



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

"Júlio de Mesquita Filho"

FACULDADE DE ENGENHARIA

Campus de Ilha Solteira

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

Análise Modal de uma Estrutura do Tipo Viga Utilizando Materiais Piezelétricos (PVDF) como Sensores

Carlos Eduardo Prazzo

Orientador: Prof. Dr. João Antonio Pereira

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**.

Área do conhecimento: Mecânica dos Sólidos

Ilha Solteira - SP
Setembro/2011

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

P921a Prazzo, Carlos Eduardo.
Análise modal de uma estrutura do tipo viga utilizando materiais piezelétricos (PVDF) como sensores / Carlos Eduardo Prazzo. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2011
139 f. : il.

Dissertação (mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de Conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2011

Orientador: João Antônio Pereira

1. Análise modal. 2. Análise modal experimental. 3. Análise modal operacional.
4. Materiais piezelétricos. 5. PVDF.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

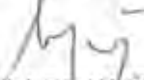
TÍTULO: Análise modal de uma estrutura do tipo viga utilizando materiais piezelétricos (PVDF)


AUTOR: CARLOS EDUARDO PRAZZO

ORIENTADOR: Prof. Dr. JOAO ANTONIO PEREIRA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica,
Área: MECANICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. JOAO ANTONIO PEREIRA
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. ROBERTO GIL ANNES DA SILVA
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Data da realização: 26 de setembro de 2011.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, João Carlos Prazzo e Tereza Aparecida Capóia pelo apoio incondicional durante toda minha vida e também ao meu irmão Fernando Henrique Prazzo pelo constante incentivo.

Far better is it to dare mighty things,
to win glorious triumphs,
even though checkered by failure...
than to rank with those poor spirits
who neither enjoy nor suffer much,
because they live in a gray twilight that
knows not victory nor defeat.

[Theodore Roosevelt]

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por sempre iluminar e guia-me pelos caminhos da vida e por sua imensa proteção.

Agradeço especialmente aos meus pais, João Carlos Prazzo e Tereza Aparecida Capóia pelo apoio, carinho, paciência e pelo incentivo durante toda minha vida, pelas oportunidades que me proporcionaram e pela incondicional confiança, assim como a meu irmão, Fernando Henrique Prazzo por todo o apoio durante essa etapa da minha vida.

Ao Prof. Dr. João Antonio Pereira, não só pela orientação durante esse trabalho, mas por todas as etapas de minha formação desde a iniciação científica, por ter acreditado e me dado a oportunidade de aprender, pelo conhecimento que me proporcionou, pela sua paciência e pela amizade durante esses anos e por me ensinar que são nos erros que adquirimos o verdadeiro conhecimento.

Ao Prof. Antonio Eduardo Turra, pelas risadas, sugestões, discussões e apoio com os equipamentos necessários para a realização dos experimentos.

Ao amigo Thiago Lagoin, aluno de pós-graduação e companheiro de laboratório pelas discussões e sugestões.

A todos os professores e técnicos do Departamento de Engenharia Mecânica de Ilha Solteira pelas sugestões e discussões, em especial ao técnico Carlos Santana por todo o auxílio com equipamentos e sensores.

Aos companheiros de república pelos momentos de alegria e descontração, em especial, ao amigo Antonio Moro Júnior.

À CNPQ, pela concessão da bolsa durante o desenvolvimento deste trabalho de Mestrado.

RESUMO

Esse trabalho discute o uso dos materiais piezelétricos, mais especificamente, o Polyvinylidene Fluoride (PVDF) e o Lead Zirconate Titanate (PZT) na análise modal experimental (AME) de estruturas mecânicas. Materiais piezelétricos, também chamados de materiais inteligentes, têm se consolidado como uma nova tecnologia que mostra um grande potencial de aplicação em diferentes áreas da engenharia. Esse tipo de material exibe um acoplamento entre multi-domínios físicos, como por exemplo o acoplamento eletro-mecânico, o termo-magnético, etc. O acoplamento eletro-mecânico produz um deslocamento elétrico quando o material é sujeito a uma tensão mecânica (efeito direto) e uma deformação mecânica quando esse material é submetido a um campo elétrico (efeito inverso). Assim, principalmente por conta desses efeitos, seu uso no campo da análise modal experimental torna-se uma interessante questão a ser investigada. A incorporação de novas tecnologias nos testes estruturais pode agregar novos conhecimentos e avanços tanto na análise modal baseada na relação entrada-saída da estrutura, quanto na mais recente técnica, a análise modal baseada apenas na resposta das mesmas. Os conceitos teóricos para o desenvolvimento são apresentados e discutidos neste trabalho, onde é mostrada a análise modal de uma viga utilizando tanto sensores e atuadores convencionais quanto os produzidos com materiais inteligentes. Os testes de análise modal da viga foram feitos utilizando diferentes combinações de sensores e atuadores e isso pode mostrar as diferenças da estimativa de modos utilizando materiais piezelétricos. Também é apresentada a formulação da relação entre os modos em deslocamento e os modos com diferença de inclinação obtidos com materiais piezelétricos e, finalmente, uma comparação dos resultados obtidos pelas diferentes técnicas. Os testes apresentados mostram que os resultados obtidos pelo uso de sensores PVDF são similares aos obtidos pelo uso de sensores convencionais quando o interesse são as frequências naturais do modelo. A forma dos modos de vibrar estimados utilizando sensores PVDF também concordam com aqueles obtidos pela formulação teórica e pelos testes experimentais utilizando sensores convencionais. Assim, o uso de materiais piezelétricos torna-se uma alternativa para a análise modal onde utilizava-se apenas sensores do tipo convencional como os acelerômetros e ainda abre uma possibilidade do uso desse tipo de material, com algumas vantagens, na análise modal baseada apenas na resposta da estrutura e na análise modal operacional (AMO). Entretanto, testes adicionais em estruturas de laboratório e também com estruturas reais ainda são necessários.

Palavras-chave: Análise Modal Experimental e Operacional. Materiais Piezelétricos. PVDF.

ABSTRACT

This work discusses the use of piezoelectric materials, more specifically, Polyvinylidene Fluoride (PVDF) and Lead Zirconate Titanate (PZT) for experimental modal analysis (EMA) of mechanical structures. Piezoelectric materials also called smart materials have becoming a consolidated new technology that shows a large potential of application for different engineering areas. These materials exhibit a multi physics domain field coupling like mechanical and electrical coupling domains, thermal and magnetic coupling and etc. The electro-mechanical coupling domains of the material produces an electric displacement when the material is subject to a mechanical stress (direct-effect) and a mechanical strain when the material is submitted to an electric field (inverse effect). So, mainly due to these effects, the use in the experimental modal analysis field appears to be an interesting issue to be investigated. The incorporation of this new technology in the structural tests might aggregate new acknowledgments and advances in the well consolidated input-output based modal analysis techniques as well as in the more recent output only-based modal analysis. This work aims to present some contribution in this area by using piezoelectric sensors, instead of the conventional ones like accelerometers for modal analysis of mechanical structures. The theoretical concepts and background for the developing of the work are presented and discussed, it is also presented the modal analysis of a beam like structure using conventional sensors/actuators and piezoelectric materials. The modal analysis tests of the beam are conducted using different kinds of sensors/actuator and they give some insight of the difference of the estimated modes shapes by using piezoelectric materials. It is also presented a formulation that shows the relation between the displacement mode shapes and de slope difference modal shapes obtained with piezoelectric materials and, finally, it is presented the comparison of the results obtained for the different techniques. The analyses tests showed that the results obtained by using PVDF sensors are similar to the ones obtained by using conventional sensors when the interest is the natural frequencies of the model. The modes shapes estimated by using PVDF sensor also agree with those modes obtained by the theoretical formulation and by the experimental tests using conventional sensors. This makes the use of piezoelectric materials an alternative to the modal analysis using conventional sensor like accelerometers. It also opens a possibility to use this kind of materials, with some advantage, in the output only-based modal analysis and the operational modal analysis (OMA). However, some additional evaluation tests are still necessary not only with lab-structures but also with real structures.

Keywords: Operational and Experimental Modal Analysis. Smart Materials. PVDF.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - Exemplo de materiais piezelétricos. (a) PZT – tipo buzzer; (b) PZT tipo pilha; (c) PVDF com massa na ponta; (d) PVDF blindado.	15
Figura 02 - Imagem do Estádio Giuseppe Meazza, Milão, Itália.	22
Figura 03 – (a) Vista da Seção da arquibancada do estádio, (b) Posicionamento dos sensores na parte inferior da arquibancada.	23
Figura 04 – Aeronave Boeing 747-SP com Telescópio SOFIA (Fonte: NASA).....	24
Figura 05 – Desastre na ponte Tacoma Narrows.....	25
Figura 06 – Representação esquemática de acoplamento entre os domínios físicos.....	51
Figura 07 – Representação do comportamento tensão-deformação para um material elástico.	52
Figura 08 – (a) Efeito piezelétrico direto; (b) relação entre tensão e deslocamento elétrico em um material piezelétrico.	54
Figura 09 – (a) Efeito Piezelétrico Indireto; (b) Relação entre campo elétrico aplicado e deslocamento elétrico em um material piezelétrico.	55
Figura 10 – (a) Rotação dos dipolos; (b) Relação entre campo elétrico e deformação em um material piezelétrico.	56
Figura 11 – Cubo piezelétrico indicando os eixos coordenados da análise tridimensional.	57
Figura 12 – Representação eletro-mecânica genérica de um sistema de materiais ativos com atuadores integrados (Imagem retirada de).	60
Figura 13 – Modelo de interação eletro-mecânica do PZT com a estrutura com 1 grau de liberdade.	65
Figura 14 – Vista frontal e superior de uma viga com sensores/atuadores PVDF.....	75
Figura 15 – Modos de vibrar para uma viga contínua em deslocamento.	80
Figura 16 – Modos de vibrar para uma viga contínua em deformação.....	80
Figura 17 – Modos de vibrar para uma viga discreta (apenas os 5 sensores) em deslocamento.	81
Figura 18 – Modos de vibrar para uma viga discreta (apenas os 5 sensores) em deformação.	81
Figura 19 – Ilustração da Viga com os sensores PVDF(s).....	83
Figura 20 – Volumes criados para a modelagem da viga com os sensores PVDF(s).	85
Figura 21 – Viga com os sensores PVDF(s) após criação da malha.....	87
Figura 22 – Vista da viga na condição livre-livre na horizontal.....	88
Figura 23 – (a) Shaker eletromecânico excitando a viga na condição <i>livre-livre</i> . (b) Detalhe da célula de carga na saída do shaker.	89
Figura 24 – Vista da viga na condição livre-livre na posição vertical.....	90
Figura 25 – (a) Vista inferior da viga na condição <i>livre-livre</i> . (b) Zoom da região onde o atuador do tipo PZT foi fixado para excitar a estrutura.....	91
Figura 26 – FRF simulada para o primeiro sensor PVDF com a excitação no ponto 4.....	95
Figura 27 – FRF simulada para o segundo sensor PVDF com a excitação no ponto 4.....	95
Figura 28 – FRF simulada para o terceiro sensor PVDF com a excitação no ponto 4.....	96
Figura 29 – FRF simulada para o quarto sensor PVDF com a excitação no ponto 4.....	96
Figura 30 – FRF simulada para o quinto sensor PVDF com a excitação no ponto 4.....	96
Figura 31 – 1º Modo de Vibrar determinado utilizando o modelo de elementos finitos (Frequência de 43.76 Hz).	98
Figura 32 – 2º Modo de Vibrar determinado através do modelo de elementos finitos (Frequência de 120.88 Hz).	98

Figura 33 – 3º Modo de vibrar determinado através do modelo de elementos finitos (Frequência de 237.64 Hz).	99
Figura 34 – FRF com sinal da deformação para o primeiro sensor com excitação no ponto 4.	100
Figura 35 – FRF com sinal da deformação para o segundo sensor com excitação no ponto 4.	100
Figura 36 – FRF com sinal da deformação para o terceiro sensor com excitação no ponto 4.	101
Figura 37 – FRF com sinal da deformação para o quarto sensor com excitação no ponto 4.	101
Figura 38 – FRF com sinal da deformação para o quinto sensor com excitação no ponto 4.	102
Figura 39 – FRF para o ponto 01 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).	104
Figura 40 – FRF para o ponto 02 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).	104
Figura 41 – FRF para o ponto 03 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).	104
Figura 42 – FRF para o ponto 04 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).	105
Figura 43 – FRF para o ponto 05 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).	105
Figura 44 – Primeiro modo de vibrar para a viga com acelerômetro.	106
Figura 45 – Segundo modo de vibrar para a viga com acelerômetro.	107
Figura 46 – Terceiro modo de vibrar para a viga com acelerômetro.	107
Figura 47 – Função de resposta em frequência para o primeiro sensor PVDF(s).	109
Figura 48 – Função de resposta em frequência para o segundo sensor PVDF(s).	110
Figura 49 – Função de resposta em frequência para o terceiro sensor PVDF(s).	110
Figura 50 – Função de resposta em frequência para o quarto sensor PVDF(s).	111
Figura 51 – Função de resposta em frequência para o quinto sensor PVDF(s).	111
Figura 52 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso martelo de impacto e sensor PVDF	112
Figura 53 – Segundo modo de vibrar (em deformação) para o caso martelo de impacto e sensor PVDF	113
Figura 54 – Terceiro modo de vibrar (em deformação) para o caso martelo de impacto e sensor PVDF	113
Figura 55 – Função de resposta em frequência para o primeiro sensor PVDF(s).	114
Figura 56 – Função de resposta em frequência para o segundo sensor PVDF(s).	115
Figura 57 – Função de resposta em frequência para o terceiro sensor PVDF(s).	115
Figura 58 – Função de resposta em frequência para o quarto sensor PVDF(s).	116
Figura 59 – Função de resposta em frequência para o quinto sensor PVDF(s).	116
Figura 60 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso shaker e sensor PVDF.	118
Figura 61 – Segundo modo de vibrar (em deformação) para o caso shaker e sensor PVDF.	118
Figura 62 – Terceiro modo de vibrar (em deformação) para o caso shaker e sensor PVDF.	119
Figura 63 – Função de resposta em frequência para o primeiro sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional.	120
Figura 64 – Função de resposta em frequência para o segundo sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional	120
Figura 65 – Função de resposta em frequência para o terceiro sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional.	121
Figura 66 – Função de resposta em frequência para o quarto sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional	122
Figura 67 – Função de resposta em frequência para o quinto sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional	122

Figura 68 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso Shaker e sensor PVDF referente à análise modal operacional	123
Figura 69 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso Shaker e sensor PVDF referente à análise modal operacional	124
Figura 70 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso Shaker e sensor PVDF referente à análise modal operacional	124
Figura 71 – Função de resposta em frequência para o primeiro sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).	126
Figura 72 – Função de resposta em frequência para o segundo sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).	126
Figura 73 – Função de resposta em frequência para o terceiro sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).	127
Figura 74 – Função de resposta em frequência para o quarto sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).	127
Figura 75 – Função de resposta em frequência para o quinto sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).	128
Figura 76 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso PZT e sensor PVDF referente à análise modal operacional.	129
Figura 77 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso PZT e sensor PVDF referente à análise modal operacional.	129
Figura 78 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso PZT e sensor PVDF referente à análise modal operacional.	130

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Quadro 01 – Interpretação da seqüência X_i como uma seqüência do filtro de estado de <i>Kalman</i> estimada sobre i medidas de y_k	42
Tabela 01 – Exemplos de domínios físicos e variáveis de estado associadas.....	50
Tabela 02 – Propriedades para a viga de aço	84
Tabela 03 – Propriedades para os sensores piezelétricos do tipo PVDF.	84
Tabela 04 – Matriz elástica anisotrópica para o sensor piezelétrico do tipo PVDF (<i>Flexibility form</i>)	84
Tabela 05 – Matriz Piezelétrica para os sensores piezelétricos do tipo PVDF (<i>Piezoelectric stress matrix</i>)	85
Tabela 06 – Valores de Frequência Natural obtidos pelo modelo de elementos finitos.....	94
Tabela 07 – Equipamentos utilizados na análise modal convencional.	103
Tabela 08 – Frequências Naturais e Fatores de Amortecimento obtidos para a condição martelo de impacto e acelerômetro.	105
Tabela 09 – Frequências Naturais e Amortecimento para o caso Martelo de Impacto e sensor PVDF	112
Tabela 10 – Frequências Naturais e Amortecimento para o caso Shaker e sensor PVDF (Análise Modal Experimental).....	117
Tabela 11 – Frequências Naturais e Amortecimento para o caso Shaker Eletromecânico e sensor PVDF (Análise Modal Operacional).....	123
Tabela 12 – Frequências Naturais e Amortecimento para o caso Shaker e sensor PVDF (Análise Modal Experimental).....	128
Tabela 13 – Comparação entre os valores de frequência natural obtidos pela análise modal utilizando Martelo e Acelerômetro com as outras análises referentes à primeira frequência natural da viga.....	131
Tabela 14 – Comparação entre os valores de frequência natural obtidos pela análise modal utilizando Martelo e Acelerômetro com as outras análises referentes à segunda frequência natural da viga.....	131
Tabela 15 – Comparação entre os valores de frequência natural obtidos pela análise modal utilizando Martelo e Acelerômetro com as outras análises referentes à terceira frequência natural da viga.....	132

SUMÁRIO

	Capítulo 01	13
1	INTRODUÇÃO	13
1.2	<i>Objetivo</i>	16
1.3	<i>Organização Do Trabalho</i>	16
	Capítulo 02	18
2	LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	18
2.1	<i>Aplicações De Análise Modal Operacional</i>	22
	Capítulo 03	25
3	CONCEITOS E FUNDAMENTOS DE ANÁLISE MODAL.....	25
3.1	<i>Análise Modal Teórica</i>	26
3.2	<i>Análise Modal Experimental</i>	30
3.3	<i>Análise Modal Operacional</i>	33
3.3.1	<i>Identificação Estocástica de Subespaço - IES</i>	34
3.3.1.1	<i>Modelo de Espaço de Estados Estocástico</i>	34
3.3.1.2	<i>Propriedades dos Sistemas Estocásticos</i>	37
3.3.1.3	<i>Matrizes de Hankel, Observabilidade e Controlabilidade</i>	39
3.3.1.4	<i>Estados do Filtro de Kalman</i>	41
3.3.1.5	<i>Teorema Principal da IES</i>	42
3.3.1.6	<i>Cálculo do Sistema de Matrizes</i>	44
3.3.1.7	<i>Identificação dos Parâmetros Modais</i>	45
3.3.1.8	<i>Diagrama de Estabilização</i>	46
	Capítulo 04	49
4	MATERIAIS PIEZELÉTRICOS.....	49
4.1	<i>Tipos de Materiais Piezelétricos</i>	50
4.2	<i>Acoplamento Eletromecânico em Dispositivos Piezelétricos – Modelo Unidimensional</i>	51
4.2.1	<i>Efeito Piezelétrico Direto</i>	52
4.2.2	<i>Efeito Piezelétrico Indireto</i>	54
4.3	<i>Equações Constitutivas para um Material Piezelétrico Linear</i>	56
4.4	<i>Método da Impedância Eletro-Mecânica</i>	59

4.5	<i>Cálculo da Função de Resposta em Freqüência utilizando o conceito de Impedância Eletro-Mecânica (EMI)</i>	64
	Capítulo 05	69
5	ANÁLISE MODAL UTILIZANDO MATERIAIS INTELIGENTES.....	69
5.1	<i>Modelagem teórica de uma viga utilizando materiais inteligentes</i>	70
5.2	<i>Análise dos Auto-Problemas (Auto-Sistemas)</i>	70
5.3	<i>Excitação Harmônica para Atuador de Força Genérico</i>	71
5.4	<i>Resposta Harmônica para um Sensor Genérico</i>	73
5.5	<i>FRF entre o Sensor Genérico e o Atuador Genérico</i>	73
5.6	<i>FRF do Sensor do tipo PVDF e do atuador do tipo "Point Force"</i>	74
5.7	<i>Relação entre Modos de Deslocamento e Modos com base na Diferença de Inclinação das Extremidades do Sensor/Atuador</i>	76
5.8	<i>Modelagem da Viga com Sensores PVDF por Elementos Finitos</i>	82
5.9	<i>Montagem Experimental</i>	86
	Capítulo 06	92
6	RESULTADOS.....	92
6.1	<i>Simulação dos Parâmetros Modais da Viga Utilizando Elementos Finitos</i>	92
6.2	<i>Análise Modal Experimental Utilizando Acelerômetro e Martelo de Impacto</i>	101
6.3	<i>Análise Modal Experimental da Viga utilizando Martelo de Impacto e Sensores PVDF(s)</i> ..	107
6.4	<i>Análise Modal Experimental da Viga utilizando Shaker Eletromecânico e Sensores PVDF(s)</i>	113
6.5	<i>Análise Modal Utilizando apenas a Resposta</i>	118
6.6	<i>Análise Modal Operacional da Viga utilizando PZT como atuador e Sensores PVDF(s)</i>	124
6.7	<i>Diferenças obtidas entre os resultados dos sensores</i>	129
	Capítulo 07	134
7	CONCLUSÕES.....	134
	REFERÊNCIAS.....	136

Capítulo 01

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, por conta da grande competitividade e concorrência entre as empresas, existe uma grande demanda por equipamentos que proporcionem a melhor relação custo-benefício possível. Essa relação depende muito dos parâmetros que estão em análise, ou seja, pode ser um equipamento mais robusto, que tenha uma resposta ótima para uma determinada faixa de operação, ou que tenha um tamanho adequado, ou que seja barato, ou então que não exija altos custos de manutenção, dentre outros. No projeto e análise de sistemas mecânicos, a análise modal é uma ferramenta de grande interesse utilizada no estudo e avaliação do comportamento estrutural de sistemas mecânicos e estruturas. No projeto novos produtos e equipamentos, desde uma simples viga, passando por um automóvel até sistemas mais complexos, como por exemplo, uma aeronave, é muito importante a análise do seu comportamento dinâmico estrutural, buscando obter seus parâmetros próprios, frequências naturais, razão de amortecimento e modos de vibrar. O conhecimento desses parâmetros é importante para que durante a operação do equipamento não ocorra problemas associados a existência de frequências de excitação próximas das respectivas frequências naturais que venham a produzir falha ou comprometimento do seu funcionamento. Essa análise pode ser feita do ponto de vista analítico ou experimental.

Na modelagem teórica, o comportamento estrutural do modelo pode ser estudado utilizando diferentes modelagens, por exemplo, o método dos elementos finitos (BATHE; WILSON, 1976; ZIENKIEWICZ, 1985). A utilização desse método permite poupar tanto tempo quanto dinheiro gasto em testes. A modelagem por elementos finitos atualmente é usual na maioria das análises e projetos de sistemas mecânicos estruturais, entretanto o analista nem sempre consegue incluir todos os parâmetros e variáveis no modelo matemático e sua resposta é geralmente aproximada.

A análise modal experimental vem ao encontro dessas técnicas numérico-analíticas na tentativa de solucionar esse problema, de forma que os parâmetros e a resposta do

modelo são obtidos diretamente da própria estrutura de interesse a partir de testes experimentais.

Na análise modal experimental, os parâmetros do modelo experimental são obtidos a partir da relação entrada-saída, onde é necessário medir as respostas e forças de excitação do mesmo que são utilizadas no cálculo das respectivas Funções de Resposta em Freqüência (FRF(s)). Essas funções são posteriormente utilizadas para extração dos parâmetros da estrutura.

Um grande desafio na análise modal experimental é quantificar a força de excitação do sistema, isto é, conhecer o valor da força de entrada. Para se ter uma idéia do que isso representa basta imaginar, por exemplo, um avião em pleno vôo. As forças que atuam no avião são praticamente impossíveis de serem mensuradas, uma vez que ele está sujeito a uma enormidade de esforços relacionados com as diferentes condições.

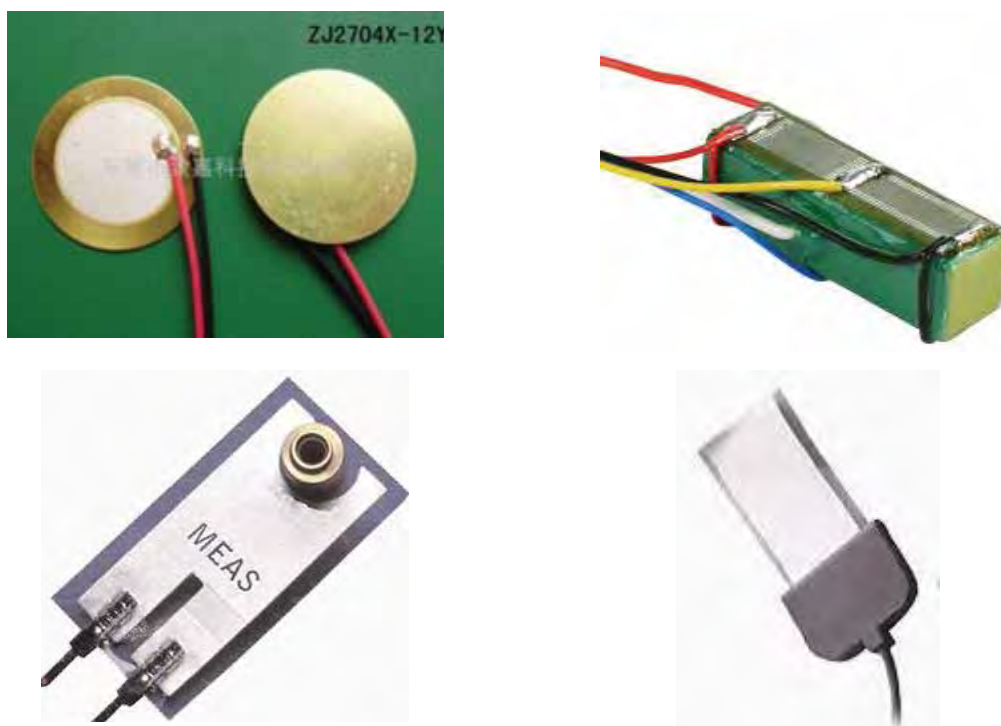
Uma solução para essa limitação é a tentativa de se obter os parâmetros modais com base apenas na resposta da estrutura sem a necessidade de mensurar ou quantificar o valor da excitação. Essa técnica é conhecida como análise modal baseada apenas na resposta e vem ganhando importância nas aplicações de engenharia, conforme pode ser observado na literatura (BRINCKER; MOLLER, 2006; FREITAS; PEREIRA, 2007; HERLUFSEN et. al., 2005; PEETERS; DE ROECK, 2001). Essa abordagem para análise modal vem se consolidando como uma importante linha de pesquisa no campo da dinâmica estrutural, abrindo novas possibilidades para utilização de novos materiais, tipos de sensores, bem como novos horizontes de aplicações.

Neste contexto, a utilização de materiais inteligentes surge como uma proposta interessante a ser investigada no campo da análise modal experimental. Os materiais inteligentes são definidos como os materiais que exibem um acoplamento entre multi domínios físicos, tais como mecânico, elétrico, térmico ou magnético. Por exemplo, esses materiais podem converter um sinal elétrico em tensão mecânica e vice-versa.

Nesta linha, os materiais piezelétricos surgem com grande destaque na área de sensores de medição, tendo como principal inovação a sua capacidade, tanto de medir (sensor) como, caso seja de interesse, funcionar como atuador. Dentre os materiais piezelétricos mais comuns estão os PZT's (*Lead Zirconate Titanate*) e os PVDF (*Polyvinylidene Flouride*), que podem funcionar como sensores ou atuadores, por conta do seu conhecido efeito direto e indireto, ou seja, se o sensor sofrer uma deformação ele produz uma

diferença de potencial que pode ser mensurada e no outro caso, se ele receber uma diferença de potencial responderá com uma deformação. A figura (1) ilustra alguns dispositivos piezelétricos do tipo PZT(s) e PVDF(s).

Figura 1 - Exemplo de materiais piezelétricos. (a) PZT – tipo buzzer; (b) PZT tipo pilha; (c) PVDF com massa na ponta; (d) PVDF blindado.



Fonte: Adaptado de MEASUREMENT SPECIALTIES (2011)

Nas últimas décadas, o número de sistemas de engenharia desenvolvidos utilizando materiais inteligentes tem aumentado significativamente. As vantagens da aplicação destes materiais são a alta rigidez mecânica e baixa massa, que permitem uma rápida resposta sensível.

Liang, Sun e Rogers (1996), discutem o uso de materiais inteligentes na análise modal experimental e o equacionamento é tanto mais complexo quanto for o tipo de estrutura. Já os trabalhos de Chen e Wang (2004), Wang, Chen e Chen (2006); Wang e Wang (1997), apresentam uma abordagem do equacionamento diferente da apresentada por Liang, Sun e Rogers (1996). Nela são apresentadas equações genéricas para a formulação da função de

resposta em frequência utilizando materiais piezelétricos e a forma dos modos de vibrar de cada estrutura é dependente do tipo de sensor ou atuador utilizado no experimento.

Nesses trabalhos são apresentados e discutidos os resultados de alguns testes de análise modal experimental utilizando primeiramente sensores do tipo PZT.

Este trabalho busca, com base na proposta dos trabalhos acima, discutir a identificação de parâmetros modais utilizando materiais piezelétricos como sensores. Serão utilizados materiais do tipo PVDF, que diferentemente dos PZT(s), são mais flexíveis e continuam apresentando uma boa sensibilidade. O trabalho busca entender e desenvolver a formulação de análise modal de estruturas piezelétricas utilizando elementos finitos e testes de análise modal experimental. Primeiramente são realizados testes utilizando um martelo de impacto e acelerômetros que serão tomados como base e referência para a realização dos testes utilizando os sensores do tipo PVDF na análise modal experimental e finalmente é discutida uma proposta de utilização dos sensores PVDF na análise modal baseada apenas na resposta.

1.2 Objetivo

O objetivo desse trabalho é a identificação dos parâmetros modais utilizando sensores piezelétricos do tipo PVDF acoplados, utilizando tanto a análise modal experimental baseada na relação entrada/saída, como a análise modal baseada na análise apenas na resposta da estrutura. Para isso, o experimento é idealizado utilizando uma viga de aço, cujo comportamento dinâmico é bem conhecido na literatura e assim, tornando a comparação entre os dados experimentais e a modelagem numérica menos complexa.

1.3 Organização Do Trabalho

O trabalho está organizado em forma de capítulos que buscam dar suporte ao entendimento dos temas tratados no mesmo.

No primeiro capítulo é apresentada uma breve introdução da análise modal experimental e a aplicação de materiais inteligentes como sensores, buscando posicionar o trabalho com relação ao tema, mostrando os objetivos e a organização do trabalho.

No segundo capítulo é discutida a análise modal, principalmente a análise modal experimental e apresentados alguns trabalhos que buscam equacionar as funções de resposta em frequência e os modos de vibrar para o elemento em estudo considerando a utilização de materiais inteligentes como dispositivos sensitivos ou atuadores. Também são apresentados casos reais de utilização da análise modal operacional.

No capítulo seguinte são apresentados os conceitos e fundamentos básicos da análise modal bem como uma discussão e a formulação do método de Identificação Estocástica de Subespaços, voltado para a análise modal baseada apenas na resposta.

Já no capítulo 4 são apresentados os conceitos de materiais piezelétricos, tipos de materiais, domínios físicos, acoplamentos e as equações constitutivas. Neste capítulo também são apresentados o método da impedância eletromecânica e a formulação para o cálculo da função de resposta em frequência de estruturas inteligentes.

No capítulo 5 é feita a modelagem teórica para a análise modal utilizando materiais inteligentes segundo os trabalhos de Wang. Isto permite que a modelagem para obtenção dos parâmetros modais de cada par de entrada e saída do sinal seja feita de forma genérica, dependendo apenas do tipo de sensor ou atuador utilizado naquele ponto. Para o caso em estudo o atuador é do tipo "*point-force*" e o sensor é do tipo PVDF. Ao final do capítulo é apresentada uma equação para os modos de vibrar, em deslocamento, para a viga na condição livre-livre, além da modelagem da viga em elementos finitos e como o experimento foi conduzido.

O capítulo 6 apresenta os resultados para todos os casos de estudo, partindo da análise modal utilizando um martelo de impacto e acelerômetro, martelo de impacto e sensores PVDF, Shaker eletromecânico e sensores PVDF na análise modal experimental, Shaker eletromecânico e sensores PVDF na análise modal operacional e finalizando com atuador PZT e sensores do tipo PVDF também na análise modal operacional.

Uma breve discussão e a conclusão deste estudo é apresentada no capítulo 7.

E, finalizando, o último capítulo apresenta as referências.

Capítulo 02

2 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

O princípio básico de descrição do comportamento dinâmico de uma estrutura em termos de modos de vibração foi primeiramente explorado por Rayleigh no final do século XVIII. Desde então, engenheiros têm procurado aproveitar essa poderosa abordagem como um meio de solucionar uma ampla faixa de problemas práticos em estruturas dinâmicas (LEO, 2007).

A análise modal teórica foi o início para o grande avanço ocorrido nas últimas décadas. Atualmente existem vários métodos numéricos muito eficientes para a análise de estruturas e isso só foi possível com o desenvolvimento e aperfeiçoamento do método dos elementos finitos (BATHE; WILSON, 1976; ZIENKIEWICZ, 1985) e o desenvolvimento de programas computacionais que simulavam o comportamento estrutural dos componentes em estudo, como por exemplo, o ANSYS, desenvolvido pela empresa que hoje utiliza o mesmo nome, mas originalmente chamava-se Swanson Analysis Systems Inc, fundada pelo Dr. John A. Swanson em 1970 na Pennsylvania, Estados Unidos (ANSYS, 2010).

O estudo da resposta dinâmica de uma estrutura complexa devido a alguns carregamentos é freqüentemente um problema de difícil solução pelas vias puramente analíticas ou numéricas. Geralmente é muito complicado se obter um modelo matemático confiável que seja capaz de reproduzir com acurácia o comportamento dinâmico de vários componentes e/ou de uma montagem completa de um sistema ou estrutura. É relativamente simples modelar estruturas do tipo eixos ou vigas, mas conexões, juntas e soldagens podem ser muito mais complexas, mesmo que seja assumido um comportamento linear das mesmas. Em particular, é difícil caracterizar amortecimento de uma forma adequada (MAIA; SILVA, 2001).

O desenvolvimento e construção de estruturas civis e mecânicas mais complexas e ambiciosas, como barragens, pontes suspensas, edifícios, aeronaves, navios e outros tipos de estruturas especiais fez com que engenheiros estruturais sentissem a necessidade de desenvolver também ferramentas que pudessem ser capazes de estimar com precisão as

mais relevantes propriedades estruturais (FREITAS, 2008), assim, para obter-se um modelo, que reflita adequadamente o verdadeiro comportamento dinâmico das estruturas, freqüentemente recorre-se às rotas experimentais. As medições realizadas na estrutura são processadas e analisadas e os resultados são utilizados para formular um modelo que reproduzirá o comportamento em condições reais. Esse é o processo de identificação, ou seja, onde as propriedades dinâmicas são avaliadas. Essa área da dinâmica estrutural é conhecida como Análise Modal Experimental (AME) e tornou-se muito popular na década de 70. Desde então tem desenvolvido um amplo domínio de aplicações, como acoplamento de subestrutura, atualização de modelos, vibro-acústica entre outros (MAIA; SILVA, 2001).

A extração de parâmetros modais a partir das funções de resposta em freqüência (FRF) requer tanto conhecimento do valor da entrada do sinal do sistema como o valor de sua saída. Entretanto, em condições reais de operação pode não ser possível medir o valor dessa entrada do sistema e então uma excitação artificial pode ser necessária. Em muitos casos, apenas os dados da resposta operacional da estrutura são mensuráveis e o processo de identificação do sistema necessitará basear-se apenas no valor das respostas medidas do próprio sistema. A identificação baseada no conhecimento apenas das respostas do sistema, sem utilizar as informações de excitação é conhecida como Análise Modal Operacional (AMO), (LARDIES; MINH-HGI, 2010).

Neste contexto, o grupo coordenado pelo orientador desse trabalho teve alguns trabalhos publicados na área e também gerou outras dissertações de mestrado, como os trabalhos de Borges (2006), onde é estudado e implementado uma metodologia utilizando a Decomposição no Domínio da Freqüência, Nunes Júnior (2006) estudou o método de Identificação Estocástica de Subespaço e Freitas (2008) que fez um estudo sobre a identificação dos parâmetros modais baseados apenas na resposta da estrutura, levando em consideração os métodos dos dois autores anteriores.

Geralmente são utilizados acelerômetros ou extensômetros como sensores para medir a resposta da estrutura. Mas é necessário que esses sensores não afetem ou alterem as características da estrutura medida, além de proporcionarem medidas com alta precisão. Neste contexto, cada vez mais os materiais inteligentes (categoria de material piezolétrico do qual o PVDF faz parte) têm despertado interesse por parte dos pesquisadores e técnicos (LEO, 2007). Tanto sensores como atuadores desse tipo de material podem ser utilizados em vários tipos de superfícies proporcionando uma boa sensibilidade, além disso, são muito

leves e permitem ser moldados de várias formas. Ao passo que as técnicas de análise modal evoluíram muito desde o século XVIII, concentrando-se na década de 70, pode-se notar que os materiais piezelétricos têm suas aplicações reais e evolução mais atual, com seu grande desenvolvimento nos últimos 20 anos (LEO, 2007).

Um dos primeiros usos de PVDF (Polyvinylidene Fluoride) foi por Hubbard (1987) com introdução de formas retangulares aos filmes de PVDF para aplicação em sensores de controle de vibrações de vigas. Galea et al. (1993) aplicaram o filme de PVDF como sensor para diagnóstico de falhas estruturais e monitoramento da saúde estrutural.

Sun, Liang e Rogers (1994) estudaram uma técnica de análise modal baseada na medida da admitância elétrica de sensores e atuadores feitos de finos filmes piezelétricos e colados na superfície das estruturas, utilizando um analisador de impedância para as medições. Foi obtido um modelo de um grau de liberdade que governa a interação eletromecânica. O posicionamento dos sensores e atuadores na estrutura também foi abordado. Um exemplo experimental foi feito em uma viga flexível e os resultados mostraram as vantagens desta técnica em testes modais de estruturas leves e flexíveis, cujos parâmetros modais são extremamente sensíveis à rigidez dos transdutores e *shakers*.

Liang, Sun e Rogers (1996) investigaram o acoplamento eletro-mecânico de um sistema com materiais ativos, mais especificamente na área da impedância eletro-mecânica (EMI). Discutiram um modelo genérico de EMI tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo, focando na metodologia e nos componentes básicos da técnica de modelagem de EMI e suas aplicações para auxiliarem no projeto de eficientes controladores ativos de estruturas. Exemplos com PZT(s) como atuador do sistema mecânico, as deformações induzidas dos atuadores e análise dinâmica dos sistemas de materiais ativos também são discutidos.

Nguyen e Pietrzko (2004) apresentaram uma modelagem em elementos finitos para uma viga de alumínio engastada em flexão utilizando como atuadores duas placas finas feitas de material piezelétrico. É feito um estudo analítico para descrição dos atuadores e os cálculos dos aspectos piezelétricos, mecânicos e acústicos são feitos utilizando um software de elementos finitos.

Wang (1996) obteve a função de resposta em frequência (FRF) entre transdutores convencionais e transdutores piezelétricos para uma viga simplesmente suportada. Neste

mesmo trabalho foi introduzido o conceito de viabilidade do uso de transdutores piezelétricos para testes modais estruturais.

Wang e Wang (1997) demonstram teoricamente a viabilidade do uso de transdutores piezelétricos para testes modais em vigas engastadas. Uma matriz de comprimento finito de filmes de *PVDF* foi assumida como sensores, sendo eles igualmente espaçados e distribuídos sobre a viga enquanto atuadores de flexão pura serviram como força de atuação e dessa forma obtiveram os parâmetros modais da viga através do uso de transdutores piezelétricos com a técnica de análise modal.

Wang (1998) apresentou uma formulação teórica de funções de resposta em frequência genéricas para sistemas contínuos e associados com vários métodos para atuação e sensoriamento. As autofunções do sensor e do atuador foram identificadas e interpretadas fisicamente, seja para a variação do sensor com o atuador fixo e vice-versa. Esse trabalho proporcionou o embasamento teórico para aplicações de materiais inteligentes, seja com sensores *PVDF* ou atuadores *PZT*, para testes estruturais inteligentes.

Wang, Chen e Chen (2006) validaram o uso de sensores *PVDF* para testes estruturais modais de vigas engastadas, tanto pelo método dos elementos finitos quanto pela abordagem experimental. Vários filmes retangulares de *PVDF* são colados na superfície de uma viga como sensores e um ponto de impacto é utilizado como atuador na análise modal experimental. As frequências naturais e os modos determinados pelas duas técnicas acima são validados e mostram boa concordância um com o outro, permitindo assim que as simulações de filmes *PVDF* via elementos finitos possa ser verificadas e estendidas de forma fácil a estruturas mais complexas que possam conter materiais piezelétricos.

Com base no levantamento bibliográfico pode-se notar que o estudo da análise modal utilizando materiais piezelétricos como sensores e ou atuadores é um assunto de importante interesse. A proposta desse trabalho é abordar a aplicação de materiais piezelétricos como sensor para aplicações de análise modal experimental e operacional. O estudo da viabilidade da utilização dos sensores piezelétricos do tipo *PVDF* pode proporcionar uma contribuição na análise modal operacional, tanto do ponto de vista da praticidade da análise (por não necessitar de mensurar o valor da excitação da estrutura) quanto da facilidade de instalação dos sensores *PVDF*(s) (por serem mais flexíveis que os tradicionais sensores piezelétricos utilizados de *PZT*), possibilitando instalações em diversas estruturas, seja por uma fixação com cola ou então embutidos na própria estrutura. No

subitem (2.1) são citadas algumas aplicações da análise modal operacional e em todas as estruturas, é possível que sejam utilizados sensores do tipo inteligente em vez dos convencionais acelerômetros.

2.1 Aplicações De Análise Modal Operacional

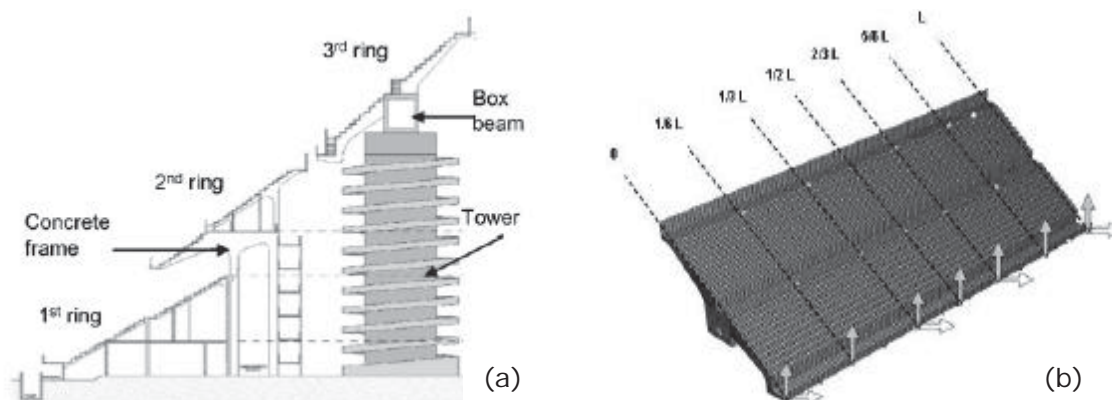
Nos últimos anos tem aumentado o interesse em tópicos voltados a segurança e proteção de pessoas. Uma atenção particular tem sido dada ao monitoramento da saúde de grandes estruturas civis que recebem muitas pessoas, como altos edifícios e estádios. Vanali e Cigada (2009) aplicaram esse tipo de estudo a um projeto onde foi montado um sistema para monitoramento permanente da saúde do estágio *G. Meazza* em Milão, Itália (Fig. 2 e 3). A identificação dos danos é relacionada com as mudanças das características modais e a avaliação de sua propagação é fundamental para fixar um limiar que possa auxiliar na identificação de possíveis situações preocupantes. Foi feita a estimação dos parâmetros modais de um anel das arquibancadas, chamado terceiro anel do estádio G. Meazza, em Milão, criando um algoritmo para fazer a análise modal operacional e análise do primeiro conjunto de dados. Foi utilizado um modelo em elementos finitos para identificação dos pontos com maior amplitude de vibração e assim, os pontos onde os sensores deveriam ser colocados (VANALI; CIGADA, 2009).

Figura 2 - Imagem do Estádio Giuseppe Maezza, Milão, Itália.



Fonte: Adaptado de VANALI e CIGADA (2009)

Figura 3 – (a) Vista da Seção da arquibancada do estádio, (b) Posicionamento dos sensores na parte inferior da arquibancada.



Fonte: Adaptado de VANALI e CIGADA (2009)

Outra das mais recentes aplicações da análise modal operacional é em sistemas de monitoramento remoto da saúde estrutural de pilares de pontes. As avaliações são baseadas na análise qualitativa das demandas em serviço e das condições estruturais. Esse tipo de avaliação está sendo entendido como o futuro da gestão de pontes no longo prazo. Um dos principais problemas para esse tipo de análise vem da necessidade de precisão e eficiência da extração dos dados a serem avaliados. Neste cenário Whelan et al. (2009) propuseram um sistema sem fio de monitoramento dos pilares da ponte, onde o comportamento dinâmico da estrutura provindo do ambiente e do carregamento da ponte devido ao tráfego foi medido com acelerômetros para uma determinação das frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar da ponte. A análise modal operacional foi utilizada e mostrou que esse tipo de tecnologia tem amadurecido bastante e é muito promissor na análise de grandes estruturas civis (WHELAN; GANGONE et al., 2009).

Assim como o exemplo anterior, a aplicação das técnicas de análise modal operacional tem sido bastante empregadas no setor da construção civil, no monitoramento de pontes-estaiadas (*cable-stayed bridges*). Os cabos de sustentação são um dos componentes estruturais mais críticos nesse tipo de aplicação. Lardies e Minh-ngi (2010) propõem uma identificação dos parâmetros modais utilizando uma abordagem tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência utilizando

apenas a medida das respostas das estruturas. Em monitoramento contínuo e nos processos de análise modal, essas técnicas permitem avaliar a integridade dos cabos deste tipo de ponte (WHELAN; GANGONE et al., 2009).

Na aviação, uma aplicação para análise modal operacional é no telescópio SOFIA (*Stratospheric Observatory For Infrared Astronomy*). O telescópio é montado em um avião observatório (*Boeing 747-SP*) que permite aos cientistas estudarem o espectro infravermelho do universo. A aeronave (fig. 4) é equipada com um telescópio de 2.5 m na parte traseira de sua fuselagem e durante o voo operacional uma porta é aberta para que possa permitir o telescópio ter uma visão clara do céu.

Figura 4 – Aeronave Boeing 747-SP com Telescópio SOFIA (Fonte: NASA)



Fonte: Adaptado de GREINER (2009)

O desafio nesse sistema é proporcionar uma imagem altamente estável no plano focal. As perturbações são causadas por distúrbios de carregamento externo, ou seja, carregamentos inerciais e aerodinâmicos da aeronave. GREINER (2009) discute métodos de análise modal operacional para serem aplicados ao observatório SOFIA, desenvolvendo e melhorando o processo de estabilização, assim como a qualidade da imagem. Essa técnica possibilita a obtenção de parâmetros modais sem necessitar de fazer as medições dos carregamentos induzidos (GREINER, 2009).

Capítulo 03

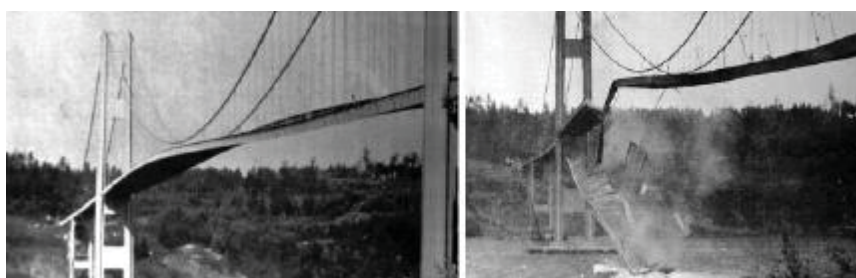
3 CONCEITOS E FUNDAMENTOS DE ANÁLISE MODAL

O comportamento dinâmico estrutural de estruturas e equipamentos vem ganhando muito destaque nas últimas décadas, seja na comunidade científica ou na indústria. As estruturas mecânicas podem entrar em um fenômeno chamado de ressonância onde pequenas forças podem resultar em grandes deformações que podem introduzir algum tipo de dano ou comprometer o funcionamento da estrutura.

A ressonância ocorre quando as frequências das forças atuando no modelo de estudo coincidem com as frequências naturais do mesmo levando a oscilações muito grandes (RAO, 2008). Isso pode ser minimizado conhecendo o comportamento dinâmico estrutural do modelo.

Situações similares ocorrem com as asas de aviões que estão sujeitas a um fenômeno similar durante o vôo chamado *flutter*. O desastre da ponte *Tacoma Narrows* (Fig. 5) é um exemplo desse tipo de fenômeno. Em 7 de novembro de 1940 ela entrou em colapso devido à vibração induzida pelo vento.

Figura 5 – Desastre na ponte Tacoma Narrows



Fonte: Adaptado de RAO (2008).

A ressonância é uma freqüente causa, ou pelo menos, um fator de contribuição para muitos dos problemas com vibração e ruído que ocorrem na operação de máquinas e estruturas em operação. Para um melhor entendimento dos problemas de vibração

estrutural é importante que os parâmetros relacionados com o comportamento dinâmico do modelo em estudo sejam identificados e quantificados.

Já os modos de vibrar são propriedades inerentes de uma estrutura e são determinados pelas propriedades do material (massa, rigidez e amortecimento) e pelas condições de contorno da estrutura. Cada modo é definido por uma frequência natural, amortecimento modal e forma do modo, ou seja, pelos parâmetros modais. Se as propriedades do material ou as condições de contorno de uma estrutura mudam, esses modos irão mudar. Por exemplo, se massa é adicionada a estrutura, ela irá vibrar de forma diferente, onde provavelmente, para este caso, sua frequência natural terá seu valor diminuído (GUILLAUME, 2002).

3.1 Análise Modal Teórica

Quando forças externas agem sobre um sistema, o mesmo está sujeito a algum tipo de vibração forçada. Para um sistema com n graus de liberdade, as equações de movimento que governam o comportamento do mesmo são fornecidas por um conjunto de n equações diferenciais de segunda ordem ordinárias acopladas. A solução dessas equações torna-se mais difícil quando o número de graus de liberdade do sistema (n) é grande e/ou quando as forças de excitação são não determinísticas .

Um dos métodos conhecidos usado para resolver este tipo de problema é conhecido como método da análise modal. Neste método é utilizado o teorema de expansão (MEIROVITCH, 1967), e os deslocamentos das massas são expressos como uma combinação linear dos modos normais do sistema. Neste caso, as equações de movimento são desacopladas através de uma transformação linear, levando a um sistema de n equações diferenciais de segunda ordem independentes e a solução dessas equações, é equivalente à solução de n sistemas de um grau de liberdade (RAO, 2008).

As equações de movimento de um sistema com n graus de liberdade sob a ação de forças externas são dadas pela expressão (3.1):

$$[m]\ddot{x}(t) + [c]\dot{x}(t) + [k]x(t) = \{F(t)\} \quad 3.1$$

Onde:

$[m]$ - é a matriz de massa do sistema de ordem n ;

$[c]$ - é a matriz de amortecimento do sistema de ordem n ;

$[k]$ - é a matriz de rigidez do sistema de ordem n ;

$x(t)$ - é o vetor de deslocamento do sistema;

$F(t)$ - são as forças de excitação do sistema.

Desconsiderando o amortecimento, a eq. (3.1) acima pode ser reescrita como:

$$[m]\ddot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{F} \quad 3.2$$

A solução da equação (3.2) utilizando o teorema da expansão demanda inicialmente a solução do problema de autovalor/autovetor do modelo, eq. (3.3):

$$\omega^2[m]\vec{X} = [k]\vec{X} \quad 3.3$$

A solução do problema de auto valor/autovetor leva aos valores das frequências próprias $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ e aos modos normais correspondentes $\vec{X}^1, \vec{X}^2, \dots, \vec{X}^n$. De acordo com o teorema da expansão o vetor solução da eq. (3.2) pode ser expresso por uma combinação linear dos modos normais (RAO, 2008):

$$\vec{x}(t) = q_1(t)\vec{X}^1 + q_2(t)\vec{X}^2 + \dots + q_n(t)\vec{X}^n \quad 3.4$$

onde $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$ são coordenadas generalizadas dependentes do tempo, também conhecidas como coordenadas principais ou coeficientes de participação modal. Definindo a matriz modal $[X]$ de ordem $n \times n$, formado pelos n modos do modelo normalizados em relação à massa unitária, em que a j - ésima coluna é o j - ésimo vetor modal \vec{X}^j :

$$[X] = [\vec{X}^1 \ \vec{X}^2 \ \dots \ \vec{X}^n] \quad 3.5$$

é possível reescrever a equação (3.4) na forma matricial, eq. (3.6):

$$\{\ddot{\vec{x}}(t)\} = [X]\{\ddot{\vec{q}}(t)\} \quad 3.6$$

Em que:

$$\vec{q}(t) = \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{Bmatrix} \quad 3.7$$

Uma vez que $[X]$ não depende do tempo, tem-se:

$$\ddot{\vec{x}} = [X] \ddot{\vec{q}}_1(t) \quad 3.8$$

Agora, utilizando as equações (3.6) e (3.8), é possível escrever a equação (3.1) em termos das coordenadas modais, eq. (3.9):

$$[m][X]\ddot{\vec{q}} + [k][X]\vec{q} = \vec{F} \quad 3.9$$

Multiplicando a equação (3.9) por $[X]^T$, obtém:

$$[X]^T [m][X] \ddot{\vec{q}} + [X]^T [k][X] \vec{q} = [X]^T \vec{F} \quad 3.10$$

Utilizando as propriedades de ortogonalidade dos modos normalizados, tem-se:

$$[X]^T [m][X] = [I] \quad 3.11$$

$$[X]^T [k][X] = [\omega^2] \quad 3.12$$

Definindo o vetor de forças generalizadas $\vec{Q}(t)$, (Eq. 3.13):

$$\vec{Q}(t) = [X]^T \vec{F}(t) \quad 3.13$$

associado às coordenadas generalizadas $\vec{q}(t)$ a equação (3.10) pode ser expressa como:

$$[M] \ddot{\vec{q}}(t) + [K] \vec{q}(t) = \vec{Q}(t) \quad 3.14$$

A equação (3.14) denota um conjunto de n equações diferenciais de segunda ordem não acopladas, i.e.,:

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i(t) = Q_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad 3.15$$

As equações acima têm a forma da equação diferencial que descreve o movimento de um sistema não amortecido com de 1 (um) grau de liberdade. A solução das equações, conforme mostrado por Rao (2008), é dada por:

$$q_i(t) = q_i(0) \cos \omega_i t + \left(\frac{\dot{q}_i(0)}{\omega_i} \right) \sin \omega_i t + \frac{1}{\omega_i} \int_0^t Q_i(\tau) \sin \omega_i(t - \tau) d\tau, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad 3.16$$

Os deslocamentos generalizados iniciais $q_i(0)$ e as velocidades generalizadas iniciais $\dot{q}_i(t)$ podem ser obtidos pelos valores iniciais dos deslocamentos físicos $x_i(0)$ e velocidades físicas como $\dot{x}_i(0)$, portanto:

$$\vec{q}(0) = [X]^T [m] \vec{x}(0) \quad 3.17$$

$$\dot{\vec{q}}(0) = [X]^T [m] \dot{\vec{x}}(0) \quad 3.18$$

onde

$$\vec{q}(0) = \begin{Bmatrix} q_1(0) \\ q_2(0) \\ \vdots \\ q_n(0) \end{Bmatrix};$$

$$\dot{\vec{q}}(0) = \begin{Bmatrix} \dot{q}_1(0) \\ \dot{q}_2(0) \\ \vdots \\ \dot{q}_n(0) \end{Bmatrix};$$

$$\vec{x}(0) = \begin{Bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ \vdots \\ x_n(0) \end{Bmatrix};$$

$$\dot{\vec{x}}(0) = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(0) \\ \dot{x}_2(0) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(0) \end{Bmatrix};$$

Uma vez determinados os deslocamentos generalizados $q_i(t)$ com a utilização das equações (3.16 - 3.18), pode-se determinar os deslocamentos físicos $x_i(t)$ utilizando a eq. (3.6), (RAO, 2008).

A análise modal proporciona uma excelente base para interpretar o comportamento de estruturas em seus ambientes operacionais. Por exemplo, previsões numéricas de respostas forçadas para investigar diferentes cenários e condições de uso, utilizando um modelo dinâmico virtual, etc. Essa é uma prática padrão em várias indústrias de alta tecnologia. Outras aplicações da análise modal podem ser na detecção de danos, atualização de modelos ou em modificação estrutural e controle (LIEVEN; EWINS, 2001; RAO, 2008).

3.2 Análise Modal Experimental

A análise modal experimental tem-se consolidado como uma ferramenta complementar a análise modal teórica.

No estudo da resposta dinâmica de estruturas complexas, muitas vezes devido a algumas condições de carregamentos específicos ou dificuldade de se conhecer as propriedades de material e condições de contorno, existe uma dificuldade de se obter um modelo teórico confiável que permite reproduzir corretamente o seu comportamento dinâmico, principalmente quando se tenta caracterizar amortecimento.

A análise modal experimental busca estudar o real comportamento dinâmico do sistema, utilizando testes experimentais (MAIA; SILVA, 2001).

Na análise modal experimental, as características dinâmicas do modelo são obtidas a partir da função de transferência, que define uma relação entre entrada e saída do sistema. Essa relação entrada/saída pode ser obtida a partir da medida da excitação e das respostas em um conjunto de pontos previamente selecionados.

Tomando como referência um sistema de n graus de liberdade, a relação entrada/saída do modelo pode ser definida utilizando a equação (3.1) no domínio de *Laplace* (variável s), (KREYSZIG, 1993; OGATA, 2003; RAO, 2008), eq. (3.19).

$$(s^2[M] + s[C] + [K]) \{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (3.19)$$

Ou na forma compacta:

$$[Z(s)] \{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (3.20)$$

Na qual, $[Z(s)] = s^2[M] + s[C] + [K]$ é chamada de matriz de rigidez dinâmica da estrutura.

Para uma entrada conhecida, $\{F(s)\}$, a resposta do sistema, assumindo as condições iniciais de velocidade e deslocamento iguais a zero, pode ser relacionada com a entrada através da matriz $[H(s)]$, de ordem $n \times n$ denominada matriz de transferência.

$$\{X(s)\} = [H(s)]\{F(s)\} \quad (3.21)$$

Para um sistema com n graus de liberdade, cada termo da matriz define a função transferência $H_{i,j}(s)$, ($i=1, \dots, n$ e $j=1, \dots, n$) dada pelo entrada medida no ponto i e a resposta medida no ponto j .

Agora, comparando as equações (3.20) e (3.21), pode ser estabelecida uma relação direta entre a matriz de transferência e a matriz de rigidez dinâmica dada pela expressão (3.22):

$$[H(s)] = [Z(s)]^{-1} \quad (3.22)$$

Em termos da inversa da matriz de rigidez dinâmica, tem-se:

$$[H(s)] = \frac{Adj [Z(s)]}{Det [Z(s)]} \quad (3.23)$$

Na qual: $Adj [Z(s)]$ - matriz adjunta de $[Z(s)]$;

$Det [Z(s)]$ - determinante da matriz $[Z(s)]$.

Nesta equação, o denominador representa a equação característica do modelo e as raízes do denominador fornecem as frequências naturais amortecidas e as respectivas razões de amortecimento do modelo. A equação (3.23) também pode ser escrita na forma de frações parciais:

$$[H(s)] = \sum_{r=1}^m \frac{Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T}{s - \lambda_r} + \frac{Q_r^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T}}{s - \lambda_r^*} \quad (3.24)$$

Na qual: * - denota o conjugado complexo;

λ_r - r -ésima raiz da equação característica do sistema;

Q_r - r -ésimo fator de escala ou resíduo;

$\{\psi\}$ - modos próprios;

m - número de modos.

As funções de resposta em frequência (FRF(s)) do modelo são definidas a partir da equação (3.24) substituindo a variável de Laplace s pela frequência complexa $i\omega$. O

conjunto das funções de resposta calculadas ao longo do eixo da frequência define a matriz das funções de resposta em frequência.

$$[H(i\omega)] = \sum_{r=1}^m \frac{Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T}{i\omega - \lambda_r} + \frac{Q_r^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T}}{i\omega - \lambda_r^*} \quad (3.25)$$

Aplicando a transformada inversa de Fourier na equação (3.25), tem-se a função de resposta ao impulso:

$$[h(t)] = \sum_{r=1}^m \left(Q_r \{\psi\}_r \{\psi\}_r^T e^{\lambda_r t} + Q_r^* \{\psi\}_r^* \{\psi\}_r^{*T} e^{\lambda_r^* t} \right) \quad (3.26)$$

As funções resposta em frequência ou suas equivalentes, no domínio tempo, contêm todas as informações necessárias para identificação dos parâmetros modais do modelo.

Na análise modal experimental, essas funções são obtidas a partir de técnicas de medidas adequadas e são utilizadas na estimativa dos parâmetros modais do modelo. A extração desses parâmetros é feita através de técnicas de estimação de parâmetros, utilizando a expressão (3.25) ou (3.26). Atualmente, existe um grande número de métodos, passando por estimadores com base em um grau de liberdade até estimadores mais complexos utilizando multi-graus de liberdade (MAIA; SILVA et al., 1997).

3.3 Análise Modal Operacional

A análise modal baseada apenas nas respostas do sistema vem despertando um crescente interesse na comunidade científica na busca e obtenção de uma base sólida para identificação dos parâmetros de interesse na análise dinâmica sem medir a entrada do sistema. Atualmente já existe uma literatura bastante representativa nesta área (ANDERSEN et al., 2007; BORGES, 2006; BRINCKER; MOLLER, 2006; JACOBSEN et al., 2006; LARDIER; MINH-NGI, 2010; MOLLER; GATE, 2004; NUNES JÚNIOR, 2006; PEETERS; ROECH, 2001; YANG et al., 2005).

O intuito desse trabalho não é tratar a análise modal operacional de forma detalhada, principalmente, com relação a formulação matemática, mas sim discutir a

utilização de materiais piezelétricos com sensores PVDF na formulação apresentada no trabalho de mestrado de Freitas (2008).

Neste caso, será discutido a aplicação da identificação estocástica de subespaço (IES) para a extração dos parâmetros do modelo de uma estrutura do tipo viga, instrumentada com sensores piezelétricos.

3.3.1 Identificação Estocástica de Subespaço - IES

Este trabalho, conforme discutido anteriormente, é baseado no trabalho de Freitas (2008) e busca dar continuidade ao trabalho do mesmo, estudando a aplicação de sensores piezelétricos do tipo PVDF/PZT (medindo deformação) ao invés dos convencionais acelerômetros.

A Identificação Estocástica do Subespaço (IES) é uma técnica baseada na projeção ortogonal do espaço das saídas futuras sobre o espaço das saídas passadas, cuja formulação está relacionada com a obtenção do modelo em espaço de estados da estrutura, definidos a partir dos dados de saída. A identificação dos parâmetros é feita utilizando o modelo em espaço de estados estocástico, as matrizes de Hankel, observabilidade e controlabilidade, sendo que os estados são estimados utilizando o filtro de Kalman.

3.3.1.1 Modelo de Espaço de Estados Estocástico

As equações de movimento de um sistema dinâmico com n graus de liberdade, linear e invariante no tempo podem ser representadas por um sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, eq. (3.1).

Em sistemas estruturais envolvendo parâmetros distribuídos, essa equação é geralmente obtida por elementos finitos (BATHE, 1996).

Na formulação de estado as equações de movimento cuja equação original é de segunda ordem, são reescritas como um sistema $2n$ de equações diferenciais de primeira ordem. A representação do modelo no espaço de estado é dada pelas eq. (3.27 e 3.28). Para

formulação detalhada, consultar (LALANNE et al., 1984; MAIA; SILVA, 2001; MEIROVITCH, 2002; OGATA, 2003; RAO, 2008).

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad 3.27$$

$$y(t) = C_c x(t) + D_c u(t) \quad 3.28$$

em que:

$$x(t) = \{q(t) \quad \dot{q}(t)\}^T \quad 3.29$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad 3.30$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B_f \end{bmatrix} \quad 3.31$$

$$F(t) = B_f u(t) \quad 3.32$$

sendo:

A_c é a matriz de estado que descreve a dinâmica do sistema e tem ordem $N \times N$, sendo N duas vezes o número de graus de liberdade do sistema;

B_c é a matriz de entrada, de ordem $N \times m$, sendo m o número de entradas;

C_c é a matriz de saída, de ordem $l \times N$, sendo l o número de saídas;

D_c é a matriz de transmissão direta, de ordem $l \times m$;

$x(t)$ é o vetor de estado, de ordem $N \times L$;

$u(t)$ é o vetor de entrada, assumindo características aleatórias;

$y(t)$ é um vetor de saída que é um estado ou combinação linear dos estados do sistema;

As equações (3.27) e (3.28) constituem um modelo de estado dinâmico determinístico contínuo no tempo, isto é, as expressões podem ser avaliadas a cada instante de tempo t e as entrada $u(t)$ e saída $y(t)$ são conhecidas.

Nos procedimentos experimentais em que as medidas são obtidas na forma de sinais discretos de tempo é necessário utilizar a representação de estado em tempo discreto (DOEBELIN, 2003). Para medidas discretas realizadas em intervalos de tempo igualmente espaçados de Δt a representação das matrizes no tempo discreto e contínuo mantêm uma relação direta dada por:

$$A_c = \frac{1}{\Delta t} \ln A_d \quad 3.33$$

$$B_d = [A_d - I]A_c^{-1}B_c \quad 3.34$$

$$C_d = C_c \quad 3.35$$

$$D_d = D_c \quad 3.36$$

onde o subscrito $_d$ representa o tempo discreto.

Assim, o modelo de estado em tempo discreto é dado pelas equações (3.37) e (3.38) e a variável x_{k+1} é o vetor de estado do processo no tempo discreto $k + 1$ e contém os valores numéricos dos n estados.

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \quad 3.37$$

$$y_k = C_d x_k + D_d u_k \quad 3.38$$

No caso do espaço de estados estocástico ainda deve ser incluído, no par de equações acima, a presença de ruídos associados ao processo (w_k) e medição (v_k), eq. (3.39 e 3.40):

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k + w_k \quad 3.39$$

$$y_k = C_d x_k + D_d u_k + v_k \quad 3.40$$

A determinação das características de cada componente de ruído não é uma tarefa simples e neste caso é necessário que se faça algumas considerações. As componentes de ruído, embora não medidas, são assumidas estacionárias e com média zero. Possuem característica de ruído branco gaussiano, cujas matrizes de covariância \mathbf{E} são dadas pela equação (3.41) e as seqüências w_k e v_k são assumidas independentes uma da outra.

$$\mathbf{E} \begin{bmatrix} w_p \\ v_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_q^T & v_q^T \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}[w_p & w_q^T] & \mathbf{E}[w_p & v_q^T] \\ \mathbf{E}[v_p & w_q^T] & \mathbf{E}[v_p & v_q^T] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{pq} \geq 0 \quad 3.41$$

Na equação (3.41), δ_{pq} é o delta de Kronecker, e as matrizes $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $S \in \mathbb{R}^{n \times l}$ e $R \in \mathbb{R}^{l \times l}$ são as matrizes de covariância das seqüências de ruído w_k e v_k .

Nos testes de vibração em que somente as respostas da estrutura são medidas e é assumido que a entrada seja aleatória com as características de um ruído branco gaussiano. É impossível distinguir a entrada u_k dos termos w_k e v_k nas equações (3.39) e (3.40). Neste caso, se a entrada possui uma característica de ruído branco gaussiano, u_k pode ser modelado implicitamente pelos termos de ruído do processo de medição w_k e v_k , respectivamente, resultando em um sistema puramente estocástico.

$$x_{k+1} = A_d x_k + w_k \quad 3.42$$

$$y_k = C_d x_k + v_k \quad 3.43$$

As duas equações acima formam a base para a identificação de sistemas utilizando apenas as respostas do sistema.

3.3.1.2 Propriedades dos Sistemas Estocásticos

Se o processo estocástico representado pelas equações (3.42) e (3.43) é estacionário, a matriz de covariância do estado x_k pode ser definida como:

$$\Sigma_k = \mathbf{E}[x_k(x_k)^T] \quad 3.44$$

sendo Σ independente do tempo k .

Conforme discutido por Van Overschee e De Mor (1994), existem várias representações de modelos no espaço de estado estocástico e todas elas são equivalentes, ou seja, as seqüências das covariâncias dos dados de saída são idênticas. Neste caso, foi utilizado o modelo *Forward*.

Para o caso em que w_k e v_k são considerados ruídos brancos, independentes do estado x_k , tem-se:

$$E[x_k v_k^T] = 0 \quad 3.45$$

$$E[x_k w_k^T] = 0 \quad 3.46$$

Agora, utilizando o par de equações acima, é possível encontrar a equação de *Lyapunov* para a matriz de covariância do estado x_{k+1} , eq. (3.47):

$$\Sigma_{k+1} = A \Sigma_k A^T + Q \quad 3.47$$

Como Σ e Q são maiores que zero, o sistema $x_{k+1} = A_d x_k$ é estável (LYAPUNOV, 1966).

Neste caso, a matriz de covariância Λ_i dos dados de saída y_k é definida como:

$$\Lambda_i \stackrel{\text{def}}{=} E[y_{k+1} y_k^T] \quad 3.48$$

Para $i = 0$, tem-se:

$$\Lambda_0 = C \Sigma_k C^T + R \quad 3.49$$

A matriz de covariância G entre o estado x_{k+1} e os dados de saída y_k , é dada por:

$$G = A \sum_k C^T + S \quad 3.50$$

Assim, quando um sistema é excitado por uma força que tem densidade espectral constante, a correlação cruzada da excitação e da resposta é conhecida por fornecer o sistema de funções de resposta ao impulso (Parâmetros de *Markov*). No caso onde a excitação não é medida, mas a estrutura e as forças podem ser modeladas conforme descrito acima, as funções de correlação de saída Λ_i são equivalentes à resposta livre do sistema (JAMES III; CARNE; LAUFFER, 1995).

Para $(i = 1, 2, \dots)$ tem-se que:

$$\Lambda_i = CA^{i-1}G \quad 3.51$$

A equação (3.51) indica que as matrizes de correlação de saída podem ser consideradas como a resposta ao impulso e, portanto, podem ser aplicadas aos algoritmos de identificação estocástica (FREITAS, 2008).

3.3.1.3 Matrizes de Hankel, Observabilidade e Controlabilidade

A matriz de Hankel \mathcal{H} é utilizada para armazenar os dados da saída. Ela é definida em termos de saídas passadas e saídas futuras.

$$\mathcal{H} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} y_0 & \dots & y_i & y_{j-i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{i-2} & y_{i-1} & \dots & y_{i+j-3} \\ y_{i-1} & y_i & \dots & y_{i+j-2} \\ \hline y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & \dots & y_{i+j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{2i-1} & y_{2i} & \dots & y_{2i+j-2} \end{pmatrix} \quad 3.52$$

Assume-se que número de linhas (i) deve ser maior que a ordem do sistema que se deseja identificar, uma vez que teoricamente o valor deveria ser maior que o índice de observabilidade, que não é conhecido.

O número de colunas (j) é usualmente igual a $s - 2i + 1$, sendo s o número de pontos dos sinais de saída medidos.

A matriz de observabilidade Γ_i (onde i indica o número de blocos de linhas) é definida como:

$$\Gamma_i \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{li \times n} \quad 3.53$$

Assumindo-se que o par $\{A, C\}$ é observável, implica que o posto de Γ_i é igual a n .

A matriz de controlabilidade estendida estocástica Δ_i^c (onde i denova o número de blocos de colunas e o sobrescrito c denota covariância) é definida como:

$$\Delta_i^c \stackrel{\text{def}}{=} (A^{i-1}G \quad A^{i-2}G \quad \dots \quad AG \quad G) \in \mathbb{R}^{n \times li} \quad 3.54$$

Assumindo-se que o par $\{A, Q^{\frac{1}{2}}\}$ é controlável e todos os modos de A são estáveis, pode-se dizer que todos os modos dinâmicos são excitados pelo ruído de processo (FREITAS, 2008).

As matrizes de *Toeplitz* C_i e L_i são construídas a partir das matrizes de covariância dos dados de saída e é fundamental nesta proposta, pois evita a necessidade de se ter uma formulação explícita da covariância.

$$C_i \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \Lambda_i & \Lambda_{i-1} & \dots & \Lambda_2 & \Lambda_1 \\ \Lambda_{i+1} & \Lambda_i & \dots & \Lambda_3 & \Lambda_2 \\ \Lambda_{i+2} & \Lambda_{i+1} & \dots & \Lambda_4 & \Lambda_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Lambda_{2i-1} & \Lambda_{2i-2} & \dots & \Lambda_{i+1} & \Lambda_i \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{li \times li} \quad 3.55$$

$$L_i \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \Lambda_0 & \Lambda_{-1} & \Lambda_{-2} & \dots & \Lambda_{1-i} \\ \Lambda_1 & \Lambda_0 & \Lambda_{-1} & \dots & \Lambda_{2-i} \\ \Lambda_2 & \Lambda_1 & \Lambda_0 & \dots & \Lambda_{3-i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Lambda_{i-1} & \Lambda_{i-2} & \Lambda_{i-3} & \dots & \Lambda_0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{li \times li} \quad 3.56$$

Neste caso, as matrizes de *Toeplitz* são utilizadas diretamente na formulação da estimativa dos estados do filtro de *Kalman* e a identificação dos estados é discutida com base no filtro de *Kalman*.

3.3.1.4 Estados do Filtro de Kalman

O filtro de *Kalman* é um procedimento recursivo que permite determinar um estimador ótimo do vetor de estado x_k , a partir das informações dos dados de saída do sistema até o tempo k , este estimador busca a minimização do erro quadrático através da observação da variável denominada “variável de observação” e de outra variável, não observável, denominada “variável de estado” pode ser estimada eficientemente, podendo ser estimados estados passados, presente e estados futuros, onde a seqüência de estado estimado será denotado por \hat{x}_k (FREITAS, 2008).

O estado estimado do filtro de *Kalman* \hat{x}_k pode ser explicitamente escrito como uma combinação linear das medidas de saídas passadas (VAN OVERSCHEE; DE MOOR, 1993) citado por FREITAS (2008).

$$\hat{x}_k = \Delta_k^c L_k^{-1} \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_{k-1} \end{pmatrix} \quad 3.57$$

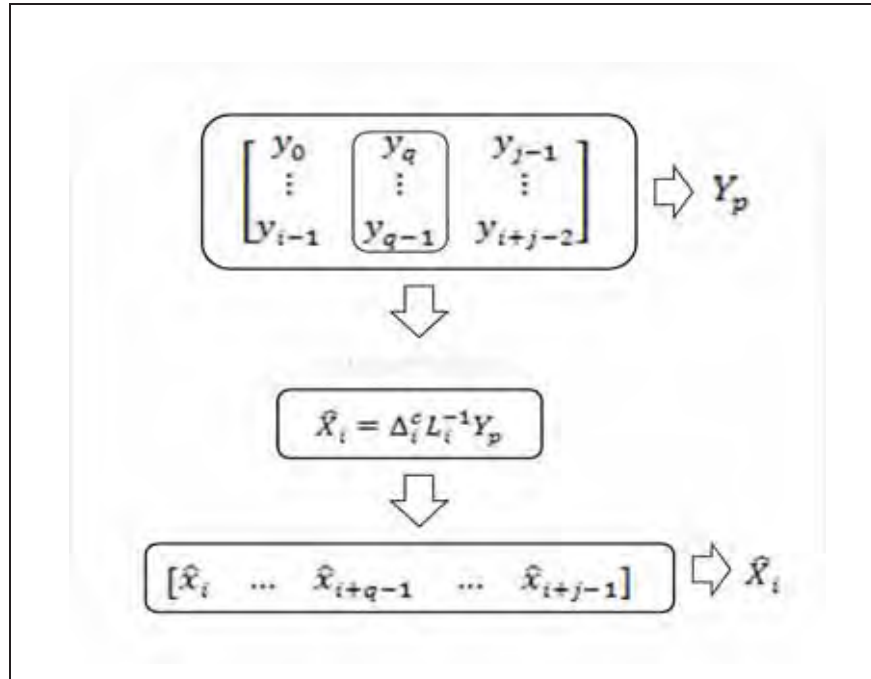
Isso permite a definição da seqüência do estado do filtro de *Kalman* que será utilizada nos algoritmos de identificação de subespaço (quadro 1), Eq. (3.58).

$$\hat{X}_i = (\hat{x}_i \quad \hat{x}_{i+1} \quad \dots \quad \hat{x}_{i+j-1}) \quad 3.58$$

ou

$$\hat{X}_i = \Delta_i^c L_i^{-1} Y_p$$

Quadro 1 – Interpretação da seqüência \hat{X}_i como uma seqüência do filtro de estado de *Kalman* estimada sobre i medidas de y_k



Fonte: Adaptado de FREITAS (2007)

Os bancos do filtro de *Kalman* percorrem a direção vertical sobre as colunas da matriz de *Hankel*. Como pode ser visto na equação (3.59), o filtro de *Kalman* gera a estimativa de \hat{x}_{i+q} usando apenas i medidas de saída, em vez de todas as medidas de saída até o tempo $i + q - 1$, (FREITAS, 2008).

$$\hat{x}_{i+q} = \Delta_i^c L_k^{-1} \begin{pmatrix} y_q \\ \vdots \\ y_{i+q-1} \end{pmatrix} \quad 3.59$$

3.3.1.5 Teorema Principal da IES

O teorema principal da IES permite estabelecer o espaço das linhas da seqüência de estado \hat{X}_i e o espaço de colunas da matriz de observabilidade estendida T_i diretamente dos dados de saída, sem qualquer conhecimento prévio do sistema de matrizes A e C . As matrizes de ponderação W_1 e W_2 determinam a base do espaço de estado na qual o modelo será identificado. As seguintes considerações são necessárias para o IES, (FREITAS, 2008):

O ruído de processo w_k e o ruído de medida v_k não são nulos;

O número de pontos utilizados na medição dos sinais de saída tende ao infinito ($j \rightarrow \infty$);

As matrizes de ponderação $W_1 \in \mathbb{R}^{l_i \times l_i}$ e $W_2 \in \mathbb{R}^{l_i \times l_i}$ são tais que W_1 tem posto completo e W_2 obedece à igualdade: $\text{posto}(Y_p) = \text{posto}(Y_p, W_2)$;

O espaço das saídas futuras é projetado no espaço das saídas passadas, através da projeção ortogonal \mathcal{O}_i :

$$\mathcal{O}_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Y_f}{Y_p} \quad 3.60$$

A projeção ortogonal \mathcal{O}_i ponderada pelas matrizes W_1 e W_2 é decomposta em valores singulares:

$$W_1 \mathcal{O}_i W_2 = (U_1 \quad U_2) \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{pmatrix} = U_1 S_1 V_1^T \quad 3.61$$

A projeção ortogonal \mathcal{O}_i é igual ao produto da matriz de observabilidade estendida e da seqüência de estado do filtro de Kalman:

$$\mathcal{O}_i = \Gamma_i \hat{X}_i \quad 3.62$$

A ordem do sistema (3.42) - (3.53) é igual ao número de valores singulares S_1 na equação (3.61) diferentes de zero.

A matriz de observabilidade estendida Γ_i e a matriz de controlabilidade estendida Δ_i^c são iguais a:

$$\Gamma_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{\frac{1}{2}} T \quad 3.63$$

$$\Delta_i^c = \Gamma_i^\dagger \phi_{[Y_f, Y_p]} \quad 3.64$$

A parte da seqüência de estado \hat{X}_i que se encontra no espaço das colunas de W_2 pode ser obtido de:

$$\hat{X}_i W_2 = T^{-1} S_1^{\frac{1}{2}} V_1^{-1} \quad 3.65$$

A seqüência de estado \hat{X}_i é igual a:

$$\hat{X}_i = \Gamma_i^+ \mathcal{O}_i \quad 3.66$$

3.3.1.6 Cálculo do Sistema de Matrizes

O sistema de matrizes A_d e C_d pode ser obtido a partir de um algoritmo que utiliza a seqüência de estados \hat{X}_i e a matriz de observabilidade Γ_i , que por sua vez, podem ser obtidos através do teorema principal da IES, equações (3.63) e (3.66).

De maneira similar ao raciocínio apresentado no teorema principal, pode-se obter uma nova projeção dando um deslocamento Δt nas respostas passadas e futuras.

$$\mathcal{O}_{i-1} = \frac{Y_f^-}{Y_p^+} \quad 3.67$$

$$\mathcal{O}_{i-1} = \Gamma_{i-1} \hat{X}_{i+1} \quad 3.68$$

Assim, \mathcal{O}_{i-1} pode ser calculado a partir dos dados de saída, onde Γ_{-i} denota a matriz Γ_i sem as últimas l linhas e pode ser calculado segundo a equação (3.70):

$$\Gamma_{i-1} = \Gamma_{-i} \quad 3.69$$

$$\hat{X}_{i+1} = \Gamma_{i-1}^+ \mathcal{O}_{i-1} \quad 3.70$$

Pode-se formar o seguinte conjunto de equações lineares:

$$\begin{pmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_d \\ C_d \end{pmatrix} (\hat{X}_i) + \begin{pmatrix} p_w \\ p_v \end{pmatrix} \quad 3.71$$

onde: $Y_{i|i}$ é a matriz de bloco de *Hankel* com apenas um bloco de linhas. Este conjunto de equações pode ser resolvido para A e C . Desde que os resíduos não sejam correlacionados com \hat{X}_i , pode-se resolver o conjunto de equações pelo método dos mínimos quadrados, (FREITAS, 2008):

$$\begin{pmatrix} A_d \\ C_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} \hat{X}_i^\dagger \quad 3.72$$

3.3.1.7 Identificação dos Parâmetros Modais

O método descrito anteriormente leva a identificação das matrizes de estado do sistema no tempo discreto, assim é necessária uma readequação para o tempo contínuo. Uma vez obtida a matriz de estado discreta A_d , cuja decomposição em autovalores e autovetores caracteriza o comportamento dinâmico da estrutura, é possível obter os parâmetros modais do modelo. A equação (3.73) mostra a decomposição em autovalores e autovetores da matriz A .

$$A_d = \Psi \Lambda \Psi^{-1} \quad 3.73$$

onde $\Psi \in \mathbb{C}^{n \times n}$, cujas colunas da matriz são os n autovetores do sistema discreto e $\Lambda = \text{diag}(\lambda_i) \in \mathbb{C}^{n \times n}$, com $i=1, 2, \dots, n$, onde a diagonal da matriz contém os autovalores do sistema discreto $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$. Os autovalores discretos são relacionados com os autovalores μ_i da matriz de estado no tempo contínuo pela equação (3.74).

$$\mu_i = \frac{1}{\Delta t} \ln(\lambda_i) \quad 3.74$$

Os autovalores de A_c são pares de valores complexos conjugados. A razão de amortecimento modal ξ_i e a frequência natural ω_i da estrutura são obtidas a partir dos autovalores contínuos da estrutura com a equação (3.75), onde ($j^2 = -1$):

$$\mu_i, \bar{\mu}_i = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad 3.75$$

Os autovetores do sistema (colunas de $\Psi \in \mathbb{C}^{n \times n}$) são os mesmos tanto para representação no tempo discreto como no contínuo. Os modos de vibrar (definidos como colunas de $\Phi \in \mathbb{C}^{l \times n}$) são a parte observável dos autovetores do sistema e são obtidos usando a equação (3.76) de observação:

$$\Phi = C \Psi \quad 3.76$$

Assim, os parâmetros modais ω_i , ξ_i e Φ_i são obtidos a partir das matrizes do sistema A e C identificadas no tempo discreto e posteriormente adaptadas para tempo contínuo (FREITAS, 2008).

Teoricamente na IES a ordem do modelo é o número de valores singulares diferentes de zero, encontrados na equação (3.43), entretanto, devido à presença de ruído, todos os valores singulares são diferentes de zero, o que torna muito complexa a determinação desse parâmetro utilizando esse conceito, assim a construção de um diagrama de estabilização tem se mostrado uma boa ferramenta para se obter a ordem do modelo e conseqüentemente as estimativas dos parâmetros modais de forma confiável para aplicações reais (FREITAS, 2008).

3.3.1.8 Diagrama de Estabilização

Na dinâmica estrutural costuma-se superestimar a ordem do modelo a fim de reduzir erros e permitir a captura de todas as características relevantes da estrutura. A conseqüência da utilização da ordem superestimada e também ao ruído presente nas respostas medidas é o surgimento de modos espúrios ou modos numéricos que não apresentam correlação com o problema estrutural. Esses modos espúrios podem ser

identificados como modos físicos e contaminam a identificação dos parâmetros modais do modelo, comprometendo a sua confiabilidade.

Para melhorar essa identificação, uma ferramenta utilizada é a construção do diagrama de estabilização (VAN DER AUWERAER; PEETERS, 2004) citado por Freitas (2008). Sua construção é feita a partir da repetição do processo de identificação, variando a ordem do modelo e posteriormente verificar a estabilidade (variação dos parâmetros estimados em função da ordem utilizada).

$$\begin{cases} \text{Ordem} = 1 \Rightarrow [\omega_i^1], [\xi_i^1], [\Phi_i^1] \\ \text{Ordem} = 2 \Rightarrow [\omega_i^2], [\xi_i^2], [\Phi_i^2] \\ \quad \quad \quad \vdots \\ \text{Ordem} = p \Rightarrow [\omega_i^p], [\xi_i^p], [\Phi_i^p] \end{cases} \quad 3.77$$

O procedimento é feito comparando-se os parâmetros estimados (frequências naturais, razões de amortecimento e modos de vibrar) correspondentes a ordem p com os parâmetros estimados para a ordem $p + 1$. Se os parâmetros estimados não variam de uma ordem para a outra, os mesmos são considerados estáveis e correspondem a um modo físico, caso contrário, são considerados como modos numéricos.

A tolerância para a estabilidade de um parâmetro modal é determinada pela escolha do usuário e pode ser assumida como uma porcentagem do respectivo parâmetro. Geralmente são utilizados os valores para o critério de estabilidade da ordem de até 2% para estabilidade em frequência, 5% para o amortecimento e correlação de 95% dos modos, sendo p a ordem do modelo, conforme mostram as equações abaixo:

$$\frac{\omega_n^p - \omega_n^{p+1}}{\omega_n^p} 100\% < 2\% \quad 3.78$$

$$\frac{\xi_n^p - \xi_n^{p+1}}{\xi_n^p} 100\% < 5\% \quad 3.79$$

$$\{1 - \text{MAC}(\Phi_n^p, \Phi_n^{p+1})\} 100\% < 5\% \quad 3.80$$

Os modelos físicos ou estruturais tendem a permanecerem estáveis (constantes) com o aumento da ordem enquanto que os modos computacionais (devido aos ruídos e sinais espúrios) não permanecem dentro dos critérios de estabilidade (FREITAS, 2008).

Capítulo 04

4 MATERIAIS PIEZELÉTRICOS

Nas últimas décadas a utilização de materiais inteligentes como sensores e atuadores tem crescido de forma expressiva. A praticidade de medir e atuar em um mesmo ponto, utilizando um mesmo sistema/dispositivo é uma facilidade que reduz tamanho, peso e custos de sistemas de aquisição de dados e controle mais complexos. A forma dos sensores e atuadores piezelétricos também permite que sejam acoplados diretamente na estrutura sem alterar suas características originais.

Um *Material inteligente* é definido como aquele que exhibe acoplamento entre múltiplos domínios físicos. Por exemplo, aqueles materiais que convertem sinais elétricos em deformações mecânicas ou deformações mecânicas em saídas elétricas. Existem ainda várias outras formas de conversão de energia como a energia térmica em deformação mecânica.

Um sistema inteligente pode ser definido como um sistema de engenharia que utiliza as propriedades do acoplamento dos denominados materiais inteligentes para proporcionar uma dada funcionalidade para o mesmo.

Existem inúmeros tipos de aplicações para materiais inteligentes, desde máquinas que utilizam um transdutor eletro-mecânico como meio de monitoramento em tempo real da saúde da máquina a até sistemas cerâmicos inteligentes que proporcionam o controle de vibrações de aviões a jato, redução de vibração em equipamento de sensor óptico e outros. Todas essas aplicações de materiais inteligentes requerem conhecimento das propriedades dos materiais, métodos de modelagem do acoplamento desses materiais e abordagens matemáticas para incorporar o modelo dos materiais inteligentes nos modelos de engenharia de sistemas (LEO, 2007).

Esse capítulo discute os conceitos básicos da funcionalidade dos materiais inteligentes visando obter as relações constitutivas utilizadas no desenvolvimento do trabalho. O enfoque maior será voltado para materiais piezelétricos.

étricos

O estudo dos materiais inteligentes é muito amplo e nos últimos 10 a 20 anos vem se consolidando como uma importante e atraente área de pesquisa. O termo “*inteligente*” tem sido utilizado para inúmeros materiais tendo como suas propriedades relacionadas com o acoplamento entre os diferentes domínios físicos. Alguns materiais exibem uma mudança volumétrica quando sujeitos a um estímulo externo como, por exemplo, um potencial elétrico. Outros expandem ou movimentam quando aquecidos ou resfriados e etc. Existem ainda outros tipos de materiais que produzem saídas elétricas quando a sua geometria muda de forma, quando são fletidos ou tensionados. Estes materiais também são conhecidos por materiais adaptativos ou ainda materiais “*structronic*”.

Neste contexto, domínios físicos são entendidos como é qualquer quantidade física que pode ser descrita utilizando um conjunto de duas variáveis de estado. Um par de variáveis de estado pode ser imaginado como uma forma de definir tamanho ou localização física dentro de um domínio. Um exemplo é o domínio mecânico, cujas variáveis de estados são a tensão e deformação do material, ou então o domínio elétrico, cujas variáveis de estado são o campo elétrico e deslocamento elétrico. Na tabela (1) são mostrados outros exemplos de domínios físicos.

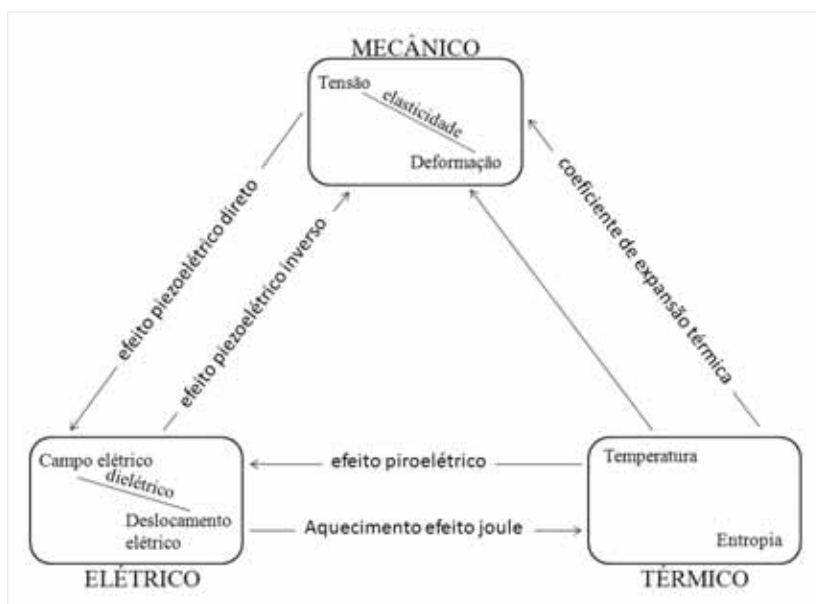
Tabela 1 – Exemplos de domínios físicos e variáveis de estado associadas.

Mecânico	Elétrico	Térmico	Magnético	Químico
<i>Tensão</i>	<i>Campo Elétrico</i>	<i>Temperatura</i>	<i>Campo Magnético</i>	<i>Concentração</i>
<i>Deformação</i>	<i>Deslocamento Elétrico</i>	<i>Entropia</i>	<i>Fluxo Magnético</i>	<i>Fluxo Volumétrico</i>

Fonte: Adaptado de LEO (2007)

A definição dos domínios físicos associados às variáveis de estado permite um mais preciso entendimento do termo acoplamento, como pode ser visto na fig. (6). O acoplamento ocorre quando uma mudança na variável de estado em um domínio físico causa uma mudança na variável de estado de um domínio físico separado (LEO, 2007).

Figura 6 – Representação esquemática de acoplamento entre os domínios físicos.



Fonte: Adaptado de LEO (2007).

O acoplamento eletromecânico, ou seja, acoplamento entre os domínios mecânico e elétrico pode ocorrer em vários materiais, neste trabalho a atenção maior será voltada para os materiais piezelétricos.

4.2 Acoplamento Eletromecânico em Dispositivos Piezelétricos – Modelo Unidimensional

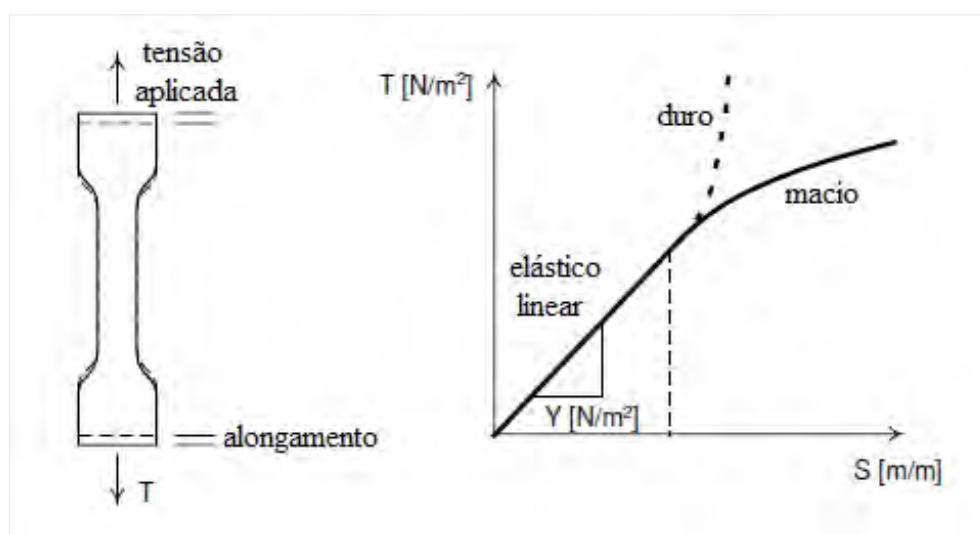
Os materiais piezelétricos os quais exibem acoplamento do tipo eletromecânico podem ser utilizados para projetar dispositivos do tipo sensores ou atuadores. O acoplamento é caracterizado pelo fato de que o material piezelétrico produz um deslocamento elétrico a partir de uma tensão mecânica aplicada e pode produzir uma deformação mecânica quando um campo elétrico é aplicado.

O acoplamento *meccânico-elétrico*, por ter sido descoberto primeiro, é denominado de *efeito direto*, enquanto o acoplamento *elétrico-mecânico* é denominado *efeito indireto ou inverso*.

4.2.1 Efeito Piezométrico Direto

O efeito piezométrico direto pode ser entendido quando se considera um material do tipo elástico que tem tensão mecânica aplicada a suas duas faces opostas e tem seu movimento restrito para se mover apenas na direção da tensão aplicada, T , fig. (7).

Figura 7 – Representação do comportamento tensão-deformação para um material elástico.



Fonte: Adaptado de LEO (2007)

Aplicando uma carga no material, esta irá produzir um alongamento na direção do carregamento aplicado, e sob o pressuposto de que o material está em estado uniaxial de deformação, a deformação mecânica S é definida como o alongamento total dividido pelo comprimento original do corpo. Para valores pequenos de tensão, a resposta em deformação será linear até uma dada deformação, denominada crítica em que o material irá começar a reduzir. Na região elástica linear, a inclinação da curva tensão-deformação é constante. A inclinação dessa curva define o módulo de elasticidade ou *módulo de Young*, Y , do material, cuja unidade é N/m^2 . A relação entre tensão e deformação nessa região é pela expressão (4.1):

$$S = \frac{1}{Y}T = sT$$

4.1

O termo s é definido como a compliance mecânica (m^2/N) do material. Acima da tensão crítica a inclinação da curva tensão-deformação não é mais linear e muda em função do carregamento aplicado. Para materiais “*macios*” ela exibirá uma diminuição da inclinação da curva conforme a tensão aumentar, por outro lado, para materiais “*duros*” ela exibirá um aumento da inclinação da curva conforme a tensão aumenta (LEO, 2007).

Considerando agora o caso de um material piezelétrico sujeito a uma carga aplicada, além do alongamento elástico, o material piezelétrico irá produzir uma carga elétrica fluindo através dos eletrodos localizados nas extremidades do material. Essa carga fluindo no material é produzida pelo movimento dos dipolos elétricos do material.

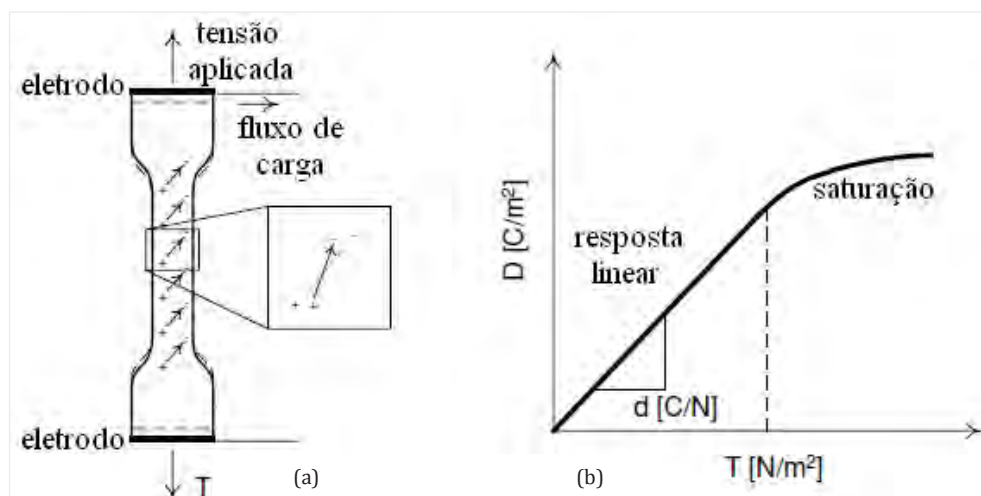
Neste caso, a aplicação de uma tensão externa causa o movimento de partículas carregadas, criando um fluxo de carga aparente que pode ser medido nos dois eletrodos. A carga produzida dividida pela área dos eletrodos é o *deslocamento elétrico*, cuja unidade é C/m^2 . Um aumento no nível de tensão irá produzir um aumento na rotação dos dipolos elétricos e um aumento no deslocamento elétrico. Nos materiais piezelétricos, a partir de certa faixa de tensão mecânica aplicada, existe uma relação linear entre a tensão aplicada e o deslocamento elétrico. A inclinação da curva que representa essa relação é denominada coeficiente de deformação piezelétrica (Fig 8) e é denotada pela variável d , cuja unidade é $[C/m]$.

O deslocamento elétrico D é obtido a partir desse coeficiente, expressão (4.2).

$$D = dT$$

4.2

Figura 8 – (a) Efeito piez elétrico direto; (b) relação entre tensão e deslocamento elétrico em um material piez elétrico.



Fonte: Adaptado de LEO (2007)

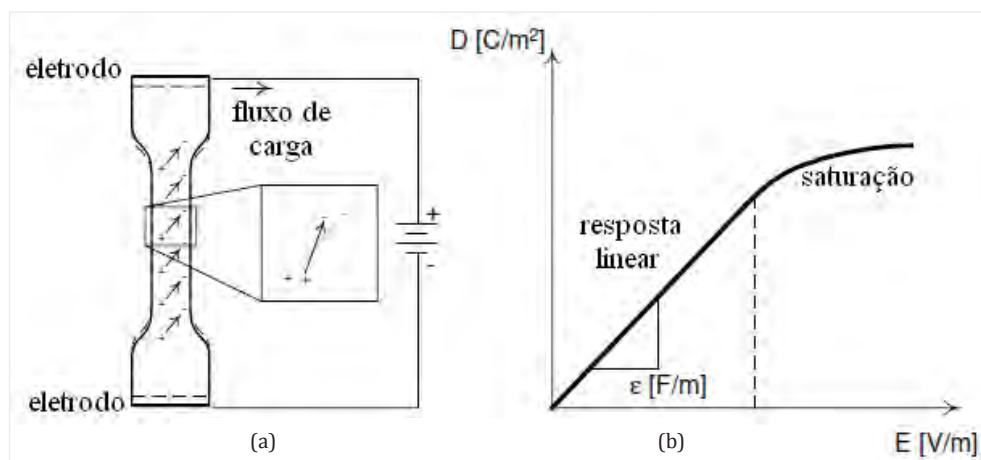
Para níveis de tensão aplicada suficientemente elevados, a relação entre deformação e deslocamento elétrico se torna não linear, devido à saturação do movimento do dipolo elétrico (LEO, 2007). A figura (8) ilustra o efeito direto nos materiais piez elétricos.

4.2.2 Efeito Piez elétrico Indireto

O efeito piez elétrico indireto ocorre devido ao fato de que materiais piez elétricos exibem um efeito recíproco, quando um campo elétrico é aplicado ele produz uma resposta mecânica.

Para o entendimento desse conceito, considere a aplicação de um potencial elétrico constante através dos eletrodos do material piez elétrico mostrado na figura (9).

Figura 9 – (a) Efeito Piezelétrico Indireto; (b) Relação entre campo elétrico aplicado e deslocamento elétrico em um material piezelétrico.



Fonte: Adaptado de LEO (2007)

Assumindo que o material piezelétrico é um isolante perfeito, o potencial aplicado produz um campo elétrico, E , no material que é igual ao campo aplicado dividido pela distância entre os eletrodos. A unidade do campo elétrico é V/m .

A aplicação de um campo elétrico no material irá produzir atração entre as cargas aplicadas e os dipolos elétricos, levando a uma rotação dos dipolos. A rotação dos dipolos produz um deslocamento elétrico que poderá ser medido nos eletrodos do material. A relação entre o campo elétrico, E , aplicado e o deslocamento elétrico, D , tal como no item anterior é linear até um dado nível de campo e o coeficiente de proporcionalidade é definido como *permissividade dielétrica do material, denotado pela letra ϵ* , cuja unidade é F/m . Como no caso da tensão aplicada, um aumento no campo elétrico acima de um dado valor, irá resultar em saturação do movimento dos dipolos e assim a relação entre campo aplicado e deslocamento elétrico deixa de ser constante. A relação entre campo e deslocamento elétrico no regime linear é definida pela eq. (4.3)

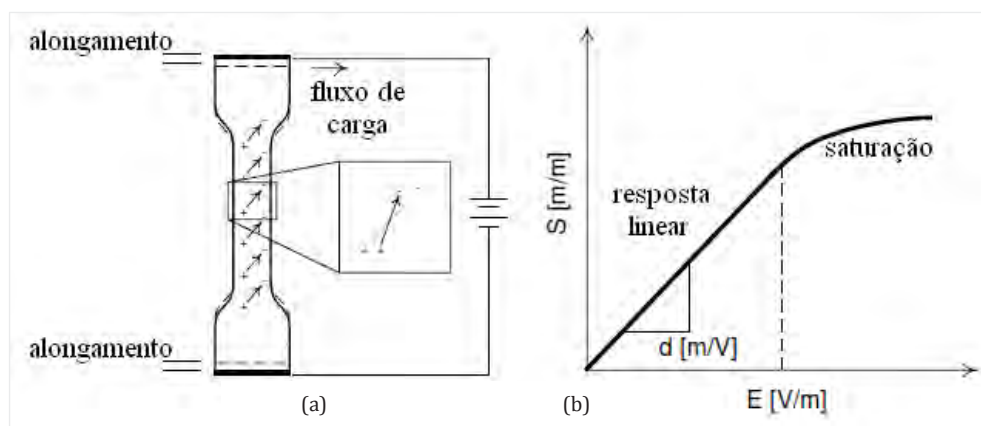
$$D = \epsilon E$$

4.3

O efeito piezelétrico inverso é quantificado pela relação entre campo aplicado e deformação mecânica causada. Para o efeito piezelétrico direto, existe uma relação entre deformação e carga, ou seja, a aplicação de uma tensão produzirá uma rotação dos dipolos e

um fluxo de carga aparente. Já no caso inverso, a rotação do dipolo irá ocorrer em consequência da aplicação de um campo elétrico, o qual produzirá uma deformação no material (fig 10).

Figura 10 – (a) Rotação dos dipolos; (b) Relação entre campo elétrico e deformação em um material piezolétrico.



Fonte: Adaptado de LEO (2007)

Para valores de campo elétrico abaixo de um dado limite, tem-se uma relação linear entre o campo aplicado e a deformação mecânica. A figura (10) ilustra esta relação entre o campo elétrico e a deformação do material. A inclinação da curva do campo elétrico pela deformação mecânica é igual ao coeficiente de deformação piezolétrico, eq. (4.4).

$$S = dE$$

4.4

Nessa expressão, o coeficiente de deformação piezolétrico tem a unidade m/V . Essa é a expressão do efeito inverso para materiais piezolétricos lineares.

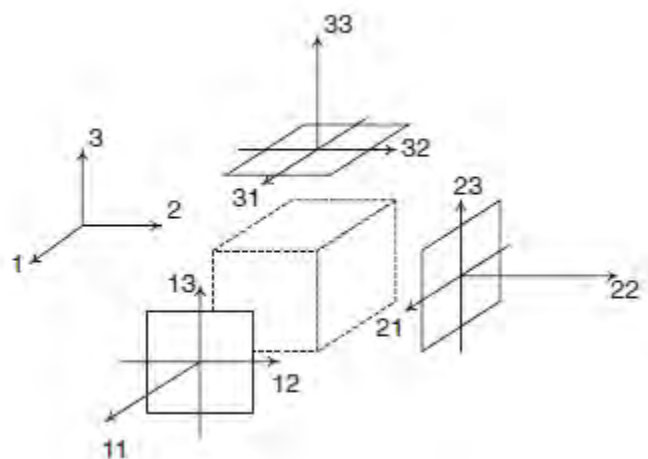
4.3 Equações Constitutivas para um Material Piezolétrico Linear

O acoplamento eletromecânico é parametrizado por três variáveis: a compliance mecânica, s , a permissividade dielétrica, ϵ , e o coeficiente de deformação piezolétrico, d . O efeito piezolétrico direto, assim como o efeito inverso, pode ser expresso através das relações entre tensão, deformação, campo elétrico e deslocamento elétrico. As expressões

são definidas em termos dos três parâmetros: s , ε e d . A compliance mecânica e a permissividade elétrica conforme mostrados são respectivamente funções de uma condição de contorno elétrica e de uma condição mecânica e essas condições de contorno necessitam ser especificadas quando se escreve esses parâmetros.

Considerando a fig. (4.6), que representa a forma de um cubo de material piezoeletrico, não são feitas suposições a respeito da direção que o campo elétrico é aplicado ou as direções em que o material produz tensão ou deformação. Define-se um sistema de coordenadas em que três direções são especificadas numericamente e usamos como convenção comum que a direção 3 é alinhada ao longo do eixo do material (figura 11).

Figura 11 – Cubo piezoeletrico indicando os eixos coordenados da análise tridimensional.



Fonte: Adaptado de LEO (2007).

A figura (11) mostra que existem três direções em que se pode aplicar o campo elétrico. Essas direções foram rotuladas 1, 2 e 3 (E_i onde $i = 1, 2, 3$), e expressam os valores do campo nas respectivas direções em termos de vetor campo elétrico, E .

$$E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad 4.5$$

Similarmente, nota-se que existem além das três direções do campo elétrico, três direções associadas com o deslocamento elétrico, levando a uma relação geral entre estas variáveis, eq. (4.6 a 4.8).

$$D_1 = \varepsilon_{11}^T E_1 + \varepsilon_{12}^T E_2 + \varepsilon_{13}^T E_3 \quad 4.6$$

$$D_2 = \varepsilon_{21}^T E_1 + \varepsilon_{22}^T E_2 + \varepsilon_{23}^T E_3 \quad 4.7$$

$$D_3 = \varepsilon_{31}^T E_1 + \varepsilon_{32}^T E_2 + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad 4.8$$

As equações (4.6 a 4.8) podem ser compactadas usando uma notação indexada ($m = 1, 2, 3; n = 1, 2, 3$):

$$D_m = \varepsilon_{mn}^T E_n \quad 4.9$$

As equações que relacionam deformação e tensão elétrica podem ser derivadas de forma semelhante (LEO, 2007). No caso tridimensional de um estado geral de tensão e deformação em um cubo de material, nove termos são requeridos para uma completa especificação das equações. As componentes de tensão e deformação normais as superfícies do cubo são denotadas por T_{11}, T_{22}, T_{33} e S_{11}, S_{22}, S_{33} , respectivamente. Existem seis componentes cruzadas (cisalhamento) para cada caso $T_{12}, T_{13}, T_{23}, T_{21}, T_{32}, T_{31}$ e $S_{12}, S_{13}, S_{23}, S_{21}, S_{32}, S_{31}$. Para um material linearmente elástico essas relações podem ser expressas em uma forma compacta utilizando uma notação tensorial, expressão (4.10):

$$S_{ij} = \mathcal{S}_{ijkl}^E T_{kl} \quad 4.10$$

o tensor \mathcal{S}_{ijkl}^E representa 81 termos de compliance mecânica.

E, finalmente para se obter as relações constitutivas é necessário especificar o acoplamento entre variáveis elétricas e mecânicas. No caso mais geral, observa-se nove estados de deformação relacionados com cada um dos três campos elétricos aplicados, expressão (4.11):

$$S_{ij} = \mathcal{D}_{ijn} E_n \quad 4.11$$

e três termos de deslocamento elétrico relacionados com cada termo da tensão mecânica, expressão (4.12):

$$D_m = \mathcal{D}_{mkl} T_{kl} \quad 4.12$$

Combinando as equações (4.9 a 4.12), pode-se escrever o conjunto completo das equações constitutivas envolvendo o coeficiente de deformação elétrico, a compliance mecânica e permissividade dielétrica para um material piezelétrico linear, expressões (4.13 e 4.14):

$$S_{ij} = \mathcal{S}_{ijkl}^E T_{kl} + \mathcal{D}_{ijn} E_n \quad 4.13$$

$$D_m = \mathcal{D}_{mkl} T_{kl} + \varepsilon_{mn}^T E_n \quad 4.14$$

O conjunto completo de equações é definido por 81 constantes de compliance mecânica, 27 valores de coeficiente de deformação piezelétrica e 9 de permissividade dielétricas. Para os interessados na formulação detalhada deve-se recorrer à referência LEO (2007).

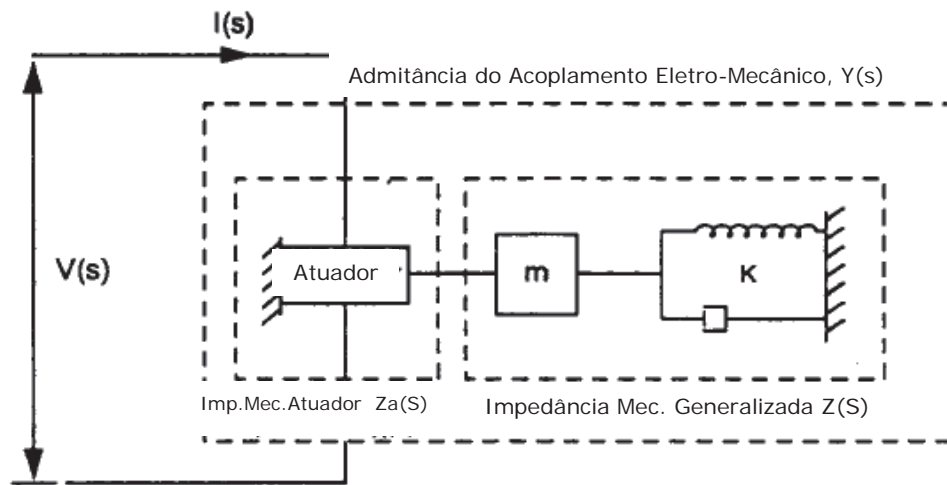
4.4 Método da Impedância Eletro-Mecânica

O método da impedância eletro-mecânica permite equacionar o acoplamento dos sensores/atuadores na estrutura hospedeira.

A formulação seguinte mostra a dificuldade de equacionamento de campos acoplados para obtenção dos parâmetros modais do mesmo e suas funções de resposta em frequência. A figura (12) representa um sistema de materiais ativos com atuadores integrados de forma simplificada.

Qualquer sistema de material ativo pode ser generalizado como um simples sistema eletro-mecânico por conta da incorporação de atuadores (convertem energia elétrica em mecânica) e sensores (convertem energia mecânica em elétrica), (LIANG; SUN; ROGERS, 1996).

Figura 12 – Representação eletro-mecânica genérica de um sistema de materiais ativos com atuadores integrados (Imagem retirada de (LIANG, SUN e ROGERS, 1996)).



Fonte: Adaptador de LIANG, SUNG e ROGERS (1996).

Para o sistema da fig. (12), utilizando o trabalho de Liang, Sun e Rogers (1996), a partir das equações (4.13 e 4.14) e considerando a figura (12), pode-se escrever as equações constitutivas como:

$$S_{11} = s_{11}^E T_{11} + d_{31} E_3 \quad 4.15$$

$$D_3 = d_{31} T_{11} + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad 4.16$$

em que:

S_{11} é a deformação na direção 1-1;

s_{11}^E é a compliance mecânica do piezelétrico na direção 1-1 com campo elétrico constante;

T_{11} é a tensão na direção 1-1;

d_{31} é a constante piezelétrica na direção 3-1;

E_3 é o campo elétrico na direção 3-3;

ε_{33}^T é a constante dielétrica do piezelétrico na direção 3-3 com tensão constante;

Considerando o material piezelétrico como sendo um atuador PZT (*Lead Zirconate Titanate*), a equação para uma vibração no plano (equação da onda) (MEIROVITCH, 2002) é dada por:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad 4.17$$

Onde c é a velocidade da onda na direção 1-1, dada por:

$$c = \left(\frac{Y_{11}^E}{\rho} \right)^{1/2} \quad 4.18$$

onde Y_{11}^E é o módulo elástico do PZT na direção 1-1 com campo elétrico constante.

Utilizando a transformada de *Laplace* na equação (4.17) e assumindo como condições de contorno nulas, tanto para a velocidade inicial quanto para o deslocamento, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}(x,s)}{\partial x^2} - \frac{s^2}{c^2} \bar{u}(x,s) = 0 \quad 4.19$$

As variáveis com a notação de barra correspondem às variáveis obtidas a partir da transformada de *Laplace*, exceto aquelas que representam propriedades do material. Neste caso, a barra indica propriedade complexa.

A condição de contorno da equação (4.19) é:

$$\bar{u}(0,s) = 0 \quad 4.20$$

Relembrando que a deformação é dada por:

$$S_{11} = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \quad 4.21$$

Partindo da relação de que a força é igual a força, podemos substituir as equações da seguinte forma:

As equações constitutivas podem ser reescritas como:

$$F = Z\dot{u} \quad (\text{Impedância x Velocidade}) \quad 4.22$$

A equação (4.23), T é a tensão e Y_{11}^E é o módulo de Young.

$$T = \frac{F}{A} = \frac{F}{w_a h_a} \quad 4.23$$

$$Y_{11}^E = \frac{1}{s_{11}^E} \quad 4.24$$

$$T_{11} = \frac{1}{s_{11}^E} [S_{11} - d_{31}E(t)] \quad 4.25$$

$$\frac{F}{w_a h_a} = Y_{11}^E [S_{11} - d_{31}E(t)] \quad 4.26$$

$$F = Y_{11}^E w_a h_a \left[\left. \frac{d\bar{u}(x,s)}{dx} \right|_{x=1} - d_{31}\bar{E}_3(t) \right] \quad 4.27$$

Aplicando a transformada de *Laplace* à equação (4.22), tem-se:

$$F = -Z(s)s\bar{u}(l_a, s) \quad 4.28$$

Finalmente podemos obter a equação que representa o equilíbrio dinâmico entre o atuador PZT e a estrutura hospedeira, como pode ser visto na equação (4.29), (LIANG; SUN; ROGERS, 1996).

$$Y_{11}^E w_a h_a \left[\left. \frac{d\bar{u}(x,s)}{dx} \right|_{x=1} - d_{31}\bar{E}_3(t) \right] = -Z(s)s\bar{u}(l_a, s) \quad 4.29$$

A impedância generalizada da estrutura é representada por $Z(s)$, que é a mesma impedância mecânica, $Z(\omega)$, depois de substituir s por $i\omega$.

A solução da equação do deslocamento $\bar{u}(x, s)$, eq. (4.19) é dada por:

$$\bar{u}(x, s) = C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx} \quad 4.30$$

onde $k = s/c$ e C_1 e C_2 podem ser obtidas a partir das condições de contorno.

A impedância mecânica generalizada do atuador, $Z_A(s)$, pode ser determinada pela equação (4.31) e a transformada do deslocamento $\bar{u}(x, s)$ pode ser expressa pela equação (4.32), (detalhes em Liang, Sun e Rogers, 1996):

$$Z_A(s) = \frac{kY_{11}^E w_A h_A \cosh(kl_A)}{s \sinh(kl_A)} \quad 4.31$$

$$\bar{u}(x, s) = \frac{d_{31} Y_{11}^E w_A h_A \sinh(kx)}{[Z(s) + Z_A(s)] s \sinh(kl_A)} \frac{\bar{V}(s)}{h} \quad 4.32$$

Agora, reescrevendo a equação (4.32) em termo de uma função de x e s , tem-se:

$$\bar{u}(x, s) = d_{31} Y_{11}^E w \bar{f}(x, s) \bar{V}(s) \quad 4.33$$

Na expressão acima, $\bar{V}(s)$ é a transformada de *Laplace* da voltagem elétrica aplicada $V(s)$ e a função $\bar{f}(x, s)$ é definida como:

$$\bar{f}(x, s) = \frac{\phi(x, s)}{\Phi(s)} = \frac{\sinh(kx)}{[Z(s) + Z_A(s)] s \sinh(kl_A)} \quad 4.34$$

Os pólos de $\bar{f}(x, s)$, podem ser determinados fazendo $\Phi(s) = 0$, o que fisicamente indica que a impedância do atuador coincide com a impedância da estrutura.

$$Z(s) + Z_A(s) = 0 \quad 4.35$$

A transformada inversa de *Laplace* de $\bar{f}(x, s)$, dada por $f(x, t)$ pode ser expressa como:

$$f(x, t) = \sum_{S_m, S_m^*} \frac{\phi(x, S_m)}{\Phi'(S_m)} e^{S_m t} \quad 4.36$$

Os termos S_m e S_m^* (complexo conjugado de S_m) são as raízes simples da equação (4.36) e $\Phi'(s)$ é a derivada de Φ com respeito a s . A resposta transiente para deslocamento do PZT sob uma excitação elétrica $E(t) = V(t)/h$ pode ser obtida utilizando o teorema de *Borel's*:

$$u(x, t) = d_{31} Y_{11}^E w \int_0^t V(\tau) f(x, t - \tau) d\tau \quad 4.37$$

Uma vez que $u(x, t)$ é calculado, a deformação S_{11} e a tensão T_{11} no PZT podem ser obtidas (LIANG; SUN; ROGERS, 1996) utilizando as expressões (4.21) e (4.15). Para o caso em questão, tem-se:

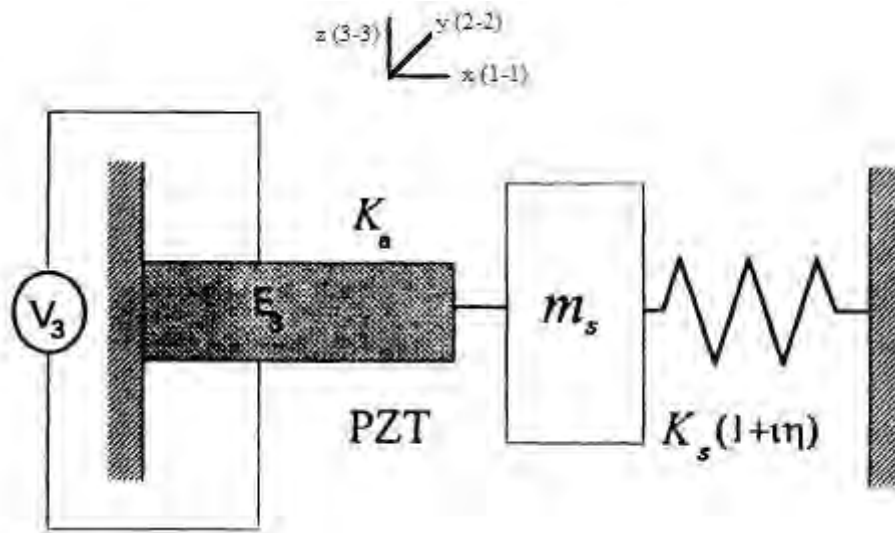
$$\begin{cases} S_{11} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} & (a) \\ T_{11} = Y_{11}^E [S_{11} - d_{31} E(t)] & (b) \end{cases} \quad 4.38$$

$$\begin{cases} S_{11} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \\ T_{11} = Y_{11}^E [S_{11} - d_{31} E(t)] \end{cases}$$

4.5 Cálculo da Função de Resposta em Freqüência utilizando o conceito de Impedância Eletro-Mecânica (EMI)

A partir das equações (4.16 e 4.17) a função de resposta em freqüência de uma estrutura com um atuador piezelétrico pode ser obtida utilizando o método da impedância eletro-mecânica conforme discutido em SUN, LIANG e ROGERS (1994). No caso da estrutura mostrada na fig. (13), assumindo que o atuador PZT é fixo em uma extremidade e na outra é conectado a uma estrutura representada por um sistema *massa-mola-amortecedor*, sob uma voltagem V_3 , a FRF é obtida a partir das eq. (4.16 e 4.17).

Figura 13 – Modelo de interação eletro-mecânica do PZT com a estrutura com 1 grau de liberdade.



Fonte: Adaptador de SUN, LIANG e ROGERS (1994).

A velocidade de movimentação do modelo sob a voltagem V_3 pode ser expressa em termos da impedância mecânica da estrutura, Z_s , e da impedância mecânica de curto-circuito do PZT, Z_a .

$$v = \frac{F_{1b}}{Z_a + Z_s} \quad 4.39$$

A força de atuação é dada por:

$$F_{11} = Z_s v = \frac{Z_s}{Z_a + Z_s} F_{1b} \quad 4.40$$

A variável F_{1b} é a força quando o PZT está bloqueado e pode ser obtida a partir da equação (4.15), fazendo $S_{11} = 0$.

$$0 = s_{11}^E T_{11} + d_{31} E_3 \quad 4.41$$

$$T_{11} = \frac{-d_{31} E_3}{s_{11}^E} \quad 4.42$$

Como $T_{11} = F_{11}/w_a h_a$ e $Y_{11}^E = 1/s_{11}^E$ (onde Y_{11}^E é o módulo complexo do PZT), substituindo na equação (4.42), tem-se:

$$F_{1b} = -d_{31} E_3 Y_{11}^E w_a h_a \quad 4.43$$

onde w_a e h_a são respectivamente largura e espessura do sensor piezelétrico.

Diferenciando a equação (4.16) da densidade do fluxo elétrico com respeito ao tempo e integrando sobre toda a área do eletrodo, tem-se que a corrente elétrica total dada por:

$$I_3 = i\omega \iint_{\sigma} D_3 dx dy \quad 4.44$$

Substituindo as equações (4.16, 4.40 e 4.43) na equação (4.44) e utilizando as relações $E_3 = V_3/h_A$ e $T_1 = F_1/(w_A h_A)$, obtêm-se a expressão da corrente gerada (4.45) e o valor da admitância, eq. (4.46):

$$I_3 = i\omega \frac{w_A l_A}{h_A} \left[\epsilon_{33}^T - \frac{Z_S}{Z_A + Z_S} d_{31}^2 Y_{33}^E \right] V_3 \quad 4.45$$

$$Y = \frac{I_3}{V_3} = i\omega \frac{w_A l_A}{h_A} \left[\epsilon_{33}^T - \frac{Z_S}{Z_A + Z_S} d_{31}^2 Y_{33}^E \right] \quad 4.46$$

Simplificando a equação (4.46) acima e reescrevendo-a de forma mais adequada para escrever a FRF da estrutura na forma $1/Z_S$, tem-se:

$$Y = C_1 \left[C_2 - \frac{1}{1 + \frac{Z_A}{Z_S}} C_3 \right] \quad 4.47$$

em que:

$$C_1 = i\omega \frac{w_A l_A}{h_A}$$

$$C_2 = \epsilon_{33}^T$$

$$C_3 = d_{31}^2 Y_{33}^E$$

ou:

$$\frac{Y}{C_1} = \left[C_2 - \frac{1}{1+Z_A \frac{1}{Z_S}} C_3 \right] \quad 4.48$$

Manipulando as equações de forma a colocar em evidência $1/Z_S$:

$$\frac{1}{1+Z_A \frac{1}{Z_S}} = \frac{C_2 - \frac{Y}{C_1}}{C_3} \quad 4.49$$

$$\frac{C_3}{C_2 - \frac{Y}{C_1}} = 1 + Z_A \frac{1}{Z_S} \quad 4.50$$

$$\frac{C_3}{C_2 - \frac{Y}{C_1}} - 1 = Z_A \frac{1}{Z_S} \quad 4.51$$

$$FRF = \frac{1}{Z_S} = \frac{1}{Z_A} \left(\frac{C_3}{C_2 - \frac{Y}{C_1}} - 1 \right) \quad 4.52$$

Substituindo novamente os termos “C” na equação (4.52), temos que o valor da função de resposta em frequência para a estrutura (SUN; LIANG; ROGERS, 1994) é:

$$FRF = \frac{1}{Z_S} = \frac{1}{Z_A} \left(\frac{d_{31}^2 Y_{33}^E}{\epsilon_{33}^T - \frac{Y_{33}^E}{i\omega w_{A^1} l_A}} - 1 \right) \quad 4.53$$

A modelagem proposta por Sun et al. (1996) proporciona a obtenção da função de resposta em frequência da estrutura levando em consideração a medição da admitância do modelo. Verifica-se que a modelagem será tanto mais complexa quanto for o sistema.

No capítulo (5) será possível observar que Wang, em diversos trabalhos, desenvolveu um método onde é possível a obtenção das funções genéricas para diferentes tipos de

atuadores e sensores. Este trabalho será baseado na formulação desenvolvida por Wang, por trabalhar com funções genéricas e pela praticidade de aplicação de seu método ao problema proposto.

Capítulo 05

5 ANÁLISE MODAL UTILIZANDO MATERIAIS INTELIGENTES.

A análise modal tem mostrado ser uma excelente ferramenta para estudar as características do comportamento dinâmico de estruturas, obtendo as funções de resposta em frequência e os parâmetros modais das mesmas. Neste contexto, os transdutores piezelétricos têm sido amplamente utilizados para obtenção dos sinais de respostas dessas estruturas, principalmente o do tipo acelerômetro. Também são sensores/atuadores piezelétricos os do tipo PVDF/PZT.

Os sensores e atuadores PVDF/PZT tem a vantagem do baixo custo e peso reduzido e ainda podem ser integrados à estrutura. Esses sensores possibilitam a realização de medições com boa acurácia (WANG; WANG, 1997).

Temos também que análise modal pode ser feita de diversas formas, por exemplo, uma análise modal utilizando modelos em elementos finitos, ou uma análise modal experimental, onde é utilizada a relação entre os sinais de excitação e resposta da estrutura para obter-se a função de transferência, ou ainda uma análise modal baseada na resposta da estrutura.

Wang (1998) propôs que pode-se construir um modelo analítico com diferentes tipos de sensores e atuadores, obtendo as auto-funções seja para o atuador ou sensor (em função de quem é considerado para fazer a varredura) e assim obter a função de resposta em frequência (FRF). Também é possível interpretar fisicamente o significado de suas autofunções.

Considerando apenas o caso de interesse, ou seja, o atuador sendo um "force-point" e o sensor sendo do tipo PVDF, pode-se deduzir a equação para a uma auto-função genérica.

5.1 Modelagem teórica de uma viga utilizando materiais inteligentes

O comportamento dinâmico estrutural de um sistema pode ser obtido a partir da avaliação da equação que descreve o movimento do mesmo. No caso de uma de uma estrutura simples do tipo viga, a equação diferencial parcial que descreve o seu movimento em um domínio D é dada pela equação (5.1):

$$L[w(P, t)] + \frac{\partial}{\partial t} C[w(P, t)] + M(P) \frac{\partial^2 w(P, t)}{\partial t^2} = f(P, t) \quad 5.1$$

L e C são operadores diferenciais lineares e homogêneos, consistindo das derivadas de ordem $2p$ em relação às coordenadas espaciais P , contendo informações a respeito das funções de rigidez e de amortecimento. $M(P)$ é uma função de massa distribuída do sistema e $f(P, t)$ é uma função geral de força (WANG, 1998). Para simplificação é assumida que as condições de contorno são homogêneas em cada ponto do domínio do contorno D satisfazendo a equação (5.2):

$$B_i[w(P, t)] = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad 5.2$$

O operador diferencial linear homogêneo B_i contém as derivadas normais de ordem $2p - 1$ no contorno e ao longo do contorno (WANG, 1998) .

5.2 Análise dos Auto-Problemas (Auto-Sistemas)

A análise de sistemas contínuos para a condição homogênea leva a um problema de autovalores / autovetores do sistema. Para um sistema não amortecido, utilizando modos normais, chega-se a expressão (5.3).

$$L[w] = \lambda M w = \omega^2 M w \quad 5.3$$

A equação (5.3) deve ser satisfeita ao longo do domínio D , e w está sujeito as condições de contorno da equação (5.2). Um conjunto infinito de frequências naturais ω_r e suas correspondentes autofunções $w_r(P)$ podem ser obtidas. Se as autofunções são ortonormais, tem-se:

$$\int_D M(P)w_r(P)w_s(P)dD(P) = \delta_{rs} \quad 5.4$$

$$\int_D w_r(P)L[w_s(P)]dD(P) = \omega_r^2\delta_{rs} \quad 5.5$$

onde δ_{rs} é o delta de Kronecker.

Para o caso de se assumir amortecimento proporcional aos termos de rigidez e massa, eq. (5.6);

$$C = a_1L + a_2M \quad 5.6$$

É possível obter uma expressão desacoplada para o amortecimento da estrutura. a_1 e a_2 são constantes de proporcionalidade. Neste caso, utilizando as propriedades ortonormais das autofunções obtém-se o amortecimento modal do modelo, eq. (5.7):

$$\int_D w_r(P)C[w_s(P)]dD(P) = c_r\delta_{rs} = 2\zeta_r\omega_r\delta_{rs} \quad 5.7$$

onde c_r e ζ_r são o r – ésimo coeficiente de amortecimento modal e r – ésimo fator de amortecimento modal, respectivamente (WANG, 1998).

5.3 Excitação Harmônica para Atuador de Força Genérico

Na análise modal é fundamental entender a relação entre a excitação e a resposta do modelo para posterior extração dos parâmetros. Para uma excitação harmônica, a função

global da força de um atuador genérico, aplicada no ponto P_j com magnitude A_j pode ser expressa por:

$$f(P, t) = e^{i\omega t} A_j E(P_j) \quad 5.8$$

onde $E(P_j)$ é uma função espacial para a j – ésima força de atuação genérica e ω é a frequência de excitação. A resposta do sistema também é harmônica e pelo teorema da expansão, o deslocamento da resposta pode ser dado em termos dos modos, eq. (5.9):

$$w(P, t) = e^{i\omega t} \sum_{r=1}^{\infty} q_r(\omega) w_r(P) \quad 5.9$$

sendo $q_r(\omega)$ é amplitude modal dependente da frequência do r – ésimo modo dependendo da forma da força de atuação. Substituindo as duas equações anteriores na equação (5.1), multiplicando por w_s e integrando sobre o domínio D , tem-se a expressão (5.10):

$$q_r(\omega) \left\{ \sum_{s=1}^{\infty} \int_D w_s(P) L[w_r(P)] dD(P) + i\omega \sum_{s=1}^{\infty} \int_D w_s(P) C[w_r(P)] dD(P) - \omega^2 \sum_{s=1}^{\infty} \int_D w_s(P) M(P) w_r(P) dD(P) \right\} = A_j \int_D w_s(P) E(P_j) dD(P) \quad 5.10$$

Aplicando as propriedades de ortogonalidade das autofunções, equações (5.4) a (5.7), a equação (5.10) pode ser reduzida para:

$$q_r(\omega) [\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta_r \omega_r \omega] = A_j \int_D w_r(P) E(P_j) dD(P), \quad r = 1, 2, \dots \quad 5.11$$

ou

$$q_r(\omega) = \frac{A_j \int_D w_r(P) E(P_j) dD(P)}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\zeta_r \omega_r \omega)}, \quad r = 1, 2, \dots \quad 5.12$$

5.4 Resposta Harmônica para um Sensor Genérico

Na implementação prática de dispositivos tais como, acelerômetros, células de carga e outros sensores podem ser aplicados para mensurar a resposta estrutural na localização P_i . Para respostas harmônicas, a quantidade medida S pode ser definida como um operador sensibilidade Q operando na resposta do deslocamento estrutural, assim:

$$S(P_i, t) = Q[w(P_i, t)] = e^{i\omega t} Q[w(P_i)] \quad 5.13$$

Substituindo a equação (5.9) na equação (5.13), para uma resposta harmônica, a quantidade medida pode ser reescrita como:

$$S(P_i) = e^{i\omega t} \sum_{r=1}^{\infty} q_r(\omega) Q[w_r(P_i)] \quad 5.14$$

Pela substituição da equação (5.12) na equação (5.14) e negligenciando o componente harmônico de tempo, a quantidade medida pelo sensor na localização P_i pode ser obtida como:

$$S(P_i) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{A_j \{ \int_D w_r(P) E(P_j) dD(P) \} \{ Q[w_r(P_i)] \}}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\zeta_r \omega_r \omega)} \quad 5.15$$

5.5 FRF entre o Sensor Genérico e o Atuador Genérico

A função de resposta em frequência (FRF) entre a resposta do i – ésimo dispositivo sensível genérico localizado em P_i e a magnitude da j – ésima força de atuação genérica aplicada na localização P_j pode ser obtida através da equação (5.16) abaixo:

$$H_{ij}(\omega) = \frac{S(P_i)}{A_j} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\{ \int_D w_r(P) E(P_j) dD(P) \} \{ Q[w_r(P_i)] \}}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\zeta_r \omega_r \omega)} \quad 5.16$$

onde:

$$\Phi_{r,j}^A = \Phi_r^A(P_j) = \int_D w_r(P) E(P_j) dD(P) \quad 5.17$$

$$\Phi_{r,i}^S = \Phi_r^S(P_i) = Q[w_r(P_i)] \quad 5.18$$

Os termos $\Phi_r^A(P)$ e $\Phi_r^S(P)$ são definidas como as autofunções genéricas do atuador e do sensor, respectivamente. $\Phi_{r,j}^A$ e $\Phi_{r,i}^S$ podem ser definidas como o valor escalar das autofunções genéricas para o atuador e o sensor nas posições P_j e P_i , respectivamente. Assim, a FRF pode ser rescrita como, (WANG, 1998):

$$H_{ij}(\omega) = \frac{S(P_i)}{A_j} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\Phi_{r,j}^A \Phi_{r,i}^S}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\zeta_r \omega_r \omega)} \quad 5.19$$

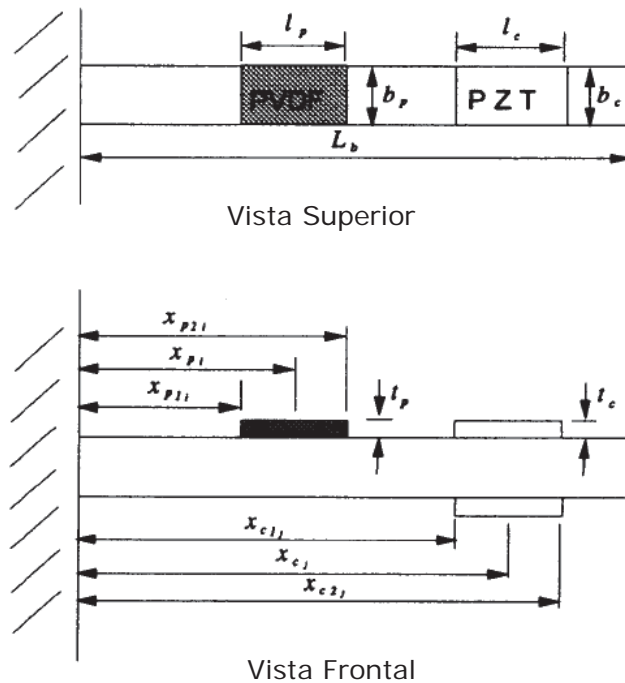
Deve ser notado que a FRF é expressa no formato modal convencional análogo ao sistema discreto multi-graus de liberdade (*mDOF*).

5.6 FRF do Sensor do tipo PVDF e do atuador do tipo "Point Force"

As funções de resposta em frequência (FRF) são obtidas a partir do par sensor e atuador. Para o caso em que o sensor é do tipo PVDF e o atuador é do tipo "point-force", podemos utilizar a equação obtida na expressão (5.19) e os resíduos modais podem ser obtidos a partir das equações utilizadas por (WANG; WANG, 1997).

Para um sensor, conforme e esquematizado na figura (5.1), em que o ponto de atuação da força em x_{fj} e o ponto de resposta do sensor é $x_{p1i} = x_{pi} - l_p/2$ e $x_{p2i} = x_{pi} + l_p/2$, o resíduo modal é dado em termos de uma parcela em deslocamento e outra em diferença de inclinação:

Figura 14 – Vista frontal e superior de uma viga com sensores/atuadores PVDF.



Fonte: Adaptado de WANG e WANG (1997).

Para o caso de modelo de amortecimento viscoso, a FRF H_{ij} é definida como:

$$H_{ij}(\omega) = \frac{V_{pi}}{F_j} = -\omega^2 \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\Phi_{r,i}^p \Phi_{r,j}^f}{\rho_b b_b t_b [(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\zeta_r \omega_r \omega)]} \quad 5.20$$

sendo:

ρ_b é a densidade da viga;

b_b é a largura da viga;

t_b é a espessura da viga

Tem-se também que $\Phi_{r,j}^f$ representa o valor da r – ésima função de forma do modo do atuador do tipo “point force” na localização j e $\Phi_{r,i}^p$ representa o valor da r – ésima função de forma do modo do PVDF na localização i .

Os valores dessas funções são definidos, segundo Wang (1996), por:

$$\Phi_{r,i}^p = \left[\phi_r' \left(x_{pi} + \frac{l_p}{2} \right) - \phi_r' \left(x_{pi} - \frac{l_p}{2} \right) \right] \quad 5.21$$

$$\Phi_{r,j}^f = \phi_n(x_{fj}) \quad 5.22$$

As funções de forma do modo do PVDF são proporcionais a diferença de inclinação entre os dois cantos do PVDF, enquanto que a função de forma do modo do atuador do tipo "point-force" é proporcional ao deslocamento. Deve ser notado que em medições práticas uma estrutura contínua é sempre discretizada e apenas um número finito de pontos N pode ser medido. A matriz $N \times N$ da FRF pode ser medida através de medições de mobilidade. A Matriz FRF (α_{ij}) pode ser definida como:

$$\{Z_i\}_{N \times 1} = [\alpha_{ij}]_{N \times N} \{P_j\}_{N \times 1}$$

onde $\{Z_i\}_{N \times 1}$ e $\{P_j\}_{N \times 1}$ representam os vetores de saída e entrada, respectivamente. Para a análise modal experimental pelo menos uma linha ou uma coluna da matriz de FRF deve ser medida. Resumidamente, quando o sensor é fixo e o atuador é deslocado pela viga, as autofunções obtidas são do atuador, quando o inverso ocorre, ou seja, o atuador é fixado e o sensor é deslocado pela viga, as autofunções obtidas são do sensor.

O processo de análise modal experimental inclui a medida das FRFs e a análise dos dados das mesmas, ou seja, a extração dos parâmetros modais. No trabalho será considerado que o sensor é o dispositivo que vai se deslocar pela viga enquanto que o atuador vai permanecer fixo, assim uma coluna da matriz de FRF(s) pode ser teoricamente determinada.

5.7 Relação entre Modos de Deslocamento e Modos com base na Diferença de Inclinação das Extremidades do Sensor/Atuador

Os transdutores pontuais, conforme citado anteriormente, produzem modos em deslocamento, enquanto materiais piezelétricos produzem modos com base na diferença de inclinação das extremidades do sensor.

Para melhor ilustrar essa diferença, considere uma viga modelada na condição *livre-livre*, cuja equação fundamental para determinação do modo de vibrar em deslocamento é dada pela expressão (5.23):

$$\phi_n(x) = A \sin(\alpha_n x) + B \cos(\alpha_n x) + C \sinh(\alpha_n x) + D \cosh(\alpha_n x) \quad 5.23$$

Para a viga na condição livre-livre, as condições de contorno são dadas pelas expressões (5.24) e (5.25).

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = 0, \quad x = 0, L \quad 5.24$$

$$\frac{d^3\phi(x)}{dx^3} = 0, \quad x = 0, L \quad 5.25$$

O cálculo das derivadas de segunda e terceira ordem da expressão (5.23) leva às expressões (5.26) e (5.27):

$$\ddot{\phi}_n(x) = \alpha_n^2 [-A \sin(\alpha_n x) - B \cos(\alpha_n x) + C \sinh(\alpha_n x) + D \cosh(\alpha_n x)] \quad 5.26$$

$$\dddot{\phi}_n(x) = \alpha_n^3 [-A \cos(\alpha_n x) + B \sin(\alpha_n x) + C \cosh(\alpha_n x) + D \sinh(\alpha_n x)] \quad 5.27$$

Substituindo os valores das condições de contorno nas expressões (5.24) e (5.25) e resolvendo o sistema de equações, é possível obter a equação dos modos do sistema para uma viga na condição livre-livre, onde é possível determinar, para cada ponto da viga a amplitude de deslocamento da mesma, expressão (5.28):

$$\phi_n(x) = \cosh(\alpha_n x) + \cos(\alpha_n x) - \sigma_n [\sinh(\alpha_n x) + \sin(\alpha_n x)] \quad 5.28$$

onde: $\sigma_n = \frac{\cosh(\alpha_n L) - \cos(\alpha_n L)}{\sinh(\alpha_n L) - \sin(\alpha_n L)}$

Uma vez definida a equação dos modos de deslocamento para a viga na condição "*livre-livre*", pode-se definir a forma dos modos da viga em termos de diferença de inclinação, de acordo com a formulação apresentada no subitem (5.6). A função de forma do

modo do PVDF (eq. 5.21) é dada pela diferença de inclinação das extremidades do sensor PVDF em cada ponto. Calculando a derivada da expressão (5.28), tem-se a expressão para o cálculo da inclinação, eq. (5.29).

$$\dot{\phi}_n(x) = \alpha_n \{ \sinh(\alpha_n x) - \sin(\alpha_n x) - \sigma_n [\cosh(\alpha_n x) + \cos(\alpha_n x)] \} \quad 5.29$$

A expressão (5.30) é utilizada para calcular a diferença de inclinação entre os cantos do sensor pela substituição do valor da derivada da eq. (5.29):

$$\phi_r^P(x_{pi}) = \dot{\phi}_r \left(x_{pi} + \frac{l_p}{2} \right) - \dot{\phi}_r \left(x_{pi} - \frac{l_p}{2} \right) \quad 5.30$$

Substituindo as derivadas calculadas nas extremidades do sensor na expressão (5.31), chega-se a expressão (5.32):

$$\begin{aligned} \phi_r^P(x_{pi}) = & \alpha_n \left\{ \sinh \left(\alpha_n \left(x_{pi} + \frac{l_p}{2} \right) \right) - \sin \left(\alpha_n \left(x_{pi} + \frac{l_p}{2} \right) \right) - \sigma_n \left[\cosh \left(\alpha_n \left(x_{pi} + \frac{l_p}{2} \right) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \cos \left(\alpha_n \left(x_{pi} + \frac{l_p}{2} \right) \right) \right] - \right. \\ & \left. \sinh \left(\alpha_n \left(x_{pi} - \frac{l_p}{2} \right) \right) + \sin \left(\alpha_n \left(x_{pi} - \frac{l_p}{2} \right) \right) + \sigma_n \left[\cosh \left(\alpha_n \left(x_{pi} - \frac{l_p}{2} \right) \right) + \cos \left(\alpha_n \left(x_{pi} - \frac{l_p}{2} \right) \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad 5.31$$

Resolvendo cada termo da expressão de acordo com as propriedades de soma e subtração trigonométricas, e simplificando a equação, com relação ao termo $\sin \left(\alpha_n \frac{l_p}{2} \right)$, chega-se a expressão (5.32):

$$\begin{aligned} \phi_r^P(x_{pi}) = & \\ & 2\alpha_n \sin \left(\alpha_n \frac{l_p}{2} \right) \left\{ \cosh(\alpha_n x_{pi}) \frac{\sinh(\alpha_n \frac{l_p}{2})}{\sin(\alpha_n \frac{l_p}{2})} - \cos \left(\alpha_n \frac{l_p}{2} \right) - \sigma_n \left[\sinh(\alpha_n x_{pi}) \frac{\sinh(\alpha_n \frac{l_p}{2})}{\sin(\alpha_n \frac{l_p}{2})} - \right. \right. \\ & \left. \left. \sin \left(\alpha_n \frac{l_p}{2} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad 5.32$$

A expressão (5.32) pode ser simplificada considerando que o comprimento do filme de PVDF pode ser aproximado para zero, neste caso, aplicando o limite $l_p \rightarrow 0$, tem-se:

$$\lim_{l_p \rightarrow 0} \frac{\sinh\left(\alpha_n \frac{l_p}{2}\right)}{\sin\left(\alpha_n \frac{l_p}{2}\right)} = \frac{0}{0} \quad (\text{A divisão por zero não é definida}) \quad 5.33$$

Ou, aplicando L'Hospital:

$$\lim_{l_p \rightarrow 0} \frac{\cosh\left(\alpha_n \frac{l_p}{2}\right)}{\cos\left(\alpha_n \frac{l_p}{2}\right)} = 1 \quad 5.34$$

Assim, finalmente a equação (5.31) é obtida em termos da inclinação do sensor no ponto.

$$\phi_r^p(x_{pi}) = 2\alpha_n \sin\left(\alpha_n \frac{l_p}{2}\right) \left\{ \cosh(\alpha_n x_{pi}) - \cos\left(\alpha_n \frac{l_p}{2}\right) - \sigma_n \left[\sinh(\alpha_n x_{pi}) - \sin\left(\alpha_n \frac{l_p}{2}\right) \right] \right\} \quad 5.35$$

A equação obtida acima é semelhante à equação original do deslocamento para uma viga do tipo livre-livre a menos de sinal e da constante $2\alpha_n \sin\left(\alpha_n \frac{l_p}{2}\right)$ que multiplica a equação, similarmente ao que pode ser encontrado em Wang e Wang (1997) para uma viga engastada.

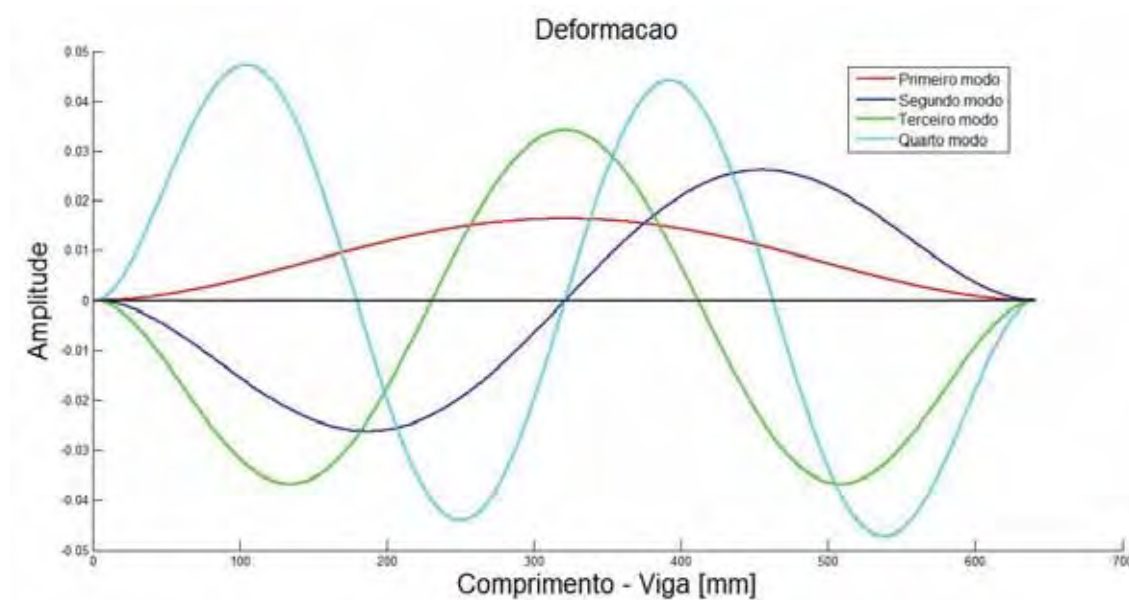
Utilizando a equação (5.35), é possível plotar, o comportamento das curvas referentes aos modos de vibrar, tanto em deslocamento, quanto de deformação. As figuras (15) e (16) mostram essas curvas para os 4 primeiros modos de vibrar de uma viga "contínua" de deslocamento e deformação, respectivamente. As figuras (17) e (18) mostram as curvas para cinco posições discretas (5 sensores) de medidas.

Figura 15 – Modos de vibrar para uma viga contínua em deslocamento.



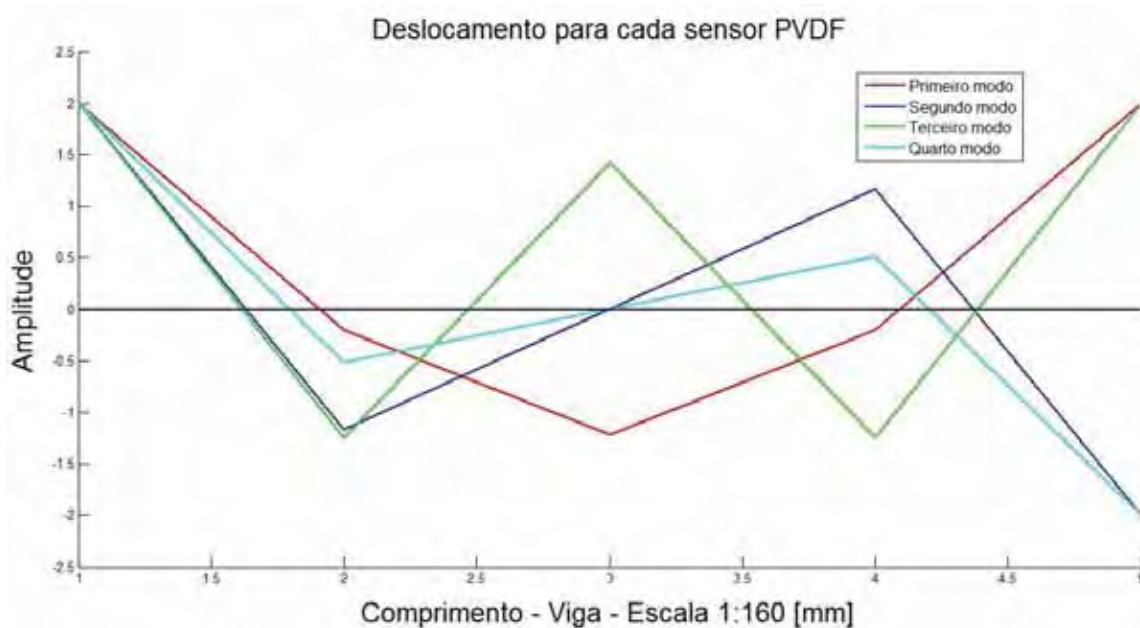
Fonte: Informações da pesquisa do autor.

Figura 16 – Modos de vibrar para uma viga contínua em deformação.



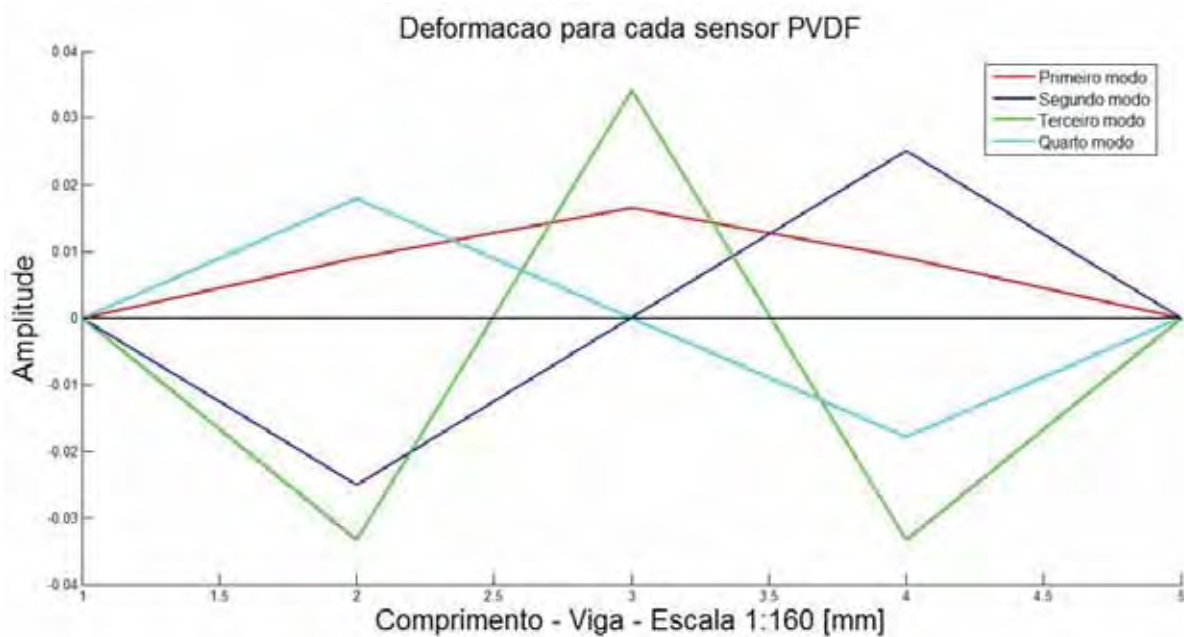
Fonte: Informações da pesquisa do autor.

Figura 17 – Modos de vibrar para uma viga discreta (apenas os 5 sensores) em deslocamento.



Fonte: Informações da pesquisa do autor.

Figura 18 – Modos de vibrar para uma viga discreta (apenas os 5 sensores) em deformação.



Fonte: Informações da pesquisa do autor.

5.8 Modelagem da Viga com Sensores PVDF por Elementos Finitos

A modelagem em elementos finitos na área de análise modal é bem tradicional e é utilizada, além de tudo, para estimar e avaliar as características de um determinado componente. Na figura (19) é apresentada uma ilustração da viga com os sensores PVDF(s) no modo que será utilizado para a modelagem:

Figura 19 – Ilustração da Viga com os sensores PVDF(s)



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Na modelagem da viga no software de elementos finitos (ANSYS) são utilizados dois tipos de elementos. O elemento 1 é do tipo SOLID45 e possui 3 graus de liberdade (g.d.l), UX, UY e YZ. Ele é utilizado para modelar a viga de aço e o segundo elemento é do tipo SOLID5, utilizando a opção com 4 graus de liberdade, UX, UY, UZ e Volt. O segundo tipo é utilizado para modelar os materiais piezelétricos.

Após isso, são definidas as propriedades para a viga e para o material piezelétrico. As tab.(2 - 5) resumem as propriedades utilizadas em cada um:

Tabela 2 – Propriedades para a viga de aço

Propriedade	Valor
Densidade	7860 kg/m^3
Módulo de Elasticidade	205 $\times 10^9 Pa$
Coefficiente de Poisson	0.33
Comprimento	640 $\times 10^{-3} m$
Largura	37.7 $\times 10^{-3} m$
Espessura	3.1 $\times 10^{-3} m$

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Tabela 3 – Propriedades para os sensores piezelétricos do tipo PVDF.

Propriedade	Valor
Modelo	LDT1-028K
Densidade	1780 kg/m^3
Comprimento	41 $\times 10^{-3} m$
Largura	16.1 $\times 10^{-3} m$
Espessura	0.16 $\times 10^{-3} m$
Permittivity (ortho) em x	1.05 $\times 10^{-10}$
Permittivity (ortho) em y	1.05 $\times 10^{-10}$
Permittivity (ortho) em z	1.05 $\times 10^{-10}$

Fonte: Adaptado de MEASUREMENT SPECIALTIES (2011)

Tabela 4 – Matriz elástica anisotrópica para o sensor piezelétrico do tipo PVDF (*Flexibility form*).

Propriedade	Valor
D11	3.65×10^{-10}
D12	-9.5×10^{-11}
D13	-2.01×10^{-10}
D14	0
D15	0
D16	0
D22	3.8×10^{-10}
D23	-1.33×10^{-10}
D33	2.95×10^{-10}
D44	2.7×10^{-10}
D55	2.7×10^{-10}
D66	2.7×10^{-10}

Fonte: Adaptado de MEASUREMENT SPECIALTIES (2011)

Tabela 5 – Matriz Piezelétrica para os sensores piezelétricos do tipo PVDF (*Piezoelectric stress matrix*).

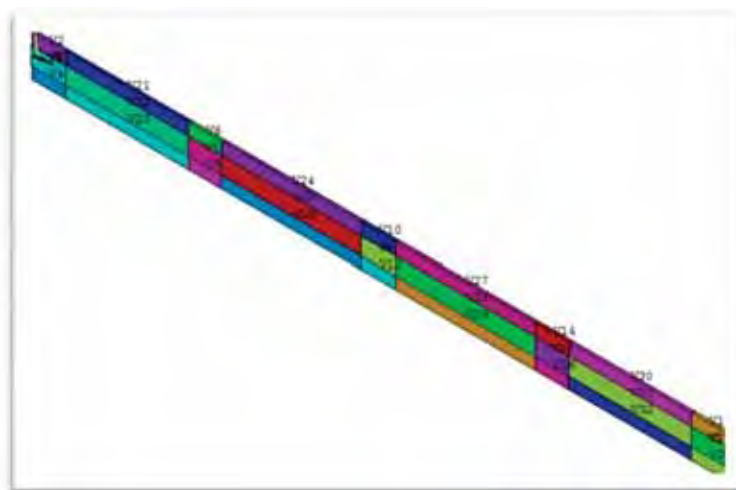
	X	Y	Z
X	0	0	2.2×10^{-11}
Y	0	0	3×10^{-12}
Z	0	0	-3.2×10^{-11}
XY	0	-2×10^{-11}	0
YZ	-2×10^{-11}	0	0
XZ	0	0	0

Fonte: Adaptado de MEASUREMENT SPECIALTIES (2011)

É importante salientar que os valores fornecidos nas tabelas foram obtidos diretamente com o fabricante dos sensores piezelétricos do tipo PVDF.

Inicialmente, o esboço do modelo numérico foi criado a partir dos pontos chaves (*keypoints*) utilizados para referenciar os pontos importantes da viga. Esses pontos chaves são utilizados para gerarem os volumes de cada parte da viga no software ANSYS. A técnica de subdividir a viga em volumes menores ao invés de um único volume maior foi utilizada para facilitar a criação da malha. A figura (20) abaixo mostra os vários volumes que foram criados:

Figura 20 – Volumes criados para a modelagem da viga com os sensores PVDF(s).



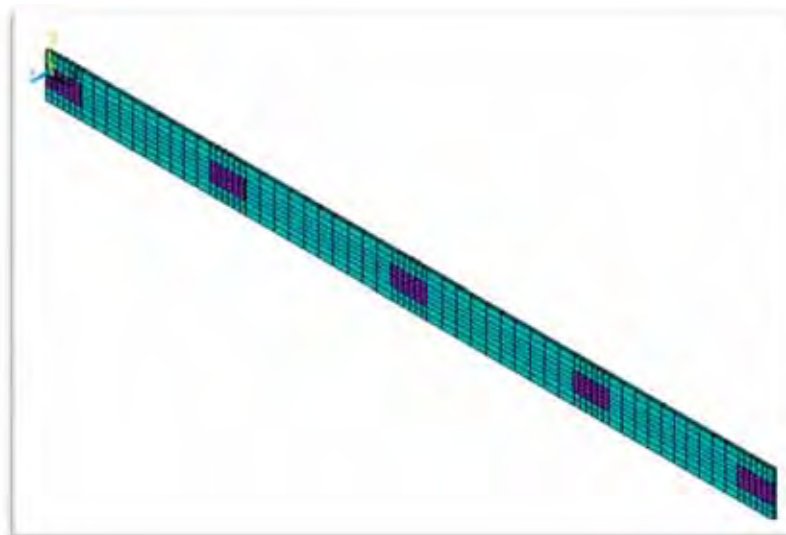
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Utilizando o comando GLUE os volumes que irão representar os sensores PVDF são colados aos respectivos volumes na viga (os volumes que representam os locais onde serão colados no experimento real). O comando MESH é utilizado para criar a malha sobre a viga e sensores. Neste caso, deseja-se refinamentos de malhas diferentes para alguns pontos de interesse, principalmente nos pontos ao redor dos volumes que representam os sensores. O refinamento de toda a malha é feito utilizando o comando LESIZE.

Os volumes que representam os sensores são divididos em 6 partes no comprimento, 3 na largura e 2 partes na espessura. Os volumes menores, nas laterais dos sensores foram divididos da mesma forma com o intuito de que as divisões fossem concordantes. O espaço da viga entre cada sensor tem 10 divisões no comprimento, sendo que a largura tem 7

divisões. Após o refino da malha é utilizado o comando NUMMERGE e definido que todos os pontos com distância menor que $1e-10$ unidades de medida sejam considerados os mesmos, ou seja, identificados como mesmo ponto. A fig. (21) mostra a viga após a finalização da malha:

Figura 21 – Viga com os sensores PVDF(s) após criação da malha.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

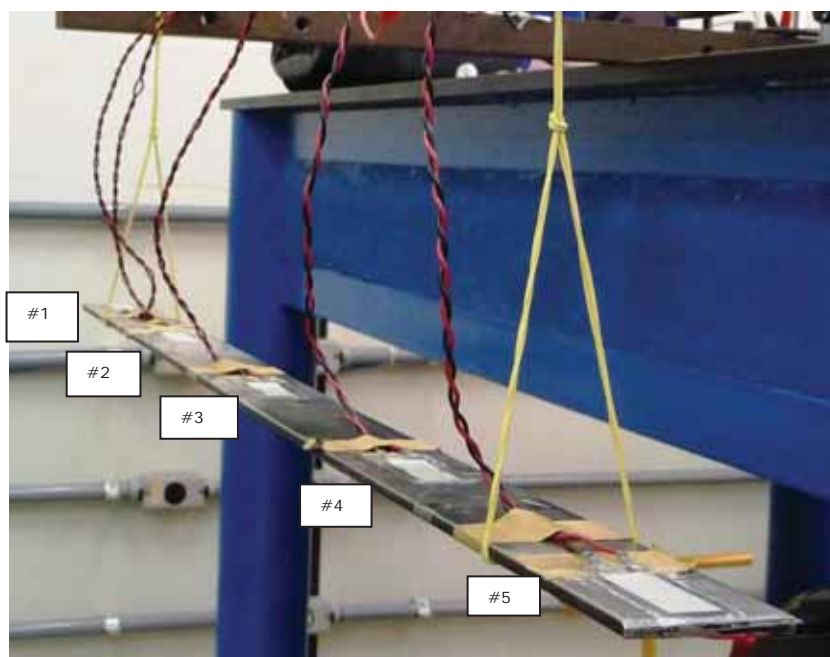
Após a modelagem foram feitas a análise modal da viga, seguida de uma análise harmônica, onde foi aplicada uma força de excitação de valor unitário no lado oposto ao sensor #4 e feita a varredura entre a frequência 0 e 320 Hz com 3200 pontos, ou seja, a cada intervalo de 0.1 Hz é aplicada a excitação e verificada a resposta da estrutura. Os resultados são apresentados no capítulo 06.

5.9 Montagem Experimental

As figuras seguintes ilustram a forma com que o experimento foi montado para a aquisição dos dados. A faixa de frequência que foi utilizada nos experimentos foi de 0 a 300 Hz, porém o sistema de aquisição foi programado para adquirir dados a uma taxa de amostragem de 10 kHz. A fig. (22) mostra a imagem do experimento na posição horizontal na condição *livre-livre*. Essa montagem foi idealizada de forma a possibilitar que vários testes fossem realizados durante o experimento. Nesta posição foram realizados os experimentos

utilizando martelo e acelerômetro, buscando obter os parâmetros modais da estrutura que seriam utilizados como referência e outro teste, com o martelo de impacto e sensores PVDF, já buscando avaliar o comportamento dos sensores na análise modal experimental.

Figura 22 – Vista da viga na condição livre-livre na horizontal.

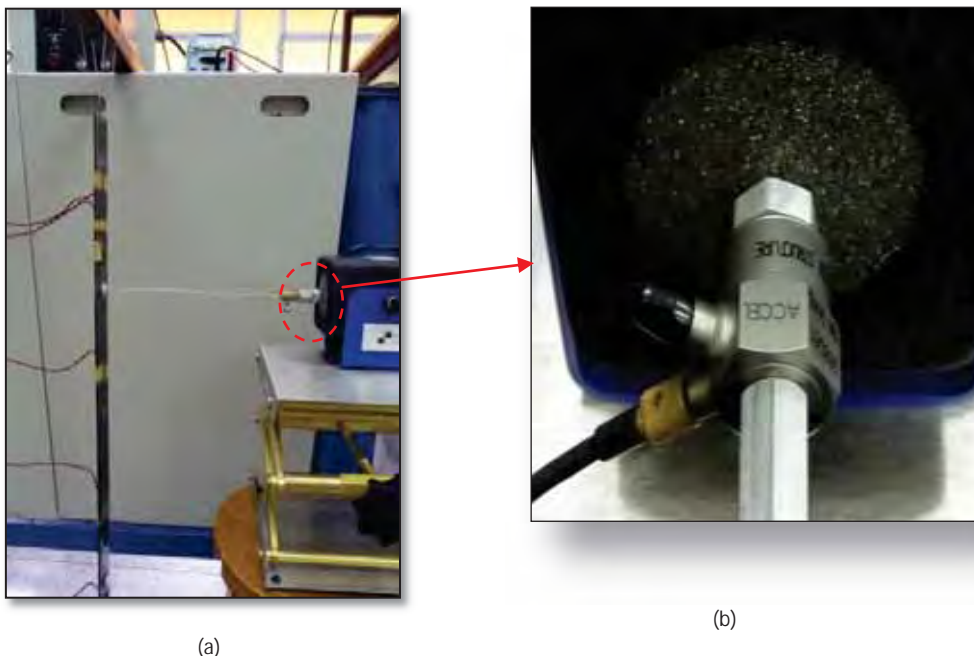


Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

A excitação foi feita no sensor que está na posição 4 e os dados foram colhidos para todos os sensores de 1 a 5 utilizando primeiramente um acelerômetro na posição dos PVDF(s) e em seqüência, utilizando os próprios sensores PVDF(s). Nesta parte do experimento é possível notar que a haste que conecta o *shaker* eletromecânico ainda não está conectada no ponto 4 e a análise foi feita apenas utilizando a viga e os sensores, como descritos inicialmente.

Na seqüência são feitos os testes utilizando um *shaker* eletromecânico como atuador na posição 4. A figura (23.a) ilustra como o experimento.

Figura 23 – (a) Shaker eletromecânico excitando a viga na condição *livre-livre*.(b) Detalhe da célula de carga na saída do shaker.

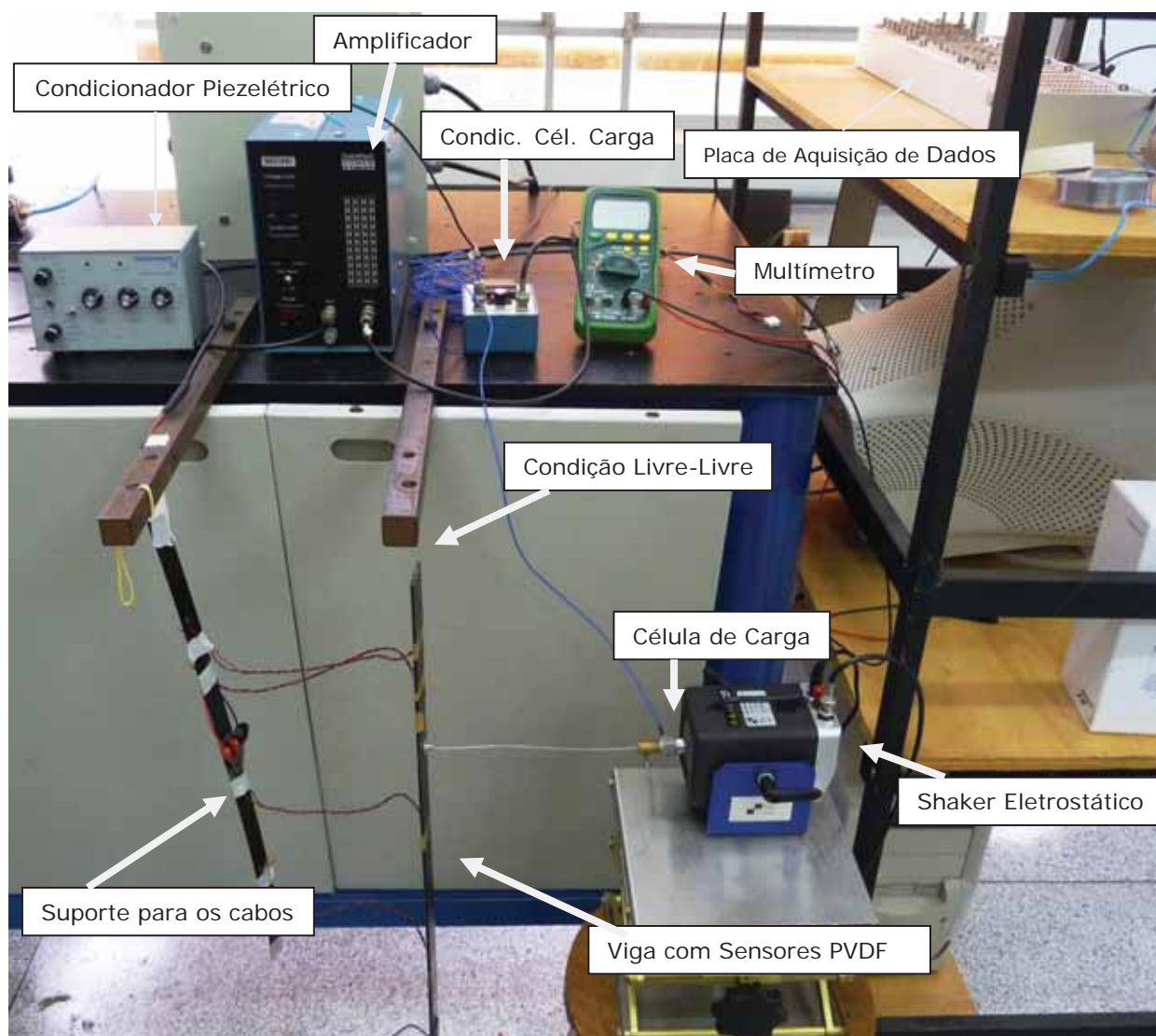


Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Nota-se que a viga está na posição vertical, mas continua na condição *livre-livre*. A posição da viga foi alterada em virtude dos melhores resultados obtidos em relação à posição horizontal, pois havia um problema com a flambagem da haste que conecta o *shaker* à viga (resultante do peso da viga que age na vertical). Esse problema foi minimizado utilizando a segunda configuração onde os valores obtidos na posição horizontal foram descartados e não serão apresentados. Como pode ser visto na figura (23.b) foi utilizada uma célula de carga na saída do shaker, antes da conexão da haste. Assim foi possível obter a força de excitação da estrutura e a obtenção das funções de resposta em frequência (FRF(s)) para a análise modal experimental.

Na figura (24) é possível visualizar todos os equipamentos utilizados no experimento, desde a placa de aquisição de dados, condicionadores, shaker até a própria viga com os sensores PVDFs.

Figura 24 – Vista da viga na condição livre-livre na posição vertical.

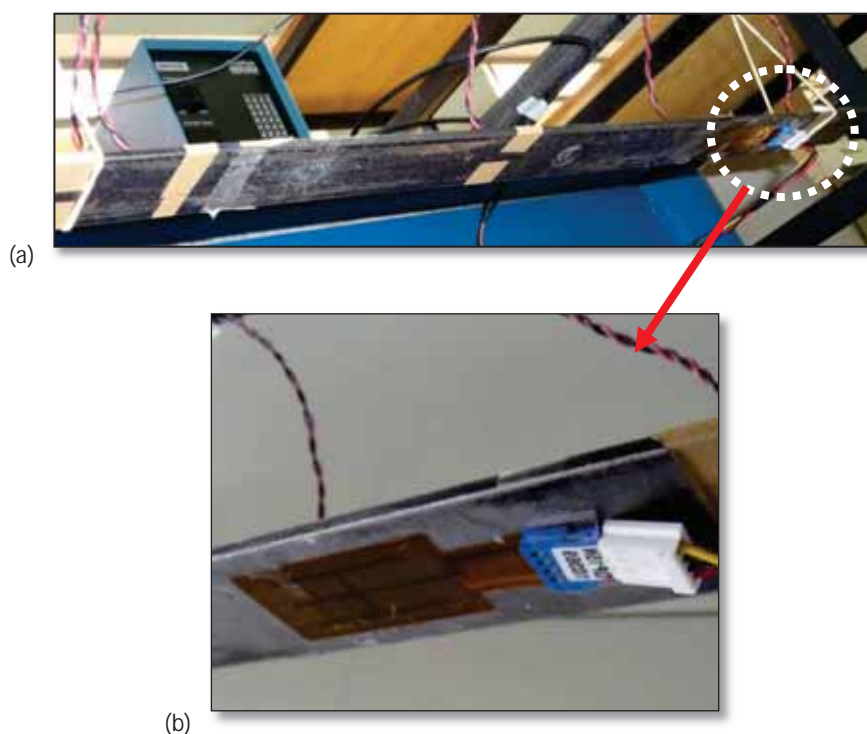


Foi definido que nesta parte dos experimentos o tipo de excitação do shaker seria um sinal randômico, do tipo ruído branco gaussiano com média zero para concordar com a teoria de análise modal baseada somente na resposta.

Outro teste realizado foi a utilização de um PZT como atuador da estrutura no lugar do shaker eletromecânico. O objetivo foi verificar se os resultados obtidos utilizando apenas materiais piezelétricos como sensor e atuador seriam satisfatórios. O atuador do tipo PZT foi utilizado com o intuito de verificar se existia influência significativa do acoplamento da estrutura no valor dos parâmetros modais da viga (uma vez que a haste de alumínio que conecta o *shaker* à viga introduz massa na estrutura e faz com que as frequências naturais

sejam ligeiramente alteradas, conforme pode ser visto no capítulo 06). A figura (25) mostra o atuador do tipo PZT colocado na posição 4 da viga. O atuador necessita de um amplificador de sinais, conforme pode ser visto na figura (24). Neste caso, foi utilizado um sinal de saída amplificado na ordem de 6 vezes o valor de entrada, com uma voltagem de saída medida na entrada do PZT de aproximadamente 80 Volts.

Figura 25 – (a) Vista inferior da viga na condição *livre-livre*. (b) Zoom da região onde o atuador do tipo PZT foi fixado para excitar a estrutura.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

A placa de aquisição nesta etapa foi uma Dspace modelo 1103, na configuração de um canal para envio do sinal de excitação da estrutura e dois canais para coleta dos dados. O condicionador para os sensores PVDF(s) foi um Piezo Film Lab Amplifier da Measurement Specialities, com impedância de entrada de $1G\Omega$ (1 giga Ohm), ganho de 20 dB e filtros passa-banda ajustado entre 1Hz e 1Khz, repectivamente.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados obtidos para cada teste do experimento. É importante salientar que os sensores medem grandezas físicas diferentes, ou

seja, os sensores do tipo acelerômetro medem aceleração, que pode ser facilmente convertido em deslocamento, já os sensores do tipo PVDF medem a deformação da estrutura. Isto implica que a representação da forma dos modos de vibrar de ambos não são iguais.

Capítulo 06

6 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos nos experimentos descritos no capítulo anterior. São mostrados os valores das três primeiras frequências naturais para cada teste, assim como o fator de amortecimento e os modos de vibrar. Novamente, é importante salientar que os testes onde os sensores e atuadores utilizados foram do tipo convencional (acelerômetro e martelo de impacto), os modos de vibrar são do tipo de deslocamento, já para os sensores do tipo PVDF, seja combinado com atuadores convencionais, do tipo martelo de impacto, shaker eletromecânico ou mesmo outro dispositivo piezelétrico (PZT), os modos de vibrar obtidos são do tipo diferença de inclinação entre as extremidades de cada sensor.

Para uma melhor compreensão, os resultados para os experimentos são apresentados na seguinte seqüência:

- Simulação obtida utilizando um modelo em elementos finitos;
- Atuador: Martelo de Impacto / Sensor: Acelerômetro;
- Atuador: Martelo de Impacto / Sensor: PVDF;
- Atuador: Shaker Eletromecânico / Sensor: PVDF;
- Atuador: PZT / Sensor: PVDF.

Com exceção da simulação da viga modelada por elementos finitos, foram adquiridos 10 sinais de respostas da estrutura para cada sensor e feita média desses valores para cada ponto antes dos cálculos da função de resposta em frequência.

6.1 *Simulação dos Parâmetros Modais da Viga Utilizando Elementos Finitos*

O capítulo anterior descreve a modelagem em elementos finitos da viga com sensores piezelétricos. O método dos elementos finitos pode facilmente estimar os valores das frequências naturais, assim como a identificação de cada modo de vibrar.

A tabela (6) mostra as primeiras frequências do modelo.

Tabela 6 – Valores de Frequência Natural obtidos pelo modelo de elementos finitos.

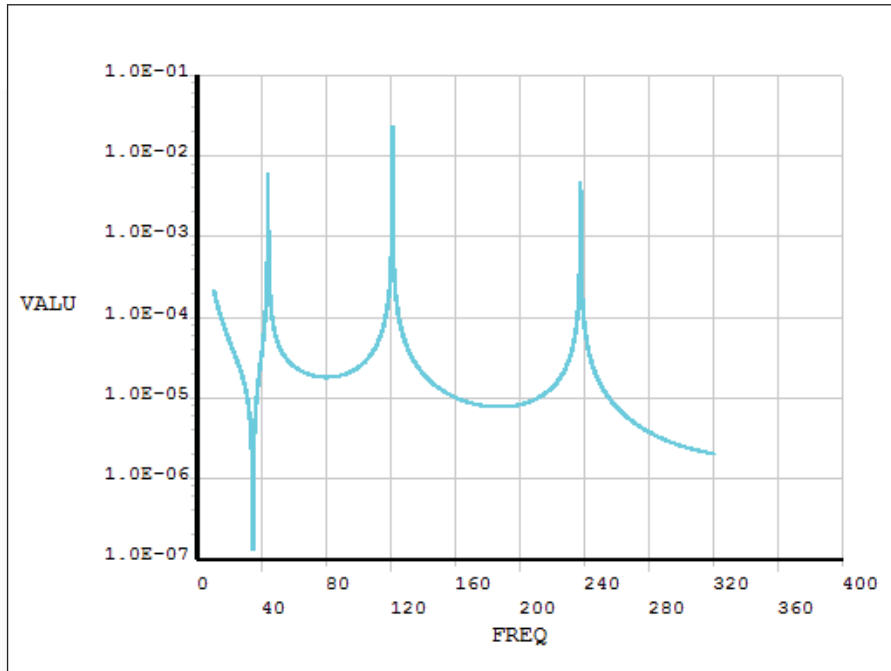
Frequência	Valor
1ª Frequência Natural	43.76 [Hz]
2ª Frequência Natural	120.88 [Hz]
3ª Frequência Natural	237.64 [Hz]

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Obtidos os parâmetros modais da estrutura, passou-se para a fase de simulações das funções de resposta em frequência para cada ponto da viga a partir da análise harmônica. Para isso, foi utilizando uma força unitária variando na faixa de 0 a 300 Hz, com incrementos de 0.01Hz.

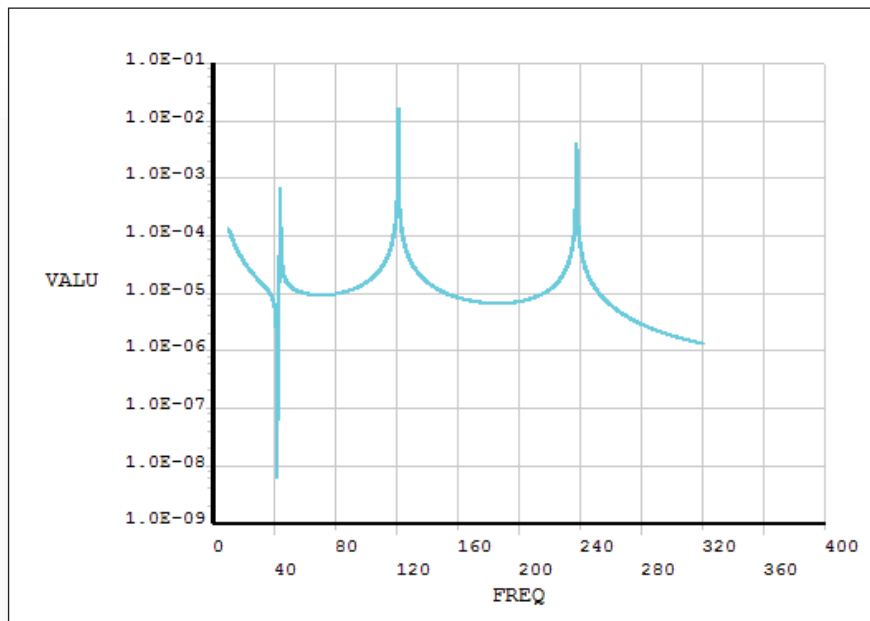
As figuras (26 a 30) mostram as funções de resposta em frequência simuladas para os pontos onde foi colocado o sensor piezolétrico. Na simulação, a saída do sinal do sensor piezolétrico foi obtida no ponto central do mesmo e a excitação foi no ponto 4.

Figura 26 – FRF simulada para o primeiro sensor PVDF com a excitação no ponto 4.



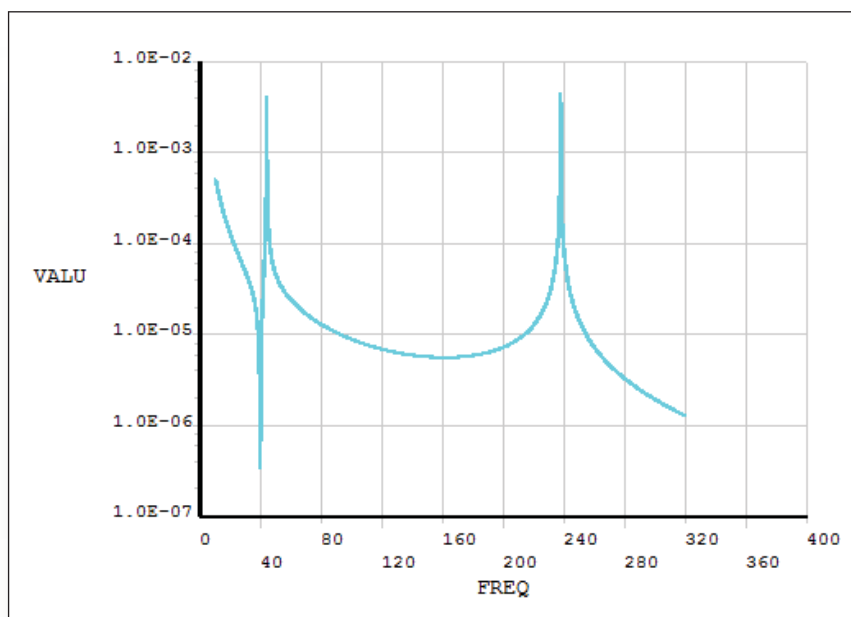
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 27 – FRF simulada para o segundo sensor PVDF com a excitação no ponto 4.



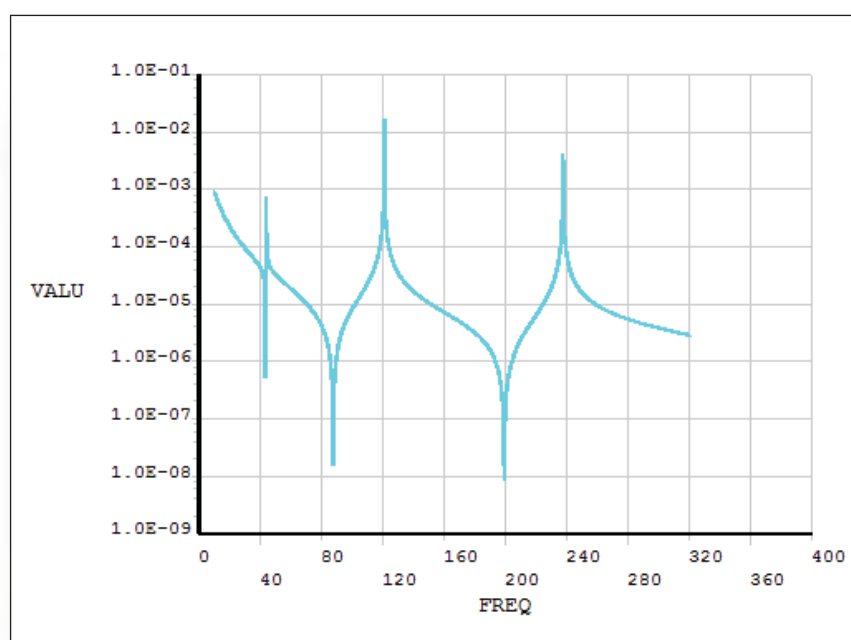
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 28 – FRF simulada para o terceiro sensor PVDF com a excitação no ponto 4.



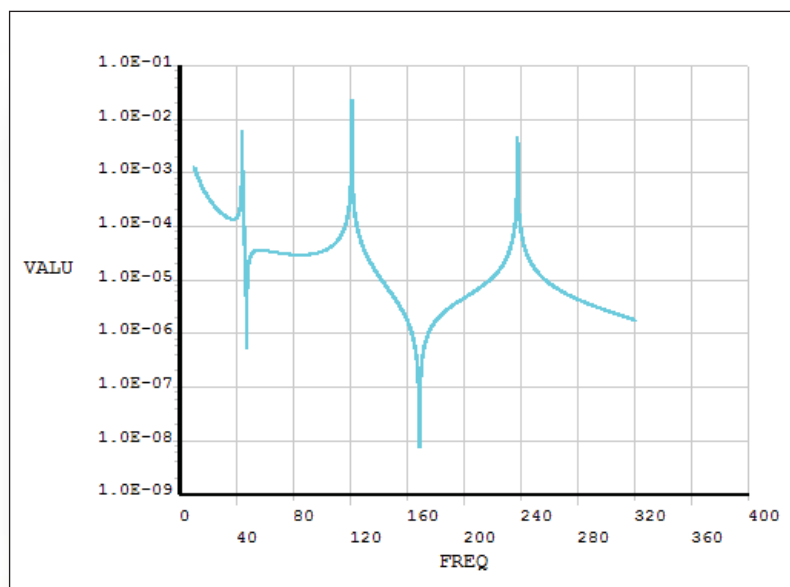
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 29 – FRF simulada para o quarto sensor PVDF com a excitação no ponto 4.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 30 – FRF simulada para o quinto sensor PVDF com a excitação no ponto 4.

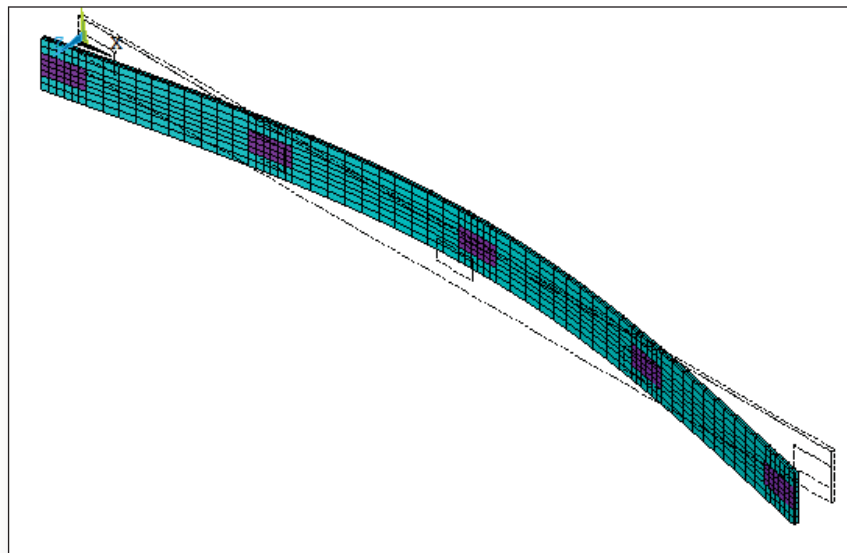


Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

A FRF do gráfico da figura (29) mostra todas as anti-ressonâncias do modelo na faixa de freqüência analisada, caracterizando assim o comportamento típico do chamando "*drive point*". Esse comportamento está condizente com a realidade, pois neste ponto está localizado o atuador da estrutura.

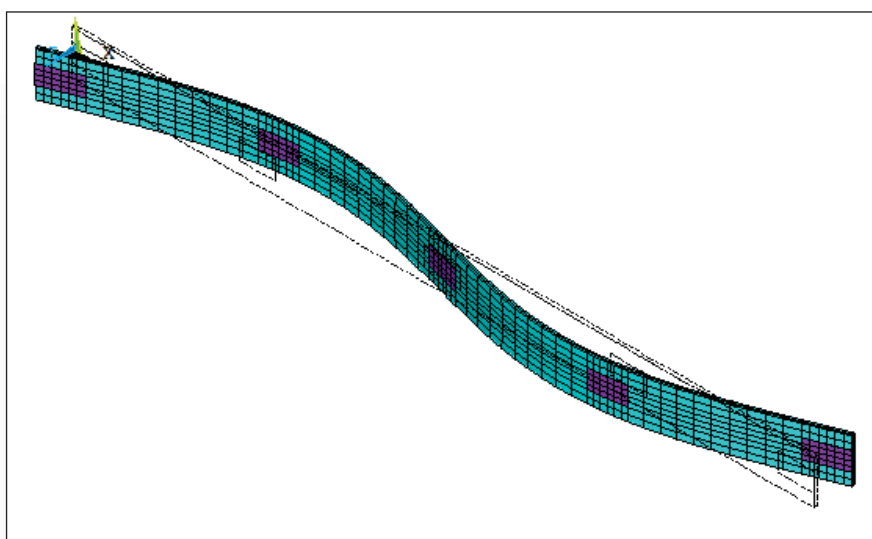
As figuras (31 a 33) mostram os modos de vibrar em deslocamento (simulados) para as respectivas freqüências naturais da estrutura.

Figura 31 – 1º Modo de Vibrar determinado utilizando o modelo de elementos finitos
(Frequência de 43.76 Hz).



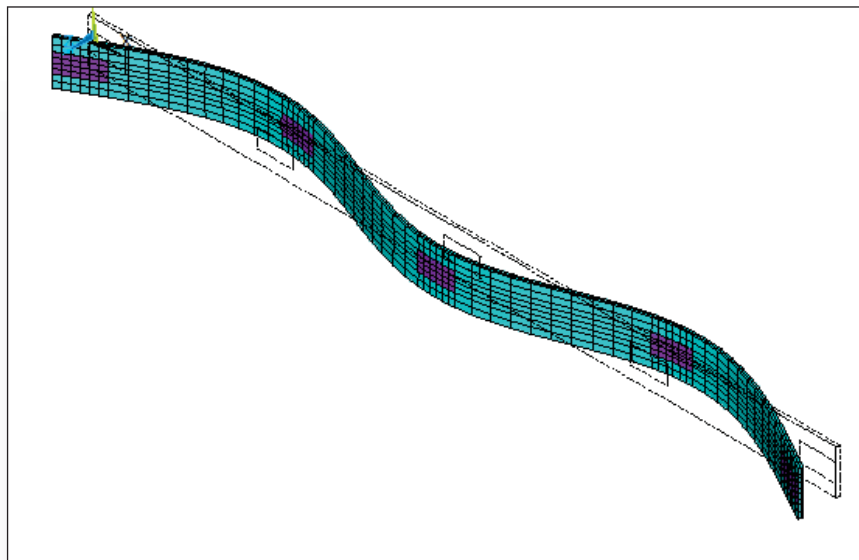
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 32 – 2º Modo de Vibrar determinado através do modelo de elementos finitos
(Frequência de 120.88 Hz).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

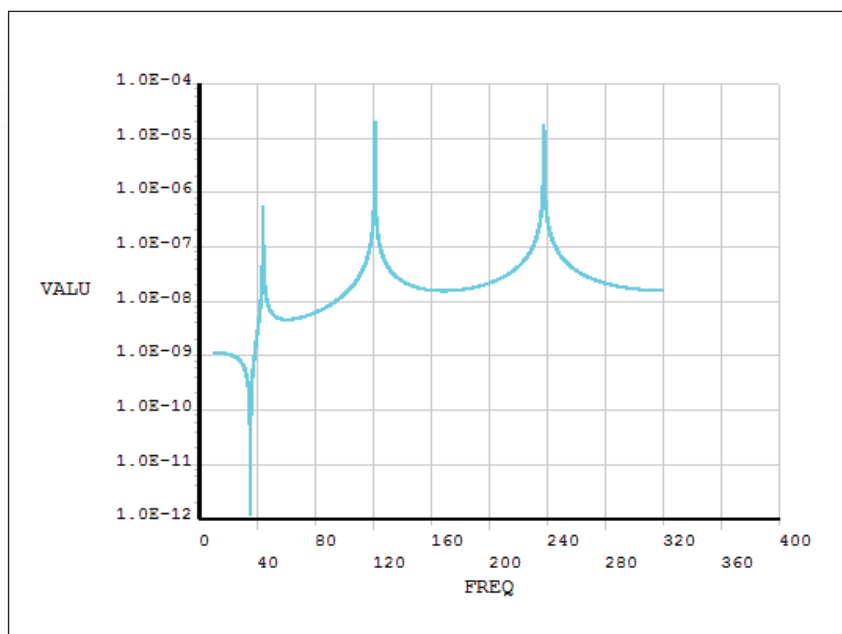
Figura 33 – 3º Modo de vibrar determinado através do modelo de elementos finitos
(Frequência de 237.64 Hz).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

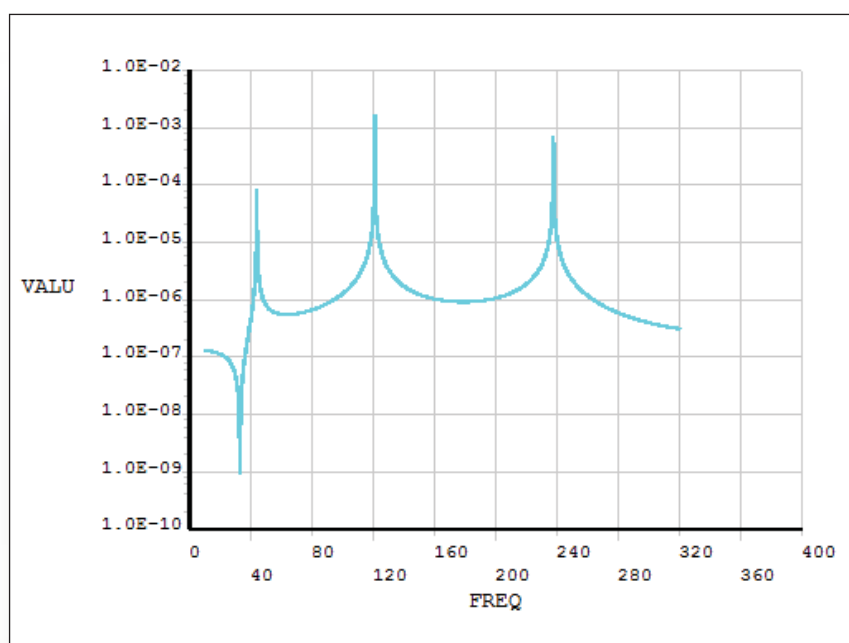
Na análise, as funções de respostas em frequência foram também simuladas em termos de deformação. As Fig.(34 a 38) mostram as FRF(s) obtidas para os 5 sensores PVDF(s) com a excitação na posição 4.

Figura 34 – FRF com sinal da deformação para o primeiro sensor com excitação no ponto 4.



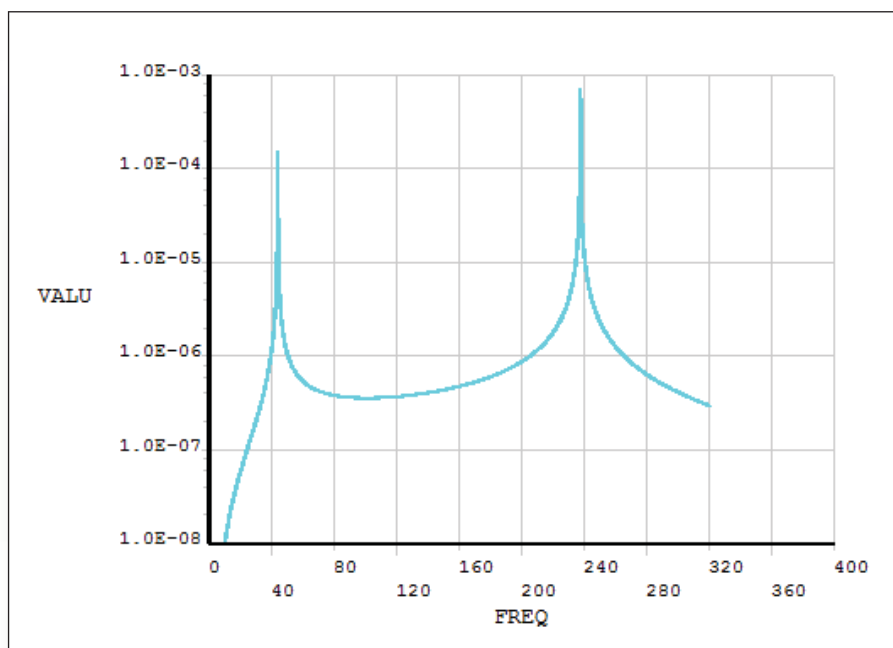
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 35 – FRF com sinal da deformação para o segundo sensor com excitação no ponto 4.



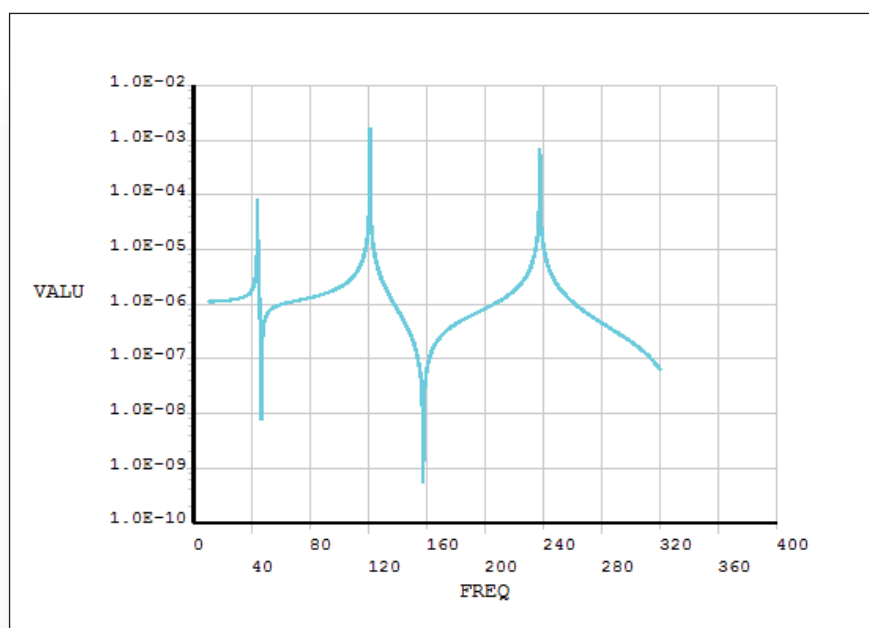
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 36 – FRF com sinal da deformação para o terceiro sensor com excitação no ponto 4.



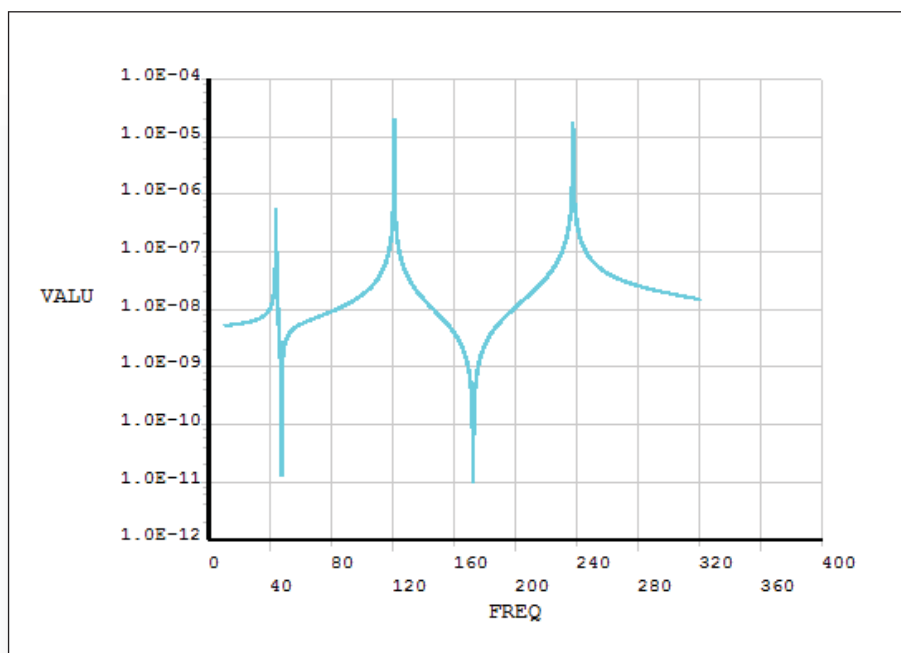
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 37 – FRF com sinal da deformação para o quarto sensor com excitação no ponto 4.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 38 – FRF com sinal da deformação para o quinto sensor com excitação no ponto 4.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Os valores de respostas obtidos nas simulações e aqui apresentados são utilizados apenas como referência para orientação de testes experimentais.

6.2 Análise Modal Experimental Utilizando Acelerômetro e Martelo de Impacto

Para a caracterização dos parâmetros modais da viga foi utilizada a análise modal tradicional utilizando como sensor um acelerômetro e como atuador um martelo de impacto.

A Tab.(7) mostra o modelo de cada equipamento utilizado.

Tabela 7 – Equipamentos utilizados na análise modal convencional.

Equipamento	Modelo	Sensibilidade
Martelo de Impacto PCB	086C04	1.13 mV/N
Acelerômetro PCB	352C22	0.968 mV/(m/s ²)
Célula de Carga PCB	208C02	10.58 mV/N
Condicionador PCB	480E09	Gain 10

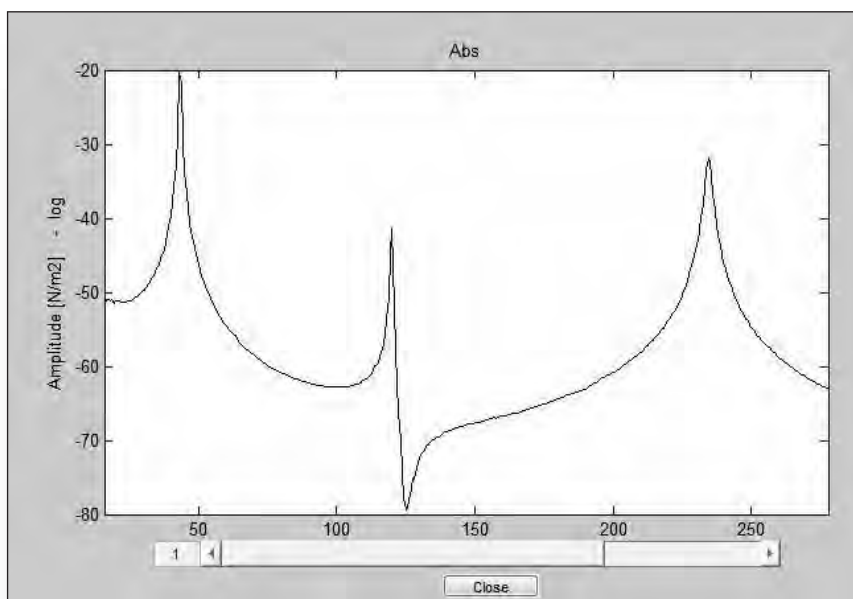
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

O sistema de aquisição utilizado para as medições foi o *SignalCalc ACE* utilizando dois canais de aquisição de dados. Um canal conectado ao martelo de impacto e seu respectivo condicionador e o outro canal conectado ao acelerômetro e seu respectivo condicionador. A viga foi ensaiada na condição *livre-livre*, suportada por dois elásticos nas suas extremidades visando minimizar influências externas na medida da frequência e permitir o movimento da condição *livre-livre*, fig.(22):

A estimativa dos parâmetros modais do modelo a partir das FRF(s) medidas foram feitas utilizando o software OEMA (Operational and Experimental Modal Analysis). O software OEMA importa os dados do sistema de aquisição *SignalCalc ACE* e utiliza tanto o método de Ibrahim como mínimos quadrados no domínio da frequência (LSFD) para estimar os parâmetros modais da viga. O software inclui várias interfaces gráficas que permite construir a geometria da estrutura, definir os pontos de medição, visualizar os modos e respectivos valores de frequências e razão de amortecimento. Adicionalmente, inclui ainda um módulo para análise modal com base apenas nas respostas utilizando o algoritmo IES (Identificação Estocástica de Subespaço)

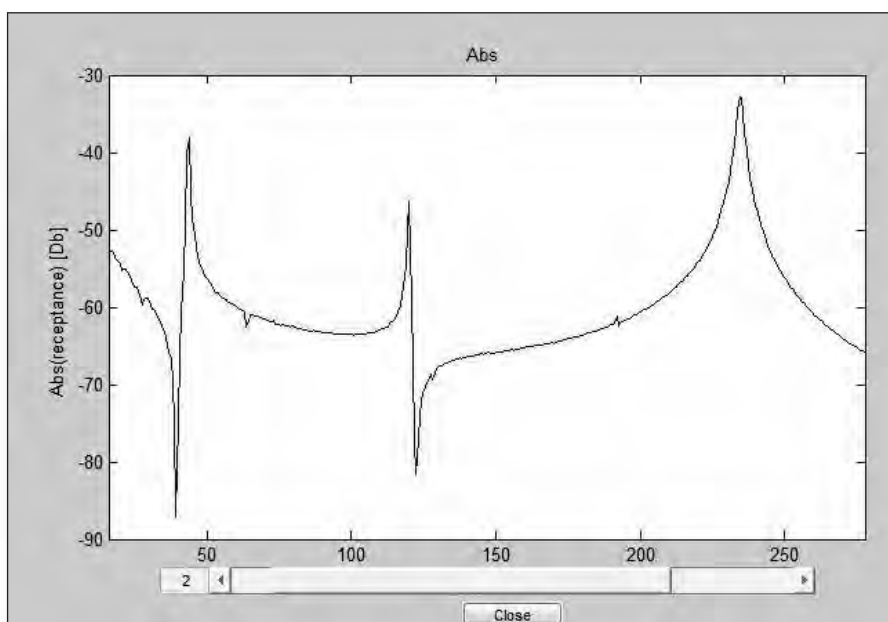
As fig. (39 - 43) mostram as funções de resposta em frequência para o caso martelo de impacto e acelerômetro para os pontos de medição de 1 a 5.

Figura 39 – FRF para o ponto 01 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).



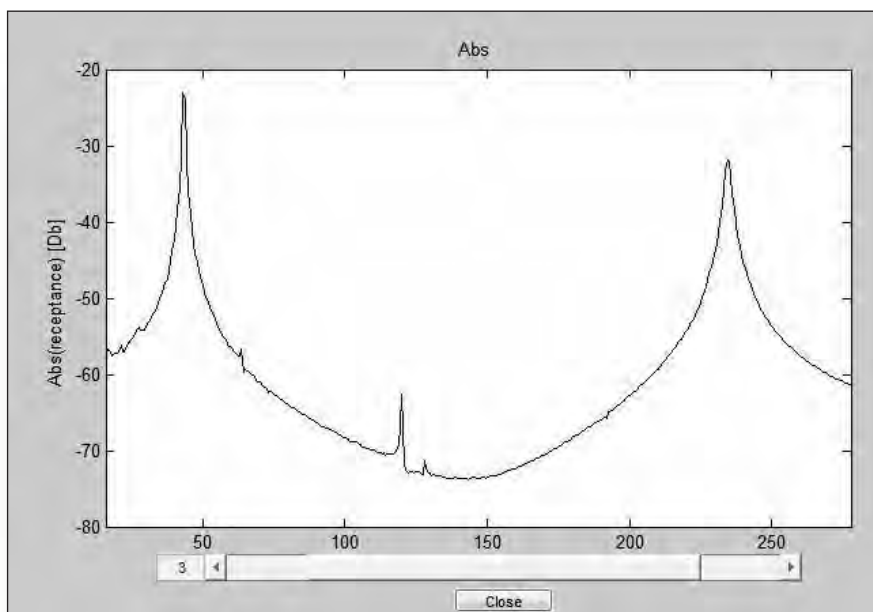
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 40 – FRF para o ponto 02 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).



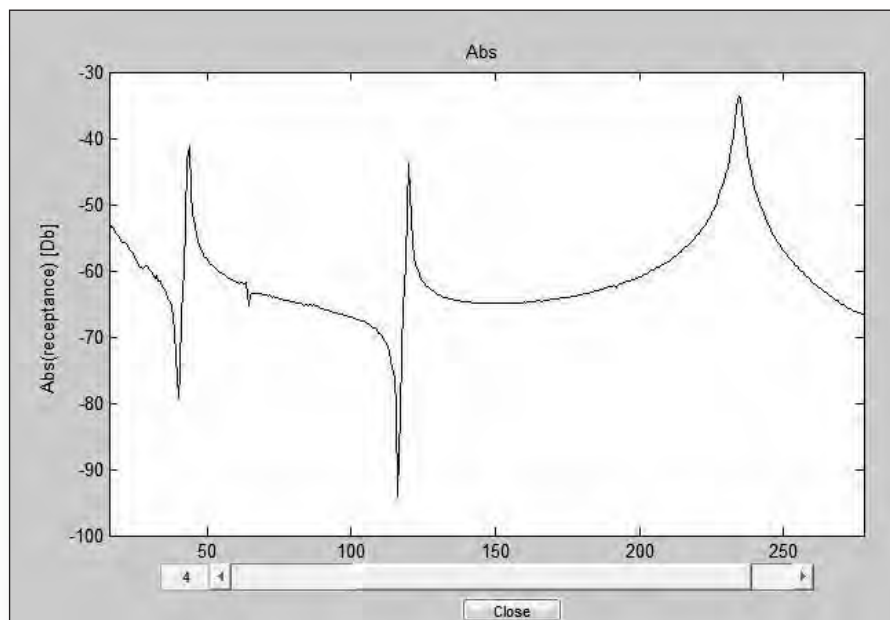
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 41 – FRF para o ponto 03 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).



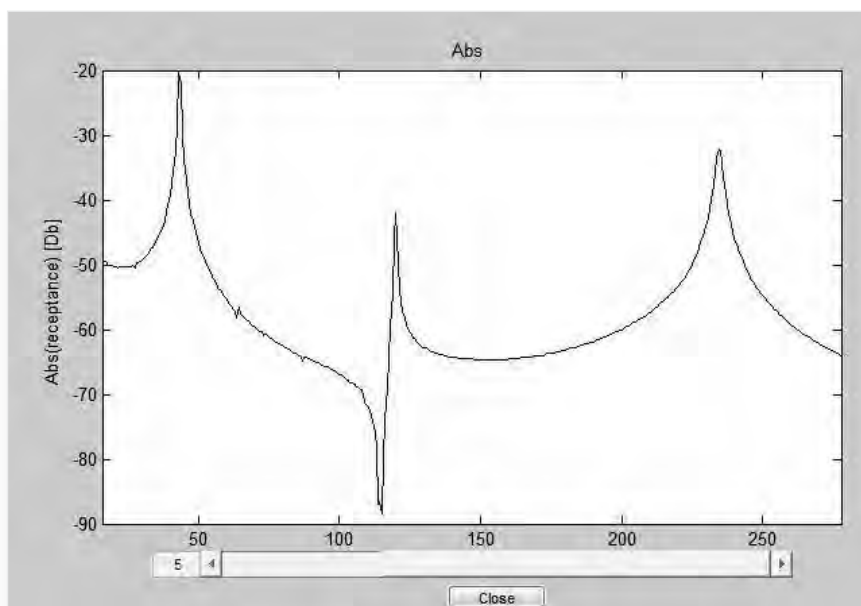
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 42 – FRF para o ponto 04 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 43 – FRF para o ponto 05 (caso Martelo de Impacto e Acelerômetro).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

A tabela (8) abaixo mostra os valores obtidos de frequências naturais e amortecimentos calculados para a viga:

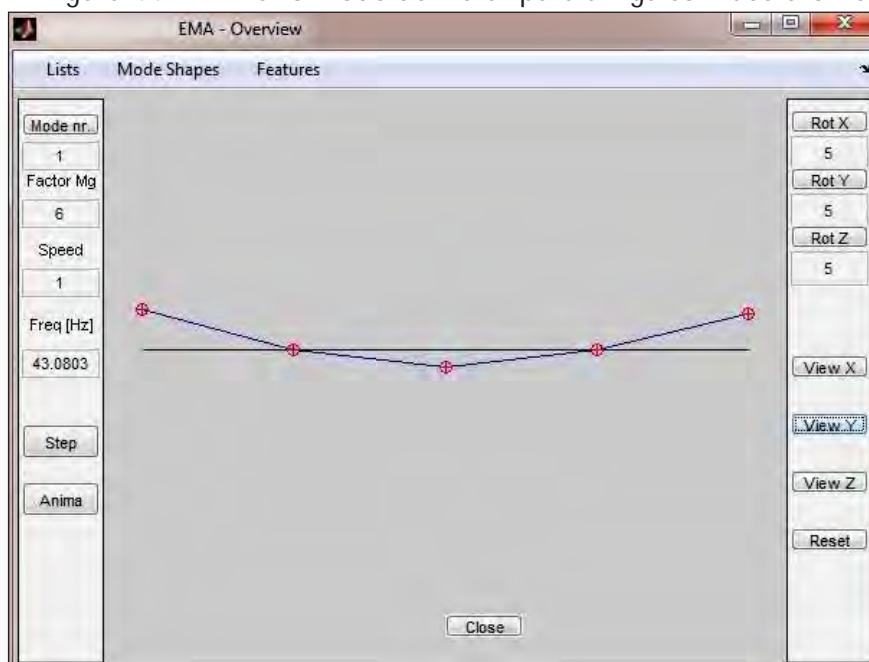
Tabela 8 – Frequências Naturais e Fatores de Amortecimento obtidos para a condição martelo de impacto e acelerômetro.

Modos	Freq. Naturais [Hz]	Amortecimentos
1º Modo	43.08	0.01945
2º Modo	119.78	0.00243
3º Modo	234.90	0.00437

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

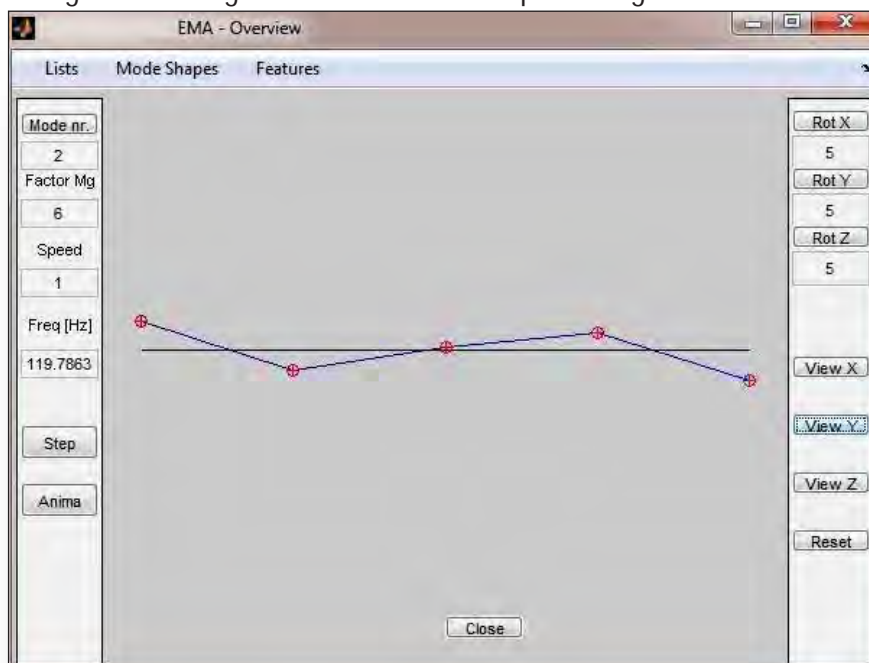
Com base nas funções de resposta em frequência para cada um dos pontos onde estão instalados os sensores, foram estimados os modos de vibrar da viga. As Fig. (44 a 46) mostram os três primeiros modos obtidos.

Figura 44 – Primeiro modo de vibrar para a viga com acelerômetro.



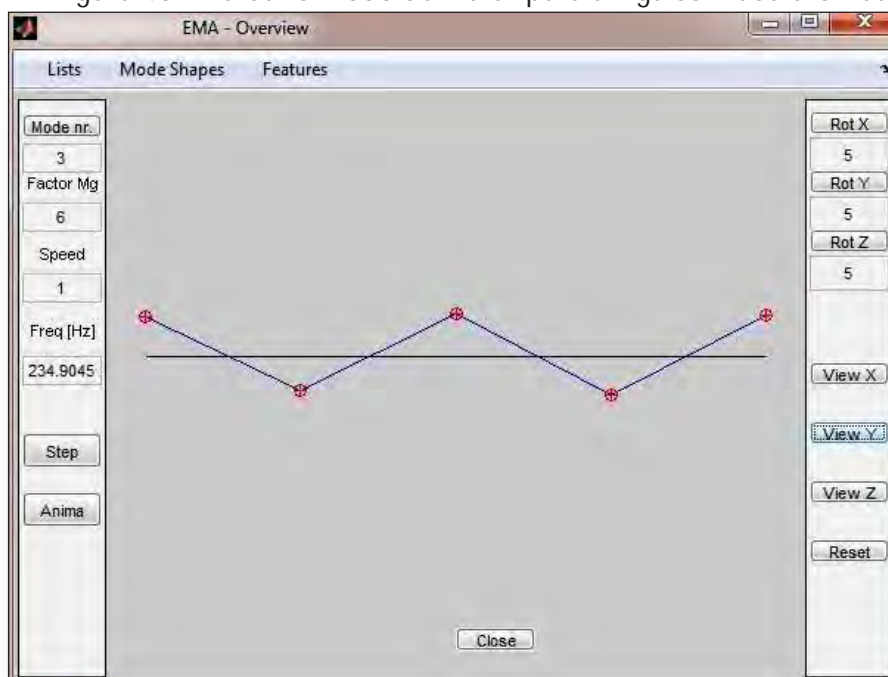
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 45 – Segundo modo de vibrar para a viga com acelerômetro.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 46 – Terceiro modo de vibrar para a viga com acelerômetro.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Os modos apresentados nas figuras acima foram medidos em deslocamento. A partir do próximo item (6.3) os modos de vibrar serão apresentados em deformação, pois os valores medidos referem-se a diferença de inclinação entre as extremidades dos sensores em cada ponto de medição.

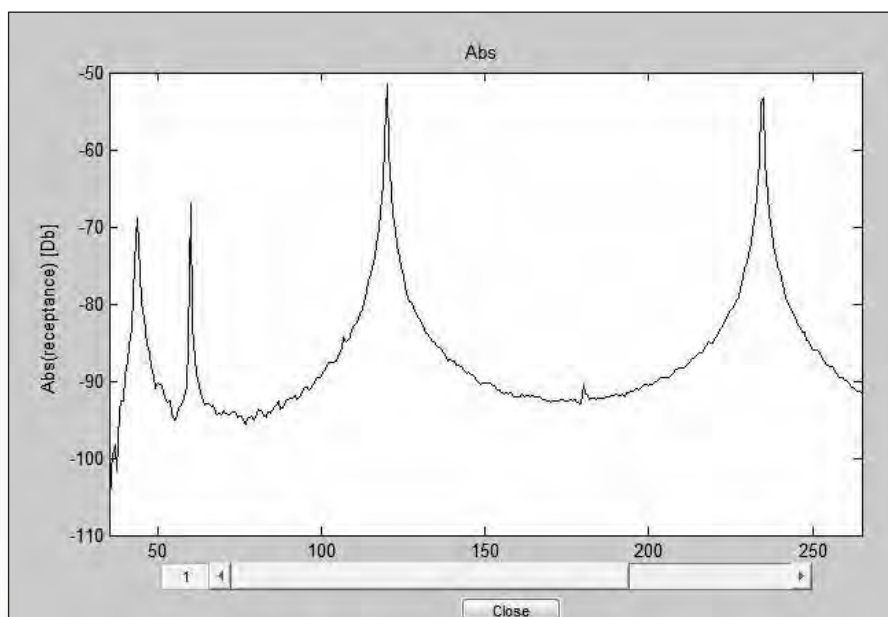
6.3 Análise Modal Experimental da Viga utilizando Martelo de Impacto e Sensores PVDF(s).

A análise modal experimental busca avaliar o comportamento dinâmico do sistema a partir da obtenção da função de transferência, que relaciona a o valor da excitação (entrada) do sistema e o valor de sua resposta (saída).

Os resultados apresentados a seguir referem-se ao caso em que o atuador é um martelo de impacto e o sensor é do tipo PVDF. Os valores obtidos para o sensor PVDF devem ser entendidos como deformação da viga no ponto onde o sensor está fixado. Neste teste o sistema de aquisição utilizado foi o *SignalCalc ACE* e os dados foram utilizados para alimentar o software OEMA, conforme discutido no item (6.2).

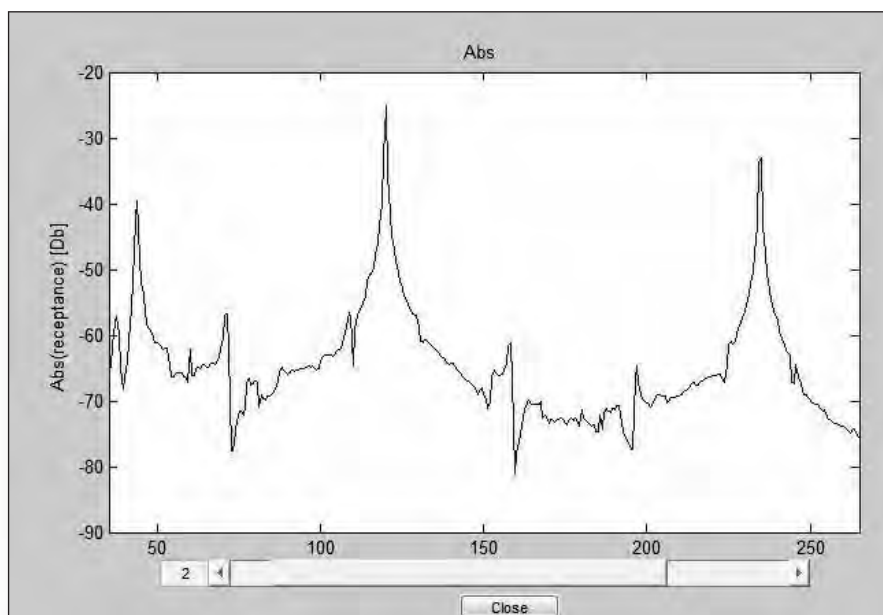
As FRF(s) neste caso foram obtidas utilizando um martelo de impacto e sensores PVDF. As figuras (47 - 51) mostram as curvas obtidas para cada sensor, sendo que o atuador (martelo de impacto) está fixado no ponto 4.

Figura 47 – Função de resposta em frequência para o primeiro sensor PVDF(s).



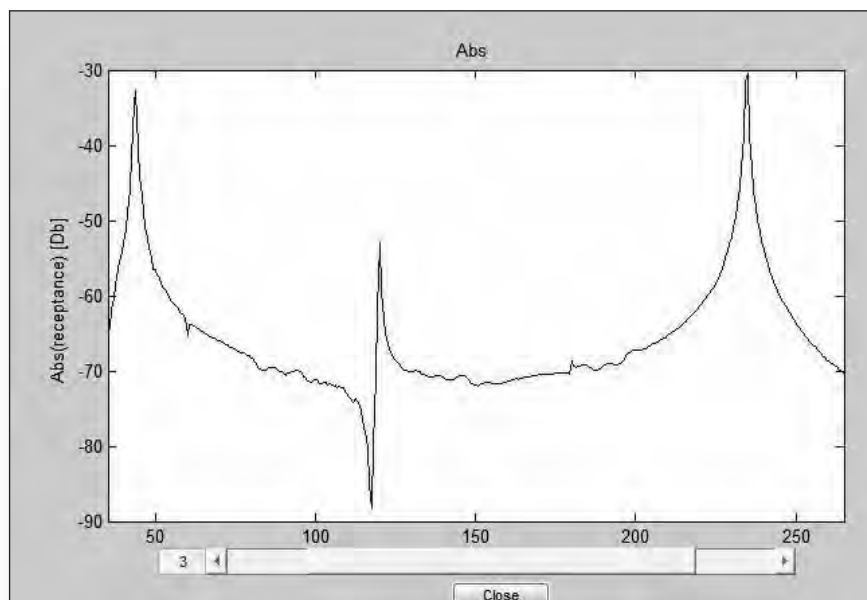
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 48 – Função de resposta em frequência para o segundo sensor PVDF(s).



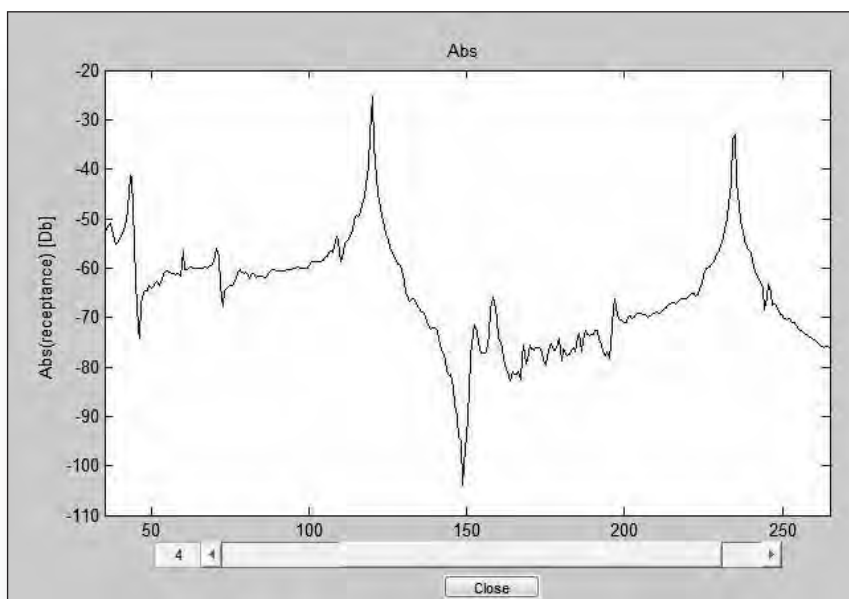
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 49 – Função de resposta em frequência para o terceiro sensor PVDF(s).



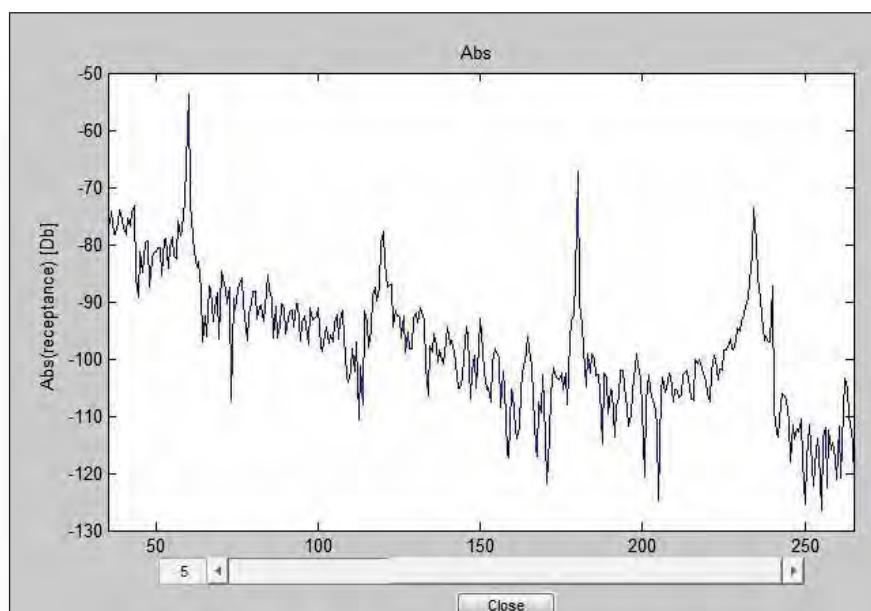
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor

Figura 50 – Função de resposta em frequência para o quarto sensor PVDF(s).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 51 – Função de resposta em frequência para o quinto sensor PVDF(s).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

A tabela (9) apresenta os valores de freqüências naturais e fatores de amortecimento que foram obtidos nos testes experimentais.

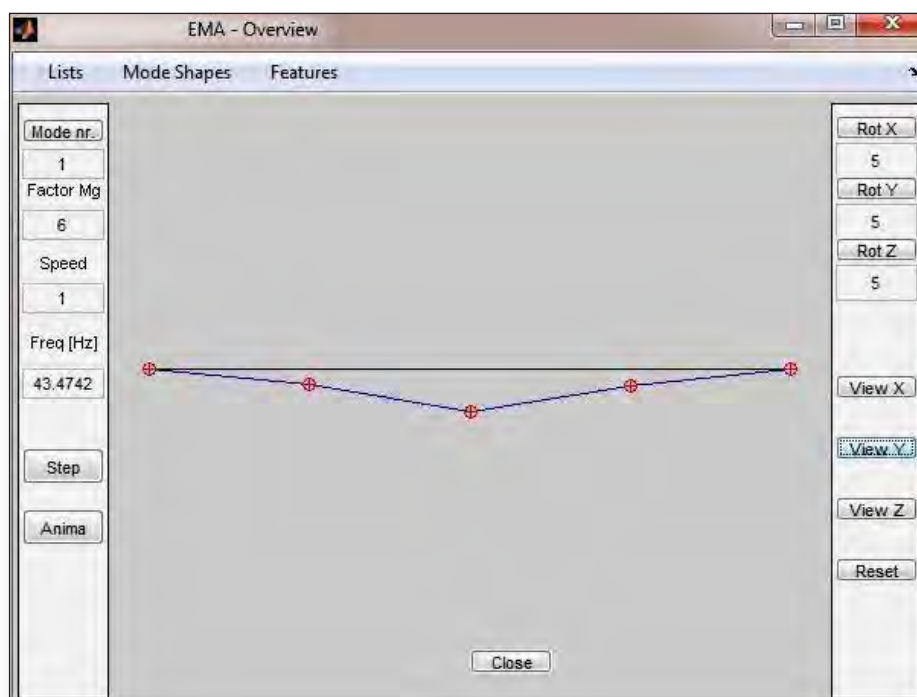
Tabela 9 – Freqüências Naturais e Amortecimento para o caso Martelo de Impacto e sensor PVDF.

Modos	Freq. Naturais [Hz]	Amortecimentos
1º Modo	43.47	0.0081
2º Modo	119.91	0.0018
3º Modo	234.71	0.0011

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

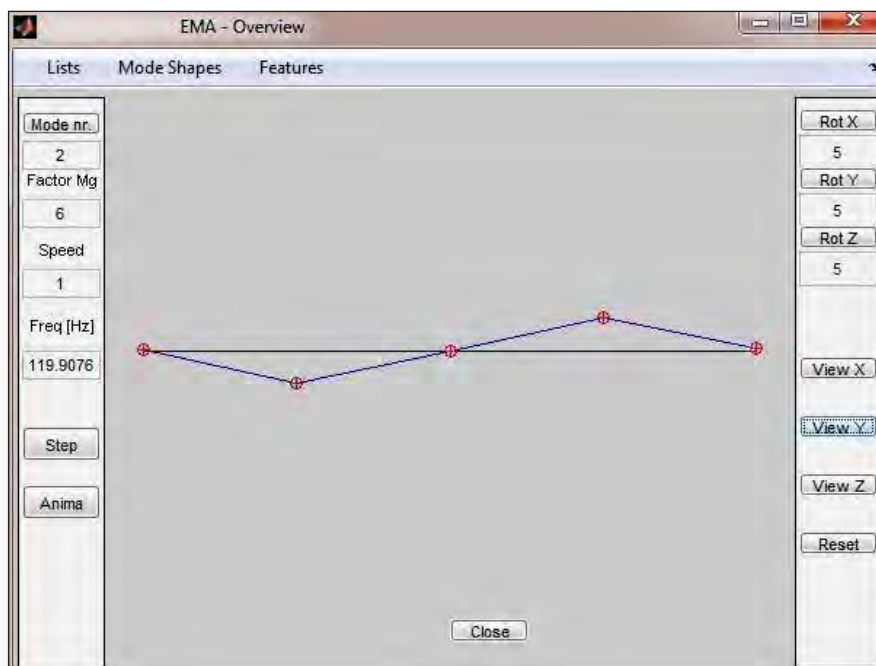
As figuras (52 - 54) mostram os três primeiros modos de vibrar da viga. É importante notar que as formas dos modos de vibrar em deformação são diferentes das apresentadas em deslocamento, conforme ilustrado nas fig. (15 e 17).

Figura 52 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso martelo de impacto e sensor PVDF.



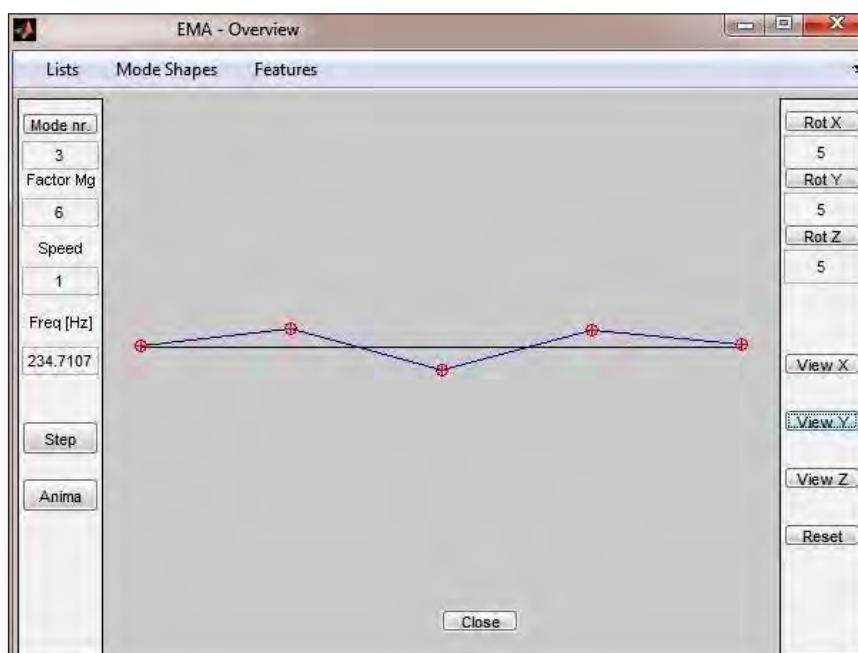
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 53 – Segundo modo de vibrar (em deformação) para o caso martelo de impacto e sensor PVDF.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 54 – Terceiro modo de vibrar (em deformação) para o caso martelo de impacto e sensor PVDF.



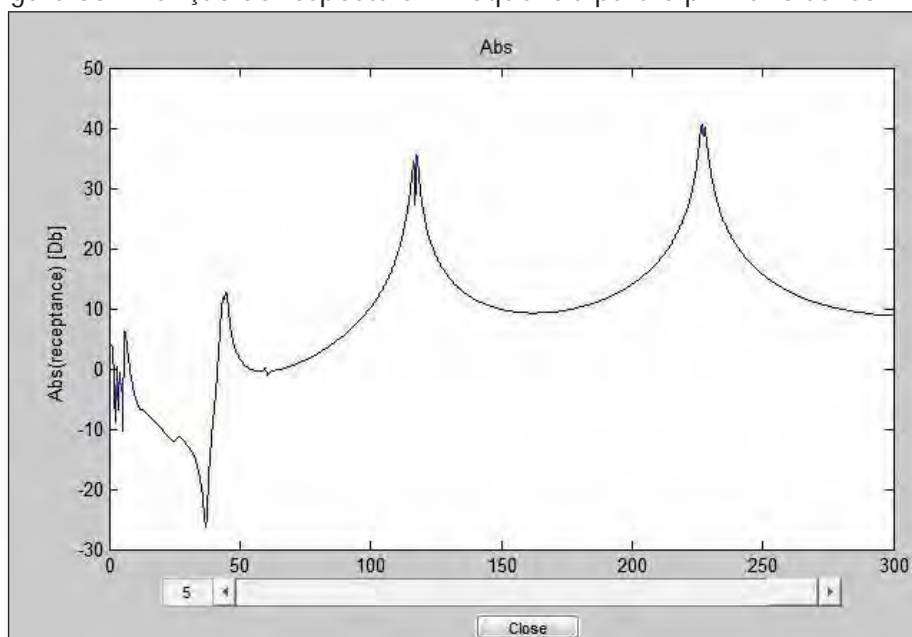
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

As formas dos modos estimados são semelhantes com as formas dos modos teóricos mostrados na figura (17).

6.4 Análise Modal Experimental da Viga utilizando Shaker Eletromecânico e Sensores PVDF(s).

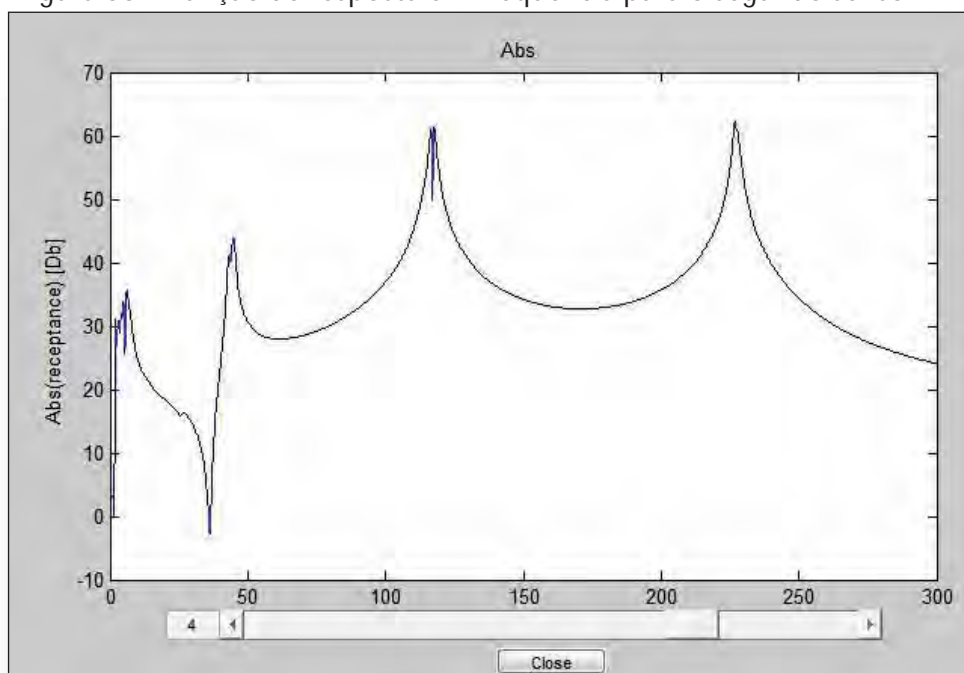
Existem outros dispositivos atuadores que podem ser utilizados na análise modal experimental com o intuito de obter-se as funções de transferência, relacionando o sinal de entrada com o de saída da estrutura. Neste caso, o sensor continuou sendo do tipo PVDF e o atuador é um shaker eletromecânico. Para caracterizar uma excitação aleatória foi utilizado um sinal de excitação do tipo ruído branco gaussiano (média zero). Os gráficos das figuras (55 a 59) mostram as FRF(s) obtidas nos diferentes sensores.

Figura 55 – Função de resposta em frequência para o primeiro sensor PVDF(s).



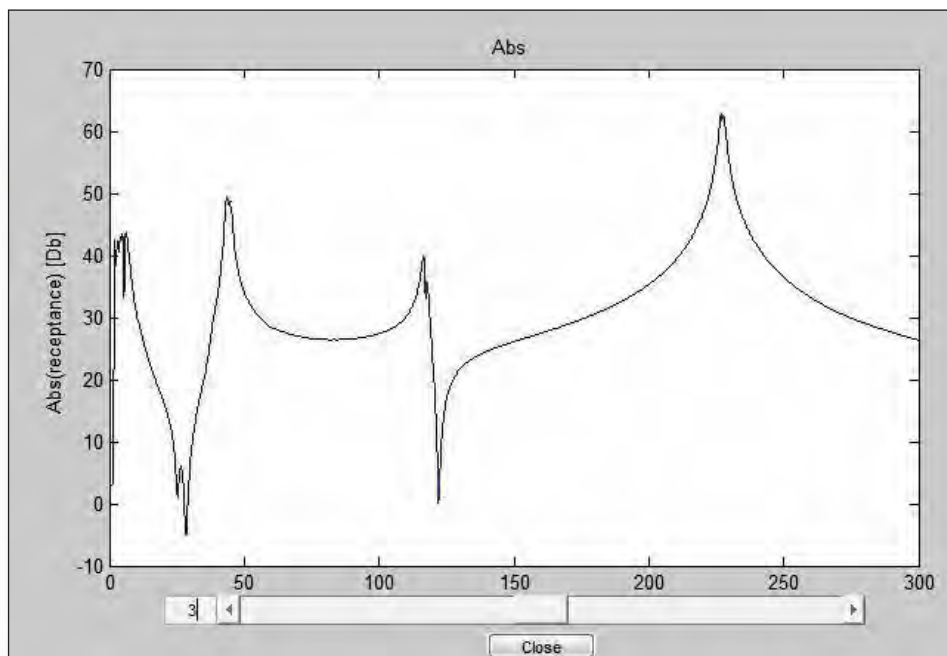
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 56 – Função de resposta em frequência para o segundo sensor PVDF(s).



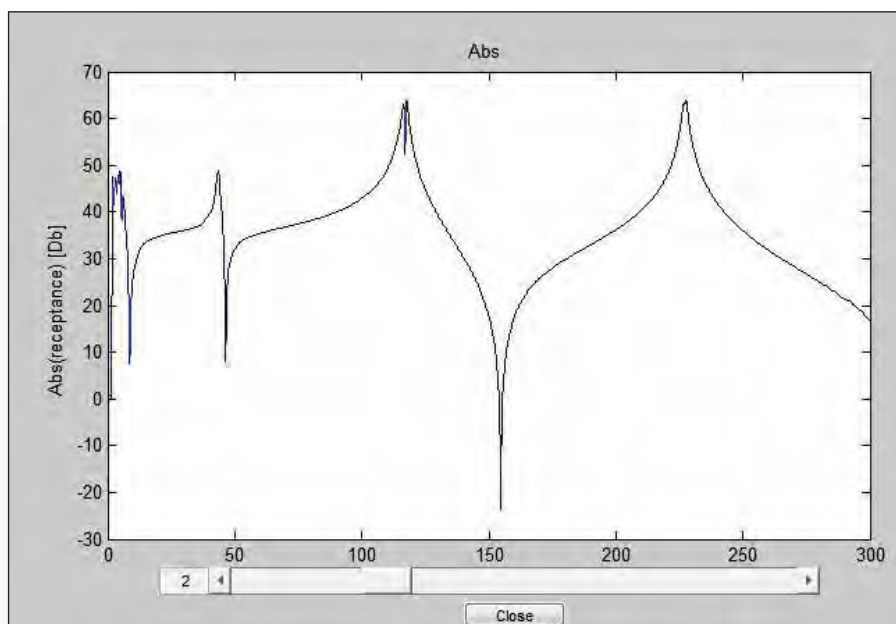
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 57 – Função de resposta em frequência para o terceiro sensor PVDF(s).



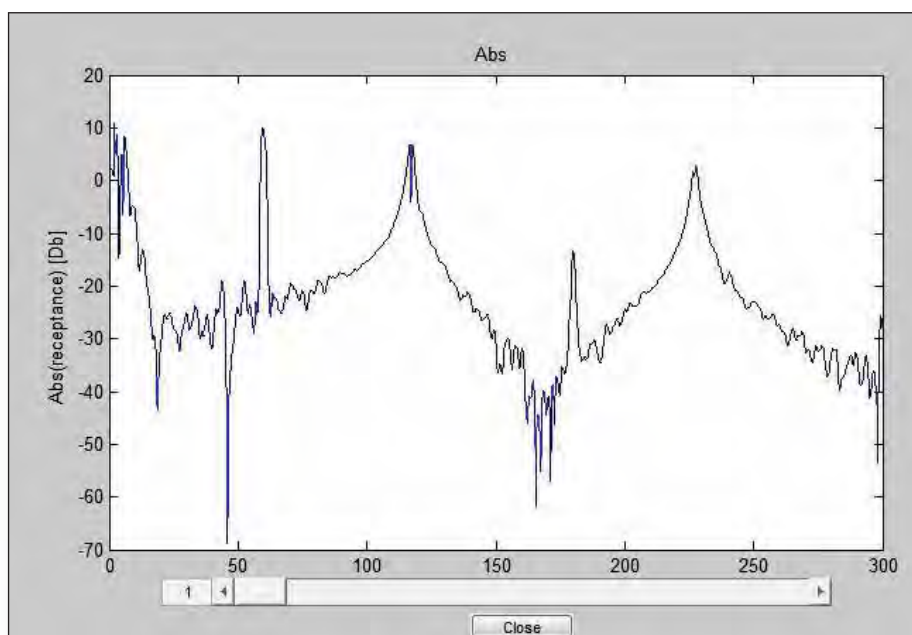
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 58 – Função de resposta em frequência para o quarto sensor PVDF(s).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 59 – Função de resposta em frequência para o quinto sensor PVDF(s).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

A Tabela (10) apresenta os valores das frequências naturais e fatores de amortecimentos obtidos para o caso da análise modal experimental.

Tabela 10 – Frequências Naturais e Amortecimento para o caso Shaker e sensor PVDF (Análise Modal Experimental).

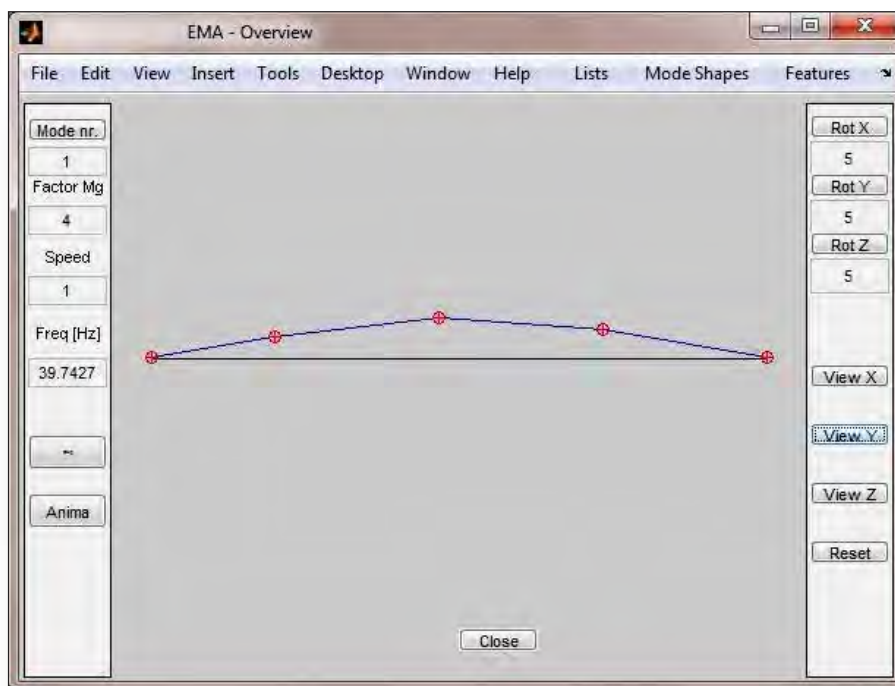
Modos	Freq. Naturais [Hz]	Amortecimentos
1º Modo	39.75	0.0092
2º Modo	117.03	0.0021
3º Modo	226.53	0.0084

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Deve-se notar que houve uma diferença em relação ao valor simulado quando foi utilizado o shaker acoplado à uma haste para excitação. Essa modificação pode ter ocorrido por conta do aumento da massa quando era feita a conexão *Viga-Haste-Shaker* e as frequências naturais da estrutura mudavam. Por essa razão foi inserido o último teste (subitem 6.6), onde ao invés de um shaker eletromecânico, foi utilizado um atuador do tipo PZT de alta potência e assim tentar verificar o comportamento da viga quando excitada pelo mesmo, com o mesmo tipo de sinal que foi gerado para alimentar o Shaker.

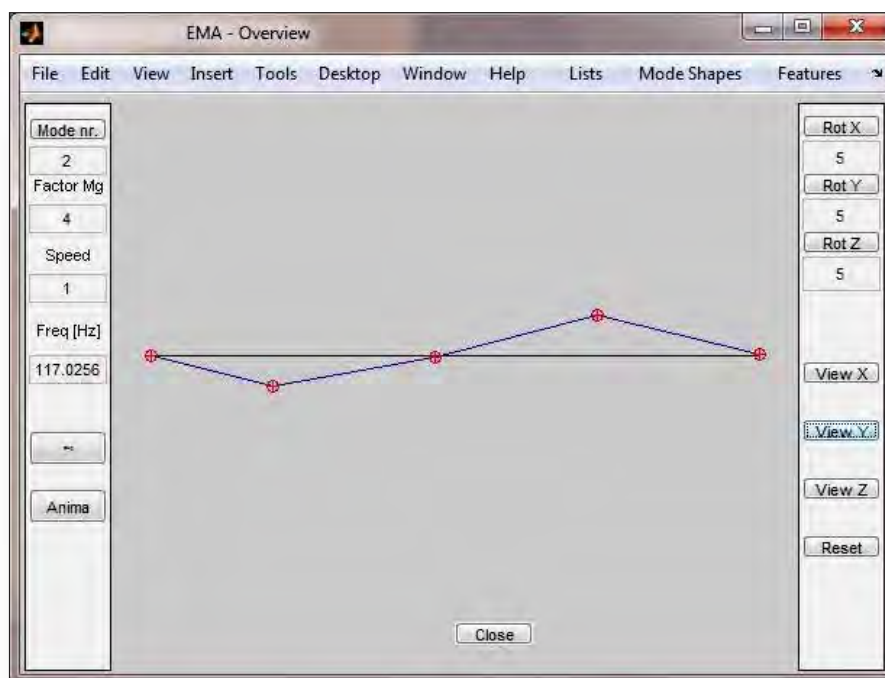
Os gráficos apresentam os modos nas fig.(60) a (62) mostram as FRF(s) obtidas nos diferentes pontos.

Figura 60 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso shaker e sensor PVDF.



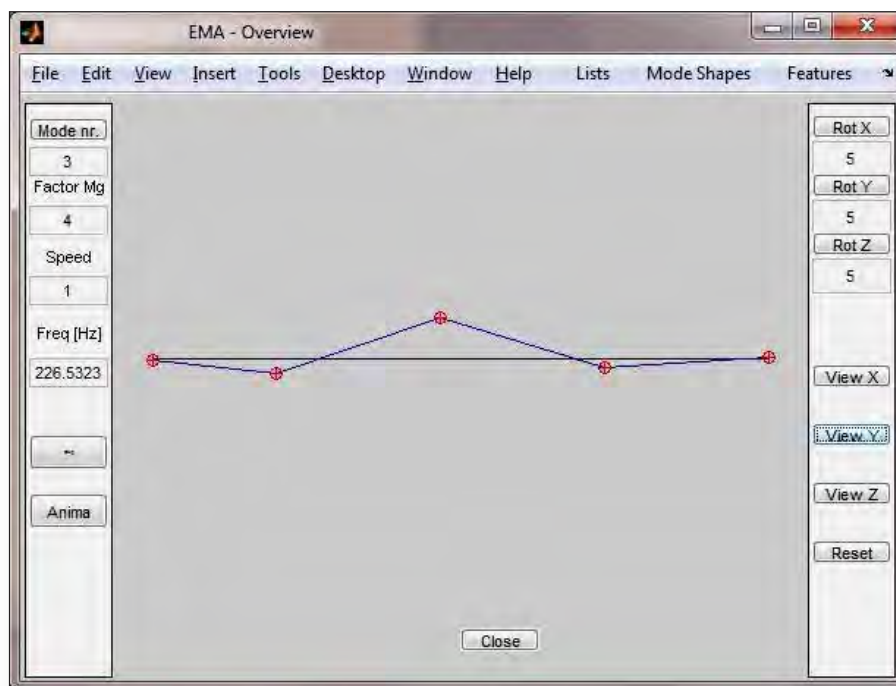
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 61 – Segundo modo de vibrar (em deformação) para o caso shaker e sensor PVDF.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 62 – Terceiro modo de vibrar (em deformação) para o caso shaker e sensor PVDF



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Verifica-se que as formas de vibrar para este caso (fig. 60 a 67) são semelhantes às apresentadas na fig. (18).

Como pode-se notar nos gráficos das funções de resposta em frequência onde o sensor utilizado foi o tipo PVDF, geralmente as curvas apresentam certa suavização, principalmente nas anti-ressonâncias, isso é devido ao fato de que o sensor PVDF não faz uma medida pontual e sim de uma área que está abaixo dele. Deve-se lembrar que o sensor PVDF, ou qualquer outro sensor do mesmo tipo mede a deformação referente à diferença de inclinação entre as extremidades dos sensores.

6.5 Análise Modal Utilizando apenas a Resposta

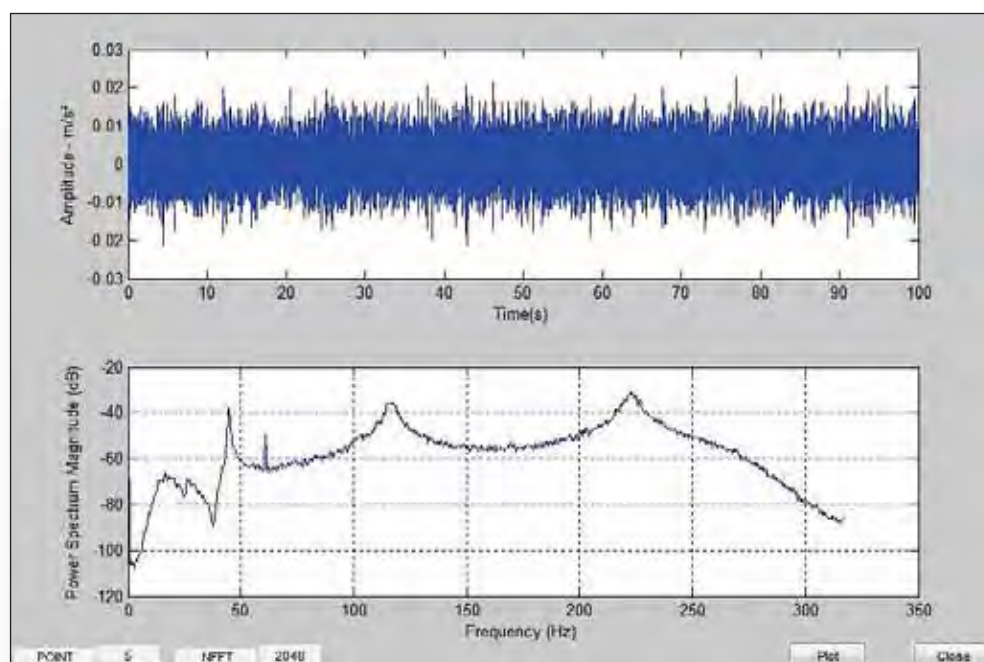
A análise modal com base apenas na resposta não é uma tarefa simples. Conforme a teoria apresentada no capítulo 3, as condições assumidas para a aplicação do método IES era que a excitação da estrutura tivesse características de uma força aleatória. Neste caso, foi utilizado como fonte de excitação um ruído branco gaussiano com média zero tentando

simular os efeitos de uma condição ambiente. As respostas foram medidas com sensores PVDF, exatamente como discutido no item (6.4). Com essa consideração é possível utilizar as equações apresentadas no item (3.3), fazer uma analogia com a Função de Resposta ao Impulso (FRI(s)) e obter os parâmetros modais da estrutura.

Um aspecto a ser observado é que os sensores utilizados neste caso são materiais piezelétricos e existe uma diferença importante nestes sensores visto que os mesmos não medem exatamente em um ponto e sim uma área onde está colado.

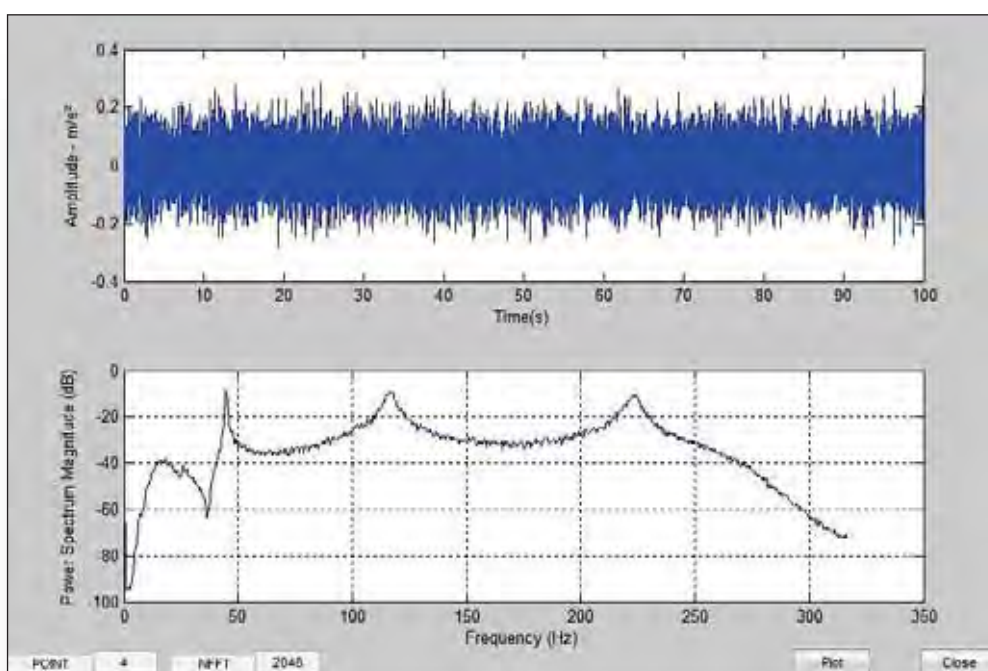
As figuras de (63 a 67) mostram as respostas medidas tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência para cada um dos sensores PVDF. A excitação da estrutura como em todos os outros testes foi no ponto 4. Entretanto, neste caso não foi medida a entrada do sinal na estrutura e os parâmetros foram estimados utilizando apenas as respostas do modelo. O software utilizado no processamento e extração dos parâmetros foi o OEMA, no módulo IES. As figuras (63 – 67) foram definidas a partir da interface gráfica do software.

Figura 63 – Função de resposta em frequência para o primeiro sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional.



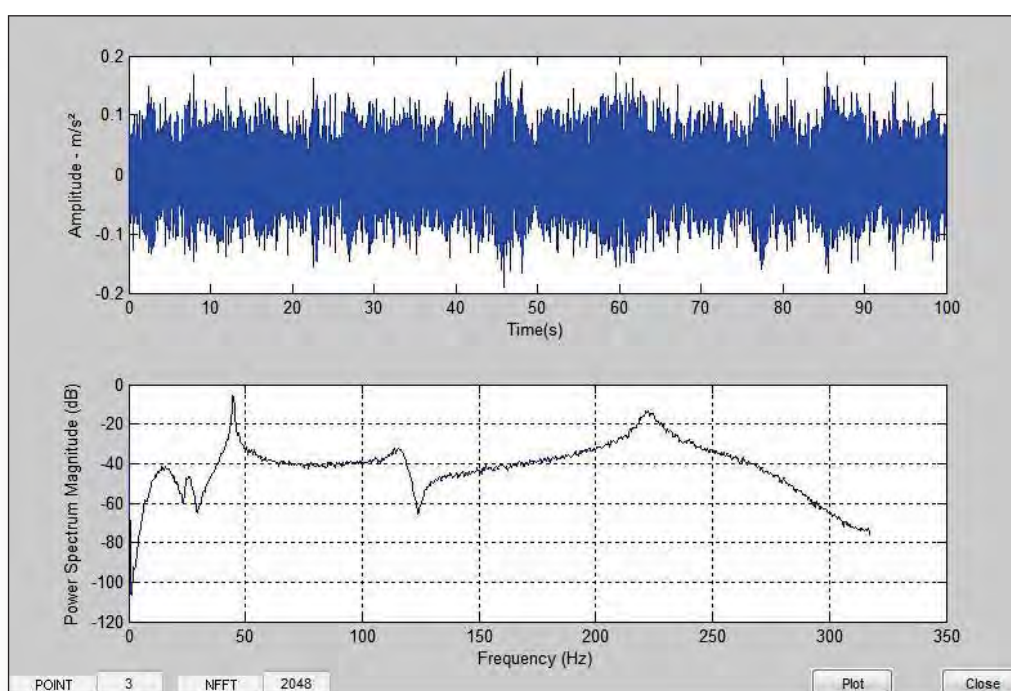
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 64 – Função de resposta em frequência para o segundo sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional



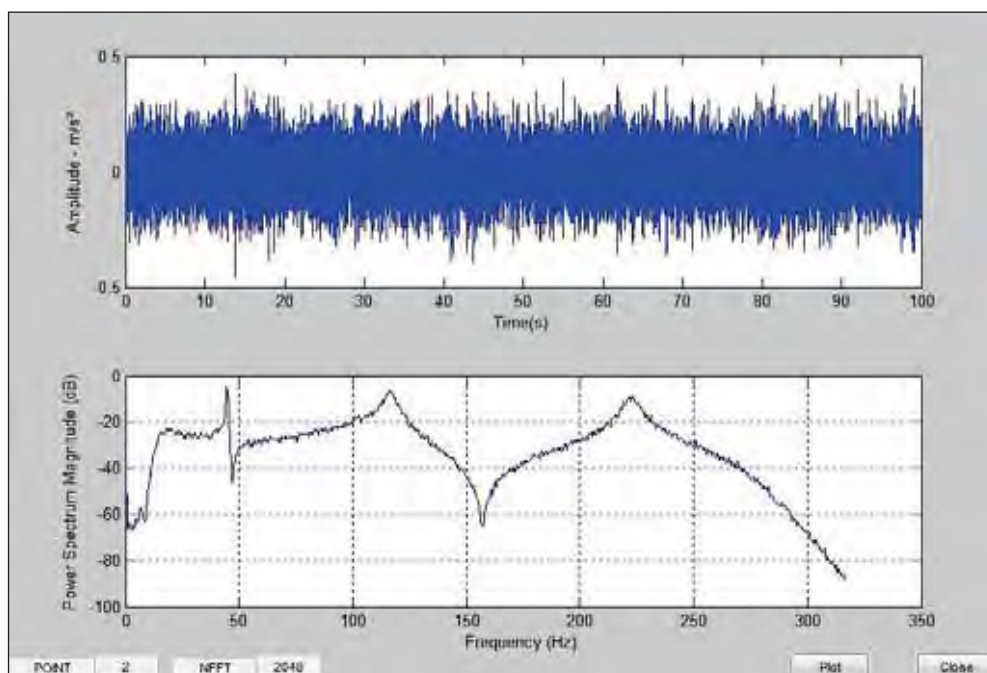
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 65 – Função de resposta em frequência para o terceiro sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional.



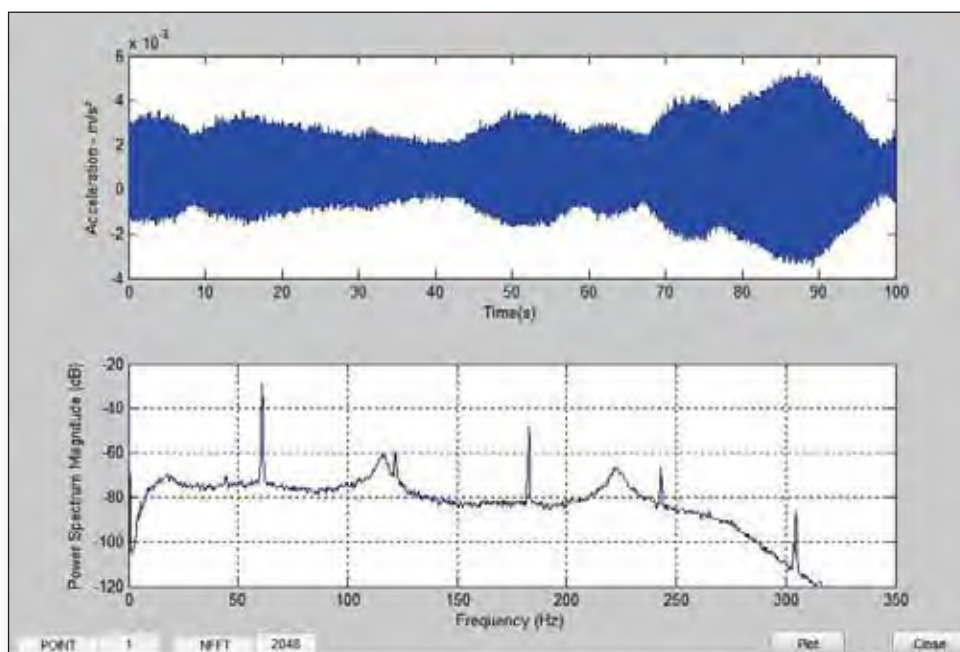
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 66 – Função de resposta em frequência para o quarto sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 67 – Função de resposta em frequência para o quinto sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

A tabela (11) apresenta os valores obtidos através do software OEMA, referentes a análise modal operacional utilizando apenas a resposta da estrutura como dado de entrada.

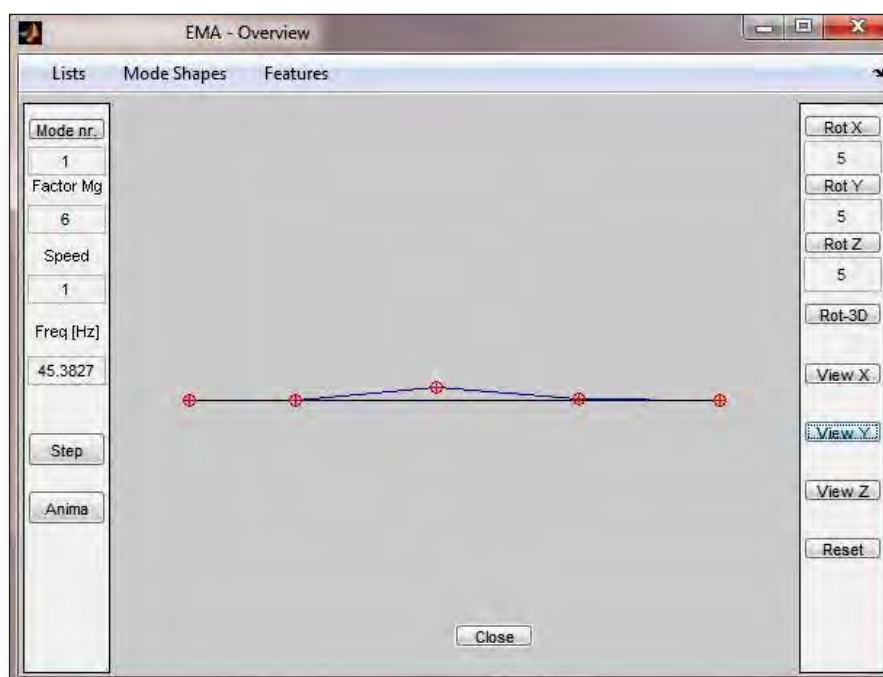
Tabela 11 – Frequências Naturais e Amortecimento para o caso Shaker Eletromecânico e sensor PVDF (Análise Modal Operacional).

Modos	Freq. Naturais [Hz]	Amortecimentos
1º Modo	45.38	0.0101
2º Modo	116.85	0.1318
3º Modo	224.35	0.0360

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

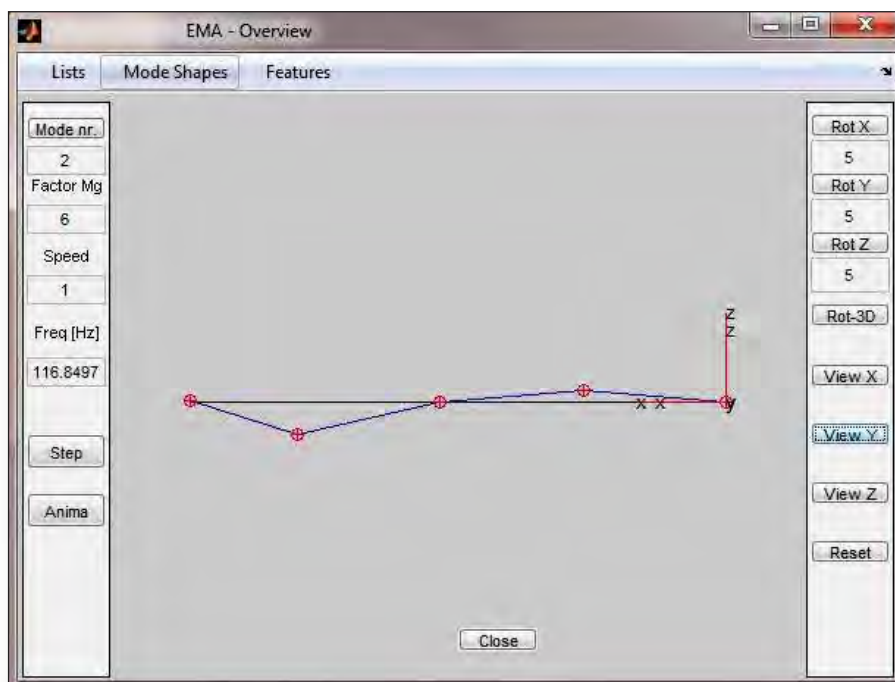
As figuras (68 – 70) mostram os modos estimados pelo software.

Figura 68 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso Shaker e sensor PVDF referente à análise modal operacional



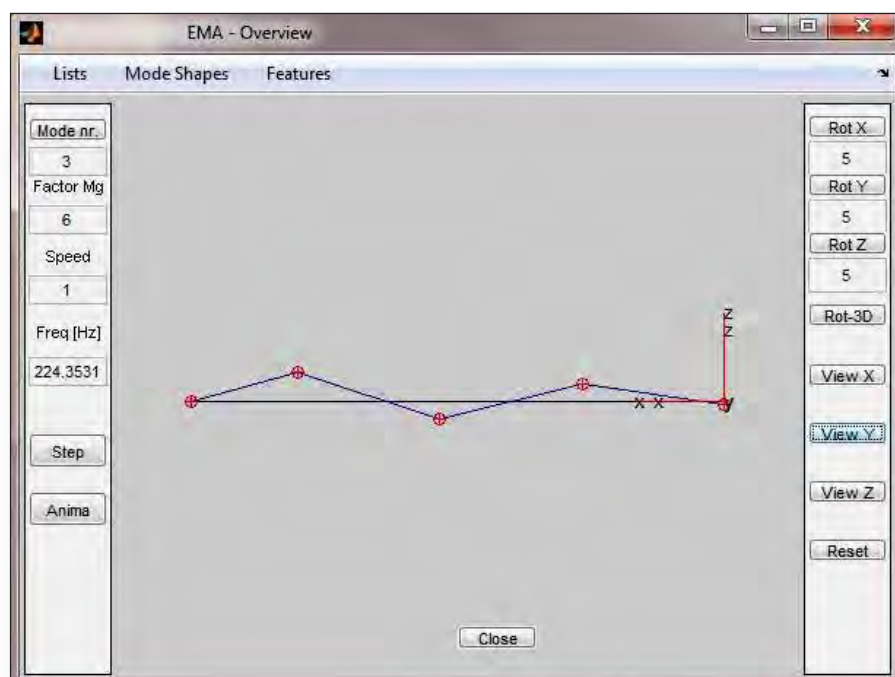
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 69 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso Shaker e sensor PVDF referente à análise modal operacional



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 70 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso Shaker e sensor PVDF referente à análise modal operacional



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Novamente, a forma dos modos de vibrar apresentados nas figuras (68 a 70) são semelhantes às aquelas apresentadas nas figuras (16 e 18).

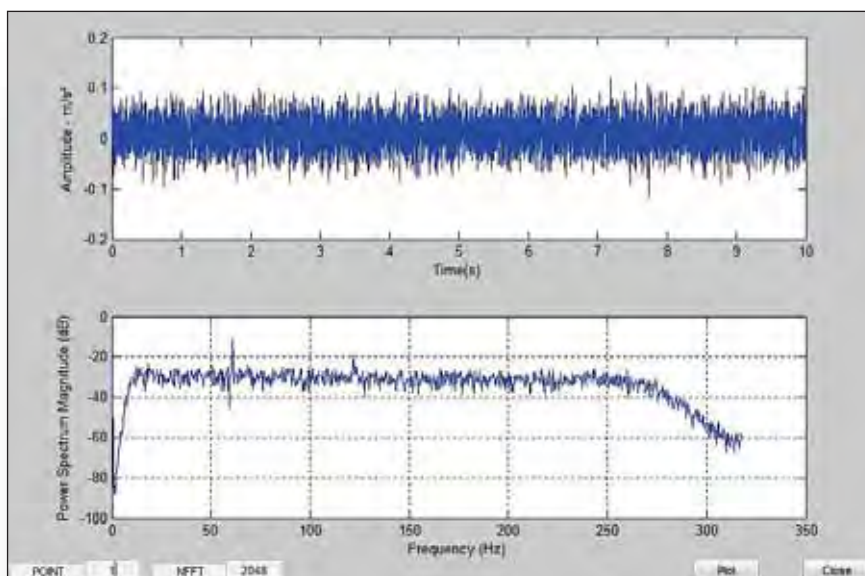
6.6 Análise Modal Operacional da Viga utilizando PZT como atuador e Sensores PVDF(s).

O último teste realizado foi uma análise modal baseada apenas no valor da resposta da estrutura, utilizando os mesmos sensores PVDF, mas com a diferença de que o atuador é outra estrutura piezoelétrica.

Neste caso, um PZT (Lead Zirconate Titanate) de alta potência foi utilizado no lugar do atuador na posição 4 para excitar a estrutura, conforme visto na figura (25.b). Essa combinação foi testada para verificar se o PZT de alta potência permitia fazer vibrar a estrutura com energia suficiente para excitar todos os modos da mesma. Outro fator que para a tentativa de utilização do PZT foi a diminuição da massa que a haste metálica introduzia no sistema no caso do shaker eletromecânico.

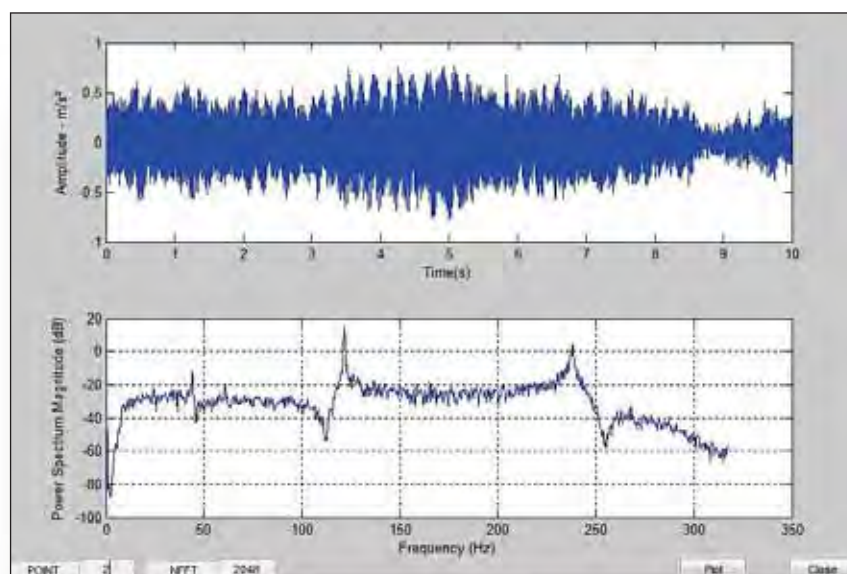
Novamente, os gráficos abaixo mostram os sinais tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência para cada um dos sensores PVDF utilizados na viga. O atuador PZT continua na posição 4 da viga. O gráfico do domínio da frequência apresenta a densidade espectral de potência apenas da resposta da estrutura para cada ponto. Nas figuras (71 - 75) é possível verificar os valores obtidos na análise.

Figura 71 – Função de resposta em frequência para o primeiro sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).



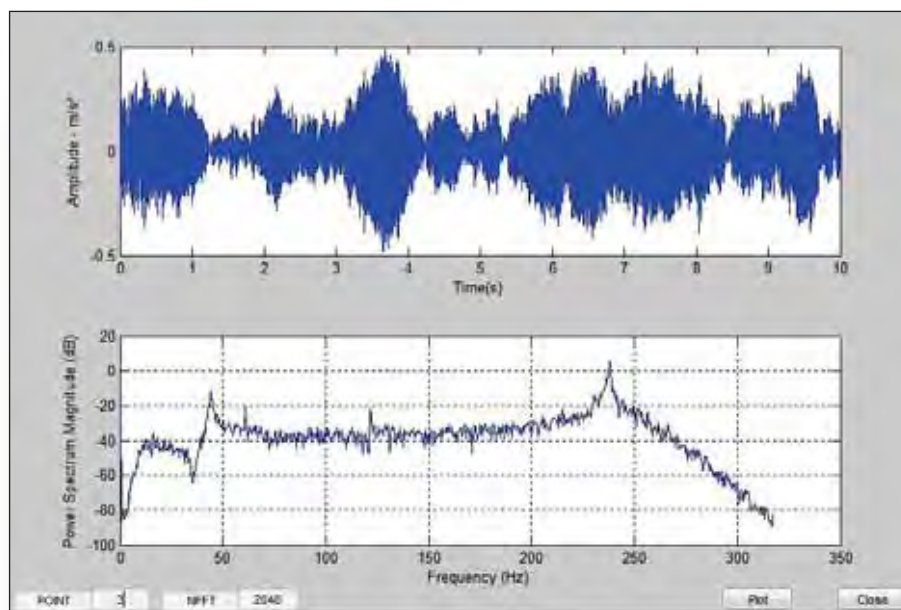
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 72 – Função de resposta em frequência para o segundo sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).



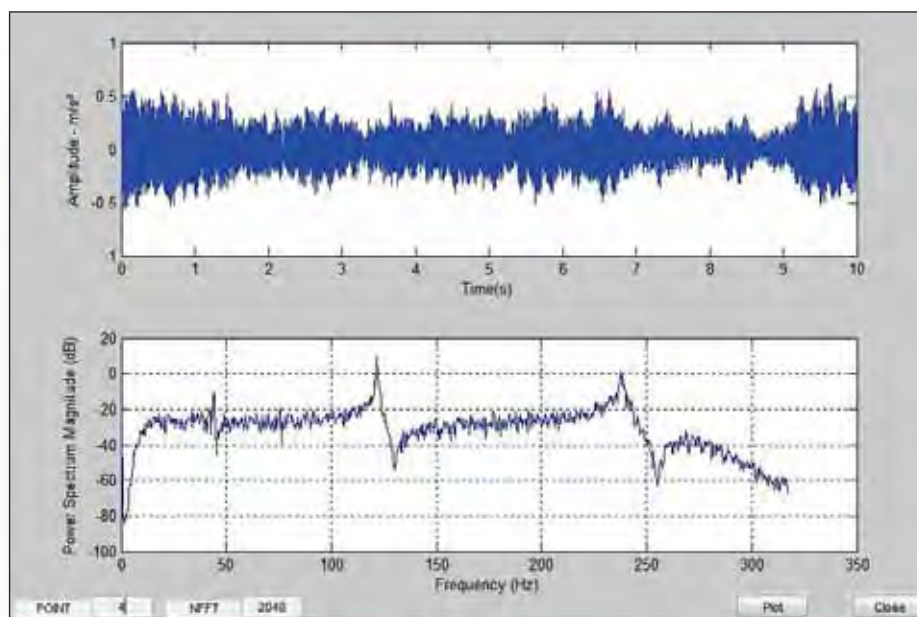
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 73 – Função de resposta em frequência para o terceiro sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).



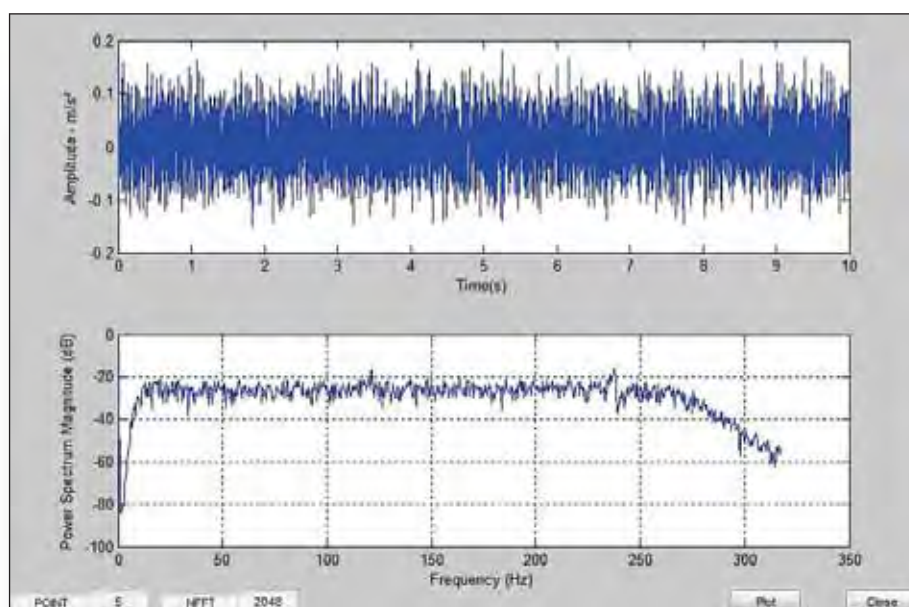
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 74 – Função de resposta em frequência para o quarto sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 75 – Função de resposta em frequência para o quinto sensor PVDF(s) referente à análise modal operacional (atuador: PZT).



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

A tab. (12) apresenta os valores de frequências naturais e fatores de amortecimento obtidos.

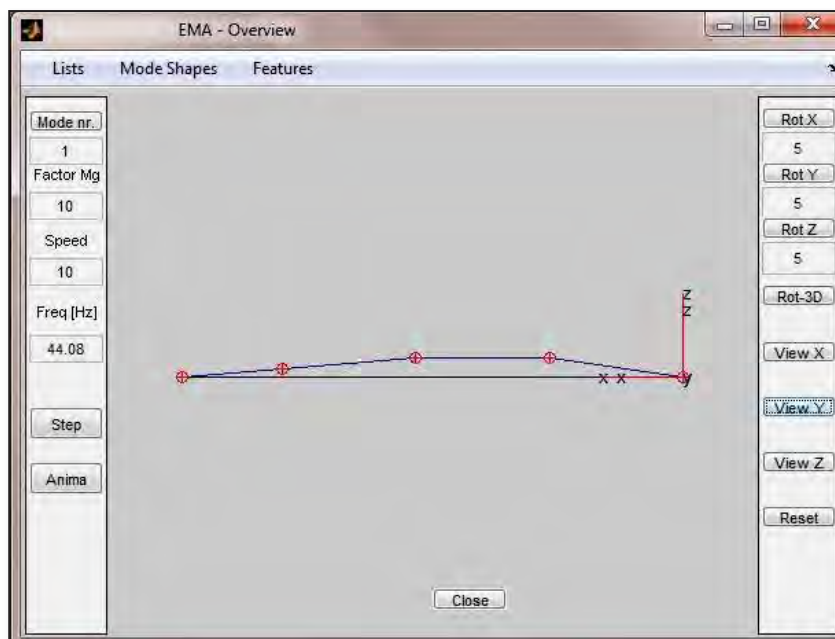
Tabela 12 – Frequências Naturais e Amortecimento para o caso Shaker e sensor PVDF (Análise Modal Experimental).

Modos	Freq. Naturais [Hz]	Amortecimentos
1º Modo	44.08	0.0270
2º Modo	121.70	0.0006
3º Modo	237.88	0.0010

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

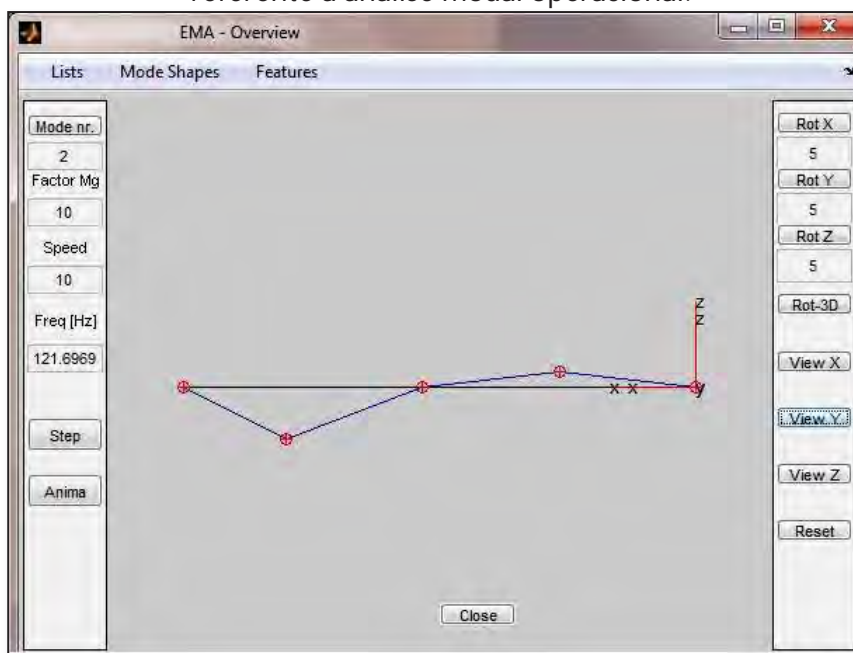
As figuras (76 - 78) apresentam os modos de vibrar em deformação para a viga de aço com sensores PVDF e utilizando como atuador um PZT de alta potência.

Figura 76 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso PZT e sensor PVDF referente à análise modal operacional.



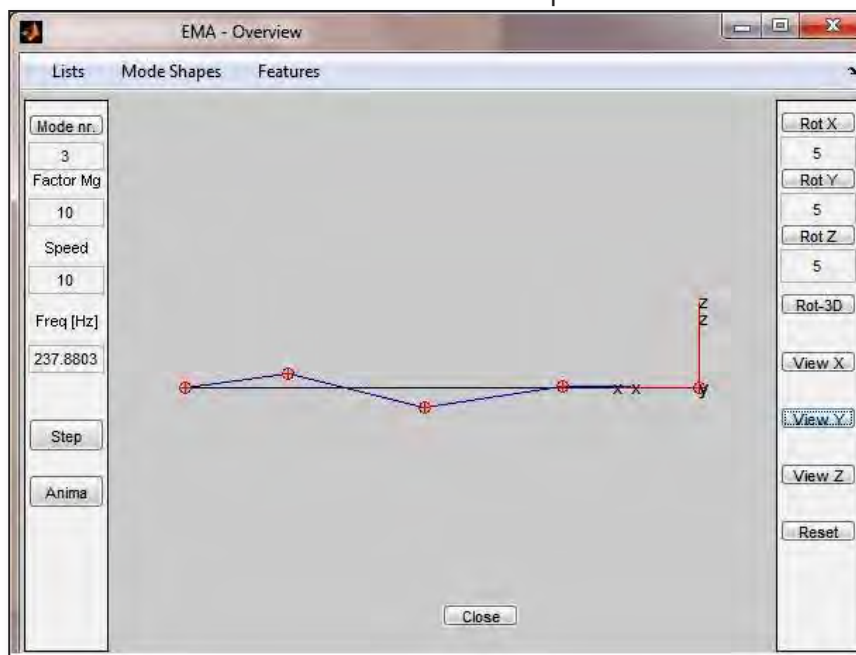
Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 77 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso PZT e sensor PVDF referente à análise modal operacional.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Figura 78 – Primeiro modo de vibrar (em deformação) para o caso PZT e sensor PVDF referente à análise modal operacional.



Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

As formas modais continuam com um comportamento semelhantes às fig. (16 e 18), a menos da amplitude de deformação em alguns pontos.

Quando foi utilizado esse tipo de atuador (PZT) para excitar a estrutura notou-se, ao utilizar-se um sinal do tipo ruído branco gaussiano com média zero, que o atuador não tinha energia suficiente para excitar todos os modos de vibrar do sistema. Foi preciso amplificar consideravelmente o sinal para que pudesse ser realizada a medição dos valores de deformação através dos sensores PVDF(s).

6.7 Diferenças obtidas entre os resultados dos sensores

As tabelas (13 e 14) comparam os valores das frequências naturais obtidos na estrutura com todos os diferentes testes realizados. O valor da diferença é parametrizado com relação ao valor da frequência natural obtida pelo teste do Martelo de Impacto e Acelerômetro através da equação 6.1, abaixo

$$Diferença = \left(\frac{\omega - \omega_{referência}}{\omega_{referência}} \right) \cdot 100$$

6.1

onde ω é o valor da frequência natural obtida por um determinado teste e $\omega_{referência}$ é a frequência natural obtida pelo teste utilizando Martelo de Impacto e Acelerômetro.

Tabela 13 – Comparação entre os valores de frequência natural obtidos pela análise modal utilizando Martelo e Acelerômetro com as outras análises referentes à primeira frequência natural da viga.

Teste	1ª Freq. Natural [Hz]	Diferença [%]
Elementos Finitos	43.76	1.57
Martelo x Aceler. (AME)	43.08	-
Martelo x PVDF (AME)	43.47	0.90
Shaker x PVDF (AME)	39.75	-7.72
Shaker x PVDF (AMO)	45.38	5.34
PZT x PVDF (AMO)	44.08	2.32

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Tabela 14 – Comparação entre os valores de frequência natural obtidos pela análise modal utilizando Martelo e Acelerômetro com as outras análises referentes à segunda frequência natural da viga.

Teste	2ª Freq. Natural [Hz]	Diferença [%]
Elementos Finitos	120.88	0.91
Martelo x Aceler. (AME)	119.78	-
Martelo x PVDF (AME)	119.91	0.11
Shaker x PVDF (AME)	117.03	-2.30
Shaker x PVDF (AMO)	116.85	-2.44
PZT x PVDF (AMO)	121.70	1.60

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Tabela 15 – Comparação entre os valores de frequência natural obtidos pela análise modal utilizando Martelo e Acelerômetro com as outras análises referentes à terceira frequência natural da viga.

Teste	3ª Freq. Natural [Hz]	Diferença [%]
Elementos Finitos	237.64	1.17
Martelo x Aceler. (AME)	234.90	-
Martelo x PVDF (AME)	234.71	-0.08
Shaker x PVDF (AME)	226.53	-3.56
Shaker x PVDF (AMO)	224.35	-4.49
PZT x PVDF (AMO)	237.88	1.27

Fonte: Informações da Pesquisa do Autor.

Analisando o valor da diferença (tabs. 13 a 15) das frequências naturais obtidas entre os diferentes testes podemos verificar que a o maior diferença de valor encontra-se entre a referência (martelo de impacto e acelerômetro) e o caso Shaker e PVDF na análise modal experimental, com o valor de -7,72%. Para o caso martelo de impacto e sensor PVDF, para todas as três frequências naturais o valor máximo da variação em relação à referência foi sempre menor que 0,90%. Na análise modal operacional, no caso shaker e sensores PVDF, a maior variação foi de 5,34% para a primeira frequência natural e para o caso atuador PZT e sensor PVDF, a maior variação foi de 2,32%.

Considerando o caso onde houve a maior discrepância, -7.72%, verifica-se que este é o único caso onde a frequência decresceu significativamente e poderia indicar algum erro de medição, mas se analisarmos esses dados em conjunto com os dados do teste shaker e sensores PVDF, na análise modal operacional, ou seja, o mesmo experimento, com técnica de extração de dados diferente, verificamos que para todos os valores houve uma tendência de diminuição das frequências naturais obtidas, tanto para a primeira, quanto para a segunda ou terceira frequência. O único valor que houve um aumento foi para a primeira frequência natural da análise modal operacional. O comportamento de diminuição da frequência natural pode ser explicado por conta do aumento da massa do sistema quando ocorre o acoplamento da haste na viga, assim, pode-se suspeitar que o erro de medição/identificação ocorreu para a primeira frequência natural do caso Shaker e PVDF da análise modal operacional.

Analisando o caso da análise modal operacional entre atuador PZT e sensor PVDF, verificamos que houve uma tendência de aumento nos valores das frequências naturais. Isso pode ter ocorrido por conta do aumento de uma rigidez local produzida pela colagem do atuador PZT.

Considerando a forma dos modos de vibrar, o software OEMA permite visualizá-los utilizando as FRF(s) obtidas em cada ponto (sensor) analisado. Verifica-se para o caso que a viga de aço com acelerômetros e martelo de impacto como atuador (subitem 6.2) apresenta as formas modais (Fig. 45 - 47) semelhantes às esperadas. Isso pode ser verificado observando as figuras (15 e 17) e para as figuras obtidas pelo método dos elementos finito (Fig. 31 a 33), em deslocamento. O comportamento para as três frequências naturais tem boa concordância com o esperado.

Analisando o caso martelo de impacto como atuador e sensores PVDF (subitem 6.3), referente às figuras (53 a 55), verifica-se também que as mesmas apresentam comportamento semelhante às figuras (16 e 18), em deformação. Nota-se que para o caso de uma viga na condição *livre-livre*, não existe deformação nas extremidades.

Para o caso shaker eletromecânico e sensores PVDF na análise modal experimental (subitem 6.4), referente às fig. (60 a 62), verifica-se também que existe boa concordância com as formas modais da figura (16 e 18), em deformação.

Para o caso shaker e sensores PVDF(s), na análise modal operacional (subitem 6.5), podemos verificar que as figuras (68 a 70) também têm as formas modais semelhantes às das figuras (16 e 18), em deformação. Nota-se, no segundo modo de vibrar (fig. 69), que os pontos 2 e 4, possuem amplitudes ligeiramente diferentes (eles tem sinais contrários), o que sugere que possa existir alguma influência do PZT na rigidez local da estrutura, pois o ponto de excitação (PZT) fica exatamente no ponto 4 da estrutura, no lado oposto do sensor na viga.

Finalmente, para o último caso, atuador PZT e sensores do tipo PVDF (fig. 76 a 78), pode-se verificar que os modos de vibrar têm um comportamento que sugere concordância com as figuras (16 e 18) nas direções em que os pontos deveriam estar, mas a amplitude das deformações sugere que pontos de rigidez local possam estar ocorrendo na viga. As figuras, semelhantes ao caso anterior, sugerem um ponto de rigidez local onde esta localizado o atuador PZT, fig. (77 e 78).

Em alguns gráficos é possível visualizar uma frequência de 60 Hz que é atípica do conjunto *viga-PVDF*. Essa frequência aparece devido ao sistema elétrico. A rede elétrica foi estabilizada e tentou-se utilizar baterias nos condicionadores de sinais para deixar conectado à rede um número mínimo de equipamentos elétricos, assim como a mudança nos horários de medições. Mesmo com todos os cuidados em alguns gráficos o valor de 60 Hz é visível, porém, é praticamente desprezível, pois sua amplitude está em uma ordem baixa quando comparada aos outros valores das deformações/deslocamentos nos pontos de interesse.

Capítulo 07

7 CONCLUSÕES

O trabalho realizado apresenta de diversas formas a análise modal de uma viga instrumentada com sensores PVDF. No trabalho é apresentada a modelagem para uma estrutura do tipo viga, na condição livre-livre, onde o atuador é do tipo pontual (exceto para o PZT) e os sensores são do tipo PVDF, baseado no equacionamento de funções genéricas de WANG. Para servir de referência aos dados que foram obtidos o conjunto foi modelado com o métodos dos elementos finitos e também foi feita uma análise modal experimental utilizando os sensores e atuadores convencionais, ou seja, acelerômetro e martelo de impacto, respectivamente.

Esse trabalho buscou avaliar a possibilidade de se obter as funções de respostas em frequência, fatores de amortecimento e forma dos modos de vibrar utilizando sensores piezelétricos do tipo PVDF ao invés dos convencionais acelerômetros. Os valores obtidos foram apresentados em tabelas para as frequências naturais e fatores de amortecimento para cada um dos testes e em forma de figuras para a forma dos modos de vibrar tanto para os casos em deformação, quanto para os casos em deslocamento. Os resultados no trabalho mostraram boa concordância quando comparados aos valores utilizados como referência (análise modal utilizando martelo de impacto e acelerômetros e também com o modelo de elementos finitos). Nota-se que no caso da deformação, as extremidades da viga na condição *livre-livre* tendem a zero, como era esperado na literatura.

Os sensores PVDF mostraram-se capazes de adquirir os sinais do sistema de forma satisfatória, mas deve-se atentar que esse tipo de sensor não é do tipo pontual. Ele mede a deformação em uma área abaixo de onde está colado e isso tende a mudar ligeiramente a forma das FRF(s). Nota-se, pelas análises feitas no capítulo (6) e considerando a simetria do problema, que quando é utilizado o atuador do tipo PZT, as amplitudes de deformação no ponto 4 são menores que o esperado, sugerindo um possível aumento da rigidez local da estrutura. Dessa forma, o ajuste da rigidez local, quando utilizado um atuador do tipo PZT, ou qualquer outro sensor/atuador que seja colado à estrutura, também deve ser levado em

consideração, uma vez que isso pode modificar as amplitudes de deslocamento na região colada e levando possivelmente a uma análise do sistema de forma incorreta.

Os resultados deste trabalho mostraram-se satisfatórios, demonstrando que a análise modal utilizando sensores piezelétricos do tipo PVDF tem um grande potencial e deveria ser explorada inclusive para o estudo em estruturas mais complexas. Adicionalmente, as equações para os modos de vibrar deduzidas a partir das equações genéricas de WANG, agora para a condição *livre-livre*, podem ser utilizadas em trabalhos futuros, visto que na literatura pesquisada só foram encontradas modelagens para vigas do tipo engastadas (*cantilever*).

Uma sugestão para trabalhos futuros seria a interação entre a análise modal e as várias técnicas de detecção de danos, inclusive online, ou até mesmo a interação análise modal e controle de estruturas. Outro estudo interessante seria quantificar o fenômeno de rigidez local produzida na cola dos sensores na estrutura, verificando a sua influência nos dados medidos.

REFERÊNCIAS

- ANDERSEN, P. et al. Seismic damage assessment in structures using stochastic subspace-based algorithm. In: THEMATIC CONFERENCE ON COMPUTATIONAL METHODS IN STRUCTURAL DYNAMICS AND EARTHQUAKE ENGINEERING – ECCOMAS, 2007, Rethymno, Crete, Greece. **Proceedings...** Rethymno: [s.n.], 2007.
- ANSYS. **Ansys - Simulation driven product development**. Canonsburg, 2010. Disponível em: <<http://www.ansys.com>>. Acesso em: 15 abril 2010.
- BATHE, J.; WILSON, E. L. **Numerical methods in finite elements analysis**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1976. 528 p.
- BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1996.
- BORGES, A. S. **Análise modal baseada apenas na resposta: decomposição no domínio da frequência**. 2006. 104 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.
- BRINCKER, R.; MOLLER, N. Operational modal analysis: a new technique to explore. **Sound and Vibration**, Bay Village, v. 40, p. 5-11, 2006.
- CHEN, R.-L.; WANG, B.-T. The Use of polyvinylidene fluoride films as sensors for the experimental modal analysis of structures. **Smart Materials and Structures**, New York, n. 13, p. 791-799, 01 June 2004. doi: 10.1088/0964-1726/13/4/017.
- DOEBELIN, E. **Measurement systems**. 5. ed. Boston: Mcgraw-Hill, 2003.
- FREITAS, T. C. **Identificação de parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura: identificação estocástica de subespaço e decomposição no domínio da frequência**. 2008. 132 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.
- FREITAS, T. C.; PEREIRA, J. A. Modal parameters identification using only response data: stochastic subspace identification and frequency domain decomposition. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING - COBEM, 19., 2007, Brasília - DF. **Proceedings...** Brasília: ABCM, 2007.
- GALEA, S. C.; CHIU, W. K.; PAUL, J. J. Use of piezoelectric films in detecting and monitoring damage in composites. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, n. 4, p. 330-336, 1993.

GREINER, B. **Operational modal analysis and its application for SOFIA Telescope assembly vibration measurements**. Stuttgart: Universität Stuttgart, 2009. 107 p.

GUILLAUME, P. Modal Analysis. **Encyclopedia of Life Support Systems**, Oxford (UK), 2002. Disponível em: <<http://mech.vub.ac.be/avrg/publications/ModalAnalysis.pdf>>. Acesso em: 15 abril 2010.

HERLUFSEN, H. et al. Identification techniques for operational modal analysis: an overview and practical experiences. In: INTERNATIONAL OPERATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE - IOMAC, 1., Copenhagen, Denmark, 2005. **Proceedings...** Copenhagen: [s.n.], 2005.

HUBBARD, J. E. Distributed sensors and actuators for vibration control in elastic components. In: NATIONAL CONFERENCE ON NOISE CONTROL ENGINEERING - NOISE-CON, 1987, State College, Pennsylvania. **Proceedings...** State College: [s.n.], 1987. p. 407-412.

JACOBSEN, N.; ANDERSEN, P.; BRINCKER, R. Using enhanced frequency domain decomposition as a robust technique to harmonic excitation in operational modal analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NOISE AND VIBRATION ENGINEERING - ISMA, 2006, Leuven, Belgium. **Proceedings...** Leuven: [s.n.], 2006.

JAMES III, G. H.; CARNE, T. G.; LAUFFER, J. P. The Natural Excitation Technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures. **The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis**, Bethel, n. 10, p. 260-277, 1995.

KREYSZIG, E. **Advanced engineering mathematics**. New York: Wiley, 1993.

LALANNE, M.; BERTHIER, P.; HAGOPIAN, J. D. **Mechanical vibrations for engineers**. New York: John Wiley & Sons, 1984. p. 1-16.

LARDIES, J.; MINH-NGI, T. Modal Parameter identification of stay cables from output-only measurements. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 25, n. 1, p. 133-150, 2011. doi: 10.1016/j.ymssp.2010.05.020.

LEO, D. J. **Engineering analysis of smart material systems**. New York: John Wiley & Sons, 2007. 539 p.

LIANG, C.; SUN, F.; ROGERS, C. A. Electro-mechanical impedance modeling of active material systems. **Smart Material and Structures**, New York, v. 5, n. 2, p. 171-186, 1996. doi: 10.1088/0964-1726/5/2/006.

LIEVEN, N. A. J.; EWINS, D. J. The context of experimental modal analysis. **Philosophical Transactions of The Royal Society A**, London, v. 359, p. 5-10, 15 Jan. 2001. doi: 10.1098/rsta.2000.0710.

LYAPUNOV, A. M. **Stability of motion**. New York: Academic Press, 1966.

MAIA, N. M. M. et al. **Theoretical and experimental modal analysis**. Tauton: Research Studies, 1997.

MAIA, N. M. M.; SILVA, J. M. M. Modal analysis identification techniques. **Philosophical Transactions of The Royal Society A**, London, v. 359, p. 29-40, 15 Jan. 2001. doi: 10.1098/rsta.2000.0712.

MEASUREMENT SPECIALTIES. **Smart Materials**. Hampton, 2011. Disponível em: <www.meas-spec.com>. Acesso em: 20 Março 2011.

MEIROVITCH, L. **Analytical methods in vibrations**. New York: Macmillan, 1967.

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of vibrations**. Boston: McGraw-Hill, 2002.

MOLLER, N.; GADE, S. Operation modal analysis on an automotive transmission system. In: INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE - IMAC, 22., 2004, Dearborn, Detroit. **Proceedings...** Dearborn: [s.n.], 2004.

NGUYEN, C. H.; PIETRZKO, S. J. Piezoelectric-mechanical-acoustic couplings from a PZT: actuated vibrating beam and its sound radiation. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, n. 18, p. 929-945, 2004. ISSN doi: 10.1016/j.ymsp.2003.08.003.

NUNES JÚNIOR, O. A. **Identificação dos parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura: identificação no domínio do tempo**. 2006. 11 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 4. ed. Rio de Janeiro: Prentice Hall, 2003. 800p.

PEETERS, B.; ROECH, G. D. Stochastic system identification for operational modal analysis: a review. **Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control**, New York, v. 123, p. 659-667, Dec. 2001. <http://dx.doi.org/10.1115/1.1410370>.

PEREIRA, J. A. **Detecção e localização de falhas estruturais utilizando técnicas de ajuste de modelos baseadas em funções de resposta em frequência**. 1996. 174 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

SILVA, B. E. P.; PEREIRA, J. A.; FREITAS, T. C. Influência dos componentes harmônicos na análise modal operacional de um sistema massa-amortecedor-mola de 5Gl(s). In: BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND APPLICATIONS - DINCON 2008, 7., 2008, Presidente Prudente. **Proceedings...** Presidente Prudente: [s.n.]. 2008.

SUN, F. P.; LIANG, C.; ROGERS, C. A. Structural modal analysis using collocated piezoelectric actuator/sensors - an electromechanical approach. In: NORTH AMERICAN CONFERENCE ON SMART MATERIALS AND STRUCTURES, 1994, Orlando, Flórida. **Proceedings...** Orlando: [s.n.], 1994.

VAN DER AUWERAER, H.; PEETERS, B. Discriminating physical poles from mathematical poles in high order systems: use and automation of the stabilization diagram. In: INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT TECHNOLOGY CONFERENCE - IMTC/04, 21.,

Como, Italy. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2004. v. 3, p. 2193-2198. doi: 10.1109/IMTC.2004.1351525.

VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. Subspace algorithms for the stochastic identification problem. **Automatica: Special Issue on Statistical Signal Processing and Control**, Elmsford, v. 29, p. 649-660, 1993.

VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. N4SID: subspace algorithms for the identification of combined deterministic: stochastic systems. **Automatica: Special Issue on Statistical Signal Processing and Control**, Elmsford, v. 30, p. 75-93, 1994.

VANALI, M.; CIGADA, A. Long term operational modal analysis of a stadium grandstand to structural health monitoring purposes. In: IEEE WORKSHOP ON ENVIRONMENTAL, ENERGY AND STRUCTURAL MONITORING SYSTEMS - EESMS, 2009, Crema, Italy. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2009. p. 103-109.

WANG, B.-T. Characterization of transfer functions for piezoceramic and conventional transducers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Lancaster, v. 7, n. 4, p. 390-398, July 1996. doi: 10.1177/1045389X9600700403.

WANG, B.-T. Structural modal testing with various actuators and sensors. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 12, n. 5, p. 627-639, Sep. 1998.

WANG, B.-T.; CHEN, P.-H.; CHEN, R.-L. Finite element model verification for the use of piezoelectric sensor in structural modal analysis. **European Journal of Mechanics**, Paris, v. 22, n. 2, p. 235-242, June 2006.

WANG, B.-T.; WANG, C.-C. Feasibility analysis of using piezoceramic transducers for cantilever beam modal testing. **Smart Material and Structures**, New York, v. 6, n. 1, 1997. 106-116. doi: 10.1088/0964-1726/6/1/013.

WHELAN, M. J. et al. Real-time wireless vibration monitoring for operational modal analysis of an integral abutment highway bridge. **Engineering Structures**, Guildford, n. 31, p. 2224-2235, 07 May 2009.

YANG, H.; LI, H.; HUANG, W. Experimental modal analysis of offshore platform under operational conditions. **Journal of Vibration and Shock**, Beijing, v. 24, n. 2, p. 129-133, 2005.

ZIENKIEWICZ, O. C. **The finite element method**. 3. ed. London: McGraw-Hill, 1985.