

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

GABRIEL VICTOR DE OLIVEIRA BLANCO

**ANÁLISE DO ESTIMADOR DE ESTADOS PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**



Ilha Solteira
2024

GABRIEL VICTOR DE OLIVEIRA BLANCO

**ANÁLISE DO ESTIMADOR DE ESTADOS PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista (UNESP) Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Prof. Dr. Jonatas Boas Leite
Orientador

Ilha Solteira

2024

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvida pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

B641a Blanco, Gabriel Victor de Oliveira.
Análise do estimador de estados para redes de distribuição de energia elétrica / Gabriel Victor de Oliveira Blanco. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
97 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2024

Orientador: Jônatas Boás Leite
Inclui bibliografia

1. Estimação de estados. 2. Fluxo de potência. 3. Métodos de varredura.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: ANÁLISE DO ESTIMADOR DE ESTADOS PARA REDES DE
DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

AUTOR: GABRIEL VICTOR DE OLIVEIRA BLANCO

ORIENTADOR: JONATAS BOAS LEITE

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:



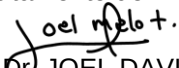
Prof. Dr. JONATAS BOAS LEITE (Participação Virtual)

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP



Prof. Dr. LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO (Participação Virtual)

Departamento de Engenharia de Energia / Faculdade de Engenharia e Ciências - UNESP



Prof. Dr. JOEL DAVID MELO TRUJILLO (Participação Virtual)

Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais / Universidade Federal do ABC – UFABC

Ilha Solteira, 08 de fevereiro de 2024

RESUMO

Em redes de distribuição desbalanceadas com topologia radial, o uso dos métodos de varredura é vantajoso quando comparado aos métodos tradicionais de resolução do fluxo de potência. Quanto ao método de varredura, devido à sua simplicidade e rápida convergência, estudos, variações e aprimoramentos do algoritmo têm sido constantemente realizados. Neste trabalho a equação biquadrada para determinar a magnitude da tensão nodal dentro de um algoritmo de fluxo de potência ramificado é expandida para as redes de distribuição trifásicas. Após resolver o fluxo de potência, a equação biquadrada é aplicada ao algoritmo de estimação de estados devido à facilidade de correlacionar as variáveis elétricas na forma real, ou seja, sem a necessidade do cálculo do ângulo. O algoritmo é desenvolvido e, então, analisado sob uma rede trifásica de distribuição de energia elétrica com topologia radial de 135 barras, em que as medidas são obtidas com diferentes precisões, e posteriormente comparadas com os valores teóricos calculados na resolução do fluxo de potência. Os resultados demonstram a eficiência do método proposto para estimação de estados na redução dos erros de medição em ambos os casos, monofásico e trifásico. A máxima redução da variância é de 54% no fluxo de potência ativa monofásico e 34,3% no fluxo de potência reativa na fase C no caso trifásico.

Palavras-chave: estimação de estados; fluxo de potência; métodos de varredura.

ABSTRACT

In unbalanced distribution networks with radial topology, the use of sweeping methods is advantageous when compared to traditional methods of power flow resolution. As for the sweeping method, due to its simplicity and fast convergence, studies, variations and improvements of the algorithm have been constantly performed out. In this work the bi-square equation to determine the magnitude of the nodal voltage within a branched power flow algorithm is expanded to three-phase distribution networks. After solving the power flow, the bi-square equation is applied to the state estimation algorithm due to the ease of correlating to electrical variables in real form, that is, without the need to calculate the angle. The algorithm is developed and then analyzed under a three-phase electrical energy distribution network with a radial topology of 135 bars, in which the measurements are obtained with different precisions, and later compared with the theoretical values calculated in the resolution of the power flow. The results demonstrate the efficiency of the proposed method for state estimation in reducing measurement errors in both single-phase and three-phase cases. The maximum variance reduction is 54% in the single-phase active power flow and 34.3% in the reactive power flow in phase C in the three-phase case.

Keywords: power flow; state estimation; sweep methods.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Diagrama de blocos da parte de uma rede trifásica de distribuição	20
Figura 2	- Fluxograma do algoritmo de resolução do fluxo de potência trifásico.....	23
Figura 3	- Algoritmo para solução de estimativa de estados.....	28
Figura 4	- Representação de um sistema de distribuição genérico na forma de um grafo.....	35
Figura 5	- Pseudocódigo do método da busca em profundidade.....	36
Figura 6	- Exemplo de topologia de uma rede de 5 barras.....	37
Figura 7	- Estrutura de dados para a rede de distribuição.....	37
Figura 8	- Rede de distribuição estudada.....	38
Figura 9	- Fluxo de potência ativa nas linhas à montante de cada barra.....	39
Figura 10	- Fluxo de potência reativa nas linhas à montante de cada barra....	40
Figura 11	- Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência ativa.....	40
Figura 12	- Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência reativa.....	41
Figura 13	- Fluxo de potência ativa nas linhas à montante de cada barra (fases a, b e c)	42
Figura 14	- Fluxo de potência reativa nas linhas à montante de cada barra (fases a, b e c)	42
Figura 15	- Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência ativa (fases a, b e c)	43
Figura 16	- Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência reativa (fases a, b e c)	43
Figura 17	- Valor verdadeiro e estimado do fluxo de potência ativa.....	44

Figura 18	- Análise do fluxo de potência ativa para o caso de variância fixa....	46
Figura 19	- Comparação dos erros dos fluxos de potência ativa.....	46
Figura 20	- Análise do fluxo de potência reativa para o caso de variância fixa	47
Figura 21	- Comparação dos erros dos fluxos de potência reativa.....	47
Figura 22	- Histograma e curva de tendência para os erros do fluxo de potência ativa.....	49
Figura 23	- Destaques do histograma do erro no fluxo de potência ativa: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo...	49
Figura 24	- Valor verdadeiro e estimado do fluxo de potência ativa (fases a, b e c)	50
Figura 25	- Valor verdadeiro e estimado do fluxo de potência reativa (fases a, b e c)	51
Figura 26	- Comparação dos valores obtidos do medidor e do estimador (fases a, b e c)	52
Figura 27	- Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência ativa (fase c)	52
Figura 28	- Valor verdadeiro e estimado do fluxo de potência ativa (fase c) ...	53
Figura 29	- Análise do fluxo de potência ativa para o caso de variância fixa (fase a)	53
Figura 30	- Comparação dos erros dos fluxos de potência ativa (fase a)	54
Figura 31	- Análise do fluxo de potência ativa para o caso de variância fixa (fase b)	54
Figura 32	- Comparação dos erros dos fluxos de potência ativa (fase b)	54
Figura 33	- Análise do fluxo de potência ativa para o caso de variância fixa (fase c)	55
Figura 34	- Comparação dos erros dos fluxos de potência ativa (fase c)	55

Figura 35	- Redução percentual do desvio padrão e variância para os casos monofásico e trifásico.....	58
Figura 36	- Histograma e curva de tendência para os erros do fluxo de potência ativa na fase a.....	59
Figura 37	- Destaques do histograma do erro no fluxo de potência ativa na fase a: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.....	60
Figura 38	- Histograma e curva de tendência para os erros do fluxo de potência ativa na fase b.....	60
Figura 39	- Destaques do histograma do erro no fluxo de potência ativa na fase b: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.....	61
Figura 40	- Histograma e curva de tendência para os erros do fluxo de potência ativa na fase c.....	61
Figura 41	- Destaques do histograma do erro no fluxo de potência ativa na fase c: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.....	62
Figura 42	- Análise do fluxo de potência ativa com os valores normalizados (fase c)	63
Figura 43	- Histograma e curva de tendência para os erros normalizados do fluxo de potência ativa na fase c.....	63
Figura 44	- Destaques do histograma do erro normalizado no fluxo de potência ativa na fase c: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 - Valor verdadeiro e medido da potência ativa no trecho em destaque para o caso monofásico.....	41
Tabela 02 - Valor verdadeiro e medido da potência ativa no trecho em destaque para o caso trifásico.....	44
Tabela 03 - Valor verdadeiro e estimado da potência ativa no trecho em destaque para o caso monofásico.....	45
Tabela 04 - Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência ativa para o caso monofásico.....	48
Tabela 05 - Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência reativa para o caso monofásico.....	48
Tabela 06 - Valor verdadeiro e estimado da potência ativa no trecho em destaque para o caso trifásico.....	51
Tabela 07 - Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência ativa para o caso trifásico (fase a)	56
Tabela 08 - Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência reativa para o caso trifásico (fase a)	56
Tabela 09 - Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência ativa para o caso trifásico (fase b)	56
Tabela 10 - Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência reativa para o caso trifásico (fase b)	57
Tabela 11 - Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência ativa para o caso trifásico (fase c)	57
Tabela 12 - Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência reativa para o caso trifásico (fase c)	57

Tabela 13 - Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para os fluxos de potências ativas nas barras considerando a variância fixa para o caso monofásico	71
Tabela 14 - Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para os fluxos de potências reativas nas barras considerando a variância fixa para o caso monofásico.....	74
Tabela 15 - Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para os fluxos de potências ativas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase a)	78
Tabela 16 - Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para os fluxos de potências reativas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase a)	81
Tabela 17 - Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para os fluxos de potências ativas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase b)	84
Tabela 18 - Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para os fluxos de potências reativas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase b)	88
Tabela 19 - Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para os fluxos de potências ativas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase c)	91
Tabela 20 - Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para os fluxos de potências reativas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase c)	94

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
1.1	Objetivos.....	14
1.1.1	Objetivos Gerais.....	14
1.1.2	Objetivos Específicos.....	14
1.2	Estrutura do trabalho.....	15
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	16
3	FORMULAÇÃO E ALGORITMO DO FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO.....	20
4	SOLUÇÃO DA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS.....	24
4.1	Estimador de estados para redes de distribuição.....	24
4.2	Formulação do estimador para o caso trifásico.....	29
4.3	Algoritmo de percurso: busca em profundidade.....	35
4.4	Modelo de dados e implementação do estimador.....	36
5	RESULTADOS.....	38
5.1	Circuito alimentador de distribuição.....	38
5.2	Simulação e resultados.....	39
5.2.1	Determinação das medidas com fluxo de potência no caso monofásico..	39
5.2.2	Determinação das medidas com fluxo de potência no caso trifásico.....	41
5.2.3	Resultados do estimador de estados monofásico.....	44
5.2.4	Resultados do estimador de estados trifásico.....	50
6	CONCLUSÃO.....	65
	REFERÊNCIAS.....	66
	APÊNDICE A – Tabelas com os dados completos das simulações para o caso monofásico.....	71
	APÊNDICE B – Tabelas com os dados completos das simulações para o caso trifásico.....	78

1 INTRODUÇÃO

Segundo Schneider (2018), a crescente preocupação com o meio ambiente e a sustentabilidade impulsiona a integração das energias renováveis em fontes de geração intermitentes, como a eólica e solar, veículos elétricos ligados à rede, relés inteligentes, armazenamento de energia, entre outras. Essas mudanças estimularam o interesse em pesquisa e desenvolvimento de planejamento, análise e operação de redes de distribuição. No trabalho de Reiz e Leite (2021), a análise de comportamento de automação avançada utiliza técnicas híbridas para simular transitórios em sistemas de distribuição que exigem algoritmos mais rápidos e eficientes para calcular o fluxo de potência.

De acordo com Schneider (2018), ao citar as ferramentas para análise em sistemas de distribuição, os algoritmos de cálculo do fluxo de potência se destacam, pois o fluxo de potência é a ferramenta de análise mais básica. E Jaramillo-Leon (2023) afirma que, por exemplo, a máxima capacidade instalada de uma usina fotovoltaica e as melhores configurações de controle Volt-VAr são encontradas usando uma estrutura de otimização baseada em simulação através de soluções de fluxo de potência com o *software* OpenDSS®.

A análise de fluxo de potência, ou fluxo de carga fornece a solução de estado estacionário de uma rede de energia para condições de rede específicas que incluem topologia de rede e níveis de carga. A solução de fluxo de potência fornece as magnitudes de tensão de nó e ângulos de fase e, portanto, as injeções de potência em todas as barras e os fluxos de potência através de linhas, cabos e transformadores. Para exemplificar, em sistemas de transmissão, o algoritmo mais comum ainda é o método de fluxo de potência desacoplado rápido proposto por Stott e Alsac (1974). Caso não atinja a convergência, a primeira alternativa é utilizar o método de Newton-Raphson conforme descrito por Tinney e Hart (1967).

De acordo com Momoh (2017), os métodos desacoplado rápido e de Newton-Raphson, tornam-se ineficientes na análise de uma rede de distribuição mal condicionada devido à topologia radial ou fracamente malhada, baixa taxa de reatância por resistência, qualquer número de fases e cargas desbalanceadas, existência de segmentos de linha curtos com baixa impedância e linhas mais longas com alta impedância e conexão de geradores distribuídos (GD). Métodos eficientes para resolver o problema de fluxo de potência em redes de distribuição são divididos

em duas categorias principais: 1) métodos que usam a matriz de impedância nodal (Chen, 1991; Yang, 2022); e 2) métodos de varredura direta/reversa, que podem ser formulados como uma soma de correntes nas linhas (Cheng; Shirmohammadi, 1995; Alinjak, 2017), ou como uma soma de fluxos de potência nas linhas (Broadwater, 1988; Baran; Wu, 1989; Cespedes, 1990).

Girardi e Leite (2021), comparam o desempenho computacional de um método de injeção de corrente com matriz de impedância nodal e um método de varredura direta/reversa por soma de correntes nas linhas. Em processadores com um grande número de núcleos independentes, o método de injeção de corrente demanda menos tempo de processamento para obter a solução de fluxo de potência, pois são capazes de realizar os cálculos de forma paralela e simultânea. Os métodos de varredura exigem um número crescente de iterações devido à técnica de compensação para nó controlado por tensão, ou barra PV. Desta forma, a modificação de métodos existentes, como Newton-Raphson, para contornar as características da rede de distribuição, compreende uma terceira categoria de métodos de fluxo de potência.

O trabalho de Džafić (2019), implementa o algoritmo de Newton-Raphson expandindo as equações de fluxo de potência em termos de tensões fasoriais e seus conjugados e usando o cálculo de Wirtinger. Os resultados numéricos mostram que a implementação do algoritmo em variável complexa supera aquela em variável real. Com base na formulação de valores complexos, Sarmiento (2019), propõem um método de fluxo de carga para rede de distribuição radial desbalanceada através de uma matriz de incidência. Em alimentadores de teste com menos de cem (100) barras, o método proposto tem melhor desempenho computacional do que o método de varredura, mas com mais de cem barras o desempenho torna-se semelhante.

Deste modo, este trabalho apresenta, primeiramente, a formulação e implementação de um algoritmo para solução do fluxo de potência trifásico, em redes com topologia radial. A formulação biquadrática de Broadwater (1988), permite obter o balanço de potência através do fluxo de potência nas linhas e sem a necessidade de utilizar os ângulos de fase da tensão, obtendo as soluções apenas com as magnitudes de tensão. Em (Regis & Leite, 2022), a formulação biquadrática é expandida para redes desbalanceadas e representa explicitamente o balanço de potência trifásica nas barras, tornando possível sua aplicação nos métodos de Newton.

A solução do problema de estimação de estados AC é um processo iterativo fundamentado na aplicação do método de Newton (Wood, Wollenberg & Sheblé, 2014). Desta forma, esse trabalho propõe o desenvolvimento de um algoritmo de estimação de estados, em que as relações entre os fluxos de potência, ativa e reativa, e as magnitudes de tensão são obtidas usando a formulação biquadrática expandida para redes trifásicas desbalanceadas. Com a estimativa dessas grandezas elétricas mais as informações de impedância das linhas e conectividade da rede, é possível obter os fluxos de corrente nas linhas e fasores de tensão nodais usados na operação em tempo real do sistema elétrico.

De acordo com Monticelli (1999), estimadores de estados convencionais permitem um monitoramento preciso e eficiente dos fluxos de corrente nas linhas e dos perfis de tensão nas barras a fim de identificar o estado atual de operação que pode ser normal, emergência ou restaurativo. A aplicação de estimação de estados normalmente possui as seguintes funções (Shahidehpour; Wang, 2003; Abur; Expósito, 2004):

- *Processador de Topologia*: define a topologia do sistema através dos dados de estados dos disjuntores e chaves;
- *Análise de Observabilidade*: determina a viabilidade da solução da estimativa de estados para o conjunto de medições disponíveis;
- *Solução da Estimação de Estados*: calcula as tensões das barras e os fluxos das linhas usando o conjunto de medições disponíveis;
- *Processamento de dados inválidos*: identifica e elimina os dados inválidos do conjunto de medições disponíveis;
- *Processamento de parâmetros e erros estruturais*: estima vários parâmetros da rede e detecta erros na estrutura da rede.

De acordo com Massignan (2019), as unidades de medição fasorial (PMUs) em linhas de transmissão, são uma das fontes de dados mais promissoras para melhorar a confiabilidade no monitoramento de rede. No entanto, a inserção de medições de sincrofasores junto às medições tradicionais do SCADA para realizar a estimação de

estados traz desafios adicionais, como a grande diferença nas taxas de amostragem e precisão entre esses dois tipos de medições.

Conforme Vijaychandra (2023), como as linhas de transmissão e de distribuição não são semelhantes devido a variações nos parâmetros de linha, barramentos e instrumentos de medição, a estimativa do estado projetada para uma linha de transmissão não pode ser implementada na estimativa de estados em uma linha de distribuição. Logo, alguns aspectos, como precisão, tempo computacional e eficiência, devem ser levados em consideração ao projetar métodos de estimativa de estados da distribuição.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem alguns objetivos gerais e específicos a serem cumpridos, com relação à resolução do fluxo de potência em sistemas trifásicos e, também, à estimação de estados, como listados a seguir.

1.1.1 Objetivos Gerais

O objetivo principal deste trabalho é a implementação de um algoritmo que seja capaz de realizar a estimação de estados em tempo real em uma rede de distribuição de energia elétrica trifásica com topologia radial. Devido ao reduzido número de medidores nas redes de distribuição, este algoritmo deve funcionar com um conjunto de medidas de diferentes precisões, como pseudomedidas.

1.1.2 Objetivos Específicos

De modo a chegar no objetivo principal, é necessário atingir alguns objetivos específicos, como a expansão e adaptação para o caso trifásico desbalanceado da formulação da estimação de estados. Como na solução do fluxo de potência, usar o método de varredura com a soma dos fluxos de potências nas linhas. A formulação do estimador de estados deve suportar um conjunto de medidas com variáveis reais, tais como a magnitude da tensão nodal e a intensidade dos fluxos de potência ativa e reativa. Os valores dos estados estimados devem ser obtidos com reduzido tempo de

processamento, logo um estudo da melhoria da convergência do algoritmo, para aplicação no caso de medidores com precisões maiores, faz-se necessário.

1.2 Estrutura do trabalho

Quanto à estrutura deste trabalho, no capítulo 2, encontra-se uma revisão de literatura para contextualizar a área de estudo em que este trabalho está inserido, também como outras pesquisas com tema semelhante. No capítulo 3, está uma base teórica utilizada, que inclui a formulação e explicação do método da soma de potências para resolução do fluxo de potência, bem como a elaboração do seu algoritmo. No capítulo 4, é abordada a principal temática deste trabalho que é a solução da estimação de estados, e seu equacionamento para aplicação em redes de distribuição. No capítulo 5, se encontram alguns resultados de simulações referentes a cada caso de teste. Por último, no capítulo 6, encontra-se a conclusão deste trabalho, abordando os principais tópicos desenvolvidos ao longo do mesmo, considerações finais e trabalhos futuros.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Alguns métodos de estimação de estados, como, por exemplo, os mínimos quadrados ponderados (WLS) proposto por Bose e Clements (1987), valor mínimo absoluto (LAV) proposto por Kotiuga (1985), e valor mínimo absoluto ponderado (WLAV) proposto por Celik e Abur (1992), têm sido utilizados nos sistemas de transmissão desde os anos 1970, época em que os sistemas de distribuição eram “cegos”. Conforme Baran (2001), somente no passado recente, as concessionárias têm implementado a automação da distribuição para melhorar a qualidade de serviço resultando no desenvolvimento do sistema de gerenciamento da distribuição (DMS) onde uma das principais aplicações também é a estimação de estados.

Contudo, de acordo com Abdel-Majeed (2013), as metodologias de estimação de estados dos sistemas de transmissão não podem ser diretamente aplicadas no sistema de distribuição porque as redes de distribuição são desbalanceadas e radiais, têm grande quantidade de barras e a taxa de impedância R/X é maior ou igual a um. Portanto, muitos estudos encontrados na literatura propõem algumas adaptações à estimação de estados tradicional a fim de elaborar um estimador de estados as redes de distribuição.

A década de 1990 é marcada pela proposta de várias técnicas para estimação de estados no sistema de distribuição, assim, no trabalho de Roytelman e Shahidehpor (1993), o problema de estimação de estados dos mínimos quadrados é solucionado usando as leis de Kirchhoff ao lado dos modelos estatísticos das cargas que representam o carregamento dos transformadores de distribuição. Uma abordagem básica do WLS é proposta por Baran e Kelley (1994), onde os elementos da matriz Jacobiana são simplificados resultando uma estimação de estados dependente intensamente da previsão das cargas. Baran e Kelley (1995), desenvolvem um estimador de estados baseado nas correntes nas linhas que busca incorporar a natureza desbalanceada das redes de distribuição, mas eles simplificam a topologia da rede através da remoção das ramificações laterais.

Uma formulação baseada na corrente também é adotada por Lu (1995), onde primeiramente, o algoritmo estima as pseudomedidas nos transformadores de distribuição e, posteriormente, as equações não lineares são iterativamente resolvidas usando o método de Newton. Lin e Teng (1996a), apresentam uma estimação de estado desacoplada rápida baseada na corrente na forma retangular, em que, a matriz

de ganho é desacoplada em duas matrizes. O desacoplamento também é empregado por Lin e Teng (1996b), que introduzem as medições de injeções de cargas nulas manipuladas através dos multiplicadores de Lagrange. Li (1996), propõe um modelo de carga estocástico influenciado pela variação cronológica e condições relacionadas ao clima. No trabalho de Ghosh (1997), um modelo probabilístico atende a diversidade de carga e o comportamento estatístico não normal das cargas. Celik e Liu (1999), assumem a confiabilidade dos dados medidos e utilizam uma versão modificada do algoritmo de fluxo de potência de Gauss-Seidel, mas sua metodologia não suporta malhas fechadas nem geradores distribuídos. Conforme Singh (2009), no geral, as propostas de estimação de estados para sistemas de distribuição são baseadas no fluxo de potência probabilístico ou adaptações do método dos WLS.

Na década de 2000, metodologias da estimação de estados para sistemas de distribuição foram avaliadas, desta forma, Lubkeman (2000), faz uma implementação em campo da estimação de estados e discute questões ainda não solucionadas como as estratégias de modelagem das cargas. Depois de uma breve revisão da estimação de estados, Baran (2001), conclui que métodos mais adequados precisam ser desenvolvidos a fim de resolver problemas práticos da operação das redes de distribuição. O trabalho de Wang e Schulz (2004), revê o método baseado nas correntes das linhas e emprega os dados da leitura automática dos medidores (AMR) para estimar as cargas nos transformadores de distribuição. Por fim, Singh (2009), avalia comparativamente as técnicas dos WLS, WLAV e Scheweppe Huber Generalized M (SHGM), e os resultados mostraram que os algoritmos baseados nos WLS trabalham bem quando a característica de ruído é conhecida, caso contrário uma nova classe de algoritmos deve ser desenvolvida.

O início da década de 2010 tem sido influenciado pelos conceitos da *smart grid* que incentivam o desenvolvimento de novos algoritmos para estimação de estados, assim Taylor (2011), assume a existência de redundância na informação fornecida pelos dados e sugere o desenvolvimento de novos métodos de estimação de estados para redes de distribuição que integrem os *smart meters* e DGs com baixo tempo computacional. Similarmente, Farantatos (2011), propõe uma estimação de estados dinâmica usando as medições sincronizadas altamente precisas das PMUs, contudo a metodologia trabalha somente dentro da subestação de interesse e ignora toda complexidade topológica da rede de distribuição. Leite e Mantovani (2016), empregam um modelo de transformador de distribuição para acoplar a solução de estimação de

estados da rede secundária com a primária, o que permite a criação de uma sequência de cálculo para cada estado desconhecido usando a solução do problema do ciclo Hamiltoniano.

No trabalho de Zhu (2020), a estimativa do estado da rede de distribuição fornece informações completas e confiáveis para o DMS, sendo um pré-requisito para outras aplicações avançadas de gerenciamento e controle na rede de distribuição de energia. Neste mesmo trabalho são abordados os principais problemas enfrentados pela estimativa do estado da rede de distribuição ativa de fluxo de potência multidimensional de alta dimensão, e discutidas as perspectivas para futuros pontos de acesso e desenvolvimentos de pesquisa.

Nos sistemas de distribuição as leis circuitais são fundamentais para ambos o fluxo de potência e a estimação de estados. A formulação biquadrática de Broadwater (1988), permite obter o balanço de potência através do fluxo de potência nas linhas e sem a necessidade de utilizar os ângulos de fase da tensão, obtendo as soluções apenas com as magnitudes de tensão, tornando o método mais simples e muito eficiente. Esta formulação é originalmente definida em sequência positiva. Para redes de distribuição desbalanceadas, é necessária a adição de fontes de tensão dependentes da corrente conectadas em série, o que aumenta a complexidade do método tornando-o menos atrativo do que o método por soma de correntes nas linhas, como em Cheng e Shirmohammadi (1995), por exemplo.

Regis e Leite (2022), propõem uma atualização da equação biquadrática para o caso trifásico desbalanceado sem fontes de tensão dependentes da corrente, o que preserva a relação direta e explícita entre a magnitude da tensão nodal e os fluxos de potência ativa e reativa. Isso permite sua aplicação direta no modelo do fluxo de potência ótimo (FPO) compondo parte do conjunto das restrições de igualdade. Similar ao FPO, os métodos tradicionais de estimação de estados, como o WLS, fazem uso de um modelo de otimização que pode ser atualizado usando a equação biquadrática para redes de distribuição.

De acordo com Khushalani (2007), em sua forma básica, os métodos de varredura são simples com convergência rápida, pois não exigem nem produto matricial nem inversão. A existência de barras com controle de tensão reduz seu desempenho computacional devido à técnica de compensação. O cálculo da matriz de impedância de sensibilidade em sequência positiva normalmente fornece uma maneira de compensar a potência reativa na barra PV, uma vez que as tensões nodais

dependem das correntes nas linhas. Por outro lado, a magnitude da tensão nodal depende fortemente do fluxo de potência reativa no método de varredura baseado na soma do fluxo de potência nas linhas.

O sistema de controle e aquisição de dados (SCADA), tradicionalmente, conecta dois ambientes: a subestação e o centro de controle (IEEE PES, 2003). No início, os sistemas SCADA eram implementados usando um complexo sistema de chaveamento eletromecânico baseado na tecnologia telefônica discada capaz de ler instrumentos e operar equipamentos. Conforme Li (2013), o advento do computador no controle e processamento transformou o sistema SCADA no seu formato atual que permite o emprego de muitos aplicativos avançados. Como resultado, o sistema foi renomeado para sistema de gerenciamento de energia (EMS) utilizando a estimação de estado como a principal ferramenta capaz de fornecer um conjunto completo de dados para controle e monitoramento em tempo real do sistema elétrico.

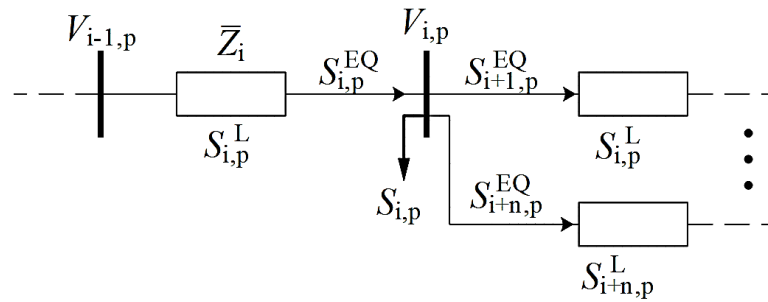
De acordo com Poudel (2022), o sistema de energia elétrica está atualmente passando por uma grande transição devido ao número crescente de recursos energéticos distribuídos (DERs) e ao aumento da automação da distribuição. Diferentes aplicações e empreendimentos, como sistemas distribuídos de gestão de recursos energéticos (DERMS), estão sendo desenvolvidos para a operação coordenada e otimizada dos DERs.

Entretanto, conforme Strezoski (2022), felizmente, os sistemas de gestão de recursos energéticos de distribuição são tecnologias de software emergentes destinadas a fornecer aos operadores de redes de distribuição (ORDs) um conjunto especializado de ferramentas que lhes permita superar os problemas causados pelos DERs e maximizar os benefícios.

3 FORMULAÇÃO E ALGORITMO DO FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO

Embora as redes de distribuição sejam malhadas, elas operam com topologia radial. Portanto, os métodos de varredura direta/reversa se beneficiam dessa radialidade. A subestação é a principal fonte de energia de toda a rede, tem sua magnitude de tensão conhecida, e está na barra mais a montante, ou barra raiz, sendo utilizada como referência para determinar as tensões das barras a jusante. Por exemplo, na Figura 1, a barra $i-1$ está a montante da barra i , então a magnitude da tensão V_i pode ser determinada em termos de V_{i-1} .

Figura 1 – Diagrama de blocos da parte de uma rede trifásica de distribuição.



Fonte: Adaptado de FERREIRA, 2021.

Na Figura 1 são apresentadas as grandezas elétricas associadas à i -ésima barra, para cada fase a , b e c , respectivamente, associadas a p ou $q = 0, 1$ e 2 , e nas linhas adjacentes, tais como:

$V_{i,p}$: magnitude da tensão na i -ésima barra;

$\bar{S}_{i,p} = P_{i,p} + jQ_{i,p}$: potência de carga na i -ésima barra e fase p ;

$\bar{Z}_i = \{R_{i,pq} + jX_{i,pq} | p = 0, 1, 2 \wedge q = 0, 1, 2\}$: matriz de impedância de linha entre as barras $i-1$ e i ;

$\bar{S}_{i,p}^{EQ} = P_{i,p}^{EQ} + jQ_{i,p}^{EQ}$: potência equivalente fluindo entre as barras $i-1$ e i ;

$\bar{S}_{i,p}^L = P_{i,p}^L + jQ_{i,p}^L$: perdas na linha entre as barras $i-1$ e i .

A solução do problema do fluxo de potência em um sistema radial consiste em resolver, para cada seção da rede, uma equação biquadrada em termos de magnitude

da tensão nodal. Sua expansão para o caso trifásico (Regis e Leite, 2022) leva em consideração o acoplamento magnético entre os condutores de fase e é formulada através das grandezas de tensão nodal por fase p , conforme dado:

$$V_{i,p}^4 + A_{i,p}V_{i,p}^2 + B_{i,p} = 0, \quad p = 0, 1, 2, \quad (01)$$

sendo,

$$A_{i,p} = 2(\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} R_{i,pq} + Q_{i,q}^{EQ} X_{i,pq}) \delta_{pq}) - V_{i-1,p}^2, \quad (02)$$

$$B_{i,p} = \sum_{q=0}^2 \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) Z_{i,pq}, \quad (03)$$

$$Z_{i,pq} = \sum_{t=0}^2 (R_{i,pt} R_{i,tq} + X_{i,pt} X_{i,tq}), \quad (04)$$

$$P_{i,p}^{EQ} = P_{i,p} + \sum_{j=1}^{n_i} (P_{j,p}^{EQ} + P_{j,p}^L), \quad (05)$$

$$Q_{i,p}^{EQ} = Q_{i,p} + \sum_{j=1}^{n_i} (Q_{j,p}^{EQ} + Q_{j,p}^L), \quad (06)$$

$$P_{i,p}^L = \sum_{q=0}^2 \frac{R_{i,pq} \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) \delta_{pq}}{V_{i,q}^2}, \quad (07)$$

$$Q_{i,p}^L = \sum_{q=0}^2 \frac{X_{i,pq} \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) \delta_{pq}}{V_{i,q}^2}, \quad (08)$$

$$\delta_{pq} = \cos((p - q)2\pi/3). \quad (09)$$

Na formulação expandida, as linhas de distribuição são representadas por uma matriz de impedância quadrada tridimensional, ou seja, $\bar{\mathbf{Z}}_i$, onde a diagonal principal contém a impedância própria dos condutores e fora da diagonal, a impedância mútua entre os condutores de cada fase. Assim, em (03), os valores $Z_{i,pq}$ são os elementos da matriz $\mathbf{Z}_i^2 = \Re\{\bar{\mathbf{Z}}_i(\bar{\mathbf{Z}}_i^*)^T\}$ calculado conforme (04). Essa expansão trifásica é consistente com a formulação original, na qual $Z_i^2 = R_i^2 + X_i^2$. Adicionalmente, o efeito

do acoplamento magnético entre as fases é completado através do valor de δ_{pq} , que projeta o fluxo de potência da fase q para a fase p . A formulação proposta preserva, assim, a forma da equação biquadrada permitindo determinar a magnitude da tensão nodal em cada uma das fases p , logo tem-se:

$$V_{i,p} = \sqrt{\frac{-A_{i,p}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,p}}{2}\right)^2 - B_{i,p}}} , \quad p = 0, 1, 2. \quad (10)$$

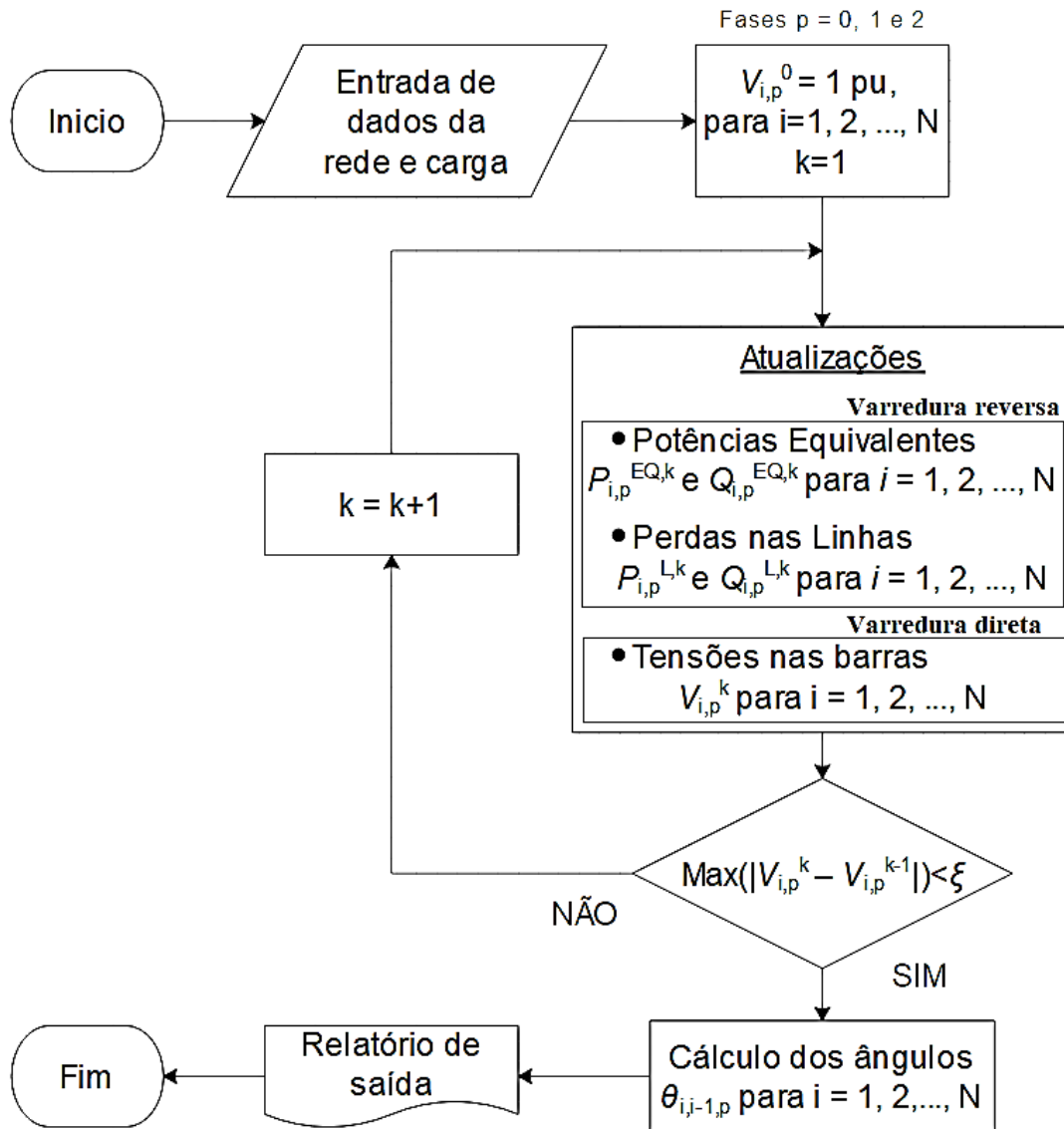
Nota-se que de (01) a (10), não houve necessidade de utilizar os ângulos de de fase da tensão nodal. O fluxograma do algoritmo de fluxo de potência com método de varredura direta/reversa é mostrado na Figura 2, onde a variável k conta o número de iterações. Na varredura reversa são atualizados os fluxos de potência equivalente, $P_{i,p}^{EQ}$ e $Q_{i,p}^{EQ}$, e perdas de linha, $P_{i,p}^L$ e $Q_{i,p}^L$, enquanto as magnitudes de tensão nodal, $V_{i,p}$, são atualizadas na varredura direta. A convergência é alcançada quando a máxima diferença entre as magnitudes de tensão em duas iterações consecutivas é menor que uma tolerância ξ previamente estabelecida. Após a convergência, o ângulo de tensão é obtido através da abertura angular na linha de distribuição, como é dado por:

$$tg\theta_{i,i-1,p} = \frac{\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} X_{i,pq} - Q_{i,q}^{EQ} R_{i,pq}) \delta_{pq}}{(\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} R_{i,pq} + Q_{i,q}^{EQ} X_{i,pq}) \delta_{pq}) + V_{i,p}^2}. \quad (11)$$

Esta é a forma básica do algoritmo de fluxo de potência onde a subestação é a única fonte de energia (barra V θ), e todas as outras barras da rede representam uma carga demandando uma potência ativa e reativa conhecida (barra PQ).

O método iterativo proposto, na Figura 2, inicia-se com o cálculo dos fluxos de potências equivalentes, bem como as perdas nas linhas à montante de cada barra, no sentido das barras terminais para a barra raiz (varredura reversa). Depois, com o cálculo das tensões nodais, no sentido da barra raiz para as barras terminais (varredura direta). Feito isso, verifica-se o critério de convergência: o máximo do módulo da diferença entre tensões em iterações consecutivas, deve ser menor que uma tolerância especificada, caso o critério seja satisfeito, calcula-se a abertura angular, e por fim, a impressão dos resultados, caso contrário, retorna-se à varredura reversa, e contabiliza-se uma iteração.

Figura 2 – Fluxograma do algoritmo de resolução do fluxo de potência trifásico.



Fonte: Autoria própria.

4 SOLUÇÃO DA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

Neste capítulo são abordados alguns tópicos essenciais para a compreensão do funcionamento do estimador de estados aplicado às redes de distribuição, inicialmente com a formulação matricial da técnica dos mínimos quadrados, cujo objetivo é minimizar a soma dos resíduos de medição.

Na sequência, é feita uma explicação do algoritmo de percurso utilizado (busca em profundidade) e, também, a explicação do modelo de dados para a implementação do estimador.

4.1 Estimador de estados para redes de distribuição

Depois de resolver o problema do fluxo de potência, Paiva (2006) fornece a solução da equação biquadrada, apresentada em (10), onde os termos A_i e B_i (para $p=1$) podem ser calculados conforme as equações a seguir:

$$A_i = 2(P_i^{EQ} R_i + Q_i^{EQ} X_i) - V_{i-1}^2 \quad (12)$$

$$B_i = \left((P_i^{EQ})^2 + (Q_i^{EQ})^2 \right) (R_i^2 + X_i^2) \quad (13)$$

Para estimar os estados de uma rede em corrente alternada, no cálculo dos mínimos quadrados ponderados, o objetivo é minimizar a soma dos resíduos:

$$\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) = \sum_{s=1}^N \frac{[z_s - f_s(\mathbf{x})]^2}{\sigma_s^2} = \sum_{s=1}^N r_s \quad (14)$$

Neste trabalho, busca-se encontrar as seguintes variáveis de estado:

$$\mathbf{x} = \left[\begin{array}{c} \overbrace{V_i \quad P_i^{EQ} \quad Q_i^{EQ}}^{N=3} \end{array} \right] \quad (15)$$

Uma medição da magnitude da tensão na i -ésima barra resulta no seguinte termo em $J(\mathbf{x})$:

$$r_1 = \frac{[z_1 - f_1(x)]^2}{\sigma_1^2} = \frac{(V_i^{medido} - f_1(x))^2}{\sigma_{V_i}^2} \Rightarrow f_1(x) = \sqrt{\frac{-A_i}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_i}{2}\right)^2 - B_i}} \quad (16)$$

Para medições de P_i^{EQ} e Q_i^{EQ} em uma linha de distribuição na i -ésima barra resulta nos seguintes termos em $J(x)$:

$$r_2 = \frac{[z_2 - f_2(x)]^2}{\sigma_2^2} = \frac{(P_i^{EQ,medido} - f_2(x))^2}{\sigma_{P_i^{EQ}}^2} \Rightarrow f_2(x) = P_i^{EQ} \quad (17)$$

$$r_3 = \frac{[z_3 - f_3(x)]^2}{\sigma_3^2} = \frac{(Q_i^{EQ,medido} - f_3(x))^2}{\sigma_{Q_i^{EQ}}^2} \Rightarrow f_3(x) = Q_i^{EQ} \quad (18)$$

Como não há relação linear entre as variáveis de estado escolhidas, é necessário utilizar uma técnica iterativa para minimizar $J(x)$. Aqui deve-se aplicar o Método de Newton-Raphson em sua forma multidimensional para realizar a minimização.

De (14), primeiro forma-se o gradiente de $J(x)$ como:

$$\nabla_x J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J(x)}{\partial V_i} \\ \frac{\partial J(x)}{\partial P_i^{EQ}} \\ \frac{\partial J(x)}{\partial Q_i^{EQ}} \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{V_i}^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{P_i^{EQ}}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{Q_i^{EQ}}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ z_3 - f_3(x) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Se colocar as funções $f_i(x)$ na forma vetorial $\mathbf{f}(x)$ e calcular o jacobiano de $\mathbf{f}(x)$, obtem-se:

$$\frac{\partial \mathbf{f}(x)}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} = [\mathbf{H}] \quad (20)$$

$$[\mathbf{H}]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Onde:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_i}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_i}{2}\right)^2 - B_i}} \right)}{\partial V_i} = 1 \quad (22)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_i}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_i}{2}\right)^2 - B_i}} \right)}{\partial P_i^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i1} - \frac{R_i}{2}}{D_{i1}}}{V_i} \begin{cases} C_{i1} = A_i R_i - P_i^{EQ} (R_i^2 + X_i^2) \\ D_{i1} = \sqrt{A_i^2 - 4B_i} \end{cases} \quad (23)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_i}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_i}{2}\right)^2 - B_i}} \right)}{\partial Q_i^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i2} - \frac{X_i}{2}}{D_{i2}}}{V_i} \begin{cases} C_{i2} = A_i X_i - Q_i^{EQ} (R_i^2 + X_i^2) \\ D_{i2} = \sqrt{A_i^2 - 4B_i} \end{cases} \quad (24)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{\partial [P_i^{EQ}]}{\partial V_i} = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \frac{\partial [P_i^{EQ}]}{\partial P_i^{EQ}} = 1 \quad (26)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{\partial [P_i^{EQ}]}{\partial Q_i^{EQ}} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = \frac{\partial [Q_i^{EQ}]}{\partial V_i} = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = \frac{\partial [Q_i^{EQ}]}{\partial P_i^{EQ}} = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = \frac{\partial [Q_i^{EQ}]}{\partial Q_i^{EQ}} = 1 \quad (30)$$

Então, $[H]$ assume a forma

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{C_{i1} R_i}{D_{i1} 2} & \frac{C_{i2} X_i}{D_{i2} 2} \\ 0 & V_i & V_i \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Mas adiante, escreve-se:

$$[R] = \begin{bmatrix} \sigma_{V_i}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{P_i^{EQ}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{Q_i^{EQ}}^2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

A equação (19) pode ser escrita

$$\nabla_x J(x) = \left\{ -2[H]^T [R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ z_3 - f_3(x) \end{bmatrix} \right\} \quad (33)$$

Para fazer $\nabla_x J(x)$ igual à 0, aplica-se o método de Newton-Raphson, então

$$\Delta x = \left[\frac{\partial \nabla_x J(x)}{\partial x} \right]^{-1} [-\nabla_x J(x)] \quad (34)$$

O jacobiano de $\nabla_x J(x)$ é calculado tratando $[H]$ como uma matriz constante:

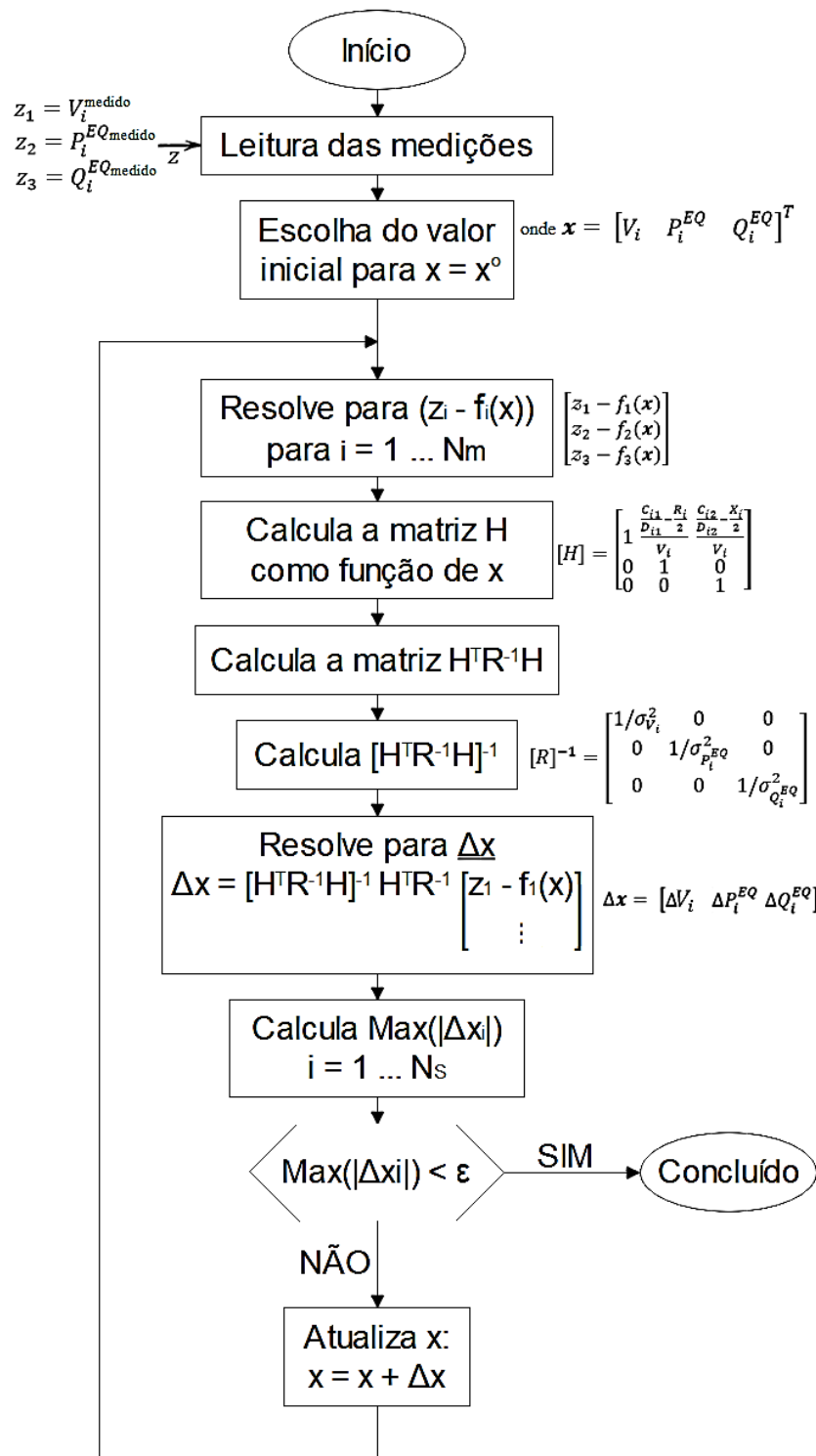
$$\frac{\partial \nabla_x J(x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -2[H]^T [R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ z_3 - f_3(x) \end{bmatrix} \right\} = -2[H]^T [R]^{-1} [-H] = 2[H]^T [R]^{-1} [H] \quad (35)$$

Então:

$$\Delta x = \frac{1}{2} [H]^T [R]^{-1} [H]^{-1} \left\{ 2[H]^T [R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ z_3 - f_3(x) \end{bmatrix} \right\} = [H]^T [R]^{-1} [H]^{-1} [H]^T [R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ z_3 - f_3(x) \end{bmatrix} \quad (36)$$

Para resolver o problema de estimativa de estados, aplica-se (36) iterativamente, conforme mostrado na Figura 3. Observe que isso é semelhante ao processo iterativo usado na solução do fluxo de potência por Newton.

Figura 3 – Algoritmo para solução de estimativa de estados.



Fonte: Autoria própria.

4.2 Formulação do estimador para o caso trifásico

Em (Regis & Leite, 2022), é apresentada a solução da equação biquadrada para redes trifásicas e desbalanceadas, onde os termos A_i e B_i (para $p = 0, 1$ e 2) podem ser calculados conforme as equações a seguir:

$$A_{i,0} = 2\left(\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} R_{i,0q} + Q_{i,q}^{EQ} X_{i,0q}) \delta_{0q}\right) - V_{i-1,0}^2 \quad (37)$$

$$B_{i,0} = \sum_{q=0}^2 \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) Z_{i,0q} \quad (38)$$

$$A_{i,1} = 2\left(\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} R_{i,1q} + Q_{i,q}^{EQ} X_{i,1q}) \delta_{1q}\right) - V_{i-1,1}^2 \quad (39)$$

$$B_{i,1} = \sum_{q=0}^2 \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) Z_{i,1q} \quad (40)$$

$$A_{i,2} = 2\left(\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} R_{i,2q} + Q_{i,q}^{EQ} X_{i,2q}) \delta_{2q}\right) - V_{i-1,2}^2 \quad (41)$$

$$B_{i,2} = \sum_{q=0}^2 \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) Z_{i,2q} \quad (42)$$

Para o caso trifásico, agora deseja-se monitorar as mesmas 3 variáveis de estado, porém, para cada fase da rede de distribuição, aumentando a dimensão do problema, conforme apresentado a seguir.

$$\mathbf{x} = \left[\overbrace{V_{i,0} \quad P_{i,0}^{EQ} \quad Q_{i,0}^{EQ} \quad V_{i,1} \quad P_{i,1}^{EQ} \quad Q_{i,1}^{EQ} \quad V_{i,2} \quad P_{i,2}^{EQ} \quad Q_{i,2}^{EQ}}^{N=9} \right] \quad (43)$$

Utilizando o mesmo método para minimizar a soma dos resíduos, uma medição da magnitude da tensão em casa fase na i -ésima barra resulta nos seguintes termos em $J(\mathbf{x})$:

$$r_1 = \frac{[z_1 - f_1(\mathbf{x})]^2}{\sigma_1^2} = \frac{(V_{i,0}^{medido} - f_1(\mathbf{x}))^2}{\sigma_{V_{i,0}}^2} \Rightarrow f_1(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{-A_{i,0}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,0}}{2}\right)^2 - B_{i,0}}} \quad (44)$$

$$r_4 = \frac{[z_4 - f_4(\mathbf{x})]^2}{\sigma_4^2} = \frac{(V_{i,1}^{medido} - f_4(\mathbf{x}))^2}{\sigma_{V_{i,1}}^2} \Rightarrow f_4(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{-A_{i,1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,1}}{2}\right)^2 - B_{i,1}}} \quad (45)$$

$$r_7 = \frac{[z_7 - f_7(x)]^2}{\sigma_7^2} = \frac{(V_{i,2}^{medido} - f_7(x))^2}{\sigma_{V_{i,2}}^2} \Rightarrow f_7(x) = \sqrt{\frac{-A_{i,2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,2}}{2}\right)^2 - B_{i,2}}} \quad (46)$$

Para medições de P_i^{EQ} e Q_i^{EQ} em uma linha de distribuição na i -ésima barra resulta nos seguintes termos em $J(x)$:

$$r_2 = \frac{[z_2 - f_2(x)]^2}{\sigma_2^2} = \frac{(P_{i,0}^{EQ,medido} - f_2(x))^2}{\sigma_{P_{i,0}^{EQ}}^2} \Rightarrow f_2(x) = P_{i,0}^{EQ} \quad (47)$$

$$r_3 = \frac{[z_3 - f_3(x)]^2}{\sigma_3^2} = \frac{(Q_{i,0}^{EQ,medido} - f_3(x))^2}{\sigma_{Q_{i,0}^{EQ}}^2} \Rightarrow f_3(x) = Q_{i,0}^{EQ} \quad (48)$$

$$r_5 = \frac{[z_5 - f_5(x)]^2}{\sigma_5^2} = \frac{(P_{i,1}^{EQ,medido} - f_5(x))^2}{\sigma_{P_{i,1}^{EQ}}^2} \Rightarrow f_5(x) = P_{i,1}^{EQ} \quad (49)$$

$$r_6 = \frac{[z_6 - f_6(x)]^2}{\sigma_6^2} = \frac{(Q_{i,1}^{EQ,medido} - f_6(x))^2}{\sigma_{Q_{i,1}^{EQ}}^2} \Rightarrow f_6(x) = Q_{i,1}^{EQ} \quad (50)$$

$$r_8 = \frac{[z_8 - f_8(x)]^2}{\sigma_8^2} = \frac{(P_{i,2}^{EQ,medido} - f_8(x))^2}{\sigma_{P_{i,2}^{EQ}}^2} \Rightarrow f_8(x) = P_{i,2}^{EQ} \quad (51)$$

$$r_9 = \frac{[z_9 - f_9(x)]^2}{\sigma_9^2} = \frac{(Q_{i,2}^{EQ,medido} - f_9(x))^2}{\sigma_{Q_{i,2}^{EQ}}^2} \Rightarrow f_9(x) = Q_{i,2}^{EQ} \quad (52)$$

Assim como no caso monofásico, visto que não há relação linear entre as variáveis de estado escolhidas, é necessário utilizar uma técnica iterativa para minimizar $J(x)$. Aqui deve-se aplicar o Método de Newton-Raphson em sua forma multidimensional para realizar a minimização (Tinney, 1967).

No caso trifásico, a formulação se mantém, porém apenas aumentando a dimensão das matrizes para atender todas as variáveis de estado, logo, partindo de (14) e formando o gradiente de $J(x)$ como em (19). Colocam-se as funções $f_i(x)$ na forma vetorial $f(x)$ e ao calcular o jacobiano de $f(x)$, obtem-se:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} & \frac{\partial f_1}{\partial x_5} & \frac{\partial f_1}{\partial x_6} & \frac{\partial f_1}{\partial x_7} & \frac{\partial f_1}{\partial x_8} & \frac{\partial f_1}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} & \frac{\partial f_2}{\partial x_5} & \frac{\partial f_2}{\partial x_6} & \frac{\partial f_2}{\partial x_7} & \frac{\partial f_2}{\partial x_8} & \frac{\partial f_2}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} & \frac{\partial f_3}{\partial x_5} & \frac{\partial f_3}{\partial x_6} & \frac{\partial f_3}{\partial x_7} & \frac{\partial f_3}{\partial x_8} & \frac{\partial f_3}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} & \frac{\partial f_4}{\partial x_5} & \frac{\partial f_4}{\partial x_6} & \frac{\partial f_4}{\partial x_7} & \frac{\partial f_4}{\partial x_8} & \frac{\partial f_4}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_1} & \frac{\partial f_5}{\partial x_2} & \frac{\partial f_5}{\partial x_3} & \frac{\partial f_5}{\partial x_4} & \frac{\partial f_5}{\partial x_5} & \frac{\partial f_5}{\partial x_6} & \frac{\partial f_5}{\partial x_7} & \frac{\partial f_5}{\partial x_8} & \frac{\partial f_5}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_1} & \frac{\partial f_6}{\partial x_2} & \frac{\partial f_6}{\partial x_3} & \frac{\partial f_6}{\partial x_4} & \frac{\partial f_6}{\partial x_5} & \frac{\partial f_6}{\partial x_6} & \frac{\partial f_6}{\partial x_7} & \frac{\partial f_6}{\partial x_8} & \frac{\partial f_6}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_7}{\partial x_1} & \frac{\partial f_7}{\partial x_2} & \frac{\partial f_7}{\partial x_3} & \frac{\partial f_7}{\partial x_4} & \frac{\partial f_7}{\partial x_5} & \frac{\partial f_7}{\partial x_6} & \frac{\partial f_7}{\partial x_7} & \frac{\partial f_7}{\partial x_8} & \frac{\partial f_7}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_8}{\partial x_1} & \frac{\partial f_8}{\partial x_2} & \frac{\partial f_8}{\partial x_3} & \frac{\partial f_8}{\partial x_4} & \frac{\partial f_8}{\partial x_5} & \frac{\partial f_8}{\partial x_6} & \frac{\partial f_8}{\partial x_7} & \frac{\partial f_8}{\partial x_8} & \frac{\partial f_8}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_9}{\partial x_1} & \frac{\partial f_9}{\partial x_2} & \frac{\partial f_9}{\partial x_3} & \frac{\partial f_9}{\partial x_4} & \frac{\partial f_9}{\partial x_5} & \frac{\partial f_9}{\partial x_6} & \frac{\partial f_9}{\partial x_7} & \frac{\partial f_9}{\partial x_8} & \frac{\partial f_9}{\partial x_9} \end{bmatrix} = [H] \quad (53)$$

Onde:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \frac{\partial f_3}{\partial x_3} = \frac{\partial f_4}{\partial x_4} = \frac{\partial f_5}{\partial x_5} = \frac{\partial f_6}{\partial x_6} = \frac{\partial f_7}{\partial x_7} = \frac{\partial f_8}{\partial x_8} = \frac{\partial f_9}{\partial x_9} = 1 \quad (54)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,0}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,0}}{2}\right)^2 - B_{i,0}}} \right)}{\partial P_{i,0}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i0}}{D_{i0}} - \frac{R_{i,00}\delta_{00}}{2}}{V_{i,0}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i0} = \delta_{00}A_{i,0}R_{i,00} - P_{i,0}^{EQ}(R_{i,00}^2 + X_{i,00}^2) \\ D_{i0} = \sqrt{A_{i,0}^2 - 4B_{i,0}} \end{array} \right. \quad (55)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,0}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,0}}{2}\right)^2 - B_{i,0}}} \right)}{\partial Q_{i,0}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i1}}{D_{i1}} - \frac{X_{i,00}\delta_{00}}{2}}{V_{i,0}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i1} = \delta_{00}A_{i,0}X_{i,00} - Q_{i,0}^{EQ}(R_{i,00}^2 + X_{i,00}^2) \\ D_{i1} = \sqrt{A_{i,0}^2 - 4B_{i,0}} \end{array} \right. \quad (56)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_5} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,1}}{2}\right)^2 - B_{i,1}}} \right)}{\partial P_{i,1}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i2}}{D_{i2}} - \frac{R_{i,11}\delta_{11}}{2}}{V_{i,1}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i2} = \delta_{11}A_{i,1}R_{i,11} - P_{i,1}^{EQ}(R_{i,11}^2 + X_{i,11}^2) \\ D_{i2} = \sqrt{A_{i,1}^2 - 4B_{i,1}} \end{array} \right. \quad (57)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_6} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,1}}{2}\right)^2 - B_{i,1}}} \right)}{\partial Q_{i,1}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i3}}{D_{i3}} - \frac{X_{i,11}\delta_{11}}{2}}{V_{i,1}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i3} = \delta_{11}A_{i,1}X_{i,11} - Q_{i,1}^{EQ}(R_{i,11}^2 + X_{i,11}^2) \\ D_{i3} = \sqrt{A_{i,1}^2 - 4B_{i,1}} \end{array} \right. \quad (58)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_8} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,2}}{2}\right)^2 - B_{i,2}}} \right)}{\partial P_{i,2}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i4}}{D_{i4}} - \frac{R_{i,22}\delta_{22}}{2}}{V_{i,2}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i4} = \delta_{22}A_{i,2}R_{i,22} - P_{i,2}^{EQ}(R_{i,22}^2 + X_{i,22}^2) \\ D_{i4} = \sqrt{A_{i,2}^2 - 4B_{i,2}} \end{array} \right. \quad (59)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_9} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,2}}{2}\right)^2 - B_{i,2}}} \right)}{\partial Q_{i,2}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i5}}{D_{i5}} - \frac{X_{i,22}\delta_{22}}{2}}{V_{i,2}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i5} = \delta_{22}A_{i,2}X_{i,22} - Q_{i,2}^{EQ}(R_{i,22}^2 + X_{i,22}^2) \\ D_{i5} = \sqrt{A_{i,2}^2 - 4B_{i,2}} \end{array} \right. \quad (60)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_5} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,0}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,0}}{2}\right)^2 - B_{i,0}}} \right)}{\partial P_{i,1}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i6}}{D_{i6}} - \frac{R_{i,01}\delta_{01}}{2}}{V_{i,1}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i6} = \delta_{01}A_{i,0}R_{i,01} - P_{i,1}^{EQ}(R_{i,01}^2 + X_{i,01}^2) \\ D_{i6} = \sqrt{A_{i,0}^2 - 4B_{i,0}} \end{array} \right. \quad (61)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_6} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,0}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,0}}{2}\right)^2 - B_{i,0}}} \right)}{\partial Q_{i,1}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i7}}{D_{i7}} - \frac{X_{i,01}\delta_{01}}{2}}{V_{i,1}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i7} = \delta_{01}A_{i,0}X_{i,01} - Q_{i,1}^{EQ}(R_{i,01}^2 + X_{i,01}^2) \\ D_{i7} = \sqrt{A_{i,0}^2 - 4B_{i,0}} \end{array} \right. \quad (62)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_8} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,0}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,0}}{2}\right)^2 - B_{i,0}}} \right)}{\partial P_{i,2}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i8}}{D_{i8}} - \frac{R_{i,02}\delta_{02}}{2}}{V_{i,2}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i8} = \delta_{02}A_{i,0}R_{i,02} - P_{i,2}^{EQ}(R_{i,02}^2 + X_{i,02}^2) \\ D_{i8} = \sqrt{A_{i,0}^2 - 4B_{i,0}} \end{array} \right. \quad (63)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_9} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,0}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,0}}{2}\right)^2 - B_{i,0}}} \right)}{\partial Q_{i,2}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i9}}{D_{i9}} - \frac{X_{i,02}\delta_{02}}{2}}{V_{i,2}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i9} = \delta_{02}A_{i,0}X_{i,02} - Q_{i,2}^{EQ}(R_{i,02}^2 + X_{i,02}^2) \\ D_{i9} = \sqrt{A_{i,0}^2 - 4B_{i,0}} \end{array} \right. \quad (64)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_2} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,1}}{2}\right)^2 - B_{i,1}}} \right)}{\partial P_{i,0}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i10}}{D_{i10}} - \frac{R_{i,10}\delta_{10}}{2}}{V_{i,0}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i10} = \delta_{10}A_{i,1}R_{i,10} - P_{i,0}^{EQ}(R_{i,10}^2 + X_{i,10}^2) \\ D_{i10} = \sqrt{A_{i,1}^2 - 4B_{i,1}} \end{array} \right. \quad (65)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_3} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,1}}{2}\right)^2 - B_{i,1}}} \right)}{\partial Q_{i,0}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i11}}{D_{i11}} - \frac{X_{i,10}\delta_{10}}{2}}{V_{i,0}} \left\{ \begin{array}{l} C_{i11} = \delta_{10}A_{i,1}X_{i,10} - Q_{i,0}^{EQ}(R_{i,10}^2 + X_{i,10}^2) \\ D_{i11} = \sqrt{A_{i,1}^2 - 4B_{i,1}} \end{array} \right. \quad (66)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_8} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,1}}{2}\right)^2 - B_{i,1}}} \right)}{\partial P_{i,2}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i12}}{D_{i12}} - \frac{R_{i,12}\delta_{12}}{2}}{V_{i,2}} \begin{cases} C_{i12} = \delta_{12}A_{i,1}R_{i,12} - P_{i,2}^{EQ}(R_{i,12}^2 + X_{i,12}^2) \\ D_{i12} = \sqrt{A_{i,1}^2 - 4B_{i,1}} \end{cases} \quad (67)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_9} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,1}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,1}}{2}\right)^2 - B_{i,1}}} \right)}{\partial Q_{i,2}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i13}}{D_{i13}} - \frac{X_{i,12}\delta_{12}}{2}}{V_{i,2}} \begin{cases} C_{i13} = \delta_{12}A_{i,1}X_{i,12} - Q_{i,2}^{EQ}(R_{i,12}^2 + X_{i,12}^2) \\ D_{i13} = \sqrt{A_{i,1}^2 - 4B_{i,1}} \end{cases} \quad (68)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_2} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,2}}{2}\right)^2 - B_{i,2}}} \right)}{\partial P_{i,0}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i14}}{D_{i14}} - \frac{R_{i,20}\delta_{20}}{2}}{V_{i,0}} \begin{cases} C_{i14} = \delta_{20}A_{i,2}R_{i,20} - P_{i,0}^{EQ}(R_{i,20}^2 + X_{i,20}^2) \\ D_{i14} = \sqrt{A_{i,2}^2 - 4B_{i,2}} \end{cases} \quad (69)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_3} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,2}}{2}\right)^2 - B_{i,2}}} \right)}{\partial Q_{i,0}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i15}}{D_{i15}} - \frac{X_{i,20}\delta_{20}}{2}}{V_{i,0}} \begin{cases} C_{i15} = \delta_{20}A_{i,2}X_{i,20} - Q_{i,0}^{EQ}(R_{i,20}^2 + X_{i,20}^2) \\ D_{i15} = \sqrt{A_{i,2}^2 - 4B_{i,2}} \end{cases} \quad (70)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_5} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,2}}{2}\right)^2 - B_{i,2}}} \right)}{\partial P_{i,1}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i16}}{D_{i16}} - \frac{R_{i,21}\delta_{21}}{2}}{V_{i,1}} \begin{cases} C_{i16} = \delta_{21}A_{i,2}R_{i,21} - P_{i,1}^{EQ}(R_{i,21}^2 + X_{i,21}^2) \\ D_{i16} = \sqrt{A_{i,2}^2 - 4B_{i,2}} \end{cases} \quad (71)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_6} = \frac{\partial \left(\sqrt{\frac{-A_{i,2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,2}}{2}\right)^2 - B_{i,2}}} \right)}{\partial Q_{i,1}^{EQ}} = \frac{\frac{C_{i17}}{D_{i17}} - \frac{X_{i,21}\delta_{21}}{2}}{V_{i,1}} \begin{cases} C_{i17} = \delta_{21}A_{i,2}X_{i,21} - Q_{i,1}^{EQ}(R_{i,21}^2 + X_{i,21}^2) \\ D_{i17} = \sqrt{A_{i,2}^2 - 4B_{i,2}} \end{cases} \quad (72)$$

Dado que os restantes elementos da matriz são todos nulos, em virtude da função que a descreve não apresentar dependência da variável de estado em processo de derivação, a matriz $[H]$ assume uma configuração caracterizada por essa ausência de influência, conforme indicado a seguir:

$$\begin{bmatrix}
1 & \frac{C_{i0}}{D_{i0}} \frac{R_{i,00}\delta_{00}}{2} & \frac{C_{i1}}{D_{i1}} \frac{X_{i,00}\delta_{00}}{2} & 0 & \frac{C_{i6}}{D_{i6}} \frac{R_{i,01}\delta_{01}}{2} & \frac{C_{i7}}{D_{i7}} \frac{X_{i,01}\delta_{01}}{2} & 0 & \frac{C_{i8}}{D_{i8}} \frac{R_{i,02}\delta_{02}}{2} & \frac{C_{i9}}{D_{i9}} \frac{X_{i,02}\delta_{02}}{2} \\
0 & V_{i,0} & V_{i,0} & 0 & V_{i,1} & V_{i,1} & 0 & V_{i,2} & V_{i,2} \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{C_{i10}}{D_{i10}} \frac{R_{i,10}\delta_{10}}{2} & \frac{C_{i11}}{D_{i11}} \frac{X_{i,10}\delta_{10}}{2} & 1 & \frac{C_{i2}}{D_{i2}} \frac{R_{i,11}\delta_{11}}{2} & \frac{C_{i3}}{D_{i3}} \frac{X_{i,11}\delta_{11}}{2} & 0 & \frac{C_{i12}}{D_{i12}} \frac{R_{i,12}\delta_{12}}{2} & \frac{C_{i13}}{D_{i13}} \frac{X_{i,12}\delta_{12}}{2} \\
0 & V_{i,0} & V_{i,0} & 1 & V_{i,1} & V_{i,1} & 0 & V_{i,2} & V_{i,2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{C_{i14}}{D_{i14}} \frac{R_{i,20}\delta_{20}}{2} & \frac{C_{i15}}{D_{i15}} \frac{X_{i,20}\delta_{20}}{2} & 0 & \frac{C_{i16}}{D_{i16}} \frac{R_{i,21}\delta_{21}}{2} & \frac{C_{i17}}{D_{i17}} \frac{X_{i,21}\delta_{21}}{2} & 1 & \frac{C_{i4}}{D_{i4}} \frac{R_{i,22}\delta_{22}}{2} & \frac{C_{i5}}{D_{i5}} \frac{X_{i,22}\delta_{22}}{2} \\
0 & V_{i,0} & V_{i,0} & 0 & V_{i,1} & V_{i,1} & 1 & V_{i,2} & V_{i,2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix} \quad (73)$$

Mas adiante, escreve-se:

$$[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix}
\sigma_{V_{i,0}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \sigma_{P_{i,0}}^{2EQ} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \sigma_{Q_{i,0}}^{2EQ} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \sigma_{V_{i,1}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{P_{i,1}}^{2EQ} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Q_{i,1}}^{2EQ} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{V_{i,2}}^2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{P_{i,2}}^{2EQ} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Q_{i,2}}^{2EQ}
\end{bmatrix} \quad (74)$$

Assim como obtido em (36), os mesmos procedimentos são realizados para o caso trifásico, obtendo assim, a equação seguinte.

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{1}{2} [\mathbf{H}^T [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \left\{ 2 [\mathbf{H}]^T [\mathbf{R}]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(\mathbf{x}) \\ z_2 - f_2(\mathbf{x}) \\ z_3 - f_3(\mathbf{x}) \\ z_4 - f_4(\mathbf{x}) \\ z_5 - f_5(\mathbf{x}) \\ z_6 - f_6(\mathbf{x}) \\ z_7 - f_7(\mathbf{x}) \\ z_8 - f_8(\mathbf{x}) \\ z_9 - f_9(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \right\} = [\mathbf{H}]^T [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{H}^{-1} [\mathbf{H}]^T [\mathbf{R}]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(\mathbf{x}) \\ z_2 - f_2(\mathbf{x}) \\ z_3 - f_3(\mathbf{x}) \\ z_4 - f_4(\mathbf{x}) \\ z_5 - f_5(\mathbf{x}) \\ z_6 - f_6(\mathbf{x}) \\ z_7 - f_7(\mathbf{x}) \\ z_8 - f_8(\mathbf{x}) \\ z_9 - f_9(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (75)$$

Por fim aplica-se (75) iterativamente, conforme o algoritmo apresentado na Figura 3, agora utilizando as matrizes com dimensão expandida para o caso trifásico.

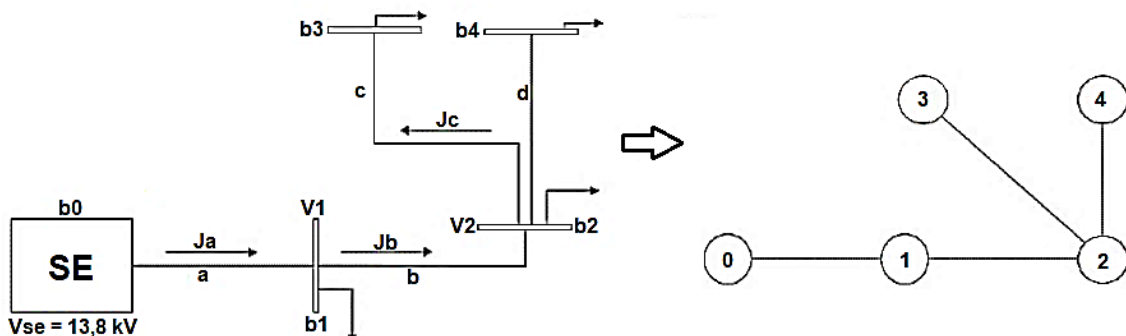
4.3 Algoritmo de percurso: busca em profundidade

A teoria de grafos é aplicada em várias áreas do conhecimento, como análise de circuitos elétricos, computação, pesquisa operacional, química, ciência da comunicação, física, genética, psicologia, sociologia, antropologia, arquitetura e linguística. Na matemática, a teoria dos grafos é ligada a vários ramos como teoria dos grupos, análise, probabilidade e estatística (Harary, 1969). Um grafo é constituído por um modelo matemático ideal para o estudo das relações entre objetos discretos de qualquer tipo.

Um sistema de distribuição é semelhante a uma floresta, onde o alimentador representa o tronco da árvore, os setores representam os nós, os ramais da rede (galhos da árvore), que podem ou não conter chaves seccionadoras, são equivalentes as arestas de um grafo, e por fim, as folhas desta árvore representam as cargas do sistema. A Figura 4 tem o intuito de representar em grafo um sistema de distribuição qualquer, onde os vértices (representado por círculos) estão associados aos equipamentos elétricos em derivação (*shunt*), como cargas, capacitores e geradores distribuídos, enquanto que as arestas, representam equipamentos elétricos conectados em série, como linhas, reguladores de tensão e chaves. Nesta representação, o transformador também está em série, e conecta a rede primária à secundária causando, frequentemente, deslocamentos nos ângulos de fase devido ao tipo de conexão dos seus terminais.

Na representação por grafos, a análise de topologia normalmente é realizada usando algoritmos de busca de grafos tais como o método de busca em profundidade (do Inglês, *depth-first search* - DFS) e em largura (do Inglês, *breadth first search* - BFS) (Ekanayake *et al.*, 2012).

Figura 4 – Representação de um sistema de distribuição genérico na forma de um grafo.



Fonte: Autoria própria.

A busca em profundidade inicia-se em um nó raiz (subestação neste caso), e progride através do primeiro nó adjacente da árvore (linha de distribuição), aprofundando-se cada vez mais, até que se depare com um nó que não possui vértice adjacente ou então que o alvo da busca seja encontrado. Assim, o algoritmo toma o caminho reverso de modo a retroceder a busca e iniciar no próximo nó em que tinha parado, e que ainda não foi percorrido. A complexidade computacional para o algoritmo percorrer por todo o grafo aumenta à medida que seu número de vértices e arestas aumentam.

Figura 5 – Pseudocódigo do método da busca em profundidade.

1- DFS(v) 2- <i>num(v) = i+1;</i> 3- <i>para todos vértices u adjacentes à v</i> 4- <i>se num(u) é igual a 0</i> 5- <i>Adicionar a aresta (uv) em arestas</i> 6- DFS(u) >>> <u>RECURSÃO</u> 7- fim se 8- fim para 9- fim DFS()	10- BuscaEmProfundidade(v) 11- <i>para todos vértices v</i> 12- <i>num(v) = 0</i> 13- fim para 14- <i>arestas = vazio</i> 15- <i>i = 1</i> 16- <i>enquanto existir v tal que num(v) é 0</i> 17- DFS(v) 18- fim enquanto 19- fim BuscaEmProfundidade()
--	--

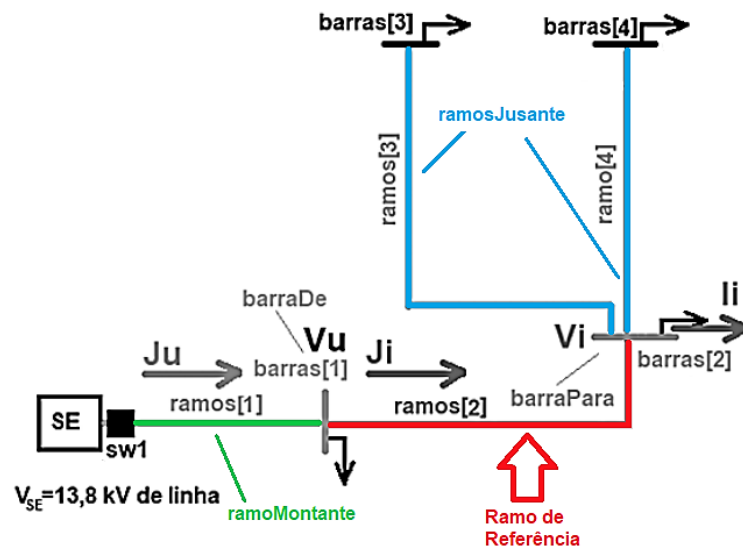
Fonte: Autoria própria.

O algoritmo apresentado na Figura 05, garante a trajetória de uma árvore que inclui ou se estende por todos os vértices do grafo original. Uma árvore que atende a essa condição é chamada de árvore geradora (circuito de topologia radial). O fato de uma árvore ser gerada é verificado pelo fato de que o algoritmo não inclui na árvore resultante nenhuma aresta que conduza do vértice atualmente analisado a um vértice já analisado, ou seja, ao comparar com circuitos, este não deve possuir malhas.

4.4 Modelo de dados e implementação do estimador

Para estimar as variáveis desejadas, utiliza-se um algoritmo que verifica a topologia radial das redes de distribuição trifásica e que seja capaz de calcular as tensões em cada barra, durante a varredura direta. Na Figura 6 tem-se a ilustração de um exemplo de uma rede de distribuição de topologia radial, com 5 barras.

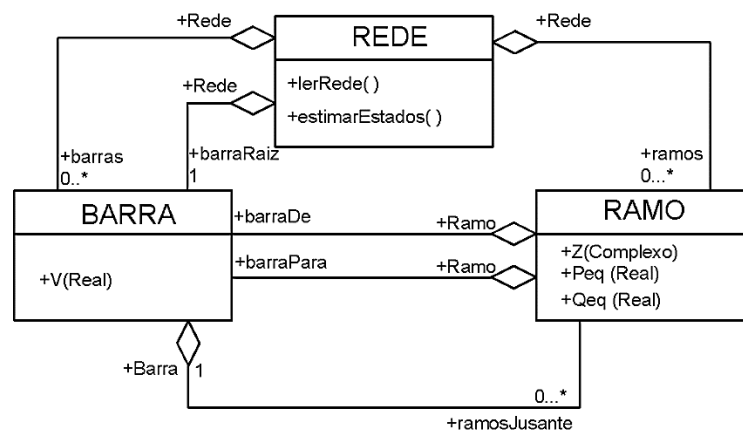
Figura 6 – Exemplo de topologia de uma rede de 5 barras.



Fonte: Adaptado de Ferreira (2021).

Para implementar o algoritmo em um ambiente computacional, primeiro é definido o modelo de dados a ser utilizado, sendo este composto por três classes principais: “Barra”, “Ramo” e “Rede”. Partindo do conceito de linguagem UML, é possível notar, na Figura 7, que cada classe possui atributos e características próprias, e estão interligadas umas às outras por meio de relações de composição e agregação. Na classe “Ramo”, nota-se que a mesma engloba dois vetores reais (fluxos de potência ativa e reativa) e uma matriz complexa (impedância de linha). Através da relação de agregação, observa-se que “Barra” e “Ramo” fazem parte de uma “Rede”, e também por composição, que “barraDe” e “barraPara” compõem um “Ramo” a partir de uma “Barra”.

Figura 7 – Estrutura de dados para a rede de distribuição.



Fonte: Autoria própria.

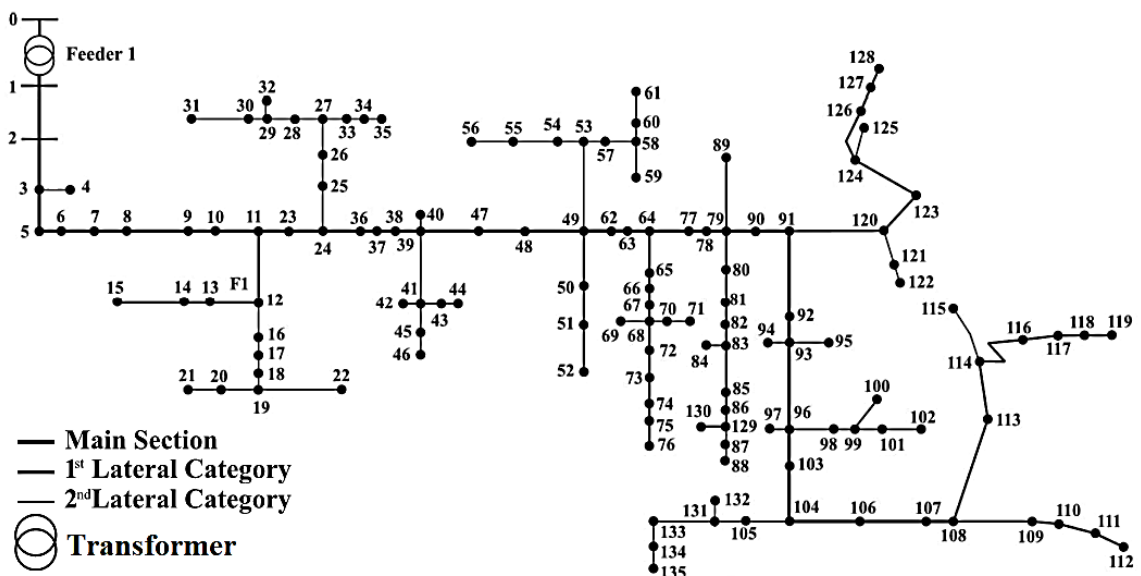
5 RESULTADOS

Neste capítulo, inicialmente é apresentada a descrição do sistema de teste, ou seja, sobre quais as características do circuito de distribuição os resultados são obtidos. Posteriormente, os resultados são divididos, com a primeira parte dedicada à resolução do fluxo de potência com o método proposto, e a segunda parte dedicada aos resultados do estimador de estados para ambos os casos, monofásico e trifásico.

5.1 Circuito alimentador de distribuição

Para proceder com as simulações necessárias a fim de testar o algoritmo elaborado na linguagem C#, o algoritmo implementado é executado em um sistema de processamento Intel® Core™ i3-2350M CPU @ 2,30 GHz com quatro processadores lógicos. Para a resolução do fluxo de potência e, também, realização da estimação de estados voltado para sistemas de distribuição, foi adotado como objeto de estudo o sistema de distribuição da Figura 8.

Figura 8 – Rede de distribuição estudada.



Fonte: LaPSEE (2023).

A Figura 8 apresenta o diagrama unifilar de um sistema de distribuição trifásico com topologia radial e 135 barras, com um alimentador operando em 13,8 kV. Este alimentador tem sido usado no LaPSEE (Laboratório de Planejamento de Sistemas

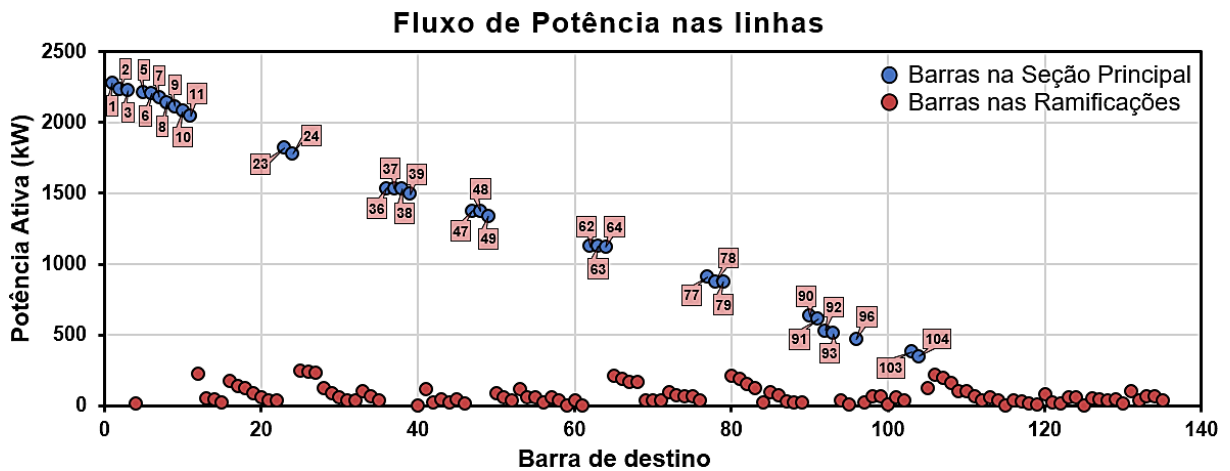
de Energia Elétrica) na UNESP de Ilha Solteira - Brasil, por pesquisadores, com a finalidade de estudar e analisar técnicas e algoritmos relacionados aos problemas envolvendo este tipo de sistema de distribuição, como alocação ótima de dispositivos de proteção, detecção e controle de falhas e confiabilidade de fornecimento.

5.2 Simulação e resultados

5.2.1 Determinação das medidas com fluxo de potência no caso monofásico

Após resolver o fluxo de potência pelo método da soma de potências, utilizando a varredura direta/reversa, foram obtidos os valores dos fluxos de potências ativas e reativas nas linhas à montante de cada barra do sistema, conforme apresentado nas Figuras 9 e 10.

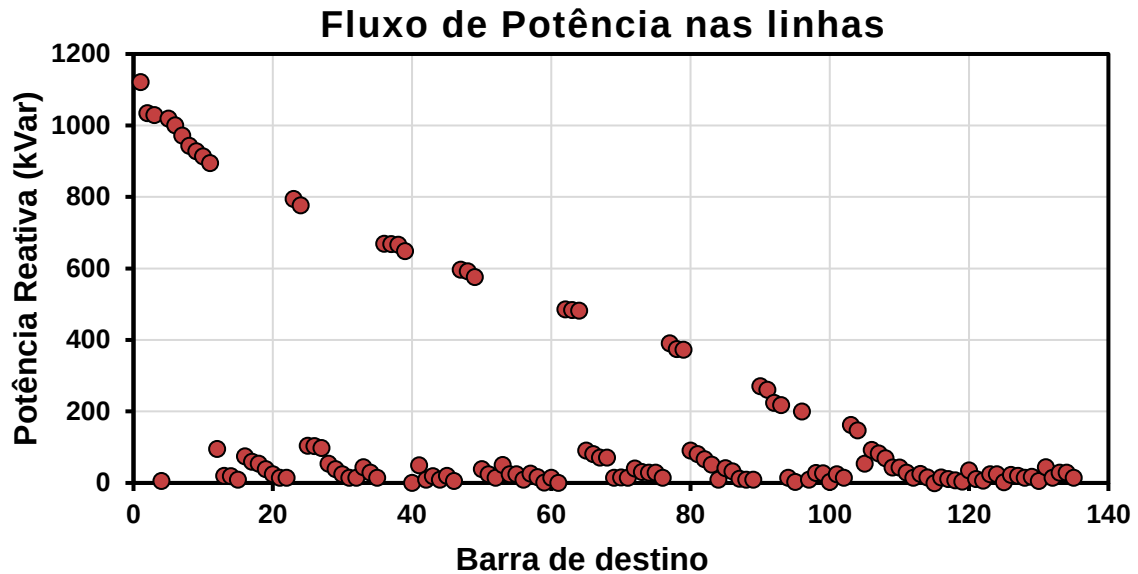
Figura 9 – Fluxo de potência ativa nas linhas à montante de cada barra.



Fonte: Autoria própria.

Após a determinação dos valores verdadeiros das grandezas, torna-se viável realizar uma simulação de um medidor no sistema em cada barra, incorporando uma margem de erro aleatória de distribuição normal aos valores reais das potências acumuladas em cada barra. Este processo envolve a aplicação de um ruído, que representa o erro dos medidores, com um valor de variância atingindo 10^{-4} , que representa a precisão. Essa abordagem permite uma análise mais abrangente e realista, considerando as possíveis flutuações nos valores monitorados e estimação das medições no contexto do sistema em questão.

Figura 10 – Fluxo de potência reativa nas linhas à montante de cada barra.



As Figuras 11 e 12 exibem uma análise comparativa e minuciosa entre os valores reais das potências, os quais foram calculados utilizando o método proposto de fluxo de potência, e as pseudomedidas geradas como a adição dos ruídos de amplitude variável. Esta comparação proporciona uma visão detalhada das discrepâncias ou concordâncias entre os resultados obtidos pelo método proposto e as pseudomedidas associadas. Na Tabela 01, há uma comparação quantitativa entre os valores reais do fluxo de potência ativa e os valores medidos. Na última coluna, mostra-se a diferença, cujo valor máximo atinge 0,91% no fluxo através da barra 10.

Figura 11 – Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência ativa.

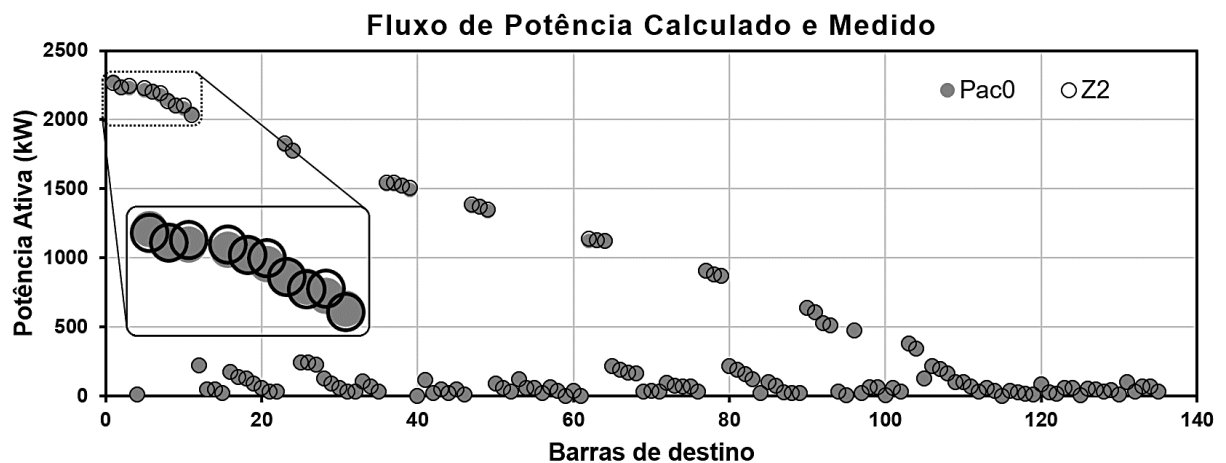


Figura 12 – Valor verdadeiro e medido da potência reativa.

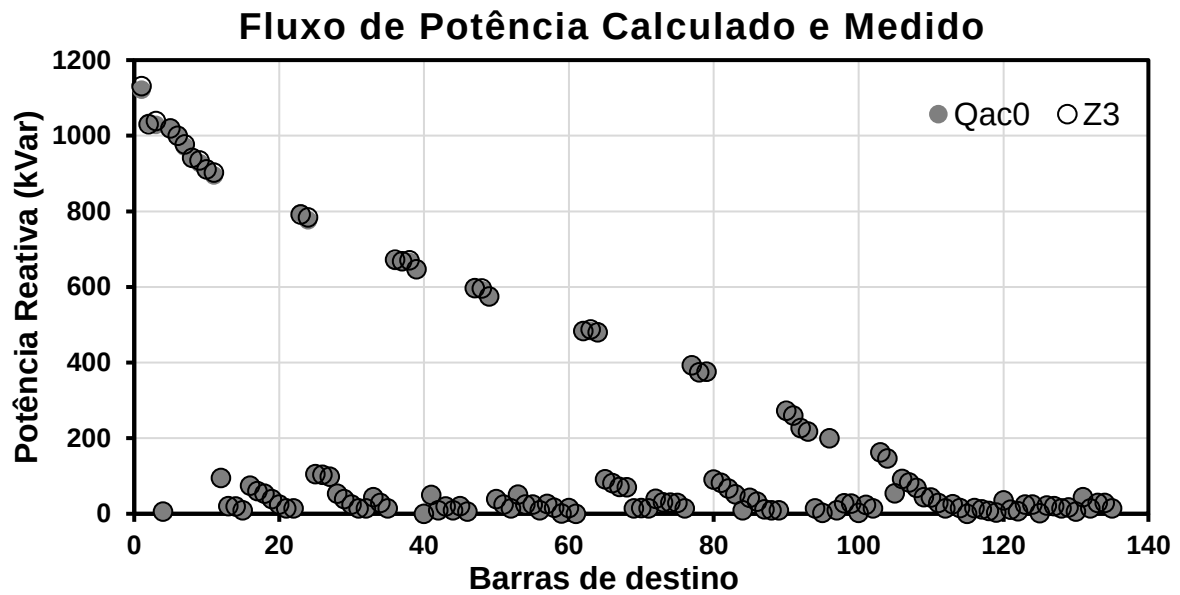


Tabela 01 – Valor verdadeiro e medido da potência ativa no trecho em destaque para o caso monofásico.

Barra	Pac0(kW)	Z2(kW)	Pac0 - Z2
1	2274,61	2264,35	10,27
2	2235,65	2235,53	0,12
3	2230,16	2242,63	12,47
4	13,80	13,78	0,02
5	2214,65	2229,43	14,78
6	2206,09	2201,21	4,88
7	2174,72	2191,58	16,86
8	2143,51	2136,45	7,06
9	2108,62	2101,01	7,61
10	2083,67	2102,74	<u>19,06</u>
11	2046,05	2036,46	9,59

Fonte: Autoria própria.

5.2.2 Determinação das medidas com fluxo de potência no caso trifásico

Assim como no caso monofásico, depois de aplicar o método da soma de potências para resolver o fluxo de potência, utilizando a abordagem de varredura direta/reversa, foram calculados os valores correspondentes aos fluxos de potência ativa e reativa para cada fase. Esses resultados referem-se às linhas localizadas a montante de cada barra no sistema, conforme ilustrado nas Figuras 13 e 14.

Figura 13 – Fluxo de potência ativa nas linhas à montante de cada barra (fases a, b e c).

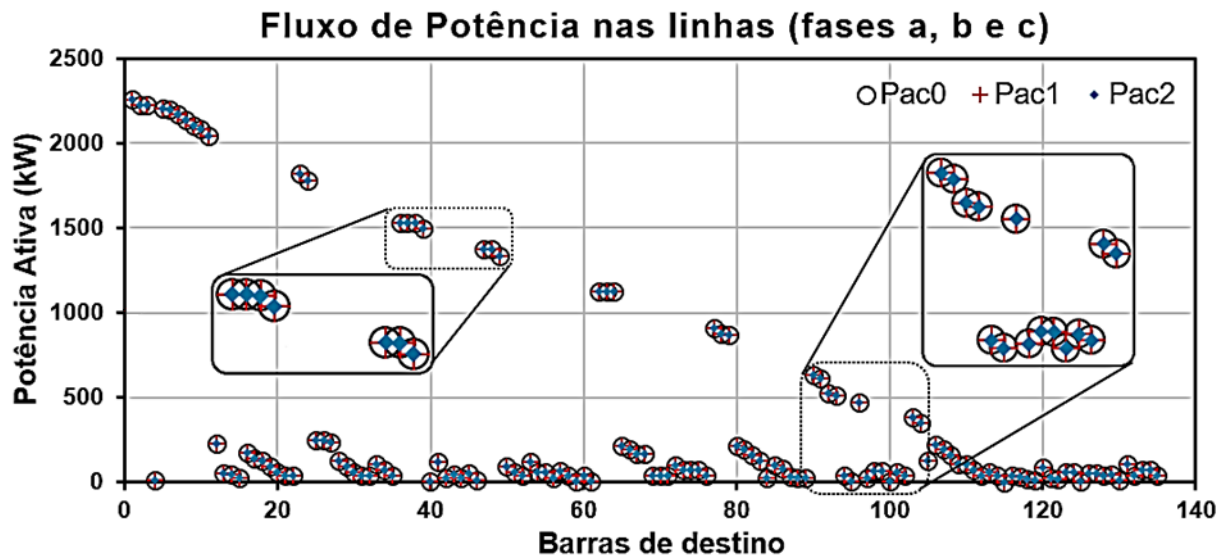
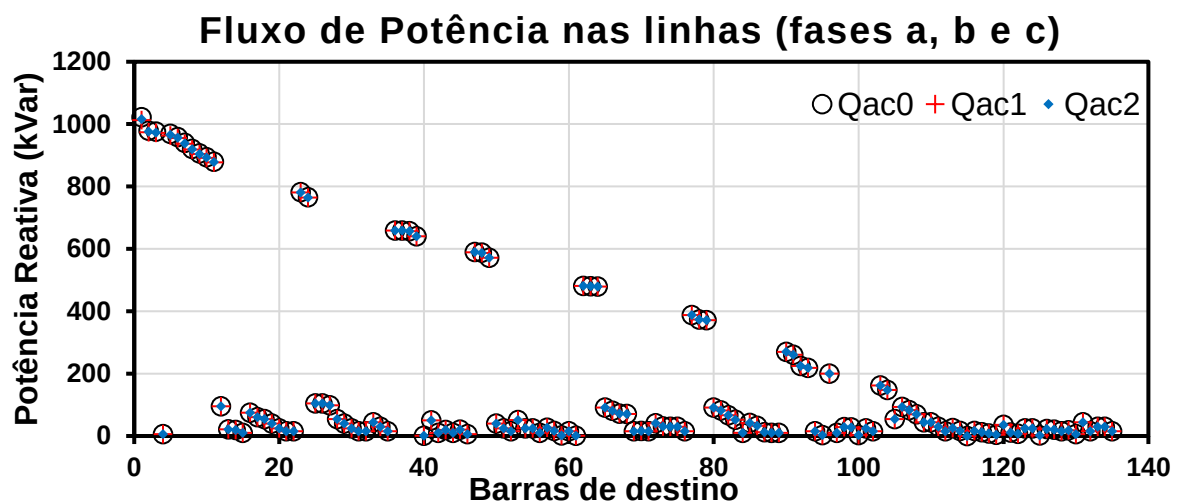


Figura 14 – Fluxo de potência reativa nas linhas à montante de cada barra (fases a, b e c).

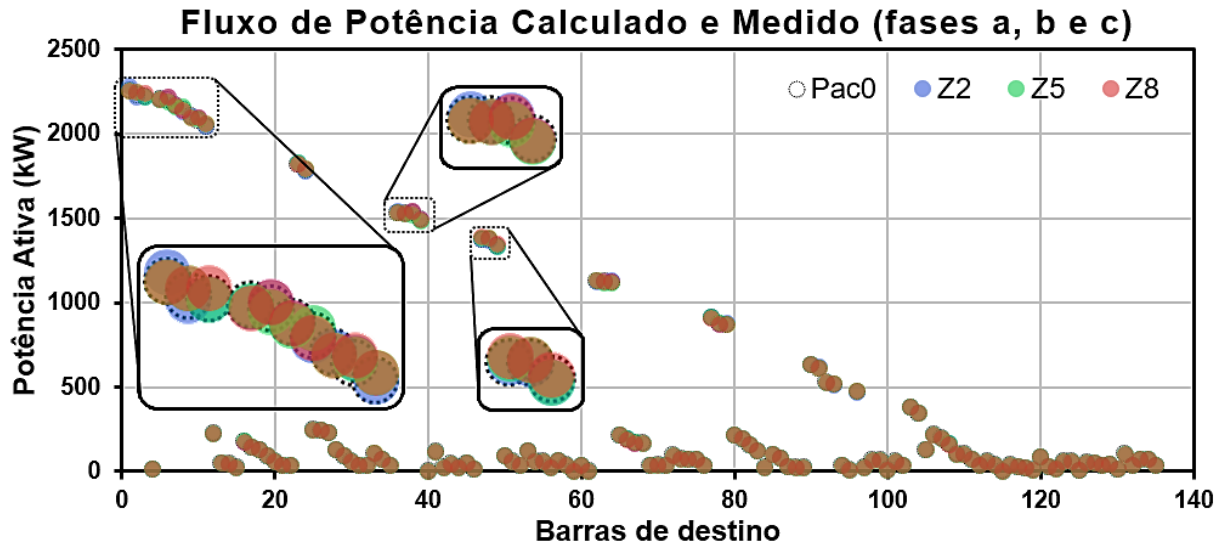


Uma vez determinados os valores reais das grandezas, é possível realizar uma simulação com a introdução de um medidor no sistema, incorporando um erro, ruído aleatório de distribuição normal às potências acumuladas em cada barra. Nesse processo, é empregada uma variância, indicativa da precisão dos medidores, estabelecida em 10^{-4} .

Já que os valores calculados no fluxo de potência se sobrepõem para as 3 fases (conforme observado na Figura 13), pode-se utilizar apenas uma delas para referência, visto que há um equilíbrio entre as fases. As Figuras 15 e 16 exibem uma análise comparativa entre os valores verdadeiros das potências (fase a), calculados

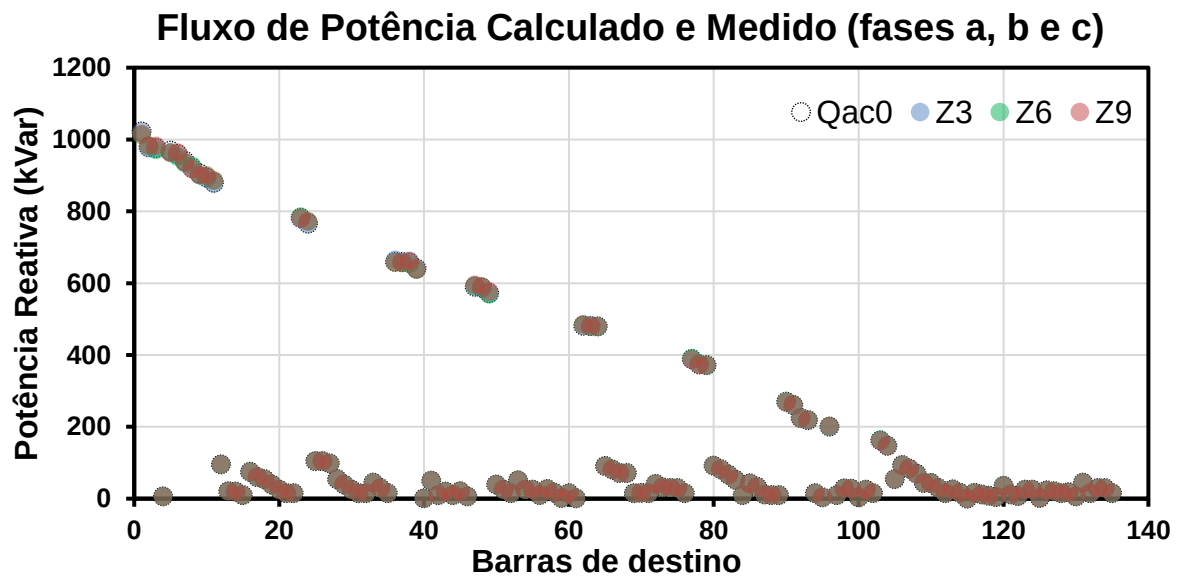
pelo método proposto, e as pseudomedidas geradas, incorporando o ruído de medição.

Figura 15 – Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência ativa (fases a, b e c).



Fonte: Autoria própria.

Figura 16 – Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência reativa (fases a, b e c).



Fonte: Autoria própria.

Ao analisar a Figura 15, nota-se uma pequena dispersão dos valores medidos nas 3 fases, quando comparado ao valor de referência. Este comportamento é observado tanto para a potência ativa, quanto para a potência reativa, e pode ser notado com mais facilidade nas primeiras barras do sistema, e também nas barras localizadas na seção principal. Na Tabela 02, apresentam-se esses valores para as

três fases, tanto os valores medidos quanto as diferenças, nas primeiras 11 barras do sistema. As diferenças máximas atingem 0,94%, 0,86% e 0,96% nas fases a, b, e c, respectivamente.

Tabela 02 – Valor verdadeiro e medido da potência ativa no trecho em destaque para o caso trifásico.

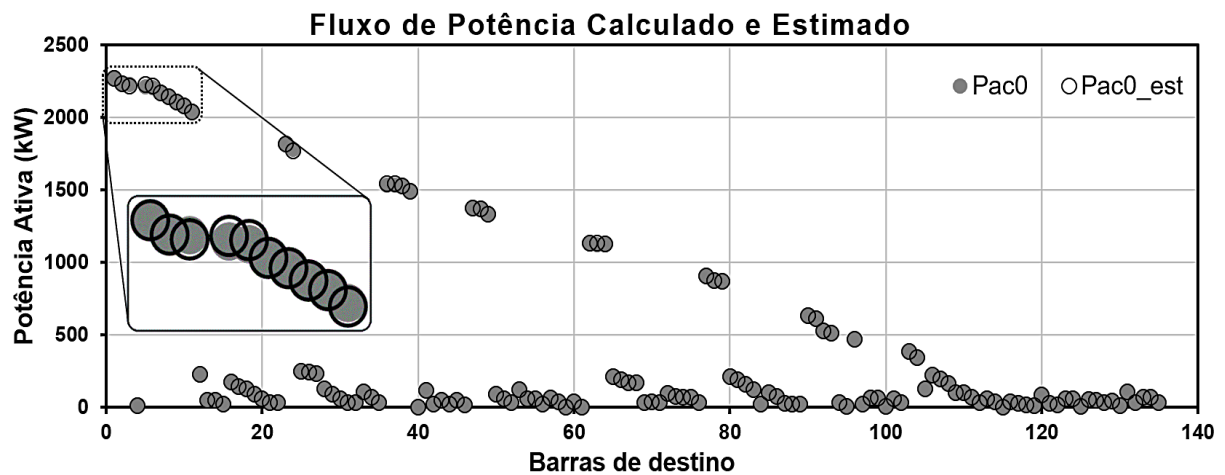
	Fase A			Fase B		Fase C	
Barra	Pac(kW)	Z2(kW)	Pac - Z2	Z5(kW)	Pac - Z5	Z8(kW)	Pac - Z8
1	2258,35	2279,54	<u>21,19</u>	2255,86	2,49	2255,97	2,38
2	2226,20	2215,24	10,96	2244,08	17,88	2244,15	17,96
3	2221,22	2220,19	1,03	2218,44	2,78	2242,24	<u>21,02</u>
4	13,80	13,77	0,03	13,92	<u>0,12</u>	13,92	0,12
5	2206,01	2202,60	3,41	2204,48	1,53	2200,24	5,77
6	2198,95	2214,53	15,58	2190,79	8,16	2214,73	15,78
7	2169,04	2166,89	2,14	2162,90	6,13	2166,50	2,54
8	2139,27	2129,48	9,79	2157,59	18,33	2134,47	4,80
9	2104,44	2104,20	0,24	2097,41	7,03	2097,45	6,99
10	2079,84	2091,60	11,76	2090,63	10,79	2098,13	18,29
11	2043,32	2040,87	2,44	2060,16	16,84	2060,18	16,86

Fonte: Autoria própria.

5.2.3 Resultados do estimador de estados monofásico

A Figura 17 apresenta uma análise comparativa entre os valores reais dos fluxos de potências ativas, calculados pelo método proposto, e os valores estimados pela formulação desenvolvida.

Figura 17 – Valor verdadeiro e estimado do fluxo de potência ativa.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 03 – Valor verdadeiro e estimado da potência ativa no trecho em destaque para o caso monofásico.

Barra	Pac0(kW)	Pac0_est	Pac0 - Pac0_est
1	2274,618	2272,041	2,577 ↓
2	2235,655	2233,121	2,533 ↑
3	2230,162	2219,633	10,529 ↓
4	13,800	13,757	0,043 ↑
5	2214,651	2229,429	14,778 ↓
6	2206,098	2217,209	11,112 ↑
7	2174,720	2169,908	4,812 ↓
8	2143,517	2142,281	1,236 ↓
9	2108,620	2107,404	1,216 ↓
10	2083,678	2082,476	1,202 ↓
11	2046,052	2037,531	8,521 ↓

Fonte: Autoria própria.

Ao observar a Tabela 03, pode-se notar que conforme indicado pelas setas em verde, houve uma redução do erro ao comparar com os valores obtidos na Tabela 01, ou seja, neste trecho analisado, houve uma maior quantia de barras onde o erro do estimador é menor que o erro do medidor, isso mostra a eficácia do método proposto para o caso monofásico. Diferença máxima de 0,67% no fluxo através da barra 5.

As (Tabelas 13 e 14 – ANEXO A) apresentam os resultados dos fluxos de potências ativas e reativas estimadas, obtidas no caso de variância constante simulado, onde a primeira coluna representa o identificador para cada barra do sistema considerado, $H(x)$ corresponde ao valor verdadeiro das grandezas obtidas através do algoritmo de cálculo do fluxo de potência proposto, z representa os valores medido com a variância correspondente (pseudomedidas), $\hat{x}$ corresponde ao valor estimado resultante da formulação proposta, $H(x) - z$ é a diferença entre o valor calculado pelo FP e o valor medido e $H(x) - \hat{x}$ é a diferença entre o valor calculado pelo FP e o valor estimado.

Considerando o estudo dos fluxos de potências nas linhas, foram plotados dois gráficos para este caso, onde o primeiro gráfico indica os valores das diferenças entre as potências calculadas e as potências medidas, e em seguida entre os valores das potências calculadas e as potências estimadas, ambos para os fluxos de potência ativa e reativa. As diferenças são em p.u. para uma base de 100 MVA. O segundo gráfico representa um rearranjo dos valores do primeiro gráfico, permitindo a visualização da quantidade de diferenças com maiores erros.

Figura 18 – Análise do fluxo de potência ativa para o caso de variância fixa.

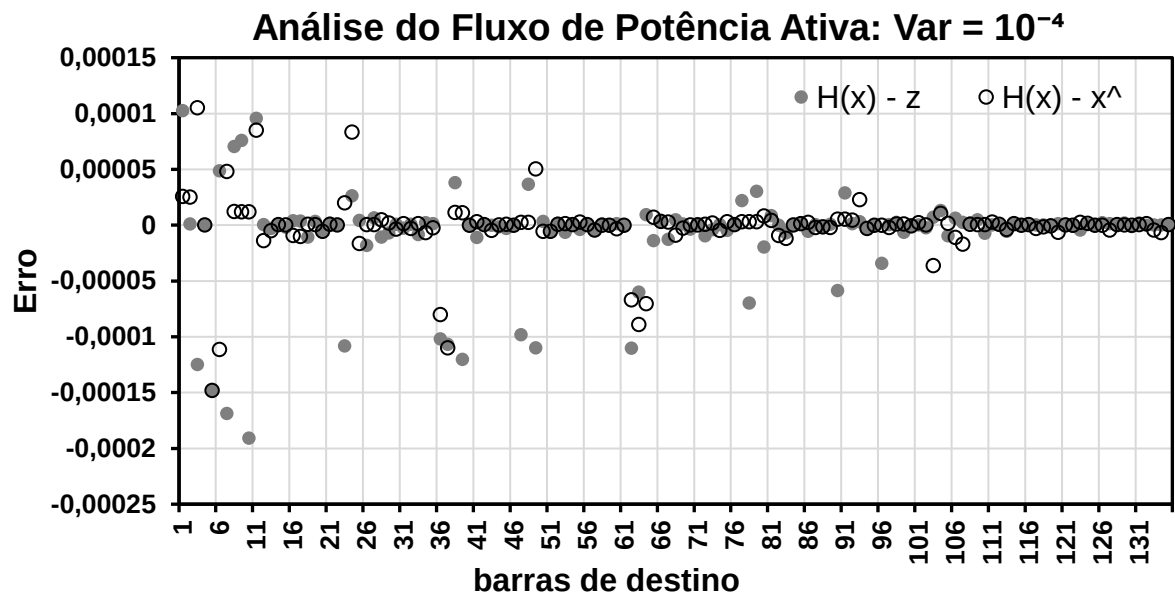
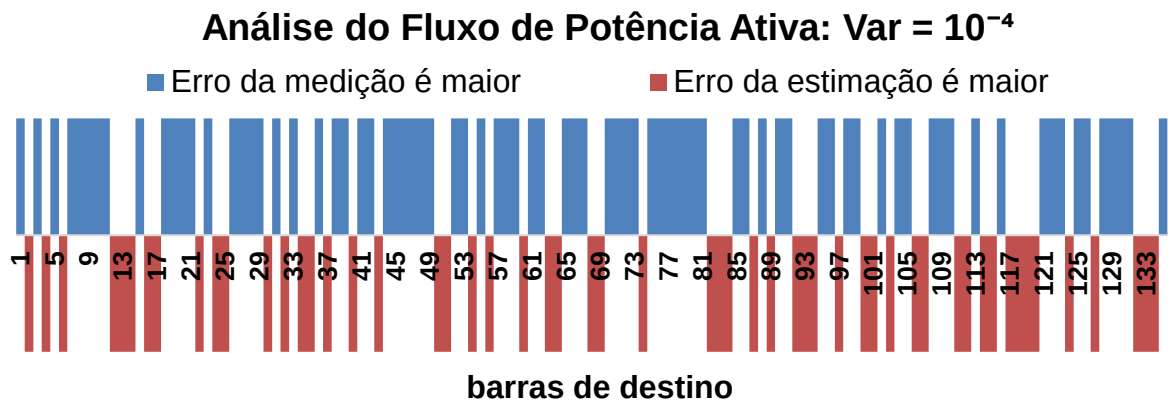


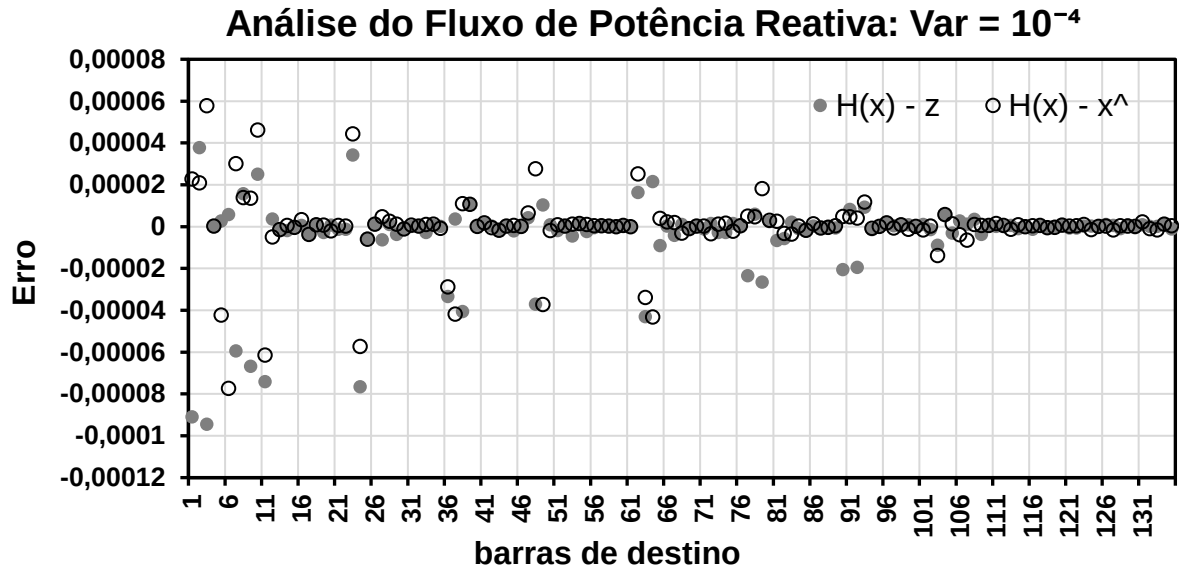
Figura 19 – Comparação dos erros dos fluxos de potência ativa.



A partir dos pares dos gráficos das Figuras 18 a 21 obtidos, é possível fazer algumas observações importantes sobre os resultados. Em ambos os casos, tanto para potência ativa, quanto para potência reativa, nas Figuras 18 e 20 é difícil afirmar entre as medições e as estimações, qual tem a maior quantidade de barras com um erro maior. Essa dificuldade é reduzida com os gráficos das Figuras 19 e 21 em que é mostrado a quantidade de vezes que os erros de medição e estimacão são maiores. Dessa forma, é possível observar uma maior quantidade de erros de medição superiores aos erros da estimativa, mais precisamente, em 60% dos nós o erro do

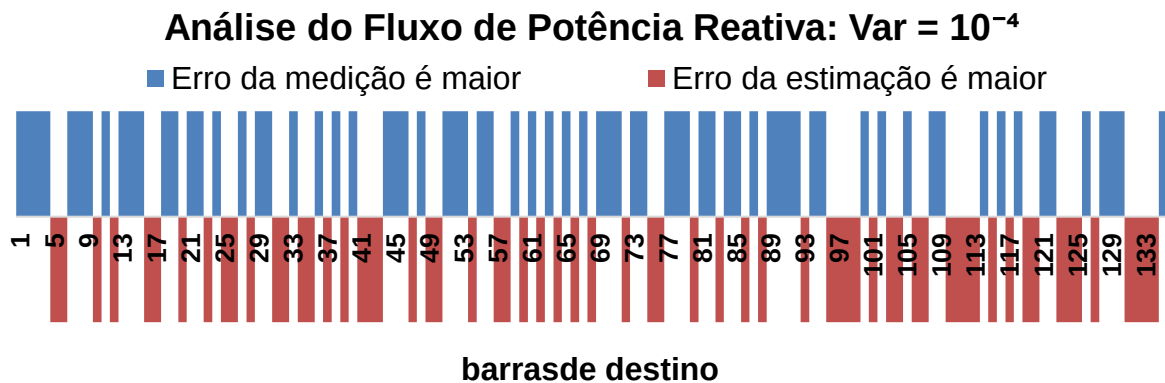
fluxo de potência ativa medido é maior e em 53% dos nós o erro do fluxo de potência reativa medido é maior que o estimado.

Figura 20 – Análise da potência reativa para o caso de variância fixa.



Fonte: Autoria própria.

Figura 21 – Comparação dos erros das potências reativas.



Fonte: Autoria própria.

Ao observar as Figuras 18 e 20, onde são apresentados os erros por barra, o comportamento dos erros de estimação e medição, é semelhante a um ruído distribuído de forma homogênea. Nas Tabelas 04 e 05, são apresentadas algumas estatísticas, como média do desvio padrão e variância, parâmetros de grande importância para verificar o comportamento do estimador de estados, pois estes analisam de uma forma completa todas as barras do sistema.

Tabela 04 – Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência ativa em pu para o caso monofásico.

Precisão	Erros	Média do Desvio	Desvio Padrão	Variância	Máximo Desvio	Mínimo Desvio
10^{-4}	Medição	-8,241E-06	4,135E-05	1,710E-09	0,000103	-0,00019
	Estimação	-1,884E-06	2,814E-05	7,921E-10	0,000105	-0,00015

Fonte: Autoria própria.

Tabela 05 – Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência reativa em pu para o caso monofásico.

Precisão	Erros	Média do Desvio	Desvio Padrão	Variância	Máximo Desvio	Mínimo Desvio
10^{-4}	Medição	-4,129E-06	1,883E-05	3,547E-10	3,767E-05	-9,452E-05
	Estimação	-3,695E-07	1,599E-05	2,557E-10	5,773E-05	-7,730E-05

Fonte: Autoria própria.

Nota-se que os valores estatísticos obtidos são relativamente pequenos, indicando uma aproximação dos estados estimados com os valores verdadeiros calculados na resolução do fluxo de potência.

Em ambos os casos, fluxos de potência ativa e reativa, o algoritmo contribui para redução das métricas estatísticas como desvio padrão e variância. Para o fluxo de potência ativa o desvio padrão é reduzido em 32% e para o fluxo de potência reativa é reduzido em 15%. De forma análoga, a variância é, respectivamente, reduzida em 54% e 28% para os fluxos de potência ativa e reativa.

No histograma da Figura 22, têm-se as frequências de ocorrência por faixa de erro. Em torno do erro nulo, há uma maior concentração dos estados estimados em comparação às medições. Isso é melhor visualizado pelo maior pico da curva de tendência, ou curva de densidade de probabilidade dos estados estimados, que é mais estreita e possui valor central mais próximo ao erro nulo. Na Figura 23 a), esse comportamento é destacado, em que se observa uma maior ocorrência dos estados estimados. Por outro lado, quando os desvios em relação ao erro nulo são maiores, Figura 23 b), há uma maior ocorrência das medições. Isso evidencia a atuação do estimador de estados como um filtro aproximando os estados estimados dos valores verdadeiros.

Figura 22 – Histograma e curva de tendência para os erros do fluxo de potência ativa.

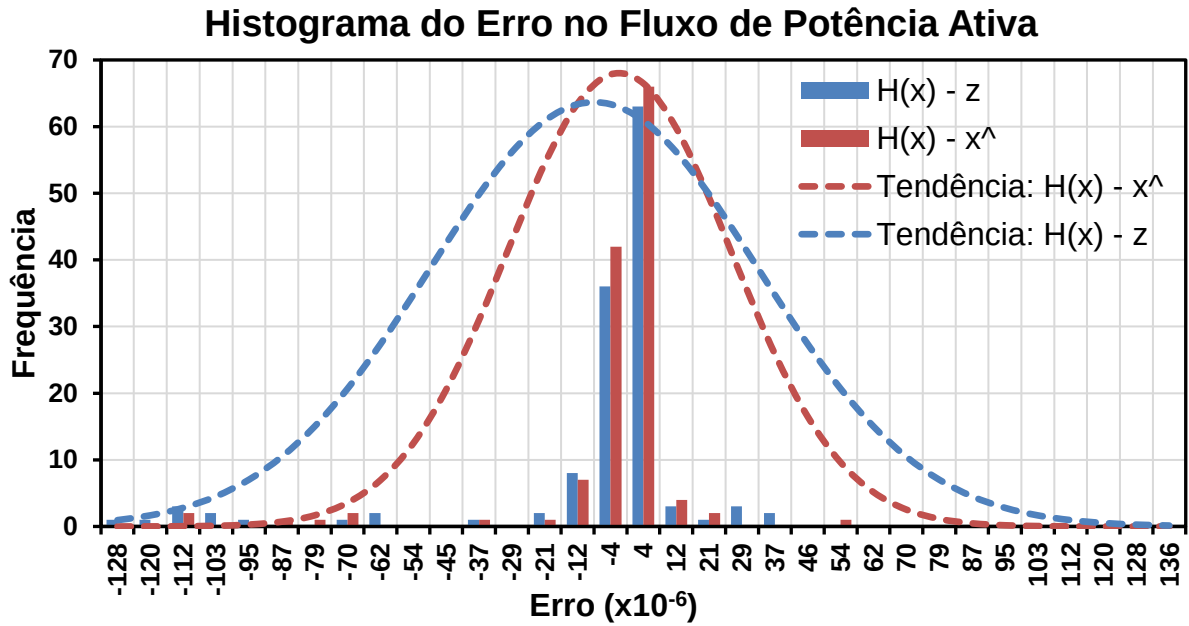
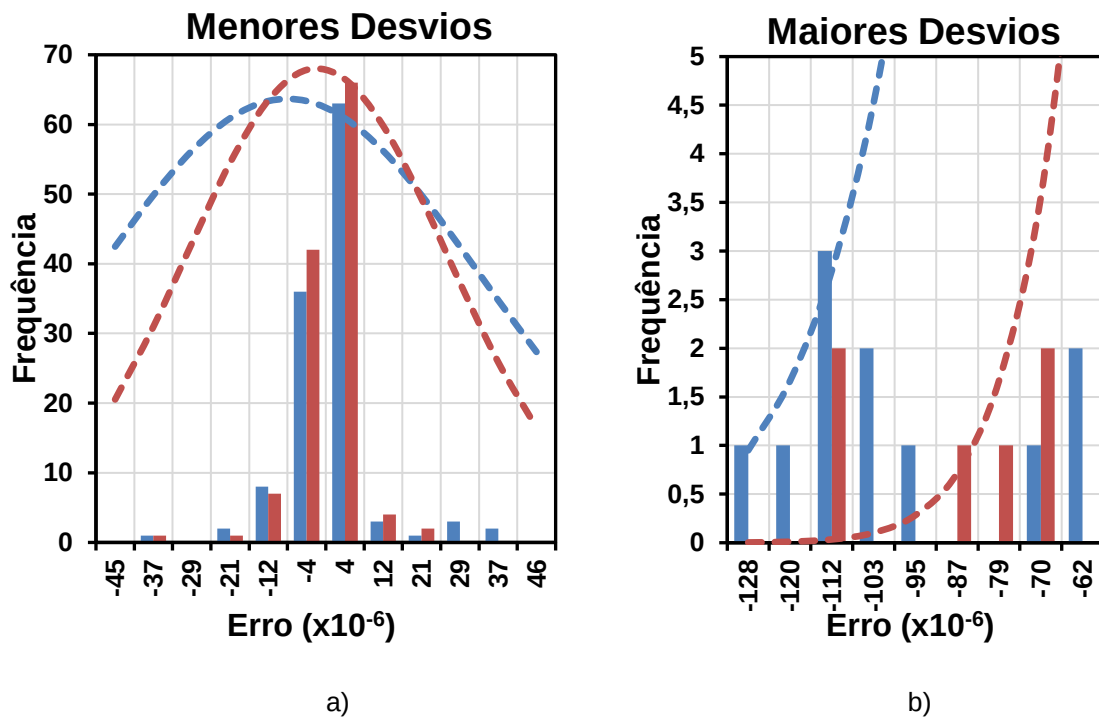


Figura 23 – Destaques do histograma do erro no fluxo de potência ativa: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.



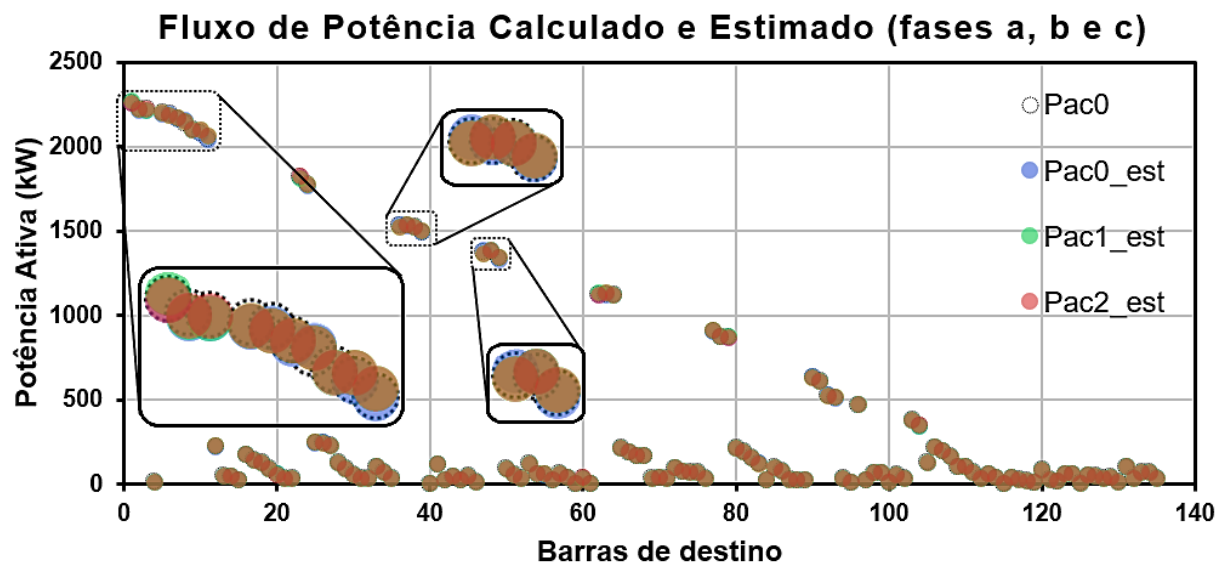
5.2.4 Resultados do estimador de estados trifásico

As (Tabelas 15 a 20 - ANEXO B) fornecem os resultados dos fluxos de potência ativa e reativa estimados no caso trifásico. Na primeira coluna, encontram-se os identificadores para cada barra do sistema em consideração. O termo $H(x)$ refere-se ao valor verdadeiro das grandezas obtidas por meio do algoritmo de cálculo do fluxo de potência proposto.

A coluna z representa os valores medidos, juntamente com as variações correspondentes (pseudomedidas). A coluna $\hat{x}$ exibe os valores estimados resultantes da formulação proposta. A diferença entre o valor calculado pelo FP e o valor medido é representada por $H(x) - z$, enquanto a diferença entre o valor calculado pelo FP e o valor estimado é expressa como $H(x) - \hat{x}$.

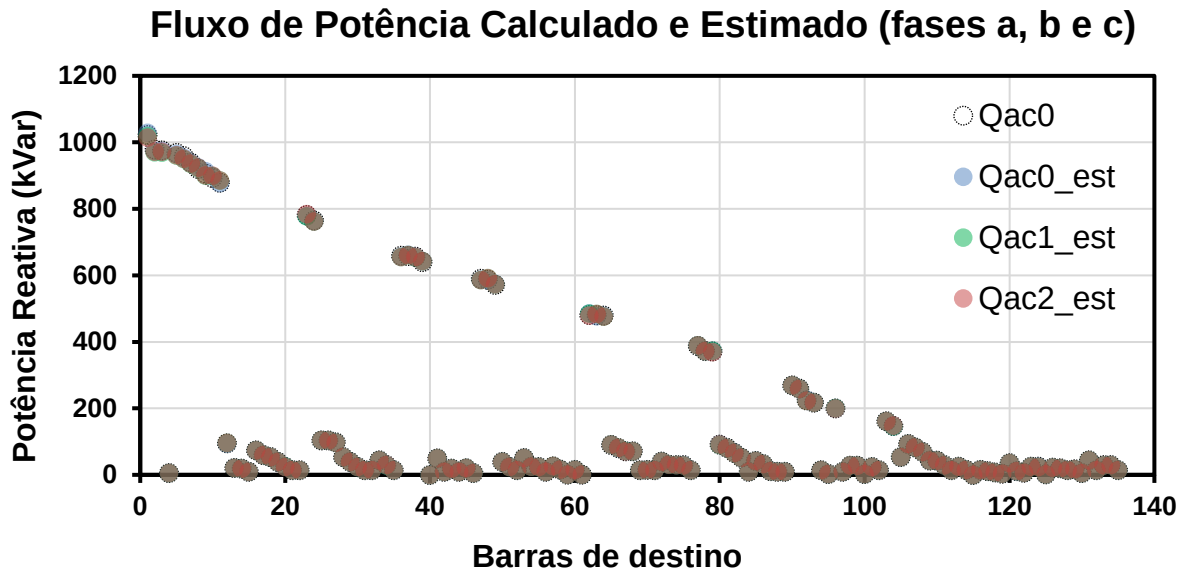
As Figuras 24 e 25 apresentam uma análise comparativa entre os valores verdadeiros das potências, calculados pelo método proposto de fluxo de potência, e os valores estimados pela formulação desenvolvida. Essa comparação visual fornece *insights* sobre as discrepâncias ou concordâncias entre os resultados obtidos pelo método proposto e as estimativas formuladas, contribuindo para a avaliação da eficácia do procedimento adotado.

Figura 24 – Valor verdadeiro e estimado do fluxo de potência ativa (fases a, b e c).



Fonte: Autoria própria.

Figura 25 – Valor verdadeiro e estimado do fluxo de potência reativa (fases a, b e c).



Fonte: Autoria própria.

Tabela 06 – Valor verdadeiro e estimado da potência ativa no trecho em destaque para o caso trifásico.

Barra	Fase A			Fase B			Fase C		
	Pac(kW)	Pac0_est	Pac-Pac0_est	Pac1_est	Pac-Pac1_est	Pac2_est	Pac-Pac2_est		
1	2258,348	2256,783	1,565	2272,901	14,553	2255,724	2,624		
2	2226,199	2215,970	10,229	2219,278	6,922	2219,347	6,852		
3	2221,220	2216,583	4,637	2216,266	4,954	2219,963	1,257		
4	13,800	13,783	0,017	13,744	0,056	13,744	0,056		
5	2206,009	2195,414	10,595	2198,711	7,297	2198,774	7,235		
6	2198,951	2193,903	5,048	2187,413	11,538	2187,467	11,484		
7	2169,038	2159,827	9,211	2167,349	1,688	2167,395	1,643		
8	2139,269	2154,823	15,554	2150,649	11,380	2150,686	11,417		
9	2104,441	2096,675	7,766	2096,449	7,992	2096,485	7,956		
10	2079,838	2078,034	1,804	2097,208	17,370	2097,244	17,405		
11	2043,319	2040,901	2,417	2061,070	17,752	2061,091	17,772		

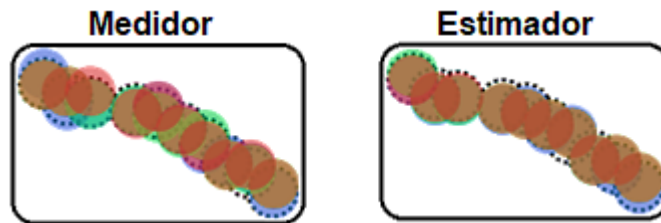
Fonte: Autoria própria.

Nota-se, ao observar a Tabela 6, que nas fases a e c, conforme indicado pelas setas em verde, houve uma redução do erro ao comparar com os valores obtidos na Tabela 2, ou seja, neste trecho analisado, houve uma maior quantia de barras onde o erro do estimado é menor que o erro do medidor, isso mostra a eficácia do método proposto nestas fases.

Já na fase b, é possível notar que para o trecho analisado o algoritmo elaborado não foi tão eficiente como nas demais fases, porém, ainda sim, posteriormente é visto

que ao verificar ao longo de toda a rede, a mesma apresentou redução nas métricas estatísticas.

Figura 26 – Comparação dos valores obtidos do medidor e do estimador (fases a, b e c).

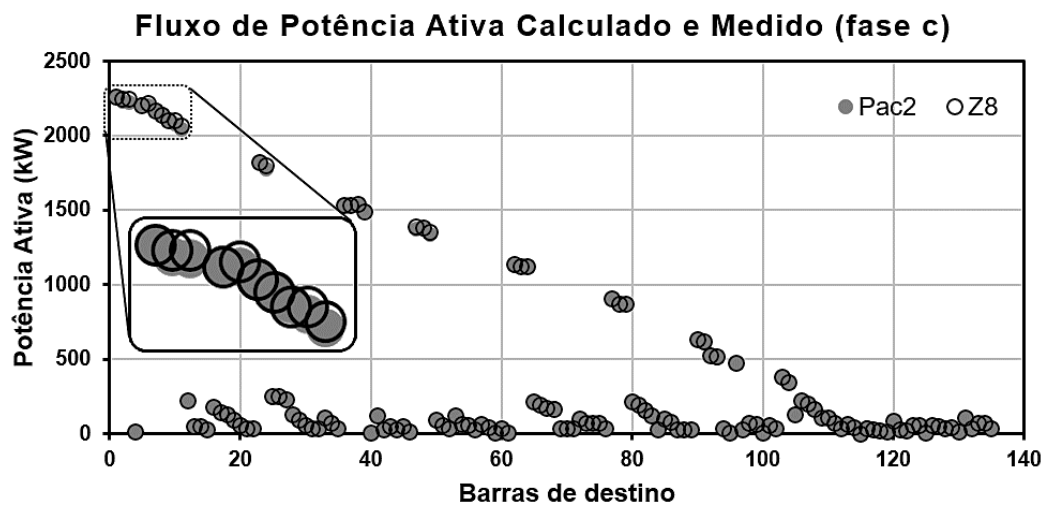


Fonte: Autoria própria.

Ao analisar a Figura 26, é evidente que os valores provenientes do estimador estão mais próximos das potências verdadeiras, em contraste com os obtidos pelos medidores, que exibem uma dispersão maior em relação ao valor de referência. Esta discrepância é particularmente notável nas barras iniciais do sistema em destaque.

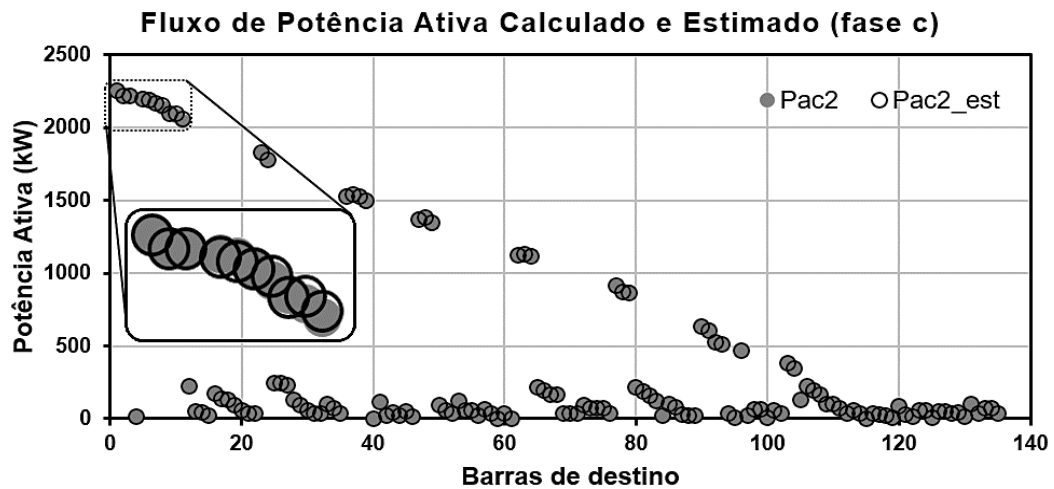
Com o intuito de proporcionar uma ênfase mais nítida na discrepância existente entre os resultados obtidos por meio do estimador trifásico e a geração de pseudomedidas, é possível observar nas Figuras 27 e 28 uma análise comparativa detalhada das potências ativas na fase c. Esta análise destaca especificamente as barras iniciais do sistema, evidenciando de maneira mais elucidativa as disparidades entre os dois valores.

Figura 27 – Valor verdadeiro e medido do fluxo de potência ativa (fase c).



Fonte: Autoria própria.

Figura 28 – Valor verdadeiro e estimado do fluxo de potência ativa (fase c).

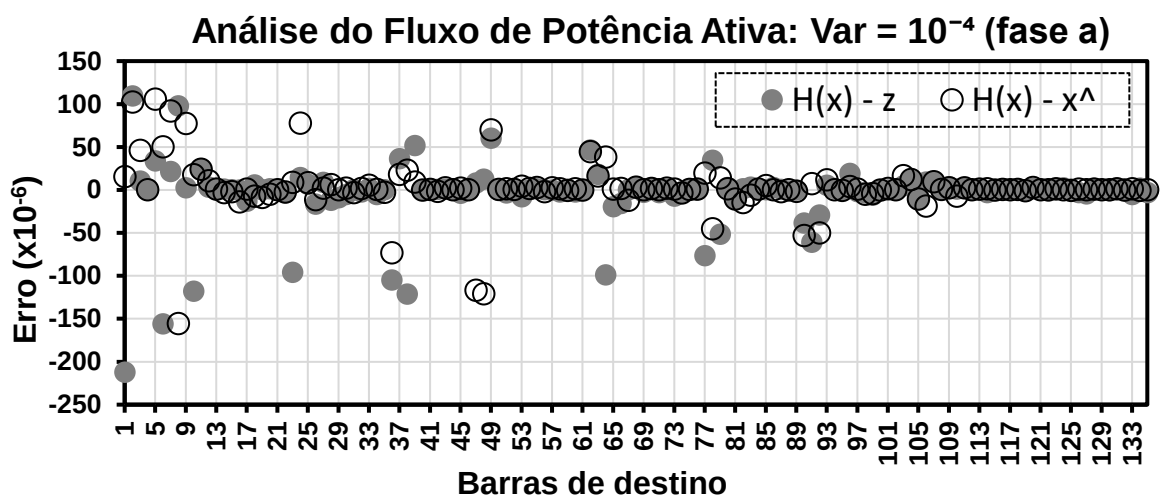


Fonte: Autoria própria.

No contexto da análise dos fluxos de potência nas linhas, foram gerados dois gráficos para o cenário de variância simulado. No primeiro gráfico, são apresentados os valores das diferenças entre as potências verdadeiras e as potências medidas, bem como entre as potências verdadeiras e as potências estimadas. As diferenças são em p.u. para uma base de 100 MVA. Essas diferenças são consideradas tanto para os fluxos de potência ativa quanto para os fluxos de potência reativa.

O segundo gráfico consiste em um rearranjo dos dados do primeiro gráfico, proporcionando uma visualização mais clara sobre quais dados apresentam uma quantidade maior de erros. Isso auxilia na identificação de padrões e na compreensão de áreas específicas onde as discrepâncias entre os valores verdadeiros, medidos e estimados são mais evidentes.

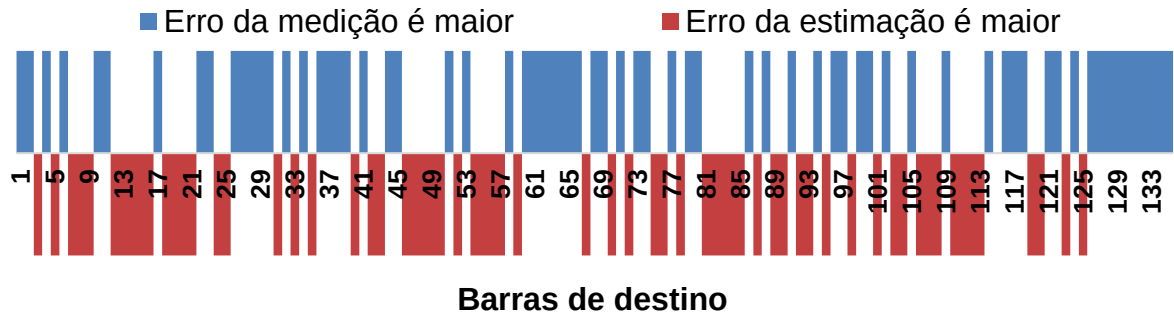
Figura 29 – Análise do fluxo de potência ativa para o caso de variância fixa (fase a).



Fonte: Autoria própria.

Figura 30 – Comparação dos erros dos fluxos de potência ativa (fase a).

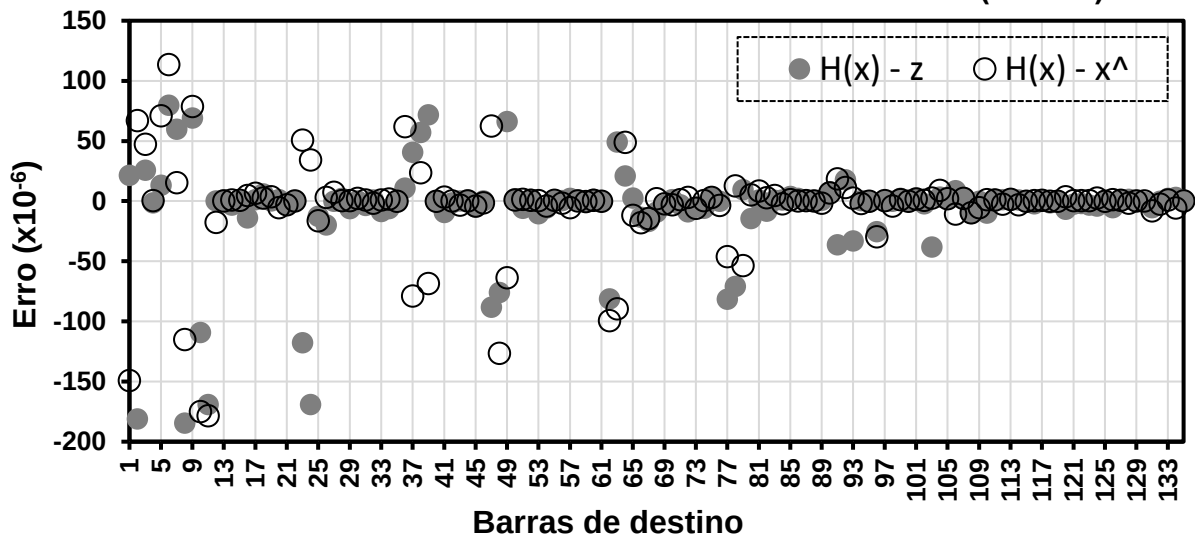
Análise do Fluxo de Potência Ativa: $\text{Var} = 10^{-4}$ (fase a)



Fonte: Autoria própria.

Figura 31 – Análise do fluxo de potência ativa para o caso de variância fixa (fase b).

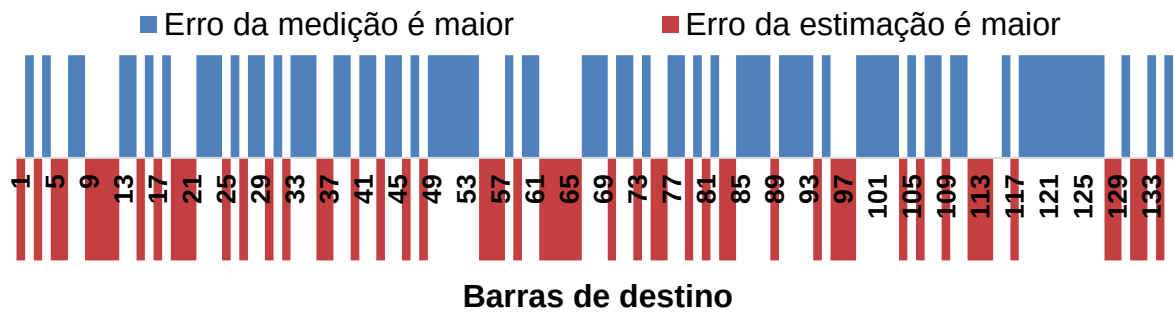
Análise do Fluxo de Potência Ativa: $\text{Var} = 10^{-4}$ (fase b)



Fonte: Autoria própria.

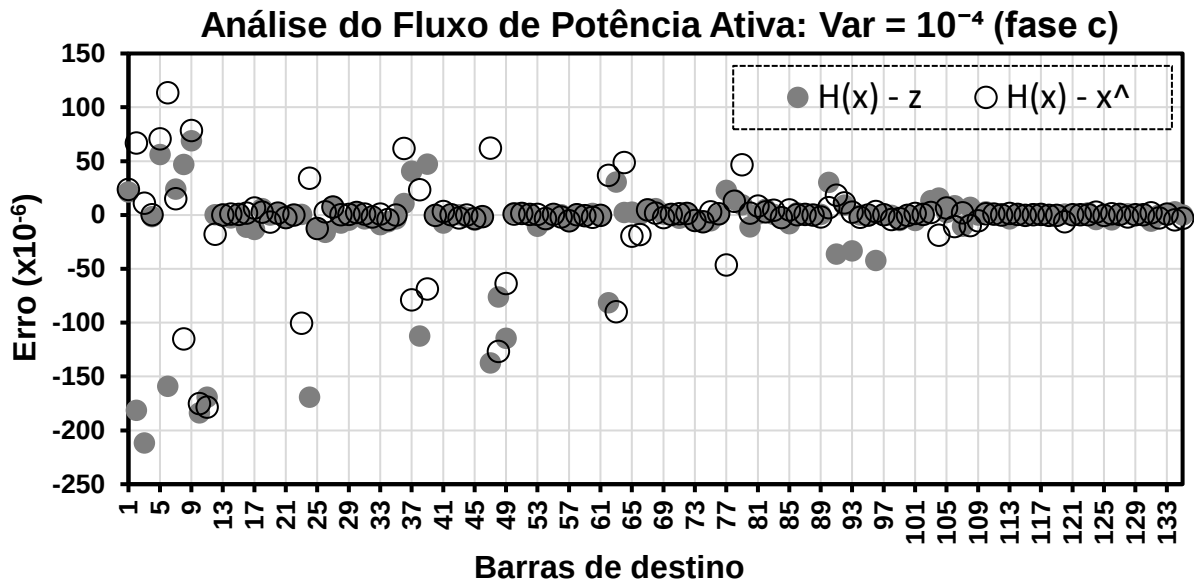
Figura 32 – Comparação dos erros dos fluxos de potência ativa (fase b).

Análise do Fluxo de Potência Ativa: $\text{Var} = 10^{-4}$ (fase b)



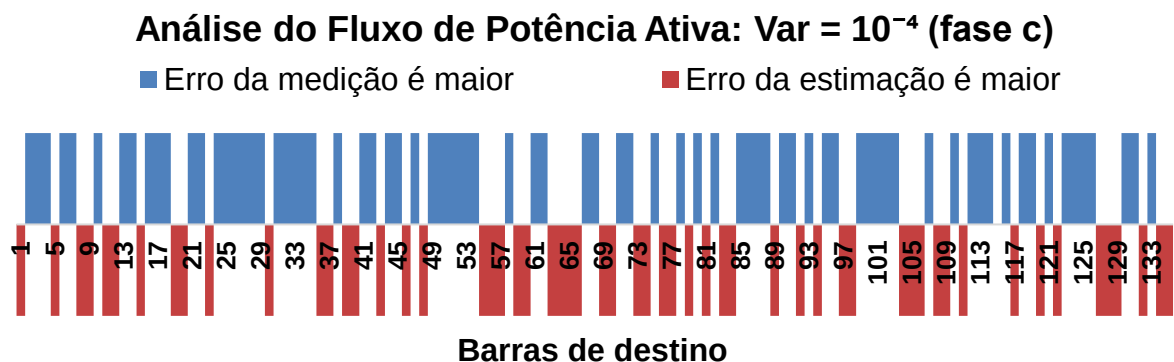
Fonte: Autoria própria.

Figura 33 – Análise do fluxo de potência ativa para o caso de variância fixa (fase c).



Fonte: Autoria própria.

Figura 34 – Comparação dos erros dos fluxos de potência ativa (fase c).



Fonte: Autoria própria.

Visto que nas pseudomedidas geradas, os erros para potência ativa e reativa são os mesmos, logo, os gráficos de comparação dos erros para a potência reativa, possuem o mesmo comportamento que os gráficos para potência ativa apresentados anteriormente.

A partir dos conjuntos de gráficos presentes nas Figuras 29 a 34, é viável realizar algumas observações significativas sobre os resultados obtidos. Nas Figuras 29, 31 e 33, é bastante difícil visualmente determinar, entre as medições e as estimativas, qual apresenta uma maior frequência de barras com erros mais significativos. Contudo, essa complexidade é atenuada ao analisarmos os gráficos das

Figuras 30, 32 e 34, nos quais é destacada a quantidade de vezes em que os erros de medição superam os erros de estimativa. Assim, torna-se evidente a predominância de erros de medição superiores aos erros de estimativa, mais precisamente, em 51%, 57% e 57% dos nós o erro do fluxo de potência ativa medido é maior que o estimado para as fases a, b e c, respectivamente.

Ao examinar as Figuras 29, 31 e 33, que exibem os erros por linha, observa-se que o padrão dos erros de estimação e medição assemelha-se ao de um ruído branco com densidade constante. Nas Tabelas 7 a 12, são fornecidas algumas estatísticas essenciais, incluindo a média do desvio padrão e a variância, que são parâmetros de significância crucial para avaliar o desempenho do estimador de estados.

Tabela 07 – Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência ativa em pu para o caso trifásico (fase a).

Precisão	Erros	Média do Desvio	Desvio Padrão	Variância	Máximo Desvio	Mínimo Desvio
10^{-4}	Medição	-4,654E-06	3,642E-05	1,327E-09	0,000110	-0,000212
	Estimação	2,040E-06	3,062E-05	9,376E-10	0,000106	-0,000156

Fonte: Autoria própria.

Tabela 08 – Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência reativa em pu para o caso trifásico (fase a).

Precisão	Erros	Média do Desvio	Desvio Padrão	Variância	Máximo Desvio	Mínimo Desvio
10^{-4}	Medição	-2,026E-06	1,591E-05	2,531E-10	4,820E-05	-9,595E-05
	Estimação	9,033E-07	1,321E-05	1,746E-10	4,651E-05	-6,694E-05

Fonte: Autoria própria.

Tabela 09 – Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência ativa em pu para o caso trifásico (fase b).

Precisão	Erros	Média do Desvio	Desvio Padrão	Variância	Máximo Desvio	Mínimo Desvio
10^{-4}	Medição	-7,412E-06	4,006E-05	1,605E-09	7,997E-05	-0,000184
	Estimação	-4,364E-06	3,847E-05	1,480E-09	0,000114	-0,000178

Fonte: Autoria própria.

Tabela 10 – Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência reativa em pu para o caso trifásico (fase b).

Precisão	Erros	Média do Desvio	Desvio Padrão	Variância	Máximo Desvio	Mínimo Desvio
10^{-4}	Medição	-3,175E-06	1,725E-05	2,974E-10	3,473E-05	-7,918E-05
	Estimação	-1,873E-06	1,661E-05	2,760E-10	4,940E-05	-7,652E-05

Fonte: Autoria própria.

Tabela 11 – Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência ativa em pu para o caso trifásico (fase c).

Precisão	Erros	Média do Desvio	Desvio Padrão	Variância	Máximo Desvio	Mínimo Desvio
10^{-4}	Medição	-9,864E-06	4,422E-05	1,955E-09	6,919E-05	-0,000212
	Estimação	-2,607E-06	3,602E-05	1,298E-09	0,000114	-0,000178

Fonte: Autoria própria.

Tabela 12 – Dados estatísticos da magnitude do fluxo de potência reativa em pu para o caso trifásico (fase c).

Precisão	Erros	Média do Desvio	Desvio Padrão	Variância	Máximo Desvio	Mínimo Desvio
10^{-4}	Medição	-4,255E-06	1,912E-05	3,654E-10	2,973E-05	-9,267E-05
	Estimação	-1,099E-06	1,549E-05	2,400E-10	4,946E-05	-7,656E-05

Fonte: Autoria própria.

Percebe-se que os valores estatísticos obtidos são relativamente reduzidos, indicando uma proximidade entre os estados estimados e os valores verdadeiros calculados na resolução do fluxo de potência.

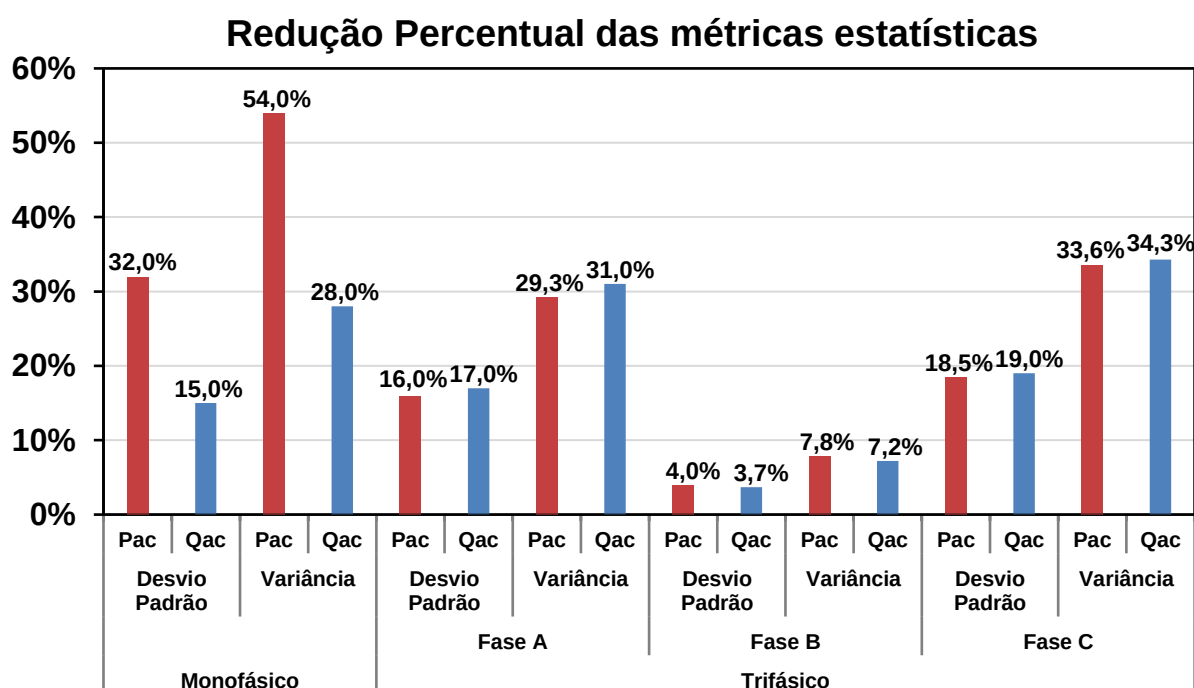
Em ambos os cenários, tanto para fluxos de potência ativa quanto reativa, o algoritmo desempenha um papel significativo na diminuição das métricas estatísticas, como desvio padrão e variância. Na fase a, para o fluxo de potência ativa, o desvio padrão é reduzido em 16%, enquanto para o fluxo de potência reativa, a redução é de 17%. De maneira semelhante, a variância é reduzida em 29,3% e 31%, respectivamente, para os fluxos de potência ativa e reativa.

Já na fase b, quanto ao fluxo de potência ativa, observa-se uma diminuição de 4% no desvio padrão, ao passo que para o fluxo de potência reativa, a redução

corresponde a 3,7%. De forma análoga, constata-se uma diminuição de 7,8% e 7,2%, respectivamente, na variância dos fluxos de potência ativa e reativa.

Por fim, na fase c, em relação ao fluxo de potência ativa, ocorre uma redução de 18,5% no desvio padrão, enquanto para o fluxo de potência reativa, a diminuição é de 19%. De maneira correspondente, a variância apresenta uma diminuição de 33,6% e 34,3%, respectivamente, para os fluxos de potência ativa e reativa. A Figura 35 apresenta uma síntese das reduções percentuais obtidas em ambos os casos.

Figura 35 – Redução percentual do desvio padrão e variância para os casos monofásico e trifásico.



Fonte: Autoria própria.

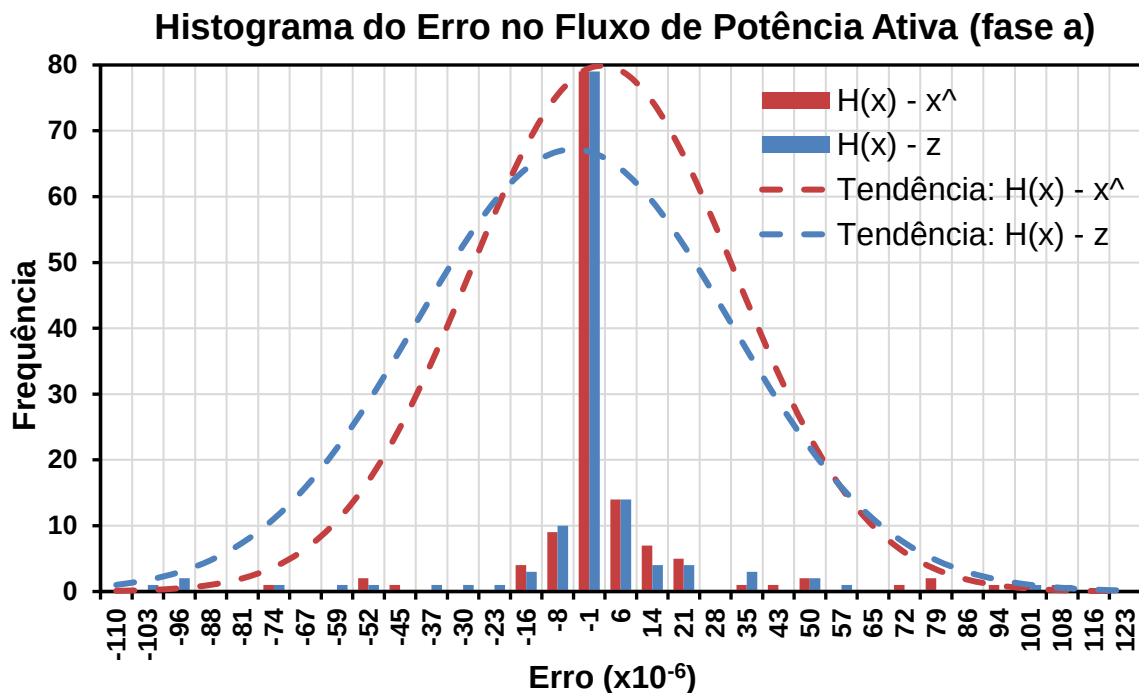
Ao analisar a Figura 35, é evidente que o método sugerido, assim como o algoritmo desenvolvido, demonstrou maior eficácia no contexto monofásico. Isso se deve à formulação mais simples presente nesse cenário, o que facilita a convergência do algoritmo em direção aos resultados desejados, em comparação com o caso trifásico.

Apesar de apresentar menor eficiência no caso trifásico, a formulação ainda resultou na redução das métricas estatísticas. Isso ocorreu mesmo considerando o acoplamento magnético (sem considerar o efeito do terra) entre as fases e, por conseguinte, o aumento na dimensão das matrizes. É interessante observar que, entre as três fases, a fase c demonstrou resultados superiores em relação às demais.

Nos histogramas apresentados nas Figuras 36, 38 e 40, as frequências de ocorrência por faixa de erro são ilustradas. Em torno do erro nulo, nota-se uma concentração maior dos estados estimados em comparação com as medições. Isso é evidenciado pelo pico mais elevado na curva de tendência, ou seja, na curva de densidade de probabilidade dos estados estimados, que é mais estreita e possui um valor central mais próximo do erro nulo.

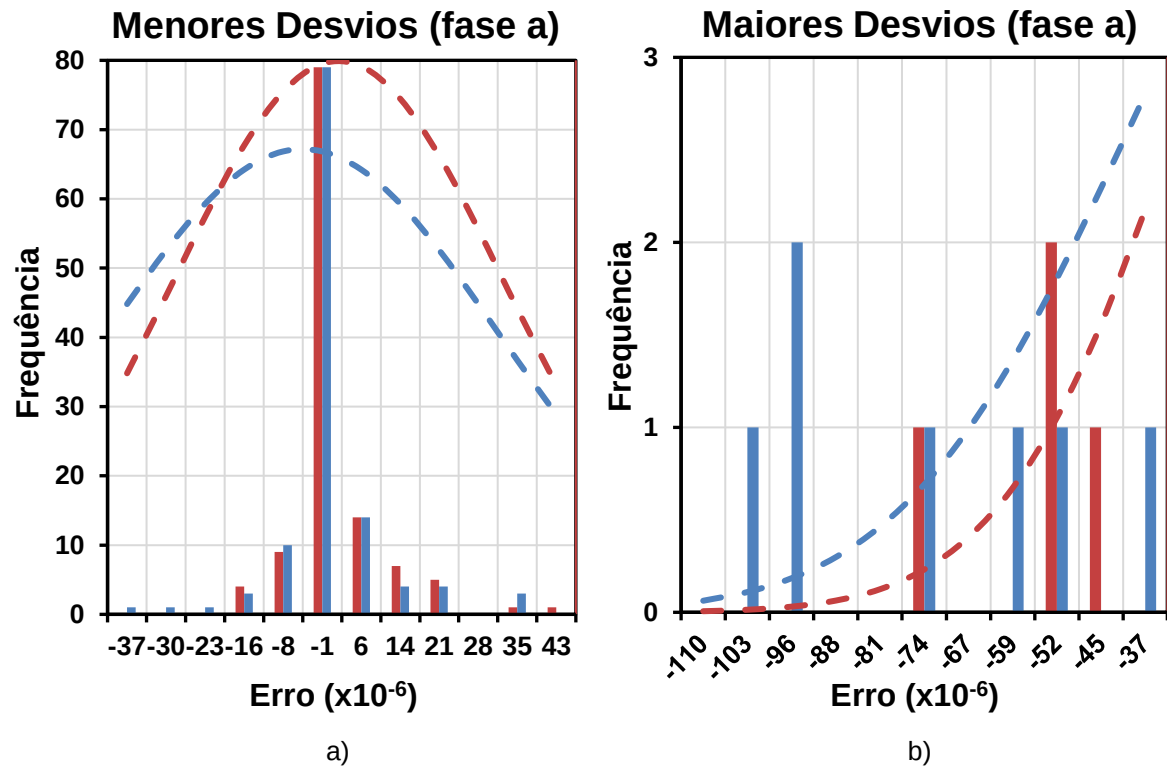
Nas Figuras 37 a), 39 a) e 41 a), esse comportamento é enfatizado, mostrando uma maior incidência dos estados estimados em relação ao erro nulo, ou seja, região central do histograma onde os erros são próximos à zero. Por outro lado, como indicado na Figura 37 b), 39 b) e 41 b), há uma predominância das medições para maiores erros. Isso destaca a função do estimador de estados como um filtro que aproxima os estados estimados aos valores verdadeiros.

Figura 36 – Histograma e curva de tendência para os erros do fluxo de potência ativa na fase a.



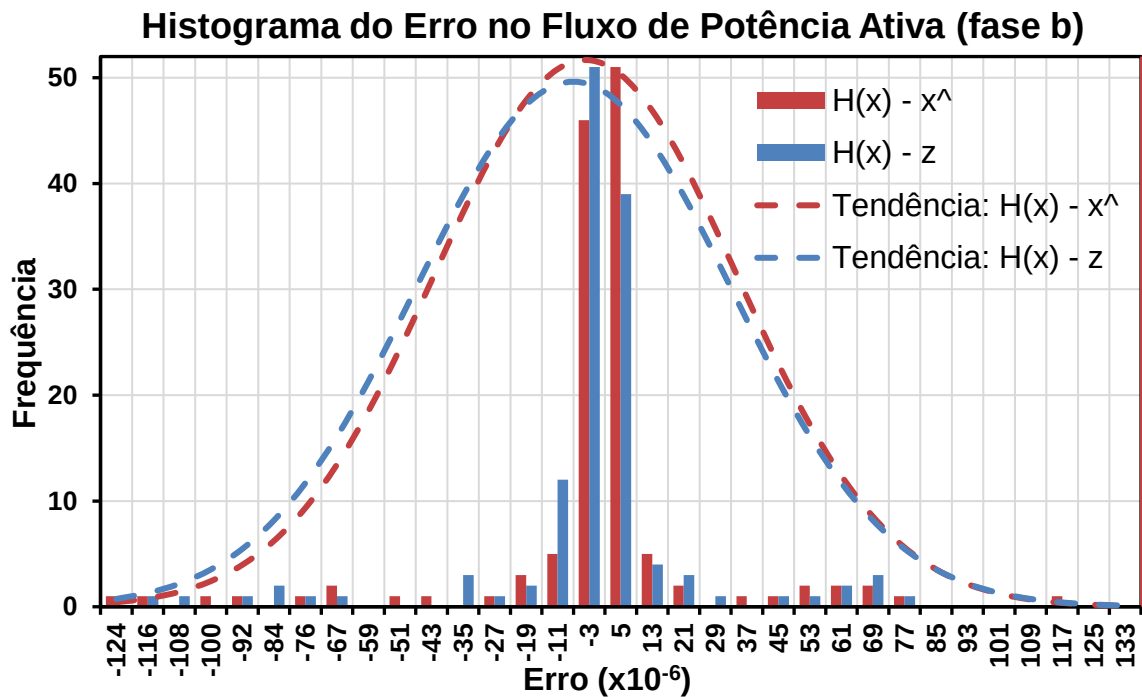
Fonte: Autoria própria.

Figura 37 – Destaques do histograma do erro no fluxo de potência ativa na fase a: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.



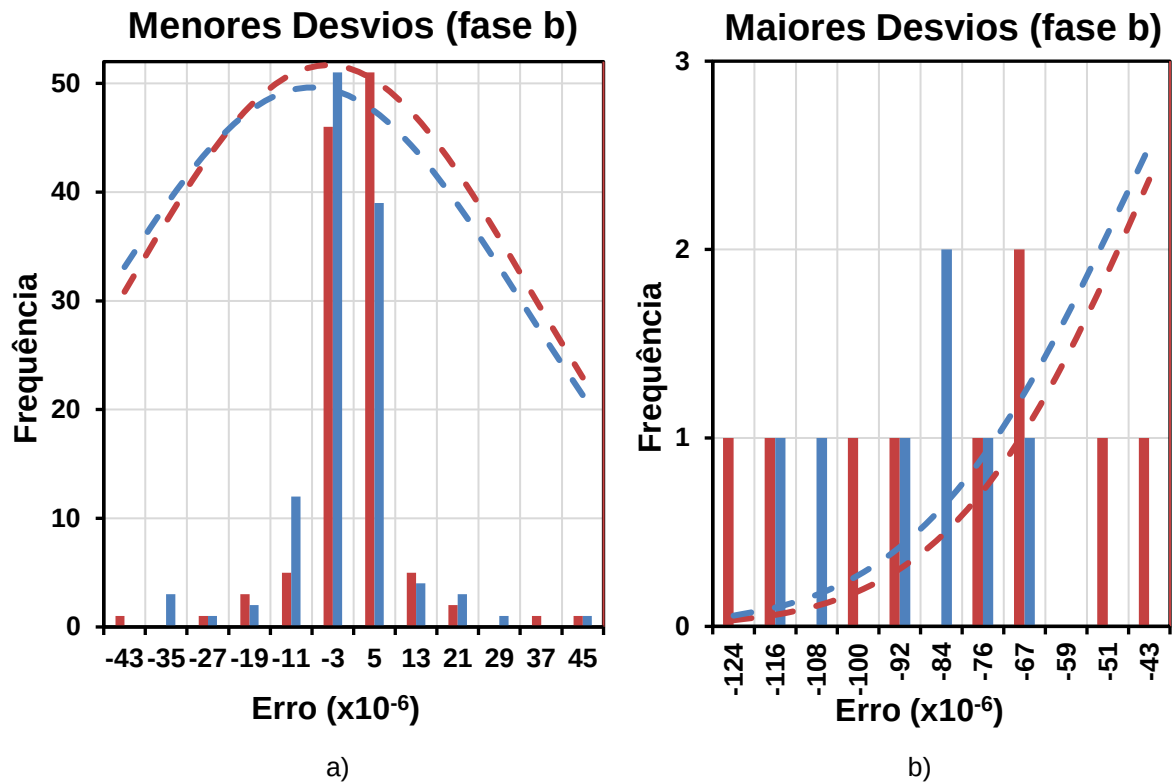
Fonte: Autoria própria.

Figura 38 – Histograma e curva de tendência para os erros do fluxo de potência ativa na fase b.



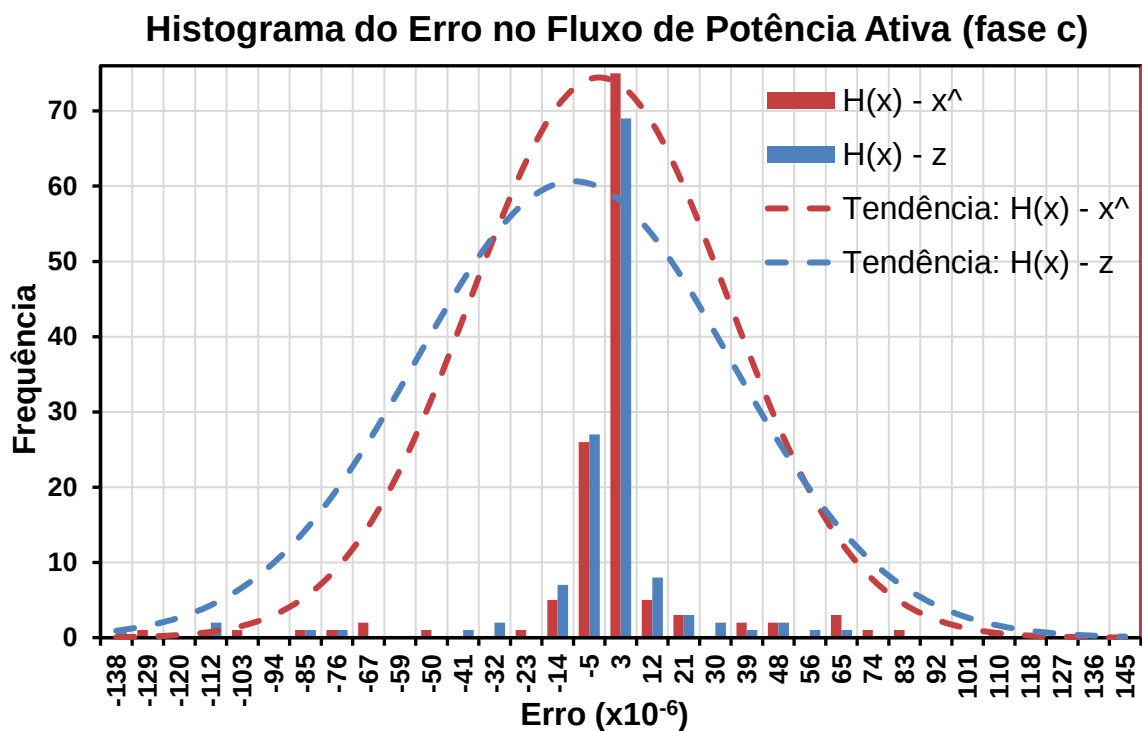
Fonte: Autoria própria.

Figura 39 – Destaques do histograma do erro no fluxo de potência ativa na fase b: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.



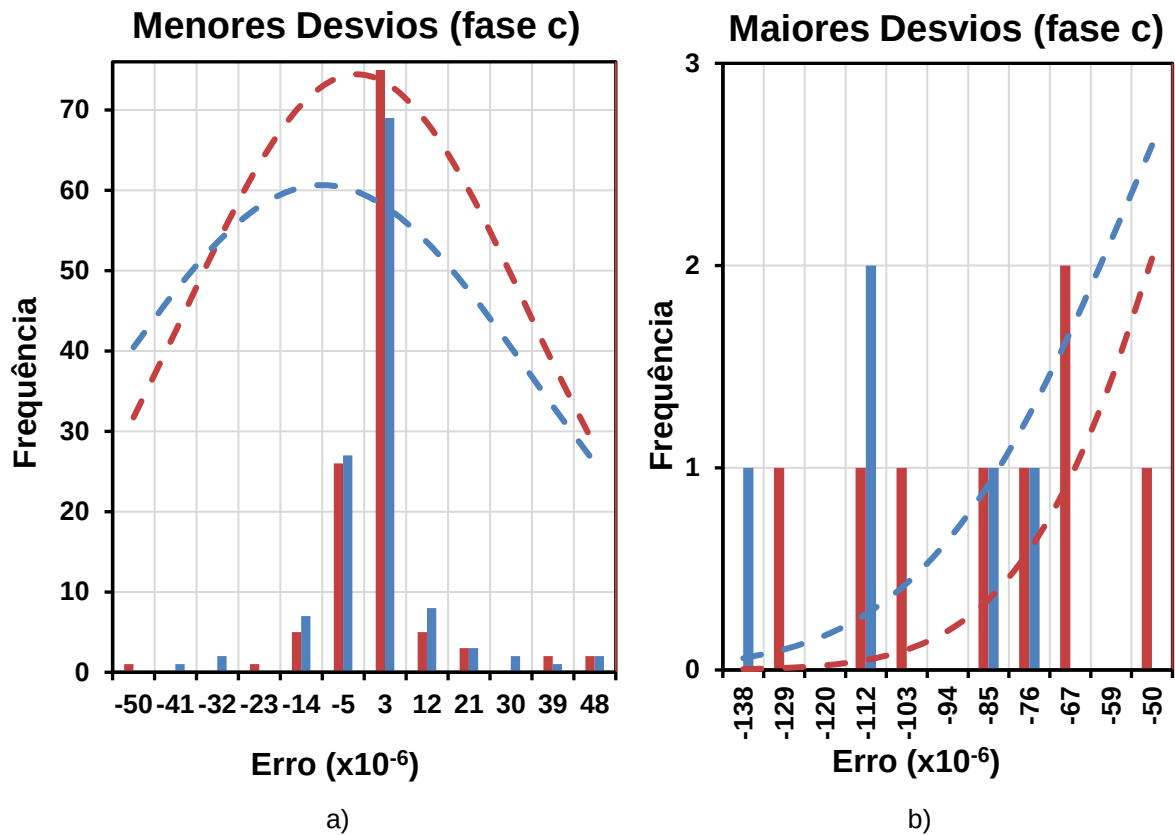
Fonte: Autoria própria.

Figura 40 – Histograma e curva de tendência para os erros do fluxo de potência ativa na fase c.



Fonte: Autoria própria.

Figura 41 – Destaques do histograma do erro no fluxo de potência ativa na fase c: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.

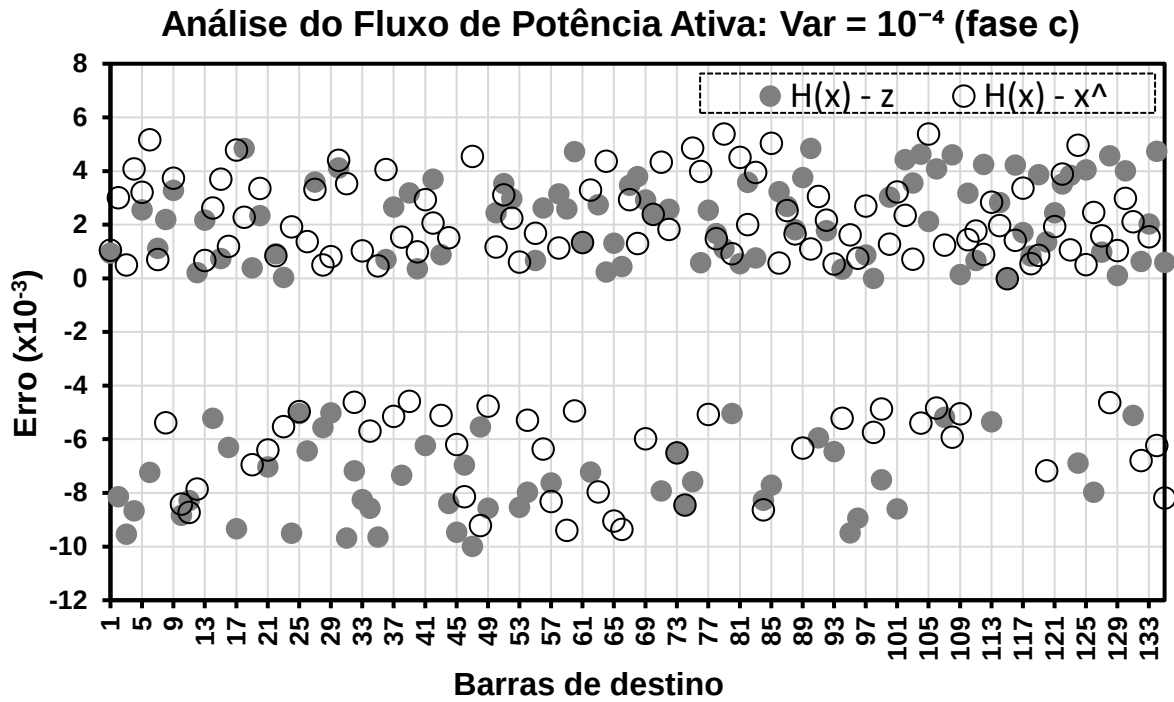


Fonte: Autoria própria.

Ao observar os histogramas obtidos, tanto para o caso monofásico, quanto para o caso trifásico, nota-se um estreitamento das curvas de tendência relativas ao estimador, ao redor do eixo com erro nulo. Para o gráfico dos maiores desvios, é possível notar que as curvas de tendência relativas ao medidor, localizam-se à esquerda da curva do estimador, indicando uma maior imprecisão quando comparada a este.

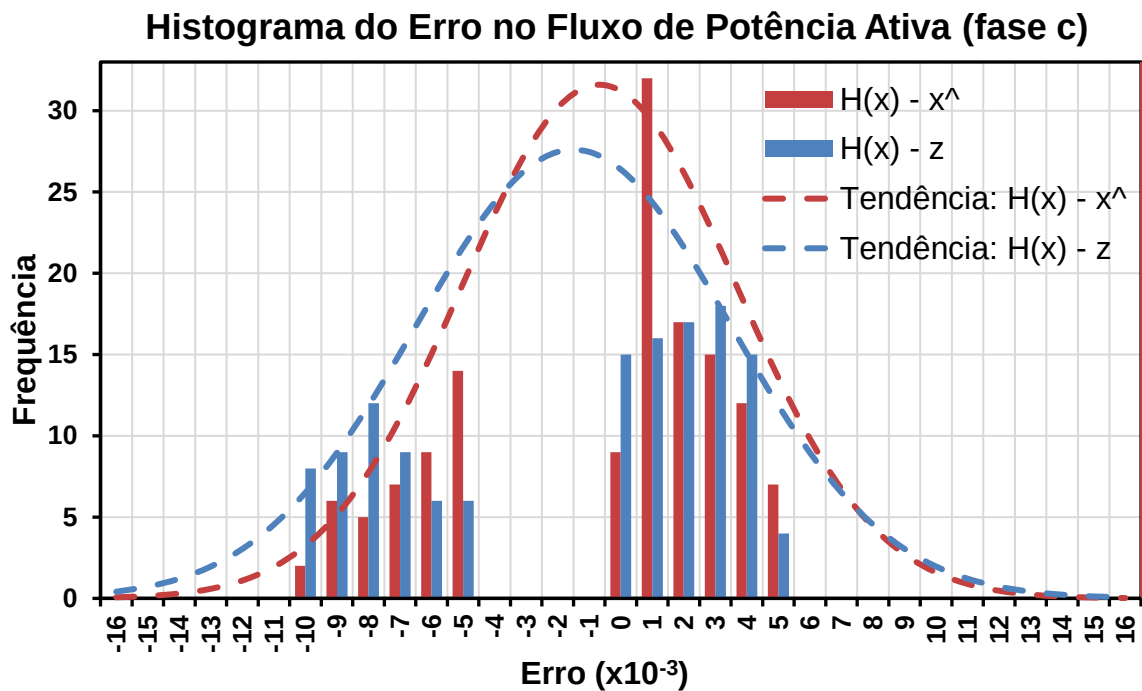
Ao observar todos os gráficos de análise do fluxo de potência, nota-se um decaimento do erro nas linhas mais periféricas da rede onde a magnitude do fluxo é menor. Para contornar isso, foi realizada uma normalização de cada erro usando valor verdadeiro do fluxo. Esta normalização foi feita para os valores obtidos na fase c do caso trifásico. Os gráficos dos erros e histogramas são apresentados nas Figuras 42, 43 e 44.

Figura 42 – Análise do fluxo de potência ativa com os valores normalizados (fase c).



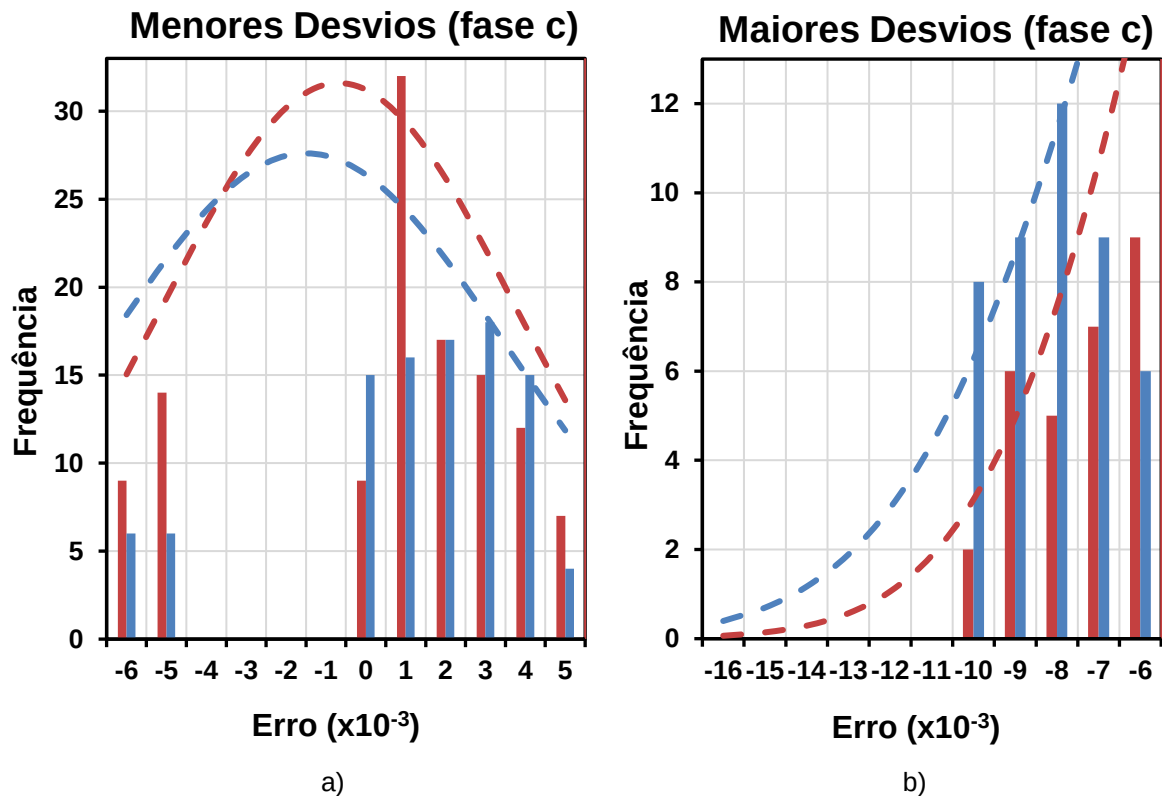
Fonte: Autoria própria.

Figura 43 – Histograma e curva de tendência para os erros normalizados do fluxo de potência ativa na fase c.



Fonte: Autoria própria.

Figura 44 – Destaques do histograma do erro normalizado no fluxo de potência ativa na fase c: a) maiores desvios e b) menores desvios em relação ao erro nulo.



Fonte: Autoria própria.

Verificando os resultados obtidos com essa alteração, nota-se que agora o gráfico presente na Figura 42, se assemelha mais com um ruído branco de densidade constante, porém foi possível notar que existe uma faixa de erro onde não há ocorrências, isso pode ser notado observando o histograma das Figuras 43 e 44.

Visto que a geração das medidas ocorre de forma aleatória, pode-se concluir que as faixas onde não há ocorrência de erros são um possível problema na geração aleatória das pseudomedidas entretanto, conforme os histogramas demonstram, os erros obtidos pelo estimador continuam com maior concentração próximos ao erro nulo evidenciando o comportamento coerente da formulação proposta.

6 CONCLUSÃO

Ao longo do presente estudo, foi conduzida uma análise aprofundada da formulação empregada na análise de fluxo de potência, destacando-se pela explicitação das relações entre a magnitude de tensão nodal e os fluxos de potência ativa e reativa. Essa formulação foi então integrada ao desenvolvimento de um algoritmo estimador de estados, fundamentado no método de Newton-Raphson. O algoritmo, voltado para redes de distribuição, demonstrou eficácia na minimização dos resíduos, resultando em uma notável redução dos desvios e variâncias e aproximando as estimativas obtidas dos estados verdadeiros.

A expansão da formulação para o caso trifásico, embora tenha enriquecido a abordagem matricial da técnica dos mínimos quadrados na estimação de estados, apresentou maiores dificuldades. A complexidade computacional envolvida, especialmente nas operações com matrizes de dimensão aumentada, inicialmente dificultou a obtenção da convergência. Contudo, mesmo com uma maior demanda computacional, os resultados finais foram satisfatórios, evidenciando uma redução considerável nos desvios e variâncias das estimativas.

Como perspectivas futuras, há uma recomendação para aprofundar o aperfeiçoamento do algoritmo, explorando e implementando técnicas que visem reduzir o número de iterações, objetivando a minimização do tempo de processamento. Na avaliação do algoritmo de estimação de estados, a geração dos ruídos de medição deve ser feita com distribuição de densidade de probabilidade mais próxima da uniforme. Adicionalmente, propõe-se uma análise mais detalhada das possíveis aplicações do estimador de estados desenvolvido, como previsão de cargas, detecção de faltas e identificação de perdas não técnicas.

Conclui-se, portanto, que este estudo contribui de maneira significativa para o campo do sistema monitoramento em redes de distribuição, fornecendo não apenas um algoritmo eficiente de estimação de estados, mas também revelando desafios inerentes à sua aplicação no contexto trifásico. O aprimoramento contínuo desse algoritmo e seu potencial aplicação em situações práticas são áreas promissoras para futuras investigações, promovendo avanços significativos na eficiência operacional desses sistemas.

REFERÊNCIAS

- ABDEL-MAJEED, A.; TENBOHLEN, S.; SCHOLLHORM, D.; BRAUN, M. Development of state estimator for low voltage networks using smart meters measurement data. In: IEEE POWERTECH, 2013, Grenoble. **Proceedings** [...] Grenoble: IEEE, 2013. p. 1-6.
- ABUR, A.; EXPÓSITO A. G. **Power system state estimation**: theory and implementation. New York: CRC, 2004. p. 17-24
- ALINJAK, T.; PAVIĆ, I.; STOJKOV, M. Improvement of backward/forward sweep power flow method by using modified breadth-first search strategy. **IET Generation, Transmission and Distribution**, London, v. 11, n. 1, p. 102–109, 2017.
- BARAN, M. E. Challenges in state estimation on distribution systems. **IEEE Power Engineering Society Summer Meeting**, New York, v. 1, p. 429-433, 2001.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal sizing of capacitors placed on a radial distribution system. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 4, n. 1, p. 735–743, 1989.
- BARAN, M. E.; KELLEY, A. W. A branch-current-based state estimation method for distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 10, n. 1, p. 483-491, 1995.
- BARAN, M. E.; KELLEY, A. W. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 9, n. 3, p. 1601-1609, 1994.
- BOSE, A.; CLEMENTS, K. A. Real-time modeling of power networks. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 75, n. 12, p. 1607-1622, 1987.
- BROADWATER, R. P.; CHANDRASEKARAN, A.; HUDDLESTON, C. T.; KHAN, A. H. Power flow analysis of unbalanced multiphase radial distribution systems. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 14, n. 1, p. 23-33, 1988. DOI: [https://doi.org/10.1016/0378-7796\(88\)90044-2](https://doi.org/10.1016/0378-7796(88)90044-2).
- CELIK, M. K.; ABUR, A. A robust WLAV state estimator using transformations. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 7, n. 1, p. 106-113, 1992.
- CESPEDES, G. R. New method for the analysis of distribution networks. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 5, n. 1, p. 391–396, 1990.
- CHEN, T. H.; CHEN, M. S.; HWANG, K. J.; KOTAS, P.; CHEBLI, E. A. Distribution system power flow analysis-a rigid approach **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 6, n. 3, p. 1146-1152, 1991.

CHENG, C. S.; SHIRMOHAMMADI, D. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 10, n. 2, p. 671-679, 1995.

DŽAFIĆ, I.; JABR, R. A.; HRNJIĆ, T. High performance distribution network power flow using wirtinger calculus. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 10, n. 3, p. 3311-3319, 2019. DOI: 10.1109/TSG.2018.2824018.

FARANTATOS, E.; HUANG, R.; COKKINIDES, G. J.; MELIOPOULOS, A. P. A predictive out of step protection scheme based on PMU enabled dynamic state estimation. **IEEE Power and Energy Society General Meeting**, New York, v. 1, p. 1-8, 2011.

FERREIRA, D. S. **Análise do algoritmo de fluxo de potência e da extensão do modelo de informação comum para redes de distribuição de energia elétrica**. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 2021. Available at: <http://hdl.handle.net/11449/214695>.

GIRARDI, M. F.; LEITE, J. B. Performance Analysis of Three-Phase Power Flow Algorithms in Power Distribution Networks. **IEEE URUCON**, 2021, Montevideo. **Proceedings [...]** Montevideo: [s. n.], 2021. p. 12-15. DOI: 10.1109/URUCON53396.2021.9647047.

HARARY, F. **Graph theory**. [S. l.] Addison-Wesley Publishing Company, 1969.

IEEE PES. **Substation automation tutorial**. Piscataway: IEEE, 2003. 23 p.

LEITE, J. B.; MANTOVANI, J. R. S. Distribution system state estimation using the hamiltonian cycle theory. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 7, n. 1, p. 366-375, 2016. DOI: 10.1109/TSG.2015.2448940.

EKANAYAKE, J.; LIYANAGE, K.; WU, J.; YOKOYAMA, A.; JENKINS, N. **Smart grid: technology and applications**. [S. l.]: Wiley, 2012.

JARAMILLO-LEON, B.; ZAMBRANO-ASANZA, S.; FRANCO, J. F.; LEITE, J. B. Simulation-based optimization framework to increase distribution system photovoltaic hosting capacity through optimal settings of smart inverter Volt-VAr control function, **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 215, part A, p. 0378-7796, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2022.108971>.

KHUSHALANI, S.; SOLANKI, J. M.; SCHULZ, N. N. Development of Three-Phase Unbalanced Power Flow Using PV and PQ Models for Distributed Generation and Study of the Impact of DG Models. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 22, n. 3, 2007. p. 1019-1025. DOI: 10.1109/TPWRS.2007.901476.

KOTIUGA, W. W. Development of a least absolute value power system tracking state estimator. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS104, n. 5, p. 1160-1166, 1985.

LABORATORY OF ELECTRICAL POWER SYSTEM PLANNING. LAPSEE.

Distribution system testing -135 buses. Ilha Solteira: LAPSEE, 2022. Available in: <https://www.feis.unesp.br/#lapsee>.

LI, K. State estimation for power distribution system and measurement impacts. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 11, n. 2, p. 911-916, 1996.

LI, Z.; YANG, F.; MOHAGHEGHI, S.; WANG, Z.; TOURNIER, J. C.; WANG, Y. Toward smart distribution management by integrating advanced metering infrastructure. **Electrical Power Systems Research**, Amsterdam, v. 105, n. 1, p. 51-56, 2013.

LIN, W. M.; TENG, J. H. Distribution fast decoupled state estimation by measurement pairing. **IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 143, n. 1, p. 43-48, 1996b.

LIN, W. M.; TENG, J. H. State estimation for distribution systems with zero-injection constraints. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 518-524, 1996a.

LU, C. N.; TENG, J. H.; LIU, W. H. E. Distribution system state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 10, n. 1, p. 229-240, 1995.

LUBKEMAN, D. L.; ZHANG, J.; GHOSH, A. K.; JONES, R. H. Field results for a distribution circuit state estimator implementation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 15, n. 1, p. 399-406, 2000.

MASSIGNAN, J. A. D.; LONDON, J. B. A.; MACIEL, C. D.; BESSANI, M.; MIRANDA, V. PMUs and SCADA Measurements in Power System State Estimation through Bayesian Inference. *In: IEEE MILAN POWERTECH*, Milan, 2019, Italy. **Proceedings** [...] Milan: IEEE, 2019, p. 1-6. DOI: 10.1109/PTC.2019.8810750.

MOMOH, J. **Electric power distribution, automation, protection and control.** United States: CRC, 2017.

MONTICELLI, A. **State estimation in electric power systems: a generalized approach.** London: Springer, 1999. p. 01-13.

PAIVA, R. R. C. **Fluxo de potência ótimo em redes de distribuição de energia com a presença de geração distribuída:** um novo algoritmo para auxiliar a análise do perfil de tensão. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis, 2006.

POUDEL, S. Modeling environment for testing a distributed energy resource management system (DERMS) using gridapps-d platform. **IEEE Access**, Piscataway, v. 10, p. 77383–77395, 2022.

REGIS, E. Q. P.; LEITE, J. B. Método da soma de potências para solução do fluxo de potência em redes de distribuição trifásicas e desbalanceadas. *In: IX SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS – SBSE*, 9., 2022, Santa Maria. **Anais [...]** Campinas: Editora da SBA, 2022. v. 1. p. 1-6.

REIZ, C.; LEITE, J. B. Hardware-In-the-Loop Simulation to Test Advanced Automation Devices in Power Distribution Networks. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 36, n. 4, p. 2194-2203, 2021.

ROYTELMAN; I.; SHAHIDEHPOR, S. M. State estimation for electric power distribution system in quasi real-time conditions. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 8, n. 4, p. 2009-2015, 1993.

CHEN, S. -J.; CHANG, R. -F.; LAI, H. -R.; LU, C. -N. Distribution feeder bus load estimations by measurement matching. *In: TENCON 2010 - 2010 IEEE REGION 10 CONFERENCE*, 2010, Fukuoka. **Proceedings [...]** [S. l.: s. n.], 2010. p. 1766-1771, doi: 10.1109/TENCON.2010.5686116.

SARMIENTO, J. E.; ALVEZ, C. A.; DE NADAI, B. N.; ZAMBRONI, A. C. S.; CARRENO, E. M.; RIBEIRO, P. F. A Complex-valued three-phase load flow for radial networks: high-performance and low-voltage solution capability. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 34, n. 4, p. 3241-3249, 2019. DOI: 10.1109/TPWRS.2019.2892014.

SCHNEIDER, K. P. Analytic considerations and design basis for the IEEE distribution test feeders. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 33, n. 3, p. 3181-3188, 2018.

SHAHIDEHPOUR, M.; WANG, Y. **Communication and control in electric power systems: application of parallel and distributed processing**. New York: Wiley, 2003. p. 135-175.

SINGH, R.; PAL, B. C.; JABR, R. A. Choice of estimator for distribution system state estimation. **IET Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 3, n. 7, p. 666-678, 2009.

STOTT, B.; ALSAÇ, O. Fast decoupled load flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. PAS-93, p. 859–869, 1974.

STREZOSKI, L. *et al.* Integration of utility distributed energy resource management system and aggregators for evolving distribution system operators. **Journal of Modern Power Systems and Clean Energy**, [s. l.], v. 10, n. 2, p. 277–285, 2022.

TAYLOR, G. A.; IRVING, M. R.; NUSRAT, N.; LIAO, R.; PANCHADCHARAM, S. Smart distribution network operation: emerging techniques and standards. **IEEE Power and Energy Society General Meeting**, Piscataway, v. 1, p. 1-6, 2011.

TINNEY, W. F.; HART, C. E. Power flow solution by Newton's method. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. PAS-86, p. 1449–1460, 1967.

VIJAYCHANDRA, J. *et al.* A Review of Distribution System State Estimation Methods and Their Applications in Power Systems. **Electronics**, New York, v. 12, n. 3, p. 603, 1 jan. 2023.

WANG, H.; SCHULZ, N. N. A revised branch current-based distribution system state estimation algorithm and meter placement impact. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 19, n. 1, p. 207-213, 2004.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLÉ, G. B. **Power generation, operation, and control**. Berlin: Wiley, 2014.

YANG, N. C.; LIU, M. J.; LAI, K. Y.; ADINDA, E. W. Three-phase power flow calculations using initial voltage estimation method for unbalanced distribution networks. **IEEE Access**, Piscataway, v. 10, p. 103705-103717, 2022. DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3207783

ZHU, J.; RAMACHANDRAN, B. Review of trends in state estimation of power distribution networks. **Journal of Power and Energy Engineering**, [s. l.], v. 8, n. 8, p. 85–99, 2020.

APÊNDICE A – Tabelas com os dados completos das simulações para o caso monofásico

Tabela 13 – Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para as Potências Ativas acumuladas nas barras considerando a variância fixa para o caso monofásico.

Potência Ativa Acumulada com Variância = 10^{-4}					
Barra	H(x)	z	$\hat{x}$	H(x) - z	H(x) - $\hat{x}$
1	0,022746183	0,022643516	0,02272041	0,000102667	2,57735E-05
2	0,022356545	0,022355349	0,022331214	1,19587E-06	2,53308E-05
3	0,022301618	0,022426359	0,022196329	-0,000124742	0,000105289
4	0,000138	0,000137844	0,000137574	1,56394E-07	4,25723E-07
5	0,02214651	0,022294297	0,022294293	-0,000147788	-0,000147783
6	0,022060977	0,022012155	0,022172094	4,88227E-05	-0,000111116
7	0,021747201	0,021915806	0,021699077	-0,000168606	4,81241E-05
8	0,021435173	0,02136459	0,021422812	7,05834E-05	1,23613E-05
9	0,021086202	0,021010112	0,021074042	7,609E-05	1,216E-05
10	0,020836775	0,021027399	0,020824759	-0,000190624	1,20162E-05
11	0,020460521	0,020364595	0,020375308	9,59254E-05	8,52126E-05
12	0,002235147	0,002234637	0,002248818	5,10093E-07	-1,36715E-05
13	0,000486498	0,000489304	0,000491219	-2,80618E-06	-4,72128E-06
14	0,000460006	0,000459404	0,000459243	6,01692E-07	7,62031E-07
15	0,00023	0,000231575	0,000229619	-1,57502E-06	3,8099E-07
16	0,001748518	0,001744343	0,001757688	4,17512E-06	-9,17015E-06
17	0,001403382	0,001399588	0,001413481	3,79397E-06	-1,00993E-05
18	0,001265159	0,001275589	0,001264167	-1,04291E-05	9,92424E-07
19	0,000920082	0,000916601	0,00091936	3,4809E-06	7,21736E-07
20	0,000575041	0,000580402	0,000580301	-5,36119E-06	-5,2606E-06
21	0,000345	0,000343322	0,000344056	1,67775E-06	9,4403E-07
22	0,000345	0,000344861	0,00034462	1,39014E-07	3,79524E-07
23	0,018203207	0,018311385	0,018183182	-0,000108179	2,00248E-05
24	0,017802303	0,017775907	0,017718844	2,63961E-05	8,34593E-05
25	0,002448914	0,00244451	0,002465175	4,40407E-06	-1,62607E-05
26	0,002439089	0,002456988	0,002438533	-1,78987E-05	5,56157E-07
27	0,002300355	0,002293734	0,00229983	6,62082E-06	5,24524E-07
28	0,001265145	0,001275795	0,001260317	-1,06501E-05	4,82788E-06
29	0,000920106	0,000927049	0,0009181	-6,94313E-06	2,00571E-06
30	0,000575006	0,000574172	0,000578322	8,33593E-07	-3,31658E-06
31	0,000345	0,000347411	0,000343575	-2,41142E-06	1,42544E-06
32	0,000345	0,000344127	0,000347663	8,72681E-07	-2,66332E-06
33	0,001035043	0,001043395	0,001033689	-8,35218E-06	1,35364E-06
34	0,000690001	0,000687511	0,000696675	2,49042E-06	-6,67342E-06

35	0,000345	0,000343646	0,000347362	1,35411E-06	-2,36246E-06
36	0,015337825	0,015439682	0,015417758	-0,000101858	-7,99332E-05
37	0,015335661	0,015442345	0,015445516	-0,000106684	-0,000109855
38	0,015295483	0,015257298	0,01528399	3,8185E-05	1,14931E-05
39	0,014936084	0,015056116	0,014924861	-0,000120032	1,12231E-05
40	0,0000092	9,1671E-06	9,16007E-06	3,29018E-08	3,99262E-08
41	0,001173028	0,001183721	0,001169857	-1,06935E-05	3,17099E-06
42	0,00023	0,000228929	0,000229378	1,0709E-06	6,21747E-07
43	0,000460001	0,000459911	0,000464546	9,015E-08	-4,54452E-06
44	0,00023	0,000231319	0,000229579	-1,31925E-06	4,21176E-07
45	0,000483001	0,000485924	0,000482117	-2,92289E-06	8,84472E-07
46	0,000138	0,00013778	0,000137973	2,19616E-07	2,69097E-08
47	0,013750074	0,01384813	0,013747393	-9,80561E-05	2,68125E-06
48	0,013726077	0,013689411	0,0137234	3,66653E-05	2,67657E-06
49	0,013372787	0,013482592	0,013322197	-0,000109805	5,05899E-05
50	0,000920063	0,000916612	0,000925339	3,45116E-06	-5,27647E-06
51	0,000575011	0,000580353	0,000580372	-5,34237E-06	-5,36079E-06
52	0,000345	0,000343333	0,000343996	1,66663E-06	1,00429E-06
53	0,001196325	0,001202482	0,0011948	-6,15682E-06	1,52507E-06
54	0,000578837	0,000578439	0,000578099	3,97282E-07	7,37898E-07
55	0,000575004	0,000578584	0,000572208	-3,58011E-06	2,79615E-06
56	0,00023	0,000229594	0,000229258	4,06212E-07	7,42128E-07
57	0,000617344	0,000621854	0,000621551	-4,51034E-06	-4,207E-06
58	0,000387326	0,000386224	0,00038717	1,10231E-06	1,55992E-07
59	0,000030665	3,09222E-05	3,06527E-05	-2,57152E-07	1,2349E-08
60	0,000356655	0,000355255	0,000359782	1,40013E-06	-3,12663E-06
61	0,000011655	1,16056E-05	1,16276E-05	4,94332E-08	2,74428E-08
62	0,011254903	0,01136499	0,011321786	-0,000110087	-6,68838E-05
63	0,011239835	0,011299644	0,011328568	-5,98091E-05	-8,87327E-05
64	0,011216753	0,011207095	0,011286951	9,6584E-06	-7,01976E-05
65	0,002134884	0,002148549	0,002127552	-1,36653E-05	7,33201E-06
66	0,001904705	0,001901008	0,00190128	3,69677E-06	3,42501E-06
67	0,001674613	0,00168714	0,001671601	-1,25274E-05	3,01126E-06
68	0,001663581	0,001658556	0,001672542	5,02511E-06	-8,96043E-06
69	0,000345	0,000343849	0,000347532	1,15103E-06	-2,53164E-06
70	0,000366475	0,000369728	0,000366135	-3,2529E-06	3,39403E-07
71	0,000345	0,000343476	0,00034468	1,52355E-06	3,19514E-07
72	0,000952029	0,000961507	0,000951147	-9,47839E-06	8,81702E-07
73	0,000721994	0,000725962	0,000719916	-3,968E-06	2,07788E-06
74	0,000695913	0,000695193	0,000700413	7,20822E-07	-4,49979E-06
75	0,000690002	0,000694539	0,00068667	-4,53724E-06	3,33259E-06
76	0,000345	0,00034427	0,000344308	7,29878E-07	6,92044E-07
77	0,009079417	0,009057343	0,009076061	2,20742E-05	3,35686E-06
78	0,008730866	0,008800461	0,008727638	-6,95949E-05	3,228E-06
79	0,008707819	0,008677246	0,0087046	3,05734E-05	3,21947E-06

80	0,002141048	0,002160427	0,002132575	-1,93785E-05	8,47378E-06
81	0,001910946	0,001902173	0,00190651	8,77282E-06	4,43639E-06
82	0,001565878	0,001565673	0,001575131	2,04693E-07	-9,25374E-06
83	0,00122061	0,001227532	0,001232203	-6,92162E-06	-1,1593E-05
84	0,00023	0,000229722	0,000229667	2,78419E-07	3,33389E-07
85	0,000990581	0,000989069	0,000989145	1,51179E-06	1,43586E-06
86	0,000760564	0,000765939	0,000757977	-5,37419E-06	2,58696E-06
87	0,000277535	0,000276812	0,000279475	7,23245E-07	-1,93981E-06
88	0,00023	0,000231874	0,000231231	-1,87355E-06	-1,23124E-06
89	0,00023	0,000229152	0,000232056	8,47723E-07	-2,05649E-06
90	0,006329723	0,006388119	0,00632407	-5,83958E-05	5,65314E-06
91	0,006099027	0,006069962	0,00609358	2,90652E-05	5,4471E-06
92	0,00525814	0,005256533	0,005253443	1,60607E-06	4,6961E-06
93	0,005115778	0,005112601	0,005092853	3,17735E-06	2,29246E-05
94	0,000345	0,000347126	0,000347784	-2,12554E-06	-2,78387E-06
95	0,000072065	7,19424E-05	7,20635E-05	1,22574E-07	1,51714E-09
96	0,004696073	0,004730076	0,004695974	-3,40032E-05	9,88893E-08
97	0,00023	0,00022936	0,000231929	6,39556E-07	-1,92852E-06
98	0,000665529	0,00066296	0,000664216	2,56926E-06	1,31302E-06
99	0,000647089	0,000653377	0,000645813	-6,28713E-06	1,27665E-06
100	0,000072065	7,24438E-05	7,24657E-05	-3,78768E-07	-4,00744E-07
101	0,000575004	0,000574547	0,000572748	4,57596E-07	2,25675E-06
102	0,000345	0,000347186	0,00034462	-2,18582E-06	3,79794E-07
103	0,003799639	0,003792512	0,003835601	7,12663E-06	-3,59623E-05
104	0,003451658	0,003438447	0,003441122	1,32111E-05	1,05369E-05
105	0,001265112	0,001274493	0,00126332	-9,38144E-06	1,79209E-06
106	0,002185747	0,002179287	0,002196685	6,45976E-06	-1,09387E-05
107	0,001955109	0,001952529	0,001971908	2,57918E-06	-1,67995E-05
108	0,001621419	0,00161928	0,001620536	2,13898E-06	8,82773E-07
109	0,0010229	0,00101788	0,001022343	5,01963E-06	5,56913E-07
110	0,001022824	0,001029839	0,001022267	-7,01565E-06	5,56872E-07
111	0,000690012	0,000689704	0,000687161	3,08538E-07	2,85148E-06
112	0,000345	0,000344846	0,000344139	1,54266E-07	8,61224E-07
113	0,000598262	0,000603533	0,000601902	-5,27125E-06	-3,64004E-06
114	0,000368163	0,00036728	0,000366526	8,83223E-07	1,63774E-06
115	0	0	3,01456E-11	0	-3,01456E-11
116	0,000368065	0,000366464	0,000367467	1,60139E-06	5,97896E-07
117	0,000276009	0,000275588	0,000278766	4,21451E-07	-2,75677E-06
118	0,000184001	0,00018372	0,000185319	2,80958E-07	-1,31819E-06
119	0,000092	9,168E-05	9,25086E-05	3,20049E-07	-5,08571E-07
120	0,00083887	0,000837324	0,000845144	1,54569E-06	-6,27456E-06
121	0,000260678	0,000260198	0,0002604	4,80323E-07	2,78367E-07
122	0,000168665	0,000169581	0,000168485	-9,15959E-07	1,8009E-07
123	0,000578156	0,000582424	0,000575464	-4,26823E-06	2,69183E-06
124	0,000578132	0,000577571	0,000576386	5,61098E-07	1,74577E-06

125	0,000047535	4,74889E-05	4,75257E-05	4,61344E-08	9,30655E-09
126	0,000530556	0,000528138	0,000530452	2,41859E-06	1,03873E-07
127	0,000483017	0,000481605	0,000487151	1,41156E-06	-4,13442E-06
128	0,000345	0,000343992	0,000344259	1,00822E-06	7,40932E-07
129	0,000415561	0,000413536	0,000415349	2,02554E-06	2,12529E-07
130	0,000138	0,000139168	0,000137929	-1,16779E-06	7,05751E-08
131	0,001035091	0,001032969	0,001034562	2,12228E-06	5,29373E-07
132	0,000345	0,000344857	0,000343586	1,42874E-07	1,41432E-06
133	0,00069004	0,000689754	0,000694215	2,85765E-07	-4,17565E-06
134	0,000690008	0,000689722	0,000696659	2,85752E-07	-6,65124E-06
135	0,000345	0,000343619	0,000344451	1,38075E-06	5,48971E-07

Fonte: Autoria própria.

Tabela 14 – Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para as Potências Reativas acumuladas nas barras considerando a variância fixa para o caso monofásico.

Potência Reativa Acumulada com Variância = 10^{-4}					
Barra	H(x)	z	$\hat{x}$	H(x) - z	H(x) - $\hat{x}$
1	0,011221764	0,011312679	0,011199061	-9,09147E-05	2,27028E-05
2	0,010345351	0,010307678	0,010324422	3,7673E-05	2,0929E-05
3	0,010294782	0,010389302	0,010237049	-9,45209E-05	5,77327E-05
4	0,000058788	5,85104E-05	5,85544E-05	2,77558E-07	2,33577E-07
5	0,010197512	0,010194848	0,010239743	2,66394E-06	-4,22306E-05
6	0,010005124	0,009999353	0,010082425	5,77174E-06	-7,73008E-05
7	0,009718706	0,009778153	0,009688559	-5,94472E-05	3,01469E-05
8	0,009436222	0,009420589	0,009422377	1,56327E-05	1,38448E-05
9	0,00928032	0,009347107	0,009266704	-6,67865E-05	1,36161E-05
10	0,009138643	0,009113636	0,009092474	2,50076E-05	4,61689E-05
11	0,008951167	0,00902525	0,009012526	-7,40831E-05	-6,13589E-05
12	0,000952365	0,00094873	0,000957336	3,63448E-06	-4,97145E-06
13	0,00020727	0,00020921	0,000208756	-1,93925E-06	-1,48617E-06
14	0,000195963	0,000197859	0,000195465	-1,89532E-06	4,98862E-07
15	0,00009798	9,84906E-05	9,84061E-05	-5,10643E-07	-4,26098E-07
16	0,000745015	0,000744455	0,000741665	5,59955E-07	3,34969E-06
17	0,000597962	0,000601724	0,000601729	-3,76208E-06	-3,76652E-06
18	0,000539038	0,000538051	0,000538135	9,87193E-07	9,02757E-07
19	0,000391998	0,000394887	0,000391341	-2,88953E-06	6,565E-07
20	0,000244987	0,000244273	0,000247008	7,13203E-07	-2,02091E-06
21	0,000146969	0,000148211	0,000146436	-1,24205E-06	5,32746E-07
22	0,000146969	0,000148257	0,000146677	-1,28844E-06	2,92486E-07

23	0,007950644	0,007916403	0,007906319	3,42405E-05	4,43246E-05
24	0,007769466	0,007845969	0,007826788	-7,65023E-05	-5,73213E-05
25	0,001043866	0,001049489	0,001049861	-5,62271E-06	-5,99495E-06
26	0,001039565	0,001038602	0,001038401	9,62976E-07	1,16311E-06
27	0,000980101	0,000986438	0,000975491	-6,33755E-06	4,61009E-06
28	0,000539018	0,000537936	0,000536482	1,08133E-06	2,53538E-06
29	0,000392013	0,000395736	0,00039081	-3,72328E-06	1,20307E-06
30	0,000244954	0,000246188	0,000246147	-1,23402E-06	-1,19334E-06
31	0,000146969	0,000146884	0,000146231	8,48983E-08	7,37646E-07
32	0,000146969	0,000146838	0,000146646	1,31288E-07	3,2299E-07
33	0,000440935	0,000443772	0,000439966	-2,83662E-06	9,69032E-07
34	0,00029394	0,00029336	0,000292721	5,79974E-07	1,2192E-06
35	0,000146969	0,000146807	0,000147844	1,6182E-07	-8,74551E-07
36	0,006691279	0,006724767	0,006720158	-3,34881E-05	-2,88785E-05
37	0,006686413	0,006682771	0,00672831	3,6417E-06	-4,18967E-05
38	0,006665372	0,006705928	0,006654429	-4,05557E-05	1,0943E-05
39	0,006486014	0,006475478	0,006475365	1,05361E-05	1,06485E-05
40	0,000003919	3,94708E-06	3,89852E-06	-2,8077E-08	2,04829E-08
41	0,000499732	0,000498381	0,000497937	1,35139E-06	1,79497E-06
42	0,00009798	9,76841E-05	9,85086E-05	2,95888E-07	-5,28571E-07
43	0,000195963	0,000197641	0,000197723	-1,6774E-06	-1,75966E-06
44	0,00009798	9,75783E-05	9,77134E-05	4,01686E-07	2,66564E-07
45	0,000205759	0,000207743	0,0002052	-1,98343E-06	5,59788E-07
46	0,000058788	5,90925E-05	5,87242E-05	-3,04491E-07	6,38351E-08
47	0,005974334	0,005970036	0,005967846	4,29773E-06	6,48724E-06
48	0,005925944	0,005963036	0,005898266	-3,7092E-05	2,76783E-05
49	0,005760329	0,005749965	0,005797618	1,03638E-05	-3,72895E-05
50	0,00039206	0,00039123	0,000393957	8,2913E-07	-1,89708E-06
51	0,000244974	0,000246849	0,000244043	-1,8752E-06	9,30762E-07
52	0,000146969	0,000146499	0,000146651	4,69507E-07	3,18142E-07
53	0,0005097	0,000514152	0,000508597	-4,45197E-06	1,10334E-06
54	0,000246613	0,000245559	0,000245195	1,05412E-06	1,41791E-06
55	0,000244951	0,000247355	0,000243943	-2,40402E-06	1,00792E-06
56	0,00009798	9,85046E-05	9,75768E-05	-5,24604E-07	4,03168E-07
57	0,000262999	0,000262764	0,000262659	2,35144E-07	3,40177E-07
58	0,000165003	0,000164803	0,000164789	1,99609E-07	2,13417E-07
59	0,000013064	1,31522E-05	1,30471E-05	-8,81772E-08	1,68992E-08
60	0,000151933	0,000151585	0,00015144	3,47855E-07	4,92798E-07
61	0,000004964	5,00287E-06	4,98905E-06	-3,88653E-08	-2,505E-08
62	0,004855703	0,004839343	0,004830484	1,63604E-05	2,52187E-05
63	0,004838587	0,004881695	0,00487244	-4,3108E-05	-3,38528E-05
64	0,004823131	0,004801672	0,004866281	2,14587E-05	-4,31503E-05
65	0,000909951	0,00091904	0,000906018	-9,08951E-06	3,93313E-06
66	0,000811733	0,000811486	0,000809551	2,47304E-07	2,18162E-06
67	0,00071363	0,000717801	0,000711712	-4,17085E-06	1,91796E-06

68	0,000708877	0,000707895	0,00071206	9,81409E-07	-3,18314E-06
69	0,000146969	0,000147987	0,000147916	-1,01767E-06	-9,46556E-07
70	0,000156127	0,000155742	0,000155843	3,84736E-07	2,83578E-07
71	0,000146969	0,000148145	0,000146702	-1,17636E-06	2,66944E-07
72	0,00040569	0,000404253	0,000409094	1,43779E-06	-3,40399E-06
73	0,000307665	0,00031046	0,000306506	-2,79481E-06	1,1588E-06
74	0,00029654	0,000299327	0,000294844	-2,78735E-06	1,69518E-06
75	0,000293943	0,000292491	0,000296153	1,45193E-06	-2,21027E-06
76	0,000146969	0,000146899	0,000146544	7,04548E-08	4,255E-07
77	0,003907802	0,003931324	0,003902876	-2,35222E-05	4,92547E-06
78	0,003752844	0,003746993	0,003748114	5,85136E-06	4,73016E-06
79	0,003733999	0,003760506	0,003715906	-2,65079E-05	1,80922E-05
80	0,000912548	0,000910139	0,000909618	2,40819E-06	2,92976E-06
81	0,000814338	0,000820998	0,000811723	-6,66037E-06	2,61446E-06
82	0,000667215	0,000672882	0,00067056	-5,66767E-06	-3,34497E-06
83	0,000520082	0,000517984	0,000523704	2,09823E-06	-3,62156E-06
84	0,00009798	9,89181E-05	9,77508E-05	-9,38091E-07	2,292E-07
85	0,000422035	0,000424193	0,000423783	-2,15838E-06	-1,74809E-06
86	0,000324019	0,000323807	0,000322629	2,11943E-07	1,38983E-06
87	0,00011823	0,000118962	0,00011895	-7,32315E-07	-7,20262E-07
88	0,00009798	9,78101E-05	9,84167E-05	1,69888E-07	-4,36738E-07
89	0,00009798	9,86927E-05	9,76451E-05	-7,12687E-07	3,34904E-07
90	0,002707618	0,002728167	0,002702789	-2,05493E-05	4,82861E-06
91	0,002608072	0,002599911	0,002603421	8,16155E-06	4,65108E-06
92	0,002248756	0,002268251	0,002244746	-1,9495E-05	4,0103E-06
93	0,002185953	0,002176752	0,002174218	9,20098E-06	1,17346E-05
94	0,000146969	0,000148402	0,000147783	-1,43281E-06	-8,13657E-07
95	0,0000307	3,08624E-05	3,0672E-05	-1,6237E-07	2,80009E-08
96	0,002005839	0,002004176	0,002004009	1,6625E-06	1,82946E-06
97	0,00009798	9,75163E-05	9,87135E-05	4,63693E-07	-7,3351E-07
98	0,000283577	0,000282946	0,000282765	6,30752E-07	8,11645E-07
99	0,000275702	0,000274791	0,000276988	9,10939E-07	-1,28614E-06
100	0,0000307	3,09715E-05	3,05523E-05	-2,7151E-07	1,47738E-07
101	0,000244959	0,000243885	0,000246579	1,07387E-06	-1,62042E-06
102	0,000146969	0,000148427	0,000146676	-1,45849E-06	2,92601E-07
103	0,001623208	0,001632076	0,001637111	-8,86865E-06	-1,39031E-05
104	0,001472273	0,001466638	0,001466471	5,63506E-06	5,80226E-06
105	0,000539054	0,000542169	0,000537811	-3,11536E-06	1,24318E-06
106	0,000932155	0,0009294	0,000935985	2,75489E-06	-3,83028E-06
107	0,000833326	0,000832226	0,000839737	1,09932E-06	-6,41154E-06
108	0,000690998	0,000687607	0,000690006	3,3909E-06	9,91571E-07
109	0,000435928	0,000439632	0,000435303	-3,70334E-06	6,25552E-07
110	0,000435882	0,000435687	0,000435256	1,94904E-07	6,25485E-07
111	0,000293966	0,000293834	0,00029249	1,31446E-07	1,47566E-06
112	0,000146969	0,000146903	0,000146471	6,57169E-08	4,97503E-07

113	0,000254912	0,0002543	0,000256234	6,11533E-07	-1,32246E-06
114	0,000156872	0,000157811	0,000156035	-9,39198E-07	8,36964E-07
115	0	0	1,51779E-10	0	-1,51779E-10
116	0,000156811	0,000158056	0,000156417	-1,24491E-06	3,94098E-07
117	0,000117585	0,000117406	0,000117061	1,79546E-07	5,24684E-07
118	7,83853E-05	7,91605E-05	7,88765E-05	-7,75288E-07	-4,91221E-07
119	0,000039192	3,90557E-05	3,9514E-05	1,36341E-07	-3,22034E-07
120	0,000357397	0,000356739	0,000356698	6,58536E-07	6,99752E-07
121	0,000111052	0,000111655	0,000110835	-6,03084E-07	2,17429E-07
122	0,000071852	7,25E-05	7,14538E-05	-6,48011E-07	3,9823E-07
123	0,00024632	0,000246081	0,000245358	2,39063E-07	9,62623E-07
124	0,000246305	0,000246066	0,000247712	2,39048E-07	-1,40661E-06
125	0,000020249	2,02293E-05	2,0227E-05	1,96524E-08	2,2003E-08
126	0,000226031	0,000225001	0,000225786	1,03038E-06	2,45612E-07
127	0,000205773	0,000205171	0,000207349	6,01346E-07	-1,57641E-06
128	0,000146969	0,000147926	0,000146523	-9,56832E-07	4,46308E-07
129	0,000177042	0,000176179	0,000176794	8,62945E-07	2,48213E-07
130	0,000058788	5,92855E-05	5,87056E-05	-4,97481E-07	8,24228E-08
131	0,000441029	0,000440124	0,000438829	9,04255E-07	2,19934E-06
132	0,000146969	0,000146908	0,000147967	6,08641E-08	-9,97869E-07
133	0,000293991	0,000293869	0,000295506	1,2175E-07	-1,51549E-06
134	0,000293949	0,000292772	0,000292739	1,17643E-06	1,20977E-06
135	0,000146969	0,000148085	0,000146604	-1,11553E-06	3,64605E-07

Fonte: Autoria própria.

APÊNDICE B – Tabelas com os dados completos das simulações para o caso trifásico

Tabela 15 – Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para as Potências Ativas acumuladas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase a).

Potência Ativa Acumulada com Variância = 10^{-4} (fase a)					
Barra	H(x)	z	$\hat{x}$	H(x) - z	H(x) - $\hat{x}$
1	0,022583479	0,022795424	0,02256783	-0,000211945	1,56491E-05
2	0,022261993	0,022152357	0,022159701	0,000109637	0,000102292
3	0,022212199	0,022201877	0,022165825	1,03227E-05	4,6374E-05
4	0,000138	0,000137667	0,000137832	3,33488E-07	1,67822E-07
5	0,022060085	0,022026013	0,02195414	3,40724E-05	0,000105945
6	0,021989507	0,02214529	0,021939032	-0,000155783	5,04753E-05
7	0,021690376	0,021668944	0,02159827	2,14327E-05	9,21064E-05
8	0,021392686	0,021294789	0,021548227	9,78966E-05	-0,000155541
9	0,021044409	0,021041967	0,02096675	2,44258E-06	7,76592E-05
10	0,020798383	0,020916018	0,020780338	-0,000117635	1,80445E-05
11	0,020433185	0,02040875	0,020409011	2,44353E-05	2,41745E-05
12	0,002235091	0,002231713	0,00222443	3,37836E-06	1,06604E-05
13	0,00048649	0,000486178	0,000485389	3,11088E-07	1,10064E-06
14	0,000460005	0,000458813	0,000463189	1,19201E-06	-3,18427E-06
15	0,00023	0,000229605	0,000232041	3,95428E-07	-2,04085E-06
16	0,00174848	0,001748334	0,00176247	1,45208E-07	-1,39906E-05
17	0,001403352	0,001416279	0,001402181	-1,29263E-05	1,17122E-06
18	0,001265145	0,001259135	0,001272097	6,01057E-06	-6,95124E-06
19	0,000920075	0,000919807	0,00092872	2,6755E-07	-8,64539E-06
20	0,000575037	0,000573748	0,000579939	1,2896E-06	-4,90204E-06
21	0,000345	0,000344791	0,000344532	2,0922E-07	4,68422E-07
22	0,000345	0,000348358	0,000347076	-3,35836E-06	-2,07607E-06
23	0,018179713	0,018275598	0,018170877	-9,58849E-05	8,83672E-06
24	0,017783092	0,017768613	0,017705058	1,44786E-05	7,80332E-05
25	0,002448774	0,002442001	0,002440164	6,77338E-06	8,61084E-06
26	0,002438993	0,002455261	0,002450188	-1,62674E-05	-1,11944E-05
27	0,002300324	0,002291478	0,002298003	8,84664E-06	2,32156E-06
28	0,001265132	0,001277006	0,001258919	-1,18742E-05	6,21334E-06
29	0,000920096	0,000929023	0,00091968	-8,92619E-06	4,16868E-07
30	0,000575005	0,000580082	0,000572682	-5,0769E-06	2,32276E-06
31	0,000345	0,00034473	0,000348001	2,695E-07	-3,00129E-06
32	0,000345	0,000347181	0,000343234	-2,18076E-06	1,76601E-06
33	0,00103504	0,001033114	0,001029415	1,92616E-06	5,62479E-06

34	0,000690001	0,000695107	0,000689327	-5,10659E-06	6,73599E-07
35	0,000345	0,00034455	0,000347509	4,50069E-07	-2,50868E-06
36	0,015321459	0,015426326	0,015394457	-0,000104867	-7,29975E-05
37	0,015319678	0,015283151	0,015301542	3,65274E-05	1,81367E-05
38	0,015279881	0,015400963	0,015256971	-0,000121081	2,29104E-05
39	0,014923029	0,014871333	0,014913661	5,16954E-05	9,36744E-06
40	0,0000092	9,24983E-06	9,28645E-06	-4,98271E-08	-8,64541E-08
41	0,001173025	0,001171903	0,001172327	1,12127E-06	6,97612E-07
42	0,00023	0,000229331	0,000231585	6,68778E-07	-1,58471E-06
43	0,000460001	0,000459065	0,000457581	9,36414E-07	2,41984E-06
44	0,00023	0,000229083	0,000229815	9,17131E-07	1,84544E-07
45	0,000483001	0,000486812	0,000480729	-3,81147E-06	2,2722E-06
46	0,000138	0,000137527	0,000137471	4,73494E-07	5,28909E-07
47	0,013737662	0,013729321	0,01385433	8,34177E-06	-0,000116667
48	0,013717375	0,013704716	0,013838198	1,26593E-05	-0,000120823
49	0,013365555	0,013305264	0,013295686	6,02909E-05	6,98685E-05
50	0,000920052	0,000920005	0,000919344	4,67489E-08	7,0785E-07
51	0,000575009	0,000578224	0,000573445	-3,21471E-06	1,56423E-06
52	0,000345	0,00034461	0,000344362	3,90059E-07	6,37795E-07
53	0,0011963	0,00120428	0,001191754	-7,97992E-06	4,54555E-06
54	0,000578825	0,000578493	0,00057713	3,32361E-07	1,6948E-06
55	0,000575003	0,000573551	0,000572198	1,45249E-06	2,80544E-06
56	0,00023	0,00022962	0,000231818	3,80419E-07	-1,81777E-06
57	0,000617341	0,000617331	0,000614673	1,09834E-08	2,66866E-06
58	0,000387326	0,000389478	0,000385989	-2,15263E-06	1,33672E-06
59	0,000030665	3,06313E-05	3,09137E-05	3,36575E-08	-2,48724E-07
60	0,000356655	0,000359022	0,000355039	-2,36729E-06	1,61582E-06
61	0,000011655	1,17551E-05	1,15985E-05	-1,00109E-07	5,648E-08
62	0,011247941	0,011201496	0,011203238	4,64453E-05	4,47029E-05
63	0,011233917	0,011215707	0,011217435	1,82099E-05	1,6482E-05
64	0,011211578	0,011310207	0,011173255	-9,86291E-05	3,83229E-05
65	0,002134803	0,002154257	0,002133532	-1,94539E-05	1,27126E-06
66	0,001904645	0,001920341	0,00190291	-1,56955E-05	1,73513E-06
67	0,001674564	0,001674242	0,001686632	3,22379E-07	-1,20674E-05
68	0,001663555	0,001659988	0,001660244	3,56727E-06	3,31101E-06
69	0,000345	0,000347651	0,000344614	-2,65107E-06	3,85935E-07
70	0,000366474	0,000364692	0,000364634	1,78119E-06	1,83993E-06
71	0,000345	0,000348024	0,000344806	-3,0236E-06	1,94059E-07
72	0,000952012	0,000951331	0,000949619	6,81548E-07	2,39286E-06
73	0,000721982	0,000729089	0,000720797	-7,10708E-06	1,18536E-06
74	0,000695903	0,000699649	0,00069915	-3,74657E-06	-3,2472E-06
75	0,000690002	0,000689365	0,000689253	6,37317E-07	7,49099E-07
76	0,000345	0,000344572	0,000343952	4,27555E-07	1,04764E-06
77	0,00907475	0,009151118	0,009055104	-7,63676E-05	1,96466E-05
78	0,008726832	0,008692315	0,008772119	3,45171E-05	-4,52863E-05

79	0,008704669	0,008756088	0,008690665	-5,14197E-05	1,40041E-05
80	0,002140986	0,002137888	0,002139408	3,09808E-06	1,5782E-06
81	0,001910902	0,001921127	0,001921215	-1,02247E-05	-1,03131E-05
82	0,001565846	0,001564451	0,001580406	1,39458E-06	-1,45607E-05
83	0,001220599	0,00121713	0,001226508	3,46952E-06	-5,90869E-06
84	0,00023	0,000229996	0,000228885	4,27209E-09	1,11476E-06
85	0,000990575	0,000990243	0,000985461	3,31069E-07	5,11362E-06
86	0,000760561	0,000757578	0,000760026	2,98313E-06	5,35535E-07
87	0,000277535	0,000276689	0,000279478	8,46543E-07	-1,94259E-06
88	0,00023	0,00023115	0,00022959	-1,15047E-06	4,10194E-07
89	0,00023	0,000229875	0,000231482	1,24651E-07	-1,48196E-06
90	0,006327895	0,00636638	0,006381013	-3,84854E-05	-5,31181E-05
91	0,006097323	0,006158208	0,00608984	-6,08852E-05	7,48318E-06
92	0,005256649	0,005285695	0,005306449	-2,90454E-05	-4,97994E-05
93	0,005114716	0,005109267	0,005102918	5,44896E-06	1,17977E-05
94	0,000345	0,000343286	0,000344505	1,71432E-06	4,95055E-07
95	0,000072065	7,20283E-05	7,25042E-05	3,66769E-08	-4,3922E-07
96	0,004695271	0,004676035	0,004691145	1,92365E-05	4,1261E-06
97	0,00023	0,00023184	0,000228973	-1,84016E-06	1,02701E-06
98	0,000665521	0,000668966	0,000670506	-3,44526E-06	-4,98449E-06
99	0,000647085	0,000652961	0,000651368	-5,87585E-06	-4,28237E-06
100	0,000072065	7,1732E-05	7,1964E-05	3,32968E-07	1,01031E-07
101	0,000575004	0,000574912	0,000573076	9,21605E-08	1,92795E-06
102	0,000345	0,000344271	0,000344817	7,28683E-07	1,82942E-07
103	0,003798947	0,003794236	0,003782109	4,71097E-06	1,68379E-05
104	0,003451328	0,003440312	0,003439039	1,10164E-05	1,22887E-05
105	0,001265097	0,001276144	0,001275497	-1,10466E-05	-1,03996E-05
106	0,002185528	0,002176192	0,002204183	9,33596E-06	-1,86555E-05
107	0,001954967	0,001945999	0,00194528	8,96814E-06	9,68766E-06
108	0,001621355	0,001621148	0,001620548	2,06331E-07	8,06237E-07
109	0,001022878	0,001019077	0,001020373	3,80031E-06	2,50426E-06
110	0,001022808	0,001021573	0,001030078	1,23458E-06	-7,27021E-06
111	0,00069001	0,00068783	0,000687576	2,17967E-06	2,43406E-06
112	0,000345	0,000344884	0,000344648	1,15576E-07	3,52045E-07
113	0,000598241	0,000597851	0,000596984	3,89243E-07	1,25615E-06
114	0,00036815	0,000371031	0,000366659	-2,88142E-06	1,49128E-06
115	0	0	4,15549E-15	0	-4,15549E-15
116	0,000368059	0,000366704	0,000367491	1,3553E-06	5,68128E-07
117	0,000276009	0,000275772	0,000275823	2,36923E-07	1,85452E-07
118	0,000184	0,000183124	0,000183217	8,76226E-07	7,83545E-07
119	0,000092	9,19722E-05	9,267E-05	2,77823E-08	-6,70012E-07
120	0,000838858	0,000836968	0,000835753	1,89064E-06	3,10564E-06
121	0,000260677	0,000260317	0,000260366	3,60198E-07	3,11527E-07
122	0,000168665	0,000169832	0,000168134	-1,16744E-06	5,3063E-07
123	0,000578149	0,000577671	0,000576834	4,77186E-07	1,31493E-06

124	0,000578127	0,000575575	0,000577757	2,55152E-06	3,69367E-07
125	0,000047535	4,79304E-05	4,79574E-05	-3,95354E-07	-4,22359E-07
126	0,000530554	0,000533468	0,000529642	-2,91445E-06	9,11611E-07
127	0,000483015	0,000487554	0,000482606	-4,53885E-06	4,08899E-07
128	0,000345	0,000343297	0,000344035	1,7032E-06	9,65153E-07
129	0,000415559	0,00041536	0,000415378	1,98099E-07	1,8066E-07
130	0,000138	0,00013883	0,000137691	-8,30291E-07	3,09311E-07
131	0,00103508	0,001033469	0,001033663	1,6111E-06	1,41776E-06
132	0,000345	0,000344354	0,000345181	6,4589E-07	-1,81265E-07
133	0,000690035	0,00069515	0,000688729	-5,11457E-06	1,30615E-06
134	0,000690007	0,00068797	0,0006904	2,03686E-06	-3,92919E-07
135	0,000345	0,00034793	0,000344539	-2,92968E-06	4,61164E-07

Fonte: Autoria própria.

Tabela 16 – Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para as Potências Reativas acumuladas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase a).

Potência Reativa Acumulada com Variância = 10^{-4} (fase a)					
Barra	H(x)	z	$\hat{x}$	H(x) - z	H(x) - $\hat{x}$
1	0,010223956	0,010319908	0,010216872	-9,59512E-05	7,08464E-06
2	0,009788065	0,009739861	0,00974309	4,82046E-05	4,49754E-05
3	0,009762045	0,009757508	0,009741664	4,53674E-06	2,03809E-05
4	0,000058788	5,86459E-05	5,87165E-05	1,42066E-07	7,14923E-08
5	0,00968412	0,009669163	0,009637612	1,49574E-05	4,65088E-05
6	0,009588426	0,009656354	0,009566416	-6,79285E-05	2,20095E-05
7	0,009396715	0,00938743	0,009356812	9,28508E-06	3,99024E-05
8	0,009206957	0,009164824	0,009273898	4,21326E-05	-6,69416E-05
9	0,009055545	0,009054494	0,009022128	1,05106E-06	3,34172E-05
10	0,008935835	0,008986376	0,008928082	-5,05408E-05	7,75266E-06
11	0,008791498	0,008780985	0,008781097	1,05134E-05	1,04012E-05
12	0,000952113	0,000950674	0,000947572	1,43913E-06	4,54117E-06
13	0,000207234	0,000207102	0,000206765	1,32517E-07	4,68851E-07
14	0,000195962	0,000195454	0,000197318	5,07796E-07	-1,3565E-06
15	0,00009798	9,78115E-05	9,88494E-05	1,68452E-07	-8,69401E-07
16	0,000744837	0,000744775	0,000750797	6,18573E-08	-5,95987E-06
17	0,000597824	0,000603331	0,000597325	-5,50656E-06	4,98936E-07
18	0,000538965	0,000536405	0,000541926	2,56057E-06	-2,9613E-06
19	0,000391959	0,000391845	0,000395642	1,13978E-07	-3,68301E-06
20	0,000244969	0,000244419	0,000247057	5,49376E-07	-2,08829E-06
21	0,000146969	0,00014688	0,000146769	8,91273E-08	1,99546E-07
22	0,000146969	0,0001484	0,000147853	-1,43065E-06	-8,84398E-07

23	0,007815443	0,007856664	0,007811644	-4,12208E-05	3,7989E-06
24	0,007650773	0,007644544	0,007617201	6,2291E-06	3,3572E-05
25	0,001043208	0,001040323	0,00103954	2,88554E-06	3,66833E-06
26	0,00103909	0,001046021	0,001043859	-6,93044E-06	-4,76916E-06
27	0,000979953	0,000976184	0,000978964	3,76872E-06	9,89001E-07
28	0,000538955	0,000544013	0,000536308	-5,05848E-06	2,64692E-06
29	0,000391967	0,00039577	0,000391789	-3,80261E-06	1,77589E-07
30	0,000244952	0,000247114	0,000243962	-2,16275E-06	9,89493E-07
31	0,000146969	0,000146854	0,000148248	1,14806E-07	-1,27854E-06
32	0,000146969	0,000147898	0,000146217	-9,28999E-07	7,52315E-07
33	0,000440922	0,000440101	0,000438525	8,20535E-07	2,39613E-06
34	0,000293939	0,000296115	0,000293652	-2,1754E-06	2,86952E-07
35	0,000146969	0,000146777	0,000148038	1,91728E-07	-1,06869E-06
36	0,006590526	0,006635634	0,006621925	-4,51085E-05	-3,13999E-05
37	0,006588111	0,006572402	0,006580311	1,57083E-05	7,79954E-06
38	0,006569509	0,006621567	0,006559658	-5,20584E-05	9,85023E-06
39	0,006406468	0,006384275	0,006402446	2,21929E-05	4,02145E-06
40	0,000003919	3,94023E-06	3,95583E-06	-2,12252E-08	-3,68276E-08
41	0,000499715	0,000499237	0,000499418	4,77669E-07	2,97186E-07
42	0,00009798	9,76951E-05	9,86551E-05	2,84899E-07	-6,75086E-07
43	0,000195962	0,000195563	0,000194931	3,98915E-07	1,03086E-06
44	0,00009798	9,75893E-05	9,79014E-05	3,90698E-07	7,86156E-08
45	0,000205758	0,000207382	0,00020479	-1,62368E-06	9,67958E-07
46	0,000058788	5,85863E-05	5,85627E-05	2,01709E-07	2,25315E-07
47	0,005898847	0,005895265	0,005948943	3,58189E-06	-5,0096E-05
48	0,005874187	0,005868766	0,005925927	5,42107E-06	-5,174E-05
49	0,00571797	0,005692177	0,00568808	2,57933E-05	2,98907E-05
50	0,000391988	0,000391969	0,000391687	1,99174E-08	3,0158E-07
51	0,000244961	0,000246331	0,000244295	-1,36951E-06	6,6638E-07
52	0,000146969	0,000146803	0,000146697	1,66164E-07	2,71699E-07
53	0,000509601	0,000513	0,000507664	-3,39929E-06	1,93632E-06
54	0,000246567	0,000246425	0,000245845	1,41578E-07	7,21948E-07
55	0,00024495	0,000244331	0,000243755	6,18756E-07	1,19511E-06
56	0,00009798	9,78179E-05	9,87544E-05	1,62058E-07	-7,7437E-07
57	0,000262988	0,000262984	0,000261851	4,67895E-09	1,13685E-06
58	0,000165	0,000165917	0,00016443	-9,17018E-07	5,69441E-07
59	0,000013064	1,30497E-05	1,317E-05	1,43389E-08	-1,05962E-07
60	0,000151933	0,000152941	0,000151245	-1,00845E-06	6,8833E-07
61	0,000004964	5,00664E-06	4,93994E-06	-4,26374E-08	2,40555E-08
62	0,004814956	0,004795074	0,00479582	1,98821E-05	1,91362E-05
63	0,004804495	0,004796707	0,004797446	7,78796E-06	7,04898E-06
64	0,004793037	0,004835202	0,004776654	-4,21647E-05	1,63833E-05
65	0,00090955	0,000917838	0,000909008	-8,28847E-06	5,41632E-07
66	0,000811446	0,000818133	0,000810707	-6,68686E-06	7,39228E-07
67	0,000713403	0,000713266	0,000718544	1,37341E-07	-5,14101E-06

68	0,000708737	0,000707217	0,000707326	1,51979E-06	1,41061E-06
69	0,000146969	0,000148098	0,000146805	-1,12935E-06	1,64407E-07
70	0,000156121	0,000155362	0,000155337	7,58803E-07	7,83825E-07
71	0,000146969	0,000148257	0,000146886	-1,28804E-06	8,26685E-08
72	0,0004056	0,00040531	0,000404581	2,9037E-07	1,01947E-06
73	0,000307597	0,000310625	0,000307092	-3,02794E-06	5,05016E-07
74	0,000296482	0,000298078	0,000297865	-1,59618E-06	-1,38343E-06
75	0,00029394	0,000293669	0,000293621	2,71497E-07	3,19116E-07
76	0,000146969	0,000146787	0,000146523	1,82137E-07	4,46292E-07
77	0,003880819	0,003913477	0,003872417	-3,26586E-05	8,40185E-06
78	0,003729893	0,00371514	0,003749248	1,47528E-05	-1,93556E-05
79	0,003716667	0,003738622	0,003710688	-2,19549E-05	5,97939E-06
80	0,000912207	0,000910887	0,000911535	1,31999E-06	6,72421E-07
81	0,000814113	0,000818469	0,000818507	-4,3561E-06	-4,39375E-06
82	0,000667068	0,000666473	0,000673271	5,94108E-07	-6,20303E-06
83	0,000520014	0,000518536	0,000522531	1,47813E-06	-2,51729E-06
84	0,00009798	9,79782E-05	9,75051E-05	1,81991E-09	4,74887E-07
85	0,000422001	0,00042186	0,000419822	1,41041E-07	2,17848E-06
86	0,000324003	0,000322732	0,000323774	1,27083E-06	2,2814E-07
87	0,000118229	0,000117869	0,000119057	3,60625E-07	-8,2754E-07
88	0,00009798	9,84701E-05	9,78053E-05	-4,90102E-07	1,74743E-07
89	0,00009798	9,79269E-05	9,86113E-05	5,31014E-08	-6,31313E-07
90	0,002698631	0,002715044	0,002721285	-1,64127E-05	-2,26531E-05
91	0,002599876	0,002625838	0,002596685	-2,59612E-05	3,1908E-06
92	0,002241546	0,002253932	0,002262782	-1,23856E-05	-2,12355E-05
93	0,002180702	0,002178379	0,002175672	2,32321E-06	5,03003E-06
94	0,000146969	0,000146239	0,000146758	7,30296E-07	2,10892E-07
95	0,0000307	3,06844E-05	3,08871E-05	1,56245E-08	-1,8711E-07
96	0,002001782	0,001993581	0,002000023	8,20129E-06	1,75912E-06
97	0,00009798	9,87639E-05	9,75425E-05	-7,83907E-07	4,37506E-07
98	0,000283532	0,000285	0,000285656	-1,46779E-06	-2,12354E-06
99	0,000275675	0,000278179	0,0002775	-2,50327E-06	-1,8244E-06
100	0,0000307	3,05582E-05	3,0657E-05	1,41846E-07	4,30394E-08
101	0,000244954	0,000244915	0,000244133	3,92608E-08	8,21313E-07
102	0,000146969	0,000146659	0,000146891	3,10417E-07	7,79327E-08
103	0,001619716	0,001617707	0,001612537	2,00857E-06	7,17898E-06
104	0,001470702	0,001466008	0,001465466	4,69436E-06	5,23655E-06
105	0,000538972	0,000543678	0,000543403	-4,70621E-06	-4,43058E-06
106	0,000931181	0,000927203	0,000939129	3,97774E-06	-7,94849E-06
107	0,000832763	0,000828943	0,000828637	3,82019E-06	4,12668E-06
108	0,000690718	0,00069063	0,000690375	8,78997E-08	3,43467E-07
109	0,000435805	0,000434186	0,000434738	1,61915E-06	1,06696E-06
110	0,000435781	0,000435255	0,000438878	5,26011E-07	-3,09757E-06
111	0,000293952	0,000293023	0,000292915	9,28565E-07	1,03694E-06
112	0,000146969	0,00014692	0,000146819	4,92349E-08	1,4997E-07

113	0,000254832	0,000254667	0,000254297	1,65806E-07	5,35082E-07
114	0,000156821	0,000158049	0,000156186	-1,2274E-06	6,35241E-07
115	0	0	-1,12024E-14	0	1,12024E-14
116	0,00015679	0,000156213	0,000156548	5,77347E-07	2,42018E-07
117	0,000117581	0,00011748	0,000117502	1,0093E-07	7,90036E-08
118	7,83846E-05	7,80113E-05	7,80508E-05	3,73274E-07	3,33792E-07
119	0,000039192	3,91802E-05	3,94774E-05	1,18353E-08	-2,85425E-07
120	0,000357349	0,000356544	0,000356027	8,05405E-07	1,32299E-06
121	0,000111048	0,000110895	0,000110915	1,53444E-07	1,3271E-07
122	0,000071852	7,23493E-05	7,16259E-05	-4,97336E-07	2,2605E-07
123	0,000246288	0,000246085	0,000245728	2,03279E-07	5,60155E-07
124	0,000246281	0,000245194	0,000246123	1,08694E-06	1,5735E-07
125	0,000020249	2,04174E-05	2,04289E-05	-1,68413E-07	-1,79917E-07
126	0,000226019	0,00022726	0,000225631	-1,24157E-06	3,88351E-07
127	0,000205765	0,000207699	0,000205591	-1,93356E-06	1,74191E-07
128	0,000146969	0,000146243	0,000146558	7,25558E-07	4,11153E-07
129	0,00017703	0,000176946	0,000177061	8,43912E-08	-3,06505E-08
130	0,000058788	5,91417E-05	5,86562E-05	-3,53704E-07	1,31766E-07
131	0,00044097	0,000440283	0,000440366	6,8637E-07	6,04002E-07
132	0,000146969	0,000146694	0,000146694	2,75147E-07	2,74776E-07
133	0,000293965	0,000296144	0,000293409	-2,17888E-06	5,56438E-07
134	0,000293943	0,000293076	0,000294389	8,67704E-07	-4,45386E-07
135	0,000146969	0,000148217	0,000146773	-1,24804E-06	1,96455E-07

Fonte: Autoria própria.

Tabela 17 – Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para as Potências Ativas acumuladas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase b).

Potência Ativa Acumulada com Variância = 10^{-4} (fase b)					
Barra	H(x)	z	$\hat{x}$	H(x) - z	H(x) - $\hat{x}$
1	0,022580142	0,022558604	0,022729014	2,15377E-05	-0,000148872
2	0,022259864	0,022440835	0,022192776	-0,000180971	6,70881E-05
3	0,022210234	0,022184435	0,022162655	2,57989E-05	4,75786E-05
4	0,000138	0,000139194	0,000137435	-1,19416E-06	5,64859E-07
5	0,022058173	0,022044824	0,021987112	1,33489E-05	7,10607E-05
6	0,02198786	0,021907894	0,021874127	7,99657E-05	0,000113732
7	0,021688989	0,021629024	0,021673495	5,99648E-05	1,54937E-05
8	0,021391551	0,021575953	0,021506485	-0,000184402	-0,000114934
9	0,021043287	0,020974094	0,020964487	6,91934E-05	7,88002E-05
10	0,020797321	0,020906299	0,020972085	-0,000108978	-0,000174764
11	0,020432555	0,020601566	0,020610701	-0,000169011	-0,000178145

12	0,002235089	0,00223459	0,002252628	4,99507E-07	-1,75388E-05
13	0,000486489	0,000485431	0,000486158	1,05828E-06	3,31471E-07
14	0,000460005	0,000463153	0,000458794	-3,1479E-06	1,21089E-06
15	0,00023	0,000229828	0,000229146	1,71781E-07	8,53683E-07
16	0,001748478	0,001762332	0,001743513	-1,38531E-05	4,96567E-06
17	0,001403351	0,001402012	0,001396628	1,33966E-06	6,72344E-06
18	0,001265145	0,001258998	0,001262256	6,14647E-06	2,88938E-06
19	0,000920074	0,000919708	0,000916178	3,66381E-07	3,89635E-06
20	0,000575037	0,000573686	0,000580151	1,35137E-06	-5,114E-06
21	0,000345	0,000347421	0,000347767	-2,42118E-06	-2,76748E-06
22	0,000345	0,000344682	0,000344705	3,1795E-07	2,9532E-07
23	0,018179155	0,018296619	0,018128126	-0,000117464	5,10287E-05
24	0,017782702	0,017951515	0,017748287	-0,000168814	3,44152E-05
25	0,00244877	0,002461095	0,002464917	-1,23247E-05	-1,61468E-05
26	0,00243899	0,00245866	0,002435627	-1,96697E-05	3,36375E-06
27	0,002300323	0,002300285	0,002292663	3,801E-08	7,66042E-06
28	0,001265132	0,001262641	0,00126449	2,49025E-06	6,42041E-07
29	0,000920096	0,000926202	0,000919339	-6,10596E-06	7,57235E-07
30	0,000575005	0,000574695	0,00057247	3,10452E-07	2,53547E-06
31	0,000345	0,000348335	0,000343779	-3,33541E-06	1,22054E-06
32	0,000345	0,000343768	0,00034659	1,23219E-06	-1,5904E-06
33	0,00103504	0,001043568	0,001033973	-8,52811E-06	1,06676E-06
34	0,000690001	0,000695904	0,000687944	-5,90299E-06	2,05733E-06
35	0,000345	0,000344561	0,000344836	4,3851E-07	1,63697E-07
36	0,015321124	0,015310175	0,015258906	1,0949E-05	6,22184E-05
37	0,01531935	0,015278502	0,015397985	4,08488E-05	-7,86342E-05
38	0,01527956	0,015222319	0,015255819	5,72415E-05	2,37415E-05
39	0,014922755	0,014850736	0,014991054	7,20183E-05	-6,8299E-05
40	0,0000092	9,19663E-06	9,19082E-06	3,36693E-09	9,17831E-09
41	0,001173025	0,001182242	0,001169566	-9,21729E-06	3,45882E-06
42	0,00023	0,00023123	0,000229522	-1,23038E-06	4,77701E-07
43	0,000460001	0,000459592	0,0004631	4,09106E-07	-3,09833E-06
44	0,00023	0,000228898	0,00022965	1,1024E-06	3,49784E-07
45	0,000483001	0,00048757	0,000486775	-4,56962E-06	-3,77455E-06
46	0,000138	0,000137536	0,000139122	4,64314E-07	-1,12198E-06
47	0,0137374	0,013825268	0,01367488	-8,78677E-05	6,25204E-05
48	0,013717181	0,013792958	0,013843512	-7,57762E-05	-0,00012633
49	0,013365389	0,013298992	0,013428894	6,63963E-05	-6,35054E-05
50	0,000920052	0,000917789	0,000918973	2,26289E-06	1,07857E-06
51	0,000575009	0,000580731	0,000573213	-5,72207E-06	1,79591E-06
52	0,000345	0,000343406	0,000344223	1,59359E-06	7,76805E-07
53	0,001196299	0,001206495	0,001195562	-1,01958E-05	7,37071E-07
54	0,000578825	0,000584383	0,000582824	-5,55822E-06	-3,99975E-06
55	0,000575003	0,000574611	0,000574029	3,92381E-07	9,74888E-07
56	0,00023	0,000229394	0,000231461	6,05876E-07	-1,46141E-06

57	0,000617341	0,000614854	0,000622468	2,48769E-06	-5,12699E-06
58	0,000387326	0,000386102	0,000386884	1,22303E-06	4,41274E-07
59	0,000030665	3,05351E-05	3,08428E-05	1,29941E-07	-1,7779E-07
60	0,000356655	0,000354965	0,000355864	1,69046E-06	7,91276E-07
61	0,000011655	1,17456E-05	1,16393E-05	-9,05758E-08	1,56985E-08
62	0,011247781	0,011328934	0,011347078	-8,11528E-05	-9,92966E-05
63	0,011233776	0,011184447	0,011323157	4,93287E-05	-8,93809E-05
64	0,011211457	0,011190347	0,011162382	2,11095E-05	4,90753E-05
65	0,002134801	0,002131969	0,002146434	2,83169E-06	-1,16331E-05
66	0,001904644	0,001917721	0,001922454	-1,30779E-05	-1,78108E-05
67	0,001674562	0,001691137	0,001688762	-1,65748E-05	-1,41996E-05
68	0,001663554	0,001672601	0,001661369	-9,04621E-06	2,18579E-06
69	0,000345	0,000348223	0,00034706	-3,22284E-06	-2,06049E-06
70	0,000366474	0,000365004	0,000369377	1,46935E-06	-2,90373E-06
71	0,000345	0,00034773	0,000343501	-2,73003E-06	1,49876E-06
72	0,000952012	0,000960573	0,000948706	-8,56136E-06	3,30593E-06
73	0,000721982	0,000726663	0,000727852	-4,6818E-06	-5,8705E-06
74	0,000695903	0,000701774	0,000695231	-5,87099E-06	6,71838E-07
75	0,000690002	0,000687258	0,000686643	2,74372E-06	3,35851E-06
76	0,000345	0,000344794	0,000348286	2,05653E-07	-3,28644E-06
77	0,00907464	0,009155948	0,009120628	-8,13078E-05	-4,59882E-05
78	0,008726734	0,008797314	0,008713743	-7,05804E-05	1,29904E-05
79	0,008704587	0,008694842	0,008758095	9,74464E-06	-5,35079E-05
80	0,002140984	0,002155242	0,002135487	-1,42576E-05	5,49783E-06
81	0,001910901	0,001909825	0,001902266	1,07598E-06	8,63515E-06
82	0,001565845	0,001574035	0,001562694	-8,19081E-06	3,15006E-06
83	0,001220599	0,001219658	0,001215762	9,40861E-07	4,8369E-06
84	0,00023	0,000228925	0,000231983	1,07514E-06	-1,98289E-06
85	0,000990574	0,000986495	0,000989133	4,07929E-06	1,44185E-06
86	0,000760561	0,000758092	0,000760117	2,46882E-06	4,44094E-07
87	0,000277535	0,000276335	0,000276832	1,20058E-06	7,03522E-07
88	0,00023	0,000229582	0,000229617	4,18047E-07	3,82541E-07
89	0,00023	0,000229133	0,000231454	8,66972E-07	-1,454E-06
90	0,006327839	0,006319858	0,006320833	7,98059E-06	7,0053E-06
91	0,00609727	0,00613342	0,006078624	-3,61509E-05	1,86458E-05
92	0,005256603	0,005238621	0,00524511	1,79817E-05	1,14929E-05
93	0,005114683	0,005147685	0,005111866	-3,30021E-05	2,81767E-06
94	0,000345	0,000344313	0,000346797	6,8735E-07	-1,79725E-06
95	0,000072065	7,24899E-05	7,19475E-05	-4,24896E-07	1,17482E-07
96	0,004695247	0,004720318	0,004724774	-2,50708E-05	-2,95272E-05
97	0,00023	0,000229798	0,000229377	2,02286E-07	6,23194E-07
98	0,000665521	0,000665516	0,000669336	4,95871E-09	-3,81515E-06
99	0,000647085	0,000644554	0,000645692	2,53084E-06	1,39342E-06
100	0,000072065	7,1846E-05	7,19726E-05	2,19012E-07	9,23663E-08
101	0,000575004	0,000572134	0,000573145	2,86981E-06	1,85881E-06

102	0,000345	0,000347094	0,000344185	-2,0944E-06	8,14555E-07
103	0,003798927	0,003836819	0,00379617	-3,78921E-05	2,75629E-06
104	0,003451317	0,003447679	0,00344208	3,63847E-06	9,23757E-06
105	0,001265097	0,001262397	0,001262813	2,69974E-06	2,28333E-06
106	0,00218552	0,002176591	0,002196072	8,92975E-06	-1,05515E-05
107	0,001954962	0,001951878	0,001952521	3,08418E-06	2,44117E-06
108	0,001621352	0,001631478	0,00163093	-1,01261E-05	-9,57768E-06
109	0,001022877	0,001022725	0,001028028	1,52567E-07	-5,15075E-06
110	0,001022808	0,001032619	0,001021318	-9,81153E-06	1,48957E-06
111	0,00069001	0,000688417	0,000688787	1,59306E-06	1,2226E-06
112	0,000345	0,00034353	0,000347218	1,4699E-06	-2,21848E-06
113	0,00059824	0,000597191	0,000596534	1,04832E-06	1,70569E-06
114	0,00036815	0,000367107	0,000370914	1,04265E-06	-2,76469E-06
115	0	0	-2,08292E-15	0	2,08292E-15
116	0,000368059	0,000370217	0,000367535	-2,15822E-06	5,23877E-07
117	0,000276008	0,000275534	0,000275077	4,74546E-07	9,31346E-07
118	0,000184	0,000185336	0,000183899	-1,3357E-06	1,01509E-07
119	0,000092	9,16431E-05	9,19202E-05	3,5686E-07	7,97811E-08
120	0,000838858	0,000845386	0,000835122	-6,5285E-06	3,73599E-06
121	0,000260677	0,000262987	0,00026017	-2,31023E-06	5,0741E-07
122	0,000168665	0,000170342	0,000168008	-1,6769E-06	6,57371E-07
123	0,000578148	0,000581318	0,000577527	-3,16946E-06	6,21416E-07
124	0,000578126	0,000582102	0,000575249	-3,97608E-06	2,87723E-06
125	0,000047535	4,73423E-05	4,75103E-05	1,92689E-07	2,46552E-08
126	0,000530554	0,000535644	0,000529244	-5,08988E-06	1,31029E-06
127	0,000483015	0,000481747	0,000482243	1,268E-06	7,71856E-07
128	0,000345	0,000343421	0,000346594	1,57907E-06	-1,59425E-06
129	0,000415558	0,00041551	0,000415126	4,85862E-08	4,32942E-07
130	0,000138	0,000138781	0,000137587	-7,80641E-07	4,13009E-07
131	0,00103508	0,001040359	0,001043	-5,27933E-06	-7,91975E-06
132	0,000345	0,000344779	0,000347339	2,20905E-07	-2,33899E-06
133	0,000690035	0,000687501	0,000688955	2,53377E-06	1,0799E-06
134	0,000690007	0,000686728	0,00069543	3,27874E-06	-5,42276E-06
135	0,000345	0,000344226	0,000344761	7,74004E-07	2,39196E-07

Fonte: Autoria própria.

Tabela 18 – Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para as Potências Reativa acumuladas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase b).

Potência Reativa Acumulada com Variância = 10^{-4} (fase b)					
Barra	H(x)	z	$\hat{x}$	H(x) - z	H(x) - $\hat{x}$
1	0,01013173	0,010122067	0,01019853	9,66397E-06	-6,6799E-05
2	0,009736566	0,009815724	0,009707222	-7,91576E-05	2,93446E-05
3	0,009712814	0,009701532	0,009692007	1,12822E-05	2,08067E-05
4	0,000058788	5,92967E-05	5,85474E-05	-5,08711E-07	2,4063E-07
5	0,009636678	0,009630846	0,009605633	5,83181E-06	3,10447E-05
6	0,009549924	0,009515193	0,009500527	3,47313E-05	4,9397E-05
7	0,009366969	0,009341072	0,009360278	2,58974E-05	6,69138E-06
8	0,009185783	0,009264967	0,009235137	-7,91842E-05	-4,93541E-05
9	0,009034787	0,009005079	0,009000955	2,97077E-05	3,38323E-05
10	0,008917107	0,008963833	0,008992039	-4,67256E-05	-7,49321E-05
11	0,008776754	0,008849352	0,008853276	-7,25981E-05	-7,65218E-05
12	0,000952089	0,000951877	0,00095956	2,12777E-07	-7,47107E-06
13	0,000207231	0,00020678	0,00020709	4,50796E-07	1,41198E-07
14	0,000195962	0,000197303	0,000195446	-1,341E-06	5,15838E-07
15	0,00009798	9,79068E-05	9,76163E-05	7,31785E-08	3,63669E-07
16	0,00074482	0,000750721	0,000742705	-5,90119E-06	2,11529E-06
17	0,000597811	0,000597241	0,000594947	5,7068E-07	2,86411E-06
18	0,000538958	0,00053634	0,000537728	2,61843E-06	1,23089E-06
19	0,000391956	0,0003918	0,000390296	1,5608E-07	1,65986E-06
20	0,000244967	0,000244391	0,000247145	5,75686E-07	-2,17857E-06
21	0,000146969	0,000148	0,000148148	-1,03141E-06	-1,17894E-06
22	0,000146969	0,000146834	0,000146843	1,35446E-07	1,25806E-07
23	0,00780296	0,007853379	0,007781057	-5,04188E-05	2,19028E-05
24	0,007639814	0,00771234	0,007625028	-7,25258E-05	1,47855E-05
25	0,001043148	0,001048398	0,001050026	-5,2502E-06	-6,87834E-06
26	0,001039046	0,001047426	0,001037613	-8,37957E-06	1,43301E-06
27	0,000979939	0,000979923	0,000976676	1,61923E-08	3,26334E-06
28	0,000538949	0,000537888	0,000538675	1,06085E-06	2,73511E-07
29	0,000391963	0,000394564	0,00039164	-2,60115E-06	3,22583E-07
30	0,000244951	0,000244819	0,000243871	1,32252E-07	1,08011E-06
31	0,000146969	0,00014839	0,000146449	-1,42088E-06	5,19947E-07
32	0,000146969	0,000146444	0,000147647	5,24908E-07	-6,77504E-07
33	0,00044092	0,000444553	0,000440466	-3,63292E-06	4,54433E-07
34	0,000293939	0,000296454	0,000293063	-2,51466E-06	8,7642E-07
35	0,000146969	0,000146782	0,000146899	1,86804E-07	6,97345E-08
36	0,006581224	0,006576521	0,006554498	4,70317E-06	2,67261E-05
37	0,006579035	0,006561492	0,006612805	1,75429E-05	-3,37702E-05
38	0,006560658	0,00653608	0,006550464	2,4578E-05	1,0194E-05

39	0,006399125	0,006368242	0,006428412	3,08826E-05	-2,92877E-05
40	0,000003919	3,91757E-06	3,91509E-06	1,43424E-09	3,90976E-09
41	0,000499713	0,00050364	0,00049824	-3,9266E-06	1,47347E-06
42	0,00009798	9,85041E-05	9,77765E-05	-5,2414E-07	2,03501E-07
43	0,000195961	0,000195787	0,000197281	1,7428E-07	-1,31989E-06
44	0,00009798	9,75104E-05	9,7831E-05	4,69623E-07	1,49008E-07
45	0,000205758	0,000207705	0,000207366	-1,94666E-06	-1,60796E-06
46	0,000058788	5,85902E-05	5,9266E-05	1,97798E-07	-4,77964E-07
47	0,005891879	0,005929565	0,005865065	-3,76859E-05	2,68146E-05
48	0,005869411	0,005901834	0,005923466	-3,24237E-05	-5,40551E-05
49	0,005714062	0,005685675	0,005741212	2,83862E-05	-2,71503E-05
50	0,000391982	0,000391018	0,000391522	9,64088E-07	4,59516E-07
51	0,00024496	0,000247398	0,000244195	-2,43766E-06	7,65079E-07
52	0,000146969	0,00014629	0,000146638	6,78866E-07	3,30917E-07
53	0,000509592	0,000513935	0,000509278	-4,34315E-06	3,13972E-07
54	0,000246562	0,00024893	0,000248266	-2,36764E-06	-1,70378E-06
55	0,00024495	0,000244783	0,000244535	1,67154E-07	4,153E-07
56	0,00009798	9,77219E-05	9,86026E-05	2,58103E-07	-6,22561E-07
57	0,000262987	0,000261928	0,000265171	1,05976E-06	-2,1841E-06
58	0,000165	0,000164479	0,000164812	5,21008E-07	1,87981E-07
59	0,000013064	1,30086E-05	1,31397E-05	5,53578E-08	-7,57424E-08
60	0,000151933	0,000151213	0,000151596	7,20128E-07	3,37079E-07
61	0,000004964	5,00258E-06	4,95731E-06	-3,85773E-08	6,68619E-09
62	0,004811196	0,004845909	0,00485367	-3,47128E-05	-4,24738E-05
63	0,00480135	0,004780267	0,004839552	2,10832E-05	-3,82017E-05
64	0,004790261	0,004781241	0,004769292	9,01935E-06	2,09681E-05
65	0,000909513	0,000908306	0,000914469	1,20642E-06	-4,9562E-06
66	0,00081142	0,000816991	0,000819008	-5,57149E-06	-7,5878E-06
67	0,000713382	0,000720443	0,000719431	-7,06104E-06	-6,04919E-06
68	0,000708724	0,000712578	0,000707793	-3,85396E-06	9,31214E-07
69	0,000146969	0,000148342	0,000147847	-1,37292E-06	-8,77764E-07
70	0,00015612	0,000155494	0,000157357	6,25952E-07	-1,23701E-06
71	0,000146969	0,000148132	0,000146331	-1,16298E-06	6,38469E-07
72	0,000405592	0,00040924	0,000404184	-3,64745E-06	1,40845E-06
73	0,000307591	0,000309585	0,000310092	-1,99462E-06	-2,50105E-06
74	0,000296476	0,000298978	0,00029619	-2,50123E-06	2,86224E-07
75	0,00029394	0,000292771	0,00029251	1,16882E-06	1,43072E-06
76	0,000146969	0,000146881	0,000148369	8,76075E-08	-1,40001E-06
77	0,003878329	0,003913079	0,003897984	-3,47494E-05	-1,96545E-05
78	0,003727775	0,003757925	0,003722226	-3,01497E-05	5,54908E-06
79	0,003715069	0,00371091	0,003737906	4,15896E-06	-2,28369E-05
80	0,000912175	0,00091825	0,000909833	-6,07452E-06	2,34237E-06
81	0,000814092	0,000813634	0,000810413	4,58395E-07	3,67879E-06
82	0,000667054	0,000670543	0,000665712	-3,48931E-06	1,34194E-06
83	0,000520008	0,000519607	0,000517947	4,00832E-07	2,06065E-06

84	0,00009798	9,7522E-05	9,88247E-05	4,58009E-07	-8,44709E-07
85	0,000421997	0,00042026	0,000421383	1,73783E-06	6,14248E-07
86	0,000324001	0,000322949	0,000323812	1,05173E-06	1,89185E-07
87	0,000118229	0,000117718	0,00011793	5,11442E-07	2,99698E-07
88	0,00009798	9,78019E-05	9,7817E-05	1,78088E-07	1,62963E-07
89	0,00009798	9,76107E-05	9,85994E-05	3,6933E-07	-6,19404E-07
90	0,002697803	0,002694401	0,002694816	3,40243E-06	2,98663E-06
91	0,002599121	0,002614531	0,002591173	-1,54103E-05	7,94824E-06
92	0,002240882	0,002233216	0,002235982	7,66556E-06	4,89942E-06
93	0,002180218	0,002194286	0,002179017	-1,40677E-05	1,20108E-06
94	0,000146969	0,000146676	0,000147735	2,92809E-07	-7,65622E-07
95	0,0000307	3,0881E-05	3,065E-05	-1,81008E-07	5,00477E-08
96	0,002001408	0,002012095	0,002013994	-1,06867E-05	-1,25863E-05
97	0,00009798	9,78938E-05	9,77145E-05	8,61737E-08	2,65481E-07
98	0,000283528	0,000283526	0,000285153	2,11253E-09	-1,62534E-06
99	0,000275673	0,000274595	0,000275079	1,0782E-06	5,93628E-07
100	0,0000307	3,06067E-05	3,06607E-05	9,33002E-08	3,93484E-08
101	0,000244954	0,000243731	0,000244162	1,22255E-06	7,91861E-07
102	0,000146969	0,000147861	0,000146622	-8,9221E-07	3,46998E-07
103	0,001619394	0,001635546	0,001618219	-1,61525E-05	1,17494E-06
104	0,001470557	0,001469007	0,001466621	1,5503E-06	3,936E-06
105	0,000538965	0,000537814	0,000537992	1,15016E-06	9,72759E-07
106	0,000931091	0,000927287	0,000935586	3,80432E-06	-4,49521E-06
107	0,000832711	0,000831398	0,000831672	1,3137E-06	1,03981E-06
108	0,000690692	0,000695006	0,000694773	-4,31369E-06	-4,08007E-06
109	0,000435793	0,000435728	0,000437988	6,50006E-08	-2,19446E-06
110	0,000435771	0,000439952	0,000435137	-4,18025E-06	6,34638E-07
111	0,00029395	0,000293272	0,00029343	6,78657E-07	5,20839E-07
112	0,000146969	0,000146343	0,000147914	6,26175E-07	-9,45066E-07
113	0,000254825	0,000254379	0,000254099	4,4654E-07	7,26552E-07
114	0,000156817	0,000156373	0,000157994	4,44126E-07	-1,17765E-06
115	0	0	1,11033E-16	0	-1,11033E-16
116	0,000156788	0,000157708	0,000156565	-9,19372E-07	2,23165E-07
117	0,00011758	0,000117378	0,000117184	2,02158E-07	3,96756E-07
118	7,83846E-05	7,89536E-05	7,83413E-05	-5,6901E-07	4,32432E-08
119	0,000039192	3,904E-05	3,9158E-05	1,52022E-07	3,39868E-08
120	0,000357345	0,000360126	0,000355754	-2,78108E-06	1,59149E-06
121	0,000111048	0,000112032	0,000110832	-9,8415E-07	2,16155E-07
122	0,000071852	7,25664E-05	7,1572E-05	-7,14367E-07	2,80043E-07
123	0,000246285	0,000247636	0,000246021	-1,35016E-06	2,64717E-07
124	0,000246278	0,000247972	0,000245053	-1,69379E-06	1,22568E-06
125	0,000020249	2,01669E-05	2,02385E-05	8,2082E-08	1,05027E-08
126	0,000226018	0,000228186	0,00022546	-2,16831E-06	5,58188E-07
127	0,000205764	0,000205224	0,000205435	5,40167E-07	3,2881E-07
128	0,000146969	0,000146296	0,000147648	6,7268E-07	-6,79148E-07

129	0,000177029	0,000177008	0,000176844	2,06978E-08	1,84434E-07
130	0,000058788	5,91206E-05	5,86121E-05	-3,32553E-07	1,75942E-07
131	0,000440964	0,000443213	0,000444338	-2,2491E-06	-3,37397E-06
132	0,000146969	0,000146875	0,000147965	9,41051E-08	-9,96401E-07
133	0,000293963	0,000292883	0,000293503	1,07942E-06	4,60049E-07
134	0,000293943	0,000292546	0,000296253	1,39674E-06	-2,31009E-06
135	0,000146969	0,000146639	0,000146867	3,29723E-07	1,01897E-07

Fonte: Autoria própria.

Tabela 19 – Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para as Potências Ativa acumuladas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase c).

Potência Ativa Acumulada com Variância = 10^{-4} (fase c)					
Barra	H(x)	z	$\hat{x}$	H(x) - z	H(x) - $\hat{x}$
1	0,022581238	0,0225597	0,022557237	2,15387E-05	2,40009E-05
2	0,022260564	0,022441541	0,022193474	-0,000180977	6,70902E-05
3	0,02221088	0,022422446	0,022199625	-0,000211567	1,12544E-05
4	0,000138	0,000139194	0,000137435	-1,19416E-06	5,64859E-07
5	0,022058801	0,022002397	0,021987739	5,64047E-05	7,10627E-05
6	0,021988401	0,022147264	0,021874666	-0,000158863	0,000113735
7	0,021689445	0,021664967	0,021673951	2,44778E-05	1,5494E-05
8	0,021391924	0,021344683	0,02150686	4,72409E-05	-0,000114936
9	0,021043656	0,020974461	0,020964854	6,91946E-05	7,88015E-05
10	0,02079767	0,020981272	0,020972436	-0,000183603	-0,000174767
11	0,020432762	0,020601775	0,020610909	-0,000169012	-0,000178147
12	0,00223509	0,00223459	0,002252628	4,99507E-07	-1,75388E-05
13	0,000486489	0,000485431	0,000486158	1,05828E-06	3,31471E-07
14	0,000460005	0,0004624	0,000458794	-2,39523E-06	1,21089E-06
15	0,00023	0,000229828	0,000229146	1,71781E-07	8,53683E-07
16	0,001748479	0,001759471	0,001746373	-1,09923E-05	2,10606E-06
17	0,001403352	0,001416429	0,001396628	-1,3077E-05	6,72344E-06
18	0,001265145	0,001258999	0,001262256	6,14647E-06	2,88938E-06
19	0,000920074	0,000919708	0,000926462	3,66381E-07	-6,38748E-06
20	0,000575037	0,000573686	0,000573103	1,35137E-06	1,93394E-06
21	0,000345	0,000347421	0,000347203	-2,42118E-06	-2,20323E-06
22	0,000345	0,000344682	0,000344705	3,1795E-07	2,9532E-07
23	0,018179338	0,018178438	0,018279589	9,00668E-07	-0,00010025
24	0,01778283	0,017951645	0,017748414	-0,000168815	3,44155E-05
25	0,002448771	0,002461096	0,002460913	-1,23247E-05	-1,21419E-05
26	0,002438991	0,00245467	0,002435628	-1,5679E-05	3,36375E-06
27	0,002300324	0,002292032	0,002292663	8,29169E-06	7,66042E-06

28	0,001265132	0,001272161	0,00126449	-7,02961E-06	6,42041E-07
29	0,000920096	0,000924697	0,000919339	-4,60049E-06	7,57235E-07
30	0,000575005	0,000572631	0,00057247	2,3736E-06	2,53547E-06
31	0,000345	0,000348335	0,000343779	-3,33541E-06	1,22054E-06
32	0,000345	0,00034747	0,00034659	-2,47006E-06	-1,5904E-06
33	0,00103504	0,001043568	0,001033973	-8,52811E-06	1,06676E-06
34	0,000690001	0,000695904	0,000693926	-5,90299E-06	-3,92553E-06
35	0,000345	0,000348324	0,000344836	-3,32402E-06	1,63697E-07
36	0,015321234	0,015310285	0,015259016	1,09491E-05	6,22189E-05
37	0,015319458	0,015278609	0,015398093	4,08491E-05	-7,86348E-05
38	0,015279666	0,015391732	0,015255924	-0,000112066	2,37416E-05
39	0,014922845	0,014875243	0,014991144	4,76019E-05	-6,82994E-05
40	0,0000092	9,19663E-06	9,19082E-06	3,36693E-09	9,17831E-09
41	0,001173025	0,001180323	0,001169566	-7,29799E-06	3,45882E-06
42	0,00023	0,000229146	0,000229522	8,54049E-07	4,77701E-07
43	0,000460001	0,000459592	0,000462347	4,09106E-07	-2,346E-06
44	0,00023	0,000231928	0,00022965	-1,92765E-06	3,49784E-07
45	0,000483001	0,00048757	0,000485985	-4,56962E-06	-2,98461E-06
46	0,000138	0,000138959	0,000139122	-9,59465E-07	-1,12198E-06
47	0,013737486	0,013874645	0,013674966	-0,000137159	6,25208E-05
48	0,013717245	0,013793021	0,013843576	-7,57766E-05	-0,000126331
49	0,013365443	0,013479796	0,013428949	-0,000114352	-6,35057E-05
50	0,000920052	0,000917789	0,000918973	2,26289E-06	1,07857E-06
51	0,000575009	0,000572974	0,000573213	2,03514E-06	1,79591E-06
52	0,000345	0,000343971	0,000344223	1,0291E-06	7,76805E-07
53	0,001196299	0,001206495	0,001195562	-1,01958E-05	7,37071E-07
54	0,000578825	0,000583436	0,000581878	-4,61115E-06	-3,05309E-06
55	0,000575003	0,000574611	0,000574029	3,92381E-07	9,74888E-07
56	0,00023	0,000229394	0,000231461	6,05876E-07	-1,46141E-06
57	0,000617341	0,000622044	0,000622468	-4,70274E-06	-5,12699E-06
58	0,000387326	0,000386102	0,000386884	1,22303E-06	4,41274E-07
59	0,000030665	3,05852E-05	3,09528E-05	7,97666E-08	-2,87769E-07
60	0,000356655	0,000354965	0,000358412	1,69046E-06	-1,75693E-06
61	0,000011655	1,16392E-05	1,16393E-05	1,58445E-08	1,56985E-08
62	0,011247834	0,011328987	0,011210739	-8,11532E-05	3,70945E-05
63	0,011233822	0,011202874	0,011323204	3,09481E-05	-8,93812E-05
64	0,011211497	0,011208731	0,011162421	2,7653E-06	4,90755E-05
65	0,002134802	0,00213197	0,002154091	2,83169E-06	-1,92896E-05
66	0,001904644	0,001903779	0,001922455	8,65454E-07	-1,78108E-05
67	0,001674563	0,001668725	0,001669624	5,83758E-06	4,93898E-06
68	0,001663555	0,00165723	0,001661369	6,3243E-06	2,18579E-06
69	0,000345	0,000343989	0,00034706	1,01072E-06	-2,06049E-06
70	0,000366474	0,000365604	0,000365597	8,69722E-07	8,77063E-07
71	0,000345	0,00034773	0,000343501	-2,73003E-06	1,49876E-06
72	0,000952012	0,000949555	0,000950263	2,45711E-06	1,74893E-06

73	0,000721982	0,000726664	0,000726671	-4,6818E-06	-4,68971E-06
74	0,000695903	0,000701774	0,000701781	-5,87099E-06	-5,87801E-06
75	0,000690002	0,000695221	0,000686643	-5,21949E-06	3,35851E-06
76	0,000345	0,000344794	0,000343621	2,05653E-07	1,37853E-06
77	0,009074676	0,009051555	0,009120665	2,31218E-05	-4,59884E-05
78	0,008726766	0,008712141	0,008713776	1,46251E-05	1,29905E-05
79	0,008704614	0,008694869	0,008657691	9,74467E-06	4,69227E-05
80	0,002140985	0,002151739	0,002138989	-1,07545E-05	1,99628E-06
81	0,001910901	0,001909825	0,001902266	1,07598E-06	8,63515E-06
82	0,001565845	0,001560216	0,001562695	5,62877E-06	3,15006E-06
83	0,001220599	0,001219658	0,001215762	9,40861E-07	4,8369E-06
84	0,00023	0,0002319	0,000231983	-1,90039E-06	-1,98289E-06
85	0,000990574	0,000998208	0,00098558	-7,63352E-06	4,99452E-06
86	0,000760561	0,000758092	0,000760117	2,46882E-06	4,44094E-07
87	0,000277535	0,000276789	0,000276832	7,46472E-07	7,03522E-07
88	0,00023	0,000229582	0,000229617	4,18047E-07	3,82541E-07
89	0,00023	0,000229133	0,000231454	8,66972E-07	-1,454E-06
90	0,006327857	0,006297172	0,006320852	3,06853E-05	7,00532E-06
91	0,006097287	0,006133438	0,006078641	-3,6151E-05	1,86458E-05
92	0,005256618	0,005247237	0,005245125	9,38083E-06	1,1493E-05
93	0,005114694	0,005147696	0,005111876	-3,30022E-05	2,81767E-06
94	0,000345	0,000344877	0,000346797	1,2286E-07	-1,79725E-06
95	0,000072065	7,27485E-05	7,19475E-05	-6,83469E-07	1,17482E-07
96	0,004695255	0,004737173	0,004691694	-4,19176E-05	3,56158E-06
97	0,00023	0,000229798	0,000229377	2,02286E-07	6,23194E-07
98	0,000665521	0,000665516	0,000669336	4,95871E-09	-3,81515E-06
99	0,000647085	0,000651938	0,000650231	-4,85262E-06	-3,14542E-06
100	0,000072065	7,1846E-05	7,19726E-05	2,19012E-07	9,23663E-08
101	0,000575004	0,000579937	0,000573145	-4,93295E-06	1,85881E-06
102	0,000345	0,00034347	0,000344185	1,52991E-06	8,14555E-07
103	0,003798933	0,0037854	0,003796177	1,35336E-05	2,7563E-06
104	0,003451321	0,003435299	0,003469903	1,6022E-05	-1,85821E-05
105	0,001265097	0,001262397	0,001258276	2,69974E-06	6,82056E-06
106	0,002185523	0,002176593	0,002196074	8,92976E-06	-1,05515E-05
107	0,001954964	0,001965062	0,001952522	-1,00987E-05	2,44117E-06
108	0,001621353	0,00161388	0,001630931	7,47323E-06	-9,57769E-06
109	0,001022877	0,001022725	0,001028028	1,52567E-07	-5,15075E-06
110	0,001022808	0,001019554	0,001021318	3,25334E-06	1,48957E-06
111	0,00069001	0,000689546	0,000688788	4,64061E-07	1,2226E-06
112	0,000345	0,00034353	0,000344689	1,4699E-06	3,10566E-07
113	0,00059824	0,000601435	0,000596534	-3,19483E-06	1,70569E-06
114	0,00036815	0,000367107	0,000367421	1,04265E-06	7,28757E-07
115	0	0	1,20153E-16	0	-1,20153E-16
116	0,000368059	0,000366503	0,000367535	1,556E-06	5,23877E-07
117	0,000276008	0,000275534	0,000275077	4,74546E-07	9,31346E-07

118	0,000184	0,000183845	0,000183899	1,55897E-07	1,01509E-07
119	0,000092	9,16431E-05	9,19202E-05	3,5686E-07	7,97811E-08
120	0,000838858	0,000837708	0,000844865	1,14978E-06	-6,00722E-06
121	0,000260677	0,000260038	0,00026017	6,38776E-07	5,0741E-07
122	0,000168665	0,00016807	0,000168008	5,95429E-07	6,57371E-07
123	0,000578149	0,000575925	0,000577527	2,22349E-06	6,21416E-07
124	0,000578126	0,000582102	0,000575249	-3,97608E-06	2,87723E-06
125	0,000047535	4,73423E-05	4,75103E-05	1,92689E-07	2,46552E-08
126	0,000530554	0,000534776	0,000529244	-4,22179E-06	1,31029E-06
127	0,000483015	0,000482538	0,000482243	4,77688E-07	7,71856E-07
128	0,000345	0,000343421	0,000346594	1,57907E-06	-1,59425E-06
129	0,000415559	0,00041551	0,000415126	4,85862E-08	4,32942E-07
130	0,000138	0,000137445	0,000137587	5,54845E-07	4,13009E-07
131	0,00103508	0,001040359	0,001032885	-5,27933E-06	2,19556E-06
132	0,000345	0,000344779	0,000347339	2,20905E-07	-2,33899E-06
133	0,000690035	0,00068863	0,000688955	1,40474E-06	1,0799E-06
134	0,000690007	0,000686728	0,000694301	3,27874E-06	-4,29426E-06
135	0,000345	0,00034479	0,00034782	2,09514E-07	-2,8202E-06

Fonte: Autoria própria.

Tabela 20 – Dados completos contendo os valores calculados, medidos e estimados para as Potências Reativa acumuladas nas barras considerando a variância fixa para o caso trifásico (fase c).

Potência Reativa Acumulada com Variância = 10^{-4} (fase c)					
Barra	H(x)	z	$\hat{x}$	H(x) - z	H(x) - $\hat{x}$
1	0,010161893	0,0101522	0,010151092	9,69274E-06	1,08008E-05
2	0,00975341	0,009832705	0,009724015	-7,92946E-05	2,93954E-05
3	0,009728916	0,009821587	0,009723986	-9,26716E-05	4,92971E-06
4	0,000058788	5,92967E-05	5,85474E-05	-5,08711E-07	2,4063E-07
5	0,009652195	0,009627514	0,0096211	2,46808E-05	3,10947E-05
6	0,009562517	0,009631605	0,009513055	-6,90879E-05	4,94621E-05
7	0,009376698	0,009366116	0,00937	1,05821E-05	6,69833E-06
8	0,009192709	0,009172408	0,0092421	2,03007E-05	-4,93913E-05
9	0,009041577	0,009011847	0,009007719	2,973E-05	3,38577E-05
10	0,008923233	0,009002008	0,008998217	-7,87747E-05	-7,49836E-05
11	0,008781577	0,008854215	0,008858141	-7,2638E-05	-7,65639E-05
12	0,000952097	0,000951884	0,000959568	2,12779E-07	-7,47113E-06
13	0,000207232	0,000206781	0,000207091	4,50798E-07	1,41198E-07
14	0,000195962	0,000196982	0,000195446	-1,02037E-06	5,15838E-07
15	0,00009798	9,79068E-05	9,76163E-05	7,31785E-08	3,63669E-07
16	0,000744826	0,000749508	0,000743929	-4,68255E-06	8,97151E-07

17	0,000597816	0,000603386	0,000594951	-5,57069E-06	2,86413E-06
18	0,000538961	0,000536342	0,00053773	2,61844E-06	1,2309E-06
19	0,000391957	0,000391801	0,000394678	1,5608E-07	-2,7211E-06
20	0,000244967	0,000244392	0,000244144	5,75687E-07	8,23863E-07
21	0,000146969	0,000148	0,000147908	-1,03141E-06	-9,38571E-07
22	0,000146969	0,000146834	0,000146843	1,35446E-07	1,25806E-07
23	0,007807044	0,007806657	0,007850096	3,86788E-07	-4,30521E-05
24	0,007643399	0,007715959	0,007628606	-7,25598E-05	1,47924E-05
25	0,001043167	0,001048418	0,00104834	-5,2503E-06	-5,17239E-06
26	0,001039061	0,00104574	0,001037628	-6,67957E-06	1,43303E-06
27	0,000979943	0,000976411	0,00097668	3,53228E-06	3,26336E-06
28	0,000538951	0,000541945	0,000538677	-2,99464E-06	2,73512E-07
29	0,000391964	0,000393924	0,000391642	-1,95983E-06	3,22585E-07
30	0,000244951	0,00024394	0,000243871	1,01115E-06	1,08011E-06
31	0,000146969	0,00014839	0,000146449	-1,42088E-06	5,19947E-07
32	0,000146969	0,000148021	0,000147647	-1,05224E-06	-6,77504E-07
33	0,000440921	0,000444554	0,000440466	-3,63292E-06	4,54434E-07
34	0,000293939	0,000296454	0,000295611	-2,51466E-06	-1,67227E-06
35	0,000146969	0,000148385	0,000146899	-1,41602E-06	6,97345E-08
36	0,006584267	0,006579561	0,006557528	4,70535E-06	2,67384E-05
37	0,006582004	0,006564453	0,006615789	1,75508E-05	-3,37854E-05
38	0,006563553	0,006611693	0,006553355	-4,81393E-05	1,01985E-05
39	0,006401527	0,006381107	0,006430826	2,042E-05	-2,92987E-05
40	0,000003919	3,91757E-06	3,91509E-06	1,43424E-09	3,90976E-09
41	0,000499714	0,000502823	0,00049824	-3,10898E-06	1,47347E-06
42	0,00009798	9,76162E-05	9,77765E-05	3,63825E-07	2,03501E-07
43	0,000195962	0,000195787	0,000196961	1,7428E-07	-9,99403E-07
44	0,00009798	9,88012E-05	9,7831E-05	-8,21181E-07	1,49008E-07
45	0,000205758	0,000207705	0,00020703	-1,94666E-06	-1,27144E-06
46	0,000058788	5,91967E-05	5,9266E-05	-4,08732E-07	-4,77964E-07
47	0,005894159	0,005953008	0,005867334	-5,8849E-05	2,6825E-05
48	0,005870973	0,005903406	0,005925043	-3,24323E-05	-5,40695E-05
49	0,00571534	0,00576424	0,005742497	-4,88995E-05	-2,71563E-05
50	0,000391984	0,00039102	0,000391524	9,64093E-07	4,59518E-07
51	0,000244961	0,000244094	0,000244195	8,66993E-07	7,6508E-07
52	0,000146969	0,000146531	0,000146638	4,38395E-07	3,30917E-07
53	0,000509595	0,000513938	0,000509281	-4,34318E-06	3,13974E-07
54	0,000246564	0,000248528	0,000247864	-1,96423E-06	-1,30054E-06
55	0,00024495	0,000244783	0,000244535	1,67154E-07	4,153E-07
56	0,00009798	9,77219E-05	9,86026E-05	2,58103E-07	-6,22561E-07
57	0,000262988	0,000264991	0,000265172	-2,00337E-06	-2,1841E-06
58	0,000165	0,000164479	0,000164812	5,21009E-07	1,87981E-07
59	0,000013064	1,303E-05	1,31866E-05	3,39824E-08	-1,22596E-07
60	0,000151933	0,000151213	0,000152681	7,20128E-07	-7,48442E-07
61	0,000004964	4,95725E-06	4,95731E-06	6,74838E-09	6,68619E-09

62	0,004812426	0,004847148	0,004796555	-3,47217E-05	1,5871E-05
63	0,004802379	0,004789149	0,004840589	1,32301E-05	-3,82098E-05
64	0,004791169	0,004789987	0,004770197	1,18173E-06	2,09721E-05
65	0,000909525	0,000908318	0,000917743	1,20643E-06	-8,21825E-06
66	0,000811429	0,00081106	0,000819016	3,68706E-07	-7,58789E-06
67	0,000713389	0,000710902	0,000711285	2,4869E-06	2,10408E-06
68	0,000708728	0,000706034	0,000707797	2,69436E-06	9,3122E-07
69	0,000146969	0,000146538	0,000147847	4,30564E-07	-8,77764E-07
70	0,00015612	0,00015575	0,000155747	3,70508E-07	3,73635E-07
71	0,000146969	0,000148132	0,000146331	-1,16298E-06	6,38469E-07
72	0,000405595	0,000404548	0,00040485	1,04683E-06	7,45113E-07
73	0,000307593	0,000309587	0,000309591	-1,99463E-06	-1,998E-06
74	0,000296478	0,000298979	0,000298982	-2,50124E-06	-2,50423E-06
75	0,00029394	0,000296164	0,00029251	-2,2235E-06	1,43072E-06
76	0,000146969	0,000146881	0,000146382	8,76075E-08	5,87248E-07
77	0,003879144	0,00386926	0,003898802	9,88384E-06	-1,96586E-05
78	0,003728468	0,003722219	0,003722918	6,2485E-06	5,55011E-06
79	0,003715592	0,003711432	0,003695563	4,15954E-06	2,00291E-05
80	0,000912186	0,000916768	0,000911335	-4,58207E-06	8,50535E-07
81	0,000814099	0,000813641	0,00081042	4,58399E-07	3,67882E-06
82	0,000667058	0,000664661	0,000665716	2,39789E-06	1,34194E-06
83	0,00052001	0,000519609	0,000517949	4,00833E-07	2,06066E-06
84	0,00009798	9,87896E-05	9,88247E-05	-8,09566E-07	-8,44709E-07
85	0,000421999	0,00042525	0,000419871	-3,25199E-06	2,12774E-06
86	0,000324002	0,00032295	0,000323812	1,05173E-06	1,89185E-07
87	0,000118229	0,000117911	0,00011793	3,17995E-07	2,99698E-07
88	0,00009798	9,78019E-05	9,7817E-05	1,78088E-07	1,62963E-07
89	0,00009798	9,76107E-05	9,85994E-05	3,6933E-07	-6,19404E-07
90	0,002698074	0,00268499	0,002695087	1,30836E-05	2,98693E-06
91	0,002599368	0,00261478	0,002591419	-1,54117E-05	7,949E-06
92	0,002241099	0,0022371	0,002236199	3,99941E-06	4,8999E-06
93	0,002180377	0,002194445	0,002179175	-1,40687E-05	1,20116E-06
94	0,000146969	0,000146917	0,000147735	5,23379E-08	-7,65622E-07
95	0,0000307	3,09912E-05	3,065E-05	-2,91161E-07	5,00477E-08
96	0,00200153	0,002019399	0,002000012	-1,7869E-05	1,51826E-06
97	0,00009798	9,78938E-05	9,77145E-05	8,61737E-08	2,65481E-07
98	0,000283529	0,000283527	0,000285155	2,11254E-09	-1,62535E-06
99	0,000275674	0,000277741	0,000277014	-2,06733E-06	-1,34002E-06
100	0,0000307	3,06067E-05	3,06607E-05	9,33002E-08	3,93484E-08
101	0,000244954	0,000247055	0,000244162	-2,10146E-06	7,91861E-07
102	0,000146969	0,000146317	0,000146622	6,51739E-07	3,46998E-07
103	0,001619499	0,00161373	0,001618324	5,76944E-06	1,17502E-06
104	0,001470605	0,001463778	0,001478522	6,82695E-06	-7,91782E-06
105	0,000538967	0,000537817	0,000536061	1,15017E-06	2,90575E-06
106	0,000931121	0,000927316	0,000935616	3,80444E-06	-4,49535E-06

107	0,000832728	0,00083703	0,000831689	-4,3016E-06	1,03983E-06
108	0,000690701	0,000687517	0,000694781	3,18362E-06	-4,08012E-06
109	0,000435797	0,000435732	0,000437992	6,50012E-08	-2,19448E-06
110	0,000435775	0,000434388	0,00043514	1,38611E-06	6,34642E-07
111	0,000293951	0,000293753	0,00029343	1,97694E-07	5,2084E-07
112	0,000146969	0,000146343	0,000146837	6,26175E-07	1,323E-07
113	0,000254828	0,000256188	0,000254101	-1,36088E-06	7,26559E-07
114	0,000156818	0,000156374	0,000156508	4,4413E-07	3,10424E-07
115	0	0	-3,17995E-16	0	3,17995E-16
116	0,000156789	0,000156126	0,000156566	6,62837E-07	2,23165E-07
117	0,000117581	0,000117378	0,000117184	2,02158E-07	3,96757E-07
118	7,83846E-05	7,83182E-05	7,83413E-05	6,64126E-08	4,32432E-08
119	0,000039192	3,904E-05	3,9158E-05	1,52022E-07	3,39868E-08
120	0,000357347	0,000356857	0,000359906	4,89798E-07	-2,55902E-06
121	0,000111048	0,000110776	0,000110832	2,72117E-07	2,16156E-07
122	0,000071852	7,15983E-05	7,1572E-05	2,53655E-07	2,80043E-07
123	0,000246286	0,000245339	0,000246022	9,4719E-07	2,64718E-07
124	0,000246279	0,000247973	0,000245054	-1,69379E-06	1,22569E-06
125	0,000020249	2,01669E-05	2,02385E-05	8,2082E-08	1,05027E-08
126	0,000226018	0,000227817	0,00022546	-1,7985E-06	5,58189E-07
127	0,000205765	0,000205561	0,000205436	2,03495E-07	3,28811E-07
128	0,000146969	0,000146296	0,000147648	6,7268E-07	-6,79148E-07
129	0,000177029	0,000177009	0,000176845	2,06979E-08	1,84435E-07
130	0,000058788	5,85516E-05	5,86121E-05	2,36364E-07	1,75942E-07
131	0,000440966	0,000443215	0,000440031	-2,24911E-06	9,35357E-07
132	0,000146969	0,000146875	0,000147965	9,41051E-08	-9,96401E-07
133	0,000293964	0,000293365	0,000293504	5,98435E-07	4,6005E-07
134	0,000293943	0,000292546	0,000295772	1,39674E-06	-1,82936E-06
135	0,000146969	0,00014688	0,00014817	8,92522E-08	-1,2014E-06

Fonte: Autoria própria.