

UNESP **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

TALITHA SANTANA DE BARROS

**EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA POSSIBILIDADE DE ENSINO A
PARTIR DOS *CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO***

Guaratinguetá
2012

TALITHA SANTANA DE BARROS

EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA POSSIBILIDADE DE ENSINO A
PARTIR DOS *CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO*

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rosa Monteiro Paulo

Guaratinguetá
2012

B277e	Barros, Talitha Santana de Educação financeira: uma possibilidade de ensino a partir dos cenários para investigação / Talitha Santana de Barros – Guaratinguetá : [s.n], 2012. 51 f. Bibliografia: f. 50-51 Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012. Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rosa Monteiro Paulo 1. Educação financeira 2. Pesquisa qualitativa I. Título CDU 336:51
-------	---



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

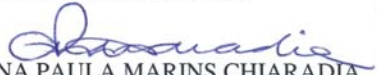
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA POSSIBILIDADE DE ENSINO A PARTIR DOS
CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO

TALITHA SANTANA DE BARROS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.


Prof.^ª. Dr.^ª. ANA PAULA MARINS CHIARADIA
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:



Prof.^ª. Dr.^ª. ROSA MONTEIRO PAULO
Orientadora/UNESP-FEG



Prof.^ª. Dr.^ª. VERA LIA MARCONDES CRISCUOLO DE ALMEIDA
UNESP-FEG



Prof. Ms. MARLON DA SILVA
CAP/INPE

Dezembro de 2012

Dedico este trabalho em especial à minha irmã Sheila, pois além de ser minha irmã é minha amiga, companheira e confiante, que me apóia incondicionalmente desde quando éramos crianças, que acredita em minha capacidade e que me dá forças com o seu modelo de vida. Enfim, é a minha inspiração.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida que tenho, por me dar saúde, por me encorajar e dar sabedoria para enfrentar os desafios.

Agradeço o meu pai, João por ser um exemplo de batalhador, e minha mãe, Nádia um exemplo de perseverança. Sou eternamente grata a eles pelo amor, carinho e dedicação dado durante todos os dias de minha vida. Agradeço pelo cuidado de me ensinar o caminho certo a ser seguido e a colocar os estudos sempre em primeiro lugar, acreditado em meu potencial e proporcionado a mim e minhas irmãs uma educação de qualidade. Por fim, obrigada pelo exemplo de vida e por sempre me ensinar com gestos que a humildade esta a cima de tudo nesta vida.

Agradeço à minhas preciosas irmãs Sheila e Érika pelos laços fortes de amizade, união e companheirismo. Obrigada pelos momentos maravilhosos que vivemos desde quando nós éramos crianças, aqueles que são sempre com muita alegria. Agradeço por sempre estarem dispostas a me ajudar nos momentos difíceis. Amo vocês.

Agradeço ao meu cunhado Éder, pois desde que entrou em minha família conquistou e ganhou respeito de todos com a sua humildade e sua história de vida. Para mim você é mais do que cunhado, considero você como um irmão. Obrigada por estar sempre presente em nossas vidas.

Agradeço ao meu namorado Douglas por sempre me incentivar de que sou capaz, por acreditar em meu potencial e por se alegrar com minhas conquistas. Obrigada por dedicar-se a mim sem medir esforço e por me amar e sonhar comigo todos os momentos que passamos juntos. Resumindo, te amo.

Agradeço a minha orientadora Rosa Monteiro, exemplo de professora, por compartilhar os seus ricos conhecimentos e experiências. Obrigada pelo apoio, incentivo e dedicação para que fosse possível realizar este trabalho.

Agradeço aos meus professores por ter auxiliado no meu crescimento profissional e pessoal durante este período de graduação. Obrigada por mostrarem a sensação do quanto é prazeroso e gratificante ensinar. Em especial a professora Vera Lia que tenho a honra de compartilhar este trabalho, pelo carinho e por estar presente desde o meu primeiro ano de graduação, e ao Marlon por sua simpatia e por ter aceitado o convite de participar de minha banca.

Agradeço aos meus queridos amigos que me acolheram durante todos os anos que estive em Guará: Diana por ser minha companheira e por deixar os meus dias mais alegres,

Regininha com quem tive o prazer de morar e de vivenciar momentos que serão inesquecíveis, Pequeno por ser meu amigo desde a época do CASD, Vestibular, Moradia e CTA momentos estes que serão marcados, Bruno Henrique por sempre me acalmar com suas palavras e a Miliam pela companhia durante todos estes anos e pelo seu jeitinho radiante.

*“O covarde nunca começa, o fracassado nunca
termina, o vencedor nunca desiste.”*

Norman Vincent Peale

BARROS,T.S.**Educação Financeira:** uma possibilidade de ensino a partir dos *cenários para investigação*. 2012. 51f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma possibilidade de ensino da Matemática Financeira para alunos do Ensino Fundamental, utilizando a investigação matemática, defendida por Fonseca, Brunheira, e Ponte (1999) e Skovsmose (2000). Com esta estratégia de ação, a investigação matemática, pretende-se propor atividades que se aproximem de situações reais que temos em nosso cotidiano visando auxiliar o aluno a entender e tomar decisões diante de questões relacionadas a transações comerciais e financeiras. Tais atividades possuem questionamentos abertos que dão ao aluno a oportunidade de reflexão sobre assuntos que envolvem conteúdo matemático como empréstimos bancário, financiamento e juros de poupança. Apresentamos um breve relato de trabalhos que mostram a importância da educação financeira nas escolas aplicada ao Ensino Médio e Superior. Construímos nossa proposta voltada ao Ensino Fundamental considerando a possibilidade de usar conteúdos relacionados a essa área do conhecimento para tratar de ideias matemáticas, bem como desenvolver a competência de análise e crítica. Sugerimos, como possibilidade de análise dos dados coletados em trabalho de campo realizado a partir desta proposta de ensino, a pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica, explicitando seus procedimentos.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Financeira. Investigação Matemática. Pesquisa Qualitativa.

BARROS, T.S. **Financial education:** a teaching possibility from the *scenarios for investigation*. 2012. 51f. Graduate work (Major in Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

ABSTRACT

This work presents a proposal for teaching financial mathematics to students from secondary school using mathematics investigation. This methodology is used for many researchers and this work follows the main ideas of Fonseca, Brunheira, and Ponte (1999) and Skovsmose (2000). With this methodology, we intend to develop activities that approximate real situations of daily life and we aim to help students to understand and make decisions about single commercial and finances negotiations. Such activities have open questions that provide students the opportunity to think about mathematical subjects like loans, financing and saving account. We show a short description of studies about the importance of financial education in secondary school and university. Our proposal is applied in Secondary School because we considering to use contents of this area in a very simple way, dealing with mathematical ideas in order to develop skills of critical analysis. We suggest a qualitative research with phenomenological approach, as a possibility analysis of collected data from this teaching proposal.

KEYWORDS: Financial Education. Mathematics Investigation. Qualitative Research.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tabela de números (Skovsmose, 2000, p.3)	30
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Juros mensais do empréstimo de BE 1 500,00 (autoria própria)	41
Tabela 2 – Rendimento mensal do valor aplicado de BE 16 000,00 (autoria própria)	44
Tabela 3 – Rendimento anual do valor aplicado de BE 16 000,00 (autoria própria)	44
Tabela 4 – Rendimento mensal do valor aplicado mês a mês de BE 110,00 (autoria própria)	46

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Proposta da Atividade 1 (autoria própria)	35
Quadro 2 – Solução da Atividade 1 (autoria própria)	37
Quadro 3 – Proposta da Atividade 2 (autoria própria)	39
Quadro 4 – Solução da Atividade 2 (autoria própria)	40
Quadro 5 – Proposta da Atividade 3 (autoria própria)	42
Quadro 6 – Solução da Atividade 3 (autoria própria)	43
Quadro 7 – Proposta da Atividade 4 (autoria própria)	45
Quadro 8 – Solução da Atividade 4 (autoria própria)	46

SUMÁRIO

1. PREFÁCIO.....	14
2. INTRODUÇÃO	17
3. CAPÍTULO I – METODOLOGIA DE PESQUISA.....	19
3.1 A PESQUISA NO ÂMBITO DA ABORDAGEM QUALITATIVA	19
3.2 A PESQUISA QUALITATIVA COM ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA	21
3.2.1 Análise Ideográfica e Análise Nomotética	22
3.3 A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	23
3.3.1 O “papel” do professor e do aluno em uma aula Investigativa	24
3.3.2 A aula Investigativa	25
3.3.3 Tarefas Investigativas	26
3.3.4 Cenários para investigação	28
4. CAPÍTULO II – EDUCAÇÃO FINANCEIRA	32
4.1 PROPOSTA DE TRABALHO PARA USO EM SALA DE AULA	33
4.1.1. Atividade 1 – Trabalhando com o conceito de Porcentagem	34
4.1.1.1. Considerações.....	35
4.1.1.2. A Matemática envolvida	36
4.1.2. Atividade 2 – Empréstimo Bancário	37
4.1.2.1. Considerações.....	39
4.1.2.2. A Matemática envolvida	39
4.1.3. Atividade 3 – Poupança.....	41
4.1.3.1. Considerações.....	42
4.1.3.2. A Matemática envolvida	43
4.1.4. Atividade 4 – Poupança com depósito mensal	44
4.1.4.1. Considerações.....	45
4.1.4.2. A Matemática envolvida	46
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
6. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	50

1. PREFÁCIO

O prazer na profissão acontece quando a conhecemos e a entendemos integralmente. Foi assim que descobri a minha profissão: conhecendo e entendendo a Matemática.

A minha história com a Matemática se deu de forma gradativa. No início da minha trajetória escolar, assim como muitas crianças, apresentava dificuldade de concentração e, portanto, de aprendizagem. Cursei o Ensino Fundamental na Escola Municipal Prof^o Waldemar Ramos, em São José dos Campos, no período da manhã. As escolas municipais adotam o sistema denominado Progressão Continuada, que não permite reprovações anuais, pois visam a aprovação condicionada aos conhecimentos adquiridos pelos alunos. Em outras palavras, todos os alunos são aprovados para o próximo ano da escolaridade, independente de seu desempenho. A intenção, no projeto, era que as turmas fossem montadas agrupando os alunos pelos conhecimentos adquiridos de modo que a aprendizagem fosse progressiva. Porém, na prática isso não foi efetivado e o que se vê é a ‘promoção automática’. Isso acarretou, para mim, maior dificuldade de aprendizagem e, com o decorrer do tempo, na disciplina de Matemática, a situação foi se agravando uma vez que o ensino é gradativo e todos os conteúdos são dependentes um do outro. Com isso, chegou um momento em que eu não acompanhava mais o ritmo da turma. Para assimilar os novos conteúdos, sentia a necessidade de aprender o que o ficou para trás. Porém, a escola não me oferecia esse suporte. Preocupados com esta situação, meus pais decidiram me matricular num curso extracurricular de Matemática, onde eu iria rever os conteúdos básicos que precisava.

Mediante o ritmo de estudo proporcionado pelo curso, a minha história com a Matemática foi mudando ao longo dos anos. Comecei a me dedicar com vigor aos estudos e a minha capacidade de concentração passou a melhorar.

Hoje, considerando a formação para o ensino de Matemática, posso afirmar que me dediquei verdadeiramente a partir do momento em que estava entendendo a disciplina. Grande alegria veio à tona quando todos aqueles números fizeram sentido para mim.

Já no Ensino Médio, a orientadora do curso extracurricular notou que eu tinha paciência e interesse em ajudar meus colegas que apresentavam dificuldades, pois, muitas vezes eu notava que eram as mesmas dificuldades que eu tive, e queria ajudar. Assim, ela me ofereceu a oportunidade de auxiliá-la na correção das tarefas dos alunos. Foi uma incrível experiência que me proporcionou a elevação da autoestima e autoconfiança. A partir daí comecei a dar aulas particulares e descobri o prazer em compartilhar com os outros o que conhecia.

Descobri, então, que a opção que se anunciava para mim, estava coerente: o desejo de ser professora.

Embora sentisse insegurança decorrente dos meus conhecimentos básicos diante da complexidade do vestibular, passar em uma universidade pública sempre foi o meu grande sonho e não permiti que barreira alguma me bloqueasse para conquistá-lo.

Fui aprovada no cursinho público pré-vestibular de minha cidade – CASD – Curso Alberto Santos Dumont, uma instituição sem fins lucrativos, criado e mantido pelos alunos do ITA – Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Esse cursinho pré-vestibular foi o principal passo dado para meu ingresso na UNESP – Universidade Estadual Paulista. O corpo discente e docente do cursinho era muito unido, havia uma troca de informações e espaço de compartilhamento em que podíamos compartilhar dificuldades e compreensões. Pude participar ativamente deste grupo. Por um lado, alunos ávidos por conhecimento que possuíam uma trajetória escolar com muito déficit proveniente das escolas públicas. Por outro lado, professores extremamente capacitados principalmente por terem enfrentado muitos obstáculos para serem aprovados no ITA. O CASD é um ambiente construído por grandes lições de vida e modelos vivos de persistência e, sobretudo, onde eu encontrava motivação para seguir em frente e confiar em meu potencial. Tenho muito a agradecer ao CASD e o desejo de retribuir o que foi feito por mim.

O resultado de todo esforço e dedicação foi a concretização do meu sonho: a aprovação no vestibular da UNESP – Guaratinguetá, no curso de Licenciatura em Matemática.

Estou muito satisfeita por ter concluído o curso de Matemática nesta instituição, onde tive professores excelentes que, além de ensinar muito bem, sabem como tratar os alunos e, com essa postura, conquistam o respeito e a amizade de todos. Tenho muito a agradecer, também, a todos os funcionários e professores, por ter-me proporcionado um ambiente agradável de aprendizado durante todos esses anos que vivi e por ter auxiliado no meu crescimento profissional e pessoal durante este período de graduação.

Durante o curso, além de me dedicar as disciplinas, também me envolvi com projetos. O que eu mais gostei e admiro no curso de Licenciatura em Matemática é o modo com o qual os professores nos mostram a Matemática. Podemos percebê-la não apenas como uma ciência exata, mas antes como uma disciplina que pode ser estendida para o campo das ciências humanas, pois ensinar os conteúdos dessa ciência, entender os processos de conhecimento do aluno e, conseqüentemente, as possibilidades de aprendizagem nos exigem reflexões, visto que, não existem fórmulas matemáticas para definir o perfil de cada aluno. Entendemos, no curso, que há opções de ensino de Matemática porque há diferentes modos de aprendizagem.

Este trabalho de conclusão de curso é um marco na minha vida, pois é exatamente o momento de transição de aluna, onde tinha apenas o dever de “aprender”, para ser professora, onde tenho agora o compromisso com o “ensinar”. Neste momento de transição, o sentimento que se esboça traz um misto de insegurança, por saber que o trabalho do professor é fundamental na vida do estudante, e vontade de inovar o método de ensino e de colocar em prática os conhecimentos produzidos durante o curso de Licenciatura em Matemática.

Eleger o tema de investigação deste TCC – Trabalho de Conclusão de Curso – foi mais uma etapa deste curso de formação que, além de me fazer dar um passo a trás e olhar para minha vivência com a Matemática, me levou a buscar caminhos distintos, compreender propostas, entender modos de agir. Passarei, neste momento a apresentar esta outra etapa de minha formação profissional que me pôs em contato com a faceta da pesquisa.

2. INTRODUÇÃO

A motivação inicial pelo tema deste trabalho de conclusão de curso aconteceu no momento da leitura do livro “Casais inteligentes enriquecem juntos”, de Gustavo Cerbasi (2004). Nesta obra, o autor mostra algumas sugestões de como lidar com a vida financeira desde criança até a fase adulta. Traz diferentes sugestões para que um casal possa formar uma parceria inteligente ao longo da vida, conduzindo bem a administração das finanças da família.

O principal objetivo do livro é motivar o leitor, incentivando-o a adquirir independência financeira. Através de relatos de pessoas que obtiveram sucesso de forma planejada e, demonstrando como estruturar as finanças em todas as fases da vida, o autor vai conduzindo o leitor. Cerbasi (2004, p. 47) recomenda, no decorrer do livro, que se deve “gastar menos do que se ganha, controlando o orçamento para sobrar renda no intuito de investir a diferença”.

As orientações do autor sempre estão relacionadas com disciplina, planejamento e sonhos, levando o leitor a crer que um pouco de disciplina em relação ao dinheiro pode garantir com tranquilidade a independência financeira.

Apesar da burocrática rotina de controlar gastos e traçar estratégias não ser prazerosa quanto comer, dormir e exercitar-se, estabelecer objetivos, traçar planos para atingi-los, colocar em prática e vislumbrar grandes conquistas pode se tornar um hábito muito prazeroso, segundo procura mostrar o livro.

Uma das grandes dificuldades de alcançar a independência financeira, citada pelo autor, é a falta de foco dos objetivos traçados para a empregabilidade da renda familiar que, quando não são bem definidos, dificulta manter a disciplina e o controle, visto que, quando se tem dinheiro nas mãos, o desejo é gastá-lo com itens de consumo desnecessários, como roupas de grife, carro do ano, novas tecnologias, dentre outros.

A leitura cotidiana de um jornal de grande circulação ou mesmo a atenção dispensada aos noticiários, mostram que a situação real do mundo contemporâneo é bem outra. Vivemos num mundo consumista em que a situação das famílias está preocupante. As pessoas estão com muitas dívidas, prestações e juros, ou seja, trabalham para pagar as contas, pois gastam antes de receber. Isso nos motivou a olhar para o sentido da educação pela Matemática e buscar compreender se haveria um modo de, pela Matemática auxiliar os alunos a tornarem-se cidadãos menos consumistas e mais conscientes.

Vimos que a educação financeira na formação escolar das crianças revela-se uma oportunidade para tal. Quanto mais cedo as crianças obtiverem informações de como deve ser

tratado o dinheiro, melhor será para ela, pois pelo conhecimento ela poderá ser auxiliada a construir um futuro mais tranquilo, sem cair nos riscos do consumismo. Cerbasi (2004) nos permite ver que a educação financeira abre possibilidades de, pela exploração de práticas cotidianas e simulações do dia a dia dos adultos, construir tarefas que levem os alunos a construir simulações, levantarem hipóteses, argumentar e ir desenvolvendo um raciocínio que os encaminhem para uma condição de consumidor consciente. Entendemos que tais situações podem ser tratadas no ambiente da sala de aula do Ensino Fundamental e isso nos motiva a pesquisa. Para que a pesquisa possa ser compreendida com mais detalhes organizamos este trabalho de conclusão de curso conforme descrevemos a seguir.

No primeiro capítulo explicamos nossa metodologia de pesquisa que foi através da pesquisa qualitativa com abordagem Fenomenológica e trazendo as atividades propostas para a investigação Matemática. No segundo capítulo fizemos a revisão teórica de algumas pesquisas acerca da Educação Financeira que foram realizadas no Ensino Médio e Superior, fazendo um breve relato apresentando como cada autor trabalhou com a Educação Financeira e explicamos que o propósito desta pesquisa é de trabalharmos com o Ensino Fundamental. Neste segundo capítulo sugerimos uma proposta didática utilizando situações de nosso dia a dia para trabalhar conceitos da Matemática Financeira, direcionando reflexões sobre a sociedade em que vivemos. Por fim trazemos no item 5 as considerações finais desta pesquisa.

3. CAPÍTULO I – METODOLOGIA DE PESQUISA

3.1 A Pesquisa no âmbito da abordagem Qualitativa

Em toda pesquisa o primeiro passo para dar início a uma investigação é ter uma pergunta orientadora ou uma interrogação. Interrogação esta que, a princípio, pode não estar muito bem clara para o pesquisador, ou seja, ele vê algo que tem dúvidas, que quer conhecer, mas que ainda não é capaz de explicitar com clareza. A interrogação é, portanto, o primeiro passo, pois é ela quem orienta o olhar e as opções do pesquisador que, no caso da pesquisa qualitativa, é um sujeito envolvido com a realidade que ele busca compreender. Que realidade é essa? Entendemos, pelas leituras realizadas para este trabalho, que essa realidade diz do contexto no qual o pesquisador está inserido, que é histórico, cultural, educacional e temporal (ou situado).

Além da definição da interrogação há na pesquisa dois aspectos a serem considerados que é de suma importância: os aspectos *epistemológicos* e *ontológicos*. Segundo Bicudo (2011), “O aspecto *epistemológico* é o que dá ao pesquisador a dimensão do ‘*como*’ ele investiga”, ou seja, estando atento a epistemologia o pesquisador busca o melhor método, ou caminho, que o levará a compreender o fenômeno investigado. Porém, optar pelo caminho exige antes um conhecimento sobre ‘*o que*’ se pretende investigar. Segundo Bicudo (2011), isso mostra a relevância do aspecto *ontológico* e estamos de volta a interrogação. *O que é investigado?* A resposta a essa questão dá a dimensão ontológica da pesquisa que o pesquisador precisa ter clara. A clareza, tanto da *epistemologia* quanto da *ontologia* fornece, ao pesquisador, um grau de confiança para que os procedimentos adotados e as análises empreendidas sejam rigorosos. Além disto, como dissemos no início, o que orienta o pesquisador em sua busca é a interrogação que o leva a compreender algo que é investigado. Tal compreensão não é construída sem que antes seja conhecido o que se quer compreender. Assim entende-se que a interrogação inaugura a pesquisa. Ela anuncia, para o próprio pesquisador, a sua intenção investigativa. Ao buscar compreendê-la, aprofundar-se nela, explicitar ao outro o seu desejo vai ser tornando claro para ele (o pesquisador) a intenção investigativa, vai revelando-se os aspectos ontológicos que lhe permite dizer (e entender) o que deseja investigar. O como proceder para conhecer isso que se deseja traça os caminhos, dá o método e explicita o caráter epistemológico da pesquisa. Deste modo dizemos que os

aspectos *epistemológicos* e *ontológicos* têm que sempre estejam juntos, equilibrados, complementando-se para dar clareza ao investigado.

Bicudo (2011) afirma que a construção/produção da realidade e a construção/produção do conhecimento caminham sempre juntas e, para que isso aconteça é importante que o pesquisador/investigador sempre se pergunte: “*Quais as características do que quero conhecer?*” e “*Como proceder para avançar no conhecimento disso que me proponho a conhecer?*”. Deste modo seus resultados ou suas repostas não serão diretas ou vazias, mas sim elaboradas. Ou seja, serão construídas com base na experiência vivida que é refletida a luz do seu referencial teórico.

No âmbito da Educação Matemática, a pesquisa qualitativa que visa a aprendizagem, por exemplo, é aquela que foca a realidade do aluno, do professor, das condições de sala de aula, dos procedimentos adotados, da escola. Há aprendizagem em todos os momentos da vida do aluno, não apenas no âmbito da sala de aula. Por exemplo, quando o aluno está brincando, praticando atividades físicas, atividades culturais, ele está desenvolvendo habilidades que o levam a ‘aprender’ algo que para sua vida são muito importantes. Focar a aprendizagem, na pesquisa, implica olhar para os modos de expressão do sujeito (o aprendiz) que manifesta sua compreensão sobre a realidade vivida. Ou seja, a pesquisa, nesse âmbito, não se dá com base em dados que possam ser generalizados para se afirmar algo sobre a aprendizagem. O fenômeno investigado – ou o objeto de estudo – não é mensurável. Nem tampouco o que é observado pode ser transferido para outro sujeito (ou grupo de sujeitos).

Deste modo, Bicudo (2011) nos permite entender que as generalizações e a transferibilidade, no âmbito da pesquisa qualitativa, não nos dão certezas absolutas. Pois, cada situação investigada num contexto particular, por exemplo, da educação, permitirá ao pesquisador construir conclusões distintas.

Considerando as afirmações de Bicudo (1993) entende-se que pesquisar em Educação Matemática não é uma pesquisa apenas em matemática, nem é uma pesquisa em educação, embora trate de assuntos pertinentes a ambas, pois trabalha com a Matemática (no âmbito do ensino, da aprendizagem, da produção do conhecimento) utilizando de procedimentos concernentes ao modo de pesquisar próprios da educação (pois visa o sujeito, mais do que o conteúdo).

A pesquisa em Educação Matemática, segundo Bicudo (1993), esta preocupada com o compreender matemática, com o “fazer” matemática, com as interpretações elaboradas sobre os significados sociais, culturais e históricos da Matemática. Deste modo a pesquisa procura sempre trabalhar em torno destas preocupações, interrogando todos esses aspectos. São,

portanto, pesquisas que solicitam compreensões tanto do horizonte da Psicologia, quanto da História, da Filosofia e certamente da Matemática, mas com o foco na matemática.

3.2 A Pesquisa Qualitativa com abordagem Fenomenológica

Considerando os caminhos possíveis para a pesquisa, as abordagens vão sendo descortinadas. Para este trabalho optamos pela abordagem fenomenológica, que segundo Machado (1994, p. 37), o ponto crucial na pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica é a descrição. Nessa abordagem é imprescindível que o pesquisador esteja sempre preocupado em descrever o fenômeno investigado, ou seja, de acordo com Machado (1994, p. 35), tal abordagem permite ao pesquisador investigar as experiências vividas e descrevê-las com o objetivo de compreender o vivido e não de explicar. Através das descrições das experiências vividas o pesquisador tem a possibilidade de chegar à essência do fenômeno interrogado. “Mas o que é a essência do fenômeno?”

Essência, segundo Fini (1994), refere-se a um objeto de um novo tipo que diz de sua constituição. Ou seja, a essência do fenômeno é o que constitui o ser e a natureza do fenômeno, ou também, a qualidade predominante. Não é ter ideias sobre as coisas ou delas possuir informações. É, antes, descrever o vivido procurando tornar claro para si mesmo e para o outro a experiência vivida tentando entender o que se mostra, e por que isso que se mostra desse modo e não de outro.

O fenômeno é um aspecto importante da pesquisa fenomenológica e precisa ser compreendido. O fenômeno somente existe onde há sujeitos envolvidos em uma determinada situação, ou seja, há fenômeno enquanto houver sujeitos para os quais o fenômeno faça sentido. Fini (1994) exemplifica afirmando que na pesquisa em Educação que toma a abordagem fenomenológica não existe a possibilidade de o pesquisador interrogar o ensino ou a aprendizagem, mas sim o sujeito que está ensinando ou o sujeito que está aprendendo. Desse modo o fenômeno investigado não é o ensino ou a aprendizagem, mas antes a forma pela qual se ensina ou se aprende, ou ainda, o sujeito que ensina ou que aprende. Isso não exclui de modo nenhum a faceta do ensinar e ser ensinado. Ou seja, a autora não afirma que aquele que ensina é o professor e o que aprende o aluno. Mas, antes, diz de um modo de interrogar em que ‘o sujeito’ que ensina ou aprende é posto em destaque revelando posturas, concepções.

Conforme indicamos acima, o objetivo na pesquisa de abordagem fenomenológica é a essência ou estrutura do fenômeno que deve mostrar-se nas descrições ou nos discursos dos

sujeitos envolvidos na realidade ou no contexto no qual a pesquisa se desenvolve. Desse modo, a obtenção de dados para a pesquisa fenomenológica deve ser considerada com cuidado. O que produz os dados da pesquisa são as descrições dos sujeitos que vivenciam uma experiência. O pesquisador busca os significados do que é vivido pelo sujeito, a partir da explicitação do que ele percebe.

O modo de proceder a análise é outro ponto da pesquisa fenomenológica que merece atenção. Ao analisar os dados da pesquisa Machado (1994, p. 40) diz que é importante que o pesquisador abandone a maneira comum de olhar, ou seja, é preciso deixar de lado os pressupostos ou pré-conceitos estabelecidos acerca do fenômeno investigado, a fim de permitir que ele se mostre sem influências de teorias explicativas da realidade. O ideal, na análise dos dados de uma pesquisa fenomenológica, é estar em contato com os sujeitos pesquisados e fazer leituras cuidadosas de todas as descrições procurando pelo sentido do que, na linguagem, é expresso. Sendo assim, a análise na pesquisa fenomenológica exige dois momentos importantes – o da Análise Ideográfica e o da Análise Nomotética.

3.2.1 Análise Ideográfica e Análise Nomotética

Segundo Machado (1994, p. 40) “na análise Ideográfica o pesquisador fenomenólogo procura representar as ideias, das descrições dos sujeitos, através de símbolos ou códigos para cada trecho destacado, ou seja, a construção de ideogramas que expressam as ideias centrais das descrições dos sujeitos”. Na leitura das descrições individuais o pesquisador procura destacar aspectos que ele percebe como importantes para a compreensão do fenômeno que investiga, denominados *unidades de significado*. Ou seja, o pesquisador extrai trechos do discurso do sujeito que acha que vai ser útil para esclarecer o sentido do que ele está pesquisando. Em seguida, o pesquisador converte as *unidades de significados*, extraídas das falas dos sujeitos, para um discurso mais rigoroso na forma de asserções que indiquem o mais fielmente possível as ideias articuladas naquele discurso do sujeito. Nesse movimento o pesquisador procura escrever com as suas palavras o que o sujeito quis dizer, sem deixar que a ideia geral do sujeito se perca ou seja modificada. Esse procedimento visa trazer para a linguagem do pesquisador o que foi dito pelo sujeito eliminando erros gramaticais ou vícios de linguagem.

As asserções construídas possibilitará ao pesquisador fazer uma síntese do discurso dos sujeitos, agrupando-os por temas, ou pelo que vai se mantendo nos discursos. Adentra-se,

com essa busca de convergências a uma nova fase da análise: a análise Nomotética cujo objetivo é a explicitação do que, nos distintos discursos se mostra, permitindo a construção das categorias abertas.

Segundo Machado (1994, p. 42) “o termo nomotético deriva-se de *nomos*, que significa uso de leis, portanto, normatividade ou generalidade, assumindo um caráter de princípio ou de lei.” Isso nos mostra que na análise nomotética o pesquisador busca o que nos distintos discursos individuais vai se mantendo e isso vai dando-lhe uma ideia do que seus sujeitos explicitam do que é pesquisado. Logo, segundo Machado (1994, p. 42) “a análise nomotética na pesquisa qualitativa indica um movimento de passagem do nível individual para o geral, ou seja, move-se do aspecto psicológico individual para o psicológico geral da manifestação do fenômeno”.

3.3. A Investigação Matemática

Apesar de a Matemática ser encarada como uma ciência exata que envolve cálculos e raciocínio lógico constituindo um corpo de conhecimento dedutivo e cumulativo, diversos educadores defendem que a Matemática pode ser trabalhada como sendo uma atividade humana.

A essência da investigação Matemática é o procedimento da construção do conhecimento matemático.

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática [...] Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles. (BRAUMANN, 2002, p.5)

Assim entendido o fazer Matemática no contexto da sala de aula exige um olhar para o papel do professor e do aluno buscando compreender modos de o conhecimento ser produzido.

3.3.1 O “papel” do professor e do aluno em uma aula Investigativa

Numa aula investigativa, conforme Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), a postura do professor é de ser um mediador, sempre tentando levar o aluno a construir os seus próprios questionamentos, diferentemente da postura com a qual nos deparamos hoje em sala de aula, de um ensino mais tradicional, ou seja, em que se espera que o professor seja um transmissor de conteúdos e o aluno receptor.

Na investigação as conclusões ou respostas aos exercícios ou problemas não são simplesmente fornecidas para os alunos sem ao menos exigir um pouco da criatividade e reflexão de cada um e de mostrar como a Matemática, por exemplo, pode ser importante para a sua vida. Num trabalho em sala de aula que preze pela postura investigativa os alunos são estimulados a construir o conhecimento matemático. Diferentemente do ensino tradicional, citado acima, em que as tarefas desenvolvidas são prontas e padronizadas impedindo que o aluno vá além do que está no papel. A investigação tende a mostrar para o aluno a relevância do assunto estudado procurando motivá-lo à aprendizagem.

Se o professor valorizar a produção do aluno bem como os seus questionamentos, procurando direcioná-lo para a realização das tarefas, é muito provável que tal tarefa se configure em uma boa situação de investigação.

Nossas leituras sobre a postura investigativa mostram que, embora os alunos possam encontrar dificuldade em realizar as investigações propostas por estarem pouco habituados a trabalhar com atividades de cunho investigativo, o professor pode procurar ‘concretizar’ a explicação utilizando alguns exemplos, recursos manipuláveis, jogos, computador, enfim, estratégias que auxiliem o aluno a compreender a proposta e o incentive a seguir em frente.

Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p. 7) destacam que, adotando uma postura investigativa, o professor deve colocar regularmente a pergunta “porquê”, seguida aos comentários dos alunos, de modo a levá-los a pensar sobre o efetuado e estimular o raciocínio, fazendo-os analisar e refletir sobre o seu trabalho bem como defender posições e construir argumentação.

No início do trabalho investigativo os alunos podem não saber como se inicia a tarefa mas, ao serem incentivados a buscar alternativas de solução para o que lhes é proposto, podem conseguir caminhos que o professor nunca havia pensado. Deste modo, como diz Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), o professor precisa estar atento às descobertas e disponível para perceber o que o aluno propôs e dar continuidade a esses novos caminhos.

3.3.2 A aula Investigativa

Na investigação, o trabalho tende a ser eficaz se cada passo, cada detalhe for realizado com cautela. Saber quais são os objetivos de uma atividade é um passo imprescindível. O professor tem que traçar ou planejar os objetivos da atividade que propõe bem como construir a sequência das aulas e escolher estratégias para que o trabalho de produção do conhecimento seja rico na criatividade e na potencialidade para a exploração.

Isso nos leva a entender que, para a preparação das aulas investigativas, em primeiro lugar é preciso que o professor escolha o assunto que se deseja tratar, indique qual o contexto a ser trabalhado de modo que as tarefas sejam construídas de acordo com o assunto principal. De acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), as situações propostas devem, ao mesmo tempo serem potencialmente ricas e flexíveis com possibilidade de formular questões abertas e interessantes para desencadear um trabalho de cunho investigativo por parte dos alunos. Ou seja, não são simples exercícios mas questões que possam ser debatidas, comentadas, organizadas de modo autônomo pelo aluno.

Ao professor cabe, além do preparo das tarefas, organização da dinâmica de aula. Ou seja, é preciso pensar no modo em que irá trabalhar com os alunos, se as tarefas serão abordadas em pequenos grupos ou individuais, se as atividades têm a oportunidade de fazer algum tipo de experiência, ou até mesmo se é necessário recorrer ao uso de materiais manipulativos ou, do computador ou, de jogos, entre outros recursos que possam auxiliar o aluno a compreender o sentido do que esta sendo proposto.

Para que se possa organizar as tarefas em sala de aula, autores como Fonseca, Brunheira e Ponte (1999) nos mostram que há uma estrutura de aula investigativa que pode ser compreendida segundo três fases: a introdução da tarefa, o desenvolvimento do trabalho e a discussão final ou reflexão acerca do vivenciado.

A introdução da tarefa, entendida como a “fase de arranque” como diz Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), é o momento em que o professor apresenta a sua proposta de trabalho à turma e que pode ser composta de uma parte escrita, por meio de texto explicando o que é investigação matemática, quanto por explicações orais que levem a compreensão do sentido dado ao ato de investigar. É importante que os alunos saibam neste momento inicial o que é uma investigação. Como este método é pouco usado pelos professores, os alunos não têm ideia do que é investigar, pois estão acostumados com exemplos que o professor lhes mostra na lousa, podem não darem início as tarefas esperando que lhes seja dito o que fazer.

Na fase do desenvolvimento do trabalho o objetivo, segundo Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), é que o aluno adquira uma atitude investigativa. Assim, durante esta fase há diversas etapas fundamentais. Primeiramente, os alunos devem, individualmente ou em pequenos grupos, tentar compreender a situação proposta pelo professor buscando organizar os dados (ou as informações dadas) e a partir da interpretação do que é solicitado, formular questões. Depois fazem conjecturas, procuram testá-las e, em alguns casos, demonstrá-las ou defender as suas posturas.

Durante a fase de discussão o professor, na função de orientador, deve estimular a comunicação entre os alunos. Nesta fase, os alunos irão trocar ideias, iniciando com a apresentação, de cada aluno ou de cada grupo, das conclusões da tarefa proposta. Deste modo, os alunos, segundo Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), serão confrontados com hipóteses, estratégias e justificações diferentes das que haviam pensado. Abre-se então a discussão. Nela os alunos são estimulados a explicar as suas ideias, a argumentar em defesa das suas afirmações e a questionar os colegas. Esta discussão final sobre a atividade dos alunos é indispensável em uma aula investigativa, pois é uma excelente ocasião para promover a reflexão sobre o trabalho realizado não somente de cada grupo ou trabalho individual, mas sim da turma toda.

É importante que o professor esteja atento a todo o processo e preocupado em conduzir reflexões do que foi vivenciado, levando os alunos a compreenderem o processo de produção do conhecimento que passa pelo levantamento de hipóteses e suas justificativas. Ponte e Matos (1996) dizem que os processos de formulação de conjecturas e o seu teste formam um ciclo que pode repetir-se algumas vezes. Os alunos saem ocasionalmente desse ciclo de forma a modificar aspectos das experiências que foram realizadas. Por vezes eles sentem a necessidade de recuar ainda mais no processo e alterar até o objetivo global do que é proposto uma vez que a investigação pode levar por caminhos que não haviam sido pensados.

3.3.3 Tarefas Investigativas

A investigação começa com algo simples ou pontual e pode se estender para grandes áreas da Matemática. As tarefas devem ser feitas através de planejamento e organização, sempre partindo de motivações iniciais onde os alunos possam desenvolver o raciocínio de acordo com suas potencialidades. Logo, cada aluno pode ter uma maneira diferente de desenvolver uma atividade, porém a conclusão e o objetivo serão o mesmo.

Segundo Fonseca, Brunheira, e Ponte (1999) na investigação a noção de tarefa é enriquecida pois são apresentados aos alunos não apenas problemas perfeitamente formulados em contextos muito precisos mas problemas cuja resolução vai além do que está escrito no enunciado ou qual o próprio aluno escolhe o caminho. Em uma investigação, o principal objetivo da resolução é de explorar todos os caminhos que surgem como interessante, é fazer o aluno pensar, refletir sobre o conteúdo.

Na investigação, trabalha-se, preferencialmente, com situações abertas, onde as questões não possuem uma única resposta e nem um único caminho para a solução. Mesmo que as tarefas se apresentem de forma aberta elas possuem um objetivo central e por isso surgem dúvidas frequentes a respeito de até onde deixar as discussões fluírem entre os alunos ou em que momento o professor deve intervir e direcioná-los. Deixar os alunos livres para procurarem seus próprios caminhos é um dos critérios para que a aula seja investigativa, mas é necessário que o professor esteja sempre presente como um “guia” para os alunos. Caberá ao professor a habilidade de perceber qual o momento mais adequado para fazer uma intervenção um pouco mais objetiva e diretiva para que a tarefa não perca o foco e as discussões não se tornem vagas não chegando a conclusão alguma. Deste modo, podemos afirmar que em um trabalho investigativo há dois protagonistas: o professor e o aluno, tornando-se ambos responsáveis pelo que é produzido na sala de aula.

As tarefas variam em grau de dificuldade podendo ser tarefas bastante elaboradas e complexas que podem levar algum tempo para se resolver, até as tarefas mais simples que podem ser mais exploradas.

Na Matemática os exercícios e os problemas são dois tipos diferentes de tarefas que devem ser analisadas. Segundo Onuchic e Allevato(2004) um problema é uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata, enquanto que um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido. É claro que pode haver exercícios mais difíceis, requerendo a aplicação mais ou menos engenhosa de vários métodos e também existem problemas mais simples ao lado de outros mais complicados.

Os exercícios e problemas têm uma coisa em comum. Em ambos o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido. Não há margem para ambiguidades. A estrutura da solução é clara e não há como desviá-la da estrutura da resolução do exercício ou do problema. O que pode ocorrer é que uma operação ou outra pode ser resolvida de maneira diferente. Além disso, a resposta do aluno está certa ou errada.

Já nas tarefas de investigação o próprio processo é distinto o que dá ao aluno maior liberdade para a iniciativa e exige do professor maior atenção aos procedimentos para analisar as soluções possíveis (ou coerentes). As aulas investigativas, o que diz Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), não devem ser atividades esporádicas. Pelo contrário, devem ser frequentes na vida escolar dos alunos.

A seguir trazemos algumas possibilidades de trabalho numa aula investigativa conforme apresentado nos trabalhos de Skovsmose (2000).

3.3.4 Cenários para investigação

Cenário para investigação é um ambiente de aprendizagem que, segundo Skovsmose (2000), o professor dispõe de recursos para levar o aluno a fazer investigações. Se considerarmos que a Matemática não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido no âmbito da sala de aula, entende-se que ela necessita ser refletida e criticada, pois faz parte de nosso dia a dia, de nossa cultura tecnológica, econômica e, nesse sentido, o cenário para investigação é uma oportunidade de, em sala de aula, valorizar tais aspectos. Assim, a investigação é entendida como um recurso indispensável, pois possibilita a exploração e argumentação a partir das quais a visão crítica pode vir a ser desenvolvida. Mas, como o cenário para investigação pode estar presente na sala de aula?

De acordo com Skovsmose (2000, p. 6) “um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações”. Isso nos leva a entender que um cenário para investigação exige a aceitação do convite pelo aluno. Tal aceitação depende da natureza do convite, depende do professor, e depende, também, dos alunos. Essa dependência revela que um cenário para investigação que é eficiente para alunos numa situação específica pode não ser um convite aceito por outro grupo de alunos. Isso mostra que o cenário para investigação não diz do espaço físico, nem mesmo dos recursos disponíveis. Ele diz do “clima” estabelecido na relação entre o professor e aluno; entre o proposto e o efetuado; entre o que é *tarefa* e o que é *atividade*.

De acordo com Ponte (2005), os conceitos de “tarefas” e “atividades” são distintos. Para o autor *tarefa* é tudo que o professor propõe aos alunos, como: problemas, exercícios, projetos, jogos, entre outros. Já a *atividade* é o que o aluno desenvolve a fim de produzir conhecimento, por exemplo, fazendo investigações.

As tarefas que o professor propõe devem despertar o interesse dos alunos, levando-os a envolverem-se nas tarefas tornando-as atividades, ou seja, um espaço de exploração e produção do conhecimento. O professor tem que procurar situações a partir das quais essa atividade possa se realizar, pois nem sempre que há uma tarefa irá haver atividade, aprendizagem ou investigação, já que isso depende do envolvimento daquele que se dispõe a aprender.

Mas qual seria a natureza das tarefas propostas pelo professor que pudessem levar o aluno a aprender, a fazer investigação, a se tornar corresponsável por sua aprendizagem?

Skovsmose (2000) traz duas situações que, segundo ele, estão presentes na sala de aula: o paradigma do exercício e os cenários para a investigação.

A principal diferença entre o cenário para investigação e o paradigma do exercício é que no ambiente de aprendizagem do cenário para a investigação o aluno irá desenvolver a capacidade de construção crítica, ou seja, a visão crítica pode ser explorada a partir do contexto no próprio ambiente do Cenário de Investigação. No paradigma do exercício, por outro lado, a crítica não é exercida. Há ‘modelos’ que guiam o fazer matemática do aluno.

A distinção entre estes dois ambientes, quais sejam, o do cenário para a investigação e do paradigma do exercício, diz respeito ao que Skovsmose (2000) nomeia de “referências” que visam levar os estudantes a produzirem significados para conceitos e atividades matemáticas. Enquanto no paradigma do exercício o principal objetivo é levar os alunos a perceberem que existe uma, e somente uma resposta correta, resposta única a ser perseguida por todos os alunos, no cenário para investigação os alunos são levados a agir e refletir sobre o que fazem, procurando alternativas ou caminhos.

Se compreendemos a postura assumida pelo autor pode-se dizer que, no ambiente de sala de aula há duas possibilidades: estar no paradigma do exercício ou no cenário para investigação, mesmo que elas não sejam possibilidades dicotômicas. Em ambos pode-se ter referências a Matemática Pura, a semirrealidade¹ e a realidade. Porém, se estamos num ambiente de aprendizagem caracterizado pelo cenário de investigação a ideia à “referência” é distinta da mesma “referência” no ambiente do paradigma do exercício.

Citaremos alguns ambientes de aprendizagem relacionados com o cenário para a investigação, a título de exemplo. Consideremos o primeiro ambiente caracterizado pela “referência à Matemática Pura”, um ambiente que envolve números e figuras geométricas. No

¹ Skovsmose (2000) define ‘semirrealidade’ quando não se trata uma realidade que ‘de fato’ observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de Matemática.

exemplo dado por Skovsmose (2000) tem-se uma tabela (Figura 1) de números dispostos em linhas onde cada linha contém 10 números na sequência.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	...						

Figura 1 – Tabela de números (Skovsmose, 2000, p.3)

Na figura acima, um ponto que podemos explorar é que, ao pegarmos qualquer retângulo formado por seis números, a diferença entre o produto dos números que estão em seus vértices, é a mesma. Por exemplo, digamos que os números nos vértices do retângulo são indicados por a, b, c e d. No primeiro retângulo temos: $a = 22$, $b = 32$, $c = 34$ e $d = 24$, por exemplo. Verifica-se que $a \cdot c - b \cdot d$ é igual a -20 . Analogamente, no segundo retângulo, $37 \cdot 49 - 47 \cdot 39$ é igual a -20 . Mas, por que, tal diferença se mantém?

Essa é uma possibilidade de investigação, sugerida pelo autor, dentre outras possíveis, tais como: O que acontece se escolhermos um retângulo maior? O valor da diferença será o mesmo? De que maneira o valor relaciona-se com as dimensões do retângulo? Será que tal diferença muda quando mudamos as dimensões do retângulo?

É muito interessante perceber, como neste exemplo, a natureza do ‘cenário para a investigação’. Nota-se que através de uma ‘simples tabela’ de números, o professor pode deixar a sua aula muito rica, usando um pouco de criatividade no momento de elaborar as tarefas que serão propostas aos alunos e incentivando-os a descobrir as relações possíveis.

O segundo ambiente, descrito por Skovsmose (2000) como possibilidade de um cenário para investigação, faz referencia a “semirrealidade”, trazendo situações artificiais. Ou seja, embora se busque criar um “contexto”, ainda assim ele é “criado” para a sala de aula. Por exemplo, uma situação em que se fala sobre a maneira como as maçãs são vendidas é criada ou imaginada pelo professor, ou autor do livro, e não vivenciada pelo aluno. Nesse sentido é

uma ‘realidade criada’ e não ‘realidade vivida’. Porém, ela pode ser importante para que muitos alunos dêem sentido a resolução de problemas e compreendam o que está sendo proposto ou solicitado.

Por último Skovsmose (2000) apresenta um ambiente caracterizado pela “referência à situação da vida real”, que é um ambiente onde os alunos vivenciam um problema da vida cotidiana. Por exemplo, uma situação onde o professor leva o “supermercado” para a sala de aula pode favorecer a ideia da referência à realidade. Nesta atividade, os alunos irão, auxiliados pelo professor, “montar um supermercado”. Para tal tarefa, eles passarão por várias experiências da vida real, assumindo papéis de vendedores, administradores, etc.

Tais situações serviu-nos para compreender que as possibilidades de investigação no ambiente da sala de aula são múltiplas e podem envolver tarefas simples que, de acordo com a postura assumida pelo professor, podem levar a produção de conhecimento pelo aluno. Em nosso caso, nesta pesquisa, interessa-nos construir uma sequência que possibilite ao aluno conhecer os elementos básicos da Matemática Financeira. Para tanto, iremos discutir na sequência, o que entendemos por educação financeira, sua importância no ensino e trazer uma proposta de trabalho que poderá ser desenvolvida na postura da investigação.

4. CAPÍTULO II – EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Neste capítulo apresentamos nossa compreensão acerca da Educação Financeira, segundo os autores lidos, procurando explicitar o trabalho de tais autores com a Educação Financeira.

Várias pesquisas abordam o contexto da Matemática Financeira no Ensino Médio e Superior. Entre eles, podemos citar Milan (2003), Feijó (2007), Almeida (2004) e Hermínio (2008).

Milan (2003) fez uso da planilha eletrônica para o ensino da Matemática Financeira com alunos do Ensino Médio. O autor teve por objetivo investigar como o uso desta ferramenta pode ajudar a melhorar o ensino deste tópico que se revela tão árduo na aprendizagem dos alunos. Atividades inovadoras como estas devem ser bem elaboradas, segundo o autor, para assegurar que haverá interesse e motivação por parte do aluno. A introdução da planilha nas atividades desenvolvidas gerou motivação, pois, segundo os alunos, ela eliminava o “trabalho braçal” dos cálculos muito complexos. Os alunos concluíram que é muito válido utilizar a planilha eletrônica tanto para facilitar os cálculos no estudo de Matemática Financeira, quanto por ser uma ferramenta muito utilizada no mercado de trabalho.

Feijó (2007) pesquisou o ensino de Matemática Financeira para alunos de graduação do curso de Ciências Contábeis através da planilha eletrônica e da calculadora financeira (cujo uso é mais comum). Este ensino é diferenciado do usual, pois os professores geralmente usam calculadoras financeiras e tabelas de coeficientes. O trabalho mostrou que os alunos sabiam usar as calculadoras financeiras, porém, nem sempre tinham a ideia clara do que estava “por trás” dos cálculos e funções intrínsecas a ela. A planilha tornou-se uma ferramenta para o aluno poder entender melhor os cálculos envolvidos, e não apenas para elaborar gráficos e fluxo de caixa. O autor sugere que muito deste despreparo dos alunos esta associado à falta de educação financeira no Ensino Médio.

Almeida (2004) investiga a forma com que o ensino de Matemática Financeira vem sendo realizada no 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública. A autora mostra duas vertentes: uma quando atuava como professora de aulas expositivas e outra quando começou a perceber a importância de discutir em sala de aula assuntos do cotidiano, para formar o senso crítico dos alunos através de debates, socialização das ideias dos próprios alunos, deixando-os falar. Em suma, a autora afirma que ensinar não deve ser uma tarefa mecânica, não é transferir conhecimento. É questionar as relações de sala de aula, reestruturando-as quando necessário.

É entender que, abrindo a possibilidade de fala ao aluno, se encontra a riqueza da construção do conhecimento pautado nas ideias dos alunos, em suas perspectivas sobre o futuro e suas concepções passadas.

O presente trabalho foi inspirado pelo trabalho de Hermínio (2008) que utilizou uma metodologia muito interessante para o ensino da Matemática Financeira no Ensino Médio. Hermínio (2008) utilizou a metodologia “Pesquisa-Ação” para desenvolver seu estudo, procurando inicialmente entender o que envolvia o aprendizado de Matemática Financeira na sala de aula. Para isso, aplicou questionários para pais, alunos e professores. Estudou detalhadamente os materiais didáticos e as leis que estavam ligadas ao ensino deste tema da Matemática e fez uma pesquisa sobre as relações comerciais e financeiras da humanidade. Deste trabalho surgiu a necessidade de ser criado um projeto para ser aplicado em sala de aula e está disponível² para aos professores que se interessem em utilizá-lo.

Entendemos, neste breve percurso pelos textos lidos, que as pesquisas visaram trabalhar a Matemática Financeira no Ensino Médio e Superior, onde geralmente podem-se trabalhar conceitos como porcentagem, juros simples, juros compostos, regra de três simples, composta, montante, capital, entre outros. O propósito do presente trabalho é focar o ensino destes conceitos no Ensino Fundamental. O intuito é aproveitar o conhecimento das operações matemáticas básicas para apresentar questões do dia a dia envolvendo gastos, renda, salário, etc, buscando despertar o senso crítico dos adolescentes desde cedo, fazendo-os entender o cotidiano à sua volta e contribuindo para sua inserção no meio social.

4.1 Proposta de Trabalho para uso em Sala de aula

Conforme já destacado anteriormente, as atividades de cunho investigativo precisam ser, ao mesmo tempo, potencialmente rica para o levantamento de hipóteses, a argumentação e validação de descobertas devendo ter, preferencialmente, questões abertas e interessantes. Para este trabalho optamos pela Matemática Financeira, buscando explorar como conteúdo central foco das atividades investigativas pelos motivos anteriormente destacados.

Concordamos com Hermínio (2008) quando o autor diz que muitas vezes, os alunos deixam uma série de informações matemáticas perdidas por não saberem relacionar essas informações com o seu cotidiano. Pelo que temos acompanhado nas escolas, os conteúdos de

² Este trabalho encontra-se disponível no sítio http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2008/herminio_ph_me_rcla.pdf

Matemática Financeira são basicamente ensinados através de fórmulas e pouco explorados para tornarem-se significativos ao cotidiano envolvendo situações-problemas. Isso impede que o conhecimento do assunto seja bem consolidado ou relevante para o aluno.

Procuramos, então, neste trabalho, montar uma proposta de atividade investigativa envolvendo a Matemática Financeira, para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. O objetivo é favorecer a reflexão por parte dos alunos acerca das possibilidades que o conhecimento matemático cria no que diz respeito as situações vivenciadas na sociedade. Para que os nossos alunos aprendam a ser melhor na exigência de seus direitos e a entender melhor o que se passa nas relações comerciais existentes no meio social, organizamos uma proposta de trabalho com conteúdos que envolvem a Matemática Financeira.

Sabe-se que, geralmente, as pessoas apresentam dificuldades de compreensão entre as diferentes modalidades de juros. Não é simples identificar quando o juro está ao nosso favor ou contra, quando é vantajoso fazer uma compra à vista ou a prazo e até mesmo o funcionamento de um rendimento em uma caderneta de poupança. Pensando nisso, vimos a necessidade de explorar, nas atividades, os seguintes conteúdos para a compreensão da Matemática Financeira:

- 1ª – Lucro;
- 2ª – Descontos e acréscimos;
- 3ª – Pagamento à vista e a prazo;
- 4ª – Juros Simples;
- 5ª – Rendimento de poupança;

A partir de cada tema pensamos em uma aplicação possível no contexto social para que as ideias possam fazer sentido para o aluno.

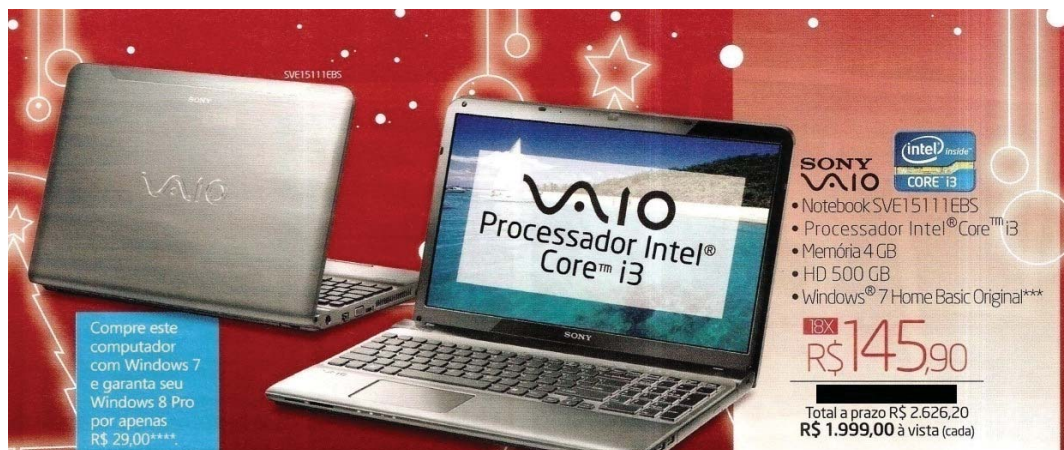
Sugerimos que as atividades desta proposta sejam desenvolvidas em grupos pequenos de três a quatro alunos, para que possam ler, interpretar, discutir e buscar uma solução em conjunto.

4.1.1. Atividade 1 – Trabalhando com o conceito de Porcentagem

Um possível ponto de partida para o professor trabalhar com os conteúdos de Matemática Financeira seria “relembrar” ou “reconstruir” os conceitos que envolvem o cálculo de porcentagem em uma situação da realidade vivida. O ensino de porcentagem tem um papel importante, pois é a base da Matemática Financeira e é o conceito mais presente no dia a dia.

Proposta para a 1ª Atividade

Uma determinada loja faz uma propaganda de notebook conforme a seguinte imagem:



Antes de efetivar a compra devemos analisar algumas características que nos levem a tomar uma decisão consciente. Para isso vamos procurar pensar nas seguintes questões:

- a) Se uma pessoa comprar este notebook parcelado em 18 vezes (a prazo), qual será o valor total do notebook?
- b) Qual é a diferença do preço a prazo para o preço a vista?
- c) Se o pagamento for a prazo, qual é a porcentagem que você pagaria a mais em relação ao preço a vista?
- d) Por que o valor das parcelas está em destaque nas propagandas?
- e) Observando a imagem, indique algumas informações que a propaganda traz para que o comprador fique mais atraído em adquirir este notebook. Porque a loja destaca tais informações?
- f) Este produto é tão bom quanto a propaganda nos mostra? Justifique sua resposta;
- g) O que compensa mais, comprar o computador a vista ou a prazo?
- h) Se o comprador tiver o dinheiro em mãos terá chance de a loja dar desconto? Se o comprador não tiver todo o dinheiro para comprar, qual seria a melhor opção para adquirir o produto?

Quadro 1 – Proposta da Atividade 1 (autoria própria)

4.1.1.1. Considerações

Com esta atividade sugerimos que o professor explore o conceito de porcentagem através de uma situação de propaganda “atrativa” de um notebook de certa loja.

Pretendemos, com o desenvolvimento desta atividade, além de relembrar os cálculos de porcentagem, discutir com os alunos como a Matemática é de extrema importância para entendamos as questões sociais que vivenciamos no dia a dia. Embora as questões levem os alunos a realizarem operações matemáticas pretende-se que, no grupo, haja discussões sobre as possibilidades de solução para cada um dos problemas propostos bem como o diálogo que leve ao consenso sobre a melhor opção: compra a vista ou a prazo.

Ainda, pode-se aproveitar a atividade com o intuito de fazer com que os alunos reflitam sobre algumas questões sociais como: a necessidade da compra; a impulsividade do consumidor através das propagandas; a relevância de verificar se o produto oferecido é realmente bom quanto oferecido nas propagandas; as vantagens de se efetuar a compra a vista ou a prazo; a importância e viabilidade do consumidor poupar dinheiro e adquirir um bem após um esforço; o que deve reger a tomada de decisões sobre efetuar uma compra ou não.

4.1.1.2. A Matemática envolvida

Neste item trazemos uma possibilidade de encaminhamento da tarefa para que a investigação seja possível. Caso os alunos não sejam capazes de iniciar um trabalho investigativo o professor poderá encaminhar a partir de algumas perguntas como:

- Se o pagamento for a prazo qual é a porcentagem que você pagaria a mais em relação ao preço à vista?

Para responder a esta questão, primeiro o aluno deve calcular o valor que pagaria a mais se resolver comprar o notebook a prazo. Para tanto as informações do folheto devem ser consideradas. Sabe-se, pelo que é informado, que:

- o preço a prazo é: R\$ 2 626,20

- o preço à vista é: R\$ 1 999,00

Portanto, a diferença do preço a vista para o preço a prazo será determinada pela operação subtração ($R\$ 2\,626,20 - R\$ 1\,999,00 = R\$ 627,20$). Para que se determine a porcentagem pode-se recorrer aos seguintes procedimentos:

1º modo: Se o aluno compreende que uma fração de denominador 100 corresponde a uma porcentagem, seu objetivo é transformar a fração $\frac{627,20}{1999,00}$ em uma fração equivalente de denominador 100.

$$\frac{627,20}{1999,00} = \frac{627,20 \cdot 100}{1999,00 \cdot 100} = \frac{62\,720}{199\,900} = \frac{62\,720 \div 1999}{199\,900 \div 1999} \cong \frac{31,37}{100}, \text{ ou seja, } 31,37\%.$$

2º modo: Usando a estratégia da regra de três simples.

R\$ 1999,00 ----- 100%

R\$ 627,20 ----- x%

$$1999 \cdot x = 100 \cdot 627,20$$

$$1999x = 62\,720$$

$$x = \frac{62\,720}{1999}$$

$$x \cong 31,37\%$$

Logo, conclui-se que o acréscimo é de 31,37% sobre o preço à vista.

Quadro 2 – Solução da Atividade 1 (autoria própria)

Salientamos que, se tratando de um trabalho investigativo, os procedimentos apresentados apenas servem de possibilidade uma vez que poderá surgir, nos grupos, outras estratégias (ou procedimentos de solução) que não foram explicitadas e devem ser analisadas para ver a coerência com a situação e sua validade.

4.1.2. Atividade 2 – Empréstimo Bancário

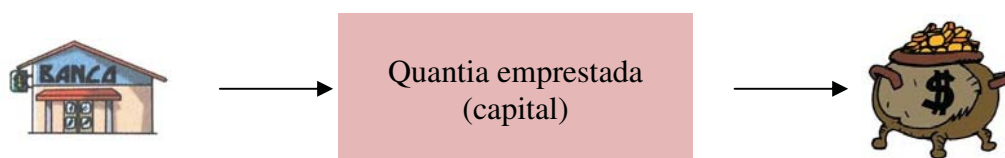
Esta atividade tem o objetivo de introduzir os conceitos de juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo e montante a partir de uma situação que envolve um empréstimo.

Pretende-se, com esta atividade, levar o aluno a compreender a ideia de juros. Embora os juros praticados no mercado em nosso país utilizem juros compostos, optamos por trabalhar com a ideia de juro simples considerando o ano de escolaridade com o qual estamos pretendendo trabalhar. Caso a tarefa fosse desenvolvida por alunos de Ensino Médio poderíamos recorrer a ideia de Progressão Geométrica (P. G.) para inclusive deduzir a fórmula para o cálculo de juros compostos.

Proposta para a 2ª Atividade

Introdução a Atividade

Vamos supor que numa cidade conhecida como *Bem Estar* uma pessoa queira comprar algo e não disponha de dinheiro suficiente. Devido aos incentivos governamentais ela consegue o valor que falta emprestando de um banco a uma taxa de juros conhecida como “Juros Simples”. Esse dinheiro adquirido por ela é chamado de *capital*.



Quando chega o momento de devolver o dinheiro, a pessoa terá de pagar ao banco a quantia que tomou emprestada *mais* uma certa importância correspondente ao “aluguel” do dinheiro.

Essa quantia *a mais* é que é chamada *juro*.



Portanto, *juro* é a remuneração por quem dispôs de um capital (dinheiro) e o empresta durante certo tempo.

Atividade:

José Manoel, que é cidadão de *Bem Estar*, precisou de uma quantia de BE³ 1 500,00 e foi ao banco pedir empréstimo. Seu gerente lhe ofereceu a quantia que ele necessitava para ser devolvida após 12 meses, porém seria lhe cobrado juros simples de 3% ao mês sobre o valor do empréstimo.

³ Adotaremos BE como símbolo monetário da cidade Bem Estar, discutindo a simbologia com os alunos.

- a) Quanto José Manoel pagou por ter emprestado este dinheiro do banco, ou seja, pelo juro?
- b) Após 12 meses José Manoel teve que devolver quanto para o banco?
- c) Qual a taxa anual de juro? Porque os bancos sempre dispõem a taxa de juros mensal ao invés da anual?
- d) Por que na devolução do dinheiro que José Manoel havia pegado emprestado teve que pagar um valor maior?
- e) É justo que o banco cobre este valor a mais por ter emprestado?
- f) É vantajoso fazer empréstimo no banco da cidade *Bem Estar*? Você sabe como são os juros cobrados em nosso país?

Quadro 3 – Proposta da Atividade 2 (autoria própria)

4.1.2.1. Considerações

Esta situação introdutória pretende levar os alunos a compreenderem o modo pelo qual o juro é calculado. Embora se tenha uma situação fictícia, já que nossa taxa de mercado não tem essa característica, ou seja, não são juro simples, é uma oportunidade de discutir com os alunos levando-os a compreender como são cobrados juros nos empréstimos, de modo geral.

Queremos com este trabalho que o aluno conheça a ideia de juro portanto não pretende-se, de início, utilizar as fórmulas para o cálculo de juros, pois a intenção é que o aluno entenda a operação e busque estratégias de cálculo.

A tarefa, segundo nossa compreensão, oferece oportunidade para que se discuta algumas questões sociais, importantes para a formação cidadã como:

- Empréstimos a juros;
- Mensurar as diferenças entre o valor emprestado e o valor pago;
- A prática dos juros abusivos;
- As vantagens ou desvantagens de se fazer um empréstimo

4.1.2.2. A Matemática envolvida

O exercício diz que o juro simples cobrado será de 3% ao mês sobre o valor do empréstimo.

1º modo: Efetuando o calculo pelo processo da decomposição (ou calculo unitário)

Como o valor do empréstimo é BE 1 500,00 que corresponde a 100%, então 1% corresponderá a BE 15,00. Como queremos 3% o valor será BE 15,00 * 3, isto é, BE 45,00. Isso indica que a cada mês deve-se pagar BE 45,00 a mais pelo valor tomado como empréstimo. Ao final do tempo de empréstimo qual será então o valor a ser devolvido para o banco? Isso oferece oportunidade de discussão dos abusos de taxa de juros, ressaltando que os juros aqui cobrados ainda são muito inferiores que os praticados no mercado financeiro. Caso se deseje é possível construir uma tabela de juros compostos usando uma calculadora e apresentar aos alunos para comparação dizendo-lhes que esses valores estão muito mais próximos da nossa realidade que o cobrado pelos bancos da cidade *Bem Estar*.

2º modo: Regra de três

$$\begin{array}{rcl} \text{R\$ 1 500,00} & \text{-----} & 100\% \\ x & \text{-----} & 3\% \end{array}$$

$$100 * x = 1 500 * 3$$

$$100x = 4 500$$

$$x = \frac{4 500}{100}$$

$$x = 45,00$$

O juro cobrado será de BE 45,00 mensais.

Portanto, José Manoel pagará BE 45,00 de juros ao mês.

Quadro 4 – Solução da Atividade 2 (autoria própria)

Para determinar o valor total de juro a ser pago, pode-se recomendar que os alunos construam uma tabela como a que apresentamos a seguir.

Período	Valor do juro “mensal”
1º mês	BE 45,00
2º mês	BE 45,00
3º mês	BE 45,00
4º mês	BE 45,00
5º mês	BE 45,00

6º mês	BE 45,00
7º mês	BE 45,00
8º mês	BE 45,00
9º mês	BE 45,00
10º mês	BE 45,00
11º mês	BE 45,00
12º mês	BE 45,00
Valor total de juro	BE 540,00

Tabela 1 – Juros mensais do empréstimo de BE 1 500,00 (autoria própria)

A partir do total obtido pode-se discutir com o aluno a fração do capital que se paga de juro, ou seja, mais de 1/3 do capital.

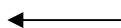
4.1.3. Atividade 3 – Poupança

Para montar esta atividade procuramos uma situação em nosso cotidiano que nos mostra claramente quando os juros são calculados a nosso favor, ou seja, uma situação em que os juros não são o ‘vilões’. Esta situação retrata as aplicações na caderneta de poupança. Queremos com esta atividade discutir com os alunos a importância do consumo consciente mostrando-lhe a relação entre os juros pagos e recebidos.

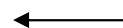
Proposta para a 3ª Atividade

Introdução a Atividade

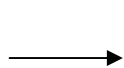
Se uma pessoa quer aplicar um *capital* em uma caderneta de poupança é ela quem estará emprestando o dinheiro (capital) ao banco. Chamamos de *poupador* este tipo de pessoa.



Quantia aplicada em
caderneta de poupança



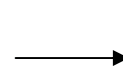
R\$ 1 000,00



Quantia aplicada em
caderneta de poupança

+

Juros



R\$ 1 200,00

Neste caso as aplicações “rendem” juros.

O poupador irá receber (ganhar) o juro do banco uma vez que o poupador foi quem emprestou dinheiro para o banco.

Atividade:

Carlos, morador da cidade *Bem Estar*, ganhou uma herança de BE 16 000,00 e ao invés de gastá-la resolveu aplicá-la em uma instituição financeira que paga-lhe juros simples. O juro que esta instituição financeira paga é de 2% ao mês e Carlos somente poderá resgatar este dinheiro após 1 ano.

- a) Qual foi o rendimento mensal?
- b) Quanto Carlos recebeu de juros após 1 ano?
- c) Após 1 ano qual será o valor total que Carlos terá em sua aplicação?
- d) É vantajoso não usar o dinheiro e deixar rendendo em uma instituição financeira?
- e) Se Carlos deixar o dinheiro rendendo nesta instituição financeira por 5 anos, qual o valor que receberá de juros? Qual seria o valor total que sua aplicação teria no final dos 5 anos? Vale a pena Carlos deixar o dinheiro aplicado rendendo na instituição financeira por um tempo maior?
- f) Porque a taxa de juros é mais baixa quando se poupa e mais alta quando se empresta?

Quadro 5 – Proposta da Atividade 3 (autoria própria)

4.1.3.1. Considerações

Essa atividade tem a intenção de levar o aluno a comparar o juro de pagamento e recebimento visando, mais do que os cálculos, a formação cidadã.

Com esta atividade pode-se discutir algumas questões sociais como:

- Contrapor os valores de juros de empréstimo e juros de investimento;
- Analisar como o dinheiro pode ser usado ao seu favor caso haja um valor extra;

4.1.3.2. A Matemática envolvida

O exercício diz que o juro simples que a instituição financeira pagará ao poupador será de 2% ao mês sobre o valor da quantia aplicada.

1º modo: Decomposição

Como o valor da quantia aplicada é BE 16 000,00 que corresponde a 100%, então 1% corresponderá a BE 160,00. Como queremos 2% o valor será BE 160,00 * 2, isto é, BE 320,00.

Como na situação anterior determinada o juro mensal pode-se obter o valor total da aplicação.

2º modo: Regra de três

$$\begin{array}{rcl} \text{R\$ 16 000,00} & \text{-----} & 100\% \\ x & \text{-----} & 2\% \end{array}$$

$$100 * x = 16\,000 * 2$$

$$100x = 32\,000$$

$$x = \frac{32\,000}{100}$$

$$x = 320,00 \text{ ou } \text{BE} = 320,00$$

Portanto, o rendimento mensal que Carlos irá ter é de BE 320,00.

Quadro 6 – Solução da Atividade 3 (autoria própria)

Analogamente a situação anterior pode-se sugerir aos alunos a construção de tabelas para visualização dos juros mensais e total.

Reforçamos que tais procedimentos estão sendo apresentados como possibilidades. Porém, na postura investigativa poderão aparecer outras soluções aqui não previstas. Caso os alunos não sejam capazes de iniciar uma questão pode-se encaminhar com questões que os levem a algum destes procedimentos (ou a outros).

Período	Valor do rendimento “mensal”
1º mês	BE 320,00
2º mês	BE 320,00
3º mês	BE 320,00
4º mês	BE 320,00
5º mês	BE 320,00
6º mês	BE 320,00
7º mês	BE 320,00
8º mês	BE 320,00
9º mês	BE 320,00
10º mês	BE 320,00
11º mês	BE 320,00
12º mês	BE 320,00
Juros acumulados	BE 3 840,00

Tabela 2 – Rendimento mensal do valor aplicado de BE 16 000,00 (autoria própria)

Período	Valor do rendimento “anual”
1º ano	BE 3 840,00
2º ano	BE 3 840,00
3º ano	BE 3 840,00
4º ano	BE 3 840,00
5º ano	BE 3 840,00
Valor dos Juros acumulado durante 5 anos	BE 19200,00

Tabela 3 – Rendimento anual do valor aplicado de BE 16 000,00 (autoria própria)

4.1.4. Atividade 4 – Poupança com depósito mensal

Com esta proposta de atividade colocamos o aluno em uma situação que enfrentamos no dia a dia, porém utilizando uma maneira diferenciada de agir. A situação é de poupar mês a mês uma quantia para durante certo período de tempo conseguir adquirir um produto ao invés de adquirir o produto a prazo.

O objetivo é mostrar que com um pouco de disciplina e paciência as pessoas conseguem fazer suas compras sem se prejudicar com os juros abusivos que são cobrados.

Proposta para a 4ª Atividade

Bruno também é morador da cidade *Bem Estar* e está interessado em comprar um celular para trocar o seu antigo. Para isso criou uma conta poupança e planejou colocar todo mês a quantia de BE 110,00. Sabe-se que o valor do celular à vista é BE 700,00 e taxa de juros simples da poupança é de 3% ao mês. Caso Bruno não quisesse esperar para juntar o dinheiro suficiente para comprar o celular ele poderia comprá-lo a prazo em 10 vezes de BE 91,00.

- a) Em quanto tempo Bruno consegue juntar o dinheiro suficiente para comprar o celular à vista?
- b) Se Bruno tivesse guardado o valor de BE 110,00 mensais na sua conta corrente, teria sido mais rápido para comprar o celular à vista? Por quê?
- c) Se Bruno optar por investir BE 110,00 na poupança, qual seria o valor do seu investimento, ou seja, qual o valor total que Bruno teve que depositar na poupança até completar um valor suficiente para comprar o celular pelo preço de BE 700,00?
- d) Quanto Bruno ganhou de juros com esta aplicação? Qual o valor que realmente saiu do seu bolso para a compra do celular?
- e) Quanto Bruno gastou na compra a prazo? Quanto Bruno gastou na compra utilizando o método da poupança? Ele economizou? Que valor?
- f) Vale a pena investir mensalmente uma quantia na poupança para comprar à vista um produto do que comprar a prazo? Justifique.

Quadro 7 – Proposta da Atividade 4 (autoria própria)

4.1.4.1. Considerações

Conforme destacado, o objetivo da atividade e a comparação. Pretende-se, a partir dela, discutir algumas questões sociais como:

- Incentivar o aluno a tomar decisões;
- Demonstra as vantagens financeiras de quem poupa em relação aos que gastam;
- Ressaltam a importância da paciência no momento de uma compra;

4.1.4.2. A Matemática envolvida

A Tabela 4, abaixo, mostra como funciona a poupança a juros simples quando é depositado mensalmente certa quantia, que neste caso é igual.

Na primeira coluna é o período em que o dinheiro fica na poupança e também o período em que é depositada a quantia de BE 110,00.

A segunda coluna mostra o valor que é depositado todo mês que é de BE 110,00.

Na terceira coluna é mostrado o acumulo dos valores depositado em relação aos meses anteriores. Por exemplo, no 1º mês foi depositado BE 110,00 e no segundo mês também foi depositado BE 110,00, por isso o acumulo desses dois meses foi de BE 220,00, como mostramos na terceira linha da segunda coluna.

Na terceira coluna temos o modo pelo qual pode ser calculado os juros, lembrando que estamos tratando de juros simples mensais. Os juros são calculados pelo acumulo dos depósitos feitos mensalmente. Por fim, na quarta coluna da tabela, trazemos o valor total no final de cada mês, que é a soma do acumulo dos depósitos feito mensalmente (3º coluna) com o acumulo dos juros mensais.

Quadro 8 – Solução da Atividade 4 (autoria própria)

Período	Valor aplicado mensalmente	Total Aplicado	Juros “mensais”	Valor total no final de cada mês
1º mês	BE 110,00	BE 110,00	$3\% * 110,00 = 3,30$	BE 113,30
2º mês	BE 110,00	BE 220,00	$3\% * 220,00 = 6,60$	BE 229,90
3º mês	BE 110,00	BE 330,00	$3\% * 330,00 = 9,90$	BE 349,80
4º mês	BE 110,00	BE 440,00	$3\% * 440,00 = 13,20$	BE 473,00
5º mês	BE 110,00	BE 550,00	$3\% * 550,00 = 16,50$	BE 599,50
6º mês	BE 110,00	BE 660,00	$3\% * 660,00 = 19,80$	BE 729,30
7º mês	BE 110,00	BE 770,00	$3\% * 770,00 = 23,10$	BE 862,40

Tabela 4 – Rendimento mensal do valor aplicado mês a mês de BE 110,00 (autoria própria)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muitos trabalhos vêm utilizando o cenário de investigação para que os alunos se sintam motivados a entender os conceitos da Matemática e do cotidiano. Este trabalho segue essa perspectiva. Preparamos atividades que levam o aluno a aprender os conceitos matemáticos relacionados à Matemática Financeira sem que seja necessário o uso de fórmulas matemáticas complexas e estimulando o raciocínio lógico necessário para resolver problemas do cotidiano. Além desta vertente matemática, procura-se estimular uma discussão relativa a questões sociais que se encontram relacionadas com o tema abordado. Este ambiente de aprendizado foi constituído de acordo com a metodologia de cenários de investigação, proposto por Skovsmose (2000).

Realizando este estudo tivemos a oportunidade de entender quais motivos levam os pesquisadores a defender a Investigação Matemática. Percebemos que há uma afirmação em comum entre eles referente as atividades que os fazem afirmar que qualquer atividade pode ser realizada através de uma investigação. No entanto, para que isso ocorra, a postura do professor em relação os alunos é fundamental bem como o é o conhecimento prévio de cada aluno. Vê-se que, ao adotar tal postura, é preciso que o professor instigue os alunos a investigar, convide-os a formularem questões e procurarem explicações para suas hipóteses, desenvolvendo o poder da argumentação. O ambiente de aprendizagem de uma aula investigativa exige que o aluno desenvolva a capacidade crítica.

Compreendendo isso, elaboramos uma proposta de tarefas para uso em sala de aula cujo principal objetivo é inserir o aluno em contextos onde há situações presentes em nosso cotidiano, buscando incentivá-los e dar subsídio para que ele investigue tanto conteúdos matemáticos quanto àqueles relativos a questões sociais, ou seja, que os levem a serem consumidores conscientes. Procuramos auxiliar esta fase inicial de investigações com questões abertas para que os alunos possam ter a oportunidade de refletir e entender os conteúdos de matemática e se iniciem no trabalho de levantamento de hipóteses e argumentação. Nem sempre as argumentações iniciais são relativas ao conhecimento matemático, por isso, deixamos questões abertas de cunho geral (similares a opiniões) que nos permitam encaminhar as discussões e levar os alunos a construírem argumentos, compreendendo a sua importância e sentido.

Olhando para as situações presentes em cada atividade desta pesquisa vimos que o professor pode explorar conceitos de matemática como a porcentagem que esta inserida em

todas as atividades, sem fornecer ao aluno uma resolução padronizada ou um modelo rígido de solução. Dentre as diferentes possibilidades que conseguimos vislumbrar, o professor pode explorar a porcentagem com os conteúdos matemáticos que os alunos de 9º ano já conhecem, como por exemplo, as frações. Trabalhando porcentagem relacionada ao conteúdo frações dá para o professor explorar o conhecimento prévio dos alunos a partir de desenhos como “barra de chocolate”, o que dá uma liberdade de construção que não seja a solução pela regra de três, por exemplo, em que os alunos podem se ater ao cumprimento de regras e não a lógica a resolução.

No caso da investigação feita a partir de questões de cunho mais ‘social’ ou de ‘orientação para o consumo’, temos situações em que o professor pode dar subsídios para que o aluno explore cada situação proposta para além do que está escrito nos enunciados. Por exemplo, na Atividade 4, cujo tema central é a compra de um celular após poupar mês a mês durante certo período até juntar uma quantia suficiente para adquirir o produto, pode-se discutir várias possibilidades considerando os diversos motivos que levam os consumidores a adquirir um produto, podendo instigar o aluno a explorar os motivos da compra a vista ou a prazo. Essa exploração poderá desencadear uma discussão acerca do que é necessário ou apenas um ‘desejo de consumo’. De acordo com a discussão é possível que o professor vá além do que está escrito nos enunciados, explorando o tema central da atividade para as variadas possibilidades que temos em nosso cotidiano. Isso reforça a ideia de que a aula investigativa depende diretamente da postura do professor diante aos alunos, que deve voltar-se mais para uma ação que estimule o fazer do que de dar o resultado.

Embora em nosso estudo não tenhamos realizado um trabalho de campo, devido a falta de tempo hábil para tanto, entende-se que a análise dos dados poderá ser feita a partir dos preceitos da pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica. Esse entendimento deve-se ao fato de termos compreendido que a pesquisa qualitativa valoriza a qualidade dos dados obtidos o que, neste caso, é muito importante pois permite analisar o envolvimento dos alunos com a investigação bem como o tipo de investigação que vai sendo realizado no decorrer do trabalho. Além disso, permite que o pesquisado esteja envolvido com os sujeitos pesquisados. A abordagem fenomenológica, por outro lado, dá a oportunidade de o pesquisador atentar-se para o discurso dos sujeitos. Ou seja, para o modo como os alunos se expressam, para o que ele diz, para como ele age no trabalho em grupo, focando o fenômeno investigado, qual seja, a relevância da investigação para o trabalho com a Matemática Financeira.

Essa é, portanto, a abertura que este estudo nos dá: abrir possibilidade de um trabalho de campo em que seja possível compreender o sentido que as atividades investigativas têm para a

aprendizagem do conteúdo matemático e para a formação cidadã do aluno de ensino fundamental.

6. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALMEIDA, A. C. **Trabalhando matemática financeira em uma sala de aula do ensino médio da escola pública**. Dissertação de mestrado: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 2004.

BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática*. In: **Pro-Posições**. Campinas: FE, Unicamp, vol. 4, nº 1, 1993. Disponível em <http://mail.fae.unicamp.br/~proposicoes/textos/10-artigos-bicudomav.pdf>

BICUDO, M. A. V. *A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos*. In: DETONI, A. R. et al. **Pesquisa Qualitativa Segundo a Visão Fenomenológica**. 1 ed. São Paulo: Cortês, 2011. p. 11-28.

BRAUMANN, C. *Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática*. In: PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 19

CERBASI, G. **Casais inteligentes enriquecem juntos**. 112. ed. São Paulo: Editora Gente, 2004.

FEIJÓ, A. B. **O Ensino da Matemática Financeira na Graduação com a utilização da Calculadora e da Planilha: Uma Investigação Comparativa**. Dissertação de Mestrado: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUC/RS, 2007.

FINI, M. I. *Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que Tem a Fenomenologia como Suporte*. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 23-33.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. P. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática**. Departamento de Educação: F.C.U.L., Lisboa, 1999. 16 p.

HERMINIO, P. H. **Matemática financeira – Um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro, 2008.

MACHADO, O. V. M. *Pesquisa Qualitativa: Modalidade Fenômeno Situado*. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 35-46.

MILAN, A. C. **O ensino da matemática financeira: uma abordagem orientada à incorporação de recursos tecnológicos**. Dissertação de Mestrado: Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE, Presidente Prudente, SP, 2003.

ONUCHIC, L. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. *Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas*. In: BICUDO, M. A. V. ; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**, São Paulo: Cortez, p. 213-231, 2004.

PONTE, J. P.; MATOS, J. F. *Processos Cognitivos e Interações Sociais nas Investigações Matemática*. In P. Abrantes, L. C. L.; J. P. P. (Eds.), **Investigar para aprender matemática** (p. 119-138). Lisboa: Projecto MPT e APM, 1996.

PONTE, J. P. et al. **O trabalho do professor numa aula de investigação matemática**. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Tendências em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 152p.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. Grupo de Investigação DIF. Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2005, 26p

SANTOS, R. P. **Uma proposta de formação continuada sobre matemática financeira para professores de matemática do ensino médio**. Dissertação de Mestrado: Universidade Severino Sombra. Vassouras, 2011.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. In: **Bolema**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro:IGCE, nº 14, 2000. p. 66-91.