

JARBAS CORDEIRO SAMPAIO

EFEITOS DE MARÉ NO MOVIMENTO ORBITAL DE SATÉLITES ARTIFICIAIS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do Título de Mestre em Física na área de Dinâmica Orbital.

Orientador: Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes

Guaratinguetá - SP

2009

S192e Sampaio, Jarbas Cordeiro
Efeitos de maré no movimento orbital de satélites artificiais / Jarbas Cordeiro Sampaio . - Guaratinguetá : [s.n.], 2009
164 f. : il.
Bibliografia: f. 89-92
Inclui apêndice

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2009
Orientador: Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes

1. Satélites artificiais I. Título

CDU 629.783

DADOS CURRICULARES

JARBAS CORDEIRO SAMPAIO

NASCIMENTO	18/05/1983 - Baixa Grande/BA
FILIAÇÃO	Benedito Arcanjo Sampaio Joselita Cordeiro Sampaio
2002 - 2007	Curso de Graduação Licenciatura em Física - UEFS
2007 - 2009	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, que representa não só o meu refúgio em momentos difíceis, mas também o primeiro a dividir minhas alegrias e agradecimentos;

aos meus pais, em especial à minha mãe Joselita que sempre mostrou perseverança, coragem para enfrentar as dificuldades da vida e criar seus filhos com muito amor;

ao Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes que apresenta uma forma particular de orientar, privilegiando a capacidade do estudante e sempre mostrando-se disposto a ajudar;

aos Professores da FEG/UNESP que contribuíram para a minha formação, com seus ensinamentos e dedicação.

aos colegas e amigos da Pós Graduação em Física da FEG/UNESP, que mostraram companheirismo, dedicação e esforço para fazer sempre o melhor trabalho que puder;

às minhas irmãs, Aracelle, Bruna e Catiúscia que mostram que a união é a melhor opção para enfrentar as dificuldades.

à Jean pelo acolhimento, apoio e incentivo.

aos amigos e companheiros da casa 437;

à Joseane que é minha fonte de segurança, amor e incentivo a lutar sempre pelos meus objetivos.

Este trabalho contou com apoio das seguintes entidades

- CNPQ - através do processo 305147 / 2005-6.
- CAPES - período:01/10/2007 - 28/02/2009

“...Eu dignifico essa vontade de amar
Essa vontade que engrandece
Que embeleza todo luar
E que sempre me enaltece.

A resistência é desnecessária
Pois a beleza se faz tamanha
A raiva hilária
E sorrir uma artimanha...”

(Jarbas Sampaio)

SAMPAIO, J. C. Efeitos de maré no movimento orbital de satélites artificiais. 2009, 164f. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

Resumo

Os satélites artificiais são utilizados em várias atividades científicas como em geodinâmica, telecomunicações, estudo do clima, experiências com microgravidade, dentre outras. Para alcançar a precisão necessária para certas missões, as órbitas devem ser determinadas com bastante precisão levando em consideração várias forças que atuam nos satélites. O efeito de maré é uma das perturbações que afetam a órbita de um satélite artificial, pois tanto o Sol como a Lua deformam o planeta, alterando assim a distribuição de massa e o potencial utilizado para estudar a variação nos elementos orbitais do satélite. Neste trabalho estuda-se a influência da maré terrestre e oceânica da Terra sobre satélites artificiais que a orbitam. Foi desenvolvida a função perturbadora para a maré terrestre, com base tanto no modelo de Kozai como no de Kaula e para a maré oceânica é adotado o modelo de Harwood e Swinerd. Os desenvolvimentos das funções perturbadoras são feitos em termos do polinômio de Legendre, aproveitando a parte secular e de longo período para estudar a variação dos elementos orbitais do satélite. Resultados das soluções seculares indicam a maior contribuição da Lua, em comparação à contribuição do Sol. Também, as perturbações devido a maré terrestre são mais proeminentes do que a maré oceânica para ambos os satélites de baixa e de alta altitude. Considerando as soluções de longo período para o satélite de baixa altitude, os resultados mostram que, para o argumento do perigeu e para a excentricidade, o período de oscilação é maior para a maré oceânica comparado a maré terrestre. Considerando os diferentes modelos para as marés, também para o satélite de baixa altitude, é mostrado que a maior variação de amplitude é para o argumento do perigeu. Perturbações devido a ressonâncias são também analisadas para os elementos orbitais métricos.

PALAVRAS-CHAVE: Satélites Artificiais. Efeito de Maré. Perturbações Orbitais.

SAMPAIO, J. C. Tide effects in the orbital motion of artificial satellites. 2009, 164f. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

Abstract

Artificial Earth's satellites are used in several scientific activities such as geodynamics, telecommunications, climate forecast, microgravity experiments, among others. In order to attain the precision needed for some missions the orbits must be determined with high accuracy taking into account several forces acting on the satellites. The tide effect is one of the disturbances that affect the orbit of an artificial satellite. In fact, both the Sun and the Moon deform the planet and thus modify its mass distribution and the used potential to study the variation in the orbital elements of the satellite. In this work it is studied the influence of the terrestrial and oceanic tides on artificial Earth's satellites orbits. The disturbing functions for the terrestrial tide was developed based on the Kozai and Kaula models and for the oceanic tide was used Harwood and Swinerd model. The developments of the disturbing functions are performed in terms of the Legendre polynomials, using the secular and long period terms to study the variation of the orbital elements of the satellite. Results for the secular solution show the bigger contribution of the Moon, compared to the contribution of the Sun. Also, the perturbations due to the terrestrial tide are more noticeable than of the oceanic tide for both low and higher altitude satellites. Considering the long period solution for low altitude satellite, the results show that, for the argument of perigee and the eccentricity, the period of oscillation is bigger for the oceanic tide compared to the terrestrial tide. Considering different models for the tides, also for low altitude satellite, it is shown that the greatest amplitude's variation is for argument of perigee. Perturbations due to resonance are also analyzed for the metric orbital elements.

KEYWORDS: Artificial Satellite. Tide Effect. Orbital Perturbations.

Lista de Figuras

3.1	Movimento em relação ao centro de massa.	28
3.2	Bojo devido a maré	29
3.3	Defasagem relativo ao atraso do efeito de maré	29
3.4	Força de maré	30
3.5	Distribuição de forças na Terra	30
3.6	Plano da órbita do satélite em relação ao plano do equador terrestre	31
3.7	Ângulo formado entre os vetores posição \vec{r} relacionando a Terra e o satélite e \vec{r}_1 relacionando a Terra e a Lua.	32
3.8	Posições relativas do sol (m_2), da lua (m_1) e do satélite artificial (m') em relação ao corpo central, Terra (m). No sistema Lua-Terra-satélite, o ângulo entre os vetores posição é θ . No sistema Sol-Terra-satélite, o ângulo entre os vetores posição é ψ	41
3.9	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Lua como corpo perturbador)	61
3.10	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Lua como corpo perturbador)	61
3.11	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Caso 1: não-elíptico da Lua)	61
3.12	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Caso 1: não-elíptico da Lua)	61
3.13	Variação de $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ (considerando a inclinação da Lua variando com o tempo)	62
3.14	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Caso 2: não-elíptico da Lua)	62
3.15	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Caso 2: não-elíptico da Lua)	62
3.16	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Sol e Lua como corpos perturbadores)	63
3.17	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Sol e Lua como corpos perturbadores)	63
3.18	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Modelo de Kaula: caso elíptico da Lua)	64
3.19	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Modelo de Kaula: caso elíptico da Lua)	64
3.20	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Maré oceânica: não-elíptico da Lua)	64
3.21	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Maré oceânica: não-elíptico da Lua)	64
3.22	Variação de δe pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	65
3.23	Variação de δI pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	66
3.24	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	66
3.25	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	66
3.26	Variação de δe pelo tempo (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	67
3.27	Variação de δI pelo tempo (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	67

3.28	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	67
3.29	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	68
3.30	Variação de δe pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	68
3.31	Variação de δI pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	68
3.32	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	69
3.33	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	69
3.34	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	70
3.35	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	70
3.36	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	70
3.37	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	70
3.38	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	71
3.39	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	71
3.40	Variação de δe pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	71
3.41	Variação de δI pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	72
3.42	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	72
3.43	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)	72
3.44	Variação de δe pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	73
3.45	Variação de δI pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	73
3.46	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	73
3.47	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)	74
3.48	Variação de δe pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	74
3.49	Variação de δI pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	74

3.50	Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	75
3.51	Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)	75
4.1	Variação do semi-eixo maior pela excentricidade para um dado valor da inclinação (Estudo da ressonância de co-rotação nodal)	77
4.2	Variação do semi-eixo maior pela excentricidade para um dado valor da inclinação (Estudo da ressonância de co-rotação nodal para valores próximos de zero)	78
4.3	Variação do semi-eixo maior pela excentricidade para um dado valor da inclinação (Estudo da ressonância de co-rotação nodal - comportamento na vizinhança do semi-eixo maior da Lua) . . .	79
4.4	Variação do semi-eixo maior pela excentricidade para um dado valor da inclinação (Estudo da ressonância de co-rotação apsidal)	80
4.5	h=0,1	81
4.6	h=0,3	81
4.7	h=0,5	81
4.8	h=0,7	82
4.9	h=0,8	82
4.10	h=0,9	82
4.11	h=0,1	82
4.12	h=0,2	82
4.13	h=0,3	82
4.14	h=0,4	83
4.15	h=0,5	83
4.16	h=0,6	83
4.17	h=0,7	83
4.18	h=0,8	83
4.19	h=0,9	83
4.20	Distância do apocentro e do pericentro com o aumento da excentricidade	85

Lista de Tabelas

F.1	Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 10 graus.	157
F.2	Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 20 graus.	158
F.3	Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 30 graus.	159
F.4	Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 40 graus.	160
F.5	Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 50 graus.	161
F.6	Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 60 graus.	162
F.7	Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 70 graus.	163
F.8	Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 80 graus.	164

Lista de Símbolos

- a semi-eixo maior do satélite artificial
- a_1 semi-eixo maior da Lua
- a_2 semi-eixo maior do Sol
- B raio médio do planeta
- e excentricidade da órbita do satélite artificial
- e_1 excentricidade da Lua
- e_2 excentricidade do Sol
- f_β frequência da maré constituinte β
- G constante gravitacional
- g aceleração da gravidade
- I inclinação da órbita do satélite artificial
- I_1 inclinação da órbita da Lua
- I_2 inclinação da órbita do Sol
- k_2 número de Love
- M anomalia média do satélite artificial
- M_1 anomalia média da Lua
- M_2 anomalia média do Sol
- m massa da Terra
- m' massa do satélite artificial
- m_1 massa da Lua

m_2 **massa do Sol**

n **movimento médio do satélite artificial**

n_1 **movimento médio da Lua**

n_2 **movimento médio do Sol**

n_M **precessão da anomalia média do satélite artificial**

n_{M_1} **precessão da anomalia média da Lua**

n_{M_2} **precessão da anomalia média do Sol**

n_ω **precessão do argumento do pericentro do satélite artificial**

n_{ω_1} **precessão do argumento do pericentro da Lua**

n_{ω_2} **precessão do argumento do pericentro do Sol**

n_Ω **precessão da longitude do nodo ascendente do satélite artificial**

n_{Ω_1} **precessão da longitude do nodo ascendente da Lua**

n_{Ω_2} **precessão da longitude do nodo ascendente do Sol**

r **distância geocêntrica do satélite artificial**

r_1 **distância geocêntrica da Lua**

r_2 **distância geocêntrica do Sol**

r_a **distância do apocentro**

r_p **distância do pericentro**

T **tempo solar médio**

β **relaciona a massa da Terra com o do corpo perturbador $\frac{m_i}{m+m_i}$**

ϵ **defasagem da maré**

ω **argumento do pericentro do satélite artificial**

ω_1 **argumento do pericentro da Lua**

ω_2 **argumento do pericentro do Sol**

Ω **longitude do nodo ascendente do satélite artificial**

Ω_1 **longitude do nodo ascendente da Lua**

Ω_2 longitude do nodo ascendente do Sol

ρ_w densidade da água do mar

θ ângulo formado entre os vetores posição \vec{r}_1 e \vec{r} no sistema Lua-Terra-satélite artificial

θ^* tempo sideral de Greenwich

ψ ângulo formado entre os vetores posição \vec{r}_2 e \vec{r} no sistema Sol-Terra-satélite artificial

ϕ latitude

λ longitude

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	23
2.1.1	Maré Terrestre	23
2.1.2	Maré Oceânica	24
2.1.3	Números de Love	26
2.1.4	Ressonância	26
3	FORÇA DE MARÉ	28
3.1	MARÉ TERRESTRE (MODELO DE KOZAI)	31
3.1.1	Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua (Órbita excêntrica)	31
3.1.2	Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua (Órbita não-excêntrica)	38
3.1.3	Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua e o Sol	41
3.2	MARÉ TERRESTRE (MODELO DE KAULA)	44
3.2.1	Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua (Órbita excêntrica)	47
3.3	MARÉ OCEÂNICA	49
3.3.1	Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua (Órbita não-excêntrica)	49
3.4	EQUAÇÕES PLANETÁRIAS DE LAGRANGE	53
3.5	RESULTADOS	54
3.5.1	Maré Terrestre (Soluções Seculares)	54
3.5.2	Maré Terrestre (caso não-elíptico do corpo perturbador)	55
3.5.3	Maré Terrestre (Sol e Lua como corpos perturbadores)	57
3.5.4	Maré Terrestre (Modelo de Kaula)	58
3.5.5	Maré Oceânica de longo período	59
3.5.6	Aplicação	61

4	RESSONÂNCIA	76
4.1	RESSONÂNCIA PROVOCADA PELA CO-ROTAÇÃO NODAL n_{Ω} e n_{Ω_1}	76
4.1.1	Maré Terrestre (Caso 1)	76
4.1.2	Maré Terrestre (Caso 2)	79
4.2	RESSONÂNCIA DE CO-ROTAÇÃO APSIDAL	79
4.3	ESTUDO DO MECANISMO LIDOV-KOZAI	80
4.4	RESSONÂNCIA ENTRE OS MOVIMENTOS MÉDIOS DO CORPO PERTUR- BADOR E SATÉLITE	83
5	CONCLUSÃO	86
5.1	TRABALHOS FUTUROS	88
	REFERÊNCIAS	89
	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	92
A	Maré Terrestre	93
B	Maré Terrestre (Caso não-elíptico)	114
C	Maré Terrestre (Sol e Lua como corpos perturbadores)	125
D	Maré Oceânica de longo período	146
E	Maré Terrestre (Modelo de Kaula)	152
F	Valores do semi-eixo maior para se ter ressonância	157

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A Astronáutica, concebida como Ciência do Vôo Espacial, pode ser considerada como tendo seu início entre o final do século XIX e começo do século XX. A Astronáutica consiste na arte de navegar de astro em astro incluindo teorias e técnicas relativas a construção de foguetes, cálculo de trajetórias e órbitas de corpos celestes artificiais entre várias outras atividades (LUCA, 1990).

Os principais precursores dos estudos envolvendo essa ciência foram o russo Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky (1857-1935), o americano Robert Hutchings Goddard (1882-1945), o francês Robert Albert-Charles Esnault-Pelterier (1881-1957) e o romeno com ascendência alemã Hermann Julius Oberth (1894-1989) (LUCA, 1990).

Um dos cientistas que forneceram contribuições diversas para a Astronáutica foi Sergei Pavlovitch Korolev (1907-1966). Ele está associado, por exemplo, ao desenvolvimento dos satélites do programa Sputnik e às primeiras fotografias da fase oculta da Lua. O lançamento do Sputnik 1 causou impacto em todo planeta, pois ele marcou o início da era espacial, assim como da corrida espacial entre americanos e soviéticos, culminando anos depois na chegada do homem à Lua (WINTER; MELO, 2007).

Os satélites artificiais, atualmente, são utilizados em diversas atividades como em geodinâmica, navegação, estudo da atmosfera, monitoramento do clima, nas telecomunicações, experiências com micro-gravidade, dentre outras. Mas para que o satélite tenha pleno funcionamento e cumpra o objetivo a que ele foi proposto é necessário que se tenha grande precisão na determinação de sua órbita, para que se evite, por exemplo, perdas na comunicação, ou mesmo problemas mais graves como algum acidente.

Em trabalhos como Kuga, Rao e Carrara (2000), pode-se verificar que para uma determinada missão espacial ser bem sucedida é preciso que se tenha pleno conhecimento das forças perturbadoras que atuam no satélite artificial. O movimento orbital de um satélite artificial, sem perturbação, tem características como uma elipse de determinado tamanho e excentricidade constantes num plano fixo. Caso o movimento orbital não fosse perturbado, esse objeto continuaria nessa órbita indefinidamente, mas não é o que se observa na prática. Veja abaixo algumas das forças perturbadoras:

- i) força devida a distribuição não uniforme de massa do corpo central;
- ii) força de arrasto;
- iii) perturbação gravitacional por outros corpos;
- iv) a força devida às marés provocadas pela Lua e o Sol;
- v) forças de radiação (pressão de radiação direta e refletida, re-emissão térmica);

vi) impacto com outros pequenos corpos.

A força perturbadora estudada no presente trabalho é devida ao efeito de maré. Um determinado corpo sente o efeito de maré devido a outro por causa do efeito do gradiente gravitacional ou a variação da força gravitacional através do corpo (MURRAY; DERMOTT, 1999).

O efeito de maré é uma das perturbações que pode afetar significativamente a órbita de determinados satélites artificiais que orbitam um planeta. Apesar disso, algumas missões espaciais foram realizadas sem a sua consideração e entendimento. Entretanto, percebeu-se que tanto a Lua como o Sol deformam a Terra, alterando assim o seu formato e o potencial utilizado para estudar a variação nos elementos orbitais do satélite. Atualmente, tem-se o conhecimento de modelos que descrevem a influência desse efeito sobre um satélite artificial, como os de Kozai (1973), Kaula (1969), Balmino (1974) e do IERS (1996), para a maré terrestre e IERS (1996), Schwiderski (1980), Krohn (1984) e Harwood e Swinerd (1997) para a maré oceânica.

O presente trabalho mostra-se importante, pois além de verificar a variação dos elementos orbitais provocada pela perturbação devida ao efeito de maré, foram verificados e estudados casos de ressonância a partir das equações encontradas analiticamente, o que não foi abordado anteriormente. Além disso verificou-se quais tipos de órbitas são mais afetadas por essa perturbação, levando em conta diferentes órbitas.

Na literatura encontram-se trabalhos como Schuh, Weber e Cerveira (2003) no qual estudam-se dados que levam em conta contribuições da maré para uma maior precisão nos sistemas de posicionamento “Very Long Baseline Interferometry (VLBI)” e “Global Positioning Systems (GPS)”, para que se trabalhe com alta precisão na determinação da posição. Esse trabalho de 2003 envolve pesquisas como: detectar variações e diferenças sistemáticas no IGS (International GPS Service) e coordenadas da estação VLBI; investigar uma possível correlação de discrepâncias na posição dos locais observados com a distribuição regional das estações; determinar propriedades elásticas da crosta da Terra para calcular o número de Love.

Para as missões GOCE, GRACE, do satélite LAGEOS, foram considerados os efeitos da maré terrestre na variação dos seus elementos orbitais (PINTO, 2005).

Em trabalhos como o de Douglas et. al. (1974), foram feitas análises das perturbações de maré luni-solares na inclinação dos satélites GEOS-1 e GEOS-2, assim como, estudos a respeito da amplitude desse efeito.

A pesquisa teve como objetivo estudar o comportamento dos elementos orbitais de um determinado satélite artificial quando está sob o efeito da perturbação devida a maré.

O modelo desenvolvido neste trabalho é devido a Kozai (1963, 1973) e a Kaula (1969) em que o potencial considerado contém termos seculares e de longo período. A partir desse potencial calcula-se a variação dos elementos orbitais. Tanto termos seculares como de longo período são considerados com o objetivo de se ter uma boa aproximação do efeito perturbador sobre a órbita do satélite.

Neste trabalho foi desenvolvida a função perturbadora tanto para a maré terrestre como para a maré oceânica, o que é muito importante para se entender melhor como as diferentes marés que ocorrem no planeta influenciam um objeto que esteja em órbita. O modelo aqui desenvolvido para a maré oceânica é baseado em Harwood e Swinerd (1997) e Schwiderski (1980). Um outro estudo feito foi em relação a alguns tipos de ressonância que podem ocorrer no estudo desses efeitos como a ressonância de co-rotação nodal.

O presente texto está dividido em cinco capítulos, começando pela Introdução. O capítulo seguinte é a Revisão Bibliográfica trazendo discussões teóricas importantes de diferentes autores sobre os principais temas tratados neste

texto: maré terrestre, maré oceânica e ressonância.

O Capítulo 3 denomina-se Força de Maré, e apresenta como ocorre o bojo devido a maré no planeta, assim como mostra os desenvolvimentos das funções perturbadoras e as partes seculares e de longo período, e algumas aplicações para se ter idéia da ordem de grandeza com que ocorre o fenômeno.

O quarto capítulo é denominado Ressonância, abrangendo o estudo da ressonância de co-rotação nodal, de co-rotação apsidal, ressonância entre os movimentos médios e o estudo do mecanismo de Lidov-Kozai.

O quinto e último capítulo traz uma visão geral do que foi feito no trabalho, com análises e discussões dos resultados apresentados e sugestões do que ainda pode ser feito em trabalhos futuros no estudo do efeito de maré.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Desde o lançamento do primeiro satélite artificial, denominado Sputnik no ano de 1957 pela União Soviética, o homem tenta entender cada vez melhor a natureza do ambiente espacial, para que as missões espaciais consigam cumprir os objetivos que a elas foram propostas. Ter um bom entendimento das forças perturbadoras que atuam no satélite artificial em órbita da Terra pode significar, por exemplo, aumento da vida útil desse veículo espacial, proporcionando missões cada vez mais longas o que implica em produtividade. O desenvolvimento dos estudos relacionando qualquer efeito que venha a alterar os elementos orbitais de um objeto em órbita tem de ser considerado. Nesses estudos percebeu-se que o efeito de maré que é causado pela força gravitacional que a Lua e o Sol exercem sobre o planeta, provoca perturbações nas órbitas e a intensidade com que isso afeta os elementos orbitais depende de fatores como a altitude em relação a superfície terrestre e também da localização do satélite em relação à superfície do planeta.

2.1 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

2.1.1 Maré Terrestre

A idéia de uma Terra não totalmente rígida e, portanto, sujeita a deformações elásticas quando sob a influência de forças perturbadoras, tem cerca de um século e meio, segundo Gemael (1999).

Como a Terra não é perfeitamente rígida, ela se deforma sob a ação do potencial que é criado devido a atração gravitacional do Sol e da Lua, alterando assim a distribuição de massa do planeta (KUGA; RAO; CARRARA, 2000). A nova distribuição de massa gera um novo potencial no espaço diferente do original. Inicialmente assume-se que a massa do terceiro corpo, Sol ou Lua, esteja concentrada no seu centro de massa, com o objetivo de modelar o efeito da presença desse terceiro corpo no potencial da Terra, em outras palavras significa que é desprezado o tamanho do corpo perturbador tendo em vista a grande distância do mesmo em relação à Terra.

O efeito de maré ocorre num planeta porque a gravidade é função da distância radial, sendo que as diferentes partes do planeta estão a distâncias diferentes de um corpo perturbador, sofrendo forças gravitacionais ligeiramente distintas. Isso implica que partes diferentes do planeta se movem a acelerações também diferentes. O resultado disso é que o planeta é deformado de acordo com a atração gravitacional e é acelerado na direção que liga os dois centros (LAZZARO, 1989).

A magnitude do bojo devido a maré em um corpo é determinada em parte pela distribuição da densidade interna, dessa forma, em princípio uma medida da amplitude da maré poderia ter alguma ligação com a determinação da estrutura interna (MURRAY; DERMOTT, 1999). O potencial que indica a deformação associado com a rotação do planeta atua em um caminho similar ao que é provocado pela maré e a medida da deformação rotacional de um planeta pode ser usada para determinar sua distribuição de densidade interna. Este conhecimento pode ser usado para estimar a resposta do planeta ao potencial de maré.

A resposta do satélite ao efeito de maré pode resultar numa evolução dinâmica do sistema, pois a maré causada em um planeta por um satélite natural pode ter ligação com a evolução orbital desse satélite e uma mudança na velocidade de rotação do planeta.

Existem fatores característicos ao efeito de maré na Terra, como o ângulo de atraso que é causado pela diferença entre o bojo da maré e a passagem do satélite. Em Kaula (1969), discute-se que as funções perturbadoras devido a maré foram desenvolvidas fazendo o fator de amplitude k e o ângulo de atraso ε como somas de harmônicos esféricos zonais.

Em Dissertações de Mestrado apresentadas na FEG, foram analisadas variações nos elementos orbitais do satélite artificial considerando a perturbação devido ao efeito de maré terrestre provocada pela Lua. Santos (2002) estuda o efeito de maré terrestre a partir do modelo de Kozai. Pinto (2005), estuda e compara quatro modelos de maré terrestre:

- O modelo de Kozai (1973) desenvolve o potencial em termos seculares e de longo período.
- O modelo de Kaula (1969) considera o ângulo de atraso e os números de Love em função da latitude, expandindo-os em harmônicos esféricos (polinômios de Legendre).
- O modelo de Balmino (1974), é análogo ao de Kaula, apesar de ter uma notação considerada complexa. Existem diferenças no tratamento do número de Love, que é representado como função da latitude e longitude.
- O modelo do IERS (1996), considera a influência no movimento orbital de um satélite em termos de perturbações nos coeficientes C_{nm} e S_{nm} do geopotencial.

No presente trabalho o efeito de maré terrestre é desenvolvido, baseado nos modelos de Kozai (1965, 1973) e de Kaula (1969). Foram desenvolvidas as funções perturbadoras considerando a Lua como corpo perturbador e considerando a Lua e o Sol como corpos perturbadores, com o objetivo do melhor entendimento desse efeito em cada caso. Para isso faz-se a aplicação das soluções dos elementos orbitais através de dados de satélites artificiais de baixa e de alta altitude em relação a superfície terrestre para se ter um maior entendimento de como acontece o efeito de maré.

2.1.2 Maré Oceânica

O fenômeno das marés oceânicas, de acordo a Gemael (1999), foi reconhecido por muitos povos da antiguidade, pela sua periodicidade e grandeza. Entretanto, para as civilizações que viveram às margens do Mediterrâneo, esse fenômeno passou despercebido, porque nesse mar interior a amplitude da maré é considerada muito fraca em comparação com a de outros mares.

O fenômeno foi observado por Heródoto (450 A.C.) no Mar Vermelho e um século mais tarde Aristóteles o correlacionou com o satélite natural da Terra. Tempos mais tarde, Plínio, já no início da era cristã, fala da correspondência da maré com as fases lunares. De qualquer modo, a compreensão do problema teve que aguardar

até que Newton desse sua contribuição com a Lei Universal da Gravitação.

No último quarto do século XVIII, o fenômeno recebeu tratamento matemático com Laplace, sendo acrescentado a isso cem anos depois, a análise harmônica da predição de marés por Kelvin e continuando o aperfeiçoamento depois com Darwin, Rayleigh, dentre outros.

Por muitos anos, o interesse prático sobre a maré oceânica se restringiu às águas litorâneas. No entanto, com o passar dos tempos o avanço científico e tecnológico criou a necessidade de se ter maior precisão sobre o movimento dos oceanos do mundo. O conhecimento preciso permite aos pesquisadores determinar importantes parâmetros hidrodinâmicos dos oceanos e também parâmetros elásticos da parte sólida da Terra. Dessa maneira, interações entre marés oceânicas e atmosfera, corpos celestes e satélites artificiais, podem ser estudados com alta precisão (SCHWIDERSKI, 1980).

As marés e correntes oceânicas precisam ser determinadas com uma precisão compatível com a precisão da geóide desejada para fornecer correções efetivas para medidas altimétricas.

Desde Newton (1687), oceanógrafos, físicos e matemáticos tentam desenvolver modelos realísticos de marés dos oceanos do mundo (SCHWIDERSKI, 1980):

(1) métodos empíricos, que se dão por análise de dados de medidas de maré em estações espalhadas em continentes, ilhas e mares profundos ao redor do mundo;

(2) métodos teóricos, obtidos por ferramentas matemáticas analíticas e numéricas designadas para a integração de equações hidrodinâmicas que governam as correntes de maré;

(3) métodos de interpolação hidrodinâmica, que combinam os métodos empírico e teórico numa técnica considerada consistente.

A primeira explicação física de marés foi dada por Newton (1687), introduzindo a teoria de equilíbrio de marés como uma consequência direta de sua mais nova teoria descoberta da gravitação.

Por observação de numerosos dados de maré oceânica, mapas foram construídos de oceanos localizados em vários lugares do mundo. Esses mapas fornecem uma visão qualitativa geral do fenômeno de maré oceânica, sendo que alguns deles têm um certo grau de realidade, ao menos em algumas áreas oceânicas.

São feitas várias considerações com a finalidade de simplificar o modelo, assumindo o oceano como uma camada simples, todos os componentes da velocidade são considerados independentes da profundidade. Assume-se que a superfície do mar é perfeitamente esférica sem qualquer forma geoidal ou perturbações que possam ser causadas pela atmosfera ou pela densidade.

Sherneck (1996), apresenta em seu trabalho, utilizado na Convenção do IERS (1996), dados de amplitude do efeito de maré para os diversos tipos de maré oceânica tanto sob a influência da Lua como do Sol e mostra em uma tabela valores de amplitude de constituintes das marés, indicando o tipo de maré M_2 , que é perturbada sob a influência da Lua, chamada semi-diurna como a de maior amplitude.

Em Baker e Bos (2003), são estudados alguns tipos de maré a partir de observações do Projeto Geodinâmico Global com o teste de modelos de maré terrestre e cerca de dez modelos de maré oceânica. A grande quantidade de modelos de maré oceânica se deve a resultados anômalos que são apresentados por determinados modelos em várias partes do mundo. Isso porque existem fatores que são característicos de cada região de oceanos e mares que acabam por interferir na resposta ao efeito de maré.

O deslocamento de partículas líquidas (marés oceânicas) e as deformações elásticas da crosta (marés terrestres),

sob a ação gravitacional da Lua e do Sol, são de grande relevância, devido às implicações com a Oceanografia, Geofísica e Dinâmica de Órbitas. Tanto que de acordo com Gemael (1999) é mantido o “Centro Internacional de Marés Terrestres”, sediado em Bruxelas desde 1957.

No presente trabalho estudam-se os efeitos seculares e de longo período sobre órbitas de satélites artificiais a partir de uma função perturbadora que tenta descrever a maré oceânica. A função foi desenvolvida a partir do modelo de Harwood e Swinerd (1997). O efeito completo de maré da Terra é um processo complexo que envolve tanto a parte líquida como a parte sólida do planeta. O presente trabalho traz tanto soluções seculares e de longo período da maré terrestre como da maré oceânica, podendo assim proporcionar um melhor entendimento de como esse tipo de perturbação age em cada caso.

2.1.3 Números de Love

Os coeficientes responsáveis pela plasticidade do planeta são os coeficientes de maré também denominados de números de Love, os quais variam dependendo da posição na Terra (KUGA et. al., 2000). Observações da NASA (1977), KUGA e SILVA (1984), mostram que : $0,245 \pm 0,005 \leq k_2 \leq 0,31 \pm 0,01$

Os números de Love “medem” a deformação que ocorre na superfície da Terra devido ao movimento de porções terrestres ou oceânicas ocasionadas pela influência gravitacional de corpos como a Lua e o Sol.

A força perturbadora devido ao efeito de maré foi desenvolvida fazendo desenvolvimentos no fator amplitude k e no ângulo de atraso ε de forma que fossem expressos em termos de somas de harmônicos esféricos zonais. É importante o entendimento de como ocorre a fricção da maré. Se no início a Lua estava em uma órbita equatorial em relação à Terra, a fricção da maré nada pode fazer sobre a inclinação da órbita. Porém, uma vez inclinada, a fricção da maré pode perturbar a inclinação de maneira mais rápida se houver uma comensurabilidade entre a rotação da Terra e a revolução da Lua (KAULA, 1969). Goldreich (1966) e Munk (1968) sugerem que um efeito de maré assimétrico da Terra teve uma contribuição significativa na evolução orbital da Lua. Isso porque o número de Love k_2 depende da localização geográfica na superfície da Terra.

O número de Love $k_l(\phi, \lambda)$ e o atraso de fase $\varepsilon_{lmpq}(\phi, \lambda)$ são considerados variarem lentamente em função da posição, sendo representados por harmônicos esféricos. Mas devido à rotação da Terra parte da dependência com a longitude do produto $k_l \varepsilon_{lmpq}$ que terá efeito sobre alguma órbita é desconsiderada, pois sendo cíclico toma-se a média da longitude. Dessa forma, pode-se assumir que k_l e ε_{lmpq} sejam funções apenas da latitude.

No trabalho aqui apresentado, foi adotado o valor médio do número de Love, baseado na faixa de valores apresentada pela NASA (1977). Desse modo foi considerado que k_2 tem o mesmo valor em toda superfície do planeta independente da localização geográfica.

2.1.4 Ressonância

Define-se ressonância, no sistema solar, como uma situação em que a razão entre os movimentos médios de dois ou mais corpos tem uma razão próxima de números inteiros.

Nos últimos anos, muitas pesquisas envolvendo perturbações em satélites artificiais, estão incluindo análises a respeito de ressonância, o que mostra a importância do conhecimento desse efeito. Vilhena de Moraes et. al. (2007) analisa o efeito da ressonância nos elementos orbitais do satélite a partir da comensurabilidade do seu

movimento médio com a rotação da Terra, através de ressonâncias do tipo 2:1 e 15:1.

A influência das ressonâncias no movimento translacional e rotacional de satélites artificiais foi estudada em vários aspectos tais como:

- a) comensurabilidade do movimento orbital do satélite com o movimento rotacional do planeta;
- b) considerando a inclinação crítica;
- c) considerando perturbações lunisolares;
- d) incluindo órbitas sol-síncronas;
- e) considerando a pressão de radiação solar;
- f) considerando o acoplamento spin-órbita;
- g) considerando frequências relacionadas com o movimento rotacional. O alvo principal deste tipo de trabalho é

o de calcular a variação temporal dos elementos orbitais de um satélite artificial, devido à influência da ressonância.

Breiter (2000), estuda o tipo de ressonância chamada de C7, que é uma ressonância do tipo apsidal, entre a longitude do pericentro do satélite e a longitude média do Sol. Nas equações desenvolvidas pelo autor, ele estuda pontos críticos e órbitas ao redor da Terra e de Marte.

É comum também o estudo de ressonâncias entre luas do sistema solar e planetas extra-solares. Em Zhou et. al. (2004), é analisada uma ressonância de movimento médio em co-rotação apsidal entre dois planetas extra-solares que se movimentam ao redor do sistema 55 Cancri. É um movimento orbital tido como complexo devido a diferentes tipos de estabilidade e que envolve altas excentricidades.

Em trabalhos como Sampaio e Vilhena de Moraes (2008a, 2008b, 2008c), estuda-se a influência da maré terrestre nas órbitas de satélites artificiais, observando o aparecimento de fatores ressonantes que podem ser analisados. Existem termos envolvendo a longitude do nodo ascendente que são analisados no presente trabalho pela ressonância de co-rotação nodal.

Ao longo dos anos, muitos trabalhos foram desenvolvidos sobre ressonância, o qual é um efeito importante a ser considerado, pois pode afetar a órbita de um satélite de modo não previsto e prejudicar uma missão espacial.

Capítulo 3

FORÇA DE MARÉ

Considere um planeta de massa m_p e um satélite de massa m_s . Se forem considerados como massas pontuais, pela Lei da gravitação de Newton, tem-se a magnitude da força mútua, $\langle F \rangle$, como:

$$\langle F \rangle = G \frac{m_p m_s}{r^2} \quad (3.1)$$

sendo que r é a separação dos centros de massa. Se for considerado que os corpos movem-se em órbitas circulares sobre seu baricentro, veja na figura (3.1), pode-se fazer a seguinte relação entre os semi-eixos maiores das órbitas e as massas:

$$\frac{a_s}{a_p} = \frac{m_p}{m_s} \quad (3.2)$$

tendo entre os corpos a separação $a = a_p + a_s$.

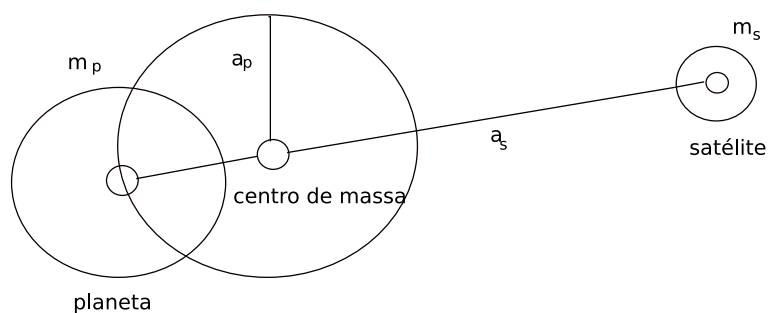


Figura 3.1: Movimento em relação ao centro de massa.

Em Lazzaro (1989), discute-se que as marés ocorrem fundamentalmente em um planeta porque a gravidade depende da distância radial. Como resultado do fato de que diferentes partes do planeta estão a diferentes distâncias, o planeta é deformado segundo a atração gravitacional e acelerado na direção que liga os centros, entre planeta e satélite (figura 3.2).

A força na superfície do planeta varia proporcionalmente a $\frac{R}{r^3}$, sendo R o raio do planeta e r a distância planeta-satélite.

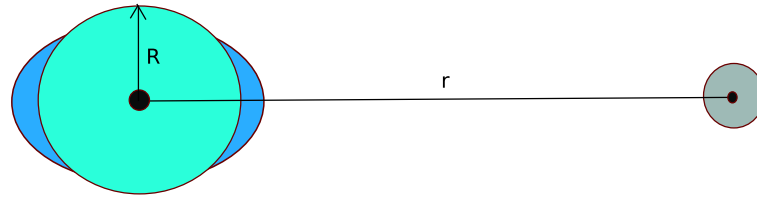


Figura 3.2: Bojo devido a maré

A distorção na superfície do planeta devido ao efeito de maré vai depender de como seja o planeta, se sólido ou líquido ou parte sólido e parte líquido como é o caso da Terra, onde alguma dissipação ocorre devido à inelasticidade, fricção, viscosidade, dentre outros.

No sistema solar, o caso mais comum é que o spin de rotação do planeta, ω , seja mais rápido do que a velocidade angular orbital do satélite natural, n . Isso faz com que a deformação máxima aconteça depois da máxima força, tendo uma diferença no tempo. Dessa forma aparece um ângulo em relação ao eixo que liga os dois centros, como mostra a figura 3.3.

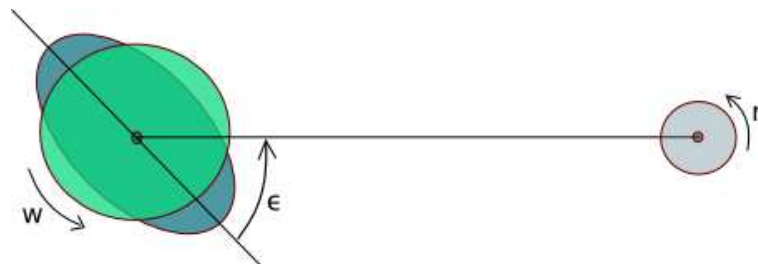


Figura 3.3: Defasagem relativo ao atraso do efeito de maré

Um torque, que diminua a rotação do planeta e faz com que este spin seja síncrono com a velocidade angular do satélite natural, é gerado devido a atração gravitacional entre o satélite natural e a deformação assimétrica. Esse processo gera uma contrapartida que causa o sincronismo da rotação da Lua com o planeta. Tendo o fato que a componente da atração da deformação é no sentido do movimento do satélite natural, ocorre um processo de “compensação” fazendo com que a órbita se expanda. Isso ocorre no sentido de conservação do momento angular total do sistema, sendo que as mesmas forças aumentam o momento angular da órbita na mesma quantidade que foi perdida devido ao spin.

Para melhor entender como agem as forças que geram a força de maré no planeta e o bojo, faz-se o exemplo a seguir.

Definindo um ponto P de um modelo esférico e rígido, caracteriza-se por força de maré em P, a diferença entre a força exercida pelo Sol e pela Lua sobre a unidade de massa colocada nesse ponto e no centro do modelo.

Percebe-se pela figura 3.4, indicando por M_p a massa de um dos corpos perturbadores, com base na lei da Gravitação que:

$$\vec{F} = \vec{f}' - \vec{f} \quad (3.3)$$

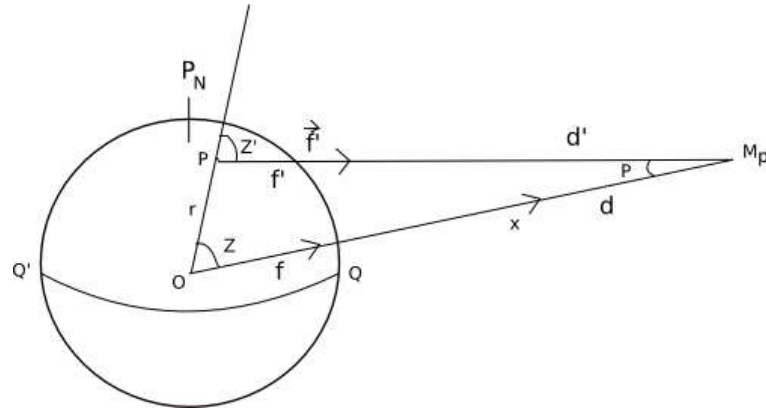


Figura 3.4: Força de maré

com

$$f' = \frac{kM_p}{d'^2} \quad (3.4)$$

$$f = \frac{kM_p}{d^2} \quad (3.5)$$

sendo \vec{F} a força de maré e k a constante de Newton. A equação (3.3) é aplicada tanto para o Sol como para a Lua.

A figura 3.5, mostra, de acordo com Gemael (1999), como acontece a distribuição das forças na Terra, devido ao corpo perturbador, resultando no bojo devido a maré em ambos os lados:

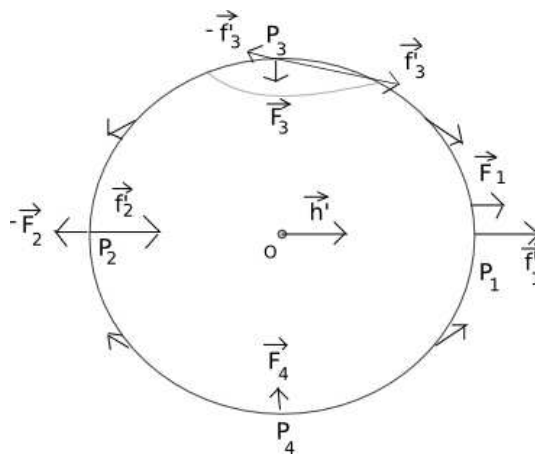


Figura 3.5: Distribuição de forças na Terra

Sabe-se da existência de determinados fatores que são decisivos para a ocorrência do efeito de maré na Terra, como o movimento de rotação do planeta, a força de atração gravitacional que tanto o Sol como a Lua exercem sobre a Terra e o movimento do planeta ao redor do centro de massa do sistema Terra-Lua.

Basicamente explica-se a força de maré, como na figura (3.5), como sendo a resultante das forças gravitacional e centrífuga. É importante o entendimento desse processo, porque como a força centrífuga age dos dois lados

do planeta, a resultante dessa força com a gravitacional sempre está mudando a sua influência, pois depende das posições do Sol e da Lua em relação ao planeta e o bojo devido a maré é gerado em ambos os lados do planeta.

3.1 MARÉ TERRESTRE (MODELO DE KOZAI)

3.1.1 Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua (Órbita excêntrica)

Antes de mostrar o desenvolvimento da função perturbadora é interessante observar como estão localizados os elementos orbitais do satélite em relação ao plano do Equador da Terra. A Figura 3.6 representa o plano orbital em relação ao plano equatorial, considerando que ν é a anomalia verdadeira, Ω a longitude do nodo ascendente, ω é o argumento do perigeu, I é a inclinação do plano da órbita do satélite em relação ao plano equatorial, \vec{N} representa a intersecção do plano do Equador com o plano orbital do satélite:

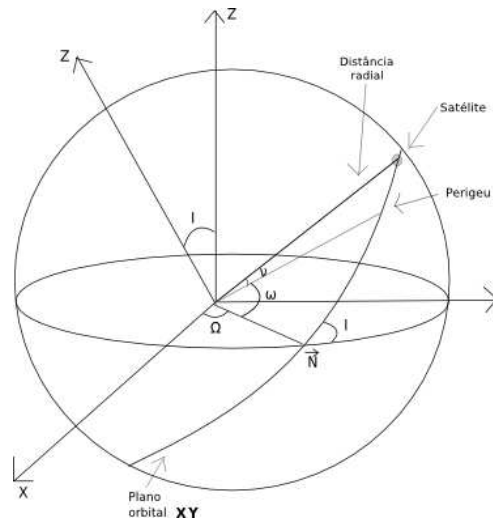


Figura 3.6: Plano da órbita do satélite em relação ao plano do equador terrestre

A função Perturbadora descrita por Kozai (1963) devido ao efeito de maré é:

$$R_{OE} = n_1^2 \beta \frac{R^5}{r^3} \left(\frac{a_1}{r_1} \right)^3 k_2 P_2(\cos(\theta)) \quad (3.6)$$

no qual k_2 é o número de Love; β corresponde a $m_1/(m + m_1)$; n_1 é dado por $G(m + m_1)/a_1^3$, G é a constante gravitacional, m é a massa da Terra, m_1 a massa da Lua e a_1 é o semi-eixo maior da Lua; r é a distância do satélite; r_1 é a distância geocêntrica da Lua. Veja na figura 3.7 a seguir onde está localizado o ângulo θ :

O polinômio de Legendre responsável pelo desenvolvimento do potencial que descreve a perturbação devido a maré é dado por:

$$P_2(\cos(\theta)) = \frac{3}{2} s^2 - \frac{1}{2} \quad (3.7)$$

com

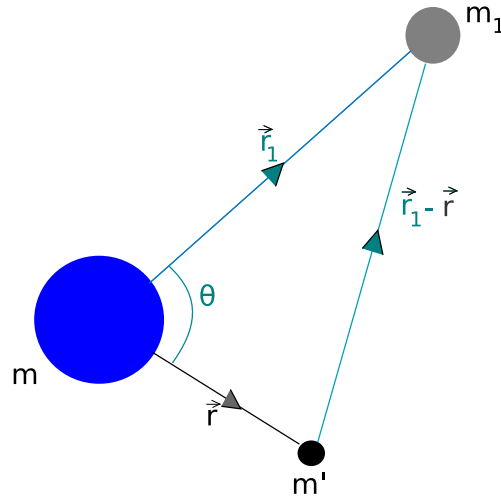


Figura 3.7: Ângulo formado entre os vetores posição \vec{r} relacionando a Terra e o satélite e \vec{r}_1 relacionando a Terra e a Lua.

$$s = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_1}{rr_1} \quad (3.8)$$

Para estudar a variação dos elementos orbitais precisa-se escrever s em função dos elementos orbitais.

Adotando coordenadas geocêntricas, com o eixo x direcionado ao equinócio e o eixo z ao polo norte, tem-se três componentes de \vec{r} :

$$\frac{x}{r} = \cos(\Omega)\cos(\omega + \nu) - \sin(\Omega)\sin(\omega + \nu)\cos(I) \quad (3.9)$$

$$\frac{y}{r} = \sin(\Omega)\cos(\omega + \nu) + \cos(\Omega)\sin(\omega + \nu)\cos(I) \quad (3.10)$$

$$\frac{z}{r} = \sin(\omega + \nu)\sin(I) \quad (3.11)$$

definindo Ω como a longitude do nodo ascendente, ω é o argumento do perigeu e I a inclinação da órbita. As mesmas grandezas e expressões são similares para a Lua, introduzindo o índice 1 para representar os elementos com referência ao Equador.

Dessa forma, pode-se representar o s da seguinte forma:

$$s = \frac{xx_1 + yy_1 + zz_1}{rr_1} \quad (3.12)$$

Para que todo o potencial descrito pela equação (3.6) seja escrito em termos dos elementos orbitais a , e , I , M , Ω , ω , tanto do satélite artificial como da Lua, expansões serão feitas no Programa Computacional Maple 9.5, afim de separar os termos nas anomalias verdadeiras ν e ν_1 , substituindo-os por relações trigonométricas que envolvam os elementos que serão trabalhados.

Os termos com $sen(\nu)$, $cos(\nu)$ são expandidos em termos da anomalia média (M), até segunda ordem na excentricidade e faz-se também expansões em $sen(M_1)$ e $cos(M_1)$ correspondentes ao corpo perturbador.

Substituindo todas essas relações e expansões mostradas anteriormente em (3.6), obtém-se uma função em termos de a , e , I , ω , Ω e M , além das variáveis correspondentes à Lua, representadas com índice 1.

Para este trabalho em específico será considerado uma função que dependa de termos seculares e de longo período, para isso serão eliminados M e M_1 da função perturbadora. O processo utilizado está descrito em Roy (1988):

$$med(1) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R_{OE} \cdot dM_1 \quad (3.13)$$

$$med(2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (med(1)) \cdot dM \quad (3.14)$$

O processo utilizado nas equações (3.13) e (3.14), mostra que são eliminados primeiro os termos envolvendo a variável M_1 e depois os termos envolvendo a variável M , mas no tratamento analítico a ordem não importa, podendo ser eliminados primeiro os termos com a variável M . Depois de realizar esses cálculos no Maple 9.5, chega-se à expressão da função perturbadora dependente apenas dos termos seculares e de longo período.

A função perturbadora encontrada é do tipo:

$$R_{OE} = R_{OE_s}(a, a_1, e, e_1, I, I_1) + \\ + R_{OE_{LP}}(a, a_1, e, e_1, I, I_1, \omega, \omega_1, \Omega, \Omega_1) \quad (3.15)$$

A equação R_{OE_s} representa as variações seculares e $R_{OE_{LP}}$ representa as variações de longo período. Observando que no desenvolvimento da função perturbadora não foi considerada a defasagem, que é o tempo de atraso entre a passagem do corpo perturbador por determinado lugar e a resposta a essa passagem devido ao efeito de maré.

Parte secular :

$$R_{OE_s} = \frac{1}{64a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (-20 + 12 (\cos(I))^2 + 18 e_1^2 (\cos(I))^2 - 30 e_1^2 + \\ + 12 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + 18 e^2 (\cos(I_1))^2 + 36 e_1^2 (sen(I))^2 (sen(I_1))^2 + \\ + 18 e^2 (\cos(I))^2 - 45 e_1^2 e^2 + 18 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + \\ + 54 e_1^2 e^2 (sen(I))^2 (sen(I_1))^2 - 30 e^2 + 18 e_1^2 (\cos(I_1))^2 + \\ + 36 e^2 (sen(I))^2 (sen(I_1))^2 + 12 (\cos(I_1))^2 + 24 (sen(I))^2 (sen(I_1))^2 + \\ + 27 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 + 27 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 + \\ + 27 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + 18 e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2) \quad (3.16)$$

Parte de longo período:

$$\begin{aligned}
R_{OELP} = & \frac{3}{1024a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (54 e_1^2 e^2 \cos(2\omega + 2\omega_1) + 9 e_1^2 e^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) + \\
& + 144 e_1^2 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + 64 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - \\
& - 18 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) - \\
& - 18 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) - \\
& - 36 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& - 96 e_1^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(2\omega_1 - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 72 e_1^2 e^2 \cos(2\omega_1) + 24 e_1^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& - 144 e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 216 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) - \\
& - 36 e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(\Omega - \Omega_1 - 2\omega + 2\omega_1) - \\
& - 48 e_1^2 \cos(2\omega_1) - 24 e_1^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& + 96 e_1^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(2\omega_1 + \Omega - \Omega_1) - \\
& - 96 e_1^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_1 - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 96 e_1^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_1 + \Omega - \Omega_1) + \\
& + 18 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& + 18 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& - 24 e_1^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& - 36 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& - 36 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& + 72 e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) - \\
& - 72 e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) - \\
& - 18 e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) + \\
& + 72 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& + 24 e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) + 24 e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) - \\
& - 24 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) - \\
& - 24 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& + 9 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) - \\
& - 36 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -36 e_1^2 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(\Omega - \Omega_1 - 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1 - 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(\Omega - \Omega_1 + 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +576 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1) + \\
& +384 e_1^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1) - \\
& -96 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - 48 e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& +48 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega) - \\
& -36 e_1^2 e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(\Omega - \Omega_1 + 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(\Omega - \Omega_1 + 2\omega + 2\omega_1) - \\
& -18 e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& +18 e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& -36 e_1^2 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1 + 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +48 e_1^2 \cos(I_1) \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1 - 2\omega + 2\omega_1) - \\
& -72 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(\Omega - \Omega_1 - 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1 + 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +18 e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) + \\
& +9 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - \\
& -36 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& +9 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) + \\
& +144 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& +9 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) + \\
& +9 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& +9 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + \\
& +48 e_1^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_1) + 54 e_1^2 e^2 \cos(-2\omega + 2\omega_1) + \\
& +9 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) - \\
& -48 e_1^2 \cos(I_1) \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& -144 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(2\omega_1 + \Omega - \Omega_1) - \\
& -36 e_1^2 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1 + 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1 - 2\omega + 2\omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(\Omega - \Omega_1 - 2\omega + 2\omega_1) - \\
& -36 e_1^2 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(\Omega - \Omega_1 + 2\omega + 2\omega_1) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -72 e_1^2 e^2 \cos(2\omega) + 72 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_1) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1 + 2\omega + 2\omega_1) - \\
& - 144 e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(2\omega_1 - \Omega + \Omega_1) + \\
& + 144 e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(2\omega_1 + \Omega - \Omega_1) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1 - 2\omega + 2\omega_1) - \\
& - 36 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& + 54 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\omega + 2\omega_1) + \\
& + 54 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega + 2\omega_1) - \\
& - 144 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 144 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 36 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) - \\
& - 18 e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) + 144 e_1^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_1) - \\
& - 18 e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) + \\
& + 256 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& + 96 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& + 144 e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 144 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(2\omega_1 - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 216 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_1) - 144 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) + 144 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) - \\
& - 96 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& + 384 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1) - \\
& - 96 e_1^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - 36 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& - 24 e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& - 24 e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& - 144 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - \\
& - 48 e_1^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& + 48 e_1^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& - 96 e_1^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + 216 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) + \\
& + 9 e_1^2 e^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& + 9 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& + 9 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) + \\
& + 9 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +9 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& -72 e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& +72 e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& -36 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& +64 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - 54 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega + 2\omega_1) - \\
& -54 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\omega + 2\omega_1) - \\
& -36 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) + 216 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_1) + \\
& +72 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega) + 18 e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - \\
& -54 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega + 2\omega_1) - 72 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) - 144 e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_1) + \\
& +72 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& +9 e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& -18 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) + \\
& +96 e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& +24 e_1^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& +18 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& -18 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& +18 e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega + 2\omega) + \\
& +96 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& -96 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) + \\
& +18 e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + \\
& +48 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(I) \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) - \\
& -48 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(I) \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& +36 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& -54 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\omega + 2\omega_1) + \\
& +24 e_1^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1 + 2\omega_1) + 24 e_1^2 \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) + \\
& +96 e_1^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& +9 e_1^2 e^2 \cos(-2\Omega_1 + 2\omega_1 + 2\Omega - 2\omega) - 48 e^2 \cos(2\omega) + \\
& +96 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - 64 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& +48 e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) - \\
& -96 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& -96 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -24 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) - \\
& -24 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) + 24 e^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) + \\
& + 24 e^2 \cos(-2\Omega - 2\omega + 2\Omega_1) - 64 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& + 36 e_1^2 e^2 \cos(2\Omega - 2\Omega_1 + 2\omega_1) - \\
& - 144 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) + 9 e_1^2 e^2 \cos(2\Omega_1 + 2\omega_1 - 2\Omega - 2\omega)
\end{aligned} \quad (3.17)$$

3.1.2 Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua (Órbita não-excêntrica)

Caso 1

A função perturbadora devido a maré terrestre considerando a órbita do corpo perturbador circular é também desenvolvida, fazendo os mesmos desenvolvimentos mostrados para o caso elíptico, apenas desprezando a excentricidade da Lua.

A Função encontrada é do tipo:

$$\begin{aligned}
R_{OC} &= R_{OC_S}(a, a_1, e, I, I_1) + \\
&+ R_{OC_{LP}}(a, a_1, e, I, I_1, \omega, \Omega, \Omega_1)
\end{aligned} \quad (3.18)$$

sendo que a parte secular agora é escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
R_{OC_S} &= \frac{1}{32a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (2 + 27 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + \\
&+ 18 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 - 9 e^2 (\cos(I_1))^2 - \\
&- 9 e^2 (\cos(I))^2 - 6 (\cos(I_1))^2 + 3 e^2 - 6 (\cos(I))^2)
\end{aligned} \quad (3.19)$$

e a parte que descreve a variação de longo período é:

$$\begin{aligned}
R_{OC_{LP}} &= -\frac{3}{128a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (-6 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega) + 6 e^2 \cos(2\omega) - \\
&- 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) + \\
&+ 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
&- 48 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1) + \\
&+ 12 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + 3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
&+ 3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - 6 e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
&- 8 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - 12 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
&+ 3 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - 6 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cdot \\
&\cdot \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + 3 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -18 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) + 18 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) - \\
 & -8 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) + \\
 & +6 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - 32 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cdot \\
 & \cdot \cos(-\Omega + \Omega_1) + 8 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cdot \\
 & \cdot \cos(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) + 12 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - \\
 & -3 e^2 (\cos(i))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - 3 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + \\
 & +6 e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - 3 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - \\
 & -12 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - 3 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + 8 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

Caso 2

A função perturbadora que descreve a maré terrestre é também desenvolvida, sem o fator de Dirichlet, baseado em Kozai (1973).

A função perturbadora é:

$$R_{OC2} = n_1^2 \beta r^2 \left(\frac{a_1}{r_1} \right)^3 k_2 P_2(\cos(\theta)) \quad (3.21)$$

Esta função não apresenta o termo $\left(\frac{R}{r}\right)^3$, acarretando expansões e desenvolvimento diferentes para a função perturbadora. O objetivo desse desenvolvimento foi a análise de ressonância de co-rotação nodal que é verificada nesse caso. Uma diferença, em relação aos desenvolvimentos anteriores é a expansão apresentada em Murray (1999):

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{r}{a}\right)^2 \left(\frac{a_1}{r_1}\right)^3 &= 1 + \frac{3}{2} e^2 + \frac{3}{2} e_1^2 - \\
 & -2e \cos(M) + 3e_1 \cos(M_1) - \\
 & -\frac{1}{2} e^2 \cos(2M) + \frac{9}{2} e_1 \cos(2M_1) - \\
 & -3ee_1 \cos(M - M_1) - \\
 & -3ee_1 \cos(M + M_1) \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

Assim como nos casos anteriores, é desenvolvida a parte secular e de longo período:

$$\begin{aligned}
 R_{OC2} &= R_{OC2s}(a, a_1, e, I, I_1) + \\
 & + R_{OC2LP}(a, a_1, e, I, I_1, \omega, \Omega, \Omega_1) \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

A função desenvolvida foi o caso não-elíptico da Lua como corpo perturbador.

Parte secular encontrada:

$$R_{OC2s} = n_1^2 \beta k_2 a^2.$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left(-\frac{5}{16} + \frac{3}{8} (\text{sen}(I))^2 (\text{sen}(I_1))^2 + \frac{3}{16} (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + \right. \\
& + \frac{3}{16} (\cos(I_1))^2 + \frac{3}{16} (\cos(I))^2 + \frac{9}{32} (\cos(I_1))^2 e^2 + \\
& \left. + \frac{9}{32} (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 e^2 \right) \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Parte de longo período:

$$\begin{aligned}
R_{OC2LP} &= \frac{3}{128} n_1^2 \beta a^2 k_2 \cdot \\
& \cdot (6e^2 \cos(2\omega) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 3e^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 12e^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 3e^2 \cos(2\Omega + 2\omega - 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 - \\
& - 8 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 - \\
& - 12e^2 \text{sen}(I) \cos(I) \cos(2\omega + \Omega - \Omega_1) + \\
& + 12e^2 \text{sen}(I) \cos(I) \cos(2\omega + \Omega - \Omega_1) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 8 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 - \\
& - 12e^2 \text{sen}(I) \cos(I) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) + \\
& + 12e^2 \text{sen}(I) \cos(I) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 48e^2 \text{sen}(I) \cos(I) \cos(-\Omega + \Omega_1) - \\
& - 48e^2 \text{sen}(I) \cos(I) \cos(-\Omega + \Omega_1) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 32 \text{sen}(I) \cos(I) \cos(-\Omega + \Omega_1) - \\
& - 32 \text{sen}(I) \cos(I) \cos(-\Omega + \Omega_1) (\cos(I_1))^2 - \\
& - 12e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega + 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 - \\
& - 6e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 12e^2 \text{sen}(I) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 12e^2 \text{sen}(I) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) (\cos(I_1))^2 - \\
& - 12e^2 \text{sen}(I) \cos(2\omega + \Omega - \Omega_1) + \\
& + 12e^2 \text{sen}(I) \cos(2\omega + \Omega - \Omega_1) (\cos(I_1))^2 - \\
& - 6e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 6e^2 \cos(I) \cos(2\Omega + 2\omega - 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 3e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega + 2\omega - 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2 + \\
& + 3e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega + 2\omega + 2\Omega_1) (\cos(I_1))^2) \tag{3.25}
\end{aligned}$$

3.1.3 Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua e o Sol

A Função Perturbadora é desenvolvida de acordo com o modelo de Kozai (1965). Como a função perturbadora que descreve a influência do Sol é somada à expressão da Lua, os desenvolvimentos para cada expressão foram realizados separados no programa computacional Maple 11, devido a grande quantidade de termos o que implica em aumento no tempo de processamento por parte do software utilizado, e depois de truncados à segunda ordem nas excentricidades, tanto para os corpos perturbadores, como para o perturbado, as expressões referentes ao Sol e a Lua foram somadas para que se calculassem as variações dos elementos orbitais.

A Função Perturbadora é:

$$R_{SL} = \frac{R^5}{r^3} k_2 \left[n_1^2 \beta \left(\frac{a_1}{r_1} \right)^3 P_2(\cos(\theta)) + n_2^2 \left(\frac{a_2}{r_2} \right)^3 P_2(\cos(\psi)) \right] \quad (3.26)$$

em que n_1 , a_1 e r_1 , são respectivamente o movimento médio, o semi-eixo maior e a distância geocêntrica, todos referentes à Lua (com índices 1) e n_2 , a_2 e r_2 , são respectivamente o movimento médio, o semi-eixo maior e a distância geocêntrica, esses últimos referentes ao Sol (com índices 2).

Observe como estão dispostos os ângulos θ e ψ no sistema Terra-Lua-Sol na figura (3.8) a seguir:

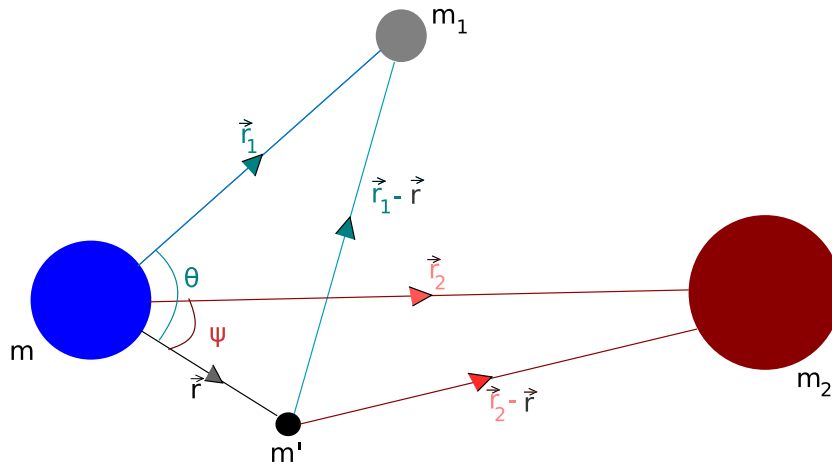


Figura 3.8: Posições relativas do sol (m_2), da lua (m_1) e do satélite artificial (m') em relação ao corpo central, Terra (m). No sistema Lua-Terra-satélite, o ângulo entre os vetores posição é θ . No sistema Sol-Terra-satélite, o ângulo entre os vetores posição é ψ

Observando que para a Lua tem-se que $\beta = \frac{m_1}{m+m_1}$ e para o Sol $\beta = 1$, por isso que na expressão (3.26) não aparece β na parte da função correspondente ao Sol. Outra diferença entre as expressões desses corpos perturbadores é em relação a Terceira Lei de Kepler, devido à grande massa do Sol em comparação à da Terra e Lua, suas expressões mudam:

Para a Lua:

$$n_1^2 = \frac{G(m + m_1)}{a_1^3} \quad (3.27)$$

Para o Sol:

$$n_2^2 = \frac{G(m_2)}{a_2^3} \quad (3.28)$$

O desenvolvimento da parte referente a Lua está apresentada na seção anterior. A parte referente ao Sol é semelhante. Primeiro faz-se o desenvolvimento do polinômio de Legendre:

$$P_2(\cos(\psi)) = \frac{3}{2}h^2 - \frac{1}{2} \quad (3.29)$$

tem-se que,

$$h = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_2}{rr_2} \quad (3.30)$$

Adotando coordenadas geocêntricas, com o eixo x direcionado ao equinócio e o eixo z ao polo norte, tem-se três componentes de \mathbf{r} , que já foram mostradas anteriormente através das equações (3.9, 3.10, 3.11).

Dessa forma, pode-se representar h da seguinte forma:

$$h = \frac{xx_2 + yy_2 + zz_2}{rr_2} \quad (3.31)$$

Agora faz-se expansões no Programa Computacional Maple 11, afim de separar os termos com ν e ν_2 , os substituindo por relações trigonométricas que envolvam os elementos que serão trabalhados.

Da mesma maneira que o desenvolvimento da Lua, os termos com $\text{sen}(\nu)$, $\text{cos}(\nu)$ são expandidos em termos da anomalia média (M), até segunda ordem na excentricidade, faz-se também expansões para $\text{sen}(M_2)$ e $\text{cos}(M_2)$ correspondentes ao Sol.

Esta função que leva em conta tanto o sol como a lua como corpos perturbadores será escrita em termos da parte secular e de longo período. Para isso serão eliminados M, M_1 e M_2 da função perturbadora (3.26). O processo utilizado será o da média descrito em Roy (1988) três vezes:

$$\text{med}(1) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R_{SL} dM \quad (3.32)$$

$$\text{med}(2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\text{med}(1)) dM_1 \quad (3.33)$$

$$\text{med}(3) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\text{med}(2)) dM_2 \quad (3.34)$$

Fazendo essas contas no Maple 11, chega-se à expressão da função perturbadora dependente apenas dos termos seculares e de longo período da seguinte forma:

$$\begin{aligned} R_{SL} = & R_{SL_S}(a, a_1, a_2, e, I, I_1, I_2) + \\ & + R_{SL_{LP}}(a, a_1, a_2, e, I, I_1, I_2, \omega, \Omega, \Omega_1, \Omega_2) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Por convenção, a variável I_2 , que representa a inclinação do sol, foi substituída por ϵ , representando a eclíptica.

A equação R_{SL_S} encontrada é:

$$\begin{aligned}
R_{SL_S} = & \frac{1}{32a^3} R^5 k_2 ((n_1^2 \beta) \cdot (2 + 27 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + \\
& + 18 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 - 9 e^2 (\cos(I_1))^2 - \\
& - 9 e^2 (\cos(I))^2 - 6 (\cos(I_1))^2 + 3 e^2 - 6 (\cos(I))^2) + \\
& + (n_2^2) \cdot (2 + 27 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 + \\
& + 18 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 - 9 e^2 (\cos(\epsilon))^2 - \\
& - 9 e^2 (\cos(I))^2 - 6 (\cos(\epsilon))^2 + 3 e^2 - 6 (\cos(I))^2))
\end{aligned} \tag{3.36}$$

A parte correspondente a variação de longo período é a seguinte:

$$\begin{aligned}
R_{SL_{LP}} = & -\frac{3}{128a^3} R^5 k_2 \cdot \\
& \cdot ((n_1^2) \cdot (-6 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega) + 6 e^2 \cos(2\omega) - \\
& - 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) + \\
& + 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& - 48 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1) + \\
& + 12 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + 3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& + 3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - 6 e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& - 8 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - 12 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& + 3 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - 6 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cdot \\
& \cdot \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + 3 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - \\
& - 18 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) + 18 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) - \\
& - 8 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) + \\
& + 6 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - 32 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cdot \\
& \cdot \cos(-\Omega + \Omega_1) + 8 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cdot \\
& \cdot \cos(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) + 12 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - \\
& - 3 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - 3 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + \\
& + 6 e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - 3 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - \\
& - 12 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - 3 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + 8 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega)) + \\
& + (n_2^2) \cdot (-6 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega) + 6 e^2 \cos(2\omega) - \\
& - 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_2) + \\
& + 12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_2) - \\
& - 48 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(-\Omega + \Omega_2) + \\
& + 12 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega) + 3 e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega + 2\omega) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +3e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega - 2\omega) - 6e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_2 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& -8 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega) - 12e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega) + \\
& +3e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega - 2\omega) - 6e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \cdot \\
& \cdot \cos(2\Omega_2 - 2\Omega + 2\omega) + 3e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_2))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega + 2\omega) - \\
& -18e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\omega) + 18e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\omega) - \\
& -8 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega) + 12e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_2) + \\
& +6e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega - 2\omega) - 32 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cdot \\
& \cdot \cos(-\Omega + \Omega_2) + 8 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega) + 12e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cdot \\
& \cdot \cos(\epsilon) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_2) + 12e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega) - \\
& -3e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega + 2\omega) - 3e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega - 2\omega) + \\
& +6e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_2 - 2\Omega + 2\omega) - 3e^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega + 2\omega) - \\
& -12e^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega) - 3e^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega - 2\omega) + 8 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_2 - 2\Omega)) \quad (3.37)
\end{aligned}$$

3.2 MARÉ TERRESTRE (MODELO DE KAULA)

O modelo de maré terrestre é também desenvolvido com base no modelo de Kaula (1969). Uma diferença importante para o modelo de Kozai é que esse modelo propicia o cálculo da perturbação devido a maré terrestre como função da posição do satélite em relação à superfície da Terra. Como foi visto no capítulo 2 deste trabalho, o número de Love, que representa um valor numérico, varia dentro de uma faixa de valores, pois a amplitude na superfície terrestre da perturbação da maré tem pequenas variações, de uma posição em relação a outra, dependendo da latitude e longitude.

Nesse modelo são acrescentados parâmetros que aproximam mais da realidade a perturbação causada pelo efeito de maré terrestre. São incluídos o número de Love e o ângulo de atraso dependentes da latitude e longitude, como mostrado no potencial a seguir :

$$U = \sum_{l,m,p,q} B_{lm}^* C_{impq}^* r^l P_{lm}(\text{sen}(\varphi)) \cdot \begin{cases} \cos & l-m \text{ par} \\ \text{sen} & l-m \text{ impar} \end{cases} (v_{impq}^* - m(\lambda + \theta^*)) \quad (3.38)$$

em que, r , λ e φ são o raio, a longitude e a latitude respectivamente, θ^* é o tempo sideral de Greenwich, $P_{lm}(\text{sen}(\varphi))$ é a função associada de Legendre e:

$$B_{lm}^* = Gm_1 \frac{(l-m)!}{(l+m)!} (2 - \delta_{0m}) \quad (3.39)$$

$$C_{impq}^* = \frac{1}{a_1^{l+1}} F_{lm_p}(I_1) G_{lpq}(e_1) \quad (3.40)$$

$$v_{lmpq}^* = (l - 2p)\omega_1 + (l - 2p + q)M_1 + m\Omega_1 \quad (3.41)$$

em que G é a constante gravitacional; m_1 , a_1 , e_1 , I_1 , M_1 , ω_1 , Ω_1 são a massa e os elementos Keplerianos do corpo perturbador, que nesse caso é a Lua; $F_{lmp}(I_1)$ e $G_{lpq}(e_1)$ são polinômios desenvolvidos por Kaula (1966):

$$F_{lmp}(I) = \sum_{\zeta} \frac{(2l - 2\zeta)!}{\zeta!(l - \zeta)!(l - m - 2\zeta)!2^{2l-2\zeta}} \text{sen}^{l-m-2\zeta}(I) \cdot \sum_{s=0}^m \binom{m}{s} \cos^s(I) \sum_c \binom{l - m - 2\zeta + s}{c} \binom{m - s}{p - \zeta - c} (-1)^{c-k} \quad (3.42)$$

e

$$G_{lpq}(e) = (-1)^{|q|} (1 + \vartheta^2)^l \vartheta^{|q|} \sum_{k=0}^{\infty} P_{lpqk} \vartheta^{2k} \quad (3.43)$$

em que,

$$\vartheta = \frac{e}{1 + \sqrt{1 - e^2}}; \quad (3.44)$$

$$P_{lpqk} = \sum_{r=0}^h \binom{2p' - 2l}{h - r} \frac{(-1)^r}{r!} \binom{(l - 2p' + q')e}{2\vartheta}^r \quad (3.45)$$

com $h = k + q'$ para $q' > 0$ e $h = k - q'$ para $q' < 0$.

O potencial de maré calculado na superfície da Terra ($r=R$) pode ser escrito da seguinte forma:

$$U_T(R, \varphi, \lambda) = \sum_{lmpq} k_l(\varphi, \lambda) R^l B_{lm}^* C_{lmpq}^* \cdot P_{lm}(\text{sen}(\varphi)) \begin{cases} \cos & l-m \text{ par} \\ \text{sen} & l-m \text{ impar} \end{cases} (v_{lmpq}^* - \epsilon_{lmpq}(\varphi, \lambda) - m(\lambda + \theta^*)) \quad (3.46)$$

Em relação ao número de Love $k_l(\varphi, \lambda)$ e o ângulo de atraso ou defasagem $\epsilon_{lmpq}(\varphi, \lambda)$ a dependência com a longitude pode ser eliminada, pois toma-se o valor médio da longitude, levando em consideração toda superfície terrestre, devido a rotação da Terra. Os termos k_l e ϵ_{lmpq} podem ser escritos da seguinte forma:

$$k_l = \sum_h \kappa_{lh} P_{h0}(\text{sen}(\varphi)) \quad (3.47)$$

e

$$\epsilon_{lmpq} = \sum_n \epsilon_n(lmpq) P_{n0}(\text{sen}(\varphi)) \quad (3.48)$$

Se for assumido que ϵ_n é pequeno o suficiente para que $\text{sen}(\epsilon_{lmpq}) = \epsilon$ e $\text{cos}(\epsilon_{lmpq}) = 1$, então o potencial de maré na superfície pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 U_R = & \sum_{lmpqhn} K_{lmpq} \kappa_{lh} P_{h0}(\text{sen}(\varphi)) P_{lm}(\text{sen}(\varphi)). \\
 & \cdot \left\{ \begin{array}{ll} \text{cos} & l-m \text{ par} \\ \text{sen} & l-m \text{ impar} \end{array} (v_{lmpq}^* - m(\lambda + \theta^*)) + \right. \\
 & \left. + \epsilon_n P_{n0}(\text{sen}(\varphi)) \left\{ \begin{array}{ll} \text{sen} & l-m \text{ par} \\ -\text{cos} & l-m \text{ impar} \end{array} (v_{lmpq}^* - m(\lambda + \theta^*)) \right\} \right. \quad (3.49)
 \end{aligned}$$

em que,

$$K_{lmpq} = R^l B_{lm}^* C_{lmpq}^* \quad (3.50)$$

O produto $P_{lm}(\text{sen}(\varphi)) P_{j0}(\text{sen}(\varphi))$ pode ser convertido na seguinte soma:

$$P_{lm} P_{j0} = \sum_{k=m}^{l+j} Q_{ljk} P_{km} \quad (3.51)$$

em que,

$$Q_{ljk} = \sum_{r=0}^h \binom{-2p'}{h-r} \frac{1}{r'} \binom{(l-2p'+q')e}{2\theta}^r \quad (3.52)$$

com $h = k$ para $q' > 0$ e $h = k - q'$ para $q' < 0$. Sendo que $p' = p$, $q' = q$ para $p \leq l/2$ e $p' = l - p$, $q' = -q$ para $p > l/2$.

Os valores de Q_{ljk} são encontrados tabelados em Kaula (1969).

O potencial de maré a uma distância $r > R$ é:

$$\begin{aligned}
 U_r = & \sum_{lmpqhnks} K_{lmpq} \kappa_{lh} Q_{lhm} \left[\left(\frac{R}{r} \right)^{k+1} P_{km} \left\{ \begin{array}{ll} \text{cos} & l-m \text{ par} \\ \text{sen} & l-m \text{ impar} \end{array} (v_{lmpq}^* - m(\lambda + \theta^*)) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \epsilon_n Q_{kns} \left(\frac{R}{r} \right)^{s+1} P_{sm} \left\{ \begin{array}{ll} \text{sen} & l-m \text{ par} \\ -\text{cos} & l-m \text{ impar} \end{array} (v_{lmpq}^* - m(\lambda + \theta^*)) \right\} \right] \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

Usando conversões de coordenadas esféricas para elementos Keplerianos, que podem ser encontradas em Kaula (1966), da órbita do satélite, e substituindo $(k_l \epsilon)_h$ por $\kappa_{lh} \sum n \epsilon_n Q_{kns}$, pode-se reescrever o potencial de maré terrestre:

$$\begin{aligned}
 U_{res} = & \sum_{lmpqhkjg} K_{lmpq} Q_{lhm} \left(\frac{R}{r} \right)^{k+1} F_{kmj}(I) G_{kjj}(e). \\
 & \cdot [\kappa_{lh} \left\{ \begin{array}{ll} \text{cos} & (k-l) \text{ par} \\ (-1)^m \text{sen} & (k-l) \text{ impar} \end{array} + \right. \\
 & \left. + (k_l \epsilon)_h \left\{ \begin{array}{ll} -\text{sen} & (k-l) \text{ par} \\ (-1)^m \text{cos} & (k-l) \text{ impar} \end{array} \right\} \right] \cdot (v_{kmjg} - v_{lmpq}^*) \quad (3.54)
 \end{aligned}$$

Por análise da evolução orbital lunar é requerido que:

$$\dot{v}_{kmjg} - \dot{v}_{lmpq}^* = 0 \quad (3.55)$$

ou a seguinte consideração da equação 3.41:

$$j = \frac{1}{2}(k - l) + p \quad (3.56)$$

e

$$g = q \quad (3.57)$$

e um fator pequeno $(a_1^{l+1} a^{k+1})^{-1}$, ou $lk=20, 22, 24, 33$ ou 42 .

Para análise do efeito de maré em órbitas de satélites artificiais desprezam-se os termos de curto período, fazendo:

$$g = 2j - k \quad (3.58)$$

e o fator $(a_1^{l+1})^{-1}$ pequeno ou $l = 2$.

Dessa forma, a equação (3.54) torna-se:

$$\begin{aligned} U_{res} = & \sum_{mpqhkj} K_{2mpq} \left(\frac{R}{r}\right)^{k+1} F_{kmj}(I) G_{kj(2j-k)}(e) Q_{2hkm} \cdot \\ & \cdot [k_{2h} \left\{ \begin{array}{ll} \cos & k \text{ par} \\ (-1)^m \text{sen} & k \text{ impar} \end{array} \right\} + \\ & + (k_l \epsilon)_h \left\{ \begin{array}{ll} -\text{sen} & k \text{ par} \\ (-1)^m \text{cos} & k \text{ impar} \end{array} \right\}] \cdot (v_{kmj(2j-k)} - v_{2mpq}^*) \end{aligned} \quad (3.59)$$

Os valores de K_{lmpq} podem ser encontrados tabelados em Kaula (1969).

3.2.1 Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua (Órbita excêntrica)

Kaula (1969), estuda a perturbação devido a maré terrestre sobre satélites próximos a Terra, ou seja com pequenos valores de $\frac{a}{R}$.

Nessa análise Kozai¹(1968 apud KAULA, 1969, p.1112) determinou k e ϵ da perturbação da inclinação com argumento Ω , utilizando apenas o termo $mpqhkj=110021$ da equação (3.59):

$$U_{res_2} = K_{2110} \left(\frac{R}{a}\right)^3 \left[-\frac{3}{2} \text{sen}(I) \cos(I) \right] (1 - e^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot k_{20} (\cos - \epsilon_0 \text{sen})(\Omega - \Omega_1) \quad (3.60)$$

¹KOZAI, Y. **Bull. Geodys.** n° 89, 355, 1968 apud KAULA, William M. **Tidal Friction with Latitude-dependent Amplitude and Phase Angle.** Los Angeles: The Astronomical Journal, vol. 74, n° 9, 1969

Já Newton²(1968 apud KAULA, 1969, p.1112) determinou k e ϵ das perturbações da inclinação e da longitude do nodo ascendente com argumentos contendo Ω e 2Ω de forma diferente. A função que descreve a perturbação tem termos com $m=1,2$ e $p=0, 1, 2$, com $qhkj=0021$ na equação (3.59):

$$U_{res_2} = \sum_{m_p} K_{2mp0} \left(\frac{R}{a}\right)^3 F_{2m1}(I) (1-e^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \kappa_{20} (\cos - \epsilon_0 \text{sen}) m(\Omega - \Omega_1) \quad (3.61)$$

No desenvolvimento da equação (3.61), não aparece no argumento a variável ω , ficando difícil a comparação com algumas soluções dos elementos orbitais obtidas pelo método de Kozai. A função secular e de longo período aqui desenvolvida será como em Kaula (1969). Para a obtenção da parte secular percebe-se que na equação (3.41) os coeficientes $(l-2p)$, $(l-2p+q)$ e m devem ser zero para que não tenham as variáveis Ω , ω e M nos argumentos da função perturbadora. Dessa forma a partir da equação (3.59), encontra-se a parte secular:

$$U_{sec} = \frac{1}{112} \frac{R^5 G m_1 (2 \kappa_{22} + 7 \kappa_{20}) \left(1 - 3 (\cos(I))^2 - 3 (\cos(I_1))^2 + 9 (\cos(I_1))^2 (\cos(I))^2\right)}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} \quad (3.62)$$

Para a parte de longo período considera-se $m = 0, 1, 2, h=0$ e $2, j=2$ e $k=2$ e 4 na equação a seguir:

$$U_{lp} = \sum_{m_h k} K_{2m10} \left(\frac{R}{a}\right)^{k+1} F_{km1}(I) G_{k1(2-k)}(e) Q_{2hkm} \cdot [\kappa_{2h} \cos(v_{km1(2-k)} - v_{2m10}^*) - \kappa_{2h} \epsilon_h \text{sen}(v_{km1(2-k)} - v_{2m10}^*)] \quad (3.63)$$

Encontra-se então a parte de longo período a seguir:

$$\begin{aligned} U_{lp} = & \frac{3}{4} \frac{R^5 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(I) \cos(I) \kappa_{20} (\cos(\Omega - \Omega_1) - \epsilon_0 \text{sen}(\Omega - \Omega_1))}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} + \\ & + \frac{3}{16} \frac{R^5 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 (\text{sen}(I))^2 \kappa_{20} (\cos(2\Omega - 2\Omega_1) - \epsilon_0 \text{sen}(2\Omega - 2\Omega_1))}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} + \\ & + \frac{5}{14} \frac{R^5 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(I) \cos(I) \kappa_{22} (\cos(\Omega - \Omega_1) - \epsilon_2 \text{sen}(\Omega - \Omega_1))}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} - \\ & - \frac{3}{56} \frac{R^5 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 (\text{sen}(I))^2 \kappa_{22} (\cos(2\Omega - 2\Omega_1) - \epsilon_2 \text{sen}(2\Omega - 2\Omega_1))}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} - \\ & - \frac{27}{280} \frac{R^7 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1)}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5} \left(\frac{35}{16} (\text{sen}(I))^3 (1 + 2 \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I)) \text{sen}(I) \right) \cdot \\ & \cdot e^2 \kappa_{22} (\cos(2\omega + \Omega - \Omega_1) - \epsilon_2 \text{sen}(2\omega + \Omega - \Omega_1)) + \\ & + \frac{9}{1120} R^7 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 \left(\frac{105}{8} (\text{sen}(I))^2 \cos(I) (1 + \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I))^2 \right) \cdot \\ & \cdot e^2 \kappa_{22} (\cos(2\omega + 2\Omega - 2\Omega_1) - \epsilon_2 \text{sen}(2\omega + 2\Omega - 2\Omega_1)) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5} + \\ & + \frac{27}{70} R^7 G m_1 \left(\frac{3}{4} (\text{sen}(I_1))^2 - \frac{1}{2} \right) \left(-\frac{35}{32} (\text{sen}(I))^4 + \frac{15}{16} (\text{sen}(I))^2 \right) \cdot \\ & \cdot e^2 \kappa_{22} (\cos(2\omega) - \epsilon_2 \text{sen}(2\omega)) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5} \end{aligned} \quad (3.64)$$

²NEWTON, R. R. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* n° 14, 505, 1968 apud KAULA, William M. *Tidal Friction with Latitude-dependent Amplitude and Phase Angle*. Los Angeles: The Astronomical Journal, vol. 74, n° 9, 1969

3.3 MARÉ OCEÂNICA

3.3.1 Desenvolvimento da Função Perturbadora devido à Lua (Órbita não-excêntrica)

Para o estudo da influência da maré oceânica nas órbitas de satélites artificiais, foi utilizado o potencial dado por Harwood e Swinerd (1997).

Assim como no efeito de maré terrestre, além da Lua, o Sol também tem influência sob a maré oceânica. A função perturbadora desenvolvida neste trabalho para a maré oceânica levou em consideração o corpo perturbador de maior influência para o efeito de maré, que é a Lua. As porcentagens de contribuição feitas por cada corpo, Sol e Lua, para a maré oceânica devem ser as mesmas que foram verificadas para a maré terrestre.

A forma global de representação da maré oceânica pode ser escrita em termos de harmônicos esféricos:

$$\xi_{\beta} = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{\tau=0}^s \sum_{+}^{-} D_{\beta, s\tau}^{\pm} \cos(2\pi f_{\beta} T \pm \tau \lambda - \varepsilon_{\beta, s\tau}^{\pm}) P_{s\tau}(\text{sen}(\phi)) \quad (3.65)$$

sendo que ϕ e λ são respectivamente a latitude e a longitude, $P_{s\tau}(\text{sen}(\phi))$ é a função de Legendre de grau s e ordem τ , e T é o tempo solar médio. Os termos $D_{\beta, s\tau}^{\pm}$ e $\varepsilon_{\beta, s\tau}^{\pm}$ representam a amplitude e a fase, respectivamente, para cada tipo de maré oceânica. f_{β} representa a frequência da maré oceânica relacionada.

O potencial gravitacional devido a maré oceânica a uma distância radial r do centro da Terra e fora da Terra é então escrita:

$$U_{\beta} = 4\pi G R \rho_w \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{\tau=0}^s \sum_{+}^{-} \frac{1 + k'_s}{2s + 1} \left(\frac{R}{r}\right)^{s+1} D_{\beta, s\tau}^{\pm} \cos(2\pi f_{\beta} T \pm \tau \lambda - \varepsilon_{\beta, s\tau}^{\pm}) P_{s\tau}(\text{sen}(\phi)) \quad (3.66)$$

sendo que G é a constante gravitacional, R é o raio médio equatorial da Terra, ρ_w é a densidade da água do mar e k'_s é o número de Love que representa a deformação causada pela maré.

Quanto à fase, existem várias definições, a que é utilizada aqui é dada por Schwiderski (1983):

$$\varepsilon_{\beta, s\tau}^{\pm} = - \left(\gamma_{\beta, s\tau}^{+} - \frac{\pi}{2} + \chi_{\beta} \right) \quad (3.67)$$

sendo que,

$$\chi_{\beta} = \begin{cases} 0 & \text{zonais e semi-diurnas } (\tau = 0, 2) \\ \frac{\pi}{2} & \text{diurnas } (\tau = 1) \text{ e } H_{\beta} > 0, \text{ i.e. } K_1 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{diurnas } (\tau = 1) \text{ e } H_{\beta} < 0 \end{cases} .$$

(3.68)

H_{β} é chamada de amplitude de Doodson para cada maré constituinte β ; K_1 representa uma das marés que contituem a maré oceânica diurna.

O Polinômio de Legendre também é desenvolvido de forma semelhante ao desenvolvimento mostrado para a maré terrestre. Depois que o potencial (3.66) é escrito em termos dos elementos orbitais do satélite artificial e da Lua, restringe-se os termos até segunda ordem na excentricidade e aplica-se o Método de Picard duas vezes para se eliminar as variáveis de curto período. Esse mesmo tratamento é feito para cada caso, considerando $\tau = 0$ representando a maré oceânica de longo período, $\tau = 1$ que indica a maré diurna e $\tau = 2$ representando a maré semi-diurna. O problema é que existem limitações no tratamento analítico em alguns casos, só podendo ser feito o estudo das variações dos elementos orbitais com integração numérica para as marés diurnas e semi-diurnas. No caso de ordem zero que indica a maré de longo período o tratamento pode ser feito por completo analiticamente, pois depois de eliminadas as variáveis de curto período tanto do corpo perturbador como do perturbado, restando não somente termos de longo período como também termos seculares.

Marés de longo período

Como foi explicitado na seção anterior, esta maré acontece quando é considerado o Polinômio de Legendre de ordem zero e grau dois na equação (3.66) como foi desenvolvido no presente trabalho.

A Função perturbadora fazendo as devidas considerações resulta:

$$U_{MLP} = 4\pi G \frac{R^4}{a^3} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \rho_w \frac{1+k_2'}{5} \left(D_{\beta,20}^{\pm}\right) \cos\left(2\pi f_{\beta}T + \left(\gamma_{\beta,20}^+ - \frac{\pi}{2}\right)\right) (-1/2 + 3/2 s^2) \quad (3.69)$$

em que s é o mesmo que é dado pela equação (3.8) dos desenvolvimentos relativos a maré terrestre.

Dessa forma, fazendo as devidas considerações chega-se numa função que depende de termos seculares, de longo período e de curto período. As variações de curto período são eliminadas pelo método da média assim como nas equações (3.13) e (3.14).

Encontra-se então a parte secular:

$$\begin{aligned} U_{MLPSEC} &= \frac{2}{5a^3} \pi GR^4 \rho_w (1+k_2') \left(D_{\beta,20}^{\pm}\right) \text{sen}\left(2\pi f_{\beta}T + \gamma_{\beta,20}^+\right) \cdot \\ &\cdot \left(-\frac{5}{8} + \frac{3}{8} (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + \frac{3}{8} (\cos(I_1))^2 - \right. \\ &- \frac{15}{16} e^2 + \frac{3}{8} (\cos(I))^2 + \frac{9}{16} e^2 (\cos(I_1))^2 + \\ &+ \frac{9}{16} e^2 (\cos(I))^2 + \frac{9}{8} e^2 (\text{sen}(I))^2 (\text{sen}(I_1))^2 + \\ &\left. + \frac{3}{4} (\text{sen}(I))^2 (\text{sen}(I_1))^2 + \frac{9}{16} e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2\right) \end{aligned} \quad (3.70)$$

e de longo período:

$$\begin{aligned} U_{MLPLP} &= -\frac{3}{160a^3} \pi GR^4 \rho_w (1+k_2') D_{\beta,20}^{\pm} \text{sen}\left(2\pi f_{\beta}T + \gamma_{\beta,20}^+\right) \cdot \\ &\cdot (12e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\ &- 12e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +8 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - \\
& -8 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - \\
& -3 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + \\
& +12 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega - \Omega + \Omega_1) - \\
& -12 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - \\
& -12 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& +12 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& +12 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) - \\
& -48 e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1) - \\
& -32 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(-\Omega + \Omega_1) + \\
& +12 e^2 \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(-2\omega - \Omega + \Omega_1) + \\
& +3 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + \\
& +3 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& +12 e^2 (\text{sen}(I))^2 (\text{sen}(I_1))^2 \cos(2\omega) + \\
& +6 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& -6 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& +6 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) - \\
& -3 e^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - \\
& -6 e^2 \cos(2\omega) + \\
& +8 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& +6 e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) - \\
& -8 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega) + \\
& +3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& -6 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) - \\
& -3 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega) + \\
& +6 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega) - \\
& -3 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) - \\
& -6 e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_1 - 2\Omega - 2\omega) + \\
& +3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_1 - 2\Omega + 2\omega)
\end{aligned} \tag{3.71}$$

Marés diurnas

A maré do tipo diurna é um dos casos em que são gerados apenas termos periódicos no desenvolvimento da função perturbadora. A função que descreve esse tipo de maré pode ser escrita da seguinte forma, considerando $\tau = 1$, ou seja de ordem 1:

$$U_{M_{DI}} = 4\pi G \frac{R^4}{a^3} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \rho_w \frac{1+k_2'}{5} \left(D_{\beta,21}^{\pm}\right) \cos\left(2\pi f_{\beta}T - \lambda + \left(\gamma_{\beta,21}^+ - \frac{\pi}{2} + \chi_{\beta}\right)\right) P_{21}(\theta) \quad (3.72)$$

em que $P_{21}(\theta)$ de acordo a Cartwright (1977) é escrito como:

$$P_{21}(\theta) = 3\text{sen}(\theta)\text{cos}(\theta) \quad (3.73)$$

θ é o ângulo geocêntrico formado pelos vetores \vec{r} e \vec{r}_1 como mostrado na figura 3.7.

A respeito dos desenvolvimentos do polinômio de Legendre para escrever a função em termos dos elementos orbitais seguem de acordo ao já apresentado para a maré oceânica de longo período, e maré terrestre. Para a maré diurna o parâmetro χ_{β} pode ser $\frac{\pi}{2}$ para o caso de $H_{\beta} > 0$ e $-\frac{\pi}{2}$ para o caso de $H_{\beta} < 0$. Nesse trabalho não será dada ênfase a maré diurna, pois, além de não proporcionar soluções analíticas, é uma das de menor amplitude que são geradas para a perturbação devido a maré. Sendo que, a maré de longo período pode ser resolvida analiticamente e a semi-diurna é a de maior amplitude, que tem apenas termos de longo período, assim como a diurna, mas pode ser resolvida por integração numérica, pelo método de Runge Kutta, por exemplo.

Marés semi-diurnas

As marés semi-diurnas são representadas por $\tau = 2$, ou seja de segunda ordem. Esse tipo de maré é a que gera a maior amplitude da perturbação da maré oceânica como pode ser observado em alguns trabalhos como Schwiderski (1980), Harwood (1997), Cartwright (1977) e Krohn (1984).

A função perturbadora nesse caso é escrita:

$$U_{M_{SE}} = 4\pi G \frac{R^4}{a^3} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \rho_w \frac{1+k_2'}{5} \left(D_{\beta,22}^{\pm}\right) \cos\left(2\pi f_{\beta}T - 2\lambda + \left(\gamma_{\beta,22}^+ - \frac{\pi}{2}\right)\right) P_{22}(\theta) \quad (3.74)$$

$P_{22}(\theta)$ é escrito da seguinte forma (CARTWRIGHT 1977):

$$P_{22}(\theta) = 3\text{sen}^2(\theta) \quad (3.75)$$

θ é o ângulo geocêntrico formado pelos vetores \vec{r} e \vec{r}_1 como mostrado na figura 3.7.

A partir do desenvolvimento da Função perturbadora devido a maré semi-diurna, percebeu-se que surgem apenas termos periódicos, não sendo possível encontrar as soluções dos elementos orbitais analiticamente.

3.4 EQUAÇÕES PLANETÁRIAS DE LAGRANGE

As equações de Lagrange considerando a perturbação por uma força que deriva de um potencial são dadas por Kozai (1958, 1959 e 1963):

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \quad (3.76)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{-\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \omega} + \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M} \quad (3.77)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{-1}{na^2\sqrt{1-e^2}\text{sen}I} \frac{\partial R}{\partial \Omega} + \frac{\text{cos}I}{na^2\sqrt{1-e^2}} \frac{\text{cos}I}{\text{sen}I} \frac{\partial R}{\partial \omega} \quad (3.78)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\text{sen}I} \frac{\partial R}{\partial I} + \frac{d\Omega_a}{de} \delta e + \frac{d\Omega_a}{dI} \delta I \quad (3.79)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\text{cos}I}{na^2\sqrt{1-e^2}\text{sen}I} \frac{\partial R}{\partial I} + \frac{d\omega_a}{de} \delta e + \frac{d\omega_a}{dI} \delta I \quad (3.80)$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} - \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} \quad (3.81)$$

Resolvendo-se esse sistema, as variações seculares e de longo período dos elementos orbitais são então obtidas, substituindo as funções perturbadoras, nas equações (3.76) a (3.81). O passo seguinte do estudo é aplicar o método das aproximações sucessivas nas equações resultantes.

Para obter as variações $\delta\omega$ e $\delta\Omega$, utilizando as equações de Lagrange, já considerando o efeito do achatamento devido ao geopotencial na maré, precisa-se das relações dadas por Kozai (1963):

$$\omega_a = \frac{A_2}{p^2} n \frac{4 - 5\text{sen}^2(I)}{2} \quad (3.82)$$

$$\Omega_a = -\frac{A_2}{p^2} n \text{cos}(I) \quad (3.83)$$

em que,

$$p = a(1 - e^2) \quad (3.84)$$

No Apêndice B, as equações de longo período $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ referentes ao caso não elíptico do corpo perturbador da maré terrestre, apresentam termos adicionais devido a consideração do achatamento. Mas nas aplicações aos satélites de baixa altitude e de alta altitude apresentadas neste trabalho não foi considerado o efeito do achatamento.

3.5 RESULTADOS

3.5.1 Maré Terrestre (Soluções Seculares)

Modelo de Kozai

Na determinação das soluções, como geralmente é feito no estudo da mecânica celeste, calculam-se as soluções seculares, primeiro, e em seguida, calculam-se as soluções periódicas, aproveitando resultados obtidos anteriormente com as variáveis métricas.

Substituindo a expressão (3.16) nas equações de Lagrange, obtém-se para uma primeira aproximação:

$$\dot{a} = 0 \quad (3.85)$$

$$\dot{e} = 0 \quad (3.86)$$

$$\dot{I} = 0 \quad (3.87)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} = & -\frac{3}{32} \frac{1}{na^5 \sqrt{1-e^2}} n_1^2 \beta R^5 k_2 \cos(I) (12 (\cos(I_1))^2 + 18 e_1^2 (\cos(I_1))^2 + \\ & + 18 e^2 (\cos(I_1))^2 + 27 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 - 4 - 6 e_1^2 - 6 e^2 - 9 e_1^2 e^2) \end{aligned} \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega} = & \frac{3}{32} \frac{1}{na^5 \sqrt{1-e^2}} n_1^2 \beta R^5 k_2 (2 - 9 e_1^2 (\cos(I_1))^2 - 15 e_1^2 (\cos(I))^2 + \\ & + 30 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 - 2 e^2 + 9 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 - 6 (\cos(I_1))^2 - \\ & - 10 (\cos(I))^2 + 3 e_1^2 - 3 e_1^2 e^2 + 45 e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + 6 e^2 (\cos(I_1))^2) \end{aligned} \quad (3.89)$$

Para obter a variação dos elementos orbitais do satélite, integram-se as equações (3.76) à (3.81) por meio do Método de Picard, mais conhecido como método das aproximações sucessivas, obtendo então:

$$a = a_0 \quad (3.90)$$

$$e = e_0 \quad (3.91)$$

$$I = I_0 \quad (3.92)$$

$$\Omega = n_{\Omega}t + \Omega_0 \quad (3.93)$$

$$\omega = n_{\omega}t + \omega_0 \quad (3.94)$$

As expressões, n_{Ω} e n_{ω} são mostradas a seguir:

$$\begin{aligned} n_{\Omega} = & -\frac{3}{32} \frac{1}{na^5\sqrt{1-e^2}} n_1^2 \beta R^5 k_2 \cos(I) (12 (\cos(I_1))^2 + 18 e_1^2 (\cos(I_1))^2 + \\ & + 18 e^2 (\cos(I_1))^2 + 27 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 - 4 - 6 e_1^2 - 6 e^2 - 9 e_1^2 e^2) \end{aligned} \quad (3.95)$$

$$\begin{aligned} n_{\omega} = & \frac{3}{32} \frac{1}{na^5\sqrt{1-e^2}} n_1^2 \beta R^5 k_2 (2 - 9 e_1^2 (\cos(I_1))^2 - 15 e_1^2 (\cos(I))^2 + \\ & + 30 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 - 2 e^2 + 9 e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 - 6 (\cos(I_1))^2 - \\ & - 10 (\cos(I))^2 + 3 e_1^2 - 3 e_1^2 e^2 + 45 e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + 6 e^2 (\cos(I_1))^2) \end{aligned} \quad (3.96)$$

Tem-se que a variação em a (semi-eixo maior), para uma primeira aproximação, assim como no caso das variações seculares é zero, pois $\frac{dR_{LP}}{dM} = 0$. Assim tem-se:

$$\dot{a} = 0$$

$$a = a_0 \quad (3.97)$$

As soluções dos outros elementos orbitais, devido a grande quantidade de termos estão no Apêndice A. O processo utilizado para obter essas expressões é similar ao calculado anteriormente para a variação secular, substituindo o potencial nas equações de Lagrange e em seguida aplicando o método de Picard às derivadas em relação ao tempo a fim de encontrar as variações nos elementos orbitais.

3.5.2 Maré Terrestre (caso não-elíptico do corpo perturbador)

Caso 1 (Modelo de Kozai)

Substituindo a expressão (3.19) nas equações de Lagrange, obtém-se:

$$\dot{a} = 0 \quad (3.98)$$

$$\dot{e} = 0 \quad (3.99)$$

$$\dot{I} = 0 \quad (3.100)$$

$$\dot{\Omega} = -3/16 \frac{n_1^2 \beta R^5 k_2 \cos(I) \left(9 e^2 (\cos(I_1))^2 + 6 (\cos(I_1))^2 - 3 e^2 - 2 \right)}{n a^5 \sqrt{1 - e^2}} \quad (3.101)$$

$$\dot{\omega} = \frac{3}{16 n a^5 \sqrt{1 - e^2}} n_1^2 \beta R^5 k_2 \left(15 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 - 3 (\cos(I_1))^2 + 3 e^2 (\cos(I_1))^2 - 5 (\cos(I))^2 + 1 - e^2 \right) \quad (3.102)$$

As soluções dos elementos orbitais são então escritos:

$$a = a_0 \quad (3.103)$$

$$e = e_0 \quad (3.104)$$

$$I = I_0 \quad (3.105)$$

$$\Omega = \dot{\Omega} t + \Omega_0 \quad (3.106)$$

$$\omega = \dot{\omega} t + \omega_0 \quad (3.107)$$

Soluções de longo período:

$$\dot{a} = 0$$

$$a = a_0 \quad (3.108)$$

As soluções dos outros elementos orbitais, devido a grande quantidade de termos estão no Apêndice B.

Caso 2

As soluções seculares encontradas para este caso são:

$$\dot{a} = 0 \quad (3.109)$$

$$\dot{e} = 0 \quad (3.110)$$

$$\dot{I} = 0 \quad (3.111)$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{16} \frac{\cos(I) \left(9e^2 (\cos(I_1))^2 + 6 (\cos(I_1))^2 - 2 - 3e^2 \right) n_1^2 \beta k_2}{n\sqrt{1-e^2}} \quad (3.112)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega} = & \frac{3}{16n\sqrt{1-e^2}} n_1^2 \beta k_2 \cdot \\ & \cdot (15 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + 1 - 3 (\cos(I_1))^2 - \\ & - 5 (\cos(I))^2 - e^2 + 3e^2 (\cos(I_1))^2) \end{aligned} \quad (3.113)$$

Para este caso só foram trabalhadas as soluções seculares.

3.5.3 Maré Terrestre (Sol e Lua como corpos perturbadores)**Modelo de Kozai**

Substituindo a expressão (3.36) nas equações de Lagrange, obtém-se:

$$\dot{a} = 0 \quad (3.114)$$

$$\dot{e} = 0 \quad (3.115)$$

$$\dot{I} = 0 \quad (3.116)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} = & -\frac{3}{16na^5\sqrt{1-e^2}} R^5 k_2 \cos(I) \cdot (n_1^2 \beta (9e^2 (\cos(I_1))^2 + 6 (\cos(I_1))^2 - 3e^2 - 2) + \\ & + n_2^2 (9e^2 (\cos(\epsilon))^2 + 6 (\cos(\epsilon))^2 - 3e^2 - 2)) \end{aligned} \quad (3.117)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega} = & \frac{3}{16na^5\sqrt{1-e^2}}, R^5 k_2 (n_1^2 \beta (15 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 - 3 (\cos(I_1))^2 + \\ & + 3 e^2 (\cos(I_1))^2 - 5 (\cos(I))^2 + 1 - e^2) + n_2^2 (15 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 - \\ & - 3 (\cos(\epsilon))^2 + 3 e^2 (\cos(\epsilon))^2 - 5 (\cos(I))^2 + 1 - e^2) \end{aligned} \quad (3.118)$$

Para obter a variação dos elementos orbitais do satélite, integram-se as equações (3.114) à (3.118) por meio do Método de Picard, mais conhecido como método das aproximações sucessivas, obtendo então:

$$a = a_0 \quad (3.119)$$

$$e = e_0 \quad (3.120)$$

$$I = I_0 \quad (3.121)$$

$$\Omega = \dot{\Omega}t + \Omega_0 \quad (3.122)$$

$$\omega = \dot{\omega}t + \omega_0 \quad (3.123)$$

Soluções de longo período:

$$\dot{a} = 0$$

$$a = a_0 \quad (3.124)$$

As soluções dos outros elementos orbitais estão no Apêndice C.

3.5.4 Maré Terrestre (Modelo de Kaula)

Soluções seculares:

$$\dot{a} = 0 \quad (3.125)$$

$$\dot{e} = 0 \quad (3.126)$$

$$\dot{I} = 0 \quad (3.127)$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{56} \frac{R^5 G m_1 (2 \kappa_{22} + 7 \kappa_{20}) \cos(I) \left(-1 + 3 (\cos(I_1))^2\right)}{(1 - e_1^2)^{3/2} n a^5 (-1 + e^2)^2 a_1^3} \quad (3.128)$$

$$\dot{\omega} = \frac{3}{112} \frac{1}{(1 - e_1^2)^{3/2} n a^5 (-1 + e^2)^2 a_1^3} R^5 G m_1 (2 \kappa_{22} + 7 \kappa_{20}) \cdot \left(1 - 5 (\cos(I))^2 - 3 (\cos(I_1))^2 + 15 (\cos(I_1))^2 (\cos(I))^2\right) \quad (3.129)$$

Soluções de longo período:

$$\dot{a} = 0$$

$$a = a_0 \quad (3.130)$$

As soluções dos outros elementos orbitais estão no Apêndice E.

3.5.5 Maré Oceânica de longo período

Soluções Seculares:

$$\dot{a} = 0 \quad (3.131)$$

$$\dot{e} = 0 \quad (3.132)$$

$$\dot{I} = 0 \quad (3.133)$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{20} \pi \frac{G R^4 \rho_w (1 + k_2') D_{\beta,20}^{\pm} \text{sen} \left(2 \pi f_{\beta} T + \gamma_{\beta,20}^{\pm}\right) \cos(I)}{n a^5 \sqrt{1 - e^2}} \cdot \left(6 (\cos(I_1))^2 + 9 e^2 (\cos(I_1))^2 - 2 - 3 e^2\right) \quad (3.134)$$

$$\dot{\omega} = \frac{3}{20} \pi \frac{GR^4 \rho_w (1 + k_2') D_{\beta,20}^{\pm} \text{sen} (2\pi f_{\beta} T + \gamma_{\beta,20}^{\pm})}{na^5 \sqrt{1 - e^2}} \cdot \left[(1 - e^2 - 3 (\cos(I_1))^2 + 3 e^2 (\cos(I_1))^2 - 5 (\cos(I))^2 + 15 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2) \right] \quad (3.135)$$

As soluções seculares dos elementos orbitais são:

$$a = a_0 \quad (3.136)$$

$$e = e_0 \quad (3.137)$$

$$I = I_0 \quad (3.138)$$

$$\Omega = \dot{\Omega}t + \Omega_0 \quad (3.139)$$

$$\omega = \dot{\omega}t + \omega_0 \quad (3.140)$$

Com as soluções de longo período:

$$\dot{a} = 0$$

$$a = a_0 \quad (3.141)$$

As soluções dos demais elementos orbitais estão no Apêndice D.

3.5.6 Aplicação

Satélite de baixa altitude

Neste tópico é avaliada a influência das soluções seculares de Ω e ω geradas por cada função perturbadora desenvolvida neste trabalho acerca de um satélite em órbita. Utilizou-se um satélite com os seguintes elementos orbitais: $a=6960\text{km}$, $e=0,016$, $I=31,5$ graus, $\Omega=60$ graus e $\omega=30$ graus.

SOLUÇÕES SECULARES

Modelo de Kozai

Maré Terrestre (Caso Elíptico da Lua)

$$n_{\Omega} = -4,515440495 \times 10^{-5} \text{ graus/dia}, \quad n_{\omega} = 6,97519736 \times 10^{-5} \text{ graus/dia}$$

Gráficos das Variações seculares de $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ pelo tempo:

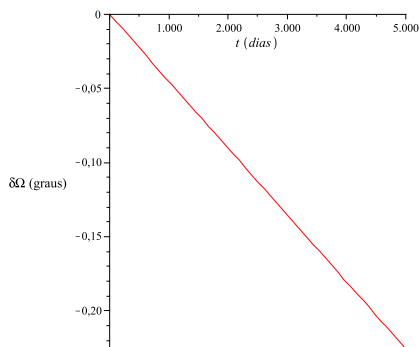


Figura 3.9: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Lua como corpo perturbador)

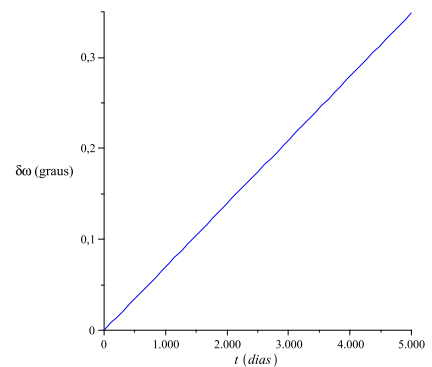


Figura 3.10: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Lua como corpo perturbador)

Maré Terrestre (Caso não-Elíptico da Lua)

Caso 1

$$n_{\Omega} = -4,495117997 \times 10^{-5} \text{ graus/dia}, \quad n_{\omega} = 6,94380432 \times 10^{-5} \text{ graus/dia}$$

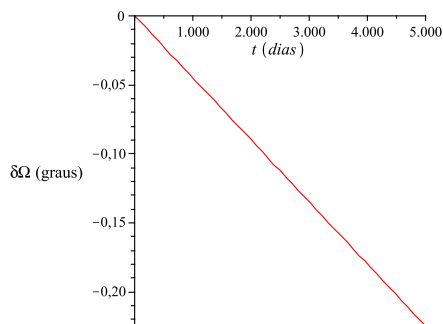


Figura 3.11: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Caso 1: não-elíptico da Lua)

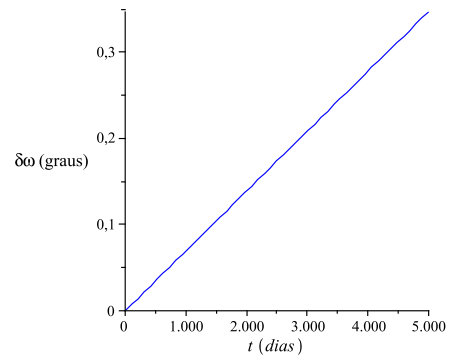


Figura 3.12: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Caso 1: não-elíptico da Lua)

Nas variações de Ω e ω pode ser considerada a inclinação da Lua variando com o tempo, através das equações (NAUTICAL ALMANAC OFFICES OF THE UNITED KINGDOM AND THE UNITED STATES OF AMERICA, 1961):

$$\text{sen}(I_1) = \sqrt{0.1644 + 0.0652\cos(N) - 0.0006\cos(2N)} \quad (3.142)$$

e

$$N = 259,183^0 - 0,0529539^0t + 1,557^0 \times 10^{-12}t^2 + 5^0 \times 10^{-20}t^3 \quad (3.143)$$

N é a longitude do nodo ascendente da órbita lunar.

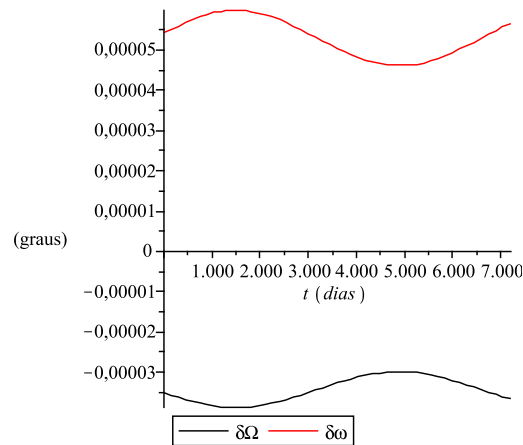


Figura 3.13: Variação de $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ (considerando a inclinação da Lua variando com o tempo)

Caso 2

$$n_\Omega = -6,954752822 \times 10^{-5} \text{ graus/dia}, \quad n_\omega = 1,653319727 \times 10^{-4} \text{ graus/dia}$$

Gráficos das Variações seculares de $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ pelo tempo:

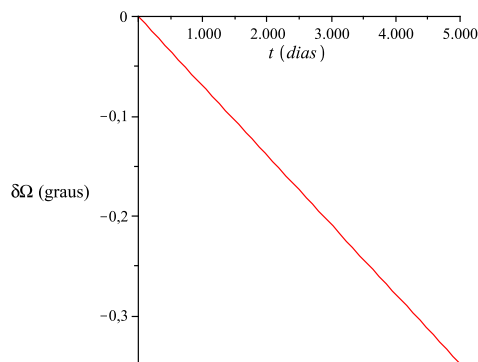


Figura 3.14: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Caso 2: não-elíptico da Lua)

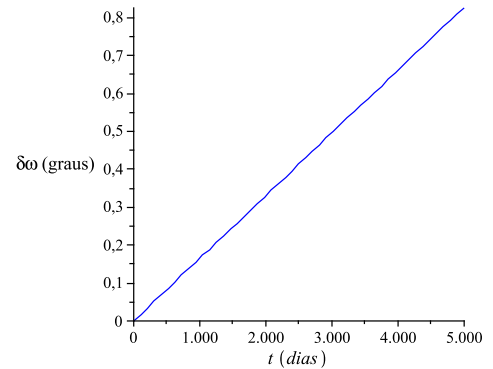


Figura 3.15: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Caso 2: não-elíptico da Lua)

Maré Terrestre (Sol e Lua como corpos perturbadores - caso não-elíptico)

$$n_{\Omega} = -6,584525892 \times 10^{-5} \text{ graus/dia}, \quad n_{\omega} = 1,017140403 \times 10^{-4} \text{ graus/dia}$$

Gráficos das Variações seculares de $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ pelo tempo:

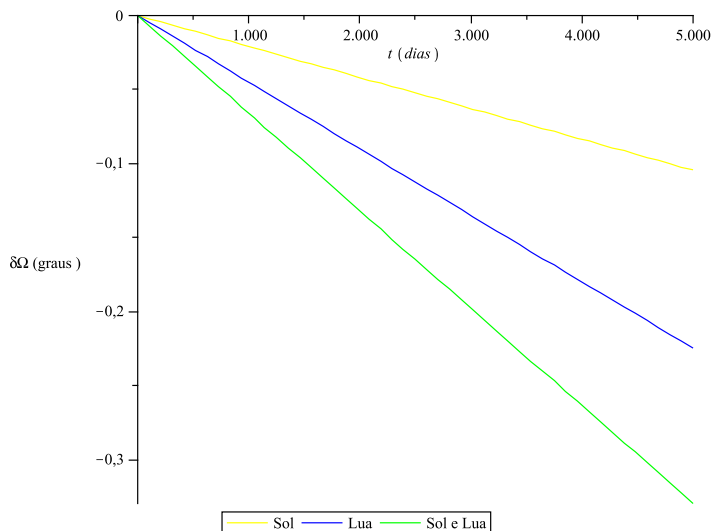


Figura 3.16: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Sol e Lua como corpos perturbadores)

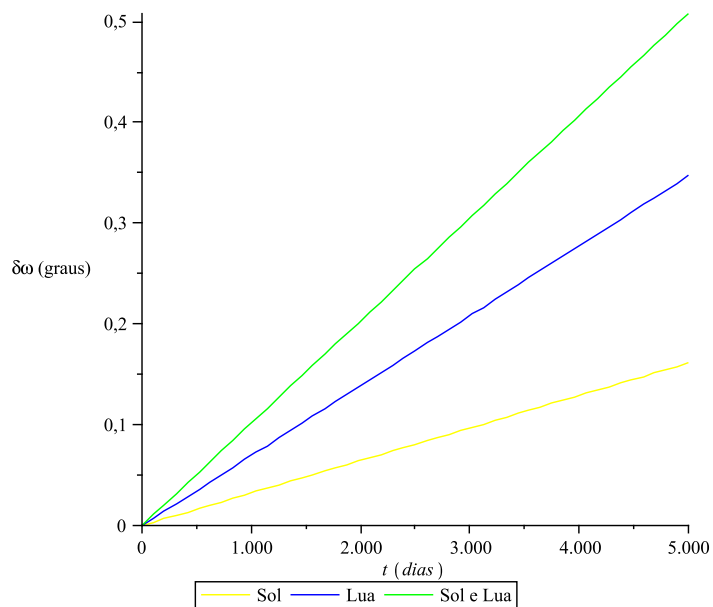


Figura 3.17: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Sol e Lua como corpos perturbadores)

Modelo de Kaula

$$n_{\Omega} = -5,500206937 \times 10^{-5} \text{ graus/dia},$$

$$n_{\omega} = 8,732751372 \times 10^{-5} \text{ graus/dia}$$

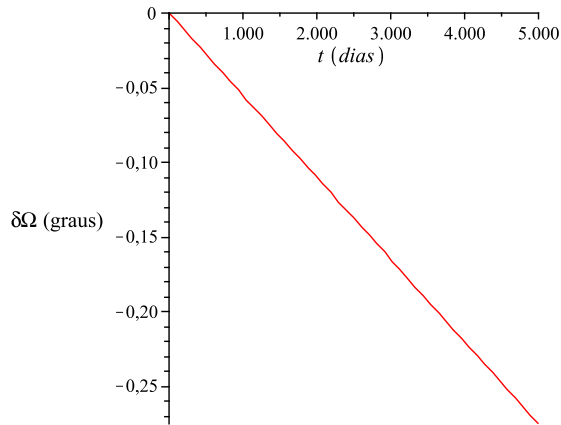


Figura 3.18: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Modelo de Kaula: caso elíptico da Lua)

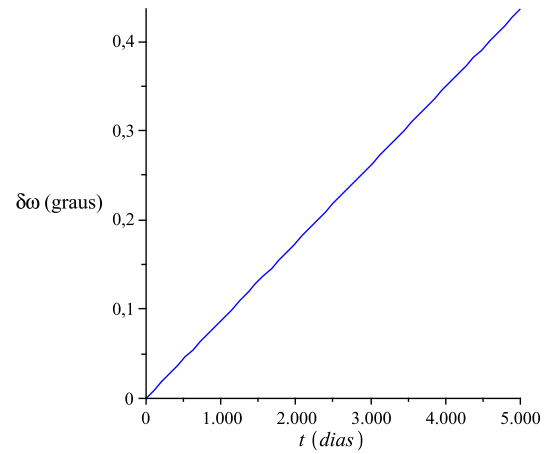


Figura 3.19: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Modelo de Kaula: caso elíptico da Lua)

Maré Oceânica do tipo de longo período, de ordem zero (Caso não elíptico do corpo perturbador)

$$n_{\Omega} = -1,507085787 \times 10^{-6} \text{ graus/dia},$$

$$n_{\omega} = 2,328060977 \times 10^{-6} \text{ graus/dia}$$

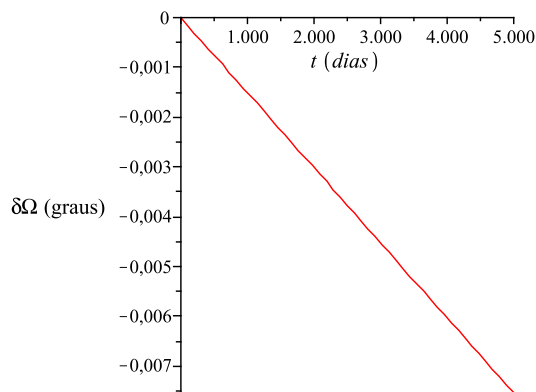


Figura 3.20: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Maré oceânica: não-elíptica da Lua)

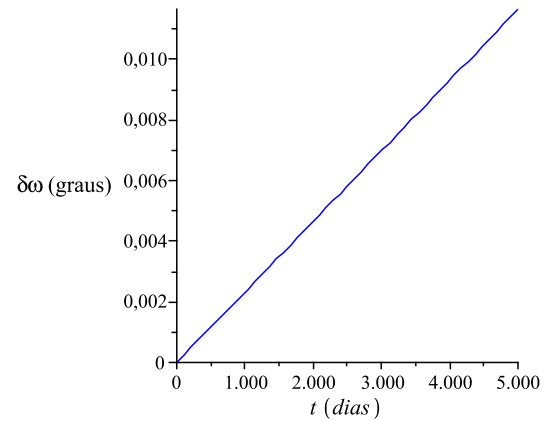


Figura 3.21: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Maré oceânica: não-elíptica da Lua)

Analisando as soluções seculares dos casos apresentados para o satélite de baixa altitude percebem-se diferenças acerca da ordem de grandeza da perturbação. Em relação às soluções do caso não elíptico foram verificadas as contribuições dadas tanto pelo Sol como pela Lua para o efeito de maré. Verificou-se um certo aumento percentual nas variações quando é acrescentada a contribuição do Sol. Tomando-se como o total da perturbação do efeito de maré terrestre a função que soma as contribuições do Sol e da Lua, calcula-se a contribuição que cada corpo contribui com a perturbação. Foi percebida a maior contribuição por parte da Lua, cerca de 68,27 % tanto para $\dot{\Omega}$, como para $\dot{\omega}$.

Pelas soluções seculares do modelo de Kozai percebe-se que a diferença percentual do caso elíptico do corpo perturbador para o caso não elíptico é de cerca de 4,5 %. A vantagem do caso não elíptico é que, para casos analíticos, o tamanho das equações reduz-se consideravelmente em comparação ao caso elíptico. Conhecendo a diferença percentual entre ambos os casos os valores numéricos podem ser ajustados.

Comparando agora os casos 1 e 2 apresentados para o caso não elíptico percebe-se que a diferença entre as variações tanto de $\dot{\Omega}$ como para $\dot{\omega}$ é devido ao fator de Dirichlet que está presente no caso 1 e não está presente no caso 2.

Observando as soluções seculares da maré terrestre em comparação à maré oceânica percebe-se menor contribuição por parte da maré oceânica.

SOLUÇÕES DE LONGO PERÍODO

Modelo de Kozai

Excentricidade:

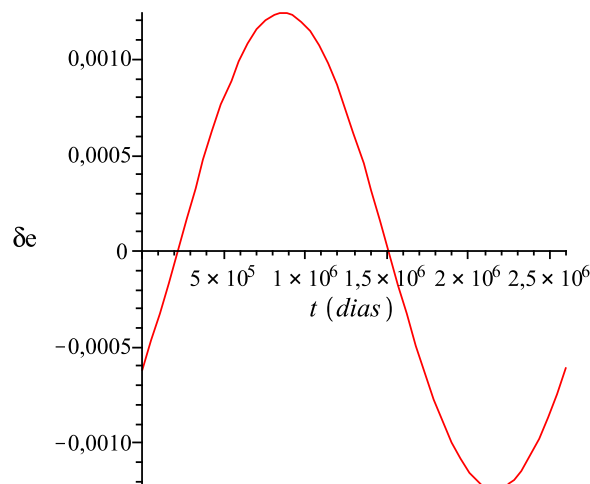


Figura 3.22: Variação de δe pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Inclinação:

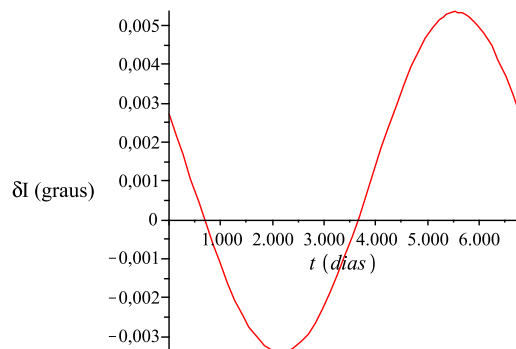


Figura 3.23: Variação de δI pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Longitude do nodo-ascendente:

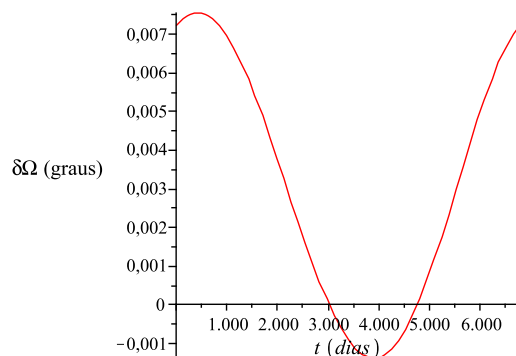


Figura 3.24: Variação de $\delta \Omega$ pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Argumento do pericentro:

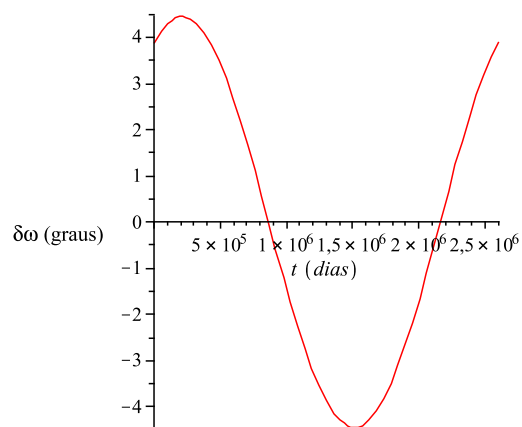


Figura 3.25: Variação de $\delta \omega$ pelo tempo (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Modelo de Kaula

Excentricidade:

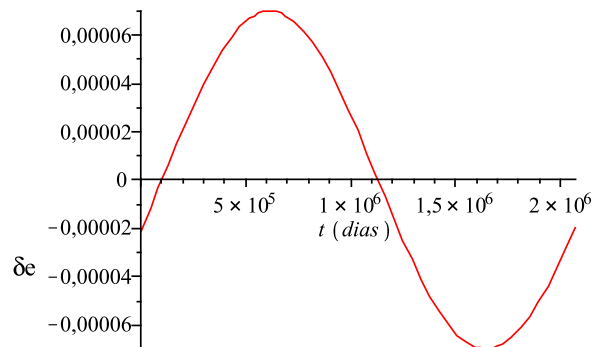


Figura 3.26: Variação de δe pelo tempo (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Inclinação:

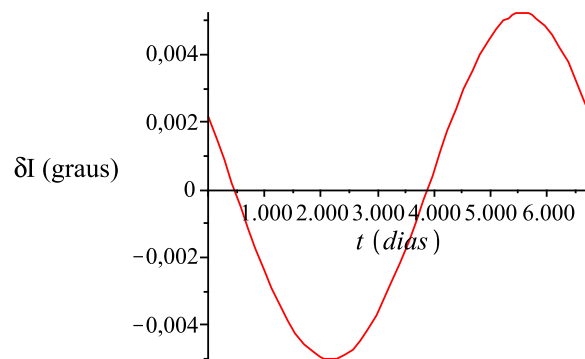


Figura 3.27: Variação de δI pelo tempo (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Longitude do nodo-ascendente:

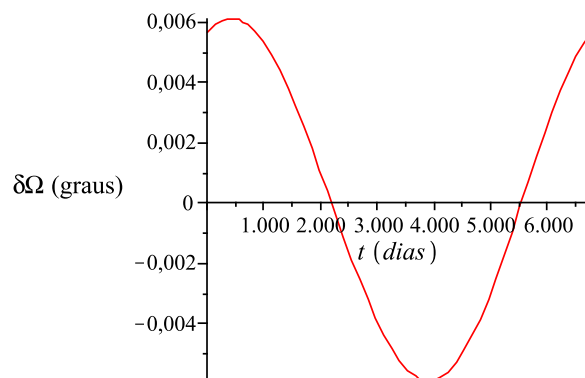


Figura 3.28: Variação de $\delta \Omega$ pelo tempo (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Argumento do pericentro:

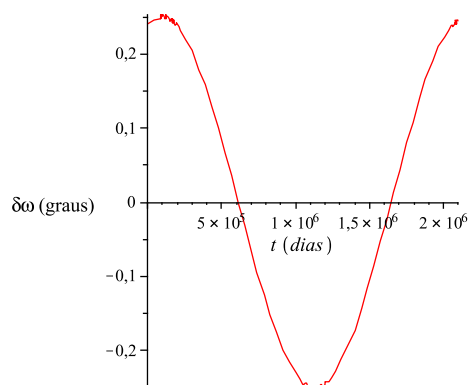


Figura 3.29: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Maré Oceânica

Excentricidade:

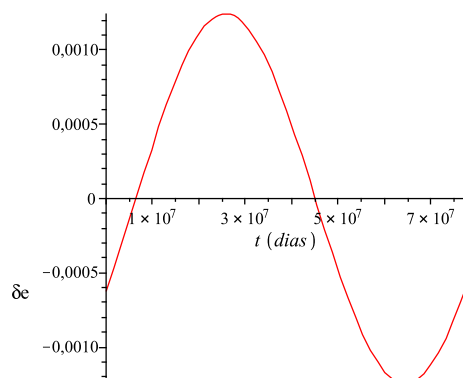


Figura 3.30: Variação de δe pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Inclinação:

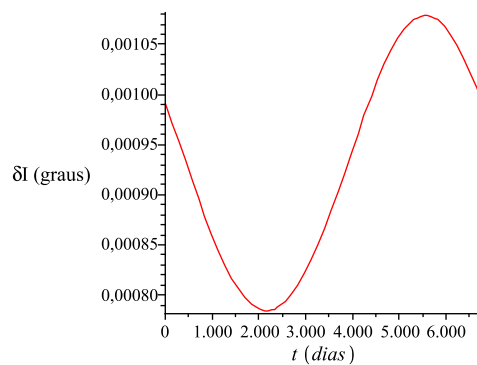


Figura 3.31: Variação de δI pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Longitude do nodo-ascendente:

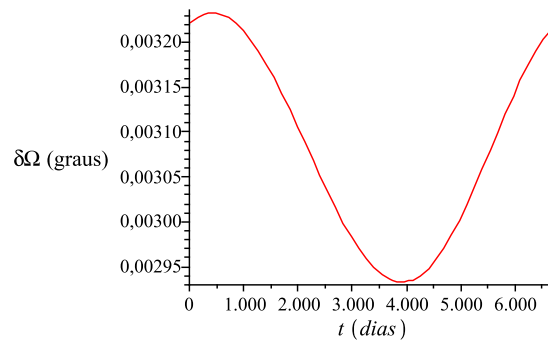


Figura 3.32: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Argumento do pericentro:

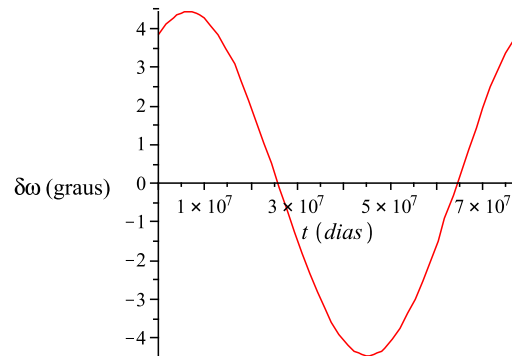


Figura 3.33: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Analisando agora os gráficos das soluções de longo período, para o satélite de baixa altitude, tanto para a maré terrestre como para a maré oceânica, a maior amplitude da oscilação foi para o argumento do pericentro, mas o tempo para completar um período de oscilação é maior para a maré oceânica; verificando os períodos de oscilação dos elementos orbitais considerados observa-se que as variações na excentricidade e no argumento do pericentro para a maré terrestre e oceânica completam períodos de oscilação em tempos muito grandes em comparação aos outros elementos orbitais estudados, inclinação e longitude do nodo ascendente.

Em relação à maré oceânica percebeu-se que para o satélite de baixa altitude considerado, as variações da excentricidade e do argumento do pericentro mostraram amplitudes de oscilação comparáveis às variações da maré terrestre encontradas a partir do modelo de Kozai, só que o tempo para completar um período de oscilação é maior para a maré oceânica.

Satélite de alta altitude

Neste tópico considera-se um satélite com um semi-eixo maior de 42155 Km, com excentricidade de 0,00001 e inclinação de 0,05°.

SOLUÇÕES SECULARES

Modelo de Kozai

Maré Terrestre (Caso Elíptico da Lua)

$$n_{\Omega} = -9,636366766 \times 10^{-8} \text{ graus/dia}, \quad n_{\omega} = 1,927272249 \times 10^{-7} \text{ graus/dia}$$

Gráficos das Variações seculares de $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ pelo tempo:

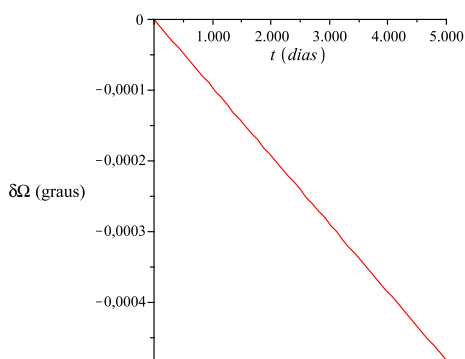


Figura 3.34: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

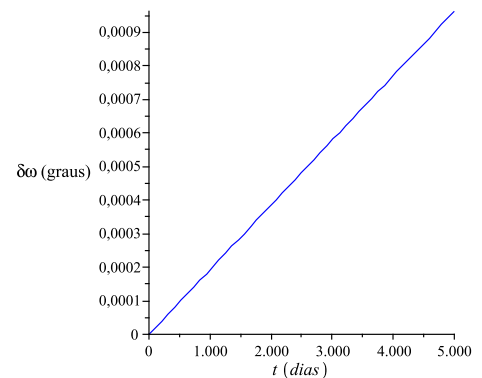


Figura 3.35: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Modelo de Kaula

$$n_{\Omega} = -1,160877397 \times 10^{-7} \text{ graus/dia}, \quad n_{\omega} = 2,321753468 \times 10^{-7} \text{ graus/dia}$$

Gráficos das Variações seculares de $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ pelo tempo:

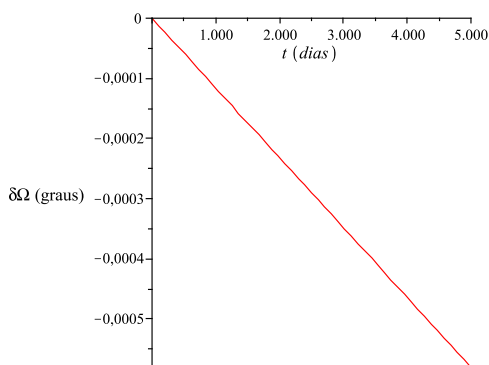


Figura 3.36: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

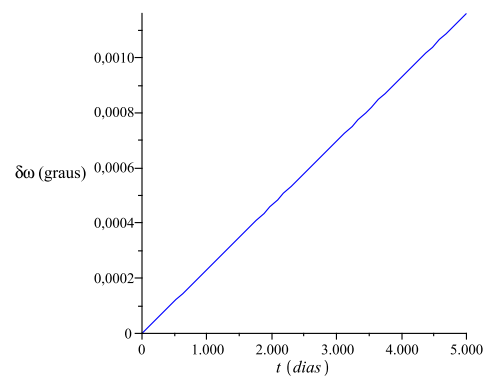


Figura 3.37: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Maré Oceânica

$$n_{\Omega} = -2,474938627 \times 10^{-9} \text{ graus/dia}, \quad n_{\omega} = 3,124382506 \times 10^{-9} \text{ graus/dia}$$

Gráficos das Variações seculares de $\delta\Omega$ e $\delta\omega$ pelo tempo:

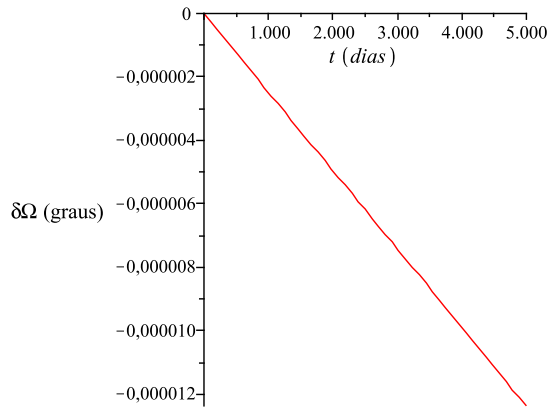


Figura 3.38: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

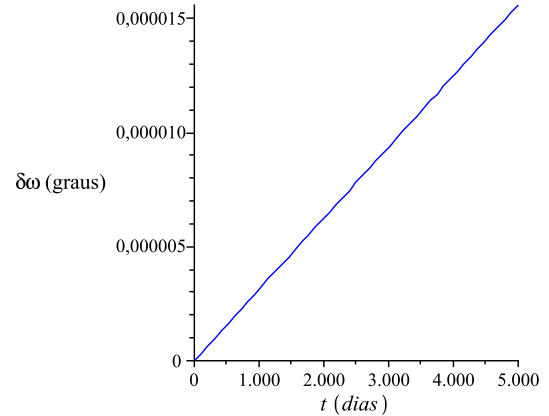


Figura 3.39: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Analisando as soluções seculares do satélite de alta altitude considerado, percebe-se que assim como no caso do satélite de baixa altitude mostrado, as variações mostradas para $\dot{\Omega}$ e $\dot{\omega}$ são menores para a maré oceânica, em comparação à maré terrestre. Observando agora as variações dos diferentes satélites, as soluções seculares da maré terrestre e da maré oceânica, verificam-se amplitudes maiores para satélites artificiais mais próximos da Terra, o que já havia sido comentado em trabalhos anteriores realizados na FEG/UNESP, como em Pinto (2005) e Santos (2002).

SOLUÇÕES DE LONGO PERÍODO

Modelo de Kozai

Excentricidade:

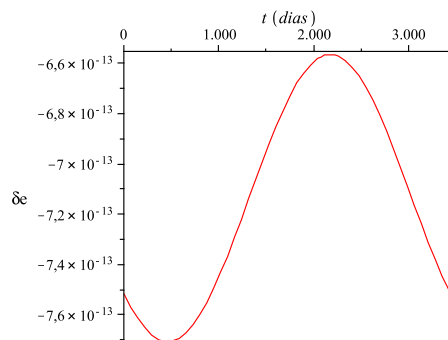


Figura 3.40: Variação de δe pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Inclinação:

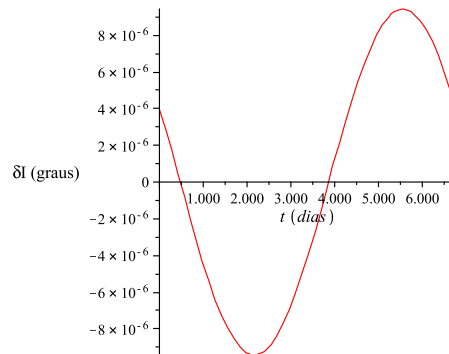


Figura 3.41: Variação de δI pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Longitude do nodo-ascendente:

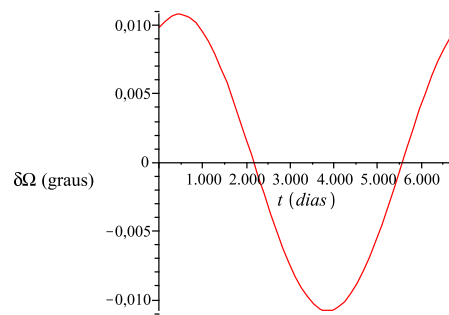


Figura 3.42: Variação de $\delta \Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Argumento do pericentro:

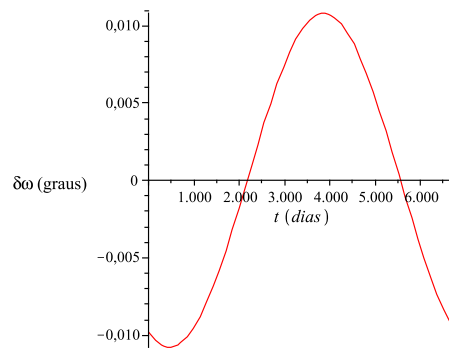


Figura 3.43: Variação de $\delta \omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kozai: Lua como corpo perturbador)

Modelo de Kaula

Excentricidade:

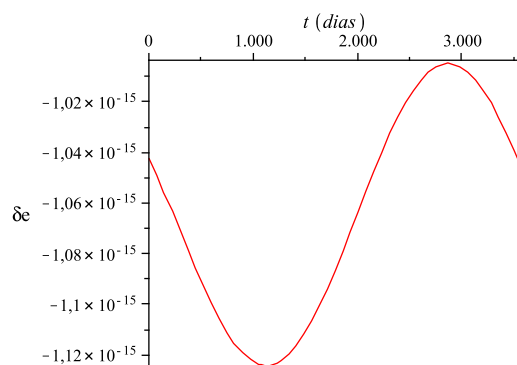


Figura 3.44: Variação de δe pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Inclinação:

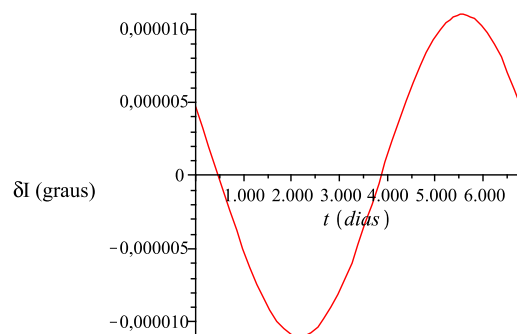


Figura 3.45: Variação de δI pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Longitude do nodo-ascendente:

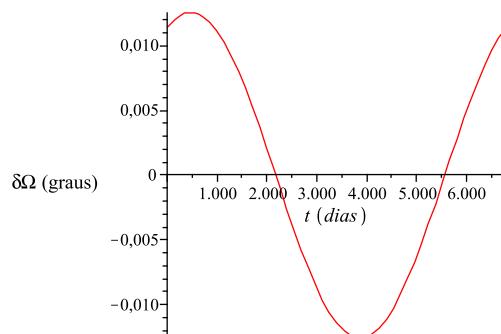


Figura 3.46: Variação de $\delta \Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Argumento do pericentro:

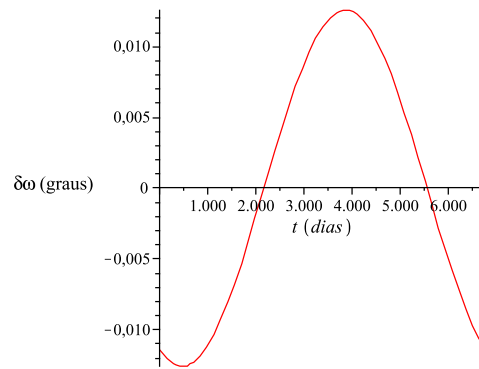


Figura 3.47: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Modelo de Kaula: Lua como corpo perturbador)

Maré Oceânica

Excentricidade:

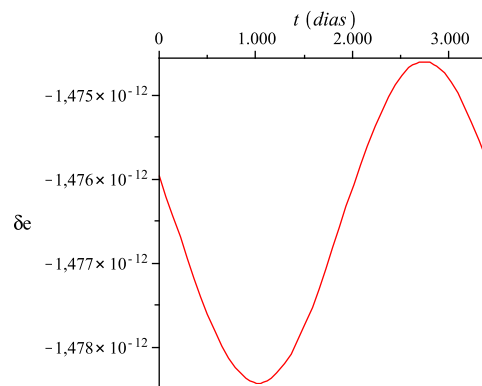


Figura 3.48: Variação de δe pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Inclinação:

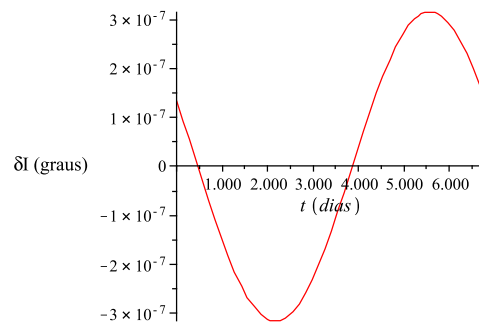


Figura 3.49: Variação de δI pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Longitude do nodo-ascendente:

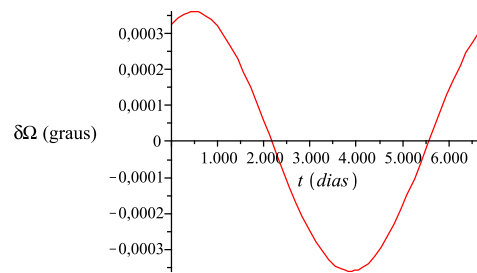


Figura 3.50: Variação de $\delta\Omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Argumento do pericentro:

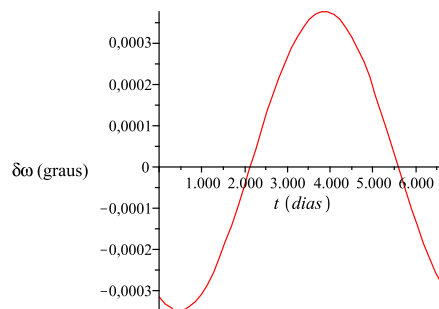


Figura 3.51: Variação de $\delta\omega$ pelo tempo para o satélite de alta altitude (Maré Oceânica: Lua como corpo perturbador)

Analisando agora as soluções de longo período do satélite de alta altitude considerado, percebeu-se que para todos os casos, modelo de Kozai e de Kaula para a maré terrestre e o modelo de Harwood para a maré oceânica, as variações da longitude do nodo ascendente e do argumento do pericentro tiveram aproximadamente a mesma amplitude da oscilação sendo maiores que as variações na inclinação.

Comparando as soluções dos elementos orbitais da maré oceânica em relação aos da maré terrestre, a amplitude de oscilação da excentricidade mostrou-se maior para a maré oceânica, mas os outros elementos orbitais, inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro mostraram amplitudes de oscilação menores para a maré oceânica.

Comparando agora essas soluções com o caso do satélite artificial de baixa altitude, em relação à superfície terrestre, percebe-se que para a maré terrestre a longitude do nodo ascendente teve maior amplitude de oscilação para o satélite de alta altitude considerado. Comparando agora as variações nos elementos orbitais provocadas pela maré oceânica entre o satélite de alta altitude e de baixa altitude, verifica-se nesse caso que todos os elementos orbitais tem menores amplitudes de oscilação para o satélite de alta altitude considerado.

Capítulo 4

RESSONÂNCIA

4.1 RESSONÂNCIA PROVOCADA PELA CO-ROTAÇÃO NODAL n_{Ω} e n_{Ω_1}

A análise de ressonância do efeito de maré se dará através da ressonância de co-rotação nodal, por causa do argumento $(\Omega - \Omega_1)$ que está presente em todas as funções de longo período mostradas no texto. Como $\Omega = \Omega_0 + n_{\Omega}t$, será estudada a ressonância 1:1 entre as precessões da longitude do nodo ascendente do satélite e do corpo perturbador, nesse caso da Lua.

4.1.1 Maré Terrestre (Caso 1)

Tem-se o seguinte resultado para a precessão da longitude do nodo ascendente Ω :

$$n_{\Omega} = -\frac{3}{16} \frac{n_1^2 \beta R^5 k_2 \cos(I) \left(9e^2 (\cos(I_1))^2 + 6(\cos(I_1))^2 - 3e^2 - 2 \right)}{na^5 \sqrt{1-e^2}} \quad (4.1)$$

com

$$n^2 = \frac{Gm}{a^3} \quad (4.2)$$

Dessa forma pode-se isolar o semi-eixo maior do satélite para o estudo da ressonância de co-rotação nodal, verificando o tipo de órbita do satélite artificial para que ocorra esse tipo de ressonância:

$$a = \sqrt[7]{\frac{9}{256} \frac{n_1^2 \beta^2 R^{10} k_2^2 \cos(I)^2 (9e^2 \cos(I_1)^2 + 6\cos(I_1)^2 - 3e^2 - 2)^2}{Gmn_{\Omega}^2 (1-e^2)}} \quad (4.3)$$

O primeiro passo para o estudo desse tipo de ressonância será a fixação do valor de n_{Ω} do satélite igual ao da Lua que é conhecido, pois sabe-se que a longitude do nodo ascendente da Lua Ω_1 tem uma variação angular completa num período de 18,6 anos de acordo com Roncoli (2005). Dessa forma, calcula-se n_{Ω_1} fazendo:

$$n_{\Omega_1} = \frac{2\pi}{T} \quad (4.4)$$

sendo T o período de 18,6 anos.

Tem-se então uma equação do semi-eixo maior do satélite em função de sua excentricidade e inclinação, pois os outros termos que aparecem na expressão (4.3) são constantes.

Construindo o gráfico a partir de (4.3), tem-se o seguinte:

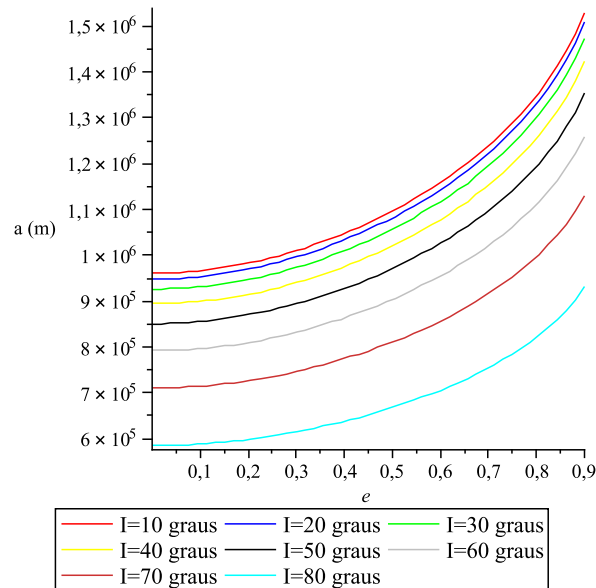


Figura 4.1: Variação do semi-eixo maior pela excentricidade para um dado valor da inclinação (Estudo da ressonância de co-rotação nodal)

O semi-eixo maior mostrado na figura, está em metros, tornando a análise dessa ressonância para este caso não viável para uma ressonância exata 1:1, pois este caso indica valores menores que o raio da Terra. Porém pode ser estudado o que acontece à medida que o valor de n_{Ω} se aproxima de zero na região da vizinhança da ressonância 1:1. Foi observado que quando o valor de n_{Ω} diminui cerca de duas ordens de grandeza começam a surgir valores possíveis para o semi-eixo maior para grandes valores da excentricidade. Pode ser viável fazer uma outra análise, traçando um gráfico da excentricidade pela variação do argumento ressonante e verificar as regiões de influência dessa ressonância.

Um outro estudo apresentado no trabalho é a respeito do comportamento dos elementos orbitais semi-eixo maior, excentricidade e inclinação na região da ressonância entre os movimentos médios do satélite artificial e da Lua, o que a princípio pode ser considerado praticamente como sem sentido de se estudar já que exigiria um alto valor do semi-eixo maior do satélite artificial, para se ter um efeito desse tipo. No próximo tópico é mostrado uma outra simulação da ressonância de co-rotação nodal, só que em volta do semi-eixo maior da Lua, tendo uma região onde os dois efeitos ressonantes coincidem, ressonância de co-rotação nodal e entre os movimentos médios.

Veja a figura 4.2 a seguir, simulando um menor valor para a variável n_{Ω} ainda analisando o primeiro caso apresentado de ressonância do presente tópico:

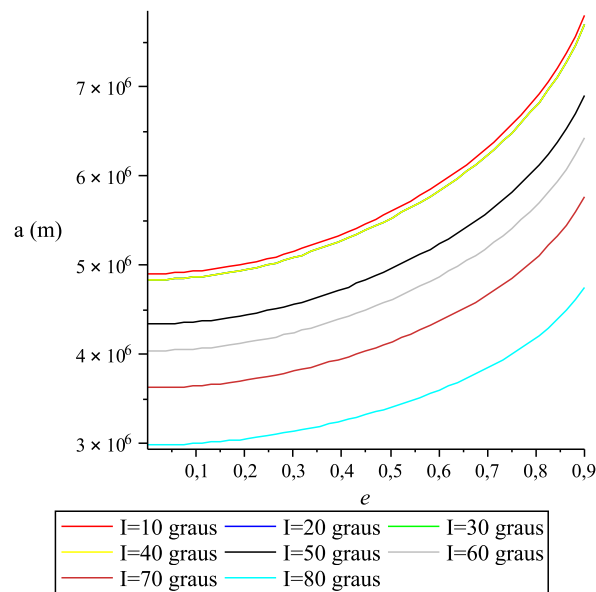


Figura 4.2: Variação do semi-eixo maior pela excentricidade para um dado valor da inclinação (Estudo da ressonância de co-rotação nodal para valores próximos de zero)

O tipo de ressonância estudada nesse tópico indica uma comensurabilidade entre as precessões da longitude do nodo ascendente. Como se trata de um ressonância exata 1:1 isso implica também num mesmo período, entre o satélite artificial e o corpo perturbador que estão orbitando um corpo central (Terra), para que a variação da longitude do nodo ascendente de ambos os corpos complete um ciclo (0 rad a $2\pi \text{ rad}$). Nesse caso, foi percebida a possibilidade de ressonância através de valores do semi-eixo orbital, para valores menores de n_{Ω} . O estudo de ressonâncias mostra-se importante no entendimento de movimentos orbitais de corpos, pois esse fenômeno pode não só dificultar uma missão espacial, com aumento das variações dos elementos orbitais, como também pode ser um dos fatores que contribuem para a "sobrevivência" de sistemas planetários e de luas.

É interessante se questionar a respeito da ocorrência das quase-comensurabilidades, como elas podem afetar o movimento de um satélite artificial. É claro que quanto mais próxima do número inteiro, for a razão entre os períodos, mais o satélite artificial pode ser afetado com esse efeito. Um fenômeno associado a sistemas ressonantes é a libração ou libração das conjunções, que é o que ocorre quando os corpos participantes da ressonância estão ambos em seus respectivos pericentros. Contudo, depois de algumas revoluções as posições onde essas conjunções ocorrem podem alterar suas posições, podendo ocorrer em torno de todos os pontos de ambas as órbitas, ao invés de somente em torno dos pericentros (CALLEGARI JR. 2006).

Nesse estudo da ressonância de co-rotação nodal foram estudados dois casos que estão mostrados aqui, como caso 1 e caso 2. A diferença entre eles é que o caso 2 não apresenta o fator de Dirichlet, que é responsável pelo cálculo da perturbação em um ponto no exterior da superfície terrestre. O caso 2 foi feito nesse trabalho porque em Kozai (1973) ele escreve a função perturbadora sem o fator, sendo desenvolvido esse modelo com interesse no comportamento da função na descrição da ressonância de co-rotação nodal, já que apresentou uma libração em torno do semi-eixo maior da Lua, sendo motivo também para o estudo da ressonância entre os movimentos médios entre o satélite e a Lua.

4.1.2 Maré Terrestre (Caso 2)

Para este caso, a equação encontrada para n_Ω do satélite foi:

$$n_\Omega = -\frac{3 \cos(I) \left(9e^2 (\cos(I_1))^2 + 6 (\cos(I_1))^2 - 2 - 3e^2 \right) \beta k_2 n_1^2}{16 n \sqrt{1-e^2}} \quad (4.5)$$

Substituindo-se a equação (4.2) em (4.5) podendo então isolar α :

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{256}{9} \frac{n_\Omega^2 G m (1-e^2)}{(\cos(I))^2 \left(9e^2 (\cos(I_1))^2 + 6 (\cos(I_1))^2 - 2 - 3e^2 \right)^2 \beta^2 k_2^2 n_1^4}} \quad (4.6)$$

em que, $\alpha = a / \sqrt[3]{(2\pi)^2}$

Fazendo-se o gráfico, no programa computacional Maple 11, da variação do semi-eixo maior pela excentricidade para determinados valores da inclinação, encontram-se valores para o semi-eixo maior, que estão em metros, do satélite artificial em torno do semi-eixo maior da Lua. Pode ser feito um estudo de como ocorre essa variação, pois pode ser observado no gráfico que a variação é mais rápida à medida que a inclinação da órbita é aumentada.

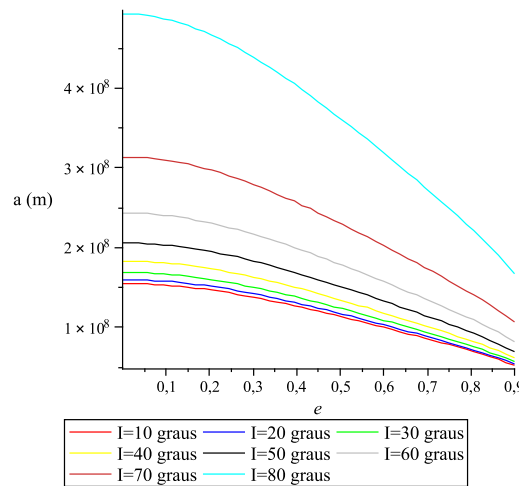


Figura 4.3: Variação do semi-eixo maior pela excentricidade para um dado valor da inclinação (Estudo da ressonância de co-rotação nodal - comportamento na vizinhança do semi-eixo maior da Lua)

No apêndice F podem ser vistas tabelas, cada uma com uma determinada inclinação e a excentricidade variando com os respectivos valores de semi-eixo maior, assim como das distâncias do apocentro e pericentro.

4.2 RESSONÂNCIA DE CO-ROTAÇÃO APSIDAL

Uma outra análise que também é feita é a respeito do argumento $(2\omega - \Omega + \Omega_1)$ que aparece na função perturbadora da maré terrestre para o caso não elíptico. Nesse caso o estudo da ressonância exata entre o argumento do pericentro e a longitude do nodo do corpo perturbador é de 2:1.

Faz-se as mesmas considerações que foram feitas nos tópicos anteriores para a análise de ressonância através de valores possíveis de semi-eixo maior. Tem-se a equação de n_ω :

$$n_{\omega} = \frac{3}{16na^5\sqrt{1-e^2}} n_1^2 \beta R^5 k_2 (15 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 - 3 (\cos(I_1))^2 + 3e^2 (\cos(I_1))^2 - 5 (\cos(I))^2 + 1 - e^2) \quad (4.7)$$

Considerando a equação do movimento médio do satélite em (4.7) e isolando a equação para o semi-eixo encontra-se:

$$a = \sqrt[7]{\frac{9}{256} \frac{n_1^4 \beta^2 R^{10} k_2^2 (15 \cos^2(I) \cos^2(I_1) - 3 \cos^2(I_1) + 3e^2 \cos^2(I_1) - 5 \cos^2(I) + 1 - e^2)^2}{Gmn_{\omega}^2 (1 - e^2)}} \quad (4.8)$$

A partir da equação (4.8) deixa-se variar a excentricidade de 0.0001 até 0,9, para determinadas inclinações da órbita do satélite obtendo valores correspondentes para o semi-eixo maior:

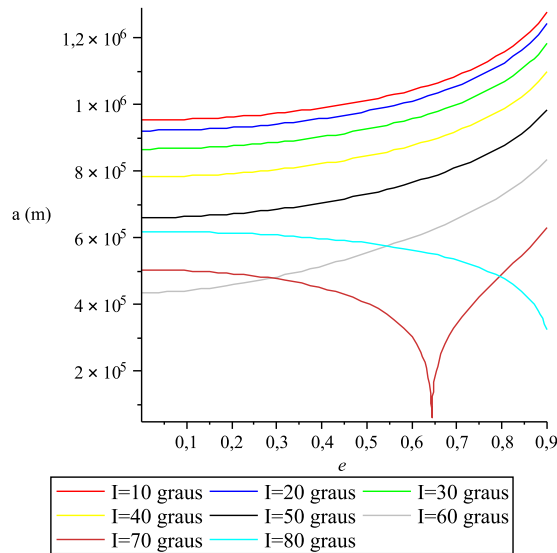


Figura 4.4: Variação do semi-eixo maior pela excentricidade para um dado valor da inclinação (Estudo da ressonância de co-rotação apsidal)

Na figura (4.4) verifica-se uma rápida variação do semi-eixo maior do satélite artificial para determinados valores da inclinação e excentricidade. Numa simulação que foi feita observou-se o comportamento do semi-eixo maior, para pequenas variações na inclinação verificando que acima de 60° , para altas excentricidades, ocorriam rápidas variações no semi-eixo maior do satélite artificial. Foi esse efeito que motivou o estudo do mecanismo de Lidov-Kozai que pode ser visto no tópico 4.3 deste capítulo.

4.3 ESTUDO DO MECANISMO LIDOV-KOZAI

Nessa parte do estudo é feita uma análise de ressonância envolvendo o argumento 2ω , a partir da função perturbadora do caso não elíptico do modelo de Kozai para a maré terrestre. O estudo é feito pelo método de Kozai (1962) e Lidov (1962).

A função sem os termos de curto período, sendo considerada apenas a parte secular e periódica envolvendo o argumento 2ω , fica:

$$\begin{aligned}
 U_{LK} = & \frac{1}{32a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (2 + 27 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 + 18 (\cos(I_1))^2 (\cos(I))^2 - \\
 & - 9 e^2 (\cos(I_1))^2 - 9 e^2 (\cos(I))^2 - 6 (\cos(I_1))^2 + 3 e^2 - 6 (\cos(I))^2) + \\
 & + \frac{3}{128a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (6 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega) - 6 e^2 \cos(2\omega) + \\
 & + 18 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega) - 18 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega))
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Como em Kinoshita e Nakai (1999, 2007), serão desenvolvidos gráficos mostrando curvas de mesma energia no plano (ω, e) . O estudo do mecanismo Lidov-Kozai depende do parâmetro h que é encontrado a partir da componente z do momento angular:

$$h = (1 - e^2) \cos^2(I) = \text{const.} \tag{4.10}$$

A constante h é um parâmetro importante para se verificar para quais valores o movimento orbital apresenta libração ou circulação e em que condições isso acontece.

Para gerar as curvas de energia, a função (4.9) será escrita em termos da excentricidade, do argumento do pericentro e do parâmetro h . Como já foi visto em capítulos anteriores, as constantes n_1 , e I_1 são respectivamente o movimento médio e a inclinação orbital da Lua. R é o raio da Terra, k_2 é o número de Love, β é a relação entre as massas da Terra e da Lua da mesma forma em que foi calculada na seção 3.1 deste trabalho, a é o semi-eixo maior da órbita do satélite.

Para que a inclinação orbital do satélite também varie à medida em que a excentricidade muda o seu valor, a inclinação é escrita em termos do parâmetro h , que terá um valor fixo, e da excentricidade através da equação (4.10).

O mecanismo de Lidov-Kozai já foi estudado para asteróides como em Kozai (1962), para satélites de Urano como em Kinoshita e Nakai (1999, 2007), para satélites de Júpiter como em Yokoyama (2003) e para satélite artificial em órbita da Lua como em Carvalho et. al. (2008).

Primeiro será considerado um valor para o semi-eixo maior do satélite artificial de 6960 km como foi adotado nas aplicações das soluções seculares e de longo período.

Veja as figuras (4.5) a (4.10) que mostram o plano (ω, e) para determinados valores de h .

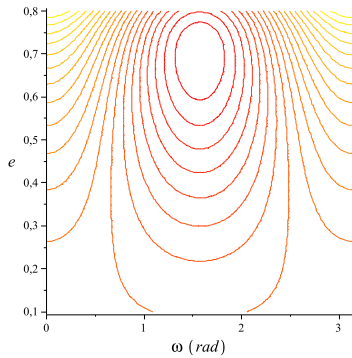


Figura 4.5: $h=0,1$

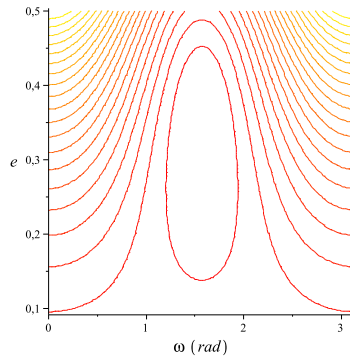


Figura 4.6: $h=0,3$

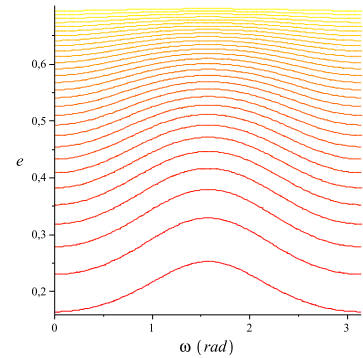


Figura 4.7: $h=0,5$

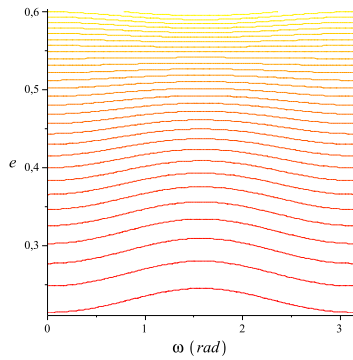


Figura 4.8: $h=0,7$

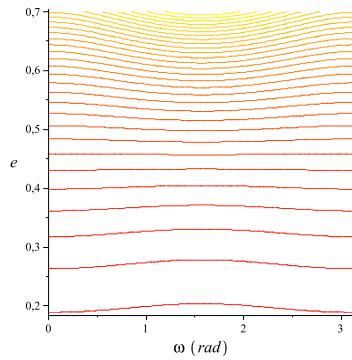


Figura 4.9: $h=0,8$

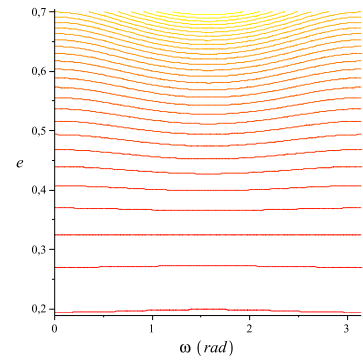


Figura 4.10: $h=0,9$

Para esse tipo de órbita encontra-se o movimento de libração para pequenos valores de h como para $h=0,1$ e $h=0,3$ e de circulação para valores maiores próximos de 1, para $h=0,7$; $0,8$ e $0,9$. No entanto, os movimentos de libração e circulação mostrados nas figuras (4.5) a (4.10) ocorrem para altas excentricidades, o que seria para o satélite uma órbita impraticável, já que para o semi-eixo maior adotado de 6960 km resultaria numa distância do pericentro menor que o raio da Terra.

Para um satélite artificial em órbita da Terra, o mecanismo de Lidov-Kozai teria influência através do efeito de maré para um valor de semi-eixo orbital maior que o apresentado anteriormente, mas não grande o suficiente para que a maré deixe de ter influência considerável no satélite.

Analisando agora a órbita do satélite GPS, e levando-se em conta a influência da maré em sua órbita, de semi-eixo maior de cerca de 26500 km, observa-se que à medida que a excentricidade fica maior que 0,75 a distância do pericentro do satélite vai se aproximando da superfície terrestre o suficiente para ser afetado significativamente por outras forças perturbadoras como o arrasto atmosférico, ou mesmo ocorrer uma colisão com a superfície terrestre se a excentricidade atingir 0,8. À medida que a excentricidade diminui de 0,75 a distância do pericentro do satélite já não é tão próxima da superfície terrestre tornando a missão mais segura.

Veja as figuras (4.11) a (4.19) que mostram o plano (ω, e) para valores de h variando de 0,1 a 0,9.

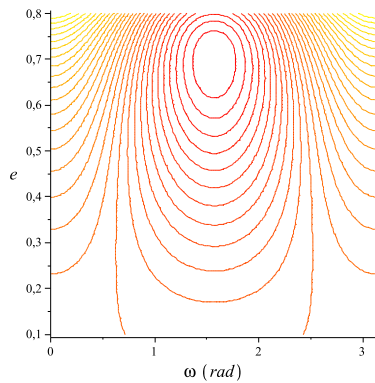


Figura 4.11: $h=0,1$

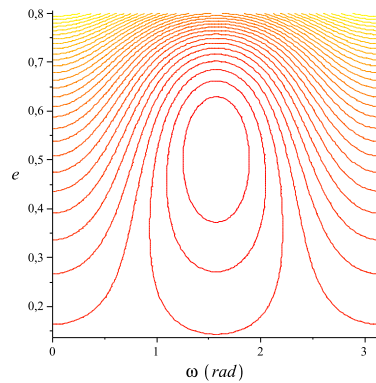


Figura 4.12: $h=0,2$

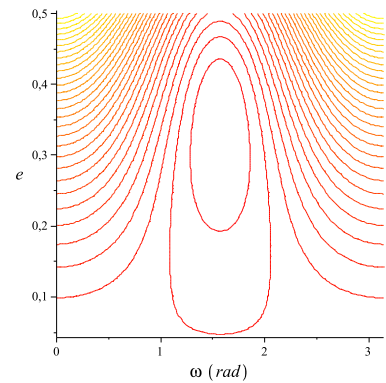


Figura 4.13: $h=0,3$

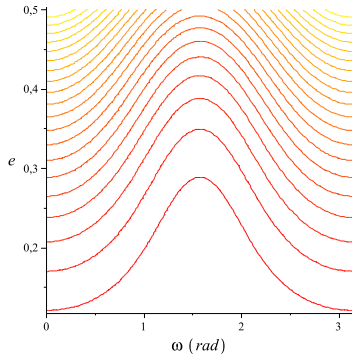


Figura 4.14: h=0,4

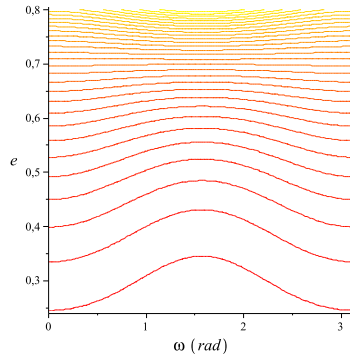


Figura 4.15: h=0,5

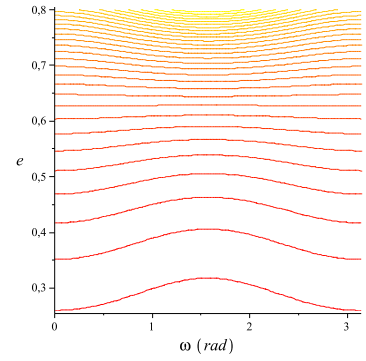


Figura 4.16: h=0,6

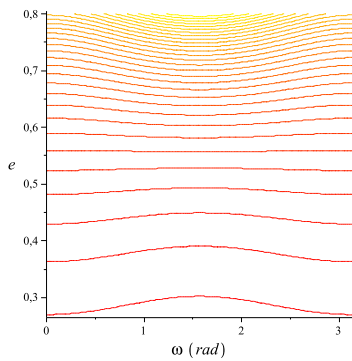


Figura 4.17: h=0,7

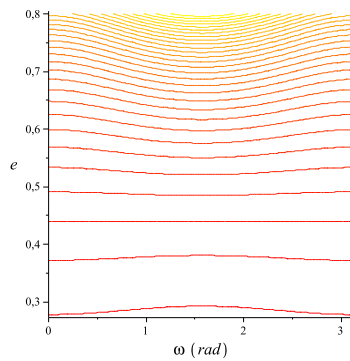


Figura 4.18: h=0,8

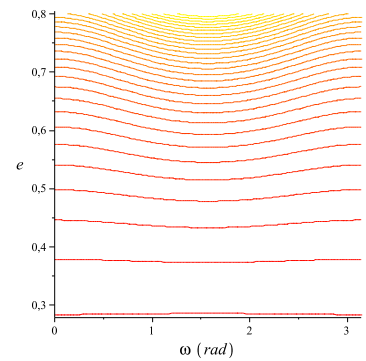


Figura 4.19: h=0,9

Observa-se pelas figuras (4.11) a (4.19) que para o satélite GPS considerado há possibilidade de ocorrência do movimento de libração para h=0,2 e h=0,3. Para h=0,1 ocorre libração mas devido aos grande valores da excentricidade pode ocorrer colisão com a superfície terrestre devido a proximidade do pericentro.

4.4 RESSONÂNCIA ENTRE OS MOVIMENTOS MÉDIOS DO CORPO PERTURBADOR E SATÉLITE

Agora será feito o estudo da ressonância entre os movimentos médios do satélite artificial e corpo perturbador. Isso será feito com o objetivo de análise e comparação com as outras ressonâncias que estão sendo estudadas aqui.

Para isso tem-se as equações do movimento médio da Lua n_1 e do movimento médio do satélite n :

$$n_1^2 = \frac{G(m + m_1)}{a_1^3} \tag{4.11}$$

e

$$n^2 = \frac{Gm}{a^3} \tag{4.12}$$

Como será considerada o tipo de ressonância 1:1 ($n:n_1$) entre os movimentos médios, as equações (4.11) e (4.12) podem ser igualadas:

$$\frac{G(m + m_1)}{a_1^3} = \frac{Gm}{a^3} \quad (4.13)$$

Dessa forma, a expressão para o semi-eixo maior do satélite fica:

$$a = a_1 \sqrt[3]{\frac{m}{m + m_1}} \quad (4.14)$$

Chega-se numa expressão de a que depende do semi-eixo maior e da massa da Lua, e da massa da Terra, chegando a um valor fixo para a . Diferente das expressões dos outros tipos de ressonância consideradas neste trabalho, por causa da dependência com a excentricidade e inclinação do satélite que podem tomar diversos valores, gerando também diferentes semi-eixos maiores do satélite.

Substituindo os valores das constantes a_1 , m e m_1 (MURRAY, 1999) em (4.14):

$$a_1 = 384400 Km$$

$$m = 5,9736 \cdot 10^{24} Kg$$

$$m_1 = 734,9 \cdot 10^{20} Kg$$

Chega-se ao valor:

$$a = 382836,4505 Km$$

O valor encontrado não é exatamente igual ao do semi-eixo maior da Lua por causa da massa da Lua que é somada ao denominador da expressão (4.14). Encontra-se uma diferença de:

$$a_1 - a = 1563,549531 Km$$

Agora que se tem o valor de a nesse tipo de ressonância pode se comparar com os outros tipos considerados e verificar se há alguma compatibilidade de valores, o que poderia indicar que para este tipo de efeito perturbador no satélite artificial poderiam ocorrer até mais de uma espécie de ressonância numa mesma trajetória orbital.

Essa comparação também pode ser feita por r_a e r_p que são respectivamente a distância do apocentro e pericentro:

$$r_a = a(1 + e) \quad (4.15)$$

e

$$r_p = a(1 - e) \quad (4.16)$$

Para o mesmo valor de a do satélite pode-se considerar diferentes valores para a excentricidade e consequentemente valores distintos serão encontrados para r_a e r_p , montando-se assim faixas de valores dessas duas variáveis.

Observe a figura 4.20 com as curvas de r_a e r_p para que se tenha o valor do semi-eixo maior encontrado para este tipo de ressonância:

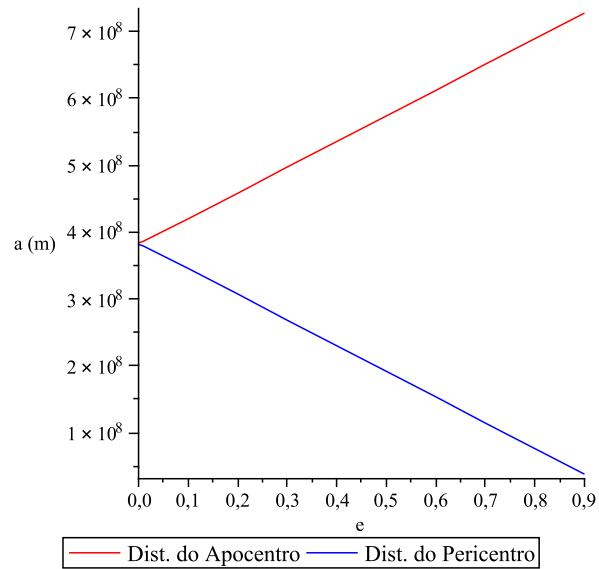


Figura 4.20: Distância do apocentro e do pericentro com o aumento da excentricidade

Capítulo 5

CONCLUSÃO

Na análise da evolução orbital de longo período de satélites artificiais, o efeito de maré pode ser significativo para missões que exijam órbitas precisas. Os efeitos, como podem ser vistos nas aplicações às soluções dos elementos orbitais, são da ordem de 10^{-3} ou menores dos provocados pelo coeficiente J_2 do achatamento da Terra.

O presente trabalho, mostra os efeitos seculares e de longo período provocados tanto pela maré terrestre como pela maré oceânica.

Com o objetivo de se obter um maior entendimento desse efeito foram estudados os seguintes casos: a) para a maré terrestre, a função perturbadora considerando a Lua em órbita elíptica e não-elíptica b) para a maré terrestre provocada pelo Sol e a Lua simultaneamente, considerando a Lua em órbita não elíptica e c) para a maré oceânica, com o caso da Lua em órbita não-elíptica.

Observa-se, para os casos apresentados, em relação a perturbações seculares, diferenças acerca da ordem de grandeza da perturbação. Em relação às soluções do caso não elíptico foram comparadas as variações devido a Lua com as variações resultantes da perturbação que une as contribuições do Sol e da Lua. Verificou-se, como era de se esperar, um certo aumento percentual nas variações quando é acrescentada a influência do Sol. Tomando-se como o total da perturbação do efeito de maré terrestre a função que soma as contribuições do Sol e da Lua, calcula-se a porcentagem que cada corpo contribui com a perturbação. Foi percebida a maior contribuição por parte da Lua, cerca de 68,27 % tanto para $\dot{\Omega}$, como para $\dot{\omega}$.

A base do estudo do efeito de maré terrestre concentrou-se no modelo de Kozai: análise de variações seculares e de longo período, análise de argumentos da função perturbadora quanto a existência de algum tipo de ressonância, estudo das contribuições para a perturbação levando em consideração a Lua e o Sol. Contudo, também foi considerado o modelo de Kaula, que leva em conta parâmetros não adotados pelo de Kozai para que se tenha maior fundamento e maior segurança no estudo dessa perturbação, fazendo a comparação através de gráficos das variações dos elementos orbitais pelo tempo.

Pelas soluções seculares dos casos apresentados percebe-se que a diferença percentual do caso elíptico do corpo perturbador para o caso não elíptico é pequena de cerca de 4,5 %. A vantagem do caso não elíptico é que, para casos analíticos, o tamanho das equações reduz-se consideravelmente em comparação ao caso elíptico. Também a diferença percentual percebida entre os valores pode ser ajustada, partindo do pressuposto que se conhece o quão é mudado de um caso para o outro. Isso para as soluções seculares, pois, comparando-se os gráficos das soluções de

longo período para os dois casos, não-elíptico e elíptico, aparentemente não se vê diferenças quanto à amplitude da oscilação.

Observando as soluções seculares da maré terrestre em comparação à maré oceânica percebe-se menor contribuição por parte da maré oceânica tanto para satélites de baixa altitude como de alta altitude em relação à superfície terrestre. Analisando agora em relação aos diferentes satélites, as soluções seculares tanto da maré terrestre como da maré oceânica, verificam-se amplitudes maiores para satélites mais próximos da Terra, o que já havia sido comentado em trabalhos anteriores realizados na FEG/UNESP, como em Pinto (2005) e Santos (2002).

Analisando agora os gráficos das soluções de longo período, para o satélite de baixa altitude, tanto para os casos mostrados da maré terrestre como para a maré oceânica a maior amplitude da oscilação foi para o argumento do pericentro. Em relação à maré oceânica percebeu-se que para o satélite de baixa altitude considerado, as variações da excentricidade e do argumento do pericentro mostraram amplitudes de oscilação comparáveis às variações da maré terrestre encontradas a partir do modelo de Kozai, só que o tempo para completar um período de oscilação é maior para a maré oceânica.

Para o satélite considerado de alta altitude, analisando ainda as soluções de longo período, percebeu-se que, para todos os casos, as variações da longitude do nodo ascendente e do argumento do pericentro tiveram aproximadamente a mesma amplitude da oscilação sendo maiores que as variações da inclinação. Comparando as soluções dos elementos orbitais da maré oceânica em relação aos da maré terrestre, a amplitude de oscilação da excentricidade mostrou-se maior para a maré oceânica, mas os outros elementos orbitais, inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro mostraram amplitudes de oscilação menores para a maré oceânica. Comparando agora essas soluções com o caso do satélite de baixa altitude, percebeu-se que para a maré terrestre a longitude do nodo ascendente teve maior amplitude de oscilação para o satélite de alta altitude considerado.

No sistema solar podem ser encontrados vários tipos de ressonâncias. Dessa forma verifica-se a importância de se levar em conta fatores ressonantes que possam aparecer no estudo da influência da maré na variação dos elementos orbitais. Isso porquê para manter um satélite em órbita com pleno controle deve-se conhecer com certa precisão a variação dos elementos orbitais e dessa forma o tipo de órbita.

De acordo com Kozai (1965), o termo ressonante mais importante esperado no presente estudo é o termo com argumento $\Omega - \Omega_1$ na inclinação, que pode ser observado nas funções perturbadoras com termos de longo período, desenvolvidas no presente trabalho. Dessa forma, as variações δe , δI , $\delta \Omega$ e $\delta \omega$, também apresentarão termos com este argumento, já que o argumento nas derivações e integrações se conserva.

Além da ressonância de co-rotação nodal, é também estudada a ressonância de co-rotação apsidal, relacionando o argumento do pericentro e a longitude do nodo ascendente da Lua, através de uma ressonância do tipo 2:1, por argumentos que aparecem nas partes de longo período das funções perturbadoras tanto da maré terrestre quanto da oceânica.

A ressonância de co-rotação nodal pode ser estudada para ambos os casos, tanto o caso elíptico do corpo perturbador como o não elíptico, pois aparecem os argumentos $(\Omega - \Omega_1)$ e $(2\Omega - 2\Omega_1)$ nas partes de longo período. O sinal das variáveis dos argumentos, assim como, o sinal das soluções n_Ω tem influência, se a ressonância ocorre na inclinação variando de 0° a 90° no movimento chamado de prógrado, ou se ocorre na inclinação variando de 90° a 180° no movimento chamado de retrógrado.

Nos gráficos que foram gerados para o estudo das ressonâncias, percebe-se que não são gerados valores pos-

síveis de semi-eixo maior quando se considera a ressonância exata. Mas percebe-se que existem regiões de abrangência nas vizinhanças das ressonâncias consideradas, tanto para a ressonância de co-rotação nodal como da apsidal, no entanto pode se perceber que a abrangência da ressonância de co-rotação nodal é maior, já que ela atinge mais rápido valores possíveis de semi-eixo maior, fazendo variações na precessão da longitude do nodo ascendente do satélite. É interessante observar que esses valores possíveis são gerados quando se aproxima n_Ω ou n_ω a zero, o que está de acordo com a idéia de ressonância que é gerada com os pequenos divisores das funções que descrevem as perturbações.

Em relação à ressonância de co-rotação nodal estudada pelo caso 2 e a ressonância entre os movimentos médios que mostraram valores próximos ao valor do semi-eixo maior da Lua para o satélite artificial, eles poderiam ter alguma influência para missões em que se precisasse que o objeto orbital permanecesse num ponto de equilíbrio por exemplo, como os pontos Lagrangianos, que apresentam grandes valores para o semi-eixo maior em comparação com satélites artificiais da Terra que desempenham funções de telecomunicações, estudo do clima, entre outras.

Analisando agora o mecanismo de Lidov-Kozai, observa-se que para o satélite de baixa altitude considerado os valores da excentricidade são grandes o suficiente para ocorrer colisão com a superfície terrestre, observando que a distância do pericentro encontrada é menor que o raio da Terra. Agora para um determinado satélite GPS, observa-se que há possibilidade de libração para $h=0,2$ e $h=0,3$ e circulação para valores maiores que $h=0,3$. Para $h=0,2$, considerando a faixa de valores da excentricidade variando de 0,1 a 0,7, encontra-se valores para a inclinação variando de $63,29^\circ$ a $51,23^\circ$ no movimento prógrado e de $116,71^\circ$ a $128,77^\circ$ no movimento chamado de retrógrado. Para $h=0,3$ o gráfico mostra a excentricidade variando de 0,1 a 0,5, o que corresponde a uma variação da inclinação no movimento prógrado do satélite de $56,60^\circ$ a $50,77^\circ$ e no movimento retrógrado de $123,40^\circ$ a $129,23^\circ$ na inclinação.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros cabe aprimorar o entendimento do efeito de maré da Terra por completo, o que inclui o desenvolvimento de modelos para uma melhor descrição da maré oceânica. Além disso, podem ser estudados outros casos de ressonância que podem estar presentes nos argumentos das funções perturbadoras que descrevem tanto a maré terrestre como a maré oceânica.

Dentro do estudo de ressonâncias pode ser estudada com maior ênfase de detalhes as regiões de influência das ressonâncias, o que inclui o estudo das quase comensurabilidades que ocorrem nas regiões das ressonâncias exatas. Pode ser feito também algum estudo de ressonância considerando o sol como corpo perturbador e fazer a análise com base no que já é conhecido para a Lua.

REFERÊNCIAS

- BAKER, T. F.; BOS, M. S. **Validating Earth and ocean tide models using tidal gravity measurements**. *Geophys. J. Int.* 152, págs. 468-485, 2003.
- BALMINO, G. **Analitical expressions for Earth tides perturbations on close Earth satellites** in: The use of artificial satellites for geodesy and geodynamics. Athens, Greece: Ed. G. Veis, 1974.
- BREITER, S. **The Prograde C7 Resonance for Earth and Mars Satellite Orbits**. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 77: págs. 201-214, 2000.
- CALLEGARI JR., N. **Ressonâncias e marés em sistemas de satélites naturais**. *Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia - RELEA*, n. 3, págs. 39-57, 2006.
- CARTWRIGHT, D. E. **Oceanic tides**. *Rep. Prog. Pphys.* 40, págs. 665-708, 1977.
- CARVALHO, J. P. dos S.; VILHENA DE MORAES, R.; PRADO A. F. B. A. **Perturbações orbitais: não esfericidade da lua e terceiro corpo**. Em: XIV Colóquio brasileiro de dinâmica orbital, Águas de Lindóia-SP, 2008.
- DOUGLAS, B. C.; KLOSKO, S. M.; MARSH, J. G.; WILLIAMSON, R. G. **Tidal parameters from the variation of inclination of GEOS-1 and GEOS-2**. *Celestial Mechanics* 10, págs. 165-178, 1974.
- FORMIGA, J. K. S. **Estudo de Ressonâncias no Movimento Orbital de Satélites Artificiais**. Guaratinguetá, 2005.
- GEMAEL, C. **Introdução à geodésia física** Curitiba: Ed. da UFPR, 1999.
- HARWOOD, N. M.; SWINERD, G. G. **Ocean-tide parameters from the simultaneous long-period analysis of the orbits of Starlette and Stella** *Annales Geophysicae* 15, págs. 263-271, 1997.
- IERS. **Solid earth tides**. German, 1996.
- KAULA, W. M. **Development of the Lunar and Disturbing Functions for a Close Satellite**. *The Astronomical Journal*, Vol. 67, número 5, Junho de 1962.
- KAULA, W. M. **Theory of Satellite Geodesy**: Applications of Satellites to Geodesy. Blaisdel Publ. Co., Waltham, Mass, 1966.
- KAULA, W. M. **Tidal Friction with Latitude-Dependent Amplitude and Phase Angle**. *The Astronomical Journal*, Vol. 74, número 9, Novembro de 1969.

- KINOSHITA, H.; NAKAI, H. **Analytical Solution of the Kozai Resonance and its Application** *Celestial Mech Dyn Astr* 75, págs. 125-147, 1999.
- KINOSHITA, H.; NAKAI, H. **General solution of the mechanism** *Celestial Mech Dyn Astr* 98, págs. 67-74, 2007.
- KOZAI, Y. **A new method to compute lunisolar perturbations in satellite motions**. Massachusetts: Smithsonian Inst. Astrophysical Observatory, Cambridge, 1973.
- KOZAI, Y. **Effects of the Tidal Deformation of the Earth on the Motion of Close Earth Satellites**. Mitaka: Tokyo Astronomical Observatory. July, 23, 1965.
- KOZAI, Y. **On the Effects of the Sun and the Moon upon the Motion of a Close-Earth Satellite** Washington D. C. : Smithsonian Contributions to Astrophysics. Smithsonian Inst. Astrophysical Observatory, vol. 6, 1963.
- KOZAI, Y. **Secular Perturbations of Asteroids with High Inclination and Eccentricity**. Massachusetts, The Astronomical Journal vol. 67, n^o 9, Novembro de 1962.
- KOZAI, Y. **The Earth's gravitational potential derived from teh motion of satellite** Washington D. C. : Smithsonian Inst. Astrophysical Observatory, Special Report. 52, March, 1958.
- KOZAI, Y. **The motion of a close earth satellite**. Washington D. C. : Smithsonian Inst. Astrophysical Observatory, Special Report. 52, March, 1959.
- KROHN, J. **A Global Ocean Tide Model with High Resolution in Shelf Areas**. *Marine Geophysical Researches* 7, págs. 231-246, 1984.
- KUGA, H. K.; RAO, K. R.; CARRARA, V. **Satélites Artificiais – Movimento Orbital**, Março 2000.
- KUGA, H. K.; SILVA, W. C. C. **Gerador numérico de órbitas de satélites artificiais**. São José dos Campos, INPE, 1984 (INPE-3050-RPE/445).
- LAMBECK, K. **Ocean Tide Perturbations in the Orbits of GEOS 1 and GEOS 2**. *Celestial Mechanics* 10, págs. 179-182, 1974.
- LAZZARO, D. **Ressonâncias Planetárias**. Rio de Janeiro: Publicação do Observatório Nacional, 1989.
- LIDOV, M. L. **The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbation of external bodies**. *Planet. Space Sci.* 9, págs. 719-759 (1962) (The English translation of Lidov's paper (1961))
- LUCA, N. **A Astronáutica e seus Grandes Pioneiros**. Curitiba: Editora da UFPR, 1990.
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar System Dynamics**. Cambridge University Press, 1999.
- NASA. **International geodetic satellite program**. Washington, 1977 (NASA SP-365).
- NAUTICAL ALMANAC OFFICE OF THE UNITED KINGDOM; NAUTICAL ALMANAC OFFICE OF THE UNITED STATES OS AMERICA. **Explanatory Supplement to the Ephemeris**. Her Majesty's Stationery Office, Londres, págs. 106-111, 1961.

- PINTO, J. V. **Comparação de Modelos para o Cálculo de perturbações Orbitais Devidas à Maré Terrestre**. Unesp, 2005
- RONCOLI, R. B. **Lunar Constants and Models Document**. JPL: Jet Propulsion Laboratory. Instituto de Tecnologia da Califórnia, Setembro de 2005.
- ROY, A. E. **Orbital Motion**. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia. 3rd ed. 1988.
- SAMPAIO, J. C.; VILHENA DE MORAES, R. **Estudo do Efeito de Maré Terrestre na Variação dos Elementos Orbitais**. DINCON' 2008a.
- SAMPAIO, J. C.; VILHENA DE MORAES, R. **O Estudo da Influência da Maré Terrestre nas Órbitas de Satélites Artificiais**. SAB, 2008b.
- SAMPAIO, J. C.; VILHENA DE MORAES, R. **O Efeito de Maré Terrestre e suas Implicações para Órbitas de Satélites Artificiais**. XIV CBDO, 2008c.
- SANTOS, N. **Perturbações orbitais devidas à maré terrestre**. Guaratinguetá: UNESP, 2002.
- SCHERNECK, H. G. Local Site Displacement due to Ocean loading. In: SHUCH, Harald (Editor). **Explanatory Supplement to the IERS Conventions (1996)**. Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut München, págs. 6 e 7, 1999.
- SCHUH, H.; WEBER, R.; CERVEIRA, P. J. M. **Tidal and non-tidal contributions to surface loading process on station coordinates**. Vienna: Vienna University of technology, Institute of Geodesy and Geophysics, 2003.
- SCHWIDERSKI, E. W. **On Charting Global Ocean Tides**. Reviews of Geophysics and Space Physics, Vol. 18, número 1, págs. 243-268, Fevereiro de 1980.
- VILHENA DE MORAES, R.; FORMIGA, J. K. S.; LIMA JR., P. H. C. N.; KUGA, H. K. **Orbital Perturbations : Resonance Effects**. Berlin, 2007.
- ZHOW, L.; LEHTO, H. J.; SUN, Y.; ZHENG, J. **The apsidal corotation in mean motion resonance: the 55 Cancri as an example**. Arxiv: 24 Jan. de 2004.
- YOKOYAMA, T.; SANTOS, M. T.; CARDIN, G.; WINTER, O. C. **On the orbits of the outer satellites of Jupiter**. Astronomy and Astrophysics 401, págs. 763-772, 2003.
- WINTER, O. C.; MELO, C. F. O Sputnik. In: WINTER, Othon Cabo; PRADO, Antônio Fernando Bertachini de Almeida (Orgs.). **A Conquista do Espaço: do Sputnik à Missão Centenário**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

KINOSHITA, H.; NAKAI, H. **Secular Perturbations of Fictitious Satellites of Uranus**. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 52: págs. 293-303, 1991.

KOZAI, H. **Asteroids with Large Secular Orbital Variations**. *ICARUS* 41, págs. 89-95, 1980.

RIM, H. J.; SCHUTZ, B. E. **PRECISION ORBIT DETERMINATION (POD)**. Center for Space Research, The University of Texas at Austin. 2002.

Apêndice A

Maré Terrestre

Soluções das variações dos elementos orbitais considerando a Lua como corpo perturbador, órbita excêntrica e precessionada:

Excentricidade:

$$\delta e = \frac{-\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \cdot (F_3) \quad (A.1)$$

Inclinação:

$$\delta I = \frac{-1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin(I)} \cdot (F_4) + \frac{\cos(I)}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin(I)} \cdot (F_3) \quad (A.2)$$

Longitude do nodo ascendente:

$$\delta \Omega = \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin(I)} \cdot (F_5) \quad (A.3)$$

Argumento do perigeu:

$$\delta \omega = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \cdot (F_6) - \frac{\cos(I)}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin(I)} \cdot (F_5) \quad (A.4)$$

sendo que,

$$\begin{aligned} F_3 = & \frac{3}{1024a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(- (2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 18 \frac{e_1^2 e^2 \cos((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(-(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(-(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\ & + 72 \frac{e_1^2 e^2 \cos((2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\ & - 48 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\ & + 48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos((2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\ & - 72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} + \\ & + 108 \frac{e_1^2 e^2 \cos((2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}) t + 2\omega_0 + 2\omega_{10})}{2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} + \\ & + 48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} + \\ & + 144 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e^2 \cos(I) \cos\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +96 \frac{e^2 \cos(I) \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -288 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(-\left(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -216 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -192 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e^2 \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +48 \frac{e^2 \cos\left(-(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -192 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left((2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(-(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(-(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos\left(- (2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +108 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((2n_{\omega} + 2n_{\omega_1})t + 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(- (2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -192 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(- (2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(- (-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(- (-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos\left(- (-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(- (2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(- (2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(- (-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos\left(- (-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +96 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(I) \cos\left(- (-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -288 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -108 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\omega + 2n_{\omega_1}\right)t + 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +288 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left(-\left(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +108 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{2n_\omega - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -108 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{2n_\omega - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -108 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(-\left(2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{2n_\omega - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +108 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(-\left(2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{2n_\omega - 2n_{\omega_1}}) \\
 \\
 F_4 = & \frac{3}{1024a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (192 \frac{e^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +96 \frac{e^2 \cos(I) \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -192 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -192 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e^2 \cos(I) \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +128 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -192 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e_1^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +48 \frac{e_1^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & -48 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +96 \frac{e_1^2 \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +288 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e_1^2 \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \cos\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -192 \frac{e_1^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +128 \frac{\cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e_1^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_{1_0} + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +384 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0} - 2\omega_0 - 2\omega_{1_0}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0} - 2\omega_0 + 2\omega_{1_0}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(\left(2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_{1_0} + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -48 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(\left(n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -128 \frac{(\cos(I))^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e_1^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +48 \frac{e^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e_1^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +192 \frac{e_1^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -128 \frac{(\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +96 \frac{e_1^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos\left(\left(2n_{\omega_1} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega_1} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +96 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +288 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos\left(\left(2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +256 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos\left((n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega)t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos\left((2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos\left((2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1})t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +384 \frac{e_1^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos\left((n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & -96 \frac{e_1^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos\left((-2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1})t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \cos\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos\left((2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(I) \cos\left((2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +96 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \cos\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e_1^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left((2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1})t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_5 = & \frac{3}{512a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (-48) \frac{e_1^2 \text{sen}(I_1) \text{sen} \left(- \left(2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1} \right) t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} - 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} - 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -64 \frac{\cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(2\omega_0 + 2n_{\omega} t \right)}{n_{\omega}} - \\
 & -96 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} - 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} - 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -54 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left((2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}) t + 2\omega_0 + 2\omega_{10} \right)}{2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega} \right) t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen} \left(- \left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1} \right) t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 + 2\omega_{10} \right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega} \right) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega} \right) t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega} \right) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} \right) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 \right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega}} + \\
 & +108 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(2\omega_{10} + 2n_{\omega_1} t \right)}{n_{\omega_1}} + \\
 & +108 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(2\omega_0 + 2n_{\omega} t \right)}{n_{\omega}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen} \left(- \left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1} \right) t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10} \right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \text{sen}(I_1) \text{sen} \left(- \left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} \right) t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 \right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \text{sen}(I_1) \text{sen} \left(- \left(2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1} \right) t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega} \right) t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(- \left(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1} \right) t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +54 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left((2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}) t + 2\omega_0 + 2\omega_{10} \right)}{2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\Omega} - 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} - 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -576 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e_1^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega}} + \\
 & +192 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\omega_{10} + 2n_{\omega_1}t)}{n_{\omega_1}} + \\
 & +96 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega}} - \\
 & -48 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e_1^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -108 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\omega_{10} + 2n_{\omega_1}t)}{n_{\omega_1}} + \\
 & +54 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}\right)t + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +96 \frac{e_1^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\Omega} + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega_1} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_{\Omega} + 2n_{\omega} + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -48 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega} + \\
 & +192 \frac{e_1^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -9 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(i) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +72 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -18 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega - 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e_1^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -256 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -18 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e_1^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega} + \\
 & +96 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +64 \frac{\cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-(-2n_\Omega - 2n_\omega + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega - 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -9 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-(-2n_\Omega - 2n_\omega + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega - 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-(-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1})t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e_1^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1})t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega} - \\
 & -18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -9 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0} - 2\omega_0 - 2\omega_{1_0}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e_1^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega} - \\
 & -9 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +96 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(i_1))^2 \operatorname{sen}(i) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\Omega - 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{-2n_\Omega - 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(i) \operatorname{sen}(i_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0} - 2\omega_0 + 2\omega_{1_0}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +9 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +48 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +288 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_{1_0} + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -384 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -18 \frac{e_1^2 e^2 \operatorname{sen}(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{-2n_\Omega + 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -384 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0} + 2\omega_0 + 2\omega_{1_0}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e_1^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0} + 2\omega_0 + 2\omega_{1_0}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega} - \\
 & -96 \frac{e_1^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0} + 2\omega_0 + 2\omega_{1_0}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} - 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +96 \frac{e_1^2 (\cos(i))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_{1_0} + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -72 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-(-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e_1^2 \cos(I) \cos(i_1) \operatorname{sen}(i) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\Omega - 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega - 2n_\omega + 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1} + 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e_1^2 \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(-\left(2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} - 2n_\Omega} + \\
 & +96 \frac{e_1^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(-\left(-2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega_1} - n_\Omega + n_{\Omega_1}}) \\
 F_6 = & \frac{3}{1024a^3} n_1^2 \beta R^5 k_2 (48 \frac{e \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +48 \frac{e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -192 \frac{e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e \cos(I) \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +96 \frac{e \cos(I) \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +192 \frac{e \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +108 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}\left(-\left(2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t - 2\omega_0 + 2\omega_{10}\right)}{2n_\omega - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +1152 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega - 2n_{\omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 - 2\omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +288 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +108 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}((2n_\omega + 2n_{\omega_1})t + 2\omega_0 + 2\omega_{10})}{2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}(2\omega_{10} + 2n_{\omega_1}t)}{n_{\omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}((2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}((n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10})}{n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -48 \frac{e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}((2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}((2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e \cos(I) \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -288 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}((-2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1})t - 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10})}{-2n_{\omega_1} + n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -288 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}((n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega)t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} + 2n_\omega} - \\
 & -108 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}(-(2n_\omega - 2n_{\omega_1})t - 2\omega_0 + 2\omega_{10})}{2n_\omega - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +144 \frac{e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -192 \frac{e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}((2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}((2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_\Omega + 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +144 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e \cos(I) \operatorname{sen}((2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -48 \frac{e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}((2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10})}{2n_\Omega - 2n_\omega - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +216 \frac{e_1^2 e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +216 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\omega_{10} + 2n_{\omega_1}t)}{n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +18 \frac{e_1^2 e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen} \left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}) t + \Omega_0 - \Omega_{10} + 2\omega_0 + 2\omega_{10} \right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1} + 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_{10} + 2n_{\omega_1} t)}{n_{\omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen} \left((2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 - 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -288 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen} \left((2n_{\omega_1} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}) t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{2n_{\omega_1} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen} \left((2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1}) t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} \right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +192 \frac{e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen} \left((2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e \cos(I_1) \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -48 \frac{e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen} \left((2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen} \left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}) t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 + 2\omega_{10} \right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen} \left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}) t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 - 2\omega_{10} \right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1} - 2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e \cos(I_1) \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -216 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_{10} + 2n_{\omega_1} t)}{n_{\omega_1}} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen} \left((2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -288 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen} \left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1} - 2n_{\omega}) t + \Omega_0 - \Omega_{10} - 2\omega_0 \right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1} - 2n_{\omega}} - \\
 & -108 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen} \left(-(2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}) t - 2\omega_0 + 2\omega_{10} \right)}{2n_{\omega} - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -144 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \cos(I_1) \operatorname{sen} \left((2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1}) t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} - 2\omega_{10} \right)}{2n_{\Omega} - 2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}) t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen} \left((2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}) t + 2\Omega_0 + 2\omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{2n_{\Omega} + 2n_{\omega} - 2n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}) t - 2\Omega_{10} + 2\omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +288 \frac{e_1^2 e \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen} \left((2n_{\omega_1} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}) t + 2\omega_{10} + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{2n_{\omega_1} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +72 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +768 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -72 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left((2n_\Omega - 2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e_1^2 e \operatorname{sen}\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +72 \frac{e_1^2 e \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left((n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{1_0} - 2\omega_0 + 2\omega_{1_0}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1} - 2n_\omega + 2n_{\omega_1}} - \\
 & -288 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}\left((2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{1_0}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} - \\
 & -108 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}\left((2n_\omega + 2n_{\omega_1})t + 2\omega_0 + 2\omega_{1_0}\right)}{2n_\omega + 2n_{\omega_1}} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -36 \frac{e_1^2 e \cos(I) \operatorname{sen}\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{1_0} + 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +36 \frac{e_1^2 e (\cos(I))^2 \cos(I_1) \operatorname{sen}\left((-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t - 2\Omega_{1_0} - 2\omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} - 2n_{\omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega}
 \end{aligned}$$

Apêndice B

Maré Terrestre (Caso não-elíptico)

Soluções das variações de Longo Período dos elementos orbitais considerando a Lua como corpo perturbador, órbita não excêntrica e precessionada:

Excentricidade

$$\begin{aligned} \delta e = & \frac{3}{128} \frac{1}{na^5 e} \sqrt{1 - e^2} n_1^2 \beta R^5 k_2. \\ & (-6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 24 \frac{e^2 \sin(I) \sin(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\ & - 12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 6 \frac{e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} + \\ & + 24 \frac{e^2 \sin(I) \sin(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\ & + 12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\ & - 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\ & - 6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\ & - 18 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} - \\ & - 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} - \\ & - 6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\ & - 24 \frac{e^2 \sin(I) \sin(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\ & + 24 \frac{e^2 \sin(I) \sin(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\ & + 6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\ & + 18 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} \quad (B.1)
 \end{aligned}$$

Inclinação

$$\begin{aligned}
 \delta I = & \frac{3}{128} n_1^2 \beta R^5 k_2 \frac{1}{na^5 \sqrt{1 - e^2} \text{sen}(I)} \cdot \\
 & \cdot \left(-6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \right. \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -32 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(\Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -16 \frac{\cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +48 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(\Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +16 \frac{(\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} \\
 & - \frac{3}{128} \cos(I) n_1^2 \beta R^5 k_2 \frac{1}{na^5 \sqrt{1 - e^2} \text{sen}(I)}. \\
 & \cdot (-12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -18 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +18 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}}) \tag{B.2}
 \end{aligned}$$

Longitude do nodo ascendente:

$$\begin{aligned}
 \delta\Omega & = - \frac{3}{128} \frac{1}{na^5 \sqrt{1 - e^2} \text{sen}(I)} n_1^2 \beta R^5 k_2. \\
 & \cdot (6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -32 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +32 \frac{(\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +16 \frac{\cos(I)(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -16 \frac{\cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -18 \frac{e^2 \cos(I)(\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I)(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I)(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I)(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I)(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \cos(I)(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -\frac{3}{32} \frac{1}{a^7 (1 - e^2)^{5/2}} k_2 A_2 \cos(I) n_1^2 \beta R^5 . \\
 & \cdot (-6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +3 \frac{e^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +A_2 \text{sen}(I) \frac{1}{a^5 \sqrt{1-e^2}} \left(\frac{3}{128} n_1^2 \beta R^5 k_2 \right). \\
 & \cdot (-12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +16 \frac{\text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +32 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} - \\
 & -48 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & - \frac{3}{128} \frac{1}{na^7 \text{sen}(I)(1 - e^2)^{5/2}} \cos(I) n_1^2 \beta R^5 A_2 k_2. \\
 & \cdot (-12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +3 \frac{e^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2}
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Argumento do Perigeu:

$$\begin{aligned}
 \delta\omega = & -\frac{3}{128} \frac{1}{na^5 e} \sqrt{1 - e^2} n_1^2 \beta R^5 k_2 \\
 & (24 \frac{e(\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{e \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e(\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega}} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{-2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{-n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{-2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega}} + \\
 & +6 \frac{e \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e(\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -18 \frac{e(\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e(\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -6 \frac{e \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 24 \frac{e(\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega}} + \\
 & + \frac{3}{128} \frac{1}{na^5 \sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}(I)} n_1^2 \beta R^5 k_2 \cos(I). \\
 & \cdot (6 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \operatorname{sen}(I)}{n_{\omega}} + \\
 & + 32 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & - 32 \frac{(\operatorname{sen}(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 16 \frac{\cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \operatorname{sen}(I)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + 48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & - 48 \frac{e^2 (\operatorname{sen}(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + 16 \frac{\cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & - 18 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \operatorname{sen}(I)}{n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & - 12 \frac{e^2 (\operatorname{sen}(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \operatorname{sen}(I)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 24 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & - 12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + 12 \frac{e^2 (\operatorname{sen}(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + \frac{3}{64} \frac{1}{a^7 (1-e^2)^{5/2}} k_2 A_2 (4 - 5 (\operatorname{sen}(I))^2) n_1^2 \beta R^5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot (-6 \frac{e^2 \cos(I)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 3 \frac{e^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \cos(I)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(I_1)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \cos(I)^2 \cos(I_1)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & - 9 \frac{e^2 \cos(I_1)^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & - 3 \frac{e^2 \cos(I)^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})^2} - \\
 & - 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})^2} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \cos(I_1)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(I_1)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 9 \frac{e^2 \cos(I)^2 \cos(I_1)^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(I)^2 \cos(I_1)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(I_1)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & - 5 A_2 n \text{sen}(I) \cos(I) \left(\frac{3}{128} \frac{1}{na^5 \sqrt{1 - e^2 \text{sen}(I)}} n_1^2 \beta R^5 k_2 \right). \\
 & \cdot (-6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 16 \frac{\text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(I)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \cos(I_1)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -48 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +32 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & - \frac{3}{128} \frac{1}{na^7 \text{sen}(I)(1 - e^{5/2})} \cos(I) n_1^2 \beta R^5 k_2 A_2. \\
 & .(-12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{(-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} + \\
 & +3 \frac{e^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2}
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

Apêndice C

Maré Terrestre (Sol e Lua como corpos perturbadores)

Soluções das variações de longo período dos elementos orbitais considerando a Lua e o Sol como corpos perturbadores, órbita não excêntrica e precessionada de ambos os corpos:

Excentricidade:

$$\begin{aligned}
 \delta e = & \frac{3}{128} \frac{R^5 k_2}{na^5 e} \sqrt{1 - e^2} \cdot \\
 & ((n_1^2 \beta) \cdot (-6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}}) + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}}) + \\
 & + 6 \frac{e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 18 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 18 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + (n_2^2) \cdot (-6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 18 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2} t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2}} + \\
 & + 24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2} t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 18 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{n_{\omega}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}})) \tag{C.1}
 \end{aligned}$$

Inclinação:

$$\begin{aligned}
 \delta I &= \frac{3}{128} R^5 k_2 \frac{1}{na^5 \sqrt{1 - e^2 \text{sen}(I)}} \cdot \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (-6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t - \Omega_0 - n_{\Omega} t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + 6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega} t + 2\omega_0 + 2n_{\omega} t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega} t + \Omega_0 + n_{\Omega} t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -32 \frac{\text{sen}(I)\text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2(\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2(\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2(\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2(\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2(\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2(\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -16 \frac{\cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +48 \frac{e^2 \text{sen}(I)\text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2(\cos(I))^2(\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I)(\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I)(\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2(\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I)\text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2(\cos(I))^2(\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +(n_2^2) \cdot (-6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I)\text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \text{sen}(I)\text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +6 \frac{e^2(\cos(I))^2(\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I)\text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} - \\
 & -32 \frac{\text{sen}(I)\text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -16 \frac{\cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +48 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +16 \frac{(\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} - \\
 & - \frac{3}{128} \cos(I) R^5 k_2 \frac{1}{na^5 \sqrt{1 - e^2 \text{sen}(I)}} \cdot \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (-12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -18 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +18 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & + (n_2^2) \cdot (-12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -18 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +18 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}})) \tag{C.2}
 \end{aligned}$$

Longitude do nodo ascendente:

$$\begin{aligned}
 \delta\Omega = & -\frac{3}{128} \frac{1}{na^5 \sqrt{1-e^2} \text{sen}(I)} R^5 k_2. \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -32 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +32 \frac{(\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +16 \frac{\cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -16 \frac{\cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -18 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{1_0} - n_{\Omega_1} t)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & + (n_2^2) \cdot \left(6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \right. \\
 & -32 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(\Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{n_\Omega - n_{\Omega_2}} + \\
 & +32 \frac{(\text{sen}(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(\Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{n_\Omega - n_{\Omega_2}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +16 \frac{\cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_2}} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(\Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{n_\Omega - n_{\Omega_2}} + \\
 & +48 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(\Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{n_\Omega - n_{\Omega_2}} - \\
 & -16 \frac{\cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega} - \\
 & -18 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +24 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_2}} \Big) - \\
 & - \frac{3}{32} \frac{1}{a^7 (1 - e^2)^{5/2}} k_2 A_2 \cos(I) R^5 \cdot \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot \left(-6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{1_0} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \right. \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{1_0} - n_{\Omega_1} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})^2} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +3 \frac{e^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +(n_2^2) \cdot (-6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +3 \frac{e^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -9 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2} t)}{(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2} t)}{(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +A_2 \text{sen}(I) \frac{1}{a^5 \sqrt{1-e^2}} \left(\frac{3}{128} R^5 k_2 \right) \cdot \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (-12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{(-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{(-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1) t)^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +16 \frac{\text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega)} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} + \\
 & +32 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{(n_\Omega - n_{\Omega_1})(-n_\Omega + n_{\Omega_1})} - \\
 & -48 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1} t)}{(n_\Omega - n_{\Omega_1})(-n_\Omega + n_{\Omega_1})} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega)} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega)} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega)} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega)} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega)} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2(\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I)(\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & + (n_2^2) \cdot (-12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2(\cos(I))^2(\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I)(\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +16 \frac{\text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2(\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +32 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} - \\
 & -48 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +24 \frac{e^2(\cos(I))^2(\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2(\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I))^2(\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2(\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2(\cos(I))^2(\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2(\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2(\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & - \frac{3}{128} \frac{1}{na^7 \operatorname{sen}(I) (1 - e^2)^{5/2}} \cos(I) R^5 A_2 k_2. \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (-12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +3 \frac{e^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +(n_2^2) \cdot (-12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +3 \frac{e^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2})) \tag{C.3}
 \end{aligned}$$

Argumento do perigeu:

$$\begin{aligned}
 \delta\omega &= -\frac{3}{128} \frac{1}{na^5 e} \sqrt{1-e^2} R^5 k_2. \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (24 \frac{e (\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{e \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e (\cos(I))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega}} + \\
 & +6 \frac{e (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +24 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{1_0} + n_{\Omega_1} t)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -96 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{1_0} + n_{\Omega_1} t)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +24 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{1_0} + n_{\Omega_1} t)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{1_0} + n_{\Omega_1} t)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{e \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -24 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{1_0} + n_{\Omega_1} t)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} + \\
 & +18 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -24 \frac{e \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega} + \\
 & +6 \frac{e \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -18 \frac{e(\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +24 \frac{e(\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{1_0} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega} + \\
 & +(n_2^2) \cdot (24 \frac{e(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{2_0} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega} + \\
 & +12 \frac{e \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{2_0} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{2_0} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -12 \frac{e \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{2_0} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -24 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{2_0} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{2_0} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -12 \frac{e \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{2_0} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +24 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{2_0} + n_{\Omega_2} t)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2}} - \\
 & -96 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{2_0} + n_{\Omega_2} t)}{-n_\Omega + n_{\Omega_2}} + \\
 & +6 \frac{e(\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{2_0} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +24 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{2_0} + n_{\Omega_2} t)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +24 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2} t)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2}} + \\
 & +12 \frac{e \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -24 \frac{e \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2} t)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2}} + \\
 & +18 \frac{e (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -24 \frac{e \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega} + \\
 & +6 \frac{e \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -18 \frac{e (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +24 \frac{e (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega} + \\
 & + \frac{3}{128} \frac{1}{na^5 \sqrt{1-e^2} \sin(I)} R^5 k_2 \cos(I). \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (6 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t) \operatorname{sen}(I)}{n_\omega} + \\
 & +32 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -32 \frac{(\operatorname{sen}(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -16 \frac{\cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t) \operatorname{sen}(I)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t - \Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\operatorname{sen}(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}(-\Omega_0 - n_\Omega t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1} t)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +16 \frac{\cos(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t) \operatorname{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & -18 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t) \operatorname{sen}(I)}{n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1} t - 2\Omega_0 - 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\Omega_{10} + 2n_{\Omega_1}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{10} + n_{\Omega_1}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + (n_2^2) \cdot (6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{n_{\omega}} + \\
 & +32 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} - \\
 & -32 \frac{(\text{sen}(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -16 \frac{\cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{\epsilon} + n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} - \\
 & -48 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-\Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +16 \frac{\cos(I) \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -18 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega_1}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega_1}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega_1}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t) \text{sen}(I)}{2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\Omega_{20} + 2n_{\Omega_2}t - 2\Omega_0 - 2n_{\Omega_1}t) \text{sen}(I)}{-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\text{sen}(I))^2 \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t - \Omega_0 - n_{\Omega}t + \Omega_{20} + n_{\Omega_2}t)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2}})) + \\
 & + \frac{3}{64} \frac{1}{a^7 (1 - e^2)^{5/2}} k_2 A_2 (4 - 5 (\text{sen}(I))^2) R^5. \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (-6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & +3 \frac{e^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2}} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})^2}} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})^2}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_1}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} + \\
 & + (n_2^2) \cdot (-6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega_2}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_2})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +3 \frac{e^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_2})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2})^2} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{2_0} - n_{\Omega_2} t)}{(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{2_0} - 2n_{\Omega_2} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t - 2\omega_0 - 2n_\omega t)}{(2n_{\Omega_2} - 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -5 A_2 n \text{sen}(I) \cos(I) \left(\frac{3}{128} \frac{1}{na^5 \sqrt{1 - e^2} \text{sen}(I)} R^5 k_2 \right) \cdot \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (-6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{1_0} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +16 \frac{\text{sen}(-2\Omega_{1_0} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega)(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega)} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{1_0} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{1_0} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{1_0} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{1_0} - n_{\Omega_1} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t + \Omega_0 + n_\Omega t - \Omega_{1_0} - n_{\Omega_1} t)}{(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{1_0} - 2n_{\Omega_1} t + 2\Omega_0 + 2n_\Omega t + 2\omega_0 + 2n_\omega t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -48 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +32 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +(n_2^2) \cdot (-6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +16 \frac{\text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -16 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -16 \frac{(\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -48 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +32 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \text{sen}(\Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(-n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} + \\
 & +16 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -24 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & - \frac{3}{128} \frac{1}{na^7 \text{sen}(I)(1 - e^{5/2})} \cos(I) R^5 k_2 A_2. \\
 & \cdot ((n_1^2 \beta) \cdot (-12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_1})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{10} - n_{\Omega_1}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(-2\Omega_{10} - 2n_{\Omega_1}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_1} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +3 \frac{e^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +(n_2^2) \cdot (-12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} - \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(\epsilon) \cos(I) \cos(\epsilon) \text{sen}(-2\omega_0 - 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})(2n_{\omega} - n_{\Omega} + n_{\Omega_2})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \text{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +6 \frac{e^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(\epsilon) \cos(\epsilon) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t + \Omega_0 + n_{\Omega}t - \Omega_{20} - n_{\Omega_2}t)}{(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_2})^2} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} + \\
 & +9 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(\epsilon))^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t + 2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})^2} - \\
 & -6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(-2\Omega_{20} - 2n_{\Omega_2}t + 2\Omega_0 + 2n_{\Omega}t - 2\omega_0 - 2n_{\omega}t)}{(-2n_{\Omega_2} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})(2n_{\Omega_2} - 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})} + \\
 & +3 \frac{e^2 \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}^2}
 \end{aligned} \tag{C.4}$$

Apêndice D

Maré Oceânica de longo período

Soluções das variações de longo período dos elementos orbitais considerando a Lua como corpo perturbador, órbita não-excêntrica e precessionada:

Excentricidade:

$$\begin{aligned}
 \delta e = & -\frac{9}{80a^5n} \sqrt{1-e^2} \pi GR^4 \rho_w (1+k'_2) D_{\beta,20}^{\pm} e \operatorname{sen} (2\pi fT + \gamma_{\beta,20}^+) \cdot \\
 & \cdot \left(-\frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \right. \\
 & -2 \frac{(\cos(I_1))^2 \cos(I) \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + \frac{\cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & - \frac{(\cos(I_1))^2 \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 2 \frac{\cos(I) \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + \frac{(\cos(I))^2 \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & + 4 \frac{\operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(-(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & - \frac{\cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & + \frac{(\cos(I_1))^2 \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & - 4 \frac{\operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(-(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t - 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & + 2 \frac{\cos(I) \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & + \frac{(\cos(I))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & - \frac{(\cos(I))^2 \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & + \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & - \frac{\cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & + 3 \frac{(\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -3 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -2 \frac{(\cos(I_1))^2 \cos(I) \cos\left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega)t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} - \\
 & -4 \frac{\cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(-(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})t - 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -4 \frac{\cos(I_1) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos\left(-(-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} \quad (D.1)
 \end{aligned}$$

Inclinação:

$$\begin{aligned}
 \delta I = & \frac{3}{80} \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 n a^5 \operatorname{sen} I}} \operatorname{sen}\left(2\pi f T + \gamma_{\beta,20}^+\right) \pi G R^4 \rho_w \left(1 + k_2'\right) D_{\beta,20}^\pm \cdot \\
 & \cdot \left(-3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left((-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \right. \\
 & + 3 \frac{(\cos(I))^3 e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & - 3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & - 3 \frac{\cos(I) e^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & + 3 \frac{(\cos(I))^3 e^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & - 12 \frac{e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & - 12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & + 12 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & + 12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & - 24 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & - 3 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & - 3 \frac{\cos(I) e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & + 3 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & + 3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & - 3 \frac{(\cos(I))^3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & + 3 \frac{e^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & + 8 \frac{(\cos(I))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & - 3 \frac{e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & + 8 \frac{(\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} - \\
 & - 6 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -16 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +3 \frac{e^2 (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos\left(-\left(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -9 \frac{(\cos(I))^3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -3 \frac{(\cos(I))^3 e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +3 \frac{\cos(I) e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +3 \frac{\cos(I) e^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(-\left(2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{2n_{\Omega_1} - 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \cos\left(-\left(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left(\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I_1) \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos\left(\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -8 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} + \\
 & +3 \frac{(\cos(I))^3 e^2 \cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -3 \frac{\cos(I) e^2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + \\
 & +9 \frac{\cos(I) e^2 (\cos(I_1))^2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I) \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cos\left(-\left(2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \\
 & -8 \frac{\cos\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega}
 \end{aligned} \tag{D.2}$$

Longitude do nodo ascendente:

$$\begin{aligned}
 \delta\Omega &= -\frac{3}{80na^5 \text{sen}I} \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \pi GR^4 \rho_w (1+k_2') D_{\beta,20}^\pm \text{sen}\left(2\pi fT + \gamma_{\beta,20}^+\right) \cdot \\
 & \cdot \left(-8 \frac{\cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega} + \right. \\
 & +3 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}\left(-\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega\right)t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega - 2n_\omega} + \\
 & +6 \frac{e^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(-\left(-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \\
 & +3 \frac{e^2 \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -6 \frac{e^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} + \\
 & +3 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_\Omega + 2n_\omega} - \\
 & -12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(-\left(-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{-2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -12 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & +12 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & +48 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen} \left(-(n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t - \Omega_0 + \Omega_{10} \right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & -24 \frac{e^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen} \left(-(n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t - \Omega_0 + \Omega_{10} \right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen} \left((2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -3 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -9 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} (2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +3 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I_1) \cos(I) \text{sen}(I_1) \text{sen} \left((2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I_1) \cos(I) \text{sen}(I_1) \text{sen} \left(-(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10} \right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -3 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} \left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -3 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left(-(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t + 2\Omega_{10} - 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -32 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen} \left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +3 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen} (2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +8 \frac{\cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +16 \frac{\text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen} \left((n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} \tag{D.3}
 \end{aligned}$$

Argumento do perigeu:

$$\begin{aligned}
 \delta\omega &= \frac{3}{80} \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 na^5 \text{sen} I}} \text{sen} (2\pi fT + \gamma_{\beta,20}^+) \pi GR^4 \rho_{\omega} (1 + k_2') D_{\beta,20}^{\pm} \cdot \\
 & \cdot \left(8 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega})t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \right. \\
 & -3 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -9 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} (2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +3 \frac{\text{sen}(I) \text{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -3 \frac{\text{sen}(I) \text{sen} (2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -3 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I_1) \cos(I) \text{sen}(I_1) \text{sen} \left((2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{\cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen} \left((-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega})t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0 \right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +12 \frac{\text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -12 \frac{\text{sen}(I) e^2 \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{\text{sen}(I) (\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -12 \frac{\text{sen}(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +12 \frac{\text{sen}(I) (\cos(I_1))^2 e^2 \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -12 \frac{\text{sen}(I) (\cos(I))^2 \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} + \\
 & +48 \frac{\text{sen}(I_1) \cos(I) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -48 \frac{\text{sen}(I_1) (\cos(I))^3 \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -24 \frac{\cos(I_0) e^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +16 \frac{\cos(I_1) \cos(I) \text{sen}(I_1) \text{sen}\left(\left(n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -3 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{e^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{\cos(I_1) \cos(I) \text{sen}(I_1) \text{sen}\left(\left(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{(\cos(I))^3 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -6 \frac{\cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{e^2 \cos(I_1) \cos(I) \text{sen}(I_1) \text{sen}\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{(\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +3 \frac{e^2 \cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +3 \frac{e^2 \cos(I) (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{e^2 (\cos(I))^2 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -32 \frac{(\cos(I))^3 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}\left(\left(n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{1_0}\right)}{n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -9 \frac{(\cos(I))^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -6 \frac{\cos(I) \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +3 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \text{sen}(I) \text{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{1_0} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +3 \frac{e^2 (\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} - \\
 & -3 \frac{e^2 \cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{(\cos(I))^3 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +12 \frac{\operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -3 \frac{(\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +3 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +3 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -3 \frac{(\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +3 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} + \\
 & +9 \frac{(\cos(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -3 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +6 \frac{\cos(I) \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} + \\
 & +3 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_{\omega}t)}{n_{\omega}} - \\
 & -8 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega}} - \\
 & -3 \frac{e^2 \operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 + 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} + 2n_{\omega}} - \\
 & -12 \frac{\operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} + \\
 & +3 \frac{\operatorname{sen}(I) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}\right)t - 2\Omega_{10} + 2\Omega_0 - 2\omega_0\right)}{-2n_{\Omega_1} + 2n_{\Omega} - 2n_{\omega}} + \\
 & +12 \frac{(\cos(I))^2 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}} - \\
 & -12 \frac{\cos(I_1) \cos(I) \operatorname{sen}(I_1) \operatorname{sen}\left(\left(-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_{\omega} + n_{\Omega} - n_{\Omega_1}}
 \end{aligned} \tag{D.4}$$

Apêndice E

Maré Terrestre (Modelo de Kaula)

Soluções das variações de longo período dos elementos orbitais considerando a Lua como corpo perturbador, órbita excêntrica e precessionada:

Excentricidade

$$\begin{aligned}
 \delta e = & -\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \left(-\frac{27}{280} R^7 Gm_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \left(\frac{35}{16} (\text{sen}(I))^3 (1+2\cos(I)) - \frac{15}{8} (1+\cos(I)) \text{sen}(I) \right) \right. \\
 & \cdot e^2 \kappa_{22} \left(2 \frac{\cos\left((2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. - 2 \frac{\epsilon_2 \text{sen}\left((2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) \left(\frac{1}{(1-e_1^2)^{3/2} (1-e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} \right) + \\
 & + \frac{9}{1120} R^7 Gm_1 (\text{sen}(I_1))^2 \left(\frac{105}{8} (\text{sen}(I))^2 \cos(I) (1+\cos(I)) - \frac{15}{8} (1+\cos(i))^2 \right) \\
 & \cdot e^2 \kappa_{22} \left(2 \frac{\cos\left((2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. - 2 \frac{\epsilon_2 \text{sen}\left((2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} \right) \left(\frac{1}{(1-e_1^2)^{3/2} (1-e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} \right) + \\
 & + \frac{27}{70} R^7 Gm_1 \left(3/4 (\text{sen}(I_1))^2 - 1/2 \right) \left(-\frac{35}{32} (\text{sen}(I))^4 + \frac{15}{16} (\text{sen}(I))^2 \right) \\
 & \cdot e^2 \kappa_{22} \left(\frac{\cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \frac{\epsilon_2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} \right) \left(\frac{1}{(1-e_1^2)^{3/2} (1-e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} \right) \quad (E.1)
 \end{aligned}$$

Inclinação

$$\begin{aligned}
 \delta I = & -\frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \text{sen}(I)} \left(3/4 R^5 Gm_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(I) \cos(I) \kappa_{20} \left(\frac{\cos\left(-(n_\Omega - n_{\Omega_1})t - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_0 \text{sen}\left(-(n_\Omega - n_{\Omega_1})t - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1-e_1^2)^{3/2} (1-e^2)^{3/2} a^3} + \\
 & + 3/16 R^5 Gm_1 (\text{sen}(I_1))^2 (\text{sen}(I))^2 \kappa_{20} \left(2 \frac{\cos\left(-(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t - 2\Omega_0 + 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + 2 \frac{\epsilon_{20} \text{sen}\left(-(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t - 2\Omega_0 + 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1-e_1^2)^{3/2} (1-e^2)^{3/2} a^3} + \\
 & + \frac{5}{14} R^5 Gm_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(I) \cos(I) \kappa_{22} \left(\frac{\cos\left(-(n_\Omega - n_{\Omega_1})t - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_2 \text{sen}\left(-(n_\Omega - n_{\Omega_1})t - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1-e_1^2)^{3/2} (1-e^2)^{3/2} a^3} - \\
 & - \frac{3}{56} R^5 Gm_1 (\text{sen}(I_1))^2 (\text{sen}(I))^2 \kappa_{22} \left(2 \frac{\cos\left(-(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t - 2\Omega_0 + 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + 2 \frac{\epsilon_2 \text{sen}\left(-(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t - 2\Omega_0 + 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1-e_1^2)^{3/2} (1-e^2)^{3/2} a^3} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{27}{280} R^7 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \left(\frac{35}{16} (\text{sen}(I))^3 (1 + 2 \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I)) \text{sen}(I) \right) e^2 \kappa_{22} \cdot \\
 & \cdot \left(\frac{\cos\left(-\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_2 \text{sen}\left(-\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5} + \\
 & + \frac{9}{1120} R^7 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 \left(\frac{105}{8} (\text{sen}(I))^2 \cos(I) (1 + \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I))^2 \right) e^2 \kappa_{22} \cdot \\
 & \cdot \left(2 \frac{\cos\left(-\left(2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 - 2\Omega_0 + 2\Omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + 2 \frac{\epsilon_2 \text{sen}\left(-\left(2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 - 2\Omega_0 + 2\Omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5} + \\
 & + \frac{\cos(I)}{na^2 \sqrt{1 - e^2} \text{sen} I} \left(-\frac{27}{280} R^7 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \cdot \right. \\
 & \cdot \left(\frac{35}{16} (\text{sen}(I))^3 (1 + 2 \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I)) \text{sen}(I) \right) e^2 \kappa_{22} \cdot \\
 & \cdot \left(2 \frac{\cos\left(-\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + 2 \frac{\epsilon_2 \text{sen}\left(-\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 - \Omega_0 + \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5} + \\
 & + \frac{9}{1120} R^7 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 \left(\frac{105}{8} (\text{sen}(I))^2 \cos(I) (1 + \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I))^2 \right) e^2 \kappa_{22} \cdot \\
 & \cdot \left(2 \frac{\cos\left(-\left(2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 - 2\Omega_0 + 2\Omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + 2 \frac{\epsilon_2 \text{sen}\left(-\left(2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t - 2\omega_0 - 2\Omega_0 + 2\Omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5} + \\
 & + \frac{27}{70} R^7 G m_1 \left(3/4 (\text{sen}(I_1))^2 - 1/2 \right) \left(-\frac{35}{32} (\text{sen}(I))^4 + \frac{15}{16} (\text{sen}(I))^2 \right) e^2 \kappa_{22} \cdot \\
 & \cdot \left(\frac{\cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} - \frac{\epsilon_2 \text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5} \Big) \tag{E.2}
 \end{aligned}$$

Longitude do nodo-ascendente

$$\begin{aligned}
 \delta\Omega &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1 - e^2} \text{sen} I} (3/4 R^5 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) (\cos(I))^2 \kappa_{20} \cdot \\
 & \cdot \left(\frac{\text{sen}\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_0 \cos\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} - \\
 & - 3/4 R^5 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) (\text{sen}(I))^2 \kappa_{20} \left(\frac{\text{sen}\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_0 \cos\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} + \\
 & + 3/8 R^5 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 \text{sen}(I) \kappa_{20} \cos(I) \left(\frac{\text{sen}\left((2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_0 \cos\left((2n_\Omega - 2n_{\Omega_1})t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} + \\
 & + \frac{5}{14} R^5 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) (\cos(I))^2 \kappa_{22} \left(\frac{\text{sen}\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_2 \cos\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} - \\
 & - \frac{5}{14} R^5 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) (\text{sen}(I))^2 \kappa_{22} \left(\frac{\text{sen}\left((n_\Omega - n_{\Omega_1})t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\epsilon_2 \cos\left(\left(n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{n_\Omega - n_{\Omega_1}} \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} - \\
 & - \frac{3}{28} R^5 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 \text{sen}(I) \kappa_{22} \cos(I) \left(\frac{\text{sen}\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}}\right) + \\
 & + \frac{\epsilon_2 \cos\left(\left(2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{3/2} a^3} - \\
 & - \frac{27}{280} R^7 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \left(\frac{105}{16} (\text{sen}(I))^2 (1 + 2 \cos(I)) \cos(I) - \right. \\
 & \left. - \frac{35}{8} (\text{sen}(I))^4 + \frac{15}{8} (\text{sen}(I))^2 - \frac{15}{8} (1 + \cos(I)) \cos(I)\right) e^2 \kappa_{22}. \\
 & \cdot \left(\frac{\text{sen}\left(\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_2 \cos\left(\left(2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{2n_\omega + n_\Omega - n_{\Omega_1}}\right) \frac{1}{(1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} + \\
 & + \frac{9}{1120} R^7 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 \left(\frac{105}{4} \text{sen}(I) (\cos(I))^2 (1 + \cos(I)) - \right. \\
 & \left. - \frac{105}{8} (\text{sen}(I))^3 (1 + \cos(I)) - \frac{105}{8} (\text{sen}(I))^3 \cos(I) + \frac{15}{4} (1 + \cos(I)) \text{sen}(I)\right) e^2 \kappa_{22}. \\
 & \cdot \left(\frac{\text{sen}\left(\left(2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}} + \right. \\
 & \left. + \frac{\epsilon_2 \cos\left(\left(2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{2n_\omega + 2n_\Omega - 2n_{\Omega_1}}\right) \frac{1}{(1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} + \\
 & + \frac{27}{70} R^7 G m_1 \left(3/4 (\text{sen}(I_1))^2 - 1/2\right) \left(-\frac{35}{8} (\text{sen}(I))^3 \cos(I) + \frac{15}{8} \text{sen}(I) \cos(I)\right) e^2 \kappa_{22}. \\
 & \cdot \left(1/2 \frac{\text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + 1/2 \frac{\epsilon_2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega}\right) \frac{1}{(1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} \tag{E.3}
 \end{aligned}$$

Argumento do pericentro

$$\begin{aligned}
 \delta\omega & = \sqrt{1 - e^2} \frac{1}{na^2 e} (9/4 R^5 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(I) \cos(I) \kappa_{20} e \left(-\frac{\text{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}}\right) - \\
 & - \frac{\epsilon_0 \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{5/2} a^3} + \\
 & + \frac{9}{16} R^5 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 (\text{sen}(I))^2 \kappa_{20} e. \\
 & \cdot \left(-\frac{\text{sen}\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. - \frac{\epsilon \cos\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}}\right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{5/2} a^3} + \\
 & + \frac{15}{14} R^5 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \text{sen}(I) \cos(I) \kappa_{22} e \left(-\frac{\text{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. - \frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}}\right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{5/2} a^3} - \\
 & - \frac{9}{56} R^5 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 (\text{sen}(I))^2 \kappa_{22} e \left(-\frac{\text{sen}\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. - \frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}}\right) \frac{1}{a_1^3 (1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{5/2} a^3} - \\
 & - \frac{27}{140} R^7 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \left(\frac{35}{16} (\text{sen}(I))^3 (1 + 2 \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I)) \text{sen}(I)\right) e \kappa_{22}. \\
 & \cdot \left(-\frac{\text{sen}\left(-\left(-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. - \frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}}\right) \frac{1}{(1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} - \\
 & - \frac{27}{40} R^7 G m_1 \text{sen}(I_1) \cos(I_1) \left(\frac{35}{16} (\text{sen}(I))^3 (1 + 2 \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I)) \text{sen}(I)\right) e^3 \kappa_{22}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. -\frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{9/2}a^5a_1^3} + \\
 & + \frac{9}{560} R^7 Gm_1 (\operatorname{sen}(I_1))^2 \left(\frac{105}{8} (\operatorname{sen}(I))^2 \cos(I) (1 + \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I))^2 \right) e\kappa_{22}. \\
 & \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. -\frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{7/2}a^5a_1^3} + \\
 & + \frac{9}{160} R^7 Gm_1 (\operatorname{sen}(I_1))^2 \left(\frac{105}{8} (\operatorname{sen}(I))^2 \cos(I) (1 + \cos(I)) - \frac{15}{8} (1 + \cos(I))^2 \right) e^3\kappa_{22}. \\
 & \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. -\frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{9/2}a^5a_1^3} + \\
 & + \frac{27}{35} R^7 Gm_1 \left(3/4 (\operatorname{sen}(I_1))^2 - 1/2 \right) \left(-\frac{35}{32} (\operatorname{sen}(I))^4 + \frac{15}{16} (\operatorname{sen}(I))^2 \right) e\kappa_{22}. \\
 & \left(1/2 \frac{\operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + 1/2 \frac{\epsilon_2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} \right) \frac{1}{(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{7/2}a^5a_1^3} + \\
 & + \frac{27}{10} R^7 Gm_1 \left(3/4 (\operatorname{sen}(I_1))^2 - 1/2 \right) \left(-\frac{35}{32} (\operatorname{sen}(I))^4 + \frac{15}{16} (\operatorname{sen}(I))^2 \right) e^3\kappa_{22}. \\
 & \left(1/2 \frac{\operatorname{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + 1/2 \frac{\epsilon_2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} \right) \frac{1}{(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{9/2}a^5a_1^3} - \\
 & - \cos(I) \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\operatorname{sen}I} \left(3/4 R^5 Gm_1 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) (\cos(I))^2 \kappa_{20} \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \right. \right. \\
 & \left. \left. -\frac{\epsilon_0 \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{3/2}a^3} - \right. \\
 & \left. -3/4 R^5 Gm_1 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) (\operatorname{sen}(I))^2 \kappa_{20} \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \right. \right. \\
 & \left. \left. -\frac{\epsilon_0 \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{3/2}a^3} + \right. \\
 & \left. +3/8 R^5 Gm_1 (\operatorname{sen}(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \kappa_{20} \cos(I) \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \right. \right. \\
 & \left. \left. -\frac{\epsilon_0 \cos\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{3/2}a^3} + \right. \\
 & \left. +\frac{5}{14} R^5 Gm_1 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) (\cos(I))^2 \kappa_{22} \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \right. \right. \\
 & \left. \left. -\frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{3/2}a^3} - \right. \\
 & \left. -\frac{5}{14} R^5 Gm_1 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) (\operatorname{sen}(I))^2 \kappa_{22} \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \right. \right. \\
 & \left. \left. -\frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-n_\Omega + n_{\Omega_1}\right)t + \Omega_0 - \Omega_{10}\right)}{-n_\Omega + n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{3/2}a^3} - \right. \\
 & \left. -\frac{3}{28} R^5 Gm_1 (\operatorname{sen}(I_1))^2 \operatorname{sen}(I) \kappa_{22} \cos(I) \left(-\frac{\operatorname{sen}\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \right. \right. \\
 & \left. \left. -\frac{\epsilon_2 \cos\left(-\left(-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}\right)t + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10}\right)}{-2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{a_1^3(1-e_1^2)^{3/2}(1-e^2)^{3/2}a^3} - \right. \\
 & \left. -\frac{27}{280} R^7 Gm_1 \operatorname{sen}(I_1) \cos(I_1) \left(\frac{105}{16} (\operatorname{sen}(I))^2 (1 + 2\cos(I)) \cos(I) - \right. \right. \\
 & \left. \left. -\frac{35}{8} (\operatorname{sen}(I))^4 + \frac{15}{8} (\operatorname{sen}(I))^2 - \frac{15}{8} (1 + \cos(I)) \cos(I) \right) e^2\kappa_{22}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \left(-\frac{\text{sen} \left(-(-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. -\frac{\epsilon_2 \cos \left(-(-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + \Omega_0 - \Omega_{10} \right)}{-2n_\omega - n_\Omega + n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{(1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} + \\
 & + \frac{9}{1120} R^7 G m_1 (\text{sen}(I_1))^2 \left(\frac{105}{4} \text{sen}(I) (\cos(I))^2 (1 + \cos(I)) - \right. \\
 & \left. - \frac{105}{8} (\text{sen}(I))^3 (1 + \cos(I)) - \frac{105}{8} (\text{sen}(I))^3 \cos(I) + \frac{15}{4} (1 + \cos(I)) \text{sen}(I) \right) e^2 \kappa_{22}. \\
 & \cdot \left(-\frac{\text{sen} \left(-(-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} - \right. \\
 & \left. -\frac{\epsilon_2 \cos \left(-(-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1})t + 2\omega_0 + 2\Omega_0 - 2\Omega_{10} \right)}{-2n_\omega - 2n_\Omega + 2n_{\Omega_1}} \right) \frac{1}{(1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5 a_1^3} + \\
 & + \frac{27}{70} R^7 G m_1 \left(3/4 (\text{sen}(I_1))^2 - 1/2 \right) \left(-\frac{35}{8} (\text{sen}(I))^3 \cos(I) + \frac{15}{8} \text{sen}(I) \cos(I) \right) e^2 \kappa_{22}. \\
 & \cdot \left(1/2 \frac{\text{sen}(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} + 1/2 \frac{\epsilon_2 \cos(2\omega_0 + 2n_\omega t)}{n_\omega} \right) \frac{1}{(1 - e_1^2)^{3/2} (1 - e^2)^{7/2} a^5 a_1^3}
 \end{aligned} \tag{E.4}$$

Apêndice F

Valores do semi-eixo maior para se ter ressonância

Para uma inclinação de 10^0 :

e	$a(\times 10^8 m)$	$r_a(\times 10^8 m)$	$r_p(\times 10^8 m)$
0,00001	1,550012082	1,550027582	1,549996582
0,0001	1,550012062	1,550167063	1,549857061
0,001	1,550010015	1,551560025	1,548460005
0,01	1,549805437	1,56530349	1,534307383
0,1	1,529570340	1,682527374	1,376613306
0,2	1,470804391	1,764965269	1,176643513
0,3	1,380442452	1,794575188	0,9663097164
0,4	1,267108260	1,773951564	0,7602649560
0,5	1,138903793	1,708355690	0,5694518965
0,6	1,001646768	1,60263482	0,4006587072
0,7	0,8576804075	1,458056693	0,2573041222
0,8	0,7040419483	1,267275507	0,1408083897
0,9	0,5244093947	0,9963778499	0,05244093947

Tabela F.1: Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 10 graus.

Para uma inclinação de 20° :

e	$a(\times 10^8 m)$	$r_a(\times 10^8 m)$	$r_p(\times 10^8 m)$
0,00001	1,599234604	1,599250596	1,599218612
0,0001	1,599234583	1,59939450	1,599074660
0,001	1,599232472	1,600831704	1,597633240
0,01	1,599021397	1,615011611	1,583031183
0,1	1,578143709	1,735958080	1,420329338
0,2	1,517511576	1,821013891	1,214009261
0,3	1,424280084	1,851564109	0,9969960588
0,4	1,307346827	1,83028555	0,7844080962
0,5	1,175071070	1,762606605	0,5875355350
0,6	1,033455282	1,653528451	0,4133821128
0,7	0,8849170939	1,504359060	0,2654751282
0,8	0,7263996580	1,30751938	0,1452799316
0,9	0,5410626539	1,028019042	0,05410626539

Tabela F.2: Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 20 graus.

Para uma inclinação de 30° :

e	$a(\times 10^8 m)$	$r_a(\times 10^8 m)$	$r_p(\times 10^8 m)$
0,00001	1,688686254	1,688703141	1,688669367
0,0001	1,688686232	1,688855101	1,688517363
0,001	1,688684003	1,690372687	1,686995319
0,01	1,688461121	1,705345732	1,671576510
0,1	1,666415660	1,833057226	1,499774094
0,2	1,602392127	1,922870552	1,28191370
0,3	1,503945821	1,955129567	1,05276207
0,4	1,380472014	1,932660820	0,828283208
0,5	1,240797540	1,861196310	0,620398770
0,6	1,091260609	1,74601697	0,4365042436
0,7	0,9344140805	1,58850393	0,2803242242
0,8	0,7670301245	1,380654224	0,1534060249
0,9	0,5713264733	1,08552029	0,05713264733

Tabela F.3: Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 30 graus.

Para uma inclinação de 40° :

e	$a(\times 10^8 m)$	$r_a(\times 10^8 m)$	$r_p(\times 10^8 m)$
0,00001	1,832596045	1,83261437	1,832577719
0,0001	1,832596022	1,832779282	1,83241276
0,001	1,832593602	1,83442619	1,830761008
0,01	1,832351727	1,85067524	1,814028210
0,1	1,808427552	1,989270307	1,627584797
0,2	1,738947935	2,086737522	1,391158348
0,3	1,632112038	2,12174564	1,14247842
0,4	1,498115797	2,097362116	0,8988694782
0,5	1,346538269	2,019807404	0,6732691345
0,6	1,184257805	1,894812488	0,473703122
0,7	1,014044820	1,723876194	0,3042134460
0,8	0,8323964084	1,498313535	0,1664792817
0,9	0,6200148980	1,178028306	0,06200148980

Tabela F.4: Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 40 graus.

Para uma inclinação de 50° :

e	$a(\times 10^8 m)$	$r_a(\times 10^8 m)$	$r_p(\times 10^8 m)$
0,00001	2,059954960	2,05997556	2,059934360
0,0001	2,059954933	2,060160928	2,059748938
0,001	2,059952214	2,062012166	2,057892262
0,01	2,059680331	2,08027713	2,039083528
0,1	2,032788031	2,23606683	1,829509228
0,2	1,954688505	2,345626206	1,563750804
0,3	1,834598136	2,384977577	1,284218695
0,4	1,683977806	2,357568928	1,01038668
0,5	1,513594987	2,270392480	0,7567974935
0,6	1,331181384	2,12989021	0,5324725536
0,7	1,139851121	1,937746906	0,3419553363
0,8	0,9356667088	1,684200076	0,1871333418
0,9	0,6969363313	1,324179029	0,06969363313

Tabela F.5: Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 50 graus.

Para uma inclinação de 60° :

e	$a(\times 10^8 m)$	$r_a(\times 10^8 m)$	$r_p(\times 10^8 m)$
0,00001	2,435507024	2,43553137	2,435482669
0,0001	2,435506992	2,43575054	2,435263441
0,001	2,435503777	2,43793928	2,433068273
0,01	2,435182326	2,45953414	2,410830503
0,1	2,403387270	2,64372599	2,163048543
0,2	2,311049356	2,77325922	1,848839485
0,3	2,169065214	2,819784778	1,518345650
0,4	1,990985169	2,787379237	1,194591101
0,5	1,789539719	2,684309578	0,894769859
0,6	1,573870145	2,518192232	0,6295480580
0,7	1,347658306	2,29101912	0,4042974918
0,8	1,106248867	1,99124796	0,221249773
0,9	0,8239953603	1,565591185	0,08239953603

Tabela F.6: Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 60 graus.

Para uma inclinação de 70° :

e	$a(\times 10^8 m)$	$r_a(\times 10^8 m)$	$r_p(\times 10^8 m)$
0,00001	3,137147457	3,13717882	3,137116086
0,0001	3,137147416	3,13746113	3,136833701
0,001	3,137143276	3,14028041	3,134006133
0,01	3,136729218	3,16809651	3,105361926
0,1	3,095774386	3,405351825	2,786196947
0,2	2,976835025	3,572202030	2,38146802
0,3	2,79394695	3,632131035	1,955762865
0,4	2,564564175	3,590389845	1,538738505
0,5	2,305084701	3,457627052	1,15254235
0,6	2,027283303	3,243653285	0,8109133212
0,7	1,735902539	2,951034316	0,5207707617
0,8	1,424945930	2,564902674	0,284989186
0,9	1,061378565	2,016619274	0,106137856

Tabela F.7: Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 70 graus.

Para uma inclinação de 80° :

e	$a(\times 10^8 m)$	$r_a(\times 10^8 m)$	$r_p(\times 10^8 m)$
0,00001	4,929345245	4,929394538	4,929295952
0,0001	4,929345181	4,929838116	4,928852246
0,001	4,929338674	4,934268013	4,924409335
0,01	4,928688072	4,977974953	4,879401191
0,1	4,864336458	5,350770104	4,37790281
0,2	4,677449107	5,612938928	3,741959286
0,3	4,390080257	5,707104334	3,073056180
0,4	4,029655090	5,641517126	2,417793054
0,5	3,621939505	5,432909258	1,810969752
0,6	3,185434998	5,096695997	1,27417399
0,7	2,727593473	4,636908904	0,8182780419
0,8	2,238992760	4,030186968	0,447798552
0,9	1,667725682	3,168678796	0,1667725682

Tabela F.8: Valores da excentricidade, semi-eixo maior e as respectivas distâncias do pericentro e do apocentro, para uma inclinação de 80 graus.