



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

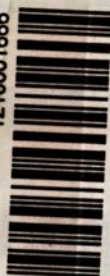
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**SENSORES ÓPTICOS DE TENSÃO
BASEADOS NO EFEITO ELETROÓPTICO
EM CRISTAIS DE NIOBATO DE LÍTIO**

WANDER WAGNER MENDES MARTINS

Ilha Solteira - SP

1210001666



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**SENSORES ÓPTICOS DE TENSÃO BASEADOS NO EFEITO
ELETROÓPTICO EM CRISTAIS DE NIOBATO DE LÍTIO**

Wander Wagner Mendes Martins

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
13.03.06	28.04.06
REGISTRADO POR	TOMBO
Ailza	Te. 1666
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Wagner Autor R\$ 10,00	M386N

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista – UNESP, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Cláudio Kitano – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - Orientador

Prof. Dr. Josemir Coelho Santos – Escola Politécnica da USP

Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Co Sys 456819
Sys 59688

ILHA SOLTEIRA – SP, FEVEREIRO DE 2006



BCpIS - FEIS • UNESP



FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

Martins, Wander Wagner Mendes.

M386s

Sensores ópticos de tensão baseados no efeito eletroóptico em cristais de niobato de lítio /

Wander Wagner Mendes Martins. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2006

163 p. : il. (algumas color.)

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2006

Orientador: Cláudio Kitano.

Bibliografia: p. 143-145

1. Dispositivos eletroóticos. 2. Dispositivos optoeletronicos. 3. Kerr, Efeito de. 4. Birrefringência. 5. Célula Pockels. 6. Transformador de tensão óptico. 7. Sensores ópticos.

304070 54

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: SENSOR ÓPTICO DE TENSÃO BASEADO NO EFEITO ELETROÓPTICO NO CRISTAL DE NIOBATO DE LÍCIO

AUTOR: WANDER WAGNER MENDES MARTINS
ORIENTADOR: Prof. Dr. CLAUDIO KITANO

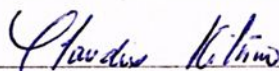
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA ELÉTRICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. CLAUDIO KITANO
 Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI
 Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOSEMIR COELHO SANTOS
 Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétrica / USP, São Paulo

Data da realização: 24 de fevereiro de 2006.



Presidente da Comissão Examinadora
 Prof. Dr. CLAUDIO KITANO



ÍNDICE GERAL

ÍNDICE GERAL	ii
ÍNDICE DE FIGURAS	v
LISTA DE SÍMBOLOS	vii
LISTA DE ABREVIATURAS	ix
SUMÁRIO	x
ABSTRACT	xi
DEDICATÓRIA	xii
AGRADECIMENTOS	xiii
 CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	 1
1.1 - TRANSFORMADORES PARA INSTRUMENTOS COM ENROLAMENTOS	2
1.2 - TRANSFORMADOR DE POTENCIAL CAPACITIVO	4
1.3 - TRANSFORMADOR DE POTENCIAL ÓPTICO	6
1.4 - ESTADO DA ARTE DO TP ÓPTICO	7
1.5 - OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO	10
1.6 - ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	10
 CAPÍTULO 2 PROPAGAÇÃO DA LUZ EM CRISTAIS ANISOTRÓPICOS	 11
2.1 - EQUAÇÃO DE ONDA EM MEIOS ANISOTRÓPICOS	11
2.2 - SOLUÇÃO GERAL DA EQUAÇÃO DE ONDA	14
2.3 - A SUPERFÍCIE NORMAL	17
2.4 - MEIOS DIELÉTRICOS UNIAXIAIS	20
2.5 - REFLEXÃO E TRANSMISSÃO ENTRE MEIOS ANISOTRÓPICOS	23
2.5.1 - INCIDÊNCIA OBLÍQUA NUMA INTERFACE	24
2.5.2 - EXEMPLOS ILUSTRATIVOS	32
2.6 - ELIPSÓIDE DE ÍNDICES DE REFRAÇÃO	35
 CAPÍTULO 3 MODULAÇÃO ELETROÓPTICA DE AMPLITUDE: SENSOR DE TENSÃO E TRANSFORMADOR DE POTENCIAL ÓPTICOS	 45
3.1 - EFEITO ELETROÓPTICO	46
3.2 - MODULAÇÃO ELETROÓPTICA DE FASE	54
3.3 - CÉLULA POCKELS	56
3.4 - MODULADOR ELETROÓPTICO DE AMPLITUDE – SENSOR ÓPTICO DE TENSÃO	60
3.5 - TRANSFORMADOR DE POTENCIAL ÓPTICO	69

<u>CAPÍTULO 4 MÉTODOS DE DEMODULAÇÃO DE FASE ÓPTICA USANDO DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL</u>	<u>75</u>
4.1 - A INFLUÊNCIA DA BIRREFRINGÊNCIA NATURAL DO CRISTAL	75
4.2 - MÉTODOS DE DEMODULAÇÃO DE FASE ÓPTICA USANDO DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL	79
4.3 - O MÉTODO DE J_1/J_3	82
4.4 - O MÉTODO DO $J_1...J_4$	83
4.5 - O MÉTODO DO $J_1...J_6$	85
4.6 - O MÉTODO DO $J_1...J_4$ MODIFICADO	86
4.7 - OS MÉTODOS DE J_1/J_3 E $J_1...J_6$ MODIFICADOS	90
<u>CAPÍTULO 5 PROCESSO DE ALINHAMENTO DA CÉLULA POCKELS</u>	<u>92</u>
5.1 - AVALIAÇÃO DO EFEITO DO DESALINHAMENTO ANGULAR NA CONFIGURAÇÃO CAMPO Z – PROPAGAÇÃO Y	93
5.2 - PROCEDIMENTO DE ALINHAMENTO DA CÉLULA POCKELS NA CONFIGURAÇÃO CAMPO Z – PROPAGAÇÃO Y	104
5.3 - AVALIAÇÃO DO EFEITO DE DESALINHAMENTO ANGULAR NA CONFIGURAÇÃO CAMPO Y – PROPAGAÇÃO Z	107
5.4 - PROCEDIMENTO DE ALINHAMENTO NA CONFIGURAÇÃO CAMPO Y – PROPAGAÇÃO Z	115
<u>CAPÍTULO 6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS</u>	<u>119</u>
6.1 - ARRANJO EXPERIMENTAL DO SENSOR ÓPTICO DE TENSÃO	119
6.1.1 - MEDIÇÃO DA TENSÃO DE MEIA-ONDA – EFEITO DO GAP DE AR	121
6.1.2 - MEDIÇÃO DA TENSÃO USANDO OS MÉTODOS DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL J_1/J_3 , $J_1...J_4$ E $J_1...J_6$	125
6.2 - ARRANJO EXPERIMENTAL DO TP ÓPTICO	133
6.3 - TESTES PRELIMINARES COM O TP ÓPTICO - LINEARIDADE	136
<u>CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES</u>	<u>140</u>
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	<u>143</u>
<u>APÊNDICE A</u>	<u>146</u>
ORTOGONALIDADE DOS VETORES DOS MODOS ORDINÁRIOS E EXTRAORDINÁRIOS	146
<u>APÊNDICE B</u>	<u>151</u>
INTERFERÊNCIA ENTRE DOIS FEIXES	151
B.1 - FOTODETECTORES DE LEI QUADRÁTICA	151
B.2 – INTERFERÊNCIAS ENTRE FEIXES	153
<u>APÊNDICE C</u>	<u>155</u>
RETARDO ELETROÓPTICO δ	155

Figura 1.1 – Ligação de TFs e TCs.	3
Figura 1.2 – Foto de um transformador de instrumentação com enrolamento. (a) Transformador de corrente. (b) Transformador de tensão.	3
Figura 1.3 – TF específica para operar na faixa de 72 kV a ~65 kV.	4
Figura 1.4 – Unidade de medição – TF e TC específicos – para 525 kV [1].	7
Figura 2.1 – Representação geométrica da propagação em um meio anisotrópico.	12
Figura 2.2 – Vista tridimensional da superfície normal.	19
Figura 2.3 – Diferentes vistas da superfície normal.	20
Figura 2.4 – Vistas da superfície normal para meios uniaxiais.	21
Figura 2.5 – Propagação no plano XY.	23
Figura 2.6 – Incidência oblíqua na interface entre meios isotrópicos e anisotrópicos.	24
Figura 2.7 – Vetores $\vec{D}_1$ e $\vec{D}_2$ na interface entre os meios (I) e (II).	25
Figura 2.8 – Vetores $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ nos meios (I) e (II).	26
Figura 2.9 – Raios incidentes, refletido e transmitidos e vetores $\hat{n}_1$, $\hat{n}_2$ e $\hat{n}_3$ no plano xy.	28
Figura 2.10 – Projeção dos vetores $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ ao longo do eixo z.	32
Figura 2.11 – Incidência oblíqua sobre o plano XY.	33
Figura 2.12 – Incidência oblíqua sobre o plano XZ.	34
Figura 2.13 – Projeção de $\vec{D}$ na direção de $\vec{E}$.	35
Figura 2.14 – Elipsóide representativo da elipsóide associada a ϵ_{ij} .	36
Figura 2.15 – Projeção de $\vec{E}$ na direção $\vec{D}$.	38
Figura 2.16 – Elipsóide de índices de refração.	41
Figura 2.17 – Direções dos vetores $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ em um meio uniaxial.	43
Figura 3.1 – Modulador Eletroóptico de fase.	45
Figura 3.2 – Célula Pockels com campo elétrico transversal.	47
Figura 3.3 – Célula Pockels longitudinal.	47
Figura 3.4 – Modulador Eletroóptico de amplitude.	49
Figura 3.5 – Diagrama vetorial usado no cálculo da transmissão.	62
Figura 3.6 – Orientação típica de P e A usado na modulação eletroóptica.	65
Figura 3.7 – Curva de Transmissão de uma célula Pockels de LiNbO ₃ e operação sob pequenas tensões.	66
Figura 3.8 – Lâmina de quarta-de-onda ($\lambda/4$) inserida entre as células Pockels.	67
Figura 3.9 – Nova curva de transmissão após a inserção da lâmina de $\lambda/4$.	68
Figura 3.10 – Rotação de eixo em torno de x.	70
Figura 3.11 – Equivalência de montagens experimentais.	71
Figura 4.1 – Curva de Transmissão considerando o ângulo de fase ϕ_1 .	77
Figura 4.2 – Funções de Bessel de 1ª espécie.	81
Figura 4.3 – Esboço de magnitude do sinal detectado.	87
Figura 5.1 – Orientação de eixo de cristal eletroóptico na configuração Caxo Z – Propagação Z.	94
Figura 5.2 – Diagrama vetorial para desdobramento no plano XY.	95
Figura 5.3 – Curva de transmissão para desdobramento no plano XY.	96
Figura 5.4 – Diagrama vetorial para desdobramento no plano XZ.	97
Figura 5.5 – Curva de transmissão para desdobramento no plano XZ.	98
Figura 5.6 – Construção geométrica para análise do desdobramento no espaço.	99
Figura 5.7 – Diagrama de vetores para desdobramento no espaço.	100

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Ligação de TPs e TCs.	3
Figura 1.2 – Foto de um transformador de instrumentação com enrolamento. (a) Transformador de corrente. (b) Transformador de tensão.	3
Figura 1.3 – TP capacitivo para operar na faixa de 72 kV a 765 kV.	5
Figura 1.4 – Unidade de medição – TP e TC ópticos – para 525 kV [1].	7
Figura 2.1 – Representação geométrica da propagação em um meio anisotrópico.	12
Figura 2.2 – Vista tridimensional da superfície normal.	19
Figura 2.3 – Diferentes vistas da superfície normal.	20
Figura 2.4 – Vistas da superfície normal para meios uniaxiais.	21
Figura 2.5 – Propagação no plano XY.	22
Figura 2.6 – Incidência oblíqua na interface entre meios isotrópico e anisotrópico.	24
Figura 2.7 – Vetores $\vec{D}_1$ e $\vec{D}_2$ na interface entre os meios (1) e (2).	25
Figura 2.8 – Vetores $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ os meios (1) e (2).	26
Figura 2.9 – Raios incidentes, refletido e transmitido; e versores $\hat{a}_i$, $\hat{a}_r$ e $\hat{a}_t$ no plano xz.	28
Figura 2.10 – Projeção dos vetores $\vec{K}_i$ e $\vec{K}_t$ ao longo do eixo X.	32
Figura 2.11 – Incidência oblíqua sobre o plano XY.	33
Figura 2.12 – Incidência oblíqua sobre o plano XZ.	34
Figura 2.13 – Projeção de $\vec{D}$ na direção de $\vec{E}$.	35
Figura 2.14 – Elipsóide representativo da quádrlica associada a ε_{ij} .	36
Figura 2.15 – Projeção de $\vec{E}$ na direção $\vec{D}$.	38
Figura 2.16 – Elipsóide de Índices de Refração.	41
Figura 2.17 – Direções dos vetores $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ em um meio uniaxial.	43
Figura 3.1 – Modulador Eletroóptico de fase.	55
Figura 3.2 – Célula Pockels com campo elétrico transversal.	57
Figura 3.3 – Célula Pockels longitudinal.	57
Figura 3.4 – Modulador Eletroóptico de amplitude	61
Figura 3.5 – Diagrama vetorial usado no cálculo da transmissão.	62
Figura 3.6 – Orientação típica de P e A usada na modulação eletroóptica.	65
Figura 3.7 – Curva de Transmissão de uma célula Pockels de LiNbO ₃ e operação sob pequenos sinais.	66
Figura 3.8 – Lâmina de quarto-de-onda ($\lambda/4$) inserida antes da célula Pockels.	67
Figura 3.9 – Nova curva de transmissão após a inserção da lâmina de $\lambda/4$.	68
Figura 3.10 – Rotação de eixos em torno de x_1 .	70
Figura 3.11 – Esquemático da montagem experimental.	73
Figura 4.1 – Curva de Transmissão considerando o ângulo de fase ϕ_0 .	77
Figura 4.2 – Funções de Bessel de 1ª espécie.	81
Figura 4.3 – Espectro de magnitudes do sinal detectado.	82
Figura 5.1 – Orientação de eixos do cristal eletroóptico na configuração Campo Z – Propagação Y.	94
Figura 5.2 – Diagrama vetorial para desalinhamento no plano XY.	95
Figura 5.3 – Curva de transmissão para desalinhamento no plano XY.	96
Figura 5.4 – Diagrama vetorial para desalinhamento no plano YZ.	97
Figura 5.5 – Curva de transmissão para desalinhamento no plano YZ.	98
Figura 5.6 – Construção geométrica para análise do desalinhamento no espaço.	99
Figura 5.7 – Diagrama de vetores para desalinhamento no espaço.	100

Figura 5.8 – Orientação relativa entre $\vec{P}$ e $\vec{E}$.	102
Figura 5.9 – Padrão de franjas de interferência calculado para incidência cônica divergente.	103
Figura 5.10 – Célula Pockels de LiNbO_3 . (a) Cristal de LiNbO_3 utilizado como elemento sensor. (b) Célula Pockels transversal montada com o cristal.	104
Figura 5.11 – Fotografia da montagem experimental no laboratório.	105
Figura 5.12 – Padrão de interferência experimental devido ao espalhamento da luz no cristal.	106
Figura 5.13 – Secção reta do elipsóide de índices de refração no plano XZ do cristal.	107
Figura 5.14 – Curva de transmissão para desalinhamento no plano XZ.	109
Figura 5.15 – Construção geométrica para análise do desalinhamento no espaço.	110
Figura 5.16 – Diagrama vetorial para análise do desalinhamento. (a) Para $\vec{K}$ sobre o plano XZ. (b) Para $\vec{K}$ no espaço.	111
Figura 5.17 – Secção reta do elipsóide de índices de refração sobre o plano- α .	113
Figura 5.18 – Construção geométrica para obter o ângulo γ .	113
Figura 5.19 – Padrão de franjas de interferência calculado para incidência cônica divergente.	115
Figura 5.20 – Célula Pockels usada no TP óptico.	116
Figura 5.21 – Célula eletroóptica de LiNbO_3 . (a) Cristal de LiNbO_3 utilizado como elemento sensor. (b) Célula Pockels montada com o cristal.	117
Figura 5.22 – Célula Pockels usada como lâmina de $\lambda/4$.	117
Figura 5.23 – Padrão de interferência obtido na saída do sistema devido à luz espalhada.	118
Figura 6.1 – Esquemático da montagem experimental do sensor óptico de tensão.	120
Figura 6.2 – Esquema da instrumentação utilizada para medir o V_π .	122
Figura 6.3 – Modulação eletroóptica com sinal triangular: traço superior = excitação, traço inferior = sinal detectado. (a) Operação na quadratura. (b) Operação em contra-fase.	123
Figura 6.4 – Amplitude do sinal de saída em função do <i>bias</i> DC.	123
Figura 6.5 – Sinal de saída do sensor aplicando tensão senoidal 130 V_{RMS} em 60 Hz. (a) Forma de onda correspondente à saída do fotodetector. (b) Espectro do sinal de saída do fotodetector.	126
Figura 6.6 – Sinal temporal detectado e espectro correspondente, obtidos numa medição subsequente ao da Figura 6.5 – Efeito do desvanecimento.	126
Figura 6.7 – Amplitude das componentes espectrais do sinal detectado medidas sob condições ambientais bem controladas do laboratório.	127
Figura 6.8 – Amplitude das componentes espectrais do sinal detectado medidas em condições típicas de campo.	128
Figura 6.9 – Resultados obtidos com o método J_1/J_3 com sinal em 60 Hz utilizando a fonte sintetizada sem o algoritmo de correção de sinais.	129
Figura 6.10 – Resultados obtidos com o método J_1/J_3 modificado, com sinal em 60 Hz utilizando a fonte sintetizada.	130
Figura 6.11 – Resultados obtidos com o método $J_1 \dots J_4$ com sinal em 60 Hz utilizando a fonte sintetizada.	131
Figura 6.12 – Resultados obtidos com o método $J_1 \dots J_6$, com sinal em 60 Hz utilizando a fonte sintetizada.	132
Figura 6.13 – Fotografia da montagem experimental em laboratório.	133
Figura 6.14 – Diagrama esquemático do arranjo experimental.	134
Figura 6.15 – Divisor resistivo de tensão.	135
Figura 6.16 – Formas de onda detectadas pelo TP Óptico. (a) Para 9,4 kV. (b) Para 10,7 kV.	137
Figura 6.17 – Formas de ondas amostradas em 11,5 kV: (a) Medida na saída do TP óptico; (b) Medida pelo divisor resistivo.	138
Figura 6.18 – Resultado obtido com o TP óptico.	139
Figura A.1 – Sistema de coordenadas auxiliares (α , β , ξ).	147
Figura C.1 – Elipsóide de índices de refração.	155
Figura C.2 – Dupla refração na fronteira.	157
Figura C.3 – Desvio angular do raio incidente no cristal.	160
Figura D.1 – Efeito do Gap de Ar. (a) Célula Pockels com gaps de ar entre o cristal e eletrodos. (b) Circuito equivalente.	161

LISTA DE SÍMBOLOS

μ	Permeabilidade magnética
ε	Permissividade elétrica
ω	Frequência angular
$\vec{E}$	Campo elétrico
$\vec{H}$	Campo magnético
$\vec{D}$	Densidade de campo elétrico
$\vec{B}$	Densidade de campo magnético
$\vec{K}$	Vetor de onda que está na direção de propagação
v_p	Velocidade de fase
$\hat{s}$	Vetor unitário
c	Velocidade da luz no vácuo
n	Índice de refração no meio
λ	Comprimento de onda da luz no vácuo
n_o	Índice de refração ordinário
n_e	Índice de refração extraordinário
f	Frequência óptica
$\vec{r}$	Raio vetor
ρ_s	Densidade de cargas na interface
$\vec{J}_s$	Densidade de corrente na interface
η	Impermeabilidade dielétrica
η_{eff}	Impermeabilidade efetiva
r_{ijk}	Tensor eletroóptico linear
s_{ijk}	Tensor eletroóptico quadrático
$\Delta\phi$	Variação na diferença de fase óptica
L	Comprimento do cristal de Niobato de Lítio
d	Espessura do cristal de Niobato de Lítio



V	Tensão elétrica
V_{π}	Tensão de meia-onda
Γ	Retardo eletroóptico
γ	Ângulo entre D' e o polarizador
χ	Ângulo entre o analisador e o polarizador
I	Intensidade óptica
T	Transmissão óptica
Q	Ponto de polarização quiescente
$\vec{S}$	Vetor de Poynting médio
ϕ_0	Fase estática devido à birrefringência natural
x	Índice de modulação
$J_n(x)$	Funções de Bessel de primeira espécie e ordem n
V_n	Amplitudes das componentes harmônicas
ω_s	Frequência angular do sinal modulante
ϕ_s	Fase do sinal modulante
δ	Retardo eletroóptico com o desalinhamento
θ	Desalinhamento angular no plano XY
α	Desalinhamento angular no plano YZ
$\epsilon_{//}$	Permissividade dielétrica relativa do $LiNbO_3$
G	Espessura de camada de ar entre o cristal e os eletrodos
A	Área dos eletrodos



LISTA DE ABREVIATURAS

TP	Transformador de potencial
TC	Transformador de corrente
PZT	Titanato Zirconato de Chumbo (<i>Lead Zirconate Titanate</i>)
PVDF	Fluoreto de Polivinilideno (<i>Polyvinylidene Fluoride</i>)
$LiNbO_3$	Niobato de Lítio
BGO	Germanato de Bismuto (<i>Bismute Germanate</i>)
FFT	Transformada Rápida de Fourier (<i>Fourier Fast Transform</i>)
HeNe	Hélio Neônio

Palavras-chave – Efeito eletro-óptico, Niobato de Lítio, transformador de tensão óptica, efeito Pockels.

SUMÁRIO

Transdutores ópticos de tensão para aplicações em sistemas elétricos de potência apresentam várias vantagens sobre os transformadores eletromagnéticos e capacitivos tais como: facilidade de isolamento, maiores largura de banda e faixa dinâmica, e imunidade contra interferência eletromagnética. Sensores ópticos não contêm elementos condutivos e geralmente são pequenos, podendo ser produzidos com custo relativamente baixo. Neste trabalho, sensores polarimétricos baseados em cristais de Niobato de Lítio são testados para duas diferentes configurações: a primeira, dedicada a medir baixas tensões, apresenta campo elétrico externo aplicado na direção Z e propagação óptica na direção Y dos eixos principais do cristal. Utilizando o arranjo polarimétrico, a diferença de fase óptica induzida pela tensão elétrica aplicada pode ser determinada através de análise espectral, tais como os métodos de J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$. Na segunda configuração, dedicada a medir altas tensões, a célula Pockels apresenta campo elétrico externo aplicado na direção Y e propagação óptica na direção Z do cristal. A forma de onda instantânea é medida com o arranjo polarimétrico operando sob condições de baixo índice de modulação e quadratura de fase. O projeto, a previsão teórica do desempenho desses dois sensores de tensão e, finalmente, testes em laboratório são descritos neste trabalho.

Palavras chave – Efeito eletroóptico, Niobato de Lítio, transformador de tensão óptico, célula Pockels.



ABSTRACT

Optical voltage transducers for power delivery applications offer a variety of advantages over conventional electromagnetic and capacitive voltage transformers, such as easier isolation, wider bandwidth and dynamic ranges, and immunity to electromagnetic interferences. Optical sensors do not contain any conductive element, are usually small, and can be produced with relatively low cost. In this work, the polarimetric Pockels sensors based on Lithium Niobate crystal have been tested for two different configurations: the first, designed for sensing low voltages, presents external electric field applied in the Z direction and propagation in the Y direction of the crystal principal axis. Using the polarimetric assembly, the optical phase shift induced by an applied voltage can be determined by spectral analysis such as the J_1/J_3 , $J_1 \dots J_4$ and $J_1 \dots J_6$ methods. In the second configuration, designed for sensing high voltages, the Pockels cell presents external electric field applied in the Y direction and propagation in the Z direction of the crystal. The instantaneous voltage waveform is measured with the polarimetric assembly operating under small phase modulation index and quadrature conditions. The design methodology, the theoretical projection of both electro optic voltage sensors performance and finally, laboratory voltage tests are reported in this work.

Keywords – Electrooptic effect, Lithium Niobate, optical voltage transformer, Pockels cell.

DEDICATÓRIA

Primeiramente ao meu orientador, Prof. Dr. Cláudio Kitano, pela orientação dedicada a mim, por todo o tempo durante o período em que passei trabalhando. Dificilmente conseguirei quantificar o meu crescimento acadêmico, além da lição de vida adquirida com esta convivência.

Aos meus pais Wagner e Wanda, minha irmã Wandier que muito me apoiaram durante todo o tempo, me incentivando durante os momentos de dificuldade. Em especial ao meu irmão Wagner Jr., o qual sempre me apoiou, educou, disciplinou e aconselhou. A todos de minha família que me incentivaram.

Ao Prof. José Carlos Rossi que não mediu esforços em obter equipamentos e inclusive o espaço no Laboratório de Qualidade de Energia, para que fossem realizados os ensaios.

Ao Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti pela colaboração no desenvolvimento do trabalho, pelos equipamentos cedidos do Laboratório de Ultra-Som.

Ao Prof. Dr. Aparecido A. de Carvalho pelos equipamentos cedidos do laboratório de Sismos e pelas contribuições.

Aos técnicos Valdemir Chaves que desenvolveu as peças mecânicas para suporte do Lave, Everaldo, que sempre me auxiliou em problemas práticos e sugestões criativas, Adilson, que me auxiliou em muitas coisas fora do expediente, José Adriano e Hildemara, pela disposição quando necessário auxiliar as intervenções de campo.

Aos meus amigos Wesley Pontes, Marcel Merçal, Carlos Roberto Amura, Renato Mendes, grande amigo João Marcos Sabi Nakamoto, com quem estive presente em toda as manifestações, ajudando e compartilhando momentos de alegria.

A todos as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram de alguma forma para a conclusão deste trabalho, durante estes dois anos.

Aos meus pais, por sempre me apoiarem e darem condições para a realização desse trabalho, ao meu irmão pelo incentivo e ao meu orientador Cláudio Kitano.



AGRADECIMENTOS

Primeiramente ao meu orientador, Prof. Dr. Cláudio Kitano, pela orientação dedicada a mim, por tudo que me ensinou durante o período em que passamos trabalhando. Dificilmente conseguirei quantificar o meu crescimento acadêmico, além da lição de vida adquirida com esta convivência.

Aos meus pais Wagner e Wanda, minha irmã Wanicler que muito me apoiaram durante todo o tempo, me amparando durante os momentos de dificuldade. Em especial ao meu irmão Wagner Jr., o qual sempre me apoiou, educou, disciplinou e aconselhou. A todos de minha família que me incentivaram.

Ao Prof. José Carlos Rossi que não mediu esforços em ceder equipamentos e inclusive o espaço no Laboratório de Qualidade de Energia, para que fossem realizados os ensaios.

Ao Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti pela colaboração no desenvolvimento do trabalho, pelos equipamentos cedidos do Laboratório de Ultra-Som.

Ao Prof. Dr. Aparecido A. de Carvalho pelos equipamentos cedidos do laboratório de Sensores e pelas contribuições.

Aos técnicos Valdemir Chaves que desenvolveu as peças mecânicas para suporte do *Laser*, Everaldo, que sempre me auxiliou em problemas práticos e sugestões criativas, Adilson, que me auxiliou em ensaios muitas vezes fora do expediente, José Aderson e Hidemassa, pela disposição quando necessitei utilizar os laboratórios de ensino.

Aos meus amigos Wesley Pontes, Marcelo Sanches, Sérgio Nazário, Luiz Marçal, Carlos Roberto Antunes, Renato Mendes, Guilherme, e em especial o meu grande amigo João Marcos Salvi Sakamoto, companheiro de laboratório que sempre esteve presente em todos os momentos, ajudando quando aparecia algum problema e compartilhando momentos de alegria.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram de alguma forma para a conclusão desse trabalho, durante esses dois anos.



A CAPES pela grande ajuda financeira, cedida através de uma bolsa de mestrado, pois sem ela seria muito difícil a conclusão do trabalho no prazo planejado.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Na área de medição, controle e proteção em sistemas de potência, é evidente a necessidade de monitorar as tensões e correntes elétricas nos condutores das linhas de transmissão e nos condutores conectados a transformadores de potência em subestações.

Os transformadores de potencial (TP) e de corrente (TC) representam transformadores para instrumentos construídos especificamente para características especiais, dedicados a converter tensões e correntes muito elevadas para valores reduzidos e adequados para alimentar diretamente instrumentos de medição de potência, de energia e outros.

Os transformadores de medição também servem para assegurar que tensões nominalmente altas, típicas de instalações de média ou alta tensão, sejam mantidas a distância dos instrumentos de medição e dos operadores.

Por muitos anos, os transformadores para instrumentos com enrolamentos e núcleo de ferro têm sido utilizados para medir tensões e correntes para fins de medição, controle e proteção de sistemas de energia elétrica.

Esses transformadores são usados em conjunto com amperímetros, voltmímetro, medidores de energia, medidores de fator de potência, wattímetros, etc., para a medição de correntes e tensões e, com relés de proteção, para circuitos de disparo de disjuntores diante de condições de sobrecarga de linhas.

Na prática, os instrumentos, medidores, relés, etc., ligados aos transformadores para instrumentos carregam os seus secundários devido às suas resistências próprias. Essa configuração é designada pelo termo "barreira".

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Na área de medição, controle e proteção em sistemas de potência, é evidente a necessidade de monitorar as tensões e correntes elétricas nos condutores das linhas de transmissão e nos condutores conectados a transformadores de potência em subestações.

Os transformadores de potencial (TP) e de corrente (TC) denominados transformadores para instrumentos constituem transformadores com características especiais, dedicados a converter tensões e correntes muito elevadas para valores reduzidos e adequados para alimentar diretamente instrumentos de medição, de proteção, de controle e outros.

Os transformadores de medição também servem para assegurar que tensões perigosamente altas, típicas de instalações de médias ou altas tensões, sejam mantidas a distância dos instrumentos de medição e dos operadores.

Por muitos anos, os transformadores para instrumentos com enrolamentos e núcleo de ferro têm sido utilizados para medir tensões e correntes para fins de medição, controle e proteção de sistemas de energia elétrica.

Estes transformadores são usados em conjunto com amperímetros, voltímetros, medidores de energia, medidores de fator de potência, wattímetros, etc., para a medição de correntes e tensões, e, com relés de proteção, para circuitos de disparo de desarme de disjuntores diante da ocorrência de falhas.

Na prática, os instrumentos, condutores, relés, etc., ligados aos transformadores para instrumentos carregam os seus secundários devido às suas resistências próprias. Esta solicitação é designada pelo nome “burden”.



Com a recente demanda por maiores capacidades em sistemas de potência, as tensões de transmissão têm se tornado maiores e, portanto, as distâncias de isolamento aumentam. Isto conduz ao aumento no tamanho dos TPs (e dos TCs).

Por outro lado, o *burden* de TPs tem diminuído devido à substituição de relés eletromecânicos por relés estáticos baseados em tecnologia eletrônica, digital ou com microprocessadores. Estes valores reduzidos de *burden* podem criar problemas de exatidão para TPs com enrolamentos [1]. Como a resistência de entrada de um relé de proteção microprocessado (por exemplo) é da ordem de megaohms, e considerando-se que a tensão de entrada de conversão A/D varia entre 0 e 10 V, a potência de entrada do relé está na faixa de $15 \mu\text{W}$ a $25 \mu\text{W}$. Estes valores são muitas ordens de grandeza inferiores aos da saída nominal de transformadores de instrumentos.

Além disso, a introdução de sistemas de proteção digitais ou microprocessados requerem a eliminação de grande parte da interferência eletromagnética nos sistemas de medição de tensão.

Em resumo, os transformadores de instrumentos precisam ser melhorados em termos de exatidão, segurança, interferência eletromagnética, estabilidade e resposta em frequência, a fim de estar à altura dos novos sistemas de medição e proteção a estado sólido.

Diante dessas circunstâncias, torna-se essencial o desenvolvimento de tecnologias que se adaptem a essas novas exigências.

Neste trabalho investiga-se o caso de sensores ópticos capazes de converter tensões elevadas em valores compatíveis com instrumentos eletrônicos/digitais, baseados no efeito eletroóptico em cristais de Niobato de Lítio.

Antes, porém, julga-se apropriado apresentar algumas informações gerais sobre transformadores para instrumentos convencionais.

1.1 - Transformadores para Instrumentos com Enrolamentos

Estes transformadores para instrumentos são ligados como na Figura 1.1 (para o caso monofásico).



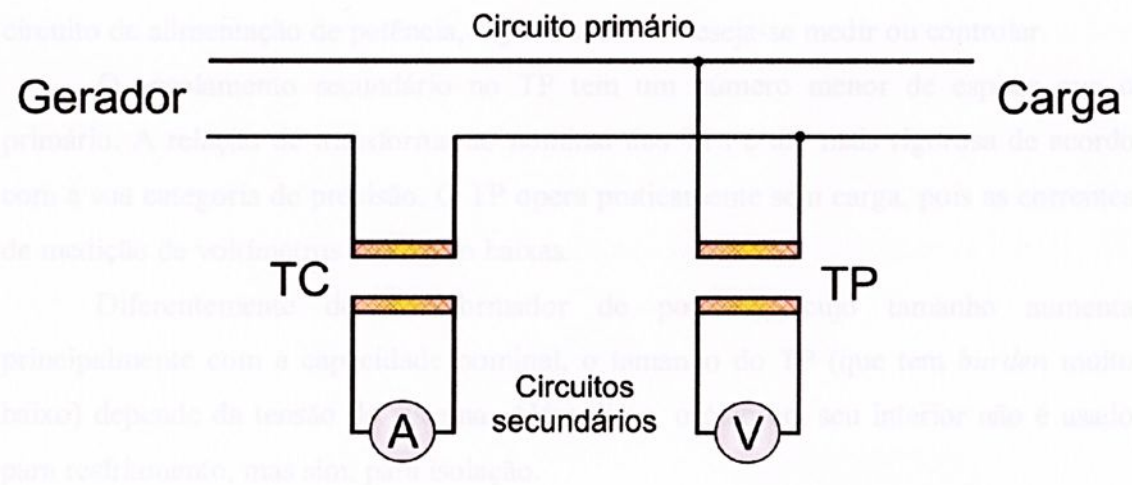
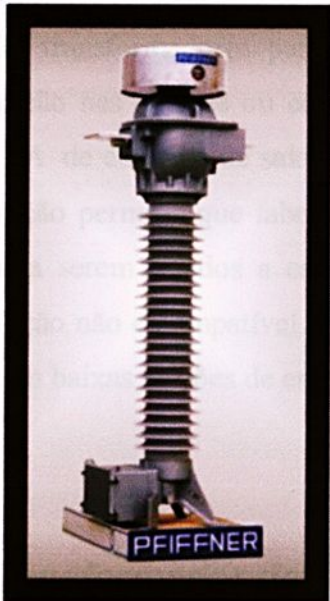
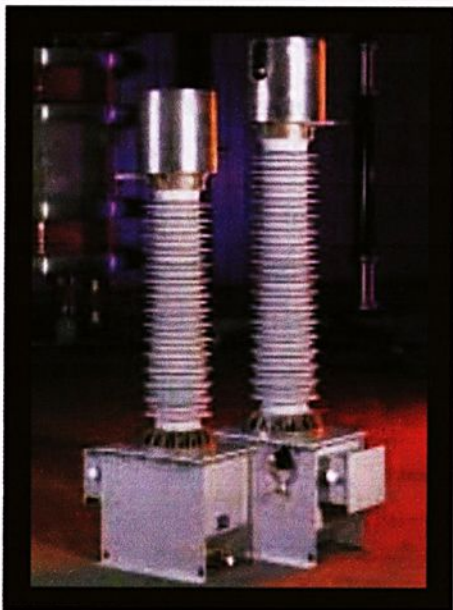


Figura 1.1 – Ligação de TPs e TCs.

Na Figura 1.2 apresentam-se, a título de ilustração, fotos de TPs e TCs convencionais.



(a)



(b)

Figura 1.2 – Foto de um transformador de instrumentação com enrolamento. (a) Transformador de corrente. (b) Transformador de tensão.

O TP é projetado para ter o enrolamento primário conectado em paralelo com o circuito de alimentação de potência, cuja alta tensão deseja-se medir ou controlar.

O enrolamento secundário no TP tem um número menor de espiras que o primário. A relação de transformação nominal dos TPs é tão mais rigorosa de acordo com a sua categoria de precisão. O TP opera praticamente sem carga, pois as correntes de medição de voltímetros são muito baixas.

Diferentemente do transformador de potência, cujo tamanho aumenta principalmente com a capacidade nominal, o tamanho do TP (que tem *burden* muito baixo) depende da tensão do sistema. Além disso, o óleo em seu interior não é usado para resfriamento, mas sim, para isolamento.

O TC é projetado para ter o enrolamento primário conectado em série com o circuito de alimentação de potência, cuja corrente deseja-se medir ou controlar.

O enrolamento primário no TC consiste de poucas espiras de fio grosso. Uma vez que os amperímetros possuem resistências muito reduzidas, os TCs costumam trabalhar com enrolamento secundário praticamente em curto.

Para aplicações do TC em altas tensões, isoladores de porcelana devem ser usados para proporcionar isolamento entre o barramento primário e o enrolamento secundário.

Os transformadores para instrumentos também servem para estabelecer uma padronização nas tensões ou correntes secundárias. É usual a fabricação de TCs com 1 A ou 5 A de corrente de saída, bem como, TPs com 110 V de tensão de saída. Esta padronização permitia que fabricantes produzissem instrumentos de medição em larga escala para serem ligados a esses transformadores para instrumentos. Contudo, esta padronização não é compatível com as novas tecnologias, que usam conversores A/D e que exigem baixas tensões de entrada [1].

1.2 - Transformador de Potencial Capacitivo

Quando as tensões no sistema são muito elevadas, ao ponto de inviabilizar a construção de um TP eletromagnético com dimensões e custos razoáveis, costumam ser

utilizados TPs capacitivos. Estes consistem basicamente em uma cadeia de capacitores ligados em série e que atuam como divisor de tensão. A fim de compensar erros de fase introduzidos pela impedância de *burden*, emprega-se uma indutância que deve ressoar com os capacitores. Uma saída mais elevada pode ser obtida empregando-se um transformador para instrumentos intermediário, o que também reduz a corrente de *burden* que flui pelo divisor capacitivo. Na Figura 1.3 tem-se uma ilustração de um TP capacitivo comercial.

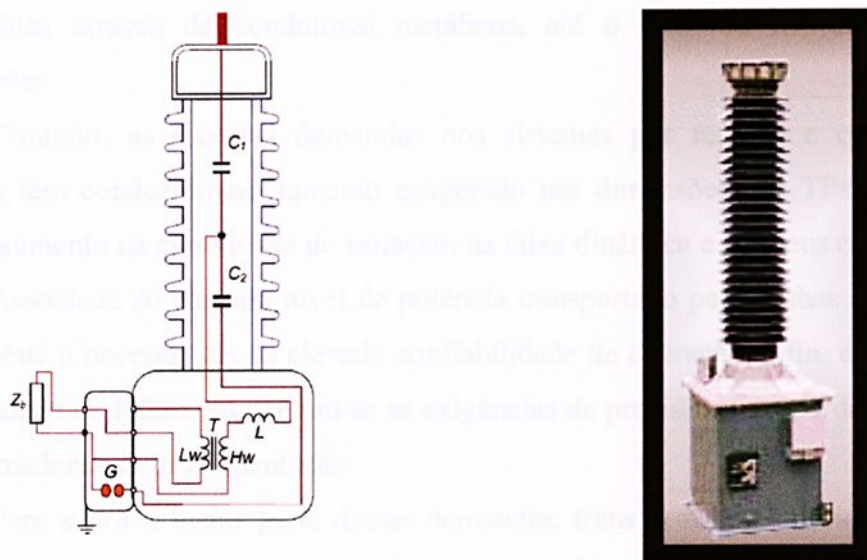


Figura 1.3 – TP capacitivo para operar na faixa de 72 kV a 765 kV.

O uso de TP capacitivo pode reduzir o custo inicial do sistema de medição. Entretanto, a frequência de medição está limitada a aproximadamente 500 Hz, e não se permite a medição de harmônicas com exatidão. Além disso, oscilações tendem a ocorrer fazendo com que sejam necessários dispositivos adicionais de supressão [1].

1.3 - Transformador de Potencial Óptico

Os transformadores de potencial convencionais são elementos confiáveis, cuja tecnologia de fabricação encontra-se bem consolidada. Como visto anteriormente, entre os principais dispositivos convencionais encontram-se o transformador de potencial indutivo e o divisor capacitivo. São empregados nos sistemas de potência para reduzir os níveis elevados de tensão da rede elétrica a valores adequados e seguros para serem usados em equipamentos de proteção e medição. As informações sobre as tensões são transmitidas através de condutores metálicos, até o local da instrumentação nas subestações.

Contudo, as recentes demandas dos sistemas por tensões e correntes ultra elevadas têm conduzido ao aumento exagerado nas dimensões dos TPs. Além disso, exigem aumento na capacidade de isolamento, na faixa dinâmica e nos seus custos.

Associada ao elevado nível de potência transportado pelas linhas do sistema de energia está a necessidade de elevada confiabilidade de operação, a fim de se reduzir a possibilidade de falhas, aumentam-se as exigências de precisão e tempo de resposta dos transformadores de instrumentação.

Para suprir a maior parte dessas demandas, transformadores de instrumentação ópticos têm sido propostos. Equipamentos comerciais encontram-se disponibilizados por empresas como: NxtPhase (Canadá), GEC Alstom (França), ABB (Suíça), dentre outras. Embora constitua um tópico de pesquisa extremamente importante, o assunto sobre TCs ópticos não será abordado neste trabalho de pesquisa, cuja ênfase concentra-se em TPs eletroópticos.

Na Figura 1.4 apresenta-se uma ilustração de um TP óptico (que inclui também um TC óptico) comercial (Alstom).



Figura 1.4 – Unidade de medição – TP e TC ópticos – para 525 kV [1].

Os transdutores ópticos de tensão apresentam vantagens potenciais em relação aos transformadores de potencial indutivos e capacitivos convencionais, como a facilidade de isolamento, desacoplamento galvânico (canal óptico de transmissão de sinal), maior largura de banda, maior faixa dinâmica, menor interferência eletromagnética e tamanho reduzido [2].

1.4 - Estado da Arte do TP Óptico

Os sensores ópticos de tensão constituem uma tecnologia investigada desde a década de 1970 [3], contudo, somente a partir dos anos 1990 tornaram-se viáveis comercialmente. Apesar de proporcionarem exatidão, no passado, esses dispositivos apresentavam inconveniências pela baixa capacidade de fornecer potência em seus secundários para alimentar a instrumentação analógica, à base de bobinas de corrente e de tensão. No entanto, devido à instalação em massa dos relés e medidores microprocessados no sistema elétrico atual, os quais são capazes de operar com baixo nível de potência de sinal, o TP óptico tornou-se uma tecnologia atrativa, viável e competitiva [4].

No TP óptico, em vez de se medir a tensão elétrica propriamente dita, são medidas as variações provocadas nas características da luz que se propaga em certos materiais, resultantes dos campos elétricos associados a essa tensão. Assim, por exemplo, em 1987, Imai *et alii*, implementaram um sistema interferométrico no qual o elemento sensor era um trecho de fibra óptica revestido com Fluoreto de Polivinilideno (PVDF), um polímero piezoelétrico que deforma a fibra na presença de campo elétrico, proporcionando modulação de fase óptica [5]. Em 1993, Fabiny *et alii* descreveram um sensor de potencial em fibra óptica baseado no efeito eletrostrictivo (conversão tensão elétrica – deformação mecânica): uma bobina de fibra óptica enrolada sobre um cilindro de cerâmica eletrostrictiva (PT : PMN) atua como elemento sensor num dos braços de um interferômetro de Mach-Zehnder [6]. A cerâmica vibra mecanicamente, deformando a fibra e causando modulação de fase óptica, a qual é detectada e relacionada à tensão sob medição. Também em 1993, Lee *et alii* divulgaram os resultados de um sensor de alta tensão em óptica integrada [7]. Implementado em Niobato de Lítio ($LiNbO_3$) em corte-Z, este sensor foi fabricado através de tecnologia de microeletrônica para estabelecer eletrodos e guias de ondas ópticas cujo modo de propagação sofre modulação pelo campo elétrico externo, via efeito eletroóptico.

Em 2001, León *et alii* relatam um sensor em configuração interferométrica em fibra óptica, onde o elemento sensor é uma bobina de fibra enrolada em cilindro de Titanato Zirconato de Chumbo (PZT) [8]. Neste caso, o sinal de saída é codificado em frequência, e a tensão é relacionada à largura de banda do espectro de frequências. Em 2004, Niewczas *et alii* descreveram um sensor de tensão em fibra óptica usando redes de Bragg (*Fiber Bragg Gratings*) coladas sobre substratos piezoelétricos, capaz de operar até 5 kV [9].

Um sensor óptico de potencial pode ser implementado explorando-se diferentes princípios físicos, que alteram as propriedades ópticas de materiais, e segundo diversas configurações e características de operação. Contudo, a maior parte dos sensores consagrados emprega a configuração volumétrica (*bulk*), usando cristais eletroópticos como elementos sensores, em um arranjo polarimétrico para modulação de intensidade óptica, cujas configurações são objeto de estudo nesta dissertação.

O Efeito Eletroóptico refere-se a variações nas propriedades de índice de refração de certos cristais mediante a aplicação de um campo elétrico externo [10].



Quando um raio óptico propaga-se nesse cristal, tem sua fase alterada (ou modulada) por tal variação. O dispositivo óptico assim implementado é conhecido como célula Pockels. Recorrendo-se a configurações ópticas (ditas polarimétricas) e técnicas de processamento de sinais originalmente desenvolvidas na área de telecomunicações, pode-se converter esta modulação de fase em modulação de amplitude. Ressalta-se que estes sensores são, essencialmente, sensores de campo elétrico (e não de tensão elétrica), sendo necessário estabelecer a relação entre a tensão aplicada e o campo elétrico associado. Daí a necessidade de estudar a teoria do efeito eletroóptico, recorrendo-se ao eletromagnetismo, conforme será apresentada nesta dissertação.

Vários são os materiais eletroópticos usados em sensores ópticos de tensão. Dentre estes, destacam-se os cristais de Niobato de Lítio ($LiNbO_3$) e Germanato de Bismuto ou BGO ($Bi_{12}GeO_{20}$) [10]. A seguir, são citados alguns trabalhos publicados com estes cristais.

Em 1983, Kyuma *et alii* implementaram um sensor eletroóptico de tensão em óptica volumétrica com cristal de BGO [11]. Este cristal, com simetria cúbica, exibe excelentes propriedades ópticas e baixa sensibilidade a variações de temperatura ambiente. Em 1995, Christensen discutiu um TP óptico à base de BGO, para medir tensões na faixa de 150 kV sem a necessidade de divisores capacitivos [12]. Em 2000, Santos *et alii* descreveram uma célula Pockels em BGO, capaz de operar até 400 kV [13]. Esta célula foi preenchida com gás SF_6 a fim de aumentar o nível de desruptura dielétrica entre eletrodos.

Cristais de $LiNbO_3$ foram usados por Li & Yoshino, em 2002, quando propuseram uma configuração denominada multiplicador eletroóptico, usada para medir tensões DC e AC [14]. Nesta dissertação de mestrado emprega-se o $LiNbO_3$ para implementar uma célula Pockels transversal usada na medição de tensões elétricas senoidais.

1.5 - Objetivos da Dissertação

Esta dissertação de mestrado tem por objetivo realizar a análise teórica e experimental de sensores ópticos de tensão, baseados no efeito eletroóptico em cristal de Niobato de Lítio ($LiNbO_3$). Determinar a tensão de meia-onda das células Pockels, assim como um procedimento de alinhamento do feixe de *Laser* com os eixos do cristal eletroóptico. Aplicar técnicas de demodulação por decomposição espectral do sinal detectado, para medir baixa tensão. Adquirir a forma de onda instantânea de tensões da ordem de kV.

1.6 - Organização do Texto

O texto nesta dissertação de mestrado contém sete capítulos incluindo este. No Capítulo 2 encontra-se a teoria de propagação da luz em cristais anisotrópicos onde, a partir da solução geral da equação de onda, chega-se ao conceito de elipsóide de índices de refração.

No Capítulo 3, descreve-se o efeito eletroóptico, as modulações de fase e de amplitude numa célula Pockels de $LiNbO_3$.

No Capítulo 4 são discutidos os métodos de demodulação de fase óptica usando decomposição espectral: os métodos J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$, e a influência da birrefringência natural do cristal sobre a deriva do sinal detectado.

No Capítulo 5 é feita uma avaliação do desalinhamento angular, e através de simulação utilizando Matlab, consegue-se desenhar os padrões de franjas de interferências formadas sobre um anteparo na saída do sistema.

No Capítulo 6 apresentam-se os resultados experimentais obtidos. Ensaio foram realizados para e medir as tensões de meia-onda (V_π) das células Pockels e avaliar os desempenhos dos sistemas.

Finalmente, no Capítulo 7, encontram-se as conclusões e considerações finais.



CAPÍTULO 2

PROPAGAÇÃO DA LUZ EM CRISTAIS ANISOTRÓPICOS

Figura 2.1 - Representação geométrica da propagação em um meio anisotrópico.

Este capítulo tem por objetivo analisar a propagação de ondas planas uniformes em meios ilimitados que exibam anisotropia dielétrica como, por exemplo, cristais de LiNbO_3 (Niobato de Lítio). Sob o ponto de vista magnético, os meios são considerados isotrópicos, ou seja, as permeabilidades magnéticas valem $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]. Partindo-se das equações de Maxwell, será obtida uma equação de onda, a qual leva em conta que a permissividade elétrica do meio anisotrópico, $\bar{\epsilon}$, é uma grandeza tensorial.

2.1 - Equação de Onda em Meios Anisotrópicos

Considere-se a representação geométrica da Figura 2.1, na qual uma radiação óptica monocromática com comprimento de onda λ_0 incide sobre um meio ilimitado e dieletricamente anisotrópico. O vetor $\vec{r}$ descreve um ponto sobre a frente de onda.

admissão tensorial ao invés de isotrópica. Os campos $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{D}$ e $\vec{B}$ estão ligados correspondem aos vetores densidade de fluxo elétrico e densidade de fluxo magnético, respectivamente) devem satisfazer as equações de Maxwell (com as devidas alterações e acréscimos) [12].

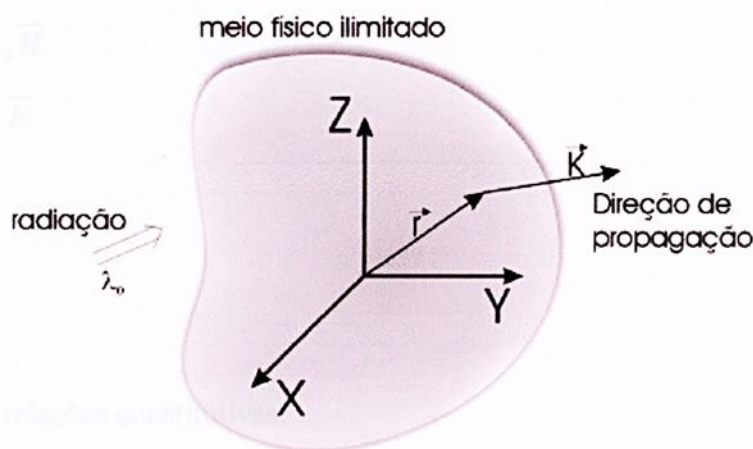


Figura 2.1 - Representação geométrica da propagação em um meio anisotrópico.

A anisotropia do meio é de natureza dielétrica, tal que sua permissividade absoluta, referida ao sistema de coordenadas principais (X, Y, Z), é representada por:

$$\overline{\epsilon} = \epsilon_o \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = \epsilon_o \overline{\epsilon_r} \quad (2.1)$$

onde $\overline{\epsilon_r}$ é a permissividade relativa e ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , e ϵ_{zz} são suas componentes, enquanto que $\epsilon_o = 8,854 \times 10^{-12}$ [F/m] é a permissividade do vácuo.

Será admitido que os campos elétrico e magnético, $\vec{E}(\vec{r})$ e $\vec{H}(\vec{r})$, respectivamente, variam harmonicamente no tempo segundo $e^{j\omega t}$, onde ω é a frequência angular e, portanto, que $(\partial/\partial t = j\omega)$. Isto permite também, que se utilize a notação tensorial ao invés da instantânea. Os campos $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{D}$ e $\vec{B}$ (estes últimos correspondem aos vetores densidade de fluxo elétrico e densidade de fluxo magnético, respectivamente) devem satisfazer as equações de Maxwell (em meios sem perdas e sem cargas) [15]:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (2.2a)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\vec{\varepsilon} : \vec{E} \quad (2.2b)$$

$$\nabla \circ \vec{D} = 0 \quad (2.2c)$$

$$\nabla \circ \vec{B} = 0 \quad (2.2d)$$

e as seguintes relações constitutivas:

$$\vec{D} = \vec{\varepsilon} : \vec{E} = \varepsilon_o \vec{\varepsilon}_r : \vec{E} \quad (2.3a)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (2.3b)$$

onde (:) indica o produto de um tensor por um vetor, ($\circ$) indica produto escalar e ($\times$) indica produto vetorial entre vetores.

Na análise a seguir, será considerado o caso da propagação de onda plana e uniforme cujo vetor de onda é $\vec{K}$ [rad/m]. Por analogia com o caso de onda plana propagando-se em meios isotrópicos, impõe-se uma dependência da forma $e^{-j(\vec{K} \circ \vec{r})}$ para todas as grandezas de campo. Desta forma, é possível demonstrar que os operadores ($\nabla \times$) e ($\nabla \circ$) podem ser substituídos por $-j(\vec{K} \times)$ e $-j(\vec{K} \circ)$, respectivamente, válidas apenas para ondas planas [10]. Com isso as equações de Maxwell (2.2 a-d) podem ser reescritas como:

$$\vec{K} \times \vec{E} = \omega\mu_0 \vec{H} \quad (2.4a)$$

$$\vec{K} \times \vec{H} = -\omega\vec{\varepsilon} : \vec{E} \quad (2.4b)$$

$$\vec{K} \circ \vec{D} = 0 \quad (2.4c)$$

$$\vec{K} \circ \vec{B} = 0 \quad (2.4d)$$

Pré-multiplicando (2.4a) por $(\vec{K} \times)$, substituindo (2.4b) na relação resultante e realizando algumas operações de álgebra vetorial, deduz-se a seguinte Equação de Onda:

$$\vec{E} - (\hat{s} \circ \vec{E})\hat{s} = \frac{v_p^2}{c^2} \overline{\epsilon_r} : \vec{E} \quad (2.5)$$

onde o vetor $\hat{s}$ é unitário e informa sobre a direção do vetor de onda, ou seja, $\hat{s} = \vec{K} / |\vec{K}|$. O fator v_p refere-se à velocidade de fase [m/s] da onda plana na frequência ω , isto é, $v_p = \omega / |\vec{K}|$, e $c = 3 \times 10^8$ m/s é a velocidade da luz no vácuo.

Deve ser observado que em (2.5) trabalha-se com a permissividade relativa $\overline{\epsilon_r}$, e não com a absoluta ($\overline{\epsilon}$).

2.2 - Solução Geral da Equação de Onda

Nesta seção será feita a análise das soluções da Equação de Onda (2.5) para uma direção de propagação arbitrária, onde o meio dielétrico pode ser biaxial ($\epsilon_{xx} \neq \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$). No entanto, antes de prosseguir, apresentam-se abaixo algumas propriedades geométricas do vetor unitário $\hat{s}$, cujas componentes são s_x , s_y e s_z :

$$\hat{s} = s_x \hat{x} + s_y \hat{y} + s_z \hat{z} \quad (2.6a)$$

$$s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 = 1 \quad (2.6b)$$

onde $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$ são vetores unitários nas direções X , Y e Z .

Empregando-se (2.1) e as relações (2.6a-b) na equação de onda (2.5), e expandindo-se o campo $\vec{E}$ nas componentes E_x , E_y e E_z , obtém-se o seguinte sistema de equações homogêneo:

$$\begin{bmatrix} 1 - s_x^2 - \frac{v_p^2}{c^2} \epsilon_{xx} & -s_x s_y & -s_x s_z \\ -s_x s_y & 1 - s_y^2 - \frac{v_p^2}{c^2} \epsilon_{yy} & -s_y s_z \\ -s_x s_z & -s_y s_z & 1 - s_z^2 - \frac{v_p^2}{c^2} \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.7)$$

Impondo-se condição de solução não trivial a (2.7), torna-se necessário que o determinante do sistema homogêneo seja nulo. Calculando-se este determinante e usando-se novamente a propriedade (2.6a), chega-se ao resultado abaixo:

$$\begin{aligned} & \frac{v_p^6}{c^6} \epsilon_{xx} \epsilon_{yy} \epsilon_{zz} - \frac{v_p^4}{c^4} \left[\epsilon_{xx} s_x^2 (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) + \epsilon_{yy} s_y^2 (\epsilon_{xx} + \epsilon_{zz}) + \epsilon_{zz} s_z^2 (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) \right] + \\ & + \frac{v_p^2}{c^2} \left[\epsilon_{xx} s_x^2 + \epsilon_{yy} s_y^2 + \epsilon_{zz} s_z^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Definindo-se os coeficientes A , B e C a seguir,

$$A = \epsilon_{xx} \epsilon_{yy} \epsilon_{zz} \quad (2.9a)$$

$$B = - \left[\epsilon_{xx} s_x^2 (\epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) + \epsilon_{yy} s_y^2 (\epsilon_{xx} + \epsilon_{zz}) + \epsilon_{zz} s_z^2 (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) \right] \quad (2.9b)$$

$$C = \epsilon_{xx} s_x^2 + \epsilon_{yy} s_y^2 + \epsilon_{zz} s_z^2 \quad (2.9c)$$

e substituindo-os em (2.8), obtém-se uma equação mais adequada para manipulações algébricas:

$$\frac{v_p^2}{c^2} \left(A \frac{v_p^4}{c^4} + B \frac{v_p^2}{c^2} + C \right) = 0 \quad (2.10)$$

A equação (2.10) informa que as soluções da equação de onda (2.5) possuem velocidades de fase:

$$v_{p_1} = \sqrt{\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}} \quad (2.11a)$$

$$v_{p_2} = -\sqrt{\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}} = -v_{p_1} \quad (2.11b)$$

$$v_{p_3} = \sqrt{\frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}} \quad (2.11c)$$

$$v_{p_4} = -\sqrt{\frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}} = -v_{p_3} \quad (2.11d)$$

$$v_{p_5} = v_{p_6} = 0 \quad (2.11e)$$

onde v_{p_2} e v_{p_4} nada mais são que soluções com velocidades iguais a v_{p_1} e v_{p_3} , respectivamente, porém, propagando-se na direção $(-\hat{s})$. As soluções v_{p_5} e v_{p_6} estão relacionadas à distribuição de campo estático, e não são de interesse nesse trabalho.

Portanto, dada uma direção de propagação $\hat{s}$, existem duas soluções propagantes com velocidades distintas v_{p_1} e v_{p_3} . As demais soluções, referem-se apenas a ondas contrapropagantes, ou, a soluções estáticas. Isto sugere que num meio anisotrópico pode haver a propagação de dois tipos diferentes de ondas, cada qual, observando um índice

de refração $n=c/v_p$ distinto, de acordo com suas polarizações (como será discutido a seguir).

2.3 - A Superfície Normal

Na seção anterior, apresentaram-se as soluções da equação de onda no meio anisotrópico em termos de velocidades de fase dos modos de propagação. Estas velocidades estão associadas aos autovalores deste problema de sistema linear. Uma tal análise é muito importante, evidenciando algumas particularidades da propagação anisotrópica. Entretanto, esta forma de apresentar os resultados não proporciona nenhuma informação a respeito das direções de propagação associadas a estas velocidades. Por isso, uma forma mais interessante de apresentar as soluções da equação de onda utiliza o vetor $\vec{K}$, em vez das velocidades de fase. Trata-se apenas de uma questão de ponto de vista, uma vez que essas grandezas estão relacionadas através de $v_p = \omega / |\vec{K}|$.

Desta forma, nesta seção é refeita a análise da seção 2.2 em termos de $\vec{K}$, e é obtida uma equação equivalente para (2.5). Mostra-se, que esta nova forma de representação dá origem a uma superfície tridimensional (no espaço - K) que consiste em duas cascas entrelaçadas, denominada de superfície normal. Esta superfície é de fundamental importância no estudo da propagação de raios que são transmitidos de um dielétrico para outro, fornecendo informações sobre os raios refletido e transmitido.

Pré-multiplicando-se, novamente, (2.4a) por $(\vec{K} \times)$, substituindo-se (2.4b) na relação resultante e recorrendo a álgebra de vetores, obtém-se

$$(\vec{K} \circ \vec{K})\vec{E} - (\vec{K} \circ \vec{E})\vec{K} = \omega^2 \cdot \mu_0 \bar{\epsilon} : \vec{E} \quad (2.12)$$

O qual constitui uma forma alternativa de escrever a equação de onda (2.5). Por sua vez, (2.12) pode ser reescrita em termos das componentes K_x , K_y e K_z do vetor $\vec{K}$:

$$(K_x^2 + K_y^2 + K_z^2)\vec{E} - (K_x E_x + K_y E_y + K_z E_z)\vec{K} - \omega^2 \mu_0 \vec{\epsilon} : \vec{E} = 0 \quad (2.13)$$

Conforme registrado anteriormente, em relação ao sistema de coordenadas principais do meio anisotrópico, a matriz de permissividade tem forma diagonal conforme (2.1) e, portanto, (2.13) conduz ao seguinte sistema de equações homogêneo:

$$\begin{bmatrix} \omega^2 \mu_0 \epsilon_{xx} - K_x^2 - K_z^2 & K_x K_y & K_x K_z \\ K_y K_x & \omega^2 \mu_0 \epsilon_{yy} - K_x^2 - K_z^2 & K_y K_z \\ K_z K_x & K_z K_y & \omega^2 \mu_0 \epsilon_{zz} - K_x^2 - K_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.14)$$

Para que a solução de (2.14) seja não trivial, é necessário que o determinante do sistema seja identicamente nulo. Porém, empregando-se as seguintes relações [15]

$$\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = K_0^2 \quad (2.15a)$$

$$K^2 = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 \quad (2.15b)$$

onde K_0 é o vetor de onda no espaço livre e K é o módulo de $\vec{K}$, é possível representar o determinante do sistema da seguinte forma:

$$\begin{vmatrix} K^2 - K_x^2 - K_0^2 \epsilon_{xx} & -K_x K_y & -K_x K_z \\ -K_x K_y & K^2 - K_y^2 - K_0^2 \epsilon_{yy} & -K_y K_z \\ -K_x K_z & -K_y K_z & K^2 - K_z^2 - K_0^2 \epsilon_{zz} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.16)$$

Calculando-se esse determinante e realizando-se algumas manipulações algébricas, obtém-se o seguinte resultado:

$$\epsilon_{xx} \epsilon_{yy} \epsilon_{zz} K_0^4 - K_0^2 \{ K^2 (\epsilon_{yy} \epsilon_{zz} + \epsilon_{xx} \epsilon_{zz} + \epsilon_{xx} \epsilon_{yy}) - (K_x^2 \epsilon_{yy} \epsilon_{zz} + K_y^2 \epsilon_{xx} \epsilon_{zz} + K_z^2 \epsilon_{xx} \epsilon_{yy}) \} + K^2 (\epsilon_{xx} K_x^2 + \epsilon_{yy} K_y^2 + \epsilon_{zz} K_z^2) = 0 \quad (2.17)$$

A equação (2.17) representa uma superfície 3D no espaço- K , ou seja, no sistema de coordenadas (K_x, K_y, K_z) , denominada de *Superfície Normal*, e que encontra-se desenhada na Figura 2.2. Esta superfície consiste de duas cascas que se interceptam em quatro pontos. Dada uma direção de propagação, existem dois valores de K que são interseções entre a reta na direção de propagação e essas duas cascas. Estes dois valores de K correspondem a duas velocidades de fase v_{p_1} e v_{p_2} previstas na seção 2.2. Na Figura 2.3 são ilustradas as vistas em corte da superfície normal.

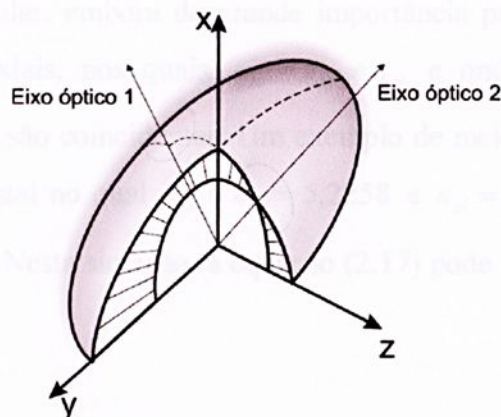


Figura 2.2 – Vista tridimensional da superfície normal.

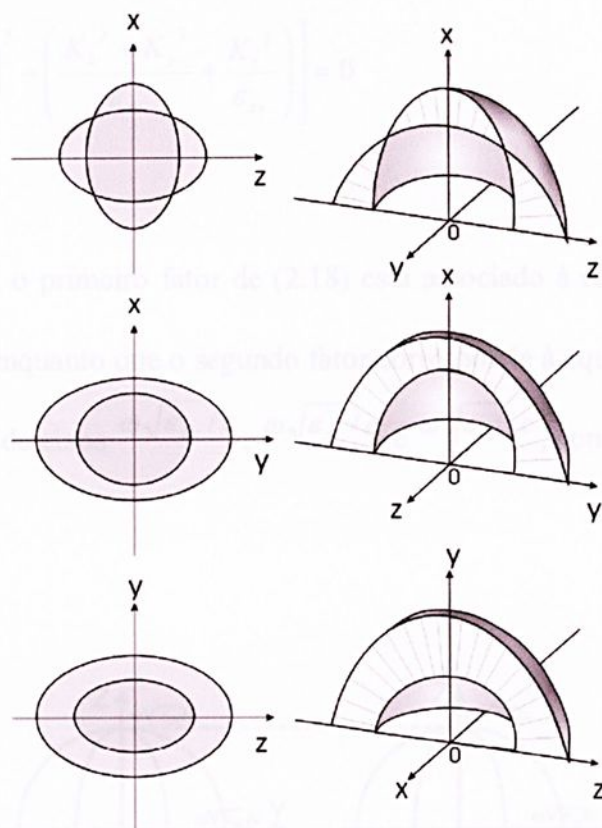


Figura 2.3 – Diferentes vistas da superfície normal.

2.4 - Meios Dielétricos Uniaxiais

Um caso particular, embora de grande importância prática, corresponde ao de meios dielétricos uniaxiais, nos quais $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$ e onde os dois eixos ópticos descritos anteriormente são coincidentes. Um exemplo de meio uniaxial é o Niobato de Lítio (LiNbO_3), um cristal no qual $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = 5,2258$ e $\epsilon_{zz} = 4,84$ no comprimento de onda $\lambda_0 = 0,6328 \mu\text{m}$. Nesta situação, a equação (2.17) pode ser fatorada e reescrita na forma

$$\left[\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - \frac{K^2}{\epsilon_{xx}} \right] \left[\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - \left(\frac{K_x^2 + K_y^2}{\epsilon_{zz}} + \frac{K_z^2}{\epsilon_{xx}} \right) \right] = 0 \quad (2.18)$$

No plano- K , o primeiro fator de (2.18) está associado à equação de uma esfera de raio $\omega\sqrt{\epsilon_{xx}}/c$, enquanto que o segundo fator corresponde à equação de um elipsóide com comprimentos de eixos $\omega\sqrt{\epsilon_{xx}}/c$, $\omega\sqrt{\epsilon_{zz}}/c$ e $\omega\sqrt{\epsilon_{zz}}/c$, conforme desenhado na Figura 2.4.

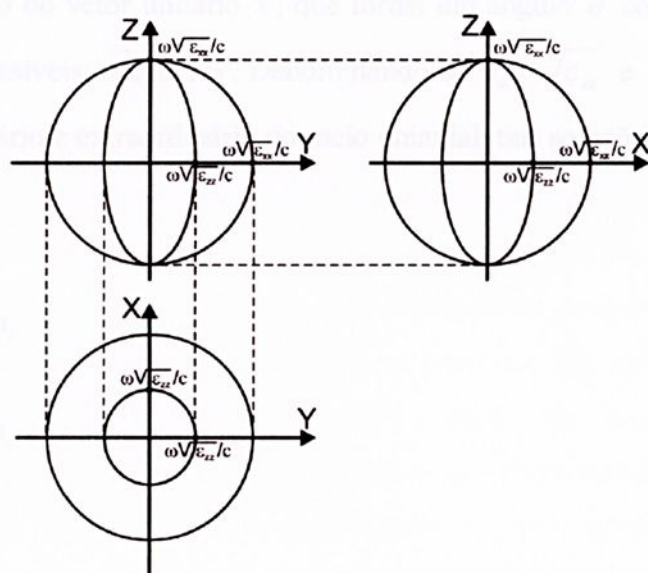


Figura 2.4 – Vistas da superfície normal para meios uniaxiais.

Novamente, a superfície normal é constituída por duas cascas, neste caso, uma esfera e um elipsóide, que se interceptam em apenas dois pontos sobre o eixo Z . Este eixo é denominado de eixo óptico do cristal.

Um dos casos de interesse neste trabalho, corresponde à propagação óptica com vetor de onda ($\vec{K}$) sobre o plano XY , conforme esquematizado na Figura 2.5.

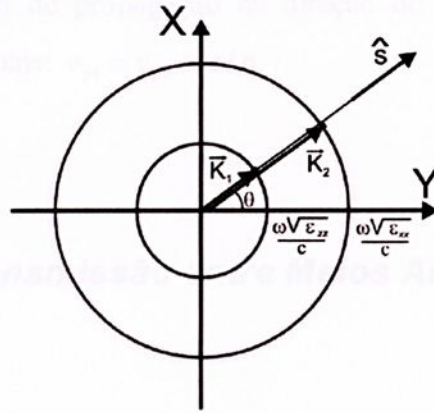


Figura 2.5 – Propagação no plano XY.

Na direção do vetor unitário $\hat{s}$, que forma um ângulo θ com o eixo Y, existem duas soluções possíveis: $\vec{K}_1$ e $\vec{K}_2$. Denominando-se $n_o = \sqrt{\epsilon_{xx}}$ e $n_e = \sqrt{\epsilon_{zz}}$ os índices de refração ordinário e extraordinário do meio uniaxial, tais soluções têm módulo:

$$K_1 = \frac{\omega n_o}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_o \tag{2.19a}$$

$$K_2 = \frac{\omega n_e}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_e \tag{2.19b}$$

onde foram usadas as relações $\omega = 2\pi f$ e $\lambda_0 = c/f$. Lembrando-se que $v_p = \omega/K$, então, conclui-se que existem duas soluções possíveis, com velocidades de fase $v_{p1} = c/n_o$ e $v_{p2} = c/n_e$, independente do ângulo θ (neste tipo de propagação).

Num caso geral, de propagação numa direção arbitrária no espaço-K, a solução associada à superfície esférica tem velocidade de fase $v_{p1} = c/n_o$, independente da orientação do vetor $\vec{K}$. Esta solução corresponde ao modo ordinário de propagação. Porém, a solução associada à superfície do elipsóide, possui velocidade v_{p2} dependente da orientação de $\vec{K}$. Esta solução corresponde ao modo extraordinário de propagação.

No caso específico de propagação na direção do eixo óptico (Z), ambas as velocidades de fase são iguais: $v_{p1} = v_{p2} = c/n_o$.

2.5 - Reflexão e Transmissão entre Meios Anisotrópicos

Nas seções anteriores, foi verificada a possibilidade de existência de dois modos de propagação de ondas planas num meio com anisotropia dielétrica, associadas às soluções da equação determinantal obtida a partir da equação de onda. Em particular, num meio uniaxial, essas soluções correspondem aos modos ordinário e extraordinário, cada qual possuindo uma velocidade própria de propagação. O modo ordinário independe da direção de propagação, entretanto, o modo extraordinário é fortemente dependente desta direção.

Uma solução da equação de onda constitui apenas uma evidência de que o meio pode suportar o modo a ela associado, enquanto que, o número total de soluções da equação determinantal, é uma indicativa da quantidade de modos que esse meio pode suportar. Assim, o meio não pode suportar uma onda que não esteja associada a uma solução da equação determinantal. Entretanto, ainda não foram investigadas as condições para que uma radiação emitida por uma dada fonte externa se acople a um ou a outro modo da estrutura anisotrópica. Conforme será mostrado adiante, quem estabelece com qual modo próprio a radiação vai se acoplar, são as características da fonte que a gerou. Ou então, num outro ponto de vista, pode se dizer que quem estabelece a forma de acoplamento com um dado modo próprio do meio anisotrópico, é a natureza do raio incidente – suas polarizações e direção de propagação.

A seguir, será discutido um dos aspectos desse acoplamento de modos, a saber, a influência da direção do raio incidente. A partir desta análise, são derivadas as Leis da Reflexão e Transmissão de raios numa interface entre meios dielétricos anisotrópicos. Para isso, é empregado o conceito de superfície normal, desenvolvido na seção anterior. Feito isso, na seção seguinte, é investigado o efeito da polarização do raio incidente, através do elipsóide de índices de refração.



2.5.1 - Incidência Oblíqua numa Interface

Descreve-se a seguir o que acontece quando um raio de luz incide numa interface formando um ângulo θ com a sua normal $\hat{n}$, conforme representado esquematicamente na Figura 2.6. O sistema de coordenadas x, y, z corresponde ao geométrico.

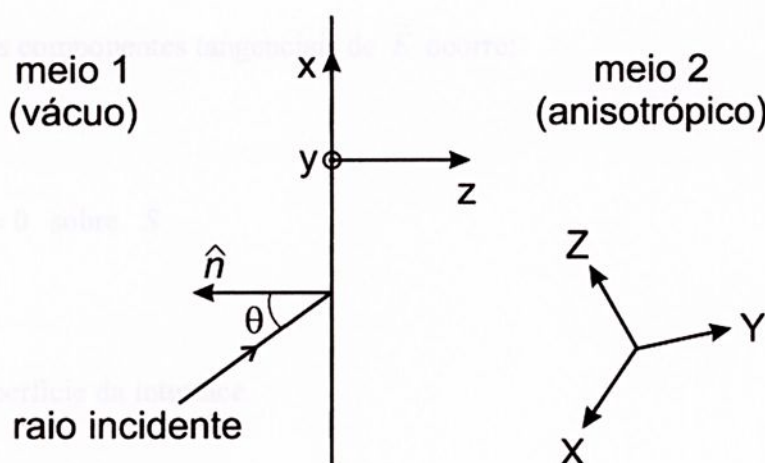


Figura 2.6 – Incidência oblíqua na interface entre meios isotrópico e anisotrópico.

Por simplicidade, considera-se (inicialmente), que o meio 1 seja o vácuo, e o meio 2 seja dielétrico anisotrópico, com eixos principais (ou cristalinos X, Y e Z) orientados arbitrariamente. Antes de prosseguir, é conveniente recordar as condições de contorno em interfaces para os vetores $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$ e $\vec{H}$. Sabe-se, do eletromagnetismo, que se um vetor $\vec{D}$ incide numa interface entre meios 1 e 2, proveniente do meio 1, conforme mostrado na Figura 2.7, ao passar para o meio 2 haverá continuidade das componentes tangenciais à interface, porém, o mesmo não acontece com as componentes normais. Desta forma, postula-se que [15]:

a) Para as componentes normais de $\vec{D}$ ocorre:

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (2.20)$$

onde $\hat{n}$ é o vetor normal e ρ_s é a densidade de cargas na interface.

b) Para as componentes tangenciais de $\vec{E}$ ocorre:

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \text{ sobre } S \quad (2.21)$$

onde S é a superfície da interface.

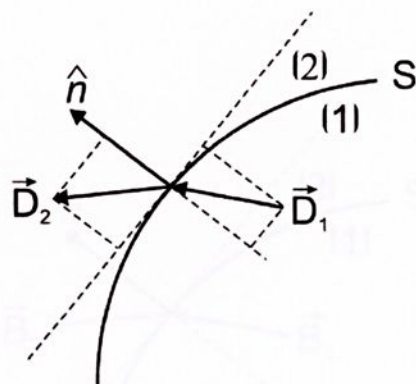


Figura 2.7 – Vetores $\vec{D}_1$ e $\vec{D}_2$ na interface entre os meios (1) e (2).

É importante ressaltar que as relações (2.20) e (2.21) são válidas apenas na interface. Constitui tarefa desta seção, investigar o que acontece acima ou abaixo desta interface. Por outro lado, no caso das condições de contorno para o vetor $\vec{B}$, conforme o esquema da Figura 2.8, fica estabelecido que há continuidade das componentes normais, e descontinuidade das componentes tangenciais. Desta forma, postula-se que:

- a) Para as componentes normais de $\vec{B}$ ocorre

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (2.22)$$

- b) Para as componentes tangenciais de $\vec{H}$ ocorre

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \text{ sobre } S \quad (2.23)$$

onde $\vec{J}_s$ é a densidade de corrente na interface.

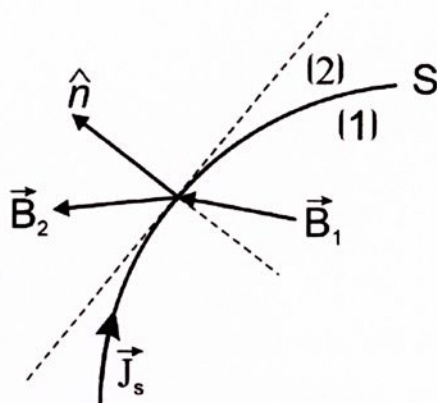


Figura 2.8 – Vetores $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ os meios (1) e (2).

No caso particular de materiais dielétricos, pode-se considerar que não existem nem cargas livres nem densidades de correntes nas interfaces, isto é, $\rho_s = 0$ e $\vec{J}_s = 0$, o que simplifica o problema. Então, na interface entre dois meios (1) e (2), a relação (2.21) impõe que

$$\hat{n} \times \vec{E}_1 = \hat{n} \times \vec{E}_2 \quad \text{sobre } S \quad (2.24)$$

Na sequência, será utilizada a seguinte designação, para representar os campos elétricos que se propagam nos meios (1) e (2), de acordo com a Figura 2.9:

a) Raio incidente

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \vec{E}_i^{(0)} \cdot e^{j(\omega_i t - K_i \cdot \hat{a}_i \cdot \vec{r})} \quad (2.25a)$$

b) Raio refletido

$$\vec{E}_r(\vec{r}, t) = \vec{E}_r^{(0)} \cdot e^{j(\omega_r t - K_r \cdot \hat{a}_r \cdot \vec{r})} \quad (2.25b)$$

c) Raio transmitido

$$\vec{E}_t(\vec{r}, t) = \vec{E}_t^{(0)} \cdot e^{j(\omega_t t - K_t \cdot \hat{a}_t \cdot \vec{r})} \quad (2.25c)$$

onde $\vec{E}_i^{(0)}$, $\vec{E}_r^{(0)}$, $\vec{E}_t^{(0)}$ são amplitudes dos campos, $\hat{a}_i$, $\hat{a}_r$, $\hat{a}_t$ são versores na direção de propagação, ω_i , ω_r , ω_t são frequências e K_i , K_r , K_t são vetores de onda dos raios incidentes, refletido e transmitido, respectivamente.

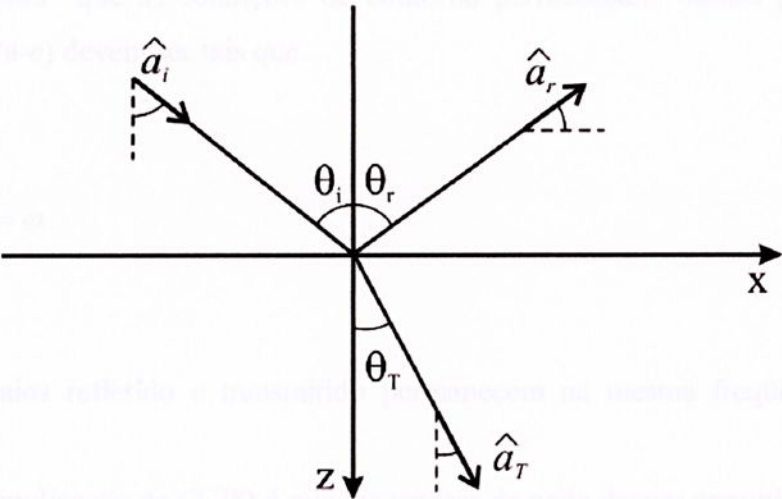


Figura 2.9 – Raios incidentes, refletido e transmitido; e versores $\hat{a}_i$, $\hat{a}_r$ e $\hat{a}_t$ no plano xz.

Utilizando-se o sistema de coordenadas geométricas (x,y,z), percebe-se que na interface $z=0$ o vetor $\vec{r}$ é dado por

$$\vec{r}_s = x.\hat{x} + y.\hat{y} \tag{2.26}$$

Para que a condição de contorno (2.24) seja satisfeita ao longo de toda essa interface, bem como em qualquer instante de tempo t , é necessário que os campos incidente, refletido e transmitido sejam funções idênticas do tempo. Em particular, no ponto $\vec{r}_s = (0,0)$, quando as relações (2.25a-c) tornam-se

$$\vec{E}_i = \vec{E}_i^{(0)} \cdot e^{j \cdot \omega_i \cdot t} \quad (2.27a)$$

$$\vec{E}_r = \vec{E}_r^{(0)} \cdot e^{j \cdot \omega_r \cdot t} \quad (2.27b)$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_T^{(0)} \cdot e^{j \cdot \omega_T \cdot t} \quad (2.27c)$$

e, portanto, para que as condições de contorno permaneçam válidas para qualquer tempo t , (2.27a-c) devem ser tais que

$$\omega_i = \omega_r = \omega_s = \omega \quad (2.28)$$

ou seja, os raios refletido e transmitido permanecem na mesma frequência do raio incidente.

Uma implicação de (2.28) é que, os vetores de onda devem assumir os seguintes valores:

$$\left. \begin{aligned} K_i &= \omega_i \cdot \sqrt{\mu_1 \cdot \varepsilon_1} = \omega \cdot \sqrt{\mu_1 \cdot \varepsilon_1} \\ K_r &= \omega_r \cdot \sqrt{\mu_1 \cdot \varepsilon_1} = \omega \cdot \sqrt{\mu_1 \cdot \varepsilon_1} \end{aligned} \right\} K_i = K_r = K_1 \quad (2.29a)$$

$$K_T = \omega_T \cdot \sqrt{\mu_2 \cdot \varepsilon_2} = \omega \cdot \sqrt{\mu_2 \cdot \varepsilon_2} \cong K_2 \quad (2.29b)$$

onde ε_1 e ε_2 são as permissividades relativas dos meios 1 e 2, respectivamente.

Aplicando-se a condição de contorno (2.24) para a componente tangencial de campo elétrico na interface, obtém-se,

$$\hat{n} \times (\vec{E}_i + \vec{E}_r) = \hat{n} \times \vec{E}_T \quad \text{sobre } S \quad (2.30)$$

Como o fator $e^{j\omega t}$ é comum a todos os termos, por simplicidade, será suprimido da análise. Desta forma, substituindo (2.25a-c) em (2.30), para $\vec{r} = \vec{r}_s$ vem

$$\hat{n} \times \left\{ \vec{E}_i^{(0)} \cdot e^{-jK_1 \cdot \hat{a}_i \cdot \vec{r}_s} + \vec{E}_r^{(0)} \cdot e^{-jK_1 \cdot \hat{a}_r \cdot \vec{r}_s} \right\} = \hat{n} \times \vec{E}_T^{(0)} \cdot e^{-jK_2 \cdot \hat{a}_T \cdot \vec{r}_s} \quad (2.31)$$

onde K_1 , K_2 , $\hat{a}_i$, $\hat{a}_r$, $\hat{a}_T$ independem de (x,y) .

A equação (2.31) deve ser independente de $\vec{r}_s$ pois, caso contrário, existiriam pontos no plano (x,y) onde as condições de contorno não seriam satisfeitas. Em particular, em $\vec{r}_s = 0$, tem-se

$$\hat{n} \times \left(\vec{E}_i^{(0)} + \vec{E}_r^{(0)} \right) = \hat{n} \times \vec{E}_T^{(0)} \quad (2.32)$$

Desta forma, substituindo (2.32) no lado direito de (2.31), obtém-se que:

$$\hat{n} \times \vec{E}_i^{(0)} \cdot e^{-jK_1 \cdot \hat{a}_i \cdot \vec{r}_s} + \hat{n} \times \vec{E}_r^{(0)} \cdot e^{-jK_1 \cdot \hat{a}_r \cdot \vec{r}_s} = \hat{n} \times \left(\vec{E}_i^{(0)} + \vec{E}_r^{(0)} \right) \cdot e^{-jK_2 \cdot \hat{a}_T \cdot \vec{r}_s} \quad (2.33)$$

a qual pode ser reescrita na forma

$$\underbrace{\hat{n} \times \vec{E}_i^{(0)}}_{\neq 0} \left\{ e^{-jK_1 \cdot \hat{a}_i \cdot \vec{r}_s} - e^{-jK_2 \cdot \hat{a}_T \cdot \vec{r}_s} \right\} + \underbrace{\hat{n} \times \vec{E}_r^{(0)}}_{\neq 0 \text{ no caso geral}} \left\{ e^{-jK_1 \cdot \hat{a}_r \cdot \vec{r}_s} - e^{-jK_2 \cdot \hat{a}_T \cdot \vec{r}_s} \right\} = 0 \quad (2.34)$$

Para que a igualdade (2.34) seja válida para todos os valores de (x,y) , e não apenas em alguns pontos particulares, torna-se necessário que:

$$\begin{cases} e^{-jK_1 \cdot \hat{a}_i \circ \vec{r}_s} = e^{-jK_2 \cdot \hat{a}_T \circ \vec{r}_s} \\ e^{-jK_2 \cdot \hat{a}_r \circ \vec{r}_s} = e^{-jK_1 \cdot \hat{a}_T \circ \vec{r}_s} \end{cases} \quad (2.35)$$

A equação (2.35) será satisfeita quando,

$$\vec{K}_i \circ \vec{r}_s = \vec{K}_T \circ \vec{r}_s = \vec{K}_r \circ \vec{r}_s \quad (2.36)$$

onde

$$\vec{K}_i = K_1 \cdot \hat{a}_i \quad (2.37a)$$

$$\vec{K}_r = K_1 \cdot \hat{a}_r \quad (2.37b)$$

$$\vec{K}_T = K_2 \cdot \hat{a}_T \quad (2.37c)$$

Em particular, no plano de incidência $y=0$, onde (2.26) torna-se $\vec{r}_s = x \cdot \hat{x}$, (2.36) conduz a

$$\vec{K}_i \circ x \hat{x} = \vec{K}_r \circ x \hat{x} = \vec{K}_T \circ x \hat{x} \Rightarrow \vec{K}_i \circ \hat{x} = \vec{K}_r \circ \hat{x} = \vec{K}_T \circ \hat{x} \quad (2.38)$$

O resultado (2.38) é de fundamental importância na investigação dos fenômenos de reflexão e transmissão de raios de luz, pois informa que as componentes dos vetores $\vec{K}$, dos raios refletido e transmitido, quando projetadas na direção x devem possuir valores iguais aos da projeção na direção x do vetor $\vec{K}$ do raio incidente. Este resultado pode ser melhor compreendido com o auxílio da Figura 2.10, na qual se ilustra que as projeções de $\vec{K}_i$, $\vec{K}_r$ e $\vec{K}_t$ na direção $\hat{x}$ são iguais.

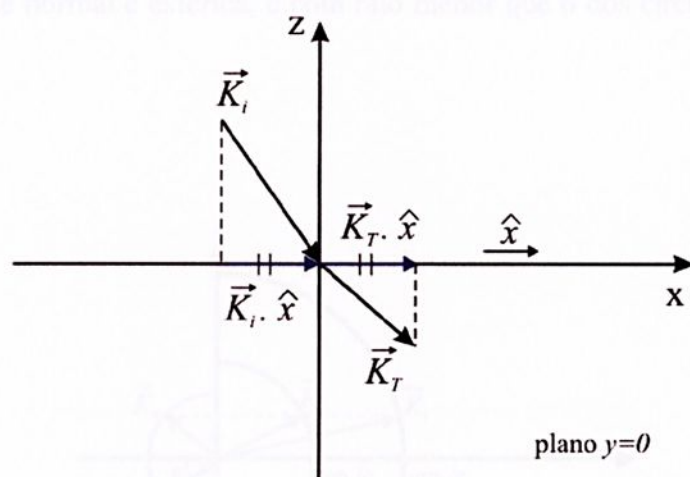


Figura 2.10 – Projeção dos vetores $\vec{K}_i$ e $\vec{K}_t$ ao longo do eixo X .

A expressão (2.38) é geral e válida quando (X,Y,Z) são arbitrários em relação à (x,y,z) . Contudo, nos itens a seguir, consideram-se casos onde estes eixos são paralelos correspondentes.

2.5.2 - Exemplos Ilustrativos

Duas situações são particularmente importantes para a análise apresentada nos próximos capítulos: a propagação nos planos XY e XZ em cristais de Niobato de Lítio.

Este cristal é uniaxial negativo, ou seja, apresenta $n_e < n_o$, sendo que $n_e = 2,2$ e $n_o = 2,286$ para $\lambda_o = 0,6328 \mu\text{m}$. Recorrendo-se às projeções mostradas na Figura 2.4 tem-se:

a) Propagação no plano XY

Na Figura 2.11 ilustra-se o caso em que o raio incidente forma um ângulo θ com o eixo Y , incidindo na interface XZ , do ar para o cristal de LiNbO_3 .

Como o índice de refração do ar é unitário, e este é um meio isotrópico, sua superfície normal é esférica, e com raio menor que o dos círculos associados ao LiNbO_3 .

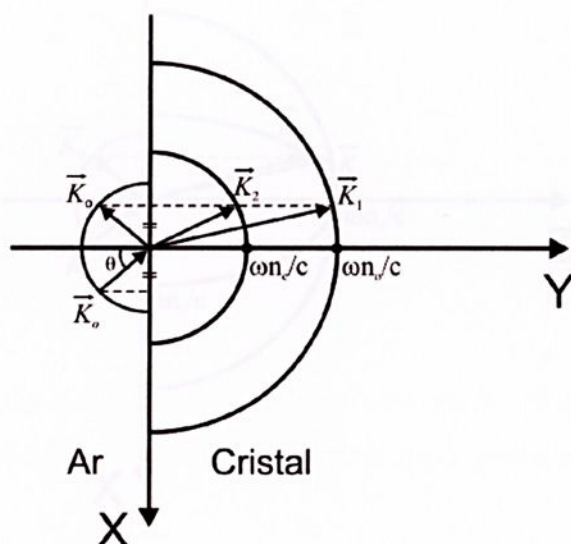


Figura 2.11 – Incidência oblíqua sobre o plano XY .

Como se percebe, na realidade os vetores de onda dos raios ordinário ($\vec{K}_1$) e extraordinário ($\vec{K}_2$) encontrar-se-ão desalinhados angularmente. Ressalta-se que as construções geométricas da Figura 2.11 estão fora de escala somente para fins didáticos, uma vez que a diferença entre os valores de n_e e n_o é de somente

3,6%. Assim, se θ for pequeno, espera-se que tal desalinhamento angular seja desprezível. Este resultado será usado nos próximos capítulos.

b) Propagação no plano XZ

Na Figura 2.12 ilustra-se o caso em que o raio incidente forma um ângulo θ com o eixo Z, incidindo na interface XY, do ar para o cristal de LiNbO_3 .

Novamente, $\vec{K}_1$ encontra-se angularmente deslocado de $\vec{K}_2$, a menos que θ seja nulo ou muito pequeno. Neste caso, os índices de refração dos modos ordinário e extraordinário seriam muito próximos.

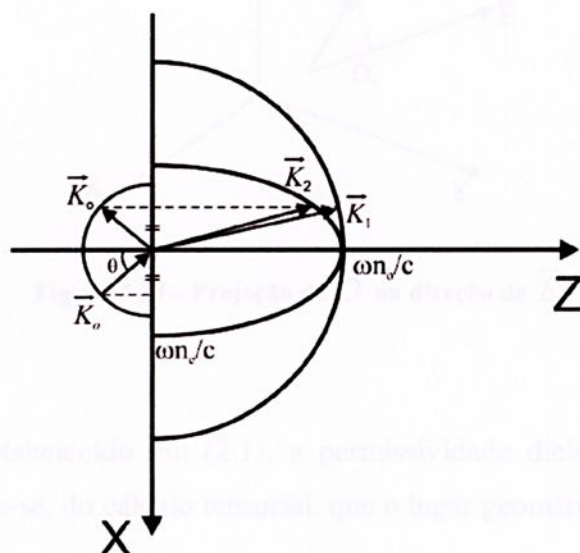


Figura 2.12 – Incidência oblíqua sobre o plano XZ.

Na próxima seção, discute-se que o modo óptico se propaga na direção $\vec{K}$ segundo $\vec{K}_1$ ou $\vec{K}_2$, de acordo com a direção da polarização da onda eletromagnética. Ou seja, quem estabelece com qual direção o modo transmitido se propagará é sua direção de polarização.

2.6 - Elipsóide de Índices de Refração

O elipsóide de índices de refração é uma construção geométrica que auxilia na descrição das propriedades ópticas de um cristal eletroóptico.

A relação constitutiva (2.3a) informa que num meio anisotrópico, onde a permissividade é dada por (2.1), os vetores $\vec{D}$ e $\vec{E}$ não são paralelos (ao contrário do que acontece em meios isotrópicos), conforme esquematizado na Figura 2.13.

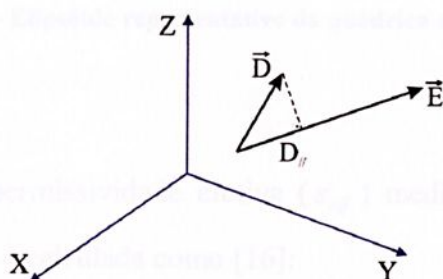


Figura 2.13 – Projeção de $\vec{D}$ na direção de $\vec{E}$.

Conforme estabelecido em (2.1), a permissividade dielétrica é um tensor de segunda ordem. Sabe-se, do cálculo tensorial, que o lugar geométrico da relação [16]

$$\varepsilon_{ij}x_i x_j = 1 \quad (2.39)$$

para $i, j=1,2,3$, é um elipsóide no espaço coordenado (x_1, x_2, x_3) . Designando-se $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{11}$, $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{22}$ e $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{33}$, representa-se na Figura 2.14 um desses elipsóides (para $X=x_1$, $Y=x_2$ e $Z=x_3$).

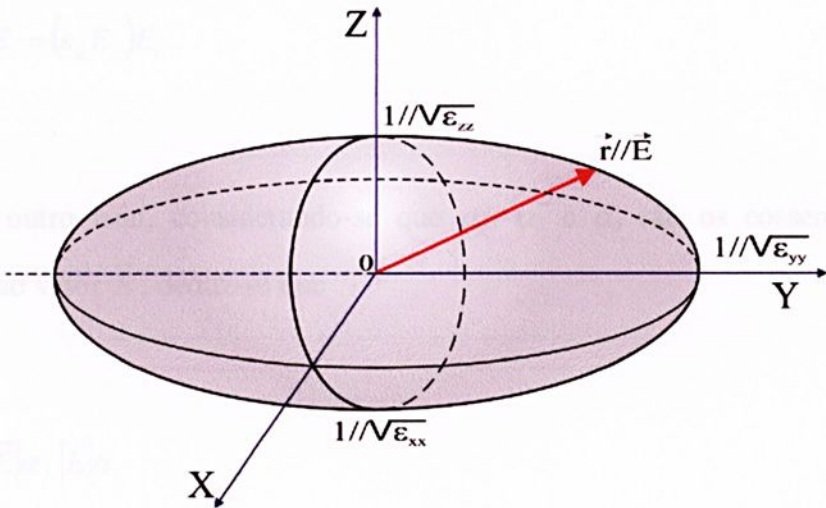


Figura 2.14 – Elipsóide representativo da quádrlica associada a ϵ_{ij} .

Por definição, a permissividade efetiva (ϵ_{eff}) medida ao longo de uma dada direção de campo elétrico é calculada como [16]:

$$\epsilon_{eff} = \frac{D_{||}}{|\vec{E}|} = \frac{\vec{D} \cdot \vec{E}}{|\vec{E}|^2} \tag{2.40}$$

onde $D_{||}$ é a projeção de $\vec{D}$ ao longo de $\vec{E}$. Em notação de tensor, (2.3a) pode ser escrita como

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j \tag{2.41}$$

para $i,j=1,2,3$. Desta forma, tem-se que

$$\vec{D} \circ \vec{E} = D_i E_i = (\varepsilon_{ij} E_j) E_i \quad (2.42)$$

Por outro lado, considerando-se que α_1 , α_2 e α_3 são os cossenos diretores associados ao vetor $\vec{E}$, deduz-se que

$$\vec{D} \circ \vec{E} = \varepsilon_{ij} |\vec{E}| \alpha_j |\vec{E}| \alpha_i \quad (2.43)$$

a qual, substituída em (2.40) conduz a

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_{ij} \alpha_i \alpha_j \quad (2.44)$$

Será mostrado agora que o comprimento do raio vetor $\vec{r}$ na Figura 2.14, paralelo ao campo elétrico $\vec{E}$, está relacionado à permissividade efetiva ε_{eff} . De fato, as coordenadas do vetor $\vec{r}$ são $x_i = r \alpha_i$ ou $x_j = r \alpha_j$, para $i, j=1,2,3$. Com isso, (2.39) torna-se

$$r^2 \varepsilon_{ij} \alpha_i \alpha_j = 1 \quad (2.45)$$

Porém, a partir (2.44), a relação (2.45) conduz a

$$r = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \quad (2.46)$$

a qual revela como a permissividade efetiva na direção de $\vec{E}$ pode ser calculada conhecendo-se o valor do comprimento do raio vetor.

Este problema também pode ser investigado sob um outro ponto de vista, o qual determina o valor da propriedade óptica medindo-se na direção $\vec{D}$ (em vez de $\vec{E}$). Considera-se que $\vec{r} // \vec{D}$, isto é, a propriedade é medida na direção $\vec{D}$, conforme o esquema da Figura 2.15.

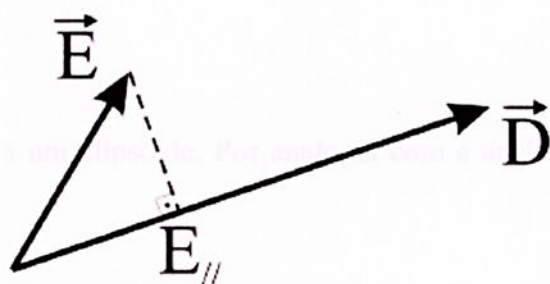


Figura 2.15 – Projeção de $\vec{E}$ na direção $\vec{D}$.

Neste caso, torna-se conveniente expressar (2.3a) na forma inversa, ou seja,

$$\vec{E} = \eta \vec{D} \quad (2.47)$$

onde η é o tensor impermeabilidade dielétrica, dado por (na forma matricial):

$$[\eta] = [\epsilon]^{-1} = \frac{[\epsilon_r]^{-1}}{\epsilon_0} \quad (2.48)$$

de onde se conclui que

$$\varepsilon_0 [\eta] = [\varepsilon_r]^{-1} \equiv [\eta_r] \quad (2.49)$$

é a impermeabilidade relativa. Assim como ε_r , a grandeza η_r também é um tensor de segunda ordem e cuja matriz é diagonal. Com isto, a quádrlica

$$[\eta_r]_{ij} x_i x_j = 1 \quad (2.50)$$

também corresponde a um elipsóide. Por analogia com a análise anterior, o raio vetor corresponde à

$$r = \frac{1}{\sqrt{\eta_{eff}}} \quad (2.51)$$

onde η_{eff} é a impermeabilidade efetiva medida na direção de $\vec{D}$, dada em valores absolutos [m/F]. Se a quádrlica for normalizada em relação à $\sqrt{\varepsilon_0}$, o raio vetor fornece

$$\frac{r}{\sqrt{\varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \eta_{eff}}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \frac{[\eta_r]_{eff}}{\varepsilon_0}}} = \frac{1}{\sqrt{(\eta_r)_{eff}}} = \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_r)^{-1}_{eff}}} = \sqrt{(\varepsilon_r)_{eff}} = n \quad (2.52)$$

onde n é o índice de refração. Ou seja, o raio vetor está relacionado ao índice de refração, n .

A seguir, investiga-se um elipsóide similar ao da Figura 2.14, porém, em termos de índice de refração. Com relação aos eixos principais, tem-se que (2.50) conduz a

$$(\eta_r)_{11} X^2 + (\eta_r)_{22} Y^2 + (\eta_r)_{33} Z^2 = 1 \Rightarrow \frac{X^2}{(\varepsilon_r)_{xx}} + \frac{Y^2}{(\varepsilon_r)_{yy}} + \frac{Z^2}{(\varepsilon_r)_{zz}} = 1 \quad (2.53)$$

Ou então, em termos de índices de refração (2.52)

$$\frac{X^2}{n_x^2} + \frac{Y^2}{n_y^2} + \frac{Z^2}{n_z^2} = 1 \quad (2.54)$$

Figura 2.16 - Elipsóide de índices de refração.

onde

$$n_x = \sqrt{(\varepsilon_r)_{xx}}, \quad n_y = \sqrt{(\varepsilon_r)_{yy}}, \quad n_z = \sqrt{(\varepsilon_r)_{zz}} \quad (2.55)$$

são os índices de refração nas direções dos eixos principais, conforme mostrado na Figura 2.16. Esta figura corresponde ao lugar geométrico descrito por (2.54), e é denominado de elipsóide de índices de refração.

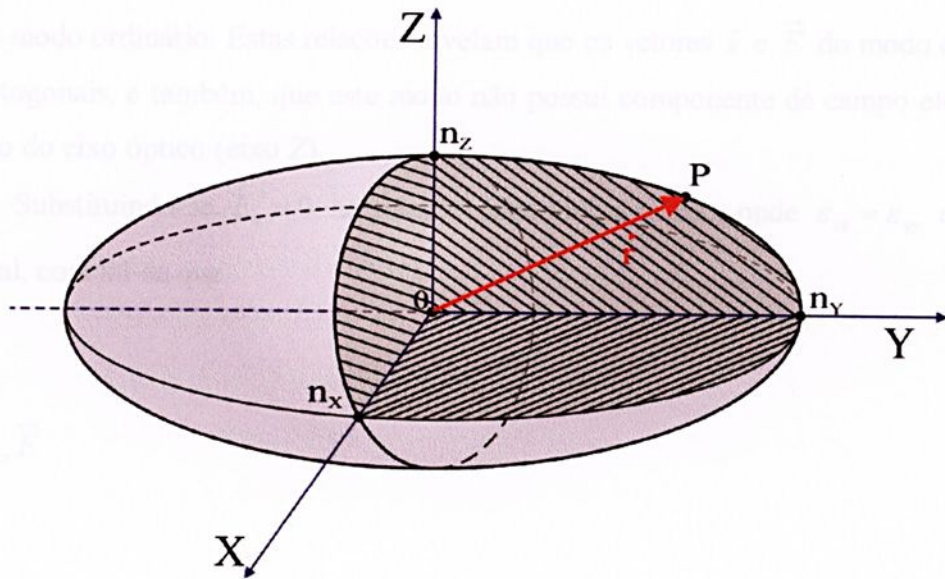


Figura 2.16 – Elipsóide de Índices de Refração.

Retornando-se ao caso de meio uniaxial, foi visto na seção 2.4 que o modo ordinário propaga-se com velocidade de fase $v_{pl} = c/n_o = c/\sqrt{\epsilon_{xx}}$, independentemente da orientação do vetor de onda. Então, substituindo v_{pl} na equação de onda (2.5), considerando-se $\vec{\epsilon}_r$ escrito conforme (2.1), com $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$, pode-se deduzir que

$$\hat{s} \circ \vec{E} = 0 \tag{2.56}$$

e que a substituição de (2.54) na equação (2.56), por ser uma equação escalar, resulta-se na equação (2.57), resultando-se as relações de ortogonalidade (2.4a) e (2.4b) que são válidas para ambos os modos, ordinário e extraordinário.

$$E_z = 0 \tag{2.57}$$

Assim, dada uma onda $\vec{D}$, o comprimento de onda λ e o vetor $\vec{k}/\omega$ que define a direção de propagação, temos o valor do índice de refração efetivo permitido pelo meio óptico. Para uma dada direção de propagação $\vec{k}$, existem dois modos de propagação no meio anisotrópico, que serão denotados por super-índices (1) e (2). Sabemos também que estes modos são tais que $\vec{D}^{(1)} \perp \vec{D}^{(2)}$, $\vec{D}^{(1)} \perp \vec{k}$ e $\vec{D}^{(2)} \perp \vec{k}$. Além disso,

para o modo ordinário. Estas relações revelam que os vetores $\hat{s}$ e $\vec{E}$ do modo ordinário são ortogonais, e também, que este modo não possui componente de campo elétrico na direção do eixo óptico (eixo Z).

Substituindo-se $E_z = 0$ na relação constitutiva (2.3a), onde $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$ em meio uniaxial, conclui-se que

$$\vec{D} = \varepsilon_{xx} \vec{E} \quad (2.58)$$

para o modo ordinário. Ou seja, no caso do modo ordinário, os vetores $\vec{D}$ e $\vec{E}$ são paralelos. Isto não ocorre para o modo extraordinário.

Com um pouco mais de trabalho, demonstra-se também que o modo extraordinário, o qual se propaga com velocidade v_{p2} dependente da direção do vetor $\vec{K}$, não possui componente de campo magnético ao longo do eixo óptico ($H_z=0$). Demonstra-se também que os vetores $\vec{D}$ associados aos modos ordinários e extraordinários, $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$, respectivamente, são ortogonais, ou seja,

$$\vec{D}^{(1)} \cdot \vec{D}^{(2)} = 0 \quad (2.59)$$

A demonstração de (2.59), por ser mais elaborada, encontra-se no Apêndice A. Finalmente, ressaltam-se as relações de ortogonalidade (2.4a) a (2.4d), que são válidas para ambos os modos, ordinário e extraordinário.

Então, dado um vetor $\vec{D}$, o comprimento do raio vetor $\vec{r} // \vec{D}$ que intercepta o elipsóide de índices de refração, fornece o valor do índice de refração efetivo percebido pelo raio óptico. Para uma dada direção de propagação $\hat{s}$, existem dois modos de propagação no meio anisotrópico, que serão denotados por super-índices (1) e (2). Sabe-se também que estes modos são tais que $\vec{D}^{(1)} \perp \vec{D}^{(2)}$, $\vec{D}^{(1)} \perp \hat{s}$ e $\vec{D}^{(2)} \perp \hat{s}$. Ainda, no

caso particular de meio uniaxial, ocorre $\vec{E}^{(1)} \parallel \vec{D}^{(1)}$, sendo que $\vec{E}^{(1)}$ não tem componente ao longo do eixo Z (eixo óptico). Então, inserindo-se estas informações no elipsóide de índices de refração para os meios uniaxiais, obtém-se a Figura 2.17, correspondente a um elipsóide de revolução em torno do eixo óptico (Z).

A partir daí, é possível estabelecer um procedimento geral para operar com o elipsóide de índices de refração:

- Especificar a direção de propagação desejada, $\hat{s}$;
- Obter a seção transversal do elipsóide sobre um plano normal à direção de propagação, e que contenha a origem do sistema. Esta seção transversal é uma elipse;
- $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ são paralelos aos eixos da elipse, enquanto $n^{(1)}$ e $n^{(2)}$, os comprimentos dos semi-eixos, constituem os índices de refração efetivos dos modos ordinário e extraordinário, respectivamente.
- $\vec{D}^{(1)}$ não tem componente ao longo do eixo óptico.

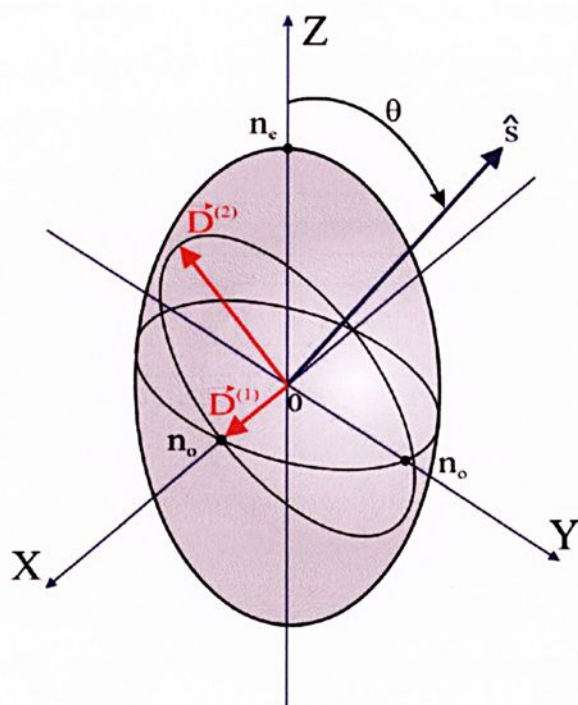


Figura 2.17 – Direções dos vetores $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ em um meio uniaxial.

As informações obtidas neste capítulo, serão úteis à discussão sobre o efeito eletroóptico do Capítulo 3. Em particular, é de grande importância a construção geométrica do elipsóide de índices de refração, a qual sofre deformação diante da aplicação de campos elétricos externos no caso de meios eletroópticos.

AMPLITUDE: SENSOR DE TENSÃO E TRANSFORMADOR DE POTENCIAL ÓPTICOS

Discute-se neste capítulo o princípio de funcionamento de uma célula eletro-óptica ou célula Pockels, baseada no efeito eletro-óptico, no qual as propriedades ópticas do meio material, através do qual a luz se propaga, sofrem variações diante da aplicação de um campo elétrico de modulação externo. Em sua descrição mais simples, o efeito eletro-óptico corresponde a uma variação no índice de refração do cristal quando um campo elétrico é aplicado. [17]

O efeito eletro-óptico quadrático foi descoberto primeiramente, em 1875, por John Kerr, sendo observado originalmente em líquidos como o dissulfeto de carbono e, é conhecido geralmente como efeito Kerr. Ele observou que estas substâncias isotrópicas e transparentes, tornam-se birrefringentes na presença de um campo elétrico. O eixo mais a ser uniaxial, tem o eixo óptico correspondente na direção do campo. O efeito eletro-óptico linear, que foi observado por Röntgen e Kramh em 1881, é conhecido como o efeito Pockels, após Friedrich Pockels ter desenvolvido a teoria eletro-óptica linear em 1891. Quando o efeito eletro-óptico linear atua em um sólido, este é dominante, e, portanto, o efeito quadrático é desconsiderado por ser muito reduzido.

CAPÍTULO 3

MODULAÇÃO ELETROÓPTICA DE AMPLITUDE: SENSOR DE TENSÃO E TRANSFORMADOR DE POTENCIAL ÓPTICOS

Discute-se nesse capítulo o princípio de funcionamento de uma célula eletro-óptica ou célula Pockels, baseada no efeito eletroóptico, no qual as propriedades ópticas do meio material, através do qual a luz se propaga, sofrem variações diante da aplicação de um campo elétrico de modulação externo. Em sua descrição mais simples, o efeito eletroóptico corresponde a uma variação no índice de refração do cristal quando um campo elétrico é aplicado [17].

O efeito eletroóptico quadrático foi descoberto primeiramente, em 1875, por John Kerr, sendo observado originalmente em líquidos como o dissulfeto de carbono, e, é conhecido geralmente como efeito Kerr. Ele observou que estas substâncias isotrópicas e transparentes, tornam-se birrefringentes na presença de um campo elétrico. O meio passa a ser uniaxial, com o eixo óptico correspondente na direção do campo. O efeito eletroóptico linear, que foi observado por Röntgen e Kundt em 1883, é conhecido como o efeito Pockels, após Fredrich Pockels ter desenvolvido a teoria eletroóptica linear em 1893. Quando o efeito eletroóptico linear atua em um sólido, este é dominante, e geralmente, o efeito quadrático é desconsiderado por ser muito reduzido.

3.1 - Efeito Eletroóptico

A propagação da radiação óptica através de determinados materiais, cuja estrutura cristalina não exibe centro de simetria, na presença de um campo elétrico dá origem a um fenômeno físico conhecido como o efeito eletroóptico. De acordo com a teoria quântica dos sólidos, o tensor impermeabilidade dielétrica (η_{ij}) depende da distribuição de cargas no cristal [18]. A aplicação de um campo elétrico externo $\vec{E}$ resulta numa redistribuição das cargas ligadas e causa uma pequena deformação na rede iônica. O resultado é uma variação no tensor impermeabilidade:

$$\Delta\eta_{ij} = \eta_{ij}(\vec{E}) - \eta_{ij}(0) \quad (3.1)$$

para $i, j=1,2,3$ e onde $\eta_{ij}(\vec{E})$ é o tensor impermeabilidade perturbado pelo campo elétrico $\vec{E}$, enquanto que $\eta_{ij}(0)$ é o tensor impermeabilidade não perturbado. Como visto no Capítulo 2, a matriz associada a $\eta_{ij}(0)$, quando referida ao sistema de eixos principal do material, é diagonal.

A relação entre o campo elétrico e a variação no índice de refração se faz de duas formas: linear e quadrático. Escrevendo-se a expansão de (3.1) em série de potências obtém-se

$$\Delta\eta_{ij} = r_{ijk} E_k + s_{ijkl} E_k E_l + \dots \quad (3.2)$$

onde r_{ijk} é um tensor de terceira ordem, denominado tensor eletroóptico linear, e s_{ijkl} é um tensor de quarta ordem, denominado tensor eletroóptico quadrático. No caso linear, a variação de impermeabilidade e, conseqüentemente, de índice de refração, é

proporcional à intensidade de campo elétrico. Por outro lado, no efeito quadrático, a variação de impermeabilidade é proporcional ao quadrado do campo elétrico. Os efeitos dos termos de ordem mais elevada podem ser ignorados porque geralmente tendem a ser muito pequenos.

O efeito eletroóptico linear não acontece em qualquer material, mas apenas naqueles cujas redes cristalinas não exibam centro de simetria [18]. Quando o meio é tal que não exiba o efeito linear, o efeito quadrático predomina, e o dispositivo é conhecido como célula Kerr.

As propriedades ópticas de um cristal eletroóptico também podem ser descritas pelo elipsóide de índice de refração. Na ausência de campo elétrico, o elipsóide é dado por:

$$\eta_{ij}(0)x_i x_j = \left(\frac{1}{n_x^2}\right)X^2 + \left(\frac{1}{n_y^2}\right)Y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2}\right)Z^2 = 1 \quad (3.3)$$

onde $x_1 = X$, $x_2 = Y$ e $x_3 = Z$ são os eixos principais do cristal e n_x , n_y e n_z são os índices de refração principais nas direções X , Y e Z , respectivamente. Nesta situação o meio material é passivo, conforme aqueles discutidos no Capítulo 2.

Por outro lado, quando o campo elétrico externo $\vec{E}$ está presente, a impermeabilidade (η_{ij}) passa a ser função deste, bem como, o elipsóide de índices:

$$\eta_{ij}(\vec{E})x_i x_j = 1 \quad (3.4)$$

o qual deve ser uma versão deformada do elipsóide (3.3). Podem ocorrer variações nos comprimentos dos eixos principais, bem como, rotações simples ou múltiplas de eixos. A matriz associada a $\eta_{ij}(\vec{E})$, em geral, não é mais diagonal, embora ainda seja simétrica.

Combinando-se (3.1) e (3.4), obtém-se

$$(\eta_{ij}(0) + \Delta\eta_{ij})x_i x_j = 1 \quad (3.5)$$

e utilizando somente a parcela linear de (3.2), vem

$$(\eta_{ij}(0) + r_{ijk} E_k) x_i x_j = 1 \quad (3.6)$$

que conduz ao novo elipsóide de índices de refração, perturbado pela ação do campo elétrico externo.

Uma propriedade importante pode ser obtida analisando-se a seguinte relação, oriunda de (3.2) quando o efeito eletroóptico linear prevalece:

$$\Delta\eta_{ij} = \eta_{ij}(\vec{E}) - \eta_{ij}(0) = r_{ijk} E_k \quad (3.7)$$

para $i, j, k=1,2,3$. Como se sabe, mesmo que a matriz η_{ij} não seja diagonal, ainda é simétrica e, portanto, os índices i e j podem ser permutados entre si. Consequentemente

$$r_{ijk} = r_{jik} \quad (3.8)$$

Sabe-se, também, que o número de elementos de um tensor de ordem n é 3^n [16]. Por exemplo, ϵ_{ij} é um tensor de segunda ordem, e assim, possui $3^n = 3^2 = 9$ elementos. Similarmente, o tensor de terceira ordem r_{ijk} possuirá $3^3 = 27$ elementos.

Contudo, devido à (3.8), existirão alguns elementos repetidos e o tensor possuirá no máximo 18 elementos diferentes.

Expandindo-se a relação (3.7), obtém-se

$$\Delta\eta_{11} = r_{111}E_1 + r_{112}E_2 + r_{113}E_3 \quad (3.9a)$$

$$\Delta\eta_{22} = r_{221}E_1 + r_{222}E_2 + r_{223}E_3 \quad (3.9b)$$

$$\Delta\eta_{33} = r_{331}E_1 + r_{332}E_2 + r_{333}E_3 \quad (3.9c)$$

$$\Delta\eta_{23} = \Delta\eta_{32} = r_{231}E_1 + r_{232}E_2 + r_{233}E_3 \quad (3.9d)$$

$$\Delta\eta_{13} = \Delta\eta_{31} = r_{131}E_1 + r_{132}E_2 + r_{133}E_3 \quad (3.9e)$$

$$\Delta\eta_{12} = \Delta\eta_{21} = r_{121}E_1 + r_{122}E_2 + r_{123}E_3 \quad (3.9f)$$

ou então, na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta\eta_{11} \\ \Delta\eta_{22} \\ \Delta\eta_{33} \\ \Delta\eta_{23} \\ \Delta\eta_{13} \\ \Delta\eta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{111} & r_{112} & r_{113} \\ r_{221} & r_{222} & r_{223} \\ r_{331} & r_{332} & r_{333} \\ r_{231} & r_{232} & r_{233} \\ r_{131} & r_{132} & r_{133} \\ r_{121} & r_{122} & r_{123} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

onde verifica-se que, de fato, devido à propriedade de simetria (3.8), restam apenas 18 elementos diferentes.

É possível obter uma simplificação adicional, usando-se a representação conhecida como notação de índices reduzidos [10], [17]. Estes novos índices são definidos associando-se

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \rightarrow 11 \\ 2 \rightarrow 22 \\ 3 \rightarrow 33 \\ 4 \rightarrow 23 = 32 \\ 5 \rightarrow 13 = 31 \\ 6 \rightarrow 12 = 21 \end{array} \right. \quad (3.11)$$

os quais substituídos nos índices ij em (3.10) conduzem a

$$\begin{bmatrix} \Delta\eta_{11} \\ \Delta\eta_{22} \\ \Delta\eta_{33} \\ \Delta\eta_{23} \\ \Delta\eta_{13} \\ \Delta\eta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Entretanto, devido a considerações adicionais de simetria cristalina, na maioria dos materiais, a matriz dos coeficientes eletroópticos em (3.12) é esparsa. Ou seja, as relações de simetria cristalina estabelecerão quais dos 18 coeficientes serão nulos, bem como, as relações que existirão entre os coeficientes remanescentes.

Assim, por exemplo, considere-se a análise do efeito eletroóptico no LiNbO_3 (Niobato de Lítio). Sua matriz de coeficientes eletroópticos é dada por (cristal trigonal, classe de simetria 3m) [10]:

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

na qual se observam somente oito coeficientes não nulos, sendo que apenas quatro deles são exclusivos.

Expandindo-se a relação (3.7), para a matriz de coeficientes (3.13), obtém-se:

$$\Delta\eta_{11} = -r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \quad (3.14a)$$

$$\Delta\eta_{22} = r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \quad (3.14b)$$

$$\Delta\eta_{33} = r_{33}E_3 \quad (3.14c)$$

$$\Delta\eta_{23} = r_{51}E_2 \quad (3.14d)$$

$$\Delta\eta_{13} = r_{51}E_1 \quad (3.14e)$$

$$\Delta\eta_{12} = -r_{22}E_1 \quad (3.14f)$$

e portanto, o elipsóide de índices de refração perturbado (3.5) torna-se:

$$(\eta_{11} + \Delta\eta_{11})x_1^2 + (\eta_{22} + \Delta\eta_{22})x_2^2 + (\eta_{33} + \Delta\eta_{33})x_3^2 + 2(\eta_{23} + \Delta\eta_{23})x_2x_3 + 2(\eta_{13} + \Delta\eta_{13})x_1x_3 + 2(\eta_{12} + \Delta\eta_{12})x_1x_2 = 1 \quad (3.15)$$

Porém, sabe-se que no sistema de eixos do cristal, a permissividade e consequentemente a impermeabilidade do material não perturbado são diagonais, isto é:

$$\overline{\varepsilon}_r = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow \eta = \begin{pmatrix} 1/\varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\varepsilon_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/n_e^2 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Além disso, como o Niobato de Lítio é um cristal uniaxial, tem-se $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} \neq \varepsilon_{33}$ em (3.16). Reunindo-se as informações (3.14) e (3.16) em (3.15), obtém-se como resposta:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \right) x_1^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \right) x_2^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_3 \right) x_3^2 + \\ & + 2r_{51}E_2x_2x_3 + 2r_{51}E_1x_1x_3 - 2r_{22}E_1x_1x_2 = 1 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Percebe-se que na ausência de campo elétrico aplicado, a equação (3.17) iguala-se à equação do elipsóide sem perturbação (3.3).

Um caso de grande interesse neste trabalho refere-se àquele no qual o campo elétrico é aplicado ao longo do eixo óptico Z (ou x_3), tal que

$$E_1 = E_2 = 0, E_3 \neq 0 \quad (3.18)$$

Neste caso, o elipsóide de índices perturbado (3.17) torna-se

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_3 \right) x_1^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_3 \right) x_2^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_3 \right) x_3^2 = 1 \quad (3.19)$$

Como (3.19) não apresenta termos associados a x_1x_2 , x_1x_3 ou x_2x_3 , conclui-se que os eixos x_1 , x_2 e x_3 continuam sendo eixos principais (não há rotação), porém, com novos índices de refração: n_{x_1} , n_{x_2} e n_{x_3} . Assim, a equação (3.19) pode ser escrita como:

$$\frac{x_1^2}{n_{x_1}^2} + \frac{x_2^2}{n_{x_2}^2} + \frac{x_3^2}{n_{x_3}^2} = 1 \quad (3.20)$$

onde

$$\frac{1}{n_{x_1}^2} = \frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_3 = \frac{1}{n_{x_2}^2} \quad (3.21a)$$

$$\frac{1}{n_{x_3}^2} = \frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_3 \quad (3.21b)$$

a partir das quais se obtém:

$$n_{x_1} = n_o \frac{1}{\sqrt{1 + n_o^2 r_{13} E_3}} = n_{x_2} \quad (3.22a)$$

$$n_{x_3} = n_e \frac{1}{\sqrt{1 + n_e^2 r_{33} E_3}} \quad (3.22b)$$

No caso do LiNbO_3 tem-se que $r_{13} = 9,6 \text{ pm/V}$, $r_{22} = 6,8 \text{ pm/V}$, $r_{33} = 30,9 \text{ pm/V}$ e $r_{51} = 32,6 \text{ pm/V}$ [10]. Portanto, normalmente ocorre que $n_o^2 r_{13} E_3$,

$n_e^2 r_{33} E_3 \ll 1$, mesmo para amplitudes de campo elétrico muito intensas (da ordem de kV). Então, aplicando-se a expansão em série binomial

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1 \times 3}{2 \times 4}x^2 + \dots \text{ para } |x| < 1 \quad (3.23)$$

mostra-se que os índices de refração em (3.22a-b) são convertidos para

$$n_{x_1} = n_o \left(1 - \frac{1}{2} n_o^2 r_{13} E_3 \right) \cong n_{x_2} \quad (3.24a)$$

$$n_{x_3} = n_e \left(1 - \frac{1}{2} n_e^2 r_{33} E_3 \right) \quad (3.24b)$$

Isto evidencia que os novos índices de refração variam linearmente com a intensidade do campo elétrico externo.

3.2 - Modulação Eletroóptica de Fase

A seguir, estuda-se o caso onde são excitados dois modos de propagação no cristal de $LiNbO_3$ na configuração da seção anterior, de tal forma que estejam associados aos índices de refração n_{x_1} e n_{x_3} , respectivamente. Conforme discutido no Capítulo 2, para que um modo “perceba” o meio segundo o índice de refração n_{x_1} , deve estar polarizado com o vetor $\vec{D}$ paralelo ao eixo x_1 na entrada do cristal. Para que o modo “perceba” o índice n_{x_3} , deve estar polarizado na direção x_3 . Para que ambas as

excitações aconteçam simultaneamente, a propagação óptica deve ocorrer na direção x_2 , conforme esquematizado na Figura 3.1.

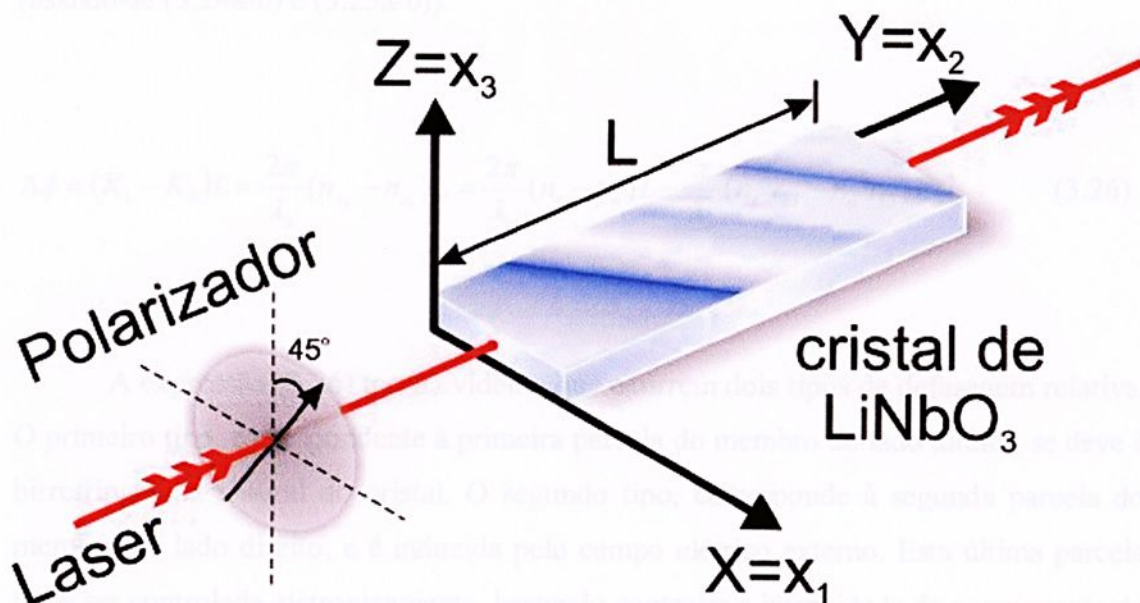


Figura 3.1 – Modulador Eletroóptico de fase.

Na prática, uma forma simples de excitar simultaneamente os dois campos elétricos, polarizados nas direções x_1 (ou X) e x_3 (ou Z), consiste em usar um polarizador com eixo a 45° de X ou Z , como representado na Figura 3.1.

Os dois modos de propagação, com deslocamento elétrico paralelo aos eixos x_1 e x_3 têm vetores de onda cujos módulos K_1 e K_3 são dados por:

$$K_1 = \frac{2\pi}{\lambda_o} n_{x_1} \text{ [rad/m]} \quad (3.25a)$$

$$K_3 = \frac{2\pi}{\lambda_o} n_{x_3} \text{ [rad/m]} \quad (3.25b)$$

onde n_{x_1} e n_{x_3} são dados por (3.24a) e (3.24b).

Se os dois modos são excitados na interface $x_2 = 0$ com a mesma fase óptica, a diferença de fase entre os mesmos, após percorrerem uma distância $x_2 = L$, é dada por (usando-se (3.24a-b) e (3.25a-b)):

$$\Delta\phi = (K_1 - K_3)L = \frac{2\pi}{\lambda_o}(n_{x_3} - n_{x_1})L = \frac{2\pi}{\lambda_o}(n_e - n_o)L - \frac{\pi}{\lambda_o}(n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13})E_3 L \quad (3.26)$$

A expressão (3.26) torna evidente que ocorrem dois tipos de defasagem relativa. O primeiro tipo, correspondente à primeira parcela do membro do lado direito, se deve à birrefringência natural do cristal. O segundo tipo, corresponde à segunda parcela do membro do lado direito, e é induzida pelo campo elétrico externo. Esta última parcela pode ser controlada eletronicamente, bastando controlar a intensidade da componente de campo E_3 . Estas diferenças de fase são denominadas de defasagens natural e induzida, respectivamente.

3.3 - Célula Pockels

Uma célula Pockels é composta basicamente por um cristal eletroóptico e dois eletrodos, os quais fornecem meios de aplicar o campo elétrico externo através do cristal. Estes eletrodos podem ser constituídos por placas metálicas, no interior das quais se insere o cristal, por filmes metálicos depositados pela técnica de evaporação, ou mesmo, por tintas metálicas. A maneira com que são dispostos esses eletrodos em uma célula Pockels pode ocorrer segundo duas configurações: transversal ou longitudinal, conforme a direção do campo elétrico esteja perpendicular ou paralela à direção de propagação do feixe óptico, respectivamente. Nas Figura 3.2 e Figura 3.3, ilustram-se ambas as configurações.

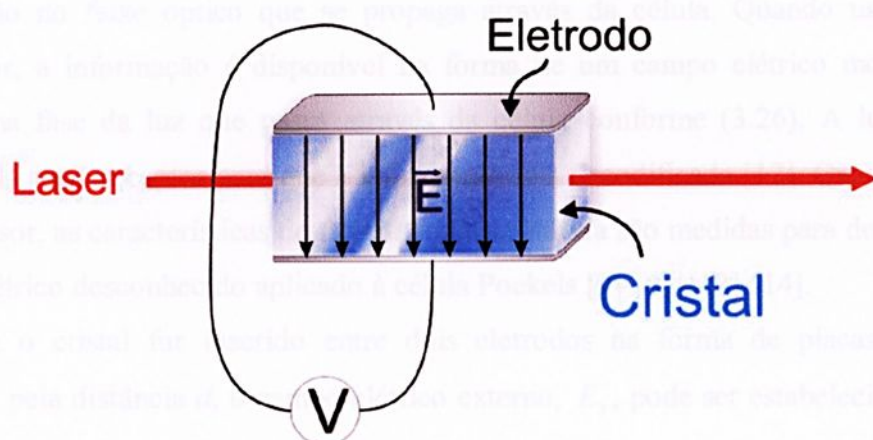


Figura 3.2 – Célula Pockels com campo elétrico transversal.

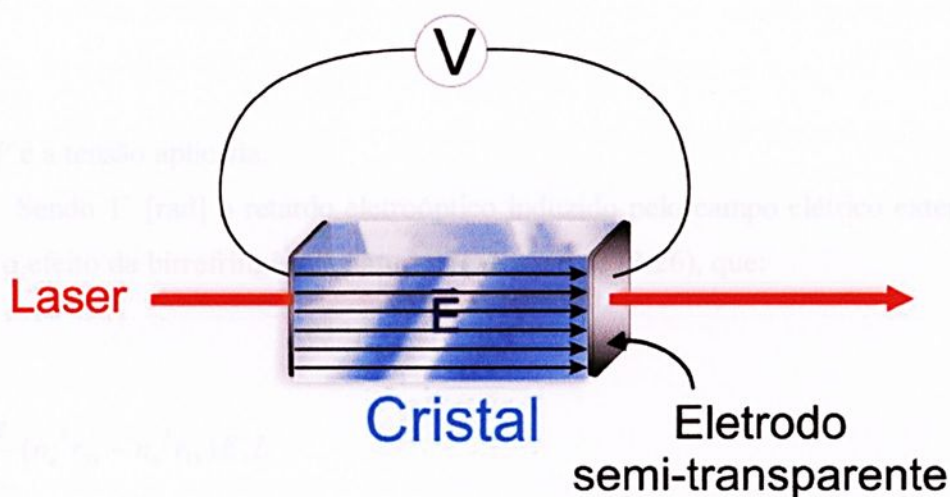


Figura 3.3 – Célula Pockels longitudinal.

No caso da célula Pockels longitudinal, utiliza-se um eletrodo condutor semitransparente para revestir as extremidades do cristal. Esta configuração proporciona uma distribuição uniforme de campo elétrico, mas ocorrem perdas ópticas severas, que algumas vezes não podem ser toleradas.

As aplicações práticas da célula Pockels incluem, principalmente, os moduladores eletroópticos e sensores eletroópticos. Ambas as estruturas requerem a

incorporação de um sistema óptico adicional e são projetadas para introduzir uma dada informação no feixe óptico que se propaga através da célula. Quando usada como modulador, a informação é disponível na forma de um campo elétrico modulador e inserida na fase da luz que passa através da célula conforme (3.26). A luz então é transmitida a um receptor para que a informação seja decodificada [17]. Quando usadas como sensor, as características de fase da luz transmitida são medidas para determinar o campo elétrico desconhecido aplicado à célula Pockels [2]-[4], [12]-[14].

Se o cristal for inserido entre dois eletrodos na forma de placas paralelas separadas pela distância d , o campo elétrico externo, E_3 , pode ser estabelecido a partir da tensão elétrica aplicada às mesmas:

$$E_3 = \frac{V}{d} \quad (3.27)$$

onde V é a tensão aplicada.

Sendo Γ [rad] o retardo eletroóptico induzido pelo campo elétrico externo (não inclui o efeito da birrefringência natural), extrai-se de (3.26), que:

$$\Gamma = \frac{\pi}{\lambda_o} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) E_3 L \quad (3.28)$$

onde L é o comprimento da célula Pockels.

Substituindo (3.27) em (3.28) obtém-se

$$\Gamma = \frac{\pi}{\lambda_o} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) \frac{L}{d} \cdot V \quad (3.29)$$

O valor de tensão elétrica aplicada ao cristal, e que proporciona um retardo eletroóptico de π radianos é denominada de tensão de meia-onda, representada por V_π .

Assim, a partir de (3.29), obtém-se:

$$V_\pi = \frac{\lambda_o}{n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}} \frac{d}{L} \text{ [volts]} \quad (3.30)$$

A tensão de meia-onda constitui uma figura de mérito do dispositivo, e é usada para comparar diferentes células Pockels. Quanto menor o valor de V_π , menor é a tensão necessária para alimentá-la, o que nos casos dos moduladores ópticos usados em telecomunicações constitui uma característica desejável.

A tensão de meia-onda da célula Pockels depende do material e do comprimento de onda da radiação óptica (λ_o). Os parâmetros do material n e r_{ij} não variam tanto com a frequência da luz, porém, valores elevados de V_π serão obtidos quando λ_o for grande.

A equação (3.30) mostra que para reduzir V_π no modulador transversal, é necessário reduzir a razão (d/L). Entretanto, esta informação deve ser usada com critério, uma vez que valores muito elevados de L causam um aumento substancial na capacitância do modulador eletroóptico. Isto, por sua vez, faz com que o dispositivo não consiga responder em frequências elevadas, da ordem de MHz. Além disso, para dimensão d muito pequena, existem problemas associados à largura do feixe de Laser que é utilizado. Se ambos forem da mesma ordem de grandeza, o efeito da difração do feixe óptico pode degradar o desempenho do modulador [19].

Substituindo (3.30) em (3.29), obtém-se

$$\Gamma(V) = \frac{\pi V}{V_\pi} \quad (3.31)$$



a que fornece o retardo de fase como função linear da tensão aplicada V . Quanto menor o valor de V_π , maior será o retardo obtido para um mesmo valor de V .

Neste estágio da análise, sabe-se que o efeito eletroóptico permite inserir informações na fase da luz, ou seja, no retardo eletroóptico (3.31). Portanto, um sensor de tensão elétrica elevada pode ser implementado, no qual a informação sobre o valor instantâneo da tensão $V=V(t)$ pode ser inserida na fase da luz e transmitida até um receptor. Porém, um problema que ainda precisa ser discutido é como recuperar esta informação na prática, ou seja, como realizar a conversão inversa de fase óptica para um sinal elétrico de baixa tensão, para pós-processamento eletrônico.

3.4 - Modulador Eletroóptico de Amplitude – Sensor Óptico de Tensão

Na seção anterior mostrou-se que excitando-se dois modos de propagação ortogonais no cristal eletroóptico, com o auxílio de um polarizador, insere-se a informação a respeito da tensão elétrica $V(t)$ no retardo de fase óptica entre estes modos (Γ). Entretanto, se este sinal óptico modulado for transmitido até o receptor, a demodulação (ou conversão inversa opto-elétrica) não pode ocorrer pelo simples uso de fotodiodos, os quais não têm largura de banda suficiente para responder à frequência óptica. Torna-se necessário realizar uma pré-conversão, de modulação de fase óptica para modulação de amplitude ou intensidade óptica. Isto pode ser conseguido simplesmente usando um segundo polarizador, posicionado na saída do sistema e deslocado angularmente de 90° em relação ao primeiro. Este segundo polarizador, denominado analisador, executa a análise do estado de polarização da luz ao sair da célula Pockels, e permite obter um feixe de saída no qual a informação da tensão elétrica encontra-se inserida na sua intensidade óptica.

Na Figura 3.4 ilustra-se o sistema modulador de intensidade óptica, no caso de uma célula Pockels transversal.

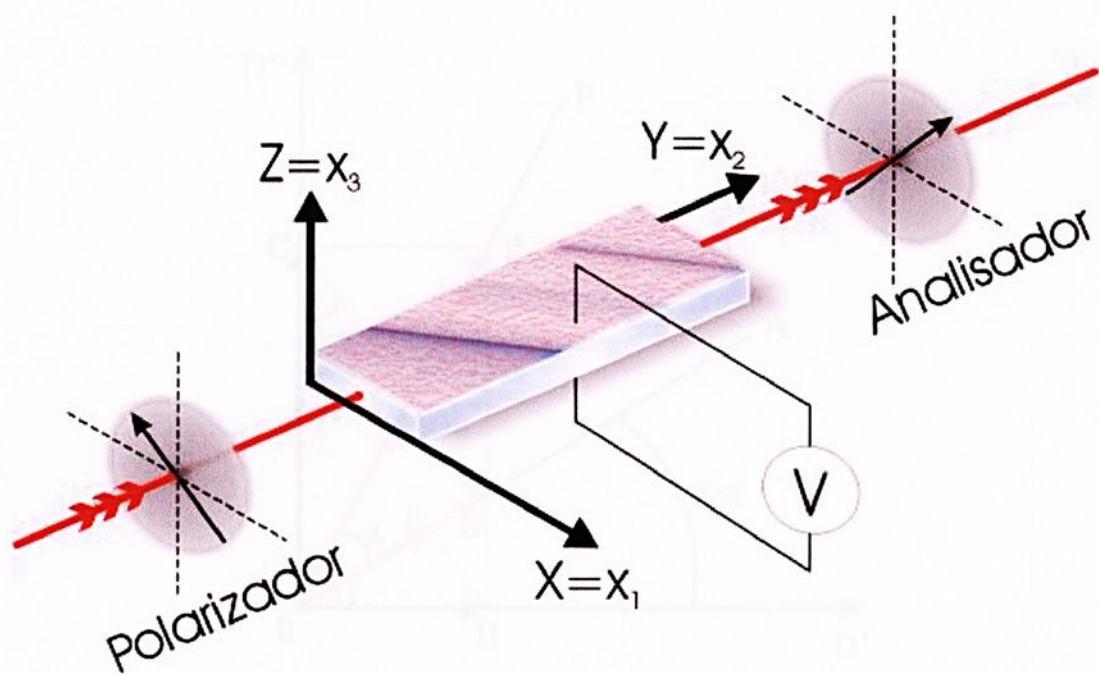


Figura 3.4 – Modulador Eletroóptico de amplitude

A seguir, será apresentada uma análise generalizada desse modulador, permitindo-se inclusive que a orientação angular entre o polarizador e o analisador seja arbitrária. Na construção geométrica da Figura 3.5, o campo elétrico de entrada $\vec{E}$, excita os vetores $\vec{D}'$ e $\vec{D}''$, os modos normais (ordinário e extraordinário) no interior do cristal eletroóptico. Conforme se observa, a direção de $\vec{E}$ é estabelecida pela direção do eixo do polarizador (P), que forma um ângulo γ com $\vec{D}'$. O analisador (A) está deslocado por um ângulo χ do polarizador.

• símbolo

$$OF = OF \cos(\gamma - \chi) = E \cos \gamma \cos(\gamma - \chi) \tag{3.33a}$$

$$OG = OG \cos(\gamma - \chi) = E \sin \gamma \cos(\gamma - \chi) \tag{3.33b}$$

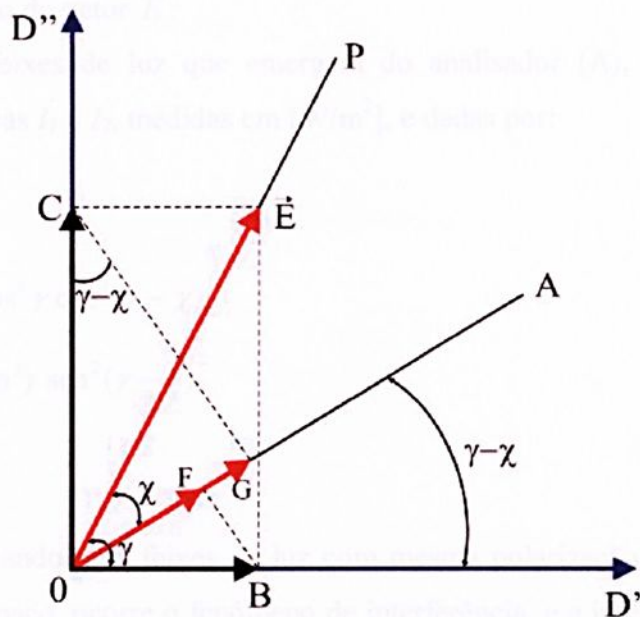


Figura 3.5 – Diagrama vetorial usado no cálculo da transmissão.

As amplitudes de $\vec{D}'$ e $\vec{D}''$ são OB e OC, respectivamente. Como $\vec{D}'$ e $\vec{D}''$ são ortogonais, não ocorre interferência óptica entre os mesmos [20]. Porém, é possível haver interferência óptica entre as suas componentes de saída, na direção do analisador, OF e OG (uma vez que são paralelas). Da Figura 3.5 conclui-se que:

$OB = E \cos \gamma$ (3.32a)

$CO = E \sin \gamma$ (3.32b)

e também,

$OF = OB \cos (\gamma - \chi) = E \cos \gamma \cos (\gamma - \chi)$ (3.33a)

$OG = OC \sin (\gamma - \chi) = E \sin \gamma \sin (\gamma - \chi)$ (3.33b)

onde E é o módulo do vetor $\vec{E}$.

Os dois feixes de luz que emergem do analisador (A), estão associados às intensidades ópticas I_1 e I_2 , medidas em $[\text{W/m}^2]$, e dadas por:

$$I_1 = |OF|^2 = E^2 \cos^2 \gamma \cos^2(\gamma - \chi) \quad (3.34a)$$

$$I_2 = |OG|^2 = E^2 \sin^2 \gamma \sin^2(\gamma - \chi) \quad (3.34b)$$

Porém, quando dois feixes de luz com mesma polarização são superpostos em uma região do espaço, ocorre o fenômeno de interferência, e a intensidade resultante, I , não é dada pela simples soma de I_1 e I_2 . Na verdade, se os modos $\bar{D}'$ e $\bar{D}''$ forem associados aos índices de refração n' e n'' , respectivamente, o retardo de fase entre esses raios ao atravessar o cristal, será

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n'' - n')L \quad (3.35)$$

e a intensidade óptica resultante pode ser calculada como [20]:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Gamma \quad (3.36)$$

A demonstração de (3.36) encontra-se no Apêndice B.

A partir de (3.34a-b), pode-se mostrar que o valor de $I_1 + I_2$ é dado por:

$$I_1 + I_2 = E^2 \left\{ \cos^2 \chi - \frac{1}{2} \sin 2\gamma \sin 2(\gamma - \chi) \right\} \quad (3.37)$$

Por outro lado, de (3.34a-b) conclui-se também que:

$$2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Gamma = \frac{E^2}{2} \sin 2\gamma \sin 2(\gamma - \chi) \left[1 - 2 \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \right] \quad (3.38)$$

A partir de (3.36), (3.37) e (3.38), conclui-se que a intensidade total após o analisador é:

$$I = E^2 \left\{ \cos^2 \chi - \sin 2\gamma \sin 2(\gamma - \chi) \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \right\} \quad (3.39)$$

Se os polarizadores P e A forem perpendiculares, ocorre que $\chi = \pi/2$, e então, (3.39) conduz a:

$$I = E^2 \sin^2 2\gamma \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \quad (3.40)$$

A intensidade óptica da luz antes de entrar no cristal (no entanto, após o polarizador) é dada por $I_{in} = E^2$. Define-se transmissão de um dispositivo óptico (T) a razão entre as intensidades de saída (I) e de entrada (I_{in}). Assim a transmissão através do sistema é representada por

$$T = \frac{I}{I_{in}} = \frac{E^2 \text{sen}^2 2\gamma \text{sen}^2 \Gamma/2}{E^2} = \text{sen}^2 2\gamma \text{sen}^2 \frac{\Gamma}{2} \tag{3.41}$$

A transmissão é máxima quando $\gamma = (2k + 1)\pi/4$, para k inteiro, como na situação mostrada na Figura 3.6, para $k=0$, e no qual P está a 45° de $\vec{D}'$.

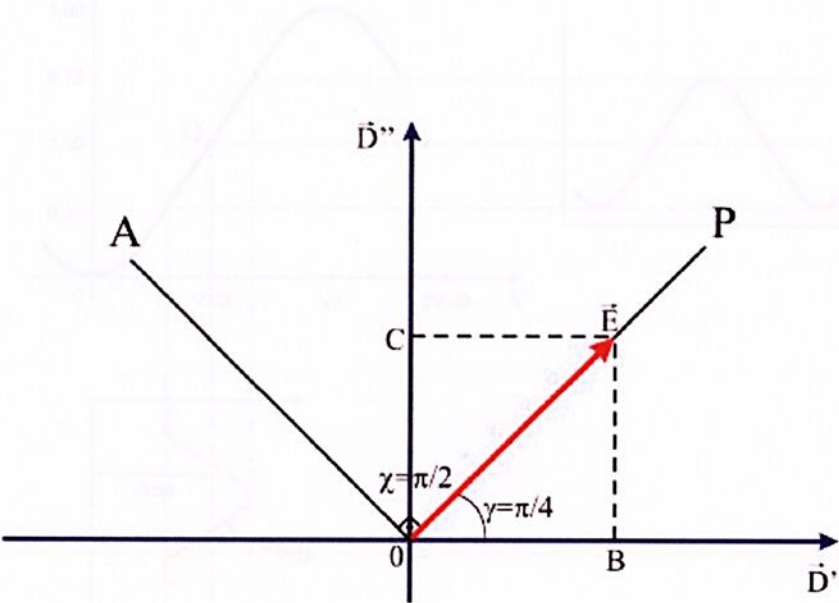


Figura 3.6 – Orientação típica de P e A usada na modulação eletroóptica.

Esta corresponde justamente à configuração discutida no início desta seção (Figura 3.4), e o valor da transmissão (3.41) torna-se:

$$T = \text{sen}^2 \frac{\Gamma}{2} = \frac{1}{2} [1 - \cos \Gamma] = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{V_{\pi}} V \right) \right] \tag{3.42}$$

onde Γ é dado por (3.31)

A partir de (3.42), é possível determinar a intensidade óptica de saída, para qualquer intensidade óptica de entrada numa célula Pockels, sobre a qual se aplica uma tensão elétrica V . Representando-se (3.42) graficamente, obtém-se a curva de transmissão, tal qual a mostrada na Figura 3.7.

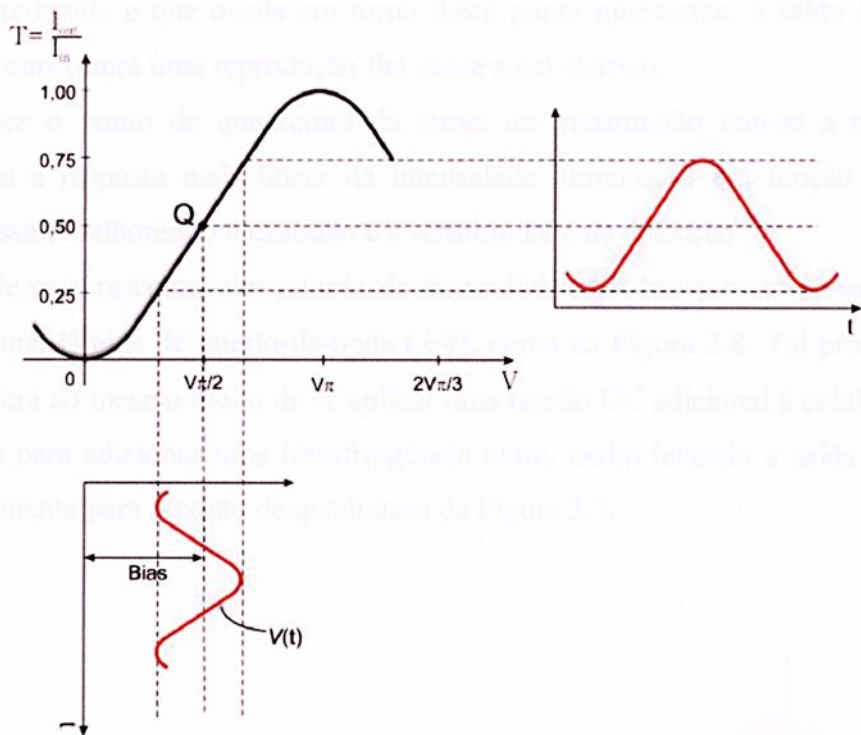


Figura 3.7 - Curva de Transmissão de uma célula Pockels de LiNbO_3 e operação sob pequenos sinais.

A curva de transmissão informa que a relação entre as intensidades ópticas de saída e de entrada na célula Pockels, em princípio, é não linear. Esta curva é periódica, se anulando para $V=0$, $V=\pm 2V_\pi$, etc. Apresenta máximos em $V=\pm V_\pi$, $V=\pm 3V_\pi$, etc. Percebe-se que existem regiões nessa curva de transmissão, por exemplo, em torno de $V=V_\pi/2$, na qual a intensidade do sinal óptico varia de forma quase linear com a tensão $V(t)$ aplicada, o que é tão mais verdadeiro quanto mais reduzida seja a amplitude de $V(t)$.

Figura 3.8 - Taxas de conversão (W/V^2) típicas para a célula Pockels.

A curva de transmissão da célula Pockels deve ser utilizada de forma semelhante às curvas características de entrada e de saída de um transistor. Por exemplo, deve ser estabelecido um ponto de polarização quiescente, Q , como mostrado na Figura 3.7, em torno do qual se obtém boa linearidade para sinais de baixas amplitudes. Este ponto Q pode ser estabelecido através de uma tensão DC aplicada à célula Pockels, cujo valor é $V=V_{\pi}/2$. Como se verifica na Figura 3.7, incidindo-se um sinal de tensão $V(t)$ com amplitude reduzida e que oscila em torno deste ponto quiescente, a saída óptica (luz modulada) constituirá uma reprodução fiel desse sinal elétrico.

Sobre o ponto de quadratura da curva de transmissão tem-se a região que proporciona a resposta mais linear da intensidade luminosa I em função da tensão aplicada, assim melhorando a exatidão e a sensibilidade da detecção.

Pode-se acrescentar um retardo de fase adicional à luz que atravessa o sensor, incluindo uma lâmina de quarto-de-onda ($\lambda/4$), como na Figura 3.8. Tal procedimento corresponderá ao mesmo efeito de se aplicar uma tensão DC adicional à célula Pockels. Isto é feito para adicionar uma birrefringência extra, assim levando a saída do sensor automaticamente para o ponto de quadratura da Figura 3.7.

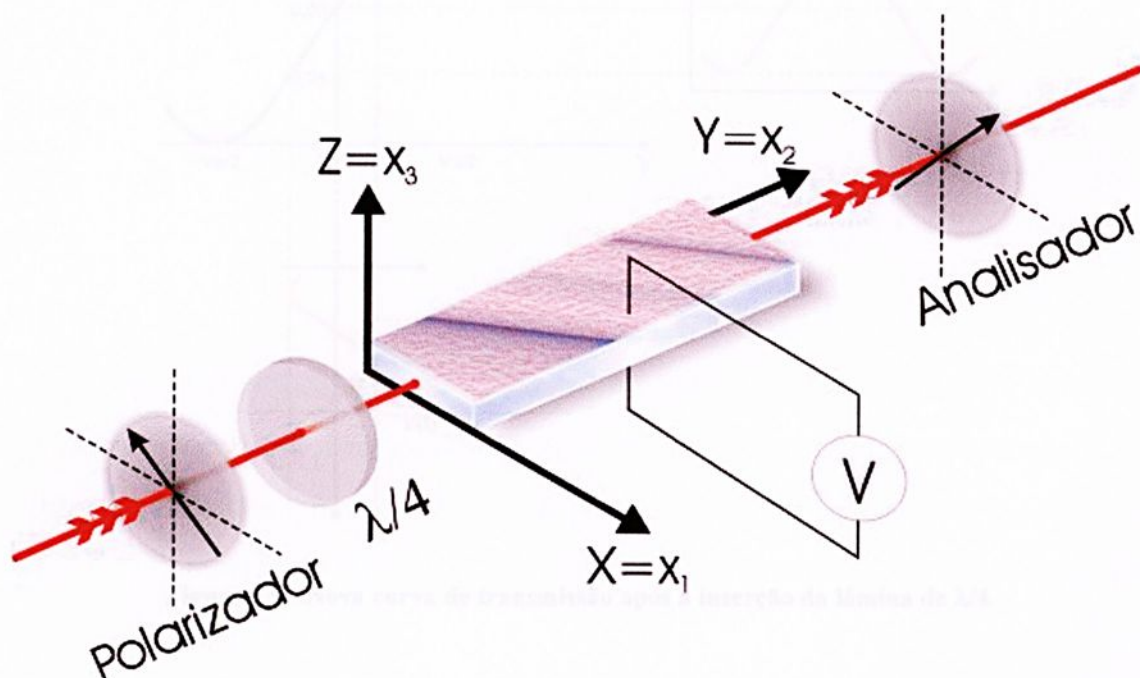


Figura 3.8 – Lâmina de quarto-de-onda ($\lambda/4$) inserida antes da célula Pockels.

A lâmina de $\lambda/4$ introduz um retardo adicional de $\pi/2$ rad, de forma a obter $\Gamma' = \Gamma + \pi/2$ e, portando, substituindo-se Γ por Γ' em (3.42):

$$T = \frac{1}{2}(1 - \cos \Gamma') = \frac{1}{2}(1 + \sin \Gamma) \tag{3.43}$$

Com isso, a nova curva de transmissão terá o aspecto ilustrado na Figura 3.9. Observa-se assim, que o sinal elétrico de modulação não precisa de nenhuma polarização elétrica adicional para operar na região mais linear da curva de transmissão. A lâmina de quarto-de-onda simula o efeito da polarização DC.

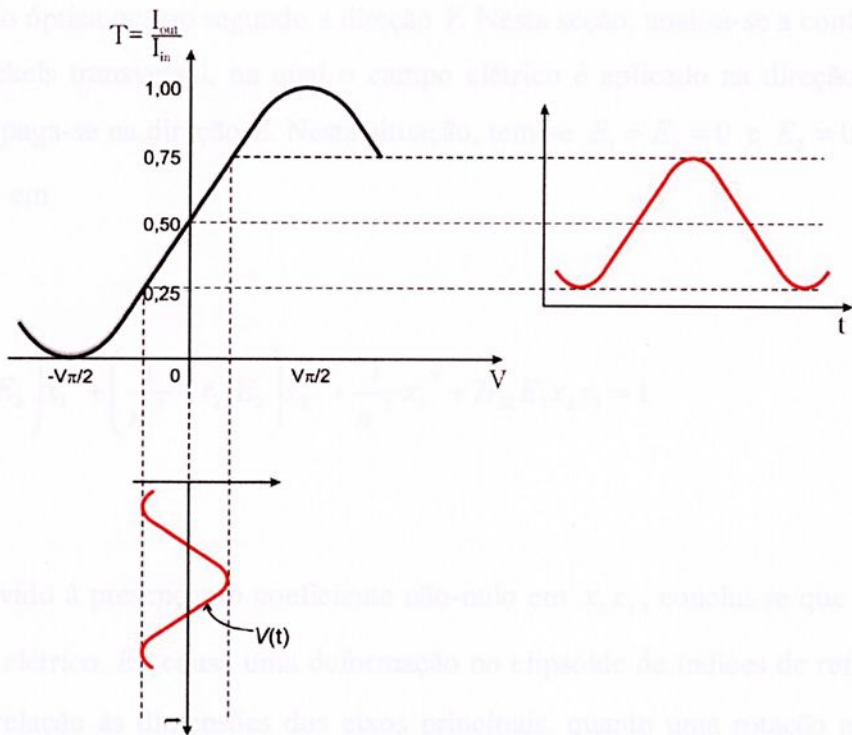


Figura 3.9 - Nova curva de transmissão após a inserção da lâmina de $\lambda/4$.

Com um sistema óptico apropriado, um sensor de tensão óptico funcional pode ser produzido a partir de um modulador eletroóptico de amplitude. Os conceitos discutidos nesta seção serão empregados no Capítulo 6 para implementação do sensor eletroóptico de baixa tensão. Antes, porém, será conveniente estudar o sistema de processamento de sinal, apresentado no Capítulo 4, no qual se descreve a técnica de demodulação de fase através de decomposição espectral.

3.5 - Transformador de Potencial Óptico

Em seções anteriores, considerou-se o caso do modulador de intensidade óptica com cristal de $LiNbO_3$, no qual o campo elétrico era aplicado ao longo do eixo Z e a propagação óptica ocorre segundo a direção Y . Nesta seção, analisa-se a configuração de célula Pockels transversal, na qual o campo elétrico é aplicado na direção Y e o raio óptico propaga-se na direção Z . Nesta situação, tem-se $E_1 = E_3 = 0$ e $E_2 \neq 0$ em (3.17), resultando em

$$\left(\frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_2\right)x_1^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_2\right)x_2^2 + \frac{1}{n_e^2}x_3^2 + 2r_{51}E_2x_2x_3 = 1 \quad (3.44)$$

Devido à presença do coeficiente não-nulo em x_2x_3 , conclui-se que a aplicação do campo elétrico E_2 causa uma deformação no elipsóide de índices de refração (3.3), tanto em relação às dimensões dos eixos principais, quanto uma rotação em torno do eixo x_1 . Os novos eixos cristalográficos serão designados por x_1' , x_2' e x_3' , conforme esquematizado na Figura 3.10

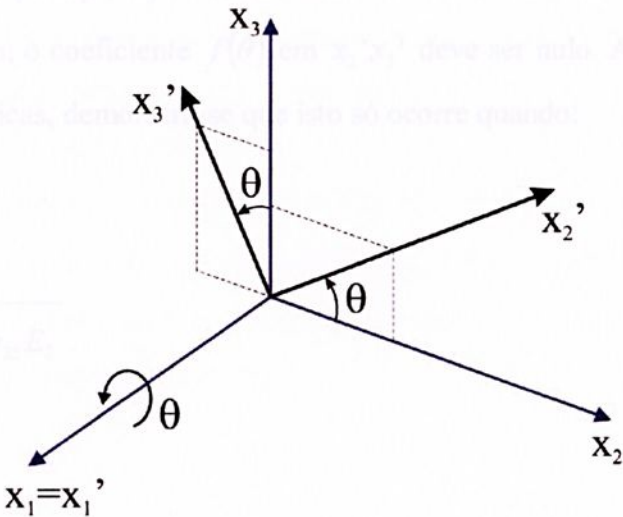


Figura 3.10 – Rotação de eixos em torno de x_1 .

Recorrendo-se ao conceito de matriz de rotação, a relação entre as coordenadas (x_1, x_2, x_3) e (x_1', x_2', x_3') é obtida através de [17], [19]:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix} \tag{3.45}$$

Substituindo-se x_1, x_2 e x_3 de (3.45) em (3.44), mostra-se que o novo elipsóide de índices, referido ao sistema de coordenadas (x_1', x_2', x_3') tem forma geral:

$$\frac{(x_1')^2}{n_{x_1}^2} + \frac{(x_2')^2}{n_{x_2}^2} + \frac{(x_3')^2}{n_{x_3}^2} + f(\theta)x_2'x_3' = 1 \tag{3.46}$$

Porém, se (x_1', x_2', x_3') de fato for o novo sistema de eixos principais do elipsóide perturbado, o coeficiente $f(\theta)$ em $x_2'x_3'$ deve ser nulo. Após uma seqüência de operações algébricas, demonstra-se que isto só ocorre quando:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2r_{51}E_2}{\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} + r_{22}E_2} \quad (3.47)$$

Entretanto, como r_{51} é da ordem de 10^{-12} m/V, mesmo para os maiores valores de campo que serão utilizados nesta tese (da ordem de 400 kV/m), conclui-se que θ é inferior a $0,05^\circ$ para o caso de LiNbO_3 nesta configuração. Com isso, a rotação θ pode ser considerada desprezível. Assim, fazendo-se $\theta \cong 0^\circ$ em (3.46), mostra-se que

$$n_{x_1} = n_o + \frac{1}{2}n_o^3 r_{22}E_2 \quad (3.48a)$$

$$n_{x_2} = n_o - \frac{1}{2}n_o^3 r_{22}E_2 \quad (3.48b)$$

$$n_{x_3} = n_e \quad (3.48c)$$

são os novos índices de refração diante da aplicação do campo elétrico externo.

Se dois modos são excitados na interface $x_3 = 0$, com mesmas amplitudes e polarizados segundo $x_1 = X$ e $x_2 = Y$, a diferença de fase (ou retardo eletroóptico) que surge após percorrerem uma distância L ao longo do eixo $x_3 = Z$ será:

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda_o} (n_{x_1} - n_{x_2})L = \frac{2\pi}{\lambda_o} n_o^3 r_{22}E_2 L \quad (3.49)$$

Portanto, nesta configuração, não existe birrefringência natural mas somente a birrefringência induzida. Por isso, este arranjo possui uma maior imunidade contra variações de temperatura ambiente que a configuração das seções anteriores (conforme será discutido nos próximos capítulos).

Se o campo elétrico for aplicado à célula Pockels por meio de placas paralelas separadas por uma distância d , então, tem-se que $E_2 = V/d$, onde V é a tensão elétrica que se deseja medir. O valor de V necessário para obter $\Gamma = \pi$ rad corresponde a tensão de meia-onda a qual, a partir de (3.49) vale:

$$V_\pi = \frac{\lambda_o}{2n_o^3 r_{22}} \frac{d}{L} \quad (3.50)$$

Portanto, o coeficiente eletroóptico relevante neste caso é r_{22} .

Um modulador eletroóptico de amplitude pode ser implementado com LiNbO_3 nesta nova configuração, usando exatamente o mesmo aparato óptico descrito na Figura 3.8. Uma vez que (3.43) é geral, também se aplica a esse modulador, bastando utilizar a expressão de Γ dada em (3.49). Na Figura 3.11 ilustra-se o arranjo experimental que será montado e discutido em maiores detalhes no Capítulo 6.



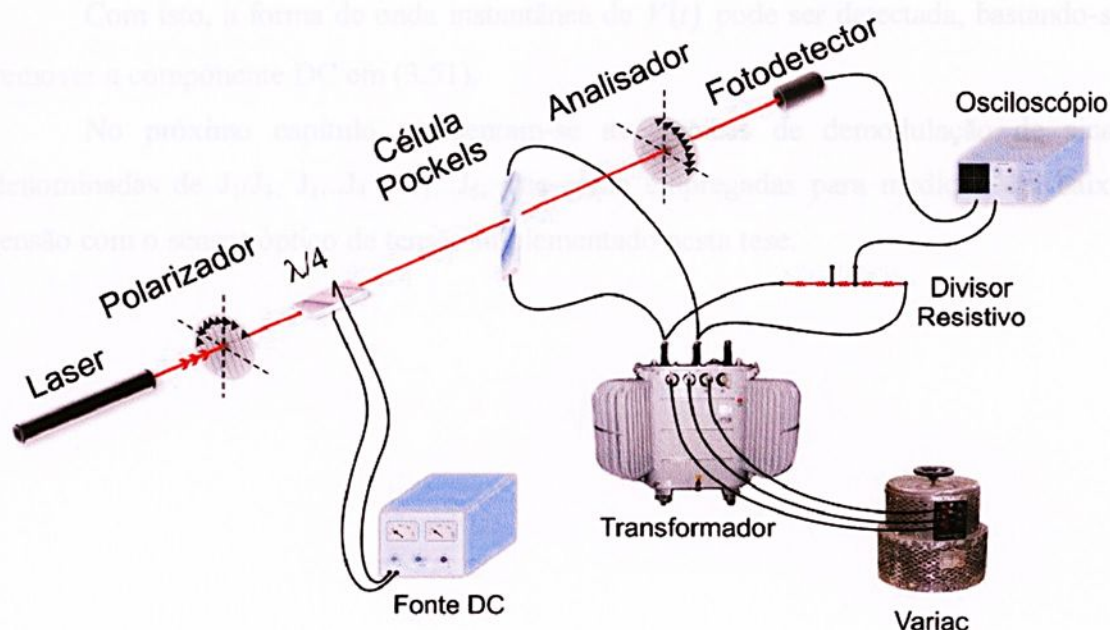


Figura 3.11 – Esquemático da montagem experimental.

O sistema da Figura 3.11 será empregado para medição de tensões elevadas, ou seja, como transformador de potencial óptico (TP óptico). Ao contrário do sensor óptico de tensão discutido na seção 3.4, o qual utilizará técnicas de demodulação de sinal por decomposição espectral, o TP óptico utilizará o esquema de demodulação para baixo índice de modulação, conforme ocorre na Figura 3.9. Neste caso, projeta-se a célula Pockels para apresentar um valor muito elevado de V_π (centenas de kV). Assim, quando se opera com tensões $V = V(t)$ da ordem de dezenas de kV, obtêm-se valores de retardo eletroópticos Γ reduzidos, conforme se interpreta de (3.31).

Portanto, considerando-se $\Gamma \ll 1$ rad em (3.43), pode-se aproximar $\sin \Gamma \cong \Gamma$, resultando na transmissão:

$$T \cong \frac{1}{2}(1 + \Gamma) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi}{V_\pi} V(t) \right] \quad (3.51)$$

Com isto, a forma de onda instantânea de $V(t)$ pode ser detectada, bastando-se remover a componente DC em (3.51).

No próximo capítulo apresentam-se as técnicas de demodulação de sinal denominadas de J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$, que serão empregadas para medição em baixa tensão com o sensor óptico de tensão implementado nesta tese.

Conforme foi discutido no Capítulo 3, a informação sobre a forma de onda de tensão que se deseja medir através do sensor eletroóptico, é inserida na fase (ϕ) do retardo de fase óptico Γ . Por isso ainda, que a intensidade óptica no saída do sistema é uma função não-linear de tensão (uma vez que a curva de transmissão é não-linear), a menor que se trabalha com valores reduzidos de Γ , excursionando sobre o ponto de operação quicquente adequadamente estabelecido na quadratura de fase, $\Gamma = \Gamma_0/2$. Por isso é a situação abordada neste capítulo, do qual os valores de tensão podem ser elevados e o ponto de operação pode estar fora da condição de quadratura de fase.

4.1 - A Influência da Birrefringência Natural do Cristal

No Capítulo 3 foi dada a relação de fase (3.26), a qual será redefinida como

$$\Delta\phi = \pi V(t) \quad (4.1)$$

CAPÍTULO 4

MÉTODOS DE DEMODULAÇÃO DE FASE ÓPTICA USANDO DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL

Conforme foi discutido no Capítulo 3, a informação sobre a forma de onda de tensão que se deseja medir através do sensor eletroóptico, é inserida na fase (ou retardo de fase) óptica Γ . Foi visto ainda, que a intensidade óptica na saída do sistema é uma função não-linear de tensão (uma vez que a curva de transmissão é não-linear), a menos que se trabalhe com valores reduzidos de Γ , excursionando sobre o ponto de operação quiescente adequadamente estabelecido na quadratura de fase, $V = V_{\pi} / 2$. Esta não é a situação abordada neste capítulo, no qual os valores de tensão podem ser elevados e o ponto de operação pode estar fora da condição de quadratura de fase.

4.1 - A Influência da Birrefringência Natural do Cristal

No Capítulo 3 foi deduzida a relação de fase (3.26), a qual será redefinida como

$$\Delta\phi = \phi_0 + \Gamma(t) \quad (4.1)$$

onde

$$\phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o) L \quad (4.2)$$

$$\Gamma(t) = \frac{\pi}{\lambda_0} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) \frac{L}{d} V(t) \quad (4.3)$$

O termo $\Gamma(t)$ já foi discutido, e refere-se ao retardo elétrico induzido pela tensão $V(t)$. O termo ϕ_0 é denominado de fase estática devido à birrefringência natural do cristal, e não depende de $V(t)$.

Foi deduzida também a relação de transmissão T , segundo (3.42), embora não tenha sido levado em conta o efeito da birrefringência natural naquela ocasião. Neste último caso, pode-se estabelecer que a intensidade óptica detectada pelo fotodiodo seja dada por

$$I(t) = \frac{I_0}{2} [1 - \cos \Delta\phi] = \frac{I_0}{2} \{1 - \cos [\phi_0 + \Gamma(t)]\} \quad (4.4)$$

e cujo gráfico (normalizado por I_0) correspondente encontra-se na Figura 4.1

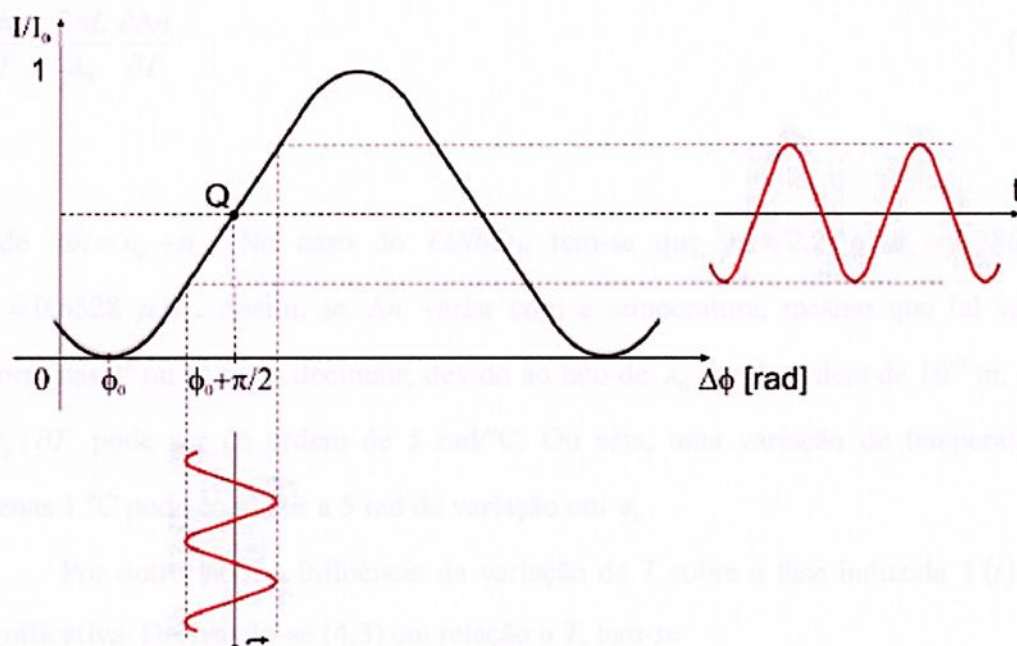


Figura 4.1 – Curva de Transmissão considerando o ângulo de fase ϕ_0 .

Idealmente, o ponto Q mostrado na Figura 4.1, deveria permanecer estável e fixo na condição de quadratura de fase. No entanto, devido a influências ambientais, o ponto Q excursiona sobre a curva de transferência, tornando o processo de detecção não trivial. Este fenômeno, denominado de desvanecimento de fase (*fading*), ocorre porque ϕ_0 varia com a temperatura ambiente, com turbulências e correntes de ar no local da medição.

Com isso, as variações em ϕ_0 devido ao desvanecimento, causam variações aleatórias no sinal detectado, $I(t)$, denominadas de derivas (*drift*) ambientais. Este problema é crítico, uma vez que as variações em ϕ_0 podem ocorrer de forma rápida (na escala de segundos ou minutos) e com intensidades superiores ao próprio sinal de interesse, $\Gamma(t)$.

Na célula Pockels, em $LiNbO_3$ e campo aplicado na direção do eixo óptico, que foi discutida no Capítulo 3, o desvanecimento é causado pela birrefringência natural do cristal, que torna não-nulo o termo de fase ϕ_0 dado por (4.2). Derivando esta equação em relação à temperatura T , obtém-se

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial T} = \frac{2\pi L}{\lambda_0} \frac{\partial \Delta n}{\partial T} \quad (4.5)$$

onde $\Delta n = n_e - n_o$. No caso do $LiNbO_3$, tem-se que $n_e = 2,2$ e $n_o = 2,286$ para $\lambda_0 = 0,6328 \mu m$. Assim, se Δn variar com a temperatura, mesmo que tal variação ocorra nas 4ª ou 5ª casas decimais, devido ao fato de λ_0 ser da ordem de $10^{-6} m$, o fator $\partial \phi_0 / \partial T$ pode ser da ordem de $5 \text{ rad/}^\circ\text{C}$. Ou seja, uma variação de temperatura de apenas 1°C pode conduzir a 5 rad de variação em ϕ_0 .

Por outro lado, a influência da variação de T sobre a fase induzida $\Gamma(t)$ não é significativa. Derivando-se (4.3) em relação a T , tem-se

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial T} = \frac{3\pi L}{d} V \left(n_e^2 \frac{r_{33}}{\lambda_0} \frac{\partial n_e}{\partial T} - n_o^2 \frac{r_{13}}{\lambda_0} \frac{\partial n_o}{\partial T} \right) \quad (4.6)$$

Então, devido ao fato de r_{13} ou r_{33} serem da ordem de 10^{-12} m/V , os fatores r_{13} / λ_0 ou r_{33} / λ_0 serão da ordem de 10^{-6} V^{-1} . Assim, variações em n_e ou n_o , na 5ª casa decimal, conduzem a fatores $\partial \Gamma / \partial T$ da ordem de apenas 10^{-7} rad , mesmo que as tensões consideradas sejam de milhares de volts.

Não são todas as configurações de células Pockels que apresentam o problema do desvanecimento. Por exemplo, considerando-se a célula Pockels em $LiNbO_3$, com propagação óptica na direção Z e com campo elétrico externo na direção Y , e, excitando-se os modos ópticos correspondentes aos índices de refração n_{x_1} e n_{x_2} dados por (3.48a-b), não existirá o termo de birrefringência natural ϕ_0 [10]. Neste caso, o problema da deriva térmica seria sensivelmente reduzido.

A escolha da célula Pockels com a configuração presente (campo elétrico na direção Z) foi intencional, e tem por objetivo testar as técnicas de demodulação de sinal que serão discutidas adiante. Estas técnicas são válidas, independentemente da variação

de ϕ_0 , do ponto de operação Q (fora da quadratura), de oscilações de amplitude e perdas de coerência na fonte óptica (*Laser*) e do valor da responsividade de tensão do fotodiodo. Portanto, se a técnica se mostrar robusta diante de situação tão adversa, certamente será muito eficiente numa célula Pockels bem condicionada.

4.2 - Métodos de Demodulação de Fase Óptica Usando Decomposição Espectral

O sinal de saída do fotodetector, dada em (4.4), pode ser reescrito como

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \{ 1 - \cos\phi_0 \cos\Gamma(t) + \sin\phi_0 \sin\Gamma(t) \} \quad (4.7)$$

onde $\Gamma(t)$ é o retardo eletroóptico induzido pela tensão $V(t)$. No caso em que $V(t)$ é senoidal, com amplitude $V_{\max}$ e frequência angular ω_s , então, $\Gamma(t)$ dado em (3.31) torna-se

$$\Gamma(t) = x \sin\omega_s t \quad (4.8)$$

onde

$$x = \frac{\pi}{V_\pi} V_{\max} \quad [\text{rad}] \quad (4.9)$$

é denominado de índice de modulação do sistema.

Além disso, recorrendo-se às seguintes identidades [21]:

$$\cos(x \sin \theta) = J_0(x) + 2J_2(x) \cos 2\theta + 2J_4(x) \cos 4\theta + \dots \quad (4.10a)$$

$$\sin(x \sin \theta) = 2J_1(x) \sin \theta + 2J_3(x) \sin 3\theta + 2J_5(x) \sin 5\theta + \dots \quad (4.10b)$$

onde o termo $J_n(x)$ é uma função de Bessel de primeira espécie e ordem n , verifica-se que a tensão de saída instantânea do fotodetector, (4.7), pode ser escrita como:

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \left\{ 1 - \cos \phi_0 \left[J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(x) \cos(2n\omega_s t) \right] + \sin \phi_0 \left[2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(x) \sin[(2n-1)\omega_s t] \right] \right\} \quad (4.11)$$

A expressão (4.11) exhibe a forma geral, peculiar a qualquer modulação de fase por sinal senoidal. Na Figura 4.2, são ilustradas as curvas de funções de Bessel, para as 5 primeiras ordens, em função do índice de modulação x .

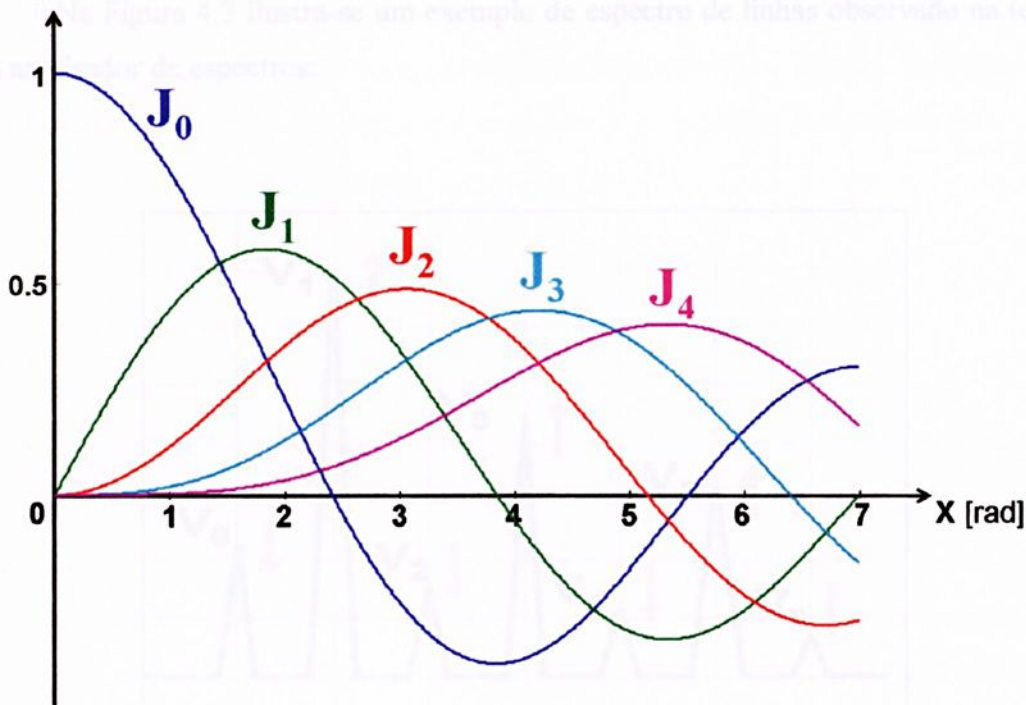


Figura 4.2 – Funções de Bessel de 1ª espécie.

Conforme se verifica, próximo à origem $x=0$, todas as componentes têm valores reduzidos, com exceção de J_0 . As magnitudes das funções J_n são tanto menores quanto maior a ordem de n . Todas as funções decaem à medida que x aumenta. A função J_0 se anula para $x=2,405$, $x=5,520$, etc. A função J_1 se anula em $x=3,832$, $x=7,016$, etc. E assim por diante [22].

Se o sinal $I(t)$ dado em (4.11) for acoplado a um analisador de espectros de varredura, raias espectrais nas frequências 0 , ω_s , $2\omega_s$, etc., poderão ser observadas, e as amplitudes das componentes harmônicas $|V_n|$, poderão ser medidas, onde

$$V_n = \frac{I_0}{2} \begin{cases} 2 \cos \phi_0 J_n(x), & \text{para } n = 2, 4, \dots \\ 2 \sin \phi_0 J_n(x), & \text{para } n = 1, 3, \dots \end{cases} \quad (4.12)$$

Na Figura 4.3 ilustra-se um exemplo de espectro de linhas observado na tela de um analisador de espectros:

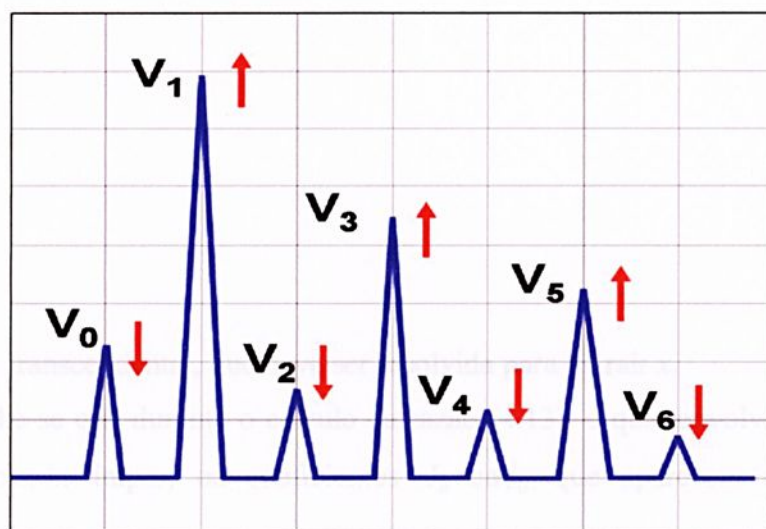


Figura 4.3 – Espectro de magnitudes do sinal detectado.

Verifica-se que devido ao desvanecimento, ϕ_0 varia aleatoriamente no tempo e, com isso, quando $\sin \phi_0$ aumenta, $\cos \phi_0$ diminui, e vice-versa. Ou seja, as amplitudes das raias variam ao longo do tempo e, quando as amplitudes das raias ímpares aumentam as das raias pares diminuem e vice-versa.

A seguir, são descritas três técnicas de demodulação de sinais, que permitem extrair o valor do índice de modulação x e, a partir daí, permitem medir a amplitude da tensão, V_{max} , aplicando-se (4.9). Todas as técnicas são imunes ao desvanecimento.

4.3 - O Método de J_1/J_3

Em 1967, Deferrari *et alii*, escreveram um artigo onde foi proposta a técnica de demodulação de fase óptica conhecida como método de J_1/J_3 , originalmente aplicada a

um interferômetro de Michelson homodino [22]. Neste método, executam-se as medições das amplitudes das componentes fundamental (V_1) e terceira harmônica (V_3) de $I(t)$, dadas em (4.11), e calcula-se a razão entre as mesmas. Recorrendo-se a (4.12), observa-se que tal razão resulta em:

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{J_1(x)}{J_3(x)} \quad (4.13)$$

uma equação transcendental, que deve ser resolvida para extrair x .

Percebe-se que durante o cálculo da razão (4.13), o qual envolve somente raias espectrais com n ímpar, os coeficientes $I_0 \sin \phi_0$ que aparecem em (4.12) são cancelados. Com isso, o cálculo de x independe do valor de ϕ_0 e, portanto, é imune ao desvanecimento. Além disso, tal cálculo independe de I_0 , ou seja, também independe da estabilidade da fonte óptica (*Laser*).

4.4 - O Método do $J_1...J_4$

O método do $J_1...J_4$ é baseado numa relação de recorrência para as funções de Bessel, e foi proposto por Sudarshanam e Srinivasan [23]. No julgamento do autor deste relatório, a aplicação do método de $J_1...J_4$ para a medição de tensão elétrica em moduladores eletroópticos é inédita, e assim constitui uma contribuição para esta área de pesquisa.

Das propriedades das funções de Bessel, sabe-se que [21]:

$$J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \left(\frac{2n}{x}\right) J_n(x) \quad (4.14)$$

Fazendo-se $n=2$ e $n=3$ em (4.14), obtêm-se duas expressões que podem ser manipuladas para obter:

$$x^2 = 24 \frac{J_2(x)J_3(x)}{[J_1(x)+J_3(x)][J_2(x)+J_4(x)]} \quad (4.15)$$

o que sugere que x^2 pode ser calculado a partir das amplitudes das raias espectrais de $I(t)$, por:

$$x^2 = 24 \frac{V_2V_3}{(V_1+V_3)(V_2+V_4)} \quad (4.16)$$

Novamente, os termos $I_0 \sin \phi_0$ e $I_0 \cos \phi_0$ são automaticamente cancelados em (4.16). Portanto, pode ser observado que a determinação de x independe de ϕ_0 ou I_0 . Assim, pode-se dizer que este método é imune a variações na potência do laser e ao desvanecimento causado por flutuações térmicas aleatórias. Além disso, ao contrário de (4.13), que envolve a resolução de uma equação transcendental, o método de $J_1 \dots J_4$ permite calcular x de forma direta.

Entretanto, o método possui algumas limitações:

- 1- Os valores de V_1 e V_3 não podem ser iguais a zero simultaneamente, pois o denominador de (4.16) se anularia. Assim, deve-se evitar trabalhar em quadratura de fase, ou seja, na condição $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad. O mesmo ocorre com V_2 e V_4 , quando $\phi_0 = 0$.
- 2- Quando se tem valores muito pequenos para o índice de modulação x , as componentes V_3 e V_4 tornam-se pequenas em comparação com as componentes V_1 e V_2 , e assim, erros podem ser introduzidos na medição.

- 3- Um problema significativo, que limita a aplicação do método, ocorre quando o índice de modulação torna-se grande, tal que os valores das funções de Bessel tornam-se negativos. Devido ao analisador de espectros registrar somente as magnitudes das componentes espectrais (valores positivos), ocorrerão erros de cálculos nos valores do índice de modulação. Uma solução para esse tipo de problema consiste em usar o método $J_1...J_4$ modificado (a ser visto adiante).

4.5 - O Método do $J_1...J_6$

Em 1993, Sudarshanam *et alii*, propuseram o método chamado de $J_1...J_6$, para aumentar a faixa dinâmica do sensor polarimétrico [24].

O método de $J_1...J_6$ utiliza as amplitudes da componente fundamental e das próximas 5 harmônicas do sinal detectado na saída do modulador. O método se baseia nas seguintes relações de recorrência para funções de Bessel [21]:

$$8[J_2(x) + J_4(x)] = x[2J_1(x) + 2J_3(x) + J_5(x)] \quad (4.17a)$$

$$30[J_3(x) + J_5(x)] = x[5J_2(x) + 5J_4(x) + 3J_6(x)] \quad (4.17b)$$

Multiplicando-se as equações acima, e substituindo os J_i 's pelos V_i 's, obtém-se

$$x^2 = \frac{240(V_2 + V_4)(V_3 + V_5)}{(2V_1 + 3V_3 + V_5)(5V_2 + 8V_4 + 3V_6)} \quad (4.18)$$

Este método também é imune ao problema do desvanecimento. Limitações similares às aquelas destacadas para o método de $J_1...J_4$ se aplicam, e cuja solução consiste em se implementar o método de $J_1...J_6$ modificado.

4.6 - O Método do $J_1...J_4$ Modificado

Nas seções anteriores foi apresentada a expansão em série de Fourier do sinal detectado $I(t)$, segundo a expressão (4.11), cujas magnitudes das componentes harmônicas são escritas em termos de funções de Bessel, $J_n(x)$. Desta forma, apresentou-se o método de $J_1...J_4$, no qual as amplitudes V_{2n-1} e V_{2n} , para $n=1,2,...$, são medidas com o auxílio de um analisador de espectros. Este, por sua vez, somente é capaz de medir os módulos $|V_{2n-1}|$ ou $|V_{2n}|$, entretanto, as funções de Bessel $J_n(x)$ podem tornar-se negativas, dependendo do valor de x . Se isto acontecer, haverá erro de sinal no cálculo dos denominadores de (4.16) e, conseqüentemente, erro no cálculo de x . Isto, então, limitaria a aplicação do método de $J_1...J_4$ para valores de x não superiores a 3,83 rad (a partir de onde J_1 torna-se negativo). A fim de aumentar a faixa dinâmica deste método, foi concebido ao método de $J_1...J_4$ modificado [25].

Neste caso, inclusive a fase da tensão aplicada $V(t)$ na frequência ω_s , a qual será denominada ϕ_s , passa a ser importante. Com isso, em vez de (4.4) e (4.8), uma expansão mais correta para $I(t)$ será

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \{ 1 + \cos [x \sin(\omega_s t + \phi_s) + \phi_0(t)] \} \quad (4.19)$$

onde x é o índice de modulação (4.9). Devido ao desvanecimento, considera-se que ϕ_0 também seja uma função (lenta) do tempo, isto é, $\phi_0(t)$.

Uma vez feita a aquisição de sinal $I(t)$, (4.19) deve ser expandida em série de Fourier, usando algoritmo de FFT (*Fast Fourier Transform*) e, a partir daí, estabelecer a Série trigonométrica de Fourier:

$$I(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_s t) - b_n \sin(n\omega_s t)] \quad (4.20)$$

onde a_n e b_n são coeficientes de Fourier, os quais podem ser positivos ou negativos. Comparando-se (4.20) com a série de Fourier (4.11), verifica-se que:

a) Para harmônicas ímpares

$$a_{2n-1} = -I_0 J_{2n-1}(x) \sin \phi_0(t) \sin(2n-1)\varphi_s \quad (4.21a)$$

$$b_{2n-1} = I_0 J_{2n-1}(x) \sin \phi_0(t) \cos(2n-1)\varphi_s \quad (4.21b)$$

para $n=1,2,3,\dots$

b) Para harmônicas pares

$$a_{2n} = I_0 J_{2n}(x) \cos \phi_0(t) \cos(2n)\varphi_s \quad (4.22a)$$

$$b_{2n} = I_0 J_{2n}(x) \cos \phi_0(t) \sin(2n)\varphi_s \quad (4.22b)$$

para $n=1,2,3,\dots$

A partir de (4.21a-b), define-se o coeficiente V_{2n-1} :

$$V_{2n-1} = 2I_0 J_{2n-1}(x) \sin \phi_0(t) = \begin{cases} \frac{a_{2n-1}}{\sin(2n-1)\varphi_s}, & |a_{2n-1}| > |b_{2n-1}| \\ \frac{b_{2n-1}}{\cos(2n-1)\varphi_s}, & |a_{2n-1}| < |b_{2n-1}| \end{cases} \quad (4.23a)$$

$$(4.23b)$$

para $n=1,2,\dots$, o qual corresponde justamente ao coeficiente V_m , para m ímpar, definido nas seções anteriores. A relação acima informa que, em princípio, V_{2n-1} pode ser calculado usando tanto (4.23a) quanto (4.23b), indiferentemente. Contudo, a fim de evitar erros numéricos, uma ou outra expressão pode tornar-se a mais adequada. De fato, se $\sin(2n-1)\varphi_s$ em (4.21a-b) for grande, então, $|a_{2n-1}|$ será maior que $|b_{2n-1}|$, para um mesmo valor de $2I_0 J_{2n-1}(x) \sin \phi_0(t)$. Neste caso, tanto o numerador quanto o denominador de (4.23a) são grandes, tornando esta expressão mais adequada para cálculo. Por outro lado, $\cos(2n-1)\varphi_s$ será pequeno, bem como $|b_{2n-1}|$, tornando (4.23b) inadequada.

De forma similar, a partir de (4.22a-b) define-se o coeficiente V_{2n} :

$$V_{2n} = I_0 J_{2n}(x) \cos \phi_0(t) = \begin{cases} \frac{a_{2n}}{\cos 2n\varphi_s}, & |a_{2n}| > |b_{2n}| \\ \frac{b_{2n}}{\sin 2n\varphi_s}, & |a_{2n}| < |b_{2n}| \end{cases} \quad (4.24a)$$

$$(4.24b)$$

para $n=1,2,\dots$. Aplica-se (4.24a) ou (4.24b) optando-se por aquele que possuir valores mais elevados de numerador e denominador.

Em resumo, após calcular a série (4.20) numericamente, com o auxílio de FFT, aplica-se (4.23a) a (4.24b) para obter V_{2n-1} ou V_{2n} , os quais podem ser positivos ou negativos. A partir daí, aplica-se (4.16) para calcular o índice de modulação x , agora corretamente. Contudo, para que os cálculos de (4.23a) a (4.24b) sejam concluídos, a

partir dos valores de a_{2n-1} , b_{2n-1} , a_{2n} e b_{2n} , ainda é necessário determinar o valor da fase φ_s arbitrária, que pode assumir diferentes valores para diferentes amostragens. Isto pode ser realizado numericamente, de acordo com as duas condições:

- a) Se $\sin\phi_0(t)$ for grande (e assim, $\cos\phi_0(t)$ é pequeno), considera-se $n=1$ em (4.21a-b), de onde se conclui que

$$\operatorname{tg}\varphi_s = -\frac{a_1}{b_1} \quad (4.25)$$

No intervalo, $0 \leq \varphi_s \leq 2\pi$, inverte-se (4.25) para obter:

$$\varphi_s = \operatorname{tg}^{-1}\left(-\frac{a_1}{b_1}\right) \quad (4.26)$$

ou

$$\varphi_s = \pi + \operatorname{tg}^{-1}\left(-\frac{a_1}{b_1}\right) \quad (4.27)$$

Entretanto, verifica-se que ambas as soluções, substituídas em (4.23a) a (4.24b), conduzem ao mesmo resultado.

- b) Se $\cos\phi_0(t)$ for grande (e assim, $\sin\phi_0(t)$ é pequeno), considera-se $n=1$ em (4.22a-b), obtendo-se

$$\operatorname{tg} 2\varphi_s = \frac{b_2}{a_2} \quad (4.28)$$

a qual conduz a

$$\varphi_s = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{b_2}{a_2} \right) \quad (4.29)$$

Durante os cálculos, deve-se permanecer atento a fim de verificar se $\sin \phi_0(t)$ ou $\cos \phi_0(t)$ se anulam, ou então, se $J_m(x) = 0$ para $m=1,2,\dots$, em (4.23a) a (4.24b). Nestas situações, o método de $J_1 \dots J_4$ não seria válido. Como teste, sugere-se avaliar se V_1 e V_3 são nulos simultaneamente, o que implica em que $\sin \phi_0(t) = 0$, uma vez que $J_1(x)$ e $J_3(x)$ não podem ser nulos ao mesmo tempo. Neste caso, repete-se a medição sucessivamente, até que se perceba que V_1 e V_3 são não nulos. O mesmo procedimento pode ser aplicado para avaliar se $\cos \phi_0(t) = 0$, monitorando-se V_2 e V_4 .

4.7 - Os Métodos de J_1/J_3 e $J_1 \dots J_6$ Modificados

O uso de um analisador de espectros pode trazer problemas não só à implementação do método de $J_1 \dots J_4$, mas também, ao método de J_1/J_3 . De fato, a utilização de sinais algébricos incorretos para V_1 ou V_3 na equação transcendental (4.13) pode conduzir a erros na determinação de x . Assim, sugere-se aplicar a discussão da seção anterior também ao método J_1/J_3 . Ou seja, realiza-se a FFT do sinal detectado $I(t)$ e calculam-se V_1 e V_3 a partir de (4.23a-b), respectivamente. O valor de φ_s é deduzido de (4.27).

Com este procedimento, pode-se expandir a faixa dinâmica do método J_1/J_3 para além de $x=3,83$ rad (a partir do qual $J_1(x)$ torna-se negativo pela primeira vez).

Apesar de permitir operar com valores elevados de x , o que não ocorre com o método de $J_1...J_4$ [24], o método J_1/J_3 não calcula x de forma direta, exigindo-se um algoritmo específico para solução da equação transcendental (4.13).

Os comentários e procedimentos descritos acima também podem ser aplicados ao método de $J_1...J_6$, corrigindo-se os sinais das componentes $V_1, \dots, V_6$, quando x se torna elevado.

No Capítulo 6, descreve-se a implementação do sensor eletroóptico de tensão, e aplicam-se os métodos aqui discutidos para executar a demodulação de fase óptica. Antes, porém, discute-se no Capítulo 5 os procedimentos de alinhamento metódico entre o feixe óptico e a célula Pockels.

a) Configuração Campo Z – Propagação Y

Refere-se a uma célula Pockels de LiNbO₃, onde o campo elétrico externo é aplicado na direção Z e a propagação de luz ocorre segundo Y . Este dispositivo foi discutido na seção 3.4, para implementar o sensor óptico de tensão.

b) Configuração Campo Y – Propagação Z

Refere-se a uma célula Pockels com campo elétrico e propagação óptica nas direções Y e Z , respectivamente. Este tipo de configuração é utilizado aqui para implementar o IP óptico quanto a linha de $\lambda/4$ discutida na seção 3.3.

O procedimento de alinhamento é executado na fase inicial de montagem dos dispositivos ópticos sobre um *bread board*, antes da aplicação do campo elétrico modulador.



CAPÍTULO 5

PROCESSO DE ALINHAMENTO DA CÉLULA POCKELS

Neste capítulo, trata-se de estabelecer um procedimento para alinhamento das células Pockels discutidas no Capítulo 3, em relação ao feixe óptico, beneficiando-se das figuras de interferência estabelecidas na saída do modulador de intensidades devido ao espalhamento de luz no interior do cristal de $LiNbO_3$. Duas configurações de células Pockels transversais são analisadas, as quais serão denominadas:

a) Configuração Campo Z – Propagação Y

Refere-se a uma célula Pockels de $LiNbO_3$ onde o campo elétrico externo é aplicado na direção Z e a propagação de luz ocorre segundo Y . Este dispositivo foi discutido na seção 3.4, para implementar o sensor óptico de tensão.

b) Configuração Campo Y – Propagação Z

Refere-se a uma célula Pockels com campo elétrico e propagação óptica nas direções Y e Z , respectivamente. Este tipo de configuração é utilizada tanto para implementar o TP óptico quanto a lâmina de $\lambda/4$ discutidas na seção 3.5.

O procedimento de alinhamento é executado na fase inicial de montagem dos dispositivos ópticos sobre um *bread board*, antes da aplicação do campo elétrico modulador.



5.1 - Avaliação do Efeito do Desalinhamento Angular na Configuração Campo Z – Propagação Y

No Capítulo 3, foi deduzida a expressão da transmissão (T) no modulador eletroóptico de amplitude, quando polarizador (P) e analisador (A) estão ajustados perpendicularmente (ver Figura 3.5), ou seja:

$$T = \sin^2 2\gamma \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \quad (5.1)$$

onde γ é o ângulo entre P e o vetor $\vec{D}'$, e, Γ é o retardo eletroóptico.

Considerando-se que o feixe óptico, propagando-se na direção Y, incida perpendicularmente à face de entrada do cristal, ajusta-se P a 45° do eixo X, ou seja, a $\gamma = 45^\circ$ do vetor $\vec{D}'$. Neste caso, a transmissão T será máxima, e dada por (3.42). Contudo, esta situação só é estabelecida se não houver desvio angular entre a direção do feixe óptico e o eixo Y. Na prática, podem ocorrer erros durante a fase de corte e polimento do cristal eletroóptico, fazendo com que existam pequenos desvios angulares entre as direções dos eixos cristalográficos e as arestas do paralelepípedo cristalino.

Nesta seção, avalia-se o efeito do desvio angular sobre a transmissão, para fins de estabelecer um procedimento metódico para o correto alinhamento entre o feixe de laser e o cristal.

Assim, seja δ o novo retardo de fase que surge entre os modos ordinário e extraordinário, que se propagam no cristal quando ocorre desalinhamento entre o vetor $\vec{K}$ e o eixo Y. Segundo Born & Wolf, a transmissão T ainda será calculada segundo (5.1), porém, com Γ substituído por [20]:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_o} (n'' - n') r \quad (5.2)$$

onde n' e n'' são os índices de refração dos modos ordinário ($\vec{D}'$) e extraordinário ($\vec{D}''$), respectivamente, e o raio vetor r é definido como na Figura 5.1. A dedução desta expressão é longa, e encontra-se apresentada no Apêndice C. O efeito da dupla refração na fronteira ar-cristal é desconsiderado.

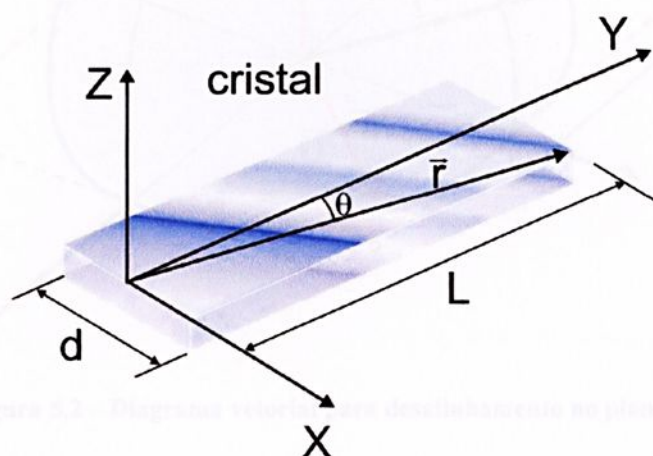


Figura 5.1 – Orientação de eixos do cristal eletroóptico na configuração Campo Z – Propagação Y.

Na sequência, serão consideradas inicialmente duas situações, cujas soluções são simples.

a) Vetor de onda no plano XY.

O elipsóide de índice de refração e diagrama vetorial correspondente a esta situação, encontram-se desenhados na Figura 5.2. Observa-se que o modo ordinário $\vec{D}'$ não pode exibir componente na direção Z.

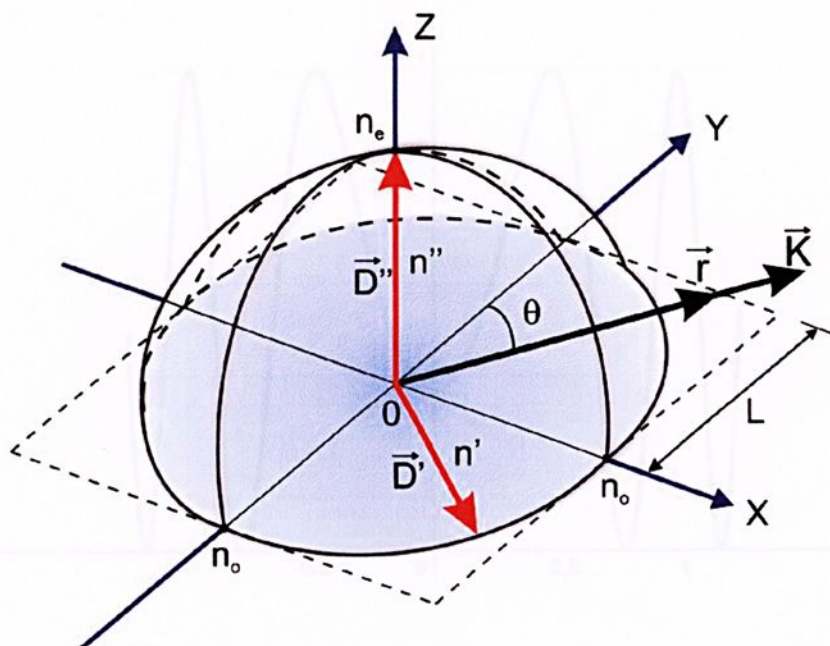


Figura 5.2 – Diagrama vetorial para desalinhamento no plano XY.

Por inspeção da figura: $n' = n_o$, $n'' = n_e$ e $r \cos \theta = L$ onde L é o comprimento do cristal. Consequentemente, com o auxílio de (5.1) e (5.2), deduz-se que a transmissão será

$$T = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda_o} (n_e - n_o) \frac{L}{\cos \theta} \right] \right\} \times \sin^2 2\gamma \quad (5.3)$$

Por simplicidade, considera-se que $\gamma = 45^\circ$, conforme será discutido adiante. Considerando-se ainda $n_e = 2,2$, $n_o = 2,286$, $\lambda_o = 0,6328 \mu\text{m}$ e $L = 50 \text{ mm}$ (parâmetros da célula Pockels nesta tese), apresenta-se na Figura 5.3 o gráfico de transmissão T para pequenos valores de θ .

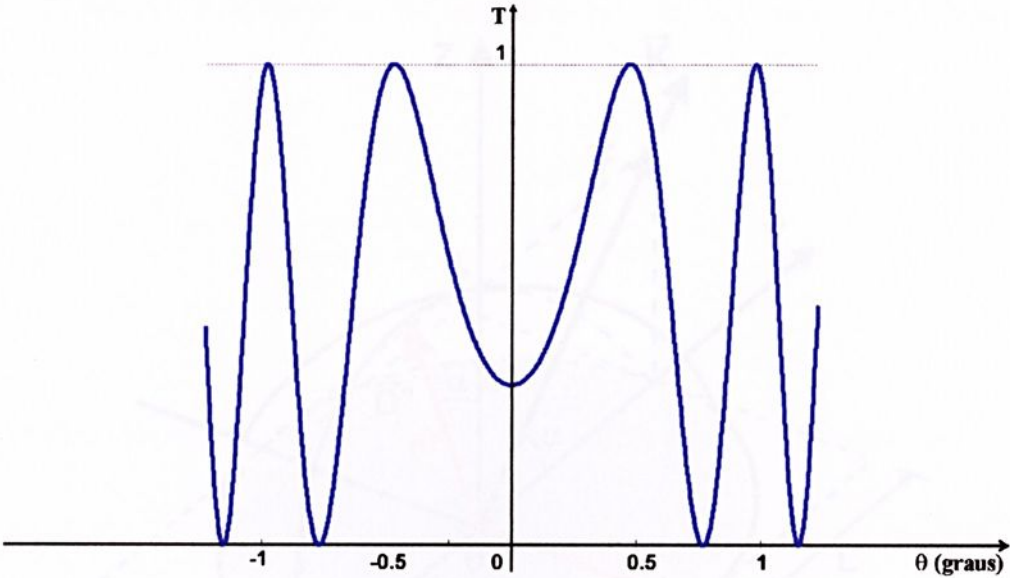


Figura 5.3 – Curva de transmissão para desalinhamento no plano XY.

A célula estará alinhada quando $\theta = 0^\circ$. Observa-se que se houver um desvio angular de apenas $0,5^\circ$, ocorrerá um grande erro na transmissão.

b) Vetor de onda no plano YZ.

O elipsóide de índice de refração e diagrama vetorial correspondentes a esta situação encontram-se desenhados na Figura 5.4, onde o desvio angular será denotado por α . Novamente, $\vec{D}'$ não tem componente ao longo do eixo Z.

Aplicando-se, novamente, (5.1) e (5.2), bem como (5.4) para $\gamma = 45^\circ$, obtém-se

$$T = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[n_o - \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_e^2 \sin^2 \alpha + n_o^2 \cos^2 \alpha}} \right] \frac{L}{\cos \alpha} \right\} \tag{5.5}$$

cujo gráfico está desenhado na Figura 5.5, para pequenos desvios angulares α .

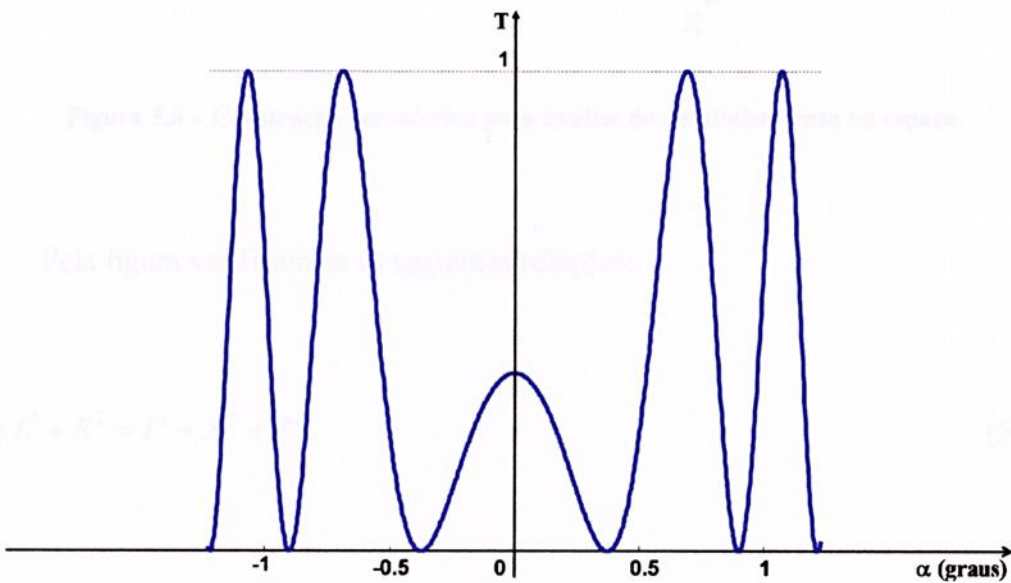


Figura 5.5 – Curva de transmissão para desalinhamento no plano YZ.

As Figuras 5.4 e 5.5 evidenciam que o efeito do desalinhamento da célula Pockels é crítico, mesmo quando θ ou α são muito pequenos.

Considera-se a seguir, o caso geral, onde o feixe óptico propaga-se na direção de $\vec{K}$ desalinhado angularmente com o eixo Y, conforme esquematizado na Figura 5.6. O plano de saída do cristal é varrido pelo raio vetor $R = (X, Y, Z)$.

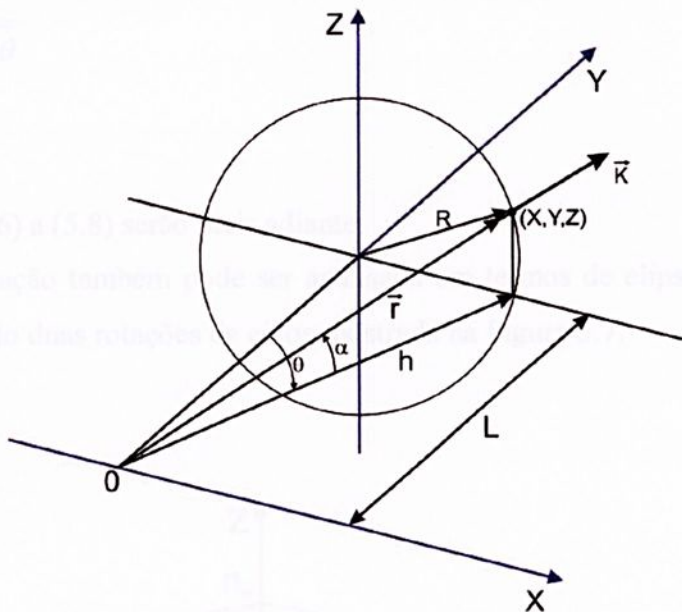


Figura 5.6 – Construção geométrica para análise do desalinhamento no espaço.

Pela figura verificam-se as seguintes relações:

$$r^2 = L^2 + R^2 = L^2 + X^2 + Z^2 \tag{5.6}$$

e

$$\text{tg}\theta = \frac{X}{L} \tag{5.7}$$

Como $\text{tg}\alpha = Z/h$ e $h^2 = X^2 + L^2$, então

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Z}{L \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}} \tag{5.8}$$

As equações (5.6) a (5.8) serão úteis adiante.

Esta situação também pode ser analisada em termos de elipsóide de índices de refração, segundo duas rotações de eixos mostrada na Figura 5.7.

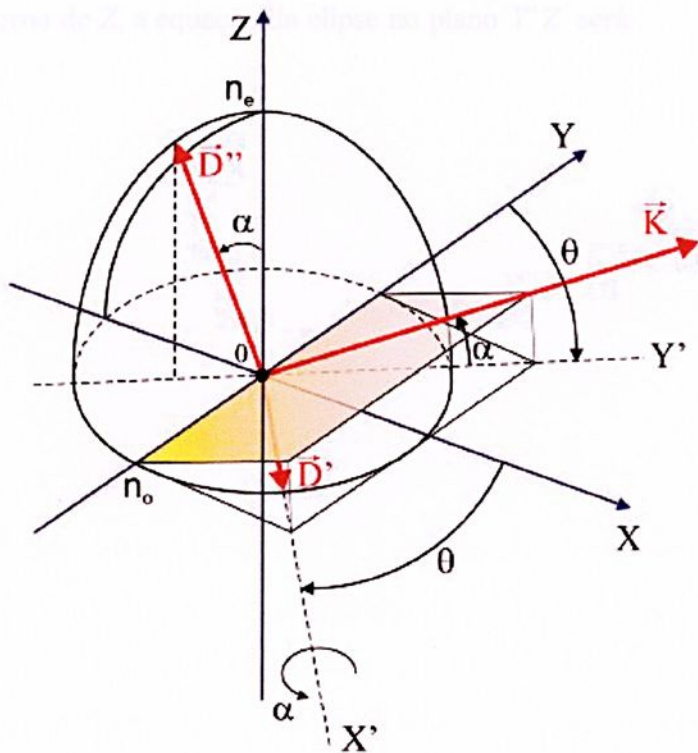


Figura 5.7 – Diagrama de vetores para desalinhamento no espaço.

Considera-se, inicialmente, que $\vec{K}$ está alinhado com o eixo Y , quando os vetores $\vec{D}'$ e $\vec{D}''$ serão paralelos a X e Z , respectivamente. A seguir, roda-se o eixo associado a $\vec{K}$ por um ângulo θ sobre plano XY , obtendo-se os novos eixos X' e Y' (isto equivalente a uma rotação θ em torno de Z). O vetor $\vec{D}''$ ainda permanece

paralelo a Z , enquanto o vetor $\vec{D}'$ está sobre o plano XY , deslocado θ graus do eixo X . Finalmente, realiza-se uma outra rotação, de α graus em torno do eixo X' , quando o vetor $\vec{K}$ assume a posição mostrada na Figura 5.7. Este procedimento foi estabelecido baseando-se no fato que $\vec{D}'$ não pode exibir componente ao longo do eixo óptico, como foi discutido no Capítulo 2 (ou seja, o vetor $\vec{D}'$ sempre deve estar contido no plano XY); além disso, os vetores $\vec{D}'$, $\vec{D}''$ e $\vec{K}$ devem ser ortogonais entre si.

Pela Figura 5.7, $\vec{D}'$ está sobre a circunferência de raio n_o e, portanto, $n' = n_o$. Por outro lado, n'' dependerá do ângulo α . Como em meios uniaxiais o elipsóide é de revolução, em torno de Z , a equação da elipse no plano $Y'Z$ será

$$\frac{Y'^2}{n_o^2} + \frac{Z^2}{n_e^2} = 1 \quad (5.9)$$

onde

$$Y' = -n'' \sin \alpha \quad (5.10)$$

$$Z = n'' \cos \alpha \quad (5.11)$$

Substituindo-se (5.10) e (5.11) em (5.9), obtém-se n'' , o qual, novamente, obedece à equação (5.4). Os valores de $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ podem ser calculados com o auxílio de (5.7) e (5.8).

Por fim é necessário determinar o valor verdadeiro do ângulo γ entre o polarizador P e $\vec{D}'$, a fim de calcular a transmissão segundo (5.1). Para pontos sobre a

onde α pode ser calculado para pontos (X,Z) através das relações (5.7) e (5.8).

A expressão (5.12) pode ser interpretada como a distribuição de intensidades ópticas na face de saída do cristal, se o feixe óptico incidir sobre o mesmo segundo um formato cônico divergente. Isto poderia ser obtido na prática com o auxílio de lentes para formatar o feixe de laser na entrada do cristal.

Usando Matlab, procedeu-se ao cálculo de (5.12) para obter a projeção do padrão de intensidades ópticas sobre o plano XZ , o que resulta na Figura 5.9. Considerou-se nos cálculos que o material é o $LiNbO_3$, que $\lambda_0 = 0,6328 \mu m$, que $L = 50 mm$ e que as dimensões transversais do cristal são de 5 mm e 1 mm, nas direções X e Z , respectivamente (estes são os parâmetros estruturais da célula Pockels que foi implementada e que será detalhada na próxima seção).

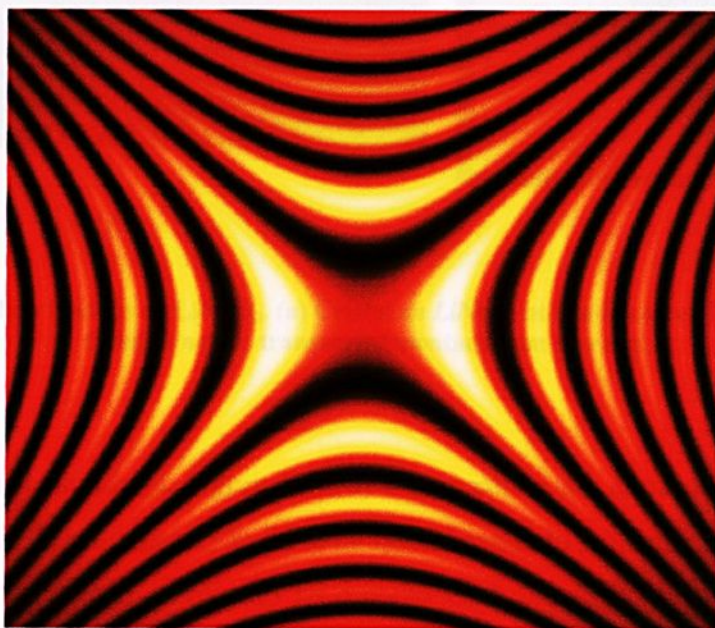


Figura 5.9 – Padrão de franjas de interferência calculado para incidência cônica divergente.

Observa-se que as Figura 5.3 e Figura 5.5 são casos particulares da Figura 5.9.

5.2 - Procedimento de Alinhamento da Célula Pockels na Configuração Campo Z – Propagação Y

No arranjo de célula Pockels proposto nesta tese, utiliza-se um modulador eletroóptico de fase à base de LiNbO_3 . A célula eletroóptica deste trabalho emprega o cristal mostrado na Figura 5.10(a), que possui as dimensões $5 \times 50 \times 1 \text{ mm}^3$, nas direções X , Y e Z , respectivamente.

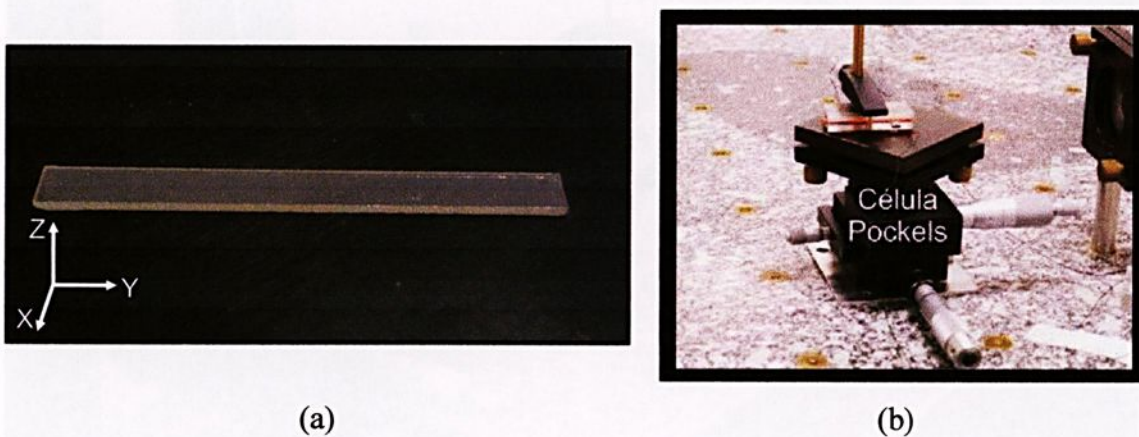


Figura 5.10 - Célula Pockels de LiNbO_3 . (a) Cristal de LiNbO_3 utilizado como elemento sensor. (b) Célula Pockels transversal montada com o cristal.

A célula mostrada na Figura 5.10(b) é uma célula em configuração transversal, na qual a direção de propagação do feixe de laser é segundo a direção cristalográfica Y e o campo elétrico externo é aplicado na direção Z . A célula Pockels foi devidamente fixada para proporcionar seu correto alinhamento. Deve-se ter a precaução de não pressionar excessivamente o *holder*, pois isto pode induzir deformações mecânicas internas no material onde, via efeito elasto-óptico, pode causar uma variação adicional no índice de refração do cristal [10].

O sensor óptico de tensão consiste essencialmente do sistema modulador de intensidade óptica mostrado na Figura 3.8.

Na prática o alinhamento do arranjo não é uma tarefa trivial, uma vez que o grau de paralelismo do feixe óptico com o eixo Y demanda ajustes extremamente delicados.

Todo o arranjo deve estar bem fixado numa mesa óptica para que não ocorram vibrações indesejáveis no sistema. Na Figura 5.11 apresenta-se uma fotografia da montagem experimental no laboratório. Estágios de translação e rotação micrométricos são utilizados para garantir um bom alinhamento.



Figura 5.11 – Fotografia da montagem experimental no laboratório.

O primeiro passo na tarefa de alinhamento consiste em cruzar os polarizadores P e A. Sem inserir a célula Pockels no sistema, ajusta-se o polarizador a 45° do plano horizontal estabelecido pela mesa óptica. Em seguida, monitorando-se o sinal de saída com um fotodiodo, posiciona-se o analisador de tal forma que se anule o máximo possível o feixe de laser na saída do sistema. Isso garante que os polarizadores estão cruzados a 90° entre si. Quando a célula Pockels é inserida entre o polarizador e o analisador, conforme mostra a Figura 5.11, a birrefringência natural do $LiNbO_3$ fará com que a intensidade de saída seja novamente não-nula.

Curiosamente, quando se apaga completamente a iluminação do laboratório, observa-se que a célula Pockels fica iluminada, evidenciando um intenso espalhamento de luz no interior do cristal. Com isso, o feixe de saída (após o analisador) é composto

pelo feixe de laser propriamente dito, e por luz espalhada ao redor de seu eixo longitudinal. Projetando-se essa luz de saída sobre um anteparo, obtém-se a imagem mostrada na Figura 5.12.

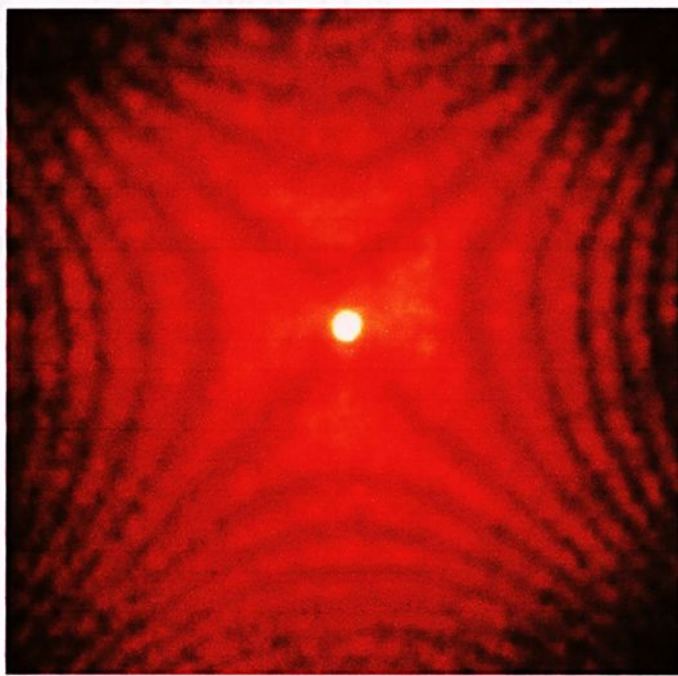


Figura 5.12 – Padrão de interferência experimental devido ao espalhamento da luz no cristal.

Esta figura de interferência corresponde exatamente àquela deduzida na seção anterior, Figura 5.9. O espalhamento faz com que uma parcela da luz se propague pelo cristal em direções diferentes do feixe principal, equivalente a uma emissão secundária de luz, segundo uma abertura angular na forma de cone divergente.

Com isso, pode-se aproveitar um defeito de qualidade do cristal – o espalhamento – para auxiliar no alinhamento do laser com o eixo Y do $LiNbO_3$. Para isto, basta ajustar o feixe principal do laser para que incida no centro da figura de interferência (condição $\theta = \alpha = 0^\circ$) mostrada na Figura 5.9. No julgamento do autor desta dissertação, o registro deste procedimento não é encontrado na literatura (ou pelo menos não é divulgado) para esta configuração de célula Pockels, e constitui uma contribuição.

5.3 - Avaliação do Efeito de Desalinhamento Angular na Configuração Campo Y – Propagação Z

Considera-se aqui a configuração na qual o feixe óptico propaga-se na direção do eixo óptico (Z) no cristal de $LiNbO_3$. Admite-se, entretanto, que ocorra um pequeno desvio angular, θ , entre $\vec{K}$ e Z.

Inicialmente, entretanto, analisa-se o caso onde o desalinhamento angular acontece no plano XZ, como esquematizado na Figura 5.13. A dupla refração na interface ar-cristal pode ser desprezada para valores de θ reduzidos. O comprimento do cristal é L.

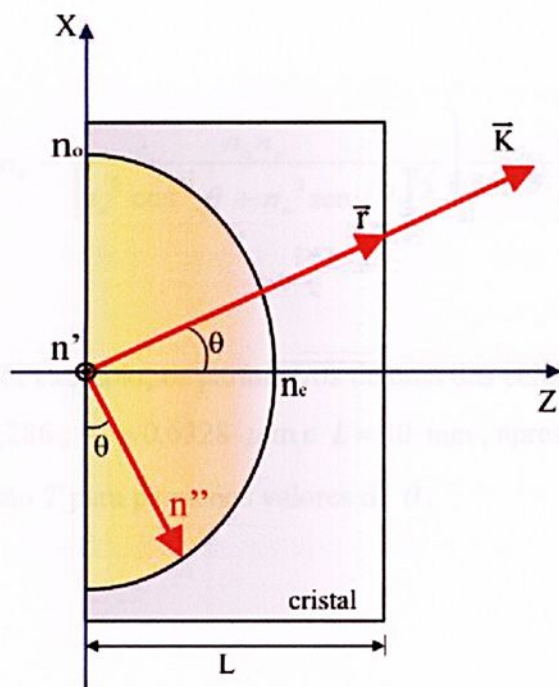


Figura 5.13 – Seção reta do elipsóide de índices de refração no plano XZ do cristal.

Como a seção transversal do elipsóide de índices no plano $Z=0$ é sempre uma circunferência, conclui-se que para qualquer valor de θ (no plano $Y=0$), o índice de

refração do raio ordinário é sempre $n' = n_o$. O índice de refração do raio extraordinário vale n'' e varia com θ , de acordo com a equação:

$$n'' = \frac{n_o n_e}{[n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta]^{1/2}} \quad (5.13)$$

cujas dedução é similar à que foi aplicada para obter (5.4).

Conforme será mostrado adiante, para esta configuração tem-se $\gamma = 45^\circ$ no plano XZ, e assim, aplicando-se (5.1) e (5.2) novamente (para $\Gamma = \delta$), pode-se obter a transmissão T . Além disso, considerando-se $n' = n_o$ e n'' dada em (5.13), resulta

$$T(\theta) = \sin^2 \left[\frac{\pi}{\lambda_o} \left(n_o - \frac{n_o n_e}{[n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta]^{1/2}} \right) \frac{L}{\cos \theta} \right] \quad (5.14)$$

Supondo-se, por exemplo, os parâmetros de uma das células Pockels usada nesta tese: $n_e = 2,2$, $n_o = 2,286$, $\lambda_o = 0,6328 \mu\text{m}$ e $L = 30 \text{ mm}$, apresenta-se na Figura 5.14, o gráfico de transmissão T para pequenos valores de θ .

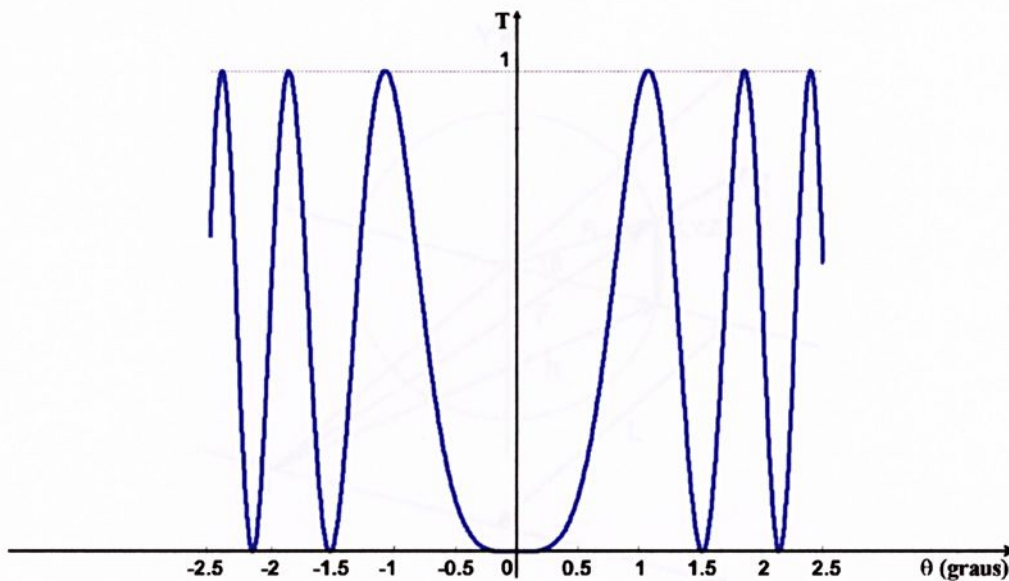
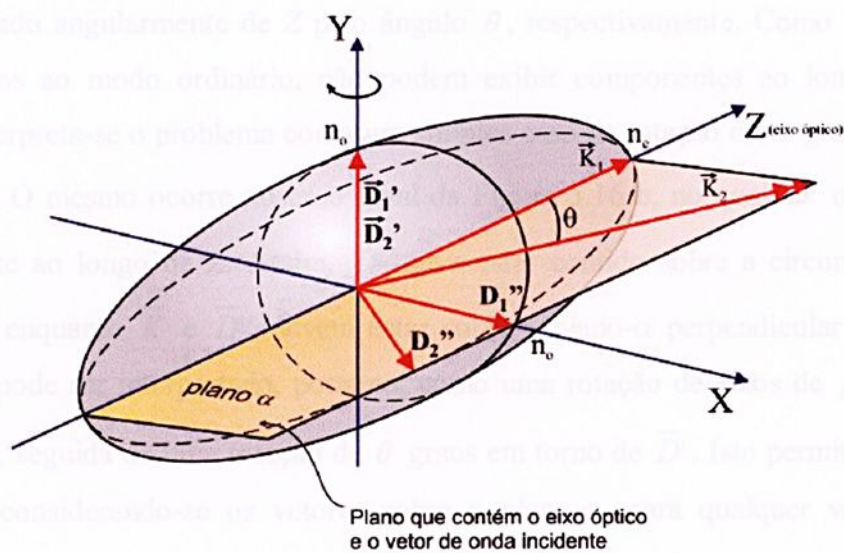


Figura 5.14 – Curva de transmissão para desalinhamento no plano XZ.

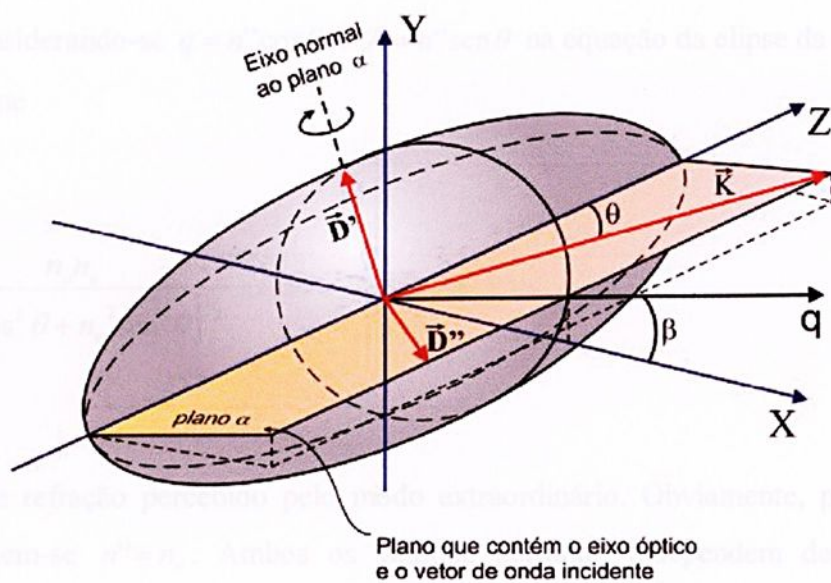
Figura 5.15 – Construção geométrica para análise de desalinhamento no espaço.

Como nesta configuração não existe birrefringência natural, a transmissão é nula para $\theta = 0$. Por outro lado, se houver um ângulo de desalinhamento θ , mesmo pequeno, a transmissão pode variar sensivelmente. Num tal caso, quando o campo elétrico for aplicado, resultará num comportamento imprevisível da curva de transmissão e, portanto, na degradação da eficiência da modulação eletroóptica.

A seguir, realiza-se um procedimento similar ao aplicado na seção 5.1, considerando-se a propagação do feixe óptico na direção de $\vec{K}$ desalinhado angularmente pelo ângulo θ , conforme esquematizado na Figura 5.15. O raio vetor $R = (X, Y, Z)$ varre o plano de saída do cristal (que agora é XY).



(a)



(b)

Figura 5.16 – Diagrama vetorial para análise do desalinhamento. (a) Para $\vec{K}$ sobre o plano XZ .
(b) Para $\vec{K}$ no espaço.

A análise pode ser desenvolvida com o auxílio da construção geométrica da Figura 5.16, em termos de elipsóide de índices de refração. Em (a), tem-se os casos de propagação segundo as direções $\vec{K}_1$ e $\vec{K}_2$ sobre o plano XZ , os quais estão paralelos a Z

e desalinhado angularmente de Z pelo ângulo θ , respectivamente. Como $\vec{D}_1'$ e $\vec{D}_2'$, relacionados ao modo ordinário, não podem exibir componentes ao longo do eixo óptico, interpreta-se o problema como um simples caso de rotação de θ graus em torno do eixo Y . O mesmo ocorre no caso geral da Figura 5.16 b, no qual $\vec{D}'$ não pode ter componente ao longo de Z . Assim, $\vec{D}'$ deve estar contido sobre a circunferência no plano XY , enquanto $\vec{K}$ e $\vec{D}''$ devem estar sobre o plano- α perpendicular a $\vec{D}'$. Este problema pode ser interpretado, portanto, como uma rotação de eixos de β graus em torno de Z , seguida de uma rotação de θ graus em torno de $\vec{D}'$. Isto permite analisar o problema considerando-se os vetores sobre o plano- α , para qualquer valor de β , conforme esquematizado na Figura 5.17. O eixo auxiliar q , corresponde ao eixo X rodado de β graus em torno de Z .

Considerando-se $q = n'' \cos \theta$ e $Z = n'' \sin \theta$ na equação da elipse da Figura 5.17, obtém-se que

$$n'' = \frac{n_o n_e}{[n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta]^{1/2}} \quad (5.18)$$

o índice de refração percebido pelo modo extraordinário. Obviamente, para o modo ordinário tem-se $n'' = n_o$. Ambos os valores, portanto, independem de β , o que implicará em que o padrão de interferência nesta configuração tenha simetria cilíndrica em torno de eixo Z .



Figura 5.18 – Construção geométrica para obter o ângulo θ .

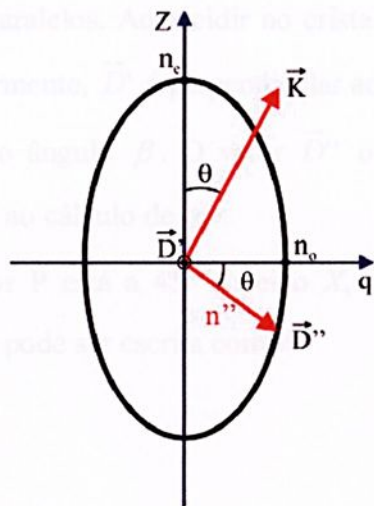


Figura 5.17 – Seção reta do elipsóide de índices de refração sobre o plano- α .

Neste estágio da análise, com a aplicação de (5.2), pode-se calcular o fator $\text{sen}^2 \delta/2$ usado para obter a transmissão (5.1). Contudo, ainda é necessário determinar o ângulo γ entre o polarizador P e o vetor $\vec{D}'$, ou seja, o fator $\text{sen}^2 2\gamma$. Para isto, considere-se a construção geométrica da Figura 5.18, na qual $\vec{E}$ corresponde ao campo elétrico selecionado pelo polarizador P, imediatamente antes do raio óptico incidir no cristal.

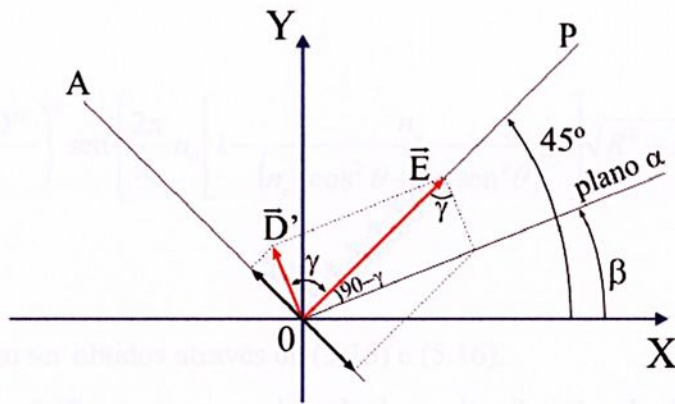


Figura 5.18 – Construção geométrica para obter o ângulo γ .

No ar, $\vec{D}$ e $\vec{E}$ são paralelos. Ao incidir no cristal $\vec{D}$ (ou $\vec{E}$) se acopla a $\vec{D}'$ e $\vec{D}''$. Conforme visto anteriormente, $\vec{D}'$ é perpendicular ao plano- α , que por sua vez está deslocado angularmente pelo ângulo β . O vetor $\vec{D}''$ ocupa alguma posição sobre o plano- α , e não é de interesse ao cálculo de γ .

Quando o polarizador P está a 45° do eixo X, observa-se que $\gamma = \beta + 45^\circ$ e, portanto, a transmissão (5.1) pode ser escrita como

$$T = \cos^2 2\beta \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad (5.19)$$

O ângulo β pode ser obtido a partir da Figura 5.15, e é tal que

$$\cos 2\beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta = \frac{X^2}{R^2} - \frac{Y^2}{R^2} \quad (5.20)$$

Figura 5.15 – Padrão de franjas de interferência calculado para incidência sobre o cristal.

Portanto, considerando-se (5.2), (5.17), (5.19) e (5.20), obtém-se a expressão da transmissão em cada ponto (X,Y) na saída do cristal:

$$T(X,Y) = \left(\frac{X^2 - Y^2}{R^2} \right)^2 \sin \left\{ \frac{2\pi}{\lambda_o} n_o \left[1 - \frac{n_e}{(n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} \right] \sqrt{R^2 + L^2} \right\} \quad (5.21)$$

onde R e θ podem ser obtidos através de (5.15) e (5.16).

Na Figura 5.19 encontra-se desenhada a distribuição de intensidade óptica (5.21), para o caso de um cristal de $LiNbO_3$, $\lambda_o = 0,6328 \mu m$ e $L = 30 mm$. O primeiro fator em (5.21), que também corresponde a (5.20), conduz à cruz negra com inclinação

de 45° . O segundo fator, conduz à família de círculos concêntricos associados a franjas claras e escuras.

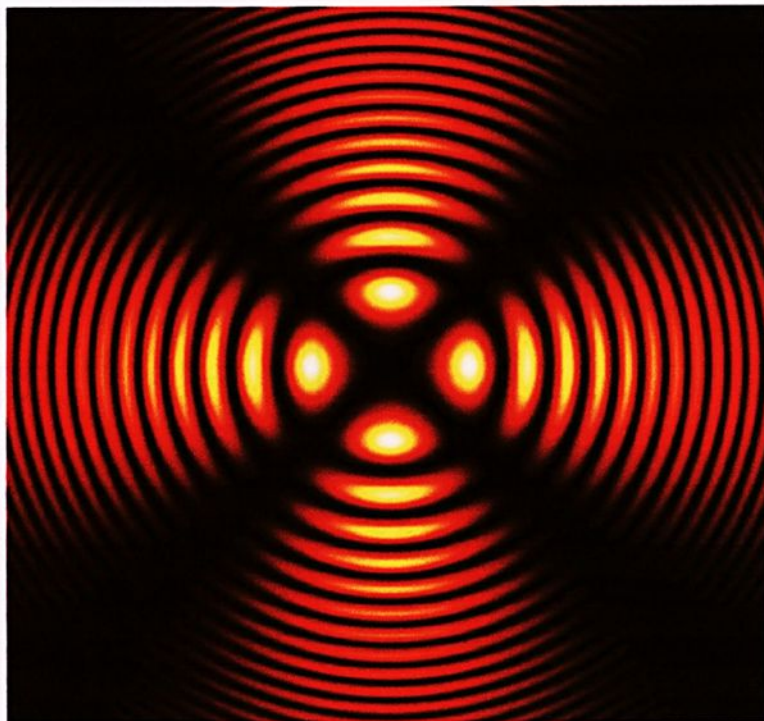


Figura 5.19 – Padrão de franjas de interferência calculado para incidência cônica divergente.

Como n' e n'' independem do ângulo β , os círculos concêntricos na Figura 5.19 correspondem ao perfil mostrado na Figura 5.14 rodado em torno do eixo Z.

5.4 - Procedimento de Alinhamento na Configuração Campo Y – Propagação Z

No esquema mostrado na Figura 3.11, apresentam-se duas células Pockels na configuração discutida na seção anterior: a célula sensora de alta tensão e uma pequena

célula usada como lâmina de $\lambda/4$. Na Figura 5.20 ilustram-se vistas em corte da célula Pockels empregada para detectar tensões elevadas

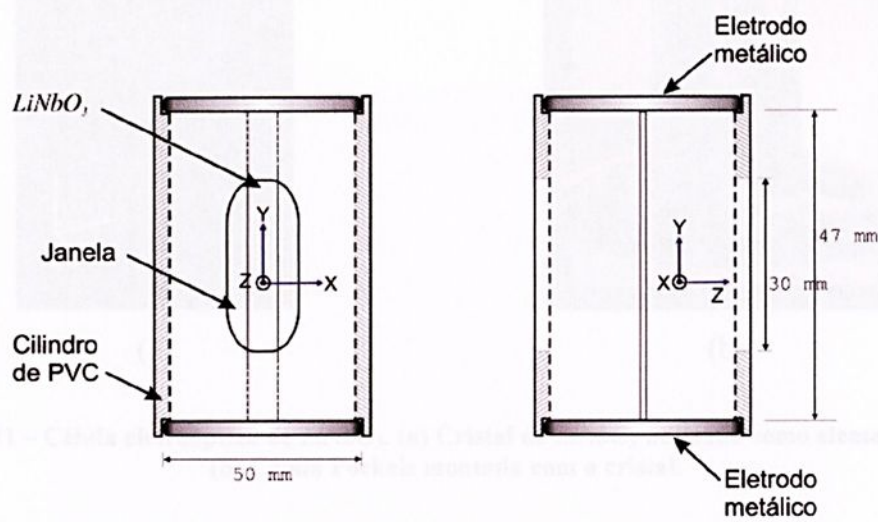


Figura 5.20 – Célula Pockels usada no TP óptico.

Na Figura 5.21, apresentam-se fotos da disposição do cristal de $LiNbO_3$, com dimensões $5mm \times 47mm \times 1mm$ nas direções X , Y e Z , respectivamente, bem como, da célula Pockels implementada.



Figura 5.21 – Célula Pockels usada como lâmina de $\lambda/4$.

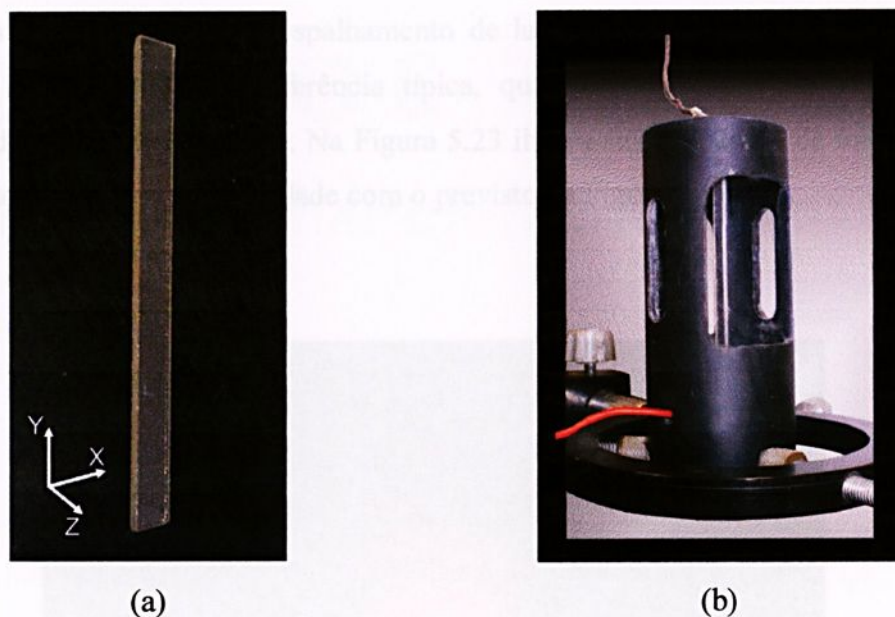


Figura 5.21 – Célula eletroóptica de $LiNbO_3$. (a) Cristal de $LiNbO_3$ utilizado como elemento sensor. (b) Célula Pockels montada com o cristal.

Na Figura 5.22, ilustra-se a célula Pockels que usa um cristal com dimensões $2,5\text{mm} \times 1,5\text{mm} \times 30\text{mm}$ nas direções X , Y e Z , respectivamente, e que foi usada para atuar com lâmina de $\lambda/4$. Aplicando-se um valor de tensão igual a $V_\pi/2$, proporciona-se um desvio de fase adicional de $\pi/2$ rad ao retardo eletroóptico ao modulador, tornando desnecessário o uso de *bias* DC.

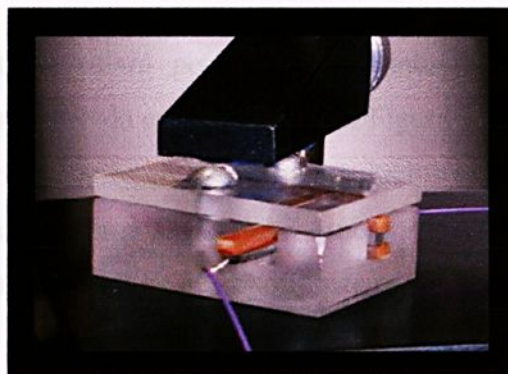


Figura 5.22 – Célula Pockels usada como lâmina de $\lambda/4$.

Novamente, devido ao espalhamento de luz no interior do cristal de LiNbO_3 , obtém-se uma figura de interferência típica, quando projetada sobre um anteparo posicionado na saída do sistema. Na Figura 5.23 ilustra-se este padrão de interferência, o qual encontra-se em conformidade com o previsto na Figura 5.19.

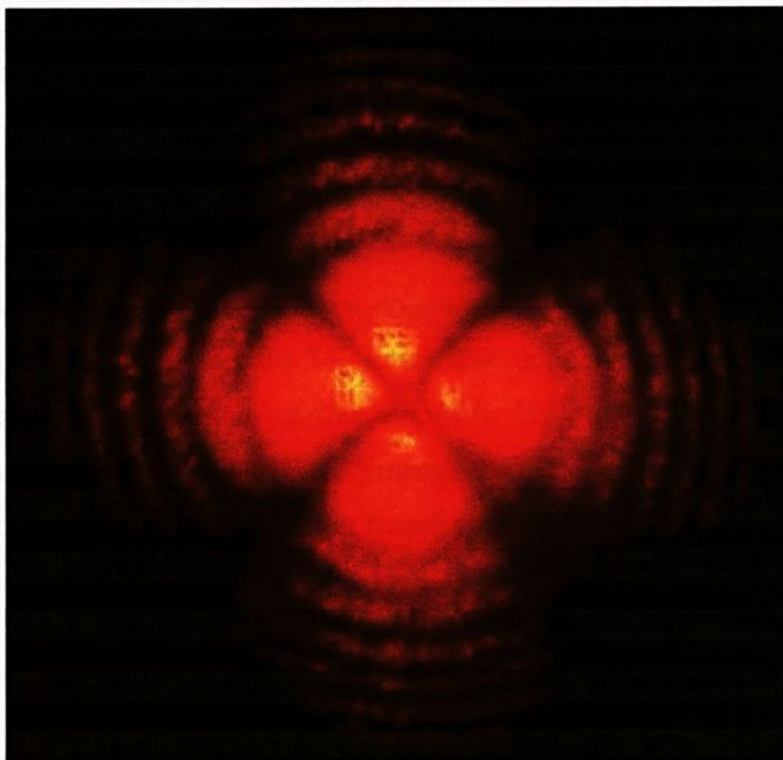


Figura 5.23 – Padrão de interferência obtido na saída do sistema devido à luz espalhada.

Portanto, o sistema estará perfeitamente alinhado quando o feixe de laser principal incidir sobre o centro da cruz mostrada na Figura 5.23.

No próximo capítulo apresentam-se os resultados experimentais obtidos com o sensor óptico de tensão e com o TP óptico. Ambos os sistemas são cuidadosamente alinhados segundo os procedimentos descritos neste capítulo.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo é dedicado à descrição e discussão dos resultados experimentais. As duas configurações descritas no Capítulo 3 são implementadas no laboratório e avaliadas quanto à linearidade e faixa dinâmica. Na primeira configuração, com o campo elétrico aplicado na direção Z e propagação óptica na direção Y , montou-se um sensor óptico para medir baixas tensões senoidais. Com a segunda configuração, com campo elétrico aplicado na direção Y e propagação óptica na direção Z , procedeu-se a testes preliminares a fim de montar um transformador de potencial óptico (TP óptico) capaz de operar com tensões de algumas dezenas de kV.

6.1 - Arranjo Experimental do Sensor Óptico de Tensão

Foi montado o protótipo de um sensor óptico de tensão usando um cristal de Niobato de Lítio ($LiNbO_3$) na configuração transversal Campo Z – Propagação Y , como descrito no Capítulo 3. Na Figura 6.1 apresenta-se o diagrama do sistema global.

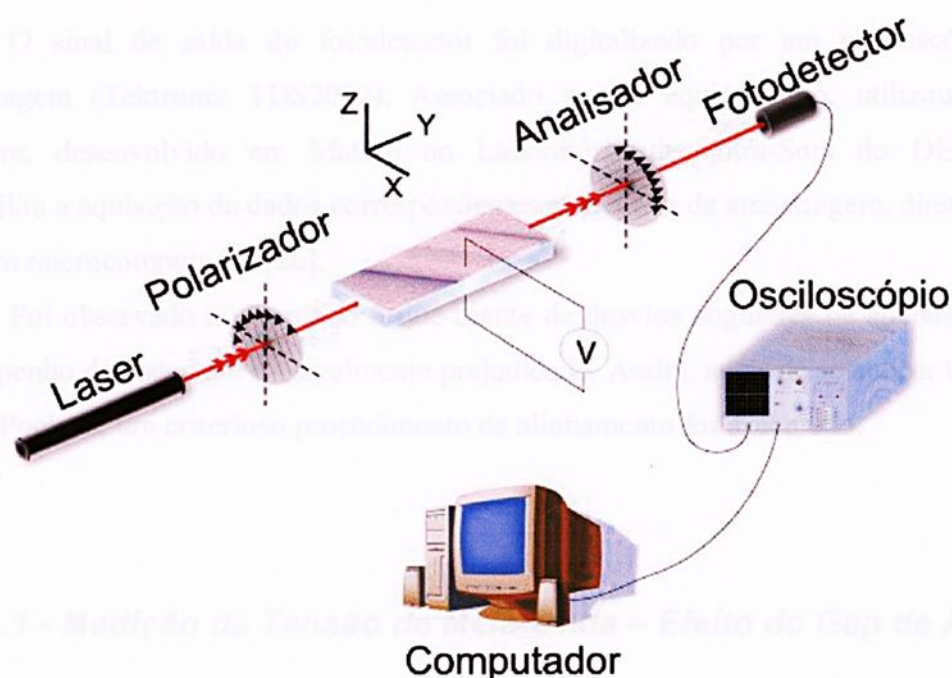


Figura 6.1 – Esquemático da montagem experimental do sensor óptico de tensão.

Foi usado um Laser de Hélio Neônio (*He-Ne*) operando em $\lambda_0=632,8$ nm da Oriel Corporation, modelo 79290, com potência nominal de 4 mW. Os polarizadores são de plástico polaróide e o fotodetector de Lei quadrática é um fotodiodo de silício do tipo PIN, modelo BPX 65 da Siemens.

Conforme se observa na Figura 6.1, dispensou-se o uso da lâmina de $\lambda/4$ (discutida no Capítulo 3), uma vez que as técnicas de demodulação de J_1/J_3 , $J_1...J_4$ ou $J_1...J_6$ não restringem o sistema à operação sob condição de quadratura de fase. Além disso, a lâmina de $\lambda/4$ introduziria um termo adicional de birrefringência natural no trajeto do laser, tornando o sistema ainda mais instável com a temperatura.

Com polarizador e analisador a 90° entre si, o feixe de laser incide paralelo à direção cristalográfica *Y* do cristal, com polarização linear a 45° do eixo *X*, para acoplar com iguais amplitudes os dois modos de propagação, ordinário e extraordinário. Variações nos índices de refração são provocadas pelo campo elétrico aplicado na direção *Z*. O efeito eletroóptico atua essencialmente modulando a fase da luz transmitida. O arranjo proposto converte a modulação de fase em modulação de amplitude, a qual é detectada através do fotodiodo PIN.

O sinal de saída do fotodetector foi digitalizado por um osciloscópio de amostragem (Tektronix TDS2022). Associado a este equipamento, utilizou-se um software, desenvolvido em Matlab no Laboratório de Ultra-Som do DEE, que possibilita a aquisição de dados correspondentes a uma tela de amostragem, diretamente para um microcomputador [26].

Foi observado no Capítulo 5 que diante de desvios angulares de apenas $0,5^\circ$, o desempenho do sistema é sensivelmente prejudicado. Assim, antes de se aplicar tensão à célula Pockels, um criterioso procedimento de alinhamento foi executado.

6.1.1 - Medição da Tensão de Meia-Onda – Efeito do Gap de Ar

Conforme já foi apresentado, o cristal de $LiNbO_3$ na configuração Campo Z – Propagação Y tem dimensões $5\text{mm} \times 50\text{mm} \times 1\text{mm}$ nas direções cristalográficas X , Y e Z , respectivamente. Assim, utilizando-se $d = 1\text{ mm}$ e $L = 50\text{ mm}$ em (3.30), bem como com os valores de $n_e = 2,2$, $n_o = 2,286$, $r_{13} = 9,6 \times 10^{-12}\text{ m/V}$ e $r_{33} = 30,9 \times 10^{-12}\text{ m/V}$ para o caso de $LiNbO_3$ operando em $\lambda_o = 0,6328\text{ }\mu\text{m}$, obtém-se que a tensão de meia-onda V_π deve ser igual a 59 V .

Uma forma clássica de medir a tensão de meia-onda da célula Pockels, V_π , consiste em levantar o gráfico da função de transferência (T versus V) operando-se com tensão contínua. Assim, varia-se V desde 0 volt até um valor alto o suficiente para que se atinjam os máximos e mínimos mostrados na Figura 4.1. A distância entre um mínimo e um máximo corresponde à tensão V_π . Entretanto, este procedimento torna difícil isolar os efeitos da iluminação ambiente ou do desvanecimento sobre o sinal DC, que causam falsas interpretações da tensão detectada.

Por isso, foi utilizado um método alternativo para determinar experimentalmente o valor de V_π , baseado no arranjo modulador de amplitude da intensidade da luz mostrado na Figura 6.2.

Superposto a um *bias* DC (variável entre 0 e 200 V) utilizou-se um sinal triangular com 60 Hz e amplitude fixa (gerador de sinais Degem, modelo 14181). A

amplitude da tensão triangular é baixa o suficiente para se operar no regime de pequenos sinais (baixo índice de modulação de fase). Com isso, o efeito de iluminação ambiente pode ser isolado (usando-se acoplamento AC), o efeito do desvanecimento pode ser avaliado e a resposta em frequência do sistema (incluindo-se o fotodiodo) pode ser rapidamente testada (por inspeção da forma de onda detectada, a qual não deve apresentar distorções).

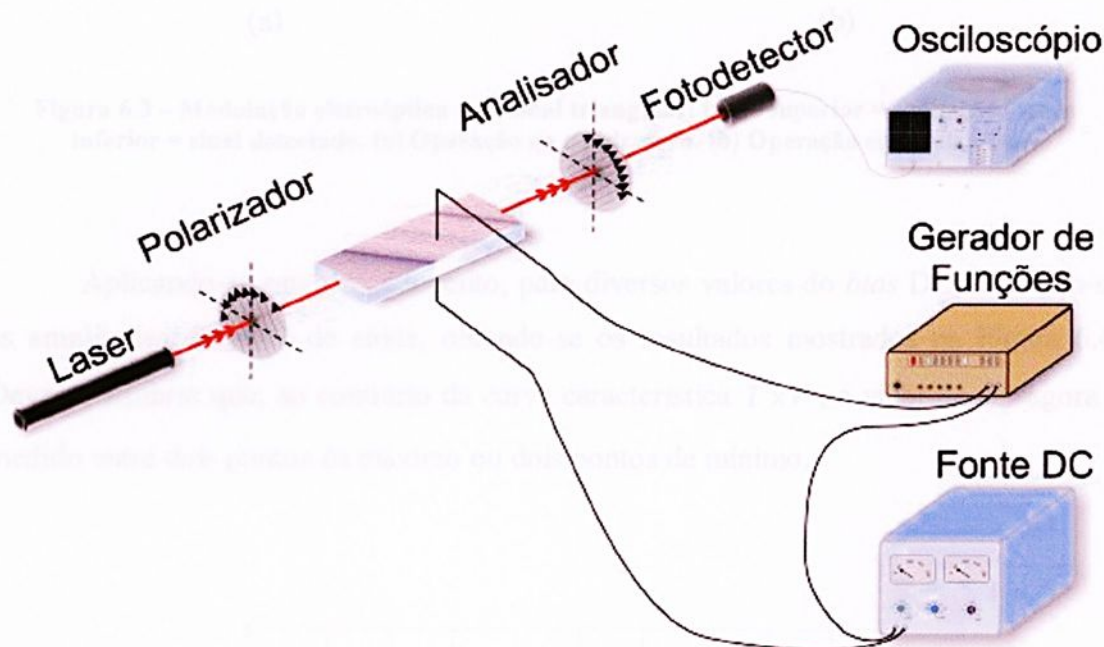


Figura 6.2 - Esquema da instrumentação utilizada para medir o V_{π} .

Variando-se a tensão do *bias* DC, percebe-se que a forma de onda de saída é máxima na condição de quadratura de fase, como mostra a Figura 6.3(a), enquanto que praticamente se anula no ponto de máximo da curva de transmissão, como mostra a Figura 6.3(b). A cada ajuste do *bias* DC, aguarda-se que o sinal detectado passe por um máximo para realizar a medição para eliminar o efeito do desvanecimento.

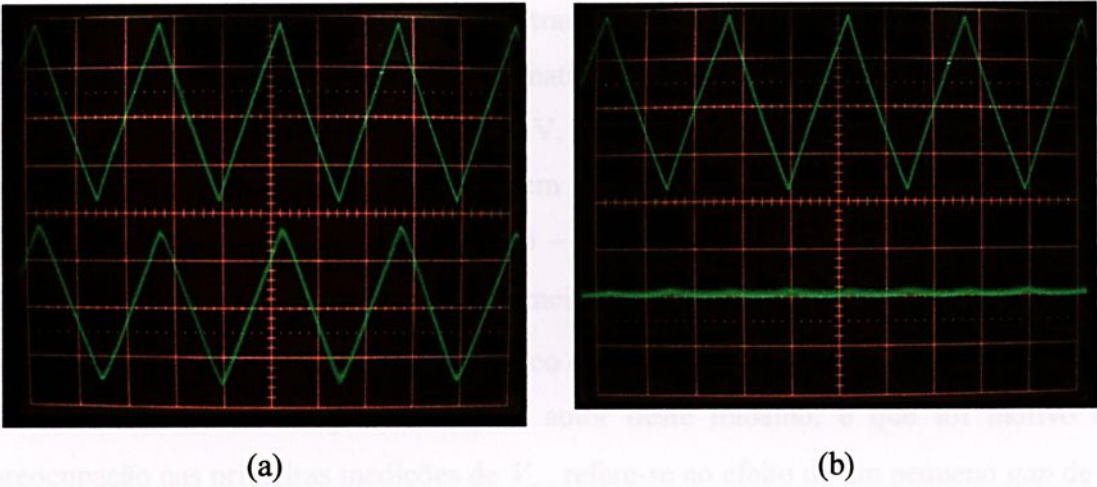


Figura 6.3 – Modulação eletroóptica com sinal triangular: traço superior = excitação, traço inferior = sinal detectado. (a) Operação na quadratura. (b) Operação em contra-fase.

Aplicando-se este procedimento, para diversos valores do *bias* DC, mediram-se as amplitudes do sinal de saída, obtendo-se os resultados mostrados na Figura 6.4. Deve-se lembrar que, ao contrário da curva característica $T \times V$, o valor de V_{π} agora é medido entre dois pontos de máximo ou dois pontos de mínimo.

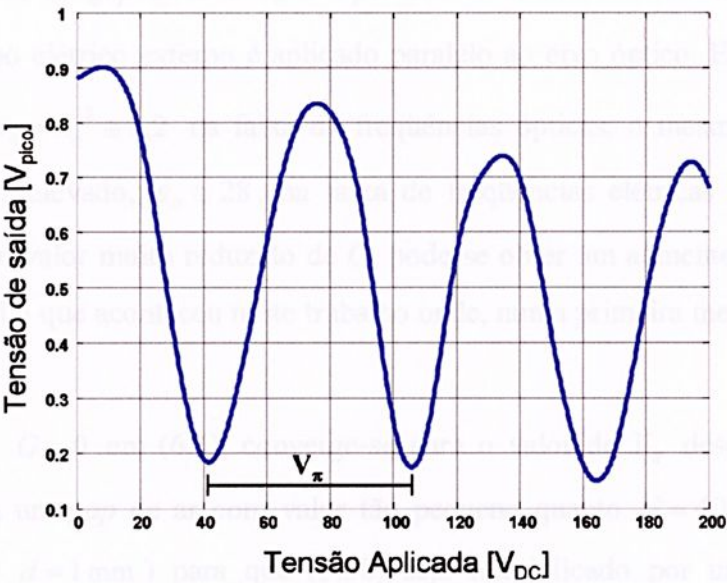


Figura 6.4 – Amplitude do sinal de saída em função do *bias* DC.

A Figura 6.4 informa que existe transmissão não nula mesmo na ausência de tensão de *bias*, devido à birrefringência natural do cristal. O sinal triangular de saída torna-se máximo em aproximadamente 8 V, 75 V, 135 V e 195 V (quando se encontra na condição de quadratura), e mínimo em aproximadamente 41 V, 105 V e 165 V (quando se encontra no ponto de máximo – derivada nula – da curva de transmissão). Com isso, conclui-se que a tensão de meia-onda vale aproximadamente $V_\pi = 62$ V (média aritmética), próximo do valor teórico de 59 V (4,8% de diferença).

Um fato curioso percebido pelo autor deste trabalho, e que foi motivo de preocupação nas primeiras medições de V_π , refere-se ao efeito de um pequeno *gap* de ar que pode surgir entre os eletrodos e o cristal de LiNbO_3 , quando se utiliza eletrodos metálicos na forma de placas paralelas. No Apêndice D mostra-se que o valor de V_π em tal situação é

$$V_\pi = \frac{\lambda_o}{n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}} \frac{d}{L} \left(1 + 2\varepsilon_{//} \frac{G}{d} \right) \quad (6.1)$$

onde G é o valor do *gap* de ar e $\varepsilon_{//}$ é a permissividade dielétrica relativa do LiNbO_3 quando o campo elétrico externo é aplicado paralelo ao eixo óptico. Embora $\varepsilon_{//}$ tenha valor igual a $\varepsilon_{//} = n_o^2 \cong 5,2$ na faixa de frequências ópticas, o mesmo apresenta um valor bem mais elevado, $\varepsilon_{//} \cong 28$, na faixa de frequências elétricas [10]. Com isso, mesmo para um valor muito reduzido de G , pode-se obter um aumento substancial em V_π medido. Foi o que aconteceu neste trabalho onde, numa primeira medição, obteve-se $V_\pi \cong 180$ V.

Quando $G = 0$ em (6.1), converge-se para o valor de V_π descrito por (3.30). Contudo, basta um *gap* de ar com valor tão pequeno quanto $G = 40 \mu\text{m}$ (isto é, de apenas 4% de $d = 1\text{mm}$) para que (3.30) seja multiplicado por um fator de 3,2, gerando-se um “falso” valor de V_π , superior a 180 V.

Este problema foi resolvido aplicando-se camadas de tinta prata condutora sobre o cristal de $LiNbO_3$, para estabelecer os eletrodos metálicos, em vez do par de placas paralelas.

6.1.2 - Medição da Tensão Usando os Métodos de Decomposição Espectral J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$

Apresentam-se nesta seção os resultados experimentais da medição de tensão usando o sensor eletroóptico proposto. Embora o teste seja realizado em baixa tensão, devido a limitações impostas pelas dimensões do cristal disponível no laboratório de optoeletrônica da FEIS, ressalta-se que a técnica também pode ser estendida para altas tensões, usando-se células Pockels com tensões V_π mais elevadas (da ordem de kV).

Usando uma fonte sintetizada da California Instruments modelo 5001i (do laboratório de Qualidade de Energia da FEIS), aplicaram-se na célula Pockels tensões senoidais variando de 0 a 250 V_{RMS} em 60 Hz. O sinal de saída do fotodetector foi armazenado e calculado sua FFT através do software Matlab. Os métodos J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$ foram aplicados para realizar a demodulação de fase do sinal de saída do fotodetector.

A Figura 6.5(a) mostra um exemplo de sinal amostrado da saída do fotodetector no domínio temporal, para uma tensão aplicada à célula Pockels de 130 V_{RMS} e 60 Hz de frequência. A Figura 6.5(b) ilustra o gráfico correspondente ao espectro do sinal, obtido calculando-se sua FFT com auxílio do software Matlab. A porção ocupada abaixo de -80 dB refere-se apenas a ruído.

(a)

(b)

Figura 6.5 - Sinal temporal detectado e espectro correspondente, obtidos como exemplo subseqüente ao da Figura 6.3 - Efeito do desvanecimento.

Como se percebe, ambas as formas de onda são deformadas, o que significa que o fenômeno de desvanecimento está ocorrendo, conforme discutido anteriormente. A

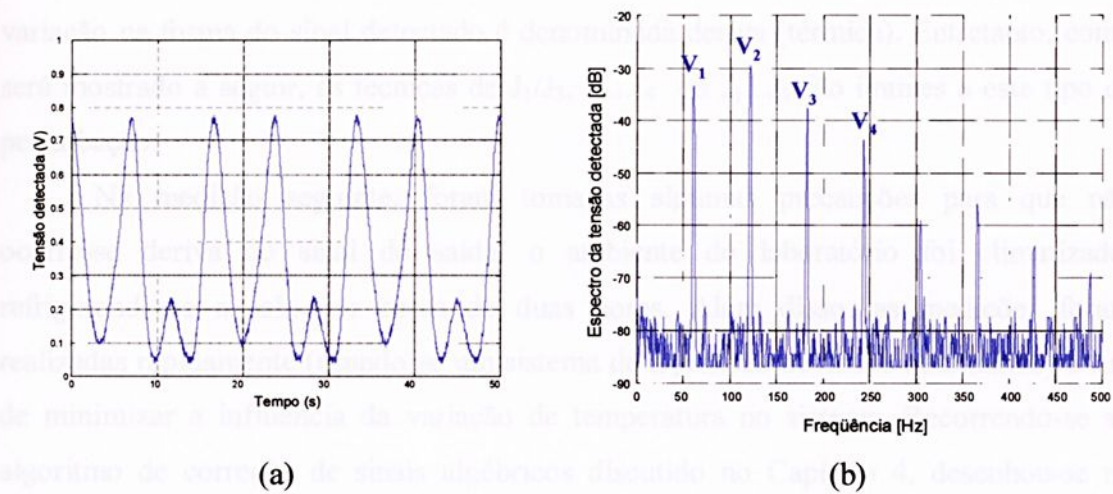


Figura 6.5 – Sinal de saída do sensor aplicando tensão senoidal 130 V_{RMS} em 60 Hz. (a) Forma de onda correspondente à saída do fotodetector. (b) Espectro do sinal de saída do fotodetector.

Minutos após a realização da medição do sinal de saída do fotodetector mostrada na Figura 6.5, procedeu-se a nova medição, obtendo-se os resultados mostrados na Figura 6.6.

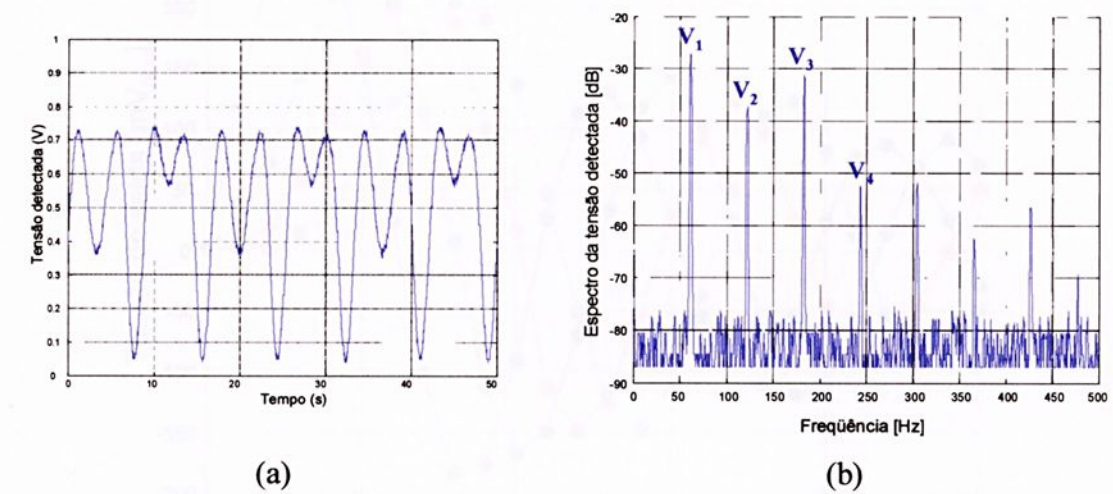


Figura 6.6 – Sinal temporal detectado e espectro correspondente, obtidos numa medição subsequente ao da Figura 6.5 – Efeito do desvanecimento.

Como se percebe, ambas as formas de onda são diferentes, o que evidencia que o fenômeno de desvanecimento está ocorrendo, conforme discutido anteriormente. A

variação na forma do sinal detectado é denominada deriva (térmica). Entretanto, como será mostrado a seguir, as técnicas de J_1/J_3 , $J_1...J_4$ ou $J_1...J_6$ são imunes a este tipo de perturbação.

Na medição seguinte, foram tomadas algumas precauções para que não ocorresse deriva do sinal de saída: o ambiente do laboratório foi climatizado, refrigerando-se a sala por cerca de duas horas. Além disso, as medições foram realizadas rapidamente (usando-se um sistema de aquisição de dados automático) a fim de minimizar a influência da variação de temperatura no sistema. Recorrendo-se ao algoritmo de correção de sinais algébricos discutido no Capítulo 4, desenhou-se na Figura 6.7, o gráfico das amplitudes das quatro primeiras componentes do espectro do sinal de saída, para tensões aplicadas entre 0 e 250 V_{RMS} . Existe uma concordância muito boa entre o comportamento dessas curvas e aquele das funções de Bessel exibido na Figura 4.2.

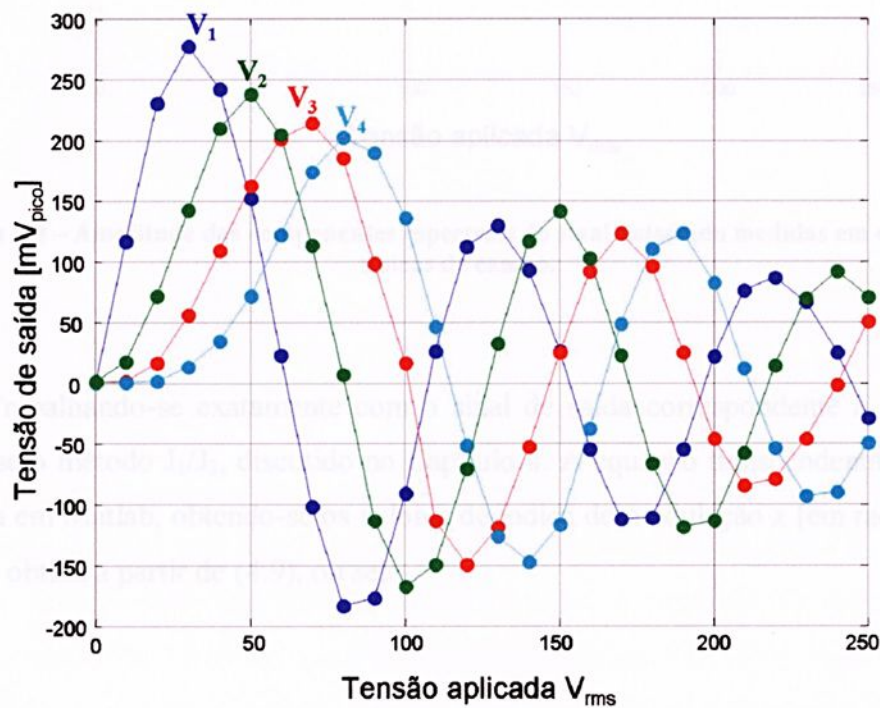


Figura 6.7 – Amplitude das componentes espectrais do sinal detectado medidas sob condições ambientais bem controladas do laboratório.

Evidentemente, na prática, o efeito de desvanecimento manifesta-se livremente, e as componentes espectrais apresentam deriva térmica, como mostrado no gráfico da Figura 6.8, cujos valores foram levantados sem as precauções anteriores.

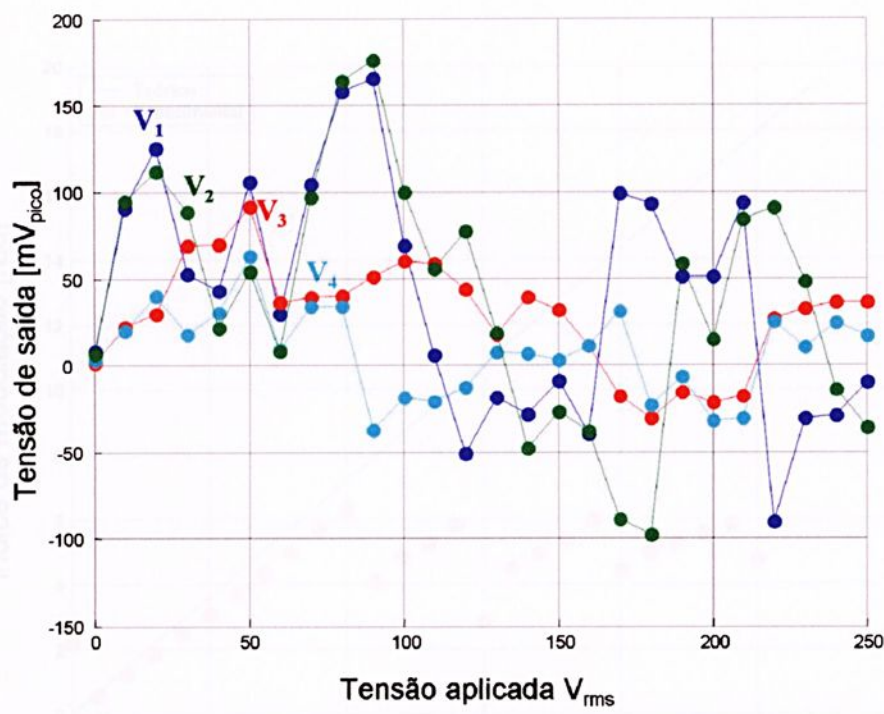


Figura 6.8 – Amplitude das componentes espectrais do sinal detectado medidas em condições típicas de campo.

Trabalhando-se exatamente com o sinal de saída correspondente à Figura 6.8, aplicou-se o método J_1/J_3 , discutido no Capítulo 4. A equação transcendental (4.13) foi resolvida em Matlab, obtendo-se os valores de índice de modulação x [em rad]. A curva teórica é obtida a partir de (4.9), ou seja,

$$x = \frac{\pi}{V_{\pi}} \sqrt{2} V_{RMS} = 0,072 V_{RMS} \tag{6.2}$$

onde $V_{\pi} = 62$ volts para esta célula Pockels.

A Figura 6.9 mostra o resultado obtido com a aplicação do método J_1/J_3 sem o algoritmo de correção de sinais, apresentado no Capítulo 4. A linearidade do sensor se mantém somente até uma tensão aplicada de $100\text{ V}_{\text{RMS}}$.

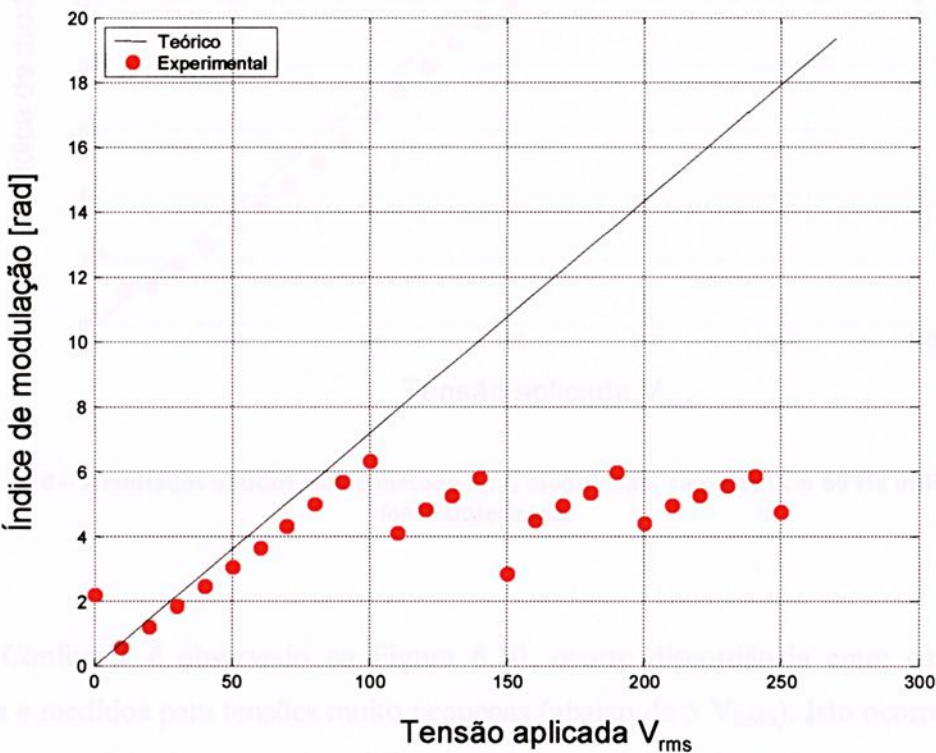


Figura 6.9 – Resultados obtidos com o método J_1/J_3 com sinal em 60 Hz utilizando a fonte sintetizada sem o algoritmo de correção de sinais.

Por outro lado, o limite máximo da faixa de linearidade pode ser estendido indefinidamente (em princípio) aplicando-se o algoritmo de correção de sinais. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura 6.10. A concordância entre as curvas teórica e experimental é muito boa, e a sensibilidade do sensor é de $15\text{ V}_{\text{RMS}}/\text{rad}$. Assim, por exemplo, se o método de J_1/J_3 proporcionar $x = 10\text{ rad}$, significa que a tensão deve valer $150\text{ V}_{\text{RMS}}$.

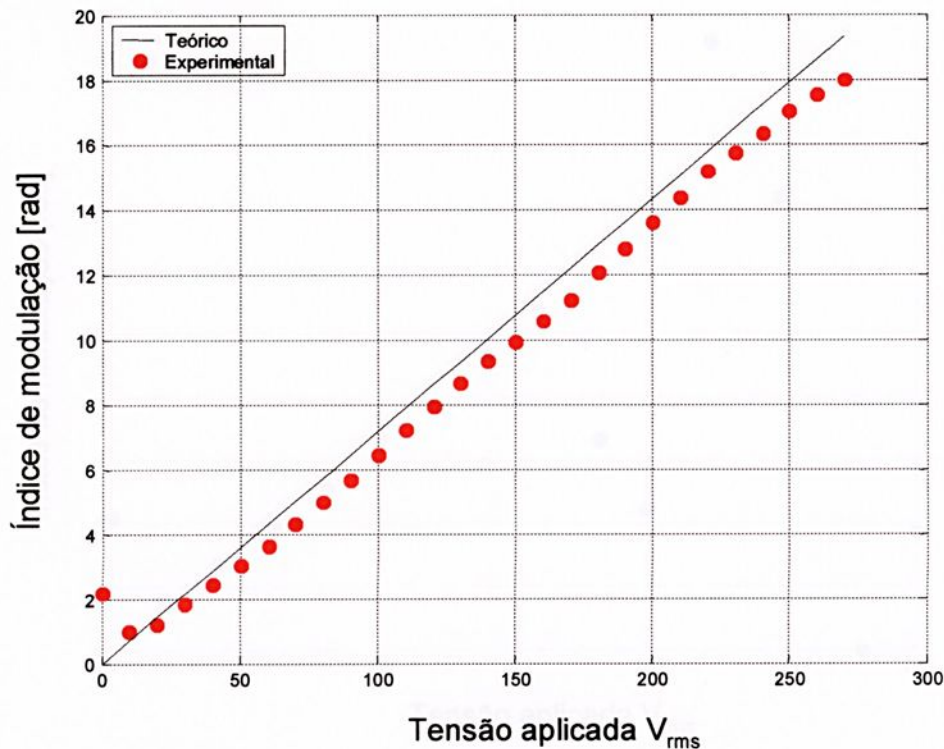


Figura 6.10 – Resultados obtidos com o método J_1/J_3 modificado, com sinal em 60 Hz utilizando a fonte sintetizada.

Conforme é observado na Figura 6.10, ocorre discordância entre os valores teóricos e medidos para tensões muito pequenas (abaixo de 5 V_{RMS}). Isto ocorre porque a componente $J_3(x)$ é quase nula próximo a $x=0$, assumindo valores da mesma ordem do ruído nesta faixa e, consequentemente, introduzindo erros numéricos durante o cálculo.

Na sequência, com o mesmo conjunto de dados anteriores, aplicou-se o método de $J_1...J_4$ modificado, e cujos resultados encontram-se na Figura 6.11. Embora este método permita o cálculo de x de forma direta (sem a necessidade de resolver uma equação transcendental), apresenta problemas tanto para tensões reduzidas (uma vez que J_2 , J_3 e J_4 são quase nulas para x reduzido), quanto para tensões associadas a índices de modulação superiores a $x \cong 5,2$ rad. Este fato é previsto teoricamente, pois em $x=5,2$ rad ocorre $J_2=0$ e $J_1=-J_3$; com isso, tanto o numerador quanto o denominador de (4.16) se anulam, gerando-se uma singularidade. Por isso, a partir de aproximadamente 70 V_{RMS} , existem discordâncias entre as curvas teórica e experimental. Isto limita a aplicação da técnica ao intervalo entre 5 V_{RMS} e 75 V_{RMS} , aproximadamente.

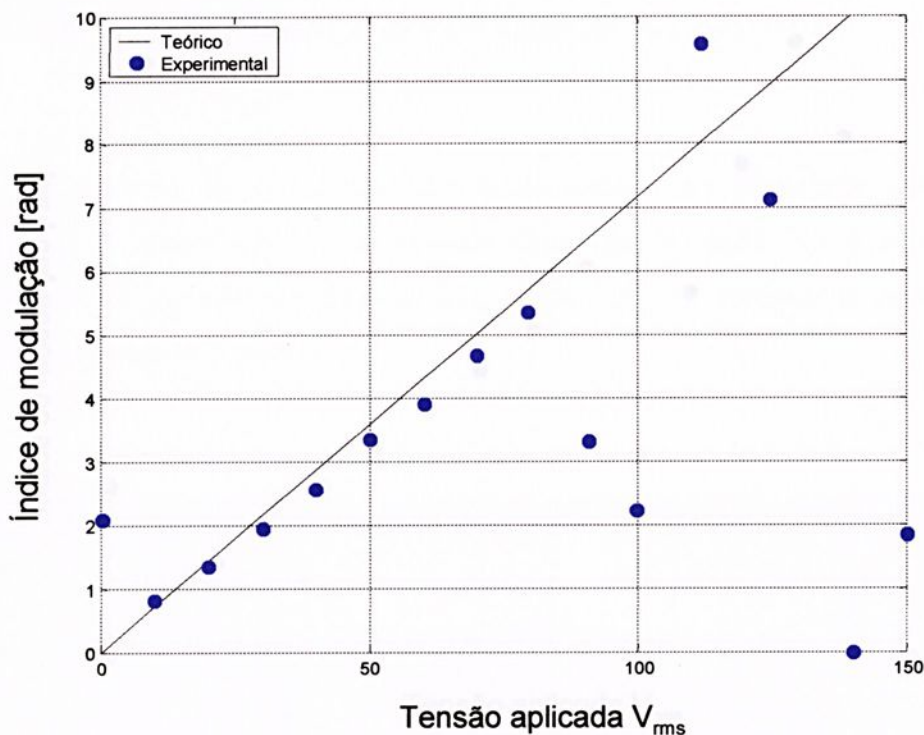


Figura 6.11 – Resultados obtidos com o método $J_1...J_4$ com sinal em 60 Hz utilizando a fonte sintetizada.

Por fim, testou-se a técnica de $J_1...J_6$ com este conjunto de dados, permitindo-se elevar a faixa dinâmica até aproximadamente 6 rad, como mostrado na Figura 6.12.

Em resumo, observa-se que todas as técnicas apresentam limitações próximas de $\pi/2$. Segundo a literatura, empregando-se equipamentos de medição mais precisos, como analisadores de espectro, pode-se medir valores de π não pequenos, porém $\pi/2$ rad [24].

Por outro lado, os limites superiores são limitados a 5.2 rad e 6.3 rad para os métodos de $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$, respectivamente. Porém, não existe limite superior (em princípio) para o método J_1/J_2 . Contudo, os métodos $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$ exigem o cálculo de λ de forma direta, ao contrário do método de J_1/J_2 , em que se torna necessária a resolução numérica de uma equação transcendental e rastreamento (dentro as múltiplas soluções espaciais) das raízes foi bastante significativa.

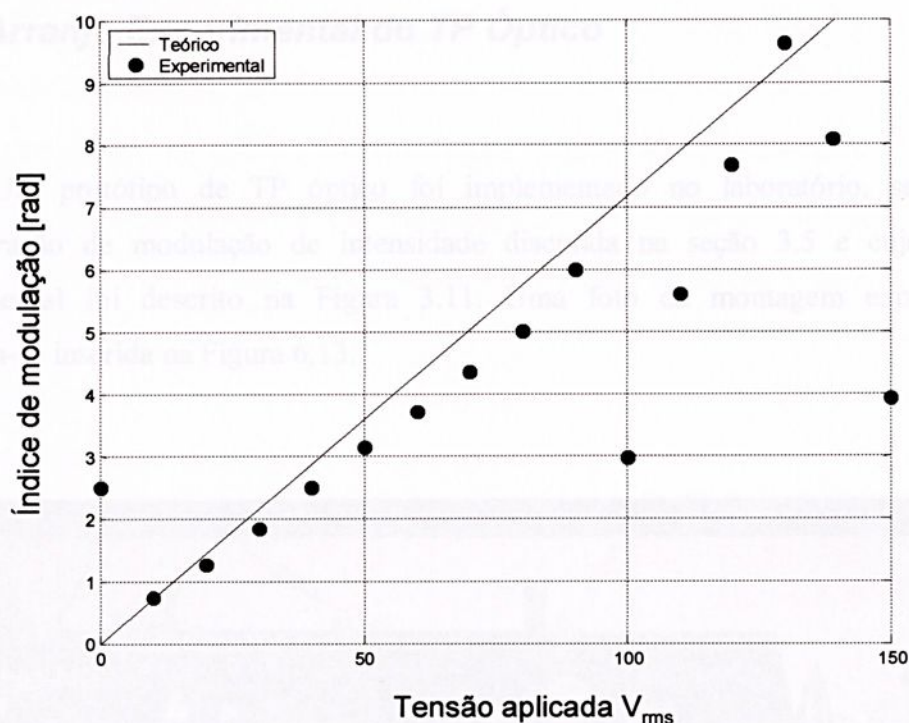


Figura 6.12 – Resultados obtidos com o método $J_1...J_6$, com sinal em 60 Hz utilizando a fonte sintetizada.

Este limite na medição de x também é previsto teoricamente, onde se estabelece que em $x=6,3$ rad ocorre $J_3=0$, bem como, $2J_1=-J_5$ e $J_2=-J_4$. Assim, a faixa dinâmica de medição se estende de 5 V_{RMS} até 90 V_{RMS}, aproximadamente.

Em resumo, observa-se que todas as técnicas apresentam limitações próximo de $x=0$. Segundo a literatura, empregando-se equipamentos de medição mais precisos, como analisadores de espectros, pode-se medir valores de x tão pequenos quanto $x=0,1$ rad [24].

Por outro lado, os limites superiores são limitados a 5,2 rad e 6,3 rad para os métodos de $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$, respectivamente. Porém, não existe limite superior (em princípio) para o método J_1/J_3 . Contudo, os métodos $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$ executam o cálculo de x de forma direta, ao contrário do método de J_1/J_3 , em que se torna necessária a resolução numérica de uma equação transcendental e rastreamento (dentre as múltiplas soluções espúrias) das raízes fisicamente significativas.

6.2 - Arranjo Experimental do TP Óptico

Um protótipo de TP óptico foi implementado no laboratório, segundo a configuração de modulação de intensidade discutida na seção 3.5 e cujo arranjo experimental foi descrito na Figura 3.11. Uma foto da montagem experimental encontra-se inserida na Figura 6.13.

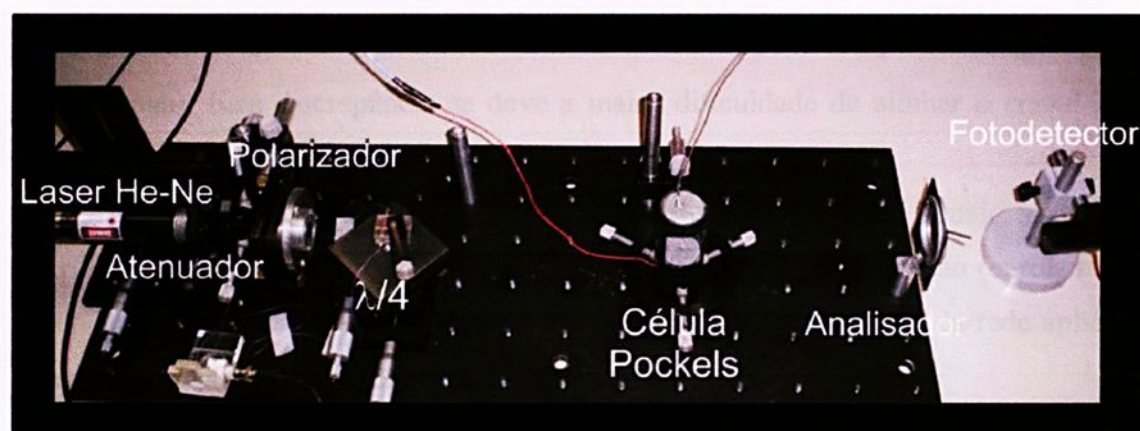


Figura 6.13 – Fotografia da montagem experimental em laboratório.

A célula Pockels com Niobato de Lítio na configuração Campo Y- Propagação Z foi mostrada nas Figura 5.20 e Figura 5.21. Observa-se que se trata de um capacitor de placas paralelas preenchido parcialmente por ar e por Niobato de Lítio. Admitindo-se, como aproximação em primeira ordem, que o campo elétrico ao longo do cristal (na direção Y) seja uniforme, pode-se utilizar (3.50) para estimar o valor de V_{π} do dispositivo. Assim, usando $d = 47 \text{ mm}$, $L = 1 \text{ mm}$ e os parâmetros ópticos do LiNbO_3 em $\lambda_o = 0,6328 \mu\text{m}$, obtém-se que $V_{\pi} \cong 183 \text{ kV}$. Portanto, mesmo para tensões aplicadas da ordem de $10 \text{ kV}_{\text{pico}}$ (correspondente a 5% de V_{π}), opera-se na condição de baixo índice de modulação discutido na seção 3.5. De acordo com a Figura 3.9, o sinal detectado corresponderá a uma réplica em escala reduzida da forma de onda temporal da alta tensão aplicada ao sensor.

Figura 6.14 – Diagrama esquemático do arranjo experimental.

A fim de operar na região linear da curva de transmissão do modulador electroóptico necessita-se, ou de um grande *bias* DC (da ordem de $V_{\pi}/2 \cong 92 \text{ kV}$) para se operar na condição de quadratura (ver Figura 3.7), ou de uma lâmina de $\lambda/4$ (*bias* óptico de $\pi/2$ rad). Neste trabalho, empregou-se uma célula Pockels transversal de LiNbO_3 adicional, na configuração Campo Y – Propagação Z , para fazer às vezes da lâmina de $\lambda/4$. Esta célula possui dimensões $2,5\text{mm} \times 1,5\text{mm} \times 30\text{mm}$ nas direções X , Y e Z , respectivamente. Assim, fazendo-se $d = 1,5 \text{ mm}$ e $L = 30 \text{ mm}$ em (3.50), obtém-se $V_{\pi} \cong 194 \text{ V}$. Procedendo-se à metodologia de medição descrita na seção 6.1.1, mediu-se a tensão de meia-onda desta célula Pockels auxiliar, obtendo-se $V_{\pi} = 170 \text{ V}$ (com 12% de diferença). Esta discrepância se deve a maior dificuldade de alinhar o cristal com dimensões transversais tão reduzidas.

A fim de se gerar tensões elevadas, empregou-se um transformador de distribuição (220:13,8 kV) trifásico alimentado pelo lado da baixa tensão (enrolamento secundário). Um Variac trifásico foi utilizado para controlar a tensão da rede aplicada no enrolamento secundário do transformador.

Na Figura 6.14, apresenta-se um diagrama esquemático da montagem experimental.

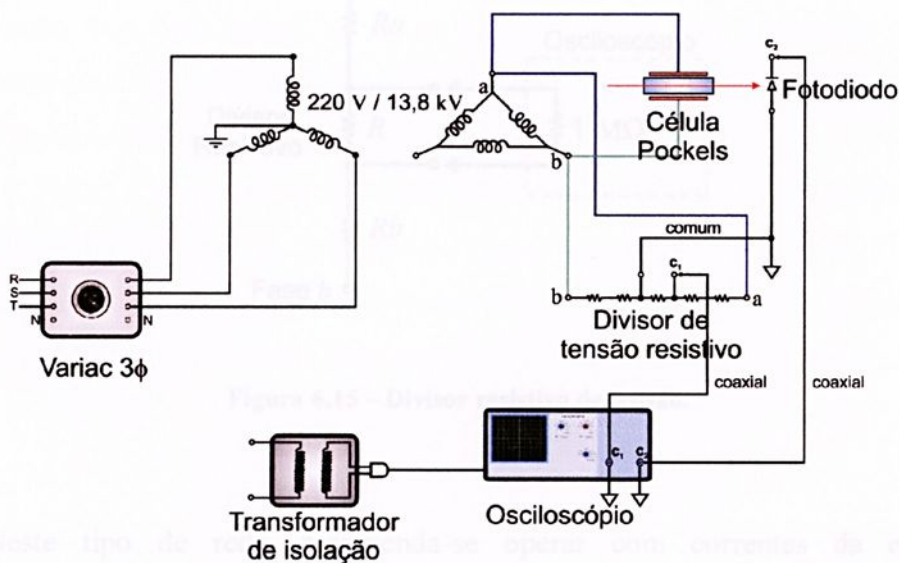


Figura 6.14 – Diagrama esquemático do arranjo experimental.

Com o objetivo de comparar a forma de onda detectada pelo TP óptico com a alta tensão propriamente dita, empregou-se uma rede divisora de tensão resistiva, para gerar uma amostra de tensão reduzida e compatível com os limites admitidos por um osciloscópio digital. No caso deste trabalho, a taxa de redução é de 2668:1 (ou seja, de 13,8 kV_{RMS} para 5,2 V_{RMS}).

Uma dificuldade experimental que acontece no arranjo da Figura 6.14 está relacionada à ausência de um terminal de *ground* (terra) quando se usa o transformador de distribuição invertido. Como o primário do transformador trifásico está ligado em delta (o secundário é ligado em Y), têm-se disponíveis somente tensões de linha (tensões de fase para fase), o que pode trazer sérios problemas à instrumentação eletrônica utilizada em conjunto com pontas de prova para alta tensão (a menos que se use pontas de prova diferenciais).

É justamente numa tal situação que se valoriza o TP óptico, por apresentar total isolamento galvânica, não colocando em risco a instrumentação eletrônica utilizada e proporcionando segurança aos operadores.

Com a finalidade de não aplicar tensões elevadas aos terminais de referência do osciloscópio, montou-se a ponta de prova redutora mostrada na Figura 6.15.

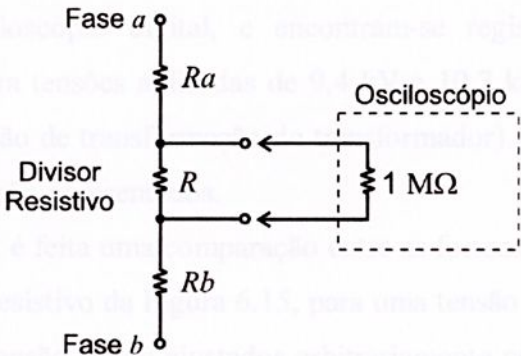


Figura 6.15 – Divisor resistivo de tensão.

Neste tipo de rede, recomenda-se operar com correntes da ordem de microampéres e utilizar resistores de carbono (1 W ou 2 W). As resistências $R_a = R_b$,

na verdade, consistem de associações em série de 6 resistores, sendo 5 deles de $22\text{ M}\Omega$ e um de $1\text{ M}\Omega$. O valor da resistência central é $R = 100\text{ k}\Omega$.

Mesmo com o uso da rede resistiva usada para reduzir a tensão a níveis compatíveis com a instrumentação eletrônica, os pontos A e B na Figura 6.15 encontram-se (cada qual) com tensão. Assim, para evitar diferenças entre os potenciais elétricos dos pontos A ou B, e o terminal comum do osciloscópio, recomenda-se utilizar um transformador de isolamento entre a rede elétrica e a alimentação do osciloscópio (como mostrado na Figura 6.14).

6.3 - Testes Preliminares com o TP Óptico - Linearidade

Neste estágio da pesquisa ainda não se deseja proceder a uma caracterização rigorosa do TP óptico implementado. Neste primeiro protótipo, deseja-se simplesmente avaliar se o sistema consegue reproduzir, sem distorções, o sinal de alta tensão. Por isso, o experimento se restringiu a comparar as formas de onda obtidas com o divisor resistivo e com o TP óptico, e testar sua linearidade.

Sinais de saída do fotodetector usado no TP óptico (ver Figura 6.14) foram amostrados pelo osciloscópio digital, e encontram-se registrados na Figura 6.16 (acoplamento AC), para tensões aplicadas de $9,4\text{ kV}$ e $10,7\text{ kV}$ (estimadas a partir da baixa tensão e da relação de transformação do transformador). Os respectivos espectros de frequência também são apresentados.

Na Figura 6.17, é feita uma comparação entre as formas de onda medidas com o TP óptico e o divisor resistivo da Figura 6.15, para uma tensão aplicada de $11,5\text{ kV}$. Os fatores de escalas de tensão foram ajustados arbitrariamente no osciloscópio. Como se observa, existe boa concordância entre ambas as formas de onda.

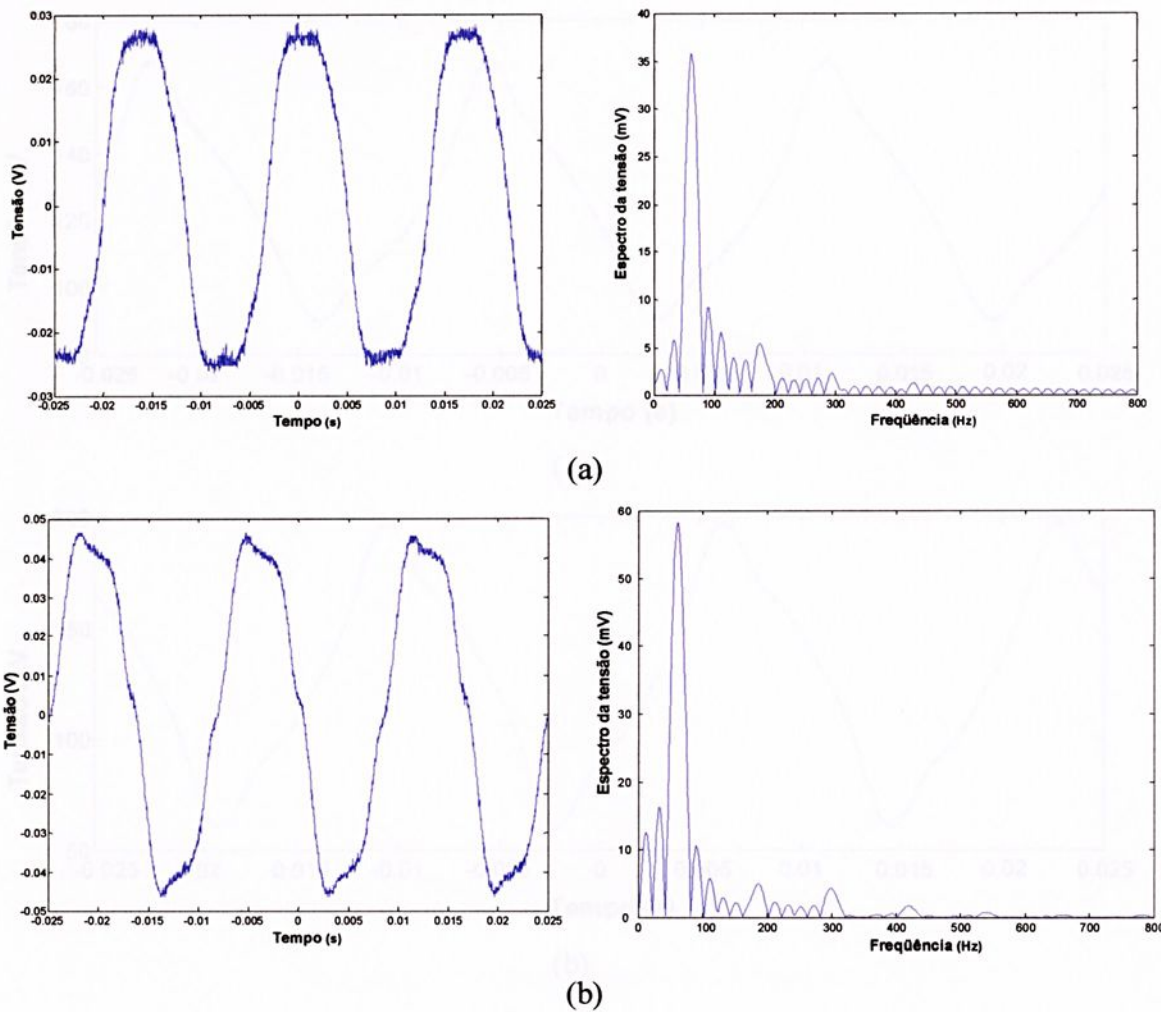
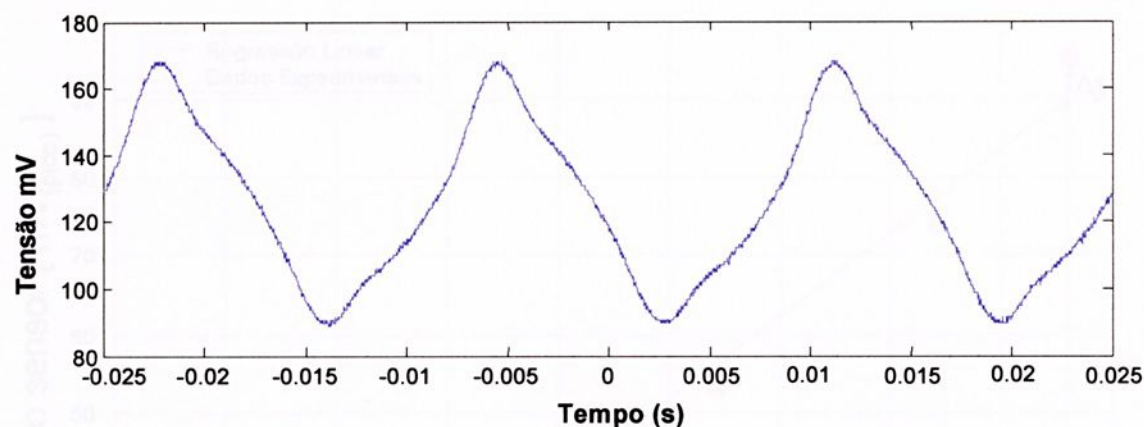
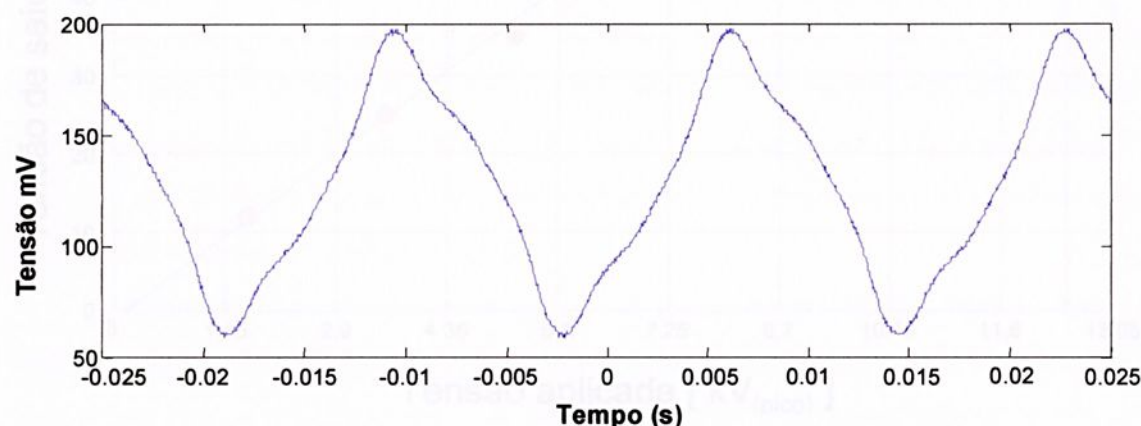


Figura 6.16 – Formas de onda detectadas pelo TP Óptico. (a) Para 9,4 kV. (b) Para 10,7 kV.



(a)



(b)

Figura 6.17 – Formas de ondas amostradas em 11,5 kV: (a) Medida na saída do TP óptico; (b) Medida pelo divisor resistivo.

Variando a tensão aplicada ao enrolamento de baixa do transformador de distribuição através do Variac, foram medidas as tensões (valor de pico) dos sinais detectados pelo fotodiodo e pelo divisor resistivo. Na Figura 6.18 encontra-se o resultado obtido.

O valor de tensão aplicada, medida em kV_{pico} , foi obtido a partir do divisor resistivo e sua relação de transformação. Como a tensão gerada no primário deste transformador operando invertido e em vazio resultou distorcida, optou-se por não aplicar a relação de transformador trifásico ao valor de tensão na saída do Variac. Assim, na realidade, o gráfico da Figura 6.18 refere-se a tensão detectada pelo TP óptico versus a tensão medida pelo divisor resistivo.

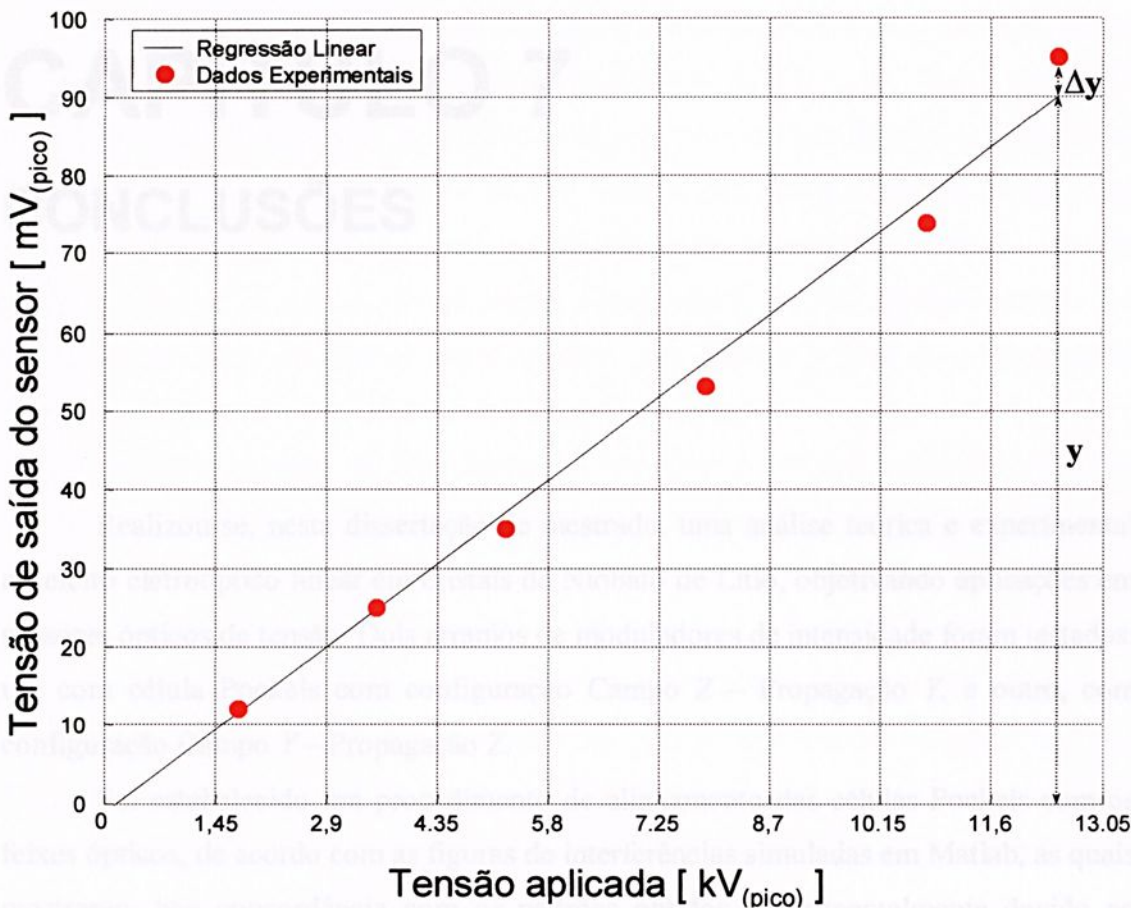


Figura 6.18 – Resultado obtido com o TP óptico.

Medições preliminares, para tensões abaixo de 1,7 kV_{pico} também conduziram a formas de onda detectadas muito distorcidas em relação aquelas medidas com o divisor resistivo, e não foram levadas em conta. Isto ocorre, possivelmente, por efeito de interferência dos campos elétricos oriundos da fiação circunvizinha que conduz tensão até a célula Pockels.

Finalmente, para tensões acima de aproximadamente 13 kV_{pico}, percebeu-se uma queda na taxa de crescimento da tensão e aumento na corrente do Variac. Em 19,5 kV_{pico}, esta corrente atingiu 1,7 A, o que leva a acreditar que o transformador entrou na região de saturação. Entretanto, a discussão sobre esse assunto não faz parte deste trabalho. A porcentagem de linearidade é de 5,5%, e a faixa dinâmica igual a

$$20\log\left(\frac{1,74}{12,47}\right) = -39,39 \text{ dB}.$$

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

Realizou-se, nesta dissertação de mestrado, uma análise teórica e experimental do efeito eletroóptico linear em cristais de Niobato de Lítio, objetivando aplicações em sensores ópticos de tensão. Dois arranjos de moduladores de intensidade foram testados: um com célula Pockels com configuração Campo Z – Propagação Y , e outro, com configuração Campo Y – Propagação Z .

Foi estabelecido um procedimento de alinhamento das células Pockels com os feixes ópticos, de acordo com as figuras de interferências simuladas em Matlab, as quais mostraram boa concordância com os padrões obtidos experimentalmente devido ao espalhamento de luz no cristal.

Valores de tensão de meia-onda (V_{π}) das células Pockels foram medidos e confrontados com a teoria, resultando em boa concordância.

O arranjo que utiliza célula Pockels com Campo Z – Propagação Y foi configurado para atuar como sensor óptico para medir baixa tensão, por causa das dimensões do cristal. Devido a presença de birrefringência natural do $LiNbO_3$ nesta disposição, técnicas de demodulação de fase óptica que funcionam independentemente da deriva térmica, são necessárias.

Foram realizadas aquisições de sinais da saída do sensor, aplicando tensões senoidais na frequência de 60 Hz, com amplitudes entre 0 e 250 V_{RMS} provenientes de uma fonte sintetizada. Os métodos de demodulação de fase óptica usando decomposição espectral, conhecidos como métodos de J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$ foram utilizados. Esses métodos são robustos e adequados, pois são imunes ao desvanecimento causado pela birrefringência natural do cristal de $LiNbO_3$, à variações na fonte óptica, dentre outras vantagens.

Contudo, métodos como o $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$ tornam-se deficientes quando o índice de modulação atinge valores elevados, quando as funções de Bessel tornam-se negativas. Além disso, como o analisador de espectros registra apenas as magnitudes das componentes espectrais, podem ocorrer erros de cálculos nos valores do índice de modulação. A fim de aumentar a faixa dinâmica, solucionando essa limitação imposta pelos métodos $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$, foram usados os métodos $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$ modificados, que fazem uso da Série de Fourier trigonométrica para corrigir o sinal das componentes espectrais. A mesma técnica foi aplicada ao método J_1/J_3 .

No outro extremo da faixa dinâmica, próximos a $x=0$ rad, todos os 3 métodos apresentam problemas. Como neste caso, opera-se com baixo índice de modulação, as amplitudes das raias espectrais $V_2, \dots, V_6$ são muito pequenas, prejudicando a precisão nos cálculos de x .

Foram realizadas comparações entre os gráficos teóricos e experimentais, dos valores medidos de índice de modulação em função das tensões aplicada à célula Pockels, para os métodos J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$, obtendo-se boa concordância dentro da faixa dinâmica de cada um deles. O método de J_1/J_3 modificado permitiu que se operasse para quaisquer valores de x acima de aproximadamente 0,4 rad (testou-se até 18 rad). Contudo, tornou necessário resolver numericamente uma equação transcendental envolvendo funções de Bessel. Os métodos de $J_1...J_4$ e $J_1...J_6$ permitiram medir x desde 0,4 rad até 5,1 rad e 6 rad, respectivamente. Embora essas duas faixas dinâmicas sejam menores que a de J_1/J_3 , o cálculo de x é realizado de forma direta.

Na referência [24] descreve-se um método denominado $J_1...J_6$ (negativo), onde garante-se que o valor mínimo de $x=0,05$ rad pode ser medido. Trabalhos nesta direção têm sido desenvolvidos no laboratório de Optoeletrônica da FEIS, tendo-se obtidos bons resultados.

Como resultado geral desta pesquisa, obteve-se aprovação para apresentação e publicação de artigo sobre o sensor óptico de potencial, no INDUSCON 2006 [27].

Com o segundo arranjo, com célula Pockels com Campo Y - Propagação Z , realizaram-se testes preliminares objetivando a implementação de TPs ópticos. Nesta configuração, o termo de birrefringência natural não está presente, o que torna o sistema mais estável em termos de deriva térmica.



Proporcionando-se que a célula Pockels tenha um valor de V_{π} de centenas de kV, pode-se operar o modulador de intensidades em regime de baixo índice de modulação, medindo-se as formas de onda de tensão até dezenas de kV diretamente com o osciloscópio.

Os resultados das medições de forma de onda detectada e de linearidade encorajam a realização de trabalhos mais aprofundados sobre TPs ópticos na FEIS.

Como sugestão para trabalho futuro, propõe-se a implementação desses sistemas sensores em formas portáteis, e na qual os feixes ópticos de entrada e de saída sejam conduzidos por fibras ópticas. Usinando-se os suportes dos componentes ópticos em oficina mecânica, podem-se obter unidades compactas e robustas para operar em campo.

[3] K. KIMURA, "Measurement of high voltage levels," *Proceedings of the IEEE*, New York, v. 65, n.11, p. 1524-1548, 1977.

[4] DA SILVA, P. M.; GUIMARÃES, C. A. M. Novos procedimentos de controle e de potência em alta tensão: estado da arte, tendências e aplicações. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA - SNTPEE, 14, 1997, Belém, Anais... Belém: Uerapara, 1997. (CD-ROM).

[5] IMAI, M.; SHIMIZU, Y.; OHISUKA, Y.; UDAJIMA, A. An electric-field sensitive fiber with coaxial electrodes for optical phase modulation. *Journal of Lightwave Technology*, New York, v. LT-5, n. 7, p. 926-931, 1987.

[6] FARINY, L.; VOHRA, S. T.; BUCHOLTZ, F. High-Resolution Fiber-optic low-frequency voltage sensor based on the electrostrictive effect. *IEEE Photonics Technology Letters*, New York, v. 5, n. 3, p. 952-953, 1993.

[7] LEE, S. S.; OH, M. C.; SHIN, S. Y.; KIM, K. H. Integrated optical high-voltage sensor using a Z-cut BMOO crystal modulator. *IEEE Photonics Technology Letters*, New York, v. 5, n. 9, p. 996-999, 1993.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CARAZO, A. V. **Novel piezoelectric transducers for high voltage measurement**. Barcelona, 2000. Thesis (Doctoral) - Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2000.
- [2] SAWA, T. ; KUROSAWA, K.; KAMINISHI, T.; YOKOTA, T. Development of optical instrument transformers. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 5, n.2, p.884-891, 1990.
- [3] HEBNER, R. E.; MALEWSKI, R. A.; CASSIDY, E. C. Optical methods of electrical measurement at high voltage levels. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 65, n.11, p. 1524-1548, 1977.
- [4] DA SILVEIRA, P. M.; GUIMARÃES, C. A. M. Novos transdutores de corrente e de potencial em alta tensão: estado da arte, tendências e aplicações. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA - SNPTTE, 14, 1997, Belém. **Anais...** Belém: Eletronorte, 1997. (CD-ROM).
- [5] IMAI, M.; SHIMIZU, T.; OHTSUKA, Y.; ODAJIMA, A. An electric-field sensitive fiber with coaxial electrodes for optical phase modulation. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. LT-5, n.7, p. 926-931, 1987.
- [6] FABINY, L.; VOHRA, S. T.; BUCHOLTZ, F. High-Resolution fiber-optic low-frequency voltage sensor based on the electrostrictive effect. **IEEE Photonics Technology Letters**, New York, v.5, n.8, p. 952-953, 1993.
- [7] LEE, S. S.; Oh, M. C.; SHIN, S. Y.; KEH, K. H. Integrated optical high-voltage sensor using a Z-Cut LiNbO_3 cutoff modulator. **IEEE Photonics Technology Letters**, New York, v.5, n.9, p. 996-999, 1993.



- [8] LEÓN, L. M.; DíEZ, A.; CRUZ, J. L.; ANDRÉS, M. V. Frequency-output fiber-optic voltage sensor for high-voltage lines. **IEEE Photonics Technology Letters**, New York, v.13, n.9, p. 996-998, 2001.
- [9] NIEWCZAS, P.; DZIUDA, L.; FUSIEK, G.; MCDONALD, J. R. Design and evaluation of a pre-prototype hybrid fiber-optic voltage sensor for a remotely interrogated condition monitoring system. In: PROCEEDINGS OF THE IMTC 2004, Como. **Proceedings...** Como: S.n., 2004. p.2369-2374.
- [10] YARIV, A. ; YEH, P. **Optical waves in crystals**. New York: John Wiley & Sons, 1984.
- [11] KYUMA, K.; TAI, S.; NUNOSHITA, M.; MIKAMI, N.; IDA, Y. Fiber optic current and voltage sensors using a Bi₁₂GeO₂₀ single crystal. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. LT-1, n.1, p. 93-97, 1983.
- [12] CHRISTENSEN, L.H. Design, construction, and test f a passive optical prototype high voltage instrument transformer. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v.10, n.3, p.1332-1337, 1995.
- [13] SANTOS, J.C.; TAPLAMACIOGLU, M. C.; HIDAKA, K. Pockels High-Voltage Measurement System. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v.15, n.1, p.8-13, 2000.
- [14] LI, C.; YOSHIRO, T. Optical voltage sensor based on electrooptic crystal multiplier. **Journal of Lighwave Technology**, New York, v.20, n.5, p.843-849, 2002.
- [15] COLLIN, R. E. **Foundation for microwave engineering**. New York: Mc Graw-Hill, 1992.
- [16] NYE, J. F. **Physical properties of crystals**. Oxford : Clarendon Press, 1957.
- [17] YARIV, A. **Optical eletronics**. 3.ed. New York: Holt, Rinehart and Winstonm, 1985.
- [18] YARIV, A. **Quantum electronics**. New York: John Wiley & Sons, 1985.

- [19] KAMINOW, I. P. **An introduction to electro-optical devices**. New York: Academic Press, 1974.
- [20] BORN, M.; WOLF, E. **Principles of optics**. Oxford: Pergamon Press, 1987.
- [21] ABRAMOWITZ, M. **Handbook of mathematical functions**. New York: Dover Publications, 1972.
- [22] DEFERRARI, H. A.; DARBY, R. A.; ANDREWS, F. A. Vibrational displacement and mode-shape measurement by a laser interferometer. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v.42, n.5, p. 982-990, 1967.
- [23] SUDARSHANAM, V. S.; SRINIVASAN, K. Linear readout of dynamic phase change in a fiber-optic homodyne interferometer. **Optic Letters**, New York, v.14, n.2, p. 140-142, 1989.
- [24] SUDARSHANAM, V. S.; CLAUS, R. O. Generic J1...J4 method of optical detection accuracy and range enhancement. **Journal of Modern Optics**, New York, v.40, n.3, p. 483-492, 1993.
- [25] JIN, W.; ZHANG, L. M.; UHAMCHANDANI, D.; CULSHAW, B. Modified J1...J4 method for linear readout of dynamic phase change in a fiber-optic homodyne interferometer. **Applied Optics**, New York, v.30, n.31, p.4496-4499, 1991.
- [26] RENESTO, T. P. **Aquisição de dados via interface serial RS232**. Ilha Solteira: Unesp/FEIS, 2004. (Graduando em Engenharia – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira. Relatório de estágio Extra-Curricular).
- [27] MARTINS, W. W. M.; ROSSI, J. C.; HIGUTI, R.T.; KITANO, C. Evaluation of a pre-prototype optical voltage sensor based on the electrooptic effect in lithium niobate crystal. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE APLICAÇÕES INDUSTRIAIS, INDUSCON, 2006, Recife. **Conferência...** Recife: S.n., 2006. (Artigo aceito para publicação no INDUSCON, em abril, 2006.)
- [28] KEISER, G. **Optical fiber communication**. New York: McGraw-Hill, 1991.



APÊNDICE A

Ortogonalidade dos Vetores dos Modos Ordinários e Extraordinários

Será demonstrado agora, que os vetores deslocamento elétrico dos modos ordinário e extraordinário, $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$, respectivamente, são ortogonais entre si [10]. Como é sabido, $\vec{D} = \bar{\epsilon} : \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \bar{\epsilon}_r : \vec{E}$. A relação inversa é dada por:

$$\vec{E} = \eta : \vec{D} \quad (\text{A.1})$$

onde η é o tensor impermeabilidade elétrica, tal que

$$[\eta] = [\epsilon]^{-1} = \frac{[\epsilon_r]^{-1}}{\epsilon_0} \quad (\text{A.2})$$

Neste caso, a equação de onda (2.5) fica como

$$\eta : \vec{D} - (\hat{s} \circ \vec{E}) \cdot \hat{s} = \frac{v_p^2}{c^2} \cdot \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} \cdot \bar{\epsilon}_r : \eta : \vec{D} = \frac{v_p^2}{\epsilon_0 \cdot c^2} \cdot \vec{D} \quad (\text{A.3})$$

pois $\varepsilon_0 \cdot \overline{\varepsilon_r} : \eta = 1$.

A fim de prosseguir com a análise, será conveniente adotar um novo sistema de coordenadas auxiliares, tal que um dos seus eixos esteja na direção de propagação $\hat{s}$, conforme ilustrado na Figura A.1. Portanto, neste sistema tem-se que $\hat{s} = (0,0,1)$.

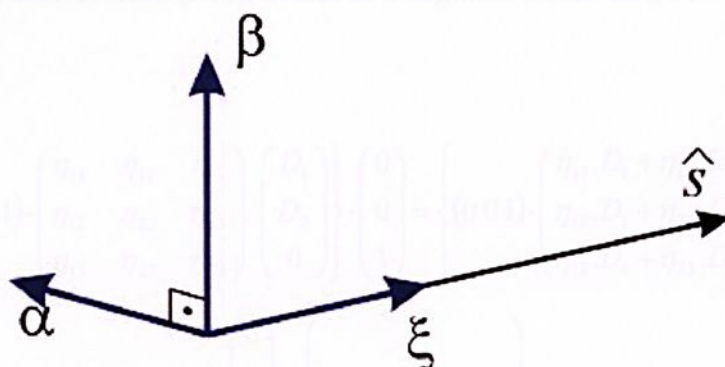


Figura A.1 – Sistema de coordenadas auxiliares (α, β, ξ) .

No sistema (α, β, ξ) , o tensor η não é diagonal, porém, ainda é simétrico:

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & \eta_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Recorrendo a equação de Maxwell (2.4c), na ausência de cargas, e aplicando-se $\hat{s} = (0,0,1)$, obtém-se:

$$\vec{K} \circ \vec{D} = 0 \Rightarrow \hat{s} \circ \vec{D} = 0 \Rightarrow D_3 = 0 \quad (\text{A.5})$$

isto é, no sistema (α, β, ξ) , ocorre

$$\vec{D} = (D_1, D_2, 0) \quad (\text{A.6})$$

Uma vez estabelecido (A.6), avalia-se o seguinte termo de (A.3):

$$\begin{aligned} (\hat{s} \circ \vec{E}) \cdot \hat{s} &= \left\{ (0 \ 0 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & \eta_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \left\{ (0 \ 0 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} \eta_{11} \cdot D_1 + \eta_{12} \cdot D_2 \\ \eta_{12} \cdot D_1 + \eta_{22} \cdot D_2 \\ \eta_{13} \cdot D_1 + \eta_{23} \cdot D_2 \end{pmatrix} \right\} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= (0 + 0 + \eta_{13} \cdot D_1 + \eta_{23} \cdot D_2) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_{13} \cdot D_1 + \eta_{23} \cdot D_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

Portanto, a equação de onda (A.3) referida ao sistema (α, β, ξ) fica como:

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} \cdot D_1 + \eta_{12} \cdot D_2 \\ \eta_{12} \cdot D_1 + \eta_{22} \cdot D_2 \\ \eta_{13} \cdot D_1 + \eta_{23} \cdot D_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_{13} \cdot D_1 + \eta_{23} \cdot D_2 \end{pmatrix} = \frac{v_p^2}{\epsilon_0 \cdot c^2} \cdot \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

no qual a terceira linha é sempre satisfeita. Assim, este sistema pode ser reduzido à:

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{12} & \eta_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} - 0 = \eta_T \cdot \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} = \frac{v_p^2}{\epsilon_0 \cdot c^2} \cdot \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

onde η_T é a matriz 2×2 .

Se os super-índices (1) e (2) estiverem associados aos modos de propagação ordinário e extraordinário no meio anisotrópico, (A.9) conduz a

$$\begin{cases} \eta_T : \vec{D}^{(1)} = \frac{[\nu_p^{(1)}]^2}{\varepsilon_0 \cdot c^2} \cdot \vec{D}^{(1)} \\ \eta_T : \vec{D}^{(2)} = \frac{[\nu_p^{(2)}]^2}{\varepsilon_0 \cdot c^2} \cdot \vec{D}^{(2)} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

A seguir, multiplica-se escalarmente a primeira equação de (A.10) por $\vec{D}^{(2)}$ e a segunda por $\vec{D}^{(1)}$, obtendo-se

$$\vec{D}^{(2)} \circ \eta_T : \vec{D}^{(1)} = \frac{[\nu_p^{(1)}]^2}{\varepsilon_0 \cdot c^2} \cdot \vec{D}^{(2)} \circ \vec{D}^{(1)} \quad (\text{A.11a})$$

$$\vec{D}^{(1)} \circ \eta_T : \vec{D}^{(2)} = \frac{[\nu_p^{(2)}]^2}{\varepsilon_0 \cdot c^2} \cdot \vec{D}^{(1)} \circ \vec{D}^{(2)} \quad (\text{A.11b})$$

Subtraindo-se (A.11a) de (A.11b), tem-se:

$$0 = \left\{ [\nu_p^{(1)}]^2 - [\nu_p^{(2)}]^2 \right\} \cdot \vec{D}^{(1)} \circ \vec{D}^{(2)} \Rightarrow \vec{D}^{(1)} \circ \vec{D}^{(2)} = 0 \Rightarrow \vec{D}^{(1)} \perp \vec{D}^{(2)} \quad (\text{A.12})$$

a qual evidencia que os vetores $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$, referentes aos modos de propagação ordinário e extraordinário no meio anisotrópico, são sempre ortogonais. Outras relações

de ortogonalidade, válidas para ambos os modos, ordinário e extraordinário, podem ser deduzidas diretamente das equações de Maxwell.

Interferência Entre Dois Feixes

A seguir considera-se a interferência entre dois feixes ópticos propagando-se colinearmente e incidindo sobre um fotodetector de Lei quadrática. Assumindo que os feixes possuem a mesma polarização, o que permite aplicar uma análise escalar ao problema

B.1 - Fotodetectores de Lei Quadrática

Sabe-se, do eletromagnetismo, que o vetor de Poynting médio associado a uma onda eletromagnética é dado por [15]:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \quad [\text{W/m}^2] \tag{B.1}$$

o qual possui as mesmas dimensões da intensidade óptica discutida no Capítulo 3. Para ondas propagando-se no ar (meio isotrópico), o módulo de $\vec{S}$ pode ser calculado como

$$S = \frac{|\vec{E}|^2}{2\eta} \tag{B.2}$$

APÊNDICE B

Interferência Entre Dois Feixes

A seguir considera-se a interferência entre dois feixes ópticos propagando-se colinearmente e incidindo sobre um fotodetector de Lei quadrática. Assume-se que os feixes possuem a mesma polarização, o que permite aplicar uma análise totalmente escalar ao problema.

B.1 - Fotodetectores de Lei Quadrática

Sabe-se, do eletromagnetismo, que o vetor de Poynting médio associado a uma onda eletromagnética é dado por [15]:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \quad [\text{W/m}^2] \quad (\text{B.1})$$

o qual exhibe as mesmas dimensões da intensidade óptica discutida no Capítulo 3. Para ondas propagando-se no ar (meio isotrópico), o módulo de $\vec{S}$ pode ser calculado como

$$S = \frac{|\vec{E}|^2}{2\eta} \quad (\text{B.2})$$

onde η é a impedância intrínseca do ar (aproximadamente 377Ω).

Um fotodetector de Lei quadrática é um dispositivo capaz de responder a $|\vec{E}|^2$, ou seja, ao módulo do vetor de Poynting ou à intensidade óptica. Um fotodiodo ou um fototransistor semicondutores são exemplos de fotodetectores de Lei quadrática. Assim, diante da incidência de um fluxo de potência, por unidade de área sensora, converte-se intensidade óptica I em corrente elétrica i . O fator de proporcionalidade entre i e I depende da eficiência quântica do fotodetector, relacionada à quantidade de elétrons livres que são gerados no semicondutor diante de um fluxo de fótons incidentes [28]. Além disso, como normalmente é mais adequado operar com sinais de tensão $v(t)$ em vez de corrente, a fim de converter $i(t)$ em $v(t)$, utiliza-se um resistor de valor adequado em série com o fotodetector.

Em resumo, incidindo-se um feixe de luz com intensidade óptica $I(t)$ sobre um fotodetector de Lei quadrática, obtém-se um sinal de tensão elétrica $v(t)$, cujo fator de proporcionalidade – denominado de responsividade de tensão do dispositivo – deve levar em conta a impedância intrínseca do vácuo, a eficiência quântica, o valor do resistor de carga, eventuais fatores de amplificação, etc. Neste trabalho, por simplicidade, consideram-se as funções $I(t)$, $i(t)$ e $v(t)$ indistintamente.

Diante de tantos fatores de proporcionalidade, e a fim de simplificar os cálculos, costuma-se normalizar a intensidade óptica considerando-se $\eta = 1 \Omega$, o que não suprime a generalidade da análise quando o objetivo é comparar diferentes sistemas. Desta forma, neste texto, será empregada a definição:

$$I = \frac{|\vec{E}|^2}{2} = \frac{E E^*}{2} \quad (\text{B.3})$$

onde E é o módulo do vetor $\vec{E}$.

B.2 – Interferências Entre Feixes

Para os problemas abordados nessa tese, é suficiente considerar o caso da interferência entre dois feixes colineares, monocromáticos, coerentes e com a mesma polarização. Além disso, admite-se o modelo de onda TEM da forma:

$$E_1 = E_{01} e^{j\omega t} \quad (\text{B.4a})$$

$$E_2 = E_{02} e^{j[\omega t + \Delta\phi]} \quad (\text{B.4b})$$

onde E_{01} e E_{02} são as amplitudes dos campos que se interferem e $\Delta\phi$ é a diferença de fase total entre eles. Os escalares E_{01} e E_{02} podem ser constantes (no caso de onda plana) ou dependentes das coordenadas transversais dos feixes (no caso de onda TEM).

A partir de (B.3), obtém-se as intensidades ópticas individuais dos campos:

$$I_1 = \frac{1}{2} E_{01}^2 \quad (\text{B.5a})$$

$$I_2 = \frac{1}{2} E_{02}^2 \quad (\text{B.5b})$$

Quando os campos são superpostos sobre a superfície de um fotodetector, a intensidade óptica total, I , também obedece a (B.3):

$$I = \frac{1}{2} (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* \quad (\text{B.6})$$

Substituindo-se (B.4a-b) em (B.6), e simplificando-se o resultado obtém-se

$$I = \frac{E_{01}E_{01}^*}{2} + \frac{E_{02}E_{02}^*}{2} + \frac{E_{01}E_{02}^*}{2} (e^{j\Delta\phi} + e^{-j\Delta\phi}) \quad (\text{B.7})$$

Retardo Eletroóptico δ

admitindo-se que E_{01} e E_{02} são reais. Assim, recorrendo-se a (B.5a-b), deduz-se que

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\phi \quad (\text{B.8})$$

O resultado (B.8) informa que a intensidade óptica resultante não é igual à simples soma das intensidades dos feixes individuais ($I_1 + I_2$), dependendo da terceira parcela, variável com $\Delta\phi$, denominada de termo de interferência. Se $\Delta\phi$ for variável no tempo, também o será a intensidade óptica, denotada por $I(t)$.



Figura C.1 – Elipsóide de índices de refração.

Por inspeção da figura, vemos que $x = n' \cos \theta$ e $z = n' \sin \theta$, portanto que a equação da elipse no plano xz é

APÊNDICE C

Retardo Eletroóptico δ

Sabe-se, do Capítulo 2, que o modo ordinário em um cristal uniaxial não pode exibir componente de campo elétrico ao longo do eixo óptico Z. Então, para um dado vetor de onda $\vec{K}$ que forma um ângulo θ com o eixo óptico, tem-se a construção geométrica da Figura C.1.

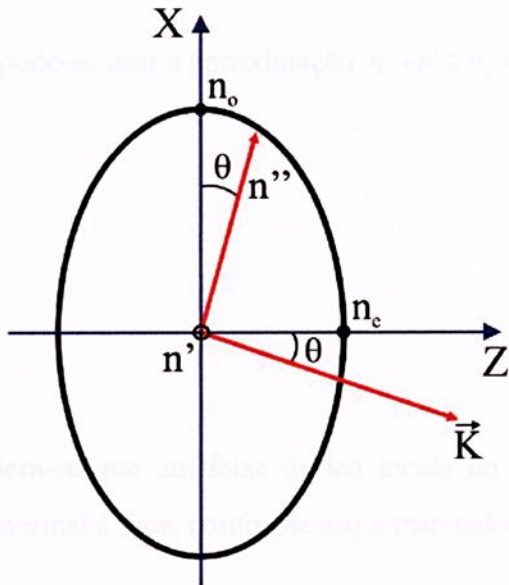


Figura C.1 – Elipsóide de índices de refração.

Por inspeção da figura, tem-se que $X = n''\cos\theta$ e $Z = n''\sin\theta$, enquanto que a equação da elipse no plano XZ é

$$\frac{X^2}{n_o^2} + \frac{Z^2}{n_e^2} = \frac{n'^2 \cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{n''^2 \sin^2 \theta}{n_e^2} = 1 \quad (\text{C.1})$$

onde n' e n'' são índices de refração dos modos ordinário e extraordinário, respectivamente.

Como $n' = n_o$, pode-se mostrar que (C.1) conduz a

$$\frac{n'^2 - n''^2}{n'^2 n''^2} = \frac{n_e^2 - n_o^2}{n_o^2 n_e^2} \sin^2 \theta \quad (\text{C.2})$$

Quando $\theta \ll 1$, pode-se usar a aproximação $n'' + n' \cong n_e + n_o$ e $n_e n_o \cong n' n''$. Desta forma, (C.2) torna-se

$$(n'' - n') \cong (n_e - n_o) \sin^2 \theta \quad (\text{C.3})$$

A seguir, considera-se que um feixe óptico incida no cristal uniaxial com um ângulo θ_1 em relação a normal à face, conforme esquematizado na Figura C.2

$$\delta = 2\pi \left[\frac{AB''}{\lambda''} - \frac{B''C}{\lambda_o} - \frac{AB'}{\lambda'} \right] \quad (\text{C.4})$$

Onde $AB'' = L/\cos\theta_1''$ e $AB' = L/\cos\theta_1'$. A partir da Figura C.2, conclui-se ainda que

$$B''C = B''B \sin\theta_1 = (L/\cos\theta_1'' - L/\cos\theta_1') \sin\theta_1 \quad (\text{C.5})$$

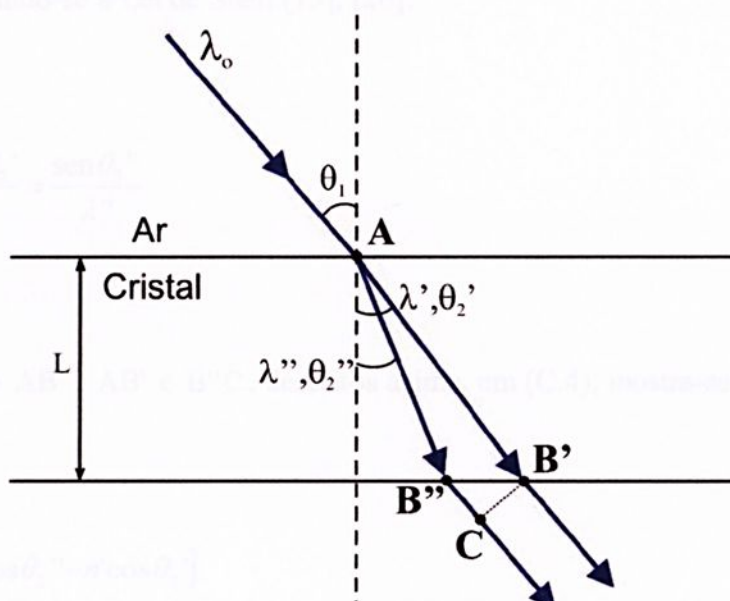


Figura C.2 – Dupla refração na fronteira.

De acordo com a análise apresentada no Capítulo 2, existe a possibilidade de ocorrer dupla refração, com a transmissão dos raios ordinário e extraordinário segundo os ângulos θ_2' e θ_2'' , respectivamente. Os comprimentos de ondas desses raios são $\lambda' = \lambda_0/n'$ e $\lambda'' = \lambda_0/n''$, onde λ_0 é o comprimento de onda da luz no vácuo.

Ao sair do cristal, esses raios propagam-se paralelos entre si, porém, com um retardo de fase δ dado por

$$\delta = 2\pi \left[\frac{AB''}{\lambda''} + \frac{B''C}{\lambda_0} - \frac{AB'}{\lambda'} \right] \quad (C.4)$$

Onde $AB'' = L/\cos\theta_2''$ e $AB' = L/\cos\theta_2'$. A partir da Figura C.2, conclui-se ainda que

$$B''C = B''B \sin\theta_1 = (L \tan\theta_2' - L \tan\theta_2'') \sin\theta_1 \quad (C.5)$$

Utilizando-se a Lei de Snell [15], [20]:

$$\frac{\sin \theta_1}{\lambda_0} = \frac{\sin \theta_2'}{\lambda'} = \frac{\sin \theta_2''}{\lambda''} \quad (\text{C.6})$$

e substituindo AB'' , AB' e $B''C$, descritos acima, em (C.4), mostra-se que

$$\delta = \frac{2\pi L}{\lambda_0} [n'' \cos \theta_2'' - n' \cos \theta_2'] \quad (\text{C.7})$$

A seguinte aproximação em primeira ordem será empregada:

$$n'' \cos \theta_2'' - n' \cos \theta_2' = (n'' - n') \frac{d}{dn} (n \cos \theta_2) \quad (\text{C.8})$$

onde

$$n = \frac{n' + n''}{2} \quad (\text{C.9a})$$

$$\theta_2 = \frac{\theta_2' + \theta_2''}{2} \quad (\text{C.9b})$$

são médias aritméticas. Portanto, (C.7) torna-se

$$\delta = \frac{2\pi L}{\lambda_o} (n'' - n') \left[\cos\theta_2 - n \sin\theta_2 \frac{d\theta_2}{dn} \right] \quad (\text{C.10})$$

Como foi discutido no Capítulo 2, quando o ângulo de incidência θ_1 é pequeno, o desvio angular entre os raios ordinário e extraordinário é pequeno; o mesmo ocorrendo com n' e n'' . Assim, a grosso modo, pode-se dizer que o raio transmitido para o interior do cristal tem ângulo médio θ_2 e percebe um índice de refração médio n , relacionados pela Lei de Snell conforme

$$\sin\theta_1 = n \sin\theta_2 \quad (\text{C.11})$$

Derivando-se (C.11) em relação à n , considerando-se que θ_1 se mantém fixo, obtém-se

$$\frac{d\theta_2}{dn} = \frac{-\sin\theta_2}{n \cos\theta_2} \quad (\text{C.12})$$

Desta forma, substituindo-se (C.12) em (C.10), deduz-se que

$$\delta = \frac{2\pi L}{\lambda_o \cos\theta_2} (n'' - n') \quad (\text{C.13})$$

Como o desvio angular entre os raios ordinário e extraordinário na Figura C.2 é desprezível, pode-se aproximar

$$\frac{L}{\cos\theta_2'} = \frac{L}{\cos\theta_2''} = \frac{L}{\cos\theta_2} = r \quad (\text{C.14})$$

Efeito do Gap de Ar Sobre V_π

onde r é o raio vetor desenhado na Figura C.3

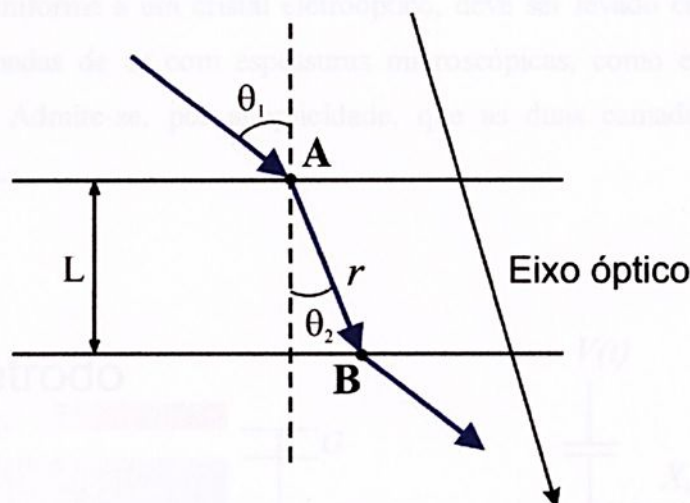


Figura C.3 – Desvio angular do raio incidente no cristal.

Finalmente, aplicando-se (C.14) a (C.13), obtém-se

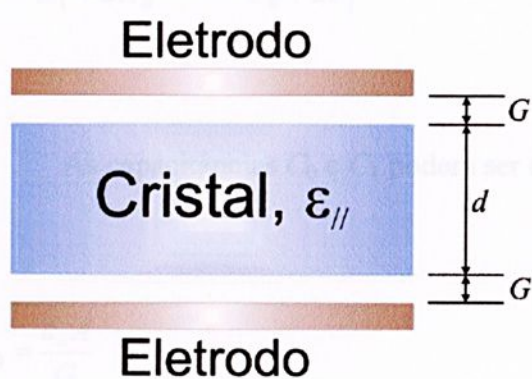
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_o} (n'' - n') r$$

a qual permite calcular o retardo eletroóptico de raios levemente desalinhados com o eixo óptico do cristal.

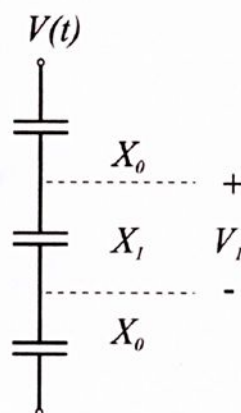
APÊNDICE D

Efeito do Gap de Ar Sobre V_π

Quando se usa eletrodos metálicos na forma de placas paralelas para aplicar um campo elétrico uniforme a um cristal eletroóptico, deve ser levado em consideração a presença de camadas de ar com espessuras microscópicas, como esquematizado na Figura D.1 (a). Admite-se, por simplicidade, que as duas camadas de ar tenham espessuras iguais.



(a)



(b)

Figura D.1 – Efeito do Gap de Ar. (a) Célula Pockels com gaps de ar entre o cristal e eletrodos. (b) Circuito equivalente.

Este conjunto se comporta como a associação em série de 3 capacitores, como mostrado na Figura D.1 (b), cujas reatâncias são dadas por

$$X_0 = \frac{1}{2\pi f C_0} \quad (\text{D.1a})$$

$$X_1 = \frac{1}{2\pi f C_1} \quad (\text{D.1b})$$

onde C_0 e C_1 são as capacitâncias associadas aos capacitores preenchidos com ar e dielétrico, enquanto f é a frequência de operação.

Aplicando-se uma tensão $V(t)$ à associação, calcula-se a parcela que efetivamente modula o cristal, aplicando-se o divisor de tensão:

$$V_1 = \frac{X_1}{X_1 + 2X_0} V(t) = \frac{C_0}{C_0 + 2C_1} V(t) \quad (\text{D.2})$$

As capacitâncias C_0 e C_1 podem ser calculadas como

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{G} \quad (\text{D.3a})$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{//} A}{d} \quad (\text{D.3b})$$

onde d é a espessura do cristal, G é a espessura de cada camada de ar, A é a área dos eletrodos e $\epsilon_{//}$ é a permissividade relativa do cristal.

Substituindo-se (D.3 a-b) em (D.2), tem-se que

$$V_1 = \frac{1}{1 + 2\epsilon_{//} \frac{G}{d}} V(t) \quad (\text{D.4})$$

A fórmula para o retardo eletroóptico do modulador eletroóptico de intensidades, com cristal de $LiNbO_3$ na configuração Campo Z – Propagação Y , é dada por (3.28), ou seja

$$\Gamma = \frac{\pi L}{\lambda_o} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) E_1 \quad (D.5)$$

onde E_1 é a parcela do campo elétrico total que efetivamente é aplicado ao cristal. Usando-se a aproximação $E_1 = V_1/d$, para V_1 dado em (D.4) obtém-se que

$$\Gamma = \frac{\pi L}{\lambda_o} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) \frac{1}{d} \frac{1}{1 + 2\varepsilon_{//} \frac{G}{d}} V(t) \quad (D.6)$$

O valor de $V(t)$ para a qual se obtém $\Gamma = \pi$ rad corresponde à tensão de meia-onda. Então, de (D.6), calcula-se

$$V_\pi = \left(\frac{\lambda_o}{n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}} \frac{d}{L} \right) \times \left(1 + 2\varepsilon_{//} \frac{G}{d} \right) \quad (D.7)$$

O segundo fator de lado direito de (D.7) pode ser interpretado como um fator de erro na determinação de V_π quando G é não-nulo.

86 cards
13/03/06





**,UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

Câmpus de Ilha Solteira

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Av. Brasil Centro, 56

15385-000 Ilha Solteira - SP

www.dee.feis.unesp.br

