

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**“Modelagem de Estruturas Piezelétricas para Aplicação
em Localização de Falhas”**

CLAYTON RODRIGO MARQUI

Orientador: Prof. Dr. Vicente Lopes Junior

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**.



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Modelagem de Estruturas Piezelétricas para Aplicação em Localização de Falhas

AUTOR: CLAYTON RODRIGO MARQUI

ORIENTADOR: Prof. Dr. Vicente Lopes Junior

DATA DA REALIZAÇÃO: 21 de setembro de 2007

Aprovada com parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em
ENGENHARIA MECÂNICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. VICENTE LOPES JUNIOR

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. AMARILDO TABONE PASCHOALINI

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. MARCELO AREIAS TRINDADE

Departamento de Engenharia Mecânica / Escola de Engenharia de São Carlos-USP

Dedicatória

Dedico este trabalho a Deus, a minha família, principalmente aos meus queridos pais (Euclides e Maria de Lourdes), ao meu irmão Willian, minha namorada Raquel e ao nosso filho Samuel pelo infinito apoio incondicional.

AGRADECIMENTOS

Gostaria inicialmente de agradecer ao Prof. Dr. Vicente Lopes Júnior por todas as oportunidades, pela confiança, paciência e por ter compartilhado comigo seu conhecimento desde os tempos de iniciação científica.

À todos os amigos e amigas do Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes (GMSINT) da UNESP/Ilha Solteira, pelos bons momentos de aprendizagem e descontração. Em especial aos meus amigos, Téo Lenquist da Rocha, Samuel da Silva, Douglas Domingues Bueno e Leandro Cordeiro, os quais eu considero “co-autores” deste trabalho, pois sempre me incentivaram e estiveram prontos para me ajudar em muitas dúvidas que surgiram no decorrer do projeto. Também, aos amigos Rodrigo Borges Santos, Paulo Henrique Tozoni Palma e Camilo Mesquita Neto por todo o apoio, prontidão e principalmente pela amizade.

Aos professores que compartilharam comigo parte de seus conhecimentos desde o início da graduação em engenharia mecânica. Em especial ao prof. Dr. Mário Susumo Haga, do Departamento de Física e Química da UNESP/Ilha Solteira, pois com sua amizade muito me incentivou aos estudos.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica e a Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista, pois através do conhecimento contribuem para a transformação social tão desejada por muitos.

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte financeiro, processo 06/01991-7, que possibilitou a execução deste trabalho com dedicação exclusiva.

**"Sabedoria é ser dono do sentido que se dá
aos acontecimentos. Maturidade é o que se
aprende com esses acontecimentos"**

Roberto Shinyashiki

MARQUI, C. R. 2007. **Modelagem de Estruturas Piezelétricas para Aplicação em Localização de Falhas**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira.

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo e desenvolvimento de técnicas para o monitoramento da integridade estrutural em sistemas inteligentes com sensores e atuadores piezelétricos acoplados. Os índices de sensibilidade estudados e utilizados no monitoramento da estrutura são: índice de falha métrica, calculado diretamente do sinal de impedância elétrica dos sensores/atuadores piezelétricos; índices do sensor, calculados com as normas de sistemas ou com as matrizes grammiana de observabilidade e os índices de entrada, calculados com as matrizes grammianas de controlabilidade. Tais índices são utilizados para detectar e localizar as falhas em aplicações numéricas e experimentais. As normas de sistemas e as matrizes grammianas de controlabilidade e observabilidade são obtidas através de um modelo numérico, como por exemplo, Método dos Elementos Finitos; ou um modelo identificado experimentalmente, via o método de realização para autossistemas, mais conhecido como ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*). Em uma segunda etapa do procedimento proposto, as falhas são quantificadas utilizando Redes Neurais Artificiais, que foram treinadas com as normas de sistemas e com as matrizes grammianas.

Palavras-chave: *Monitoramento da Integridade Estrutural, Modelagem de Estruturas Inteligentes, Redes Neurais Artificiais, Sensores e Atuadores Piezelétricos.*

MARQUI, C. R. 2007. **Modeling of Piezoelectric Structures for Application in Damage Detection**. Master of Science in Mechanical Engineering – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, Brazil.

ABSTRACT

This work presents the study and development of Structural Health Monitoring techniques for application in intelligent systems with coupled piezoelectric sensors and actuators. The indices of sensitivity for structural monitoring are based on: root-means-square deviation index, directly calculated from electric impedance signal of the piezoelectric sensors/actuators; sensor indices, calculated from system norms or observability grammian matrix, and input index, calculated from controllability grammian matrix. Such indices are used for damage detection and location in numerical and experimental applications. System norms, controllability and observability grammian matrices are obtained through numerical model, as for instance, Finite Element Method; or by experimental identification technique, via Eigensystem Realization Algorithm (ERA). In the second stage of the proposed procedure, damages were quantified using Artificial Neural Networks, that were trained with systems norms and grammian matrices.

Keywords: *Structural Health Monitoring, Smart Structures Modeling, Artificial Neural Networks, Piezoelectric Sensors and Actuators.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Avião da Força Aérea Norte-Americana após cair em Dover, Delaware.....	25
Figura 1.2 – Avião da ANA durante aterrissagem de emergência em Kochi, sul do Japão	25
Figura 2.1 – Dipolos elétricos nos domínios: 1) cerâmica ferroelétrica não-polarizada, 2)durante a polarização e 3) após a polarização (cerâmica piezelétrica).....	41
Figura 2.2 – Ilustração do efeito direto e inverso.....	41
Figura 2.3 – Mecanismos de uma estrutura inteligente.....	43
Figura 2.4 – Material MR sem aplicação e com a aplicação de campo magnético.....	44
Figura 2.5 – Luva com memória de forma	45
Figura 2.6 – Ponte monitorada com sensores de fibra ótica - Smartfibres Ltd (2000).....	46
Figura 2.7 – (a) Aeronave com controle ativo de vibrações, (b) Desenho esquemático.....	46
Figura 2.8 – (a) Helicóptero e vórtices, (b) Esquema das hélices com PZTs embutidos....	47
Figura 2.9 – (a) Estação Espacial Internacional, (b) “Esquis Inteligentes”.....	47
Figura 2.10 – Robô com músculos artificiais.....	48
Figura 2.11 – Protótipo de transportador vibratório acionado por elementos piezelétricos	48
Figura 2.12 – Bastão de Baisebol com sistema para atenuar vibrações.....	49
Figura 2.13 – Utilização de atuadores piezelétricos para atenuação de vibração no F-18..	49
Figura 2.14 – Modelo usado para representar o acoplamento de um PZT com a estrutura base.....	51
Figura 3.1 – Normas H_1 e H_2 ilustradas na FRF.....	65
Figura 4.1 – Deslocamento de um ponto situado sobre uma normal ao plano médio da placa.....	86
Figura 4.2 – Elemento estrutural acoplado eletromecanicamente.....	89
Figura 4.3 – Placa com rotação e deformação elástica.....	90
Figura 4.4 – Elemento finito retangular de placa.....	91
Figura 4.5 – Graus de liberdade de potencial elétrico	97
Figura 4.6 – Elemento estrutural acoplado eletromecanicamente.....	102
Figura 4.7 – Desenho esquemático da viga.....	109
Figura 4.8 – Modos de vibrar – ANSYS®	109
Figura 4.9 – Frequências naturais em função dos modos.....	110
Figura 4.10 – Diferenças em relação aos valores analíticos em função dos modos.....	110
Figura 4.11 – Função de resposta em frequência.....	111

Figura 4.12 – Resposta no tempo à entrada senoidal.....	112
Figura 4.13 – Viga com PZTs acoplados.....	113
Figura 4.14 – Modos de vibrar da estrutura com PZTs no caso (b) – ANSYS®	114
Figura 4.15 – FRF da estrutura para os casos (a) e (b) – SMARTSYS.....	114
Figura 4.16 – Resposta em frequência para os casos (a) e (b) - ANSYS®	115
Figura 4.17 – Variações nas frequências devido à presença dos PZTs no caso (b).....	116
Figura 4.18 – Variação entre os resultados obtidos em ambos os programas.....	117
Figura 4.19 – Desenho esquemático da placa engasta-livre-livre-livre.....	118
Figura 4.20 – Modos de vibrar – ANSYS®	119
Figura 4.21 – Frequências naturais em função dos modos.....	120
Figura 4.22 – Diferenças entre as frequências naturais dos modelos.....	120
Figura 4.23 – Função de resposta em frequência da placa.....	121
Figura 4.24 – Resposta no tempo à entrada impulsiva.....	122
Figura 4.25 – Placa com PZTs acoplados (caso (b)).....	124
Figura 4.26 – Modos de vibrar da estrutura com PZTs no caso (b) - ANSYS®	124
Figura 4.27 – FRFs da placa para os casos (a) e (b) – SMARTSYS.....	125
Figura 4.28 – Resposta em frequência da estrutura nos casos (a) e (b) - ANSYS®	126
Figura 4.29 – Variações causadas pela presença dos PZTs no caso (b).....	127
Figura 4.30 – Diferenças entre os resultados dos programas para os casos (a) e (b).....	127
Figura 4.31 – Viga com PZTs acoplados.....	129
Figura 4.32 – Disposição da bancada experimental.....	129
Figura 4.33 – Materiais e equipamentos utilizados no setup experimental.....	130
Figura 4.34 – Entrada impulsiva experimental.....	131
Figura 4.35 – Resposta ao impulso experimental.....	131
Figura 4.36 – Resposta ao impulso – SMARTSYS.....	132
Figura 4.37 – Resposta ao impulso - ANSYS®	132
Figura 6.1 – Modelo de um neurônio biológico.....	142
Figure 6.2 – Algoritmo de treinamento da rede neural.....	144
Figura 6.3 – Modelo Neural Artificial simples.....	145
Figura 6.4 – Modelo Neural Artificial com múltiplas entradas.....	147
Figura 6.5 – Rede neural com múltiplos neurônios.....	148
Figura 6.6 – Rede neural com múltiplas camadas.....	149
Figura 7.1 – Elemento estrutural retangular com acoplamento eletromecânico.....	163

Figura 7.2 – (a) Placa de alumínio discretizada em cem elementos; (b) Posicionamento dos sensores utilizados para detectar e localizar a falha.....	164
Figura 7.3 – Primeiro caso, falha na posição do elemento seis.....	165
Figura 7.4 – Modo mais afetado pela falha, primeiro caso.....	166
Figura 7.5 – Índices do sensor, segundo caso de falha.....	166
Figura 7.6 – Placa com elemento com falha e região localizada, segundo caso.....	167
Figura 7.7 – Modo mais afetado pela falha, segundo caso.....	167
Figura 7.8 – Índices do sensor, terceiro caso de falha.....	168
Figura 7.9 – Placa com elemento com falha e região localizada, terceiro caso.....	168
Figura 7.10 – Modo mais afetado pela falha, terceiro caso.....	169
Figura 7.11 – Índices do sensor, quarto caso de falha.....	169
Figura 7.12 – Placa com elementos com falhas e regiões localizadas, quarto caso.....	170
Figura 7.13 – Modo mais afetado pela falha, quarto caso.....	170
Figura 7.14 – Esquema utilizado para realização do experimento.....	172
Figura 7.15 – Detalhes da configuração do experimento.....	173
Figura 7.16 – FRFs da placa de alumínio com e sem falha.....	173
Figura 7.17 – Índice H_{∞} do sensor para todos os sensores.....	174
Figura 7.18 – Índice H_2 do sensor para todos os sensores.....	175
Figura 7.19 – Localização da falha utilizando o índice do sensor.....	176
Figura 7.20 – Índice do modo mais afetado pela falha na posição 3.....	176
Figura 7.21 – Modelo em elementos finitos para a viga engastada.....	177
Figura 7.22 – Índice dos sensores da viga, caso de falha 1.....	178
Figura 7.23 – Índice dos sensores da viga, caso de falha 2.....	178
Figura 7.24 – Bancada experimental utilizada para a localização de falhas.....	179
Figura 7.25 – Detalhes da bancada experimental.....	180
Figura 7.26 – Entrada impulsiva gerada pelo martelo de impacto.....	180
Figura 7.27 – Resposta do sistema para acelerômetro na saída 1.....	181
Figura 7.28 – Resposta do sistema para acelerômetro na saída 2.....	181
Figura 7.29 – Resposta do sistema para acelerômetro na saída 3.....	182
Figura 7.30 – FRF experimental para a estrutura intacta e com falha – acelerômetro na saída.....	182
Figura 7.31 – FRF experimental para a estrutura intacta e com falha – acelerômetro na saída 2.....	183

Figura 7.32 – FRF experimental para a estrutura intacta e com falha – acelerômetro na saída 3.....	183
Figura 7.33 – SHM – Índices do sensor para as três posições de saída, massa adicional de 16g próxima à saída 1.....	184
Figura 7.34 – Índices de entrada pra o caso de falha no elemento 1, caso 1.....	185
Figura 7.35 – Índices de entrada para o caso de falha nos elementos 3 e 7, caso 2.....	185
Figura 7.36 – Disposição da bancada experimental.....	186
Figura 7.37 – Excitação impulsiva pelo martelo de impacto.....	187
Figura 7.38 – Resposta do sistema para excitação na posição 1 – estrutura intacta e com falha.....	187
Figura 7.39 – FRF experimental da estrutura – excitação na posição 1.....	188
Figura 7.40 – FRF experimental da estrutura – excitação na posição 2.....	188
Figura 7.41 – FRF experimental da estrutura – excitação na posição 3.....	189
Figura 7.42 – Índices de entrada grammiana, massa adicional de 16g próxima à posição 1 de excitação.....	190
Figura 7.43 – Vista da configuração experimental.....	192
Figura 7.44 – Medidor de impedância de baixo custo (Furtado e Lopes Jr. (2005)).....	195
Figura 7.45 – Esquema da instrumentação utilizada, unidades em mm.....	195
Figura 7.46 – Sinais de entrada-saída do PZT1 sem falha.....	196
Figura 7.47 – Medidas realizadas no PZT1 com e sem falha.....	197
Figura 7.48 – Medidas realizadas no PZT2 com e sem falha.....	198
Figura 7.49 – Sinal de Coerência para o PZT1 e PZT2 sem falha.....	198
Figura 7.50 – Comparação dos índices na faixa de frequência entre 25 e 45 kHz.....	201
Figura 7.51 – Comparação dos índices na faixa de frequência entre 1 e 50 kHz.....	202
Figura 7.52 – Comparação dos índices na faixa de frequência entre 35 e 40 kHz.....	204
Figura 7.53 – Deslocamentos de um ponto sobre a normal ao plano neutro.....	205
Figura 7.54 – Elemento estrutural linear com acoplamento eletromecânico.....	206
Figura 7.55 – Modelo em elementos finitos para a viga engastada.....	206
Figura 7.56 – Índice do modo calculado pela norma H2 (primeiro caso).....	208
Figura 7.57 – Índice do sensor calculado pela norma H2 (primeiro caso).....	208
Figura 7.58 – Índice do modo calculado pela norma H2 (segundo caso).....	208
Figura 7.59 – Índice do sensor calculado pela norma H2 (segundo caso).....	209
Figura 7.60 – Índice do modo calculado pela norma H_{∞} (primeiro caso).....	209

Figura 7.61 – Índice do sensor calculado pela norma H^∞ (primeiro caso).....	210
Figura 7.62 – Índice do modo calculado pela norma H^∞ (segundo caso).....	210
Figura 7.63 – Índice do sensor calculado pela norma H^∞ (segundo caso).....	210
Figura 7.64 – Índice do modo calculado pela matriz grammiana de observabilidade (primeiro caso).....	211
Figura 7.65 – Índice do sensor calculado pela matriz grammiana de observabilidade (primeiro caso).....	211
Figura 7.66 – Índice do modo calculado pela matriz grammiana de observabilidade (segundo caso).....	212
Figura 7.67 – Índice do sensor calculado pela matriz grammiana de observabilidade (segundo caso).....	212
Figura 7.68 – Quantificação da severidade da falha usando RNA e os índices da norma H_2	213
Figura 7.69 – Quantificação da severidade da falha usando RNA e os índices da norma H^∞	214
Figura 7.70 – Quantificação da severidade da falha usando RNA e os índices da matriz grammiana de observabilidade.....	214
Figura 7.71 – Modelo em elementos finitos para a viga engastada.....	215
Figura 7.72 – Modelo MEF para viga engastada.....	217
Figura 7.73 – Detalhes do procedimento experimental.....	217
Figura 7.74 – FRFs estruturais obtidas por MEF e através do ERA.....	218
Figura 7.75 – Quantificação das severidades das falhas usando RNA e a norma H_2	219

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Dimensões e propriedades da viga.....	108
Tabela 4.2 – Frequências naturais e diferenças percentuais $(f_n / f_{n_analítica} - 1)100$	110
Tabela 4.3 – Dimensões e propriedades da viga e dos PZTs.....	113
Tabela 4.4 – Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs – SMARTSYS.....	115
Tabela 4.5 – Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - ANSYS®	116
Tabela 4.6 – Dimensões e propriedades da placa.....	118
Tabela 4.7 – Frequências naturais e diferenças entre os modelos.....	119
Tabela 4.8 – Dimensões e propriedades da placa e dos PZTs.....	123
Tabela 4.9 – Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento de PZTs – SMARTSYS.....	125
Tabela 4.10 – Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - ANSYS®	126
Tabela 4.11 – Dimensões e propriedades da viga e dos PZTs.....	128
Tabela 6.1: Funções de transferência mais utilizadas.....	146
Tabela 7.1 – Propriedades físicas e geométricas da placa simulada.....	164
Tabela 7.2 – Elementos e porcentagens de redução de rigidez dos casos simulados.....	165
Tabela 7.3 – Propriedades físicas e geométricas da placa.....	172
Tabela 7.4 – Dimensões e propriedades do material para a viga engastada.....	177
Tabela 7.5 – Propriedades e dimensões da viga e dos PZTs da PSI-5A-S4 (Piezo Systems®, Inc.).....	191
Tabela 7.6 – Condições estruturais.....	196
Tabela 7.7 – Propriedades físicas e geométricas da viga e dos transdutores piezelétricos..	207
Tabela 7.8 – Propriedades físicas e geométricas da viga e do atuador PZT.....	216

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbf{A}^T$	Transposto da matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^{-1}$	Inversa da matriz quadrada não-singular $\mathbf{A}$
$\ \mathbf{A}\ _2$	Norma euclidiana de uma matriz $\mathbf{A}$ com valores reais
$\text{diag}(a_i)$	Matriz diagonal com elementos a_i na diagonal
$\lambda_{\max}(\mathbf{A})$	Máximo autovalor da matriz quadrada $\mathbf{A}$
$\mathbf{I}_{n,n}$	Matriz identidade de ordem $n \times n$
$\mathbf{0}_{n,n}$	Matriz de zeros de ordem $n \times n$
$\mathbf{A}^+$	Pseudo-inversa da matriz $\mathbf{A}$
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Traço da matriz $\mathbf{A}$
$\det(\mathbf{A})$	Determinante da matriz quadrada $\mathbf{A}$

Letras Latinas

$\mathbf{a}$	Vetor de saída da rede neural
a	Comprimento do elemento eletromecanicamente acoplado
$\mathbf{A}$	Matriz dinâmica
$\mathbf{A}_k$	Matriz Hessiana
$\mathbf{A}_m$	Matriz dinâmica modal
$\mathbf{b}$	Vetor de bias da rede neural
b	Largura do elemento eletromecanicamente acoplado
$\mathbf{B}$	Matriz de entrada
$\mathbf{B}_m$	Matriz de entrada modal
$\mathbf{B}_o$	Matriz de entrada da força na estrutura
$\mathbf{c}$	Matriz de constantes elásticas do PZT
$\mathbf{C}$	Matriz de saída
$\mathbf{C}$	Matriz de controlabilidade
$\mathbf{C}_m$	Matriz de saída modal
$\mathbf{C}_{mu}$	Matriz de saída de deslocamento modal
$\mathbf{C}_{mv}$	Matriz de saída de velocidade modal

$\mathbf{C}_{ou}$	Matriz de saída de deslocamento
$\mathbf{C}_{ov}$	Matriz de saída de velocidade
$\mathbf{D}$	deslocamento elétrico
$\mathbf{D}_a$	Matriz de amortecimento global da estrutura
$\mathbf{D}_m$	Matriz de amortecimento modal
$\mathbf{e}$	Matriz de tensão piezelétrica
$\mathbf{e}$	Vetor de erros da rede
$\mathbf{E}$	Campo elétrico induzido ou aplicado nas cerâmica piezelétrica
E_s	Módulo de Young da estrutura
$\mathbf{f}$	Funções de transferência da rede neural
$F(\omega)$	Transformada de Fourier da força de entrada
$\mathbf{F}$	Vetor de forças externas aplicadas na estrutura
$\mathbf{F}^e$	Vetor de forças externas aplicadas no elemento estrutural
$\mathbf{F}_{el}$	força elétrica gerada no atuador piezelétrico
$\mathbf{g}_k$	Gradiente da iteração atual
$\mathbf{G}_s$	Matriz de constantes elásticas da estrutura
G	Função de transferência do sistema
$\ G\ _\infty$	Norma H_∞ do sistema com função de transferência G
$\ G\ _2$	Norma H_2 do sistema com função de transferência G
$\ G\ _h$	Norma Hankel do sistema com função de transferência G
$\mathbf{H}$	Matriz de Hankel
$\mathbf{H}'$	Pseudo-inversa de $\mathbf{H}$
$\mathbf{J}$	Matriz Jacobiana
$\mathbf{K}$	Matriz de rigidez global da estrutura
$\mathbf{K}_s^e$	Matriz de rigidez elementar da estrutura
$\mathbf{K}_p^e$	Matriz de rigidez elementar do PZT
$\mathbf{K}_{u\varphi}^e$	Matriz elementar de acoplamento eletromecânico
$\mathbf{K}_{\varphi\varphi}^e$	Matriz elementar capacitância piezelétrica
$\mathbf{K}_m$	Matriz de rigidez modal
$\mathbf{K}_{u\varphi}$	Matriz global de acoplamento eletromecânico
$\mathbf{K}_{\varphi\varphi}$	Matriz global de capacitância piezelétrica

L	Lagrangiano
L_u	Matriz com operadores diferenciais da estrutura
L_φ	Matriz com operadores diferenciais do PZT
M	Índice de falha métrica
M	Matriz de massa global da estrutura
M_m	Matriz de massa modal
M_s^e	Matriz de massa elementar da estrutura
M_p^e	Matriz de massa elementar do PZT
N_u	Matriz que contém as funções de interpolação dos deslocamentos
N_φ	Matriz que contém as funções de interpolação dos potenciais elétricos
O	Matriz de observabilidade
p	Vetor de entrada da rede neural
P	Base polinomial das funções de interpolação
P_k	Sentido de busca do gradiente conjugado
q	Vetor do sinal de entrada na estrutura
Q	Carga elétrica aplicada na cerâmica piezelétrica
Q^e	Carga elétrica aplicada no elemento piezelétrico
r	Número de posições de saída (sensores)
R	Matriz de transformação de coordenadas
s	Número de posições de entrada (atuadores)
S	Tensor deformação
t_s	Espessura da estrutura
t_p	Espessura do PZT
T	Energia cinética
u	Vetor deslocamento
u_i	Vetor deslocamento nodal
u_m	Vetor deslocamento modal
u_z	Grau de liberdade de deslocamento na direção z
U	Energia Potencial
V_s	Volume do elemento estrutural
V_p	Volume do elemento piezelétrico

x	Direção x
$\mathbf{x}$	Vetor de estados
$\mathbf{x}_k$	Vetor de pesos e <i>bias</i> da iteração atual
$\dot{X}(\omega)$	Transformada de Fourier da velocidade
$\mathbf{W}$	Matriz de pesos da rede neural
$\mathbf{W}_e$	Trabalho realizado pelo potencial elétrico
$\mathbf{W}_c$	Matriz grammiana de controlabilidade
$\mathbf{W}_o$	Matriz grammiana de observabilidade
$\mathbf{y}$	Vetor de saída da estrutura
y	Direção y
$Y(\omega)$	Admitância mecânica
z	Direção z
$\mathbf{Z}$	Matriz de fatores de amortecimento
$Z(\omega)$	Impedância mecânica

Letras Gregas

α	Coefficientes da função interpoladora do deslocamento na direção z
α	Escalar de proporcionalidade entre as matrizes de massa e amortecimento
α_k	Taxa de aprendizado da iteração atual
β	Escalar de proporcionalidade entre as matrizes de rigidez e amortecimento
ϵ	Matriz de constantes dielétricas do PZT
∂	Operador diferencial
Φ	Matriz modal
φ	Vetor de potencial elétrico
φ_i	Vetor de potencial elétrico nodal
γ_i	Valor singular de Hankel do <i>i-ésimo</i> modo
η	Coordenada generalizada na direção y
$\lambda_{\max}(\mathbf{A})$	Maior autovalor da matriz $\mathbf{A}$
ν	Coefficiente de Poisson
θ_x	Grau de liberdade de rotação em torno do eixo x

θ_y	Grau de liberdade de rotação em torno do eixo y
ρ_s	Massa específica da estrutura
ρ_p	Massa específica da PZT
σ_s	Tensor tensão da estrutura
σ_p	Tensor tensão do PZT
σ_{sj}	Índice de detecção de falha do j -ésimo sensor
σ_{aj}	Índice de detecção de falha do j -ésimo atuador
σ_m	Índice dos modos
$\sigma_{\max}(G)$	Maior valor singular da função de transferência G
Ω	Matriz de frequências naturais
ω_i	Frequência natural do i -ésimo modo
ξ	Coordenada generalizada na direção x
ζ_i	Fator de amortecimento do i -ésimo modo
Σ	Matriz diagonal da decomposição de valores singulares

Subscritos

M	Referente à representação em coordenadas modais
I	Referente ao i -ésimo modo de vibração
S	Referente à estrutura base
p	Referente ao material piezelétrico
s	Referente aos sensores
a	Referente aos atuadores
u	Referente ao deslocamento estrutural
φ	Referente ao potencial elétrico
x	Referente à direção x
y	Referente à direção y
z	Referente à direção z

Sobrescritos

S	Propriedades piezelétricas medidas à deformação constante
E	Propriedades piezelétricas medidas à campo elétrico constante

Siglas

AG	Algoritmos Genéticos
ANA	<i>All Nippon Airlines</i> (Empresa Japonesa)
AR	<i>Autoregressive Model</i>
ARMA	<i>Autoregressive Moving Average</i>
ARX	<i>Autoregressive with exogenous inputs Model</i>
ATVAs	<i>Active Tuned Vibration Attenuators</i>
BFGS	<i>Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno</i>
CCDM	<i>Coeficient Correlation Deviation Mean</i>
CF – EP	Fibra de Carbono Epóxi
EDOL	Equação Diferencial Ordinária Linear
ER	Eletroreológico
ERA	Algoritmo de Realização de Autosistemas (<i>Eigensystem Realization Algorithm</i>)
FRF	Função de Resposta em Frequência
GL	Grau de Liberdade
IA	Inteligência Artificial
ITD	<i>Ibrahim Time Domain</i>
LQR	Regulador Linear Quadrático (<i>Linear Quadratic Regulator</i>)
MEF	Método dos Elementos Finitos
MIMO	Múltiplas Entradas – Múltiplas Saídas (<i>Multi Input – Multi Output</i>)
MR	Magnetoreológico
NASA	Agência Aeroespacial dos Estados Unidos (<i>National Aeronautics and Space Administration</i>)
NDE	Ensaio não destrutivo (<i>Nondestructive Evaluation</i>)
OSS	<i>One Step Secant</i>

PNNs	<i>Probabilistic Neural Networks</i>
POF	<i>Plastic Optical Fiber</i>
PVDF	Polyvinilidene Fluoride
PWAS	<i>Piezoelectric Wafer Active Sensors</i>
PZT	Titanato-Zirconato-Chumbo
RMS	<i>Root Mean Square</i>
RMSD	<i>Root Mean Square Deviation</i>
RNAs	<i>Redes Neurais Artificiais</i>
SCG	<i>Scaled Conjugate Gradient</i>
SHM	Monitoramento da Integridade Estrutural (<i>Structural Health Monitoring</i>)
SISO	Simple Entrada – Simple Saída (<i>Single Input – Single Output</i>)
SMA	Ligas de Memória de Forma (<i>shape memory alloys</i>)
SVD	Decomposição em Valores Singulares (<i>Singular Value Decomposition</i>)
VLSI	<i>Very large scale integration</i>

Sumário

CAPÍTULO 1_LEVANTAMENTO DO ESTADO DA ARTE DAS TÉCNICAS DE MONITORAMENTO DA SAÚDE ESTRUTURAL	24
1.1_Introdução.....	24
1.2_Métodos Baseados no Domínio da Frequência	29
1.2.1_Técnica da Impedância Elétrica.....	29
1.2.2_Técnica de Lamb Waves	30
1.3_Métodos Baseados no Domínio do Tempo	32
1.3.1_Análise de Séries Temporais.....	32
1.4_Métodos Baseados no Modelo Modal	33
1.4.1_Normas de Sistemas.....	34
1.5_Algoritmos de Otimização para Quantificação de Falhas estruturais.....	35
1.5.1_Algoritmos Genéticos	35
1.5.2_Redes Neurais Artificiais (RNA).....	36
CAPÍTULO 2_MATERIAIS E ESTRUTURAS INTELIGENTES	40
2.1_Aplicações dos Materiais Inteligentes	45
2.2_Impedância Elétrica	50
2.2.1_Área de atuação do PZT.....	54
2.2.2_Características da Resposta Medida em Frequência.....	55
2.2.3_Falha Métrica	56
CAPÍTULO 3_NORMAS DE SISTEMAS E MATRIZES GRAMMIANAS DE CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE.	57
3.1_Modelos Estruturais de Segunda Ordem	57
3.2_Modelos Estruturais no Espaço de Estados	60
3.3_Norma H_∞	63
3.4_Norma H_2	64
3.5_Norma Hankel	66
3.6_Controlabilidade e Observabilidade	67
3.7_Índices para Detecção e Localização de Falhas Utilizando Normas de Sistemas e Matrizes Grammianas de Controlabilidade e Observabilidade	69
CAPÍTULO 4_MODELAGEM DE ESTRUTURAS INTELIGENTES VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	72

4.1_ Elementos de Placa de Kirchhoff e Viga de Euler Bernoulli Eletromecanicamente Acoplados	85
4.2_ Validação Numérica dos Elementos de Placa e Viga Eletromecanicamente Acoplados	108
4.2.1_ Viga Engastada-Livre	108
4.2.2_ Acoplamento Eletromecânico: Viga Engastada-Livre	112
4.2.3_ Placa Engastada-Livre-livre-livre	118
4.2.4_ Acoplamento Eletromecânico: Placa Engastada-Livre-Livre-Livre	123
4.2.5_ Análise Dinâmica – Sensores Piezelétricos	128
CAPÍTULO 5_ IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DINÂMICO ESTRUTURAL VIA REALIZAÇÃO DE AUTOSSISTEMAS (ERA).	134
CAPÍTULO 6_ REDE NEURAIS ARTIFICIAIS (RNAs).	141
6.1_ Introdução a Teoria das RNAs	141
6.2_ Modelo Neural Artificial	145
6.3_ Treinamento da RNA	150
6.4_ Algoritmo de Treinamento Backpropagation	151
6.4.1_ Gradiente Descendente	152
6.4.2_ Gradiente Descendente com Momento	152
6.4.3_ Variable Learning Rate	153
6.4.4_ Resilient Backpropagation	154
6.4.5_ Gradiente Conjugado	155
6.4.6_ Quasi-Newton	158
6.4.7_ Levenberg-Marquardt	159
6.4.8_ Limitações e Precauções	160
CAPÍTULO 7_ APLICAÇÕES DIVERSAS PARA O MONITORAMENTO DA SAÚDE ESTRUTURAL	162
7.1_ Aplicação Numérica utilizando Normas de Sistemas	162
7.2_ Aplicação Experimental Utilizando Normas de Sistemas	170
7.3_ Análise Numérica e Experimental Utilizando Matrizes Grammianas de Observabilidade	177
7.4_ Análise Numérica e Experimental Utilizando Matrizes Grammianas de Controlabilidade	184
7.5_ Estudo Comparativo de Índices para Detecção e Localização de Falhas Utilizando a Técnica da Impedância Elétrica	191

7.6_Aplicação Numérica de Quantificação de Falhas Utilizando Redes Neurais Artificais.	205
7.7_Aplicação Experimental de Quantificação da Severidade de Falhas Utilizando Redes Neurais Artificais.....	215
CAPÍTULO 8_CONSIDERAÇÕES FINAIS E ETAPAS FUTURAS	220
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	223

CAPÍTULO 1_LEVANTAMENTO DO ESTADO DA ARTE DAS TÉCNICAS DE MONITORAMENTO DA SAÚDE ESTRUTURAL

1.1_Introdução

A detecção de falhas, tais como propagação de trincas em estruturas, rolamentos danificados ou desbalanceamento de rotores, tem atraído o foco de muitos pesquisadores durante as últimas décadas. Há duas razões principais da importância de detectar as falhas em um estágio inicial. Primeiramente, quando estas falhas surgem em situações críticas de segurança, tais como em aviões, em reatores nucleares, carros e trens, causando riscos à vida humana e ao meio ambiente. Em segundo lugar, quando as falhas afetam a produção industrial, causando diminuição da qualidade e interrupção da produção.

Portanto, a habilidade de monitorar a condição destes sistemas, ou seja, sua integridade estrutural tem se tornado uma área de pesquisa muito importante do ponto de vista econômico e de segurança nos últimos anos. Esta área é usualmente denominada de Monitoramento da Saúde Estrutural, mais conhecida pela sigla SHM (*Structural Health Monitoring*).

Alguns exemplos recentes tiveram grande destaque na mídia, alertando para a necessidade e importância da aplicação de técnicas SHM em tais estruturas. Pode-se citar, por exemplo, o avião de transporte C-5 Galaxy da Força Aérea norte-americana que caiu às 10h37 de 03 de abril de 2006 na base aérea de Dover, no Estado de Delaware. O C-5, fabricado pela Lockheed Martin, é um dos maiores aviões militares do mundo e é usado para carregar grandes cargas. A aeronave normalmente tem uma tripulação de sete pessoas. As causas exatas ainda não foram divulgadas. As figuras 1.1a e 1.1b mostram o avião no chão com a cabine e cauda separadas da fuselagem.



(a)



(b)

Figura 1.1 – Avião da Força Aérea Norte-Americana após cair em Dover, Delaware.

Fonte: <http://www.yahoo.com>, acesso em abril de 2006.

Pode-se citar também a aterrissagem de emergência do avião Bombardier DHC-8, da empresa japonesa *All Nippon Airlines* (ANA) no dia 13 de março de 2007, em Kochi, sul do Japão devido a uma falha no trem de aterrissagem, figura 1.2. O pouso foi acompanhado nos últimos momentos pelas redes de televisão japonesas e, após sobrevoar durante meia hora sobre a ilha de Shikoku para gastar combustível, o avião pousou com as duas rodas traseiras em uma pista molhada para evitar um possível incêndio. O avião da ANA tinha saído de Osaka com cinquenta e seis passageiros e quatro tripulantes e, segundo o Ministério dos Transportes, ninguém se feriu.



Figura 1.2 – Avião da ANA durante aterrissagem de emergência em Kochi, sul do Japão.

Fonte: <http://port.pravda.ru/news/mundo/13-03-2007/15999-japao-0>, acesso em 14/03/07.

Estes exemplos, entre muitos outros ocorridos no Brasil e no exterior, demonstram a importância de se desenvolver metodologias confiáveis de SHM a fim de evitar catástrofes que possam resultar em perda de vidas humanas, prejuízos econômicos e danos ao meio ambiente. Assim, um maior avanço na tecnologia de sensores, especialmente com transmissão de dados sem cabos (*wireless*), e nos procedimentos de decisão com confiabilidade do diagnóstico do dano, se possível em um estágio inicial, são pontos fundamentais para tornar o paradigma SHM economicamente viável para estes tipos de aplicações e assim se evitar tais catástrofes.

A idéia básica do problema SHM, baseado em sinais de vibração, é que a presença de falhas altera “significativamente” as propriedades físicas do sistema. Redução de rigidez causada pela presença de trincas e variações das propriedades geométricas podem vir a mudar as condições de contorno e a conectividade do sistema. Todos estes fatores podem comprometer o desempenho futuro da estrutura e resultar em uma mudança na resposta dinâmica do sistema. Portanto, na definição de falha está implícito que o problema de diagnóstico é: uma comparação entre dois estados de um sistema, ou seja, um estado sem falha e outro estado com falha.

Neste contexto, cada vez mais a manutenção preditiva vem fazendo parte de nosso cotidiano, sendo aplicada nas indústrias, em empresas, nas construções, no monitoramento de máquinas, etc (FURTADO, 2004). Sua utilização se justifica principalmente devido à necessidade de reduzir gastos e aumentar a confiabilidade e segurança das estruturas e equipamentos. Existem algumas técnicas de manutenção preditiva baseadas nos ensaios não-destrutivos (NDE - Nondestructive Evaluation) que já são largamente aplicadas, dentre elas temos: análise de óleo, partículas magnéticas, líquidos penetrantes, métodos baseados na análise de vibrações, etc. A exigência cada vez maior de respostas rápidas e exatas e, ainda, sua utilização nas mais diversas situações, impulsionam pesquisas envolvendo novos materiais e o desenvolvimento de novas técnicas.

A caracterização de danos, para melhor entendimento, pode ser classificada por níveis. Doebling et al. (DOEBLING et al., 1998) usam quatro níveis de classificação:

- Nível 1 – Detecta a existência da falha;
- Nível 2 – Detecta e localiza a falha;
- Nível 3 – Detecta, localiza e quantifica a falha;
- Nível 4 – Detecta, localiza e quantifica a falha e então estima a vida útil restante do equipamento.

Inman (INMAN, 2001) adiciona mais três níveis. Todos incorporando a utilização de materiais inteligentes:

- Nível 5 – Combina o nível 4 com estruturas inteligentes para auto-diagnóstico de falhas estruturais;
- Nível 6 – Combina o nível 4 com estruturas inteligentes e controle para formar um sistema de auto-reparo estrutural;
- Nível 7 – Combina o nível 1 com controle ativo e estruturas inteligentes para obtenção de um sistema simultâneo de controle e monitoramento.

O monitoramento da integridade estrutural é a implementação de uma estratégia de detecção de falhas que avalia e assegura a integridade da infra-estrutura na engenharia aeroespacial, civil e mecânica. É uma tecnologia emergente que conduz ao desenvolvimento de sistemas capazes de monitorar continuamente o dano estrutural com uma mínima intervenção humana (KESSLER et al., 2002 (a)). As metas de sistemas de SHM buscam melhorar a confiabilidade e a segurança associada à redução de custo com manutenção e, assim, minimizar o custo global de produção. Há vários componentes requeridos para projetar um sistema de SHM próspero e robusto, nos quais se incluem sistemas de sensoriamento, comunicações e algoritmos para interpretar a grande quantidade de dados.

Devido ao grande avanço computacional, uma grande mudança aconteceu nos últimos anos para instrumentação de auto-monitoramento ativo, que incorpora tecnologia de autodiagnóstico nos sistemas mecânicos para monitorar as condições de operação e o dano estrutural. O crescimento contínuo do uso de novos materiais para fazer sistemas leves e fortes e esquemas de manutenção inteligente, que apenas efetuará o reparo se realmente for necessário, pode ser economicamente atraente. Os métodos de detecção de falhas podem ser classificados em dois grupos principais (KABEYA, 1998): métodos baseados em modelos matemáticos e métodos que não necessitam de modelos.

Farrar e Doebling (1999) sugerem a necessidade do avanço do estado da arte na detecção de falhas baseado em sinais de vibrações e no desenvolvimento de técnicas e procedimentos não baseados em modelos, complementando assim as técnicas já existentes que utilizam modelos.

Todos os métodos existentes, utilizando ou não modelos, podem ser analisados no domínio do tempo, da frequência ou modal. A resposta no domínio do tempo de uma estrutura pode ser medida por uma variedade de sensores, como por exemplo, acelerômetros,

extensômetros elétricos, células de carga, etc., e estes dados podem então ser convertidos para o domínio da frequência usando a transformada de Fourier. Uma análise mais profunda dos dados no domínio da frequência é geralmente realizada para extrair os parâmetros modais e produzir o que é denominado como domínio modal da resposta da estrutura.

Todas as medidas são sempre feitas no domínio do tempo, então, a pessoa responsável pelo sistema de monitoramento da saúde estrutural deve escolher se a análise dos dados será realizada no domínio do tempo, frequência ou modal, embora a conversão entre os domínios envolva alguma compressão dos dados. Friswell e Penny (1997) discutem que para sistemas lineares não há perdas significativas de informações entre os domínios do tempo e frequência. Além disso, pode haver algumas vantagens em que a média dos dados pode ser calculada facilmente e assim os efeitos de ruídos podem ser reduzidos.

O domínio modal oferece uma redução no volume de dados quando comparado com o domínio da frequência. Embora teoricamente os dados no domínio da frequência (Função de Resposta em Frequência, FRF) podem conter informações em uma faixa maior de frequência, Friswell e Penny (1997) sugerem um ponto muito prático em que, a não ser para a faixa na qual os modos não estão próximos, qualquer resposta é dominada pelos modos dentro da faixa analisada e então, o domínio da frequência e o domínio modal são essencialmente equivalentes para o uso em análise.

Lee e Shin (2002), indicaram, no entanto, que os dados modais podem ser contaminados pelos erros de extração modal que não estão presentes nas FRFs. Além disso, eles sugerem que as FRFs podem fornecer mais informações, enquanto que os dados modais são extraídos de uma faixa de frequência muito limitada em torno da ressonância.

Vários autores, Banks et al. (1996) e Farrar e Doebling (1999) questionam a viabilidade dos dados modais para a detecção de falhas argumentando que as informações modais refletem propriedades globais do sistema, enquanto as falhas são fenômenos locais.

Não obstante, a maioria da literatura tem focado os métodos baseados no domínio modal. Isto ocorre provavelmente por duas razões principais. Primeira, a literatura antecedente ter focado o domínio modal. E em segundo lugar, as frequências naturais e os modos de vibrar são facilmente interpretados e por isso são inicialmente mais atrativos do que algo mais abstrato, como por exemplo, a análise residual de modelos auto-regressivos no domínio do tempo (FUGATE et al., 2000). A pesquisa dos métodos baseados nestes três domínios, entretanto, provavelmente, continuará, principalmente porque não há nenhum método ainda capaz de identificar todos os tipos de danos em todos os tipos de estruturas. A

seguir serão apresentadas algumas técnicas muito utilizadas recentemente para resolver o problema de SHM.

1.2_Métodos Baseados no Domínio da Frequência

Mudanças nas propriedades estruturais causam mudanças nas frequências de vibração. As primeiras tentativas para detectar mudanças nas frequências naturais foram publicadas por Adams (1978). Este autor usou a relação da mudança de frequência em dois modos diferentes como uma função apenas da posição da falha e usou esta relação para realizar a localização. Um resumo dos métodos baseados apenas nas frequências naturais pode ser encontrado em Salawu (1997). Deve ser notado que mudanças das frequências têm limitações práticas significantes para aplicações em alguns tipos de estruturas, pois a baixa sensibilidade nas mudanças das frequências devido às falhas exige medidas precisas, ou que as falhas estejam em um nível acelerado de dano.

1.2.1_Técnica da Impedância Elétrica

Uma importante técnica de monitoramento de estruturas é a técnica da impedância elétrica. A concepção básica desta técnica é o uso de altas frequências de vibrações para monitorar mudanças na impedância estrutural, numa área local da estrutura, que pode indicar uma falha eminente. Isto é possível usando sensores/atuadores piezelétricos, os quais fornecem medidas diretamente relacionadas com a impedância mecânica da estrutura. As medidas de impedância são, geralmente, realizadas em altas frequências, maiores que 10 kHz. O pequeno comprimento de onda nestas frequências permite a detecção de pequenas mudanças na integridade estrutural.

A técnica de monitoramento da saúde estrutural baseada na impedância elétrica tem sido desenvolvida pela utilização de uma variedade de materiais inteligentes e formam um novo método de avaliação não-destrutivo. Diversos tipos de materiais, naturais e sintéticos, exibem propriedades piezelétricas. Dentre eles, pode-se citar:

- Cerâmicas piezelétricas. Em particular, as cerâmicas PZT (Titanato Zirconato de Chumbo), têm sido extensivamente utilizadas como elementos atuadores distribuídos, aplicados sob a forma de placas, com espessuras típicas da ordem de 0,1 a 0,2 mm.
- Polímeros piezelétricos. O PVDF (Fluorido de Polivinilideno) tem tido larga utilização

como sensores distribuídos, aplicados sob a forma de filmes finos, com espessura típica da ordem de 40 a 120 μ m.

Muitos trabalhos, principalmente para aplicações aeroespaciais, naval, plataformas e dutos de escoamento têm focado esta técnica de SHM. Lopes et al. (2001) apresentou uma metodologia que combina a técnica da impedância elétrica com um modelo de diagnóstico, baseado num processo de otimização, para detectar e localizar falhas estruturais. A localização da falha na estrutura real é obtida através da técnica da impedância elétrica, enquanto, a severidade é obtida através de otimização hierárquica, baseada em um modelo reduzido de estrutura. Giurgiutiu e Zagari (2005) utilizaram o método da impedância elétrica para o monitoramento da saúde estrutural em placas finas e estruturas aeroespaciais com sensores piezelétricos ativos acoplados. Neste trabalho foi desenvolvido e validado com dados experimentais um modelo de acoplamento eletromecânico para prever a impedância elétrica. Kim (2006) apresenta um sistema de monitoramento da saúde estrutural baseado na técnica da impedância que emprega transdutores piezocerâmicos desenvolvido com um interesse especial em aplicar para membros estruturais soldados de navios e em estruturas *offshore*. Moura Jr. e Steffen Jr. (2006) apresentaram um procedimento para encontrar as melhores condições de teste para o monitoramento da integridade estrutural utilizando a técnica da impedância elétrica aplicada em uma estrutura aeronáutica. A falha foi caracterizada pela adição de massa e dois meta-modelos estatísticos, *probabilistic neural network* (PNNs) e *statistics surface responses*, foram usados para representar a falha na estrutura.

1.2.2_Técnica de Lamb Waves

As ondas de Lamb são ondas de deformação plana que ocorrem em uma placa livre nas superfícies inferior e superior da placa (INMAN et al., 2005). Elas foram primeiramente descritas por Horace Lamb, daí o nome. A vantagem do uso das ondas de Lamb no monitoramento da condição da estrutura é que um par atuador/sensor possui uma grande área de cobertura. Em geral, as ondas de Lamb são formadas em estruturas com a utilização de atuadores piezelétricos acoplados na superfície do material, como, por exemplo, o PZT que é utilizado em alta frequência.

A utilização de atuadores piezelétricos, acoplados na superfície de uma placa, na formação das ondas de Lamb para SHM, é um campo crescente de estudo. No uso destes atuadores, as ondas de Lamb são formadas quando o atuador excita a superfície, com um

pulso, depois de receber um sinal. Depois que excita a estrutura com um pulso, outra cerâmica piezelétrica é, agora, utilizada como sensor para receber os pulsos que vêm de descontinuidades na estrutura, tais como áreas que contenham falhas e limites da estrutura. Desde que os limites da estrutura e a velocidade das ondas para uma dada frequência são conhecidos, os sinais do limite da superfície podem ser detectados e os sinais provenientes dos defeitos (falhas) aparecem com clareza. Com esses sinais, as falhas são localizadas. Com as várias características do sinal recebido, tais como atraso no tempo de trajeto, frequência, amplitude e, com o uso de certas técnicas de processamento de sinais, tais como redes neurais artificiais, informações sobre a falha podem ser obtidas.

O método das ondas de Lamb é complexo devido à dispersividade dessas ondas. Uma compreensão dos fundamentos da propagação da onda e da teoria das ondas de Lamb é essencial para o sucesso da aplicação deste método. Estudos mostram que o uso dos chamados *Piezoelectric Wafer Active Sensors* (PWAS) ajustam determinados modos das ondas de Lamb, devido ao fato de que os defeitos respondem de maneira diferente para cada um desses modos.

Monnier (2006) apresentou um método SHM para monitorar o impacto de falhas em um painel de carbono/epóxi da *Airbus*. Buscando o aumento da segurança operacional da estrutura foram utilizados sensores piezelétricos integrados via Lamb Waves.

Giurgiutiu (2005) analisou o mecanismo pelo qual os PWAS podem excitar e detectar as ondas de Lamb e também analisou a interação entre os PWAS com a estrutura e a camada adesiva. Para tanto, foi projetado um modelo para simular o mecanismo das ondas de Lamb com transdutores PWAS. Este modelo foi criado utilizando a Transformada de Fourier no domínio espacial. Os modos das ondas de Lamb obtidos analiticamente são comparados com os modos experimentais e o artigo é finalizado com a detecção de falhas experimentais em uma placa.

Su e Ye (2005a) utilizaram o método de propagação de ondas de Lamb e também Redes Neurais Artificiais (RNAs) para identificar falhas em uma estrutura de fibra de carbono epóxi (CF – EP). Para simulação das ondas de Lamb foi gerado um modelo via método dos elementos finitos (MEF) para a estrutura e para a cerâmica piezelétrica (atuador/sensor). A rede neural foi treinada com as medidas de ondas de Lamb simuladas para a identificação de falhas. Embora não seja apresentado, o objetivo final destes autores é utilizar a rede já treinada para detecção de falhas on-line utilizando as ondas de Lamb experimentais.

1.3_Métodos Baseados no Domínio do Tempo

Os métodos de detecção de falhas no domínio da frequência têm tido maior atenção por pesquisadores do que os métodos baseados no domínio do tempo. Nos métodos baseados no domínio da frequência as frequências naturais da estrutura ou os modos de vibrar ou uma combinação de ambos, são usados para detectar a falha. Nos métodos no domínio do tempo, medidas de resposta no tempo são usadas para detectar mudanças na massa ou rigidez da estrutura. Uma técnica, usando métodos no domínio do tempo, desenvolvida por Hajela et al. (1990) usa medidas de resposta dos dados de entrada e saída para determinar a variação dos parâmetros do sistema, simulando o comportamento de uma estrutura. Banks et al. (1996) desenvolveram um método que usa minimização do erro por mínimos quadrados para ajustar vários modelos de falha numa viga engastada-livre. Melo (1998) desenvolveu uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos discretos usando a técnica dos observadores de estado. A metodologia utiliza dados medidos no tempo e tem a capacidade de reconstruir os estados não medidos do sistema ou os pontos de difícil acesso. Os parâmetros sujeitos a falhas são escolhidos e, projetam-se observadores globais que analisam todo o sistema. A cada parâmetro sujeito a falhas, são projetados observadores robustos que tem a capacidade de localizar a irregularidade no sistema.

Marano (2002) desenvolveu uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas discretos com variação de parâmetros. Cacciola et al. (2003) utilizaram a análise vibracional de uma viga trincada por meio da análise estocástica para detectar a presença e a posição dos danos estruturais. Um modelo de trincas obtido por elementos finitos foi usado para aplicar o método de Monte Carlo a fim de avaliar no domínio do tempo a elevada ordem estatística das não-linearidades. Lemos (2004) desenvolveu uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas contínuos (sistemas de rotores) utilizando a técnica dos observadores de estado. Esta técnica consiste no desenvolvimento do modelo a ser analisado e compara as saídas dos observadores com a saída do sistema.

1.3.1_Análise de Séries Temporais

Danos estruturais afetam as propriedades dinâmicas de uma estrutura, resultando assim, na mudança das características estatísticas do sinal histórico temporal de aceleração, por exemplo. Assim, a detecção de falhas nestas estruturas pode ser realizada através da

análise de séries temporais de medidas de vibração estrutural antes e depois da falha.

Muitos trabalhos para aplicação em SHM têm utilizado esta técnica. Nair et al. (2006) apresentou resultados analíticos e experimentais da técnica de séries temporais para a detecção e localização de falhas em uma estrutura *benchmark* ASCE. Os sinais obtidos dos sensores são modelados como série temporal *autoregressive moving average* (ARMA). Neste trabalho, o índice de detecção de falha é definido como o valor médio dos três primeiros componentes auto-regressivo (AR). Tanner et al. (2003) apresentou um sistema de monitoramento da saúde estrutural para monitorar as junções parafusadas de uma estrutura do tipo frame utilizando séries temporais e controle estatístico, analisando a correlação dos dados de vibração provenientes de acelerômetros. Para cada junção, os dados são processados localmente em um microprocessador integrado a um módulo *wireless*. Os resultados de diagnósticos são transmitidos remotamente (via telemetria) para uma estação de monitoramento. Silva et al. (2007) aplicaram um modelo auto-regressivo e auto-regressivo com entradas exógenas (AR-ARX) para a predição de diagnósticos de falhas em sistemas estruturais. Este algoritmo de detecção de falhas foi baseado no erro residual como sendo o índice de sensibilidade da falha, obtido pela resposta do sinal de vibração. No referido trabalho ainda é investigado um método de compressão de dados utilizando a análise da componente principal.

1.4_Métodos Baseados no Modelo Modal

Vários trabalhos procuram examinar as mudanças nas propriedades básicas modais. Neste contexto, as propriedades básicas modais são definidas como frequência natural, amortecimento modal e a forma do modo de vibração. Rizos et al. (1990) realizou a localização e quantificação de falhas numa viga engastada-livre a partir dos modos de vibrar da estrutura. Para isto, foram utilizados resultados analíticos e com alguns modos de vibração identificados para localizar e estimar a profundidade da falha. Assim, a metodologia proposta pode ser usada para a identificação de falhas em estruturas a partir de dados modais medidos.

Devido ao fato que as frequências modais são propriedades globais da estrutura, não é totalmente claro que mudanças nestes parâmetros possam ser usadas para identificar além do nível 1 e 2 de falha. Em outras palavras, as frequências geralmente não podem proporcionar informações espaciais sobre mudanças estruturais. Uma exceção a esta limitação ocorre para altas faixas de frequências modais, nas quais os modos estão associados com respostas locais.

No entanto, as limitações práticas envolvidas com a excitação e a extração destes modos locais, causadas em parte por altas densidades modais, podem originar um complexo problema de identificação. Neste sentido é que o desenvolvimento de novos métodos de identificação de parâmetros modais ganham importância, como por exemplo, o Método de Realização de Autossistemas, mais conhecido como ERA (Eigensystem Realization Algorithm).

1.4.1_Normas de Sistemas

Normas de sistemas são “tamanhos” de medidas de sistemas e podem ser utilizadas para diversas aplicações. Em geral, para aplicações de engenharia é necessário escolher estrategicamente quais propriedades ou parâmetros estruturais são mais interessantes para se calcular uma norma. Para estruturas flexíveis, a norma H_{∞} corresponde ao maior pico da função de resposta em frequência (FRF) e a norma H_2 corresponde a área sob a curva da mesma função, considerando um sistema SISO (*single input single output*) Gawronski (1998). A norma Hankel também pode ser utilizada para a formulação de um índice de detecção de falhas baseado em sinais de impedância.

Entre as aplicações das normas de sistemas, pode-se destacar a utilização para localização de falhas estruturais (GAWRONSKI; SAWICKI, 2000; CORDEIRO et al., 2006; MARQUI et al., 2006), redução de modelos (GAWRONSKI; JUANG, 1990; ASSUNÇÃO; TEIXEIRA, 2001; MAHMOUD et al., 2002), controle (MUSTAFA; GLOVER, 1991; MOREIRA, 1998; BURL, 1999; CERNA, 2001; BUENO et al., 2006a; BUENO et al., 2006b; BUENO et al., 2006c) e posicionamento de sensores e atuadores (GAWRONSKI, 1998; PANOSSIAN et al., 1998; SILVA, 2005; BUENO et al., 2005b; BUENO et al., 2006d).

A idéia básica da utilização das normas de sistemas é centrada nos índices dos sensores e os índices dos modos que podem ser calculados a partir da diferença RMS (*root means square*) das normas computadas em dois estados diferentes (com e sem falha). Ainda, o sinal de impedância elétrica pode ser utilizado para se obter a função de transferência do sistema em análise. O cálculo das normas pode ser realizado através da utilização de modelos gerados pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) ou identificados experimentalmente utilizando o método ERA, por exemplo. Ou ainda, estas podem ser calculadas diretamente das FRFs, sem a necessidade de modelos. A maior vantagem da utilização dos modelos é a análise dos modos estruturais mais afetados, dando uma maior idéia do impacto da falha sobre a

estrutura. No entanto, quando as normas são calculadas sem a utilização dos modelos, elas não carregam os erros da extração dos parâmetros modais.

1.5_Algoritmos de Otimização para Quantificação de Falhas estruturais

As técnicas aplicadas em SHM que foram apresentadas acima são capazes de detectar falhas, mesmo incipientes, em estruturas e equipamentos. O desafio que vem agregando pesquisadores é apresentar informações quantitativas do dano presente na estrutura, para isto técnicas de otimização computacional, inteligência artificial e outros caminhos têm sido explorados.

Dentre as técnicas que têm sido utilizadas para a quantificação da severidade de uma falha estrutural, pode-se citar em destaque as ferramentas de otimização que envolvem os Algoritmos Genéticos e as Redes Neurais Artificiais.

1.5.1_Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos (AG) foram inicialmente desenvolvidos por John Holland nas décadas de 60 e 70 e formalmente introduzidos no livro “*Adaptation in Natural and Artificial Systems*”. Um AG simula um processo de adaptação tomando uma população inicial de indivíduos e aplicando operadores genéticos artificiais em cada geração. Em condições de otimização, cada indivíduo da população é codificado em um *string* ou cromossomo, o qual representa uma solução possível para um determinado problema, enquanto, a adaptação dos indivíduos é avaliada através de uma função de aptidão. Basicamente, aos indivíduos altamente aptos (melhores soluções) são dadas maiores oportunidades de se reproduzirem, trocando partes de informação genética, em um procedimento de acasalamento denominado Cruzamento. O operador de Mutação é utilizado para alterar alguns genes nos cromossomos e causar diversidade na população. A descendência ou nova população pode substituir toda a população atual ou substituir apenas os indivíduos de menor ajuste. Este ciclo de avaliação, seleção e geração, são repetidos até que uma solução satisfatória seja encontrada.

Friswell e Penny (1998) localizaram falhas em estruturas utilizando algoritmos genéticos com dados de vibrações. O objetivo do trabalho realizado foi identificar a posição de uma ou mais falhas na estrutura e estimar a magnitude destas falhas. As simulações de falhas foram realizadas numa viga engastada-livre em duas posições diferentes. Os autores

realizaram uma análise experimental em uma placa.

He et al. (2001) propôs e descreveu um método baseado em algoritmos genéticos para a detecção de falhas na haste de um sistema de rotor. O processo de detecção de falhas na haste é formulado como um problema de otimização, discretizando a haste em elementos finitos e utilizando algoritmo genético para encontrar uma solução. Usando esta metodologia, eles expressaram problemas inversos como sendo um problema de minimização com a função objetivo definida como a diferença entre as saídas computadas pelo método de elementos finitos e saídas de vibrações da haste no mesmo ponto. O estudo realizado indica que a metodologia proposta tem potencial para resolver uma vasta faixa de problemas inversos de identificação.

Kuang et al. (2006), utilizaram sensores POF (*Plastic Optical Fiber*) para monitorar uma viga de fibra de carbono engastada. Os sinais no domínio do tempo e frequência são comparados com um sensor PVDF, também acoplado à estrutura. Falhas experimentais foram consideradas utilizando adição de massa e a detecção e localização destas e realizada via algoritmos genéticos, cuja função objetivo é baseada na variação das frequências naturais.

1.5.2_Redes Neurais Artificiais (RNA)

As redes neurais são modelos computacionais ou sistemas de processamento de informações que, de um modo geral, podem ser tratados como um dispositivo “caixa preta” que aceita uma entrada e produz uma saída. Existem três situações básicas nas quais o emprego das redes neurais é vantajoso:

- Situações nas quais se requer poucas decisões e que envolvam grandes quantidades de dados (processamento de imagens, etc.);
- Situações nas quais as não-linearidades são fundamentais e predominantes no modelo (controle de robôs, etc.);
- Situações nas quais soluções muito próximas do ótimo devem ser fornecidas rapidamente (sistema de aeronavegação automática, etc.).

No sentido de que as redes neurais possam ser utilizadas como ferramentas altamente promissoras revolucionando, assim, o modo de abordagem de muitos problemas, uma metodologia para automação do processo de detecção de defeitos em máquinas rotativas usando sinais de vibração foi proposta por Uhl (1994). Os sinais de vibração das partes móveis e expostas a desgaste e falhas são compactados por uma rede neural, responsável pela

classificação do tipo de falha. Foram analisados resultados de um soprador industrial e os testes apresentaram bons resultados.

Atalla e Inman (1998) utilizaram redes neurais para atualizar modelos estruturais sujeitos a alguma alteração de seus parâmetros. A função de resposta em frequência da estrutura foi utilizada para o treinamento da rede neural e os resultados se demonstraram melhores que as técnicas conhecidas até o momento e, possibilitaram a atualização mais rápida do modelo, uma vez que o esforço computacional é menor.

Su e Ye (2005b) localizaram e quantificaram falhas em uma lâmina de material compósito com transdutores piezelétricos distribuídos modelada por elementos finitos. Ondas de Lamb são geradas para diversas situações de falha e a rede neural é treinada utilizando as características espectrográficas destes sinais para fazer a caracterização dos danos.

Marwala e Chakraverty (2006) demonstraram uma metodologia para classificação de falhas na presença de dados incompletos. O método é baseado em uma rede neural associativa e algoritmos genéticos, que são utilizados para estimar os dados de entrada. Os testes são realizados em “conchas” cilíndricas de metal e os resultados mostram que a metodologia apresenta boa precisão na classificação das falhas.

Pawar et al. (2007) utilizaram a transformada de Fourier no domínio espacial para avaliar os modos de vibrar de uma viga bi-engastada modelada por elementos finitos. Os modos de vibrar são expandidos em séries de Fourier para diversas condições de falha e os coeficientes da série são utilizados para o treinamento da rede neural, que é capaz de detectar e quantificar precisamente a falha inserida no modelo.

Marqui et al. (2007a) detectam e localizam falhas em uma viga engastada com atuadores e sensores piezelétricos distribuídos modelada por elementos finitos. Normas de sistemas e matrizes gramianas de observabilidade foram utilizadas como índices de localização de falhas e também para o treinamento da rede neural, que tem a capacidade de quantificar as mesmas. Marqui et al. (2007b) quantificaram falhas estruturais experimentais utilizando RNAs. As redes foram treinadas com a norma H_2 do sistema obtido via modelo em elementos finitos.

Contudo, a utilização de algoritmos genéticos e das redes neurais artificiais se torna interessante quando combinada com alguma técnica de detecção de falhas, como por exemplo, as técnicas de normas de sistemas e impedância elétrica. Quando se utilizam estas técnicas para detectar a região da falha, o número de parâmetros a serem otimizados é reduzido, assim o algoritmo terá maior chance de convergir para a solução ótima do problema

abordado, ou seja, detectar a localização exata da falha e a sua severidade.

É possível observar que muitos pesquisadores estão estudando, propondo e aplicando diversas técnicas para o monitoramento da saúde estrutural, buscando, além da correta detecção e localização da falha, uma análise com alta confiabilidade da real condição estrutural do equipamento. Permitindo assim, que a manutenção ocorra quando realmente for necessário ou quando conveniente.

O presente trabalho tem como enfoque o desenvolvimento de um sistema SHM para estruturas leves com atuadores e sensores piezelétricos acoplados. Diversos índices de sensibilidade são utilizados no monitoramento da estrutura, como o índice de falha métrica, os índices do sensor calculados com normas de sistemas ou com matrizes grammiana de observabilidade e os índices de entrada calculados com as matrizes grammianas de controlabilidade. Os índices são utilizados para detectar e localizar as falhas em aplicações numéricas e experimentais. Estes índices podem ser obtidos através de um modelo numérico, que são gerados, por exemplo, via Método dos Elementos Finitos; ou o modelo pode ser identificado experimentalmente, via o método de realização para autossistemas, mais conhecido como ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*). Porém, alguns índices não necessitam de modelos e estes são calculados diretamente da função de resposta em frequência do sistema. Em uma segunda etapa do procedimento proposto, as falhas são quantificadas utilizando RNAs, que foram treinadas com as normas de sistemas e com as matrizes grammianas.

No capítulo 2 é apresentada uma revisão sobre materiais e estruturas inteligentes e suas aplicações em diversas áreas. Também é apresentada neste capítulo a metodologia da técnica da impedância elétrica utilizando os sinais de entrada e saída dos transdutores piezelétricos acoplados à estrutura base.

No capítulo 3 é apresentado o modelo dinâmico de segunda ordem e o modelo no espaço de estados; são apresentados os conceitos sobre normas de sistemas e matrizes grammianas de controlabilidade e observabilidade. Ainda neste capítulo, descreve-se a metodologia para detecção e localização de falhas utilizando estas propriedades.

No capítulo 4 é descrita a formulação de Lagrange para obtenção do modelo de estruturas com atuadores e sensores piezelétricos acoplados via método dos elementos finitos. No capítulo 5 é apresentado o método de realização para autossistemas (ERA) utilizado para identificação do modelo no espaço de estados em coordenadas modais.

No capítulo 6 são apresentados os conceitos básicos da teoria de redes neurais

artificiais, como o modelo neural artificial, a arquitetura das redes multicamadas e os algoritmos de otimização utilizado no treinamento *backpropagation*.

No capítulo 7 são realizadas diversas aplicações de detecção, localização e quantificação de falhas utilizando as normas de sistemas, matrizes grammianas de observabilidade e controlabilidade, falha métrica e RNAs. As considerações finais e as etapas futuras deste trabalho são apresentadas no capítulo 8.

CAPÍTULO 2_MATERIAIS E ESTRUTURAS INTELIGENTES

Sistemas que integram sensores, atuadores e controladores são comumente chamados de Estruturas Inteligentes. Nesta concepção, papel fundamental é desempenhado pelos materiais inteligentes, capazes de sofrer alterações controláveis de suas características físicas (mecânicas, elétricas, ópticas, etc.). Esta capacidade de adaptação tem possibilitado a proposição de tipos inovadores de sensores e atuadores.

Dentre as características citadas, destaque especial é dado aos materiais com alterações mecânicas e elétricas, ou seja, materiais piezelétricos. Estes fazem parte da classe dos dielétricos que, quando submetidos à aplicação de um campo elétrico, exibem uma significativa deformação e, inversamente, produzem polarização elétrica em resposta a tensões mecânicas. Alguns dos materiais mais populares e usados que exibem tais propriedades são as cerâmicas *PZT (Lead Zirconate Titanate)* e os filmes plásticos *PVDF (PolyVinylidene Fluoride)*.

Descobertos por *Jaffet et al.* em 1954 (CLARK; SAUNDERS; GIBBS, 1998), os PZTs são constituídos principalmente de óxido de chumbo, zircônio e titânio. Uma das vantagens do PZT reside no fato de apresentar grande rigidez, da ordem de 70 GPa, sendo idealmente indicado na confecção de atuadores.

Já o PVDF, cujas propriedades piezelétricas foram descobertas por *Kawai* após 1960 (TSENG et al, 1989), é um polímero piezelétrico robusto e maleável, que pode ser produzido em geometrias complexas e extremamente delgadas. Com todas essas propriedades, o PVDF é altamente indicado para sensoriamento distribuído. O número de aplicações em engenharia utilizando o polímero PVDF é cada vez maior (LEE; SUNG, 1999; ODON, 2003). Entre os diversos fatores responsáveis se destacam: pouco peso; flexível; além de baixa impedância mecânica e acústica, o que o torna ideal para aplicações subaquáticas e médicas. Estes sensores oferecem algumas desvantagens, a saber: uso em limitada faixa de temperatura e estabilidade química pobre em ambientes áspers. Por estes e outros fatores, a combinação de cerâmicas e polímeros com propriedades piezelétricas é uma alternativa interessante e vem sendo amplamente estudada (SAKAMOTO et al., 2004; MALMONGE et al., 2005).

Estes materiais piezelétricos sintéticos (cerâmicas e polímeros, por exemplo) podem ser produzidos através de polarização de um substrato apropriado mediante aplicação de um forte campo elétrico a temperaturas elevadas. A polarização destes materiais tem por efeito alinhar parcialmente os dipolos elétricos dos domínios microscópicos (figura 2.1), o que

resulta em uma polarização macroscópica que favorece o acoplamento eletromecânico.

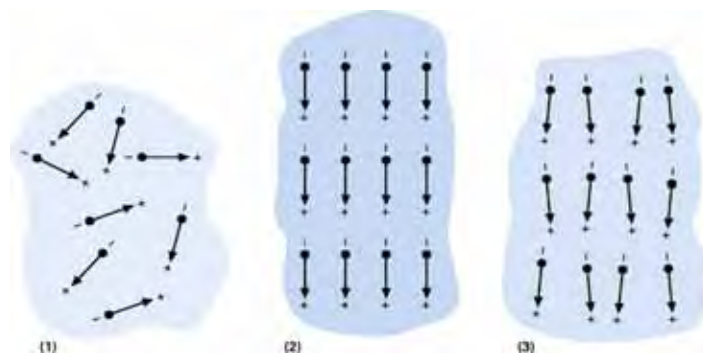


Figura 2.1 – Dipolos elétricos nos domínios: 1) cerâmica ferroelétrica não-polarizada, 2) durante a polarização e 3) após a polarização (cerâmica piezelétrica).

Como resultado deste acoplamento, o material se deformará em resposta a um campo elétrico externo, o que confere ao material capacidade de atuação (efeito inverso). A capacidade de sensoriamento resulta do efeito piezelétrico direto, segundo o qual a aplicação de solicitações mecânicas externas ao material provoca rotações dos dipolos originalmente alinhados, provocando o surgimento de uma distribuição de cargas elétricas.

Esta reciprocidade entre a energia mecânica e elétrica propicia aos materiais piezelétricos grande aplicabilidade em várias áreas. A figura 2.2 apresenta uma ilustração do efeito piezelétrico direto e inverso.



(Efeito direto)



(Efeito inverso)

Figura 2.2 – Ilustração do efeito direto e inverso

A relação campo elétrico - deformação é aproximadamente linear para baixas intensidades do campo elétrico, o que é uma característica vantajosa quando se utiliza o efeito

piezelétrico em sistemas de controle. Entretanto, para maiores intensidades do campo elétrico, ocorre um fenômeno de saturação da polarização, com a inversão dos dipolos elétricos. Isto leva à significativa histerese e relações não lineares entre o campo elétrico e a deformação, fato que pode causar dificuldades quando do uso de atuadores piezelétricos em procedimentos de controle que requerem elevadas intensidades de campo elétrico. Todavia, a maioria das aplicações práticas se limita ao regime linear.

Um dos cuidados a serem tomados quando da utilização de materiais piezelétricos é o de que a temperatura não deve ultrapassar um valor limite, denominado temperatura de Curie, a partir do qual há uma despolarização espontânea do material e a conseqüente perda das características piezelétricas. Todavia, para temperaturas inferiores à temperatura de Curie, há relativa insensibilidade das características do material em relação às variações de temperatura, fato que constitui uma das principais vantagens do uso de elementos piezelétricos para o controle e a detecção de falhas estruturais.

Em aplicações estruturais (para o controle de vibrações, ruídos e SHM, por exemplo) os elementos piezelétricos são colados sobre a superfície ou inseridos no volume da estrutura. Nestes casos, os esforços de controle (forças e/ou momentos fletores) são gerados pela aplicação de voltagens aos atuadores piezelétricos. O objetivo da modelagem é de determinar a resposta do sistema a um dado sinal de voltagem aplicado, enquanto o projeto de sistemas de controle consiste na determinação do sinal de voltagem a ser aplicado para se obter a autoridade de controle adequada (STEFFEN JR; RADE, 2004).

A figura 2.3 mostra, de maneira esquemática, os principais elementos de uma estrutura inteligente.

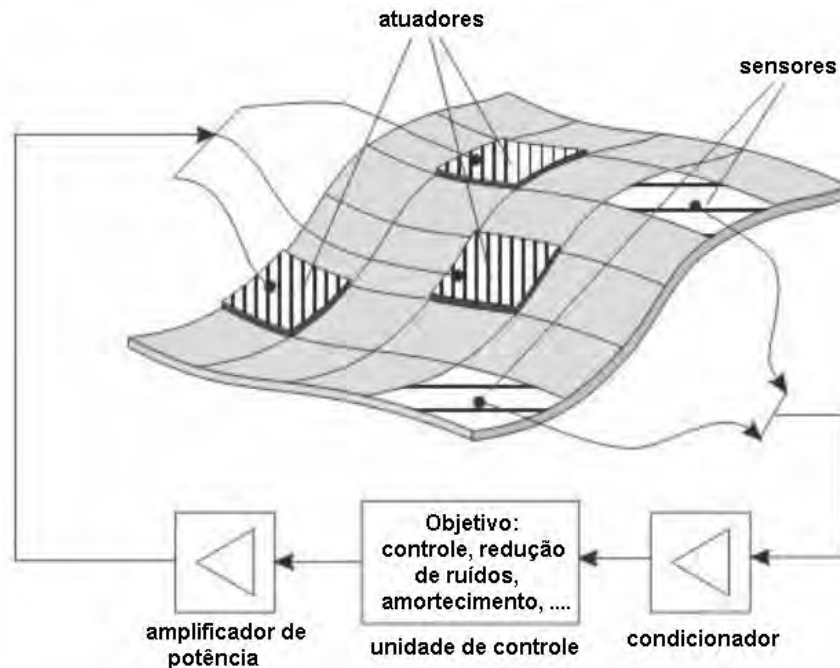


Figura 2.3 – Mecanismos de uma estrutura inteligente

(http://www.llb.mw.tum.de/english/schwerpunkte_smart_structures.htm)

Os materiais piezelétricos têm sido utilizados em diversas aplicações de engenharia, principalmente aquelas requerendo atuações de alta precisão e velocidade, tais como: sistemas de rastreamento óptico, microposicionadores para robôs, impressoras a jato de tinta e alto-falantes. Pesquisas recentes têm sido dedicadas ao uso de atuadores de PZT em sistemas de controle ativo de vibrações e ruído e de controle de danos estruturais. São também numerosas as aplicações de materiais piezelétricos como sensores de temperatura (explorando o efeito piroelétrico), deformação e pressão.

Além dos materiais piezelétricos, fluidos com propriedades elétricas e magnéticas, denominados eletroreológicos (ER) e magnetoreológicos (MR), também são conhecidos como materiais inteligentes. A figura 2.4 mostra como estes materiais alteram suas propriedades físicas na presença de campos elétricos ou magnéticos, respectivamente.

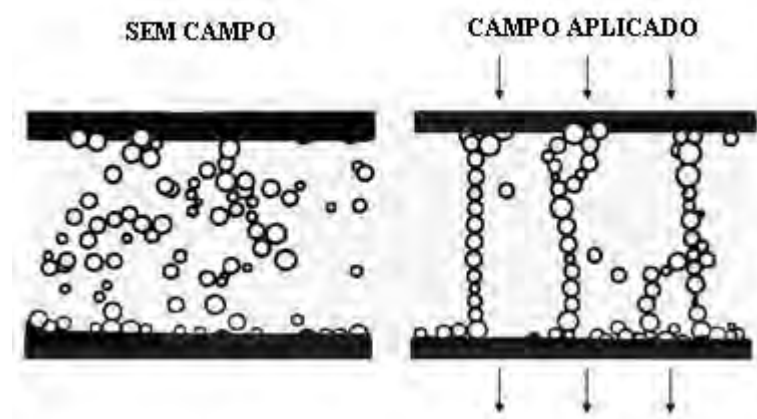


Figura 2.4 – Material MR sem aplicação e com a aplicação de campo magnético.

Atualmente o fluido MR é utilizado em diversas áreas de pesquisa, que vai desde equipamento bélico até transporte neonatal. Em sua maioria, equipamentos que utilizam tais fluidos são projetados com o intuito de atenuar vibrações. Lavadoras de roupa já foram implementadas pela *Lord Corporation* com amortecimento a base de fluido MR para diminuição de ruído e melhoria do desempenho. Aviões, helicópteros e ônibus espaciais possuem atenuadores de vibração a base deste fluido, assim como os carros mais modernos se utilizam deste artifício para o conforto dos passageiros e ganho de estabilidade, possuindo atenuadores em suas poltronas e no suporte do motor e suspensão. Na área militar, veículos com suspensão otimizada com o fluido MR garantem estabilidade dinâmica em ampla faixa de terrenos, aumentando, assim, sua mobilidade. Armas de médio porte ganharam um sistema de recuo mais leve e mais eficaz, proporcionando melhor dissipação de energia, maior precisão e menor propagação de vibração. Grandes estruturas, como pontes e prédios, possuem sistemas que reduzem vibrações geradas por ventos e terremotos, nos quais o fluido MR exerce o caráter de amortecimento.

Um outro tipo de material inteligente são as Ligas de Memória de Forma, mais conhecidas como SMAs (*shape memory alloys*). As SMAs combinam deformação mecânica com mudança de temperatura e são utilizadas em várias áreas, entre elas, a área médica e odontológica. A ortopedia tem explorado as propriedades das SMAs como por exemplo em luvas destinadas à fisioterapia (figura 2.5). Estas são constituídas de fios com memória de forma na região dos dedos, que possuem a função de reproduzir a atuação dos músculos da mão, permitindo que ela se abra e se feche. O efeito de memória de forma reversível é explorado nessa situação, de tal forma que, quando a luva é aquecida, os fios se contraem fechando a mão. Quando a luva é resfriada, os fios retornam à posição inicial, abrindo a mão.

A alternância destas condições é responsável pelo exercício da musculatura.



Figura 2.5 – Luva com memória de forma.

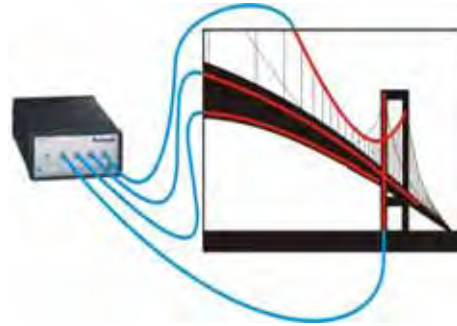
2.1_Aplicações dos Materiais Inteligentes

O uso dos materiais inteligentes em sistemas de monitoramento das condições de máquinas e estruturas já possui grande impacto nos setores aeroespacial e da construção civil. Empresas americanas como a Smartfibres Ltd (2000) e a Smartec (2003) empregam fibras óticas como sensores embutidos a estruturas aeroespaciais e marítimas, monitorando estes sistemas para estender a vida útil e reduzir o risco de falhas catastróficas das estruturas. A figura 2.6 ilustra a aplicação dos materiais inteligentes em uma construção civil.

Atuando como parte de uma estrutura inteligente, os materiais piezelétricos têm sido largamente empregados para o controle de vibrações e supressão de ruídos em aeronaves e estruturas convencionais. A empresa Ultra Electronics Ltd (1999) desenvolveu, entre outros, um equipamento denominado *Active Tuned Vibration Attenuators (ATVAs)* composto por sensores, atuadores e controladores, que é acoplado diretamente a fuselagem da aeronave para controle ativo de vibrações e ruídos, figura 2.7. Quando comparados com as técnicas convencionas de amortecimento passivo, os *ATVAs* apresentam uma atenuação de vibrações e ruídos mais efetiva, acrescentando menor peso a estrutura.

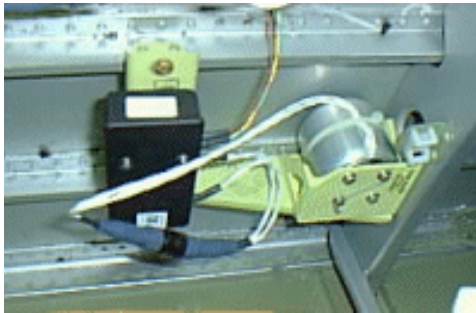


(a) Ponte instrumentada

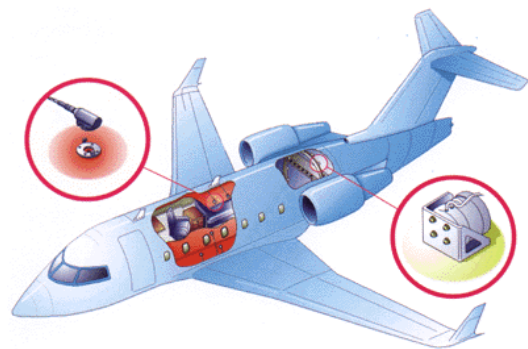


(b) Desenho esquemático

Figura 2.6 – Ponte monitorada com sensores de fibra ótica - Smartfibres Ltd (2000).



(a)



(b)

Figura 2.7 – (a) Aeronave com controle ativo de vibrações, (b) Desenho esquemático.

Pesquisadores, financiados pelo exército dos EUA, estão embutindo cerâmicas piezelétricas nas hélices do rotor de helicópteros, as quais, produzem uma resposta de realimentação que é utilizada para reduzir a vibração causada pelos vórtices produzidos pelas hélices (The Institute of Materials, Minerals and Mining, 2003), figura 2.8.

O modulo ZI da Estação Espacial Internacional, figura 2.9a, possui sensores e atuadores piezelétricos acoplados. Os sensores enviam um sinal, causado por vibrações, a um circuito lógico que produz uma lei de controle a ser seguida pelos atuadores. Os movimentos dos atuadores, no sentido oposto ao das vibrações, proporcionam maior estabilidade à estrutura, Panossian et al. (1998). A empresa *K2 Sports* trabalha no desenvolvimento de produtos esportivos como os “Esquis Inteligentes”, figura 2.9b, e as “Raquetes Inteligentes”, nos quais, PZTs embutidos na estrutura convertem as vibrações mecânicas em sinais elétricos, dissipados na forma de energia térmica através de um circuito resistivo.

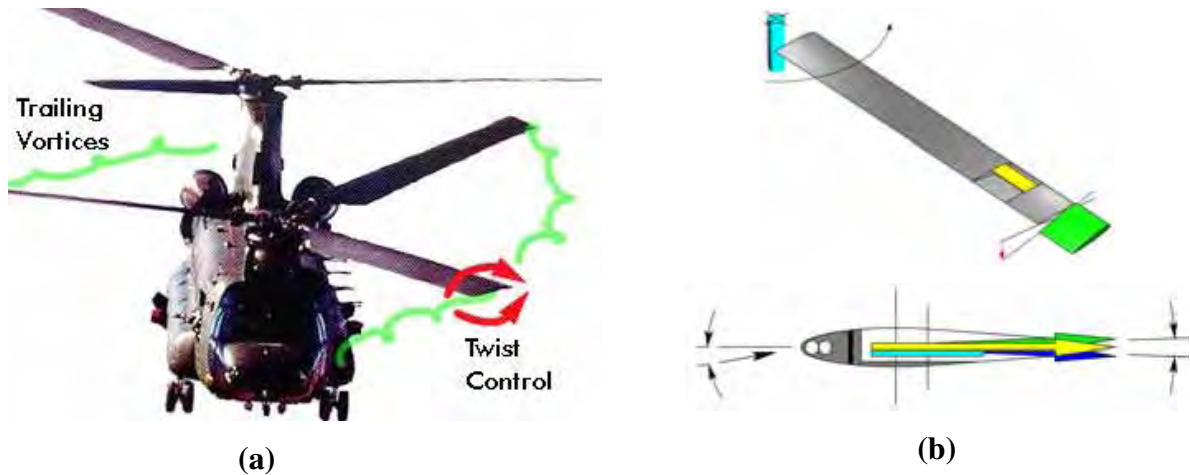


Figura 2.8 – (a) Helicóptero e vórtices, (b) Esquema das hélices com PZTs embutidos.



Figura 2.9 – (a) Estação Espacial Internacional, (b) “Esquis Inteligentes”.

Materiais piezelétricos têm sido empregados no desenvolvimento de músculos artificiais que simulam movimentos humanos para aplicações em robótica, University of Alberta (2001), figura 2.10. Pesquisadores do Illinois Institute of Technology implantaram um sensor piezelétrico no músculo de um paciente. O dispositivo transmite informações sobre a atividade do nervo local via rádio para um sistema de monitoramento externo. O dispositivo, pode, também receber sinais e estimular a ação do músculo (TROYK et al., 1991).



Figura 2.10 – Robô com músculos artificiais.

O transportador vibratório, figura 2.11, para o transporte e orientação de peças e material a granel, desenvolvido na UFU, Universidade Federal de Uberlândia – MG, possui acionamento por materiais piezelétricos permitindo movimento em ampla faixa de frequência, com formas de ondas arbitrárias, não necessariamente harmônicas, reduzido consumo de energia e baixo nível de ruído (MARTINS,1997).

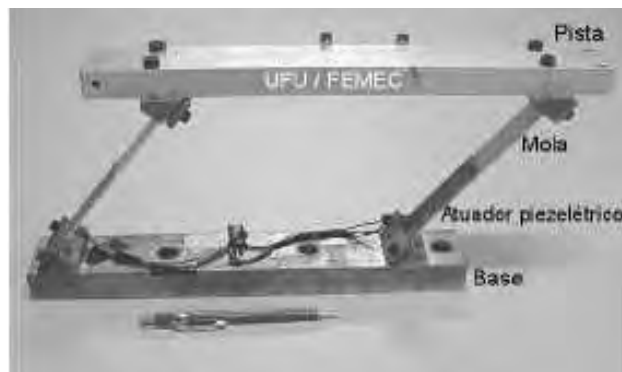


Figura 2.11 – Protótipo de transportador vibratório acionado por elementos piezelétricos.

(Fonte: STEFFEN JR.; RADE, 2004)

Entre os produtos esportivos, também, destaca-se o denominado “*A Smart Electrical Baseball Bat*”, figura 2.12, que possui um sistema de controle para absorver vibrações mecânicas.

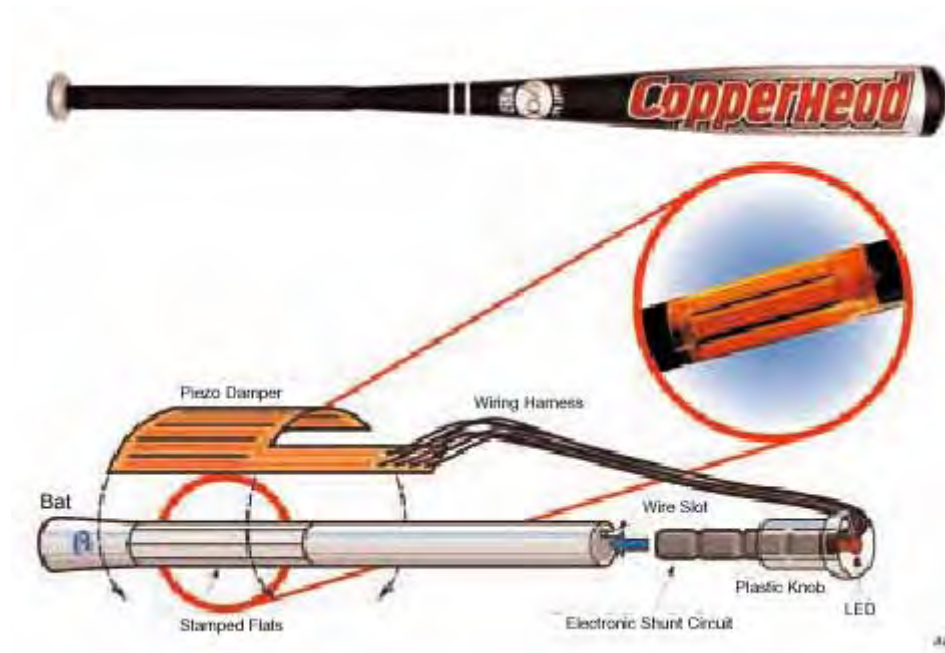


Figura 2.12 – Bastão de Baisebol com sistema para atenuar vibrações.

Em uma parceria entre os Estados unidos (NASA), Canadá (DND, NRC, Carleton University) e Austrália (DSTO/ARMO) se utilizou atuadores piezelétricos (figura 2.13) para atenuação de vibrações em partes do F-18 causadas por vórtices, responsável pelo conhecido *buffeting phenomenon*. Os primeiros testes foram realizados em Melbourne, Austrália, em 1998 (NITZSCHE, 2007).

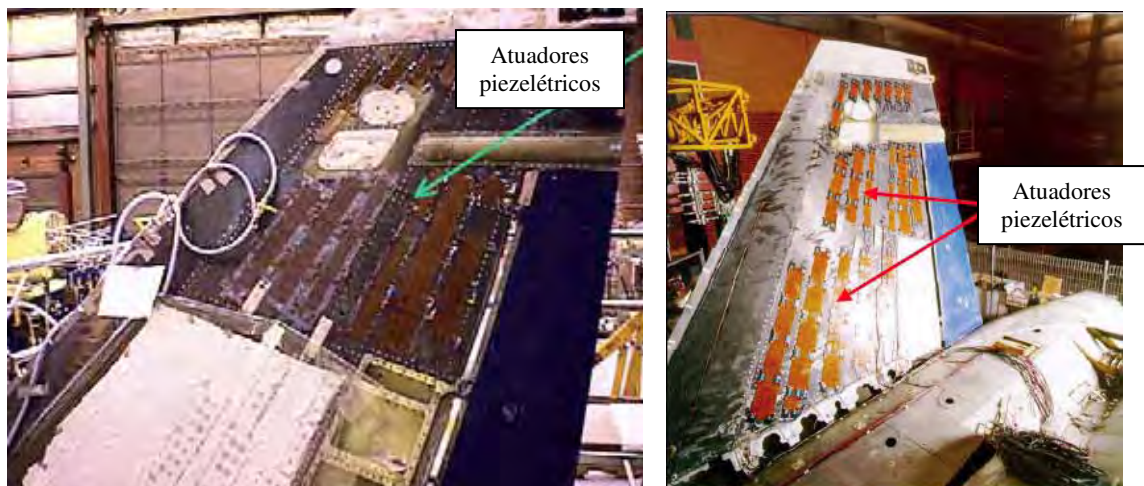


Figura 2.13 – Utilização de atuadores piezelétricos para atenuação de vibração no F-18.

Na indústria automobilística a utilização de sensores e atuadores também está cada vez

mais usual. Stöbner e Gaul (2001) reduziram vibrações na estrutura de um carro usando seis atuadores PVDF colados em uma placa fina que estava presa na lataria do automóvel. Com este sistema se conseguiu reduzir aproximadamente 25% da amplitude do 1.º modo e 60% da amplitude do 3.º modo.

Recentemente, um projeto realizado pela *Detroit Diesel Corporation* e a *Wayne State University* desenvolveu um atuador piezelétrico para a válvula de controle do sistema de injeção do motor a diesel, aumentando a eficiência e baixando o nível de emissão de partículas poluentes.

2.2_Impedância Elétrica

Nesta seção será apresentada uma metodologia para detectar e localizar falhas em estruturas inteligentes, baseando-se na técnica da impedância elétrica. Esta mesma técnica foi aplicada nos trabalhos de Furtado (2004) e Tebaldi (2004). O método emprega atuadores/sensores piezelétricos (PZT) para excitar/medir a impedância elétrica em altas faixas de frequência (tipicamente acima de 100kHz). Esta faixa de frequência permite trabalhar com os modos locais, avaliando, assim, apenas as informações correspondentes à área de atuação de cada PZT. O princípio básico consiste em monitorar a variação da impedância mecânica, causada devido a presença de uma mudança estrutural (falha), através da impedância elétrica.

Um modelo simples, como mostrado na figura 2.14, pode descrever a interação entre um PZT e a estrutura a ele vinculada. O PZT é considerado como uma barra fina exposta a uma vibração axial em resposta a aplicação de tensão elétrica alternada. Uma extremidade é fixada e a outra é conectada na estrutura, representada por um sistema de um grau de liberdade.

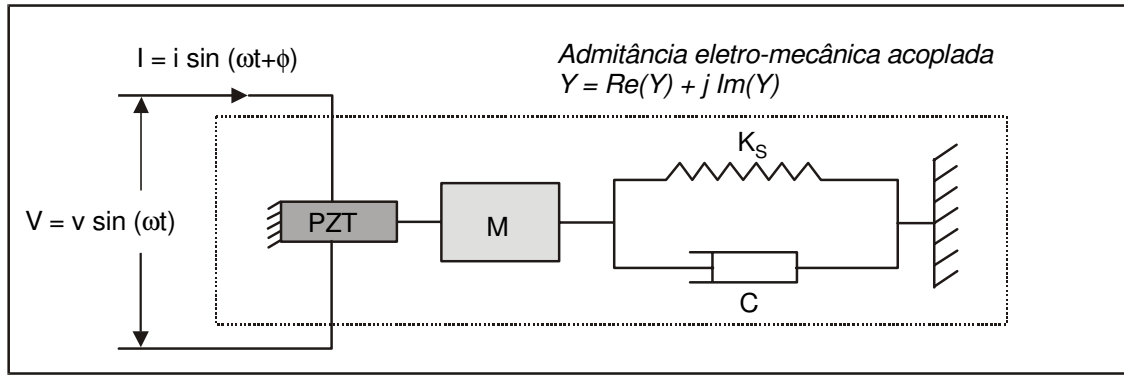


Figura 2.14 – Modelo usado para representar o acoplamento de um PZT com a estrutura base.

A impedância elétrica é definida como sendo a razão entre a tensão elétrica de entrada e a corrente resultante. A impedância mecânica, equação (2.1), é definida como a razão entre a força aplicada e a velocidade resultante no domínio da frequência (EWINS, 1991). O transdutor eletromecânico acopla as impedâncias elétrica e mecânica. Sendo mais fácil medir a impedância elétrica do que a mecânica, esta característica pode ser utilizada com vantagens para muitas aplicações, como por exemplo, em situações nas quais a FRF (Função de Resposta em Frequência) poderia ser de difícil obtenção.

$$Z(\omega) = \frac{F(\omega)}{\dot{X}(\omega)} \quad (2.1)$$

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} \quad (2.2)$$

sendo $Z(\omega)$ a impedância mecânica, $F(\omega)$ a transformada de Fourier da força de entrada, $\dot{X}(\omega)$ a transformada de Fourier da velocidade e $Y(\omega)$ a admitância, a qual é o inverso da impedância. A impedância mecânica da estrutura depende da frequência de excitação e para um sistema massa-mola amortecedor é dada por:

$$Z(\omega) = \zeta + m \frac{\omega^2 - \omega_n^2}{\omega} i \quad (2.3)$$

sendo ζ o coeficiente de amortecimento, m a massa, ω a frequência de excitação e ω_n a frequência de ressonância do sistema. A relação força-deslocamento para o sensor/atuador PZT e a estrutura é (SUN, 1996):

$$F = k_A (x - x_{in}) \quad (2.4)$$

$$k_A = \bar{c}_{22}^E \frac{b_A t_A}{a_A} \quad (2.5)$$

$$x_{in} = e_{32} E l_A \quad (2.6)$$

$$\bar{c}_{22}^E = c_{22}^E (1 + i\eta) \quad (2.7)$$

sendo x o deslocamento, F a força exercida pelo atuador, k_A a rigidez estática do PZT, b_A , t_A e a_A a largura, a espessura e o comprimento do PZT, respectivamente, x_{in} o deslocamento do atuador sem indução, c_{22}^E o módulo complexo do PZT para campo elétrico zero, η o fator de perda mecânica do PZT, E é o campo elétrico e e_{32} é a constante piezelétrica. Para aplicações dinâmicas, como no caso do monitoramento de condição baseado na impedância, a relação força-deslocamento é fundamentada no conceito da impedância mecânica. Assumindo um estado harmônico de excitação constante e usando a equação (2.3):

$$F = -Z\dot{x} = -\left(\zeta + m \frac{\omega^2 - \omega_n^2}{\omega} i\right)(i\omega x) \quad (2.8)$$

ou

$$F = -k_D x = -(i\zeta\omega - m(\omega^2 - \omega_n^2))x \quad (2.9)$$

sendo k_D a rigidez dinâmica. A relação força-deslocamento dinâmico pode agora ser determinada pelas equações (2.4) e (2.9), como:

$$F = -\frac{k_D k_A}{k_D + k_A} x_{in} \quad (2.10)$$

Para aplicação estrutural, as equações eletromecânicas são reduzidas para duas equações escalares. Considerando que o campo elétrico é aplicado na direção z e que o PZT expande e contrai apenas na direção y , a relação constitutiva é:

$$\sigma_{22} = c_{22}^E S_{22} - e_{32} E_3 \quad (2.11)$$

$$D_3 = e_{32} S_{22} + \epsilon_{33}^S E_3 \quad (2.12)$$

ou, na forma matricial

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{22} \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{22}^E & -e_{32} \\ e_{32} & \epsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{22} \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

Aqui é assumido que D_3 é medido, E_3 é determinado a partir do campo elétrico aplicado no material piezocerâmico e c_{22}^E , e_{32} , ϵ_{33}^S são constantes. S_{22} é a deformação e σ_{22} é a tensão no PZT ao longo do eixo y . Nestas condições, existem duas variáveis desconhecidas, S_{22} e σ_{22} , as quais podem ser determinadas pelas equações acima. A solução das equações eletromecânicas, no caso escalar, é a base teórica do auto-sensoriamento do atuador piezelétrico. A equação de movimento para um PZT com deslocamento na direção y pode ser expresso como (PARK et al., 2000):

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = c_{22}^E \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \quad (2.14)$$

sendo u_y o deslocamento na direção y e ρ a densidade do PZT. Separando o deslocamento nos domínios do tempo e espacial e aplicando as condições de contorno, a solução da equação acima pode ser escrita como

$$u_y = \bar{u}_y e^{i\omega t} = (A \cos(k.y) + B \sin(k.y)) e^{i\omega t} \quad (2.15)$$

com

$$k = \omega^2 \frac{\rho}{c_{22}^E} \quad (2.16)$$

o deslocamento do atuador PZT, a deformação, o campo de tensão e o campo de deslocamento elétrico podem então ser determinados (AYRES, 1996). O fluxo de corrente no PZT é a taxa de tempo da carga elétrica total entre os dois eletrodos, podendo ser expressa como:

$$I = \iint_{A_{el}} i\omega D_3 dA_{el} \quad (2.17)$$

sendo A_{el} a área do eletrodo. A admitância elétrica é dada por $Y = I/V$, que após algumas substituições, para um PZT retangular como mostrado na figura 2.14 pode ser encontrada como (SUN, 1996):

$$Y(\omega) = i\omega \frac{b_A a_A}{t_A} \left(\epsilon_{33}^S - (e_{32})^2 \bar{c}_{22}^E + \frac{Z_A(\omega)}{Z_S(\omega) + Z_A(\omega)} (e_{32})^2 \bar{c}_{22}^E \frac{\tan(k.a_A)}{k.a_A} \right) \quad (2.18)$$

Em que Z_A é a impedância mecânica do atuador ao longo da direção y e Z_S é a

impedância mecânica da estrutura.

2.2.1 Área de atuação do PZT

A técnica da impedância elétrica utiliza faixas de frequências relativamente altas, isto faz com que a resposta em frequência seja dominada pelos modos locais, delimitando desta forma, a área de atuação de cada PZT. Falhas estruturais tais como: trincas e perda de conexão, produzem variação nas características dinâmicas do sistema e estas mudanças podem ser medidas. Os modos locais são mais sensíveis à presença de uma falha do que os modos globais, neste sentido, monitorando o valor da impedância elétrica de cada PZT é possível isolar o local onde a falha está presente, obtendo-se assim, a posição geométrica do dano.

Para monitorar as condições da estrutura, a técnica utiliza uma faixa de frequência para excitar a estrutura. No caso de uma falha incipiente, cuja presença não causa mudanças mensuráveis através das técnicas globais, é necessário um comprimento de onda para excitação menor do que o comprimento da falha para que a mesma possa ser detectada (STROKES; CLOUD, 1993). Neste sentido, a faixa de frequência geralmente empregada é algo acima de 100kHz. A faixa de frequência utilizada é encontrada na base da tentativa e erro, sendo escolhida a região na qual se encontram o maior número de ressonâncias (picos), isto normalmente indica que existe uma grande interação dinâmica. Deve ser notado que altas frequências limitam a área de sensibilidade de cada PZT (RAJU, 1998).

Como já foi dito, o PZT excita os modos locais, sendo assim, esta técnica é sensível apenas às alterações ocorridas próxima a região onde o PZT está colado. Portanto, no monitoramento de uma estrutura é necessário à colagem de PZTs nas regiões que se deseja monitorar, ou seja, nas regiões mais propícias de ocorrer falhas.

2.2.2_Características da Resposta Medida em Frequência

As medidas de impedância elétrica podem ser obtidas através de analisadores comerciais ou sistemas de aquisição disponíveis nos laboratórios. O “HP *impedance analyzer* – HP 4192A”, mede dois componentes independentes da impedância, simultaneamente. Esta combinação entre os componentes representa ambas as características resistivas e reativas da amostra. No total estão disponíveis quinze tipos de parâmetros que podem ser medidos; destes, dois são utilizados neste trabalho:

- 1) Função “R – X”, (R: real e X: imaginário); unidades: R, ohms e X, ohms.
- 2) Função “Z – θ ”, (Z: impedância e θ : graus); unidades: Z, ohms e θ , radianos.

O aparelho utilizado nas medidas da impedância elétrica foi construído no laboratório por membros do grupo GMSINT e denominado por MIBC (Medidor de impedância de Baixo Custo) (FURTADO, 2004). Nos exemplos apresentados, as medidas foram obtidas com os componentes real e imaginário da impedância.

No caso da medida utilizando a função “R – X” (R é real ou a parte resistiva e X é imaginário ou a parte capacitiva) foram plotados dois tipos de gráficos: um sendo “R vs. Frequência” e outro sendo “X vs. Frequência”. A impedância absoluta ou a fase podem ser obtidas através das equações:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (2.19)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right) \quad (2.20)$$

sendo,

Z = Impedância absoluta

R = Resistência

X = reatância

θ = ângulo de fase.

O componente que é mais sensível à presença de uma falha é a parte real R, isto deve-se ao fato de que uma mudança na impedância medida é atribuída a uma mudança na impedância estrutural devido a presença da falha. Esta característica é devida a parte resistiva da impedância medida (componente R). A parte reativa X permanece com uma desprezível mudança, qualquer mudança neste componente é devido a variação nas condições de contorno, tais como: temperatura e comprimento do fio de teste (RAJU, 1998).

2.2.3_Falha Métrica

A técnica da impedância elétrica fornece informações qualitativas a respeito da falha. Neste sentido, a falha métrica é definida como um valor escalar para monitorar a variação da impedância elétrica em tempo real. Deve-se definir um valor mínimo, “threshold”, acima do qual um sinal de alarme deve ser acionado para alertar o surgimento de falhas.

Existem alguns tipos de falha métrica que são empregadas. A mais simples pode ser definida como:

$$M = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{[\text{Re}(Z_{i,1}) - \text{Re}(Z_{i,2})]^2}{[\text{Re}(Z_{i,1})]^2}} \quad (2.21)$$

sendo M a falha métrica, $\text{Re}(Z_{i,k})$ a parte real da impedância elétrica, $Z_{i,1}$ a impedância elétrica medida para a estrutura na condição normal (medida de referência) e $Z_{i,2}$ a impedância elétrica que será comparada com a medida de referência para cada intervalo de frequência i (LOPES JR. et al., 2000b). A mudança da impedância elétrica para a medida de $Z_{i,2}$ ao longo de toda a curva, e não somente em uma região qualquer, pode indicar a presença de uma falha.

CAPÍTULO 3_NORMAS DE SISTEMAS E MATRIZES GRAMMIANAS DE CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE.

Neste capítulo serão apresentados os conceitos sobre normas de sistemas e matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade e também as técnicas aplicadas para o uso destas propriedades no monitoramento da saúde estrutural. Para melhor entendimento da metodologia, são apresentados os modelos de segunda ordem e do espaço de estados, ambos em coordenadas modais, que descrevem a dinâmica do sistema em análise.

3.1_Modelos Estruturais de Segunda Ordem

Modelos estruturais de segunda ordem descritos por equações diferenciais ordinárias lineares (EDOL) são muito utilizados em problemas de dinâmica estrutural. A representação do modelo depende da escolha das coordenadas. Alguns autores escrevem estes modelos em coordenadas físicas, no entanto, neste trabalho os modelos são escritos em coordenadas modais e são conhecidos como modelos modais.

Os modelos escritos em coordenadas físicas, também conhecidos por modelos físicos, são formulados em termos de deslocamento, velocidade e aceleração. Tais modelos são caracterizados pelas matrizes de massa, rigidez, amortecimento e pelas matrizes de localização dos sensores e atuadores e são em geral obtidas via MEF. Considerando um sistema com “nd” graus de liberdade, “s” posições de entrada (força excitadora) e “r” posições de saída (sensores), então, o modelo da dinâmica estrutural deste sistema pode ser escrito da seguinte forma,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{D}_a\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) &= \mathbf{B}_o\mathbf{q}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{ou}\mathbf{u}(t) + \mathbf{C}_{ov}\dot{\mathbf{u}}(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

na qual $\mathbf{u}(t)$ é o vetor de deslocamento nd x 1, $\dot{\mathbf{u}}$ é o vetor de velocidade nd x 1, $\mathbf{q}(t)$ é o vetor do sinal de entrada na estrutura s x 1, $\mathbf{y}(t)$ é o vetor de saídas r x 1, $\mathbf{M}$ é a matriz de massa nd x nd, $\mathbf{D}_a$ é a matriz de amortecimento nd x nd, $\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez nd x nd. A matriz de entrada $\mathbf{B}_o$ é nd x s, a matriz de saída de deslocamento $\mathbf{C}_{ou}$ é r x nd e a matriz de saída de velocidade $\mathbf{C}_{ov}$ é r x nd. A matriz de massa é positiva definida e as matrizes de amortecimento e rigidez são positivas semidefinidas.

Em geral as matrizes de massa e rigidez são estimadas em coordenadas físicas, por

exemplo, via MEF (KWON; BANG, 1997), sendo a matriz de amortecimento proporcional à elas (BHASKAR, 1995). Em particular, o amortecimento proporcional será utilizado neste trabalho.

Já os modelos modais podem ser obtidos via procedimentos de ensaio de identificação (MAIA et al., 1997) ou através de uma transformação a partir de modelos físicos. As idéias desta formulação são apresentadas a seguir.

Considerando o caso de vibrações livres da equação (3.1) para um sistema sem amortecimento, sabe-se que a solução da EDOL (3.1) é da forma:

$$\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\phi} e^{j\omega t} \quad (3.2)$$

assim, substituindo em (3.1) tem-se, (EWINS, 1984):

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\phi} e^{j\omega t} = \mathbf{0} \quad (3.3)$$

A solução não trivial desta equação existe se:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (3.4)$$

na qual são encontrados n valores de $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$, tal que esta equação seja satisfeita. Estas soluções são conhecidas também como autovalores da equação (3.3), sendo n menor ou igual à nd . A frequência ω_i é chamada i -ésima frequência natural do sistema. Substituindo ω_i em (3.3) obtém-se as soluções correspondentes $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n\}$ para cada frequência natural, que são conhecidos também como autovetores de (3.3). ϕ_i é chamado de i -ésimo modo natural ou forma dos modos. Estas soluções não são únicas, e podem ser escalonadas arbitrariamente. Comumente se define a matriz de frequências naturais, (MAIA et al., 1997):

$$\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) \quad (3.5)$$

E a matriz modal $\boldsymbol{\Phi}$ ($nd \times n$), que consiste dos n modos naturais da estrutura:

$$\boldsymbol{\Phi} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] \quad (3.6)$$

As matrizes modais de massa podem ser diagonalizadas através das seguintes equações:

$$\mathbf{M}_m = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} \quad (3.7a)$$

$$\mathbf{K}_m = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \quad (3.7b)$$

$$\mathbf{D}_m = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{D}_a \mathbf{\Phi} \quad (3.7c)$$

A matriz $\mathbf{D}_a$ é a matriz de amortecimento proporcional dada por:

$$\mathbf{D}_a = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (3.8)$$

na qual α e β são constantes. Pode-se introduzir uma transformação de coordenadas no problema, $\mathbf{u}_m(t)$, tal que:

$$\mathbf{u}_m(t) = \mathbf{\Phi} \mathbf{u}(t) \quad (3.9)$$

Assim, pré-multiplicando a equação (3.1) por $\mathbf{\Phi}^T$ e utilizando a transformação da equação (3.8), obtém-se:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_m(t) + 2\mathbf{Z}\mathbf{\Omega}\dot{\mathbf{u}}_m(t) + \mathbf{\Omega}^2\mathbf{u}_m(t) &= \mathbf{B}_m\mathbf{q}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{mu}\mathbf{u}_m(t) + \mathbf{C}_{mv}\dot{\mathbf{u}}_m(t) \end{aligned} \quad (3.10)$$

sendo:

$$\mathbf{\Omega}^2 = \mathbf{M}_m^{-1} \mathbf{K}_m \quad (3.11)$$

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{2} \mathbf{M}_m^{-1} \mathbf{D}_m \mathbf{\Omega}^{-1} = \frac{1}{2} \mathbf{M}_m^{-1/2} \mathbf{K}_m^{-1/2} \mathbf{D}_m \quad (3.12)$$

A matriz de entrada modal $\mathbf{B}_m$ é dada por:

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{B}_m^{-1} \mathbf{\Phi}^T \mathbf{B}_o \quad (3.13)$$

e $\mathbf{C}_{mu}$ e $\mathbf{C}_{mv}$ são as matrizes de saída de deslocamento e velocidade modal, respectivamente:

$$\mathbf{C}_{mu} = \mathbf{C}_{ou} \mathbf{\Phi} \quad (3.14a)$$

$$\mathbf{C}_{mv} = \mathbf{C}_{ov} \mathbf{\Phi} \quad (3.14b)$$

A matriz modal de saída equivalente é definida por Gawronski (1998):

$$\mathbf{C}_m = \mathbf{C}_{mu} \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{C}_{mv} \quad (3.15a)$$

que tem a seguinte propriedade:

$$\|\mathbf{C}_m\|_2^2 = \|\mathbf{C}_{mu} \mathbf{\Omega}^{-1}\|_2^2 + \|\mathbf{C}_{mv}\|_2^2 \quad (3.15b)$$

na qual $\|\cdot\|_2$ é a norma euclidiana.

3.2 Modelos Estruturais no Espaço de Estados

Em muitas aplicações, como por exemplo, para o cálculo dos índices para detecção de falhas, como propostos neste trabalho, os modelos de segunda ordem como mostrados na seção anterior não são atraentes. Em alguns destes casos, é mais conveniente representar as equações de estruturas flexíveis na forma de espaço de estados. A representação no espaço de estados é determinada pelo trio de matrizes (**A**, **B**, **C**) e pelo vetor de estados $\mathbf{x}(t)$ (MOREIRA, 1998).

Ressalta-se que uma realização no espaço de estados não é única, o que deve valer são as relações de entrada-saída que sempre são mantidas independente da realização feita. Entretanto, faz diferença qual representação no espaço de estados é escolhida para análise de um sistema e projeto do controlador, podendo facilitar ou dificultar o processamento de informações. A seguir, descreve-se a realização no espaço de estados de modelos modais.

A modelagem de estruturas por MEF exige elevado número de graus de liberdade. Com isto a ordem n_d da representação física é geralmente muito grande, (WANG et al., 1999), gerando dificuldades numéricas adicionais. Além disto, a representação no espaço de estados física raramente é utilizada em aplicações práticas de engenharia, uma vez que a estimativa de parâmetros modais é muito mais fácil de ser implementada do que de parâmetros físicos. Uma forma alternativa é obter a realização no espaço de estados a partir do modelo de segunda ordem na forma modal.

Definindo o vetor de estados modal:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_m(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_m(t) \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

A equação (3.16) pode ser reescrita como um conjunto de equações de primeira ordem na forma da equação (3.17a):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{q}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (3.17a)$$

sendo as matrizes (**A**, **B**, **C**):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\boldsymbol{\Omega}^2 & -2\mathbf{Z}\boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [\mathbf{C}_{mu} \quad \mathbf{C}_{mv}] \quad (3.17b)$$

na qual $\mathbf{0}$ é a matriz nula $n \times n$ e $\mathbf{I}$ é a matriz identidade de ordem n . Nesta realização $\mathbf{x}_1$ é o vetor de deslocamento modal e $\mathbf{x}_2$ é o vetor de velocidade modal. A dimensão desta representação é $2n$, enquanto a representação física é $2nd$, sendo, $n \ll nd$.

Vale ressaltar que a equação (3.17b) não é uma representação modal, uma vez que as equações não se desacoplaram. A realização no espaço de estados modal é caracterizada por uma matriz de bloco diagonal, $\mathbf{A}_m$, e as matrizes de entrada e saída relacionadas:

$$\mathbf{A}_m = \text{diag}(\mathbf{A}_{mi}), \quad \mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{m1} \\ \mathbf{B}_{m2} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{mn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_m = [\mathbf{C}_{m1} \quad \mathbf{C}_{m2} \quad \cdots \quad \mathbf{C}_{mn}] \quad (3.18)$$

sendo $i = 1, 2, \dots, n$ e $\mathbf{A}_{mi}$, $\mathbf{B}_{mi}$ e $\mathbf{C}_{mi}$ são blocos 2×2 , $2 \times s$ e $r \times 2$, respectivamente. Estes blocos podem ser arranjados de diversas formas diferentes através da utilização de uma transformação linear. Isto pode ser feito usando a seguinte matriz de transformação:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_2 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}_n & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

na qual $\mathbf{e}_i$ é um vetor linha com todos os elementos iguais a zero, exceto no i -ésimo. Denota-se $\mathbf{A}_{mk}$ como sendo a matriz dinâmica $\mathbf{A}_m$ na forma modal k . Em geral se trabalha com quatro formas diferentes, portanto $k=1, 2, 3$ ou 4 . A matriz de transformação $\mathbf{R}_{kr}$ transforma a variável de estado $\mathbf{x}_k$ na variável $\mathbf{x}_r$:

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{R}_{kr} \mathbf{x}_k, \quad k, r = 1, 2, 3 \text{ ou } 4 \quad (3.20)$$

sendo:

$$\mathbf{R}_{kr} = \text{diag}(\mathbf{R}_{kri}) \quad (3.21)$$

Assumindo um amortecimento pequeno, i. e., $\zeta_i \ll 1$, $i=1, \dots, n$, com j sendo a unidade

imaginária, obtém-se (GAWRONSKI, 1998):

$$\mathbf{R}_{12i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \zeta_i & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{13i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \omega_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{14i} = \begin{bmatrix} 1 - j\zeta_i & -j \\ 1 + j\zeta_i & j \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{R}_{23i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\zeta_i \omega_i & \omega_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{24i} = \begin{bmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{34i} = \begin{bmatrix} 1 - j\zeta_i & -j/\omega_i \\ 1 + j\zeta_i & j/\omega_i \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

A transformação inversa pode ser derivada pelas seguintes relações:

$$\mathbf{R}_{kpi} = \mathbf{R}_{pji}^{-1} \quad (3.24a)$$

$$\mathbf{R}_{kji} = \mathbf{R}_{rji} \mathbf{R}_{kri}, \quad r, k, j = 1, 2, 3, 4. \quad (3.24b)$$

Uma nova representação pode ser obtida da seguinte maneira, sendo $\mathbf{R}$ uma matriz não singular:

$$\mathbf{A}_n = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}, \quad \mathbf{B}_n = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}, \quad \mathbf{C}_n = \mathbf{C} \mathbf{R} \quad (3.25)$$

Os blocos $\mathbf{A}_{mi}$ utilizados são geralmente de quatro diferentes formas (GAWRONSKI, 1998). A seguir, apresentam-se estas formas e os respectivos estados modais para cada realização:

- Forma Modal 1:

$$\mathbf{A}_{mi} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & -2\zeta_i \omega_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{mi} \\ \dot{\mathbf{u}}_{mi} / \omega_i \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

- Forma Modal 2:

$$\mathbf{A}_{mi} = \begin{bmatrix} -\zeta_i \omega_i & \omega_i \\ -\omega_i (\zeta_i^2 - 1) & -\zeta_i \omega_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{mi} \\ \mathbf{u}_{moi} \end{Bmatrix}, \quad \text{sendo } \mathbf{u}_{moi} = \zeta_i \mathbf{u}_{mi} + \dot{\mathbf{u}}_{mi} / \omega_i \quad (3.27)$$

- Forma Modal 3:

$$\mathbf{A}_{mi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & -2\zeta_i \omega_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{mi} \\ \dot{\mathbf{u}}_{mi} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

- Forma Modal 4:

$$\mathbf{A}_{mi} = \begin{bmatrix} -\zeta_i \omega_i + j\omega_i \sqrt{1-\zeta_i^2} & 0 \\ 0 & -\zeta_i \omega_i - j\omega_i \sqrt{1-\zeta_i^2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{mi} - j\mathbf{u}_{moi} \\ \mathbf{u}_{mi} + j\mathbf{u}_{moi} \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

O vetor $\mathbf{x}$ da representação modal consiste de n componentes $\mathbf{x}_i$ independentes que representam o estado de cada modo. A forma 4 em geral não é muito interessante, uma vez que é uma representação imaginária, o que aumenta as dificuldades numéricas e analíticas. Porém, ela pode ser usada como base para encontrar a representação de qualquer estado na forma de representação 2, equação (3.27), que foi utilizada neste trabalho.

3.3_Norma H_∞

As normas de sistemas representam o tamanho de uma medida e podem ser usadas para o posicionamento ótimo de atuadores/sensores e também para a redução de modelos (MAHMOUD et al 2002). Atualmente, alguns trabalhos destacam a potencialidade das normas de sistemas para a detecção, localização e quantificação de falhas (MARQUI 2007b).

Considerando um sistema estável, a norma H_∞ é definida como (BURL, 1999):

$$\|G\|_\infty = \max_{\omega} \sigma_{\max}(G(\omega)) \quad (3.30)$$

na qual $\sigma_{\max}(G(\omega))$ é o maior valor singular da função de transferência $G(\omega)$. A norma H_∞ de um sistema SISO é a magnitude do maior pico da função de transferência $G(\omega)$ em termos de valores singulares.

A norma do i -ésimo modo natural do sistema dado pelo trio de matrizes $(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i)$ pode ser estimada por (GAWRONSKI, 1998):

$$\|G_i\|_\infty \cong \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2}{2\zeta_i \omega_i} \quad (3.31)$$

A norma H_∞ de um sistema é igual a maior norma dos modos, i. e.:

$$\|G\|_\infty = \max_i \|G_i\|_\infty, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.32)$$

A norma H_∞ do i -ésimo modo de uma estrutura com um conjunto s de atuadores é a soma RMS das normas dos modos para cada atuador separadamente, ou seja:

$$\|G_i\|_\infty = \sqrt{\sum_{j=1}^s \|G_{ij}\|_\infty^2}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.33)$$

na qual n é o número de modos considerados. Da mesma forma, a norma H_∞ do i -ésimo modo de uma estrutura com um conjunto r de sensores é a soma RMS das normas dos modos para cada sensor separadamente, ou seja:

$$\|G_i\|_\infty = \sqrt{\sum_{k=1}^r \|G_{ki}\|_\infty^2}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.34)$$

A norma H_∞ do sistema é dada pela soma rms das normas de todos os modos. E a norma H_∞ para um sistema com r sensores ou s atuadores, é a soma rms das normas para o sistema com cada um deles separadamente.

3.4_Norma H_2

Considerando $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ a representação em espaço de estados de um sistema no qual a função de transferência G é dada por:

$$G(\omega) = \mathbf{C}(j\omega\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}. \quad (3.35)$$

A norma H_2 do sistema é definida por:

$$\|G\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}(G^*(\omega)G(\omega))d\omega \quad (3.36)$$

na qual tr é o traço da matriz e ω é a frequência. Uma maneira conveniente de determinar o valor numérico é através das equações:

$$\begin{aligned} \|G\|_2 &= \sqrt{\text{tr}(\mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{W}_C)} \\ \|G\|_2 &= \sqrt{\text{tr}(\mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{W}_O)} \end{aligned} \quad (3.37)$$

na qual $\mathbf{W}_C$ e $\mathbf{W}_O$ são as matrizes grammianas de controlabilidade e observabilidade, respectivamente.

Define-se $\Delta\omega_i$ como meia potência da i -ésima frequência de ressonância, $\Delta\omega_i = 2\zeta_i\omega_i$, sendo ζ_i o i -ésimo fator de amortecimento e ω_i a i -ésima frequência natural. Tal variável corresponde à área limitada por $\|G_i\|_\infty/\sqrt{2}$, na qual $\|G_i\|_\infty$ é o valor da norma H_∞ do i -ésimo

modo.

Considerando $(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i)$ a representação em espaço de estados do i -ésimo modo de um sistema, é possível aproximar a norma H_2 por (GAWRONSKI, 1998):

$$\|G_i\|_2 \cong \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2}{2\sqrt{\zeta_i \omega_i}} \cong \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2}{\sqrt{2\Delta\omega_i}} \cong \gamma_i \sqrt{2\Delta\omega_i} \quad (3.38)$$

na qual γ_i é valor singular de Hankel do i -ésimo modo, assim, reescrevendo as equações, a norma H_2 associada ao i -ésimo modo pode ser calculada por:

$$\|G_i\|_2 \cong \sqrt{\text{tr}(\mathbf{C}_i^T \mathbf{C}_i \mathbf{W} \mathbf{C}_i)} \cong (\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2) / (2\sqrt{\zeta_i \omega_i}) \quad (3.39)$$

Uma vez calculada a norma para cada modo, a norma H_2 do sistema pode ser obtida pela soma RMS de todos os modos, sendo n o número total de modos.

$$\|G\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \|G_i\|_2^2} \quad (3.40)$$

A norma H_2 corresponde à área total sob a função de transferência do sistema (FRF). A figura 3.1 ilustra as normas H_∞ e H_2 .

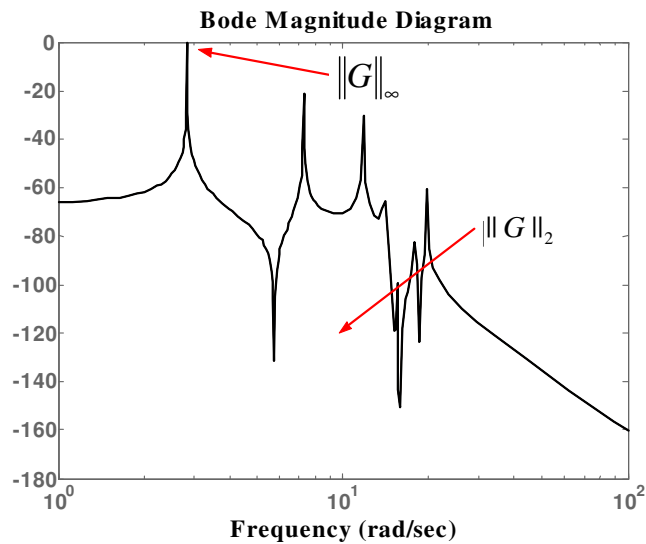


Figura 3.1 – Normas H_∞ e H_2 ilustradas na FRF.

Assim como para a norma H_∞ , a norma H_2 para um sistema com mais de um atuador, ou sensor, é a soma RMS das normas para o sistema com cada um deles separadamente.

3.5_Norma Hankel

A norma Hankel de um sistema é a medida do efeito entrada e saída ou a soma da energia armazenada e, subseqüentemente retirada do sistema. Pode ser calculada por:

$$\|G\|_h = \sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{W}_c \mathbf{W}_o)} \quad (3.41)$$

na qual G é a função de transferência do sistema e $\lambda_{\max}(\cdot)$ denota o maior autovalor. Da definição de valores singulares segue que a norma Hankel do sistema é o maior valor singular do sistema, $\gamma_{\max}$.

$$\|G\|_h = \gamma_{\max} \quad (3.42)$$

Considerando $(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i)$ a representação em espaço de estados do i -ésimo modo de um sistema ou $(\omega_i, \zeta_i, \mathbf{b}_i, \mathbf{c}_i)$ os correspondentes fatores da equação de segunda ordem, a norma Hankel deste modo é dada por:

$$\|G_i\|_h = \gamma_i \cong \frac{\|\mathbf{B}_i\|_2 \|\mathbf{C}_i\|_2}{4\zeta_i \omega_i} = \frac{\|\mathbf{b}_i\|_2 \|\mathbf{c}_i\|_2}{4\zeta_i \omega_i} \quad (3.43)$$

na qual $\mathbf{b}_i$ é a i -ésima linha de $\mathbf{B}_m$ e $\mathbf{c}_i$ é a i -ésima coluna de $\mathbf{C}_m$.

A norma Hankel do sistema é o máximo valor obtido em todos os modos analisados:

$$\|G\|_h = \max \|G_i\|_h = \gamma_{\max} \quad (3.44)$$

na qual $\gamma_{\max}$ é o maior valor singular do sistema.

A partir das equações (3.43) e (3.44) é possível verificar que a norma Hankel corresponde à metade da norma H_∞ tanto para cada modo quanto para o sistema (GAWRONSKI, 1998).

$$\|G\|_h = 0,5 \|G\|_\infty \quad (3.45)$$

Assim como para as normas H_∞ e H_2 , a norma Hankel para um sistema com mais de um sensor, ou atuador, é a soma RMS para cada um deles separadamente.

3.6_Controlabilidade e Observabilidade

Os conceitos de controlabilidade e observabilidade fornecem informações úteis sobre sistemas dinâmicos e, portanto, são fundamentos básicos para o estudo de controle, estimação de sistemas e testes modais (VALER, 1999), ainda que, muitos engenheiros estruturais, freqüentemente, passem a largo sobre estes conceitos (GAWRONSKI, 1998).

Um sistema flexível possui como uma característica intrínseca, o fato de ser controlável e observável. Uma estrutura é controlável se os atuadores acoplados são capazes de excitar todos os modos e envolvem o par de matrizes do sistema (**A**, **B**). Por outro lado o sistema é observável se os sensores distribuídos na estrutura conseguem detectar os movimentos de todos os modos e envolvem o par de matrizes do sistema (**A**, **C**). Estas informações são essenciais em diversas aplicações.

As propriedades de controlabilidade e observabilidade de um sistema linear e invariante no tempo podem ser definidas como a seguir:

- **Definição 1:** Um sistema é dito controlável no instante t_0 se e somente se é possível por meio de uma entrada $\mathbf{u} \in \Re$ transferir o sistema do estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$ a qualquer outro estado $\mathbf{x}(t_f)$ em um tempo finito $t_f - t_0 \geq 0$. Além disso, se o sistema é controlável para qualquer instante t_0 e estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$ o sistema é dito completamente controlável.
- **Definição 2:** Um sistema é dito observável no instante t_0 se e somente se é possível determinar o estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$ a partir da resposta $\mathbf{y}(t)$ do sistema para $t_0 \leq t \leq t_f$. Além disso, se o sistema é observável para qualquer instante t_0 e estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$ o sistema é dito completamente observável.

Estas definições são gerais para qualquer tipo de sistema dinâmico. Existem diferentes critérios para determinar controlabilidade e observabilidade de sistemas. Por exemplo, os testes do posto de Popov, Belevitch e Hautus (testes PBH) são úteis para avaliar eficientemente a controlabilidade e observabilidade modal do sistema, apesar de levarem a um conceito um pouco mais fraco (TRINDADE, 1999).

O critério clássico de controlabilidade é definido como a seguir: um sistema linear e invariante no tempo com s entradas é completamente controlável se e somente se a matriz $N \times$

s·N:

$$\mathbf{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B}] \quad (3.46)$$

tem rank N (GAWRONSKI, 1998). Agora um sistema linear com r saídas é completamente observável se e somente se a matriz r·N x N:

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{N-1} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

tem rank N, (GAWRONSKI, 1998).

Entretanto estes critérios têm dois sérios problemas. Primeiro, eles respondem as questões de controlabilidade e observabilidade em termos de “sim” ou “não” e não fornecem nenhuma resposta quantitativa sobre o grau de controlabilidade e observabilidade do sistema. Além disto eles só funcionam bem para sistemas com dimensões pequenas, por problemas numéricos.

Para contornar estas dificuldades uma alternativa é a formulação em termos de grammianos. Os grammianos de controlabilidade e observabilidade são definidos como a seguir:

$$\mathbf{W}_c = \int_0^t \exp(\mathbf{A}t) \mathbf{B} \mathbf{B}^T \exp(\mathbf{A}^T t) dt \quad (3.48)$$

$$\mathbf{W}_o = \int_0^t \exp(\mathbf{A}^T t) \mathbf{C}^T \mathbf{C} \exp(\mathbf{A}t) dt \quad (3.49)$$

Alternativamente eles podem ser determinados das seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\mathbf{W}}_c = \mathbf{A} \mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c \mathbf{A}^T + \mathbf{B} \mathbf{B}^T \quad (3.50)$$

$$\dot{\mathbf{W}}_o = \mathbf{A}^T \mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o \mathbf{A} + \mathbf{C}^T \mathbf{C} \quad (3.51)$$

Para sistemas estáveis, a solução estacionária das equações (3.50) e (3.51) é obtida assumindo que estas são homogêneas, além disto $\mathbf{W}_c$ e $\mathbf{W}_o$ são positivas definidas. Neste caso, os grammianos são determinados das seguintes equações de Lyapunov:

$$\mathbf{A}\mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{B}^T = \mathbf{0} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{A}^T\mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o\mathbf{A} + \mathbf{C}^T\mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (3.53)$$

3.7 Índices para Detecção e Localização de Falhas Utilizando Normas de Sistemas e Matrizes Grammianas de Controlabilidade e Observabilidade

Nesta seção, é apresentada a metodologia aplicada para detecção e localização de falhas utilizando normas de sistemas e as matrizes grammianas de controlabilidade e observabilidade. Para tanto, utilizam-se índices de sensibilidade, que baseados nestas propriedades, são capazes de detectar alterações na dinâmica estrutural. Em sistemas práticos é interessante a análise de diferentes índices, uma vez que a sensibilidade destes pode ser maior ou menor, dependendo da alteração estrutural que possa vir acontecer.

A normas de sistemas foram utilizadas para localização de falhas estruturais por Gawronski e Sawicki (2000). A metodologia apresentada utiliza um modelo de segunda ordem escrito em coordenadas modais. A norma é definida e calculada para a estrutura intacta e posteriormente para a estrutura danificada. Para a localização da falha é definido o índice do sensor (equação (3.54)) que, para a posição onde existe a falha, este índice apresenta seu maior valor, ou seja, existe a maior diferença entre as normas calculadas para a estrutura com e sem falha.

Embora notável a eficiência desta técnica para fins de detecção de falhas estruturais, não se encontra facilmente outros autores utilizando-a. Por isso, e para clareza de entendimento da aplicabilidade das normas de sistemas, considerou-se muito importante este estudo. A seguir serão apresentados os conceitos básicos desta técnica.

Define-se o índice do sensor como a diferença do quadrado das normas para a estrutura sem falhas e com falha. Este índice reflete o impacto dos danos estruturais na posição deste sensor (GAWRONSKI; SAWICKI, 2000).

$$\sigma_{sj} = \frac{\left| \|G_{shj}\|^2 - \|G_{sdj}\|^2 \right|}{\|G_{shj}\|^2} \quad (3.54)$$

na qual $\|G_{shj}\|$ é a norma (H_2 , H_∞ ou Hankel), do j -ésimo sensor para a estrutura intacta e $\|G_{sdj}\|$ é a norma do j -ésimo sensor para a estrutura com falhas; s é o número de sensores.

Analogamente, define-se o índice do modo que reflete o impacto da falha estrutural no i -ésimo modo:

$$\sigma_{mi} = \frac{\left| \|G_{mhi}\|^2 - \|G_{mdi}\|^2 \right|}{\|G_{mhi}\|^2} \quad (3.55)$$

na qual $\|G_{mhi}\|$ é a norma, (H_2 , H_∞ ou Hankel), do i -ésimo modo para a estrutura saudável e $\|G_{mdi}\|$ é a norma do i -ésimo modo para a estrutura com falha.

No trabalho referenciado acima nada consta sobre a possibilidade de quantificar a severidade da falha utilizando as normas de sistemas, portanto, é evidente a necessidade de estudos buscando esta verificação.

Utilizando a sensibilidade das matrizes grammianas já definidas na seção anterior, podem-se definir dois novos índices. Para um sistema estável $\mathbf{A}$, o grammiano $\mathbf{W}_e$ é positivo definido. Denota-se o j -ésimo índice grammiano de entrada da estrutura sem danos por $\|W_{shj}\| = \text{traço}(\mathbf{W}_e)$, e o j -ésimo índice grammiano de entrada da estrutura com danos por $\|W_{sdj}\|$, que também equivale ao traço da matriz $\mathbf{W}_e$, mas com falha. O j -ésimo índice de entrada, que caracteriza a saúde estrutural, é definido como sendo a diferença entre os índices grammianos de entrada da estrutura com e sem danos. O índice de entrada reflete o impacto estrutural gerado pela falha na j -ésima posição da entrada.

$$\sigma_{sj} = \frac{\left| \|W_{shj}\|^2 - \|W_{sdj}\|^2 \right|}{\|W_{shj}\|^2} \quad (3.56)$$

Analogamente ao caso anterior, denota-se o j -ésimo índice grammiano de saída (ou índice de sensor) da estrutura sem danos por $\|W_{shj}\| = \text{traço}(\mathbf{W}_o)$, e o j -ésimo índice grammiano de saída da estrutura com danos por $\|W_{sdj}\|$, que também equivale ao traço da matriz $\mathbf{W}_o$, mas com falha. O j -ésimo índice de saída (ou de sensor), que caracteriza a saúde estrutural, é definido como sendo a diferença entre os índices grammianos de saída da estrutura com e sem danos. O índice de saída reflete o impacto estrutural gerado pela falha na j -ésima posição do sensor (saída).

$$\sigma_{aj} = \frac{\left| \|W_{shj}\|^2 - \|W_{sdj}\|^2 \right|}{\|W_{shj}\|^2} \quad (3.57)$$

Também pode ser avaliado o modo mais afetado da estrutura utilizando um índice de modo,

análogo a equação (3.55), no entanto, ao invés das normas, utilizam-se as matrizes grammianas de controlabilidade ou observabilidade para calculá-lo.

CAPÍTULO 4_MODELAGEM DE ESTRUTURAS INTELIGENTES VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).

No segundo capítulo foram discutidas tecnologias e materiais que têm sido investigados e propostos no desenvolvimento de estruturas inteligentes para aplicações em SHM e outras finalidades. Neste capítulo será estudado o procedimento para obtenção do modelo eletromecanicamente acoplado com cerâmicas piezelétricas.

A existência de um modelo confiável permite que entendamos o funcionamento destes sistemas e, conseqüentemente, possamos agir, ou interagir, racionalmente sobre ele. Entretanto, a aplicação da tecnologia dos materiais inteligentes para absorção de vibração estrutural ou monitoramento da saúde estrutural requer a integração de sensores, atuadores e sistemas ótimos de controle. A tecnologia associada a estes tipos de transdutores se encontra em fase de contínuo desenvolvimento. Portanto, existe campo para definição de modelos confiáveis para aplicação em algoritmos nos quais o modelo seja uma necessidade.

O Método dos Elementos Finitos é um dos métodos mais usados em problemas de engenharia permitindo obter soluções aproximadas para equações diferenciais que descrevem a dinâmica de um sistema. Outras metodologias para obtenção de modelos eletromecânicos podem ser utilizadas, como o método dos modos assumidos. Entretanto, a maior vantagem do MEF é permitir modelar estruturas com geometria complexa. A idéia básica é dividir a região em um número finito de elementos e assumir que estes elementos são interconectados por nós.

Os pioneiros no desenvolvimento de modelos dinâmicos para estruturas inteligentes são os trabalhos de Bailey e Hubbard (1985) e Crawley e De Luis (1987). Ambos usam a tensão mecânica induzida pelos atuadores piezelétricos para contribuir com a tensão mecânica total da estrutura base. Porém o primeiro trabalho de pesquisa que desenvolveu uma sistemática rigorosa para o projeto de uma estrutura deste tipo foi o de Hagood et al. (1990), que aplicaram o princípio generalizado de Hamilton para sistemas acoplados eletromecanicamente, também conhecido como princípio variacional aplicado a meios piezelétricos (ALLIK; HUGHES, 1970). A grande contribuição de Hagood et al. (1990) foi formular de modo mais claro o acoplamento eletromecânico. A partir daí estruturas inteligentes mais complexas, como placas e cascas, começaram a surgir na literatura, (DOSH; INMAN, 1992).

Lammering et al. (1994) posicionam atuadores piezelétricos (PZT) em uma treliça plana utilizando o método dos elementos finitos e consideram os atuadores como elementos

estruturais. Tais elementos são denominados “membros ativos”. As posições ótimas dos atuadores são para os elementos que possuem os nós com maiores potenciais elétricos nos seis primeiros modos de vibrar da treliça engastada em duas posições. Isto foi possível porque na formulação foi introduzido um grau de liberdade de potencial elétrico em cada nó do elemento piezelétrico.

Poucos trabalhos incluem os efeitos de cisalhamento na obtenção de modelos analíticos de estruturas inteligentes. Como exceção, tem-se Yang e Lee (1994) que a partir do modelo de viga de Timoshenko inserem o acoplamento eletromecânico devido a presença dos atuadores piezelétricos incorporados. Já Aldraihem et al. (1996) mostram que o efeito do cisalhamento deve ser considerado em aplicações de controle quando a relação entre a espessura da viga e o seu comprimento for menor do que 15, para materiais isotrópicos, e maior do que 30, para materiais compósitos. Em Trindade (1999), a comparação entre a performance de atuadores piezelétricos de extensão e de cisalhamento mostra que estes últimos são mais eficientes para pequenas amplitudes e altas frequências em estruturas sanduíche com camadas superficiais rígidas e núcleo macio. Trindade (2007) apresenta os resultados de uma investigação numérica do controle ativo de vibrações utilizando a atuação simultânea de extensão e de cisalhamento de cerâmicas piezelétricas agindo como atuadores em uma viga sanduíche bi-engastada. A análise foi realizada utilizando o MEF com o elemento de viga com PZTs acoplados (sanduíche) combinado a aplicação do controlador LQR (*linear quadratic regulator*). Os resultados mostram que a atuação simultânea de extensão e de cisalhamento dos atuadores piezelétricos é muito eficiente, desde que seus mecanismos de atuação sejam complementares.

Banks et al. (1995) apresentam um modelo geral descrevendo a interação entre materiais piezelétricos e uma estrutura elástica constituída de cascas cilíndricas, placas ou vigas; Blanguernon et al. (1999) desenvolvem um modelo analítico de um elemento piezocerâmico e seu acoplamento mecânico com a dinâmica estrutural de uma viga criando a capacidade de prever o comportamento de uma estrutura acoplada; Lam e Ng (1999) utilizam nas suas formulações a teoria clássica de placas laminadas e as soluções de Navier Stokes para analisar placas de material compósito com sensores e atuadores integrados.

Uma grande contribuição na inclusão de efeitos de cisalhamento em modelos de estruturas inteligentes foi dada por Lima (1999), que usou o princípio de Hamilton na obtenção de modelos analíticos via método dos elementos finitos para modelos de viga de Euler-Bernoulli e Timoshenko e de placa de Kirchhoff e Mindlin-Reissner.

No trabalho de Lima (1999) não foi deixado claro quais as funções de interpolação que foram utilizadas na aproximação dos graus de liberdade elétrico e não são dadas referências adicionais neste tópico. Lopes Jr et al. (2000a) mostram as funções de interpolação usadas para os graus de liberdade elétrico no modelo de viga de Euler-Bernoulli e ainda apresentam um procedimento para poder se aplicar o problema do autovalor padrão no modelo com acoplamento eletromecânico, uma vez que as matrizes globais de massa e rigidez obtidas não são positivas definidas. Este mesmo modelo foi usado para otimização no posicionamento de atuadores piezelétricos e controle ativo de vibrações em uma viga no trabalho de Silva e Lopes Jr. (2002). Rocha et al. (2004) fazem uma generalização deste procedimento para o modelo de placa de Kirchhoff acoplada com atuadores piezelétricos modelados como elemento de viga de Euler-Bernoulli e comparam os resultados com um modelo gerado no software comercial de elementos finitos ANSYS[®]. Apesar da simplificação do modelo os resultados são representativos.

Um trabalho que apresenta uma extensa e compreensiva revisão sobre a modelagem de estruturas com elementos piezelétricos acoplados via MEF é apresentado por Benjeddou (2000), que, após analisar diversos trabalhos, mostra os tipos de elementos empregados, fornecendo uma visão geral e discutindo os avanços e tendências na formulação e aplicação dos elementos finitos para a modelagem de estruturas inteligentes.

Considerando como membros ativos, Gao et al. (2003) posicionam atuadores em uma treliça plana. Como índice de desempenho dos atuadores consideram a máxima dissipação de energia de vibração. No modelo de segunda ordem é incluído o efeito do potencial elétrico dos membros ativos.

Abreu et al. (2004) apresentam a modelagem em elementos finitos da placa de Kirchhoff com PZTs acoplados nas faces superior e inferior da mesma. Além dos graus de liberdade de deslocamento, foram considerados dois potenciais elétricos (um em cada superfície). Neste trabalho foi estudada a influência da cerâmica piezelétrica acoplada à estrutura base nas características estáticas e dinâmicas da placa. Para validar o modelo os resultados foram comparados com o software ANSYS[®].

Além da técnica de elementos finitos (MEF), a preferida na obtenção de modelos eletromecânicos, métodos alternativos também têm sido estudados, como o método dos modos assumidos, (MEIROVITCH, 1997). Pota e Alberts (1995) usam esta metodologia para obtenção de uma função de transferência relacionando os potenciais elétricos de saída e entrada de sensores e atuadores piezelétricos, respectivamente. Neste modelo, considerou-se

uma viga laminada com um piezocerâmico e piezopolímero colados na superfície. Um dos grandes problemas é que esta técnica é baseada no truncamento modal e deve ser levado em consideração a dinâmica dos modos residuais.

Halim e Moheimani (2002) mostram um procedimento para compensar este erro devido ao truncamento modal. Todas as considerações destes autores foram utilizadas em uma aplicação prática no trabalho de Abreu. et al. (2003) para controle de uma viga ativa usando um regulador linear quadrático. Todos estes autores afirmam que a metodologia pode ser utilizada para outros tipos de estruturas. Porém, a técnica parece ser limitada a estruturas com geometria e condições de contorno simples, uma vez que a metodologia envolve as autofunções analíticas, sendo dependente das condições de contorno e solução analítica para o problema de autovalor diferencial e, como se sabe poucos sistemas distribuídos tem solução analítica na forma fechada (MEIROVITCH, 1997).

No geral todas as técnicas tem como meta se chegar a equações manipuláveis dependentes das matrizes globais de massa, rigidez elástica, rigidez eletroelástica e matriz de capacitância piezelétrica e, também, que possam ser feitas analogias com modelos de dinâmica estrutural convencional. Um dos fatores que influenciam o modelo destas estruturas é a posição dos atuadores e dos sensores acoplados. Pode-se ter uma influência maior ou menor do acoplamento eletromecânico dependendo da posição do atuador (ROCHA et al., 2004).

Neste trabalho, as aplicações numéricas consideram um modelo dinâmico de estruturas flexíveis descrito em coordenadas modais, tanto para modelos estruturais de segunda ordem quanto para modelos no espaço de estados. As matrizes de massa, rigidez e amortecimento da estrutura eletromecanicamente acopladas são obtidas via método dos elementos finitos.

O primeiro passo na aplicação do MEF é dividir a estrutura em um número apropriado de elementos com tamanhos adequados. Os deslocamentos dos pontos nodais são, então, generalizados em função das coordenadas da estrutura. Desse modo, os deslocamentos da estrutura podem ser expressos em função dos deslocamentos dos pontos nodais por meio de um arranjo apropriado de funções, chamadas de funções interpoladoras. Via de regra, tais funções podem descrever qualquer curva que seja internamente contínua e que satisfaça as condições de deslocamento geométrico impostas pelos deslocamentos nodais.

Conforme já dito, a idéia básica do Método dos Elementos Finitos consiste em utilizar como parâmetros as variáveis nodais de um número finito de pontos previamente escolhidos,

denominados pontos nodais ou, simplesmente, nós. Efetuando-se tal procedimento, os deslocamentos “ $\mathbf{u}$ ” de um elemento finito podem ser escritos em função dos deslocamentos nodais $\mathbf{u}_i$ utilizando as funções de interpolação apropriadas. Essa relação é dada na forma matricial por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}_u \mathbf{u}_i; \quad \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{N}_u \dot{\mathbf{u}}_i; \quad \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{N}_u \ddot{\mathbf{u}}_i \quad (4.1)$$

na qual $\mathbf{N}_u$ é a matriz que contém as funções de interpolação que relacionam os deslocamentos que ocorrem ao longo do eixo longitudinal com os deslocamentos nodais do elemento. Além dos deslocamentos $\mathbf{u}_i$, também devem ser consideradas como variáveis nodais os potenciais elétricos ϕ_i . De forma análoga, pode-se escrever o potencial elétrico na forma matricial,

$$\phi = \mathbf{N}_\phi \phi_i \quad (4.2)$$

na qual $\mathbf{N}_\phi$ é a matriz que contém as funções de interpolação que relacionam os potenciais elétricos que ocorrem ao longo do PZT com os potenciais nodais do elemento.

A maioria dos autores aplica o princípio de Hamilton para a obtenção das equações de equilíbrio em um sistema eletromecanicamente acoplado, como descrito pioneiramente no trabalho de Allik e Hughes (1970). A idéia neste trabalho foi utilizar as equações do movimento de Lagrange para encontrar as equações do movimento da piezoestrutura.

Na formulação a seguir são considerados graus de liberdade mecânicos, que designam o movimento em cada elemento estrutural e são definidos por $\mathbf{u}_i$, e os graus de liberdade elétricos, definidos pelo potencial elétrico ϕ_i nos nós estruturais. Assim, as equações de Lagrange são dadas por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} \right) - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{u}_i} = \mathbf{F}^e \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\phi}_i} \right) - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \phi_i} = \mathbf{Q}^e \quad (4.4)$$

sendo $\mathbf{F}^e$ o vetor de forças externas aplicadas no elemento, $\mathbf{Q}^e$ a carga elétrica induzida no elemento da cerâmica piezelétrica e $\mathbf{L}$ o Lagrangeano, que é definido como:

$$\mathbf{L} = \mathbf{T} - \mathbf{U} + \mathbf{W}_e \quad (4.5)$$

sendo $\mathbf{T}$ a energia cinética, $\mathbf{U}$ a energia potencial e $\mathbf{W}_e$ o trabalho realizado pelo potencial

elétrico.

A energia cinética pode ser escrita por:

$$\mathbf{T} = \iiint_{V_s} \frac{1}{2} \rho_s \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} dV_s + \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \rho_p \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} dV_p \quad (4.6)$$

sendo ρ a massa específica (kg/m^3), $\mathbf{u}$ e $\dot{\mathbf{u}}$ o vetor deslocamento e velocidade, respectivamente, e V o volume (m^3). O sobrescrito T significa transposto e os subscritos s e p são relativos à estrutura base e à cerâmica piezelétrica, respectivamente. Substituindo a velocidade (equação (4.1)) na equação (4.6) obtém-se:

$$\mathbf{T} = \iiint_{V_s} \frac{1}{2} \rho_s \dot{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u \dot{\mathbf{u}}_i dV_s + \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \rho_p \dot{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u \dot{\mathbf{u}}_i dV_p \quad (4.7)$$

A energia potencial pode ser escrita como a soma das energias potenciais da estrutura e do material piezelétrico:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_s + \mathbf{U}_p = \iiint_{V_s} \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \boldsymbol{\sigma}_s dV_s + \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \boldsymbol{\sigma}_p dV_p \quad (4.8)$$

na qual $\mathbf{S}$ e $\boldsymbol{\sigma}$ são os tensores deformação e tensão, respectivamente. A relação constitutiva da estrutura na forma matricial é dada por:

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \mathbf{G}_s \mathbf{S} \text{ e } \mathbf{G}_s = \frac{E_s}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

na qual $\mathbf{G}_s$ é a matriz que contém os coeficientes elásticos do material. E_s é o módulo de Young e ν é o coeficiente de Poisson. A deformação pode ser representada na forma matricial:

$$\mathbf{S} = \mathbf{L}_u \mathbf{u}; \left\{ \begin{matrix} S_x \\ S_y \\ S_z \\ S_{xy} \\ S_{xz} \\ S_{yz} \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{matrix} \right\}; \mathbf{S} = \mathbf{L}_u \mathbf{N}_u \mathbf{u}_i \quad (4.10)$$

ou

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i \quad (4.11)$$

e

$$\mathbf{B}_u = \mathbf{L}_u \mathbf{N}_u \quad (4.12)$$

Substituindo a equação (4.11) na equação (4.9), tem-se:

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \mathbf{G}_s \mathbf{S} = \mathbf{G}_s \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i \quad (4.13)$$

Resolvendo agora a equação (4.8) no domínio V_s , obtém-se:

$$\mathbf{U}_s = \iiint_{V_s} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{G}_s \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i dV_s \quad (4.14)$$

Das relações constitutivas do material piezelétrico, sabe-se que o efeito direto e o efeito inverso podem ser representados da seguinte forma:

$$\text{Equação do sensor: } \mathbf{D} = \mathbf{e}^T \mathbf{S} + \epsilon^S \mathbf{E} \quad (\text{Efeito direto}) \quad (4.15)$$

$$\text{Equação do Atuador: } \boldsymbol{\sigma}_p = \mathbf{c}^E \mathbf{S} - \mathbf{e} \mathbf{E} \quad (\text{Efeito inverso}) \quad (4.16)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{23} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ 2S_{23} \\ 2S_{31} \\ 2S_{12} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^S & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

Equação do Sensor: Efeito Direto

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{22}^E & c_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{23}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ 2S_{23} \\ 2S_{31} \\ 2S_{12} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{23} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

Equação do Atuador: Efeito Inverso

na qual $\mathbf{D}$ é o deslocamento elétrico ou fluxo elétrico $[C/m^2]$, que é induzido na cerâmica piezelétrica quando esta sofre uma deformação mecânica, $\mathbf{e}$ é a matriz de tensão piezelétrica $[C/m^2]$, ϵ é a matriz de constantes dielétricas $[C^2/Nm^2]$, $\mathbf{E}$ é o campo elétrico induzido ou aplicado nas extremidades da cerâmica piezelétrica $[N/C]$, $\mathbf{c}$ é a matriz de rigidez elástica $[N/m^2]$, os sobrescritos $()^S$ e $()^E$ significam que as propriedades estão sendo medidas à deformação constante e campo elétrico constante, respectivamente. As direções 1, 2 e 3 equivalem respectivamente a x , y e z .

De forma análoga a deformação mecânica, o campo elétrico é descrito por

$$\mathbf{E} = \mathbf{L}_\varphi \boldsymbol{\varphi} \quad (4.19)$$

ou

$$\mathbf{E} = \mathbf{L}_\varphi \mathbf{N}_\varphi \boldsymbol{\varphi}_i = \mathbf{B}_\varphi \boldsymbol{\varphi}_i \quad (4.20)$$

na qual

$$\mathbf{B}_\varphi = \mathbf{L}_\varphi \mathbf{N}_\varphi \quad (4.21)$$

e $\mathbf{L}_\varphi$ é a matriz que contém os operadores diferenciais.

Pode-se então reescrever a equação (4.16) como:

$$\boldsymbol{\sigma}_p = \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i - \mathbf{e} \mathbf{B}_\varphi \boldsymbol{\varphi}_i \quad (4.22)$$

Substituindo agora a equação (4.22) no domínio V_p da equação (4.8) obtém-se:

$$\mathbf{U}_p = \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i dV_p - \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\varphi \boldsymbol{\varphi}_i dV_p \quad (4.23)$$

Somando as equações (4.14) e (4.23) é obtida a energia potencial da piezoestrutura (equação 4.8), que pode ser escrita como:

$$\mathbf{U} = \iiint_{V_s} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{G}_s \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i dV_s + \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i dV_p - \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\varphi \boldsymbol{\varphi}_i dV_p \quad (4.24)$$

O trabalho realizado pelo campo elétrico aplicado na piezocerâmica é definido por:

$$\mathbf{W}_e = \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{E}^T \mathbf{D} dV_p \quad (4.25)$$

Utilizando a equação (4.15) e fazendo as devidas substituições, pode-se reescrever a equação (4.25) como:

$$\mathbf{W}_e = \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{B}_\varphi^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i dV_p + \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{B}_\varphi^T \boldsymbol{\epsilon}^S \mathbf{B}_\varphi \boldsymbol{\varphi}_i dV_p \quad (4.26)$$

A partir das equações (4.7), (4.24) e (4.26) substituídas na equação (4.5) tem-se o Lagrangeano:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} = & \iiint_{V_s} \frac{1}{2} \rho_s \dot{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u \dot{\mathbf{u}}_i dV_s + \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \rho_p \dot{\mathbf{u}}_i^T \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u \dot{\mathbf{u}}_i dV_p - \iiint_{V_s} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{G}_s \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i dV_s - \\ & \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i dV_p + \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{B}_u^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\varphi \boldsymbol{\varphi}_i dV_p + \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{B}_\varphi^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}_u \mathbf{u}_i dV_p + \\ & \iiint_{V_p} \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{B}_\varphi^T \boldsymbol{\epsilon}^S \mathbf{B}_\varphi \boldsymbol{\varphi}_i dV_p \end{aligned} \quad (4.27)$$

Aplicando a equação (4.3): $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} \right) - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{u}_i} = \mathbf{F}^e$, tem-se:

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} = \left(\iiint_{V_s} \rho_s \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_s \right) \dot{\mathbf{u}}_i + \left(\iiint_{V_p} \rho_p \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_p \right) \dot{\mathbf{u}}_i \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} \right) = \left(\iiint_{V_s} \rho_s \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_s \right) \ddot{\mathbf{u}}_i + \left(\iiint_{V_p} \rho_p \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_p \right) \ddot{\mathbf{u}}_i \quad (4.29)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} \right) = \mathbf{M}_s^e \ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{M}_p^e \ddot{\mathbf{u}}_i \quad (4.30)$$

na qual $\mathbf{M}_s^e$ e $\mathbf{M}_p^e$ são as matrizes elementares (locais) de massa da estrutura e do PZT, respectivamente, que são dadas por:

$$\mathbf{M}_s^e = \iiint_{V_s} \rho_s \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_s \quad (4.31)$$

$$\mathbf{M}_p^e = \iiint_{V_p} \rho_p \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dV_p \quad (4.32)$$

Aplicando agora, a segunda parte da equação (4.3), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{u}_i} = & - \left(\iiint_{V_s} \mathbf{B}_u^T \mathbf{G}_s \mathbf{B}_u dV_s \right) \mathbf{u}_i - \left(\iiint_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u dV_p \right) \mathbf{u}_i + \\ & \left(\iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{B}_u^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\phi dV_p \right) \boldsymbol{\phi}_i + \left(\iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{B}_\phi^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}_u dV_p \right) \boldsymbol{\phi}_i^T \end{aligned} \quad (4.33)$$

ou

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{u}_i} = -\mathbf{K}_s^e \mathbf{u}_i - \mathbf{K}_p^e \mathbf{u}_i + \mathbf{K}_{u\phi}^e \boldsymbol{\phi}_i \quad (4.34)$$

sendo $\mathbf{K}_s^e$ e $\mathbf{K}_p^e$ as matrizes locais de rigidez da estrutura base e do PZT, respectivamente, e

$\mathbf{K}_{u\phi}^e$ a matriz do acoplamento eletromecânico. Estas matrizes são dadas por:

$$\mathbf{K}_s^e = \iiint_{V_s} \mathbf{B}_u^T \mathbf{G}_s \mathbf{B}_u dV_s \quad (4.35)$$

$$\mathbf{K}_p^e = \iiint_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u dV_p \quad (4.36)$$

$$\mathbf{K}_{u\phi}^e = \iiint_{V_p} \mathbf{B}_u^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\phi dV_p \quad (4.37)$$

Aplicando a equação (4.4): $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\boldsymbol{\phi}}_i} \right) - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \boldsymbol{\phi}_i} = \mathbf{Q}^e$, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\boldsymbol{\phi}}_i} \right) = 0 \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \boldsymbol{\phi}_i} = \left(\iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{B}_u^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\phi dV_p \right) \mathbf{u}_i^T + \left(\iiint_{V_p} \frac{1}{2} \mathbf{B}_\phi^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}_u dV_p \right) \mathbf{u}_i + \left(\iiint_{V_p} \mathbf{B}_\phi^T \boldsymbol{\epsilon}^S \mathbf{B}_\phi dV_p \right) \boldsymbol{\phi}_i \quad (4.39)$$

ou

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \boldsymbol{\phi}_i} = \mathbf{K}_{\phi u}^e \mathbf{u}_i + \mathbf{K}_{\phi \phi}^e \boldsymbol{\phi}_i \quad (4.40)$$

sendo $\mathbf{K}_{\phi u}^e = (\mathbf{K}_{u \phi}^e)^T$ a matriz do acoplamento eletromecânico ou matriz de rigidez eletroelástica e $\mathbf{K}_{\phi \phi}^e$ a matriz de capacitância piezelétrica. Estas matrizes são dadas por:

$$\mathbf{K}_{\phi u}^e = \iiint_{V_p} \mathbf{B}_\phi^T \mathbf{e}^T \mathbf{B}_u dV_p \quad (4.41)$$

$$\mathbf{K}_{\phi \phi}^e = \iiint_{V_p} \mathbf{B}_\phi^T \boldsymbol{\epsilon}^S \mathbf{B}_\phi dV_p \quad (4.42)$$

As equações (4.31), (4.32), (4.35), (4.36), (4.37), (4.41) e (4.42) são integradas, obtendo assim as matrizes locais elásticas e eletroelásticas. Substituindo todas as equações acima em (4.3) e (4.4), obtém-se o sistema de duas equações matriciais de equilíbrio, em coordenadas generalizadas locais:

$$\begin{cases} (\mathbf{M}_s^e + \mathbf{M}_p^e) \ddot{\mathbf{u}}_i + (\mathbf{K}_s^e + \mathbf{K}_p^e) \mathbf{u}_i - (\mathbf{K}_{u \phi}^e) \boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{F}^e \\ -(\mathbf{K}_{\phi u}^e) \mathbf{u}_i + (\mathbf{K}_{\phi \phi}^e) \boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{Q}^e \end{cases} \quad (4.43)$$

A partir da técnica padrão de elementos finitos, montam-se as matrizes globais. O sistema global de equações do movimento para o modelo de uma estrutura com o efeito do acoplamento eletromecânico incorporado é, então:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\boldsymbol{\phi}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \quad (4.44)$$

sendo as matrizes globais definidas por:

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{ne} (\mathbf{M}_s^e)_i + \sum_{j=1}^{np} (\mathbf{M}_p^e)_j \quad (4.45)$$

$$\mathbf{K}_{uu} = \sum_{i=1}^{ne} (\mathbf{K}_s^e)_i + \sum_{j=1}^{np} (\mathbf{K}_p^e)_j \quad (4.46)$$

$$\mathbf{K}_{u\phi} = \mathbf{K}_{\phi u}^T = - \sum_{j=1}^{np} (\mathbf{K}_{u\phi}^e)_j \quad (4.47)$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi} = - \sum_{j=1}^{np} (\mathbf{K}_{\phi\phi}^e)_j \quad (4.48)$$

sendo ne o número de elementos em que a estrutura base é discretizada e np o número de PZTs inseridos na estrutura. O símbolo de somatória nas equações acima significa a montagem das matrizes globais a partir das matrizes elementares.

Manipulando-se convenientemente as equações do sistema global de equações do movimento obtém-se a equação do sensor:

$$\mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u} + \mathbf{K}_{\phi\phi} \boldsymbol{\phi}_s = \mathbf{Q} \quad (4.49)$$

fazendo a carga elétrica $\mathbf{Q}$ igual a zero, pois não existe potencial elétrico aplicado ao sensor, tem-se:

$$\boldsymbol{\phi}_s = -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u} \quad (4.50)$$

Para encontrar a força gerada no atuador, deve-se considerar a carga $\mathbf{Q}$ diferente de zero, então, pode-se reescrever a equação (4.49) da seguinte forma:

$$\mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u} + \mathbf{K}_{\phi\phi} \boldsymbol{\phi}_a = \mathbf{Q} \quad (4.51)$$

ou

$$\boldsymbol{\phi}_a = \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} (\mathbf{Q} - \mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u}) \quad (4.52)$$

Substituindo o potencial elétrico (equação 4.52) na equação global da força (equação 4.44), tem-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{el} \quad (4.53)$$

na qual:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \quad (4.54)$$

$$\mathbf{F}_{el} = -\mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q} \quad (4.55)$$

sendo $\mathbf{F}_{el}$ a força elétrica gerada no atuador com a aplicação de uma carga elétrica $\mathbf{Q}$.

Nagamine (2001) decompôs o termo $\mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi}$ da equação (4.44) em duas parcelas dependentes do potencial elétrico, uma referente ao material piezelétrico usado como sensor e a outra para o material piezelétrico usado como atuador, ou seja:

$$\mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi} = \mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi}_s + \mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi}_a \quad (4.56)$$

Assim, substituindo a equação (4.56) e (4.50) na equação global da força (4.44):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u} + \mathbf{K}_{u\phi} (-\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u}) = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi}_a \quad (4.57)$$

ou

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{u\phi} \boldsymbol{\phi}_a \quad (4.58)$$

com:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \quad (4.59)$$

Estruturas em geral apresentam um certo grau de amortecimento. Esse valor é difícil de ser definido com precisão, mas pode ser previsto. Neste trabalho o amortecimento $\mathbf{D}_a$ é considerado proporcional à massa e a rigidez. Assim:

$$\mathbf{D}_a = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (4.60)$$

Muitos autores mostram em detalhes que estruturas com amortecimento não proporcional pequeno podem ser aproximadas por amortecimento proporcional sem causar erros significativos (BHASKAR, 1995).

Uma vez definida a matriz de amortecimento, o sistema global de equações do movimento é dado por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}_a \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q} \quad (4.61)$$

nas quais $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}_a$ e $\mathbf{K}$ são as matrizes globais de massa, amortecimento e rigidez e, respectivamente.

4.1_ Elementos de Placa de Kirchhoff e Viga de Euler Bernoulli Eletromecanicamente Acoplados

Placas são elementos estruturais simétricos em relação a um plano médio, cuja dimensão normal a esse plano, chamada espessura, é pequena em relação às demais. As placas têm a particularidade de serem solicitadas por esforços externos normais ao plano médio, conforme Waidemam (2004).

As placas podem ser classificadas com base na relação “ t/a ”, na qual “ t ” é a espessura e “ a ” é o menor dos vãos da placa. Neste trabalho é apresentada a teoria clássica (ou teoria de Kirchhoff) aplicável no estudo da flexão de placas delgadas usuais que, segundo Martinelli et al. (1986), apresentam relação “ t/a ” da ordem de 1/5 a 1/100.

As hipóteses admitidas na teoria clássica para flexão de placas são (TIMONSHENKO; GOODIER, 1970):

- Material elástico seguindo a lei de Hooke;
- Pequena espessura da placa;
- Pequenas deformações e deslocamentos;
- Deslocamentos horizontais desprezíveis dos pontos do plano médio;
- Retas normais ao plano médio da placa permanecem normais a esse plano após a deformação (Hipótese de Navier);
- Tensão “ σ_z ” (tensão normal ao plano da placa) desprezível quando comparada aos valores de “ σ_x ” e “ σ_y ”.

A figura 4.1 ilustra o deslocamento de um ponto situado sobre uma normal ao plano médio da placa e distante de “ z ” desse plano.

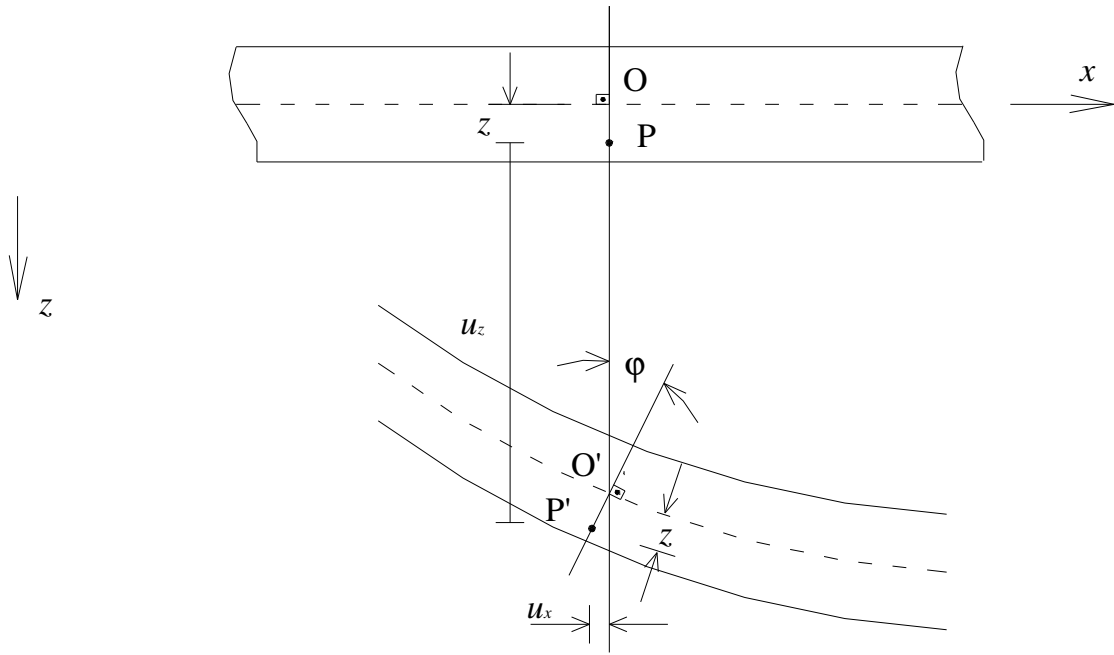


Figura 4.1 – Deslocamento de um ponto situado sobre uma normal ao plano médio da placa.

Pela teoria clássica de flexão de placas, tem-se que pontos situados na superfície média ($z = 0$) movem-se apenas na direção “ z ” quando a placa se deforma. Uma linha reta perpendicular à superfície média antes do carregamento permanece reta e perpendicular à mesma após o carregamento (linhas OP e $O'P'$). Um ponto “ P ” situado a uma distância “ z ” da superfície média possui deslocamentos “ u_x ” e “ u_y ” nas direções “ x ” e “ y ”, respectivamente. Admitindo-se que o deslocamento “ u_z ” seja função de “ x ” e “ y ”, pela figura 4.1 tem –se:

$$u_x = -z \operatorname{tg} \varphi = -z \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad (4.62)$$

analogamente,

$$u_y = -z \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (4.63)$$

Para o estado de tensões em questão, a equação (4.10) fica reduzida a:

$$\begin{aligned}
S_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \\
S_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} \\
S_{xy} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}
\end{aligned} \tag{4.64}$$

Dessa forma, pode-se escrever:

$$\begin{aligned}
S_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \\
S_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \\
S_{xy} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y}
\end{aligned} \tag{4.65}$$

sendo observado que todas as deformações foram escritas em função do deslocamento u_z .

Logo, pode-se reescrever a equação (4.10) da seguinte maneira:

$$\mathbf{S} = \mathbf{L}_u u_z \tag{4.66}$$

ou

$$\begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} u_z \tag{4.67}$$

então,

$$\mathbf{L}_u = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \tag{4.68}$$

Para o caso estudado, pode-se ainda reescrever a equação (4.9) da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_s}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.69)$$

então, para o caso da estrutura base, tem-se que:

$$\mathbf{G}_s = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \begin{bmatrix} 1-\nu_s & \nu_s & 0 \\ \nu_s & 1-\nu_s & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu_s}{2} \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

Considerando também que o material piezelétrico está sendo modelado como elemento de placa de Kirchoff, suas relações constitutivas se resumem em:

$$D_3 = [e_{31} \quad e_{23} \quad 0] \begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ 2S_{12} \end{Bmatrix} + \epsilon_{33}^s E_3 \quad (4.71)$$

Equação do sensor: Efeito direto

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & 0 \\ c_{12}^E & c_{22}^E & 0 \\ 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ 2S_{12} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} e_{31} \\ e_{23} \\ 0 \end{bmatrix} \{E_3\} \quad (4.72)$$

Equação do atuador: Efeito inverso

então

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{31} \\ e_{23} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{c}^E = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & 0 \\ c_{12}^E & c_{22}^E & 0 \\ 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

O objetivo é obter as funções de interpolação em função de coordenadas generalizadas para os graus de liberdade de deslocamento e potencial elétrico. De posse dessas funções, pode-se então determinar as matrizes elementares do sistema eletromecanicamente acoplado. Considera-se inicialmente o elemento estrutural acoplado eletromecanicamente representado pela figura 4.2.

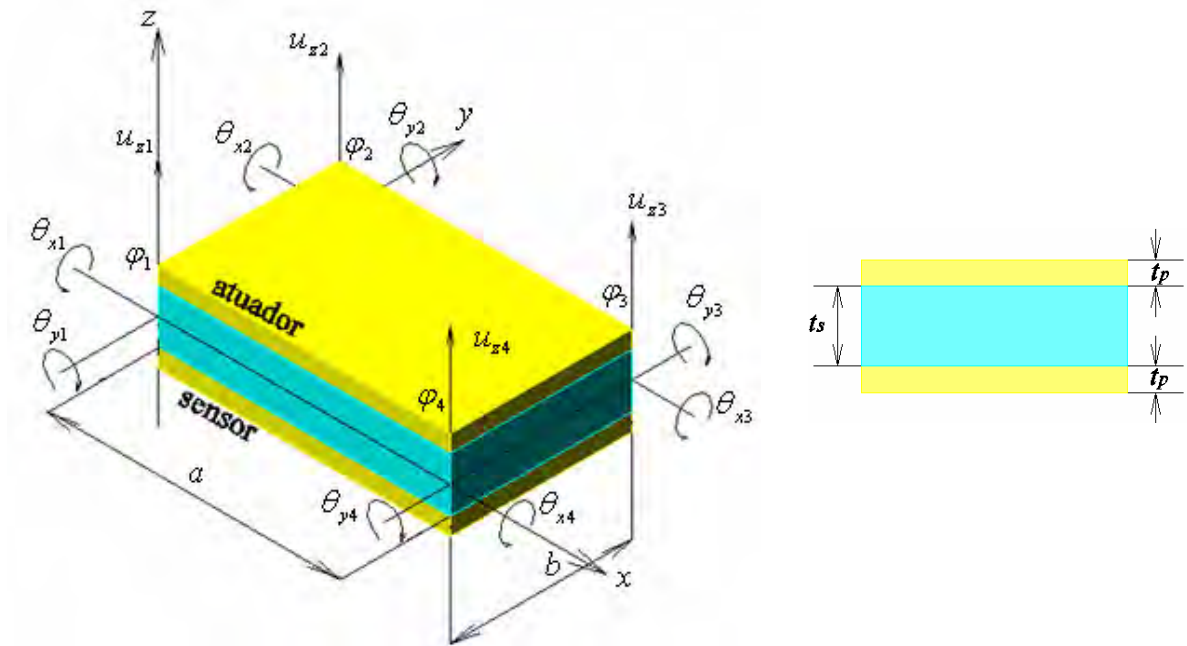


Figura 4.2 – Elemento estrutural acoplado eletromecanicamente.

O elemento é composto por quatro nós, com três graus de liberdade por nó, sendo uma translação e duas rotações. A translação é denotada por “ u_{zi} ” na direção “ z ”, a rotação em torno do eixo “ x ” é denotada por “ θ_x ” e em torno de “ y ” por “ θ_y ”. A direção positiva destas rotações é dada pela regra da mão direita e a relação entre estas rotações com o deslocamento “ u_z ” podem ser deduzidas pela observação da figura 4.3. Nesta figura se observa que, para uma dada rotação em torno dos eixos x ou y , resultará um deslocamento “ u_z ” infinitesimal do ponto P para a posição do ponto P’. Dessa forma, para uma pequena rotação, o deslocamento “ u_z ” também será infinitesimal e a relação entre rotação e esse deslocamento pode ser aproximada pelas leis trigonométricas do triângulo retângulo, como é visto na equação (4.74).

Além dos graus de liberdade mecânicos (translação e rotação), ainda serão considerados em cada nó do elemento da figura 4.2, um potencial elétrico “ φ ” como variáveis nodais.

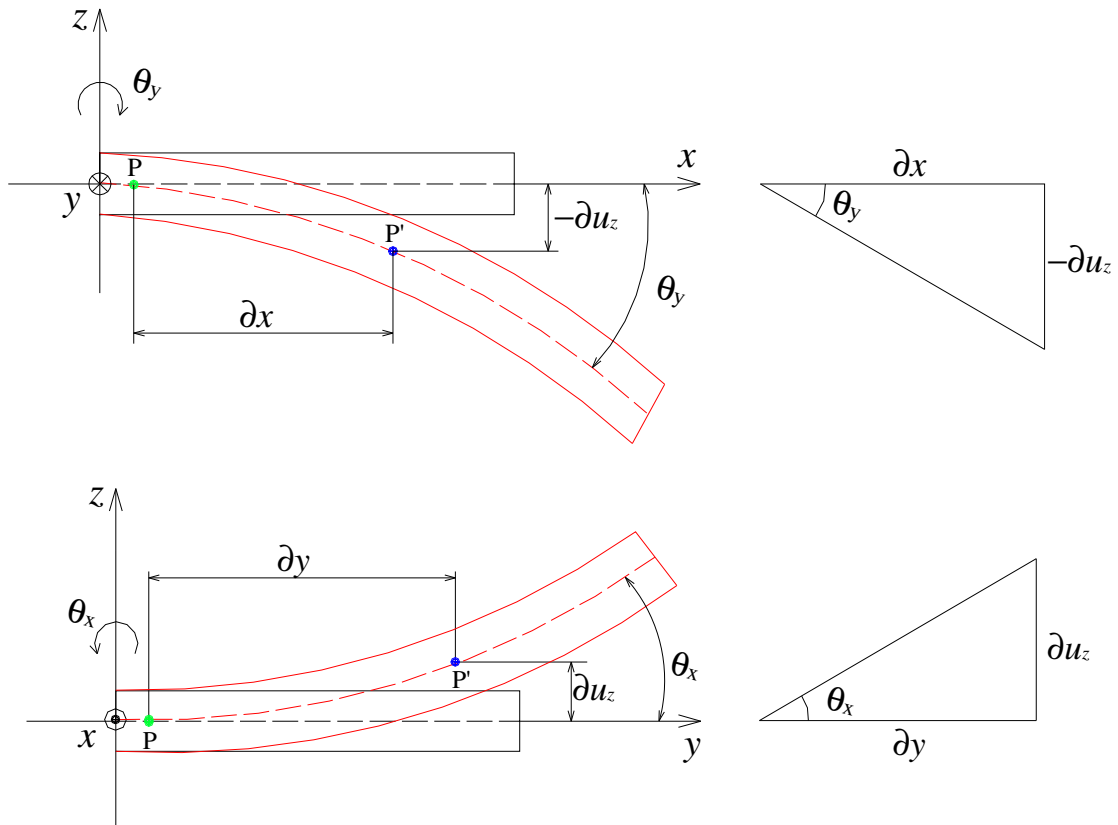


Figura 4.3 – Placa com rotação e deformação elástica.

Logo, para “ θ_x ” e “ θ_y ” pequenos, pode-se obter as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_x &= \operatorname{sen} \theta_x = \theta_x(x, y) = \frac{\partial u_z(x, y)}{\partial y} \\ \operatorname{tg} \theta_y &= \operatorname{sen} \theta_y = \theta_y(x, y) = -\frac{\partial u_z(x, y)}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.74)$$

A figura 4.4 ilustra o elemento finito retangular plano que representará o acoplamento eletromecânico na formulação em Elementos Finitos. Os graus de liberdade estão representados em termos das coordenadas adimensionais generalizadas “ (ξ, η) ”.

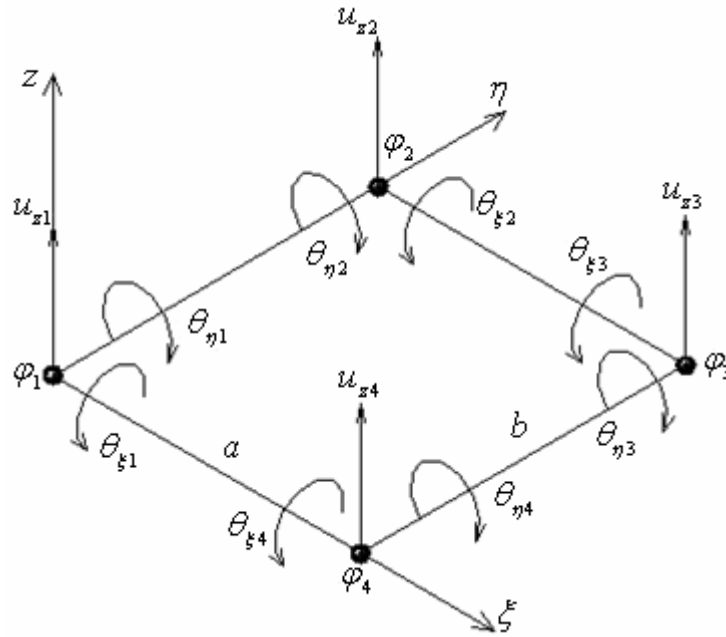


Figura 4.4 – Elemento finito retangular de placa.

Dessa forma, as coordenadas adimensionais podem ser definidas como sendo:

$$\xi = \frac{x}{a} \quad ; \quad \eta = \frac{y}{b} \quad (4.75)$$

Pode-se escrever o vetor campo de deslocamentos $\mathbf{u}_i$ do i -ésimo elemento, na forma indicada na equação (4.76).

$$\mathbf{u}_i = [u_{z1} \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad u_{z2} \quad \theta_{x2} \quad \theta_{y2} \quad u_{z3} \quad \theta_{x3} \quad \theta_{y3} \quad u_{z4} \quad \theta_{x4} \quad \theta_{y4}]^T \quad (4.76)$$

e o vetor de potencial elétrico é dado por:

$$\boldsymbol{\varphi}_i = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad \varphi_4]^T \quad (4.77)$$

Sabe-se que para modelar o elemento pelo Método dos Elementos Finitos, deve-se escrever o vetor deslocamento $\mathbf{u}$ e o vetor de potencial elétrico $\boldsymbol{\varphi}$ em função das coordenadas nodais utilizando as funções de interpolação $\mathbf{N}_u$ (para o deslocamento) e $\mathbf{N}_\varphi$ (para o potencial elétrico). Então,

$$\mathbf{u}(\xi, \eta) = \mathbf{N}_u(\xi, \eta) \mathbf{u}_i \quad (4.78)$$

$$\boldsymbol{\varphi}(\xi, \eta) = \mathbf{N}_\varphi(\xi, \eta) \boldsymbol{\varphi}_i \quad (4.79)$$

ou

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\xi, \eta) = & \mathbf{N}_{u1}(\xi, \eta)u_{z1} + \mathbf{N}_{u2}(\xi, \eta)\theta_{x1} + \mathbf{N}_{u3}(\xi, \eta)\theta_{y1} + \mathbf{N}_{u4}(\xi, \eta)u_{z2} + \\ & \mathbf{N}_{u5}(\xi, \eta)\theta_{x2} + \mathbf{N}_{u6}(\xi, \eta)\theta_{y2} + \mathbf{N}_{u7}(\xi, \eta)u_{z3} + \mathbf{N}_{u8}(\xi, \eta)\theta_{x3} + \\ & \mathbf{N}_{u9}(\xi, \eta)\theta_{y3} + \mathbf{N}_{u10}(\xi, \eta)u_{z4} + \mathbf{N}_{u11}(\xi, \eta)\theta_{x4} + \mathbf{N}_{u12}(\xi, \eta)\theta_{y4} \end{aligned} \quad (4.80)$$

e

$$\boldsymbol{\varphi}(\xi, \eta) = \mathbf{N}_{\varphi1}(\xi, \eta)\varphi_1 + \mathbf{N}_{\varphi2}(\xi, \eta)\varphi_2 + \mathbf{N}_{\varphi3}(\xi, \eta)\varphi_3 + \mathbf{N}_{\varphi4}(\xi, \eta)\varphi_4 \quad (4.81)$$

Primeiramente serão encontradas as funções de interpolação dos deslocamentos mecânicos. Para isto, observa-se que o elemento estudado possui duas dimensões (ξ, η) e doze graus de liberdade, logo, obtém-se a seguinte função interpoladora para o deslocamento na direção z .

$$\begin{aligned} u_z(\xi, \eta) = & \alpha_1 + \alpha_2\xi + \alpha_3\eta + \alpha_4\xi^2 + \alpha_5\xi\eta + \alpha_6\eta^2 + \alpha_7\xi^3 + \\ & \alpha_8\xi^2\eta + \alpha_9\xi\eta^2 + \alpha_{10}\eta^3 + \alpha_{11}\xi^3\eta + \alpha_{12}\xi\eta^3 \end{aligned} \quad (4.82)$$

ou

$$u = P \alpha \quad (4.83)$$

na qual

$$P = [1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi^2 \quad \xi\eta \quad \eta^2 \quad \xi^3 \quad \xi^2\eta \quad \xi\eta^2 \quad \eta^3 \quad \xi^3\eta \quad \xi\eta^3] \quad (4.84)$$

$$\alpha = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6 \quad \alpha_7 \quad \alpha_8 \quad \alpha_9 \quad \alpha_{10} \quad \alpha_{11} \quad \alpha_{12}]^T \quad (4.85)$$

As relações em torno dos eixos (ξ, η) são dadas por:

$$\theta_\xi(\xi, \eta) = \frac{\partial u_z(\xi, \eta)}{\partial \eta} = \alpha_3 + \alpha_5\xi + 2\alpha_6\eta + \alpha_8\xi^2 + 2\alpha_9\xi\eta + 3\alpha_{10}\eta^2 + \alpha_{11}\xi^3 + 3\alpha_{12}\xi\eta^2 \quad (4.86)$$

$$\theta_\eta(\xi, \eta) = -\frac{\partial u_z(\xi, \eta)}{\partial \xi} = -\alpha_2 - 2\alpha_4\xi - \alpha_5\eta - 3\alpha_7\xi^2 - 2\alpha_8\xi\eta - \alpha_9\eta^2 - 3\alpha_{11}\xi^2\eta - \alpha_{12}\eta^3 \quad (4.87)$$

Colocando na forma matricial para cada nó, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} u_z \\ \theta_\xi \\ \theta_\eta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi^2 & \xi\eta & \eta^2 & \xi^3 & \xi^2\eta & \xi\eta^2 & \eta^3 & \xi^3\eta & \xi\eta^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \xi & 2\eta & 0 & \xi^2 & 2\xi\eta & 3\eta^2 & \xi^3 & 3\xi\eta^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2\xi & -\eta & 0 & -3\xi^2 & -2\xi\eta & -\eta^2 & 0 & -3\xi^2\eta & -\eta^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.88)$$

ou

$$\delta = \phi \cdot \alpha \quad (4.89)$$

Considerando os 4 nós e os 12 graus de liberdade de deslocamento, tem-se:

$$1^\circ \text{ nó} \quad \delta = \begin{Bmatrix} u_{z1} \\ \theta_{\xi1} \\ \theta_{\eta1} \end{Bmatrix} \rightarrow \xi = 0, \eta = 0 \quad (4.90)$$

$$2^\circ \text{ nó} \quad \delta = \begin{Bmatrix} u_{z2} \\ \theta_{\xi2} \\ \theta_{\eta2} \end{Bmatrix} \rightarrow \xi = 0, \eta = 1 \quad (4.91)$$

$$3^\circ \text{ nó} \quad \delta = \begin{Bmatrix} u_{z3} \\ \theta_{\xi3} \\ \theta_{\eta3} \end{Bmatrix} \rightarrow \xi = 1, \eta = 1 \quad (4.92)$$

$$4^\circ \text{ nó} \quad \delta = \begin{Bmatrix} u_{z4} \\ \theta_{\xi4} \\ \theta_{\eta4} \end{Bmatrix} \rightarrow \xi = 1, \eta = 0 \quad (4.93)$$

Reescrevendo a equação (4.88) para os 4 nós, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} u_{z1} \\ \theta_{\xi 1} \\ \theta_{\eta 1} \\ u_{z2} \\ \theta_{\xi 2} \\ \theta_{\eta 2} \\ u_{z3} \\ \theta_{\xi 3} \\ \theta_{\eta 3} \\ u_{z4} \\ \theta_{\xi 4} \\ \theta_{\eta 4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & -1 & 0 & -3 & -2 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_7 \\ \alpha_8 \\ \alpha_9 \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.94)$$

Logo, pode-se reescrever a equação (4.89):

$$\delta = Pn \alpha \quad (4.95)$$

tal que,

$$\alpha = [Pn]^T \delta \quad (4.96)$$

Sabe-se também das equações (4.74) que:

$$\theta_x = \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{b} \theta_\xi \rightarrow \theta_\xi = b \theta_x \quad (4.97)$$

$$\theta_y = -\frac{\partial u_z}{\partial x} = -\left(\frac{\partial u_z}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = \frac{1}{a} \theta_\eta \rightarrow \theta_\eta = a \theta_y \quad (4.98)$$

na qual $\frac{\partial u_z}{\partial \xi} = -\theta_\eta$, $\frac{\partial u_z}{\partial \eta} = \theta_\xi$, $\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{a}$, $\frac{\partial \xi}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$ e $\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{b}$, então:

$$\begin{pmatrix} u_{z1} \\ \theta_{\xi1} \\ \theta_{\eta1} \\ u_{z2} \\ \theta_{\xi2} \\ \theta_{\eta2} \\ u_{z3} \\ \theta_{\xi3} \\ \theta_{\eta3} \\ u_{z4} \\ \theta_{\xi4} \\ \theta_{\eta4} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{z1} \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ u_{z2} \\ \theta_{x2} \\ \theta_{y2} \\ u_{z3} \\ \theta_{x3} \\ \theta_{y3} \\ u_{z4} \\ \theta_{x4} \\ \theta_{y4} \end{pmatrix} \quad (4.99)$$

ou

$$\delta = Z \mathbf{u}_i \quad (4.100)$$

Logo, substituindo a equação (4.100) na equação (4.96) e esta última na equação (4.83), tem-se que:

$$\mathbf{u} = P[Pn]^{-1} Z \mathbf{u}_i \quad (4.101)$$

Sabendo que $\mathbf{u} = \mathbf{N}_u \mathbf{u}_i$, então:

$$\mathbf{N}_u = P[Pn]^{-1} Z \quad (4.102)$$

então:

$$[\mathbf{N}_u]^T = \begin{bmatrix} 1 - \xi\eta - (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) - (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 \\ (1 - \xi)\eta(1 - \eta)^2 b \\ -\xi(1 - \xi)^2(1 - \eta)a \\ (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 + \xi(1 - \xi)(1 - 2\xi)\eta \\ -(1 - \xi)(1 - \eta)\eta^2 b \\ -\xi(1 - \xi)^2 \eta a \\ (3 - 2\xi)\xi^2 \eta - \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta) \\ -\xi(1 - \eta)\eta^2 b \\ (1 - \xi)\xi^2 \eta a \\ (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) + \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta) \\ \xi\eta(1 - \eta)^2 b \\ (1 - \xi)\xi^2(1 - \eta)a \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

Para encontrar a matriz $\mathbf{B}_u$ é considerada a equação (4.12) ($\mathbf{B}_u = \mathbf{L}_u \mathbf{N}_u$), tal que $\mathbf{L}_u$ é dada pela equação (4.68). Considerando as coordenadas generalizadas $\xi = \frac{x}{a}$; $\eta = \frac{y}{b}$, pode-se reescrever a equação (4.68) como segue:

$$\mathbf{L}_u = \begin{bmatrix} -\frac{z}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ -\frac{z}{b^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ -\frac{2z}{ab} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

então,

$$\mathbf{B}_u^T = \begin{bmatrix} -\frac{z}{a^2} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_u^T}{\partial \xi^2} & -\frac{z}{b^2} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_u^T}{\partial \eta^2} & -\frac{2z}{ab} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_u^T}{\partial \xi \partial \eta} \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

logo:

$$[\mathbf{B}_u]^T = \begin{bmatrix} (1-2\xi)(1-\eta)\frac{6z}{a^2} & (1-\xi)(1-2\eta)\frac{6z}{b^2} & [1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]\frac{2z}{ab} \\ 0 & (1-\xi)(2-3\eta)\frac{2z}{b} & (1-4\eta+3\eta^2)\frac{2z}{a} \\ -(2-3\xi)(1-\eta)\frac{2z}{a} & 0 & -(1-4\xi+3\xi^2)\frac{2z}{b} \\ (1-2\xi)\eta\frac{6z}{a^2} & -(1-\xi)(1-2\eta)\frac{6z}{b^2} & -[1+6\xi(1-\xi)+6\eta(1-\eta)]\frac{2z}{ab} \\ 0 & (1-\xi)(2-3\eta)\frac{2z}{b} & -\eta(2-3\eta)\frac{2z}{a} \\ -(2-3\xi)\eta\frac{2z}{a} & 0 & (1-4\xi+3\xi^2)\frac{2z}{b} \\ -(1-2\xi)\eta\frac{6z}{a^2} & -\xi(1-2\eta)\frac{6z}{b^2} & [1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]\frac{2z}{ab} \\ 0 & \xi(1-3\eta)\frac{2z}{b} & \eta(2-3\eta)\frac{2z}{a} \\ -(1-3\xi)\eta\frac{2z}{a} & 0 & -\xi(2-3\xi)\frac{2z}{b} \\ (1-2\xi)(1-\eta)\frac{6z}{a^2} & \xi(1-2\eta)\frac{6z}{b^2} & [-1+6\xi(1-\xi)+6\eta(1-\eta)]\frac{2z}{ab} \\ 0 & \xi(2-3\eta)\frac{2z}{b} & -(1-4\eta+3\eta^2)\frac{2z}{a} \\ -(1-3\xi)(1-\eta)\frac{2z}{a} & 0 & \xi(2-3\xi)\frac{2z}{b} \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

Agora se deve focar a atenção para o caso dos potenciais elétricos, ou seja, uma vez resolvido o problema para os deslocamentos mecânicos, serão encontradas as funções de interpolação da equação (4.81). A figura 4.5 mostra o elemento finito retangular apenas com os graus de liberdade de potencial elétrico.

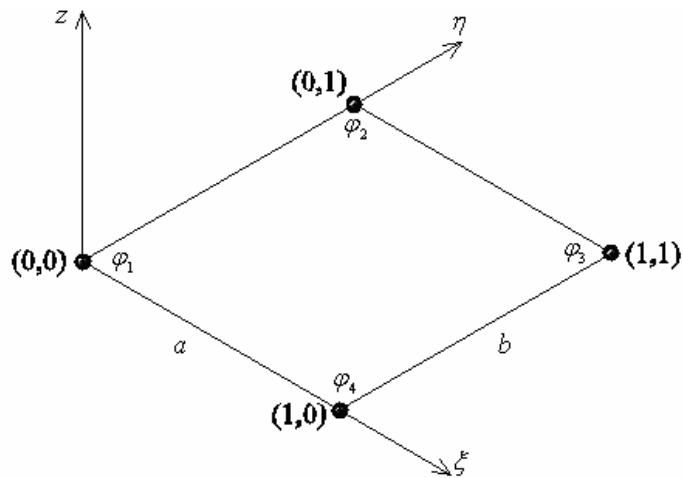


Figura 4.5 – Graus de liberdade de potencial elétrico.

Observa-se que o elemento estudado possui duas dimensões (ξ, η) e quatro graus de liberdade, logo, obtém-se a seguinte base polinomial para a obtenção das funções de interpolação.

$$P = [1 \quad \xi \quad \eta \quad \xi\eta] \quad (4.107)$$

Considerando os valores das coordenadas generalizadas para cada nó do elemento, pode-se escrever a matriz Pn (equação (4.108)), sendo que as colunas da matriz inversa de Pn contém os índices das funções de interpolação.

Os valores das coordenadas generalizadas para o nó 1 são: $\xi = 0, \eta = 0$; para o nó 2 são: $\xi = 0, \eta = 1$; nó 3 são: $\xi = 1, \eta = 1$ e nó 4 são: $\xi = 1, \eta = 0$, então:

$$Pn = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

e

$$[Pn]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

Sabendo-se que as funções de interpolação são geradas pela multiplicação da equação (4.107) pela equação (4.109), então:

$$\mathbf{N}_\varphi = P[Pn]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - \xi - \eta + \xi\eta \\ \eta - \xi\eta \\ \xi\eta \\ \xi - \xi\eta \end{bmatrix}^T \quad (4.110)$$

Para encontrar a matriz $\mathbf{B}_\varphi$ é preciso resolver a equação (4.21) ($\mathbf{B}_\varphi = \mathbf{L}_\varphi \mathbf{N}_\varphi$).

Considerando que o campo elétrico pode ser escrito diretamente proporcional à diferença de potencial elétrico e inversamente proporcional à distância desses potenciais, então, tem-se:

$$\varphi = \mathbf{E}\delta \rightarrow \mathbf{E} = \frac{d\varphi}{d\delta} \quad (4.111)$$

na qual δ é a distância entre os potenciais. Para o caso estudado neste projeto, tem-se que

$\varphi = \varphi(x, y) \rightarrow \delta = \delta(x, y)$, logo:

$$\mathbf{E} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \nabla \varphi \quad (4.112)$$

na qual ∇ é o operador gradiente.

Reescrevendo a equação (4.112) na forma matricial, tem-se:

$$\mathbf{E}(x, y) = \left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right] \varphi(x, y) \quad (4.113)$$

Comparando a equação (4.113) com a equação (4.19) ($\mathbf{E} = \mathbf{L}_\varphi \boldsymbol{\varphi}$), conclui-se que :

$$\mathbf{L}_\varphi = \left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \right] \quad (4.114)$$

Considerando as coordenadas generalizadas:

$$\xi = \frac{x}{a} \rightarrow \partial x = a \partial \xi \quad ; \quad \eta = \frac{y}{b} \rightarrow \partial y = b \partial \eta \quad , \text{ pode-se reescrever a equação (4.114) como}$$

segue:

$$\mathbf{L}_\varphi = \left[\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial \eta} \right] \quad (4.115)$$

então:

$$\mathbf{B}_\varphi^T = \left[\frac{1}{a} \frac{\partial \mathbf{N}_\varphi^T}{\partial \xi} + \frac{1}{b} \frac{\partial \mathbf{N}_\varphi^T}{\partial \eta} \right] \quad (4.116)$$

$$\mathbf{B}_\varphi = \left[\begin{array}{c} \frac{1}{a}(\eta-1) + \frac{1}{b}(\xi-1) \\ \frac{(1-\xi)}{b} - \frac{\eta}{a} \\ \frac{\eta}{a} + \frac{\xi}{b} \\ \frac{(1-\eta)}{a} - \frac{\xi}{b} \end{array} \right]^T \quad (4.117)$$

De posse das funções de interpolação dos deslocamentos mecânicos e potenciais elétricos, pode-se agora resolver as equações (4.31), (4.32), (4.35), (4.36), (4.37), (4.41) e (4.42) para encontrar as matrizes elementares do sistema eletromecanicamente acoplado.

Sabe-se que o diferencial de volume do elemento da estrutura base (dV_s) pode ser

escrito da seguinte forma:

$$dV_s = dz \, dA_s \quad (4.118)$$

sendo dA_s o diferencial de área do elemento, então:

$$dV_s = dz \, dx \, dy \quad (4.119)$$

logo

$$dV_s = dz \, ab \, d\xi \, d\eta \quad (4.120)$$

Então, a equação (4.31) e (4.32) podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$\mathbf{M}_s^e = \int_0^1 \int_0^1 \int_{-t_s/2}^{t_s/2} dz \, \rho_s \, ab \, \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u \, d\xi \, d\eta \quad (4.121)$$

integrando na direção z, tem-se:

$$\mathbf{M}_s^e = \rho_s \, t_s \, ab \int_0^1 \int_0^1 \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u \, d\xi \, d\eta \quad (4.122)$$

e

$$\mathbf{M}_p^e = \rho_p \, t_p \, ab \int_0^1 \int_0^1 \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u \, d\xi \, d\eta \quad (4.123)$$

De forma análoga a matriz de massa, substituindo a equação (4.120) nas equações (4.35) e (4.36), tem-se que:

$$\mathbf{K}_s^e = \frac{t_s^3 \, ab}{12} \int_0^1 \int_0^1 \mathbf{B}_u^T \mathbf{G}_s \mathbf{B}_u \, d\xi \, d\eta \quad (4.124)$$

$$\mathbf{K}_p^e = \frac{t_p^3 \, ab}{12} \int_0^1 \int_0^1 \mathbf{B}_u^T \mathbf{c}^E \mathbf{B}_u \, d\xi \, d\eta \quad (4.125)$$

Executando o mesmo procedimento adotado para a obtenção das matrizes de massa e rigidez, podem ser também obtidas as matrizes de acoplamento eletromecânico (equação (4.37)) e de capacitância piezelétrica (equação (4.42)). Desta maneira, tem-se:

$$\mathbf{K}_{u\phi}^e = \frac{t_p^2 \, ab}{2} \int_0^1 \int_0^1 \mathbf{B}_u^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\phi \, d\xi \, d\eta \quad (4.126)$$

na qual $[\mathbf{K}_{u\phi}^e]^T = \mathbf{K}_{\phi u}^e$.

Tem-se também que:

$$\mathbf{K}_{\varphi\varphi}^e = \epsilon_{33} t_p ab \int_0^1 \int_0^1 \mathbf{B}_\varphi^T \mathbf{B}_\varphi d\xi d\eta \quad (4.127)$$

Desta forma, tem-se o modelo completo do acoplamento eletromecânico modelado com o elemento de placa de Kirchhoff via elementos finitos.

Da mesma maneira que para a placa, é executado o procedimento para a obtenção das matrizes elementares da estrutura eletromecanicamente acoplada com elementos de viga de Euler Bernoulli. Analisando a figura 4.1, que ilustra o deslocamento de um ponto situado sobre uma normal ao plano médio da placa e distante de “ z ” desse plano, tal ponto (“P”) situado a uma distância “ z ” da superfície média possui deslocamento “ u_x ” na direção “ x ”.

$$u_x = -z \operatorname{tg} \varphi = -z \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad (4.128)$$

Para o estado de tensões em questão, a equação (4.10) fica reduzida a:

$$S_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.129)$$

Dessa forma, pode-se escrever:

$$S_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \quad (4.130)$$

sendo observado que a deformação foi escrita em função do deslocamento u_z .

Logo, pode-se reescrever a equação (4.10) da seguinte maneira:

$$\mathbf{S} = \mathbf{L}_u u_z \quad (4.131)$$

na qual,

$$\mathbf{L}_u = \left[-z \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \quad (4.132)$$

Para o caso estudado, pode-se ainda simplificar a equação (4.9) da seguinte maneira:

$$\sigma_x = E_s S_x \quad (4.133)$$

Considerando também que o material piezelétrico está sendo modelado como elemento viga de Euler Bernoulli, suas relações constitutivas se resumem em:

$$D_3 = e_{31}S_{11} + \epsilon_{33}^s E_3 \quad (4.134)$$

Equação do sensor: Efeito direto

$$\sigma_{11} = c_{11}^E S_{11} - e_{31} E_3 \quad (4.135)$$

Equação do atuador: Efeito inverso

O objetivo é obter as funções de interpolação em função de coordenadas generalizadas para os graus de liberdade de deslocamento e potencial elétrico. De posse dessas funções, pode-se, então determinar as matrizes elementares do sistema eletromecanicamente acoplado. Considera-se inicialmente o elemento estrutural acoplado eletromecanicamente representado pela figura 4.6.

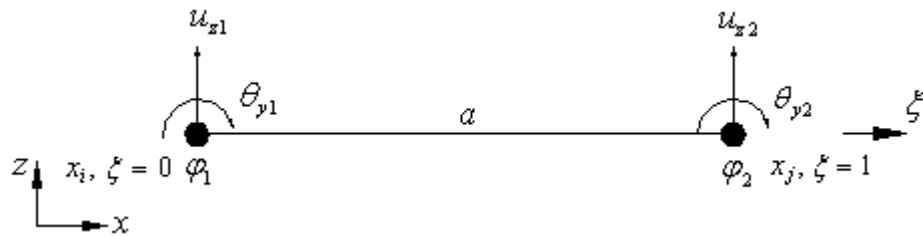


Figura 4.6 – Elemento estrutural acoplado eletromecanicamente.

O elemento é composto por dois nós, com dois graus de liberdade por nó, sendo uma translação e uma rotação. A translação é denotada por “ u_{zi} ” na direção “ z ” e a rotação em torno de “ y ” por θ_{yi} . Além dos graus de liberdade mecânicos (deslocamentos), ainda serão considerados em cada nó do elemento da figura 4.6, um potencial elétrico “ ϕ ” como variável nodal. Tem-se também x_i um ponto localizado no nó i e ξ a coordenada generalizada em função de x , definida como:

$$\xi = \frac{x}{a} \quad (4.136)$$

Pode-se escrever o vetor campo de deslocamentos $\mathbf{u}_i$ do i -ésimo elemento, na forma indicada na equação (4.137).

$$\mathbf{u}_i = [u_{z1} \ \theta_{y1} \ u_{z2} \ \theta_{y2}]^T \quad (4.137)$$

e o vetor de potencial elétrico é dado por:

$$\boldsymbol{\phi}_i = [\phi_1 \ \phi_2]^T \quad (4.138)$$

ou

$$\mathbf{u}(\xi) = \mathbf{N}_{u1}(\xi)u_{z1} + \mathbf{N}_{u2}(\xi)\theta_{y1} + \mathbf{N}_{u3}(\xi)u_{z2} + \mathbf{N}_{u4}(\xi)\theta_{y2} \quad (4.139)$$

e

$$\boldsymbol{\varphi}(\xi) = \mathbf{N}_{\varphi1}(\xi)\varphi_1 + \mathbf{N}_{\varphi2}(\xi)\varphi_2 \quad (4.140)$$

Primeiramente serão encontradas as funções de interpolação dos deslocamentos mecânicos. Para isto, observa-se que o elemento é analisado em apenas uma dimensão (ξ) e que possui quatro graus de liberdade, logo, obtém-se a seguinte função interpoladora para o deslocamento na direção z .

$$u_z(\xi) = \alpha_1 + \alpha_2\xi + \alpha_3\xi^2 + \alpha_4\xi^3 \quad (4.141)$$

ou

$$u = P \alpha \quad (4.142)$$

na qual

$$P = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \xi^2 & \xi^3 \end{bmatrix} \quad (4.143)$$

$$\alpha = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4]^T \quad (4.144)$$

Da equação (4.74), tem-se que:

$$\theta_\eta(\xi) = -\frac{\partial u_z(\xi)}{\partial \xi} = -\alpha_2 - 2\alpha_3\xi - 3\alpha_4\xi^2 \quad (4.145)$$

Considerando os valores das coordenadas generalizadas para cada nó do elemento, pode-se escrever a equação (4.146) e obter a matriz Pn . As colunas da matriz inversa de Pn contém os índices das funções de interpolação. Os valores da coordenada generalizada para o nó 1: $\xi = 0$ e para o nó 2: $\xi = 1$, então:

$$\begin{Bmatrix} u_{z1} \\ \theta_{\eta1} \\ u_{z2} \\ \theta_{\eta2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} \quad (4.146)$$

ou

$$\delta = Pn \alpha \quad (4.147)$$

tal que,

$$\alpha = [Pn]^{-1} \delta \quad (4.148)$$

Sabe-se também das equações (4.74) que:

$$\theta_y = -\frac{\partial u_z}{\partial x} = -\left(\frac{\partial u_z}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) = \frac{1}{a} \theta_\eta \rightarrow \theta_\eta = a \theta_y \quad (4.149)$$

na qual $\frac{\partial u_z}{\partial \xi} = -\theta_\eta$, $\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{a}$, então:

$$\begin{Bmatrix} u_{z1} \\ \theta_{\eta 1} \\ u_{z2} \\ \theta_{\eta 2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{z1} \\ \theta_{y1} \\ u_{z2} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix} \quad (4.150)$$

ou

$$\delta = Z \mathbf{u}_i \quad (4.151)$$

Logo, substituindo a equação (4.151) na equação (4.148) e esta última na equação (4.142), tem-se que:

$$\mathbf{u} = P[Pn]^{-1} Z \mathbf{u}_i \quad (4.152)$$

Sabendo que $\mathbf{u} = \mathbf{N}_u \mathbf{u}_i$, então:

$$\mathbf{N}_u = P[Pn]^{-1} Z \quad (4.153)$$

então:

$$\mathbf{N}_u = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ -a\xi + 2a\xi^2 - a\xi^3 \\ 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ a\xi^2 - a\xi^3 \end{bmatrix}^T \quad (4.154)$$

Para encontrar a matriz $\mathbf{B}_u$ é considerada

$$\mathbf{L}_u = \begin{bmatrix} -\frac{z}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \end{bmatrix} \quad (4.155)$$

então,

$$\mathbf{B}_u^T = -\frac{z}{a^2} \frac{\partial^2 \mathbf{N}_u^T}{\partial \xi^2} \quad (4.156)$$

logo:

$$\mathbf{B}_u = -\frac{z}{a^2} \begin{bmatrix} -6+12\xi \\ 4a-6\xi \\ 6-12\xi \\ 2a-6a\xi \end{bmatrix}^T \quad (4.157)$$

De forma análoga são encontradas as funções de interpolação do potencial elétrico. Observa-se que o elemento estudado possui uma única dimensão (ξ) e dois graus de liberdade elétricos, logo, obtém-se a seguinte base polinomial para a obtenção das funções de interpolação.

$$P = [1 \ \xi] \quad (4.158)$$

Considerando os valores das coordenadas generalizadas para cada nó do elemento, pode-se escrever a matriz Pn (equação (4.159)), sendo que as colunas da matriz inversa de Pn contém os índices das funções de interpolação. Os valores da coordenada generalizada para o nó 1: $\xi = 0$ e para o nó 2: $\xi = 1$, então:

$$Pn = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.159)$$

e

$$[Pn]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.160)$$

Sabendo-se que as funções de interpolação são geradas pela multiplicação da equação (4.158) pela equação (4.160), então:

$$\mathbf{N}_\phi = P[Pn]^{-1} = \begin{bmatrix} 1-\xi \\ \xi \end{bmatrix}^T \quad (4.161)$$

Considerando que o campo elétrico pode ser escrito diretamente proporcional à diferença de potencial elétrico e inversamente proporcional à distância desses potenciais,

então, tem-se:

$$\varphi = \mathbf{E}\delta \rightarrow \mathbf{E} = \frac{d\varphi}{d\delta} \quad (4.162)$$

na qual δ é a distância entre os potenciais. Para o caso estudado neste projeto, tem-se que

$$\varphi = \varphi(x) \rightarrow \delta = \delta(x), \text{ logo:}$$

$$\mathbf{E} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (4.163)$$

Reescrevendo a equação (4.163) na forma matricial, tem-se:

$$\mathbf{E}(x) = \left[\frac{\partial}{\partial x} \right] \varphi(x) \quad (4.164)$$

Comparando a equação (4.164) com a equação (4.19) ($\mathbf{E} = \mathbf{L}_\varphi \boldsymbol{\Phi}$), conclui-se que :

$$\mathbf{L}_\varphi = \left[\frac{\partial}{\partial x} \right] \quad (4.165)$$

Considerando a coordenada generalizada $\xi = \frac{x}{a} \rightarrow \partial x = a \partial \xi$, pode-se reescrever a equação (4.165) como segue:

$$\mathbf{L}_\varphi = \left[\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \xi} \right] \quad (4.166)$$

então:

$$\mathbf{B}_\varphi^T = \left[\frac{1}{a} \frac{\partial \mathbf{N}_\varphi^T}{\partial \xi} \right] \quad (4.167)$$

$$\mathbf{B}_\varphi = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}^T \quad (4.168)$$

De posse das funções de interpolação dos deslocamentos mecânicos e potenciais elétricos, pode-se agora resolver as equações (4.31), (4.32), (4.35), (4.36), (4.41) e (4.42) para encontrar as matrizes elementares do sistema eletromecanicamente acoplado.

Sabe-se que o diferencial de volume do elemento da estrutura base (dV_s) pode ser escrito da seguinte forma:

$$dV_s = dz dx dy \quad (4.169)$$

logo

$$dV_s = dz ab d\xi d\eta \quad (4.170)$$

Então, a equação (4.31) e (4.32) podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$\mathbf{M}_s^e = \int_0^1 \int_0^1 \int_{-t_s/2}^{t_s/2} dz \rho_s ab \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u d\xi d\eta \quad (4.171)$$

integrando na direção z, tem-se:

$$\mathbf{M}_s^e = \rho_s t_s ab \int_0^1 \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u d\xi \quad (4.172)$$

de forma análoga,

$$\mathbf{M}_p^e = \rho_p t_p ab \int_0^1 \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u d\xi \quad (4.173)$$

De forma análoga a matriz de massa, substituindo a equação (4.170) nas equações (4.35) e (4.36), tem-se que:

$$\mathbf{K}_s^e = \frac{E_s t_s^3 b}{12a^3} \int_0^1 \mathbf{B}_u^T \mathbf{B}_u d\xi \quad (4.174)$$

$$\mathbf{K}_p^e = \frac{c_{11}^E t_p^3 b}{12a^3} \int_0^1 \mathbf{B}_u^T \mathbf{B}_u d\xi \quad (4.175)$$

Executando o mesmo procedimento adotado para a obtenção das matrizes de massa e rigidez, podem ser também obtidas as matrizes de acoplamento eletromecânico (equação (4.41)) e de capacitância piezelétrica (equação (4.42)). Desta maneira, tem-se:

$$\mathbf{K}_{u\varphi}^e = \frac{e_{31} t_p^2 ab}{2} \int_0^1 \mathbf{B}_u^T \mathbf{B}_\varphi d\xi \quad (4.176)$$

na qual $[\mathbf{K}_{u\varphi}^e]^T = \mathbf{K}_{\varphi u}^e$.

Tem-se também que:

$$\mathbf{K}_{\varphi\varphi}^e = \epsilon_{33}^S t_p ab \int_0^1 \mathbf{B}_\varphi^T \mathbf{B}_\varphi d\xi \quad (4.177)$$

Desta forma, tem-se o modelo completo do acoplamento eletromecânico modelado com o elemento de viga de Euler Bernoulli via elementos finitos.

4.2_Validação Numérica dos Elementos de Placa e Viga Eletromecanicamente Acoplados

Neste tópico é realizada a validação dos modelos das estruturas do tipo viga e placa que foram modeladas no programa SMARTSYS. O programa em desenvolvimento, chamado SMARTSYS, consiste na apresentação de uma metodologia pela qual a interação entre a estrutura e o elemento piezelétrico é modelada através do método de elementos finitos utilizando a plataforma Matlab[®]. Para cada modelo é inicialmente estudado o comportamento do elemento estrutural e em seguida, a influência dos elementos piezelétricos incorporados à estrutura base. Para verificar a validade dos modelos, os resultados do programa SMARTSYS são comparados com os resultados do programa ANSYS[®], versão 9.0.

4.2.1_ Viga Engastada-Livre

A estrutura modelada consiste de uma viga de alumínio na condição engastada-livre. No programa SMARTSYS a viga é discretizada em 20 elementos de viga com graus de liberdade de deslocamento na direção z e rotação em torno do eixo y . A tabela 4.1 apresenta as dimensões e as propriedades da viga. A figura 4.7 apresenta o desenho esquemático da viga engastada.

Tabela 4.1 – Dimensões e propriedades da viga

Parâmetro	Valor
Módulo de Young (GPa)	70
Coefficiente de Poisson	0,31
Densidade (kg/m ³)	2710
Comprimento (mm)	400
Largura (mm)	20
Espessura (mm)	3

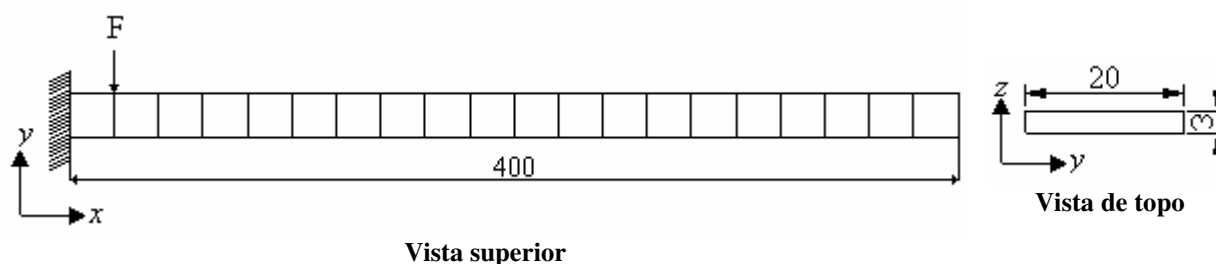


Figura 4.7 – Desenho esquemático da viga

Empregando o programa ANSYS[®], a viga foi discretizada em 320 elementos sólidos de 8 nós, com graus de liberdade de deslocamento nas direções x , y e z (SOLID45). O alto número de elementos utilizados se deve a relação entre o comprimento e a espessura do elemento, que deve respeitar um limite para garantir que a geometria dos elementos não interfira nos resultados. Existem, dentro da biblioteca do ANSYS[®], elementos mais representativos para estruturas do tipo viga e placa, como por exemplo, o BEAM3 e o SHELL93, respectivamente, no entanto, estes tipos de elementos apresentam algumas dificuldades para se acoplarem adequadamente aos elementos piezelétricos existentes no ANSYS[®], versão 9.0. A figura 4.8 apresenta os quatro primeiros modos de vibrar da viga.



Figura 4.8 – Modos de vibrar – ANSYS[®] (2)

A tabela 4.2 apresenta os valores das 6 primeiras frequências naturais dos modelos e as diferenças percentuais em relação aos valores analíticos (INMAN, 1996). Os valores da tabela 4.2 são apresentados na forma de gráfico nas figuras 4.9 e 4.10.

Tabela 4.2 – Frequências naturais e diferenças percentuais ($f_n / f_{n_analítica} - 1$)100

Modos	*Analítico f_n (Hz)	SMARTSYS f_n (Hz)	Diferença %	ANSYS f_n (Hz)	Diferença %
1	15,47	15,39	0,52	15,45	0,13
2	96,98	96,47	0,52	96,82	0,16
3	271,56	270,13	0,53	271,26	0,42
4	532,14	529,36	0,52	532,13	0,0019
5	879,67	875,17	0,51	880,98	0,15
6	1314,07	1307,62	0,49	1318,60	0,34

*Inman (1996).

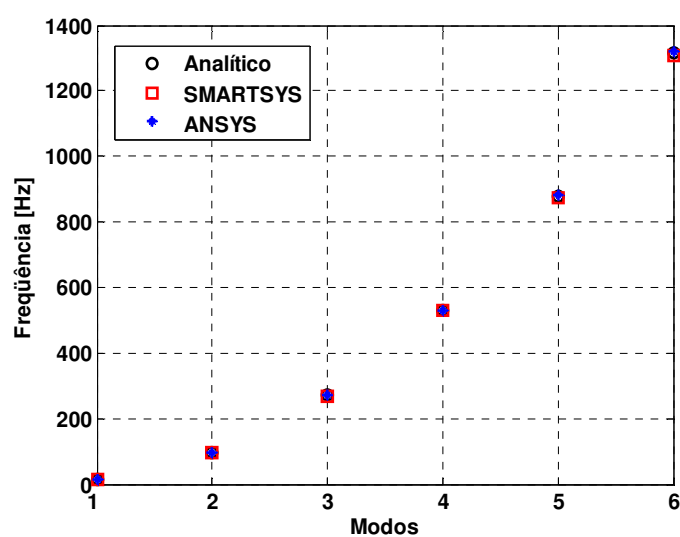


Figura 4.9 – Frequências naturais em função dos modos

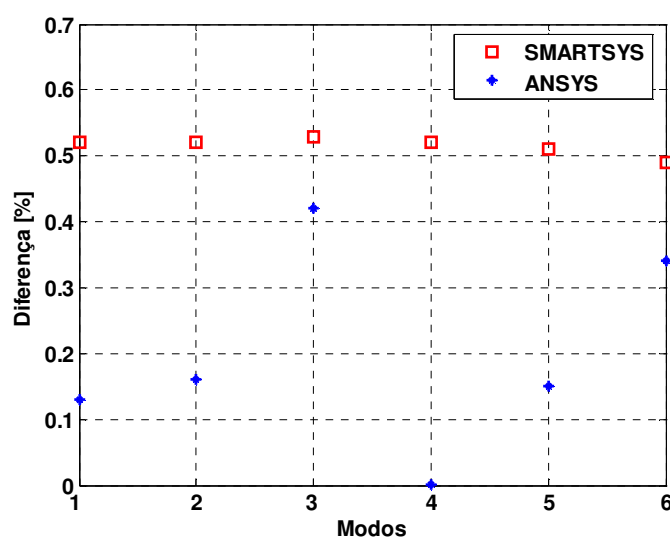


Figura 4.10 – Diferenças em relação aos valores analíticos em função dos modos

As diferenças nos valores das 6 primeiras frequências naturais apresentadas pela estrutura modelada com elementos de viga no programa SMARTSYS, comparadas com os resultados analíticos, são menores que 0,6% e as diferenças apresentadas pela estrutura modelada no ANSYS® com o elemento sólido são menores que 0,5%. É importante ressaltar que para obter bons resultados na modelagem de vigas delgadas com o elemento sólido é necessário uma discretização refinada, exigindo maior esforço computacional e tempo para a solução das análises realizadas no ANSYS®. Enquanto que no programa SMARTSYS o tempo e o esforço computacional foi consideravelmente menor, principalmente pelo fato da estrutura modelada com elementos de viga de Euller Bernoulli apresentar 300 elementos a menos que o modelo utilizando o SOLID45.

Uma análise no domínio da frequência das estruturas modeladas nos programas SMARTSYS e ANSYS® é apresentada pela figura 4.11, que mostra a função de resposta em frequência (FRF) devido a uma entrada impulsiva ($F = 1\text{N}$) na posição indicada na figura 4.7 e o deslocamento medido na extremidade livre da viga.

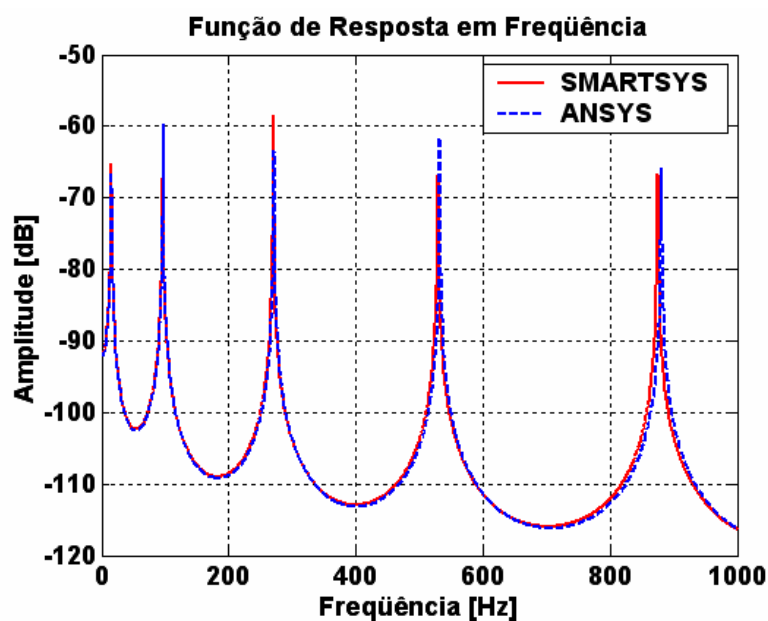


Figura 4.11 – Função de resposta em frequência

Também é realizada uma análise no domínio do tempo para ambos os modelos. A figura 4.12 mostra o deslocamento da extremidade livre da viga após a aplicação de um carregamento impulsivo ($F = 1\text{N}$) na mesma posição do caso anterior.

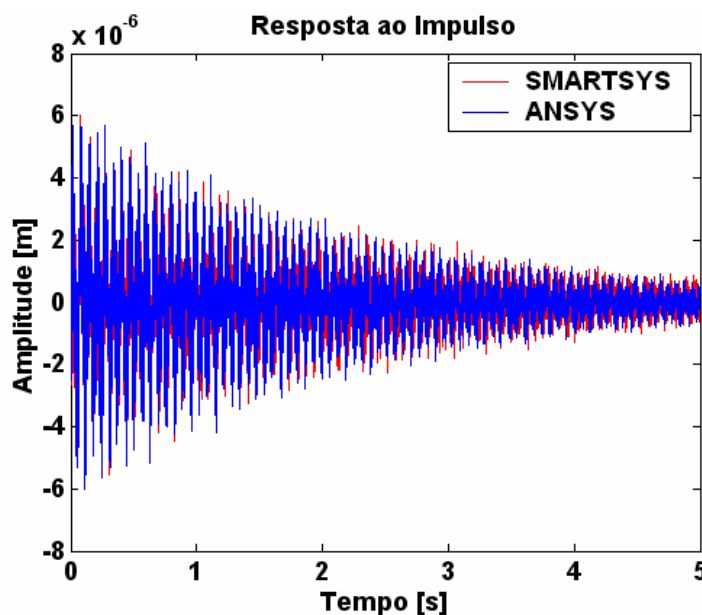


Figura 4.12 – Resposta no tempo à entrada senoidal

Analisando as figuras 4.11 e 4.12 verifica-se que os resultados dos programas SMARTSYS e ANSYS[®] apresentaram boa concordância. Embora tenha sido utilizada uma versão recente do programa ANSYS[®], existem limitações para o emprego do elemento piezelétrico. O referido programa permite apenas a implementação do efeito piezelétrico no elemento sólido, que não é o mais apropriado para modelagem de vigas.

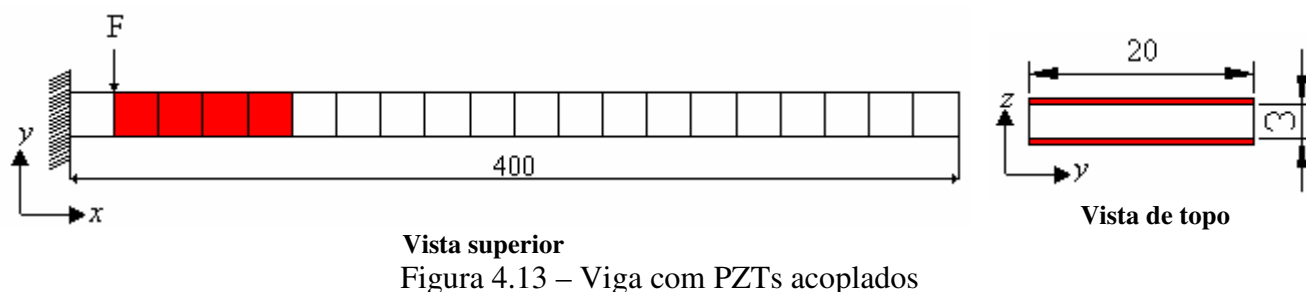
4.2.2_Acoplamento Eletromecânico: Viga Engastada-Livre

A seguir são comparados os resultados obtidos em ambos os programas, SMARTSYS e ANSYS[®], para a mesma estrutura do tópico anterior acoplada com elementos piezelétricos. Com o objetivo de demonstrar a influência da cerâmica piezelétrica é considerada uma viga com 4 pares de atuadores piezelétricos (PZTs) colados em ambas as faces da viga, conforme ilustra a figura 4.13. Os resultados da análise dinâmica da estrutura eletromecanicamente acoplada é comparada com os resultados já obtidos para a estrutura sem os atuadores piezelétricos. No trabalho de Bueno (2005b) foram obtidas as posições ótimas de atuadores piezelétricos para o controle dos primeiros modos de vibrar de uma viga engastada, que são as próximas ao engaste. A tabela 4.3 mostra as propriedades da viga e dos atuadores piezelétricos.

Tabela 4.3 – Dimensões e propriedades da viga e dos PZTs

Parâmetros da Viga	Valor	Parâmetros do PZT 5H	Valor
Módulo de Young (GPa)	70	Módulo de Young (GPa)	62
Coeficiente de Poisson	0,31	Constante piezelétrica d_{31} (m/V)	-320e-12
Densidade (kg/m)	2710	Constante dielétrica ϵ_{33}^s (F/m)	3,363e-8
Comprimento (mm)	400	Constante de elasticidade c_{11} (N/m ²)	92,3e9
Largura (mm)	20	Coeficiente de tensão piezelétrica e_{31} (C/m ²)	-16,27
Espessura (mm)	3	Densidade (kg/m ³)	7500
		Comprimento (mm)	80
		Largura (mm)	20
		Espessura (mm)	0,26

O programa ANSYS®, versão 9.0, não fornece a opção de incorporação do efeito piezelétrico para o elemento de viga (linear). Portanto, a discretização dos PZTs é feita em elementos sólidos de 8 nós com graus de liberdade de deslocamento nas direções x , y e z e potencial elétrico, elemento SOLID5. No programa SMARTSYS os PZTs são discretizados em elementos de viga com graus de liberdade de deslocamento na direção z , rotação em torno de y e potencial elétrico.



A figura 4.14 apresenta os 4 primeiros modos de vibrar da estrutura com PZTs acoplados. A figura 4.15 mostra as Funções de Resposta em Frequência, FRFs, resultantes de uma excitação impulsiva ($F = 1\text{N}$) e resposta na extremidade livre da viga, obtidas no programa SMARTSYS para a estrutura em duas configurações, isto é, sem PZTs, caso (a) e com PZTs acoplados, caso (b).

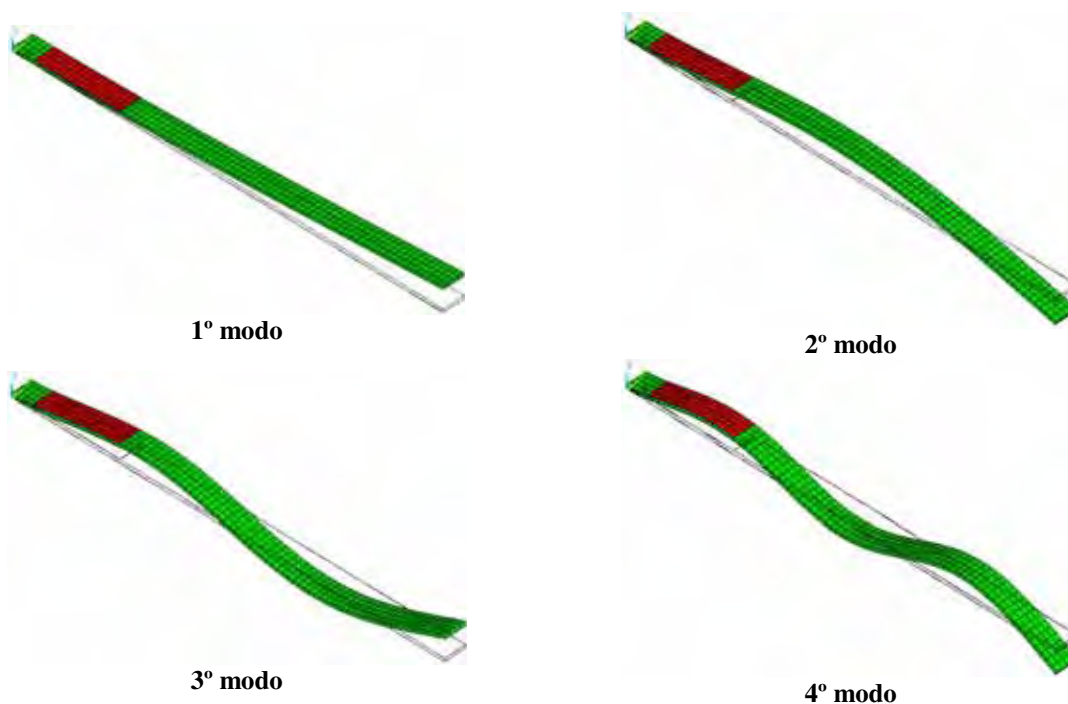


Figura 4.14 – Modos de vibrar da estrutura com PZTs no caso (b) - ANSYS®

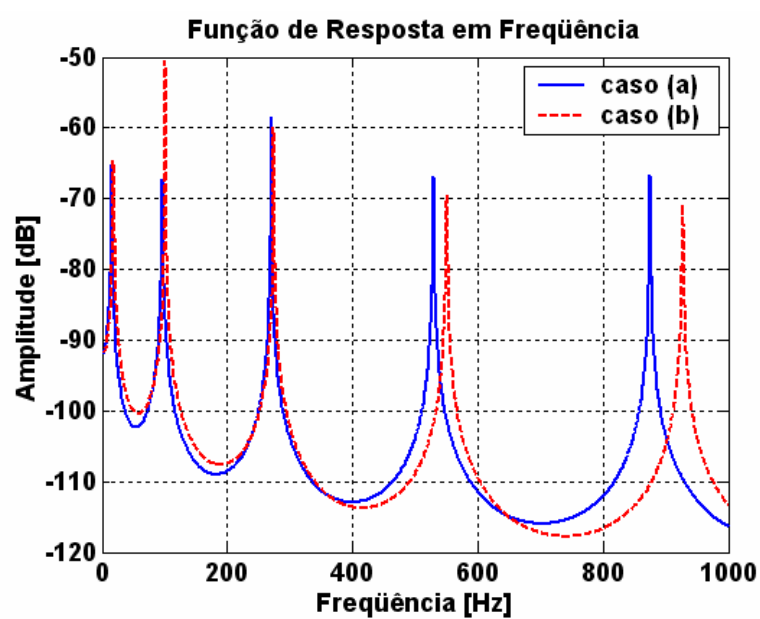


Figura 4.15 – FRF da estrutura para os casos (a), sem PZTs e, (b), com PZTs - SMARTSYS

As primeiras cinco frequências naturais do sistema e as variações causadas pelo acoplamento dos PZTs no caso (b) são mostradas na tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs -

SMARTSYS

Modos	caso (a)	caso (b)	
	f_n (Hz)	f_n (Hz)	*Variação %
1	15,39	18,45	19,88
2	96,47	101,02	4,72
3	270,13	274,18	1,50
4	529,36	550,53	4,00
5	875,17	927,39	5,97

$$*Variação = (f_n/f_{ncaso(a)} - 1)100$$

De forma análoga, a figura 4.16 apresenta as curvas da resposta em frequência da viga modelada no programa ANSYS® para as duas diferentes configurações (caso (a) e caso (b)).

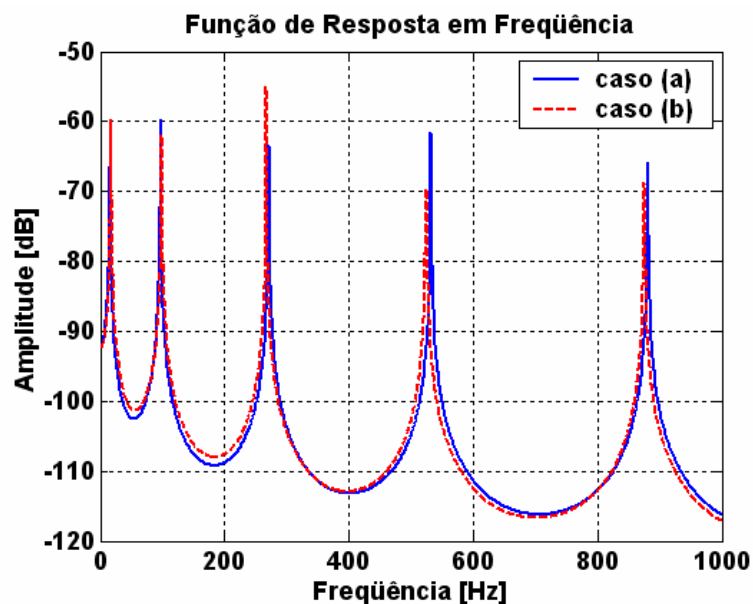


Figura 4.16 – Resposta em frequência para os casos (a) e (b) - ANSYS®

As primeiras cinco frequências naturais do sistema e as variações causadas pelo acoplamento dos PZTs no caso (b) são mostradas na tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - ANSYS®

Modos	caso (a)	caso (b)	
	f_n (Hz)	f_n (Hz)	*Variação %
1	15,45	17,22	11,46
2	96,82	98,73	1,97
3	271,26	267,05	1,55
4	532,13	524,51	1,43
5	880,98	875,29	0,64

$$*Variação = (f_n/f_{ncaso(a)} - 1)100$$

As figuras 4.15 e 4.16 mostram que as respostas dinâmicas dos sistemas modelados nos programas SMARTSYS e ANSYS® apresentam comportamentos diferentes. Credita-se esta diferença ao tipo de modelagem do ANSYS®, que não é mais adequada para o caso em análise. As variações nas frequências naturais, em percentagem, para o caso (b), são calculadas tendo como base os valores das frequências da viga sem a presença de PZTs, caso (a). Estes valores são apresentados na forma de gráfico na figura 4.17.

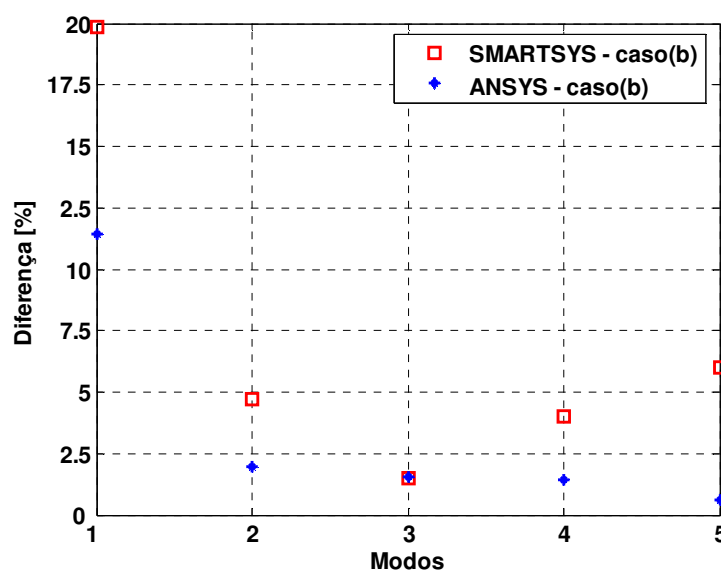


Figura 4.17 – Variações nas frequências devido à presença dos PZTs no caso (b)

A figura 4.18 mostra a diferença, em percentagem, nos valores das cinco primeiras frequências naturais calculadas pelos programas SMARTSYS e ANSYS®. Esta diferença foi obtida tendo como base os valores fornecidos pelo programa SMARTSYS.

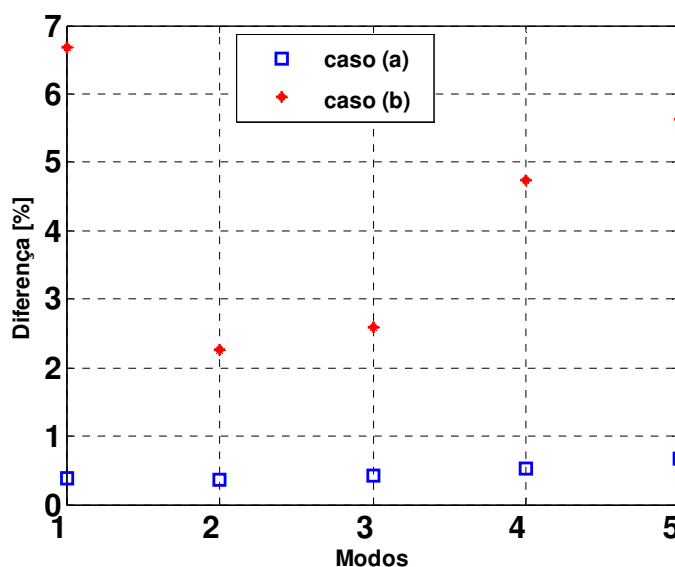


Figura 4.18 – Variação entre os resultados obtidos em ambos os programas

Analisando as figuras 4.15, 4.16 e 4.17, verifica-se que os PZTs acoplados segundo a configuração do caso (b) exercem significativa influência nas propriedades dinâmicas da estrutura em relação ao caso (a).

Atribuem-se as diferenças entre os resultados apresentados pelos programas, figura 4.18, ao uso de diferentes tipos de elementos em cada programa e as limitações do elemento sólido para representar a estrutura em análise. Lima (1999) modelou uma viga empregando elementos sólidos e verificou desvios de até 3.3% no valor da quarta frequência natural quando comparada a valores analíticos e experimentais. Segundo o referido trabalho, teoricamente o elemento sólido é superior ao elemento de viga, entretanto, dependendo da relação de aspecto, os modelos construídos com o elemento sólido não representam adequadamente o comportamento da estrutura, ou seja, a qualidade do modelo dependerá da relação entre o seu comprimento e a espessura, da relação entre os módulos de elasticidade longitudinal e transversal e do número de modos analisados. Uma explicação mais detalhada sobre este fato pode ser encontrada em Aldraihen (1996).

4.2.3_Placa Engastada-Livre-livre-livre

O segundo conjunto de testes numéricos foi realizado em uma estrutura do tipo placa. A estrutura modelada consiste de uma placa de alumínio na condição engastada-livre-livre-livre. No programa SMARTSYS a placa é discretizada em 10x10 elementos quadrados de 4 nós (placa de Kirchhoff), com graus de liberdade de deslocamento na direção z e rotação nos eixos x e y . No programa ANSYS® o modelo é discretizado em 40x40 elementos sólidos de 8 nós, com graus de liberdade de deslocamento nas direções x , y e z (SOLID45). A tabela 4.6 apresenta as dimensões e propriedades da placa. A figura 4.19 apresenta o desenho esquemático da placa e suas dimensões. A malha ilustrada nesta figura corresponde a malha gerada pelo programa SMARTSYS.

Tabela 4.6 – Dimensões e propriedades da placa

Parâmetro	Valor
Módulo de Young (GPa)	70
Coefficiente de Poisson	0,31
Densidade (kg/m^3)	2710
Comprimento (mm)	200
Langura (mm)	200
Espessura (mm)	3

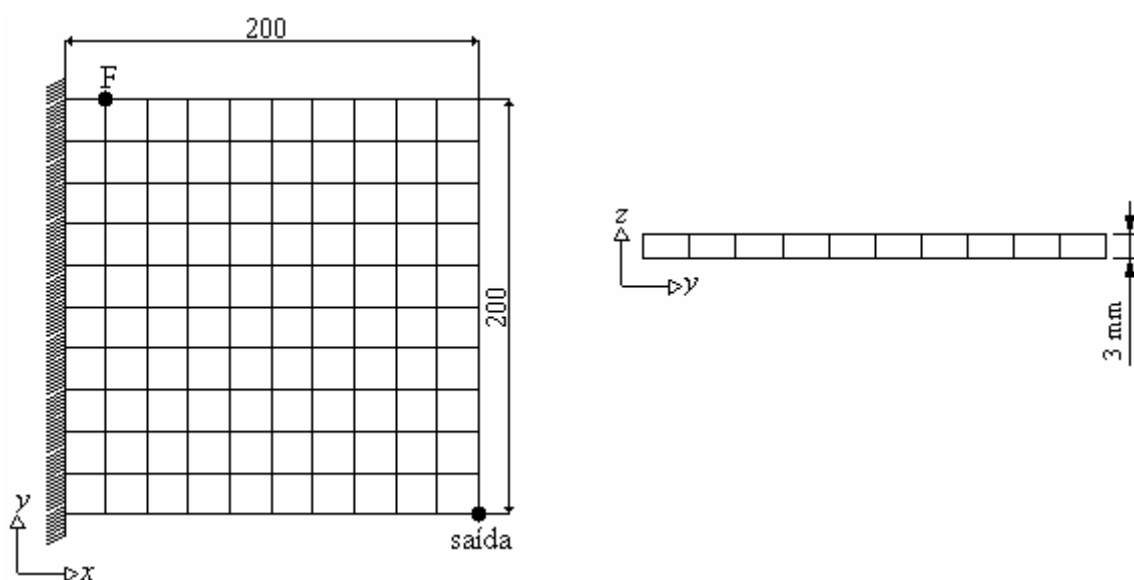


Figura 4.19 – Desenho esquemático da placa engasta-livre-livre-livre

A figura 4.20 apresenta os quatro primeiros modos de vibrar da estrutura em análise.

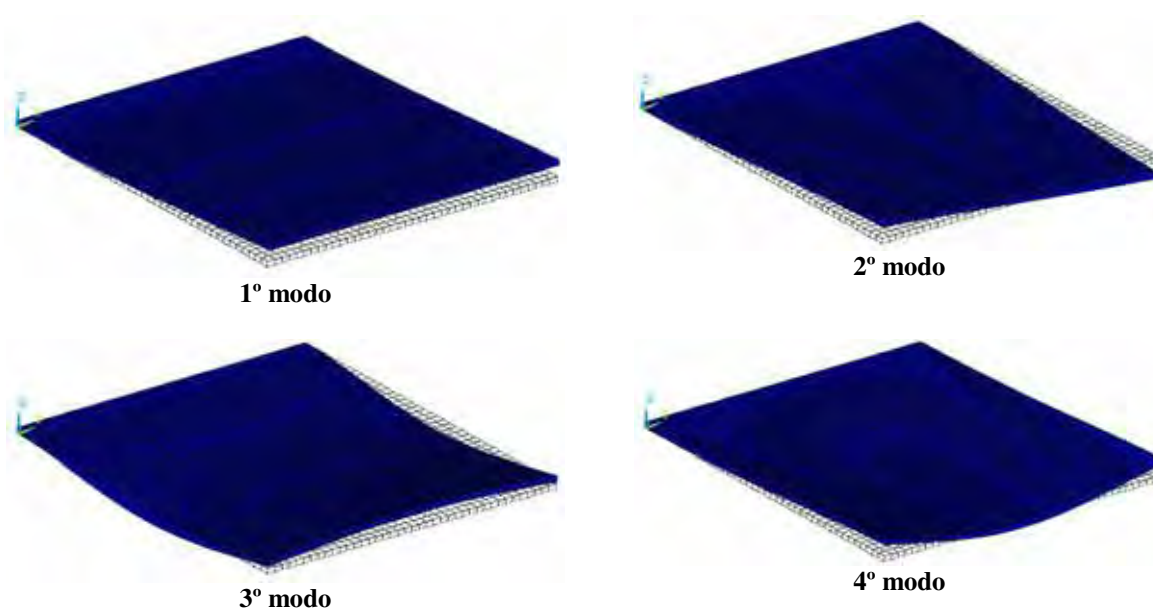


Figura 4.20 – Modos de vibrar – ANSYS®

A tabela 4.7 apresenta os valores das frequências naturais da estrutura modelada tanto no programa SMARTSYS quanto no programa ANSYS. Também são calculadas as diferenças percentuais para cada caso, tendo como referência os valores das frequências fornecidas pelo programa SMARTSYS. Os valores mostrados na tabela 4.7 são apresentados em forma gráfica nas figuras 4.21 e 4.22.

Tabela 4.7 – Frequências naturais e diferenças entre os modelos

Modos	SMARTSYS f_n (Hz)	ANSYS® f_n (Hz)	Diferença %
1	63,87	63,86	0,016
2	155,91	155,53	0,24
3	391,91	391,03	0,22
4	499,66	499,75	0,02
5	568,19	566,95	0,22
6	990,24	991,73	0,15
7	1130,60	1129,20	0,12
8	1179,75	1178,80	0,08
9	1306,31	1305,50	0,06

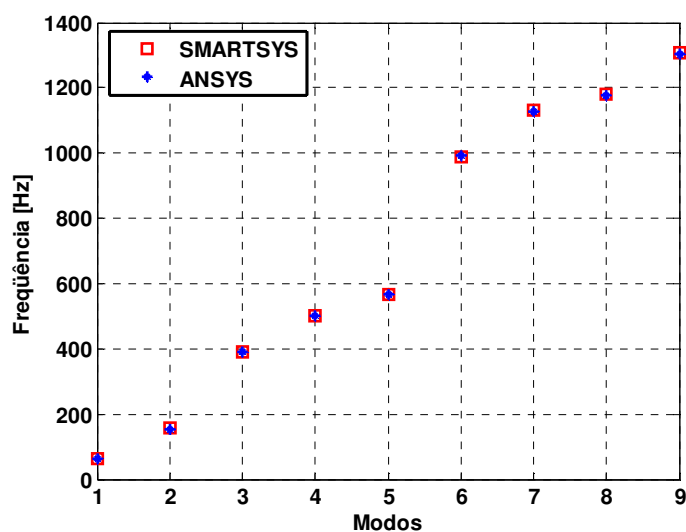


Figura 4.21 – Frequências naturais em função dos modos

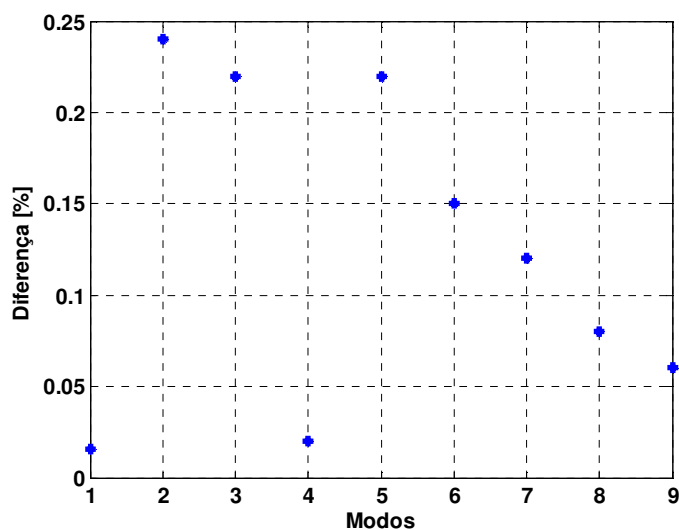


Figura 4.22 – Diferenças entre as frequências naturais dos modelos

Da tabela 4.7 e das figuras 4.21 e 4.22, é possível observar que as diferenças nos valores das 9 primeiras frequências naturais apresentadas pela estrutura modelada com elementos de placa no programa SMARTSYS, comparadas com os resultados obtidos pela estrutura modelada com elemento sólido no programa ANSYS®, são menores que 0,25%. É importante ressaltar que para obter bons resultados na modelagem de placas delgadas com o elemento sólido é necessário uma discretização refinada, exigindo maior esforço computacional e tempo para a solução das análises realizadas no ANSYS®. Enquanto que no programa SMARTSYS o tempo e o esforço computacional foi consideravelmente menor,

principalmente pelo fato da estrutura modelada com elementos de placa de Kirchhoff apresentar 1500 elementos a menos que o modelo utilizando o SOLID45.

Uma análise no domínio da frequência das estruturas modeladas nos programas SMARTSYS e ANSYS® é apresentada pela figura 4.23, que mostra a função de resposta em frequência (FRF) devido a uma entrada impulsiva ($F = 1\text{N}$) na posição indicada na figura 4.19 e o deslocamento (saída, figura 4.19) medido na extremidade livre da placa.

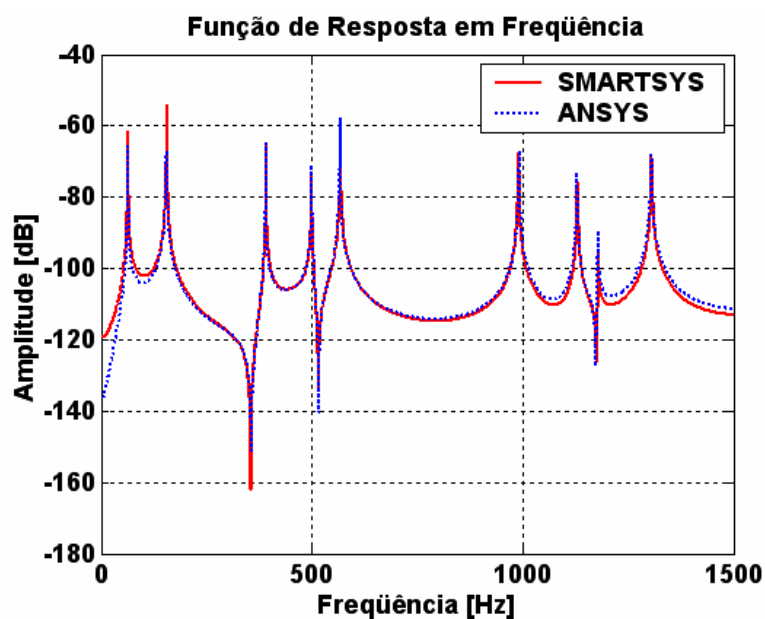


Figura 4.23 – Função de resposta em frequência da placa

Também é realizada uma análise no domínio do tempo para ambos os modelos. A figura 4.24 mostra o deslocamento da extremidade livre da placa (saída, figura 4.19) após a aplicação de um carregamento impulsivo ($F = 1\text{N}$) na mesma posição do caso anterior.

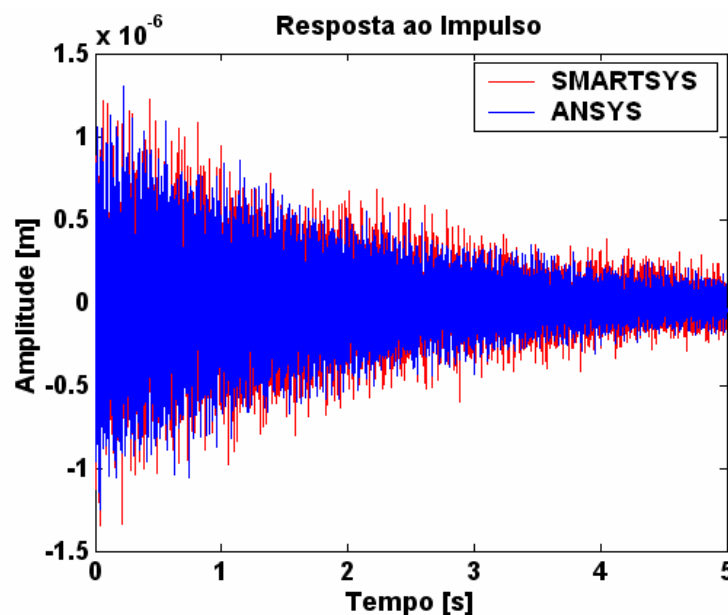


Figura 4.24 – Resposta no tempo à entrada impulsiva

Analisando as figuras anteriores, verifica-se boa concordância entre os resultados dos programas. Conforme discutido anteriormente, o elemento sólido não é o mais indicado para modelagem de estruturas finas. Seu uso neste trabalho se deve a necessidade da incorporação do efeito piezelétrico sobre a estrutura. No caso da placa o elemento mais apropriado fornecido pelo programa ANSYS® seria o elemento denominado SHELL.

Apesar das diferenças verificadas, os resultados obtidos até este ponto validam a parte estrutural implementada. Pode-se agora quantificar a influência do acoplamento eletromecânico causado pela incorporação dos PZTs em uma estrutura do tipo placa.

4.2.4_Acoplamento Eletromecânico: Placa Engastada-Livre-Livre-Livre

A seguir, são acoplados elementos piezelétricos a placa de alumínio engastada-livre-livre-livre. O posicionamento dos PZTs sobre a placa foi definido através dos resultados da aplicação descrita em Rocha et al. (2004a). No referido trabalho os autores utilizam a norma H_∞ como critério de desempenho para o posicionamento de dois pares de PZTs atuadores sobre uma placa, considerando apenas os dois primeiros modos de vibrar. A placa foi analisada na mesma condição descrita na seção anterior e foi discretizada com os mesmos tipos e números de elementos. A cerâmica piezelétrica foi discretizada em elementos de placa de Kirchhoff (plano, com 4 nós) no programa SMARTSYS, contendo graus de liberdade de deslocamento na direção z , rotação em torno dos eixos x e y e um grau de liberdade de potencial elétrico em cada nó. No programa ANSYS®, a cerâmica piezelétrica foi discretizada utilizando o elemento SOLID5 (8 nós), com graus de deslocamento nas direções x , y e z e um grau de liberdade de potencial elétrico em cada nó. As propriedades e dimensões da estrutura e do elemento atuador são mostradas na tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Dimensões e propriedades da placa e dos PZTs

Parâmetros da Viga	Valor	Parâmetros do PZT 5H	Valor
Módulo de Young (GPa)	70	Módulo de Young (GPa)	62
Coefficiente de Poisson	0,31	Constante piezelétrica d_{31} (m/V)	-320e-12
Densidade (kg/m ³)	2710	Constante dielétrica ϵ_{33}^s (F/m)	3,363e-8
Comprimento (mm)	200	Constante de elasticidade c_{11} (N/m ²)	92,3e9
Largura (mm)	200	Coefficiente de tensão piezelétrica e_{31} (C/m ²)	-16,27
Espessura (mm)	3	Densidade (kg/m ³)	7500
		Comprimento (mm)	40
		Largura (mm)	40
		Espessura (mm)	0,26

Para obtenção das melhores posições para o acoplamento dos atuadores piezelétricos, as posições próximas ao engaste foram desconsideradas devido a restrições práticas. A aplicação a seguir busca avaliar a influência dos PZTs atuadores colados sobre a placa. A configuração inicial sem a presença de PZTs é denominada caso (a) e a configuração com dois pares de PZTs, fixados em ambas as faces, em posições nas quais se verifica alta influência sobre os 2 primeiros modos de vibrar é denominada caso (b). A figura 4.25 mostra a malha gerada com os elementos de placa (malha utilizada no programa SMARTSYS).

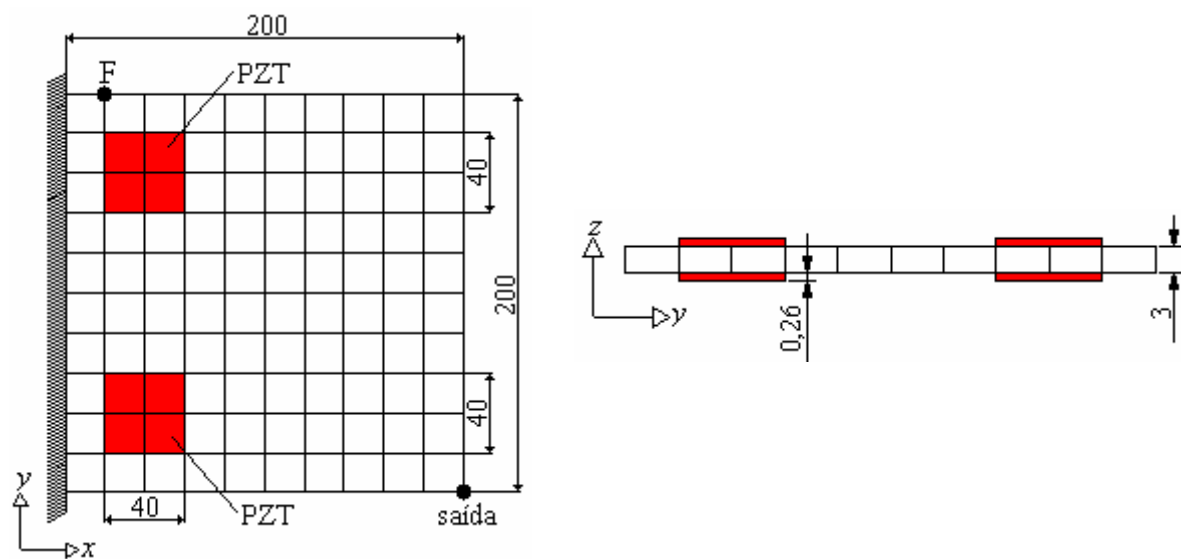


Figura 4.25 – Placa com PZTs acoplados (caso (b))

A figura 4.26 apresenta os 4 primeiros modos de vibrar da estrutura para o caso (b).

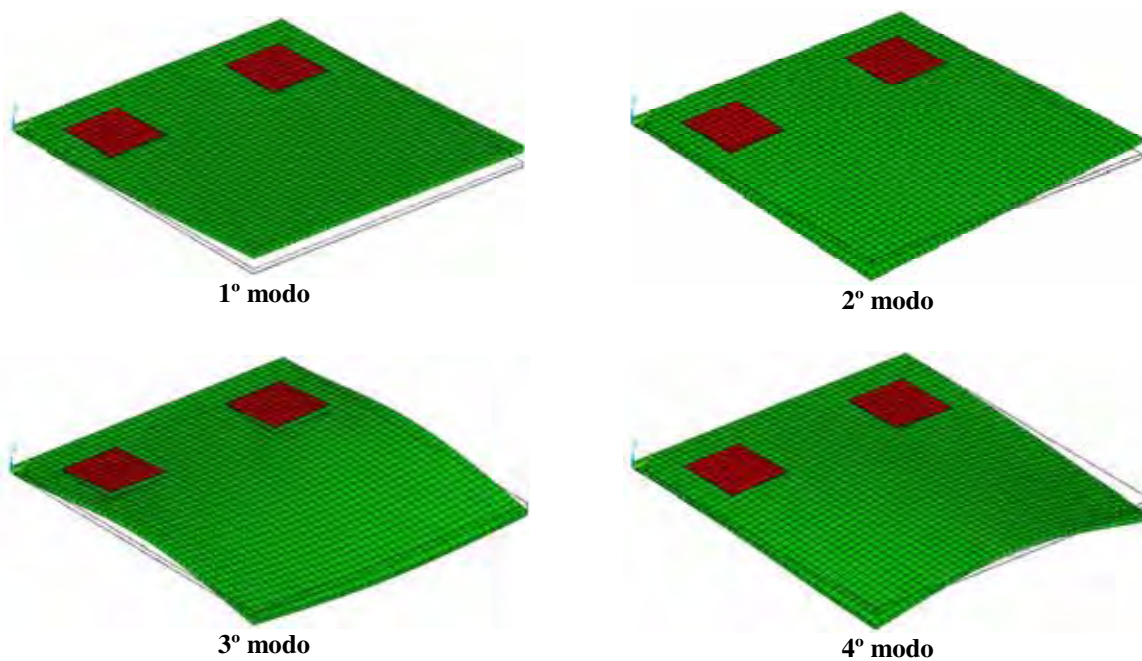


Figura 4.26 – Modos de vibrar da estrutura com PZTs no caso (b) - ANSYS®

A figura 4.27 mostra as Funções de Resposta em Frequência, FRFs, resultantes de uma excitação impulsiva ($F = 1\text{N}$) e resposta na extremidade livre da placa, obtidas no programa SMARTSYS para a estrutura em duas configurações, isto é, sem PZTs, caso (a) e com PZTs acoplados, caso (b).

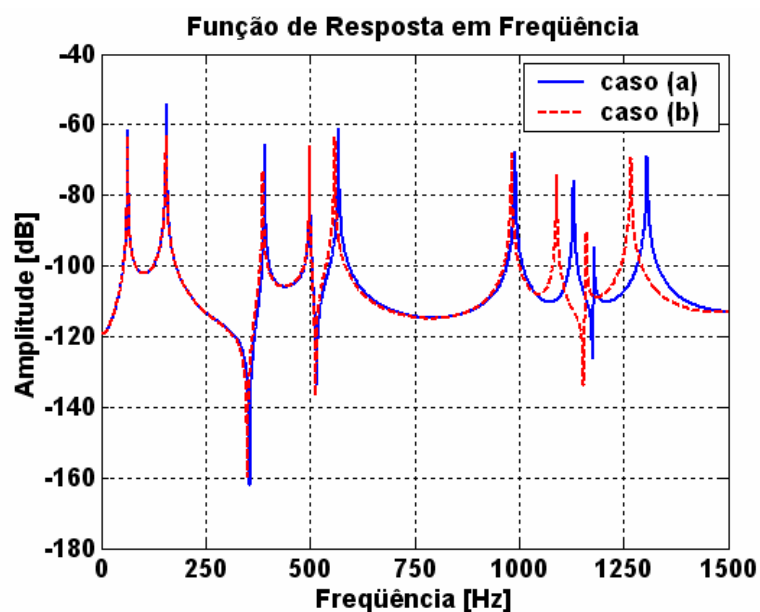


Figura 4.27 – FRFs da placa para os casos (a) e (b) – SMARTSYS

As frequências naturais relativas aos modos apresentados na figura 4.27 e as variações nas frequências causadas pelo acoplamento dos PZTs no caso (b) são mostradas na tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento de PZTs - SMARTSYS

Modos	caso (a)	caso (b)	
	f_n (Hz)	f_n (Hz)	*Variação %
1	63,87	63,84	0,05
2	155,91	165,65	6,25
3	391,91	387,33	1,17
4	499,66	499,04	0,12
5	568,19	558,69	1,67
6	990,24	982,26	0,81
7	1130,60	1090,13	3,58
8	1179,75	1160,82	1,60
9	1306,31	1267,58	2,96

A figura 4.28 apresenta a resposta em frequência da placa modelada no programa ANSYS® sem PZTs, caso (a), e da estrutura com PZTs, caso (b).

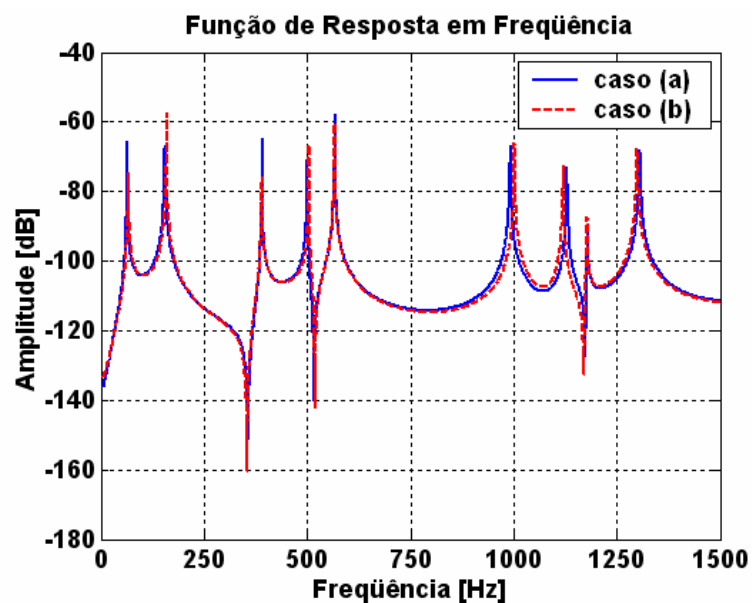


Figura 4.28 – Resposta em frequência da estrutura nos casos (a) e (b) - ANSYS®

As nove primeiras frequências naturais e as variações causadas pelo acoplamento dos PZTs no caso (b) são mostradas na tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - ANSYS®

Modos	caso (a)	caso (b)	
	f_n (Hz)	f_n (Hz)	*Variação %
1	63,86	66,54	4,20
2	155,53	158,86	2,14
3	391,03	390,54	0,12
4	499,75	504,07	0,86
5	566,95	566,16	0,14
6	991,73	1001,90	1,02
7	1129,20	1119,90	0,82
8	1178,80	1177,60	0,10
9	1305,50	1299,50	0,46

As variações percentuais para o caso (b), calculadas tendo como base os valores das frequências da placa para configuração do caso (a), são apresentadas na forma de gráfico na figura 4.29.

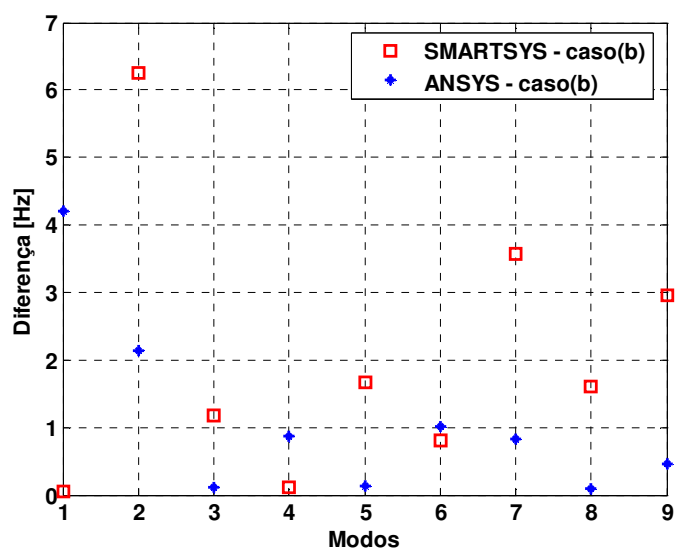


Figura 4.29 – Variações causadas pela presença dos PZTs no caso (b)

A figura 4.30 mostra as diferenças, em percentagem, nos valores das 9 primeiras frequências naturais apresentadas pelos programas SMARTSYS e ANSYS®, tendo como base os valores fornecidos pelo programa SMARTSYS, para os casos (a) e (b).

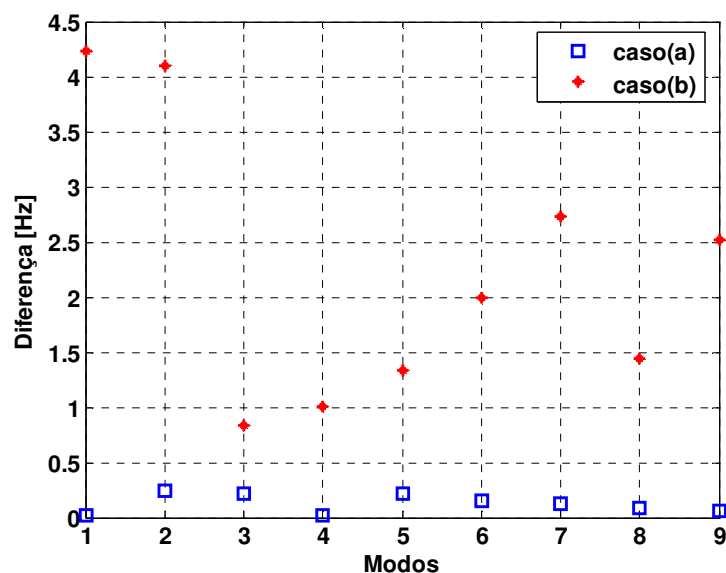


Figura 4.30 – Diferenças entre os resultados dos programas para os casos (a) e (b)

Através das figuras 4.29 e 4.30 se verifica que os PZTs fixados segundo a configuração do caso (b) exercem maior influência sobre o 2 modo, para o caso do programa SMARTSYS e sobre os 2 primeiros modos, para o caso do programa ANSYS. Em aplicações

de controle para atenuação de vibrações é muito importante considerar o acoplamento eletromecânico no modelo a ser desenvolvido para otimizar o desempenho do controlador.

Atribuem-se as diferenças entre os resultados apresentados pelos programas aos diferentes modelos utilizados e a grande relação de aspecto atribuída aos elementos sólidos no programa ANSYS®.

4.2.5_Análise Dinâmica – Sensores Piezelétricos

Nas aplicações anteriores foi analisada a dinâmica estrutural dos modelos de viga de Euller Bernoulli e placa de Kirchhoff (programa SMARTSYS) com os modelos gerados no software ANSYS®. Esta aplicação, porém, busca avaliar a potencialidade das cerâmicas piezelétrica como sensores. Para tanto, uma viga de alumínio engastada-livre com dois sensores PZTs acoplados é ensaiada e os sinais experimentais são comparados com resultados numéricos gerados no programas SMARTSYS e ANSYS.

No programa SMARTSYS a viga é discretizada em 27 elementos de viga de Euller Bernoulli e as cerâmicas piezelétricas são acopladas a viga com o mesmo tipo de elemento, acrescentando um grau de potencial elétrico por nó. A tabela 4.11 apresenta as dimensões e as propriedades da viga. A figura 4.31 apresenta o desenho esquemático da viga engastada.

Tabela 4.11 – Dimensões e propriedades da viga e dos PZTs

Parâmetros da Viga	Valor	Parâmetros do PZT 5H	Valor
Módulo de Young (GPa)	70	Módulo de Young (GPa)	62
Coeficiente de Poisson	0,31	Constante piezelétrica d_{31} (m/V)	-320e-12
Densidade (kg/m ³)	2710	Constante dielétrica ϵ_{33}^s (F/m)	3,363e-8
Comprimento (mm)	540	Constante de elasticidade c_{11} (N/m ²)	92,3e9
Largura (mm)	25	Coeficiente de tensão piezelétrica e_{31} (C/m ²)	-16,27
Espessura (mm)	4,5	Densidade (kg/m ³)	7500
		Comprimento (mm)	20
		Largura (mm)	20
		Espessura (mm)	0,26

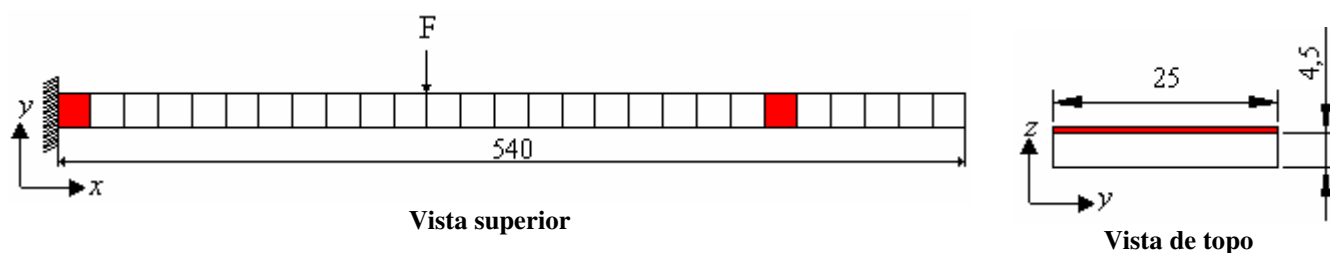


Figura 4.31 – Viga com PZTs acoplados

Empregando o programa ANSYS®, a viga foi discretizada em 820 elementos sólidos de 8 nós (SOLID45) e a discretização dos PZTs é feita em elementos sólidos, também de 8 nós (SOLID5).

Em ambos os programas foi realizada uma análise transiente, avaliando a resposta ao impulso devido ao impacto de 1 N na posição indicada pela figura 4.31 e sensorizada pelas cerâmicas piezelétricas. Logo em seguida é apresentado o procedimento experimental e os resultados são comparados.

Durante o procedimento experimental, a viga de alumínio foi excitada através do martelo de impacto na posição indicada na figura 4.32 e os sinais gerados pelo martelo e pelas duas cerâmicas piezelétricas são enviados a placa de aquisição da dSpace®, controlada por um software também da dSpace® e pelo Simulink® - Matlab. O software armazena a voltagem de excitação do martelo e a voltagem de saída das cerâmicas piezelétricas. A figura 4.32 mostra o esquema experimental utilizado e a figura 4.33 mostra algumas fotos dos materiais e equipamentos utilizados.

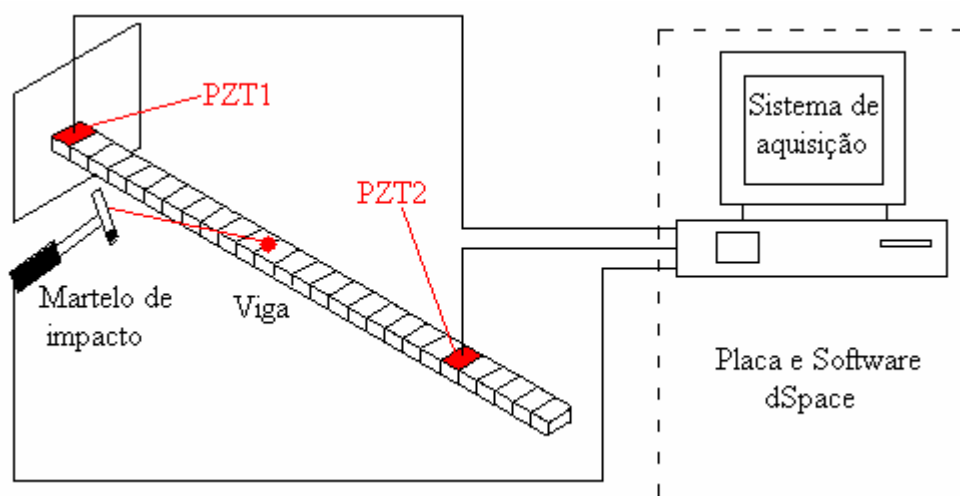


Figura 4.32 – Disposição da bancada experimental

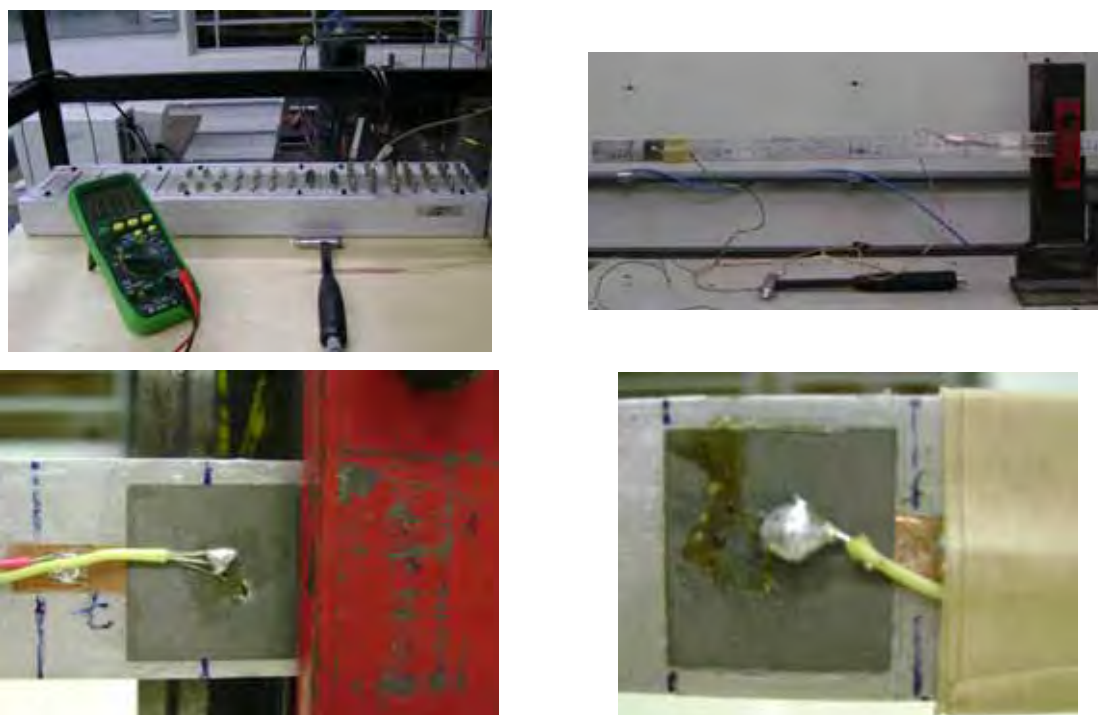
**PZT1 (engaste)****PZT2**

Figura 4.33 – Materiais e equipamentos utilizados no setup experimental

A figura 4.34 mostra o sinal de entrada (impulso - martelo de impacto) na estrutura. O martelo utilizado possui uma calibração de 1.2 [mmV/N] e, analisando o pico do sinal de entrada experimental, pode-se concluir que força utilizada é de aproximadamente 1N . As figuras 4.35, 4.36 e 4.37 mostram os sinais de voltagem das cerâmicas piezelétricas (PZT1 e PZT2) obtidas experimental e numericamente pelos programas SMARTSYS e ANSYS[®], respectivamente.

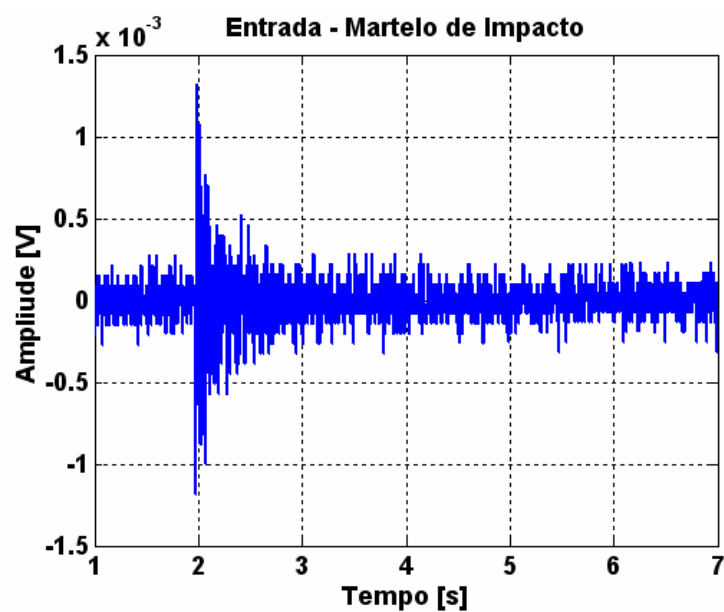


Figura 4.34 – Entrada impulsiva experimental

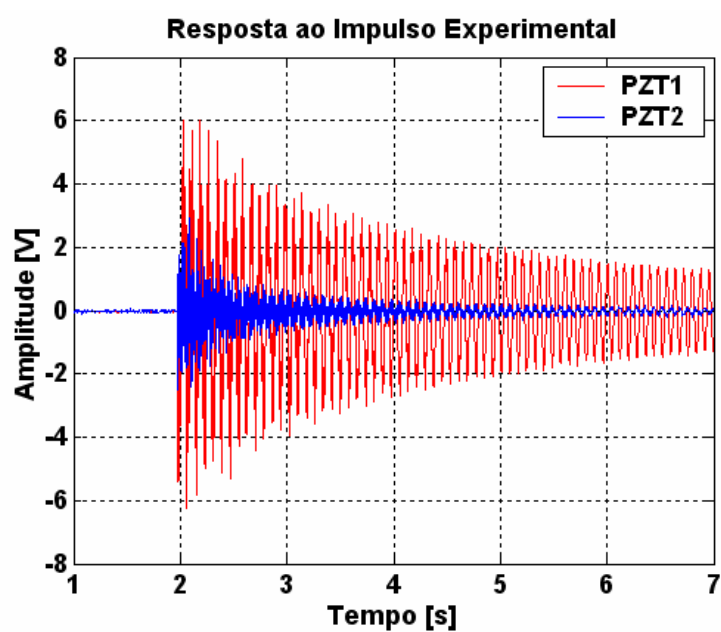


Figura 4.35 – Resposta ao impulso experimental

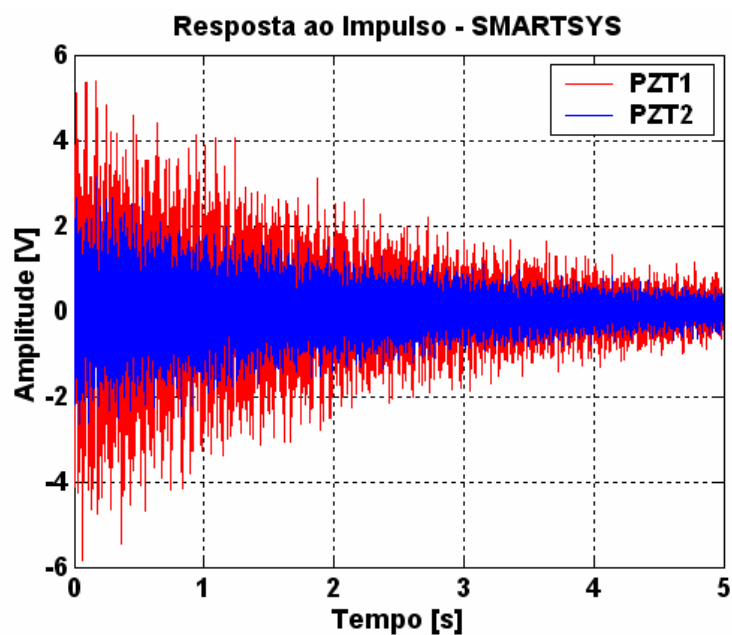


Figura 4.36 – Resposta ao impulso - SMARTSYS

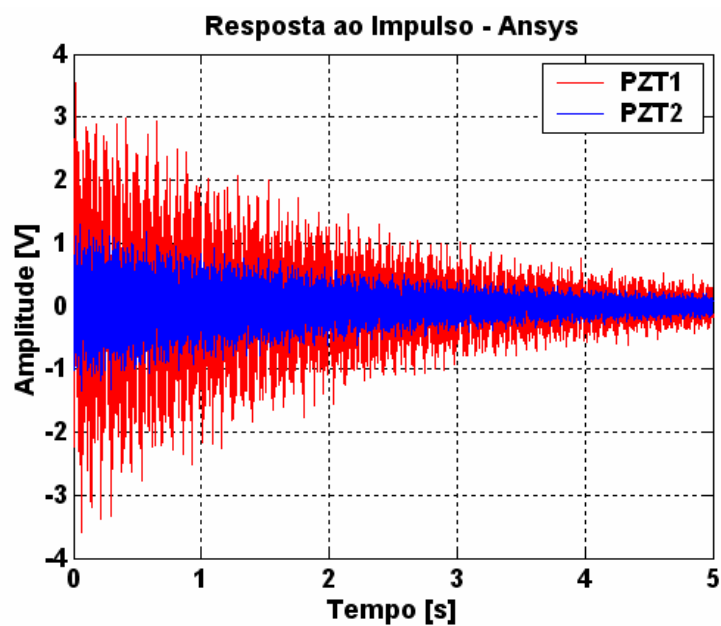


Figura 4.37 – Resposta ao impulso - ANSYS®

Das figuras acima é possível analisar a potencialidade das cerâmicas piezelétricas como sensores e, como era esperado, em todos os casos (experimental e numérico), o sinal gerado pelo PZT1 foi consideravelmente maior que o do PZT2. Isso ocorre porque a deformação da estrutura e, conseqüentemente, da cerâmica a ela acoplada, ser maior quanto mais próximo ao engaste, contribuindo, assim, para o efeito direto do material piezelétrico.

Os resultados numéricos e experimentais possuem boa concordância, o que valida o modelo implementado no software SMARTSYS. Muitas variáveis podem estar contribuindo para as pequenas variações apresentadas, como por exemplo, a camada de adesivo entre o PZT e a estrutura, diferenças entre as constantes reais e as que são fornecidas pelo fabricante das cerâmicas piezelétricas, calibragem do martelo de impacto e também o amortecimento estrutural, que nos modelos estudados é considerado como sendo proporcional à massa e a rigidez.

CAPÍTULO 5_ IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DINÂMICO ESTRUTURAL VIA REALIZAÇÃO DE AUTOSSISTEMAS (ERA).

O método ERA foi desenvolvido por Juang e Papa (1985) e pode ser aplicado para sistemas MIMO (*Multi-Input Multi-Output*). Nas aplicações experimentais de detecção e localização de falhas, utilizando as normas de sistemas e matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade, este método foi utilizado para identificar o modelo dinâmico no espaço de estados modal.

O problema de identificação de sistemas no espaço de estados recebeu atenção considerável nos últimos anos. Dentro da comunidade aeroespacial, o Algoritmo de Realização de Autossistemas (ERA), uma extensão do trabalho de Ho e Kalman (1965), se transformou em um método muito bem aceito e extensamente utilizado. Neste ou em outros métodos de realização do espaço de estados, a matriz de Hankel assume um papel importante, pois o modelo no espaço de estados pode ser obtido pela fatoração da matriz de Hankel através da sua decomposição em valores singulares (SVD), por o exemplo. A matriz de Hankel compreende os parâmetros de Markov arranjados no padrão específico de Toeplitz. Muitos esforços têm sido depositados no problema de obter os parâmetros de Markov através de dados de entrada e saída por aproximações tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Uma vez que os parâmetros de Markov são determinados, eles se tornam as entradas da matriz de Hankel para a identificação do espaço de estados.

Sabe-se que o rank da matriz de Hankel é a ordem do sistema. Com dados livres de ruídos pode ser obtida facilmente uma realização de mínima ordem mantendo somente os valores singulares não nulos da matriz de Hankel. Com dados reais contaminados com ruídos, entretanto, a matriz de Hankel tende a ser de rank completo, fazendo com que o problema de determinar um modelo no espaço de estados de mínima ordem não seja trivial. Neste caso, espera-se que uma queda significativa dos valores singulares sinalize a “verdadeira” ordem do sistema. No entanto, enquanto isto pode acontecer com dados simulados (baixo ruído), por outro lado, raramente acontece com dados reais. Um modelo de ordem reduzida obtido pela retenção somente de valores singulares “significativos” tende a ser pobre em precisão. Isto se deve ao fato de que os sistemas reais são não lineares e infinitamente dimensionais em muitos casos, mas não se deve responsabilizar estes fatores para todos os casos. Um procedimento comum é manter todos os valores singulares de Hankel à custa de um modelo no espaço de estados de elevada dimensão (com modos computacionais) e utilizar um procedimento separado de pós-identificação para a redução do modelo identificado. Entretanto, quando a

redução de modelo é realizada, a precisão pode ser comprometida. É preferível ter um método de identificação que produza um modelo de ordem “verdadeira” ou eficaz em primeiro lugar.

Assim como foi explicado no capítulo 3, a equação de equilíbrio dinâmico de um sistema com nd graus de liberdade, s entradas e r saídas pode ser escrita em coordenadas físicas como na equação (3.1) e utilizando a formulação no espaço de estados na equação (3.17a), na qual o vetor de estado foi definido na equação (3.16).

Maia et al. (1997) apresenta uma discretização do modelo no espaço de estados, ou seja, reescreveu a equação do domínio contínuo para um domínio discreto considerando intervalos de tempo igualmente espaçados Δt . Dessa forma, a equação fica

$$\begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bq}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Ax}(k) + \mathbf{Bq}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{Cx}(k) \end{array}, k=0,1, 2, 3, \dots \quad (5.1)$$

na qual k representa o tempo.

Neste procedimento é considerada uma entrada impulsiva para $k = 0$, então

$$\mathbf{q}(k) = \begin{cases} 1, & \text{se } k = 0 \\ 0, & \text{se } k > 0 \end{cases}.$$

É considerado também que para $k = 0$, tem-se que o vetor de estados $\mathbf{x}$ (deslocamento e velocidade) é nulo, ou seja, $\mathbf{x}(0)=0$.

fazendo $k = 0$, então	$\mathbf{x}(1) = \mathbf{Ax}(0) + \mathbf{Bq}(0)$ $\mathbf{y}(0) = \mathbf{Cx}(0)$	$\rightarrow$	$\mathbf{x}(1) = \mathbf{B}$ $\mathbf{y}(0) = 0$	
fazendo $k = 1$, então	$\mathbf{x}(2) = \mathbf{Ax}(1) + \mathbf{Bq}(1)$ $\mathbf{y}(1) = \mathbf{Cx}(1)$	$\rightarrow$	$\mathbf{x}(2) = \mathbf{AB}$ $\mathbf{y}(1) = \mathbf{CB}$	
fazendo $k = 2$, então	$\mathbf{x}(3) = \mathbf{Ax}(2) + \mathbf{Bq}(2)$ $\mathbf{y}(2) = \mathbf{Cx}(2)$	$\rightarrow$	$\mathbf{x}(3) = \mathbf{A}^2\mathbf{B}$ $\mathbf{y}(2) = \mathbf{CAB}$	
fazendo $k = 3$, então	$\mathbf{x}(4) = \mathbf{Ax}(3) + \mathbf{Bq}(3)$ $\mathbf{y}(3) = \mathbf{Cx}(3)$	$\rightarrow$	$\mathbf{x}(4) = \mathbf{A}^3\mathbf{B}$ $\mathbf{y}(3) = \mathbf{CA}^2\mathbf{B}$	
fazendo $k = 4$, então	$\mathbf{x}(5) = \mathbf{Ax}(4) + \mathbf{Bq}(4)$ $\mathbf{y}(4) = \mathbf{Cx}(4)$	$\rightarrow$	$\mathbf{x}(5) = \mathbf{A}^4\mathbf{B}$ $\mathbf{y}(4) = \mathbf{CA}^3\mathbf{B}$	
para um k qualquer	$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Ax}(k) + \mathbf{Bq}(k)$ $\mathbf{y}(k) = \mathbf{Cx}(k)$	$\rightarrow$	$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}^k\mathbf{B}$ $\mathbf{y}(k) = \mathbf{CA}^{k-1}\mathbf{B}$	(5.2)

Considerando que a entrada impulsiva ocorra nas s entradas, então a ordem de $\mathbf{y}(k)$ é $r \times s$ e estas matrizes $\mathbf{y}(k)$ são conhecidas como os “Parâmetros de Markov”. Estes Parâmetros são utilizados para formar a matriz generalizada de Hankel, que é dada por,

$$\mathbf{H}(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) & \mathbf{y}(k+1) & \cdots & \mathbf{y}(k+j) \\ \mathbf{y}(k+1) & \mathbf{y}(k+2) & \cdots & \mathbf{y}(k+j+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(k+i) & \mathbf{y}(k+i+1) & \cdots & \mathbf{y}(k+i+j) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

cuja ordem é dada por $r_w \times s_z$ com $(i=1, \dots, w-1)$ e $(j=1, \dots, z-1)$, sendo w o número de estados observáveis e z o número de estados que são excitados.

$$\text{Para } k=1 \quad \mathbf{H}(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) & \mathbf{y}(2) & \mathbf{y}(3) & \cdots & \mathbf{y}(k+j) \\ \mathbf{y}(2) & \mathbf{y}(3) & \mathbf{y}(4) & \cdots & \mathbf{y}(k+j+1) \\ \mathbf{y}(3) & \mathbf{y}(4) & \mathbf{y}(5) & \cdots & \mathbf{y}(k+j+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(k+i) & \mathbf{y}(k+i+1) & \mathbf{y}(k+i+2) & \cdots & \mathbf{y}(k+i+j) \end{bmatrix}, \text{ logo} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{H}(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{CB} & \mathbf{CAB} & \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CA}^j\mathbf{B} \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \mathbf{CA}^3\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CA}^{j+1}\mathbf{B} \\ \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \mathbf{CA}^3\mathbf{B} & \mathbf{CA}^4\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CA}^{j+2}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^i\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{i+1}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{i+2}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CA}^{i+j}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\text{Para } k=2 \quad \mathbf{H}(1) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(2) & \mathbf{y}(3) & \mathbf{y}(4) & \cdots & \mathbf{y}(k+j+1) \\ \mathbf{y}(3) & \mathbf{y}(4) & \mathbf{y}(5) & \cdots & \mathbf{y}(k+j+2) \\ \mathbf{y}(4) & \mathbf{y}(5) & \mathbf{y}(6) & \cdots & \mathbf{y}(k+j+3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(k+i+1) & \mathbf{y}(k+i+2) & \mathbf{y}(k+i+3) & \cdots & \mathbf{y}(k+i+j) \end{bmatrix}, \text{ logo} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{H}(1) = \begin{bmatrix} \mathbf{CAB} & \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \mathbf{CA}^3\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CA}^{j+1}\mathbf{B} \\ \mathbf{CA}^2\mathbf{B} & \mathbf{CA}^3\mathbf{B} & \mathbf{CA}^4\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CA}^{j+2}\mathbf{B} \\ \mathbf{CA}^3\mathbf{B} & \mathbf{CA}^4\mathbf{B} & \mathbf{CA}^5\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CA}^{j+3}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{i+1}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{i+2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{i+3}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{CA}^{i+j}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Substituindo $\mathbf{y}(k)$ da equação (5.2) dentro da equação (5.3), pode-se escrever que

$$\mathbf{H}(k) = \mathbf{OA}^k\mathbf{C}, \text{ para } k \geq 0 \quad (5.8)$$

na qual $\mathbf{O}$ e $\mathbf{C}$ são, respectivamente, as matrizes de observabilidade e controlabilidade.

$$\mathbf{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{z-1}\mathbf{B}] \quad (5.9)$$

e

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{w-1} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

sendo a ordem de $\mathbf{O}$ $r_w \times 2nd$ e a ordem de $\mathbf{C}$ $2nd \times sz$.

Deve-se lembrar que $\mathbf{H}(k)$ é conhecida como matriz de respostas (saída do sistema). Uma das vantagens deste método é que se pode incluir somente respostas com baixo nível de ruídos dentro de $\mathbf{H}(k)$. O objetivo é reconstruir $\mathbf{y}(k)$ da equação (5.2) utilizando dados experimentais. Este processo é conhecido como Realização e implica na determinação das matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$. Há um número infinito de conjuntos destas 3 matrizes que satisfazem a equação (5.2), ou seja, um infinito número de Realizações. A intenção é obter uma realização mínima, isto é, uma realização correspondente a mínima ordem da formulação no espaço de estados que ainda pode representar o comportamento dinâmico da estrutura.

Para alcançar este objetivo, pode-se considerar, em primeiro lugar, a matriz $\mathbf{H}'$ tal que:

$$\mathbf{C} \mathbf{H}' \mathbf{O} = \mathbf{I} \quad (5.11)$$

Pré-multiplicado e pós-multiplicando a equação (5.11) por $\mathbf{O}$ e $\mathbf{C}$, respectivamente:

$$\mathbf{OC} \mathbf{H}' \mathbf{OC} = \mathbf{OC} \quad (5.12)$$

da equação (5.8), tem-se

$$\mathbf{OC} = \mathbf{H}(0) \quad (5.13)$$

sendo assim

$$\mathbf{H}(0) \mathbf{H}' \mathbf{H}(0) = \mathbf{H}(0) \quad (5.14)$$

Conseqüentemente, $\mathbf{H}'$ é a pseudo-inversa de $\mathbf{H}(0)$,

$$\mathbf{H}' = \mathbf{H}(0)^+ \quad (5.15)$$

A pseudo-inversa de $\mathbf{H}(0)$ pode ser calculada através da Decomposição de Valores Singulares – SVD:

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (5.16)$$

sendo a matriz $\mathbf{H}(0)$ $rw \times sz$, as matrizes $\mathbf{U}$ e $\mathbf{V}$ são matrizes ortogonais de ordem $rw \times rw$ e $sz \times sz$, respectivamente e $\mathbf{\Sigma}$ é uma matriz diagonal $rw \times sz$ que contém os valores singulares da matriz $\mathbf{H}(0)$.

A matriz $\mathbf{H}(0)$ possui $2nd$ valores singulares não nulos ($rank = 2nd$), equivalentes a ordem do sistema no modelo de espaço de estados. $\mathbf{H}(0)$ pode, conseqüentemente, ser recalculada utilizando-se apenas as $2nd$ primeiras colunas de $\mathbf{U}$ e $\mathbf{V}$:

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{U}_{2nd} \mathbf{\Sigma}_{2nd} \mathbf{V}_{2nd}^T \quad (5.17)$$

$\mathbf{U}_{2nd}$, $\mathbf{V}_{2nd}$ e $\mathbf{\Sigma}_{2nd}$ são $rw \times 2nd$, $2nd \times sz$ e $2nd \times 2nd$, respectivamente, na qual $\mathbf{U}_{2nd}$ e $\mathbf{V}_{2nd}$ são ortogonais, ou seja,

$$\mathbf{U}_{2nd}^T \mathbf{U}_{2nd} = \mathbf{V}_{2nd}^T \mathbf{V}_{2nd} = \mathbf{I} \quad (5.18)$$

A matriz $\mathbf{H}' = \mathbf{H}(0)^+$ é conseqüentemente dada por,

$$\mathbf{H}' = \mathbf{V}_{2nd} \mathbf{\Sigma}_{2nd}^{-1} \mathbf{U}_{2nd}^T \quad (5.19)$$

Para se obter a realização desejada, deve-se reescrever as matrizes de resposta $\mathbf{y}(k)$ da equação (5.2) para $k \geq 0$ da seguinte maneira:

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{CA}^k \mathbf{B} \quad (5.20)$$

e utilizando a matriz identidade,

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{E}_r^T \mathbf{H}(k) \mathbf{E}_s \quad (5.21)$$

sendo $\mathbf{y}(k+1)$ $r \times s$, $\mathbf{E}_r^T$ $r \times rw$, $\mathbf{H}(k)$ $rw \times sz$ e $\mathbf{E}_s$ $sz \times s$. Sabe-se que,

$$\mathbf{E}_r^T = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0}] \quad (5.22a)$$

na qual a matriz identidade $\mathbf{I}$ e as matrizes de zeros ($\mathbf{0}$) são $r \times r$. Sabe-se também que,

$$\mathbf{E}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.22b)$$

na qual a matriz identidade $\mathbf{I}$ e as matrizes de zeros ($\mathbf{0}$) são $s \times s$.

Utilizando as equações (5.8), (5.11), (5.13), (5.17), (5.18) e (5.19), é possível mostrar que,

$$\mathbf{y}(k+1) = \left[\mathbf{E}_r^T \mathbf{U}_{2nd} \boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \right] \left[\boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{-1/2} \mathbf{U}_{2nd}^T [\mathbf{O} \mathbf{A}^k \mathbf{C}] \mathbf{V}_{2nd} \boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \right] \left[\boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \mathbf{V}_{2nd}^T \mathbf{E}_s \right] \quad (5.23)$$

Algumas similaridades com a equação (5.20) (que se deseja recuperar) já são aparentes. No entanto, algumas modificações precisam ser feitas no segundo bloco de matrizes da equação (5.23).

Após algumas manipulações matemáticas, segue que

$$\mathbf{y}(k+1) = \left[\mathbf{E}_r^T \mathbf{U}_{2nd} \boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \right] \left[\boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{-1/2} \mathbf{U}_{2nd}^T \mathbf{H}(1) \mathbf{V}_{2nd} \boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \right]^k \left[\boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \mathbf{V}_{2nd}^T \mathbf{E}_s \right] \quad (5.24)$$

Comparando as equações (5.24) e (5.20), fica claro que a realização desejada foi conseguida, na qual

$$\mathbf{C} = \mathbf{E}_r^T \mathbf{U}_{2nd} \boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \quad (5.25)$$

$$\mathbf{A} = \boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{-1/2} \mathbf{U}_{2nd}^T \mathbf{H}(1) \mathbf{V}_{2nd} \boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \quad (5.26)$$

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\Sigma}_{2nd}^{1/2} \mathbf{V}_{2nd}^T \mathbf{E}_s \quad (5.27)$$

A fim de determinar os parâmetros modais do sistema, deve-se resolver agora um problema de autovalor e autovetor, baseado na matriz $\mathbf{A}$ identificada, da seguinte forma,

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Phi} \quad (5.28)$$

Em resumo, os passos necessários para executar uma análise com o algoritmo ERA são as seguintes:

- (1) - Escolha dos dados de medida para construir a matriz $\mathbf{H}(0)$;
- (2) - Cálculo do SVD de $\mathbf{H}(0)$, para calcular $\mathbf{U}_{2nd}$, $\mathbf{V}_{2nd}$ e $\boldsymbol{\Sigma}_{2nd}$ e recalculando $\mathbf{H}(0)$ baseado no valor do rank encontrado (ordem do sistema);
- (3) - Construção da matriz $[\mathbf{H}(1)]$ e cálculo das matrizes realizadas $\mathbf{C}$, $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$, utilizado as equações (5.25, 5.26 e 5.27); e
- (4) - cálculo dos autovalores e autovetores da matriz $\mathbf{A}$ e, assim, cálculo dos parâmetros modais.

Este método (assim como o ITD (*Ibrahim Time Domain*)), também fornece verificações dos modos calculados para distinguir entre modos originais e computacionais. Como os resultados vêm do SVD, em alguns casos, podem não ser corretos devido aos ruídos ou não-linearidades. A primeira verificação é conhecida como Coerência de Amplitude Modal e é definida como a coerência entre a amplitude modal histórica e uma amplitude modal ideal,

que é formada extrapolando-se o valor inicial de outros pontos históricos, usando os autovalores identificados. Outra verificação é a Colinearidade de Fase Modal, para estruturas levemente amortecidas, nas quais o comportamento do modo real é esperado. Este indicador mede o relacionamento do funcional linear entre as partes reais e imaginárias dos modos, para cada modo. Uma redução do modelo é possível, truncando os modos com indicadores de baixa precisão. O modelo final pode ser avaliado comparando-se as respostas livres iniciais com as calculadas em (5.24).

CAPÍTULO 6_REDE NEURAIIS ARTIFICIAIS (RNAs).

Neste trabalho, as RNAs foram utilizadas na segunda etapa da metodologia SHM empregada. A primeira etapa emprega os métodos de detecção e localização de falhas utilizando os índices de sensibilidade gerados pelas normas de sistemas, matrizes grammianas de controlabilidade e observabilidade obtidos através de medidas e também pela falha métrica. Na busca por maior confiabilidade no diagnóstico da falha, o sistema de monitoramento da saúde estrutural deve fornecer informações quantitativas da severidade desta falha. Para isso, na segunda etapa, as normas de sistemas e as matrizes grammianas de observabilidade são utilizadas para representar diferentes condições de falhas e são utilizadas para fazer o treinamento das RNAs. Desta maneira, após o treinamento, espera-se que a rede apresente uma boa capacidade de generalização.

O treinamento da rede é realizado com dados obtidos de modelos numéricos gerados via MEF e para isso são gerados modelos para diversas situações de falha. O objetivo é a quantificação de falhas experimentais utilizando RNAs treinadas com dados de modelos numéricos. Ou seja, sem a necessidade de gerar diversos tipos de falhas experimentais na estrutura real para realizar o treinamento da RNA. Alguns conceitos sobre as redes neurais artificiais são descritos neste capítulo, bem como o tipo de rede e o algoritmo de aprendizado utilizado.

6.1_Introdução a Teoria das RNAs

Existem estudos que indicam inteligência em animais, entretanto, nenhuma delas é comparada a inteligência humana. Esta inteligência “irracional” proveniente dos outros seres está associada à necessidade de adaptação ao meio. Desta maneira, pode-se utilizar este conceito para uma máquina, definindo-se a *inteligência de máquina*. Esta inteligência seria a *capacidade genética* de um instrumento se adaptar ao meio. Entendendo-se por *capacidade genética* o conhecimento embutido a nível de hardware, que associado a software pode proporcionar vários estados possíveis de trabalho para uma determinada máquina (Furtado, 2004). A inteligência de máquina seria um tipo de inteligência construída pelo homem, portanto, uma Inteligência Artificial (IA). Redes Neurais Artificiais (RNAs) são técnicas computacionais inspiradas nos organismos vivos e que fazem parte de um ramo da inteligência artificial que envolvem técnicas como: Algoritmos Genéticos (AG), Colônia de Formigas, Lógica Nebulosa, etc. (COELHO, 2000). No parágrafo seguinte são descritas

sucintamente as características da função do cérebro que inspiraram o desenvolvimento das RNAs.

O cérebro consiste de um número muito grande (aproximadamente 10^{11}) de elementos altamente conectados (aproximadamente 10^4 conexões por elemento) chamados neurônios (HAGAN et al., 1996). Para as finalidades aqui pretendidas, considera-se que estes neurônios possuem três componentes principais: os dendritos, o corpo celular e o axônio. Os dendritos recebem sinais elétricos de outros neurônios e os transmitem para dentro do corpo celular. O corpo celular tem a função de somar estes sinais de entrada e gerar impulsos nervosos. O axônio é uma fibra única e longa que carrega o sinal do corpo celular para outros neurônios. O ponto do contato entre o axônio de uma célula e o dendrito de uma outra célula é chamado de sinapse. É o arranjo dos neurônios e as forças individuais das sinapses, determinadas por um complexo processo químico, que estabelece a função da rede neural. A Figura 6.1 mostra um diagrama esquemático simplificado de dois neurônios biológicos.

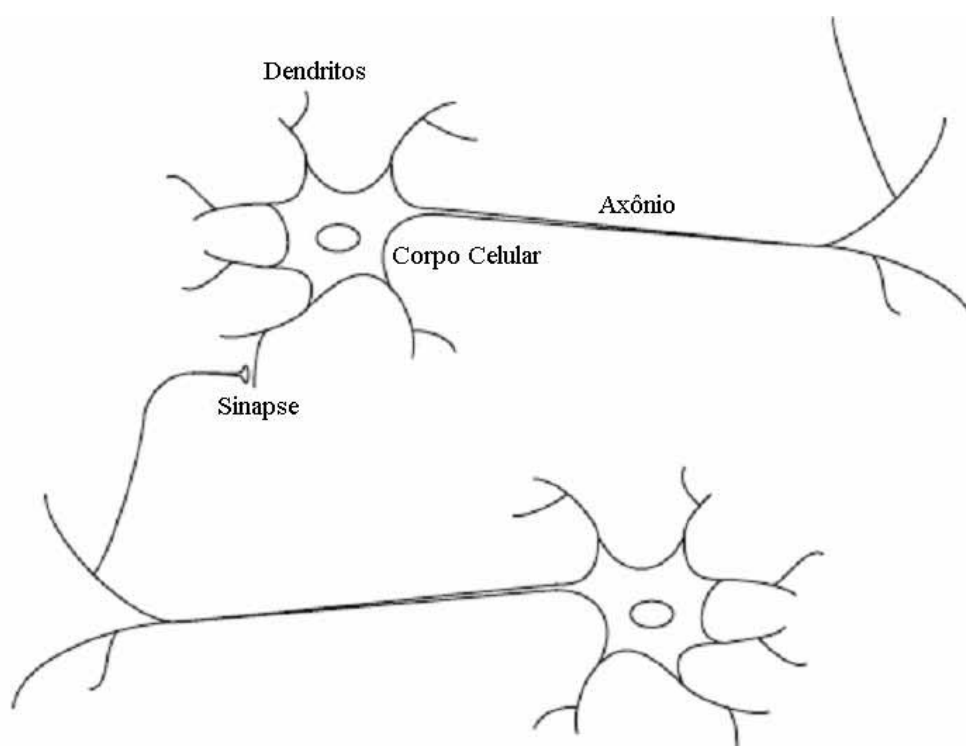


Figura 6.1 – Modelo de um neurônio biológico.

Algumas das estruturas neurais são definidas no nascimento. Outras partes são desenvolvidas através da aprendizagem e, neste processo, novas conexões são geradas e outras são desperdiçadas. Este desenvolvimento é mais visível nos estágios iniciais da vida.

Por exemplo, se um filhote de gato tiver um olho tampado durante um crítico intervalo de tempo, ele nunca desenvolverá uma visão normal neste olho.

As estruturas Neurais continuam se alterando durante toda a vida. As mudanças mais tardias consistem principalmente no fortalecimento ou enfraquecimento das junções sinápticas. Por exemplo, acredita-se que as memórias recentes são formadas pela modificação destas forças sinápticas. Assim, o processo de aprendizagem para se lembrar do rosto de um novo amigo consiste na alteração de várias sinapses.

As redes neurais artificiais não se aproximam da complexidade do cérebro. Há, entretanto, duas similaridades chaves entre redes neurais biológicas e artificiais. Primeiramente, os blocos de construção de ambas as redes são dispositivos computacionais simples (embora os neurônios artificiais serem muito mais simples do que os neurônios biológicos) que são altamente interconectados. Em segundo, as conexões entre os neurônios determinam a função da rede.

Vale a pena ressaltar que mesmo os neurônios biológicos sendo muito lentos quando comparados aos circuitos elétricos (10^{-3} s comparado a 10^{-9} s), o cérebro pode executar muito mais rapidamente muitas tarefas do que qualquer computador convencional (HAGAN et al., 1996). Isto se deve em parte por causa da estrutura paralela das redes neurais biológicas; todos os neurônios estão operando ao mesmo tempo. As redes neurais artificiais compartilham desta estrutura paralela. Embora a maioria das RNAs sejam executadas atualmente em computadores digitais convencionais, sua estrutura paralela permite a execução usando VLSI (*Very large scale integration*), dispositivos óticos e processadores paralelos.

As RNAs são compostas de simples elementos que operam em paralelo. Estes elementos são inspirados nos sistemas nervosos (neurais) biológicos, como visto acima. Assim como na natureza, a função da rede é determinada, em maior parte, pelas conexões entre estes elementos. Pode-se treinar uma rede neural para executar uma função particular ajustando os valores das conexões (pesos) entre estes elementos.

As RNAs geralmente são ajustadas, ou treinadas, de modo que uma entrada particular conduza a uma saída específica (alvo). Tal situação é mostrada na figura 6.2. Este ajuste se baseia em uma comparação entre a saída e o alvo, até a saída da rede combinar com o alvo. Tipicamente muitos pares entrada/alvo são usados para treinar a rede.

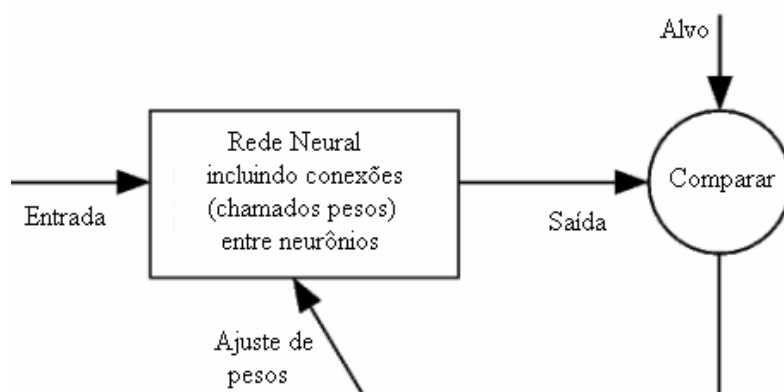


Figure 6.2 – Algoritmo de treinamento da rede neural.

As redes neurais, potencialmente, podem ser utilizadas para as mais diversas finalidades, dentre as quais se destacam: classificação, reconhecimento de padrões, complementação de padrões, remoção de ruído, otimização e controle. Todas estas finalidades possuem aplicações em diversas áreas:

- Aeroespacial: Piloto automático de alto desempenho, simulação de trajeto de vôo, sistemas de controle do avião, simulação de componentes do avião, monitoramento da saúde estrutural;
- Automotiva: Sistema automático de orientação do automóvel;
- Defesa: Discriminação de objetos, reconstituição facial, novos tipos de sensores, sonar, radar, processamento de imagens e compressão de dados, identificação de sinais e imagens;
- Fabricação: controle de processos de Fabricação, projeto e análise de produto, diagnóstico de processos e de máquinas, sistemas visuais da inspeção da qualidade, análise da qualidade de soldas, planejamento e gerenciamento;
- Robótica: otimização e controle de trajetória, manipuladores;
- Medicina: otimização de tempos de transplantes, redução da despesa do hospital, melhoria da qualidade do hospital;
- Entretenimento: Animação, efeitos especiais, previsão de mercado;

As aplicações estão expandindo porque as RNAs têm se mostrado muito eficientes para resolver problemas, não apenas na engenharia, ciência e matemática, mas também na medicina, no mundo dos negócios, nas finanças e na literatura (HAGAN et al. 1996). Suas aplicações a uma grande variedade de problemas de diversos campos têm feito das RNAs uma área de pesquisa muito atrativa. E também, computadores mais rápidos e algoritmos mais

eficientes possibilitaram às RNAs resolver problemas industriais complexos que anteriormente exigiam muito esforço computacional.

Na sequência, será introduzido o modelo do neurônio artificial e como se podem combinar tais neurônios para dar forma as RNAs.

6.2_Modelo Neural Artificial

Um neurônio de entrada única ou simples é mostrado na figura 6.3. A entrada escalar p é multiplicada pelo peso escalar w resultando wp , que é um dos termos enviados ao operador somatório. A outra entrada, 1, é multiplicada por um erro sistemático (*bias*) b e então enviada ao somatório. A saída deste operador, n , freqüentemente chamada de entrada da rede neural, entra em uma função de transferência f , que produz a saída escalar do neurônio a . Alguns autores usam o termo “função de ativação” ao invés de função de transferência e “*offset*” ao invés de *bias*.

Se compararmos o modelo neural artificial com o neurônio biológico, pode-se verificar que o peso w corresponde à força de conexão de uma sinapse, o corpo celular é representado pelo operador somatório e pela função de transferência, e a saída do neurônio a representa o sinal no axônio.

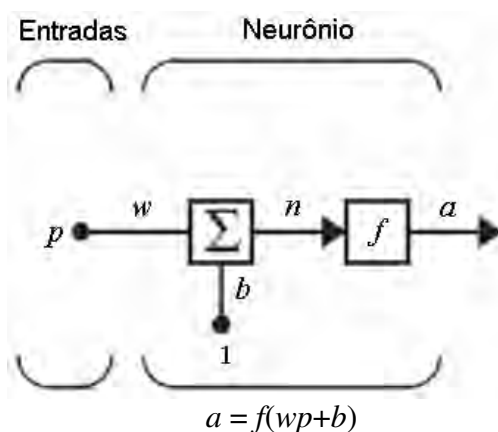


Figura 6.3 – Modelo Neural Artificial simples.

O cálculo da saída do neurônio é dado por

$$a = f(wp+b) \quad (6.1)$$

A saída da rede depende da função particular de transferência que é escolhida. As variáveis b são muito parecidas com os pesos, exceto pelo fato de serem multiplicadas sempre

por uma entrada constante igual a 1. Entretanto, em um neurônio particular, esta variável pode ser omitida. Deve-se notar que w e b são ambos parâmetros escalares e ajustáveis do neurônio. Tipicamente, a função de transferência é escolhida pelo usuário e os parâmetros w e b serão ajustados por alguma regra de aprendizagem de modo que a relação entrada/saída do neurônio se encontre com algum objetivo específico.

Tem-se funções de transferência diferentes para finalidades diferentes. A função de transferência na figura 6.3 pode ser uma função linear ou não-linear em relação à variável n . Uma função de transferência é escolhida particularmente para satisfazer alguma especificação do problema cujo neurônio está tentando resolver. Várias funções de transferência são mostradas na tabela 6.1 com o respectivo comando do Matlab 6.1.

Tabela 6.1: Funções de transferência mais utilizadas

Nome	Relação Entrada/Saída	Característica	Comando Matlab
Degrau	$a = 0 \quad n < 0$ $a = 1 \quad n \geq 0$		<i>Hardlim</i>
Degrau Simétrica	$a = -1 \quad n < 0$ $a = +1 \quad n \geq 0$		<i>Hardlims</i>
Linear	$a = n$		<i>Purelin</i>
Rampa	$a = 0 \quad n < 0$ $a = n \quad 0 \leq n \leq 1$ $a = 1 \quad n > 1$		<i>Satlin</i>
Rampa Simétrica	$a = -1 \quad n < -1$ $a = n \quad -1 \leq n \leq 1$ $a = 1 \quad n > 1$		<i>Satlins</i>
Log-Sigmóide	$a = \frac{1}{1 + e^{-n}}$		<i>Logsig</i>
Tangente Sigmóide	$a = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$		<i>Tansig</i>
Linear Positiva	$a = 0 \quad n < 0$ $a = n \quad n \geq 0$		<i>Poslin</i>

Geralmente, um neurônio tem mais de uma entrada. Um neurônio com R entradas é mostrado na figura 6.4. As entradas individuais $p_1, p_2, \dots, p_R$ que formam o vetor de entrada $\mathbf{p}$ são multiplicadas pelos respectivos pesos $w_{1,1}, w_{1,2}, \dots, w_{1,R}$ da matriz de peso $\mathbf{W}$.

O neurônio possui um erro sistemático (*bias*) b que é somado ao produto $\mathbf{Wp}$, formando a entrada da rede n :

$$n = w_{1,1}p_1 + w_{1,2}p_2 + \dots + w_{1,R}p_R + b \quad (6.2)$$

Esta expressão pode ser escrita na forma matricial:

$$n = \mathbf{Wp} + b \quad (6.3)$$

Agora a saída do neurônio pode ser escrita como:

$$a = f(\mathbf{Wp} + b) \quad (6.4)$$

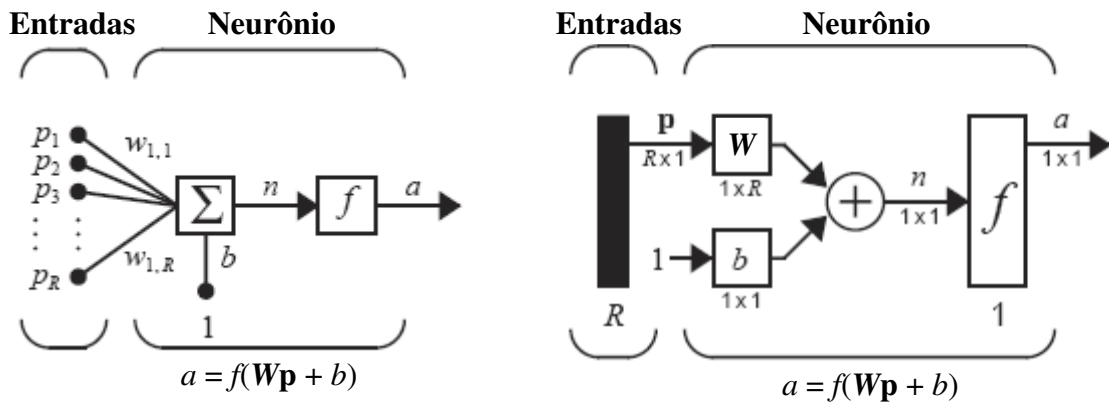
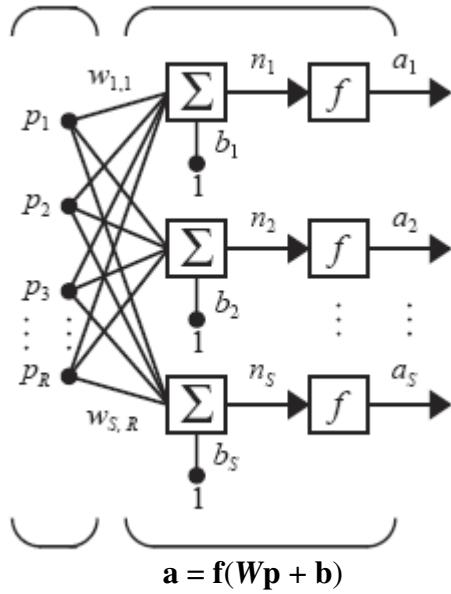


Figura 6.4 – Modelo Neural Artificial com múltiplas entradas.

Muitas vezes, quando se tem muitas entradas, uma rede com apenas um neurônio não é suficiente. É então preciso vários neurônios trabalhando em paralelo na mesma camada. Uma rede com apenas uma camada contendo S neurônios é mostrada na figura 6.5. Note que as R entradas são conectadas a todos os neurônios e a matriz de pesos possui S linhas.

Entradas Camada de S neurônios



Entradas Camada de S neurônios

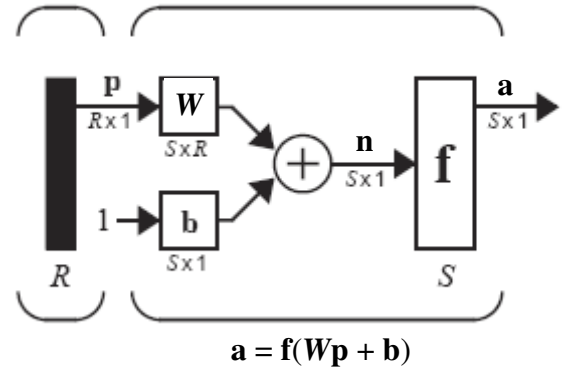


Figura 6.5 – Rede neural com múltiplos neurônios.

A camada inclui a matriz de pesos, os somadores, o vetor $\mathbf{b}$, as funções de transferência $\mathbf{f}$ e o vetor de saída $\mathbf{a}$. Cada elemento do vetor de entrada $\mathbf{p}$ é conectado a cada neurônio através da matriz de $\mathbf{W}$,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,R} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & w_{2,R} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{S,1} & w_{S,2} & \dots & w_{S,R} \end{bmatrix}$$

Cada neurônio possui um erro sistemático b_i , um operador somatório, uma função de transferência f e uma saída a_i .

Considerando agora uma rede com várias camadas. Cada camada possui sua própria matriz de pesos $\mathbf{W}$, seu próprio vetor $\mathbf{b}$, o vetor de entrada da rede $\mathbf{n}$ e um vetor de saída $\mathbf{a}$. Para distinguir as variáveis de cada camada são utilizados sobrescritos com os respectivos números das camadas. Assim a matriz de pesos da primeira camada é dada por $\mathbf{W}^1$ e da segunda $\mathbf{W}^2$ e assim sucessivamente. A figura 6.6a e 6.6b mostram a arquitetura de uma rede multicamadas.

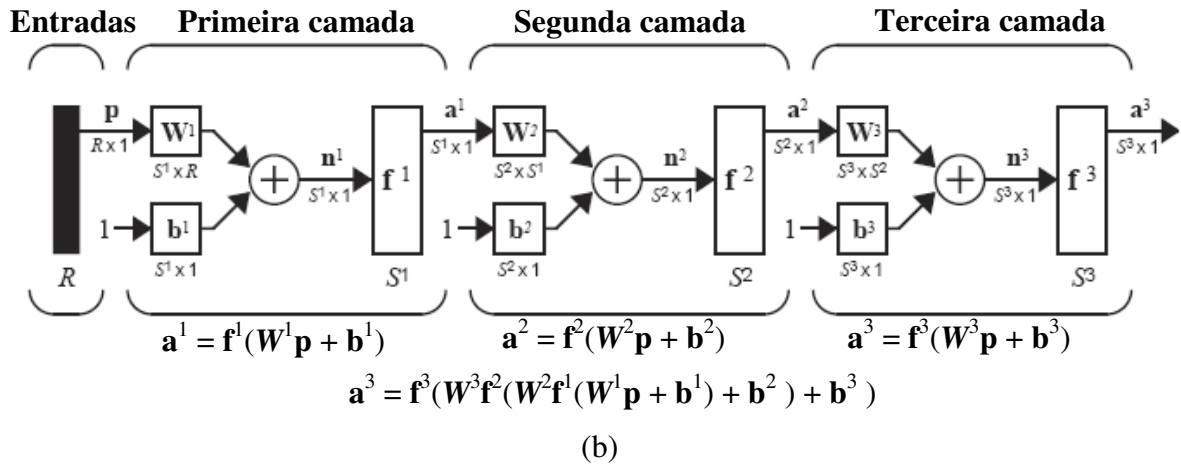
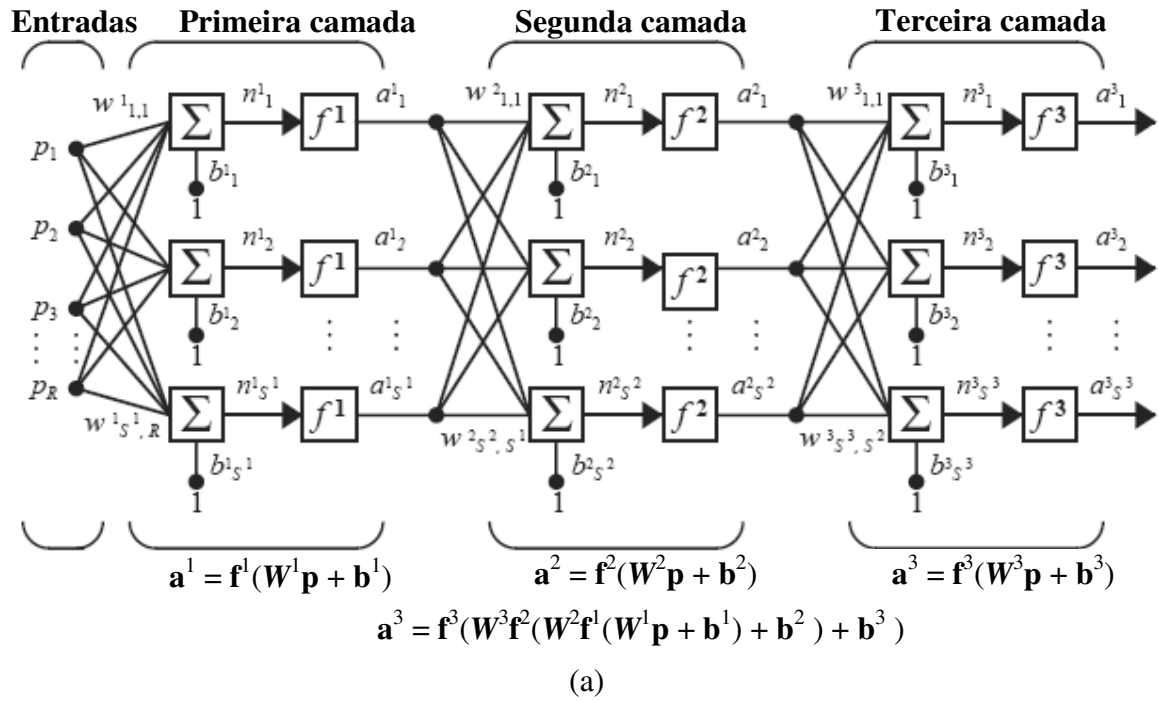


Figura 6.6 – Rede neural com múltiplas camadas.

As redes multicamadas, também conhecidas como *feedforward networks*, são mais poderosas que as de uma única camada (HAGAN et al. 1996). Embora não seja trivial o processo de escolha do número de camadas e de neurônios de uma rede, o problema não é tão complicado quanto parece. Primeiramente, deve-se lembrar que o número de entradas e o número de saídas da rede são definidos por especificações externas do problema. Logo, quando houver quatro variáveis externas a serem usadas como entradas, haverá quatro entradas para a rede. Similarmente, se houver sete saídas da rede, deverá haver sete neurônios na camada da saída. Finalmente, as características desejadas do sinal de saída também ajudam a selecionar a função de transferência para a camada da saída. Se o valor de saída puder ser -1

ou 1, por exemplo, então, uma função de transferência linear simétrica deve ser usada. Assim, a arquitetura de uma rede com apenas uma camada é quase completamente determinada por especificações do problema, incluindo o número específico de entradas e saídas e a característica particular do sinal de saída.

E se houver mais de duas camadas? Neste caso as especificações do problema externo não irão dizer diretamente o número de neurônios requeridos nas camadas intermediárias. Na verdade, poucos problemas permitem prever o número ótimo de neurônios necessários em uma camada intermediária. Este problema vem sendo intensamente analisado por diversos pesquisadores. Quanto ao número de camadas, a maioria das redes neurais aplicadas em situações práticas possui apenas duas ou três camadas. Quatro ou mais camadas são raramente utilizadas.

6.3_Treinamento da RNA

Defini-se o treinamento ou algoritmo de aprendizagem como um procedimento para modificar os pesos e os *bias* de uma rede. Este procedimento é aplicado para treinar a rede a executar alguma tarefa específica. Existem muitos tipos de algoritmos de aprendizado específicos. Estes algoritmos diferem entre si principalmente pelo modo como os pesos são modificados. Os dois tipos de treinamentos mais difundidos são o treinamento supervisionado e o treinamento não-supervisionado.

O treinamento supervisionado é o mais utilizado. Neste tipo de treinamento a regra de aprendizagem é fornecida com um jogo de pares de entradas e saídas desejadas (alvo) que determinam o comportamento apropriado da rede. Os dados de entrada são aplicados à rede e as saídas são comparadas com os alvos. O algoritmo de aprendizagem é usado então para ajustar os pesos e os *bias* a fim de mover as saídas da rede o mais próximo possível dos alvos.

O treinamento não-supervisionado não utiliza nenhum agente externo indicando a resposta desejada para os padrões de entrada, ou seja, os pesos e os *bias* são ajustados somente em resposta às entradas da rede, não há nenhum alvo disponível. A maioria destes algoritmos executam operações agrupando estes dados em categorias semelhantes. Isto é especialmente útil em aplicações como a quantização de vetores.

Em ambos processos de treinamento, a correção dos pesos pode ser executada de dois modos:

Modo Padrão: A correção dos pesos e *bias* acontece após apresentação à rede de cada vetor individual de entrada. A correção dos pesos e *bias* se baseia somente no erro apresentado naquela iteração.

Modo Batch: A correção dos pesos e *bias* acontece somente após a apresentação de todos os vetores de entrada para o treinamento. Este procedimento se baseia no erro médio de todas as iterações.

É importante ressaltar que a rede neural se baseia nos dados de treinamento para extrair um modelo geral. Portanto, a fase de aprendizado deve ser rigorosa e verdadeira, a fim de se evitar modelos falsos. Todo o conhecimento de uma rede neural está armazenado nas sinapses, ou seja, nos pesos atribuídos às conexões entre os neurônios. De 50 a 90% do total de dados deve ser separado para o treinamento da rede neural, dados estes escolhidos aleatoriamente, a fim de que a rede “aprenda” as regras e não “decore” exemplos. O restante dos dados só é apresentado à rede neural na fase de testes a fim de que ela possa “deduzir” corretamente o inter-relacionamento entre os dados (FURTADO, 2004).

6.4_Algoritmo de Treinamento *Backpropagation*

O algoritmo de aprendizagem *backpropagation* (utilizado no treinamento supervisionado) é uma generalização da então conhecida “regra delta” (WIDROW, 1990) para redes multicamadas e com funções de transferência diferenciais não-lineares. Os vetores de entrada e os respectivos vetores de saída (alvo) são usados para treinar a rede até que esta possa aproximar de uma função que, associe os vetores de entrada com os vetores de saída ou classifique os vetores de entrada de maneira apropriada, como definido previamente pelo usuário. As redes com *bias*, uma camada sigmóide e uma camada linear de saída são capazes de aproximar qualquer função com um número finito de descontinuidades.

O *backpropagation* “padrão” é um algoritmo de otimização que, assim como a “regra delta” (WIDROW, 1990), utiliza o “gradiente descendente”, cujos pesos são atualizados no sentido contrário (negativo) do gradiente da função de desempenho. O termo *backpropagation* se refere à maneira como o gradiente é calculado para as redes multicamadas não-lineares. Há um grande número de variações do algoritmo básico que são baseadas em outras técnicas padrões de otimização, tais como o “gradiente conjugado” e os “métodos de Newton”.

As redes treinadas pelo *backpropagation* tendem a apresentar boa capacidade de generalização, visto que apresentam respostas razoáveis quando são apresentadas entradas antes nunca vistas. Tipicamente, uma nova entrada conduz a uma saída similar à saída obtida com os vetores de entrada usados no treinamento, que são similares à nova entrada que está sendo apresentada. Esta propriedade de generalização possibilita treinar a rede com apenas um conjunto representativo de pares de entrada/alvo e obter bons resultados sem a necessidade de treinar a rede com todos os pares disponíveis.

Há geralmente quatro etapas no processo de treinamento das redes utilizando o algoritmo *backpropagation*:

1. Escolher os dados de treinamento;
2. Criar a rede;
3. Treinar a rede;
4. Simular a resposta da rede para novas entradas.

6.4.1_Gradiente Descendente

Há muitas variações do algoritmo *backpropagation*. A mais simples implementação deste algoritmo de aprendizado atualiza os pesos e *bias* na direção em que a função de desempenho decresce mais rapidamente (negativo do gradiente). Este algoritmo de otimização é conhecido como gradiente descendente. Uma iteração deste algoritmo pode ser escrita como segue

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \alpha_k \mathbf{g}_k \quad (6.5)$$

na qual $\mathbf{x}_k$ é o vetor de pesos e *bias* da iteração atual, $\mathbf{g}_k$ é o gradiente da iteração atual e α_k é a taxa de aprendizado.

A taxa de aprendizado é multiplicada pelo negativo do gradiente para determinar as atualizações dos pesos e *bias*. Quanto maior a taxa de aprendizagem, maior é o passo. Se a taxa de aprendizagem for demasiadamente grande, o algoritmo torna-se instável. Se a taxa de aprendizagem for muito pequena, o algoritmo leva muito tempo para convergir.

6.4.2_Gradiente Descendente com Momento

Outro algoritmo *backpropagation* utilizado para o treinamento das redes é o gradiente descendente com momento. O termo momento permite que a rede responda não somente ao

gradiente local, mas também às tendências recentes na superfície de erro. Agindo como um filtro passa-baixa, o momento permite que a rede ignore pequenas características na superfície de erro. O algoritmo sem momento corre o risco de convergir para um mínimo local. Já o algoritmo com momento permite a convergência para o mínimo global mesmo com a presença do tal mínimo local.

O momento pode ser adicionado ao aprendizado *backpropagation* fazendo a atualização dos pesos como sendo igual à soma de uma fração do último peso atualizado com uma fração da nova atualização sugerida pelo *backpropagation*. A magnitude do efeito da última atualização é mediada por uma “constante de momento”, que pode ser qualquer número entre 0 e 1. Quando a constante de momento é 0, a atualização do peso está baseada somente no gradiente. Quando a constante de momento é 1, a nova atualização do peso é ajustada para se igualar a última atualização e o gradiente é simplesmente ignorado. Se a função de desempenho em uma dada iteração exceder a função de desempenho em uma iteração precedente por mais de uma relação predefinida (tipicamente 1,04), os novos pesos e *bias* são rejeitados e o coeficiente de momento é ajustado para zero.

Estes dois algoritmos de treinamento *backpropagation* (gradiente descendente e gradiente descendente com momento) são, freqüentemente, muito lentos para problemas práticos. Existem, entretanto, algoritmos de elevado desempenho que podem convergir de dez a cem vezes mais rapidamente do que os algoritmos discutidos previamente.

Estes algoritmos com melhor desempenho se enquadram em duas categorias principais. A primeira categoria usa as técnicas heurísticas, que foram desenvolvidas de uma análise de desempenho do algoritmo padrão gradiente descendente. Uma modificação heurística é a técnica do momento, que foi apresentada acima. Duas novas técnicas heurísticas serão discutidas: *variable learning rate* e *resilient backpropagation*.

A segunda categoria de algoritmos com alto desempenho utiliza técnicas numéricas padrões de otimização. Serão apresentados três tipos destas técnicas utilizadas no treinamento *backpropagation* que se enquadram nesta categoria: gradiente conjugado, *quasi-Newton* e *Levenberg-Marquardt*.

6.4.3_Variable Learning Rate

Com o gradiente descendente, a taxa de aprendizado é fixa e o desempenho do algoritmo é muito sensível ao ajuste desta taxa. Se a taxa de aprendizagem for muito elevada, o algoritmo pode oscilar e se tornar instável. Se a taxa de aprendizagem for muito pequena, o

algoritmo irá demorar muito para convergir. Não é prático determinar o ajuste ótimo para a taxa de aprendizagem antes do treinamento, e, na verdade, a taxa de aprendizagem ótima muda durante o processo de treinamento, pois o algoritmo se move através da superfície de desempenho.

O desempenho do algoritmo gradiente descendente pode ser melhorado se for permitido que a taxa de aprendizagem varie durante o processo de treinamento. Uma taxa de aprendizagem variável manterá o tamanho do passo de aprendizagem tão grande quanto possível e ao mesmo tempo estável. A taxa de aprendizagem é ajustada em resposta à complexidade da superfície do erro local.

Uma taxa de aprendizagem ajustável exige algumas mudanças no procedimento de treinamento. Primeiramente, a saída inicial da rede e o erro são calculados. Em cada iteração novos pesos e *bias* são calculados usando a taxa de aprendizagem atual. Novas saídas e erros são então calculados.

Assim como no algoritmo com momento, se o novo erro exceder o erro da última iteração por mais de uma relação predefinida (tipicamente 1.04), estes novos pesos e *bias* são rejeitados. Além disso, a taxa de aprendizagem é diminuída (tipicamente multiplicando por = 0.7). Caso a relação entre os erros não exceder a relação predefinida, os pesos e *bias* são mantidos e se o novo erro for menor que o da última iteração, então, a taxa de aprendizado é aumentada (tipicamente multiplicando por 1.05).

Este procedimento aumenta a taxa de aprendizagem somente até ao ponto em que a rede possa aprender sem grandes aumentos de erro. Assim, uma taxa de aprendizagem ótima é obtida para uma superfície local. Quando uma taxa de aprendizagem maior puder resultar em um treinamento estável, então a taxa de aprendizagem é aumentada. Quando a taxa de aprendizagem é muito elevada, impossibilitando a diminuição do erro, então a taxa começa a ser diminuída até que a aprendizagem estável recomece.

6.4.4_Resilient Backpropagation

As redes multicamadas geralmente utilizam funções de transferência sigmóides nas camadas interiores. Estas funções são freqüentemente chamadas “*squashing functions*”, ou funções esmagadoras, pois comprimem uma escala infinita de dados de entrada em uma escala finita de dados de saída. As funções sigmóides são caracterizadas pelo fato de que sua inclinação tende a zero enquanto a entrada tende ao infinito. Esta característica causa um problema quando se utiliza o gradiente descendente para treinar uma rede multicamadas com

tais funções, pois o gradiente pode possuir um valor muito pequeno e, conseqüentemente, causar mudanças muito pequenas nos valores dos pesos e *bias*, mesmo quando estes estiverem longe de seus valores ótimos.

O propósito do algoritmo de treinamento *resilient backpropagation* é eliminar os efeitos nocivos das derivadas parciais. Somente o sinal da derivada é usado para determinar o sentido da atualização do peso; o valor da derivada não possui nenhum efeito nesta atualização. Os valores para atualização dos pesos e *bias* são aumentados sempre que a derivada da função de desempenho em relação a esse peso tiver o mesmo sinal para duas iterações consecutivas. E os valores da atualização são diminuídos sempre que a derivada em relação ao peso alternar o sinal de uma iteração para outra. Se a derivada for zero, então o valor da atualização permanece o mesmo. Sempre que os pesos estiverem oscilando, a mudança em seus valores será reduzida. Se o peso continuar alterando seu valor no mesmo sentido para várias iterações, então, as atualizações aumentarão seus valores.

O algoritmo de treinamento *resilient backpropagation* é geralmente muito mais rápido do que o gradiente descendente padrão. Suas propriedades requerem modesto aumento dos esforços exigidos em memória. É necessário armazenar os valores das atualizações para cada peso e *bias*, que é equivalente ao armazenamento do gradiente.

6.4.5_Gradiente Conjugado

O algoritmo *backpropagation* básico ajusta os pesos no sentido negativo do gradiente. Este é o sentido em que a função de desempenho diminui mais rapidamente. No entanto, embora a função diminua mais rapidamente no sentido contrário do gradiente, isto não significa que a convergência será, necessariamente, a mais rápida. Nos algoritmos que utilizam o gradiente conjugado, a busca é realizada ao longo das direções conjugadas, que geralmente produzem uma convergência mais rápida do que as direções de descida. Quatro variações diferentes de algoritmos que utilizam o gradiente conjugado serão apresentadas a seguir.

Na maioria dos algoritmos de treinamento que foram discutidos até o momento, a taxa de aprendizagem é usada para determinar o tamanho da atualização do peso (tamanho do passo). Na maioria dos algoritmos gradiente conjugado, o tamanho do passo é ajustado em cada iteração. Uma busca é realizada no sentido do gradiente conjugado para determinar o tamanho do passo, que minimiza a função de desempenho ao longo dessa linha de busca. Existem várias funções de busca e estas podem ser usadas de forma intercalada com uma

variedade de funções de treinamento. Algumas funções de busca são melhores aplicadas a determinadas funções de treinamento, embora a melhor escolha possa variar de acordo com a aplicação específica. Uma função de busca padrão é atribuída a cada função de treinamento, mas esta pode ser modificada pelo usuário.

6.4.5.1_Fletcher-Reeves

Todos os algoritmos gradiente conjugado iniciam a busca no sentido de descida (negativo do gradiente) na primeira iteração.

$$\mathbf{P}_0 = -\mathbf{g}_0 \quad (6.6)$$

na qual $\mathbf{P}_0$ e $\mathbf{g}_0$ são o sentido de busca e o gradiente da função de desempenho para $k = 0$, respectivamente. Uma linha busca é então executada para determinar a distância ótima para se mover ao longo do sentido atual de busca (FLETCHER; REEVES, 1964):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{P}_k \quad (6.7)$$

Então, o próximo sentido de busca é determinado de tal forma que este seja o conjugado dos sentidos de busca precedentes. O procedimento geral para determinar o novo sentido de busca é combinar o novo sentido de descida com os sentidos de busca precedentes:

$$\mathbf{P}_k = -\mathbf{g}_k + \beta_k \mathbf{P}_{k-1} \quad (6.8)$$

As várias versões do gradiente conjugado são distintas pela maneira como a constante β_k é calculado. Para a versão de *Fletcher-Reeves* o procedimento é

$$\beta_k = \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_{k-1}} \quad (6.9)$$

Esta é a relação entre o quadrado do gradiente atual e o quadrado do gradiente anterior.

Os algoritmos utilizando o gradiente conjugado são geralmente mais rápidos do que o *variable learning rate*, e são às vezes mais rápidos do que o *resilient backpropagation*, embora os resultados variem de um problema para o outro. Os algoritmos gradiente conjugado requerem somente um pouco a mais de memória para armazenamento do que os algoritmos mais simples. Logo, as rotinas baseadas no gradiente conjugado são freqüentemente uma boa escolha para redes com um grande número de pesos.

6.4.5.2_Polak-Ribière

Outra versão do algoritmo gradiente conjugado foi proposta por Polak e Ribiere (1969). Assim como no algoritmo *Fletcher-Reeves*, o sentido de busca em cada iteração é determinado por $\mathbf{P}_k = -\mathbf{g}_k + \beta_k \mathbf{P}_{k-1}$. Entretanto, a constante β_k é calculada por

$$\beta_k = \frac{\Delta \mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_{k-1}} \quad (6.10)$$

este é o produto interno entre a variação do gradiente anterior e o gradiente atual dividido pelo quadrado do gradiente anterior.

A rotina desenvolvida por Polak e Ribière possui desempenho similar ao *Fletcher-Reeves*. É difícil prever qual destes algoritmos resolverá melhor um dado problema. As exigências de armazenamento para *Polak-Ribière* (quatro vetores) são ligeiramente maiores do que para *Fletcher-Reeves* (três vetores).

6.4.5.3_Powell-Beale Restarts

Para todas as variações do algoritmo gradiente conjugado, o sentido de busca será periodicamente restaurado para o negativo do gradiente. O ponto padrão de restauração ocorre quando o número de iterações é igual ao número de parâmetros da rede (pesos e *bias*), mas há outros métodos para esta restauração que podem melhorar a eficiência do treinamento. Um destes métodos foi proposto por Powell (1977), baseado em uma versão antes proposta por Beale (1972). Para esta técnica, o algoritmo será reiniciado quando houver uma ortogonalidade muito pequena entre o gradiente atual e o gradiente anterior. Isto pode ser testado com a seguinte desigualdade

$$\left| \mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_k \right| \geq 0.2 \|\mathbf{g}_k\|^2 \quad (6.11)$$

Se esta condição é satisfeita, o sentido de busca é restaurado para o negativo do gradiente.

A rotina *Powell-Beale* possui um desempenho consideravelmente melhor do que *Polak-Ribière*, embora seja difícil prever o desempenho destas rotinas para o problema a ser resolvido. As exigências de armazenamento para o algoritmo *Powell-Beale* (seis vetores) são ligeiramente maiores do que para *Polak-Ribière* (quatro vetores).

6.4.5.4 *Scaled Conjugate Gradient*

Cada uma das versões do algoritmo gradiente conjugado que foram discutidas até aqui requerem uma linha de busca em cada iteração. Esta linha de busca é computacionalmente cara, pois requer que a resposta da rede para todas entradas de treinamento seja calculada várias vezes para cada busca. O algoritmo *Scaled Conjugate Gradient* (SCG), desenvolvido por Moller (1993), foi projetado para diminuir o tempo de busca consumido. Este algoritmo é complexo e foge ao espaço deste capítulo, mas a idéia básica é combinar a aproximação da região de confiança do modelo (usado no algoritmo de *Levenberg-Marquardt*, que será descrito adiante), com a aproximação do gradiente conjugado.

A rotina SCG pode requerer mais iterações para convergir do que os outros algoritmos gradiente conjugado, no entanto, o número de cálculos em cada iteração é reduzido significativamente porque nenhuma linha de busca é executada. As exigências de armazenamento para o algoritmo SCG são mais ou menos iguais como ao de *Fletcher-Reeves*.

É importante ressaltar que diversos dos algoritmos gradiente conjugado e *quasi-Newton* requerem que uma linha de busca seja executada. Embora não sejam discutidas aqui, as principais rotinas de linha de busca são *Golden Section Search*, *Brent's Search*, *Hybrid Bisection-Cubic Search*, *Charalambous' Search*, *Backtracking*.

6.4.6 *Quasi-Newton*

O método de Newton é uma alternativa às versões do gradiente conjugado para otimização rápida. A etapa básica do método de Newton é

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{A}_k^{-1} \mathbf{g}_k \quad (6.12)$$

na qual $\mathbf{A}_k$ é a matriz Hessiana (derivada segunda) do índice de desempenho dos valores atuais dos pesos e *bias*. O método de Newton freqüentemente converge mais rapidamente do que os métodos gradiente conjugado. Infelizmente, é complexo e caro calcular a matriz Hessiana para redes neurais *feedforward*. Há uma classe de algoritmos que são baseados no método de Newton, mas que não requerem o cálculo da matriz Hessiana. Estes são chamados métodos *quasi-Newton* (ou *secant*). Estes atualizam uma matriz aproximada da Hessiana em cada iteração do algoritmo. A atualização é calculada em função do gradiente. Os métodos *quasi-Newton* que foram mais bem sucedidos são o *Broyden*, *Fletcher*, *Goldfarb* e *Shanno* (BFGS).

6.4.6.1_Algoritmo BFGS

Este algoritmo requer maior esforço computacional em cada iteração e maior quantidade de memória para armazenamento de dados do que os métodos gradiente conjugado, no entanto, converge em poucas iterações. A Hessiana aproximada deve ser armazenada e sua dimensão é $n_w \times n_w$, na qual n_w é o número de pesos e *bias* da rede. Para redes muito grandes pode ser melhor usar o *Resilient Backpropagation* ou um dos algoritmos gradiente conjugado. Para redes menores, entretanto, o BFGS pode ser um eficiente algoritmo de treinamento.

6.4.6.2_One Step Secant

Pelo fato do algoritmo BFGS requerer maior quantidade de memória para armazenamento dos dados e maior esforço computacional em cada iteração, então, surge a necessidade de desenvolver um algoritmo com menor exigência computacional e de armazenamento. O método *one step secant* (OSS) é uma tentativa de construir uma ponte entre os algoritmos gradiente conjugado e os *quasi-Newton*. Este algoritmo não armazena a matriz Hessiana completa; é assumido a cada iteração que a Hessiana anterior é uma matriz identidade. Este fato possui a vantagem de que o novo sentido de busca pode ser calculado sem a necessidade da matriz inversa.

6.4.7_Levenberg-Marquardt

Assim como os métodos *quasi-Newton*, o algoritmo *Levenberg-Marquardt* foi desenvolvido para realizar o treinamento sem a necessidade do cálculo da matriz Hessiana. Quando a função de desempenho possuir a forma de uma soma de quadrados (típica no treinamento de redes *feedforward*), então, a matriz Hessiana pode ser aproximada por

$$A = J^T J \quad (6.13)$$

e o gradiente pode ser calculado como

$$g = J^T e \quad (6.14)$$

na qual J é a matriz Jacobiana que contém as primeiras derivadas dos erros da rede em relação aos pesos e *bias*, e e é o vetor de erros da rede. A matriz Jacobiana pode ser calculada com

uma técnica padrão (HAGAN; MENHAJ, 1994) que é muito menos complexa do que o cálculo da matriz Hessiana.

O algoritmo *Levenberg-Marquardt* usa esta aproximação para a matriz Hessiana na seguinte atualização:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{e} \quad (6.15)$$

Quando o escalar μ é zero, este é justamente o método de Newton utilizando a matriz Hessiana aproximada. Quando μ é grande, o método se transforma no gradiente descendente com pequeno tamanho do passo. O método de Newton é mais rápido e mais preciso. Assim, o μ é diminuído após cada passo bem sucedido (redução na função de desempenho) e aumentado somente quando em uma etapa houver a tentativa para aumentar a função de desempenho. Desta maneira, a função de desempenho será sempre reduzida em cada iteração do algoritmo.

Este algoritmo parece ser o método mais rápido para treinar redes neurais *feedforward* com tamanho médio (com algumas centenas de pesos). Possui também uma execução muito eficiente na plataforma MATLAB®.

6.4.8 Limitações e Precauções

Como já visto, o *backpropagation* pode treinar redes multicamadas com funções de transferência diferenciáveis utilizando diversas técnicas (algoritmos) de otimização. O algoritmo gradiente descendente é geralmente muito lento, pois requer taxas de aprendizagem muito pequenas para uma aprendizagem estável. O algoritmo com momento é geralmente mais rápido que o gradiente descendente simples, pois este trabalha com taxas de aprendizagem maiores e ainda mantém a estabilidade, no entanto, este algoritmo ainda é muito lento para aplicações práticas. Normalmente, para estas aplicações, é utilizado o algoritmo de treinamento *Levenberg-Marquardt* em redes de tamanho médio, caso se tenha bastante memória disponível. Se a memória for um problema, então, há uma variedade de outros algoritmos de alto desempenho disponíveis já citados anteriormente. Para redes muito grandes, provavelmente se utilizará o *Scaled Conjugate Gradient* e o *Resilient Backpropagation*.

As redes multicamadas podem ser aplicadas em programação linear ou não-linear, e podem aproximar qualquer função razoavelmente bem. Tais redes superam os problemas

associados com redes de apenas uma camada e com funções de transferência lineares. Escolher a taxa de aprendizagem para uma rede não-linear é um desafio. Assim como em redes lineares, uma taxa de aprendizagem muito grande conduz a uma aprendizagem instável. Inversamente, uma taxa de aprendizagem muito pequena resulta em tempos de treinamento muito longos. Ao contrário das redes lineares, não há nenhum método simples para a escolha de uma taxa de aprendizagem ótima para redes multicamadas não-lineares.

A superfície de erro de uma rede não-linear é mais complexa do que a superfície de erro de uma rede linear. O problema é que as funções de transferência não-lineares em redes multicamadas introduzem muitos mínimos locais na superfície de erro. Como o gradiente descendente é executado na superfície de erro, então, é possível que a solução da rede se prenda em um destes mínimos locais. Isto pode acontecer dependendo das condições iniciais. Estabelecer-se em um mínimo local pode ser bom ou ruim, dependendo de quão próximo o mínimo local está do mínimo global e de quão pequeno é o erro requerido. Em todo o caso, deve-se ter cuidado, pois, embora uma rede multicamadas *backpropagation* com bastantes neurônios possa executar o treinamento com qualquer função, o *backpropagation* nem sempre encontrará os pesos corretos para a solução ótima. Uma prática para se verificar a eficiência de uma rede é treiná-la diversas vezes para garantir a melhor solução.

As redes também são sensíveis ao número de neurônios em suas camadas intermediárias. Poucos neurônios podem conduzir a um pobre ajuste (interpolação), enquanto que muitos neurônios, embora contribua para um ótimo ajuste em todos os pontos de treinamento, gera oscilações bruscas na curva interpolada entre estes pontos.

CAPÍTULO 7_APLICAÇÕES DIVERSAS PARA O MONITORAMENTO DA SAÚDE ESTRUTURAL.

Neste capítulo são apresentadas algumas aplicações numéricas e experimentais do monitoramento da saúde estrutural utilizando os conceitos estudados nos capítulos anteriores. Um sistema SHM confiável deve utilizar mais de uma técnica para a detecção, localização e quantificação das falhas. Neste sentido, o presente capítulo tem por objetivo a aplicação de diferentes índices de sensibilidade para o monitoramento estrutural.

7.1_Aplicação Numérica utilizando Normas de Sistemas

A metodologia proposta foi aplicada em uma estrutura do tipo placa. Para situações práticas, as normas de sistemas podem ser calculadas diretamente de sinais experimentais, uma vez que as matrizes **A**, **B**, **C** e **D** podem ser estimadas através de um método de identificação modal, como o ERA, por exemplo. Porém, nesta aplicação as matrizes de massa e rigidez do sistema foram obtidas via MEF utilizando a teoria de placa de Kirchhoff. O modelo considera um elemento de placa com quarto nós e três graus de liberdade estruturais por nó (deslocamento transversal u_z na direção z, rotação θ_x em torno de x, rotação θ_y em torno de y) e um grau de liberdade elétrico por nó (potencial elétrico). O vetor deslocamento $\mathbf{u}_i$ e potencial elétrico $\boldsymbol{\varphi}_i$ do elemento são dados por,

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= [u_{z1} \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ u_{z2} \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ u_{z3} \ \theta_{x3} \ \theta_{y3} \ u_{z4} \ \theta_{x4} \ \theta_{y4}]^T \\ \boldsymbol{\varphi}_i &= [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3 \ \varphi_4]^T \end{aligned} \quad (7.1)$$

O elemento considerado está indicado na figura 7.1.

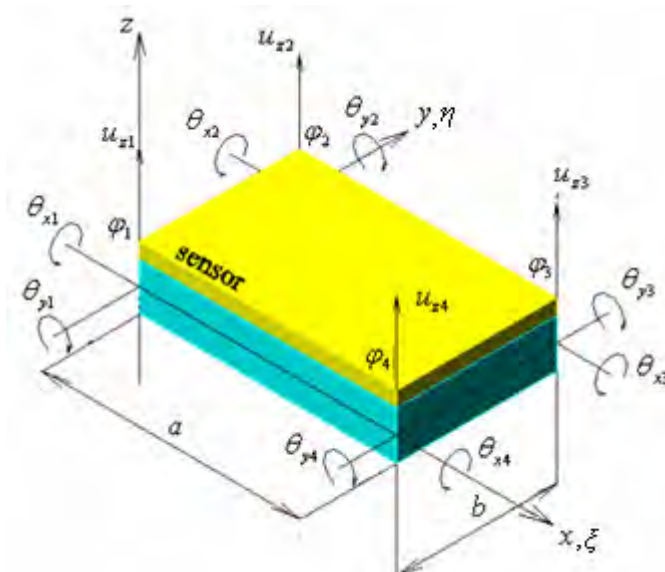


Figura 7.1 – Elemento estrutural retangular com acoplamento eletromecânico

na qual ξ e η são coordenadas generalizadas do elemento em função, respectivamente, das coordenadas globais x e y . O comprimento e a largura do elemento são a e b , respectivamente.

A figura 7.2a apresenta a placa utilizada nesta aplicação para detecção e localização de falhas através das normas H_∞ e H_2 . A placa de alumínio foi discretizada via MEF com 100 elementos, totalizando 363 GL, no entanto, devido ao engaste são considerados apenas $N = 660$ estados. Para avaliação desta metodologia, considerou-se que a placa está sendo monitorada por 30 sensores do tipo PVDF. Após simulação da falha foi calculado o índice de sensor (equação (3.54)) para cada posição do sensor e avaliado a localização da falha. Na figura 7.2b são mostradas as posições dos 30 sensores. As propriedades físicas e geométricas da placa são mostradas na tabela 7.1.

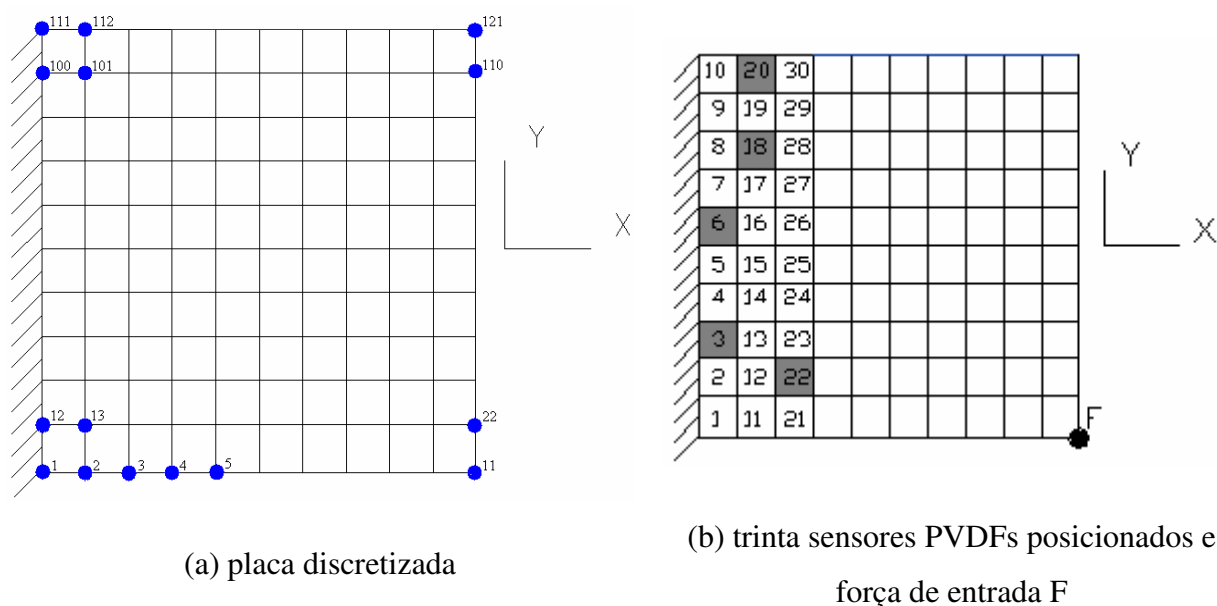


Figura 7.2 – (a) Placa de alumínio discretizada em cem elementos; (b) Posicionamento dos sensores utilizados para detectar e localizar a falha.

Tabela 7.1 – Propriedades físicas e geométricas da placa simulada.

Dimensões (m)	Comprimento	Largura	Espessura
	0,5	0,03	0,005
Densidade (kg/m^3)	2710		
Módulo de Elasticidade (GPa)	70		

Quatro casos de falhas do tipo trinca foram simulados nos elementos próximos ao engaste através da diminuição de rigidez. A força de entrada impulsiva (F) é considerada na direção negativa do eixo z, como mostra a figura 7.2b. A tabela 7.2 mostra os quatro casos de falha considerados e as respectivas porcentagens de redução de rigidez dos elementos.

É importante ressaltar que neste trabalho a redução de rigidez nos elementos foi utilizada para representação de falhas do tipo trinca, no entanto, não se sabe exatamente se este tipo de falha pode ser representado somente pela redução de rigidez. E também para as aplicações experimentais, não se sabe o quão representativo são as falhas que foram simuladas por adição de massa e cortes (simulação de trinca). Para trabalhos futuros nesta área, seria aconselhável a utilização dos índices aqui estudados para detecção e localização de falhas reais.

Tabela 7.2 – Elementos e porcentagens de redução de rigidez dos casos simulados.

	Posição da falha:	Porcentagem de redução de rigidez (%)
1º caso	Elemento 6	10
2º caso	Elemento 18	20
3º caso	Elemento 22	30
4º caso	Elementos 3 e 20	20

As figuras 7.3a e b mostram, para o primeiro caso simulado, o índice do sensor calculado através das normas H_2 e H_∞ , respectivamente. Os modos mais afetados podem ser visualizados através da figura 7.4.

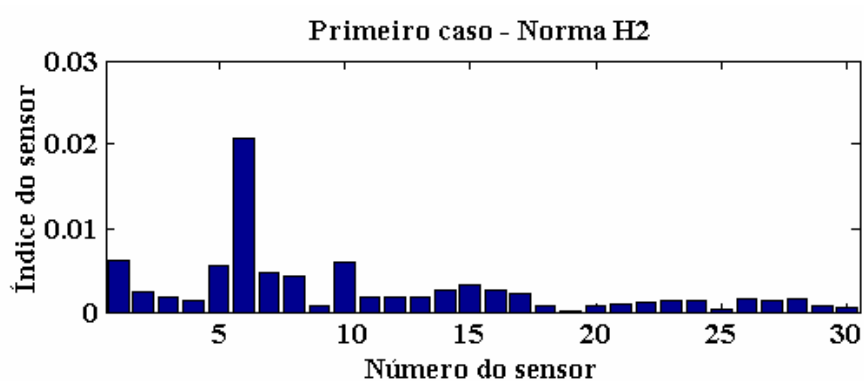
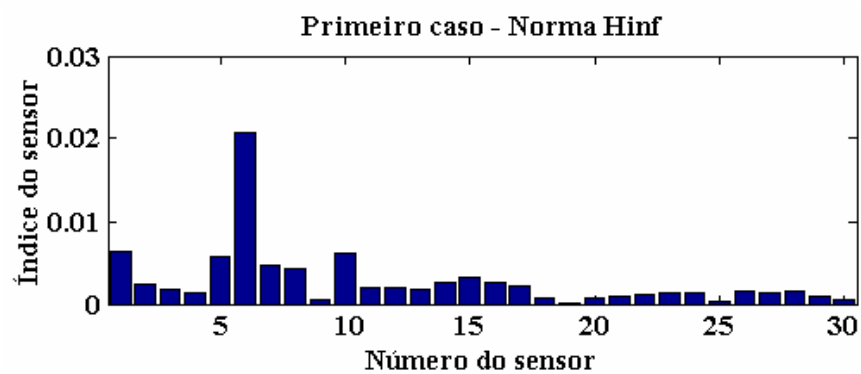
(a): Primeiro caso simulado, índice H_2 do sensor.(b): Primeiro caso simulado, índice H_∞ do sensor.

Figura 7.3 – Primeiro caso, falha na posição do elemento seis.

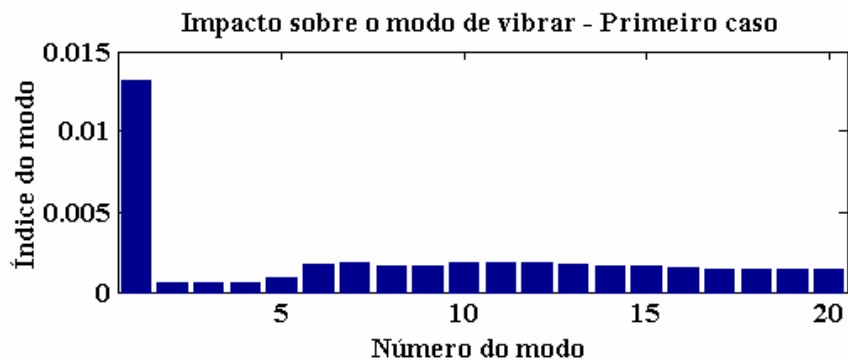
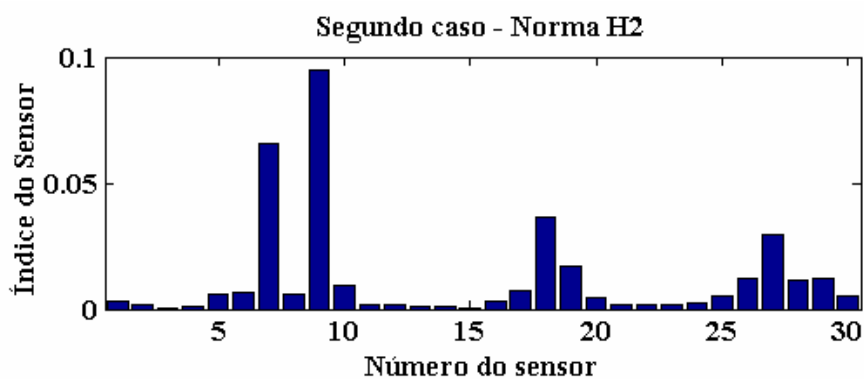
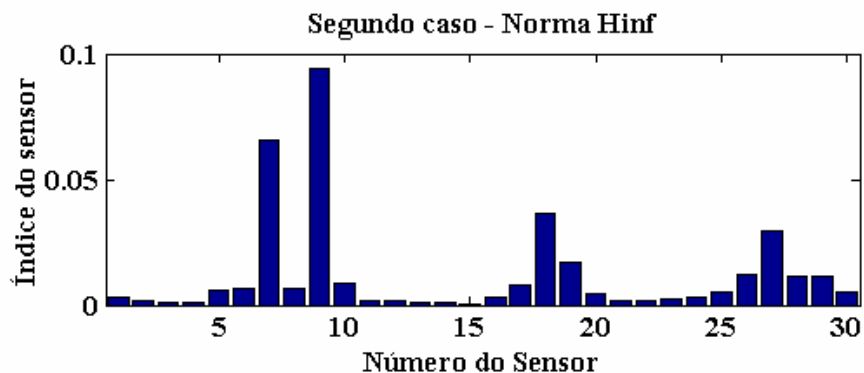


Figura 7.4 – Modo mais afetado pela falha, primeiro caso.

As figuras 7.5a e b apresentam os resultados para o segundo caso simulado. Para auxiliar a compreensão dos resultados a figura 7.6 mostra a placa com destaque para o elemento cuja falha foi simulada e a resposta obtida. A figura 7.7 mostra o modo mais afetado pelo respectivo dano.



(a): Segundo caso simulado, índice H_2 do sensor.



(b): Segundo caso simulado, índice H_∞ do sensor.

Figura 7.5 – Índices do sensor, segundo caso de falha.

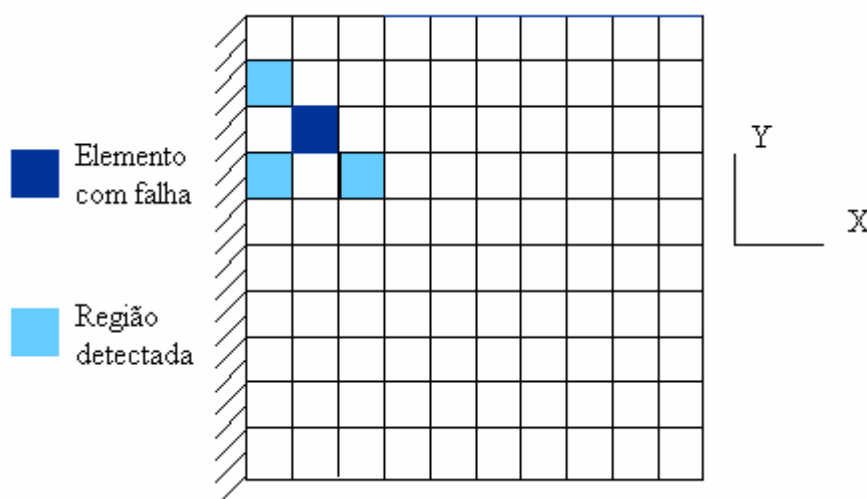


Figura 7.6 – Placa com elemento com falha e região localizada, segundo caso.

Na figura 7.6 os sensores detectam a falha existente no elemento 18 em uma região vizinha a este elemento. Isto se deve principalmente a alta severidade da falha, influenciando também os sensores vizinhos com grande intensidade. É importante destacar que para situações práticas o número de sensores é limitado e a falha será localizada em uma região próxima ao sensor, a não ser quando sua posição seja a mesma que a do sensor.

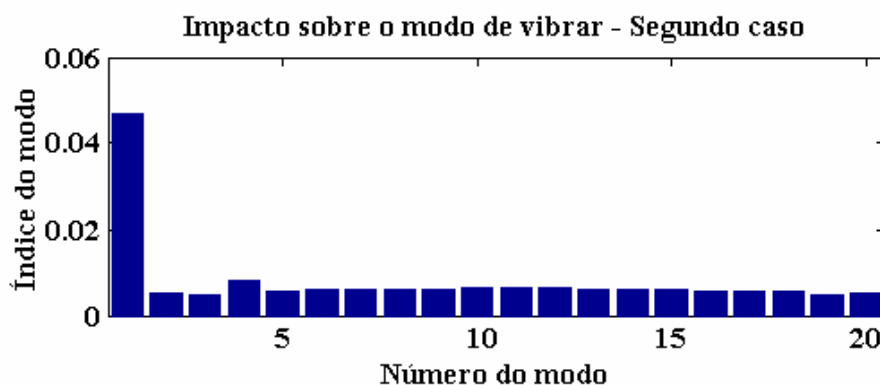
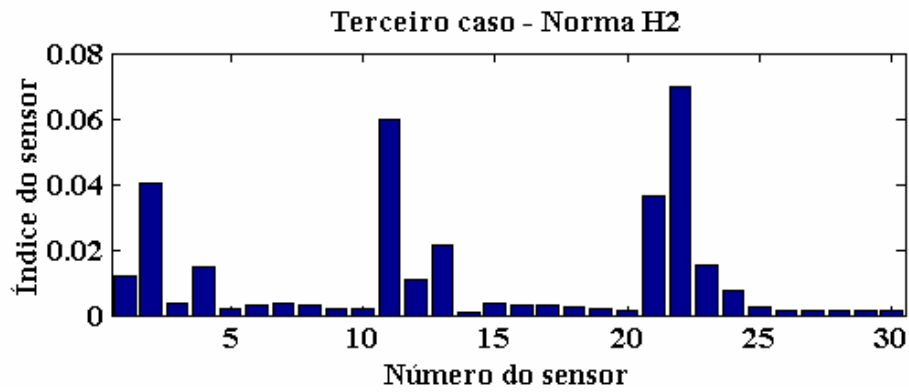


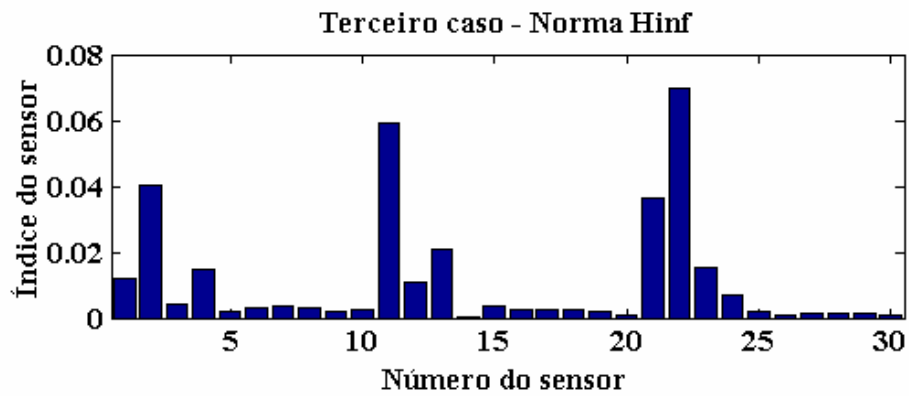
Figura 7.7 – Modo mais afetado pela falha, segundo caso.

As figuras 7.8a e b e 7.11a e b apresentam os resultados para o terceiro e quarto casos simulados, respectivamente. Também para estes casos, as figuras 7.9 e 7.12 mostram a placa com destaque para os elementos com falhas e as regiões detectadas através da metodologia utilizada. Os modos mais afetados pelos danos são mostrados nas figuras 7.10 e 7.13. O quarto caso apresenta a localização de falhas simultâneas. Poucas referências da literatura

tratam destes casos devido sua complexidade. Pode-se verificar pelos resultados que a metodologia utilizada fornece resultados promissores para este tipo de falha.



(a): Terceiro caso simulado, índice H_2 do sensor.



(b): Terceiro caso simulado, índice H_∞ do sensor.

Figura 7.8 – Índices do sensor, terceiro caso de falha.

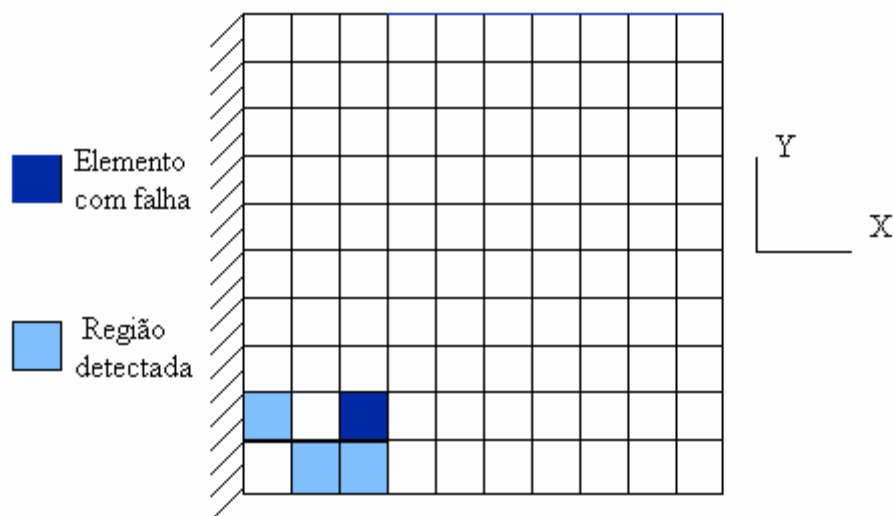


Figura 7.9 – Placa com elemento com falha e região localizada, terceiro caso.

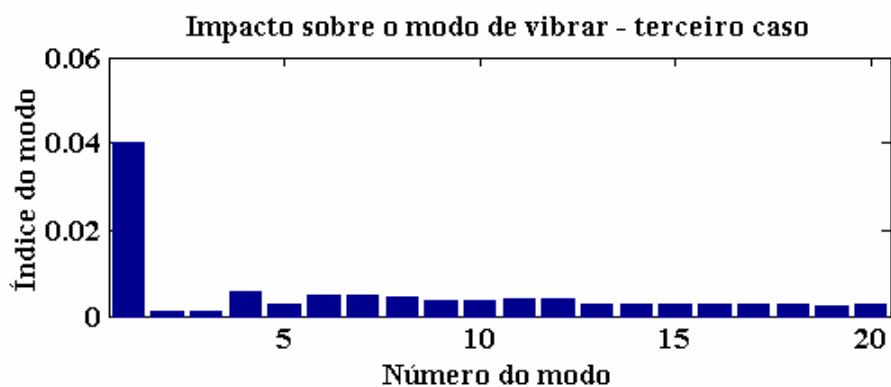
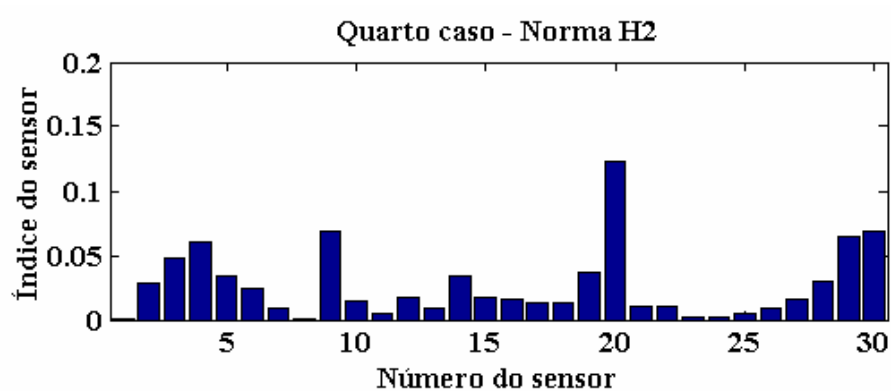
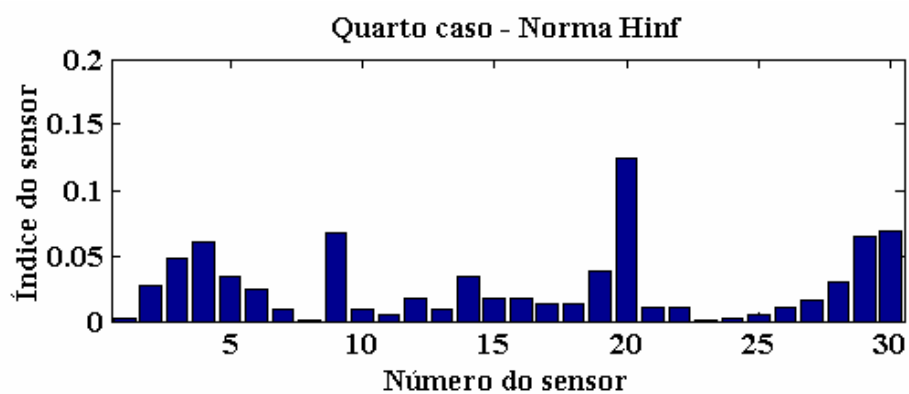


Figura 7.10 – Modo mais afetado pela falha, terceiro caso.



(a): Quarto caso simulado, índice H_2 do sensor.



(b): Quarto caso simulado, índice H_∞ do sensor.

Figura 7.11 – Índices do sensor, quarto caso de falha.

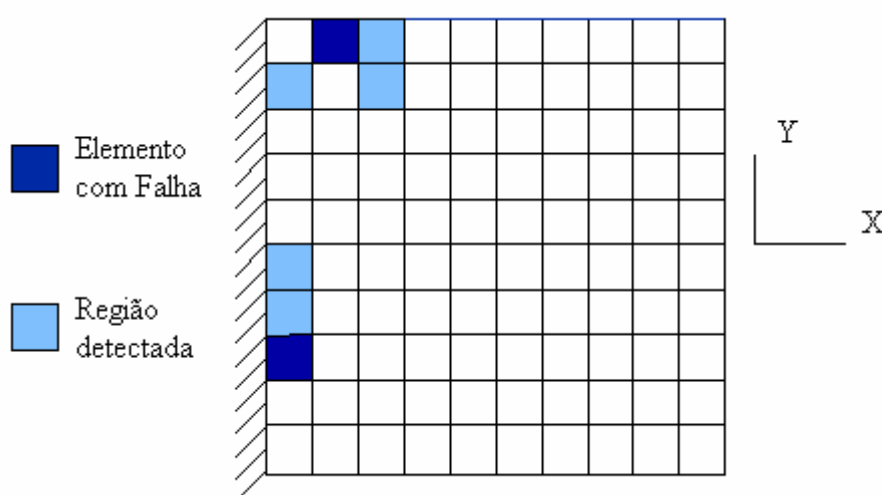


Figura 7.12 – Placa com elementos com falhas e regiões localizadas, quarto caso.

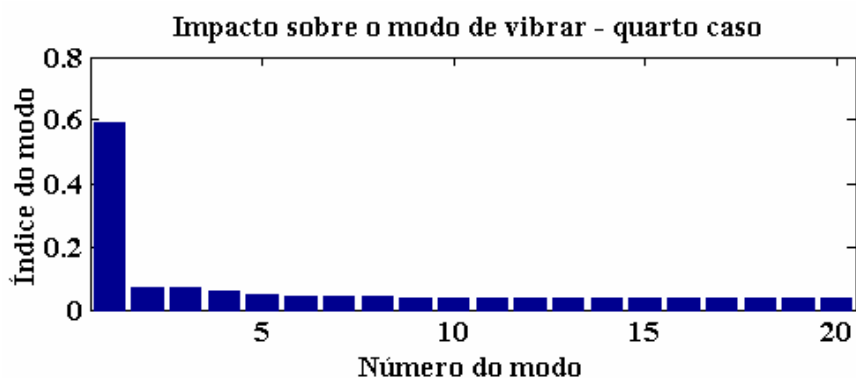


Figura 7.13 – Modo mais afetado pela falha, quarto caso.

Vale a pena destacar a importância dos índices do modo para avaliar o impacto das falhas sobre os modos de vibrar, uma vez que os modos mais afetados possuem maiores e melhores informações sobre as mudanças estruturais provocadas por tais falhas. Sendo assim, é possível analisar quais modos serão considerados no cálculo dos índices do sensor. Para esta aplicação foi considerado somente o primeiro modo no cálculo das normas e dos índices. A grande vantagem é a diminuição considerável do esforço computacional e o aumento da confiabilidade dos resultados.

7.2_Aplicação Experimental Utilizando Normas de Sistemas

Esta aplicação foi realizada em uma placa de alumínio na condição engastada-livre-livre-livre. As propriedades físicas e geométricas da placa são mostradas na tabela 7.3. Os materiais utilizados para o ensaio foram: 4 cerâmicas piezelétricas da Piezo System[®], 4

acelerômetros modelo 352C22 da PCB Piezotronics[®], 2 condicionadores de sinais, 1 amplificador de potência e 1 microcomputador equipado com placa de aquisição de sinais e com um software de análise de sinais Signal Calc ACE[®] II. A figura 7.14 ilustra de maneira esquemática a instrumentação da bancada.

As cerâmicas piezelétricas excitam a estrutura utilizando um sinal do tipo randômico gerado pelo Signal Calc ACE[®] II. Os sinais de saída são medidos pelos quatro acelerômetros presentes na estrutura. Em todos os testes a aquisição dos sinais foi realizada na faixa de frequência de 0 a 500 Hz com frequência de amostragem de 1282 Hz. Os sinais de entrada e saída do sistema passam por uma janela *Hanning* para evitar problemas de *leakage*. Os sinais, tanto no domínio do tempo, quanto da frequência foram salvos em arquivos TXT e tratados no MATLAB[®]. Os parâmetros do sistema foram identificados utilizando o algoritmo ERA e os modelos no espaço de estados em coordenadas modais foram montados para as quatro diferentes posições de saída. Ressalta-se que por restrições no número de canais do sistema de aquisição utilizado é adquirida uma FRF por vez em cada uma das quatro posições.

O sinal de saída foi medido três vezes em cada um dos quatro pontos mostrados na figura 7.14 na condição sem falha e depois, medido uma vez em cada um destes pontos na condição de falha. Com o intuito de avaliar a detecção de falhas incipientes, uma massa de 0,003 Kg foi adicionada na posição do sensor número três. A figura 7.15 mostra em detalhes a configuração do experimento. Para verificação experimental da metodologia proposta foram calculadas as normas H_∞ e H_2 para todos os sistemas identificados, ou seja, três sistemas sem falha e um com falha. Logo, pode-se detectar a falha observando o índice do sensor, que foi calculado tomando como referência a média dos três sinais medidos sem a adição de falha. Pode-se também localizar a falha comparando os índices dos sensores calculados utilizando o sinal com falha de cada sensor.

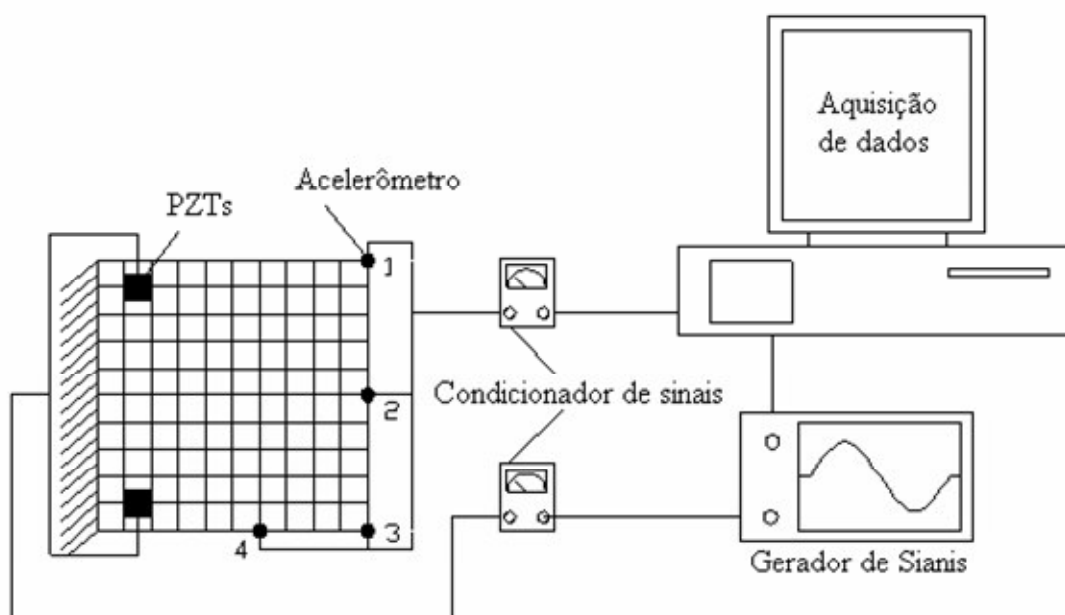


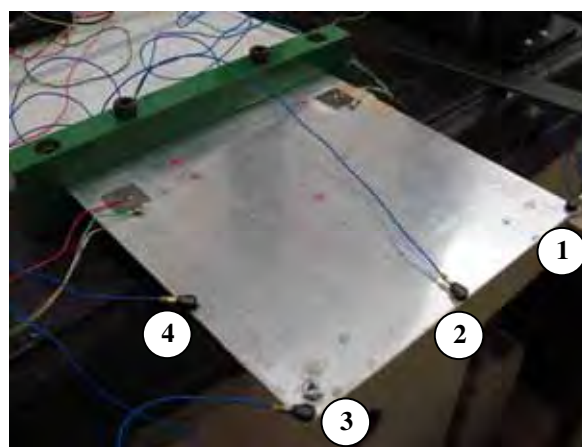
Figura 7.14 – Esquema utilizado para realização do experimento.

Tabela 7.3 – Propriedades físicas e geométricas da placa.

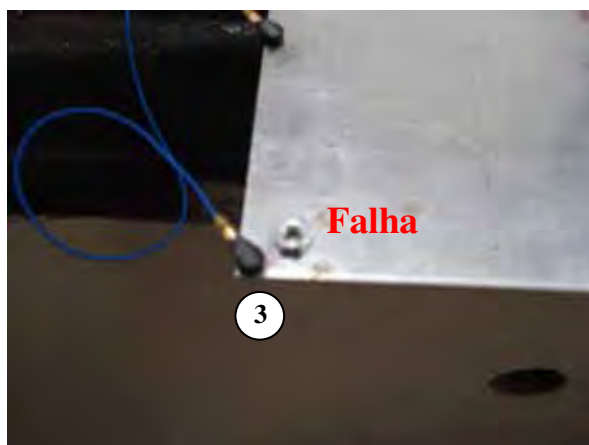
Parâmetros da Placa	Valor	Parâmetros do PZT 5H	Valor
Módulo de Young (GPa)	70	Módulo de Young (GPa)	60
Coeficiente de Poisson	0,3	Constante dielétrica ϵ_{33}^s (F/m)	3,363e-8
Densidade (kg/m ³)	2710	Constante de elasticidade c_{11} (N/m ²)	92,3e9
Comprimento (mm)	200	Permissividade dielétrica ϵ_{31} (C/m ²)	-16.27
Largura (mm)	199	Densidade (kg/m ³)	7500
Espessura (mm)	2	Comprimento (mm)	20
		Largura (mm)	19,9
		Espessura (mm)	0,25



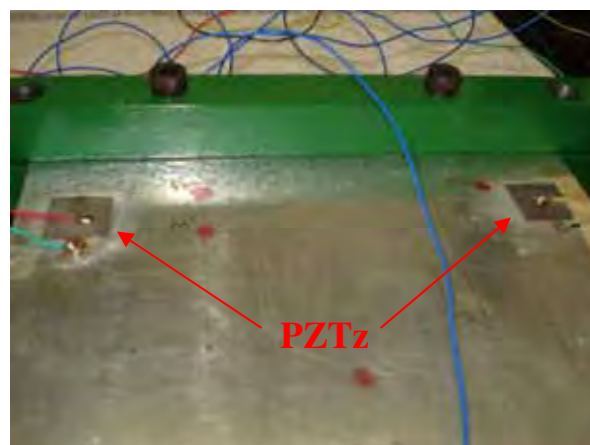
Vista geral



Sensores



falha (massa) na posição do terceiro sensor



Cerâmicas piezelétricas

Figura 7.15 – Detalhes da configuração do experimento.

A figura 7.16 mostra a função de resposta em frequência (FRF) da estrutura antes e depois da introdução da falha para cada sensor, verificando-se a repetibilidade das medidas sem realizadas.

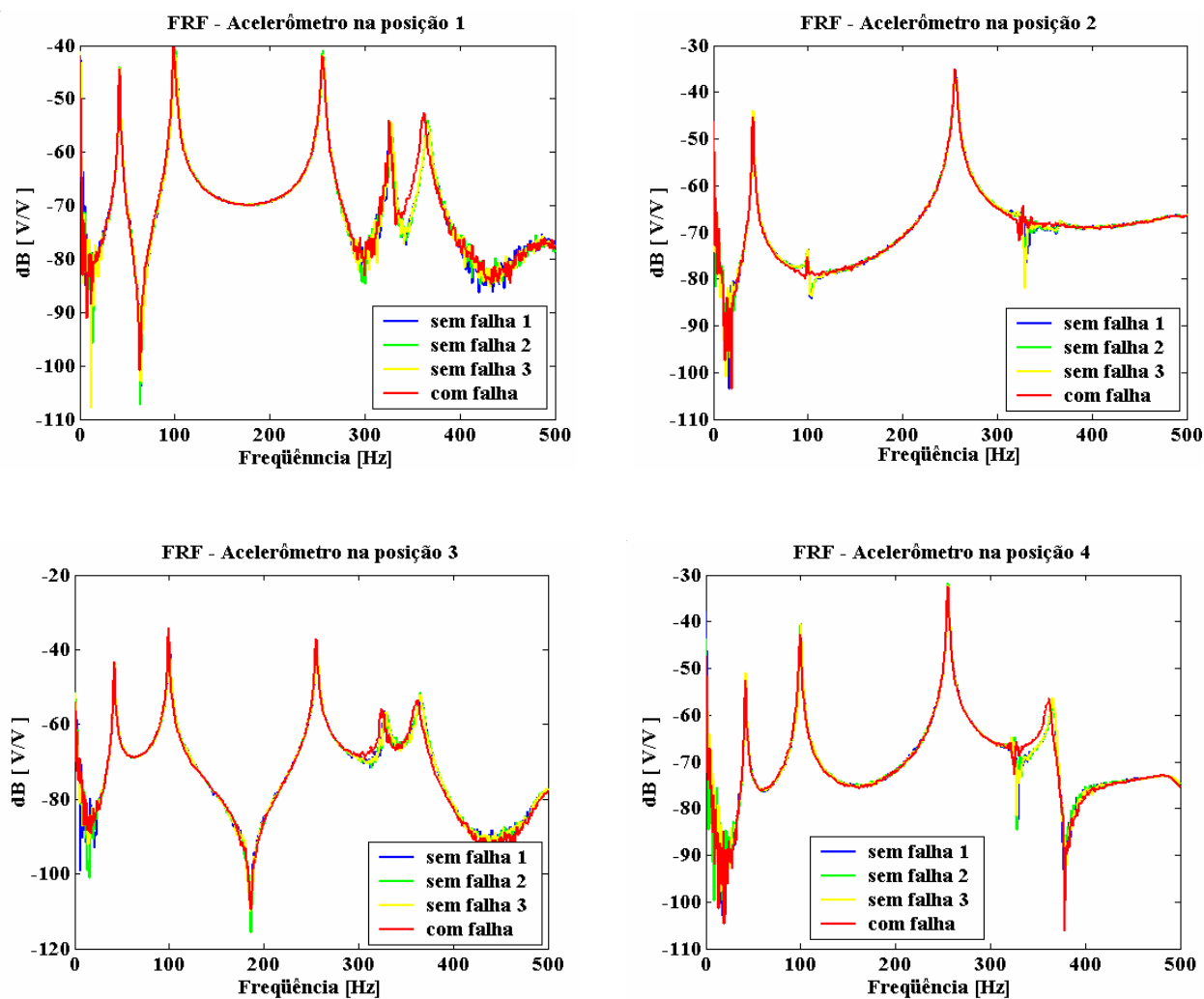


Figura 7.16 – FRFs da placa de alumínio com e sem falha.

As figuras 7.17 e 7.18 mostram que a falha foi detectada por todos os sensores da estrutura utilizando o índice do sensor calculado pelas normas H_∞ e H_2 . O índice do sensor foi calculado para três sistemas (**A**, **B**, **C** e **D**) sem falha e um sistema com falha. Para o cálculo do índice se utilizou a média dos três sistemas sem falha como referência. Nas figuras 7.17 e 7.18 os índices foram normalizados em relação ao maior valor.

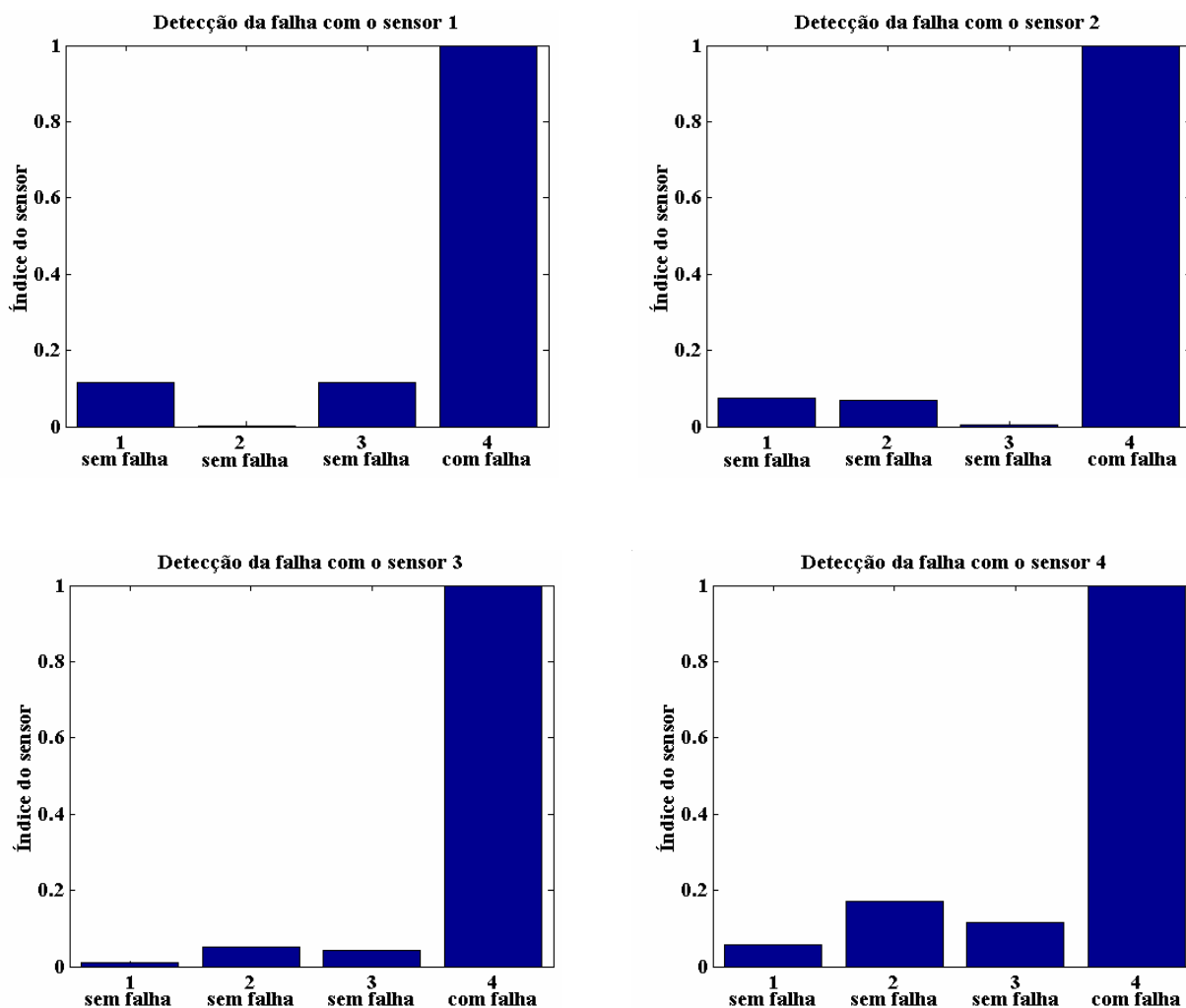


Figura 7.17 – Índice H_∞ do sensor para todos os sensores.

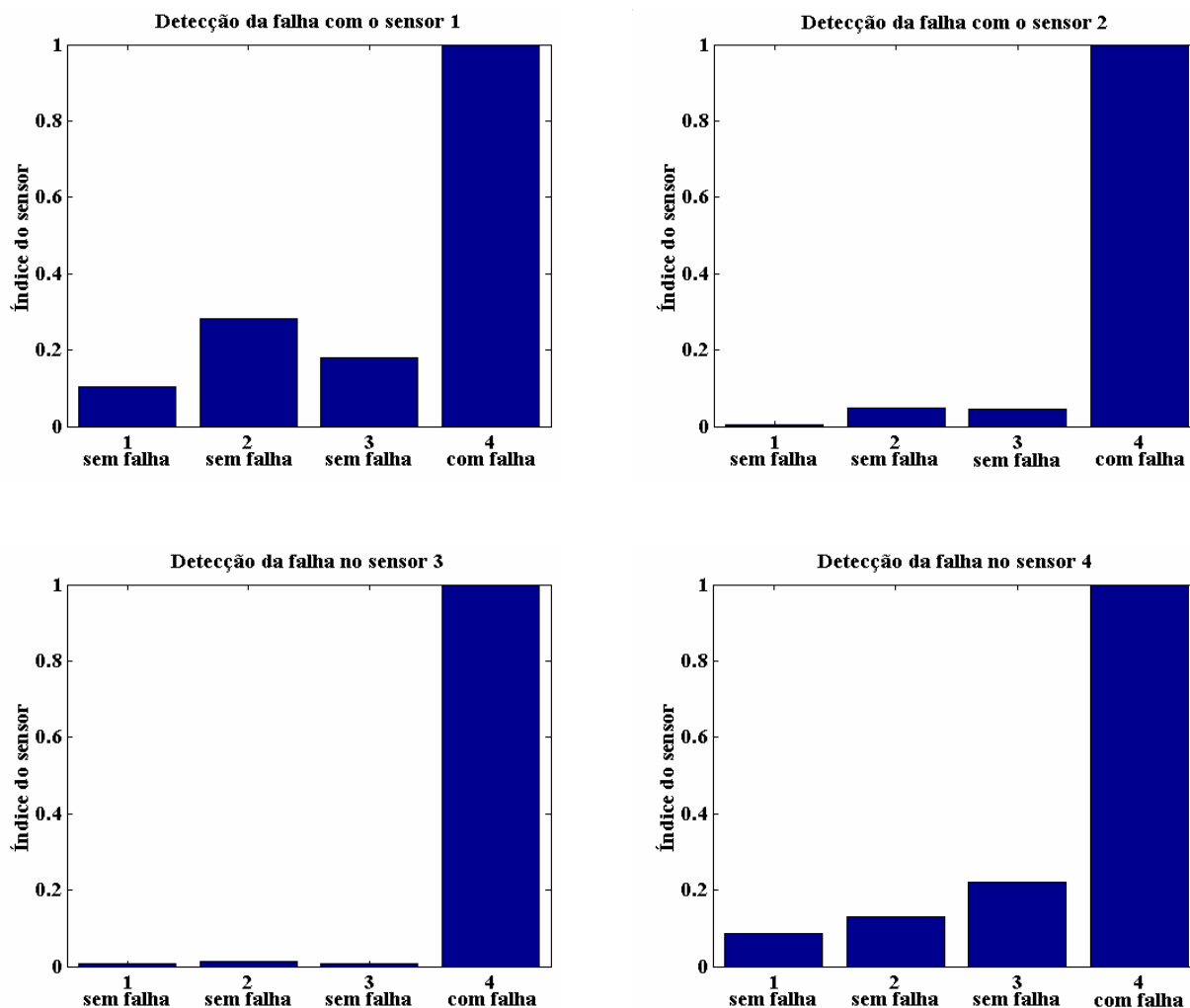


Figura 7.18 – Índice H_2 do sensor para todos os sensores.

A figura 7.19 mostra que a falha está localizada na posição 3 quando se compara os índices com falha dos quatro sensores, mostrando que o impacto da falha estrutural é maior sobre o sensor mais próximo da posição da falha. Tanto os índices calculados com a norma H_∞ quanto os calculados com a norma H_2 conseguem localizar a falha na posição do sensor 3.

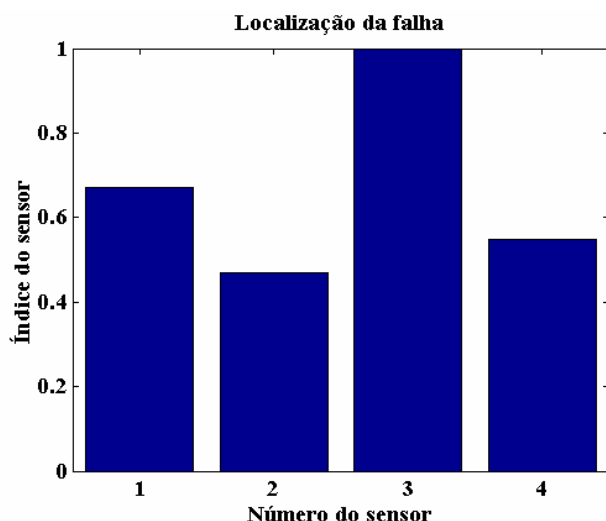
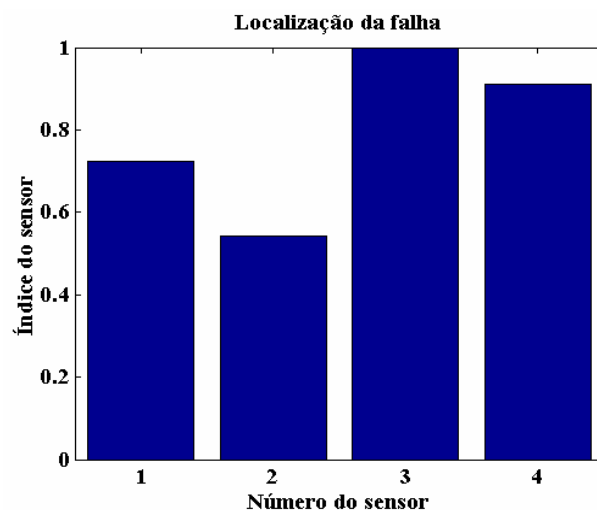
(a) Índices calculados com a norma H_∞ (b) Índices calculados com a norma H_2

Figura 7.19 – Localização da falha utilizando o índice do sensor.

É possível também observar pelo cálculo do índice do modo para o sistema identificado com o sinal do sensor 3 que, dos modos em análise (os cinco primeiros), o quarto foi o mais afetado pela falha, conforme pode ser visto na figura 7.20.

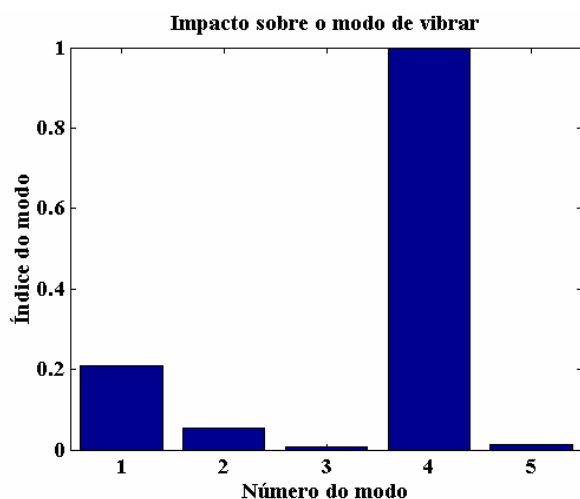
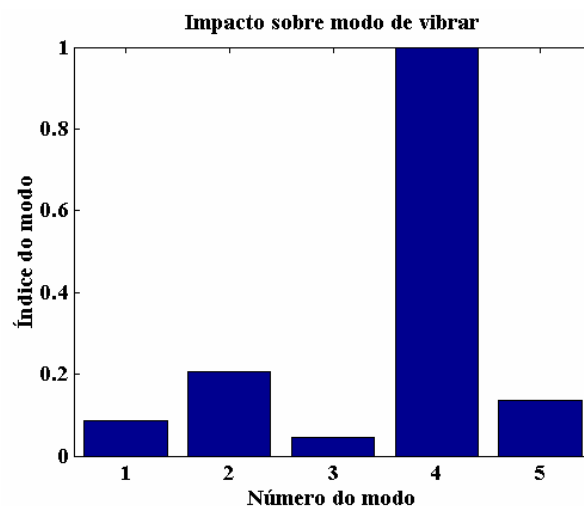
(a) Índices calculados com a norma H_∞ (b) Índices calculados com a norma H_2

Figura 7.20 – Índice do modo mais afetado pela falha na posição 3.

É importante ressaltar que o modo mais afetado depende do tipo da falha (diminuição ou aumento de rigidez, diminuição ou aumento de massa), da severidade da falha e, principalmente da posição da falha.

7.3_Análise Numérica e Experimental Utilizando Matrizes Grammianas de Observabilidade

A metodologia proposta foi aplicada numericamente para uma viga de aço engastada, como mostra a figura 7.21. A viga foi modelada pelo método dos elementos finitos considerando 10 elementos estruturais, resultando em 20 graus de liberdade livres (dois por nó). As propriedades físicas e geométricas da viga são dadas na tabela 7.4.

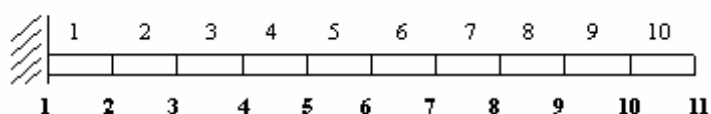


Figura 7.21 – Modelo em elementos finitos para a viga engastada.

Tabela 7.4 – Dimensões e propriedades do material para a viga engastada.

Dimensões (mm)	Comprimento	Largura	Espessura
	420	37	5
Densidade (kg/m^3)	7800		
Módulo de Young (GPa)	210		

Dois casos de falha foram considerados. O primeiro foi simulado com a redução de 2% na rigidez do elemento 1 e no segundo caso foram consideradas reduções de 3% e 5% da rigidez dos elementos 3 e 7, respectivamente. Dez sensores do tipo PVDF são considerados em todos os elementos da estrutura e uma força impulsiva vertical é aplicada no nó 2.

A figura 7.22 mostra o índice dos sensores para o primeiro caso de falha. Pode-se observar claramente que a falha estrutural está localizada no elemento 1. A figura 7.23 mostra o mesmos índices para o segundo caso de falha introduzida. Também se pode observar claramente que as falhas estão localizadas nos elementos 3 e 7. Os índices são normalizados em relação ao maior valor.

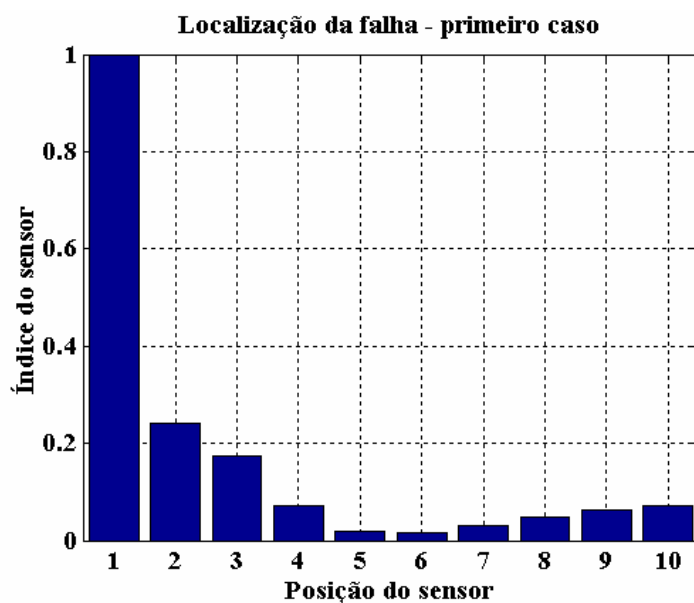


Figura 7.22 – Índice dos sensores da viga, caso de falha 1.

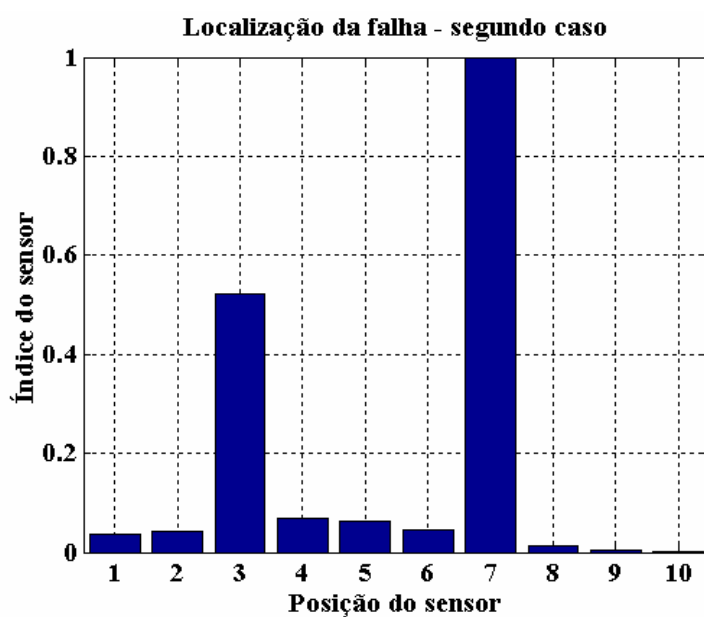


Figura 7.23 – Índice dos sensores da viga, caso de falha 2.

Nesta aplicação, embora não tenham sido analisados os índices dos modos para verificar quais são os mais afetados, consideraram-se apenas os três primeiros modos de vibrar para o cálculo das matrizes gramianas de observabilidade em ambos os casos de falha. Isto é possível porque a experiência acumulada com a estrutura do tipo viga permite concluir que a diminuição de rigidez próxima ao engaste afeta com maior intensidade os primeiros modos de vibrar. Entretanto, para estruturas mais complexas ou simulações de falha mais complexas, é sempre uma necessidade avaliar os modos mais afetados.

Esta metodologia também foi aplicada experimentalmente. A figura 7.24 mostra o esquema da bancada experimental utilizada para os testes de monitoramento da saúde estrutural da viga engastada. As propriedades da viga são as mesmas da estrutura utilizada na aplicação numérica realizada anteriormente. Para a realização dos testes, a estrutura foi excitada por um martelo de impacto no primeiro elemento (próximo ao engaste) e os sinais de saída foram medidos com três acelerômetros, modelo 352C22 PCB Piezotronics®. As medidas foram obtidas cinco vezes para cada posição do sensor para verificar a repetibilidade dos resultados. Neste experimento o *software* SignalCalc ACE® II foi utilizado para fazer a aquisição dos sinais. Os parâmetros do sistema foram obtidos utilizando o método Eigensystem Realization Algorithm (ERA). A falha foi simulada pela adição de uma massa de 16g no segundo elemento da viga (próximo ao acelerômetro que está monitorando a saída 1).

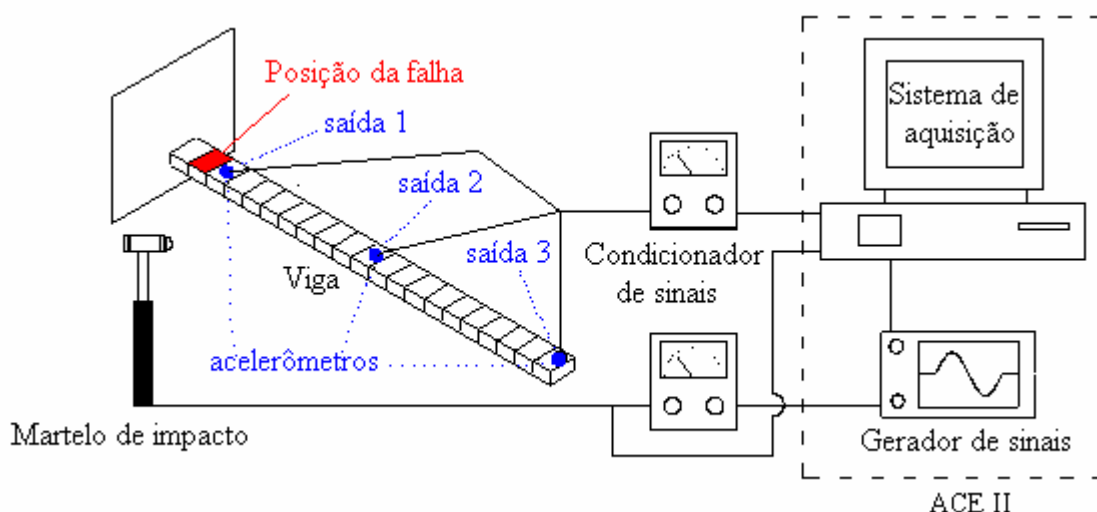


Figura 7.24 – Bancada experimental utilizada para a localização de falhas.

A figura 7.25 mostra alguns detalhes do experimento. Na figura 7.25a é mostrado o martelo de impacto e o sistema de aquisição, enquanto que as figuras 7.25b e 7.25c mostram as posições dos três acelerômetros (saída 1, saída 2 e saída 3) e a posição da força de entrada.



(a) equipamentos utilizados



(b) acelerômetros



(c) martelo de impacto

Figura 7.25 – Detalhes da bancada experimental.

Nas figuras 7.26 à 7.29 são mostrados os sinais no domínio do tempo da excitação e da saída dos três acelerômetros para a estrutura intacta (sem falhas) e com falha. Usando estes sinais as matrizes do sistema no espaço de estados foram identificadas através do algoritmo ERA para cada caso considerado (com e sem falha). Nas figuras 7.30 à 7.32 são mostradas as funções de resposta em frequência antes e depois da introdução da falha.

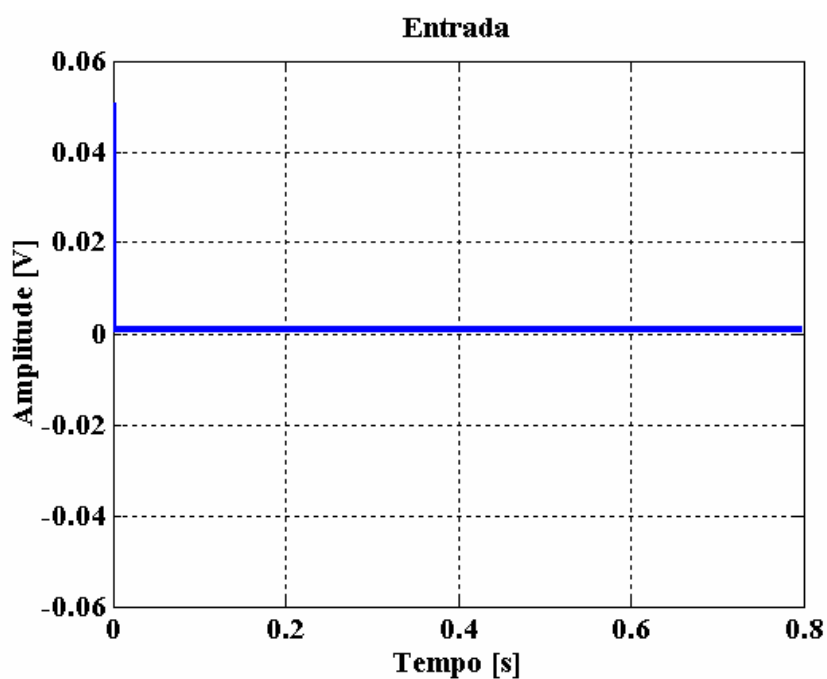


Figura 7.26 – Entrada impulsiva gerada pelo martelo de impacto.

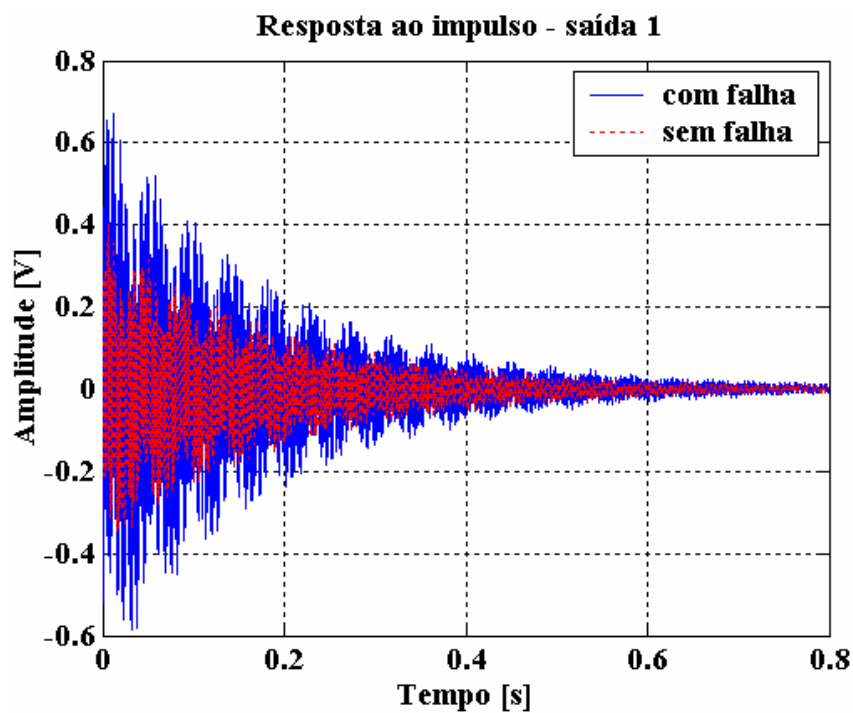


Figura 7.27 – Resposta do sistema para acelerômetro na saída 1.

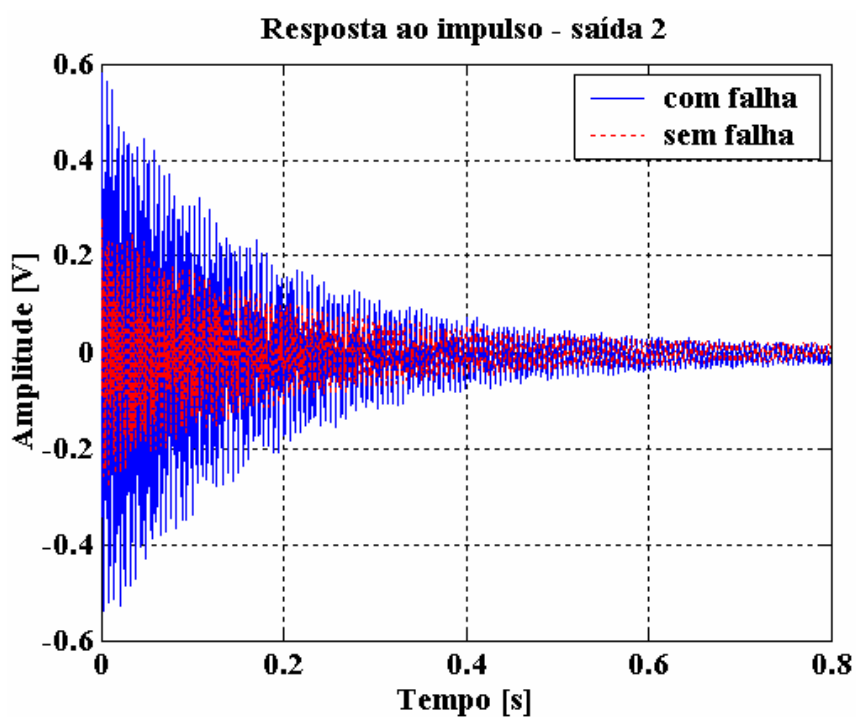


Figura 7.28 – Resposta do sistema para acelerômetro na saída 2.

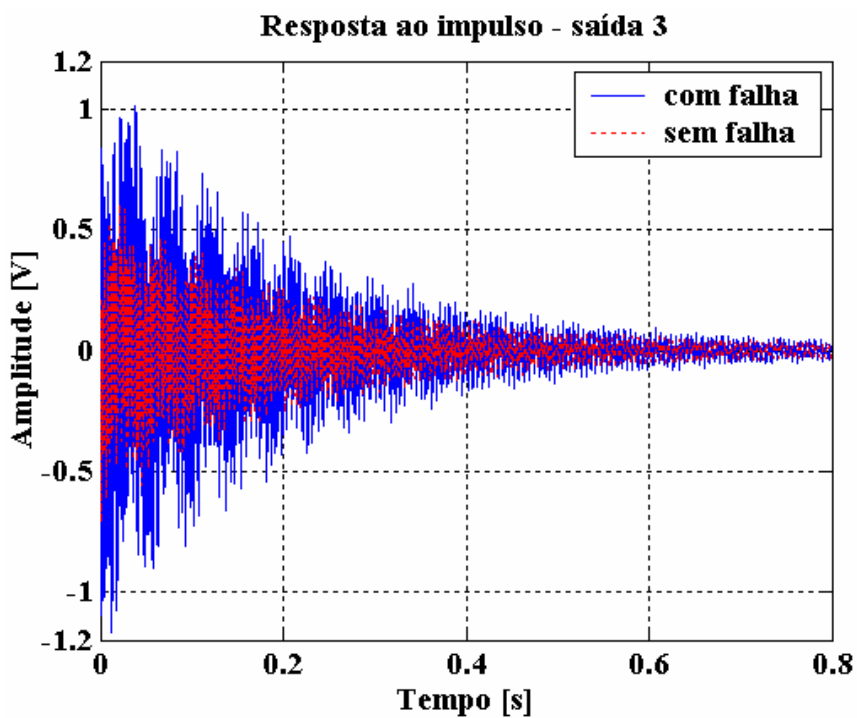


Figura 7.29 – Resposta do sistema para acelerômetro na saída 3.

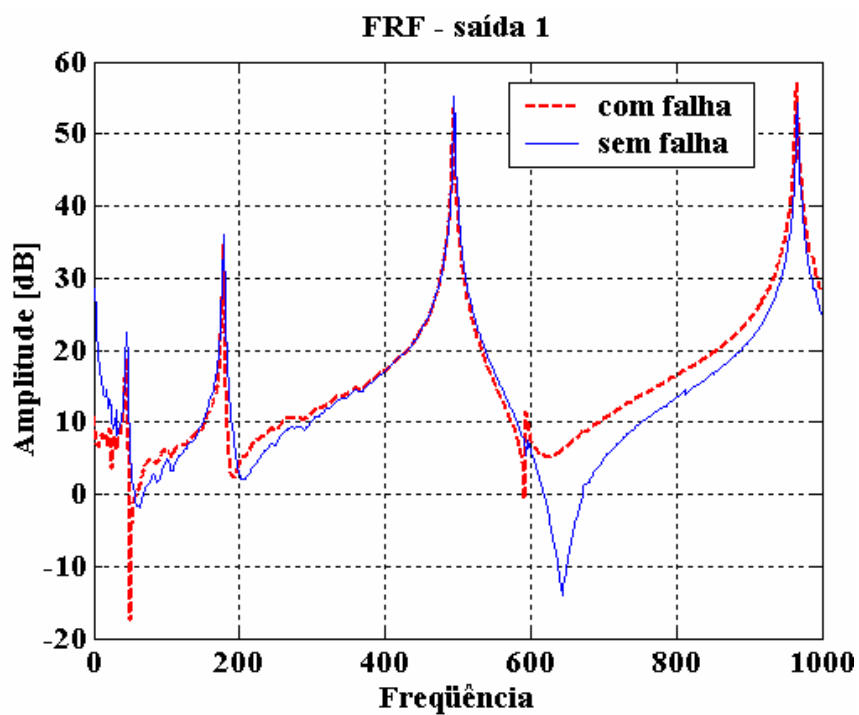


Figura 7.30 – FRF experimental para a estrutura intacta e com falha – acelerômetro na saída 1.

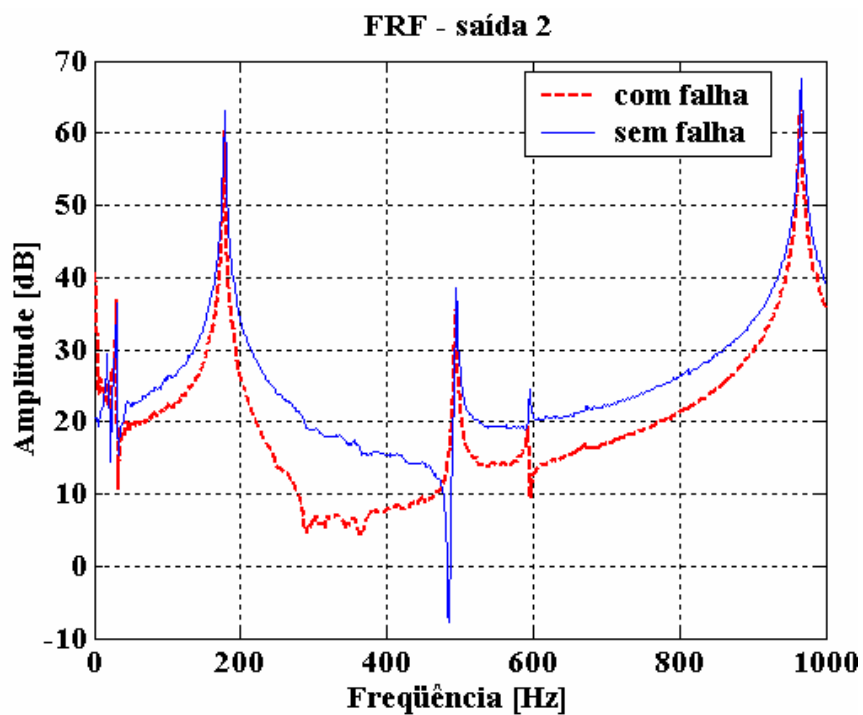


Figura 7.31 – FRF experimental para a estrutura intacta e com falha – acelerômetro na saída 2.

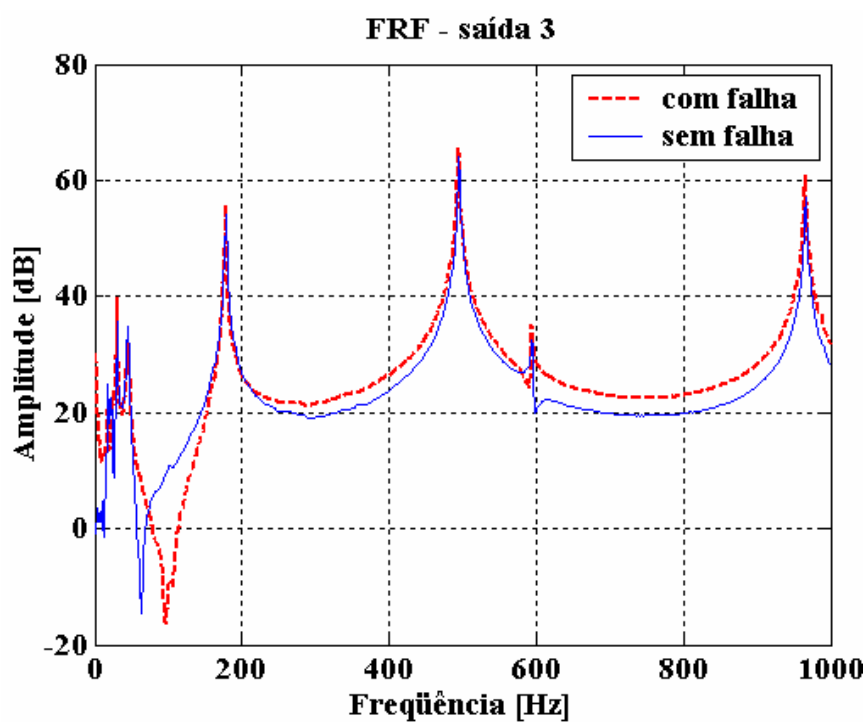


Figura 7.32 – FRF experimental para a estrutura intacta e com falha – acelerômetro na saída 3.

Utilizando o índice do sensor grammiano, equação (3.57), a falha foi experimentalmente detectada e localizada. A figura 7.33 mostra o índice dos sensores calculados para os três diferentes acelerômetros. É possível observar que a localização da falha foi identificada corretamente (falha próxima ao acelerômetro na saída 1) usando somente os sinais antes e depois da falha.

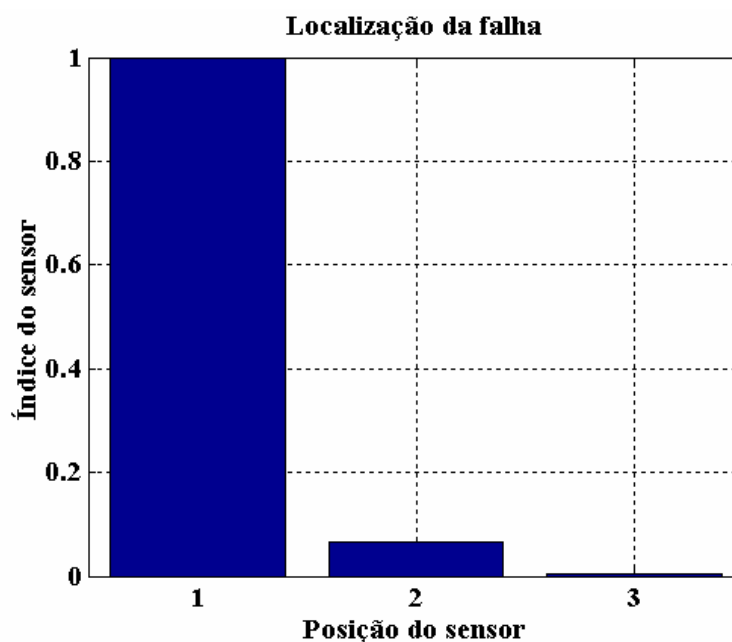


Figura 7.33 – SHM – Índices do sensor para as três posições de saída, massa adicional de 16g próxima à saída 1.

Devido ao baixo número de modos considerados nesta aplicação experimental, não foi realizada nenhuma análise sobre os modos mais afetados. Logo, todos os modos foram considerados para o cálculo das matrizes grammianas de observabilidade do sistema.

7.4_Análise Numérica e Experimental Utilizando Matrizes Grammianas de Controlabilidade

Esta técnica foi aplicada numericamente para a mesma estrutura utilizada na seção anterior. Também foram consideradas as mesmas situações de falha, ou seja, redução de 2% na rigidez do elemento 1; e 3% e 5% de redução na rigidez dos elementos 3 e 7, respectivamente. É considerado somente um acelerômetro no nó 11 e forças verticais impulsivas são aplicadas sucessivamente em todos os nós (figura 7.21). As figuras 7.34 e 7.35 mostram os índices de entrada. No primeiro caso de falha o índice de entrada é mais sensível

quando a força foi aplicada próxima à posição da falha. No segundo caso, falhas simultâneas, os índices de entrada mostram as regiões da falha. Estes resultados são interessantes para estruturas grandes e complexas, como por exemplo, treliças espaciais ou placas, que exigem grande quantidade de sensores para o monitoramento quando utilizadas as técnicas com normas de sistemas ou matrizes gramianas de observabilidade.

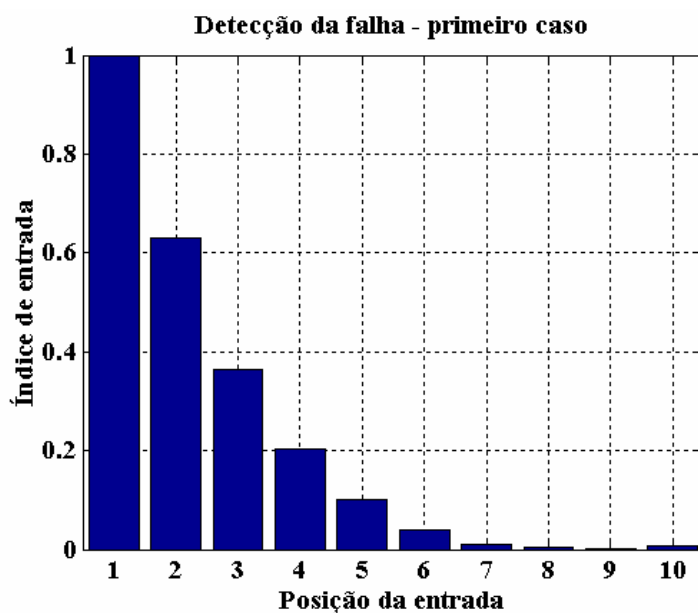


Figura 7.34 – Índices de entrada pra o caso de falha no elemento 1, caso 1.

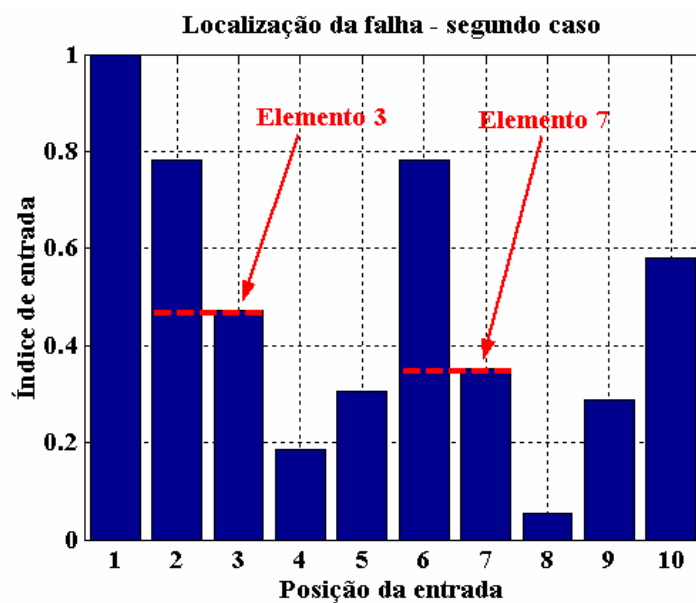


Figura 7.35 – Índices de entrada para o caso de falha nos elementos 3 e 7, caso 2.

Assim como no caso anterior, foram considerados somente os três primeiros modos de vibrar para o cálculo das matrizes grammianas de controlabilidade.

Esta mesma técnica foi experimentalmente testada. A figura 7.36 mostra o esquema da bancada experimental com as posições das forcas de entrada, posição da falha e do acelerômetro. A falha foi simulada pela adição de uma massa de 16g. As figuras 7.37 e 7.38 mostram os sinais no domínio do tempo para a excitação e saída, respectivamente, para a estrutura intacta e com falha. Estes sinais foram obtidos com a excitação na posição 1 de entrada; os outros sinais foram similares. Utilizando estes sinais, as matrizes do sistema no espaço de estados foram obtidas via algoritmo ERA para as diferentes posições de entrada. Nas figuras 7.39 à 7.41 são mostradas as funções de resposta em frequência antes e depois da introdução da falha.

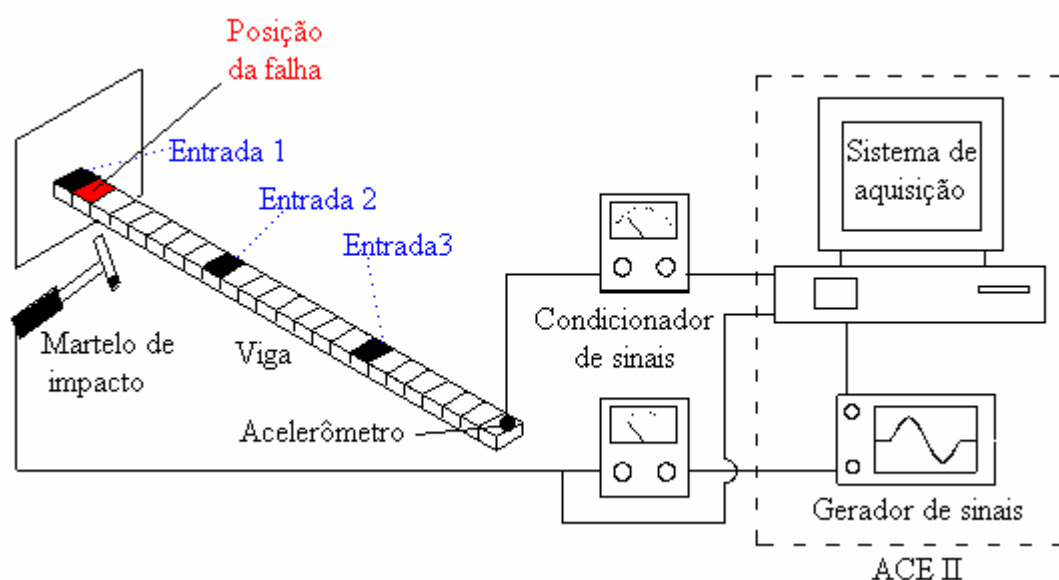


Figura 7.36 – Disposição da bancada experimental.

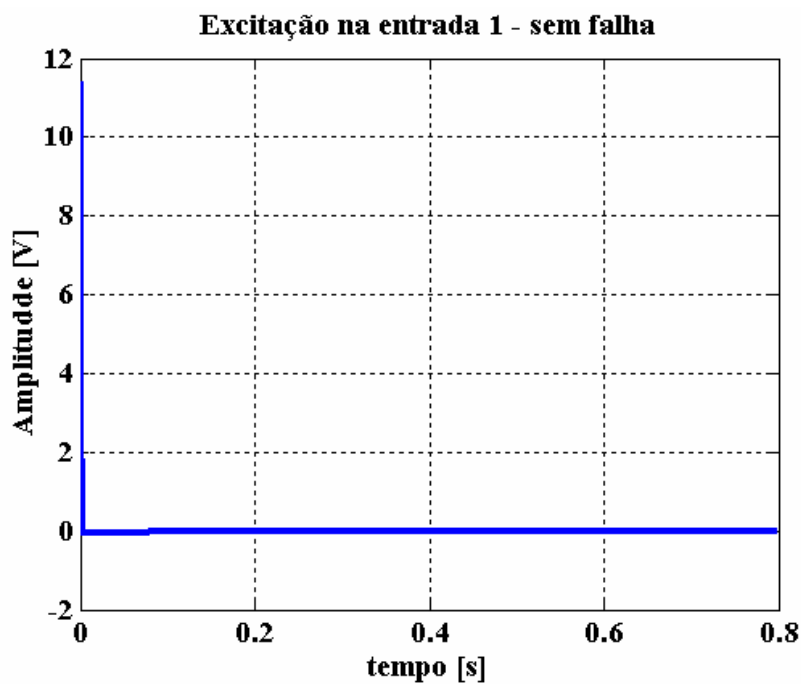


Figura 7.37 – Excitação impulsiva pelo martelo de impacto.

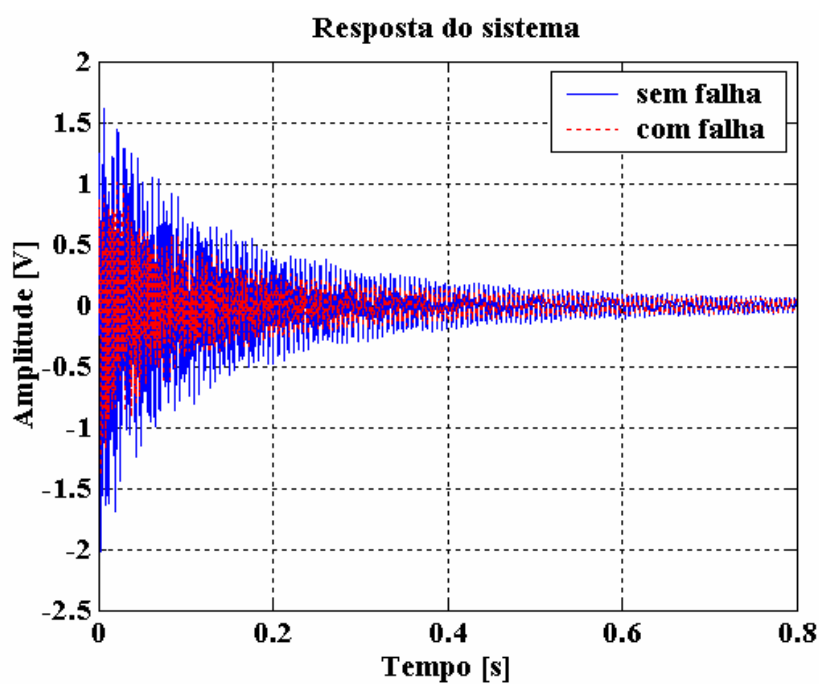


Figura 7.38 – Resposta do sistema para excitação na posição 1 – estrutura intacta e com falha.

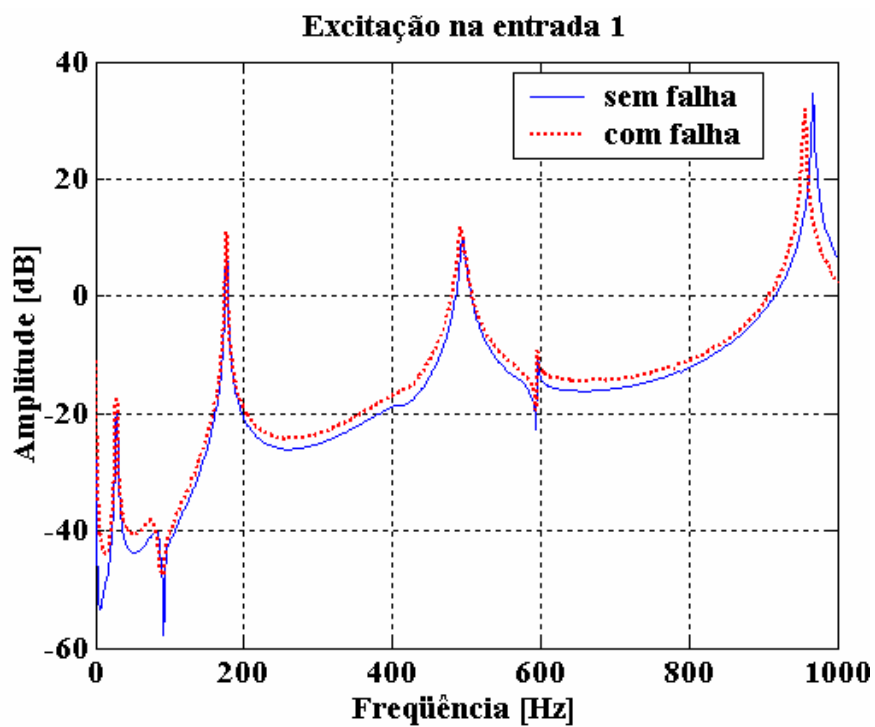


Figura 7.39 – FRF experimental da estrutura – excitação na posição 1.

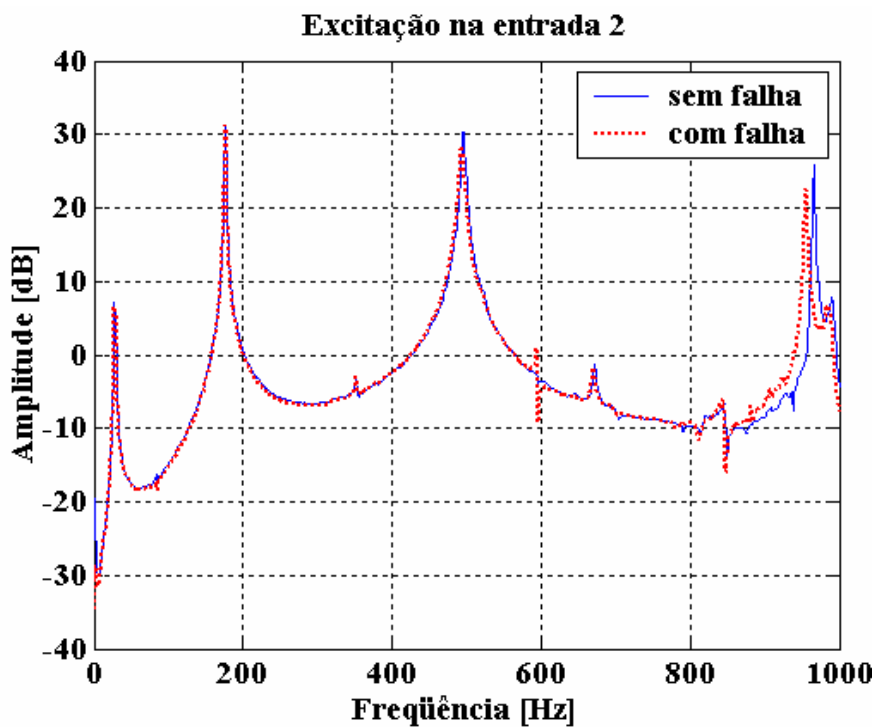


Figura 7.40 – FRF experimental da estrutura – excitação na posição 2.

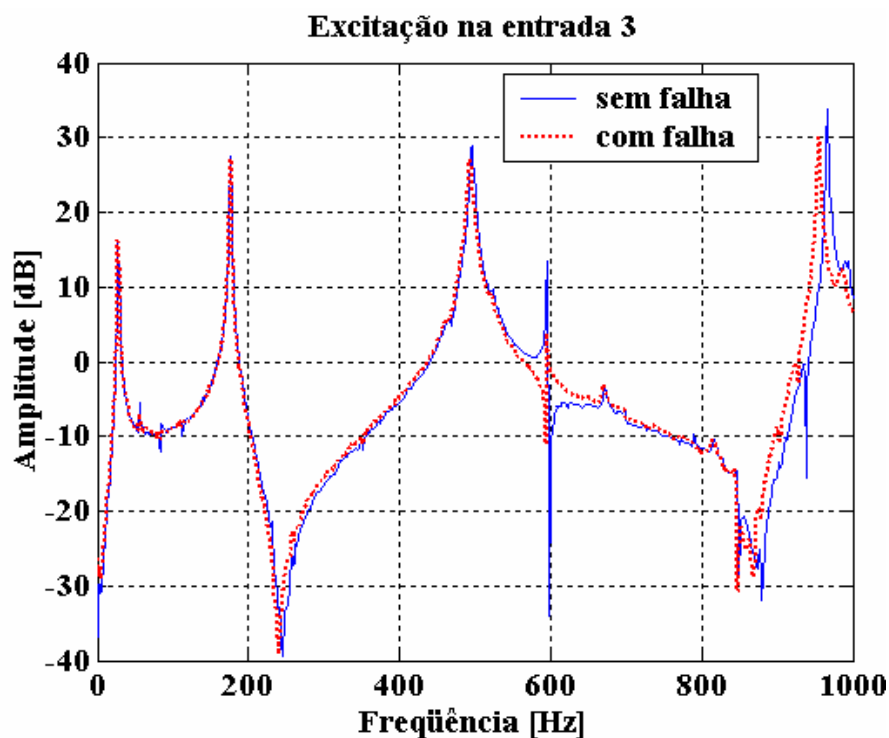


Figura 7.41 – FRF experimental da estrutura – excitação na posição 3.

Usando os índices de entrada grammiana, equação (3.56), a falha foi experimentalmente localizada. A figura 7.42 mostra os índices de entrada calculados para as três diferentes posições de entrada. É possível observar que a posição da falha foi corretamente identificada. Em situações práticas, o número de sensores é limitado, então, esta técnica seria vantajosa, uma vez que foi possível detectar e localizar a falha utilizando apenas 1 sensor.

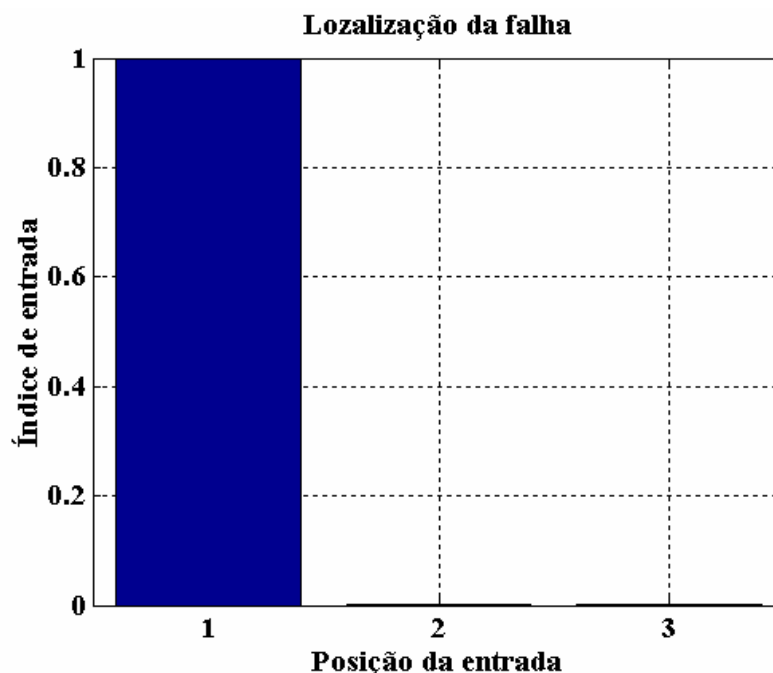


Figura 7.42 – Índices de entrada grammiana, massa adicional de 16g próxima à posição 1 de excitação.

As principais aplicações de matrizes grammianas têm sido relatadas para projetos de controle e posicionamento ótimo de sensores e atuadores em estruturas inteligentes. Este trabalho apresenta uma técnica para o monitoramento da saúde estrutural envolvendo conceitos de observabilidade e de controlabilidade. Sistemas SHM são necessários para um procedimento de manutenção inteligente, no qual a estrutura é reparada somente quando for conveniente ou realmente necessário. Em situações práticas, geralmente, o número de sensores é limitado, então, a técnica do grammiano de controlabilidade permite localizar falhas usando pequeno número de sensores. Também, é interessante utilizar simultaneamente as técnicas do grammiano de observabilidade e de controlabilidade. Neste caso, com poucos sensores, as matrizes grammianas de observabilidade podem ser usadas para a detecção da região com os danos e as matrizes grammianas de controlabilidade devem refinar a análise e determinar a posição dos danos com maior precisão.

Esta técnica pode facilmente ser executada por um algoritmo simples. Os índices do sensor e de entrada foram obtidos usando o traço das matrizes grammianas de observabilidade e de controlabilidade, respectivamente, mas outras funções de custo podem ser estudadas a fim de aumentar a sensibilidade. É também importante definir, em trabalhos futuros, o valor *threshold* para especificar danos iniciais. Este valor pode ser definido através de experiência

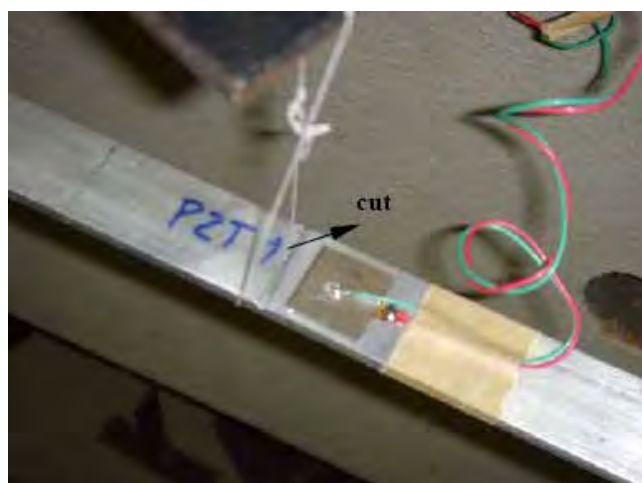
ou por dados simulados. Esta precaução pode evitar que ruídos ou alguma variação nas condições operacionais causem a ocorrência de falsos diagnósticos.

7.5_Estudo Comparativo de Índices para Detecção e Localização de Falhas Utilizando a Técnica da Impedância Elétrica

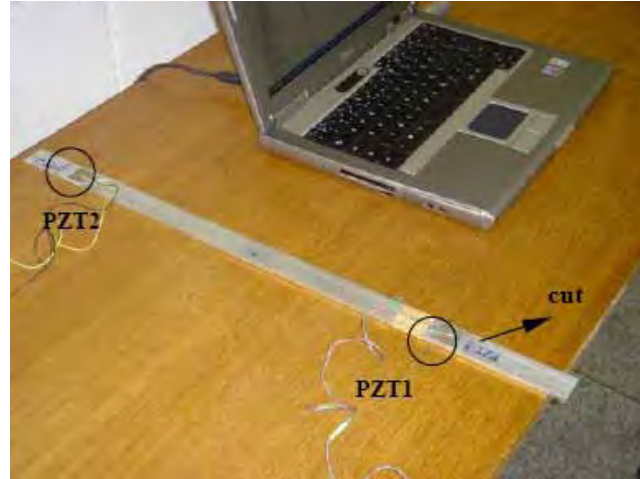
Esta seção descreve os testes experimentais realizados para verificação da metodologia proposta de detecção de falhas utilizando os sinais de impedância elétrica, obtidos de atuadores/sensores piezelétricos acoplados à estrutura base. A estrutura ensaiada foi uma viga de alumínio na condição livre-livre com duas cerâmicas piezelétricas, nomeadas PZT1 e PZT2, coladas próximas as extremidades. A figura 7.43 mostra a estrutura ensaiada e a tabela 7.5 mostra as dimensões da viga e dos PZTs.

Tabela 7.5 – Propriedades e dimensões da viga e dos PZTs da PSI-5H-S4 (Piezo Systems®, Inc.).

Parâmetros da Viga	Valor	Parâmetros dos PZT 5H	Valor
Módulo de Young (GPa)	70	Módulo de Young (GPa)	60
Coeficiente de Poisson	0,3	Constante dielétrica ϵ_{33}^S (F/m)	3,363e-8
Densidade (kg/m ³)	2710	Constante de elasticidade c_{11} (N/m ²)	92,3e9
Comprimento (mm)	600	Permissividade dielétrica e_{31} (C/m ²)	-16.27
Largura (mm)	25	Densidade (kg/m ³)	7500
Espessura (mm)	5	Comprimento (mm)	20
		Largura (mm)	20
		Espessura (mm)	0,26



(a) PZT colado na viga com um corte representando a falha



(b) Viga com os dois PZTs acoplados.

Figura 7.43 – Vista da configuração experimental

Nesta seção foi realizado um estudo comparativo entre quatro índices usados para a detecção de falhas. Os índices foram calculados através dos sinais de impedância elétrica obtidos da entrada/saída das cerâmicas piezelétricas. Estes índices são a falha métrica (RMSD – *Root Mean Square Deviation*), o desvio do coeficiente de correlação (CCDM – *Coeficient Correlation Deviation Mean*), a norma H_2 e a norma H_∞ . Todos estes índices são calculados sem a necessidade de um modelo identificado e são baseados somente no sinal de resposta em frequência.

Somente a parte real do sinal é considerada para o cálculo do índice RMSD, pois esta é mais sensível às mudanças estruturais do que a parte imaginária ou o valor absoluto, que são dominados pela resposta capacitiva do sensor e são menos sensíveis aos efeitos causados pelas falhas estruturais (SILVA et al., 2007).

O índice CCDM é relacionado de forma muito parecida ao RMSD e dado por:

$$1 - \rho = 1 - \frac{\text{cov}(Z_1, Z_2)}{S_{Z_1} S_{Z_2}} = 1 - \frac{1}{n-1} \frac{\sum_{i=1}^n (z_{i,1} - \bar{z}_1)(z_{i,2} - \bar{z}_2)}{S_{Z_1} S_{Z_2}} \quad (7.2)$$

na qual ρ é o coeficiente de correlação, cov é a covariância cruzada e S é o desvio padrão relativo à amostra. Z é a parte real do sinal no domínio da frequência. Os índices 1 e 2 representam os sinais nas condições de referência e em condições desconhecidas respectivamente. Aqui, ρ é um valor para nos indicar quão bem o sinal de referência e as medidas em circunstâncias desconhecidas (estrutura com falha) estão linearmente relacionadas. Assim, quando o valor de ρ for alto, indicará que os dados não estão

correlacionados, ou então, há uma variação, provavelmente devido à presença de danos estruturais.

Como já visto no capítulo 3, a norma H_2 é definida pela equação abaixo, (GAWRONSKI, 1998)

$$\|G\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}(G^*(\omega)G(\omega))d\omega \quad (7.3)$$

e pode, alternativamente, ser calculada por outras aproximações, também já estudadas no capítulo 3, utilizando características modais da estrutura em questão. Mas para isto seria necessário obter o modelo desta estrutura, o que não é o intuito para esta aplicação. O valor numérico da norma H_2 para um sistema SISO (*single input-single output*) corresponde à área sob a função de resposta em frequência do sistema (GAWRONSKI, 1998). Para situações práticas, nas quais não se tem um modelo, considerar a área é a maneira mais interessante de calcular a norma H_2 . Neste trabalho, a área sob a curva da FRF foi calculada usando o método Trapezoidal executado no software Matlab® com o comando “trapz”. Após o cálculo da norma, utiliza-se o mesmo procedimento aplicado nas sessões anteriores para o cálculo do índice do sensor.

Também como já visto no capítulo 3, a norma H_∞ para um sistema estável com uma função de transferência $G(\omega)$ é definida como

$$\|G\|_\infty = \max_{\omega} \sigma_{\max}(G(\omega)) \quad (7.4)$$

na qual $\sigma_{\max}(G(\omega))$ é o maior valor singular de $G(\omega)$, Maia et al., 1997. Esta norma, também pode ser calculada por outras aproximações utilizando características modais do sistema.

A norma H_∞ de um sistema de SISO é o valor do pico da função de transferência, em termos de seus valores singulares. Devido a independência dos modos, a norma H_∞ do sistema é o maior valor das normas dos modos em análise, isto é,

$$\|G\|_\infty = \max_i \|G_i\|_\infty, \quad i = 1, \dots, n \quad (7.5)$$

Para esta aplicação, o índice do sensor utilizando a norma H_∞ foi calculado de maneira um pouco diferente do que foi visto nas aplicações anteriores. Este fato ocorre porque as faixas de frequência analisadas são muito grande (muitos modos), ocorrendo facilmente a mudança do maior pico de um modo para o outro durante as mudanças estruturais. Logo, o valor considerado para o cálculo do índice não foi a norma H_∞ da faixa analisada e sim a soma das normas de alguns modos previamente escolhidos.

Considera-se a norma do i th modo calculado para o j th sensor/atuador PZT ; denota-se este cálculo para a estrutura sem falha por $\|G_{shji}\|_\infty$, e a norma para o j th sensor/atuador PZT para a estrutura com falha por $\|G_{sdji}\|_\infty$. O j th índice do sensor é definido como a diferença entre a soma das normas do j th sensor para cada modo considerando as estruturas intacta e com falha

$$\sigma_{sj} = \frac{\left| \left(\sum_{i=1}^n \|G_{shji}\|_\infty \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \|G_{sdji}\|_\infty \right)^2 \right|}{\left(\sum_{i=1}^n \|G_{shji}\|_\infty \right)^2} \quad (7.6)$$

na qual $j = 1, \dots, r$; r é o número de sensor/atuador PZT e n é o total de modos presentes na faixa analisada. Este índice do sensor reflete o impacto da falha estrutural sobre o j th sensor.

Para situações práticas é possível considerar $\sum_{i=1}^n \|G_{shji}\|_\infty = \sum_{i=1}^p \|G_{shji}\|_\infty$ e

$\sum_{i=1}^n \|G_{sdji}\|_\infty = \sum_{i=1}^p \|G_{sdji}\|_\infty$, na qual p é o número de modos considerados.

Durante o procedimento experimental o sinal de entrada e a aquisição da resposta gerada pelo PZT foram conduzidos utilizando um sistema comercial da Data Physics controlado pelo software de SignalCalc[®] ACE II. Para aquisição destes sinais no domínio do tempo foi utilizada uma taxa de amostragem de 102,4 quilohertz, produzindo 8192 amostras cada. O software armazena a voltagem de excitação das cerâmicas piezelétricas e a voltagem de saída das mesmas, que antes passa por um circuito utilizado para condicionar a resposta.

Os analisadores de impedância comerciais são muito caros e atualmente há uma busca para se utilizar circuitos de baixo custo que permitem medir a voltagem de entrada e saída e fazer o cálculo rápido e fácil da impedância elétrica dos PZTs. Peairs et al. (2004) e Furtado e Lopes Jr. (2005) exemplificaram alguns circuitos alternativos que poderiam ser utilizados. Para esta aplicação o mesmo dispositivo desenvolvido por Furtado e Lopes Jr. (2005) foi utilizado (figura 7.44). Maiores detalhes podem ser encontrados na referência citada. Entretanto, este aparelho não calcula o sinal de impedância. O circuito é utilizado somente para condicionar e amplificar a tensão de saída de cada PZT.



Figura 7.44 – Medidor de impedância de baixo custo (FURTADO; LOPES JR. (2005)).

Outra diferença com o procedimento tradicional é que neste teste o sinal de excitação dos PZTs foi um ruído branco com $\pm 1V$ de limite de saturação. Normalmente, no procedimento tradicional os dados são obtidos no domínio da frequência utilizando um sinal de entrada do tipo *sine-swept*. A instrumentação da bancada e a posição onde os PZTs foram colados são mostrados na figura 7.45.

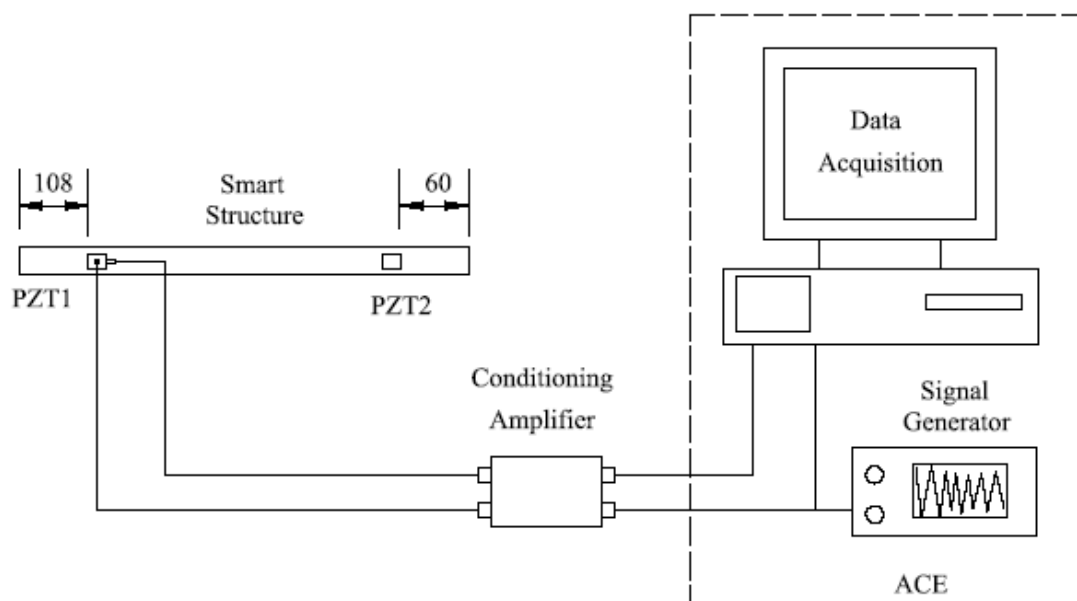


Figura 7.45 – Esquema da instrumentação utilizada, unidades em mm.

O pós-processamento foi feito utilizando o Matlab[®], versão 7.0, release 14. Em todos os casos foi realizado uma pré-filtragem dos sinais para remover componentes DC, distorções de baixa frequência e eliminar possíveis tendências lineares.

Para introduzir os danos (“trinca” simulada) uma serra de corte é usada para fazer um corte transversal na superfície próximo ao PZT1, 14 milímetros do PZT1 na direção da borda, ver figura 7.43. Várias profundidades foram feitas para simular diferentes severidades de trincas. A tabela 7.6 descreve as condições estruturais analisadas. Em cada condição foram realizados três testes e armazenados os dados de entrada/saída do PZT1 e do PZT2. Estas aquisições foram executadas em dias diferentes a fim de incluir alguma variação ambiental nos dados.

Tabela 7.6 – Condições estruturais

Condição de falha	Descrição
Sem falha	Sinal de referência
Falha 1	Corte com 1mm de profundidade e 25mm de largura
Falha 2	Corte com 2mm de profundidade e 25mm de largura
Falha 3	Corte com 3mm de profundidade e 25mm de largura

Os sinais temporais de entrada e saída do PZT1 são mostrados na figura 7.46.

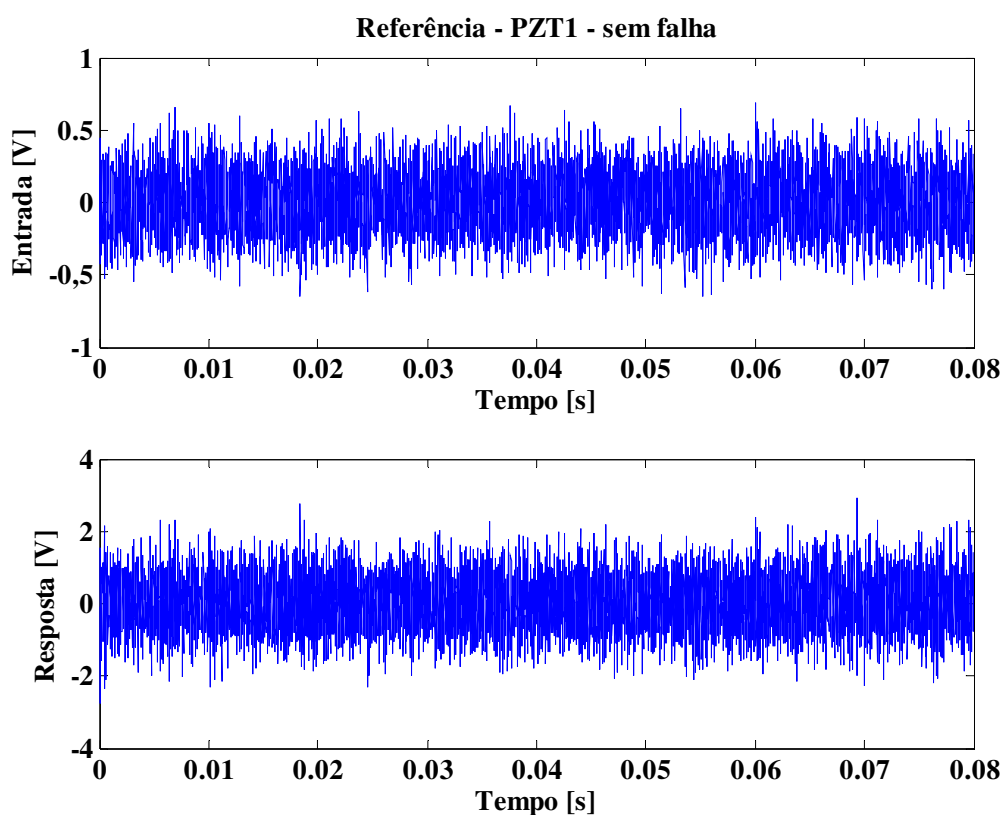


Figura 7.46 – Sinais de entrada-saída do PZT1 sem falha.

A fim de estimar a função de transferência Z não paramétrica do sistema utilizando a densidade espectral de potência da tensão de entrada e da saída do circuito, o método de Welch foi computado. Utilizou-se uma janela Hanning com 4096 pontos e 3000 pontos de *overlap*. Esta aproximação é completamente direta e não necessita explicação adicional (STOICA; MOSES, 1997).

A figura 7.47 apresenta a parte real e imaginária da impedância elétrica usando o procedimento descrito acima para condição com e sem falha medida no PZT1. Para maior clareza, esta figura mostra somente uma medida de referência e três curvas para as condições com falha. A faixa de frequência mostrada está entre 25-45 Kz. A figura 7.48 mostra gráficos similares para medidas no PZT2 e a figura 7.49 apresenta as funções de coerência, também na faixa de frequência de 25-45 Kz, para os PZT1 e PZT2, considerando o caso sem falha.

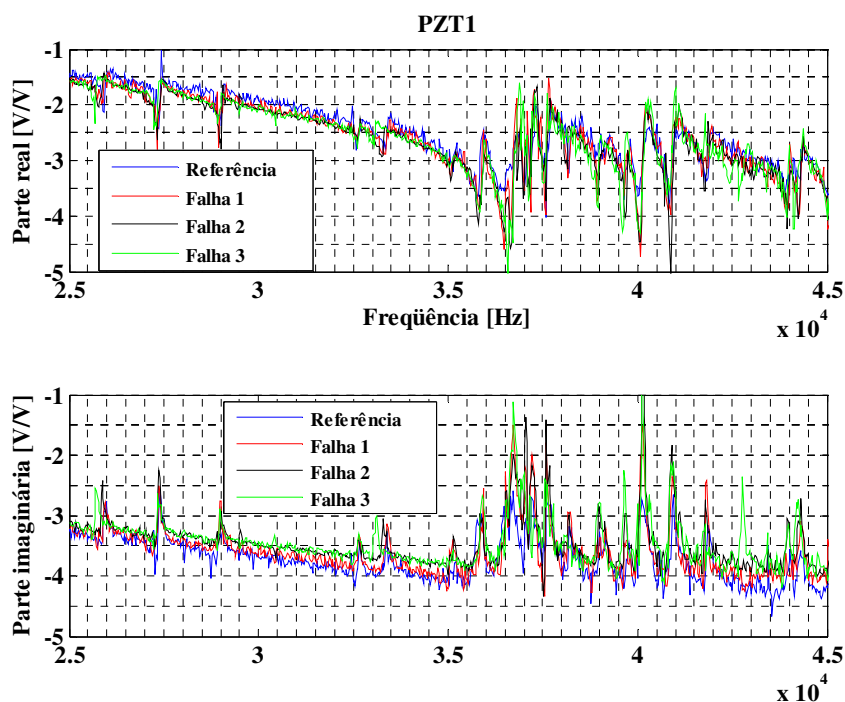


Figura 7.47 – Medidas realizadas no PZT1 com e sem falha.

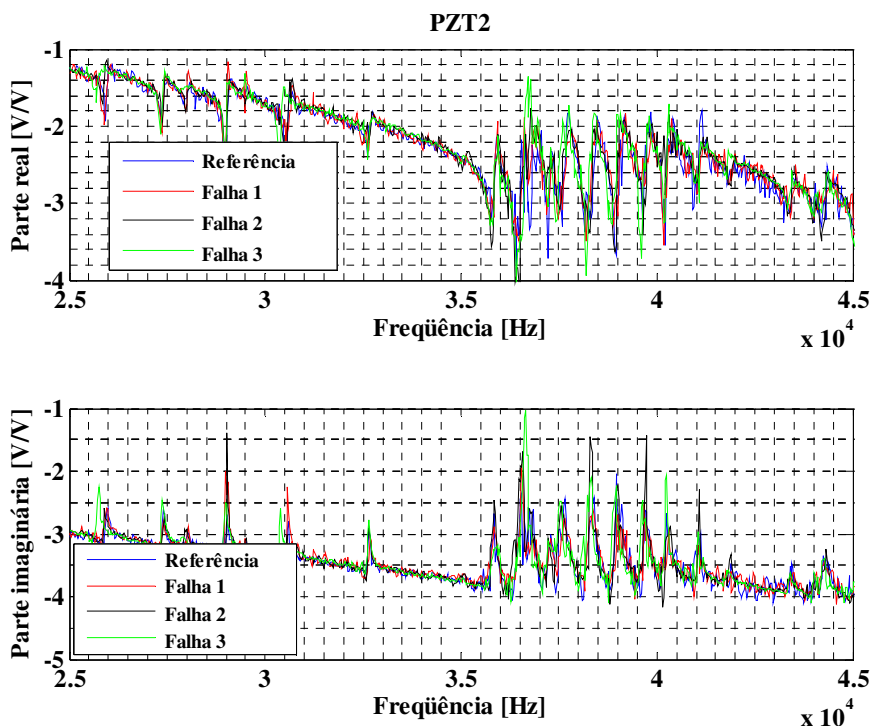


Figura 7.48 – Medidas realizadas no PZT2 com e sem falha.

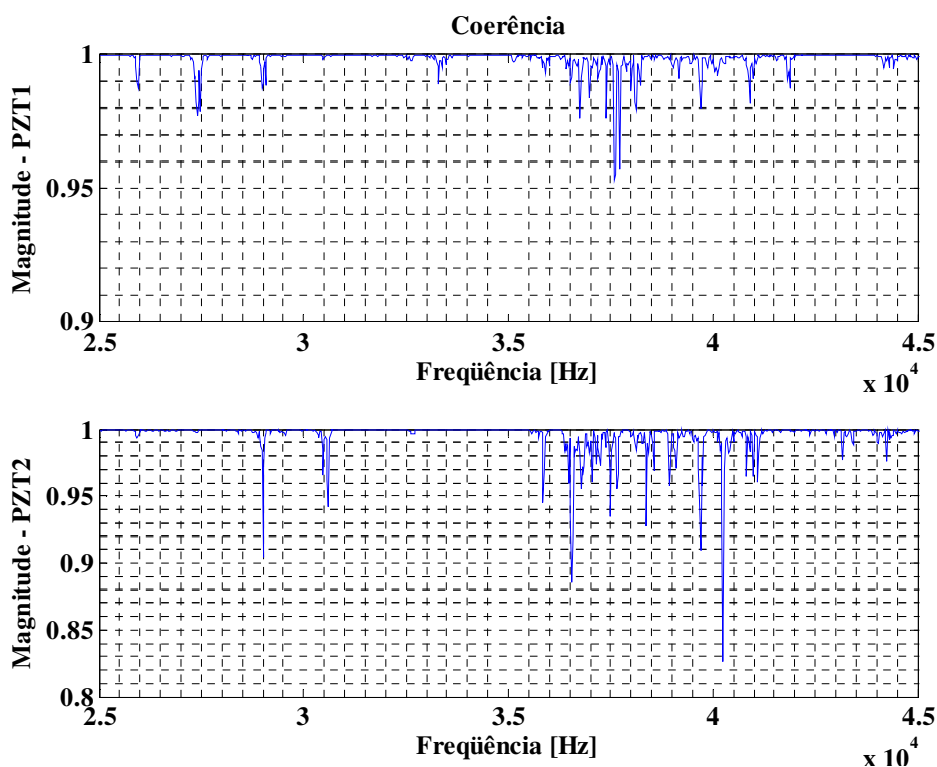


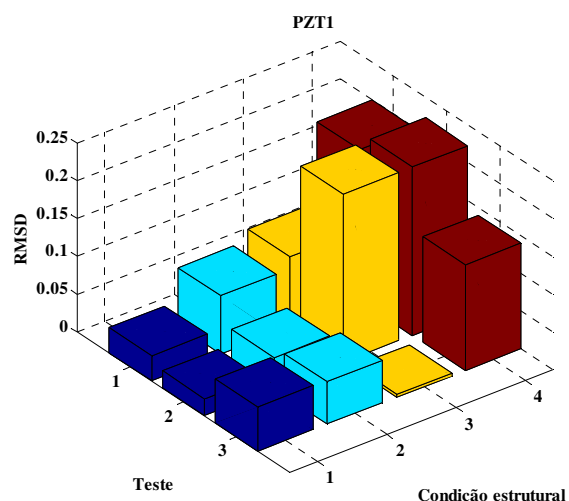
Figura 7.49 – Sinal de Coerência para o PZT1 e PZT2 sem falha.

Três diferentes faixas de frequência foram analisadas. A Primeira foi entre 25 e 45 kHz, a segunda entre 1 e 50 kHz e a última entre 35 e 40 kHz. Os quatro diferentes índices

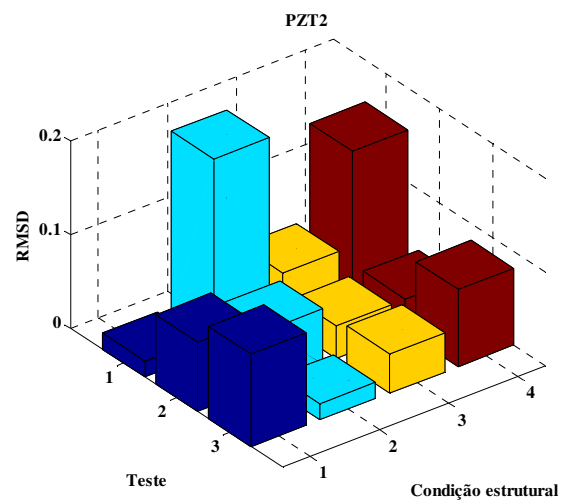
foram calculados para cada sensor/atuador piezelétrico. Dois sinais de referência, para os PZT1 e PZT2, foram calculados usando os valores médios dos três sinais na condição sem falha. As figuras de 7.50 à 7.52 mostram os gráficos para cada índice considerando os três testes realizados e as quatro diferentes condições estruturais. A condição 1 representa a estrutura sem falha, a condição 2 o caso de falha 1, a condição 3 o caso de falha 2 e a condição 4 o caso de falha 3 (ver a tabela 7.6).

Aparentemente, a faixa entre 25-45 kHz parece ser a mais indicada para detectar e localizar as falhas. Uma razão para isto é que o sinal em frequência apresentou maiores picos nesta faixa (ver figura 7.47). Embora alguns pesquisadores recomendem algumas faixas de frequência para utilização da impedância elétrica entre 100 e 800 kHz, (GIURGIUTIU; ROGERS, 2000), vale a pena ressaltar que a escolha da faixa antes de executar os testes não é uma tarefa óbvia e até este momento não há um procedimento padrão na literatura para ajudar nesta decisão. O procedimento mais comum é executar o experimento para diversas faixas de frequência e fazer uma análise por tentativa e erro, entretanto, isto pode levar muito tempo. Neste trabalho não foi possível analisar faixas com frequências mais altas por limitação da taxa de amostragem da placa de aquisição.

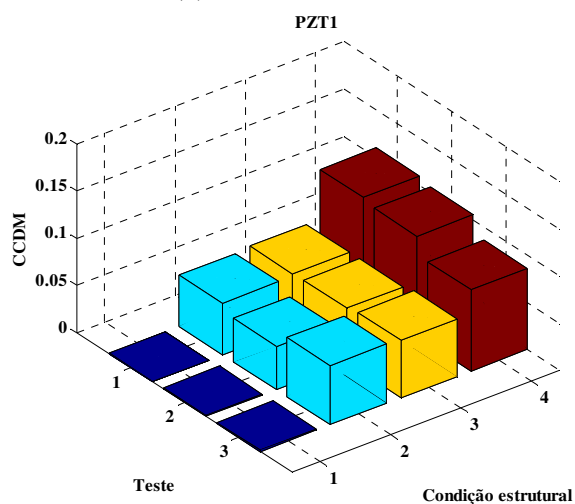
Os índices RMSD, CCDM, H_2 e H_∞ são claramente maiores para os dados do PZT1 do que para os dados do PZT2, apesar de alguns valores elevados para o PZT2, como na figura 7.50b, por exemplo, no teste 1 e para as condições estruturais 2 e 4. As figuras 7.51b e 7.52b também apresentam alguns valores altos para o PZT2. Entretanto, em todos os casos foi detectado a presença de danos. Estes resultados foram previstos, pois os danos foram introduzidos dentro das regiões de influência dos PZTs. Comparando os dois primeiros índices em todas as faixas de frequência, o CCDM parece ser mais confiável, pois apresentou menor variação entre os três testes e ainda apresentou uma boa tendência para diferentes severidades de falhas. A norma H_2 também apresentou pequena variação entre os testes e uma boa tendência qualitativa relacionada à severidade das falhas.



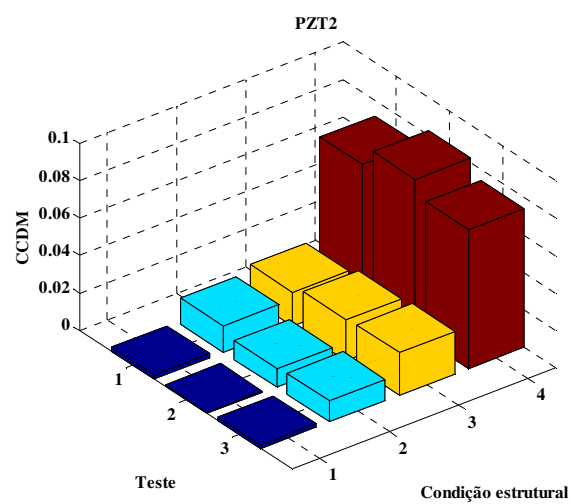
(a) RMSD – PZT1



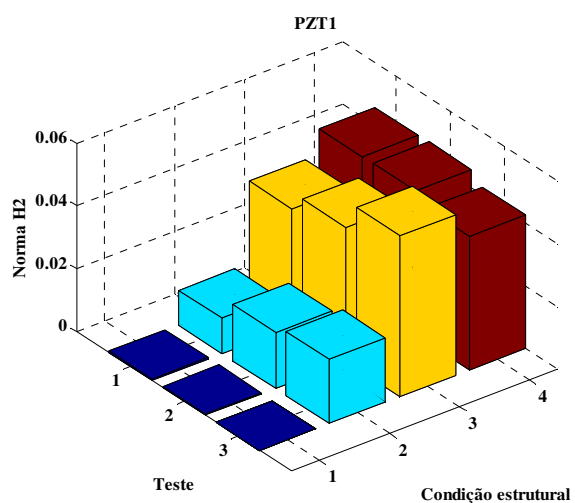
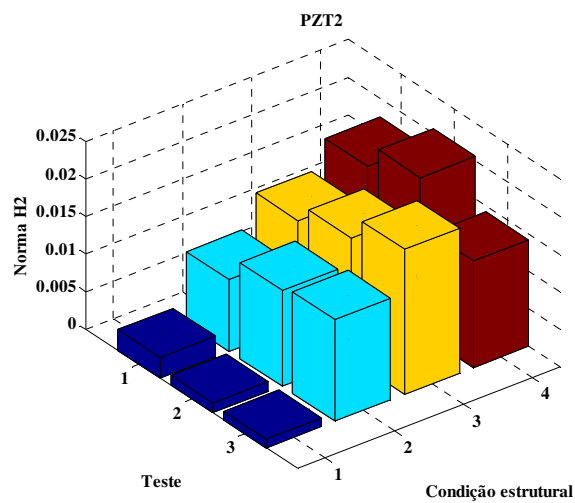
(b) RMSD – PZT2



(c) CCDM – PZT1



(d) CCDM – PZT2

(e) H_2 norm – PZT1(f) H_2 norm – PZT2

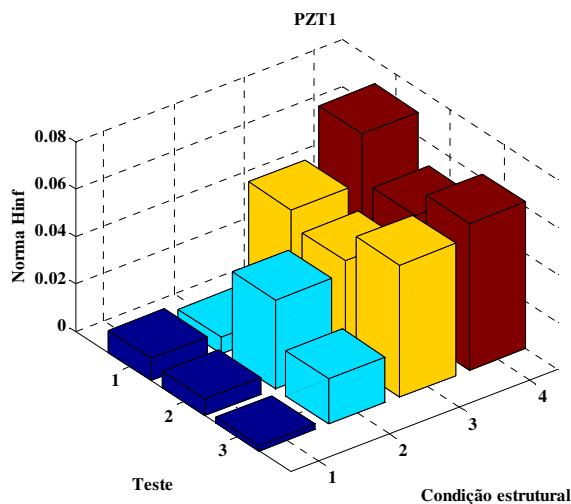
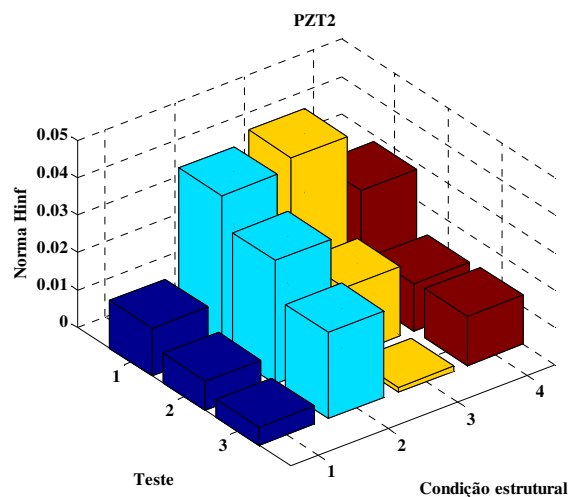
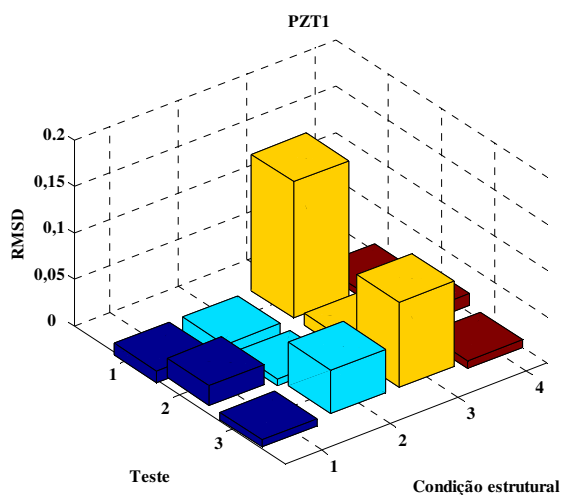
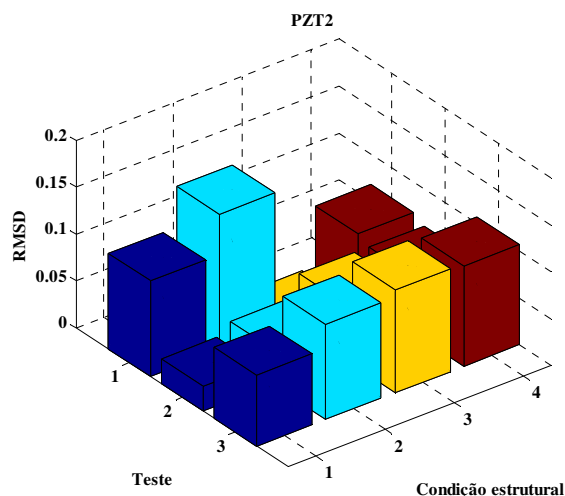
(g) H_∞ norm – PZT1(h) H_∞ norm – PZT2

Figura 7.50 – Comparação dos índices na faixa de frequência entre 25 e 45 kHz.

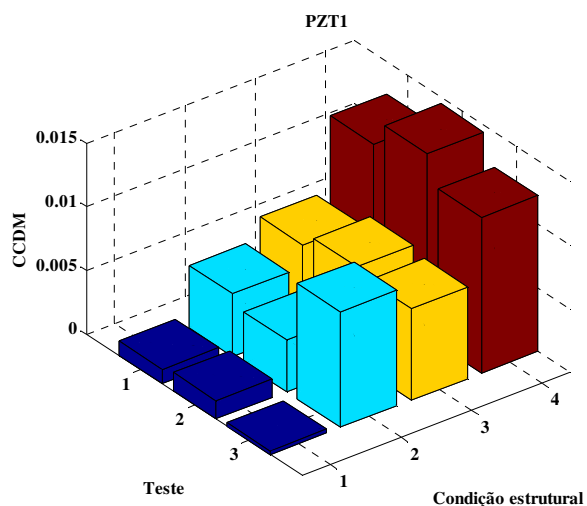
A etapa mais importante para analisar o índice H_∞ é comparar o pico para o mesmo modo (ou modos) antes e depois da falha. Para uma grande faixa de frequência é interessante avaliar a soma das normas H_∞ de diversos modos para obter maior informação sobre as condições estruturais.



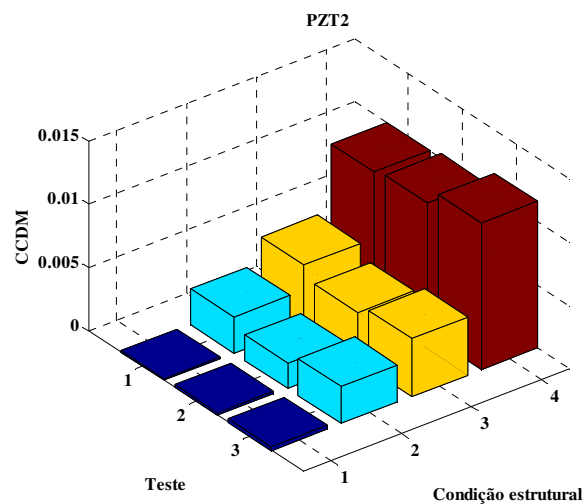
(a) RMSD – PZT1



(b) RMSD – PZT2



(c) CCDM – PZT1



(d) CCDM – PZT2

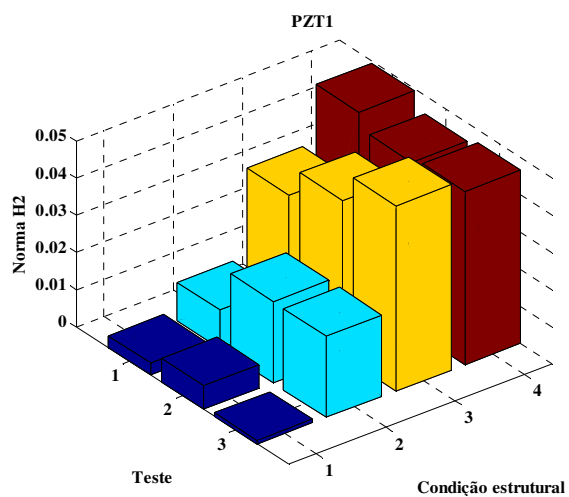
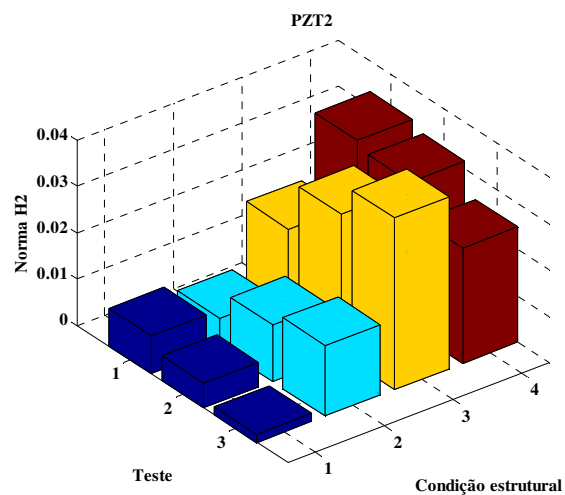
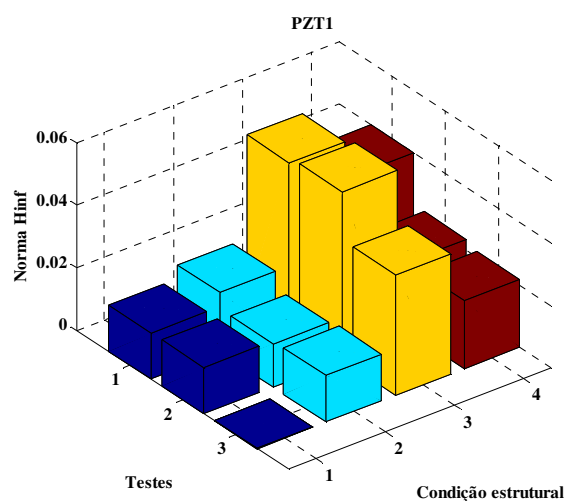
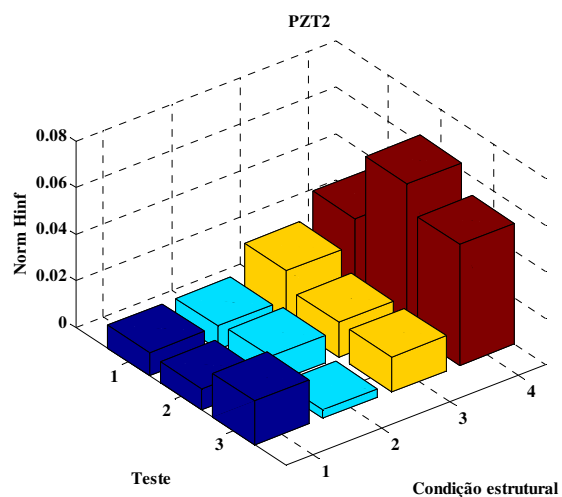
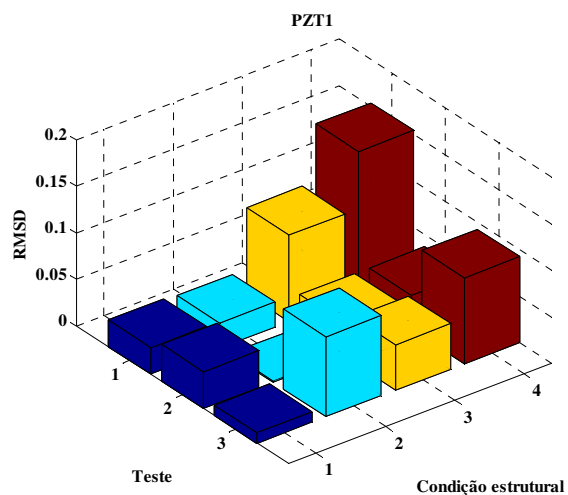
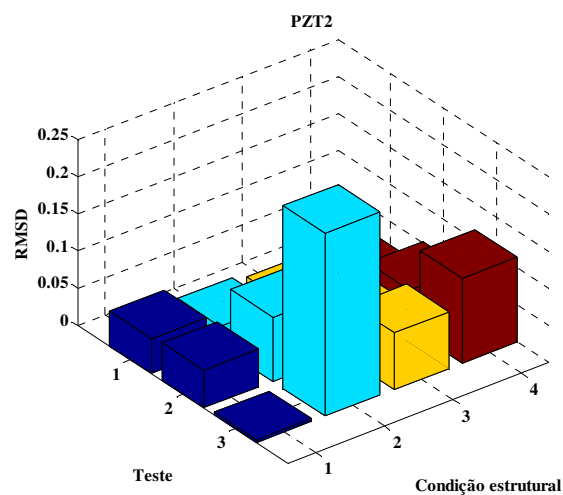
(e) H_2 norm – PZT1(f) H_2 norm – PZT2(g) H_∞ norm – PZT1(h) H_∞ norm – PZT2

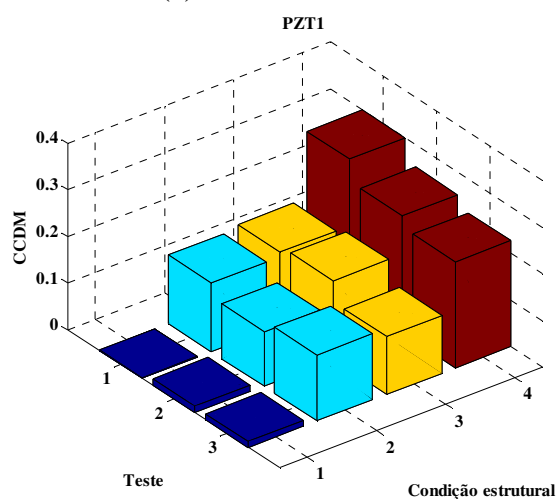
Figura 7.51 – Comparação dos índices na faixa de frequência entre 1 e 50 kHz.



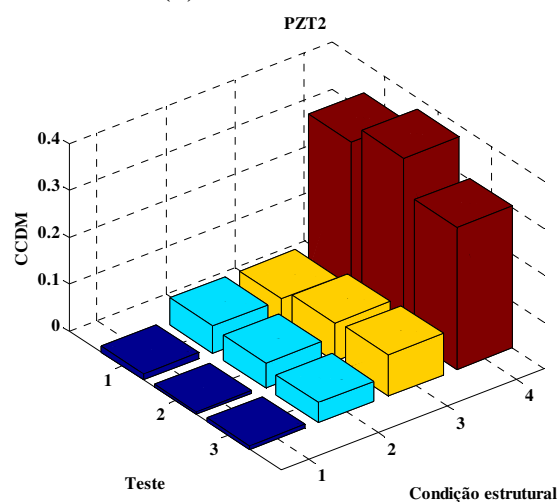
(a) RMSD – PZT1



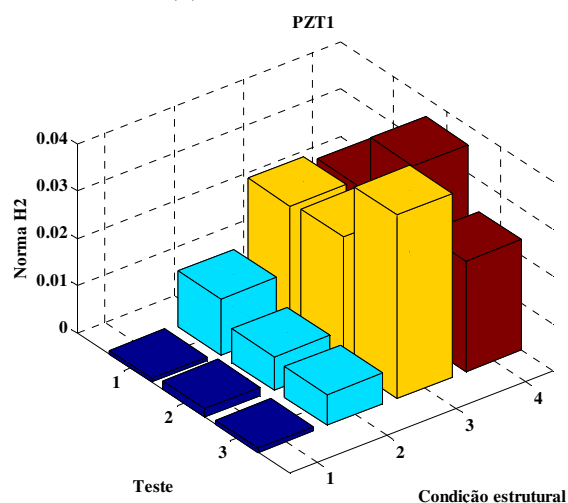
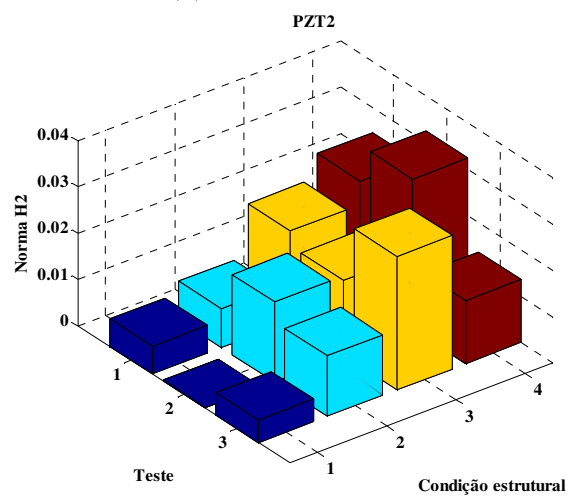
(b) RMSD – PZT2



(c) CCDM – PZT1



(d) CCDM – PZT2

(e) H₂ norm – PZT1(f) H₂ norm – PZT2

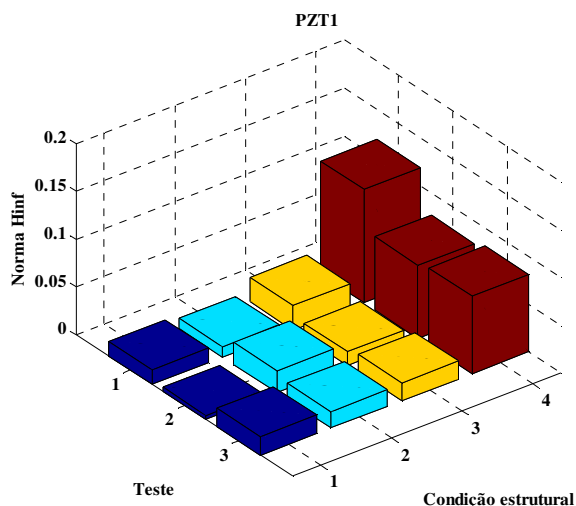
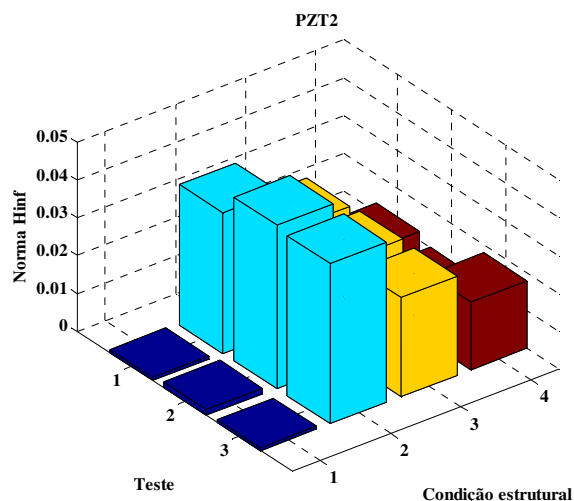
(g) H_{∞} norm – PZT1(h) H_{∞} norm – PZT2

Figura 7.52 – Comparação dos índices na faixa de frequência entre 35 e 40 kHz.

Para realizar o monitoramento da saúde estrutural é importante se utilizar vários índices de detecção e ainda avaliá-los em diferentes faixas de frequência a fim de obter maior confiança dos resultados e impedindo, assim, um falso diagnóstico. Por esta razão, os índices que envolvem sinais no domínio da frequência podem ser mais interessantes do que os índices no domínio do tempo. Nesta aplicação, foi possível observar que os resultados obtidos para os quatro índices são semelhantes, embora o índice RMSD tenha apresentado um desempenho inferior aos outros. Provavelmente, devido às faixas de frequência que foram utilizadas e também ao baixo número de testes realizados. Dentre os índices avaliados, o CCDDM e o que envolve a norma H_2 se mostraram os mais interessantes, pois apresentaram menor variação entre os testes e um aumento em seus valores proporcional a severidade das falhas. Ainda, é possível observar que o índice que envolve a norma H_{∞} pode ser tão eficiente quanto o que envolve a norma H_2 , entretanto, é importante se atentar em comparar os picos dos mesmos modos para diferentes condições estruturais. Além disso, este índice pode ser calculado pela soma das normas H_{∞} de diversos modos dentro da faixa de frequência em análise, obtendo maiores informações sobre a condição estrutural. Apesar dos resultados serem bons, recomenda-se a utilização de um maior número de médias para evitar a variação entre as medidas que foram observadas em alguns dos índices analisados.

7.6_Aplicação Numérica de Quantificação de Falhas Utilizando Redes Neurais Artificiais

Nesta seção é apresentada a aplicação numérica em uma viga para a metodologia de detecção, localização e quantificação de falhas utilizando a norma H_2 , a norma H_∞ , o grammiano de observabilidade e redes neurais artificiais. Para situações práticas, o sistema no espaço de estados (matrizes **A**, **B**, **C** e **D**) pode ser estimado por um método de identificação, como por exemplo, o ERA. Entretanto, na aplicação seguinte, as matrizes de massa e rigidez são obtidas pelo método dos elementos finitos e são descritas pela teoria de viga de Euler Bernoulli. Esta teoria diz que um plano normal a um eixo neutro antes de deformar permanece normal ao eixo neutro após a deformação, figura 7.53.

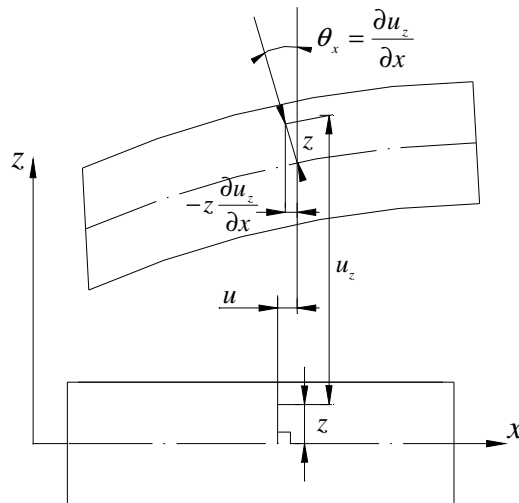


Figura 7.53 – Deslocamentos de um ponto sobre a normal ao plano neutro.

O modelo considera um elemento de viga com dois nós e dois graus de liberdade estrutural por nó (deslocamento transversal u_z na direção z e rotação θ_x ao redor do eixo y) e um grau de liberdade elétrico por nó (potencial elétrico). O vetor deslocamento $\mathbf{u}_i$ e o potencial elétrico $\boldsymbol{\varphi}_i$ do elemento são escritos como

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= [u_{z1} \ \theta_{y1} \ u_{z2} \ \theta_{y2}]^T \\ \boldsymbol{\varphi}_i &= [\varphi_1 \ \varphi_2]^T \end{aligned} \quad (7.7)$$

As direções positivas dos graus de liberdade são indicadas na figura 7.54.

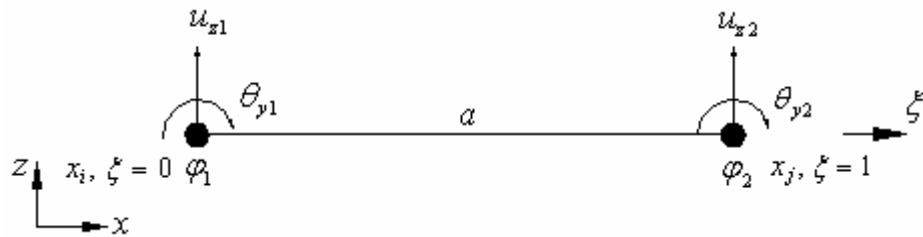


Figura 7.54 – Elemento estrutural linear com acoplamento eletromecânico.

na qual ζ é a coordenada generalizada do elemento em função da coordenada global x .

Uma viga de alumínio, ilustrada na figura 7.55, foi considerada para verificar a metodologia proposta. A viga foi discretizada em 24 elementos e 50 graus de liberdade (25 nós). A viga se encontra na condição engastada-livre e, considerando esta condição de contorno, o sistema possui $N=96$ estados. Foram adicionados um atuador PZT (acoplado no elemento 2) e seis sensores PVDF (acoplados nos elementos 1, 7, 11, 15, 19 e 24). A tabela 7.7 mostra as propriedades físicas e geométricas da viga, do atuador piezelétrico e dos sensores PVDF usados no modelo em elementos finitos.

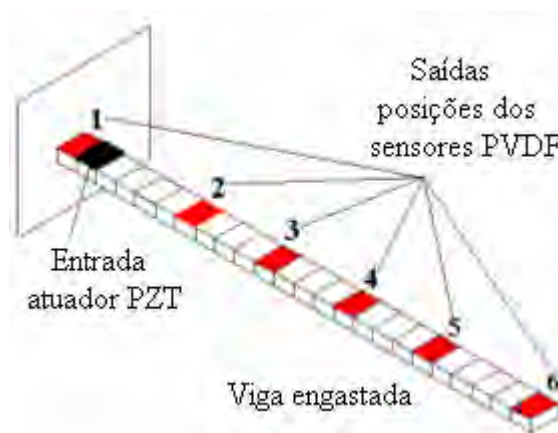


Figura 7.55 – Modelo em elementos finitos para a viga engastada.

Tabela 7.7 – Propriedades físicas e geométricas da viga e dos transdutores piezelétricos.

Propriedades	PZT 5H	PVDF	Viga
Módulo de Young [GPa]	62	3	70
Densidade [Kg/m ³]	7500	1500	2710
Coeficiente de Poisson	0,3	0,3	0,3
Constante dielétrica [F/m]	3,363e-8	1,5e-10	---
Tensão piezelétrica [C/m ²]	-16,27	0,05	---
Capacitância [F]	6e-7	5e-9	---
Comprimento [m]	0,02	0,02	0,48
Largura [m]	0,025	0,025	0,025
Espessura [m]	2,7e-4	2e-4	0,003

O procedimento foi realizado em duas etapas, na qual a primeira se restringe a detecção e localização das falhas, enquanto na segunda, é determinada a severidade da falha. Na primeira parte, dois casos de falhas foram analisados. O primeiro caso considera 5% de redução de rigidez do elemento 1 e o segundo caso considera redução de 3% e 5% na rigidez dos elementos 1 e 15, respectivamente. A concepção desta metodologia requer pontos de medida para cada região em análise. Neste caso, é necessário medidas antes e depois da simulação da falha para cada sensor PVDF. Assim, o índice do sensor pode localizar a posição da falha.

As figuras 7.56, 7.57, 7.58 e 7.59 mostram os índices dos modos e dos sensores para o primeiro e segundo casos de falha calculados com a norma H_2 . Observa-se claramente que a falha foi localizada no elemento 1 (primeiro caso), figura 7.57. Na figura 7.59 é possível verificar os maiores valores dos índices para os sensores 1 e 4, que estão posicionados nos elementos 1 e 15, respectivamente. Em ambos os casos a norma H_2 foi calculada considerando somente os quatro primeiros modos de vibrar, pois estes foram os mais afetados pela introdução das falhas, como pode ser visto nas figuras 7.56 e 7.58.

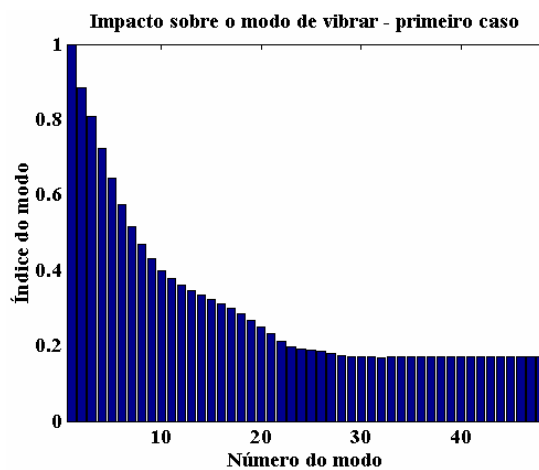


Figura 7.56 – Índice do modo calculado pela norma H_2 (primeiro caso).

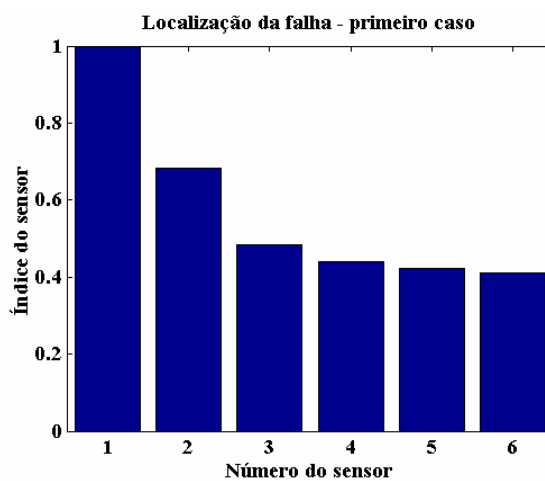


Figura 7.57 – Índice do sensor calculado pela norma H_2 (primeiro caso).

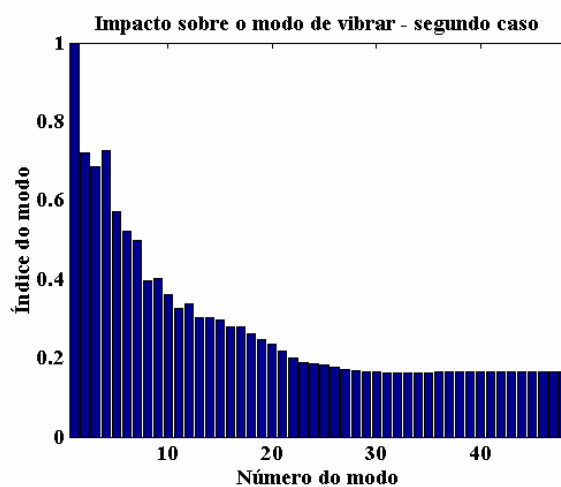


Figura 7.58 – Índice do modo calculado pela norma H_2 (segundo caso).

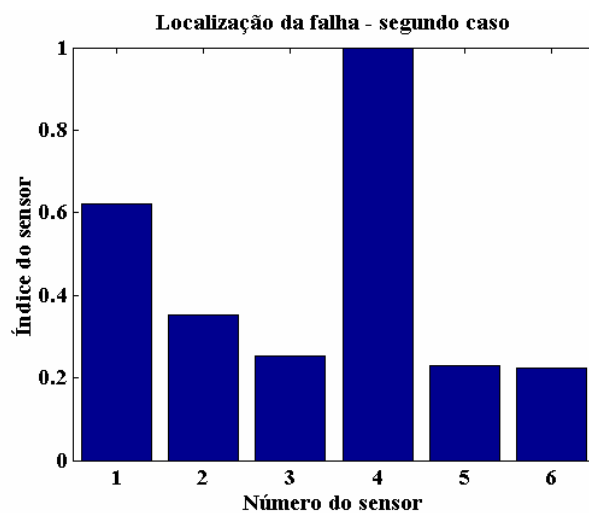


Figura 7.59 – Índice do sensor calculado pela norma H_2 (segundo caso).

As figuras 7.60, 7.61, 7.62 e 7.63 mostram os índices do modo e do sensor para o primeiro e segundo casos de falha calculados com a norma H_∞ . Observa-se claramente que os resultados obtidos foram similares e as falhas foram corretamente localizadas.

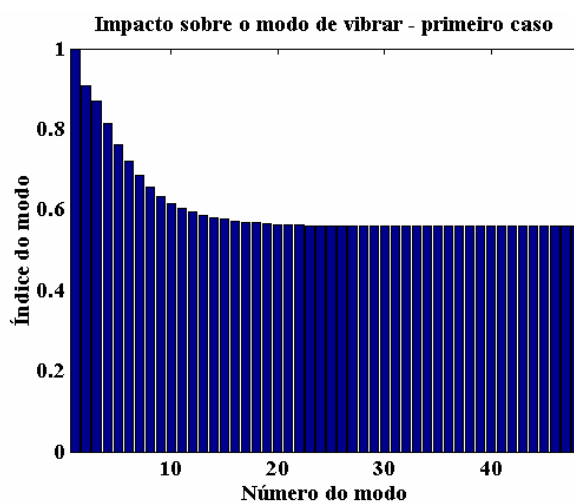


Figura 7.60 – Índice do modo calculado pela norma H_∞ (primeiro caso).

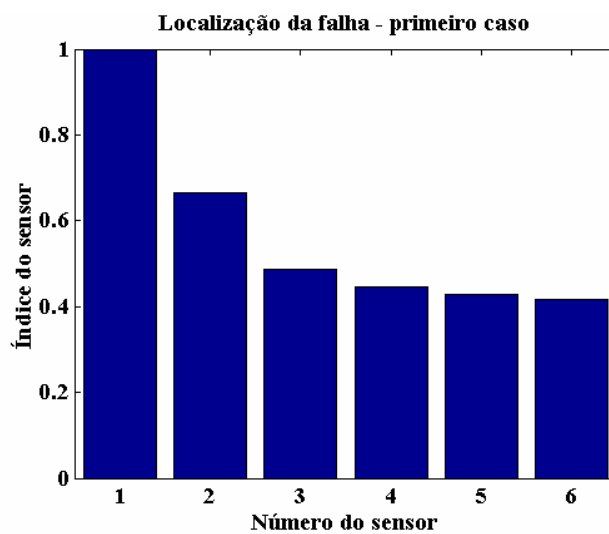


Figura 7.61 – Índice do sensor calculado pela norma H_∞ (primeiro caso).

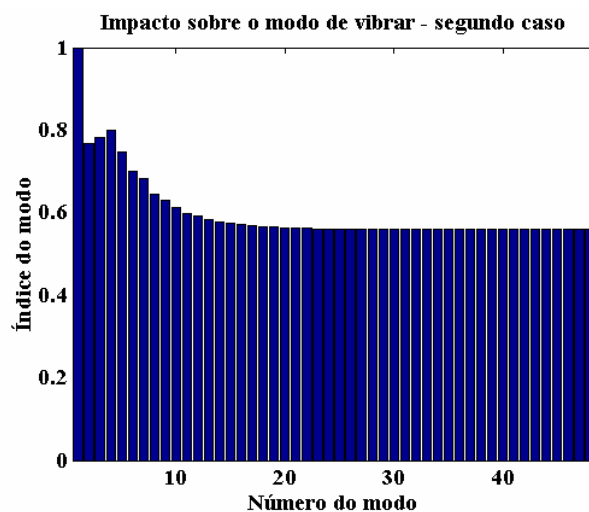


Figura 7.62 – Índice do modo calculado pela norma H_∞ (segundo caso).

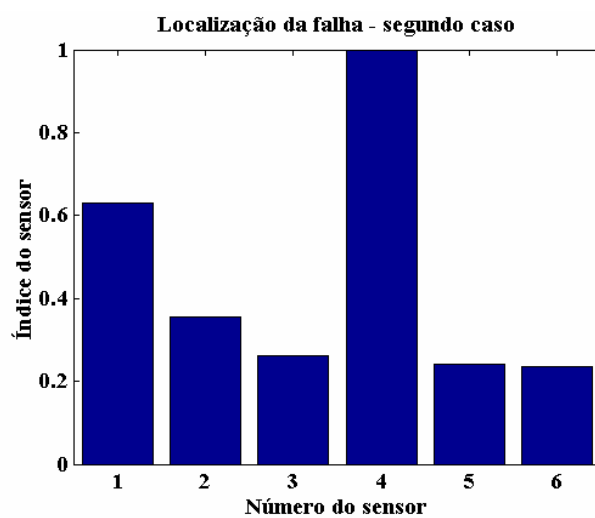


Figura 7.63 – Índice do sensor calculado pela norma H_∞ (segundo caso).

As figuras 7.64, 7.65, 7.66 e 7.67 mostram os índices do modo e do sensor para o primeiro e segundo casos de falha calculados com a matriz grammiana de observabilidade. Em ambos os casos a matriz grammiana de observabilidade foi calculada considerando somente os três primeiros modos de vibrar, pois estes foram os mais afetados pela introdução das falhas, como pode ser visto nas figuras 7.64 e 7.66. As figuras 7.65 e 7.67 mostram que as falhas foram corretamente identificadas.

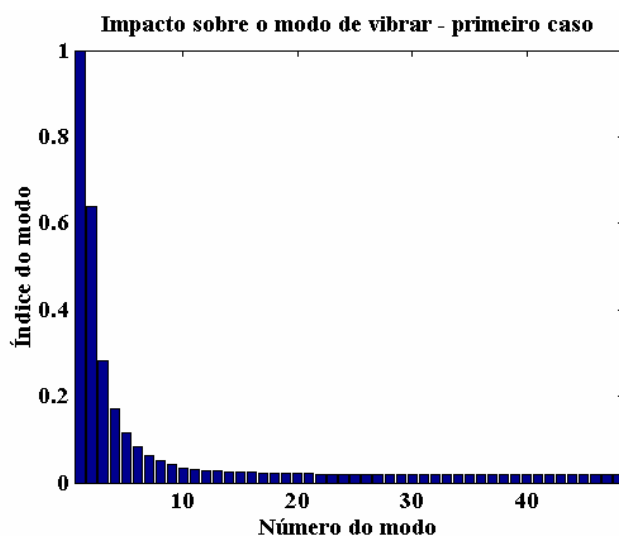


Figura 7.64 – Índice do modo calculado pela matriz grammiana de observabilidade (primeiro caso).

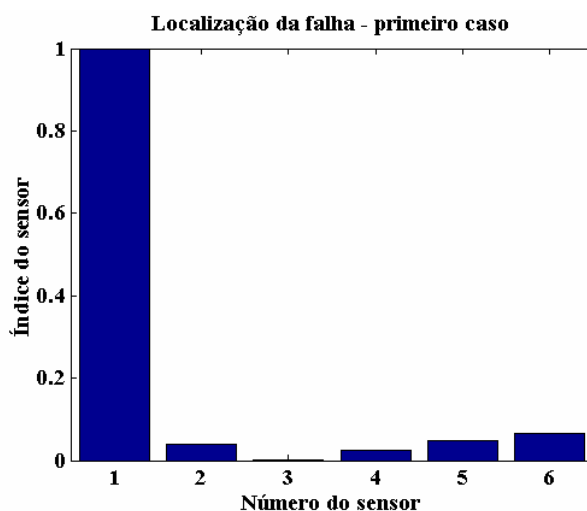


Figura 7.65 – Índice do sensor calculado pela matriz grammiana de observabilidade (primeiro caso).

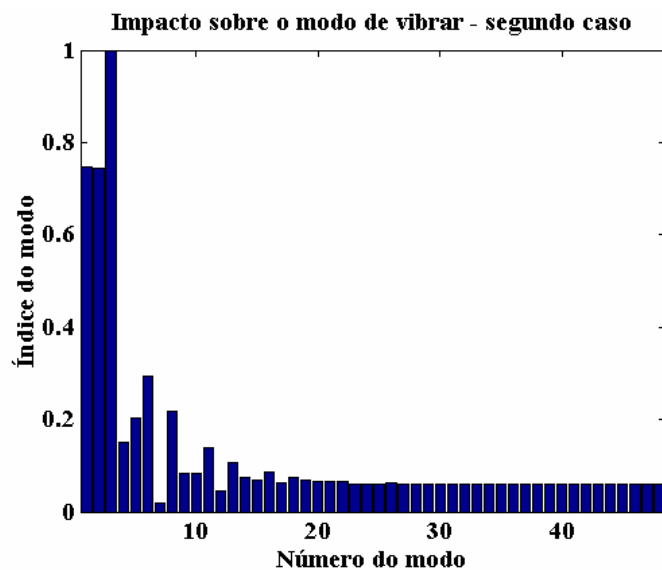


Figura 7.66 – Índice do modo calculado pela matriz grammiana de observabilidade (segundo caso).

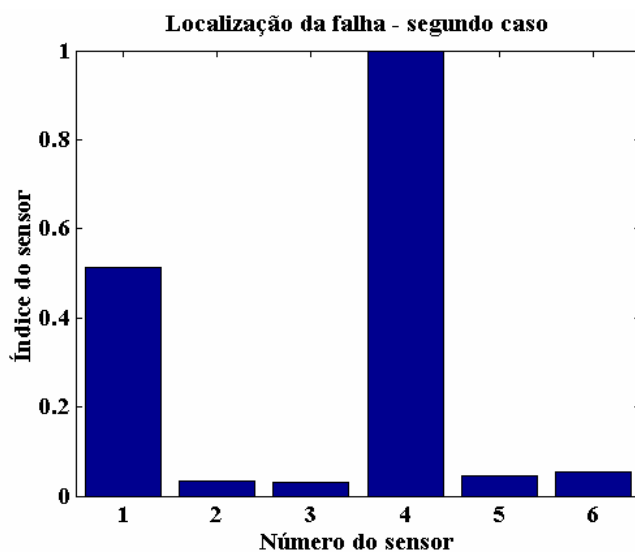


Figura 7.67 – Índice do sensor calculado pela matriz grammiana de observabilidade (segundo caso).

É importante ressaltar que todos os índices do sensor foram calculados considerando somente os modos mais afetados pelas falhas, pois estes possuem maiores e melhores informações a respeito das mudanças dentro da matriz dinâmica do sistema.

Na segunda parte desta aplicação numérica, algumas falhas estruturais foram quantificadas utilizando redes neurais artificiais. Para o treinamento da rede foram simulados diferentes níveis de severidade de falhas no elemento 1 (redução de 0%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60% na rigidez). A rede utilizada para o treinamento possui 2 camadas, 3

neurônios e uma função de transferência tangente sigmóide na primeira camada, 1 neurônio e uma função de transferência linear na segunda camada. Foi utilizado o *backpropagation* com o algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt para o treinamento da rede. A rede foi montada e treinada utilizando os comandos do *toolbox* de redes neurais do Matlab[®] 7.1.

A rede foi treinada com as normas H_2 , H_∞ e com a matriz grammiana de observabilidade. Em todos os casos estas características do sistema foram calculadas utilizando os quinze primeiros modos. Para verificar a eficiência da metodologia, cinco diferentes níveis de severidade de falhas foram simulados no elemento 1: 7%, 15%, 25%, 35% e 45%, respectivamente. As figuras 7.68, 7.69 e 7.70 mostram as respostas da RNA (quantificação) para os cinco níveis de falha simulados no elemento 1.

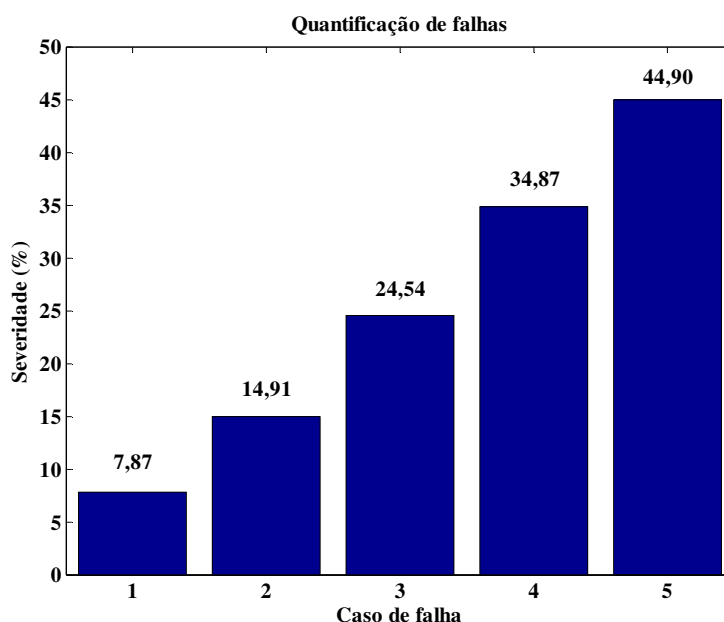


Figura 7.68 – Quantificação da severidade da falha usando RNA e os índices da norma H_2 .

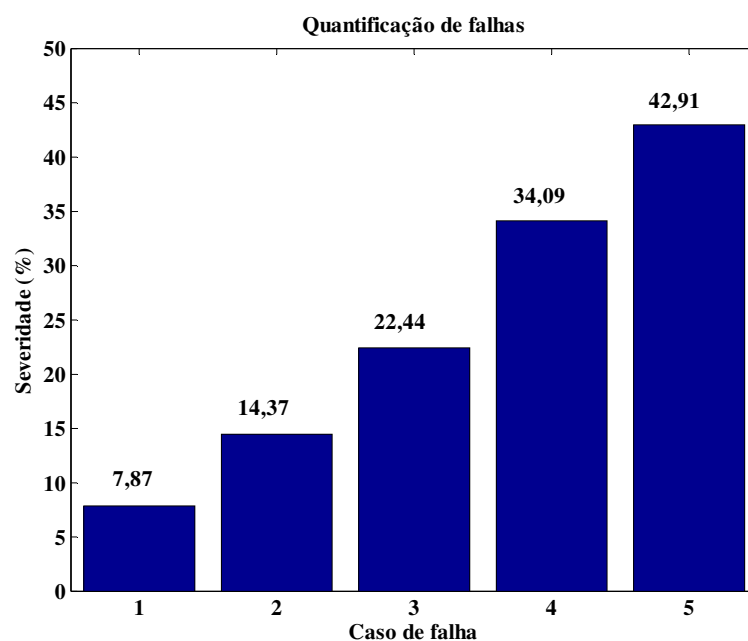


Figura 7.69 – Quantificação da severidade da falha usando RNA e os índices da norma H_{∞} .

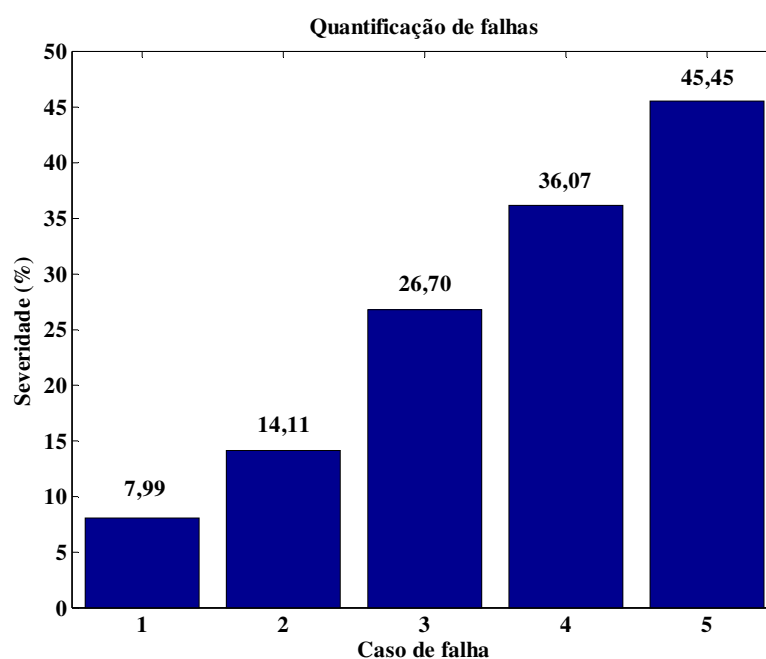


Figura 7.70 – Quantificação da severidade da falha usando RNA e os índices da matriz gramiana de observabilidade.

É possível observar que a RNA quantificou corretamente todos os níveis de falha utilizando as três diferentes técnicas analisadas.

Esta aplicação mostrou que as normas de sistema e a matriz gramiana de observabilidade são ferramentas poderosas e que podem ser utilizadas para detectar e localizar

falhas isoladas ou simultâneas. Além disso, os resultados também mostram que tais propriedades estruturais podem ser usadas para o treinamento de redes neurais artificiais. É importante ressaltar que os resultados da RNA podem ser melhorados se a entrada de dados para o treinamento representar adequadamente todas as situações de falha.

7.7_Aplicação Experimental de Quantificação da Severidade de Falhas Utilizando Redes Neurais Artificiais

A metodologia para quantificação de falhas utilizando as RNAs foi aplicada experimentalmente em uma viga de alumínio, figura 7.71. Inicialmente, o modelo numérico (massa e rigidez) foi descrito utilizando a teoria de Euler Bernoulli. Esta teoria e as características do elemento linear eletromecanicamente acoplado já foram explicados na sessão anterior. A viga foi discretizada por elementos finitos em 19 elementos e 40 graus de liberdade. A viga está na condição engastada-livre e, considerando esta condição de contorno, o sistema possui $N=76$ estados. Foi considerado um atuador PZT (acoplado no elemento 2) e um sensor acelerômetro no elemento 19. A tabela 7.8 mostra as propriedades físicas e geométricas da viga e do atuador piezelétrico usados no modelo MEF.

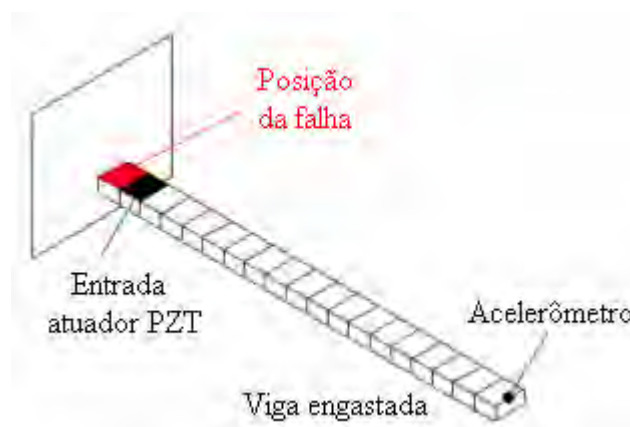


Figura 7.71 – Modelo em elementos finitos para a viga engastada.

Tabela 7.8 – Propriedades físicas e geométricas da viga e do atuador PZT.

Propriedades	PZT 5H	Viga
Módulo de Young [GPa]	60	65.5
Densidade [Kg/m ³]	7500	2710
Poisson	0,3	0,3
Contante dielétrica [F/m]	3,363e-8	---
Tensão piezelétrica [C/m ²]	-16,27	---
Contante elástica [N/m ²]	92,3e9	---
Comprimento [m]	0,02	0,38
Largura [m]	0,026	0,03
Espessura [m]	0,002	0,002

O modelo numérico foi obtido para diferentes simulações de falha. As normas H_2 (numérica) do quinto, sexto, sétimo e oitavo modos de vibrar foram calculados para cada situação de falha e estes valores foram usados para o treinamento da rede. Estes modos foram escolhidos porque os primeiros modos experimentais não tiveram boa identificação. Isto se deve ao fato dos atuadores piezelétricos não excitar satisfatoriamente as baixas frequências e, principalmente, pela limitação do método em identificar os modos de baixa frequência com o sinal de aceleração.

As falhas foram simuladas como sendo redução de rigidez no elemento 1. A RNA utilizada foi a mesma da aplicação anterior e foi treinada com as normas do modelo numérico (MEF). O objetivo é que esta consiga quantificar as falhas experimentais, mas utilizando um treinamento com dados numéricos.

As figuras 7.72 e 7.73 mostram a bancada experimental e detalhes das falhas que foram geradas utilizando uma serra de corte sobre a viga de alumínio. Durante a execução dos testes, a estrutura foi excitada por um atuador piezelétrico, figura 7.73c. Os sinais de saída foram medidos com um acelerômetro, modelo 352C22 PCB Piezotronics®. As medidas foram obtidas cinco vezes para cada caso de falha para verificar a repetibilidade dos resultados. Neste experimento o software SignalCalc ACE® II foi utilizado para fazer a aquisição dos dados. Os parâmetros do sistema foram identificados pelo método ERA. Quatro casos de falhas foram aplicados através de um corte na sessão transversal do elemento 1 da viga, figure 7.73c: caso 1 – corte de 1mm (redução de 3,33% na rigidez); caso 2 – corte de 2mm (redução de 6,67% na rigidez); caso 3 – corte de 3mm (redução de 10% na rigidez) e caso 4 – corte de 5mm (redução de 16,67% na rigidez).

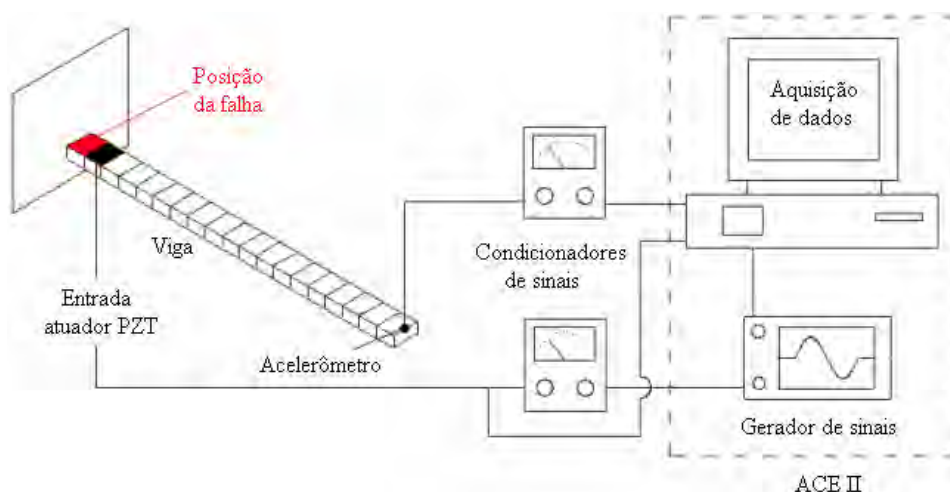


Figura 7.72 – Modelo MEF para viga engastada.



(a) Bancada experimental



(b) Acelerômetro



(c) Actuador Piezelétrico e posição da falha (elemento 1)

Figura 7.73 – Detalhes do procedimento experimental.

A figura 7.74 mostra a função de resposta em frequência (FRF) para o quinto, sexto, sétimo e oitavo modos estruturais obtidos pelo MEF e identificados via ERA, utilizando dados experimentais. Foram usados estes modos porque os erros de identificação foram menores. Entretanto, o procedimento ideal seria trabalhar com os modos mais afetados pela falha considerada.

Antes do treinamento, a norma H_2 numérica (MEF) para todos os modos e para todas as severidades de falha foram normalizadas fazendo a multiplicação destas pela razão entre a norma H_2 experimental (ERA) sem falha e a norma H_2 numérica (MEF) na mesma condição, ou seja, sem falha.

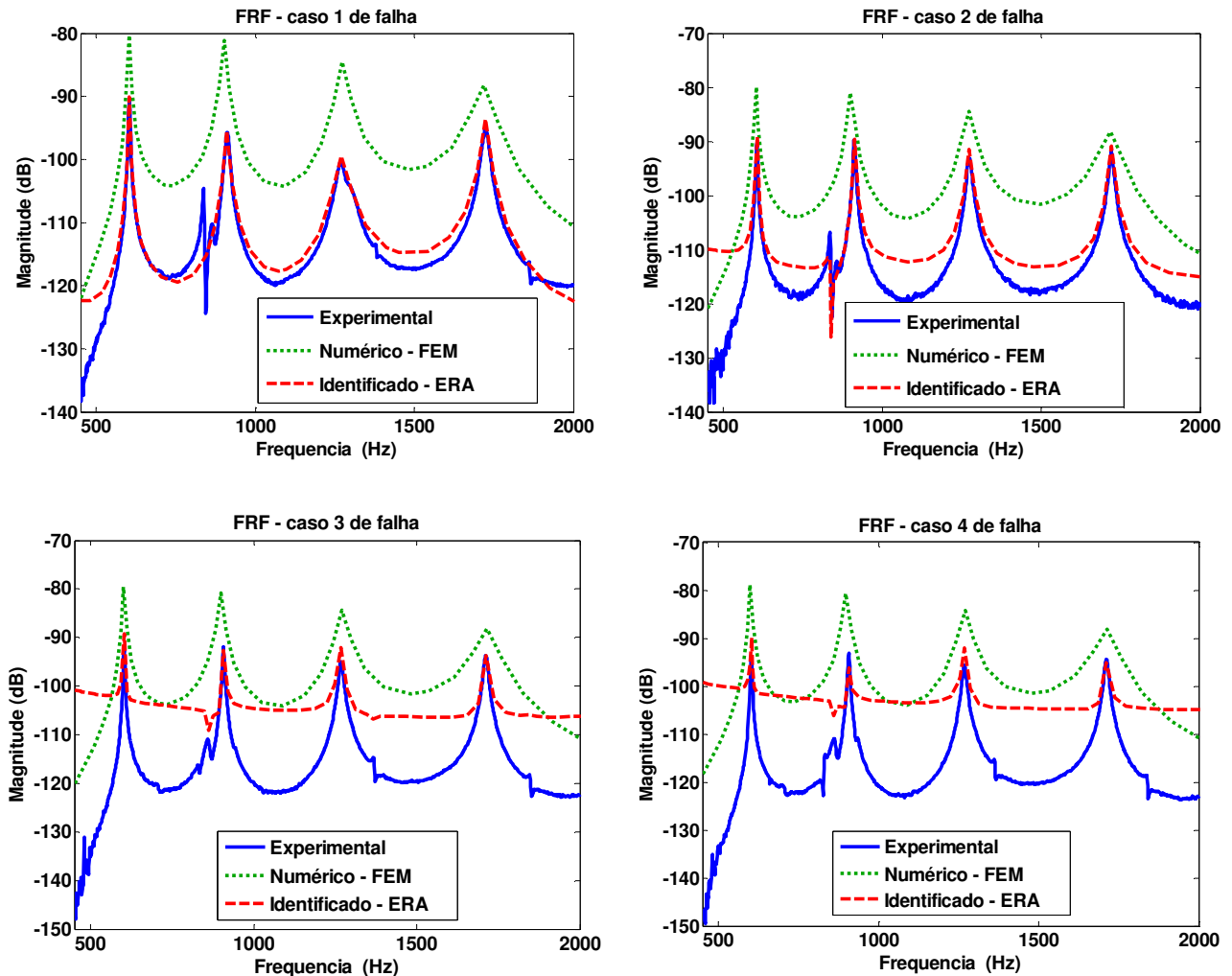


Figura 7.74 – FRFs estruturais obtidas por MEF e através do ERA.

É importante observar que esta normalização é necessária para aproximar as normas numéricas (MEF) e as normas experimentais (ERA).

Após o treinamento da RNA, os quatro casos de falha experimental (cortes para implementar redução de rigidez) foram quantificados com grande sucesso. A figura 7.75 mostra a resposta da RNA para os quatro casos de falha.

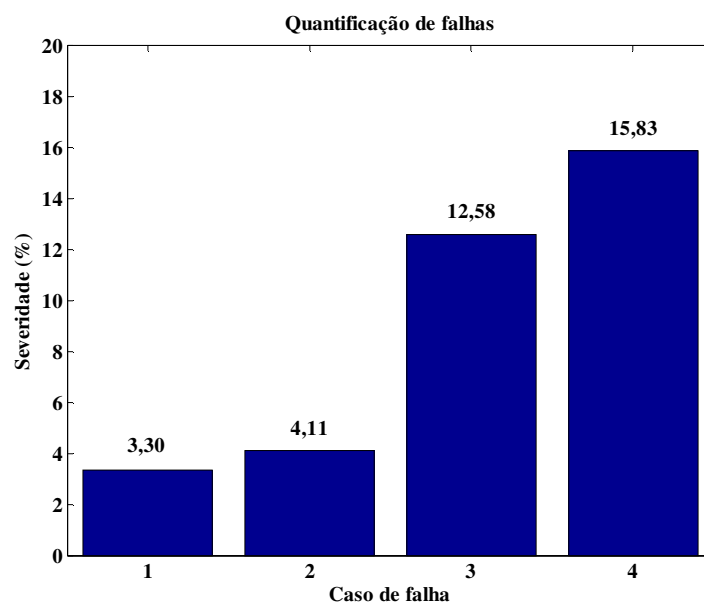


Figura 7.75 – Quantificação das severidades das falhas usando RNA e a norma H_2 .

CAPÍTULO 8_CONSIDERAÇÕES FINAIS E ETAPAS FUTURAS

O presente trabalho se dedicou ao estudo e aplicação de diversas técnicas para o monitoramento da saúde estrutural em estruturas leves com atuadores e sensores piezelétricos acoplados. Diversos índices de sensibilidade foram utilizados no monitoramento da estrutura, como o índice de falha métrica, os índices do sensor calculados com normas de sistemas ou com matrizes grammianas de observabilidade e os índices de entrada calculados com as matrizes grammianas de controlabilidade. Tais índices foram utilizados para detectar e localizar as falhas em aplicações numéricas e experimentais. Alguns destes índices necessitam de um modelo numérico, que são gerados via Método dos Elementos Finitos ou identificados experimentalmente via o método de realização para autossistemas, mais conhecido como ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*). Alguns índices não necessitam de modelos e estes são calculados diretamente da função de resposta em frequência do sistema. Em uma segunda etapa do procedimento proposto, as falhas foram quantificadas utilizando RNAs, que foram treinadas com as normas de sistemas e com as matrizes grammianas de observabilidade.

Embora a utilização dos índices calculados diretamente da função de transferência seja mais prática e simples, a utilização dos modelos é indispensável para a obtenção de um sistema SHM confiável e para uma etapa futura de prognóstico, isto é, uma estimativa da vida útil restante do equipamento. Além de permitirem a análise dos modos mais afetados pela falha, os modelos permitem o treinamento das redes neurais para a quantificação de falhas experimentais, uma vez que não é conveniente treinar as RNAs através de dados experimentais. Nas aplicações numéricas apresentadas, os modelos são gerados no software SMARTSYS, que possui os elementos de viga de Euler Bernoulli e placa de Kirchhoff com cerâmicas piezelétricas eletromecanicamente acoplados. Tais modelos foram validados com o software comercial ANSYS® e possibilitaram um estudo detalhado sobre a dinâmica estrutural antes e depois das falhas.

Durante este trabalho foi possível verificar a potencialidade do método ERA na identificação das matrizes dinâmica, de entrada e de saída, ou seja, do sistema no espaço de estados. No entanto, é possível perceber também que para uma correta identificação, deve-se fornecer ao Algoritmo de Realização para Auto-sistemas dados com baixo nível de ruídos. Logo, filtrar o sinal para evitar problemas de *aliasing* e *leakage* é essencial para uma boa identificação. Outro problema encontrado na utilização do ERA foi a dificuldade para a identificação dos primeiros modos de vibrar das estruturas ensaiadas (placa e viga). Este problema se agrava quando é utilizado o sinal de aceleração, que por sua vez, possui maior

amplitude nas altas frequências. Portanto, aconselha-se a utilização de um circuito integrador ou um integrador numérico para a obtenção do deslocamento da estrutura. Este, por sua vez, possui maior amplitude nas baixas frequências, facilitando a identificação dos primeiros modos.

Foi possível observar que as normas de sistemas e as matrizes grammianas de observabilidade e controlabilidade são ferramentas poderosas para detectar e localizar falhas isoladas ou simultâneas. Além disso, os resultados também mostram que tais propriedades estruturais podem ser utilizadas para o treinamento de redes neurais artificiais. É importante ressaltar que os resultados da RNA podem ser melhorados se a entrada de dados para o treinamento representar adequadamente todas as situações de falhas.

Não é possível afirmar qual é o melhor índice para detecção e localização de falhas. Isto porque a eficiência de cada índice depende de algumas variáveis, como por exemplo, o tipo da estrutura analisada, a localização e o tipo de falha (diminuição de rigidez, aumento ou diminuição de massa) e principalmente, a maneira como a falha afeta a estrutura. Por exemplo, se a falha “ofender” com maior intensidade os modos de baixa frequência, então, a técnica da impedância elétrica não é recomendada, uma vez que esta é utilizada para altas frequências (100 – 800 kHz). Para que um sistema SHM seja confiável, recomenda-se a utilização de diversos índices em paralelo, garantindo que a falha realmente exista em uma determinada posição e com uma determinada severidade, evitando falsos diagnósticos.

Como sugestões futuras para continuação deste trabalho, seria muito interessante contruir um sistema de monitoramento da integridade estrutural *on line*. Neste caso, os índices poderão ser calculados diretamente da resposta em frequência do sistema ou utilizando um método de identificação também *on line*, como por exemplo o EERA (*Extended Eigensystem Realization Algorithm*). Outro tópico muito importante para ser explorado é o estudo de detecção de falhas no sensor, visando construir um sistema SHM robusto estes tipos de problemas.

É também importante definir, em trabalhos futuros, o valor *threshold* de todos os índices analisados para especificar danos iniciais. Este valor deve ser analisado por um exame de experiência ou por dados simulados, a fim de evitar que ruídos ou variações nas condições operacionais permitam a ocorrência de falsos diagnósticos.

Neste trabalho a redução de rigidez nos elementos foi utilizada para representação de falhas do tipo trinca, no entanto, não se sabe exatamente se este tipo de falha pode ser representado somente pela redução de rigidez. E também para as aplicações experimentais, não se sabe o quão representativo são as falhas que foram simuladas por adição de massa e

cortes (simulação de trinca). Logo, para trabalhos futuros nesta área, seria aconselhável a utilização dos índices aqui estudados para detecção e localização de falhas reais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, G.L.C.M.; RIBEIRO, J.F.; STEFFEN JUNIOR, V. Experiments on optimal vibration control of a flexible beam containing piezoelectric sensors and actuators. Shock And Vibration, Amsterdam, v.10, n. 5-6, p. 283-300, 2003.

ABREU, G.L.C.M.; RIBEIRO, J.F.; STEFFEN JUNIOR., V. Finite element modeling of a plate with localized piezoelectric sensors and actuators. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, v. 26, n.2, p. 117-128, 2004.

ADAMS, R.D.; CAWLEY, P.; PYE, C.J.; STONE, B.J. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures. Journal of Mechanical Engineering Science, London, v. 20, n. 2, p. 93-100, 1978.

ALDRAIHEM, O.J.; WETHERHOLD, R.C.; SINGH, T. Intelligent beam structures: Timoshenko theory vs. Euler Bernoulli theory. Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications, Dearborn, MI, USA, v. 4, n. 15, p. 976-981, 1996.

ALLIK, H.; HUGHES, T.J.R. Finite element method for piezoelectric vibration. International Journal for Numerical Methods in Engineering, John Wiley & Sons, v. 2, n. 2, p.151-157, 1970.

ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M.C.M. Projeto de sistema de controle via LMI's usando o MATLAB. APLICON 2001-escola brasileira de aplicações em dinâmica e controle, São Carlos, p. 350-365, 2001.

ATALLA, M.J.; INMAN, D.J. On Model updating using neural networks. Mechanical Systems and Signal Processing, Oxford – UK, v.12, n.1, p.135-161, 1998.

AYRES, J.W.; LALANDE, F.; CHAUDHRY, Z.; ROGERS, C.A. Qualitative health monitoring of a steel bridge structure via piezoelectric actuator/sensor patches. Proceedings, SPIE Nondestructive Evaluation Techniques for Aging Infrastructure & Manufacturing, Scottsdale, AZ, v. 2946, p. 211-218, 1996.

BAILEY, T.; HUBBARD JUNIOR, J. E. Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam. Journal of Guidance Control and Dynamics, v.8, n.5, p. 605-611, 1985. Disponível em <<http://www.aiaa.org/content.cfm?pageid=318>>. Acesso em: 02 out 2007.

BANKS, H.T.; SMITH, R.C.; WANG, Y. The Modelling of piezoceramic path interactions with shells, plates and beams. Quarterly of Applied Mathematics, Massachusetts , v. 53, n.2, p.353-381, 1995.

BANKS, H.T.; INMAN, D.J.; LEO, D.J.; WANG, Y. An Experimentally validated damage detection theory in smart structures. Structural Health Monitoring, London, v.3, n.4, p. 355-377, 1996.

BEALE, E.M.L. A derivation of conjugate gradients. In: F. A Lootsma (Ed.), Numerical methods for nonlinear optimization. London: Academic Press, 1972. p.39-43.

BENJEDDOU, A. Advances in piezoelectric finite element modelling of adaptive structural elements: a survey. Computers and Structures, v.76, n. 1-3., p.347-363, 2000. Disponível em <<http://www.sciencedirect.com/science/journal/00457949>>. Acesso 02 out 2007.

BHASKAR, A. Estimates of error in the frequency response of non-classically damped systems. Journal of Sound and Vibration, Southampton, v. 184, n.1, p. 59-72, 1995.

BLANGUERNON, A.; LÉNÉ, F.; BERNADOU, M. Active control of a beam using a piezoceramic element. Smart Material and Structure, v.8, n.1., p.116-124, 1999.

BUENO, D.D.; MARQUI, C.R.; CORDEIRO, L.; LOPES JUNIOR, V. Estudo comparativo da norma H2 e matrizes gramianas para o posicionamento de sensores/atuadores piezelétricos. In: Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações-DINCON 2005, 4, Bauru – SP, 2005. (CD-Room).

BUENO, D.D.; MARQUI, C.R.; LOPES JUNIOR, V. Atenuação de vibrações em estruturas flexíveis utilizando controle hinf via técnicas LMIs. In: Simpósio de Mecânica Computacional-SIMMEC 2006, 7, Araxá – MG, 2006a. (CD-Room).

BUENO, D.D.; MARQUI, C.R.; LOPES JUNIOR., V. Active control in flexible plates with piezoelectric actuators using linear matrix inequalities. In: International Congress on Sound Vibration, 13, Vienna, 2006b. (CD-Room).

BUENO, D.D.; MARQUI, C.R.; LOPES JUNIOR., V. Active vibration control using piezoelectric actuator solved through linear matrix inequalities. In: XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 27, Belém – Pa, 2006c. (CD-Room).

BUENO, D.D.; MARQUI, C.R.; CORDEIRO, L.; LOPES JUNIOR., V. Optimal placement of sensors/actuators in truss structures with known disturbances. In: International Modal Analysis Conference, St. Louis, 24, 2006d. (CD-Room).

BURL, J.B. Linear Optimal Control: H_2 and H_∞ methods, Arkansas, Addison-Wesley, ISBN 0-21-808668-4, 1999.

CACCIOLA, P.; IMPOLLONIA, N.; MUSCOLINO, G. Crack detection and location in a damaged beam vibrating under white noise, Computers and Structures, v. 81, n.18-19, p. 1773-1782, 2003.

CERNA, E.R.V. Controle robusto de vibrações: aplicações de um controlador H_2/H_∞ , 2001, Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2001.

CLARK, R.L.; SAUNDERS, W.R.; GIBBS, G.P. Adaptive structures: dynamics and control, John Wiley & Sons, New York, 1998.

COELHO, L.S. Identificação e controle de processos multivariáveis via metodologias avançadas e inteligência computacional. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

CORDEIRO, L.; BUENO, D.D.; MARQUI, C.R.; LOPES JUNIOR., V. Identification of Structural Damage in Flexible Structures Using System Norms and Neural Networks. In: International Modal Analysis Conference, 24, 2006, St. Louis., Missouri, USA, 2006. (CD-Room).

CRAWLEY, E.F.; DE LUIS, J. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures, AIAA Journal, v. 25, n. 10, p.1373-1385 , 1987.

DOEBLING, S.W.; FARRAR, C.R.; PRIME, M.B. A summary review of vibration based damage identification methods. The Shock and Vibration Digest, Amsterdam, v. 30, n. 2, p. 91-105, 1998.

DOSH, J.J.; INMAN, D.J. A self-sensing piezoelectric actuator for collocated control, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster - USA, vol. 3, n.1, p. 166-185, 1992.

EWINS, D.J. Modal testing, Wiley, New York, 1984.

EWINS, D.J. Modal testing: theory and practice. John Wiley & Sons, New York:, 1991.

FARRAR, C.R.; DOEBLING, S.W. Damage detection II: field applications to large structures, In: Silva, J.M.M. and Maia, N. M. M. (eds.), Modal analysis and Testing, Nato Science Series. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publish, 1999.

FLETCHER, R.; REEVES C.M., Function minimization by conjugate gradients. Computer Journal, vol. 7, p. 149-154, 1964.

FRISWELL, M.I; PENNY, J.E.T. Is Damage location using vibration measurements practical? In: Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures- DAMAS' 97, University of Sheffield, UK, Sheffield Academic Press Ltd., p. 351 – 362, 1997.

FRISWELL, M.I; PENNY, J.E.T.; Garvey, S.D. A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures. Computers and Structures, v. 69, n.5, p. 547-556, 1998.

FUGATE, M.L.; SOHN, H.; FARRAR, C.R. Unsupervised learning methods for vibration-based damage detection. In: Proccedings of 18th International Modal Analysis Conference, 18, San Antonio, Texas, USA, 2000. (CD-Room).

FURTADO, R.M. Detecção e localização de falhas estruturais utilizando sensores e atuadores piezelétricos e redes neurais artificiais, 2004, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, SP, Brasil, 2004.

FURTADO, R.M.; LOPES JUNIOR., V. Damage location in smart structures using low cost impedance measurements. In: XI DINAME 2005 - International Symposium on Dynamics Problems of Mechanics, 11, Ouro Preto – MG, 2005.(CD-Room).

GAO, W.; CHEN, J.J.; MA, H.B.; MA, X.S. Optimal placement of active bars in active vibration control for piezoelectric intelligent truss structures with random parameters, Computers and Structures, vol. 81, n.1, p. 53 – 60, 2003.

GAWRONSKI, W. Dynamics and control of structures: A modal approach, 1. ed., Springer Verlag, New York, 1998.

GAWRONSKI, W.; JUANG, J. N. Model reduction for flexible structures. In: Control and dynamics systems science, ed. C.T. Leondes, v. 36, Academic Press, San Diego, CA, p. 143-222, 1990.

GAWRONSKI, W.; SAWICKI, J.T. Structural damage detection using modal norms, Journal of Sound and Vibration, v. 1, n. 229, p. 194 -198, 2000.

GIURGIUTIU, V.; ROGERS C.A. Recent progress in the application of E/M impedance method to structural health monitoring, damage detection and failure prevention, Structural Health Monitoring, Edited by Fu-Kuo Chang, Technomic Publishing Company, Lancaster – USA, p. 298-307, 2000.

GIURGIUTIU, V.; ZAGRAI, A. Damage detection in thin plates and aerospace structures with the electro-mechanical impedance method, Structural Health Monitoring, London, v. 4, n. 6, p. 99-118, 2005.

GIURGIUTIU, V. Tuned lamb wave excitation and detection with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 16, n. 4, p. 291-305, 2005.

HAJELA, P.; SOEIRO, F.J. Recent developments in damage detection based on system identification methods. Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 2, n. 1, p. 1-10, 1990.

HALIM, D.; MOHEIMANI, S.O.R. Experimental implementation of spatial H_∞ control on a piezoelectric-laminate beam, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, v. 7, n. 3, p. 346-356, 2002.

HAGAN, M.T.; MENHAJ, M. Training feedforward networks with the Marquardt algorithm, IEEE Transactions on Neural Networks, v. 5, n. 6, p. 989-993, 1994.

HAGAN, M.T.; DEMUTH, H.B.; BEALE, M.H. Neural network design, Boston, MA: PWS Publishing, 1996.

HAGOOD, N.W.; CHUNG, W.H.; VON FLOTOW, A. Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 1, n. 7, p. 327–354, 1990.

HE, Y.; GUO, D.; CHU, F. Using genetic algorithms to detect and configure shaft crack for rotor-bearing system. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 190, n. 45, p. 5895-5906, 2001.

HO, B.L.; KALMAN, R.E. Effective construction of linear state-variable models from input/output data. Proceedings of the Annual Allerton Conference on Circuit and System Theory, Monticello, Illinois, 1965.

INMAN, D.J. Smart structures: examples and new problems. XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM 2001, 4, Uberlândia, p. 26-30, 2001.

INMAN, D.J. Engineering vibrations, Prentice-Hall, Upper_Saddle River, NJ, 621 pp. ISBN 0-13-726142-X, 1996.

INMAN, D.J.; FARRAR, C. R.; LOPES JUNIOR, V.; STEFFEN JUNIOR, V. Damage prognosis for aerospace, civil and mechanical systems, John Wiley & Sons Ltd, England, 2005.

JUANG, J.-N; PAPPAS, R.S. An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 8, n. 5, p. 620-627, 1985.

KABEYA, K. Structural health monitoring using multiple piezoelectric sensors and actuators. Master Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 83p, 1998.

KESSLER, S.S.; SPEARING, S.M.; ATALLA, M.J. In-situ damage detection of composites structures using lamb wave methods. Thesis of Doctorate of Philosophy in Aeronautics and Astronautics at the Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics Massachusetts Institute of Technology, 2002 (a).

KIM, M.H., A smart health monitoring systems with application to welded structures using piezoceramic and fiber optic transducers, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 17, n. 1, p. 35-44 , 2006.

KUANG, K.S.C.; MAALEJ, M.; QUEK, S.T. An application of a plastic optical fiber sensor and genetic algorithm for structural health monitoring, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 17, n. 5, p. 361-379, 2006.

KWON, Y.W.; BANG, H. The finite element method using Matlab, CRC Press LLC, ISBN 0-8493-9653-0, 1997.

LAM, K.Y.; NG, T.Y. Active control of composite plates with integrated piezoelectric sensors and actuators under various dynamic loading conditions, Smart Materials and Structures, v. 8, n. 2, p. 223-237, 1999.

LAMMERING, R.; JIA, J.; ROGERS, C.A. Optimal placement of piezoelectric actuators in adaptive truss structures, Journal of Sound and Vibration, v. 171, n. 1, p. 67-85, 1994.

LEE, U.; SHIN, J. A frequency response function-based structural damage identification method. Computers and Structures, v. 80, n. 2, p. 117 – 132, 2002.

LEE, I.; SUNG, H.J. Development of an array of pressure sensors with PVDF film, Experiments in Fluids, v. 26, n. 1-2, p. 27-35, 1999.

LEMOES, G.F. Deteção de falhas via observadores de estados em sistemas rotativos, considerando-se suas fundações, 2004, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, SP, Brasil, 113p, 2004.

LIMA JUNIOR.; J.J. DE Modelagem de sensores e atuadores piezoelétricos com aplicações em controle ativo de estruturas, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade Engenharia Mecânica – Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, 243p, 1999.

LOPES JUNIOR. V.; STEFFEN JUNIOR. V.; AND INMAN, D.J. Optimal design of smart structures using bonded piezoelectric for vibration control, In: International Conference on Noise and Vibration Engineering – ISMA 2000, 25, Leuven, Belgium, 2000a.(CD-Room).

LOPES JUNIOR., V.; PARK, G.; CUDNEY, H.H.; INAMN, D.J. Impedance – based structural health monitoring with artificial neural network, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 11, n. 3, p. 206-214, 2000b.

LOPES JUNIOR, V.; TURRA, A.E.; MÜLLER, H.H.; BRUNZEL, F.; INMAN, D.J. A new methodology of damage detection by electrical impedance and optimization technique. Proceedings of the International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics – Diname 2001, 9, pp. 311-316, Florianópolis-Brasil, 2001.

MAHMOUD, H.; KABAMBA, P.T.; ULISOY, A.G.; BRUSHER, G.A. Target reduction and balancing using system norms, Proceedings of the 2002 American Control Conference – ACC 2002, Alaska – USA, 2002.

MAIA, N., SILVA, J.; et al. Theoretical and experimental modal analysis. Research Studies Press Ltd., Baldock, Hertfordshire, England, 1997.

MALMONGE, J.A.; SANTOS, M.A.; SAKAMOTO, V. K. Analysis of dipolar relaxation in polyurethane/polyaniline blend, Journal of Material Science, UK, v. 40, n. 17, p. 4557-4560, 2005.

MARANO, J.H. Localização de falhas via observadores de estados em sistemas com variação de parâmetros, 2002, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, SP, Brasil, 2002.

MARTINELLI, D.A.O.; MONATANARI, I.; SAVASSI, W. Placas Elásticas: equações gerais e placas retangulares. Conceituação teórica, método das diferenças finitas e elementos finitos, 1986, Dissertação de mestrado, Escola Estadual de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 114p, 1986.

MARWALA, T.; CHAKRAVERTY, S. Fault classification in structures with incomplete measured data using autoassociative neural networks and genetic algorithm. Current Science Journal, v. 90, n. 4, p. 542-548, 2006.

MARQUI, C.R.; BUENO, D.D.; CORDEIRO, L.; SILVA, C.R.; LOPES JUNIOR., V. Experimental damage detection using system norms. In: XXIV International Modal Analysis Conference - IMAC 2006, 24, St. Louis, Missouri – USA, 2006. (CD-Room).

MARQUI, C.R.; BUENO, D.D.; GONZALEZ, C.G.; SANTOS, R.B.; LOPES JUNIOR, V. Damage characterization using artificial neural networks, In: 6º Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications - DINCON 2007, 6, São José do Rio Preto, 2007a. (CD-Room).

MARQUI, C.R.; BUENO, D.D.; SANTOS, R.B.; LOPES JUNIOR, V. Experimental damage quantification in smart structures using system norms and neural networks. In: XXVIII Congresso Latino Ibero-Americano Sobre Métodos Computacionais - CILAMCE 2007, 28, Porto – Portugal, 2007b. (CD-Room).

MARTINS, R.S. Modelagem de transportador vibratório linear com excitação eletromagnética, 1997, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG, 1997.

MATHWORKS[®], Inc User Guide Neural Networks Toolbox.

MEIROVICTH, L. Principles and techniques of vibrations. Prentice Hall, USA, 1997.

MELO, G. P. Deteção e localização de falhas via observadores de estado de ordem Reduzida, 1998, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, 125p, 1998.

MOLLER, M. F. A scaled conjugate gradient algorithm for fast supervised learning, Neural Networks, v. 6, n. 4, p. 525-533, 1993.

MONNIER, T., Lamb Waves-based impact damage monitoring of a stiffened aircraft panel using piezoelectric transducers, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 17, n. 5, p. 411-421 , 2006.

MOREIRA, F.J.O., Um controlador H_∞ de banda limitada para controle ativo de vibração estrutural, 1998, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, 199p, 1998.

MOURA, J.R.V.; STEFFEN JUNIOR., V., Impedance-based health monitoring for aeronautic structures using statistical meta-modeling. In: Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 17, n. 11, p. 1023-1036, 2006.

MUSTAFA, D.; GLOVER, K., Controller reduction by H_∞ balanced truncation, IEEE Transactions on automatic control, v. 36, n. 6, p. 668-682, 1991.

NAIR, K.K.; KIREMIDJIAN A.S.; LAW, K.H., Time series-based damage detection and localization algorithm with application to the ASCE benchmark structure, Journal of Sound and Vibration, v. 291, n. 1-2, p. 349-368, 2006.

NITZSCHE, F., Direct-active and semi-active smart structure control systems for aeroelastic applications, Proceedings of the XII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics - DINAME 2007, 12, Varoto, P. S. and Trindade, M. A. (Editors), ABCM, Ilhabela, SP, Brazil, 2007. (CD-Room).

ODON, A., Probe with PVDF sensor for energy measurements of optical radiation, Measurement Science Review, v. 3, section 3, p. 111-114, 2003.

PANOSSIAN, H.; GAWRONSKI, W.; OSSMAN, J., Balanced shaker and sensor placement for modal testing of large flexible structures; In: XVI International Modal Analysis Conference – IMAC 1998, 16, Santa Barbara, CA, 1998. (CD-Room).

PARK, G.; CUDNEY, H.; INMAN, D. J., An integrated health monitoring technique using structural impedance sensors, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 11, n. 6, p. 448-455, 2000.

PAWAR, P.M.; REDDY, K.V.; GANGULI, R., Damage detection in beams using spatial fourier analysis and neural networks, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 18, n. 4, p. 347-359, 2007.

PEAIRS, D.M; PARK, G.; INMAN, D.J., Improving accessibility of the impedance-based structural health monitoring method. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 15, n. 2, p. 129-139, 2004.

POLAK, B.; RIBIERE, G., Note sur la convergence des méthodes de directions conjuguées, Rev. Fr. Inform. Rech. Oper., v. 16, p. 35–43, 1969.

POTA, H.R.; ALBERTS, T.E., Multivariable transfer function for a slewing piezoelectric laminate beam, Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, v. 117, p. 352-359, 1995.

POWELL, M. J. D., Restart procedures for the conjugate gradient method, Mathematical Programming, v. 12, n. 1, p. 241-254, 1977.

RIZOS, P. F.; ASPRAGATHOS, N.; DIMAROGONAS, A. D., Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes. Journal of Sound and Vibration, v. 138, n. 3, p. 381-388, 1990.

RAJU, V., Implementing impedance-based health monitoring, Master's thesis (Master's thesis) - Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg-VA, 1998.

ROCHA, T.L.; SILVA, S.; LOPES JUNIOR. V., Optimal placement of sensor and actuator for large structures, In: Proceeding of International Modal Analysis Conference - IMAC, 22, Dearborn, Michigan, USA, 2004a. (CD-Room).

SAKAMOTO, V.K.; MALMONGE, J.A.; FERNANDES, S., Ferroelectric ceramic/polymer composite for soil-humidity detection, Sensors & Transducers Magazine, v. 39, n. 1, p. 112-120, 2004.

SALAWU, O. S., Detection of structural damage through changes in frequency: a Review. Engineering Structures, v. 19, n. 9, p. 718-723, 1997.

SILVA, S.; LOPES JUNIOR., V., Técnicas de controle ótimo para supressão de vibração utilizando sensores e atuadores piezelétricos, II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2002, 2, João Pessoa – PB, 2002. (CD-Room).

SILVA, S., Projeto de controladores robustos para aplicações em estruturas inteligentes utilizando desigualdades matriciais lineares, 2005, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira – SP, 2005.

SILVA, S.; DIAS JUNIOR., M.; LOPES JUNIOR., V., Damage detection in a benchmark structure using AR-ARX models and statistical pattern recognition, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, v. 29, n. 2, p. 174-184, 2007.

SILVA, S.; DIAS JUNIOR., M.; LOPES JUNIOR., V., Structural health monitoring in smart structures through time series analysis. Submitted to Structural Health Monitoring Journal, 2007.

SMARTEC S/A, Structural Health Monitoring and Services, Disponível em: <<http://www.smartec.ch>>, Acesso em: julho, 2003.

SMARTFIBRES LTD, Structural Health Monitoring, Disponível em: <<http://www.smartfibres.com>>, Acesso em: julho, 2003.

STEFFEN JUNIOR, V.; RADE, D.A., Fundamentos e aplicações de materiais inteligentes, 3º Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC, 3, Ilha Solteira – SP, 2004.

STÖBENER, U.; GAUL, L., Active Vibration Control of a Car Body Based on Experimentally Evaluated Modal Parameters, Mechanical Systems and Signal Processing, Oxford – UK, v. 15, n. 1, p. 173-188, 2001.

STOICA, P.; MOSES, R.L. Introduction to Spectral Analysis. Prentice-Hall, New Jersey-USA, 1997.

STROKES, J.P.; CLOUD, G.L., The application of interferometric techniques to the nondestructive inspection of fiber-reinforced materials. Experimental Mechanics, St. Bethel, v. 33, p.314-319, 1993.

SU, Z.; YE, L., Lamb wave propagation-based damage identification for quasi-isotropic CF/EP composite laminates using artificial neural algorithm: Part I – Methodology and Database Development, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v.16, n. 2, p. 97-111, 2005a.

SU, Z.; YE, L., Quantitative damage prediction for composite laminates based on wave propagation and artificial neural networks, Structural Health Monitoring, London, v. 4, n.1, p. 57-66, 2005b.

SUN, F. Piezoelectric active sensor and electric impedance approach for structural dynamic measurement. Master Thesis (Master Thesis) - CIMSS, Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg-VA, 1996.

TANNER, N.A.; WAIT, J.R.; FARRAR, C.R.; SOHN H., Structural health monitoring using modular wireless sensors, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 14, n. 1, p. 43-56, 2003.

TEBALDI, A., Localização de falhas estruturais usando atuadores e sensores piezelétricos e algoritmo genético. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, SP, Brasil, 2004.

TIMOSHENKO, S.P.; GOODIER, J.N., Theory of elasticity, 3rd Edition, McGraw-Hill, 69-13617, 1970.

TRINDADE, M.A., Simultaneous extension and shear piezoelectric actuation for active vibration control of sandwich beams, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster – USA, v. 18, n. 6, p. 591-600, 2007.

TRINDADE, M.A., Contrôle hybride actif-passif des vibrations des structures par des matériaux piézoélectriques et viscoélastiques: poutres sandwich/multicouches intelligentes, Thèse de Docteur, Conservatoire National des Arts et Métiers, France, 1999.

TSENG, C.I., Electromechanical dynamics of a coupled piezoelectric / mechanical system applied to vibration control and distributed, Ph. D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Kentucky, 240 p., 1989.

ULTRA ELECTRONICS LTD, Noise and Vibration Systems, Disponível em: <<http://www.ultraquiet.com>>, Acesso em: julho, 2003.

UNIVERSITY OF ALBERTA, Applications of Smart Materials, University of Alberta Smart Material and Micromachines, Disponível em: <<http://www.cs.ualberta.ca>>, Acesso em: fevereiro de 2004.

VALER, C.E.I., Uma introdução ao controle robusto com aplicações a estruturas flexíveis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro – RJ, 1999.

WANG, J.; YONG, Y.-K.; IMAI, T., Finite element analysis of the piezoelectric vi-brations of quartz plate resonators with high-order plate theory. International Journal of Solids and Structures, v. 36, n. 5, p.2303–2319, 1999.

WAIDEMAM, L., Análise dinâmica de placas delgadas utilizando elementos finitos triangulares e retangulares. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, SP, Brasil, 2004.

WIDROW, B.; LEHR, M.A., 30 Years of adaptive neural networks: perceptron, madaline, and backpropagation, Proceedings of the IEEE, New York, v.78, n.9, p.1415-1442, 1990.

YANG, S.M.; LEE, Y.J., Modal analysis of stepped beams with piezoelectric materials, Journal of Sound and Vibration, v. 176, n. 3, p. 289-300, 1994.