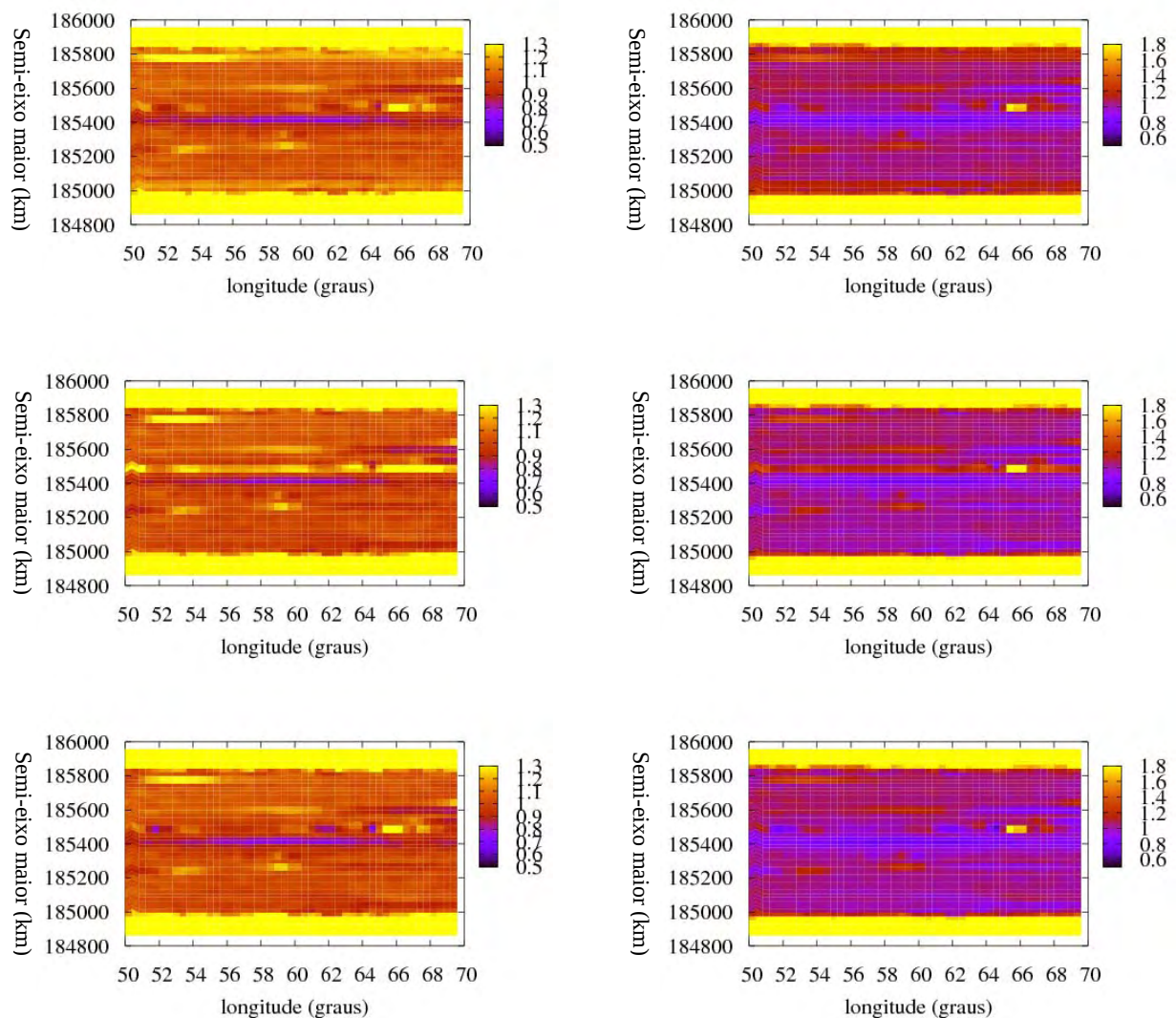


Figura 4.6 Índice de correlação do mapeamento do expoente H .

Toda a região de girino e ferradura apresentam valor de correlação em torno de 0.92 e 0.99, concluímos então que os pontos que definem a reta estão alinhados e conseqüentemente o método aplicado ao nosso problema também.

4.3 – Resultados encontrados para Mimas

Notamos através do mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude respectivamente, na coluna à esquerda em escala 1.2 e na coluna à direita em escala 1.8, que Mimas possui sua região de mais baixa difusão em seu semi-eixo maior de referencia, porém assim como Encelado apresenta 85% dos valores de H em torno de 1.



Figuras 4.7 - Mapeamento do expoente H , em torno do ponto de equilíbrio L_4 de Mimas, calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e Longitude

A região de caos tem início em 185000 km e em 185800 km e esses limites também foram observados através de simulações utilizando o programa de Giulliat Winter et al(2005).

Existem, no mapeamento, diferenças sutis quando a difusão é calculada em excentricidade, semi-eixo maior e longitude.

Através da figura 4.8 que representa H em função do semi-eixo maior, localizado exatamente em 59,6 graus em longitude, podemos notar que a grande maioria dos valores de H , estão de fato próximos de 1, ou seja, Mimas também é uma região que apresenta estabilidade e assim como Encelado não possui coorbitais.

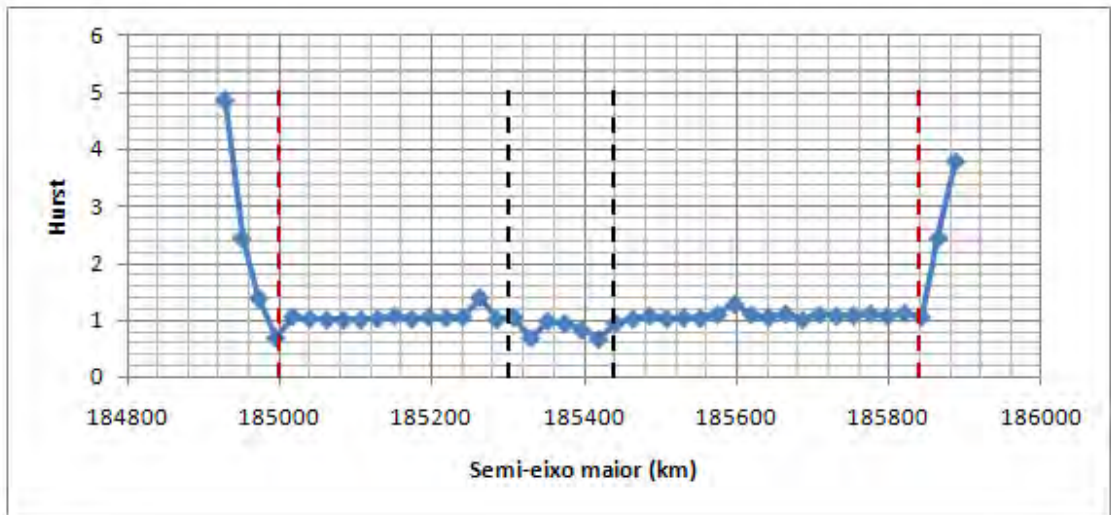
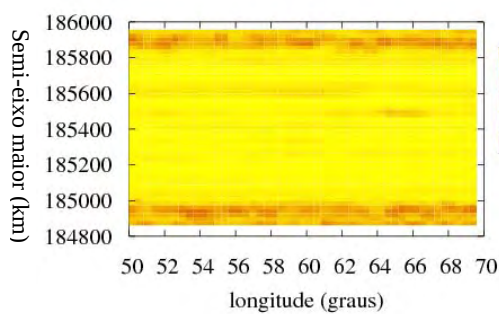
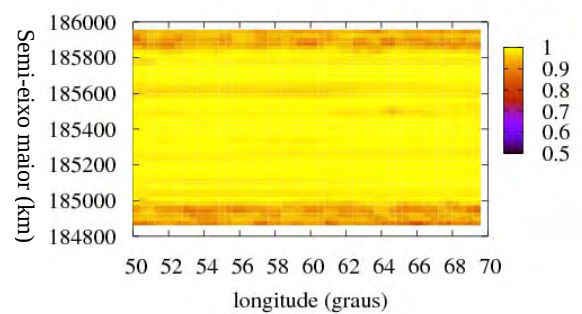


Figura 4.8 – H vs Semi-eixo maior localizado em 59,6 graus em longitude de Mimas.

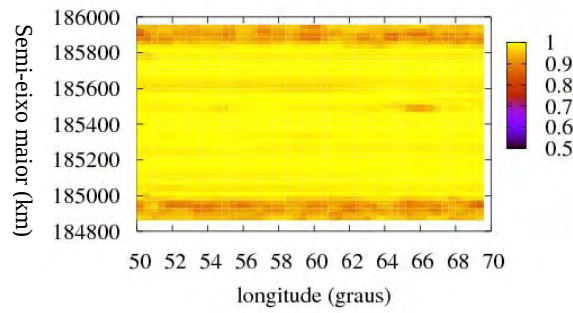
Na figura 4.9 abaixo, visualizamos o índice de correlação do mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, onde podemos confirmar o alinhamento dos pontos que formarão a reta que definem H .



(a)



(b)



(c)

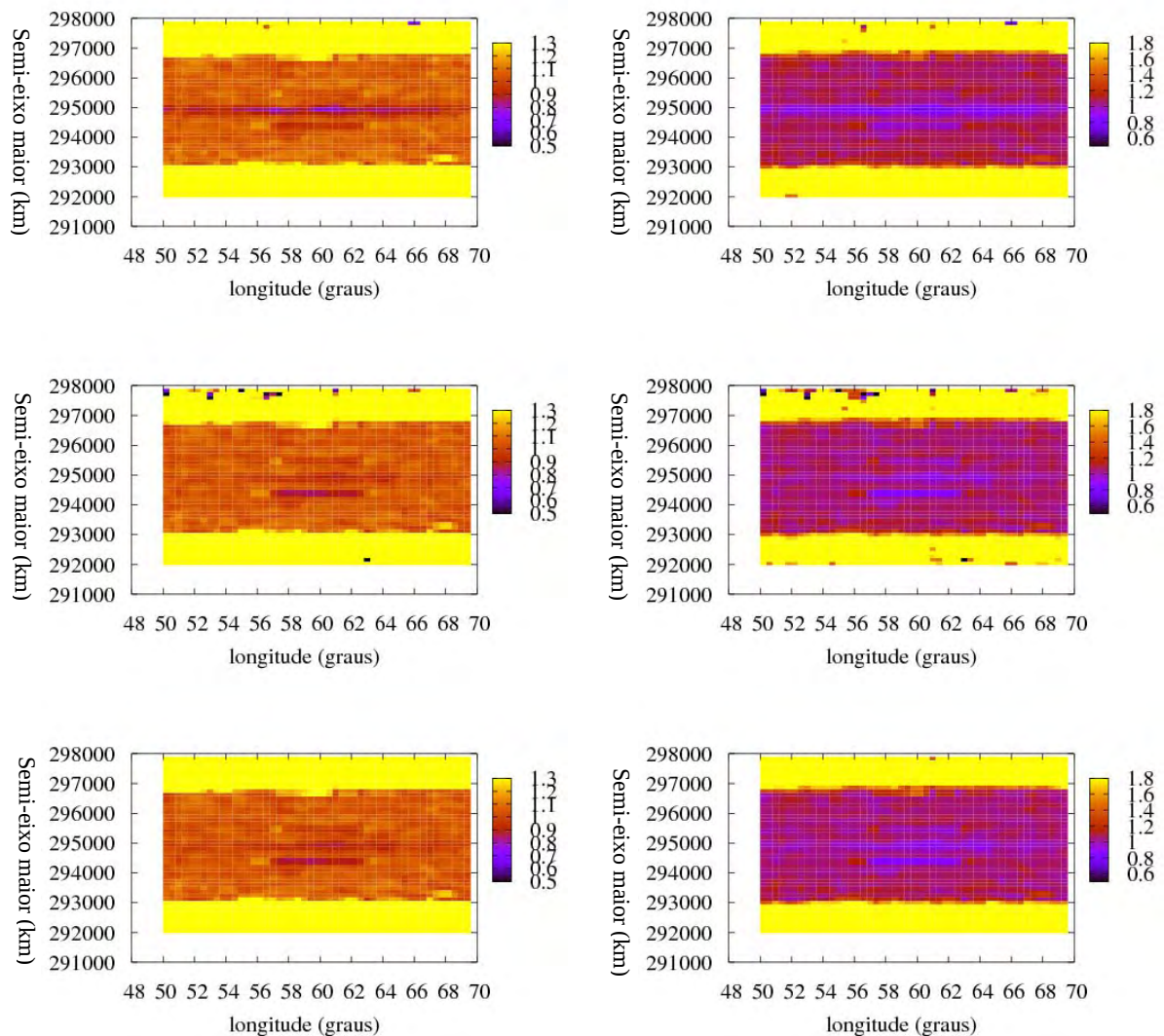
Figura 4.9 Índice de correlação do mapeamento do expoente H.

Mimas apresenta uma região de estabilidade que possivelmente poderia abrigar coorbitais; possui diferenças sutis quando a difusão é calculada em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, mas ainda é possível notar que quando H é calculado com difusão em semi-eixo maior é pouco mais difuso do que em excentricidade e longitude.

4.4 – Resultados encontrados para Tétis

Para Tétis, na figura 4.10, visualizamos na coluna à esquerda o mapeamento do expoente H calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude na escala 1.3 e na coluna à direita na escala 1.8.

É possível perceber que quando H é calculado com difusão em excentricidade tem-se uma região de mais baixa difusão em seu semi-eixo maior de referencia, diferentemente de quando H é calculado com difusão em semi-eixo maior e também longitude.



Figuras 4.10 – Mapeamento do expoente H, em torno do ponto de equilíbrio L4 de Tétis, calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e Longitude

Na figura 4.11, observamos que a grande maioria dos valores de H estão bem próximos de 1, tanto nas órbitas girino, limitadas pelas linhas pretas, quanto nas órbitas ferraduras, limitadas pelas linhas vermelhas. Nota-se também a passagem suave para a região de caos.

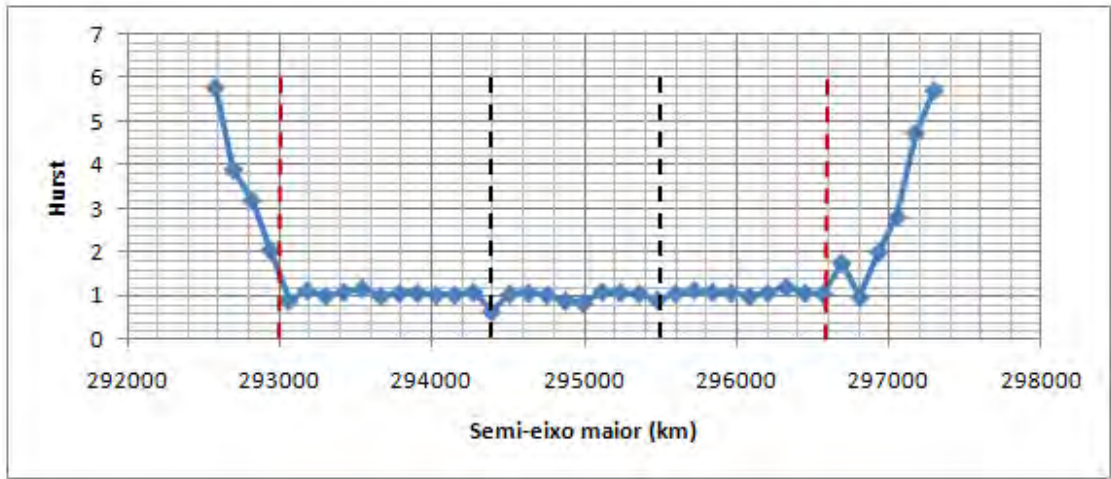


Figura 4.11 – H vs Semi-eixo maior localizado em 59,6 graus em longitude de Tétis.

As figuras 4.12 ilustram o índice de correlação, confirmando o alinhamento dos pontos que forma a reta para o cálculo de H .

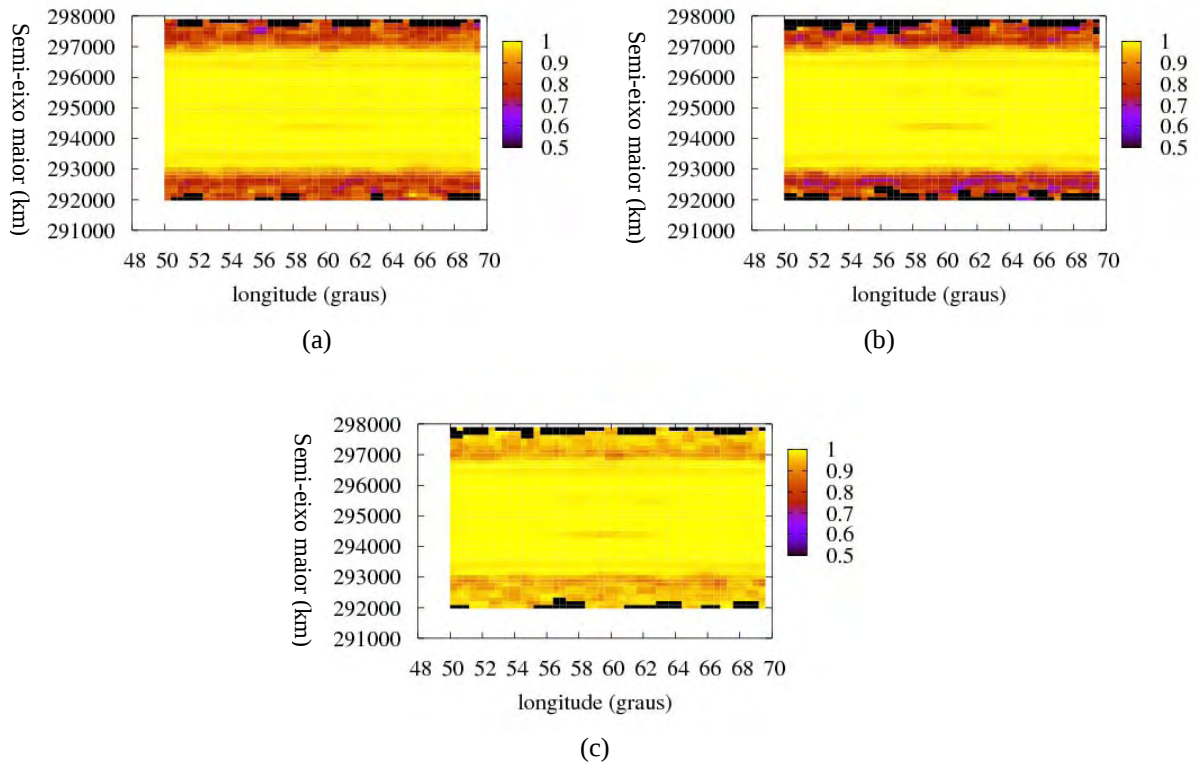


Figura 4.12 – Índice de correlação do mapeamento do expoente H .

Tétis apresenta um mapeamento bem semelhante à Mimas e a Encelado, mesmo estes não possuindo coorbitais, o que nos leva a crer que se Mimas e Encelado possuem regiões capazes de abrigar coorbitais então talvez possam ter existido, mas no caso de Encelado, por exemplo, terem se perdido durante, por exemplo, a sua migração para a posição atual quando passou pelas ressonâncias 4:5, 5:6 e 6:7.

Para concluirmos tal hipótese, devemos simular a passagem de Encelado por tais ressonâncias e para tanto encontrarmos alta difusão nestas regiões.

CAPÍTULO 5

A MIGRAÇÃO DE ENCELADO PARA SUA POSIÇÃO ATUAL E O MAPEAMENTO DAS REGIÕES RESSONANTES E INTERMEDIÁRIAS

Como vimos nos resultados anteriores, Encelado e Mimas apresentam regiões de estabilidade e portanto estes poderiam ter abrigado coorbitais, levando-nos a considerar a hipótese desses coorbitais terem sido removidos quando Encelado passou pelas ressonâncias 6:7, 5:6 e 4:5.

No artigo de Mourão et al. (2006) concluiu-se que Mimas e Encelado poderiam ter perdido seus coorbitais quando Encelado passou em uma das ressonâncias de primeira ordem com Mimas.

Na figura 5.1 temos um diagrama ilustrando a migração de Encelado e as posições de ressonância onde as partículas estão em regiões instáveis e estáveis, adaptada do artigo de Mourão et al(2006).

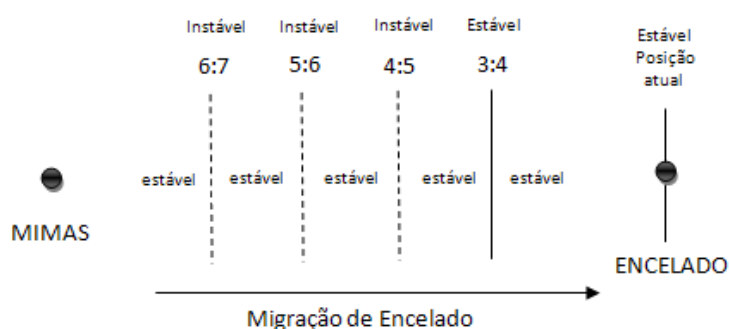


Figura 5.1 – Migração de Encelado e a passagem pelas ressonâncias.

É possível notar que, em geral, de acordo com a figura 5.1 das simulações do artigo de Mourão, as partículas são instáveis somente quando Encelado está passando pelo movimento médio de primeira ordem ressonante com Mimas.

Aplicando o método do expoente H podemos mapear tais regiões de ressonância, para enfim concluir se realmente é possível que Encelado tenha perdido seus coorbitais quando possivelmente passou por tais ressonâncias até alcançarem suas posições atuais.

Utilizando a mesma metodologia aplicada até então, porém com um número reduzido de janelas (30x30), o objetivo agora é descobrir se exatamente nas posições de ressonância citadas anteriormente as partículas estão em regiões instáveis. Verificaremos também, através do método do expoente H , as posições intermediárias entre as ressonâncias, que se apresentam estáveis de acordo com a figura 5.1.

A diferença do nosso trabalho em relação ao trabalho Mourão(2006) é que o estudo não se restringirá apenas no semi-eixo ressonante, mas varrerá uma larga escala em semi-eixo maior, podendo-se assim estabelecer todas as posições de alta e baixa difusão, o método utilizado também difere do trabalho de Mourão(2006).

5.1 – RESSONÂNCIA 3:4

Na coluna à esquerda da figura 5.2 temos o mapeamento do expoente H calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, respectivamente, na escala 1.3. Na coluna à direita o mesmo mapeamento, porém na escala 1.8.

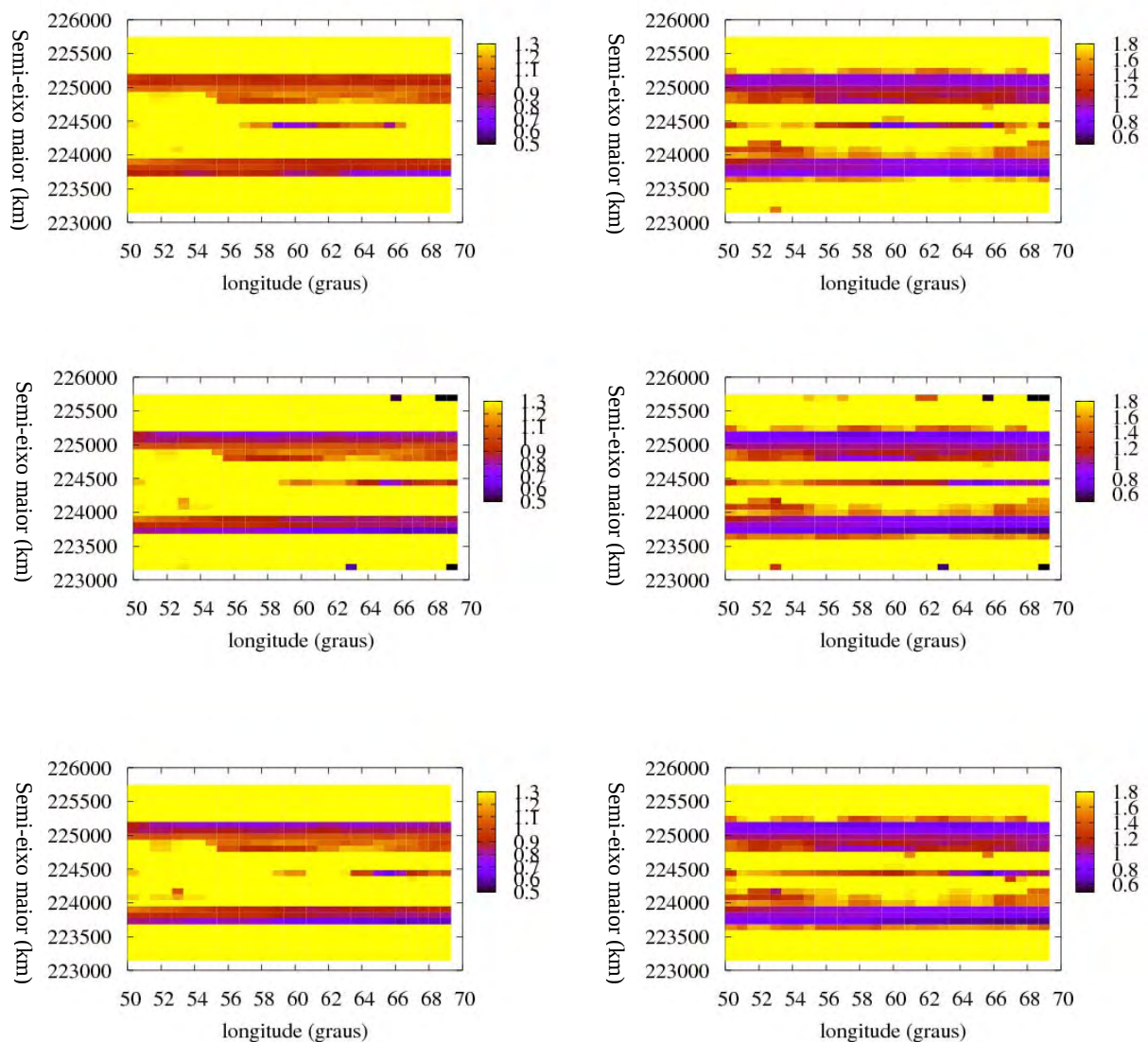


Figura 5.2 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado na ressonância 3:4. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

No mapeamento da figura 5.2 podemos visualizar uma estreita faixa de baixa difusão localizada na grade do semi-eixo maior em 224500 km, que é exatamente o semi-eixo maior ressonante, porém esta faixa é bem limitada em longitude, varia de 58

a 70 graus. Abaixo do semi-eixo maior ressonante possui 500 km de região de alta difusão e acima, aproximadamente 250 km. Há também duas faixas simétricas correspondentes a uma região de baixa difusão. Podemos observar inclusive que possui maior variação em semi-eixo maior e excentricidade.

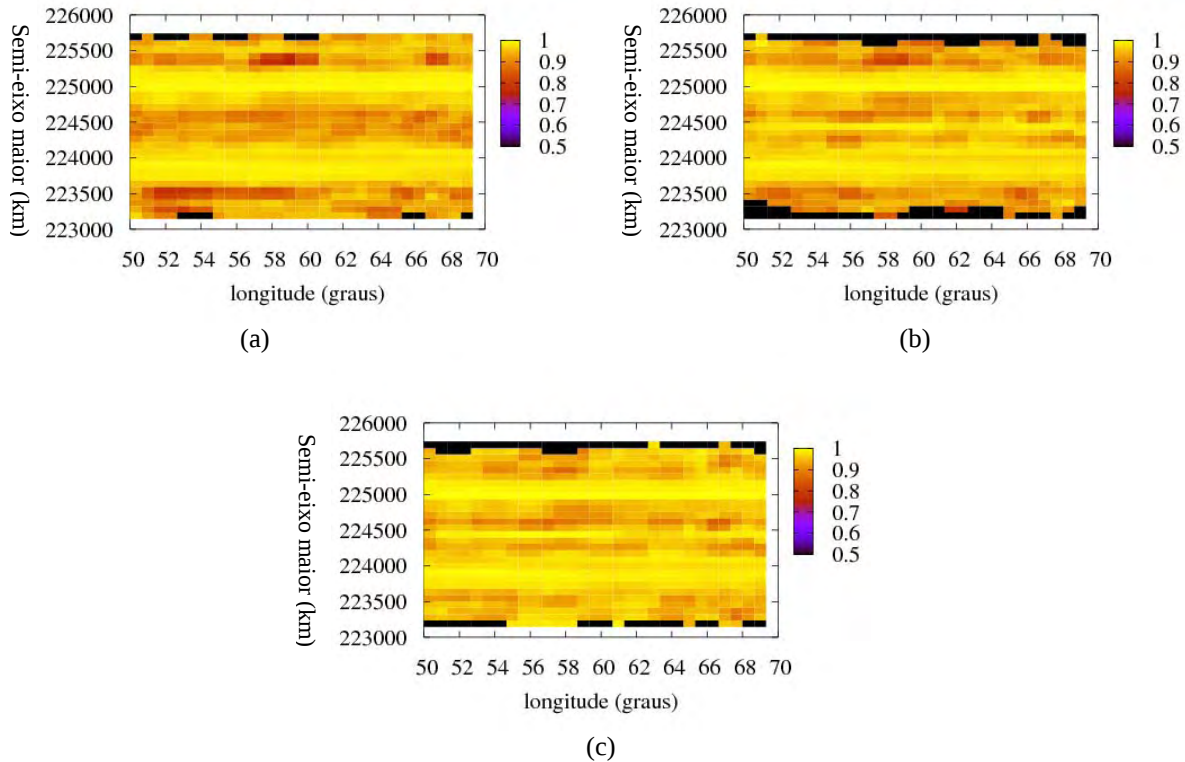


Figura 5.3 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

O índice de correlação nos informa o quanto os pontos que formam a reta para o cálculo de H estão alinhados, conseqüentemente devem possuir um valor próximo de 1 quando nos referimos a regiões que possuem baixa difusão. Podemos assim, observar que os valores da correlação assumem valores em torno de 0.9 a 0.98 quando em regiões de estabilidade.

Na figura 5.4 visualizamos o gráfico do valor de H em função do semi-eixo maior, localizado em 60,2 graus em longitude. Através dele podemos notar que exatamente no semi-eixo maior ressonante $H = 1.0$ e que as duas faixas simétricas que aparecem no mapeamento do expoente H de baixa difusão podem também serem vistas no gráfico, onde assumem valores de H próximos de um.

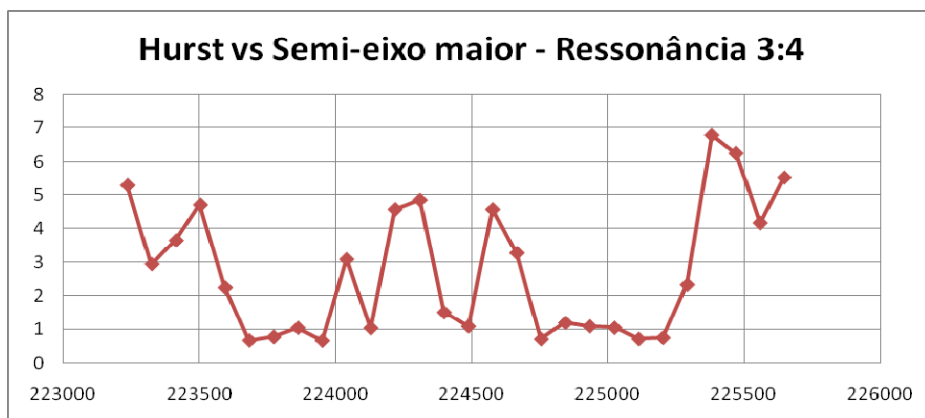


Figura 5.4 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado na ressonância 3:4 em 60.2 graus em longitude.

5.2 – RESSONÂNCIA 4:5

O mapeamento do expoente H calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, quando Encelado está localizado na ressonância 4:5, pode ser visto na figura 5.5 na coluna à esquerda em escala 1.3 e na coluna à direita em escala 1.8.

Em 215000 km, semi-eixo maior ressonante, podemos observar que toda a grade em longitude apresenta alta difusão, o que coincide com os resultados de Mourão(2006), porém aqui, podemos verificar que existe uma grade de 1000 km em semi-eixo maior que corresponde a uma região de instabilidade. Existem duas faixas simétricas onde encontramos valores de H em torno de 0.9, correspondendo a regiões de baixa difusão.

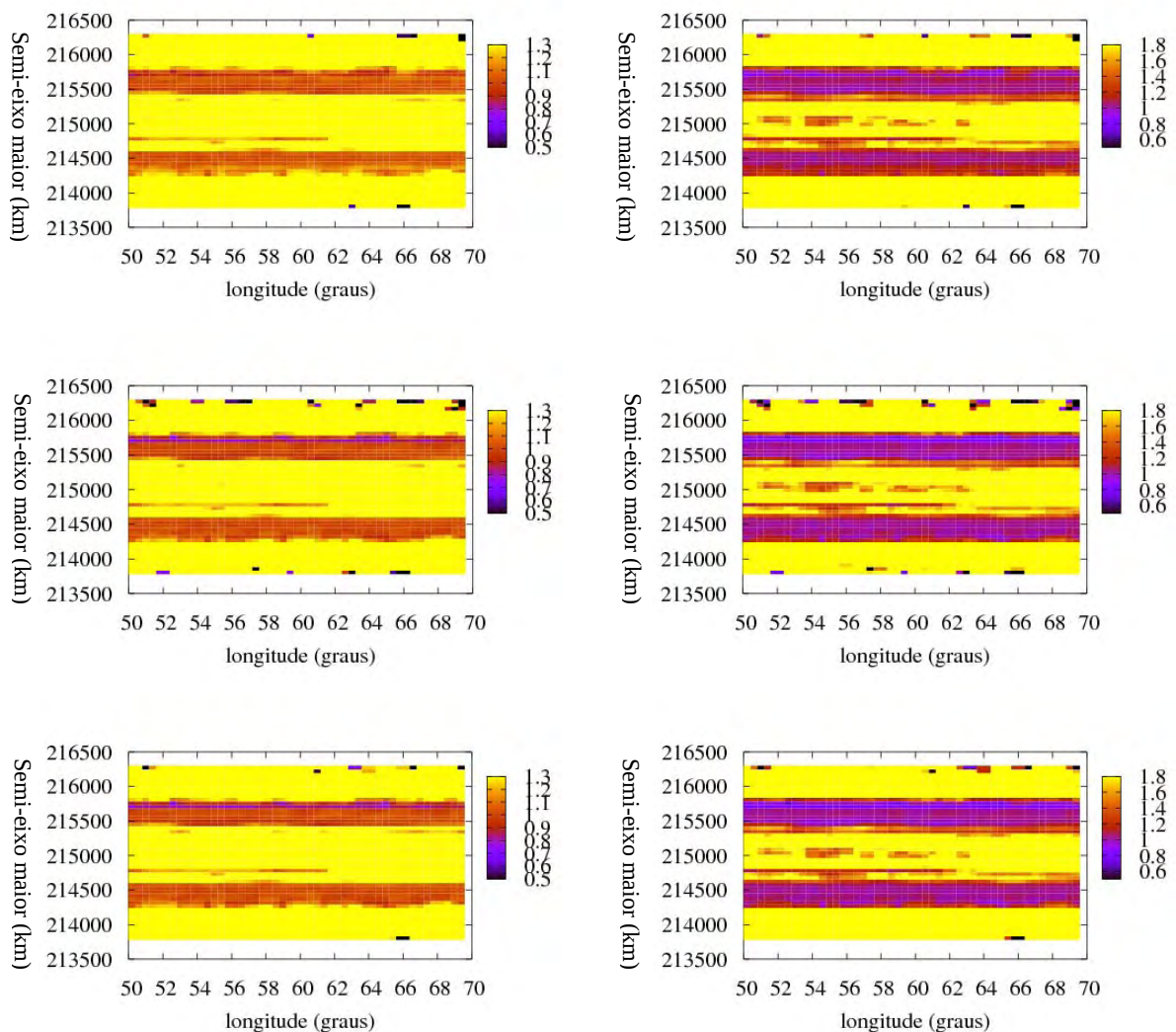


Figura 5.5 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado na ressonância 4:5. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

Acima de 215750 km e abaixo de 214350 km temos a região de caos, onde H possui valores elevados.

As duas faixas que correspondem a regiões de baixa difusão apresentam valores de correlação próximos de um.

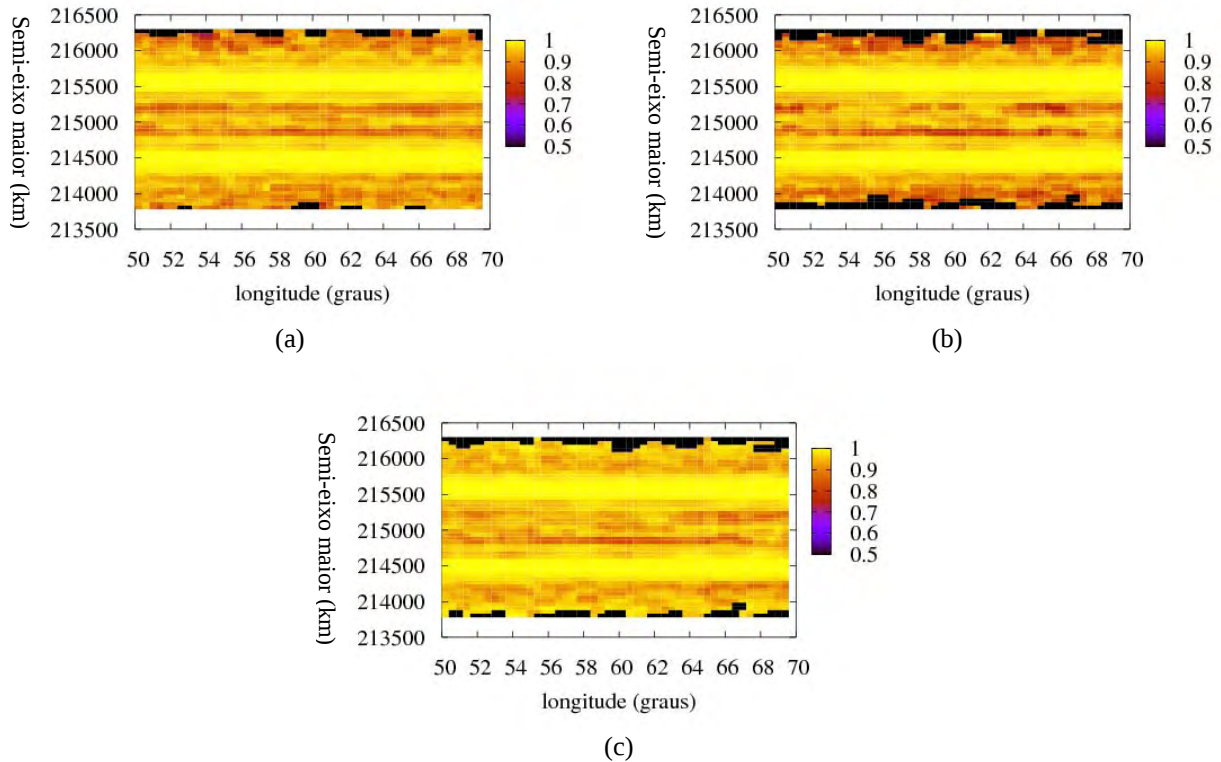


Figura 5.6 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

No gráfico de H em função do semi-eixo maior, figura 5.7, verificamos que no semi-eixo maior ressonante H é aproximadamente 1.5, como também pode ser visto no mapeamento do expoente H na escala 1.8. Embora H tenha um valor menor no semi-eixo maior ressonante, a região ainda pode ser classificada como instável.

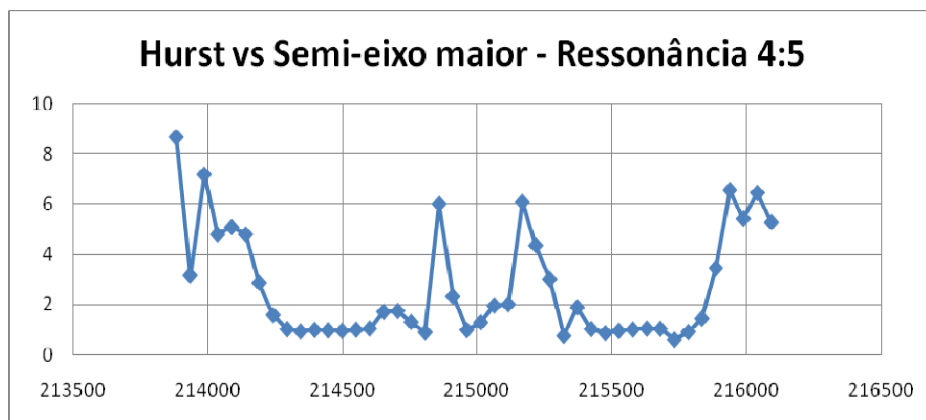


Figura 5.7 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado na ressonância 4:5 em 60.2 graus em longitude.

5.3 – RESSONÂNCIA 5:6

Nos mapeamentos do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, na escala 1.3, verificamos a existência de duas faixas correspondentes a regiões de baixa difusão com $0.8 < H < 1.2$. No semi-eixo maior ressonante uma estreita faixa com valores de H que variam de 0.8 à valores bem superiores.

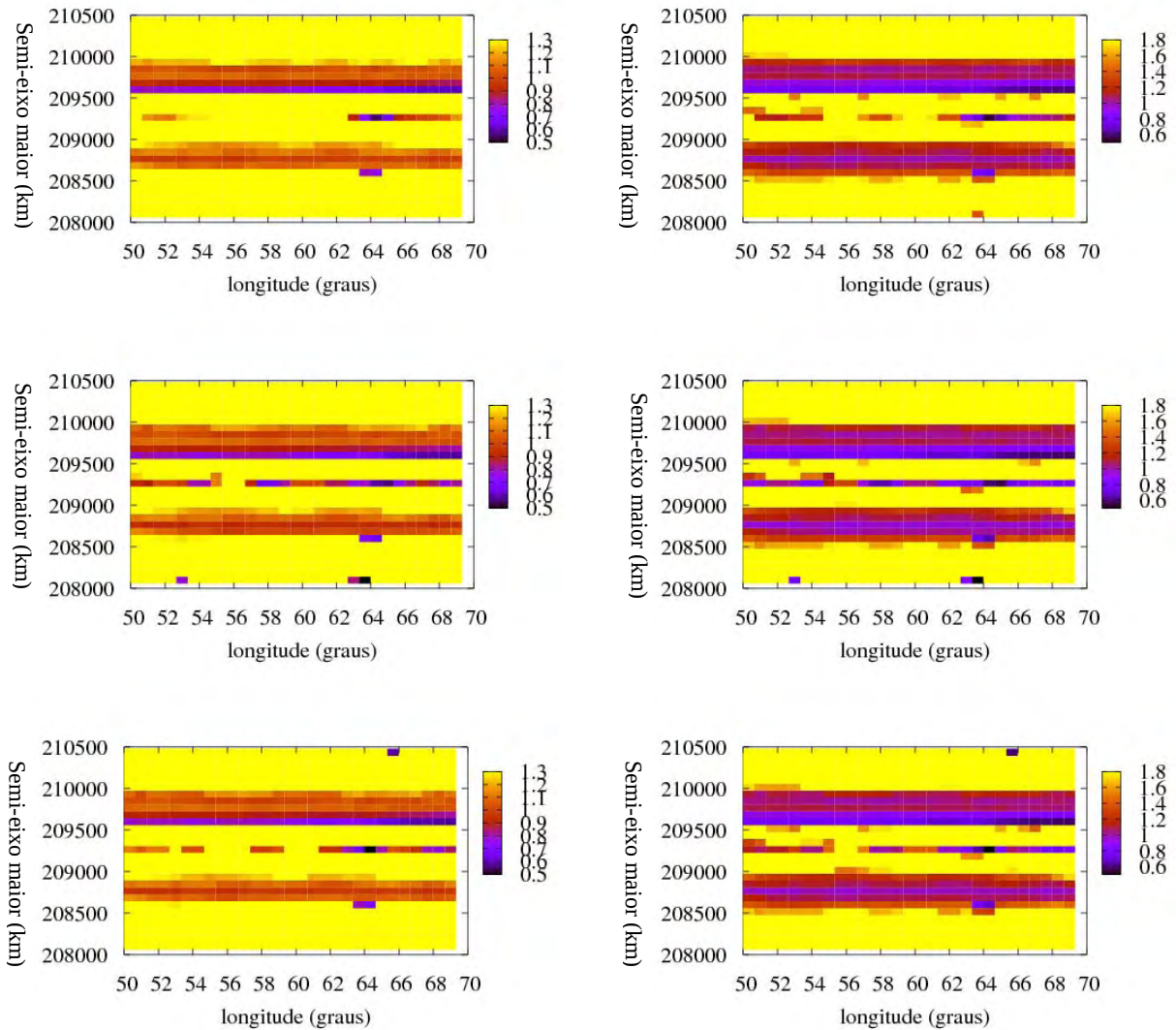


Figura 5.8 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado na ressonância 5:6. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

Na figura 5.9, índice de correlação, as regiões de estabilidade apresentam valores próximos de um. Para as demais regiões encontramos valores de correlação que variam de 0.78 a 0.89.

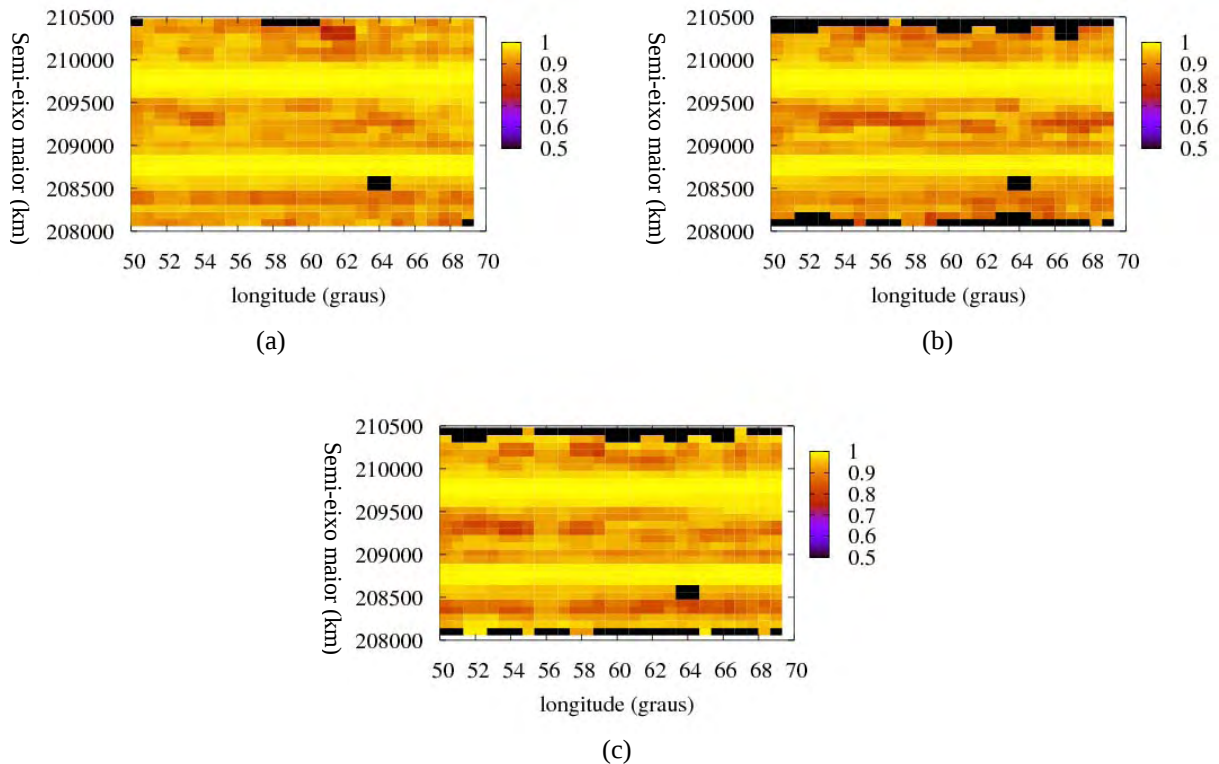


Figura 5.9 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

No gráfico de H em função do semi-eixo maior, figura 5.10, verificamos que as faixas simétricas, referentes as regiões de baixa difusão, possuem cerca de 500 km cada uma. No semi-eixo maior ressonante, exatamente em 60,2 graus em longitude, H é aproximadamente um.

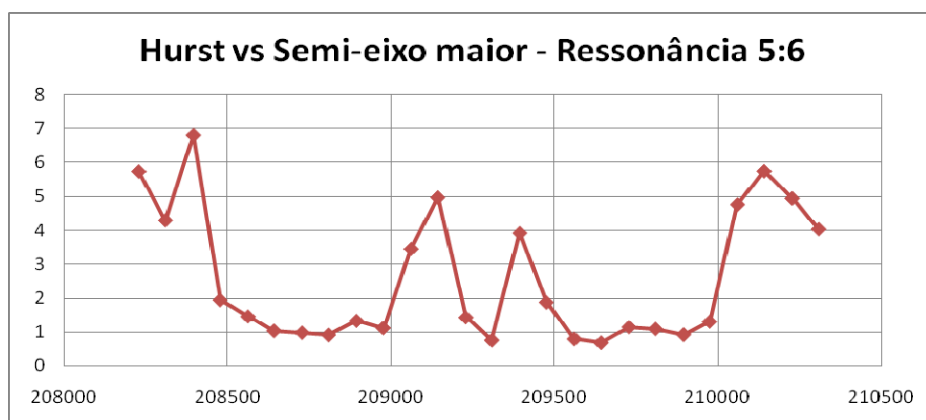


Figura 5.10 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado na ressonância 5:6 em 60,2 graus em longitude.

Através do mapeamento do expoente H podemos notar que a região apresenta maior estabilidade em semi-eixo maior do que em longitude e excentricidade.

5.4 - RESSONÂNCIA 6:7

Quando Encelado passa pela ressonância 6:7, 205400 km, podemos notar a existência de estreitas e falhas faixas de baixa difusão no mapeamento do Expoente H, figura 5.11. A amplitude em semi-eixo maior da região de instabilidade é de aproximadamente 1000 km. Podem ser vistas também, duas faixas estreitas de baixa difusão em 205000 km e 206000 km. Acima de 206200 km e abaixo de 204700 km temos a região de caos.

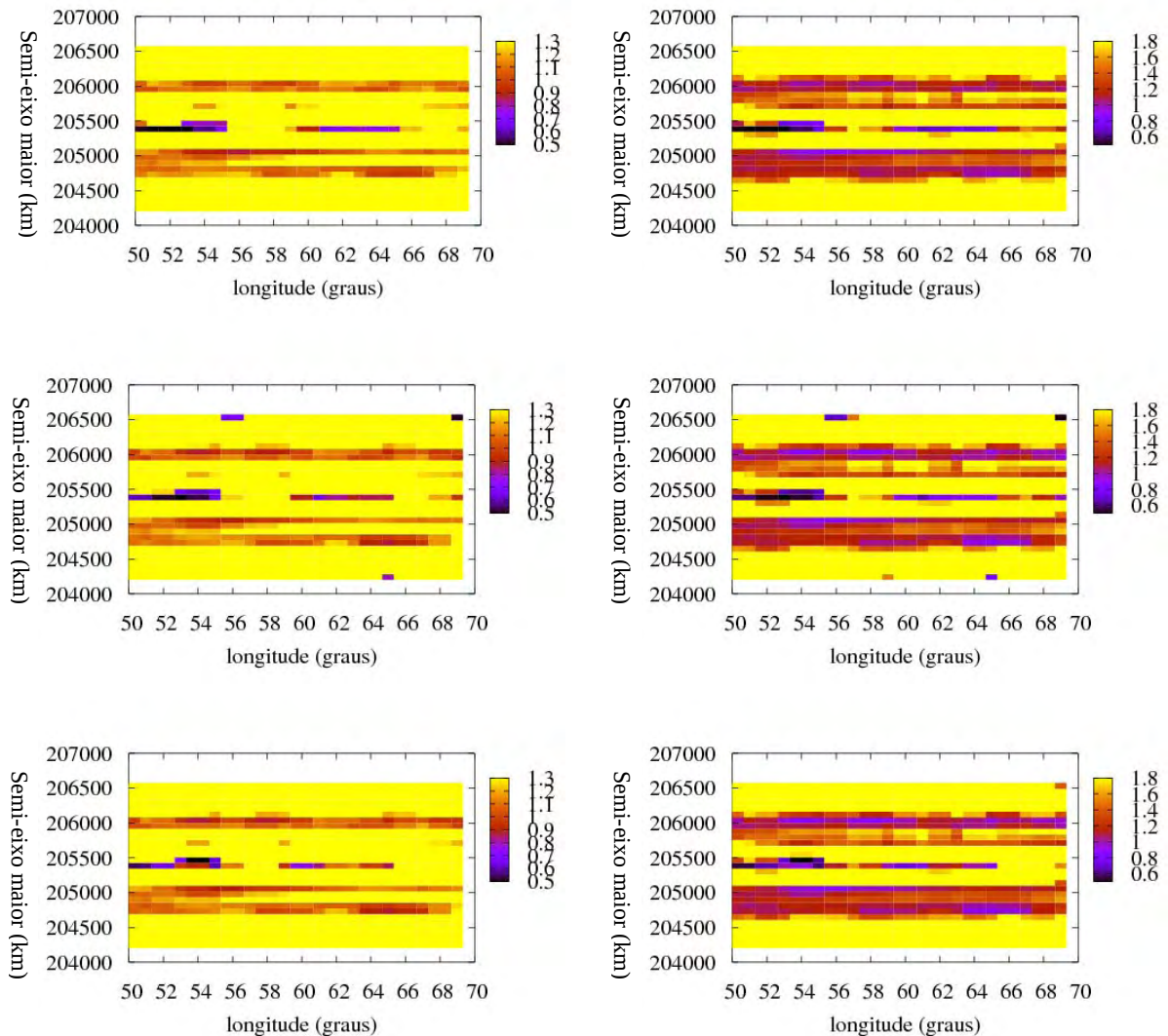


Figura 5.11 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado na ressonância 6:7. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

O índice de correlação, dado na figura 5.12, assume valores próximos de 1 quando referentes à regiões de baixa difusão.

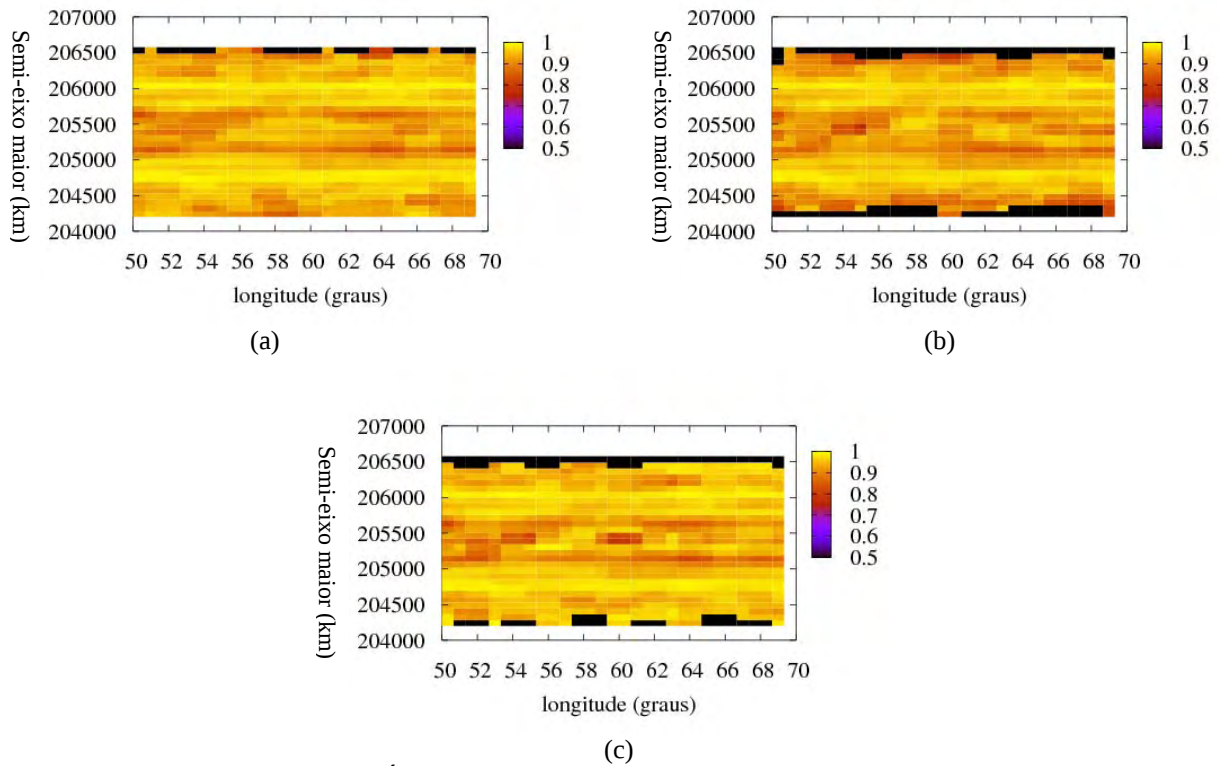


Figura 5.12 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

O semi-eixo maior ressonante, assim como as faixas simétricas em relação a ele, apresentadas no mapeamento do expoente H podem ser visualizadas também no gráfico de H em função do semi-eixo maior.

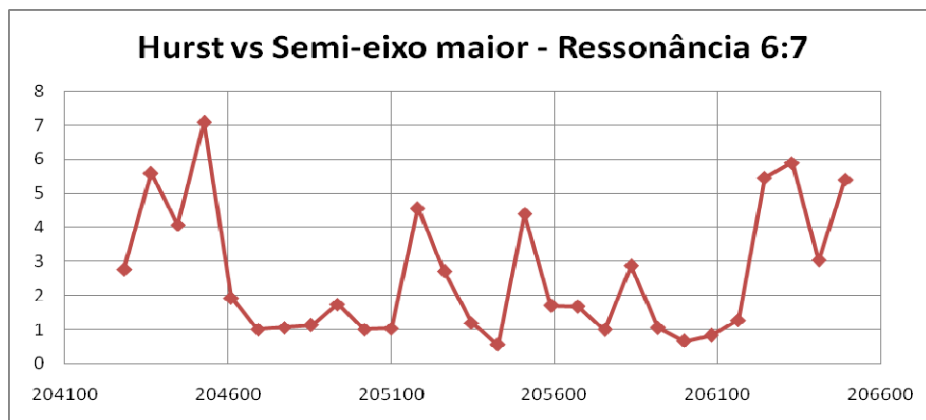


Figura 5.13 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado na ressonância 6:7 em 60,2 graus em longitude.

ENCELADO PASSANDO PELAS POSIÇÕES INTERMEDIÁRIAS ÀS RESSONÂNCIAS

5.5- ENTRE MIMAS E A RESSONANCIA 6:7

No artigo de Mourão (2006) as posições intermediárias às ressonâncias são regiões de estabilidade. Através do mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude verificaremos em quais posições existe de fato estabilidade e em quais existe alta difusão.

O que se pode notar é que, entre Mimas e a ressonância 6:7 existe baixa difusão exatamente sobre o semi-eixo maior de referência e em duas faixas simétricas ao mesmo que totalizam 500 km, onde $0.8 < H < 1.2$. A região de alta difusão está localizada, aproximadamente, entre 204500 km e 204750 km e também entre 204250 km e 204400 km, que possui no mapeamento coloração amarela.

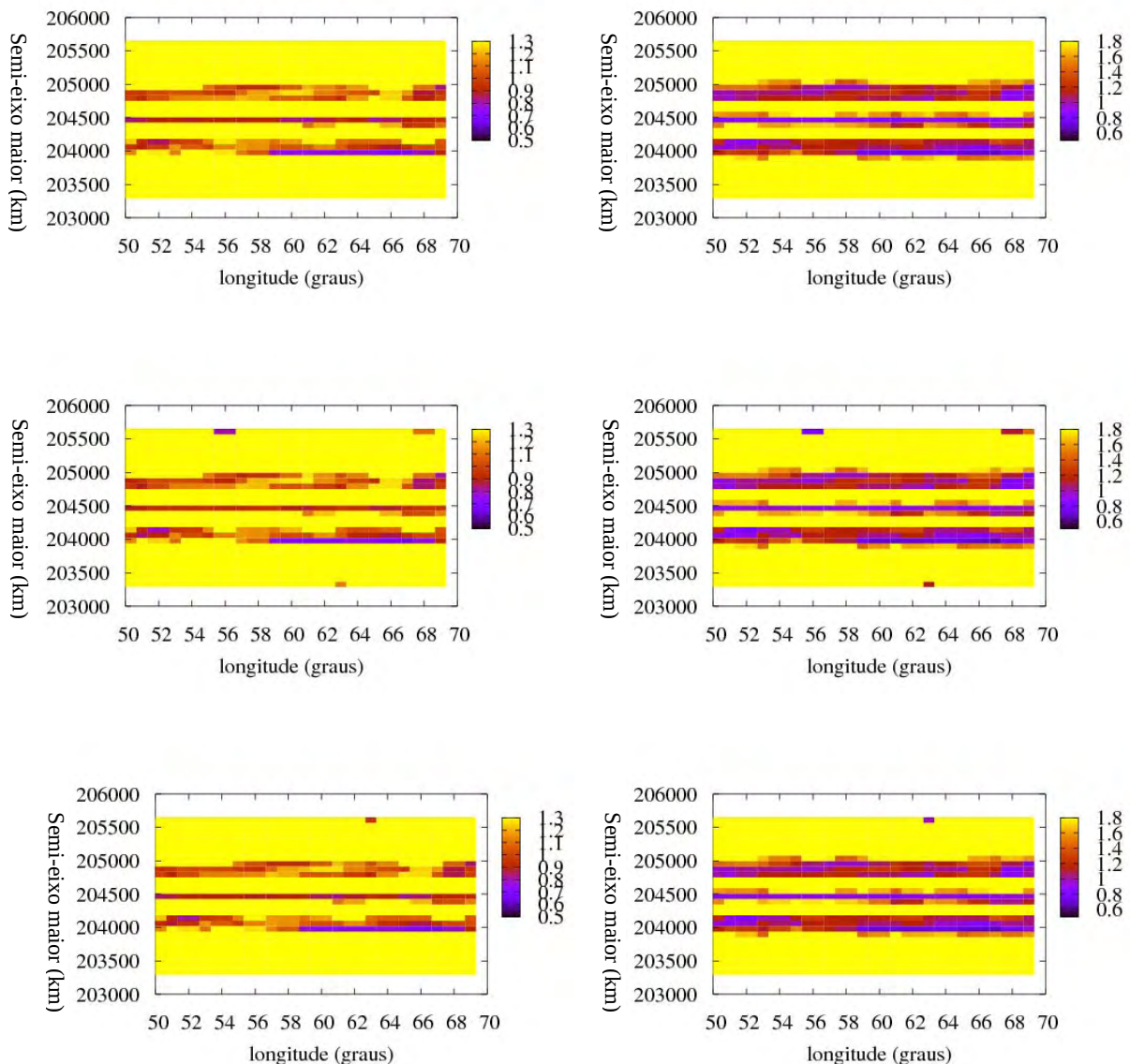


Figura 5.14 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

O índice de correlação, figura 5.15, está dentro do valor esperado para regiões de baixa difusão, varia de 0.93 a 0.99.

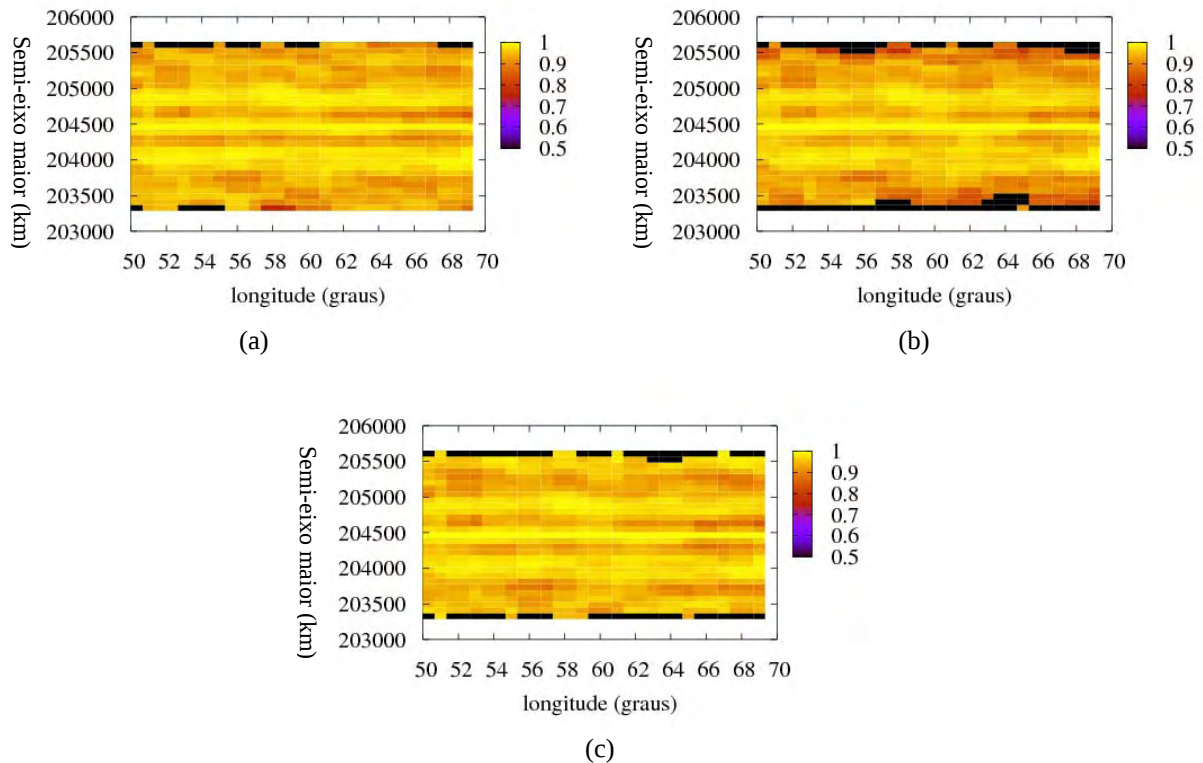


Figura 5.15 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

Na figura 5.16 ilustramos o gráfico de H em função do semi-eixo maior de Encelado localizado entre a ressonância 6:7 e Mimas, exatamente em 60 graus na grade de longitude. Através do gráfico abaixo, podemos verificar a amplitude em semi-eixo maior das regiões de baixa e alta difusão.

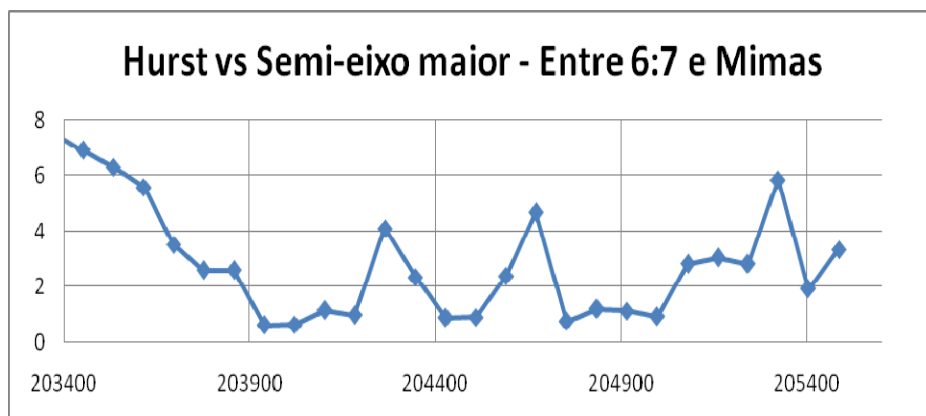


Figura 5.16 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre Mimas e a ressonância 6:7 em 60 graus em longitude.

5.6 - ENTRE A RESSONÂNCIA 5:6 E 6:7

Através dos próximos mapeamentos do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, observaremos que a região de estabilidade passa a aumentar conforme Encelado se afasta de Mimas, o que pode ser facilmente explicado já que Mimas passa a perturbar Encelado cada vez menos.

Temos na figura 5.17, uma região mais ampla de baixa difusão em torno do semi-eixo maior de referência, essa amplitude maior de estabilidade também pode ser vista nas demais regiões que apresentam baixa difusão.

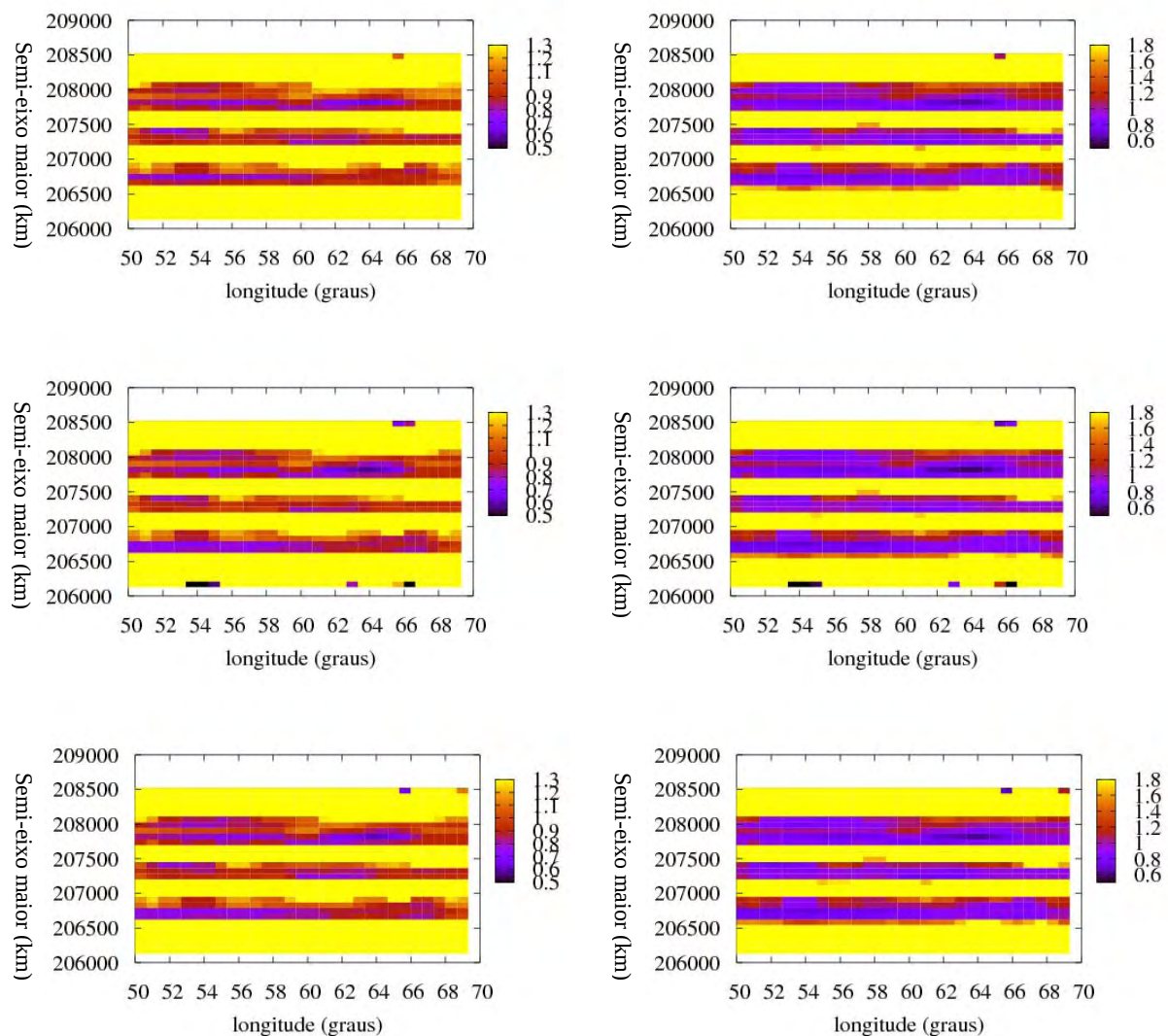


Figura 5.17 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

As regiões abaixo de 206600 km e acima de 208000 km são referentes a região de caos e H tem valores elevados.

Abaixo, na figura 5.18, o mapeamento do índice de correlação, que assume valores em torno de 0.85 a 0.99.

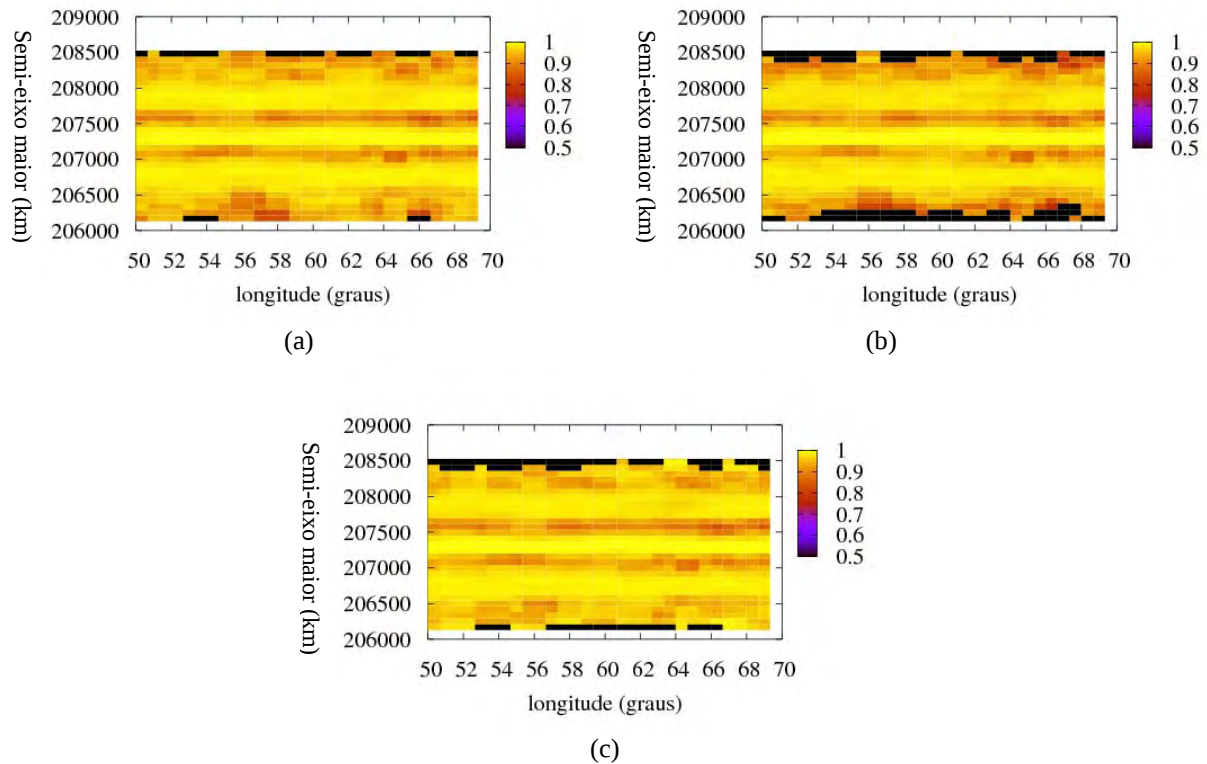


Figura 5.18 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

No gráfico de H em função do semi-eixo maior, figura 5.19, podemos verificar que a região de estabilidade é maior em relação a posição anterior (entre a ressonância 6:7 e Mimas).

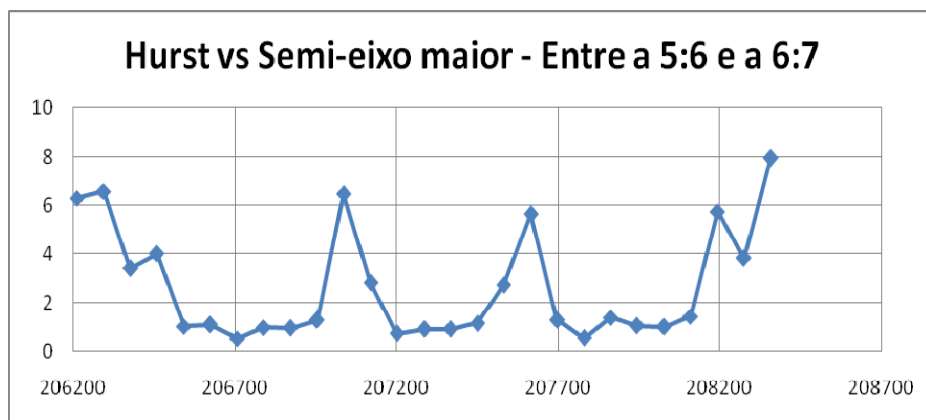


Figura 5.19 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre a ressonância 6:7 e a 5:6 em 60 graus em longitude.

5.7 – ENTRE A RESSONÂNCIA 4:5 E 5:6

Quando Encelado passa entre a ressonância 4:5 e a 5:6, notamos através do mapeamento do expoente H , que a amplitude das regiões de baixa difusão são cada vez maiores e que existem agora duas faixas simétricas em relação ao semi-eixo maior de referência que correspondem à regiões de instabilidade.

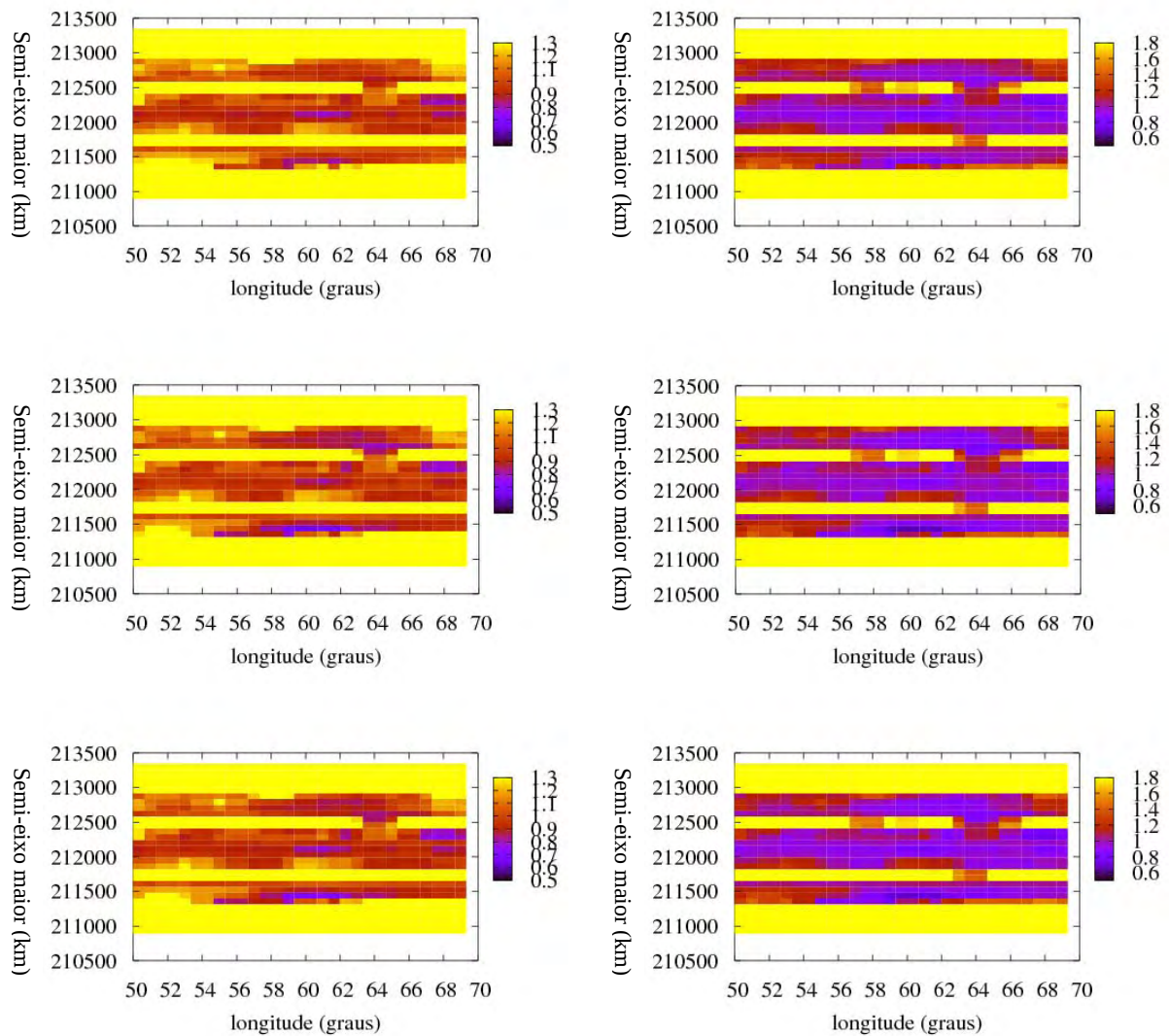


Figura 5.20 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

Na figura 5.21, visualizamos o índice de correlação onde encontramos valores que variam de 0.87 a 0.99.

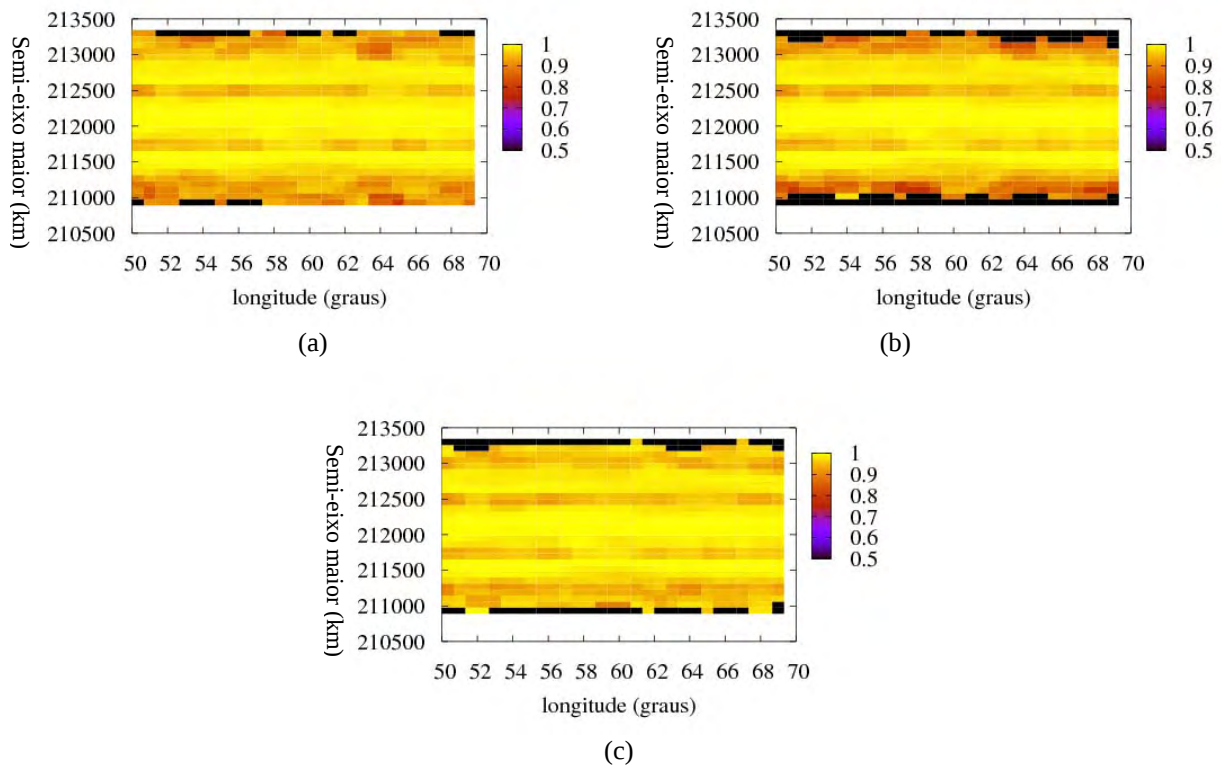


Figura 5.21 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

Na figura 5.22, gráfico de H em função do semi-eixo maior, quando Encelado está entre a ressonância 4:5 e a 5:6, podemos observar que a região de baixa difusão é ainda maior e também verificar o valor de H nas duas faixas de alta difusão que aparecem no mapeamento desta região coorbital.

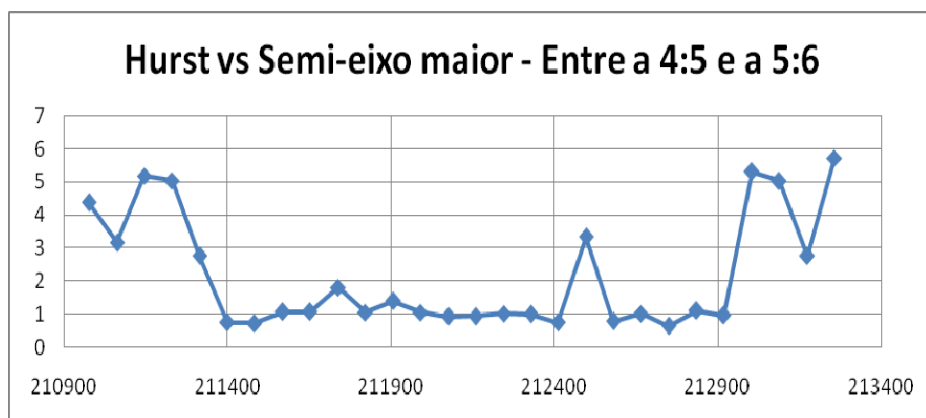


Figura 5.22 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre a ressonância 4:5 e a 5:6 em 60 graus em longitude.

5.8 – ENTRE A RESSONÂNCIA 3:4 E 4:5

Quando Encelado passa entre a ressonância 4:5 e a 5:6, notamos através do mapeamento do expoente H , que não existem regiões de alta difusão, apenas na região de caos localizada em semi-eixo maior à partir de 220500 km e abaixo de 219000 km (Figura 5.23).

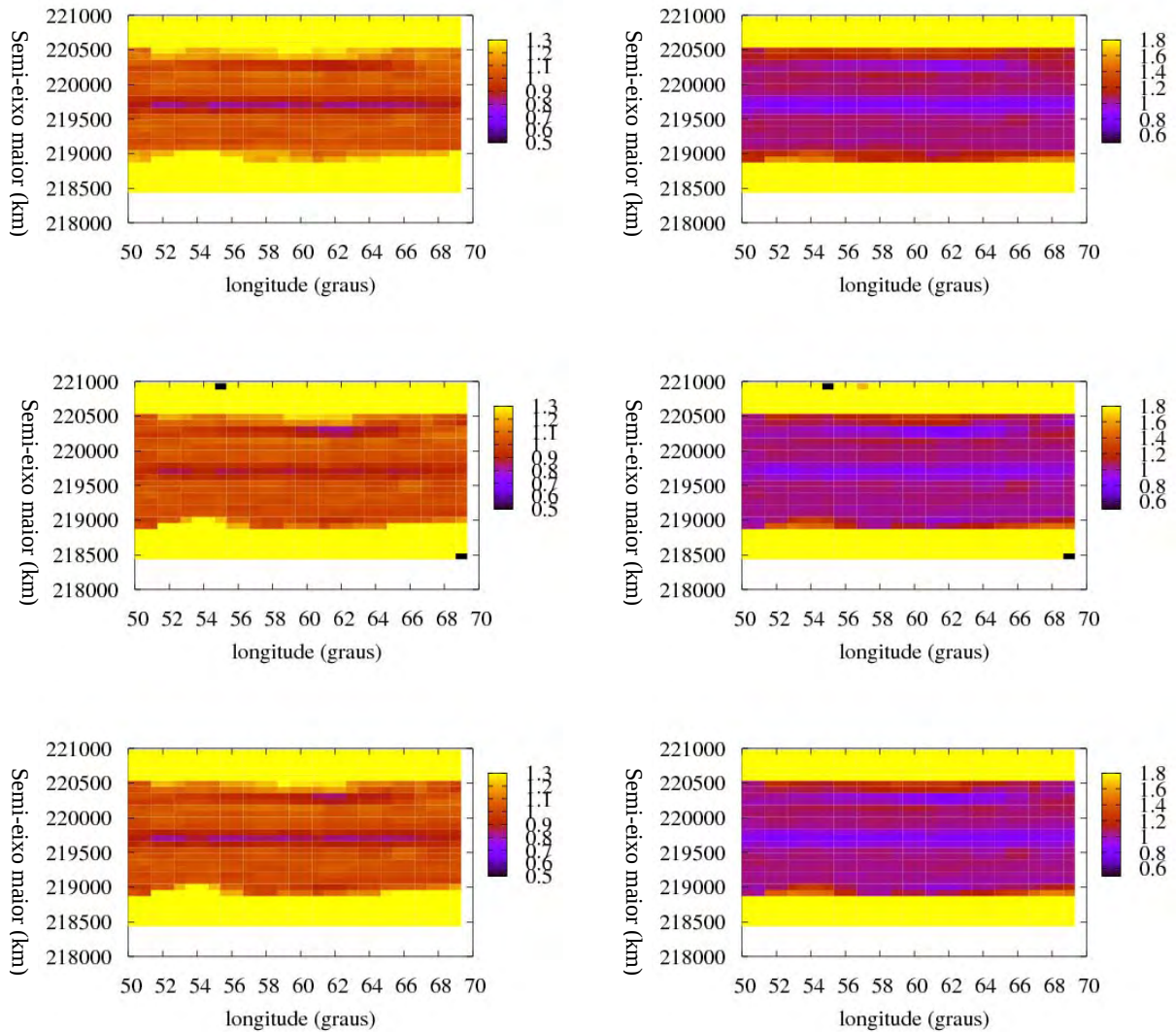


Figura 5.23 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

Na figura 5.24 podemos notar que o índice de correlação é baixo quando na região de caos, ou seja, quando H é elevado.

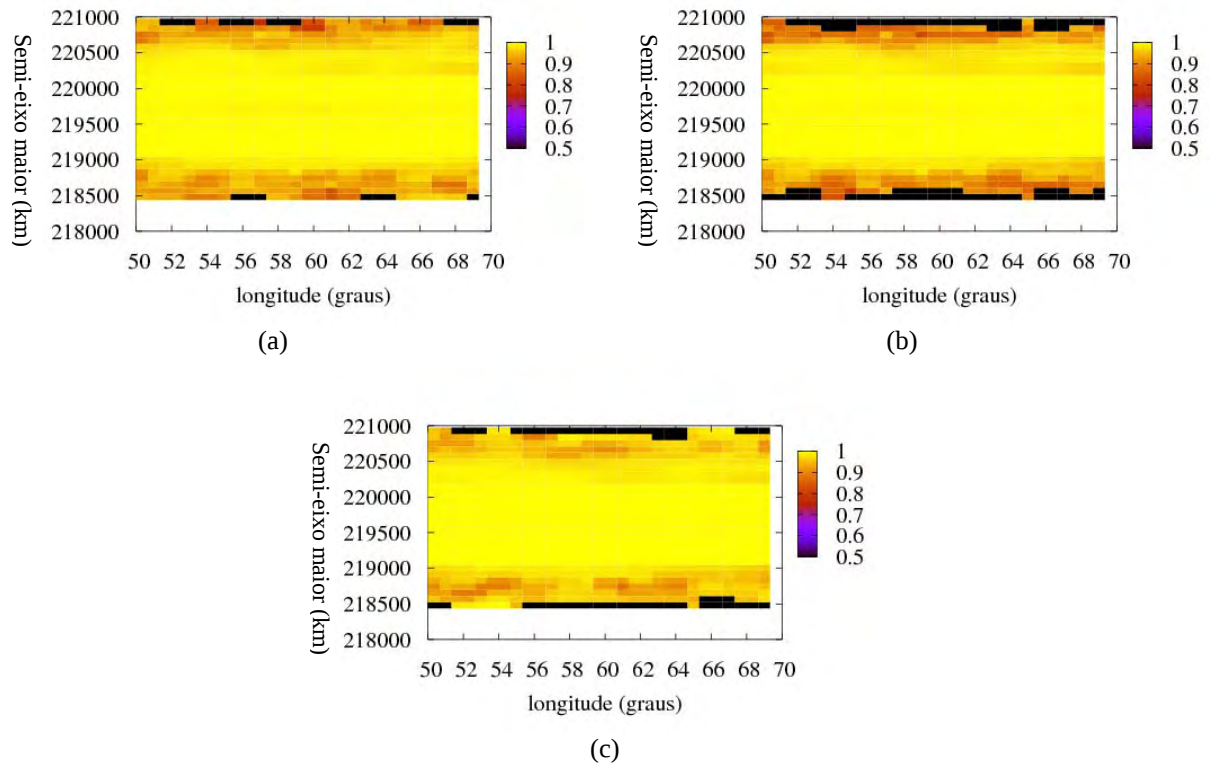


Figura 5.24 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

Através do gráfico do valor de H em função do semi-eixo maior, figura 5.25, podemos perceber que os valores de H estão em torno de um, ou seja, trata-se de uma região de baixa difusão.

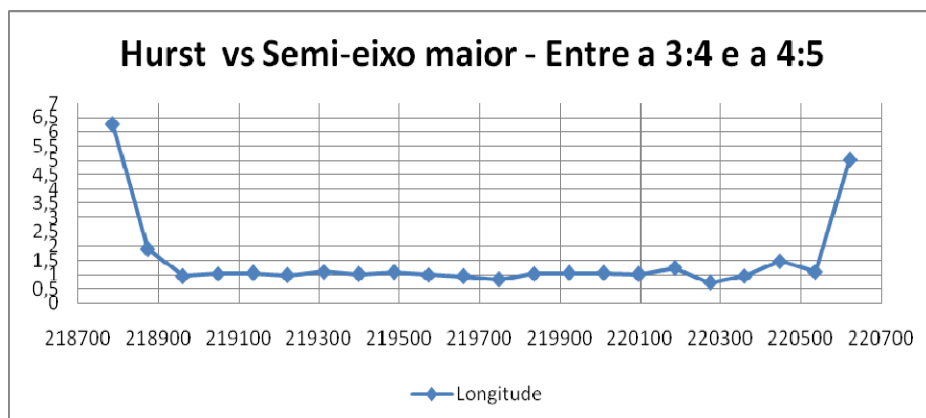


Figura 5.25 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre a ressonância 3:4 e a 4:5 em 60 graus em longitude.

5.8 – ENTRE A RESSONÂNCIA 3:4 E A POISIÇÃO ATUAL DE ENCELADO

A influência de Mimas passa a ser cada vez menor, e quando Encelado está entre a ressonância 3:4 e a posição atual, percebemos através do mapeamento do expoente H , que existe somente uma faixa de instabilidade localizada aproximadamente em 231700 km (Figura 5.26).

A região de caos pode ser vista no mapeamento, abaixo de 230700 km e acima de 2325000 km .

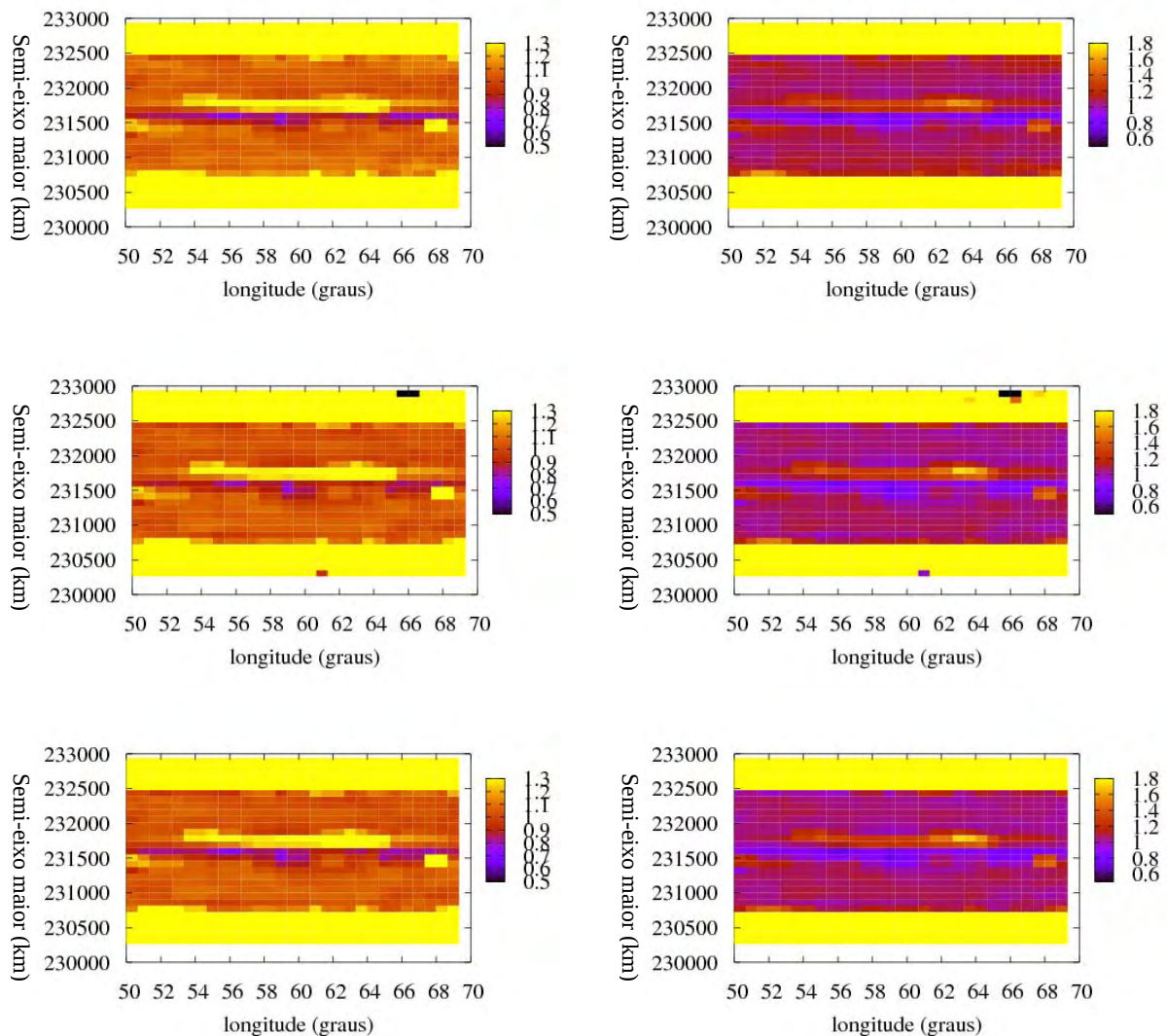


Figura 5.26 – Mapeamento do expoente H com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado. Coluna à esquerda em escala 1.3 e coluna à direita em escala 1.8

O índice de correlação para a região estável assume valores em torno de 0.94 e 0.99, comprovando novamente que os pontos que formam a reta para o cálculo de H estão alinhados(Figura 5.27).

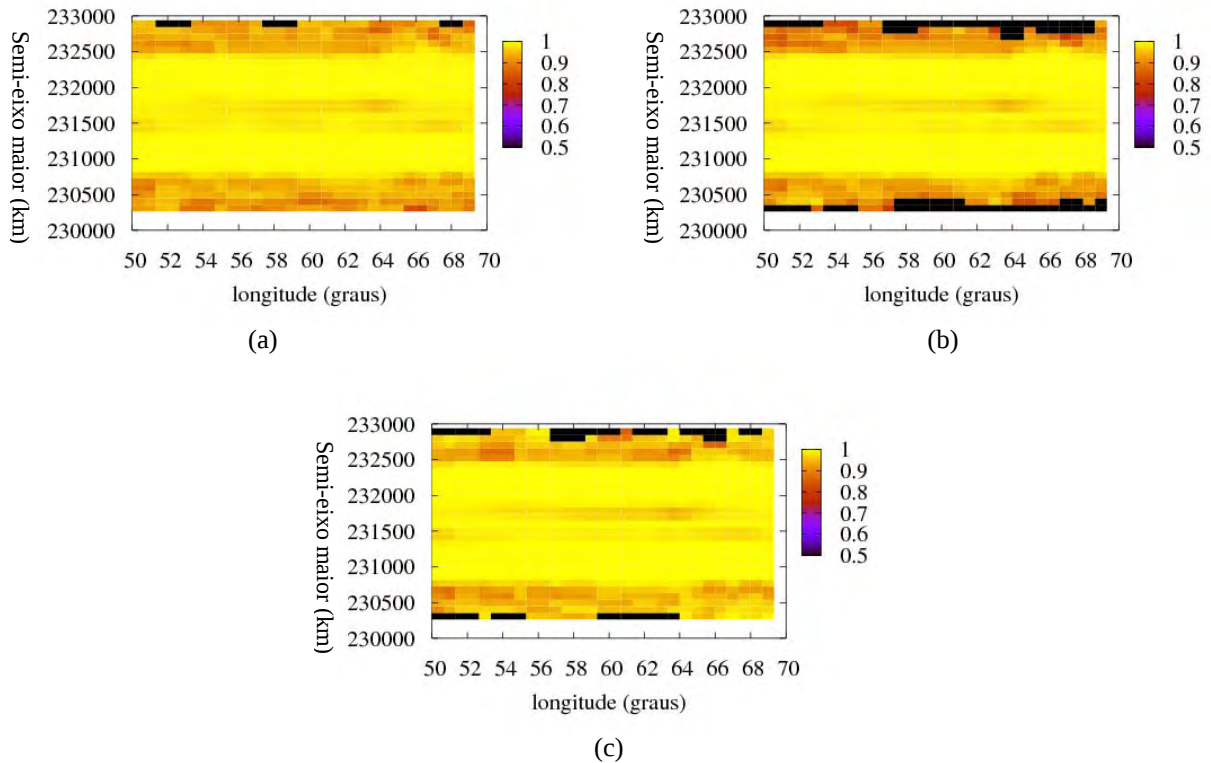


Figura 5.27 – Índice de correlação do expoente H a) em excentricidade, b) em semi-eixo maior e c) em longitude.

A única faixa de instabilidade que constatamos existir no mapeamento do expoente H quando Encelado está entre a ressonância 3:4 e sua atual posição, pode ser vista também no gráfico de H em função do semi-eixo maior e ainda o valor de H nesta posição(Figura 5.28).

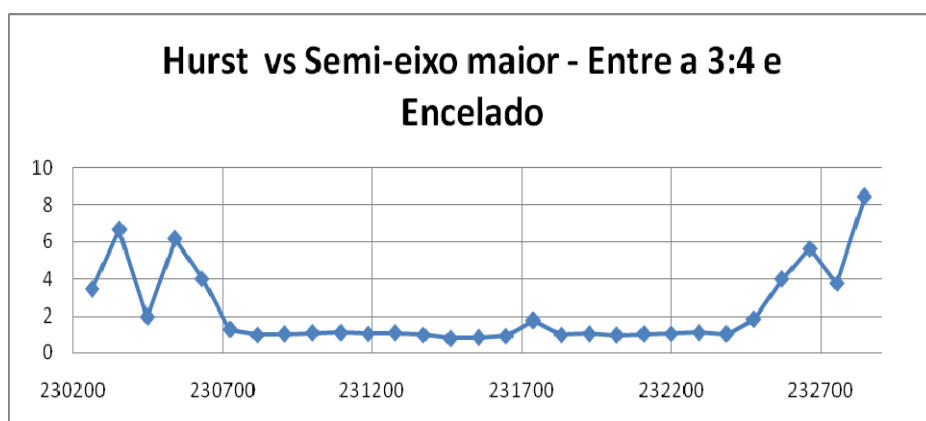


Figura 5.28 – Gráfico de H em função do semi-eixo maior quando Encelado está localizado entre a ressonância 3:4 e Encelado em 60 graus em longitude.

A amplitude das regiões de baixa difusão tornaram-se cada vez maiores conforme Encelado migrava para a posição atual, isto foi claramente comprovado com o mapeamento do expoente H calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude para a região coorbital L4 de Encelado, quando este possivelmente passou pelas ressonâncias 6:7, 5:6, 4:5 e 3:4.

Em nosso trabalho as regiões estudadas são bem mais amplas tanto em semi-eixo maior quanto em longitude em relação a trabalhos anteriores, isto nos fornece novos dados, mais precisos e relevantes.

Com base nestes resultados, embora saibamos da inexistência de coorbitais para Encelado, podemos afirmar que em sua posição atual poderia perfeitamente abrigar coorbitais e ainda que, se estes existiram em algum tempo, podem ter sido removidos, de fato, durante sua migração para a posição atual.

CONCLUSÃO

Neste trabalho foram estudadas as regiões coorbitais ao redor de L4 dos satélites Dione, Encelado, Mimas e Tétis de Saturno, considerando a perturbação de todos eles, juntamente com o achatamento de Saturno e também a perturbação de Titã, por ser um corpo muito massivo.

A difusão das partículas nas regiões coorbitais foram calculadas através de integração numérica utilizando o método do expoente H , que é baseado em uma lei de potência que mede difusão em sistemas regulares.

Verificamos, através do mapeamento do expoente H que, assim como Dione e Tétis que possuem coorbitais, Encelado e Mimas também possuem amplas regiões de estabilidade e que, por consequência, poderiam perfeitamente abrigar coorbitais.

Mapeamos também as regiões de ressonância com Mimas por onde Encelado passou durante a sua migração para a sua posição atual. Descobrimos que ele pode ter perdido seus coorbitais devido a sua passagem por ressonâncias que geram alta difusão.

O estudo através do mapeamento do expoente H , que foi calculado com difusão em excentricidade, semi-eixo maior e longitude, classificou e delimitou as regiões de baixa e alta difusão em uma ampla escala em semi-eixo maior, confirmando os resultados encontrados por Mourão et. al.(2006) e ampliando as regiões coorbitais estudadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brown, E. W. On a new family of periodic orbits in the problem of three bodies. **Monthly Notices Royal Astronomical Society**, v.71, p. 438-45, 1911.

Connors, M.; Chodas, P.; Mikkola, S. Wiegert, P; Veillet, C.; Innanen, K. Discovery of an asteroid and quasi-satellite in an earth-like horseshoe orbit. **Meteoritics and Planetary Science**, v.37, p. 1435-1441, 2002.

Christou, A. A, Co-orbital objects in the main asteroid belt. **Astronomy and Astrophysics**, v.356, pL71-L74, 2000.

Cordeiro, R. R.; Mendes de Sousa, LA. Anomalous diffusion in the first-order jovian resonance. **Astronomy & Astrophysics**, v. 439, p. 375-385, 2005.

Dermott, S.F. On the origin of commensurabilities in the solar system-i. the tidal hypothesis. **Monthly Notices Royal Astronomical Society**, v.141, p.349, 1968.

Dermott, S.F.; Murray, C.D. The dynamics of tadpole and horseshoes orbits: I. theory. **Icarus**, v.48, p. 1-11, 1981a.

Dermott, S.F.; Murray, C.D. The dynamics of tadpole and horseshoes orbits: II. The coorbital satellites of Saturn. **Icarus**, v.48, p.12-22, 1981b.

Greenberg, R. Evolution of satellite resonances by tidal dissipation. **Astronomical Journal**, v.78, p.338-347, 1973.

Giulianti Winter, S. M. ; SFAIR, R. ; MOURAO, D. C. ; BASTOS, T. . Analysing the New Saturnian Rings, R/2004 S1 and R/2004 S2. **Earth, Moon and Planets**, v. 97, p. 1189-1201, 2005.

Guimarães, A.H.F; **Regiões de estabilidade no sistema Plutão-Charon** – UNESP, Guaratinguetá, 2006, Dissertação de Mestrado.

Harrington, R.S.; Seidelmann, P.K. The dynamics of the Saturnian satellites 1980s1 and 1983s3. **Icarus**, v.47, p.97-99, 1981.

Mourão, D. C.; **Um estudo sobre a estabilidade de satélites coorbitais** – INPE, São José dos Campos, 2005, Tese de Doutorado.

Mourão, D. C., O.C. Winter, T. Yokoyama and R.R. Cordeiro; On the stability of hypothetical satellites coorbital to Mimas or Enceladus. **Monthly Notices Royal Astronomical Society**, v.372, p.1614-1620, 2006.

Porco, C.C.; Baker, E.; Barbara, J.; Beurle, K; Brahic, A.; Burns, J.A.; Charnoz, S.; Cooper, N.; Dawson, D.D.; Del Genio, A.D.; Denk, T.; Dones, L.; Dyudina, U.; Evans, M.W.; Giese, B.; Grazier, K.; Helfenstein, P.; Ingersoll, A. P.; Jacobson, R.A.; Johnson, T.V.; McEwen, A; Murray, C.D.; Neukum, G.; Owen, W.M.; Perry, J.; Roatsch, T; Spitale, J; Squyres, S.; Thomas, P.; Tiscareno, M.; Turtle, E.; Vasavada, A.R.; Veverka, J.; Wagner, R.; West, R. **Cassini imaging science: Initial results on saturn's rings and small satellites.** *Science*, v.307, p.1226-1236, 2005.

Wisdom, J., 1980. The resonance overlap criterion and the onset of stochastic behavior in the restricted three-body problem. *Astronomical Journal*, v.85 , 1122-1133.

Wiegert, P. A.; Innanen, K.A.; Mikkola, S. An asteroidal companion to the earth. *Nature*, v.387, p.685-686, 1997.