Universidade Estadual Paulista Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Interferometria Óptica Aplicada à Medição de Amplitudes de Vibração Nanométricas em Piezoatuadores Flextensionais

José Vital Ferraz Leão

Orientador: Prof. Dr. Cláudio Kitano

Dissertação de mestrado submetida à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação

Ilha Solteira (SP) Dezembro – 2004

Índice Geral

Índice Geral	i
Índice de Figuras	iv
Índice de Tabelas	xii
Lista de Símbolos	xiii
Lista de Abreviatura	xvi
Resumo	xvii
Abstract	xviii
Agradecimento	xix
Dedicatória	xxi
Capitulo 1 – Introdução	1
1.1 Potencialidade da Interferometria Óptica	2
1.2 Algumas aplicações dos Piezoatuadores	5
1.3 Organização do Texto	8
Capítulo 2 – Interferometria Óptica e Métodos de Detecção de Sinal	9
2.1 Interferômetro de Young com Duas Fontes de Luz	9
2.2 Franjas de Interferência	13
2.3 Visibilidade	16
2.4 Interferômetro de Mach-Zehnder	18
2.5 Interferômetro de Mach-Zehnder Modificado para Medição de Deslocamentos	21
2.6 Interferômetro de Michelson	23
2.7 Modificação do Interferômetro de Michelson para Corrigir o Problema de Retorno o	do

	ii
Feixe de Luz ao Laser	24
2.8 Problemas de Desvanecimento	25
2.9 Métodos de Detecção de Sinais Interferométricos	28
2.9.1 Método de Baixo Índice de Modulação	28
2.9.2 Métodos de Contagem de Franjas de Interferência	33
2.9.3 Aprimoramento da exatidão do Método de Contagem de Franjas de Interferência	39
2.10 Técnicas de Detecção Homodinas Passivas	41
2.10.1 Método do J_1 Máximo	42
2.10.2 Método do J_1 Nulo	44
2.10.3 Método do J_1/J_2	45
2.10.4 Método do J_1/J_3	46
2.10.5 Método do J_1J_4	47
Capitulo 3 – Piezeletricidade e Atuadores Piezoelétricos Flextensionais	49
3.1 Efeito Piezoelétrico	49
3.2 Equações Constitutivas da Elasticidade para Meios não Piezoelétricos	52
3.2.1 Deformação Mecânica ou Strain	54
3.2.2 Tensão Mecânica ou Stress	56
3.2.3 Lei de Hooke	57
3.3 Equações Constitutivas para Meios Piezoelétricos	60
3.4 Modelo Circuital Equivalente de Mason	65
3.5 Atuadores Piezoelétricos	80
3.5.1 Atuador Piezoelétrico Bilaminar	82

3.5.2 Atuador Piezoelétrico Flextensional	84
3.5.3 Freqüências de Ressonância do Atuador Piezoelétrico	86
Capitulo 4 – Resultados Experimentais	91
4.1 Descrição dos Interferômetros Implementados	91
4.2 Obtenção das Franjas de Interferência	95
4.2.1 Franja de Ordem Zero e Grau de Alinhamento do Interferômetro	97
4.3 Instrumentação Eletrônica	99
4.4 Testes Preliminares no Interferômetro de Michelson em Medidas de Amplitudes de	
Vibração Micrométricas	104
4.4.1 – Transdutor Piezoelétrico Bilaminar do Tipo Bender	104
4.4.2 – Análise da Linearidade do Transdutor Bilaminar	106
4.4.3 – Análise da Resposta em Freqüência do Transdutor Piezoelétrico do tipo Bender	123
4.5 – Análise do Piezoatuador Flextensional f1b820	127
4.5.1 – A Piezocerâmica com PZT – 5A	127
4.5.2 – Inserção do Piezoatuador f1b820 no Interferômetro Óptico	130
4.5.3 – Testes de Linearidade	132
4.5.4 – Resposta em Freqüência do Piezoatuador Flextensional f1b820	146
Capítulo 5 – Conclusão	152
Referências Bibliográficas	155

iii

Índice de Figuras

Figura 1.1	Pipetas de borosilicato durante o processo de microinjeção.	6
Figura 1.2	Processo de microinjeção. (a) Ovócito não perfurado pela pipeta de	
	injeção. (b) Ovócito perfurado pela pipeta de injeção na inserção de uma	
	célula espermática.	7
Figura 2.1	Representação do interferômetro de Young para duas fontes de luz.	10
Figura 2.2	Representação da onda estacionária na direção x sobre o anteparo.	15
Figura 2.3	Figura de franjas no anteparo.	16
Figura 2.4	Franjas de interferência. (a) Com visibilidade próxima da unidade. b-)	
	Com visibilidade próxima de zero.	17
Figura 2.5	Configuração do interferômetro de Mach-Zenhder em óptica volumétrica.	18
Figura 2.6	Interferômetro de Mach-Zehnder para medir deslocamentos.	22
Figura 2.7	Interferômetro de Michelson na sua forma original.	23
Figura 2.8	Interferômetro de Michelson modificado para corrigir o retorno do feixe de	
	luz ao laser.	24
Figura 2.9	Curva de transferência da intensidade óptica para regime de sub-franjas.	26
Figura 2.10	Sinais interferométricos somados a uma perturbação de 200 Hz. a) Com	
	freqüência de excitação de 5 kHz e período de aquisição de 0,2 ms. b)	
	Com freqüência de excitação de 500 Hz e período de aquisição de 2 ms.	27
Figura 2.11	Formas de ondas interferométricas distorcidas adquiridas pelo osciloscópio	
	digital. No canal 1 está o sinal na saída do interferômetro e no canal 2 o	
	sinal modulador. (a) Sinal de excitação triangular; (b) Sinal de	
	excitação senoidal.	30
Figura 2.12	Formas de onda com operação na condição de quadratura de fase e com	
	amplitudes suficientemente pequenas, garantindo a operação na região	
	linear da curva de transferência: (a) Sinal de excitação triangular. (b) Sinal	
	de excitação senoidal.	30
Figura 2.13	Curva de transferência da intensidade óptica para uma excitação com	

forma de onda triangular e índice de modulação um pouco maior que $\pi / 2$. 31

Figura 2.14	Curva de transferência da intensidade óptica para uma excitação com	
	forma de onda triangular e índice de modulação igual a π / 2.	32
Figura 2.15	Curva de transferência da intensidade óptica para uma excitação com	
	forma de onda triangular e índice de modulação igual a π / 8.	32
Figura 2.16	Excursão do sinal modulador do tipo $\Delta \phi(t) = At$ sobre a curva de	
	transferência e resultado da intensidade para operação em regime de multi-	
	franjas.	34
Figura 2.17	Gráfico da intensidade óptica para regime de multi-franjas com	
	$\phi_0 = -\pi/2$ e sinal modulador do tipo $\Delta \phi(t) = At$.	35
Figura 2.18	Excursão do sinal modulador senoidal sobre a curva de transferência e	
	resultado da intensidade óptica para operação em regime de multi-franjas.	36
Figura 2.19	Gráfico da intensidade óptica para regime de multi-franjas com $\phi_0 = \pi/2$	
	e sinal modulador senoidal.	37
Figura 2.20	Gráfico da intensidade óptica para regime de multi-franjas $\cos \phi_0 = \pi$ e	
	sinal modulador senoidal.	38
Figura 2.21	Gráfico da intensidade óptica para regime de multi-franjas com $\phi_0 = \pi/4$ e	
	sinal modulador senoidal.	38
Figura 2.22	Formas de onda de intensidade óptica obtidas para diferentes números de	
	picos (N) num período. (a) $N = 1$; (b) $N = 1,5$; (c) $N = 2$; (d) $N = 2,5$; (e) N	
	= 3; (f) N $= 3,5.$	40
Figura 2.23	Tela do analisador de espectros. (a) Mostrando todas as componentes. (b)	
	Com as linhas pares anuladas.	43
Figura 2.24	Reta que passa pelo ponto zero e pelo ponto onde $J_1(\Phi_s) = 0$.	45
Figura 3.1	Efeito piezoelétrico no quartzo para forças aplicadas na direção X. a)	
	Estado natural. b) Efeito da compressão. c) Efeito da tração.	51
Figura 3.2	Procedimento de <i>poling</i> para alinhamento dos domínios microscópicos.	51
Figura 3.3	Modos de vibração das piezocerâmicas. a) Modo de expansão em	50
F' 24	espessura; b) Modo transversal à espessura; c) Modo transversal à face.	52
Figura 3.4	Vibração longitudinal	53
rigura 3.5	direção x_3 .	33
Figura 3.6	Tipos de deformação. (a) deformação longitudinal, (b) deformação de	
	cisalhamento puro.	54

Figura 3.7	Grandezas para a definição de stress.	56
Figura 3.8	Força aplicada a um sólido, dando origem a três componentes de stress.	57
Figura 3.9	Deformação em uma haste delgada.	58
Figura 3.10	Piezocerâmica polarizada. (a) campo elétrico com sentido oposto ao da	
	polarização elétrica. (b) campo elétrico com o mesmo sentido ao da	
	polarização elétrica. (c) campo elétrico perpendicular à direção da	
	polarização elétrica.	64
Figura 3.11	Estrutura do transdutor piezoelétrico. a) Aplicando-se uma tensão aos	
	eletrodos excita-se uma onda acústica. b) Modelo analítico.	66
Figura 3.12	Circuito equivalente mecânico para um transdutor não-piezoelétrico.	69
Figura 3.13	Transformador eletromecânico levando-se em conta o efeito piezoelétrico.	72
Figura 3.14	Circuito equivalente eletromecânico para o transdutor piezoelétrico.	7
Figura 3.15	Circuito equivalente completo para o transdutor piezoelétrico prático.	74
Figura 3.16	Resposta em freqüência da impedância de entrada do transdutor.	76
Figura 3.17	Resposta em freqüência da admitância de entrada do transdutor. a) Gráfico	
	de amplitude. b) Gráfico de fase.	77
Figura 3.18	Gráfico do deslocamento um função da freqüência $\Omega/2\pi$.	79
Figura 3.19	Configuração bilaminar. a) Sem tensão aplicada. b) Com tensão aplicada.	83
Figura 3.20	Tweeter piezoelétrico. (a) PZT bilaminar com cone ancorado em seu	
	perímetro. (b) Modo de vibração fundamental (c) Modo de vibração na	
	freqüência tripla (d) Modo de vibração na freqüência quíntupla.	84
Figura 3.21	Piezoatuadores Flextensionais típicos: (a) moonies; (b) cymbals.	85
Figura 3.22	Atuadores Piezoelétricos Flextensionais comerciais. (a) Com curso de 145	
	μm. (b) Com curso de 450 μm.	85
Figura 3.23	Atuador piezoelétrico.a) Estrutura física. b-) Circuito RLC equivalente.	86
Figura 3.24	Curva de Resposta em freqüência da impedância elétrica, f_R é a	
	freqüência de ressonância e f_a é a freqüência de anti-ressonância. (a)	
	Curva do módulo da impedância. (b) Curva de fase elétrica.	87
Figura 3.25	Curva de resposta em freqüência da admitância elétrica, indicando as	
	freqüências de ressonância e anti-ressonância em f_R e f_a	
	respectivamente. (a) Módulo da admitância. (b) Curva da fase elétrica.	88
Figura 3.26	Piezoatuadores flextensionais com diferentes topologias dependendo do	
0	ponto em que deseja-se amplificar a vibração.	89

vi

Figura 3.27	Piezoatuador flextensional com cerâmica de 3 mm de espessura.	89
Figura 4.1	Interferômetro de Michelson com o ramo sensor modificado para inserir o	
	atuador piezoelétrico.	92
Figura 4.2	Foto do interferômetro modificado sobre a mesa do laboratório de óptica:	
	1 = laser, $2 = $ divisor de feixes, $3 = 4 = $ prismas, $5 = 7 = $ espelhos, $6 =$	
	piezoatuador, 8 = fotodiodo.	93
Figura 4.3	Desalinhamento do interferômetro causado pela mudança de direção do	
	feixe de luz.	93
Figura 4.4	Foto do interferômetro de Michelson em sua forma tradicional sobre a	
	mesa do laboratório de óptica: $1 = laser$, $2 = divisor de feixes$, $3 = espelho$,	
	4 = piezoatuador, 5 = fotodiodo.	94
Figura 4.5	Franjas de interferência, com visibilidade razoável, formadas na saída do	
	interferômetro da figura 4.2.	96
Figura 4.6	Franjas de interferência, com boa visibilidade, formadas na saída do	
	interferômetro da figura 4.4.	96
Figura 4.7	Incidência de franjas sobre a área A do fotodiodo. a) Período espacial das	
	franjas pequeno em comparação a dimensão do fotodetector. b) Período	
	espacial das franjas grande suficiente para isolar a franja de ordem zero.	97
Figura 4.8	Franja de ordem zero formada na saída do interferômetro da figura 4.4.	98
Figura 4.9	Esquema da instrumentação utilizada no interferômetro de Michelson em	
	sua forma tradicional.	99
Figura 4.10	Esquema da instrumentação utilizada no interferômetro de Michelson	
	modificado para inserção do atuador piezoelétrico.	100
Figura 4.11	Sinal com simetria de meia onda adquirido pelo osciloscópio digital (a	
	senóide mostrada na porção inferior refere-se simplesmente ao sinal de	
	excitação do atuador).	101
Figura 4.12	Formas de onda adquiridas por um osciloscópio digital. (a) Presença do	
	desvanecimento resultando ausência de periodicidade. (b) Ausência do	
	desvanecimento devido a aquisição de poucos ciclos do sinal.	102
Figura 4.13	Instrumentação eletrônica utilizada na realização das medições.	103
Figura 4.14	Analisador de impedâncias da HP modelo 4192A.	103

vii

- Figura 4.15 Transdutor piezoelétrico do tipo *bender* extraído de um tweeter comercial:
 (a) foto frontal onde observa-se o eletrodo à esquerda conectado no metal entre as duas cerâmicas. (b) foto da parte posterior mostrada em (a).
 105
- Figura 4.16 Transdutor piezoelétrico do tipo bender colado a um cone de material plástico. 106
- Figura 4.17 Formas de onda triangular obtidas através do método de baixo índice de modulação ao excitar o transdutor bilaminar com freqüência de 1 kHz e com amplitudes de pico iguais a: (a) 2 volts, (b) 3 volts, (c) 4 volts, (d)5 volts, (e) 6 volts e (f) 7 volts.
- Figura 4.18 Resultado gráfico do transdutor do tipo *bender* sem o cone de material plástico, utilizando o método de baixo índice de modulação, para uma excitação triangular com freqüência igual à 1 kHz (formas de onda da figura 4.17).
- Figura 4.19 Na coluna esquerda encontram-se formas de onda de excitação (1 kHz) e detectada adquiridas pelo osciloscópio digital e na coluna da direita encontram-se simulações que auxiliam na determinação da quantidade de picos por período do sinal detectado. As tensões de excitação de pico e o resultado do número de picos são respectivamente: (a) 0,5 volt e 1 pico, (b) 0,75 volt e 1,5 pico, (c) 1 volts e 2 picos, (d) 1,25 volts e 3 picos, (e) 1,5 volts e 3 picos, (f) 1,75 volts e 4 picos, (g) 2 volts e 4,5 picos, (h) 2,25 volts e 5 picos, (i) 2,5 volts e 5,5 picos, (j) 2,75 volts e 6 picos, (k) 3 volts e 6,5 picos, (l) 3,25 volts e 7 picos e (m) 3,5 volts e 8 picos.
- Figura 4.20 Gráfico de linearidade do transdutor do tipo *bender*, utilizando o método de contagem de picos, para uma excitação senoidal com freqüência igual a 1 kHz (formas de onda da figura 4.19).
- Figura 4.21 Formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda senoidal em 7 kHz e amplitudes de pico iguais à: (a) 1,5 volts, (b) 2 volts, (c) 2,5 volts, (d) 3 volts, (e) 3,5 volts, (f) 4 volts, (g) 4,5 volts, (h) 5 volts, (i) 5,5 volts e (j) 6 volts.
- Figura 4.22 Gráfico de linearidade do transdutor do tipo *bender*, utilizando o método de contagem de picos, para uma excitação senoidal com freqüência igual a 7 kHz (formas de onda da figura 4.21).
 117

viii

Figura 4.23 Espectros gerados pelo osciloscópio digital das formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda senoidal em 7 kHz e amplitudes de pico iguais à: (a) 325 mvolts, (b) 375 mvolts, (c) 425 119 mvolts, (d) 475 mvolts, (e) 525 mvolts, (f) 575 mvolts e (g) 625 mvolts. **Figura 4.24** Gráficos da função $f(\Phi_{c})$. (a) para solução $\Phi_{c} = 0,5933$ e (b) para solução 120 $\Phi_s = 1,1258.$ Figura 4.25 Resultado gráfico do transdutor do tipo bender, utilizando o método J_1/J_3 , para uma excitação senoidal com freqüência igual à 7 kHz (formas 121 de onda da figura 4.23). **Figura 4.26** Gráfico comparativo entre os métodos de contagem de picos e J_1/J_3 para 122 freqüência de excitação igual à 7 kHz. Figura 4.27 Gráfico da resposta em freqüência do transdutor do tipo *bender* utilizando o método de contagem de picos. 124 Figura 4.28 Gráficos da admitância elétrica do transdutor o tipo bender de c.c. à 70 kHz adquirido através do analisador de impedâncias. (a) real e imaginário e (b) módulo e fase. 125 Figura 4.29 Gráfico da admitância elétrica do transdutor o tipo bender de c.c. à 8 kHz adquirido através do analisador de impedâncias. 126 Figura 4.30 Piezocerâmica retangular em PZT – 5A 128 Figura 4.31 Gráfico da admitância elétrica da piezocerâmica em PZT – 5A obtido 129 através da fórmula (4.3). Figura 4.32 Respostas elétricas da cerâmica de 3mm de espessura medidas com analisador de impedâncias e simuladas com o software ANSYS. (a) curva da admitância elétrica e (b) curva da fase elétrica. 129 **Figura 4.33** Gráfico dos deslocamentos ΔL_{31} e ΔL_{33} , em módulo, para a piezocerâmica 130 PZT - 5A.Figura 4.34 Fotos do suporte onde foi fixado o atuador flextensional f1b820. (a) vista em perspectiva. (b) Tipo de engaste utilizado. (c) Vista frontal. (d) Vista lateral. 131

- Figura 4.35 Formas de onda de excitação em azul e detectada em amarelo adquiridas pelo osciloscópio digital utilizando o piezoatuador flextensional f1b820 com amplitudes de excitação iguais a: (a) 5 volts, (b) 6 volts, (c) 7 volts, (d) 8 volts.
- Figura 4.36 Resultado gráfico do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método, de baixo índice de modulação para excitações senoidais com freqüências iguais à 2 kHz (formas de onda da figura 4.35) e 10 kHz.
 133
- Figura 4.37 Formas de onda triangular obtidas através do método de baixo índice de modulação ao excitar o piezoatuador flextensional f1b820 com freqüência de 700 Hz e com amplitudes de pico iguais a: (a) 4 volts, (b) 6 volts, (c) 8 volts e (d) 10 volts.
- Figura 4.38 Resultado gráfico do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método de baixo índice de modulação para excitação triangular com freqüência igual a 700 Hz. (formas de onda da figura 4.37).
- Figura 4.39 Formas de onda triangular obtidas através do método de baixo índice de modulação ao excitar o piezoatuador flextensional f1b820 com freqüência de 270 Hz e com amplitudes de pico iguais a: (a) 3 volts, (b) 5,2 volts, (c) 7,2 volts, (d) 10 volts, (e) 12,4 volts e (f) 20,8 volts.
- Figura 4.40 Resultado gráfico da linearidade, em valores absolutos, do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método de baixo índice de modulação para excitação triangular com freqüência igual à 270 Hz. (formas de onda da figura 4.39).
- Figura 4.41Formas de onda triangular com problema de trajetória (*tracking error*)para freqüências de: (a) 815 Hz, (b) 1,8 kHz e (c) 2,8 kHz.139
- Figura 4.42 Simulação em Matlab do problema de *tracking error*. (a) Forma de onda triangular superposta à uma componente senoidal de alta freqüência. (b) resultado da superposição evidenciando o problema.
- Figura 4.43Formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com
forma de onda quadrada nas freqüências de: (a) 1 kHz, (b) 700 Hz e (c)
290 Hz.141

132

Figura 4.44Espectros gerados pelo osciloscópio digital das formas de onda detectadas
na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda quadrada nas
freqüências de: (a) 1 kHz, (b) 700 Hz e (c) 290 Hz.142

Figura 4.45 Resultado gráfico do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método J_1/J_3 para excitação senoidal com freqüência igual à 4,45 kHz. 143

- Figura 4.46 Espectros gerados pelo osciloscópio digital das formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda senoidal em 23 kHz e amplitudes de pico à pico iguais à: (a) 650 mvolts, (b) 750 mvolts, (c) 850 mvolts, (d) 950 mvolts, (e) 1050 mvolts, (f) 1150 mvolts e (g) 1250 mvolts.
- **Figura 4.47** Resultado gráfico do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método $J_1...J_4$ para excitação senoidal com freqüência igual à 23 kHz. 145
- Figura 4.48Gráfico da resposta em freqüência do piezoatuador flextensional f1b820utilizando o método de contagem de picos.147
- Figura 4.49 Formas de onda detectadas na saída do interferômetro para freqüências próxima da ressonância em 14 kHz. (a) f = 13 kHz, (b) f = 14,4 kHz e (c) f
 = 15 kHz
- Figura 4.50 Sinal detectado na freqüência de ressonância em 23 kHz. 148
- Figura 4.51 Gráficos da admitância elétrica do piezoatuador flextensional f1b820 de c.c. à 70 kHz adquirido através do analisador de impedâncias. (a) real e imaginário e (b) módulo e fase.
 Figura 4.52 Gráfico da admitância elétrica do piezoatuador flextensional f1b820 de c.c
- à 20 kHz adquirido através do analisador de impedâncias. 151

Índice de Tabelas

distintas.

Tabela 1.1	Deslocamentos necessários para produzir um desvio de 1º na	4
	fase da luz para freqüências distintas.	
Tabela 1.2	Variações do índice de refração do meio necessárias para	5
	produzir um desvio de 1° na fase da luz para freqüências	

Lista de Símbolos

λ	Comprimento de onda da luz no vácuo
$\Delta \phi$	Variação na diferença de fase óptica
ΔL	Variação no comprimento do ramo sensor
Δn	Variação no índice de refração
L	Comprimento do ramo sensor
n	Índice de refração do meio
f	Freqüência óptica
С	Velocidade da luz no vácuo
$J_n(x)$	Função de Bessel de primeira espécie e ordem n
d_{2}	Distância entre os planos α e β
$\vec{e}_i(\vec{r}_i,t)$	Campo elétrico i variante no tempo na forma temporal propagando-se na
	direção $\vec{r_i}$
ω	Freqüência angular da fonte de luz
$ec{E}_{0i}$	Campo elétrico <i>i</i> no plano $r = 0$.
\vec{r}	Vetor que descreve a frente de onda
\vec{k}	Vetor de onda que está na direção de propagação
$\vec{E}_i(\vec{r}_i,t)$	Campo elétrico i variante no tempo na forma fasorial propagando-se na direção
	$\vec{r_i}$
I(r,t)	Intensidade óptica ou irradiância variante no tempo e em função de r.
I_{DC}	Intensidade óptica constante
I_0	Intensidade óptica constante para o caso particular onde $\left \vec{E}_{01} \right ^2 = \left \vec{E}_{02} \right ^2$
I _{máx}	Intensidade óptica máxima
$\Delta I(t)$	Variação de intensidade óptica no tempo
F	Freqüência espacial das franjas de interferência
т	Associado a ordem da franja
V	Visibilidade
ϕ_r	Fase total do ramo de referência

ϕ_{s}	Fase total do ramo sensor
$\Delta \phi(t)$	Variação no tempo da diferença de fase óptica entre os ramos do interferômetro
Ν	Número de picos num período com valor superior a 0,5
ϕ_0	Termo de fase associado ao desvanecimento
$\Phi(t)$	Variação de fase total entre os braços do interferômetro no tempo
Φ_s	Índice de modulação PM
Q	Ponto quiescente
t_p	Instante onde $\Delta I(t)$ passa por um pico
$\phi_{_{pico}}$	Índice de modulação de pico
$\phi(t)$	Fase variante no tempo
ω_{s}	Freqüência angular do sinal modulante
x_1, x_2, x_3	Componentes cartesianas
\vec{k}_a	Vetor de onda da onda elástica
ū	Vetor de deslocamento de partículas
S_{ij}	Componente de deformação mecânica
T_{ij}	Componente de tensão mecânica
F_i	Componente de força
ΔA_j	Elemento de área
Κ	Constante elástica do material
$\Delta \ell$	Deformação na direção longitudinal
${\cal C}_{ijkl}$	Componente elástica de rigidez
S _{ijkl}	Componente elástica de flexibilidade
ρ	Densidade de massa
\vec{E}	Campo elétrico
\vec{D}	Deslocamento elétrico
\mathcal{E}_{ij}	Tensor permissividade dielétrica
e_{ijk}	Tensor piezoelétrico
$h_{_{ijk}}$	Tensor piezoelétrico que relaciona campo elétrico / deformação
$d_{_{ijk}}$	Tensor piezoelétrico que relaciona deformação / campo elétrico

$eta_{_{ik}}$	Tensor impermeabilidade dielétrica
E (sobrescrito)	a campo elétrico constante
S (sobrescrito)	a deformação mecânica constante
D (sobrescrito)	a deslocamento elétrico constante
T (sobrescrito)	a tensão mecânica constante
U_0	Amplitude do vetor deslocamento de partículas no plano $x = 0$
Ω	Freqüência angular da onda acústica
d	Espessura da amostra do transdutor piezelétrico citado no modelo circuital de
	Mason
V_{f}	Velocidade de fase da onda acústica
<i></i> и	Velocidade de partículas
Z	Impedância acústica
h	$h = \frac{e}{\varepsilon^{S}}$
J	Densidade de corrente de deslocamento
C_0	Capacitância do transdutor rigidamente preso
f	Tensão no secundário do transformador eletromecânico
$\mathcal{Z}_1 \ e \ \mathcal{Z}_2$	Impedâncias acústicas dos acessos mecânicos
$\mathcal{Z}_{e} \ e \ \mathcal{Z}_{g}$	Impedâncias mecânicas dos eletrodos externo e ground
Z_{in}	Impedância elétrica de entrada
\mathcal{Z}_{f}	Impedância da bobina
К	Coeficiente de acoplamento eletromecânico
f_a	Freqüência de anti-ressonância
f_r	Freqüência de ressonância
L_0	Comprimento inicial da amostra numa dada direção
λ_{a}	Comprimento de onda acústico
C_1, L_1, R_1	Elementos capacitivo, indutivo e resistivo relacionados a natureza
	eletromecânica e associados a parte de movimento do atuador piezoelétrico
Λ	Período espacial das franjas de interferência
l	Comprimento da piezocerâmica
W	Largura da piezocerâmica
t	Espessura da piezocerâmica

Lista de abreviaturas

EPUSP	Engenharia Politécnica da Universidade de São Paulo
PM	Modulação em fase (Phase Modulation)
ISCI	Injeção intracitoplasmática de células espermáticas
BS	Divisor de feixes (Beam Splitter)
BS1	Divisor de feixes 1
BS2	Divisor de feixes 2
М	Espelho (mirror)
M1	Espelho 1
M2	Espelho 2
S_1	Fonte pontual 1 de luz coerente do interferômetro de Young
S_2	Fonte pontual 2 de luz coerente do interferômetro de Young
α	Plano que contém as fontes pontuais de luz coerente do interferômetro de
	Young
β	Plano que contém o ponto A onde se superpõe os feixes de luz irradiados pelas
	fontes pontuais de luz coerente.
A	Ponto onde os feixes de luz se superpõe no plano β .
SiO2	Cristais de Quartzo
PZT	Titanato Zirconato de Chumbo
PbTiO2	Titanato de Chumbo
PbZrO3	Zirconato de Chumbo
BaTiO3	Titanato de Bário
c.c.	Corrente contínua
c.a.	Corrente alternada
HeNe	Hélio Neônio
FFT	Transformada Rápida de Fourrier (Fourrier Fast Transform)
SLP	Nível de pressão sonora
DEE	Departamento de Engenharia Elétrica
FEIS	Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

RESUMO

Os atuadores piezoelétricos convertem energia da forma elétrica para a forma mecânica. Tais dispositivos são amplamente utilizados em sistemas de ajuste de posição que exigem elevada resolução como, por exemplo, em microscopia de varredura, estágios de translação de espelhos, cabeças magnéticas de disco rígido, cancelamento de vibrações em mecânica de precisão, manipulação celular em biologia, etc. Neste trabalho, um atuador piezoelétrico flextensional, projetado pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP / Mecatrônica empregando o método de otimização topológica, é caracterizado experimentalmente através de medições de deslocamentos nanométricos, utilizando-se um interferômetro de Michelson homódino em malha aberta.

O princípio básico do interferômetro de Michelson é que um estímulo aplicado ao braço sensor induz um deslocamento de fase em relação ao braço de referência. Ambos os feixes são superpostos paralelamente no espaço, e a intensidade óptica resultante é convertida para uma tensão elétrica utilizando-se um fotodiodo, o qual é processada para obter um sinal proporcional ao estímulo. No presente trabalho, a demodulação do sinal é realizada aplicando-se três métodos diferentes: o de baixo índice de modulação, J_1/J_3 passivo e a técnica de contagem de franjas.

Idealmente, o termo de polarização de fase no interferômetro deveria permanecer constante, contudo, na prática, ocorrem problemas de desvanecimento, ou seja, flutuações ao longo de ampla faixa e durante breves períodos de tempo, devido a deriva aleatória induzida por perturbações ambientais. Com isso, a aplicação de uma quarta técnica, denominada $J_1....J_4$, proporciona uma medição linear do deslocamento de fase dinâmico no interferômetro homódino, independentemente das derivas de fase aleatórias devido a flutuações na temperatura e pressão ambientes, instabilidade da fonte laser e variações na visibilidade.

Em geral, o atuador flextensional é projetado para ser usado sob excitação elétrica em regimes estático ou quase-estático, com excitação harmônica abaixo da primeira freqüência de ressonância mecânica. Contudo, quando empregada com sinais arbitrários, como em sistemas de posicionamentos nanométricos, freqüências de ordem superior podem ser excitadas, e a linearidade entre o sinal de controle e o deslocamento correspondente é prejudicada. Por isso, é importante determinar a resposta em freqüência do piezoatuador, a fim de determinar suas freqüências de ressonância. Neste trabalho, as freqüências de ressonância são estabelecidas com o método interferométrico e são comparadas com as curvas de admitância obtidas com um analisador de impedâncias.

ABSTRACT

Piezoelectric actuators can convert electrical energy to mechanical form. These devices are widely used in positioning systems which demand high resolution, such as scanning microscopy, fast mirror scanners, disk drive magnetic head, microelectronic microlithography, vibration cancellation in precision mechanics technology, cell manipulation for biology applications, and others. In the present work a flextensional piezoactuator designed by the Group of Sensor and Actuators of the EPUSP/Mechatronics, using the topology optimization method, is experimentally characterized by the measurement of its nanometric displacements using an open loop homodine Michelson interferometer.

The basic principle in the Michelson interferometer is that an applied stimulus in one of its arm (the sensor arm) induces a phase shift relative to the other arm (the reference arm). Both beams are parallel superposed in space, and the resulting optical intensity is converted to electrical form by a photodiode, which is then processed to obtain a signal proportional to the stimulus. In the present work, the demodulation of this signal is realized by applying three different methods: low-index phase modulation, the passive J_1/J_3 , and the fringe counting techniques.

Ideally, the bias phase term in the interferometer should remain constant, but in practice it suffers from fading, that is, it can fluctuate in a wide range and during brief periods of time due to random drifts, induced by environment perturbations. So the application of a fourth technique, the $J_1...J_4$ method provides a linear, self-consistent and direct readout of the dynamic phase shift in the homodine interferometer, irrespective of random phase drifts due to ambient temperature and pressure fluctuations, source instabilities, and changes in visibility.

Generally, the flextensional actuator is designed to be used under electrical excitation in static regime, or in quasi-static regime, with harmonic excitation below the first mechanical resonance frequency. However, when employed with arbitrary signals, as in micrometric or nanometric positioning systems, higher resonance frequencies can be excited, and the linearity between the control signal and corresponding displacement is lost, causing tracking-errors. Thus it is important to know the piezoactuator frequency response, in order to determine its resonance frequencies. In this work, the resonance frequencies are obtained with the interferometric method which are also compared to the admittance curves obtained with an impedance analyzer.

Agradecimentos

Dificilmente conseguirei enumerar todas as pessoas que me ajudaram na conclusão deste trabalho, porém, devo citar aquelas que foram fundamentais e inesquecíveis durante todos esses anos.

Primeiramente devo agradecer a minha futura esposa Tatiana Andréia Silva Gonçalves por compartilhar todos os momentos de minha vida, fazendo o possível e o impossível para estar sempre perto de mim quando eu mais precisava.

Aos meus pais Wanda e Vital e aos meus irmãos João e Leandra por todos os momentos felizes que passamos juntos. Devo agradecer em especial a minha mãe no qual ofereceu seu colo nas horas de desespero.

À todas as pessoas da família da minha namorada Tatiana que rezaram por mim.

Ao meu orientador Prof.Dr. Cláudio Kitano que mudou a minha vida, me ensinou, educou, disciplinou e mostrou ser um grande amigo. Jamais esquecerei de todos os momentos que passamos, desde o primeiro dia no qual perdeu horas para apresentar os laboratórios, a biblioteca, o Departamento de Engenharia Elétrica e o Campus da Unesp. Muitíssimo Obrigado!

Ao Prof.Dr. Ricardo Tokio no qual muito me ajudou no desenvolvimento do trabalho através de contatos com o Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP e de sugestões importantes que contribuíram enormemente na finalização do meu mestrado.

Ao Prof.Dr. Gilder Nader e ao Prof. Dr. Emílio Neli no qual me receberam em São Paulo e cederam gentilmente o atuador que foi caracterizado no laboratório da FEIS.

Ao Prof. Dr. Aparecido A. de Carvalho pelos equipamentos cedidos e pelas contribuições importantes e ao amigo Prof. Dr. Origa que várias vezes me ajudou, inclusive abrindo as portas de sua casa para me hospedar.

A minha tia Nara e ao meu primo André que me acolheram nos momentos mais difíceis.

Aos meus amigos (as) Silvano Rossi (me ajudou muito no começo do mestrado), Tony Inácio, Marçal, Vander, Sakamoto, Éden, Vlademir, Adriano, Jurandir, Lídia, Carlão, Wesley e todos que convivi nestes anos.

À todos Professores e alunos do Laboratório de Caracterização elétrica do Grupo de Polímeros do DFQ da FEIS que me ajudaram na realizações de medidas com o medidor de Impedância.

Ao aluno Thiago que desenvolveu o software em Matlab para aquisição da forma de onda na tela do osciloscópio digital.

Aos técnicos Valdemir Chaves que desenvolveu todas as peças mecânicas de posicionamento dos interferômetros, ao Everaldo no qual me ajudou em todos os problemas quando se tratava da parte prática de eletrônica, ao José Aderson, ao Adilson e ao Hidemassa pela paciência quando precisei utilizar o laboratório de ensino.

As faculdades que leciono pela compreensão e ajuda financeira nas minhas viagens. E principalmente à Deus.

Dedicatória

Aos meus pais, à minha namorada Tatiana, ao meu irmão João, a minha cunhada Leandra e ao meu orientador Cláudio Kitano.

Capítulo 1 Introdução

A utilização do laser para caracterizar, de forma não destrutiva, propriedades mecânicas em sólidos, evidencia, em várias situações, vantagens significativas, relativamente a outras técnicas convencionais [1]. Uma dessas vantagens, muito expressiva, decorre da ausência de contato físico entre a instrumentação envolvida e o material ou dispositivo a ser caracterizado.

A invenção do laser em 1960, como fonte de elevada coerência, permitiu aplicar as técnicas utilizadas em microondas e telecomunicações, em óptica, estabelecendo-se a área hoje conhecida como optoeletrônica. Com isso, conceitos como modulação PM (*phase modulation*), interferência entre ondas eletromagnéticas e detecção por lei quadrática puderam ser aplicados a sensores ópticos como, por exemplo, o sensor interferométrico [2], [3].

Desde o princípio a interferometria óptica esteve associada à medição de grandezas físicas que demandam grande precisão. Um interferômetro óptico é um instrumento no qual dois ou mais comprimentos de caminho óptico podem ser comparados e medidos, na escala do comprimento de onda da luz, tipicamente de 1 µm. Quando feixes de luz mutuamente coerentes, propagando-se em dois ramos diferentes, incidem sobre um fotodetector de lei quadrática, a intensidade óptica resultante varia de acordo com a diferença relativa entre esses caminhos ópticos. Porém, esta dependência é não-linear [4].

Esta pesquisa tem por objetivo aplicar a técnica de interferometria óptica para análise de piezoatuadores flextensionais operando em regime harmônico. Estes dispositivos eletromecânicos são amplamente empregados em micro-manipuladores biológicos, em mecanismos de *disk drive*, em sistemas de alinhamento de microscópios, etc [5]. Portanto, operam como sistemas de posicionamento micrométrico e sub-micrométrico, tornando o interferômetro óptico um instrumento extremamente adequado para sua caracterização. Na seção a seguir, justifica-se de forma mais contundente a potencialidade da interferometria óptica em aplicações dessa natureza.

1.1 – Potencialidade da interferometria Óptica

Nos primeiros anos do século XX, as fontes de luz utilizadas em interferometria óptica eram constituídas de lâmpadas de vapor de mercúrio, acrescidas de filtros ópticos que isolavam a linha verde ($\lambda = 0,546 \mu m$) de seu espectro de emissão. Atualmente, utiliza-se o laser, que possui elevado grau de coerência temporal e espacial, bem como de monocromaticidade, direcionalidade e brilho, aprimorando-se cada vez mais as técnicas de medição. Entretanto, pergunta-se: qual seria a grande vantagem em usar laser ao invés de Rádio Freqüência (RF) ou microondas em interferometria? Nesta seção pretende-se discutir esta questão.

Encontram-se na literatura várias aplicações práticas da interferometria óptica como, por exemplo, em medições de grandezas físicas de natureza variada, na caracterização de materiais e em medições de deslocamentos e vibrações [1],[6],[7]-[9]. Quando usados como sensores são extremamente sensíveis a pequenas variações dos parâmetros físicos, relativamente aos demais sensores convencionais.

Os interferômetros mais conhecidos são o de Young, Mach-Zehnder, Michelson, Sagnac, Polarimétrico, Intermodal, Fabry-Perrot entre outros [7]. Nesta pesquisa, ênfase especial é dada ao estudo do interferômetro de Michelson, implementado em óptica volumétrica.

Em geral os sensores interferométricos possuem no mínimo dois ramos ou braços: um ramo sensor e um de referência. O ramo sensor será perturbado, induzindo-se assim uma variação na diferença de fase óptica $\Delta \phi$ entre os dois ramos. As perturbações podem ocorrer devido a deslocamentos ΔL ou de índice de refração Δn do meio, provocando a seguinte variação de fase óptica:

$$\Delta \phi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot (\Delta n \cdot L + n \cdot \Delta L), \qquad (1.1)$$

onde n é o índice de refração do meio do ramo sensor, L é o comprimento do ramo sensor e λ é o comprimento de onda da luz no vácuo.

Portanto, variações de fase óptica extremamente reduzidas podem ser detectadas, uma vez que λ é muito pequeno, da ordem de 1 µm. Os próximos parágrafos justificam esta afirmação.

Supõe-se, inicialmente, o caso hipotético de um sensor interferométrico usado para medir deslocamentos; portanto, a variação de fase ocorrerá devido à diferença de comprimento relativo entre os ramos. Com o objetivo de justificar a potencialidade da interferometria com laser, analisa-se qual o deslocamento necessário capaz de introduzir um desvio de apenas 1º na fase da luz para diversas freqüências de trabalho. Cita-se de antemão, que tal variação de fase óptica pode ser demodulada sem grandes dificuldades através de eletrônica convencional [7].

A título de ilustração, calcula-se este deslocamento para as seguintes freqüências: 1 MHz, 100 MHz, 1 GHz, 100 GHz e 10 THz, correspondentes às regiões de RF (as duas primeiras), microondas, ondas milimétricas e infravermelho, respectivamente. Por simplicidade, considera-se que o meio de propagação seja o vácuo (ou ar), ou seja, que n = 1.

Isolando-se somente a contribuição da diferença entre os comprimentos dos ramos, ΔL , sobre a variação da fase dada por (1.1), obtém-se:

$$\Delta \phi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \Delta L \,. \tag{1.2}$$

Porém, sabe-se que o comprimento de onda da luz no vácuo é $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{f}$ [m/s], onde f é a freqüência óptica, portanto, a equação (1.2) conduz a:

$$\Delta L = \frac{\Delta \phi \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot \pi \cdot f} \,. \tag{1.3}$$

Um desvio de 1° na fase da luz corresponde a $\Delta \phi = \frac{\pi}{180}$ rad, e assim, substituindose as freqüências de 1 MHz, 100 MHz, 1 GHz, 100 GHz e 10 THz em (1.3) têm-se os resultados mostrados na Tabela 1.1.

Freqüências	Deslocamentos
1 MHz	0,833 m
100 MHz	8,33 mm
1 GHz	0,833 mm
100 GHz	8,33 μm
10 THz	0,0833 µm

Tabela 1.1 – Deslocamentos necessários para produzir um desvio de 1º na fase da luz para freqüências distintas.

Analisando-se a Tabela 1.1 observa-se que, quando se trabalha com uma freqüência de 1 MHz, para conseguir um desvio de 1º na fase da luz é necessário haver um deslocamento relativo entre os braços do interferômetro de 0,833 m. Por outro lado, quando se trabalha com uma freqüência de 10 THz (onda óptica) é necessário apenas um pequeno deslocamento de 0,0833 µm. Portanto, operando-se o interferômetro na faixa óptica, torna-se possível detectar deslocamentos extremamente reduzidos, e assim, sensores de deslocamentos muito sensíveis podem ser implementados.

De forma similar, pode-se determinar também a variação do índice de refração do meio, necessária para produzir um desvio na fase da luz na ordem de 1°. Neste caso, considerando-se L constante para os dois ramos, observa-se que (1.1) torna-se:

$$\Delta \phi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \Delta n \cdot L \tag{1.4}$$

Supondo, a título de ilustração, um comprimento de ramo sensor igual a L = 1 m, obtêm-se os resultados mostrados na tabela 1.2.

Freqüências	Variações do índice de refração do meio
1 MHz	0,833
100 MHz	0,008
1 GHz	$8,333 \cdot 10^{-4}$
100 GHz	$8,333 \cdot 10^{-6}$
10 THz	8,333 \cdot 10^{-8}

Tabela 1.2 – Variações do índice de refração do meio necessárias para produzir um desvio de 1º na fase da luz para freqüências distintas.

Conclui-se que, usando-se radiação óptica no interferômetro, pequenas variações no índice de refração do meio, da ordem de uma parte por bilhão, podem ser detectadas empregando-se interferometria óptica. Assim, por exemplo, podem ser implementados sensores de temperatura com grande sensibilidade, uma vez que variações de temperatura alteram o índice de refração do meio e, conseqüentemente, a fase da luz.

1.2 – Algumas Aplicações dos Piezoatuadores

Conforme observado anteriormente, os piezoatuadores são utilizados com regularidade em sistemas de posicionamento onde exige-se elevada resolução, tais como: sistemas de varredura de microscópio, controle de posicionamento de espelhos de interferômetros, teste da cabeça de leitura magnética em *disk drive*, nano-metrologia, entre outros. A fim de adquirir noções sobre as ordens das grandezas envolvidas, dedica-se ênfase especial à discussão do piezoatuador em biotecnologia.

Aplicações em biotecnologia envolvem procedimentos como injeção pró-nuclear, injeção de blastocistos, injeção intracitoplasmática de células espérmicas (ISCI, *Intracytoplasmatic Sperm*) e transferência nuclear [10], [11], [12]. Nestes sistemas, a manipulação celular exige movimentos de pipetas rápidos, porém, suaves, para penetrar nas membranas celulares. Além disso, após a penetração, necessita-se de respostas rápidas do manipulador a variações na estrutura interna da célula, sem a necessidade de compensações freqüentes devido a atraso ou sobre-sinal (*overshoot*); ou seja, a eficiência da microinjeção depende do grau de fidelidade entre o comando manual (*joystick*) e o movimento da pipeta.

Tecnologias convencionais normalmente apresentam problemas de atrasos e *drift* dos estágios atuados hidraulicamente, ou de vibração e *overshoot* nos parafusos acionados por motores de passo. A maior parte dessas tecnologias, apresentam problemas associados a vazamento, ricochete, aquiescência e deriva, o que não ocorre quando são usados piezoatuadores.

Sistemas comerciais típicos produzem velocidades de até 1,5 mm/s (isto é, um curso de 300 μ m em aproximadamente 200 ms) [10]. A faixa operacional de deslocamento se estende entre 150 e 300 μ m, com resolução mínima de 60 nm.

Nos parágrafos a seguir, discute-se o caso da ISCI, correspondente ao processo de inserção mecânica de um espermatozóide inteiro ou do núcleo espermático isolado dentro do ooplasma, para aplicações em produção de transgênicos, multiplicação de animais com risco de extinção, inseminação artificial dentre outras [11]. Na figura 1.1 ilustram-se as pipetas de borosilicato, ferramentas que manipulam os ovócitos e espermatozóides durante o processo de microinjeção.



Fig 1.1 – Pipetas de borosilicato durante o processo de microinjeção [11].

A extremidade da pipeta de injeção de espermatozóides tem diâmetro interno entre 6 e 7 μ m, e externos entre 8 e 9 μ m, cuja ponta é clivada com ângulo de 45⁰. A pipeta de fixação dos ovócitos tem diâmetros externo e interno de 120 μ m e 30 μ m, respectivamente. Tipicamente, a micro-manipulação é conduzida em microscópio invertido, equipado com dois micro-manipuladores de movimentos grosseiros, com controle elétrico (parafuso micrométrico acionado por motor de passo), e dois micro-manipuladores hidráulicos de três dimensões, de controle manual e movimentos suaves. Nos micro-manipuladores são acopladas as pipetas de micro-manipulação, sendo uma para segurar o ovócito e outra para injetar o espermatozóide dentro do citoplasma do ovócito. Para fixação do ovócito e para microinjeção do espermatozóide normalmente é utilizado um sistema hidráulico. Para microinjeção, um ovócito é fixado na pipeta usando leve sucção, conforme ilustrado na Figura 1.2 a). A pipeta de injeção é empurrada firmemente contra a zona pelúcida até perfurá-la e estar bem dentro do ovócito, no qual é injetada a célula espermática, tal qual ilustra a Figura 1.2 b).



Fig 1.2 – Processo de microinjeção. (a) Ovócito não perfurado pela pipeta de injeção.(b) Ovócito perfurado pela pipeta de injeção na inserção de uma célula espermática.

Contudo, os procedimentos acima exigem grande habilidade manual do operador, tipicamente, sendo necessário um ano de treinamento [12]. Mesmo assim, a taxa de sucesso é muito baixa, sendo dependente da habilidade no controle da força e velocidade da manipulação. Manipuladores hidráulicos convencionais causam grande deformação na célula, devido à grande elasticidade da membrana, o que pode destruir o núcleo, sem mencionar o grau de contaminação da inserção quando se usa intervenção humana [13]. Segundo a referência [11], a utilização de métodos menos agressivos ao ovócito, como a utilização de micro-manipuladores piezoelétricos pode aumentar a taxa de sucesso das microinjeções. Proporcionando-se ajustes quantitativos de força e velocidade, pode-se automatizar a injeção celular a fim de ser altamente reprodutível, além de se eliminarem as contaminações.

Aplicações denominadas de grande velocidade, como a técnica de *solution switching*, exigem desempenhos que somente os atuadores piezoelétricos podem alcançar: deslocamentos entre 100 μ m e 300 μ m, em intervalos de tempo inferiores a 1 ms, e com tensões de alimentação da ordem de 150 V [14]. Sabe-se, da teoria de sinais e sistemas lineares, que uma forma de onda triangular com amplitude A e tempos de subida e descida iguais a τ , apresenta espectro com amplitude máxima na freqüência f=0, igual a A τ , e largura de banda 1/ τ . Isto significa que se for aplicado um sinal de tensão de controle com forma triangular de duração total $2\tau = 1$ ms, exige-se que o sistema tenha capacidade de resposta a componentes espectrais de até 1 kHz, isto é, a magnitude do espectro deve ser plana e a fase deve variar linearmente com f. Características adicionais desses manipuladores são: não-linearidade inferior a 6%, histerese inferior a 20% e primeira freqüência de ressonância elevada (acima de algumas centenas de Hz).

1.3 - Organização do Texto

O presente texto consiste de cinco capítulos incluindo este. No capítulo dois encontra-se a teoria de interferometria óptica, o qual contém as descrições dos interferômetros de Young, Mach-Zehnder e Michelson. Destacam-se também as técnicas de detecção de sinais como o método de contagem de franjas de interferência, o método de baixo índice de modulação e algumas técnicas de detecção homodinas passivas, no qual se incluem os métodos de J_1 máximo, J_1 nulo, J_1/J_2 , J_1/J_3 e o $J_1...J_4$.

No capítulo três trata-se da teoria da piezeletricidade e dos atuadores piezoelétricos. Nesse capítulo são apresentadas as equações constitutivas da elasticidade em meios piezoelétricos, o circuito equivalente de Mason e um resumo dos atuadores flextensionais.

No capítulo quatro apresentam-se os resultados experimentais envolvendo um transdutor piezoelétrico bilaminar e um atuador flextensional, caracterizados com os métodos interferométricos descritos no capítulo dois. Os interferômetros implementados são discutidos em detalhes, bem como, a obtenção de franjas de interferência.

No capítulo cinco encontra-se a conclusão do trabalho e as perspectivas futuras.

Capítulo 2 Interferometria Óptica e Métodos Interferométricos de Detecção de Sinal

Neste capítulo será abordada a teoria básica da interferometria óptica, descrevendo a formação de franjas de interferência e destacando algumas técnicas de detecção de sinal.

Apesar de não ser usual a utilização prática do interferômetro de Young, sua análise constitui uma importante etapa para a compreensão de arranjos interferométricos mais complicados como os interferômetros de Mach-Zehnder, Michelson e outros. Por isso, tal tipo de interferômetro será discutido primeiramente.

Após a análise do interferômetro de Young, serão estudados interferômetros de dois feixes como os interferômetros de Mach-Zehnder e o de Michelson dedicados à medição de deslocamentos e vibrações. Outros tipos de interferômetros, embora não menos importantes, não serão abordados neste trabalho.

Por fim, o texto retrata algumas técnicas de detecção utilizadas nos resultados experimentais desta dissertação. Destacam-se os métodos interferométricos de contagem de franjas de interferência, J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e o de baixo índice de modulação.

2.1 – Interferômetro de Young com Duas Fontes de Luz

A representação esquemática do interferômetro de Young é mostrada na figura 2.1. Esta configuração corresponde a duas fontes pontuais de luz coerente, S_1 e S_2 , localizadas sobre um plano α e com uma distância d_1 entre si. Estas fontes irradiam feixes de luz conforme mostrados na figura 2.1, que se superpõem no ponto A pertencente ao plano β , a uma distância d_2 do plano α .



Fig 2.1 – Representação do interferômetro de Young para duas fontes de luz.

Tendo como base a teoria de ondas eletromagnéticas propagando-se no espaço livre, pode-se realizar a análise do interferômetro de Young partindo-se do processo de formação de franjas de interferência entre as duas fontes ópticas.

O fenômeno de propagação do laser pode ser estudado a partir da sua componente de campo elétrico [15], admitindo-se uma variação harmônica no tempo. Embora as ondas irradiadas pelas fontes S_1 e S_2 tenham formas esféricas no campo próximo, no campo distante elas podem ser aproximadas por ondas planas devido ao pequeno valor de d_1 em comparação a d_2 . Assim, o campo elétrico é denotado por:

$$\vec{e}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$
(2.1)

para uma onda plana onde \vec{E}_0 é o vetor que fornece a amplitude e a polarização, ω é a freqüência da fonte de luz, \vec{r} é o vetor que descreve a frente de onda e \vec{k} é um vetor de onda que está na direção de propagação. O símbolo "•" denota produto escalar entre vetores. O módulo de \vec{k} representa a constante de fase da onda plana e é dado por $k = 2\pi/\lambda$ (admitindose propagação no ar), onde λ é o comprimento de onda da luz no vácuo.

Numa situação genérica admite-se que as fontes ópticas correspondam a freqüências diferentes, $\omega_1 \in \omega_2$, e assim, os feixes podem ser descritos no ponto A da figura 2.1 como:

$$\vec{e}_{1}(\vec{r}_{1},t) = \vec{E}_{01}\cos(\omega_{1}t - \vec{k}_{1} \cdot \vec{r}_{1})$$
(2.2)

$$\vec{e}_2(\vec{r}_2,t) = \vec{E}_{02}\cos(\omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2).$$
(2.3)

Na configuração da figura 2.1 supõe-se que a distância d_1 é pequena em relação a d_2 , satisfazendo assim a aproximação de paralelismo entre $\vec{k_1}$ e $\vec{r_1}$, e também entre $\vec{k_2}$ e $\vec{r_2}$ quando as ondas atingirem o ponto A. Portanto, os produtos escalares em (2.2) e (2.3) são aproximados por:

$$\vec{k}_1 \bullet \vec{r}_1 \cong k_1 r_1 \quad \text{e} \quad \vec{k}_2 \bullet \vec{r}_1 \cong k_2 r_2.$$
(2.4)

O campo total no ponto A da figura 2.1 é a soma vetorial dos campos produzidos pelas fontes S_1 e S_2 . Devido à aproximação dos produtos escalares em (2.4) a função superposição $\vec{e}(\vec{r},t)$ será denotada simplesmente por $\vec{e}(r,t)$. Substituindo (2.4) em (2.2) e (2.3) e executando-se a superposição, resulta:

$$\vec{e}_t(r,t) = \vec{E}_{01}\cos(\omega_1 t - k_1 r_1) + \vec{E}_{02}\cos(\omega_2 t - k_2 r_2).$$
(2.5)

Os cálculos simplificam-se quando é feita uma mudança na representação dos campos das fontes (2.2) e (2.3), da forma temporal para a fasorial:

$$\vec{E}_{1}(r_{1},t) = \vec{E}_{01}e^{j(\omega_{1}t - k_{1}r_{1})}$$
(2.6)

$$\vec{E}_{2}(r_{2},t) = \vec{E}_{02}e^{j(\omega_{2}t-k_{2}r_{2})}.$$
(2.7)

tal que $e_i(r_i,t) = \Re e\{\vec{E}_i(r_i,t)\}, i = 1, 2.$

Assim, pode-se escrever o campo total (2.5) conforme a notação fasorial equivalente:

$$\vec{E}_{t}(r,t) = \vec{E}_{01}e^{j(\omega_{1}t-k_{1}r_{1})} + \vec{E}_{02}e^{j(\omega_{2}t-k_{2}r_{2})}.$$
(2.8)

A intensidade óptica, ou irradiância $[W / m^2]$, é proporcional ao valor médio do vetor de Poynting, isto é, ao produto escalar do campo total pelo seu complexo conjugado (válido no caso de onda plana):

$$I(r,t) = \frac{\vec{E}_t(r,t) \cdot \vec{E}_t^*(r,t)}{2}$$
(2.9)

Substituindo (2.8) em (2.9) e executando o produto escalar, obtém-se (supondo-se que \vec{E}_{01} e \vec{E}_{02} sejam vetores puramente reais, sem fase inicial):

$$2I(r,t) = \left|\vec{E}_{01}\right|^{2} + \left|\vec{E}_{02}\right|^{2} + \vec{E}_{01}e^{j(\omega_{1}t-k_{1}r_{1})} \cdot \vec{E}_{02}e^{-j(\omega_{2}t-k_{2}r_{2})} + \vec{E}_{01}e^{-j(\omega_{1}t-k_{1}r_{1})} \cdot \vec{E}_{02}e^{j(\omega_{2}t-k_{2}r_{2})}$$
$$= \left|\vec{E}_{01}\right|^{2} + \left|\vec{E}_{02}\right|^{2} + \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}e^{j[(\omega_{1}-\omega_{2})t+k_{2}r_{2}-k_{1}r_{1}]} + \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}e^{-j[(\omega_{1}-\omega_{2})t+k_{2}r_{2}-k_{1}r_{1}]}$$
(2.10)

Através da relação trigonométrica $cos(a) = \frac{e^{ja} + e^{-ja}}{2}$ a equação (2.10) torna-se:

$$I(r,t) = \frac{1}{2} \{ \left| \vec{E}_{01} \right|^2 + \left| \vec{E}_{02} \right|^2 + 2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + k_2r_2 - k_1r_1] \}.$$
(2.11)

As duas primeiras parcelas no lado direito da equação (2.11) referem-se às intensidades das fontes individuais e sua soma é denominada de intensidade c.c. ou "*Bias*", enquanto a terceira parcela é proporcional ao produto de campos e refere-se ao termo de interferência. Esta parcela pode ser interpretada como uma distribuição espacial senoidal denominada *figura de franjas*, a qual será estudada em detalhes na próxima seção.

Caso os feixes ópticos tenham polarizações ortogonais, a terceira parcela da equação (2.11) se anula, restando apenas uma intensidade constante. Nesta situação, a intensidade óptica não conterá nenhuma informação relevante. Por outro lado, no caso dos feixes serem polarizados paralelamente, a terceira parcela será máxima. Qualquer informação relevante estará associada a esta variação de intensidade óptica.

2.2 – Franjas de Interferência

Um caso particular, embora muito importante, ocorre quando: $|\vec{E}_{01}|^2 = |\vec{E}_{02}|^2 = \frac{Io}{2}$, ou seja, quando as potências irradiadas das fontes forem iguais e possuírem mesma polarização. Nesta situação, (2.11) tornar-se-á:

$$\frac{I(r,t)}{Io} = \frac{1}{2} \{1 + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + k_2r_2 - k_1r_1]\}.$$
(2.12)

Da figura 2.1 pode ser extraída a seguinte relação geométrica:

$$\frac{r_2}{d_2} = \sqrt{1 + (\frac{x}{d_2})^2}.$$
(2.13)

onde x é a altura do ponto A.

Usando a expansão binomial $\sqrt{1+x^2} \cong 1+\frac{x^2}{2}$, para |x| < 1, na equação (2.13), sob a condição de $x \ll d_2$, tem-se:

$$r_2 \cong d_2 + \frac{x^2}{2d_2}.$$
 (2.14)

Pode-se obter r_1 de uma forma semelhante:

$$r_1 \cong d_2 + \frac{(x - d_1)^2}{2d_2}.$$
(2.15)

Substituindo as equações (2.14) e (2.15) em (2.12) resulta:

$$\frac{I(r,t)}{Io} = \frac{1}{2} \{ 1 + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + k_2(d_2 + \frac{x^2}{2d_2}) - k_1(d_2 + \frac{(x - d_1)^2}{2d_2})] \}.$$
 (2.16)

Admitindo-se que $(\omega_1 - \omega_2) \ll \omega_1$, pode-se fazer a seguinte aproximação em primeira ordem: $(k_1 - k_2) \ll k_1 \cong k_2 \cong k$. Sendo assim a equação (2.16) torna-se:

$$\frac{I(r,t)}{Io} = \frac{1}{2} \{ 1 + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \frac{kd_1^2}{2d_2} - \frac{kd_1}{d_2}x] \}.$$
(2.17)

Observa-se que (2.17) está associada a uma onda progressiva na direção x sobre o anteparo, ou seja, sobre o plano β na figura 2.1. Esta onda será responsável pelo surgimento das franjas de interferência (as quais são discutidas em detalhes adiante) com freqüência espacial F relacionada com derivada da fase de (2.17) [15]:

$$F = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kd_1 x}{d_2} - \frac{kd_1^2}{2d_2} \right) = \frac{1}{2\pi} \frac{kd_1}{d_2} \text{ [franjas/m]}.$$
(2.18)

Sendo
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
 escreve-se (2.18) como:

$$F = \frac{d_1}{\lambda d_2} \tag{2.19}$$

a qual indica com qual freqüência espacial as franjas estão distribuídas sobre o anteparo.

Tem-se um caso particular, também importante, quando $\omega_1 = \omega_2$, no qual a interferência é denominada de homódina. Nesta condição, (2.17) torna-se:

$$\frac{I(x)}{I_0} = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{kd_1^2}{2d_2} - \frac{kd_1}{d_2}x\right) \right]$$
(2.20)

a qual constitui uma onda estacionária na direção x e com freqüência espacial dada por (2.19).
A figura 2.2 ilustra, de forma esquemática, a distribuição de intensidade I(x) que seria estabelecida se os feixes fossem projetados sobre o anteparo (plano β da figura 2.1).

Os pontos de máximo da onda estacionária serão responsáveis por regiões de claros, enquanto os pontos de mínimo, por regiões de escuros, sobre o anteparo, conforme indica a ilustração da figura 2.3.

As regiões claras são locais onde as amplitudes das ondas superpostas somam-se em fase, isto é, construtivamente. Neste caso, a diferença de fase entre os dois raios é um múltiplo inteiro de 2π , ou seja, $2m\pi$. Nas regiões escuras, a diferença de fase é $(m + \frac{1}{2})2\pi$. O índice *m* está associado à ordem das franjas, conforme esquematizado na figura 2.3.



Fig 2.2 – Representação da onda estacionária na direção x sobre o anteparo.

As franjas de interferência podem ser observadas visualmente sobre um anteparo colocado a uma certa distância das fontes. Porém, será adequado a utilização de um fotodetector a fim de observar de forma precisa a onda progressiva formada sobre o anteparo devido à diferença de fase entre as frentes de onda.

Conforme visto anteriormente, no caso onde $\omega_1 \neq \omega_2$, no qual o interferômetro opera em configuração heteródina [9], a intensidade óptica é dada pela equação (2.17), e representa uma onda progressiva na direção x sobre o anteparo. Nesta condição é possível

observar visualmente o deslocamento das figuras de franjas, desde que $(\omega_1 - \omega_2)$ seja da ordem de poucos rad/s. Caso contrário, este deslocamento só pode ser percebido com o auxílio de fotodiodos rápidos. Neste relatório, entretanto, ênfase especial é dada à configuração homódina, onde $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.



Fig 2.3 – Figura de franjas no anteparo.

2.3 – Visibilidade

Uma grandeza muito importante em interferometria é a visibilidade, pois influencia diretamente na amplitude do termo de interferência.

Reescrevendo a equação (2.11) numa forma mais adequada, obtém-se:

$$I(r,t) = \frac{\left|\vec{E}_{01}\right|^2 + \left|\vec{E}_{02}\right|^2}{2} \left\{ 1 + \frac{2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}}{\left|\vec{E}_{01}\right|^2 + \left|\vec{E}_{02}\right|^2} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + k_2r_2 - k_1r_1] \right\}$$
(2.21)

A visibilidade, V, é definida como a grandeza que multiplica o cosseno da equação (2.21), ou seja:

$$V = \frac{2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}}{\left|\vec{E}_{01}\right|^2 + \left|\vec{E}_{02}\right|^2}$$
(2.22)

a qual informa sobre as potências das fontes e o grau de paralelismo dos campos.

Logo a equação (2.11) ficará na forma geral:

$$I(r,t) = I_{DC} \{ 1 + V \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + k_2r_2 - k_1r_1] \}$$
(2.23)

sendo $I_{DC} = \frac{\left|\vec{E}_{01}\right|^2 + \left|\vec{E}_{02}\right|^2}{2}.$

Para o caso $\left|\vec{E}_{01}\right|^2 = \left|\vec{E}_{02}\right|^2 = \frac{Io}{2}$ e mesma polarização de feixes visto anteriormente, a

visibilidade será unitária V=1, e a equação (2.23) conduz à equação (2.12).

Pode-se observar, através das equações (2.22) e (2.23), que a visibilidade depende da polarização das fontes e das suas intensidades ópticas. Logo, para se obter uma boa visibilidade ($V \cong 1$) é necessário que as duas fontes do interferômetro de Young, possuam a mesma polarização, bem como, intensidades ópticas semelhantes.

Na figura 2.4a mostra-se franjas de interferência com boa visibilidade, onde observase regiões claras e escuras bem definidas. Por outro lado, na figura 2.4b ilustra-se franjas de contraste ruim, ou seja, com visibilidade tendendo a zero.



Fig 2.4 – Franjas de interferência. (a) Com visibilidade próxima da unidade. b-) Com visibilidade próxima de zero.

Deve ser lembrado que uma grandeza que também pode influenciar a visibilidade é o grau de coerência da fonte óptica [7], [15]. Entretanto, como neste trabalho foi empregado um laser de He-Ne, cujo comprimento de coerência é elevado, não houve preocupação em inserir este parâmetro na análise. Ressalta-se que tal procedimento não seria admissível se a interferometria fosse com diodo laser, por exemplo.

2.4 – Interferômetro de Mach-Zehnder

Na figura 2.5 encontra-se esquematizada a configuração do interferômetro de Mach-Zehnder [2].



Fig 2.5 – Configuração do interferômetro de Mach-Zenhder em óptica volumétrica.

Neste interferômetro o feixe do laser é divido igualmente, através de um divisor de feixe (*beam splitter*) BS1, em dois ramos, sendo um denominado de ramo de referência (ramo 1) e outro de ramo sensor (ramo 2). Estes feixes irão percorrer caminhos ópticos separados até serem refletidos pelos espelhos M1 e M2 e se recombinarem por um segundo divisor de feixes BS2. O feixe recombinado pode ser projetado sobre um anteparo ou sobre um fotodiodo (posicionado em $x = x_0$).

Cada *beam-splitter* mostrado na figura 2.5 tem forma de cubo, e consiste de dois prismas separados por um revestimento de reflexão parcial. Sua função é dividir um feixe de luz, tendo como resultado um feixe na mesma direção do feixe incidente (incidência sem reflexão) e outro perpendicular ao feixe incidente (incidência com reflexão). Comercialmente, encontram-se *beam-splitters* com taxas de divisão de 50/50, 25/75 e outras.

No detalhe da figura 2.5 pode-se verificar que, na prática, os feixes sob recombinação constituem um interferômetro de Young, como aquele mostrado na figura 2.1. Como foi visto na seção 2.2, a recombinação faz surgir franjas de interferência.

Nesta seção será mostrado que a ocorrência de uma perturbação no ramo sensor dará origem a um deslocamento de franjas, segundo uma relação de proporcionalidade com a magnitude desta perturbação.

Considera-se que a saída do las er operando na freqüência ω pode ser representada pela equação:

$$\vec{E}_{out} = \vec{E}_0 e^{j\omega t} \tag{2.24}$$

e que o divisor de feixe BS1 não altera o estado de polarização dos feixes ópticos ao promover a divisão de feixes, assim como, nenhum dos elementos nos ramos sensor e de referência.

Ao percorrer o ramo de referência, o raio de luz acumula uma fase total denominada ϕ_r (que leva em conta reflexões nos espelhos e caminhos ópticos percorridos), e, o raio no ramo sensor acumula fase ϕ_s . Estas duas fases são estáticas na ausência da perturbação sobre o ramo sensor. Por outro lado, diante de uma perturbação sobre o ramo 2, deve ser considerada uma diferença de fase adicional, definida como $\Delta \phi$, e assim, os campos após o segundo divisor de feixe serão representados por:

$$\vec{E}_1 = \alpha_1 \vec{E}_0 e^{j(\omega t + \phi_r)} \tag{2.25}$$

para o ramo de referência e,

$$\vec{E}_2 = \alpha_2 \vec{E}_0 e^{j(\omega t + \phi_s + \Delta \phi)} \tag{2.26}$$

para o sensor. Os fatores $\alpha_1 e \alpha_2$ são números entre 0 e 1, que estabelecem a razão de divisão de potência óptica nos divisores de feixe 1 e 2.

Portanto, ao emergirem do recombinador BS2, os dois feixes podem ser interpretados como as duas fontes pontuais do interferômetro de Young mostrado na figura 2.1, dadas por:

$$\vec{E}_{1} = \vec{E}_{01} e^{j(\omega t + \phi_{r})} \tag{2.27}$$

e

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} e^{j(\omega t + \phi_s + \Delta\phi)} \tag{2.28}$$

com fases iniciais $\phi_r = \phi_s + \Delta \phi$ para os ramos de referência e sensor, respectivamente. Por simplicidade de notação foi considerado que $\vec{E}_{01} = \alpha_1 \vec{E}_0$ e $\vec{E}_{02} = \alpha_2 \vec{E}_0$.

Além disso, é interessante analisar o caso particular do interferômetro homódino cujas potências ópticas nos ramos sensor e de referência sejam iguais, ou seja, quando $\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02}$. Sob estas hipóteses, e procedendo a uma análise similar àquela realizada na seção 2.2, pode-se demonstrar que a intensidade óptica sobre o anteparo da figura 2.5 é dada por:

$$I(x,t) = \frac{I_0}{2} \{1 + \cos[\frac{kd_1x}{d_2} - \frac{kd_1^2}{2d_2} + \phi_r - \phi_s - \Delta\phi]\}$$
(2.29)

onde $I_0 = \left| \vec{E}_{01} \right|^2 = \left| \vec{E}_{02} \right|^2$.

A equação (2.29) informa que sobre o anteparo será projetada uma intensidade óptica c.c. (brilho de fundo, uniforme e constante) superposta a uma intensidade óptica que varia senoidalmente com x. Esta última corresponde às franjas de interferência, tal qual no interferômetro de Young. Esta senóide, por sua vez, possui termos de fases estáticas $\left(\frac{kd_1^2}{2d_2}, \phi_r e \phi_s\right)$, as quais, na ausência de perturbação ($\Delta \phi$) causam uma simples defasagem (estática) na figura de franjas. Por outro lado, na presença de uma perturbação $\Delta \phi$, deve ser acrescida uma fase adicional à figura de franjas, o que causa um movimento (deslocamento) de franjas. Para valores de $\Delta \phi = 2\pi$ rad, ocorre o deslocamento de uma franja completa na direção +x. Se $\Delta \phi$ for variável no tempo, ou seja, $\Delta \phi = \Delta \phi(t)$, as franjas se movimentam continuamente sobre o anteparo.

O movimento das franjas causado por $\Delta\phi(t)$ pode ser observado visualmente se o laser operar na região visível e se a variação de $\Delta\phi(t)$ com o tempo for suficientemente lenta. Caso contrário, se o laser operar com radiação não-visível ou se $\Delta\phi(t)$ variar rapidamente com *t*, recomenda-se usar um fotodetector (fotodiodo) que responda a radiação óptica com largura de banda suficiente. Assim, posicionando-se um fotodiodo em $x = x_0$, como mostrado na figura 2.5, será induzida uma corrente de saída proporcional à intensidade óptica *I* dada por:

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \{1 + \cos[\Delta\phi(t) - \phi_0]\}$$
(2.30)

onde

$$\phi_0 = \frac{k \, d_1 x_0}{d_2} - \frac{k d_1^2}{2 d_2} + \phi_r - \phi_s \tag{2.31}$$

é uma fase estática.

2.5 – Interferômetro de Mach-Zehnder Modificado para Medição de Deslocamentos

Uma aplicação do interferômetro de Mach-Zehnder refere-se à medição de deslocamentos, variando-se o comprimento de caminho óptico de um de seus braços, conforme esquematizado na figura 2.6. Neste caso, o ramo sensor terá alterado o seu comprimento óptico em relação ao ramo de referência à medida que o prisma é deslocado.

Observa-se que o movimento do prisma constitui a perturbação no sensor. Como em interferometria trabalha-se com luz laser, cujo comprimento de onda é de poucos micrometros e cuja velocidade é da ordem de $3 \cdot 10^8$ m/s, este tipo de medição é extremamente sensível, conforme visto no capítulo 1. Deslocamentos da ordem de um milésimo de comprimento de onda óptico produzirão alterações na fase da luz na ordem de 1°, o qual poderá ser detectado eletronicamente.

No caso particular onde a modulação de fase óptica é causada pelo deslocamento do prisma igual a ΔL variando-se o caminho óptico de $2\Delta L$, a intensidade óptica deverá obedecer às equações (2.29) ou (2.30), sendo que:

$$\Delta \phi = kn2\Delta L = \frac{4\pi n\Delta L}{\lambda}.$$
(2.32)

Usando-se, por exemplo, um laser de He-Ne no qual $\lambda = 0,6328$ µm, e considerando-se que a porção do ramo sensor que sofrerá deslocamento está imerso no ar (n = 1), então, o movimento de uma franja completa ($\Delta \phi = 2\pi$ rad) sobre o anteparo, corresponde a um deslocamento do prisma igual a $\Delta L = \frac{\lambda}{2} = 0,315$ µm. O movimento de N franjas completas, corresponde a um deslocamento do prisma de $\frac{N\lambda}{2}$. O uso de fotodiodos para auxiliar no processo de contagem de franjas pode proporcionar melhor exatidão na medida, conforme será discutido adiante.



Fig 2.6 – Interferômetro de Mach-Zehnder para medir deslocamentos.

O interferômetro de Mach-zender é mais adequado para medir variações de caminho óptico devido a Δn conforme (1.4), uma vez que tal aplicação não causa tantos problemas associados a desalinhamentos no sistema.

2.6 – Interferômetro de Michelson

O interferômetro de Michelson, mostrado na figura 2.7, opera somente com um divisor de feixes (BS) e com dois espelhos (M1 e M2), tornando-se mais simples de ser alinhado e, conseqüentemente, mais econômico que o Mach-Zehnder. Mesmo assim, o alinhamento tem que ser executado com muita precisão. A separação entre feixes representada na figura foi exagerada a fim de facilitar a visualização das suas trajetórias.

Ao emergirem do divisor de feixe BS e seguirem em direção ao fotodetector, os feixes novamente formam um interferômetro de Young (conforme ilustra o detalhe na figura 2.7).

Sendo este um interferômetro homódino e dividindo o feixe em potências iguais $(\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02})$, a intensidade óptica novamente será descrita por (2.29) ou (2.30). O interferômetro de Michelson detecta uma variação de fase $\Delta \phi$ multiplicada por 2, pois cada feixe percorre os braços 2 vezes. Portanto, se o espelho no ramo sensor se deslocar de $\Delta L/2$, a equação (2.32) ainda se aplica.



Fig 2.7 – Interferômetro de Michelson na sua forma original.

Um grande problema neste interferômetro é que parte dos feixes dos dois ramos retorna ao oscilador laser de uma forma indesejada, ocorrendo realimentação e uma forte modulação na intensidade do laser. Uma forma de corrigir este problema será mostrada na próxima seção, onde utilizam-se prismas para desviar o feixe de luz que retorna ao laser [16].

2.7 – Modificação do Interferômetro de Michelson para Corrigir oProblema de Retorno do Feixe de Luz ao Laser

Conforme dito anteriormente, um grande problema encontrado no interferômetro de Michelson é a realimentação da luz diretamente ao laser, provocando uma intensa modulação em amplitude.

Um arranjo é proposto para solucionar este problema, com o auxílio de prismas, conforme mostrado na figura 2.8 [16]. Observa-se que, nesta situação a luz não retorna de forma indesejada para a fonte.



Fig 2.8 – Interferômetro de Michelson modificado para corrigir o retorno do feixe de luz ao laser.

O arranjo com interferômetro de Michelson mostrado na figura 2.8 também permite implementar o processo de contagem reversível de franjas, que distingue o sentido do movimento do espelho deslocando-se numa dada direção, desde que os sinais de saída para os fotodiodos estejam defasados de 90°. Contudo, na prática, dois sinais de saída do interferômetro não costumam se apresentar em quadratura, a não ser para certos arranjos ocasionais. Entretanto, a referência [17] discute que dois sinais com ângulos de fase arbitrários entre si podem ser combinados através de um circuito elétrico para dar origem a um terceiro sinal em quadratura com um deles. A partir daí, desenvolve-se um circuito do tipo Schmitt Trigger para converter os sinais cossenoidais, em quadratura de fase, em sinais com forma de onda quadrada, podendo assim implementar um circuito lógico capaz de distinguir o sentido do movimento das franjas.

2.8 – Problemas de Desvanecimento

Um problema presente nos arranjos interferométricos é a instabilidade do termo de fase ϕ_0 na equação (2.30), associada a turbulências externas, tais como: flutuações térmicas aleatórias, variações de densidade do ar onde se encontra o arranjo interferométrico (por exemplo, devido à temperatura corporal das pessoas no ambiente), vibrações ambientais de baixa freqüência, etc.

No caso ideal, o termo ϕ_0 , conforme definido em (2.31), dado em (2.30) deveria permanecer estático. Entretanto, variações mínimas de caminho óptico no trajeto dos ramos sensor ou de referência, podem tornar ϕ_s ou ϕ_r variáveis.

Estas perturbações ambientais provocam variações espúrias na intensidade do sinal detectado e, em certas circunstâncias, causam movimento aleatório das franjas de interferência, mesmo quando o interferômetro não está sendo excitado ($\Delta \phi = 0$). Este problema é denominado desvanecimento ou *fading* e acontece justamente devido à extrema sensibilidade dos sensores interferométricos, exigindo-se que o ambiente de operação seja devidamente controlado.

Na análise que se segue, supõe-se que a intensidade óptica em função da fase total seja genericamente representada pela equação:

$$\frac{I(t)}{I_0} = \frac{1}{2} \{1 + \cos[\Phi(t)]\}$$
(2.33)

onde $\Phi(t) = \Delta \phi(t) + \phi_0$ é a função que descreve a variação da fase total entre os braços do interferômetro no tempo, $\Delta \phi(t)$ é a variação de fase entre os dois ramos que se deseja medir e ϕ_0 passa a ser associada ao desvanecimento. Na figura 2.9 apresentam-se a curva de transferência da intensidade óptica (2.33), e a excursão de um sinal do tipo $\Delta \phi(t) = \Phi_s \operatorname{sen}(\omega_s t)$ para dois valores de $\phi_0: \frac{\pi}{2}$ e 2π rad. A amplitude Φ_s é denominada de índice de modulação PM.



Fig 2.9 – Curva de transferência da intensidade óptica para regime de sub-franjas.

Para $\phi_0 = n \frac{\pi}{2}$, sendo *n* um número inteiro e ímpar, obtém-se sensibilidade de detecção de fase máxima, pois opera-se na região mais linear da curva de transferência. Esta situação é denominada de operação em *quadratura de fase*.

Por outro lado, para $\phi_0 = n\pi$ sendo *n* inteiro, opera-se numa condição onde o sinal de saída é uma versão distorcida da entrada, sendo aproximadamente nulo.

Portanto, é desejável operar o interferômetro numa condição de quadratura de fase, com ponto quiescente Q_1 estabelecido conforme o da figura 2.9, onde $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$. Nesta condição, ocorre uma transferência em proporção direta da informação contida na fase relativa $\Delta \phi(t)$, do domínio óptico para o domínio elétrico, gerando-se a corrente de fotodiodo i(t) proporcional à variação de intensidade óptica $\Delta I(t)$. Entretanto, se o ponto quiescente não permanecer estável, devido às perturbações aleatórias externas agindo sobre ϕ_0 , excursiona-se sobre a curva de transferência causando-se distorção ou cancelamento da intensidade óptica de saída, tal qual ocorre em Q_2 (para $\phi_0 = 2\pi$).

Em várias aplicações, os ângulos de interesse para $\Delta \phi(t)$ que se desejam medir podem se encontrar abaixo de 1 rad, contudo, o ângulo ϕ_0 pode sofrer variações de dezenas de radianos em poucos segundos. Tipicamente, ϕ_0 oscila abaixo de centenas de Hz.

Para fins ilustrativos, nas figuras 2.10a e 2.10b ilustram-se simulações em Matlab, de dois sinais interferométricos, o primeiro correspondendo a um sinal $(\Delta \phi(t))$ com freqüência de excitação igual a 5 kHz somado a uma perturbação senoidal (ϕ_0) de 200 Hz, e o segundo, com excitação de 500 Hz somado com a mesma perturbação senoidal, para um período de aquisição igual a 0.2 ms e 2 ms, respectivamente.



Fig 2.10 – Sinais interferométricos somados a uma perturbação de 200 Hz. a) Com freqüência de excitação de 5 kHz e período de aquisição de 0,2 ms. b) Com freqüência de excitação de 500 Hz e período de aquisição de 2 ms.

Como mostra a simulação, a influência do desvanecimento é menos intensa quando a freqüência de excitação da amostra é elevada.

Ressalta-se, contudo, que este é um problema que surge não porque a interferometria óptica é ineficiente; muito pelo contrário, surge porque ela é extremamente sensível. Além disso, o desvanecimento é um dos principais tópicos de pesquisa em interferometria, na investigação de arranjos que atenuam ou cancelam o seu efeito sobre o sinal detectado. Justifica-se, assim, a expressiva quantidade de esforço analítico e experimental, intervindo-se sobre as partes mecânicas, ópticas ou no processamento eletrônico de sinais, que é registrado em grande número de publicações, para resolver o problema do desvanecimento e permitir a operação do interferômetro no ambiente de campo [1], [3], [7], [9].

2.9 – Métodos de Detecção de Sinais Interferométricos

Nesta seção, serão abordados os métodos de detecção de sinais utilizados nas medições deste trabalho. Neles se incluem o método de baixo índice de modulação, o de contagem de franjas de interferência e algumas técnicas passivas de detecção homódinas.

A utilização de cada método irá depender da amplitude da grandeza no qual se deseja medir. Caso a mesma seja muito pequena utiliza-se o método de baixo índice de modulação. Para a situação em que a amplitude da grandeza for suficientemente grande, garantindo operação em regime de multi-franjas, o método de contagem de franjas de interferência é ideal. Para medição valores intermediários pode-se utilizar as técnicas de detecção homódinas, descritas a seguir.

2.9.1 – Método de Baixo Índice de Modulação

Na figura 2.9, opera-se em regime de sub-franjas porque a amplitude de $\Delta \phi(t)$ é relativamente pequena. Se o interferômetro for usado para medir deslocamentos, estes tipicamente devem apresentar amplitudes inferiores a aproximadamente 300Å, no caso de se usar laser de He-Ne. Nesta forma de operação, trabalha-se com baixo nível de modulação e a componente c.a. da intensidade óptica, $\Delta I(t)$, é proporcional a $\Delta \phi(t)$ (conforme se observa na figura 2.9).

Um fator muito importante na aquisição das medidas no método de baixo índice de modulação é garantir a operação do interferômetro na condição de quadratura de fase, região na qual a curva de transferência tem resposta aproximadamente linear e possui sensibilidade de fase máxima. Portanto, ao efetuar a medição, busca-se a máxima amplitude no sinal adquirido por um osciloscópio (por exemplo). Na situação contrária, os valores obtidos apresentarão distorções na forma de onda detectada.

Usando-se trigonometria, supondo que a visibilidade é desconhecida e filtrando a componente c.c. da intensidade óptica, (2.30) pode ser rescrita como:

$$\Delta I(t) = \frac{VI_0}{2} \left[\cos(\Delta \phi(t)) \cos(\phi_0) + \sin(\Delta \phi(t)) \sin(\phi_0) \right]$$
(2.34)

onde V é a visibilidade. Assim, aplicando-se a condição $\phi_0 = \pi/2$ e $\Delta \phi(t) \ll 1$ (e conseqüentemente), $\cos(\Delta \phi(t)) \cong 1$ e $\sin(\Delta \phi(t)) \cong \Delta \phi(t)$ obtém-se:

$$\Delta I(t) \cong \frac{VI_0}{2} \Delta \phi(t) \tag{2.35}$$

evidenciando-se que $\Delta I(t)$ é proporcional a $\Delta \phi(t)$. A fim de calibrar o sistema, o fator $VI_0/2$ precisa ser determinado experimentalmente.

Por causa do desvanecimento, a utilização de um osciloscópio digital capaz de armazenar a forma de onda, em um determinado instante de tempo, torna-se extremamente adequada, a fim de confirmar que a operação esteja de fato em quadratura de fase.

A determinação do limite de amplitude do sinal, que garante a aplicação do método de baixo índice de modulação, pode ser observada quando o sinal no osciloscópio começar a distorcer, mesmo estando em quadratura de fase. Como exemplo tem-se as figuras 2.11a e 2.11b as quais mostram, respectivamente, uma onda triangular e senoidal distorcidas na saída do interferômetro. Sendo assim, pode-se perceber que a amplitude é muito grande, excedendo-se o limite de operação na região linear da curva de transferência. O que não ocorre quando opera-se na condição de quadratura de fase, região linear da curva de transferência, porém, com baixo índice de modulação como está ilustrado nas figuras 2.12a e 2.12b.



Fig 2.11 – Formas de ondas interferométricas distorcidas adquiridas pelo osciloscópio digital. No canal 1 está o sinal na saída do interferômetro e no canal 2 o sinal modulador. (a) Sinal de excitação triangular; (b) Sinal de excitação senoidal.



Fig 2.12 – Formas de onda com operação na condição de quadratura de fase e com amplitudes suficientemente pequenas, garantindo a operação na região linear da curva de transferência: (a) Sinal de excitação triangular. (b) Sinal de excitação senoidal.

A calibração do método para obtenção do índice de modulação pode ser realizada através dos seguintes passos:

1-) Ajustar o interferômetro para a condição de quadratura de fase ($\phi_0 = \pi/2$) obtendo, através de (2.34), a equação:

$$\Delta I(t) = \frac{VI_0}{2} \left[\operatorname{sen}(\Delta \phi(t)) \right]$$
(2.36)

2-) Aplicar um sinal $\Delta \phi(t)$ com forma de onda triangular e aumentar sua amplitude até atingir um valor de pico igual a $\pi/2$. Nesta situação, e a equação (2.36) conduz a uma intensidade máxima de pico igual a:

$$\operatorname{Im} \dot{a}x(t_{p}) = \frac{VI_{0}}{2} \left[\operatorname{sen}(\phi_{P_{ico}}(t_{p})) \right] = \frac{VI_{0}}{2} \left[\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] = \frac{VI_{0}}{2}$$
(2.37)

onde t_p é o instante onde $\Delta I(t)$ passa por pico.

Para garantir que a amplitude do sinal atinja um valor de pico igual a π / 2 deve-se aumentar a tensão de excitação e observar, através do osciloscópio, o surgimento de uma de uma pequena reentrância próxima ao pico (e ao zero) conforme ilustrado na figura 2.13. Após a realização do procedimento descrito acima, diminuir gradativamente a amplitude do sinal até que o resultado da intensidade óptica $\Delta I(t)$, vista através do osciloscópio, tenha forma de onda semelhante à uma senóide, como pode ser observado na figura 2.14 (senóide de cor azul).



Fig 2.13 – Curva de transferência da intensidade óptica para uma excitação com forma de onda triangular e índice de modulação um pouco maior que $\pi / 2$.



Fig 2.14 – Curva de transferência da intensidade óptica para uma excitação com forma de onda triangular e índice de modulação igual a $\pi / 2$.

3-) Medindo-se o valor de $\text{Im} \dot{ax}(t_p)$ pelo osciloscópio, determina-se o fator $VI_0/2$ (conforme estabelece (2.37)) que relaciona a amplitude da intensidade óptica com a amplitude do índice de modulação através de (2.35).

4-) Estando o sistema calibrado, realizam-se medições de índices de modulação para outras amplitudes de sinal de excitação. Ressalta-se porém, que as amplitudes do sinal $\Delta \phi(t)$ devem ser pequenas o suficiente para garantir proporcionalidade com $\Delta I(t)$, conforme ilustrado na figura 2.15.



Fig 2.15 – Curva de transferência da intensidade óptica para uma excitação com forma de onda triangular e índice de modulação igual a $\pi / 8$.

2.9.2 – Método de Contagem de Franjas de Interferência

Nos casos em que se utilizam os interferômetros para medição de deslocamentos superiores a aproximadamente 2500 Å, o valor de $\Delta\phi(t)$ poderá ser muito grande, operando além da região linear da curva de transferência. Este é o caso conhecido como regime de multi-franjas. Evidentemente, não existe mais uma relação de proporcionalidade entre $\Delta\phi(t)$, no domínio óptico, e $\Delta I(t)$ no domínio elétrico. Sendo assim, é conveniente recorrer ao método de contagem de franjas de interferência, onde conta-se o número de picos resultantes do sinal I(t) referente ao deslocamento ou vibração que se quer medir.

Considere-se, primeiramente, o caso particular onde o interferômetro é hipoteticamente usado para medição de fases proporcionais aos deslocamentos de espelhos. A representação da variação da diferença de fase entre os dois ramos pode ser dada pela equação (uma possibilidade para gerar tal dependência será discutida no capítulo 3):

$$\Delta\phi(t) = At \tag{2.38}$$

onde *A* é constante. Neste caso, a curva de transferência, o sinal modulador e a intensidade óptica resultante, aplicando-se (2.30), são representados na figura 2.16, a título de exemplo. Na figura adotou-se $\phi_0 = -\pi/2$, tal que, substituindo-se (2.38) em (2.30) obtém-se:

$$\frac{I(t)}{I_0} = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{sen}(At)].$$
(2.39)

O sinal modulador é uma reta entre $-\pi/2$ e 6π para o tempo entre 0 e 7 ms.

A figura 2.17 corresponde a uma vista em detalhe da intensidade óptica obtida da figura anterior.

Conforme se observa, o deslocamento das franjas de interferência ocorre num único sentido, e I(t) varia temporalmente segundo uma senóide, tal que, toda vez que o deslocamento produza uma fase $\Delta \phi$ que seja múltiplo de 2π , a intensidade I(t) passa por um pico. No exemplo em questão, o resultado do número de picos é igual a 3.



Fig 2.16 – Excursão do sinal modulador do tipo $\Delta \phi(t) = At$ sobre a curva de transferência e resultado da intensidade para operação em regime de multi-franjas.

Para obter o resultado do deslocamento em micrometros a partir do número de picos da função intensidade óptica, recorre-se a equação (2.32) supondo a luz se propagando no ar (n=1) e considerando o laser com comprimento de onda conforme visto na seção 2.5. Tanto para o interferômetro de Mach-Zehnder quanto para o de Michelson, o deslocamento medido corresponde à metade do deslocamento óptico da luz, portanto:

$$\Delta L = \frac{\lambda}{2}N\tag{2.40}$$

onde N é o número de picos.



Fig 2.17 – Gráfico da intensidade óptica para regime de multi-franjas com $\phi_0 = -\pi/2$ e sinal modulador do tipo $\Delta \phi(t) = At$.

Por outro lado, no caso de um sinal triangular positivo e periódico, além da rampa de subida deve-se considerar também a rampa de descida. Em tal situação, o número de picos por período de sinal triangular seria o dobro daquele obtido nas figuras 2.16 ou 2.17, porém, a amplitude do deslocamento medido ainda seria a mesma da rampa. Com isso, (2.40) precisa ser corrigido, sendo divido por 2, ou seja, $\Delta L = \lambda N/4$. Algo semelhante se aplica para um sinal senoidal, o qual será discutido a seguir.

Para um sinal de modulação senoidal a fase $\phi(t)$ tem forma geral:

$$\phi(t) = \Phi_s \operatorname{sen} \omega_s t \tag{2.41}$$

onde Φ_s é o valor de pico de $\phi(t)$, denominado de índice de modulação e ω_s é a freqüência angular.

Na figura 2.18 mostram-se simulações de formas de onda do sinal modulador em vermelho, da curva de transferência em verde e do resultado obtido da intensidade óptica normalizada em azul, aplicando-se (2.30), para uma excitação senoidal com amplitude $\Phi_s = 2\pi$. Neste exemplo ilustrativo, a quantidade de picos com valor superior a 0,5, num período de sinal de excitação, é igual a 4. A cor vermelha sobre a curva de transferência

indica a excursão do sinal modulador, que neste caso, produz uma variação na fase da luz bem maior em comparação ao do regime em sub-franjas.

A figura 2.19 corresponde a uma ampliação do gráfico da intensidade óptica (normalizada) da figura 2.18 onde estão indicados, em cores diferentes, os números de picos com valor superior a 0,5 referentes a cada sentido do deslocamento. Ressalta-se que este resultado foi obtido em regime de quadratura de fase.



Fig 2.18 – Excursão do sinal modulador senoidal sobre a curva de transferência e resultado da intensidade óptica para operação em regime de multi-franjas.

À luz do que foi discutido anteriormente, e considerando que o sinal senoidal apresenta semi-ciclos positivo e negativo, o valor do deslocamento (valor de pico) a ser medido relaciona-se com o número de picos (com amplitudes superiores a 0,5), contados por período de I(t), por:

$$\Delta L_{pico} = N \frac{\lambda}{8} \tag{2.42}$$

Para o exemplo mostrado na figura 2.19, conta-se N = 4 por período, e assim, $\Delta L_{pico} = 4\lambda/8 = \lambda/2$. Se for utilizado um laser de He-Ne ($\lambda = 0,6328 \,\mu\text{m}$), obtém-se $\Delta L_{pico} = (0,3164) \,\mu\text{m}$ para a amplitude de vibração.



Fig 2.19 – Gráfico da intensidade óptica para regime de multi-franjas com $\phi_0 = \pi/2$ e sinal modulador senoidal.

A grande vantagem do método de contagem de franjas ocorre quando a quantidade de picos é grande, pois o sinal modulador não precisa necessariamente estar em quadratura de fase. O máximo erro previsto neste caso é de um pico (com intensidade acima do valor de 0,5).

As figuras 2.19, 2.20 e 2.21 mostram exemplos da intensidade óptica resultante de um mesmo sinal modulador, para $\phi_0 = \pi/2$ (quadratura), $\phi_0 = \pi$ e $\phi_0 = \pi/4$ respectivamente. Nos dois primeiros casos apresentados, o resultado do número de picos (por período) com valor superior a 0,5 é o mesmo, porém, para o terceiro caso é diferente em um pico.

Neste exemplo, o erro de um pico pode ser significativo, mas, em se tratando de contagem de centenas de franjas o erro passa a ser muito pequeno. A título de ilustração, um erro de um pico (com valor superior a 0,5), segundo (2.42) é de apenas $\lambda/8$. No caso de laser de He-Ne, é igual a 0,6328 µm / 8 \cong 0,08 µm. Se a medição envolver, por exemplo, deslocamentos da ordem de dezenas ou centenas de micrometros, tal erro seria desprezível.



Fig 2.20 – Gráfico da intensidade óptica para regime de multi-franjas com $\phi_0 = \pi$ e sinal modulador senoidal.



Fig 2.21 – Gráfico da intensidade óptica para regime de multi-franjas com $\phi_0 = \pi/4$ e sinal modulador senoidal.

Para conseguir uma boa exatidão com o método de contagem de franjas de interferência, é conveniente que o número de picos detectados seja grande, devido a melhor resolução deste tipo de medida ser de um pico. Porém, em se tratando de óptica volumétrica

esta pode se tornar um fator limitante devido ao desalinhamento do interferômetro nos casos de medições de amplitudes elevadas, conforme será discutido no capítulo 4. Neste capítulo será discutido também que uma solução para este problema seria a implementação de um interferômetro em fibra óptica, onde se possibilitaria medir uma grande quantidade de picos sem a preocupação com desalinhamento do sistema.

Outra limitação refere-se à resposta em freqüência do fotodetector. Com o aumento do número de picos num período do sinal modulador, implica em se aumentar a freqüência do sinal detectado. Por exemplo, na figura 2.19, o sinal interferométrico detectado encontra-se numa freqüência de aproximadamente 5 vezes a do sinal de modulação. Caso o fotodetector não tenha banda suficiente para operar com um número excessivo de picos, ocorrem distorções, dificultando a interpretação do sinal interferométrico.

Tendo em vista esses problemas, no próximo item propõe-se uma solução para melhorar a exatidão do método quando não se tem um número muito elevado de picos num período de sinal.

2.9.3 – Aprimoramento da Exatidão do Método de Contagem de Franjas de Interferência

Conforme visto na seção anterior, o método de contagem de franjas de interferência torna-se mais viável quando o número de franjas deslocadas é grande. No entanto, pode-se definir valores intermediários para o número de franjas analisando a forma de onda detectada. Para que isso ocorra é preciso que o interferômetro opere necessariamente em regime de quadratura de fase, para que haja simetria na forma de onda.

A fim de esclarecer melhor a definição de valores intermediários de franjas de interferência, foi desenvolvido um programa em Matlab que simula a forma de onda de um sinal interferométrico a partir do fornecimento da quantidade de picos, num período de sinal de excitação, desejada pelo usuário.

Após a obtenção da forma de onda simulada, compara-se com a obtida experimentalmente, adquirida pelo osciloscópio digital. Neste caso, pode-se obter uma sensibilidade de meio pico (com valor acima de 0,5). A figura 2.22 mostra diversas formas de ondas simuladas no Matlab para diferentes quantidades de picos num período, na condição de quadratura de fase. As curvas em vermelho correspondem ao sinal de excitação, e as azuis ao sinal interferométrico detectado.



Fig 2.22 – Formas de onda de intensidade óptica obtidas para diferentes números de picos (N) num período. (a) N = 1; (b) N = 1,5; (c) N = 2; (d) N = 2,5; (e) N = 3; (f) N = 3,5.

Para amplitudes do sinal modulador muito pequenas, tem-se a condição de baixo nível de modulação, na qual o sinal detectado tem forma de senóide pura e, portanto, um só pico com valor maior que 0,5. Na figura 2.22a tem-se o caso N = 1 exatamente. Trata-se de uma função semelhante à senóide, porém, achatada nos pico e zeros. Assim, para qualquer

forma de onda com aparência senoidal, a menos que seja achatada nos extremos, adota-se 0 < N < 0.5, com um erro de 0.5 pico.

Para a condição onde o número de picos (com valor superior a 0,5) é tal que 1 < N < 2, tem-se um gráfico semelhante ao da figura 2.22b, onde se observa uma reentrância próximo ao pico (e ao zero) que torna-se mais profunda à medida que N aumenta. Quando N = 2 exatamente, as reentrâncias atingem o valor 0,5. Assim, para qualquer gráfico cuja aparência se encontre entre as das figuras 2.22a e 2.22c, adota-se que N = 1,5. Observa-se que, embora existam dois picos (com valor maior que 0,5), considera-se N = 1,5. Novamente, o erro máximo será de 0,5 pico.

Na condição 2 < N < 3 tem-se o gráfico da figura 2.22d, onde o número de picos (com valor maior que 0,5) se eleva para 3 por período de sinal modulador. Na figura 2.22e tem-se o caso N = 3 exatamente. Para quaisquer gráficos cujos aspectos encontram-se entre os das figuras 2.22c e 2.22e considera-se que N = 2,5. E assim sucessivamente.

Somente nas condições N inteiro, os pontos de máximo ou mínimos dos gráficos só podem assumir valores 0, 1/2 ou 1. O mesmo não acontece com valores de N intermediários.

Ao observar as formas de onda simuladas, pode-se dizer que o número de picos num período tem valor inteiro (N) somente quando se está na iminência do surgimento de mais um pico com valor acima de 0,5; caso contrário tem-se que o número de picos (N) vale N-0,5.

O próximo item trata das técnicas de detecção homodinas passivas, dentre as quais encontram-se os métodos: J_1 máximo, J_1 nulo, J_1/J_2 , J_1/J_3 e $J_1...J_4$. Estes métodos são usados para detecção de sinais com amplitudes intermediárias (entre 300Å e 2500Å aproximadamente, para o laser de He-Ne).

2.10 – Técnicas de Detecção Homodinas Passivas

Na linguagem dos sistemas de comunicação, na interferometria óptica ocorre modulação PM (*phase-modulation*), na qual a portadora é a luz e, portanto, pode ser analisada usando-se conceitos clássicos de comunicação.

Supõe-se, por simplicidade, que a intensidade óptica c.a. de um interferômetro, em função da fase total, seja representada pela equação abaixo:

$$I(t) = A\cos[\Phi(t)] \tag{2.43}$$

onde *A* é uma constante que contém informações sobre a visibilidade, potência óptica da fonte e responsividade do fotodiodo. O $\Phi(t)$ é a fase total em função do tempo, representada pela seguinte equação:

$$\Phi(t) = \Phi_s \operatorname{sen}(\omega_s t) + \phi_0.$$
(2.44)

onde Φ_s é o índice de modulação, ϕ_0 é a diferença de fase estática e ω_s é a freqüência do sinal de excitação.

A intensidade óptica (2.43), modulada em PM, pode ser expandida em série de funções como [18]:

$$I(t) = A\{\cos(\phi_0)[J_0(\Phi_s) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2\cdot n}(\Phi_s)\cos(2n\omega_s t)] - \sin(\phi_0)[2\sum_{n=0}^{\infty} J_{2\cdot n+1}(\Phi_s)\sin((2n+1)\omega_s t)]\}$$
(2.45)

onde $J_n(x)$ é uma função de Bessel de 1^a espécie e ordem *n*.

A partir da equação (2.45) aplicam-se os métodos de detecção descritos a seguir.

$2.10.1 - Método do J_1 Máximo$

O método conhecido como J_1 máximo consiste nos seguintes passos:

a-) Ajustar a condição $\cos(\phi_0) = 0$ e, conseqüentemente, $\sin(\phi_0) = 1$.

Esta etapa pode ser realizada variando-se o caminho óptico de um dos ramos e observando-se a intensidade óptica detectada, com o auxílio de um analisador de espectros, o cancelamento de todas as linhas espectrais com ordem n par. Na figura 2.23 mostra-se esquematicamente a tela do analisador com estas linhas anuladas.

O ajuste pode ser feito variando o caminho óptico do interferômetro (por exemplo, atuando sobre um dos espelhos) a fim de obter a condição $\phi_0 = m\frac{\pi}{2}$, onde *m* é ímpar.



Fig 2.23 – Tela do analisador de espectros. (a) Mostrando todas as componentes. (b) Com as linhas pares anuladas.

b-) Filtrar a componente fundamental (freqüência ω_s) e ajustar Φ_s até atingir $I_1(t)$ máximo.

Nesta situação, após ajustada a condição $\cos(\phi_0) = 0$ e filtrada a componente fundamental, extrai-se da equação (2.45) a seguinte componente fundamental (fazendo n=0):

$$I_1(t) = -2AJ_1(\Phi_s)\operatorname{sen}(\omega_s t).$$
(2.46)

Sabe-se, porém, que $J_1(\Phi_s)$ é máximo para $\Phi_s = 1,8$ rad e vale $J_1(1,8) = 0,5819$. Assim, a equação (2.46) torna-se:

$$I_1(t) = -I_1^{max} \operatorname{sen}(\omega_s t) \tag{2.47}$$

sendo $I_1^{max} = 2A(0,5819)$.

O valor de I_1^{max} pode ser medido num osciloscópio e, por conseqüência, determinase o valor da constante *A*, a partir do qual o sistema encontrar-se-á calibrado. Uma vez determinado *A*, procede-se a medição de Φ_s para o caso de interesse, fazendo:

$$I_1(t) = -2AJ_1(\Phi_s)\operatorname{sen}(\omega_s t) = B\operatorname{sen}(\omega_s t)$$
(2.48)

onde B é a medida da amplitude da componente fundamental na condição de quadratura de fase .

Portanto, (2.48) conduz a seguinte equação transcendental:

$$J_1(\Phi_s) = \frac{B}{-2A}.$$
 (2.49)

na qual o valor de Φ_s pode ser extraído das tabelas das funções de Bessel.

Os problemas deste método estão em ajustar Φ_s para obter I_1^{max} , e assim calibrar o sistema, bem como, em controlar as condições ambientais a fim de manter ϕ_0 na quadratura.

2.10.2 – Método do J₁ nulo

O método conhecido como J_1 nulo parte da hipótese que um estímulo externo aplicado a um dos braços do interferômetro, por exemplo, uma tensão V_1 que se relaciona ao ajuste de um dos espelhos, cause uma variação de fase óptica proporcional.

O método do J_1 nulo consiste nos seguintes passos:

a-) Independentemente de ϕ_0 , ajustar a tensão V_1 aplicada de modo que Φ_s conduza a $J_1(\Phi_s) = 0$. Ou seja, filtrar a raia na freqüência fundamental, ω_s , tal que:

$$I_{1}(t) = -2AJ_{1}(\Phi_{s})\operatorname{sen}(\omega_{s}t) = 0$$
(2.50)

Isto ocorre quando $\Phi_s = 3,832$, que corresponde a um deslocamento, para o laser de He-Ne, de :

$$\Delta L_1 = \frac{\lambda}{4\pi} \Phi_s = 192,97 \text{ nm}$$
(2.51)

b-) Admitir que exista linearidade entre $V_1 \in \Delta L_1$.

 $J_1(\Phi_s) = 0$, como mostra a figura 2.24.



Fig 2.24 – Reta que passa pelo ponto zero e pelo ponto onde $J_1(\Phi_s) = 0$.

Assim, para obter outros valores de deslocamento que não aquele onde $J_1(\Phi_s) = 0$, deve-se assumir a hipótese de linearidade entre $V e \Delta L$. O problema do método é se não houver tal linearidade no tipo medição realizada.

2.10.3 - Método do J_1/J_2

O método denominado de J_1/J_2 segue os passos semelhantes ao do J_1 máximo, contudo, torna desnecessária a etapa de determinação do fator de calibração A. Suas etapas são:

a-) Ajustar a condição $\cos(\phi_0) = 0$ ($e \ \sin(\phi_0) = 1$) $e \ filtrar a \ componente$ fundamental (ω_s):

$$I_1^{pico} = -2AJ_1(\Phi_s).$$
(2.52)

b-) Ajustar a condição $\cos(\phi_0) = 1$ ($e \ \sin(\phi_0) = 0$) $e \ filtrar a \ componente \ de segunda \ harmônica \ em \ (2 \cdot \omega_s)$:

$$I_2^{pico} = 2AJ_2(\Phi_s).$$
 (2.53)

c-) Resolver a equação transcendental:

$$\frac{I_1^{pico}}{I_2^{pico}} = -\frac{J_1(\Phi_s)}{J_2(\Phi_s)}.$$
(2.54)

Os valores de I_1^{pico} e I_2^{pico} podem ser medidos com auxílio de um analisador de espectros. A solução de (2.54) conduz à grandeza de interesse Φ_s .

A vantagem é que este método independe da constante A uma vez que é cancelada em (2.54); os problemas referem-se ao controle o ambiente (a fim de evitar o desvanecimento) e ao inevitável desalinhamento do interferômetro ao se realizar ajustes independentes para J_1 e J_2 , o qual pode alterar a visibilidade V entre uma medida e outra.

2.10.4 – Método do J_1/J_3

O método denominado J_1/J_3 independe de ajustes no interferômetro. Neste caso, deve-se filtrar somente as componentes em ω_s e $3\omega_s$, e resolver a equação transcendental abaixo:

$$\frac{I_1^{pico}}{I_3^{pico}} = \frac{J_1(\Phi_s)}{J_3(\Phi_s)}$$
(2.55)

Observa-se, através de (2.55) que o método é inume ao desvanecimento pois independe do termo ϕ_0 . Ressalta-se porém, que o método só é eficiente nos casos onde a 3^a harmônica tem amplitude suficiente para uma leitura precisa. Sendo assim, antes da medição, torna-se conveniente realizar um ajuste no interferômetro para obter a condição $\cos(\phi_0) = 0$, com objetivo de aumentar as magnitudes das harmônicas.

Conforme observado, alguns dos métodos discutidos até aqui não são totalmente imunes ao problema de desvanecimento, exigindo que o meio ambiente tenha características muito bem comportadas. Arranjos interferométricos com controle ativo de desvanecimento podem ser estudados na referência [7], porém, não serão implementados nesta pesquisa, uma vez que não são absolutamente necessários para se atingirem os objetivos propostos. No próximo item trata-se de um método denominado de $J_1...J_4$ o qual independe do valor do termo ϕ_0 . Trata-se de um método de compensação passiva do fading e que também é imune a variações na potência do laser e na visibilidade das franjas.

2.10.5 – Método do $J_1...J_4$

O método do $J_1...,J_4$ foi proposto em 1989 por Sudarshanam e Srinivasan, baseandose na relação de recorrência para funções de Bessel [19]:

$$J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \left(\frac{2n}{x}\right) J_n(x) .$$
(2.56)

Extraindo-se x de (2.56), para valores de n iguais a 2 e 3 sucessivamente, e multiplicando-se os resultados, obtém-se uma nova relação de recorrência:

$$x^{2} = 24 \frac{J_{2}(x)J_{3}(x)}{[J_{2}(x) + J_{4}(x)][J_{1}(x) + J_{3}(x)]}$$
(2.57)

Com base em (2.57) os autores do método propuseram executar as seguintes etapas:

a-) Filtrar as quatro primeiras harmônicas (ω_s , $2\omega_s$, $3\omega_s$ e $4\omega_s$).

Nesta situação extrai-se da equação (2.45) as seguintes componentes:

$$I_1 = -2A \operatorname{sen}(\phi_0) J_1(\Phi_s)$$
 (2.58 a)

$$I_2 = 2A\cos(\phi_0)J_2(\Phi_s)$$
 (2.58 b)

$$I_{3} = -2A \operatorname{sen}(\phi_{0}) J_{3}(\Phi_{s})$$
(2.58 c)

$$I_4 = 2A\cos(\phi_0)J_4(\Phi_s)$$
 (2.58 d)

b-) Realizar o cálculo:

$$24\frac{I_2I_3}{(I_2+I_4)(I_1+I_3)} = 24\frac{J_2(\Phi_s)J_3(\Phi_s)}{[J_2(\Phi_s)+J_4(\Phi_s)][J_1(\Phi_s)+J_3(\Phi_s)]} = {\Phi_s}^2$$
(2.59)

a partir do qual se extrai Φ_s .

Como pode ser observado pela equação (2.59), a determinação de Φ_s independe dos parâmetros $A \in \phi_0$. Nesta situação, pode-se dizer que este método é inume a variações na potência do laser, na visibilidade e ao desvanecimento causado por flutuações térmicas aleatórias e vibrações ambientais de baixa freqüência, tornando-o vantajoso em comparação às outras técnicas de detecção homódinas passivas.

Porém, existem algumas limitações no método, tais como:

1-) Para pequenos valores do índice de modulação Φ_s , as componentes em J_3 e J_4 tornam-se pequenas em comparação com as componentes em J_1 e J_2 . Assim, os valores das amplitudes de I_3 e I_4 , em escala logarítmica, podem ficar abaixo de -80 dB e, portanto, da mesma ordem de grandeza do ruído.

2-) Em segundo lugar, na equação (2.59), os valores de I_1 e I_3 não podem ser iguais a zero, logo, deve-se evitar operação em quadratura de fase, ou seja, $\phi = \pi/2$; o mesmo é válido para I_2 e I_4 em $\phi = 0$.

3-) Um problema adicional surge quando o índice de modulação torna-se muito grande, tal que os valores das funções de Bessel tornam-se negativos. Devido ao analisador de espectros mostrar somente as magnitudes das componentes espectrais (valores positivos), surgirão erros nos valores calculados de Φ_s quando uma das funções de Bessel se tornar negativa no denominador de (2.59). Uma solução para esse tipo de problema é proposta pela referência [20].

Ressalta-se entretanto, que os resultados obtidos pelo método $J_1...J_4$ neste trabalho operaram dentro de uma faixa adequada, onde estes problemas não influenciaram nas medidas.

Os métodos apresentados neste capítulo foram implementados e são discutidos com mais detalhes no capítulo 4, para avaliação da linearidade e resposta em freqüência das amplitudes de vibração de atuadores piezoelétricos.

No próximo capítulo realiza-se um resumo das características e das propriedades dos materiais piezoelétricos, abordando-se as equações da elasticidade, as equações piezelétricas e um estudo sobre atuadores piezoelétricos flextensionais.

Capítulo 3 Piezoeletricidade e Atuadores Piezoelétricos Flextensionais

Neste capítulo são abordados os princípios básicos da piezoeletricidade e apresentados os atuadores piezoelétricos do tipo flextensionais. Com o auxílio da interferometria óptica poder-se-á realizar a caracterização desses atuadores medindo-se as amplitudes dos micro-deslocamentos neles induzidos.

3.1 – Efeito Piezoelétrico

A piezoeletricidade, cujo nome vem do grego e significa "pressão por eletricidade", foi descoberta por Jacque e Pierre Curie no final de 1880. Esses pesquisadores descobriram que determinados cristais naturais geram um campo elétrico mediante a influência de uma força mecânica. Pouco tempo depois, descobriu-se que tal fenômeno é reversível, ou seja, quando um campo elétrico é aplicado através de um cristal ele sofre uma deformação física. Existem vários materiais piezoelétricos naturais como o quartzo, turmalina, sal de Rochelle e mesmo a madeira. Como os deslocamentos reais são muito pequenos, as aplicações práticas para piezoeletricidade demoraram a surgir. A primeira grande aplicação da piezoeletricidade se deveu ao advento do rádio, que se benefíciou dos cristais de quartzo vibrando na ressonância, capazes de proporcionar circuitos oscilantes com freqüências estáveis [21].

A primeira aplicação acústica para a piezoeletricidade surgiu na Segunda Guerra Mundial, em equipamentos de sonar, um sistema de detecção equivalente ao radar usado em aeronaves. Neste caso, um cristal piezoelétrico é acusticamente acoplado à água através de um diafragma metálico. Um rápido pulso de energia causa vibração do cristal, estabelecendo-se uma onda acústica, a qual exibe excelentes propriedades de propagação na água. Quando a onda acústica encontra um objeto, gera-se um sinal refletido, que retorna ao transmissor. Como o dispositivo piezoelétrico também opera como receptor, após o pulso inicial transmitido, ele é chaveado para o modo de recepção, detectando o sinal de retorno. O intervalo de tempo entre os sinais transmitido e recebido relaciona-se diretamente com a distância. O sal de Rochelle foi originalmente testado para tal aplicação devido à sua grande sensibilidade, porém, como exibia problemas de uso prático como, por exemplo, instabilidades por temperatura e umidade, resultou ser inviável.

A partir de modelos unidimensionais pode-se mostrar que o efeito piezoelétrico decorre da interação de forças de Coulomb com forças de natureza elástica (restauradoras). Somente as classes cristalinas que não exibem centro de simetria apresentam o efeito piezoelétrico.

Na figura 3.1 ilustra-se o efeito piezoelétrico em cristais de quartzo (SiO₂), cuja estrutura atômica é constituída por uma hélice que se estende ao longo da direção Z (perpendicular ao plano da página), com dois átomos de oxigênio (cargas negativas) e um de silício (carga positiva). No plano XY os átomos formam um hexágono que, no estado natural, isto é, na ausência de *stress*, têm carga total nula. Com isso, nenhum campo elétrico externo está presente. Por outro lado, aplicando-se uma força de compressão/tração na direção X do cristal, desfaz-se o balanço de cargas e a célula torna-se polarizada, gerando-se cargas elétricas externas nas faces dos eletrodos mostrados nas figuras 3.1 b) e 3.1 c). O mesmo ocorre para forças aplicadas na direção Y, porém, nada ocorre para forças aplicadas na direção Z. Este modelo também pode ser utilizado para explicar o efeito piezoelétrico inverso, no qual ocorre deformação do cristal quando campos elétricos externos são aplicados nas direções X ou Y. Neste texto, ênfase especial é dedicada ao efeito inverso, para geração de vibração acústica. Na faixa de interesse para dispositivos práticos, a magnitude dessa deformação é proporcional à intensidade do campo elétrico aplicado.

Pesquisas posteriores conduziram a uma família de materiais sintéticos que proporcionam elevada eficiência de conversão eletro-mecânica e que possuem características estáveis com a temperatura e umidade. Dentre esses citam-se o titanato-zirconato de chumbo (PZT), titanato de chumbo (PbTiO₂), zirconato de chumbo (PbZrO₃) e titanato de bário (BaTiO₃). Na realidade, estas cerâmicas não são verdadeiramente piezoelétricas, mas sim, exibem um efeito eletrostrictivo polarizado (um material deveria ser constituído por um monocristal para ser genuinamente piezoelétrico). A cerâmica é uma estrutura multicristalina constituída por um grande número de grãos de cristais orientados aleatoriamente. Esta orientação aleatória resulta no cancelamento do efeito piezoelétrico líquido.


Fig 3.1 – Efeito piezoelétrico no quartzo para forças aplicadas na direção X. a) Estado natural. b) Efeito da compressão. c) Efeito da tração.

Assim, ao contrário dos cristais naturais, o PZT deve ser processado a fim de torná-lo piezoelétrico. A maioria de seus domínios microscópicos precisam ser alinhados através da técnica conhecida como polarização (*poling*). Um campo elétrico c.c. originado por uma tensão elétrica elevada é aplicado momentaneamente através do material, em temperatura elevada, causando alinhamento dos domínios com o campo elétrico. Na figura 3.2 ilustra-se o procedimento de *poling*. Após a remoção deste campo, os domínios permanecem alinhados, a menos que seja aplicada uma tensão excessivamente alta ou um aquecimento acima de sua temperatura *Curie* (neste caso, a energia inserida nos domínios excede as forças internas de ligação que mantêm os domínios alinhados e o material torna-se, novamente, desalinhado) [22].



Fig 3.2 – Procedimento de *poling* para alinhamento dos domínios microscópicos.

Em operação, os domínios no interior da pastilha de PZT polarizado alteram levemente suas posições quando um campo elétrico externo é aplicado. Isto causa uma pequena deformação na geometria física da pastilha. Quando o campo é removido a pastilha

retorna à suas dimensões originais. Na Figura 3.3 são ilustrados modos básicos de vibração das piezocerâmicas, de acordo com a orientação da polarização (direção da seta) e da polaridade da tensão elétrica aplicada: a) Modo de expansão em espessura (*thickness expansion*); b) Modo transversal à espessura (*thickness shear*); c) Modo transversal à face (*face shear*).



Fig 3.3 – Modos de vibração das piezocerâmicas. a) Modo de expansão em espessura; b) Modo transversal à espessura; c) Modo transversal à face.

3.2 – Equações Constitutivas da Elasticidade para Meios não Piezoelétricos

Considere-se a seguir um meio material arbitrário através do qual propaga-se uma onda elástica. Neste capítulo, é dada ênfase à distribuição de forças de contato, isto é, forças que as partículas adjacentes a uma dada amostra elementar geram sobre a amostra. Formalmente, a polarização da onda elástica refere-se à orientação do deslocamento das partículas, em torno da posição de equilíbrio, em relação à direção de propagação. Se \vec{u} denotar o deslocamento da partícula em relação a sua posição de equilíbrio, tem-se:

a) Vibração longitudinal

Na onda elástica longitudinal as partículas oscilam (vibrações microscópicas) na mesma direção de propagação da onda (x_1). Na Fig. 3.4 ilustra-se este processo, onde \vec{K}_a refere-se ao vetor de onda da onda elástica, e onde $\vec{u} / / \vec{K}_a$ ou $\vec{u} / / K_a \hat{x}_1$.



Fig 3.4 – Vibração longitudinal

b) Vibração transversal

No caso de onda transversal, as partículas oscilam na direção perpendicular à direção de propagação da onda elástica (x_1) . Nas Figuras 3.5 a) e 3.5 b) ilustram-se este processo, nas quais $\vec{u} //\hat{x}_2$ e $\vec{u} //\hat{x}_3$, respectivamente.



Fig 3.5 – Vibração transversal. a) Polarização na direção x_2 . b) Polarização na direção x_3 .

Antes de prosseguir com a análise, é importante definir algumas grandezas físicas relevantes para a compreensão da elasticidade.

3.2.1 – Deformação Mecânica ou Strain

Sendo u o vetor deslocamento de partículas com três componente cartesianas $(u_i \rightarrow i = 1,2,3)$, cada qual podendo ser uma função das três componentes cartesianas do vetor \vec{r} ($x_i \rightarrow i = 1,2,3$), define-se deformação unidimensional longitudinal como [23]:

$$S_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \tag{3.1}$$

enquanto que, uma deformação de cisalhamento terá uma componente igual a:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$
(3.2)

A deformação mecânica ou *strain* é uma medida do deslocamento relativo de partículas num meio material. Com isso, é uma grandeza adimensional (ou porcentual).

Na figura 3.6 ilustra-se uma deformação longitudinal unidimensional e uma deformação de cisalhamento. É possível demonstrar que, no caso i = j, ocorre elongação do material, enquanto que, para $i \neq j$, ocorre rotação ou torção do material [24].



Fig 3.6 – Tipos de deformação. (a) deformação longitudinal, (b) deformação de cisalhamento.

Além de ser uma grandeza adimensional, o *strain* é um tensor de segunda ordem simétrico, no qual:

$$S_{ij} = S_{ji} \tag{3.3}$$

Considerando a deformação em todas as direções, pode-se descrever um tensor de segunda ordem S_{ij} na forma matricial [23].

$$\begin{bmatrix} S_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}.$$
 (3.4)

Sendo o tensor deformação mecânica simétrico ($S_{12} = S_{21}$, $S_{13} = S_{31}$ e $S_{23} = S_{32}$) a matriz (3.4) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} S_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix}.$$
 (3.5)

Na análise de elasticidade é prática comum usar a notação de índices reduzidos, que associa: (11) \rightarrow 1, (22) \rightarrow 2, (33) \rightarrow 3, (23) \rightarrow 4, (13) \rightarrow 5 e (12) \rightarrow 6. Assim, utilizando-se a notação de índices reduzidos: $S_{11} = S_1$, $S_{22} = S_2$, $S_{33} = S_3$, $S_{23} = S_4$, $S_{13} = S_5$, $S_{12} = S_6$, pode-se empregar notação matricial reduzida [23] para a matriz [S]

$$[S] = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix}$$
(3.6)

3.2.2 – Tensão Mecânica ou Stress

Com o auxílio da figura 3.7 serão definidas as componentes do tensor denominado tensão mecânica ou *stress*, T_{ij} , cuja dimensão é de força por unidade de área, N/m².

Na figura, a componente de força F_i , que atua na direção x_i , é aplicada sobre a área do elemento diferencial de volume cuja normal está na direção x_j . Desta forma, define-se a componente de *stress* T_{ij} como:

$$T_{ij} = \frac{\lim}{\Delta A_j} \to 0 \left(\frac{F_i}{\Delta A_j} \right)$$
(3.7)

ou seja, uma tensão mecânica aplicada sobre um elemento de área cuja normal \hat{x}_j , e que é gerada por uma força aplicada ao longo da direção x_i .



Fig 3.7 – Grandezas para a definição de stress.

Na figura 3.8 observa-se que associada à força F_3 , está a componente T_{33} , denominada de tensão mecânica longitudinal, e as componentes T_{31} e T_{32} denominadas de tensões mecânicas de cisalhamento, no qual se produz distorções na superfície do corpo.

Pode-se demonstrar que T_{ij} também é um tensor de segunda ordem, e, quando o meio está em equilíbrio de rotação, isto é, quando o torque externo é nulo, tem-se [25]:

$$T_{ij} = T_{ji} \tag{3.8}$$

ou seja, é simétrico.



Fig 3.8 – Força aplicada a um sólido, dando origem a três componentes de stress.

Em analogia com a deformação mecânica, a tensão mecânica também pode ser escrita utilizando um tensor de segunda ordem simétrico, ou então, na forma matricial reduzida:

$$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}$$
(3.9)

3.2.3 – Lei de Hooke

Sabe-se, da física elementar, que a lei de Hooke estabelece a relação entre a força e a deformação em um meio material. Na Figura 3.9 ilustra-se uma haste delgada submetida a uma força F e que sofre uma deformação $\Delta \ell$ na direção longitudinal. Segundo a física elementar tem-se $F = K.\Delta \ell$, onde K é a constante elástica do material. Contudo, observa-se que além da deformação devido à força de deformação, ocorrem também forças de cisalhamento nas direções transversais, o que não é previsto nesta equação simples. No presente estudo, considera-se que os materiais envolvidos possuam anisotropia mecânica arbitrária e, portanto, deve-se recorrer à lei de Hooke generalizada.



Fig 3.9 – Deformação em uma haste delgada.

Será considerado na análise, que o meio material comporta-se linearmente sob o ponto de vista elástico. Nesta situação, a Lei de Hooke generalizada estabelece que a relação entre os tensores *stress* e *strain* é dada por [23], [24]:

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \tag{3.10}$$

onde c_{ijkl} [N/m²] é um tensor de quarta ordem correspondente as constantes elásticas de rigidez do meio.

A rigidez corresponde à força capaz de produzir uma unidade de deformação na direção especificada. Os valores da matriz a ela associada dependem exclusivamente do material utilizado.

Em princípio, o tensor c_{ijkl} apresenta 3⁴=81 elementos e está associado a uma matriz 9x9. Contudo, como os tensores *stress* e *strain* são simétricos, isto é, $T_{ij} = T_{ji}$ e $S_{ij} = S_{ji}$, então:

$$c_{ijkl} = c_{jilk} \tag{3.11}$$

e assim, o número de elementos distintos da matriz reduz-se a 36. Considerações de simetria cristalina estabelecem quantos elementos serão nulos e qual a relação entre os remanescentes.

O tensor das constantes elásticas do material, em notação de índices reduzidos, tornase [23]:

$$c_{ijkl} = c_{mn} \begin{cases} i, j, k, l = 1, 2, 3\\ m, n = 1, 2, ..., 6 \end{cases}$$
(3.12)

e, com isso, a ordem da matriz reduz-se para 6x6. No caso de meio sólido elasticamente isotrópico, é dada por:

$$\begin{bmatrix} c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}$$
(3.13)

onde $c_{44} = \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12})$. Por exemplo, para o quartzo fundido (densidade $\rho = 2,2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$), tem-se $c_{11} = 78,5 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $c_{12} = 16,1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ e $c_{44} = 31,2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$.

Com isso, supondo um material isotrópico, ou seja, um material elasticamente equivalente em todas as direções, a equação (3.10) pode ser escrita na forma matricial [23]:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix}$$
(3.14)

A lei de Hooke também pode ser apresentada na sua forma inversa:

$$S_{ij} = S_{ijkl}T_{kl} \tag{3.15}$$

onde s_{ijkl} corresponde às constantes elásticas de flexibilidade, que é associada à inversa da matriz de rigidez.

Conforme dito anteriormente, um material piezoelétrico sofre alterações em suas dimensões quando um campo elétrico é aplicado. Por isso, a lei de Hooke por si só não é suficiente para descrever as propriedades de deformação de um corpo, pois não leva em conta o campo elétrico.

Nesse caso há necessidade de introduzir as contribuições do campo elétrico, \vec{E} , e do deslocamento elétrico, \vec{D} .

3.3 – Equações Constitutivas para Meios Piezoelétricos

O efeito piezoelétrico linear é uma propriedade exibida por certos materiais, que se manifesta através de uma polarização elétrica (geração de dipolos elétricos) quando o mesmo é submetido a uma distribuição de tensão mecânica, ou então, em forma de deformação mecânica, quando é submetido a uma distribuição de campo elétrico.

Agora, torna-se necessário escrever as equações constitutivas da elasticidade levando em consideração as propriedades mecânicas (lei de Hooke) e elétricas dos materiais piezoelétricos.

As relações constitutivas em materiais piezoelétricos relacionam grandezas elétricas $(E \ e \ D)$ e mecânicas $(S \ e \ T)$. É usual escolher $T \ e \ D$ como grandezas independentes, e assim, denota-se que T=T(S,E) e D=D(S,E). Quando o interesse é no efeito piezoelétrico linear, tais relações podem ser deduzidas a partir dos primeiros termos da série de Taylor:

$$T = \frac{\partial T}{\partial S}\Big|_{E=cons \tan te} \cdot S + \frac{\partial T}{\partial E}\Big|_{S=cons \tan te} \cdot E$$
(3.16 a)

$$D = \frac{\partial D}{\partial S}\Big|_{E=cons \tan te} \cdot S + \frac{\partial D}{\partial E}\Big|_{S=cons \tan te} \cdot E$$
(3.16 b)

Estas relações podem escritas de forma mais compacta se forem definidos os seguintes coeficientes:

$$c^{E} = \frac{\partial T}{\partial S}\Big|_{E=cons \tan te}$$
(3.17 a)

$$e^{E} = \frac{\partial D}{\partial S} \bigg|_{E=cons \tan te}$$
(3.17 b)

$$e^{S} = \frac{\partial T}{\partial E}\Big|_{S=cons \tan te}$$
(3.17 c)

$$\varepsilon^{S} = \frac{\partial D}{\partial E}\Big|_{S=cons \tan te}$$
(3.17 d)

Contudo, através de considerações termodinâmicas, é possível mostrar que $e^E = -e^S = e$, e assim, conclui-se que [26]:

$$T_{ij} = c_{ijkl}^{E} S_{kl} - e_{ijk} E_{k}$$
(3.18 a)

$$D_i = e_{ijk}S_{jk} + \varepsilon_{ij}^S E_j$$
(3.18 b)

onde c_{ijkl}^{E} refere-se às constantes elásticas de rigidez com campo elétrico constante ou nulo, ε_{ij}^{S} corresponde à permissividade com deformação constante ou nula e e_{ijk} é o tensor piezoelétrico.

O tensor piezoelétrico e_{ijk} é de terceira ordem e, para um dado material, somente algumas das componentes deste tensor são não-nulas.

Conforme discutido anteriormente, alguns materiais cristalinos apresentam o efeito piezoelétrico espontaneamente. Outros, porém, precisam passar por um processo de polarização elétrica para manifestar este efeito, como é o caso das cerâmicas piezoelétricas [5].

Piezocerâmicas, como aquelas em titanato zirconato de chumbo (PZT-4, PZT-5, PZT-7 e PZT-8) apresentam ferreletricidade através do processo de polarização elétrica.

Quando um campo elétrico é aplicado na direção de polarização (direção 3 ou do eixo z) de uma cerâmica piezoelétrica, os dipolos elétricos aumentam o alinhamento proporcionalmente `a tensão aplicada, alterando-se suas dimensões.

Com isso, os materiais piezoelétricos são, elasticamente e piezoeletricamente, anisotrópicos na direção 3 e isotrópicos no plano 12 (plano xy). As componentes do tensor permissividade dielétrica (ε_{ii}) do PZT são:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix},$$
 (3.19)

as constantes de rigidez elásticas (c_{iikl}) são:

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0\\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0\\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix},$$
 (3.20)

onde $c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$, enquanto que as constantes piezoelétricas de tensão mecânica (e_{ikl}) são:

$$\begin{bmatrix} e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.21)

onde os índices i = 1,2,3 indicam a direção do campo elétrico aplicado e os índices k,l = 1,2,3,4,5,6 indicam a direção da tensão mecânica produzida.

De forma análoga à lei de Hooke inversa para materiais não-piezoelétricos, podem ser obtidas equações inversas para (3.18), válidas para materiais piezoelétricos [26]:

$$S_{ij} = s_{ijkl}^{E} T_{kl} + d_{kij} E_{k}$$
(3.22 a)

$$E_i = -h_{ikl}S_{kl} + \beta_{ik}^S D_k \tag{3.22 b}$$

onde s_{ijkl} são as constantes elásticas de flexibilidade (inversa de matriz rigidez), h_{ijk} relaciona campo / deformação, d_{ijk} relaciona deformação / campo elétrico e β_{ik} é a impermeabilidade dielétrica (inversa da permissividade).

Como a matriz associada a s_{ijkl} é a inversa de c_{ijkl} , e esta última é diagonal, pode-se mostrar que ambas possuem a mesma forma geral:

$$\begin{bmatrix} s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}$$

Por outro lado, deve-se recorrer à termodinâmica a fim de demonstrar que [26]:

$$d_{mkl} = e_{mij} s_{ijkl}^E \tag{3.24}$$

A partir daí é possível obter a matriz associada a d_{mkl} para o PZT:

$$\begin{bmatrix} d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.25)

a qual tem a mesma forma da matriz [e] dada em (3.21). No caso de PZT's comerciais, tipicamente tem-se que d_{33} varia entre 450 x10⁻¹² e 650 x10⁻¹² m / V, enquanto d_{31} varia entre -200 x10⁻¹² e -300 x10⁻¹² m / V [5].

Com isso, aplicando-se (3.22a) obtém-se:

$$\begin{bmatrix} S_{1} \\ S_{2} \\ S_{3} \\ S_{4} \\ S_{5} \\ S_{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_{1} \\ T_{2} \\ T_{3} \\ T_{4} \\ T_{5} \\ T_{6} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{1} & E_{2} & E_{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.26)

(3.23)

A seguir são analisados alguns casos relevantes, nos quais $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 0$, ou seja, quando a amostra piezoelétrica está livre de tensões mecânicas externas, podendo deformar sem restrições.

Considere-se, primeiramente, o caso onde a única componente de campo elétrico presente está na direção 3, isto é, E_3 . Esta situação está mostrada na figura 3.10 a).



Fig 3.10 – Piezocerâmica polarizada. (a) campo elétrico com sentido oposto ao da polarização elétrica. (b) campo elétrico com o mesmo sentido ao da polarização elétrica. (c) campo elétrico perpendicular à direção da polarização elétrica.

Nesta situação obtém-se, de (3.26):

 $S_1 = d_{31}E_3$ (3.27 a)

$$S_2 = d_{31}E_3$$
 (3.27 b)

$$S_3 = d_{33}E_3 \tag{3.27 c}$$

$$S_4 = S_5 = S_6 = 0 \tag{3.27 d}$$

a partir do qual conclui-se que:

a-) Segundo (3.27 c) o coeficiente d_{33} se aplica quando o campo elétrico está ao longo do eixo de polarização (3) e a deformação ocorre na mesma direção (S_3). Quando E_3 aumenta, S_3 também aumenta (figura 3.10 a), ocorrendo o inverso quando E_3 diminui ou inverte de sinal (figura 3.10 b). Este é o modo denominado *thickness expander*, e que também foi mostrado na figura 3.3 a).

b-) Segundo (3.27 a-b) o coeficiente d_{31} se aplica quando o campo elétrico está ao longo do eixo de polarização (3), porém, considera-se a deformação ao longo dos eixos 1 ou 2. Devido ao sinal negativo de d_{31} , S_3 diminui quando E_3 aumenta, e vice-versa. Este é o modo *length expander*.

Esta análise permite concluir que, quando o PZT expande na direção 3, apresenta compressão nas direções 1 e 2 e vice-versa, conforme mostrado nas figuras 3.10 a) e b).

Uma outra situação interessante ocorre quando o corpo está livre para vibrar $(T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 0)$, com campo elétrico aplicado na direção 1 ou 2. Nesta situação, (3.26) conduz a :

$$S_1 = S_2 = S_3 = 0 \tag{3.28 a}$$

$$S_4 = d_{15}E_2$$
 (3.28 b)

$$S_5 = d_{15}E_1$$
 (3.28 c)

$$S_6 = 0$$
 (3.28 d)

Neste modo de operação (*thickness shear*), a aplicação de campo elétrico na direção 1, tem como conseqüência S_5 através de d_{15} . Esta é uma deformação de cisalhamento, semelhante a uma torção em torno do eixo 2, conforma mostrado na figura 3.10 c), e que também foi discutido na figura 3.3 b).

3.4 – Modelo Circuital Equivalente de Mason

Nesta seção assume-se que um único modo está se propagando no sistema. Estuda-se um modelo unidimensional que descreve as características elétricas de uma estrutura acústica. A utilização de analogia entre força e tensão elétrica e entre velocidade de partículas e corrente elétrica permite que se defina uma impedância acústica, como será discutido adiante. Um modelamento em termos de força em vez de tensão mecânica é justificável em vista que se opera com uma geometria unidimensional, e assim, ondas longitudinal e transversal são tratadas indistintamente. Considerando-se que x seja a direção de propagação da onda acústica, tem-se

$$\vec{u} = U_0 e^{j(\Omega t - K_a x)} \hat{a} \tag{3.29}$$

onde $\hat{a} = \hat{x}$ para onda com polarização longitudinal e $\hat{a} = \hat{y}$ (ou $\hat{a} = \hat{z}$) para onda com polarização transversal. Com isso, através de (3.1), a única componente de *strain* presente será

$$S = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{3.30}$$



Fig 3.11 – Estrutura do transdutor piezoelétrico. a) Aplicando-se uma tensão aos eletrodos excita-se uma onda acústica. b) Modelo analítico.

Considere-se, inicialmente, o arranjo mostrado na figura 3.11, no qual uma fatia delgada de material não-piezoelétrico, cujas faces são metalizadas, é inserida entre meios de propagação semi-infinitos. Por simplicidade, considera-se que um dos meios seja o ar. A espessura da amostra é d, e corresponde a uma fração do comprimento de onda acústico. Como d é muito pequeno, o campo elétrico está ao longo do eixo x, enquanto que os planos x = constante são planos equifásicos.

Admitindo-se que a coluna acústica tenha seção transversal com área A, e que as ondas acopladas sejam puramente longitudinais ou puramente transversais, calcula-se, utilizando (3.7), a força aplicada nas faces da amostra por:

$$F = -A.T \tag{3.31}$$

na qual T, a componente de stress, é dada por (3.10):

$$T = c.S = c.\frac{\partial u}{\partial x}$$
(3.32)

Substituindo-se (3.31) em (3.32), obtém-se

$$F = -A.c.\frac{\partial u}{\partial x}$$
(3.33)

Antes de prosseguir é conveniente estabelecer a expressão para a velocidade de fase v_f [m/s] da onda acústica com dependência temporal harmônica na frequência Ω :

$$v_f = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\Omega}{K_a} \tag{3.34}$$

onde K_a é o módulo do vetor de onda acústico. Por outro lado, a velocidade das partículas acústicas é dada por

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{3.35}$$

A partir de (3.34) extrai-se $\partial x/\partial t$, a qual pode ser usado em conjunto com (3.33) para se obter

$$F = -A.c.\frac{\partial t}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = -A.c.\frac{K_a}{\Omega} \cdot \dot{u}$$
(3.36)

onde \dot{u} foi obtida empregando-se (3.35). Com isso, para o caso de onda progressiva, pode-se definir a impedância acústica como:

$$\mathcal{Z} = \frac{c.K_a}{\Omega} \cdot A = c.\frac{1}{v_f} \cdot A \tag{3.37}$$

a qual permite reescrever (3.36) como

$$F = \mathcal{Z}.\dot{u} \tag{3.38}$$

Ressalta-se que, neste texto, Z é a razão entre força (e não stress) e velocidade de partículas.

O circuito equivalente para uma amostra delgada limitada pelos planos $x = x_1$ e $x = x_2$ pode ser deduzido a partir de relações entre as forças F_1 e F_2 e as velocidades de partículas. Como ocorrem reflexões acústicas em cada interface, haverá ondas propagando-se nas duas direções na fatia delgada (uma onda incidente propagando-se para a direita e sua reflexão propagando-se para a esquerda). As velocidades das partículas serão, então (suprimindo-se a dependência temporal):

$$\dot{u}_{1} = j\Omega \left(a.e^{-jK_{a}x_{1}} - b.e^{jK_{a}x_{1}} \right)$$
(3.39 a)

$$\dot{u}_2 = j\Omega \left(a.e^{-jK_a x_2} - b.e^{jK_a x_2} \right)$$
(3.39 b)

Os coeficientes *a* e *b* dependem do descasamento entre as impedâncias acústicas nas interfaces. A interação entre essas ondas causa as condições de ressonâncias que alteram sensivelmente as características elétricas dos dispositivos acústicos.

Inserindo-se expressões do tipo (3.39 a) ou (3.39 b) em (3.38), conclui-se que as forças nas interfaces serão do tipo:

$$F = jc.K_a.A (a.e^{-jK_ax} - b.e^{jK_ax}) = Z.(j\Omega a.e^{-jK_ax} - j\Omega b.e^{jK_ax})$$
(3.40)

onde *F* pode ser F_1 ou F_2 , enquanto *x* pode ser x_1 ou x_2 . Os fatores $j\Omega a$ e $j\Omega b$ em (3.40) podem ser determinados resolvendo-se o sistema (3.39 a-b), e valem

$$j\Omega a = \frac{\dot{u}_1 e^{jK_a x_2} - \dot{u}_2 e^{jK_a x_1}}{j2.\,\text{sen}(K_a d)}$$
(3.41 a)

$$j\Omega b = \frac{\dot{u}_2 e^{jK_a x_1} - \dot{u}_1 e^{jK_a x_2}}{j2.\,\text{sen}(K_a d)}$$
(3.41 b)

onde $d = x_2 - x_1$. Assim, para $x = x_1$, obtém-se

$$F_1 = \mathcal{Z} \cdot \left[\frac{\dot{u}_1}{j.tg(K_a d)} - \frac{\dot{u}_2}{j.\text{sen}(K_a d)} \right]$$
(3.42)

enquanto que para $x = x_2$, ocorre

$$F_{2} = \mathcal{Z}.\left[\frac{\dot{u}_{1}}{j.\text{sen}(K_{a}d)} - \frac{\dot{u}_{2}}{j.tg(K_{a}d)}\right]$$
(3.43)

Recorrendo-se à identidade trigonométrica

$$1/tg(K_a d) = 1/sen(K_a d) - tg(K_a d/2)$$
(3.44)

conclui-se que (3.42) e (3.43) podem ser reescritas como:

$$F_1 = \frac{Z}{j.\text{sen}(K_a d)} (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + (j.Z.tg \frac{K_a d}{2}).\dot{u}_1$$
(3.45 a)

$$F_2 = \frac{Z}{j.\text{sen}(K_a d)} (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) - (j.Z.tg \frac{K_a d}{2}).\dot{u}_2$$
(3.45 b)

As equações (3.45 a-b) também podem ser obtidas aplicando-se as leis de Kirchhoff ao circuito da figura 3.12, o qual constitui o circuito equivalente para a fatia de material considerada.



Fig 3.12 – Circuito equivalente mecânico para um transdutor não-piezoelétrico.

Como a amostra em questão não é piezoelétrica, o sistema torna-se indiferente ao deslocamento elétrico \vec{D} . Neste caso, o dispositivo constitui simplesmente uma representação a elementos concentrados de uma linha de transmissão ou linha de retardo acústica, com comprimento $K_a d$.

Por outro lado, no caso de materiais piezoelétricos, a componente de *stress* é expressa segundo (3.18 a) como:

$$T = c^{E} \frac{\partial u}{\partial x} - e.E \tag{3.46}$$

Além disso, a relação constitutiva para \vec{D} é dada por (3.18b), ou seja:

$$D = \varepsilon^{S} E + e \frac{\partial u}{\partial x}$$
(3.47)

Assim, extraindo-se E de (3.47) e substituindo-se em (3.46) obtém-se

$$T = c^{D} \frac{\partial u}{\partial x} - hD \tag{3.48}$$

no qual denominou-se

$$h = \frac{e}{\varepsilon^s}$$
(3.49 a)

$$c^{D} = c^{E} + \frac{e^{2}}{\varepsilon^{S}}$$
(3.49 b)

A partir de (3.48) pode-se concluir que as expressões deduzidas anteriormente também são válidas para materiais piezoelétricos, desde que se empregue T+h.D em vez de T. Além disso, como a componente normal do deslocamento elétrico D é constante, basta adicionar o termo hDA ao lado direito de (3.45 a) e (3.45 b) para se obter as forças:

$$F_1 = hDA + \frac{Z}{j.\text{sen}(K_a d)}(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + (j.Z.tg\frac{K_a d}{2}).\dot{u}_1$$
(3.50 a)

$$F_2 = hDA + \frac{Z}{j.\text{sen}(K_a d)} (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) - (j.Z.tg\frac{K_a d}{2}).\dot{u}_2$$
(3.50 b)

Considerando-se que a tensão V varia harmonicamente no tempo, a corrente I é devida somente à corrente de deslocamento, e vale:

$$I = J.A = \frac{\partial D}{\partial t}A = j\Omega DA \tag{3.51}$$

onde J é a densidade de corrente de deslocamento.

O valor da tensão V pode ser calculado integrando-se o campo elétrico confinado entre os eletrodos:

$$V = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \frac{Dd}{\varepsilon^S} - h (u_2 - u_1)$$
(3.52)

onde E foi extraído de (3.47). Substituindo-se D, deduzido de (3.51), em (3.52), e introduzindo-se as velocidades de partículas oscilando harmonicamente no tempo, conclui-se que

$$V = \frac{d}{j\Omega\varepsilon^{S}A}I - \frac{h}{j\Omega}(\dot{u}_{2} - \dot{u}_{1})$$
(3.53)

ou então, isolando-se I

$$I = j\Omega C_0 V - hC_0 (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) \tag{3.54}$$

onde

$$C_0 = \frac{\varepsilon^S A}{d} \tag{3.55}$$

O termo C₀ constitui a capacitância do transdutor rigidamente preso (*clamped*), uma vez que inclui a permissividade sob *strain* nulo (ε^{s}). A equação (3.54) descreve a porção de circuito à

esquerda do transformador mostrado na figura 3.13 Este constitui um transformador eletromecânico que se justifica a partir do fator hDA, presente nas expressões (3.50 a) e (3.50 b) para F_1 e F_2 , respectivamente. Portanto, a corrente no transdutor é composta por duas parcelas: a corrente de deslocamento através de uma capacitância C_0 , e a corrente devido à conversão de energia mecânica (efeito piezoelétrico).



Fig 3.13 – Transformador eletromecânico levando-se em conta o efeito piezoelétrico.

A partir de (3.51), verifica-se que

$$hDA = \frac{hI}{j\Omega} \tag{3.56}$$

Mostra-se, a seguir, que no caso de material piezoelétrico, o modelo de circuito T mostrado na figura 3.12 ainda é válido, desde que o termo hDA seja levado em conta. Isto será verdadeiro se a tensão f no secundário do transformador mostrado na figura 3.13, com relação de transformação $1:hC_0$, for igual a hDA.

De fato, considerando que a corrente no primário é $hC_0(\dot{u}_1 - \dot{u}_2)$, então, a corrente no secundário deve ser $(\dot{u}_1 - \dot{u}_2)$. Além disso, a tensão no secundário *f*, deve ser

$$f = hC_0(V_A - V_B) = hC_0[V - \frac{hC_0(\dot{u}_1 - \dot{u}_2)}{j\Omega C_0}]$$
(3.57)

Porém, a partir do circuito, observa-se que

$$hC_0(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) = j\Omega C_0 V - I \tag{3.58}$$

e, portanto, (3.57) torna-se

$$f = \frac{hI}{j\Omega} = hDA \tag{3.59}$$

exatamente igual a (3.56).

Com isso, conclui-se que o circuito eletromecânico, deduzido a partir das equações (3.50 a), (3.50 b) e das observações acima, corresponde àquele da figura 3.14 Este circuito é denominado modelo equivalente de Mason, e possui dois acessos mecânicos e um elétrico. O transformador com relação $I:hC_0$ representa a conversão de energia elétrica para acústica. Uma corrente acústica $(\dot{u}_1 - \dot{u}_2)$ está presente no secundário enquanto uma corrente elétrica *I* está presente no primário.



Fig 3.14 – Circuito equivalente eletromecânico para o transdutor piezoelétrico.

O capacitor em série negativo (- C_0) implica que se comporta, de fato, como um capacitor, isto é, sua reatância varia inversamente com a freqüência, porém, a sua magnitude é positiva, como um indutor. Observa-se que se $h \rightarrow 0$, o secundário é curto-circuitado e $V_{AB}=0$. Não há corrente no primário (e em $-C_0$), e o circuito reduz-se a um simples capacitor (C_0). Neste caso, não há acoplamento eletromecânico e a figura 3.14 reduz-se à figura 3.12.

O circuito equivalente completo para um dispositivo prático, como o mostrado na figura 3.11, pode agora ser estabelecido, e encontra-se desenhado na figura 3.15, onde Z_1 e Z_2

são impedâncias acústicas dos acessos mecânicos e Z_e e Z_g são as impedâncias mecânicas dos eletrodos externo e ground, respectivamente.



Fig 3.15 – Circuito equivalente completo para o transdutor piezoelétrico prático.

Em geral não é possível obter uma solução de forma fechada para a impedância elétrica de entrada, Z_{in} , exceto para poucos casos particulares. Um desses é o ressoador ideal, estabelecido quando as faces do material piezoelétrico estão livres de *stress* e o substrato é infinitamente espesso. Além disso, assumem-se camadas metálicas finas (acusticamente) o suficiente para serem desprezadas. Com isso, não haverá onda refletida e, portanto, nenhuma onda acústica estacionária será estabelecida no substrato (apenas o transdutor suporta ondas estacionárias).

A partir do circuito da figura 3.15 determina-se a impedância acústica $Z_f = f/(\dot{u}_1 - \dot{u}_2)$:

$$Z_{f} = j \frac{Z}{2} \left[tg(\frac{K_{a}d}{2}) - \frac{2}{\operatorname{sen}(K_{a}d)} \right]$$
(3.60)

ou então, simplificadamente

$$\mathcal{Z}_f = -j \frac{\mathcal{Z}}{2.tg(K_a d/2)} \tag{3.61}$$

A impedância da bobina $\mathcal{Z}_{\rm f}$, refletida ao primário, é reduzida pelo fator ($h^2 C_0^2$)

$$Z_{f1} = Z_f / h^2 C_0^2$$
(3.62)

e, com isso, mostra-se que a impedância elétrica de entrada, $Z_{in} = V/I$, será

$$Z_{in} = \frac{1}{j\Omega C_0} \left(\frac{\frac{Z_f}{h^2 C_0^2} - \frac{1}{j\Omega C_0}}{\frac{Z_f}{h^2 C_0^2}} \right)$$
(3.63)

Substituindo-se (3.37) em (3.61), e o resultado em (3.63), deduz-se que

$$Z_{in} = \frac{1}{j\Omega C_0} (1 - 2.\frac{h^2 C_0}{\Omega Z} tg \frac{K_a d}{2})$$
(3.64)

Avaliando-se o fator $h^2 C_0 / \Omega Z$ obtém-se

$$\frac{h^2 C_0}{\Omega \mathcal{Z}} = \frac{e^2}{\varepsilon^S c^D} \frac{v_f}{\Omega d} = \kappa^2 \cdot \frac{v_f}{\Omega d}$$
(3.65)

onde
$$\kappa^2 = \frac{e^2}{\varepsilon^S c^D}$$
 (3.66)

é chamada de coeficiente de acoplamento eletromecânico.

Substituindo-se (3.65) em (3.64), determina-se a expressão final para Z_{in} :

$$Z_{in} = \frac{1}{j\Omega C_0} \left(1 - \kappa^2 \frac{tg \frac{\Omega d}{2v_f}}{\frac{\Omega d}{2v_f}} \right)$$
(3.67)

Observa-se que no caso do ressoador ideal, a impedância elétrica de entrada é uma grandeza puramente imaginária, constituída por uma parcela capacitiva (devido a C_0) e uma parcela mocional cuja natureza (capacitiva ou indutiva) depende do sinal da tangente em (3.67). Na figura 3.16 apresenta-se um esboço do gráfico de $|Z_{in}|$ em função da freqüência acústica. Neste caso, considerou-se o caso hipotético de um material piezoelétrico no qual $\kappa^2 = 500,5 \cdot 10^3$, $v_f = 5,3 \cdot 10^3$ m/s, $\varepsilon_r = 4,5$, $d = 28 \cdot 10^{-4}$ m e $A = 100 \cdot 10^{-7}$ m². Mostra-se também, o gráfico correspondente a $\kappa = 0$, quando o transdutor reduz-se a um simples capacitor C_0 .



Fig 3.16 – Resposta em freqüência da impedância de entrada do transdutor.

Entretanto, devido a dependência da curva de impedância para $\kappa=0$ com 1/ Ω na figura 3.16, torna-se mais interessante avaliar a curva de admitância, cujo comportamento em $\kappa=0$ é linear com Ω . A admitância elétrica de entrada é dada pelo inverso de Z_{in} :

$$Y_{in} = 1/Z_{in}$$
 (3.68)

e cujo gráfico correspondente ao da figura 3.16 encontra-se desenhado na figura 3.17.



Fig 3.17 – Resposta em freqüência da admitância de entrada do transdutor. a) Gráfico de amplitude. b) Gráfico de fase.

Nota-se que $Y_{in} \rightarrow 0$ para múltiplos ímpares da freqüência de anti-ressonância f_a , definida por

$$f_a = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{v_f}{2d} \tag{3.69}$$

Também, que $Y_{in} \rightarrow \infty$ (ou, $Z_{in} \rightarrow 0$) para freqüências de ressonâncias $f_r^{(n)}$, tal que

$$\kappa^{2} tg\left(\frac{\pi f_{r}^{(n)}}{v_{f}}d\right) = \frac{\pi f_{r}^{(n)}}{v_{f}}d$$
(3.70)

ou então, usando-se (3.69),

$$\kappa^2 tg\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_r^{(n)}}{f_a}\right) = \frac{\pi}{2}\frac{f_r^{(n)}}{f_a}$$
(3.71)

Assim, chamando-se $f_r = f_r^{(1)}$, para a primeira ressonância, a constante de acoplamento pode ser determinada por

$$\kappa^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_r}{f_a} tg \left(\frac{\pi}{2} \frac{f_a - f_r}{f_a} \right)$$
(3.72)

Isto evidencia que medindo-se f_a e f_r pode-se determinar v_f através de (3.69) e o coeficiente de acoplamento κ através de (3.72).

Para materiais com constante de acoplamento elevada, tipicamente $\kappa > 0,3$, tem-se que $(f_a - f_r)/f_a \ll 1$, e assim, (3.72) aproxima-se para

$$\kappa^2 \cong \frac{\pi^2}{4} \frac{f_a - f_r}{f_a} \tag{3.73}$$

Referindo-se ainda ao ressoador ideal é possível relacionar a impedância elétrica de entrada com o deslocamento através da análise do circuito da figura 3.14. Nesta situação, as faces do material piezoelétrico estão livres de *stress*, logo, os acessos mecânicos do circuito da figura 3.14 são curto-circuitados (impedâncias mecânicas nulas).

Sabendo que a tensão no secundário do transformador eletromecânico da figura 3.14 é dada por (3.59) e que a corrente acústica associada vale $2\dot{u}$ obtém-se:

$$\dot{u} = \frac{-h}{2\Omega Z} \frac{1}{\left(\frac{1}{2} tg \frac{K_a d}{2} - \frac{1}{\operatorname{sen} K_a d}\right)} I = j\Omega u$$
(3.74)

Sendo $Z_{in} = V/I$ a equação (3.74) conduz a:

$$u = j \frac{hv_f}{2cA} \frac{1}{\Omega^2 Z_{in}} \frac{1}{\frac{1}{2} \left(tg \frac{K_a d}{2} \right) - \frac{1}{\sin(K_a d)}} V$$
(3.75)

na qual relaciona $Z_{in} \operatorname{com} u$. O gráfico da figura 3.18 é obtido a partir de (3.75) para uma dada tensão V constante. As amplitudes espectrais encontram-se normalizadas, ou seja, a escala vertical corresponde a [u / (h / 2c)].



Fig 3.18 – Gráfico do deslocamento um função da freqüência $\Omega/2\pi$.

Esta figura evidencia que a estrutura produz vibrações de modos superiores em freqüências que são múltiplos ímpares da fundamental.

Na próxima seção discute-se o atuador piezoelétrico, o qual acrescenta uma estrutura flexível para amplificar os deslocamentos da piezocerâmica analisada nesta seção. O modelamento matemático dessa estrutura flexível está fora do escopo desse trabalho, mesmo que esta tenha sido empregada na implementação dos piezoatuadores ensaiados.

3.5 – Atuadores Piezoelétricos

Atuador piezoelétrico ou piezoatuador é um dispositivo, constituído por uma piezocerâmica (PZT), capaz de produzir uma ação, por exemplo, um deslocamento, quando submetido a uma tensão elétrica em seus eletrodos. Na construção de um atuador piezoelétrico é utilizada, em sua maioria, uma estrutura metálica flexível colada à piezocerâmica. O objetivo principal desta estrutura flexível é amplificar o sinal da piezocerâmica em um ponto específico da estrutura.

Ao projetar um piezoatuador devem-se prever as mudanças ocorridas no dispositivo em comparação com a piezocerâmica sem a estrutura metálica, tais como, freqüências de ressonância, intervalo de resposta linear do deslocamento pela tensão aplicada, a influência no amortecimento dos deslocamentos devido ao acréscimo da estrutura de alumínio (para o caso do atuador piezoelétrico flextensional), influência da fixação das estruturas flexíveis à piezocerâmica, etc.

Os piezoatuadores podem ser utilizados sob excitação elétrica em regime estático, ou seja, tensão elétrica c.c. aplicada entre os eletrodos, ou em regime de excitação quase-estática, quando submetidos a excitação harmônica abaixo da primeira freqüência de ressonância.

Os atuadores piezoelétricos, quando empregados em sistemas de posicionamento, apresentam as seguintes vantagens, relativamente aos sistemas mecânicos convencionais [27]:

- a) Elevada resolução: podem produzir variações extremamente pequenas de posição, na faixa de nanometros. Pequenas variações na tensão de operação são convertidas em movimentos suaves.
- b) Geração de forças elevadas: atuadores com PZT's podem gerar forças de até várias centenas de Newtons, para ajustes na faixa de 100 μm e com resolução de nm.
- c) Rápida expansão: dentre os sistemas de posicionamento existentes, os piezoatuadores são os que proporcionam os tempos de resposta mais rápidos (constantes de tempo de microsegundos). Taxas de aceleração superiores a 10.000 g podem ser obtidas.

- d) Imunidade a campos magnéticos: o efeito piezoelétrico relaciona-se somente com o campo elétrico. Piezoatuadores não produzem e não são influenciados por campos magnéticos.
- e) Consumo de potência reduzido: o efeito piezoelétrico converte energia elétrica diretamente em movimento, absorvendo energia elétrica somente durante o movimento. Operações estáticas, mesmo suportando cargas elevadas, não consomem potência.
- f) Elevado tempo de vida: ao contrário de sistemas de posicionamento que operam com partes mecânicas móveis, o deslocamento em piezoatuadores é baseado na dinâmica de estado sólido e não apresenta problemas de desgastes devido ao uso. Sistemas com PZT não evidenciam quaisquer alterações de desempenho, mesmo após bilhões de ciclos de operação.
- g) Compatibilidade com salas limpas e ambientes a vácuo: os piezoatuadores são elementos cerâmicos que não necessitam de lubrificantes e não demonstram abrasão devido ao uso. Assim, são compatíveis com aplicações em salas limpas e em aplicações com vácuo ultra-elevado.
- h) Operação em temperaturas criogênicas: o efeito piezoelétrico baseia-se em campos elétricos e funciona até próximo de zero Kelvin

A seguir, citam-se algumas aplicações bastante atuais para os atuadores piezoelétricos em tecnologia de óptica, disk drive, microeletrônica, mecânica de precisão e biologia [28].

- a) Óptica, fotônica e tecnologia de medição: Estabilização de imagens, microscopia de varredura, sistemas de auto-focalização, interferometria, alinhamento e chaveamento de fibra óptica, defletores rápidos de espelhos, óptica adaptativa e ativa, sintonia de laser, posicionamento de espelhos, holografía, simulação de vibrações.
- b) *Disk drive:* Teste da cabeça de leitura magnética, retrocesso da cabeça magnética, cancelamento de vibração.
- c) Microeletrônica: Nano-metrologia, posicionamento da pastilha e da máscara, medição de dimensões críticas, micro-litografia, sistemas de inspeção, cancelamento de vibração.

- d) Mecânica de Precisão e Engenharia Mecânica: Cancelamento de vibração, deformação estrutural, ajuste de ferramentas, correção de uso, controle do tipo *knife-edge* em ferramentas de extrusão, sistema de entalhe micrométrico, geração de onda de choque.
- e) Ciências da vida, Medicina e Biologia: Tecnologia genética, micro-manipulação, penetração celular, estimulação áudio-fisiológica, geração de ondas de choque.

3.5.1 – Atuador Piezoelétrico Bilaminar

Conforme estudado em seções anteriores, em condições normais as deformações sofridas por uma amostra piezoelétrica variam linearmente com o campo elétrico aplicado. Então, as amplitudes dessas deformações dependem das magnitudes do campo de acordo com:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = S_{kl} = E_i d_{ikl} \tag{3.76}$$

na condição $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 0$, e onde L_0 é o comprimento inicial da amostra numa dada direção.

Para PZT's padrões, as intensidades de campo admissíveis variam entre 1 a 2 KV/mm na direção da polarização, ou, até 300 V/mm na direção contrária à da polarização. As tensões máximas dependem das propriedades da cerâmica e dos materiais isolantes. Exceder a tensão máxima pode causar ruptura dielétrica e dano irreversível ao PZT.

Estes deslocamentos são muito pequenos (milionésimos de cm), porém, podem estar associados à forças elevadas. A fim de proporcionar um movimento útil na região de áudio, uma "alavanca mecânica" ou transformador, torna-se necessário para converter força elevada e pequeno deslocamento em força reduzida e deslocamento elevado.

Isto pode ser feito acoplando-se duas barras face a face numa configuração denominada bilaminar (*bimorph*). Conforme ilustrado na figura 3.19 as duas barras de material piezoelétrico são metalizadas e polarizadas no modo de expansão *thickness*. Elas são empilhadas e coladas mecanicamente; em alguns casos uma fina membrana metálica é

colocada entre as duas barras. Com o campo elétrico aplicado conforme mostrado na figura, quando uma barra se expande a outra se contrai. Com isso, criam-se atuadores com grande capacidade de deslocamento.



Fig 3.19 – Configuração bilaminar. a) Sem tensão aplicada. b) Com tensão aplicada.

Um piezoatuador bilaminar é um dispositivo eletromecânico com alto grau de flexão, podendo produzir movimentos da ordem de mm. No entanto, produz forças muito pequenas. Um bilaminar possui uma resposta típica de deslocamento na ordem de 10 μ m / V em regime de excitação estático. Na freqüência de ressonância pode atingir até 50 μ m / V [29]. Justamente nesta configuração operam os *tweeters* piezoelétricos bastante utilizados em sistemas de áudio.

De fato, fixando-se um cone ao centro do PZT bilaminar e ancorando o cone em seu perímetro, como ilustrado na figura 3.20 a), a estrutura bilaminar oscila, em sincronismo com o sinal de áudio aplicado, e faz vibrar o cone para frente e para trás, resultando-se em um grande fator de amplificação de amplitudes de vibração. Em b), c) e d) são ilustrados os modos de vibração fundamental e nas freqüências tripla e quíntupla, respectivamente.

Esta aplicação é adequada uma vez que desejam-se amplitudes de vibração elevadas, com efeito de carregamento reduzido (as forças geradas são reduzidas pois só existe ar nos dois lados de sua superfície vibratória). Normalmente, a primeira freqüência de ressonância do dispositivo ocorre muito além da faixa de áudio.

Por apresentarem uma resposta em freqüência bem comportada, os *tweeters* são muito adequados para a realização de testes preliminares com interferometria óptica, bem como, para fins de calibração do sistema de medida.



Fig 3.20 – Tweeter piezoelétrico. (a) PZT bilaminar com cone ancorado em seu perímetro. (b) Modo de vibração fundamental (c) Modo de vibração na freqüência tripla (d) Modo de vibração na freqüência quíntupla.

3.5.2 – Atuador Piezoelétrico Flextensional

A designação original para o atuador flextensional é *Flexural-Extensional Electromechanical Transducer*, oriunda do processo de produção de som através de flexão de uma membrana metálica ao ser espandida e contraída durante o movimento de uma barra magneto-estrictiva.

Um atuador piezoelétrico flextensional, conforme dito anteriormente, é um dispositivo constituído por um transdutor piezoelétrico colado a uma estrutura metálica flexível que tem por objetivo amplificar e mudar a direção dos seus pequenos deslocamentos mecânicos.

Existem dois exemplos clássicos de piezoatuadores flextensionais: *mooneis e cymbals* ilustrados na figura 3.21. Esses consistem num disco de PZT colado a estruturas metálicas circulares no plano 12.



Fig 3.21 – Piezoatuadores Flextensionais típicos: (a) moonies; (b) cymbals.

Os atuadores piezoelétricos em geral, embora produzam deslocamentos muito pequenos, são capazes de desenvolver força elevada.

À luz do que foi discutido nos itens anteriores, tanto a deformação no sentido do comprimento (coeficiente d_{31}) quanto no sentido da espessura (coeficiente d_{33}) da piezocerâmica contribuem para a amplificação do deslocamento na direção 3. No entanto, como a dimensão longitudinal 1 da cerâmica é maior, a contribuição do d_{31} chega a ser dominante.

Na figura 3.22 a) apresenta-se um atuador piezoelétrico flextensional comercial da empresa DSM, adequado para aplicações estáticas e dinâmicas [30]. Opera-se com tensão padrão de 150 V, possui um curso de 145 μ m, rigidez igual a 1 N/ μ m e freqüência de ressonância sem carga em 1400 Hz. Na figura 3.22 b), tem-se um outro modelo, com curso de 450 μ m, rigidez igual a 0,18 N/ μ m, freqüência de ressonância em 410 Hz e força bloqueada igual a 80 N.



Fig 3.22 – Atuadores Piezoelétricos Flextensionais comerciais. (a) Com curso de 145 μm. (b) Com curso de 450 μm.

3.5.3 – Freqüências de Ressonância do Atuador Piezoelétrico

Como viso na seção 3.4, todo elemento piezoelétrico apresenta freqüências de ressonâncias, fundamental e superiores, nas quais o meio tende a vibrar com amplitudes mais elevadas do que vibraria em outras freqüências. Estas ressonâncias ocorrem quando as freqüências são tais que se acomodam múltiplos de $\lambda_a/2$, onde λ_a é o comprimento de onda acústico, ao longo das direções transversal ou da espessura da amostra piezoelétrica.

Quando a estrutura apresenta um sistema de amplificação de vibrações, freqüências de ressonâncias adicionais podem surgir. Constitui objetivo deste trabalho executar o levantamento dessas freqüências de ressonâncias através da medição direta das amplitudes de vibração do piezoatuador, utilizando interferometria óptica.

Entretanto, um método alternativo e muito eficiente, consiste em analisar o estado da impedância elétrica de entrada do atuador. Em textos sobre transdutores piezoelétricos demonstra-se que, além do modelo de Mason, o dispositivo também pode ser associado a um circuito elétrico RLC equivalente, cujos parâmetros são obtidos a partir de grandezas elétricas e mecânicas [23], [26].

Na figura 3.23 ilustra-se o circuito eletromecânico equivalente para um ressoador piezoelétrico e estrutura flexível associada, forçado a oscilar em torno de uma ressonância.



Fig 3.23 – Atuador piezoelétrico.a) Estrutura física. b-) Circuito RLC equivalente.
O capacitor C_0 é de origem puramente elétrica, formado pelo material dielétrico e seus eletrodos, enquanto os elementos C_1 , L_1 e R_1 são de natureza eletromecânica, associados à parte de movimento do dispositivo.

A medida da impedância elétrica $Z_{in} = V/I$ do atuador, onde V é a tensão aplicada e I é a corrente elétrica, revela que o ressoador torna-se indutivo entre a freqüência de ressonância, f_R , e a freqüência de anti-ressonância, f_a . Fora desta faixa, ele exibe natureza capacitiva, conforme ilustra a figura 3.24.



Fig 3.24 – Curva de Resposta em freqüência da impedância elétrica, f_R é a freqüência de ressonância e f_a é a freqüência de anti-ressonância. (a) Curva do módulo da impedância. (b) Curva de fase elétrica.

Aplicando-se a teoria de circuitos elétricos ao circuito da figura 3.23 demonstra-se que [5]:

$$f_{R} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{1}C_{1}}}$$
(3.77)

$$f_{A} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{L_{1}C_{1}C_{0}}{C_{0} + C_{1}}}}$$
(3.78)

sendo que a diferença $(f_A - f_R)$ é maior em ressoadores cerâmicos e menor em ressoadores a cristal. A freqüência f_R corresponde a ressonância do ramo $R_1L_1C_1$, enquanto f_A corresponde à ressonância do ramo $R_1L_1C_1$, enquanto f_A corresponde à ressonância do ramo $R_1L_1C_1$ em paralelo com C_0 .

O gráfico da admitância elétrica $Y_{in} = 1/Z_{in}$ conduz a curvas mais fáceis de serem interpretadas, conforme será observado no Capítulo 4, e assim, será enfatizado neste trabalho.

Na figura 3.25a ilustra-se uma curva de resposta em freqüência da admitância elétrica de um transdutor piezoelétrico, obtida através da análise harmônica, destacando os pontos das freqüências de ressonância e anti-ressonância [29]. Na figura 3.25b mostra-se a curva de fase elétrica em função da freqüência, para o mesmo transdutor.



Fig 3.25 – Curva de resposta em freqüência da admitância elétrica, indicando as freqüências de ressonância e anti-ressonância em f_R e f_a respectivamente. (a) Módulo da admitância. (b) Curva da fase elétrica [29].

Os atuadores piezoelétricos são projetados com diferentes estruturas metálicas com o intuito de se obter maior eficiência para as mais variadas tarefas. Na figura 3.26 mostra-se as diversas topologias de estruturas que podem ser utilizadas em piezoatuadores [29]. Cada piezoatuador flextensional é projetado para possuir um deslocamento máximo num determinado ponto sobre sua superfície, onde estão colados os espelhos.

O atuador utilizado neste trabalho, denominado fb820, possui uma piezocerâmica de 3 mm de espessura, a qual, por ser uma piezocerâmica relativamente fina, permite-se aplicar uma tensão menor obtendo-se um maior deslocamento. Neste dispositivo, pode-se aplicar um campo elétrico de no máximo 500 V/mm [29]. Na figura 3.27 mostra-se a foto do piezoatuador a ser caracterizado e também o ponto onde se tem deslocamento máximo.



Fig 3.26 – Piezoatuadores flextensionais com diferentes topologias dependendo do ponto em que deseja-se amplificar a vibração [29].



Fig 3.27 – Piezoatuador flextensional com cerâmica de 3 mm de espessura [29].

Este protótipo de atuador flextensional (bem como os mostrados na figura 3.27) foi desenvolvido pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP / Mecatrônica, e é em alumínio conectada a uma piezocerâmica retangular (placa). A piezocerâmica utilizada na montagem deste piezoatuador é o PZT-5A com dimensões 14 mm x 30 mm x 3 mm. A direção 3 é a direção da polarização da piezocerâmica. Os eletrodos estão depositados ortogonais à direção de polarização, ou seja, nas faces que estão nos planos 12.

A estrutura flexível de alumínio foi cortada por eletro-erosão a fio e as piezocerâmicas foram fixadas usando resina epóxi.

Capítulo 4 Resultados Experimentais

Neste capítulo discutem-se os procedimentos e resultados experimentais obtidos com a aplicação das técnicas interferométricas discutidas no Capítulo 2, para a caracterização de transdutores piezoelétricos flextensionais. Primeiramente são apresentados os dois arranjos de interferômetros que foram implementados. No texto, discute-se o procedimento de obtenção das franjas de interferência nos interferômetros, ilustrando-se os conceitos de visibilidade e de franja de ordem zero. Apresentam-se os resultados obtidos nas medidas de amplitude de vibração de atuadores piezoelétricos utilizando as técnicas de baixo índice de modulação, contagem de franjas de interferência e os métodos de J_1/J_3 e $J_1...J_4$. Os parâmetros analisados foram a resposta em freqüência do deslocamento mecânico da superfície do atuador e a linearidade dos dispositivos.

4.1 – Descrição dos Interferômetros Implementados

Ao longo deste trabalho foram implementados dois tipos de interferômetros de Michelson em óptica volumétrica: o primeiro, um arranjo convencional e, o segundo, um interferômetro de Michelson modificado para corrigir o problema de retorno do feixe de luz ao laser, conforme citado no capítulo 2.

Por motivos cronológicos, inicia-se a discussão pelo segundo arranjo, no qual houve a necessidade de se adaptar um dos ramos do interferômetro para inserir o atuador piezoelétrico a ser caracterizado, como se mostra na figura 4.1.



Fig 4.1 – Interferômetro de Michelson com o ramo sensor modificado para inserir o atuador piezoelétrico.

Medições preliminares foram realizadas com esta configuração, as quais encontramse registradas em seção subseqüente deste relatório, porém, constatou-se que este interferômetro apresentava grande dificuldade de alinhamento devido à quantidade de desvios do feixe de luz. Ao se aumentar o número de dispositivos de translação e rotação mecânicos, aumenta-se a possibilidade de incidência de vibrações ambientais, com conseqüente aumento de desvanecimento.

Na figura 4.2 encontra-se a foto do interferômetro montado sobre a mesa óptica do laboratório, onde pode-se observar a complexidade no percurso da luz ao longo dos espelhos, e o grande número de ajustes mecânicos necessários ao seu alinhamento. Devido ao aumento do número de superfícies refletoras, o que favorece as perdas de potência óptica, o feixe do laser do ramo sensor está submetido a uma grande atenuação e espalhamento em comparação com o ramo de referência, prejudicando assim a visibilidade das franjas.

Outro problema desta configuração refere-se à incidência oblíqua sobre o transdutor a ser analisado pois, neste caso, quando excitado com tensões elevadas ocorrem grandes amplitudes de vibração e, conseqüentemente, um desalinhamento no interferômetro devido à mudança de direção do feixe, como ilustra a figura 4.3.

Ressalta-se, também, que nesta configuração existe a necessidade de se conhecer o ângulo de incidência, relativamente à superfície refletora do atuador, a fim de poder determinar a magnitude do deslocamento. As medidas apresentadas neste relatório referem-se apenas a variação do caminho óptico do feixe de laser, e não ao valor absoluto do deslocamento da superfície refletora. Quando o principal interesse for, por exemplo, avaliar a resposta em freqüência, este tipo de expediente não chega a causar problemas em vista de se trabalhar com grandezas relativas.



Fig 4.2 – Foto do interferômetro modificado sobre a mesa do laboratório de óptica: 1 =laser, 2 =divisor de feixes, 3 = 4 =prismas, 5 = 7 =espelhos, 6 =piezoatuador, 8 =fotodiodo.



Fig 4.3 – Desalinhamento do interferômetro causado pela mudança de direção do feixe de luz.

Em decorrência desses fatores foi avaliada a possibilidade da implementação do interferômetro de Michelson em sua forma tradicional, como mostrada na figura 2.7 do capítulo 2, porém, com um pequeno desalinhamento no sistema a fim de evitar retorno do feixe de luz à cavidade do laser. Deve-se ressaltar que este desalinhamento intencional deve ser suficientemente pequeno, para que ainda se consiga isolar a franja de ordem m = 0 (a qual será discutida adiante). A quantidade de estágios de translação e rotação foi reduzida consideravelmente e pôde-se montar o interferômetro com altura mínima dos dispositivos sobre a mesa de granito do laboratório. Com isso, a maioria dos problemas causados pelo interferômetro anterior foi amenizada. Este interferômetro está ilustrado na figura 4.4.



Fig 4.4 – Foto do interferômetro de Michelson em sua forma tradicional sobre a mesa do laboratório de óptica: 1 =laser, 2 =divisor de feixes, 3 =espelho, 4 =piezoatuador, 5 =fotodiodo.

Embora o interferômetro mostrado na figura 4.1 tenha se mostrado pouco adequado para este trabalho ressalta-se, contudo, a importância deste arranjo na contagem reversível de franjas [17], apropriado para medir grandes deslocamentos (acima de 100 μ m), o qual constitui um tópico sugerido para futuros trabalhos nesta linha de pesquisa.

4.2 – Obtenção das Franjas de Interferência

Na prática, todo arranjo interferométrico é bastante árduo de ser montado, uma vez que os alinhamentos dos feixes ópticos demandam ajustes extremamente precisos. Todo o arranjo deve estar bem fixado sobre a mesa óptica com mínima possibilidade de movimentos espúrios do sistema.

Após a fixação dos elementos dos interferômetros sobre a mesa óptica, o próximo passo é a obtenção das franjas de interferência. Esta etapa exige muita precisão na recombinação dos feixes dos ramos sensor e referência, uma vez que os respectivos raios de luz devem emergir do divisor de feixes paralelamente até o fotodiodo. No capítulo 2 discutiuse, teoricamente, a obtenção das franjas a partir do interferômetro de Young, o qual constitui o estágio de saída do interferômetro de Michelson.

Conforme dito anteriormente, o interferômetro mostrado nas figuras 4.1 ou 4.2, apresentou maior dificuldade de alinhamento, e a formação das franjas resultou em uma visibilidade apenas razoável.

Para fins de visualização da figura de franjas de interferência, utiliza-se uma lente objetiva invertida (inverter saída e entrada) para expandir os feixes recombinados na saída do interferômetro.

Na figura 4.5, ilustram-se as primeiras 11 franjas, obtidas com o interferômetro mostrado na figura 4.2.

Neste caso, devido à baixa visibilidade, a região onde as amplitudes das ondas somam-se destrutivamente não constituem regiões escuras, mas simplesmente, menos claras.

Em contrapartida, o interferômetro da figura 4.4 apresentou boa visibilidade, como pode ser observado na figura 4.6, com a vantagem de se exigir pouco esforço de alinhamento. As franjas apresentam melhor contraste entre regiões claras e escuras, com uma iluminação de fundo reduzida. Isto proporciona uma melhor definição ao sinal fotodetectado.



Fig 4.5 – Franjas de interferência, com visibilidade razoável, formadas na saída do interferômetro da figura 4.2.



Fig 4.6 - Franjas de interferência, com boa visibilidade, formadas na saída do interferômetro da figura 4.4.

4.2.1 – Franja de Ordem Zero e Grau de Alinhamento do Interferômetro.

Neste estágio do relatório é adequado discutir a necessidade de se isolar a franja de ordem m=0, mostrada na figura 2.3 do capítulo 2, quando se utiliza fotodiodos com área ativa finita *A*.

Para esta discussão, considere-se os casos mostrados na figura 4.7. Em a), tem-se uma separação pequena de franjas, de modo que várias delas incidem sobre a área do fotodiodo. Por outro lado, em b), uma única franja, a de ordem zero (m=0), incide sobre o fotodiodo. Neste caso, a separação entre franjas é tão grande que apenas uma incide sobre a área A.

A corrente elétrica fotodetectada é proporcional às áreas hachuradas sob as curvas de intensidade I(x,t), conforme (2.29), que corresponde à quantidade de luz que ilumina a área A. Percebe-se, claramente, que o fotodiodo somente perceberá o movimento de franjas no caso b), pois a área iluminada no caso a) permanece essencialmente constante: assim que uma porção de franja incide na área do fotodiodo vindo por baixo, outra porção emerge por cima mantendo a área líquida inalterada. O mesmo não acontece no caso b). A integração da área hachurada, diante do movimento da franja, conduz a uma corrente elétrica i(t) proporcional à intensidade óptica I(t).



Fig 4.7 – Incidência de franjas sobre a área A do fotodiodo. a) Período espacial das franjas pequeno em comparação a dimensão do fotodetector. b) Período espacial das franjas grande suficiente para isolar a franja de ordem zero.

Na figura 4.8 encontra-se a foto da franja de interferência de ordem zero do interferômetro da figura 4.4. À medida que o interferômetro torna-se gradativamente mais bem alinhado, a separação entre as franjas aumenta, restando no final do ajuste somente a franja de ordem zero. Nesta situação, a sensibilidade do sinal fotodetectado para variações de fase no ramo sensor torna-se máxima.



Fig 4.8 – Franja de ordem zero formada na saída do interferômetro da figura 4.4

Tipicamente, a secção sensível de um fotodiodo do tipo PIN é inferior a 1 mm x 1 mm e, portanto, o período espacial das franjas $\Lambda = \frac{1}{F}$ deve ser superior a 1 mm, onde F é descrito por (2.19). Em resumo, a separação de franjas deve ser elevada, de preferência, ser tão grande que o detector perceba apenas a franja de ordem zero (m=0). Ressalta-se que, com o auxílio de uma lente objetiva, pode-se aumentar ainda mais essa separação amenizando a influência do desvanecimento.

Entretanto, um grande período espacial de franjas implica em elevado grau de alinhamento do interferômetro. Isto significa que a abertura angular entre os feixes no interferômetro de Young da figura 2.1, deve ser muito pequena. Traduzindo de outra forma, a distância d_1 entre as fontes s_1 e s_2 deve ser pequena, para uma dada distância até o anteparo d_2 . De fato, se for desejado um valor de $\Lambda = \frac{1}{F}$ elevado, F deve ser reduzido; assim, de (2.19) deve-se providenciar d_1 muito pequeno, para λ e d_2 dados. Por exemplo, para $\Lambda = 3 \text{ mm}$, com $\lambda = 0.63 \mu \text{m}$ e $d_2 = 1 \text{ m}$, deve-se providenciar $d_1 = 0.2 \text{ mm}$, o que equivale a um ângulo entre os dois feixes igual a 0.2 mrad ou 11 milésimos de grau. Para valores inferiores de Λ , o grau de alinhamento deve ser ainda melhor.

Contudo, o alinhamento do interferômetro de Young na saída do interferômetro de Michelson, mostrado nas figuras 4.2 ou 4.4, depende do elevado grau de alinhamento dos elementos anteriores ao divisor de feixe BS2. Isto, normalmente, demanda exaustiva manipulação dos estágios de translação e de ajuste angular dos posicionadores que sustentam os espelhos, divisor de feixe, laser, etc.

4.3 – Instrumentação Eletrônica

Antes de prosseguir com a descrição dos resultados experimentais, é conveniente apresentar a relação de equipamentos que foram empregados na pesquisa. Os esquemas gerais ilustrando os dois sistemas interferométricos montados no laboratório encontram-se desenhados nas figuras 4.9 e 4.10.



Fig 4.9 – Esquema da instrumentação utilizada no interferômetro de Michelson em sua forma tradicional

O laser utilizado foi adquirido da Ealing Electrooptics, e opera no comprimento de onda de 0,6328 μ m (laser de Hélio-Neônio) com 15 mW de potência. O espelho do ramo de referência e o divisor de feixes (taxa de 50% / 50%) também são da Ealing.



Fig 4.10 - Esquema da instrumentação utilizada no interferômetro de Michelson modificado para inserção do atuador piezoelétrico.

Para detecção da intensidade óptica, empregou-se um circuito a base de fotodiodo PIN, da Siemens, modelo BPX 65, alimentado no modo fotocondutivo com tensão reversa. Sua largura de banda é de aproximadamente 130 kHz e a responsividade é igual a 3333 W/V.

Para avaliação da linearidade dos atuadores piezoelétricos empregou-se um gerador de funções da empresa Degem System, modelo 141B1, enquanto que para o levantamento das suas respostas em freqüência, utilizou-se um gerador de sinais da Tektronix, modelo CFG253.

Para operar com os atuadores, houve a necessidade de tensões que atingissem 36 volts de pico a pico, desde c.c. até 60 kHz. No entanto, os geradores de sinais disponíveis proporcionam somente 20 volts de pico a pico. Por isso, foi necessário empregar um amplificador a base do amplificador operacional LF353N.

Foi de fundamental importância a utilização de um osciloscópio digital (Tektronix, modelo TDS 2022). Associado a este equipamento, utilizou-se um software, desenvolvido em Matlab no Laboratório de Ultra-Som do DEE, que possibilita a aquisição de dados correspondentes à uma tela de amostragem, diretamente para um microcomputador [31]. A comunicação do computador com o osciloscópio ocorre através da porta RS232.

O software em Matlab possibilita a aquisição da forma de onda no tempo, segundo os canais 1 e 2 do osciloscópio, bem como, executa a FFT dos sinais, permitindo-se observar seus espectros na tela do microcomputador. Ou seja, o resultado da aquisição de dados é um arquivo gráfico, com extensão em Matlab, no qual possibilita-se sua edição e proporciona-se compatibilidade como outros softwares.

Conforme discutido no capítulo 2, as perturbações ambientais causam desvanecimento do sinal de saída do interferômetro. Mesmo aquelas mais tênues, causadas por gradientes de temperatura local, turbulências de ar e vibrações causadas por aparelhos condicionadores de ar, tornam o sinal muito instável na tela de um osciloscópio convencional.

Numa tal situação, um osciloscópio de armazenagem permite contornar o problema do desvanecimento, de forma relativamente simples. Assim, para garantir a operação na condição de quadratura de fase, é suficiente adquirir a imagem do sinal de saída quando este possuir periodicidade e simetria de meia-onda.

Nas situações mostradas na figura 2.10 observa-se sinais detectados sem periodicidade ou simetria de meia-onda, e assim, não admitem que medições de fase óptica sejam realizadas, a não ser para grandes deslocamentos (acima de algumas centenas de μ m), usando-se métodos de contagem de franjas.

A ausência de simetria de meia-onda, mesmo que o sinal seja periódico, significa que o interferômetro opera fora da condição de quadratura de fase. Neste caso, o método de baixo índice de modulação, por exemplo, torna-se inviável. Na figura 4.11 ilustra-se um sinal adquirido no osciloscópio digital e que possui simetria de meia-onda.



Fig 4.11 – Sinal com simetria de meia onda adquirido pelo osciloscópio digital (a senóide mostrada na porção inferior refere-se simplesmente ao sinal de excitação do atuador).

A ausência de periodicidade no sinal adquirido também revela que o desvanecimento está presente. Este problema pode ser amenizado operando-se o sistema interferométrico sob condições bem controladas do ambiente de laboratório, em períodos do dia quando o nível de perturbações espúrias seja mínimo. Por exemplo, durante as madrugadas, obtém-se um nível razoável de condicionamento dos sinais.

O problema do desvanecimento é menos intenso quando a freqüência do sinal de excitação for superior a alguns kHz. De fato, como as perturbações ambientais normalmente ocupam uma banda abaixo de algumas centenas de Hz, a ausência de periodicidade ao longo de alguns ciclos do sinal adquirido revela a presença de desvanecimento, conforme ilustrado

no sinal amostrado da figura 4.12 a). Por ouro lado, se o sinal de excitação estiver acima de 1 kHz (por exemplo), uma tela de osciloscópio adquirida deve corresponder a um intervalo de tempo tão breve que não permite que o lento desvanecimento possa atuar significativamente, como é mostrada na figura 4.12 b). Ou seja, para sinais acima de 1 kHz, a captura de uma tela (com poucos ciclos) acontece numa taxa de amostragem tão rápida que o ponto quiescente (ponto Q) no gráfico da figura 2.9 mal sai da sua posição devido as perturbações ambientais.



Fig 4.12 – Formas de onda adquiridas por um osciloscópio digital. (a) Presença do desvanecimento resultando ausência de periodicidade. (b) Ausência do desvanecimento devido a aquisição de poucos ciclos do sinal.

Na figura 4.13 ilustra-se uma foto da instrumentação eletrônica utilizada nas medições em laboratório.

Como será apresentado adiante, executou-se o levantamento da resposta em freqüência dos atuadores piezoelétricos empregando-se o processo de contagem de franjas. Com isso, as freqüências de ressonância desses atuadores foram determinadas. Conforme foi discutido no capítulo 3, a medição da admitância elétrica dos atuadores também revela a localização dessas ressonâncias no espectro de freqüências. Assim, para fins de comparação de resultados, empregou-se um analisador de impedâncias (Hewlett Packard, modelo 4192A), cujas medições foram executadas no Departamento de Física e Química da FEIS no laboratório de caracterização elétrica do grupo de polímeros. Na figura 4.14, ilustra-se uma foto desse analisador de impedâncias.



Fig 4.13 – Instrumentação eletrônica utilizada na realização das medições.



Fig 4.14 – Analisador de impedâncias da HP modelo 4192A.

4.4 – Testes Preliminares do Interferômetro de Michelson em Medidas de Amplitudes de Vibração Submicrométricas

Com o objetivo de avaliar as técnicas interferométricas na medição de amplitudes de vibração micrométricas e nanométricas, a saber, o método de contagem de franjas, de baixo índice de modulação e J_1/J_3 , testou-se, inicialmente, um transdutor do tipo bilaminar, amplamente utilizado como elemento ativo em *tweeters* piezoelétricos comerciais. No caso desse trabalho, extraiu-se a pastilha piezoelétrica de um *tweeter* de uma marca comercial, na qual manteve-se apenas o cone de material plástico usado como amplificador de vibrações (ou seja, a bobina e a corneta do *tweeter* foram removidos). Conforme discutido no capítulo 3, para este tipo de aplicação (*tweeter*), o transdutor piezoelétrico é projetado para gerar amplitudes de vibrações elevadas, sem a necessidade de se gerar forças consideráveis, a não ser o suficiente para produzir ondas sonoras no ar.

Conforme ficará evidenciado, este tipo de teste é interessante a fim de se avaliar a eficiência das técnicas de detecção interferométricas, uma vez que tal transdutor exibe características de linearidade e de resposta em freqüência bem comportadas, ao longo de ampla faixa de valores. Além disso, obtêm-se amplitudes de vibração elevadas operando-se com tensões de alimentação reduzidas.

Antes de apresentar os resultados experimentais propriamente ditos, julga-se ser interessante mostrar alguns detalhes estruturais deste transdutor.

4.4.1 – Transdutor Piezoelétrico Bilaminar do Tipo Bender

Desde de 1970 os *tweeters* piezoelétricos constituem variantes do conceito denominado "*Momentum Drive Principle*", desenvolvido e patenteado pela Motorola [22]. O elemento principal do *tweeter* é o *bender* piezoelétrico, o qual é essencialmente um atuador do tipo bilaminar, capaz de produzir grandes deslocamentos. O *bender*, mostrado na figura 3.19, é semelhante a um elemento bimetálico de um termostato, constituído por duas barras ou

placas de material piezoelétrico que são polarizadas na direção da espessura. Uma fina membrana metálica é colada entre as duas placas e serve como eletrodo interno. Os eletrodos externos são conectados entre si, e uma tensão elétrica é aplicada entre os eletrodos interno e externos. Como resultado, surge um campo elétrico que está na mesma direção da tensão de polarização na placa superior, e um outro, em direção oposta, na placa inferior. Assim, uma placa expande em espessura e contrai no comprimento, enquanto a outra contrai em espessura e expande no comprimento. Como o substrato metálico não se altera em comprimento, ocorre uma curvatura proporcional à tensão aplicada (ver figura 3.19 b). Amplitudes de vibração consideráveis são geradas no centro do *bender*.

Na figura 4.15 apresentam-se fotos do bender piezoelétrico extraído do *tweeter*. A fim de amplificar ainda mais as amplitudes de vibração, é fixado ao bender um cone de material plástico, conforme ilustrado na foto da figura 4.16. O atuador bilaminar vibra em sincronismo com o sinal de áudio aplicado e "bombeia" o cone, impulsionado por sua própria massa. O último elemento (não mostrado na figura) é a corneta (*horn*), que tem por objetivo otimizar a geometria para produzir a melhor saída acústica (nível de pressão sonora – SPL – com resposta em freqüência apresentando alta sensibilidade e característica plana).



(a)



(b)

Fig 4.15 – Transdutor piezoelétrico do tipo *bender* extraído de um tweeter comercial: (a) foto frontal onde observa-se o eletrodo à esquerda conectado no metal entre as duas cerâmicas. (b) foto da parte posterior mostrada em (a).



Fig 4.16 - Transdutor piezoelétrico do tipo bender colado a um cone de material plástico.

Como se observa na figura 4.16, um pequeno espelho (à base de filme metálico de alumínio) foi colado sobre a superfície do cone de plástico, no ponto onde as amplitudes de vibração são mais intensas. Posicionando-se o conjunto no ramo sensor do interferômetro, o feixe de laser atua como sonda, para medição dos deslocamentos micrométricos do espelho. Não houve a preocupação, neste teste preliminar, em avaliar a forma de fixação do transdutor no suporte mecânico, nem a influência do espelho sobre as vibrações.

4.4.2 – Análise da Linearidade do Transdutor Bilaminar

Nessa etapa do trabalho, foi avaliada a linearidade do transdutor piezoelétrico bilaminar usando os interferômetros de Michelson modificado e convencional. Ou seja, avaliou-se o quão linear resulta a curva de amplitude de deslocamento em função da tensão de alimentação aplicada ao transdutor do tipo *bender*.

A-) Medidas realizadas com o interferômetro de Michelson modificado

Conforme foi antecipado, o interferômetro de Michelson modificado (figura 4.1) constitui uma proposta interessante para executar a contagem reversível de franjas, uma vez que torna disponíveis dois sinais de saída e que podem ser adequadamente processados para esta finalidade [17]. Além disso, evita a indesejável realimentação de potência óptica para a fonte laser. No entanto, para a finalidade deste trabalho, o interferômetro de Michelson convencional mostrou ser mais adequado, devido à simplicidade estrutural e outros motivos que serão aqui discutidos.

Em primeiro lugar, devido à maior quantidade de reflexões do laser (nos prismas e espelhos adicionais), a potência óptica que incide no fotodiodo vinda do ramo sensor do interferômetro modificado é bem menor que aquela que vem do ramo de referência. Com isso, a visibilidade (V) resulta bem menor que a unidade, e assim, o sinal detectado é constituído de um pequeno sinal c.a. superposto a um grande nível c.c que não contém informação alguma. Torna-se necessário, portanto, filtrar esta componente c.c. e aplicar um ganho elevado ao sinal c.a.. Isto normalmente é realizado pelo próprio acoplamento c.a. no osciloscópio digital.

Primeiramente, foi realizado o teste de linearidade do transdutor do tipo *bender* sem a fixação do cone de material plástico, colando o espelho diretamente no transdutor bilaminar. Os resultados obtidos são apresentados na figura 4.17 empregando-se a **técnica de baixo índice de modulação**, na qual todas as formas de onda foram adquiridas com acoplamento c.a.. Deve ser lembrado que esta técnica se aplica em medições de pequenas amplitudes de vibração, tipicamente, abaixo de $\lambda/8$. A fim de facilitar a observação da região onde a técnica se aplica, utilizou-se a forma de onda triangular para alimentar o transdutor. Assim, se a tensão aplicada for muito grande, as formas de onda detectadas ficarão distorcidas, evidenciando que a condição de baixo índice de modulação não mais se aplica. Nas medições, a condição de quadratura de fase ($\phi_0 = \pi/2$) deve ser ajustada; isto pode ser estabelecido com o auxílio do osciloscópio digital, adquirindo a forma de onda do sinal detectado que apresente o maior valor pico a pico. Tal condição pode ser obtida ajustando a posição do prisma no ramo de referência através de um estágio de translação micrométrico, ou, como foi feito neste trabalho, simplesmente aguardando-se que ϕ_0 variasse naturalmente (devido às perturbações ambientais de baixa freqüência) até atingir a condição de quadratura de fase.



Fig 4.17 - Formas de onda triangular obtidas através do método de baixo índice de modulação ao excitar o transdutor bilaminar com freqüência de 1 kHz e com amplitudes de pico iguais a: (a) 2 volts, (b) 3 volts, (c) 4 volts, (d)5 volts, (e) 6 volts e (f) 7 volts.

Observou-se, no laboratório, que a incidência das perturbações ambientais causam desvanecimento acentuado do sinal detectado, mesmo quando a medição é realizada de madrugada. No entanto, amostrando-se poucos ciclos de sinal com o osciloscópio digital, em freqüências de oscilação elevadas, restringe-se a incidência do desvanecimento. Por isso, as medições foram executadas na freqüência de 1 kHz.

Aumentando-se gradativamente a tensão, observa-se que ao atingir aproximadamente 7 volts (figura 4.17 f), a forma de onda de saída começa a sofrer distorções significativas, limitando-se assim a faixa de aplicação do método para esta medição. Por isso, as medições foram realizadas somente até este valor de tensão.

As amplitudes de saída, medidas na figura 4.17, conduzem ao gráfico mostrado na figura 4.18.



Fig 4.18 - Resultado gráfico do transdutor do tipo *bender* sem o cone de material plástico, utilizando o método de baixo índice de modulação, para uma excitação triangular com freqüência igual à 1 kHz (formas de onda da figura 4.17).

A figura 4.18 evidencia que existe uma boa linearidade entre o deslocamento da superfície do transdutor e sua tensão de alimentação. Estima-se que as amplitudes das vibrações estejam bem abaixo de $\lambda/8$ que, neste caso (laser He-Ne), equivale a aproximadamente 79 nm de pico.

Embora a figura 4.18 informe sobre a linearidade, não fornece as amplitudes de vibração em valores absolutos. Para que isto ocorresse, seria necessário estabelecer o fator de calibração do sistema interferométrico, conforme discutido no capítulo 2. O valor deste fator depende, dentre outros, da responsividade do fotodiodo, do grau de coerência do laser, do grau de alinhamento do interferômetro, das potências e dos estados de polarização em cada ramo. Medidas de amplitudes de deslocamento micrométricos em valores absolutos serão apresentadas nas próximas seções.

Na seqüência, aplicou-se o **método de contagem de franjas**, a qual é adequada para medir grandes amplitudes de vibração. Em princípio, esta técnica é tão mais exata quanto maiores forem estas amplitudes, portanto, tornou-se necessário a inserção do cone de material plástico ao transdutor, com objetivo de aumentar as amplitudes de vibração.

Na figura 4.19, na coluna de esquerda, apresentam-se os sinais de excitação e detectado, medidos para tensões variando entre 0,5 e 3,5 volts e freqüência igual a 1 kHz. Na coluna da direita, apresentam-se os resultados de simulações, as quais auxiliam a estabelecer o número de picos, com precisão de meio pico, segundo o procedimento descrito no capítulo 2.





(f)





Fig 4.19 – Na coluna esquerda encontram-se formas de onda de excitação (1 kHz) e detectada adquiridas pelo osciloscópio digital e na coluna da direita encontram-se simulações que auxiliam na determinação da quantidade de picos por período do sinal detectado. As tensões de excitação de pico e o resultado do número de picos são respectivamente: (a) 0,5 volt e 1 pico, (b) 0,75 volt e 1,5 pico, (c) 1 volt e 2 picos, (d) 1,25 volts e 3 picos, (e) 1,5 volts e 3 picos, (f) 1,75 volts e 4 picos, (g) 2 volts e 4,5 picos, (h) 2,25 volts e 5 picos, (i) 2,5 volts e 5,5 picos, (j) 2,75 volts e 6 picos, (k) 3 volts e 6,5 picos, (l) 3,25 volts e 7 picos e (m) 3,5 volts e 8 picos.

À medida que o número de picos aumenta, como ocorre nos últimos gráficos da figura 4.19, aumenta também o desalinhamento no interferômetro de Michelson modificado, conforme foi discutido no início deste capítulo. Com isso, existe uma limitação na máxima amplitude de vibração que pode ser medida com este sistema.

O gráfico da figura 4.20 contém as informações proporcionadas pelas figuras 4.19 (a) à (m), relativamente ao número de picos em função da tensão de excitação do transdutor. Novamente, pode-se observar uma boa linearidade nesta faixa de operação.



Figura 4.20 – Gráfico de linearidade do transdutor do tipo *bender*, utilizando o método de contagem de picos, para uma excitação senoidal com freqüência igual a 1 kHz (formas de onda da figura 4.19).

Para realizar a conversão entre o número de picos, no gráfico da figura 4.20, e a amplitude de vibração em valor absoluto, torna-se necessário estabelecer com exatidão o ângulo que o feixe de laser do ramo sensor forma com a superfície do espelho colado ao transdutor (como discutido no início deste capítulo). Mesmo não sendo uma tarefa muito difícil, deu-se preferência por medir deslocamentos absolutos apenas com o interferômetro de

Michleson convencional, tratado adiante. De fato, cabe registrar que, a partir deste estágio do trabalho, optou-se por empregar somente este tipo de interferômetro, por ser suficiente e mais simples de operar. Como será visto, tornar-se-á possível operar com tensões mais elevadas sem que ocorra desalinhamento dos feixes sobre o fotodiodo, o que é útil tanto para o método de contagem de franjas quanto J_1/J_3 .

B-) Medidas realizadas com o interferômetro de Michelson convencional

Surpreendentemente, o interferômetro de Michelson convencional se mostrou melhor, para as aplicações deste trabalho, que o modificado, mesmo que seja necessário um pequeno desalinhamento no sistema para que nenhuma potência óptica retorne ao laser. Com isso, foram aplicados os métodos de contagem de franjas e J_1/J_3 , que permitem medir as amplitudes de vibração em valores absolutos.

Na figura 4.21 estão apresentados gráficos relativos a tensão de excitação variando entre 1,5 e 6 volts de pico, na freqüência de 7 kHz. Aplicando-se o procedimento descrito neste relatório, para o **método de contagem de picos** com erro máximo de meio pico, obtém-se o gráfico da figura 4.22, o qual evidencia uma boa linearidade nesta faixa de operação.

















(h)



Fig 4.21 – Formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda senoidal em 7 kHz e amplitudes de pico iguais à: (a) 1,5 volts, (b) 2 volts, (c) 2,5 volts, (d) 3 volts, (e) 3,5 volts, (f) 4 volts, (g) 4,5 volts, (h) 5 volts, (i) 5,5 volts e (j) 6 volts.



Fig. 4.22 – Gráfico de linearidade do transdutor do tipo *bender*, utilizando o método de contagem de picos, para uma excitação senoidal com freqüência igual a 7 kHz (formas de onda da figura 4.21).

Na sequência, aplicou-se o **método de** J_1/J_3 , cujos resultados serão comparados com o anterior (f = 7 kHz).

Neste método, o valor do deslocamento da superfície deve ser grande o suficiente para que exista a componente de terceira harmônica na intensidade óptica de saída (ou sobre o sinal detectado). Tal método é adequado para medir valores de amplitudes acima de 300 Å, aproximadamente, porém, inferiores a uns poucos milhares de Å. Se a vibração for muito elevada, reduz-se a amplitude da componente fundamental, e o método perde eficiência.

O osciloscópio TDS 2022, com placa para executar o cálculo da FFT, permite visualizar na tela o espectro do sinal detectado. Deve ser lembrado que no método de J_1/J_3 convém ajustar $\phi_0 = \pi/2$, tal que $\cos \phi_0 = 0$ e sen $\phi_0 = 1$. Assim, para garantir a operação em quadratura de fase, deve-se capturar uma imagem cujo espectro exiba as harmônicas de ordem par o mais atenuado possível. Entretanto, embora o osciloscópio TDS 2022 exiba na sua tela o espectro de sinal, a saída de dados só permite acessar os valores temporais. Assim, para fins de aquisição do espectro no microcomputador, foi necessário empregar o software desenvolvido no laboratório de Ultra-som do DEE [31], para calcular a FFT do sinal detectado, os quais encontram-se ilustrados na figura 4.23.







Fig 4.23 - Espectros gerados pelo osciloscópio digital das formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda senoidal em 7 kHz e amplitudes de pico iguais à: (a) 325 mvolts, (b) 375 mvolts, (c) 425 mvolts, (d) 475 mvolts, (e) 525 mvolts, (f) 575 mvolts e (g) 625 mvolts.

A fim de determinar o índice de modulação Φ_s [rad], deve-se resolver a equação transcendental (2.55), ou equivalente, obter o primeiro zero da equação:

$$f(\Phi_s) = I_3 J_1(\Phi_s) - I_1 J_3(\Phi_s)$$

$$(4.1)$$

onde I_1 e I_3 são amplitudes medidas na figura 4.23.

A título de ilustração, mostram-se na figura 4.24, gráficos de $f(\Phi_s)$ correspondentes as figuras 4.23 a) e g), para tensões de excitação iguais a 325 mV de pico e 625 mV de pico, respectivamente. Através de rotinas do Matlab, são obtidos os valores de $\Phi_s = 0,5933$ rad e $\Phi_s = 1,1258$ rad, respectivamente.



Fig 4.24 – Gráficos da função $f(\Phi_s)$. (a) para solução $\Phi_s = 0,5933$ rad e (b) para solução $\Phi_s = 1,1258$ rad.

O gráfico de índice de modulação Φ_s , em radianos, em função da tensão de excitação encontra-se ilustrado na figura 4.25, o qual também exibe boa linearidade.



Fig 4.25 – Resultado gráfico do transdutor do tipo *bender*, utilizando o método J_1/J_3 , para uma excitação senoidal com freqüência igual a 7 kHz (formas de onda da figura 4.23).

Para comparar a precisão dos dois métodos usados acima, realizou-se a conversão do número de picos (N) e do índice de modulação (Φ_s) para amplitudes de vibração (ΔL) em valores absolutos. No caso do laser de He-Ne, onde $\lambda = 0,6328$ µm no ar, a amplitude (valor de pico) da vibração vale:

$$\Delta L = N \frac{\lambda}{8} \tag{4.2a}$$

$$\Delta L = \Phi_s \frac{\lambda}{4\pi} \tag{4.2b}$$

onde N e Φ_s são extraídos das figuras 4.22 e 4.25, respectivamente.

Na figura 4.26 encontram-se os gráficos de ΔL (pico) deduzidos pelo método de contagem de franjas e J_1/J_3 em valores absolutos. A reta que contém os pontos obtidos pelo método de J_1/J_3 foi extrapolada para prever valores maiores da tensão de excitação. Como se observa, ambas as retas evidenciam concordância razoável. A título de ilustração, cita-se que a medida de deslocamento para o menor valor medido do gráfico de J_1/J_3 vale somente 29,9 nm. No gráfico obtido por contagem de franjas, vale 158 nm.



Fig 4.26 – Gráfico comparativo entre os métodos de contagem de picos e J_1/J_3 para freqüência de excitação igual a 7 kHz.

Até este estágio do relatório, tratou-se apenas com medidas de amplitude de vibração, obtidas com interferometria óptica, para o transdutor piezoelétrico bilaminar operando numa dada freqüência. A fim de estabelecer o comportamento do transdutor em outras freqüências, torna-se necessário determinar sua resposta em freqüência, como será discutido na próxima seção.
4.4.3 – Análise da Resposta em Freqüência do Transdutor Piezoelétrico do tipo *Bender*

As curvas de resposta em freqüência de transdutores piezoelétricos tipicamente são obtidas como a resposta normalizada (saída do interferômetro / entrada do transdutor) em função da freqüência. As grandezas na entrada e saída desses sistemas são de diferentes naturezas: tensão elétrica na entrada e amplitude de vibração na saída. Neste trabalho, a resposta em freqüência será apresentada em termos de número de picos medidos pelo processo de contagem de franjas em função da freqüência, tomando-se o cuidado em se aplicar o mesmo valor de tensão de excitação ao longo de toda banda de freqüência.

Nos resultados descritos a seguir, aplicou-se ao transdutor uma tensão senoidal com 1150 mvolts de pico, para freqüências entre 200 Hz e 16 kHz, e mediu-se o número de picos na forma de onda do sinal detectado (acoplamento c.a.), empregando-se o interferômetro de Michelson convencional.

Na figura 4.27 apresenta-se o resultado obtido, no qual os pontos discretos correspondem aos valores medidos usando o procedimento de contagem de picos para erro máximo de meio pico, enquanto que a curva contínua refere-se aos resultados obtidos por semelhança entre as formas de onda medidas e as simuladas através do programa desenvolvido em Matlab. Ressalta-se que a obtenção da curva contínua só é possível porque o programa permite fornecer quantidade de picos com valores fracionários (Ex. 2,7 picos), possibilitando assim a comparação entre as formas de onda.

Os extremos numerados de 1 a 6 na figura 4.27 correspondem a algumas freqüências de ressonância, nas quais as amplitudes de vibração atingem picos mais elevados.

Uma alternativa para melhorar a resolução das medidas, seria aumentar a tensão aplicada ao transdutor piezoelétrico. Contudo, foi observado que nas freqüências onde as ressonâncias são mais intensas (pontos 3 e 5 na figura 4.27), ocorre um espalhamento no feixe do ramo sensor, prejudicando a medição. Acredita-se que nestas freqüências, o cone de plástico colado ao transdutor, o qual tem um formato de calota semi-esférica, faça o espelho vibrar em varredura, defletindo o feixe de laser e causando desalinhamento no interferômetro. Como sugestão para trabalhos futuros nessa área, cita-se a implementação do interferômetro em fibra óptica, na qual o feixe óptico permanece sempre confinado no seu interior, eliminando-se os problemas associados ao desalinhamento [32].



Fig. 4.27 – Gráfico da resposta em freqüência do transdutor do tipo *bender* utilizando o método de contagem de picos.

Um teste interessante, para fins de comprovação do método de levantamento da resposta em freqüência do transdutor piezoelétrico usando interferometria óptica, consiste em comparar os resultados com as freqüências de ressonância medidas através de um analisador de impedâncias modelo HP modelo 4192A. Assim, varreu-se a faixa de freqüência entre c.c. e 70 kHz, e realizou-se a aquisição, via software desenvolvido no Departamento de Física da FEIS, das partes real e imaginária da admitância elétrica de entrada do transdutor. Para a medição, tomou-se o cuidado de avaliar a admitância elétrica do mesmo conjunto que encontrava-se no interferômetro, ou seja, transdutor com cone plástico acoplado ao suporte mecânico usado para ajuste e alinhamento de feixes.

Nas figuras 4.28 a) e b) encontram-se os resultados obtidos para as partes real e imaginária, e, módulo e fase, respectivamente. Como de observa, o comportamento elétrico deste transdutor é essencialmente capacitivo (a parte imaginária é dominante). Com isso uma pequena parte real ocorre, a qual é associada às perdas de acoplamento e transmissão. As ressonâncias não são pronunciadas, sendo o comportamento global praticamente linear com a freqüência, até aproximadamente 55 kHz.



Fig. 4.28 – Gráficos da admitância elétrica do transdutor o tipo *bender* de c.c. à 70 kHz adquirido através do analisador de impedâncias. (a) real e imaginário e (b) módulo e fase.

No entanto, uma banda que despertou grande interesse foi aquela entre c.c. e 8 kHz, a qual encontra-se desenhada em detalhe na figura 4.29. As freqüências associadas aos pontos numerados de 1 a 6 na curva de fase, demonstram excelente concordância com aqueles da figura 4.27, o que comprova a eficiência do método interferométrico implementado neste trabalho.



Fig 4.29 – Gráfico da admitância elétrica do transdutor o tipo *bender* de c.c. a 8 kHz adquirido através do analisador de impedâncias.

Encerram-se aqui os testes realizados com o transdutor tipo *bender* extraído do *tweeter* piezoelétrico. Os resultados se mostram promissores, o que encorajou a aplicação dos métodos aqui descritos para análise do atuador piezoelétrico flextensional, conforme discutido nas próximas seções.

4.5 – Análise do Piezoatuador Flextensional f1b820

Nesta seção aplica-se o interferômetro óptico para investigar as amplitudes de vibração produzidas no piezoatuador flextensional f1b820, descrito no capítulo 3, o qual foi construído pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP / Mecatrônica [29].

Os atuadores flextensionais são projetados para aplicações estáticas ou quaseestáticas (abaixo da primeira freqüência de ressonância). Entretanto, é importante obter-se a resposta em freqüência, a fim de se estabelecer as freqüências onde o atuador entra em ressonância. De fato, quando se opera o atuador com sinais elétricos para ajuste de posição arbitrários, componentes de freqüências de ressonância podem ser excitadas, perdendo-se a linearidade entre o sinal de controle e o deslocamento correspondente (*tracking error*) [33]. Este constitui um problema sério, principalmente se a primeira ressonância ocorrer em freqüência relativamente baixa. Por exemplo, no piezoatuador da empresa DSM, mostrado na figura 3.22a, tal freqüência é de apenas 1,4 kHz [34]. Outros atuadores comercializados por esta empresa apresentam ressonâncias em freqüências tão baixas quanto 300 Hz.

Isto significa, por exemplo, que em aplicações de grande velocidade em biotecnologia (deslocamentos entre 100 µm e 300 µm em intervalos de tempo inferiores a 1 ms), que demandam resposta em freqüência linear até 1 kHz, podem sofrer problemas com erro de trajetória (*tracking error*) para sinais de controle com multi-freqüências [35].

Tal qual executado no caso do *bender* piezoelétrico descrito na seção anterior, foram levantadas as características de resposta em freqüência e linearidade do atuador f1b820, aplicando-se as técnicas interferométricas discutidas no capítulo 2. No entanto, é interessante discutir primeiramente algumas características da piezocerâmica.

4.5.1 – A Piezocerâmica com PZT – 5A

O piezoatuador f1b820 tem como elemento ativo uma piezocerâmica retangular em PZT - 5A, com dimensões l = 30 mm, t = 3 mm e w = 14 mm, como esquematizado na figura 4.30.



Fig 4.30 - Piezocerâmica retangular em PZT – 5A

Esta cerâmica é polarizada na direção da espessura e deve ser alimentada por um campo elétrico aplicado na mesma direção.

De acordo com a referência [36], a expressão da admitância elétrica dessa piezocerâmica é dada por:

$$Y = j2\pi f\left(\varepsilon_{33}^{T} - \frac{d_{31}^{2}}{s_{11}^{E}}\right)\frac{lw}{t} + j\frac{1}{\sqrt{\rho s_{11}^{E}}}\frac{2wd_{31}^{2}}{s_{11}^{E}t}tg\left(\frac{2\pi fl}{2}\sqrt{\rho s_{11}^{E}}\right)$$
(4.3)

onde ρ é a densidade de massa e f é a freqüência de sinal. Os parâmetros ε_{33}^T , d_{31} e s_{11}^E foram discutidos no capítulo 3. Segundo [37], para o PZT-5A têm-se $\varepsilon_{33}^T / \varepsilon_0 = 1700$, $d_{31} = -171 \cdot 10^{-12} m / V$, $s_{11}^E = 16, 4 \cdot 10^{-12} m^2 / N e \rho = 7680 \text{ Kg} / m^3$.

Na figura 4.31 apresenta-se o gráfico de Y em função de *f* conforme (4.3), o qual revela que a primeira freqüência de ressonância ocorre em f = 46,7 kHz.



Fig 4.31 – Gráfico da admitância elétrica da piezocerâmica em PZT – 5A obtido através da equação (4.3).

Este resultado concorda com o valor medido em [29], usando um analisador de impedâncias, conforme ilustra a figura 4.32. O valor medido da freqüência de ressonância foi 46,4 kHz. No presente trabalho, não foi possível extrair a piezocerâmica do piezoatuador para realizar esta medição.



Fig 4.32 – Respostas elétricas da cerâmica de 3mm de espessura medidas com analisador de impedâncias e simuladas com o software ANSYS. (a) curva da admitância elétrica e (b) curva da fase elétrica [29].

Além disso, como o coeficiente piezoelétrico d_{ij} está associado a razão deformação / campo elétrico, é possível prever os valores dos deslocamentos ΔL nas direções x_1 e x_3 da figura 4.30. Como $d_{31} = -171$ pm / volt para o PZT – 5A, a aplicação de (3.76), para $L_0 = l = 30$ mm e E = V/3 mm, onde V é a tensão aplicada, conduz a $\Delta L_{31} = 1,71x10^{-9} V$. Por outro lado, aplicando-se (3.76) para $d_{33} = 0,374$ pm / volt, $L_0 = t = 3$ mm e E = V/3 mm, obtém-se $\Delta L_{33} = 0,374x10^{-9} V$. Estes resultados encontram-se desenhados na figura 4.33, para a faixa de tensão de interesse neste trabalho.

Uma comparação dos valores de deslocamento medidos usando-se o interferômetro no piezoatuador f1b820, com os da figura 4.33, permitirá determinar a amplificação proporcionada pela estrutura metálica do dispositivo.



Fig 4.33 – Gráfico dos deslocamentos ΔL_{31} e ΔL_{33} , em módulo, para a piezocerâmica PZT – 5A.

4.5.2 – Inserção do Piezoatuador f1b820 no Interferômetro Óptico

Após a fixação da piezocerâmica na estrutura flexível, novas freqüências de ressonância surgem, devido ao acréscimo de massa e acoplamento entre os elementos do piezoatuador.

O piezoatuador flextensional f1b820 utiliza estruturas metálicas bipartidas coladas à piezocerâmica através de resina epóxi. Com isso, o deslocamento transversal da piezocerâmica é transferido para a estrutura em alumínio através de cisalhamento na resina epóxi. Assim, também ocorre influência da resina epóxi no comportamento deste piezoatuador.

Grandes espelhos, cujas massas são elevadas em relação à amostra piezoelétrica, podem alterar significativamente as freqüências de ressonâncias das piezocerâmicas e piezoatuadores. Uma alternativa razoável, para resolver este problema, é a utilização de pequenos espelhos feitos por vaporização de alumínio na superfície de lamínulas de microscópio.

A taxa de amplificação é obtida para cada freqüência pela divisão do deslocamento gerado pelo atuador, no seu ponto ótimo, e o deslocamento gerado pela piezocerâmica na direção 3, considerando-se o mesmo campo elétrico aplicado [29].

A figura 4.34a mostra uma foto do suporte do atuador flextensional para inspeção interferométrica. A amostra piezoelétrica é presa, apoiada por 3 pontos, como ilustra a figura 4.34b. Dois parafusos prendem a base inferior, para dar equilíbrio, e um parafuso prende a parte superior (ver figura 4.34 c e d). Com isso, a amostra piezoelétrica analisada tem liberdade para deslocar-se nas direções 1 e 3, associadas aos coeficientes piezoelétricos d_{31} e d_{33} , respectivamente. O deslocamento na direção 2 é praticamente nulo.



Fig 4.34 - Fotos do suporte onde foi fixado o atuador flextensional f1b820. (a) vista em perspectiva. (b) Tipo de engaste utilizado. (c) Vista frontal. (d) Vista lateral

4.5.3 – Testes de Linearidade

Nesta etapa investigou-se a linearidade do atuador flextensional utilizando os métodos de baixo índice de modulação, J_1/J_3 e $J_1...J_4$. Com o método de contagem de franjas não foi realizada nenhuma medição devido à dificuldade em se gerar um sinal de excitação senoidal com amplitude elevada com a instrumentação disponível no laboratório. Mesmo utilizando um amplificador operacional LF353N para amplificar o sinal de saída do gerador de funções, não foi possível gerar sinais de saída no interferômetro com mais de dois picos por período nas regiões fora das ressonâncias.

Com objetivo de comparar valores dos coeficientes angulares das retas de linearidade, foram realizadas medições com o método interferométrico de baixo índice de modulação utilizando onda senoidal em 2 kHz e 10 kHz. Exemplos de sinais medidos em 2 kHz encontram-se ilustrados na figura 4.35. Os resultados são mostrados, respectivamente, na figura 4.36, em termos de tensão de saída detectada versus tensão de excitação de entrada.



Fig 4.35 — Formas de onda de excitação em azul e detectada em amarelo adquiridas pelo osciloscópio digital utilizando o piezoatuador flextensional f1b820 com amplitudes de excitação iguais a: (a) 5 volts, (b) 6 volts, (c) 7 volts, (d) 8 volts.



Fig 4.36 — Resultado gráfico do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método, de baixo índice de modulação para excitações senoidais com freqüências iguais a 2 kHz (formas de onda da figura 4.35) e 10 kHz.

O mesmo teste foi executado, agora, com excitação por forma de onda triangular, a qual melhora a precisão na leitura e permite visualizar a linearidade diretamente sobre o sinal de saída não distorcido. Na figura 4.37 ilustram-se algumas medições, realizadas na freqüência de 700 Hz.









(c)



Fig 4.37 - Formas de onda triangular obtidas através do método de baixo índice de modulação ao excitar o piezoatuador flextensional f1b820 com freqüência de 700 Hz e com amplitudes de pico iguais a: (a) 4 volts, (b) 6 volts, (c) 8 volts e (d) 10 volts.

A partir dos resultados obtidos na figura 4.37 desenha-se o gráfico da tensão de saída em função da tensão de entrada (volts de pico), na figura 4.38, que evidencia uma excelente linearidade.



Fig 4.38 - Resultado gráfico do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método de baixo índice de modulação para excitação triangular com freqüência igual a 700 Hz. (formas de onda da figura 4.37).

A fim de se conhecer a amplitude do deslocamento em valor absoluto, utilizando o método de baixo índice de modulação (ver item 2.9.1) com o atuador flextensional, foi realizado um teste de linearidade com forma de onda triangular e freqüência igual a 270 Hz. Na figura 4.39 ilustram-se as formas de onda obtidas, sendo a figura 4.39 f) correspondente ao resultado com valor máximo de intensidade óptica que garante a aplicação do método, ou seja, $\Phi_s \cong \pi/2$. Esta figura proporciona $I_{máx} = 240 \text{ mVpico}$. A calibração da medição foi realizada conforme descrito no capítulo 2 para determinação dos índices de modulação e os valores de deslocamentos absolutos foram calculados a partir de (4.2b).

O resultado da linearidade é desenhado em um gráfico de deslocamento absoluto por tensão aplicada como pode ser observado na figura 4.40, sendo o coeficiente angular de aproximadamente 35,3 \dot{A} /V.





Fig 4.39 – Formas de onda triangular obtidas através do método de baixo índice de modulação ao excitar o piezoatuador flextensional f1b820 com freqüência de 270 Hz e com amplitudes de pico iguais a: (a) 3 volts, (b) 5,2 volts, (c) 7,2 volts, (d) 10 volts, (e) 12,4 volts e (f) 20,8 volts.



Fig 4.40 – Resultado gráfico da linearidade, em valores absolutos, do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método de baixo índice de modulação para excitação triangular com freqüência igual a 270 Hz. (formas de onda da figura 4.39).

Com o auxílio da figura 4.33, e admitindo-se que as inclinações das retas associadas a ΔL_{31} e ΔL_{33} são 1,71 nm / volts e 0,374 nm / volts, respectivamente, obtêm-se amplificações iguais a (3,53 nm / volts) / (1,71 nm / volts) = 2,06 e (3,53 nm / volts) / (0,374 nm / v) = 9,5, respectivamente, em f = 270 Hz, as quais concordam com [29].

O fato de se excitar o piezoatuador com forma de onda triangular despertou atenção para um fenômeno curioso, conhecido na área de biotecnologia como erro de trajetória (*tracking error*). A medida que se aumenta a freqüência de sinal, surgem oscilações sobre a forma de onda triangular, como as ilustradas na figura 4.41, as quais não devem ser confundidas com ruído ou interferência.



Fig 4.41 – Formas de onda triangular com problema de trajetória (*tracking error*) para freqüências de: (a) 815 Hz, (b) 1,8 kHz e (c) 2,8 kHz.

Na figura 4.41 c), por exemplo, percebe-se que existem aproximadamente 8 oscilações por período do sinal triangular, o que corresponde a uma componente superposta de aproximadamente 8 x 2,8 kHz = 22,4 kHz. Na figura 4.41 b), o número de oscilações aumenta para 12, e assim, corresponde a aproximadamente 12 x 1,8 kHz = 21,6 kHz. Na figura 4.41 a), o número de oscilações é muito grande, embora se apresentem com pequena amplitude, tornando o sinal triangular "mais contínuo".

De fato, conforme será visto na próxima seção, ocorre uma ressonância muito intensa por volta de 23 kHz. Assim, se o sinal de entrada for constituído por uma forma de onda arbitrária, que exiba uma componente espectral em torno de 23 kHz, esta gera uma ressonância no piezoatuador, causando a ondulação indesejável. Este é o caso da forma de onda triangular operando em freqüências mais elevadas (acima de 1 kHz).

Na figura 4.42 apresenta-se, a título de ilustração, uma simulação na qual a forma de onda triangular é superposta a uma componente senoidal de alta freqüência. O comportamento da figura 4.42 b) é semelhante ao da figura 4.41 c).





Fig 4.42 – Simulação em Matlab do problema de *tracking error*. (a) Forma de onda triangular superposta à uma componente senoidal de alta freqüência. (b) resultado da superposição evidenciando o problema.

O fenômeno de *tracking error*, quando presente em manipuladores micrométricos usados em biotecnologia, pode causar sérios problemas, em vista que não mais existe uma proporcionalidade entre o sinal de controle e a trajetória do manipulador.

Um fato semelhante foi observado ao excitar o piezoatuador com forma de onda quadrada, no qual surgiram também oscilações sobre o sinal aplicado. Devido a esse tipo de sinal possuir grande quantidade de componentes espectrais, as oscilações mostraram-se intensas mesmo operando em freqüências baixas como se observa através da figura 4.43.

Na figura 4.43 a), onde se tem uma freqüência de excitação em 1 kHz, observa-se a existência de aproximadamente 23 oscilações por período da onda quadrada, o que corresponde a vigésima terceira componente espectral localizada próxima a ressonância em torno de 23 kHz. Na figura 4.43 b), o número de oscilações aumentou para 33, o que corresponde a aproximadamente 33 x 700 Hz = 23,1 kHz. Na figura 4.43 c) o número de



oscilações é ainda maior, em torno de 81 oscilações, e corresponde a aproximadamente $81 \times 290 \text{ Hz} = 23,49 \text{ kHz}.$

Fig 4.43 – Formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda quadrada nas freqüências de: (a) 1 kHz, (b) 700 Hz e (c) 290 Hz.

Torna-se interessante analisar a resposta espectral dos sinais ilustrados na figura 4.43 para confirmação da existência de tal ressonância em torno de 23 kHz. Na coluna da esquerda da figura 4.44 encontram-se os espectros medidos pelo osciloscópio digital para as freqüência de excitação em 1 kHz, 700 Hz e 290 Hz, respectivamente. Na coluna da direita apresentam-se os resultados de simulações dos espectros das ondas quadradas nas respectivas freqüências, as quais auxiliam na determinação da componente amplificada pela ressonância.



Fig 4.44 – Espectros gerados pelo osciloscópio digital das formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda quadrada nas freqüências de: (a) 1 kHz, (b) 700 Hz e (c) 290 Hz.

Apesar de existirem outras freqüências de ressonância no atuador flextensional f1b820, conforme será visto adiante, estas aparecem bem reduzidas na análise espectral executada, devido à pequena amplitude das componente nestas freqüências, como pode ser

observado nitidamente através das figuras 4.44 b) e c). Nesta situação, conclui-se que a principal responsável pelas oscilações é a ressonância próxima de 23 kHz.

Este exemplo ilustrativo torna evidente a importância de se levantar a resposta em freqüência do piezoatuador flextensional.

A seguir, empregou-se o método de J_1/J_3 , o qual permite analisar não só a linearidade, como também, medir as amplitudes dos deslocamentos em valores absolutos. Utilizando-se excitações senoidais na freqüência de 4,45 kHz (próximo a uma fraca ressonância, como será visto adiante), com tensões entre 5,5 e 11,5 volts de pico, procedeu-se a aquisição do espectro do sinal detectado tal que exibisse somente componentes harmônicas ímpares. Na figura 4.45 apresenta-se o resultado obtido, em termos de índice de modulação e de deslocamento no piezoatuador. Como se observa, aplicando-se o método de J_1/J_3 , amplitudes de aproximadamente 26 nm podem ser detectadas. Conforme discutido em seções anteriores, para tensões de excitação inferiores, existe dificuldade em se medir a componente J_3 , a qual exibe baixa amplitude .



Fig 4.45 – Resultado gráfico do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método J_1/J_3 para excitação senoidal com freqüência igual a 4,45 kHz.

A partir da figura 4.45 obtém que o coeficiente angular da reta (equidistante dos pontos medidos) é igual a 5 nm / V. A partir daí, é possível determinar a amplificação proporcionada pela estrutura metálica flexível colada à piezocerâmica, bastando dividir o

valor deste coeficiente angular pelo da curva ΔL_{33} . Neste cálculo aproximado, desconsiderase o efeito da dispersão em freqüência de d_{33} (o mesmo é aplicado para d_{31}). Com o auxílio da figura 4.33 obtém-se (5 nm / V) / (0,374 nm / V) = 13,4, significando que a estrutura flexível proporciona um ganho de 13,4 vezes em relação `a amplitude de vibração na direção 3. Por outro lado, dividindo-se pelo coeficiente angular de ΔL_{31} , obtém (5 nm / V) / (1,71 nm / V) = 2,9, indicando que ocorre uma amplificação de 2,9 vezes da amplitude de vibração na direção 1.

Numa última medição de linearidade com o piezoatuador flextensional f1b820, empregou-se o método $J_1....J_4$ utilizando excitações senoidais em 23 kHz, freqüência na qual ocorre uma ressonância muito intensa. As tensões de alimentação entre 0,8 e 1,8 volts de pico foram escolhidas tal que os índices de modulação respeitassem os limites impostos pelo método, conforme discutido no capítulo 2. Os espectros obtidos para cada tensão encontramse ilustrados na figura 4.46. A determinação do índice de modulação depende das quatro primeiras harmônicas espectrais nas quais são variáveis da equação (2.59).



10

x 10⁴



Fig 4.46 – Espectros gerados pelo osciloscópio digital das formas de onda detectadas na saída do interferômetro sob excitação com forma de onda senoidal em 23 kHz e amplitudes de pico à pico iguais à: (a) 650 mvolts, (b) 750 mvolts, (c) 850 mvolts, (d) 950 mvolts, (e) 1050 mvolts, (f) 1150 mvolts e (g) 1250 mvolts.

Na figura 4.47 apresenta-se o resultado obtido, aplicando-se (2.59), evidenciando uma boa linearidade. O coeficiente angular dessa reta é de aproximadamente 97 nm / V, muito superior àquele obtido em f = 4,45 kHz.



Fig 4.47 – Resultado gráfico do piezoatuador flextensional f1b820, utilizando o método $J_1....J_4$ para excitação senoidal com freqüência igual a 23 kHz.

4.5.4 – Resposta em Freqüência do Piezoatuador Flextensional fb820.

Aplicando-se sinais senoidais com 16,8 volts de pico, para freqüências entre 1 e 60 kHz, procedeu-se ao levantamento da resposta em freqüência do piezoatuador flextensional f1b820. Como o gerador de sinal disponível atingia no máximo 10 volts de pico, houve a necessidade de amplificação do sinal de excitação, com base no amplificador operacional LF353N. Na figura 4.48 apresenta-se o resultado obtido aplicando-se a técnica de contagem de pico com erro de meio pico, segundo os pontos discretos. Já a curva contínua refere-se a resultados obtidos aplicando-se o critério subjetivo da semelhança entre o sinal detectado e o simulado em Matlab.

Conforme informa a figura 4.48, nos pontos denotados por A, B e D ocorrem ressonâncias em 23 kHz, 32 kHz e 51,5 kHz.

Novamente, observa-se que à medida que a freqüência aumenta as amplitudes de vibração diminuem. Uma melhor resolução poderia ser obtida caso se dispusesse de amplificadores com maior ganho e capazes de operar em freqüências elevadas (até 60 kHz), o que não ocorreu neste trabalho.

Com isso, não foi possível detectar a ressonância na freqüência de aproximadamente 47 kHz, associada à piezocerâmica em PZT-5A isolada, como discutido no início deste capítulo. O que pode ter acontecido (ver a figura 4.48), é que para os níveis de tensão de excitação aplicados neste trabalho, a raia correspondente à esta ressonância tenha permanecido entre 0,5 e 1 pico, dificultando a sua detecção. No entanto, tal ressonância efetivamente ocorre, conforme será observado durante a utilização do analisador de impedâncias.

Justifica-se também, a ocorrência de uma ressonância intensa em $f \cong 23$ kHz, a qual causa as oscilações sobre sinal de saída quando se excita o piezoatuador com sinal triangular, ou retangular, como discutido no item 4.5.3.

Uma região da curva de resposta em freqüência que merece destaque é aquela próxima a 14 kHz. Conforme será visto adiante, esta região não chega a chamar a atenção na curva de admitância em função da freqüência, porém, exibe uma pequena ressonância em f = 14,4 kHz, como ilustram os sinais detectados presentes na figura 4.49.



Fig 4.48 – Gráfico da resposta em freqüência do piezoatuador flextensional f1b820 utilizando o método de contagem de picos.





Fig 4.49 – Formas de onda detectadas na saída do interferômetro para freqüências próxima da ressonância em 14 kHz. (a) f = 13 kHz, (b) f = 14,4 kHz e (c) f = 15 kHz

Outro fato que desperta atenção corresponde à limitação do sistema interferométrico aqui montado, em medições de amplitudes de ressonância elevadas e em altas freqüências. Nesta situação, exige-se a utilização de fotodiodos mais rápidos que o empregado (o qual possui largura de banda de aproximadamente 130 kHz). Na figura 4.50 é mostrado o sinal detectado (acoplamento c.a.) na ressonância em 23 kHz, o qual deveria exibir 19 picos positivos por período da tensão aplicada. Contudo, como o fotodiodo não responde adequadamente, tem-se a impressão que ocorre um número menor de picos. De fato, por inspeção da figura, contam-se 19 ciclos de sinal de saída, por período, o que corresponde, a grosso modo, a 19 x 23 kHz = 527 kHz, demasiado grande para o fotodiodo disponível responder. Uma comparação com a forma de onda simulada em Matlab contribuiu para remover a dúvida e concluir que efetivamente ocorriam 19 picos.



Fig 4.50 – Sinal detectado na freqüência de ressonância em 23 kHz.

As ressonâncias associadas aos pontos A, B, C e D na figura 4.48, demonstram estar em concordância com as da figura 4.51, o gráfico de admitância elétrica medido com o analisador de impedâncias HP modelo 4192A. A figura 4.51 a), foi desenhada a partir dos dados originais, das partes real (condutância) e imaginária (susceptância) da admitância. Na figura 4.51 b), encontram-se os gráficos de módulo e fase da admitância, os quais tornam mais evidentes as ocorrências de ressonâncias e anti-ressonâncias. Os pontos denotados por A, B, e D correspondem, respectivamente, às freqüências de ressonâncias em 23 kHz, 32 kHz e 51,5 kHz também obtidas na figura 4.48. No entanto, diferentemente daquele gráfico, aqui se percebe claramente que existe uma ressonância em aproximadamente 48 kHz, denotando o ponto C na figura 4.51 b), e que está associada `a freqüências superiores apresentam amplitudes mais reduzidas, ao contrário do que ocorre em baixas freqüências.

Para comprovar este fato, discute-se a seguir a ressonância detectada em torno de 14,4 kHz na figura 4.48. A princípio, analisando-se a figura 4.51 nas escalas em que foi desenhada, pouco se percebe em torno desta freqüência. Contudo, desenhando-se na figura 4.52, um detalhe da região deste gráfico para freqüências entre c.c. e 20 kHz, observa-se que esta banda é repleta de "micro-ressonâncias", em particular, em torno de 14 kHz. O mesmo é válido para a região em torno de 5 kHz.





Fig. 4.51 - Gráficos da admitância elétrica do piezoatuador flextensional f1b820 de c.c. à 70 kHz adquirido através do analisador de impedâncias. (a) real e imaginário e (b) módulo e fase.

Conclui-se portanto, que não existe uma correspondência entre a amplitude da vibração e a magnitude da admitância nas freqüências de ressonâncias. Também, que os gráficos de amplitude de vibração e de admitância em função da freqüência se complementam, na determinação das ressonâncias.

Assim, embora a primeira grande ressonância do piezoatuador flextensional ocorra em 23 kHz, como revelado na figura 4.51, amplitudes elevadas também podem ser geradas em torno de 14 kHz. Estas informações são relevantes na hipótese de se empregar o piezoatuador com sinais de controle arbitrários, devido ao fenômeno de "*tracking error*".



Fig. 4.52 – Gráfico da admitância elétrica do piezoatuador flextensional f1b820 de c.c à 20 kHz adquirido através do analisador de impedâncias.

Embora seja de grande importância o estudo do piezoatuador flextensional f1b820 operando em freqüências baixas, da ordem de poucos Hz, no presente estágio da pesquisa, ainda não foi possível executar testes nesta banda. Isto porque o interferômetro atua em malha aberta, com o ponto de polarização oscilando livremente e causando desvanecimento do sinal detectado. Mesmo que a técnica de $J_1....J_4$ seja inume ao desvanecimento, em freqüências muito baixas exige-se fontes de alimentação c.a. com amplitudes elevadas, a fim de gerar uma componente em J_4 com intensidade suficientemente grande. Em trabalhos futuros, pretendese implementar técnicas de detecção homódinas ativas que proporcionem imunidade ao desvanecimento.

Capítulo 5 Conclusão

Nesta pesquisa, avaliou-se a potencialidade da interferometria óptica na detecção de amplitudes de vibração nanométricas produzidas por piezoatuadores flextensionais. Utilizando-se um interferômetro de Michelson homódino em óptica volumétrica, foram testadas a linearidade e resposta em freqüência de um piezoatuador construído pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP / Mecatrônica [29]. Todas as medições foram realizadas sem carregamento mecânico (*free displacement*). Técnicas de detecção de sinal interferométrico como a de baixo índice de modulação, J_1/J_3 , $J_1...J_4$ e contagem de franjas se mostraram eficientes na demodulação de fase óptica para esta aplicação.

A fim de comprovar o domínio da técnica, testes preliminares com um transdutor piezoelétrico do tipo bilaminar, extraído de um *tweeter* comercial, foram realizados. Verificou-se que este tipo de transdutor é otimizado para operar com tensões reduzidas, gerando-se elevadas amplitudes de vibração. São dispositivos que exibem excelente linearidade e um gráfico de resposta em freqüência com característica bem comportada. A primeira ressonância significativa encontra-se distante da faixa de áudio.

A técnica de demodulação para sinais interferométricos com baixo índice de modulação é adequada para operar com deslocamentos inferiores a $\lambda/8$ de pico, o que equivale a aproximadamente 300 Å no caso de se usar laser de He-Ne.

A técnica de J_1/J_3 possibilita a medição de deslocamentos em valores absolutos e isenta de desvanecimento. Sua faixa de aplicação se estende entre 300 Å a 2500 Å aproximadamente. Para pequenos deslocamentos, a componente de terceira harmônica do sinal detectado exibe uma amplitude muito pequena, enquanto que deslocamentos elevados causam redução da amplitude da componente fundamental. A técnica de contagem de franjas é adequada para medir deslocamentos elevados, acima de 2500 Å, e também permite obter amplitudes em valores absolutos. Contudo, introduz um erro de meio pico, ou seja, de aproximadamente 40 nm de pico.

Nestas três técnicas foi realizado o ajuste do interferômetro para operar na condição de quadratura de fase. Isto pode ser realizado ajustando-se a posição do espelho no ramo de referência do interferômetro de Michelson, com auxílio de estágios de translação micrométricos.

As técnicas de detecção empregadas foram de malha aberta, isto é, não existiu nenhum mecanismo de controle automático para estabilizar a condição de quadratura de fase. Assim, devido à sensibilidade extremamente elevada desse tipo de instrumentação, houve a necessidade de realizar medições criteriosas, condicionando-se o ambiente do laboratório, a fim de reduzir ao máximo possível a incidência de perturbações ambientais como flutuações térmicas, turbulências de ar e vibrações espúrias. Mesmo assim, embora o problema de desvanecimento fosse muito atenuado, com esse procedimento, verificou-se que ainda estava presente.

Este problema foi amenizado com a utilização de um osciloscópio digital, que permite reter e armazenar o conteúdo da tela no instante da medição. Como o desvanecimento, embora cause oscilações elevadas na magnitude do sinal detectado, aparece em freqüências baixas, medições de amplitudes de vibração puderam ser realizadas com precisão, as quais foram tanto melhor quanto maior a freqüência do sinal de excitação. Ou seja, se a freqüência for suficientemente elevada (acima de aproximadamente 200 Hz), o tempo de aquisição é tão pequeno, que o ponto de operação do interferômetro praticamente permanece constante. Medições em freqüências abaixo de 200 Hz não puderam ser realizadas até este estágio da pesquisa.

Uma quarta técnica de detecção, denominada técnica de $J_1...J_4$, foi implementada e conduziu a excelentes resultados independentemente do desvanecimento ou mudanças na visibilidade de franjas. Este método dispensa o ajuste da condição de quadratura de fase, ou seja, o termo de fase ϕ_0 pode variar livremente (exceto para $\phi_0 = \pi/2$ ou $\phi_0 = 0$).

Contudo, a fim de satisfazer as hipóteses de aplicação do método durante a amostragem do sinal, deve-se assegurar que o sinal interferométrico I(t) seja periódico, antes de se proceder ao cálculo da FFT. Além disso, o índice de modulação Φ_s que se deseja medir deve ser alto o suficiente para que a componente associada a J_4 esteja acima do nível de ruído elétrico. Isto significa que esta técnica exibe um limite inferior (para $\Phi_s \cong 0,1$ rad)

abaixo da qual perde eficiência. Além disso, se Φ_s for muito grande (acima de 3,8 rad aproximadamente), o sinal da componente espectral J_1 inverte, porém, o analisador de espectros (osciloscópio digital que executa FFT) não proporciona esta informação. Portanto, também existe um limite superior acima do qual a técnica não se aplica.

Procedeu-se ao levantamento das curvas de linearidade do piezoatuador flextensional em valores relativos e absolutos. Na freqüência de 270 Hz, determinou-se que a amplificação proporcionada pela estrutura metálica flexível é de 9,5 em relação à vibração na direção 3 da piezocerâmica em PZT – 5A, e de 2 em relação à vibração na direção 1. Admitindo-se, a grosso modo, que d_{31} e d_{33} não sofram dispersão em freqüência, tais amplificações foram de 13,4 e 2,9 para f = 4,45 kHz.

Mediu-se que, em 270 Hz, o coeficiente angular da reta de linearidade é igual a 3,53 nm / V, contudo, em 23 kHz, onde o piezoatuador exibe uma ressonância muito intensa, o coeficiente angular chega a atingir 97 nm / V. Esta ressonância pode causar erros de trajetória (*tracking error*) quando o piezoatuador é alimentado com sinais arbitrários, principalmente, quando exibe transições abruptas ou singularidades (como nos casos dos sinais retangulares ou triangulares).

Uma comparação entre os gráficos de resposta em freqüência do piezoatuador, em termos de amplitude de vibração e de admitância elétrica, evidencia uma boa concordância entre resultados para freqüências de ressonância. Observou-se que nem sempre uma magnitude de ressonância elevada na curva de admitância corresponde a uma amplitude de vibração acentuada. As vibrações para freqüências de ressonância mais altas têm suas amplitudes reduzidas, e vice-versa. Assim, podem ocorrer grandes deslocamentos em freqüências de ressonância não muito evidentes no gráfico de admitância. Portanto, conclui-se que ambas as técnicas se complementam.

Como sugestão para trabalhos futuros nessa linha de pesquisa, cita-se a implementação de técnicas homódinas ativas, com sistema de realimentação automática, capazes de executar medições de sinais interferométricos com baixo índice de modulação e baixa freqüência, independentemente do desvanecimento.

Seguindo a linha de contagem de franjas, sugere-se implementar o interferômetro em fibra óptica, evitando-se o problema de desalinhamento e possibilitando-se a medição de deslocamento da ordem de centenas de µm, que demandam a contagem de milhares de picos [32]. A implementação de um sistema de contagem reversível, como sugerido na referência [17], permitirá a medição de movimentos em ambas as direções, de expansão e contração.

Referências Bibliográficas

- [1] SCRUBY, C. B.; DRAIN, L. E. Laser ultrasonics-techniques and applications. Adam Hilger, 1990.
- [2] HARIHARAN, P. Optical interferometry. Academic Press, 1985
- [3] JONES, J. D. C. Interferometry and polarimetry for optical sensing, handbook of optical fiber sensing technology. John Wiley & Sons. Ltd., 2002.
- [4] GUENTHER, B. D.; VANDERLUGT, A. Interference and fresnel diffraction. <u>IEEE</u> <u>Transactions on Education</u>, v. 35, n. 2, p. 126-132, May, 1992.
- [5] Fundamentals of Piezoelectricity and Piezo Actuadors, Note, PI Physik Instrumente, in www.physik-instrumente.com/products/prdetail.php?sortnr=400600.00, Acessado em 04/09/2003.
- [6] WYLDE, J.; HUBBARD, T. J. Measurement of MEMS displacements and frequencies using laser interferometry. <u>Proceedings of the 1999 IEEE Canadian Conference on</u> <u>Electrical and Computer Engineering</u>, p. 1680-1685, 1999.
- [7] UDD, E. Fiber optic sensors An introduction for engineers and scientists. John Wiley & Sons, 1991.
- [8] BOUCHARD, G.; BOGY, D. B. Experimental measurement of scattered waves using a laser-doppler technique. <u>Journal of the Acoustical Society of America</u>, p. 1003-1009, October, 1984.
- [9] JEAN-PIERRE, M. Optical detection of ultrasound. <u>IEEE Transactions on Ultrasonics</u>, <u>Ferroelectrics</u>, and <u>Frequency Control</u>, v. UFFC-33, n. 5, p. 485-499, September, 1986.
- [10] Burleigh The Solution for Total Control in Microinjection MIS-5000 Series Microinjection Manipulators, <u>www. burleigh.com</u>, acessado em Junho de 2004.
- [11] MARTINS, C. F.; SILVA, A.E.D.F.; RUMPF, R. Injeção intracitoplasmática de células espermáticas e suas aplicações na reprodução dos bovinos, <u>Embrapa – Recursos Genéticos</u> <u>e Biotecnologia</u>, Documentos 84, ISSN 0102 – 0110, Dezembro, 2002.
- Bio-Manipulation, <u>www.me.umn.edu/divisions/design/adv_microsystems/biomanip.html</u>, Acessado em Junho de 2004.

- [13] HIGUCHI, T. et al. Automatic Micro Manipulation System for Cell Manipulation, www.Intellect.pe.u-tokyo.ac.jp/research/manipulat, Acessado em Junho de 2004.
- [14] Burleigh The Solution for Ultra-Fast Solution Switching, LSS-3000 Ultra-Fast Positioning Systems, <u>www.burleigh.com</u>, acessado em Junho de 2004.
- [15] HECHT, E. Optics. 3rd ed. Addison-Wesley-Longman, 1998.
- [16] ROWLEY, W.R.C. Some aspects of fringe counting in laser interferometer. <u>IEEE</u> <u>Transactions on Instrumentation and Measurement</u>, v. IM-15, n. 4, p. 146-149, December, 1966.
- [17] PECK, E. R.; OBETZ, S. W. Wavelength or length measurement by reversible fringe counting. <u>Journal of the Optical Society of America</u>, v. 43, n. 6, p. 505-509, June, 1953.
- [18] DE FERRARI, H. A.; DARBY, R. A. Andrews, F. A. Vibrational displacement and mode-shape measurement by a laser interferometer. Journal of the Acoustical Society of <u>America</u>, v. 42, n. 5, p. 982 – 990, 1967.
- [19] SUDARSHANAM, V. S.; SRINIVASAN, K. Linear readout of dynamic phase change in a fiber-optic homodyne interferometer. <u>Optics Letters</u>, v. 14, n. 2, p. 140 – 142, Jan, 1989.
- [20] JIN, W.; ZHANG, L. M.; UTTAMCHANDANI, D. Modified $J_1...J_4$ method for linear readout of dynamic phase changes in a fiber-optic homodyne interferometer. <u>Applied</u> <u>Optics</u>, v. 30, n. 31, p. 4496 4499, Nov., 1991.
- [21] PHILLIPS, J. R. Piezoelectric Technology Primer, CTS Application notes, <u>http://www.ctscorp.com/components/Datasheets/piezotechprimer.pdf</u>, acessado em Junho de 2004.
- [22] PIE Speaker Application Note CTS Piezoelectric Tweeters, www.ctscorp.com/components/Datasheets/PIE_Speaker_Application_Note.pdf, acessado em Junho de 2004.
- [23] ROSENBAUM, J. F. Bulk acoustic wave theory and devices. London: Artech House, 1988.
- [24] KINO, G. S. Acoustic waves: devices, imaging and analog signal processing. Prentice Hall, 1987.
- [25] AULD, B. A. Acoustic fields and waves in solids. Robert E. Krieger Publishing Company, 1990.
- [26] DIEULESAINT, E.; ROYER, D. Elastic waves in solids application to signal processing. John Wiley & Sons, 1980.

- [27] Theory, Applications and Product Selection Guides of Piezo Actuators, PZT NanoPositioning Systems, Piezo Motors and Ultrafast Steering Mirrors, www.physikinstrumente.com/tutorial/index.html, acessado em Junho 2004.
- [28] Advantages of Piezoelectric Positioning Systems, <u>www.physikinstrumente.com</u> /<u>tutorial/4_6.html</u>, acessada em Junho 2004.
- [29] NADER, G. Desenvolvimento de Técnicas de Caracterização de Transdutores Piezoelétricos. 2002. 182 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- [30] Piezoelectric Actuators, DSM Mission Critical Motion Control, www.dynamicstructures.com/fpa450.html, acessado em Junho de 2004
- [31] RENESTO, T. P. Aquisição de Dados Via Interface Serial RS232. 2004. Relatório Extra-Curricular (Graduando em Engenharia) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira.
- [32] FERREIRA, W. S.; CRUVINEL, P. E. Resultados de campo de medidas de micro variações de órgãos vegetais com o uso de uma instrumentação com sensor baseado em fibra óptica. <u>Anais do XVIII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada</u>, Caxambu, MG, p. 186 – 189, 1995.
- [33] BERGANDER, A. et al. Development of Miniature Manipulators for Applications in Biology and Nonotechnologies, <u>http://microrobotics.cpfl.ch/pdf/sros03.pdf</u>.
- [34] Piezoeletric Actuadors, FPA. 100 Flextensional Piezoeletric Actuator, DSM mission critical motion controlTM, <u>www.dynamic-structurer,com/fpa100.html</u>, acessado em 09/06/2004.
- [35] Fundamental of Piezoelectricity and Piezo Actuators, PI Physik Instrumente products, Notes – Selection guide, in <u>www.physic-instrumente.com/products/prdetail.php?</u> <u>sortnr=400600.00</u>, acessado em 04/09/2003.
- [36] SMITS, J. G. Interative method for accurate determination of the real and imaginary parts of the materials coefficients of piezoelectric ceramics. <u>IEEE Trans. on Sonics and</u> <u>Ultrasonics</u>, v. SU – 23, n. 6, pp 393 – 402, Nov., 1976.
- [37] JACINTHO, C. D.; FURUKAWA, C. M. Caracterização de Materiais Piezelétricos Utilizando um Analisador de Impedância. 2002. Iniciação Científica (Graduando em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.