





Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

143

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.004/00

OK

UM MODELO SEMIFENOMENOLÓGICO DE QCD APLICADO A
TECHNICOLOR

Emerson Gustavo de Souza Luna

Orientador

Prof. Dr. Rogério Rosenfeld



Maio de 2000

Declaración de Invenção

Eu, *[nome do autor]*, declaro que esta obra é original e de minha autoria, não sendo derivada de obra alheia, nem contendo elementos que possam violar direitos de terceiros.

Declaro ainda que esta obra não contém conteúdo ofensivo, obsceno, ilícito ou que viole a moral, a honra ou a dignidade de qualquer pessoa ou grupo, nem que viole a legislação brasileira ou estrangeira.

Declaro que esta obra não contém informações falsas, enganosas ou que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Declaro que esta obra não contém informações que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Declaro que esta obra não contém informações que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Declaro que esta obra não contém informações que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Declaro que esta obra não contém informações que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Declaro que esta obra não contém informações que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Declaro que esta obra não contém informações que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Declaro que esta obra não contém informações que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Declaro que esta obra não contém informações que possam causar danos físicos, psicológicos ou morais a qualquer pessoa.

Aos meus pais, Oscar e Vânia,
e irmãos, Luciano e Judite.

Agradecimentos

Muitas pessoas foram e têm sido importantes durante a minha formação; lembrar de todos é tarefa trabalhosa, pois foram muitos os que me inspiraram e encorajaram até aqui.

Agradeço ao meu orientador, Professor Rogério Rosenfeld, pelo convívio enriquecedor. Agradeço também ao Professor Adriano Natale, pela sua atenção e bom humor. Sou especialmente grato a todos os brasileiros, que me custearam por meio da bolsa de estudos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES.

Pelas discussões valiosas e inestimáveis agradeço aos queridos colegas Cristina e Mickel. Também sou grato aos demais colegas do IFT, que acompanharam sempre solícitos minha passagem pelo Instituto: Marcos, Victo, Lúcio e Marcel. Além destes, não poderia deixar de citar Cristiane, Esdras, Brenno e tantos outros amigos.

Agradeço ao meu primeiro mestre, Prof. Anderson Fauth, por seu estímulo e dedicação .

Sou grato ao pessoal da secretaria da pós-graduação e ao pessoal da biblioteca, especialmente à querida Marina.

Aos amigos de caminhada, Alex, Cristina, Walter, Nildsen, Rodolfo, Diana, Fábio, Veronique, Laura, Ricardo, Lene e Júlia, sou eternamente grato.

Aos tios Itiro e Teresa Shimabokuro e Eli e Imaculada Reis, meu sincero agradecimento.

Pela acolhida amorosa, sou grato à Casa do Pão.

Sou especialmente grato à Marisa, pelo seu esforço de compreensão e paciência pelas minhas horas dedicadas à Física.

Não apenas agradeço mas também dedico esta tese, aos meus pais, Oscar e Vânia, e irmãos, Judite e Luciano. Sem o carinho e amor deles nada disto existiria.

E acima de tudo agradeço a DEUS, pelo amparo em todos os momentos de minha existência.

Resumo

Estimamos a contribuição à massa dinâmica dos quarks gerada a partir de uma auto-energia $\Sigma_{TC}^{GCM}(p)$ dos tecniquarks resultante de um *ansatz* para o propagador do tecniglúon na região infravermelha. Tal propagador é inspirado na forma do propagador do glúon no modelo semifenomenológico de QCD denominado *Global Color Model (GCM)*.

Comparamos m_q^{GCM} com as massas dinâmicas geradas por meio de um $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$ válido na região ultravioleta e por meio de um $\Sigma_{TC}^{WTC}(p)$ proveniente de uma teoria que apresenta um ponto fixo.

Palavras Chaves: *Technicolor*, Quebra Dinâmica de Simetria, Equações de Schwinger-Dyson, *Global Color Model*.

Área do Conhecimento: Teoria de Campos, Fenomenologia das Partículas Elementares.

Abstract

We estimate the contribution to dynamical quark mass derived from the techniquark self-energy $\Sigma_{TC}^{GCM}(p)$. This $\Sigma_{TC}^{GCM}(p)$ is obtained from an *ansatz* for the technigluon propagator inspired in the gluon propagator form in a phenomenological QCD model called “Global Color Model”.

We compare m_q^{GCM} with the dynamical mass generated by a $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$ that describes the ultraviolet region, as well as another $\Sigma_{TC}^{WTC}(p)$ derived from a theory that presents a fixed point.

Conteúdo

Introdução	1
1 Quebra Espontânea de Simetria	4
1.1 Simetrias	4
1.2 Transformações de calibre	8
1.2.1 Transformações abelianas	9
1.2.2 Transformações não-abelianas	11
1.3 Quebra espontânea de uma simetria de calibre global	13
1.3.1 O teorema de Goldstone	16
1.4 O mecanismo de Higgs	19
1.5 O modelo de Glashow-Weinberg-Salam	21
1.5.1 Geração de massas no modelo GWS	23
2 Quebra Dinâmica de Simetria	26
2.1 Alguns problemas do setor escalar do Modelo Padrão	26
2.2 Quebra dinâmica de simetria	29
2.3 Equações de Schwinger-Dyson	31
2.4 Quebra da simetria eletrofraca via interação forte	37
2.5 Tecnicolor	42
2.6 Geração dinâmica das massas dos férmions: Tecnicolor Estendida	44
2.6.1 Violação de sabor em correntes neutras	47
3 Geração dinâmica das massas dos quarks	50
3.1 A massa dinâmica dos quarks	50

3.2	A auto-energia $\Sigma_{TC}(p)$ e o condensado de tecniquarks	52
3.3	Um modelo para $\Sigma_{TC}(p)$ em uma teoria com ponto fixo	56
3.4	<i>Global Color Model</i>	58
3.4.1	Um Modelo confinante para o propagador do tecniglúon	60
3.4.2	Determinação de F_π	63
Conclusão		65
A Convenções e Notações		67
Bibliografia		73

Introdução

A quebra da simetria eletrofraca ou, em outras palavras, a origem das massas das partículas elementares, é um dos tópicos mais relevantes da Física atual. No Modelo Padrão a quebra da simetria eletrofraca está vinculada ao setor de Higgs, onde a simetria é quebrada espontaneamente possibilitando a geração das massas de todas as partículas do espectro. Entretanto, até o momento não há evidências experimentais da existência do bóson de Higgs, não permitindo um conhecimento profundo do mecanismo relacionado à quebra de simetria. Desta forma, acredita-se que a natureza de tal mecanismo esteja relacionada à Física além do Modelo Padrão, podendo vir a ser elucidada em uma escala da ordem de 1 TeV.

Uma das características desejáveis de uma eventual teoria fundamental de quarks e léptons reside na possibilidade de relacionarmos, de alguma forma natural, as massas das partículas do espectro à escala de massa da interação fraca. Há uma classe de teorias que incorporam novas interações fortes com escalas de massa da mesma ordem da escala de quebra da simetria eletrofraca. Estas interações de calibre são responsáveis pelo mecanismo de Quebra Dinâmica de Simetria (QDS) associado à geração dinâmica de massas. Extensões da teoria permitem a geração natural das massas dos léptons e dos quarks mais leves através de uma densidade de lagrangeana efetiva abaixo da escala de massa da interação eletrofraca. Nesta dissertação discutimos as idéias básicas relacionadas a estas novas interações de calibre e ao mecanismo de Quebra Dinâmica de Simetrias. Em especial analisamos algumas dinâmicas envolvidas no processo de geração das massas de quarks. A sequência utilizada no texto é descrita a seguir.

No primeiro capítulo introduzimos as principais idéias relacionadas ao princípio de calibre e à Quebra Espontânea de Simetria (QES). Depois de uma breve

discussão a respeito do papel das simetrias na Física das partículas elementares, analisamos as transformações de calibre abelianas, utilizando como teoria exemplo a Eletrodinâmica Quântica (*QED*)¹. As transformações não-abelianas e sua relação com a estrutura da Cromodinâmica Quântica (*QCD*) é vista na sequência. A QES em sistemas com simetrias globais é analisada conjuntamente com o teorema de Goldstone, cuja importância está na explicação do surgimento de bósons escalares sem massa, conhecidos como bósons de Nambu-Goldstone, no espectro das partículas elementares. Na análise da QES em sistemas com simetrias locais estudamos o mecanismo de Higgs, que transforma os bósons vetoriais não-massivos provenientes do princípio de invariância de calibre em partículas massivas ao mesmo tempo em que elimina os bósons de Nambu-Goldstone do espectro. Em seguida tratamos do modelo de Glashow-Weinberg-Salam para as interações eletrofracas e vemos como a QES funciona na geração das massas dos bósons e férmions da teoria.

No segundo capítulo esboçamos os principais problemas do setor de quebra de simetria eletrofraca do Modelo Padrão, diretamente relacionados à maneira pela qual a simetria é realizada. Em especial, abordamos os problemas da naturalidade e trivialidade em teorias de campos. Tais problemas, além da ausência de evidências do Higgs e do elevado número de parâmetros livres do Modelo Padrão, servem como motivação para a subsequente introdução das idéias relacionadas à Quebra Dinâmica de Simetria. Na sequência analisamos a quebra dinâmica de simetria na *QCD* e o papel da interação forte na quebra da simetria eletrofraca. Tal quebra motiva a postulação de novas interações de calibre não-abelianas, em especial de interações do tipo Tecnicolor²(TC) e de sua extensão, responsável pela geração das massas dos férmions, denominada Tecnicolor Estendida (*ETC*)³. Após o cálculo das massas dos bósons via TC e das massas dos férmions via *ETC*, encerramos o capítulo obtendo o limite inferior de massa para os bósons de *ETC*, responsáveis pela comunicação aos férmions da quebra de simetria no setor de tecniférmions. O limite é obtido por meio

¹Nesta dissertação, apesar da aversão à anglicismos, empregamos as siglas mais correntes na literatura.

²Do original em inglês *Technicolor*.

³Abreviação do original em inglês *Extended Technicolor*.

de vínculos experimentais relacionados à violação de sabor em correntes neutras.

No terceiro e último capítulo nos concentramos na análise de três diferentes dinâmicas, isto é, em três diferentes auto-energias para os tecniférmions utilizadas na obtenção das massas dos quarks. Primeiramente calculamos a massa dinâmica m_q dos quarks proveniente de uma auto-energia do tecniquark válida no limite assintótico dada por $\Sigma_{TC}(p) \propto \langle \bar{\Psi}\Psi \rangle / p^{-2}$, onde Ψ refere-se a tecniférmions. Esta auto-energia é obtida via Expansão de Produtos de Operadores (EPO), sendo similar à auto-energia dos quarks ordinários. A segunda dinâmica discutida é resultante de uma teoria que apresenta um ponto fixo ultravioleta, ou seja, uma teoria sem liberdade assintótica. Este tipo de teoria é um caso limite de uma classe de teorias usualmente denominadas *Walking Technicolor*, cuja principal característica está no comportamento especial apresentado pela função beta. A terceira auto-energia $\Sigma_{TC}(p)$ de tecniquarks utilizada no cálculo de m_q é construída a partir de um *ansatz* para a forma do propagador do tecniglúon na região infravermelha. Tal propagador é inspirado em um propagador confinante para o glúon resultante de um modelo semifenomenológico de *QCD* denominado *Global Color Model (GCM)*. Neste modelo uma função de correlação efetiva do glúon simula a interação entre correntes de quarks, sendo o confinamento de quarks e glúons resultante da ausência de pólos q^2 reais nos propagadores.

Na Conclusão comparamos as estimativas das massas dinâmicas resultantes das três dinâmicas analisadas e tratamos rapidamente de algumas teorias mais realistas implementadas via QDS.

Capítulo 1

Quebra Espontânea de Simetria

1.1 Simetrias

As simetrias e leis de conservação observadas na natureza representam um papel crucial na Física, pois a associação destas propriedades reflete leis da própria natureza, servindo como guia na construção de teorias. Historicamente, tanto a simetria em si, como a quebra de algum padrão de simetria, têm servido como instrumentos de obtenção de conhecimento.

A conexão entre simetrias e leis de conservação, duas propriedades de sistemas físicos aparentemente dissociadas, foi verificada pela primeira vez por Jacobi em 1884, que mostrou que sistemas descritos por uma lagrangeana clássica invariante por translações possuíam conservação de momento linear, da mesma forma que a invariância por rotações representava a conservação de momento angular. De forma geral, por intermédio do formalismo lagrangeano, grupos contínuos de transformações de invariância da ação clássica (simetrias) são associados às conservações por meio do teorema de Noether.

Na mecânica quântica, a associação entre simetrias e leis de conservação é mais convenientemente verificada no formalismo hamiltoniano: uma lei de conservação de um sistema físico é diretamente relacionada à invariância do hamiltoniano H do sistema por um correspondente grupo de transformações. Formalmente, para um grupo de transformações representado por um dado operador S , a invariância é expressa na

forma

$$SHS^\dagger = H. \quad (1.1)$$

A natureza exhibe uma variedade de leis de conservação aparentemente exatas, que acreditamos refletir a operação de simetrias exatas. Entretanto, muitas simetrias da natureza são apenas aproximadas. Podemos compreender tal comportamento através da dinâmica do sistema físico. Em um nível fundamental, isto pode ser feito dentro da estrutura de teorias de campos, onde há duas maneiras básicas de uma simetria revelar-se aproximada: a densidade de lagrangeana \mathcal{L} do sistema pode conter termos não-invariantes pela transformação relevante ou \mathcal{L} pode ser simétrica em relação a uma determinada simetria não respeitada pelo vácuo físico. No primeiro caso, a simetria é explicitamente quebrada por termos não-invariantes sob a simetria apresentada pelo resto da lagrangeana ¹. No outro, dizemos que a simetria é *oculta* ou *espontaneamente quebrada* ².

Como diversas formas de simetrias podem ser encontradas na natureza, uma classificação geral das simetrias pode ser implementada. Com relação aos tipos de parâmetros que as definem, podemos classificá-las em *discretas* ou *contínuas*. As primeiras, como o próprio nome indica, possuem parâmetros discretos. Na Física das partículas elementares, como exemplos de simetrias discretas temos a paridade P , a conjugação de carga C e a inversão temporal T . No caso de simetrias contínuas, os parâmetros tomam valores contínuos; típicos exemplos são as rotações, genericamente escritas como $R(\theta)$, onde o ângulo de rotação θ pode variar continuamente.

Dentre as simetrias contínuas podemos separar as simetrias *geométricas* ou *externas* das simetrias *internas*. As simetrias externas atuam no espaço-tempo, ou seja, referem-se a invariâncias do sistema por transformações das coordenadas $x_\mu \equiv (t, \mathbf{x})$. Como exemplos de simetrias externas podemos citar translações, rotações etc. Por outro lado, as simetrias internas atuam sobre números quânticos internos.

¹Daqui em diante, por simplificação, nos referiremos à *densidade de lagrangeana* \mathcal{L} , que define a lagrangeana $L \equiv \int d^3\mathbf{x} \mathcal{L}$, simplesmente por *lagrangeana*.

²É importante ressaltar que tal termo, apesar de uso tão difundido, não é um termo apropriado, uma vez que a simetria não é propriamente *quebrada*. Formalmente dizemos que a simetria, em vez de quebrada, é *realizada* de maneira diferente.

Podemos ainda subdividir as simetrias em dois diferentes grupos: simetrias *globais*, onde os parâmetros da transformação não dependem das coordenadas x_μ e as simetrias *locais*, cujos parâmetros dependem das coordenadas x_μ , com as transformações diferindo ponto-a-ponto no espaço-tempo.

Um importante aspecto da Física de partículas está na possibilidade de acomodarmos o espectro de partículas conhecidas em representações irredutíveis de um determinado grupo de simetria interna.

No caso de simetrias externas, tal possibilidade também surge, como por exemplo no caso de rotações: em uma rotação $R(\theta)$ representada por

$$R(\theta) = \exp\left(i \sum_{a=1}^3 \theta_a J_a\right), \quad (1.2)$$

um sistema físico manifestando uma simetria rotacional $SO(3)$ possui uma relação de comutação entre o hamiltoniano H do sistema e os operadores de momento angular J_a dada por $[H, J_a] = 0$. Como consequência desta simetria, se $H|n\rangle = E_n|n\rangle$, temos $H(J_a|n\rangle) = E_n(J_a|n\rangle)$. Neste caso todos os estados $J_a|n\rangle$ conectados por uma transformação de rotação são degenerados e formam a base associada ao momento angular j , onde os operadores J_a são os geradores do grupo de simetria das rotações $SO(3)$. Portanto, a simetria $SO(3)$ de H implica que cada partícula com momento angular j possui $(2j + 1)$ níveis degenerados que acomodam-se na representação irredutível com dimensão $(2j + 1)$ do grupo $SO(3)$.

Em simetrias internas, as transformações de simetria convertem partículas com diferentes números quânticos internos umas nas outras. As representações irredutíveis do grupo manifestam-se como multipletos de partículas degenerados, onde a degenerescência exprime a igualdade das massas dos componentes dos multipletos. Por exemplo, no caso das interações fortes, temos uma invariância sob a simetria interna de isospin $SU(2)$ implicando na existência de multipletos de isospin degenerados. As rotações de isospin podem ser escritas na forma

$$U = \exp\left(i \sum_{a=1}^3 \theta_a T_a\right), \quad (1.3)$$

onde θ_a são parâmetros contínuos da transformação e T_a são geradores do grupo

$SU(2)$ que obedecem à álgebra de Lie $[T_a, T_b] = i\epsilon_{abc}T_c$. A invariância sob rotações no espaço de isospin implica em $[H_f, T_a] = 0$, onde H_f é a hamiltoniana das interações fortes. Neste caso, para um dado autoestado de H_f , ao aplicarmos os geradores T_a , temos novos autoestados degenerados de H_f . Por exemplo, no caso de autoestados como o próton $|p\rangle$ e o nêutron $|n\rangle$, as rotações de isospin atuam na forma

$$T_+|n\rangle = |p\rangle, \quad T_-|p\rangle = |n\rangle, \quad T_3|p\rangle = \frac{1}{2}|p\rangle, \quad T_3|n\rangle = -\frac{1}{2}|n\rangle, \quad (1.4)$$

onde $T_{\pm} = T_1 \pm iT_2$. Neste caso, o correspondente multipletto de isospin é um dubleto dado por

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Desde que a interação eletromagnética não respeita a simetria de isospin e os diferentes componentes do multipletto de isospin possuem diferentes cargas elétricas, temos de fato uma diferença entre as massas dos componentes. Logo, a simetria de isospin na presença de interações eletromagnéticas é uma simetria aproximada. A indicação da intensidade da quebra de simetria de isospin pode ser obtida através das diferenças entre as massas dos componentes do multipletto. No caso do dubleto (1.5) temos

$$\frac{m_n - m_p}{m_n + m_p} \simeq 7.10^{-4}. \quad (1.6)$$

Tal ordem de grandeza verifica que a simetria de isospin, apesar de aproximada, é uma boa simetria das interações fortes. Isto nos permite escrever

$$H_f = H_0 + H_1, \quad (1.7)$$

onde $[H_0, T_a] = 0$, $[H_1, T_a] \neq 0$ e $H_0 \gg H_1$. Portanto, podemos tratar o termo de quebra de simetria H_1 como uma pequena perturbação.

Um importante e particular tipo de simetria interna é a chamada simetria de calibre, utilizada como um princípio dinâmico na construção de teorias de campos. Ao longo do tempo, a idéia de que as interações fundamentais da natureza são determinadas pela simetria de calibre adquiriu uma importância essencial. As teorias dotadas

com simetrias de calibre têm como importante propriedade o fato das interações dos campos de calibre serem ditadas pela simetria em questão, reduzindo consideravelmente as possíveis formas de interação. Concomitantemente, as simetrias de calibre introduzem um certo grau de unificação entre as diferentes interações conhecidas, desde que elas passam a ter uma estrutura geométrica comum. As transformações de calibre serão discutidas de forma mais clara na próxima seção .

1.2 Transformações de calibre

Um familiar exemplo de teoria com invariância de calibre encontra-se na Física clássica, mais precisamente na eletrodinâmica. As equações de Maxwell, expressas em termos dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} , são escritas na forma

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (1.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \quad \nabla \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{j}, \quad (1.9)$$

onde ρ e \mathbf{j} são densidades de carga e corrente, respectivamente. Podemos definir convenientemente os campos eletromagnéticos \mathbf{E} e \mathbf{B} em função dos potenciais V e \mathbf{A} , de forma que

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (1.10)$$

A origem da invariância de calibre encontra-se no fato de que os potenciais V e \mathbf{A} não são únicos na definição dos campos físicos \mathbf{E} e \mathbf{B} . As transformações que os potenciais V e \mathbf{A} obedecem, deixando os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} inalterados, são denominadas *transformações de calibre*, sendo a invariância associada conhecida por *invariância de calibre*. As transformações de calibre dos potenciais são dadas pelas expressões

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \alpha \quad \text{e} \quad V \rightarrow V' = V - \frac{\partial \alpha}{\partial t}, \quad (1.11)$$

onde $\alpha = \alpha(x)$, denominada *função de calibre*, é um campo escalar arbitrário. Podemos combinar as transformações (1.11) por intermédio do quadrivetor $A^\mu \equiv (V, \mathbf{A})$,

de forma que a transformação de calibre possa ser reescrita como

$$A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu - \partial^\mu \alpha. \quad (1.12)$$

Desta forma, as equações de Maxwell podem ser reescritas na forma manifestamente covariante e invariante pela transformação (1.12)

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\mu, \quad (1.13)$$

onde $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ é o tensor de intensidade do campo e $j^\mu = (\rho, \mathbf{j})$.

Classicamente, a invariância de calibre da eletrodinâmica revela a liberdade de escolha do potencial de calibre A^μ na descrição de um fenômeno eletromagnético, permitindo-nos descrever sem restrições um sistema completamente em termos dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} .

Entretanto, ao passarmos de um sistema clássico para um sistema quântico, a situação torna-se mais sutil, pois além da transformação dos campos de calibre, temos uma transformação de fase (calibre) associada à função ψ que descreve o sistema. Nestes sistemas, o caráter comutativo do grupo é importante, expressando-se em transformações abelianas e não-abelianas.

1.2.1 Transformações abelianas

O grupo $U(1)$, formado pela família de transformações de fase $U(\alpha) \equiv e^{i\alpha}$, onde o parâmetro α é uma função escalar, é um grupo dito *abeliano*, pois $U(\alpha_1)U(\alpha_2) = U(\alpha_2)U(\alpha_1)$. A lagrangeana que leva à equação de Dirac

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x), \quad (1.14)$$

possui uma simetria $U(1)$ global, pois é invariante pela transformação de calibre

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha}\psi(x), \quad (1.15)$$

onde α é uma constante. Em uma simetria de calibre $U(1)$ local, temos $\alpha = \alpha(x)$ e uma transformação

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)}\psi(x), \quad (1.16)$$

sendo a derivada do campo ψ' igual a

$$\partial_\mu \psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \partial_\mu \psi(x) + ie^{i\alpha(x)} \psi(x) \partial_\mu \alpha(x). \quad (1.17)$$

Neste caso a lagrangeana não é invariante pela transformação de calibre local, pois o termo $\partial_\mu \alpha(x)$ quebra a invariância de \mathcal{L} . Se insistirmos na imposição da invariância da lagrangeana por uma transformação local, devemos modificar a derivada parcial ∂_μ por uma derivada D_μ que se transforme covariantemente, ou seja, de forma similar aos campos: $D'_\mu = e^{i\alpha(x)} D_\mu$. Isto pode ser feito através da introdução de um campo vetorial A_μ , de forma que a derivada covariante D_μ seja construída como

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu, \quad (1.18)$$

onde os campos vetoriais transformam-se como $A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha$.

Implementando a derivada covariante na lagrangeana de Dirac, por meio da substituição direta $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$, temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \bar{\psi}'(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi'(x) \\ &= \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) + e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu \psi(x)A_\mu. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Neste caso a lagrangeana passa a ser simétrica em relação às transformações de calibre locais. Portanto, demandando uma invariância de calibre local somos forçados a introduzir um campo vetorial A_μ que acopla-se à partícula de Dirac. Assim, a invariância local induz um termo de interação na lagrangeana. Se considerarmos o campo A_μ , devido ao seu acoplamento ao campo ψ , como sendo realmente o campo do fóton, devemos somar à lagrangeana um termo correspondente à sua energia cinética. Como tal termo deve envolver a derivada do campo A_μ , o termo com invariância de calibre mais simples que pode ser construído é justamente o tensor $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Neste caso, o termo cinético de A_μ é simplesmente $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$. A lagrangeana resultante, conhecida como a lagrangeana da Eletrodinâmica Quântica (QED), é dada por

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) + e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu \psi(x)A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (1.20)$$

A invariância de calibre local da lagrangeana da *QED* permite o acréscimo dos termos $(F^{\mu\nu}F_{\mu\nu})^n$, $\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi F^{\mu\nu}$ e $c\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}F_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}$, onde $n > 1$, $\sigma_{\mu\nu} = (i/2)[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ e c é uma constante. Entretanto, sob o requerimento de que a teoria seja renormalizável e invariante por transformação *CP*, tais termos são automaticamente excluídos.

A adição de um termo de massa $\frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu$ para o campo A_μ é proibida pela invariância de calibre, levando à conclusão de que a partícula de calibre, o fóton, não possui massa.

Portanto, os requerimentos de invariância de calibre e renormalizabilidade fixam completamente a forma da Eletrodinâmica Quântica.

1.2.2 Transformações não-abelianas

A era moderna das teorias de calibre inicia-se com o clássico trabalho de Yang e Mills [1] sobre a construção de uma teoria com simetria de isospin $SU(2)$, isto é, sobre a construção de uma teoria de calibre local por intermédio de um grupo de simetria não-abeliano.

Em uma teoria não-abeliana com simetria $SU(N)$, a função de calibre $\alpha(x)$, presente na transformação de fase (1.16) correspondente à simetria $U(1)$ abeliana, é substituída por um conjunto de funções α_a ($a = 1, 2, \dots, N$). A transformação é estendida à multiplicação de matrizes

$$\psi_i(x) \rightarrow \psi'_i(x) = \exp[i\alpha_a(x)T_a]_{ij}\psi_j(x) \equiv [U(x)]_{ij}\psi_j(x), \quad (1.21)$$

onde T_a são matrizes com componentes de índices i e j cobrindo a dimensão do multipletto ψ_i . Tais matrizes satisfazem a álgebra de Lie $[T_a, T_b] = if_{abc}T_c$, onde f_{abc} são as constantes de estrutura do grupo de simetria.

Na construção da derivada covariante devemos introduzir um conjunto de campos de calibre A_a^μ por meio do acoplamento mínimo

$$[D^\mu\psi(x)]_i = \partial^\mu\psi_i(x) - ig[T_a A_a^\mu(x)]_{ij}\psi_j(x), \quad (1.22)$$

onde g é o acoplamento de calibre (da mesma forma que a carga elétrica e é o acoplamento para a teoria de calibre $U(1)$ eletromagnética).

Para que a derivada covariante $(D^\mu\psi)_i$ se transforme similarmente aos campos ψ_i , ou seja, na forma $[D^\mu\psi(x)] \rightarrow U(x)[D^\mu\psi(x)]$, os campos de calibre $A_a^\mu(x)$ devem transformar-se na forma

$$[T_a A_a^\mu(x)] \rightarrow U(x)[T_a A_a^\mu(x)]U^{-1}(x) - \frac{i}{g}[\partial^\mu U]U^{-1}(x). \quad (1.23)$$

A generalização do tensor intensidade de campo para grupos não-abelianos é dada por

$$F_a^{\mu\nu} = \partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu - gf_{abc}A_b^\mu A_c^\nu, \quad (1.24)$$

que transforma-se como $[T_a F_a^{\mu\nu}(x)] \rightarrow U(x)[T_a F_a^{\mu\nu}(x)]U^{-1}(x)$. A presença do termo quadrático $(A)^2$ em $F_a^{\mu\nu}$ é devido ao caráter não-abeliano do grupo. Uma lagrangeana invariante pela simetria $SU(N)$ tem a forma

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_a^{\mu\nu}F_{\mu\nu}^a - \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi. \quad (1.25)$$

Devido aos termos cúbicos e quárticos nos campos de calibre A_a^μ , as equações de campos correspondentes são não-lineares. Fisicamente isto significa que os campos de calibre não-abelianos carregam cargas geradoras da simetria, levando a auto-interações.

Na Cromodinâmica Quântica (QCD) temos como grupo de simetria o grupo de transformações de fase $SU(3)$ sobre campos de quarks com carga “cor”. Cada sabor (tipo) de quark se transforma na representação fundamental (triplete). A lagrangeana da teoria é dada por

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^{a\mu} + \sum_{k=1}^{n_f} \bar{q}_k (i\gamma^\mu D_\mu - m_k)q_k, \quad (1.26)$$

onde $G_{\mu\nu}^a$ é o tensor intensidade de campo dado por

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f_{abc}G_\mu^b G_\nu^c, \quad (1.27)$$

com $D_\mu q_k = (\partial_\mu - ig_s G_\mu)q_k$ e $G_\mu = \sum_{a=1}^8 \frac{G_\mu^a \lambda^a}{2}$. g_s é a constante de acoplamento forte, k são índices de sabor e λ^a são as matrizes $SU(3)$ de Gell-Mann. Nesta teoria temos 8 campos de calibre G_μ^a sem massa denominados glúons.

Resumidamente, o princípio de calibre nos leva a teorias em que todas as interações são mediadas por bósons vetoriais sem massa, como nas teorias da eletrodinâmica e cromodinâmica quânticas, onde a invariância de calibre das lagrangeanas \mathcal{L}_{QED} e \mathcal{L}_{QCD} proíbe termos de massa para os fótons e glúons. Mas como podemos aplicar o princípio de calibre à interações que são mediadas por bósons de calibre com massas da ordem de 100 GeV, como no caso dos bósons W^\pm e Z^0 do Modelo Padrão?

A resposta está na forma como realizamos a simetria da teoria: quando a simetria é oculta, os bósons de calibre adquirem massa. Na seção seguinte verificaremos esta realização em maior detalhe.

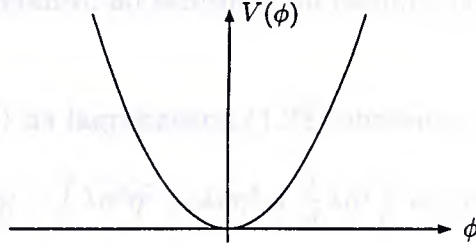
1.3 Quebra espontânea de uma simetria de calibre global

Uma simetria pode ser oculta (espontaneamente quebrada) se a dinâmica da teoria é tal que o seu estado fundamental (vácuo) não é um estado simétrico. Um caso simples, que ilustra a idéia fundamental contida em teorias com simetria oculta, é a teoria representada pela lagrangeana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \left(\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4\right), \quad (1.28)$$

onde $\lambda > 0$ de forma que o potencial possua um limite inferior quando $\phi \rightarrow \infty$. A teoria é invariante pela simetria de reflexão $\phi \rightarrow -\phi$.

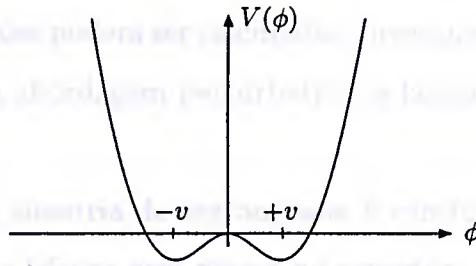
Na lagrangeana (1.28) não há nenhuma razão física que fixe o sinal do termo μ^2 . Temos portanto dois casos a abordar: quando $\mu^2 > 0$, o vácuo corresponde ao valor do campo ϕ que minimiza o potencial, dado por $\phi = 0$ (Figura 1.1). Neste caso a lagrangeana descreve simplesmente um campo escalar ϕ de massa $m_\phi = \mu$.

Fig.1.1 Potencial $V(\phi)$ para $\mu^2 > 0$.

Por outro lado, quando $\mu^2 < 0$, o sinal do termo de massa é invertido e o mínimo do potencial é dado por

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \phi(\mu^2 + \lambda\phi^2) = 0, \quad (1.29)$$

onde o potencial adquire o formato da Figura 1.2:

Fig.1.2 Potencial $V(\phi)$ para $\mu^2 < 0$.

Neste caso o mínimo do potencial é obtido por meio dos valores esperados do campo ϕ no vácuo que minimizam o potencial:

$$\langle 0|\phi|0\rangle = \pm\sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} = \pm v. \quad (1.30)$$

Para determinarmos o espectro, devemos expandir os campos em torno de seus valores esperados no vácuo e calcular as flutuações quânticas. Isto só é possível se os campos forem físicos, ou seja, se tivermos $\langle 0|\text{campo}|0\rangle = 0$. Neste caso, escolhendo um campo η tal que $\langle 0|\eta|0\rangle = 0$, podemos realizar uma translação no campo ϕ

$$\phi(x) = v + \eta(x), \quad (1.31)$$

de forma que a expansão seja realizada em torno do campo físico η . A escolha de $+v$ em (1.31) em vez de $-v$ não afeta o resultado físico, desde que a teoria é simétrica

sob a troca $\phi \rightarrow -\phi$. Entretanto, ao fazermos tal escolha, efetivamente quebramos a simetria do vácuo.

Substituindo (1.31) na lagrangeana (1.28) obtemos

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta) - \left(\lambda v^2 \eta^2 + \lambda v \eta^3 + \frac{1}{4} \lambda \eta^4 \right) + \text{constantes.} \quad (1.32)$$

O termo de massa $\lambda v^2 \eta^2$ tem agora o sinal correto. Logo, a lagrangeana acima descreve uma partícula de massa $m_\eta^2 = 2\lambda v^2 = -2\mu^2$ com auto-interações cúbicas e quárticas.

As descrições da teoria em termos de η ou ϕ , quando as lagrangeanas são resolvidas exatamente, devem ser equivalentes. Entretanto, devido a impossibilidade de uma solução exata, utilizamos teoria de perturbação. Neste caso o cálculo de flutuações em torno do mínimo de (1.28) é divergente, pois $\phi = 0$ é um mínimo instável da teoria. Flutuações podem ser calculadas corretamente em torno do mínimo de (1.32). Portanto, numa abordagem perturbativa, a lagrangeana (1.32) representa corretamente o sistema.

No caso em que a simetria da lagrangeana é contínua, quando a simetria é oculta, há o surgimento de bósons sem massa no espectro. A dinâmica responsável pelo surgimento destes bósons pode ser ilustrada por meio de um sistema descrito pela lagrangeana

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - (\mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2), \quad (1.33)$$

onde ϕ é um campo escalar complexo dado por $\phi = (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2}$. Tal lagrangeana é invariante pela transformação $U(1)$ global $\phi \rightarrow \phi' = \exp(i\alpha)\phi$. Em termos dos campos reais ϕ_1 e ϕ_2 , a lagrangeana pode ser reescrita na forma

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2. \quad (1.34)$$

No caso em que $\mu^2 > 0$, o mínimo do potencial está na origem do plano (ϕ_1, ϕ_2) . Quando $\mu^2 < 0$, o mínimo é um círculo de raio $\sqrt{-\mu^2/\lambda}$, inscrito no plano (ϕ_1, ϕ_2) , que obedece à equação

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda} = v^2. \quad (1.35)$$

Devemos escolher um ponto do círculo e transladar os campos ϕ_1 e ϕ_2 por meio de campos físicos. Escolhendo $\phi_1 = v$ e $\phi_2 = 0$, temos

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta(x) + i\xi(x)). \quad (1.36)$$

Reescrevendo a lagrangeana (1.33) em termos dos campos η e ξ , obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + \mu^2 \eta^2 - \lambda v(\eta \xi^2 + \eta^3) \\ & - \frac{\lambda}{2} \eta^2 \xi^2 - \frac{\lambda}{4} \eta^4 - \frac{\lambda}{4} \xi^4 + \text{constantes}. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Nesta lagrangeana podemos visualizar termos cinéticos e de auto-interação dos campos η e ξ , um termo de massa do campo η com $m_\eta = \sqrt{-2\mu^2}$ e termos de interação entre ambos. Entretanto, não há um termo de massa do campo ξ . Tal partícula, que surge no espectro depois que a simetria é espontaneamente quebrada, é denominada *bóson de Nambu-Goldstone*. A presença destes bósons é assegurada pelo *teorema de Goldstone*, que demonstra que sempre que uma simetria global contínua é espontaneamente quebrada, para cada gerador do grupo de simetria quebrado há o surgimento no espectro de um bóson sem massa.

Intuitivamente é simples entendermos o surgimento de um bóson de Nambu-Goldstone no espectro: excitações na direção radial do mínimo implicam na superação do potencial, onde associamos a curvatura do potencial ao modo massivo; por outro lado, ao longo do círculo o potencial é plano, não havendo resistência às excitações na direção tangente.

1.3.1 O teorema de Goldstone

Formalmente, as simetrias podem ser realizadas de duas formas distintas. Em uma delas, à maneira de Wigner-Weyl, o estado de vácuo $|0\rangle$ no espaço de Hilbert é um autovetor do operador carga $Q = \int d^3x j^0(x)$ com autovalor nulo, ou seja, $Q|0\rangle = 0$. Na outra forma, à maneira de Nambu-Goldstone, $Q|0\rangle$ não é definido no espaço de Hilbert. Podemos verificar que de fato só há as duas possibilidades, resultado conhecido como *teorema de Fabri-Picasso* [2]: consideremos o elemento de matriz

$\langle 0|j^0(x)Q|0\rangle$. Impondo a invariância de translação $j^0(x) = \exp(-iPx)j^0(0)\exp(iPx)$, onde P^μ é o operador quadrimomento, temos

$$\begin{aligned}\langle 0|j^0(x)Q|0\rangle &= \langle 0|\exp(-iPx)j^0(0)\exp(iPx)Q|0\rangle \\ &= \langle 0|\exp(-iPx)j^0(0)Q\exp(iPx)|0\rangle,\end{aligned}\quad (1.38)$$

onde $[Q, P^\mu] = 0$, pois Q é um operador de simetria interna. Portanto $\langle 0|j^0(x)Q|0\rangle = \langle 0|j^0(0)Q|0\rangle$, deixando o elemento de matriz $\langle 0|j^0(x)Q|0\rangle$ independente de x . A norma de $Q|0\rangle$ é dada por

$$\begin{aligned}\langle 0|QQ|0\rangle &= \langle 0|\int d^3\mathbf{x} j^0(x)Q|0\rangle \\ &= \int d^3\mathbf{x} \langle 0|j^0(0)Q|0\rangle,\end{aligned}\quad (1.39)$$

que se torna divergente, a não ser que $Q|0\rangle = 0$. Logo, a norma de $Q|0\rangle$ é nula ou infinita (não definida no espaço de Hilbert).

Como consequência da divergência da norma de $Q|0\rangle$ temos, no caso de uma simetria contínua, o surgimento de partículas sem massa na teoria, resultado conhecido como teorema de Goldstone [3, 4]. Uma demonstração não-formal do teorema pode ser dada da seguinte forma: em uma simetria global contínua com uma corrente de Noether conservada

$$\partial_\mu j^\mu = \frac{\partial}{\partial x^0} j^0(x) + \nabla \cdot \mathbf{j}(x) = 0,\quad (1.40)$$

podemos escrever

$$\frac{\partial}{\partial x^0} \int d^3\mathbf{x} j^0(x) + \int d^3\mathbf{x} \nabla \cdot \mathbf{j}(x) = 0.\quad (1.41)$$

Consideremos o valor esperado no vácuo $\langle 0|[Q, \phi(y)]|0\rangle$, onde $\phi(y)$ é um campo não-invariante sob uma dada transformação contínua: se $Q|0\rangle = 0$, o vácuo é invariante e o valor esperado no vácuo é nulo; caso contrário, o comutador $[Q, \phi(y)]$ é igual a um outro campo $\phi'(y)$. Assim $\langle 0|[Q, \phi(y)]|0\rangle = \langle 0|\phi'(y)|0\rangle \neq 0$ e

$$\begin{aligned}0 &\neq \langle 0|\phi'(y)|0\rangle \\ &= \langle 0|\left[\int d^3\mathbf{x} j^0(x), \phi(y)\right]|0\rangle.\end{aligned}\quad (1.42)$$

De (1.41) temos

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^0} \int d^3\mathbf{x} \langle 0 | [j^0(x), \phi(y)] | 0 \rangle &= - \int d^3\mathbf{x} \langle 0 | [\nabla \cdot \mathbf{j}(x), \phi(y)] | 0 \rangle \\ &= - \int d\mathbf{S} \cdot \langle 0 | [\mathbf{j}(x), \phi(y)] | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Se a integral de superfície for nula, a expressão (1.42) é independente de x_0 . Neste caso, inserindo um conjunto completo de estados em (1.42), encontramos

$$\begin{aligned} 0 &\neq \int d^3\mathbf{x} \sum_n \{ \langle 0 | j^0(x) | n \rangle \langle n | \phi(y) | 0 \rangle - \langle 0 | \phi(y) | n \rangle \langle n | j^0(x) | 0 \rangle \} \\ &= \int d^3\mathbf{x} \sum_n \{ \langle 0 | j^0(0) | n \rangle \langle n | \phi(y) | 0 \rangle e^{ip_n x} - \langle 0 | \phi(y) | n \rangle \langle n | j^0(0) | 0 \rangle e^{-ip_n x} \} \\ &= \sum_n \delta^3(\mathbf{p}_n) \{ \langle 0 | j^0(0) | n \rangle \langle n | \phi(y) | 0 \rangle e^{ip_{n0} x_0} \\ &\quad - \langle 0 | \phi(y) | n \rangle \langle n | j^0(0) | 0 \rangle e^{-ip_{n0} x_0} \}, \end{aligned} \quad (1.44)$$

onde p_n são autovalores dos estados $|n\rangle$ em relação ao operador P^μ . Estados massivos $|n\rangle$ produzem fatores dependentes de x_0 na forma $e^{\pm iM_n x_0}$, pois $p_{n0} = M_n$ quando $\delta(\mathbf{p}_n = 0)$. Logo, como (1.44) é independente de x_0 , elementos de matriz j^0 entre estados $|0\rangle$ e estados massivos devem ser nulos. Por outro lado, tomando-se $|n\rangle = |0\rangle$, a expressão (1.44) é identicamente nula. Porém, a expressão é de antemão diferente de zero. Portanto, deve existir pelo menos algum estado no qual $\langle 0 | j^0 | n \rangle \neq 0$ ao mesmo tempo em que a expressão seja independente de x_0 . A única possibilidade é que tenhamos a existência de estados não-massivos, ou seja, estados no qual $p_{n0} = 0$, quando $\delta^3(\mathbf{p}_n = 0)$. Desta forma, a existência de um valor esperado no vácuo não nulo de algum campo, em uma teoria que possua uma simetria contínua, leva necessariamente ao surgimento de partículas sem massa no espectro. Este resultado é o que convencionalmente se denomina de *teorema de Goldstone*.

O número de bósons de Nambu-Goldstone no espectro é igual ao número de geradores do grupo de simetria quebrados. De uma maneira geral, isto pode ser visto da seguinte forma: consideremos que $\phi = \{\phi_i\}$ forma um multipletto de um grupo de simetria G , tal que $V(\phi)$ e $\mathcal{L}(\phi)$ sejam invariantes por

$$\phi \rightarrow \phi + \delta\phi = (1 + i\alpha_a T^a)\phi, \quad (1.45)$$

onde T^a ($a = 1, \dots, N$) são geradores de G . Se o mínimo do potencial corresponde a $\langle 0|\phi_i|0\rangle = v_i$, então

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \phi_i} \right|_{\phi=v} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{\phi=v} = M_{ij}^2 > 0, \quad (1.46)$$

onde $v = \{v_i\}$ e M é a matriz de massa dos campos ϕ . Alguns geradores satisfazem a relação

$$T^a v = 0, \quad a = 1, \dots, n, \quad (1.47)$$

enquanto outros quebram a simetria do vácuo, satisfazendo a relação

$$T^a v \neq 0, \quad a = (n+1), \dots, N. \quad (1.48)$$

O efeito da quebra da simetria sobre a matriz de massa pode ser determinado verificando-se a invariância de $V(\phi)$ por (1.45):

$$0 = V(\phi + \delta\phi) - V(\phi) = \frac{\partial V}{\partial \phi_i} \delta\phi_i = i\alpha_a \frac{\partial V}{\partial \phi_i} (T^a)_{ij} \phi_j. \quad (1.49)$$

Diferenciando-se a expressão acima com respeito a ϕ_k e calculando-se o resultado em $\phi = v$, com o auxílio de (1.46) podemos reescrevê-la em termos de M :

$$M_{ki}^2 (T^a v)_i = 0. \quad (1.50)$$

Os n geradores não-quebrados formam um subgrupo H de G que obedece a relação (1.47), satisfazendo trivialmente a expressão (1.50). Entretanto, para cada gerador quebrado, $T^a v$ é um autovetor de M^2 com autovalor nulo. Portanto, o número de bósons de Nambu-Goldstone é simplesmente o número $(N - n)$ de geradores quebrados.

1.4 O mecanismo de Higgs

Uma importante consequência surge quando impomos uma transformação local $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha(x)} \phi(x)$ em (1.28). Como vimos, isto pode ser feito através

da introdução da derivada covariante, de forma que a lagrangeana (1.28) possa ser reescrita na forma

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^* (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1.51)$$

onde introduzimos o termo cinético do campo A_μ , presente na derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$. Portanto, a lagrangeana (1.51) é invariante por uma transformação de calibre local $\phi(x) \rightarrow \phi(x)' = \exp(i\alpha(x))\phi(x)$, onde o campo A_μ transforma-se na forma $A_\mu \rightarrow A'_\mu = -(1/g)\partial_\mu\alpha(x)$.

Se $\mu^2 > 0$, \mathcal{L} descreve a interação de uma partícula escalar de massa μ com um campo de calibre A_μ (por exemplo, se $g \equiv e$, A_μ é o campo eletromagnético).

Se $\mu^2 < 0$, a simetria é quebrada espontaneamente. Repetindo o procedimento familiar de translação do campo ϕ ao verdadeiro vácuo da teoria, substituindo (1.36) em (1.51) encontramos

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 - v^2\lambda\eta^2 + \frac{1}{2}g^2v^2A_\mu A^\mu - gvA_\mu\partial^\mu\xi + \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \dots \quad (1.52)$$

Esta lagrangeana implica em um espectro de partículas composto de um bóson de Nambu-Goldstone ξ , um campo escalar massivo η ($m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2}$) e um campo vetorial massivo A_μ ($m_A = gv$). Entretanto, ao adquirir massa, o campo A_μ aumenta seu número de graus de liberdade de 2 para 3, pois ele passa a ter uma polarização longitudinal. Logo, a lagrangeana passa a ter 5 graus de liberdade no total: 3 do campo A_μ , 1 do campo ξ e 1 do campo η . Porém, antes da simetria ser espontaneamente quebrada, a lagrangeana apresentava 4 graus de liberdade: 2 do campo A_μ e 2 do campo ϕ . Isto indica que os campos presentes em (1.52) não correspondem a partículas distintas. No entanto, podemos utilizar uma transformação de calibre particular para eliminar um dos campos de \mathcal{L}' . Podemos parametrizar a transformação (1.36) convenientemente na forma

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta + i\xi) \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta)e^{i\xi/v}. \quad (1.53)$$

Isto sugere a possibilidade de utilizarmos uma transformação para o campo

ϕ em termos de campos reais h e θ dada por

$$\phi \rightarrow \phi' = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x))e^{i\theta(x)/v}, \quad (1.54)$$

de tal forma que o campo vetorial A_μ transforme-se como

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{gv}\partial_\mu\theta. \quad (1.55)$$

Substituindo estas novas transformações dos campos ϕ e A_μ na lagrangeana (1.51), obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2}g^2 v^2 A_\mu^2 - \lambda v h^3 \\ & - \frac{1}{4}\lambda h^4 + \frac{1}{2}g^2 A_\mu^2 h^2 + v g^2 A_\mu^2 h. \end{aligned} \quad (1.56)$$

O espectro de partículas agora é composto por um escalar massivo h ($m_h = \sqrt{2\lambda v^2}$) e um bóson vetorial massivo A_μ ($m_A = gv$). A lagrangeana acima possui o número correto de graus de liberdade: 3 do campo A_μ e 1 do campo h . O calibre utilizado para eliminar o campo espúrio ξ é conhecido como *calibre unitário*. Portanto verificamos que o aparente bóson de Nambu-Goldstone ξ sumiu do espectro. No linguajar usual dizemos que o bóson de Nambu-Goldstone foi “engolido” pelo bóson de calibre, sendo transformado em sua polarização longitudinal. Este fenômeno é conhecido como *mecanismo de Higgs* [5].

Na sequência apresentaremos o modelo de Glashow-Weinberg-Salam das interações eletrofracas, onde o mecanismo de Higgs possui um papel central na geração das massas dos bósons e férmions.

1.5 O modelo de Glashow-Weinberg-Salam

O modelo de Glashow-Weinberg-Salam (GWS) [6], que descreve as interações eletrofracas, é uma teoria de calibre descrita pelo grupo não-abeliano de simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, contendo 3 bósons de calibre W_μ^i , acoplados aos isotripletos de correntes neutras \mathbf{J}_μ na forma

$$-ig\mathbf{J}_\mu \cdot \mathbf{W}^\mu = -ig\bar{\psi}_L\gamma_\mu\mathbf{T} \cdot \mathbf{W}^\mu\psi_L, \quad (1.57)$$

e um bóson B_μ acoplado a uma corrente de hipercarga j_μ^Y na forma

$$-i\frac{g'}{2}j_\mu^Y B^\mu = -i\frac{g'}{2}\bar{\psi}\gamma_\mu Y\psi B^\mu. \quad (1.58)$$

Os operadores $\mathbf{T} \equiv \frac{\tau}{2}$ e Y são os geradores dos grupos de simetria $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$, respectivamente. As transformações $SU(2) \otimes U(1)$ das componentes quirais de ψ são

$$\psi_L \rightarrow \psi'_L = e^{i\alpha(x)\cdot\mathbf{T}+i\beta(x)Y}\psi_L \quad \text{e} \quad \psi_R \rightarrow \psi'_R = e^{i\beta(x)}\psi_R, \quad (1.59)$$

onde ψ_L são dubletos de mão-esquerda e ψ_R são singletos de mão-direita. Por exemplo, no caso do elétron temos

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L^- \end{pmatrix}, \quad \text{onde} \quad T = \frac{1}{2}, \quad Y = -1; \quad (1.60)$$

$$\psi_R = e_R^-, \quad \text{onde} \quad T = 0, \quad Y = -2. \quad (1.61)$$

Impondo uma invariância sob a simetria $SU(2) \otimes U(1)$, a lagrangeana é escrita na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}_L\gamma_\mu[i\partial_\mu - \frac{g}{2}\tau^i W_{\mu\nu}^i + \frac{g'}{2}B_\mu]\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu[i\partial_\mu + g'B_\mu]\psi_R \\ & - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1.62)$$

onde $W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k$ e $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$.

A lagrangeana descreve um sistema de bósons de calibre não-massivos interagindo com férmions também sem massa. Por invariância de calibre, termos de massa para os bósons vetoriais são proibidos. O termo de massa dos férmions

$$-m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R) \quad (1.63)$$

também é proibido, pois ψ_L é membro de um dubleto $SU(2)$, enquanto ψ_R é um singlete; este termo manifestamente quebra a invariância de calibre.

Todavia, implementando uma quebra espontânea de simetria, podemos gerar massas para os bósons e férmions da teoria por meio do mecanismo de Higgs.

1.5.1 Geração de massas no modelo GWS

As massas dos bósons e férmions no modelo GWS são geradas por meio da quebra espontânea da simetria eletrofraca. No caso dos bósons vetoriais, as massas são geradas por meio da contribuição dos escalares à lagrangeana, dada por

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.64)$$

onde $\lambda > 0$ e ϕ é um dubleto de campos escalares complexos $SU(2)$ dado por

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}. \quad (1.65)$$

O potencial (1.64) é o potencial escalar renormalizável, com simetria $SU(2)$, mais geral possível. A derivada covariante é dada por

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g}{2}\tau \cdot W_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu. \quad (1.66)$$

Na geração das massas dos bósons de calibre, o termo relevante na lagrangeana (1.64) é dado por

$$\begin{aligned} |(-ig\frac{\tau^i}{2}W_\mu^i - ig'\frac{B_\mu}{2})\langle\phi\rangle|^2 &= \left(\frac{gv}{2}\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} \\ &+ \frac{1}{8}v^2 (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{8}v^2 (gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 + 0(g'W_\mu^3 + gB_\mu)^2 \\ &+ \left(\frac{gv}{2}\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu}, \end{aligned} \quad (1.67)$$

onde $W^\pm = (W^1 \mp iW^2)/\sqrt{2}$ e $\langle\phi\rangle \equiv \langle 0|\phi|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, v)$. A matriz de massa dos campos neutros é não-diagonal na base (W^3, B) , sendo um dos autovalores de massa nulo. Os auto-estados de massa neutros são escritos como

$$Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \equiv W_\mu^3 \cos\theta_W - B_\mu \sin\theta_W, \quad (1.68)$$

$$A_\mu = \frac{gB_\mu + g'W_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \equiv W_\mu^3 \sin\theta_W + B_\mu \cos\theta_W, \quad (1.69)$$

onde incluímos o ângulo de Weinberg (ou ângulo de mistura fraca) θ_W , definido como

$$\cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \text{sen}\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (1.70)$$

Comparando (1.67) com os termos típicos de massa dos campos físicos W_μ^\pm , Z_μ e A_μ temos

$$M_W = \frac{1}{2}gv, \quad M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2} \quad \text{e} \quad M_A = 0, \quad (1.71)$$

de forma que

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos\theta_W, \quad (1.72)$$

sendo a desigualdade $M_Z \neq M_W$ devida à mistura entre os campos B_μ e W_μ^3 .

Geração das massas dos férmions

O mesmo dubleto de Higgs usado na geração de massas de bósons pode ser utilizado na geração de massas de férmions, por meio de acoplamentos de Yukawa da forma

$$\mathcal{L}_Y = -G_\psi \bar{\psi}_L \phi \psi_R + \text{c.h.} \quad (1.73)$$

Por exemplo, no caso do elétron

$$\mathcal{L}_Y = -G_e \left[(\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right]. \quad (1.74)$$

O dubleto de Higgs tem exatamente os números quânticos da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para se acoplar à $\bar{e}_L e_R$. Quando a simetria é espontaneamente quebrada, temos

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (1.75)$$

O termo da lagrangeana responsável pela massa do elétron é então

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= -\frac{G_e}{\sqrt{2}} v (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{G_e}{\sqrt{2}} \sqrt{2} v (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) h \\ &= -m_e \bar{e} e - \frac{m_e}{v} \bar{e} e h, \end{aligned} \quad (1.76)$$

onde $m_e = G_e v / \sqrt{2}$, sendo G_e uma constante arbitrária (constante de Yukawa).

As massas dos quarks são geradas da mesma forma. Para gerarmos a massa do componente superior do dubleto, utilizamos um dubleto de Higgs $\phi_c = -i\tau_2\phi^*$, cuja forma explícita é

$$\phi_c = -i\tau_2\phi^* = \begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix}. \quad (1.77)$$

Logo, para a primeira família de quarks temos

$$\mathcal{L}_Y = -G_d(\bar{u}, \bar{d})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} d_R - G_u(\bar{u}, \bar{d})_L \begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} u_R + \text{c.h.} \quad (1.78)$$

Substituindo um valor esperado no vácuo do dubleto de Higgs dado por

$$\langle \phi^c \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + h \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.79)$$

na expressão (1.78), obtemos

$$\mathcal{L}_Y = -m_d \bar{d}d - m_u \bar{u}u - \frac{m_d}{v} \bar{d}dh - \frac{m_u}{v} \bar{u}uh, \quad (1.80)$$

onde os dois primeiros termos são os termos de massa dos quarks u e d , enquanto os dois últimos representam seus acoplamentos ao bóson de Higgs.

Neste capítulo vimos portanto os principais ingredientes utilizados na construção e geração de massas de férmions e bósons no Modelo Padrão. Entretanto, a presença do bóson de Higgs acarreta alguns aspectos insatisfatórios neste cenário. No capítulo seguinte abordaremos estes problemas em maior profundidade e apresentaremos alguns modelos de uma teoria em que a geração de massas é implementada por meio de uma quebra dinâmica de simetria.

Capítulo 2

Quebra Dinâmica de Simetria

2.1 Alguns problemas do setor escalar do Modelo Padrão

A Cromodinâmica Quântica (*QCD*), teoria que descreve as interações fortes, aliada ao modelo de Glashow-Weinberg-Salam (*GWS*), que descreve as interações eletrofracas, constituem o que denominamos de Modelo Padrão (*MP*) das partículas elementares, cujo grupo de simetria de calibre é $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Devido aos princípios de calibre e de renormalizabilidade, a geração das massas dos bósons e férmions do *MP* é implementada através do mecanismo de Higgs, envolvendo a auto-interação de campos escalares elementares.

Entretanto, além da ausência de evidências experimentais dos bósons de Higgs, que são introduzidos de maneira *ad hoc* com a estrita finalidade de efetuar a quebra espontânea da simetria do setor eletrofraco, o mecanismo envolvido na geração das massas dos bósons e férmions não explica por que há a quebra de simetria eletrofraca nem por que o parâmetro de ordem $\langle 0|\phi|0\rangle = v$ é cerca de 246 GeV. Além disto, a ausência de vínculos suficientes sobre os auto-acoplamentos dos campos de Higgs e sobre seus acoplamentos de Yukawa com férmions, resulta em um grande número de parâmetros livres na teoria, indicando a necessidade de uma compreensão mais profunda da Natureza.

Não bastasse isto, a presença de escalares fundamentais no *MP* viola um princípio das teorias de campos conhecido por naturalidade [7], fundado na intuitiva

expectativa de que os fenômenos macroscópicos devam surgir de propriedades microscópicas. Assim, por exemplo, esperamos que as propriedades de líquidos e sólidos resultem das propriedades de moléculas e átomos. Neste caso os diversos parâmetros que descrevem a Física microscopicamente são cuidadosamente ajustados pela Natureza, resultando em propriedades macroscópicas bem definidas. Entretanto, caso estes ajustes ocorram em uma precisão infinita e sejam instáveis por pequenas perturbações, podemos considerá-los não-naturais.

Tal filosofia, quando estendida às teorias de calibre, implica que para que uma teoria seja natural, as interações efetivas em uma escala de energia μ_1 devam seguir das características de uma lagrangeana válida em uma escala de energia $\mu_2 \gg \mu_1$, sem o requerimento que os vários parâmetros na escala μ_2 combinem-se com uma precisão da ordem $O(\mu_1/\mu_2)$. Caso em uma determinada escala μ_2 alguns parâmetros sejam muito pequenos, como por exemplo da ordem $\alpha(\mu_2) \simeq O(\mu_1/\mu_2)$, podemos ainda considerá-los naturais contanto que suas magnitudes não sejam afetadas de forma consistente por efeitos de ordens mais altas. Neste contexto as simetrias têm um importante papel, pois esperamos correções radiativas da mesma ordem ou mesmo menores que as magnitudes em ordem mais baixa dos parâmetros em questão, contanto que exista uma simetria garantindo seus pequenos valores. Para isto, em qualquer escala μ , um conjunto de parâmetros $\alpha_i(\mu)$ podem ser muito pequenos apenas se ao considerarmos $\alpha_i(\mu) = 0$, tivermos a simetria do sistema aumentada. Este requerimento garante que todas as renormalizações dos parâmetros $\alpha_i(\mu)$ sejam proporcionais aos seus valores.

Em uma teoria envolvendo campos escalares, como no caso do modelo GWS, a violação de naturalidade está relacionada às divergências quadráticas das massas dos bósons de Higgs. Ao considerarmos suas massas $M_{H_0} = 0$, a simetria da lagrangeana não é alterada. Neste caso, suas massas $M_{H_0} = v\sqrt{2\lambda}$ são instáveis por correções radiativas. Diagramas com *loops*, como os da Figura 2.1, originam correções de renormalização quadraticamente divergentes às massas nuas M_{H_0} dos bósons de Higgs da forma

$$\delta M_H^2 \propto \lambda \int^\Lambda \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2} \sim \lambda \Lambda^2, \quad (2.1)$$

onde Λ é um corte ultravioleta.

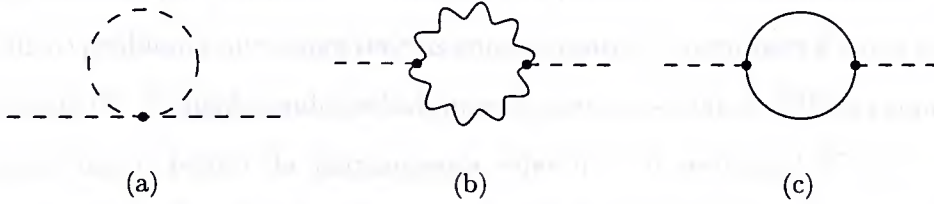


Fig.2.1 Correções radiativas à massa do Higgs devido a: (a) o termo $\lambda\phi^4$; (b) loops de bósons de calibre; (c) loops de férmions.

Mais precisamente, a correção do diagrama (a) devido à auto-interação quártica é escrita na forma

$$-i\Sigma(p) = -3i\lambda \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - M_{H_0}^2}, \quad (2.2)$$

onde $\Sigma(p)$ é a auto-energia do bóson escalar, representando a contribuição dinâmica proveniente das interações à massa. O resultado de (2.2), quadraticamente divergente, é dado por

$$\begin{aligned} \Sigma(p) &= 3\lambda \int \frac{d\Omega_4}{(2\pi)^4} \int^\Lambda dk \frac{k^3}{k^2 + M_{H_0}^2} \\ &= \frac{3\lambda}{8\pi^2} \left[\frac{\Lambda^2}{2} - \frac{M_{H_0}^2}{2} \ln(\Lambda^2 + M_{H_0}^2) \right]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Da expressão do propagador completo de um bóson escalar massivo

$$iG'_F = \frac{i}{p^2 - m_0^2 - \Sigma(p)}, \quad (2.4)$$

podemos verificar que a massa física m obedece a relação $m^2 = m_0^2 + \Sigma(p)$. Neste caso, como no limite em que $\Lambda \gg v$ o termo proporcional a Λ^2 é dominante na expressão (2.3), a massa quadrática do Higgs é dada por

$$M_H^2 = M_{H_0}^2 + \frac{3\lambda}{16\pi^2} \Lambda^2. \quad (2.5)$$

Como ilustração, tomando-se o corte na escala de Planck $\Lambda \simeq 10^{19}$ GeV e considerando-se $3\lambda/16\pi^2 \simeq 1$, para uma massa renormalizada $M_H \simeq 1$ TeV, o parâmetro $M_{H_0}^2$ deve ser negativo e se ajustar com a auto-energia na precisão da

ordem de 10^{-16} ! Isto é um ajuste definitivamente não-natural, sendo a divergência quadrática instável por diminutas variações dos parâmetros fundamentais.

Outro problema que aflige teorias com escalares elementares é o que chamamos de trivialidade [8]. Considerando isoladamente o setor escalar do MP, ou seja, levando em conta apenas o termo da lagrangeana referente ao potencial $V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2$, no caso em que $\mu^2 < 0$ o acoplamento λ da auto-interação quártica do Higgs é dado por

$$\lambda = \frac{-2\mu^2}{2v^2} = \frac{M_H^2}{2v^2}. \quad (2.6)$$

Em 1ª ordem em teoria de perturbação, λ varia com a escala de renormalização Q na forma

$$\frac{d\lambda}{d \log(Q^2/Q_0^2)} = \frac{3\lambda^2}{4\pi^2}, \quad (2.7)$$

onde Q_0 é alguma escala de referência (muitas vezes tomamos $Q_0 = v$). A solução de (2.7) tem a forma

$$\lambda(Q) = \frac{\lambda(Q_0)}{1 - (3\lambda(Q_0)/4\pi^2) \log(Q^2/Q_0^2)}. \quad (2.8)$$

Por estabilidade do vácuo, o acoplamento $\lambda(Q)$ é positivo. Logo, no limite $Q^2 \rightarrow Q_0^2 \exp(4\pi^2/3\lambda Q_0)$, a constante de acoplamento $\lambda(Q)$ diverge (pólo de Landau). Alternativamente, quando $Q \rightarrow 0$, a constante de acoplamento $\lambda(Q_0) \rightarrow 0$. Neste caso a teoria só é consistente com $\lambda(Q_0) = 0$; porém, sem o termo $\lambda\phi^4$, a teoria não possui interação, tornando-se uma teoria dita trivial.

2.2 Quebra dinâmica de simetria

Apesar da existência de problemas afligindo o setor escalar do Modelo Padrão, a utilização de simetrias ocultas na construção de modelos que descrevam as interações fundamentais tem sido habitual. Isto deve-se basicamente à crença na qual as leis fundamentais da Natureza possuem um alto grau de simetria e que o espectro de massas das partículas origina-se em uma hierarquia de escalas de quebra de simetrias.

Os problemas de naturalidade e trivialidade estão ligados à presença de campos escalares, tornando importante a busca de uma alternativa ao setor escalar do MP, onde a quebra de simetria eletrofraca ocorre através da dinâmica de campos elementares de Higgs. Um dos modelos de Física além do MP insensível ao problema de naturalidade é a *Supersimetria*. Neste modelo a divergência quadrática presente na auto-energia do Higgs é removida por cancelamentos entre as contribuições dos parceiros supersimétricos fermiônicos e bosônicos [9]. Muitos modelos supersimétricos requerem a presença de dois dubletos de Higgs, onde 3 dentre os 8 campos reais iniciais tornam-se graus de liberdade longitudinais dos bósons Z^0 e W^\pm e os 5 restantes tornam-se campos de Higgs físicos. Até o momento não há evidência experimental destes campos, seja como partículas físicas, seja como partículas virtuais.

Outra possibilidade de geração de massas ocorre em teorias com Quebra Dinâmica de Simetria (QDS), onde a simetria é quebrada por meio de correlações entre campos, que diminuem a energia do vácuo. A dinâmica entre os campos realiza o papel anteriormente realizado pelo parâmetro de ordem $\langle 0|\phi|0\rangle$. As correlações entre os campos, denominadas condensados, são formadas por férmions ou bósons de calibre, de forma que possamos ter $\langle 0|\bar{\psi}\psi|0\rangle \neq 0$ ou $\langle 0|F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}|0\rangle \neq 0$, onde ψ é o campo de matéria e $F_{\mu\nu}$ o tensor intensidade do campo de calibre da teoria que admite condensação. Devido a ausência de campos escalares fundamentais, teorias com QDS não são afetadas por problemas de naturalidade e trivialidade.

A fenomenologia da *QCD* é consistente com a existência de um parâmetro de ordem formado pelo condensado $\langle 0|\bar{\psi}\psi|0\rangle \neq 0$, onde $\psi = u, d, \dots$, indicando que a simetria quiral é dinamicamente quebrada. Os condensados $\langle 0|\bar{\psi}\psi|0\rangle \equiv \langle \bar{\psi}\psi \rangle$ são formados quando a interação da *QCD* torna-se forte, mais precisamente na escala Λ_{QCD} , onde a constante de acoplamento forte é da ordem $\alpha_s \simeq 1$. Em vista disso, a quebra dinâmica de simetria, bem como sua escala de massa, é provida de uma explicação natural: a simetria quiral é quebrada dinamicamente por meio de uma interação de calibre.

Dependendo dos números quânticos dos condensados, tanto a simetria quiral

quanto a simetria de calibre podem ser quebradas. Neste caso é instrutivo analisarmos a influência da interação forte na quebra da simetria eletrofraca.

Contudo, antes disto é indispensável examinarmos algumas técnicas comumente empregadas no estudo de quebra dinâmica de simetrias.

2.3 Equações de Schwinger-Dyson

Como vimos, a quebra dinâmica de uma determinada simetria é causada pela ação de condensados formados em uma escala na qual a interação de calibre responsável pela quebra torna-se forte. Isto evidencia o caráter não-perturbativo de mecanismos com QDS, indicando a necessidade de desenvolvimento de técnicas não-perturbativas para o seu estudo.

No caso da *QCD*, uma das possíveis maneiras de análise de fenômenos no regime não-perturbativo está na simulação da teoria na rede, utilizando-se uma versão discretizada da teoria. Apesar de tal técnica apresentar resultados relevantes no estudo de propriedades hadrônicas na medida em que novos algoritmos e técnicas computacionais são desenvolvidos, a extensão do limite da rede para um espaço-tempo contínuo gera uma série de dificuldades.

Uma técnica alternativa não-perturbativa usualmente empregada é baseada em equações integrais acopladas que relacionam todas as funções de Green de uma determinada teoria de campos; esta torre infinita de equações é conhecida por Equações de Schwinger-Dyson (ESD) [10], cujas soluções determinam todas as funções de Green de n -pontos, definindo completamente a teoria.

Geralmente o estudo de quebra dinâmica de simetrias é realizado através da determinação de soluções não-triviais da Equação de Schwinger-Dyson para a auto-energia fermiônica $\Sigma(p)$, contida no propagador completo de Feynman fermiônico $iS'_F(p)$ na forma

$$iS'_F(p) = \frac{i}{\not{p} - m_0 - \Sigma(p)}. \quad (2.9)$$

Neste caso, nosso problema central é determinar se uma teoria inicialmente

sem massa ($m_0 = 0$) pode gerar uma massa dinâmica não-trivial ($\Sigma(p) \neq 0$). Convém lembrar que, perturbativamente, quando $m_0 = 0$ todas as correções perturbativas são nulas ordem por ordem; isto realça o caráter não-perturbativo do processo de quebra dinâmica da simetria.

Em uma teoria abeliana, a Equação de Schwinger-Dyson para a auto-energia $\Sigma(p)$ é escrita na forma

$$-i\Sigma(p) = (-ig)^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} iD'_F(k)_{\mu\nu} \Gamma^\mu(p, p-k) iS'_F(p-k) \gamma^\nu, \quad (2.10)$$

onde $iS'_F(p-k)$ é o propagador completo do férmion, $iD'_F(k)_{\mu\nu}$ é o propagador completo do bóson de calibre e $\Gamma^\mu(p, p-k)$ é o vértice próprio completo. Pictoricamente, a equação (2.10) é representada pela Figura 2.2:

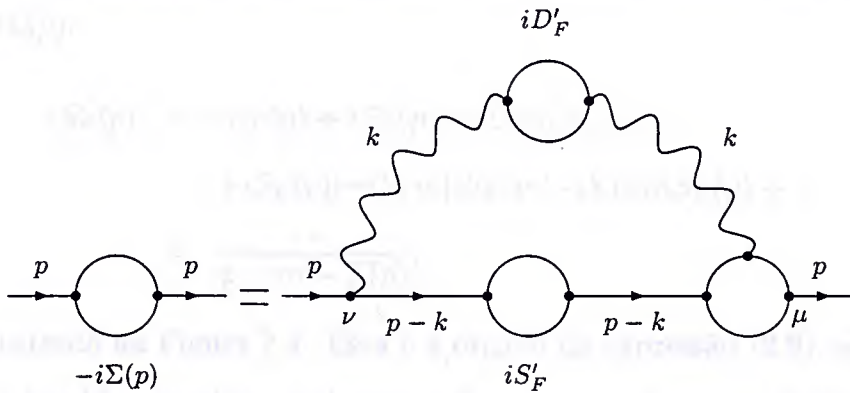


Fig.2.2 Equação de Schwinger-Dyson para a auto-energia $\Sigma(p)$.

O propagador completo do férmion $iS'_F(p)$ é a transformada de Fourier da função de correlação de dois pontos do férmion $iS'_F(x-y) \equiv \langle 0|T(\psi(x)\bar{\psi}(y))|0\rangle$, ou seja

$$\frac{i}{\not{p} - m_0 - \Sigma(p)} = i \int d^4x \langle 0|T(\psi(x)\bar{\psi}(y))|0\rangle e^{ip(x-y)}, \quad (2.11)$$

sendo $iS'_F(x-y)$ a soma de todos os diagramas conexos¹ em que há apenas uma linha externa de férmion entrando em y e apenas uma saindo em x , sem nenhuma linha externa de bóson (Figura 2.3). Os diagramas que compõem iS'_F são de duas espécies distintas: os diagramas *próprios*, que não podem ser divididos em duas partes

¹Gráficos conexos são aqueles em que todas as linhas externas são conectadas umas às outras.

disjuntas pela remoção de uma linha de férmion, e os diagramas *impróprios* que, ao contrário dos diagramas próprios, podem ser divididos através de um corte em uma linha de férmion.



Fig.2.3 Propagador completo do férmion.

No espaço de momentos, removendo os fatores $iS_F(p) = i(\not{p} - m)^{-1}$ relacionados às linhas de férmions externas, denotamos por $-i\Sigma(p)$ a soma de todos os diagramas próprios e conexos de um férmion com momento p . Neste caso, o propagador completo $iS'_F(p)$ pode ser escrito como uma soma de uma série de auto-energias próprias $-i\Sigma(p)$:

$$\begin{aligned}
 iS'_F(p) &= iS_F(p) + iS_F(p)[-i\Sigma(p)]iS_F(p) \\
 &\quad + iS_F(p)[-i\Sigma(p)]iS_F(p)[-i\Sigma(p)]iS_F(p) + \dots \\
 &= \frac{i}{\not{p} - m - \Sigma(p)}, \tag{2.12}
 \end{aligned}$$

conforme ilustrado na Figura 2.4. Esta é a origem da expressão (2.9), sendo a auto-energia $\Sigma(p)$ também usualmente denominada *operador de massa do férmion*.

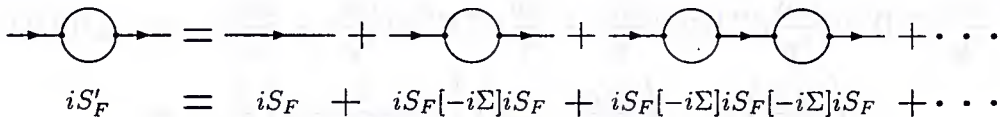


Fig.2.4 Propagador fermiônico como uma soma de inserções $\Sigma(p)$.

O propagador completo do bóson de calibre possui uma estrutura semelhante. No espaço de coordenadas iD'_F é escrito na forma

$$iD'_F(x - y)^{\mu\nu} = \langle 0|T(A^\mu(x)A^\nu(y))|0\rangle, \tag{2.13}$$

que consiste na soma de todos os diagramas conexos e próprios com duas linhas externas de bósons e nenhuma linha externa de férmion (Figura 2.5).



Fig.2.5 Propagador completo do bóson.

A soma de todos os diagramas próprios com linhas externas de bósons removidas, denotada por $ig^2\Pi_{\mu\nu}$ e denominada por *auto-energia própria do bóson* ou *tensor de polarização do vácuo*, é análoga ao operador de massa $\Sigma(p)$. Logo, de forma semelhante à equação (2.12), o propagador completo bosônico no calibre de Feynman pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned} iD'_F(q)^{\mu\nu} &= iD_F(q)^{\mu\nu} + iD_F^{\mu\lambda}[ig^2\Pi_{\lambda\delta}]iD_F^{\delta\nu} + \dots \\ &= -\frac{ig^{\mu\nu}}{q^2} + \frac{ig^2}{q^2}[i\Pi^{\mu\nu}]\frac{i}{q^2} - \frac{ig^4}{q^2}[i\Pi^{\mu\lambda}]\frac{i}{q^2}[i\Pi'_{\lambda}]\frac{i}{q^2} + \dots, \end{aligned} \quad (2.14)$$

representada pictoricamente na forma

$$\begin{aligned} \text{wavy line with circle} &= \text{wavy line} + \text{wavy line with circle} + \text{wavy line with two circles} + \dots \\ iD'^{\mu\nu}_F &= iD^{\mu\nu}_F + iD^{\mu\lambda}_F[ig^2\Pi_{\lambda\delta}]iD^{\delta\nu}_F + iD^{\mu\lambda}_F[ig^2\Pi_{\lambda\delta}]iD^{\delta\omega}_F[ig^2\Pi_{\omega\tau}]iD^{\tau\nu}_F + \dots \end{aligned}$$

Fig.2.6 Propagador bosônico como uma soma de inserções $ig^2\Pi_{\mu\nu}$.

Formalmente, somando-se a série (2.14) obtemos

$$\begin{aligned} iD'_F(q)_{\mu\nu} &= -i\frac{g_{\mu\nu}}{q^2} + i\frac{g_{\mu\lambda}}{q^2}[ig^2\Pi^{\lambda\delta}]i\frac{g_{\delta\nu}}{q^2} + i\frac{g_{\mu\lambda}}{q^2}[ig^2\Pi^{\lambda\delta}]i\frac{g_{\delta\omega}}{q^2}[ig^2\Pi^{\omega\tau}]i\frac{g_{\tau\nu}}{q^2} + \dots \\ &= -\frac{i}{q^2} \left[\frac{1}{1 - g^2\Pi(q^2)} \right] \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) - \frac{i}{q^2} \left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right), \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde a invariância de calibre implica na relação $\Pi^{\mu\nu} = (q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu)\Pi(q^2)$.

O ingrediente final na composição da ESD do operador de massa $\Sigma(p)$ é o vértice próprio $\Gamma_\mu(p, p - k)$, definido como a soma de todos os diagramas conexos e próprios que possuam duas pernas externas de férmions e uma perna externa de bóson. Usualmente o vértice próprio é escrito na forma $\Gamma_\mu(p', p)$, onde p' e p denotam os quadrimomentos das linhas fermiônicas que entram e saem do vértice, respectivamente. Na definição de $\Gamma_\mu(p', p)$ os propagadores das linhas externas de férmions e

bósons são removidos, assim como o fator $-ig^2$ proveniente das regras de Feynman. Neste caso, os diagramas de vértices próprios são normalizados de forma que, em nível de árvore, $\Gamma_\mu(p', p) = \gamma_\mu$. Levando-se em conta ordens mais altas, Γ_μ é geralmente escrito na forma

$$\Gamma_\mu(p', p) = \gamma_\mu + \Lambda_\mu(p', p), \quad (2.16)$$

onde $\Lambda_\mu(p', p)$ carrega todas as contribuições de ordens superiores.

Analizada a estrutura das componentes da equação de Schwinger-Dyson para $\Sigma(p)$, nos resta verificar se de fato a equação (2.10) abrange todos os diagramas que contribuem para a auto-energia fermiônica: após a primeira interação no vértice ν , há um férmion e um bóson que interagem de todas as maneiras consistentes com a eventual absorção do bóson; neste caso, após considerarmos os propagadores completos do férmion e do bóson, computamos no vértice μ todos os tipos de vértices próprios que possuam duas linhas de férmions e uma de bóson. Logo, todos os diagramas possíveis estão englobados. A consideração de apenas um vértice completo Γ_μ evita que cometamos um erro: a presença de um vértice completo adicional no vértice ν faz com que computemos alguns diagramas duas vezes, como por exemplo o diagrama da Figura 2.7.

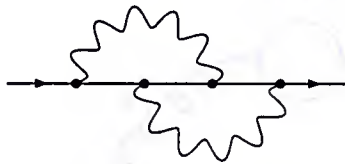


Fig.2.7 Um dos termos que compõem o operador de massa $\Sigma(p)$.

Em teorias não-abelianas, a equação de Schwinger-Dyson para $\Sigma(p)$ é ligeiramente modificada. Por exemplo, no caso da QCD, baseada no grupo de simetria $SU(3)_C$, a ESD é dada por

$$-i\Sigma(p) = (-ig)^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} iD'_F(k)_{\mu\nu}^{ab} \Gamma^\mu(p, p-k) \frac{\lambda^a}{2} iS'_F(p-k) \gamma^\nu \frac{\lambda^b}{2}, \quad (2.17)$$

onde $\lambda^a/2$ são os geradores do grupo $SU(3)$ e $a, b = 1, 2, \dots, 8$ são índices de cor. Esta equação é diagramaticamente representada pela Figura 2.8. Na resolução das

equações de Schwinger-Dyson são necessárias diversas aproximações, em vista da sua complexidade. Uma destas aproximações, conhecida por *rainbow*, consiste na utilização do vértice próprio Γ_μ em nível de árvore:

$$\Gamma_\mu(p, p - k) = \gamma_\mu. \tag{2.18}$$

Outra aproximação comumente empregada é denominada por *quenched*, consistindo na utilização do propagador do bóson de calibre sem levar em consideração ordens mais altas (*loops* de férmions). Além destas aproximações é comum escrever todos os propagadores no calibre de Landau, visto que neste calibre as contas são enormemente simplificadas.

Quando empregadas conjuntamente, estas aproximações têm como principal vantagem o fato de possibilitarem o desacoplamento das equações de Schwinger-Dyson², de forma que possamos estudá-las separadamente.

Por outro lado, estas aproximações estão acompanhadas da perda da invariância de calibre. Entretanto, tais aproximações são extremamente úteis para indicar o comportamento qualitativo do problema [11], uma vez que esperamos que resultados físicos sejam independentes da escolha de calibre.

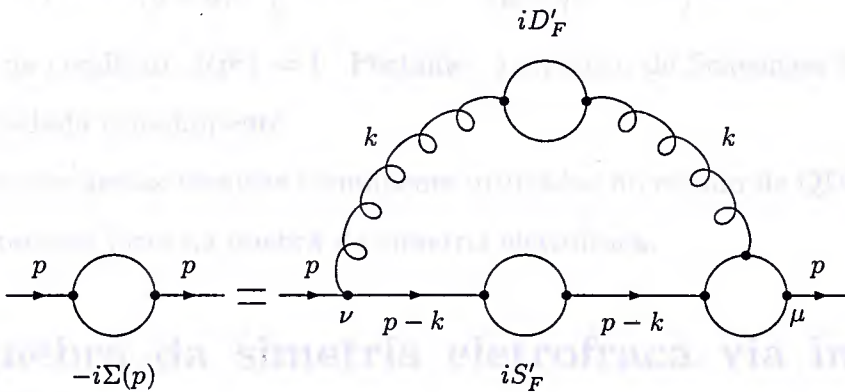


Fig.2.8 Equação de Schwinger-Dyson para a auto-energia $\Sigma(p)$ na teoria da QCD.

Um procedimento bastante comum consiste em escrever o propagador completo iS'_F no espaço euclideano em termos de funções escalares dependentes quadrati-

²Além da equação de Schwinger-Dyson para $-i\Sigma(p)$, temos equações para $ig^2\Pi_{\mu\nu}(q)$ e $\Gamma_\mu(p', p)$.

camente do momento:

$$S'_F(p)^{-1} = i\gamma \cdot p A(p^2) + B(p^2). \quad (2.19)$$

Por intermédio da expressão acima na aproximação *rainbow* e do propagador do glúon no espaço euclideano e calibre de Landau dado por

$$D_{\mu\nu}^{ab} = \delta^{ab} \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) D(q^2), \quad (2.20)$$

obtemos um conjunto de equações integrais acopladas dadas por

$$\begin{aligned} [A(p^2) - 1] p^2 &= \frac{4}{3} g^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} D(p-q) \frac{A(q^2)}{q^2 A^2(q^2) + B^2(q^2)} \\ &\times \left[p \cdot q + 2 \frac{q \cdot (p-q)(p-q) \cdot p}{(p-q)^2} \right]; \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$B(p^2) = 4g^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} D(p-q) \frac{B(q^2)}{q^2 A^2(q^2) + B^2(q^2)}, \quad (2.22)$$

onde utilizamos $\Sigma_a \lambda^a \lambda^a = 4/3$. Com o auxílio da aproximação *quenched* em (2.21), em que $D(q^2) = 1/q^2$, a integração angular da ESD (2.22) é [22]

$$\int d\Omega_4 \frac{1}{(p-q)^2} \left[p \cdot q + 2 \frac{q \cdot (p-q)(p-q) \cdot p}{(p-q)^2} \right] \equiv 0, \quad (2.23)$$

implicando na condição $A(p^2) = 1$. Portanto, a equação de Schwinger-Dyson (2.23) pode ser estudada isoladamente.

De posse destas técnicas comumente utilizadas no estudo de QDS, vejamos o papel da interação forte na quebra da simetria eletrofraca.

2.4 Quebra da simetria eletrofraca via interação forte

Grande parte de nossas idéias a respeito de quebra dinâmica de simetrias deriva de nossa experiência com *QCD*. Consideremos inicialmente a *QCD* com apenas dois sabores de quarks: *u* e *d*. No limite quiral, onde as massas m_u e m_d são nulas, a lagrangeana da *QCD*, sem a presença das interações eletrofracas, possui uma simetria

global exata $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_V \otimes U(1)_A$. A simetria $U(1)_V$, associada à conservação do número bariônico, é irrelevante à nossa discussão, visto que o vácuo da QCD é invariante por $U(1)_V$, bem como a simetria $U(1)_A$, que possui uma anomalia.

A existência dos parâmetros de ordem

$$\langle \bar{u}_L u_R \rangle = \langle \bar{d}_L d_R \rangle \neq 0, \quad (2.24)$$

indica a quebra da simetria de isospin quiral $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$, sendo o vácuo da QCD simétrico pela simetria de isospin $SU(2)_{L+R}$. A quebra dinâmica da simetria $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \rightarrow SU(2)_{L+R}$ implica no surgimento de 3 bósons de Nambu-Goldstone, os píons.

A interação forte, na presença das interações eletrofracas sem o setor escalar, forma uma teoria cujo espectro sugere a existência de bósons e férmions sem massas. Entretanto, tal sugestão é equivocada, pois a interação forte também pode quebrar a simetria do setor eletrofraco. De fato, os píons originados na quebra da simetria quiral substituem os campos escalares convencionais, transformando-se em componentes de polarização longitudinal dos bósons massivos W^\pm e Z^0 .

Portanto a análise das contribuições hadrônicas à auto-energia dos bósons vetoriais é de grande importância, pois as interações com quarks e glúons deslocam o pólo dos propagadores dos bósons de calibre.

Inicialmente, consideremos a presença apenas da interação eletrofraca. Em nível de árvore, o propagador no calibre de Landau $iD_w(p)^{\mu\nu}$ dos bósons carregados W^\pm é dado por

$$iD_w(p)^{\mu\nu} = -i \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \frac{1}{p^2}. \quad (2.25)$$

A ausência de um pólo no propagador (2.25) indica que a massa dos bósons vetoriais sem correções radiativas é nula.

Em ordens de perturbação mais altas, o propagador completo $iD'_w(p)^{\mu\nu}$ é

dado por

$$\begin{aligned}
 iD'_w(p)^{\mu\nu} &= iD_w(p)^{\mu\nu} + \frac{g^2}{2} D_w(p)^{\mu\alpha} [i\Pi_{\alpha\beta}] iD_w(p)^{\beta\nu}(p) + \frac{g^4}{4} iD_w(p)^{\mu\alpha} [i\Pi_{\alpha\beta}] \\
 &\quad \times iD_w(p)^{\beta\gamma} [i\Pi_{\gamma\delta}] iD_w(p)^{\delta\nu} + \dots \\
 &= iD_w(p)^{\mu\nu} + \frac{g^2}{2} iD_w(p)^{\mu\alpha} [i(p^2 g_{\alpha\beta} - p_\alpha p_\beta) \Pi(p^2)] iD_w(p)^{\beta\nu} \\
 &\quad + \frac{g^4}{2} iD_w(p)^{\mu\alpha} [i(p^2 g_{\alpha\beta} - p_\alpha p_\beta) \Pi(p^2)] iD_w(p)^{\beta\gamma} \\
 &\quad \times [i(p^2 g_{\gamma\delta} - p_\gamma p_\delta) \Pi(p^2)] D_w(p)^{\delta\nu} + \dots \\
 &= iD_w(p)^{\mu\nu} + \frac{g^2}{2} \Pi(p^2) \left[\left(\delta_\beta^\mu - \frac{p^\mu p_\beta}{p^2} \right) D_w^{\beta\nu}(p) \right] + \left[\frac{g^2}{2} \right]^2 \Pi^2(p^2) \\
 &\quad \times \left[\left(\delta_\beta^\mu - \frac{p^\mu p_\beta}{p^2} \right) D_w^{\beta\nu}(p) \left(\delta_\gamma^\nu - \frac{p_\gamma p^\nu}{p^2} \right) \right] + \dots \\
 &= iD_w^{\mu\nu}(p) \left\{ 1 + \left[\frac{g^2}{2} \Pi(p^2) \right] + \left[\frac{g^2}{2} \Pi(p^2) \right]^2 + \dots \right\} \\
 &= -i \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \frac{1}{p^2} \frac{1}{[1 - \frac{g^2}{2} \Pi(p^2)]}. \tag{2.26}
 \end{aligned}$$

Se $\Pi(p^2)$ é regular em torno de $p^2 = 0$, o propagador completo dos bósons W^\pm possui um pólo em $p^2 = 0$. Em outras palavras, os bósons permanecem sem massa em todas as ordens em teoria de perturbação.

Entretanto, na presença da interação forte, a função $\Pi(p^2)$ desenvolve um pólo em $p^2 = 0$: os bósons W^\pm podem se transformar em quarks e anti-quarks (mais glúons) formando estados com números quânticos iguais aos dos píons π^\pm (Figura 2.9). Os bósons W_μ^\pm interagem com os píons por meio de acoplamentos da forma $\frac{1}{2}gW_\mu^\pm J_5^{\mu\pm}$, onde g é a constante de acoplamento $SU(2)_L$ e $J_5^{\mu\pm} = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ é a corrente axial.

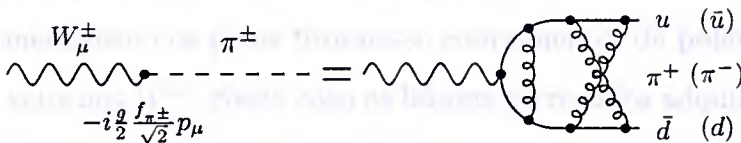


Fig.2.9 Acoplamento de bósons W^\pm aos píons.

A corrente $J_5^{\mu\pm}$ acopla-se aos píons proporcionalmente à constante de decaimento do píon f_π , definida pela relação

$$\langle 0 | J_5^{\mu\pm}(0) | \pi^\pm \rangle = \frac{i f_\pi^\pm}{\sqrt{2}} p^\mu. \tag{2.27}$$

Neste caso, a contribuição em ordem mais baixa (da ordem g^2) ao tensor de polarização dos bósons carregados é dada por

$$\Pi_{\mu\nu} = \text{Diagram with } W_\mu \text{ and } W_\nu \text{ external lines and } \pi^\pm \text{ internal line. Vertices are } -i \frac{g}{2} \frac{f_{\pi^\pm}}{\sqrt{2}} p_\mu \text{ and } -i \frac{g}{2} \frac{f_{\pi^\pm}}{\sqrt{2}} p_\mu. \text{ The pion propagator is } -\frac{1}{p^2}.$$

Fig.2.10 Contribuição dos píons à polarização do vácuo dos bósons.

A invariância de calibre implica na condição $p_\mu \Pi^{\mu\nu}(p) = 0$, de forma que possamos escrever $\Pi^{\mu\nu}(p)$ em termos da função escalar $\Pi(p^2)$:

$$\Pi^{\mu\nu}(p) = (p^2 g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu) \Pi(p^2). \tag{2.28}$$

Logo, a contribuição em primeira ordem ao pólo do propagador devida à pions (Figura 2.10) é dada por

$$\Pi^{\mu\nu}(p) = -\frac{1}{p^2} p^\mu p^\nu \frac{f_\pi^2}{2}, \tag{2.29}$$

onde o termo $1/p^2$ é devido ao propagador do pión com massa nula. Como consequência, a função escalar $\Pi(p^2)$ adquire uma singularidade em $p^2 = 0$:

$$\Pi(p^2) = \frac{1}{2} \frac{f_{\pi^\pm}^2}{p^2}. \tag{2.30}$$

O pólo em $\Pi(p^2)$ induz uma singularidade no propagador (2.26) para $p^2 \neq 0$ dada por

$$\frac{1}{p^2 [1 - \frac{g^2}{2} \Pi(p^2)]} = \frac{1}{p^2 - \frac{1}{4} g^2 f_{\pi^\pm}^2}, \tag{2.31}$$

deslocando o pólo do propagador de zero para $g f_{\pi^\pm}/2$, tornando os bósons de calibre massivos. Neste mecanismo os píons tornam-se componentes de polarização longitudinal dos bósons vetoriais W^\pm . Neste caso os bósons carregados adquirem uma massa da ordem de

$$M_W = \frac{g f_{\pi^\pm}}{2} \simeq 30 \text{ MeV}, \tag{2.32}$$

onde $f_{\pi^\pm} \simeq 93 \text{ MeV}$.

Um cálculo similar para os propagadores dos bósons neutros W^0 e B , incluindo o diagrama da mistura

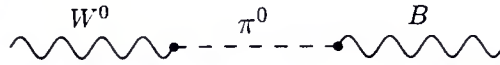


Fig.2.11 Contribuição dos píons à polarização do vácuo dos bósons neutros.

leva à matriz de massa quadrática dos bósons neutros

$$\begin{pmatrix} M_{W_0}^2 & M_{W_0 B}^2 \\ M_{W_0 B}^2 & M_{BB}^2 \end{pmatrix} = \frac{f_{\pi^0}^2}{4} \begin{pmatrix} g^2 & gg' \\ gg' & g'^2 \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Os autovetores da matriz (2.33) são

$$Z = \frac{gW_3 - g'B}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \text{e} \quad A = \frac{gB - g'W_3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (2.34)$$

com os autovalores

$$M_Z^2 = (g^2 + g'^2) \frac{f_{\pi^0}^2}{4} \quad \text{e} \quad M_A^2 = 0. \quad (2.35)$$

Desta forma, a relação entre as massas dos bósons W^\pm e Z^0 é dada por

$$\frac{M_W}{M_Z} = \frac{f_{\pi^\pm}}{f_{\pi^0}} \cos\theta_W, \quad (2.36)$$

onde a simetria de isospin garante a validade da relação $f_{\pi^\pm} = f_{\pi^0} \simeq 93$ MeV em todas as ordens perturbativas. Este resultado é semelhante ao resultado obtido no Modelo Padrão (Capítulo 1). Infelizmente, estas massas estão em desacordo com os valores obtidos experimentalmente [12]:

$$\begin{aligned} M_W &= 80.22 \pm 0.26 \text{ GeV}, \\ M_Z &= 91.187 \pm 0.0007 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

No entanto, o simples fato de que a interação forte é capaz de quebrar a simetria eletrofraca é uma suficiente indicação da necessidade de estudos de modelos baseados no mecanismo de quebra dinâmica de simetria. Na seção subsequente analisaremos o modelo mais simples capaz de implementar corretamente a massa dos bósons vetoriais.

2.5 Tecnicolor

A quebra da simetria eletrofraca pela interação forte, apesar de fenomenologicamente incorreta, nos provê de um mecanismo elegante e natural para a geração das massas dos bósons de calibre. Sua inconsistência deve-se ao fato da escala Λ_{QCD} ser muito menor que a escala v , não possibilitando a geração de massas dos bósons vetoriais de forma satisfatória. No entanto, inspirados no papel da QCD na quebra da simetria eletrofraca, somos naturalmente levados a considerar a possibilidade de existência de uma nova interação de calibre não-abeliana, confinante e assintoticamente livre, dotada de uma escala $\Lambda \simeq O(v)$ capaz de gerar corretamente as massas dos bósons vetoriais W^\pm e Z^0 . Esta nova interação é usualmente denominada Tecnicolor³(TC) [13].

A interação Tecnicolor é uma versão reescalada da interação forte, com uma teoria possuindo uma escala Λ_{TC} facilmente estimável: a expansão $1/N$ [14] aplicada a QCD demonstra a proporcionalidade existente entre a constante de decaimento do pión f_π e a escala Λ_{QCD} vezes o parâmetro $\sqrt{N_{QCD}}$ (N é o número de cores da teoria). Neste caso as razões adimensionais

$$\frac{f_\pi}{\Lambda_{QCD}} \frac{1}{\sqrt{N_{QCD}}} = \frac{F_\pi}{\Lambda_{TC}} \frac{1}{\sqrt{N_{TC}}} \quad (2.38)$$

podem ser igualadas, sendo F_π uma constante de decaimento relacionada com novas partículas do espectro denominadas tecnipíons, da mesma forma que f_π é a constante de decaimento dos píons. Considerando $N_{QCD} \simeq N_{TC}$, $f_\pi \simeq 93$ MeV, $F_\pi = v = 246$ GeV e $\Lambda_{QCD} \simeq 300$ MeV, temos uma escala de TC da ordem $\Lambda_{TC} \simeq 1$ TeV. O espectro de TC é preenchido por partículas denominadas tecniférmions.

O modelo mais simples de TC possui um grupo de simetria $SU(N_{TC})$ com os tecniférmions F na representação fundamental, transformando-se também sob o grupo de calibre eletrofraco $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Por simplicidade, supondo a existência de apenas um multiplete de tecniférmions na representação fundamental de $SU(N_{TC})$,

³Outras denominações correntes na literatura são: *hypercolor*, *extra-color*, *metacolor*, *super-color* e *heavy-color*.

temos N dubletos de mão esquerda e N singletos de mão direita:

$$F = \begin{pmatrix} U_L^i \\ D_L^i \end{pmatrix}, \quad U_L^i, \quad D_L^i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.39)$$

Desligando-se novamente todas as interações com exceção da própria interação TC, temos uma teoria com simetria de sabor quiral global $SU(2)_L^{TC} \otimes SU(2)_R^{TC} \otimes U(1)_V^{TC} \otimes U(1)_A^{TC}$, semelhante ao caso em que temos a QCD isolada. Por conseguinte, a simetria quiral é quebrada por meio da formação de condensados compostos por tecniférmions

$$\langle \bar{U}_L U_R \rangle = \langle \bar{U}_R U_L \rangle = \langle \bar{D}_L D_R \rangle = \langle \bar{D}_R D_L \rangle \simeq O(\Lambda_{TC}^3), \quad (2.40)$$

sendo o vácuo invariante pela simetria $SU(2)_{L+R}^{TC}$.

A quebra da simetria quiral resulta no surgimento de um tecnibóson para cada gerador de grupo quebrado: $(\Pi_{TC}^+, \Pi_{TC}^0, \Pi_{TC}^-)$. Estes bósons de Nambu-Goldstone são denominados tecnipíons, em vista da analogia direta com os bósons de Nambu-Goldstone resultantes da quebra de simetria quiral da QCD, os píons.

Logo, a interação tecniforte é capaz de quebrar a simetria eletrofraca da mesma maneira vista na seção 2.4. A diferença agora está no fato de que as massas dos bósons vetoriais, ao invés de serem proporcionais a f_π , são proporcionais à constante de decaimento dos tecnipíons F_π . Por exemplo, a massa dos W^\pm são dadas por

$$M_W = \frac{1}{2} g F_\pi, \quad (2.41)$$

onde $F_\pi = v = 246$ GeV. Com este valor de F_π as massas dos bósons de calibre da interação eletrofraca são geradas de forma precisa.

Portanto, os tecnipíons surgem como estados intermediários nos propagadores dos bósons W , onde a soma dos diagramas que compõem o propagador completo dos bósons (omitindo-se os índices de Lorentz por simplificação) é dada por

$$\frac{1}{q^2} + \frac{1}{q^2} \left(\frac{g}{2} F_\pi \right)^2 \frac{1}{q^2} + \frac{1}{q^2} \left(\frac{g}{2} F_\pi \right)^2 \frac{1}{q^2} \left(\frac{g}{2} F_\pi \right)^2 \frac{1}{q^2} + \dots = \frac{1}{q^2 - \left(\frac{g}{2} F_\pi \right)^2}, \quad (2.42)$$

onde F_π é o acoplamento de Π_{TC}^\pm a W^\pm , ou seja, é a constante de decaimento dos tecnipíons. O pólo do propagador é justamente $q^2 = \left(\frac{g}{2}F_\pi\right)^2 \equiv M_W^2$.

De forma análoga ao Modelo Padrão, o bóson neutro mistura-se com o campo B relacionado à simetria $U(1)_Y$, quebrando a simetria de isospin fraca $SU(2)$, gerando a relação (1.72) entre as massas dos bósons vetoriais. Os tecnipíons são transformados em componentes de polarização longitudinal dos campos vetoriais massivos, através do mecanismo de Higgs.

Quando temos somente a presença da interação forte e da interação TC, temos 3 bósons de Nambu-Goldstone associados à quebra da simetria quiral de QCD (píons) e 3 bósons de N-G associados à quebra da simetria quiral de TC (tecnipíons). Ao adicionarmos ao sistema a interação eletrofraca, 3 destes bósons são absorvidos pelos bósons vetoriais, tornando-se suas componentes longitudinais, enquanto os outros 3 permanecem no espectro como estados físicos. Os bósons absorvidos são principalmente tecnipíons, pois

$$|\text{bóson absorvido}\rangle = \frac{F_\pi|\text{tecnipíon}\rangle + f_\pi|\text{píon}\rangle}{\sqrt{F_\pi^2 + f_\pi^2}}, \quad (2.43)$$

$$|\text{bóson físico}\rangle = \frac{F_\pi|\text{píon}\rangle + f_\pi|\text{tecnipíon}\rangle}{\sqrt{F_\pi^2 + f_\pi^2}}. \quad (2.44)$$

Pelo fato de $F_\pi \gg f_\pi$, a massa dos bósons W^\pm é dada pela relação (2.41). No limite em que temos uma simetria $SU(2)_{L+R}^{TC}$ exata, temos $F_{\pi^\pm} = F_{\pi^0}$, garantindo a validade da importante expressão (1.72) em todas as ordens de perturbação.

2.6 Geração dinâmica das massas dos férmions: Tecnicolor Estendida

Em modelos mais simples com quebra dinâmica de simetria, como no caso de modelos de TC, apesar das massas dos bósons vetoriais Z^0 e W^\pm serem geradas de forma simples, não é possível implementar um mecanismo para a geração das massas dos férmions, uma vez que os férmions não se acoplam aos condensados de Tecnicolor.

No Modelo Padrão, as massas dos férmions são geradas introduzindo-se um conjunto (arbitrário) de interações de Yukawa entre os bósons de Higgs e os férmions. Inspirados nesta construção, podemos conectar dois férmions e dois tecniférmions por meio de um acoplamento efetivo de quatro férmions representado pela lagrangeana efetiva

$$\mathcal{L}_{ef} = G(\bar{Q}\gamma_\mu q)(\bar{q}\gamma^\mu Q), \quad (2.45)$$

onde Q refere-se aos tecniquarks e q aos quarks. Por uma transformação de Fierz podemos reescrever (2.45) na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ef} = & G[(\bar{Q}Q)(\bar{q}q) - \frac{1}{2}(\bar{Q}\gamma_\mu Q)(\bar{q}\gamma^\mu q) \\ & - \frac{1}{2}(\bar{Q}\gamma_\mu\gamma^5 Q)(\bar{q}\gamma^\mu\gamma^5 q) + (\bar{Q}i\gamma_5 Q)(\bar{q}i\gamma_5 q)]. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Na escala de energia Λ_{TC} , onde a interação Tecnicolor se torna forte, ocorre a condensação do par de tecniquarks, caracterizada por um parâmetro de ordem dado por

$$\langle \bar{Q}_i Q_j \rangle = -\Delta^3 \delta_{ij}, \quad (2.47)$$

de forma que

$$G(\bar{Q}Q)(\bar{q}q) \longrightarrow -G\Delta^3 \bar{q}q, \quad (2.48)$$

onde a massa do quark é diretamente relacionada ao termo $m_q = G\Delta^3$. Os termos vetorial e pseudovetorial de \mathcal{L}_{ef} , devido a invariância de Lorentz, adquirem um valor esperado no vácuo igual a zero; similarmente, o valor esperado no vácuo do termo pseudoescalar também é nulo, devido a conservação de paridade. Explicitamente, escrevemos estas condições na forma

$$\langle \bar{Q}\gamma_\mu Q \rangle = \langle \bar{Q}\gamma_\mu\gamma^5 Q \rangle = \langle \bar{Q}i\gamma_5 Q \rangle = 0. \quad (2.49)$$

A origem do acoplamento efetivo de quatro férmions está relacionada à uma nova teoria de calibre, cujos multipletos contém quarks e tecniquarks. O bóson de

calibre B_{ETC} associado à nova interação acopla quarks e tecniquarks. Considerando o espalhamento $\bar{q}Q \rightarrow \bar{q}Q$ (Figura 2.12) com a troca de um bóson B_{ETC} , no limite em que a massa do bóson $M_{ETC} \gg \sqrt{s}$, obtemos o operador de quatro férmions efetivo dado em (2.45).

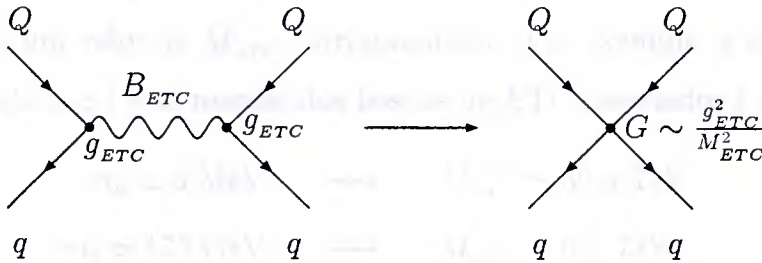


Fig.2.12 Espalhamento $\bar{q}Q \rightarrow \bar{q}Q$ no limite $M_{ETC} \gg \sqrt{s}$.

Esta nova interação de calibre é denominada *Tecnicolor Estendida* [15, 16], onde os bósons de calibre B_{ETC} são denominados bósons de *ETC*. No limite em que $M_{ETC} \gg m_Q$, podemos estimar a massa dos quarks aproximando a troca de um bóson *ETC* por uma interação de 4-férmions:

$$\begin{aligned}
 m_q &\simeq \frac{g_{ETC}^2}{M^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} i \frac{\not{k} + m_Q}{k^2 - m_Q} \\
 &\simeq \frac{g_{ETC}^2}{8\pi^2} \frac{m_Q}{M^2} \int_0^{m_Q} dk^2 \frac{k^2}{k^2 + m_Q} \\
 &\simeq \frac{g_{ETC}^2}{16\pi^2} \frac{m_Q^3}{M^2}, \tag{2.50}
 \end{aligned}$$

onde $M \equiv M_{ETC}$. Pictoricamente, a geração da massa dos quarks é representada pelo diagrama

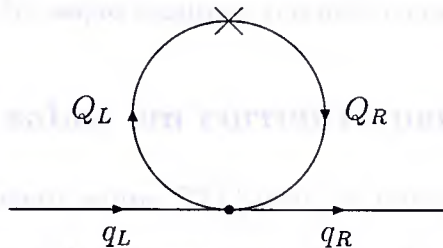


Fig.2.13 Diagrama de geração de massas no limite de uma interação efetiva de 4-férmions.

O sinal \times no diagrama indica a mistura $Q_L - Q_R$ proveniente da condensação $\langle \bar{Q}Q \rangle \neq 0$, tornando o tecniquark efetivamente massivo. A magnitude desta mistura

é caracterizada por uma escala de massa da ordem de $m_\rho \sim 1$ TeV. Neste caso, a escala de massa m_ρ pode ser usada como um corte ultravioleta, deixando o diagrama finito.

A expressão (2.50) reproduz a hierarquia de massas fermiônicas, contanto que exista uma variação na escala de massa dos bósons *ETC*. Isto significa que para cada massa m_q temos um valor de M_{ETC} correspondente. Por exemplo, a relação entre as massas dos quarks u e t e as massas dos bósons de *ETC* associados é da ordem de

$$\begin{aligned} m_u \simeq 6 \text{ MeV} & \quad \mapsto \quad M_{ETC} \simeq 32.5 \text{ TeV} \\ m_t \simeq 175 \text{ GeV} & \quad \mapsto \quad M_{ETC} \simeq 0.2 \text{ TeV.} \end{aligned}$$

Portanto, os quarks mais pesados necessitam de bósons de *ETC* mais leves. Entretanto, há um sério problema na teoria: interações *ETC* possuem correntes neutras que violam sabor em um nível incompatível com os limites experimentais [16]. Matrizes de massa de quarks requerem transições via *ETC* entre diferentes sabores, como por exemplo $q \rightarrow Q \rightarrow q'$, onde q e q' são quarks de gerações distintas e Q é um tecniquark. Porém, a álgebra dos geradores de *ETC* da forma $\bar{q}'\gamma_\mu Q$ e $\bar{Q}\gamma_\mu q$ deve envolver também geradores da forma $\bar{q}'\gamma_\mu q$. Após a diagonalização da matriz de massa temos a produção de correntes neutras com troca de sabor acopladas a um bóson *ETC*, cuja massa é da mesma ordem das massas dos bósons acoplados a $\bar{q}'\gamma_\mu Q$ e $\bar{Q}\gamma_\mu q$. Neste caso temos interações de 4-quarks mediadas por um bóson *ETC* que geram processos proibidos. A solução encontrada nestes casos consiste em elevarmos consideravelmente as massas dos bósons *ETC*, impossibilitando a geração de massas dos quarks mais pesados. Na seção seguinte veremos como isto de fato ocorre.

2.6.1 Violação de sabor em correntes neutras

O vínculo mais severo sobre *ETC* vem de interações com $|\Delta S| = 2$, que contribuem para a diferença de massas entre $K_L - K_S$. A forma genérica desta interação é dada por

$$\mathcal{L}_{|\Delta S|=2} = -\frac{g_{ETC}^2 \theta_{sd}^2}{M_{ETC}^2} (\bar{s}\Gamma^\mu d) (\bar{s}\Gamma'_\mu d) + \text{c.h.}, \quad (2.51)$$

onde θ_{sd} é um fator de ângulo de mistura da mesma ordem do ângulo de Cabibbo, $0.1 < |\theta_{sd}^2| < 1$, e Γ^μ e Γ'_μ são matrizes de quiralidade. A amplitude $A(K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0)$ determina a diferença entre as massas $M_{K_L} - M_{K_R} \equiv \Delta M_K$, onde $A(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) = \langle \bar{K}^0 | -\mathcal{L}(\bar{s}d \rightarrow s\bar{d}) | K^0 \rangle$ [17]. Logo

$$\begin{aligned} A(K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0) &= \frac{g_{ETC}^2 \theta_{sd}^2}{M_{ETC}^2} \langle \bar{K}^0 | [\bar{s}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)d][\bar{s}\gamma_\mu(1 - \gamma^5)d] | K^0 \rangle \\ &= \frac{g_{ETC}^2 \theta_{sd}^2}{M_{ETC}^2} \langle \bar{K}^0 | \bar{s}\gamma^\mu\gamma^5 d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{s}\gamma_\mu\gamma^5 d | K^0 \rangle \\ &= \frac{8 g_{ETC}^2 \theta_{sd}^2}{3 M_{ETC}^2} \frac{f_K^2 M_K^2}{2M_K}, \end{aligned} \tag{2.52}$$

onde usamos a aproximação de inserção de vácuo com $\langle 0 | \bar{s}\gamma_\mu\gamma^5 | K^0(p) \rangle = i f_K p_\mu$, sendo M_K e f_K a massa e a constante de decaimento dos káons, respectivamente.

Por meio da relação entre a diferença de massas entre os káons e a amplitude $A(K^0 \rightarrow \bar{K}^0)$ [17] dada por

$$\left(\frac{M_{K_L} - M_{K_R}}{M_K} \right) = \frac{2\text{Re}[A(K^0 \rightarrow \bar{K}^0)]}{M_K}, \tag{2.53}$$

podemos escrever

$$\Delta M_K = \frac{8 g_{ETC}^2}{3 M_{ETC}^2} \text{Re}(\theta_{sd}^2) \frac{f_K^2 M_K^2}{M_K}. \tag{2.54}$$

Experimentalmente temos $\Delta M_K \simeq 3.491 \times 10^{-12}$ MeV, $f_K \simeq 100$ MeV e $M_K \simeq 497.7$ MeV. Substituindo estes valores em (2.54), obtemos uma estimativa para o limite inferior para a massa M_{ETC} dado por

$$\frac{M_{ETC}}{g_{ETC} \sqrt{\text{Re}(\theta_{sd}^2)}} > 1950 \text{ TeV}. \tag{2.55}$$

Um dos diagramas com $|\Delta S| = 2$ é dado pela Figura 2.15:

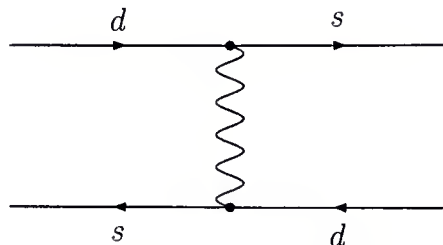


Fig.2.14 Diagrama de transição $\bar{s}d \leftrightarrow \bar{d}s$.

No próximo capítulo estimaremos as massas dinâmicas dos quarks em diferentes modelos implementados via quebra dinâmica de teoria. Para evitar o problema de violação de sabor em correntes neutras, o limite inferior para a massa dos bósons de ETC (2.55) deve ser respeitado. Para isso, em todos as estimativas realizadas utilizamos $M = 2000$ TeV.

Geração dinâmica das massas dos quarks

3.1 A massa dinâmica dos quarks

Consideramos um sistema de quarks e gluons confinados em um volume finito. O Hamiltoniano do sistema é dado por $H = \int d^3x \bar{\psi} \gamma_0 (i \not{\partial} - g \not{A}) \psi + \frac{1}{2} \int d^3x (E^2 + B^2)$. A interação entre os quarks e os gluons é dada pelo termo de interação $\int d^3x \bar{\psi} \gamma_0 g \not{A} \psi$. A massa dinâmica dos quarks é gerada pela interação com os gluons. A massa dinâmica dos quarks é dada por $M_q = \frac{1}{2} \int d^3x \bar{\psi} \gamma_0 \psi$. A massa dinâmica dos quarks é dada por $M_q = \frac{1}{2} \int d^3x \bar{\psi} \gamma_0 \psi$.



Fig. 3.1. Diagrama de Feynman para a interação quark-gluão.

Quando os quarks são confinados em um volume finito, a massa dinâmica dos quarks é dada por $M_q = \frac{1}{2} \int d^3x \bar{\psi} \gamma_0 \psi$. A massa dinâmica dos quarks é dada por $M_q = \frac{1}{2} \int d^3x \bar{\psi} \gamma_0 \psi$.

Capítulo 3

Geração dinâmica das massas dos quarks

3.1 A massa dinâmica dos quarks

Conforme vimos na capítulo anterior, a interação de 4-férmions descrita pela lagrangeana $\mathcal{L}_{ef} = G(\bar{Q}\gamma_\mu q)(\bar{q}\gamma^\mu Q)$ é um modelo efetivo em baixas energias da teoria de Tecnicolor Estendida, fazendo o mesmo papel que a interação fraca de 4-férmions em relação à teoria eletrofraca $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$. Neste cenário o grupo de simetria da interação Tecnicolor, G_{TC} , é mergulhado no grupo G_{ETC} da interação *ETC*, sendo os férmions e tecniférmions colocados na mesma representação irreduzível. Em uma dada escala $\Lambda_{ETC} > F_\pi$, o grupo G_{ETC} é quebrado espontaneamente no grupo G_{TC} , com os bósons vetoriais associados aos geradores quebrados adquirindo massas da ordem de Λ_{ETC} . Alguns destes bósons mediam a transição entre tecniférmions e férmions ordinários, gerando o diagrama responsável pelas massas dos quarks representado por

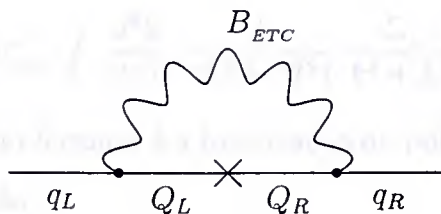


Fig.3.1 Diagrama de geração dinâmica das massas dos quarks.

No limite de $B_{ETC} \gg \sqrt{s}$ este diagrama de fato se reduz ao diagrama da Figura 2.13. Sua contribuição à auto-energia $\Sigma(p)$ do quark é dada em termos da

equação de Schwinger-Dyson na aproximação *rainbow*:

$$\begin{aligned}
 -i\Sigma(p) &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} i g_{ETC} \gamma^\mu \frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / q^2)}{q^2 - M^2} \frac{i}{\not{k} - \Sigma_{TC}(k)} i g_{ETC} \gamma^\nu \\
 &= -g_{ETC}^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\mu \frac{(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / q^2)}{q^2 - M^2} \frac{\not{k} + \Sigma_{TC}(k)}{k^2 - \Sigma_{TC}^2(k)} \gamma^\nu \\
 &= -3g_{ETC}^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(q^2 - M^2)} \frac{\not{k} + \Sigma_{TC}(k)}{k^2 - \Sigma_{TC}^2(k)}, \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

onde $q = p - k$, $-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / q^2) / (q^2 - M^2)$ é o propagador do bóson massivo de *ETC* e $i / (\not{k} - \Sigma_{TC}(k))$ é o propagador completo dos tecniquarks. Por meio de uma rotação de Wick ao plano euclideano, a expressão (3.1) é reescrita na forma

$$\begin{aligned}
 \Sigma(p) &= 3g_{ETC}^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(q^2 + M^2)} \frac{\not{k} + \Sigma_{TC}(k)}{k^2 + \Sigma_{TC}^2(k)} \\
 &= 3g_{ETC}^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(q^2 + M^2)} \frac{\Sigma_{TC}(k)}{k^2 + \Sigma_{TC}^2(k)}, \tag{3.2}
 \end{aligned}$$

sendo o termo proporcional à \not{k} nulo pela simetria da integração. É comum simplificarmos esta expressão por meio de uma aproximação dada por

$$\frac{1}{(p-k)^2 + M^2} \cong \frac{1}{p^2 + M^2} \theta(p^2 - k^2) + \frac{1}{k^2 + M^2} \theta(k^2 - p^2), \tag{3.3}$$

conhecida por *aproximação de ângulo*. Esta aproximação tem sido usada em uma série de estudos baseados em equações de Schwinger-Dyson para a *QCD* e *QED*₄, tendo sido analisada detalhadamente [18]. Análises numéricas demonstram que o resultado final é afetado na ordem de 10%. Assim, para $k^2 \gg p^2$, a auto-energia do quark é dada por

$$\Sigma(p) \simeq 3g_{ETC}^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 + M^2)} \frac{\Sigma_{TC}(k)}{k^2 + \Sigma_{TC}^2(k)}. \tag{3.4}$$

A massa física m do férmion é a localização do pólo do propagador (2.12), ou seja, é a solução da equação

$$[\not{p} - m_0 - \Sigma(\not{p})]|_{\not{p}=m} = 0. \tag{3.5}$$

Logo, em uma teoria inicialmente sem massa ($m_0 = 0$), a massa física de um férmion possui uma origem estritamente dinâmica, sendo definida totalmente pela

auto-energia: $m \equiv \Sigma(p)|_{p=m=0}$. Neste caso a equação (3.4), no caso em que $m_0 = 0$, é a própria expressão da massa dinâmica m_q dos quarks:

$$m_q \simeq 3g_{ETC}^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 + M^2)} \frac{\Sigma_{TC}(k)}{k^2 + \Sigma_{TC}^2(k)}. \quad (3.6)$$

Esta expressão é bastante geral e sensível ao comportamento de $\Sigma_{TC}(p)$. Temos portanto a possibilidade de explorar a dinâmica da teoria, ou seja, de implementar formas alternativas para a auto-energia $\Sigma_{TC}(p)$ na tentativa de obtenção de massas de quarks realísticas.

Neste capítulo analisaremos três diferentes comportamentos de $\Sigma_{TC}(p)$. No primeiro deles, estimamos a massa dinâmica m_q através de um $\Sigma_{TC}(p) \propto \langle \bar{\Psi}\Psi \rangle / p^2$, onde $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$ é um condensado de tecniquarks.

Em seguida analisaremos um $\Sigma_{TC}(p)$ proveniente de um modelo baseado em uma nova interação forte com ausência de liberdade assintótica, isto é, em uma interação que apresenta um ponto fixo ultravioleta.

Por último exploraremos um $\Sigma_{TC}(p)$ calculado a partir de um *ansatz* para o propagador do tecniglúon na região infravermelha. Este propagador é inspirado no propagador confinante do glúon proporcional à função $\delta^4(p)$ presente no modelo semifenomenológico de QCD denominado *Global Color Model (GCM)*.

3.2 A auto-energia $\Sigma_{TC}(p)$ e o condensado de tecniquarks

O comportamento assintótico de uma série de quantidades da QCD que possam ser representadas por produto de operadores, pode ser obtido por meio de uma Expansão do Produto de Operadores (EPO). Por meio desta técnica, podemos encontrar o comportamento assintótico da auto-energia dos quarks no limite quiral dado por $\Sigma(p) \propto \langle \bar{\psi}\psi \rangle / p^2$, onde $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ é um condensado de férmions.

De forma análoga ao que ocorre em QCD, podemos encontrar expressões para o condensado de tecniférmions $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$ e para a auto-energia $\Sigma_{TC}(p)$ válidas na região assintótica. A expansão em torno de $x^\mu = 0$ do valor esperado no vácuo do operador

$\bar{\Psi}(x)\Psi(0)$ [19] é dada por

$$\langle \bar{\Psi}_\alpha^i(x)\Psi_\beta^j(0) \rangle = \frac{1}{4N_{TC}} \delta_{\alpha\beta} \left\{ \left[\delta_{ij} + \frac{i}{4} m x^\mu (\gamma_\mu)_{ij} \right] \langle \bar{\Psi}\Psi \rangle + \dots \right\}, \quad (3.7)$$

onde N_{TC} é o número de tecnicores. No limite em que $x^\mu \rightarrow 0$, a expressão (3.7) se reduz a

$$\langle \bar{\Psi}_\alpha^i(x)\Psi_\beta^j(0) \rangle|_{x^\mu \rightarrow 0} = \frac{\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle}{4N_{TC}}. \quad (3.8)$$

Desta forma, o propagador completo $iS'_{TC}(p)$ do tecniquark no limite $x^\mu \rightarrow 0$ é reescrito na forma

$$\begin{aligned} iS'_{TC}(p)|_{x^\mu \rightarrow 0} &= i \int d^4x e^{ipx} \langle 0|T(\Psi(x)\bar{\Psi}(0))|0 \rangle|_{x^\mu \rightarrow 0} \\ &= i \int d^4x e^{ipx} \frac{\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle}{4N_{TC}} \\ &= \frac{i\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle}{4N_{TC}} (2\pi)^4 \delta^4(p). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Definindo-se o quadrimomento $q = p - k$, a equação de Schwinger-Dyson para a auto-energia do tecniquark para um propagador fermiônico da forma (3.9), válido na região ultravioleta, é dada por

$$\begin{aligned} -i\Sigma_{TC}^{UL\bar{T}}(p) &= (-ig_{TC})^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} (-i) \left(\frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2}{k^2} \right) \gamma^\mu t^a \gamma^\nu t^b \\ &\quad \times \left[i\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle \int d^4x \frac{e^{iqx}}{4N_{TC}} \right] \delta^{ab} \\ &= -g_{TC}^2 C_2(N_{TC}) \frac{\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle}{N_{TC}} \int d^4q \gamma^\mu \left(\frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2}{k^2} \right) \gamma^\nu \delta^4(q) \\ &= -3C_2(N_{TC}) \frac{\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle}{N_{TC}} \int d^4q \delta^4(q) \frac{1}{(p-q)^2}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde $-i(g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2) / k^2$ é o propagador do tecniglúon. Por intermédio de uma rotação de Wick, a expressão é reescrita na forma

$$\Sigma_{TC}^{UL\bar{T}}(p) = -\frac{3g_{TC}^2 C_2(N_{TC}) \langle \bar{\Psi}\Psi \rangle}{4N_{TC} p^2}. \quad (3.11)$$

Como esperado, a auto-energia $\Sigma_{TC}^{UL\bar{T}}(p)$ possui um comportamento similar ao comportamento da auto-energia dos quarks ordinários na região assintótica dos

momentos. Para $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle = -\Delta^3$, da substituição da auto-energia (3.11) na expressão da massa dinâmica dos quarks (3.6), obtemos

$$\begin{aligned} m_q &\simeq 3g_{ETC}^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 + M^2} \frac{A\Delta^3}{k^2} \frac{1}{k^2 + A^2\Delta^6/k^4} \\ &\simeq \frac{3g_{ETC}^2 A\Delta^3}{8\pi^2} \int_c^\infty dk^2 \frac{1}{(k^2 + M^2)(k^2 + A^2\Delta^6/k^4)}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde $A \equiv 3g_{TC}^2 C_2(N_{TC})/4N_{TC}$. O corte c presente na integral é de motivação física, uma vez que $\Sigma_{TC}(p)$ só é válida na região assintótica. Para cobrirmos todo o espectro de momentos deveríamos utilizar os propagadores do quark e do glúon válidos tanto na região assintótica quanto na região infravermelha. Entretanto, a forma destes propagadores ainda não é bem conhecida, pois na região infravermelha a teoria é não-perturbativa.

A integral presente em (3.12) pode ser escrita na forma

$$I(a, b, c) = \int_c^\infty dk^2 \frac{1}{(k^2 + a)(k^2 + b/k^4)}, \quad (3.13)$$

onde $a = M^2$ e $b = A^2\Delta^6$. O resultado da integral $I = I(a, b, c)$ é

$$\begin{aligned} I &= \frac{(a - b^{1/3})b^{1/3}\pi}{2\sqrt{3}(a^3 - b)} + \frac{1}{6(a^3 - b)} \left[2\sqrt{3}(a - b^{1/3})b^{1/3} \arctan\left(\frac{1 - \frac{2c}{b^{1/3}}}{\sqrt{3}}\right) \right. \\ &+ 2a^2 \ln\left[\frac{(a+c)^3}{b+c^3}\right] - 2b^{1/3}[a \ln(b^{1/3} + c) + b^{1/3} \ln(b^{1/3} + c)] \\ &\left. + b^{1/3}[a \ln(b^{2/3} - b^{1/3}c + c^2) + b^{1/3} \ln(b^{2/3} - b^{1/3}c + c^2)] \right]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Em termos de M , A e Δ , a integral (3.14) pode ser reescrita em uma forma mais compacta: no limite em que $M \gg \Delta$, o termo relevante da integral é da forma

$$I \simeq \frac{1}{3M^2} \ln \left[\frac{(M^2 + c)^3}{(A^2\Delta^6 + c^3)} \right]. \quad (3.15)$$

Nesta situação ($M \gg \Delta$), que de fato é a situação física real, uma vez que a massa dos bósons de *ETC* são realmente muito maiores que a magnitude do parâmetro de ordem $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$, a massa dinâmica (3.12) gerada a partir da auto-energia $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$, que denotamos por m_q^{ULT} , é finalmente dada por

$$m_q^{ULT} \simeq \frac{g_{ETC}^2 A}{8\pi^2} \frac{\Delta^3}{M^2} \ln \left[\frac{(M^2 + c)^3}{(A^2\Delta^6 + c^3)} \right], \quad (3.16)$$

ou, de forma mais explícita,

$$m_q^{ULT} \simeq \frac{3g_{ETC}^2 g_{TC}^2}{8\pi^2} \frac{C_2(N_{TC})}{4N_{TC}} \frac{\Delta^3}{M^2} \ln \left[\frac{16N_{TC}^2 (M^2 + c)^3}{9g_{TC}^4 C_2^2(N_{TC}) \Delta^6 + 16N_{TC}^2 c^3} \right]. \quad (3.17)$$

Estas expressões para a massa dinâmica m_q^{ULT} apresentam uma liberdade de escolha em relação ao parâmetro c , cujo valor representa o corte infravermelho da integral (3.13). Entretanto, podemos observar que a dependência de m_q^{ULT} em relação a c é fraca, uma vez que o parâmetro aparece dentro do logaritmo. Uma escolha adequada é adotada ao analisarmos a massa dinâmica proveniente de um propagador confinante de tecniglúon inspirado na forma do propagador do glúon no *GCM*. Neste modelo a auto-energia $\Sigma_{TC}^{GCM}(p)$ correspondente é não-trivial em um intervalo de momentos $[0, \sqrt{\alpha}]$, onde o valor de α é fixado através da determinação da constante de decaimento dos tecnipíons. Neste caso, tomando-se $c = \alpha$ nas expressões (3.16) ou (3.17), temos uma massa dinâmica proveniente da contribuição de um $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$ válido no intervalo $[\sqrt{\alpha}, \infty]$. Desta forma, a massa dinâmica gerada a partir das auto-energias $\Sigma_{TC}^{GCM}(p)$ e $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$ provém da contribuição de todo o espectro de momentos. Como veremos, a escolha apropriada de c é dada por $c = \alpha \simeq 9.56/N_{TC}(\text{TeV})^2$. Com esta escolha, as massas geradas dinamicamente em diferentes escolhas do grupo de simetria associado a teoria *ETC* são mostradas na Tabela abaixo:

$SU(N_{TC})$	g_{TC}^2	A	$\Delta^3(\text{TeV})^3$	$m_q^{ULT}(\text{KeV})$
$SU(2)$	17.546	4.935	0.310	198.0
$SU(3)$	9.870	3.290	0.253	111.0
$SU(4)$	7.018	2.467	0.219	73.6
$SU(5)$	5.483	1.974	0.196	55.0
$SU(8)$	3.342	1.234	0.155	27.3
$SU(10)$	2.658	0.987	0.139	19.8
$SU(16)$	1.651	0.617	0.110	10.1

Tabela 3.1 Massas de quarks geradas por meio de $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$ com diferentes grupos de simetria. O limite inferior adotado para a massa dos bósons de *ETC* é $M \equiv 2000$ TeV.

Na obtenção dos valores de m_q^{ULT} acima, consideramos $g_{ETC}^2 = 1$ e $g_{TC}^2 = 4\pi^2/3C_2(R)$, uma vez que tecniférmions na representação R condensam-se após a

constante g_{TC} exceder este valor crítico¹ [29]. O valor de Δ^3 provém da relação $\Delta^3 \simeq \sqrt{3/N_{TC}} 17v^3$, obtida da seguinte forma: da relação de álgebra de correntes $f_\pi^2 m_\pi^2 = \frac{1}{2}(m_u + m_d)\langle \bar{u}u + \bar{d}d \rangle$, onde $\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle$, obtemos a estimativa numérica $\langle \bar{q}q \rangle \simeq 17f_\pi^3$; no caso de Tecnicolor, a relação equivalente (obtida através da expansão $1/N$) é dada por $\langle \bar{Q}Q \rangle \simeq \sqrt{3/N_{TC}} 17v^3$.

Podemos observar que as massas dinâmicas geradas a partir da auto-energia (3.11) estão abaixo das massas dos quarks da primeira família: $m_u \simeq 3$ a 7 MeV e $m_d \simeq 7$ a 15 MeV. Logo, tal dinâmica é incapaz de implementar as massas dos quarks mais leves. Como esta dinâmica é válida apenas na região ultravioleta, devemos investigar a possibilidade de existência de uma dinâmica válida na região infravermelha, capaz de contribuir para a geração dinâmica de massas de quarks realísticas. Por se tratar de uma região não-perturbativa, tal análise se baseia em *ansatze* sobre a forma dos propagadores dos capos de calibre e campos de matéria. Nesta dissertação abordaremos um *ansatz* para o propagador do tecniglúon baseado na forma do propagador do glúon em um modelo semifenomenológico de *QCD* denominado *Global Color Model* (GCM). Porém, antes discutirmos tal modelo em detalhes, veremos como ilustração uma dinâmica $\Sigma_{TC}(p)$ de uma teoria que apresenta um ponto fixo.

3.3 Um modelo para $\Sigma_{TC}(p)$ em uma teoria com ponto fixo

Acredita-se que a violação de sabor em correntes neutras surge em teorias TC e *ETC* devido ao fato destas teorias serem versões reescaladas de *QCD*, isto é, por serem teorias que apresentam liberdade assintótica. Nesta seção analisamos brevemente um comportamento da auto-energia $\Sigma_{TC}(p)$, válido na região assintótica,

¹Tal valor crítico de g_{TC} para a condensação de tecniférmions vale para qualquer $b - \Delta b > 0$, onde b representa a contribuição dos campos de calibre e Δb a contribuição dos férmions na equação do grupo de renormalização $p\partial\alpha(p)/\partial p = -(b - \Delta b)\alpha^2(p) + \dots$. Na representação fundamental temos $C_2(N_{TC}) = (N_{TC}^2 - 1)/2N_{TC}$.

proposto por Holdom [30]:

$$\Sigma_{TC}(k) \propto \frac{\Delta^3}{k^2} \left(\frac{k^2}{\Delta^2} \right)^\gamma. \quad (3.18)$$

Na expressão acima γ é uma dimensão anômala tal que, no caso da teoria apresentar um ponto fixo ultravioleta não-trivial, podemos ter $\gamma \rightarrow 1$.

Teorias com ponto fixo ultravioleta são casos limite de uma classe de teorias usualmente denominada por *Walking Technicolor* (WTC) [29, 31]. Em teorias WTC a constante de acoplamento é construída de forma que sua evolução seja lenta em relação à evolução da constante de acoplamento de teorias assintoticamente livres, onde $\alpha(q^2)$ decresce rapidamente a partir de um valor crítico α_c .

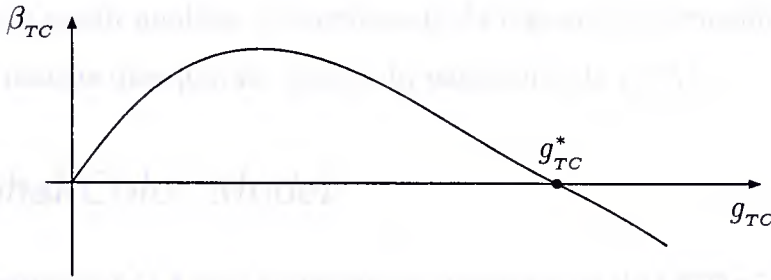


Fig.3.1 Comportamento da função β do grupo de renormalização de uma teoria Tecnicolor com um ponto fixo ultravioleta.

A massa dinâmica dos quarks resultante da dinâmica (3.18), que denotamos por m_q^{WTC} , é da ordem de

$$\begin{aligned} m_q^{WTC} &\simeq \frac{3g_{ETC}^2}{8\pi^2} \Delta^{3-2\gamma} \int_0^\infty dk \frac{k^{2\gamma-2}}{k^2 + M^2} \\ &\simeq \frac{3g_{ETC}^2}{8\pi^2} \frac{\Delta^3}{M^2} \left(\frac{M^2}{\Delta^2} \right)^\gamma \pi \sec^{-1}(\gamma\pi). \end{aligned} \quad (3.19)$$

No limite em que a dimensão anômala $\gamma \rightarrow 1$, a expressão torna-se independente da massa M dos bósons de *ETC*. Logo, nesta dinâmica o problema de violação de sabor pode ser resolvido sem a diminuição gradativa das massas dos quarks. No caso em que temos como grupo de simetria $SU(N_{TC} = 3)$, a massa dinâmica gerada em função de alguns valores da dimensão anômala é dada na Tabela 3.2:

γ	m_q^{wTC} (GeV)
1.0	94.1
0.9	18.2
0.7	0.7
0.5	0.02

Tabela 3.2 Massas dinâmicas geradas a partir de $\Sigma_{TC}^{wTC}(p)$ em uma teoria com um grupo $SU(3)$. Utilizamos $M = 2000$ TeV.

As massas dinâmicas m_q^{wTC} possuem magnitudes consideráveis, uma vez que as massas dos quarks das duas primeiras famílias e a massa do quark b são implementadas.

Vamos a seguir analisar a contribuição da região infravermelha para a geração dinâmica das massas dos quarks, dentro do panorama de GCM .

3.4 Global Color Model

A investigação da Física hadrônica da perspectiva da QCD não-perturbativa e de modelos baseados na QCD , exige a utilização de modelos aproximados na descrição de processos em baixas energias. Recentemente, por intermédio de um destes modelos denominado *Global Color Model GCM* [20, 21, 22], cálculos teóricos baseados nas equações de Schwinger-Dyson e Bethe-Salpeter têm descrito satisfatoriamente certos resultados experimentais da Física hadrônica [22, 23].

GCM é um modelo semifenomenológico de QCD onde a interação entre as correntes de quarks são mediadas por uma função de 2-pontos efetiva para o glúon, onde a forma da função na região infravermelha é determinada fenomenologicamente.

A ação do GCM é derivada da ação de QCD [20]. Através do método funcional usual, o gerador funcional da QCD é escrito na forma [24]

$$Z[\bar{\eta}, \eta] = N \int D\bar{q}DqD\bar{w}, DwDA \exp\{-S[\bar{q}, q, A] - S_{fc}[A] - S_{FP}[\bar{w}, w] + \int d^4x(\bar{\eta}q + \bar{q}\eta)\}, \quad (3.20)$$

onde $S_{fc}[A]$ é o termo de fixação de calibre, $S_{FP}[\bar{w}, w]$ é a ação de Faddeev-Popov para os campos fantasmas e $S[\bar{q}, q, A]$ é a ação da QCD dada por

$$S[\bar{q}, q, A] + \int d^4x (\bar{q}(\not{\partial} + m + ig\frac{\lambda^a}{2}A^a)q + \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a}), \quad (3.21)$$

onde $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$ é o tensor intensidade dos campos de calibre, ou seja, dos glúons. Por meio da expressão

$$e^{W[J]} = \int DA \exp\left(-\int d^4x \left(\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} - J_\mu^a A^{\mu a}\right)\right), \quad (3.22)$$

onde $J_\mu^a = ig\bar{q}\frac{\lambda^a}{2}\gamma_\mu q$, o gerador funcional (3.20) pode ser reescrito na forma

$$\begin{aligned} Z[\bar{\eta}, \eta] &= N \int D\bar{q}Dq \exp\left[\int d^4x (-\bar{q}(\not{\partial} + m)q + \bar{\eta}q + q\eta)\right] \\ &\quad \times \exp\left(W\left[ig\bar{q}\frac{\lambda^a}{2}\gamma_\mu q\right]\right), \end{aligned} \quad (3.23)$$

sendo $W[J]$ o gerador funcional das funções de n-pontos conexas do glúon, sem contribuições de *loops* de quarks.

Podemos escrever $W[J]$ na forma

$$W[J] = \frac{1}{2} \int d^4x \int d^4y J_\mu^a(x) D_{\mu\nu}^{ab}(x-y) J_\nu^a(y) + W_R[J], \quad (3.24)$$

onde todas as auto-interações de glúons e interações glúon-fantasma estão incluídas no propagador exato do glúon $D_{\mu\nu}^{ab}(x-y)$, que é escrito como

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu}^{ab}(x-y) &= \int D\bar{w}, Dw DA A_\mu^a(x) A_\nu^b(y) \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{1}{4} \int d^4x G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} - S_{fc}[A] - S_{FP}[\bar{w}, w]\right]. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Na expressão (3.24), o termo $W_R[J]$ carrega todas as informações à respeito das funções de $n \geq 3$ -pontos. A principal característica do GCM está no fato do modelo levar em conta apenas o primeiro termo de (3.24). Entretanto, a validade desta aproximação depende da escolha fenomenológica do propagador do glúon $D_{\mu\nu}^{ab}(x-y)$, visto que sua forma exata não é bem conhecida. Certamente, qualquer elemento de Física hadrônica que requer o acoplamento de 3 ou mais correntes de quarks não pode ser descrito pelo GCM. Contudo, se um significativo conjunto de informações

pode ser correlacionada através de uma função de glúon fenomenológica de 2-pontos, importantes aspectos que reservam especial atenção em cálculos de QCD na rede podem ser melhor compreendidos [25].

Desta forma, com a aproximação acima o gerador funcional é dado por

$$Z[\bar{\eta}, \eta] = \exp \left(W_R \left[ig \frac{\delta}{\delta \eta} \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\mu \frac{\delta}{\delta \bar{\eta}} \right] \right) Z_{GCM}[\bar{\eta}, \eta], \quad (3.26)$$

onde substituímos os campos dos quarks por suas respectivas derivadas funcionais em relação às fontes e fatorizamos o gerador funcional do GCM dado por

$$Z_{GCM}[\bar{\eta}, \eta] = N \int D\bar{q}Dq \exp(-S_{GCM}[\bar{q}, q] + \bar{\eta}q + \bar{q}\eta), \quad (3.27)$$

sendo a ação do GCM expressa na forma

$$S_{GCM}[\bar{q}, q] = \int d^4x \bar{q}(x)(\not{\partial} + m)q(x) + \frac{1}{2} \int d^4x d^4y j^{\mu a}(x) g^2 D_{\mu\nu}(x-y) j^{\nu a}(y). \quad (3.28)$$

Evidentemente, a ação $S_{GCM}[\bar{q}, q]$ difere da ação de QCD devido à aproximação discutida. Entretanto, ao desprezarmos as funções de $n \geq 3$ -pontos, não consideramos termos de auto-interação dos glúons, removendo o caráter não-abeliano da teoria. Contudo, tal remoção é aparente, pois o caráter não-abeliano da teoria pode ser incluído através de um modelo efetivo para o propagador do glúon na região infravermelha, que deve ainda apresentar propriedades tais como a liberdade assintótica.

3.4.1 Um Modelo confinante para o propagador do tecniglúon

Um dos primeiros modelos para a função de dois pontos do glúon na região infravermelha utilizando o GCM , foi definido através de uma função delta [26], sendo o confinamento de quarks e glúons entendido pelo critério de falta de pólos reais nos propagadores [27, 26]. No espaço euclideano e calibre de Feynman, o propagador confinante é dado por

$$D_{\mu\nu}(q) = \delta_{\mu\nu} (2\pi)^4 \delta^4(q) \frac{3\alpha^2}{16}. \quad (3.29)$$

Equivalentemente, usando o calibre de Landau os mesmos resultados são obtidos pela substituição

$$\delta_{\mu\nu} \rightarrow \frac{4}{3} \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right). \quad (3.30)$$

Este *ansatz* fenomenológico para o propagador completo do glúon modela o comportamento infravermelho da interação quark-quark em *QCD* através de uma singularidade infravermelha integrável, uma vez que não estão incluídos termos que descrevem a região de altos momentos. Desta forma o comportamento assintótico previsto pela *QCD* para a região ultravioleta é desprezado; entretanto, esta superestimação da região de baixos momentos é bastante confiável, pois esperamos que o confinamento seja um efeito predominantemente infravermelho.

O propagador confinante do tecniglúon

Como vimos, o propagador confinante $D_{\mu\nu}(k)$ do *GCM* tem obtido sucesso na estimação de alguns observáveis hadrônicos. Por este motivo é natural verificarmos o comportamento de $\Sigma_{TC}(p)$ à partir de um propagador confinante para o tecniglúon inspirado em (3.29). Desta forma, no espaço de Minkowski e calibre de Landau, o propagador confinante proposto para o tecniglúon é dado por

$$D_{\mu\nu} = \beta \delta^4(k) \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right). \quad (3.31)$$

Com este propagador, a ESD para $\Sigma_{TC}(p)$ é escrita na forma

$$\begin{aligned} -i\Sigma_{TC}(p) &= (-ig_{TC})^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} i\beta\delta^4(k) \left[g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right] \gamma^\mu t^a \frac{i}{\not{k} - \Sigma_{TC}(q)} \gamma^\nu t^b \delta^{ab} \\ &= g_{TC}^2 C_2(N_{TC}) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \beta\delta^4(k) \left[g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right] \gamma^\mu \frac{\not{k} + \Sigma_{TC}(q)}{\not{k}^2 - \Sigma_{TC}^2(q)} \gamma^\nu \\ &= 3g_{TC}^2 C_2(N_{TC}) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \beta\delta^4(k) \frac{\Sigma_{TC}(q)}{(p-k)^2 - \Sigma_{TC}^2(q)}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Euclideanizando a expressão, obtemos o resultado

$$\begin{aligned} \Sigma_{TC}(p) &= 3g_{TC}^2 C_2(N_{TC}) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \beta\delta^4(k) \frac{\Sigma_{TC}(q)}{(k-p)^2 + \Sigma_{TC}^2(q)} \\ &= 3g_{TC}^2 C_2(N_{TC}) \frac{\beta}{(2\pi)^4} \frac{\Sigma_{TC}(p)}{p^2 + \Sigma_{TC}^2(p)}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Portanto temos

$$\Sigma_{TC}^2(p) = \frac{3g_{TC}^2 C_2(N_{TC})\beta}{(2\pi)^4} - p^2, \quad (3.34)$$

cujas soluções, para $3g_{TC}^2 C_2(N_{TC})\beta/(2\pi)^4 \equiv \alpha$, são

$$\Sigma_{TC}(p) = \begin{cases} 0, & p^2 > \alpha; \\ \sqrt{\alpha - p^2}, & p^2 < \alpha. \end{cases} \quad (3.35)$$

Desta forma, para $p^2 < \alpha$, a auto-energia (3.35) implementa uma massa dinâmica, que denotamos por m_q^{GCM} , dada por

$$\begin{aligned} m_q^{GCM} &\simeq 3g_{ETC}^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 + M^2} \frac{\Sigma_{TC}(k)}{k^2 + \Sigma_{TC}^2(k)} \\ &\simeq 3g_{ETC}^2 \frac{1}{\alpha} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\sqrt{\alpha - k^2}}{k^2 + M^2} \\ &\simeq \frac{3g_{ETC}^2}{8\pi^2} \frac{1}{\alpha} \int_0^{\sqrt{\alpha}} dk \frac{k^3 \sqrt{\alpha - k^2}}{k^2 + M^2}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Para deixar a integral na variável k da expressão acima adimensional, devemos isolar o parâmetro α . Teremos então

$$I = \int_0^{\sqrt{\alpha}} dk \frac{k^3 \sqrt{\alpha - k^2}}{k^2 + M^2} = \frac{\alpha^{\frac{3}{2}}}{2} \int_0^1 du \frac{u\sqrt{1-u}}{u+a} \quad (3.37)$$

onde $u = k^2/\alpha$ e $a = M^2/\alpha$. Temos portanto $I = \frac{\alpha^{\frac{3}{2}}}{2} I(a)$, onde $I(a)$ é adimensional. A solução da integral $I(a)$ na variável u é dada por

$$I(a) = \int_0^1 du \frac{u\sqrt{1-u}}{u+a} = \frac{2}{3} + 2a(1 - a\sqrt{1+a}) \tanh^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{a+1}} \right). \quad (3.38)$$

Podemos aproximar a integral $I(a)$ por outra mais simples, considerando o parâmetro a muito maior do que os valores que a variável u possa tomar no intervalo de integração. Desta forma, para $a \gg u$:

$$\begin{aligned} I(a) &= \int_0^1 du \frac{u\sqrt{1-u}}{u+a} \\ &\simeq \frac{1}{a} \int_0^1 du u\sqrt{1-u} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Mas $\int_0^1 du u\sqrt{1-u} = \frac{4}{15}$. Logo

$$I(a) \simeq \frac{4}{15a}. \quad (3.40)$$

Esta é uma excelente aproximação, visto que de fato $a \equiv \frac{M^2}{\alpha} \gg 1$. A massa dinâmica m_q^{GCM} é finalmente dada pela expressão

$$m_q^{GCM} = \frac{g_{ETC}^2 \alpha^{3/2}}{20\pi^2 M^2}. \quad (3.41)$$

Para estimarmos a massa dos quarks m_q^{GCM} , devemos ter uma indicação a respeito do valor de α . Uma forma de obtermos isto será relacionarmos o parâmetro α diretamente à constante de decaimento dos tecnipions.

3.4.2 Determinação de F_π

Podemos determinar um valor para o parâmetro α relacionando-o à constante de decaimento F_π dos tecnipions. Uma expressão para o cálculo da constante de decaimento f_π dos pions ordinários através da auto-energia dos quarks é dada por [28]:

$$f_\pi^2 = \frac{N}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dk^2 k^2 \left(\Sigma^2(k) - \frac{1}{2} k^2 \frac{d\Sigma(k)}{dk^2} \Sigma(k) \right) \frac{1}{[k^2 + \Sigma^2(k)]^2}. \quad (3.42)$$

A constante F_π é calculada pela mesma expressão, bastando trocar a auto-energia $\Sigma(k)$ dos quarks pela auto-energia $\Sigma_{TC}(k)$ dos tecniquarks. Logo, utilizando a dinâmica (3.35) podemos fixar o valor de α através do valor de F_π . O resultado é dado por

$$\begin{aligned} F_\pi^2 &= \frac{N_{TC}}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dk^2 k^2 \left(\Sigma_{TC}^2(k) - \frac{1}{2} k^2 \frac{d\Sigma_{TC}(k)}{dk^2} \Sigma_{TC}(k) \right) \frac{1}{[k^2 + \Sigma_{TC}^2(k)]^2} \\ &= \frac{N_{TC}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\alpha^2} \int_0^\alpha dk^2 k^2 \left(\alpha - \frac{3}{4} k^2 \right) \\ &= \alpha \frac{N_{TC}}{16\pi^2}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

As massas dos bósons vetoriais calculadas por meio de modelos de Technicolor são dadas por $M_W^2 = M_Z^2 \cos^2 \theta = g^2 F_\pi^2 / 4$. Neste caso, os valores corretos das massas são obtidos fazendo-se a identificação $F_\pi = v = 246$ GeV, onde v é o valor esperado no vácuo do dubleto de Higgs no Modelo Padrão. Logo, para $F_\pi = 246$ GeV, temos

$$\sqrt{\alpha} \simeq \frac{3,091}{\sqrt{N_{TC}}} \text{ TeV}. \quad (3.44)$$

Com esta expressão para α podemos estimar m_q^{GCM} com diferentes escolhas do grupo de simetria associado.

$SU(N_{TC})$	$\alpha^{3/2}(\text{TeV})^3$	m_q^{GCM} (KeV)
$SU(2)$	10.444	13.2
$SU(3)$	5.685	7.2
$SU(4)$	3.693	4.7
$SU(5)$	2.642	3.3
$SU(8)$	1.306	1.7
$SU(10)$	0.934	1.2
$SU(16)$	0.462	0.6

Tabela 3.3 Massas dinâmicas geradas a partir de $\Sigma_{TC}^{GCM}(p)$ com diferentes grupos de simetria. $M = 2000$ TeV.

Conclusão

Analizamos a geração dinâmica das massas dos quarks provenientes de três dinâmicas distintas, ou seja, de três diferentes auto-energias Σ_{TC} para os tecniquarks. Na primeira delas encontramos uma forma para a auto-energia $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$ válida na região ultravioleta dada por $\Sigma_{TC}^{ULT}(p) \propto \langle \bar{\Psi}\Psi \rangle / p^2$, onde Ψ refere-se à tecniférmions. A partir de $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$ calculamos a massa gerada dinamicamente. Neste cálculo implementamos um corte infravermelho c de forma a eliminar possíveis contribuições da região de pequenos momentos, uma vez que a auto-energia é válida estritamente na região ultravioleta.

A segunda dinâmica explorada provém de uma teoria que apresenta um ponto fixo ultravioleta. Tal teoria é um caso limite de uma classe de teorias usualmente denominada por *Walking Technicolor (WTC)* [29, 31]. Através da auto-energia (3.18), no limite $\gamma \rightarrow 1$ são geradas as massas das duas primeiras famílias de quarks e do quark b ($m_b \simeq 4.3$ GeV), pois neste limite $m_q^{WTC} \rightarrow 94.1$ GeV. A massa do *top* ($m_t \simeq 175$ GeV) é quase implementada. Isto serve como indicação de que a princípio podemos explorar dinâmicas não necessariamente baseadas em *QCD*.

A terceira dinâmica examinada explorou por sua vez a região não-perturbativa: inspirados na forma do propagador do glúon na região infravermelha no *GCM*, propomos um propagador confinante para os tecniglúons, onde obtemos uma respectiva auto-energia $\Sigma_{TC}^{GCM}(p)$. Esta auto-energia é não-trivial dentro de um determinado intervalo de momentos dado por $[0, \sqrt{\alpha}]$. Desta forma, ao colocarmos o corte infravermelho $c = \alpha$, temos uma massa dinâmica total m_q^{TOT} dada por

$$m_q \simeq 3g_{ETC}^2 \left[\int_0^{\sqrt{\alpha}} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 + M^2} \frac{\Sigma_{TC}^{GCM}(k)}{k^2 + [\Sigma_{TC}^{GCM}(k)]^2} + \int_{\sqrt{\alpha}}^{\infty} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 + M^2} \frac{\Sigma_{TC}^{ULT}(k)}{k^2 + [\Sigma_{TC}^{ULT}(k)]^2} \right], \quad (3.45)$$

ou seja, uma massa dinâmica proveniente da contribuição de todo o espectro de momentos. A massa m_q^{TOT} é da mesma ordem das massas geradas a partir de uma auto-energia válida apenas na região assintótica (Tabela 3.4).

$SU(N_{TC})$	m_q^{GCM} (KeV)	m_q^{ULT} (KeV)	m_q^{TOT} (KeV)
$SU(2)$	13.2	198.0	211.2
$SU(3)$	7.2	111.0	118.2
$SU(4)$	4.7	73.6	78.3
$SU(5)$	3.3	55.0	58.3
$SU(8)$	1.7	27.3	29.0
$SU(10)$	1.2	19.8	21.0
$SU(16)$	0.6	10.1	10.7

Tabela 3.4 Massas dinâmicas geradas a partir de $\Sigma_{TC}^{GCM}(p)$, $\Sigma_{TC}^{ULT}(p)$ e $\Sigma_{TC}^{TOT}(p)$. O limite inferior adotado para a massa dos bósons de *ETC* é $M = 2000$ TeV..

Isto implica que a contribuição da região infravermelha na geração dinâmica das massas dos quarks, a partir de um propagador confinante de tecniglúon inspirado no *GCM*, é pequena. Entretanto, até então não se conhecia qual a importância da contribuição proveniente da região infravermelha neste tipo de abordagem.

As massas dinâmicas m_q^{TOT} não reproduzem o espectro de massas dos quarks ordinários². Esta limitação está ligada ao problema de violação de sabor em correntes neutras, uma vez que o termo de massa quadrático que aparece no denominador das expressões de m_q^{GCM} e m_q^{ULT} deve ser grande o suficiente para evitar transições entre sabores de quarks incompatíveis com os dados experimentais.

Nos últimos anos, a procura de modelos que consigam implementar um mecanismo realista de geração de massas de férmions, que abranja todas as gerações de quarks, gerou interessantes tentativas. Em uma delas, conhecida como *Top See-Saw Model* [32], a massa m_t do *top* é gerada através de um novo campo χ . A idéia é considerar um quark *top* de mão esquerda como um techni-férmion, introduzindo-se um campo χ_R , onde a simetria eletrofraca é quebrada na escala v por meio de um condensado $\langle \bar{t}_L \chi_R \rangle$. Modelos inspirados nesta idéia parecem apontar para uma solução realista de geração de massas via QDS.

²As massas dos quarks são: $m_u = 3$ a 7 MeV, $m_d = 7$ a 15 MeV, $m_s = 0.15$ a 0.3 GeV, $m_c = 1.3$ a 1.7 GeV, $m_b = 4.8$ a 5.2 GeV e $m_t = 180$ GeV.

Apêndice A

Convenções e Notações

Unidades

Adotamos as unidades naturais

$$\hbar = c = 1. \quad (\text{A.1})$$

Com esta escolha, temos as relações dimensionais

$$[\text{comprimento}] = [\text{tempo}] = [\text{energia}]^{-1} = [\text{massa}]^{-1}. \quad (\text{A.2})$$

Coordenadas espaço-temporais

Denotamos as coordenadas do espaço-tempo $(t, \mathbf{x}) \equiv (t, x, y, z)$ por um quadrivetor contravariante

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, x, y, z). \quad (\text{A.3})$$

O quadrivetor covariante

$$x_\mu \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3) \equiv (t, x, y, z) \quad (\text{A.4})$$

é definido através da métrica do espaço de Minkowski dada por

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

de forma que $x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu$. Índices romanos i, j e k denotam as componentes espaciais; índices gregos variam de 0 a 3 e são somados (convenção de Einstein) quando repetidos. Trivetores são marcados em negrito. O produto escalar é definido como

$$x \cdot y \equiv x_\mu y^\mu = x_0 y_0 - \mathbf{x} \cdot \mathbf{y}, \quad (\text{A.6})$$

sendo o quadrimomento dado por

$$p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z). \quad (\text{A.7})$$

O produto escalar de um quadrimomento é escrito na forma

$$p_1^\mu \cdot p_{2\mu} = E_1 E_2 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2. \quad (\text{A.8})$$

No espaço de coordenadas o operador momento é escrito como

$$p^\mu = i \frac{\partial}{\partial x_\mu} \equiv \left(i \frac{\partial}{\partial t}, \frac{1}{i} \nabla \right) \equiv i \partial^\mu. \quad (\text{A.9})$$

Gamatologia

As matrizes de Dirac (γ^μ) satisfazem a relação de anticomutação

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.10})$$

podendo ser escritas em função de α e β pelas relações

$$\gamma_0 = \beta; \quad (\text{A.11})$$

$$\gamma^i = \beta \alpha^i, \quad (\text{A.12})$$

onde $(\gamma^0)^2 = 1$ e $\alpha = \gamma_5 \sigma$. Na representação padrão estas matrizes são escritas na forma

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad (\text{A.13})$$

$$\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

onde 1 é a matriz identidade 2×2 e σ^i são as matrizes de Pauli:

$$\sigma^i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

A matriz γ^5 é definida na forma

$$\gamma^5 = \gamma_5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \quad (\text{A.16})$$

sendo sua representação padrão dada por

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Algumas propriedades úteis das matrizes gama são:

$$(\gamma^5)^2 = (\gamma^\mu)^2 = 1; \quad (\text{A.18})$$

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0 \quad (\text{A.19})$$

$$\gamma^{i\dagger} = -\gamma^i; \quad (\text{A.20})$$

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0. \quad (\text{A.21})$$

O produto escalar de uma matriz γ_μ por um quadri vetor A^μ é dado por

$$\gamma_\mu A^\mu \equiv \not{A} = \gamma_0 A_0 - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{A} \quad (\text{A.22})$$

Algumas propriedades do traço das matrizes γ são:

$$\text{Tr}(1) = 4; \quad (\text{A.23})$$

$$\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA); \quad (\text{A.24})$$

$$\text{Tr}(\gamma_\mu) = 0; \quad (\text{A.25})$$

$$\text{Tr}(\text{número ímpar de } \gamma' \text{'s}) = 0; \quad (\text{A.26})$$

$$\text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\nu) = 4g_{\mu\nu}; \quad (\text{A.27})$$

$$\text{Tr}(a \cdot b) = 4a \cdot b; \quad (\text{A.28})$$

$$\text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma) = 4[g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}]; \quad (\text{A.29})$$

$$\text{Tr}(\gamma_5) = 0; \quad (\text{A.30})$$

$$\text{Tr}(\gamma_5 \gamma_\mu) = 0; \quad (\text{A.31})$$

$$\text{Tr}(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu) = 0; \quad (\text{A.32})$$

$$\text{Tr}(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho) = 0; \quad (\text{A.33})$$

$$\text{Tr}(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma) = 4i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (\text{A.34})$$

No espaço Euclidiano o produto interno é definido através de uma métrica definida positiva, de forma que

$$a \cdot b = \delta_{\mu\nu} a_\mu b_\nu = \sum_{\mu=1}^4 a_\mu b_\mu, \quad (\text{A.35})$$

onde $\delta_{\mu\nu}$ é o delta de Kronecker. As matrizes γ são definidas neste espaço na forma

$$\gamma_0^E = \gamma^0; \quad (\text{A.36})$$

$$\gamma_i^E = -i\gamma^i. \quad (\text{A.37})$$

Tais matrizes são hermitianas:

$$(\gamma_0^E)^\dagger = \gamma_0^E; \quad (\text{A.38})$$

$$(\gamma_i^E)^\dagger = \gamma_i^E, \quad (\text{A.39})$$

satisfazendo a relação de anti-comutação :

$$\{\gamma_\mu^E, \gamma_\nu^E\} = 2\delta_{\mu\nu}. \quad (\text{A.40})$$

A matriz γ_5^E é escrita na forma

$$\gamma_5^E = -\gamma_1^E \gamma_2^E \gamma_3^E \gamma_0^E. \quad (\text{A.41})$$

Continuação analítica para o espaço Euclidiano

A continuação analítica nas variáveis temporais x^0 é implementada pelas relações

$$x^0 \rightarrow -ix_0^E \quad \text{e} \quad x^i \rightarrow x_i^E. \quad (\text{A.42})$$

No espaço dos momentos temos

$$p^0 \rightarrow ip_0^E \quad \text{e} \quad p^i \rightarrow -p_i^E. \quad (\text{A.43})$$

Desta forma, para passarmos do espaço de Minkowski para o espaço Euclidiano, temos as seguintes relações :

$$\int d^4x \rightarrow -i \int^E d^4x^E; \quad (\text{A.44})$$

$$\not{A} \rightarrow -i\gamma^E \cdot A^E; \quad (\text{A.45})$$

$$A_\mu B^\mu \rightarrow -A^E \cdot B^E; \quad (\text{A.46})$$

$$k_\mu x^\mu \rightarrow k^E \cdot x^E; \quad (\text{A.47})$$

$$k_\mu q^\mu \rightarrow -k^E \cdot q^E; \quad (\text{A.48})$$

$$\not{k} \rightarrow i\gamma^E \cdot k^E; \quad (\text{A.49})$$

$$\not{\partial} \rightarrow i\gamma^E \cdot \partial^E; \quad (\text{A.50})$$

$$\int d^4k \rightarrow i \int^E d^4k^E. \quad (\text{A.51})$$

Transformação de Fierz

Na base de operadores $\Lambda_i = (1, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, i\gamma_\mu\gamma_5, \gamma_5)$, uma transição entre quatro espinores arbitrários u_i pode ser expressa na forma

$$\bar{u}_3 \Lambda_i u_2 \bar{u}_1 \Lambda_i u_4 = \sum_{j=1}^5 \lambda_{ij} \bar{u}_1 \Lambda_j u_2 \bar{u}_3 \Lambda_j u_4, \quad (\text{A.52})$$

onde

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 & 2 & -4 \\ 6 & 0 & -2 & 0 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & -2 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.53})$$

Bibliografia

- [1] C.N. Yang e R.L. Mills, *Phys. Rev.* **96** (1954) 191.
- [2] E. Fabri e L.E. Picasso, *Phys. Rev. Lett.* **16** (1966) 408.
- [3] J. Goldstone, *Nuovo Cimento* **19** (1961) 154.
- [4] J. Goldstone, A. Salam e S. Weinberg, *Phys. Rev.* **127** (1962) 965.
- [5] P.W. Higgs, *Phys. Lett.* **12** (1964) 132;
F. Englert e R. Brout, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321;
G.S. Guralnik, C.R. Hagen and T.W. Kibble, *Phys. Rev.* **13** (1964) 585.
- [6] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264;
A. Salam, *Elementary Particle Theory*, pág.367, ed. N. Svartholm, Almqvist and Wiksells, Stockholm, 1969.
- [7] G. 't Hooft, *Recent Developments in Gauge Theories*; edit. G. 't Hooft, Plenum, New York, 1980.
- [8] K. Wilson, *Phys. Rev.* **B4** (1971) 3184;
K. Wilson e J. Kogut, *Phys. Rep.* **12C** (1974) 75.
- [9] H.E. Haber e G.L. Kane, *Phys. Rep.* **C117** (1985) 75.
- [10] C.D. Roberts e A.G. Williams, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33**(1994)477; hep-ph 9403224.
- [11] D. Atkinson e P.W. Johnson, *Phys. Rev.* **D35** (1987) 1943; *Phys. Rev.* **D37**(1988) 2290.

- [12] it Review of Particle Properties, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 1191.
- [13] L. Susskind, *Phys. Rev.* **D20** (1979) 2619;
S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D13** (1976) 974; *Phys. Rev.* **D19** (1979) 1277.
- [14] G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B85** (1974) 461; *Nucl. Phys.* **B75** (1974)461.
- [15] S. Dimopoulos e L. Susskind, *Nucl. Phys.* **B155** (1979) 237.
- [16] E. Eichten e K.D. Lane, *Phys. Lett.* **B90** (1980) 125.
- [17] R.E. Shrock e S.B. Treiman, *Phys. Rev.* **D19** (1979) 2148.
- [18] C.D. Roberts e B.H.J. McKellar, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 672.
- [19] S. Narison, *QCD - Spectral Sum Rules*, Lecture Notes in Physics, Vol. **26**, World Scientific, Singapore, 1989.
- [20] R.T. Cahill e C.D. Roberts, *Phys. Rev.* **D32**(1985)2419.
- [21] J. Praschifka, C.D. Roberts e R.T. Cahill, *Phys. Rev.* **D36**(1987)209.
- [22] P.C. Tandy, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **39** (1997) 117.
- [23] M.R. Franck e C.D. Roberts, *Phys. Rev.* **C53**(1996)390.
- [24] W. Marciano e H. Pagels, *Phys. Rep.* **C36**(1978)137.
- [25] H.J. Rothe, *Lattice Gauge Theories: An Introduction*, Lecture Notes in Physics, Vol. **43**, World Scientific, Singapore, 1992.
- [26] H.J. Munczek e A.M. Nemirovsky, *Phys. Rev.* **D28** (1983) 181.
- [27] H. Pagels, *Phys. Rev* **D14** (1976) 2747; *Phys. Rev* **D15** (1977) 2991.
- [28] H. Pagels e S. Stokar, *Phys. Rev.* **D20** (1979) 2947.
- [29] T. Appelquist, D. Karabali e L.C.R. Wijerwardhana, *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 957.

-
- [30] B. Holdom, *Phys. Rev.* **D24** (1981) 1441.
- [31] B. Holdom, *Phys. Rev.* **D24** (1981) 1441; *Phys. Lett.* **B150** (1985) 301;
T. Appelquist e L.C.R. Wijerwardhana, *Phys. Rev.* **D36** (1987) 568;
K. Yamawaki, M. Bando e K. Matumoto, *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 1335;
T. Akiba e T. Yanagida, *Phys. Lett.* **B169** (1986) 432.
- [32] B. Dobrescu e T. Hill, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 2634;
R.S. Chivukula, B.A. Dobrescu, H. Georgi e T. Hill, *Phys. Rev.* **D59** (1999)
075003.

