

Universidade Estadual Paulista
Departamento de Física

Abreuçon Atanasio Alves

Aprendizagem de máquina aplicada para a dinâmica de corpos menores

Guaratinguetá

2025

Abreuçon Atanasio Alves

Aprendizagem de máquina aplicada para a dinâmica de corpos menores

Trabalho de Pós-Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Pós-Graduação em Pós-graduação em Física e Astronomia da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Doutor em Física e Astronomia.

Orientador: Prof. Dr. Valerio Carruba

Guaratinguetá

2025

A474a	Alves, Abreuçon Atanasio Aprendizagem de máquina aplicada para a dinâmica de corpos menores / Abreuçon Atanasio Alves - Guaratinguetá, 2025. 241 f : il. Bibliografia: f. 217-230 Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2025. Orientador: Prof. Dr. Valério Carruba 1. Asteroides. 2. Astronomia. 3. Inteligência artificial. 4. Redes neurais (Computação). I. Título. CDU 523.44(043)
-------	---

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

ABREUÇON ATANASIO ALVES

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTOR EM FÍSICA”**

**PROGRAMA: FÍSICA E ASTRONOMIA
CURSO: DOUTORADO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Documento assinado digitalmente
 **OLIVIA MARIA BERENGUE**
Data: 23/09/2025 14:22:26-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Drª. Olivia Maria Berengue
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:



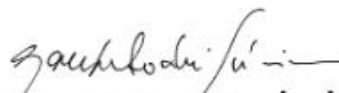
Prof. Dr. VALERIO CARRUBA
Orientador - UNESP



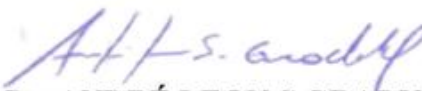
Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO
UNESP



Prof. Dr. OTHON CABO WINTER
UNESP



Prof. Dr. LAERTE SODRÉ JÚNIOR
USP



Prof. Dr. ANDRÉ LEON S GRADVOHL
UNICAMP

AGOSTO de 2025

Dados Curriculares

Nascimento	05/09/1976 – Jussara / BA
Filiação	Adelio Atanasio Alves Edelita Ferreira Alves
Formação Acadêmica	Bacharelado em Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, 2006 – 2017 Mestrado em Física, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2018 – 2021 Doutorado em Física, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2021 – 2025
Nome em citações	Alves, A. A.
Currículo Lattes	http://lattes.cnpq.br/1995137415782903
ORCID	https://orcid.org/0000-0002-7860-1258
Publicações Bibliográficas	1º autor: A. Alves, V. Carruba, E. M. D. S. Delfino, V. R. Silva, L. Blasco, 2025, Deep learning identification of asteroids interacting with g - s secular resonances, Planetary and Space Sciences, 258, A106062. doi:10.1016/j.pss.2025.106062.

Publicações Bibliográficas Co-autor:

Carruba V., Aljbaae S., Knezevic Z., Mahlke M., Masiero J. R., Roig F., Domingos R. C., Huaman M., Alves A., Martins B. S., Carita G., Lourenco M., Destouni S. C., On the identification of the first two young asteroid families in g-type non-linear secular resonances, 2024, MNRAS, 528, 796-814. **doi:/10.1093/mnras/stad3968.**

Publicações Bibliográficas Co-autor:

V. Carruba, S. Aljbaae, R. C. Domingos, G. Carita, A. Alves, E. M. D. S. Delfino, Digitally filtered resonant arguments for deep learning classification of asteroids in secular resonances, 2024, MNRAS, 531, 4432-4443. **doi:/10.1093/mnras/stae1446.**

Publicações Bibliográficas Co-autor:

V. Carruba, S. Di Ruzza, G. Carita, S. Aljbaae, R. C. Domingos, M. Huaman, R. A. N. Araujo, D. C. Mourao, A. A. Alves, E. M. D. S. Delfino, V. R. Silva, 2025, Time scales for Co-orbital Cycles of Venus Trojans Asteroids, Icarus, 433, A116508. **doi:/10.1016/j.icarus.2025.116508.**

Publicações Bibliográficas**Co-autor:**

V. Carruba, R. Sfair, R. A. N. Araujo, O. C. Winter, D. C. Mourao, S. Di Ruzza, S. Aljbaae, G. Carita, R. C. Domingos, A. A. Alves, 2025, The invisible threat: Assessing the collisional hazard posed by the undiscovered Venus co-orbital asteroids, *Astronomy and Astrophysics*, in press. doi:/10.1051/0004-6361/202554320.

Publicações Bibliográficas**Co-autor:**

Carruba V., Smirnov E., Oszkiewicz D., 2024, Learning for Small Bodies in the Solar System, Elsevier eds. <https://shop.elsevier.com/books/machine-learning-for-small-bodies-in-the-solar-system/carruba/978-0-443-24770-5>. ISBN disponível: 978-0443247705.

. Publicações Bibliográficas**Co-autor:**

Carruba V., Aljbaae S., G. Carita, M. V. F. Lourenco, B. Martins, A. A. Abreuçon, 2023, Imbalanced classification applied to asteroid resonant dynamics, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 10, A1196223. doi:10.3389/fspas.2023.1196223.

Dedico esta tese à Ciência, que nos guia na busca incessante pelo conhecimento e pela verdade.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, ao *Soberano* pelo discernimento e pela perseverança neste percurso.

Agradeço aos meus pais pelo apoio e incentivo à minha formação.

Agradeço à minha companheira, *Adriana Costa*, pelo carinho, confiança e constante apoio na conclusão da pós-graduação.

Agradeço ao meu orientador, o professor *Dr. Valerio Carruba*, por sua paciência, dedicação e valiosos ensinamentos ao longo desta jornada acadêmica. Sua orientação foi essencial para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço à minha coorientadora, a professora *Dra. Rita de Cássia Domingos*, pelo incentivo e pelas contribuições ao longo da pesquisa.

Agradeço, em especial, aos membros da banca examinadora por suas valiosas contribuições para a melhoria deste trabalho:

- *Prof. Dr. Laerte Soedré*, pelas sugestões pertinentes que enriqueceram este estudo.
- *Prof. Dr. André Leon Sampaio Gradwohl*, pela disponibilidade e críticas construtivas que aprimoraram a pesquisa.
- *Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto*, pela generosidade em compartilhar conhecimentos e sugestões durante a avaliação.
- *Prof. Dr. Otto Cabo Winter*, pela presença e contribuições científicas que agregaram profundidade à pesquisa.

Agradeço aos professores da FEG, que, por meio do ensino, pesquisa e projetos científicos, contribuem para o crescimento da UNESP como instituição de excelência. Em

especial, expresso minha gratidão aos docentes do DFI: *Dr. Denis Dalmazi, Dr. William Chiappim Junior, Dr. Julio Marny Hoff da Silva, Dr. Rogério Pinto Mota*, e aos professores do DMA: *Dr. Valerio Carruba* (orientador), *Dr. Othon Cabo Winter, Dra. Silvia Maria Giuliatti Winter, Dr. Rafael Ribeiro de Sousa, Dr. Rafael Sfair de Oliveira, Dra. Alessandra Ferraz da Silva Ferreira, Dr. André Amarante Luiz, Dra. Rosana Aparecida Nogueira de Araujo, Dra. Daniela Cardozo Mourão, Dr. Marcos Antonio Pereira e Dr. Jose Federico Vizcaino*.

Agradeço aos colegas do Doutorado e Mestrado da FEG/UNESP pela convivência e cooperação durante o desenvolvimento desta pesquisa. Em especial, à *Ana Carla de Paula Leite Almeida*, pela dedicação e suporte nas atividades acadêmicas e extracurriculares. À *Maria Luisa*, pela seriedade e doçura com que conduz suas atividades, pela dedicação exemplar e pelo constante compromisso com o conhecimento, constituindo um verdadeiro exemplo inspirador no meio acadêmico. Registro também minha gratidão aos colegas *Pedro Gerônimo, Lucas Soares, Ananias Barbosa, Bruno Leal, Bruno Eduardo, Odeilson Marinho, Raí Machado, Gabriel Rocha, Kelvin Santos, Kleber Petroski, Bruno Martins, Vanessa Golembionski, Tiago Francisco, Anderson Escobal, Nadir Senne*, entre outros, cuja parceria tornou esta caminhada mais rica e produtiva.

*“Nós só podemos ver um pouco do que somos, mas um dia, a inteligência que criamos
será uma extensão de nossa própria mente.”
(Alan Turing)”*

Resumo

Este trabalho aborda o uso de inteligência artificial e deep learning para a classificação de imagens de argumentos ressonantes de asteroides. O argumento de ressonância é uma combinação linear de ângulos orbitais cujo comportamento (libração ou circulação) caracteriza a existência e a dinâmica de uma ressonância. A seção seguinte apresenta seis resumos baseados em artigos publicados: um como autor principal e os demais como co-autor, com exceção de um, no qual não houve contribuição direta, presente no capítulo intitulado Aplicações. A pesquisa enfrentou o desafio do grande volume de dados astronômicos, como os gerados pelos levantamentos Zwicky Transient Facility e Legacy Survey of Space and Time, que tornam inviável a classificação manual. O estudo aplicou Redes Neurais Convolucionais e, de forma inovadora, Vision Transformers (ViT). Os resultados incluem a identificação de novas famílias de asteroides jovens, a melhoria da classificação com imagens digitalmente filtradas e a demonstração da superioridade dos modelos ViT e, em certas tarefas, dos Large Language Models (LLM). O trabalho também avaliou o risco de colisão de asteroides coorbitais de Vênus com a Terra.

Palavras-chave: *Redes Neurais; Classificação de Imagens; Aprendizado de Máquina.*

Abstract

*This work addresses the use of artificial intelligence and deep learning for classifying images of asteroid resonance arguments. A resonance argument is a linear combination of orbital angles whose behavior (libration or circulation) characterizes the existence and dynamics of a resonance. The following section presents six summaries based on published articles: one as the first author and the others as coauthor, except for one in which there was no direct contribution, included in the chapter entitled *Applications*. The research faced the challenge of handling large volumes of astronomical data, such as those produced by the *Zwicky Transient Facility* and the *Legacy Survey of Space and Time*, which make manual classification unfeasible. The study employed Convolutional Neural Networks and, innovatively, *Vision Transformers (ViT)*. The results include the identification of new families of young asteroids, the improvement of classification performance using digitally filtered images, and the demonstration of the superiority of *ViT* models and, in certain tasks, of *Large Language Models (LLM)*. The work also evaluated the collision risk of Venus co-orbital asteroids with Earth. The results confirm *deep learning* as an indispensable tool in astronomy.*

Keywords: Neural Networks; Image Classification; Machine Learning.

Lista de Abreviaturas

AFP	Portal de Famílias de Asteroides
ANN	Redes Neurais Artificiais
AstDyS	Banco Dinâmico de Asteroides
BIM	Método de Integração Reversa
BN	Normalização em Lote
CNN	Rede Neural Convolucional
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CPU	Unidade Central de Processamento
DA	Aumento de Dados
DO	Desligamento Aleatório
F	Amostras de Imagens Filtradas
FAPESP	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo
FFN	Rede Neural Direta
FN	Falsos Negativos
FP	Falsos Positivos
GB	Gigabytes
HCM	Método de Agrupamento Hierárquico
ICA	Análise de Componentes Independentes
IPAC	Centro de Processamento e Análise Infravermelho
LLM	Modelo de Linguagem de Grande Escala
LSST	Levantamento de Legado de Espaço e Tempo
MAE	Erro Médio Absoluto
MASB	Aprendizado de Máquina Aplicado a Pequenos Corpos

MHA	Camada de Atenção Multicabeça
ML	Aprendizado de Máquina
MMR	Ressonâncias de Movimento Médio
MPC	Centro de Planetas Menores
MSE	Erro Quadrático Médio
NEA	Asteroides Próximos à Terra
NEO	Banco de Dados de Objetos Próximos à Terra
NLP	Processamento de Linguagem Natural
NMF	Fatoração de Matriz Não Negativa
PCA	Análise de Componentes Principais
QCM	Código de Qualidade para Elementos Médios
ReLU	Unidade Linear Retificada
RFL	Bandeira de Ressonância
ROC AUC	Área sob a Curva Característica de Operação do Receptor
S2	Ressonância secular $2s - s_4 - s_6$
S4	Ressonância secular $s - 2s_6 + s_7 - g_6 + g_8$
S10	Ressonância secular $s - s_6 - g_5 + g_6$
S11	Ressonância secular $s - s_6 - 2g_5 + 2g_6$
SDSS	Levantamento Digital do Céu Sloan
SDSS-MOC4	Catálogo de Objetos Móveis do SDSS (versão 4)
SVM	Máquina de Vetores de Suporte
SWIFT	Software de Integração Numérica
TN	Verdadeiros Negativos
TP	Verdadeiros Positivos
tSNE	Mapeamento Estocástico de Vizinhança t-Distribuído
U	Amostras de Imagens Não Filtradas
VGG	Grupo de Geometria Visual
ViT	Transformador de Visão
WAM	Método de Análise por Onduletas

Lista de Símbolos

a	Semieixo maior
au	Unidade astronômica
$d(0)$	Diferença inicial para cálculo de Lyapunov
d_{min}	Diâmetro mínimo
e	Excentricidade
f_c	Frequência de corte
F1	F1-Score
FN	Falsos negativos
FP	Falsos positivos
g	Frequência de precessão do periélio
g_i	Frequências planetárias do periélio
H	Magnitude absoluta
Hz	Hertz
i	Inclinação (ou $\sin I$)
km	Quilômetro
L	Expoente de Lyapunov
λ	Longitude média
λ_J	Longitude média de Júpiter
mag	Magnitude
mlp_dim	Dimensão da camada MLP
Myr	Milhões de anos
m	Coeficiente em MMR
n	Coeficiente em MMR

N_{PB}	Número de membros do corpo parental
num_heads	Número de cabeças de atenção
num_layers	Número de camadas
ν	Frequências seculares
Ω	Longitude do nó ascendente
Ω_J	Nó ascendente de Júpiter
p	Coeficiente em MMR
p_i	Coeficiente em ressonância secular
p_V	Albedo geométrico
ϖ	Longitude do periélio
ϖ_J	Periélio de Júpiter
q	Coeficiente em MMR
q_i	Coeficiente em ressonância secular
R\$	Real (moeda brasileira)
r	Coeficiente em MMR
ρ	Densidade
s	Frequência de precessão do nó orbital
s_i	Frequências planetárias do nó orbital
S_2	Ressonância $2s - s_4 - s_6$
S_4	Ressonância $s - 2s_6 + s_7 - g_6 + g_8$
S_{10}	Ressonância $s - s_6 - g_5 + g_6$
S_{11}	Ressonância $s - s_6 - 2g_5 + 2g_6$
$\sigma(a)$	Desvio padrão de a
$\sigma(e)$	Desvio padrão de e
$\sigma(\sin I)$	Desvio padrão de $\sin I$
TN	Verdadeiros negativos
TP	Verdadeiros positivos
$\bar{v}$	Velocidade média
x, y, z	Variáveis normalizadas

Lista de Figuras

1.1	Ângulo ressonante $\varpi - \varpi_6$ em regime de libração	28
1.2	Elementos orbitais	31
1.3	Padrões orbitais e ressonâncias asteroide-Júpiter	32
2.1	Variação dos argumentos ressonantes de asteroides ao longo do tempo . . .	44
3.1	Matriz de confusão para classificação de 7 classes de estrelas variáveis . . .	48
3.2	Curvas ROC com taxas de verdadeiros e falsos positivos.	52
3.3	Ajuste do modelo e relação entre regularização, overfitting e underfitting .	53
3.4	Principais marcos na evolução das redes neurais, do <i>Perceptron</i> às DNNs .	57
3.5	Camadas e fluxo de dados em uma rede neural rasa	60
3.6	Função ReLU exponencial usada para introduzir não linearidade	61
3.7	Camadas e dimensões de ativação na arquitetura VGG	63
3.8	Comparação de versões do módulo Inception	64
3.9	Atalhos em ResNet e sua função no treinamento de redes profundas	65
4.1	Projeções adequadas de asteroides na ressonância $2\nu_6 - \nu_5$	73
4.2	Projeções próprias dos asteroides na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$	74
4.3	Variação da perda e acurácia (CNN, $2\nu_6 - \nu_5$)	75
4.4	Evolução de membros por corte de velocidade (ressonância $2\nu_6 - \nu_5$)	78
4.5	Diagrama estalactite e distribuição orbital dos grupos ($2\nu_6 - \nu_5$)	78
4.6	Projeção dos grupos 2198 e 11791 no plano $(a, \sin i)$	79
4.7	Número de membros por corte de velocidade HCM ($3\nu_6 - 2\nu_5$)	80
4.8	Diagrama estalactite e distribuição $(a, \sin i)$ dos grupos ($3\nu_6 - 2\nu_5$)	81
4.9	Projeção dos grupos 59421, 233054 e 92171 no plano $(a, \sin i)$	82

4.10	Propriedades físicas da família candidata 2198	85
4.11	Propriedades físicas da família candidata 5507	86
4.12	Propriedades físicas da família candidata 170776	88
4.13	Convergência e encontros próximos — grupo 5507 Niijima	89
4.14	Magnitude absoluta vs. idade — grupo 5507 Niijima	91
4.15	Convergência e encontros próximos — grupo 170776	92
4.16	Magnitude absoluta versus idade para o grupo 170776 (2004 CA95)	93
4.17	Distribuição (a, e) das famílias 5507 e 170776	95
4.18	Distribuições de K_2 e dependência de χ^2 com o parâmetro VEJ	96
4.19	Análise do parâmetro VEJ para o grupo 170776	97
4.20	Famílias de asteroides em ressonâncias seculares	102
5.1	Ressonâncias s no cinturão principal e região de Hungaria	106
5.2	Projeções de asteroides nas ressonâncias S2 e S4 na região de Hungaria . .	107
5.3	Tempos de Lyapunov nas ressonâncias S2 e S4	109
5.4	Argumentos ressonantes osculantes e filtrados em $s - s_6 + g_6 - g_5$	111
5.5	Função de perda e acurácia na ressonância S10	114
6.1	Função de perda e acurácia — ViT	123
6.2	Argumentos ressonantes $g - 2g_6 + g_5$ — osculantes e filtrados	129
6.3	Asteroide (2447) Kronstadt — ângulos ressonantes filtrados	131
6.4	Distribuição de asteroides em ressonâncias seculares	132
6.5	Classificações incorretas do LLM	142
7.1	Projeções de asteroides na ressonância $g - g_6 - s + s_6$	149
7.2	Projeções de asteroides candidatos à ressonância $g - g_6 - s + s_6$	151
7.3	Evolução temporal do ângulo ressonante $\sigma = g - g_6 - s + s_6$	153
7.4	Evolução temporal do desempenho dos modelos	156
7.5	Projeções de asteroides na ressonância $g - g_6 - s + s_6$	157
7.6	Desempenho do modelo ViT em função do número de <i>heads</i>	163
8.1	Asteroides com e sem configuração ressonante	171
8.2	Variação temporal de θ para partículas fora de TL4	174
8.3	Evolução de ângulos ressonantes para transições TL4 e QS	175

8.4	Histogramas de tempo coorbital e encontros com Vênus 2020 BT2	177
8.5	Encontros com Vênus ao longo do tempo e suas estatísticas móveis	178
8.6	Encontros próximos dos clones do 2020 BT2 com a Terra e Mercúrio	179
8.7	Tempo de permanência em estados co-orbitais com efeito Yarkovsky	181
8.8	Projeções de clones no plano orbital (θ, e)	182
8.9	Ângulo ressonante em função do tempo (TL4 e QS)	183
8.10	Tempo de permanência dos clones de 2020 BT2 em TL4	183
8.11	Distribuição dos tempos de confinamento em ciclo co-orbital	185
8.12	Distribuição dos Tempos de Confinamento T_{COC} e T_{Yarko}	186
8.13	Estacionaridade em encontros com Vênus — troianos	187
8.14	Histogramas das probabilidades de colisão de clones de Vênus com a Terra	189
9.1	Distribuição orbital de asteroides próximos e co-orbitais de Vênus	195
9.2	Exemplos do comportamento do ângulo ressonante de asteroides	198
9.3	Distribuição do nível Hamiltoniano para diferentes inclinações	199
9.4	Períodos de libração e largura da ressonância para $i = 0^\circ$	200
9.5	Distribuição do nível Hamiltoniano para diferentes inclinações	202
9.6	Condições iniciais dos clones co-orbitais de Vênus	203
9.7	MOID com a Terra para diferentes configurações orbitais	204
9.8	Observabilidade de co-orbitais de Vênus (2020–2036)	208
9.9	Visibilidade de co-orbitais de Vênus segundo parâmetros orbitais	209
9.10	Observabilidade de co-orbitais de Vênus	210

Lista de Tabelas

1.1	Distribuição de asteroides em regiões definidas por ressonâncias	31
2.1	Frequências planetárias fundamentais no Sistema Solar	36
2.2	Ressonâncias seculares g de até segunda ordem	38
2.3	Detalhes sobre o argumento de frequências e ressonâncias	40
2.4	Distribuição de objetos na ressonância $g - g_6 - s + s_6$ no cinturão principal	40
3.1	Proporções típicas para divisão dos conjuntos de dados	55
4.1	Ressonâncias seculares g mais difusivas no cinturão principal	71
4.2	Tabela de desempenho dos modelos testados	74
4.3	Tabela de identificação de grupos de asteroides	78
4.4	Tabela de identificação de grupos de asteroides	81
4.5	Propriedades físicas dos grupos de asteroides	84
4.6	Propriedades físicas dos grupos de asteroides	87
4.7	Estimativa de idade — cluster 5507 Niijima	90
4.8	Estimativas de idade — grupo 170776	92
4.9	Resultados do modelo de probabilidade de colisão para as quatro famílias ressonantes.	100
5.1	Ressonâncias seculares do tipo s mais difusivas no cinturão principal	107
5.2	Principais ressonâncias seculares do tipo s no cinturão principal	107
5.3	Classificação em termos de acurácia, precisão, recall e F1-score	112
5.4	Métricas de desempenho dos modelos de CNN	113
6.1	Ressonâncias seculares do tipo s mais difusivas — cinturão principal	131

6.2	Classificação de CNNs para imagens filtradas e não filtradas	134
6.3	Classificação de modelos ViT para imagens filtradas e não filtradas	135
6.4	Classificação ViT para $g - 2g_6 + g_5$	136
6.5	Classificação CNN para $g - 2g_6 + g_5$	137
6.6	Classificação ViT para $g - 2g_6 + g_5$	138
6.7	Classificação CNN para $s - s_6 - g_5 + g_6$	139
6.8	Classificação ViT para $s - s_6 - g_5 + g_6$	140
6.9	Identificação de ressonâncias seculares pelo LLM	141
6.10	Desempenho ViT nas bases de dados	144
7.1	Classificação dos modelos CNN para imagens U e F	155
7.2	Modelo ViT aplicado ao argumento $g - s + s_6 - g_6$	160
7.3	Classificação com imagens filtradas e diferentes hiperparâmetros	160
7.4	Comparação entre resultados de imagens não filtradas e filtradas	162
7.5	Comparação da alocação de memória entre imagens não filtradas e filtradas	162
7.6	Comparação ViT-CNN em imagens não filtradas	164
8.1	Elementos orbitais dos asteroides co-orbitais de Vênus	169
8.2	Classificação orbital instantânea	182
8.3	Tempos característicos das simulações	184
8.4	Parâmetros de encontros de asteroides co-orbitais de Vênus	188
9.1	Parâmetros orbitais e condições de observação de co-orbitais de Vênus . . .	201

Sumário

<i>Dados Curriculares</i>	4
<i>Lista de Abreviaturas</i>	13
<i>Lista de Símbolos</i>	15
1. <i>Introdução</i>	27
1.1 Asteroides: Conceitos Gerais	30
2. <i>Ressonâncias Seculares</i>	35
2.1 Ressonâncias do tipo g	37
2.2 Ressonância do tipo s	39
2.3 Ressonância do tipo $g - s$	41
2.4 Circulação, Libração e Alternância de Fase	43
3. <i>Aprendizagem Profunda</i>	46
3.1 Matriz de Confusão	47
3.2 Métricas de Desempenho	48
3.2.1 Acurácia	49
3.2.2 Precisão	49
3.2.3 <i>Recall</i>	50
3.2.4 <i>F1-Score</i>	50
3.2.5 Outras métricas empregadas	50
3.3 Overfitting, Underfitting e Técnicas de Regularização	53
3.4 Aprendizagem de máquina	54

3.4.1	Aprendizagem profunda	56
3.4.1.1	Neurônio Artificial	57
3.5	Redes Neurais Artificiais	59
3.6	Rede Neural Convolucional	62
3.6.1	Modelo VGG	63
3.6.2	Modelo <i>Inception</i>	64
3.6.3	Modelo <i>ResNet</i>	65
3.7	Vision Transformer	66
4.	<i>Sobre a identificação das duas primeiras famílias jovens de asteroides em ressonâncias seculares não lineares do tipo-g</i>	68
4.1	Introdução	68
4.2	Métodos	70
4.2.1	Ressonância $2\nu_6 - \nu_5$	72
4.2.2	Ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$	73
4.3	Modelos de aprendizado profundo para ressonâncias do tipo g	74
4.4	Identificação de grupos de asteroides interagindo com ressonâncias seculares do tipo g	76
4.4.1	Ressonância $2\nu_6 - \nu_5$: identificação de famílias	77
4.4.2	Asteroides e dinâmica da ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$	79
4.5	Propriedades físicas dos novos grupos	82
4.5.1	Grupos da ressonância $2\nu_6 - \nu_5$ com dados físicos	83
4.5.2	Análise física dos grupos na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$	87
4.6	Datando as novas famílias ressonantes	88
4.6.1	Ressonância $2\nu_6 - \nu_5$: método BIM	89
4.6.2	Idade e evolução dinâmica do grupo 170776 na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$	91
4.7	Elementos próprios ressonantes e restrições sobre o campo de velocidade de ejeção inicial de famílias ressonantes do tipo g	93
4.7.1	Ressonância $2\nu_6 - \nu_5$: parâmetro V_{EJ}	96
4.7.2	Distribuição orbital e parâmetro V_{EJ} do grupo 170776	97
4.8	Estimando a probabilidade de formação de famílias jovens de asteroides ressonantes	97

4.9	Comentários finais	101
5.	<i>Argumentos ressonantes filtrados digitalmente para a classificação, por aprendizado profundo, de asteroides em ressonâncias seculares</i>	104
5.1	Introdução	104
5.2	Ressonâncias seculares tipo s : localização	105
5.3	Imagens dos argumentos ressonantes	109
5.4	Modelos de Redes Neurais Convolucionais	113
5.5	Comentários finais	115
6.	<i>Vision Transformer para Identificação de Asteroides em Ressonâncias Seculares</i> .	117
6.1	Introdução	117
6.2	Aprendizado profundo e modelos de IA	119
6.2.1	Vision Transformers (ViTs)	120
6.2.2	Redes Neurais Convolucionais	123
6.2.3	Modelos de Linguagem de Grande Escala (LLMs)	125
6.2.4	Vantagens do zero-shot learning na prática	127
6.3	Aplicação a bases de dados de imagens de argumentos ressonantes	128
6.3.1	Asteroides na ressonância secular ν_6	133
6.3.2	Asteroides na ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$	136
6.3.3	Asteroides na ressonância secular $s - s_6 - g_5 + g_6$	138
6.3.4	Identificações pelo LLM	140
6.4	Comentários Finais	144
7.	<i>Identificação por Aprendizado Profundo de Asteroides que Interagem com Ressonâncias Seculares $g - s$</i>	146
7.1	Introdução	146
7.2	Metodologia	148
7.3	Aplicação de CNNs	152
7.3.1	Discussão dos resultados - CNN	154
7.4	Aplicação da Arquitetura ViT	158
7.5	Aplicação da Arquitetura ViT	159
7.5.1	Discussão dos resultados - ViT	159

7.5.2	Comparação entre CNNs e ViT	163
7.6	Conclusões	165
8.	<i>Escalas de tempo para ciclos co-orbitais de asteroides troianos de Vênus</i>	166
8.1	Introdução	166
8.2	Classificação instantânea dos co-orbitais de Vênus	170
8.3	Métodos	172
8.3.1	Classificação de asteroides coorbitais com incerteza orbital	172
8.3.2	Configuração da simulação	173
8.3.3	Escalas de tempo para comportamento co-orbital	174
8.3.4	Encontros próximos com outros planetas terrestres	178
8.3.5	Força de Yarkovsky	179
8.4	Discussões	181
8.4.1	Resultados do esquema de classificação	181
8.4.2	Resumo dos resultados gerais	184
8.4.3	Escalas de tempo de confinamento para um ciclo	184
8.4.4	Movimento co-orbital impulsionado por Yarkovsky	185
8.4.5	Estacionaridade para séries temporais de encontros com Vênus	186
8.4.6	Escalas de tempo para encontros com a Terra e Mercúrio	187
8.4.7	Encontros próximos e colisões com Vênus e a Terra	188
8.5	Comentários finais	190
9.	<i>A ameaça invisível: Avaliando o risco de colisão representado pelos asteroides co-orbitais de Vênus ainda não descobertos</i>	192
9.1	Introdução	192
9.2	A distribuição orbital esperada de NEAs próximos a Vênus: resultados do NEOMOD3	195
9.3	Modelo Hamiltoniano da ressonância 1:1	196
9.4	Encontros próximos com a Terra	202
9.5	Observabilidade a partir da Terra	205
9.6	Observabilidade a partir da órbita de Vênus	209
9.7	Conclusões	212

<i>10. Conclusões</i>	215
<i>Referências</i>	217
<i>Apêndice</i>	231
<i>A. Regras d'Alembert</i>	233
<i>B. Artigos</i>	234
<i>C. Disponibilidade de dados</i>	240

Introdução

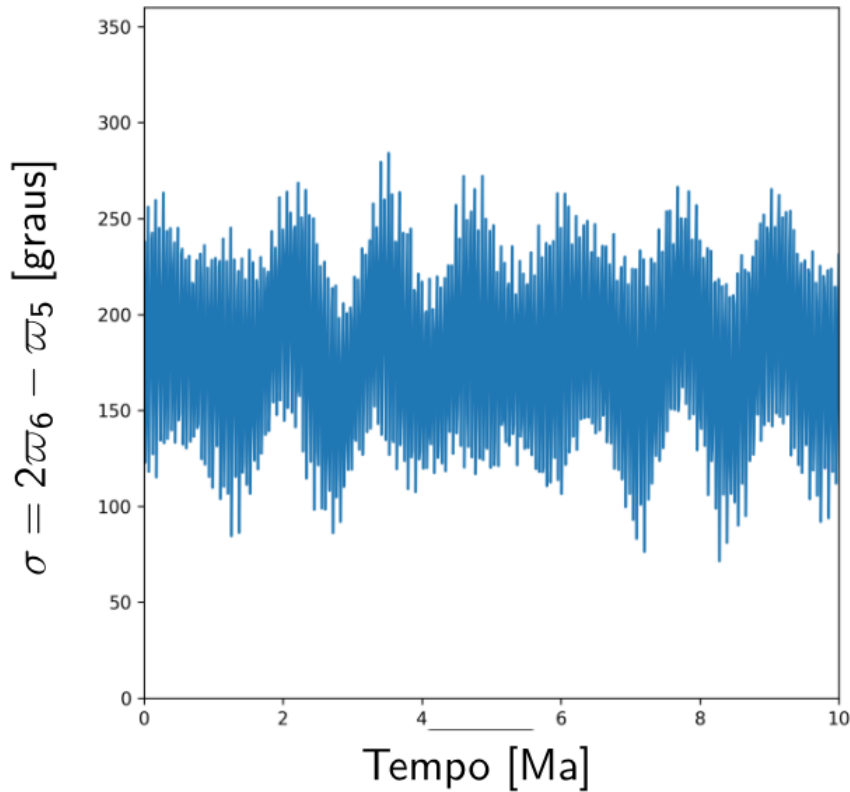
A aprendizagem de máquina e a inteligência artificial têm transformado significativamente tanto a vida cotidiana quanto a pesquisa científica, trazendo inovações em diversas áreas. Um dos campos mais impactados é a classificação de imagens, onde as convolutional neural networks se destacam pela capacidade de analisar e interpretar grandes volumes de dados com alta precisão.

Este trabalho tem como objetivo investigar a aplicação de técnicas avançadas de aprendizagem de máquina na classificação de imagens associadas a ressonâncias de asteroides. Busca-se compreender de que forma redes neurais e outros métodos, como Vision Transformer, podem ser treinados para identificar padrões relevantes nessas imagens, aprimorando não apenas a eficiência da classificação, mas também o entendimento da dinâmica e, eventualmente, da composição desses corpos celestes, conforme abordado em Alves et al. (2025).

As ressonâncias seculares desempenham um papel fundamental na compreensão da dinâmica dos corpos celestes, manifestando-se quando as frequências de precessão de asteroides e planetas se tornam comensuráveis. Essas interações influenciam diretamente a estruturação do cinturão de asteroides, afetando a estabilidade orbital e os processos de formação e dispersão de famílias ao longo de bilhões de anos. Compreendê-las é essencial para reconstruir a história dinâmica do Sistema Solar e aprimorar modelos que descrevem a distribuição atual dos asteroides. Para aprofundar os conhecimentos sobre o assunto, recomenda-se a leitura de trabalhos fundamentais, como Morbidelli et al. (2002), Knežević e Milani (2003) e Carruba et al. (2016), que oferecem uma base teórica sólida e discutem evidências observacionais e modelagens numéricas altamente relevantes.

A análise do argumento de ressonância σ , que, por exemplo, pode ser vista na Figura 1.1, é o critério principal para confirmar se um objeto está de fato em ressonância (libração do ângulo σ em torno de um valor médio) ou apenas próximo a ela. Verificando as frequências envolvidas no ângulo ressonante, a ressonância poderá ser classificada como secular, média, de alta ordem ou gravitacional, dependendo do padrão observado. Verificando o padrão do comportamento de argumentos de ressonância semelhantes em diferentes corpos, por exemplo, também é possível agrupar famílias de asteroides ou aglomerados.

Figura 1.1: Comportamento do ângulo ressonante $\sigma = \varpi - \varpi_6$ de um asteroide em regime de libração por 10 milhões de anos.



Fonte: Adaptado de Carruba et al. (2023).

Neste contexto, este estudo propõe o uso de técnicas de aprendizagem profunda (*deep learning*) para classificar imagens do comportamento do ângulo de ressonância de asteroides, treinando redes neurais que identificam padrões relevantes de ressonância, melhorando a eficiência da classificação e aprofundando a compreensão do comportamento dinâmico desses corpos. As técnicas de aprendizagem profunda (*deep learning*) adotadas incluem redes neurais artificiais (ANN), redes neurais convolucionais (CNN) e *Vision Transformer* (ViT).

Além disso, brevemente foram apresentados resultados de outro trabalho recentemente publicado (Carruba et al. (2025)) sobre os asteroides co-orbitais de Vênus e seu potencial de risco de colisão com a Terra.

É importante ressaltar que os resultados desta pesquisa visam contribuir para o desenvolvimento de novas estratégias de detecção de objetos celestes e apoiar futuras missões espaciais. Os resultados obtidos ao longo do estudo resultaram em publicações científicas, nas quais as colaborações com outros autores enriqueceram a análise dos resultados e aplicação dos métodos utilizados. Além disso, essas parcerias foram fundamentais para que outros pesquisadores pudessem testar os métodos utilizados e validar os resultados alcançados. Visto que na literatura ainda são poucos os trabalhos encontrados com as aplicações feitas no presente estudo, a ideia inicial de cada trabalho publicado surgiu com as pesquisas iniciadas aqui e evoluiu para análises mais robustas. A principal ideia da pesquisa deste trabalho é mostrar a combinação de conhecimentos de astronomia e ciência da computação, visando ressaltar a importância da interdisciplinaridade para impulsionar avanços tecnológicos significativos. Este trabalho está estruturado da seguinte maneira.

No capítulo 2, são discutidas as ressonâncias seculares, abordando suas definições, implicações e sua relevância no contexto da pesquisa. Foram analisados também exemplos práticos que ilustram o fenômeno, incluindo os três tipos de ressonâncias: g , s e $g - s$.

No capítulo 3, discutem-se conceitos básicos de aprendizagem profunda, como métricas de desempenho e técnicas de regularização. Entre os modelos usados, discutem-se as ANN, as CNN e a ViT, destacando suas aplicações na inteligência artificial.

Nos capítulos 4 a 9 são apresentadas as aplicações dos modelos propostos para o estudo. As aplicações de ANN, CNN e ViT para problemas de identificação de asteroides que interagem com ressonâncias seculares são abordadas. Também são discutidos dois trabalhos recentes que tratam de asteroides coorbitais de Vênus e de seus possíveis riscos de colisão com a Terra.

Finalmente, no Capítulo 10 são apresentadas as considerações finais, sintetizando os avanços alcançados e as contribuições deste estudo para futuros estudos.

1.1 Asteroides: Conceitos Gerais

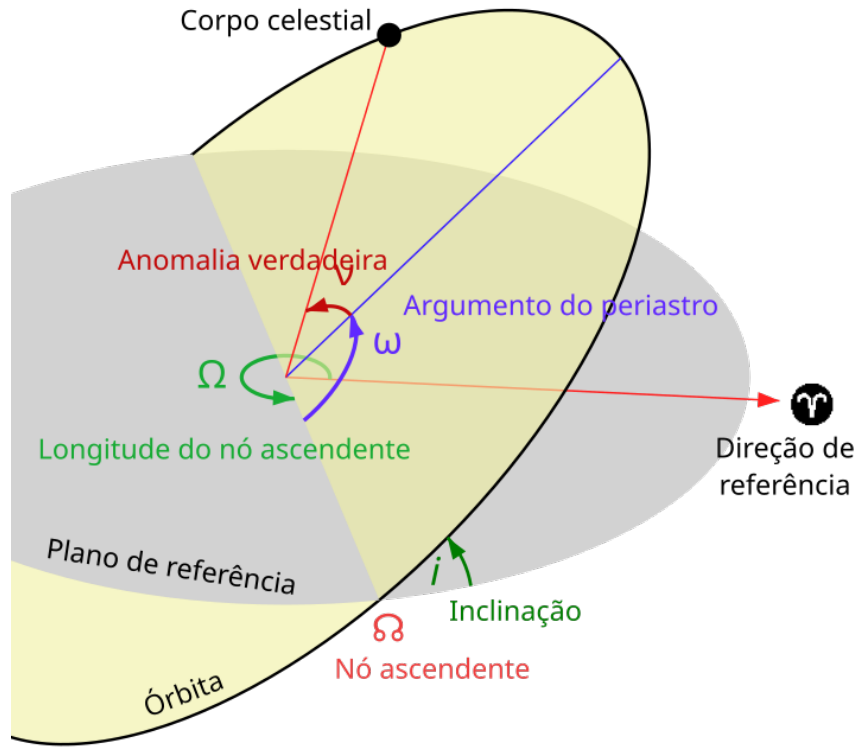
A classificação de asteroides é fundamental na pesquisa astronômica. De modo geral, esses corpos podem ser agrupados em duas categorias principais: asteroides numerados e asteroides de múltiplas oposições. Os asteroides numerados são aqueles que recebem uma designação oficial pelo *Minor Planet Center (MPC)* (*Minor Planet Center (2025)*), após a determinação precisa de suas órbitas com base em observações realizadas em diversas aparições (ou oposições), o que permite o cálculo confiável de seus elementos orbitais.

A órbita de um corpo celeste é descrita por seus elementos orbitais, representados na Figura 1.2 e discutidos em Murray e Dermott (2000). Os elementos orbitais são os seguintes:

- **Semieixo maior (a):** mede o tamanho da órbita e corresponde à metade do eixo maior da elipse.
- **Excentricidade (e):** indica a forma da órbita, variando de 0 (circular) a valores próximos de 1 (altamente alongada).
- **Inclinação (i):** ângulo entre o plano orbital do corpo e o plano de referência (geralmente a eclíptica).
- **Longitude do nodo ascendente (Ω):** ângulo entre a direção de referência (eixo x no plano de referência) e o nodo ascendente da órbita.
- **Argumento do periastro (ω):** ângulo medido a partir do nodo ascendente até o periastro, ao longo da órbita.
- **Anomalia média (M):** parâmetro que aumenta linearmente com o tempo e, junto com os demais elementos, define a posição instantânea do corpo na órbita.

Exemplos clássicos incluem (2) Pallas, (4) Vesta e (10) Hygiea, conforme Knežević e Milani (2003) e Knežević (2022). Já os asteroides de múltiplas oposições, embora ainda não numerados, foram observados em pelo menos duas oposições solares distintas a partir da Terra, o que proporciona uma estimativa mais robusta de seus parâmetros orbitais em comparação com objetos detectados apenas uma vez, de acordo com Carruba et al. (2021) e com detalhes adicionais apresentados na Tabela 1.1.

Figura 1.2: Representação dos os elementos orbitais de um corpo celeste: semieixo maior (a); excentricidade (e); inclinação (i); longitude do nó ascendente (Ω), argumento do perielio (ω) e anomalia verdadeira (M)



Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Orbital_elements.svg.

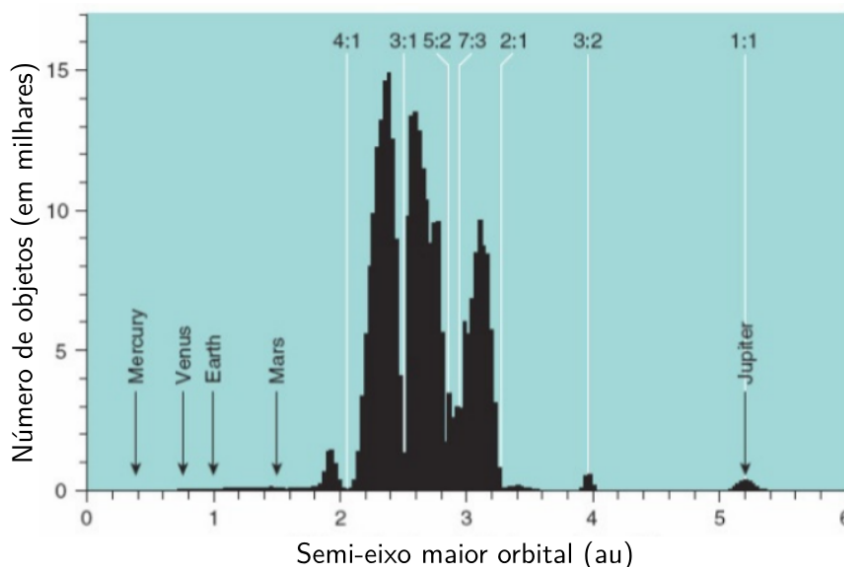
Tabela 1.1 - A tabela mostra a distribuição de asteroides nas três regiões, entre os limites de ressonância 7:2 - 3:1, 3:1 - 5:2 e 5:2 - 2:1, com seus respectivos intervalos de a

Região	Limites de Ressonância	a
Cinturão Principal Interno	7:2 - 3:1	2.06 au - 2.50 au
Cinturão Principal Central	3:1 - 5:2	2.50 au - 2.82 au
Cinturão Principal Externo	5:2 - 2:1	2.82 au - 3.28 au

Fonte: Alves et al. (2025) (adaptada).

A maioria dos asteroides se encontra no cinturão principal de asteroides, que está entre as órbitas de Marte e Júpiter. O cinturão principal interno encontra-se entre as ressonâncias orbitais 7:2 e 3:1 em relação a Júpiter. Portanto, nas ressonâncias 7:3 e 3:1, enquanto Júpiter completa 3 e 1 órbitas, respectivamente, os asteroides completam 7 e 3 órbitas. O cinturão principal médio refere-se à área do cinturão de asteroides situada entre as ressonâncias orbitais 3:1 e 5:2 com o planeta Júpiter. A Figura 1.3 mostra a distribuição desses objetos, evidenciando a concentração dos asteroides por semieixo maior em picos e a escassez em vales.

Figura 1.3: Os picos e vales representam a concentração dos asteroides nas órbitas, de acordo com a distância média orbital. As razões indicam as ressonâncias em termos do período orbital de Júpiter comparado ao período orbital do asteroide.



Fonte: https://www.sab-astro.org.br/wp-content/uploads/2017/03/SNEA2012_TCP8.pdf.

Por outro lado, o cinturão principal externo é a seção mais distante e externa do extenso cinturão de asteroides. As ressonâncias orbitais 5:2 e 2:1 com Júpiter definem os limites dessa região. Conforme apresentado na Tabela 1.1, os valores do semi-eixo maior correspondentes aos limites de ressonância podem ser observados. Os valores dos limites de ressonância mostram que cada região do cinturão principal possui um intervalo específico de faixas de semi-eixos maiores, refletindo a complexa estrutura do Sistema Solar.

Outras populações de asteroides fora do cinturão principal incluem os asteroides NEAs, Hungaria, Cybele, e os co-orbitais de vários planetas, de Vênus a Netuno. Asteroides NEAs

(*Near-Earth Asteroids*) são asteroides cujas órbitas se aproximam da órbita da Terra. Eles possuem periélios (q) menores que 1,3 unidades astronômicas (au). São classificados em quatro grupos principais, de acordo com a forma de suas órbitas (Tholen e Harris, 1989):

- Atira: órbitas totalmente internas à da Terra ($a < 1,0 au$),
- Aten: $a < 1,0 au$ e $Q > 0,983 au$ (cruzam a órbita da Terra),
- Apollo: $a > 1,0 au$ e $q < 1,017 au$ (também cruzam a órbita da Terra),
- Amor: $1,017 au < q < 1,3 au$ (se aproximam da Terra, mas não a cruzam).

Esses objetos são monitorados devido ao seu potencial de impacto com a Terra.

Asteroides *Hungaria* representam um grupo de asteroides localizado no cinturão interno de asteroides, com órbitas caracterizadas por semieixo maior entre 1,78 e 2,0 au , baixa excentricidade (geralmente $< 0,18$), alta inclinação (16° a 34°), e que estão fora da ressonância 4:1 com Júpiter, evitando regiões instáveis. Esses objetos são mais internos ao cinturão principal e muitos pertencem à família *Hungaria*, originada de uma colisão comum. O nome tem origem em 434 *Hungaria*, o primeiro a ser identificado por essas características.

Os asteroides *Cybele* constituem um grupo de asteroides localizado na região externa do cinturão principal, com órbitas caracterizadas por semieixo maior entre 3,27 e 3,7 au , baixa excentricidade (geralmente $< 0,3$), inclinação moderada (até 25°), e que estão além da ressonância 2:1 com Júpiter, que ocorre a cerca de 3,27 au (Carruba et al. (2015)). Eles orbitam o Sol em uma região relativamente estável e muitos são associados à família *Cybele*, nomeada em homenagem ao asteroide 65 *Cybele*, o primeiro a ser descrito com essas características. Os asteroides *Cybele* fazem parte da transição entre o cinturão principal e os objetos *Hilda* e *Troianos*.

Por fim, asteroides *co-orbitais* de planetas são aqueles que compartilham, aproximadamente, a mesma órbita heliocêntrica de um planeta. Eles mantêm uma ressonância 1:1 com o planeta, ou seja, completam uma volta ao redor do Sol ao mesmo tempo. O caso mais conhecido é o dos asteroides troianos de Júpiter, que orbitam o Sol próximos aos

pontos de *Lagrange* L_4 e L_5 do sistema Sol-Júpiter. Os do grupo L_4 (60° à frente de Júpiter) formam os *Troianos*, enquanto os do grupo L_5 (60° atrás de Júpiter) são os *Gregos*, embora, por convenção histórica, a nomenclatura tenha se invertido para alguns objetos.

Asteroides estão em equilíbrio gravitacional com o Sol e Júpiter, formando grupos estáveis de milhares de corpos, provavelmente remanescentes da formação do Sistema Solar. Eles são importantes para o estudo da dinâmica orbital e da história primitiva do Sistema Solar.

Outros grupos menores em outras ressonâncias de *mean motion* com Júpiter, como os asteroides *Hildas*, *Thule*, etc., não serão tratados neste trabalho.

Ressonâncias Seculares

Ressonâncias seculares ocorrem quando há comensurabilidade entre as frequências de precessão da longitude do periélio (g) e a longitude do nodo orbital (s) de um asteroide, e com as frequências fundamentais da teoria planetária, $g_i = \dot{\varpi}_i$ e $s_i = \dot{\Phi}_i$, onde i é um sufixo que identifica um planeta do Sistema Solar, segundo Celletti e Perozzi (2020).

As frequências associadas a essas ressonâncias devem necessariamente obedecer a uma condição de ressonância secular, em que $\dot{g}$ e $\dot{s}$ são as frequências de precessão do periélio e do nodo ascendente do asteroide, enquanto $\dot{g}_i$ e $\dot{s}_i$ correspondem às frequências equivalentes dos planetas. Nessa condição, os inteiros p , q , p_i e q_i devem satisfazer as regras de D'Alembert, que são expressas pela seguinte relação:

$$p\dot{g} + q\dot{s} + \sum (p_i\dot{g}_i + q_i\dot{s}_i) = 0. \quad (2.1)$$

Baseados nas regras de D'Alembert, temos que (i) a soma total dos coeficientes $\sum(p + q + p_i + q_i)$ seja igual a zero e (ii) a soma de termos associados à frente s seja par, conforme o Apêndice A.

Na Tabela 2.1, são apresentados os valores das frequências dos oito planetas do Sistema Solar, organizados em ordem crescente de semieixo maior. Os sufixos utilizados são $g_i = \dot{\varpi}_i$ e $s_i = \dot{\Omega}_i$, conforme a abordagem de Celletti e Perozzi (2020).

As regras de D'Alembert se aplicam a qualquer tipo de ressonância, incluindo as ressonâncias de movimento médio (MMR), conforme é explorado em Murray e Dermott (2000). Tais restrições asseguram a invariância da equação diante da simetria de rotação do sis-

Tabela 2.1 - Frequências planetárias fundamentais do Sistema Solar, apresentando as componentes g e s com seus respectivos valores em segundos de arco por ano ["/ano].

Frequências g	Valor ["/ano]	Frequências s	Valor ["/ano]
g_2	7,456	s_2	-7,080
g_3	17,365	s_3	-18,852
g_4	18,002	s_4	-17,633
g_5	4,257	s_5	—
g_6	28,243	s_6	-26,345
g_7	3,093	s_7	-2,996
g_8	0,669	s_8	-0,692

Fonte: (Knežević e Milani, 2003) (adaptada).

tema e a conservação do momento angular, como indicado no Apêndice A. As ressonâncias seculares podem ser categorizadas de acordo com as seguintes características:

- Ressonâncias do tipo g : envolvem as frequências g da precessão da longitude do periélio ϖ e estão relacionadas a variações na excentricidade das órbitas.
- Ressonância do tipo s : envolve as frequências s da precessão da longitude do nodo do asteroide Ω e produz variações seculares na inclinação dos asteroides.
- Ressonância do tipo $g - s$: combina os efeitos das ressonâncias g e s , nas quais tanto a excentricidade quanto a inclinação são influenciadas simultaneamente por corpos celestes.
- Ressonâncias de outros tipos como $g + s$, $2g + s$, $3g + s$, $g + 2s$, etc. Estas ressonâncias não serão abordadas neste trabalho.

A ressonância secular linear ocorre quando há uma comensurabilidade simples entre a frequência de precessão do periélio (g) ou do nó ascendente (s) de um asteroide e as frequências seculares de um planeta, como g_i ou s_i (Murray e Dermott, 2000). Esse tipo de ressonância afeta a excentricidade (tipo g) ou a inclinação própria (tipo s) do asteroide, conforme Knežević (2022).

Por sua vez, as ressonâncias seculares não lineares são combinações de ordem superior das frequências de precessão do periélio (g) e do nodo ascendente (s) de um asteroide com as frequências planetárias fundamentais (g_i , s_i). Seus argumentos podem ser expressos como combinações de ressonâncias lineares, conforme explorado em Murray e Dermott (2000) e Knežević (2022).

Essas ressonâncias podem induzir variações significativas nos elementos orbitais de asteroides em libração, especialmente na excentricidade, no caso de ressonâncias do tipo g , segundo Carruba (2009). Um exemplo típico é a ressonância $g - 2g_6 + g_5$, equivalente à combinação $2\nu_6 - \nu_5$, que atravessa o cinturão principal e afeta diversas famílias de asteroides, especialmente na região central, conforme Carruba e Michtchenko (2007). Uma ressonância secular linear de grande importância no cinturão principal é $\nu_6 = g - g_6$, na qual o sufixo 6 está associado ao planeta Saturno.

Similarmente, as ressonâncias do tipo s são caracterizadas pela relação entre as frequências de precessão do nodo do asteroide (indicado como s) e a frequência de precessão do nodo do planeta. Entre as ressonâncias seculares do tipo s , uma das mais importantes é a $\nu_{16} = s - s_6$, devido aos seus efeitos em asteroides com alta inclinação (Carruba, 2010).

Também existem ressonâncias de tipo $g - s$, que envolvem combinações das frequências g e s do asteroide. Um exemplo notável é a ressonância $g - g_6 - s + s_6$, que afeta asteroides com alta inclinação no cinturão principal interno ao redor da família *Phocaea* (Carruba, 2009), e, possivelmente, no cinturão principal central. Existem outros tipos de ressonâncias seculares, como, por exemplo, $g+s$, $2g+s$, $3g+s$, $g+2s$, que não serão abordados neste trabalho.

Neste estudo, será pesquisada a interação de asteroides com ressonâncias de tipos g , s e $g - s$, e serão desenvolvidos modelos de *deep learning* para identificar automaticamente os asteroides afetados por essas ressonâncias.

2.1 Ressonâncias do tipo g

Asteroides em ressonância podem ter suas órbitas tanto estabilizadas quanto desestabilizadas, dependendo das interações gravitacionais que ocorrem. As combinações da Equação 2.1 que envolvem apenas a frequência do periastro do asteroide correspondem a ressonâncias do tipo g . Além disso, as ressonâncias podem induzir variações na excentricidade e na inclinação das órbitas de asteroides, conduzindo-os a trajetórias que os aproximem da Terra ou de outros planetas do Sistema Solar.

Dados sobre esse tipo de ressonância estão na Tabela 2.2, na qual os argumentos de ressonância são apresentados na 2ª coluna, com os valores correspondentes de frequência na 3ª coluna. Os argumentos listados na tabela são classificados como ressonâncias seculares não lineares por envolverem combinações de ordem superior das frequências orbitais fundamentais (g, g_i) , isto é, somas ponderadas cujos coeficientes inteiros absolutos resultam em ordens maiores que um.

Tabela 2.2 - Ressonâncias seculares do tipo g até a segunda ordem. A primeira coluna apresenta os argumentos das ressonâncias expressos em função dos argumentos lineares. A segunda coluna mostra os mesmos argumentos em termos de frequências, enquanto a terceira coluna exhibe os valores das frequências dos asteroides.

Frequências do argumento ressonante	Argumento de ressonância linear	Valor da frequência ["/ano]
Tipo g , 1º harmônico		
$g - 2g_5 + g_6$	$2\nu_5 - \nu_6$	-19,729
$g - 3g_5 + 2g_6$	$3\nu_5 - 2\nu_6$	-43,715
$g - 2g_6 + g_5$	$2\nu_6 - \nu_5$	52,229
$g - 3g_6 + 2g_5$	$3\nu_6 - 2\nu_5$	76,215
$g - 2g_6 + g_7$	$2\nu_6 - \nu_7$	53,393
$g - 2g_6 + 2g_5 - g_7$	$2\nu_6 - 2\nu_5 + \nu_7$	51,065
Tipo g , 2º harmônico (ordem 2)		
$2g - 3g_5 + g_6$	$3\nu_5 - \nu_6$	-7,736
$2g - 3g_6 + g_5$	$3\nu_6 - \nu_5$	40,236

Fonte: Adaptada de Huaman et al. (2017).

Embora sejam expressos como combinações lineares no sentido algébrico (sem produtos ou potências), sua classificação como não lineares se refere ao contexto dinâmico e à complexidade das interações orbitais que representam.

Os detalhes podem ser encontrados em Huaman et al. (2017). As ressonâncias seculares do tipo g afetam muitos asteroides, distribuídos por várias regiões, especialmente no cinturão de asteroides. Com o uso de catálogos e simulações numéricas, é possível classificar os objetos que estão sob a influência desse tipo de ressonância.

Conforme Huaman et al. (2017), as três ressonâncias do tipo g mais difusas, responsáveis pela maior parte da dispersão dinâmica de famílias de asteroides, são:

- A ressonância secular não-linear $g - 2g_6 + g_5$, que atinge regiões densamente povoadas do cinturão de asteroides e impacta diversas famílias, especialmente *Astraea*.
- A ressonância secular não-linear $g - 3g_6 + 2g_5$, notável por sua interação com a família *Koronis*, concentrando altos valores de excentricidade.

Nas duas ressonâncias seculares não linear citadas, os números 5 e 6, respectivamente, se referem aos planetas Júpiter e Saturno.

Uma vez que os asteroides em estado de ressonância podem ser identificados por meio de análise com Redes Neurais Artificiais (ANN), pode ser empregado também o Método de Agrupamento Hierárquico (HCM) para identificar antecipadamente possíveis famílias de asteroides, conforme a abordagem de Bendjoya e Zappalà (2002). O HCM utiliza a estrutura de árvores tradicional para classificações hierárquicas. Segundo Bendjoya e Zappalà (2002), em 1990, foram identificadas cerca de 15 famílias de asteroides com alta precisão, utilizando 4.000 elementos, o que demonstra a eficácia desse método na organização e análise de grandes conjuntos de dados astronômicos.

Pesquisas subsequentes, envolvendo mais de 12.000 elementos, mostraram um bom alinhamento, mesmo com desafios de agrupamentos sobrepostos, permitindo a identificação de famílias confiáveis, como *Flora*, *Vesta* e *Themis*. Assim, o HCM mostrou-se eficaz na identificação antecipada de possíveis famílias de asteroides (Carruba et al., 2024); (Bendjoya e Zappalà, 2002).

Além disso, essa abordagem levou à classificação de 12 novos grupos dinâmicos na população ressonante, incluindo as famílias jovens 5507 e 170776, os primeiros grupos jovens identificados em ressonâncias seculares não lineares do tipo g , de acordo com Huaman et al. (2017)).

2.2 Ressonância do tipo s

As ressonâncias tipo s ocorrem quando existe uma relação de comensurabilidade entre a frequência de precessão da longitude do nodo do asteroide e as frequências de outros planetas. Knežević (2022) elaborou um modelo para as posições das ressonâncias em espaços de elementos próprios. A interação com os asteroides ocorre principalmente no cinturão interno, na região dos asteroides *Hungaria*, segundo a classificação de Knežević e Milani (2003). Essa região abrange objetos com semieixo maior no intervalo $1,8 < a < 2,0$ ua, abaixo da ressonância de movimento médio 4:1 com Júpiter.

As ressonâncias seculares de tipo s podem envolver frequências de planetas terrestres, como por exemplo, ν_{14} , que corresponde à ressonância $s - s_4$ (Knežević, 2022). Além disso, temos ressonâncias não lineares, como a $s - s_6 - g_5 + g_6$, associada à ressonância $\nu_{16} + \nu_5 - \nu_6$, com os sufixos que identificam os planetas de 2 a 8 do Sistema Solar.

A Tabela 2.3 apresenta dados sobre diversos asteroides, incluindo as frequências de argumento associadas às ressonâncias, com ênfase nas ressonâncias lineares. Na Tabela 2.4 são apresentadas as quantidades de asteroides numerados e de múltipla oposição que podem estar na ressonância $g - g_6 - s + s_6$. O estudo de objetos nessa ressonância é um dos focos deste trabalho.

Tabela 2.3 - Detalhes sobre o argumento de frequências e ressonâncias. As colunas apresentam as frequências dos argumentos de ressonância, os respectivos argumentos lineares e os valores de frequência em segundos de arco por ano.

Frequências dos argumentos de ressonância	Argumento de ressonância linear	Valor da frequência ["/ano]
$s_5 - s_4$	ν_{14}	-17,633
$s_5 - s_2 + s_7 + s_8$	$\nu_{16} - \nu_{14}$	-21,899
$s_5 - s_2$	ν_{16}	-22,203
$s_5 - s_8$	$\nu_{17} - \nu_{16}$	-12,515
$s_5 - s_6$	ν_{17}	-32,686
$s_5 - s_2 - s_3 + s_6$	$\nu_{18} - \nu_{17}$	-21,812
$s_5 - s_2 - s_3 + s_8$	$\nu_{19} - \nu_{18}$	-35,634
$s_5 - s_2 - s_3 + s_7$	$\nu_{20} - \nu_{19}$	-74,319

Fonte: Adaptada de Knežević e Milani (2003).

Tabela 2.4 - Distribuição do número de objetos numerados e de múltipla oposição interagindo com a ressonância $g - g_6 - s + s_6$ dentro do cinturão principal interno, central e externo.

Intervalo de Ressonância	Cinturão Interno	Cinturão Central	Cinturão Externo
Objetos numerados	695	195	5
Objetos de múltipla oposição	522	275	2

Fonte: Adaptada de Alves et al. (2025).

2.3 Ressonância do tipo $g - s$

Entre as diversas forças dinâmicas que moldam o cinturão de asteroides, destacam-se as ressonâncias seculares do tipo $g - s$, cujos efeitos complexos revelam padrões orbitais profundos e persistentes. A seguir, exploramos alguns exemplos notáveis dessas interações, com base em evidências recentes da literatura, de acordo com Knežević e Milani (2003), Knežević (2022) e colaborações com Milani, além de Carruba e Michtchenko (2007).

De acordo com Knežević (2022), as ressonâncias do tipo $g - s$ são não lineares, combinando as frequências g e s de asteroides e planetas, resultando em ordens distintas, como 4, 6 e 8. A ordem é determinada pelo número de termos e pela complexidade da interação entre as famílias de asteroides e as ressonâncias. Como um exemplo de ressonância de quarta ordem, pode-se citar a ressonância $g - g_6 + s - s_6$, que atinge a família *Phocaea*, é considerada de quarta ordem, pois combina duas frequências de precessão do periélio (g e g_6) e duas do nodo ascendente (s e s_6). Essa interação resulta em uma relação complexa que caracteriza a ressonância como de quarta ordem. Um terço dos membros da família *Phocaea*, segundo Knežević (2022), é afetado pela citada ressonância[-2ex], enquanto uma outra família de asteroide nomeada de família de *Gersuind* tem uma fração menor (cerca de 14%) de membros associados à ressonância $s - s_6 - g_5 + g_6$.

A ressonância secular $g - s - g_6 + s_6$ exerce um papel relevante na dinâmica dos asteroides da família *Phocaea*. Essa família está localizada na região interna do cinturão principal, com semieixo maior inferior ao da ressonância 3:1 com Júpiter. A ressonância é responsável por manter uma fração significativa dos objetos sob sua influência gravitacional.

Conforme destacado por Knežević e Milani (2003), essa ressonância afeta, principalmente, asteroides com alta inclinação e baixa excentricidade localizados no cinturão principal interno. A maioria dos objetos analisados apresenta inclinação (ou seno da inclinação, $\sin(i)$) superior a 23° , e excentricidade acima de 0,3. Verifica-se ainda que diversos membros da família estão alinhados com a ressonância secular ($\nu_6 - \nu_{16}$). Esses objetos se concentram em um valor característico de $g - s \approx 54,588 \text{ arcseg ano}^{-1}$, conforme relatado em Knežević e Milani (2003).

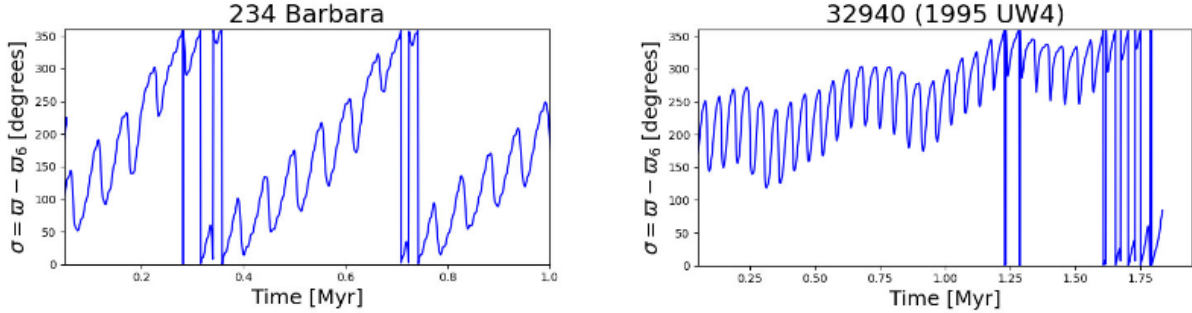
Além disso, o trabalho de Knežević (2022) afirma que essas ressonâncias atuam como rotas dinâmicas, conduzindo o transporte de famílias de asteroides e influenciando a evolução orbital e a dispersão de seus membros ao longo do tempo. Muitos membros de famílias de asteroides apresentam o comportamento de suas órbitas cujo argumento ressonante tem libração alinhada ou anti-alinhada em ressonâncias seculares, como $g - g_6$, podendo inclusive alternar entre fases de libração e circulação (Knežević, 2022). Essas dinâmicas são fundamentais para compreender a estabilidade e a evolução orbital das famílias. Ademais, a interação com ressonâncias pode comprometer a acurácia dos elementos próprios calculados para esses objetos.

2.4 Circulação, Libração e Alternância de Fase

A identificação de possíveis asteroides cujos argumentos ressonantes podem apresentar comportamentos de libração circulação ou alternância de fase (libração e circulação) é realizada com base em suas frequências. A detecção ocorre por meio de uma inspeção visual do comportamento do argumento ressonante, que combina os ângulos do asteroide e dos planetas associados a cada ressonância (Carruba et al., 2024).

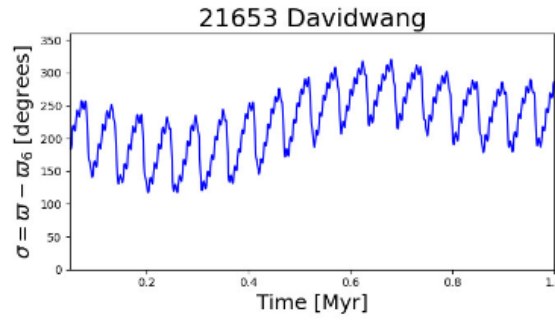
Para entender melhor cada um dos comportamentos do ângulo ressonante, na Figura ?? são mostrados três exemplos do comportamento do ângulo ressonante da órbita de asteroides em 1,8 milhões de anos. A Figura 2.2a mostra um exemplo de imagem na qual o ângulo ressonante dos asteroide 234 Barbara circula, ou seja varia entre 0 e 360 graus. A imagem da Figura 2.2b mostra um exemplo no qual o ângulo ressonante do asteroide 32940 (1995 UWA) tem um comportamento de alternância de fase, ou seja, libra em torno de um ponto de equilíbrio até aproximadamente 1 milhão de anos e depois disso o ângulo apresenta comportamentos de circulação e libração. As órbitas de asteroides que possuem esse comportamento do ângulo ressonante são conhecidas como “órbitas de mudança”. Por último, na imagem da Figura 2.2c está um exemplo de libração do ângulo ressonante cujo ângulo libra em torno de um ponto de equilíbrio. Para o estudo da classificação de imagens deste trabalho, o interesse é classificar imagens nas quais o ângulo ressonante do asteroide apresenta um comportamento de libração apenas por um longo período de tempo de evolução da órbita do asteroide.

Figura 2.1: Comportamento dos argumentos ressonantes para diferentes famílias de asteroides. Os gráficos mostram a variação dos argumentos ressonantes ao longo do tempo em milhões de anos (Ma). (a) Representa o asteroide *234 Barbara*, cujo ângulo ressonante varia entre 0° e 360° , caracterizando um comportamento de circulação. (b) O asteroide *32904 (1995 UW4)* exibe alternância entre libração e circulação. (c) O asteroide *21653 Davidwang* mostra libração, oscilando em torno de um ponto de equilíbrio.



(a) Asteroide *234 Barbara*

(b) Asteroide *32904 (1995 UW4)*



(c) Asteroide *21653 Davidwang*

Fonte: Produzido pelo autor.

Para o observador humano, a inspeção visual para analisar imagens do comportamento do ângulo ressonante da órbita de asteroides torna-se cada vez mais complicada devido à crescente descoberta de milhões de objetos e às novas projeções para o futuro. Assim, tal análise considerando uma população tão vasta de asteroides evidencia a necessidade de aplicar técnicas mais sofisticadas além da inspeção visual. De acordo com Jones et al. (2015), os catálogos criados pelo *Legacy Survey of Space and Time (LSST)* aumentarão o número total de pequenos corpos no Sistema Solar em um fator de 10 a 100 vezes, com o aumento do número de asteroides que se espera que sejam descobertos no primeiro ano de operação. Isso significa que, ao considerar o total de combinações relativas às ressonâncias, o impacto se torna verdadeiramente impressionante.

Em trabalhos recentes Jones et al. (2015), Carruba et al. (2021) e Carruba et al. (2022), discute-se a necessidade de novos métodos para classificar asteroides ressonantes, em razão

do aumento de dados disponíveis. Ressonâncias seculares influenciam as populações mais significativas de asteroides, concentrando um maior número desses objetos na região interna do cinturão. Carruba et al. (2021) introduziram o uso de ANN para classificar imagens de asteroides, enquanto Carruba et al. (2022) aplicaram CNNs para grandes bases de dados de imagens. Esse novo conjunto de dados sobre asteroides em estado de liberação da ressonância ν_6 foi utilizado por Carruba et al. (2022b) para identificar as principais famílias de asteroides que interagem com essa ressonância, possibilitando avanços significativos na classificação dessas famílias. Neste trabalho, as referências citadas constituem as referências básicas para auxiliar no estudo do uso de modelos de *Deep Learning*, incluindo CNN e a arquitetura ViT, com o objetivo de classificar automaticamente esses objetos.

Aprendizagem Profunda

O crescimento dos dados astronômicos está ocorrendo de maneira impressionante, tanto em volume quanto em complexidade, em decorrência de várias pesquisas, segundo Baron (2019). Para gerenciar a robustez dos conjuntos de dados, é crucial empregar técnicas de machine learning, uma vez que a classificação manual desses objetos, sejam galácticos ou extragalácticos, é inviável devido ao enorme volume de dados disponíveis.

Exemplos de big data na astronomia envolvem grandes levantamentos astronômicos, como aqueles gerados pelo Zwicky Transient Facility (ZTF) ou pela Legacy Survey of Space and Time (LSST). Esses projetos podem produzir mais de um petabyte de dados por noite e espera-se que descubram mais de 8 milhões de asteroides nos próximos dez anos.

O ZTF é um levantamento óptico avançado de campo amplo montado no Telescópio Samuel Oschin, de 48 polegadas, no Observatório Palomar. Comissionado no final de 2017, ele utiliza uma câmera de 600 MP, capturando um campo de visão de aproximadamente 47° , varrendo todo o céu do Norte, observando duas vezes a cada três noites, para detectar eventos astronômicos (Bellm et al., 2019).

Por outro lado, o LSST é o principal levantamento óptico de 10 anos conduzido pelo Observatório Vera C. Rubin, em Cerro Pachón, no Chile. Equipado com um telescópio de 8,4 m e uma câmera de 3,2 gigapixels, o LSST mapeará todo o céu visível do Sul a cada três noites, em média, ao longo de uma década, com objetivos que incluem investigar a matéria escura e a energia escura, catalogar corpos do Sistema Solar e explorar transientes no domínio do tempo (Ivezic et al., 2019).

Na literatura podem ser encontrados trabalhos sobre aplicações de métodos de aprendizagem profunda para o reconhecimento de imagens, como de argumentos de ressonância de asteroides. como já mencionado anteriormente, alguns destes trabalho servirão como base para as aplicações que serão feitas neste estudo. Neste capítulo, iremos abordar conceitos básicos referentes às métricas que podem ser usadas nas análises dos resultados e aprendizagem profunda.

3.1 Matriz de Confusão

A matriz de confusão é uma ferramenta empregada em tarefas de classificação, especialmente quando o número de classes é igual ou superior a dois. Ela exhibe a distribuição dos objetos de cada classe verdadeira em relação às classes previstas pelo modelo. Em um cenário ideal, todos os elementos não nulos estariam concentrados apenas na diagonal principal da matriz, enquanto as demais posições conteriam zeros, segundo Sokolova e Lapalme (2009) e Baron (2019).

Quando se deseja exibir os valores normalizados entre 0 e 1, aplica-se a normalização da matriz de confusão, permitindo remover a dependência do número inicial de objetos em cada classe. Na Figura 3.1, pode-se ver um exemplo de matriz de confusão utilizada na avaliação de um modelo de *deep learning*. Neste exemplo, a matriz de confusão foi utilizada para treinar um modelo de *deep learning*, capaz de distinguir entre sete classes de estrelas variáveis, identificadas pelos números 1, 2, 4, 5, 6, 8 e 13 no diagrama. É possível observar a discrepância entre o número de objetos em cada classe e o número de objetos previstos pelo modelo, o que indica a classe específica à qual cada objeto pertence. É importante destacar que neste exemplo, a matriz de confusão não representa um cenário ideal, pois exhibe elementos fora da diagonal com valores diferentes de zero em algumas ocorrências. Ressalta-se que essa matriz foi primeiramente construída no trabalho de Mahabal et al. (2017) e posteriormente citada e discutida em Baron (2019), onde serviu com um exemplo para discutir as imperfeições reais em classificações automáticas.

Em uma matriz de confusão, os números da diagonal principal representam o número de previsões corretas feitas pelo modelo para cada classe. Em outras palavras, cada valor na diagonal indica quantas instâncias de uma determinada classe foram corretamente clas-

Figura 3.1: Matriz de confusão para um modelo de aprendizado profundo que distingue sete classes de estrelas variáveis (1, 2, 4, 5, 6, 8 e 13). A matriz indica o número de objetos em cada classe em comparação com as previsões do modelo, idealmente mostrando valores não nulos apenas na diagonal.

Matriz de Confusão

	1	2	4	5	6	8	13
1	94	2	0	2	0	0	0
2	18	81	0	0	0	0	0
4	32	0	53	14	0	0	0
5	32	0	1	65	0	0	0
6	26	0	5	66	0	1	0
8	78	0	0	4	0	13	0
13	1	1	5	1	2	3	83
	1	2	4	5	6	8	13

Rótulo Verdadeiro

Rótulo Previsto

Fonte: Adaptada de (Baron, 2019).

sificadas como pertencentes a essa mesma classe. Nota-se que, entre os valores exibidos, ocorreu apenas uma previsão correta para esta classe.

3.2 Métricas de Desempenho

As métricas de desempenho servem para avaliar e comparar diferentes modelos, fornecendo critérios objetivos para medir sua eficácia, precisão e capacidade de generalização sobre novos dados. A escolha das métricas de desempenho é influenciada pela distribuição dos dados no conjunto, como o número de classes, o balanceamento ou não das amostras, e pelas características das informações que se deseja extrair ou avaliar, como a redução de falsos positivos ou a detecção de eventos raros, conforme Powers (2011).

Para garantir uma avaliação mais justa e informativa dos modelos desenvolvidos, devemos considerar as características específicas do problema e escolher cuidadosamente as métricas de desempenho, conforme é mencionado em Powers (2011) e aplicado em Carruba et al. (2021) em ANN. Entre as métricas mais utilizadas em problemas de classificação, destaca-

mos a acurácia, precisão, *recall* e *F1-score*. A seguir, apresentamos uma descrição dessas métricas e de outras que também podem ser empregadas em problemas de classificação.

3.2.1 Acurácia

A acurácia é medida pela proporção de previsões acertadas em comparação com o número total de exemplos em uma amostra de dados. É definida por:

$$\text{Acurácia} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \quad (3.1)$$

onde TP , TN , FP e FN são definidos como verdadeiros positivos, verdadeiros negativos, falsos positivos e falsos negativos, respectivamente.

A aplicação é apropriada quando as classes apresentam equilíbrio. No entanto, para cenários com forte desbalanceamento, o resultado dessa métrica pode ser enganoso. Matematicamente, a acurácia representa a proporção de predições corretas das quantidades de verdadeiros positivos e verdadeiros negativos com relação ao total de amostras avaliadas. Conforme Powers (2011), Fawcett (2006) e Han et al. (2022), a aplicação desta métrica é inadequada em contextos como problemas médicos (diagnóstico). Em tais modelos, todas as amostras poderiam ser classificadas como pertencentes à classe majoritária, resultando em valores elevados.

3.2.2 Precisão

A precisão corresponde à proporção de exemplos positivos entre todos aqueles classificados como positivos pelo modelo. A relação matemática que representa a precisão é dada por:

$$\text{Precisão} = \frac{TP}{TP + FP} \quad (3.2)$$

A precisão é especialmente relevante em cenários em que o custo de um falso positivo (FP) é elevado. A detecção de fraudes em transações financeiras é um exemplo: em certos casos, alertas falsos podem prejudicar a experiência do usuário, conforme discutido em Powers (2011), Sokolova e Lapalme (2009) e Han et al. (2022).

3.2.3 Recall

O *recall* ou sensibilidade se refere à proporção de casos classificados como positivos, e é também conhecido como taxa de verdadeiros positivos (*True Positive Rate* — *TPR*). O *recall* pode ser expresso de acordo com a equação:

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN} \quad (3.3)$$

Aplicações dessa métrica incluem sistemas de segurança, reconhecimento facial e diagnósticos. Sua limitação ocorre quando um *recall* elevado assegura que poucos indivíduos ou eventos suspeitos sejam ignorados, o que resulta em muitos falsos positivos (baixa precisão), conforme discutido em Powers (2011), Sokolova e Lapalme (2009) e Han et al. (2022).

3.2.4 F1-Score

O *F1-Score* representa a média harmônica entre precisão e *recall*, promovendo o equilíbrio entre ambas, concentrando-se apenas nas predições positivas, conforme mostrado na equação:

$$F1 = 2 \times \frac{\text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}} \quad (3.4)$$

As limitações podem ocorrer por não levar em conta os verdadeiros negativos, identificando incorretamente exemplos negativos. Para mais discussão sobre estas métricas recomenda-se os trabalhos de Powers (2011), Sokolova e Lapalme (2009) e Han et al. (2022).

A métrica *F1-Score* foi uma das escolhidas na avaliação do desempenho das redes CNN e da plataforma *Vision Transformer*, conforme poderá ser visto nos capítulos referentes as aplicações dos modelos citados. A escolha desta métrica deve-se ao fato que ela fornece um equilíbrio entre as métricas precisão e *recall*, sendo útil em cenários com dados desbalanceados, como os *datasets* utilizados neste trabalho.

3.2.5 Outras métricas empregadas

Antes de explorar diferentes métricas de avaliação de modelos, é importante entender como cada uma delas contribui para uma análise mais precisa e informativa. A seguir, conforme descrito em Powers (2011), serão definidas Especificidade, Taxa de Falsos Positivos, Taxa

de Falsos Negativos, *Informedness*, *Markedness*, o Coeficiente de Correlação de Matthews e a métrica *Kappa*. A técnica *Markedness*, também chamada de *True Skill Statistics (TSS)*, é muito utilizada na área de astrofísica.

Cada uma dessas métricas desempenha um papel fundamental na avaliação de modelos, especialmente em contextos críticos como os médicos e biomédicos, onde decisões informadas podem ter consequências significativas.

A Especificidade, também chamada de *Inverse Recall*, mede a proporção de exemplos negativos corretamente identificados. Sua aplicação é relevante em contextos médicos e biomédicos, servindo para evitar falsos alarmes, de acordo com a equação:

$$\text{Especificidade} = \frac{TN}{TN + FP} \quad (3.5)$$

A Taxa de Falsos Positivos, também conhecida como *fallout*, mostra a proporção de negativos reais classificados erroneamente como positivos Bishop (2006). É utilizada como base para a análise ROC (*Receiver Operating Characteristic*), onde é comparada com a taxa de verdadeiros positivos, conforme pode ser visto na Figura 3.2. De acordo com Baron (2019), em tarefas de classificação a acurácia é definida como a razão entre previsões corretas e o total de previsões, sendo uma das principais métricas, ao lado da Matriz de Confusão e da Área Sob a Curva ROC. A curva ROC é gerada plotando a taxa de verdadeiros positivos (TPR) contra a taxa de falsos positivos (FPR) para diferentes limiares de decisão, de acordo com as Equações 3.6 e 3.7.

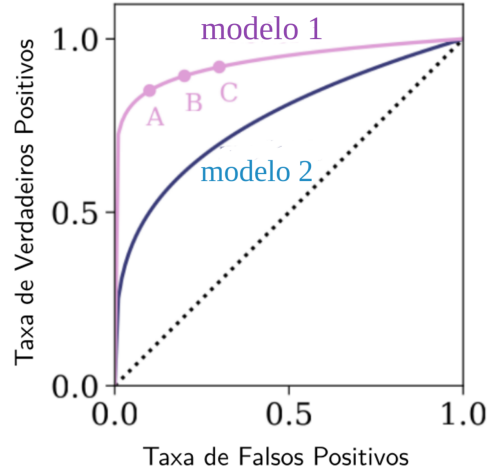
Taxa de Verdadeiros Positivos (TPR):

$$\text{TPR} = \frac{TP}{TP + FN} \quad (3.6)$$

Taxa de Falsos Positivos (FPR):

$$\text{FPR} = \frac{FP}{FP + TN} \quad (3.7)$$

Figura 3.2: Curvas ROC mostrando a taxa de verdadeiros positivos em função da taxa de falsos positivos para dois modelos. A curva rosa representa a curva ROC do modelo 1, em que A, B e C correspondem a três valores específicos do hiperparâmetro, enquanto a curva roxa representa a curva ROC do modelo 2. A área sob a curva indica o desempenho ideal do modelo.



Fonte: Adaptada do artigo (Baron, 2019).

A Taxa de Falsos Negativos, representada pela Equação 3.8, também conhecida como *miss rate*, é definida pela proporção de positivos reais preditos como negativos. Recai críticas sobre outras aplicações, nas quais não identificar um evento positivo pode ser custoso.

$$\text{FNR} = \frac{FN}{TP + FN} \quad (3.8)$$

A *Informedness* ou *Bookmaker Informedness* é uma medida que combina sensibilidade e especificidade, expressa como $(\text{Recall} + \text{Especificidade} - 1)$. Consiste em mostrar a probabilidade de um sistema estar tomando decisões informadas. É aplicada na análise profunda em áreas como interfaces cérebro-computador.

A *Markedness* representa a consistência, como que um resultado positivo implica um preditor positivo, e é expressa por $(\text{Precisão} + \text{Inverse Precision} - 1)$. Sua aplicação está voltada para estudos psicológicos e na avaliação de julgamentos humanos associativos.

O Coeficiente de Correlação de Matthews (MCC) representa a média geométrica de *Informedness* e *Markedness*, e mostra a correlação entre as predições e os rótulos reais. Essa métrica é considerada uma das mais informativas para a avaliação global de modelos binários. O Coeficiente de Correlação de Matthews pode ser utilizado para avaliar o de-

sempenho de algoritmos de aprendizado de máquina, especialmente quando os conjuntos de dados apresentam classes desbalanceadas.

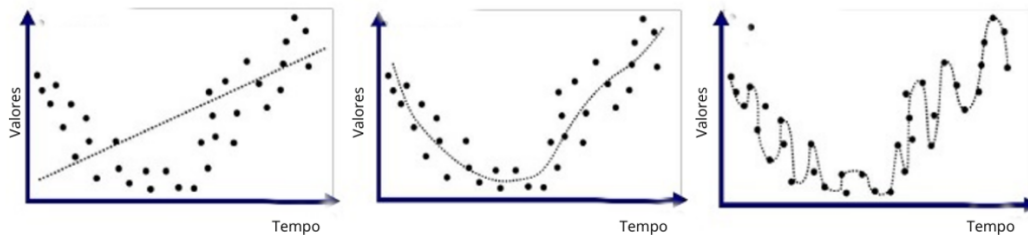
A métrica ajusta a acurácia e leva em conta a chance, subtraindo a acurácia esperada. É aplicada em avaliação de concordância entre classificadores ou entre avaliadores humanos, apresentando limitações em relação ao viés, conforme a equação:

$$\text{MCC} = \frac{TP \cdot TN - FP \cdot FN}{\sqrt{(TP + FP)(TP + FN)(TN + FP)(TN + FN)}} \quad (3.9)$$

3.3 Overfitting, Underfitting e Técnicas de Regularização

O *overfitting* surge quando um modelo é excessivamente complexo, ajustando-se quase perfeitamente aos dados de treinamento. Apesar deste ajuste perfeito, o desempenho do modelo é insatisfatório em dados não vistos. Por outro lado, *underfitting* ocorre quando um modelo é muito simples para capturar adequadamente a complexidade dos dados. Na Figura 3.3 (disponível em Branco (2020)) podem ser vistos exemplos destes dois fenômenos. Para mitigar o *overfitting*, podem ser empregados diversos métodos de regularização. Exemplos do efeito da regularização também podem ser vistos na Figura 3.3 e são representados pela linha cheia entre os pontos de dados. As técnicas de regularização podem ser aplicadas incluindo aumento de Dados (*Data Augmentation*, DA), *Dropout* (DO) e normalização em Lote (*Batch Normalization*, BN), de acordo com as abordagens de Carruba et al. (2022). Além disso, a validação cruzada (*k-fold*) é outra técnica alternativa para mitigar *overfitting*, conforme é discutida em Hastie et al. (2009).

Figura 3.3: Variações no ajuste do modelo, mostrando a relação entre os dados de treinamento e o desempenho em dados novos, assim como os efeitos da regularização excessiva associados a *overfitting* e *underfitting*.



Fonte: Adaptado da Associação Brasileira de Ciências de Dados (ABRACD)¹.

De acordo com Brownlee (2020), a técnica *Data Augmentation* envolve a criação de cópias das amostras do conjunto de treinamento, com a aplicação de pequenas alterações aleatórias. Assim, o modelo consegue identificar as mesmas características gerais, mas de forma mais abrangente, aumentando o conjunto de dados disponível para treinamento (Brownlee, 2020).

O *Dropout* é uma técnica simples que remove aleatoriamente neurônios da rede neural. O efeito de regularização é gerado porque os neurônios restantes precisam se adaptar para compensar as ausências dos neurônios removidos. Um parâmetro controla a adição de novas camadas de *dropout* ao modelo, apresentando diferentes padrões para executar essa função, segundo Brownlee (2020).

O *Batch Normalization* é uma técnica projetada para acelerar significativamente o treinamento de redes neurais profundas. Segundo Ioffe e Szegedy (2015), a *BN* possibilita a utilização de taxas de aprendizado muito mais altas, reduzindo o risco de divergência, com aumentos de até 30 vezes em comparação com redes que não utilizam essa técnica.

3.4 Aprendizagem de máquina

Aprendizagem de máquina (ou *machine learning*) é um ramo da inteligência artificial (IA) que desenvolve métodos para que computadores aprendam automaticamente a identificar padrões e tomar decisões a partir de dados, sem serem explicitamente programados para cada tarefa.

Em geral, os algoritmos de aprendizado de máquina são categorizados em dois grupos: supervisionados e não supervisionados. Os algoritmos de aprendizado de máquina supervisionados são usados para aprender uma correspondência entre um conjunto de características e uma variável-alvo, com base em pares de entrada-saída de exemplo fornecidos por um especialista humano, conforme Carruba et al. (2025).

A aplicação de algoritmos de aprendizado supervisionado é geralmente dividida em três etapas principais:

¹ Acesso: <https://abracd.org/2020/08/21/overfitting-e-underfitting-em-machine-learning/>. Acesso em: 4 set. 2025.

- *Etapa de treinamento:* Nesta fase, os hiperparâmetros iniciais são definidos e os parâmetros do modelo são aprendidos a partir de um subconjunto do conjunto de dados de entrada, chamado de conjunto de treinamento. O objetivo é ajustar o modelo para minimizar a função de perda sobre esses dados.
- *Etapa de validação:* Após o treinamento inicial, os hiperparâmetros do modelo são otimizados com base em uma métrica de desempenho pré-definida. Para isso, utiliza-se um conjunto de dados separado, denominado conjunto de validação, que ajuda a evitar *overfitting*.
- *Etapa de teste:* Finalmente, o desempenho do modelo é avaliado em um novo subconjunto de dados, chamado de conjunto de teste, que não foi utilizado nas etapas anteriores. Essa etapa fornece uma estimativa imparcial da capacidade de generalização do modelo.

Os valores percentuais típicos para os conjuntos de treinamento, validação e teste correspondem, respectivamente, a 60–80%, 10–30% e 10–20%, conforme pode ser visualizado na Tabela 3.1. Para conjuntos de dados muito robustos, a proporção de treinamento pode chegar a 70%, reservando os 10% restantes para teste. Portanto, a proporção de validação corresponde a 30% (Buhl, 2024).

Tabela 3.1 - Proporções típicas para divisão dos conjuntos de dados

Conjunto	Proporção típica (%)	Proporção em grandes bases (%)
Treinamento	60–80	70
Validação	10–30	20
Teste	10–20	10

Fonte: Adaptado de Buhl (2025) e *Data Science Diagnostics* (2025).

Diferentemente dos algoritmos supervisionados, a aprendizagem não supervisionada se distingue por não exigir um rótulo nos dados de entrada (Baron, 2019). Complementando, o aprendizado não supervisionado incorpora um amplo conjunto de ferramentas estatísticas, utilizadas para a exploração de dados, análise de agrupamentos, redução de dimensionalidade, visualização e detecção de *outliers*.

Dessa forma, essas ferramentas desempenham um papel altamente relevante na pesquisa científica, pois permitem a obtenção de novos conhecimentos a partir da manipulação e

interpretação de grandes conjuntos de dados, potencializando a realização de descobertas inovadoras.

Técnicas de agrupamento, que correspondem a métodos não supervisionados, também são exploradas por Carruba et al. (2024), tanto para identificar famílias de asteroides quanto para a detecção de objetos em movimento por meio da análise de padrões. A análise de agrupamento tem como objetivo descobrir grupos ou padrões ocultos nos dados. Para isso, é essencial calcular as distâncias entre os objetos da amostra, utilizando técnicas de normalização ou redimensionamento das características, a fim de evitar que variáveis com maior amplitude influenciem excessivamente os resultados. Técnicas como a Análise de Componentes Principais (PCA) e o *t-distributed Stochastic Neighbor Embedding* (t-SNE) podem ser utilizadas para simplificar conjuntos de dados de alta dimensão (Baron, 2019).

Para a detecção de anomalias deve ser utilizado o conjunto de dados originais, evitando características extraídas que podem limitar a identificação de *outliers*. A interpretação dos resultados pode ser complexa, pois os algoritmos não supervisionados otimizam funções de custo que nem sempre se alinham com os objetivos científicos.

Um outro fator que deve-se prestar a atenção é a falta de rótulos nos dados que dificulta a comparação objetiva entre diferentes algoritmos não supervisionados, tornando a avaliação mais desafiadora. É necessário aprimorar ferramentas de visualização e pós-processamento para facilitar a interpretação e a descoberta científica, ou seja, deve-se melhorar a interface homem-máquina. Esses aspectos não são os únicos quando tratamos de aprendizagem não supervisionada, conforme abordagem de Baron (2019).

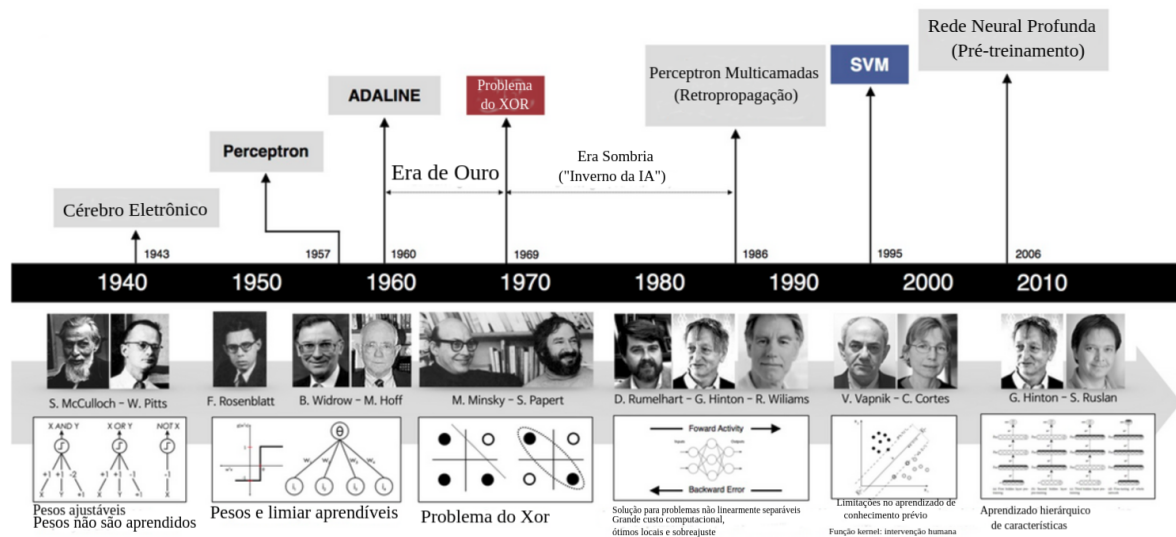
3.4.1 Aprendizagem profunda

Aprendizagem profunda (*deep learning*) é uma subárea da aprendizagem de máquina que utiliza redes neurais artificiais com muitas camadas para aprender as representações complexas dos dados, sendo especialmente eficaz em tarefas como reconhecimento de imagens, voz e linguagem natural.

3.4.1.1 Neurônio Artificial

O neurônio artificial foi desenvolvido com base no neurônio do cérebro humano. Pesquisadores buscaram simular seu funcionamento, enfatizando a aprendizagem por experiência. Esses modelos possibilitam a realização de tarefas como classificação e reconhecimento de padrões, conforme Goodfellow et al. (2016). A pesquisa sobre redes neurais foi implementada ao longo de vários anos, conforme mostrado na Figura 3.4.

Figura 3.4: Principais colaboradores na evolução das redes neurais. A evolução começou com o “*Electronic Brain*” na década de 1940, uma das primeiras tentativas de simular funções cerebrais. Em 1958, Frank Rosenblatt apresentou o *Perceptron*, destacando o aprendizado de máquinas. Nas décadas de 1980 e 1990, o uso da retropropagação viabilizou o treinamento de redes profundas, culminando no *Perceptron Multicamadas* (MLP) e, mais recentemente, nas *Redes Neurais Profundas* (DNN), que revolucionaram o aprendizado de máquina.



Fonte: Adaptado de DeepLearning².

A seguir são destacados alguns feitos históricos:

1. Em 1943, o neurofisiologista Warren McCulloch e o matemático Walter Pitts escreveram um artigo sobre como os neurônios poderiam funcionar e, para isso, eles modelaram uma rede neural simples usando circuitos elétricos.
2. Em 1949, Donald Hebb publicou *The Organization of Behavior*, destacando que os caminhos neurais se fortalecem com o uso, essencial para a aprendizagem humana.

² Acesso: <https://abracd.org/2020/08/21/overfitting-e-underfitting-em-machine-learning/>. Acesso em: 4 set. 2025.

Ele argumentou que, ao dispararem simultaneamente, dois nervos melhoram sua conexão.

3. Os defensores das “máquinas pensantes” continuaram suas pesquisas, e em 1956, o Projeto de Verão de Dartmouth impulsionou a Inteligência Artificial e as Redes Neurais, estimulando a pesquisa em processamento neural.
4. Após o Projeto Dartmouth, John von Neumann propôs imitar neurônios com relés, enquanto Frank Rosenblatt desenvolveu o *Perceptron*, a primeira rede neural ainda em uso.
5. Em 1959, Bernard Widrow e Marcian Hoff, da Universidade de Stanford, criaram modelos conhecidos como *ADALINE* e *MADALINE*.
6. Em 1985, o Instituto Americano de Física iniciou a reunião anual sobre Redes Neurais. Em 1987, a primeira Conferência Internacional do *IEEE* atraiu mais de 1.800 participantes.
7. Em 2012, algoritmos de reconhecimento de padrões artificiais atingiram desempenho equivalente ao humano em algumas tarefas, e o algoritmo de aprendizagem profunda do *Google* conseguiu identificar gatos.
8. Em 2020, foi proposto o *Vision Transformer* (ViT), um modelo baseado em transformadores adaptado para visão computacional, capaz de superar redes convolucionais tradicionais em tarefas como classificação de imagens, detecção de objetos e segmentação semântica, representando um marco no uso de atenção em visão.
9. Em 2022, foi lançado o *ChatGPT*, uma interface web para um modelo de linguagem grande (LLM), impulsionando o uso de IA globalmente.
10. Em 2025, surgem os Agentes de IA, softwares autônomos que realizam tarefas com desempenho humano.

A atividade de um neurônio pode ser calculada por meio da equação fundamental, expressa por:

$$y = f \left(\sum_{i=1}^n w_i x_i + b \right) \quad (3.10)$$

onde y é a saída do neurônio, f é a função de ativação, w_i são os pesos, x_i são as entradas e b é o viés.

A soma ponderada é representada por W_s , também chamada de pré-ativação. Trata-se de um valor escalar que expressa a combinação linear das entradas antes da aplicação da função de ativação. As contribuições variam de $i = 1$ até $i = n$, onde i corresponde à i -ésima entrada (ou sinapse) do neurônio e n é o número total de entradas. Cada termo $w_i X_i$ representa a contribuição ponderada, isto é, o produto da entrada pela magnitude de seu peso associado. Observa-se que o termo de *bias* não está incluído nesta formulação, conforme a Equação 3.10.

Formalmente, cada neurônio realiza essa soma ponderada W_s de acordo com:

$$W_s = \sum_{i=1}^n w_i X_i \quad (3.11)$$

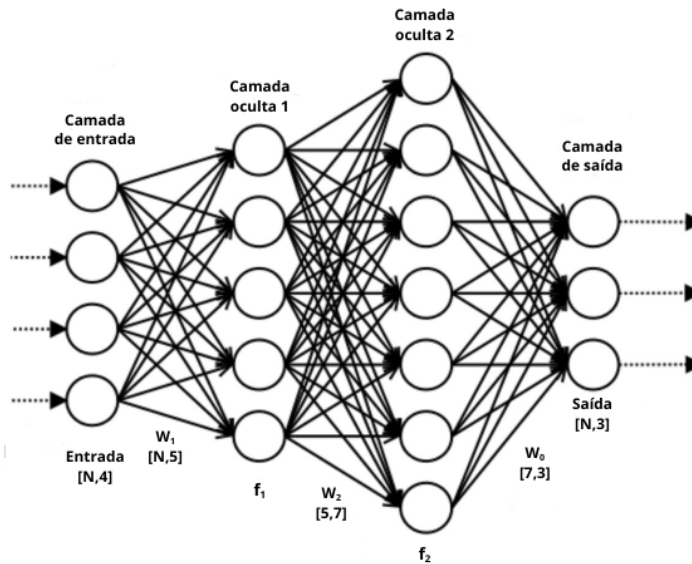
Dessa forma, nota-se que a Equação 3.11 corresponde a uma equação reduzida quando comparada com a Equação 3.10 (Carruba et al., 2021).

3.5 Redes Neurais Artificiais

As Redes Neurais Artificiais (ANN) são baseadas na estrutura e funcionamento do cérebro humano, compostas por unidades chamadas neurônios, que se conectam em camadas. Na Figura 3.5 é mostrada a estrutura de uma rede neural artificial profunda. As camadas incluem uma camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas e uma camada de saída. O número de camadas eleva a complexidade do modelo. As informações são processadas na rede, que se conecta a camadas adjacentes.

Os dados fornecem suporte ao aprendizado da rede, permitindo seu treinamento. Além disso, fatores como os pesos das conexões entre os neurônios desempenham um papel crucial, influenciando de maneira significativa o processo de treinamento. O reconhecimento de imagens, o processamento de linguagem natural, a previsão e análise de dados estão entre as principais aplicações das ANN.

Figura 3.5: A estrutura de uma rede neural profunda é composta por uma camada de entrada (*Input*), várias camadas ocultas (*Hidden*) e uma camada de saída (*Output*). O processo é explicado da seguinte forma: um conjunto de dados é enviado da camada de entrada, atravessa as camadas ocultas e chega à camada de saída, onde a previsão de uma variável é efetuada.



Fonte: Adaptada do artigo (Baron, 2019), página 23.

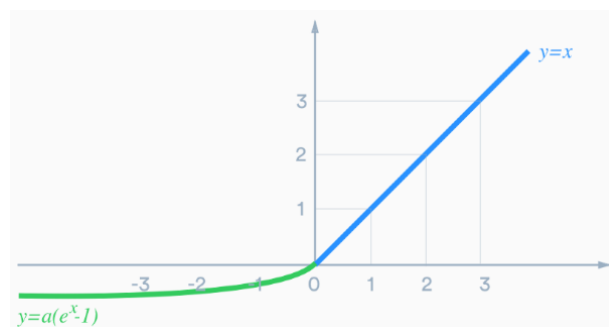
Carruba et al. (2021) utilizaram redes neurais artificiais Perceptron para classificar automaticamente imagens dos argumentos ressonantes de asteroides, analisando o comportamento de asteroides próximos à ressonância de movimento médio M1:2 com Marte. Esses métodos também já foram utilizados para identificar aglomerados de galáxias com a aplicação de ANNs, conforme relatado naquela referência (Carruba et al., 2021).

O ciclo de treinamento de uma ANN é o processo pelo qual a rede aprende iterativamente a mapear as entradas para as saídas desejadas, minimizando o erro medido pela função de perda. O processo de treinamento é iterativo. Para o caso de classificação de imagens de argumentos ressonantes de asteroides, combinando dados de diferentes fontes, o processo pode ser resumido da seguinte forma:

- Inicialização: A ANN começa com valores de peso inicial próximos a zero, e uma entrada de dados é fornecida: uma linha de dados (ou um lote/batch) é passada para a rede. Para classificar argumentos ressonantes de asteroides, utilizam-se imagens de 100x100 pixels com valores normalizados entre zero e um.

- **Processamento:** Os dados de entrada percorrem as camadas da rede, em que cada neurônio soma as entradas ponderadas e aplica a função de ativação *Rectified Linear Unit* (ReLU), mostrada na Figura 3.6, disponível em Liu (2017).
- **Predição:** A rede gera uma previsão de saída com três nós na camada final, classificando as classes de circulação, alternância e libração de órbitas.
- **Cálculo da Função de Perda:** A previsão da rede é comparada ao resultado real para determinar a função de perda, utilizando a função *sparse categorical crossentropy* para classificar múltiplas classes.
- **Back-propagation e Otimização:** A função de perda é aplicada a todos os pesos da rede por meio de *back-propagation*, enquanto algoritmos de otimização, como o *Adam*, calculam o gradiente para minimizar essa função.
- **Atualização de Pesos:** Os valores dos pesos na rede são atualizados com base no gradiente calculado, otimizando os valores dos pesos.
- **Iteração:** O procedimento é repetido para todos os dados de treinamento, completando uma época (epoch) ao final.
- **Repetição de Épocas:** O processo pode ser repetido várias vezes para melhorar as previsões. Para evitar pesos não ótimos, os pesos de cada modelo podem ser salvos e aqueles associados ao melhor resultado podem ser carregados, sendo a acurácia um exemplo aplicável.

Figura 3.6: Função de ativação ReLU exponencial, utilizada para introduzir não linearidade no processamento dos neurônios da rede.



Fonte: Medium³.

³ Disponível em: <https://medium.com/@danqing/a-practical-guide-to-relu-b83ca804f1f7>. Acesso em: 4 set. 2025.

3.6 Rede Neural Convolutacional

Redes Neurais Convolucionais (CNNs) são uma classe de redes neurais profundas projetadas para aprender automaticamente características, estruturas hierárquicas e padrões a partir de imagens. A necessidade de categorizar grandes populações de asteroides potencialmente ressonantes demanda métodos eficientes devido ao volume massivo de dados esperado (Goodfellow et al., 2016). Nesse contexto, as CNNs têm demonstrado eficácia, especialmente na classificação de grandes bancos de imagens (Carruba et al., 2022). A seguir, conforme (Goodfellow et al., 2016), são apresentados os modelos de CNNs que são aplicados neste trabalho: Visual Geometry Group (VGG), Inception e ResNet.

O modelo Visual Geometry Group (VGG), reconhecido por sua simplicidade e eficiência, consiste em uma arquitetura profunda de rede neural convolutacional. É composto por camadas convolucionais seguidas de camadas de max-pooling, proporcionando uma estrutura clara e consistente. No entanto, o VGG apresenta alto custo computacional, priorizando precisão em detrimento da eficiência, servindo como base para modelos inovadores de reconhecimento de objetos.

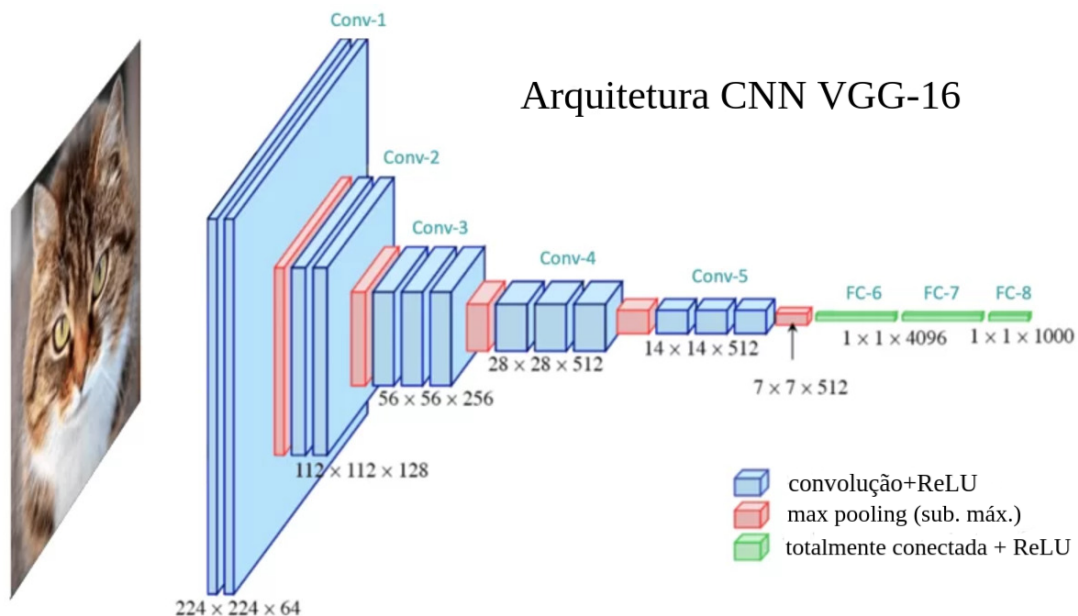
O segundo modelo Inception é uma arquitetura de aprendizado profundo concebida para capturar características em múltiplas escalas e dimensões das imagens. Este modelo usa estruturas intrincadas conhecidas como módulos de inception, que são responsáveis por extrair recursos de forma eficaz.

O modelo ResNet, amplamente reconhecido como Rede Residual, representa um avanço significativo no campo do aprendizado profundo. Essa arquitetura é capaz de treinar redes extremamente profundas. Na sua abordagem, a ResNet introduz blocos residuais e conexões de atalho, o que possibilita o treinamento de redes excepcionalmente profundas, mitigando o problema do gradiente que desaparece.

3.6.1 Modelo VGG

Criado por cientistas da Universidade de Oxford, o VGG ganhou destaque em competições de reconhecimento de imagem graças à sua estrutura consistente e ao emprego de camadas convolucionais reduzidas, que possibilitam a extração de detalhes minuciosos das imagens. A Figura 3.7 ilustra a arquitetura da rede VGG, destacando suas múltiplas camadas. Com o aumento das dimensões, a complexidade da rede cresce, gerando resultados impressionantes.

Figura 3.7: Ilustração da arquitetura da rede neural profunda VGG, que apresenta uma sequência de camadas convolucionais intercaladas por camadas de *max-pooling*. As dimensões de ativação, como $56 \times 56 \times 256$, são exemplos das saídas intermediárias da rede. O modelo combina simplicidade e eficácia, sendo amplamente utilizado em tarefas de visão computacional.



Fonte: Adaptado de LearnOpenCV⁴.

O modelo VGG possui um alto custo computacional, pois dá prioridade à precisão em vez da eficiência no processamento. Isto pode levar a um aumento considerável no tempo de treinamento e no uso de recursos computacionais, o que deve ser levado em conta ao utilizá-lo em situações que envolvem grandes volumes de dados ou em aplicações em tempo real. O progresso foi possibilitado por meio de grandes repositórios públicos de imagens, como o

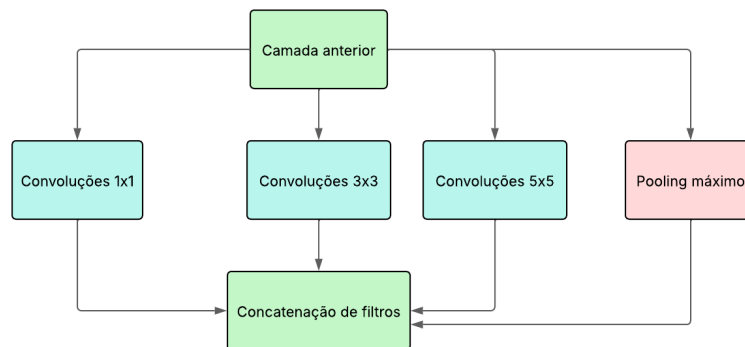
⁴ Disponível em: <https://learnopencv.com/understanding-convolutional-neural-networks-cnn/>. Acesso em: 15 ago. 2025.

ImageNet (Deng et al., 2009; Simonyan e Zisserman, 2014), e por sistemas de computação de alto desempenho, conforme destacado por Dean et al. (2012) e Simonyan e Zisserman (2014).

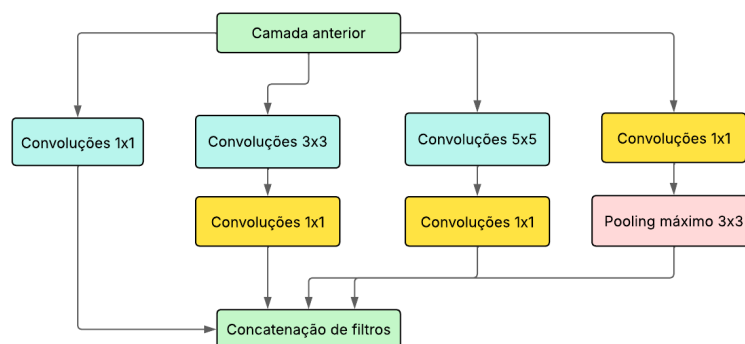
3.6.2 Modelo Inception

A arquitetura do modelo pertence à classe de Redes Neurais Convolucionais (CNN), conforme mostrado em Goodfellow et al. (2016). Essa arquitetura foi projetada para otimizar a extração de características por meio de módulos com múltiplas convoluções paralelas que operam em diferentes escalas e dimensões da imagem, como ilustrado na Figura 3.8.

Figura 3.8: Comparação dos módulos Inception em suas versões simplificada e com redução de dimensionalidade. A versão simplificada (a) apresenta uma estrutura básica que combina diferentes tamanhos de filtros, permitindo a extração de características variadas em uma única camada. A versão (b) utiliza operações de *pooling* para reduzir a dimensionalidade dos dados, preservando informações relevantes e diminuindo a carga computacional. Essa abordagem aumenta a eficiência do modelo e viabiliza redes mais profundas e complexas.



(a) Módulo Inception — versão simplificada



(b) Módulo Inception — com redução de dimensionalidade

Fonte: Adaptado de (Ioffe e Szegedy, 2015), p. 5.

Os módulos *Inception* são responsáveis pela extração eficiente de características (Szegedy et al., 2015). Sua concepção surgiu como estudo de caso de um algoritmo que aproxima estruturas esparsas em redes de visão, conforme proposto por Arora et al. (2013), utilizando componentes densos disponíveis, conforme citado em Ioffe e Szegedy (2015), que também amplia a profundidade da rede em seus testes.

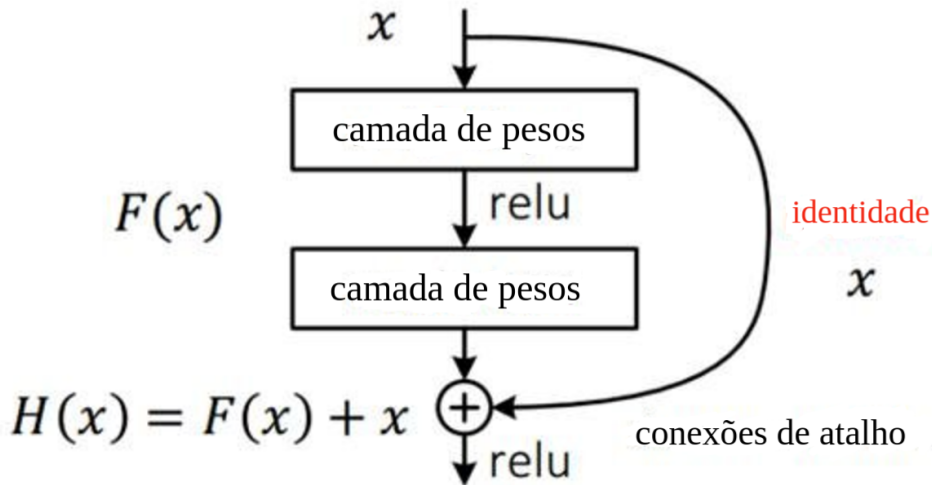
Diante de um conjunto de dados complexos, que apresentam padrões e relações intrincadas, a arquitetura *Inception* se destaca na manipulação desses dados. Suas aplicações incluem o estudo da interação de asteroides com a ressonância secular ($g - g_6 - s + s_6$), conforme descrito em Ioffe e Szegedy (2015). A concepção da *Inception* surgiu como estudo de caso de um algoritmo que aproxima estruturas esparsas em redes de visão, utilizando componentes densos disponíveis, conforme citado em Ioffe e Szegedy (2015), que também amplia a profundidade da rede em seus testes.

3.6.3 Modelo ResNet

O modelo *ResNet* foi projetado para extrair automaticamente padrões e estruturas hierárquicas das imagens de entrada. Isso é realizado por meio de camadas convolucionais, que aplicam filtros capazes de identificar eficientemente características locais relevantes (He et al., 2016). Conforme é destacado por Goodfellow et al. (2016), o modelo *ResNet* é uma das arquiteturas de CNN que representa um avanço significativo no aprendizado profundo, abordando o desafio de treinar redes neurais extremamente profundas. Na prática, essa arquitetura introduz blocos residuais e conexões de atalho, permitindo o treinamento de redes excepcionalmente profundas e mitigando o problema do gradiente que desaparece.

As redes neurais mais profundas são inerentemente mais difíceis de treinar, apresentando degradação conforme aumenta o número de camadas, o que dificulta a otimização. No entanto, de acordo com He et al. (2016), o modelo *ResNet* proporciona a otimização de redes residuais extremamente profundas, adicionando ganho de precisão com a profundidade. Como mostrado na Figura 3.9, em um determinado ponto, o modelo combina o sinal gerado pelas duas camadas convolucionais anteriores com o sinal da camada anterior, integrando um sinal processado com um sinal de uma etapa anterior (Towards Data Science, 2019).

Figura 3.9: Diagrama simplificado dos atalhos em *ResNet*, ilustrando como a adição do sinal direto mitiga o problema dos gradientes evanescentes. Os atalhos permitem que o sinal de entrada contorne determinadas camadas, facilitando o fluxo de informações e a aprendizagem de características complexas. Essa técnica é essencial para o treinamento de redes profundas, preservando informações que poderiam se perder em camadas sucessivas. Assim, a arquitetura *ResNet* produz redes mais estáveis e eficazes, melhorando o desempenho em tarefas de reconhecimento de padrões.



Fonte: Adaptado de ResearchGate⁵.

3.7 Vision Transformer

O *Vision Transformer* (ViT) é uma arquitetura baseada em aprendizado profundo, inicialmente desenvolvida para o processamento de linguagem natural, mas que foi adaptada com sucesso para tarefas de visão computacional. Em vez de utilizar convoluções, como ocorre nas CNNs, o ViT segmenta a imagem de entrada em pequenos blocos chamados *patches*, que são então linearizados e incorporados por meio de um mecanismo denominado *Patch Embedding*.

Embora seja uma arquitetura recente (surgiu em 2017), o ViT passou por várias expansões e aprimoramentos, representando um progresso notável na área de visão computacional (Dosovitskiy et al., 2021). Além dessa abordagem inovadora, o ViT apresenta vantagens em relação às redes convolucionais tradicionais, destacando-se por sua escalabilidade, flexibilidade e eficiência.

⁵ Disponível em: https://www.researchgate.net/figure/residual-structure_fig2_341147912. Acesso em: 15 ago. 2025.

A partir dessa etapa inicial, os *patches* embutidos são processados por um *Transformer Encoder*, que utiliza mecanismos de *self-attention* para capturar dependências espaciais entre diferentes regiões da imagem. Por fim, uma camada de classificação (*camada de classificação*) realiza a predição final com base nas representações aprendidas.

Estudos baseados em Vaswani et al. (2017), destacados em Carruba et al. (2025a), indicam que o *ViT* pode superar arquiteturas tradicionais de *CNNs* em tarefas de classificação de imagens, especialmente quando treinado com grandes volumes de dados (como no *ImageNet-21k*). Além disso, a separação explícita entre conteúdo e posição nos vetores de entrada oferece maior interpretabilidade ao modelo, aspecto relevante em aplicações científicas e médicas.

Entretanto, o *ViT* requer uma capacidade computacional elevada e uma quantidade substancial de dados para um treinamento eficaz, tornando-se menos eficiente em contextos que utilizam pequenos conjuntos de dados. Para contornar essa limitação, foram propostas variações mais leves, como o *Data-efficient Image Transformer (DeiT)*.

O modelo *ViT* possui hiperparâmetros, incluindo (**num_layers**) e (**num_heads**). O hiperparâmetro (**num_layers**) define a quantidade de camadas que formam o modelo *ViT*. Quanto maior a quantidade de camadas, mais profundo e, potencialmente, mais expressivo se torna o modelo. Por sua vez, o hiperparâmetro (**num_heads**) determina o número de cabeças de atenção empregadas no mecanismo de atenção do modelo *ViT*. Quanto mais cabeças de atenção o modelo possui, melhor ele consegue capturar diferentes tipos de relações entre os elementos de entrada (Carruba et al., 2025a; Dosovitskiy et al., 2021).

Sobre a identificação das duas primeiras famílias jovens de asteroides em ressonâncias seculares não lineares do tipo- g

4.1 Introdução

Famílias de asteroides são grupos formados por colisões ou fragmentação de um corpo progenitor, cujas órbitas evoluem devido a influências gravitacionais e forças não gravitacionais, como o efeito Yarkovsky (Bottke et al., 2001). As ressonâncias seculares são efeitos gravitacionais, que ocorrem quando a precessão do periélio (g) ou do nó ascendente (s) de um asteroide entra em comensurabilidades com a de um planeta.

Entre as ressonâncias seculares lineares, a $\nu_6 = g - g_6$ é a mais difusiva. Já as ressonâncias seculares não lineares correspondem a comensurabilidades de ordem superior entre as frequências orbitais de planetas e asteroides. O argumento pode ser expresso em termos de ressonâncias seculares lineares, como a série z_K , que combina nós e periélio $z_K = K(g - g_6) + (s - s_6) = K\nu_6 + \nu_{16}$, $K = 1, 2, 3, \dots$, sendo $\nu_{16} = s - s_6$ a ressonância secular linear do nó com Saturno.

Ressonâncias do tipo- g alteram a excentricidade e a evolução de famílias de asteroides, como Astraea (Milani et al., 2014, 2017). Nesse contexto, Huaman et al. (2017) analisaram ressonâncias do tipo- g até sexta ordem, destacando três como principais na dispersão dessas famílias: $g - 2g_6 + g_5$, $g - 3g_6 + 2g_5$ e $2g - 3g_5 + g_6$, com 5 referente a Júpiter.

A ressonância $g - 2g_6 + g_5$, importante entre as seculares não lineares, atravessa regiões densamente povoadas do cinturão e afeta famílias como *Astraea* (Milani e Knežević, 1990). Mais recentemente, Knežević (2022) mapeou a ressonância e identificou as famílias de asteroides por ela cruzadas.

A família *Koronis* é influenciada pela ressonância $g - 3g_6 + 2g_5$, destacando-se por apresentar excentricidades relativamente altas em comparação com outras famílias. Bottke et al. (2001) empregou o termo *surto de Prometheus* para evidenciar o efeito Yarkovsky na evolução dinâmica de famílias de asteroides sujeitas a ressonâncias seculares.

Após identificar asteroides potencialmente ressonantes pelas frequências, a detecção final se dá pela análise do argumento ressonante, que combina os ângulos do asteroide e dos planetas. Para $g - 2g_6 + g_5$, esse ângulo é $\varpi - 2\varpi_6 + \varpi_5$, oscilando em torno de um ponto de equilíbrio para asteroides em libração e circulando de 0° a 360° , ou alternando entre circulação e libração para os fora da ressonância.

Presentemente, são conhecidos mais de 1 milhão de asteroides. Como cada ressonância pode envolver a análise de milhares de argumentos ressonantes, a tarefa — já intrincada para um observador humano — torna-se ainda mais desafiadora quando considerada ao longo dos 10 anos de operação do *Rubin Observatory Legacy Survey of Space and Time* (LSST) (<https://www.lsst.org/about/timeline>). Segundo Jones et al. (2015), os catálogos do LSST poderão multiplicar em 10 a 100 vezes o número de pequenos corpos conhecidos no Sistema Solar, com cerca de 1 milhão de novos asteroides já no primeiro ano de operações. Assim, tornam-se essenciais novos métodos para classificar grandes populações potencialmente ressonantes diante do enorme volume de dados esperado.

Redes Neurais Artificiais (ANN) foram aplicadas para classificar automaticamente imagens de argumentos ressonantes de asteroides (Carruba et al., 2021), e, mais recentemente, suas otimizações têm sido empregadas na classificação de grandes bases de imagens (Carruba et al., 2022). Nesse contexto, o objetivo é desenvolver modelos de aprendizado de máquina profunda para ressonâncias seculares não lineares do tipo- g , visando classificar com maior rapidez a nova e extensa população de asteroides que será em breve detectada.

Esses avanços podem ser empregados na identificação de famílias de asteroides. Recentemente, em Carruba et al. (2022b), um novo conjunto de dados de asteroides em estados de libração da ressonância secular linear $\nu_6 = g - g_6$ foi usado para identificar as principais famílias de asteroides que interagem com essa ressonância.

De modo análogo, esses métodos podem ser aplicados à caracterização de novas famílias de asteroides. Em Carruba et al. (2022b), por exemplo, um novo conjunto de dados de asteroides em estados de libração da ressonância secular linear $\nu_6 = g - g_6$ foi utilizado para reconhecer as principais famílias que interagem com essa ressonância. Assim, a jovem família (12988) *Tiffanykapler* foi a primeira identificada em uma ressonância secular linear. De modo análogo, foram analisadas novas populações de possíveis ressonadores para identificar outras famílias potenciais.

Neste trabalho, foram utilizadas técnicas numéricas de reversão temporal para datar famílias de asteroides, obtendo estimativas de idade muito mais precisas do que as disponíveis para grupos mais antigos. Também foram usadas técnicas de reconhecimento de aglomerados de asteroides ressonantes em espaços adequados de elementos orbitais próprios (Milani et al., 2017) para caracterizar famílias recentemente identificadas.

4.2 Métodos

Como etapa inicial, foram definidos critérios para identificar asteroides localizados dentro das ressonâncias seculares do tipo g , e foi empregado o método de Carruba (2009). Foram selecionados os objetos mais propensos à libração na ressonância secular z_1 ($z_1 = g - g_6 + s - s_6$), para os quais $g + s \approx g_6 + s_6 \pm 0,2 \text{ arcsec ano}^{-1}$.

Esse critério pode ser estendido para identificar ressonâncias seculares não lineares do tipo g de ordens superiores, considerando que a largura da zona de libração de asteroides em ressonâncias de quarta ordem é geralmente menor que esse limiar (Carruba, 2009).

Este critério foi aplicado a asteroides numerados até 616.689, considerando elementos e frequências próprias calculados pelo método de Knežević e Milani (2003) e descritos em Carruba (2010). Os dados estão disponíveis no Portal de Famílias de Asteroides (AFP)

(Radović, 2017; Novaković et al., 2022). Também foram incluídos asteroides de múltiplas oposições, totalizando mais de 285.861, disponíveis no AFP, que fornece os elementos e frequências próprias.

As ressonâncias seculares reduzem a estabilidade orbital; por isso, neste estudo, foram excluídos objetos altamente caóticos (tempos de Lyapunov < 100 anos), já que, conforme Knežević e Milani (2003), não permitem estimar elementos próprios sintéticos de forma confiável. Essas exclusões garantem uma análise mais consistente dos asteroides remanescentes.

Retomando as três ressonâncias identificadas por Huaman et al. (2017) na Seção 4.1, a Tabela 4.1 apresenta seus nomes, frequências centrais e o número de asteroides numerados e de múltiplas oposições potencialmente afetados. Apenas 15 asteroides numerados surgem como possíveis libradores da ressonância $2g - 3g_5 + g_6$, embora nenhum esteja em libração. Neste trabalho, o foco recai sobre as ressonâncias $g - 2g_6 + g_5$ e $g - 3g_6 + 2g_5$, já que as demais do tipo- g exercem efeito menor na evolução dinâmica. A notação adotada segue os argumentos ressonantes, por exemplo, $g - 2g_6 + g_5 = 2\nu_6 - \nu_5$.

Tabela 4.1 - As três ressonâncias seculares do tipo g mais difusivas no cinturão principal, de acordo com Huaman et al. (2017). São apresentados o argumento ressonante em termos de frequências, combinações de ressonâncias seculares lineares, o valor central da frequência asteroidal g associada a cada ressonância, e o número de asteroides numerados e de múltiplas oposições suscetíveis a serem afetados pelas ressonâncias.

Argumento Res.	Frequências	Valor da Frequência (arcmin/ano)	Ast. Numerados	Ast. Multi-o
Quarta ordem:	$g - 2g_6 + g_5$	52,22915	2676	422
Sexta ordem:	$g - 3g_6 + 2g_5$	76,215	1592	8
	$2g - 3g_5 + g_6$	-7,736	1780	7

Fonte: (Huaman et al., 2017) (adaptada).

Seguindo Carruba et al. (2021), foi utilizada uma rede neural artificial composta por uma camada *Flatten*, duas camadas *Dense* com ativação *ReLU* e uma camada final *Dense* com *softmax* para classificar os asteroides ressonantes. A implementação foi realizada em TensorFlow, garantindo um treinamento eficiente.

A metodologia foi dividida em cinco etapas: inicialmente, os asteroides foram integrados numericamente por 10 Ma sob a influência gravitacional dos planetas, utilizando vetores cartesianos gerados conforme a Seção 4.8 (Murray e Dermott, 2000). Ceres e outros asteroides massivos foram omitidos, pois seus efeitos não são relevantes para localizar com precisão as ressonâncias seculares.

Foram produzidas imagens da evolução temporal dos argumentos ressonantes, que foram utilizadas no treinamento de uma rede perceptron de ANN (Carruba et al., 2021) com dados rotulados e testada em 50 imagens independentes. As previsões foram validadas por inspeção independente; testes duplo-cegos mostraram até 15% de reclassificações, com taxa típica de $\approx 5\%$.

Após identificar a população de possíveis asteroides librantes, investigou-se o efeito de forças não gravitacionais na manutenção dos asteroides em estados de libração. Seguindo Carruba et al. (2022b), criaram-se clones orbitais com obliquidades extremas, usando obliquidades de spin máximas e mínimas para maximizar o deslocamento de Yarkovsky. Essa abordagem permite explorar cenários extremos, onde Yarkovsky impacta mais fortemente a órbita, auxiliando na análise abrangente do comportamento dinâmico dos asteroides.

Seguindo Carruba et al. (2022b), criaram-se dois conjuntos de clones com obliquidades extremas e integrados por 10 milhões de anos sob a influência planetária. O asteroide foi considerado librador apenas quando ambos os conjuntos mantiveram libração, sendo então incluído na amostra de famílias.

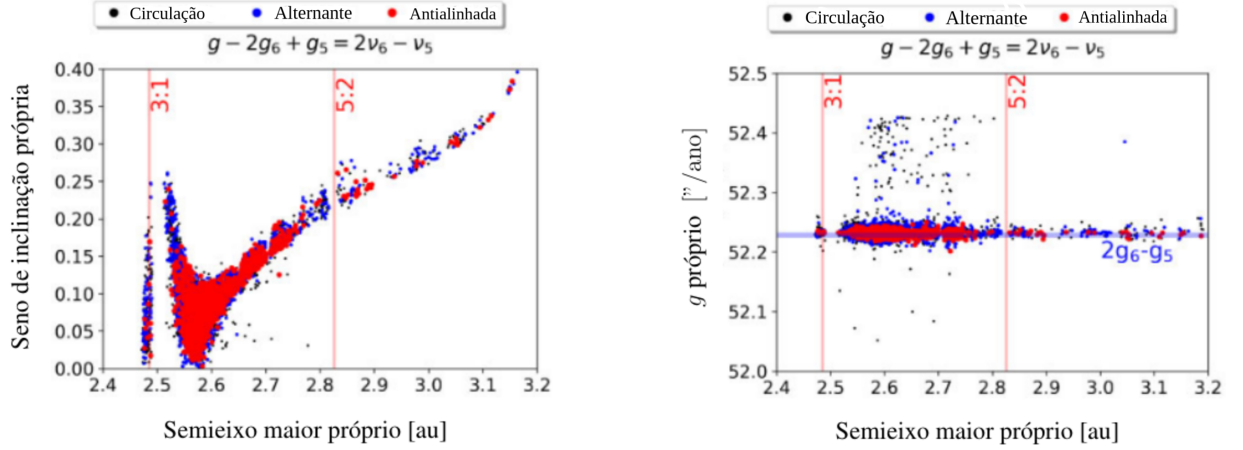
4.2.1 Ressonância $2\nu_6 - \nu_5$

De acordo com os resultados para as ANNs, foram identificados 1.517 asteroides numerados e 389 de múltiplas oposições em possível libração com a ressonância $2\nu_6 - \nu_5$. Considerando o efeito Yarkovsky, os valores caíram levemente para 1.337 e 357, respectivamente.

A Figura 4.1 mostra que a maioria das órbitas librantes se concentra no centro da ressonância, confirmando essa análise, com os asteroides distribuídos nos planos próprios $(a, \sin(i))$ e (a, g) . Já as órbitas de transição aparecem nas bordas, e a maioria dos asteroides da

ressonância $2\nu_6 - \nu_5$ situa-se no cinturão principal central, com uma pequena extensão no externo e ausência no interno.

Figura 4.1: Painel esquerdo: Projeção adequada $(a, \sin(i))$ de asteroides na ressonância $2\nu_6 - \nu_5$. Linhas verticais exibem a localização das principais ressonâncias de movimento médio na área. Painel direito: Projeção adequada (a, g) dos mesmos asteroides, para objetos com erros em g próprio inferiores a $0,25 \text{ arcsec ano}^{-1}$. A linha horizontal mostra o centro da ressonância. As legendas em ambos os painéis identificam o tipo de órbitas dos asteroides.



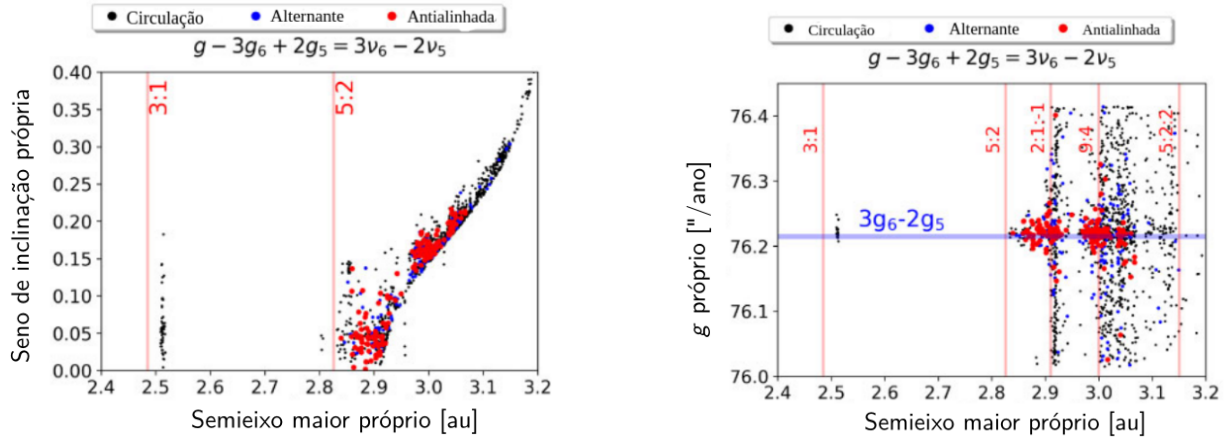
Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

4.2.2 Ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$

Foram encontrados 1.776 asteroides numerados e 722 de múltiplas oposições, com ângulos ressonantes librantes ligeiramente diferentes em relação à ressonância $2\nu_6 - \nu_5$ já analisada. Por isso, modelos de ANN previamente treinados têm baixo desempenho nesta ressonância, e treinar novos com rótulos reais não é viável, pois os 2.498 asteroides disponíveis são insuficientes para um treinamento eficiente. Sob o efeito de Yarkovsky, a análise visual confirmou libração em 132 asteroides numerados e 78 de múltiplas oposições.

A Figura 4.2 apresenta a distribuição desses objetos nos planos $(a, \sin(i))$ e (a, g) , e, como esperado, os asteroides librantes estão no cinturão principal externo, com valores de g próximos ao centro da ressonância, $3g_6 - 2g_5 = 76,215 \text{ arcmin/ano}$.

Figura 4.2: Pannel esquerdo: projeção $(a, \sin i)$ dos asteroides na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$, com as principais ressonâncias de movimento médio indicadas. Pannel direito: projeção (a, g) dos mesmos objetos; símbolos conforme a Figura 4.1.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), página 3, MNRAS 528, 796–814 (2024).

4.3 Modelos de aprendizado profundo para ressonâncias do tipo *g*

A base de imagens do argumento ressonante $2\nu_6 - \nu_5$ era grande e confiável o suficiente para permitir o uso de métodos avançados de classificação, conforme Seção 4.2.1. Para garantir robustez, este estudo utilizou CNNs, incluindo os modelos Visual Geometry Group (VGG) (Simonyan e Zisserman, 2014), Inception (Szegedy et al., 2015) e Rede Residual (ResNet) (He et al., 2016), para explorar a nova base de dados $2\nu_6 - \nu_5$. A performance desses três modelos pode ser observada na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Tempo de execução, memória, alocação máxima de memória, melhor época e melhor acurácia para os modelos testados neste trabalho para a base de dados $2\nu_6 - \nu_5$, utilizando um processador Intel(R) Core(TM) i7-11700F @ 2,50GHz. As alocações de memória são medidas em gigabytes (GB).

Modelo	Tempo (h:m:s)	Alocação de Memória (GB)	Máx. Memória (GB)	Acurácia
VGG	1:00:51.6	1,33	3,08	0,50
Inception	1:22:36.1	1,22	3,08	0,73
ResNet	0:40:51.4	1,22	3,08	0,70

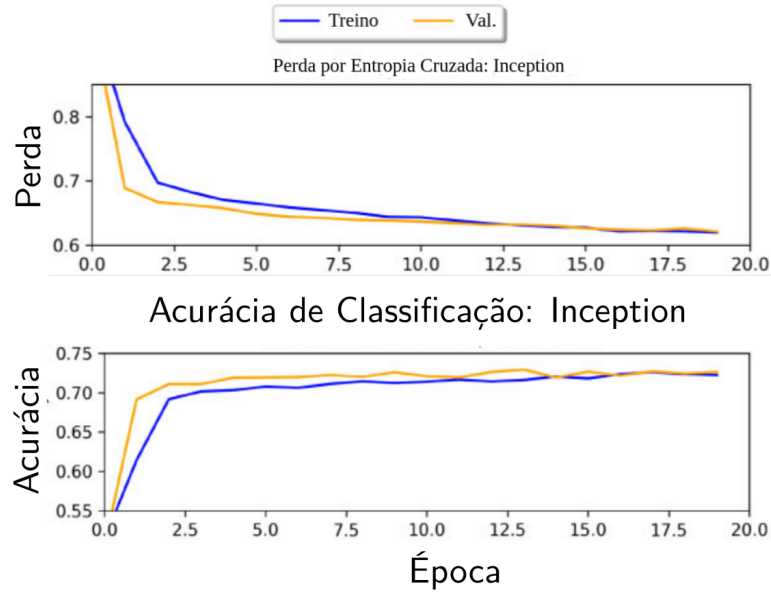
Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

O conjunto de dados foi dividido em três partes: (i) Treinamento: utilizada para ensinar os modelos a reconhecer e classificar padrões nas imagens de forma eficaz; (ii) Validação: uma parte separada do conjunto de dados usada para avaliar o desempenho dos modelos durante o treinamento, ajudando a ajustar parâmetros e evitar sobreajuste; (iii) Teste:

conjunto independente, nunca usado no treinamento ou validação, destinado a avaliar a capacidade dos modelos de generalizar para novas imagens.

A Figura 4.3 mostra o desempenho do modelo Inception, apresentando as tendências tanto da perda de entropia cruzada (conforme definido em Carruba et al. (2022b), Equação 4.3) quanto da acurácia.

Figura 4.3: Variação da perda de entropia cruzada e da acurácia em função das épocas de treinamento para o melhor modelo CNN associado à ressonância secular $2\nu_6 - \nu_5$.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

Para evitar *overfitting*, foram aplicadas técnicas de regularização como aumento de dados (DA), *Dropout* (DO) e normalização em lote (BN), permitindo que os modelos mantivessem boa generalização e previsões confiáveis (Carruba et al., 2022).

Os modelos deste trabalho usaram CNNs, redes capazes de aprender automaticamente padrões e hierarquias nas imagens. Diferentes da ANN básica, as CNNs possuem camadas convolucionais que capturam padrões locais e arquiteturas profundas, extraindo características de níveis cada vez mais complexos.

O modelo VGG, uma CNN profunda, é conhecido por sua simplicidade e eficácia. Com camadas convolucionais seguidas de *max-pooling*, sua arquitetura uniforme permite capturar características complexas das imagens, embora exija mais poder computacional que

uma ANN básica. O ResNet avança no aprendizado profundo ao usar blocos residuais e conexões de salto, permitindo treinar redes muito profundas e evitando o problema do gradiente desaparecendo. O Inception captura padrões em várias escalas usando "módulos de inception" para extrair características das imagens de forma eficiente.

Os modelos foram avaliados pelas métricas de *acurácia* e *F-beta*, e juntamente com *precisão* e *recall* são amplamente discutidos em Carruba et al. (2022). A metodologia foi aplicada às imagens do argumento ressonante $2\nu_6 - \nu_5$, com 13.052 usadas para treinamento, 2.108 para validação e 71 para teste.

O Inception teve o melhor desempenho, seguido por ResNet e VGG. O overfitting foi reduzido com Dropout (0,4) e otimização Ftrl. A Figura 4.3 indica que o Inception converge após cinco épocas, com queda da perda e aumento da *acurácia*.

4.4 Identificação de grupos de asteroides interagindo com ressonâncias seculares do tipo g

As famílias de asteroides interagem com as ressonâncias seculares de diferentes maneiras. Em algumas famílias, como Tiffanykapler na ressonância ν_6 (Carruba et al., 2022b) e a subfamília Zelima na ressonância não linear z_1 (Tsirvoulis, 2019), todos os membros participam; em outras, como Pádua (Carruba, 2009), apenas parte dos asteroides é afetada.

Detectar pequenas subfamílias em grandes famílias densas em ressonância é difícil com métodos tradicionais. Por isso, foram aplicados os métodos de Carruba et al. (2022b) para identificar grupos dinâmicos ligados às ressonâncias $2\nu_6 - \nu_5$ e $3\nu_6 - 2\nu_5$. Esses grupos podem ser (i) partes de famílias maiores interagindo com as ressonâncias ou (ii) subfamílias formadas em colisões recentes, que serão investigadas posteriormente.

No início dos anos 1990, famílias de asteroides começaram a ser identificadas pelo Método de Agrupamento Hierárquico (HCM) (Zappalà et al., 1990; Bendjoya e Zappalà, 2002). Nesse método, asteroides vizinhos foram detectados no espaço dos elementos próprios ($a, e, \sin(i)$) e adicionados à família se a distância até um membro existente for menor que um valor crítico d_0 , repetindo-se o processo até não haver mais candidatos. d_0 é um

parâmetro livre que depende da densidade de asteroides na região orbital e, segundo Beaugé e Roig (2001), corresponde à média das menores distâncias entre todos os asteroides da área.

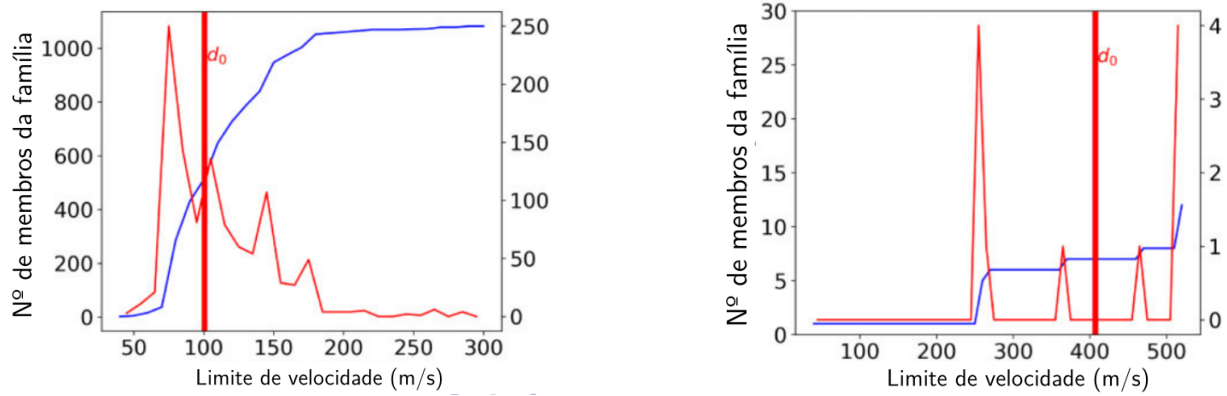
A detecção de famílias de asteroides pode ser feita pelo limite de corte ou por diagramas de estalactites. Na primeira técnica, os membros são plotados em função de distâncias crescentes até incluir todos os asteroides da região (Brož e Vokrouhlický, 2008). Na segunda, ao reduzir o limite de corte, surgem agrupamentos menores entre os objetos desconectados da família original. Os resultados são então visualizados em um gráfico com a distância de corte no eixo y e as associações familiares no eixo x (Carruba, 2010).

A abordagem permite testar as famílias em um banco de dados ampliado, incluindo todos os asteroides da região, para avaliar quão rápido podem se fundir com outras famílias locais (Nesvorný et al., 2015; Milani et al., 2014). Dessa forma, métodos de aprendizado de máquina com algoritmos genéticos podem atribuir asteroides de múltiplas oposições às famílias centrais da população numerada em libração (Carruba et al., 2022b).

4.4.1 Ressonância $2\nu_6 - \nu_5$: identificação de famílias

Os asteroides em libração na ressonância $2\nu_6 - \nu_5$ concentram-se principalmente no cinturão central, com 1.337 objetos identificados, enquanto 21 são encontrados no cinturão externo. Aplicando HCM e diagramas de estalactites, foram obtidos os gráficos da Figura 4.4, com $d_0=100,5 \text{ ms}^{-1}$ no cinturão central e $407,0 \text{ ms}^{-1}$ no externo. No cinturão central, asteroides permanecem ligados a 2198 Ceplecha com corte de 200 ms^{-1} ; no cinturão externo, apenas um aglomerado é detectado, o de (47883) 2000 FZ39, com corte de 500 ms^{-1} .

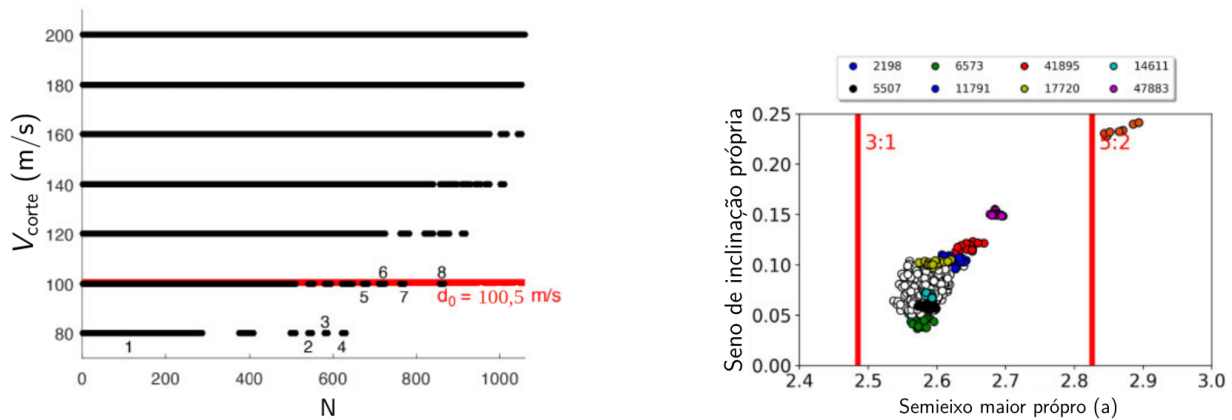
Figura 4.4: Painel esquerdo: dependência do número de membros da família de asteroides (eixo y esquerdo) e do número incremental de membros (eixo y direito) em função do limite de velocidade adotado pelo método HCM para os asteroides em ressonância $2\nu_6 - \nu_5$ na região central do cinturão principal. Painel direito: mesma análise aplicada à região externa do cinturão.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

A Figura 4.5 e a Tabela 4.3 apresentam os resultados, com oito grupos de asteroides distintos e visíveis no plano $(a, \sin(i))$. Esses grupos são compostos por subpopulações de asteroides ressonantes da família Astraea, conhecida por sua interação com a ressonância secular $2\nu_6 - \nu_5$ (Milani et al., 2014). Uma população de 110 asteroides de múltiplas oposições foi identificada usando métodos de aprendizado de máquina otimizados por algoritmos genéticos, conforme Carruba et al. (2022b). Os asteroides estão ligados ao grupo 2198 e 13 corpos ao aglomerado 11791; a distribuição orbital aparece na Figura 4.6.

Figura 4.5: Painel esquerdo: diagrama estalactite dos asteroides na ressonância secular $2\nu_6 - \nu_5$. Os números no gráfico identificam os grupos conforme a nomenclatura apresentada na Tabela 4.3. Painel direito: distribuição própria $(a, \sin i)$ dos grupos ressonantes identificados neste trabalho.



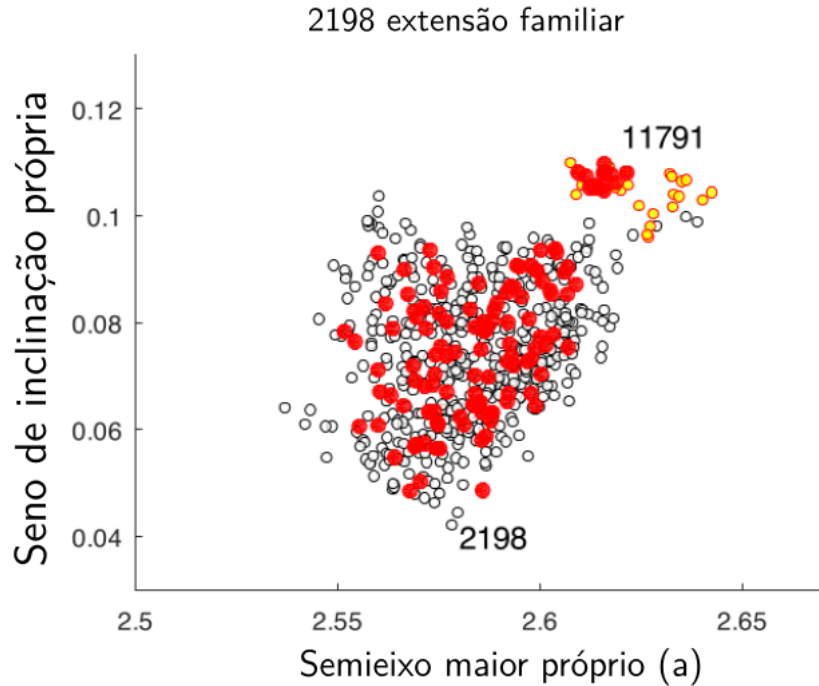
Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

Tabela 4.3 - Identificação dos grupos de asteroides que interagem com a ressonância secular $2\nu_6 - \nu_5$ identificada neste trabalho. A quinta coluna apresenta o valor do corte de velocidade para o qual as famílias se juntam à família Astraea, e na última coluna o número de asteroides de múltiplas oposições identificados como possíveis membros de família por métodos de aprendizado de máquina otimizados através do uso de algoritmos genéticos.

Grupo	id. Asteroide	Nome do Asteroide	Nº de Membros	Corte de Velocidade (m s^{-1})	Multioposição Asteroides
1	82198	Cephecha	511	1170	0
2	5507	Nijima	14	60	0
3	6573	Magnitskij	16	80	13
4	11791	Sofiyavarzar	27	80	0
5	41895	(2000 WJ121)	13	90	0
6	17200	(2000 AF47)	16	90	0
7	14611	Elsaadawi	11	50	0
8	47883	(2000 FZ39)	0	100	0

Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

Figura 4.6: Projeção $(a, \sin i)$ da população numerada dos grupos 2198 e 11791 (os símbolos são os mesmos da Figura 4.5). Os círculos vermelhos preenchidos indicam a localização da população estendida entre os asteroides com múltiplas oposições para ambos os aglomerados.



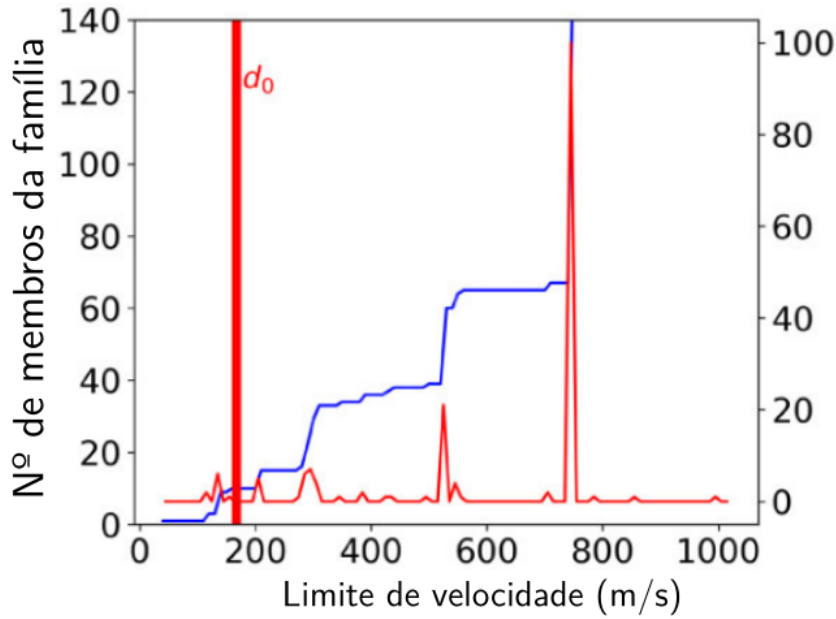
Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

4.4.2 Asteroides e dinâmica da ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$

Analisando de forma similar às seções anteriores, constatou-se que os asteroides ressonantes na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$ estão restritos ao cinturão externo, com 170 asteroides numerados ($d_0 = 167,2 \text{ m s}^{-1}$) e 78 de múltiplas oposições.

O valor de d_0 para o conjunto de dados de asteroides numerados ressonantes foi de $167,2 \text{ ms}^{-1}$. A Figura 4.7 mostra como o número de membros da família varia com o corte de velocidade. A análise foi iniciada com o menor asteroide numerado da família, 33189 Ritzdorf, na região primitiva do cinturão principal, próxima à família Koronis. A família se expande e se funde com outros grupos além da ressonância 9:4 com Júpiter, para um corte de 750 ms^{-1} .

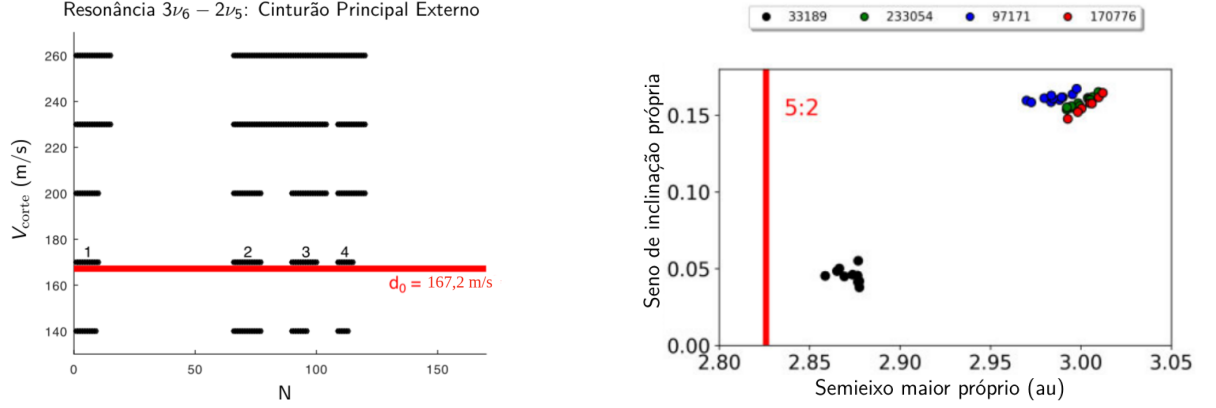
Figura 4.7: Dependência do número de membros da família de asteroides (eixo y esquerdo) e do número incremental de membros (eixo y direito) em função do limite de velocidade adotado pelo método HCM para os asteroides em ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$ no cinturão principal externo.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

A análise por estalactites é exibida no painel direito da Figura 4.8, com os grupos identificados resumidos na Tabela 4.4. Nenhum desses grupos pertence às famílias de asteroides listadas por Nesvorný et al. (2015) ou Milani et al. (2014). O grupo 33189 fica próximo à família Koronis, e os outros três nas bordas da família Eos. Posteriormente, será avaliado se fazem parte dos halos dessas famílias (Brož e Morbidelli, 2013).

Figura 4.8: Painel esquerdo: diagrama estalactite dos asteroides na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$, com os grupos identificados conforme a Tabela 4.4. Painel direito: distribuição própria ($a, \sin i$) dos grupos ressonantes identificados neste trabalho.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

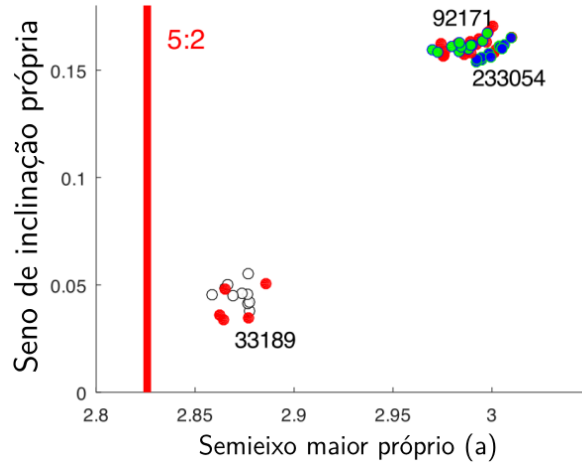
Tabela 4.4 - Identificação dos grupos de asteroides que interagem com a ressonância secular $3\nu_6 - 2\nu_5$ identificada neste trabalho. A quinta coluna apresenta o valor do corte de velocidade para o qual as famílias se juntam às famílias Koronis (grupo 33189) e Eos (demais grupos), e na última coluna o número de asteroides de múltiplas oposições identificados como possíveis membros de família.

Grupo	id. Asteroide	Nome do Asteroide	Nº de Membros	Corte de Velocidade (m s^{-1})	Multiposição
1	433189	(1999 GV3)	10	140	4
2	233054	(2005 GA88)	12	80	15
3	92171	(1999 VE195)	11	110	0
4	170776	(2004 CA95)	7	505	0

Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

Os valores dos cortes para os quais os grupos se fundem com as duas famílias são exibidos na quinta coluna da Tabela 4.4. Aplicando métodos de aprendizado de máquina otimizados por algoritmos genéticos identificaram asteroides de múltiplas oposições conectados aos grupos 33189, 233054 e 97217. Sua distribuição orbital própria ($a, \sin(i)$) é exibida na Figura 4.9.

Figura 4.9: Projeção $(a, \sin i)$ das populações numeradas dos grupos 59421, 233054 e 92171 (os símbolos são os mesmos da Figura 4.8). Os círculos vermelhos preenchidos indicam a localização da população estendida entre os asteroides com múltiplas oposições para os três aglomerados.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

4.5 Propriedades físicas dos novos grupos

A fragmentação de um corpo maior pode gerar membros semelhantes. As propriedades físicas como albedo e cor (Masiero et al., 2012; Parker et al., 2008; Carruba et al., 2013) ajudam a refinar a lista de membros e eliminar contaminantes.

As características físicas dos membros das famílias foram analisadas em relação à população de fundo, que inclui todos os objetos numerados e de múltiplas oposições na região. Foram adotados limites de $\pm 5^\circ$ para a inclinação própria, $\pm 0,05$ para a excentricidade e $\pm 0,05$ au para o semieixo maior em torno do centro da família. Esta análise permite identificar possíveis contaminações por objetos de fundo. Para o albedo, o fundo tende a ser bimodal, enquanto as famílias apresentam distribuição monomodal, típica de um corpo progenitor.

Foram analisados vários parâmetros físicos e classificações taxonômicas para comparar os objetos, como espectros de reflectância, albedos, cores e parâmetros da curva de fase. Os dados foram obtidos no SsODNet (<https://ssp.imcce.fr/webservices/ssodnet/>), que reúne informações de mais de 3.000 publicações sobre pequenos corpos (Berthier et al., 2023), incluindo levantamentos espectrais (Bus e Binzel, 2002; Lazzaro et al., 2004; DeMeo et al., 2009), o SDSS-MOC4 (Ivezić et al., 2001) aplicado a métodos taxonômicos (DeMeo e Carry, 2013; Sergeyev e Carry, 2021), e medidas de albedo das missões WISE, NEOWISE,

AKARI e IRAS (Ryan e Woodward, Ryan e Woodward; Usui et al., 2011; Masiero et al., 2012).

Diante de múltiplas medições de albedo nas bases WISE e NEOWISE, foi selecionada aquela com menor incerteza no diâmetro, por ser o critério mais confiável para garantir a qualidade do albedo derivado de dados infravermelhos.

Espectros de reflectância foram obtidos do Gaia DR3 (Collaboration, 2022) e de uma compilação de 7.000 espectros de Mahlke et al. (2022). A classificação taxonômica do Gaia DR3 foi realizada com o algoritmo *classy* (<https://github.com/maxmahlke/classy/>), que lida com dados ausentes e, quando disponível, inclui o albedo visual. Antes da classificação dos espectros do Gaia, foram removidos valores com flags fotométricas 1 e 2 e pontos com razão sinal-ruído < 10 . O escurecimento sistemático no ultravioleta foi corrigido conforme Tinaut-Ruano et al. (2023).

Cada classe taxonômica apresenta padrões distintos nos parâmetros da curva de fase (G_1, G_2), conforme a abordagem de Mahlke et al. (2021). Para comparar as famílias de asteroides com o fundo, é necessário dispor de dados físicos suficientes para cada objeto. Isso é especialmente importante para os parâmetros da curva de fase, que apresentam grande variação nas medições, conforme sugerem os autores.

4.5.1 Grupos da ressonância $2\nu_6 - \nu_5$ com dados físicos

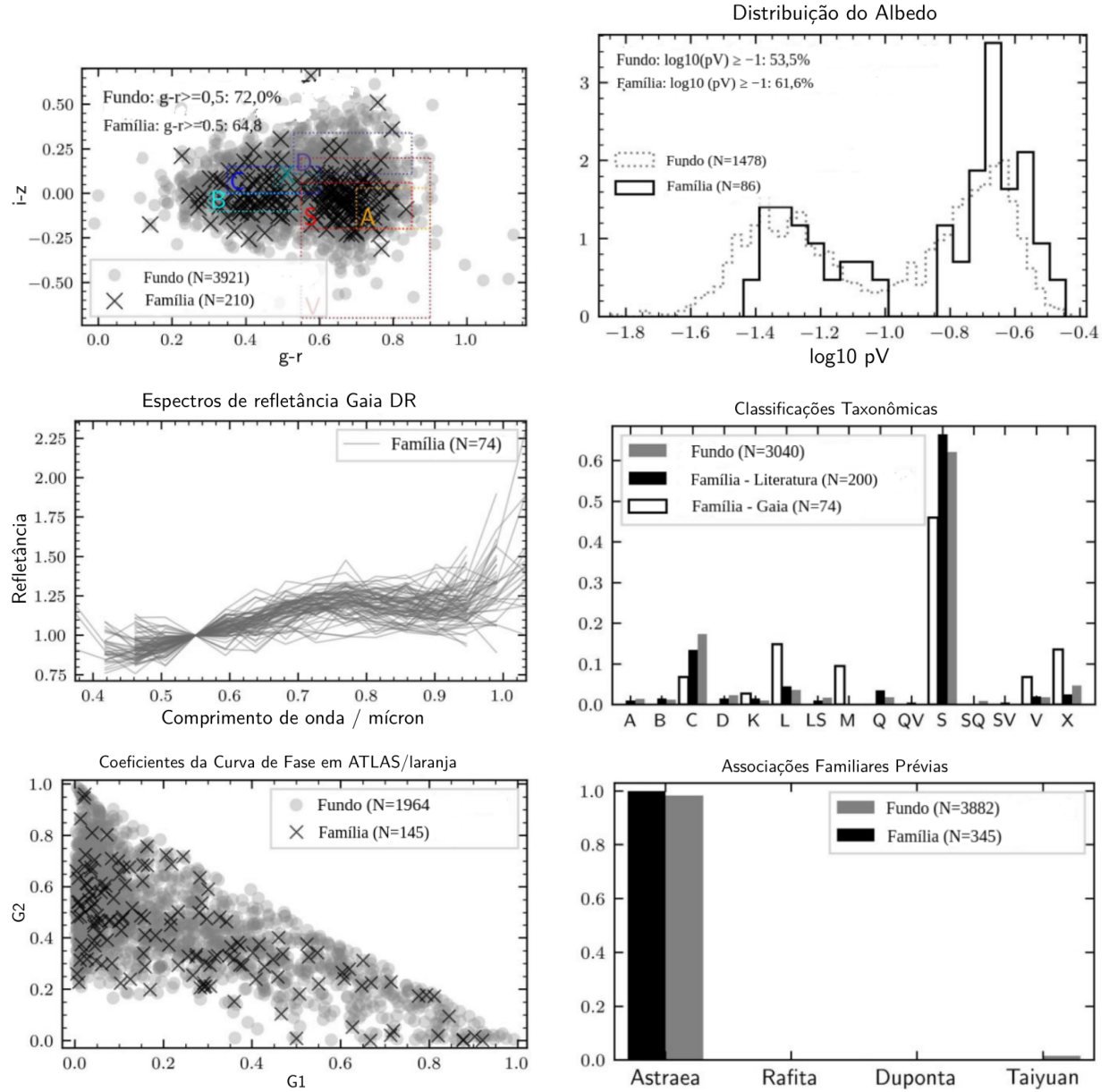
A Tabela 4.5 apresenta os grupos com dados físicos, destacando o 2198, fortemente ligado à família Astrea. A Figura 4.10 mostra que quase todos os 345 membros da literatura pertencem à Astrea. Cerca de 30% dos membros da família possuem classificação taxonômica, predominando o tipo S, refletindo padrão semelhante no fundo. Classes com menos de 20 membros foram excluídas do histograma do fundo para maior clareza.

Tabela 4.5 - Propriedades físicas dos grupos de asteroides que interagem com a ressonância secular $2\nu_6 - \nu_5$ identificada neste trabalho. A quinta coluna apresenta o complexo taxonômico mais provável obtido a partir desta análise. A sexta coluna mostra os resultados com base nos espectros do *Gaia*. As colunas seguintes indicam, respectivamente, cores, albedo, valor médio de albedo (p_V) e a taxonomia compatível com os parâmetros da curva de fase.

Grp	id. Ast.	Nome do Ast.	Nº Memb.	Compl. Tax.	Espec. (<i>Gaia</i>)	Cores	Alb.	$\langle p_V \rangle$	Curva Fase
1	82198	Ceplecha	621	S	S (64,8%)	S (61,6%)	0,183	–	S
2	5507	Nijima	14	Mix	C (66,6%)	S (75,0%)	0,221	–	Mix
3	6573	Magnitskij	16	S	S (56,3%)	S (100,0%)	0,144	–	–
4	11791	Sofiyavarzar	40	S	S (71,0%)	S (71,4%)	0,239	–	–
5	41895	(2000 WJ121)	13	–	C (50,0%)	C (100,0%)	0,070	–	–
6	17200	(2000 AF47)	16	–	S (65,7%)	S (66,7%)	0,111	–	–
7	14611	Elsaadawi	11	S	S (71,4%)	S (100,0%)	0,317	–	S
8	47883	(2000 FZ39)	11	Mix	C (50,0%)	C (100,0%)	0,053	–	–

Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

Figura 4.10: Propriedades físicas da família candidata 2198. São mostradas: cores ($g-r, i-z$) da família (cruzes pretas) e dos objetos de fundo locais (círculos cinza), com os limites de classe de Sergeyev e Carry (2021) (painel superior esquerdo); distribuição de albedo da família e dos objetos de fundo (painel superior direito); espectros do *Gaia* DR3 (painel central esquerdo); propriedades taxonômicas conhecidas da família e dos objetos de fundo (painel central direito); projeção dos membros da família e do fundo no plano (G_1, G_2) (painel inferior esquerdo); e fração de membros pertencentes a famílias de asteroides conhecidas (painel inferior direito).



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

A família 2198 é a única com espectros *Gaia* suficientes para uma classificação provisória, abrangendo 74 dos 621 membros com espectro no *Gaia* DR3 (Figura 4.10), dos quais 67% pertencem ao complexo S. A família é predominantemente do complexo S pelas cores, mas

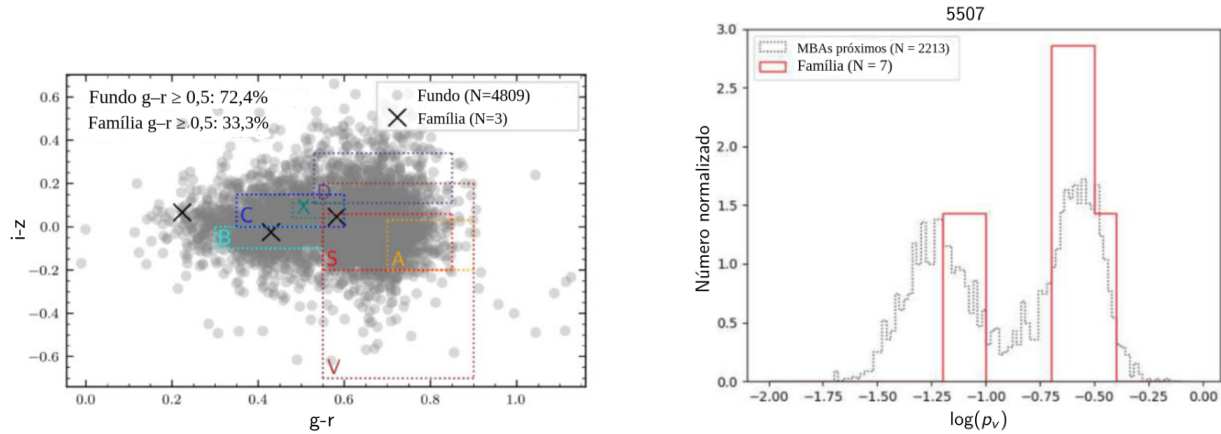
a distribuição bimodal de albedo indica menor fração de tipos S, com 61,6% dos membros apresentando albedo acima de 10%.

Entretanto, a discrepância pode ser explicada por (i) diferentes limites de detecção — o SDSS é mais sensível a pequenos objetos do complexo S, enquanto o NEOWISE tem seleção mais uniforme quanto ao albedo (Mainzer et al., 2012); e (ii) incertezas na classificação taxonômica baseada apenas em fotometria visível. A maioria dos membros da família se situa no regime tipo S do espaço de parâmetros G_1 – G_2 , conforme apresentado na Figura 4.10, painel inferior esquerdo.

O grupo 5507 inclui o asteroide 12 664, classificado como tipo CX, e o 57 354, do tipo S, mostrados no painel esquerdo da Figura 4.11. Já os asteroides 12 664 e 19 639 podem ser intrusos de albedo, conforme ilustrado no painel direito da mesma figura.

A distribuição indica uma família de alto albedo com pouca contaminação, mas os resultados de composição mista são limitados pela baixa estatística na ressonância $2\nu_6 - \nu_5$.

Figura 4.11: As propriedades físicas da família candidata 5507 são apresentadas com as cores ($g - r$, $i - z$) à esquerda e as distribuições de albedo da família e do fundo à direita.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

Conforme apresentado neste trabalho, o grupo 6573 é possivelmente do complexo S com um invasor tipo C. Já o 11 791 (S) contém três invasores de albedo, e o 41895 (C) inclui possíveis invasores tipo S, como o (97258). Por sua vez, os grupos 17 200 e 14 611 são compatíveis com o complexo S, com um possível invasor de albedo em 17 200. Já o 47 883 reúne três membros tipo S e cinco de albedo C, resultando em classificação ambígua.

Então, com exceção dos grupos 41 895 e 47 883, os demais parecem compatíveis com o complexo *S*, embora apresentem diferentes proporções de *invasores*.

4.5.2 Análise física dos grupos na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$

Nos levantamentos espectroscópicos, nenhum membro dos grupos na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$ possui dados disponíveis, e informações de espectros *Gaia* ou parâmetros da curva de fase também são ausentes; a Tabela 4.6 resume cores e albedos dos grupos estudados.

Tabela 4.6 - Propriedades físicas dos grupos de asteroides que interagem com a ressonância secular $3\nu_6 - 2\nu_5$ identificada neste trabalho. São apresentados os dados referentes às cores (quinta coluna), ao albedo (sexta coluna) e ao valor médio do albedo visual (p_V) dos grupos estudados.

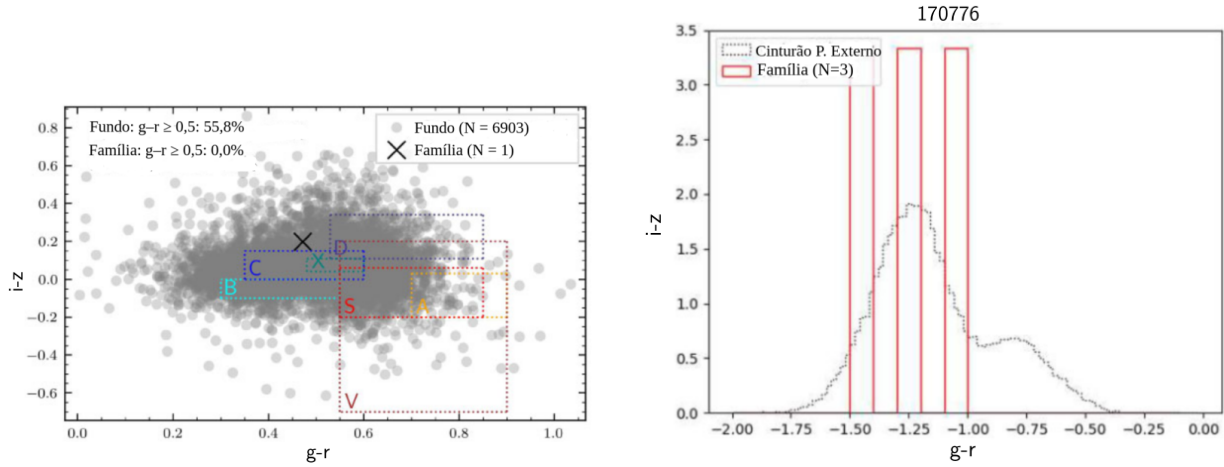
Grp	id. Ast.	Nome do Ast.	Nº Memb.	Cores	Albedo	$\langle p_V \rangle$
1	433189	Ritzdorf	15	3 (S?)	0–3 (C?)	0,055
2	233054	(2005 GA88)	16	4 (C?)	5 (C?)	0,033
3	92171	(1999 VE195)	26	1 (C?)	3 (C?)	0,058
4	170776	(2004 CA95)	73	–	–	–

Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

No grupo 33189, três objetos têm dados de cores. O tipo espectral de 33189 Ritzdorf sugere ligação com a família *Koronis*, apoiando sua possível inclusão no grupo *Koronis* estendido. Não há dados de albedo para os membros, e o fundo local é dominado por objetos de baixo albedo.

Para os grupos 233054, 92171 e 170776, há dados limitados, com até cinco asteroides de albedo conhecido, todos abaixo de 0,12. As propriedades físicas do grupo 170776 e de asteroides vizinhos são mostradas na Figura 4.12. Como o cinturão externo é dominado por objetos de baixo albedo, os dados atuais não permitem avaliar a contaminação de fundo.

Figura 4.12: As propriedades físicas da família candidata 170776 são apresentadas utilizando o mesmo esquema adotado na Figura 4.11.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

4.6 Datando as novas famílias ressonantes

A idade de famílias de asteroides pode ser estimada por diferentes métodos. Um dos mais usados analisa a forma em V dos membros no plano $(a, 1/D)$ (Spoto et al., 2015), enquanto outros empregam simulações de Monte Carlo da difusão Yarko-Yorp (Vokrouhlický et al., 2006).

As duas técnicas exigem ao menos 100 asteroides para funcionar bem (Vokrouhlický et al., 2006; Spoto et al., 2015). Para aglomerados mais jovens, métodos de integração reversa no tempo, como o Método de Integração Reversa (BIM) (Nesvorný et al. 2002) e o Método de Encontros Próximos (CEM) (Pravec et al., 2010), fornecem estimativas de idade precisas.

Na técnica BIM, as diferenças nas longitudes do pericentro e do nodo dos membros da família em relação ao progenitor são calculadas por simulações reversas no tempo.

Durante a formação da família, as diferenças em Ω e ϖ tendem a zero. O BIM pode usar a convergência em Ω para membros em ressonância g e é capaz de estimar idades de até 18 Ma, sendo neste estudo aplicado em escalas de 20 Ma.

No CEM, simulam-se clones do corpo progenitor e dos membros da família no passado, usando o raio de Hill e a velocidade do corpo principal para definir os limites de distância

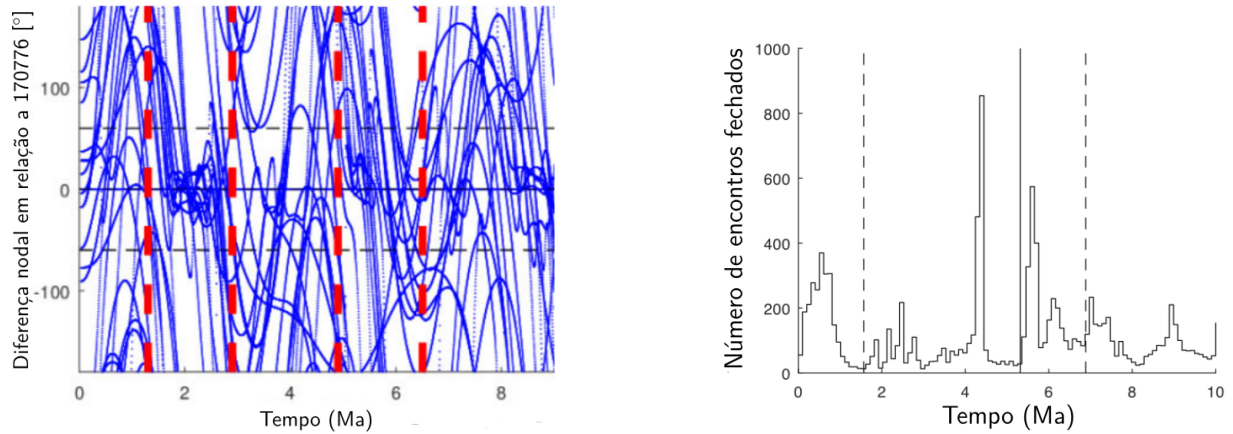
e velocidade nos encontros. No CEM, são registrados encontros próximos entre clones com baixas velocidades e pequenas distâncias; a mediana desses encontros fornece a idade estimada do par, enquanto o intervalo de confiança é definido pelos quantis 25 e 75. O CEM identifica famílias jovens com idades de até cerca de 7 Ma, enquanto nossas simulações abrangem 10 Ma retroativamente. Essas técnicas são detalhadas em (Carruba et al., 2020).

Conforme Carruba et al. (2020), pares por fissão podem surgir em famílias jovens de asteroides. Candidatos têm distância relativa em elementos próprios $< 5 \text{ m s}^{-1}$ e razão de massa $< 0,3$. A busca foi feita em todas as famílias deste estudo, e os resultados serão discutidos nas próximas seções.

4.6.1 Ressonância $2\nu_6 - \nu_5$: método BIM

O método BIM foi aplicado aos aglomerados da ressonância $2\nu_6 - \nu_5$. Entre os oito grupos, apenas 5507 Nijima mostrou idade possivelmente $< 20 \text{ Ma}$, com duas convergências de ângulos em $2,5 \pm 1,3 \text{ Ma}$ e $5,5 \pm 0,8 \text{ Ma}$, conforme Figura 4.13.

Figura 4.13: Painel esquerdo: convergência das distâncias nodais ao corpo parental do grupo 5507 Nijima em função do tempo. As linhas tracejadas verticais indicam os níveis de incerteza para as duas possíveis soluções de idade. Painel direito: distribuição dos tempos de encontros próximos para o par 5507–125592. A linha vertical indica a estimativa de idade obtida pelo CEM, enquanto as linhas tracejadas mostram os níveis de incerteza.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

Sem considerar forças de Yarkovsky, não foi possível obter convergências em ω , sendo esta apenas uma estimativa qualitativa da idade. O método CEM foi aplicado a todos os pares do grupo para confirmar a estimativa. Foram incluídos possíveis intrusos, como 12664 e

19639. Se não forem da família, devem ter idades CEM diferentes do grupo, servindo como teste independente do método. O painel direito da Figura 4.13 mostra o par 5507–125592, com idade estimada em $5,3^{+1,6}_{-3,0}$ Ma.

Os resultados dos outros pares estão na Tabela 4.7. Todas as idades são estatisticamente significativas e baseadas em milhares de encontros simulados. Pela abordagem de Carruba et al. (2022b), a família 5507 Nijima tem idade de $5,25 \pm 1,88$ Ma.

Tabela 4.7 - Estimativas de idade (em Ma) para os pares do cluster 5507 Nijima obtidas com o método CEM, apresentando o número de encontros considerados e os limites superior e inferior das estimativas.

Id. asteroides	Nº de encontros	Idade (Ma)
12	66422	$6,13^{+2,83}_{-2,83}$
1291	45	$2,63^{+5,14}_{-2,41}$
1910	5609	$1,96^{+7,16}_{-3,00}$
6090	1963	$1,39^{+5,65}_{-1,76}$
913	9232	$2,53^{+4,63}_{-3,80}$
4274	1490	$2,07^{+5,06}_{-4,08}$
6387	5561	$1,52^{+5,36}_{-3,00}$
8553	4549	$2,20^{+4,73}_{-1,29}$
5996	3562	$1,57^{+5,32}_{-2,94}$
3521	2931	$2,31^{+4,43}_{-2,57}$
1612	0912	$3,02^{+3,91}_{-3,06}$
5912	5592	$1,93^{+5,15}_{-2,09}$
0592	1785	$1,96^{+5,21}_{-2,78}$

Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

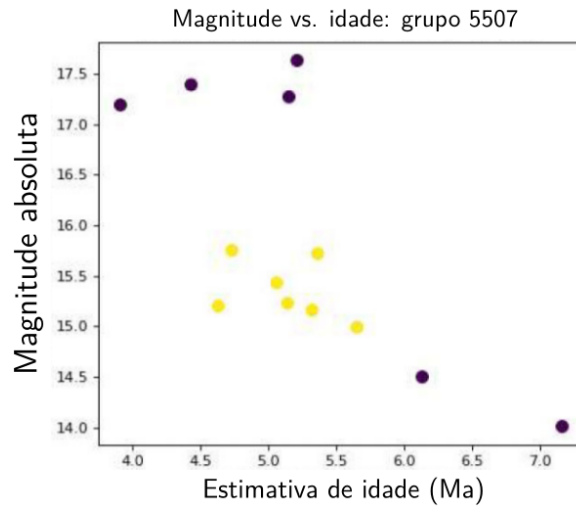
A idade obtida pelo CEM é maior que a do primeiro resultado do BIM, mas próxima ao segundo. Dois pares (12664 e 19639) parecem mais velhos, e o DBSCAN foi usado para verificar possíveis subgrupos no aglomerado 5507. O algoritmo DBSCAN (Ester et al., 1996) foi aplicado ao plano idade versus magnitude absoluta, seguindo Carruba et al. (2020), para investigar possíveis subgrupos no aglomerado 5507.

O DBSCAN identifica grupos de pontos em áreas densas, definidos pela distância máxima (eps) e pelo número mínimo de pontos (min samples). Neste estudo, foram adotados os valores padrão, $\text{eps} = 0,5$ e $\text{min samples} = 5$ (tamanho mínimo de um cluster).

Foram identificados três grupos: um com objetos menores e altas magnitudes absolutas, outro intermediário com $15 < H < 16$, e um terceiro formado pelos pares 12664 e 19639,

de idades mais elevadas, conforme apresentado na Figura 4.14. As idades dos grupos de alta e média magnitude absoluta são similares. Excluindo os dois pares mais antigos, que parecem ser intrusos, a idade da família é de $4,90 \pm 1,60$ Ma, que se alinha com o segundo intervalo do BIM. Nenhum par de fissão foi encontrado no grupo Niijima ou em outras famílias.

Figura 4.14: Diagrama de magnitude absoluta e idade dos membros do grupo 5507 Niijima, com código de cores referente aos três grupos identificados pelo algoritmo DBSCAN.



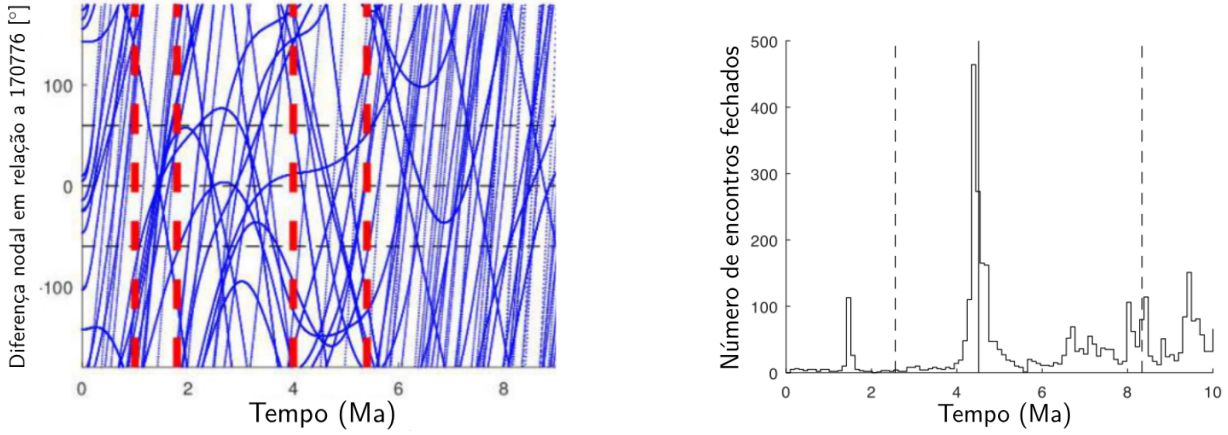
Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

4.6.2 Idade e evolução dinâmica do grupo 170776 na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$

O aglomerado 170776 é o único dos quatro grupos com idade jovem pelo BIM (1,4–4,7 Ma). Pelo HCM, a família se estende além dos objetos em libração e se funde à Eos para corte de 50 m s^{-1} . O grupo tinha 21 membros antes da fusão, e 13 deles mostraram, pelo BIM, convergências nodais passadas iguais às dos membros ressonantes conhecidos.

O painel à esquerda da Figura 4.15 mostra a convergência nodal dos 13 objetos; entre os 7 novos membros, 53790 (2000EV105) tem albedo muito maior ($p_V = 0.29$) que a média do grupo ($0,055 \pm 0,015$), sendo possivelmente um invasor. A análise não definiu claramente o corpo progenitor, sendo escolhido 170776 para o CEM. O painel à direita da Figura 4.15 mostra a idade estimada pelo CEM para o par 170776–469020, enquanto a Tabela 4.8 apresenta os resultados de todos os pares da família. As estimativas são estatisticamente robustas, baseadas em milhares de encontros próximos.

Figura 4.15: Painel esquerdo: convergência das distâncias nodais ao corpo parental do grupo 170776 (2004 CA95) em função do tempo, com os mesmos símbolos da Figura 4.13. Painel direito: distribuição dos tempos de encontros próximos para o par 170776–469020, com linha vertical indicando a idade estimada pelo método CEM e linhas tracejadas mostrando os níveis de incerteza.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

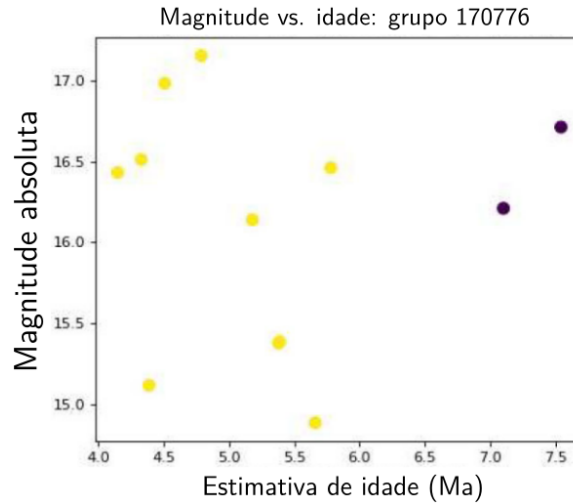
Tabela 4.8 - Estimativas de idade (em Ma) para os pares do cluster 170776 (2004 CA95) obtidas com o método CEM, indicando o número de encontros considerados e os limites superior e inferior das estimativas.

Id. asteroide	Nº de encontros	Idade (Ma)
53	79	$7,10^{+2,06}_{-2,06}$
922	172	$1,75^{+5,66}_{-2,73}$
1339	132	$2,99^{+4,39}_{-2,32}$
1265	121	$1,86^{+5,39}_{-0,30}$
9139	162	$2,32^{+5,38}_{-0,84}$
2507	923	$2,19^{+5,18}_{-1,36}$
3238	1399	$3,15^{+4,51}_{-3,22}$
1852	0534	$2,56^{+5,78}_{-1,40}$
1873	8192	$3,75^{+4,15}_{-1,12}$
6469	0203	$1,13^{+7,54}_{-3,26}$
5854	8709	$3,12^{+4,33}_{-0,39}$
5202	0491	$2,53^{+4,79}_{-0,54}$

Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

Aplicando a abordagem da Seção 4.6.2, a idade encontrada foi $6,13 \pm 2,76$ Ma, maior que a prevista pelo BIM. Alguns pares apresentam idades significativamente superiores ao restante da família. A Figura 4.16 mostra os resultados do DBSCAN para a nova família ressonante. Os pares 53790 e 49469 têm idades maiores que o resto da família e podem ser invasor, confirmado pelo albedo divergente de 53790. Excluindo-os, a idade da família cai para $5,10 \pm 1,51$ Ma. Nenhum par de fissão foi detectado na ressonância $3\nu_6 - 2\nu_5$.

Figura 4.16: Diagrama de magnitude absoluta versus idade para os membros do grupo 170776 (2004 CA95). O código de cores indica os dois subgrupos identificados pelo algoritmo de aprendizado de máquina DBSCAN.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

4.7 Elementos próprios ressonantes e restrições sobre o campo de velocidade de ejeção inicial de famílias ressonantes do tipo g

As ressonâncias seculares não-lineares causam grandes oscilações regulares nos elementos orbitais dos asteroides, que persistem enquanto o objeto estiver em libração. O problema foi contornado usando cálculo analítico de elementos próprios (Milani e Knežević, 1992), mantendo a oscilação ressonante, mas com perda significativa de precisão. Quando os elementos se tornam pouco confiáveis, um “flag ressonante” é adicionado como aviso ao usuário.

Adaptada por Morbidelli (1993), a primeira tentativa de calcular “elementos próprios ressonantes” usou o Hamiltoniano de uma ressonância única para determinar variáveis ação-ângulo semi-próprias, que foram convertidas em excentricidade e inclinação próprias para um argumento do periélio fixo ($g = 0$).

Neste trabalho, empregaram-se elementos próprios ressonantes calculados pelo método numérico de Milani et al. (2017), adaptado a cada ressonância secular. Para ressonâncias do tipo g , apenas a excentricidade e é redefinida devido à perturbação ressonante. Milani

et al. (2017) adotaram a amplitude Δe da libração como novo elemento próprio, pois ela permanece quase constante no tempo, ao contrário da excentricidade.

Usando um método puramente numérico, a amplitude de libração foi calculada a partir da integração numérica filtrada online para remover oscilações de curto período (≤ 750 anos) em um intervalo de 10 Ma. O passo de tempo das integrações é ajustado automaticamente para manter erro de truncamento ótimo em longitude, não ultrapassando 0,2 d. As variáveis não-singulares filtradas são suavizadas por decimação 100, eliminando oscilações de até 75.000 anos, muito menores que os períodos típicos de libração (>1 Ma).

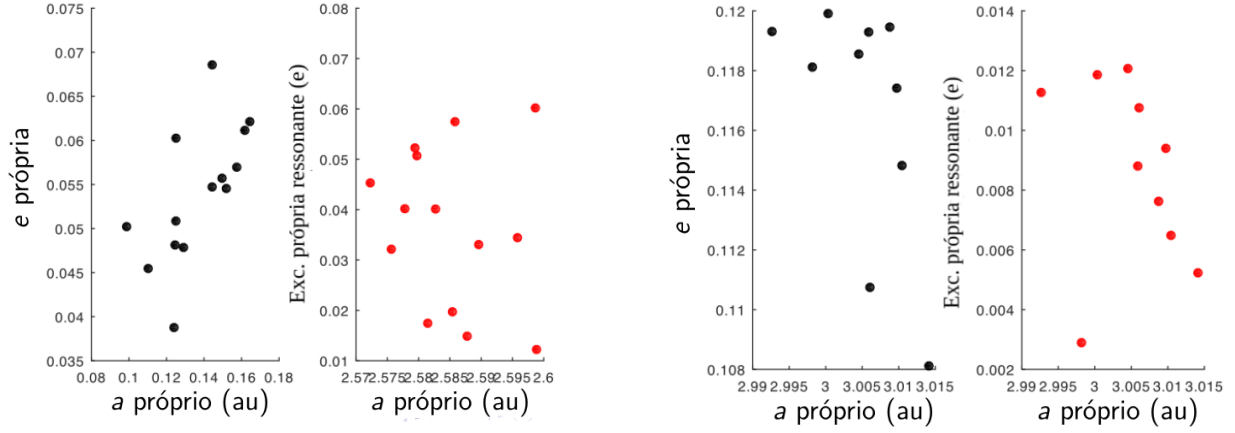
Para a série temporal de excentricidade filtrada, foi calculado o espectro na faixa da ressonância, adotando-se a amplitude máxima como elemento próprio, conforme Ferraz-Mello (1981). A estabilidade é avaliada pelo método da caixa deslizante, com erros RMS, e a integração garante pelo menos 20.000 registros.

Elementos próprios ressonantes foram calculados para os membros das famílias 5507 ($2\nu_6 - \nu_5$) e 170776 ($3\nu_6 - 2\nu_5$). Como se tratava de ressonâncias de ordens diferentes, o procedimento foi otimizado separadamente, com uma integração inicial de 10 Ma para ajustar os períodos de libração e obter maior precisão no espectro.

Usando o critério de $\pm 0,2$ arcsec ano⁻¹ para identificar asteroides em libração (Carruba, 2009), foram calculados os elementos próprios ressonantes do grupo 5507. Com períodos de libração entre 2,8 e 3,8 Ma, o grupo foi integrado por 30 Ma em 9 intervalos de 6 Ma deslocados em 3 Ma, permitindo estimar a estabilidade e derivar a amplitude Δe . Os erros são geralmente menores que as amplitudes, exceto para os asteroides 19639 e 302951, ainda significativamente menores que os valores medidos.

Para o grupo 170776, os elementos próprios ressonantes foram calculados para 10 asteroides: 53790, 92217, 133913, 399185, 418738, 469020, 487095, 491469, 541352 e 610139; os demais estavam fora da ressonância. Com períodos de libração entre 7 e 13 Ma, a integração foi estendida para 100 Ma e o espectro computado entre 6 e 15 Ma. A precisão foi boa, exceto para 133913 e 399185, afetados por dinâmicas complexas, e os resultados são apresentados na Figura 4.17.

Figura 4.17: Painel esquerdo: distribuição (a, e) para a família de asteroides 5507, mostrando os elementos sintéticos padrão (círculos pretos preenchidos) e os elementos próprios ressonantes (círculos vermelhos preenchidos). Painel direito: mesma distribuição para os membros da família 170776, para os quais os elementos próprios ressonantes puderam ser calculados.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

Para ressonâncias seculares do tipo *g*, prevê-se que, na abordagem mais básica da teoria das perturbações, a seguinte quantidade:

$$K_2 = \sqrt{1 - e^2} [1 - \cos(i)], \quad (4.1)$$

Deve-se usar a excentricidade própria ressonante em vez da excentricidade própria padrão. A conservação dessa quantidade permite, em alguns casos, estimar o campo de velocidades de ejeção inicial das famílias (Vokrouhlický et al., 2006; Carruba et al., 2018).

Prossegue-se assumindo que os asteroides foram ejetados com um campo de velocidades isotrópico, em que o desvio padrão V_{SD} é proporcional ao tamanho do asteroide pelo parâmetro V_{EJ} , conforme a relação:

$$V_{SD} = V_{EJ} \cdot \left(\frac{5 \text{ km}}{D} \right), \quad (4.2)$$

Aqui, D é o diâmetro do asteroide em quilômetros. Embora este método não meça com precisão velocidades de ejeção assimétricas, ele fornece limites úteis. Simularam-se famílias com diferentes V_{EJ} , calcularam-se os K_2 e selecionou-se o valor que melhor ajusta a distribuição observada.

Para uma verificação numérica, pode ser utilizada uma variável análoga ao χ^2 , definida pela equação:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{int}}} \frac{(q_i - p_i)^2}{q_i}, \quad (4.3)$$

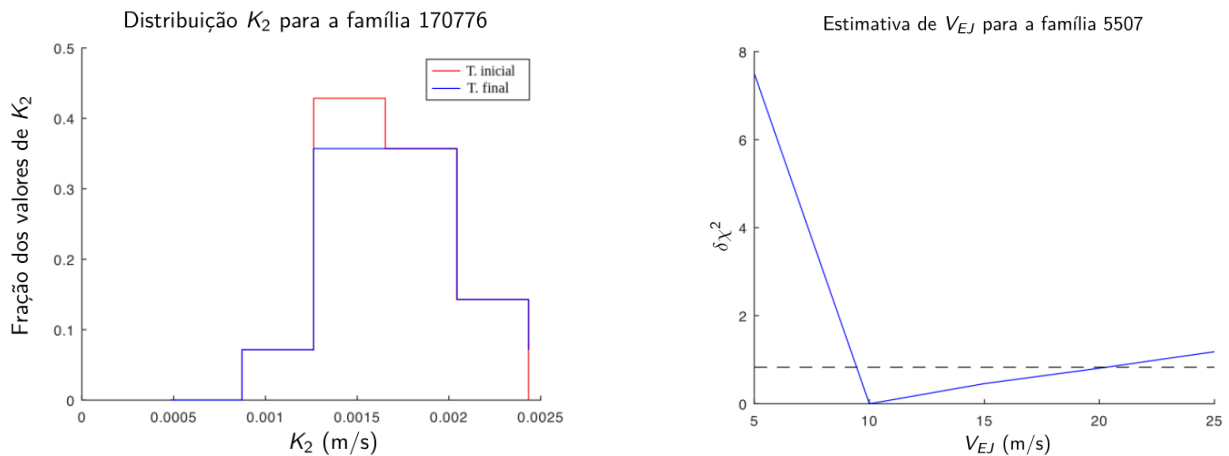
O histograma da distribuição de K_2 foi construído com $N_{\text{int}} = 6$ intervalos, sendo q_i e p_i o número de objetos reais e virtuais em cada i -ésimo intervalo. Com os valores de $\Delta\chi^2$, a distribuição de χ^2 fornece o nível de confiança de 97,5%. Explicações adicionais estão em Carruba et al. (2018), e os usos são tratados em seções subsequentes.

4.7.1 Ressonância $2\nu_6 - \nu_5$: parâmetro V_{EJ}

Analisou-se se a distribuição de K_2 se mantém com a excentricidade própria ressonante. A Figura 4.18 mostra as distribuições inicial e final. Os testes de Kolmogorov–Smirnov deram $p > 0,90$, indicando que K_2 permaneceu estável no intervalo estudado.

Posteriormente, o parâmetro V_{EJ} foi estimado utilizando o mesmo método descrito na Seção 4.7. Os resultados obtidos estão no painel direito da Figura 4.18. Para o grupo 5507, obteve-se $V_{EJ} = 10_{-1}^{+1} \text{ m s}^{-1}$.

Figura 4.18: Painel esquerdo: distribuições dos valores de K_2 para os intervalos de tempo inicial (linha vermelha) e final (linha azul) usados no cálculo dos elementos próprios ressonantes para o grupo 5507. Painel direito: dependência de χ^2 em função do parâmetro V_{EJ} . O limite de confiança de 97,5% é indicado pela linha horizontal tracejada.

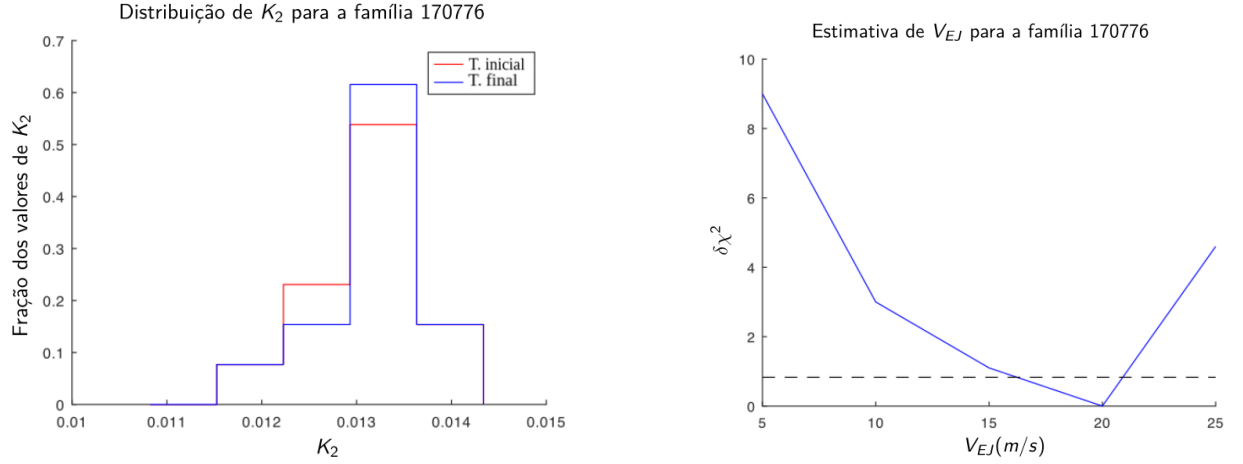


Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

4.7.2 Distribuição orbital e parâmetro V_{EJ} do grupo 170776

Seguindo o procedimento da Seção 4.7, verificou-se a conservação da distribuição de K_2 . Testes de Kolmogorov–Smirnov confirmaram sua estabilidade, com valores de $p > 0,98$. Os resultados estão apresentados no painel esquerdo da Figura 4.19.

Figura 4.19: Mesma análise da Figura 4.18, porém aplicada ao grupo 170776.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), MNRAS 528, 796–814 (2024).

Na sequência, aplicou-se o método da Seção 4.7 para estimar o parâmetro V_{EJ} . Os resultados correspondentes estão no painel direito da Figura 4.19. Para o grupo 170776, obteve-se $V_{EJ} = 20_{-4}^{+4} \text{ m s}^{-1}$.

4.8 Estimando a probabilidade de formação de famílias jovens de asteroides ressonantes

O número cumulativo de impactos $n(t, d)$ de asteroides maiores que d , ocorridos nos últimos t anos, pode ser expresso como:

$$n(t, d) = F(< t) N(> d), \quad (4.4)$$

onde $N(> d)$ é o número de asteroides maiores que d e $F(< t)$ a probabilidade cumulativa de impactos no alvo em t anos. O declive de $F(< t)$ corresponde à probabilidade intrínseca de colisão, ou seja, a chance por unidade de seção transversal:

$$P_i(t) = \frac{4\pi dF}{S dt}, \quad (4.5)$$

onde $S = \pi D^2$ é a área da superfície do alvo, e o fator 4π ajusta a diferença entre superfície e seção transversal (Wetherill, 1967). Assim, o número de impactos dn de corpos maiores que d em um alvo de diâmetro D , no intervalo dt , é:

$$dn = \frac{1}{4} P_i(t) D^2 N(> d) dt. \quad (4.6)$$

Assume-se que a SFD permaneceu constante nos últimos 3,9 Ga (Bottke et al., 2005). Devido ao limite de completude variar em diferentes regiões do cinturão principal, é necessário extrapolar a SFD para pequenos corpos, gerando incertezas. Adota-se uma SFD única para todo o MB, seguindo a regra de extrapolação de Roig e Nesvorný (2020):

$$N(> d) = 10^{6,5} d^{-2,6}, \quad d < 8,7 \text{ km}. \quad (4.7)$$

A probabilidade intrínseca de colisão P_i se manteve quase constante nos últimos 3,9 Ga. Estima-se $P_i \simeq 2,85 \times 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ para o cinturão principal (Farinella e Davis, 1992), mas varia conforme a região ou asteroide, sendo maior dentro da mesma região (Cibulková et al., 2014). Para maximizar o impacto, adotou-se sempre o valor máximo de P_i da região.

Com essas hipóteses, $n(t, d)$ aumenta linearmente com o tempo, e o tempo médio até ocorrer pelo menos um impacto ($n = 1$) é:

$$\tau = \frac{4}{P_i D^2 N(> d)}. \quad (4.8)$$

A chance de ocorrer um impacto em τ segue uma distribuição de Poisson. Para formar uma família, consideram-se apenas colisões capazes de fragmentar o alvo, cuja energia específica é:

$$Q = \frac{1}{2} \frac{d^3}{D^3 + d^3} v^2, \quad (4.9)$$

Onde v é a velocidade relativa de impacto, assumindo densidade igual para alvo e impactor. A velocidade média $\bar{v} \sim 5 \text{ km s}^{-1}$ permaneceu praticamente constante nos últimos 3,9 Ga. Sempre é adotado o maior valor regional de $\bar{v}$ para maximizar a chance de impactos catastróficos.

O impacto é catastrófico se $Q > Q_D^*$, onde Q_D^* é a energia mínima para dispersar metade da massa do alvo. Adotamos a parametrização de Benz e Asphaug (1999) para basalto monolítico:

$$Q_D^* = Q_0 \left(\frac{R}{1 \text{ cm}} \right)^{1,36} + B\rho \left(\frac{R}{1 \text{ cm}} \right)^{-0,36}, \quad (4.10)$$

onde $Q_0 = 9 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1}$ e $B = 5 \times 10^{-8} \text{ J m}^3 \text{ kg}^{-2}$. O parâmetro q ($1 \leq q \leq 13$) ajusta o limiar para asteroides tipo *rubble-pile*, mais fáceis de fragmentar que corpos monolíticos ($q = 1$ segue a lei original de Benz e Asphaug (1999)).

Apesar de existirem outras parametrizações, todas seguem o mesmo comportamento. As maiores incertezas ocorrem na transição entre os domínios de esforço e gravidade, $D_s < D < D_g$, que corresponde ao tamanho típico dos corpos pais das pequenas famílias.

Com isso, é possível estimar aproximadamente o número de pequenas famílias esperadas em uma região do cinturão de asteroides (MB):

Procedimento para estimar o número de pequenas famílias catastróficas:

- Use o diâmetro do corpo pai D , a idade da família T (ou $T_{\max}$) e a probabilidade de colisão P_i na região do MB.
- Assuma uma densidade ρ para o corpo pai e determine o limiar catastrófico Q_D^* a partir da Equação 4.9.
- Com a velocidade média $\bar{v}$ da região do MB, calcule o tamanho mínimo dos impactores que podem fragmentar o alvo usando a Equação 4.8:

$$d_{\min} = \left(\frac{Q_D^*}{0.5\bar{v}^2 - Q_D^*} \right)^{1/3} D. \quad (4.11)$$

- Use a SFD para calcular $N(> d_{\min})$ e a taxa de impactos pela Equação 4.6:

$$\text{taxa de impactos} = \frac{1}{4} P_i D^2 N(> d_{\min}). \quad (4.12)$$

- Estime o número de impactos catastróficos ao longo da idade da família usando uma distribuição de Poisson:

$$\bar{n}(T) = p_i T. \quad (4.13)$$

- Para N_{PB} corpos pais de tamanho D , multiplique o número de impactos catastróficos por N_{PB} :

$$f_T = \bar{n}(T) N_{\text{PB}}. \quad (4.14)$$

- Estime N_{PB} usando a SFD para o intervalo $D \pm 0,05$ km:

$$N_{\text{PB}} = N(> D - 0,05) - N(> D + 0,05). \quad (4.15)$$

- O número esperado de famílias é obtido de uma distribuição de Poisson com média f_T .

Para as famílias analisadas, os resultados estão na Tabela 4.9. Estes valores dependem fortemente de parâmetros como a SFD, a lei de escala e o número de corpos pais. Um cálculo mais preciso exigiria considerar separadamente SFD e N_{PB} para cada região do cinturão, somando então as colisões intra-região e inter-regiões.

Tabela 4.9 - Resultados do modelo de probabilidade de colisão para as quatro famílias ressonantes.

Parâmetro	Tiffanykapler	Nijjima	Zelima	(2004 CA95)
$T_{\max}$ (ano)	11,98	10,57	3,57	10,26
P_i ($\text{km}^{-2} \text{ano}^{-1}$)	0,407	0,068	1,20	0,065
ρ (cm^{-3})	1,6	2,9	1,6	0,5
q	$1,40 \times 10^6$	$4,30 \times 10^6$	$1,45 \times 10^7$	$1,90 \times 10^6$
$d_{\min}$ (km)	$4,36 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$3,00 \times 10^7$	$1,20 \times 10^7$
τ (Ma)	487,0	3184,5	120,7	129,0
p_i (Ma^{-1})	0,002	0,0003	0,008	0,007
$\dot{n}$ (3,5 Ga)	181	173	207	164
$\dot{n}$ (5 Ga)	1,6	2,0	1,5	1,3
$T_{\max}$ (ano)	3,1	4,0	5,8	10,0

Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

Os resultados anteriores representam limites máximos para corpos quase monolíticos ($q = 2$), usando valores de P_i , $\bar{v}$ e T que maximizam os efeitos. Com $q = 10$, esses limites podem ser até quatro vezes maiores.

Com base nesses cálculos, formar uma família jovem como Zelima é muito improvável. Um corpo de ~ 50 km teria apenas 0,1 colisões em 3,5 Ga; com três desses corpos, esperaríamos $\sim 0,3$ famílias semelhantes, ou seja, praticamente nenhuma. Ter uma família assim formada recentemente é extremamente raro.

Os autores analisaram famílias formadas por corpos menores, como 5507 Nijima e 170776 (2004 CA95), que são mais comuns, com $f_{T,\max}$ de 2,62 e 6,03, respectivamente.

O uso dos métodos deste trabalho, aliado à descoberta de muitos novos asteroides em levantamentos como o LSST, permitirá melhorar o entendimento sobre a formação de famílias jovens e sua interação com ressonâncias seculares.

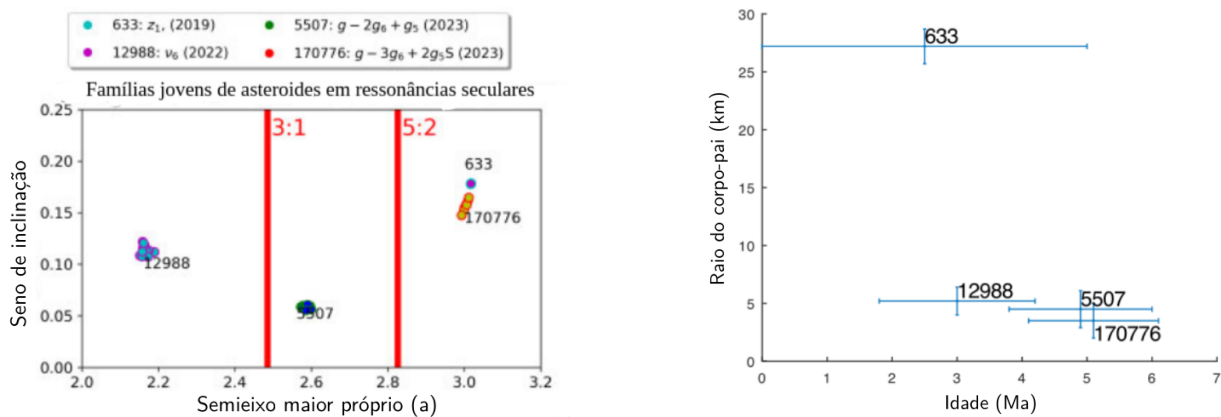
4.9 Comentários finais

Neste capítulo é mostrado o estudo da aplicação dos modelos das CNNs propostos para a identificação de mais de 20.000 objetos nas ressonâncias $2\nu_6 - \nu_5$ e 210 em $3\nu_6 - 2\nu_5$. Como pode ser visto na descrição da pesquisa realizada, importantes resultados foram obtidos. Visando ressaltar os resultados da pesquisa, segue um destaque para cada um dos achados no estudo apresentado.

- Em particular, para a ressonância $2\nu_6 - \nu_5$, aplicou-se um modelo de rede neural convolucional (CNN) de aprendizado profundo voltado para grandes bases de dados. Usando bases de dados atuais, foram analisadas propriedades físicas, como albedo e taxonomia de objetos numerados e de múltiplas oposições.
- Os métodos numéricos de reversão temporal (BIM) e de Encontros Próximos (CEM) foram aplicados para estudar possíveis famílias jovens de asteroides com idade $\lesssim 7$ Ma. Assim, foram identificadas a família 5507 Nijima ($2\nu_6 - \nu_5$) e a família 170776 (2004 CA95, $3\nu_6 - 2\nu_5$).

- Os elementos próprios ressonantes das famílias 5507 e 170776 foram calculados, e estimaram-se os parâmetros do campo de velocidade de ejeção inicial conforme apresentado na Seção 4.7. Os valores obtidos foram $VEJ = 10_{-1}^{+1} \text{ m s}^{-1}$ para a família 5507 e $VEJ = 20_{-4}^{+4} \text{ m s}^{-1}$ para a família 170776.
- É importante destacar que famílias como a 170776 (2004 CA95) são esperadas com muito mais frequência nos últimos 10 milhões de anos. Além disso, projeta-se aplicar esses métodos à descoberta de novas famílias, contribuindo para uma melhor compreensão dos objetos intrusos por meio do BIM.
- As famílias jovens conhecidas, incluindo todos os membros em ressonâncias seculares, foram mencionadas (633 Zelima e Eos). Ademais, duas novas famílias jovens foram identificadas.
- A distribuição orbital no plano $(a, \sin i)$, bem como a relação entre os raios dos corpos parentais e as idades das quatro famílias jovens citadas, são mostradas na Figura 4.20. Destaca-se a diversidade dinâmica e física dos grupos e o potencial das técnicas de aprendizado de máquina na caracterização de famílias jovens.

Figura 4.20: Famílias de asteroides em ressonâncias seculares. Painel esquerdo: distribuição $(a, \sin i)$ das quatro famílias jovens atualmente conhecidas que interagem com ressonâncias seculares. Painel direito: raios estimados dos corpos parentais em função das estimativas de idade, incluindo suas respectivas incertezas.



Fonte: Adaptada de (Carruba et al., 2024), *MNRAS* 528, 796–814 (2024).

O estudo apresentado neste capítulo foi publicado no periódico científico *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* sob o título “*On the identification of the first two young asteroid families in g-type non-linear secular resonances*” (ver Apêndice A). Tal publicação foi realizada em coautoria com outros pesquisadores que contribuíram para a discussão dos resultados e para os testes dos modelos utilizados, assegurando a reprodutibilidade das análises.

Minhas contribuições específicas para essa publicação foram:

- Discussão e interpretação dos resultados com os colaboradores;
- Testes e comparação dos resultados dos modelos de aprendizagem profunda obtidos pelos colaboradores;
- Monitoramento de todas as integrações numéricas realizadas na pesquisa;
- Revisão textual do manuscrito, antes e após a submissão, visando à melhoria da clareza e consistência do texto;
- Colaboração nos ajustes finais da versão aceita para publicação.

Argumentos ressonantes filtrados digitalmente para a classificação, por aprendizado profundo, de asteroides em ressonâncias seculares

5.1 Introdução

A classificação das ressonâncias seculares baseia-se no comportamento dos argumentos ressonantes, que podem assumir três tipos: libração, circulação ou alternância. Como discutido em Carruba et al. (2024), na libração, o argumento oscila em torno de um ponto de equilíbrio, geralmente em 0° ou 180° . Na circulação, percorre continuamente todo o intervalo de 360° . Já o regime alternante ocorre quando há transições entre circulação e libração, caracterizando órbitas de natureza intermediária, conforme discutido na Seção 2.4 e ilustrado na Figura 2.1.

Uma análise visual dos gráficos dos argumentos ressonantes é viável quando a amostra de asteroides a ser estudada não excede algumas centenas. No entanto, lidar com os milhões de asteroides esperados em futuros levantamentos do Observatório Vera C. Rubin, torna-se impraticável essa análise visual (Jones et al., 2015), sendo previstos milhares de asteroides em configurações ressonantes, conforme é abordado na Seção 2.4.

Carruba et al. (2021) introduziu métodos inovadores baseados em técnicas de visão computacional, explorando sua aplicação no estudo da dinâmica de asteroides. Para isso, utilizou redes neurais artificiais do tipo perceptron (ANNs), capazes de reconhecer padrões de forma automatizada, conforme discutido em Carruba et al. (2024). Essas redes foram

aplicadas especificamente à tarefa de classificação de imagens associadas aos argumentos ressonantes dos asteroides como em Carruba et al. (2021).

Posteriormente, Carruba et al. (2022) ampliaram essa linha de pesquisa com o uso de redes neurais convolucionais (CNNs), aplicadas à classificação de imagens de argumentos ressonantes osculantes em grandes bases de dados. Essa evolução permitiu lidar com o crescente volume de informações e evidenciou a eficácia das CNNs na análise automatizada de dados orbitais (Carruba et al., 2024).

Ao analisar o comportamento da libração, surgem desafios como os longos períodos de baixa frequência, que podem ocultar esse movimento e dificultar a identificação de objetos em regime de libração, tornando a tarefa mais complexa e exigente (Carruba et al., 2024). Diante desse desafio, uma alternativa é recorrer a técnicas de filtragem que permitem reduzir tais interferências. Nesse contexto, filtros passa-baixas, como o de Butterworth, podem ser aplicados para atenuar os sinais de baixa frequência (Butterworth, 1930).

O estudo apresentado neste capítulo tem como principais objetivos: investigar as ressonâncias seculares do tipo s mais difusivas presentes no cinturão de asteroides e aplicar técnicas de aprendizado profundo à análise de imagens de argumentos ressonantes, tanto os osculantes quanto os filtrados.

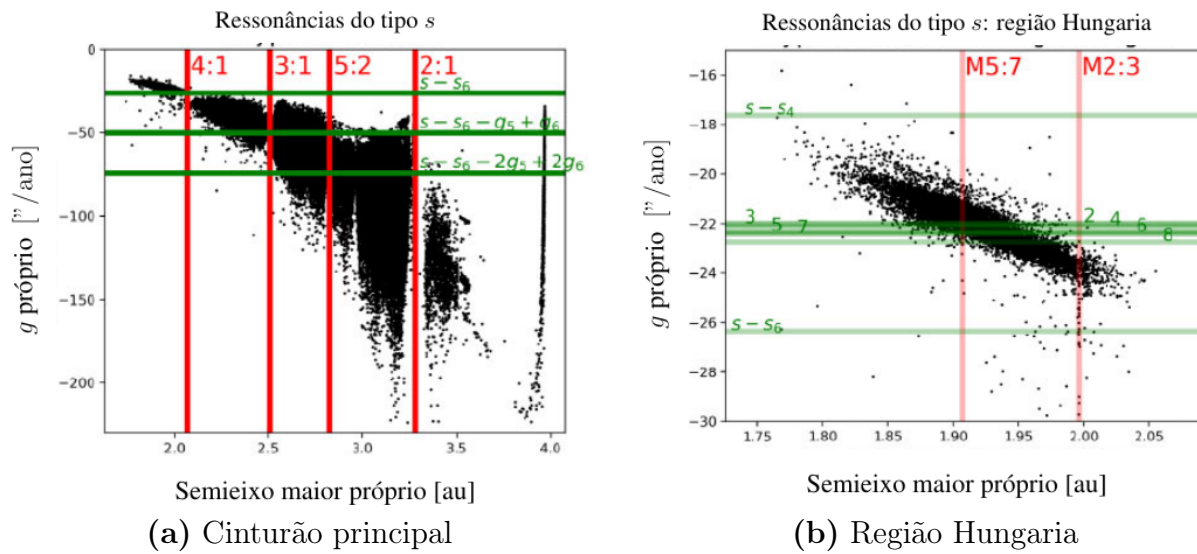
5.2 Ressonâncias seculares tipo s : localização

Conforme Knežević (2022), as ressonâncias seculares exercem influência significativa sobre as maiores populações de asteroides. A referência citada fornece uma base importante para compreender a distribuição dinâmica dessas populações e os mecanismos que moldam sua evolução orbital ao longo do tempo.

Neste estudo, analisam-se as ressonâncias do tipo s na região Hungária, grupo assim denominado em referência ao seu maior membro, o asteroide 434 Hungária, descoberto em 1898 (Wolf, Wolf). Segundo Carruba et al. (2024), esse tipo de ressonância também afeta planetas como Marte.

Como visto anteriormente, as ressonâncias $s - s_6$, $s - s_6 - g_5 + g_6$ e $s - s_6 - 2g_5 + 2g_6$ afetam principalmente os asteroides do cinturão principal interno e central, como mostrado na Tabela 2.2, conforme apresentado na Seção 2.2 do Capítulo 2. A Figura 5.1 ilustra a distribuição desses asteroides, incluindo os da região Hungaria, influenciados pelas ressonâncias seculares do tipo.

Figura 5.1: Projeção das ressonâncias s no cinturão principal e na região de Hungaria. O painel esquerdo mostra as três principais ressonâncias do tipo s no cinturão principal, enquanto o painel direito apresenta a mesma projeção para a região dos asteroides Hungaria. As linhas verticais vermelhas indicam ressonâncias de movimento médio locais relevantes.



Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2024), *MNRAS* 531, 4432–4443 (2024).

O treinamento das CNNs exige centenas de objetos; no entanto, nem todas as populações librantes atingem esse número. Assim, conforme Carruba et al. (2024), foi necessário adotar o critério de frequência para integrar numericamente os 200 primeiros asteroides por um período de 10 Ma. A partir dessas simulações, estimou-se a fração de objetos em libração, bem como sua média e incerteza (desvio padrão), apresentadas nas últimas colunas da Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Ressonâncias seculares do tipo s mais difusivas no cinturão principal, de acordo com Knežević (2022). As colunas representam o argumento ressonante em termos de frequências, o argumento ressonante em termos de combinações lineares, o valor central da frequência asteroidal s , o número de asteroides numerados e de múltiplas oposições, as frações de libradores entre os 200 primeiros candidatos numerados e a faixa extrapolada de possíveis libradores.

Res. id.	Res. arg. (freq.)	Res. arg. (lin.)	Freq. valor [$^{\circ}$ yr $^{-1}$]	Num. ast.	Mult. opos.	Frac. libr. num.	Extr. libr.
1	$s - s_4$	ν_{14}	-17,633	1	6	—	—
2	$2s - s_4 - s_6$	$\nu_{16} + \nu_{14}$	-21,989	1833	2135	$28,5 \pm 14,6$	1131 ± 580
3	$s - 2s_4 + s_7 - g_6 + g_4$	$2\nu_{14} - \nu_{17} + \nu_6 - \nu_4$	-22,029	1853	2129	$0,0 \pm 0,0$	$0,0 \pm 0,0$
4	$s - 2s_6 + s_7 - g_6 + g_8$	$2\nu_{16} - \nu_{17} + \nu_6 - \nu_8$	-22,120	1925	2157	$4,0^{+6,0}_{-4,0}$	163^{+245}_{-163}
5	$s - s_3 - g_5 - g_6 + 2g_4$	$\nu_3 + \nu_5 + \nu_6 - 2\nu_4$	-22,357	1730	1857	$0,0 \pm 0,0$	$0,0 \pm 0,0$
6	$s - 2s_8 + s_7 - g_5 + g_6$	$2\nu_{18} - \nu_{17} + \nu_5 - \nu_6$	-22,375	1741	1950	$4,5^{+5,0}_{-4,5}$	166^{+188}_{-166}
7	$s - s_3 - g_8 + g_5$	$\nu_{13} + \nu_8 - \nu_5$	-22,439	1707	1841	$0,0 \pm 0,0$	$0,0 \pm 0,0$
8	$s - s_6 - g_5 + g_8$	$\nu_{16} + \nu_5 - \nu_8$	-22,758	1476	1530	$7,0^{+8,0}_{-7,0}$	225^{+255}_{-225}
9	$s - s_6$	ν_{16}	-26,345	20	24	—	—
10	$s - s_6 - g_5 + g_6$	$\nu_{16} + \nu_5 - \nu_6$	-50,332	4899	3498	$46,5 \pm 15,7$	3904 ± 1310
11	$s - s_6 - 2g_5 + 2g_6$	$\nu_{16} + 2\nu_5 - 2\nu_6$	-74,319	2588	2170	$11,5 \pm 9,9$	547 ± 471

Conforme o modelo apresentado em Carruba et al. (2024), as ressonâncias $s - s_6 - 2g_5 + 2g_6$, $2s - s_4 - s_6$ e $s - s_6 - g_5 + g_6$ estão associadas a populações de libradores superiores a 500, o que as torna adequadas para modelagem por técnicas de visão computacional. Outras ressonâncias do tipo s , como $s - 2s_6 + s_7 - g_6 + g_8$, $s - 2s_8 + s_7 - g_5 + g_6$ e $s - s_6 - g_5 + g_8$, afetam a região de Hungaria, mas apresentam populações menores de libradores. Nesse caso, as ressonâncias seculares do tipo s podem se sobrepor, como ilustrado na Figura 5.1 e organizado na Tabela 5.2.

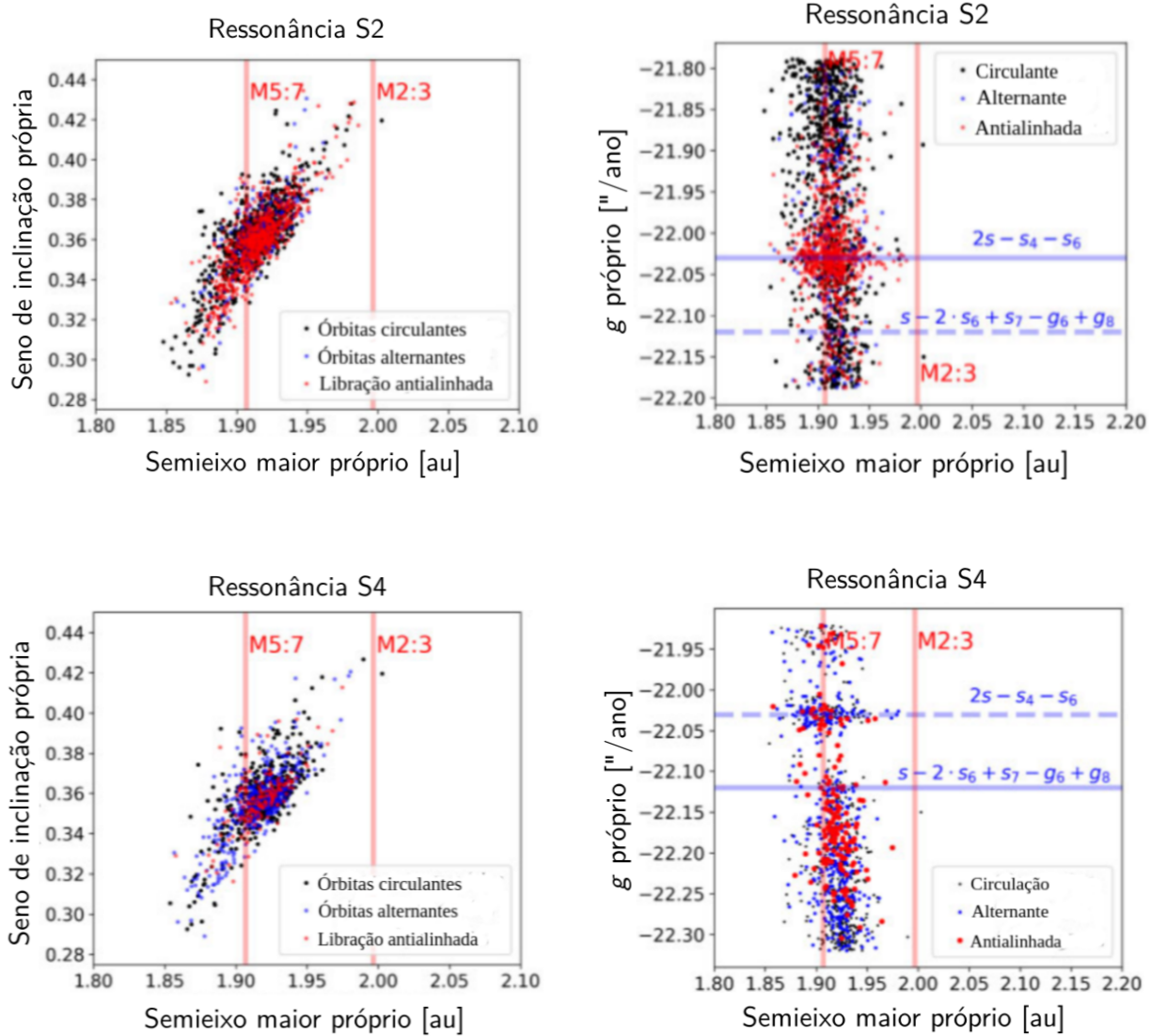
Tabela 5.2 - Principais ressonâncias seculares do tipo s no cinturão principal, segundo este estudo. Apresenta o argumento ressonante em termos de frequências e combinações de ressonâncias seculares lineares.

ID da ressonância	Argumento ressonante (frequências)	Argumento ressonante (ressonâncias lineares)
S_2	$s - s_4 - s_6$	$\nu_{16} + \nu_{14}$
S_4	$s - 2s_6 + s_7 - g_6 + g_8$	$2\nu_{16} - \nu_{17} + \nu_6 - \nu_8$
S_{10}	$s - s_6 - g_5 + g_6$	$\nu_{16} + \nu_5 - \nu_6$
S_{112}	$s - s_6 - 2g_5 + 2g_6$	$\nu_{16} + 2\nu_5 - 2\nu_6$

Fonte: adaptado de Carruba et al. (2024).

As ressonâncias S_{10} e S_{11} concentram-se no cinturão principal, sendo a S_{10} altamente difusiva conforme é mostrado na Figura 5.2, que também ilustra uma numerosa população em libração, concentrada em torno de um valor central da frequência própria s . Por sua vez, a ressonância S_{11} é menos difusiva e se concentra no cinturão principal externo, conforme é discutido em Carruba et al. (2024).

Figura 5.2: Projeções adequadas $(a, \sin(i))$ e (a, g) de asteroides numerados com erros em s próprio menores que $0,2 \text{ arcsec yr}^{-1}$ para corpos nas ressonâncias S2 (painéis superiores) e S4 (painéis inferiores) na região de Hungaria. As linhas verticais indicam a localização de importantes ressonâncias de movimento médio locais. As linhas horizontais nos painéis da direita mostram a localização das duas ressonâncias seculares de interesse, S2 e S4.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2024), página 4435, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

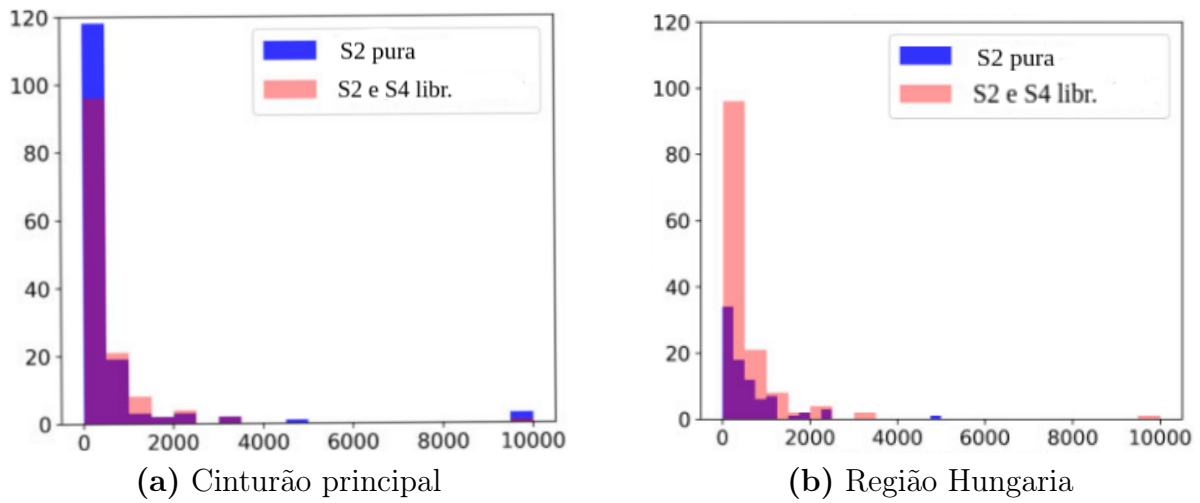
A ressonância S2 exerce influência significativa sobre a distribuição dos asteroides a ela associados, como os da região Hungaria, favorecendo sua concentração e resultando em uma maior densidade de objetos em libração.

Ainda que a sobreposição dessas ressonâncias seculares seja evidente, como discutido anteriormente, não se observa impacto direto na dinâmica caótica dos asteroides. Essa conclusão apoia-se na análise dos tempos de Lyapunov, calculados a partir de dados disponibilizados

pelo Asteroid Families Portal (AFP0, disponível em <http://asteroids.matf.bg.ac.rs/fam/index.php>), conforme ? e Novaković et al. (2022).

Neste estudo, foram utilizados os tempos de Lyapunov e o indicador ACF para investigar o caos dinâmico. O primeiro quantifica a divergência exponencial de trajetórias próximas, enquanto o segundo detecta padrões caóticos pela autocorrelação de séries temporais (Carruba et al., 2024). Os resultados encontram-se na Figura 5.3.

Figura 5.3: Distribuição dos tempos de Lyapunov para objetos em estados de libração S2 e S2-S4 (à esquerda) e para asteroides na ressonância S4 (à direita).



Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2024), página 4434, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

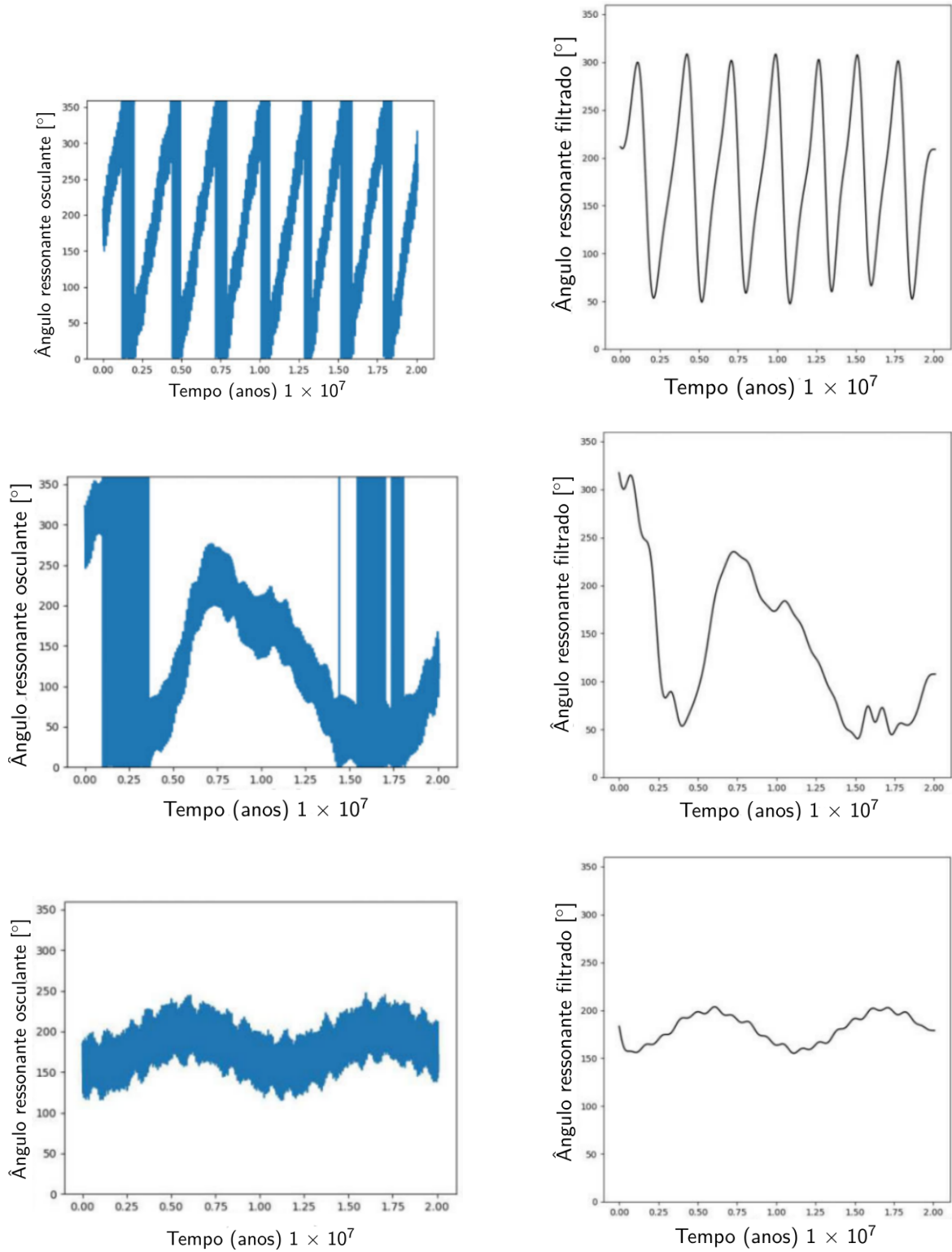
Complementando, o teste de Kolmogorov–Smirnov (KS) (Kolmogorov, Kolmogorov) foi aplicado aos tempos de Lyapunov dos asteroides nas ressonâncias e em estados puros de S2 e S4, para verificar diferenças estatísticas entre as distribuições.

5.3 Imagens dos argumentos ressonantes

Um argumento ressonante pode ser classificado de diferentes formas. Inicialmente, realizam-se simulações numéricas a partir das quais são geradas séries temporais do argumento associado, compostas pela superposição de termos de curto e longo período. Para isolar os efeitos seculares, aplica-se um filtro passa-baixa no domínio da frequência, sendo utilizado o filtro Butterworth (Butterworth, 1930), que preserva sinais de baixa frequência e atenua componentes de alta frequência, conforme detalhado em Carruba et al. (2024).

Considerando a frequência de amostragem f_s , é calculada a frequência de Nyquist, definida em análise de sinais digitais como a metade da taxa de amostragem (Carruba et al., 2024), considerando intervalos de 600 anos. Conforme ilustrado na Figura 5.4, apresentam-se três exemplos da evolução temporal dos ângulos ressonantes e seus respectivos resultados após a aplicação do filtro passa-baixa mencionado anteriormente. Esses exemplos correspondem a órbitas que alternam entre fases de circulação e de oscilação em torno de um ponto de equilíbrio, caracterizando um comportamento alternante.

Figura 5.4: Os painéis à esquerda exibem imagens do argumento de ressonância osculante da ressonância secular $s - s_6 + g_6 - g_5$, enquanto os painéis à direita fazem o mesmo para os argumentos filtrados. De cima para baixo, mostramos imagens dos argumentos ressonantes para órbitas circulares, de mudança e libratórias.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2024), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

Uma vez que foram definidos os critérios de seleção de órbitas librantes, foi tomada uma amostra de 250 asteroides numerados pela ressonância S_{10} . Em seguida, foram apresentados os resultados, após a aplicação de filtragem, selecionando as amplitudes e períodos. Os períodos registrados foram maiores que 8 Ma. E, posteriormente, os procedimentos foram realizados para as ressonâncias S_2 , S_4 e S_{11} , conforme abordagem de Carruba et al. (2024). A Tabela 5.3 apresenta os resultados das principais métricas de desempenho para a classificação dos 250 primeiros asteroides em quatro ressonâncias seculares do tipo s , considerando acurácia, precisão, *recall* e *F1-score*. Assim, o modelo final para as ressonâncias S_{10} e S_2 foi escolhido com base em dois critérios: desempenho superior ao dos modelos base (período-amplitude simples) e menor sobreajuste, sendo essas ressonâncias preferidas pelos baixos índices de desbalanceamento ($S_{10} = 2,0$; $S_2 = 2,5$), que favorecem o desempenho dos modelos de *Machine Learning* (ML). Em síntese, o modelo *Inception* (F) foi selecionado para S_{10} devido ao desempenho máximo (*F1* de 97,6), enquanto o modelo *Inception + DA + DO* (F) foi escolhido para S_2 por sua estabilidade e menor tendência ao sobreajuste, embora diversos modelos tenham atingido *F1* de 80,0.

Tabela 5.3 - Classificação dos 250 primeiros asteroides em quatro ressonâncias seculares do tipo s , considerando acurácia, precisão, *recall* e *F1-score*, obtidos pelo critério de oscilação e período ressonante (primeiras quatro entradas) e pelo modelo de aprendizado de máquina otimizado por algoritmos genéticos (últimas quatro entradas).

Res. id.	Acurácia	Precisão	<i>Recall</i>	<i>F1</i>
S_2	82,4	60,4	88,7	71,9
S_4	53,6	15,7	100,0	27,1
S_{10}	82,8	70,5	98,0	82,0
S_{11}	60,8	17,8	95,5	30,0
S_2	80,0	100,0	37,5	54,5
S_4	98,0	0,0	—	—
S_{10}	92,0	82,4	93,3	87,5
S_{11}	88,0	60,0	42,9	50,0

Fonte: (Carruba et al., 2024) (adaptada).

Em seguida, foram calculadas as métricas de desempenho, que incluem a acurácia, a precisão, o *recall* e o *F1-score*, conforme as equações apresentadas na Seção 3, dadas por 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4. Depois, esses resultados foram apresentados na Tabela 5.4. Na Tabela 5.4, são detalhados os desempenhos dos modelos VGG, *Inception* e ResNet, considerando as métricas de acurácia, precisão, *recall*, *F1-score*, além do tempo de processamento e do uso de memória, tanto para os dados osculantes (U) quanto para os filtrados (F).

Tabela 5.4 - Resultados de acurácia, precisão, revocação e F1-score para diferentes modelos de CNN, incluindo tempo de execução e uso de memória.

Modelo	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo [m:s]	Mem. [GB]	Mem. máx. [GB]
VGG (U)	72,0	61,5	80,0	69,5	10:50	3,98	10,29
VGG+DA (U)	62,0	52,2	60,0	55,8	10:53	3,98	10,29
VGG+DA+DO (U)	62,0	51,9	70,0	59,6	11:39	3,99	10,29
Inception (U)	74,0	63,0	85,0	72,3	11:19	3,98	10,29
Inception+DA (U)	62,0	51,6	80,0	62,7	11:21	3,99	10,29
Inception+DA+DO (U)	62,0	51,6	80,0	62,7	12:05	4,34	10,29
ResNet (U)	62,0	51,6	80,0	62,7	13:23	3,98	10,53
ResNet+DA (U)	62,0	51,6	80,0	62,7	13:13	3,99	10,54
ResNet+DA+DO (U)	62,0	51,6	80,0	62,7	14:16	4,34	10,86
VGG (F)	92,0	86,4	95,0	90,5	11:01	3,98	10,29
VGG+DA (F)	90,0	100,0	75,0	85,7	11:08	3,98	10,29
VGG+DA+DO (F)	76,0	90,0	45,0	60,0	11:41	3,99	10,29
Inception (F)	98,0	95,2	100,0	97,6	10:08	4,30	10,29
Inception+DA (F)	76,0	83,3	50,0	62,5	11:37	3,99	10,29
Inception+DA+DO (F)	82,0	100,0	55,0	71,0	11:48	3,99	10,29
ResNet (F)	90,0	90,0	90,0	90,0	12:59	3,98	10,53
ResNet+DA (F)	72,0	80,0	40,0	53,3	12:45	3,98	10,54
ResNet+DA+DO (F)	86,0	84,2	80,0	82,1	13:36	4,30	10,86

Fonte: adaptada de Carruba et al. (2024).

Desta análise, concluiu-se que os quatro melhores modelos de aprendizado de máquina para as bases S2, S4, S10 e S11 foram *Gaussian Naive Bayes*, *Decision Tree*, *GradientBoostingClassifier* (GBoost) e *MLPClassifier*, nesta ordem.

5.4 Modelos de Redes Neurais Convolucionais

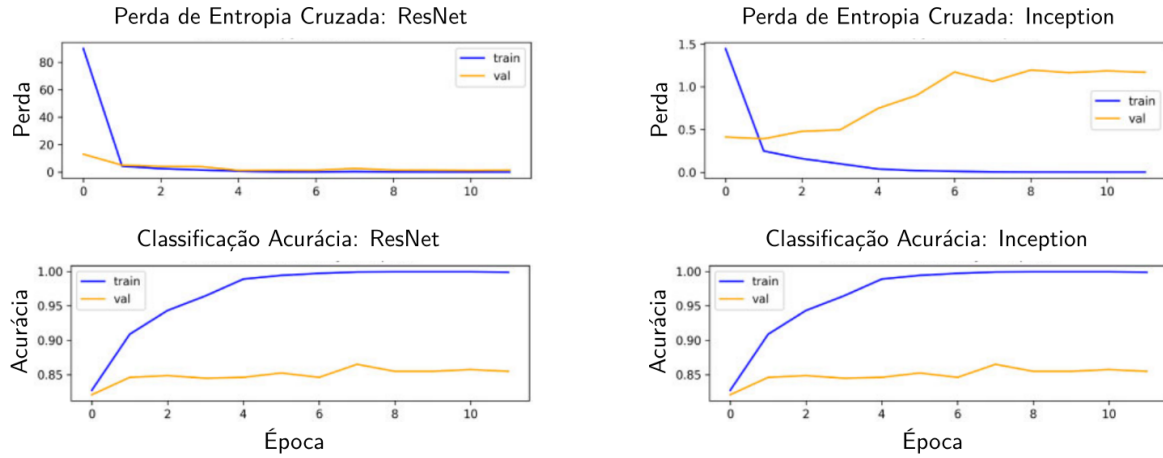
Para verificar se o conjunto de dados seria afetado pelo desbalanceamento entre as classes de órbitas em libração, um teste inicial foi realizado. De acordo com Brownlee (2020), conjuntos de dados desbalanceados podem inviabilizar o funcionamento do aprendizado de máquina, quando a razão é superior a 100. Seguindo a abordagem de Carruba et al. (2022), foram utilizados os modelos de CNN VGG, Inception e ResNet. Erros de classificação por processo de filtragem poderiam ser frequentes, então, para evitá-los, poderiam transformar órbitas circulantes em librantes, conforme Figura 5.5.

Os conjuntos de dados foram divididos em conjuntos de treino, validação e teste. Para mitigar o problema do *overfitting*, foram utilizados métodos de regularização, incluindo o *Data Augmentation* (DA) e *Dropout* (DO).

Os resultados obtidos mostraram que as CNNs apresentaram desempenho superior para argumentos filtrados quando comparados aos osculantes. Quanto às bases menos desbalanceadas, apresentaram melhor desempenho para as ressonâncias S10 e S2 (Carruba et al.,

2024). Os resultados mostram que, para cada ressonância, foi escolhido o modelo com melhor desempenho e menor impacto de *overfitting*, variando entre Inception e VGG conforme o caso. A seleção final evidenciou a robustez desses modelos em comparação ao critério simples de período–amplitude. A transição e a explicação da utilidade desses resultados se dão porque qualquer resultado de abordagem de *deep learning* (CNN) deve ser melhor do que o que este critério mais simples consegue produzir. Portanto, os resultados detalhados na Tabela 5.4 (para os modelos CNN, especificamente na ressonância S10) são avaliados em função de superarem o desempenho do critério simples de período–amplitude, que alcançou um *F1-score* de 82,0 para a ressonância S10. Os modelos CNN, ao obterem pontuações superiores a esse valor (como o Inception com $F1 = 97,6$), demonstram sua eficácia.

Figura 5.5: Função de perda e acurácia dos dois melhores modelos na base de dados da ressonância S10.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2024), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

5.5 Comentários finais

Neste estudo foi realizada uma investigação das populações de asteroides que interagem com as ressonâncias S2, S4, S10 e S11. Uma inspeção visual foi feita para analisar o comportamento temporal dos argumentos ressonantes. Durante essa análise, foram identificadas populações de libradores que excedem 500 indivíduos em cada uma das ressonâncias. Essa quantidade significativa de libradores torna essas populações particularmente adequadas para modelagem com técnicas avançadas de visão computacional, conforme discutido na referência (Carruba et al., 2024).

Além disso, foram realizadas determinações dos expoentes de Lyapunov e dos indicadores de caos ACFI, tanto para asteroides que não estão em ressonância quanto para aqueles que apresentam libração simultânea nas ressonâncias S2 e S4. Esses indicadores são cruciais para entender a dinâmica dos asteroides e a estabilidade de suas órbitas, fornecendo insights sobre o comportamento caótico desses corpos celestes em diferentes regimes dinâmicos.

Para a identificação de asteroides em ressonâncias seculares, redes neurais profundas foram aplicadas utilizando uma abordagem que incluiu a filtragem de termos de curto período através do filtro Butterworth. O desempenho do modelo base foi avaliado utilizando métricas padrão de avaliação. Os resultados mostraram que o modelo teve um desempenho superior nas ressonâncias mais povoadas, como S2 e S10. Isso indica que a complexidade e a densidade dessas ressonâncias favorecem a eficácia das técnicas de aprendizado de máquina.

Para aprofundar essa avaliação, utilizamos métricas como acurácia, precisão, recall e F1-score. Durante a comparação de diferentes modelos, observamos que métodos mais sofisticados, como o Naive Bayes Gaussiano e a Árvore de Decisão, nem sempre apresentaram os melhores resultados. Em alguns casos, modelos mais simples demonstraram ser mais eficazes, sugerindo que a complexidade do modelo nem sempre se traduz em melhor desempenho.

Por fim, constatamos que as Redes Neurais Convolucionais (CNNs) mostraram um desempenho superior quando aplicadas a imagens de argumentos ressonantes que passaram

por filtragem. Isso evidenciou uma maior capacidade dessas redes para distinguir padrões associados a estados de libração, em comparação com dados não filtrados. Essa descoberta reforça a importância do pré-processamento de dados na aplicação de técnicas de aprendizado de máquina para a identificação de asteroides em ressonâncias seculares.

O estudo apresentado neste capítulo foi publicado como parte da pesquisa apresentada no artigo científico *Digitally filtered resonant arguments for deep learning classification of asteroids in secular resonances* publicado no periódico científico *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, ver Apêndice A. Tal publicação foi realizada com o orientador e a coorientadora deste trabalho. Além disso, participaram como colaboradores o estudante de doutorado G. Caritá, o pesquisador S. Aljbaae e o aluno de graduação E. M. D. S. Delfino.

Resumo de minhas contribuições na publicação do artigo:

- Classificação visual das imagens dos argumentos de ressonância, identificando os padrões de libração, circulação e alternância apresentados nas imagens;
- Apoio direto à metodologia de *machine learning*, acompanhando os resultados de treinamento, validação e teste, e avaliando métricas de desempenho (acurácia, precisão, *recall* e F1-score) de modelos CNN aplicados a dados filtrados e não filtrados;
- Participação em reuniões e discussões metodológicas para garantir a coerência na classificação e robustez dos resultados;
- Acompanhamento das simulações numéricas e das análises realizadas com filtros de Butterworth aplicados ao contexto de *deep learning*.

Vision Transformer para Identificação de Asteroides em Ressonâncias Seculares

6.1 Introdução

As famílias de asteroides no cinturão principal podem ser influenciadas por ressonâncias seculares, atuando de forma individual ou conjunta (Carruba et al., 2018). Grandezas conservadas da dinâmica secular podem preservar informações sobre o campo de velocidades de ejeção original de famílias de asteroides, que nem sempre estão disponíveis em outros grupos, segundo Carruba et al. (2024).

Nesse contexto, a identificação de asteroides ressonantes é tradicionalmente realizada a partir de suas frequências e confirmada pela inspeção visual do argumento ressonante, definido pela combinação dos ângulos do asteroide e do planeta associados à ressonância. Esse argumento pode apresentar três comportamentos distintos, conforme são caracterizados na Seção 2.4, no Capítulo 2.

Com mais de 1,4 milhão de asteroides já identificados, a classificação de ressonâncias por inspeção visual torna-se uma tarefa complexa, pois uma única ressonância pode demandar a análise de milhares de argumentos ressonantes. Mesmo bancos de dados com algumas dezenas de milhares de imagens podem exigir semanas de trabalho de equipes inteiras, contando com 3 ou 4 pessoas, por exemplo, o que evidencia as limitações do processo manual (Carruba et al., 2025b).

Diante desse cenário, Carruba et al. (2021) propuseram o uso de Redes Neurais Artificiais (RNA) para automatizar a classificação de imagens de argumentos ressonantes, reduzindo significativamente o tempo gasto em métodos tradicionais. Posteriormente, Carruba et al. (2022) ampliaram essa abordagem com Redes Neurais Convolucionais (CNN), aplicadas à análise de grandes conjuntos de dados de imagens, tornando o processo mais eficiente e escalável. Os autores incorporaram o Vision Transformer (ViT), uma arquitetura originalmente proposta para tarefas de Processamento de Linguagem Natural (PLN) (Vaswani et al., 2017), mas posteriormente adaptada para visão computacional. Em comparação às CNNs, o modelo ViT mostrou-se mais eficiente na classificação de imagens em bases de dados complexas, pois emprega o mecanismo de autoatenção para capturar dependências globais, enquanto as CNNs se baseiam predominantemente em campos receptivos locais.

Os modelos CNNs utilizam filtros convolucionais de tamanho fixo, o que limita sua capacidade de adaptação às diferentes dimensões e resoluções das imagens de entrada. Em contrapartida, os modelos ViT demonstraram maior eficiência em diversos cenários, especialmente em conjuntos de dados robustos, por explorarem de forma mais eficaz o paralelismo (Dosovitskiy et al., 2020).

Os modelos ViT, CNN e LLM foram comparados na classificação de asteroides em interação com ressonâncias seculares. A análise considerou, em particular, as ressonâncias ν_6 (Carruba et al., 2022), $g - 2g_6 + g_5$ e $s - s_6 - g_5 + g_6$ (Carruba et al., 2024).

Além disso, com a evolução dos modelos originalmente apenas textuais, o surgimento de modelos multimodais capazes de processar entradas como imagens e vídeos tornou-se uma aplicação viável na astronomia, permitindo a classificação de imagens de forma automatizada.

O diferencial dos LLMs é a capacidade de executar tarefas sem a necessidade de treinamento específico, recurso conhecido como zero-shot learning (Brown et al., 2020), o que os caracteriza como modelos capazes de generalizar além dos dados supervisionados. Essa versatilidade tem possibilitado diversas aplicações práticas Sotnikov e Chaikova (2023), LLMs podem ser aplicados em tarefas de automação, como por exemplo, a extração de dados de relatórios astronômicos. Outra aplicação amplamente difundida é a geração de có-

digo, exemplificada por ferramentas como o Copilot. Além disso, Smirnov (2024) mostrou que LLMs podem ser empregados na resolução de problemas astronômicos.

Diante desse contexto, foi implementado o uso de LLMs para a classificação de imagens, alcançando métricas elevadas. O objetivo concentrou-se na resolução de problemas astronômicos, com ênfase na economia no desenvolvimento de softwares e no aumento da acurácia (Carruba et al., 2025b).

Este estudo está estruturado em três partes. Na parte 1 é feita a complementação dos conceitos e arquiteturas de modelos de aprendizado profundo que foram apresentados no Capítulo 3. A parte 2 apresenta uma descrição dos bancos de imagens e do processo de filtragem conforme o Capítulo 5. Por último, parte 3, as aplicações dos modelos CNN, ViT e LLM a diferentes ressonâncias seculares que são apresentadas nas Subseções 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3.

6.2 Aprendizado profundo e modelos de IA

Neste estudo as métricas de desempenho utilizadas são *acurácia*, *precisão*, *recall* e *F1-score* que foram apresentadas na Seção 3. Conforme indicado por Carruba et al. (2023), é recomendável aplicar técnicas específicas para tratar conjuntos de dados desbalanceados, especialmente quando a razão entre as classes atinge valores elevados, como 100:1.

Em seguida, define-se a função de perda, que, no contexto de redes neurais, é uma função matemática utilizada para quantificar a discrepância entre as saídas previstas pelo modelo e os valores reais esperados (Carruba et al., 2025b). Durante o treinamento, o objetivo é minimizar essa função de perda por meio de um processo de otimização, permitindo que o modelo ajuste seus parâmetros de forma a representar adequadamente o conjunto de dados. Nesse contexto, a técnica de validação cruzada é fundamental para avaliar a capacidade de generalização do modelo e prevenir o sobreajuste aos dados de treinamento.

As funções de perda podem ser divididas em três tipos principais (Brown et al., 2020). O Erro Quadrático Médio (*Mean Squared Error*, MSE) calcula a média das diferenças ao quadrado entre as previsões do modelo e os valores reais, sendo indicado para tarefas de

regressão. A Entropia Cruzada Binária (*Binary Cross-Entropy*, *BCE*) mede a discrepância entre as probabilidades previstas e os rótulos binários reais, permitindo estimar a probabilidade de uma entrada pertencer a uma das duas classes. A Entropia Cruzada Categórica (*Categorical Cross-Entropy*) avalia o alinhamento entre a distribuição de probabilidade prevista e os rótulos reais em problemas de classificação multiclasse. Enquanto o MSE é usado em regressão, a BCE e a Entropia Cruzada Categórica são aplicadas em tarefas de classificação.

6.2.1 Vision Transformers (ViTs)

Como vimos anteriormente, o modelo ViT é uma arquitetura de aprendizado profundo específica para tarefas de visão computacional (Dosovitskiy et al., 2020). Este modelo ViT difere de modelos de CNNs por não utilizar convoluções. Em vez disso, a imagem de entrada é dividida em pequenos blocos chamados de *patches*, que são linearmente transformados e processados por camadas do tipo *Transformer*, originalmente concebidas para o processamento de linguagem natural (Carruba et al., 2025b).

Os *patches* possuem tamanho fixo, como por exemplo, 16×16 pixels. Dessa forma, o número de blocos aumenta conforme o tamanho da imagem de entrada. O ViT conta também com um codificador *Transformer*, composto por uma série de blocos e dividido nas seguintes partes: Mecanismo de autoatenção e Rede Neural Feed-Forward. O Mecanismo de Autoatenção: possibilita ao modelo atribuir pesos diferentes aos *tokens*, capturando relações contextuais independentemente da distância na sequência de entrada. A Rede Neural Feed-Forward aplica transformações independentes a cada posição da sequência após a etapa de autoatenção.

Em seguida, são aplicadas a normalização de camadas e as conexões residuais, o que melhora a estabilidade do treinamento e o desempenho. Cada bloco inclui esse processo e, ao ser empilhado, compõe o modelo completo, capaz de capturar dependências de longo alcance e extrair informações globais da imagem. De modo análogo, os modelos CNNs também capturam características locais e globais por meio de camadas hierárquicas, mas tendem a enfatizar padrões locais, diferindo assim do modelo ViT (Carruba et al., 2025b).

Entre os benefícios do modelo ViT destacam-se escalabilidade e eficiência. Além disso, o modelo não depende da estrutura espacial dos dados de entrada, o que o torna especialmente eficaz em tarefas de visão computacional, como classificação de imagens, detecção de objetos e segmentação. As aplicações do ViT incluem imagens médicas, sensoriamento remoto e condução autônoma.

Um outro ponto importante é que a eficiência do Vision Transformer (ViT) depende fortemente da escolha adequada de seus hiperparâmetros. Entre eles estão os valores atribuídos os números de camadas (*num_layers*) e de cabeças de atenção (*num_heads*) ajustados de forma flexível, visando alcançar o melhor desempenho possível em cada conjunto de dados analisado (Carruba et al., 2025b).

O parâmetro *num_layers* define a profundidade do Vision Transformer, determinando quantos blocos Transformer compõem sua estrutura. Cada bloco integra mecanismos de atenção múltipla, redes feed-forward, conexões residuais e normalização, permitindo que o empilhamento progressivo dessas unidades melhore a compreensão do modelo sobre padrões complexos e relações globais presentes nas imagens (Carruba et al., 2023).

O parâmetro *num_heads* controla a quantidade de atenções paralelas aplicadas na camada *Multi-Head Attention* do ViT. Cada cabeça de atenção avalia de forma independente a interação entre diferentes *tokens* (ou *patches* da imagem), permitindo que o modelo identifique múltiplas relações contextuais em uma única etapa e, assim, obtenha uma representação mais rica e precisa da imagem analisada (Carruba et al., 2023).

Neste estudo determinados hiperparâmetros foram fixados para manter estabilidade e reduzir a complexidade do processo de otimização. Entre eles, o tamanho da imagem (*img_size* = 100), o tamanho dos blocos de entrada (*patch_size* = 10) e o número de categorias (*num_classes* = 2) foram definidos conforme as exigências do problema binário abordado. O valor de *mlp_dim* permaneceu em 1024, visto que experimentos com dimensões superiores não resultaram em melhorias perceptíveis na classificação das imagens dos argumentos ressonantes (Carruba et al., 2024, 2022a).

O ajuste dos hiperparâmetros *num_layers* e *num_heads* foi realizado separadamente para cada base de dados de ressonância (ν_6 , $g - 2g_6 + g_5$, e $s - s_6 - g_5 + g_6$) e para cada tipo de imagem, bruta (U) ou filtrada (F), utilizando uma pesquisa em grade (*grid search*) com foco na maximização do F1-score. Para cada combinação testada, o modelo foi treinado por 12 épocas e avaliado em conjuntos de treinamento, validação e teste, permitindo controlar possíveis problemas de sobreajuste (*overfitting*). Os resultados mostraram que modelos mais simples, com valores menores de *num_layers* e *num_heads*, frequentemente apresentaram melhor desempenho, variando conforme a ressonância e o tipo de imagem.

A eficiência do modelo final foi monitorada por métricas de desempenho como Acurácia, Precisão, Recall e F1-score, com este último fornecendo uma medida equilibrada entre Precisão e Recall. Este procedimento assegurou que o ViT pudesse extrair informações globais das imagens de forma eficaz, adaptando os hiperparâmetros às características específicas de cada conjunto de dados. Para garantir reprodutibilidade, o código-fonte foi disponibilizado publicamente, e detalhes sobre o ambiente computacional e a natureza estatística dos resultados foram fornecidos, além do uso de bases de dados públicas de imagens de argumentos ressonantes (Carruba et al., 2025b).

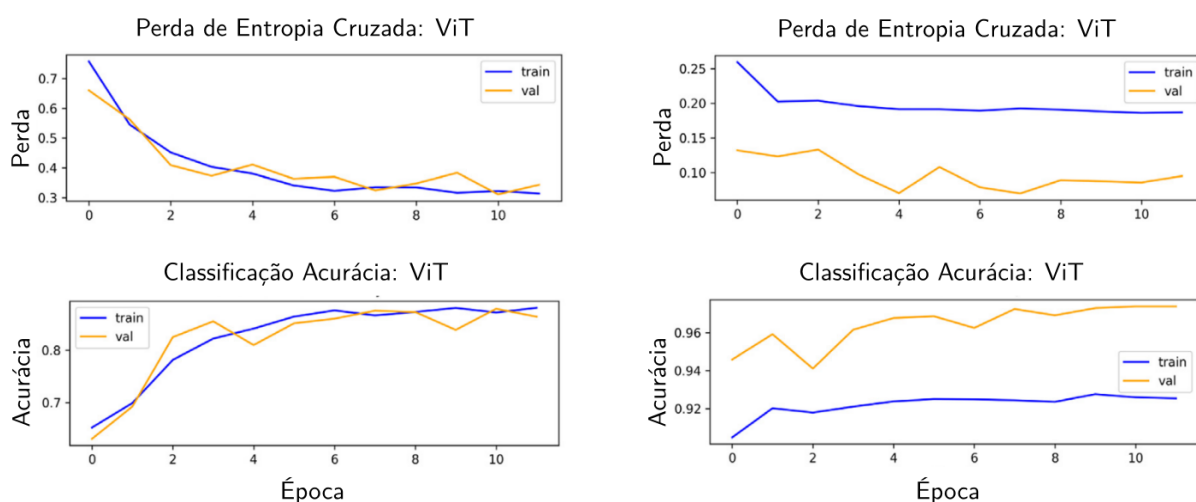
Conforme apresentado em Carruba et al. (2025b), a arquitetura ViT foi implementada da seguinte forma:

1. **Embeddings de Blocos:** é fornecida uma imagem de tamanho $\text{img_size} \times \text{img_size}$, que é dividida em $\text{patch_size} \times \text{patch_size}$. Esses *patches* são projetados linearmente para obter uma sequência de *embeddings*.
2. **Token de Classe:** em seguida, um *token* de classe é adicionado à sequência de *embeddings* dos *patches*.
3. **Embedding Posicional:** por meio de um embedding posicional aprendido, informações posicionais são adicionadas à sequência dos *embeddings* e ao *token* de classe presentes.
4. **Blocos Transformer:** em seguida, as *embeddings* e o *token* de classe são combinados e passados por uma série de *num_layers* blocos Transformer. Cada bloco contém

uma camada de Atenção Multi-Cabeças (*Multi-Head Attention* - MHA) e uma Rede Feed-Forward (FFN), ambas normalizadas.

5. **Cabeça de Classificação:** a última representação do *token* de classe é extraída e passada por uma camada totalmente conectada com ativação *softmax*, produzindo as probabilidades das classes previstas.

Figura 6.1: Função de perda utilizada para quantificar a discrepância entre as previsões do modelo e os valores reais, minimizada durante o treinamento. A validação cruzada é aplicada para avaliar a generalização e evitar o sobreajuste do modelo (Carruba et al., 2025b).



Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

Neste estudo, os valores do tamanho da imagem (*img_size*), do bloco (*patch_size*) e do número de classes de saída (*num_classes*) foram fixados em 100, 10 e 2, respectivamente, compatíveis com os dados de imagens utilizados (100×100 pixels). O valor padrão de 1024 foi adotado para *mlp_dim*. Quanto ao número de camadas (*num_layers*) e ao número de cabeças de atenção (*num_heads*), esses parâmetros foram ajustados livremente, permitindo otimizar o desempenho para cada base de dados estudada (Carruba et al., 2025b).

6.2.2 Redes Neurais Convolucionais

Para relembrar o que foi visto na Seção 3 sobre Redes Neurais Convolucionais (CNNs) e complementar as informações no contexto da pesquisa que é apresentada neste capítulo, a seguir são feitas algumas considerações sobre os modelos CNNs.

Os modelos CNNs são projetados para o processamento e análise de dados estruturados em múltiplas dimensões, como imagens bidimensionais. Sua arquitetura é composta por camadas convolucionais que aplicam *kernels* (filtros), também conhecidos como detectores de características, sobre a entrada. Cada *kernel* é treinado para identificar padrões específicos, como bordas, formas ou texturas. O processo de convolução consiste no deslizamento desses filtros sobre a imagem, gerando mapas de características que destacam a presença e a localização dos atributos detectados, permitindo à rede aprender representações hierárquicas dos dados.

A operação de convolução corresponde apenas a uma das etapas do processamento. Em seguida, aplica-se uma função de ativação, comumente a *Rectified Linear Unit* (ReLU), responsável por introduzir não linearidade ao modelo, essencial para o aprendizado de padrões complexos. Posteriormente, são aplicadas camadas de *pooling*, que reduzem a dimensionalidade dos mapas de características gerados anteriormente. A rede pode incluir múltiplas camadas de convolução, aumentando a complexidade do processamento. Dessa forma, as CNNs combinam convolução, ativação e *pooling*, o que as torna capazes de realizar previsões com base nas características aprendidas (Carruba et al., 2025b).

Os modelos CNNs oferecem benefícios sobre métodos tradicionais devido à sua habilidade de capturar eficientemente padrões espaciais e relações locais nos dados de entrada, o que é crucial para aplicações em visão computacional e reconhecimento de imagens. Essa capacidade permite que as CNNs identifiquem características hierárquicas complexas, tornando-as particularmente eficazes em tarefas de classificação e detecção de objetos. Como visto anteriormente, três modelos de CNNs : o VGG, o Inception e o ResNet, conforme discutido na Seção 3. Suas aplicações são apresentadas em Carruba et al. (2022) e podem ser reproduzidas por meio do repositório dos algoritmos disponibilizados no *GitHub* como pode visto naquele trabalho.

Para aplicar os três modelos de CNNs citados, foi necessário dividir o conjunto de dados em três partes: treino, validação e teste. A etapa de validação é essencial para verificar a ocorrência de sobreajuste e, consequentemente, avaliar se o modelo está generalizando de forma adequada para novos dados. Com base nessa análise, os resultados foram categorizados em dois grupos: não significativamente afetados ou moderados, conforme ilustrado

na Figura 6.1. Essa abordagem contribui para uma avaliação mais robusta do desempenho do modelo em diferentes cenários.

Técnicas de regularização *Data Augmentation* (DA) e o *Dropout* (DO) também foram aplicadas para mitigar o *overfitting*. Lembrando que a técnica DA visa o aumento do conjunto de dados por meio de transformações, como rotação, translação, redimensionamento e espelhamento. Já a técnica DO promove a remoção aleatória de unidades da rede durante o treinamento, conforme descrito na Seção 3.

Como resultados, as métricas foram revisadas incorporando-se a classificação corrigida em cinco casos e excluindo situações em que o LLM apresentou resultados inconsistentes entre simulações. Os resultados finais são apresentados na Tabela 6.9.

6.2.3 Modelos de Linguagem de Grande Escala (LLMs)

Baseados na arquitetura *Transformer* (Vaswani et al., 2017), os LLMs exploram o mecanismo de autoatenção para capturar relações de longo alcance nos dados. Essa abordagem também possibilita o processamento paralelo e a aceitação de múltiplos tipos de entrada, tornando os modelos mais eficientes e versáteis.

Na arquitetura dos LLMs, a entrada é segmentada em *tokens* e *keys* que são utilizados para calcular os escores de atenção que determinam a importância relativa de cada token na sequência. Esses escores são ponderados e combinados para gerar a saída, aplicando-se a função *softmax* (Vaswani et al., 2017). A posição de cada token é incorporada por meio do *positional encoding*, garantindo que a ordem sequencial seja considerada (Carruba et al., 2025b).

Como a arquitetura dos LLMs não incorpora informações externas em sua entrada, a saída é baseada exclusivamente nos padrões e probabilidades presentes nos dados de treinamento. Isso pode resultar em textos aparentemente plausíveis, conhecidos como *alucinações*, caracterizando uma limitação da arquitetura. Esse problema pode ser mitigado com técnicas como *self-validation* (Miao et al., 2023), *refinement* (Shridhar et al., 2023) e *reinforcement learning* (Wang et al., 2020).

Neste estudo, o foco exclusivo foi o modelo ChatGPT (especialmente o *gpt-4o*), considerando as seguintes características do modelo:

- Ser multimodal e suportar imagens;
- Possuir API disponível ao público em geral;
- Não usar recursos computacionais significativos.

O objetivo do estudo é demonstrar que os LLMs são capazes de identificar o comportamento dos ângulos ressonantes sem treinamento prévio, utilizando *zero-shot learning* e, em seguida, comparar seus resultados com outros modelos seguindo os procedimentos:

1. Foram selecionadas 100 séries temporais de ângulos ressonantes para cada ressonância considerada.
2. Foram geradas imagens dos ângulos ressonantes não filtrados, conforme ilustrado na Figura 6.3.
3. Em seguida, foi criado um *prompt* para o LLM (*gpt-4o*) descrevendo a análise visual das imagens (Apêndice A).
4. Em seguida, foram enviados ao LLM o *prompt* e a imagem, repetindo o procedimento três vezes e calculando a média dos resultados.
5. Especialistas realizaram a identificação independentemente; discordâncias foram resolvidas por consenso.
6. Os resultados do LLM foram comparados com os dos especialistas.
7. Finalmente, foram calculadas as métricas de acurácia, precisão, *recall* e F1-score.

A eficácia do método *zero-shot* usando LLMs, como o GPT-4o, para classificar imagens de argumentos ressonantes é explicada pela capacidade do modelo de compreender e seguir instruções detalhadas no *prompt*, dispensando treinamento específico para a tarefa, segundo Vaswani et al. (2017).

O destaque dessa metodologia, apoiada no prompt do Apêndice A (Carruba et al., 2025b), está na conversão do conhecimento astronômico especializado em instruções de linguagem natural que orientam efetivamente o modelo.

O prompt orienta o LLM a atuar como um cientista-astrônomo e define critérios visuais específicos para a classificação, reproduzindo o procedimento de inspeção visual normalmente realizado por humanos.

Define-se libração como variações oscilatórias do ângulo ressonante, comparáveis a uma função seno, que se mantêm dentro de faixas específicas e sem cruzar os limites de 0° e 360° no gráfico (Carruba et al., 2025b).

Uma ambiguidade visual relevante é abordada no prompt: caso a libração se dê em torno de 300° com amplitude de 100° , o traçado pode ultrapassar 360° e reaparecer em 0° , consequência do limite 2π . Ainda assim, o prompt especifica que esse comportamento caracteriza uma libração (Smirnov, 2024).

Define-se circulação (não ressonante) como o padrão no qual a curva não é confinada e toca as extremidades do gráfico, sendo reconhecida visualmente por “linhas paralelas contínuas” que cruzam de 360° para 0° ou por distribuições de “pontos irregulares” ao longo da área representada (Smirnov, 2024).

No prompt, há uma instrução clara para ignorar oscilações rápidas — consideradas ruído — e não tratá-las como librações caso o período seja menor que 0,2 unidades de tempo. Essa diretriz reflete o modo como o astrônomo distingue variações seculares das flutuações de curto prazo, conforme Apêndice A (Carruba et al., 2025b).

O LLM recebe a instrução de produzir uma resposta binária simples — valor “1” quando há libração e “0” nos outros casos, conforme discutido em Carruba et al. (2025b).

6.2.4 Vantagens do zero-shot learning na prática

A principal conquista observada na pesquisa foi o desempenho do LLM (GPT-4o), que apresentou altos índices de precisão, semelhantes aos obtidos tanto por analistas humanos

quanto por modelos de aprendizado profundo, incluindo CNNs e ViTs (Brownlee, 2020).

Os resultados indicaram que o LLM apresentou desempenho semelhante ao de astrônomos e redes neurais, com F1-scores revisados de 0,93 para $s - s_6 - g_5 + g_6$ e 0,85 para $g - 2g_6 + g_5$, confirmando sua alta precisão na classificação (Smirnov, 2024).

A vantagem crucial do método *zero-shot* é que ele não requer configuração, treinamento, ajuste fino (*fine-tuning*) ou até mesmo o desenvolvimento de código para a tarefa (Carruba et al., 2025b).

O processamento ocorre de forma ágil, levando aproximadamente 1 segundo para identificar cada imagem individualmente (Smirnov, 2024).

Embora a maioria dos erros tenha sido de falsos positivos, o LLM apresentou alta precisão mesmo sem treinamento, podendo ainda melhorar com exemplos de fronteira no prompt ou com etapas de refine e *self-validation* (Smirnov, 2024).

6.3 Aplicação a bases de dados de imagens de argumentos ressonantes

Os argumentos ressonantes podem ser classificados em três comportamentos principais: *circulação*, quando o ângulo percorre todos os valores possíveis, de 0° a 360° ; *libração*, quando o ângulo oscila em torno de um ponto de equilíbrio; e *librante*, quando existem múltiplos pontos de equilíbrio. No caso da libração, distinguem-se dois tipos: *alinhada*, quando a oscilação ocorre em torno de 0° , e *anti-alinhada*, quando ocorre em torno de 180° . Já a *alternância* ocorre quando o movimento do asteroide transita entre as fases de libração e circulação, podendo se dar de forma regular ou caótica.

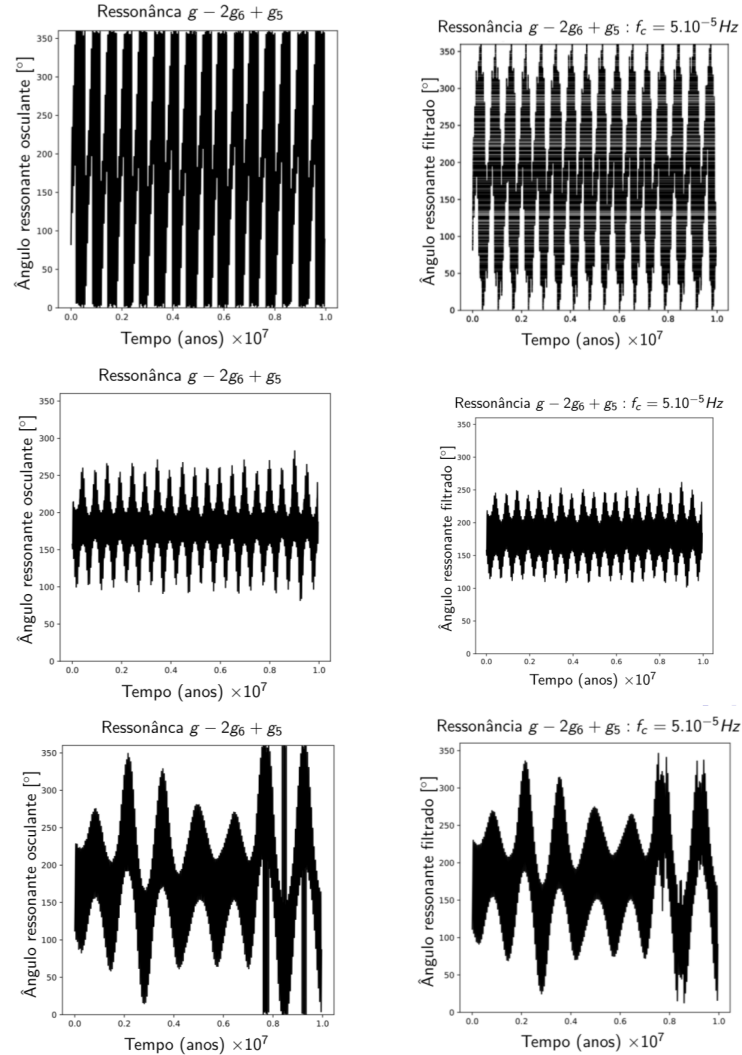
Os painéis à esquerda da Figura 6.3 ilustram exemplos desses comportamentos: o asteroide 2447 Kronstadt apresenta circulação, enquanto o asteroide 877 Walkure está em libração. Um caso de órbita de transição é observado no asteroide 3806 Tremain.

Problemas de classificação multiclasse foram tratados em Carruba et al. (2022) e Carruba et al. (2024), considerando categorias para órbitas em circulação, libração e alternância.

A classificação binária atribui o rótulo 1 às órbitas em libração e 0 às demais, seguindo a abordagem de Smirnov (2024) para ressonâncias de movimento médio (MMR) e de Carruba et al. (2024) para ressonâncias seculares. Esses autores destacam que órbitas de transição tendem a deixar rapidamente as configurações ressonantes quando forças não gravitacionais são desconsideradas.

O uso de filtros digitais aplicados às séries temporais dos argumentos ressonantes permite identificar asteroides em interação com ressonâncias seculares. Essas séries temporais são obtidas por simulações numéricas, nas quais pode ser aplicado, por exemplo, o filtro Butterworth (Butterworth, 1930), que preserva sinais de baixa frequência e atenua os de alta frequência. Os painéis à direita da Figura 6.3 ilustram órbitas em circulação, libração e transição, destacando os argumentos filtrados. Nesse processo, termos de curto período são removidos.

Figura 6.2: À esquerda, argumentos ressonantes osculantes da ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$; à direita, os filtrados ($f_c = 5 \cdot 10^{-5}$ Hz). De cima para baixo: órbitas circulantes, em libração e em transição.



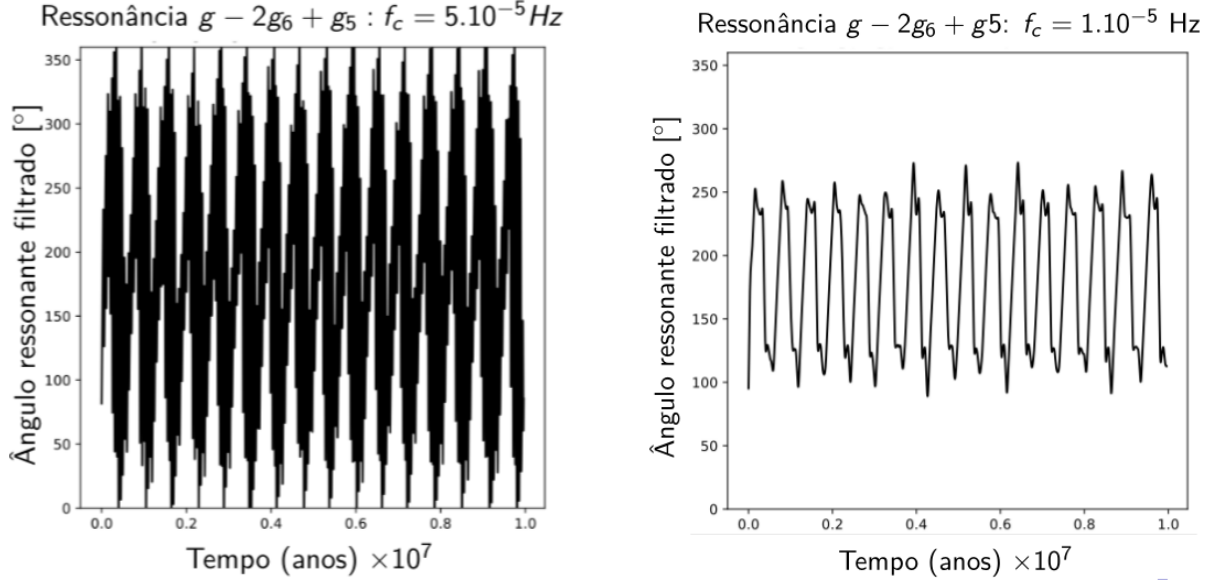
Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

Os painéis inferiores da mesma figura mostram que a amplitude de libração pode ser reduzida, fazendo com que órbitas em circulação aparentem oscilar com grande amplitude. Métodos de aprendizado profundo e de inteligência artificial baseados em elementos filtrados devem ser treinados com imagens correspondentes. No entanto, Carruba et al. (2024) ressalta que os rótulos devem ser obtidos a partir dos argumentos osculadores, pois o processo de filtragem pode induzir erros ao converter circulação em aparente libração. A filtragem de termos de curto período pode induzir falsas librações, fazendo com que órbitas circulantes pareçam oscilar com grandes amplitudes. Escolhas inadequadas de frequência de corte podem tornar o ângulo ressonante irreconhecível, confundindo a circulação com a libração. Os rótulos devem refletir o comportamento dinâmico real (libração, circulação ou órbita *alternante*), pois o uso de dados filtrados na rotulagem gera erros. No aprendizado de máquina, mesmo que imagens filtradas melhorem o treinamento, os rótulos precisam vir dos argumentos osculadores brutos para garantir classificações corretas.

O parâmetro de corte f_c é essencial em filtros digitais e está implementado na biblioteca *Scipy* em Python (Virtanen et al., 2020). Já a frequência de Nyquist, f_N , define o limite máximo de frequência representável em um sistema de processamento digital de sinais, correspondendo à metade da frequência de amostragem f_s . Neste estudo, obteve-se $f_N = 8,3 \cdot 10^{-5}$ Hz, a partir de uma frequência de amostragem $f_s = 1/(600, \text{anos}) = 1,67 \cdot 10^{-4}$ Hz, com período de 600 anos.

A Figura 6.3 mostra a diferença nos valores de f_c para o asteroide 2447, que circula em relação à ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$. No painel à esquerda, apresenta-se o ângulo ressonante filtrado com $f_c = 5 \cdot 10^{-5}$ Hz (valor adotado), enquanto, no painel à direita, utiliza-se $f_c = 1 \cdot 10^{-5}$ Hz. Como consequência dessa escolha, o ângulo ressonante torna-se irreconhecível em comparação com um caso de libração, o que pode dificultar a aplicação de modelos de aprendizado profundo ou de inteligência artificial. Considerando a limitação imposta pela frequência de Nyquist f_N , recomenda-se utilizar valores de f_c mais altos ao trabalhar com argumentos ressonantes filtrados (Carruba et al., 2025b).

Figura 6.3: Asteroide (2447) Kronstadt: ângulo ressonante filtrado para $f_c = 5 \cdot 10^{-5}$ Hz (esq.) e $f_c = 1 \cdot 10^{-5}$ Hz (dir.)



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

Nesta pesquisa, foram utilizadas três grandes bases de dados de imagens dos argumentos ressonantes, juntamente com seus respectivos rótulos, referentes às ressonâncias ν_6 , $g - 2g_6 + g_5$ e $s - s_6 - g_5 + g_6$, conforme descrito em Carruba et al. (2022) e Carruba et al. (2022b), nesta ordem.

A Tabela 6.1 apresenta a quantidade de imagens em cada repositório de asteroides numerados, juntamente com os valores de f_c aplicados durante a filtragem digital de cada conjunto de dados. Espera-se que bases mais antigas contenham menos asteroides, o que reflete a quantidade conhecida à época do estudo. Considerando que o período de 10 Ma é relativamente longo, adotou-se um valor menor de f_c , mais adequado às imagens correspondentes à ressonância $s - s_6 - g_5 + g_6$ (Carruba et al., 2025b).

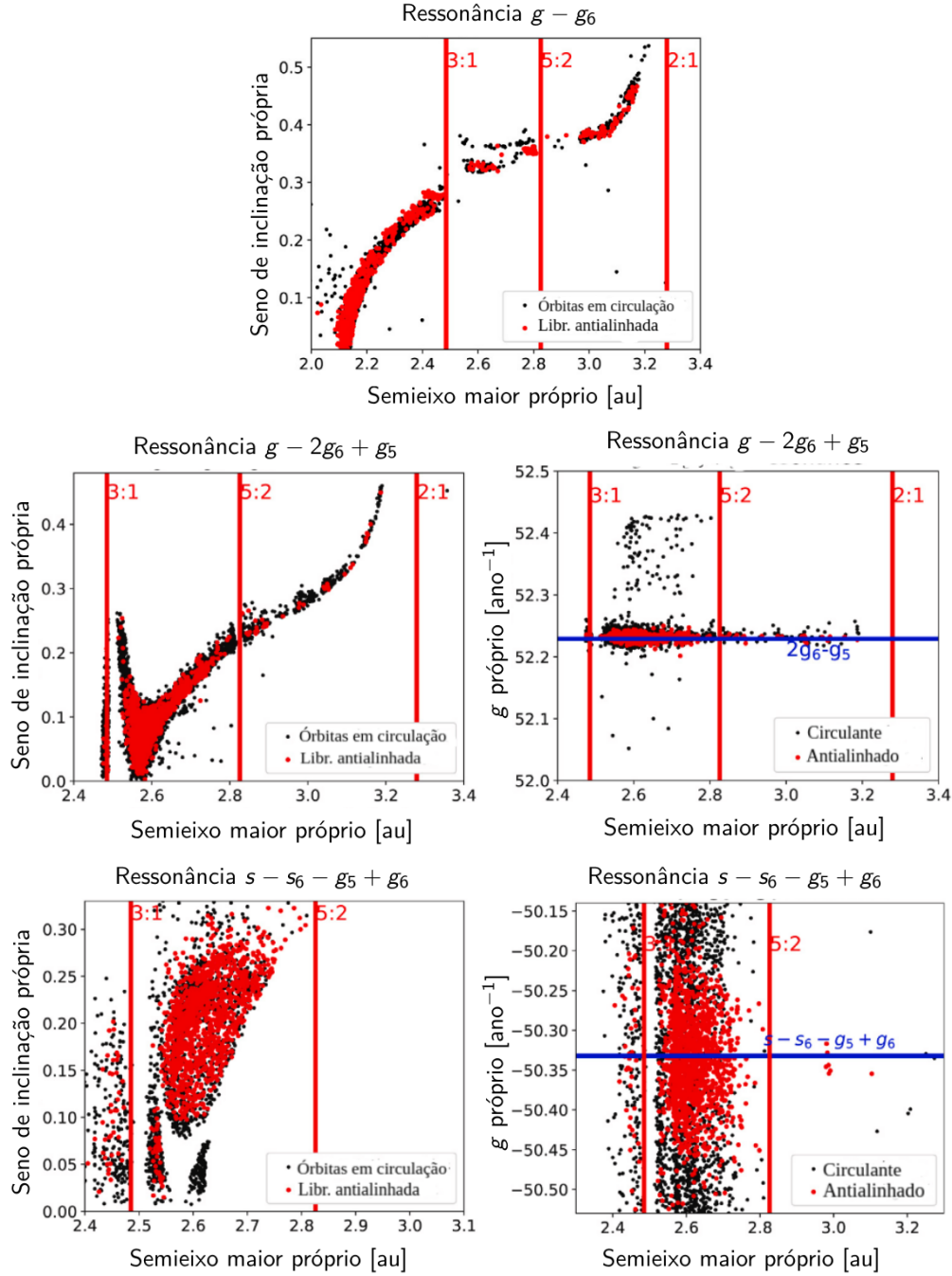
Tabela 6.1 - Ressonâncias seculares do tipo s mais difusivas no cinturão principal, segundo este estudo. São apresentados o argumento ressonante em termos de frequências, o número de asteroides numerados afetados e o valor da frequência de corte f_c utilizada no procedimento de filtragem para cada base de dados.

Ressonância	Número de asteroides	Número de imagens	f_c [Hz]
$\nu_6 = g - g_6$	4850	15	$1 \cdot 10^{-6}$
$g - 2g_6 + g_5$	217	48	$5 \cdot 10^{-5}$
$s - s_6 - g_5 + g_6$	4888	81	$1 \cdot 10^{-5}$

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

A Figura 6.4 apresenta os diagramas dos asteroides em ressonância e em circulação no plano $(a, \sin i)$, onde a é o semieixo maior próprio do asteroide e i é a inclinação do plano orbital em relação à eclíptica. Além disso, podem ser observadas as frequências ressonantes em função do semieixo maior nos planos correspondentes.

Figura 6.4: Distribuição dos asteroides que interagem com ressonâncias seculares nos planos $(a, \sin i)$ (esquerda) e (a, g) ou (a, s) (direita). Painéis de cima para baixo: ν_6 , $g - 2g_6 + g_5$ e $s - s_6 - g_5 + g_6$.



Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2025b), página 4437, *MNRAS* 531, 4432–4443 (2024).

As ressonâncias médias de movimento (MMR) 3:1 e 5:2 com Júpiter delimitam as regiões interna, central e externa do cinturão principal. A ressonância secular ν_6 afeta principalmente órbitas anti-alinhadas, que oscilam em torno do ponto de equilíbrio. As demais órbitas de transição e os poucos objetos em configurações alinhadas são geralmente considerados em circulação.

Conforme descrito em Carruba e Morbidelli (2011), os elementos e as frequências ressonantes específicos devem ser determinados para asteroides em interação com a ressonância ν_6 , cujos diagramas são representados nos domínios da frequência própria g . Asteroides afetados por essa ressonância podem ser encontrados nas regiões interna, central e externa do cinturão principal. Já as ressonâncias $g - 2g_6 + g_5$ e $s - s_6 - g_5 + g_6$ interagem, respectivamente, com asteroides concentrados nas regiões central e externa, e nas regiões central e interna (Carruba et al., 2025b).

6.3.1 Asteroides na ressonância secular ν_6

Neste trabalho, foram avaliados os modelos CNN e ViT ao longo de 12 épocas cada, conforme Carruba et al. (2022). A Tabela 6.2 apresenta as métricas de desempenho obtidas para os argumentos ressonantes da $\nu_6 = g - g_6$, considerando dados não filtrados (U) e filtrados (F). Para os dados não filtrados, o modelo ResNet alcançou F1-score de 93,6% com tempo de execução de 12 minutos. Já para os dados filtrados, o modelo Inception obteve F1-score de 90,1%, com tempo de execução de 12 minutos e 19 segundos (Carruba et al., 2025b).

Tabela 6.2 - Desempenho dos modelos CNN (acurácia, precisão, recall e F1) em imagens não filtradas (U) e filtradas (F) de $\nu_6 = g - g_6$. As três últimas colunas indicam tempo e memória em CPU Intel i7-11700F (GB).

Modelo	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo [m:s]	Memória aloc. [GB]	Mem. máx. [GB]
VGG (U)	95,3	100,0	82,0	90,1	11:38	39,44	97,70
VGG+DA (U)	99,0	100,0	96,0	98,0	11:30	39,47	97,70
VGG+DA+DO (U)	95,8	100,0	84,0	91,3	12:22	43,44	97,70
Inception (U)	96,3	100,0	86,0	92,5	8:50	39,44	97,70
Inception+DA (U)	95,3	100,0	82,0	90,1	10:10	39,55	97,70
Inception+DA+DO (U)	95,3	100,0	82,0	90,1	10:53	39,55	97,70
ResNet (U)	96,9	100,0	88,0	93,6	12:00	39,42	104,97
ResNet+DA (U)	73,8	–	0,0	–	12:34	39,49	105,04
ResNet+DA+DO (U)	73,8	–	0,0	–	13:12	43,43	108,99
VGG (F)	94,8	100,0	80,0	88,9	11:15	39,41	97,70
VGG+DA (F)	84,3	100,0	40,0	57,1	11:35	39,51	97,70
VGG+DA+DO (F)	84,3	100,0	40,0	57,1	12:17	39,48	97,70
Inception (F)	92,3	100,0	82,0	90,1	12:19	39,44	97,70
Inception+DA (F)	92,3	100,0	70,0	82,4	10:42	39,50	97,70
Inception+DA+DO (F)	90,6	100,0	64,0	78,1	10:55	39,55	97,70
ResNet (F)	90,6	100,0	64,0	78,1	12:16	39,41	97,70
ResNet+DA (F)	83,3	100,0	36,0	52,9	12:03	43,44	109,00
ResNet+DA+DO (F)	93,7	100,0	76,9	86,4	12:48	43,43	109,00

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

A Tabela 6.3 apresenta os resultados obtidos para o ViT, considerando imagens filtradas e não filtradas. Para as imagens não filtradas, o melhor desempenho foi alcançado com $num_layers = 1$ e $num_heads = 1$, resultando em F1-score de 96,9% e tempo de execução de apenas 28 segundos. No caso das imagens filtradas, o modelo mais simples com melhor desempenho, utilizando $num_layers = 1$ e $num_heads = 2$, obteve F1-score de 95,8% e tempo de execução de 27 segundos. Modelos mais complexos, com um maior número de camadas e cabeças de atenção, apresentaram desempenho inferior. Observa-se, ainda, que o *overfitting* não afetou os modelos (Carruba et al., 2025b).

Os resultados sugerem que modelos ViT de arquitetura mais simples apresentam desempenho superior. Modelos com valores maiores de num_layers e num_heads apresentaram desempenho inferior em comparação com os valores de 3 ou menos. Por exemplo, na ressonância ν_6 , o modelo mais simples ($num_layers=1$ e $num_heads=1$ para imagens não filtradas) teve o melhor desempenho, enquanto modelos mais complexos performaram mal, chegando a falhar completamente na identificação de asteroides librantés em alguns casos.

Tabela 6.3 - Resultados de acurácia, precisão, recall e F1 dos modelos ViT para imagens U e F de ν_6 , em função de num_layers e num_heads. Tempo, memória e uso máximo foram medidos em CPU Intel i7-11700F (11^a gen, 2,50 GHz), em GB.

n° camadas	n° cabeças	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo [m:s]	Memória aloc. [GB]	Mem. máx. aloc. [GB]
1	1	98,4	100,0	94,0	96,9	28	40,02	83,99
1	2	93,2	100,0	74,0	82,0	1:16	41,76	85,68
1	3	93,7	100,0	76,0	84,0	1:25	41,75	85,68
1	4	95,8	100,0	86,0	91,3	1:29	41,75	85,68
2	1	97,4	100,0	90,0	94,7	1:40	42,03	85,72
2	2	95,8	100,0	84,0	90,1	1:44	42,03	85,72
2	3	96,3	100,0	86,0	91,3	1:48	42,03	85,72
2	4	94,8	100,0	80,0	88,9	1:53	42,03	85,72
3	1	92,7	100,0	72,0	80,0	1:16	42,22	85,76
3	2	97,9	100,0	92,0	95,8	1:16	42,22	85,76
3	3	94,2	100,0	78,0	87,6	1:25	42,22	85,76
3	4	89,0	100,0	58,0	73,4	1:29	42,22	85,76
4	1	94,8	100,0	80,0	88,9	1:40	42,48	85,88
4	2	96,9	100,0	88,0	93,6	1:44	42,48	85,88
4	3	73,8	–	0,0	–	1:48	42,47	85,88
4	4	96,9	100,0	88,0	93,6	1:53	42,48	85,88
1	1	92,2	100,0	70,0	82,4	28	41,76	85,68
1	2	97,9	100,0	92,0	95,8	27	41,76	85,68
1	3	96,9	100,0	88,0	93,6	30	41,75	85,68
1	4	96,3	100,0	86,0	92,5	30	41,75	85,68
2	1	92,7	100,0	72,0	83,7	51	42,03	85,72
2	2	92,2	100,0	70,0	82,4	53	42,03	85,72
2	3	95,3	100,0	82,0	90,1	55	42,03	85,72
2	4	95,8	100,0	84,0	91,3	58	42,03	85,72
3	1	90,6	100,0	64,0	78,1	1:16	42,22	85,76
3	2	97,9	100,0	92,0	95,8	1:16	42,22	85,76
3	3	96,9	100,0	88,0	93,6	1:25	42,22	85,76
3	4	95,3	100,0	82,0	90,1	1:29	42,22	85,76
4	1	97,9	100,0	92,0	95,8	1:40	42,48	85,88
4	2	94,8	100,0	80,0	88,9	1:44	42,48	85,88
4	3	73,8	–	0,0	–	1:48	42,47	85,88
4	4	96,9	100,0	88,0	93,6	1:53	42,48	85,88

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

Tabela 6.4 - Classificação em termos de acurácia, precisão, recall e F1-score obtida pelos modelos Vision Transformers (ViT) para imagens não filtradas (U) e filtradas (F) do banco de ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$, em função dos hiperparâmetros num_layers e num_heads. As três últimas colunas indicam tempo de execução, memória e alocação máxima de memória na CPU Intel(R) Core(TM) i7-11700F @ 2,50 GHz.

num_layers	num_heads	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo [m:s]	Memória aloc. [GB]	Max Memória aloc. [GB]
1	1	98,5	100,0	75,0	85,7	1:25	12,40	28,16
1	2	98,5	100,0	75,0	85,7	1:26	12,40	28,16
1	3	98,5	100,0	75,0	85,7	1:32	12,40	28,16
1	4	95,6	100,0	25,0	40,0	1:38	12,43	28,16
2	1	97,1	100,0	50,0	66,7	2:38	12,43	28,16
2	2	97,1	100,0	50,0	66,7	2:48	12,43	28,16
2	3	95,6	100,0	25,0	40,0	3:03	12,43	28,16
2	4	95,6	100,0	25,0	40,0	3:15	12,43	28,16
3	1	94,1	0,0	0,0	–	4:05	12,45	28,16
3	2	95,6	25,0	40,0	40,0	5:02	12,45	28,16
3	3	100,0	100,0	100,0	100,0	5:16	12,45	28,16
3	4	100,0	100,0	100,0	100,0	5:33	12,45	28,16
4	1	94,1	0,0	0,0	–	6:17	12,48	28,16
4	2	94,1	0,0	0,0	–	6:37	12,48	28,16
4	3	100,0	100,0	100,0	100,0	7:12	12,48	28,16
4	4	94,1	100,0	0,0	100,0	7:11	12,48	28,16
1	1	97,0	100,0	50,0	66,7	4:00	12,60	28,32
1	2	98,5	100,0	75,0	85,7	4:16	12,60	28,32
1	3	97,0	100,0	50,0	66,7	3:30	12,60	28,32
1	4	98,5	100,0	75,0	85,7	4:39	12,60	28,32
2	1	97,0	100,0	50,0	66,7	3:30	12,60	28,32
2	2	98,5	100,0	75,0	85,7	3:53	12,60	28,32
2	3	100,0	100,0	100,0	100,0	4:14	12,60	28,32
2	4	97,0	100,0	50,0	66,7	4:37	12,60	28,32
3	1	95,5	100,0	25,0	40,0	4:40	12,62	28,33
3	2	94,3	100,0	0,0	–	4:49	12,62	28,33
3	3	95,5	100,0	25,0	40,0	5:26	12,62	28,33
3	4	95,5	100,0	25,0	40,0	7:59	12,64	28,34
4	1	94,3	100,0	0,0	–	6:25	12,62	28,34
4	2	94,3	100,0	0,0	–	6:21	12,62	28,34
4	3	94,3	100,0	0,0	–	6:34	12,64	28,34
4	4	94,3	100,0	0,0	–	7:01	12,64	28,34

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

6.3.2 Asteroides na ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$

Os resultados dos modelos CNN para a ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$ são apresentados na Tabela 6.5. Para as imagens não filtradas, o melhor desempenho foi obtido pelo modelo Inception+DA+DO (U), com F1-score de 85,7% e tempo de execução de 41 min e 23 s. Já para as imagens filtradas, o modelo VGG alcançou o melhor resultado, com F1-score de 85,7% e tempo de execução de 40 min e 10 s.

Tabela 6.5 - Classificação em termos de acurácia, precisão, recall e F1-score obtida pelos modelos CNN para imagens não filtradas (U) e filtradas (F) do banco de ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$. As últimas três colunas indicam tempo de execução, memória e alocação máxima de memória observadas na CPU Intel(R) Core(TM) i7-11700F @ 2,50 GHz.

Modelo	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo [m:s]	Memória aloc. [GB]	Mem. máx. aloc. [GB]
VGG	97,1	100,0	50,0	66,7	39:41	12,26	33,11
VGG+DA	97,1	100,0	50,0	66,7	40:51	13,11	33,11
VGG+DA+DO	97,1	100,0	50,0	66,7	42:04	12,26	33,11
Inception	97,1	100,0	50,0	66,7	42:09	12,26	33,11
Inception+DA	97,1	100,0	50,0	66,7	38:20	13,11	33,11
Inception+DA+DO	98,5	100,0	75,0	85,7	41:23	12,26	33,11
ResNet	94,1	—	0,0	—	51:56	12,26	33,11
ResNet+DA	95,6	100,0	25,0	40,0	46:32	13,11	33,11
ResNet+DA+DO	94,1	—	—	—	54:24	13,11	33,11
VGG	98,5	100,0	75,0	85,7	40:10	12,25	33,11
VGG+DA	95,6	100,0	25,0	40,0	35:21	12,26	33,11
VGG+DA+DO	95,6	100,0	25,0	40,0	37:23	12,26	33,11
Inception	97,1	100,0	50,0	66,7	31:56	13,11	33,11
Inception+DA	97,1	100,0	50,0	66,7	36:52	12,26	33,11
Inception+DA+DO	97,1	100,0	50,0	66,7	38:17	12,26	33,11
ResNet	97,1	100,0	50,0	66,7	41:45	12,25	33,11
ResNet+DA	94,1	—	0,0	—	41:48	13,10	33,11
ResNet+DA+DO	95,6	100,0	25,0	40,0	44:40	12,26	33,11

Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2025b), p. 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

Para as imagens osculantes, o melhor desempenho foi alcançado com três camadas e três cabeças de atenção, resultando em F1-score de 100,0% e tempo de execução de 5 min e 16 s. Já para as imagens não filtradas, os modelos com duas camadas e três cabeças de atenção atingiram igualmente F1-score de 100,0%, com tempo de execução de apenas 4 min e 14 s, conforme indicado na Tabela 6.6.

Tabela 6.6 - Classificação em termos de acurácia, precisão, recall e F1-score obtida pelos modelos Vision Transformers (ViT) para imagens não filtradas (U) e filtradas (F) do banco de ressonância secular $g - 2g_6 + g_5$, em função dos hiperparâmetros `num_layers` e `num_heads`. As três últimas colunas indicam tempo de execução, memória e alocação máxima de memória na CPU Intel(R) Core(TM) i7-11700F @ 2,50 GHz.

num_layers	num_heads	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo [m:s]	Memória aloc. [GB]	Max Memória aloc. [GB]
1	1	98,5	100,0	75,0	85,7	1:25	12,40	28,16
1	2	98,5	100,0	75,0	85,7	1:26	12,40	28,16
1	3	98,5	100,0	75,0	85,7	1:32	12,40	28,16
1	4	95,6	100,0	25,0	40,0	1:38	12,43	28,16
2	1	97,1	100,0	50,0	66,7	2:38	12,43	28,16
2	2	97,1	100,0	50,0	66,7	2:48	12,43	28,16
2	3	95,6	100,0	25,0	40,0	3:03	12,43	28,16
2	4	95,6	100,0	25,0	40,0	3:15	12,43	28,16
3	1	94,1	0,0	0,0	–	4:05	12,45	28,16
3	2	95,6	25,0	40,0	40,0	5:02	12,45	28,16
3	3	100,0	100,0	100,0	100,0	5:16	12,45	28,16
3	4	100,0	100,0	100,0	100,0	5:33	12,45	28,16
4	1	94,1	0,0	0,0	–	6:17	12,48	28,16
4	2	94,1	0,0	0,0	–	6:37	12,48	28,16
4	3	100,0	100,0	100,0	100,0	7:12	12,48	28,16
4	4	94,1	100,0	0,0	100,0	7:11	12,48	28,16
1	1	97,0	100,0	50,0	66,7	4:00	12,60	28,32
1	2	98,5	100,0	75,0	85,7	4:16	12,60	28,32
1	3	97,0	100,0	50,0	66,7	3:30	12,60	28,32
1	4	98,5	100,0	75,0	85,7	4:39	12,60	28,32
2	1	97,0	100,0	50,0	66,7	3:30	12,60	28,32
2	2	98,5	100,0	75,0	85,7	3:53	12,60	28,32
2	3	100,0	100,0	100,0	100,0	4:14	12,60	28,32
2	4	97,0	100,0	50,0	66,7	4:37	12,60	28,32
3	1	95,5	100,0	25,0	40,0	4:40	12,62	28,33
3	2	94,3	100,0	0,0	–	4:49	12,62	28,33
3	3	95,5	100,0	25,0	40,0	5:26	12,62	28,33
3	4	95,5	100,0	25,0	40,0	7:59	12,64	28,34
4	1	94,3	100,0	0,0	–	6:25	12,62	28,34
4	2	94,3	100,0	0,0	–	6:21	12,62	28,34
4	3	94,3	100,0	0,0	–	6:34	12,64	28,34
4	4	94,3	100,0	0,0	–	7:01	12,64	28,34

Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

6.3.3 Asteroides na ressonância secular $s - s_6 - g_5 + g_6$

Os melhores resultados foram obtidos pelo modelo VGG com imagens osculantes, alcançando F1-score de 91,9% e tempo de execução de 10 min e 51 s. Para as imagens filtradas, o modelo Inception apresentou o melhor desempenho, atingindo F1-score de 100,0% e tempo de execução de 9 min e 36 s, conforme mostrado na Tabela 6.7.

Tabela 6.7 - Resultados de acurácia, precisão, revocação e F1-score para diferentes modelos de CNN, incluindo tempo de execução e uso de memória, considerando imagens não filtradas (U) e filtradas (F) do banco de ressonância secular $s - s_6 - g_5 + g_6$.

Model	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo [m:s]	Memória aloc. [GB]	Max Memória aloc. [GB]
VGG (U)	94,0	100,0	85,0	91,9	10:51	3,97	10,29
VGG+DA (U)	76,0	100,0	40,0	57,1	10:49	4,30	10,28
VGG+DA+DO (U)	92,0	100,0	80,0	88,9	11:31	4,30	10,28
Inception (U)	90,0	100,0	75,0	85,7	9:18	4,29	10,28
Inception+DA (U)	74,0	100,0	35,0	51,9	9:15	4,66	10,28
Inception+DA+DO (U)	74,0	100,0	35,0	51,9	10:27	4,30	10,28
ResNet (U)	74,0	100,0	35,0	51,9	13:13	3,97	10,53
ResNet+DA (U)	74,0	100,0	35,0	51,9	13:59	3,98	10,54
ResNet+DA+DO (U)	74,0	100,0	35,0	51,9	13:55	3,97	10,54
VGG (F)	98,0	100,0	95,0	97,4	10:28	3,97	10,29
VGG+DA (F)	78,0	100,0	45,0	62,1	10:56	3,98	10,28
VGG+DA+DO (F)	64,0	100,0	10,0	18,2	11:49	3,98	10,28
Inception (F)	100,0	100,0	100,0	100,0	9:36	3,77	10,29
Inception+DA (F)	78,0	100,0	45,0	62,1	11:37	3,99	10,29
Inception+DA+DO (F)	90,0	100,0	75,0	85,7	11:43	3,99	10,29
ResNet (F)	96,0	100,0	90,0	94,7	13:13	3,97	10,53
ResNet+DA (F)	92,0	100,0	80,0	88,9	13:25	3,98	10,54
ResNet+DA+DO (F)	60,0	100,0	0,0	–	13:59	3,97	10,54

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

O ViT apresentou desempenho consistente na análise das interações dos asteroides na ressonância $s - s_6 - g_5 + g_6$. Para as imagens não filtradas, com uma camada e uma cabeça de atenção, obteve F1-score de 94,7% e tempo de execução de 49 s. Já para as imagens filtradas, o melhor resultado foi alcançado com duas camadas e uma cabeça de atenção, atingindo F1-score de 100,0% e tempo de execução de 1 min e 30 s, conforme mostrado na Tabela 6.8.

Tabela 6.8 - Resultados de acurácia, precisão, revocação e F1-score para diferentes modelos Vision Transformers (ViT), considerando imagens não filtradas (U) e filtradas (F) do banco de ressonância secular $s - s_6 - g_5 + g_6$, em função dos hiperparâmetros num_layers e num_heads . As três últimas colunas indicam tempo de execução, memória e alocação máxima de memória na CPU Intel(R) Core(TM) i7-11700F @ 2,50 GHz.

num_layers	num_heads	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo [m:s]	Memória aloc. [GB]	Max Memória aloc. [GB]
1	1	96,0	100,0	90,0	94,7	1:31	4,03	8,80
1	2	82,0	100,0	55,0	71,1	1:35	4,04	8,80
1	3	92,0	100,0	80,0	88,9	1:36	4,04	8,80
1	4	82,0	100,0	55,0	71,1	1:38	4,04	8,80
2	1	86,0	100,0	65,0	78,8	2:13	4,06	8,80
2	2	90,0	100,0	75,0	85,7	2:20	4,06	8,80
2	3	92,0	100,0	80,0	88,9	2:22	4,06	8,80
2	4	90,0	100,0	75,0	85,7	2:27	4,06	8,80
3	1	60,0	—	0,0	—	2:56	4,09	8,80
3	2	96,0	100,0	90,0	94,7	3:01	4,09	8,80
3	3	90,0	100,0	75,0	85,7	3:09	4,09	8,80
3	4	90,0	100,0	75,0	85,7	3:21	4,09	8,80
4	1	60,0	—	0,0	—	4:03	4,11	8,80
4	2	60,0	—	0,0	—	4:04	4,11	8,80
4	3	60,0	—	0,0	—	4:04	4,11	8,80
4	4	60,0	—	0,0	—	4:11	4,11	8,80
1	1	88,0	100,0	70,0	82,4	1:30	4,03	8,80
1	2	86,0	100,0	65,0	78,8	1:32	4,04	8,80
1	3	96,0	100,0	90,0	94,7	1:38	4,04	8,80
1	4	84,0	100,0	60,0	75,0	1:39	4,04	8,80
2	1	100,0	100,0	100,0	100,0	2:12	4,06	8,80
2	2	100,0	100,0	100,0	100,0	2:16	4,06	8,80
2	3	94,0	100,0	85,0	91,9	2:22	4,06	8,80
2	4	86,0	100,0	65,0	78,8	2:26	4,06	8,80
3	1	100,0	100,0	100,0	100,0	2:58	4,09	8,80
3	2	88,0	100,0	70,0	82,4	3:02	4,09	8,80
3	3	100,0	100,0	100,0	100,0	3:08	4,09	8,80
3	4	60,0	—	0,0	—	3:22	4,09	8,80
4	1	60,0	—	0,0	—	4:03	4,11	8,80
4	2	60,0	—	0,0	—	4:04	4,11	8,80
4	3	60,0	—	0,0	—	4:04	4,11	8,80
4	4	60,0	—	0,0	—	4:11	4,11	8,80

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

6.3.4 Identificações pelo LLM

O comportamento do ângulo ressonante com um LLM foi analisado por meio de um script próprio que processa suas representações visuais. O script automatiza o envio de solicitações ao modelo e registra os resultados em um arquivo CSV. O processo é automatizado, sem necessidade de intervenção humana. A identificação da imagem leva aproximadamente 1 segundo, considerando o envio da solicitação, o recebimento e o processamento da resposta.

Os resultados do LLM são apresentados na Tabela 6.9, com a ressonância ν_6 omitida. Como mencionado, o LLM realiza *zero-shot learning*, ou seja, não requer dados de treinamento, fornecendo resultados precisos. Para as ressonâncias $s - s_6 - g_5 + g_6$ e $g - 2g_6 + g_5$, o

número de falsos negativos foi de 3 e 0, respectivamente. Os erros de classificação ocorreram principalmente em falsos positivos, com o LLM rotulando asteroides não ressonantes como ressonantes (Carruba et al., 2025b).

A ressonância ν_6 ($g - g_6$) foi excluída da análise do LLM porque os ângulos ressonantes sofrem muitas variações de curto período, causadas principalmente por Júpiter e Saturno. Isso deixa o padrão instável e dificulta a identificação visual e a classificação feitas pelo LLM, o que a torna menos confiável que nas outras ressonâncias.

Então, os três fatores podem ser identificados como:

- **Natureza da ressonância ν_6 :** O ângulo ressonante da ν_6 sofre fortes perturbações de curto período causadas por Júpiter e Saturno.
- **Solução usada em outros modelos:** Para reduzir esse ruído, destaca-se no artigo o uso da filtragem digital do argumento ressonante, o que ajuda a suavizar as curvas e destacar apenas as variações seculares.
- **Foco do experimento com LLM:** O experimento com o LLM utilizou imagens do ângulo ressonante não filtrado (U). Como a ν_6 é muito ruidosa sem filtragem, sua classificação zero-shot — baseada apenas nos critérios visuais do prompt — ficaria mais difícil e menos confiável, o que justifica sua exclusão das métricas da Tabela 6.9.

Tabela 6.9 - Resultados da identificação das ressonâncias seculares pelo LLM (*zero-shot learning*), considerando tanto os valores iniciais quanto os revisados.

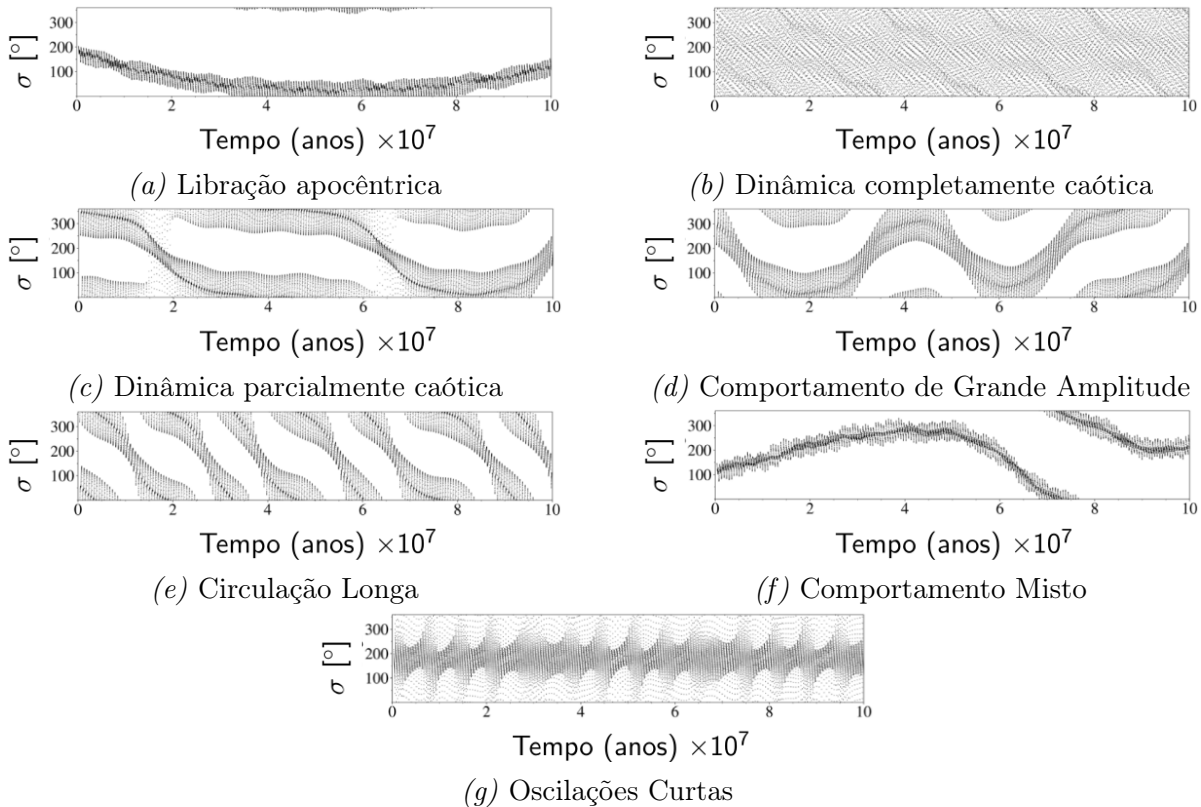
Ressonância	Acurácia	Precisão	Recall	F1
Inicial				
$s - s_6 - g_5 + g_6$	0,82	0,78	0,95	0,85
$g - 2g_6 + g_5$	0,75	0,68	1,00	0,81
Revisado				
$s - s_6 - g_5 + g_6$	0,92	0,89	0,98	0,93
$g - 2g_6 + g_5$	0,81	0,74	1,00	0,85

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

As classificações incorretas são apresentadas na Figura 6.5 e incluem: (1) libração apocêntrica; (2) comportamento caótico, também representado na Figura 6.5; (3) comportamento parcialmente caótico; (4) librações de grande amplitude; (5) circulação lenta (longa); (6) comportamento misto, envolvendo librações e circulações; e (7) oscilações muito curtas.

Estes últimos erros estão ilustrados, nos Painéis (a), (b), (c), (d), (e), (f) e (g) da Figura 6.5. Observa-se que os ângulos ressonantes apresentam numerosas oscilações de curto período. Além disso, a categoria (4) contribui para o surgimento de falsos negativos (Carruba et al., 2025b).

Figura 6.5: Tipos de classificação incorreta pelo LLM: (a) Libração apocêntrica, (b) Totalmente caótica, (c) Parcialmente caótica, (d) Grande amplitude, (e) Circulação longa, (f) Mista, (g) Oscilações curtas.



Fonte: Adaptada do artigo (Carruba et al., 2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

Os falsos negativos também aparecem em outros painéis da Figura 6.5. Outras classificações incorretas estão relacionadas a oscilações curtas, conforme mostrado nos Painéis (c) e (g) da Figura 6.5. Sob análise dos especialistas, esses casos foram identificados como ressonantes, pois apenas oscilações de longo período deveriam ser consideradas. Como ilustrado no Painel (a) da Figura 6.5, a libração apocêntrica pode ser definida diretamente no enunciado ou pela análise da imagem dentro dos limites $-\pi$ a π , em vez de 0 a 2π . Seguindo Murray e Dermott (2000) e Shevchenko (2020), a circulação lenta também é considerada uma forma de comportamento ressonante, como mostrado no Painel (e) da Figura 6.5. Amplitudes grandes são difíceis de identificar, pois o ângulo ressonante atravessa as fronteiras, e o LLM frequentemente não as reconhece no Painel (d) da Figura 6.5.

Comportamentos mistos, que combinam libração e circulação, podem ser observados no Painel (f) da Figura 6.5, e seu caráter transitório dificulta a diferenciação. Nesta análise, cinco casos de classificações incorretas identificados pelos especialistas foram formalmente considerados falsos negativos, mas, após nova avaliação, foram reclassificados (Carruba et al., 2025b).

6.4 Comentários Finais

A análise de três grandes conjuntos de imagens de asteroides em ressonâncias seculares mostra que os modelos ViT apresentam desempenho superior ao das CNNs, sendo mais rápidos e precisos, com resultados até perfeitos em bancos de dados maiores, conforme apresentado na Tabela 6.10. Modelos ViT simples, com poucas camadas e cabeças de atenção, tendem a generalizar melhor e evitar *overfitting*, embora exijam grandes volumes de dados. CNNs ainda podem ser vantajosas em conjuntos menores ou menos complexos, devido à menor demanda computacional e histórico consolidado de desenvolvimento.

Os LLMs também demonstraram alto desempenho, sem necessidade de treinamento ou ajuste de código, podendo ser aprimorados com estratégias de *prompt* e *auto-validation*. Além disso, o desempenho desses modelos, que utilizam *zero-shot learning*, pode ser ainda mais aprimorado ao incluir *exemplos de fronteira* (*borderline examples*) nos *prompts*. Técnicas de mitigação, como *refinement* (refinamento) e *self-validation* (autovalidação), podem ser aplicadas para aumentar a precisão e reduzir erros.

Em resumo, para classificação de imagens de argumentos ressonantes, recomenda-se o uso de ViT ou LLM, com estudo adequado de hiperparâmetros para cada banco de dados, confirmando a eficácia da atenção em problemas desse tipo (Vaswani et al., 2017).

Tabela 6.10 - Desempenho dos modelos ViT nas três bases estudadas: número de imagens, melhores valores de *num_layers* e *num_heads*, F1-score, tempo de execução, presença de sobreajuste (*overfitting*) e se superou a CNN. U = não filtradas; F = filtradas.

Ressonância	N° imagens	<i>num_layers</i>	<i>num_heads</i>	F1 [%]	Tempo [m:s]	Overfitting	Melhor que CNN?
ν_6 (U)	4850	3	1	96,9	5:16	Não	Não
$g - 2g_6 + g_5$ (U)	15217	1	1	100,0	4:49	Não	Sim
$s - s_6 - g_5 + g_6$ (U)	48881	3	3	94,7	5:28	Sim	Sim
ν_6 (F)	4850	2	1	95,8	4:14	Não	Sim
$g - 2g_6 + g_5$ (F)	15217	2	2	100,0	1:30	Sim	Sim
$s - s_6 - g_5 + g_6$ (F)	48881	3	3	100,0	4:27	Não	Sim

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025b), página 4437, MNRAS 531, 4432–4443 (2024).

O estudo descrito neste capítulo foi publicado no artigo científico “*Vision Transformers for identifying asteroids interacting with secular resonances*” no periódico *Icarus*.

É importante ressaltar que o meu nome não está entre os autores, pois participei do estudo, auxiliando na obtenção das simulações numéricas e na geração das figuras referentes aos

modelos de CNNs e ao modelo ViT. O objetivo principal da minha atuação no estudo foi adquirir conhecimento e aprender sobre as aplicações de modelos CNN e ViT. Em paralelo a este estudo e às reuniões de discussão dos resultados, o material do artigo de minha autoria estava sendo preparado. O estudo apresentado neste capítulo foi muito importante para adquirir conhecimento sobre o assunto.

Identificação por Aprendizado Profundo de Asteroides que Interagem com Ressonâncias Seculares $g - s$

7.1 Introdução

Relembrando o que foi visto no Capítulo 2, as ressonâncias do tipo s são caracterizadas pela relação entre as frequências de precessão do nodo do asteroide (indicadas como s) e a frequência de precessão do nodo do planeta. Uma das mais importantes ressonâncias do tipo s é a ressonância $\nu_6 = s - s_6$ por seu efeito em asteroides altamente inclinados Carruba (2010). Essa ressonância é um dos mecanismos mais fortes para desestabilizar as órbitas dos corpos do Cinturão Principal de asteroides e produzir asteroides próximos à Terra. No entanto, configurações orbitais estáveis nas quais o pericentro do asteroide está alinhado ou anti-alinhado com o pericentro de Saturno existem dentro da ressonância. A população de asteroides na ressonância ν_6 estável é a maior população de asteroides em órbitas estáveis dentro de uma ressonância secular.

Carruba et al. (2022) identificaram a maior quantidade de amostras, 10.004 imagens, de argumentos ressonantes de asteroides librando na ressonância ν_6 já produzidas até o momento. Naquele trabalho, para identificar asteroides na ressonância citada, os autores utilizaram métodos envolvendo redes neurais artificiais (ANN), agrupamento e abordagens de aprendizado de máquina supervisionadas otimizadas por meio do uso de algoritmos genéticos. Tais amostras são bastante valiosas, pois podem ser utilizadas para reconhecimento automático de imagens do comportamento ressonante de asteroides por redes neurais artificiais.

Como vimos no Capítulo 5, aquele estudo utilizou um método de aprendizagem profunda para criar modelos de detecção automática para estudar e modelar 11 ressonâncias do tipo s no cinturão principal de asteroides e na região dos Hungarias, com foco nas quatro mais difusivas. Os resultados mostraram que modelos de *CNN* aplicados a imagens filtradas são muito mais eficazes, em termos de métricas como acurácia, precisão, *recall* e *F1-score*, do que aqueles que utilizam imagens de argumentos ressonantes osculatórios. Portanto, concluiu-se que argumentos ressonantes filtrados devem ser preferencialmente empregados para identificar asteroides que interagem com ressonâncias seculares.

No estudo mostrado no Capítulo 6 foi demonstrado que métodos de visão computacional baseados na arquitetura *Transformer* tendem a superar os modelos *CNN* se a escala do banco de dados de imagens for grande o suficiente. Naquele estudo, foi desenvolvido um modelo *Vision Transformer* (ViT) e aplicado a bancos de dados publicamente disponíveis para as três ressonâncias seculares ν_6 , $g - 2g_6 + g_5$ e $s - s_6 - g_5 + g_6$. Os resultados mostraram que a arquitetura ViT superou os modelos *CNN* em velocidade e precisão, evitando *overfitting*. Se pesquisas de ajuste de hiperparâmetros forem realizadas para cada banco de dados analisado, os modelos ViT devem ser preferíveis à *CNN*.

Como continuação das aplicações vistas nos Capítulos 6 e 7, neste Capítulo é apresentado um estudo sobre as ressonâncias que envolvem combinações $g-s$ e a frequência do asteroide. Como exemplo, pode ser citada a ressonância secular $g-g_6-s+s_6$. Este tipo de ressonância afeta asteroides altamente inclinados no cinturão principal interno ao redor da família *Phocaea* Carruba (2009) e possivelmente no cinturão central. No estudo foram aplicados três modelos de *CNN* e a arquitetura ViT, com ou sem uso de técnicas de regularização. Tais modelos são utilizados para identificar grupos e famílias de asteroides em ressonâncias seculares. Obtivemos resultados importantes e avaliamos qual modelo apresentou a melhor eficácia, por meio da classificação de uma série de métricas, com ênfase em um conjunto de critérios/parâmetros.

7.2 Metodologia

Como vimos no Capítulo 2, o Cinturão Principal de asteroides é composto por três regiões: interna, central e externa. A parte interna está localizada entre as ressonâncias orbitais de movimento médio 7:2 e 3:1 com Júpiter. A parte central está entre as ressonâncias orbitais 3:1 e 5:2 com o planeta Júpiter. É uma área populosa e densa, com cerca de 93% dos asteroides. Por fim, a parte externa constitui a porção mais distante dessa vasta região. Ela é delimitada pelas ressonâncias orbitais 5:2 e 2:1 com Júpiter, abrigando apenas 2% a 3% dos asteroides do cinturão principal.

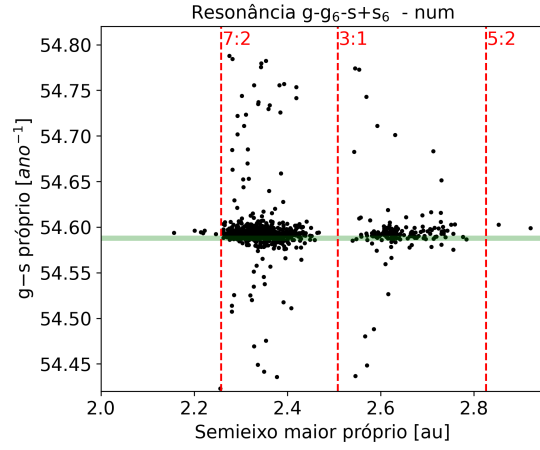
A Tabela 1.1, apresentada no Capítulo 1, mostra a distribuição dos asteroides nas três regiões, com seus respectivos intervalos do semieixo maior (a). É importante ressaltar que esses limites de ressonância e os valores correspondentes de semieixo maior são aproximados, podendo variar ligeiramente devido à dinâmica complexa do Sistema Solar e à influência de outros fatores, como interações gravitacionais entre asteroides e a presença de planetas anões, como Ceres.

Para selecionar asteroides nas ressonâncias objeto deste estudo, foram considerados valores de $g - s$ no intervalo de $g_6 - s_6 = 54,59 \text{ arcsec yr}^{-1}$, com tolerância de $\pm 0,2 \text{ arcsec yr}^{-1}$. De acordo com Carruba (2009), esse intervalo é suficientemente amplo para contemplar toda a população em libração, mas restrito o bastante para não incluir uma população de asteroides demasiadamente grande.

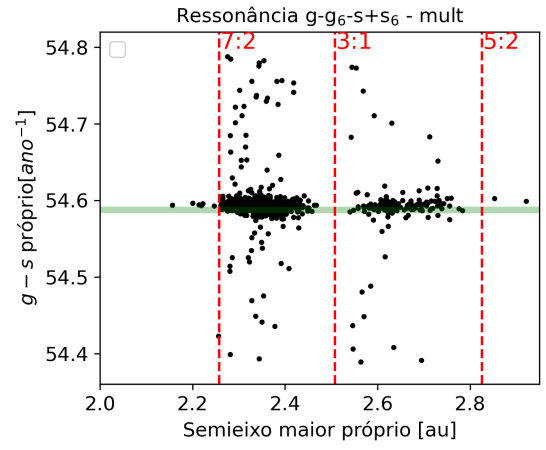
Utilizando conjuntos de dados baixados do AstDys (<https://newton.spacedys.com/astdys/>, Knežević e Milani (2003), acessado em 10 de março de 2024), foram identificados 895 asteroides numerados e 799 asteroides de múltiplas observações que poderiam interagir com a ressonância $g - g_6 - s + s_6$. As quantidades de asteroides selecionados em cada região do cinturão podem ser vistas na Tabela 2.4, no Capítulo 2.

Para uma melhor compreensão de como os asteroides, que podem interagir com a ressonância $g - g_6 - s + s_6$, estão distribuídos nas regiões de interesse com relação ao semieixo maior e à inclinação, foram geradas projeções dos asteroides no plano dos elementos próprios $(a, g - s)$ e $(a, \sin(i))$, como mostra a Figura 7.1.

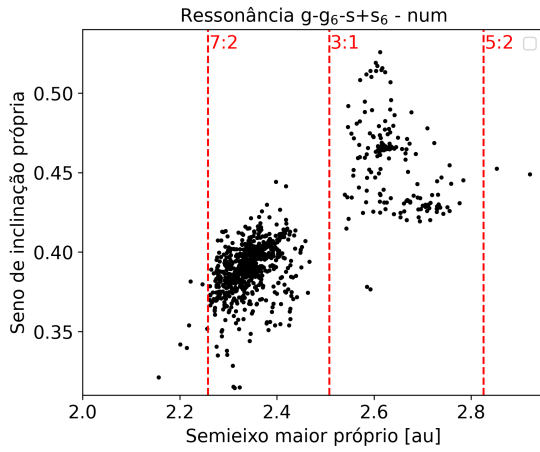
Figura 7.1: Projeções de asteroides candidatos a interagir com a ressonância $g - g_6 - s + s_6$. Os painéis superiores mostram $(a, g - s)$ e os inferiores $(a, \sin i)$.



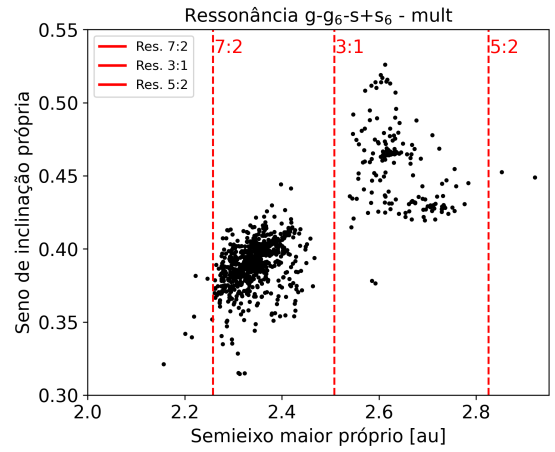
(a)



(b)



(c)



(d)

Analisando a Figura 7.1, pode-se ver que, na região interna do cinturão, a inclinação dos asteroides varia de 0° a 10° . Na região central, a inclinação varia entre 5° e 15° , e na externa varia entre 10° e 30° . Como resultado desta análise, pode-se dizer que os valores da inclinação tendem a aumentar à medida que o asteroide se afasta. Cada região apresenta uma estrutura orbital distinta, causada pela rede local de ressonâncias de movimento médio e ressonâncias seculares.

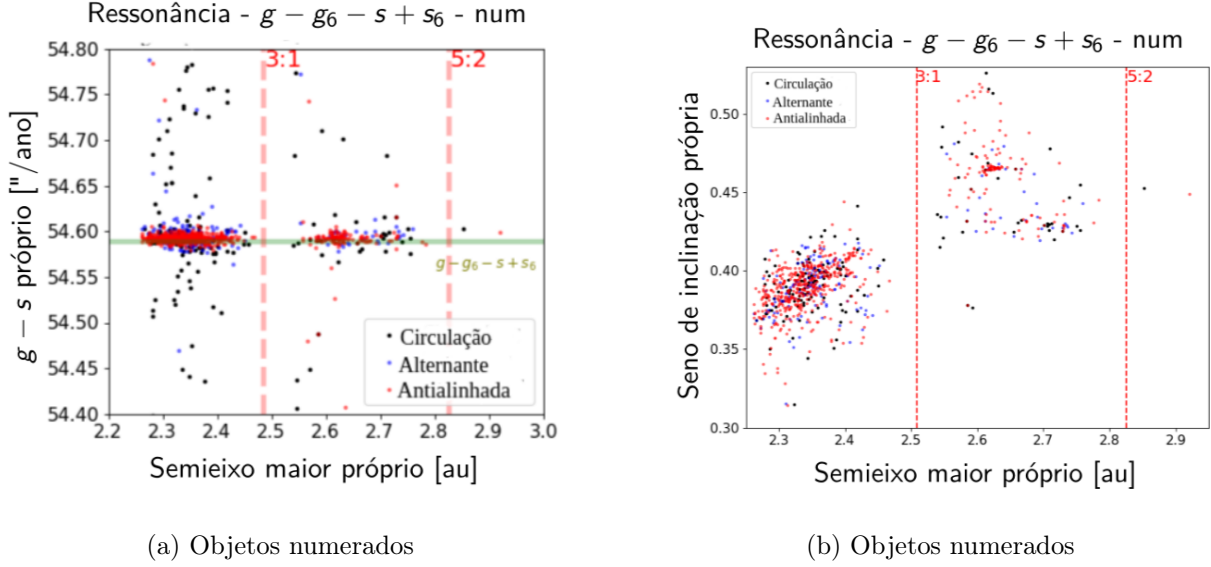
A distribuição desses objetos mostrou que 77,1% dos 895 objetos numerados estão na região interna, 21,6% na região central e 0,6% na parte externa. Com relação aos objetos de múltiplas observações, 65,3% estão na região interna e 34,4% na região central. A região externa tem somente 0,6%. A Tabela 2.4 mostra como os asteroides identificados estão distribuídos nas regiões do cinturão. A Figura 7.1 mostra a distribuição dos asteroides selecionados e sua interação com as ressonâncias 7:2, 3:1 e 5:2. Os painéis (a) e (b) apresentam possíveis candidatos que podem interagir com a ressonância $g - g_6 - s + s_6$, no domínio $(a, g - s)$. Os painéis (c) e (d) ilustram essa interação no domínio $(a, \sin(i))$.

O cinturão principal de asteroides, localizado entre as órbitas de Marte e Júpiter, é dividido em zonas pela interação com Júpiter. A parte interna (entre ressonâncias 7:2 e 3:1) vai de 2,06 a 2,50 au; a parte média (3:1 e 5:2) de 2,50 a 2,82 au; e a parte externa (5:2 e 2:1) de 2,82 a 3,28 au, conforme pode ser observado na Figura 7.1 e Tabela 1.1. A identificação de asteroides em ressonância secular tem sido historicamente realizada por inspeção visual, um método que se tornou impraticável devido ao volume massivo de dados.

Na Figura 7.2 é mostrada a interação das ressonâncias seculares com os asteroides numerados. No painel 2(a), as partículas em libração se concentram próximo ao centro da ressonância (linha azul), com poucos casos dispersos, confirmando a validade da análise. O painel 2(b) mostra que os pontos estão entre 0,3 e 0,6 radianos, com os circulantes e de transição concentrados antes da ressonância 3:1 e maior dispersão entre 3:1 e 5:2 (linhas tracejadas); os objetos anti-alinhados (em vermelho) apresentam maior dispersão.

Com os dados da Tabela 2.4, o passo seguinte foi gerar imagens da evolução do ângulo ressonante em função do tempo para cada um dos objetos, a partir de simulações numéricas. Assim, foram geradas 1.694 imagens.

Figura 7.2: O painel (a) mostra a projeção em $(a, g - s)$ para asteroides numerados, enquanto o painel (b) mostra a projeção em $(a, \sin i)$ para o mesmo conjunto de corpos. Esses objetos são possíveis candidatos a interagir com a ressonância $g - g_6 - s + s_6$, observando-se maior concentração e dispersão das partículas pretas e azuis em interação com a ressonância 3:1, correspondente à região mais interna do Cinturão Principal



As simulações numéricas foram realizadas utilizando o software *Swift* (<https://www.boulder.swri.edu/hal/swift.html>). Em seguida, procedeu-se à classificação das imagens por inspeção visual. Inicialmente, foram classificados os objetos numerados, seguidos daqueles com múltiplas oposições. Para a classificação dos argumentos de ressonância, empregaram-se três rótulos (labels): 0, 1 e 2. As etapas de processamento e análise foram implementadas em Python, com o uso da biblioteca Keras. O treinamento, teste e validação dos modelos foram realizados em uma CPU com Intel Core i7-11700F.

A identificação de asteroides em ressonância secular não linear é geralmente realizada por meio da inspeção visual de gráficos de séries temporais de argumentos ressonantes obtidos por meio de simulações numéricas. O asteroide de interesse é integrado a um esquema conservativo sobre a influência dos oito planetas em escalas de tempo de 10 a 20 milhões de anos. A integração numérica é realizada com o integrador *SWIFT-MVSF* do pacote *SWIFT* Levison e Duncan (1994).

Assim, imagens do argumento ressonante ($\sigma = g - g_6 - s + s_6$), em função do tempo, para a ressonância em estudo, foram geradas para cada um dos asteroides selecionados anteriormente. Lembrando que, se σ libra em torno de um ponto de equilíbrio, considera-se que o asteroide está dentro da ressonância (rótulo 1). Se σ cobre todo o intervalo de 0 a 360 graus (rótulo 0), então o asteroide não é ressonante, estando em circulação. Alguns asteroides podem alternar fases de libração com fases de circulação (rótulo 2). Para este trabalho, consideraremos objetos em órbitas de alternância entre libração e circulação como não ressonantes, a fim de ter um problema de classificação binária. Portanto, objetos do rótulo 2 foram considerados como sendo de rótulo 0.

Dessa forma, a classificação binária ocorreu entre rótulos 0 e 1. Exemplos de imagens de argumentos ressonantes em estados de libração, circulação e alternância de fases de libração com circulação podem ser vistos na Figura 7.3.

7.3 Aplicação de CNNs

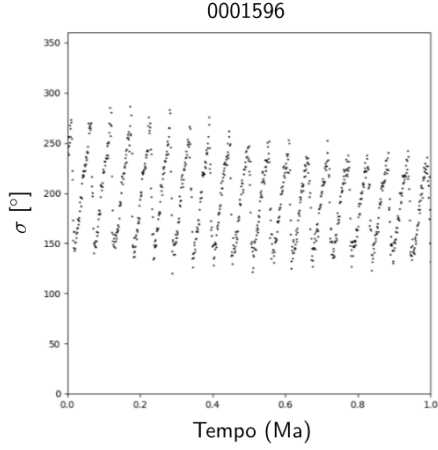
Relembrando o que vimos anteriormente, as CNNs são capazes de aprender automaticamente padrões e estruturas hierárquicas em imagens. No Capítulo 3 foram discutidos os seguintes modelos:

- **VGG**: arquitetura simples e uniforme baseada em camadas convolucionais e de *max-pooling*; destaca-se pela precisão, mas com alto custo computacional.
- **Inception**: utiliza módulos específicos para extrair características em múltiplas escalas, tornando a análise mais eficiente.
- **ResNet**: introduz blocos residuais e conexões de atalho, permitindo treinar redes muito profundas e reduzindo o problema do gradiente desaparecendo.

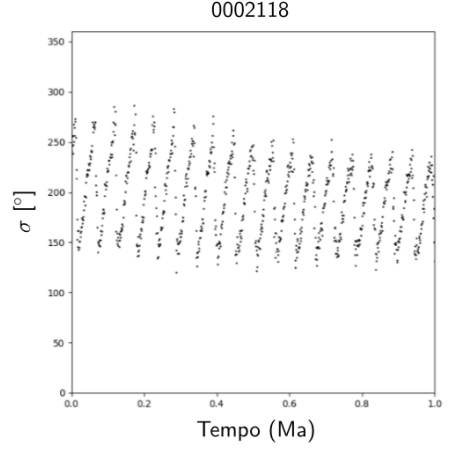
Para todos os asteroides, foram geradas imagens correspondentes aos seus argumentos de ressonância, como os exemplos mostrados na Figura 7.3. O conjunto de imagens foi dividido em amostras de treinamento (70%), validação (20%) e teste (10%).

Como mencionado, neste estudo são aplicados os três modelos juntamente com técnicas de regularização DA e DO, seguindo o que foi apresentado no Capítulo 6.

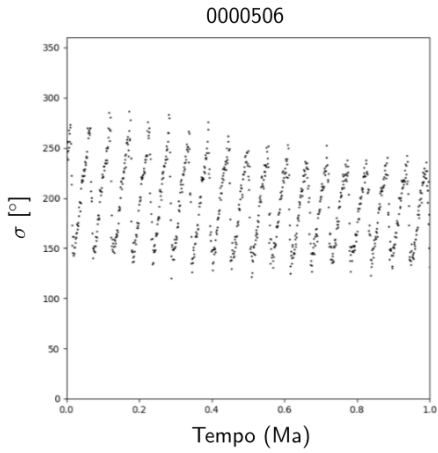
Figura 7.3: As imagens representam exemplos do comportamento do ângulo ressonante $\sigma = g - g_6 - s + s_6$ como uma função do tempo para seis asteroides das regiões de interesse neste estudo. Na primeira, segunda e terceira linha estão exemplos de ângulos ressonantes em estado de libração, circulação e alternância de fase, respectivamente



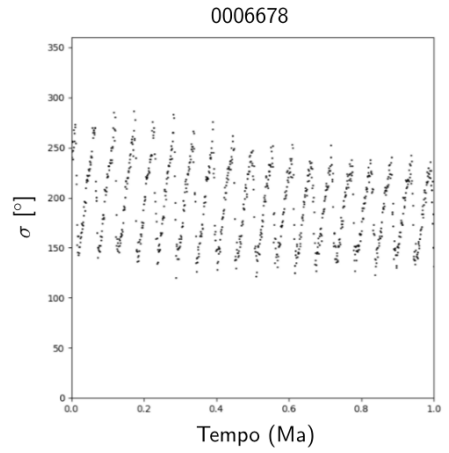
(a)



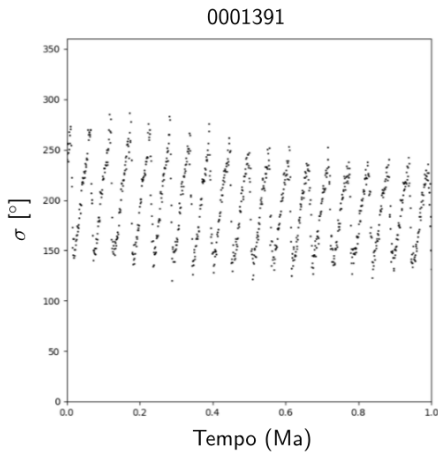
(b)



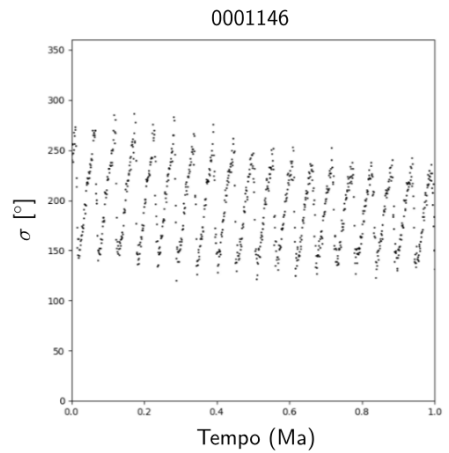
(c)



(d)



(c)



(d)

Para avaliar o desempenho dos modelos, foram usadas métricas como acurácia, precisão, recall e $F1$ -score. Essas métricas foram aplicadas a elementos filtrados (F) e não filtrados (U). Elementos filtrados rigorosamente selecionam dados com características específicas para maior precisão e redução de ruído, enquanto elementos não filtrados fornecem maior volume de dados para robustez da rede. Isso significa que um conjunto maior e mais diversificado de dados é disponibilizado para a rede, incluindo informações que podem ser ruidosas ou irrelevantes. Por outro lado, uma rede que é treinada com um grande volume de dados tem mais chances de generalizar bem, ou seja, de se adaptar a novos dados que não viu durante o treinamento. Isso é crucial para a robustez, pois permite que a rede funcione eficazmente em situações reais.

Conforme mostrado nos Painéis (4a) e (4b) da Figura 5.4, no Capítulo 5, o desempenho das redes se mantém consistente tanto com elementos filtrados quanto com não filtrados, indicando que a diversidade do conjunto de dados potencializa a capacidade de generalização do modelo.

7.3.1 Discussão dos resultados - CNN

Os resultados das aplicações são apresentados na Tabela 7.1. As colunas referem-se ao modelo, acurácia (%), precisão (%), recall (%), $F1$ -score (%), tempo de processamento em segundos (s), mínimo e máximo consumo de memória em gigabytes (GB), respectivamente. As letras U e F significam que as imagens utilizadas para obter os resultados são não filtradas e filtradas, respectivamente. Os resultados das três últimas colunas foram observados utilizando um processador 11^a Geração Intel(R) Core(TM) i7-11700F @ 2,50 GHz.

Tabela 7.1 - Classificação em termos de acurácia, precisão, recall e F1-score para modelos CNN em imagens não filtradas (U) e filtradas (F) dos argumentos ressonantes $g - s + s_6 - g_6$, alternando U e F por bloco. Últimas colunas: tempo de execução, memória usada e memória máxima alocada (GB).

Modelo	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo	Memória [GB]	Mem máx [GB]
U							
VGG (U)	95,8	100,0	94,9	97,4	02:04	83,2	339,1
VGG+DA (U)	97,9	100,0	97,4	98,7	02:13	79,1	334,2
VGG+DA+DO (U)	81,3	100,0	76,9	87,0	02:09	78,2	334,5
F							
VGG (F)	95,8	100,0	94,9	97,4	02:03	77,2	333,6
VGG+DA (F)	91,7	100,0	89,7	94,6	02:08	77,9	334,2
VGG+DA+DO (F)	95,8	100,0	94,9	97,4	02:16	83,4	339,8
U							
Inception (U)	97,9	100,0	97,4	98,7	01:45	83,2	187,2
Inception+DA (U)	91,7	100,0	89,7	94,6	01:45	83,2	187,1
Inception+DA+DO (U)	97,9	100,0	97,4	98,7	01:46	78,4	187,2
F							
Inception (F)	95,8	100,0	94,9	97,4	01:45	77,4	186,8
Inception+DA (F)	87,5	100,0	84,6	91,7	01:42	83,5	186,8
Inception+DA+DO (F)	95,8	100,0	94,9	97,4	01:47	78,2	186,8
U							
ResNet (U)	97,9	100,0	97,4	98,7	02:37	77,1	733,1
ResNet+DA (U)	100,0	100,0	100,0	100,0	02:28	78,9	733,2
ResNet+DA+DO (U)	95,8	100,0	94,9	97,4	03:02	78,4	733,2
F							
ResNet (F)	95,8	100,0	94,9	97,4	02:40	77,2	732,7
ResNet+DA (F)	97,9	100,0	97,4	98,7	02:25	83,4	739,3
ResNet+DA+DO (F)	95,8	100,0	94,9	97,4	02:52	83,3	738,9

Analisando as colunas da Tabela 7.1, pode-se ver que:

- VGG com a técnica de regularização DA (VGG+DA) aplicada a elementos não filtrados apresentou o melhor resultado com relação às métricas utilizadas entre todas as aplicações feitas com o modelo VGG com e sem regularização. Comparando as aplicações VGG + DA com elementos filtrados e não filtrados, pode-se notar que o mínimo de alocação de memória é maior para o caso não filtrado. Tal resultado já era esperado, visto que elementos não filtrados fornecem maior volume de dados para a robustez da rede.
- Inception sem regularização e com as regularizações DA e DO (Inception DA+DO) aplicadas a elementos não filtrados apresentou os melhores resultados para as métricas analisadas para esse modelo. Com relação aos tempos mínimos e máximos de alocação de memória, os resultados foram semelhantes. Vale a pena destacar que, para esse modelo, quando comparado ao modelo VGG+DA, a máxima alocação de memória é cerca de 55% daquela utilizada pelo VGG+DA.
- ResNet com regularização DA aplicada a elementos não filtrados atingiu uma eficiência de 100% em todas as métricas analisadas. É importante notar que o modelo ResNet, com regularização e sem regularização, para os elementos filtrados e não filtrados, tem um tempo máximo de alocação de memória cerca de 4,2 vezes aquela ne-

cessária pelo modelo Inception. Ainda, comparando aos outros modelos, ResNet+DA apresentou a maior eficácia, tornando-o mais adequado para fazer previsões entre a CNN, incluindo ambos os elementos filtrados (F) e não filtrados (U).

Para compreender melhor e fazer uma comparação entre os resultados da Tabela 7.1 com relação às métricas obtidas para cada modelo aplicado a elementos não filtrados (U), na Figura 7.4 são apresentados painéis da evolução no tempo de cada uma das métricas obtidas para os melhores resultados de aplicação dos modelos a elementos não filtrados. Na Figura 7.4, as linhas azuis e verdes estão associadas aos modelos ResNet e Inception regularizados com a técnica DA. A linha laranja corresponde ao modelo Inception sem regularização. De maneira semelhante, a Figura 7.5 apresenta o desempenho ao longo do tempo para o mesmo conjunto de métricas, mas para os elementos filtrados (F).

Figura 7.4: Desempenho dos modelos VGG+DA, Inception e ResNet+DA em função do tempo em segundos. As métricas correspondem ao desempenho em porcentagem dos modelos aplicados a elementos não filtrados (U). O painel (a) apresenta a métrica de acurácia, enquanto os demais painéis mostram precisão, recall e F1-score, respectivamente. As linhas verde, laranja e azul estão associadas aos modelos ResNet+DA, Inception e VGG+DA, respectivamente.

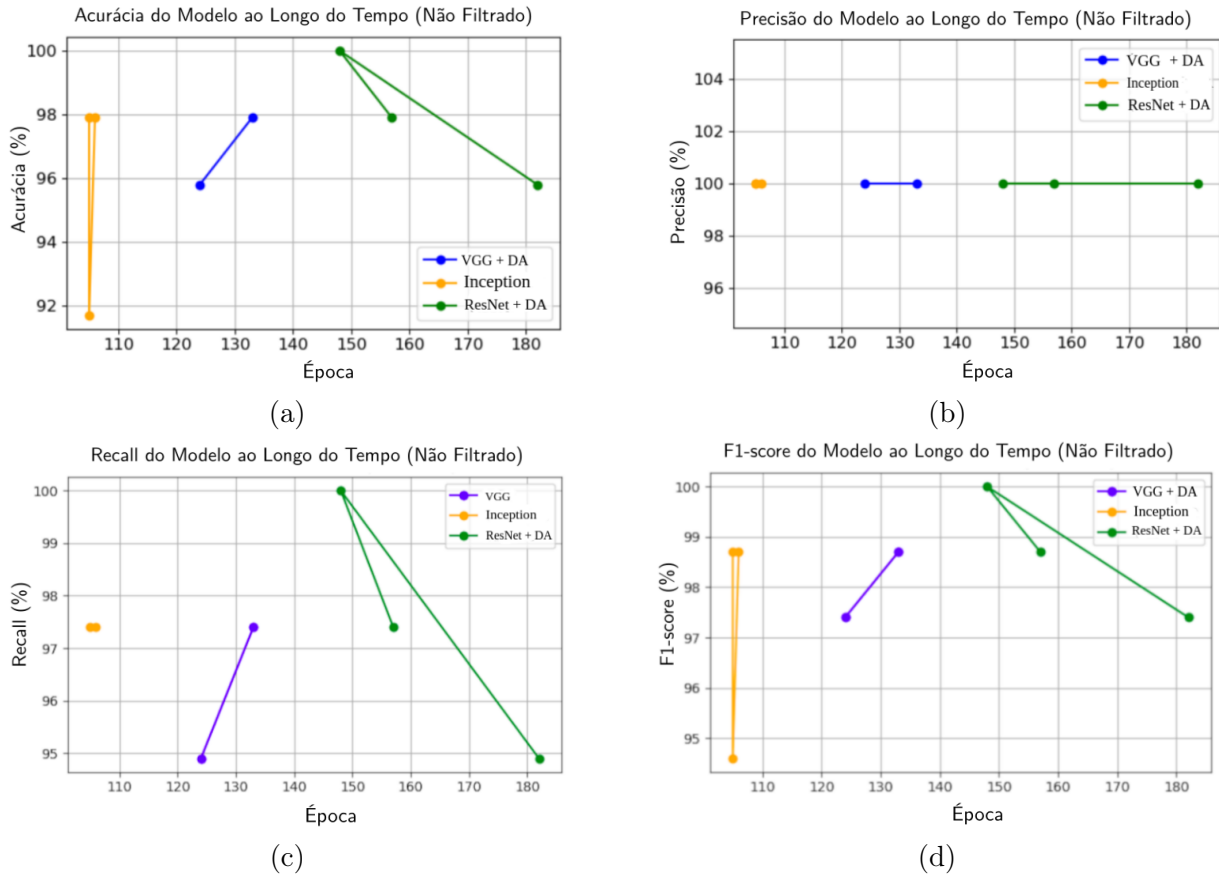
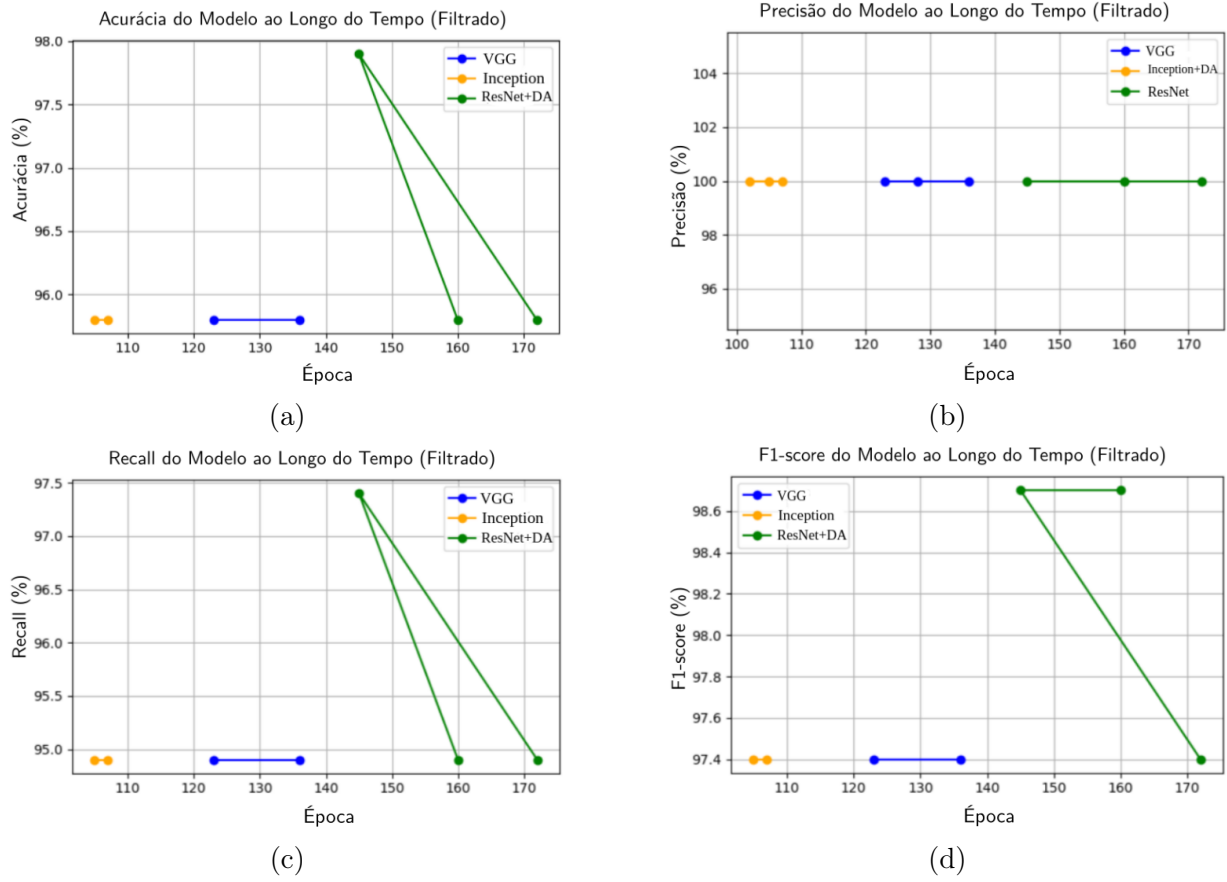


Figura 7.5: Projeções de asteroides candidatos a interagir com a ressonância $g - g_6 - s + s_6$. Os painéis superiores mostram $(a, g - s)$ e os inferiores $(a, \sin i)$.



Analisando as Figuras 7.4 e 7.5, pode-se ver que todos os valores de acurácia, que variam de 81,3% a 100%, superam os valores de recall, independentemente do modelo utilizado, seja com ou sem filtro, regularizado ou não. O menor valor de acurácia registrado foi 81,3%, enquanto o menor valor de recall foi 76,9%.

Como pode ser visto na Tabela 7.1 e visualizado na Figura 7.4, o modelo de rede ResNet+DA destaca-se ao atingir o valor máximo da métrica de precisão em todos os casos apresentados na Tabela 7.1, evidenciando um alto nível de eficiência em comparação aos três modelos testados. Além disso, essa rede apresenta o melhor desempenho nas métricas de recall e F1-score, alcançando 100% no modelo não filtrado em um tempo de 2 minutos e 28 segundos. Para os modelos filtrados, a ResNet+DA mantém essa excelência, registrando 97,4% no recall e 98,7% no F1-score, em 2 minutos e 25 segundos.

Ao comparar as métricas dos modelos VGG+DA, ResNet+DA e Inception para os modelos aplicados a elementos filtrados, surgem diferenças significativas nas métricas de recall

e $F1$ -score, evidentes na Tabela 7.1 e ilustradas na Figura 7.5, em que as variações de desempenho entre os três modelos são apresentadas de maneira clara. Ambos os modelos VGG e ResNet apresentam um padrão de crescimento semelhante nas métricas de recall e $F1$ -score, com ou sem técnicas de regularização, como Data Augmentation (DA) e Dropout (DO). O modelo VGG+DA+DO registra um recall de 94,9% e um $F1$ -score de 97,4%. O modelo ResNet+DA exibe um comportamento semelhante, indicando que as técnicas de regularização influenciam positivamente o desempenho, mas também resultam em quedas quando usadas em conjunto.

Diferentemente de VGG e ResNet com técnicas de regularização, o modelo Inception não segue a mesma tendência nas métricas de recall e $F1$ -score. Isso sugere que ele pode não se beneficiar das mesmas técnicas de regularização da mesma forma que os outros modelos. Os resultados do Inception indicam uma falta de conformidade com as tendências observadas nos modelos VGG e ResNet ao comparar as métricas recall e $F1$ -score, reportadas na Tabela 7.1 e apresentadas na Figura 7.5, representando um desempenho distinto e possivelmente inferior em relação aos outros dois modelos.

7.4 Aplicação da Arquitetura ViT

A aplicação da arquitetura *Vision Transformer* (ViT) seguiu o estudo apresentado no Capítulo 6. O modelo ViT é avaliado usando amostras de imagens não filtradas e filtradas dos argumentos ressonantes de $\sigma = g - g_6 - s + s_6$. Esses argumentos ressonantes são analisados como uma função dos hiperparâmetros, como `num_layers` (número de camadas) e `num_heads` (número de cabeças de atenção), fornecendo a classificação das mesmas métricas mostradas na Tabela 7.1.

Diferentemente de VGG e ResNet com técnicas de regularização, o modelo Inception não segue a mesma tendência nas métricas de recall e $F1$ -score. Isso sugere que ele pode não se beneficiar das mesmas técnicas de regularização da mesma forma que os outros modelos. Os resultados do Inception indicam uma falta de conformidade com as tendências observadas nos modelos VGG e ResNet ao comparar as métricas recall e $F1$ -score, reportadas na Tabela 7.1 e apresentadas na Figura 7.5, representando um desempenho distinto e possivelmente inferior em relação aos outros dois modelos.

7.5 Aplicação da Arquitetura ViT

A aplicação da arquitetura *Vision Transformer ViT* seguiu o estudo apresentado no Capítulo 6. O modelo ViT é avaliado usando amostras de imagens não filtradas e filtradas dos argumentos ressonantes de $\sigma = g - g_6 - s + s_6$. Esses argumentos ressonantes são analisados como uma função dos hiperparâmetros, como **num_layers** (número de camadas) e **num_heads** (número de cabeças de atenção), fornecendo a classificação das mesmas métricas mostradas na Tabela 7.1.

Lembrando que os hiperparâmetros **num_layers** e **num_heads** referem-se a parâmetros de configuração dos modelos *Vision Transformers* (ViT). O hiperparâmetro **num_layers** determina o número de camadas que compõem o modelo ViT. Quanto maior o número de camadas, mais profundo e potencialmente mais expressivo se torna o modelo. O hiperparâmetro **num_heads**, por sua vez, define o número de cabeças de atenção usadas no mecanismo de atenção do modelo ViT. Mais cabeças de atenção podem ajudar o modelo a capturar diferentes tipos de relacionamentos entre os elementos de entrada.

7.5.1 Discussão dos resultados - ViT

Os resultados da aplicação da arquitetura ViT podem ser vistos nas Tabelas 7.2 e 7.3 para elementos não filtrados e filtrados, respectivamente. As tabelas apresentam a classificação do modelo *Vision Transformer* (ViT) em termos de acurácia, precisão, *recall* e *F1-score*, bem como o tempo de execução e alocações mínima e máxima de memória, em função dos hiperparâmetros **num_layers** (número de camadas) e **num_heads** (número de cabeças de atenção). A memória utilizada e a alocação máxima de memória observada foram com um processador 11^a Geração Intel(R) Core(TM) i7-11700F 2,50 GHz. As alocações de memória são medidas em gigabytes (GB). Os hiperparâmetros estão dispostos em ordem crescente de dimensão (1×1 , 2×2 , 3×3 e 4×4) para permitir uma análise mais clara de sua influência nas métricas de desempenho do modelo ViT.

Tabela 7.2 - Classificação em termos de acurácia, precisão, recall e F1-score para o modelo Vision Transformer (ViT) em imagens não filtradas (U) dos argumentos ressonantes $g - s + s_6 - g_6$, em função dos hiperparâmetros num_layers e num_heads . Últimas colunas: tempo de execução, memória usada e memória máxima alocada (GB).

num_Layers	num_Heads	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1 [%]	Tempo	Mem.	Memória máx.
1	1	97,9	100,0	97,4	98,7	11	80,02	162,54
1	2	93,8	100,0	92,3	96,0	10	80,02	162,54
1	3	97,9	100,0	97,4	98,7	11	80,02	162,54
1	4	95,8	100,0	94,9	97,4	11	80,02	162,54
2	1	97,9	100,0	97,4	98,7	19	82,78	162,41
2	2	97,9	100,0	97,4	98,7	20	82,81	162,41
2	3	97,9	100,0	97,4	98,7	20	88,29	162,41
2	4	97,9	100,0	97,4	98,7	21	82,78	162,41
3	1	97,9	100,0	97,4	98,7	28	85,34	162,64
3	2	100,0	100,0	100,0	100,0	29	85,34	162,64
3	3	100,0	100,0	100,0	100,0	29	90,80	162,65
3	4	97,9	100,0	97,4	98,7	31	85,36	162,65
4	1	100,0	100,0	100,0	100,0	37	87,90	162,87
4	2	100,0	100,0	100,0	100,0	38	87,87	162,86
4	3	100,0	100,0	100,0	100,0	39	87,86	162,86
4	4	100,0	100,0	100,0	100,0	40	87,89	162,86

Tabela 7.3 - Classificação em termos de acurácia, precisão, recall e F1-score para diferentes configurações de hiperparâmetros aplicadas às imagens filtradas (F).

num_Layers	num_Heads	Acurácia [%]	Precisão [%]	Recall [%]	F1-score [%]	Tempo	Memória alocada	Memória máx.
1	1	95,8	100,0	94,9	97,4	7	97,34	178,93
1	2	97,9	100,0	97,4	98,7	7	97,33	178,93
1	3	95,8	100,0	94,9	97,4	8	97,39	178,93
1	4	97,9	100,0	97,4	98,7	8	97,38	178,93
2	1	97,9	100,0	97,4	98,7	13	99,98	179,16
2	2	91,7	100,0	89,7	94,6	14	99,98	179,17
2	3	91,7	100,0	89,7	94,6	14	105,44	179,17
2	4	93,8	100,0	92,3	96,0	15	99,94	179,17
3	1	97,9	100,0	97,4	98,7	19	107,78	179,54
3	2	97,9	100,0	97,4	98,7	20	107,75	179,55
3	3	91,7	100,0	89,7	94,6	20	102,17	179,54
3	4	97,9	100,0	97,4	98,7	20	102,18	179,54
4	1	89,6	100,0	87,2	93,2	25	104,83	180,78
4	2	97,9	100,0	97,4	98,7	27	104,80	180,77
4	3	91,7	100,0	89,7	94,6	27	104,83	180,78
4	4	18,8	-	0,0	-	28	104,67	180,78

Analisando a Tabela 7.2, pode-se ver que, de modo geral, o desempenho de classificação é muito elevado, especialmente em termos de precisão, que é de 100,0% em praticamente todas as configurações testadas. Em particular:

- **Configurações de Camada Única ($num_layers = 1$):**
 - A acurácia varia entre 93,8% (com 2 heads) e 97,9% (com 1 ou 3 heads);
 - O F1-score varia entre 96,0% (2 heads) e 98,7% (3 heads).
- **Configurações com 2 camadas ($num_layers = 2$):**
 - A acurácia se estabiliza em 97,9% para todas as configurações de heads (1 a 4);

- O F1-score varia entre 96,0% (2 heads) e 98,7% (3 heads).
- **Desempenho máximo:**
 - Com 100,0% em acurácia, precisão, recall e F1-score, alcançado em configurações com maior número de camadas:
 - * Para 3 camadas (`num_layers = 3`), o desempenho máximo é atingido a partir de 2 heads;
 - * Para 4 camadas (`num_layers = 4`), todas as configurações de heads (1 a 4) apresentam 100,0% em todas as métricas.
- **Tempo de execução:**
 - Diretamente proporcional ao aumento dos hiperparâmetros `num_layers` e `num_heads`;
 - Tempo mínimo registrado: 10 s (1 layer, 1 head);
 - Tempo máximo registrado: 40 s (4 layers, 4 heads).
- **Memória Alocada (Min. e Máx.):**
 - A memória mínima tende a aumentar conforme o número de camadas (`num_layers`) aumenta, variando de 80,02 GB (1 layer) a aproximadamente 87,89 GB (4 layers);
 - Os valores de memória máxima alocada permanecem relativamente estáveis dentro dos grupos de camadas. Para 1 camada, a memória máxima é 162,54 GB, enquanto que para 4 camadas, atinge ligeiramente 162,86 GB (4 heads).

Analisando os resultados para o caso de aplicação da arquitetura ViT para elementos filtrados, mostrados na Tabela 7.3, a filtragem de imagens tem um impacto significativo e complexo no desempenho de classificação (acurácia e F1-score) e no uso de recursos (tempo e memória), conforme observado na comparação entre as tabelas de resultados.

A filtragem de imagens leva a uma queda geral na capacidade de classificação do modelo ViT, em comparação com os resultados obtidos com imagens não filtradas, como mostrado na Tabela 7.4. Com amostras não filtradas, o modelo ViT alcança 100,0% em acurácia, precisão, recall e F1-score em configurações mais profundas (a partir de 3 camadas e 2

heads). No entanto, com amostras filtradas, o modelo não atinge 100,0% em nenhuma das configurações testadas. A acurácia máxima para amostras filtradas é de 97,9%, enquanto que para amostras não filtradas o modelo consegue consistentemente 100,0% em diversas configurações. Em certas configurações de alta complexidade (4 camadas, 4 heads), a acurácia para amostras filtradas cai drasticamente para 18,8%, com recall e F1-score registrando 0,0%, indicando uma falha completa na classificação.

Tabela 7.4 - Comparação entre os resultados obtidos com imagens não filtradas (Tabela 7.2) e filtradas.

Métrica	Imagens não Filtradas	Imagens Filtradas	Efeito da Filtragem
Melhor Acurácia	100,0% (Múltiplas configs.)	97,9% (Múltiplas configs.)	Redução na acurácia máxima
Melhor F1-score	100,0% (Múltiplas configs.)	98,7% (Múltiplas configs.)	Redução no F1-Score máximo

Com relação ao recurso computacional de tempo de execução e alocação de memória, a filtragem de imagens tem efeitos opostos no tempo de execução e na alocação de memória. A filtragem de imagens leva a uma redução no tempo de execução do modelo ViT, por exemplo, o tempo de execução varia de 10 s (mínimo) a 40 s (máximo) para imagens não filtradas. Para imagens filtradas, o tempo de execução varia de 7 s (mínimo) a 28 s (máximo). Isso sugere que, embora o desempenho de classificação caia, o processamento das amostras filtradas é mais rápido. A filtragem de imagens resulta em um aumento substancial na alocação de memória necessária para o processamento, como mostrado na Tabela 7.5. O aumento na memória alocada para as amostras filtradas ocorre apesar da redução no tempo de execução.

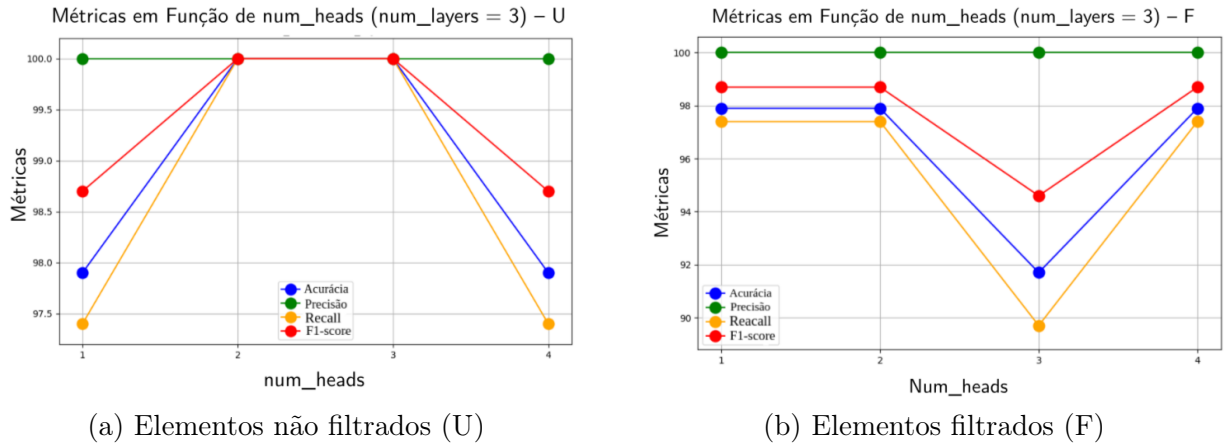
Tabela 7.5 - Comparação entre os resultados obtidos com imagens não filtradas (Tabela 7.2) e filtradas (Tabela 7.3) com relação à alocação de memória.

Métrica	Imagens não Filtradas	Imagens Filtradas	Efeito da Filtragem
Memória Mínima	80,02 GB	97,34 GB	Aumento (cerca de 10–25 GB)
Memória Máxima	87,89 GB	105,44 GB	Aumento (cerca de 16–18 GB)

Como conclusão da comparação entre os resultados das aplicações do modelo ViT para elementos não filtrados e filtrados, pode-se dizer que a filtragem de imagens afeta o ViT de maneira dicotômica: diminui o tempo de execução, mas aumenta significativamente a memória alocada (mínima e máxima). Com relação ao desempenho, a filtragem prejudica o desempenho de classificação, impedindo o modelo de alcançar 100,0% de acurácia, algo que ele conseguia com as imagens não filtradas.

Na Figura 7.6 são mostrados os valores dos resultados das métricas (acurácia, precisão, recall e $F1$ -score) analisadas para o modelo ViT em função do hiperparâmetro `num_head` para os casos de elementos filtrados e não filtrados. No painel (6a) da Figura 7.6, o ViT demonstra desempenho superior para elementos não filtrados (U), enquanto o painel (6b) mostra desempenho ligeiramente inferior para elementos filtrados (F), de forma similar aos modelos CNN.

Figura 7.6: O painel (a) mostra o desempenho do modelo ViT, incluindo quatro métricas (acurácia, precisão, recall e $F1$ -score) em função do número de *heads* para a fase 3, considerando os elementos não filtrados (U). O painel (b) apresenta as mesmas métricas para os elementos filtrados (F). Em ambos os painéis, as cores azul, verde, laranja e vermelha representam as métricas mencionadas.



A arquitetura ViT oferece vantagens como escalabilidade, flexibilidade, eficiência, capacidade de aprender diferentes representações e padrões de entrada, e generalização para dados não vistos, com execução paralela, tornando o processo computacionalmente eficiente. No entanto, enfrenta desafios como o custo computacional (maior uso de memória e tempo de processamento), interdependência das cabeças, dificuldades de interpretação e ajuste de hiperparâmetros.

7.5.2 Comparação entre CNNs e ViT

A comparação da eficiência entre os modelos CNNs e ViT na abordagem de classificação de asteroides afetados pela ressonância $g - s + s_6 - g_6$ é analisada com base em métricas como acurácia, precisão, recall e $F1$ -score, além de considerar o tempo de processamento e o consumo de memória. Dois tipos de dados são analisados: não filtrados e filtrados.

Em termos de desempenho nas métricas de classificação, a arquitetura *Vision Transformer* (ViT) obteve o melhor desempenho, maior incidência das métricas e índices percentuais mais altos, fornecendo o melhor resultado para todas as métricas testadas, considerando as imagens não filtradas. No entanto, a escolha do modelo ideal para este tipo de estudo é condicionada por um equilíbrio entre o desempenho e o custo computacional. O modelo ViT alcançou o valor máximo (100%) em todas as quatro métricas testadas em pelo menos seis configurações para os elementos não filtrados. Por exemplo, com 3 camadas (`num_layers`) e 2 cabeças de atenção (`num_heads`), o ViT atingiu 100% em todas as métricas.

Com relação aos modelos CNNs que foram testados (VGG, Inception e ResNet), o modelo *ResNet + DA (U)* (com *Data Augmentation* e elementos não filtrados) apresentou o melhor desempenho, alcançando 100% em todas as quatro métricas avaliadas. Ao comparar os três modelos CNNs com o ViT, pode-se dizer que a classificação, com relação ao melhor desempenho dos modelos, é:

- *Vision Transformer* aplicado a elementos não filtrados;
- *ResNet + DA (U)* aplicado a elementos não filtrados.

No que diz respeito ao custo computacional (tempo de processamento e memória), o desempenho superior do ViT deve ser ponderado em relação ao tempo de processamento e ao consumo de memória, pois, neste aspecto, há uma clara inversão da sequência de desempenho observada nas métricas, como pode ser visto na Tabela 7.6. O ViT, em sua melhor configuração para 100% de performance (3 camadas, 2 cabeças), levou 29 segundos, o que representa aproximadamente $1/5$ do tempo praticado pelo *ResNet + DA (U)*. No entanto, o tempo de processamento e o consumo de memória do ViT foram significativamente mais altos do que para os modelos CNN em geral. O tempo de processamento do ViT aumentou gradualmente com o incremento de camadas e cabeças, podendo chegar a 40 minutos para a camada (4×4) com elementos não filtrados (U).

Tabela 7.6 - Comparação entre os modelos ViT e CNN entre os resultados obtidos com imagens não filtradas (Tabela 7.2) com relação ao melhor desempenho entre os modelos testados.

Modelo	Configuração	Acurácia	Tempo (s)	Memória Alocada (GB)
ViT	3 camadas, 2 cabeças	100%	00:29	85,34 (Total: 162,64)
CNN	ResNet + DA	100%	02:28	78,9 (Total: 733,2)

7.6 Conclusões

Este estudo empregou técnicas de aprendizado de máquina, como Redes Neurais Convolucionais (CNNs) e Vision Transformers (ViT), para identificar e classificar asteroides do cinturão principal afetados pela ressonância secular $g - g_6 - s + s_6$. Estratégias de regularização, incluindo *Data Augmentation* e *Dropout*, foram avaliadas para otimizar o desempenho dos modelos.

A arquitetura Vision Transformer (ViT) apresentou o melhor desempenho geral, obtendo as melhores métricas, especialmente em elementos não filtrados (U). Contudo, esse desempenho superior implicou maior consumo de memória e maior demanda computacional comparado às CNNs. Na configuração mais eficiente, o ViT alcançou 100% de acurácia mais rapidamente que a melhor CNN (*ResNet+DA* (U)), porém com maior alocação de memória.

Os resultados evidenciam a eficácia dessas arquiteturas de *deep learning* para lidar com grandes volumes de dados astronômicos, indicando potencial para pesquisas futuras. A escolha do modelo ideal dependerá do compromisso entre desempenho e recursos computacionais disponíveis.

O estudo descrito neste capítulo foi publicado no artigo científico “*Deep learning identification of asteroids interacting with $g - s$ secular resonances*” no periódico *Planetary and Space Science*. Participaram da publicação do artigo, como colaboradores, o orientador e dois estudantes de graduação de projetos de Iniciação Científica da UNESP, que auxiliaram no monitoramento das simulações numéricas. A primeira página do artigo pode ser vista no Apêndice B.

Escalas de tempo para ciclos co-orbitais de asteroides troianos de Vênus

8.1 Introdução

Asteroides coorbitais são corpos que compartilham a mesma órbita de um planeta, estando em uma ressonância de movimento médio 1:1 com ele. Segundo Murray e Dermott (2000), as configurações coorbitais tradicionais no Problema Restrito Circular de Três Corpos (CR3BP) compreendem órbitas do tipo girino (T) em torno dos pontos de equilíbrio de Lagrange L_4 (TL4) e L_5 (TL5), assim como órbitas em ferradura (H).

As configurações de satélites retrógrados (RS) surgem para excentricidades e inclinações maiores. Nas órbitas do tipo RS, o corpo permanece próximo ao planeta perturbador, oscilando em torno do ângulo ressonante ($\theta = \lambda - \lambda_P$). Além das órbitas do tipo RS, também existem órbitas compostas, que resultam da combinação de diferentes configurações. Entre elas destacam-se as órbitas HRS, que mesclam características de ferradura e satélite retrógrado, e as órbitas TRS, que combinam propriedades de (T) e satélite retrógrado, conforme discutido em Namouni (1999) e Namouni et al. (1999).

Asteroides coorbitais são corpos que compartilham a mesma órbita de um planeta, encontrando-se em ressonância de movimento médio 1:1 com esse planeta. Segundo Murray e Dermott (2000), as configurações coorbitais tradicionais no Problema Restrito Circular de Três Corpos (CR3BP) compreendem órbitas T em torno dos pontos de equilíbrio de Lagrange L_4 (TL4) e L_5 (TL5), assim como órbitas em ferradura (H).

As configurações de satélites retrógrados (RS) surgem em excentricidades e inclinações mais elevadas. Nas órbitas RS, o corpo permanece nas proximidades do planeta perturbador e do respectivo ângulo ressonante ($\theta = \lambda - \lambda_P$). Além das órbitas RS, também existem órbitas compostas, que resultam da combinação de diferentes configurações. Entre elas destacam-se as órbitas HRS, que mesclam características de ferradura e satélite retrógrado, e as órbitas TRS, que combinam propriedades T e satélite retrógrado, conforme discutido em Namouni (1999) e Namouni et al. (1999). Essas diferentes configurações são dinâmicas e podem evoluir ao longo do tempo. As perturbações planetárias podem induzir transições naturais entre elas, de modo que, por exemplo, uma órbita inicialmente do tipo TL4 pode evoluir para uma configuração RS.

Ao considerar a estabilidade das diferentes configurações coorbitais, é importante destacar o comportamento particularmente instável dos objetos associados a Vênus. Os Troianos de Vênus apresentam comportamento altamente caótico, podendo sofrer encontros próximos com múltiplos planetas, apresentando tempos de Lyapunov da ordem de 150 anos (Tancredi, 1998).

Ao considerar o estudo de uma única órbita, dispõe-se de pouca informação; entretanto, quando se realizam estudos estatísticos com clones de asteroides distribuídos dentro das incertezas de seus elementos orbitais, é possível obter informações mais robustas sobre sua dinâmica de longo prazo (Christou, 2000).

Segundo a abordagem de Christou (2000), os modos de libração coorbitais da Terra e de Vênus mostraram-se suficientemente estáveis para resistir às perturbações planetárias do Sistema Solar ao longo de dezenas de milhões de anos. No entanto, esses objetos podem permanecer apenas temporariamente nessa condição, por escalas de tempo de alguns milhões de anos (Morais e Morbidelli, 2006).

Embora tais objetos possam ser aprisionados em estados coorbitais, os Troianos associados a planetas como Vênus geralmente migram para órbitas de passagem, afastando-se da ressonância 1:1 que garantiria sua permanência em ciclos coorbitais.

Os coorbitais de Vênus tendem a apresentar valores de excentricidade superiores a 0,38. Assim, objetos com excentricidade suficientemente elevada podem interceptar a órbita terrestre. Além disso, a descoberta desses corpos torna-se mais provável (Morais e Morbidelli, 2006).

Apesar desses fatores que poderiam facilitar a observação, o primeiro Troiano de Vênus foi descoberto em 2004 (322756 2001 CK32; (Brasser et al., 2004)). Posteriormente, novos coorbitais foram identificados; mais recentemente, as descobertas relatadas por Carruba et al. (2024) e Pan e Gallardo (2025) elevaram o número total de Troianos de Vênus para 20.

Conforme apresentado na Tabela 8.1, muitos desses objetos têm suas órbitas determinadas com base em arcos observacionais. Os autores deste trabalho analisaram uma grande amostra de clones de cada um dos asteroides coorbitais conhecidos, considerando os seis elementos orbitais, e adotaram a classificação de Di Ruzza et al. (2023), justificando essa escolha por oferecer uma caracterização mais consistente e robusta dos tipos orbitais dos coorbitais de Vênus.

Tabela 8.1 - Denominação dos asteroides, inclinação orbital em relação ao plano de Vênus, tipo orbital instantâneo, código de condição orbital (OCC) e data da solução para os elementos orbitais, conforme reportado pelo sistema JPL Horizons Ephemeris.

Ast. Den.	Inclinação [°]	Classificação Orbital Inst.	OCC	Data Horizons
2013 ND15	4,79856	TL4?	7	17 Out. 2024
2015 WZ12	13,56120	TL4?	6	17 Out. 2024
2020 BT2	4,09413	TL4	8	14 Out. 2021
2012 XE133	4,79856	TL5?	0	17 Out. 2024
2020 QU5	0,76899	TL5?	8	23 Ago. 2020
2020 CL1	45,48249	RS?	1	17 Out. 2024
2021 XA1	6,29235	RS?	8	02 Dez. 2021
2022 BL5	12,20995	RS	7	17 Out. 2024
2022 CD	6,67231	RS	5	17 Out. 2024
2022 UA13	8,24926	RS?	6	17 Out. 2024
2023 BB1	10,79968	RS	7	17 Out. 2024
322756	8,13131	HRS	0	17 Out. 2024
2014 JU15	9,10233	HRS?	7	17 Out. 2024
2019 HH3	13,56120	HRS?	7	17 Out. 2024
2020 SB	5,750413	HRS	1	17 Out. 2024
2021 XO3	4,945735	HRS?	8	07 Dez. 2021
2023 QS7	30,497288	HRS?	8	31 Ago. 2023
2024 AF6	15,054635	HRS	6	17 Out. 2024
524522	9,036792	TRS	0	17 Out. 2024
2020 SV5	14,452226	TRS?	7	15 Abr. 2021

Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 3, Icarus 433, 116508 (2025).

O presente estudo concentra-se na análise de ciclos coorbitais completos, introduzindo novas metodologias numéricas, incluindo a aplicação de filtros digitais às séries temporais dos ângulos ressonantes, seguindo a abordagem proposta por Carruba et al. (2024).

O primeiro método adotado consiste em considerar um ciclo coorbital completo, registrando o tempo durante o qual o ângulo filtrado permaneceu em torno de 0° por um período superior a 4.000 anos. Dessa maneira, é possível estimar a duração de um ciclo coorbital. O segundo método baseia-se no rastreamento de encontros próximos com o planeta Vênus, permitindo a construção de séries temporais do número de tais encontros, sendo pertinente observar que um grande número de encontros próximos indica que vários clones do asteroide deixaram o estado coorbital.

Para isso, cada série temporal construída consiste em uma sequência de pontos de dados cujas propriedades estatísticas, como média, variância e autocorrelação, permanecem constantes ao longo do tempo. A série temporal de encontros atinge um estado estacionário quando a maioria dos clones dos asteroides deixa a configuração coorbital, refletindo a mudança na dinâmica do sistema.

Além disso, os autores deste estudo investigaram o possível efeito da força de Yarkovsky sobre a duração de um ciclo coorbital. Paralelamente, propuseram analisar encontros próximos e potenciais colisões com os três planetas terrestres mais internos: Mercúrio, Vênus e Terra.

8.2 Classificação instantânea dos co-orbitais de Vênus

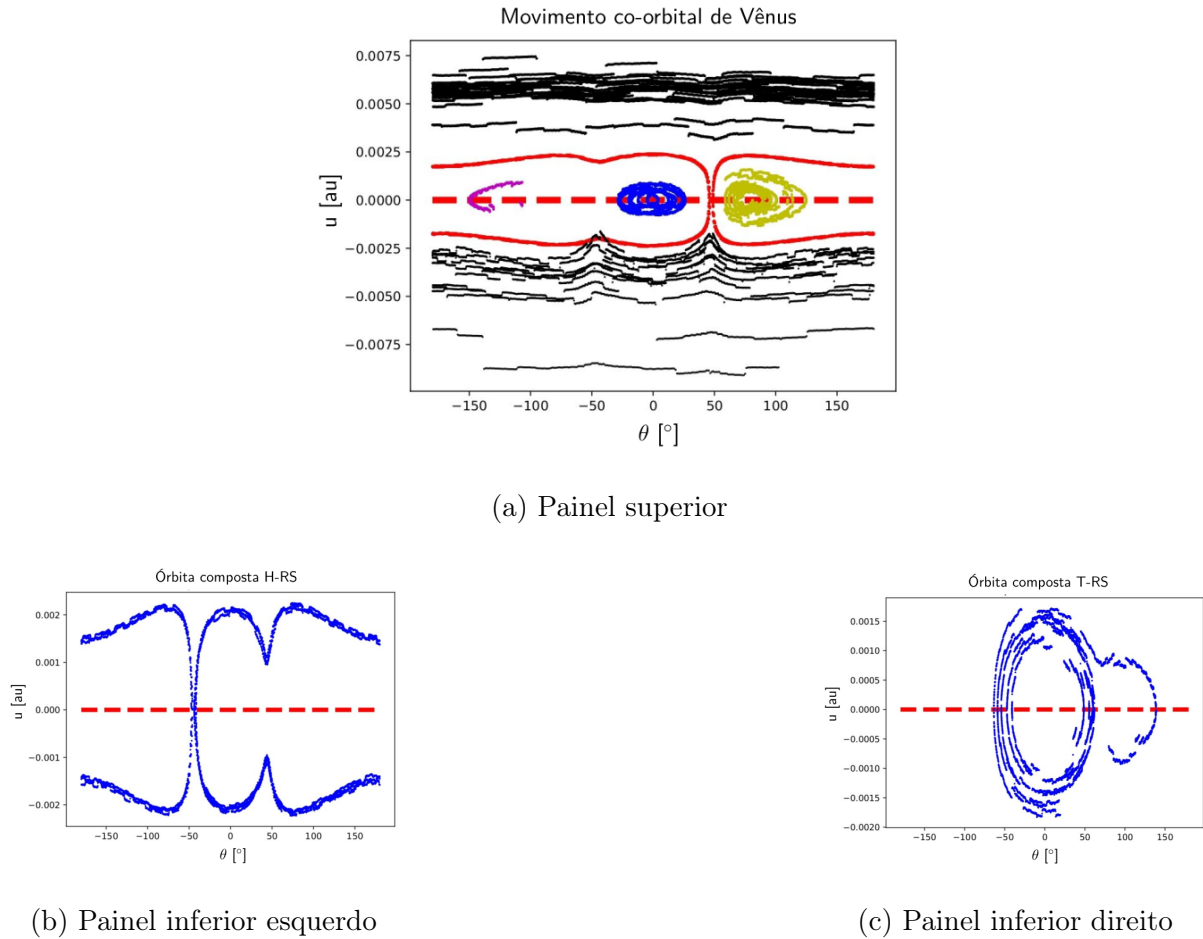
Diversos tipos de trajetórias podem surgir no contexto de ressonâncias 1:1, cada uma apresentando características dinâmicas próprias. Conforme já mencionado na Seção 8.1, as órbitas de satélites retrógrados (RS), bem como órbitas do tipo (T) e *horseshoe* (H), são exemplos clássicos de configurações co-orbitais no Problema Restrito Circular de Três Corpos (CR3BP), conforme descrito em Murray e Dermott (2000). Altos valores de excentricidade e inclinação podem dar origem a configurações co-orbitais que combinam órbitas do tipo (T) com retrógradas (T-RS) ou *horseshoe* com retrógradas (H-RS), conforme discutido em Namouni (1999).

A identificação das configurações co-orbitais dos asteroides pode ser realizada no plano (θ, u) , definido por $u = a/a_2 - 1$ e $\theta = \lambda - \lambda_2$, em que a e a_2 correspondem aos semieixos maiores do asteroide e de Vênus. Essa construção evidencia a ressonância 1:1 e possibilita diferenciar as categorias apresentadas em Christou (2000).

- Órbitas Quase-satélites (QS) ou satélites retrógrados (RS) que oscilam em torno de 0° no plano (θ, u) , conforme Figura 8.1.
- Órbitas T em L4 (TL4), que oscilam em torno do ponto lagrangiano L4, lembrando a forma de um girino no referencial rotativo. Em altas excentricidades e inclinações, o centro da oscilação pode afastar-se de 60° , ilustrado na Figura 8.1.
- Órbitas (T) em L5 (TL5), semelhantes às TL4, mas centradas no ponto de equilíbrio L5, conforme pode ser observado na Figura 8.1.
- Órbitas em ferradura (H), que são caracterizadas por trajetórias que evitam a vizinhança de 0° em relação ao planeta e descrevem um laço em forma de ferradura no referencial rotativo.

- Órbitas compostas H-RS, resultantes da combinação entre configurações do tipo H e RS, conforme ilustrado na Figura 8.1. Pode ocorrer fusão de RS com o ponto L4.
- Órbitas compostas T-RS, que combinam configurações do tipo (T) e RS, ilustradas na Figura 8.1.
- Órbitas de passagem (P), referentes a objetos fora de qualquer ressonância, como mostrado na Figura 8.1.

Figura 8.1: Pannel superior: projeções no plano (θ, u) de asteroides em diferentes configurações — RS (2022 BL5, azul), TL4 (2020 BT2, amarelo), (T) temporário L5 (2012 XE133, magenta) e mista H-RS (2024 AF6, vermelho). Pontos pretos indicam órbitas não ressonantes; a linha tracejada marca $u = 0$. Painéis inferiores: 322756 (2001 CK32) em H-RS no lado L4 e 2023 BB1 em T-RS no mesmo lado (dir.)



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 3, *Icarus* 433 (2025) 116508.

De forma complementar, novas configurações podem surgir nessas órbitas de transição. Conforme mencionado anteriormente, são conhecidos vinte asteroides venusianos (Carruba et al., 2024; Pan e Gallardo, 2025).

A Tabela 8.1 lista designações, inclinações, classificações e datas dos elementos orbitais dos asteroides segundo o *JPL Horizons Ephemeris*. A confiabilidade desses dados é indicada pelo Código de Condição Orbital (*Orbital Condition Code*, *OCC*), que varia de 0 (órbita bem determinada) a 9 (órbita altamente incerta, geralmente por observações limitadas).

É importante destacar que o tipo orbital apresentado na Tabela corresponde a um valor instantâneo, calculado apenas para os elementos orbitais nominais. Poucos asteroides – como 322756, 524522, 2012 XE133, 2020 CL1 e 2020 SB – possuem $OCC \leq 1$, enquanto a maioria apresenta $OCC \geq 5$, refletindo menor confiabilidade em suas órbitas.

Conforme as Tabelas 8.1 e 8.2, os asteroides coorbitais 2020 BT2 e 2021 XA1 apresentam Código de Condição Orbital (*OCC*) igual a 8. Essa escala varia de 0 a 9, em que valores elevados (como 8) indicam grande incerteza orbital e baixa confiabilidade, geralmente associadas a poucas observações. Por outro lado, apenas cinco asteroides (322756, 524522, 2012 XE133, 2020 CL1 e 2020 SB) possuem $OCC \leq 1$, o que corresponde a órbitas bem determinadas e de alta precisão. A maioria dos demais objetos apresenta $OCC \geq 5$, indicando nível moderado a alto de incerteza.

Em escalas de tempo curtas, o tipo orbital instantâneo pode variar significativamente devido às influências planetárias (Christou, 2000). Para órbitas com *OCC* elevado, diferentes clones podem ocupar distintas configurações orbitais dentro da faixa de incerteza da solução orbital. Para os 20 co-orbitais de Vênus, os autores propuseram um novo esquema de classificação que considera essa dispersão orbital, já introduzido por Di Ruzza et al. (2023).

8.3 Métodos

8.3.1 Classificação de asteroides coorbitais com incerteza orbital

Devido à alta incerteza orbital apresentada por vários dos asteroides analisados — refletida em elevados valores do parâmetro *OCC* —, torna-se essencial considerar a dispersão de suas soluções orbitais. Para isso, adotou-se o esquema proposto por Di Ruzza et al. (2023), que gera um conjunto de 729 clones para cada objeto, permitindo avaliar de forma mais robusta a estabilidade e a configuração co-orbital diante dessas incertezas.

A Subseção 8.3.1 apresenta o esquema de classificação de asteroides coorbitais considerando sua incerteza orbital, detalhando os critérios utilizados para determinar a configuração orbital de cada objeto. Analisam-se parâmetros orbitais específicos — o ângulo ressonante θ e a excentricidade e no instante em que $u = 0$. Para pequenas inclinações ($i < 10^\circ$), a órbita pode ser classificada como TL4, TL5, H ou RS. Em trabalhos recentes, Di Ruzza et al. (2023) e Pousse e Alessi (2022) desenvolveram critérios de categorização para órbitas co-orbitais com base no Problema Restrito de Três Corpos circular e planar.

Os dados orbitais foram obtidos a partir do sistema Horizons JPL (<https://ssd.jpl.nasa.gov>), conforme Carruba et al. (2020). Para todos os planetas, os elementos orbitais foram calculados na mesma época que para os asteroides, considerando os valores nominal, nominal mais o erro e nominal menos o erro, resultando em 729 combinações por asteroide.

As 729 partículas de teste foram então integradas sob a influência dos oito planetas com o integrador *SWIFT_BS* — um método de Burlisch–Stoer do pacote *SWIFT* (Levison e Duncan, 2013) —, adotando um fator de tolerância de 10^{-8} . Em seguida, foi calculado o argumento ressonante.

8.3.2 Configuração da simulação

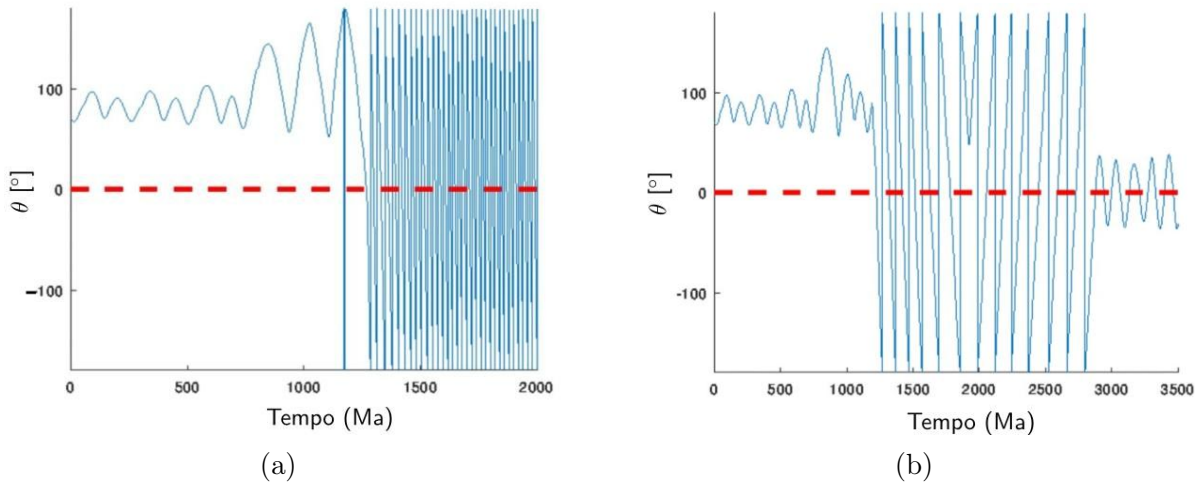
Considerando a discussão anterior, os asteroides coorbitais de Vênus podem alternar entre diferentes configurações orbitais. Considerando lacunas da abordagem de Christou (2000), como o tempo máximo de permanência em configurações coorbitais, os autores deste trabalho buscam estimar essas escalas temporais para distintos tipos de configurações orbitais.

Foi realizada simulação tanto para frente quanto retroativa, conforme descrito na Subseção 8.3.1, invertendo o sentido das velocidades iniciais das partículas e dos planetas. Além disso, a anomalia média, a longitude do nodo ascendente e o argumento do pericentro precisaram ser calculados quando se consideraram séries temporais de elementos provenientes de simulações invertidas no tempo, em vez de utilizar a fórmula padrão $\lambda = M + \Omega + \omega$ (Carruba et al., 2016).

Segundo Christou (2000), os coorbitais apresentam dinâmica complexa, podendo alternar entre configurações orbitais unicamente por processos conservativos. A Figura 8.2 mostra

os gráficos do argumento ressonante $\theta = \lambda - \lambda_2$ para dois clones de 2020 BT2. Pode ser observado que algumas partículas saem de TL4 para órbitas de passagem ou, após cerca de 3000 anos, para satélites retrógrados, sendo observadas ainda diversas outras transições ao longo das simulações.

Figura 8.2: Variação do ângulo ressonante θ ao longo do tempo para duas partículas: uma que abandona a configuração TL4 após 1100 anos, e outra que, após sair dessa configuração, torna-se um satélite retrógrado por volta dos 3000 anos. As linhas horizontais representam $\theta = 0^\circ$.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 4, *Icarus* 433 (2025) 116508.

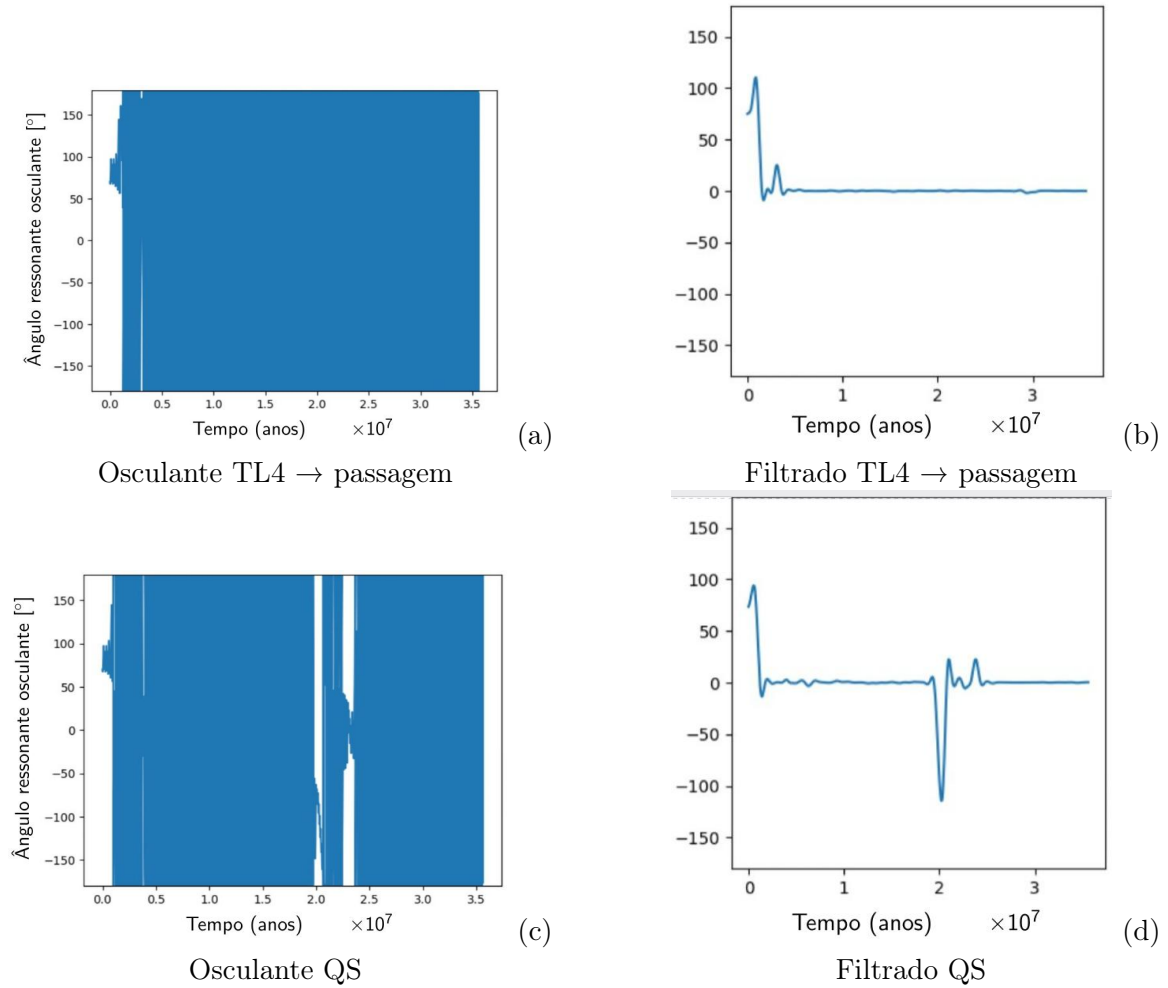
8.3.3 Escalas de tempo para comportamento co-orbital

A estimativa das escalas de tempo de permanência dos asteroides em regime coorbital pode ser realizada mediante três estratégias distintas. A primeira abordagem baseia-se na observação direta dos gráficos temporais dos clones dos 20 asteroides coorbitais de Vênus. Seguindo o método de Carruba et al. (2024), inicialmente foram aplicados filtros passa-baixa no domínio da frequência, como o filtro de Butterworth (Butterworth, 1930). Assim, sinais de baixa frequência foram preservados, enquanto os de alta frequência foram atenuados.

Os resultados desses procedimentos, aplicados a dois clones de 2020 BT2, são apresentados na Figura 8.3. Como mostrado nos painéis superiores, a partícula deixou a configuração TL4 por volta de 1.000 anos e, em seguida, permaneceu em órbitas de passagem durante toda a integração, que se estendeu por 36.000 anos. No segundo caso, a partícula abando-

nou TL4 quase simultaneamente, evoluindo posteriormente para TL5 e QS, em torno de 20.000 e 23.000 anos, respectivamente, antes de permanecer em órbita de passagem.

Figura 8.3: Ilustrações da evolução em longo prazo dos ângulos ressonantes, tanto osculadores (à esquerda) quanto filtrados (à direita), para dois casos: uma partícula que abandona o estado TL4 e migra para uma órbita de passagem (painéis superiores), e outra que apresenta fases como quase-satélite (QS) ao longo de sua trajetória (painéis inferiores).



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 5, *Icarus* 433 (2025) 116508.

Busca-se identificar o tempo máximo de permanência em configuração coorbital, definido quando o ângulo filtrado permanece em torno de 0° por mais de 4.000 anos. Quanto às órbitas QS, estas também apresentam oscilações em torno de 0° , semelhantes às órbitas de passagem, porém com duração inferior a 4.000 anos. Quando a condição é satisfeita, o tempo máximo é registrado automaticamente para cada clone, requerendo supervisão mínima.

Conforme Namouni (1999) e Christou (2000), a configuração coorbital com Vênus protege os asteroides de encontros próximos com ele, mas não com outros planetas terrestres, como Terra e Mercúrio. Neste contexto, monitorar encontros com Vênus pode servir como uma ferramenta adicional para avaliar a sobrevivência em longo prazo dos clones de asteroides em configurações coorbitais.

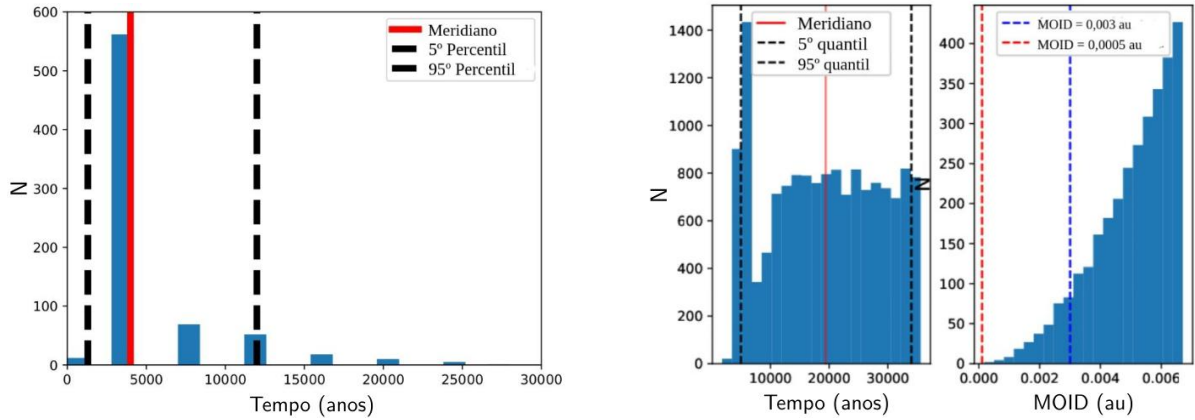
Como descrito em Carruba et al. (2012), os autores adotam essa abordagem para monitorar encontros com os planetas terrestres. Para cada planeta, foram registrados encontros próximos que ocorreram dentro do raio de Hill (R_H), definido como:

$$R_H = a_p(1 - e^P) \frac{3}{3(M_p + M_\odot)} \quad (8.1)$$

onde a_p é o semieixo maior do planeta, e_p sua excentricidade, M_p sua massa, e $M_\odot$ a massa do Sol. Com base nos métodos descritos em Carruba et al. (2020), foram analisados encontros caracterizados por baixas velocidades relativas.

Para ilustrar a dinâmica dos clones de 2020 BT2, é realizada uma análise quantitativa: a Figura 8.4 apresenta histogramas do tempo máximo contínuo em configuração coorbital (painel esquerdo), dos tempos de encontros próximos com Vênus e das menores distâncias relativas. O tempo máximo contínuo como coorbital variou entre aproximadamente 5.500 e 6.400 anos, com algumas partículas atingindo até 28.000 anos.

Figura 8.4: Painel esquerdo: histograma do tempo máximo contínuo como coorbital para os clones do 2020 BT2, com linhas verticais conforme a Figura 8.10. Painel direito: histogramas dos tempos de encontros próximos com Vênus e das distâncias relativas mínimas, cujas linhas verticais indicam encontros com alta ou severa probabilidade, ou resultando em colisões.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 5, *Icarus* 433 (2025) 116508.

Os encontros com Vênus ocorreram por cerca de 1.785 anos, depois atingindo um estado estacionário ($\approx 1,3 \times 10^4$ anos) mantido até o fim da integração. A maioria dos encontros teve altas velocidades e grandes distâncias, com a menor registrada sendo 4,27 raios de Vênus, indicando risco potencial de colisão.

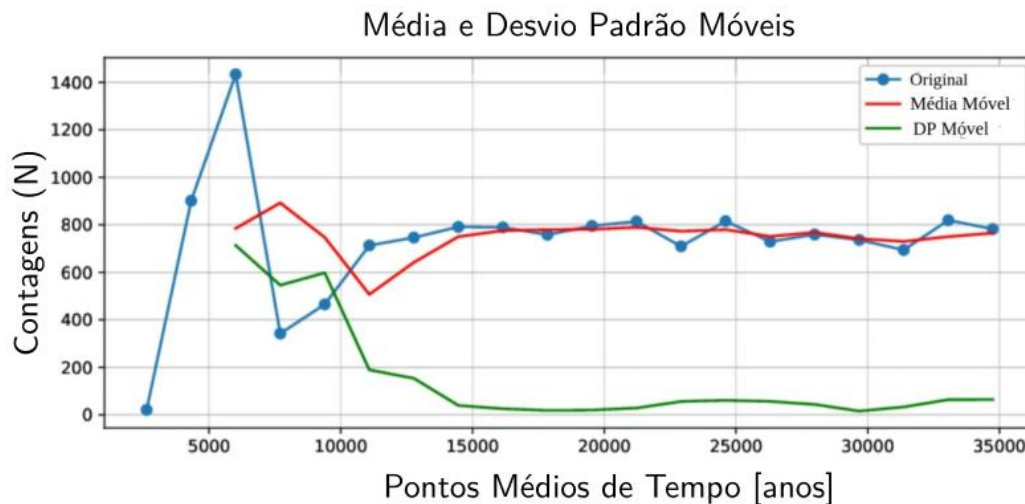
Foram estabelecidos dois limites para Vênus e para a Terra, correspondendo a riscos de colisão elevados e severos. Considerando fatores como tamanho do asteroide, velocidade e influências gravitacionais de outros corpos, bem como estatísticas de asteroides que colidiram com a Terra, como o 2008 TC3 (Jenniskens et al., 2009), observou-se que, entre os Asteroides Potencialmente Perigosos, um corpo é classificado com alto risco de colisão quando sua Distância Mínima de Interseção Orbital (MOID) (Clark et al., 2021) é inferior a 0,003 au. Se a MOID for menor que 0,0005 au, o risco é classificado como severo. Essas distâncias, quase iguais para Terra e Vênus, são mostradas como linhas verticais no histograma das MOIDs dos clones de 2020 BT2 que tiveram encontros próximos com Vênus, conforme detalhado em Carruba et al. (2025).

Notavelmente, 9,0% dos clones apresentaram alto risco de colisão com Vênus durante os encontros próximos, enquanto 0,06% apresentaram risco severo. Os autores realizaram testes Dickey–Fuller Aumentado (Augmented Dickey–Fuller, ADF) (Dickey e Fuller, 1979) e Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (KPSS) (Shin e Schmidt, 1992) nessas séries tem-

porais. O teste ADF avalia a presença de não estacionariedade em uma série temporal, rejeitando a hipótese nula quando $p < 0,05$. De forma complementar, o teste KPSS assume a hipótese de estacionariedade, não sendo rejeitada se $p > 0,05$. Além disso, a média e o desvio padrão móveis podem ser utilizados para determinar o ponto em que a série se estabiliza.

Os resultados para média e desvio móvel dos clones de 2020 BT2 estão ilustrados na Figura 8.5. Os testes ADF e KPSS confirmam a estacionariedade da série, com média e desvio padrão estabilizando-se em 12.000 ± 800 anos, em boa concordância com os dados filtrados do argumento ressonante.

Figura 8.5: Evolução temporal dos encontros com Vênus e suas estatísticas móveis: a linha azul indica o número de encontros ao longo do tempo, a vermelha representa a média móvel, e a verde mostra o desvio padrão móvel.

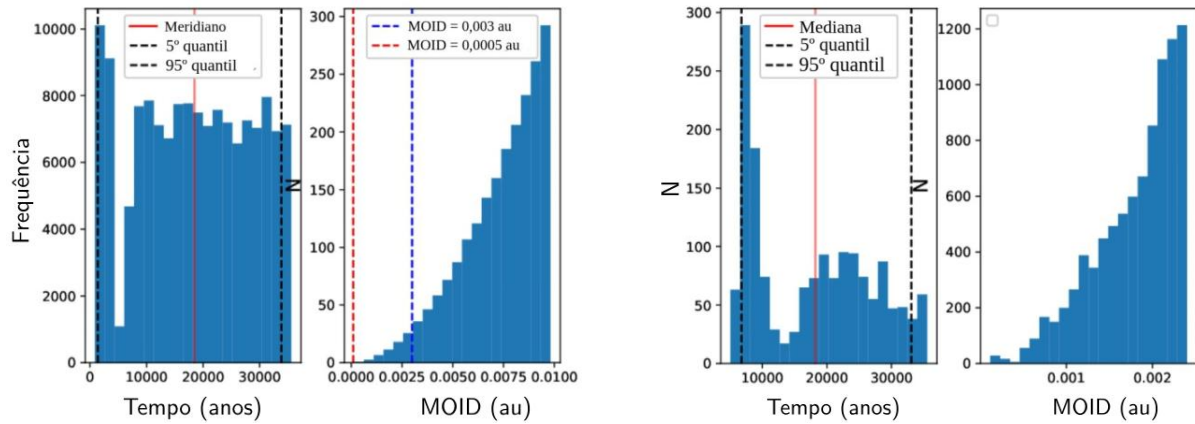


Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 6, *Icarus* 433 (2025) 116508.

8.3.4 Encontros próximos com outros planetas terrestres

Os encontros próximos com outros planetas são apresentados na Figura 8.6, que apresenta histogramas do tempo de encontros e das velocidades relativas para a Terra e Mercúrio, nos painéis esquerdo e direito, respectivamente. Segundo a abordagem de Granvik et al. (2016), asteroides que se aproximam do Sol a menos de aproximadamente 10 raios solares podem ser destruídos.

Figura 8.6: Distribuição do tempo e da distância mínima dos encontros próximos dos clones do asteroide 2020 BT2 com a Terra (à esquerda) e com Mercúrio (à direita).



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 6, *Icarus* 433 (2025) 116508.

Além disso, conforme Yahalom (2022), é necessário considerar os efeitos relativísticos na precessão do periélio de objetos próximos ao Sol. Por isso, a dinâmica real dos objetos próximos a Mercúrio pode diferir do modelo adotado. Ainda assim, as estatísticas de encontros obtidas fornecem indicações sobre a evolução dos coorbitais de Vênus, sendo relatadas apenas as escalas de tempo desses encontros.

Os encontros com a Terra ocorrem em escalas de tempo menores que as de Vênus, iniciando aos 890 anos e podendo atingir uma fase estacionária em cerca de $\simeq 9.000$ anos. Dos encontros, 3,0% apresentam alto risco de colisão e 0,05% risco severo. Para Mercúrio, o tempo é ainda menor, iniciando aos 5.100 anos e atingindo um estado estacionário aos 16.000 anos.

8.3.5 Força de Yarkovsky

Neste estudo, também foi analisado o efeito Yarkovsky, uma força não gravitacional que pode influenciar a permanência de asteroides em estados coorbitais. A força Yarkovsky é um efeito térmico que altera as órbitas de pequenos corpos celestes, como asteroides, em função da absorção e reemissão da energia solar. Ao absorver a luz solar, o corpo se aquece e subsequentemente emite essa energia como radiação infravermelha, o que pode resultar em uma força capaz de alterar a trajetória ao longo do tempo. Esse efeito é relevante para objetos irregulares ou com superfícies heterogêneas, causando mudanças graduais em suas órbitas.

Para avaliar o efeito Yarkovsky, Vokrouhlický (1999) forneceu estimativas para as componentes diurna e sazonal, ligadas à rotação e ao período orbital do asteroide. A força sazonal é geralmente cerca de 10% da diurna, causando um desvio no semieixo maior dado por:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{\text{sazonal}} = (1 - A)\Phi F_n \sin^2(\gamma), \quad (8.2)$$

enquanto para o componente diurno, tem-se:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{\text{diurno}} = -(1 - A)\Phi F_\omega \cos(\gamma), \quad (8.3)$$

onde γ representa a obliquidade do eixo de rotação, e $\Phi = \pi R_m c F$ é o fator de pressão da radiação, sendo F o fluxo de radiação solar, m a massa do asteroide e c a velocidade da luz. O parâmetro A corresponde a um valor efetivo de albedo. As funções F_n e F_ω estão detalhadas em Vokrouhlický (1999).

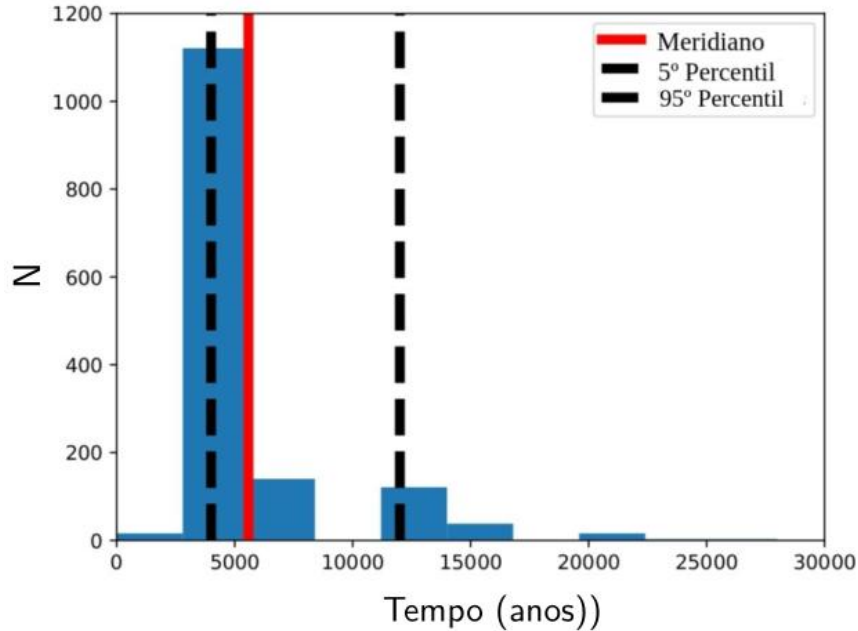
O desvio Yarkovsky no semieixo maior a pode ser maximizado utilizando a estratégia de Carruba et al. (2022). Essa abordagem envolve gerar dois grupos de clones orbitais, um com obliquidade de rotação máxima e outro com mínima, e ignorando o efeito YORP (Yarkovsky–O’Keefe–Radzievskii–Paddack). Maximizar o desvio Yarkovsky permite estudar situações extremas em que esse efeito influencia ao máximo a órbita de um asteroide, auxiliando na análise detalhada de sua dinâmica. Para isso, foram adotados parâmetros físicos (densidade, condutividade térmica, calor específico e albedo de Bond) para maximizar o desvio Yarkovsky (Carruba et al., 2022).

As partículas são integradas ao longo de 36.000 anos, considerando o efeito de todos os planetas. Em seguida, aplica-se o procedimento para estimar o tempo máximo contínuo de permanência em estados coorbitais usando filtragem digital.

A Figura 8.7 apresenta os histogramas dos tempos de permanência obtidos no experimento numérico que considera a força Yarkovsky. Os resultados permitem comparar a influência da força Yarkovsky com o cenário conservativo. Quando adicionada, a força Yarkovsky resulta em um tempo estimado de 5580^{+6420}_{-1580} anos, praticamente indistinguível do caso

conservativo. Para o coorbital 2020 BT2, seus efeitos podem, portanto, ser considerados negligenciáveis.

Figura 8.7: Histograma mostrando o tempo de permanência em estados co-orbitais sob a influência da força de Yarkovsky. A simbologia utilizada é idêntica à da Figura 8.10.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 7, *Icarus* 433 (2025) 116508.

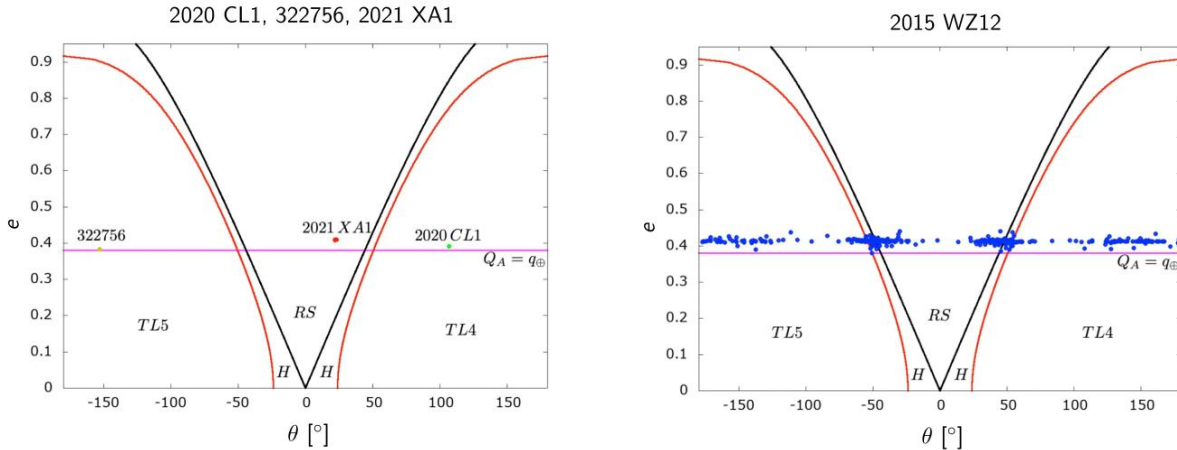
8.4 Discussões

8.4.1 Resultados do esquema de classificação

Os resultados foram analisados a partir da aplicação do esquema de classificação de Di Ruzza et al. (2023) aos Troianos de Vênus atualmente conhecidos. Diferenças em relação à classificação instantânea foram observadas, já que o tipo orbital pode mudar rapidamente e variar conforme a época em que $u = 0$ é considerada, resultando em possíveis classificações distintas.

A Figura 8.8 apresenta exemplos de classificações bem-sucedidas das órbitas TL4 (2020 CL1), TL5 (322756) e RS (2021 XA1) no painel esquerdo. Já no caso de 2015 WZ12 (painel direito), o alto OCC e os maiores erros correlacionados nos elementos orbitais dos clones resultaram em grande dispersão no plano (θ, e) , impossibilitando uma classificação definitiva.

Figura 8.8: Projeções de clones no plano (θ, e) , com limites de classificação orbital Di Ruzza et al. (2023). Painel esquerdo: 2020 CL1, 322756 e 2021 XA1. Painel direito: 2015 WZ12, sem classificação definida.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 8, *Icarus* 433 (2025) 116508.

Para sete asteroides foi obtida uma identificação estável: 2020 BT2, 2020 CL1, 2012 XE133, 322756, 524522, 2020 SB e 2021 XA1, conforme resumido na Tabela 8.2. Com exceção de 2020 BT2 e 2021 XA1, todos os demais apresentam classificações consistentes. Esses dois casos, entretanto, possuem OCC superior a 1, ao contrário do esperado.

Tabela 8.2 - Denominação dos asteroides, código de condição orbital (OCC), classificação orbital instantânea e classificação obtida segundo o método de Di Ruzza et al. (2023).

Den. Ast.	Código Cond. Orbital (OCC)	Classificação Orbital Instantânea	Classificação Di Ruzza et al. (2023)
2020 BT2	8	TL4	TL4
2020 CL1	1	QS?	TL4
2012 XE133	0	TL5	TL4
322756	0	HRS	TL5
524522	0	TRS	TL5
2020 SB	1	HRS	TL5
2021 XA1	8	RS	RS

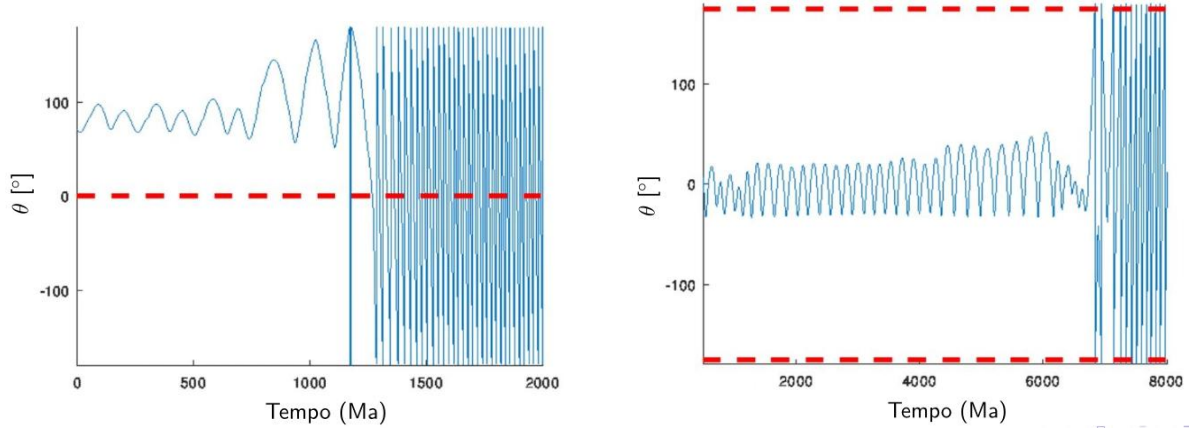
Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2025), página 7, *Icarus* 433 (2025) 116508.

As duas exceções mencionadas anteriormente apresentaram a mesma classificação obtida por Di Ruzza et al. (2023). Essa identificação tem como critério o comportamento temporal do ângulo ressonante, que indica por quanto tempo o asteroide permanece nas configurações TL4 ou RS.

A duração da permanência em diferentes configurações orbitais foi avaliada por meio do ângulo ressonante θ . Para TL4, registrou-se a primeira vez em que θ cruza 0° , sendo ângulos menores indicativos de transição para outras configurações orbitais (painel esquerdo da

Figura 8.9). Já para órbitas RS, considera-se que o asteroide deixa a configuração quando θ ultrapassa $\pm 175^\circ$, pois RS oscila em torno de 0° (painel direito da Figura 8.9).

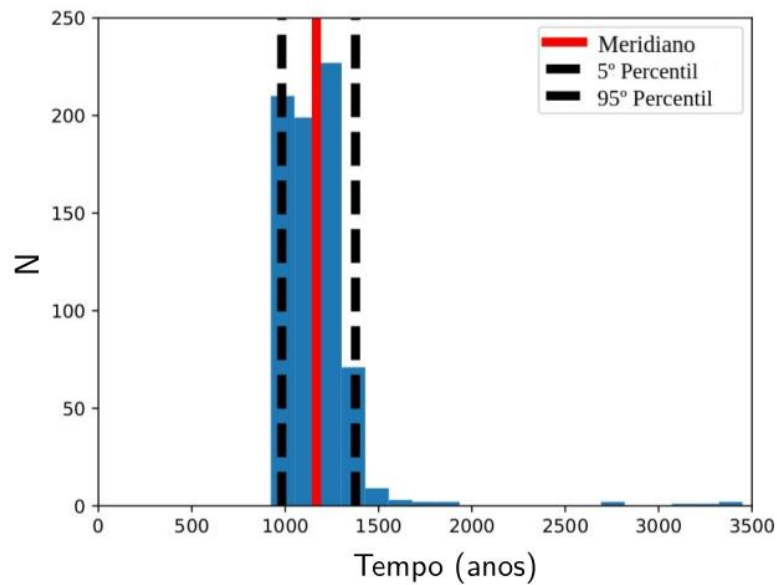
Figura 8.9: Ângulo ressonante θ em função do tempo: partícula saindo de TL4 (esq.) e partícula em configuração QS (dir.), com linhas tracejadas em $\theta = 0^\circ$ e $\theta = \pm 175^\circ$.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 8, *Icarus* 433 (2025) 116508.

O histograma dos tempos de permanência na classe TL4 para os clones de 2020 BT2 é apresentado na Figura 8.10. Além disso, foi considerada a mediana e dos intervalos percentis [5,95] como estimativas do tempo e do erro, seguindo a abordagem de Carruba et al. (2020). Foram obtidos 1.167^{+210}_{-186} anos para 2020 BT2 e $756,6^{+584,6}$ anos para 2021 XA1.

Figura 8.10: Tempo de permanência dos 729 clones de 2020 BT2 em TL4, com linha vermelha para a mediana e linhas pretas tracejadas para a faixa de erro.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 9, *Icarus* 433 (2025) 116508.

8.4.2 Resumo dos resultados gerais

Os resultados foram apresentados na Tabela 8.3, a partir da qual foi realizada a análise das simulações numéricas para os clones de 20 asteroides coorbitais de Vênus, previamente agrupados segundo sua configuração instantânea na Tabela 8.1. Os erros indicados foram estimados principalmente pelo desvio padrão da distribuição ou por intervalos percentis, fornecendo uma medida consistente da incerteza associada às simulações.

Tabela 8.3 - Identificação dos asteroides e parâmetros de tempo: confinamento conservativo (T_{COC}), com Yarkovsky (T_{Yarko}) e reverso (T_{ROC}); tempo até estabilidade das séries de encontros com Vênus ($T_{SENC,Venus}$, * estendendo simulação); tempo médio de encontros com Terra ($T_{MENC,Earth}$) e Mercúrio ($T_{MENC,Mercury}$) com erros.

Den	T_{COC} [anos]	T_{Yarko} [anos]	T_{ROC} [anos]	$T_{SENC,Venus}$ [anos]	$T_{MENC,Earth}$ [anos]	$T_{MENC,Mercury}$ [anos]
2013 ND15	4.640 ^{+7.680} _{-3.600}	4.570 ^{+7.480} _{-3.740}	6.870 ^{+9.790} _{-3.730}	12.000 ± 1.000	17.790 ^{+15.153} _{-10.152}	17.550 ^{+15.013} _{-10.058}
2015 WZ12	3.310 ^{+5.640} _{-1.600}	3.170 ^{+5.730} _{-1.820}	4.940 ^{+10.310} _{-2.210}	10.000 ± 1.000	16.770 ^{+17.523} _{-10.659}	18.490 ^{+18.243} _{-11.087}
2020 BT2	5.570 ^{+9.330} _{-3.510}	5.580 ^{+9.630} _{-3.540}	6.430 ^{+9.370} _{-3.770}	13.000 ± 1.000	18.370 ^{+15.388} _{-10.523}	18.210 ^{+13.468} _{-10.153}
2012 XE133	5.350 ^{+6.540} _{-2.630}	8.970 ^{+18.310} _{-4.390}	5.590 ^{+6.110} _{-3.150}	19.000 ± 1.000	15.210 ^{+13.358} _{-11.198}	15.390 ^{+11.518} _{-9.328}
2020 QU5	4.670 ^{+7.230} _{-2.920}	4.590 ^{+7.690} _{-2.930}	5.390 ^{+7.590} _{-3.290}	10.000 ± 1.000	12.510 ^{+11.329} _{-8.228}	12.650 ^{+10.468} _{-8.893}
2020 CL1	6.780 ^{+8.290} _{-4.920}	2.210 ^{+3.290} _{-1.070}	8.570 ^{+11.380} _{-3.150}	> 71.200(*)	7.390 ^{+7.630} _{-4.360}	13.180 ^{+10.531} _{-8.390}
2021 XA1	2.910 ^{+5.920} ₋₉₃₀	2.770 ^{+5.890} ₋₉₇₀	4.720 ^{+8.020} _{-1.730}	11.000 ± 1.000	12.360 ^{+13.489} _{-7.900}	11.610 ^{+12.340} _{-7.330}
2022 BL5	9.330 ^{+14.670} _{-3.930}	780 ^{+2.230} ₋₄₄₀	7.520 ^{+16.340} _{-3.950}	34.000 ± 1.000	26.060 ^{+18.490} _{-13.990}	21.670 ^{+13.831} _{-9.363}
2022 CD	15.430 ^{+15.650} _{-11.480}	1.910 ^{+5.070} ₋₈₀₀	14.610 ^{+15.560} _{-10.950}	32.000 ± 1.000	28.650 ^{+20.900} _{-15.820}	20.590 ^{+13.411} _{-9.913}
2022 UA13	7.760 ^{+12.820} _{-3.320}	5.600 ^{+9.880} _{-4.080}	9.330 ^{+14.070} _{-5.070}	31.000 ± 1.000	18.330 ^{+13.486} _{-9.330}	15.510 ^{+11.598} _{-8.562}
2023 BB1	7.500 ^{+13.640} _{-3.580}	5.420 ^{+8.490} _{-3.250}	9.330 ^{+13.490} _{-4.980}	53.000 ± 1.000(*)	17.280 ^{+12.622} _{-8.928}	17.160 ^{+12.312} _{-8.588}
322756	9.420 ^{+15.840} _{-4.380}	3.030 ^{+5.590} _{-1.770}	16.060 ^{+18.110} _{-8.100}	32.000 ± 1.000	21.460 ^{+15.339} _{-10.940}	20.500 ^{+13.551} _{-9.763}
2014 JU15	3.100 ^{+5.130} _{-1.390}	1.780 ^{+4.320} _{-1.230}	6.060 ^{+11.890} _{-2.820}	15.000 ± 1.000	17.000 ^{+12.872} _{-8.698}	25.490 ^{+20.139} _{-13.269}
2019 HH3	6.170 ^{+11.730} _{-2.170}	4.300 ^{+11.870} _{-1.990}	10.800 ^{+13.670} _{-4.980}	18.000 ± 1.000	19.420 ^{+13.351} _{-9.653}	15.310 ^{+11.241} _{-8.447}
2020 SB	220 ⁺³²⁹ ₋₁₃₉	350 ⁺⁵⁴¹ ₋₁₅₀	390 ⁺⁵⁸⁰ ₋₁₉₀	27.000 ± 1.000	27.570 ^{+18.391} _{-12.781}	28.410 ^{+15.020} _{-10.519}
2021 X03	2.400 ^{+2.400} _{-1.390}	5.850 ^{+13.810} _{-4.280}	15.830 ^{+19.640} _{-9.630}	29.000 ± 1.000	25.610 ^{+18.149} _{-12.981}	23.550 ^{+17.430} _{-12.330}
2023 QS7	—	2.960 ^{+4.280} _{-2.040}	14.420 ^{+17.370} _{-7.780}	66.000 ± 1.000(*)	19.740 ^{+15.391} _{-10.690}	6.370 ^{+4.830} _{-3.090}
2024 AF6	10.370 ^{+13.430} _{-6.370}	5.870 ^{+8.630} _{-3.440}	(-13.860 ^{+10.814} _{-7.820})	71.200(*)	18.340 ^{+15.238} _{-11.220}	12.790 ^{+10.143} _{-8.230}
524522	5.770 ^{+9.730} _{-2.930}	4.910 ^{+7.109} _{-3.040}	(-13.850 ^{+10.814} _{-7.830})	32.000 ± 1.000	18.640 ^{+15.458} _{-11.220}	12.790 ^{+10.140} _{-8.230}
2020 SV5	3.000 ^{+5.900} ₋₉₇₀	3.170 ^{+7.310} _{-1.270}	7.370 ^{+17.270} _{-2.900}	31.000 ± 1.000	18.750 ^{+15.211} _{-10.749}	15.730 ^{+11.249} _{-8.350}

Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2025), página 8, Icarus 433 (2025) 116508.

Adicionalmente, foram relatados os tempos de confinamento coorbital obtidos por filtragem digital do argumento ressonante para simulações direta (T_{COC}). Depois foi considerada a força Yarkovsky. Também foi registrado o tempo de estabilização dos encontros com Vênus ($T_{SENC,Venus}$) e os tempos medianos de encontros com a Terra ($T_{MENC,Earth}$) e Mercúrio ($T_{MENC,Mercury}$), incluindo seus erros.

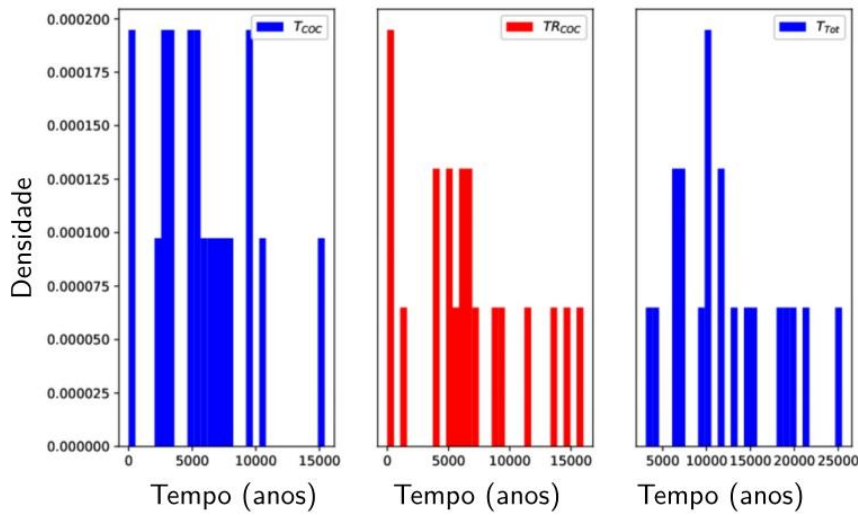
8.4.3 Escalas de tempo de confinamento para um ciclo

Na Tabela 8.3, a segunda e quarta coluna mostram os tempos de confinamento obtidos pelo método de filtragem digital para as simulações direta (T_{COC}) e invertida no tempo

(T_{RCOC}), descrito na Subseção 8.3.1. O tempo total de permanência em um ciclo coorbital para os clones é dado por $T_{Tot} = T_{COC} + T_{RCOC}$.

A Figura 8.11 apresenta histogramas das três grandezas citadas. Sequencialmente, da esquerda para a direita, são apresentados os valores médios de T_{COC} , T_{RCOC} e T_{Tot} , com erros estimados pelo desvio padrão da distribuição, foram 5.680 ± 3.571 , 6.600 ± 4.570 e 12.290 ± 5.940 anos, respectivamente. De forma geral, um único ciclo de confinamento em uma configuração coorbital dura em média cerca de 12.000 ± 6.000 anos.

Figura 8.11: Histograma mostrando a distribuição dos tempos de confinamento T_{COC} , T_{RCOC} e T_{Tot} durante um ciclo co-orbital.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 10, *Icarus* 433 (2025) 116508.

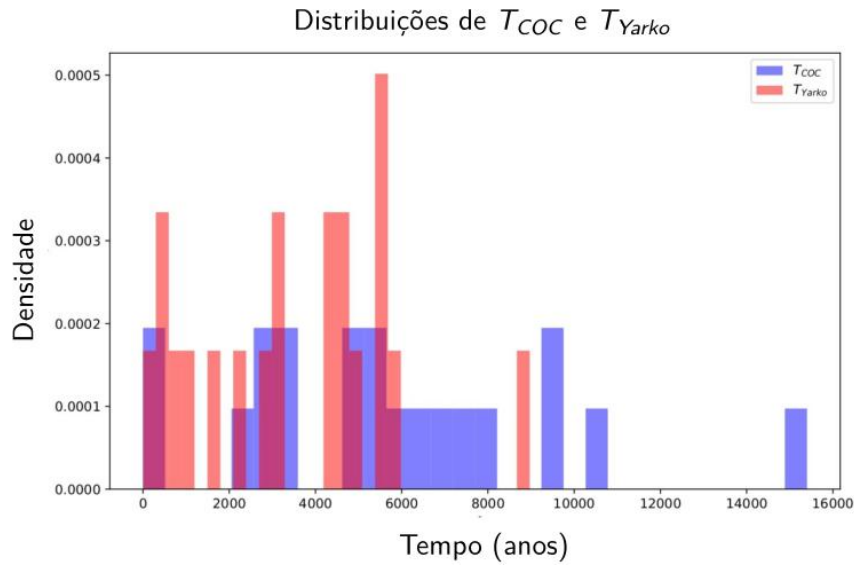
8.4.4 Movimento co-orbital impulsionado por Yarkovsky

Scholl et al. (2005) investigaram a estabilidade a longo prazo de asteroides coorbitais incluindo os efeitos da força Yarkovsky. O estudo mostrou que a vida dinâmica máxima dos Troianos de Vênus sob essa força é da ordem de 3×10^8 anos, desconsiderando a dinâmica dos ciclos coorbitais.

O estudo buscou avaliar se o efeito Yarkovsky influencia a duração de um único ciclo coorbital. Em seguida, comparou-se o tempo de confinamento estimado pelo método de filtragem digital descrito na Subseção 8.3.3, sem (T_{COC}) e com a inclusão da força Yarkovsky (T_{Yarko}).

A distribuição dos tempos T_{COC} e T_{Yarko} para os clones dos 20 asteroides coorbitais de Vênus atualmente conhecidos está ilustrada na Figura 8.12. Ambos os tempos apresentam variação, com T_{COC} tendendo a ser maiores que T_{Yarko} , embora seus intervalos se sobreponham. Considerando a média e o desvio padrão como estimativas do valor da distribuição e de seus erros, obtêm-se $T_{COC} = 5.680 \pm 3.570$ anos e $T_{Yarko} = 3.490 \pm 2.290$ anos.

Figura 8.12: Histograma mostrando a distribuição dos tempos de confinamento T_{COC} e T_{Yarko} durante um ciclo co-orbital.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 10, *Icarus* 433 (2025) 116508.

Embora numericamente T_{Yarko} seja menor que T_{COC} (e.g., 3.490 ± 2.290 anos contra 5.680 ± 3.570 anos), o teste Kolmogorov–Smirnov ($p > 0,05$) confirmou a falta de evidência estatística. Usar essa distinção reforça a robustez da conclusão sobre a negligibilidade do efeito para a duração do ciclo coorbital.

O teste de Kolmogorov–Smirnov (Kolmogorov (Kolmogorov)) fornece $KS = 0,35$ e $p = 0,1745$, indicando diferença moderada entre as distribuições empíricas das duas amostras. Como $p > 0,05$, não há evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula. Assim, não se pode concluir que T_{COC} e T_{Yarko} vêm de distribuições distintas.

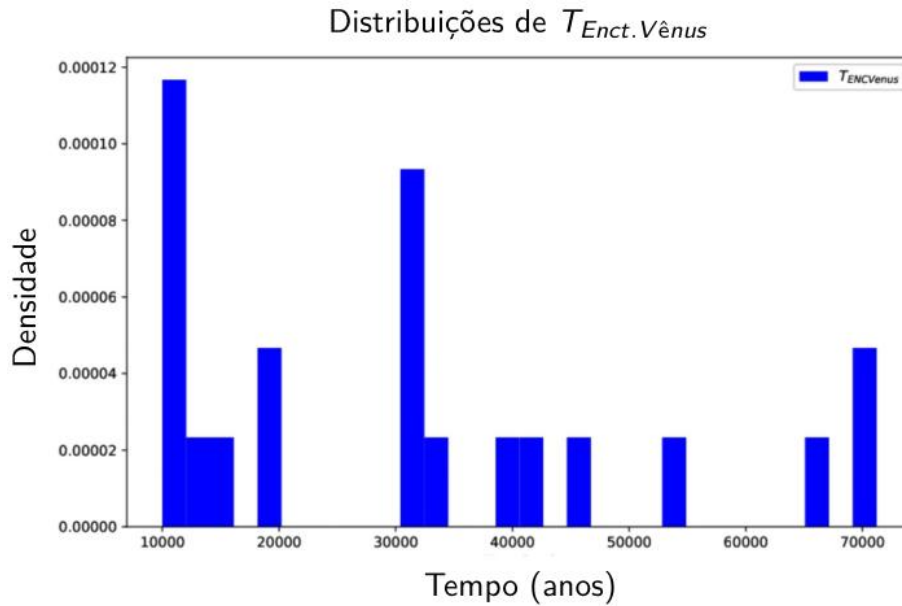
8.4.5 Estacionaridade para séries temporais de encontros com Vênus

Antes de apresentar os resultados, verificou-se a estacionariedade da série temporal de encontros com Vênus, utilizando as técnicas descritas na Subseção 8.3.3. Com base nessa

análise, determinou-se o momento em que a série se estabiliza; como os asteroides em estado coorbital estão protegidos de encontros próximos com Vênus, esses tempos refletem principalmente fases orbitais fora do estágio coorbital.

Alguns clones de asteroides permaneceram predominantemente em órbitas de passagem por cerca de $\simeq 12.000$ anos, completando um único ciclo coorbital, enquanto outros clones de Troianos alternaram entre fases coorbitais e de passagem ao longo de períodos muito mais longos, chegando a $\simeq 70.000$ anos, conforme apresentado na Figura 8.13, que exhibe o histograma da distribuição desses tempos, também listados na Tabela 8.3. Asteroides podem permanecer por milhares de anos em órbitas de passagem antes de serem recapturados coorbitalmente; esse período é denominado “estado dormente”, e os corpos, “asteroides dormentes”.

Figura 8.13: Histograma dos tempos de estacionaridade nos encontros com Vênus para os clones dos 20 Troianos, gerado pela primeira vez.



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 11, *Icarus* 433 (2025) 116508.

8.4.6 Escalas de tempo para encontros com a Terra e Mercúrio

Conforme discutido na Seção 8.1, os coorbitais de Vênus possuem excentricidades suficientemente altas para interagir com a Terra e Mercúrio, tornando-os vulneráveis a encontros com esses planetas. Além disso, as séries temporais de encontros próximos com a Terra e Mercúrio apresentam comportamento estacionário.

Os tempos médios de encontros próximos com a Terra e Mercúrio foram 18.140 ± 3.850 e 18.310 ± 5.670 anos, respectivamente. Com exceção de casos isolados, como 2020 CL1 e 2023 QS7, esses encontros podem ocorrer a qualquer momento, cobrindo toda a duração da simulação, corroborando Christou (2000).

8.4.7 Encontros próximos e colisões com Vênus e a Terra

Esta subseção aborda os Asteroides Potencialmente Perigosos (*Potentially Hazardous Asteroids, PHAs*), definidos como aqueles com diâmetro superior a 140 m que se aproximam a menos de 0,05 UA da órbita da Terra. Em relação à magnitude absoluta máxima (H) para classificação como PHA, esta é geralmente cerca de 22 (Task Force on Potentially Hazardous Near Earth Objects, 2000). Dos asteroides coorbitais de Vênus atualmente identificados, seis cumprem esse critério: 322756, 524522, 2020 CL1, 2020 SB, 2023 QS7 e 2024 AF6.

Na Subseção 8.3.3, estabeleceram-se dois critérios de distância mínima para avaliar a probabilidade significativa de colisão de asteroides com a Terra e Vênus. Complementando, a Tabela 8.4 apresenta estatísticas de encontros próximos com esses planetas. A análise revelou que todos os clones de asteroides coorbitais de Vênus atravessaram, em algum momento, a esfera de Hill de ambos os planetas, indicando que, em todos os casos, ao menos uma fração apresentou alta probabilidade de colisão.

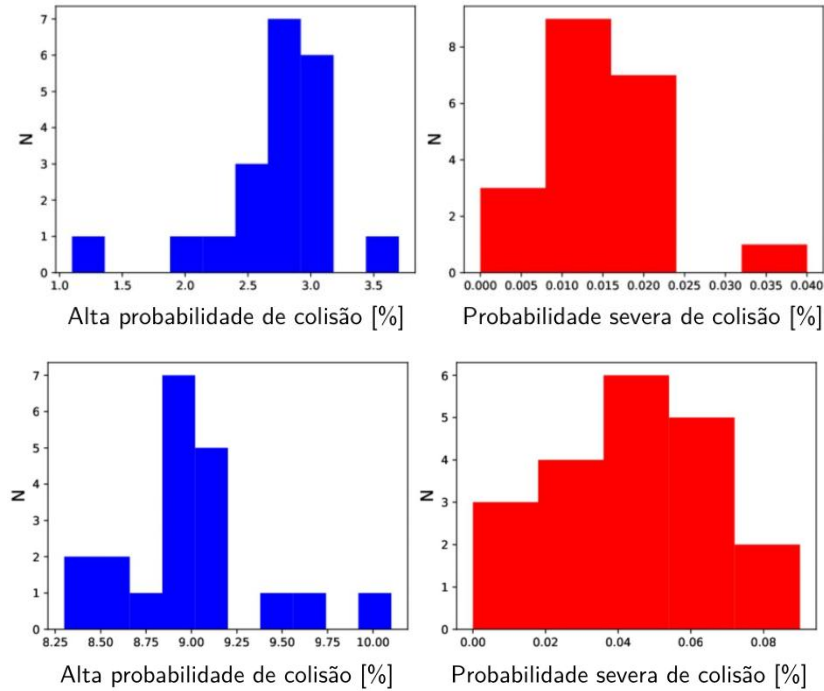
Tabela 8.4 - Magnitude absoluta, número de encontros próximos, risco de colisão e tempos de afastamentos mínimos para clones de asteroides co-orbitais de Vênus com a Terra e com Vênus.

Ast. Den.	Abs. Mag.	# enc. Terra	% Risco Alto	% Risco Severo	$t_{\min}$ [anos]	# enc. Vênus	% Risco Alto	% Risco Severo
2013 ND15	24,1	81.697	2,9%	0,01%	30.575,7	20.031	9,1%	0,04%
2015 WZ12	26,3	203.753	3,1%	0,02%	7.781,1	19.537	9,0%	0,04%
2020 BT2	23,7	142.083	3,0%	0,02%	15.849,0	14.611	9,0%	0,06%
2012 XE133	23,3	80.489	3,7%	0,01%	20.519,2	10.097	9,0%	0,02%
2002 Q05	25,7	151.764	3,1%	0,02%	15.516,1	26.082	9,1%	0,07%
2020 CL1	20,0	35.162	2,5%	—	9.708,3	1.009	8,8%	—
2021 XA1	26,7	198.535	3,0%	0,01%	20.096,9	19.125	9,1%	0,04%
2022 BL5	25,4	6.425	2,9%	0,02%	33.803,4	1.145	9,4%	0,09%
2022 CD	26,1	28.433	2,7%	0,01%	14.664,4	6.860	8,5%	0,04%
2022 UA13	25,4	25.422	2,5%	0,01%	34.711,3	5.786	9,1%	0,09%
2023 BB1	23,3	23.500	2,9%	0,01%	15.525,3	4.474	8,4%	—
322756	19,2	20.349	2,1%	0,01%	23.011,5	5.215	9,1%	0,02%
2014 JU15	24,8	61.257	3,1%	0,01%	17.747,7	9.604	8,9%	0,06%
2019 HH3	25,5	29.570	2,8%	0,01%	1.147,5	4.230	8,3%	0,02%
2020 SB	20,3	5.175	2,6%	0,04%	25.816,6	5.920	8,9%	0,02%
2021 X03	24,9	101.279	2,9%	—	23.482,9	16.909	8,8%	0,04%
2023 QS7	21,3	3.991	2,3%	—	19.582,2	2.369	9,6%	—
2024 AD6	20,7	3.797	2,9%	—	29.816,6	4.031	10,1%	0,07%
524522	20,5	90.298	3,1%	0,02%	11.882,1	8.170	8,6%	0,05%
2020 SV5	26,2	19.644	2,9%	0,02%	19.100,5	3.272	9,0%	0,06%

Fonte: Adaptada de Carruba et al. (2025), página 10, *Icarus* 433 (2025) 116508.

A Figura 8.14 apresenta histogramas das probabilidades elevadas e severas de colisão dos clones dos coorbitais de Vênus com a Terra e com o próprio planeta. As distribuições das distâncias de encontros próximos mostraram pouca variação entre as diferentes classes iniciais de comportamentos coorbitais.

Figura 8.14: Histogramas das probabilidades altas e severas de colisão de clones de co-orbitais de Vênus com a Terra (sup.) e com Vênus (inf.)



Fonte: Adaptada do artigo Carruba et al. (2025), página 11, *Icarus* 433 (2025) 116508.

Quanto aos encontros com a Terra, as probabilidades médias de colisão elevada e severa foram de 2,76% e 0,014%, respectivamente. Entre os cinco PHAs potenciais, o asteroide com maior probabilidade severa de colisão é o 2020 SB (0,04%), seguido por 524522 e 2020 CL1, ambos com 0,02%. Para esses três casos, foram registradas centenas de encontros próximos com a Terra, indicando elevada probabilidade de impacto em futuro próximo.

Quando o asteroide não está mais em uma configuração coorbital, ocorrem então encontros com Vênus. Nesses encontros, a média da grande probabilidade de colisão é 8,99%, e a da severa é 0,042%, valores consideravelmente superiores aos observados para a Terra, conforme esperado. Essa diferença é coerente com a densidade da atmosfera venusiana, que é cerca de 100 vezes maior que a da Terra. Com isso, o limite de magnitude para que um asteroide seja considerado PHA em Vênus escala como $\log_{10}$ da razão das densidades,

resultando em $M_V = 22 - 5 \times \log_{10}(100) = 12$. Portanto, atualmente, nenhum asteroide coorbital de Vênus possui magnitude absoluta tão baixa. Aqueles com magnitude superior a 12 provavelmente se desintegrariam na densa atmosfera venusiana antes de produzir qualquer cratera significativa.

8.5 Comentários finais

Neste trabalho, investigou-se o comportamento de longo prazo dos asteroides coorbitais de Vênus:

- Avaliou-se a classificação instantânea dos 20 asteroides coorbitais de Vênus (Carruba et al., 2024; Pan e Gallardo, 2025), considerando 729 clones para cada corpo conforme Di Ruzza et al. (2023). Sete asteroides exibiram classificação orbital robusta, sendo cinco com $OCC \leq 1$. Apenas 2020 BT2 (TL4) e 2021 XA1 (RS) apresentaram classificação instantânea consistente com Di Ruzza et al. (2023). Os tempos médios nas configurações TL4 e RS foram $1.167^{+209,5}_{-185,7}$ e $756,6^{+584,6}_{-238,9}$ anos, respectivamente.
- Utilizando filtragem digital dos ângulos ressonantes, estimou-se a duração de confinamento em um ciclo coorbital, considerando a presença ou ausência da força Yarkovsky, incluindo simulações temporais invertidas. O tempo médio por ciclo foi de 12.000 ± 6.000 anos. Apesar de a força Yarkovsky poder reduzir essa duração, os efeitos observados não são estatisticamente significativos.
- Aplicou-se análise de médias móveis em séries temporais estacionárias de encontros com Vênus para acompanhar os ciclos coorbitais dos 20 Troianos conhecidos. Alguns asteroides transitam por órbitas temporárias após um ciclo, enquanto outros retornam a ciclos coorbitais após milhares de anos. Essas fases intermediárias são denominadas estados "dormentes".
- Investigou-se a interação dos coorbitais de Vênus com a Terra e com o próprio planeta. Nenhum deles sobreviveria à densa atmosfera venusiana. Seis asteroides possuem magnitude suficiente para serem classificados como PHAs e apresentam alta ou severa probabilidade de colisão com a Terra, destacando-se 2020 SB, 524522 e 2020 CL1. Não se espera colisão nos próximos 150 anos, período típico do comportamento caótico desses coorbitais (Tancredi, 1998).

De modo geral, destacam-se a detecção de estados "dormentes" e o potencial risco de colisão com a Terra apresentado por certos Troianos de Vênus. As metodologias propostas podem ainda fornecer novos entendimentos sobre o comportamento de longo prazo de asteroides coorbitais de outros planetas terrestres.

*O estudo apresentado neste capítulo foi publicado como parte da pesquisa apresentada no artigo científico *Time scales for Co-orbital Cycles of Venus Trojans Asteroids*, publicado no periódico científico *Icarus*, ver Apêndice B. Tal publicação foi realizada com o orientador, a coorientadora deste trabalho e colaboradores.*

Resumo de minhas contribuições na publicação do artigo:

- Revisão textual do manuscrito, com ênfase na seção de metodologia e estrutura geral do artigo;
- Apoio à identificação e análise de asteroides coorbitais de Vênus com base no *JPL Small-Body Database*;
- Colaboração nos ajustes finais após o aceite do artigo, aprimorando a clareza e o rigor científico do texto.

A ameaça invisível: Avaliando o risco de colisão representado pelos asteroides co-orbitais de Vênus ainda não descobertos

9.1 Introdução

O estudo investiga o risco potencial de colisão associado a uma população ainda não detectada de asteroides coorbitais de Vênus, especialmente aqueles com baixa excentricidade, que compartilham uma ressonância de movimento médio 1:1 com o planeta. Essa investigação busca compreender a dinâmica e a estabilidade desses objetos, bem como avaliar suas possíveis implicações para a segurança da Terra e para o entendimento da evolução do sistema de asteroides próximos a Vênus.

Para aprofundar a compreensão desse cenário, o estudo retoma conceitos fundamentais discutidos no Capítulo 8, onde foram analisadas em detalhe as dinâmicas que regem as interações coorbitais e suas transições de estabilidade, servindo aqui como base conceitual para a presente discussão. Essas configurações coorbitais podem ocorrer em regimes de baixa ou alta excentricidade e incluem órbitas do tipo girino (T) ao redor dos pontos de Lagrange L_4 e L_5 , órbitas de ferradura (H) (Murray e Dermott, 2000), e combinações com satélites retrógrados (RS), que resultam nas variantes H-RS e T-RS (Namouni, 1999; Christou, 2000; Murray e Dermott, 2000).

Essas configurações exibem uma dinâmica complexa, e o estudo analisou como os asteroides coorbitais de Vênus alternam entre diferentes modos coorbitais ao longo do tempo. Em

certas condições, esses objetos evoluem para órbitas circulantes ou de passagem, caracterizando o ciclo orbital descrito em Carruba et al. (2025). Alguns desses corpos completam múltiplos ciclos coorbitais, permanecendo temporariamente em órbitas circulantes entre eles — conhecidas como órbitas dormentes —, também definidas em Carruba et al. (2025).

Até o momento, são conhecidos apenas vinte asteroides coorbitais de Vênus (Carruba et al., 2024; Pan e Gallardo, 2025). Embora esses objetos permaneçam protegidos de encontros próximos com Vênus enquanto orbitam próximos ao planeta, sua evolução dinâmica pode levá-los a encontros ocasionais com a Terra — cenário particularmente relevante para populações hipotéticas de baixa excentricidade e órbitas estáveis (Christou, 2000; Pokorný e Kuchner, 2021).

Diante desse contexto, o estudo adotou a definição clássica de asteroide potencialmente perigoso (PHA), conforme discutido na Subseção 8.4.7 do Capítulo 8. Partindo desse entendimento previamente estabelecido, o texto prossegue considerando a definição de que um PHA é um asteroide com diâmetro mínimo de 140 m, que se aproxima da Terra a até 0,05 au e possui magnitude absoluta $H < 22$ (Task Force on Potentially Hazardous Near Earth Objects, 2000).

Com base nessa definição, foram identificados seis asteroides coorbitais de Vênus que podem se tornar PHAs nos próximos $\simeq 12.000$ anos (Carruba et al., 2025). Entre eles, destacam-se 2020 SB, 524522 e 2020 CL1, que apresentam distâncias mínimas de interseção orbital (MOID), definidas como a menor distância entre a órbita do asteroide e a órbita da Terra, descritas na Seção 8.1, menor que 0,0005 au e diâmetros estimados de 330, 300 e 390 m, respectivamente, considerando uma refletividade média $p_V = 0,12$ (Bowell et al., 1989).

A fim de estimar as consequências de eventuais colisões, o estudo avaliou os possíveis efeitos do impacto de um PHA com a Terra. Utilizando o simulador de Collins et al. (2005) e considerando uma densidade de 1.200 kg/m^3 , ângulo de entrada de 45° , velocidade igual à de escape da Terra ($11,2 \text{ km/s}$) e colisão sobre rochas sedimentares, o estudo estimou que tais eventos poderiam gerar crateras entre 2,2 e 3,4 km de diâmetro e liberar energias de $1,5$ a $4,1 \times 10^2$ megatons de TNT — valores suficientes para devastar grandes cidades.

Esse resultado corresponde ao nível 8 na escala de Torino e indicaria a formação de um tsunami, caso o impacto ocorresse no oceano.

Ao analisar as características orbitais desses objetos, o estudo verificou que, entre os asteroides coorbitais de Vênus conhecidos, apenas um apresenta excentricidade ligeiramente inferior a 0,38 — valor que marca o limite para que seu afélio coincida com o periélio da Terra. Essa condição é típica de todos os asteroides que ocupam essa região orbital.

A ausência de NEAs em baixa excentricidade pode ser atribuída a dois fatores: do ponto de vista dinâmico, eles tendem a se formar com excentricidades elevadas; do ponto de vista observacional (Pan e Gallardo, 2025; Di Ruzza et al., 2023), uma possível população de baixa excentricidade próxima a Vênus ainda não foi identificada, pois os métodos de detecção favorecem objetos mais próximos da Terra.

Complementando essa análise, o estudo considerou modelos recentes, como o NEOMOD3, que indicam que a geração de asteroides de baixa excentricidade próximos a Vênus é dinamicamente possível (Nesvorný et al., 2024). Esses resultados sugerem a existência de uma população significativa de coorbitais com $e < 0,38$ que ainda não foi detectada.

O estudo avaliou o risco de colisão de asteroides coorbitais de Vênus ainda não observados, utilizando o modelo semi-analítico de Pan e Gallardo (2025) para definir as condições iniciais de simulações de longo prazo em uma grade de parâmetros (e , inc), abrangendo a possível população ainda não detectada, conforme Seção 9.3.

Em seguida, o estudo acompanhou os encontros próximos com a Terra pelo método de Carruba et al. (2025), identificando a localização orbital dos coorbitais não detectados mais perigosos, conforme descrito na Seção 9.4.

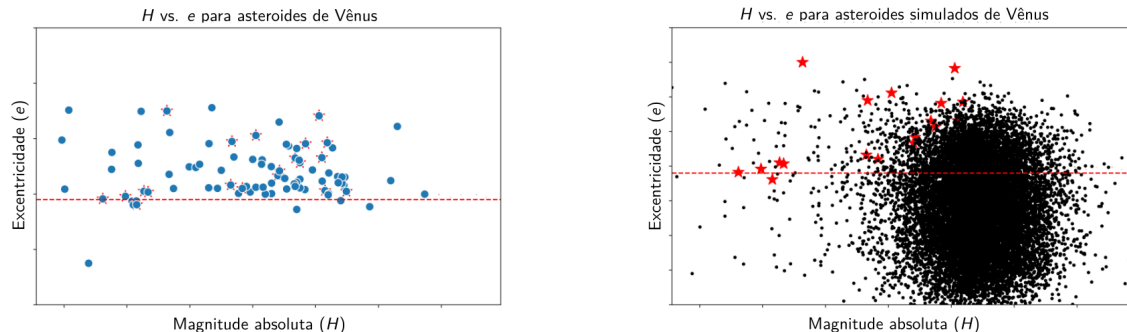
Por fim, avaliou-se a viabilidade de detectar esses asteroides a partir da Terra, com ênfase em observações conduzidas pelo Vera C. Rubin Observatory (LSST), conforme discutido na Seção 9.5.

Complementarmente, o estudo analisou propostas recentes de missões espaciais voltadas à observação de asteroides a partir de órbitas próximas a Vênus, conforme apresentado na Seção 9.6, onde também são expostas as conclusões do trabalho.

9.2 A distribuição orbital esperada de NEAs próximos a Vênus: resultados do NEOMOD3

A maioria dos asteroides coorbitais de Vênus, assim como outros próximos ao planeta, apresenta excentricidades superiores a 0,38. O painel esquerdo da Figura 9.1 mostra a distribuição dos coorbitais de Vênus e de todos os asteroides na faixa de a (0,707–0,739 au, largura de 0,032 au), região onde o comportamento coorbital é viável (Pan e Gallardo, 2025).

Figura 9.1: À esquerda: distribuição no plano (H , e) de asteroides próximos a Vênus (círculos azuis) e co-orbitais de Vênus (estrelas vermelhas), com a linha tracejada indicando o limite em que o apocentro dos co-orbitais pode atingir o pericentro da Terra. À direita: distribuição de 14 382 NEAs simulados pelo modelo NEOMOD3 (pontos pretos), com os mesmos símbolos usados no painel esquerdo.



Fonte: Adaptado de Carruba et al. (2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 1.

Como discutido anteriormente, o estudo identificou que apenas seis asteroides na região apresentam excentricidades inferiores a 0,38. Carruba et al. (2025) mostram que os asteroides coorbitais de Vênus são transitórios, permanecendo em ciclos coorbitais com duração de 12.000 ± 6.000 anos. A ausência de objetos com excentricidades ainda mais baixas deveria ser causada por vieses observacionais.

Para investigar essas lacunas observacionais e dinâmicas, os autores empregaram modelos atuais da população esperada de NEAs na mesma faixa de a . Eles simularam a magnitude

absoluta e a distribuição orbital de asteroides com diâmetros entre 0,01 e 10 km na região, adotando o modelo de acordo com a abordagem de Nesvorný et al. (2024).

O estudo utilizou o *NEOMOD* para modelar as órbitas e a magnitude absoluta de objetos próximos da Terra (NEOs). Os autores realizaram integrações numéricas extensivas das órbitas de asteroides provenientes de onze fontes principais no cinturão de asteroides. Além disso, incluíram cometas nas integrações, que tiveram como objetivo determinar as funções de densidade de probabilidade (PDFs).

Com base nas integrações realizadas com o *NEOMOD*, o estudo identificou 14.382 asteroides simulados, apresentados na Figura 9.1, que mostra a distribuição no plano (H , e). Nesse cenário, os autores esperam um número significativo de objetos com excentricidade inferior a 0,38.

Ao descartar as causas dinâmicas, o estudo identificou os vieses observacionais como a explicação mais provável para a ausência de coorbitais conhecidos com $e < 0,38$. Considerando a magnitude absoluta, os autores observaram que esses objetos são de difícil detecção, pois apresentam $H \geq 19$ e exigem o uso de telescópios de grande porte.

Além dessa limitação observacional, o estudo verificou que alguns coorbitais de Vênus podem evoluir para PHAs (Carruba et al., 2025), indicando que objetos de baixa excentricidade podem surgir em poucas centenas de anos. Este trabalho avalia o risco de colisão que uma população ainda não identificada desses coorbitais poderia representar para a Terra.

9.3 Modelo Hamiltoniano da ressonância 1:1

Esta seção aplica o modelo semi-analítico desenvolvido por Pan e Gallardo (2025), baseado em Gallardo (2020), para analisar o movimento de asteroides em ressonâncias de movimento médio 1:1 no Sistema Solar. O estudo utiliza esse modelo para investigar a dinâmica de asteroides coorbitais de Vênus, compreender suas configurações orbitais e avaliar implicações potenciais para a detecção e risco de colisão com a Terra.

Para detalhar seu funcionamento, observa-se que o modelo proposto é mais direto e restritivo do que um modelo analítico completo. Ele fornece apenas características instantâneas da dinâmica, assumindo que os elementos orbitais do asteroide — (e, inc, ω, Ω) , correspondentes à excentricidade, à inclinação, ao argumento do periélio e à longitude do nó ascendente — permanecem fixos durante a análise.

Apesar de fornecer informações instantâneas sobre a dinâmica, o estudo reconhece que o modelo não prevê a evolução orbital em longo prazo. No entanto, ele permite compreender a estrutura da ressonância à medida que os elementos orbitais evoluem secularmente. Para analisar a evolução completa, recorre-se a simulações numéricas detalhadas.

O Hamiltoniano que descreve o movimento de uma partícula em ressonância 1:1 de movimento médio com um planeta em torno de uma estrela é expresso por:

$$H(a, \sigma) = -\frac{\mu}{2a} - n_p \sqrt{\mu a} - R(a_0, \sigma), \quad (9.1)$$

com $\mu = GM_\star$, sendo G a constante gravitacional, $M_\star$ a massa do Sol, a o semieixo maior da partícula, n_p o movimento médio do planeta e a_0 o semieixo maior médio do planeta (valor nominal da ressonância). Portanto, o Hamiltoniano fornece $\sigma = \lambda - \lambda_2$, que é o ângulo ressonante para a ressonância de movimento médio 1:1 com Vênus.

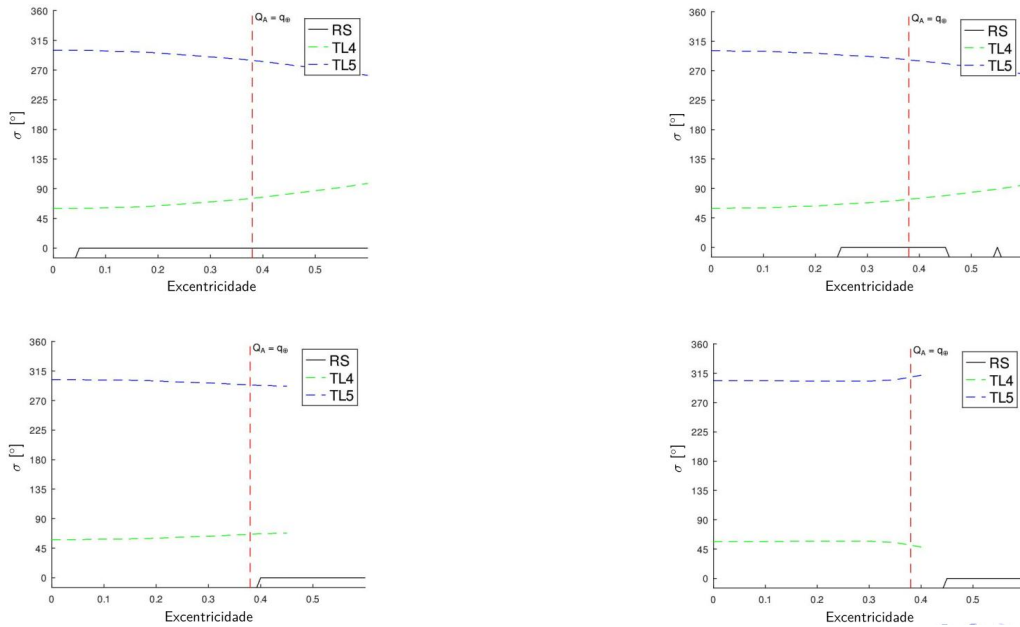
De acordo com a Equação 9.1, o primeiro termo do Hamiltoniano descreve o movimento kepleriano do asteroide, o segundo resulta do espaço de fase estendido e o terceiro, dado por R , representa a perturbação ressonante do planeta sobre o asteroide.

A função R da Equação 9.1 é calculada numericamente a partir de elementos orbitais fixos (e, inc, ω, Ω) , assumindo sua constância ao longo de alguns períodos orbitais.

O estudo utilizou o modelo para descrever características da ressonância, como largura, centro e período de libração. Considerando que a maioria dos coorbitais de Vênus apresenta $inc < 45^\circ$ e $e < 0,60$ (Carruba et al., 2024), os autores aplicaram o modelo de Pan e Gallardo (2025) para investigar a dinâmica nessa região.

Para ilustrar os resultados do modelo aplicado, a Figura 9.2 apresenta os pontos de equilíbrio, ou centros de libração, no plano (e, σ) para quatro valores de inc , em que λ e λ_2 representam as longitudes médias do asteroide e de Vênus. No caso de $inc = 0^\circ$, os equilíbrios em L_4 e L_5 foram definidos inicialmente em 60° e 300° . O estudo mostra que, para excentricidades mais elevadas, os pontos de equilíbrio se aproximam entre si, conforme observado inicialmente por Namouni (1999). Além disso, o ponto de equilíbrio em 0° não aparece em $e = 0$, mas torna-se evidente à medida que a excentricidade aumenta.

Figura 9.2: As imagens representam exemplos do comportamento do ângulo ressonante $\sigma = g - g_6 - s + s_6$ como uma função do tempo para seis asteroides das regiões de interesse neste estudo. Na primeira, segunda e terceira linha estão exemplos de ângulos ressonantes em estado de libração, circulação e alternância de fase, respectivamente.



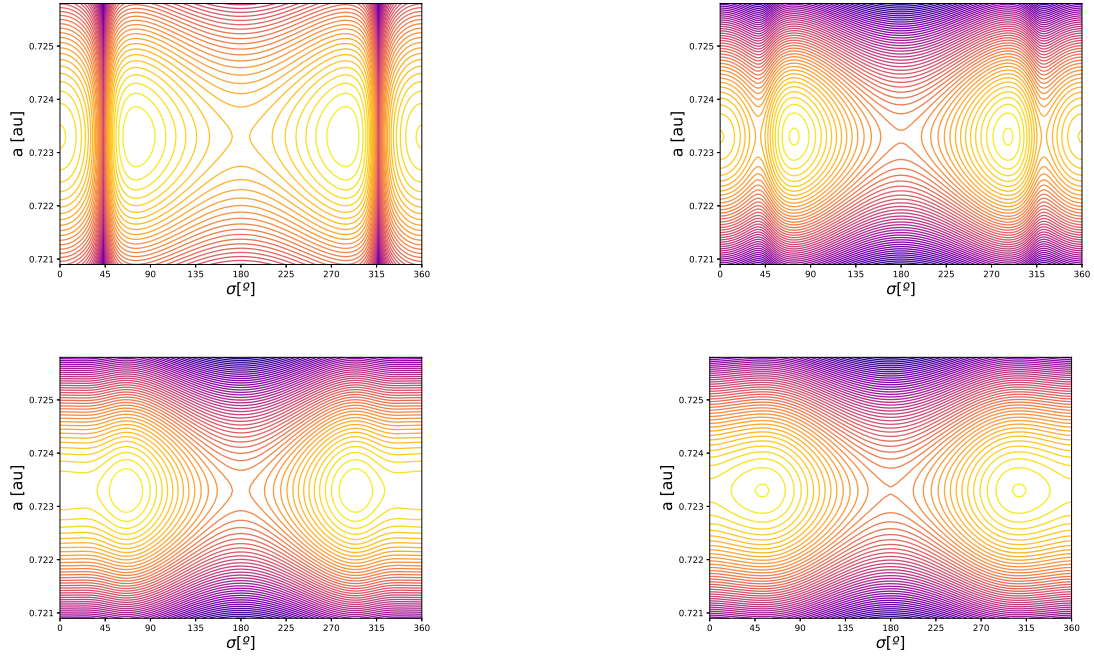
Fonte: Adaptado de (Carruba et al., 2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 3.

O estudo observou que o comportamento dos pontos lagrangianos L_4 e L_5 se mantém semelhante para $inc = 0^\circ$ e 15° , enquanto o ponto de equilíbrio em 0° só aparece para e entre 0,25 e 0,45. Para $inc = 30^\circ$, essa faixa se desloca para $0,4 \leq e \leq 0,6$. Já para $inc = 45^\circ$, os equilíbrios em L_4 e L_5 desaparecem em $e = 0,4$, enquanto o ponto em 0° surge apenas para $e > 0,45$.

Com base na análise dos equilíbrios, o estudo considerou a dinâmica para $e = 0,38$, valor limite pelo qual a maioria dos coorbitais de Vênus conhecidos pode ser observada. Em seguida, explorou-se como essa dinâmica se manifesta no Hamiltoniano do sistema. As

curvas de nível do Hamiltoniano (Equação 9.1) estão apresentadas na Figura 9.3 para $e = 0,38$, considerando os quatro valores de inclinação no plano (σ, a) . Para $inc = 0^\circ$, os três pontos de equilíbrio são separados por barreiras de energia em $\sigma = 45^\circ$ e 315° . Quando $inc = 15^\circ$, órbitas compostas podem atravessar essas barreiras, enquanto em $inc = 30^\circ$ e 45° o ponto em $\sigma = 0^\circ$ torna-se instável. Assim, a dinâmica varia com a inclinação, mesmo mantendo a mesma excentricidade.

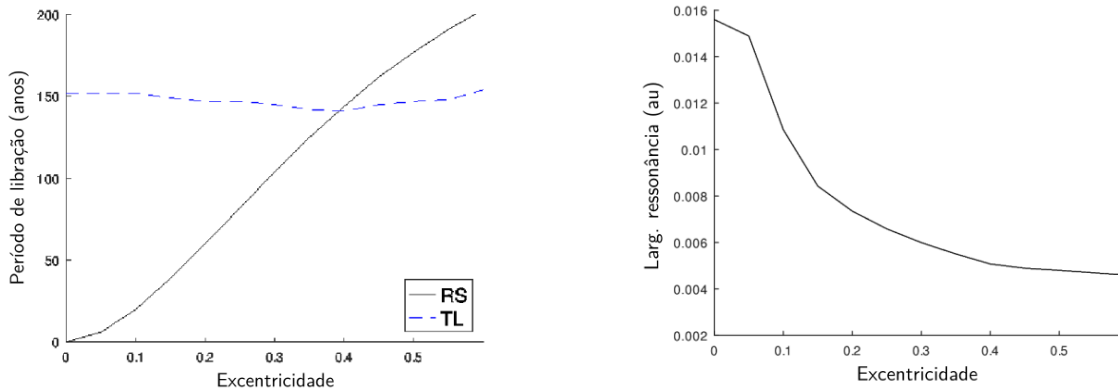
Figura 9.3: Distribuição do nível Hamiltoniano para $e = 0,38$ com inclinações de 0° (painel superior esquerdo), 15° (painel superior direito), 30° (painel inferior esquerdo) e 45° (painel inferior direito).



Fonte: Adaptado de (Carruba et al., 2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 4.

Dando continuidade, o estudo apresenta na Figura 9.4 a dependência dos períodos de libração em relação a e , assim como a variação da largura da ressonância com e , considerando $inc = 0^\circ$ em ambos os casos. Observa-se que os períodos de libração das órbitas TL permanecem constantes, enquanto os períodos das órbitas RS aumentam para valores maiores de e .

Figura 9.4: À esquerda: períodos de libração das órbitas TL e RS em função de e para inclinação de 0° . À direita: largura da ressonância em função de e para a mesma inclinação.



Fonte: Adaptado de (Carruba et al., 2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 4.

Com base nos resultados obtidos para períodos de libração e largura da ressonância, o estudo considerou o modelo de Pan e Gallardo (2025) confiável para prever a evolução orbital instantânea dos coorbitais de Vênus. Utilizando essa abordagem, Namouni (1999) e Christou (2000) classificaram os coorbitais de planetas terrestres em diferentes tipos de órbitas:

- Satélites retrógrados (RS), com órbitas oscilando em torno de 0° no plano (σ , a) e próximas ao planeta perturbador.
- Órbitas girino (TL4 e TL5), oscilando em torno de L_4 ou L_5 no referencial rotante Sol-planeta.
- Órbitas ferradura (H), com laço no referencial rotante sem atingir 0° ; nenhum co-orbital de Vênus conhecido está nessa configuração.
- Órbitas H-RS, combinando as configurações RS e H.
- Órbitas T-RS, combinando configurações girino e RS.
- Órbitas P ou C, para objetos não ressonantes.

Além dessas classificações, a análise observa que existem órbitas de transição entre quaisquer dessas configurações, conforme discutido na Seção 8.2, no Capítulo 8. Seguindo Carruba et al. (2025), a Figura 9.1 apresenta essas configurações orbitais.

Os autores testaram o modelo de Pan e Gallardo (2025) utilizando as condições iniciais dos 20 coorbitais de Vênus conhecidos, conforme a Tabela 9.1 em Carruba et al. (2025), para avaliar seu desempenho.

Os objetos fictícios *fic1* a *fic5* foram incluídos para representar uma população ainda não detectada de coorbitais de Vênus, cobrindo uma ampla faixa de inclinações e excentricidades compatíveis com a estabilidade dinâmica prevista para esses corpos. Essa seleção, apresentada na Tabela 9.1, permite avaliar de forma realista como diferentes geometrias orbitais afetam a visibilidade e as condições de detecção a partir da Terra.

Tabela 9.1 - Parâmetros orbitais e condições de observação dos objetos coorbitais de Vênus simulados.

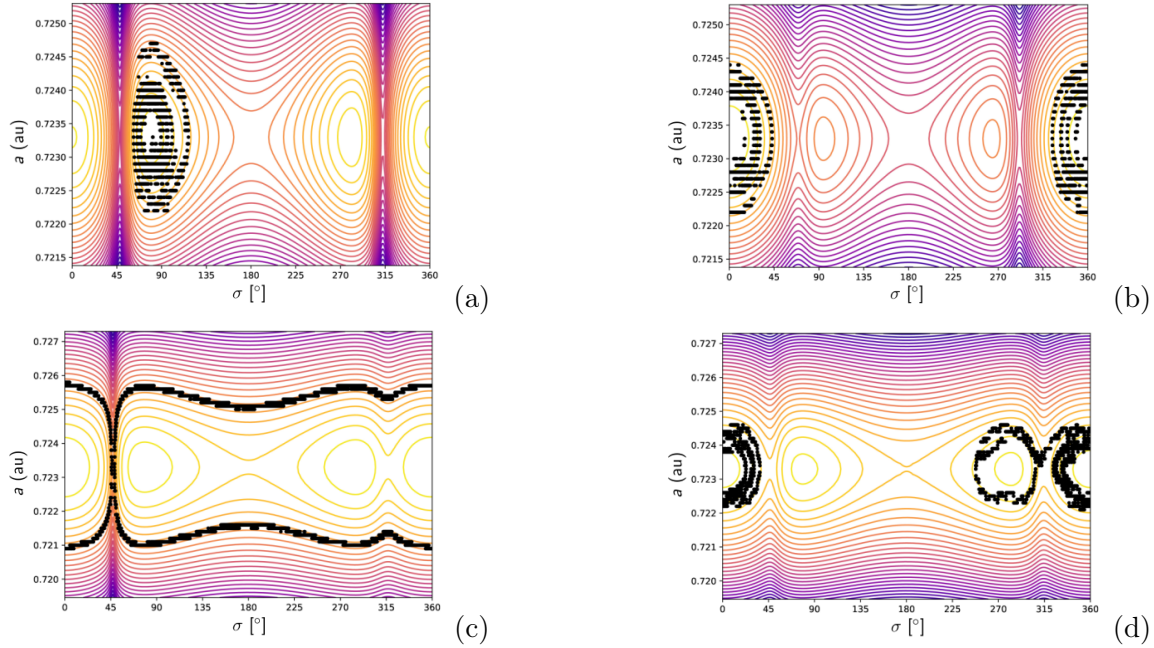
Parâmetro	2020 CL1	fic1	fic2	fic3	fic4	fic5
H	19,95	22,00	22,00	22,00	22,00	22,00
a (au)	0,724	0,723	0,725	0,724	0,724	0,724
e	0,39	0,28	0,36	0,36	0,33	0,36
i (°)	45,49	0,00	0,00	15,00	30,00	45,00
<i>Condições no máximo brilho (após jan./2025)</i>						
Elevação (°)	20,19	25,81	29,02	21,73	20,83	25,64
Magnitude aparente	17,65	20,10	21,20	20,15	20,53	20,27
Elongação solar (°)	98,02	71,43	66,61	76,75	80,15	79,60

Fonte: Adaptado de Carruba et al. (2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 7.

Dando sequência à avaliação do modelo, os autores definiram as condições iniciais necessárias tanto para o modelo semi-analítico quanto para as simulações numéricas com o integrador *SWIFT_BS*, conforme descrito na Subseção 8.3.1, no Capítulo 8, seguindo a abordagem de Levison e Duncan (2013). Eles realizaram integrações ao longo de 1.000 anos, considerando a influência gravitacional de todos os planetas.

A Figura 9.5 apresenta a evolução orbital de quatro asteroides: 2020 BT2 em TL4, 2023 BB1 em RS, 2024 AF6 em HRS e 524522 em TRS. Diferentemente do modelo semi-analítico instantâneo, a dinâmica adiabática ao longo de 1.000 anos permite mudanças graduais, de modo que o sistema se ajusta sem perda de energia (Fenucci et al., 2022), com as simulações numéricas oscilando em níveis de energia próximos.

Figura 9.5: Distribuição do nível Hamiltoniano para $e = 0,38$ com inclinações de 0° (painel superior esquerdo), 15° (painel superior direito), 30° (painel inferior esquerdo) e 45° (painel inferior direito).



Fonte: Adaptado de (Carruba et al., 2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 5.

Considerando as oscilações observadas nas simulações, os autores notaram que pequenas discrepâncias podem surgir devido às perturbações incluídas. Mesmo assim, a abordagem de Pan e Gallardo (2025) se mostra adequada para gerar condições iniciais de coorbitais fictícios ainda não observados de Vênus.

9.4 Encontros próximos com a Terra

Como mencionado na Seção 9.1, esta pesquisa avalia o risco de colisão que a população não detectada de coorbitais de Vênus representa para a Terra. Os coorbitais de Vênus apresentam forte caráter caótico, com tempos de Lyapunov da ordem de ~ 150 anos (Tancredi, 1998), o que limita o estudo de uma única órbita a períodos superiores a $\simeq 150$ anos. Por isso, os autores realizaram análises estatísticas de clones para revelar a dinâmica de longo prazo desses objetos (Christou, 2000).

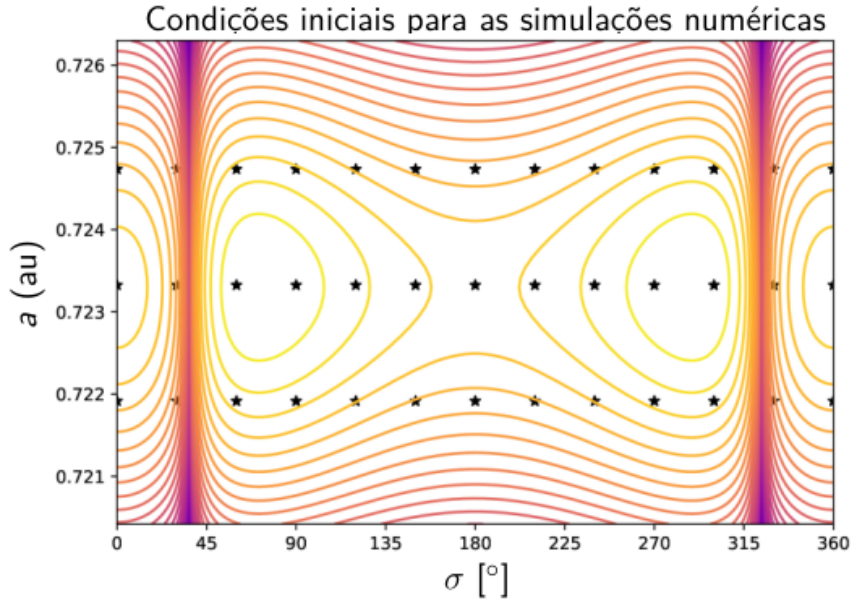
Nesse contexto, os autores investigaram o risco colisional de longo prazo utilizando uma grade de 19×5 intervalos no plano (e, inc) , com passos de 0,02 em e e 15° em inc . Para cada ponto, geraram 36 clones no espaço (a, σ) , distribuídos em 12 valores de σ (passo 30°)

e três valores de a em torno de a_v , definidos pela largura da ressonância de Pan e Gallardo (2025).

Mantendo a consistência das condições iniciais, os autores fixaram a anomalia média M , o argumento do periélio ω e a longitude do nodo ascendente Ω em zero. Essa fixação tem impacto mínimo nos encontros próximos com a Terra, conforme demonstraram simulações com diferentes valores iniciais.

A Figura 9.6 apresenta um exemplo de condições iniciais para $e = 0,32$ e $inc = 0^\circ$, ilustrando uma cobertura de partículas de teste ampla o suficiente para capturar os diferentes regimes coorbitais e rastrear os efeitos dos encontros próximos com a Terra.

Figura 9.6: Condições iniciais para 36 clones de asteroides co-orbitais com $e = 0,32$ e $i = 0^\circ$ no plano (σ, a) , sobrepostas às curvas de nível do espaço de fases do Hamiltoniano para Vênus.



Fonte: Adaptado de (Carruba et al., 2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 6.

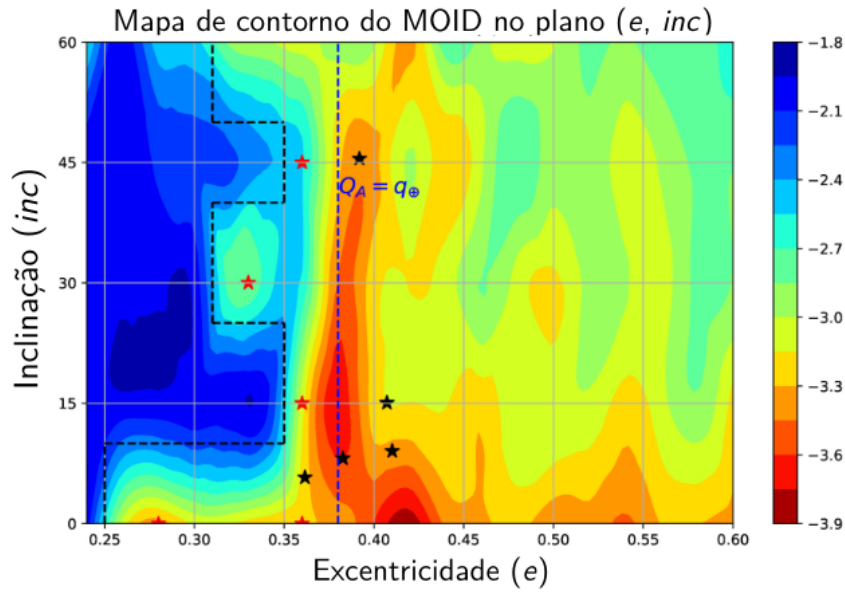
Em seguida, os autores integraram os clones com o *SWIFT_BS* considerando a influência gravitacional de todos os planetas por 36.000 anos, equivalente a três ciclos coorbitais de Vênus (Carruba et al., 2025).

Complementando as simulações de longo prazo, os autores desprezaram forças não gravitacionais, como Yarkovsky, ao considerar asteroides com diâmetro acima de 50 m (Carruba et al., 2025). Durante a simulação, eles monitoraram os encontros próximos com a Terra,

verificando se a distância orbital permanecia dentro da esfera de Hill e calculando a MOID (Carruba et al., 2025).

A Figura 9.7 apresenta um mapa de contorno do MOID mínimo com a Terra no plano inicial (e, inc). Embora a maioria dos encontros próximos ocorra em $Q_A = q_\oplus$ ($e = 0,38$), excentricidades menores também possibilitam múltiplos encontros e até colisões com a Terra, especialmente em órbitas de baixa inclinação. Essa tendência evidencia que parte do espaço de fase permanece dinamicamente ativa mesmo para valores reduzidos de e .

Figura 9.7: Gráfico de contorno do MOID com a Terra em função dos valores iniciais (e, i). A linha vertical mostra $e = 0,38$, para o qual o apocentro do asteroide coorbital de Vênus é igual ao pericentro da Terra. As estrelas pretas mostram a localização dos coorbitais reais de Vênus com um MOID com a Terra de 0,0005 au ou menos. As estrelas vermelhas mostram a localização orbital de cinco partículas de teste com $e < 0,38$ que apresentaram MOIDs baixos em nossas simulações. A linha preta tracejada mostra o limite aproximado da região de baixo MOID.



Fonte: Adaptado de (Carruba et al., 2025), A&A, 699, A86 (2025), p. 6.

Detectaram-se em Araujo et al. (2023) e Araujo et al. (2018) que a largura em e aumenta para inclinações menores, com $e_{min} = 0,26$ em $inc = 0^\circ$, resultado consistente com estudos que indicam maior suscetibilidade a encontros próximos para órbitas de baixa inclinação.

Para $inc > 10^\circ$, a região de baixo MOID mantém-se quase constante em $0,35 < e < 0,38$ até $inc = 25^\circ$. Entre $inc = 25^\circ$ e 40° , observa-se uma faixa com MOID ligeiramente menor ($0,31 < e < 0,38$), possivelmente resultante de um artefato numérico, já que não aparece nos mapas de número de encontros.

A Figura 9.7 exibe linhas tracejadas pretas que delimitam a região mais suscetível a colisões. Entre $inc = 40^\circ$ e 50° , a faixa de baixo MOID retorna a $0,35 < e < 0,38$. Para $inc > 50^\circ$, observa-se novamente uma expansão da região de baixo MOID, acima do co-orbital de Vênus mais inclinado conhecido (2020 CL1, $inc = 45,49^\circ$). Além disso, a Figura 9.7 destaca cinco PHAs localizados nessa região, conforme Carruba et al. (2025), o que reforça a eficácia da técnica na previsão do comportamento de outros PHAs.

Para avaliar a observabilidade de co-orbitais ainda não detectados de Vênus, analisou-se o comportamento das partículas localizadas na região delimitada pelas linhas pretas da Figura 9.7. Além disso, os autores selecionaram cinco partículas de teste com $e < 0,38$, que apresentaram os seguintes comportamentos:

- o maior número de encontros próximos com a Terra;
- os encontros na menor distância relativa

Também selecionamos cinco partículas teste caracterizadas por $e < 0,38$ que apresentaram: (i) o maior número de encontros próximos com a Terra e (ii) os encontros na menor distância relativa. As cinco partículas teste — fic1: $e = 0,28$, $inc = 0^\circ$; fic2: $e = 0,36$, $inc = 0^\circ$; fic3: $e = 0,36$, $inc = 15^\circ$; fic4: $e = 0,33$, $inc = 30^\circ$; fic5: $e = 0,36$, $inc = 45^\circ$ — são indicadas como estrelas pretas na Figura 9.7.

Dando continuidade à análise, selecionaram-se cinco partículas de teste caracterizadas por $e < 0,38$, que apresentaram: (i) o maior número de encontros próximos com a Terra e (ii) as menores distâncias relativas nos encontros. Essas partículas — denominadas fic1: $e = 0,28$, $inc = 0^\circ$; fic2: $e = 0,36$, $inc = 0^\circ$; fic3: $e = 0,36$, $inc = 15^\circ$; fic4: $e = 0,33$, $inc = 30^\circ$; fic5: $e = 0,36$, $inc = 45^\circ$ — são representadas por estrelas pretas na Figura 9.7.

9.5 Observabilidade a partir da Terra

Nesta seção, descrevem-se as principais pesquisas observacionais que visam detectar asteroides próximos a Vênus. De acordo com pesquisas recentes, o telescópio Blanco de 4 metros com a Dark Energy Camera (Sheppard et al., 2022) e o telescópio Palomar de 48

polegadas com a Zwicky Transient Facility (P48/ZTF, Bolin et al. (2025)) buscaram objetos dentro das órbitas da Terra e de Vênus. A primeira pesquisa identificou dois asteroides do tipo Atira e um Apollo, incluindo 2021 PH27, sujeito aos maiores efeitos relativísticos solares. A segunda pesquisa detectou quatro asteroides do tipo Atira e revelou o primeiro asteroide completamente interno à órbita de Vênus, (594913) Aylóch axnim.

Complementando as pesquisas anteriores, o “low-SE twilight survey” é um programa do Observatório Rubin destinado a exposições curtas próximas ao Sol, permitindo a detecção de pequenos corpos que escapam das observações regulares, o que permitirá ampliar o conhecimento sobre asteroides próximos a Vênus, conforme a abordagem de Schwamb et al. (2023).

Para investigar a detectabilidade da população ainda não observada de co-orbitais de Vênus, avaliou-se sua visibilidade no programa regular de observações do Vera C. Rubin Observatory, no Cerro Pachón, Chile. A análise considerou o co-orbital conhecido 2020 CL1 e cinco objetos fictícios que representam populações possivelmente não detectadas. Seus parâmetros orbitais e físicos, juntamente com métricas de observabilidade — considerando apenas períodos em que os alvos estão acima de 20° de elevação — estão apresentados na Tabela 9.1.

Os elementos orbitais de 2020 CL1 foram obtidos no JPL Horizons; para os objetos fictícios, os ângulos orbitais foram fixados em zero. As partículas de teste possuem inclinações de 0° a 45° , semieixos próximos de Vênus ($\sim 0,72$ au) e excentricidades menores que 0,38.

As posições e magnitudes dos objetos foram calculadas para o período de janeiro de 2020 a dezembro de 2035 usando o JPL Horizons, desconsiderando frações de dia e considerando o limite de observabilidade da maioria dos co-orbitais de Vênus conhecidos. Em seguida, analisou-se a dinâmica por meio do Hamiltoniano do sistema. As magnitudes aparentes foram obtidas pelo sistema H-G da IAU, adotando $H = 22$ para os objetos fictícios, conforme o limite para PHAs (Task Force on Potentially Hazardous Near Earth Objects 2000, Task Force on Potentially Hazardous Near Earth Objects (2000)).

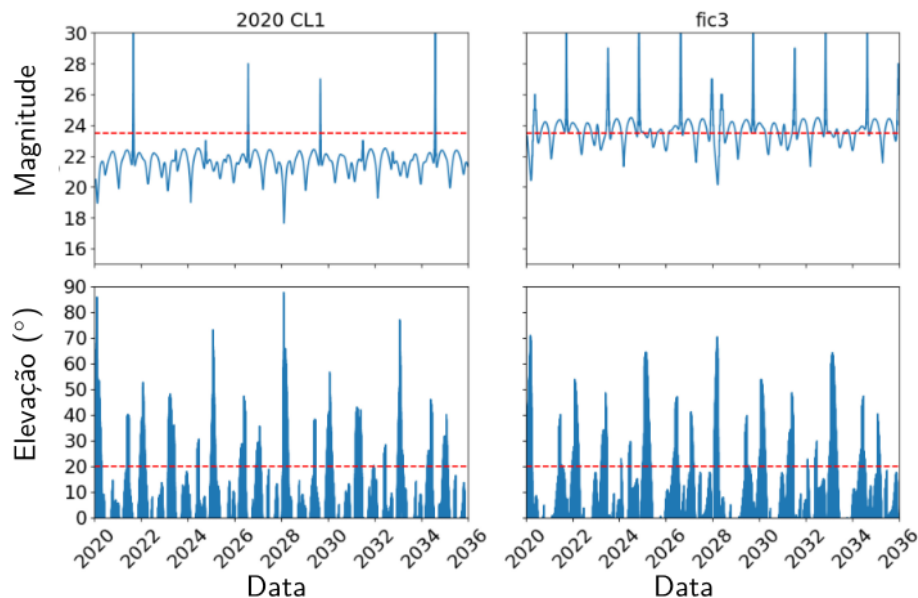
A partir de janeiro de 2025, considerando apenas janelas de observação com elevação acima de 20° , as partículas de teste apresentam magnitudes aparentes mínimas entre 20 e 21. Nessas condições de brilho máximo, as elevações variam de $20,8^\circ$ a $25,8^\circ$, com elongações solares entre $69,2^\circ$ e $80,2^\circ$. Esse comportamento é semelhante ao de 2020 CL1, que, com $H = 19,95$, atinge magnitude 17,65 a $20,2^\circ$ de elevação e apresenta elongação solar maior, de $98,0^\circ$.

Ao analisar a relação entre inclinação orbital e observabilidade, observa-se um padrão interessante: embora objetos com diferentes inclinações atinjam elevações semelhantes no brilho máximo ($\sim 20^\circ - 26^\circ$), suas elongações solares diferem. Objetos de baixa inclinação ($inc \sim 0^\circ$) aparecem em elongações menores ($\sim 70^\circ$), enquanto os de inclinações maiores ($inc > 15^\circ$) se concentram em torno de 80° .

As elongações destacam um contraste evidente: enquanto os objetos fictícios com $inc > 15^\circ$ se agrupam em torno de um mesmo valor, o 2020 CL1 atinge $98,02^\circ$, evidenciando um viés observacional, já que objetos em grandes elongações são mais detectáveis, ao contrário daqueles que aparecem apenas em breves janelas ao amanhecer ou entardecer.

O comportamento temporal das magnitudes aparentes e das janelas de observação de 2020 CL1 e fic3 foi analisado, conforme apresentado na Figura 9.8. Observou-se que o coorbital 2020 CL1 apresenta variações de magnitude relativamente estáveis, entre 20 e 22, enquanto fic3 exibe flutuações mais amplas, com picos ocasionais de maior brilho. Apesar dessas diferenças, ambos permanecem consistentemente acima do limite de detecção do Observatório Rubin (23,5), indicando que sua detecção é viável mesmo em condições desfavoráveis.

Figura 9.8: Condições de observabilidade de co-orbitais de Vênus entre 2020 e 2036 a partir do Rubin Observatory, mostrando magnitude aparente e elevação acima do horizonte para o objeto real 2020 CL1 e o fictício fic3.



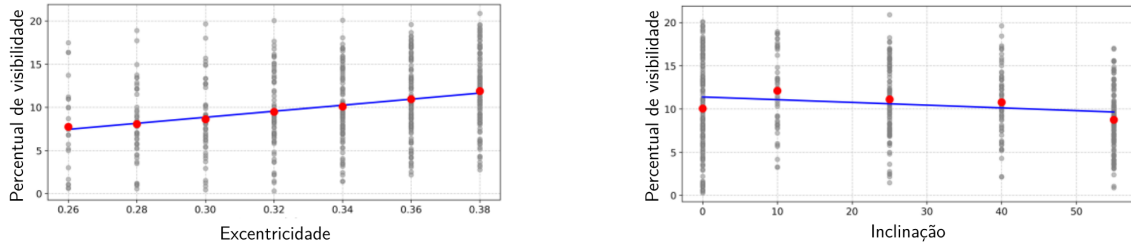
Fonte: Adaptado de (Carruba et al., 2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 7.

As restrições de elevação e de elongação solar limitam as observações a épocas específicas do ano. Esse efeito é mais pronunciado para objetos de baixa inclinação, que só podem ser observados em elongações menores. Mesmo nas melhores condições, sua detecção permanece mais restrita.

Para avaliar a observabilidade de asteroides co-orbitais de Vênus, analisou-se um conjunto de partículas de teste com baixos MOIDs em relação à Terra. Conforme mostrado na Figura 9.7, foram selecionadas partículas com cinco valores de inclinação (0° , 15° , 30° , 45° e 60°), variando semieixo e excentricidade (0,26–0,38, em passos de 0,02), além da anomalia média dentro da região demarcada pela linha preta tracejada. Para cada caso, calculou-se as efemérides a partir do Observatório Vera C. Rubin, aplicando filtros de visibilidade: acima do horizonte, elevação $>20^\circ$ e magnitude aparente $<23,5$.

Em seguida, calculou-se o percentual de visibilidade em função dos elementos orbitais, definido como a fração do tempo em que um objeto é detectável pelo Observatório Rubin durante as janelas favoráveis. Para cada combinação de excentricidade e inclinação, obteve-se a média desse percentual, ajustada por regressões lineares para identificar tendências, conforme apresentado na Figura 9.9.

Figura 9.9: Percentual de visibilidade dos asteroides co-orbitais de Vênus observados a partir do Observatório Rubin em função dos parâmetros orbitais. Os círculos vermelhos indicam as médias por excentricidade e inclinação, e as linhas azuis mostram os ajustes lineares correspondentes.



Fonte: Adaptado de Carruba et al. (2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 8.

Os resultados dessa análise revelam uma correlação positiva entre excentricidade e visibilidade, indicando que asteroides com órbitas mais excêntricas permanecem detectáveis por intervalos de tempo maiores. Esse comportamento reforça o viés observacional que favorece a identificação de co-orbitais de Vênus com alta excentricidade. Por outro lado, a inclinação orbital exerce influência mínima sobre a visibilidade, que se mantém próxima de 10% em todas as inclinações, o que confirma seu impacto reduzido na detecção desses objetos a partir da Terra.

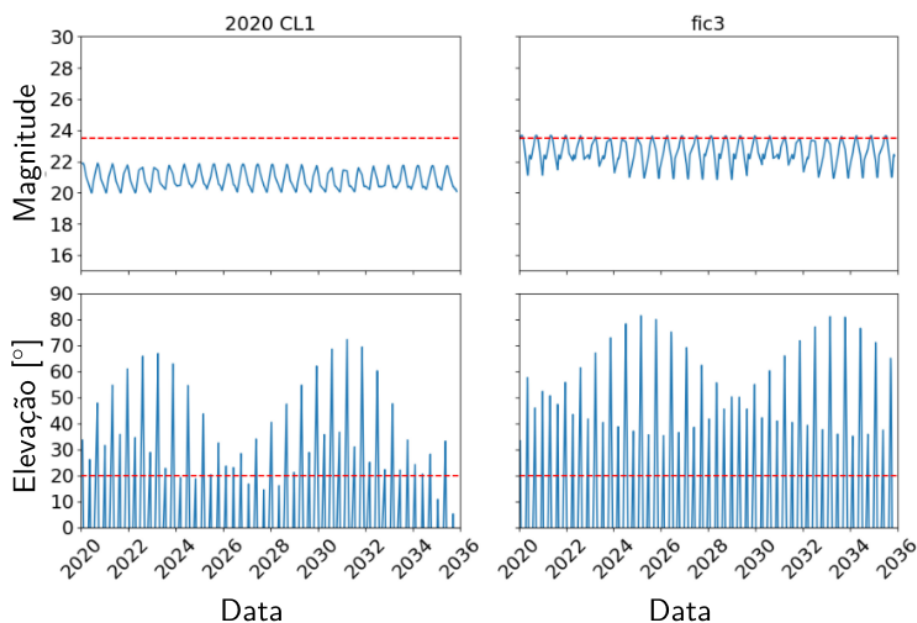
Essa relação pode ser explicada geometricamente: asteroides com maior excentricidade (até $e = 0,38$) se aproximam mais da órbita da Terra, reduzindo a distância Terra-asteroide em alinhamentos favoráveis. Como resultado, esses asteroides se tornam mais brilhantes e mais fáceis de detectar. O impacto limitado da inclinação orbital sugere que a distância até a Terra é o principal fator de visibilidade, e não a posição fora do plano da eclíptica.

9.6 Observabilidade a partir da órbita de Vênus

Observar asteroides co-orbitais de Vênus a partir da Terra apresenta desafios, devido à proximidade com o Sol e aos movimentos orbitais rápidos, que geram deslocamentos aparentes acelerados no céu, exigindo técnicas de observação avançadas, conforme descrito na Seção 9.5. Por outro lado, realizar observações a partir da órbita de Vênus, com instrumentos voltados para longe do Sol, pode facilitar a detecção desses asteroides. Aplicou-se uma análise similar à da Seção 9.5, considerando agora um observador hipotético situado no equador e no meridiano principal de Vênus, com o objetivo de avaliar as condições de observabilidade.

Considerando os desafios da observação a partir da Terra, é importante avaliar alternativas a partir de Vênus. Devido à espessa e corrosiva atmosfera do planeta, nenhum telescópio poderia operar na superfície por longos períodos (Lukco et al., 2018). Entretanto, as estimativas de visibilidade a partir da superfície ou de órbita baixa permitem inferir o desempenho de telescópios posicionados em órbita de Vênus ou próximos aos pontos lagrangianos L1 e L2. Conforme mostrado na Figura 9.10, a magnitude aparente e a elevação de 2020 CL1 e fic3 foram calculadas para observações a partir de Vênus, destacando as diferenças em relação à Figura 9.8, que apresenta os mesmos objetos vistos da Terra.

Figura 9.10: Condições de observabilidade de co-orbitais de Vênus, mostrando magnitude aparente e elevação para o objeto real 2020 CL1 e o fictício fic3, considerando limite de detecção de 23,5 e elevação mínima de 20°.



Fonte: Adaptado de (Carruba et al., 2025), *A&A*, 699, A86 (2025), p. 8.

As variações de magnitude aparente apresentam padrões mais regulares quando os objetos são observados a partir de Vênus do que da Terra, com valores típicos entre 20–22 para 2020 CL1 e 18–24 para fic3. O co-orbital 2020 CL1 mantém brilho mais estável visto de Vênus, enquanto fic3 mostra variações mais acentuadas, com picos periódicos próximos de magnitude 18.

Os painéis inferiores da Figura 9.10 indicam que, observados a partir de Vênus, os ângulos de elevação acima de 20° apresentam padrões regulares. Em termos de elevação, 2020 CL1 apresenta duas janelas principais, com picos próximos de 70°, enquanto fic3 oferece opor-

tunidades mais frequentes, atingindo elevações acima de 80° . A diferença na elevação máxima decorre principalmente da inclinação orbital: os 15° de *fic3* proporcionam uma geometria mais favorável para um observador em Vênus.

A análise mostra que os cinco objetos fictícios e 2020 CL1 evidenciam que inclinações mais altas favorecem a observação a partir de Vênus, garantindo períodos mais longos acima do limite de elevação. Em todos os casos, as magnitudes permaneceram dentro do alcance de telescópios modernos, exibindo variações bem menores do que aquelas registradas a partir da Terra.

Os resultados indicam que um observador situado em Vênus teria melhores condições para detectar co-orbitais, apesar das restrições impostas pela elongação solar. Para aproveitar essa vantagem, projetaram-se missões em dois formatos: uma sonda única em órbita Halo nos pontos L1 ou L2 (Sol–Terra ou Sol–Vênus) ou constelações de telescópios em órbitas próximas à de Vênus.

Morrison et al. (2009) avaliou esse tipo de missão, examinando a transferência de uma espaçonave da Terra para uma órbita Halo Sol–Vênus L2 e destacando seu potencial para observar objetos situados dentro da órbita terrestre (Interior-Earth Objects (IEOs) ou Atira).

A missão NEO Surveyor (Hoffman et al., 2021), aprovada em 2021 para a fase de design preliminar pelo Planetary Defense Coordination Office (PDCO) da NASA, será posicionada em órbita Halo ao redor do ponto de Lagrange Sol–Terra L1. Com lançamento previsto após 2027, o telescópio permitirá observar asteroides em elongações solares a partir de 45° , possibilitando identificar a maioria dos co-orbitais de Vênus potencialmente perigosos ainda não descobertos.

Missões com um único telescópio têm cobertura limitada, restringindo a observação de NEAs e PHAs e dificultando a determinação precisa de suas órbitas. Para superar essa limitação, conforme discutido em Dunham e Genova (2010), uma das primeiras propostas foi o projeto Shield (Morrison, 1992), que sugeria lançar três espaçonaves em órbitas próxi-

mas a Vênus, com orientação voltada para longe do Sol, para detectar asteroides internos potencialmente perigosos.

Recentemente, Shirobokov et al. (2020) exploraram esse conceito, ao propor uma missão voltada para a detecção de asteroides potencialmente perigosos no Sistema Solar interno, utilizando um telescópio espacial em órbita ao redor do ponto de Lagrange Sol–Vênus L2. Foram identificadas órbitas Halo e Lissajous, além de discutidos os custos de manutenção necessários para estabilizá-las. De forma semelhante, Wilmer et al. (2024) estudaram 37 órbitas periódicas no Problema Restrito Circular de Três Corpos Sol–Vênus (CR3BP), que poderiam otimizar a observação de corpos internos.

Zhou et al. (2022) apresentaram a missão CROWN, que planeja uma constelação de sete espaçonaves com lançamento previsto para após 2031. A missão inclui uma nave-mãe para controle e seis telescópios “filhas” orientados para longe do Sol, capazes de observar asteroides internos em órbitas próximas à de Vênus. Essa configuração oferece ampla cobertura e longas janelas de observação: mais de 94% dos objetos seriam visíveis por mais de 100 dias, e mais de 90% poderiam ser monitorados por dois telescópios simultaneamente, garantindo boa determinação orbital.

9.7 Conclusões

Neste estudo, investigou-se o risco de colisão de uma população não detectada de asteroides co-orbitais de Vênus com baixa excentricidade para a Terra, destacando-se:

1. Partindo da hipótese central desta tese, foram analisados modelos recentes de produção de NEAs, como o NEOMOD3 (Nesvorný et al., 2024). Propõe-se que a escassez de co-orbitais de Vênus de baixa excentricidade se deva principalmente a vieses observacionais, e não a efeitos dinâmicos, indicando que uma população significativa ainda exista, sem ter sido detectada.
2. Com base nesses modelos, a abordagem semi-analítica de Pan e Gallardo (2025) foi usada para analisar a dinâmica dos Troianos de Vênus próximos ao limite $Q_A = q_{\oplus}$ para $e = 0,38$. O modelo reproduz com precisão a evolução de curto prazo em configurações TL4, RS, HRS e TRS, exibido na Figura 9.5. A partir dessa análise,

examinou-se $e = 0,38$, valor próximo ao limite de observabilidade da maioria dos co-orbitais conhecidos, e em seguida como essa dinâmica aparece no Hamiltoniano do sistema.

3. O modelo de Pan e Gallardo (2025) foi aplicado para gerar condições iniciais no plano (e, inc) e simular encontros com a Terra ao longo de 36.000 anos Carruba et al. (2025). A maioria ocorre para $e = 0,38$, mas coorbitais de menor excentricidade também podem ter múltiplos encontros, com maior extensão em e para inclinações baixas.
4. Com esses resultados, avaliaram-se a viabilidade de detectar co-orbitais de Vênus não observados a partir da Terra, considerando o programa regular do Observatório Vera C. Rubin, incluindo 2020 CL1 e cinco objetos fictícios. A análise considerou parâmetros orbitais, físicos e métricas de visibilidade, como elevação e magnitude aparente. Os resultados indicam que as detecções são limitadas por elevação e elongação solar, afetando principalmente asteroides de baixa inclinação, e sugerem um viés a favor de objetos de maior excentricidade.
5. Em paralelo, missões espaciais futuras, como a proposta CROWN, desempenham um papel crucial para superar o viés observacional e mapear integralmente a significativa população de PHAs “invisíveis”, cuja existência e risco de colisão foram confirmados neste estudo. A constelação de telescópios da CROWN, posicionada em órbitas próximas a Vênus, garante a cobertura necessária para detectar todos esses objetos.
6. A descoberta do PHA 2024 YR4 evidencia que ainda existem asteroides internos perigosos não detectados. Os coorbitais de Vênus de baixa excentricidade são especialmente difíceis de monitorar a partir da Terra. Levantamentos como os do Observatório Rubin podem detectar alguns, mas apenas missões espaciais próximas a Vênus permitiriam mapear completamente todos os PHAs “invisíveis”.

*O estudo apresentado neste capítulo foi publicado no artigo científico *The invisible threat: Assessing the collisional hazard posed by the undiscovered Venus co-orbital asteroids*, publicado no periódico científico *Astronomy & Astrophysics*, ver Apêndice B. Tal publicação foi realizada com colaboradores, o orientador e a coorientadora deste trabalho.*

Resumo de minhas contribuições na publicação do artigo:

- Revisão e edição textual do manuscrito, com foco na seção de resultados e conclusões;
- Contribuição metodológica na verificação dos dados orbitais e classificação dos asteroides coorbitais de Vênus;
- Apoio na análise dos objetos potencialmente perigosos (*Potentially Hazardous Asteroids – PHAs*).

Conclusões

Este trabalho demonstrou a eficácia das técnicas de aprendizado profundo de máquina para a classificação e a caracterização, em larga escala, de populações de asteroides. Ao aplicar os modelos CNNs e, inovadoramente, o modelo ViT, o estudo superou os desafios impostos pelo crescente volume de dados astronômicos, que tornava a classificação manual inviável.

As contribuições significativas incluem a identificação das primeiras duas famílias jovens em ressonâncias seculares não lineares do tipo g . Além disso, houve um aprimoramento na classificação de argumentos ressonantes por meio de filtragem digital, o que torna o efeito de libração de longo prazo mais evidente. A pesquisa também validou a superioridade do modelo ViT em velocidade e precisão, explorando com sucesso LLMs para a classificação de imagens de ângulos ressonantes.

Adicionalmente, a pesquisa avançou na identificação de asteroides em ressonâncias $g - s$, fornecendo análises importantes sobre as escalas de tempo dos ciclos coorbitais de asteroides de Vênus. Essas descobertas são importantes, pois ajudam a compreender o risco de colisão que esses objetos não descobertos representam para a Terra.

Os resultados evidenciam que o deep learning não apenas aprimora a capacidade de identificar e compreender a dinâmica dos corpos celestes, mas também oferece suporte crucial para futuras missões espaciais. Essa tecnologia é fundamental para a avaliação de riscos potenciais, como os impactos de objetos com a Terra.

Por fim, este trabalho consolida a importância da inteligência artificial como ferramenta transformadora na astronomia. As inovações apresentadas não só ampliam o conhecimento sobre asteroides, mas também abrem novas perspectivas para a pesquisa e exploração espacial.

Com relação à disponibilidade dos códigos e dados utilizados na pesquisa, repositórios no GitHub estão disponíveis. No Apêndice C são fornecidos os links de acesso para códigos e dados de cada capítulo desta pesquisa.

Referências Bibliográficas

- Alves A. A., Carruba V., Delfino E. M. D. S., Silva V. R., Blasco L., Deep learning identification of asteroids interacting with $g - s$ secular resonances, *Planetary and Space Science*, 2025, vol. 258, p. Art. 105666
- Araujo R. A. N., Winter O. C., Sfair R., Rings under close encounters with the giant planets: Chariklo versus Chiron, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2018, vol. 479, p. 4770
- Araujo R. A. N. d., Liberato L., Winter O. C., On the orbital inclination evolution of the current large NEOs, *The European Physical Journal Special Topics*, 2023, vol. 232, p. 3023
- Arora S., Bhaskara A., Ge R., Ma T., Provable Bounds for Learning Some Deep Representations, *CoRR*, 2013, vol. abs/1310.6343
- Baron D., , 2019 Machine learning in astronomy: A practical overview <https://arxiv.org/abs/1904.07248>
- Beaugé C., Roig F., A semianalytical model for the motion of the Trojan asteroids: Proper elements and families, *Icarus*, 2001, vol. 153, p. 391
- Bellm E. C., Kulkarni S. R., Graham M. J., Dekany R. G., Smith R. M., Riddle R., Masci F. J., Helou G., Prince T. A., Adams S. M., et al. The Zwicky Transient Facility: System Overview, Performance, and First Results, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2019, vol. 131, p. 018002
- Bendjoya P., Zappalà V., , 2002 in Bottke W. F., Cellino A., Paolicchi P., Binzel R. P., eds, , Asteroids III. University of Arizona Press Tucson pp 613–618

- Benz W., Asphaug E., Catastrophic disruptions revisited, *Icarus*, 1999, vol. 142, p. 5
- Berthier J., Carry B., Mahlke M., Normand J., SsODNet: Solar system Open Database Network, *Astronomy & Astrophysics*, 2023, vol. 671, p. A151
- Bishop C. M., *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer New York, 2006
- Bolin B. T., Masci F. J., Coughlin M. W., Duev D. A., Ivezić Ž., Jones R. L., Yoachim P., Ahumada T., Bhalerao V., Choudhary H., et al., The Palomar twilight survey of ‘Ayló’chaxnim, Atiras, and comets, *Icarus*, 2025, vol. 425, p. 116333
- Bottke W. F., Durda D. D., Nesvorný D., Jedicke R., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Levison H., The fossilized size distribution of the main asteroid belt, *Icarus*, 2005, vol. 175, p. 111
- Bottke W. F., Vokrouhlický D., Brož M., Nesvorný D., Morbidelli A., Yarkovsky and YORP Effects on Asteroids: Implications for the Origin of the Asteroid Belt, *Science*, 2001, vol. 294, p. 1693
- Bowell E., Hapke B., Domingue D., Lumme K., Peltoniemi J., Harris A. W., , 1989 in Binzel R. P., Gehrels T., Matthews M. S., eds, , *Asteroids II*. University of Arizona Press Tucson, Arizona, USA pp 524–556
- Branco H., , 2020 Overfitting e underfitting em Machine Learning
- Brasser R., Innanen K. A., Connors M., Veillet C., Wiegert P., Mikkola S., Chodas P. W., Transient co-orbital asteroids, *Icarus*, 2004, vol. 171, p. 102
- Brown T. B., Mann B., Ryder N., Subbiah M., Kaplan J., Dhariwal P., Neelakantan A., Shyam P., Sastry G., Askell A., Agarwal S., Herbert-Voss A., Krueger G., Henighan T., Child R., Ramesh A., Ziegler D. M., Wu J., Winter C., Hesse C., Chen M., Sigler E., Litwin M., Gray S., Chess B., Clark J., Berner C., McCandlish S., Radford A., Sutskever I., Amodei D., Language Models are Few-Shot Learners, *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2020, vol. 33, p. 1877
- Brownlee J., , 2020 in , *Object Detection, and Face Recognition in Python Machine Learning Mastery*. Machine Learning Mastery San Juan, PR, USA

- Brož M., Morbidelli A., The asteroid belt: A repository of remnant planetesimals, *Icarus*, 2013, vol. 223, p. 844
- Brož M., Vokrouhlický D., Asteroid families in the first-order resonances with Jupiter, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2008, vol. 390, p. 715
- Buhl N., , 2024 Training, Validation, and Test Set: Key Takeaways Blog post on Encord
- Bus S. J., Binzel R. P., Phase II of the Small Main-Belt Asteroid Spectroscopic Survey: A feature-based taxonomy, *Icarus*, 2002, vol. 158, p. 146
- Butterworth S., On the theory of filter amplifiers, *The Wireless Engineer* (also cited as *Experimental Wireless & the Wireless Engineer*), 1930, vol. 7, p. 536
- Carruba V., An analysis of the region of the Phocaea dynamical family, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2009, vol. 398, p. 1512
- Carruba V., Dynamical erosion of asteroid groups in the region of the Phocaea family, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2010, vol. 403, p. 1834
- Carruba V., Aljbaae S., Caritá G., Domingos R. C., Martins B., Optimization of artificial neural networks models applied to the identification of images of asteroids' resonant arguments, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2022, vol. 134, p. 59
- Carruba V., Aljbaae S., Caritá G., Lourenço M. V. F., Martins B. S., Alves A. A., Imbalanced classification applied to asteroid resonant dynamics, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 2023, vol. 10, p. Art. 1196223
- Carruba V., Aljbaae S., Domingos R. C., Barletta W., Artificial neural network classification of asteroids in the M1:2 mean-motion resonance with Mars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2021, vol. 504, p. 692
- Carruba V., Aljbaae S., Domingos R., Huaman M., Martins B., Identifying the population of stable ν_6 resonant asteroids using large data bases, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2022a, vol. 514, p. 4803
- Carruba V., Aljbaae S., Domingos R. C., Identification of asteroid groups in the z1 and z2 nonlinear secular resonances through genetic algorithms, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2021, vol. 133, p. 24

- Carruba V., Aljbaae S., Domingos R. C., Huaman M., Martins B., Identifying the population of stable ν_6 resonant asteroids using large databases, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2022b, vol. 514, p. 4803
- Carruba V., Aljbaae S., Knezevic Z., Mahlke M., Masiero J. R., Roig F., Domingos R. C., Huaman M., Alves A., Martins B. S., Carita G., Lourenco M., Destouni S. C., On the identification of the first two young asteroid families in g-type non-linear secular resonances, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2024, vol. 528, p. 796
- Carruba V., Aljbaae S., Smirnov E., Caritá G., Vision Transformers for Identifying Asteroids Interacting with Secular Resonances, *Icarus*, 2025a, vol. 425, p. 116346
- Carruba V., Aljbaae S., Smirnov E., Caritá G., Vision Transformers for identifying asteroids interacting with secular resonances, *Icarus*, 2025b, vol. 425, p. 116346
- Carruba V., Di Ruzza S., Caritá G., Aljbaae S., Domingos R., Huaman M., Araujo R., Mourão D., Alves A., Delfino E., Silva V., Time scales for Co-orbital Cycles of Venus Trojans Asteroids, *Icarus*, 2025, vol. 433, p. A116508
- Carruba V., Domingos R. C., Nesvorný D., Roig F., Huaman M. E., Souami D., A multidomain approach to asteroid families' identification, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2013, vol. 433, p. 2075
- Carruba V., Huaman M., Douwens S., Domingos R., Chaotic diffusion caused by close encounters with several massive asteroids, *Astronomy & Astrophysics*, 2012, vol. 543, p. A105
- Carruba V., Michtchenko T. A., A frequency approach to identifying asteroid families, *Astronomy & Astrophysics*, 2007, vol. 475, p. 1145
- Carruba V., Morbidelli A., On the First ν_6 Anti-Aligned Librating Asteroid Family of Tina, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2011, vol. 412, p. 2040
- Carruba V., Moreira Morais M. H., Mourão D. C., Araujo R. A. N., Aljbaae S., Caritá G., Domingos R. C., New transient co-orbital asteroids of Venus, *Research Notes of the AAS*, 2024, vol. 8, p. 213

- Carruba V., Nesvorný D., Aljbaae S., Huaman M. E., Dynamical evolution of the Cybele asteroids, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2015, vol. 451, p. 244
- Carruba V., Nesvorný D., Vokrouhlický D., Detection of the YORP effect for small asteroids in the Karin cluster, *Astronomical Journal*, 2016, vol. 151, p. 164
- Carruba V., Nesvorný D., Aljbaae S., Secular resonances and the orbital distribution of the current asteroid population, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, vol. 460, p. 4137
- Carruba V., Sfair R., Araujo R. A. N., Winter O. C., Mourão D. C., Di Ruzza S., Aljbaae S., Caritá G., Domingos R. C., Alves A. A., The invisible threat: Assessing the collisional hazard posed by the undiscovered Venus co-orbital asteroids, *Astronomy & Astrophysics*, 2025
- Carruba V., Smirnov E. A., Carita G., , 2025 in Carruba V., Smirnov E. A., Oszkiewicz D., eds, , *Machine Learning for Small Bodies in the Solar System*. Elsevier pp 1–32
- Carruba V., Spoto F., Barletta W., Aljbaae S., Fazenda Á. L., Martins B., The population of rotational fission clusters inside asteroid collisional families, *Nature Astronomy*, 2020, vol. 4, p. 83
- Carruba V., Vokrouhlický D., Novaković B., Asteroid families interacting with secular resonances, *Planetary and Space Science*, 2018, vol. 157, p. 72
- Celletti A., Perozzi E., *Celestial Mechanics: The Waltz of the Planets*. Springer New York, NY, USA, 2020
- Christou A. A., A numerical survey of transient co-orbitals of the terrestrial planets, *Icarus*, 2000, vol. 144, p. 1
- Cibulková H., Brož M., Benavidez P. G., A six-part collisional model of the main asteroid belt, *Icarus*, 2014, vol. 241, p. 358
- Clark D. L., Wiegert P. A., Brown P. G., Vida D., Heinze A., Denneau L., The impact of asteroid 2020 QG on the Earth-Moon system, *The Planetary Science Journal*, 2021, vol. 2, p. 123

- Collaboration G., Gaia Data Release 3: Chemical cartography of the Milky Way, *Astronomy & Astrophysics*, 2022, vol. 649, p. A1
- Collins G. S., Melosh H. J., Marcus R. A., Earth impact effects program: A web-based computer program for calculating the regional environmental consequences of a meteoroid impact on Earth, *Meteoritics & Planetary Science*, 2005, vol. 40, p. 817
- Dean J., Corrado G. S., Monga R., Chen K., Devin M., Le Q. V., Mao M. Z., Ranzato M., Senior A., Tucker P., Yang K., Ng A. Y., Large Scale Distributed Deep Networks. In *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)* , 2012, p. 1232
- DeMeo F. E., Binzel R. P., Slivan S. M., Bus S. J., An extension of the Bus asteroid taxonomy into the near-infrared, *Icarus*, 2009, vol. 202, p. 160
- DeMeo F. E., Carry B., The taxonomic distribution of asteroids from multi-filter all-sky photometric surveys, *Icarus*, 2013, vol. 226, p. 723
- Deng J., Dong W., Socher R., Li L.-J., Li K., Fei-Fei L., ImageNet: A Large-Scale Hierarchical Image Database. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)* , 2009, p. 248
- Di Ruzza S., Pousse A., Alessi E. M., On the co-orbital asteroids in the solar system: medium-term timescale analysis of the quasi-coplanar objects, *Icarus*, 2023, vol. 390, p. 115330
- Dickey D. A., Fuller W. A., Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, 1979, vol. 74, p. 427
- Dosovitskiy A., Beyer L., Kolesnikov A., Weissenborn D., Zhai X., Unterthiner T., Dehghani M., Minderer M., Heigold G., Gelly S., Uszkoreit J., Houlsby N., An Image is Worth 16x16 Words: Transformers for Image Recognition at Scale, *arXiv preprint arXiv:2010.11929*, 2020
- Dosovitskiy A., Beyer L., Kolesnikov A., Weissenborn D., Zhai X., Unterthiner T., Dehghani M., Minderer M., Heigold G., Gelly S., Uszkoreit J., Houlsby N., An Image is Worth 16x16 Words: Transformers for Image Recognition at Scale. In *Proceedings of the International Conference on Learning Representations (ICLR)* , 2021

- Dunham D. W., Genova A., Using Venus for locating space observatories to discover potentially hazardous asteroids, *Cosmical Research*, 2010, vol. 48, p. 424
- Ester M., Kriegel H.-P., Sander J., Xu X., A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise. In *Proceedings of the 2nd International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD-96)* , AAAI Press, 1996, p. 226
- Farinella P., Davis D. R., Collision rates and impact velocities in the main asteroid belt, *Icarus*, 1992, vol. 97, p. 111
- Fawcett T., An introduction to ROC analysis, *Pattern Recognition Letters*, 2006, vol. 27, p. 861
- Fenucci M., Gronchi G. F., Saillenfest M., Proper elements for resonant planet-crossing asteroids, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2022, vol. 134, p. 23
- Ferraz-Mello S., Estimation of periods from unequally spaced observations, *The Astronomical Journal*, 1981, vol. 86, p. 619
- Gallardo T., Semianalytical model for planetary resonances, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2020, vol. 132, p.
- Goodfellow I., Bengio Y., Courville A., *Deep Learning*. MIT Press Cambridge, MA, USA, 2016
- Granvik M., Morbidelli A., Jedicke R., Bolin B., Bottke W. F., Beshore E., Vokrouhlický D., Delbó M., Michel P., Super-catastrophic disruption of asteroids at small perihelion distances, *Nature*, 2016, vol. 530, p. 303
- Han X., Zhang K., Li Y., Zhu Q., Data-efficient Vision Transformers with Differentiable Patch Selection. In *Proceedings of the 35th Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS 2022)* , 2022, p. 24404
- Hastie T., Tibshirani R., Friedman J., *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction* 2 edn. Springer New York, 2009
- He K., Zhang X., Ren S., Sun J., Deep Residual Learning for Image Recognition. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)* , IEEE, 2016, p. 770

- Hoffman T., Liu Y., Lysek M., et al., Near-Earth Object Surveyor Overview. In Proceedings of the Near-Earth Object Surveyor Conference , Pasadena, CA; Tucson, AZ; Boulder, CO, 2021, p. 1
- Huaman M., Carruba V., Domingos R., Aljbaae S., The asteroid population in g-type non-linear secular resonances, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, vol. 468, p. 4982
- Ioffe S., Szegedy C., Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift. In Proceedings of the 32nd International Conference on Machine Learning (ICML) , 2015, p. 448
- Ivezic Z., Kahn S. M., Tyson J. A., Abel B., Acosta E., Allsman R., Alonso D., AlSayyad Y., Anderson S. F., Andrew J., et al., LSST: From Science Drivers to Reference Design and Anticipated Data Products, *The Astrophysical Journal*, 2019, vol. 873, p. 111
- Ivezić Ž., Tabachnik S., Rafikov R., Lupton R. H., Quinn T., Hammergren M., Eyer L., Chu J., Armstrong J. C., Fan X., et al., Solar system objects observed in the Sloan Digital Sky Survey commissioning data, *The Astronomical Journal*, 2001, vol. 122, p. 2749
- Jenniskens P., Shaddad M. H., Numan D., Elsir S., Kudoda A. M., Zolensky M. E., Le L., Robinson G. A., Friedrich J. M., Rumble D., Steele A., Chesley S. R., Fitzsimmons A., Duddy S., Hsieh H. H., Ramsay G., Brown P. G., Edwards W. N., Tagliaferri E., Boslough M. B., Spalding R. E., Dantowitz R., Kozubal M., Pravec P., Borovicka J., Charvat Z., Vaubaillon J., Kuiper J., Albers J., Bishop J. L., Mancinelli R. L., Sandford S. A., Milam S. N., Nuevo M., Worden S. P., The impact and recovery of asteroid 2008 TC3, *Nature*, 2009, vol. 458, p. 485
- Jones R. L., Jurić M., Ivezić Ž., Asteroid discovery and characterization with the Large Synoptic Survey Telescope, *Proceedings of the International Astronomical Union*, 2015, vol. 10, p. 282
- Knežević Z., Survey of Secular Resonances in the Asteroid Belt, *Serbian Astronomical Journal*, 2022, vol. 204, p. 1

- Knežević Z., Milani A., Proper element catalogs and asteroid families, *Astronomy & Astrophysics*, 2003, vol. 403, p. 1165
- Kolmogorov A. N., –
- Lazzaro D., Angeli C. A., Carvano J. M., Mothé-Diniz T., Duffard R., Florczak M., S3OS2: The visible spectroscopic survey of 820 asteroids, *Icarus*, 2004, vol. 172, p. 179
- Levison H. F., Duncan M. J., The long-term dynamical behavior of short-period comets, *Icarus*, 1994, vol. 108, p. 18
- Levison H. F., Duncan M. J., SWIFT: A solar system integration software package, *Astrophysics Source Code Library*, 2013, pp ascl–1303
- Liu D., , 2017 A Practical Guide to ReLU
- Lukco D., Spry D. J., Harvey R. P., Costa G. C. C., Okojie R. S., Avishai A., Nakley L. M., Neudeck P. G., Hunter G. W., Chemical analysis of materials exposed to Venus temperature and surface atmosphere, *Earth and Space Science*, 2018, vol. 5, p. 270
- Mahabal A., Sheth K., Gieseke F., Pai A., Rusholme B., Graham M. J., Rebbapragada U., Donalek C., Drake A. J., Djorgovski S. G., Deep-Learnt Classification of Light Curves, arXiv preprint arXiv:1709.06257, 2017
- Mahlke M., Carry B., Denneau L., Asteroid phase curves from ATLAS dual-band photometry, *Icarus*, 2021, vol. 354, p. 114094
- Mahlke M., Carry B., Mattei P.-A., Asteroid taxonomy from cluster analysis of spectrometry and albedo, *Astronomy & Astrophysics*, 2022, vol. 665, p. A26
- Mainzer A., Masiero J., Grav T., Bauer J., Tholen D. J., McMillan R. S., Wright E., Spahr T., Cutri R. M., Walker R., et al., NEOWISE studies of asteroids with Sloan photometry: Preliminary results, *The Astrophysical Journal*, 2012, vol. 745, p. 7
- Masiero J. R., Mainzer A. K., Grav T., Bauer J. M., Cutri R. M., Nugent C., Cabrera M. S., Main Belt Asteroids with WISE/NEOWISE. I. Preliminary Albedos and Diameters, *The Astrophysical Journal Letters*, 2012, vol. 759, p. L8

- Miao N., Teh Y. W., Rainforth T., SelfCheck: Using LLMs to Zero-Shot Check Their Own Step-by-Step Reasoning, arXiv preprint arXiv:2308.00436, 2023
- Milani A., Cellino A., Knežević Z., Novaković B., Spoto F., Paolicchi P., Asteroid families classification: Exploiting very large datasets, *Icarus*, 2014, vol. 239, p. 46
- Milani A., Knežević Z., Asteroid proper elements and secular resonances, *Icarus*, 1992, vol. 98, p. 211
- Milani A., Knežević Z., Spoto F., Cellino A., Novaković B., Tsirvoulis G., Identification of asteroid families, *Icarus*, 2017, vol. 288, p. 240
- Milani A., Knežević Z., Secular perturbation theory and computation of asteroid proper elements, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1990, vol. 49, p. 347
- Minor Planet Center, 2025 MPC – Dados (Minor Planet Center Database) Base de dados
- Morais M. H. M., Morbidelli A., The population of Near Earth Asteroids in coorbital motion with Venus, *Icarus*, 2006, vol. 185, p. 29
- Morbidelli A., Asteroid secular resonant dynamics: Analytical theory of linear secular resonances, *Icarus*, 1993, vol. 105, p. 48
- Morbidelli A., Bottke W. F., Froeschlé C., Michel P., Origin and evolution of near-Earth objects, *Asteroids III*, 2002, vol. 409, p. 409
- Morrison D., The Spaceguard Survey: Report of the NASA International Near-Earth-Object Detection Workshop. vol. 107979, NASA Washington, DC, 1992
- Morrison D., Chartres J., Coloprete A., et al., Physical Characterization of Sub-km Near-Earth Asteroids: Low-Cost Mission Approaches. In 1st IAA Planetary Defense Conference: Protecting Earth from Asteroids , International Academy of Astronautics, Granada, Espanha, 2009
- Murray C. D., Dermott S. F., Solar System Dynamics. Cambridge University Press Cambridge, 2000
- Namouni F., Secular interactions of coorbiting objects, *Icarus*, 1999, vol. 137, p. 293

- Namouni F., Christou A. A., Murray C. D., Coorbital dynamics at large eccentricity and inclination, *Physical Review Letters*, 1999, vol. 83, p. 2506
- Nesvorný D., Brož M., Carruba V., , 2015 in Michel P., DeMeo F. E., Bottke W. F., eds, , *Asteroids IV*. University of Arizona Press Tucson pp 297–321
- Nesvorný D., Vokrouhlický D., Shelly F., Deienno R., Bottke W. F., Fuls C., Jedicke R., Naidu S., Chesley S. R., Chodas P. W., et al., NEOMOD 3: The debiased size distribution of Near Earth Objects, *Icarus*, 2024, vol. 417, p. 116110
- Novaković B., Vokrouhlický D., Spoto F., Nesvorný D., Asteroid families: properties, recent advances, and future opportunities, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2022, vol. 134, p. 34
- Pan N., Gallardo T., An attempt to build a dynamical catalog of present-day solar system co-orbitals, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2025, vol. 137, p. 2
- Parker A., Ivezić Ž., Juríc M., Lupton R., Sekora M. D., Kowalski A., The size distributions of asteroid families in the SDSS Moving Object Catalog 4, *Icarus*, 2008, vol. 198, p. 138
- Pokorný P., Kuchner M. J., Threat from Within: Excitation of Venus’s Co-orbital Asteroids to Earth-crossing Orbits, *The Planetary Science Journal*, 2021, vol. 2, p. 193
- Pousse A., Alessi E. M., Revisiting the averaged problem in the case of mean-motion resonances in the restricted three-body problem: Global rigorous treatment and application to the co-orbital motion, *Nonlinear Dynamics*, 2022, vol. 108, p. 959
- Powers D. M. W., Evaluation: From Precision, Recall and F-Measure to ROC, Informedness, Markedness & Correlation, *Journal of Machine Learning Technologies*, 2011, vol. 2, p. 37
- Pravec P., et al., Binary asteroid population. 2. Anisotropic distribution of orbit poles of small, inner main-belt binaries, *Nature*, 2010, vol. 466, p. 1085
- Radović V., Limitations of backward integration method for asteroid family age estimation, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, vol. 471, p. 1321
- Roig F., Nesvorný D., Title of the article, *The Astronomical Journal*, 2020, vol. 160, p. 110

Ryan E. L., Woodward C. E., Title of the Article

Scholl H., Marzari F., Tricarico P., The instability of Venus trojans, *The Astronomical Journal*, 2005, vol. 130, p. 2912

Schwamb M. E., Jones R. L., Yoachim P., Volk K., Dorsey R. C., Opitom C., Greenstreet S., Lister T., Snodgrass C., Bolin B. T., et al., Tuning the legacy survey of space and time (LSST) observing strategy for solar system science, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2023, vol. 266, p. 22

Sergeyev A. V., Carry B., A million asteroid observations in the Sloan Digital Sky Survey, *Astronomy & Astrophysics*, 2021, vol. 652, p. A59

Sheppard S. S., Tholen D. J., Pokorný P., Micheli M., Dell'Antonio I., Fu S., Trujillo C. A., Beaton R., Carlsten S., Drlica-Wagner A., et al., A deep and wide twilight survey for asteroids interior to Earth and Venus, *The Astronomical Journal*, 2022, vol. 164, p. 168

Shevchenko I. I., *Dynamical Chaos in Planetary Systems*. vol. 463 of *Astrophysics and Space Science Library*, Springer International Publishing Cham, 2020

Shin Y., Schmidt P., A KPSS Stationarity Test As a Unit Root Test, *Economics Letters*, 1992, vol. 38, p. 387

Shirobokov M., Trofimov S., Ovchinnikov M., On the design of a space telescope orbit around the Sun–Venus L2 point, *Advances in Space Research*, 2020, vol. 65, p. 1591

Shridhar K., Sinha K., Cohen A., Wang T., Yu P., Pasunuru R., Sachan M., Weston J., Celikyilmaz A., The ART of LLM Refinement: Ask, Refine, and Trust, *arXiv preprint arXiv:2311.07961*, 2023

Simonyan K., Zisserman A., Very Deep Convolutional Networks for Large-Scale Image Recognition, *arXiv preprint arXiv:1409.1556*, 2014

Smirnov E. A., Fast, Simple, and Accurate Time Series Analysis with Large Language Models: An Example of Mean-Motion Resonances Identification, *The Astrophysical Journal*, 2024, vol. 966, p. 220

Sokolova M., Lapalme G., A systematic analysis of performance measures for classification tasks, *Information Processing & Management*, 2009, vol. 45, p. 427

- Sotnikov V., Chaikova A., Language Models for Multimessenger Astronomy, *Galaxies*, 2023, vol. 11, p. 63
- Spoto F., Milani A., Knežević Z., Asteroid family ages, *Icarus*, 2015, vol. 257, p. 275
- Szegedy C., Liu W., Jia Y., Sermanet P., Reed S. E., Anguelov D., Erhan D., Vanhoucke V., Rabinovich A., Going Deeper with Convolutions. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)* , 2015, p. 1
- Tancredi G., Chaotic dynamics of planet-encountering bodies, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1998, vol. 70, p. 181
- Task Force on Potentially Hazardous Near Earth Objects, 2000 Technical report Report of the Task Force on Potentially Hazardous Near Earth Objects. NASA
- Tholen D. J., Harris E. F. T. W., , 1989 in Binzel R. P., Gehrels T., Matthews M. S., eds, , Asteroids II. University of Arizona Press Tucson pp 416–441
- Tinaut-Ruano F., Tatsumi E., Tanga P., de León J., Delbo M., De Angeli F., Morate D., Licandro J., Galluccio L., Asteroids' reflectance from Gaia DR3: Artificial reddening at near-UV wavelengths, *Astronomy & Astrophysics*, 2023, vol. 669, p. L14
- Towards Data Science, 2019 The Annotated ResNet-50
- Tsirvoulis G., Discovery of a young subfamily of the (221) Eos asteroid family, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019, vol. 482, p. 2612
- Usui F., Kuroda D., Müller T. G., Hasegawa S., Ishiguro M., Ootsubo T., Kasuga T., Sarugaku Y., Hasegawa T., Takita S., Matsuura S., Matsuhara H., Kawada M., Onaka T., Murakami H., Asteroid catalog using AKARI: AKARI/IRC mid-infrared asteroid survey, *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 2011, vol. 63, p. 1117
- Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A. N., Kaiser L., Polosukhin I., Attention is All You Need. In *Advances in Neural Information Processing Systems* , vol. 30, Curran Associates, Inc., 2017
- Virtanen P., Gommers R., Oliphant T. E., Haberland M., Reddy T., Cournapeau D., Burovski E., Peterson P., Weckesser W., Bright J., van der Walt S. J., Brett M., Wilson

- J., Millman K. J., Mayorov N., Nelson A. R. J., Jones E., Kern R., Larson E., Carey C. J., Polat I., Feng Y., Moore E. W., VanderPlas J., Laxalde D., Perktold J., Cimrman R., Henriksen I., Quintero E. A., Harris C. R., Archibald A. M., Ribeiro A. H., Pedregosa F., van Mulbregt P., Contributors S. ., SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python, *Nature Methods*, 2020, vol. 17, p. 261
- Vokrouhlický D., A complete linear model for the Yarkovsky thermal force on spherical asteroid fragments, *Astronomy & Astrophysics*, 1999, vol. 344, p. 362
- Vokrouhlický D., Brož M., Bottke W. F., Nesvorný D., Morbidelli A., Yarkovsky/YORP chronology of asteroid families, *Icarus*, 2006, vol. 182, p. 118
- Wang Y., Yao Q., Kwok J., Ni L. M., Generalizing from a Few Examples: A Survey on Few-Shot Learning, *ACM Computing Surveys*, 2020, vol. 53, p. 1
- Wetherill G. W., Collisions in the asteroid belt, *Journal of Geophysical Research*, 1967, vol. 72, p. 2429
- Wilmer A. P., Bettinger R. A., Holzinger M. J., Dahlke J. A., Sun–Venus CR3BP, part 1: periodic orbit generation, stability, and mission investigation, *Archive of Applied Mechanics*, 2024, vol. 94, p. 921
- Wolf M., –
- Yahalom A., The weak field approximation of general relativity and the problem of precession of the perihelion for mercury, *Symmetry*, 2022, vol. 15, p. 39
- Zappalà V., Cellino A., Farinella P., Knežević Z., Asteroid Families. I. Identification by Hierarchical Clustering and Reliability Assessment, *The Astronomical Journal*, 1990, vol. 100, p. 2030
- Zhou X., Li X., Huo Z., Meng L., Huang J., Near-earth asteroid surveillance constellation in the sun-venus three-body system, *Space: Science & Technology*, 2022

Apêndice

Regras d'Alembert

A Ressonância de Movimento Médio (MMR) ocorre quando dois corpos celestes no sistema solar, como planetas ou asteroides, possuem relações numéricas simples e estáveis entre seus períodos orbitais. Isso afeta sua excentricidade e inclinação, levando à estabilidade ou instabilidade orbital e criando lacunas na distribuição de objetos.

Em geral, o argumento ressonante para uma MMR terá a forma Murray e Dermott (2000):

$$\phi = p\lambda - q\lambda_J - m\varpi - r\varpi_J - n\Phi - s\Phi_J \quad (\text{A.1})$$

onde λ é a longitude média, ϖ é a longitude do periélio e Φ é a longitude do nó ascendente. O subscrito J refere-se à órbita de Júpiter, enquanto os elementos não subscritos pertencem ao asteroide. Os inteiros p e q ($p > q > 0$) representam a razão entre o período do asteroide e o de Júpiter. No caso da ressonância de movimento médio 2:1 com Júpiter, p e q seriam 2 e 1, respectivamente. Os argumentos ressonantes devem satisfazer as duas regras de D'Alembert: a soma dos coeficientes das longitudes individuais deve ser zero, e a soma dos coeficientes das longitudes nodais deve ser par. Essas condições garantem que as forças gravitacionais dos corpos celestes envolvidos se equilibrem, sustentando a ressonância ao longo do tempo.

Apêndice B

Artigos

Página do artigo "Deep learning identification of asteroids interacting with g-s secular resonances", publicado em 2025 pelo periódico *Planetary and Space Science*.

Planetary and Space Science 258 (2025) 106062



Contents lists available at ScienceDirect

Planetary and Space Science

journal homepage: www.elsevier.com/locate/pss



Deep learning identification of asteroids interacting with g-s secular resonances

A.A. Alves^{a,*}, V. Carruba^a, E.M.D.S. Delfino^a, V.R. Silva^a, L. Blasco^b

^a São Paulo State University, Avenue Arlindo Pereira da Cunha 333, 12. 516-410 Guaratinguetá, Brazil

^b Universidad de Zaragoza, Calle Pedro Cerbuna 12, 50009 Zaragoza, Spain

ARTICLE INFO

Keywords:
Minor planets
Asteroids
General - astronomical databases - methods
Statistical

ABSTRACT

Secular resonances occur when there is a commensurability between the fundamental frequencies of asteroids and planets. These interactions can affect orbital elements like eccentricity and inclination. In this work, our focus is to study the $g - g_6 - s + s_6$ resonance, which affects highly inclined asteroids in the inner main belt around the Phocaea family. Traditionally, the identification of these asteroids was done manually, which demanded a significant amount of time and became unfeasible due to the large volume of data. Our goal is to develop deep learning models for the automatic identification of asteroids affected by this resonance. In this work, Convolutional Neural Network (CNN) models, such as VGG, Inception, and ResNet, as well as the Vision Transformer (ViT) architecture, are used. To evaluate the performance of the models, we used metrics such as accuracy, precision, recall, and F1-score, applied to both filtered and unfiltered elements. We applied deep learning methods and evaluated which one presented the best effectiveness in the classification of asteroids affected by the secular resonance. To improve the performance of the models, we employed regularization techniques, such as data augmentation and dropout. CNN models demonstrated excellent performance with both filtered and unfiltered elements, but the Vision architecture stood out, providing exceptional performance across all used metrics and low processing times.

1. Introduction

Secular resonances occur when there is a commensurability between the precession frequencies of the perihelion longitude (g) and the orbital node longitude (s) of an asteroid, and the fundamental frequencies of the planetary theory, $g_i = \omega_i$ and $s_i = \Phi_i$, where i is a suffix that identifies a Solar System planet, i.e., 1 for Mercury, 2 for Venus, etc. These relationships are discussed in detail by Celletti and Perozzi (2020). The related frequencies of these resonances necessarily obey the following relationship:

$$pg + qs + \sum (p_i g_i - s_i \tilde{g}_i + q_i \tilde{s}_i) = 0, \quad (1)$$

where the integers p , q , p_i , q_i must satisfy the D'Alembert rules. The D'Alembert rules can be applied to other types of resonances, including the Mean Motion Resonances (MMR) (see Murray and Dermott, 1999). For more details, please refer to Appendix. Linear secular resonances of the g -type occur when there is a commensurability between the precession frequency of the longitude of pericenter ω_i , indicated as g_i , of a planet and an asteroid. The most diffusive secular resonance in the main belt is the $\nu_6 = g - g_6$ resonance, where the suffix 6

is associated with the planet Saturn. Recently, Carruba et al. (2022) used a new dataset of asteroids in librating state of the linear secular resonance $\nu_6 = g - g_6$ to identify the main asteroid families exhibiting this resonance.

Similarly, the s -type resonances are characterized by the relationship between the precession frequencies of the asteroid's node (indicated as s) and the precession frequency of the planet's node. Among s -type secular resonances, one of the most important is the $\nu_6 = s - s_6$, for its effects on highly inclined asteroids (Carruba, 2010). Other resonances of higher order have been recently studied and modeled using deep learning methods to create models for the automatic detection of asteroids interacting with such resonances (Carruba et al., 2024).

In this work we focus our attention to $g - s$ type resonance, which involve combinations of the g and s frequency of the asteroid. One notable example is the $g - g_6 - s + s_6$ resonance, which affects highly inclined asteroids in the inner main belt around the Phocaea family (Carruba, 2009), and, possibly in the central main belt. Our goal is to study the interaction of asteroids with this resonance and develop deep learning models to automatically identify the affected asteroids.

* Corresponding author.

E-mail addresses: abreucon.alves@unesp.br (A.A. Alves), valerio.carruba@unesp.br (V. Carruba), eduardo.delfino@unesp.br (E.M.D.S. Delfino), vinicius.rivera@unesp.br (V.R. Silva), luzblasco5@gmail.com (L. Blasco).

<https://doi.org/10.1016/j.pss.2025.106062>

Received 14 November 2024; Received in revised form 25 January 2025; Accepted 27 January 2025

Available online 7 February 2025

0032-0633/© 2025 Elsevier Ltd. All rights are reserved, including those for text and data mining, AI training, and similar technologies.

Página do artigo "On the identification of the first two young asteroid families in g-type non-linear secular resonances", publicado em 2023 pela Revista MNRAS.

Monthly Notices
of the
ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY
MNRAS **528**, 796–814 (2024)
Advance Access publication 2023 December 22
<https://doi.org/10.1093/mnras/stad3968>

On the identification of the first two young asteroid families in g-type non-linear secular resonances

V. Carruba^{1,2,★}, S. Aljbaae^{3,4}, Z. Knežević⁵, M. Mahlke⁶, J. R. Masiero⁷, F. Roig⁸, R. C. Domingos⁹, M. Huaman¹⁰, A. Alves¹, B. S. Martins¹, G. Caritá³, M. Lourenço¹ and S. C. Destouni¹¹

¹São Paulo State University (UNESP), School of Natural Sciences and Engineering, Guaratinguetá, SP, 12516-410, Brazil

²Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia - LIneA, RJ 20765-000, Brazil

³National Space Research Institute (INPE), Division of Space Mechanics and Control, C.P. 515, 12227-310, São José dos Campos, SP, Brazil

⁴Make The Way, R. Elvira Ferraz, 250 - FL Office 305 e 306 - Vila Olâmpia, São Paulo - SP, 04545-015, Brazil

⁵Serbian Academy of Sciences and Arts, 11000 Belgrade, R. Serbia

⁶Institut d'Astrophysique Spatiale, Université Paris-Saclay, CNRS, F-91405 Orsay, France

⁷Caltech/IPAC, Pasadena, CA 91125, USA

⁸Observatório Nacional/ON-COAST, Rio de Janeiro, RJ 20921, Brazil

⁹São Paulo State University (UNESP), São João da Boa Vista, SP, 13876-750, Brazil

¹⁰Universidad Tecnológica del Perú (UTP), Cercado de Lima, 15046, Perú

¹¹Chalmers University of Technology, SE-412 96 Gothenburg, Sweden

Accepted 2023 December 21. Received 2023 December 20; in original form 2023 December 6

ABSTRACT

Linear secular resonances happen when there is a commensurability between the precession frequency of the pericenter, g , or longitude of the node, s , of an asteroid and a planet. Non-linear resonances are higher order combinations of these frequencies. Here, we studied the three most diffusive g-type non-linear secular resonances using Artificial Neural Networks. We identified a population of more than 2100 resonant objects in the $g - 2g_6 + g_5$ and $g - 3g_6 + 2g_5$ resonances. This allows the creation of a Convolutional Neural Network model for the $g - 2g_6 + g_5$ resonance, able to predict the status of several thousands of asteroids in seconds. We identified 12 new possible dynamical groups among the resonant population, including the 5507 and 170776 families, which have both estimated ages of less than 7 Myr. These are the two first-ever identified young families in resonant configurations of the investigated resonances, which allows for setting limits on their original ejection velocity field.

Key words: astronomical data bases: miscellaneous – minor planets, asteroids: general – minor planets, asteroids: individual.

1 INTRODUCTION

Asteroid families are groups of asteroids that formed from collisions or rotational break-ups of a parent body. The orbits of family members evolve after the formation event because of the gravitational effects of planets and massive asteroids, or non-gravitational forces like the Yarkovsky effect (Bottke et al. 2001). Secular resonances are one of the main gravitational effects. Linear secular resonances occur when there is a commensurability between the precession frequency of the longitude of pericenter ϖ , indicated as g , or of the node, Ω , indicated as s , of a planet and an asteroid. The most diffusive linear secular resonance in the main belt is the $\nu_6 = g - g_6$ resonance, where the suffix 6 is associated with the planet Saturn. Non-linear secular resonances involve higher order commensurabilities of planets' and asteroids' frequencies. Their argument can also be identified in terms of linear secular resonances. For example, the z_K resonance series of both nodes and pericenter can be written as $z_K = K(g - g_6) + (s - s_6) = Kv_6 + \nu_{16}$, $K = 1, 2, 3, \dots$, with $\nu_{16} = s - s_6$ being the linear secular resonance of node with Saturn. Resonances that only involve

combinations of the g frequency are called g-type secular resonances. They only affect the eccentricity of asteroids interacting with them and can influence the dynamical evolution of large asteroid families, like Astraea (Milani et al. 2014, 2017).

The dynamic effects of all g-type resonances up to order six were recently studied in Huaman et al. (2017), which identified three resonances responsible for most of the dynamical dispersion of asteroid families: the $g - 2g_6 + g_5$, the $g - 3g_6 + 2g_5$, and the $2g - 3g_5 + g_6$. The suffix fifth stands for Jupiter, the fifth planet from the Sun. The $g - 2g_6 + g_5$ resonance is one of the most important non-linear secular resonances, crossing densely populated regions of the asteroid belt and affecting a large number of asteroid families, like Astraea. Its location was first obtained in Milani & Knežević (1990). Recently, Knežević (2022) mapped and identified the asteroid families that are crossed by this resonance. The $g - 3g_6 + 2g_5$ is notable for its interaction with the Koronis family that gives rise to the so-called Prometheus surge, a region of the Koronis family with higher eccentricity values than the rest of the group. The Prometheus surge was one of the arguments used in Bottke et al. (2001) to validate the importance of the Yarkovsky effect on the dynamical evolution of asteroid families affected by secular resonances.

* E-mail: valerio.carruba@unesp.br

Página do artigo "Digitally filtered resonant arguments for deep learning classification of asteroids in secular resonances", publicado em 2024 pela Revista MNRAS.

Monthly Notices
of the
ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY
MNRAS 531, 4432–4443 (2024)
Advance Access publication 2024 June 11
https://doi.org/10.1093/mnras/stae1446

Digitally filtered resonant arguments for deep learning classification of asteroids in secular resonances

V. Carruba¹,^{*} S. Aljbaae,^{2,3} R. C. Domingos,⁴ G. Carità,² A. Alves¹ and E. M. D. S. Delfino¹

¹School of Engineering and Sciences, São Paulo State University (UNESP), Guaratinguetá, SP 12516-410, Brazil

²Postgraduate Division, National Space Research Institute (INPE), C.P. 515, São José dos Campos, SP 12227-310, Brazil

³Make the Way, R. Elvira Ferraz 250 - FL Office 305/306, Vila Olímpia, São Paulo, SP 04545-015, Brazil

⁴São Paulo State University (UNESP), São João da Boa Vista, SP 13876-750, Brazil

Accepted 2024 June 7. Received 2024 June 7; in original form 2024 May 6

ABSTRACT

Node secular resonances, or s -type secular resonances, occur when the precession frequencies of the node of an asteroid and some planets are in commensurability. They are important for changing the proper inclination of asteroids interacting with them. Traditionally, identifying the asteroid resonant status was mostly performed by visual inspection of plots of the time series of the asteroid resonant argument to check for oscillations around an equilibrium point. Recently, deep learning methods based on convolutional neural networks (CNNs) for the automatic classification of images have become more popular for these kinds of tasks, allowing for the classification of thousands of orbits in a few minutes. In this work, we study 11 s -type resonances in the asteroid main belt and in the Hungaria region and focus on the four most diffusive ones. Two secular resonances in the Hungaria region, the $2 \cdot s - s_4 - s_6$ and the $s - 2 \cdot s_6 + s_7 - g_6 + g_8$ overlap, but this has negligible effects in terms of chaotic dynamics. Here, we obtained filtered images of the resonant arguments by filtering out all low-frequency signals with a Butterworth filter. A simple method based on amplitudes and periods of librations can perform a preliminary selection of asteroids in librating orbits. Our results show that CNN models applied to filtered images are much more effective in terms of metrics like accuracy, Precision, Recall, and F1-score than those that use images of osculating resonant arguments. Filtered resonant arguments should be preferentially used to identify asteroids interacting with secular resonances.

Key words: methods: statistical – minor planets, asteroids: general.

1 INTRODUCTION

Secular resonances occur when there is a commensurability between the precession frequencies of the longitudes of pericentre g and node s of an asteroid and the fundamental frequencies of planetary theory $g_i = \dot{\varpi}_i$ and $s_i = \dot{\Omega}_i$ (Celletti & Perozzi 2020), where i is a suffix identifying the planet, going from 2 for Venus up to 8 for Neptune, and whose values are reported in Table 1. The frequencies linked to these resonances must fulfill the equation:

$$p\dot{g} + q\dot{s} + \sum_i (p_i\dot{g}_i + q_i\dot{s}_i) = 0, \quad (1)$$

where the integers p , q , p_i , and q_i must satisfy the *D'Alembert* rules for acceptable arguments: the sum of the coefficients must be zero, and the sum of the nodal longitude frequencies must be even. 'Pericentre resonances', or g -type resonances, and 'node resonances', or s -type resonances are common names for the combinations from equation (1) that only involve the frequency of the asteroid perihelion and node, respectively.

Asteroids affected by secular resonances can be identified using various methods. First, since s -type secular resonances appear as horizontal lines in domains like (a, s) , choosing asteroids in a

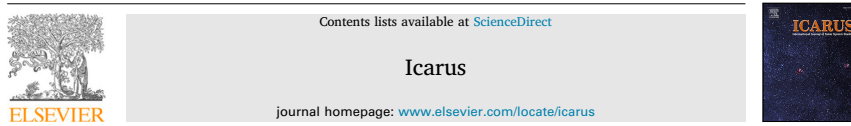
frequency range can provide preliminary information on the more likely objects to be in resonant states. For instance, for the $v_6 = g - g_6$ resonance, one could search for asteroids with values of $g = g_6 \pm \Delta g$, where Δg is a cut-off level. For non-linear and higher order secular resonances, Δg is usually assumed to be equal to $0.2'' \text{ yr}^{-1}$ (Carruba 2009). One problem with this approach is that proper frequency values are also affected by uncertainties. As a consequence, not all asteroids in the selected range of frequencies are necessarily in resonant states. Their status needs to be confirmed by a visual inspection of the time behaviour of the resonant argument.

For an s -type resonance like the $v_{16} = s - s_6$, the associated resonant argument would be $\Omega - \Omega_6$. Objects in resonant states will have the resonant argument oscillate around an equilibrium point, which could be 0° , 180° , or another value. Orbits in these resonant states are called 'librating' ones, from the Latin word *libratio*, to balance. For objects outside the resonance, the resonant argument will cover all possible values, from 0° to 360° (we consider a resonant angle limited to the range from 0 to 2π). These kinds of orbits are classified as 'circulating', since the resonant arguments circulates over all possible values. Finally, because of planetary perturbations, objects near the resonance separatrix may alternate phases of circulations and libration, even when a conservative numerical integration scheme is adopted. These are the 'switching orbits'.

* E-mail: valerio.carruba@unesp.br

Página do artigo "Time scales for Co-orbital Cycles of Venus Trojans Asteroids", publicado em 2025 pelo periódico *Icarus*.

Icarus 433 (2025) 116508



Research Paper

Time scales for Co-orbital Cycles of Venus Trojans Asteroids[☆]

V. Carruba^{a,s,*}, S. Di Ruzza^b, G. Carità^c, S. Aljbaae^{c,d}, R.C. Domingos^e, M. Huaman^f,
R.A.N. Araujo^a, D.C. Mourão^a, A.A. Alves^a, E.M.D.S. Delfino^a, V.R. Silva^a

^a UNESP, School of Engineering and Sciences, Department of Mathematics, Av. Dr. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Guaratinguetá, 12516-410, São Paulo, Brazil

^b Dept. of Mathematics and Informatics, Univ. of Palermo, via Archirafi 34, 90123, Palermo, 90123, Italy

^c National Space Research Institute (INPE), Postgraduate Division, 12227-310, São José dos Campos, São Paulo, Brazil

^d Make the Way, R. Elytra Ferraz 250-FL Office 305/306, São Paulo, 04545-015, São Paulo, Brazil

^e UNESP, School of Engineering, Av. Prof. Isete Corrêa Fontão, 505, São João da Boa Vista, 13876-750, São Paulo, Brazil

^f Universidad tecnológica del Perú (UTP), Cercado de Lima, Lima, 15046, Peru

^s Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia - LIneA, Av. Pastor Martin Luther King Jr, 126 - Del Castilho, Rio de Janeiro, 20765-000, Brazil

ARTICLE INFO

Keywords:
Minor planets
Asteroids
General
Individual
Celestial mechanics
Venus

ABSTRACT

Co-orbital asteroids are asteroids locked in a 1:1 mean-motion resonance with a planet. The mechanism of capture of these objects into their current resonant configuration can shed light on the origin and evolution of asteroids and the whole Solar System. Terrestrial planets' co-orbital configurations include retrograde satellite orbits (RS), tadpole orbits (T) around the Lagrangian equilibrium points L4 or L5, and horseshoe orbits around both L4 and L5 (H). At high eccentricity or inclination, co-orbital configurations may include compounds of T and RS (T-RS, T-RS-T), H and RS (H-RS) orbits, or transitions between distinct co-orbital modes. These instantaneous configurations may change into one another in short time scales, and Venus Trojans may alternate between several of these configurations before being lost to a passing orbit. We define the time between long periods of staying in a passing orbit as a co-orbital cycle. Here, we use digital filtering of the resonant arguments and rolling averages, a calculation used to analyze data points by creating averages of different subsets of the full data set, of the number of close encounters with Venus of a large population of clones of the currently known co-orbitals of Venus to estimate the times of permanence in one or several cycles. The typical duration of a single cycle is 12000 ± 6000 yrs. Some asteroids may experience two or more cycles before finally escaping co-orbital status, remaining in circulating orbits in between cycles. We call these orbital configurations "dormant orbit". Six of the Venus' Trojan may become Potentially Hazardous Asteroid (PHA) with Earth in a few thousand of years, and three asteroids, 2020 SB, 524522, and 2020 CL1, have a severe risk of collision.

1. Introduction

Co-orbital asteroids are asteroids locked in a 1:1 mean-motion resonance with a planet. The classical co-orbital configurations in the Circular Restricted Three-Body Problem (CR3BP) include tadpole (T) around the L4 (TL4) and L5 (TL5) Lagrangian equilibrium points, and horseshoe (H) orbits (Murray and Dermott, 1999). At higher eccentricities and inclinations, retrograde satellite configurations (RS) may appear. For these orbits, the orbit stays close to the perturbing planet and the resonant angle ($\theta = \lambda - \lambda_P$, where the P suffix identifies a planet), oscillates around 0° . As shown in the seminal analytical work by Namouni (1999) and Namouni et al. (1999), and numerically

by Christou (2000), compound orbits between horseshoes and retrograde satellites (HRS) and between tadpoles and retrograde satellites (TRS) are also possible. Transitions between such orbital configurations may also occur naturally because of planetary perturbations. For instance, an asteroid initially in a TL4 orbit may switch to an RS, to a TL5, and back to a TL4 over a few years. Trojans of Venus are highly chaotic objects that may experience close encounters with more than one planet, with Lyapunov times of the order of 150 yrs (Tancredi, 1998). As a consequence, the study of a single orbit yields little information for times longer than ≈ 150 yrs, but statistical studies of clones of asteroids dispersed along the orbital element uncertainties may provide insights

[☆] This document is the results of a research project funded by the Brazilian National Research Council (CNPq).

* Corresponding author at: UNESP, School of Engineering and Sciences, Department of Mathematics, Av. Dr. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Guaratinguetá, 12516-410, São Paulo, Brazil.

E-mail address: valerio.carruba@unesp.br (V. Carruba).

URL: <https://www.valeriocarruba.com.br/> (V. Carruba).

<https://doi.org/10.1016/j.icarus.2025.116508>

Received 2 January 2025; Received in revised form 5 February 2025; Accepted 12 February 2025

Available online 21 February 2025

0019-1035/© 2025 Elsevier Inc. All rights are reserved, including those for text and data mining, AI training, and similar technologies.

Co-autor.

Página do artigo "The invisible threat Assessing the collisional hazard posed by undiscovered Venus co-orbital asteroids", publicado em 2025 pela Revista Astronomy & Astrophysics.

Astronomy & Astrophysics manuscript no. Venus_threat_AEA_09
May 23, 2025

©ESO 2025

The invisible threat

Assessing the collisional hazard posed by the undiscovered Venus co-orbital asteroids

V. Carruba^{1,2}, R. Sfair^{3,1}, R. A. N. Araujo¹, O. C. Winter¹, D. C. Mourão¹, S. Di Ruzza⁴, S. Aljbaae⁵, G. Caritá⁵, R. C. Domingos⁶, A. A. Alves¹.

¹ São Paulo State University (UNESP), School of Engineering and Sciences, Guaratinguetá, SP, 12516-410, Brazil. e-mail: valerio.carruba@unesp.br

² Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia, RJ 20765-000, Brazil.

³ LIRA, Observatoire de Paris, Université PSL, Sorbonne Université, Université Paris Cité, CY Cergy Paris Université, CNRS, 92190 Meudon, France.

⁴ Dept. of Mathematics and Informatics, Univ. of Palermo, Palermo, 90123, Italy.

⁵ National Space Research Institute (INPE), Postgraduate Division, São José dos Campos, SP 12227-310, Brazil.

⁶ São Paulo State University (UNESP), School of Engineering, São João da Boa Vista, SP, 13876-750, Brazil.

Received February 28, 2025

ABSTRACT

Context. Currently, 20 co-orbital asteroids of Venus are known, with only one with an eccentricity below 0.38. This is most likely caused by observational biases since asteroids with larger eccentricities may approach the Earth and are easier to detect.

Aims. We aim to assess the possible threat that the yet undetected population of Venus co-orbitals may pose to Earth, and investigate their detectability from Earth and space observatories.

Methods. We used semi-analytical models of the 1:1 mean-motion resonance with Venus and numerical simulations to monitor close encounters with Earth on several co-orbital cycles. We analyzed observability windows and brightness variations for potential Venus co-orbitals as viewed from ground-based telescopes to assess their future detection feasibility with next-generation survey capabilities.

Results. There is a range of orbits with $e < 0.38$, larger at lower inclinations, for which Venus co-orbitals can pose a collisional hazard to Earth.

Conclusions. Current ground-based observations are constrained by periodic observing windows and solar elongation limitations, though the Rubin Observatory may detect some of these objects during favorable configurations. Space missions based on Venus orbits may be instrumental in detecting Venus co-orbitals at low eccentricities.

Key words. Minor planets, asteroids: general—Minor planets, asteroids: individual: 322756, 524522, 2020CL1, 2020SB, 2023QS7, 2024AF6—Earth-planets and satellites: terrestrial planets

1. Introduction

Venus co-orbital asteroids are objects that are in a 1:1 mean-motion resonance with Venus. At low eccentricities, co-orbital configurations include tadpole orbits (T) around the triangular L_4 and L_5 Lagrangian equilibrium points (TL4 and TL5), and horse-shoe orbits (H) (Murray & Dermott 1999). At higher eccentricities other types of orbits, like Retrograde Satellites (RS), H-RS compound orbits, which are mergers of RS and H, or H and RS, and T-RS compound orbits, resulting from a combination between Tadpoles and RS, as well as transitions between any of these configurations, are also possible (Namouni 1999; Christou 2000; Morais & Morbidelli 2006), see also Section (3) for a discussion of these concepts). The known Venus co-orbital asteroids typically spend 12000 ± 6000 years alternating between different co-orbital configurations, until transitioning to circulating or passing orbits in what Carruba et al. (2025) defined as a co-orbital cycle. Some asteroids may pass through several co-orbital cycles, and remain in circulating orbits in-between these cycles. These types of orbits are defined as “dormant” in Carruba et al. (2025).

Twenty co-orbital asteroids of Venus are currently known (see Carruba et al. 2024; Pan & Gallardo 2024) and references therein). Co-orbital status protects these asteroids from close approaches to Venus, but it does not protect them from encountering Earth (Christou 2000). A Potentially Hazardous Asteroid (PHA) must have a minimum diameter of about 140 meters and come within 0.05 astronomical units (au) of Earth’s orbit. The maximum absolute magnitude (H) for an asteroid to be classified as a PHA is typically around 22 (Task Force on Potentially Hazardous Near Earth Objects 2000). Carruba et al. (2025) identified six co-orbital asteroids that can become PHAs in the next ≈ 12000 years, with three asteroids, 2020 SB, 524522, and 2020 CL1, having a Minimum Orbital Intersection Distance (MOID), which is the distance between the closest points of two objects’ orbits, with Earth of less than 0.0005 au. I. Assuming a geometric albedo p_V of 0.12 and using the absolute magnitudes of these objects and standard methods to estimate asteroid sizes (Bowell et al. 1989), their diameters would be 330, 300, and 390 meters, respectively. Based on results from an impact simulator from Collins et al. (2005), assuming a density of 1200 kg/m^3 , typical of the

Article number, page 1

Co-autor.

arXiv:2505.15968v1 [astro-ph.EP] 21 May 2025

Apêndice C

Disponibilidade de dados

Artigo 1 - Sobre a identificação das duas primeiras famílias jovens de asteroides em ressonâncias seculares não lineares do tipo g

Dados sobre rótulos de asteroides e pesos do modelo CNN estão disponíveis no repositório MASB. Acesse diretamente os dados no [link]: <https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1QmMsiwMXU7MtnIltBlmwMFpam1aQTVY>

Os códigos de deep learning e machine learning utilizados neste trabalho estão disponíveis no GitHub sob licença MIT: CNN-Optimization¹ e

Machine-learning-classification².

Para simulações numéricas das órbitas dos asteroides, foi usado o integrador simplético do pacote SWIFT, disponível em: <https://www.boulder.swri.edu/hal/swift.html>

Capítulo 2 - Argumentos ressonantes filtrados digitalmente para a classificação por aprendizado profundo de asteroides em ressonâncias seculares

Conjuntos de dados com imagens osculadoras e filtradas dos argumentos ressonantes de asteroides afetados pela ressonância secular $s - s_6 - g_5 + g_6$ ($S10$) estão disponíveis neste trabalho. Acesse: link³.

¹ <https://github.com/valeriocarruba/CNN-Optimization>

² <https://github.com/valeriocarruba/Machine-learning-classification-of-new-asteroid-families-members>

³ <https://drive.google.com/drive/folders/1M5E-ejwS3r49gMA88cWLe3rhjPtCMmF8?usp=sharing>

Os códigos para gerar imagens dos argumentos ressonantes filtrados estão disponíveis no *GitHub*⁴.

Artigo 3 - Vision Transformers para identificação de asteroides em interação com ressonâncias seculares

O código do Vision Transformer está disponível no *GitHub* neste link: https://github.com/valeriocarruba/Vision_Transformers_for_Secular_Resonances

Artigo 4 - Aprendizagem profunda para identificação de asteroides em interação com ressonâncias seculares

Neste trabalho, utilizamos conjuntos de dados obtidos no site *AstDys* (<https://newton.spacedys.com/astdys/>), com acesso em 10 de março de 2024.

Artigo 5 - Escalas de tempo para os ciclos coorbitais dos asteroides troianos de Vênus

Os códigos serão disponibilizados mediante solicitação razoável.

Artigo 6 - A ameaça invisível: avaliando o risco de colisão representado pelos asteroides coorbitais de Vênus

⁴ <https://github.com/valeriocarruba/Digital-filtering-for-deep-learning-classification-of-asteroids-in-secular-resonances->