



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.004/07

**EFEITO DA TROCA DE UM MÉSON SIGMA NO
DECAIMENTO HIPERNUCLEAR FRACO
NÃO-MESÔNICO**

Carlos Eduardo S. Fontoura

Orientador

Prof. Dr. Alfredo Pio Noronha Rodrigues Galeão

Fevereiro de 2007

Agradecimentos

Agradeço a todas as pessoas que contribuíram para a finalização desta dissertação, em especial, aos meus pais Rosane Fontoura e Deloir Chagas Fontoura. Aos meus tios Eva Aparecida Capobianco e Saturno Chagas Vieira pela enorme hospitalidade e generosidade.

Ao professor Galeão pela paciência e indispensável ajuda na elaboração desse trabalho.

Aos meus colegas do IFT e a CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Neste trabalho nós analisamos a influência da troca de um méson sigma sobre alguns dos principais observáveis do processo de decaimento hipernuclear fraco não-mesônico . Para isso discutimos em detalhe o formalismo baseado no modelo de camadas extremo para tratar as taxas do processo de decaimento fraco não-mesônico.

O potencial de transição para o processo com mudança de estranheza ($\Delta S = 1$), $\Lambda N \rightarrow NN$, foi construído a partir de diversos modelos de troca de um méson incluindo, além da troca dos mésons pseudoescalares (π, K, η) e dos mésons vetoriais (ρ, ω, K^*), uma nova contribuição devido ao méson escalar-isoscalar σ . Apresentamos também os resultados numéricos obtidos para a taxa não-mesônica total $\Gamma_{nm} = \Gamma_n + \Gamma_p$ e para a razão Γ_n/Γ_p no decaimento do ${}^5_\Lambda\text{He}$.

Esses resultados comprovam que a influência do méson σ é significativa e vai na direção de aumentar a razão Γ_n/Γ_p .

Palavras Chaves: Hipernúcleo; Decaimento Não-Mesônico; Modelo de Troca de um Méson.

Área do conhecimento: Física Nuclear.

Abstract

In this work we investigate the influence of the exchange of a scalar-isoscalar sigma meson on some of the main observables in the nonmesonic hypernuclear weak decay. We discuss in detail the formalism based on the extreme shell model for the computation of the nonmesonic weak decay rates.

The weak transition potential for the strangeness changing ($\Delta S = 1$) process $\Lambda N \rightarrow NN$ is constructed based on several one-meson-exchange models, that include, beyond of the pseudoscalar (π, K, η) and the vector (ρ, ω, K^*) mesons, a new contribution due to the scalar-isoscalar σ meson.

We also present the numerical results obtained for the total nonmesonic rate, $\Gamma_{nm} = \Gamma_n + \Gamma_p$, and for the ratio Γ_n/Γ_p in the decay of ${}^5_\Lambda\text{He}$.

We show that the influence of the σ meson is significant and goes in the direction of increasing the Γ_n/Γ_p ratio.

No conjunto, os métodos científicos são um produto da pesquisa ao menos tão importante quanto qualquer outro resultado: pois o espírito científico repousa na compreensão do método, e os resultados todos da ciência não poderiam impedir um novo triunfo da superstição e do contra-senso, caso esses métodos se perdessem.

(W.F. Nietzsche)

Convicção é a crença de estar, em algum ponto do conhecimento, de posse da verdade absoluta. Esta crença pressupõe, então, que existam verdades absolutas; e, igualmente, que tenham sido achados os métodos perfeitos para alcançá-las; por fim, que todo aquele que tem convicções se utilize desses métodos perfeitos. Todas as três asserções demonstram de imediato que o homem das convicções não é o do pensamento científico; ele se encontra na idade da inocência teórica e é uma criança por mais adulto que seja em outros aspectos.

(W.F. Nietzsche)

Sumário

1	Introdução	vii
2	Formalismo do Modelo de Camadas	1
2.1	Introdução	1
2.2	Taxa de Decaimento	2
2.3	Amplitude de Transição	8
2.4	Taxa de Decaimento em Termos da Amplitude Elementar . . .	16
2.5	Transformação de Moshinsky para o Elemento de Matriz Direto	20
2.6	Correlações de Curto Alcance	22
3	Potencial de Transição em Modelos de Troca de um Méson	25
3.1	Introdução	25
3.2	Amplitude de Feynman para a Troca de um Méson	25
3.3	Conexão entre os Formalismos Relativístico e Não-Relativístico	32
3.4	Redução Não-Relativística e Aproximação Local	37
4	Contribuição do Méson Sigma Para o Potencial de Transição	46
4.1	Introdução	46
4.2	Contribuição do Méson σ	46
5	Contribuição dos Mésons Pseudoescalares e Vetoriais	52
5.1	Introdução	52
5.2	Contribuição do Méson π	53
5.3	Contribuição do Méson ρ	56

5.4	Contribuição dos Mésons η e ω	58
5.5	Contribuição dos Mésons K e K^*	58
5.6	Regularização dos Potenciais de Transição	61
6	Resultados Numéricos	63
6.1	Introdução	63
6.2	Parâmetros para o Cálculo Numérico	64
6.3	Decomposição do Potencial de Transição	66
6.4	Taxas de Decaimento para o ${}^5_{\Lambda}\text{He}$	69
7	Considerações Finais	78
A	Oscilador Harmônico Isotrópico	82
B	Regras de Feynman	84
C	Notação e Convenções	87
D	Integração no Plano Complexo	89

Capítulo 1

Introdução

Um hipernúcleo é um sistema ligado com prótons, nêutrons e um ou mais híperons. Híperons ($\Lambda, \Sigma, \Xi, \Omega$) são uma família de bárions que possuem número quântico estranheza S diferente de zero, e têm uma vida média da ordem de $\approx 10^{-10} \text{seg}$. Essas partículas são genericamente denotadas pela letra Y .

Um dos mais interessantes sistemas hipernucleares, com estranheza $S = -1$, é aquele que contém o híperon mais leve, a partícula- Λ . Essa partícula tem spin $1/2$, uma massa de $1115.684 \pm 0.006 \text{ MeV}$, uma vida média de $\tau_\Lambda = 2.632 \pm 0.020 \times 10^{-10} \text{seg}$ e carga elétrica nula.

Esse hipernúcleo é tipicamente produzido em algum estado excitado a partir de processos que ocorrem via interação forte no qual uma partícula, geralmente um pión ou um káon, colide com um determinado núcleon do núcleo alvo. Como nesses processos a estranheza é conservada, apenas certas reações podem ser usadas na sua produção, tais como, $K^- n \rightarrow \Lambda \pi^-$, $K^- p \rightarrow \Lambda \pi^0$, $\pi^+ n \rightarrow \Lambda K^+$.

Após ser produzido, esse hipernúcleo se desexcita por emissão eletromagnética ou de núcleons. Uma vez que se torne estável com respeito a esses processos, ele estará em seu estado fundamental, com o híperon Λ no nível $1s$.

A partir daí ele pode decair unicamente via interação fraca envolvendo o híperon.

No espaço livre o decaimento do híperon Λ ocorre quase que exclusivamente pelo modo mesônico, $\Lambda \rightarrow \pi N$. Esse modo possui dois canais, o canal carregado $\Lambda \rightarrow \pi^- p$ (63.9%) e o canal neutro $\Lambda \rightarrow \pi^0 n$ (35.8%).

É bem verdade que além do modo mesônico os modos de decaimento semi-leptônico $\Lambda \rightarrow p\pi^- \gamma$, $\Lambda \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$, $\Lambda \rightarrow p\mu^- \bar{\nu}_\mu$ e radioativo fraco $\Lambda \rightarrow n\gamma$ também são permitidos, no entanto, eles são muito menos intensos, tendo razões de ramificação da ordem de 10^{-3} , e por isso são ignorados.

Para o decaimento da Λ no repouso, a lei de conservação energia-momento dá para a energia liberada e o momento nos estados finais

$$Q_\Lambda = M_\Lambda - (M_N + M_\pi) \simeq 37MeV, \quad (1.1)$$

$$|\mathbf{p}_\pi| = |\mathbf{p}_N| \simeq 100MeV, \quad (1.2)$$

onde M_N , M_Λ e M_π são as massas do núcleon, lambda e pión respectivamente. Processos que ocorrem via interação fraca são caracterizados entre outras coisas pela não conservação do isospin T . Entretanto, no caso da Λ , essa violação é compatível com a chamada regra empírica $\Delta T = 1/2$.

Para deixar mais claro o que isso significa vamos fazer uma breve discussão sobre essa regra.

No decaimento mesônico livre da Λ ($T_\Lambda = 0$) em pión ($T_\pi = 1$) e um núcleon ($T_N = 1/2$), existem dois valores de isospin total possíveis no estado final $T = 1/2$ e $T = 3/2$, como é facilmente observado pela álgebra de acoplamento de isospin, ou seja,

- $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$

$$|n\pi^0\rangle \equiv |1/2, -1/2\rangle |10\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} |(1/2 \otimes 1)1/2, -1/2\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |(1/2 \otimes 1)3/2, -1/2\rangle \quad (1.3)$$

- $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$

$$|p\pi^-\rangle \equiv |1/2, 1/2\rangle |1-1\rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}} |(1/2 \otimes 1)1/2, -1/2\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |(1/2 \otimes 1)3/2, -1/2\rangle. \quad (1.4)$$

Denotemos por Γ_{π^0} a taxa de decaimento pelo canal neutro (1.3) e por Γ_{π^-} aquela pelo canal carregado (1.4). Se calcularmos a razão $\Gamma_{\pi^-}/\Gamma_{\pi^0}$, supondo uma violação de isospin $\Delta T = 1/2$, obteremos

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Gamma_{\pi^-}}{\Gamma_{\pi^0}}\right)_{\Delta T=1/2} &\approx \frac{|\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 - 1 | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle|^2}{|\langle \frac{1}{2} -\frac{1}{2} 1 0 | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle|^2} \\ &= \frac{|-\sqrt{\frac{2}{3}}|^2}{|\sqrt{\frac{1}{3}}|^2} = 2 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Por outro lado, se supusermos uma violação $\Delta T = 3/2$ obteremos

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Gamma_{\pi^-}}{\Gamma_{\pi^0}}\right)_{\Delta T=3/2} &\approx \frac{|\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 - 1 | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle|^2}{|\langle \frac{1}{2} -\frac{1}{2} 1 0 | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle|^2} \\ &= \frac{|\sqrt{\frac{1}{3}}|^2}{|\sqrt{\frac{2}{3}}|^2} = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Comparando esses dois valores com o resultado experimental para essa razão que é, $\Gamma_{\pi^-}^{Exp}/\Gamma_{\pi^0}^{Exp} \approx 1.78$ [1], vemos que somente a eq.(1.5) o reproduz aproximadamente. Dessa forma, para que o resultado experimental seja preservado teoricamente nós negligenciamos a componente $|(1/2 \otimes 1)3/2, -1/2\rangle$ tanto em (1.4) quanto em (1.3). É nisso que consiste a chamada regra empírica $\Delta T = 1/2$.

Uma estratégia para implementarmos essa regra empírica, que usaremos no restante desse trabalho, é tratarmos o híperon Λ , como se tivesse isospin espúrio $T = 1/2$, $M_T = -1/2$ e o processo conservasse isospin.

O decaimento fraco da Λ é radicalmente modificado no meio nuclear ($p_F \simeq 270 MeV$). O modo de decaimento mesônico é fortemente inibido pelo princípio de exclusão de Pauli visto que o momento do núcleon no estado final é muito baixo, como indicado pela eq.(1.2). O decaimento agora é dominado, para ($A \geq 5$), pelo processo não-mesônico ($\Lambda N \rightarrow NN$), que pode ser induzido por próton ($\Lambda p \rightarrow pn$), ou por nêutron ($\Lambda n \rightarrow nn$). Isso leva agora a conservação energia-momento a dar para a energia liberada e

para o momento nos estados finais

$$\begin{aligned} Q_{\Lambda N \rightarrow NN} &\simeq M_{\Lambda} - M_N = 176,8 MeV \\ |\mathbf{p}_N| &\simeq 400 MeV, \end{aligned} \quad (1.7)$$

o que deixa o princípio de Pauli muito menos efetivo.

Devemos mencionar também, que existe um outro modo de decaimento da Λ no meio nuclear permitido energeticamente, que é aquele induzido por dois núcleons ($\Lambda NN \rightarrow NNN$). Mas como seus efeitos sobre as taxas de decaimento são menos importantes que aqueles devido ao modo ($\Lambda N \rightarrow NN$), nós não estaremos considerando esse tipo de mecanismo em nosso trabalho.

Essa dissertação está dividida em seis capítulos.

No capítulo 2 nós discutimos de forma geral o formalismo do modelo de camadas usado para tratar a taxa para o decaimento hipernuclear fraco não-mesônico. O desenvolvimento desse capítulo está baseado nas Refs.[2] e [3]. No capítulo 3 nós discutimos detalhadamente o formalismo geral para a obtenção do potencial de transição baseado no modelo de troca de um méson a partir da amplitude de Feynman no espaço dos momentos, seguindo o roteiro desenvolvido pela Ref.[5].

No capítulo 4 nós aplicamos esse formalismo à obtenção do potencial de transição devido à troca do méson escalar-isoescalar σ .

No capítulo 5 nós apresentamos os potenciais de transição devido à troca dos octetos completos de mésons pseudoescalares e vetoriais ($\pi, \eta, K, \rho, \omega, K^*$).

No capítulo 6 nós usamos esse formalismo para calcular numericamente as taxas de decaimento não-mesônico do ${}^5_{\Lambda}\text{He}$, induzido por nêutron,

$\Gamma_n \equiv \Gamma(\Lambda n \rightarrow nn)$, e por próton, $\Gamma_p \equiv \Gamma(\Lambda p \rightarrow np)$, em vários modelos baseados na troca de um méson.

Para cada um desses modelos, examinaremos o efeito da inclusão do méson σ sobre os observáveis $\Gamma_{nm} = \Gamma_n + \Gamma_p$ e Γ_n/Γ_p .

Para finalizar, no capítulo 7 nós apresentamos uma breve conclusão e alguns comentários.

Capítulo 2

Formalismo do Modelo de Camadas

2.1 Introdução

Nosso principal objetivo neste capítulo será expressar a taxa de transição para o processo de decaimento hipernuclear não-mesônico em termos de uma amplitude elementar de dois corpos, correspondendo à transição $\Lambda N \rightarrow NN$. Primeiro, na seção 2.2, nós integraremos o espaço de fase para o processo de decaimento hipernuclear e obteremos uma expressão mais simplificada para taxa de decaimento.

Na seção seguinte, 2.3, a partir de uma discussão geral nós expressaremos a amplitude de transição nuclear em termos de uma amplitude elementar de dois corpos e de fatores espectroscópicos, que levam em conta os efeitos da estrutura nuclear.

Na seção 2.4, nós relacionaremos os resultados das seções 2.2 e 2.3, e reescrevemos a taxa de decaimento em termos da amplitude elementar de dois corpos.

Na seção 2.5, aplicaremos uma transformação de Moshinsky no elemento de matrix direto. Isso permite reescrever a amplitude elementar de dois corpos

em uma forma mais conveniente para ser usada no cálculo numérico.

E para finalizar, na seção 2.6 nós introduzimos as correlações de curto alcance nos estados inicial e final, que são de grande importância aqui devido ao grande momento transferido no processo de decaimento não-mesônico.

2.2 Taxa de Decaimento

A taxa de transição para o decaimento de um hipernúcleo em um estado inicial $|I\rangle$ tendo energia total ε_I , para um núcleo residual em qualquer dos estados finais permitidos $\langle F|$ tendo energia total ε_F , com a emissão de dois núcleons com momento $\mathbf{p}_i$, spin s_i e isospin t_i , ($i = 1, 2$), é dada pela regra de ouro de Fermi*

$$\Gamma = (2\pi) \sum_{s_1 t_1, s_2 t_2, F} \int \int \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} \delta(E_1 + E_2 + \varepsilon_F - \varepsilon_I) \times \left| \langle \mathbf{p}_1 s_1 t_1 \mathbf{p}_2 s_2 t_2 F | V | I \rangle \right|^2, \quad (2.1)$$

onde V é o potencial de transição hipernuclear fraco e estamos usando as unidades naturais $\hbar = c = 1$.

A determinação dessa taxa de transição envolve dois ingredientes básicos:

- (1) A amplitude para o processo;
- (2) O espaço de fase acessível.

A amplitude contém toda a informação dinâmica, e está associada ao cálculo de elementos de matriz do potencial de transição V , potencial esse que será discutido no próximo capítulo.

Já o fator do espaço de fase contém unicamente informação cinemática, que depende das massas, energias e momentos dos participantes, e reflete o fato de um dado processo ter uma grande ou pequena probabilidade de ocorrência baseado apenas em leis de conservação.

Vamos examinar com um pouco mais de detalhe o espaço de fase acessível para o decaimento hipernuclear não-mesônico a fim de reescrever a eq.(2.1).

*Onde os rótulos de spin (s) e isospin (t) que aí aparecem, se referem na verdade à terceira componente de cada uma dessas quantidades.

Um hipernúcleo (${}^A_\Lambda X_Z$), decai em um núcleo residual (${}^{A-2}X'^F_{Z'}$) num certo estado (F) e dois núcleons livres NN , ou seja

$${}^A_\Lambda X_Z \longrightarrow {}^{A-2}X'^F_{Z'} + N + N, \quad (2.2)$$

onde (A) é o número bariônico, isto é, o número de núcleons mais uma Λ , (X) é o símbolo do hipernúcleo, (X') o do núcleo residual, (Z) é o número inicial de prótons e (Z') é o número de prótons do núcleo residual valendo $X = X'$ e $Z = Z'$ se a transição, $\Lambda N \rightarrow NN$, foi induzido por nêutron, ou $Z' = Z - 1$ se a transição foi induzida por próton.

De acordo com a conservação da energia total, isto é, incluindo a energia de repouso, temos para o processo indicado na eq.(2.2)

$$E({}^A_\Lambda X_Z) = \frac{p_1^2}{2M_N} + \frac{p_2^2}{2M_N} + 2M_N + E({}^{A-2}X'^F_{Z'}), \quad (2.3)$$

com $E({}^A_\Lambda X_Z) \equiv \varepsilon_I$ designando a energia total inicial do hipernúcleo e $E({}^{A-2}X'^F_{Z'}) \equiv \varepsilon_F$ a energia total final do núcleo residual, além de estarmos usando a aproximação não-relativística

$$E_i = \sqrt{M_N^2 + \mathbf{p}_i^2} \simeq M_N + \frac{\mathbf{p}_i^2}{2M_N} \quad (i = 1, 2), \quad (2.4)$$

onde M_N é a massa do núcleon.

Desta maneira, podemos usar a eq.(2.3) para reescrever o argumento da delta de conservação de energia que aparece em (2.1) como

$$E_1 + E_2 + \varepsilon_F - \varepsilon_I = \frac{p_1^2}{2M_N} + \frac{p_2^2}{2M_N} - \Delta_F, \quad (2.5)$$

onde

$$\Delta_F = \varepsilon_I - \varepsilon_F - 2M_N, \quad (2.6)$$

é a energia cinética disponível para as partículas ejetadas.

Se usarmos agora a forma explícita das energias, tanto do hipernúcleo,

$$\varepsilon_I = (A - 1)M_N + M_\Lambda - B.E.({}^A_\Lambda X_Z), \quad (2.7)$$

como do núcleo residual[†],

$$\varepsilon_F = (A - 2)M_N - B.E.(^{A-2}\text{X}_{Z'}^F), \quad (2.8)$$

onde (M_Λ) é a massa do híperon lambda e (B.E.) a energia de ligação do sistema, a quantidade Δ_F pode ser reescrita como

$$\Delta_F = M_\Lambda - M_N - B.E.(^A_\Lambda\text{X}_Z) + B.E.(^{A-2}\text{X}_{Z'}^F). \quad (2.9)$$

Uma expressão mais interessante pode ser obtida, no entanto, se escrevermos a eq.(2.9) na forma

$$\begin{aligned} \Delta_F = M_\Lambda - M_N + [(-B.E.(^A_\Lambda\text{X}_Z)) - (-B.E.(^{A-1}\text{X}_Z))] \\ - [(-B.E.(^{A-2}\text{X}_{Z'}^F)) - (-B.E.(^{A-1}\text{X}_Z))], \end{aligned} \quad (2.10)$$

pois permite introduzir as quantidades

$$\epsilon_\Lambda = [(-B.E.(^A_\Lambda\text{X}_Z)) - (-B.E.(^{A-1}\text{X}_Z))] \quad (2.11)$$

$$-\epsilon_N^F = [(-B.E.(^{A-2}\text{X}_{Z'}^F)) - (-B.E.(^{A-1}\text{X}_Z))], \quad (2.12)$$

de modo que a eq.(2.10) fica

$$\Delta_F = M_\Lambda - M_N + \epsilon_\Lambda + \epsilon_N^F, \quad (2.13)$$

com ϵ_Λ e ϵ_N^F designando as energias de separação da Λ e do núcleon emitido, respectivamente.

Em nossa abordagem iremos descrever os diversos sistemas nucleares a partir de um modelo no qual cada partícula se move independentemente em um potencial médio, como é feito no modelo de camadas.

Além disso, o hipernúcleo ($^A_\Lambda\text{X}_Z$) é descrito como uma partícula Λ acoplada fracamente ao núcleo-carço ($^{A-1}\text{X}_Z$). Isto é, assumimos um esquema de acoplamento no qual a Λ permanece num único orbital $\alpha_3 = \{n_3, l_3, j_3\}$ e

[†]O termo relativo ao recuo do núcleo residual de massa M_R , $\frac{|\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2|^2}{2M_R}$, está sendo desconsiderado. Pode-se mostrar que sua influência sobre as taxas de decaimento é desprezível. Para uma discussão mais detalhada ver Ref.[4].

se acopla unicamente ao estado fundamental do núcleo-carço, significando portanto que os efeitos desse híperon sobre a estrutura nuclear são desconsiderados. Uma maneira esquemática de ver isso está representada na Fig[2.1], para o caso do hipernúcleo ${}^{12}_{\Lambda}\text{C}$, onde fica fácil entender que nesse tipo de modelo, ε_{Λ} e ε_N^F , dadas nas eqs.(2.11 e 2.12) são, respectivamente, as energias dos níveis de partícula-única da Λ e do núcleon que induz a transição[‡].

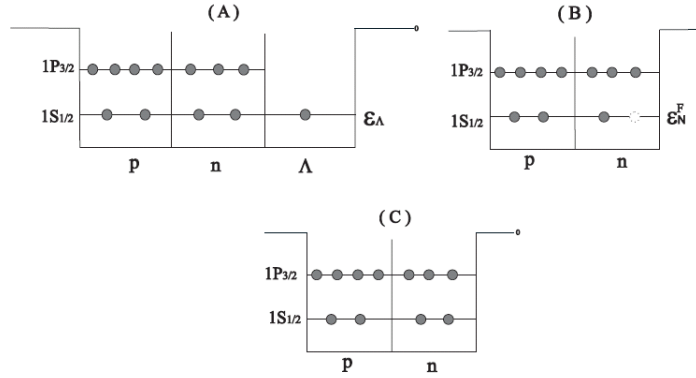


Figura 2.1: Representação esquemática de um hipernúcleo num modelo de partículas independentes na aproximação de acoplamento fraco. (A) Hipernúcleo inicial, $({}^A_{\Lambda}\text{X}_Z) \equiv {}^{12}_{\Lambda}\text{C}$; (B) Núcleo residual, $({}^{A-2}\text{X}'^F_Z) \equiv {}^{10}\text{C}_6^F$; (C) Núcleo-carço, $({}^{A-1}\text{X}_Z) \equiv {}^{11}\text{C}_6$.

Em vista da expressão (2.5) é interessante reescrever (2.1) como

$$\Gamma = (2\pi) \sum_{s_1 t_1, s_2 t_2, F} \int \int \frac{d^3 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} \delta\left(\frac{p_1^2}{2M_N} + \frac{p_2^2}{2M_N} - \Delta_F\right) \times \left| \langle \mathbf{p}_1 s_1 t_1 \mathbf{p}_2 s_2 t_2 F | V | I \rangle \right|^2. \quad (2.14)$$

Desde que o potencial de transição de dois corpos, V , tem sua dependência espacial ligada apenas à coordenada relativa

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad (2.15)$$

[‡]No que se refere a quantidade ε_N^F , isso é verdade desde que se ignore completamente a interação residual, como faremos neste trabalho.

e não envolve a coordena de CM ,

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \quad (2.16)$$

é conveniente introduzir a mudança de variáveis

$$\mathbf{p} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1), \quad (2.17)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2, \quad (2.18)$$

o que permite escrever

$$\frac{p_1^2}{2M_N} + \frac{p_2^2}{2M_N} = \frac{p^2}{M_N} + \frac{P^2}{4M_N} \quad (2.19)$$

onde $\mathbf{P}$ é o momento total e $\mathbf{p}$ é o momento relativo.

Se juntarmos a eq.(2.19) ao fato de que o jacobiano da transformação a ser feita em (2.14) é unitário

$$J \left(\begin{array}{c} \mathbf{p}, \mathbf{P} \\ \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 \end{array} \right) = 1, \quad (2.20)$$

a taxa de transição toma a forma

$$\begin{aligned} \Gamma = (2\pi) \sum_{s_1, t_1, s_2, t_2, F} \int \int \int \int \frac{dp}{(2\pi)^3} d\Omega_p \frac{dP}{(2\pi)^3} d\Omega_P p^2 P^2 \delta\left(\frac{p^2}{M_N} + \frac{P^2}{4M_N} - \Delta_F\right) \\ \times \left| \langle \mathbf{p} \mathbf{P}_{s_1 t_1 s_2 t_2 F} | V | I \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde usamos a substituição

$$d^3 \mathbf{p}_1 d^3 \mathbf{p}_2 = p^2 P^2 dp d\Omega_p dP d\Omega_P. \quad (2.22)$$

Para explorarmos a simetria rotacional e de isospin é conveniente fazer a seguinte mudança de base para os estados finais

$$\begin{aligned} |\mathbf{p} \mathbf{P}_{s_1 t_1 s_2 t_2 F}\rangle = \sum_{SM_S} \langle \frac{1}{2} s_1 \frac{1}{2} s_2 | SM_S \rangle \sum_{TM_T} \langle \frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2 | TM_T \rangle \\ \times |\mathbf{p} \mathbf{P}_{SM_S TM_T F}\rangle. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Se usarmos as relações de ortogonalidade para os coeficientes de Clebsch-Gordan,

$$\sum_{s_1 s_2} \langle \frac{1}{2} s_1 \frac{1}{2} s_2 | S M_S \rangle \langle \frac{1}{2} s_1 \frac{1}{2} s_2 | S' M'_S \rangle = \delta_{SS'} \delta_{M_S M'_S}, \quad (2.24)$$

$$\sum_{t_1 t_2} \langle \frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2 | T M_T \rangle \langle \frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2 | T' M'_T \rangle = \delta_{TT'} \delta_{M_T M'_T}, \quad (2.25)$$

é fácil ver que a eq.(2.21) toma a forma

$$\begin{aligned} \Gamma = (2\pi) \sum_{SM_S TM_T, F} \int \int \int \int \frac{dp}{(2\pi)^3} d\Omega_p \frac{dP}{(2\pi)^3} d\Omega_P p^2 P^2 \delta\left(\frac{p^2}{M_N} + \frac{P^2}{4M_N} - \Delta_F\right) \\ \times \left| \langle \mathbf{p} \mathbf{P} S M_S T M_T F | V | I \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Introduzindo as definições

$$\epsilon_P = \frac{P^2}{4M_N} \quad (2.27)$$

$$\epsilon_p = \frac{p^2}{M_N}, \quad (2.28)$$

é fácil escrever as variáveis de integração de momento na eq.(2.26) em termos das energias dadas pelas eqs.(2.27 e 2.28), ou seja

$$\begin{aligned} \Gamma = \frac{2M_N^3}{(2\pi)^5} \sum_{S, M_S, T, M_T, F} \int \int \int \int d\epsilon_p d\Omega_p d\epsilon_P d\Omega_P \frac{\epsilon_P \epsilon_p}{\sqrt{\epsilon_P \epsilon_p}} \delta(\epsilon_p + \epsilon_P - \Delta_F) \\ \times \left| \langle \mathbf{p} \mathbf{P} S M_S T M_T F | V | I \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (2.29)$$

o que permite que a integração do espaço de fase seja realizada, resultando para a taxa de decaimento

$$\begin{aligned} \Gamma = \frac{2M_N^3}{(2\pi)^5} \sum_{S, M_S, T, M_T, F} \int_0^{\Delta_F} d\epsilon \sqrt{\epsilon(\Delta_F - \epsilon)} \int d\Omega_p \int d\Omega_P \\ \times \left| \langle \mathbf{p} \mathbf{P} S M_S T M_T F | V | I \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde $\epsilon_P = \epsilon$, $P = 2\sqrt{M_N\epsilon}$ e $p = \sqrt{M_N(\Delta_F - \epsilon)}$.

Dessa maneira vimos como é possível reescrever a expressão para taxa de decaimento na eq.(2.1), a partir da simples análise do espaço de fase para o decaimento hipernuclear.

2.3 Amplitude de Transição

Nosso principal objetivo agora será o de expressar a amplitude de transição nuclear que aparece nas eqs.(2.1 e 2.30) em termos de uma amplitude elementar de dois corpos.

Para tal fim, seguiremos a Ref.[3] que usa uma abordagem baseada no método de segunda quantização na qual o potencial de transição no espaço de Fock é escrito como

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\kappa_1 \kappa_2 \\ \lambda_3 \nu_4}} \langle \kappa_1 \kappa_2 | V | \lambda_3 \nu_4 \rangle a_{\kappa_1}^\dagger a_{\kappa_2}^\dagger a_{\nu_4} a_{\lambda_3}, \quad (2.31)$$

onde os rótulos para os estados de partícula-única dos núcleons ejetados são dados por

$$\kappa_i = \mathbf{p}_i s_i t_i \quad (i = 1, 2), \quad (2.32)$$

e para os núcleons e o híperon lambda ligados, são respectivamente

$$\nu_4 = n_4 l_4 j_4 m_4 t_4, \quad (2.33)$$

$$\lambda_3 = n_3 l_3 j_3 m_3 \Lambda. \quad (2.34)$$

Nesse potencial, eq.(2.31), os operadores a e $a^\dagger$ são interpretados como operadores que aniquilam e criam um férmion em um estado rotulado por κ_i , ν_4 e λ_3 .

Os estados finais de dois núcleons são antissimetrizados, isto é

$$|\kappa_1 \kappa_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\kappa_1 \kappa_2\rangle - |\kappa_2 \kappa_1\rangle], \quad (2.35)$$

onde os bras e os kets arredondados, $|\dots\rangle$, designam meros estados produto. Os dois núcleons no estado final serão tratados como partículas livres por meio da aproximação

$$\langle \mathbf{r}_i | \kappa_i \rangle \simeq e^{i\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}} |s_i t_i\rangle, \quad (2.36)$$

que é razoável em vista do valor típico do momento dos núcleons ejetados, ($\sim 400 MeV$), ser sensivelmente maior do que o momento de Fermi ($\sim 270 MeV$).

Se nós denotarmos um estado de vácuo por $|0\rangle$, podemos definir que um operador $a_{\alpha_i}^\dagger$ ao agir sobre este estado de vácuo cria uma partícula em um estado α_i com os números quânticos dados pelas eqs.(2.32 ou 2.33), ou seja

$$a_{\alpha_i}^\dagger |0\rangle = |\alpha_i\rangle. \quad (2.37)$$

Desde que o operador $a_{\alpha_i}^\dagger$ cria uma partícula, o operador adjunto a_{α_i} , quando atuando para a direita, aniquila uma partícula.

Portanto, pela definição de vácuo

$$a_{\alpha_i} |0\rangle = 0. \quad (2.38)$$

Além das duas importantes propriedades resumidas nas eqs.(2.37 e 2.38), devemos observar que sendo os núcleons tratados como uma única família de férmions indistinguíveis, seus operadores segundo-quantizados a e $a^\dagger$ respeitam ainda as usuais regras de anticomutação

$$\{a_{\alpha_i}, a_{\alpha_j}^\dagger\} = \delta_{ij}, \quad (2.39)$$

$$\{a_{\alpha_i}, a_{\alpha_j}\} = 0, \quad \{a_{\alpha_i}^\dagger, a_{\alpha_j}^\dagger\} = 0. \quad (2.40)$$

Já a λ , por ser uma partícula distinguível dos núcleons, tem seus operadores segundo-quantizados comutando com aqueles dos núcleons.

Se substituirmos explicitamente a eq.(2.31) na amplitude de transição nuclear[§] que aparece na eq.(2.1), teremos

$$\langle \kappa_1 \kappa_2 F | V | I \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\kappa'_1 \kappa'_2 \\ \lambda_3 \nu_4}} \langle \kappa'_1 \kappa'_2 | V | \lambda_3 \nu_4 \rangle \langle \kappa_1 \kappa_2 F | a_{\kappa'_1}^\dagger a_{\kappa'_2}^\dagger a_{\nu_4} a_{\lambda_3} | I \rangle. \quad (2.41)$$

[§]Onde estamos utilizando a notação compacta das eqs.(2.32, 2.33 e 2.34).

Nesse formalismo podemos escrever para o estado final

$$|\kappa_1 \kappa_2 F\rangle = a_{\kappa_1}^\dagger a_{\kappa_2}^\dagger |F\rangle, \quad (2.42)$$

e conseqüentemente

$$\langle \kappa_1 \kappa_2 F | = \langle F | a_{\kappa_2} a_{\kappa_1}. \quad (2.43)$$

Usando as simples relações de anticomutação descritas pelas eqs.(2.39 e 2.40) e o pressuposto que o estado final, $|F\rangle$, respeite a propriedade

$$a_{\kappa_i} |F\rangle = 0, \quad (2.44)$$

é possível decompor a eq.(2.41) na forma

$$\langle \kappa_1 \kappa_2 F | V | I \rangle = \sum_{\lambda_3 \nu_4} \langle \kappa_1 \kappa_2 | V | \lambda_3 \nu_4 \rangle \langle F | a_{\nu_4} a_{\lambda_3} | I \rangle, \quad (2.45)$$

permitindo assim tratar separadamente os efeitos de estrutura nuclear[¶], que serão computados pelo fator, $\langle F | a_{\nu_4} a_{\lambda_3} | I \rangle$, do cálculo dos elementos de matriz elementares do potencial de transição, $\langle \kappa_1 \kappa_2 | V | \lambda_3 \nu_4 \rangle$.

O efeito da antissimetrização, indispensável no tratamento de sistemas de partículas idênticas, deve ser explicitamente levado em conta a partir de agora.

Para isso partiremos do estado de dois núcleons não-antissimetrizado

$$|\kappa_1 \kappa_2\rangle = |\mathbf{p}_1 s_1 t_1 \mathbf{p}_2 s_2 t_2\rangle = |\mathbf{p} \mathbf{P} s_1 s_2 t_1 t_2\rangle, \quad (2.46)$$

que, como vimos na seção anterior, pode ser convenientemente escrito usando a expansão

$$|\kappa_1 \kappa_2\rangle = |\mathbf{p}_1 s_1 t_1 \mathbf{p}_2 s_2 t_2\rangle = \sum_{SM_S} \sum_{TM_T} \left\langle \frac{1}{2} s_1 \frac{1}{2} s_2 \middle| SM_S \right\rangle \left\langle \frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2 \middle| TM_T \right\rangle \times |\mathbf{p} \mathbf{P} SM_S TM_T\rangle, \quad (2.47)$$

[¶]Esse fator depende do tipo de modelo que está sendo usado para tratar o núcleo.

e que, de acordo com a eq.(2.35), leva a

$$|\kappa_1 \kappa_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{SM_S} \sum_{TM_T} \left[\langle \frac{1}{2} s_1 \frac{1}{2} s_2 | SM_S \rangle \langle \frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2 | TM_T \rangle | \mathbf{p} \mathbf{P} SM_S TM_T \rangle \right. \\ \left. - \langle \frac{1}{2} s_2 \frac{1}{2} s_1 | SM_S \rangle \langle \frac{1}{2} t_2 \frac{1}{2} t_1 | TM_T \rangle | - \mathbf{p} \mathbf{P} SM_S TM_T \rangle \right]. \quad (2.48)$$

A partir da conhecida propriedade de simetria dos coeficientes de Clebsch-Gordan

$$\langle \frac{1}{2} s_1 \frac{1}{2} s_2 | SM_S \rangle = (-1)^{1-S} \langle \frac{1}{2} s_2 \frac{1}{2} s_1 | SM_S \rangle \quad (2.49)$$

$$\langle \frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2 | TM_T \rangle = (-1)^{1-T} \langle \frac{1}{2} t_2 \frac{1}{2} t_1 | TM_T \rangle \quad (2.50)$$

podemos escrever eq.(2.48) como

$$|\kappa_1 \kappa_2\rangle = \sum_{SM_S} \sum_{TM_T} \langle \frac{1}{2} s_1 \frac{1}{2} s_2 | SM_S \rangle \langle \frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2 | TM_T \rangle \\ \times | \mathbf{p} \mathbf{P} SM_S TM_T \rangle, \quad (2.51)$$

com

$$| \mathbf{p} \mathbf{P} SM_S TM_T \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [| \mathbf{p} \mathbf{P} SM_S TM_T \rangle - (-)^{S+T} | - \mathbf{p} \mathbf{P} SM_S TM_T \rangle]. \quad (2.52)$$

Se lembrarmos agora que a expansão multipolar de uma onda plana[6] é dada por

$$e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} = 4\pi \sum_{lm} i^l j_l(pr) Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{p}}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (2.53)$$

e também que conforme a aproximação para o estado final de dois núcleons dado na eq.(2.36), temos

$$(\mathbf{r}|\mathbf{p}) = e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \quad \text{e} \quad (\mathbf{R}|\mathbf{P}) = e^{i\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}}, \quad (2.54)$$

podemos usar as definições

$$(\mathbf{r}|plm) = j_l(pr) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \quad \text{e} \quad (\mathbf{R}|PLM) = j_L(PR) Y_{LM}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (2.55)$$

para escrever

$$|\mathbf{p}\rangle = 4\pi \sum_{lm} i^l Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{p}}) |plm\rangle \quad \text{e} \quad |\mathbf{P}\rangle = 4\pi \sum_{LM} i^L Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{P}}) |PLM\rangle, \quad (2.56)$$

onde (l) e (L) são os números quânticos para o momento angular orbital relativo e o de CM .

Desse modo podemos tomar a eq.(2.52) na forma

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}\mathbf{P}SM_S TM_T\rangle &= \frac{(4\pi)^2}{\sqrt{2}} \sum_{lm} \sum_{LM} i^{l+L} [Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{p}}) - (-)^{S+T} Y_{lm}^*(-\hat{\mathbf{p}})] \\ &\quad \times Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{P}}) |plm\rangle |PLM\rangle |SM_S TM_T\rangle, \end{aligned} \quad (2.57)$$

e, se usarmos a propriedade,

$$Y_{lm}(-\hat{\mathbf{p}}) = (-)^l Y_{lm}(\hat{\mathbf{p}}), \quad (2.58)$$

ainda podemos reescrevê-la como

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}\mathbf{P}SM_S TM_T\rangle &= (4\pi)^2 \sum_{lm} \sum_{LM} i^{l+L} Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{p}}) Y_{LM}^*(\hat{\mathbf{P}}) \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (-)^{l+S+T}] \\ &\quad \times |plm PLM SM_S TM_T\rangle, \end{aligned} \quad (2.59)$$

onde estamos denotando

$$|plm PLM SM_S TM_T\rangle = |plm\rangle |PLM\rangle |SM_S TM_T\rangle. \quad (2.60)$$

Se retornarmos agora com a eq.(2.59) em (2.51) e levarmos esse resultado para eq.(2.45), podemos escrever essa última na forma

$$\langle \kappa_1 \kappa_2 F | V | I \rangle = \sum_{SM_S TM_T} \langle \frac{1}{2} s_1 \frac{1}{2} s_2 | SM_S \rangle \langle \frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2 | TM_T \rangle \langle \mathbf{p}\mathbf{P}SM_S TM_T F | V | I \rangle, \quad (2.61)$$

com

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}\mathbf{P}SM_S TM_T F | V | I \rangle &= (4\pi)^2 \sum_{lmLM} (i^{-l-L}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{p}}) Y_{LM}(\hat{\mathbf{P}}) \\ &\quad \times \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (-)^{l+S+T}] \sum_{\lambda_3 \nu_4} (plm PLM SM_S TM_T | V | \lambda_3 \nu_4) \langle F | a_{\nu_4} a_{\lambda_3} | I \rangle. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Utilizando o esquema de acoplamento de momentos angulares em que $\mathbf{l} + \mathbf{L} = \mathbf{\lambda}$ e $m + M = \mu$, a eq.(2.60) pode ser escrita na forma

$$|plmPLSM_S TM_T\rangle = \sum_{\lambda\mu} \langle lmLM|\lambda\mu\rangle |(plPL)\lambda\mu SM_S TM_T\rangle, \quad (2.63)$$

e ainda se acoplarmos $\mathbf{\lambda} + \mathbf{S} = \mathbf{J}$ e $\mu + M_S = M_J$, também podemos escrever

$$|(plPL)\lambda\mu SM_S TM_T\rangle = \sum_{JM_J} \langle \lambda\mu SM_S | JM_J \rangle [(plPL)\lambda S] JM_J TM_T. \quad (2.64)$$

Dessa maneira se substituirmos a eq.(2.64) em (2.63), obteremos

$$\begin{aligned} |plmPLM SM_S TM_T\rangle &= \sum_{\lambda\mu} \sum_{JM_J} \langle lmLM|\lambda\mu\rangle \langle \lambda\mu SM_S | JM_J \rangle \\ &\quad \times [(plPL)\lambda S] JM_J TM_T. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Estamos indicando os acoplamentos angulares por parênteses e colchetes.

Se observarmos agora o termo que envolve a amplitude de estrutura nuclear na eq.(2.62), com os rótulos de partícula-única explicitados, podemos efetuar a parte da somatória que envolve os números quânticos azimutais e obter

$$\begin{aligned} \sum_{m_3 m_4} |\lambda_3 \nu_4\rangle \langle F | a_{\nu_4} a_{\lambda_3} | I \rangle &= \sum_{m_3 m_4} |n_3 l_3 j_3 m_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 m_4 t_4\rangle \\ &\quad \times \langle F | a_{n_4 l_4 j_4 m_4 t_4} a_{n_3 l_3 j_3 m_3 \Lambda} | I \rangle, \end{aligned} \quad (2.66)$$

que ainda pode ser reescrita se expandirmos o ket no segundo membro na base acoplada, ou seja

$$\begin{aligned} \sum_{m_3 m_4} |\lambda_3 \nu_4\rangle \langle F | a_{\nu_4} a_{\lambda_3} | I \rangle &= \sum_{m_3 m_4} \sum_{JM_J} \langle j_3 m_3 j_4 m_4 | JM_J \rangle (n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4) JM_J \\ &\quad \times \langle F | a_{n_4 l_4 j_4 m_4 t_4} a_{n_3 l_3 j_3 m_3 \Lambda} | I \rangle. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Gostaríamos agora de efetuar o somatório sobre m_3 e m_4 .

Antes disso, lembremos que, diferentemente dos operadores de aniquilação,

os operadores de criação são tensores esféricos com fases apropriadas. Dessa forma se escrevermos,

$$\langle F | a_{n_4 l_4 j_4 m_4 t_4} a_{n_3 l_3 j_3 m_3 \Lambda} | I \rangle = \langle I | a_{n_3 l_3 j_3 m_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 m_4 t_4}^\dagger | F \rangle^*, \quad (2.68)$$

e lembrarmos que os coeficientes de Clebsh-Gordan são reais, podemos introduzir a definição

$$\sum_{m_3 m_4} \langle j_3 m_3 j_4 m_4 | J M_J \rangle \langle F | a_{n_4 l_4 j_4 m_4 t_4} a_{n_3 l_3 j_3 m_3 \Lambda} | I \rangle = \langle I | \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_{J M_J} | F \rangle^*, \quad (2.69)$$

onde os parênteses indicam acoplamento tensorial dos momento angulares. Isso permite que a eq.(2.67) seja reescrita como

$$\begin{aligned} \sum_{m_3 m_4} |\lambda_3 \nu_4 \rangle \langle F | a_{\nu_4} a_{\Lambda_3} | I \rangle &= \sum_{J M_J} |(n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4) J M_J) \\ &\times \langle I | \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_{J M_J} | F \rangle^* . \end{aligned} \quad (2.70)$$

De posse das eqs.(2.65 e 2.70), é possível escrever a amplitude de transição na eq.(2.62) como

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p} \mathbf{P} S M_S T M_T F | V | I \rangle &= (4\pi)^2 \sum_{l L \lambda \mu} (i^{-l-L}) (Y_l(\hat{\mathbf{p}}) Y_L(\hat{\mathbf{P}}))_{\lambda \mu} \sum_{J M_J} \langle \lambda \mu S M_S | J M_J \rangle \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (-)^{l+S+T}] \sum_{\substack{n_4 l_4 j_4 \\ n_3 l_3 j_3}} ([p l P L] \lambda S] J M_J T M_T | V | (n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4) J M_J) \\ &\times \langle I | \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_{J M_J} | F \rangle^* , \end{aligned} \quad (2.71)$$

onde

$$(Y_l(\hat{\mathbf{p}}) Y_L(\hat{\mathbf{P}}))_{\lambda \mu} = \sum_{m M} \langle l m L M | \lambda \mu \rangle Y_{lm}(\hat{\mathbf{p}}) Y_{LM}(\hat{\mathbf{P}}). \quad (2.72)$$

É conveniente agora introduzirmos uma notação um pouco mais detalhada para os estados nucleares inicial e final que aparecem na eq.(2.71)

$$|I\rangle = |\alpha_I J_I M_I\rangle \quad \text{e} \quad |F\rangle = |\alpha_F J_F M_F\rangle, \quad (2.73)$$

pois se juntarmos a essas definições o uso do teorema de Wigner-Eckart[7], uma importante simplificação no termo relacionado à amplitude de estrutura nuclear pode ser obtida, ou seja,

$$\begin{aligned} \langle I | \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_{JM_J} | F \rangle &\equiv \langle \alpha_I J_I M_I | \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_{JM_J} | \alpha_F J_F M_F \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2J_I + 1}} \langle J_F M_F J M_J | J_I M_I \rangle \langle \alpha_I J_I || \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_J || \alpha_F J_F \rangle. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Isso permite, finalmente, escrever a amplitude de transição na forma

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p} \mathbf{P} S M_S T M_T F | V | I \rangle &\equiv \langle \mathbf{p} \mathbf{P} S M_S T M_T \alpha_F J_F M_F | V | \alpha_I J_I M_I \rangle = \frac{(4\pi)^2}{\sqrt{2J_I + 1}} \\ &\times \sum_{lL\lambda\mu} (i^{-l-L}) (Y_l(\hat{\mathbf{p}}) Y_L(\hat{\mathbf{P}}))_{\lambda\mu} \sum_{JM_J} \langle J_F M_F J M_J | J_I M_I \rangle \langle \lambda\mu S M_S | J M_J \rangle \\ &\times \sum_{\substack{n_4 l_4 j_4 \\ n_3 l_3 j_3}} \langle \alpha_I J_I || \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_J || \alpha_F J_F \rangle^* \\ &\times \mathcal{M}(plPL\lambda S J T M_T; n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4 J) \end{aligned} \quad (2.75)$$

onde a amplitude elementar de dois corpos^{||}, $\mathcal{M}$, é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(plPL\lambda S J T M_T; n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4 J) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (-)^{l+S+T}] \\ &\times ([(plPL)\lambda S] J T M_T | V | (n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4) J). \end{aligned} \quad (2.76)$$

Aqui o termo $(\cdots | V | \cdots)$ é o elemento de matriz direto, e o fator que está na sua frente leva em conta os efeitos da antissimetrização dos núcleons ejetados.

Assim, com a eq.(2.75) foi possível expressar a amplitude de transição nuclear em termos de uma amplitude elementar de dois corpos.

Essa expressão além de levar em conta a devida antissimetrização dos estados finais, apresenta explicitamente os efeitos de estrutura nuclear que podem agora ser computados separadamente.

^{||}Onde o número quântico M_J foi omitido, visto que os elementos de matriz elementares são independentes de sua escolha, devido à invariância rotacional.

2.4 Taxa de Decaimento em Termos da Amplitude Elementar

Nas seções 2.2 e 2.3 nós obtivemos os ingredientes básicos a partir dos quais nós poderemos agora escrever a taxa de decaimento em termos da amplitude elementar de dois corpos.

Para o que segue vamos nos limitar a um modelo extremo de partículas independentes. Nesse caso os estados nucleares são caracterizados por uma única configuração.

Por configuração [8] entende-se a listagem dos números de ocupação de cada um dos níveis de partícula única n_i l_i j_i . Portanto a notação completa dos estados inicial e final tem a forma

$$|I\rangle = |\alpha_I J_I M_I\rangle = |\gamma_I a_I J_I M_I\rangle \quad (2.77)$$

$$|F\rangle = |\alpha_F J_F M_F\rangle = |\gamma_F a_F J_F M_F\rangle \quad (2.78)$$

onde γ_I e γ_F indicam as configurações inicial e final e a_I e a_F são números quânticos adicionais eventualmente necessários para especificar completamente os estados.

Nos casos mais simples esses números quânticos adicionais são desnecessários, mas vamos mantê-los aqui por generalidade.

Desse modo, como estamos ignorando completamente a interação residual, decorre da eq.(2.13) que a energia liberada Δ_F , apesar de estar rotulada por $F = (\alpha_F, J_F, M_F) \equiv (\gamma_F, a_F, J_F, M_F)$, depende na verdade apenas de γ_F , isto é

$$\Delta_F \rightarrow \Delta_{\gamma_F} = M_\Lambda - M_N + \varepsilon_\Lambda + \varepsilon_N^{\gamma_F}. \quad (2.79)$$

É conveniente então introduzir a grandeza

$$\mathcal{I}_{\gamma_F}(p, P) = \frac{1}{(4\pi)^4} \sum_{\substack{S M_S T M_T \\ a_F J_F M_F}} \int d\Omega_p \int d\Omega_P |\langle \mathbf{p} \mathbf{P} S M_S T M_T \gamma_F a_F J_F M_F | V | \gamma_I a_I J_I M_I \rangle|^2, \quad (2.80)$$

que permite que a taxa de decaimento na eq.(2.30) possa ser reescrita na forma

$$\Gamma = \frac{16M_N^3}{\pi} \sum_{\gamma_F} \int_0^{\Delta_{\gamma_F}} d\epsilon \sqrt{\epsilon(\Delta_{\gamma_F} - \epsilon)} \mathcal{I}_{\gamma_F}(p, P). \quad (2.81)$$

O próximo passo será realizar a integração das variáveis angulares na eq.(2.80), e para isso substituiremos dentro desta a eq.(2.75), ou seja

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\gamma_F}(p, P) &= \frac{1}{(2J_I + 1)} \sum_{\substack{SM_S TM_T \\ a_F J_F M_F}} \int d\Omega_p \int d\Omega_P \left| \sum_{lL\lambda\mu} (i^{-l-L}) (Y_l(\hat{\mathbf{p}}) Y_L(\hat{\mathbf{P}}))_{\lambda\mu} \right. \\ &\times \sum_{JM_J} \langle J_F M_F JM_J | J_I M_I \rangle \langle \lambda\mu SM_S | JM_J \rangle \sum_{\substack{n_4 l_4 j_4 \\ n_3 l_3 j_3}} \langle \gamma_I a_I J_I | \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_J | \gamma_F a_F J_F \rangle^* \\ &\quad \times \mathcal{M}(p l P L \lambda S J T M_T; n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4 J) \Big|^2. \end{aligned} \quad (2.82)$$

Se notarmos agora que

$$\begin{aligned} &\sum_{l'L'} \int d\Omega_p \int d\Omega_P (Y_{l'}(\hat{\mathbf{p}}) Y_{L'}(\hat{\mathbf{P}}))_{\lambda'\mu'}^* (Y_l(\hat{\mathbf{p}}) Y_L(\hat{\mathbf{P}}))_{\lambda\mu} \\ &= \sum_{l'L'} \sum_{\substack{mM \\ m'M'}} \langle lmLM | \lambda\mu \rangle \langle l'm'L'M' | \lambda'\mu' \rangle \delta_{mm'} \delta_{MM'} \delta_{ll'} \delta_{LL'} \\ &= \sum_{\substack{mM \\ m'M'}} \langle lmLM | \lambda\mu \rangle \langle lm'L M' | \lambda'\mu' \rangle \delta_{mm'} \delta_{MM'} \\ &= \sum_{mM} \langle lmLM | \lambda\mu \rangle \langle lmLM | \lambda'\mu' \rangle \\ &= \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'}, \end{aligned} \quad (2.83)$$

e também que das relações de ortogonalidade para os coeficientes de Clebsch-Gordan, temos

$$\sum_{\mu} \sum_{M_S} \langle \lambda\mu SM_S | JM_J \rangle \langle \lambda\mu SM_S | J' M'_J \rangle = \delta_{JJ'} \delta_{M_J M'_J}, \quad (2.84)$$

e

$$\sum_{M_J} \sum_{M_F} \langle J_F M_F JM_J | J_I M_I \rangle \langle J_F M_F JM_J | J_I M_I \rangle = 1, \quad (2.85)$$

é fácil verificar que muitas das somas que aparecem na eq.(2.82) podem ser extraídas do módulo quadrado, permitindo assim escrever

$$\mathcal{I}_{\gamma_F}(p, P) = \frac{1}{(2J_I + 1)} \sum_{STM_T a_F J_F} \sum_{lL\lambda J} \left| \sum_{\substack{n_4 l_4 j_4 \\ n_3 l_3 j_3}} \langle \gamma_I a_I J_I \| \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_J \| \gamma_F a_F J_F \rangle^* \right. \\ \left. \times \mathcal{M}(p l P L \lambda S J T M_T; n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4 J) \right|^2, \quad (2.86)$$

onde devemos observar que usamos, na primeira passagem em (2.83), a propriedade de ortogonalidade para os harmônicos esféricos[9].

Uma última simplificação que ainda pode ser feita na eq.(2.86) é remover as duas somas que restaram dentro do módulo quadrado.

Para que seja possível implementar isso é preciso que tanto a somatória em $n_3 l_3 j_3$ quanto em $n_4 l_4 j_4$ se reduzam a um único termo.

Na soma sobre $n_3 l_3 j_3$, isso é verdade, pois o único termo que contribui é aquele no qual

$$n_3 l_3 j_3 \Lambda = (1s_{1/2})_\Lambda, \quad (2.87)$$

porque somente neste caso a amplitude espectroscópica é diferente de zero já que em um hipernúcleo no estado fundamental, $|\gamma_I a_I J_I\rangle$, o único orbital que o híperon Λ pode ocupar é esse.

Já no caso da soma sobre $n_4 l_4 j_4$ apesar da situação ser um pouco diferente, visto que o núcleon que induz o decaimento não está restrito a um único estado em $|\gamma_I a_I J_I\rangle$, o resultado é o mesmo. Isso porque ao especificarmos γ_I e γ_F a única amplitude espectroscópica não nula vêm do termo no qual a configuração final γ_F pode ser obtida de γ_I removendo-se desta última um núcleon com projeção de isospin t_4 no nível $n_4 l_4 j_4$.

Indicaremos isso a partir de agora pela seguinte notação

$$\gamma_F = \gamma_I / (n_4 l_4 j_4 t_4). \quad (2.88)$$

Como tornou-se óbvia a relação entre γ_I e γ_F , vamos utilizar de agora em diante a notação para as possíveis configurações finais como dado na eq.(2.88).

A primeira implicação desta notação é que a eq.(2.79) para a energia liberada adquire a forma

$$\Delta_F \rightarrow \Delta_{\gamma_F} \rightarrow \Delta_{n_4 l_4 j_4 t_4} = M_\Lambda - M_N + \varepsilon_{n_3 l_3 j_3 \Lambda} + \varepsilon_{n_4 l_4 j_4 t_4}, \quad (2.89)$$

e em segundo que a eq.(2.81) para a taxa de decaimento pode ser reescrita como

$$\Gamma = \frac{16M_N^3}{\pi} \sum_{n_4 l_4 j_4 t_4} \int_0^{\Delta_{n_4 l_4 j_4 t_4}} d\epsilon \sqrt{\epsilon(\Delta_{n_4 l_4 j_4 t_4} - \epsilon)} \mathcal{I}_{n_4 l_4 j_4 t_4}(p, P), \quad (2.90)$$

onde a soma é realizada sobre todos os níveis de partícula única, para prótons ($t_4 = \frac{1}{2}$) e nêutrons ($t_4 = -\frac{1}{2}$), ocupados no hipernúcleo inicial $|\gamma_I a_I J_I\rangle$.

Na equação (2.90), nós fizemos

$$\mathcal{I}_{\gamma_F}(p, P) \rightarrow \mathcal{I}_{n_4 l_4 j_4 t_4}(p, P), \quad (2.91)$$

que de acordo com a eq.(2.86) é definida como

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{n_4 l_4 j_4 t_4}(p, P) &= \sum_J F_J^{n_4 l_4 j_4 t_4} \\ &\times \sum_{STIL\lambda} \left| \mathcal{M}(plPL\lambda SJTM_T; n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4 J) \right|^2, \end{aligned} \quad (2.92)$$

onde

$$F_J^{n_4 l_4 j_4 t_4} = \frac{1}{(2J_I + 1)} \sum_{a_F J_F} \left| \langle \gamma_I a_I J_I | \left(a_{n_3 l_3 j_3 \Lambda}^\dagger a_{n_4 l_4 j_4 t_4}^\dagger \right)_J \| [\gamma_I / (n_4 l_4 j_4 t_4)] a_F J_F \rangle^* \right|^2, \quad (2.93)$$

é o fator espectroscópico para o decaimento hipernuclear não-mesônico, e $\mathcal{M}$ é a amplitude elementar de dois corpos que é definida pela eq.(2.76), ou seja

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(plPL\lambda SJTM_T; n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4 J) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (-)^{l+S+T}] \\ &\times ([(plPL)\lambda S] JTM_T | V | (n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4 t_4) J). \end{aligned} \quad (2.94)$$

Na equação final (2.92) omitimos a soma sobre M_T . Isso porque de acordo com a conservação da carga elétrica tem-se que a amplitude elementar de dois corpos $\mathcal{M}$ só é não-nula para

$$M_T = \frac{1}{2} + t_4, \quad (2.95)$$

implicando assim que esse é o único valor que M_T pode assumir. Fica implícito portanto que, em (2.92) e no que segue, M_T tem esse valor.

2.5 Transformação de Moshinsky para o Elemento de Matriz Direto

Nesta seção nós estaremos interessados em deixar o elemento de matriz direto que aparece na amplitude elementar de dois corpos, eq.(2.94), em uma forma mais adequada para o cálculo numérico.

Para isso será interessante escrevermos o elemento de matriz em termos de coordenadas relativas e de CM .

Isso será feito a partir de uma transformação de Moshinsky[10] no estado inicial dessa equação.

A vantagem de realizar essa transformação fica evidente se nos lembrarmos que sendo o potencial de transição um invariante translacional, no que diz respeito ao cálculo de elementos de matriz ele não acopla nenhuma variável de CM entre o estado inicial e final, o que permite que as coordenadas de CM sejam separadas das relativas, quando esse cálculo for realizado.

Para implementar essa transformação, iremos considerar que as órbitas de partícula-única onde o Λ e o nêutron se movem sejam tomadas como soluções de potenciais de oscilador harmônico que simulam um campo médio.

Esses estados possuem parâmetros de comprimento de oscilador b_Λ e b_N que são ajustados a partir de dados experimentais, e que por simplicidade serão substituídos por um parâmetro de comprimento médio $b = (b_\Lambda + b_N)/2$, em conformidade com a Ref.[11].

A grande vantagem de trabalhar com estados de oscilador harmônico está justamente associada ao fato de que eles são um dos poucos casos que permitem que suas variáveis relativas e de CM sejam desacopladas.

Para começar, vamos separar a parte de espaço-spin daquela referente a na-

tureza das partículas no estado inicial da eq.(2.94), isto é, escreveremos

$$|(n_3 l_3 j_3 \Lambda n_4 l_4 j_4) J) = |(n_3 l_3 j_3 n_4 l_4 j_4) J) |\Lambda t_4) = |(n_3 l_3 j_3 n_4 l_4 j_4) J \Lambda t_4), \quad (2.96)$$

onde nós estaremos assumindo que o ket referente a parte da natureza das partículas pode ser escrito como $|\Lambda t_4) = |\frac{1}{2} m_{t_3} \frac{1}{2} m_{t_4})$, com m_{t_4} podendo adquirir o valor $m_{t_p} = 1/2$ para prótons, $m_{t_n} = -1/2$ para nêutrons enquanto que para a lambda teremos $m_{t_3} = -1/2$, de acordo com a estratégia de isospin espúrio discutido na introdução do primeiro capítulo.

Agora mudaremos o esquema de acoplamento de momentos angulares de jj para LS , na parte de espaço-spin do ket em (2.96), ou seja,

$$|(n_3 l_3 j_3 n_4 l_4 j_4) J) = \hat{j}_3 \hat{j}_4 \sum_{\lambda S} \hat{\lambda} \hat{S} \left\{ \begin{matrix} l_3 & \frac{1}{2} & j_3 \\ l_4 & \frac{1}{2} & j_4 \\ \lambda & S & J \end{matrix} \right\} |[(n_3 l_3 n_4 l_4) \lambda S] J), \quad (2.97)$$

onde introduzimos a notação $\hat{j} \equiv \sqrt{2j+1}$, válida para qualquer momento angular.

Feito isso, aplicaremos na parte espacial do ket à direita da eq.(2.97) uma transformação de Moshinsky, isto é

$$|(n_3 l_3 n_4 l_4) \lambda) = \sum_{nlNL} |(nlNL) \lambda) (nlNL \lambda | n_3 l_3 n_4 l_4 \lambda) \quad (2.98)$$

com $(\dots | \dots)$ designando os coeficientes de Moshinsky e onde (l) e (L) são os números quânticos para o momento angular orbital relativo e de CM .

Devemos notar também, que o coeficiente $(nlNL \lambda | n_3 l_3 n_4 l_4 \lambda)$, difere daquele dado na Ref.[10] por um fator $(-)^l$, devido à nossa definição para variável relativa, eq.(2.15), conforme discutido na Ref.[5].

Juntando essas duas transformações, temos

$$\begin{aligned} |(n_3 l_3 j_3 n_4 l_4 j_4) J) = \hat{j}_3 \hat{j}_4 \sum_{\lambda S} \hat{\lambda} \hat{S} \left\{ \begin{matrix} l_3 & \frac{1}{2} & j_3 \\ l_4 & \frac{1}{2} & j_4 \\ \lambda & S & J \end{matrix} \right\} \sum_{nlNL} |[(nlNL) \lambda S] J) \\ \times (nlNL \lambda | n_3 l_3 n_4 l_4 \lambda). \end{aligned} \quad (2.99)$$

Usando agora a eq.(2.99) é possível escrever o elemento de matriz direto, que aparece na eq.(2.94), na forma

$$\begin{aligned}
& [(pPL)\lambda S]JTM_T|V|(n_3l_3j_3\Lambda n_4l_4j_4t_4)J) \equiv (pPL\lambda SJTM_T|V|n_3l_3j_3\Lambda n_4l_4j_4t_4J) \\
& = \hat{j}_3\hat{j}_4 \sum_{\lambda'S'} \hat{\lambda}'\hat{S}' \left\{ \begin{array}{ccc} l_3 & \frac{1}{2} & j_3 \\ l_4 & \frac{1}{2} & j_4 \\ \lambda' & S' & J \end{array} \right\} \sum_{nl'N} (nl'NL\lambda'|n_3l_3n_4l_4\lambda') \\
& \quad \times (pPL\lambda SJTM_T|V|nl'NL\lambda'S'J\Lambda t_4),
\end{aligned} \tag{2.100}$$

onde para simplificar a notação, vamos omitir, desse ponto em diante, os parênteses e colchetes que indicam acoplamento angular, ou seja,

$$|nlNLSJ) \equiv [(nlNL)\lambda S]J) \quad \text{e} \quad |pPL\lambda SJ) \equiv [(pPL)\lambda S]J) \tag{2.101}$$

E por fim, se substituirmos o resultado obtido na eq.(2.100) em (2.94) obteremos a forma desejada para a amplitude elementar de dois corpos que será usada em nosso cálculo numérico no capítulo 5, isto é,

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}(pPL\lambda SJT; nl'NL\lambda'S'J\Lambda t_4) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (-)^{l+S+T}] \hat{j}_3\hat{j}_4 \sum_{\lambda'S'} \hat{\lambda}'\hat{S}' \left\{ \begin{array}{ccc} l_3 & \frac{1}{2} & j_3 \\ l_4 & \frac{1}{2} & j_4 \\ \lambda' & S' & J \end{array} \right\} \\
&\quad \times \sum_{nl'N} (nl'NL\lambda'|n_3l_3n_4l_4\lambda') (pPL\lambda SJTM_T|V|nl'NL\lambda'S'J\Lambda t_4).
\end{aligned} \tag{2.102}$$

Com a eq.(2.102) nós completamos o formalismo do modelo de camadas para o decaimento não-mesônico fraco, e obtivemos as expressões que serão usadas no cálculo numérico. O próximo passo será discutir a obtenção do potencial de transição que está envolvido no cálculo do elemento de matriz direto.

2.6 Correlações de Curto Alcance

Um importante efeito que devemos levar em conta a partir de agora, está associado ao grande momento transferido no processo de decaimento não-mesônico.

Como já foi discutido no capítulo 1, a transição $\Lambda N \rightarrow NN$ envolve um momento para os núcleons no estado final de cerca de 400MeV . Esse grande momento carregado pelos núcleons indica que nesse processo as distâncias sondadas são relativamente pequenas e os efeitos das correlações de curto alcance entre os pares interagentes ΛN e NN devem ser levados em conta. A abordagem que seguiremos neste trabalho é baseada na Ref.[11], que usa para simular as correlações de curto alcance no estado ΛN a função correlação

$$g_{\Lambda N}(r) = \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\alpha^2}}\right)^2 + \beta r^2 e^{-\frac{r^2}{\gamma^2}}, \quad (2.103)$$

onde $\alpha = 0.5\text{ fm}$, $\beta = 0.25\text{ fm}^{-2}$ e $\gamma = 1.28\text{ fm}$.

E para os dois núcleons emitidos, NN , uma função correlação do tipo

$$g_{NN}(r) = 1 - j_0(q_c r), \quad (2.104)$$

onde j_0 é uma função Bessel esférica e $q_c = 3.93\text{ fm}^{-1}$. Essas duas funções estão representadas na Fig.[2.2].

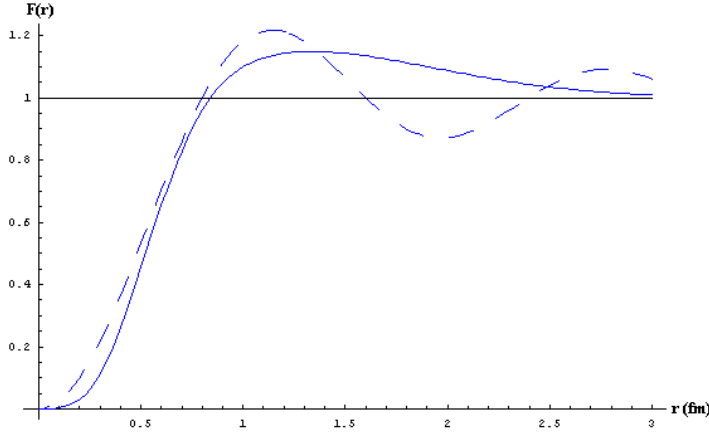


Figura 2.2: As funções correlações ΛN e NN como função da distância relativa. A linha cheia corresponde a função correlação dada na eq.(2.103) e a linha tracejada a função correlação em (2.104), com as parametrizações dadas.

Dessa maneira, no cálculo dos elementos de matriz em (2.102 e 6.9) nós estaremos sempre introduzindo o efeito dessas correlações pela simples substituição

$$\begin{aligned} |nl'NL\lambda'SJ) &\rightarrow g_{\Lambda N}(r)|nl'NL\lambda'SJ) \\ (plPL\lambda SJTM_T| &\rightarrow (plPL\lambda SJTM_T|g_{NN}(r). \end{aligned} \quad (2.105)$$

A partir da discussão feita acima temos as principais ferramentas para analisar as taxas de decaimento, mas antes vamos discutir a construção dos potenciais de transição para os diversos modelos que estaremos analisando.

Capítulo 3

Potencial de Transição em Modelos de Troca de um Méson

3.1 Introdução

Na seção, 3.2, discutiremos de forma geral a obtenção da amplitude de Feynman para o processo de troca de um méson.

A seguir, na seção 3.3, compararemos a abordagem relativística e não-relativística para o cálculo da matriz-S, o que permitirá, na aproximação de Born, fazer uma conexão entre a amplitude de Feynman no espaço dos momentos e o potencial de transição.

E na seção 3.4 implementaremos as principais aproximações usadas nesse formalismo, a aproximação estática, a redução não-relativística e a aproximação local; que levam à definição que usaremos aqui para potencial de transição.

3.2 Amplitude de Feynman para a Troca de um Méson

A forma geral para o potencial relacionado à transição $\Lambda N \rightarrow NN$, será obtido assumindo-se um modelo baseado na troca de um méson virtual.

Seguiremos o roteiro descrito na Ref.[5].

Nosso ponto de partida é a amplitude de Feynman no espaço de coordenadas descrito pela Fig.[3.1]

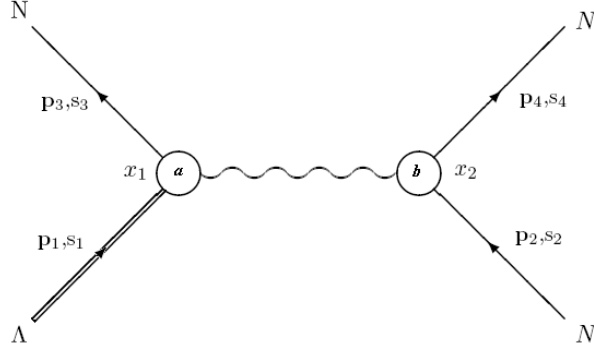


Figura 3.1: Amplitude de Feynman ($\mathcal{F}$) no espaço de coordenadas, onde($\mathbf{p}$) é o momento, (s) o spin e $x = (\mathbf{x}, t)$ as coordenadas de espaço-tempo.

Neste diagrama as linhas cheias e a dupla representam os férmions (ψ) incidentes e ejetados, e a linha ondulada o bóson (ϕ) trocado. Estes são acoplados pelos vértices (a) e (b), obtidos a partir dos hamiltonianos de interação cuja forma geral é

$$\mathcal{H}^\alpha(x) = g_\alpha \bar{\psi}(x) [\Gamma^\alpha(\partial) \phi(x)] \psi(x), \quad (3.1)$$

onde ($\alpha = a, b$) e o operador Γ^α característico do vértice bárion-bárion-méson, pode conter ou não operadores diferenciais que são interpretados como atuando somente no campo do méson trocado (ϕ).

Para um férmion de spin- $\frac{1}{2}$ e massa M, o espinor de Dirac livre de energia positiva é descrito por

$$\psi_j(x_l) = u(\mathbf{p}_j, s_j) e^{-ip_j \cdot x_l} \quad (3.2)$$

e seu conjugado covariante*, $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0$, por

$$\bar{\psi}_j(x_l) = \bar{u}(\mathbf{p}_j, s_j) e^{ip_j \cdot x_l}, \quad (3.3)$$

com $j = 1, \dots, 4$ rotulando esquematicamente o estado de momento e de spin e a natureza dos bárions envolvidos no processo e $l = 1, 2$ as coordenadas espaço-temporais dos vértices, além disso, usamos a usual expansão para o produto de dois quadrivetores

$$p \cdot x = p^\mu \cdot x_\mu = p^0 x^0 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}. \quad (3.4)$$

Os auto-espinores de momento em (3.2) e (3.3) são dados por

$$u(\mathbf{p}, s) = u(\mathbf{p}) \chi_s, \quad (3.5)$$

$$\bar{u}(\mathbf{p}, s) = \chi_s^\dagger \bar{u}(\mathbf{p}) \quad (3.6)$$

onde

$$u(\mathbf{p}) = N_p \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_p + M} \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

$$\bar{u}(\mathbf{p}) = N_p \left(\mathbf{1} \quad -\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_p + M} \right), \quad (3.8)$$

e os χ^s são os espinores de duas componentes de Pauli .

A normalização das expressões (3.7) e (3.8), é feita da maneira usual para sistemas com poucas partículas, ou seja

$$\bar{u}u = \bar{u}(\mathbf{p}, s)u(\mathbf{p}, s') = \delta_{ss'} \quad (3.9)$$

que resulta em

$$N_p = \sqrt{\frac{E_p + M}{2M}}, \quad (3.10)$$

com a energia dada por

$$E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}. \quad (3.11)$$

*As definições das matrizes gama estão dadas no Apêndice C.

As regras de Feynman,[†] Apêndice B, aplicadas ao processo descrito pelo diagrama da Fig[3.1] levam a

$$\mathcal{F} = \int d^4x_1 \int d^4x_2 \bar{\psi}_3(x_1) [-ig_a \Gamma^a(\partial_{x'_1})] \psi_1(x_1) i\mathcal{D}(x'_2 - x'_1) \times \bar{\psi}_4(x_2) [-ig_b \Gamma^b(\overleftarrow{\partial}_{x'_2})] \psi_2(x_2) \Big|_{\substack{x'_1=x_1 \\ x'_2=x_2}}, \quad (3.12)$$

onde $\mathcal{D}(x_2 - x_1)$ é o propagador do méson que está sendo trocado.

De acordo com as definições (3.2) e (3.3) podemos escrever (3.12) na forma

$$\mathcal{F} = \int d^4x_1 \int d^4x_2 \bar{u}(\mathbf{p}_3, s_3) e^{i(p_3 \cdot x_1)} [-ig_a \Gamma^a(\partial_{x'_1})] u(\mathbf{p}_1, s_1) e^{-i(p_1 \cdot x_1)} \times i\mathcal{D}(x'_2 - x'_1) \bar{u}(\mathbf{p}_4, s_4) e^{i(p_4 \cdot x_2)} [-ig_b \Gamma^b(\overleftarrow{\partial}_{x'_2})] u(\mathbf{p}_2, s_2) e^{-i(p_2 \cdot x_2)} \Big|_{\substack{x'_1=x_1 \\ x'_2=x_2}} \quad (3.13)$$

que após uma simples manipulação pode ser reescrita como

$$\mathcal{F} = \int d^4x_1 \int d^4x_2 e^{i(p_3 - p_1) \cdot x_1} \bar{u}_1(\mathbf{p}_3, s_3) \bar{u}_2(\mathbf{p}_4, s_4) \{ [-ig_a \Gamma_1^a(\partial_{x_1})] \times i\mathcal{D}(x_2 - x_1) [-ig_b \Gamma_2^b(\overleftarrow{\partial}_{x_2})] \} u_1(\mathbf{p}_1, s_1) u_2(\mathbf{p}_2, s_2) e^{i(p_4 - p_2) \cdot x_2}, \quad (3.14)$$

permitindo assim a definição da quantidade

$$-i\mathcal{V}(x_2 - x_1) = [-ig_a \Gamma_1^a(\partial_{x_1})] i\mathcal{D}(x_2 - x_1) [-ig_b \Gamma_2^b(\overleftarrow{\partial}_{x_2})]. \quad (3.15)$$

Os índices 1 e 2 colocados nos espinores de momento, u e $\bar{u}$, e nos operadores de vértice, Γ , afetam os símbolos γ_0 , $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\sigma}$ e χ que aí aparecem, e servem para indicar como as matrizes de Pauli e Dirac devem ser agrupadas e em que espinores elas agem.

A utilização conjunta da definição (3.15) e a expansão (3.4), possibilita que o integrando da expressão (3.14) possa ser explicitamente separado em uma parte espacial e outra temporal como segue

$$\mathcal{F} = -i \int d^3\mathbf{x}_1 \int d^3\mathbf{x}_2 e^{i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3) \cdot \mathbf{x}_1} \bar{u}_1(\mathbf{p}_3, s_3) \bar{u}_2(\mathbf{p}_4, s_4) \left\{ \int dt_1 \int dt_2 \times e^{i(E_3 - E_1)t_1} \mathcal{V}(t_2 - t_1, \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) e^{i(E_4 - E_2)t_2} \right\} u_1(\mathbf{p}_1, s_1) u_2(\mathbf{p}_2, s_2) e^{i(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_4) \cdot \mathbf{x}_2}, \quad (3.16)$$

[†]Uma discussão mais detalhada dessas regras é dada nas Refs.[12, 13].

onde usamos o fato de que $d^4x = dx^0 d^3\mathbf{x}$, $p^0 = E_p$ e $\mathbf{x}^0 = t$.

A partir da troca de variáveis

$$t = t_2 - t_1 \quad (3.17)$$

$$T = \frac{1}{2}(t_1 + t_2), \quad (3.18)$$

ou seja

$$t_1 = T - \frac{t}{2} \quad (3.19)$$

$$t_2 = T + \frac{t}{2}, \quad (3.20)$$

e da unitariedade do jacobiano da transformação a ser feita em (3.16),

$$J \left(\begin{array}{c} T, t \\ t_1, t_2 \end{array} \right) = 1 \quad (3.21)$$

a amplitude de Feynman pode ter sua parte temporal integrada resultando

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & -(2i\pi)\delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1) \int d^3\mathbf{x}_1 \int d^3\mathbf{x}_2 e^{i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3) \cdot \mathbf{x}_1} \\ & \times \bar{u}_1(\mathbf{p}_3, s_3) \bar{u}_2(\mathbf{p}_4, s_4) \mathcal{V}(\omega, \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) u_1(\mathbf{p}_1, s_1) u_2(\mathbf{p}_2, s_2) e^{i(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_4) \cdot \mathbf{x}_2} \end{aligned} \quad (3.22)$$

onde ω é a energia transferida, e esta é dada por

$$\omega = \frac{1}{2}(E_1 - E_3 + E_4 - E_2). \quad (3.23)$$

Devemos observar a utilização na expressão (3.22) das relações

$$\mathcal{V}(\omega, \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) = \int dt e^{i\omega t} \mathcal{V}(t, \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1), \quad (3.24)$$

$$\int dT e^{i(E_4 + E_3 - E_2 - E_1)T} = (2\pi)\delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1). \quad (3.25)$$

Um esquema completamente análogo ao realizado na parte temporal de (3.16), pode ser feito na parte espacial em (3.22), a partir da troca de variáveis

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1, \quad (3.26)$$

$$\mathbf{X} = \frac{1}{2}(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2), \quad (3.27)$$

ou seja,

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{X} - \frac{1}{2}\mathbf{x}, \quad (3.28)$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{X} + \frac{1}{2}\mathbf{x}, \quad (3.29)$$

e obter assim para a amplitude de Feynman

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & -(2i\pi)\delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1)\bar{u}_1(\mathbf{p}_3, s_3)\bar{u}_2(\mathbf{p}_4, s_4) \\ & \times \left[\int d^3\mathbf{X} e^{i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_4) \cdot \mathbf{X}} \int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}} \mathcal{V}(\omega, \mathbf{x}) \right] u_1(\mathbf{p}_1, s_1) u_2(\mathbf{p}_2, s_2), \end{aligned} \quad (3.30)$$

onde usamos novamente a unitariedade do jacobiano junto com a definição do momento transferido, $\mathbf{q}$, dada por

$$\mathbf{q} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3). \quad (3.31)$$

Podemos assim realizar a integração da eq.(3.30), que resulta

$$\mathcal{F} = -(2\pi)^4 \delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1) \delta(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) i\mathcal{M}, \quad (3.32)$$

onde $-i\mathcal{M}$ é a amplitude de Feynman no espaço dos momentos, sendo que

$$\mathcal{M} = \bar{u}_1(\mathbf{p}_3, s_3) \bar{u}_2(\mathbf{p}_4, s_4) \mathcal{V}(\omega, \mathbf{q}) u_1(\mathbf{p}_1, s_1) u_2(\mathbf{p}_2, s_2), \quad (3.33)$$

com

$$\mathcal{V}(\omega, \mathbf{q}) = \int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}} \mathcal{V}(\omega, \mathbf{x}), \quad (3.34)$$

$$\int d^3\mathbf{X} e^{-i(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \cdot \mathbf{X}} = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2). \quad (3.35)$$

Antes de prosseguirmos, é importante descobrir quantas variáveis de momento são efetivamente independentes em $\mathcal{M}$ dado pela eq.(3.33).

Notemos que a conservação do momento explicitada pela presença da delta em (3.32) implica que

$$\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2, \quad (3.36)$$

logo podemos fixar os valores permitidos de um dos quatro momentos envolvidos no processo.

Por outro lado, a amplitude de Feynman $\mathcal{F}$, assim como $\mathcal{M}$, é um escalar de *Lorentz* e pode ser calculada, indiferentemente, em qualquer referencial. Escolhendo-se o referencial de centro-de-massa (CM), é possível fixar mais um momento através da condição

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0. \quad (3.37)$$

Dessa forma restam livres em $\mathcal{M}$, dois momentos que podem ser redefinidos como

$$-\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p} \quad (3.38)$$

e

$$-\mathbf{p}_3 = \mathbf{p}_4 = \mathbf{p}', \quad (3.39)$$

onde $\mathbf{p}$ e $\mathbf{p}'$ são os momentos incidente e ejetado no vértice 2. O momento transferido no CM . fica então descrito pela expressão

$$\mathbf{q}_{CM} = \mathbf{p}' - \mathbf{p}. \quad (3.40)$$

Essas redefinições permitem que a matriz $\mathcal{M}$ seja escrita, no sistema de CM , como

$$\mathcal{M} = \bar{u}_1(-\mathbf{p}', s_3) \bar{u}_2(\mathbf{p}', s_4) \mathcal{V}(q_{CM}) u_1(-\mathbf{p}, s_1) u_2(\mathbf{p}, s_2), \quad (3.41)$$

onde

$$q_{CM} = (\omega_{CM}, \mathbf{q}_{CM}). \quad (3.42)$$

Explicitando os espinores de Pauli na expressão (3.41), de acordo com as eqs. (3.5) e (3.6), teremos

$$\mathcal{M} = \chi_{s_3}^{(1)\dagger} \chi_{s_4}^{(2)\dagger} \bar{u}_1(-\mathbf{p}') \bar{u}_2(\mathbf{p}') \mathcal{V}(q_{CM}) u_1(-\mathbf{p}) u_2(\mathbf{p}) \chi_{s_1}^{(1)} \chi_{s_2}^{(2)}, \quad (3.43)$$

com

$$-i\mathcal{V}(q_{CM}) = [-ig_a \Gamma_1^a(iq)] i\mathcal{D}(q_{CM}) [-ig_b \Gamma_2^b(-iq)], \quad (3.44)$$

e onde $\mathcal{D}(q_{CM})$ é o propagador do méson no espaço dos momentos conforme dado no Apêndice B

Devemos notar que o operador de vértice Γ^α , por poder envolver um operador diferencial (∂_x), que é interpretado como atuando somente nos campos mesônicos (ϕ), deve seguir a prescrição de que no espaço dos momentos sejam feitas as substituições ($\partial_{x_1} \rightarrow iq$) e ($\partial_{x_2} \rightarrow -iq$).

Uma forma mais conveniente para a abordagem que será utilizada nesse trabalho, será escrever a matriz $\mathcal{M}$ na forma

$$\mathcal{M} = \chi_{s_3}^{(1)\dagger} \chi_{s_4}^{(2)\dagger} V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \chi_{s_1}^{(1)} \chi_{s_2}^{(2)}, \quad (3.45)$$

onde

$$V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \bar{u}_1(-\mathbf{p}') \bar{u}_2(\mathbf{p}') \mathcal{V}(q_{CM}) u_1(-\mathbf{p}) u_2(\mathbf{p}). \quad (3.46)$$

Com o formalismo descrito nesta seção, vimos que foi possível obter explicitamente uma expressão para a amplitude de Feynman no espaço dos momentos para o processo $\Lambda N \rightarrow NN$.

Essa amplitude, por sua vez, permitiu introduzir a matriz $\mathcal{M}$, que é uma quantidade de grande interesse pois é a partir dela que o potencial de transição no regime não-relativístico será obtido, como veremos a seguir.

3.3 Conexão entre os Formalismos Relativístico e Não-Relativístico

Nosso objetivo nessa seção será conectar o formalismo relativístico desenvolvido na seção anterior com a sua versão não-relativística a partir da expressão para a matriz-S nos dois formalismos.

A motivação básica por trás disso é tentar relacionar a matriz $\mathcal{M}$ que aparece na eq.(3.32) com o potencial de transição V .

Na formulação relativística, a contribuição da amplitude de Feynman $\mathcal{F}$ para a matriz-S é obtida introduzindo-se o fator

$$f_{p_i} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{M_i}{E_i}} \quad (3.47)$$

para cada um dos férmions incidentes e ejetados no diagrama da Fig.[3.1]. Esses fatores permitem então, que a expressão (3.32), tome a forma

$$S = -2\pi i \delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1) (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) f_{p_1} f_{p_2} f_{p_3} f_{p_4} \mathcal{M}, \quad (3.48)$$

em analogia a eq.(9.12) da Ref.[14], notando apenas que a normalização dos auto-espinores de momento, u , ali adotada, eq.(5.136a, 5.136b), difere da nossa eq.(3.9), o que obviamente afeta a expressão para f_p em (3.47).

É importante ressaltar também que a normalização dos estados de momento usada no formalismo desenvolvido aqui é dada por

$$\langle 0 | a_{\mathbf{p}'_i s'_i} a_{\mathbf{p}_i s_i}^\dagger | 0 \rangle = \delta(\mathbf{p}'_i - \mathbf{p}_i) \delta_{s_i s'_i}, \quad (3.49)$$

onde $a_{\mathbf{p}_i s_i}$ e $a_{\mathbf{p}_i s_i}^\dagger$ são operadores de criação e aniquilação de um férmion em um estado de momento ($\mathbf{p}$) e spin (s) bem definido, que obedecem as usuais relações de anticomutação

$$\{a_{\mathbf{p}'_i s'_i}, a_{\mathbf{p}_i s_i}^\dagger\} = \delta(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}'_i) \delta_{s_i s'_i}, \quad (3.50)$$

e $|0\rangle$ designa o estado de vácuo.

Já no tratamento não-relativístico, (N.R.), a amplitude de transição para o mesmo processo pode também ser escrita em termos de uma matriz-S, ou seja,

$$S^{N.R.} = -2\pi i \delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1) \langle \mathbf{p}_3 s_3 \mathbf{p}_4 s_4 | T | \mathbf{p}_1 s_1 \mathbf{p}_2 s_2 \rangle_\delta, \quad (3.51)$$

onde T é o operador de transição, que é definido por meio da equação

$$T = V + VGT, \quad (3.52)$$

com V designando o potencial de transição e G a função de Green livre.

A solução iterativa da equação (3.52) leva   conhecida série de Born,

$$T = V + VGV + VGVGV + \dots, \quad (3.53)$$

que ao ser truncada no seu primeiro termo resulta na chamada *primeira aproximação de Born*.

Nessa aproximação a eq.(3.51) toma a forma

$$S^{N.R.} = -2\pi i \delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1) \langle \mathbf{p}_3 s_3 \mathbf{p}_4 s_4 | V | \mathbf{p}_1 s_1 \mathbf{p}_2 s_2 \rangle_\delta, \quad (3.54)$$

onde o índice δ nos elementos de matriz é para indicar que os estados de momento devem ser normalizados a uma função delta, isto é,

$$\langle \mathbf{p}'_i s'_i | \mathbf{p}_i s_i \rangle_\delta = \delta(\mathbf{p}'_i - \mathbf{p}_i) \delta_{s'_i s_i}, \quad (3.55)$$

correspondendo portanto à mesma normalização adotada em (3.49).

Introduzindo agora as variáveis relativas e de CM

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad \mathbf{R} = \frac{M_1 \mathbf{r}_1 + M_2 \mathbf{r}_2}{M_1 + M_2}, \quad (3.56)$$

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_3, \quad \mathbf{R}' = \frac{M_3 \mathbf{r}_3 + M_4 \mathbf{r}_4}{M_3 + M_4}, \quad (3.57)$$

junto com os correspondentes momentos conjugados

$$\mathbf{p} = \frac{M_1 \mathbf{p}_2 - M_2 \mathbf{p}_1}{M_1 + M_2}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 \quad (3.58)$$

$$\mathbf{p}' = \frac{M_3 \mathbf{p}_4 - M_4 \mathbf{p}_3}{M_3 + M_4}, \quad \mathbf{P}' = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4, \quad (3.59)$$

é possível reescrever o elemento de matriz que aparece na eq.(3.54) na forma

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}_3 s_3 \mathbf{p}_4 s_4 | V | \mathbf{p}_1 s_1 \mathbf{p}_2 s_2 \rangle_\delta &= \langle \mathbf{p}' \mathbf{P}' s_3 s_4 | V | \mathbf{p} \mathbf{P} s_1 s_2 \rangle_\delta \\ &= \langle \mathbf{P}' | \mathbf{P} \rangle_\delta \langle \mathbf{p}' s_3 s_4 | V | \mathbf{p} s_1 s_2 \rangle_\delta, \end{aligned} \quad (3.60)$$

onde, na última passagem, usamos o fato de que, devido à invariância translacional, o potencial V depende apenas das coordenadas relativas e não das de CM .

Notemos agora que, devido à normalização (3.55), temos

$$\langle \mathbf{P}' | \mathbf{P} \rangle_\delta = \delta(\mathbf{P}' - \mathbf{P}) = \delta(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2). \quad (3.61)$$

Assim usando a eq.(3.60) em (3.54) junto com (3.61), obteremos

$$\begin{aligned} S^{N.R.} &= -2\pi i \delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1) \langle \mathbf{P}' | \mathbf{P} \rangle_\delta \langle \mathbf{p}'_{s_3 s_4} | V | \mathbf{p}_{s_1 s_2} \rangle_\delta \\ &= -2\pi i \delta(E_4 + E_3 - E_2 - E_1) \delta(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \langle \mathbf{p}'_{s_3 s_4} | V | \mathbf{p}_{s_1 s_2} \rangle_\delta. \end{aligned} \quad (3.62)$$

A conexão entre os dois formalismos é feita assumindo-se que a amplitude de transição calculada com S na eq.(3.48) dê, no regime não-relativístico, um resultado idêntico ao calculado com $S^{N.R.}$, na eq.(3.62).

Assim podemos impor a relação

$$(2\pi)^3 f_{p_1} f_{p_2} f_{p_3} f_{p_4} \mathcal{M} \cong \langle \mathbf{p}'_{s_3 s_4} | V | \mathbf{p}_{s_1 s_2} \rangle_\delta, \quad (3.63)$$

onde o símbolo $\cong$ indica que a igualdade se dá no limite não-relativístico.

Se usarmos explicitamente as expressões (3.47),(3.45) em (3.63), obtemos

$$\sqrt{\frac{M_1 M_2 M_3 M_4}{E_1 E_2 E_3 E_4}} \Big|_{CM} V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \cong (2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle_\delta, \quad (3.64)$$

onde nós usamos o elemento de matriz do lado direito da eq.(3.63) escrito na forma

$$\langle \mathbf{p}'_{s_3 s_4} | V | \mathbf{p}_{s_1 s_2} \rangle_\delta = \chi_{s_3}^{(1)\dagger} \chi_{s_4}^{(2)\dagger} \langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle_\delta \chi_{s_1}^{(1)} \chi_{s_2}^{(2)}. \quad (3.65)$$

Como já foi mencionado, o símbolo (δ) , no elemento de matriz da eq.(3.64), é usado para salientar que nele os estados de momento são normalizado de acordo com (3.55). Conseqüentemente

$$\langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle_\delta = \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}). \quad (3.66)$$

Entretanto, no restante deste trabalho usaremos para os estados de momento a normalização de onda plana, isto é

$$\langle \mathbf{r} | \mathbf{p} \rangle = e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}} \quad (3.67)$$

o que leva a

$$\langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}). \quad (3.68)$$

Se notarmos agora que os elementos de matriz nos dois esquemas de normalização estão relacionados por meio da expressão

$$\langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle = (2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle_\delta, \quad (3.69)$$

torna-se possível reescrever a eq.(3.64) como

$$\sqrt{\frac{M_1 M_2 M_3 M_4}{E_1 E_2 E_3 E_4}} \Big|_{CM} V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \cong \langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle. \quad (3.70)$$

Assim, com a expressão (3.70) a conexão entre a abordagem relativística e a não-relativística foi feita, e uma relação entre a matriz $\mathcal{M}$ e o potencial de transição foi obtida.

Para que essa relação adquira sua forma final, é necessário que seja implementada a redução não-relativística do primeiro membro, o que faremos na próxima seção.

3.4 Redução Não-Relativística e Aproximação Local

Na seção anterior nós vimos como relacionar a amplitude $\mathcal{M}$ com o potencial de transição. No entanto, para que essa relação adquira sua forma final, é necessário fazermos uma redução não-relativística no primeiro membro da eq.(3.70). Formalmente, isso significa dizer que depois de expandirmos esta expressão em potências de $\mathbf{p}/M$ e $\mathbf{p}'/M$, só manteremos aqueles termos que tenham até ordem quadrática nos momentos.

Comecemos nosso esquema de redução não-relativística pelo fator multiplicativo de $V(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ em (3.70).

Se lembrarmos que a energia total nesse regime é dada por

$$E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2} = M\sqrt{\frac{\mathbf{p}^2}{M^2} + 1} \cong M[1 + \frac{\mathbf{p}^2}{2M^2}], \quad (3.71)$$

e juntarmos a essa expressão, as eqs.(3.38) e (3.39), é fácil perceber que a expansão não-relativística desse termo terá a forma

$$\sqrt{\frac{M_1 M_2 M_3 M_4}{E_1 E_2 E_3 E_4}} \Big|_{CM} \cong 1 + \mathcal{O}\left(\frac{\mathbf{p}}{M}\right)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{\mathbf{p}'}{M}\right)^2. \quad (3.72)$$

A rigor deveríamos encontrar a forma explícita dos dois termos quadráticos que aparecem na equação acima. No entanto, eles afetariam apenas os termos de ordem zero no momento que apareceriam da redução não-relativística de $V(\mathbf{p}', \mathbf{p})$. É possível mostrar que o efeito disso no potencial de transição seria desprezível, como será melhor explicado na seção 4.2 do próximo capítulo para o caso específico do potencial devido à troca de um sigma.

Ignoraremos então os termos quadráticos em (3.72), escrevendo

$$\sqrt{\frac{M_1 M_2 M_3 M_4}{E_1 E_2 E_3 E_4}} \Big|_{CM} \cong 1, \quad (3.73)$$

de modo que a eq.(3.70) será substituída por

$$V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \cong \langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle. \quad (3.74)$$

De modo semelhante, a redução não-relativística da constante de normalização N_p do auto-espinor de momento, eq.(3.10), que tem a forma

$$N_{p_i} \cong 1 + \mathcal{O}\left(\frac{\mathbf{p}_i}{M}\right)^2, \quad (3.75)$$

passará a ser escrita como

$$N_{p_i} \cong 1. \quad (3.76)$$

Conseqüentemente, os auto-espinores de momento que aparecem nas eqs.(3.7) e (3.8), terão sua forma modificada para

$$u(\mathbf{p}) = N_p \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_p + M} \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{2M} \end{pmatrix}, \quad (3.77)$$

$$\bar{u}(\mathbf{p}) = N_p \begin{pmatrix} \mathbf{1} & -\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_p + M} \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} \mathbf{1} & -\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{2M} \end{pmatrix}. \quad (3.78)$$

Essa simplificação de ignorarmos os termos quadráticos no momento que aparecem nos fatores multiplicativos em (3.72) é usual na redução não-relativística para potências de troca de um bóson, sendo conhecida como aproximação estática[15].

Se observarmos agora as eqs.(3.44, 3.46) juntamente com as expressões para os propagadores mesônicos dados no Apêndice B, veremos que a contribuição para o potencial $V(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ em (3.74) de um méson j de massa μ_j será da forma

$$V_j(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \frac{v_j(\mathbf{p}', \mathbf{p})}{\mathbf{q}^2 - \omega_{CM}^2 + \mu_j^2}. \quad (3.79)$$

A redução não-relativística do numerador dessa equação não apresenta qualquer problema, visto que isso pode ser facilmente feito a partir das eqs. (3.77 e 3.78), para os auto-espinores de momento e de manipulações simples com os operadores de vértice que aparecem na eq.(3.44).

Entretanto, a redução não-relativística para o seu denominador já não é tão evidente assim, e exige que um esquema mais elaborado seja desenvolvido. Isso foi realizado de maneira cuidadosa na Ref.[5], e para os nossos objetivos neste trabalho nos restringiremos a uma descrição sucinta dos resultados lá

obtidos.

De acordo com essa referência, se fizermos uma mudança das variáveis de momento no denominador de (3.79) para ($\mathbf{q}_{CM} \equiv \mathbf{q}$) e ($\mathbf{Q}$) dadas por

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p} \quad (3.80)$$

e

$$\mathbf{Q} = \frac{m\mathbf{p}' + m'\mathbf{p}}{m + m'}, \quad (3.81)$$

onde m' e m são as massas reduzidas final e inicial, respectivamente, dadas por

$$\frac{1}{m'} = \frac{1}{M_3} + \frac{1}{M_4} \quad (3.82)$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}, \quad (3.83)$$

é possível mostrar que a eq.(3.23) para a componente temporal do quadri-momento na aproximação não-relativística pode ser escrita como

$$\omega_{CM} \cong M_0 - \frac{\mathbf{q}^2}{2M_q} - \frac{\mathbf{Q}^2}{2M_Q} \quad (3.84)$$

onde M_0 , M_q e M_Q , são dados por

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} + \frac{M_3 - M_4}{M_3 + M_4} \right) \right] (M_1 - M_3) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} - \frac{M_3 - M_4}{M_3 + M_4} \right) \right] (M_4 - M_2), \end{aligned} \quad (3.85)$$

$$\frac{1}{M_q} = \frac{1}{4} \left(\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} - \frac{M_3 - M_4}{M_3 + M_4} \right) \frac{1}{m + m'}, \quad (3.86)$$

$$\frac{1}{M_Q} = \frac{1}{4} \left(\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} - \frac{M_3 - M_4}{M_3 + M_4} \right) \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'} \right). \quad (3.87)$$

Notando que para os casos de interesse aqui tem-se $|M_i - M_j| \ll M_i + M_j$, com i e $j = 1, \dots, 4$, justifica-se escrever

$$\frac{1}{\mathbf{q}^2 + \mu_j^2 - \omega^2} \cong \frac{1}{1 + M_0/M_q} \frac{1}{\mathbf{q}^2 + \tilde{\mu}_j^2} - \frac{M_0/M_Q}{(1 + M_0/M_q)^2} \frac{\mathbf{Q}^2}{(\mathbf{q}^2 + \tilde{\mu}_j^2)^2}, \quad (3.88)$$

onde

$$\tilde{\mu}_j = \sqrt{\frac{\mu_j^2 - M_0^2}{1 + M_0/M_q}}, \quad (3.89)$$

é a massa efetiva para o méson j .

Naturalmente não estamos desenvolvendo todos os passos que levaram às eqs.(3.84, 3.88 e 3.89), mas apenas apresentando o resultado obtido nesta referência para a redução não-relativística do denominador da eq.(3.79), que estaremos assumindo aqui.

Uma outra simplificação que em geral é utilizada na obtenção do potencial de transição, é a chamada aproximação local.

O ponto de partida para obter tal aproximação, são as definições de momento dadas nas eqs.(3.80 e 3.81).

Essas equações permitem obter uma expansão do potencial de transição em termos de $\mathbf{q}$ e $\mathbf{Q}$, cuja forma geral no regime não-relativístico é

$$V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \simeq V(\mathbf{q}) + \mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{V}^{(2)} \cdot \mathbf{Q}, \quad (3.90)$$

onde os coeficientes V , $\mathbf{V}^{(1)}$ e $\mathbf{V}^{(2)}$, são polinômios de ordem 2, 1 e 0 em $\mathbf{q}$, excluindo-se o denominador que envolve o propagador do méson em consideração.

Essa dependência na variável $\mathbf{Q}$ dá um caráter não local à expansão do potencial, na representação das coordenadas, visto que envolverá operadores diferenciais.

A fim de explicar melhor isso, escreveremos o potencial de transição na representação das coordenadas

$$\langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r} \rangle = \int \frac{d^3 \mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \langle \mathbf{r}' | \mathbf{p}' \rangle \langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle \langle \mathbf{p} | \mathbf{r} \rangle \quad (3.91)$$

onde foram introduzidas as relações de completeza

$$\int |\mathbf{p}'\rangle \frac{d^3 \mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \langle \mathbf{p}'| = 1, \quad (3.92)$$

$$\int |\mathbf{p}\rangle \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \langle \mathbf{p}| = 1. \quad (3.93)$$

Se usarmos a definição[‡]

$$\langle \mathbf{r} | \mathbf{p} \rangle = e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}, \quad (3.94)$$

e seu conjugado, podemos escrever a eq.(3.91) na forma

$$\langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r} \rangle = \int \frac{d^3 \mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} e^{i(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}' - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})} \langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle. \quad (3.95)$$

Tomando o produto escalar de (3.81) com $\mathbf{r}$ e $\mathbf{r}'$

$$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r} = \frac{m\mathbf{p}' \cdot \mathbf{r} + m'\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{m + m'} \quad (3.96)$$

$$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r}' = \frac{m\mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}' + m'\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}'}{m + m'}, \quad (3.97)$$

e subtraindo (3.97) de (3.96) é possível obter a relação

$$\mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}' - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r}) + \mathbf{q} \cdot \frac{m' \cdot \mathbf{r}' + m \cdot \mathbf{r}}{m + m'}, \quad (3.98)$$

que permite expandir o integrando da eq. (3.95) como

$$\langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r} \rangle \simeq \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q} \cdot (\frac{m'\mathbf{r}' + m\mathbf{r}}{m + m'})} \int \frac{d^3 \mathbf{Q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{Q} \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r})} [V(\mathbf{q}) + \mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{Q}], \quad (3.99)$$

onde truncamos a eq.(3.90) no termo linear em $\mathbf{Q}$.

A eq.(3.99) pode ser reescrita na forma

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r} \rangle \simeq & \left[\int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q} \cdot (\frac{m'\mathbf{r}' + m\mathbf{r}}{m + m'})} V(\mathbf{q}) - i \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q} \cdot (\frac{m'\mathbf{r}' + m\mathbf{r}}{m + m'})} \mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{q}) \cdot \nabla' \right] \\ & \times \int \frac{d^3 \mathbf{Q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{Q} \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r})}, \end{aligned} \quad (3.100)$$

que se reduz a

$$\langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r} \rangle \simeq \left[V(\mathbf{r}') - i\mathbf{V}^{(1)} \left(\frac{m'\mathbf{r}' + m\mathbf{r}}{m + m'} \right) \cdot \nabla' \right] \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}), \quad (3.101)$$

[‡]Onde estamos usando o esquema de normalização definido na seção 3.3.

onde definimos

$$V(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} V(\mathbf{q}), \quad (3.102)$$

$$\mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{q}). \quad (3.103)$$

Estamos seguindo a prática usual nesse contexto de usar o mesmo símbolo para uma função, por exemplo $V(\mathbf{r})$, e sua transformada de Fourier, $V(\mathbf{q})$. Sendo V tratado como um operador que atuando no vetor de estado $|\Psi\rangle$ gera um novo estado $V|\Psi\rangle$, nós podemos escrever então que

$$\langle \mathbf{r} | V | \Psi \rangle = \int \langle \mathbf{r} | V | \mathbf{r}' \rangle \langle \mathbf{r}' | \Psi \rangle d^3\mathbf{r}' \quad (3.104)$$

$$\equiv \int \langle \mathbf{r} | V | \mathbf{r}' \rangle \Psi(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (3.105)$$

que pode ser relacionada com a eq.(3.101) resultando

$$\langle \mathbf{r} | V | \Psi \rangle = \left(V(\mathbf{r}) + \hat{V}^{(1)}(\mathbf{r}) \right) \Psi(\mathbf{r}), \quad (3.106)$$

onde $V(\mathbf{r})$ é o potencial de transição local, e $\hat{V}^{(1)}(\mathbf{r})$ é a correção de primeira ordem em não-localidade

$$\hat{V}^{(1)}(\mathbf{r}) = -i \frac{m}{m' + m} \nabla \cdot \mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{r}) - i \mathbf{V}^{(1)}(\mathbf{r}) \cdot \nabla. \quad (3.107)$$

Assim mostramos que o termo linear em $\mathbf{Q}$ na eq.(3.90) gera termos derivativos de primeira ordem no potencial de transição na representação das coordenadas. É fácil perceber que o termo quadrático em $\mathbf{Q}$ geraria termos derivativos de segunda ordem.

Na Ref.[5] foi mostrado que esses termos não-locais serão de pouca importância para o decaimento não-mesônico.

Faremos então a aproximação local, que consiste em omitir os termos dependentes em $\mathbf{Q}$ na eq.(3.90). Isto é, na aproximação local, que adotaremos aqui, as eqs (3.90, 3.101 e 3.106) são simplificadas para

$$V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \cong V(\mathbf{q}) \quad (3.108)$$

$$\langle \mathbf{r}' | V | \mathbf{r} \rangle = V(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \quad (3.109)$$

$$\langle \mathbf{r} | V | \psi \rangle = V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}). \quad (3.110)$$

Juntamente com a redução não-relativística e a aproximação local discutidas acima, é comum também que no cálculo do potencial de transição não-mesônico fraco, a fim de se evitar complicações devido à diferença entre as massas tanto do próton e do nêutron, como da lambda e do núcleon, se introduzam massas efetivas para o vértice (b)

$$M_2, M_4 \rightarrow M \equiv \frac{M_n + M_p}{2}, \quad (3.111)$$

e para o vértice (a),

$$M_1, M_3 \rightarrow \bar{M} \equiv \frac{M_\Lambda + M}{2}, \quad (3.112)$$

da fig. 3.1.

Tal aproximação sem dúvida simplifica grandemente os cálculos além de ser razoável para o caso NN , na eq. (3.111), onde a razão

$$\frac{M_n - M_p}{M} = 0.0014 \quad (3.113)$$

é pequena, entretanto para o caso ΛN , na eq.(3.112) a razão

$$\frac{M_\Lambda - M}{\bar{M}} = 0.17, \quad (3.114)$$

já não é tão pequena assim, para que em princípio seja possível desconsiderar o efeito da diferença entre as massas dessas duas partículas.

Mas de acordo com a Ref.[5], as correções que levam em conta o efeito não negligenciável da razão dada em (3.114), ao serem implementadas na obtenção do potencial de transição não relativístico resultam em contribuições muito pequenas. A única exceção são as correções nas massas efetivas dos mésons dadas na eq.(3.89), especialmente no caso do pión devido a sua pequena massa.

Dessa maneira, em vista da enorme simplificação nos cálculos e do pequeno efeito que essas correções introduzem no potencial de transição no regime não-relativístico, estaremos assumindo a partir de agora que as massas serão definidas pelas eqs.(3.111) e (3.112).

O primeiro efeito líquido dessa simplificação é sobre as massas reduzidas m

e m' definidas em (3.82 e 3.83), que passam a tomar o mesmo valor, isto é, $m = m'$. Como consequência a eq.(3.81) se reduz à forma

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}' + \mathbf{p}), \quad (3.115)$$

e permite, com auxílio de (3.80), obter as relações simplificadas

$$\mathbf{p} = \mathbf{Q} - \frac{\mathbf{q}}{2} \quad (3.116)$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{Q} + \frac{\mathbf{q}}{2}, \quad (3.117)$$

que serão utilizadas nos próximos capítulos.

O segundo efeito, é sobre as quantidades M_0 , $\frac{1}{M_q}$ e $\frac{1}{M_Q}$ nas eqs.(3.85, 3.86 e 3.87) que se anulam. Isso leva, de acordo com a eq.(3.84), a componente temporal do quadri-momento a se reduzir a

$$\omega_{CM} = 0, \quad (3.118)$$

o que permite que a eq.(3.88) seja simplificada para

$$\frac{1}{\mathbf{q}^2 + \mu_j^2 - \omega_{CM}^2} = \frac{1}{\mathbf{q}^2 + \mu_j^2}. \quad (3.119)$$

Então, nessa aproximação em que estaremos assumindo as massas efetivas dadas por (3.111 e 3.112), devemos tomar nas eqs.(3.44 e 3.46)

$$q = (0, \mathbf{q}). \quad (3.120)$$

Conforme mencionamos anteriormente, o único efeito das diferenças de massa entre a lambda e o núcleon relevantes no cálculo do potencial de transição é na correção da massa do pión, que será feita pela eq.(3.89). Numericamente, obtém-se

$$\frac{\tilde{\mu}_\pi}{\mu_\pi} = 0.752. \quad (3.121)$$

Isso implica num aumento de cerca de $\sim 35\%$ no alcance do potencial de transição. Sendo assim nos cálculos numéricos no capítulo 6, nós também examinaremos o efeito da substituição

$$\mu_\pi \rightarrow \tilde{\mu}_\pi. \quad (3.122)$$

Essa foi então nossa última aproximação, que completa o esquema que será usado na obtenção do potencial de transição. O próximo passo é aplicar esse formalismo para computar a contribuição dos diversos mésons para esse potencial.

Capítulo 4

Contribuição do Méson Sigma Para o Potencial de Transição

4.1 Introdução

No capítulo anterior, nós discutimos de forma geral como obter o potencial de transição não-relativístico local a partir da amplitude de Feynman.

Nós agora, particularizaremos esse formalismo e obteremos o potencial de transição tanto no espaço dos momentos como no das coordenadas para o processo, $\Lambda N \rightarrow NN$, considerando a troca do méson escalar-isoescalar σ .

4.2 Contribuição do Méson σ

O méson escalar-isoescalar σ tem sido extensamente utilizado como uma boa aproximação para simular a contribuição da troca de 2π , indispensável na explicação do efeito atrativo de alcance intermediário ($1\text{fm} \leq r \leq 2\text{fm}$), do potencial de interação NN . Nesse contexto, a justificativa física para tal aproximação, é baseada na existência da interação intensa entre dois píons correlacionados em uma onda S ($T = 0, J = 0$) [15].

Além desse aspecto relacionado ao potencial de interação NN, recentes cálculos, ver Refs.[16] e [17], tem levado em conta a contribuição desse méson no potencial de transição fraco $\Lambda N \rightarrow NN$, e sua importância tem sido considerada no decaimento hipernuclear não-mesônico.

A partir dessas motivações investigaremos aqui o efeito da troca desse méson no potencial de transição para o processo diagramado na fig. 1.

Nosso ponto de partida será a eq.(3.46), obtida na seção 3.2, ou seja,

$$V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \bar{u}_1(-\mathbf{p}')\bar{u}_2(\mathbf{p}')\mathcal{V}(q)u_1(-\mathbf{p})u_2(\mathbf{p}), \quad (4.1)$$

com

$$-i\mathcal{V}(q) = [-ig_a\Gamma_1^a(iq)]i\mathcal{D}(q)[-ig_b\Gamma_2^b(-iq)], \quad (4.2)$$

conforme a eq.(3.44) e onde estamos assumindo que $q_{CM} \equiv q = (0, \mathbf{q})$, de acordo com a discussão feita no capítulo anterior, eq.(3.120).

A obtenção dos vértices fraco ($a = W$) e forte ($b = S$), necessários para determinar (4.2), é feita a partir dos hamiltonianos de acoplamento dados na Ref.[16]

$$\mathcal{H}_{\Lambda N \sigma}^W = G_F\mu_\pi^2\bar{\psi}_N(A_\sigma + B_\sigma\gamma_5)\phi^\sigma \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_\Lambda \quad (4.3)$$

$$\mathcal{H}_{NN\sigma}^S = g_{NN\sigma}\bar{\psi}_N\phi^\sigma\psi_N, \quad (4.4)$$

onde $G_F\mu_\pi^2 = 2.21 \times 10^{-7}$ é a constante de acoplamento fraco de Fermi, $g_{NN\sigma}$ é a constante de acoplamento forte, ψ_N e ψ_Λ são os campos dos bárions envolvidos no processo, ϕ_σ é o campo do méson sigma, A_σ é a constante de acoplamento fraco que conserva-paridade (PC) e B_σ a que viola-paridade (PV), respectivamente, além disso estamos assumindo que o Λ possui um isospin espúrio como discutido no capítulo 1. Os valores das diversas constantes de acoplamento serão discutidas no capítulo 6.

Retirando-se os campos das eqs. (4.3) e (4.4), e multiplicando ambas por $(-i)$ obtemos para os vértices fraco (W) e forte (S), as seguintes expressões,

$$[-ig_W\Gamma_1^W(iq)] = -iG_F\mu_\pi^2(A_\sigma + B_\sigma\gamma_5^{(1)}), \quad (4.5)$$

$$[-ig_S\Gamma_2^S(-iq)] = -ig_{NN\sigma}, \quad (4.6)$$

que permitem escrever a eq.(4.2) como

$$-i\mathcal{V}_\sigma(q) = [-iG_F\mu_\pi^2(A_\sigma + B_\sigma\gamma_5^{(1)})]iD^\sigma(q)[-ig_{NN\sigma}], \quad (4.7)$$

onde o propagador do méson escalar trocado, $D^\sigma(q)$ tem, de acordo com o Apêndice B, no espaço dos momentos, a forma

$$D^\sigma(q) = \frac{1}{q^2 - \mu_\sigma^2 + i\varepsilon}, \quad (4.8)$$

onde μ_σ é a massa do méson sigma.

Se introduzirmos a eq. (4.7) em (4.1) e rearranjarmos cada um dos vértices, dados nas eqs.(4.5 e 4.6), entre os respectivos auto-espinores de momento podemos escrever o potencial de transição como

$$\begin{aligned} V_\sigma(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = G_F\mu_\pi^2 g_{NN\sigma} \Big\{ & A_\sigma \left[\bar{u}_1(-\mathbf{p}')u_1(-\mathbf{p})\bar{u}_2(\mathbf{p}')u_2(\mathbf{p}) \right] \\ & + B_\sigma \left[\bar{u}_1(-\mathbf{p}')\gamma_5^{(1)}u_1(-\mathbf{p})\bar{u}_2(\mathbf{p}')u_2(\mathbf{p}) \right] \Big\} D^\sigma(q). \end{aligned} \quad (4.9)$$

O próximo passo é o de computar os produtos dos auto-espinores de momento com as matrizes gama envolvidos na eq. (4.9), e para isso serão utilizadas de acordo com o Apêndice C as definições

$$\gamma_5 = \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

além das eqs.(3.77) e (3.78) dadas na seção 3.4.

Desse cálculo resultam as expressões

$$\bar{u}_1(-\mathbf{p}')u_1(-\mathbf{p}) = \left[\mathbf{1} - \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p}')(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p})}{4M^2} \right], \quad (4.12)$$

$$\bar{u}_2(\mathbf{p}')u_2(\mathbf{p}) = \left[\mathbf{1} - \frac{(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}')(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p})}{4M^2} \right], \quad (4.13)$$

$$\bar{u}_1(-\mathbf{p}')\gamma_5 u_1(-\mathbf{p}) = \left[\frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p}')}{2M} - \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p})}{2M} \right], \quad (4.14)$$

onde já aplicamos a aproximação estática.

A partir desses resultados e algumas manipulações podemos escrever a eq.(4.9)

na forma

$$V_\sigma(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = G_F \mu_\pi^2 g_{NN\sigma} \left[A_\sigma - A_\sigma \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p}')(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p})}{4\bar{M}^2} - A_\sigma \frac{(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}')(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p})}{4M^2} + B_\sigma \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})}{2\bar{M}} \right] D^\sigma(q), \quad (4.15)$$

onde foi feita a redução não-relativística, ou seja, todos os termos que envolviam potências acima da ordem quadrática nos momentos foram desprezados, além de termos usado a eq.(3.80).

Utilizando a identidade $(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})(\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$, podemos reescrever a eq.(4.15) como

$$V_\sigma(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = G_F \mu_\pi^2 g_{NN\sigma} \left\{ A_\sigma - \frac{A_\sigma}{4M^2} \left[(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p}) + i\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot (\mathbf{p}' \times \mathbf{p}) \right] - \frac{A_\sigma}{4\bar{M}^2} \left[(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p}) + i\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot (\mathbf{p}' \times \mathbf{p}) \right] + \frac{B_\sigma}{2\bar{M}} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q}) \right\} D^\sigma(q). \quad (4.16)$$

Usando agora as eqs.(3.116 e 3.117) podemos expandir (4.16) em termos dos momentos $\mathbf{q}$ e $\mathbf{Q}$, isto é

$$V_\sigma(\mathbf{Q}, \mathbf{q}) = G_F \mu_\pi^2 g_{NN\sigma} \left\{ A_\sigma - \frac{A_\sigma}{4M^2} \left[\mathbf{Q}^2 - \frac{1}{4}\mathbf{q}^2 + i\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot (\mathbf{q} \times \mathbf{Q}) \right] - \frac{A_\sigma}{4\bar{M}^2} \left[\mathbf{Q}^2 - \frac{1}{4}\mathbf{q}^2 + i\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot (\mathbf{q} \times \mathbf{Q}) \right] + \frac{B_\sigma}{2\bar{M}} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q}) \right\} D^\sigma(q). \quad (4.17)$$

Tomando a redução local nessa expressão, ou seja, desprezando os termos dependentes em $\mathbf{Q}$, teremos

$$V_\sigma(\mathbf{q}) = -G_F \mu_\pi^2 g_{NN\sigma} \left\{ A_\sigma + \left[\frac{A_\sigma}{16M^2} + \frac{A_\sigma}{16\bar{M}^2} \right] \mathbf{q}^2 + \frac{B_\sigma}{2\bar{M}} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q}) \right\} \frac{1}{\mathbf{q}^2 + \mu_\sigma^2}, \quad (4.18)$$

onde usamos a eq.(4.8) para escrever

$$D^\sigma(q) = D^\sigma(0, \mathbf{q}) = \frac{-1}{\mathbf{q}^2 + \mu_\sigma^2}. \quad (4.19)$$

A eq.(4.18) define o potencial de transição local no regime não-relativístico no espaço dos momentos. A transformação da eq. (4.18) para a representação das coordenadas é obtida a partir da eq.(3.104), ou seja

$$V_\sigma(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} V_\sigma(\mathbf{q}), \quad (4.20)$$

que pode ser reescrita depois de simples manipulações na forma

$$V_\sigma(\mathbf{r}) = -G_F \mu_\pi^2 g_{NN\sigma} \left\{ \frac{A_\sigma}{(2\pi)^3} \int \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}}{\mathbf{q}^2 + \mu_\sigma^2} d^3\mathbf{q} + \frac{\tilde{A}_\sigma}{(2\pi)^3} \left[\int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{q} - \mu_\sigma^2 \int \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}}{\mathbf{q}^2 + \mu_\sigma^2} d^3\mathbf{q} \right] - i \frac{B_\sigma}{(2\pi)^3} \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla)}{2M} \int \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}}{\mathbf{q}^2 + \mu_\sigma^2} d^3\mathbf{q} \right\}, \quad (4.21)$$

onde definimos

$$\tilde{A}_\sigma = A_\sigma \left[\frac{1}{16M^2} + \frac{1}{16\bar{M}^2} \right], \quad (4.22)$$

além de ter sido usada a substituição $(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q}) \rightarrow (-i\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla)$.

Após realizadas as integrações da eq. (4.21), feitas no Apêndice D, teremos

$$V_\sigma(\mathbf{r}) = -G_F \mu_\pi^2 g_{NN\sigma} \left\{ \left[A_\sigma - \tilde{A}_\sigma \mu_\sigma^2 - i \frac{B_\sigma}{2M} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla) \right] \frac{e^{-\mu_\sigma r}}{4\pi r} + \tilde{A}_\sigma \delta(\mathbf{r}) \right\}. \quad (4.23)$$

Antes de prosseguirmos notemos que, se não houvéssemos feito a aproximação estática, $V_\sigma(\mathbf{q})$ na eq.(4.18) receberia uma contribuição adicional proporcional a $A_\sigma \mathbf{q}^2$, vinda do termo de ordem zero em $\mathbf{q}$ entre chaves. Isso geraria, portanto, uma contribuição adicional do mesmo tipo que o segundo termo entre chaves na eq.(4.18). Porém esse tipo de termo dá uma contribuição muito pequena para o potencial de transição .

Com efeito vemos na eq.(4.23) que o termo $\propto \mathbf{q}^2$ em (4.18) gera dois termos no potencial $V_\sigma(\mathbf{r})$.

Um deles é o termo $\propto \delta(\mathbf{r})$, que não contribui para os elementos de matriz devido às correlações de curto alcance.

O outro, é o segundo termo em (4.23). Ele tem a mesma forma que o primeiro e a razão entre os dois é

$$\frac{\tilde{A}_\sigma \mu_\sigma^2}{A_\sigma} = \frac{\mu_\sigma^2}{16M^2} + \frac{\mu_\sigma^2}{16\bar{M}^2} = 3.936 \times 10^{-2}, \quad (4.24)$$

onde usamos a eq.(4.22) e os valores das massas dadas no capítulo 6. Vemos portanto, que se esse termo já poderia ter sido desprezado, correções adicionais a ele seriam mais desprezíveis ainda.

Essa é a justificativa para a aproximação estática que utilizamos capítulo 3. Se notarmos agora que

$$\nabla^i \left[\frac{e^{-\mu_\sigma r}}{4\pi r} \right] = \left[-\mu_\sigma \hat{r}^i - \frac{\hat{r}^i}{r} \right] \frac{e^{-\mu_\sigma r}}{4\pi r}, \quad (4.25)$$

onde usamos

$$\nabla^i r = \frac{x^i}{r} = \hat{r}^i, \quad (4.26)$$

e introduzirmos esses resultados em (4.23), podemos escrever o potencial* de transição no espaço das coordenadas em sua forma final

$$V_\sigma(\mathbf{r}) = -G_F \mu_\pi^2 g_{NN\sigma} \left[A_\sigma f_C(r, \mu_\sigma) - 3\tilde{A}_\sigma f_S(r, \mu_\sigma) - i \frac{B_\sigma}{2M} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}}) f_V(r, \mu_\sigma) \right], \quad (4.27)$$

com as funções f_S, f_C e f_V definidas como[5]

$$\begin{aligned} f_C(r, \mu) &= \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r}, \\ f_V(r, \mu) &= -\frac{\partial}{\partial r} f_C(r, \mu) = \mu \left[1 + \frac{1}{\mu r} \right] f_C(r, \mu), \\ f_S(r, \mu) &= \frac{1}{3} \left[\mu^2 f_C(r, \mu) - \delta(\mathbf{r}) \right]. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Com a expressão (4.27) nós obtivemos a contribuição do méson escalar sigma para o potencial de transição não-mesônico .

Essa expressão é um dos principais resultados que o presente trabalho pretendia mostrar. E é a partir dela que nós analisaremos o efeito desse méson sobre alguns dos principais observáveis do processo de decaimento do hipernúcleo ${}^5_\Lambda\text{He}$, que discutiremos no capítulo 6.

*Esse potencial difere da Ref.[17] por um sinal global e pelo termo $\propto f_S(r, \mu)$, que foi omitido naquela.

Capítulo 5

Contribuição dos Mésons Pseudoescalares e Vetoriais

5.1 Introdução

Nosso principal objetivo neste capítulo será a obtenção do potencial de transição considerando a troca de cada um dos mésons pseudoescalares (π, η, K) e vetoriais (ρ, ω, K^*). Esses mésons tem sido considerados em um número importante de trabalhos [2, 5, 11, 18, 19, 20], de tal modo que se faz necessário uma discussão sobre eles. No entanto, não estaremos interessados aqui na obtenção detalhada dessas expressões, visto que não existe nenhum procedimento adicional que não tenha sido desenvolvido na obtenção do potencial para o méson σ , feita no capítulo 4. Sendo assim apresentaremos de modo sucinto a obtenção desses potenciais.

Para esse fim organizamos esse capítulo da seguinte maneira.

Na seção (5.2, um esquema análogo ao usado na seção 4.2 é implementado para obter as expressões para o potencial de transição devido a contribuição do méson pseudoescalar π .

Nos demais casos simplesmente damos as expressões obtidas na Ref.[5].

Na seção 5.3 apresentamos as expressões para a contribuição do méson veto-

rial ρ .

Na seção, 5.4, esses resultados são estendidos diretamente para o caso da troca do η e do ω .

Na seção 5.5 nós damos as expressões para o potencial de transição para os mésons estranhos K e K^* , conforme obtidos na ref.[5].

E, para finalizar, na seção 5.6, ainda seguindo a Ref.[5], nós apresentamos as expressões gerais para os fatores de forma que permitem a regularização do potencial de transição para

5.2 Contribuição do Méson π

A obtenção do potencial de transição para o processo $\Lambda N \rightarrow NN$, via troca de um méson π , será feita assumindo-se para os vértices fraco ($a = W$) e forte ($b = S$), que aparecem na Fig.[3.1], os hamiltonianos

$$\mathcal{H}_{\Lambda N \pi}^W = iG_F \mu_\pi^2 \bar{\psi}_N (A_\pi + B_\pi \gamma_5) \phi^\pi \cdot \boldsymbol{\tau} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_\Lambda \quad (5.1)$$

$$\mathcal{H}_{NN\pi}^S = ig_{NN\pi} \bar{\psi}_N \gamma_5 \phi^\pi \cdot \boldsymbol{\tau} \psi_N, \quad (5.2)$$

com a mesma notação da Ref.[5]. Aqui A_π e B_π são, respectivamente, as constantes de acoplamento fraco com violação e conservação de paridade, e $g_{NN\pi}$ é a constante de acoplamento forte*. Os valores explícitos desses parâmetros serão apresentados e comentados no próximo capítulo.

A partir desses hamiltonianos é possível escrever a eq.(3.44), obtida na seção 3.2, como

$$-i\mathcal{V}_\pi(q) = [G_F \mu_\pi^2 (A_\pi + B_\pi \gamma_5^{(1)}) \tau_1^i] iD_{ij}^\pi(q) [g_{NN\pi} \gamma_5^{(2)} \tau_2^j], \quad (5.3)$$

com

$$D_{ij}^\pi(q) = \frac{\delta^{ij}}{q^2 - \mu_\pi^2 + i\varepsilon}, \quad (5.4)$$

*Note a diferença de significado entre as constantes A_π e B_π introduzidas aqui e as constantes A_σ e B_σ introduzidas no capítulo 4

onde δ^{ij} leva em conta o efeito do termo de isospin que aparece em cada um dos vértices e μ_π é a massa do méson pi.

Se substituirmos agora a eq.(5.3) em (3.46) e rearranjarmos os vértices entre os respectivos auto-espinores de momento teremos

$$V_\pi(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = -G_F \mu_\pi^2 g_{NN\pi} (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left[A_\pi \bar{u}_1(-\mathbf{p}') u_1(-\mathbf{p}) \bar{u}_2(\mathbf{p}') \gamma_5^{(2)} u_2(\mathbf{p}) + B_\pi \bar{u}_1(-\mathbf{p}') \gamma_5^{(1)} u_1(-\mathbf{p}) \bar{u}_2(\mathbf{p}') \gamma_5^{(2)} u_2(\mathbf{p}) \right] D^\pi(q) \quad (5.5)$$

onde $\tau_1^i \delta^{ij} \tau_2^j = (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)$.

Depois de computados os produtos dos auto-espinores de momento com as matrizes gama, a utilização conjunta das aproximações estática e não-relativística permite escrever a eq.(5.5) na forma

$$V_\pi(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = G_F \mu_\pi^2 (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) g_{NN\pi} \left\{ A_\pi + B_\pi \left[\frac{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p}'}{2M} - \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p}}{2M} \right] \right\} \times \left[\frac{\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}'}{2M} - \frac{\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}}{2M} \right] D^\pi(q), \quad (5.6)$$

que após algumas manipulações pode ser reescrita como

$$V_\pi(\mathbf{q}) = -G_F \mu_\pi^2 g_{NN\pi} (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left\{ \left[A_\pi + \frac{B_\pi}{2M} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q}) \right] \frac{(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q})}{2M} \right\} \frac{1}{\mathbf{q}^2 + \mu_\pi^2}, \quad (5.7)$$

que é o potencial de transição não-relativístico para a troca de um méson π no espaço dos momentos.

Na obtenção da eq.(5.7), foi introduzido o momento relativo, de acordo com a eq.(3.40), e também o propagador do méson π , $D^\pi(q)$, conforme dado no Apêndice B, e calculado para $q = (0, \mathbf{q})$.

Um fato interessante, que deve ser notado, é que não foi necessária a introdução da aproximação local para obter essa expressão.

A transformação da eq.(5.7) para o espaço de coordenadas é feita por meio da eq.(3.102) definida na seção 3.4, ou seja,

$$V_\pi(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} V_\pi(\mathbf{q}). \quad (5.8)$$

Desse modo, obtemos

$$V_\pi(\mathbf{r}) = -G_F \mu_\pi^2 \frac{g_{NN\pi}}{2M} (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left[-i A_\pi \sigma_2^i \nabla_2^i \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}}{\mathbf{q}^2 + \mu_\pi^2} - \frac{B_\pi}{2M} \sigma_1^i \sigma_2^j \nabla_1^i \nabla_2^j \times \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}}{\mathbf{q}^2 + \mu_\pi^2} \right], \quad (5.9)$$

onde usamos a identificação $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q} \rightarrow -i \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla}$.

Como a única integral envolvida na eq.(5.9) foi obtida no Apêndice D, a saber,

$$\int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}}{\mathbf{q}^2 + \mu_\pi^2} = \frac{e^{-\mu_\pi r}}{4\pi r} \equiv f_C(r, \mu_\pi), \quad (5.10)$$

podemos usar esse resultado para escrever

$$V_\pi(\mathbf{r}) = G_F \mu_\pi^2 \frac{g_{NN\pi}}{2M} (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left[i A_\pi \sigma_2^j \nabla_2^j f_C(r, \mu_\pi) + \frac{B_\pi}{2M} \sigma_1^i \sigma_2^j \nabla_1^i \nabla_2^j f_C(r, \mu_\pi) \right]. \quad (5.11)$$

As derivadas que aparecem na eq.(5.11) podem ser determinadas por meio das identidades

$$\nabla^i f_C(r, \mu_\pi) = \frac{x^i}{r} \frac{d}{dr} f_C(r, \mu_\pi) \quad (5.12)$$

$$\nabla^i \nabla^j f_C(r, \mu_\pi) = \frac{1}{3} \delta^{ij} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\nabla} f_C(r, \mu_\pi) + (\hat{r}^i \hat{r}^j - \frac{1}{3} \delta^{ij}) \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right] f_C(r, \mu_\pi), \quad (5.13)$$

onde a eq.(5.13) foi demonstrada de forma geral no Apêndice **E** da Ref.[21]. O resultado do cálculo dos principais termos que aparecem ao lado direito dessas equações, (5.12 e 5.13), são

$$\frac{x^i}{r} \frac{d}{dr} f_C(r, \mu_\pi) = -r^i \mu_\pi \left[1 + \frac{1}{\mu_\pi r} \right] f_C(r, \mu_\pi), \quad (5.14)$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\nabla} f_C(r, \mu_\pi) = \left[\mu_\pi^2 f_C(r, \mu_\pi) - \delta(\mathbf{r}) \right], \quad (5.15)$$

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right] f_C(r, \mu_\pi) = \mu_\pi^2 \left[1 + \frac{3}{\mu_\pi r} + \frac{3}{(\mu_\pi r)^2} \right] f_C(r, \mu_\pi). \quad (5.16)$$

A partir deles, então, podemos escrever, depois de algumas manipulações, a eq.(5.11) como

$$\begin{aligned}
V_\pi(\mathbf{r}) = G_F \mu_\pi^2 \frac{g_{NN\pi}}{2M} (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \Big\{ & -iA_\pi \left[\mu_\pi \left(1 + \frac{1}{\mu_\pi r} \right) \right] f_C(r, \mu_\pi) (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}}) \\
& + \frac{B_\pi}{2M} \left[\left(3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}}) - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \right) \frac{\mu_\pi^2}{3} \left(1 + \frac{3}{\mu_\pi r} + \frac{3}{(\mu_\pi r)^2} \right) f_C(r, \mu_\pi) \right. \\
& \left. + \frac{1}{3} \left[\mu_\pi^2 f_C(r, \mu_\pi) - \delta(\mathbf{r}) \right] (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \right] \Big\}.
\end{aligned} \tag{5.17}$$

E se juntarmos as definições dadas na seção anterior, expressões em (4.28), com

$$\begin{aligned}
f_T(r, \mu) &= \frac{\mu_\pi^2}{3} \left(1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{(\mu r)^2} \right) f_C(r, \mu), \\
S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) &= \left(3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}}) - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \right),
\end{aligned} \tag{5.18}$$

a eq.(5.17) pode ser, finalmente, reescrita como

$$\begin{aligned}
V_\pi(\mathbf{r}) = G_F \mu_\pi^2 \frac{g_{NN\pi}}{2M} (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \Big[& -iA_\pi f_V(r, \mu_\pi) (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}}) + \frac{B_\pi}{2M} f_T(r, \mu_\pi) S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) \\
& + \frac{B_\pi}{2M} f_S(r, \mu_\pi) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \Big]
\end{aligned} \tag{5.19}$$

que é a forma final para o potencial de transição para troca de um pión no espaço das coordenadas. Essa equação está em concordância com a eq.(45) de Ref.[5], como devia.

5.3 Contribuição do Méson ρ

Nosso ponto de partida para a obtenção do potencial de transição devido a troca do méson ρ , será a partir dos hamiltonianos de acoplamento dados na Ref.[5]

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\Lambda N \rho}^W &= G_F \mu_\pi^2 \bar{\psi}_N \left[\left(A_\rho \gamma^\nu \gamma_5 + B_\rho^V \gamma^\nu + B_\rho^T \frac{\sigma^{\mu\nu} \partial_\mu}{2M} \right) \phi_\nu^\rho \cdot \boldsymbol{\tau} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_\Lambda \\
\mathcal{H}_{NN\rho}^S &= \bar{\psi}_N \left[\left(g_{NN\rho}^V \gamma^\nu + g_{NN\rho}^T \frac{\sigma^{\mu\nu} \partial_\mu}{2M} \right) \phi_\nu^\rho \cdot \boldsymbol{\tau} \right] \psi_N,
\end{aligned} \tag{5.20}$$

onde os valores das constantes de acoplamento fraca e forte serão dadas no capítulo 6.

A partir de agora não estaremos realizando todas as passagens para a obtenção do potencial de transição, tanto do méson ρ , como do restante dos mésons do octeto, isso porque a obtenção destes, não envolve nenhum procedimento diferente daqueles usados na obtenção do potencial dos mésons π e σ .

Dessa maneira, de acordo com os hamiltonianos em (5.20) nós obtemos a contribuição da troca do méson ρ para o potencial de transição no espaço dos momentos como sendo dada por

$$V_\rho(\mathbf{q}) = G_F \mu_\pi^2 (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left[\bar{K}_\rho^1 - \bar{K}_\rho^2 \mathbf{q}^2 - \bar{K}_\rho^3 (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \mathbf{q}) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_2 \times \mathbf{q}) - i \bar{K}_\rho^4 (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \mathbf{q} \right] \frac{1}{\mathbf{q}^2 + \mu^2}, \quad (5.21)$$

onde foram introduzidos os coeficientes

$$\begin{aligned} \bar{K}_\rho^1 &= B_\rho^V g_{NN\rho}^V, \\ \bar{K}_\rho^2 &= B_\rho^V g_{NN\rho}^V \left[\left(\frac{1}{4\bar{M}} \right)^2 + \left(\frac{1}{4M} \right)^2 \right] + \frac{B_\rho^V}{2\bar{M}} \frac{g_{NN\rho}^T}{2M} + \frac{B_\rho^T}{2\bar{M}} \frac{g_{NN\rho}^V}{2M} \\ \bar{K}_\rho^3 &= \left(\frac{B_\rho^V + B_\rho^T}{2\bar{M}} \right) \left(\frac{g_{NN\rho}^V + g_{NN\rho}^T}{2M} \right) \\ \bar{K}_\rho^4 &= A_\rho \left(\frac{g_{NN\rho}^V + g_{NN\rho}^T}{2M} \right) \end{aligned} \quad (5.22)$$

Usando a relação

$$(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \mathbf{q}) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_2 \times \mathbf{q}) = (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \mathbf{q}^2 - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q}), \quad (5.24)$$

em (5.21) e realizando sua transformação para o espaço de coordenadas de acordo com a eq.(3.102) definida na seção 3.4 obtém-se

$$V_\rho(\mathbf{r}) = G_F \mu_\pi^2 (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left[\bar{K}_\rho^1 f_C(r, \mu_\rho) + 3\bar{K}_\rho^2 f_S(r, \mu_\rho) + 2\bar{K}_\rho^3 f_S(r, \mu_\rho) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) - \bar{K}_\rho^3 f_S(r, \mu_\rho) S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) + \bar{K}_\rho^4 f_V(r, \mu_\rho) (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \hat{\mathbf{r}} \right], \quad (5.25)$$

que é o potencial de transição no espaço das coordenadas.

5.4 Contribuição dos Mésons η e ω

A partir dos resultados obtidos para os mésons π e ρ , apenas pela substituição $\tau_1 \cdot \tau_2 \rightarrow 1$, é possível obter os potenciais de transição para o mésons η e ω . É fácil perceber isso se observarmos os hamiltonianos de acoplamento para esses dois mésons, ou seja

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\Lambda N \eta}^W &= iG_F \mu_\pi^2 \bar{\psi}_N (A_\eta + B_\eta \gamma_5) \phi^\eta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_\Lambda \\ \mathcal{H}_{NN\eta}^S &= ig_{NN\eta} \bar{\psi}_N \gamma_5 \phi^\eta \psi_N,\end{aligned}\tag{5.26}$$

e

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\Lambda N \omega}^W &= G_F \mu_\pi^2 \bar{\psi}_N \left[\left(A_\omega \gamma^\nu \gamma_5 + B_\omega^V \gamma^\nu + B_\omega^T \frac{\sigma^{\mu\nu} \partial_\mu}{2M} \right) \phi_\nu^\omega \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_\Lambda \\ \mathcal{H}_{NN\omega}^S &= \bar{\psi}_N \left[\left(g_{NN\omega}^V \gamma^\nu + g_{NN\omega}^T \frac{\sigma^{\mu\nu} \partial_\mu}{2M} \right) \phi_\nu^\omega \right] \psi_N.\end{aligned}\tag{5.27}$$

Em vista disto torna-se desnecessário apresentarmos explicitamente aqui as expressões para esses potenciais.

5.5 Contribuição dos Mésons K e K^*

Para finalizarmos, vamos apresentar a forma dos potenciais de transição para os mésons estranhos K e K^* . Conforme dado na Ref.[5], os hamiltonianos de acoplamento forte e fraco para o méson K são dados por

$$\mathcal{H}_{\Lambda N K}^S = ig_{\Lambda N K} \bar{\psi}_N \gamma_5 \phi^K \psi_\Lambda \tag{5.28}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{NNK}^W &= iG_F \mu_\pi^2 \bar{\psi}_N \left\{ \left[C_K^{PV} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (\phi^K)^\dagger + D_K^{PV} (\phi^K)^\dagger \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right. \\ &\quad \left. + \gamma_5 \left[C_K^{PC} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (\phi^K)^\dagger + D_K^{PC} (\phi^K)^\dagger \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right\} \psi_N\end{aligned}\tag{5.29}$$

A partir desses hamiltonianos, é possível obter a contribuição para o potencial de transição no espaço de momentos devido a troca do méson K como sendo dada por

$$V_K(\mathbf{q}) = G_F \mu_\pi^2 \frac{g_{\Lambda NK}}{2M} \left[I_K^{PV} - \frac{I_K^{PC}}{2M} (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q}) \right] \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})}{\mathbf{q}^2 + \mu_K^2}, \quad (5.30)$$

e na representação das coordenadas, ele se torna

$$V_K(\mathbf{r}) = G_F \mu_\pi^2 \frac{g_{\Lambda NK}}{2M} \left[i I_K^{PV} f_V(r, \mu_K) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}}) + \frac{I_K^{PC}}{2M} f_S(r, \mu_K) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) + \frac{I_K^{PC}}{2M} f_T(r, \mu_K) S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) \right], \quad (5.31)$$

onde os operadores de acoplamento para esse méson têm a forma

$$\begin{aligned} I_K^{PV} &= \frac{1}{2} C_K^{PV} (1 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) + D_K^{PV} \\ I_K^{PC} &= \frac{1}{2} C_K^{PC} (1 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) + D_K^{PC} \end{aligned} \quad (5.32)$$

mostrando assim sua estrutura de isodoubleto, ou seja, possuem do ponto de vista de isospin tanto contribuição na parte isoescalar como na isovetorial. Esse é um ponto importante visto que quando realizarmos os cálculos numéricos, discutidos no capítulo 6 devemos levar em conta separadamente as contribuições desse méson tanto para parte isoescalar do potencial como para a isovetorial. Assim, desses operadores de acoplamento resultarão as constantes de acoplamento isoescalar

$$\begin{aligned} (I_K^{PV})^0 &= \frac{1}{2} C_K^{PV} + D_K^{PV} \\ (I_K^{PC})^0 &= \frac{1}{2} C_K^{PC} + D_K^{PC} \end{aligned} \quad (5.33)$$

e as constantes de acoplamento isovetorial

$$\begin{aligned} (I_K^{PV})^1 &= \frac{1}{2} C_K^{PV} \\ (I_K^{PC})^1 &= \frac{1}{2} C_K^{PC}. \end{aligned} \quad (5.34)$$

O restante dos parâmetros que aparecem em (5.33 e 5.34) serão dados no próximo capítulo.

Já os hamiltonianos de acoplamento forte e fraco para o méson K^* , seguindo ainda a Ref.[5], são dados por

$$\mathcal{H}_{\Lambda NK^*}^S = \bar{\psi}_N \left[\left(g_{\Lambda NK^*}^V \gamma^\nu + g_{\Lambda NK^*}^T \frac{\sigma^{\mu\nu} \partial_\mu}{2\bar{M}} \right) \phi_\nu^{K^*} \right] \psi_\Lambda \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{NNK^*}^W = & G_F \mu_\pi^2 \bar{\psi}_N \left\{ \gamma^\nu \left[C_{K^*}^{PC,V} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (\phi_\nu^{K^*})^\dagger + D_{K^*}^{PC,V} (\phi_\nu^{K^*})^\dagger \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right. \\ & + \frac{\sigma^{\mu\nu} \partial_\mu}{2\bar{M}} \left[C_{K^*}^{PC,T} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (\phi_\nu^{K^*})^\dagger + D_{K^*}^{PC,T} (\phi_\nu^{K^*})^\dagger \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \\ & \left. + \gamma^\nu \gamma^5 \left[C_{K^*}^{PV} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (\phi_\nu^{K^*})^\dagger + D_{K^*}^{PV} (\phi_\nu^{K^*})^\dagger \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right\} \psi_N. \end{aligned} \quad (5.36)$$

E a partir desses hamiltonianos obtém-se para o potencial de transição para a troca de um o méson K^* a expressão

$$\begin{aligned} V_{K^*}(\mathbf{q}) = & G_F \mu_\pi^2 \left[\hat{K}_{K^*}^1 - \hat{K}_{K^*}^2 \mathbf{q}^2 - \hat{K}_{K^*}^3 (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \mathbf{q}) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_2 \times \mathbf{q}) \right. \\ & \left. - i \hat{K}_{K^*}^4 (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \mathbf{q} \right] \frac{1}{\mathbf{q}^2 + \mu_{K^*}^2}, \end{aligned} \quad (5.37)$$

e o correspondente potencial no espaço das coordenadas é

$$\begin{aligned} V_{K^*}(\mathbf{r}) = & G_F \mu_\pi^2 \left[\hat{K}_{K^*}^1 f_C(r, \mu_{K^*}) + 3 \hat{K}_{K^*}^3 f_S(r, \mu_{K^*}) + 2 \hat{K}_{K^*}^3 f_S(r, \mu_{K^*}) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \right. \\ & \left. - \hat{K}_{K^*}^3 f_T(r, \mu_{K^*}) S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) + \hat{K}_{K^*}^4 f_V(r, \mu_{K^*}) (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \hat{\mathbf{r}} \right], \end{aligned} \quad (5.38)$$

onde os operadores de acoplamento, de maneira análoga ao caso do K, são dadas por

$$\begin{aligned} \hat{K}_{K^*}^1 &= g_{\Lambda NK^*}^V I_{K^*}^{PC,V}, \\ \hat{K}_{K^*}^2 &= g_{\Lambda NK^*}^V I_{K^*}^{PC,V} \left[\left(\frac{1}{4\bar{M}} \right)^2 + \left(\frac{1}{4\bar{M}} \right)^2 \right] + \frac{g_{\Lambda NK^*}^T}{2\bar{M}} \frac{I_{K^*}^{PC,V}}{2\bar{M}} + \frac{g_{\Lambda NK^*}^V}{2\bar{M}} \frac{I_{K^*}^{PC,T}}{2\bar{M}}, \\ \hat{K}_{K^*}^3 &= \left(\frac{I_{K^*}^{PC,V} + I_{K^*}^{PC,T}}{2\bar{M}} \right) \left(\frac{g_{\Lambda NK^*}^V + g_{\Lambda NK^*}^T}{2\bar{M}} \right), \\ \hat{K}_{K^*}^4 &= I_{K^*}^{PV} \left(\frac{g_{\Lambda NK^*}^V + g_{\Lambda NK^*}^T}{2\bar{M}} \right), \end{aligned} \quad (5.39)$$

onde

$$\begin{aligned}
I_{K^*}^{PC,V} &= \frac{1}{2} C_{K^*}^{PC,V} (1 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) + D_{K^*}^{PC,V} \\
I_{K^*}^{PC,T} &= \frac{1}{2} C_{K^*}^{PC,T} (1 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) + D_{K^*}^{PC,T} \\
I_{K^*}^{PV} &= \frac{1}{2} C_{K^*}^{PV} (1 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) + D_{K^*}^{PV}.
\end{aligned} \tag{5.40}$$

Da mesma forma como foi feito para o méson K nas eqs.(5.33 e 5.34), obtém-se aqui as constantes de acoplamento isoescalares e isovetoriais. É fácil perceber que por exemplo

$$\begin{aligned}
\left(\hat{\bar{K}}_{K^*}^1 \right)^0 &= g_{\Lambda N K^*}^V \left(I_{K^*}^{PC,V} \right)^0 \\
&= g_{\Lambda N K^*}^V \left[\frac{1}{2} C_{K^*}^{PC,V} + D_{K^*}^{PC,V} \right],
\end{aligned} \tag{5.41}$$

$$\begin{aligned}
\left(\hat{\bar{K}}_{K^*}^1 \right)^1 &= g_{\Lambda N K^*}^V \left(I_{K^*}^{PC,V} \right)^1 \\
&= g_{\Lambda N K^*}^V \left(\frac{1}{2} C_{K^*}^{PC,V} \right),
\end{aligned} \tag{5.42}$$

e assim por diante.

5.6 Regularização dos Potenciais de Transição

Antes de encerrarmos esse capítulo devemos introduzir um refinamento na descrição dos modelos de troca de um méson que está associado aos efeitos de extensão finita dessas partículas.

Isso quer dizer simplesmente que devemos evitar as singularidades que podem aparecer em certos termos dos potenciais de transição, especialmente quando os momentos envolvidos são altos.

Existem diversas maneiras de tratar essas singularidades, no entanto, nós estaremos aqui seguindo o esquema fenomenológico implementado pela Ref.[5], que consiste em introduzir simples fatores de forma do tipo monopolo em cada um dos vértices do diagrama da Fig[3.1], ou seja,

$$F_i(\mathbf{q}^2) = \frac{\Lambda_i^2 - \mu_i^2}{\mathbf{q}^2 + \Lambda_i^2}, \tag{5.43}$$

onde i refere-se ao méson envolvido e Λ_i é o parâmetro de cutoff, cujos valores para os diversos mésons serão dados no próximo capítulo.

A introdução desses fatores corresponde a substituir, nas expressões para os potenciais de transição discutidos tanto no capítulo 4 como nas seções (5.2, 5.3 e 5.4 e 5.5) deste capítulo, cada uma das funções de forma que aparecem nas eqs.(4.28 e 5.18) como segue

$$\begin{aligned}
f_C(r, \mu_i) &\mapsto f_C(r, \mu_i) - f_C(r, \Lambda_i) - \frac{1}{2} [\Lambda_i^2 - \mu_i^2] \frac{e^{-\Lambda_i r}}{4\pi\Lambda_i} \\
f_S(r, \mu_i) &\mapsto f_S(r, \mu_i) - f_S(r, \Lambda_i) + \frac{1}{6} [\Lambda_i^2 - \mu_i^2] [2 - \Lambda_i r] \frac{e^{-\Lambda_i r}}{4\pi r} \\
f_T(r, \mu_i) &\mapsto f_T(r, \mu_i) - f_T(r, \Lambda_i) - \frac{1}{6} [\Lambda_i^2 - \mu_i^2] [\Lambda_i r + 1] \frac{e^{-\Lambda_i r}}{4\pi r} \\
f_V(r, \mu_i) &\mapsto f_V(r, \mu_i) - f_V(r, \Lambda_i) - \frac{1}{2} [\Lambda_i^2 - \mu_i^2] \frac{e^{-\Lambda_i r}}{4\pi}.
\end{aligned} \tag{5.44}$$

Essas são as expressões que levam em conta a regularização do potencial de transição para cada um dos mésons que estaremos considerando neste trabalho. No que segue deve-se entender que esses efeitos estarão sendo sempre considerados.

Capítulo 6

Resultados Numéricos

6.1 Introdução

Nosso objetivo com esse capítulo é apresentar os resultados numéricos obtidos para alguns dos principais observáveis do decaimento fraco não-mesônico do hipernúcleo ${}^5_\Lambda\text{He}$, que são a taxa de decaimento total, $\Gamma_{nm} = \Gamma_n + \Gamma_p$, e a razão Γ_n/Γ_p . As taxas de decaimento não-mesônico são dadas em unidades do decaimento livre da Λ , $\Gamma_0 = 2.50 \times 10^{-6}eV$.

Devemos notar que, com os resultados apresentados aqui, não temos como principal objetivo reproduzir os valores experimentais, mas sim verificar qual é a influência do méson escalar σ sobre esses observáveis.

Para isso organizamos esse capítulo da seguinte maneira.

Na seção 6.2, nós apresentamos todos os parâmetros necessários para a completa determinação das taxas de decaimento. Isso inclui o parâmetro de comprimento do oscilador para o potencial médio, as energias de separação da Λ e de um núcleon, as constantes de acoplamento fraco e forte que aparecem nos potenciais de transição, as massas dos mésons e os parâmetros de cutoff.

Na seção 6.3, nós apresentamos uma decomposição do potencial de transição em termos dos operadores angulares que nele aparecem, bem como do seu caráter isoescalar e isovetorial.

Na seção 6.4 vamos apresentar a forma explícita para as contribuições das taxas de transição induzidas por um nêutron e por um próton separando as transições que conservam e que violam a paridade, e para finalizar apresentamos os resultados numéricos para os diversos modelos considerados.

6.2 Parâmetros para o Cálculo Numérico

Nosso primeiro passo para calcular as taxas de decaimento, será fixar todos os parâmetros que serão utilizados. Para isso começaremos pelos parâmetros que definem o modelo de camadas para o ${}^5_\Lambda\text{He}$.

No hipernúcleo ${}^5_\Lambda\text{He}$ a partícula Λ está acoplada fracamente ao estado fundamental do ${}^4\text{He}$. O caroço ${}^4\text{He}$ é descrito como sendo formado por quatro núcleons na camada $1s$ movendo-se num potencial de oscilador harmônico com parâmetro de comprimento $b_N = 1.4$ fm, que é escolhido para ajustar o raio desse núcleo[22]. A energia de separação de um núcleon, $\varepsilon_N = -19.8$ MeV, é tirada do experimento[22].

Para o híperon Λ no ${}^5_\Lambda\text{He}$, a energia de separação $\varepsilon_\Lambda = -3.12$ MeV é também tirada do experimento. O parâmetro de comprimento do oscilador $b_\Lambda = 1.85$ MeV é obtido comparando-se a função de onda do oscilador com aquela de um potencial de Woods-Saxon ajustado para reproduzir essa energia de separação [11]. Dessa forma para o nosso cálculo numérico estaremos usando o parâmetro de comprimento do oscilador médio tal como discutido na seção 2.5, isto é,

$$b = \frac{b_\Lambda + b_N}{2} = 1.62 \text{ fm.} \quad (6.1)$$

e para a energia cinética liberada escrevemos, de acordo com a eq.(2.89)

$$\Delta_{1s_{1/2}, t_4} \equiv \Delta_{1s_{1/2} N} = M_\Lambda - M_N + \varepsilon_\Lambda + \varepsilon_N^{1s_{1/2}} = 153.84 \text{ MeV}, \quad (6.2)$$

onde a massa da lambda é $M_\Lambda = 1115.68$ MeV e a massa para o núcleon é $M = (M_p + M_n)/2 = 938.92$ MeV.

Antes de prosseguirmos cabe mencionar também que os fatores espectroscópicos $F_J^{n_4 l_4 j_4 t_4}$, definidos na eq.(2.93), podem ser obtidos da Tabela I na Ref[23], valendo, $F_0^{1s_{1/2}n} = F_0^{1s_{1/2}p} = 1/2$, $F_1^{1s_{1/2}n} = F_1^{1s_{1/2}p} = 3/2$. Essas expressões podem ser reescritas ainda na seguinte forma

$$F_J^{1s_{1/2}n} = F_J^{1s_{1/2}p} = \frac{\hat{j}^2}{2}, \quad (J = 0, 1). \quad (6.3)$$

Passemos aos parâmetros associados aos potenciais de transição discutidos nos capítulos 4 e 5, que são as massas dos mésons, parâmetros de cutoff e as constantes de acoplamento fraco e forte. Eles estão apresentados na tabela 6.1.

Méson(Massa)	Const.Acopl.Forte	Const. Acopl. Fraca		Λ
		PC	PV	
σ (550)	$g_{NN\sigma}=13.3$	$A_\sigma=3.8$	$B_\sigma=1.2$	1.2
π (140)	$g_{NN\pi} = 13.3$	$B_\pi=-7.15$	$A_\pi=1.05$	1.3
η (548.6)	$g_{NN\eta}=6.40$	$B_\eta=-14.3$	$A_\eta=1.80$	1.3
ρ (775.0)	$g_{NN\rho}^V = 3.16$	$B_\rho^V=-3.50$	$A_\rho=1.09$	1.4
	$g_{NN\rho}^T = 3.13$	$B_\rho^T=-6.11$		
ω (783.4)	$g_{NN\omega}^V = 10.5$	$B_\omega^V=-3.69$	$A_\omega=-1.33$	1.5
	$g_{NN\omega}^T = 3.22$	$B_\omega^T=-8.04$		
K (495.8)	$g_{\Lambda NK}^V = -14.1$	$C_K^{PC}=-18.9$	$C_K^{PV}=0.76$	1.2
		$D_K^{PC}=6.63$	$D_K^{PV}=2.09$	
K^* (892.4)	$g_{\Lambda NK^*}^V = -5.47$	$C_{K^*}^{PC,V}=-3.61$	$C_{K^*}^{PV}=-4.48$	2.20
	$g_{\Lambda NK^*}^T = -11.9$	$C_{K^*}^{PC,T}=-17.9$		
		$D_{K^*}^{PC,V}=-4.89$	$D_{K^*}^{PV}=0.60$	
		$D_{K^*}^{PC,T}=9.30$		

Tabela 6.1: As Constantes de acoplamento, massas(MeV) e parâmetros de cutoff(Λ)(GeV) para os diversos mésons que serão utilizados. As constantes de acoplamento fraco estão em unidades de $G_F \mu_\pi^2 = 2.21 \times 10^{-7}$. Exceto o que se refere ao méson σ , esses dados foram obtidos da Ref.[11] e seguem a notação da Ref.[5].

As constantes de acoplamento forte são tiradas de modelos de troca de um méson para força NN e YN.

As constantes de acoplamento fraco relacionadas ao méson π são obtidas diretamente do decaimento da Λ no espaço livre. Para o restante dos mésons dos octetos pseudoescalar e vetorial, no entanto, não é possível determinar essas constantes diretamente do experimento. Para esses casos é necessário o uso de simetrias unitárias como discutido na Ref.[11], cujos resultados adotamos aqui. Já para o méson escalar sigma não existe um esquema teórico análogo e as constantes de acoplamento fraco são tratadas como parâmetros livres no modelo e são ajustadas para reproduzir observáveis de interesse no decaimento não-mesônico. Estaremos aqui adotando a parametrização da Ref.[16], que ajustou essas constantes para que desse conta da taxa não-mesônica $\Gamma_{nm} = \Gamma_n + \Gamma_p$ e da razão Γ_n/Γ_p , para o ${}^5_\Lambda\text{He}$, o ${}^4_\Lambda\text{He}$ e o ${}^4_\Lambda\text{H}$ num modelo de troca de um méson incluindo apenas o pión e o káon.

Esses são todos os parâmetros que foram usados em nossos cálculos para a obtenção das taxas de decaimento. Vamos na seção seguinte dar as expressões explícitas para os potenciais de transição nos diversos modelos analisados.

6.3 Decomposição do Potencial de Transição

Em vista dos diversos modelos para potenciais de transição que usaremos aqui, será conveniente esquematizarmos uma maneira geral para escrevê-los. O potencial de transição no espaço das coordenadas sempre pode ser escrito na forma

$$V = \sum_k \sum_\tau v_k^\tau(r) \Omega_k(\hat{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) \hat{T}^\tau, \quad (6.4)$$

onde a soma sobre o índice τ varre dois valores, $\tau = 0, 1$, indicando que o potencial tem uma parte isoescalar, $\tau = 0$, e uma isovetorial, $\tau = 1$. Já a soma sobre k varre os valores ($k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) que rotulam os diversos operadores angulares envolvidos. Se k for par, o operador envolvido conserva paridade (PC), se k for ímpar o operador envolvido viola paridade (PV).

Além disso o operador de isospin $\hat{\mathcal{T}}^\tau$, para os mésons isovetoriais (π, ρ) , é $\hat{\mathcal{T}}^1 = \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2$ e para os mésons isoescalares (ω, η) é $\mathcal{T}^0 = \hat{\mathbf{1}}$. No caso dos mésons isodubleto (K, K^*) existem contribuições proporcionais a $\hat{\mathbf{1}}$ e a $\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2$ com distintas constantes de acoplamento, como vimos na seção 5.5. Neste trabalho estaremos interessados em considerar diversos modelos de troca de um méson para o potencial de transição. Esses modelos diferem entre si pelas espécies de mésons incluídas, o que se reflete na expressão dos potenciais radiais $v_k^\tau(r)$.

Nas tabelas 6.2 e 6.3, damos as expressões para todos os termos dos potenciais radiais considerando o caso mais completo, isto é, incluindo $(\pi, \eta, K, \rho, \omega, K^*$ e $\sigma)$. Esses foram obtidos e discutidos nos capítulos 4 e 5.

k	$\Omega_k(\hat{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2)$	$v_k^0(\mathbf{r})$
0	$\hat{\mathbf{1}}$	$G_F \mu_\pi^2 \left[\bar{K}_\omega^1 f_C(r, \mu_\omega) + 3\bar{K}_\omega^2 f_S(r, \mu_\omega) \right. \\ \left. + (\hat{K}_{K^*}^1)^0 f_C(r, \mu_{K^*}) + 3(\hat{K}_{K^*}^2)^0 f_S(r, \mu_{K^*}) \right. \\ \left. - A_\sigma g_{NN\sigma} f_C(r, \mu_\sigma) + 3\tilde{A}_\sigma g_{NN\sigma} f_S(r, \mu_\sigma) \right]$
1	$(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}})$	$G_F \mu_\pi^2 \left[-i \frac{A_\eta}{2M} g_{NN\eta} f_V(r, \mu_\eta) \right]$
2	$(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$	$G_F \mu_\pi^2 \left[\frac{g_{NN\eta}}{2M} \frac{B_\eta}{2M} f_S(r, \mu_\eta) + \frac{g_{\Lambda NK}}{2M} \frac{(I_K^{PC})^0}{2M} f_S(r, \mu_K) \right. \\ \left. + 2\bar{K}_\omega^3 f_S(r, \mu_\omega) + 2(\hat{K}_{K^*}^3)^0 f_S(r, \mu_{K^*}) \right]$
3	$(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}})$	$\frac{G_F \mu_\pi^2}{2M} [i g_{\Lambda NK} (I_K^{PV})^0 f_V(r, \mu_K) + i g_{NN\sigma} B_\sigma f_V(r, \mu_\sigma)]$
4	$S_{12}(\hat{\mathbf{r}})$	$G_F \mu_\pi^2 \left[\frac{g_{NN\eta}}{2M} \frac{B_\eta}{2M} f_T(r, \mu_\eta) + \frac{g_{\Lambda NK}}{2M} \frac{(I_K^{PC})^0}{2M} f_T(r, \mu_K) \right. \\ \left. - \bar{K}_\omega^3 f_T(r, \mu_\omega) - (\hat{K}_{K^*}^3)^0 f_T(r, \mu_{K^*}) \right]$
5	$i[(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \hat{\mathbf{r}}]$	$G_F \mu_\pi^2 \left[-i \bar{K}_\omega^4 f_V(r, \mu_\omega) - i(\hat{K}_{K^*}^4)^0 f_V(r, \mu_{K^*}) \right]$

Tabela 6.2: Tabela para a decomposição da parte isoescalar ($\tau = 0$) do potencial de transição em termos dos operadores angulares. Estamos usando o índice superior (0) nas constantes de acoplamento, tanto do K , como do K^* , para designar que, nestas, apenas sua parte isoescalar está sendo levada em conta, tal como foi discutido na seção 5.5.

k	$\Omega_k(\hat{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2)$	$v_k^1(\mathbf{r})$
0	$\hat{\mathbf{1}}$	$G_F \mu_\pi^2 [\bar{K}_\rho^1 f_C(r, \mu_\rho) + 3\bar{K}_\rho^2 f_S(r, \mu_\rho) + (\hat{K}_{K^*}^1)^1 f_C(r, \mu_{K^*}) + 3(\hat{K}_{K^*}^2)^1 f_S(r, \mu_{K^*})]$
1	$(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}})$	$G_F \mu_\pi^2 [-i \frac{A_\pi}{2M} g_{NN\pi} f_V(r, \mu_\pi)]$
2	$(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$	$G_F \mu_\pi^2 [\frac{g_{NN\pi}}{2M} \frac{B_\pi}{2M} f_S(r, \mu_\pi) + 2\bar{K}_\rho^3 f_S(r, \mu_\rho) + 2(\hat{K}_{K^*}^3)^1 f_S(r, \mu_{K^*}) + \frac{g_{\Lambda NK}}{2M} \frac{(I_K^{PC})^1}{2M} f_S(r, \mu_K)]$
3	$(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}})$	$\frac{G_F \mu_\pi^2}{2M} [i g_{\Lambda NK} (I_K^{PV})^1 f_V(r, \mu_K)]$
4	$S_{12}(\hat{\mathbf{r}})$	$G_F \mu_\pi^2 [\frac{g_{NN\pi}}{2M} \frac{B_\pi}{2M} f_T(r, \mu_\pi) + \frac{g_{\Lambda NK}}{2M} \frac{(I_K^{PC})^1}{2M} f_T(r, \mu_K) - \bar{K}_\rho^3 f_T(r, \mu_\rho) - (\hat{K}_{K^*}^3)^1 f_T(r, \mu_{K^*})]$
5	$i[(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \hat{\mathbf{r}}]$	$G_F \mu_\pi^2 [-i \bar{K}_\rho^4 f_V(r, \mu_\rho) - i(\hat{K}_{K^*}^4)^1 f_V(r, \mu_{K^*})]$

Tabela 6.3: Tabela para a decomposição da parte isovetorial ($\tau = 1$) do potencial de transição em termos dos operadores angulares. Estamos usando o índice superior (1) nas constantes de acoplamento tanto do K como do K^* , para designar que, nestas, apenas sua parte isovetorial está sendo levada em conta, tal como foi discutido na seção 5.5.

Não é difícil perceber das tabelas 6.2 e 6.3, que esses potenciais de transição ainda podem ser separados da seguinte maneira

$$V = V_{PC} + V_{PV}, \quad (6.5)$$

com

$$V_{PC} = \sum_{k=0,2,4} \sum_{\tau=0,1} \left[v_k^\tau(r) \Omega_k(\hat{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) \hat{T}^\tau \right] \quad (6.6)$$

e

$$V_{PV} = \sum_{k=1,3,5} \sum_{\tau=0,1} \left[v_k^\tau(r) \Omega_k(\hat{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) \hat{T}^\tau \right], \quad (6.7)$$

onde simplesmente separamos as contribuições dos termos que conservam (PC) e violam (PV) a paridade .

Com base nessas duas tabelas torna-se simples construir o potencial de transição para qualquer um dos modelos de troca de um méson usados neste trabalho.

6.4 Taxas de Decaimento para o ${}^5_\Lambda\text{He}$

Apresentamos nesta seção as expressões finais usadas para o cálculo das taxas parciais de decaimento do ${}^5_\Lambda\text{He}$. Nós iremos considerar separadamente as contribuições das transições induzidas por nêutron (n) e por próton (p) e, em cada caso vamos também separar as transições que conservam paridade (PC) das que violam paridade (PV). Os principais observáveis em que estaremos interessados são a taxa de decaimento total não-mesônico $\Gamma_{nm} = \Gamma_n + \Gamma_p$ e a razão Γ_n/Γ_p . Além disso calcularemos também a razão Γ^{PC}/Γ^{PV} .

Nosso ponto de partida será a eq.(2.90) dada na seção 2.4, ou seja,

$$\Gamma_N = \frac{16M^3}{\pi} \int_0^{\Delta_{1s_{1/2}N}} d\epsilon \sqrt{\epsilon(\Delta_{1s_{1/2}N} - \epsilon)} \mathcal{I}_{1s_{1/2}N}(p, P), \quad (6.8)$$

com a quantidade $\mathcal{I}_{1s_{1/2}N}(p, P)$, sendo dada pelas eqs.(2.92 e 2.102) como discutido no capítulo 2, isto é,

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{1s_{1/2}N}(p, P) = & \sum_J F_J^{1s_{1/2}N} \sum_{STlL\lambda} \left| \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - (-)^{l+S+T}] \hat{j}_3 \hat{j}_4 \sum_{\lambda' S'} \hat{\lambda}' \hat{S}' \begin{Bmatrix} l_3 & \frac{1}{2} & j_3 \\ l_4 & \frac{1}{2} & j_4 \\ \lambda' & S' & J \end{Bmatrix} \right. \\ & \times \sum_{nl'N'} (nl'N' L \lambda' | n_3 l_3 n_4 l_4 \lambda') (p l P L \lambda S J T M_T | V | nl'N' L \lambda' S' J \Lambda t_N) \Big|^2. \end{aligned} \quad (6.9)$$

onde nós usamos a substituição $n_4 l_4 j_4 t_4 \rightarrow 1s_{1/2}N$, com $N = p$ ou n para transições induzidas por próton ($t_4 = t_p = +1/2$) ou nêutron ($t_4 = t_n = -1/2$), respectivamente.

Como no hipernúcleo de ${}^5_\Lambda\text{He}$ o estado inicial está restrito a um único orbital, $1s_{1/2}$, os números quânticos $l_3 = l_4 = 0$, $n = N' = 1$, $L = 0$, $l' = 0$, $\lambda' = 0$, $S' = J = 0, 1$ são os únicos possíveis. Isso simplifica automaticamente tanto o coeficiente de Moshinsky, como o símbolo-9j, que para esses números quânticos possuem os simples valores

$$(10100|10100) = 1, \quad (6.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\} = \frac{1}{2}, \quad \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right\} = \frac{1}{\sqrt{12}}. \quad (6.11)$$

Mas se analisarmos eq.(6.11) é fácil perceber que ela pode ser reescrita na forma

$$\left\{ \begin{array}{ccc} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & S' & J \end{array} \right\} = \delta_{S'J} \frac{1}{2\hat{J}} \quad (J = 0, 1). \quad (6.12)$$

Introduzindo esses resultados, juntamente com (6.3) na eq.(6.9) é possível simplificá-la para

$$\begin{aligned} & \mathcal{I}_{1s_{1/2}N}(p, P) \\ &= \sum_{J=0,1} \hat{J}^2 \sum_{S'I} \frac{1}{2} [1 - (-)^{l+S+T_1}] \left| (p|P, L=0, \lambda=l, SJ|V^{TN}|10100S'=J, J) \right|^2, \end{aligned} \quad (6.13)$$

onde definimos

$$V^{TN} = \langle TM_T | V | t_\Lambda t_N \rangle. \quad (6.14)$$

Usando a decomposição (6.4), podemos reescrever a eq.(6.14) mais explicitamente como

$$V^{TN} = \sum_k v_k^{TN}(r) \Omega_k(\hat{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2), \quad (6.15)$$

onde

$$v_k^{TN}(r) = \sum_{\tau=0,1} v_k^\tau(r) \langle TM_T | \mathcal{T}^\tau | t_\Lambda t_N \rangle. \quad (6.16)$$

Os fatores de isospin acima podem ser facilmente calculados, obtendo-se

$$\begin{aligned} \langle 1, -1 | \mathcal{T}^0 | -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle &= 1 & \langle 1, -1 | \mathcal{T}^1 | -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle &= 1 \\ \langle 0, 0 | \mathcal{T}^0 | -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} & \langle 1, 0 | \mathcal{T}^0 | -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \langle 0, 0 | \mathcal{T}^1 | -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle &= \frac{3}{\sqrt{2}} & \langle 1, 0 | \mathcal{T}^1 | -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Fazendo uso de (6.15), o elemento de matriz direto que aparece na eq.(6.13) pode ser decomposto como segue

$$\begin{aligned} & (plP, L=0, \lambda=l, SJ|V^{TN}|10100.S'=J, J) \\ &= (P, L=0|N'=1, L=0) \sum_k C_{klS}^J (pl|v_k^{TN}(r)|n=1, l'=0), \end{aligned} \quad (6.18)$$

onde definimos os coeficientes angulares

$$C_{klS}^J = (l, L=0, \lambda=l, S, J|\Omega_k(\hat{\mathbf{r}}, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2)|l'=0, L=0, \lambda'=0, S'=J, J), \quad (6.19)$$

cujos valores podem ser obtidos das eqs.(A.3) até (A.7) da ref. [5] e estão compilados na tabela 6.4.

k	l	S	J	C_{klS}^J
0	0	0	0	1
	0	1	1	1
1	1	1	0	1
	1	0	1	$-1/\sqrt{3}$
	1	1	1	$-\sqrt{6}/3$
2	0	0	0	-3
	0	1	1	1
3	1	1	0	-1
	1	0	1	$1/\sqrt{3}$
	1	1	1	$-\sqrt{6}/3$
4	2	1	1	$\sqrt{8}$
5	1	1	0	-2
	1	0	1	$-\sqrt{12}/3$

Tabela 6.4: Tabela para os coeficientes angulares não-nulos C_{klS}^J .

Além disso introduzimos os overlaps radiais do centro de massa

$$(PL|NL) = \int R^2 dR j_L(PR) \mathcal{R}_{N'L}(b_0/\sqrt{2}, R), \quad (6.20)$$

e as integrais radiais relativas

$$(pl|v(r)|nl') = \int r^2 dr j_l(pr) g_{NN}(r) v(r) g_{\Lambda N}(r) \mathcal{R}_{nl'}(\sqrt{2}b_0, r), \quad (6.21)$$

onde j_L e j_l são funções de Bessel esféricas e $\mathcal{R}_{N'L}$ e $\mathcal{R}_{nl'}$ são funções de onda radiais de oscilador harmônico, definidas de acordo com o Apêndice A.

Como discutido na seção 2.6, estamos levando em conta o efeito das correlações de curto alcance pela introdução das funções g_{NN} e $g_{\Lambda N}$ na eq.(6.21). Para o caso específico de hipernúcleos da camada s , como o ${}^5_{\Lambda}\text{He}$, somente o valor $L = 0$ aparece, como vimos. Para esse caso tem-se a seguinte forma explícita para a eq.(6.20)

$$(P0|10) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{4}} b_0^{\frac{3}{2}} e^{\frac{-(Pb_0)^2}{4}}. \quad (6.22)$$

A partir dessas informações é possível obter as diferentes contribuições para as taxas de decaimento conforme delineado no início desta seção. É isso que faremos a partir de agora.

1. Contribuições Conservando Paridade

1.a Transição Induzida por Nêutron: $\Lambda n \rightarrow nn$

Para o presente caso temos que $M_T = -1$ e conseqüentemente $T = 1$. Por outro lado, para transições (PC), tem-se necessariamente que l é par. Resulta então do fator de antissimetrização na eq.(6.13) que $S = 0$. Para os operadores com $k = 0, 2$, tem-se necessariamente $l = l' = 0$ (ver tabela 6.4). Já o operador com $k = 4$ (força tensorial) exige que se tenha $l = 2$. Dessa maneira, a soma $\mathbf{\lambda} + \mathbf{S} = \mathbf{J}$ com $S = 0$, implica em $J = \lambda = l = 2$. Seria necessário portanto nesse caso que se tivesse $J = 2$. No entanto, os únicos valores permitidos para J , devido ao estado inicial, são $J = 0, 1$. Conseqüentemente a força tensorial não pode contribuir e resta como única possibilidade $J = l = 0$.

Depois de levarmos em conta todas essas regras de seleção, a eq.(6.13) dá

para esse caso

$$\begin{aligned} & \mathcal{I}_{1s_{1/2}n}^{PC}(p, P) \\ &= \left| (p, l=0, P, L=0, \lambda=0, S=0, J=0 | V_{PC}^{1n} | 10100S'=0, J=0) \right|^2. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Podemos agora usar a eq.(6.18) para escrever (6.23) na forma

$$\mathcal{I}_{1s_{1/2}n}^{PC}(p, P) = (P0|10)^2 \left| \sum_{k=0,2} C_{k00}^0(p, l=0 | v_k^{1n}(r) | n=1, l'=0) \right|^2. \quad (6.24)$$

1.b Transição Induzida por Próton: $\Lambda p \rightarrow np$

Nesse caso $M_T = 0$ e pode-se ter, tanto $T = 0$, como $T = 1$.

Para $T = 1$, as regras de seleção são as mesmas discutidas no caso anterior, isto é, $J = l = S = 0$.

Para $T = 0$, o fator de antissimetrização exige agora $S = 1$. A soma $\mathbf{\lambda} + \mathbf{S} = \mathbf{J}$ com a restrição equivale a $\mathbf{l} + \mathbf{S} = \mathbf{J}$. Então, para $l = 0$ tem-se Então, para $l = 0$ tem-se necessariamente $J = 1$. Para $l = 2$, poder-se-ia ter $J = 1, 2, 3$. Porém como os únicos valores permitidos para J são $J = 0, 1$, resulta que também nesse caso tenha-se apenas $J = 1$. Levando essas regras de seleção na (6.13), resulta então

$$\begin{aligned} & \mathcal{I}_{1s_{1/2}p}^{PC}(p, P) \\ &= \left| (p, l=0, P, L=0, \lambda=0, S=0, J=0 | V_{PC}^{1p} | 10100S'=0, J=0) \right|^2 \\ &+ 3 \left| (p, l=0, P, L=0, \lambda=0, S=1, J=1 | V_{PC}^{0p} | 10100S'=1, J=1) \right|^2 \\ &+ 3 \left| (p, l=2, P, L=0, \lambda=2, S=1, J=1 | V_{PC}^{0p} | 10100S'=1, J=1) \right|^2. \end{aligned} \quad (6.25)$$

E, novamente, usando a eq.(6.18), essa expressão pode ser decomposta como segue

$$\begin{aligned}
& \mathcal{I}_{1s_{1/2}p}^{PC}(p, P) \\
&= (P0|10)^2 \left\{ \left| \sum_{k=0,2} C_{k00}^0(p, l=0|v_k^{1p}(r)|n=1, l'=0) \right|^2 \right. \\
&+ 3 \left| \sum_{k=0,2} C_{k01}^1(p, l=0|v_k^{0p}(r)|n=1, l'=0) \right|^2 \\
&+ 3 \left| \sum_{k=4} C_{k21}^1(p, l=2|v_k^{0p}(r)|n=1, l'=0) \right|^2 \left. \right\}. \tag{6.26}
\end{aligned}$$

2. Contribuições Violando Paridade

2.a Transição Induzida por Nêutron: $\Lambda n \rightarrow nn$

Como já vimos, nesse caso tem-se necessariamente $T = 1$.

Porém agora a violação de paridade exige que l seja ímpar, conseqüentemente o fator de antissimetriação requer $S = 1$. Os operadores envolvidos agora são aqueles com $k = 1, 3$ e 5 . Todos eles são proporcionais a $\hat{\mathbf{r}}$, ou seja, a $Y_{1m}(\hat{\mathbf{r}})$. Sendo $l' = 0$, isso requer que $l = 1$ seja a única possibilidade. A soma $\mathbf{l} + \mathbf{S} = \mathbf{J}$ permitiria $J = 0, 1, 2$. Desses, os únicos valores permitidos são $J = 0, 1$. Levando essas regras de seleção na eq.(6.13), obtém-se

$$\begin{aligned}
& \mathcal{I}_{1s_{1/2}n}^{PV}(p, P) \\
&= \left| (p, l=1, P, L=0, \lambda=1, S=1, J=0|V_{PV}^{1n}|10100S'=0, J=0) \right|^2 \\
&+ 3 \left| (p, l=1, P, L=0, \lambda=1, S=1, J=1|V_{PV}^{1n}|10100S'=1, J=1) \right|^2. \tag{6.27}
\end{aligned}$$

Usando mais uma vez a eq.(6.18), essa expressão pode ser decomposta como segue

$$\begin{aligned}
& \mathcal{I}_{1s_{1/2}n}^{PV}(p, P) \\
&= (P0|10)^2 \left\{ \left| \sum_{k=1,3,5} C_{k11}^0(p, l=1|v_k^{1n}(r)|n=1, l'=0) \right|^2 \right. \\
&+ 3 \left| \sum_{k=1,3,5} C_{k11}^1(p, l=1|v_k^{1n}(r)|n=1, l'=0) \right|^2 \left. \right\}. \tag{6.28}
\end{aligned}$$

2.b Transição Induzida por Próton: $\Lambda p \rightarrow np$

Para $T = 1$, as regras de seleção serão idênticas às do caso anterior.

Para $T = 0$, o fator de antissimetrização exige agora que $S = 0$. Por outro lado, sendo a transição (PV), tem-se também aqui, $l = 1$. Logo a soma $\mathbf{l} + \mathbf{S} = \mathbf{J}$, implica em $J = 1$.

Levando-se essas regras na eq.(6.13), resulta

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{1s_{1/2}p}^{PV}(p, P) &= \left| (p, l=1, P, L=0, \lambda=1, S=1, J=0 | V_{PV}^{1p} | 10100 S'=0, J=0) \right|^2 \\ &+ 3 \left| (p, l=1, P, L=0, \lambda=1, S=1, J=1 | V_{PV}^{1p} | 10100 S'=1, J=1) \right|^2 \\ &+ 3 \left| (p, l=1, P, L=0, \lambda=1, S=0, J=1 | V_{PV}^{1p} | 10100 S'=1, J=1) \right|^2. \end{aligned} \quad (6.29)$$

E, finalmente, a partir da eq.(6.18), temos a seguinte decomposição

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{1s_{1/2}n}^{PV}(p, P) &= (P0|10)^2 \left\{ \left| \sum_{k=1,3,5} C_{k11}^0(p, l=1 | v_k^{1p}(r) | n=1, l'=0) \right|^2 \right. \\ &+ 3 \left| \sum_{k=1,3,5} C_{k11}^1(p, l=1 | v_k^{1p}(r) | n=1, l'=0) \right|^2 \\ &\left. + 3 \left| \sum_{k=1,3,5} C_{k10}^1(p, l=1 | v_k^{1p}(r) | n=1, l'=0) \right|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Apresentadas as formas explícitas das contribuições para as taxas de decaimento que conservam e violam a paridade, nós finalizaremos este capítulo apresentando os resultados obtidos no cálculo numérico. Estes estão organizados nas tabelas 6.5 e 6.6.

Modelo	Γ_n^{PC}	Γ_n^{PV}	Γ_p^{PC}	Γ_p^{PV}
π	0.0007	0.0720	0.3813	0.1441
$\pi + \sigma$	0.1306	0.1036	0.3853	0.1269
$\tilde{\pi}$	0.0013	0.0851	0.4386	0.1704
$\tilde{\pi} + \sigma$	0.1372	0.1191	0.4435	0.1514
(π, η, K)	0.0014	0.1653	0.1261	0.2004
$(\pi, \eta, K) + \sigma$	0.1382	0.2079	0.1314	0.1725
$(\tilde{\pi}, \eta, K)$	0.0022	0.1832	0.1603	0.2299
$(\tilde{\pi}, \eta, K) + \sigma$	0.1450	0.2283	0.1665	0.2002
$(\pi + \rho)$	0.0001	0.0634	0.3008	0.1873
$(\pi + \rho) + \sigma$	0.1166	0.0929	0.2908	0.1666
$(\tilde{\pi} + \rho)$	0.0002	0.0756	0.3445	0.2277
$(\tilde{\pi} + \rho) + \sigma$	0.1227	0.1077	0.3552	0.1945
$(\pi + \eta + K) + (\rho + \omega + K^*)$	0.0137	0.1589	0.1891	0.3685
$(\pi + \eta + K) + (\rho + \omega + K^*) + \sigma$	0.2032	0.1957	0.2047	0.3144
$(\tilde{\pi} + \eta + K) + (\rho + \omega + K^*)$	0.0159	0.1743	0.2298	0.4019
$(\tilde{\pi} + \eta + K) + (\rho + \omega + K^*) + \sigma$	0.2114	0.2135	0.2426	0.3511

Tabela 6.5: As diferentes contribuições para as taxas de decaimento do ${}^5_\Lambda\text{He}$ nos principais modelos de troca de um méson . Nos casos indicados por $\tilde{\pi}$ foi feita a correção na massa do méson π , $\tilde{\mu}_\pi/\mu_\pi = 0.752$, conforme foi discutida na seção(3.4).

Modelo	Γ^{PC}/Γ^{PV}	Γ_n/Γ_p	Γ_{nm}
π	1.7677	0.1383	0.5981
$\pi + \sigma$	2.2381	0.4572	0.7464
$\tilde{\pi}$	1.7217	0.1418	0.6954
$\tilde{\pi} + \sigma$	2.1467	0.4308	0.8512
(π, η, K)	0.3486	0.5105	0.4932
$(\pi, \eta, K) + \sigma$	0.7087	1.1385	0.6527
$(\tilde{\pi}, \eta, K)$	0.3933	0.4751	0.5756
$(\tilde{\pi}, \eta, K) + \sigma$	0.7269	1.0179	0.7400
$(\pi + \rho)$	1.2002	0.1300	0.5516
$(\pi + \rho) + \sigma$	1.5699	0.4580	0.6670
$(\tilde{\pi} + \rho)$	1.1364	0.1324	0.6480
$(\tilde{\pi} + \rho) + \sigma$	1.5814	0.4191	0.7801
$(\pi + \eta + K) + (\rho + \omega + K^*)$	0.3845	0.3095	0.7302
$(\pi + \eta + K) + (\rho + \omega + K^*) + \sigma$	0.7996	0.7684	0.9180
$(\tilde{\pi} + \eta + K) + (\rho + \omega + K^*)$	0.4264	0.3010	0.8219
$(\tilde{\pi} + \eta + K) + (\rho + \omega + K^*) + \sigma$	0.8041	0.7157	1.0186

Tabela 6.6: Resultados númericos para as razões Γ^{PC}/Γ^{PV} , Γ_n/Γ_p e para a taxa não-mesônica total $\Gamma_{nm} = \Gamma_n + \Gamma_p$ do ${}^5_\Lambda\text{He}$ nos principais modelos de troca de um méson . Nos casos indicados por $\tilde{\pi}$ foi feita a correao na massa do méson π , $\tilde{\mu}_\pi/\mu_\pi = 0.752$, conforme foi discutida na seao(3.4).

Capítulo 7

Considerações Finais

Nesta dissertação nós apresentamos o formalismo geral necessário para calcular no modelo de camadas, o decaimento fraco não-mesônico de hipernúcleos ($^A_\Lambda X_Z$). Seguimos o desenvolvimento esquematizado nas Refs.[2] e [5], detalhando e esclarecendo todas as passagens intermediárias e introduzindo algumas generalizações com base no formalismo da Ref.[3].

As expressões obtidas foram depois particularizadas para o caso do $^5_\Lambda\text{He}$.

Apresentamos também as expressões para a contribuição dos mésons pseudoescalares (π, η, K) e vetoriais (ρ, ω, K^*) para o potencial de transição, e além disso obtivemos uma nova contribuição devida a troca do méson escalar-isoescalar sigma.

As constantes de acoplamento fraco para os mésons dos octetos pseudoescalar e vetorial são obtidas a partir daquelas do pión com o uso de simetrias unitárias [11], visto que para o pión essas constantes podem ser obtidas diretamente do decaimento livre da Λ . As constantes de acoplamento forte são tiradas de modelos de troca de um méson para a força NN e YN.

Já para o acoplamento fraco do méson σ não existe tal esquema e as constantes A_σ e B_σ são simplesmente ajustadas para darem conta dos observáveis de interesse. Nós escolhemos para essas o ajuste feito pela Ref.[16], e o nosso único objetivo com isso foi verificar o grau de influência que a contribuição desse méson teria sobre os observáveis Γ_{nm} e Γ_n/Γ_p . Para isso escolhemos

o caso específico do ${}^5_{\Lambda}\text{He}$, para o qual existem dados experimentais recentes [26] bem mais precisos do que os usualmente disponíveis para decaimento não-mesônico.

São eles: $\Gamma_{nm}({}^5_{\Lambda}\text{He}) = 0.395 \pm 0.016$ e $\Gamma_n/\Gamma_p({}^5_{\Lambda}\text{He}) = 0.44 \pm 0.11$.

Dos resultados numéricos obtidos é fácil ver que essa influência é significativa. Se examinarmos a tabela 6.5 percebemos que, de longe, a taxa parcial mais afetada, em todos os modelos examinados, é Γ_n^{PC} que passa de valores muito menores que o das demais taxas para valores de mesma ordem de grandeza que eles. Também a taxa Γ_n^{PV} tem seus valores aumentados, em menor grau, pela inclusão do σ . Por outro lado a taxa Γ_p^{PV} diminui um pouco em todos os modelos examinados.

Finalmente a taxa Γ_p^{PC} é também pouco afetada, às vezes aumentando, às vezes diminuindo, conforme o modelo examinado.

Portanto a tendência da inclusão do méson σ é no sentido de aumentar a razão Γ_n/Γ_p , conforme desejado para trazer os resultados teóricos na direção do valor experimental. Isso é confirmado pela tabela 6.6.

Por outro lado o valor de Γ_{nm} em geral também aumenta um pouco, o que não é desejável.

É verdade que com os valores de A_σ e B_σ que utilizamos não foi possível reproduzir os valores experimentais. No entanto, como dispomos de dois parâmetros livres não é difícil acreditar que seja possível, mediante um ajuste apropriado, reproduzir esses dois valores. Com efeito isso foi conseguido com facilidade tanto na Ref.[17] como na Ref.[16] para os modelos de troca de um méson que examinaram.

Para dar continuidade ao trabalho aqui iniciado, o próximo passo seria precisamente fazer o ajuste das constantes de acoplamento A_σ e B_σ de modo a reproduzir esse dois valores experimentais para o ${}^5_{\Lambda}\text{He}$, para cada um dos modelos de troca de um méson examinados. Feito isso teríamos que calcular as predições teóricas para Γ_{nm} e Γ_n/Γ_p no decaimento de outros hipernúcleos tanto na camada s (${}^4_{\Lambda}\text{He}$, ${}^4_{\Lambda}\text{H}$) como da camada p (${}^{12}_{\Lambda}\text{C}$, ${}^{11}_{\Lambda}\text{B}$), para os quais resultados experimentais mais precisos deverão estar disponíveis no futuro

próximo. Isso foi parcialmente conseguido no modelo $(\pi + K + \sigma)$ para o ${}^4_\Lambda\text{He}$ e ${}^4_\Lambda\text{H}$ na Ref.[16] e no modelo $(\pi + \eta + K + \rho + \omega + K^* + \sigma)$ para o ${}^{12}_\Lambda\text{C}$ na Ref.[17], dentro dos limites experimentais até então existentes.

Outro observável de grande interesse no decaimento não-mesônico é o parâmetro de assimetria a_Λ . Experimentalmente, ele está relacionado à assimetria da distribuição angular dos prótons emitidos no canal $\Lambda p \rightarrow np$ do decaimento de hipernúcleos polarizados. Teoricamente, sua importância advém de que ele é determinado por termos de interferência entre transições que conservam (PC) e que violam (PV) a paridade. Portanto ele dá informação complementar àquelas das taxas de transição que, como vimos na seção 6.4, não envolvem tais termos de interferência. O valor teórico é também mais sensível aos parâmetros do potencial de transição utilizado. Porém o grande interesse atual nesse observável é que todos os cálculos teóricos existentes dão para a_Λ valores negativos e semelhantes tanto para ${}^5_\Lambda\text{He}$ como para ${}^{12}_\Lambda\text{C}$. Enquanto isso, os resultados experimentais favorecem um valor negativo para o ${}^{12}_\Lambda\text{C}$ e positivo e próximo de zero para o ${}^5_\Lambda\text{He}$. O formalismo completo para o cálculo de a_Λ está dado na Ref.[27], mas existe uma fórmula simplificada aplicável ao ${}^5_\Lambda\text{He}$. [28].

Nesta dissertação não fizemos qualquer cálculo do parâmetro de assimetria a_Λ . Ele não seria útil para o ajuste de A_σ e B_σ , uma vez que seus valores experimentais são bastante imprecisos.

Por outro lado, uma vez ajustadas essas constantes com base nas taxas do ${}^5_\Lambda\text{He}$ conforme delineado acima, seria interessante também verificarmos o efeito da inclusão do σ nas previsões teóricas para a_Λ nos diversos modelos de troca de um méson de que tratamos.

Isso foi feito nas Refs.[16] e [17] para os modelos que consideraram, sendo a conclusão de ambas que no contexto de modelos de troca de um méson a inclusão do σ não ajuda a resolver a discrepância mencionada acima com as medidas experimentais. No entanto, esse seria outro ponto que valeria a pena examinarmos com cuidado.

Apêndices

Apêndice A

Oscilador Harmônico Isotrópico

Apresentaremos neste apêndice as principais propriedades das soluções da equação de Schrodinger para um potencial de oscilador harmônico isotrópico dado por

$$V(r) = \frac{1}{2}M\omega^2(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{2}M\omega^2r^2, \quad (\text{A.1})$$

onde M é a massa da partícula (núcleon ou lambda) e ω a frequência do oscilador. Seguiremos de perto o apêndice D da Ref [24]

Sendo o potencial da eq.(A.1) esféricamente simétrico é usual a solução da equação de Schrodinger em coordenadas polares (r, θ, ϕ) . A dependência angular das autofunções $\Phi(\mathbf{r})$ é dada pelos harmônicos esféricos e podemos escrever

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{u(r)}{r} Y_{lm_l}(\theta, \phi). \quad (\text{A.2})$$

A função radial $u(r)$ satisfaz a equação de Schrodinger radial

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} - \frac{l(l+1)}{x^2} + 2\varepsilon - x^2 \right] u = 0 \quad (\text{A.3})$$

onde

$$b_0 = \left(\frac{\hbar}{M\omega} \right)^{1/2}, \quad (\text{A.4})$$

$$x = r/b_0 \quad \text{e} \quad (\text{A.5})$$

$$\varepsilon = \frac{E}{\hbar\omega}, \quad (\text{A.6})$$

com as soluções[25]

$$E_{nl} = \hbar\omega\varepsilon = \hbar\omega \left[2(n-1) + l + \frac{3}{2} \right] \quad (\text{A.7})$$

$$u_{nl}(r) = \frac{N_{nl}}{\sqrt{b_0}} x^{l+1} L_{n-1}^{l+1/2}(x^2) e^{-x^2/2}, \quad (\text{A.8})$$

com $n = 1, 2, 3, \dots$. A constante de normalização N_{nl} pode ser obtida da relação de ortonormalidade

$$\int_0^\infty dr \quad u_{nl} u_{ml} = \delta_{nm}, \quad (\text{A.9})$$

e assim

$$N_{nl} = \sqrt{2(n-1)!(l+n-1/2)!}. \quad (\text{A.10})$$

As funções $L_n^a(x)$ que aparecem nas soluções radiais u_{nl} em (A.8) são polinômios de Laguerre generalizados e satisfazem a seguinte equação diferencial [25]

$$x \frac{d^2}{dx^2} L_n^a(x) + (a+1-x) \frac{d}{dx} L_n^a(x) + n L_n^a(x) = 0, \quad (\text{A.11})$$

com as propriedades

$$\int_0^\infty dx e^{-x} x^a L_n^a(x) L_m^a(x) = \delta_{nm} \frac{(n+a)!}{n!} \quad (\text{A.12})$$

$$x \frac{d}{dx} L_n^a = n L_n^a(x) - (n+a) L_{n-1}^a(x) \quad (\text{A.13})$$

$$(n+1) L_{n+1}^a(x) = (2n+a+1-x) L_n^a(x) - (n+a) L_{n-1}^a(x), \quad (\text{A.14})$$

onde usamos a notação $z! = \Gamma(z+1)$.

As funções radiais que aparecem nas eqs.(6.20 e 6.21) são dadas, respectivamente, por

$$\mathcal{R}_{NL} = \frac{u_{NL}(r)}{r} \quad \text{com} \quad b_0 \rightarrow \left(\frac{\hbar}{2Mw} \right)^{1/2}, \quad (\text{A.15})$$

e

$$\mathcal{R}_{nl} = \frac{u_{nl}(r)}{r} \quad \text{com} \quad b_0 \rightarrow \left(\frac{2\hbar}{Mw} \right)^{1/2}. \quad (\text{A.16})$$

Apêndice B

Regras de Feynman

Diagramas como o que aparece na Figura 1, podem ser computados a partir da aplicação das regras de Feynman.

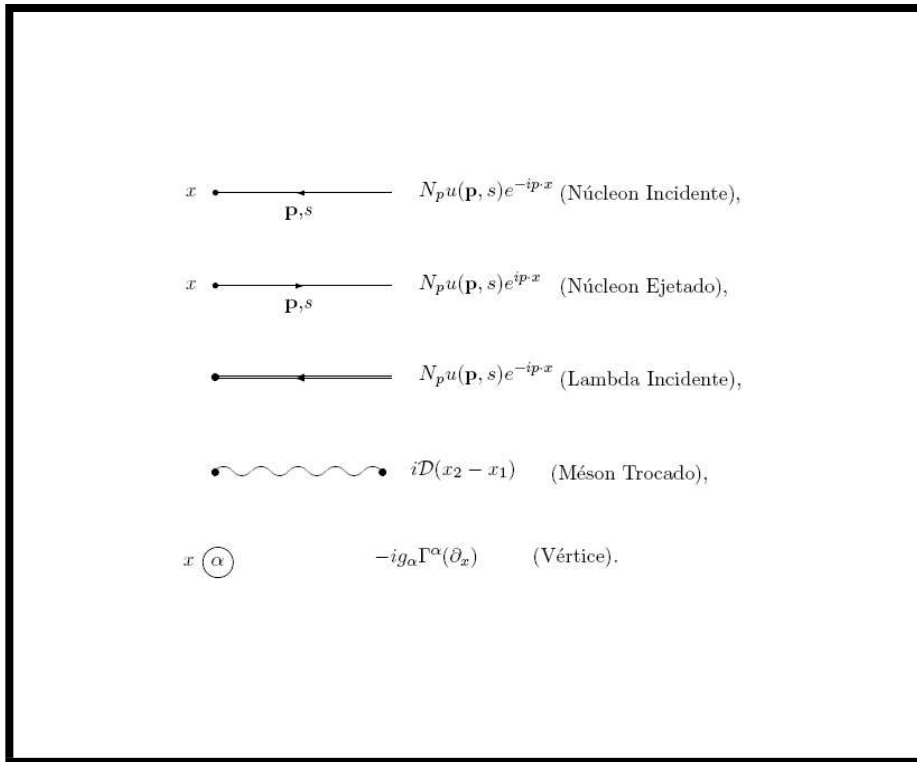


Figura B.1: Regras de Feynman no espaço de coordenadas.

Nosso objetivo com esse apêndice é o de sumariar as principais regras utilizadas no primeiro capítulo deste trabalho.

No quadro apresentado na Fig. 1, os fatores de normalização N_p , são escolhidos de modo a se ter normalização covariante, isto é, para bárions idênticos de spin 1/2,

$$\bar{u}(\mathbf{p}, s)u(\mathbf{p}, s') = \delta_{ss'}. \quad (\text{B.1})$$

Portanto

$$u(\mathbf{p}, s) = N_p \left(\begin{array}{c} \mathbf{1} \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_p + M_B} \end{array} \right) \chi_s \quad (\text{B.2})$$

sendo

$$N_p = \sqrt{\frac{E_p + M_B}{2M_B}} \quad (\text{B.3})$$

e

$$E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M_B^2} \quad (\text{B.4})$$

onde M_B é a massa do bárion envolvido, isto é, do núcleon ou da lambda. Os χ 's são os espinores de Pauli, a saber,

$$\chi_{+1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Outros ingredientes básicos do tratamento diagramático utilizado aqui, são os propagadores não-interagentes dos campos mesônicos, $\mathcal{D}(x_2 - x_1)$.

Definindo $|0\rangle$ como sendo o estado fundamental não interagente, contendo eventualmente núcleons e lambdas, porém sem nenhum méson real.

Então, de acordo com o capítulo 5 pag.(106) da Ref [12], os propagadores de interesse aqui são dadas por

$$i\mathcal{D}(x_2 - x_1) = \langle 0 | T[\phi(x_2)\phi(x_1)] | 0 \rangle \quad (\text{B.6})$$

$$= i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{-iq \cdot (x_2 - x_1)} \mathcal{D}(q) \quad (\text{B.7})$$

$$(\text{B.8})$$

$$i\mathcal{D}_{\mu\nu}(x_2 - x_1) = \langle 0 | T[\phi_\mu(x_2)\phi_\nu(x_1)] | 0 \rangle \quad (\text{B.9})$$

$$= i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{-iq \cdot (x_2 - x_1)} \mathcal{D}_{\mu\nu}(q), \quad (\text{B.10})$$

onde ϕ e ϕ_μ são respectivamente os campos escalares ou pseudoescalares e vetoriais, $T[\]$ denota o produto ordenado no tempo , e

$$\mathcal{D}(q) = \frac{1}{q_\lambda^2 - m_s^2 + i\varepsilon} \quad (\text{B.11})$$

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}(q) = \left[-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_v^2} \right] \frac{1}{q_\alpha^2 - m_v^2 + i\varepsilon}, \quad (\text{B.12})$$

são os propagadores correspondentes no espaço dos momentos.

Apêndice C

Notação e Convenções

A convenção usada neste trabalho baseada na Ref.[12], usa para os quadri-vetores contravariantes (x^μ) e covariante (x_μ)

$$x^\mu = (t, \mathbf{x}) \quad x_\mu = (t, -\mathbf{x}) \quad (\text{C.1})$$

$$p^\mu = (E, \mathbf{p}) \quad p_\mu = (E, -\mathbf{p}) \quad (\text{C.2})$$

e para o tensor métrico

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{C.3})$$

As matrizes gamma $\gamma^\mu = (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma})$, obedecem

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = \{\gamma^\mu \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{C.4})$$

e na representação de (Dirac-Pauli), podem ser escritas como

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.5})$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.6})$$

$$\gamma_5 = \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.7})$$

com as matrizes de Pauli dadas por

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.8})$$

$$\sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.9})$$

$$\sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{C.10})$$

Além dessas a seguinte relação para matrizes gama será útil

$$\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) \quad (\text{C.11})$$

com $\mu \neq \nu$.

Apêndice D

Integração no Plano Complexo

A transformação do potencial de transição do espaço dos momentos para o das coordenadas, tal como foi feito nos capítulos 4 e 5, envolveu uma integração muito comum

$$I(\mu) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}}{q^2 + \mu^2}, \quad (\text{D.1})$$

que será computada nesse apêndice.

Para iniciar reescreveremos a eq. (D.1) como

$$I(\mu) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dq \frac{q^2}{q^2 + \mu^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{iqr u} du d\varphi, \quad (\text{D.2})$$

onde temos introduzido $d^3\mathbf{q} = q^2 d\mathbf{q} d\Omega$, e também a troca de variável $u = \cos(\theta)$, com $q = |\mathbf{q}|$ e $r = |\mathbf{r}|$.

A integração angular na eq (D.2), resulta

$$I(\mu) = \frac{-i}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dq \frac{q}{q^2 + \mu^2} \left[e^{iqr} - e^{-iqr} \right], \quad (\text{D.3})$$

com μ sendo uma constate real.

A integração da variável q em (D.3) é realizada no plano complexo, e para isso substituímos $q \rightarrow z$, ou seja

$$I(\mu) = \frac{1}{4\pi^2 r} \int_{-\infty}^\infty dz \frac{z}{z^2 + \mu^2} \left[\frac{e^{izr}}{2i} - \frac{e^{-izr}}{2i} \right] \quad (\text{D.4})$$

Fechando apropriadamente o semi-plano superior (e^{izr}) e inferior (e^{-izr}) com pólos em ($z = \pm i\mu$), podemos obter a partir do cálculo de resíduos os resultados

$$Res[I_1] = \frac{e^{-\mu r}}{2}, \quad (D.5)$$

$$Res[I_2] = -\frac{e^{\mu r}}{2}, \quad (D.6)$$

onde temos usado

$$Res[I] = \lim_{z \rightarrow a} \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} \left[(z-a)^m f(z) \right], \quad (D.7)$$

onde a é o pólo, m a ordem do pólo e também que

$$I_1 = \frac{ze^{izr}}{z+i\mu}, \quad (D.8)$$

$$I_2 = \frac{ze^{-izr}}{z+i\mu}. \quad (D.9)$$

Usando agora o Teorema de resíduos, teremos

$$\frac{1}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ze^{izr}}{(z+i\mu)(z-i\mu)} dz = \frac{2\pi i}{2i} \sum Res = \frac{\pi e^{-\mu r}}{2}, \quad (D.10)$$

$$\frac{1}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ze^{-izr}}{(z+i\mu)(z-i\mu)} dz = \frac{2\pi i}{2i} \sum Res = \frac{-\pi e^{\mu r}}{2} \quad (D.11)$$

e finalmente introduzindo as substituições

$$\mu = \mu - i\gamma, \quad (D.12)$$

$$-\mu = -\mu - i\gamma, \quad (D.13)$$

nas eqs. (D.8) e (D.9) e depois somando-as no limite ($\gamma \rightarrow 0$), teremos

$$I(\mu) = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \left[\frac{\pi e^{-\mu r + i\gamma}}{2} + \frac{\pi e^{-\mu r - i\gamma}}{2} \right] = \pi e^{-\mu r}. \quad (D.14)$$

Dessa forma a eq. (D.4) resulta

$$I(\mu) = \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r}. \quad (D.15)$$

Para completar esse apêndice, deve-se observar também que foi utilizado ainda, no capítulo 5, o resultado da seguinte integral

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{q} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}, \quad (D.16)$$

onde $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$.

Referências Bibliográficas

- [1] W. M. Alberico e G. Garbarino, Phys. Rep. **369** (2002) 1.
- [2] C. Barbero, D. Hovart, F. Krmpotić, T. T. S. Kuo, Z. Narančić, e D. Tadić, Phys. Rev. **C66** (2002) 055209.
- [3] A. P. Galeão, in *IX Hadron Physics and VII Relativistic Aspects of Nuclear Physics: A Joint Meeting on QCD and QGP, Rio de Janeiro, 28 March-3 April 2004*, edited by M. E. Bracco, M. Chiapparini, E. Ferreira, and T. Kodama, AIP Conf. Proc. No. 739, 560 (2004). Ver também versão estendida, não publicada.
- [4] A. P. Galeão, C. Barbero e F. Krmpotić, "Simplified expressions for non-mesonic hypernuclear decay rates". Painel P017 na XXVII Reunião de Trabalho sobre Física Nuclear no Brasil, Santos, S.P, 07-11 de setembro de 2006, (SBF).
- [5] C. Barbero, C. De Conti, A. P. Galeão e F. Krmpotić, Nucl. Phys. **A726** (2003) 267.
- [6] E. Merzbacher, *Quantum Mechanics*, 3ª edição, Wiley, 1998.
- [7] A. A. Bhor e B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, (W. A. Benjamin Inc., New York 1969).
- [8] A. de-Shalit e I. Talmi, *Nuclear Shell Theory*, Academic Press, 1963.
- [9] G.B Arfken e H. J. Weber, *Mathematical Methods For Physicists*, 5ª edição, Harcourt/Academic Press, 2001.

- [10] M. Moshinsky, Nucl. Phys. **13** (1959) 104.
- [11] A. Parreño, A. Ramos e C. Bennhold, Phys. Rev. **C56** (1997) 339.
- [12] B.D. Serot e J.D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16** (1986).
- [13] W. Greiner e J. Reinhardt, *Field Quantization*, Springer, 1996.
- [14] F. Gross, *Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory*, Wiley, 1993.
- [15] R. Machleidt, Adv. Nucl. Phys., **19** (1989) 189.
- [16] K. Sasaki, M. Izaki e M. Oka, Phys. Rev. **C71** (2005) 035502.
- [17] C. Barbero e A. Mariano, Phys. Rev. **C73** (2006) 024309.
- [18] A. Parreño, A. Ramos e E. Oset, Phys. Rev. **C51** (1995) 2477 .
- [19] B.H.J. McKellar e B. F. Gibson, Phys. Rev. **C30** (1984) 322.
- [20] E. Oset e L.L. Salcedo, Nucl. Phys. **A443** (1985) 704.
- [21] W. Lucha, *International Summer School For Students On "Development In Nuclear Theory And Particle Physics"*, (1995).
- [22] D. Halderson, Phys. Rev. **C48** (1993) 581.
- [23] F. Krmpotić e D. Tadić Braz. J. Phys. **33** (2003) 187.
- [24] C. De Conti, *RPA Relativística para Ressonâncias Gigantes com Troca de Carga.*, Tese de Doutorado, IFT, (1999).
- [25] M. Abramowitz e I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, (Dover, New York 1970).
- [26] H. Ota, *in Proceedings of the VIII International Conference on Hypernuclear and Strange Particle Physics (HYP2003), Jefferson Lab, Newport News, Virginia , October 2003* . Citada na Ref. [16].

- [27] C. Barbero, A. P. Galeão e F. Krmpotić, Phys. Rev. **C72** (2005) 035210.
- [28] H. Nabetani, T. Ogaiato, T. Sato e T. Kishimoto, Phys. Rev. **C60** (1999) 017001.