



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JULIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

Juliana Paiva Cavalcante

Dinâmica dos anéis de Chariklo

Guaratinguetá - SP

2024

Juliana Paiva Cavalcante

Dinâmica dos anéis de Chariklo

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como requisito para a obtenção do título de Mestre em Física e Astronomia.

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia

Orientador: Prof. Dr. Rafael Sfair

Guaratinguetá - SP

2024

C377d	Cavalcante, Juliana Paiva Dinâmica dos anéis de Chariklo / Juliana Paiva Cavalcante – Guaratinguetá, 2024. 70 f: il. Bibliografia: f. 67-70 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2025. Orientador: Prof. Dr. Rafael Sfair 1. Asteróides - Órbitas. 2. Sistema solar. 3. Astronomia. I. Título. CDU 523.44(043)
-------	--

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

JULIANA PAIVA CAVALCANTE

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA E ASTRONOMIA
CURSO: MESTRADO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Documento assinado digitalmente
 ERNESTO VIEIRA NETO
Data: 19/12/2024 09:11:22-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente
 RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA
Data: 18/12/2024 10:30:57-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA
Orientador - UNESP

Documento assinado digitalmente
 ROSANA APARECIDA NOGUEIRA DE ARAUJO
Data: 12/12/2024 23:17:17-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. ROSANA APARECIDA NOGUEIRA DE ARAUJO
UNESP

Documento assinado digitalmente
 ALTAIR RAMOS GOMES JÚNIOR
Data: 12/12/2024 14:51:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. ALTAIR RAMOS GOMES JÚNIOR
UFU

DEZEMBRO de 2024

DADOS CURRICULARES

JULIANA PAIVA CAVALCANTE

NASCIMENTO 15/09/1995 - Franca

FILIAÇÃO Fabio Cavalcante
Adriana Paiva de Oliveira

2015 - 2021 Bacharelado em física
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho-
Câmpus de Guaratinguetá

2022 - 2024 Mestrado em Física e Astronomia
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho-
Câmpus de Guaratinguetá

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha sincera ao meu orientador, Dr. Rafael Sfair, pelo apoio contínuo, orientação, pela paciência e incentivo ao longo deste trabalho. Seu suporte foi essencial para a realização desta dissertação.

Agradeço também aos meus amigos, que, de formas únicas, sempre souberam como trazer leveza aos momentos de intensidade e oferecer apoio, seja com palavras, risadas ou simples presenças. A jornada foi muito mais agradável com vocês ao meu lado.

Este estudo foi financiado por:

Projeto DFG German Research Foundation, sob o número de projeto 446102036

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES)

Resumo

Os anéis de Chariklo, o primeiro sistema de anéis descoberto ao redor de um asteroide, apresentam dinâmicas complexas influenciadas por forças gravitacionais e não gravitacionais. Nesta dissertação, investigamos a estabilidade das partículas desses anéis sob diferentes razões de massa entre Chariklo e sua anomalia de massa ($\mu = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$), considerando o efeito do achatamento (J_2) e a pressão de radiação. As análises foram realizadas em duas regiões principais: nos anéis de Chariklo e na região de co-rotação para avaliadas partículas de diferentes tamanhos (0,5, 4 e 10 micrômetros). Os resultados mostram que a estabilidade das partículas é fortemente modulada pela anomalia de massa, que exerce papel fundamental na formação e manutenção de órbitas estáveis. As órbitas de ferradura, por exemplo, foram observadas exclusivamente na região de co-rotação para todas as razões de massa, mas com uma largura crescente à medida que a intensidade relativa da anomalia diminui. A pressão de radiação teve impacto significativo em partículas menores, aumentando a probabilidade de ejeções e colisões, enquanto o J_2 contribuiu para a redução desses eventos, especialmente para partículas maiores. No entanto, conforme a razão de massa diminui, a influência da anomalia de massa torna-se menos expressiva nos anéis. Este trabalho contribui para o entendimento da interação entre forças gravitacionais e não gravitacionais em sistemas de anéis ao redor de corpos irregulares, informações sobre manutenção e estabilidade dessas estruturas singulares.

PALAVRAS-CHAVE: Anéis de Chariklo. Estabilidade. Anomalia de massa. Pressão de radiação Solar. Achatamento.

Lista de Figuras

Figura 1 – Representação da órbita de Chariklo	12
Figura 2 – Curva de luz de Chariklo	14
Figura 3 – Espectro do sistema de Chariklo	16
Figura 4 – Partícula orbitando um corpo esférico com uma anomalia de massa	18
Figura 5 – Variação órbita de uma partícula devido ao efeito de achatamento	22
Figura 6 – Variação órbita de uma partícula devido à pressão de radiação solar	23
Figura 7 – Parâmetros das forças no sistema de anéis de Chariklo	32
Figura 8 – Esquematização dos modelos de Chariklo	37
Figura 9 – Histograma de partículas estáveis, colididas ou ejetadas para $\mu = 10^{-1}$. . .	40
Figura 10 – Mapa de estabilidade de partículas para sistema com $\mu = 10^{-1}$	42
Figura 11 – Histograma de partículas estáveis, colididas ou ejetadas para $\mu = 10^{-2}$. . .	43
Figura 12 – Mapa de estabilidade de partículas para sistema com $\mu = 10^{-2}$	44
Figura 13 – Evolução temporal de uma partícula de $10\mu\text{m}$ em sistema com $\mu = 10^{-2}$. .	46
Figura 14 – Evolução temporal de uma partícula de $4\mu\text{m}$ em sistema com $\mu = 10^{-2}$. . .	47
Figura 15 – Evolução temporal de uma partícula em um sistema com $\mu = 10^{-2}$	49
Figura 16 – Histograma de partículas estáveis, colididas ou ejetadas para $\mu = 10^{-3}$. . .	50
Figura 17 – Mapa de estabilidade de partículas para sistema com $\mu = 10^{-3}$	52
Figura 18 – Evolução temporal de uma partícula de $10\mu\text{m}$ em sistema com $\mu = 10^{-3}$. .	54
Figura 19 – Evolução temporal de uma partícula de $4\mu\text{m}$ em sistema com $\mu = 10^{-3}$. . .	55
Figura 20 – Evolução temporal de uma partícula em sistema com $\mu = 10^{-3}$	56
Figura 21 – Histograma das simulações numéricas para $\mu = 10^{-1}$ na região de co-rotação	58
Figura 22 – Mapa de estabilidade de partículas na região de co-rotação com $\mu = 10^{-1}$. .	59
Figura 23 – Distribuição das partículas após 10.000 rotações de Chariklo para $\mu = 10^{-1}$.	60
Figura 24 – Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula	60
Figura 25 – Histograma das simulações numéricas para $\mu = 10^{-2}$ na região de co-rotação	61
Figura 26 – Mapa de estabilidade de partículas na região de co-rotação com $\mu = 10^{-2}$. .	63
Figura 27 – Distribuição das partículas após 10.000 rotações de Chariklo para $\mu = 10^{-2}$.	64
Figura 28 – Evolução do semi-eixo maior de uma partícula na região de co-rotação . . .	64
Figura 29 – Histograma das simulações numéricas para $\mu = 10^{-3}$ na região de co-rotação	65
Figura 30 – Mapa de estabilidade de partículas na região de co-rotação com $\mu = 10^{-3}$. .	66

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Propriedades físicas e orbitais de Chariklo	13
Tabela 2 – Parâmetros físicos dos anéis de Chariklo	15
Tabela 3 – Configurações das simulações realizadas.	38

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Chariklo	12
1.2	Anéis	14
2	EFEITOS DINÂMICOS EM SISTEMAS DE PARTÍCULAS	18
2.1	Anomalia de massa	18
2.2	Achatamento	21
2.3	Pressão de radiação solar	23
2.4	Ressonâncias setoriais	26
3	PARÂMETROS PERTURBATIVOS	29
4	METODOLOGIA	34
5	RESULTADOS	39
5.1	Região dos anéis	39
5.1.1	Anomalia de massa de $\mu = 10^{-1}$	39
5.1.2	Anomalia de massa de $\mu = 10^{-2}$	43
5.1.3	Anomalia de massa de $\mu = 10^{-3}$	50
5.2	Região de co-rotação	57
5.2.1	Anomalia de massa de $\mu = 10^{-1}$	57
5.2.2	Anomalia de massa de $\mu = 10^{-2}$	61
5.2.3	Anomalia de massa de $\mu = 10^{-3}$	65
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
	Referências	68

1 Introdução

Centauros são uma classe de pequenos corpos celestes localizados nas regiões exteriores do Sistema Solar, entre as órbitas de Júpiter e Netuno ([Gladman et al., 2008](#)). Esses corpos são caracterizados por órbitas dinamicamente irregulares e instáveis e sofrem encontros frequentes com planetas gigantes, o que pode provocar desvios significativos em suas trajetórias ao longo de milhões de anos ([Horner et al., 2004](#)).

De acordo com [Jorda et al. \(2016\)](#), os centauros apresentam formatos irregulares, podendo ser triaxiais (com três eixos perpendiculares e de tamanhos distintos) ou axissimétricos (simétricos em dois eixos). Essa irregularidade se deve à sua massa, pois, para corpos com diâmetros inferiores a 1000 km, o equilíbrio hidrostático não é alcançado durante sua formação.

Descoberto por James Scotti em Fevereiro de 1997 ([Scotti, 1997](#)), (10199) Chariklo é o maior centauro já observado. Sua órbita situa-se entre Saturno e Urano, e ele faz parte de um conjunto de objetos não esféricos. Em 2013, uma campanha de ocultação revelou um fato inédito: Chariklo possui um sistema bem definido de anéis ([Braga-Ribas et al., 2014](#)).

Segundo [Bailey and Malhotra \(2009\)](#) Chariklo provavelmente se originou no cinturão de Kuiper. Seus anéis podem ter se formado ainda nessa região ou como resultado de impactos diretos e encontros próximos com gigantes gasosos. De acordo com [Braga-Ribas et al. \(2014\)](#), nos casos em que ocorrem impactos diretos com objetos menores, o efeito da auto-gravidade das partículas decorrentes do impacto poderia ter ocasionado a formação de satélites hipotéticos, resultando no confinamento dessas partículas em um sistema de anéis. [Pan and Wu \(2016\)](#) sugerem que esses impactos diretos ocorrem com objetos de aproximadamente 10 km de extensão. Ao analisarem o sistema composto por Chariklo e seus anéis a partir de modelos numéricos, [Araujo et al. \(2016\)](#) mostram que, para esse caso, a estabilidade dos anéis é mantida mesmo com encontros próximos a planetas gigantes.

Para [Sicardy et al. \(2019a\)](#), uma anomalia de massa localizada no equador de Chariklo apresenta um potencial equivalente ao provocado por um possível satélite. Em suas análises, [Madeira et al. \(2021\)](#) identificaram duas regiões dinâmicas distintas ao redor de objetos com anomalia de massa. A região interna, que se estende além do raio de co-rotação, é caracterizada por um comportamento caótico, enquanto a região externa permanece estável. A transição entre essas regiões está relacionada à magnitude da anomalia de massa, de modo que variações no tamanho dessa anomalia influenciam a extensão da área caótica e promovem mudanças na excentricidade das partículas.

As características físicas e orbitais de Chariklo e de seu sistema de anéis serão apresentadas nas seções 1.1 e 1.2, respectivamente.

1.1 Chariklo

Chariklo orbita entre Saturno e Urano, próximo à ressonância externa de movimento médio 4:3 com Urano (Horner et al., 2004), como ilustrado na Figura 1. De acordo com Leiva et al. (2017) Chariklo possui formato elipsoidal triaxial, com semi-eixos de dimensões de 143,8 km, 135,2 km e 99,1 km (Morgado et al., 2021). Conforme Desmars (2015), a órbita de Chariklo tem uma excentricidade de $e = 0,171$, um semi-eixo maior de $a = 15,8$ unidades astronômicas e está aproximadamente 23° inclinada com relação ao plano da eclíptica. Seu período orbital é de 63 anos e seu período rotacional é de aproximadamente 7 horas.

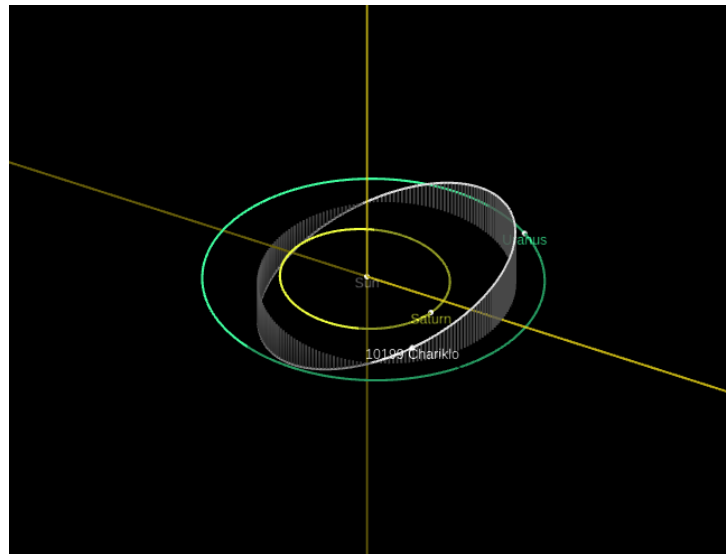


Figura 1 – Representação da órbita de Chariklo (em branco) posicionada entre as órbitas de Saturno (amarelo) e Urano (verde), conforme observado no sistema solar exterior. Fonte: (NASA Jet Propulsion Laboratory, 2024).

A partir de análises de estudos espectroscópicos realizados por Fornasier et al. (2014) pode-se estimar que Chariklo possui uma superfície escura com albedo de 0,042. Wood et al. (2017) relata que sua composição é dada em torno de 80% de material refratário, além de conter $\sim 3\%$ de gelo. Para aferir uma massa coerente para este asteróide, Araujo et al. (2016) consideraram Chariklo como sendo um corpo esférico com um raio de referência correspondente a 124 km com densidade equivalente à do gelo onde $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$. O resultado encontrado foi que Chariklo possui uma massa de $7,986 \times 10^{18} \text{ kg}$. Leiva et al. (2017) estima que a massa de Chariklo esteja entre $6 - 8 \times 10^{18} \text{ kg}$. A Tabela 1 mostra os parâmetros físicos e orbitais de Chariklo.

(10199) Chariklo		
semi-eixo maior ¹		15,8 ua
Excentricidade ²		0,171
Inclinação ²		23,37°
Dimensões elipsoidais ³	143,8 × 135,2 × 99,1	(em km)
Raio equivalente (esférico) ²		124,8 km
Período orbital ¹		63 anos
Período rotacional		7 horas
Massa ¹	6 × 10 ¹⁸ – 8 × 10 ¹⁸	(em kg)

Tabela 1 – Propriedades físicas e orbitais de Chariklo. Fonte: ¹([NASA Jet Propulsion Laboratory, 2024](#)), ²([Leiva et al., 2017](#)), ³([Morgado et al., 2021](#))

1.2 Anéis

Chariklo possui um sistema compacto composto por dois anéis bem definidos (Braga-Ribas et al., 2014). Esse fato foi constatado a partir da análises das curvas de luz desse objeto, obtidas durante uma campanha de ocultação astronômica. Os resultados indicaram a existência de quedas adicionais no brilho da estrela, associadas aos anéis *C1R* (o mais interno) e *C2R* (o mais externo). Esse comportamento pode ser observado na Figura 2.

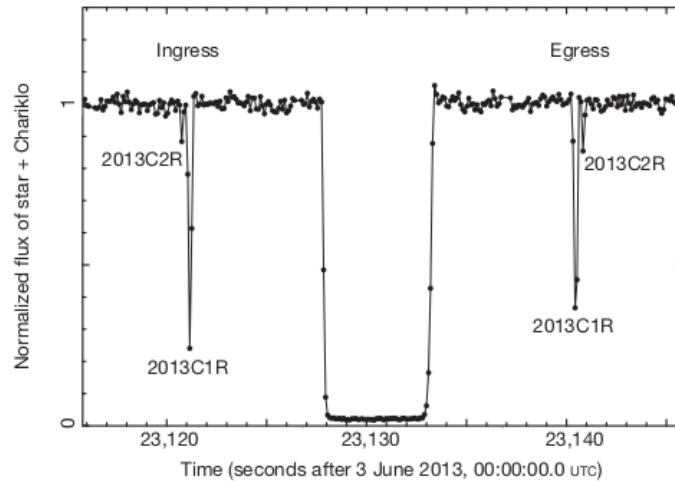


Figura 2 – Curva de luz de Chariklo. Fonte: (Braga-Ribas et al., 2014)

Segundo Leiva et al. (2017), esses anéis estão localizados próximos a uma ressonância spin-órbita 3:1 em relação ao movimento médio e ao período rotacional de Chariklo, a uma distância radial de aproximadamente 390 km. O anel mais interno, *C1R*, é o mais extenso, com uma largura estimada de aproximadamente 7,17 km.

Estudos espectroscópicos indicam que sua massa pode ser estimada a partir de um corpo composto de gelo com cerca de 2 km de extensão. Com base nesses dados, foi possível determinar que o anel *C1R* possui uma profundidade óptica de 0,449 e uma densidade superficial variando entre 30 g/cm² e 100 g/cm².

O anel *C2R*, por sua vez, tem uma largura radial de aproximadamente 3,6 km, sendo menos extenso que *C1R*, com uma profundidade óptica de 0,05 e uma massa total equivalente a 1/8 da massa do anel mais interno. Entre os anéis, observa-se uma região com profundidade óptica de 0,004, indicando ausência de material nessa área, formando uma lacuna de 8,7 km de extensão (Braga-Ribas et al., 2014).

As propriedades físicas e orbitais dos anéis *C1R* e *C2R* estão apresentadas na Tabela 2.

Anéis		
<i>C1R</i>	Distância radial de Chariklo	385,9 km
	Largura ¹	6,86 km
	Excentricidade ¹	$0,005 \leq e \leq 0,0222$
	Profundidade óptica ²	0,449
<i>C2R</i>	Distância radial de Chariklo ¹	399,8 km
	Largura ¹	0,117 km
	Profundidade óptica ²	0,05
Falha entre <i>C1R</i> e <i>C2R</i>		
	Largura ¹	13,9 km
	Profundidade óptica ²	< 0,004

Tabela 2 – Parâmetros físicos dos anéis de Chariklo. Fonte: (Morgado et al., 2021) (Braga-Ribas et al., 2014)

As características desses anéis foram determinadas por meio de uma exploração espectrofotométrica, que indicou que ambos são compostos basicamente de silicatos (cerca de 40%-70%), tolina em uma proporção de 10% - 30% além de conter aproximadamente 20% de gelo (Duffard et al., 2014). As análises espectroscópicas conduzidas por Duffard et al. (2014) permitiram um estudo sobre a composição de Chariklo e de seus anéis, medindo as propriedades de reflectância desse sistema (Sicardy et al., 2016). A Figura 3 apresenta a fração de luz solar refletida pela superfície de Chariklo (albedo geométrico, em preto) assim como a refletância dos anéis (em cinza), ambos em função do comprimento de onda. Os picos e vales indicam possíveis bandas de absorção, sugerindo a presença de gelo de água e outros materiais mencionados anteriormente (Sicardy et al., 2016).

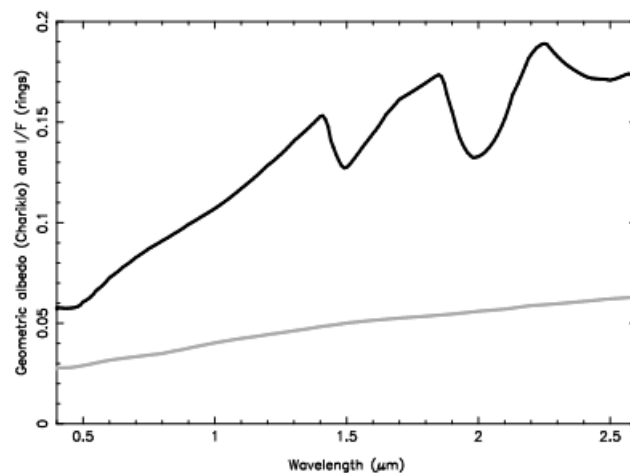


Figura 3 – Espectro do sistema de Chariklo. Em preto pode-se observar o espectro do corpo principal (Chariklo) e em cinza o dos anéis. Fonte: (Sicardy et al., 2016)

Ainda se sabe pouco sobre o formato de Chariklo e sobre qual o mecanismo físico responsável pelo confinamento das partículas que compõem seus anéis, bem como sobre as propriedades e a dinâmica capaz de manter a configuração desse complexo sistema. Segundo Braga-Ribas et al. (2014) a estrutura dos anéis pode se dispersar em alguns milhares de anos devido às forças de interações entre as partículas. Os autores sugerem a existência de pequenos satélites que podem ser responsáveis pelo confinamento ou realimentação dessas partículas, mantendo os dois anéis estreitados e separados, o que origina a falha observada entre eles.

De acordo com Ortiz et al. (2017), a existência de um anel em Haumea, um planeta anão originário do cinturão de Kuiper, sugere que essa configuração de sistema com anel também possa ocorrer em outros pequenos corpos provenientes dessa mesma região. A recente descoberta de um sistema de anéis em torno de Quaoar, publicada por Morgado et al. (2023), confirma essa hipótese. O sistema de anéis detectado orbita a uma distância 7,4 raios do corpo central e está fora do limite Roche de Quaoar. Posteriormente, Pereira et al. (2023) detectou um novo anel também pertencente a esse sistema, localizado mais internamente, a aproximadamente 4,6 raios de Quaoar. Ambos anéis estão fora do limite de Roche do planeta anão.

Ortiz, J. L. et al. (2015) também aponta para a possibilidade de que (2060)Chiron, o segundo maior centauro já observado, possua um sistema de anéis de detritos, devido a detecção de estruturas simétricas e material denso ao seu redor. Em suas análises Madeira et al. (2021) indicam que forças ressonantes fortes entre a rotação do corpo central e o período orbital das partículas podem surgir em objetos simétricos não esféricos, devido aos termos axisimétricos do campo gravitacional desse corpo.

Com o objetivo de compreender melhor as forças que atuam nesse sistema, Sicardy et al. (2020) propuseram simplificar a estrutura física de Chariklo, assumindo que o desvio da esfericidade desse corpo pode ser descrito por uma anomalia de massa localizada no equador de

uma esfera homogênea ou de um elipsoide triaxial homogêneo. A análise do potencial gerado por essa configuração mostrou que ele é formalmente idêntico ao potencial causado por um satélite com cerca de 1 km de raio em órbita circular, localizado na região entre os dois anéis. No entanto, enquanto a anomalia de massa gira com uma velocidade angular constante na superfície do corpo, o satélite obedece a velocidade kepleriana (Sicardy, 2020). Suas análises buscaram compreender ressonâncias setoriais (spin-órbita) ao redor de um objeto não axissimétrico, tanto dentro quanto fora do raio de co-rotação, além de ressonâncias prógradas e retrógradas (Sicardy, 2020). A hipótese de uma anomalia de massa no equador de Chariklo e suas implicações serão discutidas no capítulo 2.

Este trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo numérico que seja capaz de reproduzir a dinâmica orbital envolvida nesse conjunto utilizando-se de uma anomalia de massa disposta no equador de Chariklo. Analisamos também a contribuição do efeito de achatamento J_2 de Chariklo assim como a pressão de radiação atuando em partículas de diferentes tamanhos. No capítulo 2 será discutido o levantamento bibliográfico do efeito da anomalia no potencial gravitacional de um corpo irregular, assim como os efeitos dinâmicos do achatamento e da pressão de radiação solar em partículas de anéis. Também será introduzido o conceito de ressonância-spin órbita.

No terceiro capítulo será realizada uma análise preliminar das principais forças que influenciam a região onde os anéis estão situados. O quarto capítulo apresenta a metodologia do trabalho, contendo uma descrição das condições iniciais das implementações simulações numéricas. No capítulo 5 será abordada uma discussão dos resultados com a avaliação das condições ideais para garantir a estabilidade do anel. Por fim, o último capítulo apresentará considerações gerais e delineará as próximas etapas a serem seguidas.

2 Efeitos dinâmicos em sistemas de partículas

2.1 Anomalia de massa

Discos colisionais são formados por partículas orbitando um corpo central, e essas partículas frequentemente colidem entre si devido às interações gravitacionais mútua e à atração gravitacional do corpo central. Durante essas colisões, parte da energia do sistema é dissipada, o que faz com que as órbitas das partículas se tornem mais circulares, ao mesmo tempo em que o momento angular total do sistema é conservado. Isso pode fazer com que as partículas possam migrar para órbitas mais próximas do corpo central.

Quando o corpo central é irregular, o campo gravitacional que ele exerce sobre as partículas ao seu redor não é simétrico, e assimetria influencia diretamente na dinâmica orbital dessas partículas. Um mecanismo utilizado para estudar o campo gravitacional de um objeto irregular é aproximá-lo a um objeto simétrico, como uma esfera. Nesse modelo, introduz-se uma anomalia de massa, localizada no equador da esfera, simulando uma variação na distribuição de massa do corpo central, o que impacta o potencial gravitacional que atua sobre o disco de partículas (Sicardy, 2020). A Figura 4 apresenta um esquema da trajetória de uma partícula orbitando um corpo, segundo o modelo da anomalia de massa.

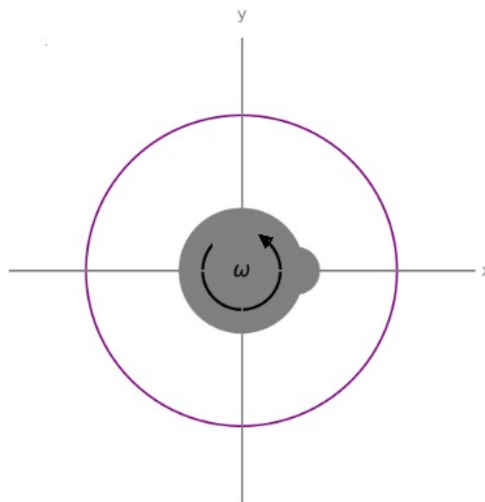


Figura 4 – Trajetória de uma partícula orbitando um corpo esférico, com uma anomalia de massa posicionada em seu equador, rotacionando com uma velocidade angular ω .

Ao modelarmos um disco de partículas orbitando uma esfera com uma anomalia de massa no equador, o sistema não exerce forças significativas perpendiculares ao plano equatorial, estabilizando o movimento das partículas nesse plano.

Se definirmos o vetor posição de uma partícula como $\vec{r}$, medido a partir do centro de massa do corpo central, o potencial gravitacional gerado por essa configuração pode ser descrito pela equação geral do potencial $U(\vec{r})$ (Sicardy et al., 2020):

$$U(\vec{r}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} U_m(\vec{r}) \cos(m\theta) \quad (2.1)$$

onde m representa o número azimutal, que indica a ordem de simetria da distribuição de massa e θ é o ângulo determinado pela diferença entre a longitude verdadeira da partícula (L) e a medida da orientação do corpo através da sua anomalia ($L' = \omega t$):

$$\theta = L - L' = L - \omega t \quad (2.2)$$

O termo ω refere-se à velocidade angular de rotação do corpo central, que é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T_{rot}} \quad (2.3)$$

onde T_{rot} é o período de rotação do corpo central. Essa simplificação física permite modelar a distribuição de massa como uma esfera homogênea, onde a anomalia de massa simula a perturbação causada por uma variação local no campo gravitacional.

A fim de determinar o potencial resultante a partir dessas simplificações, Sicardy et al. (2020) consideraram um corpo esférico de massa M e raio R com uma anomalia de massa fixada em seu equador simulando uma característica topográfica, girando em torno de seu eixo principal de maior inércia sem oscilações com uma velocidade angular constante obtida através da Equação 2.3.

O potencial resultante é então descrito por:

$$U(\vec{r}) = -\frac{GM}{r} - \frac{GM\mu}{R} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[b_{\frac{1}{2}}^{(m)} \left(\frac{r}{R} \right) - q\delta_{(|m|,1)} \left(\frac{r}{R} \right) \right] \cos(m\theta) \right\} \quad (2.4)$$

Nessa equação, $b_{\frac{1}{2}}^{(m)} \left(\frac{r}{R} \right)$ são os coeficientes de Laplace, que descrevem a parte direta do potencial gravitacional $U(\vec{r})$. O termo $\delta_{(|m|,1)}$ representa a contribuição da parte indireta do potencial, que depende de m . O parâmetro de rotação q e a anomalia de massa normalizada μ são dados pelas seguintes equações:

$$q = \frac{\omega^2 R^3}{GM} \quad (2.5)$$

$$\mu = \frac{m_a}{M} \quad (2.6)$$

sendo m_a a massa da anomalia.

Estudos teóricos indicam que anomalias de massa, como modelado acima, podem induzir zonas de estabilidade e instabilidade no disco de partículas. Essas regiões são definidas pela ressonância entre a rotação do corpo central e as órbitas das partículas, o que gera agrupamentos específicos e lacunas no disco ([Goldreich and Tremaine, 1982](#)). Ao compreender como essas perturbações impactam a dinâmica das partículas, torna-se possível analisar a evolução de discos colisionais ao longo do tempo e obter mais informações sobre a estrutura e estabilidade de anéis em corpos irregulares, como os de Chariklo ([Braga-Ribas et al., 2014](#)).

2.2 Achatamento

Corpos irregulares no sistema solar, como asteroides e pequenos satélites, frequentemente apresentam formas alongadas ou achatadas devido a sua formação e evolução dinâmica. A rotação rápida desses corpos contribui para uma deformação que resulta em um achatamento significativo ao longo dos eixos principais. Esse achatamento modifica o campo gravitacional em torno do corpo, diferenciando-o do campo gerado por uma esfera homogênea. A gravidade de um corpo achatado ou irregular, portanto, exibe variações substanciais em função da localização e do movimento das partículas que orbitam próximas a ele (Scheeres et al., 2000).

A influência do achatamento sobre a dinâmica orbital é frequentemente descrita pelo coeficiente zonal J_2 , que representa o primeiro termo de momento de quadrupolo do potencial gravitacional. Esse termo é especialmente importante para objetos que possuem uma rotação rápida ou uma distribuição de massa desigual, e ele impacta diretamente a precessão orbital das partículas ao redor do corpo central. Conforme descrito por Murray and Dermott (1999), a presença do J_2 causa uma precessão que estabiliza ou desestabiliza órbitas em certas condições. Em corpos com alta rotação, o efeito de J_2 é mais pronunciado, levando as partículas a um movimento precessional que define o plano de suas órbitas em relação ao corpo achatado.

Estudos como o de Tricarico (2008) mostram que a modelagem do campo gravitacional em torno de corpos irregulares pode ser feita considerando a heterogeneidade na distribuição de massa. Ele demonstrou como corpos como Vesta e Ceres, que têm uma forma próxima à esferoidal, apresentam distorções em seu campo gravitacional devido ao achatamento e outras irregularidades topográficas. Esse tipo de modelagem é particularmente útil para estudar a dinâmica de partículas em órbitas próximas, onde os efeitos de maré e ressonância com o corpo central podem influenciar diretamente a estabilidade orbital.

De acordo com Danby (1988), o comportamento orbital em torno de corpos oblatos é influenciado pela forma assimétrica do campo gravitacional. Esse achatamento e provoca perturbações orbitais que geram uma precessão da órbita. Para corpos irregulares, como asteroides, as variações de curto período afetam o semi-eixo maior e causam uma precessão nos elementos orbitais como o argumento do pericentro. Assim, a órbita média de uma partícula em torno de um corpo irregular tende a manter sua forma e inclinação gerais, enquanto o nodo ascendente e o pericentro precessionam devido às características do campo gravitacional do corpo. Um esboço desse efeito pode ser observado na Figura 5.

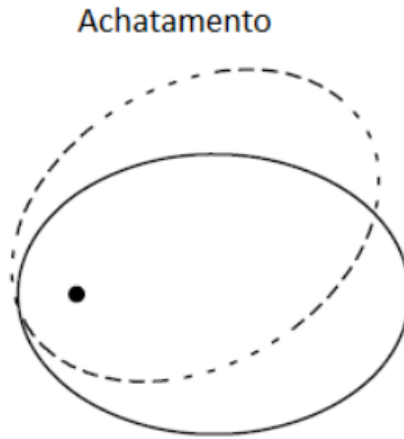


Figura 5 – Variação órbita de uma partícula devido ao efeito de achatamento. Adaptado de [Burns et al. \(2001\)](#).

O efeito do achatamento de um corpo massivo pode ser representado por uma modificação no potencial gravitacional, levando em consideração a distribuição de massa não esférica. Conforme discutido por [Tamayo et al. \(2019\)](#) no desenvolvimento da biblioteca REBOUNDx, o potencial devido ao termo de achatamento J_2 é dado por:

$$U_{J_2}(r) = -\frac{1}{2}J_2\left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{GM}{r} \quad (2.7)$$

onde R é o raio do corpo central, r é a distância radial da partícula, G é a constante gravitacional e M é a massa do corpo central. Esse termo adicional altera o potencial gravitacional esférico idealizado, permitindo uma descrição mais precisa da dinâmica de partículas orbitais ao redor de corpos irregulares.

O estudo de [Sicardy et al. \(2019b\)](#) sobre os anéis de Chariklo destaca a presença de estruturas anômalas e investiga a estabilidade das partículas ao redor do asteroide. Em suas simulações numéricas, eles consideram os efeitos gravitacionais do achatamento e da alongação de Chariklo, que geram um campo gravitacional assimétrico e causam instabilidades nas órbitas das partículas. Essas instabilidades resultam em uma região instável dentro do raio de rotação, onde partículas colidem com Chariklo ou são ejetadas do sistema.

Assim, o achatamento e a irregularidade de forma em corpos menores desempenham um papel crucial na definição do campo gravitacional e na estabilidade de partículas orbitais. A inclusão de termos como J_2 na modelagem gravitacional permite uma análise mais precisa da dinâmica orbital, especialmente em contextos como sistemas de anéis ou discos de partículas ao redor de corpos irregulares. Essa abordagem é fundamental para entender as estruturas observadas em sistemas de partículas ao redor de objetos irregulares no sistema solar.

2.3 Pressão de radiação solar

Nos discos colisionais, compostos por partículas que frequentemente colidem, a pressão de radiação desempenha um papel importante na dinâmica orbital. Quando uma partícula é exposta à radiação solar, a pressão de radiação exerce uma força sobre ela, resultante da absorção e da reflexão da luz. Esse efeito torna-se particularmente relevante para partículas pequenas, como poeira cósmica e componentes de discos colisionais, já que elas possuem uma grande área de seção transversal em relação à sua massa, tornando-se mais suscetíveis à pressão de radiação.

Esse efeito pode causar variações nos elementos orbitais das partículas, como o semi-eixo maior e a excentricidade, alterando sua trajetória ao longo do tempo. Em partículas menores (da ordem de micrômetros e milímetros), a pressão de radiação pode causar uma aceleração para longe do Sol, que ocorre devido à assimetria na absorção e reemissão da radiação solar pela partícula. Além disso, a pressão de radiação contribui para a dispersão gradual das partículas em sistemas de discos e anéis, influenciando a estrutura e a estabilidade desses sistemas (Krivov, 2010).

Em partículas menores, esse efeito pode causar uma aceleração para longe do Sol, além disso, a pressão de radiação contribui para a dispersão das partículas em sistemas de discos e anéis, influenciando a estrutura e a estabilidade desses sistemas (Krivov, 2010). Em contextos onde partículas de tamanhos micrométricos e milimétricos estão presentes, a pressão de radiação pode alterar a distribuição espacial e a evolução orbital das partículas ao longo do tempo, influenciando diretamente a estrutura e a estabilidade de discos e anéis planetários (Burns et al., 1979). A variação da trajetória de uma partícula devido à pressão de radiação pode ser vista na Figura 6.

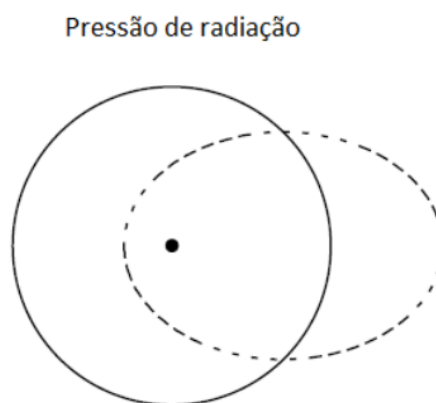


Figura 6 – Variação orbital de uma partícula devido à pressão de radiação solar. Adaptado de: Burns et al. (2001).

A ação da pressão de radiação leva à dispersão gradual das partículas ao longo do tempo, influenciando a formação e evolução de discos de poeira e de detritos ao redor de estrelas (Murray and Dermott, 1999). Em sistemas de anéis e discos ao redor de planetas ou asteroides, essa pressão, juntamente com a frequência de colisões, resulta em uma distribuição de partículas que

permite analisar a estrutura e estabilidade dos anéis ou discos.

Para determinar qual a força de radiação solar sentida por uma partícula, consideremos o seguinte caso: seja uma partícula com uma seção transversal geométrica A localizada em um ponto onde a densidade do fluxo de radiação é dada por Φ . A partícula experimenta uma força resultante direcionada à fonte de radiação devido à uma transferência de momento linear, e a força sentida por ela é dada por [Mignard \(1984\)](#) como:

$$\vec{F}_R = \frac{\Phi A}{c} \vec{u}_r \quad (2.8)$$

onde c é a velocidade da luz e $\vec{u}_r$ é o vetor unitário radial na direção da fonte de radiação.

A energia absorvida pelos grãos tende a aquecê-los, e, se essa energia for relativamente pequena, será reemitida em todas as direções de forma uniforme. No entanto, as partículas não se comportam como absorvedores perfeitos. Devido à difração, essas partículas também interagem com o campo eletromagnético que as envolve, o que pode alterar sua resposta à energia recebida. Esse efeito significa que a simples absorção e reemissão de energia não são suficientes para descrever com precisão o comportamento dessas partículas. Desse modo, a Equação 2.8 pode ser reescrita como ([Mignard, 1984](#)):

$$\vec{F}_R = \frac{\Phi A}{c} Q_{pr} \vec{u}_r \quad (2.9)$$

onde Q_{pr} é o coeficiente adimensional para o fator de eficiência que depende das propriedades ópticas do grão.

Considerando uma partícula de raio r_g e densidade superficial ρ , sujeita à força de gravitação solar F_G , posicionada a uma distância R da fonte de radiação, [Burns et al. \(2001\)](#) faz as devidas considerações e, a partir da equação 2.9, propõe uma reformulação que permite calcular a força de radiação de forma independente da distância da partícula ao Sol. Com essa modificação, são obtidas as seguintes expressões para descrever o sistema:

$$F_R = \frac{\Phi \pi}{c} r_g^2 Q_{pr} = \frac{L}{4c} \left(\frac{r_g}{R} \right)^2 Q_{pr} \quad (2.10)$$

e

$$F_G = GM_\odot \frac{4\pi \rho_g}{3} \frac{r_g^3}{R^2} \quad (2.11)$$

onde $M_\odot$ é a massa e L a luminosidade do Sol, respectivamente.

Com base nos resultados de [Burns et al. \(2001\)](#), podemos comparar a força de radiação solar com a força gravitacional e definir a razão entre essas forças por meio do parâmetro β , conforme expresso na equação 2.12. A obtenção dessa equação envolve a substituição dos parâmetros constantes, o que leva a uma expressão para β que depende exclusivamente das

propriedades da partícula. Considerando que ambas as forças seguem a lei do inverso do quadrado da distância ao Sol, conclui-se que β independe dessa distância.

$$\beta = \frac{F_R}{F_G} = \frac{3}{16\pi} \frac{L}{cGM_\odot} \frac{Q_{pr}}{\rho_g r_g} \quad (2.12)$$

Concluimos então que a pressão de radiação, ao interagir com partículas micrométricas de diferentes tamanhos e composições são importantes para evolução dinâmica de discos e anéis ao redor de corpos. Esse efeito, combinado com fatores como a frequência de colisões e as propriedades ópticas das partículas, leva à redistribuição e dispersão gradual dos grãos ao longo do tempo.

2.4 Ressonâncias setoriais

Ao estudar a dinâmica das partículas em torno de um corpo central irregular, nos deparamos com a questão das ressonâncias spin-órbita. Essas ressonâncias ocorrem quando as frequências orbitais das partículas se alinham com a frequência de rotação do corpo central. No caso de um sistema como Chariklo, as partículas que orbitam no plano equatorial podem ser influenciadas por essas ressonâncias devido à forma irregular de Chariklo e à presença de uma anomalia de massa.

O movimento de uma partícula se deslocando no plano equatorial pode ser descrito por duas frequências fundamentais: o movimento médio, n , e a frequência epicíclica radial, k (Equação 2.13). Se essas frequências forem comensuráveis, a partícula está em uma ressonância spin-órbita com o corpo central (Madeira et al., 2021). No entanto um novo grau de liberdade é acrescentado ao sistema à medida em que os termos não-axissimétricos ($m \neq 1$) são inseridos na Equação 2.1 (página 19) devido à dependência temporal desses termos, como pode ser visto em $L' = \omega t$ (Sicardy et al., 2019a). A fórmula clássica para o movimento médio n e a frequência epicíclica radial k em um anel pode ser obtida pela análise do potencial gravitacional $U_0(r)$ (Chandrasekhar, 2005):

$$n^2(r) = \frac{1}{r} \frac{dU_0(r)}{dr} \quad ; \quad k^2(r) \sim \frac{1}{r^3} \frac{d(r^4 n^2)}{dr} \quad (2.13)$$

O potencial $U_0(r)$ pode ser obtido ao se considerar um corpo esférico com uma anomalia de massa, expandido em termos de R/r :

$$U_0(r) = -\frac{1}{r} \left(1 + \mu + \frac{\mu}{4} \alpha^2 \right) \quad (2.14)$$

onde $\alpha = 1/a < 1$, com a representando o semi-eixo maior da órbita da partícula. Ao substituir a Equação 2.14 na Equação 2.13, obtém-se as expressões para n^2 e k^2 :

$$n^2(r) = \frac{1}{r^3} \left(1 + \mu + \frac{3\mu}{4} \alpha^2 \right) \quad (2.15)$$

$$k^2(r) = \frac{1}{r^3} \left(1 + \mu - \frac{3\mu}{4} \alpha^2 \right) \quad (2.16)$$

A Equação 2.15 corresponde com a frequência $n - \omega$ de retorno da partícula a uma posição fixa no referencial girante. Já a Equação 2.16 está relacionada à frequência de retorno da partícula ao periélio ($k = n - \dot{\varpi}$), onde $\dot{\varpi}$ é longitude do periélio da partícula. Quando ocorre a ressonância, o comportamento orbital da partícula é determinado pelo equilíbrio de energia característico à configuração ressonante.

De acordo com [Sicardy et al. \(2019a\)](#) uma partícula localizada em uma ressonância spin-órbita satisfaz às Equações 2.17 e 2.18:

$$m\omega - (m - j)n - j\dot{\varpi} = 0 \quad (2.17)$$

onde m e j são inteiros e determinam a ordem da ressonância. A partícula está em uma ressonância de co-rotação quando $j = 0$, e em ressonâncias apsisais quando $j = m$. O ângulo ressonante ϕ é dado por:

$$\phi = m\omega t - (m - j)\lambda_p - j\varpi \quad (2.18)$$

onde λ_p é a longitude média da partícula.

[Sicardy et al. \(2019a\)](#) investigaram a possibilidade de Chariklo apresentar uma forma esférica com uma anomalia de massa caracterizada por propriedades topográficas de $\mu \sim 10^{-5}$ e analisaram o impacto dessa anomalia na estrutura dos anéis. O estudo considerou a influência de ressonâncias entre a rotação de Chariklo e o movimento médio das partículas, explorando como essas interações podem afetar a estabilidade e a configuração dos anéis. [Madeira et al. \(2021\)](#), por meio de simulações numéricas, adotaram a representação esférica de Chariklo com raio equivalente à 129 km, conforme proposta por [Leiva et al. \(2017\)](#), e incorporaram o parâmetro de longitude média $\lambda = 0,471$ e uma anomalia de massa com razão de massa de $\mu = 7 \times 10^{-6}$.

[Leiva et al. \(2017\)](#) propuseram que o anel interno de Chariklo está relacionado à ressonância spin-órbita 1:3, a mais próxima ressonância compartilhada pelos dois anéis. [Madeira et al. \(2021\)](#) analisaram a dinâmica envolvendo Chariklo com uma anomalia de massa e identificaram que as partículas submetidas à ressonância 1:3 apresentam variações radiais substanciais, que excedem a extensão radial do anel interno. Através da análise de superfícies de Poincaré, [Madeira et al. \(2021\)](#) identificaram uma excentricidade crítica para a órbita das partículas, em termos de constante de Jacobi (C_J). Suas análises indicaram que, na ressonância 1:3, o valor máximo obtido para C_J não atinge a excentricidade crítica, resultando em um sistema com apenas uma órbita periódica simétrica.

[Madeira et al. \(2021\)](#) também concluíram que há uma região estável ao redor do sistema que está associada à órbitas periódicas/quasi-periódicas de primeira espécie, as quais descrevem órbitas semi-circulares. Já as órbitas periódicas/quasi-periódicas de segunda espécie são mais excêntricas. Para o caso de Chariklo, as partículas em órbitas periódicas/quasi-periódicas de primeira espécie apresentaram movimentos radiais compatíveis com a extensão de ambos os anéis, sugerindo que os anéis de Chariklo estão associados à órbitas de primeira espécie.

A posição dos anéis ao redor de corpos celestes é influenciada por uma complexa interação de fatores dinâmicos. A anomalia de massa gera uma variação no campo gravitacional, alterando as órbitas das partículas próximas ao corpo central. O achatamento contribui com uma força perturbativa que modifica as inclinações e precessões orbitais, adicionando um efeito

estabilizador específico que delimita a região dos anéis. A pressão de radiação, por sua vez, atua de forma seletiva, especialmente sobre partículas menores, redistribuindo-as em áreas onde forças de arrasto são minimizadas. Já a ressonância spin-órbita estabelece relações periódicas nas órbitas das partículas ao redor do corpo central, contribuindo para a estruturação do anel em regiões de estabilidade preferencial. A combinação dessas forças é, portanto, essencial para determinar a localização e a estabilidade de anéis.

3 Parâmetros perturbativos

As partículas que compõem os anéis de Chariklo estão continuamente sujeitas a perturbações originadas por diferentes forças, que exercem influências diretas ou indiretas em suas características físicas e orbitais ao longo do tempo. De acordo com [Hamilton and Krivov \(1996\)](#), a atração gravitacional do corpo central é uma das principais forças influentes em sistemas de anéis confinados.

Como discutido em [Siqueira \(2019\)](#), em certas condições, forças internas, como a autogravidade entre partículas em um disco ou o achatamento do corpo central devido à sua forma irregular, podem ter uma influência tão significativa que tornam os demais efeitos perturbativos menos intensos, permitindo que sejam negligenciados sem grandes prejuízos para o modelo. É relevante notar que uma determinada força pode, em certos casos, se tornar dominante, enquanto em outros, múltiplas forças podem ter uma influência relativamente insignificante.

[Hamilton and Krivov \(1996\)](#) desenvolveram um modelo de comparação utilizando parâmetros adimensionais para descrever os efeitos perturbativos em sistemas de anéis. Nesta seção, examinamos algumas dessas forças perturbadoras através de parâmetros adimensionais, com o objetivo de comparar suas intensidades no sistema dinâmico de Chariklo e seus anéis.

A gravidade solar, por exemplo, pode exercer uma perturbação considerável sobre as partículas de um anel. O parâmetro A permite estabelecer uma relação entre a força gravitacional exercida pelo Sol e a força gravitacional de Chariklo sobre as partículas. Assim,

$$A = \frac{3}{4} \frac{n_{\odot}}{n} \quad (3.1)$$

sendo $n_{\odot}$ o movimento médio do corpo central (Chariklo) ao redor do Sol e n o movimento médio da partícula, dado através de [Murray and Dermott \(1999\)](#) por:

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{a_p^3}} \quad (3.2)$$

com G como a constante gravitacional, M a massa de Chariklo e a_p o semi-eixo maior da partícula.

O parâmetro inverso a A , denominado P_C (Equação 3.3), representa a força gravitacional de Chariklo sobre as partículas, comparada com a força gravitacional solar. Como ambas variam inversamente ao quadrado da distância, e Chariklo está a aproximadamente 16 unidades astronômicas (ua) do Sol, o valor de P_C pode exceder a influência da maré solar em até 10^8 vezes (Figura 7).

$$P_C = \frac{4}{3} \frac{n}{n_\odot} \quad (3.3)$$

Outra influência importante é a pressão de radiação solar, uma das principais forças dissipativas atuantes sobre partículas em sistemas de anéis. Esse efeito afeta sobretudo partículas na escala de micrômetros a milímetros, reduzindo gradualmente o semi-eixo maior ao longo do tempo. A pressão de radiação é diretamente relacionada ao fluxo de radiação incidente e refletida na partícula, gerando um arrasto tangencial que desacelera seu momento angular orbital (Robertson, 1937). O parâmetro de radiação solar, C , é dado por:

$$C = \frac{3}{2} \frac{n}{n_\odot} \sigma \quad (3.4)$$

A constante σ é definida como:

$$\sigma = \frac{3}{4} Q_{pr} \frac{F_\odot a^2}{G c M \rho_g r_g} \quad (3.5)$$

sendo $Q_{pr} = 1$ (valor máximo) para o fator de eficiência da pressão de radiação, $F_\odot$ como fluxo solar calculado na distância heliocêntrica do corpo central, c a velocidade da luz e ρ e r_g o raio e a densidade da partícula, respectivamente.

Devido ao formato irregular de Chariklo, as partículas em seu sistema de anéis também experimentam o efeito de achatamento. Esse efeito pode ser descrito pelo termo quadrupolo axissimétrico J_2 , permitindo definir o parâmetro de achatamento W (Hamilton and Krivov, 1996):

$$W = \frac{3}{2} \left(\frac{R_C}{a_c} \right)^2 J_2 \left(\frac{n}{n_\odot} \right) \quad (3.6)$$

onde R_C representa o raio de Chariklo e a_c seu semi-eixo maior. O coeficiente harmônico esférico (J_2) pode ser calculado, conforme Hu and Scheeres (2004), como:

$$J_2 = \frac{1}{2} (2I_{zz} - I_{xx} - I_{yy}) \frac{1}{M_C R_C^2} \quad (3.7)$$

sendo M_C a massa de Chariklo. Para os momentos de inércia I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} (Murray and Dermott, 1999):

$$I_{xx} = \frac{1}{5} (B^2 + C^2) M_C \quad (3.8)$$

$$I_{yy} = \frac{1}{5}(A^2 + C^2)M_C \quad (3.9)$$

$$I_{zz} = \frac{1}{5}(A^2 + B^2)M_C \quad (3.10)$$

onde A , B , e C são os semi-eixos de Chariklo. Considerando a massa de 6×10^{18} kg, o raio R_c de 124,8 km (Morgado et al., 2021) e as dimensões elipsoidais listadas na Tabela 1, obteve-se o valor de J_2 igual a 0,124.

Para modelar o potencial gravitacional de um corpo não esférico, considera-se a anomalia de massa localizada no equador, simplificando a representação de elevações e depressões. Em um disco colisional posicionado no plano equatorial de Chariklo, essa anomalia de massa não induz movimentos fora do plano orbital (Sicardy et al., 2020). Assumindo Chariklo como um corpo esférico de massa M_c e μ como a razão de massa entre Chariklo e a anomalia equatorial, definimos o parâmetro P_a para descrever a força exercida pela anomalia sobre as partículas do anel:

$$P_a = \frac{3}{4} \frac{n_a}{n} \quad (3.11)$$

onde n_a é o movimento médio de uma partícula orbitando um corpo com anomalia de massa. Fazendo uso dos parâmetros já definidos anteriormente foi possível determinar o termo n_a a partir da Equação 3.12.

$$n_a = \sqrt{\frac{GM_C\mu}{a_p^3}} \quad (3.12)$$

A Figura 7 apresenta os parâmetros A , C , W , P_C e P_a para partículas a uma distância de até $6R_c$ (em raios de Chariklo). As linhas verticais indicam a posição dos sistema anéis.

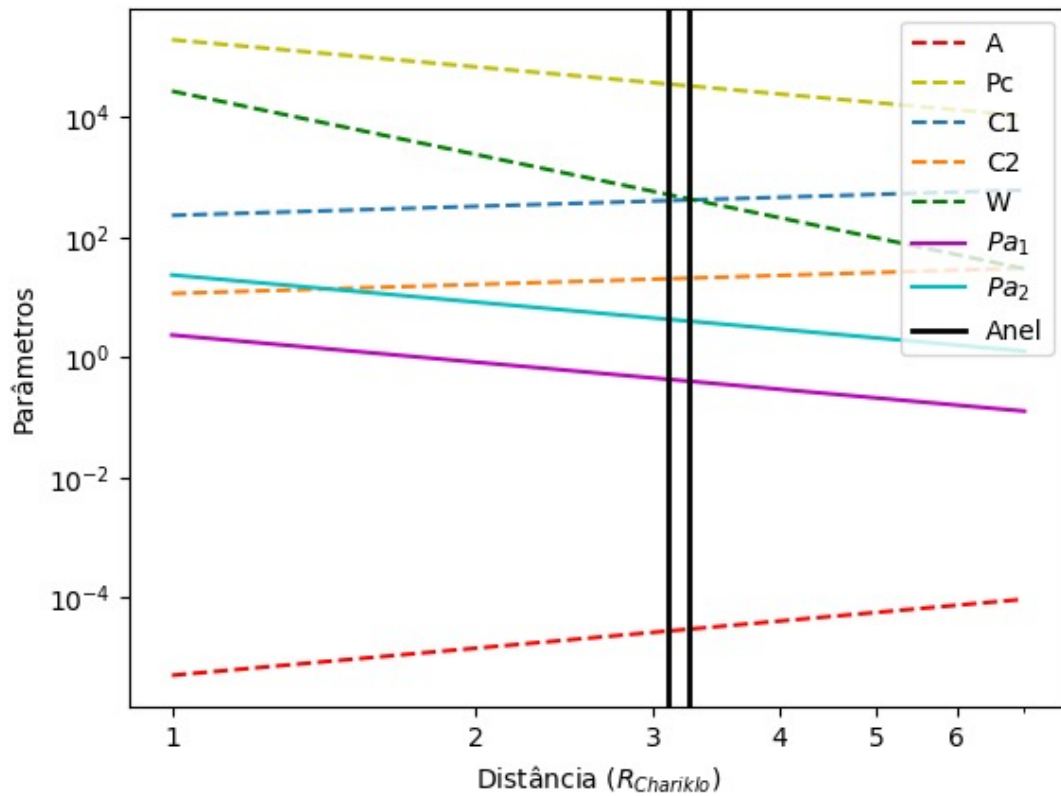


Figura 7 – Parâmetros das forças atuantes no sistema de anéis de Chariklo em função da distância radial. As linhas verticais indicam as posições radiais dos anéis, enquanto as linhas horizontais preenchidas representam os parâmetros associados à anomalia de massa com $\mu = 10^{-1}$ em roxo e $\mu = 10^{-3}$ em azul claro. Os demais parâmetros são representados por linhas tracejadas.

Os resultados apresentados na Figura 7 evidenciam que, nas regiões mais próximas aos anéis de Chariklo, a gravidade do próprio corpo P_C e os efeitos do seu achatamento W dominam o comportamento dinâmico das partículas. Essas forças gravitacionais, diretamente influenciadas pela estrutura de Chariklo, possuem magnitudes superiores a outras perturbações, como a maré solar (A) e a pressão de radiação solar (C). Esse predomínio de P_C e W é especialmente claro nas regiões mais próximas ao sistema, onde as magnitudes dessas forças podem ser até 10^8 vezes superiores à maré solar, que tem uma atuação consideravelmente mais fraca na proximidade do corpo central.

Contudo, à medida que nos afastamos de Chariklo, a influência das forças tende a diminuir, enquanto a maré solar (A) e a pressão de radiação (C) se tornam mais relevantes. Isso ocorre devido ao fato de que essas forças, especialmente a pressão de radiação, aumentam de acordo com uma maior distância entre as partículas e Chariklo, afetando principalmente partículas de menores dimensões, como as de micrômetro e milímetro. Assim podemos observar que uma partícula de raio $0,5\mu\text{m}$ sente o efeito da pressão de radiação 10 vezes mais intenso do

que uma partícula de raio $10\mu\text{m}$.

Apesar disso, a anomalia de massa, representada pelo parâmetro P_a , se revela um fator importante na dinâmica orbital das partículas do anel. A influência da anomalia de massa, assim como a gravidade de Chariklo, apresentam uma pequena variação conforme nos afastamos do corpo central. Esse comportamento confere à anomalia de massa uma importância fundamental, pois ela exerce uma força gravitacional que interage mais intensamente com as partículas em regiões mais próximas à Chariklo, influenciando suas trajetórias e, consequentemente, a estrutura do sistema de anéis.

Para uma razão de massa $\mu = 10^{-1}$, a força gravitacional devida à anomalia de massa é de aproximadamente uma ordem de grandeza menor que a força gravitacional exercida por Chariklo sobre as partículas, um valor que, embora pareça pequeno, é de grande relevância para a estabilidade local do sistema. Quando a razão de massa é reduzida para $\mu = 10^{-3}$, a contribuição da anomalia de massa diminui, passando a ser quase 100 vezes menor que a força gravitacional de Chariklo.

As anomalias de massa, que podem surgir devido à distribuição não esférica de massa, podem afetar de maneira significativa a estabilidade e a evolução dos anéis, promovendo alterações nas órbitas das partículas. Compreender o papel da anomalia de massa fornece um entendimento de como características não esféricas afetam a estabilidade e a dinâmica das partículas em órbita ao longo do tempo.

4 Metodologia

Neste projeto, investigamos a estabilidade de partículas ao redor de Chariklo, considerando os efeitos dinâmicos provocados por forças resultantes de uma anomalia de massa, da pressão de radiação e do achatamento J_2 . Os modelos numéricos foram desenvolvidos utilizando o integrador IAS15 do REBOUNDx (Tamayo et al., 2019), um integrador não simplético de 15ª ordem com controle de passo adaptativo. Esse integrador é capaz de lidar com forças conservativas e não conservativas, além de integrar equações variacionais, empregando uma quadratura de Gauss-Radau. Para o tratamento de colisões, adotamos o modelo merge, que representa colisões perfeitamente inelásticas. Os parâmetros iniciais utilizados no modelo são descritos a seguir.

Para a modelagem inicial, consideramos Chariklo como um corpo esférico com massa $m_c = 6 \times 10^{18}$ kg e raio $r_c = 124,8$ km, girando em torno de um de seus principais eixos de inércia. A massa de Chariklo varia entre 6×10^{18} e 8×10^{18} (Tabela 1), mas adotamos o limite inferior como valor de referência, por ser o menor limite conhecido. A velocidade angular constante, ω , foi definida a partir da seguinte equação:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (4.1)$$

onde T é o período rotacional de Chariklo e equivale a 7 h.

A anomalia de massa foi posicionada no equador de Chariklo, de acordo com as equações fornecidas em na Equação 4.2. Essa anomalia foi incorporada nas implementações numéricas como uma força adicional, com uma velocidade angular de $\omega \approx 2,5 \times 10^{-4}$ rad/s. As equações que descrevem a posição da anomalia são:

$$\begin{aligned} x_a &= r_c \cos(\omega t) \\ y_a &= r_c \sin(\omega t) \\ z_a &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde t é o tempo.

Para determinar a força gravitacional exercida pela anomalia de massa sobre as partículas, foi necessário calcular as posições relativas x_r , y_r e z_r das partículas em relação à anomalia. As seguintes equações foram implementadas nas integrações numéricas para esse propósito:

$$\begin{aligned}
x_r &= x - x_a \\
y_r &= y - y_a \\
z_r &= z - z_a
\end{aligned} \tag{4.3}$$

sendo x , y e z a posição da partícula.

Atribuímos a anomalia massa (m_a) proporcional a uma fração da massa de Chariklo (μ), conforme a Equação 4.5. Com isso, temos as equações que descrevem a influência gravitacional de uma anomalia localizada no equador de Chariklo sobre partículas em diferentes modelos ressonantes.

$$m_a = m_c \mu \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
a_x &= \frac{-Gm_a x_r}{\sqrt{r^3}} \\
a_y &= \frac{-Gm_a y_r}{\sqrt{r^3}} \\
a_z &= \frac{-Gm_a z_r}{\sqrt{r^3}}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

onde a_x , a_y e a_z são as acelerações relativas e r foi definido a partir de:

$$r^2 = x_r^2 + y_r^2 + z_r^2 \tag{4.6}$$

Além da anomalia de massa, outros efeitos como o achatamento J_2 de Chariklo a pressão de radiação e também foram considerados. O efeito do achatamento foi implementado no REBOUNDx através de ajustes no potencial gravitacional, que leva em conta o formato achatado de Chariklo e permite o cálculo das perturbações devidas à sua obliquidade.

Para incluir esse efeito foram utilizados os recursos do REBOUNDx, que oferece parâmetros próprios para modelagem de potenciais gravitacionais assimétricos. O valor de J_2 definido como 0,124 (Equação 3.7), é configurado de forma a atuar diretamente sobre o potencial gravitacional de Chariklo, modificando-o conforme a forma achatada do corpo. Além disso, o valor do raio equatorial de Chariklo foi ajustado no código para representar o raio ao longo do eixo mais largo, reforçando o efeito de achatamento no campo gravitacional.

Para modelar o efeito da radiação solar sobre as partículas, foi utilizado o módulo de forças de radiação solar do REBOUNDx. Esse efeito é considerado devido à pressão de radiação proveniente da luminosidade solar, que age como uma força de repulsão sobre as partículas ao longo de suas órbitas ao redor de Chariklo. Para a radiação solar foram consideradas a luminosidade do Sol $L = 3,84 \times 10^{26} \text{ W}$ (em Watts), a densidade das partículas $\rho = 1 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (considerando partículas compostas por gelo) e o valor de $Q_{pr} = 1$ (eficiência máxima) para o parâmetro de eficiência de pressão de radiação.

A pressão de radiação é modelada a partir do parâmetro β , que é a razão entre a força de radiação e a força gravitacional. Esse parâmetro é calculado de acordo com a Equação 2.12.

No código, a implementação do efeito de radiação solar é realizada ativando o módulo de forças de radiação do REBOUNDx e configurando o Sol como fonte dessa radiação. Dessa forma, cada partícula sujeita ao efeito de radiação solar recebe automaticamente o valor correspondente do parâmetro β , calculado a partir dos parâmetros físicos do sistema. O valor de β é então associado a cada partícula, permitindo que a pressão de radiação seja corretamente aplicada sobre elas ao longo da simulação.

As órbitas das partículas foram assumidas inicialmente circulares e coplanares (inclinação zero em relação ao plano equatorial de Chariklo). A distribuição ao longo da órbita foi feita atribuindo-se valores aleatórios para a anomalia verdadeira, uniformemente distribuídos no intervalo de $[0^\circ, 360^\circ]$. Isso significa que as partículas foram posicionadas ao redor de toda a órbita com igual probabilidade, garantindo que diferentes fases orbitais fossem amostradas de maneira homogênea.

Nossos modelos foram desenvolvidos para analisar a trajetória e a evolução orbital de 100 partículas teste ao longo do tempo, focando na variação de seus elementos orbitais, como a excentricidade e o semi-eixo maior. Essas partículas foram distribuídas em duas regiões principais de interesse: uma próxima à ressonância spin-órbita 1:1 (região de co-rotação) e outra próxima à ressonância 3:1 (na região do anel), ambas associadas a pontos de equilíbrio dinâmico. A escolha dessas regiões se deve à presença de ressonâncias que criam condições propícias para a formação e manutenção de estruturas como anéis. Com essa configuração, buscamos entender como as perturbações causadas por uma anomalia de massa, somadas aos efeitos do achatamento gravitacional e da pressão de radiação, afetam a dinâmica das partículas ao longo do tempo.

Para definir o efeito gravitacional da anomalia em cada configuração de simulação, foram atribuídas anomalias com razões de massa de 10^{-1} , 10^{-2} e 10^{-3} em relação a Chariklo, integrando-as por um período de 8 anos, o que equivale a 10.000 períodos rotacionais de Chariklo. A Figura 8 mostra uma esquematização das configurações para as diferentes razões de massa atribuídas à anomalia gravitacional. As imagens representam os efeitos da anomalia com razões de massa de 10^{-1} (esquerda), 10^{-2} (centro) e 10^{-3} (direita).

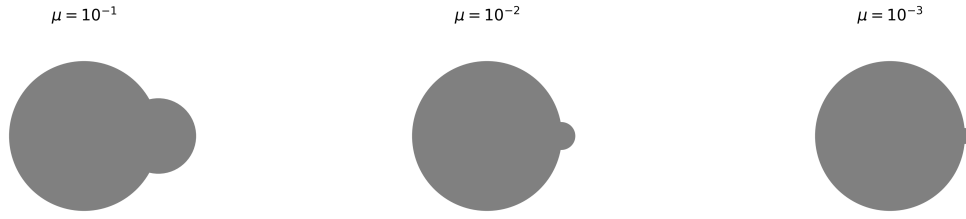


Figura 8 – Esquemática dos modelos de simulação com razões de massa de 10^{-1} , 10^{-2} e 10^{-3} massas de Chariklo.

A extensão da região do anel foi definida pela distância entre a borda interna do anel interno e a borda externa do anel externo, abrangendo toda a área, incluindo a região correspondente à falha que existe entre eles. Dessa forma, a região do anel é tratada como uma estrutura contínua, sem interrupções. Com base nos dados apresentados na Tabela 2 definimos um anel com 20 km de extensão, assumindo que a borda interna esteja localizada a uma distância radial de Chariklo de 380 km, enquanto a borda externa está localizada a 400 km do corpo central.

Para a região de co-rotação, foi adotado o mesmo critério empregado na delimitação da região dos anéis, considerando a distância entre os limites internos e externos. Contudo, para determinar a localização dessa região, a análise foi baseada na comparação entre o período orbital da partícula e o período de rotação de Chariklo, a partir da Equação 4.7. Neste contexto, a ressonância 1:1 foi escolhida como referência, uma vez que, próximo a essa ressonância, há indícios de uma região de estabilidade dinâmica. Com isso, o anel de partículas foi posicionado centrado radialmente no semi-eixo calculado para a ressonância 1:1, estendendo-o simetricamente até alcançar a largura previamente definida para os anéis. Dessa forma, a partícula completa uma órbita ao redor de Chariklo no mesmo intervalo de tempo que este leva para realizar uma rotação completa em torno de seu próprio eixo, permitindo avaliar a existência de estabilidade nessa região.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{Gm_c}} \quad (4.7)$$

A qual nos leva à:

$$a = \left[\left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 Gm_c \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.8)$$

onde G é a constante gravitacional dada por $G \sim 6,67 \times 10^{-11} \frac{m}{kg^2}$ e T é o período rotacional de Chariklo ($T = 7h$). Após determinar o semi-eixo $a = 186$ km para a região de co-rotação, as partículas foram distribuídas dentro dessa região com uma variação de 20 km ao redor da

posição radial central, correspondente à ressonância 1:1. A distribuição das partículas foi feita de forma uniformemente ao longo dessa faixa de variação, garantindo uma cobertura da região de interesse.

Com o objetivo de investigar a dinâmica orbital das partículas em diferentes cenários, foram realizadas simulações numéricas nos dois regimes principais: a região do anel e a região de co-rotação. Para cada regime, foi desenvolvido um conjunto de simulações que consideraram a interação das partículas com a anomalia de massa, a pressão de radiação e o efeito do achatamento de Chariklo.

Além disso, as condições de estabilidade foram avaliadas considerando três possíveis desfechos para as partículas ao longo da simulação: colisão com Chariklo, escape do sistema ou permanência na região dos anéis. A colisão foi identificada quando a partícula atingia a superfície de Chariklo, enquanto o escape foi determinado para partículas cuja distância radial ultrapassasse 600 km, valor adotado como limite para que fossem consideradas ejetadas do sistema. As partículas classificadas como estáveis foram aquelas que permaneceram dentro da região dos anéis durante todo o período de integração, sem sofrer colisões ou serem ejetadas.

Inicialmente, realizamos simulações isolando o efeito da anomalia de massa para analisar sua influência direta na estabilidade das órbitas. Em seguida, incorporamos a pressão de radiação solar, variando o tamanho das partículas entre 0,5, 4 e 10 micrômetros, a fim de avaliar como a radiação afeta partículas de diferentes dimensões. Por fim, adicionamos o efeito gravitacional do achatamento de Chariklo, combinando esses três fatores para criar um cenário completo interação. Além disso, projetamos a trajetória das partículas tanto no referencial girante quanto no referencial inercial, permitindo uma análise mais aprofundada do comportamento dinâmico em diferentes perspectivas. Ao todo, cada configuração foi subdividido em 12 regimes, totalizando 48 simulação distintas, abrangendo todas as combinações possíveis de parâmetros.

Configuração	Descrição	Pressão de Radiação
1	Anomalia apenas	Não
2	Anomalia + J_2	Não
3	Anomalia + Radiação	0,5; 4; 10 μm
4	Anomalia + J_2 + Radiação	0,5; 4; 10 μm

Tabela 3 – Configurações das simulações realizadas.

5 Resultados

5.1 Região dos anéis

O estudo da dinâmica das partículas localizadas na região dos anéis de Chariklo, considerando uma anomalia de massa com diferentes valores de razão em relação ao corpo central. Essa análise é conduzida com o objetivo de entender como diferentes condições iniciais e forças perturbativas influenciam na estabilidade das partículas ao longo do tempo.

Foram consideradas quatro configurações principais que incluem os principais efeitos perturbativos: apenas a anomalia de massa; anomalia de massa combinada com o achatamento J_2 ; anomalia de massa com pressão de radiação; e uma configuração que combina todos esses efeitos simultaneamente (anomalia de massa, J_2 e pressão de radiação). Além disso, a análise considerou partículas de tamanhos variados (0,5, 4 e 10 micrômetros) para investigar como a pressão de radiação afeta a estabilidade dependendo do tamanho das partículas.

As seções subsequentes apresentarão os resultados das simulações numéricas de partículas inicialmente distribuídas na região correspondente aos anéis, de modo a representar a estrutura do sistema.

5.1.1 Anomalia de massa de $\mu = 10^{-1}$

Nesta seção, analisa-se a estabilidade de partículas ao redor de Chariklo, que contém uma anomalia de massa correspondente a 10% de sua massa total, as partículas inicialmente foram dispostas na região dos anéis (CR1 e CR2), entre 380 e 400 km de distância de Chariklo.

A Figura 9 apresenta os resultados das simulações numéricas para diferentes tamanhos de partículas e sob diferentes parâmetros de forças, conforme descrito no capítulo 4. O eixo vertical exibe os diferentes tamanhos de partículas, incluindo os casos com e sem a influência da pressão de radiação. O eixo horizontal, por sua vez, mostra a porcentagem de partículas estáveis, que colidiram ou foram ejetadas. As cores do histograma são subdivididas conforme a influência do achatamento J_2 : partículas que colidem com Chariklo são representadas pela cor laranja, onde o laranja escuro se refere à partículas com o efeito do J_2 , enquanto a cor laranja claro representa os casos sem esse efeito. De forma análoga temos as ejeções destacadas em verde escuro (com J_2) e verde claro (sem J_2).

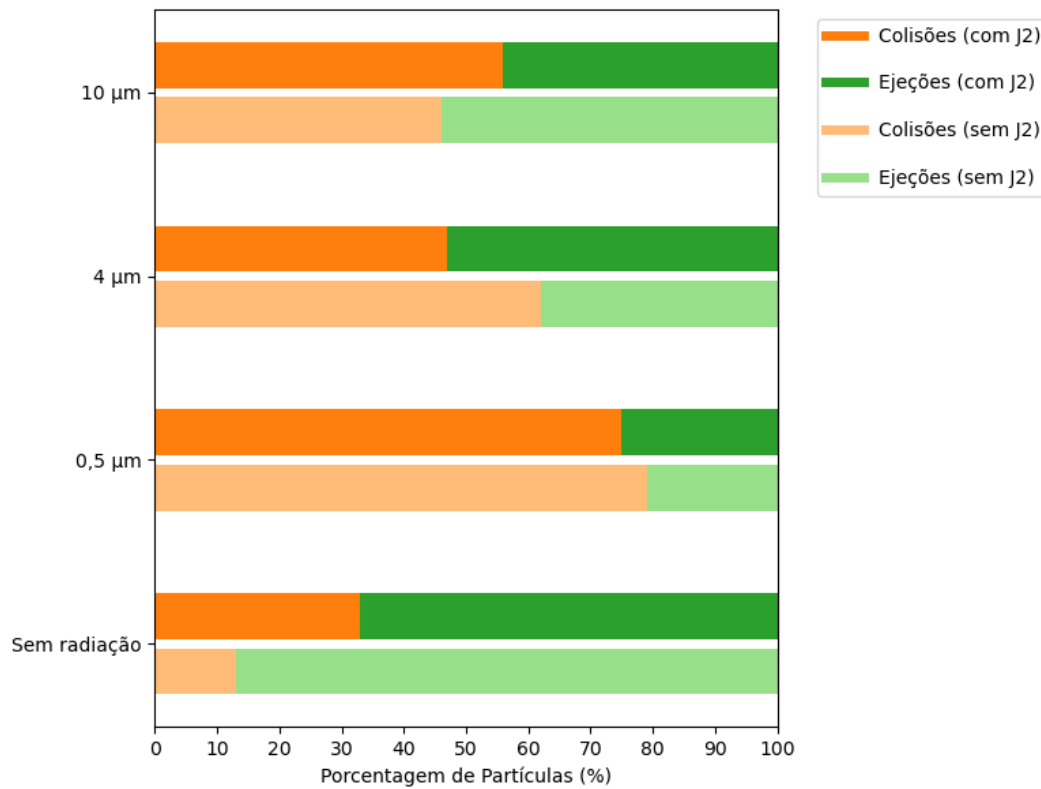


Figura 9 – Histograma mostrando a porcentagem de partículas classificadas como estáveis, colididas ou ejetadas, para diferentes tamanhos e configurações com e sem o efeito do J_2 , para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-1}$, na região dos anéis.

Em todos os casos analisados, nenhuma partícula permaneceu estável devido à forte perturbação gravitacional causada pela anomalia de massa, que, nesta análise, é representada por uma razão significativa da massa de Chariklo $\mu = 10^{-1}$. Partículas menores, que são mais suscetíveis à pressão de radiação, apresentam maior propensão de colisões com Chariklo, especialmente em cenários onde o efeito J_2 é desconsiderado.

Para partículas de 10 micrômetros, a combinação da anomalia com o achatamento de Chariklo (J_2) reduz ligeiramente o número de ejeções, resultando em 56% de colisões e 44% de ejeções. Sem o J_2 , observa-se uma leve inversão desse comportamento, com 46% de colisões e 54% de ejeções. Esses dados indicam que a presença do achatamento, em interação com a anomalia, atua para reter as partículas no sistema, especialmente as de maior tamanho.

No caso de partículas de 4 micrômetros, que já sofrem maior influência da pressão de radiação, o efeito estabilizador do J_2 torna-se mais relevante. Com o achatamento, 47% das partículas colidem com Chariklo, enquanto 53% são ejetadas. Sem o J_2 , essa proporção muda significativamente, com 62% de colisões e 38% de ejeções.

Para partículas menores, de 0,5 micrômetros, que são ainda mais suscetíveis à pressão de radiação, o impacto da anomalia combinado com o achatamento é ainda mais acentuado. Com o J_2 , as colisões predominam, atingindo 75%, enquanto as ejeções caem para 25%. Sem

o achatamento, ocorre uma inversão, com 21% de colisões e 79% de ejeções. Esses resultados evidenciam que a anomalia de massa, por si só, não é suficiente para estabilizar partículas muito pequenas; o achatamento desempenha um papel importante para atenuar as ejeções induzidas pela pressão de radiação.

Mesmo na ausência de pressão de radiação, Com o J_2 , observa-se 33% de colisões e 67% de ejeções. Sem o achatamento, a proporção é inversa, com 79% de colisões e 21% de ejeções. Esses números reforçam que a anomalia de massa cria um grande campo gravitacional, e o achatamento de Chariklo contribui para redistribuir as partículas, reduzindo a taxa de ejeções e promovendo maior retenção orbital.

A figura 10 apresenta um mosaico com o mapa estabilidade para cada um dos modelos numéricos simulados. Nesta representação, Chariklo é exibido no centro com sua anomalia de massa, cercado por um anel de partículas. A cor das partículas reflete seu comportamento ao longo da simulação: partículas estáveis são mostradas em azul, colisões com Chariklo aparecem em laranja, e ejeções do sistema são representadas em verde. Consideram-se partículas estáveis aquelas que permaneceram orbitando Chariklo durante todo o período de integração.

Em resumo, todos os cenários analisados, nenhuma partícula conseguiu permanecer estável ao redor de Chariklo devido à forte perturbação gravitacional causada pela anomalia de massa. Contudo, partículas de maior tamanho, como as de 10 micrômetros, conseguem sobreviver por um período mais longo. Essas partículas conseguem permanecer em órbita por um tempo máximo de aproximadamente 4200 horas, ou cerca de 600 períodos rotacionais de Chariklo. Por outro lado, partículas menores, como as de 0,5 micrômetros, são mais suscetíveis à pressão de radiação e, em um período de 400 horas, ou aproximadamente 50 períodos orbitais de Chariklo, todas as partículas foram ejetadas ou colidiram com o corpo central.

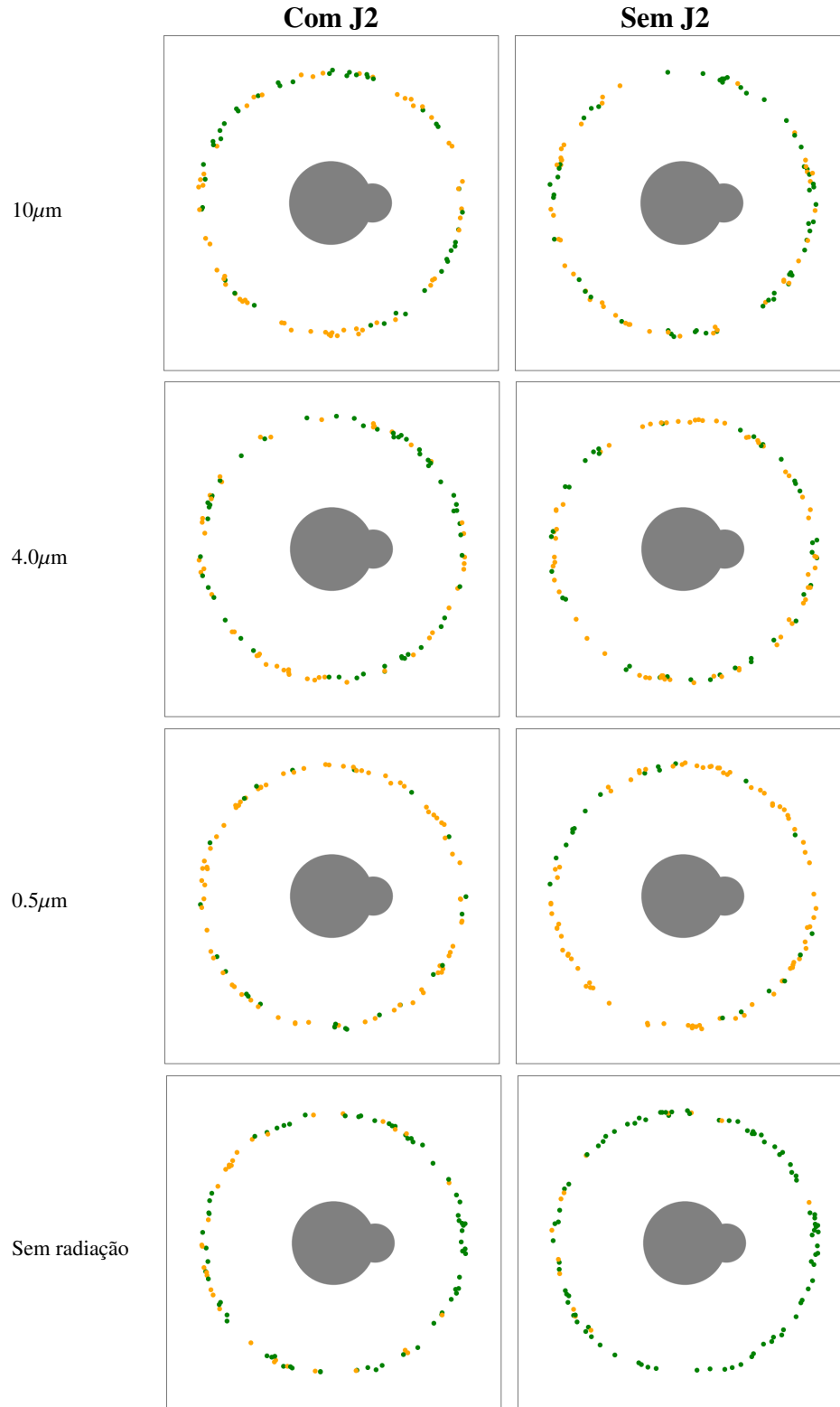


Figura 10 – Mapa de estabilidade de partículas com tamanho de 0,5, 4 e 10 micrômetros, dispostas na região do anel, para uma razão de $\mu = 10^{-1}$ massas de Chariklo. À esquerda temos as simulações com a inclusão do J_2 e, à direita, sem J_2 . Também é apresentado o caso sem o efeito da pressão de radiação. As partículas verde representam ejeções, enquanto as partículas laranja são as colisões.

5.1.2 Anomalia de massa de $\mu = 10^{-2}$

A estabilidade das partículas foi avaliada para uma razão de massa $\mu = 10^{-2}$ em relação a Chariklo, considerando quatro diferentes configurações: anomalia de massa isolada, anomalia de massa combinada com o efeito do achatamento, anomalia de massa com pressão de radiação e a combinação de todos esses efeitos. A pressão de radiação foi analisada para partículas de 0,5, 4 e 10 micrômetros.

A Figura 11 apresenta um histograma que resume os resultados das simulações numéricas, mostrando a porcentagem de partículas classificadas como estáveis e àquelas que foram ejetadas. As tonalidades de azul e laranja indicam simulações com e sem a inclusão do efeito do J_2 , conforme detalhado na seção anterior.

A Figura 12 apresenta mapas de estabilidade para 100 partículas distribuídas na região dos anéis de Chariklo, sob o efeito da força gravitacional de uma anomalia com $\mu = 10^{-2}$. As cores azul e laranja indicam, respectivamente, se as partículas são estáveis, ou colidiram com Chariklo.

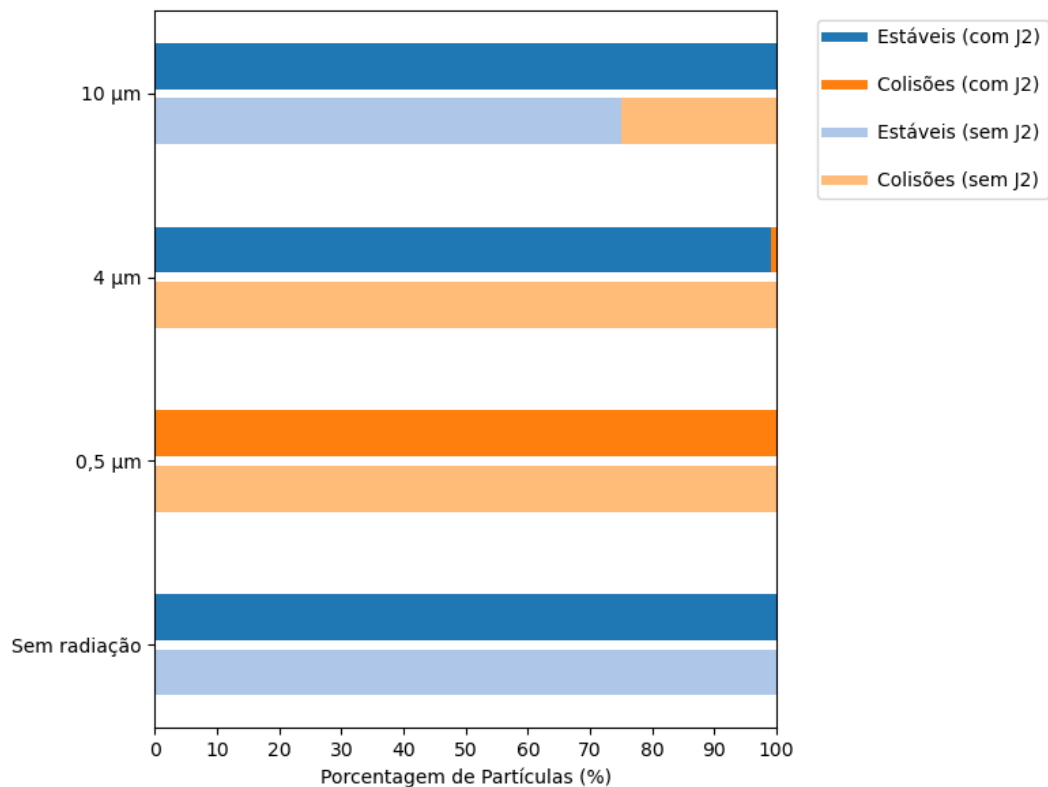


Figura 11 – Histograma mostrando a porcentagem de partículas classificadas como estáveis, colididas ou ejetadas, para diferentes tamanhos e configurações com e sem o efeito do J_2 , para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-2}$, na região dos anéis.

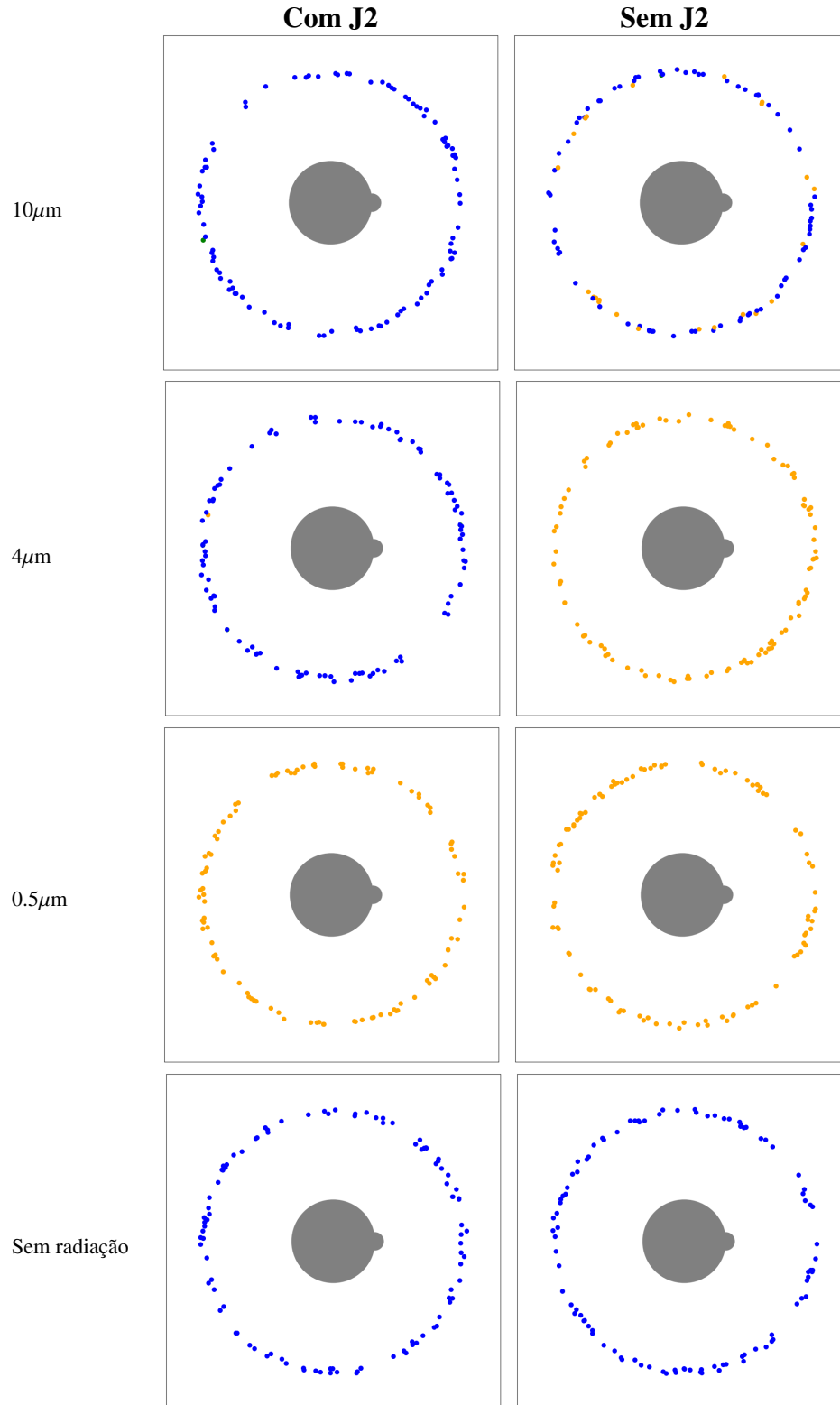


Figura 12 – Mapa de estabilidade de partículas com tamanho de 0,5, 4 e 10 micrômetros, dispostas na região do anel, para uma razão de $\mu = 10^{-2}$ massas de Chariklo. À esquerda temos as simulações com a inclusão do J_2 e, à direita, sem J_2 . Também é apresentado o caso sem o efeito da pressão de radiação. Em azul estão representadas as partículas estáveis, enquanto as partículas em laranja são as colisões.

Os dados apresentados no histograma evidenciam padrões distintos de estabilidade e ejeção entre as partículas, dependendo do tamanho, da presença de pressão de radiação e do efeito do J_2 . Para partículas de 10 micrômetros, o comportamento varia com o efeito do J_2 . Quando o achatamento de Chariklo está presente, 100% das partículas permanecem estáveis. No entanto, sem o J_2 , 75% dessas partículas mantêm sua estabilidade, enquanto os 25% restantes são ejetados. Isso sugere que o achatamento estabiliza partículas desse tamanho, reduzindo as taxas de ejeção.

As partículas de 4 micrômetros com o J_2 , a estabilidade ainda é predominante, com 99% das partículas estáveis e apenas 1% colidindo. Sem o J_2 , todas as partículas colidem com Chariklo. Para partículas de 0,5 micrômetros, se mostram ainda mais sensíveis ao efeito dessas forças adicionais. Em ambos os cenários (com ou sem J_2), 100% das partículas colidem com Chariklo. Por fim, no cenário sem pressão de radiação, a estabilidade é observada em sua totalidade. Tanto com quanto sem o efeito do J_2 , 100% das partículas permanecem estáveis.

As Figuras 13 e 14 mostram a evolução semi-eixo maior (a), excentricidade (e) e distância radial (r) durante um período de 8 anos de uma partícula de $10\mu\text{m}$, inicialmente localizada a 390 km (do centro da região do anel) de distância de Chariklo, em órbita circular. A cor verde e roxa indicam simulações numéricas com e sem o efeito do J_2 , respectivamente.

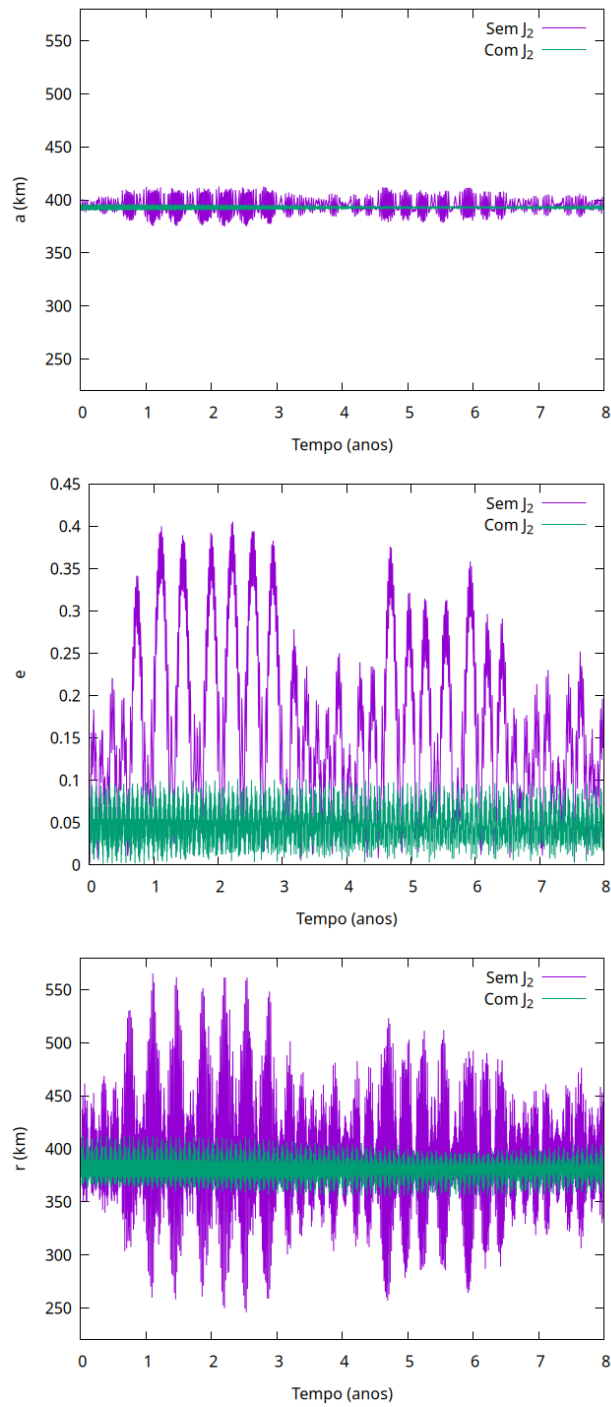


Figura 13 – Evolução temporal de uma partícula de $10\mu\text{m}$, situada à uma distância radial de 390 km de Chariklo, para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-2}$. Além das perturbações devido a anomalia de massa e ao efeito de achatamento, a partícula também está sujeita à pressão de radiação Solar. Os dados são apresentados para um período de 8 anos (equivalente à 10.000 períodos rotacionais de Chariklo).

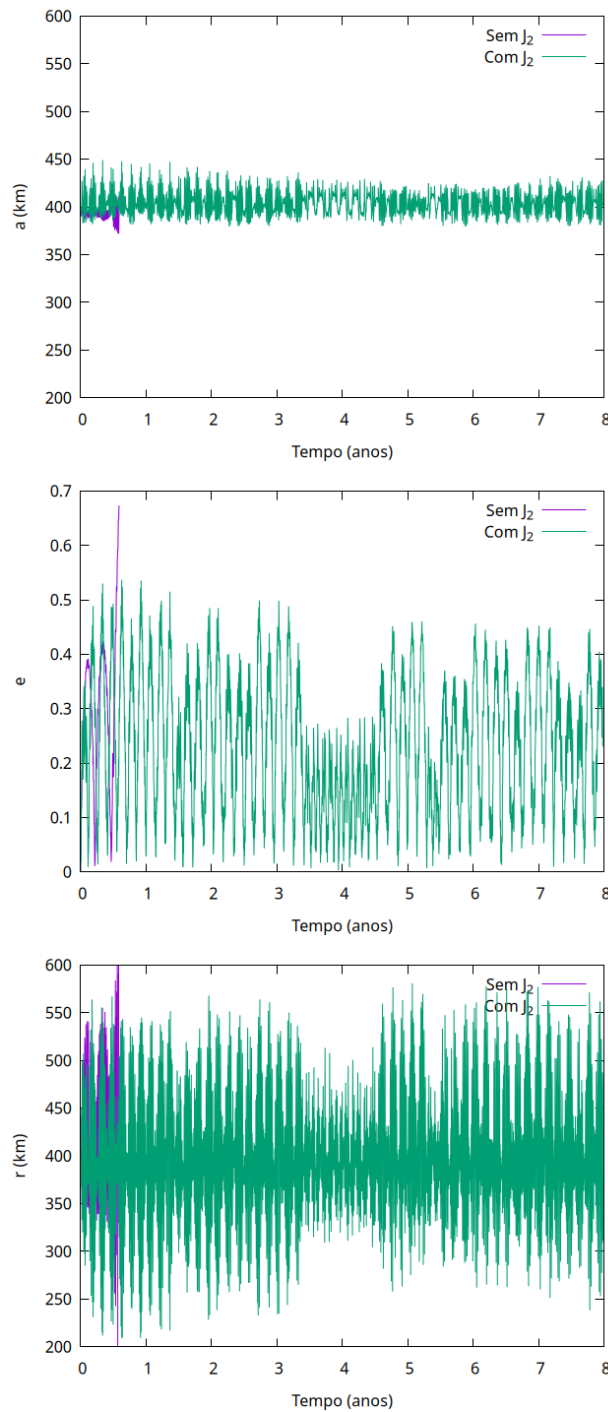


Figura 14 – Evolução temporal de uma partícula de $4\mu\text{m}$, localizada à uma distância radial de 390 km de Chariklo, para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-2}$. O efeito da pressão de radiação é levado em conta.

Para partículas de 4 micrômetros, a estabilidade do sistema depende da presença do J_2 . Quando o efeito do achatamento de Chariklo está presente, há grandes chances de sobrevivência das partículas em qualquer região do anel. Esse comportamento estável reflete uma interação equilibrada entre as forças gravitacionais de Chariklo, a pressão de radiação e a anomalia de massa combinadas.

Para as partículas de 0,5 micrômetro, os resultados mostram que, independentemente da presença ou ausência do efeito J_2 , todas as partículas colidem com Chariklo, seja na borda interna, no centro ou na borda externa do anel. Esse comportamento sugere que a pressão de radiação tem um impacto significativo nessas partículas pequenas, superando a estabilidade oferecida pelas forças gravitacionais e pelo efeito J_2 .

No cenário sem a pressão de radiação, todas as partículas permanecem estáveis, independentemente da presença ou ausência do efeito J_2 . Esse resultado indica que, sem a perturbação adicional da pressão de radiação, as forças gravitacionais de Chariklo, juntamente com a anomalia de massa e o efeito J_2 , são suficientes para manter as partículas estáveis, seja na borda interna, no centro ou na borda externa do anel.

A figura 15 mostra a evolução dos elementos orbitais (semi-eixo maior, excentricidade e distância radial) durante um período de 8 anos de uma partícula de teste, inicialmente localizada a 390 km (do centro da região do anel) de distância de Chariklo, em órbita circular. As cores roxa e verde indicam simulações numéricas com e sem o efeito do J_2 , respectivamente. Assim como nos casos anteriores, a amplitude de variação nos elementos orbitais das partículas sob o efeito do J_2 é muito menor do que quando esse efeito é desconsiderado.

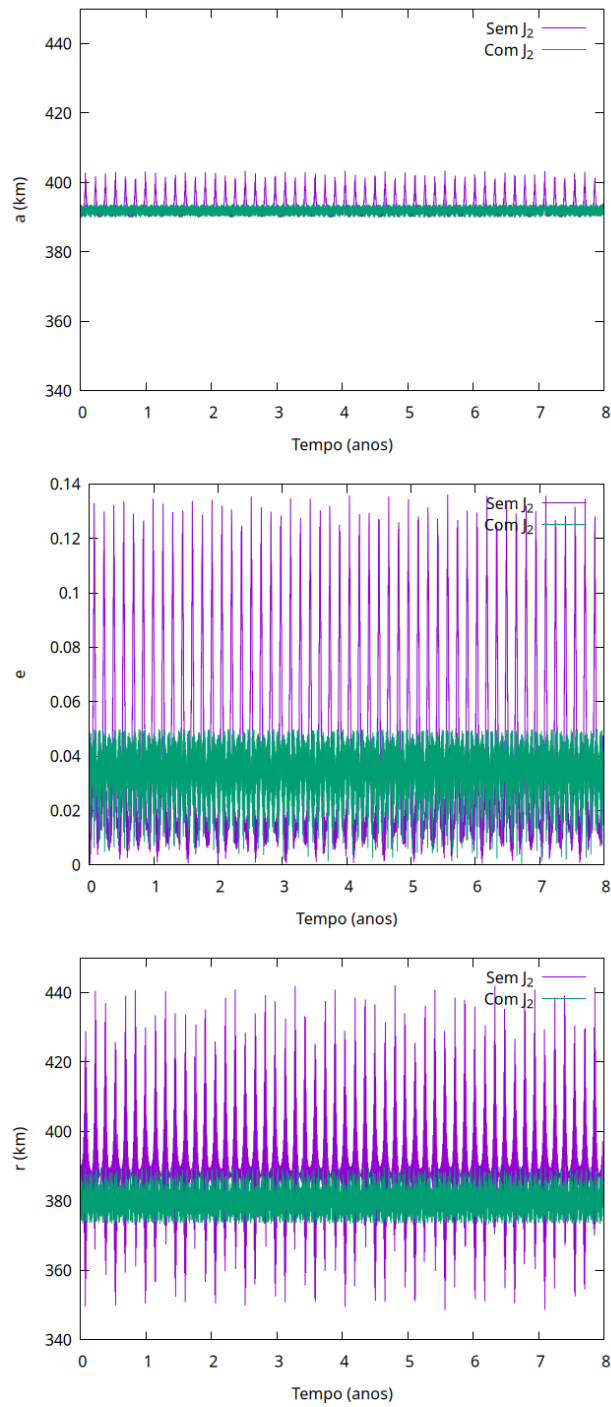


Figura 15 – Evolução temporal de uma partícula situada à uma distância radial de 390 km de Chariklo, por um período de 8 anos. A anomalia de massa é da ordem de $\mu = 10^{-2}$. Nesse caso a partícula não é afetada pelo efeito da pressão de radiação.

5.1.3 Anomalia de massa de $\mu = 10^{-3}$

Nesta seção, a estabilidade das partículas foi investigada para uma razão de massa $\mu = 10^{-3}$ em relação a Chariklo, levando em consideração as mesmas quatro configurações de efeitos perturbativos analisadas nas seções anteriores. Para essa análise, o impacto da pressão de radiação foi avaliado novamente em partículas de 0,5, 4 e 10 micrômetros.

A Figura 16 ilustra o histograma que contabiliza os resultados das simulações numéricas, destacando as porcentagens de partículas que permanecem estáveis, colidem com Chariklo ou são ejetadas do sistema.

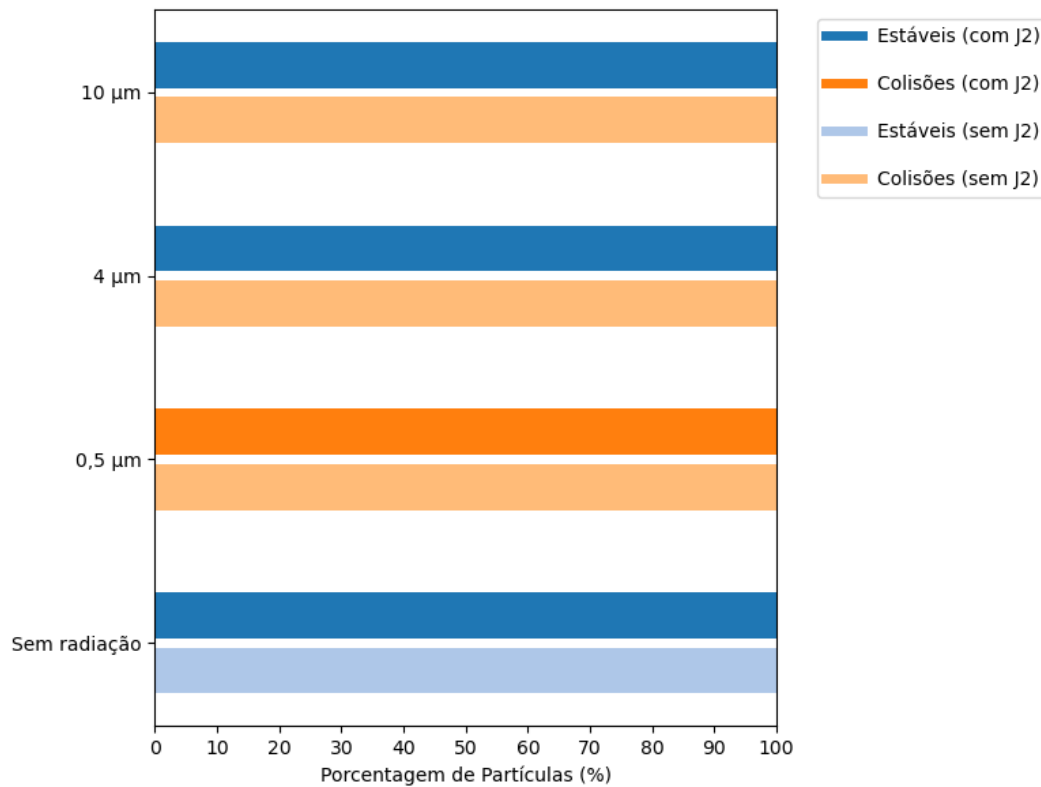


Figura 16 – Histograma mostrando a porcentagem de partículas classificadas como estáveis, colididas ou ejetadas, para diferentes tamanhos e configurações com e sem o efeito do J_2 , para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-3}$, na região dos anéis.

Para as partículas de 10 micrômetros, observa-se que 100% das partículas permanecem estáveis com o efeito J_2 . Isso indica que, sob a influência combinada da anomalia de massa, da pressão de radiação e do efeito de achatamento, as partículas resistem às perturbações e mantêm sua estabilidade do anel. Por outro lado, a ausência do efeito de achatamento compromete a estabilidade orbital das partículas, fazendo com que ocorra colisões com o corpo central.

Para as partículas de 4 micrômetros, o comportamento é semelhante. Com o efeito J_2 , 100% das partículas permanecem estáveis, o que sugere que o achatamento de Chariklo, junto com pressão de radiação e a anomalia de massa, proporciona estabilidade. No entanto, na ausência do efeito do achatamento, todas as partículas colidem com Chariklo, independentemente

de onde esteja posicionada no anel.

Por fim, para as partículas de 0,5 micrômetro, observa-se que todas as partículas colidem com Chariklo, tanto com quanto sem o efeito J_2 . Esse comportamento pode ser explicado pelo fato de que partículas muito pequenas são altamente suscetíveis a pressão de radiação. No cenário sem pressão de radiação, em ambos os casos (com e sem J_2), todas as partículas permanecem estáveis, indicando que a ausência da pressão de radiação elimina uma das principais fontes de instabilidade.

A Figura 17 apresenta um mosaico do mapa condições iniciais de estabilidade para as partículas, mostrando a posição delas região do anel e como essas partículas se distribuem entre as três categorias de estabilidade. A coloração das partículas reflete as condições de estabilidade observadas, com distinção entre as partículas que colidem, permanecem estáveis ou são ejetadas, dependendo dos efeitos de perturbação considerados.

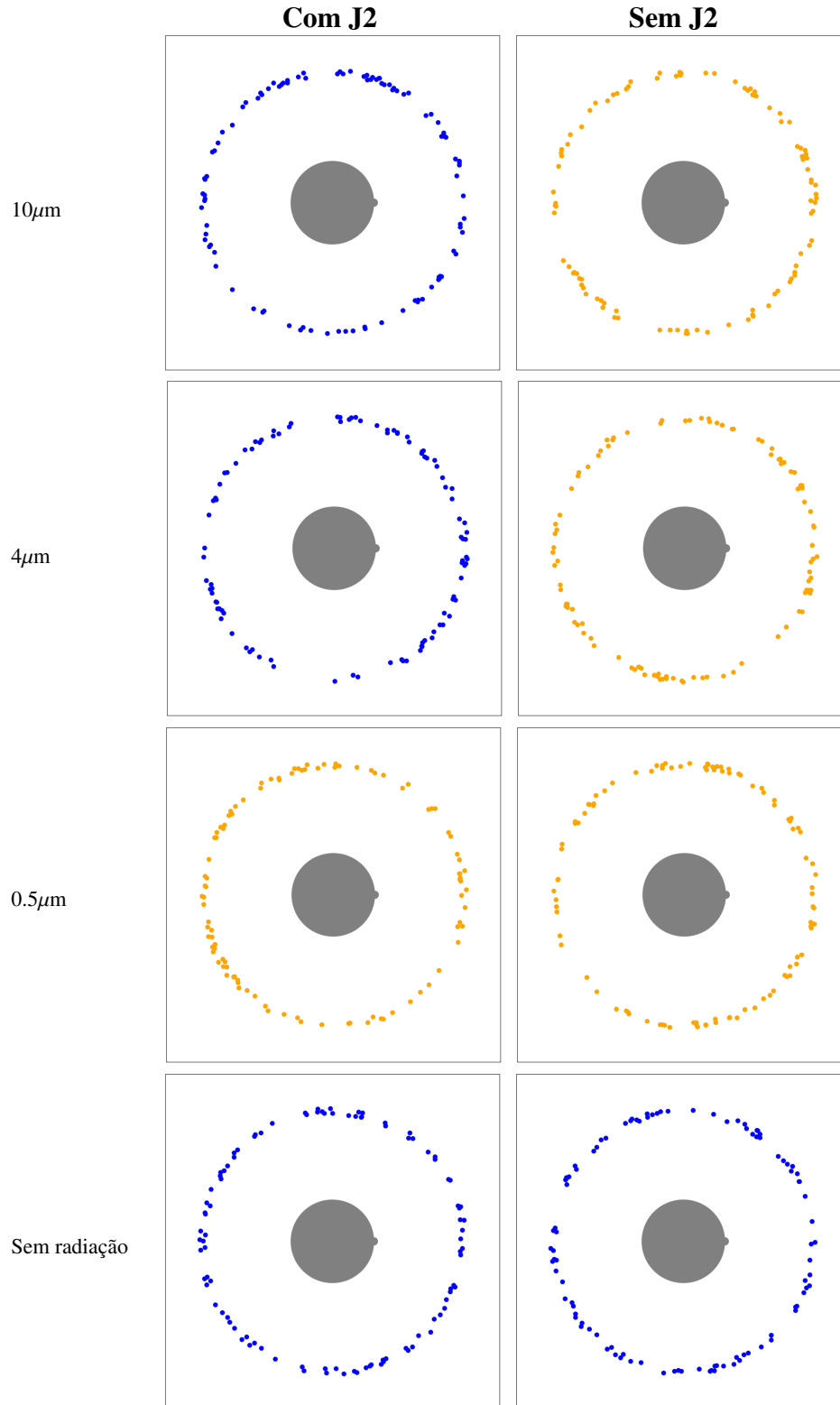


Figura 17 – Mapa de estabilidade de partículas com tamanho de 0,5, 4 e 10 micrômetros, dispostas na região do anel, para uma razão de $\mu = 10^{-3}$ massas de Chariklo. À esquerda temos as simulações com a inclusão do J_2 e, à direita, sem J_2 . Também é apresentado o caso sem o efeito da pressão de radiação. Em azul estão representadas as partículas estáveis, enquanto as partículas em laranja são as colisões.

As figuras 18, 19 e 20 mostram a evolução dos elementos orbitais de uma partícula inicialmente localizada a 390 km de distância de Chariklo, em órbita circular, com tamanhos de $10\mu\text{m}$, $4\mu\text{m}$ e partícula pontual, respectivamente. Todos os gráficos comparam o efeito sofrido pela partícula com e sem considerar o achatamento de Chariklo. No caso da figura 20 a pressão de radiação solar também não foi considerada.

Assim como no caso de $\mu = 10^{-2}$, as partículas sob o efeito do achatamento são mais estáveis e sofrem menos alterações nos elementos orbitais. Para uma anomalia com massa equivalente a 0,001 massas de Chariklo, todas as simulações que desconsideraram o achatamento mostraram que as partículas rapidamente colidiram com Chariklo, exceto no caso em que a partícula não sofria o efeito da pressão de radiação (figura 20).

A anomalia de massa neste contexto tem uma influência relativamente pequena, uma vez que sua razão de massa é baixa. Como resultado, a ausência do efeito de achatamento, o J_2 , leva as partículas a colidirem ou a serem ejetadas, independentemente da presença ou não da anomalia de massa.

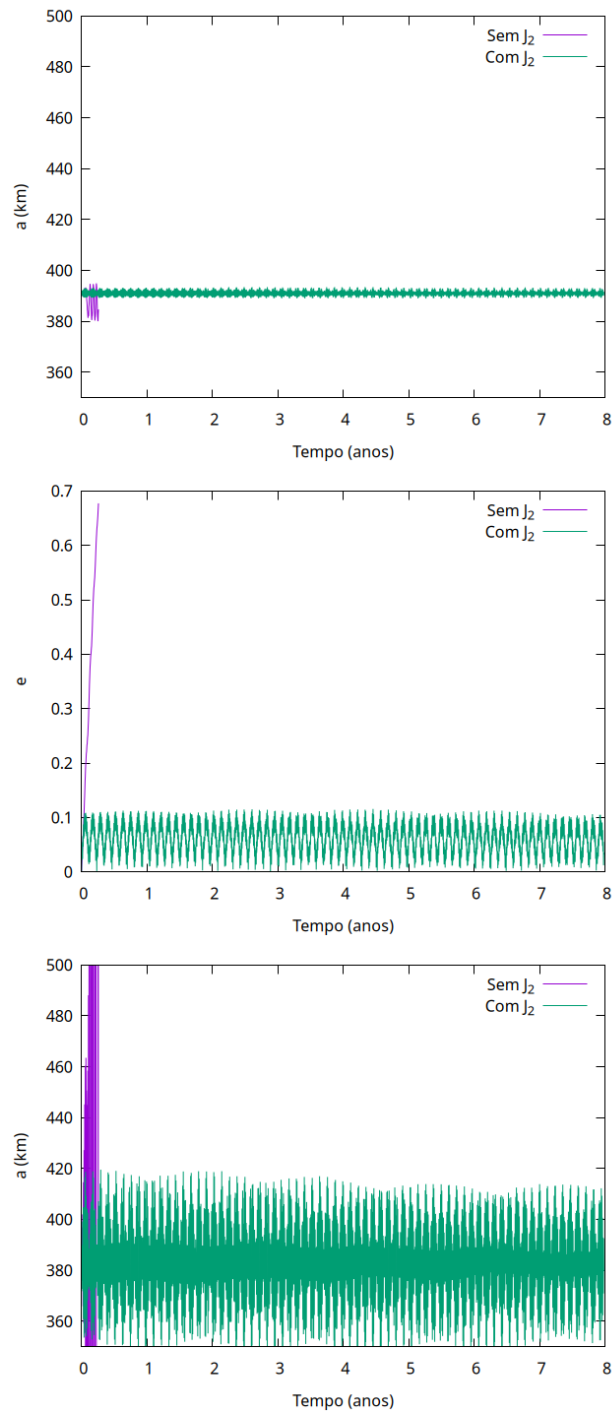


Figura 18 – Evolução temporal de uma partícula de $10\mu\text{m}$, situada à uma distância radial de 390 km de Chariklo, para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-3}$. Além das perturbações devido a anomalia de massa e ao efeito de achatamento, a partícula também está sujeita à pressão de radiação Solar. Os dados são apresentados para um período de 8 anos (equivalente à 10.000 períodos rotacionais de Chariklo).

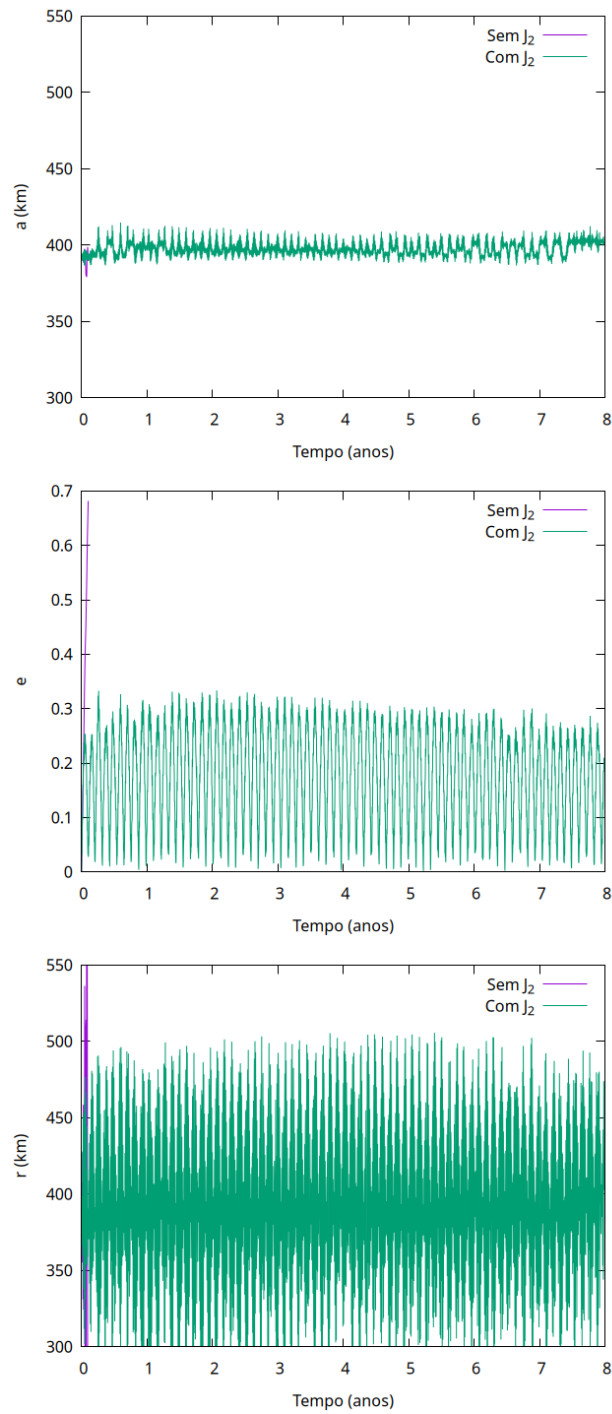


Figura 19 – Evolução temporal de uma partícula de $4\mu\text{m}$, localizada à uma distância radial de 390 km de Chariklo, para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-3}$. O efeito da pressão de radiação é levado em conta.

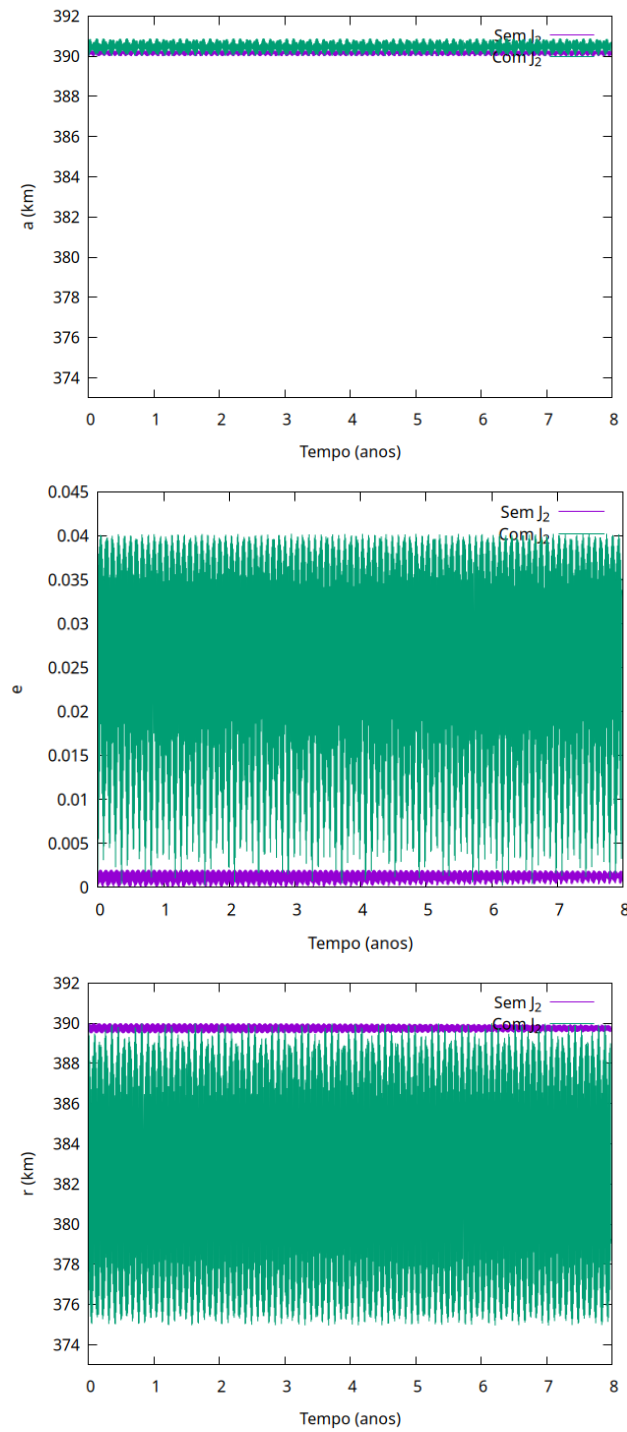


Figura 20 – Evolução temporal de uma partícula situada à uma distância radial de 390 km de Chariklo, por um período de 8 anos. A anomalia de massa é da ordem de $\mu = 10^{-3}$. Nesse caso a partícula não é afetada pelo efeito da pressão de radiação.

5.2 Região de co-rotação

5.2.1 Anomalia de massa de $\mu = 10^{-1}$

Nesta seção, exploramos a estabilidade das partículas dentro da região de co-rotação de Chariklo, que se estende radialmente de 176 a 196 km de Chariklo. Considerando uma razão de massa $\mu = 10^{-1}$, investigamos como diferentes as quatro diferentes configurações influenciam a dinâmica das partículas. Foram analisadas quatro configurações principais: a anomalia de massa isolada, a combinação da anomalia de massa com o achatamento de Chariklo (J_2), a interação entre a anomalia de massa e a pressão de radiação, e a integração de todos esses efeitos. Além disso, a pressão de radiação foi avaliada para partículas de tamanhos variados (0,5, 4 e 10 micrômetros).

A região de co-rotação de Chariklo é a faixa orbital onde as partículas estão em ressonância com o movimento de rotação do corpo principal, ou seja, elas completam uma órbita enquanto Chariklo realiza uma rotação completa em torno de si mesmo, o que leva aproximadamente 7 horas.

O histograma da Figura 21 apresenta a porcentagem de partículas estáveis, colididas e ejetadas em cada uma das simulações numéricas realizadas com uma anomalia de razão de massa $\mu = 10^{-1}$. As tonalidades de azul, laranja e verde representam, respectivamente, as partículas estáveis, colididas e ejetadas, considerando a presença ou ausência do efeito do achatamento.

No caso de partículas com tamanho de $10\mu\text{m}$ quando o efeito J_2 é considerado, observa-se que 12% das partículas permanecem estáveis, enquanto 81% colidem com Chariklo e 7% são ejetadas. Na ausência do J_2 , a estabilidade aumenta para 47%, mas há nesse caso 48% das partículas colidem e apenas 5% são ejetadas.

Esses resultados mostram que o achatamento é insuficiente para contrabalançar os efeitos provocados pela anomalia de massa. Enquanto o achatamento reduz ligeiramente as ejeções, ele intensifica o número de colisões devido ao aumento de perturbações na região de co-rotação. Para partículas menores, como as de 0,5 micrômetros, a instabilidade é ainda mais evidente. Essas quase 100% das partículas colidem com Chariklo, com ou sem a inclusão do J_2 .

Para as partículas de 4 micrômetros, a análise mostra que com o efeito do achatamento, 19% das partículas permanecem estáveis, representando uma menor estabilidade em relação às partículas de 10 micrômetros. Sem o efeito do achatamento as partículas mostram uma estabilidade maior, com 45% das partículas permanecendo estáveis. As colisões, no entanto, continuam predominantes em ambos os cenários, sendo mais observadas no caso com o J_2 (77%), e menos observadas sem ele (50%).

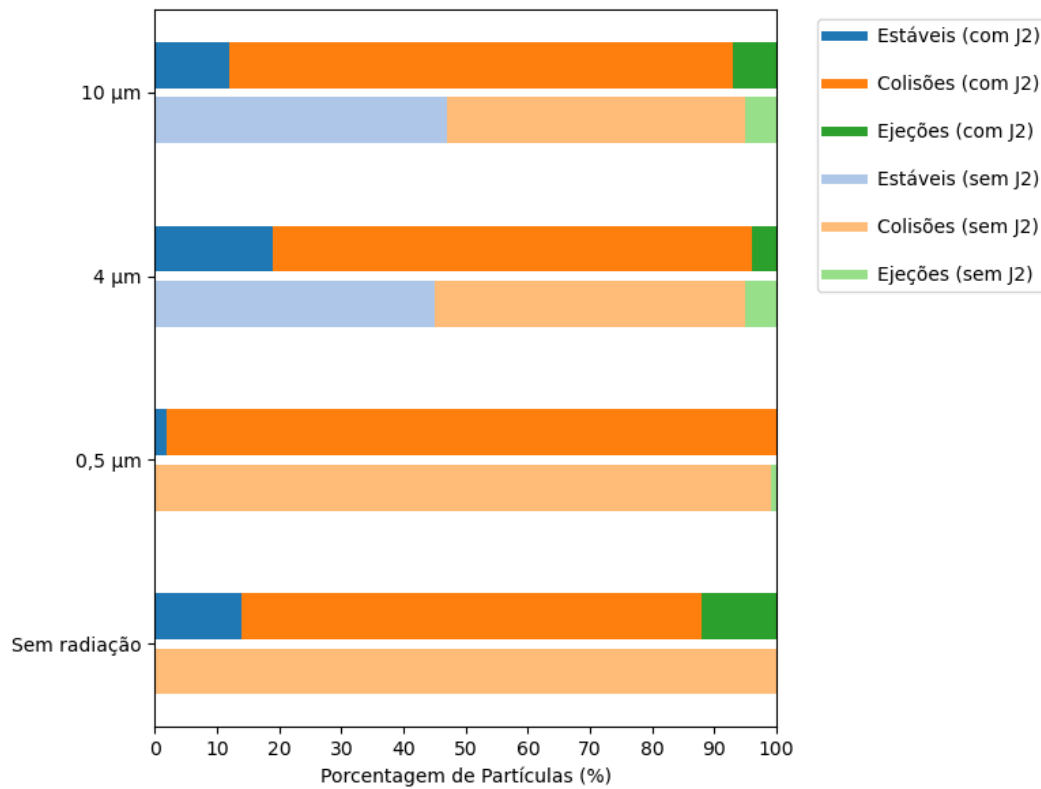


Figura 21 – Histograma mostrando a porcentagem de partículas classificadas como estáveis, colididas ou ejetadas, para diferentes tamanhos e configurações com e sem o efeito do J_2 , para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-1}$, na região de co-rotação.

Nos cenários sem pressão de radiação, o número de colisões e ejeções aumenta consideravelmente. A anomalia de massa, no entanto, se mantém como um grande perturbador em todas as configurações analisadas. Mesmo para partículas maiores e em cenários mais favoráveis, como sem pressão de radiação e com J_2 , a dinâmica do sistema é dominada por regiões instáveis criadas pela anomalia.

A Figura 22 mostra mapas de estabilidade para partículas distribuídas na região de co-rotação, assumindo Chariklo ter uma anomalia de massa de 10^{-1} .

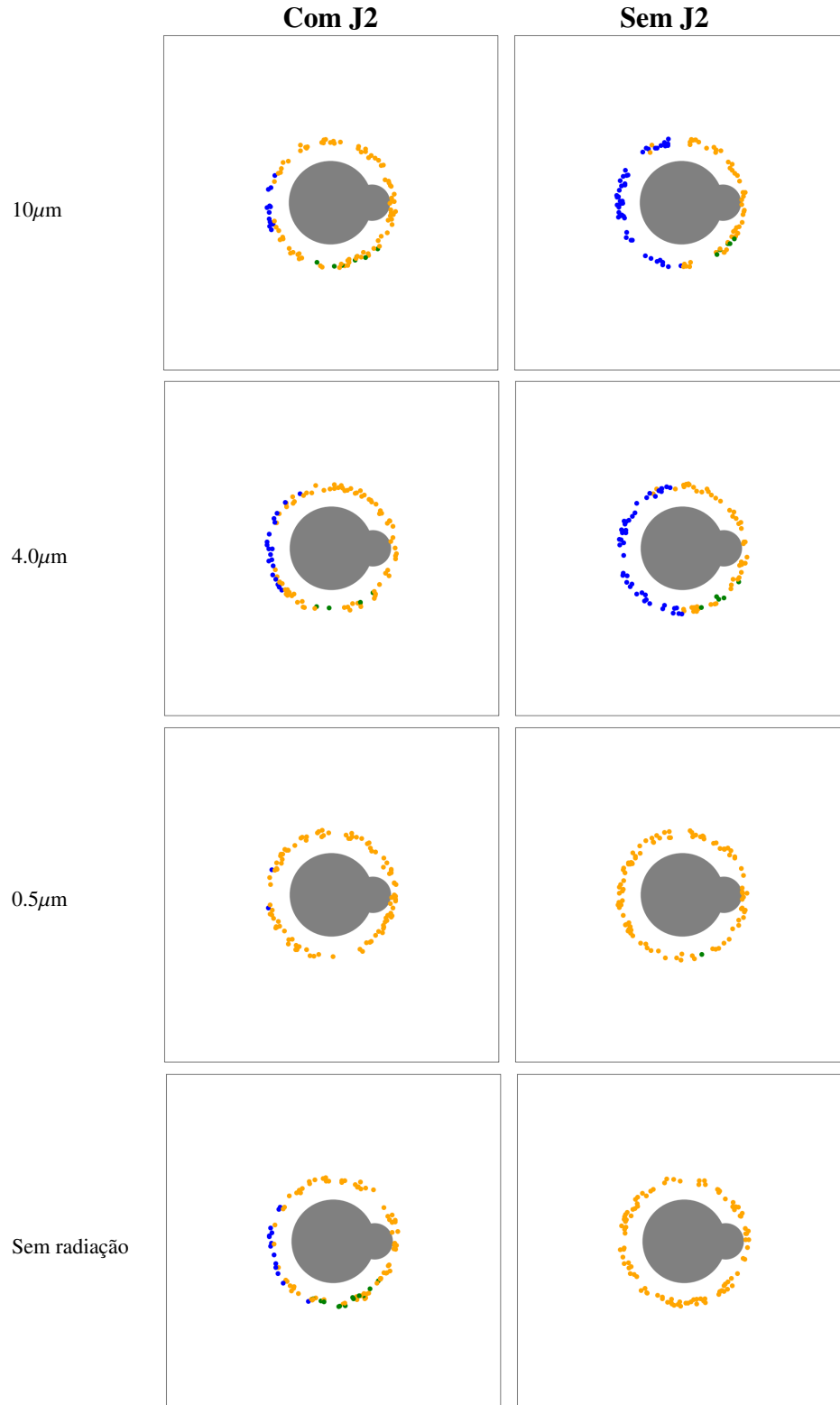


Figura 22 – Mapa de estabilidade de partículas com tamanho de 0,5, 4 e 10 micrômetros, dispostas na região de co-rotação, para uma razão de $\mu = 10^{-1}$ massas de Chariklo. À esquerda temos as simulações com a inclusão do J_2 e, à direita, sem J_2 . Também é apresentado o caso sem o efeito da pressão de radiação. As partículas em azul representam partículas estáveis, as verdes representam as ejeções, enquanto as partículas laranja são as colisões.

A análise das dinâmicas na região de co-rotação revela um comportamento interessante. Para a razão de massa $\mu = 10^{-1}$, todas as partículas que permanecem estáveis nesta região passam a descrever órbitas de ferradura. A Figura 23 apresenta a distribuição das partículas estáveis após 10.000 rotações de Chariklo (~ 70.000 horas). Todas as partículas representadas possuem um tamanho de $10 \mu\text{m}$, e as simulações consideram o efeito da pressão de radiação. A imagem à esquerda inclui o efeito do achatamento, enquanto a imagem à direita representa uma simulação sem a influência de J_2 .

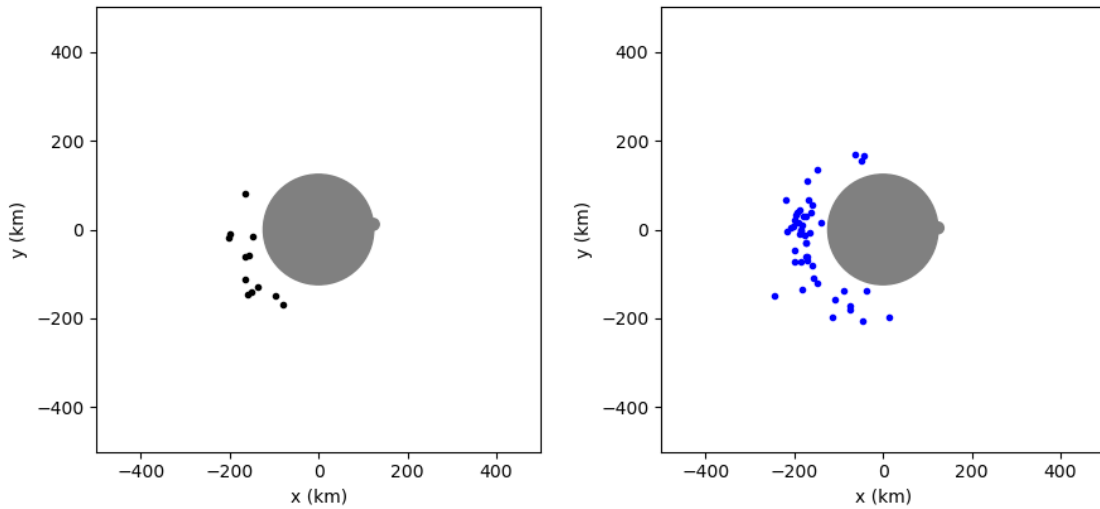


Figura 23 – Distribuição das partículas estáveis (com $10 \mu\text{m}$) após 10.000 rotações de Chariklo. A razão de massa da anomalia é de $\mu = 10^{-1}$. À esquerda é considerado o efeito do achatamento, enquanto a à direita não há influência do mesmo.

Esse padrão dinâmico é característico de sistemas em co-rotação e é uma indicação de que as partículas estão confinadas em uma configuração ressonante estável com a anomalia de massa de Chariklo. A Figura 24 mostra a evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula nessa região. O comportamento ocorre independentemente do tamanho das partículas, indicando que a estrutura gravitacional imposta pela anomalia de massa domina a dinâmica local.

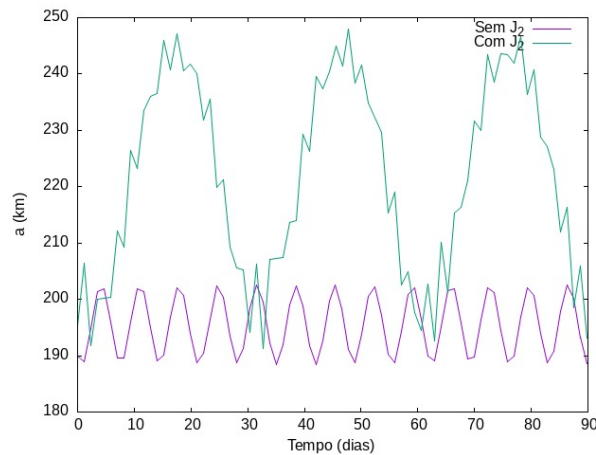


Figura 24 – Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula localizada na região de co-rotação.

5.2.2 Anomalia de massa de $\mu = 10^{-2}$

A análise da estabilidade das partículas para uma razão de massa $\mu = 10^{-2}$ assim como nas seções anteriores, foram consideradas as quatro configurações principais dos efeitos perturbativos, com o objetivo de avaliar a dinâmica das partículas sob diferentes condições. Além disso, a pressão de radiação foi analisada em relação a partículas de variados tamanhos, a fim de entender sua importância nas configurações de estabilidade.

A Figura 25 apresenta o histograma com as classificações de estabilidade da partícula durante a simulação, sendo elas: estáveis, colisões e ejeções.

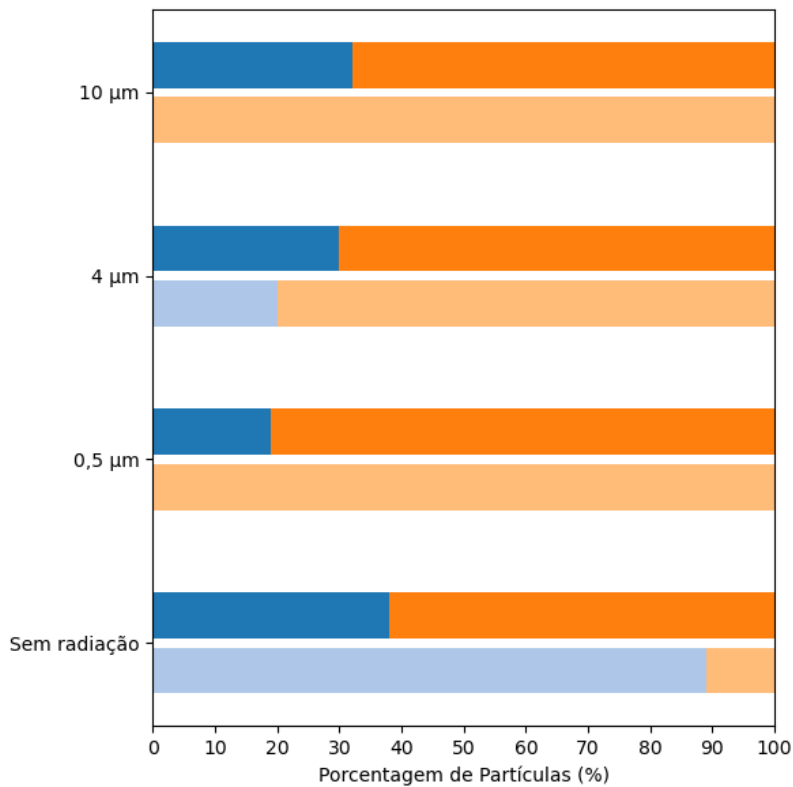


Figura 25 – Histograma mostrando a porcentagem de partículas classificadas como estáveis, colididas ou ejetadas, para diferentes tamanhos e configurações com e sem o efeito do J_2 , para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-2}$, na região de co-rotação.

Para a razão de massa de $\mu = 10^{-2}$, os resultados mostram que a estabilidade das partículas é consideravelmente influenciada pelo efeito do achatamento (J_2), mas sem a ocorrência de ejeções, ao contrário do que foi observado para a razão de massa maior.

Para partículas de $10\ \mu\text{m}$, o efeito J_2 mantém 32% das partículas estáveis, enquanto, sem o achatamento, todas colidem com Chariklo. Para partículas de $4\ \mu\text{m}$, com o efeito do J_2 30% das partículas mantiveram estáveis, enquanto 20% sem ele. Apesar do aumento na estabilidade com J_2 , as colisões das partículas predominam: 70% com J_2 e 80% sem o efeito.

Já para as partículas de 0,5 micrômetro, o efeito do achatamento resulta em 19% de partículas estáveis, mas com 81% das partículas colidindo com Chariklo. Sem o J_2 , todas as partículas colidem com Chariklo. Nos cenários sem pressão de radiação, o efeito J_2 continua a estabilizar as partículas, fazendo com que 38% das partículas permaneçam estáveis. As demais partículas colidem com o corpo central. No entanto, a estabilidade aumenta quando o efeito do achatamento é desligado. Nesse caso 89% das partículas permanecem estáveis, enquanto apenas 11% colidem com Chariklo.

Esse aumento na estabilidade ocorre porque, quando o efeito J_2 é desconsiderado, o campo gravitacional de Chariklo se aproxima de uma configuração esférica. Além disso, é importante observar que a anomalia de massa é razoavelmente pequena para essa razão de massa de $\mu = 10^{-2}$, o que implica que, embora ela ainda tenha um efeito na dinâmica do sistema, suas influências são menores em comparação a uma anomalia de massa maior. A Figura 26 mostra um mapa de estabilidade das partículas a partir de suas condições iniciais.

Para a razão de massa $\mu = 10^{-2}$, o comportamento de órbita de ferradura também se manifesta em todas as partículas estáveis na região de co-rotação, independentemente do tamanho ou da presença ou não do efeito do achatamento, como pode ser visto na Figura 27. A evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula estável nessa região pode ser vista na Figura 28.

No entanto, conforme a razão de massa diminui, o efeito da anomalia de massa nessas órbitas torna-se menos intenso. Isso resulta em uma órbita de ferradura mais ampla, aumentando em largura angular.

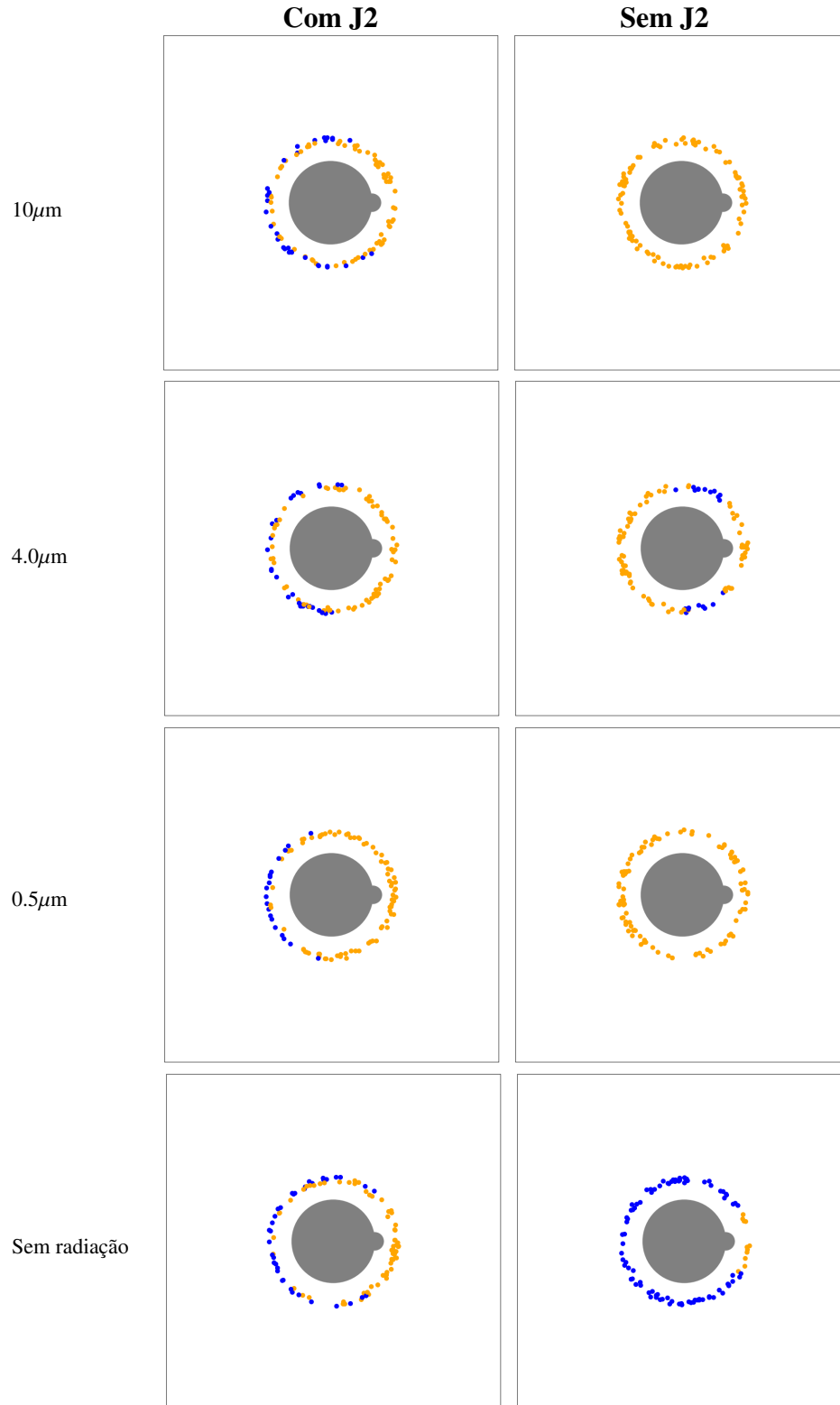


Figura 26 – Mapa de estabilidade de partículas com tamanho de 0,5, 4 e 10 micrômetros, dispostas na região de co-rotação, para uma razão de $\mu = 10^{-2}$ massas de Chariklo. À esquerda temos as simulações com a inclusão do J_2 e, à direita, sem J_2 . Também é apresentado o caso sem o efeito da pressão de radiação. As partículas em azul representam partículas estáveis, enquanto as partículas laranja são as colisões.

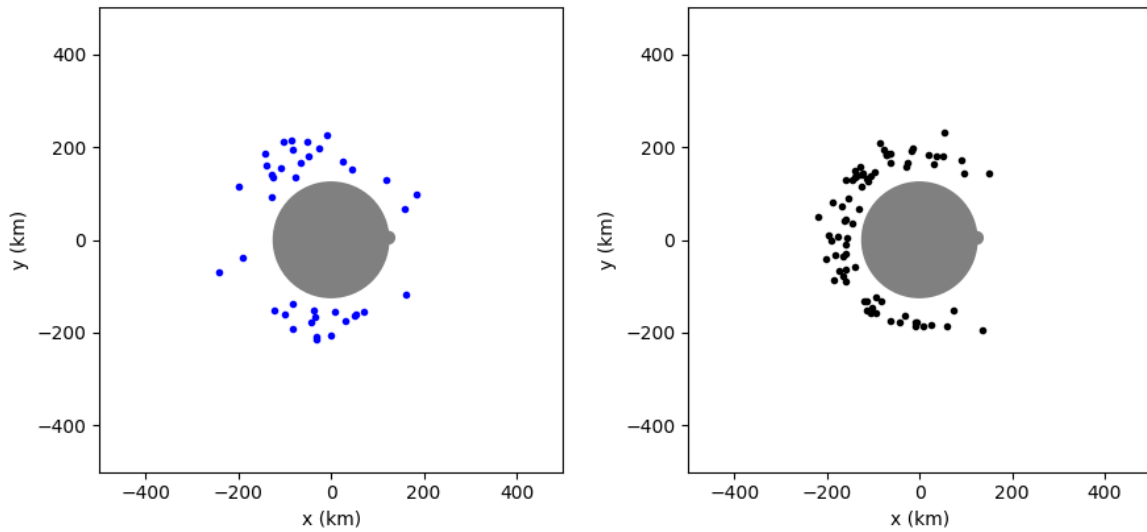


Figura 27 – Distribuição das partículas estáveis (tamanho de $10 \mu\text{m}$) para uma anomalia de massa com $\mu = 10^{-2}$ após 10.000 rotações de Chariklo (cerca de 70.000 horas). A imagem à esquerda considera o efeito do achatamento, enquanto a imagem à direita corresponde a uma simulação sem a influência de J_2 .

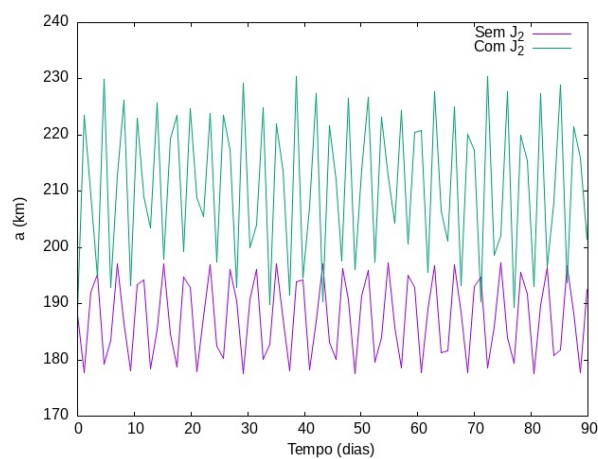


Figura 28 – Evolução temporal do semi-eixo maior de uma partícula localizada na região de co-rotação. Em verde, temos o caso onde o efeito do achatamento foi implementado, enquanto, em roxo, ele foi desconsiderado.

5.2.3 Anomalia de massa de $\mu = 10^{-3}$

Por fim, nesta seção, abordamos a estabilidade das partículas para uma razão de massa $\mu = 10^{-3}$, seguindo a mesma metodologia aplicada em todas as seções anteriores. Consideramos as quatro configurações de efeitos perturbativos e avaliamos o impacto de cada um deles na dinâmica das partículas, mantendo a consistência nas análises realizadas anteriormente. A Figura 29 apresenta o histograma com a porcentagem de partículas estáveis e de colisões.

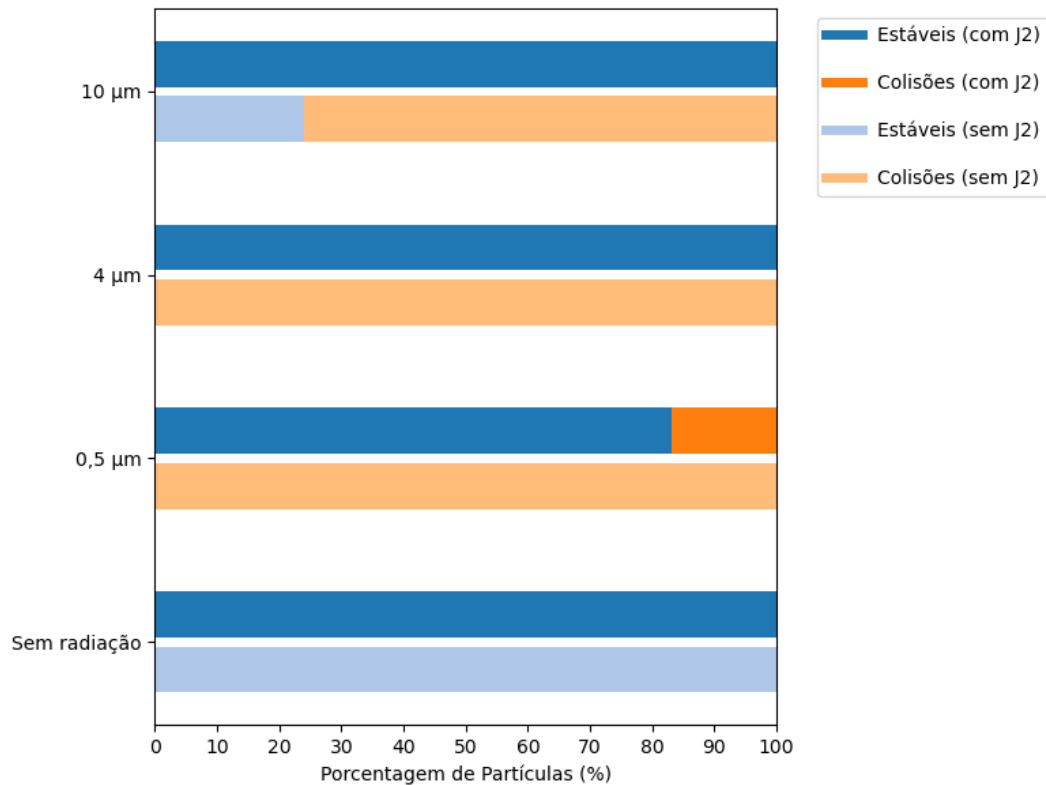


Figura 29 – Histograma mostrando a porcentagem de partículas classificadas como estáveis, colididas ou ejetadas, para diferentes tamanhos e configurações com e sem o efeito do J_2 , para uma anomalia de massa de $\mu = 10^{-3}$, na região de co-rotação.

Os resultados mostram que, para a razão de massa $\mu = 10^{-3}$, as partículas pontuais com tamanhos de $10\mu\text{m}$ e $4\mu\text{m}$ permanecem completamente estáveis na presença do efeito de achatamento de Chariklo. No entanto, ao desconsiderar esse efeito, todas as partículas de $4\mu\text{m}$ e $0,5\mu\text{m}$, além da maioria das partículas de $10\mu\text{m}$, colidem com Chariklo. Isso mostra que o efeito do achatamento é necessário para a estabilidade dessas partículas em um cenário com uma anomalia de massa relativamente pequena, representando apenas 0,001% da massa de Chariklo.

É interessante notar que, no caso sem radiação, todas as partículas permanecem estáveis tanto com quanto sem J_2 , refletindo o equilíbrio natural da região quando as forças de radiação não estão atuando, especialmente em uma região com uma anomalia de massa tão pequena.

Complementando essa análise, a Figura 30 exibe um mosaico detalhado das condições iniciais de estabilidade das partículas.

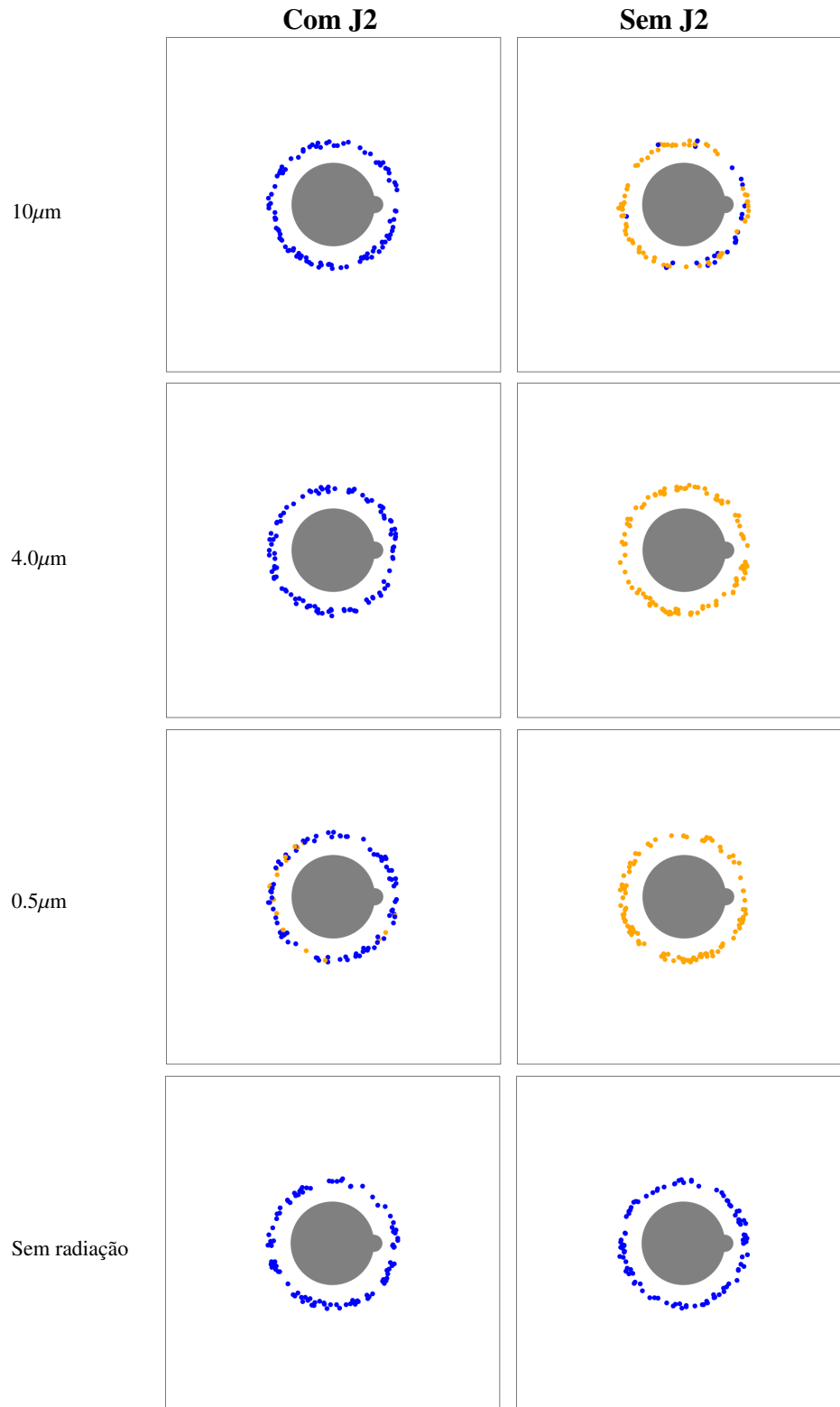


Figura 30 – Mapa de estabilidade de partículas com tamanho de 0,5, 4 e 10 micrômetros, na região de co-rotação, para uma razão de $\mu = 10^{-3}$. À direita estão os casos com o efeito de achatamento e, à esquerda, sem. Também é apresentado o caso sem o efeito da pressão de radiação. Em azul temos as partículas estáveis, enquanto as em laranja são as colisões.

6 Considerações Finais

A estabilidade das partículas no sistema de anéis de Chariklo é influenciada por diversos fatores, com destaque para a anomalia de massa e o efeito do achatamento (J_2).

O efeito J_2 , que descreve a distorção do campo gravitacional devido ao achatamento de Chariklo. Por um lado, ele contribui para estabilizar partículas maiores em determinadas regiões do sistema, mas, por outro, aumenta a instabilidade em regiões próximas ao corpo central. Isso ocorre porque o J_2 introduz perturbações gravitacionais adicionais, que podem amplificar movimentos excêntricos, especialmente nas regiões internas aos (região de co-rotação) anéis, onde a influência da anomalia de massa é mais pronunciada.

Quando o efeito do achatamento é desligado, observa-se um aumento significativo na estabilidade, particularmente na ausência da pressão de radiação. Isso se deve ao fato de que, sem o J_2 , o campo gravitacional de Chariklo se aproxima de um modelo esférico, reduzindo as perturbações não uniformes que influenciam uma dinâmica instável.

A pressão de radiação, por sua vez, mostrou-se especialmente relevante para partículas menores, como as de 0,5 micrômetros, aumentando consideravelmente a ocorrência de ejeções e colisões. Nos casos envolvendo partículas de pequeno tamanho, nenhuma das forças consideradas neste estudo foi capaz de confiná-las de forma eficaz na região do anel. Isso se deve à influência predominante da pressão de radiação, que gera acelerações significativas em relação à gravidade, resultando na rápida ejeção ou colisões dessas partículas. Sua ausência simplifica a dinâmica, permitindo que partículas sigam trajetórias mais previsíveis, guiadas quase exclusivamente pela interação gravitacional. sistema.

Por fim, a anomalia de massa se destaca como o fator dominante na dinâmica do sistema, desempenhando um papel importante na formação e manutenção de órbitas estáveis. Mesmo com o achatamento desligado, a influência gravitacional da anomalia foi suficiente para preservar a estabilidade de partículas em regiões mais afastadas, e também aprisioná-las em órbitas de ferradura, observadas na região de corotação. Conforme a razão de massa μ diminui, o impacto da anomalia torna-se menos intenso, mas sua presença continua sendo importante para a estrutura global do sistema.

Este estudo reforça a importância de considerar as interações entre forças gravitacionais e não gravitacionais na análise de sistemas de anéis. A compreensão da dinâmica das partículas sob diferentes configurações fornece uma visão detalhada sobre os processos que garantem a manutenção de estruturas tão complexas, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre sistemas de anéis ao redor de corpos irregulares.

Referências

- R. Araujo, R. Sfair, and O. Winter. The rings of chariklo under close encounters with the giant planets. *The Astrophysical Journal*, 824(2):80, 2016.
- B. L. Bailey and R. Malhotra. Two dynamical classes of centaurs. *Icarus*, 203(1):155–163, 2009.
- F. Braga-Ribas, B. Sicardy, J. Ortiz, C. Snodgrass, F. Roques, R. Vieira-Martins, J. Camargo, M. Assafin, R. Duffard, E. Jehin, et al. A ring system detected around the centaur (10199) chariklo. *Nature*, 508(7494):72–75, 2014.
- J. A. Burns, P. L. Lamy, and S. Soter. Radiation forces on small particles in the solar system. *Icarus*, 40(1):1–48, 1979.
- J. A. Burns, D. P. Hamilton, and M. R. Showalter. Dusty rings and circumplanetary dust: Observations and simple physics. *Interplanetary Dust*, pages 641–725, 2001. doi: 10.1007/978-3-642-56428-4_13.
- S. Chandrasekhar. *Principles of stellar dynamics*. Courier Corporation, 2005.
- J. M. A. Danby. *Fundamentals of Celestial Mechanics*. Willmann-Bell, Richmond, VA, 2nd edition, 1988.
- J. Desmars. Detection of yarkovsky acceleration in the context of precovery observations and the future gaia catalogue. *Astronomy & Astrophysics*, 575:A53, 2015.
- R. Duffard, N. Pinilla-Alonso, J. Ortiz, A. Alvarez-Candal, B. Sicardy, P. Santos-Sanz, N. Morales, C. Colazo, E. Fernández-Valenzuela, and F. Braga-Ribas. Photometric and spectroscopic evidence for a dense ring system around centaur chariklo. *Astronomy & Astrophysics*, 568:A79, 2014.
- S. Fornasier, D. Lazzaro, A. Alvarez-Candal, C. Snodgrass, G. Tozzi, J. Carvano, Y. Jiménez-Teja, J. Silva, and D. Bramich. The centaur 10199 chariklo: investigation into rotational period, absolute magnitude, and cometary activity. *Astronomy & Astrophysics*, 568:L11, 2014.
- B. Gladman, B. Marsden, and C. Vanlaerhoven. Nomenclature in the outer solar system. *The Solar System Beyond Neptune*, 01 2008.
- P. Goldreich and S. Tremaine. Formation of rings, gaps, and spiral waves by satellites. *The Astrophysical Journal*, 263:785–806, 1982.
- D. P. Hamilton and A. V. Krivov. Circumplanetary dust dynamics: Effects of solar gravity, radiation pressure, planetary oblateness, and electromagnetism. *Icarus*, 123(2):503–523, 1996.

- J. Horner, N. Evans, and M. Bailey. Simulations of the population of centaurs—i. the bulk statistics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 354(3):798–810, 2004.
- W. Hu and D. Scheeres. Numerical determination of stability regions for orbital motion in uniformly rotating second degree and order gravity fields. *Planetary and Space Science*, 52(8):685–692, 2004. ISSN 0032-0633. doi: <https://doi.org/10.1016/j.pss.2004.01.003>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032063304000315>.
- L. Jorda, R. Gaskell, C. Capanna, S. Hviid, P. Lamy, J. Ďurech, G. Faury, O. Groussin, P. Gutiérrez, C. Jackman, S. Keihm, H. Keller, J. Knollenberg, E. Kühart, S. Marchi, S. Mottola, E. Palmer, F. Schloerb, H. Sierks, J.-B. Vincent, M. A’Hearn, C. Barbieri, R. Rodrigo, D. Koschny, H. Rickman, M. Barucci, J. Bertaux, I. Bertini, G. Cremonese, V. Da Deppo, B. Davidsson, S. Debei, M. De Cecco, S. Fornasier, M. Fulle, C. Güttler, W.-H. Ip, J. Kramm, M. Küppers, L. Lara, M. Lazzarin, J. Lopez Moreno, F. Marzari, G. Naletto, N. Ockay, N. Thomas, C. Tubiana, and K.-P. Wenzel. The global shape, density and rotation of comet 67p/churyumov-gerasimenko from preperihelion rosetta/osiris observations. *Icarus*, 277: 257–278, 2016.
- A. V. Krivov. Debris discs: seeing dust, thinking of planetesimals and planets. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 10(5):383–414, 2010. doi: 10.1088/1674-4527/10/5/004.
- R. Leiva, B. Sicardy, J. Camargo, J.-L. Ortiz, J. Desmars, D. Bérard, E. Lellouch, E. Meza, P. Kervella, C. Snodgrass, et al. Size and shape of chariklo from multi-epoch stellar occultations. *The Astronomical Journal*, 154(4):159, 2017.
- G. Madeira, S. M. Giuliatti Winter, T. Ribeiro, and O. C. Winter. Dynamics around non-spherical symmetric bodies – I. The case of a spherical body with mass anomaly. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 510(1):1450–1469, 12 2021.
- F. Mignard. Effects of radiation forces on dust particles in planetary rings. In *IAU Colloq. 75: Planetary Rings*, pages 333–366, 1984.
- B. Morgado, B. Sicardy, F. Braga-Ribas, J. Desmars, A. Gomes-Júnior, D. Bérard, R. Leiva, J. Ortiz, R. Vieira-Martins, G. Benedetti-Rossi, et al. Refined physical parameters for chariklo’s body and rings from stellar occultations observed between 2013 and 2020. *Astronomy & Astrophysics*, 652:A141, 2021.
- B. Morgado, B. Sicardy, F. Braga-Ribas, J. Ortiz, H. Salo, F. Vachier, J. Desmars, C. Pereira, P. Santos-Sanz, R. Sfair, et al. A dense ring of the trans-neptunian object quaoar outside its roche limit. *Nature*, 614(7947):239–243, 2023.
- C. D. Murray and S. F. Dermott. *Solar system dynamics*. Cambridge university press, 1999.

- NASA Jet Propulsion Laboratory. Small-Body Database Lookup: Chariklo, 2024. URL https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=chariklo. Accessed: 2024-10-15.
- J. L. Ortiz, P. Santos-Sanz, B. Sicardy, G. Benedetti-Rossi, D. Bérard, N. Morales, R. Duffard, F. Braga-Ribas, U. Hopp, C. Ries, et al. The size, shape, density and ring of the dwarf planet haumea from a stellar occultation. *Nature*, 550(7675):219–223, 2017.
- Ortiz, J. L., Duffard, R., Pinilla-Alonso, N., Alvarez-Candal, A., Santos-Sanz, P., Morales, N., Fernández-Valenzuela, E., Licandro, J., Campo Bagatin, A., and Thirouin, A. Possible ring material around centaur (2060) chiron. *A&A*, 576:A18, 2015.
- M. Pan and Y. Wu. On the mass and origin of chariklo’s rings. *The Astrophysical Journal*, 821 (1):18, 2016.
- C. Pereira, B. Sicardy, B. Morgado, F. Braga-Ribas, E. Fernández-Valenzuela, D. Souami, B. Holler, R. Bouffleur, G. Margoti, M. Assafin, et al. The two rings of (50000) quaoar. *Astronomy & Astrophysics*, 673:L4, 2023.
- H. Robertson. Dynamical effects of radiation in the solar system. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 97, p. 423, 97:423, 1937.
- D. Scheeres, B. Williams, and J. Miller. The gravitational potential of irregular bodies. *Planetary and Space Science*, 48:965–971, 2000.
- J. V. Scotti. Discovery of 1997 CU26. *Minor Planet Electronic Circulars*, Feb. 1997. D11.
- B. Sicardy. Resonances in nonaxisymmetric gravitational potentials. *The Astronomical Journal*, 159:102, feb 2020.
- B. Sicardy, M. E. Moutamid, A. C. Quillen, P. M. Schenk, M. R. Showalter, and K. Walsh. Rings beyond the giant planets. *arXiv:1612.03321*, 2016.
- B. Sicardy, R. Leiva, S. Renner, F. Roques, M. El Moutamid, P. Santos-Sanz, and J. Desmars. Ring dynamics around non-axisymmetric bodies with application to chariklo and haumea. *Nature Astronomy*, 3(2):146–153, 2019a.
- B. Sicardy, S. Renner, R. Leiva, F. Roques, M. El Moutamid, P. Santos-Sanz, and J. Desmars. The dynamics of rings around centaurs and trans-neptunian objects. In *The Trans-Neptunian Solar System*, pages 249–269. Elsevier, 2020.
- B. Sicardy et al. Anomalous structures in the rings of chariklo. *Astronomy & Astrophysics*, 626: A133, 2019b.

- P. B. Siqueira. *Adaptação do integrador Rebound para o estudo de anéis planetários*. PhD thesis, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Guaratinguetá, São Paulo - Brasil, 2019. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista (UNESP).
- D. Tamayo, H. Rein, P. Shi, and D. M. Hernandez. REBOUNDx: a library for adding conservative and dissipative forces to otherwise symplectic N-body integrations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 491(2):2885–2901, 10 2019. ISSN 0035-8711. doi: 10.1093/mnras/stz2870.
- P. Tricarico. Gravitational field model and gravity inversions for irregular-shaped bodies with inhomogeneous distribution of density. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 474:292–298, 2008.
- J. Wood, J. Horner, T. C. Hinse, and S. C. Marsden. The dynamical history of chariklo and its rings. *The Astronomical Journal*, 153(6):245, 2017.