

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA - PPGEM**

**MATHEUS DE MORAES**

**VALIDAÇÃO DE UM MODELO DINÂMICO REALÍSTICO  
DE UM PAR ENGRENADO APLICADO NO MONITORAMENTO  
DE CONDIÇÕES DE TRANSMISSÕES**

**ILHA SOLTEIRA**

**2019**

**MATHEUS DE MORAES**

**VALIDAÇÃO DE UM MODELO DINÂMICO REALÍSTICO  
DE UM PAR ENGRENADO APLICADO NO MONITORAMENTO  
DE CONDIÇÕES DE TRANSMISSÕES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – FEIS, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Aparecido Carlos Gonçalves.

Coorientador: Prof. Dr. João Paulo Dias.

**ILHA SOLTEIRA**

**2019**

FICHA CATALOGRÁFICA  
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

M827v Moraes, Matheus de.  
Validação de um modelo dinâmico realístico de um par engrenado aplicado no monitoramento de condições de transmissões / Matheus de Moraes. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2019  
96 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2019

Orientador: Aparecido Carlos Gonçalves  
Coorientador: João Paulo Dias  
Inclui bibliografia

1. Monitoramento da condição. 2. Modelo dinâmico. 3. Pares engrenados. 4. Diagnóstico de falhas.

  
Raiane da Silva Santos

**CERTIFICADO DE APROVAÇÃO**

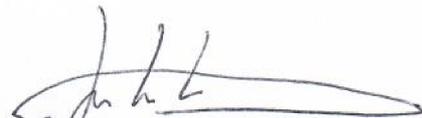
**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:** Validação de um modelo dinâmico realístico, de um par engrenado, aplicado no monitoramento de condições de transmissões

**AUTOR: MATHEUS DE MORAES**

**ORIENTADOR: APARECIDO CARLOS GONCALVES**

**COORIENTADOR: JOAO PAULO DIAS**

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECÂNICA, área: Mecânica dos Sólidos pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. APARECIDO CARLOS GONCALVES

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. MARCIO ANTONIO BAZANI

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. ADRIANO SILVA BORGES

Engenharia Mecânica / Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Ilha Solteira, 22 de abril de 2019

*Aos meus pais, Maria Antonia e José Moraes.*

# Agradecimentos

À Deus pela saúde e pelo conforto espiritual.

À minha família, em especial aos meus pais Maria Antonia e José Moraes e às minhas irmãs, Mariana e Marina, pelo amor incondicional e pelos exemplos. E, à minha namorada Maria Gabriela, minha inspiração e companheira desses últimos anos pelo cuidado, ternura e paciência.

Aos meus professores, sobretudo aos meus orientadores Dr. Aparecido Carlos Gonçalves e Dr. João Paulo Dias. Seus ensinamentos fizeram-me acreditar que, em certos momentos, realizava alguma tarefa sozinho.

Aos meus amigos, por todo suporte emocional, pelas conversas e ajudas de qualquer natureza. Especialmente, aos amigos da República Pika-Fumo.

Aos colegas do Programa de Pós-Graduação Engenharia Mecânica-PPGEM da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, FEIS-UNESP.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da FEIS-UNESP, pelo suporte. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

A todos vocês, meu muito obrigado!

## Resumo

Pares engrenados são elementos de transmissão de potência amplamente utilizados em máquinas e equipamentos, todavia as falhas catastróficas desses componentes são comuns e dispendiosas. A análise de vibrações está entre as técnicas de diagnóstico de defeitos incipientes utilizadas em manutenção preditiva, posto que a presença de uma falha altera o comportamento dinâmico do sistema e o estado de degradação pode ser detectado pelo monitoramento dos sinais de vibração. Na indústria atual, onde as aquisições de dados, tanto para controle de processos, quanto para o monitoramento das condições de integridade de equipamentos, são realizadas em tempo real, faz-se necessário o desenvolvimento de métodos que aumentem a confiabilidade das tomadas de decisões em relação à identificação, localização e prognóstico de falhas. O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático de par de engrenagens que auxilie no monitoramento da condição e validar o modelo dinâmico com dados de vibração de um multiplicador de velocidades obtidos experimentalmente. Para tanto, foi elaborada uma metodologia baseada no modelo dinâmico de par engrenado com 6 graus de liberdade para simulação de sinais de vibração; nesse modelo, inclui-se erros geométricos no perfil do dente; de maneira analítica, simula-se uma trinca do dente de uma das engrenagens que ocasiona a queda de rigidez em função do tempo; desenvolveu-se também um experimento com um multiplicador de velocidades; e, por fim, algumas técnicas de processamento de sinais são aplicadas. Os resultados obtidos permitiram a validação do modelo a partir da comparação dos sinais simulados e experimentais, no domínio do tempo assim como no domínio da frequência.

**Palavras-chave:** Monitoramento da condição. Modelo dinâmico. Pares engrenados. Diagnóstico de falhas.

# Abstract

Spur gears are transmission power elements widely used in machinery, however catastrophic failures of this components are just as common and onerous. Vibration analysis is a technique, in among of others, that can be used in diagnostics of incipient damages, common in predictive maintenance, because they change the dynamic behavior of the mechanical system, and the degradation state can be detected by vibration signal or noise. In the current industry production, in which real-time data acquisition - whether for processes control, or for health condition monitoring of equipment - is the reality, it is necessary to develop auxiliary methods that provide high reliability to identification, localization and failure prognostics. In this work, the main objective is to provide a spur gears' model-based methodology for condition-monitoring and to validate a dynamic model with experimental vibration data of a gearbox. Hence, a dynamic model of spur meshing gears was developed considering a 6 degrees of freedom and time-varying meshing stiffness to simulate vibrations signals; a tooth profile error was also included; in this analytical model, a straight crack was simulated by reducing the meshing stiffness in a tooth; experiments with a gearbox experimental set were run; and, some signal processing was applied in the vibration data. The results allowed the model validation with the comparison between simulate and experimental signals, in time-domain and frequency-domain.

**Keywords:** Condition based maintenance. Dynamic model. Meshing gears. Fault diagnosis.

## Lista de Figuras

1	Diagrama do modelo de 6 graus de liberdade do multiplicador de velocidade.	29
2	Parâmetros geométricos básicos de pares de engrenagens de dentes retos. .	34
3	Ilustração do modelo de viga engastada para o dente de uma das engrenagens.	37
4	Diagrama esquemático da composição da bancada experimental. . . . .	43
5	Fotografia da bancada experimental com os parâmetros de operação indicados nela. . . . .	44
6	Gráficos dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração da engrenagem motora simulados computacionalmente. . . . .	52
7	Gráficos dos sinais simulados de deslocamento do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$ e (b) com momento de inércia da carga $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ . . . . .	54
8	Gráficos dos sinais simulados de velocidade do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$ e (b) com momento de inércia da carga $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ . . . . .	55
9	Gráficos dos sinais simulados de aceleração do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$ e (b) com momento de inércia da carga $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ . . . . .	56
10	Gráficos dos sinais simulados de deslocamento do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$ e (b) com momento de inércia da carga $I_l = 1.05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ . . . . .	57
11	Gráficos dos sinais simulados de velocidade do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$ e (b) com momento de inércia da carga $I_l = 1.05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ . . . . .	58
12	Gráficos dos sinais simulados de aceleração do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$ e (b) com momento de inércia da carga $I_l = 1.05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ . . . . .	59

13	Gráficos dos sinais simulados de velocidade do sistema mecânico (a) com o coeficiente de amortecimento dos mancais $c_b = 1,86 \times 10^5$ Ns/m e (b) com coeficiente de amortecimento dos mancais $c_b = 1,86 \times 10^6$ Ns/m. . . . .	60
14	Gráficos dos sinais de aceleração do modelo analítico do par engrenado simulado (a) com o coeficiente de amortecimento dos mancais $c_b = 1,86 \times 10^5$ Ns/m e (b) com coeficiente de amortecimento dos mancais $c_b = 1,86 \times 10^6$ Ns/m. . . . .	61
15	Gráficos dos sinais simulados de velocidade do sistema mecânico (a) com o coeficiente de amortecimento dos mancais $c_b = 1,86 \times 10^5$ Ns/m e (b) com coeficiente de amortecimento dos mancais $c_b = 0,93 \times 10^5$ Ns/m. . . . .	62
16	Gráficos dos sinais de aceleração do modelo analítico do par engrenado simulado (a) com o coeficiente de amortecimento dos mancais $c_b = 1,86 \times 10^5$ Ns/m e (b) com coeficiente de amortecimento dos mancais $c_b = 1,86 \times 10^4$ Ns/m. . . . .	63
17	Gráficos dos sinais de velocidade simulados (a) sem ruído e sem TPE (b) com ruído e sem TPE (c) sem ruído com TPE $0,5 \mu\text{m}$ (d) com ruído com TPE $0,5 \mu\text{m}$ (e) sem ruído com TPE $1,0 \mu\text{m}$ e (f) com ruído com TPE $1,0 \mu\text{m}$ . . . . .	65
18	Gráficos de comparação (a) sinal simulado sem ruído <i>versus</i> (b) sinal obtido experimentalmente. . . . .	67
19	Gráficos da comparação (a) sinal simulado sem ruído e com TPE $0,5 \mu\text{m}$ <i>versus</i> (b) sinal obtido experimentalmente . . . . .	68
20	Gráficos comparação (a) sinal simulado com ruído e com TPE $0,5 \mu\text{m}$ ruído <i>versus</i> (b) sinal obtido experimentalmente. . . . .	70
21	Gráficos da comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio do tempo para a engrenagem sem dano do sinal experimental com os sinais simulados (a) sem TPE e sem ruído, (b) com TPE de $0,5 \mu\text{m}$ e sem ruído, (c) com TPE de $1,0 \mu\text{m}$ e sem ruído, (d) sem TPE e com ruído (e) com TPE de $0,5 \mu\text{m}$ e com ruído, (f) com TPE de $1,0 \mu\text{m}$ e com ruído. . . . .	73
22	Gráficos do espectro da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e sem TPE e (b) experimental. . . . .	75

23	Gráficos do espectro da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e com TPE máximo de $0,5 \mu\text{m}$ e (b) experimental. . . . .	77
24	Gráficos do espectro da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e com TPE máximo de $1,0 \mu\text{m}$ e (b) experimental. . . . .	79
25	Gráficos da comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio da frequência para a engrenagem sem dano do sinal experimental com os sinais simulados (a) sem TPE e sem ruído, (b) com TPE de $0,5 \mu\text{m}$ e sem ruído, (c) com TPE de $1,0 \mu\text{m}$ e sem ruído, (d) sem TPE e com ruído (e) com TPE de $0,5 \mu\text{m}$ e com ruído, (f) com TPE de $1,0 \mu\text{m}$ e com ruído. . . . .	81
26	Gráficos dos sinais de velocidade simulados com a trinca de $0,7 \text{ mm}$ e (b) com a trinca de $2,1 \text{ mm}$ . . . . .	83
27	Gráficos da comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio do tempo para a engrenagem com dano do sinal experimental com os sinais simulados (a) sem TPE e sem ruído, (b) com TPE de $0,5 \mu\text{m}$ e sem ruído, (c) com TPE de $1,0 \mu\text{m}$ e sem ruído, (d) sem TPE e com ruído (e) com TPE de $0,5 \mu\text{m}$ e com ruído, (f) com TPE de $1,0 \mu\text{m}$ e com ruído. . . . .	85
28	Gráficos dos espectros da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e sem TPE e trinca com comprimento de $0,7 \text{ mm}$ e (b) do sinal obtido nos testes experimentais com a trinca com comprimento de $0,7 \text{ mm}$ . . . . .	87
29	Gráficos dos espectros da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e sem TPE e trinca com comprimento de $2,1 \text{ mm}$ e (b) do sinal obtido nos testes experimentais com a trinca com comprimento de $0,7 \text{ mm}$ . . . . .	89
30	Gráficos da comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio da frequência para a engrenagem sem dano do sinal experimental com os sinais simulados (a) sem TPE e sem ruído, (b) com TPE de $0,5 \mu\text{m}$ e sem ruído, (c) com TPE de $1,0 \mu\text{m}$ e sem ruído, (d) sem TPE e com ruído (e) com TPE de $0,5 \mu\text{m}$ e com ruído, (f) com TPE de $1,0 \mu\text{m}$ e com ruído. . . . .	90

## Lista de Tabelas

1	Parâmetros físicos, geométricos e operacionais utilizados na simulação computacional do modelo dinâmico. . . . .	51
2	Resumo dos erros relativos dos valores picos e dos vales dos sinais simulados com os momentos de inércia da carga de $I_l = 0,105$ e $I_l = 1,05 \times 10^{-3}$ . . . . .	59
3	Parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados e do sinal experimental. . . . .	71
4	Parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados e do sinal experimental no domínio da frequência. . . . .	80
5	Parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados com dano e do sinal experimental com dano. . . . .	84
6	Parâmetros de estatística descritiva do espectro dos sinais simulados com dano e do sinal experimental com dano. . . . .	88

## Lista de Símbolos

$c_1$	-	coeficiente de amortecimento radial do mancal de entrada
$c_2$	-	coeficiente de amortecimento radial do mancal de saída
$c_g$	-	coeficiente de amortecimento do acoplamento flexível de entrada
$c_p$	-	coeficiente de amortecimento do acoplamento flexível de saída
$CF$	-	fator de crista
$D_c$	-	Diâmetro primitivo da engrenagem motora
$D_p$	-	Diâmetro primitivo da engrenagem movida
$DI_c$	-	Diâmetro interno da engrenagem motora
$DI_p$	-	Diâmetro interno da engrenagem movida
$e(t)$	-	erro de engrenamento
$E$	-	entropia
$f_s$	-	frequência de amostragem [Hz]
$F_k$	-	força elástica
$F_c$	-	força dissipativa
$g_c$	-	distância da raiz da trinca até o ponto de contato
$h_x$	-	largura do dente em qualquer distância no perfil do dente da engrenagem
$I_1$	-	momento de inércia da engrenagem movida
$I_2$	-	momento de inércia da engrenagem movida
$I_l$	-	momento de inércia da carga
$I_m$	-	momento de inércia do motor
$I_x$	-	momento de inércia de área do dente da engrenagem
$k(t)$	-	rigidez de engrenamento
$k_1$	-	constante de rigidez do mancal de entrada
$k_2$	-	constante de rigidez do mancal de saída
$k_a$	-	rigidez axial compressiva
$k_b$	-	rigidez de flexão
$k_h$	-	rigidez de contato Hertziano
$k_s$	-	rigidez de cisalhamento
$k_t$	-	rigidez total de engrenamento

$K$	-	curtose
$m_1$	-	massa da engrenagem motora
$m_2$	-	massa da engrenagem movida
$N_1$	-	número de dentes da engrenagem motora
$N_2$	-	número de dentes da engrenagem movida
$P2P$	-	valor de pico a pico
$R_{b1}$	-	raio da circunferência de base da engrenagem motora
$R_{b2}$	-	raio da circunferência de base da engrenagem movida
$RMS$	-	valor eficaz
$S$	-	assimetria
$SE$	-	entropia de Shannon
$SK$	-	curtose do espectro
$SS$	-	assimetria do espectro
$\bar{s}$	-	desvio padrão amostral
$T_1$	-	torque de entrada
$T_2$	-	torque de saída
$U_a$	-	energia potencial de compressão axial
$U_b$	-	energia potencial de flexão
$U_h$	-	energia potencial de contato Hertziano
$U_s$	-	energia potencial de cisalhamento
$x$	-	deslocamento em função do tempo
$\dot{x}$	-	velocidade em função do tempo
$\ddot{x}$	-	aceleração em função do tempo
$\bar{x}$	-	média amostral
$X$	-	amplitude de um sinal no domínio da frequência
$\mathbb{X}$	-	variável aleatória
$W$	-	largura do dente da engrenagem

## Letras Gregas

- $\alpha$  - ângulo variável
- $\alpha_0$  - ângulo de pressão
- $\alpha_1$  - ângulo de contato das forças entre dentes das engrenagens
- $\alpha_2$  - ângulo entre metade do dente e o centro da engrenagem
- $\Delta$  - incremento de tempo
- $\nu$  - ângulo de propagação da trinca
- $\nu$  - coeficiente de Poisson
- $\sigma$  - desvio padrão
- $\sigma^2$  - variância
- $\tau$  - período
- $\theta_1$  - deslocamento angular da engrenagem motora
- $\theta_2$  - deslocamento angular da engrenagem movida
- $\dot{\theta}_1$  - velocidade angular da engrenagem motora
- $\dot{\theta}_2$  - velocidade angular da engrenagem movida
- $\ddot{\theta}_1$  - aceleração angular da engrenagem motora
- $\ddot{\theta}_2$  - aceleração angular da engrenagem movida
- $\theta_l$  - deslocamento angular da carga
- $\theta_m$  - deslocamento angular do motor

## Lista de Acrônimos

<i>DFT</i>	-	<i>Discret Fourier Transform</i>
<i>3DOF</i>	-	<i>3 Degrees of Freedom</i>
<i>6DOF</i>	-	<i>6 Degrees of Freedom</i>
<i>8DOF</i>	-	<i>8 Degree of Freedom</i>
<i>SDOF</i>	-	<i>Single Degree of Freedom</i>
<i>FEA</i>	-	<i>Finite Element Analysis</i>
<i>FFT</i>	-	<i>Fast Fourier Transform</i>
<i>SDOF</i>	-	<i>Gear Mesh Frequency</i>
<i>IPBEN</i>	-	Instituto de Pesquisas em Bioenergia
<i>PDF</i>	-	<i>Probability Density Function</i> (Função de Densidade de Probabilidade)
<i>RMS</i>	-	<i>Root Square Mean</i>
<i>RUL</i>	-	<i>Remaining Useful Life</i>
<i>TPE</i>	-	<i>tooth profile error</i>
<i>TSA</i>	-	<i>Time Synchronous Averaging</i>
<i>TVMS</i>	-	<i>Time-Varying Meshing Stiffness</i>
<i>UQ</i>	-	<i>Uncertainty Quantification</i>

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
1.1	MOTIVAÇÃO . . . . .	19
1.2	OBJETIVOS . . . . .	21
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO . . . . .	21
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>23</b>
2.1	MONITORAMENTO DA CONDIÇÃO . . . . .	23
2.2	MODELAGEM MATEMÁTICA DE PARES ENGRENADOS . . . . .	25
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>28</b>
3.1	MODELO DINÂMICO DE PARES DE ENGRENAGENS . . . . .	28
3.1.1	<i>Erro na Geometria do Dente das Engrenagens</i> . . . . .	32
3.2	VARIAÇÃO TEMPORAL DA RIGIDEZ DE ENGRENAMENTO (TVMS)	32
3.2.1	<i>Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos</i> . . . . .	33
3.2.2	<i>Rigidez de Engrenamento</i> . . . . .	35
3.2.3	<i>Rigidez de Duplo e de Único Engrenamento</i> . . . . .	39
3.2.4	<i>Rigidez de Engrenamento da Engrenagem Movida com Trinca</i> . . . . .	41
3.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	43
3.3.1	<i>Bancada Experimental</i> . . . . .	43
3.3.2	<i>Procedimento de Aquisição dos Dados</i> . . . . .	44
3.4	PROCESSAMENTO E ANÁLISE DE SINAIS . . . . .	45
3.4.1	<i>Parâmetros Estatísticos do Domínio do Tempo</i> . . . . .	45
3.4.2	<i>Descrição no Domínio da Frequência</i> . . . . .	48

<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>50</b>
4.1	SIMULAÇÃO DO MODELO DINÂMICO SEM DANO . . . . .	50
4.1.1	<i>Análise de Sensibilidade do Modelo</i> . . . . .	52
4.1.2	<i>Comparação Entre Sinais Simulados e Experimentais no Domínio do Tempo</i>	63
4.1.3	<i>Parâmetros Estatísticos dos Sinais Simulados e Experimentais</i> . . . . .	71
4.1.4	<i>Comparação Entre Sinais Simulados e Experimentais no Domínio da Frequência</i> . . . . .	74
4.1.5	<i>Parâmetros Estatísticos do Espectro da Frequência</i> . . . . .	80
4.2	SIMULAÇÃO DO MODELO DINÂMICO COM DANO . . . . .	82
4.2.1	<i>Sinais Simulados com Dano no Domínio do Tempo</i> . . . . .	82
4.2.2	<i>Sinais Simulados com Dano no Domínio da Frequência</i> . . . . .	86
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>91</b>
5.1	CONCLUSÕES . . . . .	91
5.2	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO . . . . .	92
5.3	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS . . . . .	92
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>94</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, inicialmente são apresentadas as principais motivações para o estudo do tema proposto, a contextualização e alguns conceitos básicos que serão expostos com maior profundidade em capítulos subsequentes. As seções em que se apresentam os objetivos e a organização do trabalho, também estão presentes neste capítulo.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

O cenário atual da indústria é ligado ao uso extensivo da automação, bem como ao monitoramento e decisões sobre processos em tempo real. Também denominado Indústria 4.0 traz consigo, além da promessa de altos índices de produtividade, a dependência de fatores como alto grau de confiabilidade e estabilidade; a manutenção dos altos índices de disponibilidade, por exemplo, pode tornar-se um desafio ainda maior quando a supervisão humana é reduzida. Esse tipo de sistema produtivo, o qual emprega Internet das Coisas, computação em nuvem, inteligência artificial, prototipagem rápida, entre outros, necessita da aquisição e análise de grandes volumes de dados para seu funcionamento (LEE; BAGHERI; KAO, 2015; FRANK; DALENOGARE; AYALA, 2019).

Simultaneamente, à manutenção atribui-se a tarefa de manter altos índices de disponibilidade, isto é, possibilitar as boas condições de funcionamento das máquinas, equipamentos e ativos no máximo intervalo de tempo. Corrigir, prevenir ou preterir a falha, isto é, a condição que coloca em risco a segurança do funcionamento de uma máquina é função da manutenção. Em termos socioambientais, a manutenção realizada de maneira adequada atenua a ocorrência de acidentes do trabalho e todos os prejuízos irreparáveis provenientes deles; também reduz o desperdício de recursos naturais e o descarte prematuro de substâncias danosas ao meio-ambiente, como o caso dos óleos lubrificantes.

Nesse contexto, pode-se dizer que a manutenção começa com reparo ou substituição de elementos de máquinas após o dano, falha ou quebra. Situação que define a manutenção corretiva. São associadas a este paradigma algumas desvantagens, dentre elas o aumento do custo de manutenção à medida em que os equipamentos envelhecem e paradas imprevistas, que atrasam a produção. A manutenção preventiva, ou sistemática,

trouxe um incremento de melhora significativo nas rotinas de manutenção, devido à realização das escalas de manutenção, isto é, ao se estabelecer um programa de inspeções e intervenções com intervalos de tempo fixos, permite-se o gerenciamento adequado da produção. Em outras palavras, a troca de óleo lubrificante ou de componentes é feita com um determinado número de horas ou ciclos de funcionamento do equipamento de acordo com as recomendações do fabricante, normalmente com bases estatísticas, ou observações empíricas. Como desvantagem estão a elevação no número de paradas que aumentam o custo da produção, operações de desmontagem e montagem podem inserir novas avarias ao equipamento, dentre outras.

Os dois tipos de manutenção apresentados são justificáveis e até razoáveis quando trata-se de pequenas máquinas e sistemas produtivos não muito complexos, nos casos em que as peças são baratas, as paradas e quebras não são tão custosas. Danos indetectáveis podem ocorrer quando as condições de funcionamento do equipamento não são monitoradas. O monitoramento da condição dos parâmetros funcionais do equipamento é essencial para manutenção preditiva, por exemplo, análises de óleo e vibrações, extensometria e termografia. Quando, nas observações, são detectadas alterações em determinados parâmetros de funcionamento do equipamento, pode-se estar diante da ocorrência de um dano e ao identificar o dano, a intervenção é direcionada. Dessa forma aumenta-se a efetividade da prática da manutenção.

O monitoramento da condição da integridade de máquinas e equipamentos, em outras palavras, detecção, localização e prognóstico das falhas incipientes é introduzido como um fator decisivo nas rotinas de manutenção, objetivando segurança de operação, redução do tempo de máquinas paradas, além da redução de desperdícios de recursos referentes a substituição ou descarte prematuro de componentes e insumos. Desta forma, implica-se em aumento de eficiência do sistema produtivo.

Além da identificação, localização e quantificação do dano, também é fundamental que se estime o momento em que a falha inutiliza o equipamento, isto é, o prognóstico da falha e a estimativa do tempo de vida útil remanescente. O prognóstico realizado de maneira efetiva pode ser de extrema importância para as tomadas de decisão referentes à manutenção preditiva.

Neste novo panorama, é comum a elaboração de modelos matemáticos e computacionais que simulam o comportamento e auxiliam no monitoramento dos sistemas físicos reais. É importante ressaltar que as simulações numéricas precisam ser validadas e certificadas para darem suporte às decisões de risco. Portanto, as incertezas de ordem inerentes a

modelagem e a aquisição de dados que precisam ser quantificadas e mitigadas (ENDESHAW et al., 2017).

Os mecanismos de transmissão de potência são elementos de sistemas mecânicos com ampla gama de utilização que vai desde a redução de velocidades em máquinas até os mais complexos sistemas de energia. E, muitas vezes tendo engrenagens como principais componentes, nos quais as falhas catastróficas são comuns e dispendiosas, faz-se necessário o desenvolvimento de técnicas e rotinas de monitoramento da condição específicos para esses elementos.

## 1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo principal o desenvolvimento de uma metodologia de diagnóstico de danos em um sistema de transmissão baseado na modelagem dinâmica realista e simulação de um par engrenado. Então, torna-se necessária a validação dessa metodologia através da comparação entre os sinais de vibração gerados pela simulação do modelo dinâmico com sinais de vibração obtidos em uma bancada experimental contendo um multiplicador de velocidade de engrenagens cilíndricas de dentes retos.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho está dividido em 5 capítulos, são eles:

- **Capítulo 1:** este primeiro capítulo introdutório apresenta a contextualização e as principais motivações, os objetivos e a organização do trabalho;
- **Capítulo 2:** são apresentadas as referências bibliográficas com os trabalhos anteriores de relevância sobre o tema proposto e que norteiam a realização deste trabalho;
- **Capítulo 3:** neste capítulo realiza-se a modelagem matemática com seis graus de liberdade do par engrenado, são apresentados alguns conceitos a respeito de modelagem e cálculo variação temporal da rigidez de engrenamento (TVMS) para engrenagens de dentes retos, também a realização do experimento e a por fim algumas métricas de análise e processamento de sinais;
- **Capítulo 4:** neste capítulo constam os resultados das simulações computacionais, a análise de sensibilidade de alguns parâmetros do modelo, comparações dos sinais

simulados com os sinais experimentais tanto no domínio do tempo quanto da frequência, e a extração de características dos sinais no domínio do tempo e da frequência e das condições com dano e sem dano; e,

- **Capítulo 5:** as considerações finais deste trabalho incluem as seções de conclusões e as sugestões de trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os principais trabalhos anteriores que contribuíram com a realização do trabalho estão apresentados neste capítulo. Portanto, discorre-se sobre os principais trabalhos e conceitos utilizados em monitoramento da condição e modelagem matemática de pares de engrenagens.

### 2.1 MONITORAMENTO DA CONDIÇÃO

Primeiramente, apresentam-se os trabalhos relevantes sobre monitoramento da condição, ou manutenção preditiva, área de estudo na qual muitos trabalhos são publicados nas últimas décadas. O monitoramento de integridade de máquinas apresenta-se em 4 níveis: detecção do dano; diagnóstico, isto é, identificação e localização do defeito; quantificação da severidade do dano; e prognóstico (KANDUKURI et al., 2016).

Arato (2004) apresenta-se os conceitos introdutórios de manutenção preditiva com estudos de casos sobre análises de vibrações para diagnóstico de falhas, principalmente em redutores de engrenagens e equipamentos de pequenas centrais hidrelétricas, apresentando técnicas variadas, tais como, análise do nível global por valor eficaz (RMS<sup>1</sup>), análise espectral, demodulação temporal ou técnica do envelope e da média temporal síncrona (TSA<sup>2</sup>).

A extensa revisão de Jardine, Lin e Banjevic (2006) sobre manutenção preditiva expõe, além das técnicas de aquisição e processamento de sinais, a utilização de estatística e inteligência artificial como ferramentas de suporte às tomadas de decisão em diagnose e prognose. Outros estudos apresentam as análises de óleo e vibrações realizadas concomitantemente podem trazer benefícios para a manutenção preditiva de máquinas rotativas (GONÇALVES; SILVA, 2011; GONÇALVES; LAGO; ALBUQUERQUE, 2011).

Alaswad e Xiang (2017) apresenta uma revisão dos modelos de otimização de rotinas de monitoramento da condição utilizados para aumento da previsibilidade de processos estocásticos de deterioração. Quando se trata de aspectos referentes à pares engrenados, Sharma e Parey (2016) estipula indicadores de sinais vibratórios para diagnóstico desses

---

<sup>1</sup>do termo em inglês *Root Square Mean*

<sup>2</sup>do termo em inglês *Time Synchronous Averaging*

elementos de máquinas, Mohammed e Rantatalo (2016), por sua vez, apresenta um estudo de caso ilustrando a utilização de técnicas de resposta dinâmica e *wavelet* para detecção de falhas no dentado de um par de engrenagens.

Quando se trata da análise de vibrações, a premissa básica é a de que as máquinas vibram nas mesmas frequências dos diferentes esforços dinâmicos decorrentes de seu funcionamento. A ocorrência de defeitos influenciam nas alterações dos sinais de vibração, que normalmente são traduzidos em aumento da amplitude desses sinais. Portanto, a análise normalmente é realizada acompanhando-se a evolução dos sinais obtidos pelas medições, a partir de um estado de referência, a fim de identificar o surgimento de novos esforços excitadores ou aumento abrupto da amplitude de resposta. A partir da análise dos sinais vibratórios, torna-se possível a tomada de decisão referente à intervenção na máquina, possibilitando o aumento de sua disponibilidade, por conseguinte, redução com o custo da manutenção e dos tempos de parada e aumento da segurança do funcionamento. Alguns dos problemas típicos detectados com a análise de vibrações são: desbalanceamento, desalinhamento entre componentes, deflexão de eixos, excentricidades, instabilidade do filme de óleo nos mancais, fenômenos aerodinâmicos e/ou hidráulicos (turbulência, cavitação), problemas elétricos, dentre outros (ARATO, 2004).

Para a realização da análise de vibrações são necessários uso de sensores, normalmente acelerômetros que são instalados em pontos específicos do equipamento e processamento de sinais. Segundo Arato (2004), as técnicas mais comuns, para caracterizar o sinal e correlacionar com o estado do equipamento, são: análise por nível global de vibração, análise espectral, média temporal síncrona, demodulação (envelope) e diagramas de órbita. Os sinais podem, ainda, ser analisados de diferentes maneiras de acordo com a aplicação e a descrição desses sinais pode ser realizada no domínio do tempo ou da frequência (ALMEIDA et al., 2017).

Um sinal de vibração pode ser representado por um gráfico de tempo *versus* amplitude, a partir de um instante de tempo determinado. A amplitude da vibração, em função do tempo, pode ser aceleração, velocidade ou deslocamento. Analisando-se o histórico temporal do sinal vibração, este pode ser classificado em: periódico, aquele que se repete ciclicamente; aleatório, ou estocásticos, não são determinísticos, portanto não são previsíveis pra qualquer instante futuro; e, transientes, cuja vibração só ocorre durante um intervalo de tempo limitado, depois torna-se nula para qualquer instante de tempo (NEWLAND, 1993).

As análises dos sinais de vibração no domínio do tempo podem ser úteis para o monitoramento da condição de funcionamento da máquina, bem como evidenciar algum um funcionamento irregular e os indicativos de dano. Mas, sabe-se que a dinâmica das máquinas é influenciada pela ação de fontes de vibração de diferentes naturezas como das rotações dos componentes girantes, excentricidade e desbalanceamento de eixos, imperfeições dos mancais de rolamento, engrenamento, entre outros, que são difíceis de serem detectados nos sinais do domínio do tempo, pois esse último é a soma de todos esses efeitos. Sendo assim, as técnicas de processamento dos sinais no domínio da frequência possibilita a análise das frequências de diferentes componentes do equipamento (NEWLAND, 1993; SHIN; HAMMOND, 2008; OPPENHEIM; WILLSKY; NAWAB, 2010).

## 2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA DE PARES ENGRENADOS

Modelagem matemática de pares engrenados é utilizada para diversos fins como síntese e projeto, controle de vibração e entre eles a modelagem visando a detecção de possíveis danos no engrenamento e prognóstico de falhas. Em relação aos modelos apresentados na literatura, existem os mais simples, como o de um único grau de liberdade (SDOF<sup>3</sup>) até os mais complexos, os quais empregam a análise de elementos finitos (FEA<sup>4</sup>) (HE; GUNDA; SINGH, 2007; MOHAMMED; RANTATALO; AIDANPÄÄ, 2013; LIANG; ZUO; FENG, 2018).

Atribui-se a Harris (1958) o pioneirismo em modelagem SDOF de pares engrenados; comprovando a funcionalidade do modelo, Chen e Brennan (2000) utiliza-o para monitoramento e controle de vibrações. Em Korka (2007) é apresentado um modelo analítico SDOF, no qual a principal característica a ser modelada é a rigidez de engrenamento, embora também considere erros de fabricação; também apresenta um modelo de 3 graus de liberdade (3DOF<sup>5</sup>), utilizado quando não pode ser negligenciada a elasticidade de eixos e rolamentos; e, um modelo com 6 graus de liberdade (6DOF<sup>6</sup>), no qual efeitos de elasticidade torcional devido ao motor e ao equipamento movido são considerados.

Nos trabalhos de Belarmus (2001) e Tian (2004), cujos de interesses de investigação são vinculados ao monitoramento da condição, utiliza-se o modelo com 8 graus de liberdade

---

<sup>3</sup>do termo em inglês *single degree of freedom*.

<sup>4</sup>do termo em inglês *finite element analysis*.

<sup>5</sup>do termo em inglês, *3 degrees of freedom*.

<sup>6</sup>do termo em inglês, *6 degrees of freedom*.

(8DOF<sup>7</sup>), para a simulação de pares engrenados e aplicação de técnicas de análise e processamento de sinais incluindo abordagem probabilística; realizam esse objetivo considerando a variação temporal da rigidez de engrenamento como critério de diagnóstico de falhas, embora existam abordagens que também considerem a variação do amortecimento (AMABILI; RIVOLA, 1997).

Para o cálculo da rigidez variável no tempo, que é fonte de excitação do sistema mecânico, Tian (2004) desenvolve uma metodologia analítica baseada nas energias potenciais de deformação utilizada na análise de vigas. O dente da engrenagem é modelado como uma viga engastada apresentando os termos de energia potencial de contato Hertziana, axial compressiva, flexora e cisalhante. Esse modelo também é utilizado para a simulação de falhas devido a desgaste e trincas e tem sido utilizado em trabalhos mais recentes (WU; ZUO; PAREY, 2008; MOHAMMED; RANTATALO; AIDANPÄÄ, 2013; YU; SHAO; MECHEFSKE, 2015; MOHAMMED; RANTATALO, 2016; MA et al., 2016; CHEN et al., 2016; GECGEL et al., 2018; LUO; BADDOUR; LIANG, 2019).

Os métodos de monitoramento da condição baseados em modelo partem do pressuposto de que uma modelagem matemática precisa pode ser desenvolvida a partir de princípios físicos. Como exemplo, pode-se citar os modelos físicos de fadiga que são empregados para representar a origem e a propagação de defeitos em estruturas (ENDESHAW et al., 2017). Além do diagnóstico, a modelagem matemática pode permitir desenvolver um programa de prognóstico de falha que possa monitorar e administrar adequadamente o sistema, estimando o tempo de vida útil remanescente (RUL<sup>8</sup>). É de se considerar que as diversas fontes de incertezas e a propagação delas na modelagem dos sistemas de engenharia podem comprometer uma boa avaliação destinada a manutenção preditiva. Alguns sistemas mecânicos sofrem variações de diversos parâmetros durante a sua vida em serviço. As cargas, as condições ambientais, as propriedades dos materiais, e outros parâmetros importantes se alteram, muitas vezes de forma aleatória. Uma previsão da deterioração, bem como da RUL de um equipamento pode ser realizada através da abordagem probabilística, uma vez que se trata de processos estocásticos (KHOURY et al., 2012; SANKARARAMAN, 2015; LEI et al., 2016). Assim a modelagem e a quantificação de incertezas (UQ<sup>9</sup>) pode se aliar fortemente no diagnóstico de danos, bem como na determinação do RUL (SOIZE, 2005; CUNHA, 2015; SANKARARAMAN;

---

<sup>7</sup>do termo em inglês, *8 degrees of freedom*.

<sup>8</sup>do termo em inglês, *remaining useful life*.

<sup>9</sup>do termo em inglês, *uncertainty quantification*.

GOEBEL, 2013; SANKARARAMAN, 2015; ENDESHAW et al., 2017).

### 3 METODOLOGIA

Conforme disposto no capítulo anterior, pode-se afirmar que a modelagem matemática de um sistema dinâmico é um conjunto de técnicas e procedimentos que visam obter de maneira aproximada o comportamento desse sistema ao longo do tempo. E esse comportamento é descrito por meio de sistemas de equações diferenciais obtidas a partir da aplicação das leis físicas que governam o sistema. Engrenagens são componentes muito utilizados em máquinas e equipamentos, não obstante apresentam diversos defeitos. Quando se trata de um par de engrenagens, um modelo matemático pode ser útil para o monitoramento da integridade do mesmo. Este capítulo apresenta um modelo matemático de seis graus de liberdade (6DOF<sup>10</sup>) que simula uma caixa de velocidades de engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Ainda neste capítulo, apresenta-se o procedimento experimental empregado na obtenção dos sinais de vibração de um conjunto mecânico do tipo multiplicador de velocidade com engrenagens cilíndricas de dentes retos montada sobre uma bancada. Esse tipo de equipamento é empregado, por exemplo, em sistemas de geradores eólicos de eletricidade.

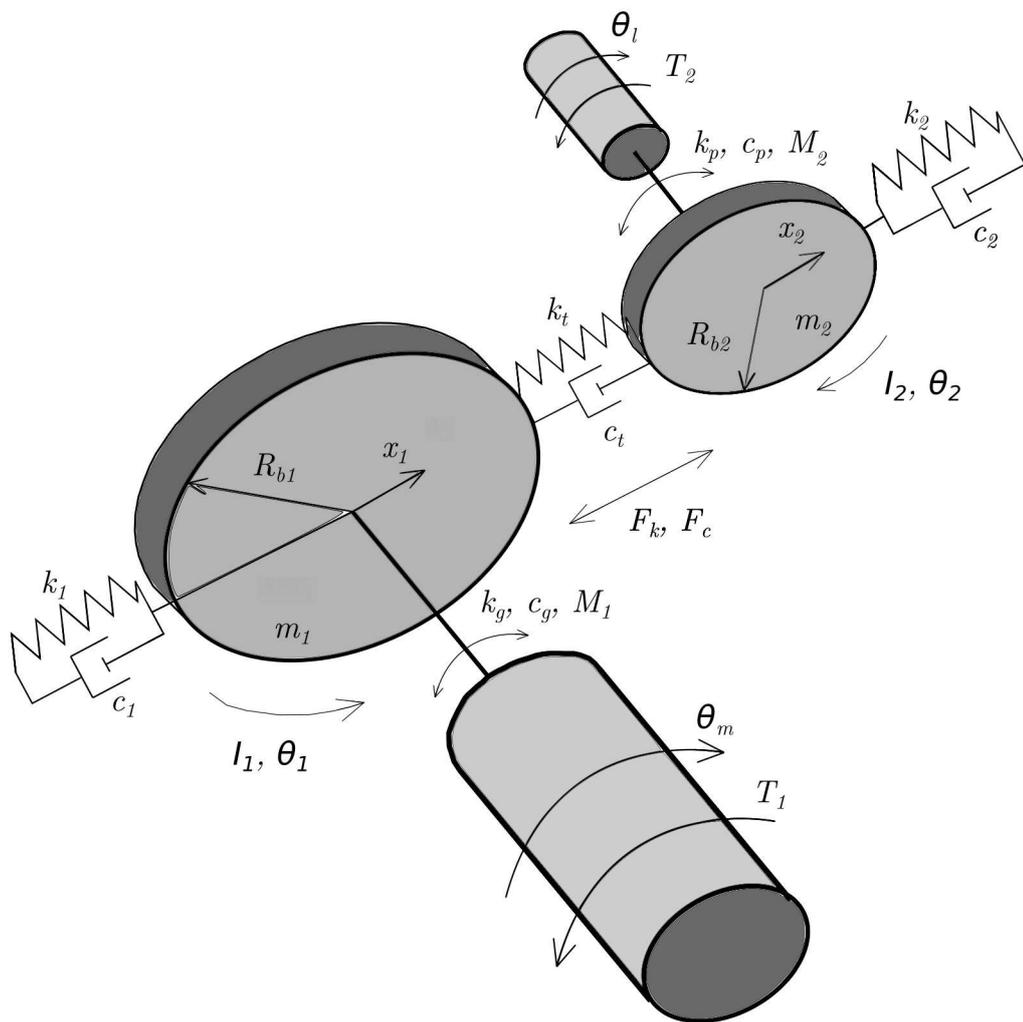
#### 3.1 MODELO DINÂMICO DE PARES DE ENGRENAGENS

Diversos trabalhos propõem modelos dinâmicos de pares engrenados (HARRIS, 1958; CHEN; BRENNAN, 2000; SILVA, 2015; ALMEIDA et al., 2017). Neste trabalho apresenta-se um modelo 6DOF, originado da simplificação do modelo apresentado por Belarmus (2001) com 8DOF. O diagrama esquemático da Figura 1 ilustra o sistema mecânico utilizado para simular o comportamento vibracional do multiplicador de velocidades com par de engrenagens cilíndrica de dentes retos.

---

<sup>10</sup>do termo em inglês, *six degree of freedom*.

Figura 1 – Diagrama do modelo de 6 graus de liberdade do multiplicador de velocidade.



Fonte: elaboração do autor.

As equações do movimento do sistema considerando deslocamento linear na direção  $x$  (radial) e o deslocamento da engrenagem motora e da engrenagem movida, são dadas por:

$$m_1\ddot{x}_1 = F_k + F_c - k_1x_1 - c_1\dot{x}_1 \quad (1)$$

$$m_2\ddot{x}_2 = F_k + F_c - k_2x_2 - c_2\dot{x}_2 \quad (2)$$

onde,  $x_1$  e  $x_2$  são os deslocamentos lineares na direção radial da engrenagem motora e movida, respectivamente;  $m_1$  e  $m_2$  são as massas da engrenagem motora e movida, respectivamente;  $k_1$  e  $k_2$  são as constantes de rigidez do mancal de rolamento da entrada e saída, respectivamente;  $c_1$  e  $c_2$  são os coeficientes de amortecimento dos mancais de rolamento de entrada e saída, respectivamente;  $F_k$  e  $F_c$  são as forças elástica e dissipativa, respectivamente, provenientes do contato entre os dentes.

Para os movimentos rotativos da engrenagem motora e da engrenagem movida, as equações do movimento são:

$$I_1\ddot{\theta}_1 = k_g(\theta_m - \theta_1) + c_g(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_1) - R_{b1}(F_k + F_c) \quad (3)$$

$$I_2\ddot{\theta}_2 = R_{b2}(F_k + F_c) - k_p(\theta_2 - \theta_l) - c_p(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_l) \quad (4)$$

onde,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são deslocamento angulares da engrenagem motora e movida, respectivamente;  $I_1$  e  $I_2$  são momentos de inércia da engrenagem motora e da engrenagem movida, respectivamente;  $k_g$  e  $k_p$  são, respectivamente, as constantes de rigidez torsional dos acoplamentos flexíveis de entrada e saída;  $c_g$  e  $c_p$  são coeficiente de amortecimento torsional dos acoplamentos flexíveis de entrada e saída, respectivamente;  $R_{b1}$  e  $R_{b2}$  são os raios da circunferência de base das engrenagens motora e movida, respectivamente.

Tratando dos movimentos rotativos do motor e da carga, as equações do movimento são:

$$I_m \ddot{\theta}_1 = T_1 - k_g(\theta_m - \theta_1) - c_g(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_1) \quad (5)$$

$$I_l \ddot{\theta}_2 = -T_2 - k_p(\theta_2 - \theta_l) - c_p(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_l) \quad (6)$$

onde,  $I_m$  é o momento de inércia do motor e  $I_l$  é o momento de inércia da carga;  $T_1$  torque do motor (de entrada) e  $T_2$  torque da carga (saída).

E, por fim as forças de excitação devido ao engrenamento:

$$F_k = k_t(R_{b1}\theta_1 - R_{b2}\theta_2 - x_1 + x_2) \quad (7)$$

$$F_c = c_t(R_{b1}\dot{\theta}_1 - R_{b2}\dot{\theta}_2 - \dot{x}_1 + \dot{x}_2) \quad (8)$$

onde,  $k_t$  é a rigidez de engrenamento variante no tempo efetiva do engrenamento;  $c_t$  é o coeficiente de amortecimento total efetivo do engrenamento.

Pode-se reescrever as equações do movimento (1 - 6) de uma maneira mais compacta:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = F_k + F_c \quad (9)$$

Sendo,

$$\mathbf{I}\ddot{\Theta} + \mathbf{C}_{gp}\dot{\Theta}_{ml} + \mathbf{K}_{gp}\Theta_{ml} = \mathbf{R}_b(F_k + F_c) \quad (10)$$

$$\mathbf{I}_{ml}\ddot{\Theta} + \mathbf{C}_{gp}\dot{\Theta}_{ml} + \mathbf{K}_{gp}\Theta_{ml} = \mathbf{T} \quad (11)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{bmatrix}; \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}; \mathbf{I}_{ml} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}; \mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{bmatrix}; \mathbf{\Theta}_{ml} = \begin{bmatrix} \theta_m - \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 - \theta_l \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_{gp} = \begin{bmatrix} c_g & 0 \\ 0 & -c_p \end{bmatrix}; \mathbf{K}_{gp} = \begin{bmatrix} k_g & 0 \\ 0 & -k_p \end{bmatrix}; \mathbf{R}_b = \begin{bmatrix} -R_{b1} & 0 \\ 0 & R_{b2} \end{bmatrix}; \mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & -T_2 \end{bmatrix}$$

### 3.1.1 Erro na Geometria do Dente das Engrenagens

Os erros na geometria do dente (TPE<sup>11</sup>) das engrenagens são incluídos no modelo desse trabalho visando aumentar o realismo do mesmo, isto é, aproximar o modelo com situações práticas. Engrenagens utilizadas em equipamentos existentes na prática possuem desvios inevitáveis no perfil da involuta oriundos do processo de fabricação e que influenciam nos níveis globais dos sinais de vibração. Então, para melhor aproximar o modelo dinâmico à uma conjuntura mais realista, temos:

$$e(\text{aleat}) = (1 - d(1 - l_i))e_{max} \quad (12)$$

onde,  $e_{max}$  é o erro máximo,  $d$  é o coeficiente de variação (entre 0-1) e  $l_i$  é um valor aleatório (entre 0-1).

Esse erro da geometria do perfil do dente é incluído no modelo quando multiplicado pela variação temporal da rigidez de engrenamento  $k_t$  que é apresentada na próxima seção.

## 3.2 VARIAÇÃO TEMPORAL DA RIGIDEZ DE ENGRENAMENTO (TVMS)

Apresenta-se nesta seção a modelagem da variação temporal da rigidez de engrenamento para pares engrenados. Este modelo tem sua importância para simulação do

---

<sup>11</sup>do termo em inglês, *tooth profile error*

comportamento da rigidez de engrenamento de forma analítica, é utilizado em muitos trabalhos que tratam falhas localizadas de engrenagem de dentes retos, tanto para diagnóstico quanto para prognóstico (TIAN, 2004; ZHAO; TIAN; ZENG, 2013; MOHAMMED; RANTATALO; AIDANPÄÄ, 2013; MOHAMMED; RANTATALO, 2016; MA et al., 2016).

### 3.2.1 Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos

O estabelecimento de parâmetros geométricos das rodas dentadas é necessário para o cálculo da variação temporal da rigidez de engrenamento (TVMS<sup>12</sup>). Engrenagens cilíndricas de dentes retos são o tipo mais utilizado, pois apresentam uma geometria simples, paralela e possui um perfil envolvente capaz de minimizar os erros de transmissão e ruídos indesejados.

A curva envolvente, ou involuta, pode ser considerada o trajeto de contato no entorno do perfil do dente iniciado na circunferência de base até a circunferência externa do dente. Os raios das circunferências de base das engrenagens motora e movida são  $r_{b1}$  e  $r_{b2}$ , respectivamente e os raios da circunferência externa são  $r_{o1}$  para engrenagem motora e  $r_{o2}$  para engrenagem movida. A Figura 2 ilustra alguns dos parâmetros básicos do engrenamento de engrenagens de dentes retos.

A linha de ação é o trajeto ao longo do qual ocorre o movimento de contato entre os dentes enquanto estão engrenando, ela é tangente as circunferências de bases e normal ao perfil do dente.

Existem também alguns parâmetros básicos que caracterizam a configuração de engrenagem como número de dentes  $N_1$  e  $N_2$ , ângulo de pressão  $\alpha_0$  (comumente  $\alpha_0 = 14,5^\circ$ ,  $20^\circ$  ou  $25^\circ$ ), e diâmetro primitivo  $d_p$ . O ângulo de pressão  $\alpha_0$  é o ângulo complementar formado entre a linha de ação e a linha que conecta os pontos centrais das duas engrenagens  $O_1$  e  $O_2$ , a distância  $O_1\bar{O}_2$  é chamada distância entre centros. outra informação importante é a de que o diâmetro primitivo  $d_p$  é equivalente para as duas engrenagens. Esses parâmetros básicos apresentam relações de dependência entre quaisquer outros necessários para o cálculo dos demais parâmetros da geometria de

---

<sup>12</sup>do termo em inglês, *time-varying meshing stiffness*



ambas as engrenagens:

$$r_{b1} = \frac{N_1}{2d_p} \cos \alpha_0 \quad (13)$$

$$r_{b2} = \frac{N_2}{2d_p} \cos \alpha_0 \quad (14)$$

$$r_{o1} = \frac{N_1 + 2}{2d_p} \quad (15)$$

$$r_{o2} = \frac{N_2 + 2}{2d_p} \quad (16)$$

$$O_1 \bar{O}_2 = \frac{N_1 + N_2}{2d_p} \quad (17)$$

onde,

### 3.2.2 Rigidez de Engrenamento

A metodologia de cálculo analítico da rigidez de engrenamento baseia-se no método de energia potencial. Essa energia subdivide-se em 4 parcelas: energia potencial de contato Hertziana, energia potencial de flexão, energia potencial de compressão axial e energia potencial de cisalhamento.

#### Rigidez de Contato Hertziana

A energia Hertziana é a energia potencial armazenada no arredor do ponto de contato devido à deformação elástica do dente e pode ser calculada por:

$$U_h = \frac{F^2}{2k_h} \quad (18)$$

Na qual,  $F$  é a força de contato e  $k_h$  é a rigidez de contato Hertziana.

Essa rigidez de contato Hertziana para o contato (equação 18) entre dentes de duas engrenagens de mesmo material, é constante. Seu valor pode ser obtido por:

$$k_h = \frac{\pi EW}{4(1 - \nu^2)} \quad (19)$$

Onde,  $E$  é o módulo de Young,  $W$  é a largura do dente da engrenagem e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. Observa-se que  $k_h$  é uma constante durante todo o engrenamento.

### Rigidezes Axial Compressiva, de Flexão e de Cisalhamento

Da mesma forma, as energias potenciais armazenadas axial compressiva, de flexão e de cisalhamento, são apresentadas nas equações 20, 21, 22, respectivamente:

$$U_a = \frac{F^2}{2k_a} \quad (20)$$

$$U_b = \frac{F^2}{2k_b} \quad (21)$$

$$U_s = \frac{F^2}{2k_s} \quad (22)$$

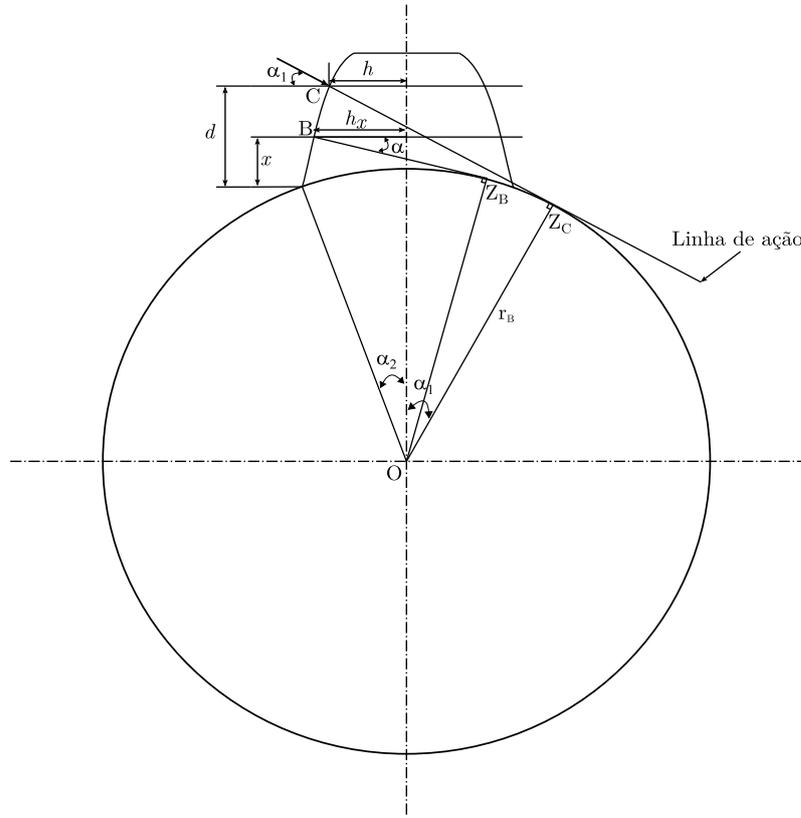
Onde,  $k_a$ ,  $k_b$ ,  $k_s$ , são, respectivamente, as rigidezes axial compressiva, de flexão e de cisalhamento.

Para o cálculo desses valores, o dente da engrenagem submetido a força de contato  $F$  é modelado como viga engastada. A ilustração da Figura 3 apresenta o modelo de viga engastada utilizado.

Denotando o ponto de contato como  $C$  e o ponto da linha de ação que tangencia a circunferência de base como  $Z_C$ , o ângulo formado entre  $C\bar{Z}_C$  e a referência vertical é  $\alpha_1$ .  $\alpha_1$  é o ângulo que decompõe a força de contato  $F$  em componentes horizontal e vertical:

$$F_b = F \cos \alpha_1$$

Figura 3 – Ilustração do modelo de viga engastada para o dente de uma das engrenagens.



Fonte: elaboração do autor.

$$F_a = F \operatorname{sen} \alpha_1$$

Qualquer ponto entre abaixo do ponto de  $C$  é denotado por  $B$ , com  $Z_B$ . O ângulo formado entre  $\bar{B}Z_b$  é  $\alpha$  que variável de integração para o cálculo da energia potencial. O ângulo  $\alpha_2$  é a metade do ângulo de base de um único dente, sendo o limite de integração para a energia. Algumas variáveis importantes para o cálculo das energias e que são dependentes dos parâmetros geométricos são a largura da metade do dente  $h_x$  em qualquer ponto  $B$ , área da seção  $A_x$  e o momento de inércia, apresentados respectivamente nas equações 23, 24 e 25:

$$h_x = r_b [(\alpha - \alpha_2) \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha] \quad (23)$$

$$A_x = 2h_x W \quad (24)$$

$$I_x = \frac{2}{3}h_x^3W \quad (25)$$

A energia axial compressiva, baseado na teoria de vigas, pode ser obtida:

$$U_a = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EA_x} dx \quad (26)$$

A energia potencial devido à tração:

$$U_b = \int_0^d \frac{[F_b(d-x) - F_a h]^2}{2EI_x} dx \quad (27)$$

A energia de cisalhamento:

$$U_s = \int_0^d \frac{1,2F_b^2}{2GA_x} dx \quad (28)$$

Onde  $G$ , é o módulo de elasticidade devido ao cisalhamento.

É possível calcular as rigidezes axial compressiva  $k_a$ , flexora  $k_b$  e cisalhante  $k_s$ :

$$\frac{1}{k_a} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \sin^2 \alpha_1}{2EW [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha \quad (29)$$

$$\frac{1}{k_b} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{3 \{1 + \cos \alpha_1 [(\alpha_2 - \alpha) \sin \alpha - \cos \alpha]\}^2 (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha}{2EW [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]^3} d\alpha \quad (30)$$

$$\frac{1}{k_s} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1,2(1-\nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha_1}{EW [\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha \quad (31)$$

A energia potencial total armazenada no engrenamento de um único par de dentes é composta pela soma da energia Hertziana, axial compressiva, flexora e cisalhante:

$$U_t = \frac{F^2}{2k_t} = \frac{F^2}{2} \left( \frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s2}} \right) \quad (32)$$

Onde,  $k_t$  é a rigidez de engrenamento total, os subíndices 1 e 2 são referentes às engrenagens motora e movida, respectivamente. A rigidez total de engrenamento  $k_t$  é calculada por:

$$k_t = \left( \frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s2}} \right)^{-1} \quad (33)$$

Nota-se que o valor de  $k_t$  que é uma constante para cada ponto de contato  $C$  entre os dentes, então, para que seja possível o cálculo da  $k_t$  em função do tempo é necessário que o extremo de integração  $\alpha_1$  varie como uma função da frequência angular  $\omega = \theta_1 t$ .

### 3.2.3 Rigidez de Duplo e de Único Engrenamento

Neste trabalho bem como em outras referências (TIAN, 2004; ZHAO; TIAN; ZENG, 2017; MOHAMMED; RANTATALO, 2016), considera-se a ocorrência inicial de contato entre dois pares de dentes, isto é, dois pares de dentes engrenando concomitantemente, aqui mencionado como duplo engrenamento. E que, num momento posterior, esse contato deixa de existir configurando um único par de dentes em engrenamento.

Para cada par em engrenamento, dados  $k_h$ ,  $k_a$ ,  $k_b$  e  $k_s$ , a rigidez total de engrenamento para cada par pode ser expressada conforme a equação 34

$$k_{t,i} = \left( \frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{a1,i}} + \frac{1}{k_{b1,i}} + \frac{1}{k_{s1,i}} + \frac{1}{k_{a2,i}} + \frac{1}{k_{b2,i}} + \frac{1}{k_{s2,i}} \right)^{-1} \quad (34)$$

O subíndice  $i$ , nesse caso, refere-se ao único e ao duplo engrenamento ( $i = 1, 2$ ). Então, a rigidez total de engrenamento é a soma da rigidez de dos dois pares:

$$k_t = \sum_{i=1}^2 \left( \frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{a1,i}} + \frac{1}{k_{b1,i}} + \frac{1}{k_{s1,i}} + \frac{1}{k_{a2,i}} + \frac{1}{k_{b2,i}} + \frac{1}{k_{s2,i}} \right)^{-1} \quad (35)$$

De acordo com as equações 29, 30 e 31, as rigidezes da engrenagem motora  $k_{a1,i}$ ,  $k_{b1,i}$ ,  $k_{s1,i}$  podem ser obtidas por:

$$\frac{1}{k_{a1,i}} = \int_{-\alpha_{1,i}}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \sin^2 \alpha_{1,i}}{2EW [\sin \alpha_{1,i} + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha \quad (36)$$

$$\frac{1}{k_{b1,i}} = \int_{-\alpha_{1,i}}^{\alpha_2} \frac{3 \{1 + \cos \alpha_{1,i} [(\alpha_2 - \alpha) \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha]\}^2 (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha}{2EW [\operatorname{sen} \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]^3} d\alpha \quad (37)$$

$$\frac{1}{k_{s1,i}} = \int_{-\alpha_{1,i}}^{\alpha_2} \frac{1, 2 (1 - \nu) (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha_{1,i}}{EW [\operatorname{sen} \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha \quad (38)$$

Agora para as engrenagem movida  $k_{a2,i}$ ,  $k_{b2,i}$  e  $k_{s2,i}$  (equações 29, 30 e 31):

$$\frac{1}{k_{a2,i}} = \int_{-\alpha'_{1,i}}^{\alpha'_2} \frac{(\alpha'_2 - \alpha) \cos \alpha \operatorname{sen}^2 \alpha'_{1,i}}{2EW [\operatorname{sen} \alpha + (\alpha'_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha \quad (39)$$

$$\frac{1}{k_{b2,i}} = \int_{-\alpha'_{1,i}}^{\alpha'_2} \frac{3 \{1 + \cos \alpha'_{1,i} [(\alpha'_2 - \alpha) \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha]\}^2 (\alpha'_2 - \alpha) \cos \alpha}{2EW [\operatorname{sen} \alpha + (\alpha'_2 - \alpha) \cos \alpha]^3} d\alpha \quad (40)$$

$$\frac{1}{k_{s2,i}} = \int_{-\alpha'_{1,i}}^{\alpha'_2} \frac{1, 2 (1 - \nu) (\alpha'_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha'_{1,i}}{EW [\operatorname{sen} \alpha + (\alpha'_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha \quad (41)$$

Os ângulos constantes  $\alpha_2$  e  $\alpha'_2$  representam a metade do ângulo do dente na circunferência base (Figura 3), para as engrenagens motora e movida, respectivamente, e podem ser obtidos por:

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2N_1} + \operatorname{tg} \alpha_0 - \alpha_0 \quad (42)$$

$$\alpha'_2 = \frac{\pi}{2N_2} + \operatorname{tg} \alpha_0 - \alpha_0 \quad (43)$$

## Duração da Rigidez de Duplo e de Único Engrenamento

Os ângulos  $\alpha_{1,1}$  e  $\alpha'_{1,1}$ , por sua vez, possuem dependência temporal.

$$\alpha_{1,1} = \theta_1 - \frac{\pi}{2N_1} - \operatorname{tg} \alpha_0 + \alpha_0 + \operatorname{tg} \left[ \arccos \frac{N_1 \cos \alpha_0}{\sqrt{(N_2+2)^2 + (N_1+N_2)^2 - 2(N_2+2)(N_1+N_2) \cos \left( \arccos \left( \frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2+2} - \alpha_0 \right) \right)}} \right] \quad (44)$$

$$\alpha'_{1,1} = \operatorname{tg} \left( \arccos \frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2+2} \right) - \frac{\pi}{2N_2} - \operatorname{tg} \alpha_0 + \alpha_0 - \frac{N_1}{N_2} \theta_1 \quad (45)$$

No início do engrenamento, ambos deslocamentos angulares  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são nulos. Conforme o deslocamento angular aumenta, o ponto de contato se move até o topo do dente configurando o ângulo final de duração do engrenamento duplo, designado por  $\theta_d$ . Depois disso o segundo par se separará e o engrenamento único se iniciará e perdurará até o ângulo de deslocamento atingir  $\theta_1 = 2\pi/N_1$ , quando a situação inicial será retomada. O ângulo correspondente a essa diferença é  $\theta_s$ . De acordo com a envolvente do perfil do dente,  $\theta_d$  pode ser calculado por:

$$\theta_d = \operatorname{tg} \left( \arccos \frac{N_1 \cos \alpha_0}{N_1+2} \right) - \frac{2\pi}{N_1} - \operatorname{tg} \left[ \arccos \frac{N_1 \cos \alpha_0}{\sqrt{(N_2+2)^2 + (N_1+N_2)^2 - 2(N_2+2)(N_1+N_2) \cos \left( \arccos \left( \frac{N_2 \cos \alpha_0}{N_2+2} - \alpha_0 \right) \right)}} \right] \quad (46)$$

Então, o intervalo do deslocamento angular é dado por:

$$\theta_1 \in \left[ (n-1) \frac{2\pi}{N_1} + \theta_d, (n-1) \frac{2\pi}{N_1} + (\theta_d + \theta_s) \right] \quad (n = 1, 2, \dots)$$

### 3.2.4 Rigidez de Engrenamento da Engrenagem Movida com Trinca

Falhas localizadas, como trinca na raiz do dente de uma das engrenagens, afetam a rigidez do dente e a rigidez total de engrenamento. Na consideração preliminar deste estudo, será apresentado um modelo de trinca propagando-se estritamente em linha reta a qual, em sua condição extrema, será menor que metade do comprimento lateral do dente da engrenagem motora. O comprimento da trinca  $p$  se propaga por um ângulo  $v$  de intersecção entre a trinca e a linha da metade do dente, isto é, a referência vertical.

As rigidezes referentes ao contato Hertziano  $k_h$  e compressão axial  $k_a$  permanecerão com os mesmos valores os quais são obtidos para a condição de dentes íntegros, portanto podem ser calculadas conforme as equações 19 e 29, respectivamente.

No entanto, as rigidezes de tração  $k_b$  e de cisalhamento  $k_s$  mudarão sob a influência de uma trinca. Quando existe trinca, a distância do fim da trinca até a linha central do dente é  $h_c$ , pode ser obtido por:

$$h_c = r_{b1} \sin \alpha_2 - p \sin \nu \quad (47)$$

O momento de inércia de área efetivo da seção transversal pode ser calculado por:

$$I_{xc} = \begin{cases} \frac{1}{12}(h_c + h_x)^3 W & , \text{ se } x \geq g_c \\ \frac{2}{3}h_x^3 W & , \text{ se } x > g_c \end{cases} \quad (48)$$

onde,  $g_c$  é a distância da raiz da trinca até o ponto de contato.

E a área efetiva da seção transversal, dada por:

$$A_{xc} = \begin{cases} (h_c + h_x)W & , \text{ se } x \geq g_c \\ 2h_x^3 W & , \text{ se } x > g_c \end{cases} \quad (49)$$

Repetindo os mesmos procedimentos das seções anteriores tem-se a rigidez  $k_{b_{trinca}}$  e  $k_{s_{trinca}}$ , respectivamente:

$$\frac{1}{k_{b_{trinca}}} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{12 \{1 + \cos \alpha_1 [(\alpha_2 - \alpha) \sin \alpha - \cos \alpha]\}^2 (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha}{EW \left[ \sin \alpha_2 - \frac{p}{r_{b1}} \sin \nu + \sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \right]^3} d\alpha \quad (50)$$

$$\frac{1}{k_{s_{trinca}}} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{2,4(1 - \nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha_1}{EW \left[ \sin \alpha_2 - \frac{p}{r_{b1}} \sin \nu + \sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \right]} d\alpha \quad (51)$$

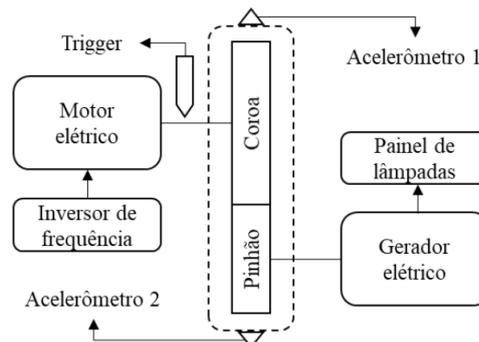
### 3.3 PARTE EXPERIMENTAL

Esta seção é reporta as atividades realizadas na obtenção de dados dos sinais de vibrações na bancada experimental contendo o multiplicador de velocidade de simples estágio com engrenagens cilíndricas de dentes retos, a fim de realizar o monitoramento da condição das mesmas. Maiores informações podem ser obtidas nos trabalhos de Silva (2015), Pereira (2018) e Sgotti (2018).

#### 3.3.1 Bancada Experimental

O experimento foi realizado em uma bancada experimental montada no Instituto de Pesquisas em Bioenergia – IPBEN da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, FEIS-UNESP. Montada sobre uma mesa metálica com rigidez e amortecimento suficientes para a atenuação da vibração proveniente dos sistemas mecânicos, é composta por motor elétrico de indução trifásico, inversor de frequência, multiplicador de velocidade de engrenagens cilíndricas de dentes retos, acoplamentos flexíveis, gerador elétrico e painel de lâmpadas (carga). No multiplicador de velocidades, estão instalados dois acelerômetros e há ainda um tacômetro. O diagrama esquemático da Figura 4 ilustra a composição da bancada experimental.

Figura 4 – Diagrama esquemático da composição da bancada experimental.

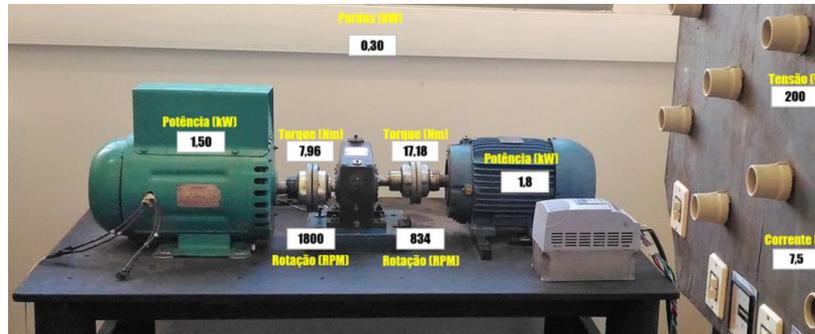


Fonte: Sgotti (2018).

O motor elétrico tem potência de 3,7 kW e rotação nominal de 1715 RPM e o par de engrenagens possui relação de transmissão 2,16, pois são 95 dentes da engrenagem motora e 44 dentes da engrenagem movida. A rotação é limitada pelo gerador elétrico, que tem rotação nominal de 1800 RPM, com potência de 4 kVA. Assim, o controle de rotação de todo o sistema é feito pela rotação do gerador elétrico e a rotação do motor elétrico é limitada no valor de 834 RPM. A Figura 5 apresenta a fotografia da bancada

experimental, bem como os parâmetros operacionais da mesma.

Figura 5 – Fotografia da bancada experimental com os parâmetros de operação indicados nela.



Fonte: Sgotti (2018).

### 3.3.2 Procedimento de Aquisição dos Dados

Os dois sensores de vibração foram instalados na carcaça do multiplicador de velocidade, próximos e radiais à engrenagem motora e da engrenagem movida, seguindo a recomendação de estarem próximos às principais fontes vibratórias de interesse. Para aquisição dos sinais de vibração, foram utilizados dois acelerômetros e dois condicionadores de sinais, uma placa de conversão analógico-digital, um microcomputador com o software de aquisição de sinais DASyLab®. Os condicionadores de sinal e o software de aquisição foram calibrados para que o sinal fosse fornecido em unidade de velocidade [mm/s]. Havia ainda um tacômetro que foi utilizado para o registro da rotação do eixo de entrada do par engrenado para permitir a aplicação de técnicas de processamento de sinais como da média temporal síncrona (TSA<sup>13</sup>). Além do controle da rotação, o tacômetro permite identificação do dente com da engrenagem que apresenta falha e possibilita a análise da rotação completa da coroa e do pinhão.

A frequência de amostragem utilizada foi de 10000 Hz, com 4096 amostras e 300 blocos, totalizando 1228800 pontos. A aquisição dos sinais de vibração foi precedida de algumas tarefas que visavam a reprodutibilidade da obtenção de dados, como: (1) verificação do torque dos elementos de fixação do motor elétrico na mesa; (2) início gradual da operação dos equipamentos; (3) monitoramento da temperatura dos equipamentos; (4) monitoramento de vibrações excessivas com o próprio condicionador de sinais; (5) início da aquisição de dados depois de 30 minutos de operação normal, para evitar a transitoriedade dos parâmetros de operação.

<sup>13</sup>do termo em inglês *time synchronous average*

Dois ensaios distintos foram realizados na etapa experimental. No primeiro ensaio as engrenagens chegaram ao fim da vida útil para a qual elas foram projetadas devido principalmente ao desgaste. O tempo de duração do ensaio foi definido em 720 horas (no mínimo) mais um tempo adicional de 180 horas. Para o segundo ensaio, foi produzido um entalhe de 0,7 mm um dos dentes da engrenagem motora simulando um defeito de trinca e o tempo de duração do ensaio foi de 360 horas.

### 3.4 PROCESSAMENTO E ANÁLISE DE SINAIS

Nesta seção são apresentados algumas técnicas utilizadas no processamento e análise de sinais de vibração que podem ser utilizados tanto para os sinais simulados quanto para os sinais obtidos experimentalmente. E ainda apresenta os parâmetros estatísticos do processamento e análise de sinais no domínio do tempo e no domínio da frequência.

#### 3.4.1 Parâmetros Estatísticos do Domínio do Tempo

Os momentos estatísticos de um conjunto de dados são as métricas utilizadas para descrever a função de densidade de probabilidade (PDF) das séries temporais dos sinais de vibração. Em sinais de vibração de máquinas funcionando na condição saudável, a PDF se assemelha à um sino (ALMEIDA et al., 2017). Quando o equipamento está em operação com dano, a função PDF se altera e assim os parâmetros que a descrevem também são modificados. O primeiro momento estatístico é a média  $\mu$  para um número limitado de amostras  $n$ , de uma variável aleatória discreta  $\mathbb{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , assumindo que cada observação tem a mesma probabilidade de ocorrer, tem-se a distribuição uniforme  $p(\mathbb{X}) = 1/n$  e a média amostral torna-se:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (52)$$

A média amostral  $\bar{x}$  é um valor de tendência central, ela também mensura a localização do sinal, para sinais de vibração como velocidade e aceleração, em geral, seu valor é muito próximo à zero.

O segundo momento estatístico é a variância  $\sigma^2$  é uma medida de dispersão das observações em relação à média  $\mu$ . Normalmente, utiliza-se a raiz quadrada da variância  $\sigma^2$ , denominado desvio padrão  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  como um parâmetro da PDF. O desvio padrão

amostral  $\bar{s}$  para uma variável aleatória:

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (53)$$

Tem-se também o terceiro momento estatístico chamado de assimetria<sup>14</sup>  $S$ , que mede o grau de assimetria da PDF. Quando os valores da assimetria  $S$  são próximos à zero, indica que a PDF apresenta-se simétrica, com distribuição em torno da média  $\bar{x}$  bem equilibrada, no caso em que o valor da assimetria é maior que zero, há maior frequência de valores maiores que a média das observação  $\bar{x}$  e no caso em que o valor da assimetria é menor que zero, os valores menores que a média  $\bar{x}$  são mais frequentes (ALMEIDA et al., 2017; CAESARENDRA; TJAHJOWIDODO, 2017). A equação (54) calcula o valor da assimetria de uma variável aleatória  $\mathbb{X}$  discreta:

$$S = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(\bar{s}^2)^3} \quad (54)$$

O quarto momento estatístico é a curtose  $K$  e mede se a PDF é mais achatada ou pontiaguda que a distribuição gaussiana. Se o valor da curtose  $K$  é próximo à zero, indica que a PDF da variável aleatória  $\mathbb{X}$  tem o mesmo achatamento da distribuição de Gauss, quando o valor da curtose  $K$  é maior que zero, então essa PDF é mais pontiaguda que a distribuição de Gauss, quando a curtose  $K$  é menor que zero essa PDF é mais achatada que a distribuição de Gauss. A curtose pode ser calculada por:

$$K = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{(\bar{s}^2)^4} \quad (55)$$

Além dos momentos estatísticos, é comum em análise de vibrações o uso do valor eficaz  $RMS$ , que calcula a energia do sinal. Embora não evidencie a presença do dano, pode ser uma ferramenta útil no gerenciamento dos níveis globais de vibração e da integridade do equipamento, inclusive havendo normas que determinam os limiares do grau de severidade da vibração obtidos pelo valor eficaz  $RMS$ . O valor eficaz  $RMS$  é

---

<sup>14</sup>é comum a utilização do termo em inglês *skewness*.

calculado por:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (56)$$

Outros parâmetros estatísticos utilizados na extração de característica dos sinais de vibração são, valor de pico a pico  $P2P$  que é a diferença entre o valor máximo e mínimo da série temporal do sinal de vibração e a relação entre o valor de pico com o valor eficaz, denominada fator de crista  $CF$ . O valor de pico a pico  $P2P$  e o fator de crista  $CF$  são calculados pelas equações (57) e (58), respectivamente:

$$P2P = \max(x) - \min(x) \quad (57)$$

$$CF = \frac{\max(x)}{RMS} \quad (58)$$

Por fim, dois parâmetros Thalaf e Thikat foram apresentados recentemente na literatura como potenciais parâmetros estatísticos indicadores de dano (MOHAMED; SASSI; PAUROBALLY, 2018). As equações (59) e (60) mostram a definição matemática de Thalaf e Thikat, respectivamente:

$$\text{Thalaf} = \log\left(K + \frac{RMS}{RMS_h}\right) \quad (59)$$

$$\text{Thikat} = \log\left[K^{CF} + \left(\frac{RMS}{RMS_h}\right)^{\max(x)}\right] \quad (60)$$

onde,  $RMS_h$  é o valor eficaz de um sinal de referência com equipamento operando em condição saudável.

## Média Temporal Síncrona (TSA)

Uma técnica muito utilizada no processamento e análise de sinais de vibração utilizados no monitoramento da condição de pares engrenados é a TSA. A TSA é uma ferramenta aplicada na mitigação dos efeitos de ruídos de fontes externas, que estão sempre presentes nos sinais de vibração, e que, por outro lado, não são correlacionados com a dinâmica do sinal. Para obter a TSA, divide-se um sinal  $x$  por um número de  $Q$  blocos que apresentam o mesmo período  $\tau_c$  e faz-se a média recursiva dos sinal  $x_q$  pertencente ao bloco  $q$ . (ARATO, 2004; ALMEIDA et al., 2017). Matematicamente a TSA é expressa por:

$$TSA = TSA_{q-1} + \frac{x_q - TSA_{q-1}}{Q} \quad (61)$$

### 3.4.2 Descrição no Domínio da Frequência

Uma maneira de converter os sinais periódicos e discretizados do domínio do tempo para o domínio da frequência se dá via transformada discreta de Fourier (TDF). A TDF da sequência periódica  $x[n\Delta]$  é dada por:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n\Delta] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (62)$$

Para a sequência periódica  $x[n\Delta]$  a equação (62) é resolvida de uma maneira prática utilizando-se o algoritmo de transformada rápida de Fourier (FFT<sup>15</sup>).

Os sinais de vibração podem ser obtidos por variados tipos de sensores ou técnicas. O tratamento para processamento desses sinais deve ser cuidadoso. A aquisição deve ser cautelosa e, como o processamento é realizado computacionalmente, faz-se necessária a conversão do sinal analógico em digital podendo resultar em erros de diferentes origens.

Deve-se prevenir fenômenos indesejados na análise e processamento de sinais como *aliasing* e vazamento espectral<sup>16</sup>. *Aliasing* é um efeito de surgimento de frequências que de fato não existem no sinal original, ocasionado pela seleção de uma frequência de amostragem  $f_s$  muito baixa e para evitá-lo o teorema de Nyquist recomenda o uso de uma frequência de amostragem  $f_s$  de no mínimo duas vezes a maior frequência de

<sup>15</sup> do termo em inglês, *fast Fourier transform*.

<sup>16</sup> do termo em inglês, *spectral leakage*.

interesse no sinal. Já o vazamento espectral ocorre devido ao truncamento, dada a dificuldade de adquirir todo sinal de vibração, e para evitar esse efeito utiliza-se a técnica do janelamento (LATHI, 2006; SHIN; HAMMOND, 2008; OPPENHEIM; WILLSKY; NAWAB, 2010).

Além da análise espectral clássica identificando as frequências que influenciam na dinâmica da máquina, há também alguns parâmetros estatísticos que permitem uma avaliação dos sinais no domínio da frequência para o monitoramento da condição (SHARMA; PAREY, 2016; CAESARENDRA; TJAHHJOWIDODO, 2017). Comumente, usa-se a assimetria do espectro  $SS$ , e curtose do espectro  $SK$ , calculadas por:

$$SS = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (X[k] - \bar{X})^3}{(N-1)\bar{S}^3} \quad (63)$$

$$SK = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (X[k] - \bar{X})^4}{(N-1)\bar{S}^4} \quad (64)$$

A entropia é uma grandeza que fornece o nível de incertezas contidas na PDF em um sinal (CUNHA, 2017; CAESARENDRA; TJAHHJOWIDODO, 2017). A entropia  $E$  e entropia de Shannon são calculadas respectivamente por:

$$E = - \sum_{i=0}^{N-1} p(X_i) \log_2[p(X_i)] \quad (65)$$

$$SE = - \sum_{i=0}^{N-1} X_i^2 \log(X_i^2) \quad (66)$$

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nos capítulos anteriores foram apresentados o modelo dinâmico do par engrenado, bem como a configuração da bancada experimental com o multiplicador de velocidades e os testes que resultaram nos dados experimentais. Neste capítulo, por sua vez, são expostos os principais resultados da simulação numérica do modelo dinâmico do par engrenado e também a comparação com os dados obtidos experimentalmente. Inicialmente, algumas simulações foram realizadas com a intenção de esclarecer quais os principais parâmetros físicos que interferem de maneira significativa nas respostas simuladas, em seguida, acrescenta-se o erro máximo do perfil do dente (TPE) e ruído branco na simulação, visando aumentar a correspondência dessa resposta com situações práticas e, então, compara-se com os sinais obtidos experimentalmente no domínio do tempo e no domínio da frequência, tanto de maneira qualitativa quanto quantitativa.

### 4.1 SIMULAÇÃO DO MODELO DINÂMICO SEM DANO

Os parâmetros físicos, geométricos e operacionais do par engrenado simulado computacionalmente pelo modelo analítico de 6 graus de liberdade, em sua maioria, foram os mesmos utilizados nos ensaios experimentais, aqueles parâmetros, cuja estimativa precisa de seus valores é complexa, foram estimados ora por cálculos analíticos ora extraídos da literatura (TIAN, 2004; LUO; BADDOUR; LIANG, 2019). Os parâmetros físicos, geométricos e operacionais utilizados na simulação computacional estão dispostos na Tabela 1.

Depois de organizados os principais parâmetros da modelagem matemática, foi realizada a simulação numérica das equações do modelo utilizando o comando ODE15 do *software* MatLab ©. O número de amostras do domínio do tempo foi de 95000 pontos, isso significa que foram necessários mil pontos para cada engrenamento ocorrido durante uma revolução. Desta forma, para um período de revolução  $\tau = 0,0719$  s, o incremento de tempo é  $\Delta = 7,57 \times 10^{-7}$  s. A alta resolução do domínio do tempo resulta numa maior acuidade dos resultados, embora aumente o custo computacional.

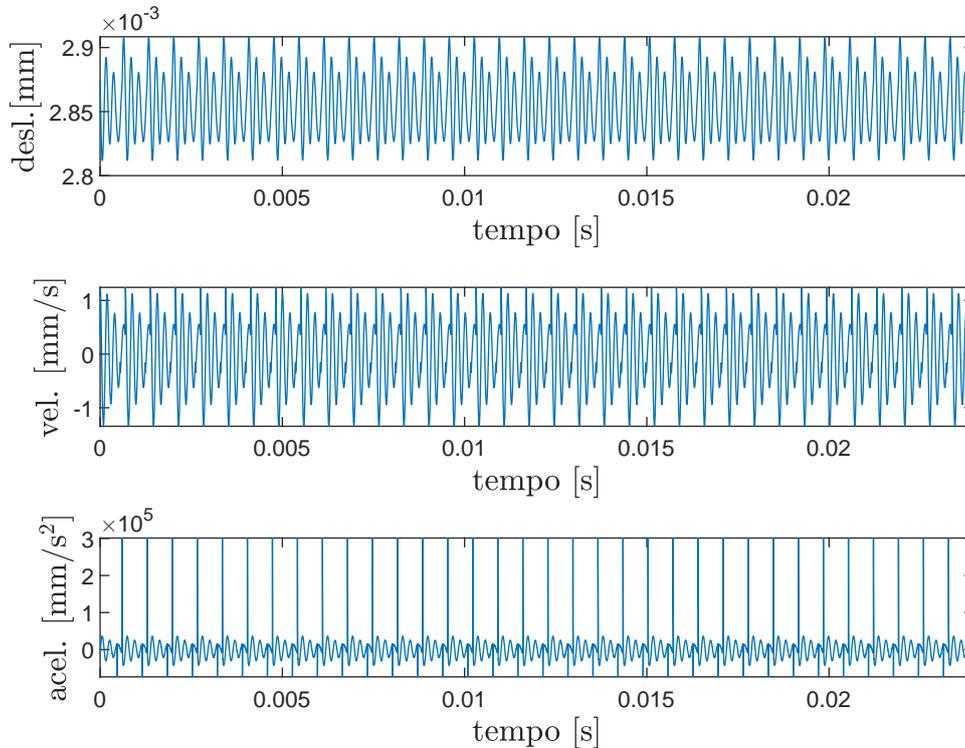
Os resultados da simulação do modelo com os parâmetros da Tabela 1 são apresentados na Figura 6, os gráficos de deslocamento, velocidade e aceleração da engrenagem motora.

Tabela 1 – Parâmetros físicos, geométricos e operacionais utilizados na simulação computacional do modelo dinâmico.

Velocidade de rotação	834 RPM
Frequência de engrenamento	$F_m = 1320,5$ Hz
Torque de entrada	$T_i = 17,18$ Nm
Torque de saída	$T_o = 8,08$ Nm
Módulo	$M = 1$ mm
Lagura do dente	$W = 11$ mm
Número de dentes da engrenagem motora	$N_c = 95$
Número de dentes da engrenagem movida	$N_p = 44$
Massa da engrenagem motora	$m_c = 0,613$ kg
Massa da engrenagem movida	$m_p = 0,430$ kg
Diâmetro primitivo da engrenagem motora	$D_c = 95$ mm
Diâmetro primitivo da engrenagem movida	$D_p = 44$ mm
Diâmetro interno da engrenagem motora	$DI_c = 92,83$ mm
Diâmetro interno da engrenagem movida	$DI_p = 41,83$ mm
Momento de inércia da engrenagem motora	$I_c = 6,915 \times 10^{-4}$ kgm <sup>2</sup>
Momento de inércia da engrenagem movida	$I_p = 1,041 \times 10^{-4}$ kgm <sup>2</sup>
Momento de inércia do motor	$I_m = 0,0064$ kgm <sup>2</sup>
Momento de inércia da carga	$I_l = 0,01$ kgm <sup>2</sup>
Coefficiente de amortecimento dos mancais	$c_b = 1,86 \times 10^5$ Ns/m
Coefficiente de amortecimento dos acoplamentos	$c_c = 5,0 \times 10^5$ Nm
Rigidez dos mancais	$k_b = 1,8 \times 10^5$ Nm
Rigidez dos acoplamentos	$k_c = 4.4 \times 10^5$

Fonte: elaboração do autor.

Figura 6 – Gráficos dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração da engrenagem motora simulados computacionalmente.



Fonte: elaboração do autor.

Nota-se da Figura 6 que foi possível simular com os parâmetros da Tabela 1 e principalmente evidencia que o incremento de tempo utilizado permite uma boa resolução no domínio do tempo. Referindo-se apenas a um terço de revolução da engrenagem motora, não havendo necessidade de apresentar os resultados da engrenagem movida, pois, da maneira simulada, os valores de deslocamento, velocidade e aceleração são os mesmos da engrenagem motora. É possível ainda identificar a assimetria dos sinais em relação ao eixo horizontal, principalmente tratando-se do sinal de aceleração, isso se deve à ocorrência de choques entre e durante os engrenamentos (TIAN, 2004).

#### 4.1.1 Análise de Sensibilidade do Modelo

Alguns parâmetros utilizados na simulação apresentada na seção anterior foram obtidos da literatura, sendo portanto, valores imprecisos e incertos. De maneira ideal, os parâmetros envolvidos na simulação deveriam ser identificados utilizando técnicas

experimentais, como em outros trabalhos da literatura (LUO; BADDOUR; LIANG, 2019). Nesta seção, apresenta-se uma análise de sensibilidade, isto é, alterando-se os valores de alguns parâmetros e observando as alterações nos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração pode-se discutir quais parâmetros interferem de maneira significativa nesses sinais de resposta do modelo. Os parâmetros físicos como coeficiente de amortecimento dos acoplamentos  $c_c$ , rigidez dos mancais  $k_b$ , rigidez dos acoplamentos  $k_c$  quando alterados não apresentaram alterações significativas nas respostas do sistema mecânico no domínio do tempo. Por outro lado, o momento de inércia da carga  $I_l$  apresentaram alterações consideráveis e o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b$ . Essas particularidades são apresentadas nas próximas seções.

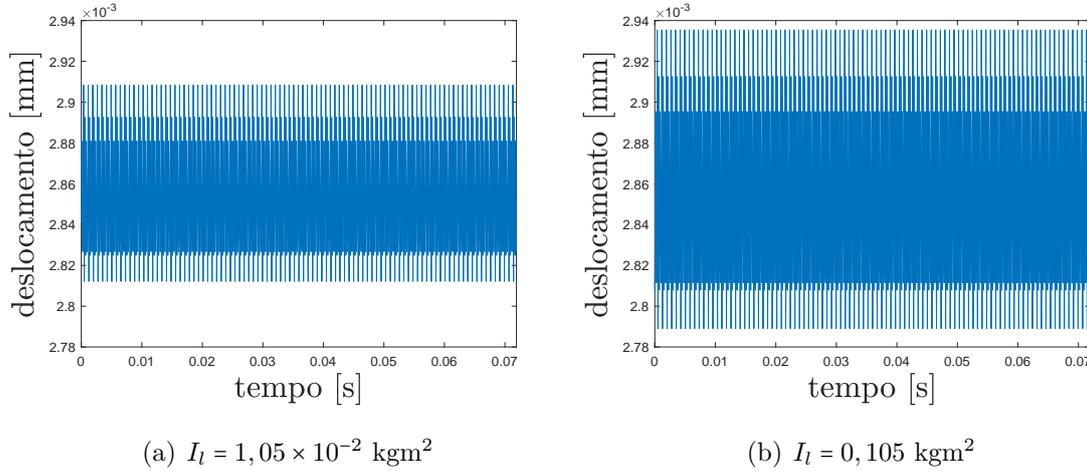
### **Alteração do momento de inércia da carga**

A primeira modificação de parâmetro físico apresentada cuja alteração nas respostas do sistema mecânico simulado foram representativas refere-se ao momento de inércia da carga  $I_l$ . Da mesma forma como realizado com outros parâmetros, multiplicou-se o valor de referência do momento de inércia da carga  $I_l$  (Tabela 1) em dez vezes para realizar uma das simulações e em seguida dividiu-se por dez para realizar a outra simulação a fim de observar qualitativamente as alterações da respostas.

- Momento de inércia da carga  $I_l = 0.105 \text{ kgm}^2$

A Figura 7 apresenta a comparação entre os gráficos dos sinais de deslocamento do modelo analítico do par engrenado simulados com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e com o momento de inércia da carga  $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ .

Figura 7 – Gráficos dos sinais simulados de deslocamento do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e (b) com momento de inércia da carga  $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ .

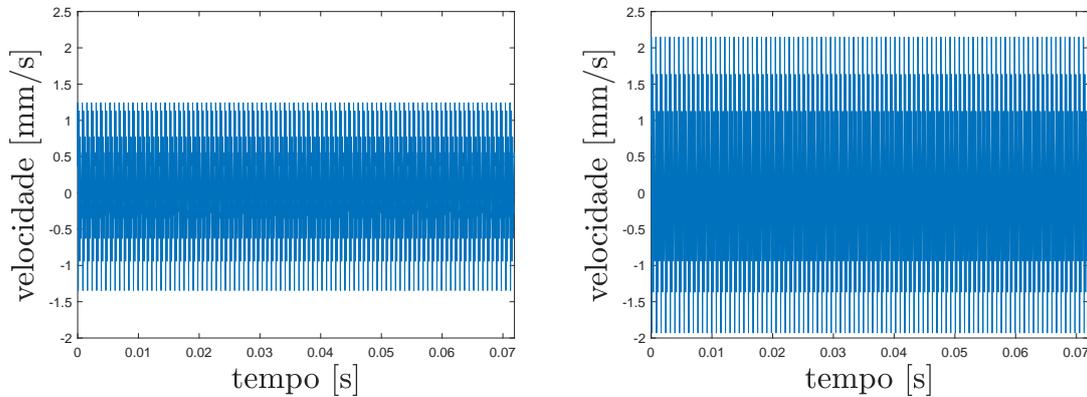


Fonte: elaboração do autor.

Analisando a Figura 7 é possível evidenciar não apenas o ligeiro aumento da amplitude do deslocamento (Fig. 7-b) conforme aumenta-se o momento de inércia da carga  $I_l$  em dez vezes, como também a alteração da forma do sinal em relação ao sinal simulado de referência (Fig. 7-a). O erro relativo entre os valores de pico dos dois sinais de deslocamento é de 0,89% e o erro relativo dos valores dos vales dos sinais de deslocamento é de 0,82%.

Os gráficos da Figura 8 apresentam a comparação entre os sinais de velocidade do modelo analítico do par engrenado simulados com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e com o momento de inércia da carga  $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ .

Figura 8 – Gráficos dos sinais simulados de velocidade do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e (b) com momento de inércia da carga  $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ .



(a)  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$

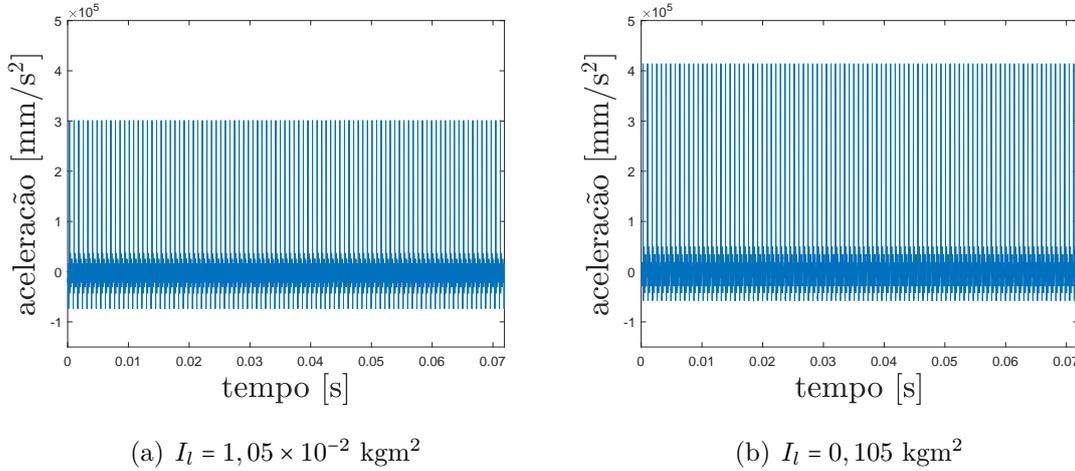
(b)  $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$

Fonte: elaboração do autor.

É possível notar, da Figura 8, que, embora o valor do momento de inércia da carga  $I_l$  tenha sido aumentado em dez vezes, o aumento da amplitude do sinal de velocidade (Fig. 8-b) foi de aproximadamente 1,7 vezes o sinal de velocidade de referência (Fig. 8-a), sendo o erro relativo entre os valores de pico dos dois sinais de velocidade de 71,18% e o erro relativo entre os valores de vale dos sinais de velocidade de 42,97%.

Os gráficos da Figura 9 expõem a comparação entre os sinais de aceleração do modelo analítico do par engrenado simulados com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e com o momento de inércia da carga  $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ .

Figura 9 – Gráficos dos sinais simulados de aceleração do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e (b) com momento de inércia da carga  $I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$ .



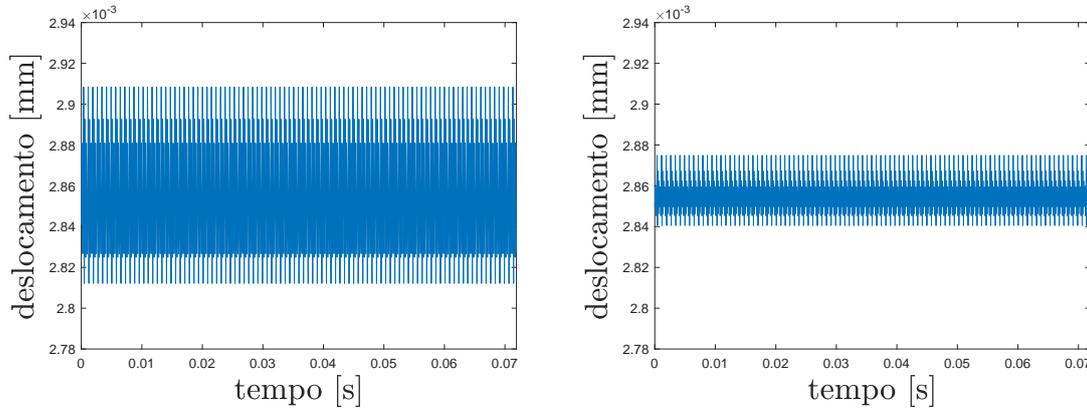
Fonte: elaboração do autor.

Da Figura 9, é possível analisar que o aumento do momento de inércia da carga  $I_l$  em dez vezes influencia de maneira sutil a amplitude do sinal de aceleração (Fig. 9-b), porém o aumento da assimetria em relação ao eixo horizontal desse sinal em comparação com o sinal de aceleração de referência (Fig. 9-a) é significativo. Os erros relativos entre os valores de pico e de vale dos sinais de aceleração são 37,53% e 22,01%, respectivamente.

- Momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$

Para a segunda alteração do momento de inércia da carga, a Figura 10 apresenta a comparação entre os gráficos dos sinais de deslocamento do modelo analítico do par engrenado simulados com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ .

Figura 10 – Gráficos dos sinais simulados de deslocamento do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e (b) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ .



(a)  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$

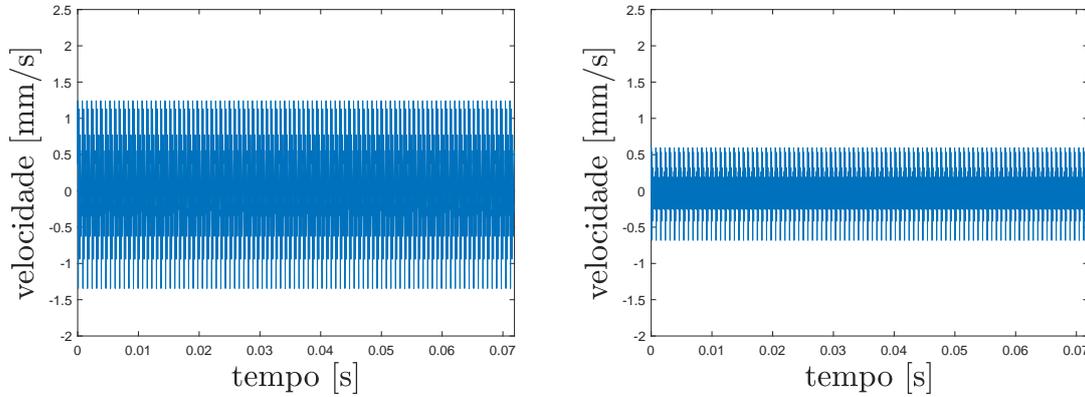
(b)  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ .

Fonte: elaboração do autor.

A análise da Figura 10 permite a constatação de que diminuindo-se em dez vezes o valor do momento de inércia da carga  $I_l$  o deslocamento diminui de maneira bastante tênue (Fig. 11-b) em relação ao sinal de referência (Fig. 11-a). Infere-se que a relação entre o momento de inércia da carga  $I_l$  e a resposta do sistema é linear. E, o erro relativo entre os valores de pico dos sinais de deslocamento é de 1,13% e o erro relativo entre os valores de vale dos sinais de deslocamento é de 1,00%, evidenciando que o deslocamento é pouco influenciado pelo momento de inércia da carga  $I_l$ .

A Figura 11 apresenta a comparação entre os gráficos dos sinais de velocidade do modelo analítico do par engrenado simulados com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ .

Figura 11 – Gráficos dos sinais simulados de velocidade do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e (b) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ .



(a)  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$

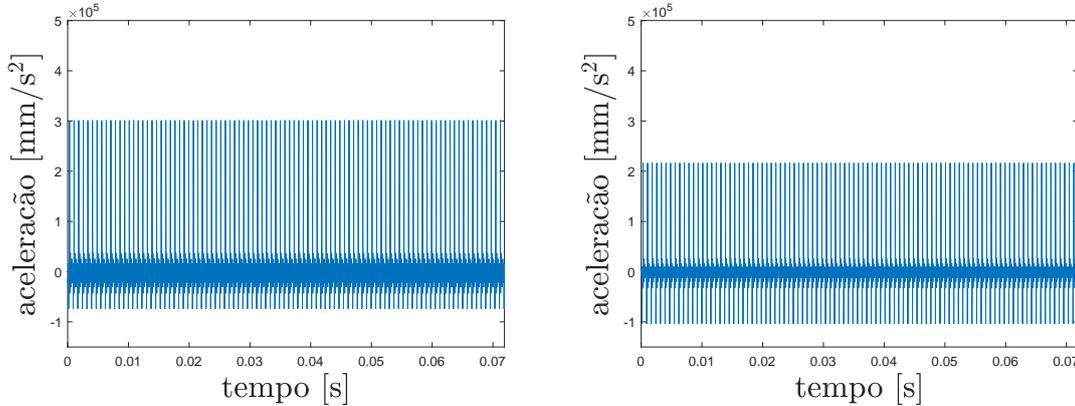
(b)  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$

Fonte: elaboração do autor.

Quando o momento de inércia da carga  $I_l$  é diminuído em dez vezes, a Figura 11 permite notar que a diminuição da amplitude do sinal de velocidade (Fig. 11-b) em relação à velocidade de referência (Fig. 11-a) é de aproximadamente o dobro. Sendo o erro relativo entre os valores de pico e de vale dos sinais de velocidade 52,05% e 49,30%, respectivamente.

Por fim, são apresentados os gráficos da comparação entre os gráficos dos sinais de aceleração do modelo analítico do par engrenado simulados com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e com o momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$  na Figura 9.

Figura 12 – Gráficos dos sinais simulados de aceleração do sistema mecânico (a) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$  e (b) com momento de inércia da carga  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ .



(a)  $I_l = 1,05 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$

(b)  $I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$

Fonte: elaboração do autor.

Da Figura 12, é possível analisar que a redução do momento de inércia da carga  $I_l$  em dez vezes influencia de maneira sutil a amplitude do sinal de aceleração (Fig. 12-b), porém reduz a assimetria do sinal em relação ao eixo horizontal, fazendo com que a amplitude do sinal de aceleração no quadrante negativo do gráfico seja maior em comparação com o sinal de aceleração de referência (Fig. 12-a). E, o erro relativo entre os valores de pico dos sinais de aceleração é de 28,23% e o erro relativo entre os valores de vale dos sinais de aceleração é de 40,68%.

A Tabela 2 apresenta o resumo dos erros relativos dos valores picos e dos vales dos sinais simulados com os momentos de inércia da carga de  $I_l = 0,105$  e  $I_l = 1,05 \times 10^{-3}$ .

Tabela 2 – Resumo dos erros relativos dos valores picos e dos vales dos sinais simulados com os momentos de inércia da carga de  $I_l = 0,105$  e  $I_l = 1,05 \times 10^{-3}$ .

		deslocamento	velocidade	aceleração
$I_l = 0,105 \text{ kgm}^2$	erro relativo pico (%)	0,89	71,18	37,53
	erro relativo vale (%)	0,82	42,97	22,01
$I_l = 1,05 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$	erro relativo pico (%)	1,13	52,05	28,23
	erro relativo vale (%)	1,00	49,30	40,68

Fonte: elaboração do autor.

Em suma, as respostas mais acometidas pelas alterações no momento de inércia de carga  $I_l$  são os sinais de velocidade. Então, em uma simulação na qual não é possível obter o valor do momento de inércia da carga  $I_l$  com precisão, uma medida de precaução é

analisar os sinais de deslocamento do sistema mecânico, pois assim as incertezas de modelo poderão ser mitigadas.

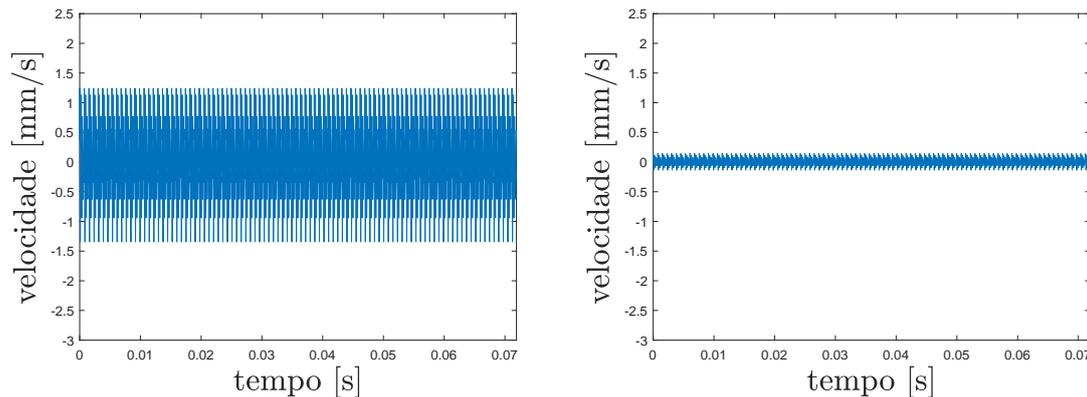
### Alteração do coeficiente de amortecimento dos mancais

Após a análise de sensibilidade do momento de inércia da carga  $I_l$ , nesta seção apresenta-se a análise de sensibilidade do coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b$ , que foi realizada de maneira distinta dos outros parâmetros. Primeiramente, multiplicou-se seu valor de referência (Tabela 1) em dez vezes para realizar uma simulação, em seguida, dividiu-se por dois o mesmo valor de referência para realizar a outra simulação e observar as alterações da resposta dos sinais.

- Coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^6$  Ns/m

A Figura 13 apresenta a comparação entre os gráficos dos sinais de velocidade do sistema mecânico simulado com o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m e com o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^6$  Ns/m.

Figura 13 – Gráficos dos sinais simulados de velocidade do sistema mecânico (a) com o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m e (b) com coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^6$  Ns/m.



(a)  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m

(b)  $c_b = 1,86 \times 10^6$  Ns/m

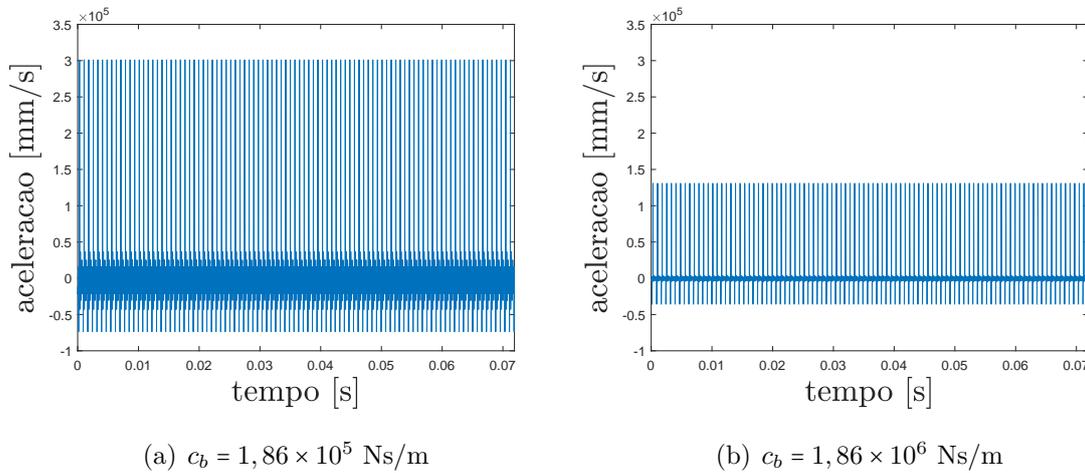
Fonte: elaboração do autor.

É possível observar, da Figura 13, que, quando aumenta-se o valor do coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b$  em dez vezes (Fig. 13-b), diminui-se em aproximadamente 8,7 vezes a amplitude do sinal de velocidade quando comparado com o sinal de velocidade da simulação de referência (Fig. 13-a). Esses sinais de velocidade,

da Figura 13, apresentam um erro relativo de 88,52% para o valor do pico e 89,90% de erro relativo para o vale, valores que são representativos.

A Figura 14 apresenta a comparação entre os gráficos dos sinais de aceleração do modelo analítico do par engrenado simulado com o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m, valor de referência (vide Tabela 1) e com coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^6$  Ns/m.

Figura 14 – Gráficos dos sinais de aceleração do modelo analítico do par engrenado simulado (a) com o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m e (b) com coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^6$  Ns/m.



Fonte: elaboração do autor.

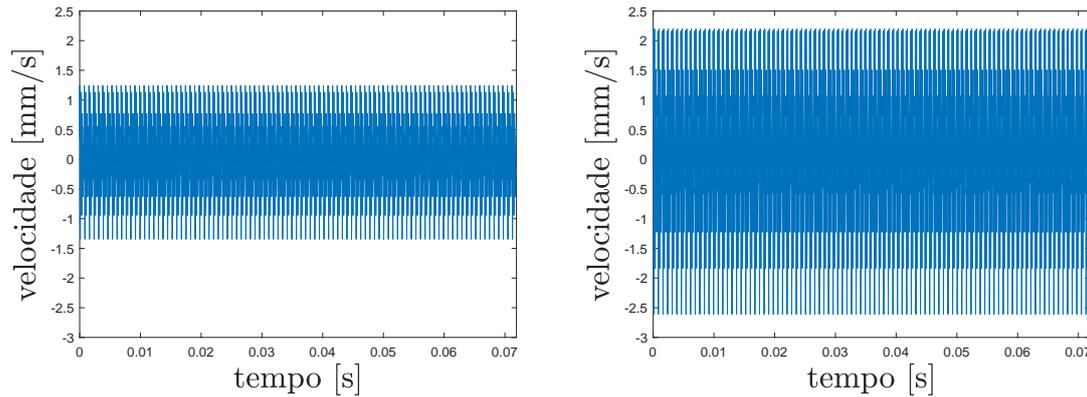
Já nos gráficos de aceleração, da Figura 14, nota-se que a diminuição de amplitude do sinal de aceleração é menor do que a diminuição da amplitude do sinal de velocidade (Figura 13), sendo de aproximadamente 2,3 vezes menor quando o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b$  é aumentado em dez vezes (Fig. 14-b) em relação ao sinal de aceleração da simulação de referência (Fig. 14-a). O erro relativo de pico é de 56,53% e o erro relativo no vale 22,01%, para os sinais de aceleração apresentados na Figura 14.

- Coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 0,93 \times 10^5$  Ns/m

Durante a simulação com o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b$  dez vezes menor, a solução das equações diferenciais do modelo matemático não convergiram, portanto para este caso será utilizado deliberadamente o valor de referência dividido por dois. Os gráficos da Figura 15 exibem a comparação entre os sinais de velocidade do sistema mecânico simulado com o coeficiente de amortecimento dos mancais

$c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m de referência e com coeficiente de amortecimento dos mancais  
 $c_b = 0,93 \times 10^5$  Ns/m, isto é, reduzido em duas vezes.

Figura 15 – Gráficos dos sinais simulados de velocidade do sistema mecânico (a) com o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m e (b) com coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 0,93 \times 10^5$  Ns/m.



(a)  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m

(b)  $c_b = 0,93 \times 10^5$  Ns/m

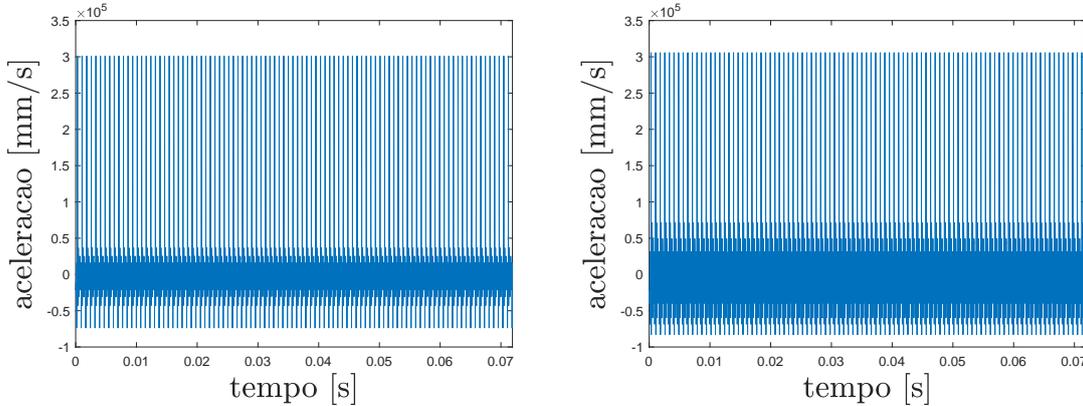
Fonte: elaboração do autor.

Observa-se, da Figura 15, que, quando diminui-se o valor do coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b$  em duas vezes (Fig. 15-b), aumenta-se em aproximadamente duas vezes a amplitude do sinal de velocidade quando comparado com o sinal de velocidade da simulação de referência (Fig. 13-a). Sendo os erros relativos de picos e vales do sinal de velocidade de 76,33% e 93,31%, respectivamente, o que comprova, portanto, uma diferença significativa.

A Figura 16 apresenta a comparação entre os gráficos dos sinais de aceleração do modelo analítico do par engrenado simulado com o coeficiente de amortecimento dos mancais

$c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m e com  $c_b = 0,93 \times 10^5$  Ns/m.

Figura 16 – Gráficos dos sinais de aceleração do modelo analítico do par engrenado simulado (a) com o coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m e (b) com coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b = 1,86 \times 10^4$  Ns/m.



(a)  $c_b = 1,86 \times 10^5$  Ns/m

(b)  $c_b = 1,86 \times 10^4$  Ns/m

Fonte: elaboração do autor.

Os gráficos dos sinais de aceleração, da Figura 16, permite notar que a diminuição de amplitude do sinal de aceleração é ainda mais sutil do que a diminuição da amplitude do sinal de velocidade (Figura 15). E erro relativo dos picos 18,57% e 11,69 de erro relativo para os vales dos sinais de aceleração.

As observações das duas mudanças realizadas no coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b$  permitem afirmar que os sinais de velocidade sofrem as maiores alterações do que as respostas de aceleração. O resultado é esperado, pois a velocidade é inversamente proporcional ao coeficiente de amortecimento das forças dissipativas. O sinal de deslocamento fora omitido, porque não apresentou mudanças relevantes.

#### 4.1.2 Comparação Entre Sinais Simulados e Experimentais no Domínio do Tempo

Para a realização da comparação qualitativa no domínio do tempo entre os sinais experimentais e simulados, foi necessário realizar previamente a reamostragem do sinal simulado sendo agora de 10003 amostras e sendo o período de rotação  $\tau = 0,0719$  s, logo o valor do incremento de tempo  $\Delta = 7,19 \times 10^{-6}$  s, de maneira que o sinal simulado apresente a mesma resolução temporal dos sinais obtidos experimentalmente. Como base de comparação, foi selecionado o sinal de velocidade, uma vez que os instrumentos de aquisição dos dados da bancada experimental foram calibrados para mensurar velocidade. Assim, evita-se a conversão numérica do sinal de velocidade em outras

grandezas como aceleração e deslocamento e, por conseguinte, mitiga-se os erros numéricos oriundos desse processo de conversão.

### Sinais simulados

Além do sinal simulado pelo modelo analítico de 6DOF já apresentado em seções anteriores, foram acrescentados ao modelo o erro do perfil do dente (TPE<sup>17</sup>) e ruído branco, a fim de aumentar a correspondência do sinal simulado com sinais obtidos nas práticas experimentais, em outras palavras, para tornar a resposta do modelo mais realística. Para tanto, o valor selecionado para o ruído branco fora obtido da diferença entre o sinal experimental e o sinal simulado, isto é, do resíduo dos dois sinais. Desta forma, os sinais simulados pelo modelo analítico foram:

- sinal sem ruído;
- sinal sem ruído e com TPE máximo igual a  $0,5 \mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3;
- sinal sem ruído e com TPE igual a  $1,0 \mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3;
- sinal com ruído branco com média amostral  $\bar{x} = 0,0$  e desvio padrão amostral  $\bar{s} = 0,29$ ;
- sinal com ruído branco com média amostral  $\bar{x} = 0,0$  e desvio padrão amostral  $\bar{s} = 0,29$  e com TPE igual a  $0,5 \mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3; e,
- sinal com ruído branco com média amostral  $\bar{x} = 0,0$  e desvio padrão amostral  $\bar{s} = 0,29$  e com TPE igual a  $1,0 \mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3.

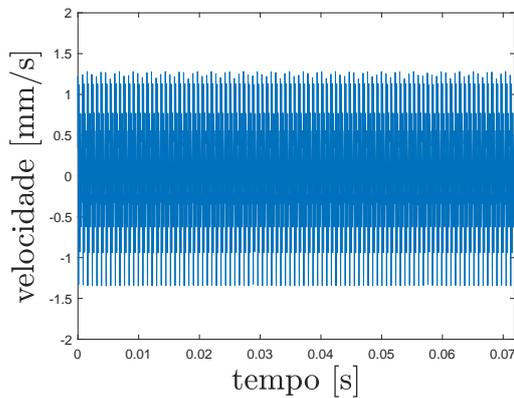
A Figura 17 mostra os gráficos dos sinais de velocidade simulados sem ruído e sem TPE, com ruído e sem TPE, sem ruído com TPE  $0,5 \mu\text{m}$ , com ruído com TPE  $0,5 \mu\text{m}$  coeficiente de variação de 0,3, sem ruído com TPE  $3,0 \mu\text{m}$  e com ruído com TPE  $1,0 \mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3.

Da comparação entre os gráficos do sinal de velocidade sem ruído e sem TPE (Fig. 17-a) com o sinal de velocidade apenas com o ruído branco (Fig. 17-b), observa-se que a amplitude é reduzida. É possível analisar também que a aleatoriedade do sinal de velocidade simulado com TPE máximo de  $1,0 \mu\text{m}$ , coeficiente de variação de 0,3 e sem ruído (Fig. 17-e) é maior que a observada no sinal de velocidade simulado com TPE

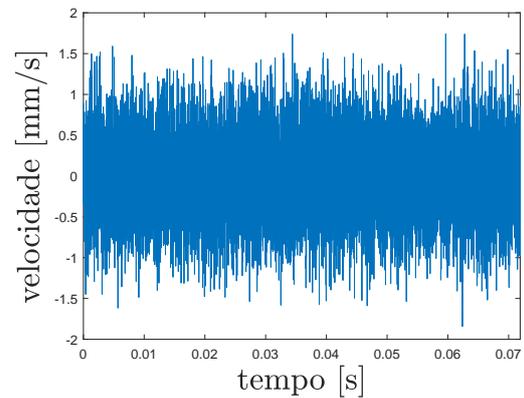
---

<sup>17</sup>do termo em inglês, *tooth profile error*.

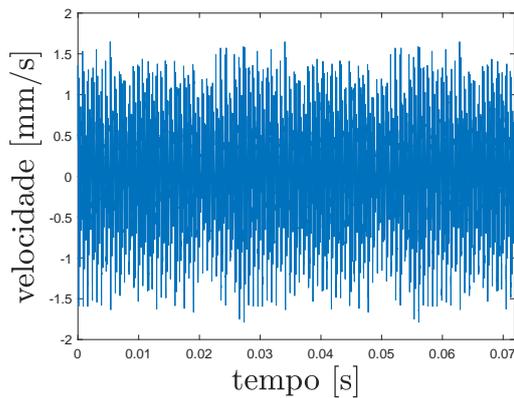
Figura 17 – Gráficos dos sinais de velocidade simulados (a) sem ruído e sem TPE (b) com ruído e sem TPE (c) sem ruído com TPE  $0,5 \mu\text{m}$  (d) com ruído com TPE  $0,5 \mu\text{m}$  (e) sem ruído com TPE  $1,0 \mu\text{m}$  e (f) com ruído com TPE  $1,0 \mu\text{m}$



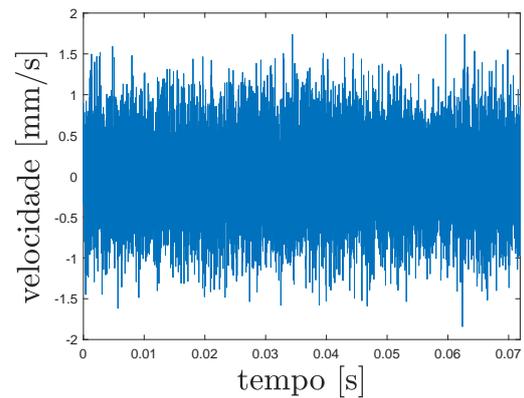
(a) sem ruído e sem TPE



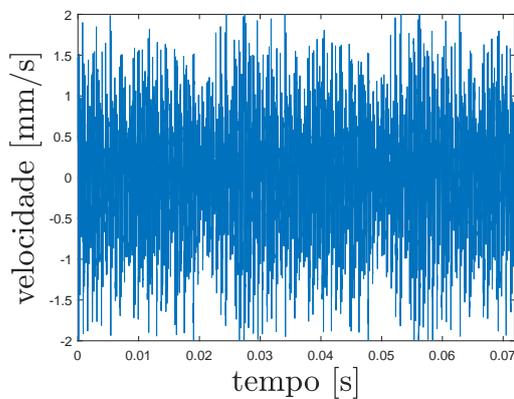
(b) com ruído e sem TPE



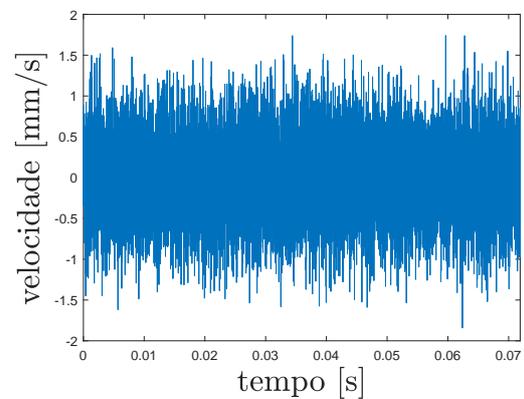
(c) sem ruído com TPE  $0,5 \mu\text{m}$



(d) com ruído com TPE  $0,5 \mu\text{m}$



(e) sem ruído com TPE  $1,0 \mu\text{m}$



(f) com ruído com TPE  $1,0 \mu\text{m}$

Fonte: elaboração do autor.

máximo de  $0,5 \mu\text{m}$ , com coeficiente de variação de 0,3 e sem ruído (Fig. 17-c). Observa-se, da comparação dos sinais de velocidade com TPE máximo de  $0,5 \mu\text{m}$  e com ruído (Fig. 17-d) e com TPE máximo de  $1,0 \mu\text{m}$  e com ruído, ambos com coeficiente de variação de 0,3, que esses sinais são praticamente idênticos.

### Sinal simulado sem ruído *versus* sinal experimental

Depois de apresentados os sinais simulados em seções anteriores, esta seção destina-se à comparação entre os diferentes sinais simulados pelo modelo analítico e o sinal obtido experimentalmente. O sinal experimental possui 10003 amostras e um incremento de tempo  $\Delta = 7,19 \times 10^{-6}$  s, sendo portanto os mesmos valores dos sinais simulados após a reamostragem. Além disso, o sinal experimental utilizado na comparação foi submetido a um pré-processamento mediante a aplicação de técnicas como média temporal síncrona (TSA<sup>18</sup>) e filtro passa-banda de 1000-3000 Hz.

- Sinal simulado sem ruído *versus* sinal experimental

A primeira comparação é apresentada nos gráficos da Figura 18, nela estão dispostos o sinal de velocidade simulado sem ruído em confronto com o sinal obtido experimentalmente.

Qualitativamente, observa-se da Figura 18, sinais com amplitudes bastantes similares, embora os valores de pico e de vale do sinal experimental (Fig. 18-b) sejam maiores, sendo aproximadamente 1,2 vezes maior. O erro relativo é de 20,77% para o valores de pico e de 4,10% para os valores do vale dos sinais da Figura 18, evidenciando que são valores próximos e da mesma ordem de grandeza.

- Sinal simulado sem ruído e com TPE *versus* sinal experimental

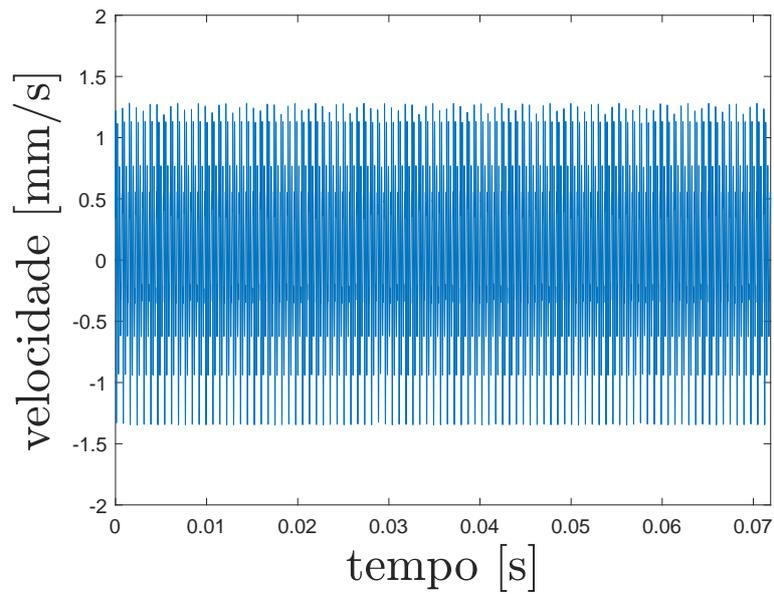
Os gráficos da Figura 19, por suas vezes, trazem a comparação entre o sinal simulado sem ruído e com TPE  $0,5 \mu\text{m}$  sem ruído e coeficiente de variação de 0,3 contraposto com o sinal obtido experimentalmente.

Esses sinais da Figura 19 ainda mostram uma semelhança tanto em termos de amplitude quanto de picos e vales. As diferenças mais fortemente destacadas se apresentam em termos do período do sinal simulado (Fig. 19-b) que é aparentemente maior que o sinal

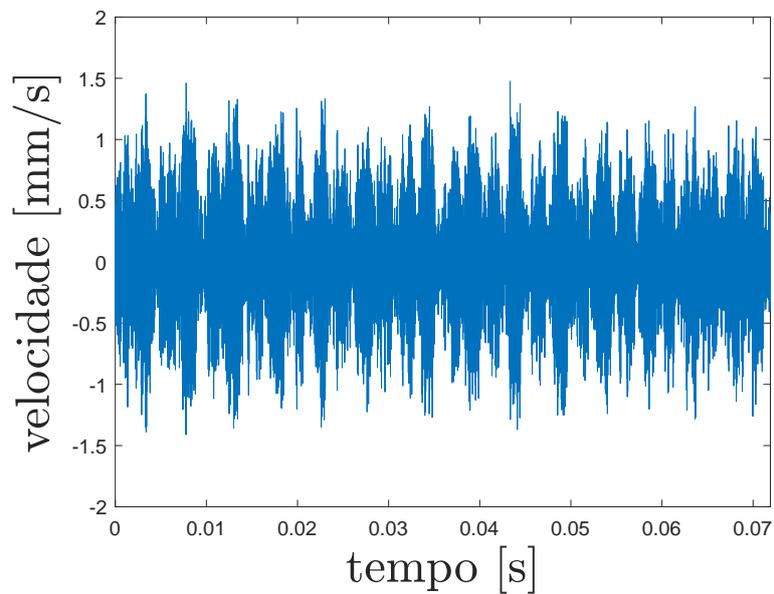
---

<sup>18</sup>do termo em inglês *time synchronous average*

Figura 18 – Gráficos de comparação (a) sinal simulado sem ruído *versus* (b) sinal obtido experimentalmente.



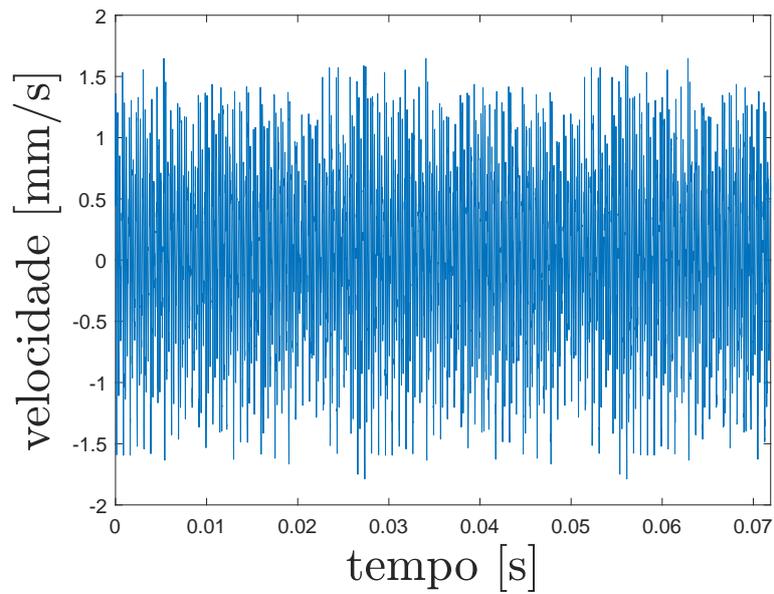
(a) sinal simulado



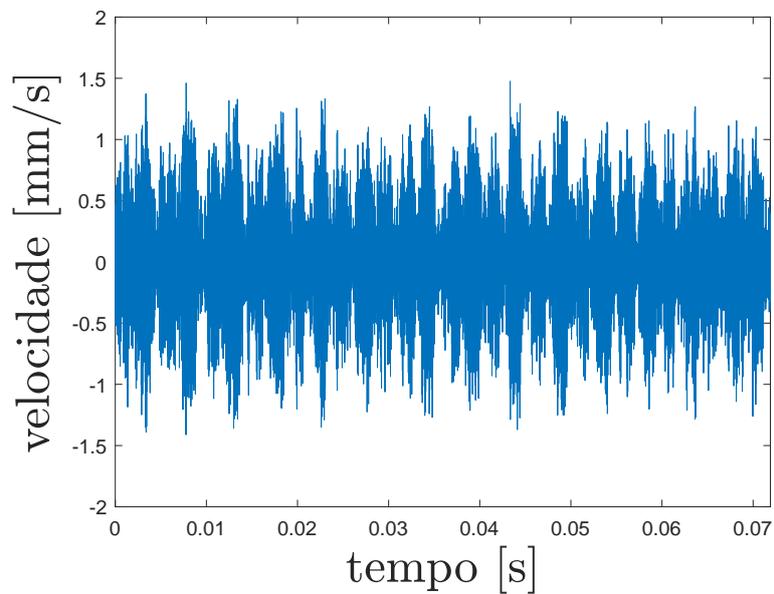
(b) sinal experimental

Fonte: elaboração do autor.

Figura 19 – Gráficos da comparação (a) sinal simulado sem ruído e com TPE  $0,5 \mu\text{m}$  versus (b) sinal obtido experimentalmente



(a) sinal simulado



(b) sinal experimental

Fonte: elaboração do autor.

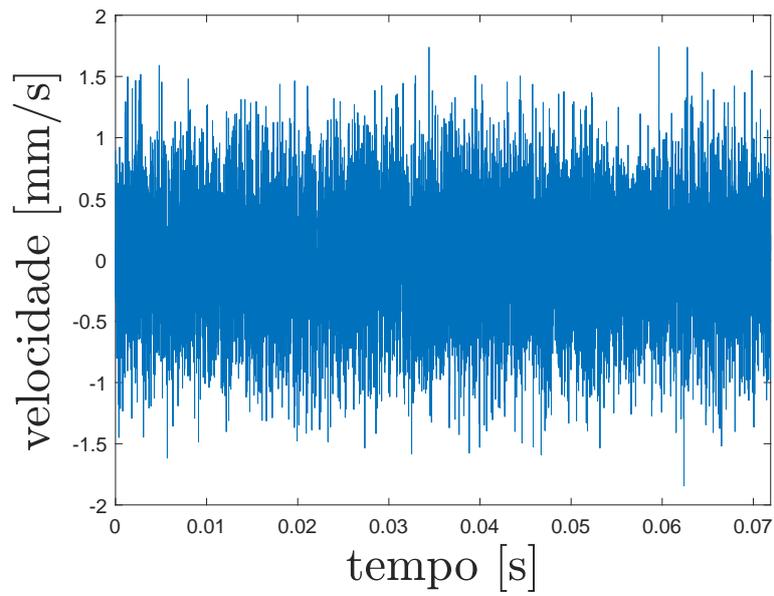
obtido experimentalmente (Fig. 19-a). Os erros relativos entre picos e vales dos dois sinais são de 15,50% e 15,74%, respectivamente.

- Sinal simulado com ruído e com TPE *versus* sinal experimental

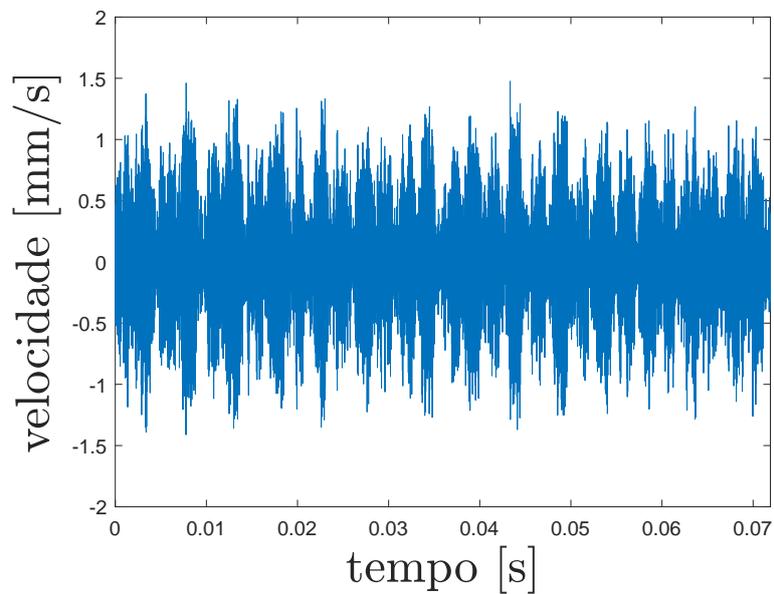
Por fim, a título de comparação qualitativa, a Figura 20 expõe os gráficos dos sinais de velocidade simulado com ruído e com TPE 0,5  $\mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3 e o sinal experimental.

Os erro relativos entre picos e vales dos sinais de velocidade mostrados na Figura 20 são de 19,70% e 16,95%, respectivamente. Nota-se que o ruído modifica a forma do sinal de maneira representativa, porém os erros relativos entre os picos e vales dos sinais mantêm-se próximos aos da outras simulações supracitadas.

Figura 20 – Gráficos comparação (a) sinal simulado com ruído e com TPE  $0,5 \mu\text{m}$  ruído *versus* (b) sinal obtido experimentalmente.



(a) sinal simulado



(b) sinal experimental

Fonte: elaboração do autor.

### 4.1.3 Parâmetros Estatísticos dos Sinais Simulados e Experimentais

A fim de realizar uma comparação quantitativa entre os sinais simulados com os sinais experimentais no domínio do tempo, foi realizada a extração dos parâmetros de estatística descritiva dos sinais, tanto simulados quanto experimentais sendo eles média amostral  $\bar{x}$ , desvio padrão amostral  $\bar{s}$ , valor eficaz  $RMS$ , assimetria  $S$ , pico a pico  $P2P$ , fator de crista  $CF$  e o quarto momento estatístico curtose  $K$ . Para tanto, obteve-se a média dos parâmetros de 4 sinais obtidos experimentalmente. A Tabela 3 apresenta essa comparação dos parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados e experimentais.

Tabela 3 – Parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados e do sinal experimental.

		$\bar{x}$ [mm/s]	$\bar{s}$	$RMS$	$S$	$P2P$	$CF$	$K$
Sem ruído	sem TPE	$-2,10 \times 10^{-4}$	0,6669	0,6669	-0,1485	2,6272	2,0173	2,0298
	com TPE $0,5 \mu\text{m}$	$3,30 \times 10^{-4}$	0,7111	0,7111	-0,1505	3,4649	2,4802	2,1337
	com TPE $1,0 \mu\text{m}$	$0,736 \times 10^{-4}$	0,7896	0,7896	-0,1444	4,4125	2,8998	2,4052
Com ruído	sem TPE	$3,91 \times 10^{-4}$	0,5033	0,5033	-0,0026	3,5825	3,7378	2,9306
	com TPE $0,5 \mu\text{m}$	$3,91 \times 10^{-4}$	0,5033	0,5033	-0,0026	3,5825	3,6603	2,9306
	com TPE $1,0 \mu\text{m}$	$3,91 \times 10^{-4}$	0,5034	0,5034	-0,0025	3,5825	3,6603	2,9306
Experimental		$-0,73 \times 10^{-4}$	0,4996	0,4996	-0,0187	2,8872	2,9534	2,4404

Fonte: elaboração do autor.

A interferência espúria é evidenciada de tal maneira que os valores dos parâmetros estatísticos da assinatura temporal se mantêm os mesmos para os sinais que apresentam o ruído gaussiano.

Para média amostral  $\bar{x}$  o erro relativo máximo é de 286,70% e é obtido da comparação entre os sinais simulados com ruído e o sinal experimental. O erro relativo mínimo para a média amostral  $\bar{x}$  é de 118,00%, dos sinais com ruído comparado com o sinal experimental. Sendo as médias amostrais de todos os sinais muito próximas a zero, esse indicador não se mostra relevante para análises do domínio do tempo.

Analisando o desvio padrão amostral  $\bar{s}$ , este apresentou um erro relativo máximo de 36,73% para o sinal simulado sem ruído e com o TPE máximo de  $1,0 \mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3 e o erro relativo mínimo de 0,75% para os sinais com ruído, todos eles comparados com o sinal experimental. É importante esclarecer que o valor eficaz  $RMS$  é o mesmo do desvio padrão amostral  $\bar{s}$ , pois o quadrado do valor eficaz  $RMS$  é igual à soma dos quadrados da média amostral  $\bar{x}$  e do desvio padrão amostral  $\bar{s}$ , sendo os valores da média amostral  $\bar{x}$  dos sinais muito próximos à zero, os valores de valor eficaz

$RMS$  tornam-se iguais aos valores de desvio padrão amostral  $\bar{s}$ .

O máximo erro relativo da assimetria  $S$  é 648,00% e refere-se à comparação entre o sinal simulado com ruído com o sinal experimental e o erro relativo mínimo de 87,30% apontado na comparação entre o sinal simulado com erro máximo de perfil do dente de  $0,5 \mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3 com o sinal experimental.

Para os valores de pico a pico  $P2P$ , erro relativo máximo é de 34,25% da comparação entre o sinal simulado com TPE 0,5 e o sinal experimental e o erro relativo mínimo resultado é da comparação do sinal simulado sem ruído e sem TPE com o sinal experimental é de 9,90%.

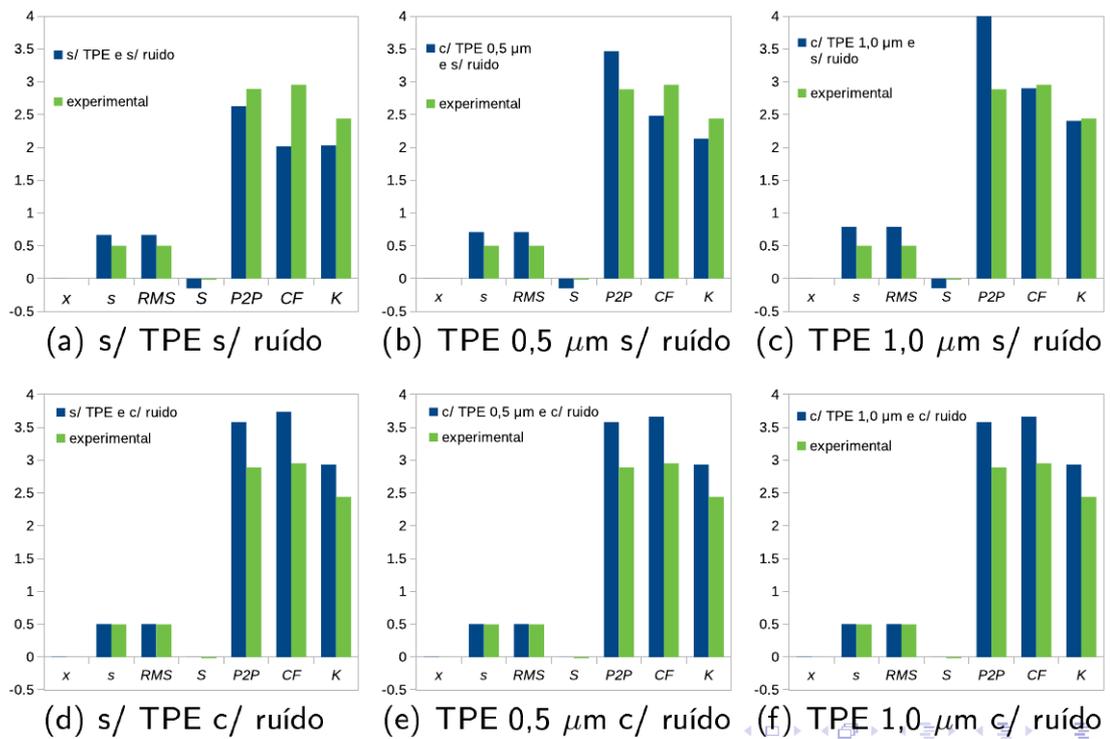
Também, o fator de crista  $CF$  apresentou o erro relativo máximo de 20,98% dos sinais com ruído, erro relativo mínimo de 1,8% para o sinal sem ruído e TPE  $1,0 \mu\text{m}$ , ambos comparados com o sinal experimental.

O maior erro relativo entre os sinais simulados e o sinal experimental 16,42% os sinais com ruído, obtido do sinais simulados com ruído e o menor erro relativo é de 1,46%, para o sinal simulado sem ruído e com TPE  $1,0 \mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3 indicados com a curtose  $K$ .

Os gráficos da Figura 21 apresentam a comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio do tempo dos sinais simulados com o sinal experimental, para a engrenagem sem dano.

Em resumo, pode-se inferir que o sinal simulado que mais se assemelha com o sinal experimental, quando comparados os parâmetros estatísticos obtidos no domínio do tempo, é o sinal simulado sem ruído e sem TPE. Constata-se ainda, que curtose  $K$  e fator de crista  $CF$  são os parâmetros que mais aproximam os sinais experimentais dos sinais simulados.

Figura 21 – Gráficos da comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio do tempo para a engrenagem sem dano do sinal experimental com os sinais simulados (a) sem TPE e sem ruído, (b) com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  e sem ruído, (c) com TPE de  $1,0 \mu\text{m}$  e sem ruído, (d) sem TPE e com ruído (e) com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  e com ruído, (f) com TPE de  $1,0 \mu\text{m}$  e com ruído.



Fonte: elaboração do autor.

#### 4.1.4 Comparação Entre Sinais Simulados e Experimentais no Domínio da Frequência

Esta seção apresenta a comparação entre os sinais obtidos através da simulação do modelo analítico com os sinais obtidos experimentalmente no domínio da frequência. O processamento desses sinais foi realizado pela análise espectral clássica, mediante uso do algoritmo de transformada rápida de Fourier (FFT<sup>19</sup>). Para tanto fora utilizada uma frequência de amostragem  $f_s = 10$  kHz, obedecendo o teorema de Nyquist, o qual determina que a frequência de amostragem  $f_s$  deve ser no mínimo duas vezes maior que a máxima frequência de interesse, a fim de evitar a subamostragem e como consequência o fenômeno *aliasing*. E, para evitar o efeito de vazamento espectral<sup>20</sup>, fora utilizada a janela Hanning para o truncamento dos sinais.

#### Sinal simulado sem ruído *versus* sinal experimental

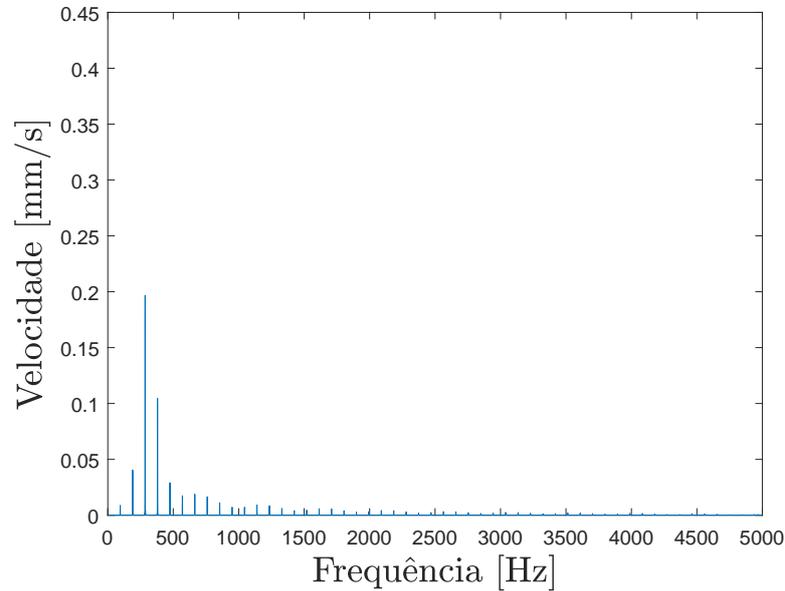
A Figura 22 exhibe os gráficos do espectro da frequência dos sinais de velocidade simulado sem ruído e sem TPE e do sinal obtido nos testes experimentais.

---

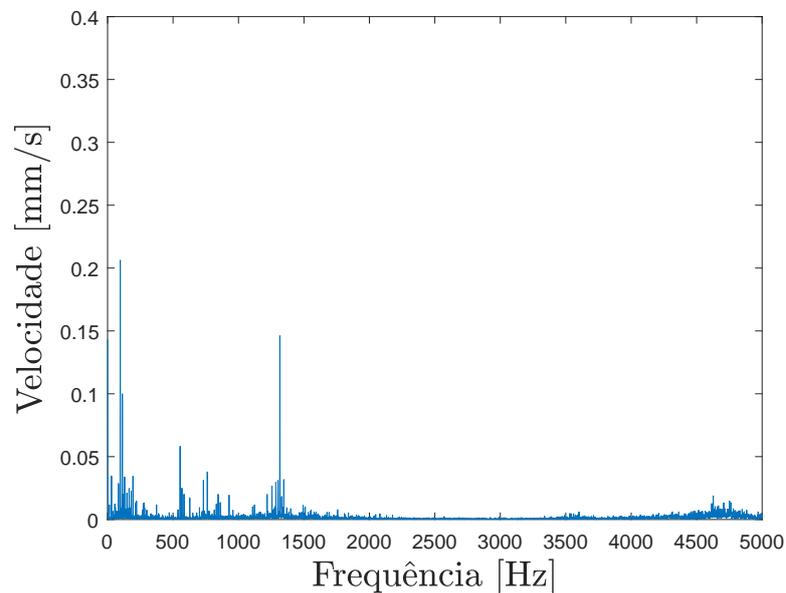
<sup>19</sup>do termo em inglês *fast Fourier transform*

<sup>20</sup>do termo em inglês, *spectral leakage*.

Figura 22 – Gráficos do espectro da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e sem TPE e (b) experimental.



(a) sinal simulado sem ruído e sem TPE



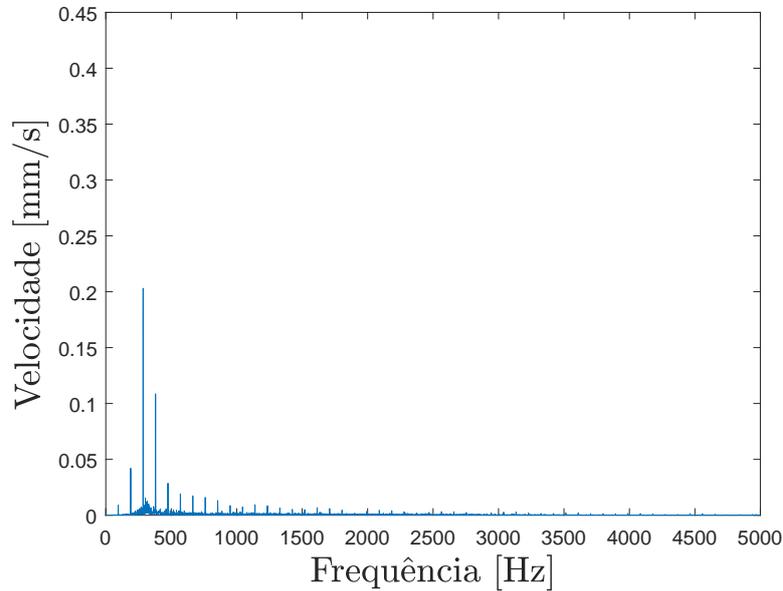
(b) sinal experimental

Da Figura 22 é possível notar semelhanças entre os sinais, já perceptíveis nas análises do domínio do tempo. Embora as amplitudes sejam diferentes, tanto no sinal simulado (Fig. 22-a) quanto no sinal experimental (Fig. 22-b) as principais frequências são reveladas, sendo elas a frequência da engrenagem motora 95 Hz e sua primeira harmônica em 190 Hz, outra frequência importante é a frequência de engrenamento GMS em

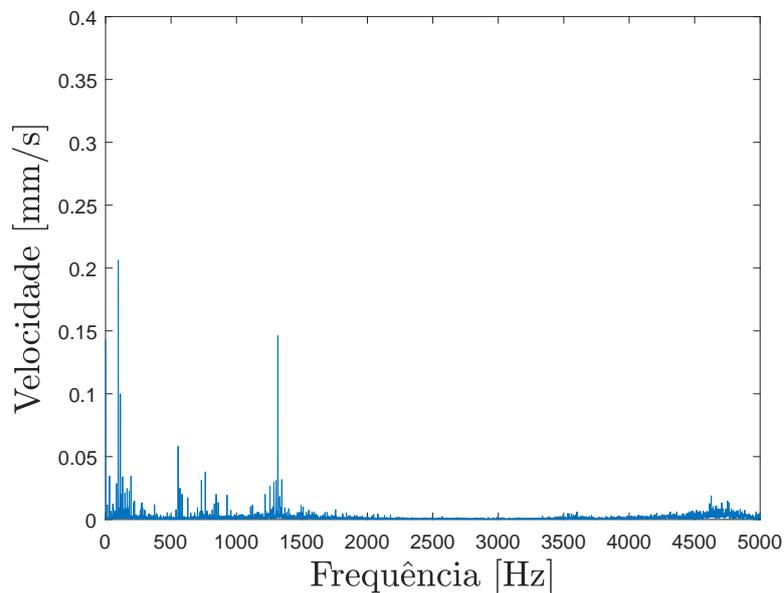
aproximadamente 1320 Hz. Na banda de frequência entre aproximadamente 3500-5000 Hz, surgem sinais de ruídos ressonantes no sinal experimental (Fig. 22-b), que no trabalho de Sgotti (2018), são atribuídos aos mancais de rolamentos e o mesmo comportamento de aumento de amplitude nessa banda de frequência, ainda que mais sutil, acontece no espectro do sinal simulado (Fig. 22-a). A frequência da rede elétrica também é evidenciada no gráfico do espectro da frequência do sinal experimental (Fig. 22-b), sendo essa frequência de 60 Hz e sua primeira harmônica, 120 Hz, apresentando a maior amplitude desse espectro, o que, obviamente, não ocorre no sinal simulado.

Os gráficos do espectro da frequência dos sinais de velocidade simulado sem ruído e com TPE máximo de  $0,5 \mu\text{m}$  e experimental estão expostos na Figura 23.

Figura 23 – Gráficos do espectro da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e com TPE máximo de  $0,5 \mu\text{m}$  e (b) experimental.



(a) sinal simulado sem ruído e com TPE máximo de  $0,5 \mu\text{m}$



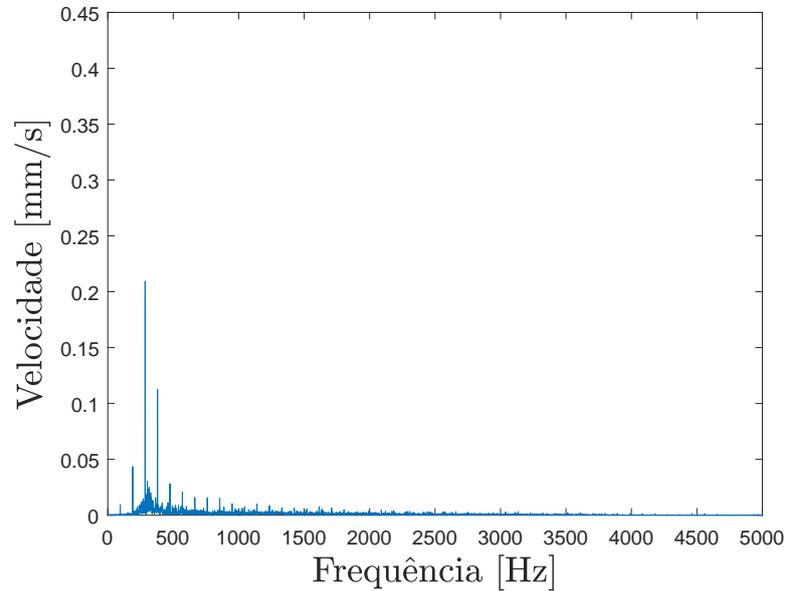
(b) sinal experimental

Constata-se, da Figura 23, que apesar do TPE de  $0,5 \mu\text{m}$ , os sinais no domínio da frequência ainda são similares. Pois, as mesmas frequências principais aparecem no espectro da frequência do sinal simulado (Fig. 23-a), assim como acontece no espectro do sinal simulado sem TPE (Fig. 22-b). Uma diferença, porém, aparece na banda de frequência entre aproximadamente 3500-5000 Hz, na qual ocorre o ruído ressonante no

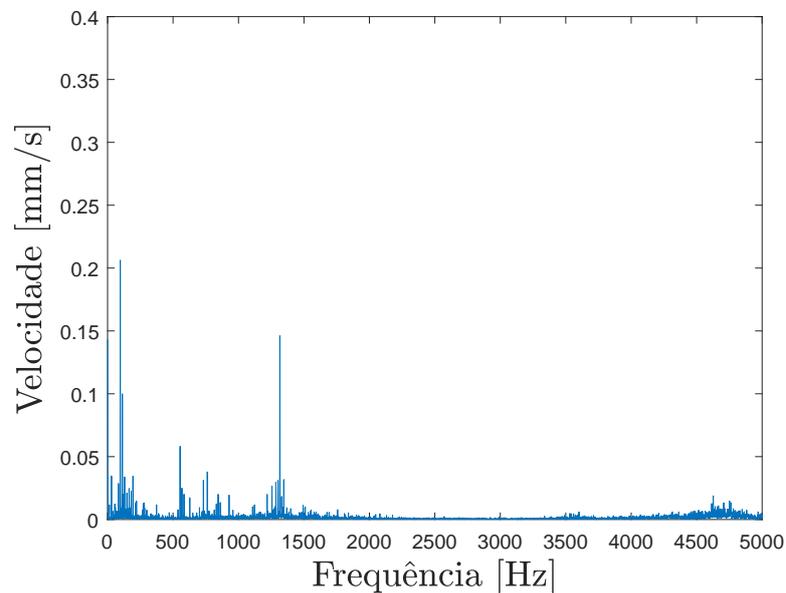
espectro do sinal experimental (Fig. 23-a). Nota-se também que a amplitude máxima do sinal simulado sem ruído e com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  (Fig. 23-a) aumenta, ainda que de maneira sutil.

Ainda para a análise qualitativa no domínio da frequência, a Figura 24 exhibe a comparação entre os gráficos dos espectros do sinal simulado com TPE  $1,0 \mu\text{m}$  e com coeficiente de variação de  $0,3$  e o sinal experimental.

Figura 24 – Gráficos do espectro da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e com TPE máximo de  $1,0 \mu\text{m}$  e (b) experimental.



(a) sinal simulado sem ruído e com TPE máximo de  $1,0 \mu\text{m}$



(b) sinal experimental

A análise da Figura 24 permite constatar que, embora haja o aumento do TPE, ocorrem poucas diferenças entre o espectro do sinal com TPE  $1,0 \mu\text{m}$  e com coeficiente de variação de 0,3 (Fig. 24-a) e o sinal experimental (Fig. 24-b), tampouco com os outros sinais simulados e apresentados anteriormente (Fig. 23-a e Fig. 23-a). Uma diferença notável é o aumento do espalhamento das bandas laterais na frequência de maior

amplitude no sinal apresentado na Figura 24-a.

#### 4.1.5 Parâmetros Estatísticos do Espectro da Frequência

Para a comparação quantitativa entre os sinais simulados com os sinais experimentais no domínio da frequência, realizou-se a extração dos parâmetros de estatística descritiva dos sinais tanto simulados quanto experimentais sendo eles curtose do espectro  $SK$ , assimetria do espectro  $SS$ , entropia  $E$ , entropia Shannon  $SE$ , conforme recomenda-se a literatura (CAMARENA-MARTINEZ, et al, 2016; CAESARENDRA & TJAHJOWIDODO, 2017). Também, obteve-se a média dos parâmetros de 4 sinais obtidos experimentalmente. A Tabela 4 apresenta essa comparação dos parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados e experimentais no domínio da frequência.

Tabela 4 – Parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados e do sinal experimental no domínio da frequência.

		$SK$	$SS$	$E$	$SE$
Sem ruído	sem TPE	1870,60	38.6672	0,3732	2,3886
	com TPE $0,5\mu\text{m}$	1736,40	36,5934	0,7370	2,9483
	com TPE $1,0\mu\text{m}$	1402,30	31,4473	1,1719	4,1836
Com ruído	sem TPE	1469,30	34,0806	1,2173	4,4195
	com TPE $0,5\mu\text{m}$	1412,90	34,0396	1,3023	4,9223
	com TPE $1,0\mu\text{m}$	1030,30	29,6578	1,4892	6,0928
Experimental		1285,80	30,9876	0,4798	0,8807

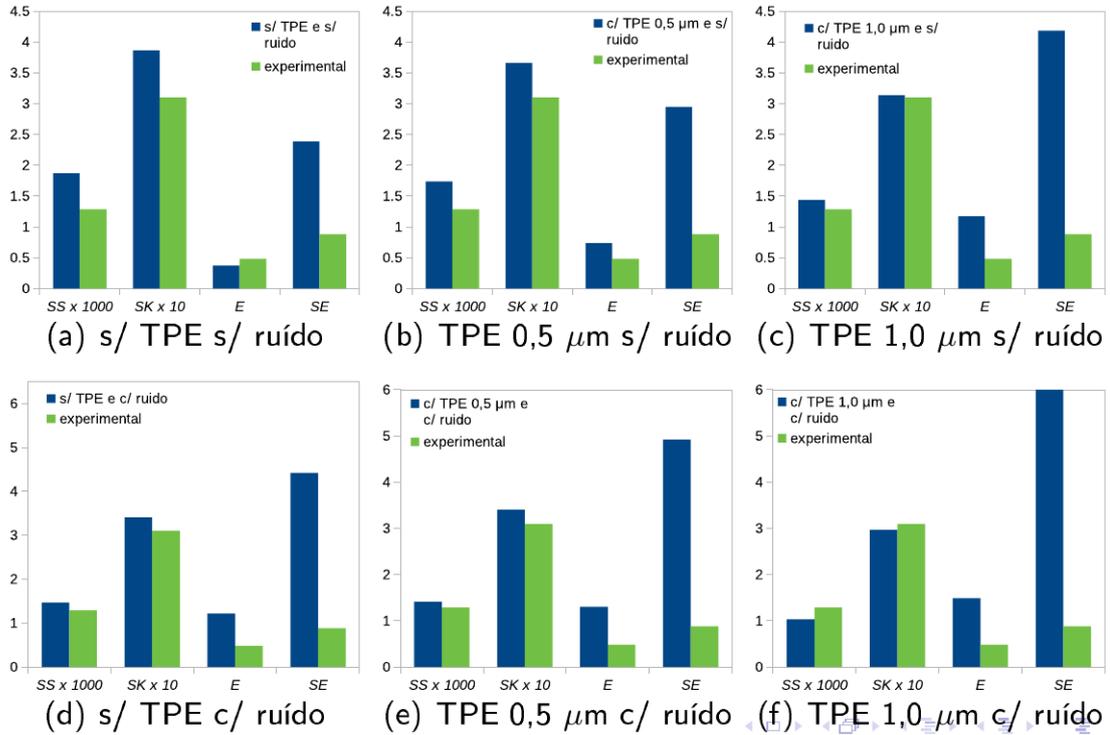
Fonte: elaboração do autor.

Da Tabela 4 de comparação entre os parâmetros estatísticos obtidos dos espectros do sinal de velocidade, destaca-se que a curtose  $K$  apresenta um erro relativo máximo de 31,27% em relação ao sinal simulado sem ruído e sem TPE com o sinal experimental e um erro relativo mínimo 8,30% entre o sinal simulado com ruído, TPE máximo de  $1,0\mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3 em relação ao sinal experimental.

A comparação da assimetria  $S$  revela um erro relativo máximo de 19,86% entre o sinal simulado sem TPE e sem ruído e o sinal experimental. Já o erro relativo mínimo é de 4,48% da comparação entre o sinal simulado com ruído, TPE máximo de  $1,0\mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3 e o sinal obtido experimentalmente.

O erro relativo máximo para a entropia  $E$  é de 67,78%, referente ao sinal com ruído,

Figura 25 – Gráficos da comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio da frequência para a engrenagem sem dano do sinal experimental com os sinais simulados (a) sem TPE e sem ruído, (b) com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  e sem ruído, (c) com TPE de  $1,0 \mu\text{m}$  e sem ruído, (d) sem TPE e com ruído (e) com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  e com ruído, (f) com TPE de  $1,0 \mu\text{m}$  e com ruído.



Fonte: elaboração do autor.

com TPE de  $1,0$  e coeficiente de variação de  $0,3$  e ao sinal experimental e o erro relativo mínimo  $28,56\%$  da comparação entre o sinal simulado sem ruído e sem TPE. Esse resultado é esperado, pois a entropia mensura a quantidade de aleatoriedade das informações, desta forma o sinal com o mais alto grau de incertezas de dados é o sinal simulado com ruído e com o maior TPE.

Pode-se inferir o mesmo sobre a entropia de Shannon  $SE$ , cujo maior erro relativo ocorre com o sinal com ruído e TPE mais elevado sendo de  $88,11\%$  e o erro relativo mínimo de  $63,12\%$  obtido relacionando o sinal simulado sem TPE e sem ruído com o sinal experimental.

Os gráficos da Figura 25 apresentam a comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio da frequência dos sinais simulados com o sinal experimental, para a engrenagem sem dano.

Em síntese, através da análise espectral clássica dos sinais, tanto simulados, quanto experimentais, observa-se uma certa confluência. Qualitativamente, o espectro do sinal

simulado foi capaz de evidenciar as principais frequências da mecânica do sistema modelado e quantitativamente, os parâmetros estatísticos como curtose  $K$  e assimetria  $S$  revelaram que se tratam de sinais com valores próximos. Ainda sobre os parâmetros estatísticos, a entropia  $E$  e a entropia de Shannon  $SE$ , foram capazes de salientar os sinais com a presença de maior grau de aleatoriedade.

## 4.2 SIMULAÇÃO DO MODELO DINÂMICO COM DANO

Após as diferentes simulações com o modelo dinâmico realizadas e apresentadas no domínio do tempo assim como no domínio da frequência e também apresentação dos sinais experimentais nas seções anteriores deste capítulo, nesta seção, é apresentada a simulação computacional do modelo dinâmico com um dano de trinca inserido ao modelo.

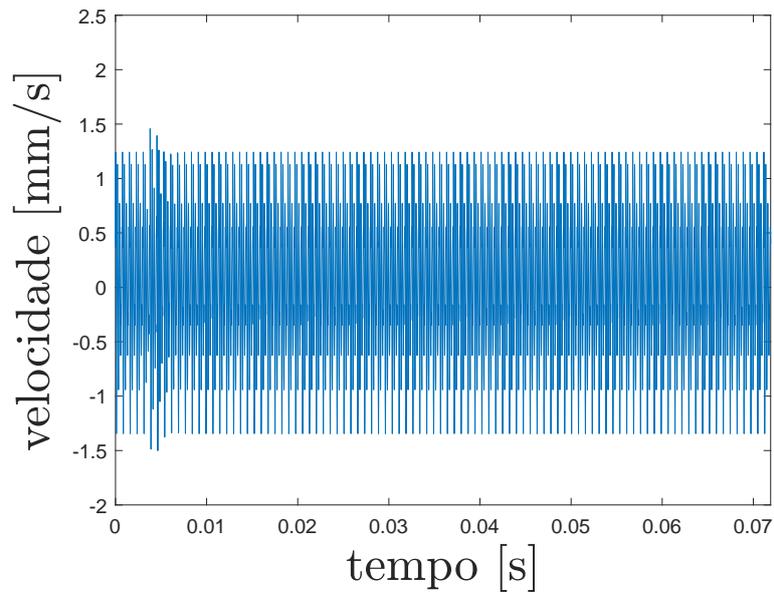
Os parâmetros físicos, geométricos e operacionais do par engrenado simulado computacionalmente pelo modelo analítico de 6 graus de liberdade são os mesmos da Tabela 1. Acrescenta-se que as fissuras reproduzidas em simulação possuem angulação de  $0^\circ$  e comprimento de 0,7 mm que representa aproximadamente 25% da espessura do dente, 1,4 mm de comprimento que representa aproximadamente 50% da espessura do dente e 2,1 mm de comprimento representando 75% do comprimento do dente.

### 4.2.1 Sinais Simulados com Dano no Domínio do Tempo

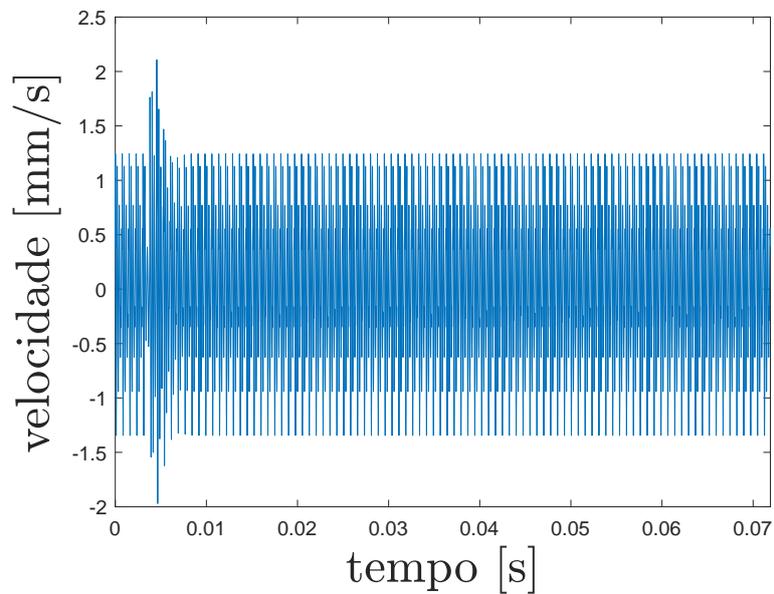
Primeiramente, esses sinais foram devidamente reamostrados com 10003 amostras e período de rotação de  $\tau = 0,0719$  s, da maneira como foram adquiridos os dados experimentais. A Figura 26 mostra os gráficos dos sinais de velocidade simulados com a trinca de 0,7 mm de comprimento e com a trinca de 2,1 mm de comprimento.

Observa-se que ambos sinais da Figura 26 têm uma perturbação no sinal de velocidade referente à trinca no instante de tempo em que ocorre o engrenamento do dente número 5 da engrenagem motora. Também, fica claro que o sinal cuja trinca é de 2,1 mm (Fig. 26-b), que representa 75% da espessura do dente, apresenta amplitudes maiores que as do sinal de velocidade da engrenagem com a trinca de 0,7 mm (Fig. 26-a). Não foi considerada necessária a apresentação do sinal simulado com dano de trinca com 1,4 mm, pois é similar com os sinais apresentados na Figura 26 com a diferença de que as amplitudes do sinal de velocidade no instante de engrenamento do dente da trinca são intermediárias às amplitudes dos sinais apresentados na Figura 26.

Figura 26 – Gráficos dos sinais de velocidade simulados com a trinca de 0,7 mm e (b) com a trinca de 2,1 mm.



(a) sinal simulado com trinca de 0,7 mm



(b) sinal com simulado com trinca de 2,1 mm

Fonte: elaboração do autor.

Os parâmetros de estatística descritiva selecionados para a análise dos sinais simulados com dano e do sinal experimental com trinca de 0,7 mm de comprimento são valor eficaz  $RMS$ , assimetria  $S$ , pico a pico  $P2P$ , fator de crista  $CF$ , o quarto momento estatístico curtose  $K$  e além desses parâmetros, também utilizados na análise sem dano, são incluídos dois novos parâmetros desenvolvidos para diagnose de danos são eles Talaf e Thikat . Os parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados com dano e do sinal experimental com dano estão dispostos na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados com dano e do sinal experimental com dano.

		$RMS$	$S$	$P2P$	$CF$	$K$	Talaf	Thikat
Sem TPE e sem ruído	trinca 0,7 mm	0,6708	-0,1461	2,9498	2,2379	2,0356	1,1123	1,7747
	trinca 1,4 mm	0,6837	-0,1328	3,7700	2,7701	2,1307	1,1493	2,2064
	trinca 2,1 mm	0,6861	-0,1208	4,0781	3,0714	2,1650	1,1612	2,4570
Com TPE 1,0 $\mu\text{m}$ e com ruído	trinca 0,7 mm	0,8458	-0,1165	5,5296	3,6571	2,5344	1,3357	3,4201
	trinca 1,4 mm	0,8573	-0,0947	5,8159	3,6079	2,5658	1,3484	3,4182
	trinca 2,1 mm	0,8563	-0,0820	5,7578	3,6120	2,5627	1,3472	3,4179
Experimental	trinca 0,7 mm	1,5951	0,0426	9,6680	3,3428	2,5237	1,5924	4,1888

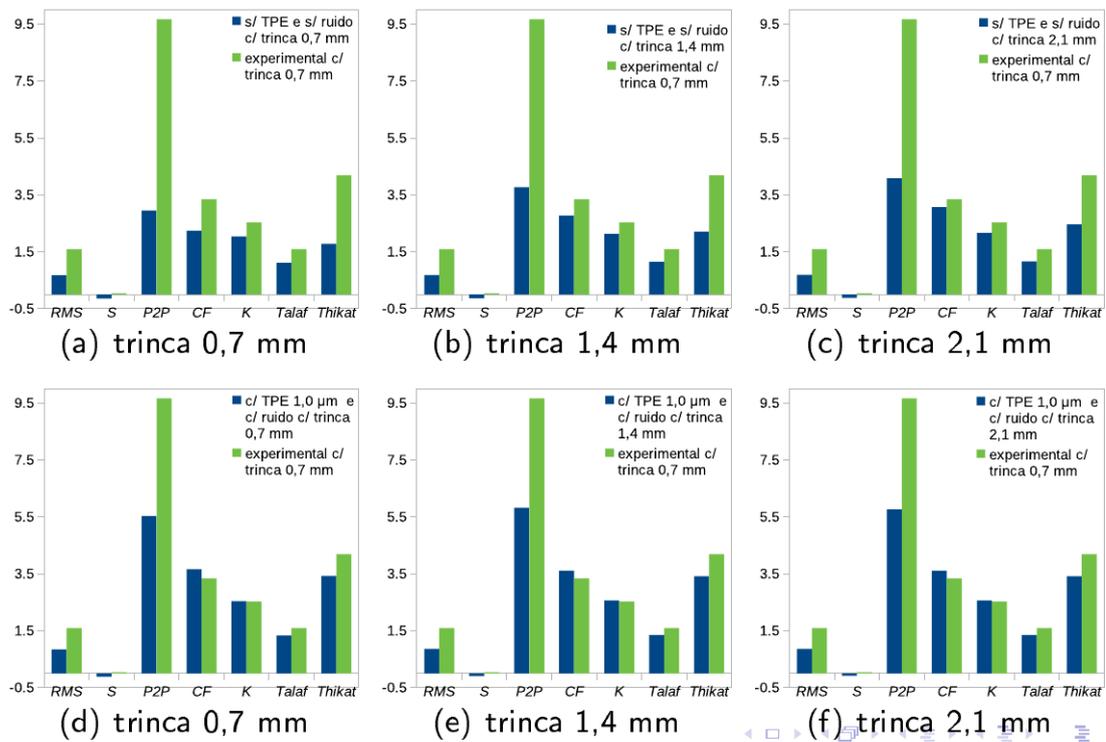
Fonte: elaboração do autor.

Com os valores dos parâmetros estatísticos da Tabela 5 é possível notar que os valores de Thikat evoluem consideravelmente conforme a dimensão da trinca nos sinais simulados sem ruído e sem TPE. Sendo o aumento de 72,23% no valor do Thikat quando relacionados o sinal de velocidade sem ruído e sem TPE com trinca de 0,7 mm de comprimento e o sinal de velocidade sem ruído e sem TPE com trinca de 2,1 mm de comprimento. Os valores dos parâmetros estatísticos avaliados dos sinais com ruído e com TPE se mantiveram praticamente os mesmos embora tenha havido o aumento da trinca, evidenciando que a interferência do ruído prejudica a avaliação dos parâmetros no domínio do tempo também quando o sistema mecânico possui dano.

Os gráficos da Figura 27 apresentam a comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio do tempo dos sinais simulados com o sinal experimental, para a engrenagem sem dano.

Em relação ao sinal experimental cujos parâmetros estatísticos do domínio do tempo também são apresentados na Tabela 5, nota-se que os valores não são efetivamente próximos aos valores dos mesmos parâmetros dos sinais simulados. O parâmetro que apresenta maior distinção é o pico a pico  $P2P$  cujo erro relativo máximo é de 227,75% da

Figura 27 – Gráficos da comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio do tempo para a engrenagem com dano do sinal experimental com os sinais simulados (a) sem TPE e sem ruído, (b) com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  e sem ruído, (c) com TPE de  $1,0 \mu\text{m}$  e sem ruído, (d) sem TPE e com ruído (e) com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  e com ruído, (f) com TPE de  $1,0 \mu\text{m}$  e com ruído.



Fonte: elaboração do autor.

comparação com o sinal simulado sem ruído, sem TPE e com trinca de 0,7 mm de comprimento e erro relativo mínimo de 66,23% obtido da comparação entre o sinal simulado com ruído e com TPE 1,0  $\mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3 e trinca de 1,4 mm de comprimento. E, o parâmetro que mais se aproxima é a curtose  $K$  tendo apresentado um erro relativo máximo de 23,97% resultado da comparação entre o sinal simulado sem ruído, sem TPE e com trinca de 0,7 mm de comprimento e o erro relativo mínimo 0,42% da comparação com o sinal simulado com ruído, com TPE de 1,0  $\mu\text{m}$  e coeficiente de variação de 0,3 e com trinca de 0,7 mm de comprimento.

#### 4.2.2 Sinais Simulados com Dano no Domínio da Frequência

Esta seção apresenta a comparação entre os sinais obtidos através da simulação do modelo analítico com três tipos de dano de trinca com 0,7 mm, 1,4 mm e 2,1 mm de comprimento e os sinais obtidos experimentalmente com trinca de 0,7 mm de comprimento no domínio da frequência. O processamento desses sinais também foi realizado pela análise espectral clássica, por meio do uso do algoritmo FFT. Foi utilizado uma frequência de amostragem  $f_s = 10$  kHz, obedecendo o teorema de Nyquist, o qual determina que a frequência de amostragem  $f_s$  deve ser no mínimo duas vezes maior que a máxima frequência de interesse, a fim de evitar a subamostragem e como consequência o fenômeno *aliasing*. E, para evitar o efeito de vazamento espectral, utilizou-se a janela Hanning para o truncamento dos sinais.

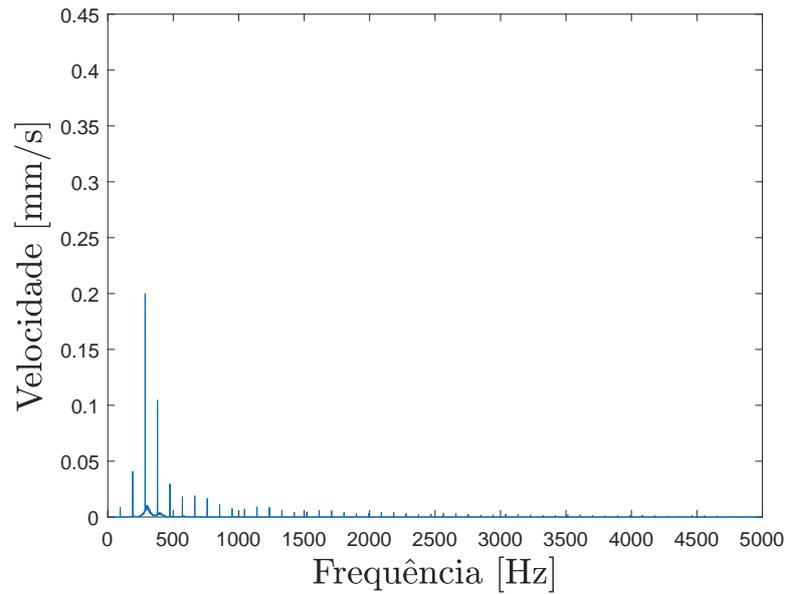
A Figura 28 apresenta os gráficos dos espectros da frequência dos sinais de velocidade simulado sem ruído e sem TPE e trinca com comprimento de 0,7 mm e também do sinal obtido nos testes experimentais com a trinca com comprimento de 0,7 mm.

Novamente, os espectros dos sinais tanto simulado quanto experimental, da Figura 28, evidenciam as principais frequências do sistema mecânico sendo uma delas a frequência de engrenamento (GMF<sup>21</sup>) em 1350 Hz, mesmo as amplitudes do espectro da frequência sinal simulado (Fig. 28-a) sendo diferentes das amplitudes do espectro da frequência do sinal experimental (Fig. 28-b). A diferença notável que pode ser associada à trinca é o espalhamento das bandas laterais na terceira harmônica da frequência angular da engrenagem motora, em 285 Hz, do espectro do sinal de velocidade simulado (Fig. 28-a) e essa constatação não é possível no espectro do sinal simulado sem falha supracitado (Fig. 22-a).

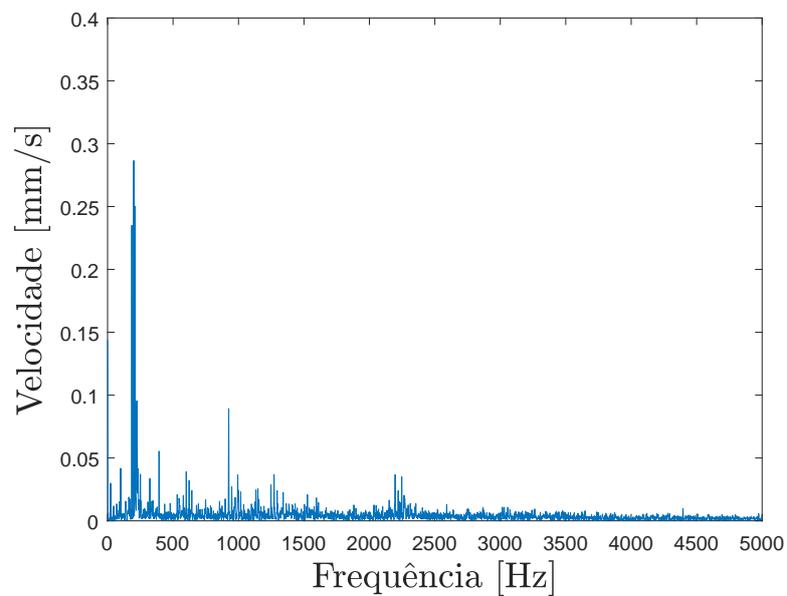
---

<sup>21</sup>do termo em inglês, *gear mesh frequency*

Figura 28 – Gráficos dos espectros da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e sem TPE e trinca com comprimento de 0,7 mm e (b) do sinal obtido nos testes experimentais com a trinca com comprimento de 0,7 mm.



(a) sinal simulado com trinca de 0,7 mm de comprimento



(b) sinal experimental com trinca de 0,7 mm de comprimento

Fonte: elaboração do autor.

E ainda, a Figura 28 apresenta os gráficos dos espectros da frequência dos sinais de velocidade simulado sem ruído e sem TPE e trinca com comprimento de 2,1 mm e também do sinal obtido nos testes experimentais com a trinca com comprimento de 0,7 mm.

Mais uma vez, o gráfico do espectro do sinal simulado com a trinca de 2,1 mm (Fig. 29-a) revela o espalhamento das bandas laterais na terceira harmônica da frequência angular da engrenagem motora, em 285 Hz, dessa vez mais destacada do que a apresentada so sinal simulado com a trinca de comprimento 0,7 mm da Figura 28-a. Em comparação com o sinal experimental com trinca de 0,7 mm de comprimento (Fig. 29-b), pouca diferença aparece, além daquelas já mencionadas na análise da Figura 28.

A fim de realizar a comparação quantitativa entre o sinais simulados com dano e os sinais experimentais com dano no domínio da frequência, realizou-se a extração dos parâmetros de estatística descritiva dos sinais tanto simulados quanto experimentais sendo eles curtose do espectro  $SK$ , assimetria do espectro  $SS$ , entropia  $E$ , entropia Shannon  $SE$ . Também, obteve-se a média dos parâmetros de 4 sinais obtidos experimentalmente com trinca de 0,7 mm de comprimento. A Tabela 4 apresenta essa comparação dos parâmetros de estatística descritiva dos sinais simulados e experimentais no domínio da frequência, ambos com dano.

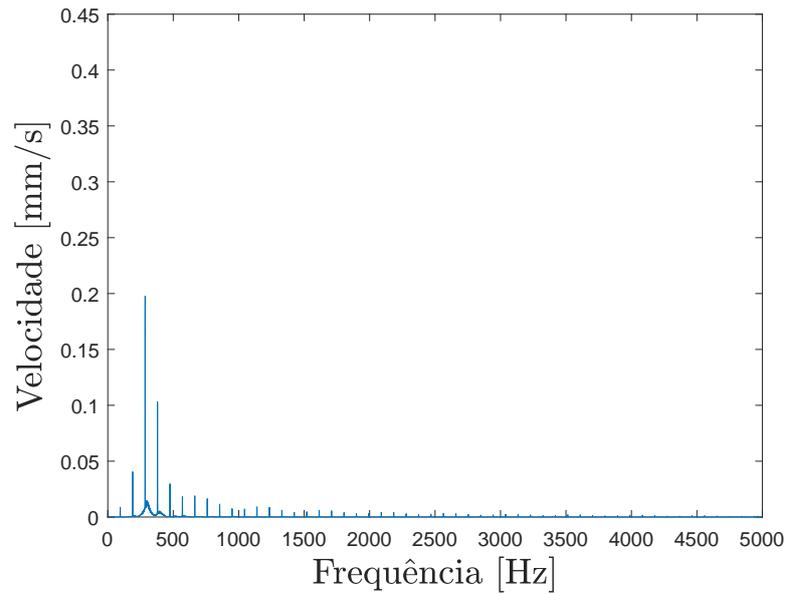
Tabela 6 – Parâmetros de estatística descritiva do espectro dos sinais simulados com dano e do sinal experimental com dano.

		$SK$	$SS$	$E$	$SE$
Sem TPE e sem ruído	trinca 0,7 mm	1261,90	32,3487	0,9884	1,8545
	trinca 1,4 mm	1219,00	31,4950	1,0434	1,9600
	trinca 2,1 mm	1161,60	30,4021	2,0196	2,0196
Com TPE 1,0 $\mu$ m e com ruído	trinca 0,7 mm	1006,70	27,6171	1,2307	2,6337
	trinca 1,4 mm	984,1514	27,1555	1,2421	2,7009
	trinca 2,1 mm	948,7647	26,4600	1,2550	2,7313
Experimental	trinca 0,7 mm	112,06	7,5921	0,7850	0,9929

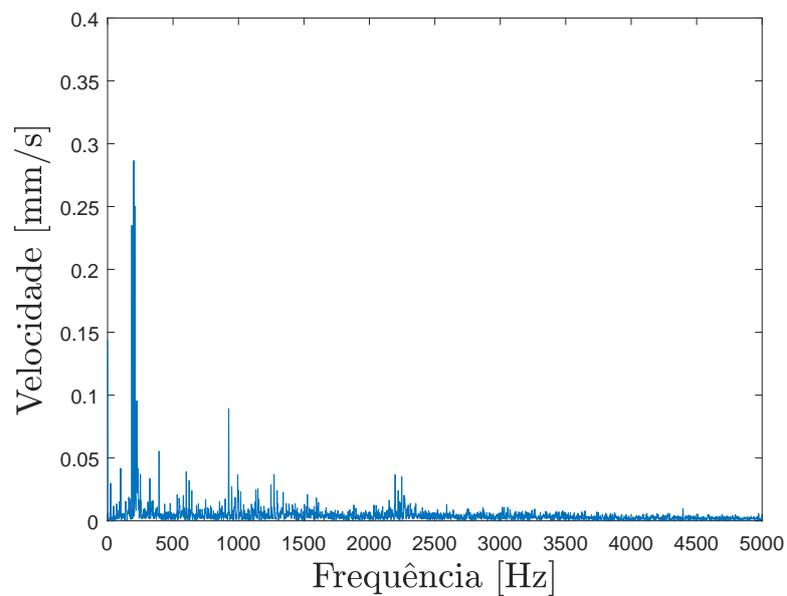
Fonte: elaboração do autor.

A comparação entre os parâmetros estatísticos da Tabela 6 obtidos dos espectros do sinal de velocidade, revelam que estes parâmetros para os sinais simulados não se alteram de maneira significativa, mesmo com a ocorrência do aumento da dimensão da trinca e, exceto a entropia de Shannon ( $SE$ ) aparentemente não são fortemente afetados pela presença do ruído e do TPE, isto é, das aleatoriedades contidas no sinal. E, em

Figura 29 – Gráficos dos espectros da frequência dos sinais de velocidade (a) simulado sem ruído e sem TPE e trinca com comprimento de 2,1 mm e (b) do sinal obtido nos testes experimentais com a trinca com comprimento de 0,7 mm.



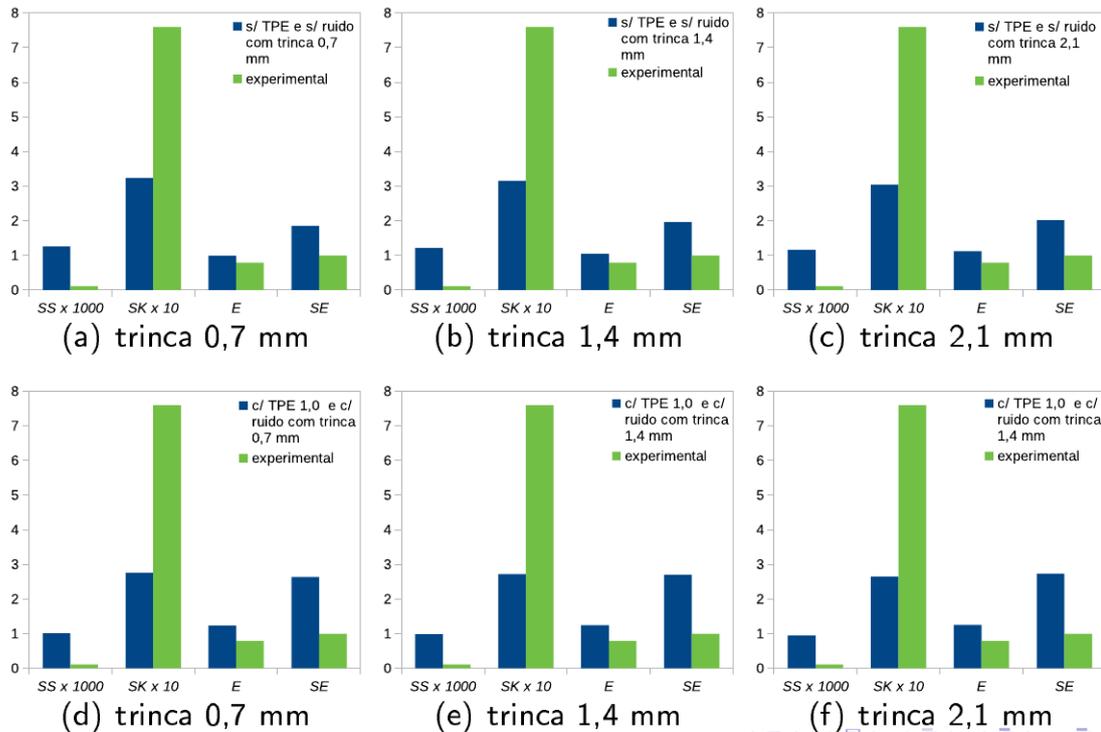
(a) sinal simulado sem ruído e com TPE máximo de  $3,0 \mu\text{m}$



(b) sinal experimental

Fonte: elaboração do autor.

Figura 30 – Gráficos da comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio da frequência para a engrenagem sem dano do sinal experimental com os sinais simulados (a) sem TPE e sem ruído, (b) com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  e sem ruído, (c) com TPE de  $1,0 \mu\text{m}$  e sem ruído, (d) sem TPE e com ruído (e) com TPE de  $0,5 \mu\text{m}$  e com ruído, (f) com TPE de  $1,0 \mu\text{m}$  e com ruído.



Fonte: elaboração do autor.

comparação com o sinal experimental, os valores dos parâmetros estatísticos do domínio da frequência se mostram bastante diferentes, sendo a análise dos parâmetros estatísticos do domínio do tempo mais eficazes.

Os gráficos da Figura 30 apresentam a comparação entre os parâmetros estatísticos no domínio da frequência dos sinais simulados com o sinal experimental, para a engrenagem sem dano.

Assim, as análises das simulações do par engrenado com as trincas e das análises das comparações com os sinais experimentais também com trinca demonstram a complexidade em se modelar e identificar a ocorrência de danos principalmente em estágios incipientes. Mesmo assim, o modelo apresentado não deve ser desconsiderado dessa função, mas sim aprimorado.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo final aborda-se as principais conclusões obtidas da realização do trabalho bem como as sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros envolvendo diagnóstico de falhas e monitoramento de integridade de sistemas mecânicos como pares de engrenagens.

### 5.1 CONCLUSÕES

O trabalho propôs uma metodologia de análise do comportamento e diagnóstico de falhas de um par de engrenagens baseada em modelo. Para tanto, utilizou-se um modelo dinâmico determinístico-estocástico com 6 graus de liberdade incluindo a variação temporal da rigidez de engrenamento e modificações no perfil do dente de natureza randômica para a simulação do par engrenado.

Além disso, os testes realizados em uma bancada experimental de um multiplicador de velocidade de simples estágio e com engrenagens de dentes retos permitiu a aquisição dos sinais de vibração utilizados no monitoramento do comportamento dinâmico desse sistema mecânico. Assim, pôde-se obter sinais de vibração desse equipamento operando em condição íntegra, bem como inserindo um entalhe em um dos dentes da engrenagem -- simulando no experimento o efeito de uma trinca -- para a obtenção dos sinais de vibração dessa condição do equipamento danificado.

Visando a redução das incertezas de modelo, devido à entradas modificantes, a análise de sensibilidade aos parâmetros físicos do sistema permitiu à conclusão de que os sinais de velocidade são mais acometidos pela alteração dos parâmetros como momento de inércia da carga  $I_l$  e do coeficiente de amortecimento dos mancais  $c_b$ . Então, na falta de uma estimativa precisa desses parâmetros, recomenda-se evitar o uso dos sinais de velocidade nas análises de monitoramento da condição.

Quanto a comparação dos sinais simulados pelo modelo dinâmico com os sinais experimentais, pode-se afirmar que em condições sem a presença do dano os parâmetros estatísticos no domínio do tempo apresentaram valores próximos e as análises do espectro da frequência revelaram características importantes da dinâmica do sistema mecânico. E, mesmo a presença de entradas interferentes, como ruído gaussiano, puderam ser detectados nessas análise. Portanto, o modelo dinâmico simulado teve um

desempenho satisfatório para a condição íntegra.

Finalmente, para o caso do diagnóstico do equipamento danificado pela trinca, a metodologia não se mostrou eficiente, pois a comparação entre os sinais experimentais e simulados não identificou grandes similaridades, apenas nas análises do espectro dos sinais foi possível obter algum indicativo da presença do defeito. De qualquer modo, não exclue-se a oportunidade de aperfeiçoar o modelo e adequar as técnicas de análise dos sinais, conforme sugere-se ainda neste capítulo.

## 5.2 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

A realização deste trabalho permitiu algumas contribuições, as principais são:

- o desenvolvimento e simulação de um modelo dinâmico realístico, pois inclui o erro na geometria do dente com origem estocástica, de pares de engrenagens útil para o monitoramento da condição de transmissões;
- a análise de sensibilidade do modelo dinâmico que permite observar quais parâmetros interferem de maneira mais significativa nas respostas do modelo;
- a validação experimental do modelo dinâmico em uma condição íntegra de operação; e,
- aplicação de técnicas de processamento de sinais aplicadas no monitoramento da condição de pares de engrenagens, com parâmetros estatísticos recentemente propostos na literatura.

## 5.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros na área de monitoramento de integridade e diagnóstico de danos de pares de engrenagens, propõe-se:

- acrescentar ao modelo um termo de coeficiente de amortecimento de engrenamento com variação temporal;
- identificar experimentalmente os valores de parâmetros físicos utilizados na simulação cuja determinação analítica é demasiadamente complexa ou incerta;

- inclusão de parâmetros estocásticos na modelagem do par engrenado, com taxa de crescimento da trinca, ou parâmetros como rigidez, amortecimento e massa, considerando-os como variáveis aleatórias. E após isso, realizar a simulação e quantificação de incertezas de dados e de modelo visando o diagnóstico robusto;
- realizar a modelagem de alguns tipos de tipos diferentes de defeito como ausência de lubrificação, desgaste devido ao atrito, *pitting*, desbalanceamento e desalinhamento nos eixos, danos nos mancais, dentre outros;
- acrescentar às análises dos sinais simulados e experimentais a técnicas de processamento como da demodulação temporal, transformada curta de Fourier (STFT<sup>22</sup>) e técnicas no domínio tempo-frequência como, transformada *wavelet*, transformada de Wigner-Ville, dentre outras;
- utilização de algoritmos de aprendizagem automática como *deep learning*, redes neurais artificiais, modelos auto-regressivos, florestas aleatórias, dentre outros para o monitoramento da condição de operação do equipamento. E criação de uma metodologia híbrida, aliando o modelo determinístico-estocástico aos algoritmos de aprendizagem automática;
- criação de uma rotina capaz de identificar, quantificar da severidade do dano e realizar a localização, bem como a propagação do dano utilizando abordagens analíticas e estatísticas, para o prognóstico e estimativa do tempo de vida útil remanescente (RUL).

---

<sup>22</sup>do termo em inglês, *short-time Fourier transform*.

## REFERÊNCIAS

- ALASWAD, S.; XIANG, Y. A review on condition-based maintenance optimization models for stochastically deteriorating system. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 157, p. 54 -- 63, 2017. ISSN 0951-8320. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ress.2016.08.009>>. Acesso em: 22 mai. 2018.
- ALMEIDA, F. C. L.; GONÇALVES, A. C.; BRENNAN, M. J.; PASCHOALINI, A. T.; ARATO, A. J.; SILVA, E. F. M. Probabilistic prognostic and health management of energy systems. In: \_\_\_\_\_. Cham, Switzerland: Springer, 2017. cap. An Illustration of Some Methods to Detect Faults in Geared Systems Using a Simple Model of Two Meshed Gears, p. 221--239.
- AMABILI, M.; RIVOLA, A. Dynamic analysis of spur gear pairs: steady-state response and stability of the sdof model with time-varying meshing damping. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 11, n. 3, p. 375 -- 390, 1997. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://doi.org/10.1006/mssp.1996.0072>>. Acesso em: 14 jun. 2018.
- ARATO, A. J. **Manutenção preditiva usando análise de vibrações**. Barueri: Manole, 2004. 190 p.
- BELARMUS, W. Mathematical modelling and computer simulations as an aid to gearbox diagnostics. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 15, n. 5, p. 855 -- 871, 2001. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://doi.org/10.1006/mssp.2001.1411>>. Acesso em: 30 jun. 2018.
- CAESARENDRA, W.; TIAHJOWIDODO, T. A review of feature extraction methods in vibration-based condition monitoring and its application for degradation trend estimation of low-speed slew bearing. **Machines**, London, v. 5, n. 4, p. 21, 2017. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2075-1702/5/4/21>>. Acesso em: 11 jan. 2019.
- CHEN, M. H.; BRENNAN, M. J. Active control of gear vibration using specially configured sensors and actuators. **Smart Materials and Structures**, New York, v. 9, n. 3, p. 342, 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0964-1726/9/3/315>>. Acesso em: 15 set. 2018.
- CHEN, Z.; ZHAI, W.; SHAO, Y.; WANG, K. Mesh stiffness evaluation of an internal spur gear pair with tooth profile shift. **Science China Technological Sciences**, Beijing, v. 59, n. 9, p. 1328--1339, Sep 2016. ISSN 1869-1900. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11431-016-6090-6>>. Acesso em: 05 out. 2018.
- CUNHA, A. B. **Modeling and uncertainty quantification in the nonlinear stochastic dynamics of horizontal drillstrings**. Tese (Doutorado) --- Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

CUNHA, A. B. Probabilistic prognostics and health management of energy systems. In: \_\_\_\_\_. Cham, Switzerland: Springer, 2017. cap. Modeling and Quantification of Physical Systems Uncertainties, p. 127--156.

ENDESHAW, H.; EKWARO-OSIRE, S.; ALEMAYEHU, F.; DIAS, J. Evaluation of fatigue crack propagation of gears considering uncertainties in loading and material properties. **Sustainability**, New Rochelle, v. 9, n. 12, p. 2200, 2017.

FRANK, A. G.; DALENOGARE, L. S.; AYALA, N. F. Industry 4.0 technologies: Implementation patterns in manufacturing companies. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 210, p. 15 -- 26, 2019. ISSN 0925-5273. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.01.004>>. Acesso em: 17 jan. 2019.

GECGEL, O.; EKWARO-OSIRE, S.; DIAS, J. P.; NISPEL, A.; ALEMAYEHU, F. M.; SERWADDA, A. Machine learning in crack size estimation of a spur gear pair using simulated vibration data. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROTOR DYNAMICS. **Proceedings [...]**. Cham: Springer, 2018. p. 175--190.

GONÇALVES, A. C.; LAGO, D. F.; ALBUQUERQUE, M. C. F. Recent advances in vibrations analysis. In: \_\_\_\_\_. Rejika, Croatia: Intech, 2011. cap. Maintenance of reducers with an unbalanced load through vibration and oil analysis predictive techniques, p. 81--102.

GONÇALVES, A. C.; SILVA, J. B. C. Predictive maintenance of a reducer with contaminated oil under an eccentric load through vibration and oil analysis. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science & Engineering**, Heidelberg, v. 33, n. 1, p. 1--7, January-March 2011.

HARRIS, S. L. Dynamic loads on the teeth of spur gears. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, London, v. 172, n. 1, p. 87--112, 1958. Disponível em: <[https://doi.org/10.1243/PIME\\_PROC\\_1958\\_172\\_017\\_02](https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1958_172_017_02)>. Acesso em: 04 jul. 2018.

HE, S.; GUNDA, R.; SINGH, R. Effect of sliding friction on the dynamics of spur gear pair with realistic time-varying stiffness. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 301, n. 3, p. 927 -- 949, 2007. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.10.043>>. Acesso em: 18 mai. 2018.

JARDINE, A.; LIN, D.; BANJEVIC, D. A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 20, p. 1483--1510, 10 2006.

KANDUKURI, S. T.; KLAUSEN, A.; KARIMI, H. R.; ROBBERSMYR, K. G. A review of diagnostics and prognostics of low-speed machinery towards wind turbine farm-level health management. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Kidlington, v. 53, p. 697 -- 708, 2016. ISSN 1364-0321. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.08.061>>. Acesso em: 05 out. 2018.

KHOURY, E.; DELOUX, E.; GRALL, A.; BÉRENGUER, C. On the use of time-limited and monitoring information for maintenance decision support. **IFAC Proceedings Volumes**, Kidlington, v. 45, n. 20, p. 480--485, 2012. Disponível em:

<<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016348005>>. Acesso em: 11 dez. 2017.

KORKA, Z. An overview of mathematical models used in gear dynamics. **Romanian Journal of Acoustics and Vibration**, Resita, v. 4, n. 1, p. 43--50, 2007.

LATHI, B. P. **Sinais e Sistemas**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia, 2006. 856 p.

LEE, J.; BAGHERI, B.; KAO, H.-A. A cyber-physical systems architecture for industry 4.0-based manufacturing systems. **Manufacturing Letters**, Amsterdam, v. 3, p. 18 -- 23, 2015. ISSN 2213-8463. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.mfglet.2014.12.001>>. Acesso em: 11 jan. 2019.

LEI, Y.; LI, N.; LIN, J.; LI, N. Machine remaining useful life prediction using a monte carlo simulation method. In: THE 29TH INTERNATIONAL CONGRESS ON CONDITION MONITORING AND DIAGNOSTIC ENGINEERING MANAGEMENT. **Proceedings [...]**. Xi'an: Comadem, 2016.

LIANG, X.; ZUO, M. J.; FENG, Z. Dynamic modeling of gearbox faults: A review. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 98, p. 852 -- 876, 2018. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.05.024>>. Acesso em: 18 mai. 2018.

LUO, Y.; BADDOUR, N.; LIANG, M. Dynamical modeling and experimental validation for tooth pitting and spalling in spur gears. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 119, p. 155 -- 181, 2019. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.09.027>>. Acesso em: 27 fev. 2019.

MA, H.; PANG, X.; FENG, R.; WEN, B. Evaluation of optimum profile modification curves of profile shifted spur gears based on vibration responses. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 70-71, p. 1131 -- 1149, 2016. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.09.019>>. Acesso em: 15ok out. 2018.

MOHAMED, A. S.; SASSI, S.; PAUROBALLY, M. R. Model-based analysis of spur gears' dynamic behavior in the presence of multiple cracks. **Shock and Vibration**, Hindawi, v. 2018, 2018. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/sv/2018/1913289/>>. Acesso em: 17 jan. 2019.

MOHAMMED, O. D.; RANTATALO, M. Dynamic response and time-frequency analysis for gear tooth crack detection. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 66-67, p. 612 -- 624, 2016. ISSN 0888-3270.

MOHAMMED, O. D.; RANTATALO, M.; AIDANPÄÄ, J.-O. Improving mesh stiffness calculation of cracked gears for the purpose of vibration-based fault analysis. **Engineering Failure Analysis**, Kidlington, v. 34, p. 235 -- 251, 2013. ISSN 1350-6307. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2013.08.008>>. Acesso em: 06 set. 2018.

NEWLAND, D. E. **An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis**. 3. ed. New York: Longman, 1993. 477 p.

OPPENHEIM, A.; WILLSKY, A.; NAWAB, S. **Sinais e sistemas**. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice-Hall, 2010. 520 p.

PEREIRA, A. L. V. **Manutenção preditiva de um par engrenado através da análise de lubrificantes e da análise de vibrações utilizando a transformada de wavelet**. Dissertação (Mestrado) --- Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira-SP, 2018.

SANKARARAMAN, S. Significance, interpretation, and quantification of uncertainty in prognostics and remaining useful life prediction. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 52, p. 228 -- 247, 2015. ISSN 0888-3270.

SANKARARAMAN, S.; GOEBEL, K. Why is the remaining useful life prediction uncertain? In: ANNUAL CONFERENCE OF THE PROGNOSTICS AND HEALTH MANAGEMENT SOCIETY 2013. **Proceedings [...]**. [S.l.], 2013. v. 4.

SGOTTI, C. E. **Investigação do comportamento de defeitos em engrenagens cilíndricas de dentes retos utilizando monitoramento da condição**. Dissertação (Mestrado) --- Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira-SP, 2018.

SHARMA, V.; PAREY, A. A review of gear fault diagnosis using various condition indicators. **Procedia Engineering**, Amsterdam, v. 144, p. 253 -- 263, 2016. ISSN 1877-7058. International Conference on Vibration Problems 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.05.131>>. Acesso em: 28 mai. 2018.

SHIN, K.; HAMMOND, J. **Fundamentals of signal processing for sound and vibration engineers**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2008. 403 p.

SILVA, E. F. M. S. **Investigação de técnicas para o acompanhamento do desgaste de um par engrenado utilizando tribologia e análise de resposta dinâmica processada via função de densidade probabilidade beta**. Dissertação (Mestrado) --- Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira-SP, 2015.

SOIZE, C. A comprehensive overview of a non-parametric probabilistic approach of model uncertainties for predictive models in structural dynamics. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 288, n. 3, p. 623--652, 2005. Disponível em: <<https://hal-upec-upem.archives-ouvertes.fr/hal-00686182>>. Acesso em: 22 jan. 2019.

TIAN, X. **Dynamic simulation for system response of gearbox including localized gear faults**. Dissertação (Mestrado) --- University of Alberta, Edmonton, Alberta, 2004.

WU, S.; ZUO, M. J.; PAREY, A. Simulation of spur gear dynamics and estimation of fault growth. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 317, n. 3, p. 608 -- 624, 2008. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.03.038>>. Acesso em: 13 mar. 2018.

YU, W.; SHAO, Y.; MECHEFSKE, C. K. The effects of spur gear tooth spatial crack propagation on gear mesh stiffness. **Engineering Failure Analysis**, Kidlington,

v. 54, p. 103 -- 119, 2015. ISSN 1350-6307. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/j-engfailanal.2015.04.013](https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.04.013)>. Acesso em: 15 out. 2018.

ZHAO, F.; TIAN, Z.; ZENG, Y. Uncertainty quantification in gear remaining useful life prediction through an integrated prognostics method. **IEEE Transactions on Reliability**, Piscataway, v. 62, n. 1, p. 146 -- 159, 2013. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/6423860/>>. Acesso em: 14 set. 2018.

ZHAO, F.; TIAN, Z.; ZENG, Y. Probabilistic prognostics and health management of energy systems. In: \_\_\_\_\_. Cham, Switzerland: Springer, 2017. cap. Overview on Gear Health Prognostics, p. 49--65.