



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

AMANDA DOS SANTOS MENDES

**Gráficos de controle *fuzzy* para o monitoramento da média e amplitude de processos
univariados**

Guaratinguetá-SP
2019

Amanda dos Santos Mendes

Gráficos de controle *fuzzy* para o monitoramento da média e amplitude de processos univariados

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção na área de Gestão Organizacional.

Orientadora: Prof.Dr^a.Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas
Coorientadora: Prof. Dr.^a Paloma Maria Silva Rocha Rizol

M538g	Mendes, Amanda dos Santos Gráficos de controle fuzzy para o monitoramento da média e amplitude de processos univariados / Amanda dos Santos Mendes. – Guaratinguetá, 2019. 107 f : il. Bibliografia: f. 80-83 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2019. Orientadora: Profª. Drª. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas Coorientadora: Profª. Drª. Paloma Maria Rocha Rizol 1. Controle de processo - Métodos estatísticos. 2. Lógica difusa 3. Gráficos em engenharia. I. Título. CDU 658.511.3 (043)
-------	--

Pâmella Benevides Gonçalves
Bibliotecária/CRB-8/9203

AMANDA DOS SANTOS MENDES

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRE EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO"

PROGRAMA: ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO: MESTRADO ACADÊMICO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Otávio José de Oliveira
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. MARCELA APARECIDA GUERREIRO
MACHADO DE FREITAS
Orientadora/UNESP-FEG


Prof. Dr. FERNANDO AUGUSTO SILVA MARINS
UNESP-FEG


Prof. Dr. FABRICIO MACIEL GOMES
USPEEL

Fevereiro de 2019

DADOS CURRICULARES

AMANDA DOS SANTOS MENDES

NASCIMENTO	28.04.1992 – Volta Redonda/ RJ
FILIAÇÃO	Elizabete Aparecida dos Santos Mendes Ronaldo da Silva Mendes
2011/2016	Curso de Graduação-Bacharel em Engenharia de Produção Universidade Federal Fluminense
2016/2017	MBA em Gestão de Qualidade, no nível de Especialização Universidade Estácio de Sá
2017/2019	Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção no nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá na Universidade Estadual Paulista

dedico este trabalho, de modo especial, à
minha família

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha família e meus amigos.

a minha orientadora, *Prof. Dr^a. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas*, pela sua amizade, que fez com que tudo se tornasse mais fácil, e pelo seu constante incentivo. Sem a sua orientação, dedicação, auxílio e paciência, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível.

a minha co-orientadora, *Prof. Dr^a. Paloma Maria Silva Rocha Rizol*, que jamais deixou de me incentivar e esteve sempre pronta a me ajudar no que fosse preciso.

aos meus pais, *Elizabete Aparecida dos Santos Mendes* e *Ronaldo da Silva Mendes*, que me proporcionaram a melhor educação apesar das dificuldades enfrentadas, que lutaram muito para que eu concluísse mais esta etapa da minha vida e estiveram ao meu lado dando sempre apoio incondicional nessa grande jornada entre idas e vindas de Volta Redonda a Guaratinguetá.

ao meu esposo *Túlio Sérgio de Almeida*, meu grande companheiro de vida e de estudos, que fez dos meus objetivos sua própria luta, que não poupou esforços para que o sorriso que tenho hoje fosse possível, que nos meus dias de fracasso enxugou minhas lágrimas e respeitou meus sentimentos e que a cada passo dado nesta pesquisa vibrou junto comigo. Dizer somente obrigada é muito pouco.

à CAPES pelo apoio financeiro concedido durante o curso.

às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar.

aos funcionários da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá pela dedicação e alegria no atendimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES) - código de financiamento 001.

RESUMO

O controle de qualidade, principalmente por meio do uso de gráficos de controle, torna-se essencial na indústria para garantir um processo livre de causas especiais de variabilidade. Como os dados amostrais podem incluir incertezas advindas da subjetividade humana e dos sistemas de medição, a teoria dos conjuntos *fuzzy* pode ser aplicada aos gráficos de controle quando dados precisos não estiverem disponíveis. Para tal feito, os valores da característica de qualidade são fuzzificados a partir da inserção de incertezas e transformados em valores representativos para uma melhor comparação com o gráfico de controle tradicional. Este trabalho propõe o uso da lógica *fuzzy* aos gráficos de controle para monitorar a média e a amplitude de processos univariados, assim como dois gráficos de controle *fuzzy* baseados nas regras especiais de decisão: *Synthetic* e *Side Sensitive Synthetic*. O desempenho do gráfico de controle é medido pelo número médio de amostras até sinal (NMA). Verificou-se neste trabalho que os gráficos de controle *fuzzy* possuem maior eficiência que os gráficos de controle tradicionais para menores valores de α -cut, ou seja, maior incerteza inserida no processo e para cenários onde se tem uma maior diferença entre os limitantes de incerteza dos números *fuzzy*.

PALAVRAS-CHAVE: Controle estatístico de processos. Gráficos de controle. Lógica *fuzzy*. Número médio de amostras até o sinal.

ABSTRACT

Quality control, mainly through the use of control charts, becomes essential in the industry to ensure a process free from special causes of variability. As sample data may include uncertainties arising from human subjectivity and measurement systems, fuzzy set theory can be applied to control charts when accurate data is not available. For this purpose, the quality characteristic values are fuzzified from the insertion of uncertainties and transformed into representative values for a better comparison with the traditional control chart. This work proposes the use of fuzzy logic to control charts to monitor the mean and range of univariate processes, as well as two fuzzy control charts based on the special run rules: Synthetic and Side Sensitive Synthetic. The performance of the control chart is measured by the average run length (ARL). It was verified in this work that the fuzzy control charts have higher efficiency than the traditional control charts for lower values of α -cut, that is, greater uncertainty inserted in the process and for scenarios where there is a greater difference between the limiting uncertainties of fuzzy numbers.

KEYWORDS: Statistical processes control. Control chart. Fuzzy sets. Average run length.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1-Comparativo entre o gráfico de controle tradicional e <i>fuzzy</i>	22
Quadro 2- Regras sensibilizantes para gráficos de controle de Shewhart	30

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-Modelo de gráfico de controle	17
Figura 2-Evolução das publicações por ano	23
Figura 3-Número de citações por ano.....	24
Figura 4-Número de publicação por área de conhecimento	24
Figura 5-Processo isento de causas especiais	27
Figura 6-Processo com alteração na média	27
Figura 7-Processo com alteração na média e na variabilidade.....	28
Figura 8-Eschema de um gráfico de controle tradicional.....	29
Figura 9-Equações do NMA.....	31
Figura 10-Gráfico de controle $\bar{X}$ <i>Synthetic</i>	36
Figura 11-Gráfico de controle $\bar{X}$ <i>Side Sensitive Synthetic</i> para L=2	37
Figura 12-Conjunto crisp para IMC	39
Figura 13-Conjunto <i>fuzzy</i> para IMC	39
Figura 14-Número <i>fuzzy</i> trapezoidal.....	40
Figura 15-Número <i>fuzzy</i> triangular.....	41
Figura 16-Representação de um conjunto α -cut.....	42
Figura 17- <i>Fuzzy mode</i> : (a) número <i>fuzzy</i> triangular; (b) número <i>fuzzy</i> trapezoidal	43
Figura 18- <i>Fuzzy α-level midrange</i> : (a) número <i>fuzzy</i> triangular; (b) número <i>fuzzy</i> trapezoidal	43
Figura 19- <i>Fuzzy median</i> : (a) número <i>fuzzy</i> triangular ; (b) número <i>fuzzy</i> trapezoidal ...	44
Figura 20-Gráfico de controle <i>fuzzy</i> para a média.....	49
Figura 21-Gráfico de controle <i>fuzzy</i> para a amplitude.....	49
Figura 22-Etapas da pesquisa	53
Figura 23-Etapas do algoritmo computacional para obtenção do NMA.....	55
Figura 24-NMA dos gráficos $\bar{X}$ <i>Fuzzy Synthetic</i> e $\bar{X}$ <i>Fuzzy Side Sensitive Synthetic</i> para $\delta=0,5$	74
Figura 25-NMA dos gráficos $\bar{X}$ <i>Fuzzy Synthetic</i> e $\bar{X}$ <i>Fuzzy Side Sensitive Synthetic</i> para $\delta=1,0$	74
Figura 26-NMA dos gráficos $\bar{X}$ <i>Fuzzy Synthetic</i> e $\bar{X}$ <i>Fuzzy Side Sensitive Synthetic</i> para $\delta=1,5$	74

Figura 27-NMA dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic para $\delta=2,0$	75
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-Observações fuzzificadas	48
Tabela 2-Cenários acerca dos limitantes da incerteza do número <i>fuzzy</i>	56
Tabela 3-Exemplo de aplicação numérica para a fuzzificação dos números segundo os cenários 1 e 2.....	57
Tabela 4-Comparação de NMA para α -cut=0,45 considerando-se os dois cenários.....	58
Tabela 5-Comparação de NMA para α -cut=0,95 considerando-se os dois cenários.....	60
Tabela 6-Cenário acerca dos limitantes de incerteza do número <i>fuzzy</i>	61
Tabela 7-NMA's para α -cut = 0,55 dos gráficos $\bar{X}$ <i>Fuzzy Synthetic</i> e $\bar{X}$ <i>Fuzzy Side Sensitive Synthetic</i>	62
Tabela 8-Comparação de NMA entre os gráficos de controle fuzzy para α -cut = 0,55.	65
Tabela 9-NMA's para α -cut = 0,95 dos gráficos $\bar{X}$ <i>Fuzzy Synthetic</i> e $\bar{X}$ <i>Fuzzy Side Sensitive Synthetic</i>	68
Tabela 10-Comparação de NMA entre os gráficos de controle fuzzy para α -cut = 0,95	71
Tabela 11-Comparação de NMA para α -cut = 0,45 considerando o primeiro cenário ..	76
Tabela 12-Comparação de NMA para α -cut = 0,45 considerando o segundo cenário...	77
Tabela 13-Comparação de NMA para α -cut = 0,95 considerando o primeiro cenário ..	78
Tabela 14-Comparação de NMA para α -cut=0,95 considerando o segundo cenário.....	79

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEP- Controle Estatístico de Processos

CRL- Conforming Run Length

CUSUM- Cumulative Sum

EWMA- Exponentially weighted moving average

LC- Limite Central

LIC- Limite Inferior de Controle

LSC- Limite Superior de Controle

NMA- Número Médio de Amostras até o sinal

NMA₀- Número Médio de Amostras até o sinal quando o processo está em controle

TFN- Triangular Fuzzy Number

TRFN- Trapezoidal Fuzzy Number

WoS- Web of Science

LISTA DE SÍMBOLOS

h - Intervalo de tempo entre retirada de amostras

n - Tamanho de amostra

k - Fator de abertura dos limites de controle

δ - Deslocamento da média da variável em relação ao seu valor-alvo

λ - Magnitude da perturbação no processo

x_{max} - Observação de maior valor em uma amostra

x_{min} - Observação de menor valor em uma amostra

A_2 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

D_3 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

D_4 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

L - Número máximo de amostras entre amostras não-conformes

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÃO DE PESQUISA.....	17
1.2	OBJETIVOS	20
1.3	DELIMITAÇÃO	20
1.4	JUSTIFICATIVAS	21
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	25
2	REVISÃO DE LITERATURA	26
2.1	GRÁFICOS DE CONTROLE.....	26
2.2	DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE	30
2.3	GRÁFICOS DE CONTROLE POR VARIÁVEIS	32
2.4	GRÁFICOS DE CONTROLE COM REGRAS ESPECIAIS DE DECISÃO	34
2.4.1	Gráfico $\bar{X}$ Synthetic.....	35
2.4.2	Gráfico $\bar{X}$ Side Sensitive Synthetic	36
2.5	CONCEITOS DE LÓGICA FUZZY	37
2.5.1	Conjuntos Fuzzy e Função de Pertinência	38
2.5.2	Conjuntos α - cut	41
2.6	VALORES REPRESENTATIVOS FUZZY.....	42
2.6.1	Fuzzy Mode.....	42
2.6.2	α -Level Fuzzy Midrange	43
2.6.3	Fuzzy Median	44
2.6.4	Fuzzy Average.....	44
2.7	GRÁFICO DE CONTROLE FUZZY.....	45
3	MÉTODO DE PESQUISA	51
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	56
4.1	DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ FUZZY.....	56
4.2	DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ FUZZY SYNTHETIC E SIDE SENSITIVE SYNTHETIC	60
4.3	DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY.....	75
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE PESQUISAS FUTURAS	80
5.1	VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E RESPOSTA À QUESTÃO DE PESQUISA	80

5.2	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	81
	REFERÊNCIAS.....	82
	APÊNDICE A- NMA DOS GRÁFICOS DE CONTROLE <i>FUZZY</i>	86
	APÊNDICE B- CÓDIGOS COMPUTACIONAIS EM FORTRAN.....	101

1 INTRODUÇÃO

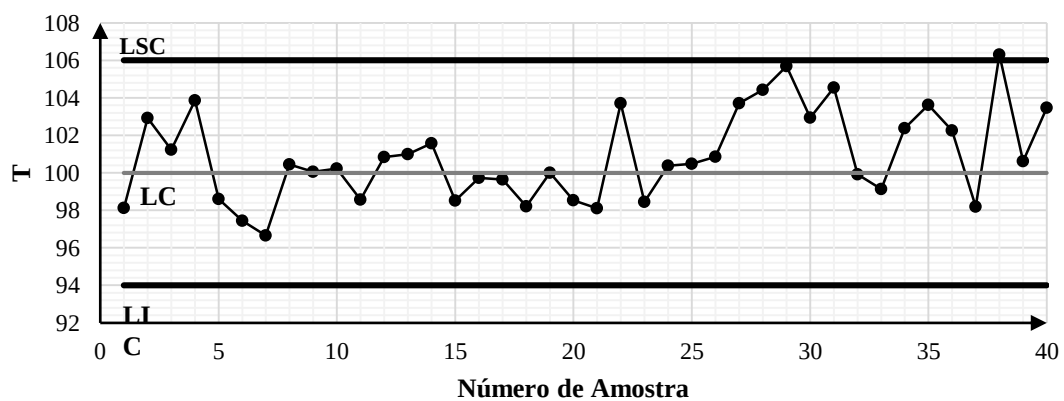
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÃO DE PESQUISA

A qualidade é um dos fatores mais importantes na decisão dos consumidores para comprar produtos e serviços. Para sobreviver no mundo competitivo de hoje, as organizações devem constantemente aplicar ferramentas de controle de qualidade para garantir que os produtos e serviços sejam adaptados aos desejos do cliente e especificações do mercado (MONTGOMERY, 2009).

O controle estatístico de processo (CEP) é um conjunto de técnicas aplicadas para monitorar as características de qualidade, de modo a melhorar a produtividade e a qualidade do produto que começou a ser utilizado quando Shewhart (1931) desenvolveu os primeiros gráficos de controle. Estes são amplamente utilizados para garantir um processo de causas específicas de variabilidade, possibilitando a redução dos custos de produção (SAKTHIVEL; KANNAN; LOGARAJ, 2017).

O modelo de gráfico de controle inicialmente desenvolvido representa o comportamento dos valores amostrais de uma determinada estatística T ao longo do tempo. Consiste em três linhas, denominadas limite superior de controle (LSC), limite central (LC) e limite inferior de controle (LIC). Os pontos plotados são comparados com esses limites calculados e, se um ponto estiver fora dos limites, o gráfico sinaliza que o processo está fora do controle estatístico (KAYA; ERDOGAN; YILDIZ, 2017). A Figura 1 ilustra um modelo de gráfico de controle.

Figura 1-Modelo de gráfico de controle



Fonte: Produção do próprio autor

Tais gráficos podem ser classificados em dois tipos: por variável ou por atributo. Gráficos de controle por variáveis servem para monitorar processos nos quais as características de qualidade podem ser obtidas por meio de instrumentos de medição. No entanto, nem sempre é por meio de medições que a qualidade de um produto é avaliada. Quando um item é classificado como defeituoso ou não-defeituoso, cartas de controle de atributos podem ser usadas para monitorar o número de itens defeituosos ou o número de defeitos no processo (MASSOD; SHYEN, 2016).

Além de poder monitorar variáveis e atributos, os gráficos de controle podem ser classificados como univariados, quando eles estudam apenas uma qualidade de processos, ou multivariados, ao monitorar duas, ou mais características de qualidade do processo. Entre os gráficos de controle por variáveis, os mais utilizados são aqueles que monitoram a média e a amplitude do processo (SHONGWE; GRAHAM, 2016).

Shewhart (1931) elaborou o gráfico de controle $\bar{X}$ com a regra tradicional de detecção de perturbação de processo que sinaliza quando a média da amostra é plotada na região de ação do gráfico. Este gráfico de controle, no entanto, não é eficiente na detecção de desvios menores do que 1 desvio padrão na média do processo. Nestes casos, o uso de regras especiais de decisão é recomendado (COSTA; MACHADO 2016).

O gráfico de controle $\bar{X}$ com a regra especial de decisão denominada *Synthetic* foi proposto por Wu e Spedding (2000). O gráfico *Synthetic* sinaliza uma perturbação no processo apenas quando dois pontos da amostra são plotados além dos limites de controle e não muito distantes um do outro. Essa regra aumenta a eficiência do gráfico de Shewhart na detecção de pequenas mudanças na média do processo e é menos suscetível a falsos alarmes (WU; SPEDDING, 2000). A versão *Side Sensitive Synthetic* do gráfico $\bar{X}$ Synthetic foi projetada para melhorar ainda mais a eficiência e detectar mudanças ainda menores. O gráfico *Side Sensitive Synthetic* não sinaliza quando os pontos além dos limites de controle estão em lados opostos (MACHADO; COSTA, 2014).

Segundo Shabani, Nadarajah e Alizadeh (2017), gráficos de controle tradicionais são construídos utilizando-se dados precisos. No entanto, os dados do mundo real são extremamente complicados de se lidar, pois envolvem um certo nível de incerteza, provenientes tanto de julgamentos humanos quanto de instrumentos de medição. Essas causas de variabilidade criam imprecisão no sistema de medição. Nessa situação, nem um modelo determinístico, nem um modelo probabilístico refletem adequadamente o sistema real. Portanto, nesse caso, os gráficos tradicionais de Shewhart não podem ser usados. Uma maneira de explicar essa incerteza no mundo real é aplicar a teoria dos conjuntos

fuzzy proposta por Zadeh (1965) para modelar a incerteza e fornecer maior flexibilidade para os limites de controle.

Bradshaw (1983) apresentou uma das primeiras pesquisas sobre gráficos de controle *fuzzy*, em que mostrou a vantagem de aplicar limites *fuzzy* em gráfico de controle econômico em relação aos gráficos tradicionais. Wang e Raz (1990) propuseram uma abordagem com base na teoria dos conjuntos *fuzzy* para construir gráficos de atributos utilizando dados. Eles apresentaram quatro métodos de transformação para calcular valores representativos, ou seja, quatro maneiras de converter os conjuntos *fuzzy* em valores escalares. Os valores representativos são traçados no gráfico, mantendo o formato tradicional das cartas de controle.

Senturk e Erginel (2009) utilizaram um desses métodos de transformação, a transformação *midrange*, para a construção dos gráficos de controle para variáveis: o $\bar{X}$ -R e o $\bar{X}$ -S com α -cuts. Erginel et al. (2011) introduziram o desvio padrão *fuzzy* para obter o gráfico de controle *fuzzy* $\bar{X}$ -S. Este gráfico foi empregado na indústria de alimentos para monitorar se os processos estavam ou não sob controle. Concluíram que a teoria dos conjuntos *fuzzy* é aplicável aos gráficos tradicionais, pois observações próximas aos limites de controle podem causar alarmes falsos nos gráficos de controle tradicionais e observações *fuzzy* podem fornecer mais flexibilidade para controlar o processo.

Alizadeh e Ghomi (2011) desenvolveram gráficos de controle *fuzzy* para monitorar a média e a amplitude utilizando quatro métodos de transformação. O desempenho dos gráficos de controle foi analisado por meio do número médio de amostras até o sinal (NMA) considerando-se apenas variação na magnitude de perturbação da média. Eles concluíram que métodos diferentes de transformação conduzem a diversos valores de desempenho, e que os valores de α -cut influenciam no poder de detecção dos gráficos de controle *fuzzy*.

Senturk et al. (2014) utilizaram em seu trabalho o gráfico de controle *fuzzy* (EWMA), que pode ser aplicado para detectar pequenas mudanças no processo. Kaya, Erdogan e Yildiz (2017) sugeriram a aplicação do gráfico de controle *fuzzy* para valores individuais na área financeira, para detectar pequenas mudanças, aumentar a flexibilidade nos limites de controle e assim, analisar a variabilidade no preço das ações.

Esta pesquisa propõe o uso da lógica *fuzzy* em gráficos de controle para monitorar a média e a amplitude de processos univariados, bem como dois gráficos de controle *fuzzy* para média baseados nas regras especiais de decisão, *Synthetic* e *Side Sensitive Synthetic*

e o estudo do desempenho de cada gráfico por meio do número médio de amostras até o sinal (NMA).

Diante da grande aplicação da lógica *fuzzy* nos gráficos de controle e do fato de nem sempre os dados precisos estarem disponíveis para que se utilizem os gráficos de controle tradicionais, a questão de pesquisa que irá nortear este trabalho é: Os gráficos de controle *fuzzy* por variáveis são eficientes frente aos gráficos de controle tradicionais?

1.2 OBJETIVOS

No intuito de obter resposta à questão de pesquisa estabelecida na Seção 1.1 o objetivo geral deste trabalho é a obtenção dos valores de NMA dos gráficos de controle *fuzzy* para variáveis capazes de monitorar processos univariados.

Como objetivos específicos, têm-se:

- Investigar as propriedades dos gráficos de controle *Fuzzy $\bar{X}$* e *R*.
- Aplicar regras especiais de decisão *Synthetic* e *Side Sensitive Synthetic* ao gráfico *Fuzzy $\bar{X}$*
- Desenvolver códigos computacionais capazes de simularem o valor do NMA para os gráficos de controle *fuzzy*.
- Investigar o desempenho dos gráficos *Fuzzy $\bar{X}$* , *Fuzzy $\bar{X}$ Synthetic*, *Fuzzy $\bar{X}$ Side Sensitive Synthetic*, bem como o desempenho conjunto dos gráficos *Fuzzy $\bar{X}$* e *R* e comparar com o desempenho dos gráficos de controle tradicionais por meio do NMA simulado.
- Propor cenários relacionados às características dos números *fuzzy* e aos valores de α -cut e identificar como isto influencia no desempenho dos gráficos.

1.3 DELIMITAÇÃO

Esta pesquisa está delimitada ao estudo dos gráficos de controle por variáveis dentro dos processos univariados. Além disso, os valores da média e do desvio padrão são supostos conhecidos. Quanto à lógica *fuzzy*, serão utilizados os números *fuzzy* triangulares (*TFN*) que estão associados à função de pertinência linear triangular. Segundo Kaya e Kahraman (2011), quando se utiliza uma característica de qualidade mensurável, o número *fuzzy* triangular se adequa melhor, uma vez que representa medidas

“aproximadamente x ”. Em relação aos valores representativos, será aplicada a transformação α -level *midrange*. Tal escolha, segundo Wang e Raz (1990), baseia-se na facilidade de cálculo e preferência do pesquisador.

Os resultados foram obtidos a partir de simulação computacional, ou seja, não foi estudado um processo real.

1.4 JUSTIFICATIVAS

Os seres humanos estão sempre envolvidos no processo de análise de decisão. Uma abordagem racional para a tomada de decisão deve considerar a subjetividade humana, em vez de utilizar apenas medidas objetivas de probabilidade. Essa atitude em relação à incerteza do comportamento humano levou ao estudo de um campo de análise de decisão relativamente novo: a tomada de decisão *fuzzy* (GULBAY; KAHRAMAN; RUAN, 2004).

Para Gulbay e Kahraman (2007), quando a subjetividade humana desempenha um papel importante na definição das características de qualidade, os gráficos de controle tradicionais não podem ser aplicados, já que requerem dados precisos.

Os gráficos de controle *fuzzy* são inevitáveis de serem utilizados quando os dados estatísticos em consideração são incertos ou vagos; ou as informações disponíveis sobre o processo estão incompletas, ou incluem a subjetividade humana. Uma comparação geral entre os gráficos de controle tradicionais de Shewhart e os gráficos de controle *fuzzy* está no Quadro 1.

De acordo com Senturk e Erginel (2009), as variabilidades causadas no processo de produção criam a imprecisão no sistema de medição, sendo assim termos linguísticos como "um intervalo entre 5,5 e 6,1" ou "um intervalo aproximadamente igual a 5,8" podem ser usados em vez de um valor exato de variável aleatória contínua. Por meio da aplicação da lógica *fuzzy* aos gráficos de controle é possível uma flexibilidade nos limites de controle, o que não é praticável nos gráficos de controle tradicionais, nos quais os limites de controle são mais rigorosos.

Quadro 1- Comparativo entre o gráfico de controle tradicional e *fuzzy*

Característica de Comparação	Gráficos de Controle de Shewhart	Gráficos de Controle <i>Fuzzy</i>
Número de Características de Qualidade Monitoradas	Uma única característica de qualidade	Múltiplas características de qualidade
Disponibilidade e Tipo de Dados Estatísticos	Completamente precisos e exatos	Vagos, incertos e informações incompletas
Informações Usadas no Período Base	Dados históricos	Regras baseadas na experiência de <i>Experts</i>
Julgamento	Sob Controle ou Fora de Controle	Outras decisões linguísticas intermediárias, como, por exemplo “Pouco Fora de Controle”
Vantagens	1. É mais fácil trabalhar com apenas uma característica de qualidade; 2. Mais objetivo;	1. Fornece padrões de controle mais precisos para processos baseados na experiência de <i>Experts</i> expressos por meio de graus de adesão; 2. Mais flexível para a definição das regras de inferência <i>Fuzzy</i>;
Desvantagens	1. Limites de Controle fixos; 2. O tamanho da amostra influencia na largura dos limites de controle;	1. As inferências são oriundas da subjetividade das experiências e regras; 2. Regras suplementares para gráficos de controle não podem ser usadas;

Fonte: Adaptado de Kahraman, Gulbay e Bolturk (2016)

Segundo Fernández (2017), a teoria dos conjuntos *fuzzy* tem sido amplamente utilizada no campo dos gráficos de controle a partir de diferentes perspectivas e com diferentes objetivos, tais como:

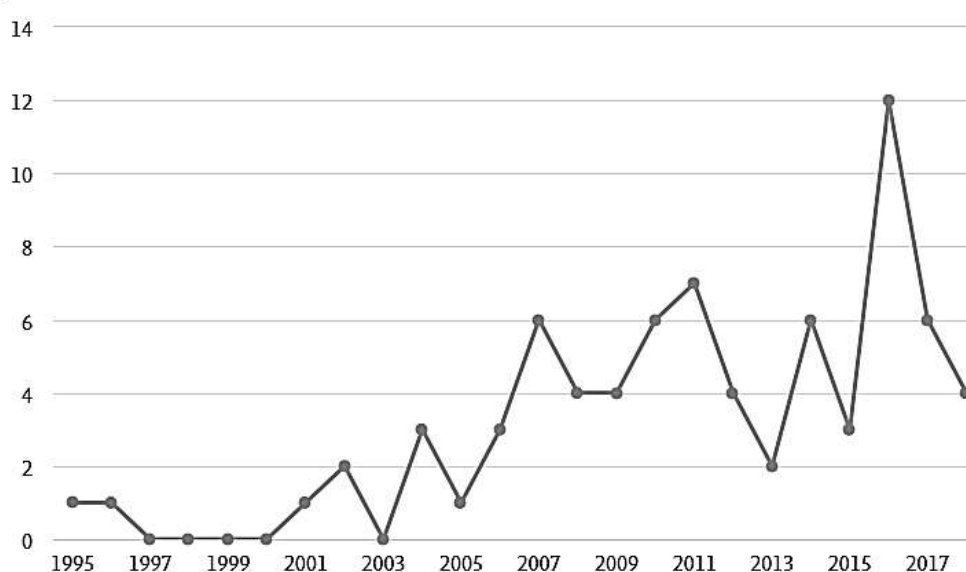
1) Melhorar o desempenho dos gráficos de controle tradicionais - Existem vários trabalhos encontrados na literatura sobre o projeto de gráficos de controle *fuzzy* por variáveis e atributos ver Alizadeh e Ghomi (2011), Basri et al. (2016) e Faraz e Moghadam (2007). Isso ocorre porque o uso da teoria *fuzzy* permite lidar com a incerteza decorrente de ambos, aleatoriedade e imprecisão.

2) Propor novos gráficos de controle - Especialmente para o controle de características de qualidade definidas por variáveis linguísticas, tanto para o caso univariado quanto para o caso multivariado.

No que diz respeito à contribuição acadêmica dos gráficos de controle *fuzzy* foi realizada uma pesquisa na base de dados *Scopus* e *Web of Science* (WoS) considerando os anos de 1995 a 2018. Utilizou-se os seguintes termos “*control chart*” e “*fuzzy*” e excluiu-se os termos “*multivariate*” e “*attribute*”.

Durante as buscas nas duas bases de dados, foram encontradas duplicações de artigos. Todos os itens apresentados no WoS também foram exibidos no *Scopus*. Em vista disso, a base de dados *Scopus* foi utilizada como fonte principal, pois, fornece uma visão geral de diversos assuntos e produção de pesquisas em ciência, tecnologia, medicina, humanidades e outras áreas, proporcionando uma gama mais ampla de análises estatísticas, uma ferramenta interdisciplinar colaborativa. A Figura 2 ilustra o resultado de tal pesquisa.

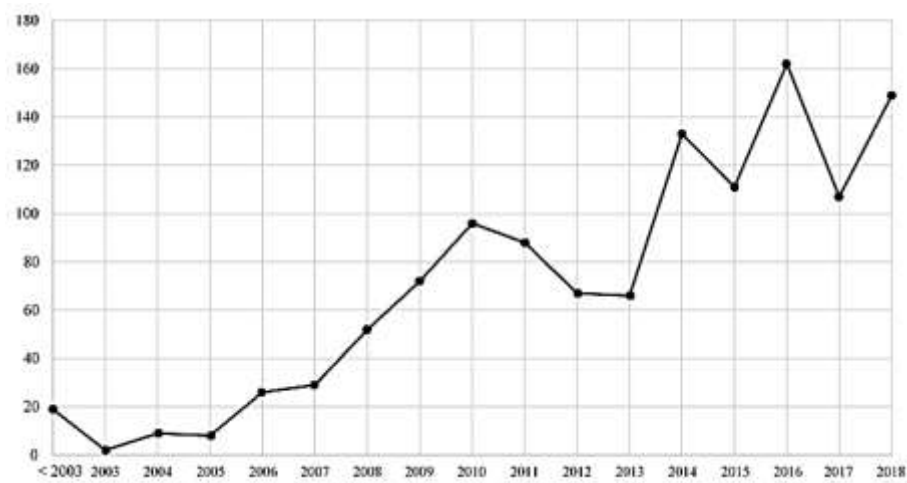
Figura 2-Evolução das publicações por ano



Fonte: Base de dados *Scopus* (2018)

Em relação ao número de citações durante os anos, observa-se que no geral as citações sobre o tema gráfico de controle *fuzzy* vem aumentando com passar dos anos. Destaca-se um crescimento maior do ano de 2014 até os dias atuais. Tal fato demonstra que o tema ainda pode ser explorado. A Figura 3 apresenta o número de citações por ano.

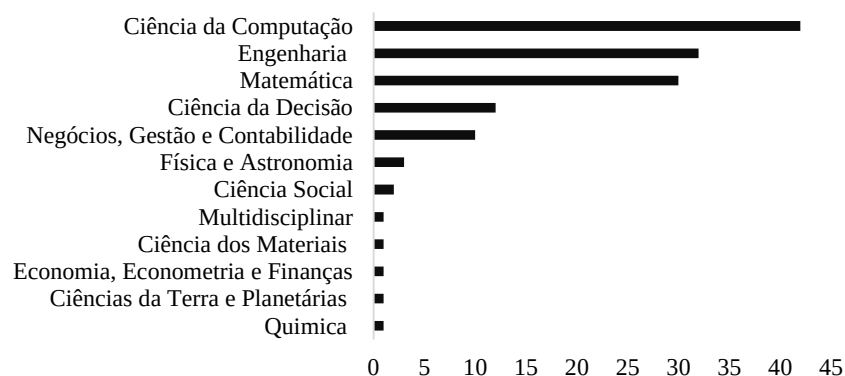
Figura 3-Número de citações por ano



Fonte: Base de dados Scopus (2018)

A Figura 4 apresenta as áreas em que os artigos sobre gráficos de controle *fuzzy* foram publicados. A importância do tema para o desenvolvimento do conhecimento científico pode ser identificada por meio da correlação entre as áreas de pesquisa e o número de artigos que foram publicados sobre o assunto em cada um deles.

Figura 4-Número de publicação por área de conhecimento



Fonte: Base de dados Scopus (2018)

Embora cartas de controle *fuzzy* sejam usadas em várias áreas de pesquisa, estas são usadas principalmente nas ciências exatas, especialmente em ciência da computação, engenharia e matemática. Cerca de 53% de todas as publicações estavam concentradas na

área de engenharia e quase 61% dos documentos estavam na área de ciência da computação.

Visto os artigos resultantes da pesquisa na base de dados observou-se que não há uma grande quantidade de trabalhos que analisam o desempenho dos gráficos de controle *fuzzy*. Alizadeh e Ghomi (2011) obtiveram em sua pesquisa o poder detecção para os gráficos de controle *fuzzy* $\bar{X}$ e R, porém só levaram em consideração deslocamento na média e não na variabilidade. Em relação a aplicação das regras especiais de decisão *Synthetic* e *Side Sensitive Synthetic* nos gráficos de controle *fuzzy*, não foram encontrados trabalhos acerca do tema.

Nota-se que trabalhos que contemplam, em conjunto, tais temas são poucos na literatura e, de forma geral, vêm crescendo ao longo dos anos. Ainda há contribuições a serem feitas com relação ao tema, apresentando-se como um diferencial.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é composto por mais quatro Capítulos, além desta introdução. No Capítulo 2 evidencia-se o referencial teórico utilizado no embasamento do trabalho por meio da explicação de elementos essenciais a esta pesquisa como: gráficos de controle, desempenho dos gráficos de controle, gráficos de controle para variáveis, gráficos de controle com regras especiais de decisão, conjuntos *fuzzy*, valores representativos *fuzzy* e os gráficos de controle *fuzzy*.

O Capítulo 3 apresenta o método de pesquisa utilizado no trabalho, assim como a classificação deste trabalho e suas fases de execução. O Capítulo 4 traz as análises de desempenho e o estudo de cenário acerca dos gráficos de controle *Fuzzy*: $\bar{X}$, $\bar{X}$ *Synthetic*, $\bar{X}$ *Side Sensitive Synthetic* e $\bar{X}$ -R. No Capítulo 5 estão as conclusões deste trabalho e as sugestões para pesquisas futuras, sendo seguido pelas referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo serão apresentados os principais tópicos estudados que foram de fundamental importância para o desenvolvimento e embasamento teórico do trabalho.

2.1 GRÁFICOS DE CONTROLE

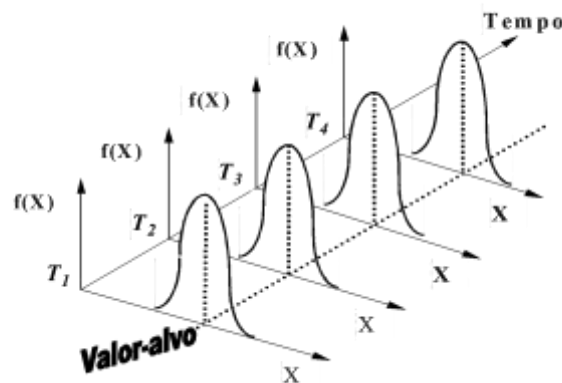
Na literatura não há uma única definição para o termo qualidade. Cada “guru” da qualidade propõe uma definição diferente. Segundo Juran e Godfray (2000) qualidade está relacionada a adequação ao uso. Deming (1992) define qualidade como sendo o atendimento as necessidade e expectativas do cliente praticando um preço que ele possa pagar. Para Taguchi, Chowdhury e Wu (2004) quanto menor forem os prejuízos (perdas) melhor será a qualidade do produto.

O termo “qualidade” está sempre associado a produtos ou serviços de excelência e que satisfazem as expectativas. Um produto apresenta qualidade quando corresponde ou supera as expectativas do cliente. O controle de qualidade relaciona-se com atividades de produção, inspeção, instalação e manutenção durante o uso (SILVESTRE, 2014).

As características de um produto em processos produtivos podem apresentar variabilidade. A variabilidade de um processo pode ser definida como as diferenças existentes entre as unidades que são produzidas (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

Segundo Shewhart todo processo por mais controlado que seja possui um componente difícil de ser controlado: a variabilidade natural, ou causas aleatórias como, por exemplo: variações na temperatura de um processo. Quando um processo apresenta apenas causas aleatórias dizemos que o mesmo está em controle. A Figura 5 exemplifica um processo isento de causas especiais (MONTGOMERY, 2009).

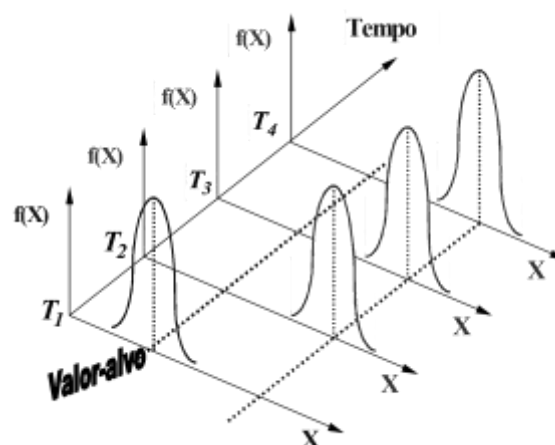
Figura 5-Processo isento de causas especiais



Fonte: Costa, Epprecht e Carpinetti (2005)

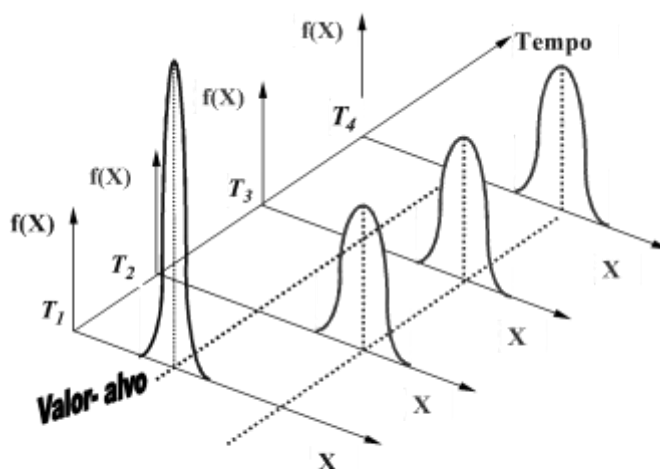
Qualquer processo pode estar sujeito à ocorrência de perturbações maiores, chamadas também de causas especiais. Tais causas podem deslocar a distribuição da variável aleatória X , tirando a média do alvo, ou também aumentar a dispersão. Uma causa especial é um problema que pode ser eliminado ou corrigido. Quando além das causas aleatórias, estiverem presentes no processo as causas especiais, diz-se que o processo está fora de controle. As Figuras 6 e 7, ilustram respectivamente alteração na média e na média e variabilidade do processo (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

Figura 6-Processo com alteração na média



Fonte: Costa, Epprecht e Carpinetti (2005)

Figura 7-Processo com alteração na média e na variabilidade



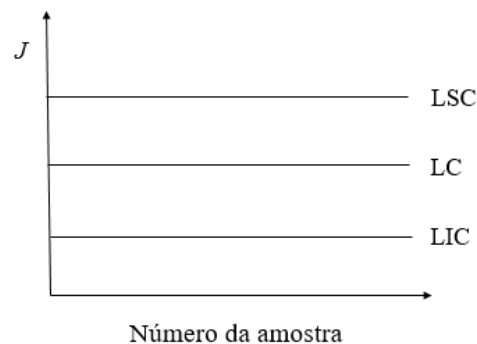
Fonte: Costa, Epprecht e Carpinetti (2005)

Os gráficos de controle são a principal ferramenta dentro do controle estatístico de processos (CEP) utilizada para monitorar processos. Em geral, os gráficos de controle iniciam em um estado de controle estatístico (processo sob controle) e assim permanecem até surgirem causas especiais que os levam para um segundo estado, na qual as condições de controle deixam de existir (processo fora de controle) (MASSOD; SHYEN, 2016).

O esquema proposto por Shewhart para os gráficos de controle de variáveis mensuráveis X , resume-se em retirar, em intervalos periódicos de tempo de comprimento h , amostras de tamanho n . Para cada ponto amostral determina-se o valor de uma estatística J adequada ao gráfico que está sendo utilizado. Estes valores são plotados nos gráficos de controle, onde os limites de controle LIC (limite inferior de controle), LSC (limite superior de controle) e LC (limite central) são especificados. A Figura 8 apresenta um esquema de gráfico de controle (MACHADO, 2006).

As causas especiais fazem com que os valores da estatística J se afastem da linha central do gráfico de controle. Deste modo, a presença de uma causa especial é sinalizada por um valor de J além dos limites de controle.

Figura 8-Esquema de um gráfico de controle tradicional



Fonte: Machado (2006)

Quando a distribuição dos dados em uma carta de controle não for aleatória, e a mesma apresentar algum comportamento fora do padrão do processo que se está analisando, pode ser que alguma causa especial esteja ocorrendo. Electric (1956) sugere um conjunto de regras de decisão para detecção de padrões não aleatórios em gráficos de controle. Sugere-se que o processo está fora de controle se:

- 1) um ponto se localiza fora dos limites de controle três sigmas;
- 2) dois, em três pontos consecutivos, se localizam além dos limites de alerta de dois sigmas;
- 3) quatro, em cinco pontos consecutivos, se localizam uma distância de um sigma ou mais em relação à linha central; ou
- 4) oito pontos consecutivos se localizam de um mesmo lado da linha central

O uso dessas regras permite que mudanças menores no processo sejam detectadas mais rapidamente do que se fosse utilizado o único critério de violação dos limites de controle três sigmas (MONTGOMERY, 2009).

O Quadro 2, segundo Montgomery (2009) apresenta algumas das regras sensibilizantes para gráficos de controle que são largamente utilizadas na prática:

Quadro 2- Regras sensibilizantes para gráficos de controle de Shewhart

Sinal de Ação- Padrão:	1- Um ou mais pontos fora dos limites de controle.
	2- Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois sigmas, mas ainda dentro dos limites de controle.
	3- Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites de um sigma.
	4- Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central.
	5- Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente.
	6- Quinze pontos em sequência tanto acima quanto abaixo da linha central
	7- Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo.
	8- Oito pontos em sequência de ambos os lados da linha central com nenhum na zona C.
	9- Um padrão não usual ou não aleatório nos dados.
	10- Um u mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle.

Fonte: Montgomery (2009)

2.2 DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE

A capacidade de detecção de perturbações no processo é relevante não só para determinar a melhor combinação entre os parâmetros dos gráficos de controle, ou seja, tamanho de amostra n , intervalo de tempo h entre a retirada de amostras e o fator k de abertura dos limites de controle, mas também para a determinação dos limites de controle (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

O desempenho dos gráficos de controle é medido pelo número médio de amostras até o sinal (NMA). Tal medida depende dos parâmetros de projeto do gráfico, n e k . Os parâmetros influenciam de forma diferente os riscos α e β (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

O gráfico de controle pode ser definido como sendo um teste das seguintes hipóteses: H_0 = processo em controle e H_1 = processo fora de controle. Se o gráfico em questão for $\bar{X}$ as hipóteses serão: $H_0: \mu = \mu_0$ e $H_1: \mu \neq \mu_0$. Os erros estatísticos presentes no teste de hipótese são chamados erro tipo I (α), que é a probabilidade de um ponto cair fora dos limites e ser mentira e o erro tipo II (β) é a probabilidade de um ponto cair dentro dos limites e existir uma causa especial. As equações (1) e (2) representam os erros tipo I e tipo II respectivamente, por meio da probabilidade condicional (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

$$\alpha = \Pr(\bar{X} > LSC_{\bar{X}} \text{ ou } \bar{X} < LIC_{\bar{X}} | \mu = \mu_0) \quad (1)$$

$$\beta = \Pr(LIC_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq LSC_{\bar{X}} | \mu \neq \mu_0) \quad (2)$$

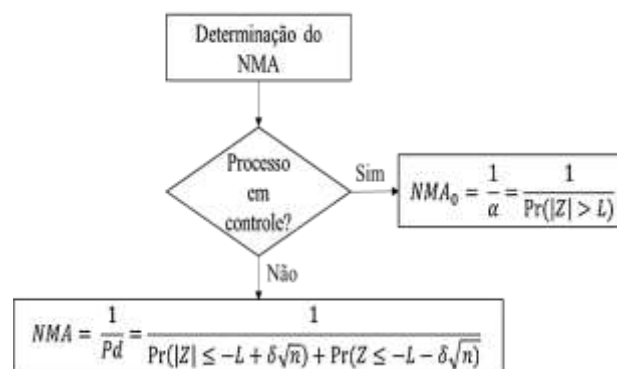
Quando o processo está em controle o $NMA = 1/\alpha$ é denominado NMA_0 e quando estiver fora de controle $NMA = 1/P_d$ sendo $P_d = 1 - \beta$. No primeiro caso é desejável que o número de amostras até o sinal (NMA_0) seja grande, garantindo assim poucos alarmes falsos; no segundo caso se espera que o NMA seja pequeno, garantindo assim a rápida detecção das causas especiais. (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

O deslocamento da média é expresso em unidades δ do desvio padrão: $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$, ou ainda:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma} \quad (3)$$

A Figura 9 ilustra a determinação do NMA quando o processo está em controle ou fora de controle.

Figura 9-Equações do NMA



Fonte: Leoni (2011)

Para realizar uma comparação de eficiência entre tipos de gráficos de controle por variáveis, deve-se primeiro ajustar o fator de controle k de cada gráfico de controle separadamente, para que quando o processo estiver em controle, os dois gráficos tenham

o mesmo número de amostras até o alarme falso NMA_0 . A partir do momento em que os valores de NMA_0 são iguais, simula-se um desvio de δ desvios padrões na média do processo e um deslocamento de λ na amplitude de processo e comparam-se os valores de NMA , o gráfico de controle que apresentar o menor valor de NMA será o mais eficiente para determinada situação (FANG; WANG; DENG, 2013).

2.3 GRÁFICOS DE CONTROLE POR VARIÁVEIS

Quando se lida com um tipo de característica de qualidade que pode ser expressa como uma medida, é comum monitorar tanto o valor médio quanto a variabilidade. O gráfico de $\bar{X}$ é largamente utilizado para monitorar a média e a variabilidade do processo pode ser controlada pelo gráfico de R ou pelo gráfico do desvio padrão S (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

Na sequência há uma descrição mais detalhada dos gráficos de $\bar{X}$ e R , os quais foram utilizados no desenvolvimento desta pesquisa.

A elaboração dos gráficos que serão descritos a seguir, parte do princípio que a característica de qualidade é normalmente distribuída com média μ e desvio padrão σ . Nas aplicações práticas, geralmente, as características medidas possuem distribuição normal ou aproximadamente normal. É importante que se faça essa verificação, pois, assim, garante-se maior efetividade da ferramenta (SILVESTRE, 2014).

Sejam m amostras de tamanho n e suas respectivas médias $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_m$, o estimador para média das médias é dado pela equação (4):

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_i \quad (4)$$

Assim, pode-se tomar $\bar{\bar{X}}$ como a linha central do gráfico de controle $\bar{X}$, e na construção dos limites de controle para a média utilizam-se as amplitudes das amostras para estimar o desvio padrão σ . A equação (5) estabelece o cálculo da amplitude para uma amostra $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ de tamanho n :

$$R = x_{max} - x_{min} \quad (5)$$

É necessária uma relação entre a amplitude R de uma amostra advinda de uma população normal, que tenha parâmetros conhecidos, e o desvio padrão da população. Da relação entre R e σ é possível obter a amplitude relativa W . Como R é uma variável aleatória, a amplitude relativa também será. A equação (6) representa tal relação:

$$W = \frac{R}{\sigma} \quad (6)$$

A distribuição W possui média d_2 que depende do tamanho de amostra n , e cujo desvio padrão é chamado d_3 . Como $R = \sigma W$, obtém-se as equações (7) e (8):

$$\mu_R = d_2 \sigma \quad (7)$$

$$\sigma_R = d_3 \sigma \quad (8)$$

Dessa forma, por meio da equação (9), é possível determinar um estimador para o desvio padrão.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (9)$$

Tem-se, pela equação (10), como calcular as médias das amplitudes amostrais $R_1, R_2, R_3, \dots, R_m$.

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i \quad (10)$$

De posse de tais resultados e considerando uma amplitude de três desvios padrão, é possível definir os limites de controle para a média, utilizando-se as equações (11) - (13) respectivamente para calcular LIC, LC e LSC:

$$LIC = \bar{\bar{X}} - \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R} \quad (11)$$

$$LC = \bar{\bar{X}} \quad (12)$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R} \quad (13)$$

É possível reduzir tais equações por meio da constante A_2 (anexo A) que depende do tamanho de amostra n , definida pela equação (14) (MONTGOMERY; RUNGER, 2008):

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}} \quad (14)$$

As expressões (15), (16) e (17) ilustram tal simplificação.

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \quad (15)$$

$$LC = \bar{\bar{X}} \quad (16)$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad (17)$$

Similarmente, pode-se definir os limites de controle para o gráfico de controle para a amplitude, sendo o limite central dado por $\bar{R}$. Para determinar os limites de controle inferior e superior precisa-se de uma estimativa para o desvio padrão de R , dada pela expressão (18):

$$\hat{\sigma}_R = d_3 \hat{\sigma} = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (18)$$

Observe-se que os limites de controle LSC e LIC podem ser obtidos pelas equações (19) e (20):

$$LSC = \bar{R} + \frac{3d_3}{d_2} \bar{R} = (1 + \frac{3d_3}{d_2}) \bar{R} \quad (19)$$

$$LIC = \bar{R} - \frac{3d_3}{d_2} \bar{R} = (1 - \frac{3d_3}{d_2}) \bar{R} \quad (20)$$

Novamente, é possível reduzir tais equações por meio das constantes D_3 e D_4 (anexo A) que dependem do tamanho de amostra n , e calculadas pelas equações (21) e (22) (MONTGOMERY; RUNGER, 2008):

$$D_3 = 1 - \frac{3d_3}{d_2} \quad (21)$$

$$D_4 = 1 + \frac{3d_3}{d_2} \quad (22)$$

As expressões (23), (24) e (25) fornecem tal simplificação:

$$LIC = D_4 \bar{R} \quad (23)$$

$$LC = \bar{R} \quad (24)$$

$$LSC = D_3 \bar{R} \quad (25)$$

Para uma melhor compreensão acerca da construção dos gráficos de controle para variáveis $\bar{X}$ e R ver exemplo de aplicação em Costa; Epprecht e Carpinetti (2005) e Montgomery (2009).

2.4 GRÁFICOS DE CONTROLE COM REGRAS ESPECIAIS DE DECISÃO

Os gráficos de controle são projetados para detectar as causas especiais que podem ocorrer nos processos de produção. Tais gráficos são simples de se utilizar, pois, coletam amostras de tamanho fixo n em intervalos de tempo regulares e sinalizam quando um ponto está fora dos limites de controle. Essa simplicidade operacional torna o gráfico de controle lento na detecção de pequenas mudanças (MACHADO; COSTA, 2014).

As regras especiais de decisão foram propostas com o objetivo de melhorar o desempenho dos gráficos de controle de Shewhart na detecção de pequenos e médios turnos na média de processos monitorados. Vários autores elaboraram regras especiais que tornaram o gráfico $\bar{X}$ mais eficiente na detecção de causas especiais no processo (RAKITZIS, 2017).

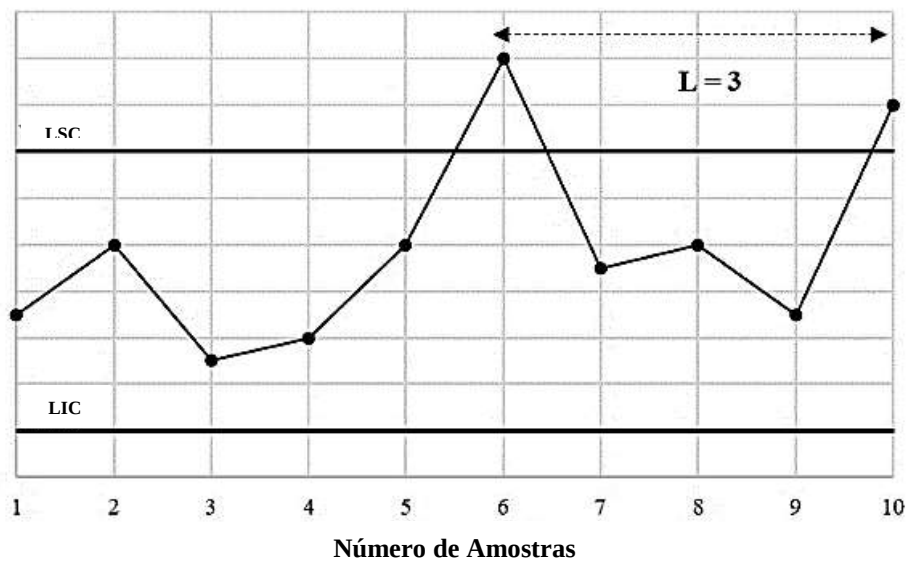
As regras mais populares foram sugeridas por Electric (1956), Page (1955), Roberts (1958), Bissell (1978) e Wheeler (1983). Champ e Woodall (1978) obtiveram a equação exata e aplicaram-na para calcular o tempo até o sinal de um alarme para o gráfico de

controle de Shewhart com regras de execução suplementares utilizando uma abordagem de cadeia de Markov.

2.4.1 Gráfico $\bar{X}$ *Synthetic*

Ao comparar o gráfico de soma cumulativa (CUSUM), com o gráfico de controle de média móvel exponencial (EWMA), Lucas e Sacucci (1990) concluíram que há pouca diferença entre os dois tipos de gráficos. Embora esses gráficos tenham um desempenho melhor do que o gráfico de controle $\bar{X}$ de Shewhart na detecção de pequenos desvios da média, estes não são tão eficientes em detectar grandes desvios da média. Algumas regras adicionais, como a regra 2-de-3 para o modelo Shewhart e o gráfico de controle *Conforming Run Length* (CRL), melhoraram a detecção de pequenos distúrbios na média do processo sem aumentar a ocorrência de falsos alarmes (WU; SPEDDING, 2000).

O gráfico *Synthetic* $\bar{X}$ foi proposto por Wu e Speeding (2000) com intuito de combinar o gráfico Shewhart $\bar{X}$ e o gráfico de CRL. O gráfico de controle *Synthetic* sinaliza somente quando um segundo ponto cai na região de ação, e sob a condição de que o número de amostras entre os dois pontos que caíram na região de ação não seja superior a um valor inteiro L . A Figura 10 ilustra o gráfico de controle $\bar{X}$ com a regra *Synthetic*.

Figura 10-Gráfico de controle $\bar{X}$ Synthetic

Fonte: Produção do próprio autor

Neste gráfico de controle, além dos parâmetros já existentes no gráfico tradicional de Shewhart, como o coeficiente de limite de controle k e o tamanho da amostra n , o valor inteiro a ser atribuído ao fator L também deve ser definido. A regra especial é atraente para os usuários, uma vez que a maioria deles prefere esperar por um segundo ponto fora dos limites de controle para investigar a causa especial que perturba o processo, além de detectar perturbações no processo, mais rapidamente (MACHADO; COSTA, 2014).

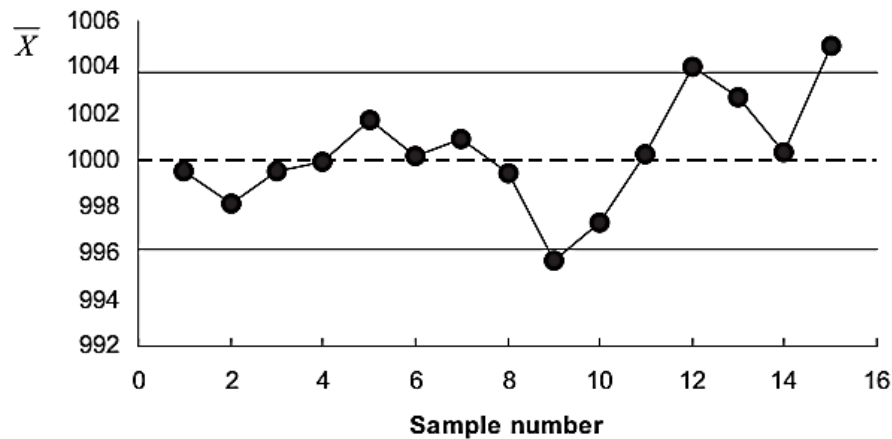
2.4.2 Gráfico $\bar{X}$ Side Sensitive Synthetic

Com o objetivo de obter um gráfico ainda mais eficiente, Machado e Costa (2014) propuseram o gráfico *Side Sensitive Synthetic $\bar{X}$* , no qual a intervenção no processo ocorre apenas quando dois pontos, não muito distantes um do outro, são plotados fora dos limites de controle e do mesmo lado do gráfico em relação à média. O gráfico *Side Sensitive Synthetic $\bar{X}$* detecta os distúrbios do processo mais rapidamente do que o gráfico *Synthetic $\bar{X}$* .

A utilização de tal regra parte do princípio que os desajustes no processo causam um desvio na média do processo para mais, aumentando o valor da média do processo, ou para menos, diminuindo o valor da média do processo. Resultados mostram que, dependendo da magnitude do desvio na média, o gráfico *Synthetic* sinaliza uma

perturbação 30% mais rápido quanto implementado com a regra *Side Sensitive* (MACHADO; COSTA, 2014). A Figura 11 ilustra o gráfico de controle $\bar{X}$ com a regra *Side Sensitive Synthetic*.

Figura 11-Gráfico de controle $\bar{X}$ *Side Sensitive Synthetic* para L=2



Fonte: Machado e Costa (2014)

Observa-se na Figura 11 que o 9º e o 12º pontos amostrais saem fora dos limites de controle, porém o gráfico *Side Sensitive Synthetic* não sinalizará, pois esses pontos estão em lados opostos da linha central. O gráfico só sinalizará no 15º ponto amostral, pois o penúltimo e último pontos amostrais fora dos limites de controle estão ambos acima da linha central e a distância entre eles é menor ou igual a L=2.

2.5 CONCEITOS DE LÓGICA FUZZY

A teoria dos conjuntos *fuzzy* é capaz de trabalhar com aspecto vago da informação. Tais conjuntos foram introduzidos por Zadeh (1965) com objetivo de conciliar a modelagem matemática com os pensamentos humanos na ciência da engenharia. O principal suporte da lógica *fuzzy* é sua capacidade de exibir dados não determinísticos, o que ajuda a promover a flexibilidade do sistema.

Conceitos como: velho, novo, alto ou baixo são incorporados em classes na teoria *fuzzy*, na qual um elemento pode pertencer a um conjunto com determinado grau de pertinência, o que caracteriza uma pertinência de forma gradual. Por sua vez, nos conjuntos *crisp* um elemento pertence ou não a um conjunto (CASTILLO; MELIN, 2008).

A seguir, serão abordados alguns tópicos da teoria *fuzzy*, que darão suporte teórico a esta pesquisa.

2.5.1 Conjuntos *Fuzzy* e Função de Pertinência

Seja X um conjunto clássico formado por objetos (x), também denominado universo de discurso. O conjunto *fuzzy* B em X pode ser definido como um conjunto de pares ordenados (CASTILLO; MELIN, 2008), como descrito na equação (26):

$$B = \{(x, \mu_B(x)) \mid x \in X\} \quad (26)$$

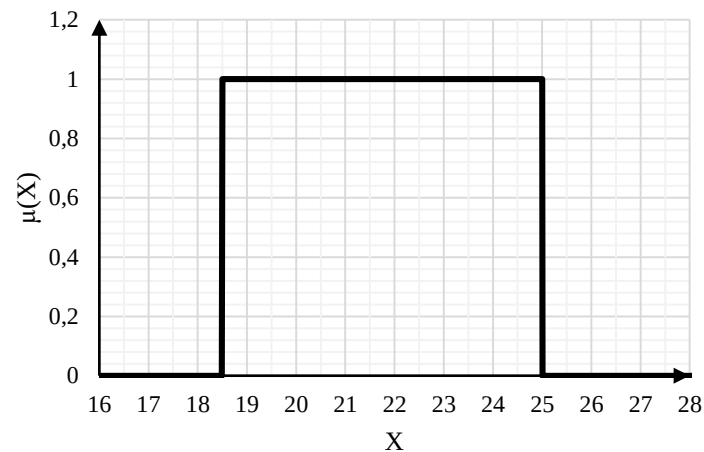
sendo $\mu_B(x)$ é chamada de “função de pertinência” para o conjunto *fuzzy* B .

Esta função de pertinência $\mu_B(x)$ demonstra o grau de compatibilidade entre x e B , e o grau de compatibilidade ou pertinência pode variar no intervalo $[0,1]$.

- $\mu_B(x) = 1$ indica que x é totalmente compatível com B ;
- $\mu_B(x) = 0$ indica que x é totalmente incompatível com B ;
- $0 < \mu_B(x) < 1$ indica que x é parcialmente compatível com B com grau $\mu_B(x)$.

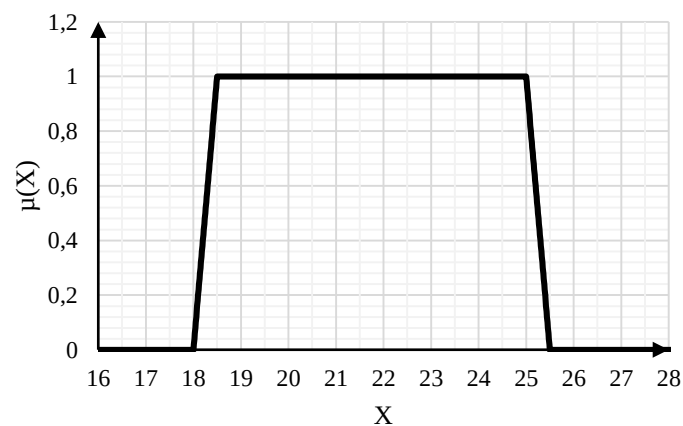
Uma função de pertinência especificada para um determinado conceito pode apresentar resultados diversos se for definida por várias pessoas, portanto, se considera a definição de uma função de pertinência como sendo subjetiva. A função de pertinência representa os limites de um conjunto *fuzzy* além de, designar o quanto cada elemento pertence a um conjunto (VAZ, 2006).

A Figura 12 apresenta uma função de pertinência de um conjunto clássico associado ao conceito de índice de massa corporal (IMC). Neste caso uma pessoa com IMC de 18,49 não estaria dentro do peso normal (RIZOL; MESQUITA; SAOTOME, 2011).

Figura 12-Conjunto *crisp* para IMC

Fonte: Adaptado de Rizol, Mesquita e Saotome (2011)

Já o conjunto *fuzzy* permite exprimir que qualquer pessoa com IMC entre 18,5 e 25 possui peso normal. Acima de 25,5 ou abaixo de 18 não é considerado peso normal, e no intervalo $[18;18,5]$ e $[25;25,5]$ é considerado peso normal para um determinado grau de pertinência (RIZOL; MESQUITA; SAOTOME, 2011). A Figura 13 ilustra tal fato.

Figura 13-Conjunto *fuzzy* para IMC

Fonte: Adaptado de Rizol, Mesquita e Saotome (2011)

As funções de pertinência podem assumir diversas formas como: triangular, trapezoidal, gaussiana, sino e sigmoidal. As funções triangulares e trapezoidais são as mais utilizadas. A função de pertinência trapezoidal é expressa por quatro parâmetros que representam os vértices do trapézio, sendo dois desses com grau de pertinência igual a 1;

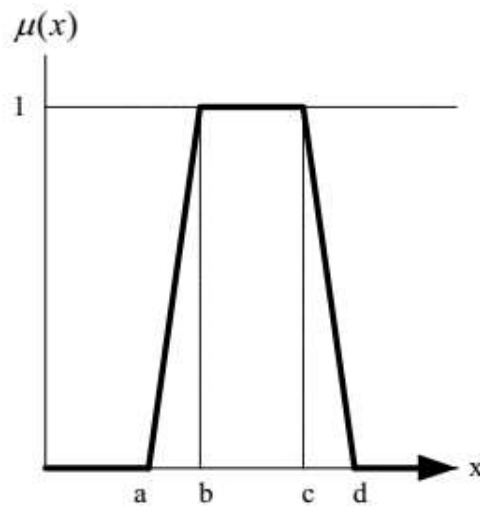
já na triangular há somente três parâmetros, sendo um deles com grau de pertinência igual a 1 (GULBAY, 2006).

Uma forma geral para a função de pertinência trapezoidal pode ser observada na equação (27).

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{para } a \leq x \leq b, \\ 1, & \text{para } b \leq x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{para } c \leq x \leq d, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (27)$$

Os números *fuzzy* trapezoidais são representados por quatro pontos: a , b , c e d , e serão sempre indicados como (a, b, c, d) , conforme ilustrado na Figura 14.

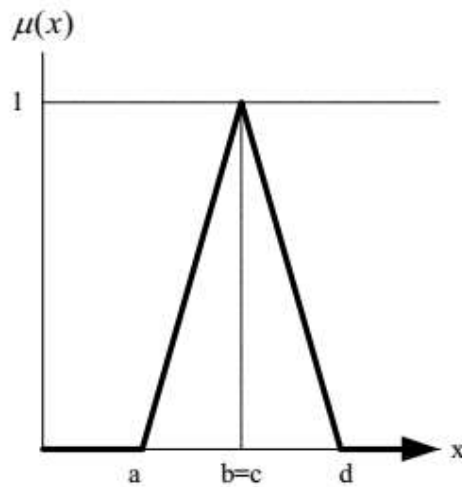
Figura 14-Número fuzzy trapezoidal



Fonte: Gulbay (2006)

Um número *fuzzy* triangular, conforme ilustrado na Figura 15, é de fato um caso particular do número *fuzzy* trapezoidal, onde $b=c$, e será representado por (a, b, c) . Neste caso, a função de pertinência será dada pela expressão (28).

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{para } a \leq x \leq b, \\ 1, & \text{para } x = b = c, \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{para } c \leq x \leq d, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (28)$$

Figura 15-Número *fuzzy* triangular

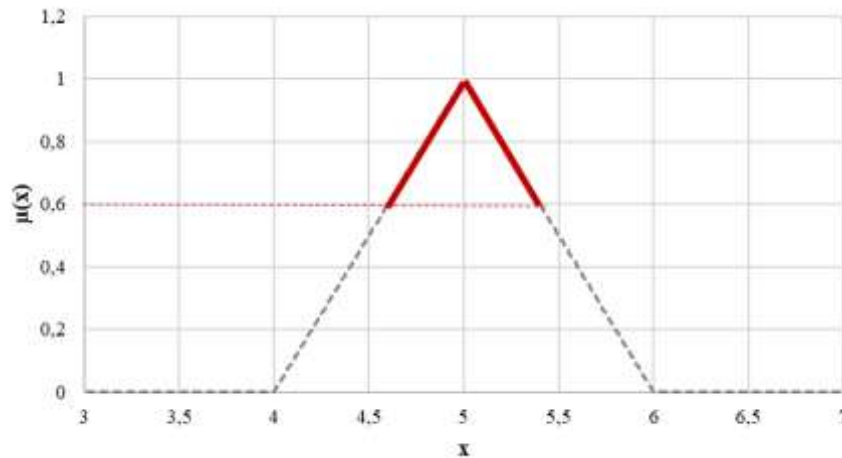
Fonte: Gulbay (2006)

2.5.2 Conjuntos α -cut

Seja um conjunto *fuzzy* B definido em X , segundo o grau de pertinência $\alpha \in [0,1]$, o conjunto α -cut, será o conjunto B_α contendo todos os elementos de X com graus de pertinência em B maiores ou iguais ao valor especificado para α . A equação (29) apresenta tal conjunto. A Figura 16 ilustra uma representação do conjunto α -cut.

$$B_\alpha = \{x | \mu_B(x) \geq \alpha\} \quad (29)$$

Nos gráficos de controle *fuzzy*, entende-se por α -cut, a quantidade de incerteza que é inserida no processo. Quanto maior o valor do α -cut, menor será a incerteza inserida e, logo, o gráfico de controle *fuzzy* será próximo ao gráfico de controle tradicional de Shewhart; quanto menor o valor do α -cut, maior será a quantidade de incerteza presente no processo (FADEI; POOYA, 2018).

Figura 16-Representação de um conjunto α -cut

Fonte: Produção do próprio autor

2.6 VALORES REPRESENTATIVOS FUZZY

Para manter o formato padrão dos gráficos de controle e facilitar a plotagem das observações no gráfico, é necessário converter os conjuntos *fuzzy* em escalares chamados de valores representativos. Existem quatro métodos de transformação, que são similares às medidas de tendência central utilizadas na estatística descritiva: *fuzzy median*, *α -level fuzzy midrange*, *fuzzy average* e *fuzzy mode* (ALIZADEH; GHOMI, 2011).

Segundo Wang e Raz (1990), tal conversão pode ser realizada, desde que o resultado seja intuitivamente representativo do intervalo da variável base incluída no conjunto *fuzzy*. Vale ressaltar que, de acordo com tais autores, não há base teórica que suporte a escolha específica de algum dos métodos, a seleção deve ser baseada principalmente na facilidade de cálculo ou na preferência do usuário.

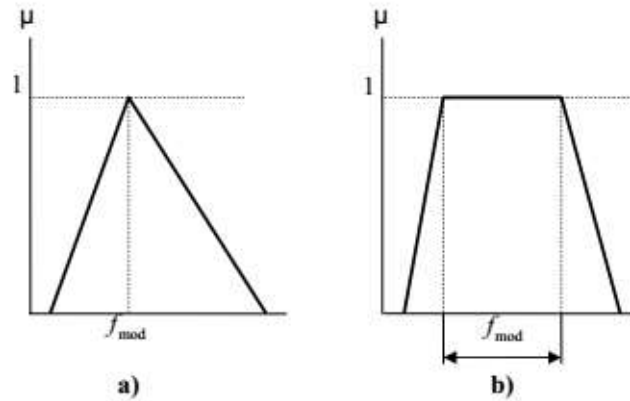
2.6.1 Fuzzy Mode

A transformação *fuzzy mode* de um conjunto *fuzzy* é o valor da variável quando a função de pertinência é igual a 1, como está na expressão (30) (GULBAY, 2006).

$$f_{mode} = \{x | \mu_F(x) = 1\}, \forall x \in F \quad (30)$$

A Figura 17 ilustra a transformação *fuzzy mode* para os números *fuzzy* triangular (TFN) e trapezoidal (TRFN).

Figura 17-Fuzzy mode: (a) número fuzzy triangular; (b) número fuzzy trapezoidal



Fonte: Gulbay (2006)

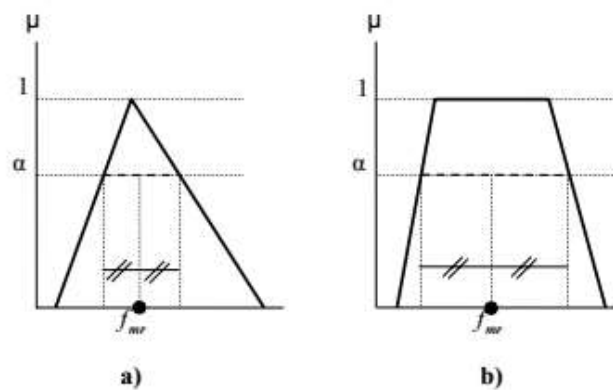
2.6.2 α -Level Fuzzy Midrange

Nesta transformação f_{mr}^α pode ser definido como o ponto médio das extremidades do α -cut. O α -cut, denotado por B^α , é um conjunto de valores que possuem graus de associação maiores ou iguais a α , sendo um a^α e b^α os pontos extremos. A equação (31) descreve essa transformação (GULBAY, 2006).

$$f_{mr}^\alpha = \frac{1}{2}(a^\alpha + b^\alpha) \quad (31)$$

A Figura 18 ilustra a transformação α -level fuzzy midrange para os números fuzzy triangular (TFN) e trapezoidal (TRFN).

Figura 18-Fuzzy α -level midrange: (a) número fuzzy triangular; (b) número fuzzy trapezoidal



Fonte: Gulbay (2006)

2.6.3 Fuzzy Median

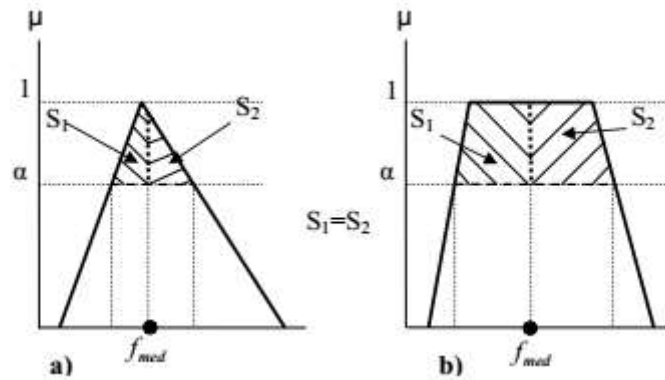
O ponto f_{med} divide a curva sob a função de pertinência de um conjunto *fuzzy* em duas regiões iguais satisfazendo a equação (32) (GULBAY, 2006).

$$\int_a^{f_{med}} \mu_F(x) dx = \int_{f_{med}}^b \mu_F(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^b \mu_F(x) dx \quad (32)$$

sendo a e b os pontos extremos na variável base do conjunto *fuzzy* F , tal que $a < b$.

A Figura 19 ilustra a transformação *fuzzy median* para os números *fuzzy* triangular (TFN) e trapezoidal (TRFN).

Figura 19-Fuzzy median: (a) número *fuzzy* triangular; (b) número *fuzzy* trapezoidal



Fonte: Gulbay (2006)

2.6.4 Fuzzy Average

A transformação *fuzzy average* f_{avg} é dada pela equação (33).

$$f_{avg} = Av(x: F) \frac{\int_{x=0}^1 x \mu_F(x) dx}{\int_{x=0}^1 \mu_F(x) dx} \quad (33)$$

Para Wang e Raz (1990), as transformações *fuzzy mode* e α -level *fuzzy midrange* são mais fáceis de calcular do que as duas últimas, principalmente se a função de pertinência é não linear. Caso a função de pertinência seja extremamente simétrica, o método *fuzzy mode* pode levar a um resultado tendencioso. A transformação α -level *midrange* é considerada mais flexível, já que se pode escolher diferentes valores de α .

2.7 GRÁFICO DE CONTROLE FUZZY

Os gráficos de controle *fuzzy* são frequentemente utilizados para monitorar processos quando os dados possuem incerteza e imprecisão, pois, fornecem mais flexibilidade nos limites de controle e evitam falsos alarmes (SENTURK et al., 2014). Nos gráficos de controle *fuzzy* desta pesquisa, cada amostra ou subgrupo é representado por um número *fuzzy* do tipo triangular (a, b, c). Para esse tipo de número assumimos que a característica de qualidade é definida como “aproximadamente x ” (KAYA; KAHRAMAN, 2011).

Quando os gráficos de controle *fuzzy* são construídos utilizando os valores representativos, eles se assemelham muito aos gráficos de controle convencionais, porém consideram toda a subjetividade humana, incerteza do meio ambiente e dos instrumentos de medição (ALIZADEH; GHOMI, 2011).

Uma breve descrição do processo utilizado para a construção dos gráficos de controle *fuzzy* $\bar{X}$ e R será realizada, além de algumas questões teóricas necessárias para sua elaboração.

Utilizando a aritmética *fuzzy*, a média do subgrupo e a média das médias das amostras podem ser calculadas pelas equações (34) e (35), e o limite central (LC) será a própria média das médias, o que pode ser observado na expressão (36).

$$\bar{X}_{kj} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{kji}}{n} ; k = a, b, c; i = 1.2, \dots, n; j = 1.2, \dots, m, \quad (34)$$

$$\bar{\bar{X}}_{kj} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{kj}}{m} ; k = a, b, c; j = 1.2, \dots, m, \quad (35)$$

$$LC_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) = \left(\frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{aj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{bj}}{m}, \frac{\sum_{j=1}^m \bar{X}_{cj}}{m} \right) \quad (36)$$

Uma vez que o máximo e o mínimo das observações *fuzzy* foram determinadas, a amplitude pode ser obtida de acordo com as equações (37), (38) e (39) (KAHRAMAN; GULBAY; BOLTURK, 2016):

$$R_{aj} = X_{max,aj} - X_{min,cj} ; j = 1.2, \dots, m, \quad (37)$$

$$R_{bj} = X_{max,bj} - X_{min,bj} ; j = 1.2, \dots, m, \quad (38)$$

$$R_{cj} = X_{max,cj} - X_{min,aj} ; j = 1.2, \dots, m, \quad (39)$$

sendo que $(X_{max,aj}, X_{max,bj}, X_{max,cj})$ é o número *fuzzy* máximo da amostra e $(X_{min,aj}, X_{min,bj}, X_{min,cj})$ é o número *fuzzy* mínimo da amostra.

Observe-se que a amplitude média pode ser obtida pelas equações (40), (41) e (42) (SENTURK; ERGINEL, 2009):

$$\bar{R}_a = \frac{\sum R_{aj}}{m} \quad (40)$$

$$\bar{R}_b = \frac{\sum R_{bj}}{m} \quad (41)$$

$$\bar{R}_c = \frac{\sum R_{cj}}{m} \quad (42)$$

Os cálculos de LSC , LC e LIC para o gráfico de controle *fuzzy* $\bar{X}$ são feitos utilizando-se expressões (43), (44) e (45):

$$LSC_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) + A_2(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \quad (43)$$

$$LM_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) \quad (44)$$

$$LIC_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_a, \bar{\bar{X}}_b, \bar{\bar{X}}_c) - A_2(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \quad (45)$$

Aplicando-se a transformação α -level *fuzzy midrange*, é possível obter os limites de controle (LSC , LC e LIC) para o gráfico de controle *fuzzy* $\bar{X}$ por meio das expressões (46), (47) e (48):

$$LSC_{mr-\bar{X}}^\alpha = \left(\frac{\bar{\bar{X}}_a^\alpha + \bar{\bar{X}}_c^\alpha}{2} \right) + A_2 \left(\frac{\bar{R}_a^\alpha + \bar{R}_c^\alpha}{2} \right) \quad (46)$$

$$LM_{mr-\bar{X}}^\alpha = \left(\frac{\bar{\bar{X}}_a^\alpha + \bar{\bar{X}}_c^\alpha}{2} \right) \quad (47)$$

$$LIC_{mr-\bar{X}}^\alpha = \left(\frac{\bar{\bar{X}}_a^\alpha + \bar{\bar{X}}_c^\alpha}{2} \right) - A_2 \left(\frac{\bar{R}_a^\alpha + \bar{R}_c^\alpha}{2} \right) \quad (48)$$

O LSC , LC e LIC para o gráfico de controle *fuzzy* R são feitos utilizando-se (49), (50) e (51):

$$LSC_R = D_4(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \quad (49)$$

$$LM_R = (\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \quad (50)$$

$$LIC_R = D_3(\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c) \quad (51)$$

Aplicando a transformação α -level *fuzzy midrange*, é possível obter os limites de controle (LSC , LC e LIC) para o gráfico de controle *fuzzy* R por meio das expressões (52), (53) e (54):

$$LSC_{mr-R}^\alpha = D_4 \left(\frac{\bar{R}_a^\alpha + \bar{R}_c^\alpha}{2} \right) \quad (52)$$

$$LM_{mr-R}^\alpha = \left(\frac{\bar{R}_a^\alpha + \bar{R}_c^\alpha}{2} \right) \quad (53)$$

$$LIC_{mr-R}^\alpha = D_3 \left(\frac{\bar{R}_a^\alpha + \bar{R}_c^\alpha}{2} \right) \quad (54)$$

As equações (55), (56), (57) e (58) apresentam os valores $\bar{\bar{X}}_a^\alpha$, $\bar{\bar{X}}_c^\alpha$, $\bar{R}_a^\alpha$ e $\bar{R}_c^\alpha$:

$$\bar{\bar{X}}_a^\alpha = \bar{\bar{X}}_a + \alpha(\bar{\bar{X}}_b - \bar{\bar{X}}_a) \quad (55)$$

$$\bar{\bar{X}}_c^\alpha = \bar{\bar{X}}_c - \alpha(\bar{\bar{X}}_c - \bar{\bar{X}}_b) \quad (56)$$

$$\bar{R}_a^\alpha = \bar{R}_a + \alpha(\bar{R}_b - \bar{R}_a) \quad (57)$$

$$\bar{R}_c^\alpha = \bar{R}_c - \alpha(\bar{R}_c - \bar{R}_b) \quad (58)$$

A estatística de monitoramento do gráfico fuzzy $\bar{X}$ para uma dada amostra j é dada pela equação (59):

$$S_{mr-\bar{X}j}^\alpha = \frac{(\bar{X}_{aj} + \bar{X}_{cj}) + \alpha[(\bar{X}_{bj} - \bar{X}_{aj}) - (\bar{X}_{cj} - \bar{X}_{bj})]}{2} \quad (59)$$

As condições de controle do processo podem ser definidas como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Em controle se: } LSC_{mr-\bar{X}}^\alpha \leq S_{mr-\bar{X}j}^\alpha \leq LIC_{mr-\bar{X}}^\alpha \\ \text{Fora de controle caso contrário} \end{array} \right.$$

A estatística de monitoramento do gráfico fuzzy R para uma dada amostra j é dada pela expressão (60):

$$S_{mr-Rj}^\alpha = \frac{(R_{aj} + R_{cj}) + \alpha[(R_{bj} - R_{aj}) - (R_{cj} - R_{bj})]}{2} \quad (60)$$

As condições de controle do processo podem ser definidas como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Em controle se: } LSC_{mr-R}^\alpha \leq S_{mr-Rj}^\alpha \leq LIC_{mr-R}^\alpha \\ \text{Fora de controle caso contrário} \end{array} \right.$$

Para ilustrar a construção de um gráfico de controle fuzzy $\bar{X}$ e R utilizou-se o exemplo de aplicação segundo Costa; Epprecht; Carpinetti (2005) onde as observações foram fuzzificadas de acordo com especialista segundo Gulbay e Kahraman (2006). Para o processo do presente trabalho, as 12ª e 13ª amostras foram retiradas, uma vez que estão acima do limite de controle da amplitude e do limite de controle da média, respectivamente, e então os limites foram recalculados com as restantes vinte e três observações para o gráfico de controle da média e com vinte e quatro observações para o gráfico de controle da amplitude. A Tabela 1 ilustra tais observações.

Tabela 1-Observações fuzzificadas

Número de Amostra	X _a	X _b	X _c	X _a	X _b	X _c	X _a	X _b	X _c	X _a	X _b	X _c	X _a	X _b	X _c
1	1.004,5936	1.004,6000	1.004,7137	997,2952	997,3000	997,9681	1.002,4530	1.003,0000	1.003,1735	1.005,3639	1.005,9000	1.006,8416	995,7827	995,8000	996,3430
2	1.001,0717	1.001,6000	1.002,4755	1.008,0452	1.008,6000	1.008,8639	997,7450	997,9000	998,4288	1.001,1595	1.001,3000	1.001,3679	998,5856	999,1000	999,7928
3	998,3805	999,1000	999,8512	992,2047	992,6000	992,8440	1.000,9152	1.001,1000	1.001,7995	1.001,2550	1.001,6000	1.002,5953	1.002,6399	1.002,9000	1.003,4753
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
16	994,9160	995,8000	996,3960	999,9521	1.000,8000	1.001,7198	998,8454	999,1000	999,6014	1.002,2851	1.002,5000	1.003,2776	1.000,0532	1.001,0000	1.001,6876
17	1.003,3402	1.004,1000	1.004,1060	1.002,4005	1.003,0000	1.003,7960	1.004,0131	1.004,8000	1.004,9806	997,0189	997,9000	998,8567	999,1975	999,9000	1.000,8230
18	999,4264	1.000,1000	1.000,1219	994,7136	994,9000	995,5279	999,1422	1.000,1000	1.000,8519	1.004,0379	1.004,9000	1.005,2680	997,0023	997,3000	998,0683
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
33	1.002,4770	1.003,0475	1.003,7959	1.003,1519	1.003,3703	1.003,6555	1.005,7565	1.006,6138	1.007,5855	1.004,7661	1.005,7635	1.006,0629	1.000,7624	1.001,5398	1.001,7224
34	994,1741	994,8559	995,0935	1.011,7044	1.011,7320	1.012,3333	1.007,3463	1.008,2916	1.008,7959	1.002,0651	1.002,1707	1.003,0304	1.002,9844	1.003,2524	1.004,0535
35	1.002,0197	1.002,2537	1.003,0297	1.011,2550	1.011,7732	1.011,9979	1.005,5534	1.005,6364	1.006,1504	1.004,7844	1.004,8856	1.005,5954	1.003,4772	1.004,0810	1.004,9146

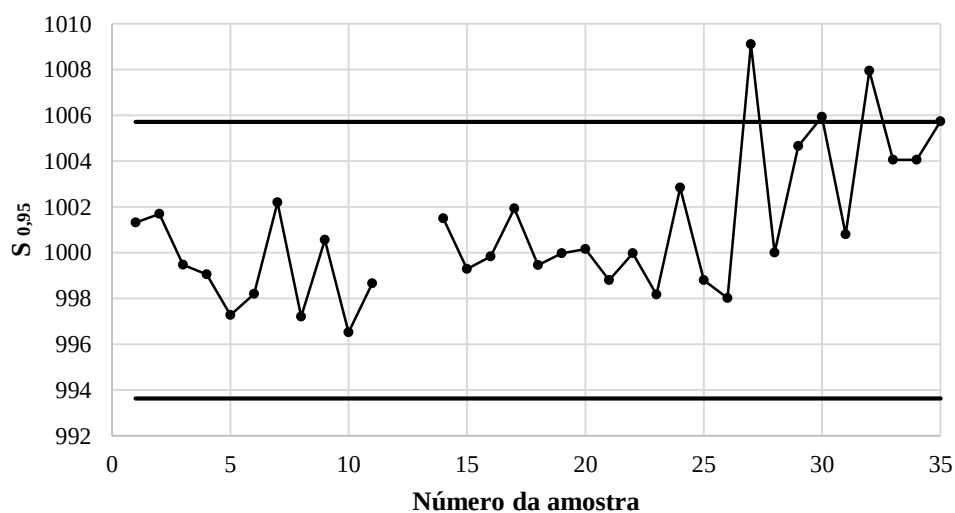
Fonte: Produção do próprio autor.

Por meio das equações (59) e (60), foi possível calcular os valores da estatística $S_{mr-\bar{X}_j}^\alpha$ e $S_{mr-R_j}^\alpha$ e, assim, construir os gráficos ilustrados pelas Figuras 20 e 21 para o gráfico de controle *fuzzy* para a média e amplitude com $\alpha-cut=0,95$, respectivamente.

Observa-se na Figura 20 que as amostras 27,30,32 e 35 excedem o valor do limite superior de controle.

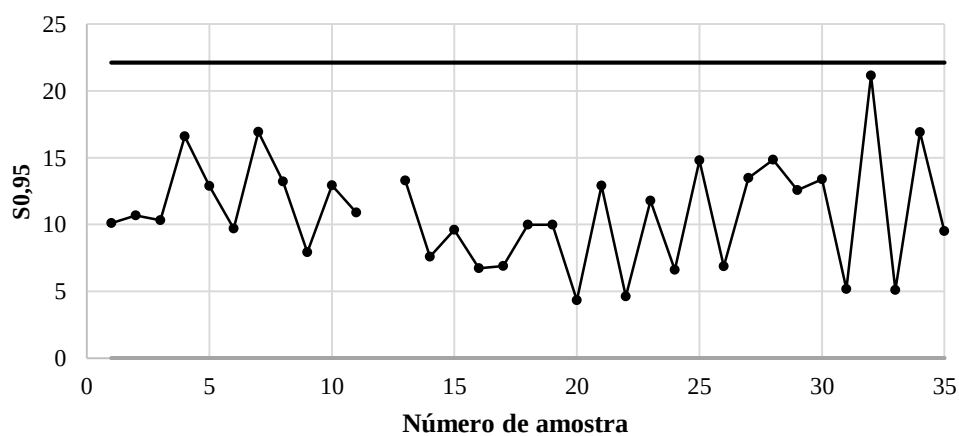
Nota-se na Figura 21 que, para o gráfico de controle *fuzzy* para a amplitude, todas as observações amostrais estão dentro dos limites de controle.

Figura 20-Gráfico de controle *fuzzy* para a média



Fonte: Produção do próprio autor

Figura 21-Gráfico de controle *fuzzy* para a amplitude



Fonte: Produção do próprio autor

Neste capítulo foi feita a revisão de literatura do trabalho. Tratou-se de tópicos como: gráficos de controle, desempenho dos gráficos de controle, gráficos de controle para variáveis, gráficos de controle com regras especiais de decisão, conjuntos *fuzzy*, valores representativos *fuzzy* e, por fim, os gráficos de controle *fuzzy* com um breve exemplo de modo que a teoria seja melhor compreendida.

3 MÉTODO DE PESQUISA

Quanto à finalidade, esta pesquisa pode ser classificada como básica, pois, segundo Kothari (2013), esse tipo de pesquisa preocupa-se principalmente com as generalizações e com a formulação de teoria, tendo como objetivo gerar conhecimento novo e útil, com aplicação prática ou não.

Em relação à natureza, é correto afirmar que se trata de um trabalho científico original, visto que será desenvolvido por meio da identificação de uma lacuna de pesquisa. Para Miguel et al. (2012), é de grande importância que em primeiro lugar a pesquisa agregue valor para a comunidade acadêmica, ou seja, deve ser nova no sentido de original, importante e interessante.

Quanto ao objeto ou meio de pesquisa, o trabalho pode ser classificado como pesquisa bibliográfica, pois, utiliza como base material já existente, como artigos científicos e livros. Sua principal vantagem está no fato de possibilitar ao pesquisador uma cobertura mais ampla do que se estivesse pesquisando diretamente (GIL, 2008).

A pesquisa em questão pode ser denominada quantitativa, pois se baseia na medição e é aplicável a fenômenos que podem ser expressos em quantidades (KOTHARI, 2013). De acordo com Miguel et al. (2012), as pesquisas quantitativas podem ser classificadas em axiomáticas, que são mais racionalistas, e em empíricas, que são baseadas em observações e experiências da realidade. Este trabalho se enquadra na categoria axiomática, a qual se ramifica em axiomática normativa e descritiva. A normativa é a mais adequada para a presente trabalho, já que esse tipo de pesquisa desenvolve normas, de modo a melhorar resultados propostos na literatura ou busca solução para um problema novo. Normalmente, a pesquisa axiomática normativa pode propor novos modelos para problemas idealizados, como também pode desenvolver estratégias diferentes para solucionar problemas já existentes na literatura.

Em relação aos procedimentos técnicos da pesquisa, este projeto se enquadra em duas categorias: Modelagem e Teórico/Conceitual. A modelagem é a utilização de técnicas matemáticas para relatar o funcionamento de um determinado sistema, enquanto o procedimento teórico/conceitual utiliza discussões a partir da literatura, revisões bibliográficas e modelagem conceitual. (MIGUEL et al., 2012).

Inicialmente, foi feito um mapeamento da literatura sobre os gráficos de controle *fuzzy* e uma análise sobre a evolução do tema na comunidade acadêmica e sobre quais áreas têm sido realizados estudos, além da evolução do número de citações ao longo dos

anos, a fim de dar embasamento para pesquisa. A partir de então, definiu-se o problema de pesquisa, os objetivos, a delimitação e a justificativa.

Após o mapeamento da literatura, foi possível investigar as propriedades já existentes dos gráficos de controle *fuzzy* $\bar{X}$ e R e aplicar regras especiais de decisão *Synthetic* e *Side Sensitive Synthetic* ao gráfico *Fuzzy* $\bar{X}$, atingindo, assim, o primeiro e segundo objetivos específicos do trabalho.

Adaptaram-se os modelos matemáticos já existentes para a criação dos algoritmos computacionais de forma a ser possível simular o valor do NMA para os gráficos de controle *fuzzy*, alcançando o terceiro objetivo específico da pesquisa.

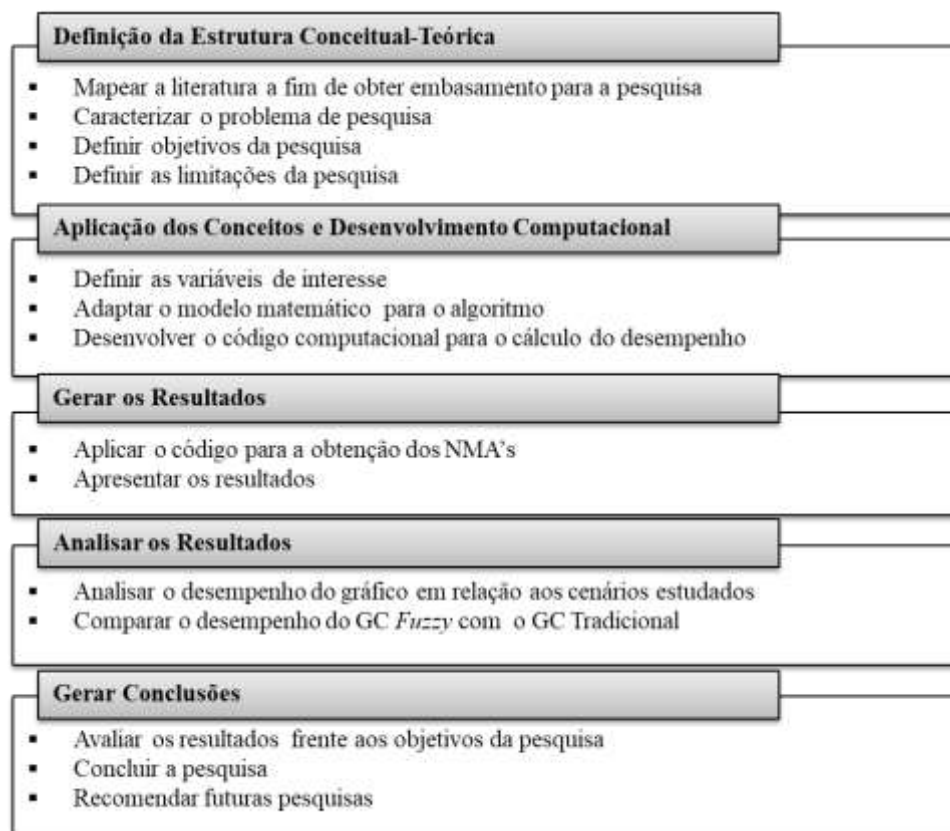
A simulação dos valores do NMA para os gráficos de controle *fuzzy* foi realizada tendo em vista a combinação dos cenários dos limitantes de incerteza dos números *fuzzy* e dos valores de α -cut.

De posse dos valores do NMA, comparou-se o desempenho dos gráficos *Fuzzy* $\bar{X}$, *Fuzzy* $\bar{X}$ *Synthetic* e *Fuzzy* $\bar{X}$ *Side Sensitive Synthetic*, bem como o desempenho conjunto dos gráficos *Fuzzy* $\bar{X}$ e R com o desempenho dos gráficos de controle tradicionais, cumprindo o quarto objetivo específico do trabalho.

Após tais etapas, foi possível identificar qual combinação de cenário e valor de α -cut leva a um menor NMA para os gráficos de controle *fuzzy* estudados, atingindo o quinto e último objetivo específico da pesquisa.

Para melhor ilustrar o método de pesquisa, a Figura 22 apresenta as etapas da pesquisa desde a caracterização do problema até a avaliação dos resultados.

Figura 22-Etapas da pesquisa



Fonte: Adaptado de Leoni (2015)

A fim de se medir o desempenho dos gráficos de controle em estudo, utiliza-se de simulação computacional, gerando números aleatórios, segundo uma distribuição normal de média 1.000 e desvio padrão 4 para os gráficos $\bar{X}$ *Fuzzy* e $\bar{X}$ e *R Fuzzy* e média 1.000 e desvio 1 para os gráficos $\bar{X}$ *Fuzzy Synthetic* e $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic* (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

O processo de obtenção do *NMA* segue o procedimento a seguir descrito:

1. Geração do número *fuzzy* b (central) do *TFN* segundo as características estatísticas do processo. A forma de um número *fuzzy* triangular pode ser observada na seção 2.5.1.
2. Geração de *lower bound* e *upper bound* respectivamente, segundo uma distribuição uniforme, na qual os limitantes da incerteza do número *fuzzy* serão definidos conforme o cenário;
3. O cálculo de a e c para um $TFN = (a, b, c)$ se dará por meio de:

$$a = b - (\text{lower bound}).E$$

$$c = b + (\text{upper bound}).F$$

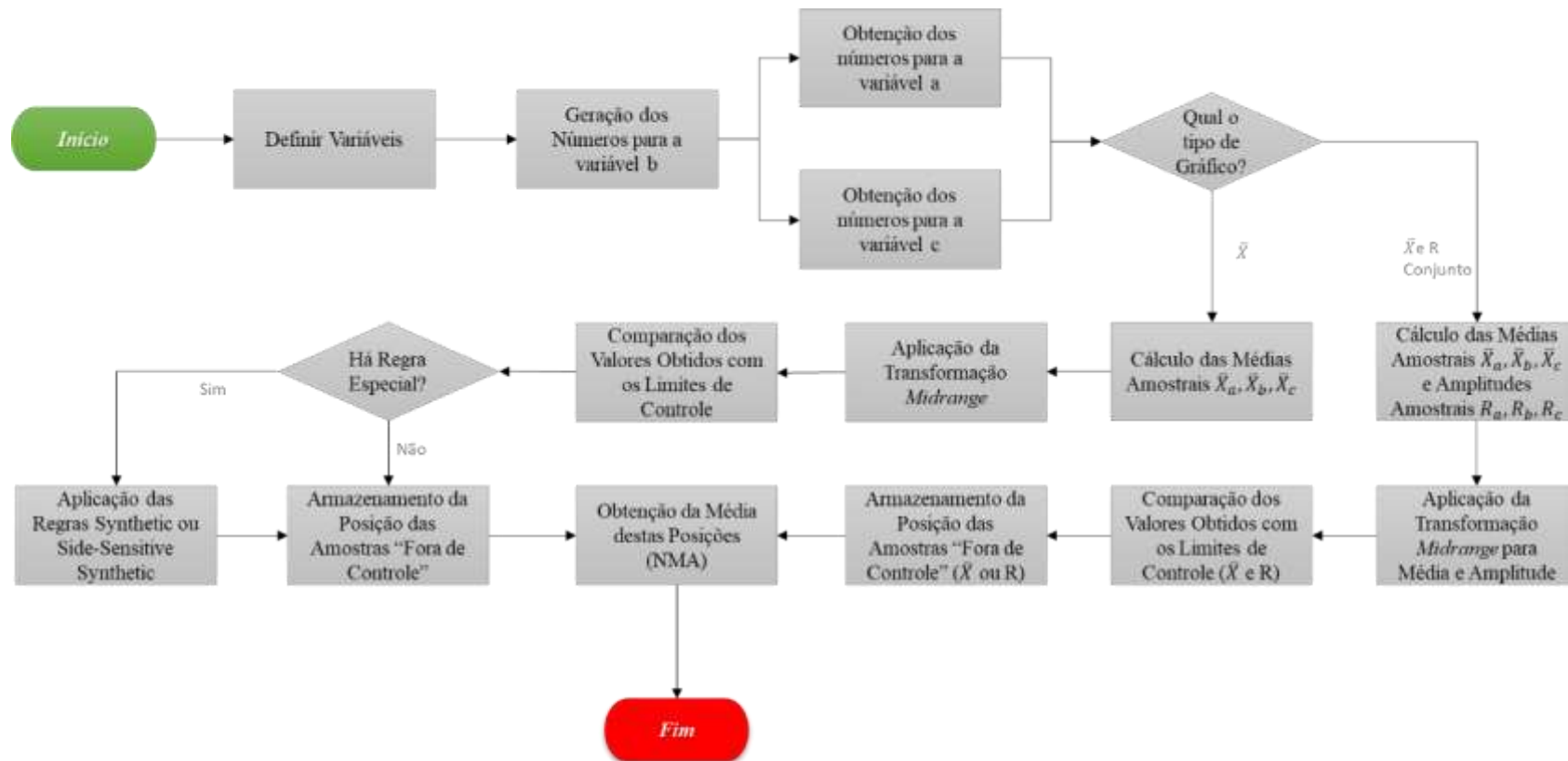
Sendo E é o limitante da incerteza para a borda inferior do número *fuzzy* e F é o limitante da incerteza para a borda superior do número *fuzzy*.

4. Caso a análise seja somente para o gráfico $\bar{X}$, calcula-se a média amostral do número *fuzzy* ($\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$) por meio da equação (34) para as 10.000 amostras/iterações, conforme proposto por Domangue e Patch (1991). Em contrapartida, para o desempenho conjunto dos gráficos $\bar{X}$ e R , além da média amostral ($\bar{X}_a, \bar{X}_b, \bar{X}_c$), calculam-se também as amplitudes amostrais (R_a, R_b, R_c) utilizando as equações (37), (38) e (39) para as 10.000 amostras/iterações.
5. Em ambas as situações, aplica-se a transformação α -level *midrange* utilizando-se as equações (59) e (60), observando-se que, na análise conjunta haverá dois resultados: uma transformação α -level *midrange* para a média e outra para a amplitude.
6. Para a comparação dos gráficos de controle *fuzzy* com os gráficos de controle tradicionais, utilizam-se os limites de controle do processo para ambos.
7. Esta análise comparativa consiste em armazenar a posição das amostras que extrapolaram os limites de controle em ambas as situações, porém, tais posições devem respeitar as regras especiais de decisão ou somente a transformação das médias amostrais, ou as transformações da média e da amplitude atuando de forma conjunta.
8. O valor médio das posições nas quais os gráficos de controle sinalizam “fora de controle”, são calculados dando origem ao NMA, podendo, assim, avaliar o desempenho.

Após a obtenção dos valores simulados de NMA, será realizada comparação com os valores de NMA para o gráfico tradicional, com intuito de observar se há maior eficiência nos gráficos de controle *fuzzy* frente aos gráficos de controle tradicionais de Shewhart. A Figura 23 ilustra as etapas do algoritmo computacional utilizado na obtenção dos valores de NMA para os gráficos de controle *fuzzy*.

Neste capítulo, apresentou-se a classificação do método de pesquisa aplicado no desenvolvimento do trabalho, para a obtenção da medida de desempenho NMA, bem como um fluxograma que contempla as etapas do algoritmo computacional desenvolvido para o cálculo do NMA.

Figura 23-Etapas do algoritmo computacional para obtenção do NMA



Fonte: Produção do próprio autor

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, serão apresentados os principais resultados obtidos a respeito do desempenho dos gráficos de controle *Fuzzy*, $\bar{X}$, $\bar{X}$ *Synthetic* e *Side Sensitive Synthetic* e $\bar{R}$, por meio da medida de desempenho NMA.

Para o cálculo da porcentagem de redução entre os resultados obtidos para o gráfico de controle *fuzzy* e os resultados para o gráfico tradicional, foi utilizada a equação (57).

$$\text{Porcentagem de Redução (PR)} = 100\% \frac{(NMA_T - NMA_F)}{NMA_T} \quad (57)$$

sendo NMA_T é o número de amostras até o sinal para o gráfico de controle tradicional e NMA_F é o número de amostras até sinal para o gráfico de controle *fuzzy*.

4.1 DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ FUZZY

O NMA foi adotado como medida de desempenho do gráfico de controle. Tal medida é o inverso do poder de detecção do gráfico de controle, ou seja, $NMA=1/Pd$, quando as observações são independentes, sendo que deslocamento da média do processo é expresso em unidades δ do desvio padrão (LEONI, 2011).

Para as simulações do NMA do gráfico $\bar{X}$ *Fuzzy*, foi utilizado o tamanho de amostra $n = 5$, média de processo 1.000 e desvio padrão 4. Os valores de δ variam de 0 a 2 com acréscimos sucessivos de 0,1 e, segundo Domangue e Patch (1991), devem ser realizadas 10.000 iterações na simulação a fim de obter um resultado mais preciso. O código computacional desenvolvido encontra-se no Apêndice B.

Em relação aos valores de α -cut, considerou-se α -cut = 0,45, 0,65, 0,85, 0,95 e 1 para cada cenário acerca dos limitantes da incerteza do número *fuzzy*, conforme descrito na Tabela 2.

Tabela 2-Cenários acerca dos limitantes da incerteza do número *fuzzy*

Limitantes da incerteza do número <i>fuzzy</i>		
	<i>Lower bound</i>	<i>Upper bound</i>
Primeiro Cenário	Incerteza variando de 0 a 0,25	Incerteza variando de 0 a 0,45
Segundo Cenário	Incerteza variando de 0 a 0,5	Incerteza variando de 0 a 0,95

Fonte: Produção do próprio autor.

Segundo Gulbay e Kahraman (2006), a faixa de variação da incerteza, ou seja, os limitantes que irão gerar o número *fuzzy* são subjetivamente identificados pelo especialista em controle de qualidade baseado em sua experiência, que também define o valor α -cut de acordo com seu processo.

Tais valores para os limitantes da incerteza foram considerados a fim de observar como a medida de desempenho NMA se comporta em relação à forma dos números *fuzzy*. Como se considera $NMA_0 = 370,4$ para um gráfico em controle, não é possível utilizar valores muito altos para os limitantes e nem valores de α -cut menores que 0,45, pois, os gráficos de controle *fuzzy* podem não serem iniciados neste valor, como foi verificado em várias simulações ao longo da pesquisa.

Tomando como exemplo, as características do processo apresentado no método ($\mu = 1.000$ e $\sigma = 4$), obtém-se, por meio de geração de número aleatório segundo uma distribuição normal, o número central b , como, por exemplo, 1.005,9.

Posteriormente, os valores a e c são gerados em duas etapas: primeiramente, geram-se números aleatórios segundo uma distribuição uniforme cujos valores variam entre 0 e 1, que serão chamados de *lower bound* e *upper bound*, respectivamente e, em seguida, aplicam-se os limitantes de incerteza inferior (E) e superior (F) utilizados em cada cenário, conforme consta na Tabela 2. A Tabela 3 exemplifica a geração de um número *fuzzy* triangular.

Tabela 3-Exemplo de aplicação numérica para a fuzzificação dos números segundo os cenários 1 e 2

	Valor de b	Lower bound	Upper bound	E	F	Cálculo de a [b – (lower bound).E]	Cálculo de c [b + (upper bound).F]
Primeiro Cenário	1.005,9	0,7758	0,4568	0,25	0,45	1.005,7060	1.006,1055
Segundo Cenário	1.005,9	0,7758	0,4568	0,50	0,95	1.005,5121	1.006,3339

Fonte: Produção do próprio autor.

Do exemplo apresentado na Tabela 5, obtém-se como números triangulares *fuzzy* para os cenários 1 e 2, respectivamente, (1.005,7060; 1.005,9000; 1.006, 1055) e (1.005,5121; 1.005,9000; 1.006, 3339). Vale ressaltar que tal demonstração ilustra a geração de apenas um número *fuzzy* para cada cenário e o uso do mesmo valor de $b =$

1.005,9 é para enfatizar a diferença entre os cenários, pois, tanto os valores de b , quanto *lower bound* e *upper bound* são gerados aleatoriamente.

Desta forma, para a obtenção do valor final do NMA, basta seguir do passo 4 em diante, conforme apresentado no procedimento já descrito no método. Tal exemplo apresentado pode ser aplicado para o cálculo do NMA em todos os gráficos de controle utilizados nesta pesquisa.

Serão descritos nesta seção valores de NMA obtidos para $\alpha\text{-cut} = 0,45$ e $\alpha\text{-cut} = 0,95$. Para os demais valores de $\alpha\text{-cut}$, consultar Apêndice A.

A Tabela 4 apresenta os valores de NMA para $\alpha\text{-cut} = 0,45$, considerando-se os dois cenários em relação aos limitantes da incerteza e o percentual de redução do NMA em relação ao gráfico tradicional.

Tabela 4-Comparação de NMA para $\alpha\text{-cut}=0,45$ considerando-se os dois cenários

δ	NMA_T	$\alpha\text{-cut} = 0,45$			
		NMA_F Primeiro Cenário	NMA_F Segundo Cenário	PR Primeiro Cenário	PR Segundo Cenário
0	370,4	370,5	370,4	0,03%	0,00%
0,1	295,8	283,1	274,8	-4,28%	-7,08%
0,2	177,7	169,0	162,3	-4,91%	-8,68%
0,3	99,5	95,8	91,4	-3,76%	-8,18%
0,4	56,6	53,4	52,1	-5,64%	-7,94%
0,5	33,4	31,9	31,2	-4,49%	-6,59%
0,6	20,6	19,8	19,0	-3,71%	-7,60%
0,7	13,2	12,9	12,4	-2,37%	-6,16%
0,8	8,9	8,7	8,3	-1,76%	-6,28%
0,9	6,2	6,1	5,9	-1,37%	-4,60%
1	4,5	4,5	4,3	-0,56%	-4,12%
1,1	3,4	3,4	3,3	-1,35%	-3,70%
1,2	2,7	2,6	2,6	-2,31%	-2,69%
1,3	2,2	2,1	2,1	-0,94%	-2,79%
1,4	1,8	1,8	1,8	-1,76%	-2,31%
1,5	1,6	1,6	1,5	-0,41%	-2,33%
1,6	1,4	1,4	1,4	-0,88%	-0,16%
1,7	1,3	1,3	1,2	-0,65%	-2,22%
1,8	1,2	1,2	1,2	-0,02%	-0,02%
1,9	1,1	1,1	1,1	-0,76%	-0,76%
2	1,1	1,1	1,1	-0,54%	-0,54%

Fonte: Produção do próprio autor.

Observa-se que há redução no valor do NMA para todos os valores de δ nos dois cenários, sendo que a redução é maior para o segundo cenário. Nota-se que os maiores percentuais de redução para o primeiro e segundo cenário são, respectivamente, 5,64% para $\delta = 0,2$ e 8,68% para $\delta = 0,4$. Verifica-se que os percentuais de redução para qualquer cenário são maiores para valores pequenos de δ .

Para $\alpha\text{-cut} = 0,95$, observa-se na Tabela 5 que há redução no valor do NMA em relação ao gráfico tradicional em todos os valores de δ para os dois cenários. Nota-se que os maiores percentuais de redução para o primeiro e segundo cenário são, respectivamente, 0,95% para $\delta = 0,1$ e 2,05% para $\delta = 0,4$. Percebe-se neste caso, também, que os percentuais de redução para qualquer cenário são maiores para valores pequenos de δ .

Observa-se para os dois valores de $\alpha\text{-cut}$, mais especificamente para 0,45 que a redução é maior no segundo cenário, no qual a diferença entre os valores máximos das bordas superior e inferior é maior, o que faz com que haja um maior deslocamento no valor da transformação $\alpha\text{-level midrange}$.

Nota-se que os percentuais de redução para $\alpha\text{-cut}=0,95$ são menores, visto que quanto maior o valor de α menos incerteza insere-se no processo e, sendo assim, aproxima-se do tradicional. Contudo, é fato que a lógica *fuzzy* neste caso melhora mesmo que não significativamente o desempenho do gráfico em detectar as causas especiais.

Tabela 5-Comparação de NMA para α -cut=0,95 considerando-se os dois cenários

δ	NMA_T	α -cut=0,95			
		NMA_F Primeiro Cenário	NMA_F Segundo Cenário	PR Primeiro Cenário	PR Primeiro Cenário
0	370,4	370,3	370,3	-0,03%	-0,03%
0,1	295,8	292,9	290,9	-0,95%	-1,64%
0,2	177,7	176,1	175,8	-0,90%	-1,06%
0,3	99,5	99,4	98,4	-0,15%	-1,19%
0,4	56,6	56,3	55,4	-0,56%	-2,05%
0,5	33,4	33,3	33,0	-0,19%	-1,28%
0,6	20,6	20,5	20,5	-0,43%	-0,44%
0,7	13,2	13,2	13,2	-0,05%	-0,40%
0,8	8,9	8,8	8,8	-0,08%	-0,43%
0,9	6,2	6,2	6,2	-0,30%	-0,49%
1	4,5	4,5	4,4	-0,08%	-1,10%
1,1	3,4	3,4	3,3	-0,12%	-1,82%
1,2	2,7	2,7	2,7	-0,12%	-0,30%
1,3	2,2	2,2	2,2	-0,46%	-0,47%
1,4	1,8	1,8	1,8	-0,90%	-1,23%
1,5	1,6	1,6	1,6	-0,09%	-0,47%
1,6	1,4	1,4	1,4	-0,16%	-0,23%
1,7	1,3	1,3	1,3	-0,65%	-0,07%
1,8	1,2	1,2	1,2	-0,02%	-0,02%
1,9	1,1	1,1	1,1	0,00%	0,00%
2	1,1	1,1	1,1	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor.

4.2 DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ FUZZY SYNTHETIC E SIDE SENSITIVE SYNTHETIC

De acordo com Davis e Woodall (2002), o parâmetro apropriado para medir o desempenho de um gráfico sintético é o NMA em estado estacionário, ou seja, o valor de NMA obtido quando o processo permanece sob controle por um longo tempo antes da ocorrência da causa quando o processo está no controle.

Para as simulações do NMA do gráfico $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e Side Sensitive Synthetic foi utilizado tamanho de amostra $n = 1$, média de processo 1.000 e desvio padrão 1. Os valores de δ variam de 0 a 3 com acréscimos sucessivos de 0,1 e foram realizadas 10.000 iterações na simulação a fim de obter um resultado mais preciso. Utilizaram-se se valores de $L = 1, 5$ e 10. O código computacional desenvolvido encontra-se no Apêndice B.

Em relação aos valores de α -cut considerou-se α -cut = 0,55, 0,75, 0,95 e 1. Para os gráficos tratados neste capítulo, não foi possível utilizar valores de α -cut menores que 0,55, pois, os mesmos não partiam do NMA_0 que foi considerado para tais. Para os limitantes de incerteza, considerou-se a combinação apresentada na Tabela 6.

Tabela 6-Cenário acerca dos limitantes de incerteza do número *fuzzy*

Limitantes de incerteza do número <i>fuzzy</i>	
<i>Lower bound</i>	Incerteza variando de 0 a 0,25
<i>Upper bound</i>	Incerteza variando de 0 a 0,5

Fonte: Produção do próprio autor.

Serão descritos nesta seção valores de NMA obtidos para α -cut = 0,55 e α -cut = 0,95. Para os demais valores de α -cut, consultar Apêndice A.

A Tabela 7 apresenta os valores de NMA segundo α -cut = 0,55 para os gráficos $\bar{X}$ *Fuzzy Synthetic* e $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic*, para $L = 1,5$ e 10 e δ variando de 0 a $3,0$ com acréscimos sucessivos de $0,1$. Para todas as combinações de k , L e δ , os valores de NMA do gráfico $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic*, são menores que os do gráfico $\bar{X}$ *Fuzzy Synthetic*. A diferença entre seus valores de NMA diminui à medida que a magnitude do deslocamento médio aumenta.

Observa-se que os maiores percentuais de redução para $L=1, 5$ e 10 ao aplicar a regra *Side Sensitive Synthetic* ao gráfico de controle *fuzzy* em relação a regra *Synthetic* são de 33,71% para $\delta=0,8$, 32,49% para $\delta=0,5$ e 31,10% para $\delta=0,7$. Nota-se que a redução para todos os valores de L concentra-se nos valores iniciais de δ .

Tabela 7-NMA's para α -cut = 0,55 dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic

(Continua)

k	L=1			L=5			L=10		
	1,944	1,794		2,263	2,130		2,386	2,258	
δ	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)
0	389,4	389,0	-0,10%	414,9	415,2	0,07%	423,9	424,9	0,24%
0,1	365,4	338,3	-7,42%	374,5	355,1	-5,18%	389,5	358,8	-7,88%
0,2	309,3	265,8	-14,06%	318,6	259,4	-18,58%	312,4	265,2	-15,11%
0,3	251,8	196,0	-22,16%	245,7	185,8	-24,38%	250,4	184,4	-26,36%
0,4	199,5	141,8	-28,92%	180,2	128,6	-28,63%	180,2	127,2	-29,41%
0,5	148,3	104,6	-29,47%	134,8	91,0	-32,49%	130,3	89,9	-31,01%
0,6	111,5	75,2	-32,56%	95,9	66,8	-30,34%	92,5	65,5	-29,19%
0,7	82,1	55,0	-33,01%	70,4	48,2	-31,53%	68,8	47,4	-31,10%
0,8	62,3	41,3	-33,71%	51,4	36,3	-29,38%	50,0	35,9	-28,20%
0,9	45,7	31,8	-30,42%	38,7	27,3	-29,46%	38,0	27,8	-26,84%
1	36,0	24,8	-31,11%	29,7	21,5	-27,61%	29,5	21,4	-27,46%
1,1	28,0	19,6	-30,00%	22,8	17,0	-25,44%	22,9	17,5	-23,58%
1,2	21,7	15,6	-28,11%	18,1	13,8	-23,76%	18,1	14,2	-21,55%
1,3	17,5	12,7	-27,43%	14,1	11,2	-20,57%	14,9	11,6	-22,15%
1,4	13,9	10,6	-23,74%	11,9	9,4	-21,01%	12,3	10,1	-17,89%
1,5	11,5	8,8	-23,48%	9,9	8,0	-19,19%	10,2	8,5	-16,67%
1,6	9,6	7,5	-21,88%	8,2	6,9	-15,85%	8,8	7,4	-15,91%
1,7	8,2	6,5	-20,73%	7,1	6,0	-15,49%	7,6	6,5	-14,47%
1,8	6,9	5,7	-17,39%	6,2	5,3	-14,52%	6,6	5,7	-13,64%
1,9	6,0	5,1	-15,00%	5,4	4,8	-11,11%	5,8	5,1	-12,07%

Tabela 8-NMA's para α -cut = 0,55 dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic

(Conclusão)

k	L=1			L=5			L=10		
	1,944 Synt- Xbar Fuzzy	1,794 SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)	2,263 Synt- Xbar Fuzzy	2,130 SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)	2,386 Synt- Xbar Fuzzy	2,258 SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)
δ									
2	5,3	4,5	-15,09%	4,9	4,3	-12,24%	5,2	4,6	-11,54%
2,1	4,7	4,1	-12,77%	4,4	3,9	-11,36%	4,7	4,2	-10,64%
2,2	4,3	3,8	-11,63%	4,0	3,8	-5,00%	4,3	4,0	-6,98%
2,3	3,9	3,4	-12,82%	3,7	3,3	-10,81%	3,9	3,6	-7,69%
2,4	3,6	3,2	-11,11%	3,4	3,1	-8,82%	3,7	3,4	-8,11%
2,5	3,3	3,0	-9,09%	3,2	3,0	-6,25%	3,4	3,2	-5,88%
2,6	3,1	2,8	-9,68%	3,0	2,8	-6,67%	3,2	3,0	-6,25%
2,7	2,9	2,6	-10,34%	2,9	2,7	-6,90%	3,0	2,8	-6,67%
2,8	2,7	2,5	-7,41%	2,7	2,6	-3,70%	2,8	2,7	-3,57%
2,9	2,6	2,4	-7,69%	2,6	2,5	-3,85%	2,7	2,5	-7,41%
3	2,5	2,4	-4,00%	2,5	2,4	-4,00%	2,5	2,4	-4,00%

Fonte: Produção do próprio autor.

A Tabela 8 compara a eficiência na detecção de mudanças na média do processo de seis gráficos de controle: $\bar{X}$, $\bar{X}$ Synthetic, $\bar{X}$ Fuzzy, $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic, $\bar{X}$ Side Sensitive Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic para $\alpha\text{-cut} = 0,55$.

Observa-se que, ao aplicar a lógica *fuzzy* ao gráfico de controle tradicional, há uma redução no valor do NMA de 9,21% para $\delta=0,9$. Já na coluna três, nota-se que, com a aplicação da lógica *fuzzy* ao gráfico Synthetic tradicional, o NMA chega a reduzir em 10,21% para $\delta=0,4$ e para o gráfico Side Sensitive Synthetic há uma redução de 11,49% também para $\delta=0,4$.

Tabela 9-Comparação de NMA entre os gráficos de controle fuzzy para α -cut = 0,55

(Continua)

L=5									
K	3,034	3,034		2,263	2,263		2,130	2,130	
δ	Xbar	Xbar	PR(%)	Xbar	Xbar	PR(%)	Xbar	Xbar	PR(%)
	Tradicional	Fuzzy		Synthetic	Synthetic Fuzzy		SS Synthetic	SS Synthetic Fuzzy	
0	414,9	415,0	0,02%	414,9	414,9	0,00%	415,8	415,2	-0,14%
0,1	394,9	383,7	-2,85%	393,0	374,5	-4,71%	376,7	355,1	-5,73%
0,2	344,2	323,0	-6,17%	336,9	318,6	-5,43%	291,7	259,4	-11,07%
0,3	281,5	261,6	-7,08%	266,9	245,7	-7,94%	208,4	185,8	-10,84%
0,4	221,7	202,4	-8,69%	200,7	180,2	-10,21%	145,3	128,6	-11,49%
0,5	171,3	158,3	-7,61%	146,7	134,8	-8,11%	101,7	91,0	-10,52%
0,6	131,6	120,0	-8,83%	106,2	95,9	-9,70%	72,3	66,8	-7,61%
0,7	101,2	93,1	-8,00%	77,0	70,4	-8,57%	52,5	48,2	-8,19%
0,8	78,2	72,0	-7,90%	56,4	51,4	-8,87%	39,0	36,3	-6,92%
0,9	60,8	55,2	-9,21%	42,0	38,7	-7,86%	29,5	27,3	-7,46%
1	47,7	43,5	-8,72%	31,8	29,7	-6,60%	22,9	21,5	-6,11%
1,1	37,7	35,1	-6,81%	24,5	22,8	-6,94%	18,1	17,0	-6,08%
1,2	30,0	28,0	-6,74%	19,3	18,1	-6,22%	14,5	13,8	-4,83%
1,3	24,1	22,7	-5,95%	15,4	14,1	-8,44%	11,9	11,2	-5,88%
1,4	19,6	18,6	-4,97%	12,6	11,9	-5,56%	9,9	9,4	-5,05%
1,5	16,0	15,0	-6,30%	10,4	9,9	-4,81%	8,4	8,0	-4,76%
1,6	13,2	12,4	-6,09%	8,8	8,2	-6,82%	7,2	6,9	-4,17%
1,7	11,0	10,4	-5,32%	7,5	7,1	-5,33%	6,3	6,0	-4,76%
1,8	9,2	8,9	-3,41%	6,5	6,2	-4,62%	5,5	5,3	-3,64%
1,9	7,8	7,5	-3,76%	5,7	5,4	-5,26%	4,9	4,8	-2,04%
2	6,6	6,3	-5,20%	5,0	4,9	-2,00%	4,4	4,3	-2,27%

Tabela 10-Comparação de NMA entre os gráficos de controle fuzzy para α -cut = 0,55

(Conclusão)

L=5									
K	3,034	3,034		2,263	2,263		2,130	2,130	
δ	Xbar	Xbar	PR(%)	Xbar	Xbar	PR(%)	Xbar	Xbar	PR(%)
	Tradicional	Fuzzy		Synthetic	Synthetic Fuzzy		SS Synthetic	SS Synthetic Fuzzy	
2,1	5,7	5,5	-3,72%	4,5	4,4	-2,22%	4,0	3,9	-2,50%
2,2	4,9	4,8	-3,03%	4,1	4,0	-2,44%	3,7	3,8	2,70%
2,3	4,3	4,2	-2,83%	3,8	3,7	-2,63%	3,4	3,3	-2,94%
2,4	3,8	3,8	0,00%	3,5	3,4	-2,86%	3,2	3,1	-3,13%
2,5	3,4	3,4	0,00%	3,2	3,2	0,00%	3,0	3,0	0,00%
2,6	3,0	3,0	0,00%	3,0	3,0	0,00%	2,8	2,8	0,00%
2,7	2,7	2,7	0,00%	2,9	2,9	0,00%	2,7	2,7	0,00%
2,8	2,5	2,5	0,00%	2,7	2,7	0,00%	2,6	2,6	0,00%
2,9	2,2	2,2	-1,76%	2,6	2,6	0,00%	2,5	2,5	0,00%
3	2,1	2,1	2,12%	2,5	2,5	0,00%	2,4	2,4	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

Em relação ao gráfico tradicional de Shewhart, a aplicação da lógica *fuzzy* ao gráfico *Side Sensitive Synthetic* leva a um percentual de redução geral de cerca de 55,10%. Tal fato demonstra que é interessante utilizar a regra especial de decisão *Side Sensitive Synthetic* em conjunto com a lógica *fuzzy* para uma melhor detecção de causas especiais.

A Tabela 9 apresenta os valores de NMA segundo $\alpha\text{-cut} = 0,95$ para os gráficos $\bar{X}$ *Fuzzy Synthetic* e $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic*, para $L = 1,5$ e 10 e δ variando de 0 a $3,0$ com acréscimos sucessivos de $0,1$.

Tabela 11-NMA's para α -cut = 0,95 dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic

(Continua)

k	L=1			L=5			L=10		
	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)
0	390,0	390,0	0,00%	414,9	414,9	0,00%	424,9	424,9	0,00%
0,1	369,3	356,1	-3,57%	388,7	371,9	-4,32%	399,7	382,3	-4,35%
0,2	325,2	286,9	-11,78%	333,4	290,4	-12,90%	337,4	290,3	-13,96%
0,3	268,5	213,3	-20,56%	265,9	206,4	-22,38%	265,9	205,0	-22,90%
0,4	209,6	155,7	-25,72%	200,3	143,8	-28,21%	196,0	142,7	-27,19%
0,5	160,4	112,4	-29,93%	144,2	101,2	-29,82%	142,3	99,0	-30,43%
0,6	118,1	81,3	-31,16%	103,0	72,1	-30,00%	102,9	71,7	-30,32%
0,7	89,0	60,1	-32,47%	76,1	52,2	-31,41%	73,1	51,7	-29,27%
0,8	66,1	44,8	-32,22%	55,9	38,8	-30,59%	54,9	38,6	-29,69%
0,9	50,3	33,7	-33,00%	41,8	29,2	-30,14%	40,7	29,7	-27,03%
1	36,7	26,3	-28,34%	31,7	22,2	-29,97%	31,4	23,2	-26,11%
1,1	29,6	20,4	-31,08%	24,3	17,9	-26,34%	24,2	18,2	-24,79%
1,2	22,7	16,4	-27,75%	19,2	14,4	-25,00%	19,1	14,9	-21,99%
1,3	18,4	13,2	-28,26%	15,2	11,8	-22,37%	15,6	12,5	-19,87%
1,4	14,7	11,1	-24,49%	12,1	9,8	-19,01%	12,9	10,5	-18,60%
1,5	12,0	9,2	-23,33%	10,2	8,3	-18,63%	10,8	9,0	-16,67%
1,6	10,1	7,7	-23,76%	8,7	7,1	-18,39%	9,0	7,7	-14,44%
1,7	8,5	6,7	-21,18%	7,4	6,2	-16,22%	7,9	6,8	-13,92%
1,8	7,1	5,9	-16,90%	6,5	5,5	-15,38%	5,5	5,9	7,27%
1,9	6,3	5,2	-17,46%	5,7	4,9	-14,04%	4,9	5,3	8,16%
2	5,5	4,6	-16,36%	5,0	4,4	-12,00%	5,4	4,8	-11,11%

Tabela 12-NMA's para α -cut = 0,95 dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic

(Conclusão)

k	L=1			L=5			L=10		
	1,944	1,794		2,263	2,130		2,386	2,258	
δ	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)	Synt- Xbar Fuzzy	SS Synt-Xbar Fuzzy	PR(%)
2,1	4,9	4,2	-14,29%	4,5	4,0	-11,11%	4,9	4,4	-10,20%
2,2	4,3	3,8	-11,63%	4,1	3,7	-9,76%	4,4	4,0	-9,09%
2,3	3,9	3,5	-10,26%	3,8	3,4	-10,53%	4,0	3,7	-7,50%
2,4	3,6	3,2	-11,11%	3,5	3,2	-8,57%	3,7	3,4	-8,11%
2,5	3,3	3,0	-9,09%	3,2	3,0	-6,25%	3,4	3,2	-5,88%
2,6	3,1	2,8	-9,68%	3,0	2,8	-6,67%	3,2	3,0	-6,25%
2,7	2,9	2,7	-6,90%	2,9	2,7	-6,90%	3,0	2,8	-6,67%
2,8	2,7	2,6	-3,70%	2,7	2,6	-3,70%	2,8	2,7	-3,57%
2,9	2,6	2,4	-7,69%	2,6	2,5	-3,85%	2,7	2,6	-3,70%
3	2,5	2,4	-4,00%	2,5	2,4	-4,00%	2,5	2,5	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

Observa-se que os maiores percentuais de redução para $L=1, 5$ e 10 ao aplicar a regra *Side Sensitive Synthetic* ao gráfico de controle *fuzzy* em relação à regra *Synthetic* são de 33,00% para $\delta=0,9$, 31,41% para $\delta=0,7$ e 30,43% para $\delta=0,5$. Nota-se que a redução para todos os valores de L concentra-se nos valores iniciais de δ .

A Tabela 10 compara a eficiência na detecção de mudanças na média do processo de seis gráficos de controle: $\bar{X}$, $\bar{X}$ *Synthetic*, $\bar{X}$ *Fuzzy*, $\bar{X}$ *Fuzzy Synthetic*, $\bar{X}$ *Side Sensitive Synthetic* e $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic* para $\alpha\text{-cut} = 0,95$.

Tabela 13-Comparação de NMA entre os gráficos de controle *fuzzy* para α -cut = 0,95

(Continua)

K	L=5								
	3,034 Xbar	3,034 Xbar		2,263 Xbar	2,263 Xbar		2,130 Xbar	2,130 Xbar	
δ	Tradicional	Fuzzy	PR(%)	Synthetic	Synthetic Fuzzy	PR(%)	SS Synthetic	SS Synthetic Fuzzy	PR(%)
0	414,9	414,9	0,00%	414,9	414,9	0,00%	415,8	415,8	0,00%
0,1	394,9	390,8	-1,05%	393,0	388,7	-1,09%	376,7	371,9	-1,27%
0,2	344,2	344,4	0,05%	336,9	333,4	-1,04%	291,7	290,4	-0,45%
0,3	281,5	275,6	-2,10%	266,9	265,9	-0,37%	208,4	206,4	-0,96%
0,4	221,7	215,6	-2,74%	200,7	200,3	-0,20%	145,3	143,8	-1,03%
0,5	171,3	170,4	-0,55%	146,7	144,2	-1,70%	101,7	101,2	-0,49%
0,6	131,6	130,2	-1,08%	106,2	103,0	-3,01%	72,3	72,1	-0,28%
0,7	101,2	101,2	0,00%	77,0	76,1	-1,17%	52,5	52,2	-0,57%
0,8	78,2	77,5	-0,87%	56,4	55,9	-0,89%	39,0	38,8	-0,51%
0,9	60,8	59,5	-2,14%	42,0	41,8	-0,48%	29,5	29,2	-1,02%
1	47,7	47,3	-0,75%	31,8	31,7	-0,31%	22,9	22,2	-3,06%
1,1	37,7	36,9	-2,03%	24,5	24,3	-0,82%	18,1	17,9	-1,10%
1,2	30,0	29,8	-0,74%	19,3	19,2	-0,52%	14,5	14,4	-0,69%
1,3	24,1	23,8	-1,39%	15,4	15,2	-1,30%	11,9	11,8	-0,84%
1,4	19,6	19,6	0,14%	12,6	12,1	-3,97%	9,9	9,8	-1,01%
1,5	16,0	15,7	-1,92%	10,4	10,2	-1,92%	8,4	8,3	-1,19%
1,6	13,2	13,2	-0,04%	8,8	8,7	-1,14%	7,2	7,1	-1,39%
1,7	11,0	11,0	0,14%	7,5	7,4	-1,33%	6,3	6,2	-1,59%
1,8	9,2	9,1	-1,24%	6,5	6,5	0,00%	5,5	5,5	0,00%

Tabela 14-Comparação de NMA entre os gráficos de controle *fuzzy* para α -cut = 0,95

(Conclusão)

K	L=5									
	3,034 Xbar	3,034 Xbar		2,263 Xbar	2,263 Xbar		2,130 Xbar	2,130 Xbar		
δ	Tradicional	Fuzzy	PR(%)	Synthetic	Synthetic Fuzzy	PR(%)	SS Synthetic	SS Synthetic Fuzzy	PR(%)	
1,9	7,8	7,7	-1,20%	5,7	5,7	0,00%	4,9	4,9	0,00%	
2	6,6	6,6	-0,69%	5,0	5,0	0,00%	4,4	4,4	0,00%	
2,1	5,7	5,7	0,00%	4,5	4,5	0,00%	4,0	4,0	0,00%	
2,2	4,9	4,9	0,00%	4,1	4,1	0,00%	3,7	3,7	0,00%	
2,3	4,3	4,3	0,00%	3,8	3,8	0,00%	3,4	3,4	0,00%	
2,4	3,8	3,8	0,00%	3,5	3,5	0,00%	3,2	3,2	0,00%	
2,5	3,4	3,4	0,00%	3,2	3,2	0,00%	3,0	3,0	0,00%	
2,6	3,0	3,0	0,00%	3,0	3,0	0,00%	2,8	2,8	0,00%	
2,7	2,7	2,7	0,00%	2,9	2,9	0,00%	2,7	2,7	0,00%	
2,8	2,5	2,5	0,00%	2,7	2,7	0,00%	2,6	2,6	0,00%	
2,9	2,2	2,2	0,00%	2,6	2,6	0,00%	2,5	2,5	0,00%	
3	2,1	2,1	0,00%	2,5	2,5	0,00%	2,4	2,4	0,00%	

Fonte: Produção do próprio autor

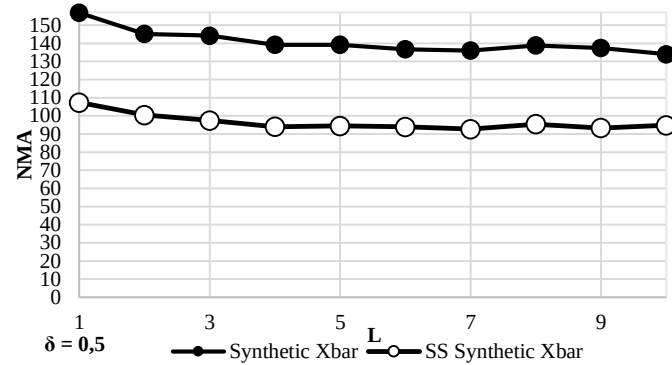
Verifica-se que ao aplicar a lógica *fuzzy* ao gráfico de controle tradicional há uma redução no valor do NMA de 2,74% para $\delta=0,4$. Já na coluna três nota-se que com a aplicação da lógica *fuzzy* ao gráfico *Synthetic* tradicional o NMA chega a reduzir em 3,97% para $\delta=1,4$ e para o gráfico *Side Sensitive Synthetic* há uma redução de 3,06% para $\delta=1,0$.

Em relação ao gráfico tradicional de Shewhart, a aplicação da lógica *fuzzy* ao gráfico *Side Sensitive Synthetic* leva a um percentual de redução geral de cerca de 53,4%.

Observa-se que ao comparar os gráficos de controle: $\bar{X}$, $\bar{X}$ *Synthetic*, $\bar{X}$ *Fuzzy*, $\bar{X}$ *Fuzzy Synthetic*, $\bar{X}$ *Side Sensitive Synthetic* e $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic*, os percentuais de redução são maiores quando se utiliza α -cut de 0,55 do que para α -cut de 0,95. Tal fato demonstra que o NMA reduz à medida que adicionamos maior incerteza, ou seja, menores valores de α , juntamente com a combinação de limitantes para incerteza do número *fuzzy* apresentada na Tabela 6.

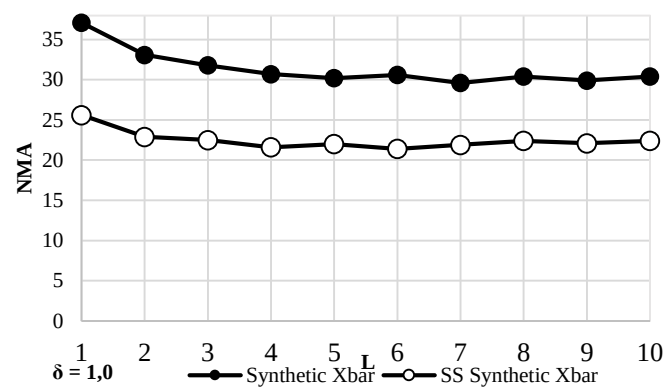
A fim de observar o comportamento do NMA para valores de L variando de 1 a 10, foi possível elaborar os gráficos ilustrados pelas Figuras 24, 25, 26 e 27. Observa-se que, em todos os cenários analisados, o gráfico de controle $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic* apresenta valores de NMA mais baixos do que o gráfico de controle $\bar{X}$ *Fuzzy Synthetic*. Para o valor de $\delta = 0,5$ especificamente, tal diferença é mais perceptível, provando que o gráfico $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic* tem uma melhor capacidade de detecção. Nos cenários com $\delta = 1,5$ e $2,0$, pode-se observar que, para valores de $L > 4$, o NMA para gráfico $\bar{X}$ *Fuzzy Side Sensitive Synthetic* começa a aumentar, perdendo assim, o poder de detecção. Portanto, de acordo com os cenários apresentados, para um melhor desempenho de ambos os gráficos, sugere-se o uso de $L \leq 5$.

Figura 24-NMA dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic para $\delta=0,5$



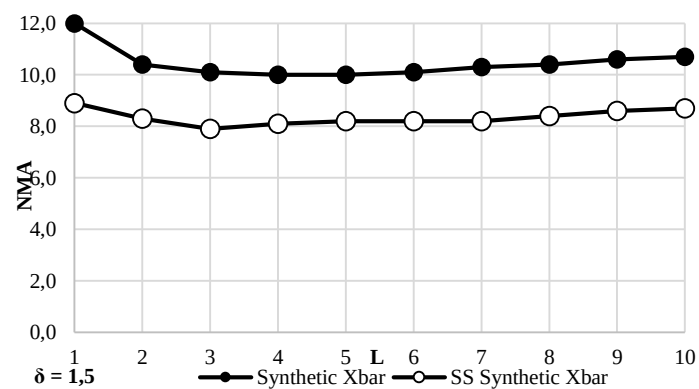
Fonte: Produção do próprio autor

Figura 25-NMA dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic para $\delta=1,0$



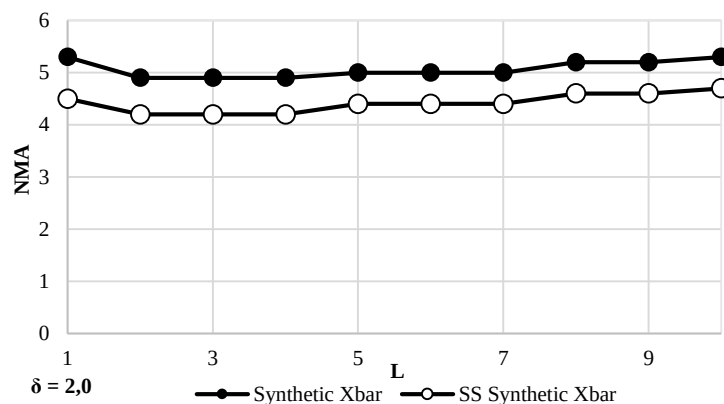
Fonte: Produção do próprio autor

Figura 26-NMA dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic para $\delta=1,5$



Fonte: Produção do próprio autor

Figura 27-NMA dos gráficos $\bar{X}$ Fuzzy Synthetic e $\bar{X}$ Fuzzy Side Sensitive Synthetic para $\delta=2,0$



Fonte: Produção do próprio autor

4.3 DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY

Para as simulações do NMA do gráfico $\bar{X}$ e R Fuzzy foi utilizado tamanho de amostra $n = 5$, média de processo 1.000 e desvio padrão 4. Os valores de δ variam de 0 a 1,6 com acréscimos sucessivos de 0,2 e λ varia de 1 a 2,5. Foram realizadas 10.000 iterações na simulação a fim de obter um resultado mais preciso. O código computacional desenvolvido encontra-se no Apêndice B.

Em relação aos valores de α -cut considerou-se α -cut = 0,45, 0,65, 0,85, 0,95 e 1 para cada cenário acerca dos limitantes da incerteza do número fuzzy, conforme descrito na Tabela 2.

Tais valores para os limitantes da incerteza foram considerados a fim de observar como a medida de desempenho NMA se comporta em relação à forma dos números fuzzy. Como se considera $NMA_0 = 370,4$ para um gráfico em controle, não é possível utilizar valores muito altos para os limitantes e nem valores de α -cut menores que 0,45, pois, os gráficos de controle fuzzy podem não serem iniciados neste valor, como foi verificado em várias simulações ao longo da pesquisa.

Serão descritos nesta seção valores de NMA obtidos para α -cut = 0,45 e α -cut = 0,95. Para os demais valores de α -cut, consultar Apêndice A.

A Tabela 11 apresenta os valores de NMA para α -cut = 0,45, considerando-se o primeiro cenário.

Verifica-se que uma redução nos valores de NMA em relação ao gráfico tradicional principalmente nas combinações de valores iniciais de δ e de λ . Nota-se um maior percentual de redução de 3,97% para $\delta = 0,8$ e $\lambda = 1,0$. Para valores pequenos de δ combinados com valores maiores de λ , como 2 e 2,5, não se obteve redução, exceto para $\delta = 0$ e $\lambda=2$ que conta com 3,84%.

Tabela 15-Comparação de NMA para α -cut = 0,45 considerando o primeiro cenário

α -cut = 0,45										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_f	1	370,5	219,4	83,3	29,6	12,1	5,9	3,2	2,1	1,5
	1,1	116,1	85,3	43,1	19,5	9,4	5,1	3,0	2,1	1,6
	1,2	47,6	39,3	24,0	13,5	7,5	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,4	20,9	14,7	9,7	6,1	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,6	12,5	9,7	7,0	4,9	3,4	2,5	2,0	1,6
	1,5	8,7	8,2	7,0	5,4	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
PR(%)	1	-0,03%	-3,81%	-1,88%	-1,66%	-3,97%	-1,67%	-3,03%	0,00%	0,00%
	1,1	-1,36%	-2,40%	-1,82%	-2,99%	-3,09%	-1,92%	-3,23%	0,00%	0,00%
	1,2	-1,04%	-1,26%	-3,23%	-1,46%	-1,32%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,3	-2,90%	-1,42%	-3,29%	-1,02%	-1,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,4	-1,45%	-0,79%	-3,00%	-2,78%	-2,00%	-2,86%	-3,85%	0,00%	0,00%
	1,5	-2,25%	-2,38%	-1,41%	-1,82%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2	-3,84%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6

Fonte: Produção do próprio autor

A Tabela 12 apresenta os valores de NMA para α -cut = 0,45 considerando-se o segundo cenário. Observa-se que, geralmente, há redução no valor do NMA para quase todas as combinações de δ e λ , exceto para valores muito altos tanto de δ quanto λ , onde se nota que não houve redução. Percebe-se que os maiores percentuais de redução são de

9,19% para $\delta = 0,4$ e $\lambda = 1$ e 8,07% para $\delta = 0,2$ e $\lambda = 1$. Logo, verifica-se que o percentual de redução é mais alto para a combinação de valores pequenos de δ e valores λ até 1,5.

Tabela 16-Comparação de NMA para $\alpha\text{-cut} = 0,45$ considerando o segundo cenário

$\alpha\text{-cut} = 0,45$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_f	1	370,5	209,7	77,1	29,1	11,7	5,7	3,2	2,0	1,5
	1,1	115,0	82,4	40,9	19,1	9,3	5,6	3,0	2,0	1,6
	1,2	47,9	38,2	23,5	13,0	7,3	4,4	2,8	2,1	1,6
	1,3	23,9	20,5	14,7	9,4	5,9	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,5	12,5	9,6	6,9	4,8	3,4	2,5	2,0	1,6
	1,5	8,8	8,3	6,8	5,4	4,0	3,0	2,3	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
PR(%)	1	-0,03%	-8,07%	-9,19%	-3,32%	-7,14%	-5,00%	-3,03%	-4,76%	0,00%
	1,1	-2,29%	-5,72%	-6,83%	-4,98%	-4,12%	7,69%	-3,23%	-4,76%	0,00%
	1,2	-0,42%	-4,02%	-5,24%	-5,11%	-3,95%	-2,22%	-3,45%	0,00%	0,00%
	1,3	-0,83%	-3,30%	-3,29%	-4,08%	-4,84%	-2,50%	-3,57%	0,00%	0,00%
	1,4	-2,17%	-0,79%	-4,00%	-4,17%	-4,00%	-2,86%	-3,85%	0,00%	0,00%
	1,5	-1,12%	-1,19%	-4,23%	-1,82%	-2,44%	-3,23%	-4,17%	0,00%	0,00%
	2	-3,84%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6

Fonte: Produção do próprio autor

Em relação aos dois cenários, considerando-se $\alpha\text{-cut} = 0,45$, percebem-se valores menores de NMA para o segundo cenário, no qual a diferença entre os limitantes de incerteza inferior e superior do número *fuzzy* é maior.

A Tabela 13 mostra os valores de NMA para $\alpha\text{-cut}=0,95$ considerando-se o primeiro cenário. Nota-se que o maior percentual de redução é de 2,90% para $\delta=0$ e $\lambda=1,4$.

Tabela 17-Comparação de NMA para α -cut = 0,95 considerando o primeiro cenário

		α -cut = 0,95								
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,4	224,2	84,0	30,1	12,4	6	3,3	2,1	1,5
NMA_f	1,1	115,4	86,9	43,4	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	47,3	39,5	24,5	13,7	7,5	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,0	21,0	15,1	9,7	6,1	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,4	12,5	10,0	7,1	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,8	8,3	7,0	5,4	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	-0,05%	-1,71%	-1,06%	0,00%	-1,59%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,1	-1,95%	-0,57%	-1,14%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PR(%)	1,2	-1,66%	-0,75%	-1,21%	0,00%	-1,32%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,3	-0,41%	-0,94%	-0,66%	-1,02%	-1,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,4	-2,90%	-0,79%	0,00%	-1,39%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,5	-1,12%	-1,19%	-1,41%	-1,82%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	-0,05%	-1,71%	-1,06%	0,00%	-1,59%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

Em relação aos dois cenários, considerando-se α -cut= 0,95, percebem-se valores menores de NMA para o segundo cenário, como pode ser observado na Tabela 14, no qual a diferença entre os limitantes de incerteza inferior e superior do número *fuzzy* é maior. No entanto, em comparação aos valores de NMA para α -cut= 0,45 no mesmo cenário, os percentuais de redução são menores, pois a quantidade de incerteza inserida no processo é menor, já que o valor de α aproxima-se de 1. Apesar de os valores de NMA estarem próximos aos valores do gráfico de controle tradicional, observa-se certa redução, mesmo que pequena, com a aplicação da lógica *fuzzy*.

Tabela 18-Comparação de NMA para α -cut=0,95 considerando o segundo cenário

		α -cut= 0,95								
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,4	225,7	83,5	30,0	12,5	6,0	3,3	2,1	1,5
NMA_f	1,1	116,1	85,3	43,4	19,7	9,5	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	46,4	38,6	24,2	13,4	7,5	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,7	20,7	14,9	9,6	6,1	4	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,6	12,4	9,8	7,1	4,9	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,7	8,3	7,0	5,4	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	-0,05%	-1,05%	-1,65%	-0,33%	-0,79%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,1	-1,36%	-2,40%	-1,14%	-1,99%	-2,06%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PR(%)	1,2	-3,53%	-3,02%	-2,42%	-2,19%	-1,32%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,3	-1,66%	-2,36%	-1,97%	-2,04%	-1,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,4	-1,45%	-1,59%	-2,00%	-1,39%	-2,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,5	-2,25%	-1,19%	-1,41%	-1,82%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

Neste capítulo, foi feita a discussão dos resultados por meio da medida de desempenho NMA. As Tabelas para cada tipo de gráfico estudado foram construídas a fim de evidenciar uma comparação entre os valores de NMA para os gráficos de controle tradicionais e gráficos de controle *fuzzy*.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE PESQUISAS FUTURAS

5.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E RESPOSTA À QUESTÃO DE PESQUISA

Por meio dos resultados apresentados, pode-se concluir que os gráficos de controle *fuzzy* $\bar{X}$, $\bar{X}$ e R, para todos os valores de α , apresentam melhor desempenho que o gráfico de controle tradicional, uma vez que possuem valores menores de NMA. Para menores valores de α -cut, como 0,45, ou seja, maior incerteza inserida no processo com uma maior diferença entre os limitantes de incerteza dos números *fuzzy*, foi possível obter uma redução maior do NMA dos gráficos de controle tradicionais.

Em relação ao valor do NMA, ocorreu uma maior redução quando se aplicaram as regras especiais de decisão ao gráfico de controle $\bar{X}$ *Fuzzy*, principalmente a *Side Sensitive Synthetic*. Quando se utilizou o valor de α -cut = 0,55, houve uma redução maior no valor do NMA em relação ao gráfico tradicional, tanto para a regra *Synthetic* quanto *Side Sensitive Synthetic*. Logo, para os gráficos de controle *fuzzy* com regras especiais de decisão, obteve-se um melhor desempenho para valores menores de α -cut em conjunto com uma maior diferença entre os limitantes de incerteza dos números *fuzzy*. Tais regras são aplicáveis, pois o operador prefere aguardar por um segundo ponto de amostragem fora de controle para interromper o processo e verificar a causa especial.

A aplicação da lógica *fuzzy* aos gráficos de controle tradicionais torna-se interessante, uma vez que observações próximas aos limites de controle podem causar falsos alarmes com gráficos de controle tradicionais. Observações *fuzzy* e gráficos de controle *fuzzy* podem fornecer mais flexibilidade para controlar um processo, uma vez que especialistas em qualidade podem variar o grau de incerteza α -cut inserido no processo.

Os resultados obtidos para todos os gráficos de controle *fuzzy* apresentam valores menores de NMA, podendo-se concluir que os gráficos de controle *fuzzy* aqui estudados apresentam uma melhor eficiência no que se refere à detecção de causas especiais em relação aos gráficos de controle tradicionais propostos por Shewhart.

5.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Para futuras pesquisas, sugere-se:

- a) Aplicação das regras especiais de decisão *Synthetic* e *Side Sensitive Synthetic* ao gráfico de controle $\bar{X}$ e R *Fuzzy* a fim de melhorar seu desempenho.
- b)- Desenvolvimento de código computacional para simular os valores de NMA para os gráficos de controle R e S^2 *Fuzzy* para processos univariados, estendendo para os casos multivariados RMAX *Fuzzy* e VMAX *Fuzzy*. Neste caso também cabe a aplicação das regras especiais de decisão.
- c)- Realizar um estudo acerca do comportamento dos gráficos de controle *fuzzy* em relação aos alarmes falsos.
- d)- Desenvolvimento de código computacional para simular os valores de NMA para o gráfico de controle do coeficiente de variação (CV) *Fuzzy* e o estudo de seu desempenho.
- e)- Realizar um estudo de esquemas de amostragem para gráficos de controle *fuzzy* por variáveis, bem como uma análise de cenário sobre qual esquema de amostragem deve ser adotado para obter um maior poder de detecção.

REFERÊNCIAS

- ALIZADEH, H. M.; GHOMI, S., M., T., F. *Fuzzy development of Mean and Range control charts using statistical properties of different representative values. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, v.22, n.5, p. 253-265, 2011.
- BASRI, N. A. Z. A.; RUSIMAN, M. S.; ROSLAN, R.; MOHAMAD, M.; KHALID, K. Application of fuzzy $\bar{X}$ -S charts for solder paste thickness. **Global Journal of Pure and Applied Mathematics**, v.12, n.5, p. 4299-4315, 2016.
- BISSEL, A. F. An attempt to unify the theory of quality control procedures. **Journal of Applied Statistics**, v.5, n.2, p.113-128, 1978.
- BRADSHAW, C.W. A *fuzzy* set theoretic interpretation of economic control limits. **European Journal of Operation Research**, v.13, n.4, p.403-408, 1983.
- CASTILLO, O., MELIN, P. **Type-2 fuzzy logic: theory and applications**. 1 ed. Warsaw: Springer, 2008. 244 p.
- COSTA, A.F.B.; EPPRECHT E.K.; CARPINETTI, L.C.R. **Controle Estatístico de Qualidade**. 2. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2005. 334 p.
- COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. A side-sensitive chart combined with a VSS $\bar{X}$ chart. **Computers and Industrial Engineering**, v. 91, n.C, p. 205-214, 2016.
- CHAMP, C. W., WOODALL, W. H. Exact Results for Shewhart Control Charts with Supplementary Runs Rules. **Technometrics**, v.29, n.4, p.398-399, 1987.
- DAVIS, R. B., WOODALL, W. H. Evaluating and improving the synthetic control chart. **Journal of Quality Technology**, v.34, n.2, p.200-208, 2002.
- DEMING, W. E. **As chaves da excelência**. 1ed. São Paulo: Makron, McGraw-Hill, 1992. 130 p.
- DOMANGUE, R.; PATCH, S. C. Some Omnibus Exponentially Weighted Moving Average Statistical Process Monitoring Schemes. **Technometrics**, v. 33, n.3, p. 299-313, 1991.
- ELECTRIC, W. **Statistical Quality Control Handbook**. 1ed.United States: Company Easton. 1956. 328 p.
- ERGINEL, N., SENTURK, S., KAHRAMAN, C., KAYA, I. Evaluating the Packing Process in Food Industry Using *Fuzzy* Control Charts. **International Journal of Computational Intelligence System**, v.4, n.4, p. 504-520, 2011.
- FADEI, S., POOYA, A. *Fuzzy* U control chart based on *fuzzy* rules and evaluating its performance using *fuzzy* OC curve. **The TQM Journal**, v.30, n.3, p.232-247, 2018.
- FANG, J.; WANG, H.; DENG, W. Design of EWMA Control Charts for Assuring Predetermined Production Process Quality. **Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology**, v. 5, n. 10, p. 3010-3014, 2013.

FARAZ, A.; MOGHADAM, M. B. Fuzzy control chart a better alternative for shewhart average chart. **Journal Quality and Quantity**, v.41, n.3, p. 375-385, 2007.

FERNANDEZ, M.N.P. *Fuzzy theory and quality control charts*. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 26., 2017, Naples. **Anais...** Naples: IEEE, 2017. p.1-6.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6.ed. São Paulo: Atlas S.A, 2008. 220 p.

GULBAY, M. **Fuzzy process control and development of some models for fuzzy control chart**. 2006. 136 f. Tese (Doutorado em Engenharia Industrial) Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Técnica de Instambul, Turquia, 2006.

GULBAY, M., KAHRAMAN, C. Development of fuzzy process control charts and fuzzy unnatural pattern analyses. **Journal Computational Statistics & Data Analysis**, v.51, n.1, p. 434–451, 2006.

GULBAY, M., KAHRAMAN, C. An alternative approach to *fuzzy* control charts: Direct *fuzzy* approach. **Journal Information Science**, v.177, n.6, p. 1463–1480, 2007.

GULBAY, M., KAHRAMAN, C., RUAN, D. α -cut *Fuzzy* control charts for linguistic data. **International Journal of Intelligent Systems**, v.19, n.12, p.1173-1195, 2004.

JURAN, J. M.; GODFRAY, A. B. **Juran's quality handbook**. 5 ed. Nova York: Mc Graw-Hill Professional, 2000. 1136 p.

KAHRAMAN, C., GULBAY, M., BOLTURK, E. *Fuzzy* Shewhart Control Charts. **Fuzzy Statistical Decision-Making**, v.343, n.1, p.263-280, 2016.

KAYA, I., KAHRAMAN, C. Process capability analyses based on *fuzzy* measurements and *fuzzy* control charts. **Expert Systems with Applications**, v.28, n.4, p. 3172-3184, 2011.

KAYA, I., ERDOGAN, M., YILDIZ, C. Analysis and control of variability by using *fuzzy* individual control charts. **Applied Soft Computing**, v.51, n.2, p.370-381,2017.

KOTHARI, C. **Research methodology: methods and techniques**. 2 ed. New Delhi: New Age International, 2013. 418 p.

LEONI, R. C. **Estudo do desempenho dos gráficos de controle quando a média do processo oscila de acordo com o modelo AR (1)**. 2011. 103 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica- Transmissão e Conversão de Energia) Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

LEONI, R. C. **Gráfico de Hotelling com esquemas especiais de amostragem para monitoramento de processos bivariados autocorrelacionados**. 2015. 141 f. Tese (Doutorado em Ciências - Gestão e Otimização) Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

LUCUS, J. M.; SACCUCCI, M. S. Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements. **Technometrics**, v. 32, n.1, p. 1-12, 1990.

MACHADO, M. A. G. **Estudo das propriedades dos gráficos de controle bivariados com amostragem dupla**. 2006. 130 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica-

Projetos e Materiais) Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2006.

MACHADO, M. A. G.; COSTA, A. F. B. A side-sensitive synthetic chart combined with an $\bar{X}$ chart. **International Journal of Production Research**, v. 52, n. 11, p. 3404-3416, 2014.

MASOOD, I.; SHYEN, V. B. E. Quality control in hard disc drive manufacturing using pattern recognition technique. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 160, n.1, p. 1-7, 2016.

MIGUEL, P. A. C., FLEURY, A., MELLO, C. H. P., NAKANO, D. N., DE LIMA, E. P., TURRIONI, J. B., HO, L. L, MORABITO, R., MARTINS, R. A., SOUSA, R., DA COSTA, S. E.G., PUREZA, V. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012. 280 p.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos (LTC), 2008. 652 p.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 6 ed. Jefferson City: John Wiley and Sons, 2009. 528 p.

PAGE, E. S. Control charts with warning lines. **Biometrika**, v.42, n.1, p.243-257, 1955.

RAKITZIS, A. C. On the performance of modified runs rules charts with estimated parameters. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, v. 46, n.2, p. 1360-1380, 2017.

RIZOL, P.M.S.R., MESQUITA, L., SAOTOME, O. Lógica *fuzzy* tipo-2. **Sodebras**, v.6, n.70, p. 27-46, 2011.

ROBERTS, S. W. Properties of control chart zone tests. **Bell Labs Technical Journal**, v.1, n.37, p.83-114, 1958.

SHABANI, A., NADARAJAH, S., ALIZADEH, M. The (α, β) -cut control charts for process average based on the generalized intuitionistic *fuzzy* number. **International Journal of Systems Science**, v.49, n.2, p.392-406,2018.

SAKTHIVEL, E., KANNAN, S.K., LOGARAJ, M. Application of *fuzzy* logic approach in statistical control charts. **Global and Stochastic Analysis**, v.4, n.1, p.139-147,2017.

SHONGWE, S. C.; GRAHAM, M. A modified side-sensitive synthetic chart to monitor the process mean. **Quality Technology and Quantitative Management**, v.15, n.3, p.1-26, 2016.

SENTURK, S., ERGINEL, N. Development of *fuzzy* $\bar{X} - R$ and $\bar{X} - S$ control charts using α -cuts. **Journal Information Sciences**, v.179, n.10, p. 1542-1551, 2009.

SENTURK, S., ERGINEL, N., KAYA, I., KAHRAMAN, C. *Fuzzy* exponentially weighted moving average control chart for univariate data with a real case application. **Applied Soft Computing**, v.22, n. September 2014, p.1-10, 2014.

SILVESTRE, I. B. M. **Gráficos de controle: Aspectos teóricos e práticos a partir da ótica da lógica formal e da lógica *fuzzy***. 2014. 152 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) Faculdade de Ciências Computacionais do Rio Grande do Sul, Universidade Federal do Rio Grande, 2014.

SHEWHART, W. A. **Economic Control of Quality of Manufactured Product**. 1ed Nova York: D.Van Nostrand Company, 1931. 501 p.

TAGUCHI, G.; CHOWDHURY, S.; WU, Y. **Taguchi's quality engineering handbook**. 1 ed. Nova Jersey: Wiley-Interscience, 2004, 1696 p.

VAZ, A. M. **Estudo das funções de pertinência para conjuntos *fuzzy* utilizados em controladores semafóricos *fuzzy***. 2006. 170 f. Dissertação (Mestrado em Transportes) Faculdade de Tecnologia de Brasília, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

ZADEH, L.A. *Fuzzy Sets*. **Information and Control**, v. 8, n.3, p. 338-353, 1965

WANG, J. H., RAZ, T. On the construction of control charts using linguistic variables. **International Journal of Production Research**, v. 28, n.3, p. 477-487, 1990.

WHEELER, D. J. Detecting a shift in process average: tables of the power function for $\bar{X}$ charts. **Journal of Quality Technology**, v.15, n.4, p.155-170, 1983.

WU, Z., SPEDDING, T. A., A synthetic control chart for detecting small shifts in the process mean. **Journal of Quality Technology**, v. 32, n.1, p. 32-38, 2000.

APÊNDICE A- NMA DOS GRÁFICOS DE CONTROLE *FUZZY*

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ *FUZZY* PARA $\alpha=0,65$

δ	NMA_T	$\alpha=0,65$			
		NMA_F Primeiro Cenário	NMA_F Segundo Cenário	PR Primeiro Cenário	PR Segundo Cenário
0	370,4	370,3	370,2	-0,02%	-0,06%
0,1	295,8	286,1	275,1	-3,26%	-6,99%
0,2	177,7	172,7	166,0	-2,81%	-6,59%
0,3	99,5	95,9	93,0	-3,65%	-6,62%
0,4	56,6	55,0	53,0	-2,83%	-6,30%
0,5	33,4	32,6	31,4	-2,32%	-5,90%
0,6	20,6	19,9	19,7	-3,03%	-4,35%
0,7	13,2	12,9	12,5	-2,11%	-5,74%
0,8	8,9	8,7	8,5	-2,16%	-3,85%
0,9	6,2	6,1	6,0	-1,60%	-3,36%
1	4,5	4,4	4,3	-2,69%	-3,46%
1,1	3,4	3,3	3,3	-2,62%	-2,84%
1,2	2,7	2,6	2,6	-1,03%	-2,33%
1,3	2,2	2,2	2,1	-0,16%	-2,56%
1,4	1,8	1,8	1,8	-0,15%	-1,76%
1,5	1,6	1,6	1,5	-0,87%	-1,56%
1,6	1,4	1,4	1,4	-0,03%	-1,06%
1,7	1,3	1,3	1,3	-0,23%	-0,39%
1,8	1,2	1,2	1,2	-0,02%	-0,13%
1,9	1,1	1,1	1,1	-0,01%	-0,01%
2	1,1	1,1	1,1	-0,17%	-0,17%

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ FUZZY PARA $\alpha=0,85$

δ	NMA_T	$\alpha=0,85$			
		NMA_F Primeiro Cenário	NMA_F Segundo Cenário	PR Primeiro Cenário	PR Segundo Cenário
0	370,4	370,6	370,0	0,05%	-0,11%
0,1	295,8	292,5	289,6	-1,10%	-2,08%
0,2	177,7	175,9	169,7	-1,03%	-4,52%
0,3	99,5	98,2	97,3	-1,35%	-2,26%
0,4	56,6	56,1	54,9	-0,87%	-2,99%
0,5	33,4	33,0	32,4	-1,20%	-3,00%
0,6	20,6	20,2	20,0	-1,77%	-2,74%
0,7	13,2	13,0	12,9	-1,61%	-2,37%
0,8	8,9	8,8	8,7	-0,63%	-1,76%
0,9	6,2	6,2	6,1	0,09%	-2,18%
1	4,5	4,5	4,4	-0,12%	-2,34%
1,1	3,4	3,4	3,3	-0,17%	-2,82%
1,2	2,7	2,7	2,6	1,07%	-1,56%
1,3	2,2	2,2	2,1	1,38%	-0,94%
1,4	1,8	1,8	1,8	-1,21%	-1,76%
1,5	1,6	1,6	1,6	-0,10%	-0,16%
1,6	1,4	1,4	1,4	-0,88%	-0,88%
1,7	1,3	1,3	1,3	-0,01%	-0,09%
1,8	1,2	1,2	1,2	-0,02%	-0,02%
1,9	1,1	1,1	1,1	-0,76%	0,00%
2	1,1	1,1	1,1	-0,17%	-0,26%

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ FUZZY PARA $\alpha=1,0$

$\alpha=1,0$					
δ	NMA_T	NMA_F Primeiro Cenário	NMA_F Segundo Cenário	PR Primeiro Cenário	PR Segundo Cenário
0	370,4	370,2	370,2	-0,05%	-0,05%
0,1	295,8	295,4	294,8	-0,14%	-0,34%
0,2	177,7	177,4	177,3	-0,17%	-0,23%
0,3	99,5	99,2	99,1	-0,30%	-0,40%
0,4	56,5	56,6	56,3	0,16%	-0,35%
0,5	33,3	33,2	33,1	-0,33%	-0,60%
0,6	20,6	20,5	20,4	-0,49%	-0,97%
0,7	13,2	13,2	13,1	-0,23%	-0,76%
0,8	8,9	8,9	8,9	0,00%	0,00%
0,9	6,2	6,2	6,2	0,00%	0,00%
1	4,5	4,5	4,5	0,00%	0,00%
1,1	3,4	3,4	3,4	0,00%	0,00%
1,2	2,7	2,7	2,7	0,00%	0,00%
1,3	2,2	2,2	2,2	0,00%	0,00%
1,4	1,8	1,8	1,8	0,00%	0,00%
1,5	1,6	1,6	1,6	0,00%	0,00%
1,6	1,4	1,4	1,4	0,00%	0,00%
1,7	1,3	1,3	1,3	0,00%	0,00%
1,8	1,2	1,2	1,2	0,00%	0,00%
1,9	1,1	1,1	1,1	0,00%	0,00%
2	1,1	1,1	1,1	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE *FUZZY* $\bar{X}$ *SYNTHETIC* E $\bar{X}$ *SIDE SENSITIVE* *SYNTHETIC* PARA $\alpha=0,75$

L	1		5		10	
k	1,944	1,794	2,263	2,130	2,386	2,258
δ	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>
	Syn	SS Syn	Syn	SS Syn	Syn	SS Syn
0	389,3	390,1	414,0	415,3	423,8	424,0
0,1	364,6	350,3	380,4	362,0	393,8	363,8
0,2	319,8	278,0	327,1	281,8	321,9	276,1
0,3	260,5	204,6	252,4	195,1	257,2	191,6
0,4	200,2	152,0	190,5	138,6	186,0	133,0
0,5	156,8	107,3	139,2	94,4	134,0	94,8
0,6	115,7	78,1	98,7	69,9	97,9	69,0
0,7	87,5	58,1	72,3	49,6	71,9	49,7
0,8	63,5	43,4	53,6	36,8	52,5	37,5
0,9	48,0	33,0	40,4	28,1	39,3	28,6
1,0	37,1	25,6	30,2	22,0	30,4	22,4
1,1	28,6	20,5	23,6	17,1	23,7	18,1
1,2	22,4	16,0	18,4	13,9	18,7	14,5
1,3	17,7	13,2	14,9	11,4	15,3	12,2
1,4	14,4	10,8	12,1	9,6	12,5	10,3
1,5	12,0	8,9	10,0	8,2	10,7	8,7
1,6	9,9	7,7	8,5	7,1	9,0	7,6
1,7	8,3	6,6	7,3	6,1	7,8	6,7
1,8	7,0	5,8	6,1	5,4	6,7	5,9
1,9	6,2	5,1	5,5	4,9	5,9	5,3
2,0	5,3	4,5	5,0	4,4	5,3	4,7
2,1	4,7	4,1	4,4	4,0	4,8	4,3
2,2	4,3	3,8	4,1	3,7	4,3	4,0
2,3	3,9	3,4	3,8	3,4	4,0	3,6
2,4	3,6	3,2	3,5	3,2	3,7	3,4
2,5	3,3	3,0	3,2	3,0	3,4	3,2
2,6	3,1	2,8	3,0	2,8	3,2	3,0
2,7	2,9	2,6	2,9	2,7	3,0	2,8
2,8	2,7	2,5	2,7	2,6	2,8	2,7
2,9	2,6	2,4	2,6	2,5	2,7	2,5
3,0	2,5	2,4	2,5	2,4	2,5	2,4

Fonte: Produção do próprio autor

**NMA GRÁFICO DE CONTROLE FUZZY $\bar{X}$ SYNTHETIC E $\bar{X}$ SIDE SENSITIVE
SYNTHETIC PARA $\alpha=0,75$ (COMPARAÇÃO DOS GRÁFICOS PARA L=5)**

L	5					
K	3,034	3,034	2,263	2,263	2,130	2,130
δ	$\bar{X}$ Shewhart	$\bar{X}$ Fuzzy	Syn- $\bar{X}$	$\bar{X}$ Fuzzy Syn	$\bar{X}$ SS Syn	$\bar{X}$ Fuzzy SS Syn
0,0	414,9	414,7	414,9	414,0	415,8	415,3
0,1	394,9	393,2	393,0	380,4	376,7	362,0
0,2	344,2	338,7	336,9	327,1	291,7	281,8
0,3	281,5	279,6	266,9	252,4	208,4	195,1
0,4	221,7	220,7	200,7	190,5	145,3	138,6
0,5	171,3	169,1	146,7	139,2	101,7	94,4
0,6	131,6	128,8	106,2	98,7	72,3	69,9
0,7	101,2	99,9	77,0	72,3	52,5	49,6
0,8	78,2	77,2	56,4	53,6	39,0	36,8
0,9	60,8	59,5	42,0	40,4	29,5	28,1
1,0	47,7	47,5	31,8	30,2	22,9	22,0
1,1	37,7	37,4	24,5	23,6	18,1	17,1
1,2	30,0	29,8	19,3	18,4	14,5	13,9
1,3	24,1	23,8	15,4	14,9	11,9	11,4
1,4	19,6	19,2	12,6	12,1	9,9	9,6
1,5	16,0	16,0	10,4	10,0	8,4	8,2
1,6	13,2	13,2	8,8	8,5	7,2	7,1
1,7	11,0	10,9	7,5	7,3	6,3	6,1
1,8	9,2	9,2	6,5	6,1	5,5	5,4
1,9	7,8	7,7	5,7	5,5	4,9	4,9
2,0	6,6	6,5	5,0	5,0	4,4	5,1
2,1	5,7	5,6	4,5	4,4	4,0	4,0
2,2	4,9	4,9	4,1	4,1	3,7	3,7
2,3	4,3	4,3	3,8	3,8	3,4	3,4
2,4	3,8	3,8	3,5	3,5	3,2	3,2
2,5	3,4	3,3	3,2	3,2	3,0	3,0
2,6	3,0	3,0	3,0	3,0	2,8	2,8
2,7	2,7	2,7	2,9	2,9	2,7	2,7
2,8	2,5	2,4	2,7	2,7	2,6	2,6
2,9	2,2	2,2	2,6	2,6	2,5	2,5
3,0	2,1	2,1	2,5	2,5	2,4	2,4

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE *FUZZY* $\bar{X}$ *SYNTHETIC* E $\bar{X}$ *SIDE SENSITIVE* *SYNTHETIC* PARA $\alpha=0,95$

<i>L</i>	1		5		10	
<i>k</i>	1,944	1,794	2,263	2,130	2,386	2,258
δ	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>
	Syn	SS Syn	Syn	SS Syn	Syn	SS Syn
0	390,0	390,0	414,9	414,9	424,9	424,9
0,1	369,3	356,1	388,7	371,9	399,7	382,3
0,2	325,2	286,9	333,4	290,4	337,4	290,3
0,3	268,5	213,3	265,9	206,4	265,9	205,0
0,4	209,6	155,7	200,3	143,8	196,0	142,7
0,5	160,4	112,4	144,2	101,2	142,3	99,0
0,6	118,1	81,3	103,0	72,1	102,9	71,7
0,7	89,0	60,1	76,1	52,2	73,1	51,7
0,8	66,1	44,8	55,9	38,8	54,9	38,6
0,9	50,3	33,7	41,8	29,2	40,7	29,7
1,0	36,7	26,3	31,7	22,2	31,4	23,2
1,1	29,6	20,4	24,3	17,9	24,2	18,2
1,2	22,7	16,4	19,2	14,4	19,1	14,9
1,3	18,4	13,2	15,2	11,8	15,6	12,5
1,4	14,7	11,1	12,1	9,8	12,9	10,5
1,5	12,0	9,2	10,2	8,3	10,8	9,0
1,6	10,1	7,7	8,7	7,1	9,0	7,7
1,7	8,5	6,7	7,4	6,2	7,9	6,8
1,8	7,1	5,9	6,5	5,5	5,5	5,9
1,9	6,3	5,2	5,7	4,9	4,9	5,3
2,0	5,5	4,6	5,0	4,4	5,4	4,8
2,1	4,9	4,2	4,5	4,0	4,9	4,4
2,2	4,3	3,8	4,1	3,7	4,4	4,0
2,3	3,9	3,5	3,8	3,4	4,0	3,7
2,4	3,6	3,2	3,5	3,2	3,7	3,4
2,5	3,3	3,0	3,2	3,0	3,4	3,2
2,6	3,1	2,8	3,0	2,8	3,2	3,0
2,7	2,9	2,7	2,9	2,7	3,0	2,8
2,8	2,7	2,6	2,7	2,6	2,8	2,7
2,9	2,6	2,4	2,6	2,5	2,7	2,6
3,0	2,5	2,4	2,5	2,4	2,5	2,5

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE *FUZZY* $\bar{X}$ *SYNTHETIC* E $\bar{X}$ *SIDE SENSITIVE* *SYNTHETIC* PARA $\alpha=0,95$ (COMPARAÇÃO DOS GRÁFICOS PARA L=5)

L	5					
k	3,034	3,034	2,263	2,263	2,130	2,130
δ	$\bar{X}$ Shewhart	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	Syn- $\bar{X}$	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i> Syn	$\bar{X}$ SS Syn	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i> SS Syn
0,0	414,9	414,9	414,9	414,9	415,8	415,8
0,1	394,9	390,8	393,0	388,7	376,7	371,9
0,2	344,2	344,4	336,9	333,4	291,7	290,4
0,3	281,5	275,6	266,9	265,9	208,4	206,4
0,4	221,7	215,6	200,7	200,3	145,3	143,8
0,5	171,3	170,4	146,7	144,2	101,7	101,2
0,6	131,6	130,2	106,2	103,0	72,3	72,1
0,7	101,2	101,2	77,0	76,1	52,5	52,2
0,8	78,2	77,5	56,4	55,9	39,0	38,8
0,9	60,8	59,5	42,0	41,8	29,5	29,2
1,0	47,7	47,3	31,8	31,7	22,9	22,2
1,1	37,7	36,9	24,5	24,3	18,1	17,9
1,2	30,0	29,8	19,3	19,2	14,5	14,4
1,3	24,1	23,8	15,4	15,2	11,9	11,8
1,4	19,6	19,6	12,6	12,1	9,9	9,8
1,5	16,0	15,7	10,4	10,2	8,4	8,3
1,6	13,2	13,2	8,8	8,7	7,2	7,1
1,7	11,0	11,0	7,5	7,4	6,3	6,2
1,8	9,2	9,1	6,5	6,5	5,5	5,5
1,9	7,8	7,7	5,7	5,7	4,9	4,9
2,0	6,6	6,6	5,0	5,0	4,4	4,4
2,1	5,7	5,7	4,5	4,5	4,0	4,0
2,2	4,9	4,9	4,1	4,1	3,7	3,7
2,3	4,3	4,3	3,8	3,8	3,4	3,4
2,4	3,8	3,8	3,5	3,5	3,2	3,2
2,5	3,4	3,4	3,2	3,2	3,0	3,0
2,6	3,0	3,0	3,0	3,0	2,8	2,8
2,7	2,7	2,7	2,9	2,9	2,7	2,7
2,8	2,5	2,5	2,7	2,7	2,6	2,6
2,9	2,2	2,2	2,6	2,6	2,5	2,5
3,0	2,1	2,1	2,5	2,5	2,4	2,4

Fonte: Produção do próprio autor

**NMA GRÁFICO DE CONTROLE *FUZZY* $\bar{X}$ *SYNTHETIC* E $\bar{X}$ *SIDE SENSITIVE*
SYNTHETIC PARA $\alpha=1,0$**

<i>L</i>	1		5		10	
<i>k</i>	1,944	1,794	2,263	2,130	2,386	2,258
δ	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>
	Syn	SS Syn	Syn	SS Syn	Syn	SS Syn
0	390,0	390,0	414,9	415,8	424,9	424,9
0,1	372,3	358,4	392,5	376,2	399,9	382,9
0,2	329,0	289,2	336,1	290,5	338,8	292,3
0,3	270,9	216,5	265,3	208,3	266,0	206,7
0,4	211,2	156,4	200,0	144,1	197,8	143,0
0,5	161,5	112,6	145,5	101,3	143,0	100,5
0,6	120,5	81,3	105,8	72,2	103,2	71,7
0,7	89,9	60,1	77,0	52,4	74,9	52,0
0,8	66,9	45,0	56,0	38,9	55,1	39,0
0,9	50,4	34,0	42,0	29,4	41,1	29,8
1,0	38,0	26,3	31,6	22,7	31,5	23,3
1,1	29,6	20,6	24,3	18,0	24,4	18,5
1,2	23,1	16,5	19,2	14,4	19,4	15,0
1,3	18,4	13,4	15,4	11,9	15,8	12,5
1,4	14,7	11,1	12,5	9,8	13,0	10,5
1,5	12,0	9,3	10,2	8,3	10,8	9,0
1,6	10,1	7,8	8,7	7,1	9,1	7,7
1,7	8,5	6,8	7,5	6,3	7,9	6,8
1,8	7,1	5,9	6,5	5,5	5,5	5,9
1,9	6,3	5,2	5,7	4,9	4,9	5,3
2,0	5,5	4,6	5,0	4,4	5,4	4,8
2,1	4,9	4,2	4,5	4,0	4,9	4,4
2,2	4,3	3,8	4,1	3,7	4,4	4,0
2,3	3,9	3,5	3,8	3,4	4,0	3,7
2,4	3,6	3,2	3,5	3,2	3,7	3,4
2,5	3,3	3,0	3,2	3,0	3,4	3,2
2,6	3,1	2,8	3,0	2,8	3,2	3,0
2,7	2,9	2,7	2,9	2,7	3,0	2,8
2,8	2,7	2,6	2,7	2,6	2,8	2,7
2,9	2,6	2,4	2,6	2,5	2,7	2,6
3,0	2,5	2,4	2,5	2,4	2,5	2,5

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE *FUZZY* $\bar{X}$ *SYNTHETIC* E $\bar{X}$ *SIDE SENSITIVE* *SYNTHETIC* PARA $\alpha=1,0$ (COMPARAÇÃO DOS GRÁFICOS PARA L=5)

L	5					
K	3,034	3,034	2,263	2,263	2,130	2,130
δ	$\bar{X}$ Shewhart	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i>	Syn- $\bar{X}$	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i> Syn	$\bar{X}$ SS Syn	$\bar{X}$ <i>Fuzzy</i> SS Syn
0,0	414,9	414,8	414,9	414,9	415,8	415,8
0,1	394,9	394,1	393,0	392,5	376,7	376,2
0,2	344,2	344,1	336,9	336,1	291,7	290,5
0,3	281,5	281,3	266,9	265,3	208,4	208,3
0,4	221,7	221,3	200,7	200,0	145,3	144,1
0,5	171,3	170,9	146,7	145,5	101,7	101,3
0,6	131,6	131,0	106,2	105,8	72,3	72,2
0,7	101,2	101,0	77,0	77,0	52,5	52,4
0,8	78,2	78,0	56,4	56,0	39,0	38,9
0,9	60,8	60,8	42,0	42,0	29,5	29,4
1,0	47,7	47,4	31,8	31,6	22,9	22,7
1,1	37,7	37,6	24,5	24,3	18,1	18,0
1,2	30,0	29,7	19,3	19,2	14,5	14,4
1,3	24,1	24,0	15,4	15,4	11,9	11,9
1,4	19,6	19,4	12,6	12,5	9,9	9,8
1,5	16,0	16,0	10,4	10,2	8,4	8,3
1,6	13,2	13,2	8,8	8,7	7,2	7,1
1,7	11,0	11,0	7,5	7,5	6,3	6,3
1,8	9,2	9,2	6,5	6,5	5,5	5,5
1,9	7,8	7,8	5,7	5,7	4,9	4,9
2,0	6,6	6,6	5,0	5,0	4,4	4,4
2,1	5,7	5,7	4,5	4,5	4,0	4,0
2,2	4,9	4,9	4,1	4,1	3,7	3,7
2,3	4,3	4,3	3,8	3,8	3,4	3,4
2,4	3,8	3,8	3,5	3,5	3,2	3,2
2,5	3,4	3,4	3,2	3,2	3,0	3,0
2,6	3,0	3,0	3,0	3,0	2,8	2,8
2,7	2,7	2,7	2,9	2,9	2,7	2,7
2,8	2,5	2,5	2,7	2,7	2,6	2,6
2,9	2,2	2,2	2,6	2,6	2,5	2,5
3,0	2,1	2,1	2,5	2,5	2,4	2,4

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY PARA $\alpha=0,65$ (PRIMEIRO CENÁRIO)

$\alpha\text{-cut} = 0,65$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,5	222,6	82,3	30,5	12,3	6,0	3,3	2,1	1,5
NMA_f	1,1	116,7	84,2	43,1	19,6	9,5	5,1	3,0	2,1	1,6
	1,2	47,8	39,1	24,0	13,6	7,5	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,4	20,9	14,9	9,7	6,1	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,7	12,5	10,0	7,1	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,8	8,1	7,0	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	-0,03%	-2,39%	-3,08%	1,41%	-2,70%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,1	-0,85%	-3,66%	-1,82%	-2,49%	-2,06%	-1,92%	-3,23%	0,00%	0,00%
PR(%)	1,2	-0,62%	-1,76%	-3,23%	-0,73%	-1,32%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,3	-2,90%	-1,42%	-1,97%	-1,02%	-1,61%	0,08%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,4	-0,72%	-0,79%	0,00%	-1,39%	0,00%	0,76%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,5	-1,12%	-3,57%	-1,41%	0,00%	0,00%	0,73%	0,00%	0,00%	0,00%
	2	-3,85%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY PARA $\alpha=0,65$ (SEGUNDO CENÁRIO)

$\alpha\text{-cut} = 0,65$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_f	1	370,5	213,3	78,8	28,2	12,0	5,7	3,2	2,1	1,5
	1,1	114,5	83,9	41,4	19,1	9,4	4,9	3,0	2,1	1,6
	1,2	46,6	38,7	23,9	13,2	7,5	4,4	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,3	20,5	14,6	9,5	6,0	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,5	12,4	9,8	7,0	4,9	3,4	2,5	2,0	1,6
	1,5	8,6	8,2	6,8	5,3	4,0	3,1	2,3	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
PR(%)	1	-0,03%	-6,50%	-7,20%	-6,18%	-4,87%	-4,92%	-3,95%	0,00%	0,00%
	1,1	-2,73%	-3,97%	-5,70%	-4,97%	-3,55%	-5,32%	-2,48%	0,00%	0,00%
	1,2	-3,10%	-2,81%	-3,80%	-3,43%	-1,81%	-1,90%	0,00%	-1,25%	0,00%
	1,3	-3,44%	-3,13%	-4,00%	-3,13%	-3,78%	-3,37%	-3,57%	1,65%	0,00%
	1,4	-2,47%	-1,65%	-2,11%	-2,47%	-1,92%	-1,59%	-3,46%	0,00%	0,00%
	1,5	-3,23%	-2,74%	-3,72%	-3,79%	-1,49%	-1,59%	-2,40%	0,00%	0,00%
	2	-3,84%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY PARA $\alpha=0,85$ (PRIMEIRO CENÁRIO)

$\alpha\text{-cut} = 0,85$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,5	224,6	84,2	30,4	12,6	5,9	3,3	2,1	1,5
NMA_f	1,1	115,3	87,0	43,3	19,9	9,6	5,1	3,1	2,1	1,6
	1,2	47,7	39,1	24,7	13,6	7,5	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,8	20,8	15,2	9,8	6,1	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,3	12,4	9,8	7,1	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,7	8,2	7,0	5,4	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	-0,03%	-1,53%	-0,82%	1,00%	0,00%	-1,67%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,1	-2,04%	-0,46%	-1,37%	-1,00%	-1,03%	-1,92%	0,00%	0,00%	0,00%
PR(%)	1,2	-0,83%	-1,76%	-0,40%	-0,73%	-1,32%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,3	-1,24%	-1,89%	0,00%	0,00%	-1,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,4	-3,62%	-1,59%	-2,00%	-1,39%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,5	-2,25%	-2,38%	-1,41%	-1,82%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY PARA $\alpha=0,85$ (SEGUNDO CENÁRIO)

$\alpha\text{-cut} = 0,85$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
NMA_f		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,5	223,0	84,1	30,8	12,5	5,9	3,3	2,1	1,5
	1,1	115,3	84,5	43,3	19,8	9,7	5,1	3,1	2,1	1,6
	1,2	46,3	38,5	24,0	13,6	7,5	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,4	20,7	14,9	9,6	6,0	3,9	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,7	12,6	9,9	7,0	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,6	8,3	7,0	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
PR(%)	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	-0,03%	-2,24%	-0,94%	2,33%	-0,79%	-1,67%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,1	-2,04%	-3,32%	-1,37%	-1,49%	0,00%	-1,92%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,2	-3,74%	-3,27%	-3,23%	-0,73%	-1,32%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,3	-2,90%	-2,36%	-1,97%	-2,04%	-3,23%	-2,50%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,4	-0,72%	0,00%	-1,00%	-2,78%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,5	-3,37%	-1,19%	-1,41%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2	-3,84%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY PARA $\alpha=1,0$ (PRIMEIRO CENÁRIO)

$\alpha\text{-cut} = 1,0$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,5	227,9	84,7	30,0	12,5	6,0	3,3	2,1	1,5
NMA_f	1,1	117,5	87,3	43,7	20,0	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,0	39,7	24,7	13,7	7,5	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,9	21,2	15,2	9,7	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,7	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,3	7,1	5,5	4,0	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	-0,03%	-0,09%	-0,24%	-0,33%	-0,79%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,1	-0,17%	-0,11%	-0,46%	-0,50%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PR(%)	1,2	-0,21%	-0,25%	-0,40%	0,00%	-1,32%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,3	-0,83%	0,00%	0,00%	-1,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,4	-0,72%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,5	0,00%	-1,19%	0,00%	0,00%	-2,44%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

NMA GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY PARA $\alpha=1,0$ (SEGUNDO CENÁRIO)

$\alpha\text{-cut} = 1,0$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
NMA_t	1	370,6	228,1	84,9	30,1	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	117,7	87,4	43,9	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,8	24,8	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,1	21,2	15,2	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,6	10,0	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,5	228,0	84,6	30,0	12,5	6,0	3,3	2,1	1,5
NMA_f	1,1	117,5	87,3	43,7	20,0	9,6	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,0	39,8	24,7	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,0	21,0	15,0	9,8	6,1	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,7	12,5	9,9	7,1	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,3	7,1	5,5	4,0	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	-0,03%	-0,04%	-0,35%	-0,33%	-0,79%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,1	-0,17%	-0,11%	-0,46%	-0,50%	-1,03%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PR(%)	1,2	-0,21%	0,00%	-0,40%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,3	-0,41%	-0,94%	-1,32%	0,00%	-1,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,4	-0,72%	-0,79%	-1,00%	-1,39%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	1,5	0,00%	-1,19%	0,00%	0,00%	-2,44%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
	2,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Produção do próprio autor

APÊNDICE B- CÓDIGOS COMPUTACIONAIS EM FORTRAN

OBTENÇÃO DO NMA PARA O GRÁFICO $\bar{X}$ FUZZY

Programa

```
INTEGER NR, J, I, K, NU, NL
```

```
DOUBLE PRECISION R (5), A (5), C (5), NA (10000), MEDIA, NMA
DOUBLE PRECISION MEDIAA, MEDIAC, MEDIAB, ALPHA, A_ALPHA
DOUBLE PRECISION C_ALPHA, B (5)
REAL L (5), U (5), LOWER (5), UPPER (5), DELTA, E, F
```

```
NR=5
```

```
NU=5
```

```
NL=5
```

```
ALPHA= VALOR DE ALPHA
```

```
E= RANGE MÁXIMO PARA BORDA INFERIOR
```

```
F= RANGE MÁXIMO PARA A BORDA SUPERIOR
```

```
PRINT *, 'DIGITE O VALOR DE DELTA'
```

```
READ*, DELTA
```

```
DO 100 I = 1, 10000
```

```
DO 200 J = 1, 5000
```

```
CALL DRNNOR (NR, R)
```

```
CALL RNUN (NU, U)
```

```
CALL RNUN (NL, L)
```

```
MEDIAA = 0
```

```
MEDIAB = 0
```

```
MEDIAC = 0
```

```
DO 400 K = 1, 1
```

```
B (K) = R (K) *4+(DELTA*4+1000)
```

```
LOWER(K)=L(K)*E
```

```
UPPER(K)=U(K)*F
```

```
A(K)=B(K)-LOWER(K)
```

```
C(K)=B(K)+UPPER(K)
```

```
MEDIAA = MEDIAA + A (K)
```

```
MEDIAB = MEDIAB + B (K)
```

```
MEDIAC = MEDIAC + C (K)
```

```

400  CONTINUE
      MEDIAA = MEDIAA / 5
      MEDIAB = MEDIAB / 5
      MEDIAC = MEDIAC / 5

      A_ALPHA=MEDIAA+ALPHA*(MEDIAB-MEDIAA)
      C_ALPHA=MEDIAC-ALPHA*(MEDIAC-MEDIAB)

      MEDIA= (A_ALPHA+C_ALPHA) /2

      IF(MEDIA.GT. 1012.1376. OR. MEDIA.LT.987.864) THEN

      NA(I) = J

      GOTO 100
      END IF

200  CONTINUE
100  CONTINUE

      DO 300 I = 1,10000

      NMA = NMA + NA (I)
300  CONTINUE

      NMA = NMA/10000

      WRITE (NOUT,99999) NMA
99999  FORMAT (' NUMERO MEDIO DE AMOSTRA: ', 1 F14.4)
      READ (*, *)
      END

```

OBTENÇÃO DO NMA PARA O GRÁFICO $\bar{X}$ FUZZY SYNTHETIC

Programa

```

      USE MSIMSL
      USE MSFLIB

      INTEGER CNA, NUM, CP, CN, L, NOUT, AL, P1, NU, NE, I
      REAL DELTA, LSC, LIC, XB, XM, XSTD, K
      REAL X (1), VNA (10000), SNA, NMA, N, ALPHA
      REAL LOWER (1), UPPER (1), U (1), E (1)
      REAL A (1), C (1), MEDIAA, MEDIAB, MEDIAC, A_ALPHA, C_ALPHA
      PARAMETER (XM=1000, XSTD=1, K=2.367, N=1, L=9)

```



```

CALL UMACH (2, NOUT)

ALPHA= 0,75
NE=1
NU=1
CNA=0
AL=200
CP=0
NUM=0
LSC=XM+K*(XSTD/SQRT (N))
LIC=XM-K*(XSTD/SQRT (N))

PRINT*, 'DIGITE O VALOR DO DELTA'
READ*, DELTA

DO WHILE (CNA<10000)

    NUM=NUM+1
    MEDIAA=0
    MEDIAB=0
    MEDIAC=0

    CALL RNUN (NU, U)
    CALL RNUN (NE, E)

    DO 100 I=1,1
        SELECT CASE(NUM)
            CASE (0:200) X(I)=XM+XSTD*RNNOF ()

        LOWER(I)=E(I)*0.25
        UPPER(I)=U(I)*0.5

        A(I)=X(I)-LOWER(I)
        C(I)=X(I)+UPPER(I)

        CASE DEFAULT
            X(I)=(XM+DELTA*XSTD) +XSTD*RNNOF ()

        LOWER(I)=E(I)*0.25
        UPPER(I)=U(I)*0.5

        A(I)=X(I)-LOWER(I)
        C(I)=X(I)+UPPER(I)

    END SELECT

    MEDIAA = MEDIAA + A (I)
    MEDIAB = MEDIAB + X (I)

```

```

MEDIAC = MEDIAC + C (I)

100  CONTINUE
      MEDIAA = MEDIAA / N
      MEDIAB = MEDIAB / N
      MEDIAC = MEDIAC / N

      A_ALPHA=MEDIAA+ALPHA*(MEDIAB-MEDIAA)
      C_ALPHA=MEDIAC-ALPHA*(MEDIAC-MEDIAB)

      XB= (A_ALPHA+C_ALPHA) /2

      IF ((XB>LSC. OR. XB<LIC). AND.(NUM>(200-L))) THEN
        CP=CP+1
        IF(CP>1.AND. NUM<=200) THEN
          CP=1
        END IF
        IF(CP==1) THEN
          P1=NUM
        END IF
        IF(CP>1) THEN

          IF((NUM-P1) <=L) THEN
            CNA=CNA+1
            VNA (CNA) =NUM-AL
            CP=0
            NUM=0
            GOTO 999
          END IF
          IF((NUM-P1)>L) THEN
            P1=NUM
          END IF
        END IF
        CONTINUE
999
      END IF
    END IF
  END DO
  CN=0
  SNA=0
  DO WHILE (CN<10000)
    CN=CN+1
    SNA=SNA+VNA(CN)
  END DO
  NMA=SNA/10000

  PRINT*,'PARA N=', N,':'
  PRINT*,'VALOR DO NMA SIMULADO', NMA

END

```

OBTENÇÃO DO NMA PARA O GRÁFICO $\bar{X}$ FUZZY SIDE SENSITIVE SYNTHETIC

Programa

```

USE MSIMSL
USE MSFLIB

INTEGER CNA, NUM, PS, CN, L, NOUT, AL, P1, PI, I
REAL DELTA, LSC, LIC, XB, XM, XSTD, K
REAL X (1), VNA (10000), SNA, NMA, N
REAL LOWER (1), UPPER (1), U (1), E (1)
REAL A (1), C (1), MEDIAA, MEDIAB, MEDIAC, A_ALPHA, C_ALPHA
PARAMETER (XM=1000, XSTD=1, K=2.13, N=1, L=5)

CALL UMACH (2, NOUT)

ALPHA=0.75
NU=1
NE=1
PS=0
PI=0
CNA=0
AL=200
CP=0
NUM=0
LSC=XM+K*(XSTD/SQRT (N))
LIC=XM-K*(XSTD/SQRT (N))

PRINT*, 'DIGITE O VALOR DE DELTA'
READ *, DELTA

DO WHILE (CNA<10000)
    NUM=NUM+1
    MEDIAA=0
    MEDIAB=0
    MEDIAC=0

    CALL RNUN (NE, E)
    CALL RNUN (NU, U)

    DO 100 I=1,1
        SELECT CASE(NUM)
        CASE (0:200)
            X(I)=XM+XSTD*RNNOF ()

        LOWER(I)=E(I)*0.25
        UPPER(I)=U(I)*0.5

        A(I)=X(I)-LOWER(I)

```

C(I)=X(I)+UPPER(I)

CASE DEFAULT

X(I)=(XM+DELTA*XSTD) +XSTD*RNNOF ()

LOWER(I)=E(I)*0.25

UPPER(I)=U(I)*0.5

A(I)=X(I)-LOWER(I)

C(I)=X(I)+UPPER(I)

END SELECT

MEDIAA = MEDIAA + A (I)

MEDIAB = MEDIAB + X (I)

MEDIAC = MEDIAC + C (I)

100

CONTINUE

MEDIAA = MEDIAA / N

MEDIAB = MEDIAB / N

MEDIAC = MEDIAC / N

A_ALPHA=MEDIAA+ALPHA*(MEDIAB-MEDIAA)

C_ALPHA=MEDIAC-ALPHA*(MEDIAC-MEDIAB)

XB= (A_ALPHA+C_ALPHA) /2

IF ((XB>LSC). AND.(NUM>(200-L))) THEN

PS=PS+1

PI=0

IF(PS>1.AND. NUM<=200) THEN

PS=1

END IF

IF(PS==1) THEN

P1=NUM

END IF

IF(PS>1) THEN

IF((NUM-P1) <=L) THEN

CNA=CNA+1

VNA (CNA) =NUM-AL

PS=0

NUM=0

GOTO 999

END IF

IF((NUM-P1)>L) THEN

P1=NUM

END IF

CONTINUE

999

END IF

```

        END IF
        IF ((XB<LIC). AND.(NUM>(200-L))) THEN
            PI=PI+1
            PS=0
            IF(PI>1.AND. NUM<=200) THEN
                PI=1
            END IF
            IF(PI==1) THEN
                P1=NUM
            END IF
            IF(PI>1) THEN

                IF((NUM-P1) <=L) THEN
                    CNA=CNA+1
                    VNA (CNA) =NUM-AL
                    PI=0
                    NUM=0
                    GOTO 222
                END IF
                IF((NUM-P1)>L) THEN
                    P1=NUM
                END IF
            END IF
222      CONTINUE
        END IF
    END IF
END DO
CN=0
SNA=0
DO WHILE (CN<10000)
    CN=CN+1
    SNA=SNA+VNA(CN)
END DO
NMA=SNA/10000

PRINT*, 'PARA N= ', N, ':'
PRINT*, 'VALOR DO NMA SIMULADO', NMA

END

```

OBTENÇÃO DO NMA PARA O GRÁFICO $\bar{X}$ E R FUZZY

Programa

```
USE MSIMSL
```

```
INTEGER NR, NU, NL, J, I, Z
```

```
DOUBLE PRECISION R (5), A (5), C (5), NA (10000), MEDIA, NMA
DOUBLE PRECISION MEDIAA, MEDIAC, MEDIAB, ALPHA, B (5)
```

```

REAL AMPLITUDEA, AMPLITUDEB, AMPLITUDEC, A_ALPHA, C_ALPHA
REAL AM_ALPHA, CM_ALPHA, LSC, LIC, LSCR, LAMBDA, DELTA
REAL L(5), U(5), LOWER(5), UPPER(5), E, F, AMPLITUDE

```

```

! C PARA N=5 USAR K=3,205 E W=5,37

```

```

NR=5
NU=5
NL=5
LAMBDA=1
DELTA=0
ALPHA= VALOR DE ALPHA
LSC=1005.7334
LIC=994.2665
LSCR=21.48
E= RANGE MÁXIMO PARA A BORDA INFERIOR
F= RANGE MÁXIMO PARA A BORDA SUPERIOR

```

```

DO 100 I = 1,10000
DO 200 J = 1,5000

```

```

CALL DRNNOR (NR, R)
CALL RNUN (NU, U)
CALL RNUN (NL, L)

```

```

MEDIAA = 0
MEDIAB = 0
MEDIAC = 0

```

```

DO 400 Z = 1,5

```

```

B (Z) = R (Z) *(4*LAMBDA) +(1000+DELTA*4)

```

```

LOWER(Z)=L(Z)
UPPER(Z)=U(Z)

```

```

A (Z) =B(Z)-LOWER(Z)*E
C(Z)=B(Z)+UPPER(Z)*F

```

```

MEDIAA = MEDIAA + A (Z)
MEDIAB = MEDIAB + B (Z)
MEDIAC = MEDIAC + C (Z)

```

```

400 CONTINUE

```

```

MEDIAB = MEDIAB / 5
MEDIAA = MEDIAA / 5
MEDIAC = MEDIAC / 5

```

```

AM_ALPHA=MEDIAA+ALPHA*(MEDIAB-MEDIAA)

```

CM_ALPHA=MEDIAC-ALPHA*(MEDIAC-MEDIAB)

MEDIA=(AM_ALPHA+CM_ALPHA)/2

BMAX=MAXVAL(B)

BMIN=MINVAL(B)

AMAX=MAXVAL(A)

AMIN=MINVAL(A)

CMAX=MAXVAL(C)

CMIN=MINVAL(C)

AMPLITUDEB=(BMAX-BMIN)

AMPLITUDEA=(AMAX-CMIN)

AMPLITUDEC= (CMAX-AMIN)

A_ALPHA=AMPLITUDEA+ALPHA*(AMPLITUDEB-AMPLITUDEA)

C_ALPHA=AMPLITUDEC-ALPHA*(AMPLITUDEC-AMPLITUDEB)

AMPLITUDE= (A_ALPHA+C_ALPHA) /2

IF(MEDIA.LT.LIC.OR.MEDIA.GT.LSC.OR.AMPLITUDE.GT.LSCR) THEN
NA(I) = J

GOTO 100

END IF

200 CONTINUE

100 CONTINUE

DO 300 I = 1,10000

NMA = NMA + NA (I)

300 CONTINUE

NMA = NMA/10000

WRITE (NOUT,99999) NMA

99999 FORMAT (' NUMERO MEDIO DE AMOSTRA: ', 1 F14.4)

READ (*, *)

END