



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA E SEUS FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**Origami e Produção de Vídeos Digitais: um estudo
sobre a produção matemática em um curso de
extensão universitária**

CAROLINA YUMI LEMOS FERREIRA GRACIOLLI

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO

2021

Carolina Yumi Lemos Ferreira Graciolli

Origami e Produção de Vídeos Digitais: um estudo sobre a produção matemática em um curso de extensão universitária

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva.

Rio Claro

2021

G731o Graciolli, Carolina Yumi Lemos Ferreira
Origami e Produção de Vídeos Digitais : Um estudo sobre a
produção matemática em um curso de extensão universitária /
Carolina Yumi Lemos Ferreira Graciolli. -- Rio Claro, 2021
204 f.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp),
Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientador: Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva

1. Matemática. 2. Educação. 3. Origami. 4. Gravações de vídeo. 5.
Provas matemáticas. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de
Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

Carolina Yumi Lemos Ferreira Graciolli

Origami e Produção de Vídeos Digitais: um estudo sobre a produção matemática em um curso de extensão universitária

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora



Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva - Orientador
IBILCE/UNESP/São José do Rio Preto-SP



Prof. Dr. Nilton Silveira Domingues
Colégio Koelle/Rio Claro-SP



Profa. Dra. Virgínia Cardia Cardoso
CMCC/UFABC/Santo André-SP

Resultado: Aprovada.

Rio Claro - SP, 07 de janeiro de 2021.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma com este trabalho, seja indireta ou diretamente.

À minha mãe, Ana Beatriz, que esteve comigo em todos os momentos, presencialmente ou a distância, dando-me forças, disposta a me escutar, ajudando-me no que era possível e muitas vezes fazendo o impossível. Obrigada por sempre me apoiar nas minhas escolhas e por estar ao meu lado. Agradeço ao meu pai, Makoto, pelo carinho e apoio, não só na minha caminhada do mestrado, mas na vida. Eu amo vocês!

Agradeço à minha avó Keka, Maria Rachel, por sempre me incentivar a fazer arte. Você sempre acreditou mais em mim do que eu mesma. À minha avó Ina, Setsuko, por me apresentar aos origamis e me ensinar a dobrá-los, pois, desde que eu era criança, você criava peças para eu brincar.

Ao meu orientador, Professor Dr. Ricardo Scucuglia, por todos os direcionamentos e ensinamentos, por cada conselho e, com certeza, pela paciência. Obrigada por me acompanhar nesta jornada, ajudando-me. Muito obrigada, “aí sim”!

Agradeço ao Professor Dr. Nilton Silveira Domingues e à Professora Dra. Virgínia Cardia Cardoso por aceitaram participar das bancas de qualificação e de defesa. Obrigada pela leitura atenta, por cada comentário e contribuição. Vocês foram fundamentais para a pesquisa.

Agradeço imensamente aos participantes do curso de extensão universitária, Carol, Diego, Fabrício, Hercules, Laís Estevão, Laís Romanello, Natalia e Yves. Vocês são sensacionais, esta pesquisa não seria a mesma sem cada um de vocês. Obrigada por todo o entusiasmo e perseverança. As minhas quartas à noite foram mais felizes com vocês.

Ao Professor Dr. Marcelo de Carvalho Borba, por ajudar com o curso de extensão. A pesquisa só pôde se concretizar graças ao seu apoio. Agradeço à Professora Dra. Rosa Monteiro Paulo por todas as caronas, nas quais conversávamos sobre Filosofia, Matemática e cotidiano, e por abrir meus olhos para a Educação Matemática. Sem você, eu não estaria aqui. Agradeço também a todos os professores que passaram pela minha caminhada, pois cada um de vocês me transformou. Obrigada, Elisangela, Antônio Carlos, Rúbia, Sueli, Heloisa, Maitê, Fabiane, Silvia, e tantos outros que não caberiam neste agradecimento.

Aos colegas do GPIMEM (Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática). Com vocês, cada vez mais me torno uma pesquisadora. Agradeço por todos os convites a pensar e pelas contribuições com meu trabalho.

Aos colegas e amigos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), pois as discussões dos SMEMs e Jornadas foram fundamentais para conhecer um pouco mais da área de Educação Matemática.

Agradeço ao Rodolfo, Shintani, por todas as conversas no pé da escada, que tanto me fizeram refletir. À Juliana, por sempre acreditar em mim e por me fazer rir muito nos momentos mais inusitados. Ao Tiago, meu irmão de orientação, e à Karen, por me ajudarem com as filmagens do curso de extensão. À Carol Batista, pela parceria em diversas disciplinas. À Franciele Teixeira, Fran, por todos os desafios que passamos juntas na Pós. À Ana Paula Perovano, Priscila, Lara, Rita, Alissan, Douglas Leite, Laís Cristina, Douglas Guimarães, Verusca, Leandra, Fran, Tailine, Guilherme, Willian, Juliano, Anderson, Reynaldo, Andrei, Débora, Célia, Ana Paula Pita, Alan, e tantos outros.

Por fim, o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Agradeço à CAPES pelo financiamento desta pesquisa, sem dúvidas, o trabalho não seria exequível sem este apoio, meu muito obrigada.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa que teve como objetivo compreender a produção matemática de estudantes, mais especificamente, graduandos e professores de Matemática na Educação Básica quando exploram Geometria por meio de origami e produção de vídeos digitais. Sendo assim, a pergunta que orientou esta pesquisa foi: *o que se mostra acerca da produção matemática quando são propostas atividades envolvendo origami e produção de vídeos em um curso de extensão universitária?* A metodologia adotada para o desenvolvimento deste estudo foi a pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica. O curso de extensão universitária, intitulado “Origami, Matemática e Produção de Vídeos Digitais”, foi realizado na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp) de Rio Claro e, por meio dele, os participantes tiveram contato com dobraduras, produzindo, em duplas, vídeos sobre o tema. A produção de dados se deu a partir da gravação e transcrição dos encontros do curso, que foram analisados seguindo os preceitos da pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica, envolvendo a análise ideográfica e nomotética. Foram destacadas três categorias de convergência, a saber, provas matemáticas, pensar-com-dobras-no-papel e produção de vídeos, interpretadas e discutidas buscando respostas à pergunta de pesquisa. As ideias centrais da categoria “provas matemáticas” envolvem a atitude de argumentação, o desenvolvimento de demonstrações e as discussões sobre as estratégias escolhidas para resolver um problema. Na categoria “pensar-com-dobra-no-papel” são discutidas as soluções realizadas por meio de dobras no papel, a interpretação matemática dos vincos e a experimentação de diferentes dobras. A categoria “produção de vídeos” elucida o processo de elaboração do vídeo e destaca o condicionamento do pensar diante da mídia vídeo e a motivação em tornar o conteúdo passível de compreensão. Pôde-se perceber que houve produção matemática, pois os estudantes discutiram conceitos, verificaram, validaram, criaram conjecturas e reorganizaram o pensamento. Além disso, as mídias “origami” e “vídeos” favoreceram coletivos de seres-humanos-com-mídias, elucidando o pensar-matemática-com-origami-e-vídeos.

Palavras-chave: Dobradura. Provas matemáticas. Pensar-com-mídias. Abordagem fenomenológica. Educação Matemática.

ABSTRACT

This work presents a research with the objective of understanding the mathematical production of students, specifically, undergraduate and Mathematics teachers of Basic Education, when they explore mathematics through origami and production of digital videos. Therefore, the question that guided this research was: *what is shown about mathematical production when activities involving origami and video production are proposed in a university extension course?* The methodology used for the development of this study was qualitative research with a phenomenological approach. The university extension course entitled “Origami, Mathematics and Digital Video Production”, was held at the São Paulo State University “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp) in Rio Claro, through it, the participants had contact with folding, producing, in pairs, videos on the topic. The production of data happened from the recording and transcription of the course meetings, which were analyzed following the precepts of qualitative research with a phenomenological approach, involving ideographic and nomothetic analysis. Three categories of convergence were highlighted, namely, mathematical production, think-with-the-folds-on-paper and video production, interpreted and discussed in search of answers to the research question. The central ideas of the “mathematical proof” category involve the attitude of argumentation, the development of demonstrations and discussions about the strategies chosen to solve a problem. In the “think-with-fold-on-paper” category, solutions made through folds on paper, mathematical interpretation of creases and experimentation with different folds are discussed. The “video production” category elucidates the process of making the video and highlights the conditioning of thinking in the face of the video media and the motivation to make the content subject to understanding. It was possible to notice that there was mathematical production, because the students discussed concepts, verified, validated, created conjectures and reorganized the thinking. In addition, the “origami” and “video” media favored collectives of humans-with-media, elucidating thinking-mathematics-with-origami-and-videos.

Keywords: Paper Folding. Mathematical proofs. Think-with-media. Phenomenological approach. Mathematical Education.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
1.1 JUSTIFICATIVA E OBJETIVO	13
1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	14
2 ORIGAMI	16
2.1 A ARTE DO ORIGAMI.....	16
2.2 ORIGAMI E MATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA	28
3 VÍDEOS DIGITAIS	36
3.1 PRODUÇÃO DE VÍDEOS	36
3.1.1 <i>Tecnologia e Educação Matemática</i>	36
3.1.2 <i>Vídeos</i>	40
3.1.3 <i>Conhecendo os trabalhos sobre produção de vídeos</i>	46
4 METODOLOGIA.....	50
4.1 PESQUISA QUALITATIVA COM ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA.....	50
4.2 CENÁRIO DE PESQUISA: CURSO DE EXTENSÃO.....	54
4.2.1 <i>Módulo 1: Introdução à matemática e origamis</i>	55
4.2.2 <i>Módulo 2: Explorar o Teorema de Haga por meio de softwares</i>	57
4.2.3 <i>Módulo 3: Construção de poliedros de Platão de face triangular</i>	62
4.2.4 <i>Módulos 4 e 5: Produção de vídeos digitais</i>	63
4.2.5 <i>Módulo 6: Apresentação e discussão dos vídeos produzidos</i>	65
4.3 PRODUÇÃO DOS DADOS	69
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	74
5.1 PROVAS MATEMÁTICAS	74
5.2 PENSAR-COM-DOBRAS-NO-PAPEL	95
5.3 PRODUÇÃO DE VÍDEOS	106
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	120
REFERÊNCIAS	124
APÊNDICES	134

APÊNDICE A – MATERIAL DE APOIO UTILIZADO NO CURSO.....	135
APÊNDICE B – VÍDEOS ASSISTIDOS NO CURSO DE EXTENSÃO	141
APÊNDICE C – CARTA DE CONCENTIMENTO E AUTORIZAÇÃO.....	142
APÊNDICE D – ANÁLISE IDEOGRÁFICA.....	144
APÊNDICE E – ANÁLISE NOMOTÉTICA.....	194

1 INTRODUÇÃO

Segundo Kaleff (1994), desde a Pré-História, o ser humano usa a imaginação para constituir desenhos que buscam representar as imagens visuais do mundo à sua volta, bem como para expressar emoções, sentimentos e concepções relativos à sua vivência. Desses desenhos, surgem a Geometria e a Arte. Nessa direção, Zaleski Filho (2013, p. 164) discute que a Matemática e a Arte são intrínsecas, “nasceram juntas como tentativas humanas de estabelecer ordem ao caos existente” e, ao longo da história, aproximaram-se e se distanciaram em diversos momentos. O autor enfatiza que o desconhecimento dos professores a respeito da ligação entre a Arte e a Matemática contribui para uma visão fragmentada dos conhecimentos.

Essa visão fragmentada a que se refere o autor me acompanhou durante o Ensino Fundamental, Médio e em parte da Graduação. Prova disso é que, no final da Educação Básica, por exemplo, foi difícil decidir qual área seguir, pois pensava em prestar vestibulares tanto para a carreira de Artes quanto para a de Matemática. Nesta época, eu também cursava Técnico em Informática e, enquanto os meus colegas do curso técnico me incentivavam a prestar Matemática, os do Ensino Médio diziam que eu deveria escolher Artes. Por questões pessoais, matriculei-me na Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), em Guaratinguetá/SP.

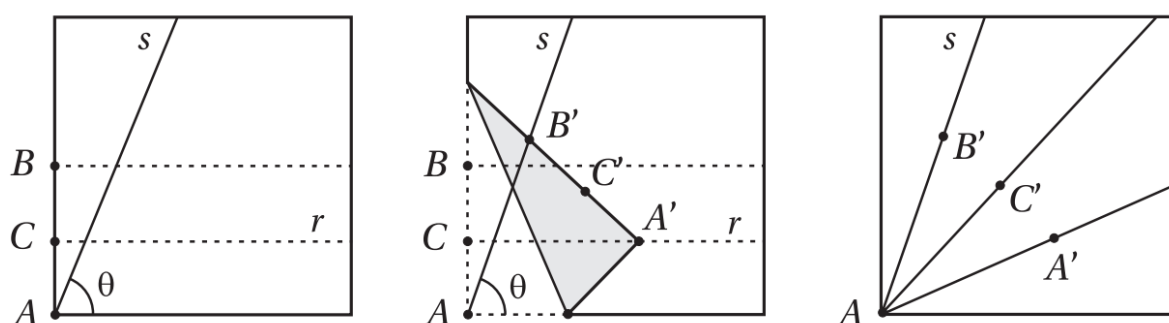
Em diversos momentos da Graduação, eu ouvia sobre a relação Matemática-Arte, mas isso não fazia tanto sentido para mim. Essa visão começou a mudar enquanto cursava a disciplina “Didática Matemática”, no terceiro ano, em que um de seus trabalhos foi sobre os problemas clássicos da Geometria, mais especificamente, sobre o problema da trissecção do ângulo.

Pesquisando sobre o assunto, encontrei uma forma de trisseccionar um ângulo agudo arbitrário por meio de três dobras em uma folha de papel quadrada. Eu já costumava dobrar animais e objetos em origami, haja vista que minhas avós sempre me ensinaram e incentivaram a trabalhar com dobradura. Porém, até aquele momento, eu não havia pensado sobre a ligação entre o origami e a Matemática.

A partir de então, o meu envolvimento com as artes, por meio da prática do origami, passou a ser visto com outros olhos, ou seja, com os olhos de quem cursava Licenciatura em Matemática. Assim, questões como “qual a relação dos origamis com a Matemática?” ou “como podemos utilizar os origamis para ensinar Matemática?” ou, ainda, “será que isso é possível?” orientaram o meu trabalho de conclusão de curso.

A monografia foi realizada com estudantes do terceiro ano do curso de Licenciatura em Matemática da Unesp, campus Guaratinguetá, que exploraram o problema da trisseção do ângulo por meio de algumas dobras. Para tanto, foi utilizado o método para a divisão de um ângulo agudo¹ em três partes iguais, apresentado por Hisashi Abe, em 1980 (CAVACAMI; FURUYA, 2009; KUMAYAMA, 2011; LANG, 2010; MONTEIRO, 2008), o qual é ilustrado na Figura 1.

Figura 1– Passos para a trisseção de um ângulo agudo²



Fonte: Kumayama (2011).

Para fazer a divisão basta que:

numa folha quadrada de papel desenhe ou dobre um ângulo θ , marque a metade da folha e a metade da metade. Dobre a folha de modo que A caia em um ponto A' pertencente a r e B em um ponto B' pertencente a s (ver figura 1). Marque os pontos A' , B' e C' , o correspondente a C na dobra. Prove que AB' , AA' e AC' trisseccionam o ângulo θ (KUMAYAMA, 2011, p. 1).

A trisseção de ângulos agudos arbitrários, como descrita acima, foi feita pelos estudantes da Graduação, aos quais foi proposto que, em grupos, investigassem e provassem que a sequência de passos efetivamente dividia o ângulo em três partes iguais. As discussões foram gravadas, transcritas e analisadas de acordo com os fundamentos da pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica.

Além disso, com o intuito de investigar a produção de conhecimento dos estudantes, discutiu-se as categorias “atitude de argumentação” e “recurso de investigação”. A primeira é

¹ Lang (2010) destaca que o método pode ser adaptado para a divisão de ângulos obtusos. Porém, para o trabalho de conclusão de curso, foi explorada somente a divisão de ângulos agudos.

² Caso o ângulo seja menor que 45° , é necessário dividir mais uma vez a metade do retângulo formado na base do quadrado, gerando, assim, o ponto D , o qual deve ser utilizado como referência para realizar o passo 2. Significa dizer que a dobra do passo 2 será feita a partir do alinhamento do ponto A sobre a reta s , diretriz do ângulo, e com o ponto A sobre a reta r , simultaneamente, gerando então, os pontos A' , D' e C' que dividirão o ângulo agudo em um terço. É necessário trocar a referência das dobras devido ao limite lateral do papel. Outra sugestão é emendar o papel quadrado ou utilizar outros formatos, desde que os mesmos possuam quatro ângulos retos, como por exemplo, em uma folha de papel A4.

embasada nos trabalhos de Matheus e Candido (2013), que discute sobre buscar a veracidade das premissas e tentar explicá-las, justificá-las e demonstrá-las, recorrendo ao raciocínio lógico para convencer colegas e professores. A segunda, proposta por Ferreira (2015) destaca a investigação por meio da observação e experimentação como forma de compreender e interpretar um problema.

Com base no que foi expresso pelos participantes da pesquisa e discutido na monografia, pude concluir que há produção de conhecimento do aluno no trabalho com origami, pois, durante as discussões, os estudantes investigaram, justificaram e demonstraram a trissecção do ângulo, recorrendo a conhecimentos e argumentos matemáticos.

Porém, novas inquietações surgiram, como, por exemplo, entender como os origamis podem promover a produção de conhecimento, compreender qual a produção matemática dos estudantes quando trabalham com dobras no papel e quais as potencialidades de se utilizar origamis em sala de aula. Essas e outras questões motivaram meu ingresso no Mestrado e o desenvolvimento do estudo aqui realizado.

Ao concluir a Graduação em 2018, pela experiência vivida com o trabalho de conclusão de curso, pensei em partir para a área de pesquisa. Como não tinha certeza se eu seguiria na área de Matemática Pura, Aplicada ou Educação Matemática, cursei uma disciplina vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp), campus São José dos Campos, com vistas a conhecer o Programa e os docentes que nele lecionam. No entanto, as linhas de pesquisa não contemplavam o meu interesse, isto é, o origami. Em seguida, matriculei-me, como aluna especial, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) do Instituto de Geociência e Ciências Exatas (IGCE) da Unesp de Rio Claro, e a vivência nas disciplinas fez com que eu me inscrevesse no processo seletivo para o Mestrado, no qual fui aprovada.

A primeira disciplina cursada como aluna regular do Programa de Pós-Graduação foi “Vídeos e *softwares* dinâmicos na abordagem de conteúdos matemáticos”. Nela, além de ler e discutir trabalhos envolvendo tecnologias e mídias, produzi o vídeo “Matemática e Origami: Teorema de Haga”³.

A experiência com os vídeos, em que foram articuladas as dobras no papel e a produção audiovisual, assim como os diálogos com o orientador fizeram-me rever os objetivos da pesquisa e questionar as potencialidades de articular origami e elaboração de vídeos. Novas perguntas surgiram, como, por exemplo, “quais as diferentes formas de

³ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=yLMTnc-GIhs&t=334s>>. Acesso em: 17 nov. 2020.

divulgar os origamis e suas possibilidades?”, “qual a produção matemática quando trabalhamos com origami?” e “com origami e vídeos, a produção matemática é a mesma?”

Buscando meios para esclarecer algumas dessas questões, nesta pesquisa, será apresentado um estudo sobre a produção matemática de participantes (tanto graduandos quanto professores de Matemática) de um curso de extensão universitária ao trabalharem com origami e produção de vídeos. No curso, tais participantes tiveram contato com modelos artísticos e com problemas matemáticos envolvendo dobras no papel, produzindo vídeos sobre origami e Matemática.

Para elucidar os desdobramentos da pesquisa, a seguir, destaco o objetivo e a justificativa do trabalho.

1.1 JUSTIFICATIVA E OBJETIVO

Diversas pesquisas têm explorado os origamis na Educação Matemática (BUSKE, 2007; FLEISCHMANN, 2019; FROLINI, 2014; QUEIROZ, 2019; RANCAN, 2011; TRIDAPALLI, 2017), geralmente discutindo questões que o envolvem como material manipulativo, utilizado para ensinar Geometria no Ensino Fundamental ou Médio.

Segundo Imenes (1997), o trabalho com dobraduras pode favorecer principalmente a investigação, a experimentação e a reflexão de conteúdos de Geometria, pois se trata de um material com expressivas formas geométricas e com abertura à criatividade. Por sua vez, Monteiro (2008) afirma que, além de formas geométricas, é possível explorar outros elementos, tais como a simetria, os ângulos e retas, bem como problemas complexos, a exemplo do “problema do alisamento da dobragem, isto é, se um modelo (de origami) pode ser desdobrado. A dobragem de um modelo alisável foi provada por Marshall Bern e Barry Hayes como sendo um problema NP completo” (MONTEIRO, 2008, p. 4).

Nesse sentido, o estudo com as dobraduras é importante para a Educação Matemática, pois, por meio do origami, é possível abordar conteúdos matemáticos com a mídia⁴ papel, abrindo a possibilidade para se pensar e discutir as práticas de professores e futuros professores em sala de aula. Além disso, permite investigar e compreender a produção matemática dos estudantes de um curso de extensão universitária, tanto ao dobrarem papéis quanto ao produzirem vídeos digitais.

⁴ O termo “mídia”, neste trabalho, será considerado de acordo com o construto seres-humanos-com-mídia, de Borba e Villarreal (2005). Trata-se tanto de tecnologias materiais (como lápis, papel, computador) quanto de imateriais (como oralidade, informática, escrita).

Mesmo que o número de trabalhos acadêmicos, como teses e dissertações, a respeito de vídeos e Educação Matemática esteja crescendo (COSTA, 2017; CUNHA, 2018; DOMINGUES, 2014, 2020; FARIAS, 2016; FONTES, 2019; OECHSLER, 2018), segundo Borba, Neves e Domingues (2018), essas produções audiovisuais estão pouco inseridas em sala de aula. Um dos motivos para sua pouca inserção é a dificuldade dos professores de encararem suas zonas de risco, que, conforme Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), ocorre pela falta de familiaridade com as tecnologias em geral e, mais especificamente, com a produção de vídeos.

A elaboração de vídeos em relação ao trabalho com origamis se mostra relevante e transformadora⁵, pois, além de ser uma das formas de divulgação e reprodução dessa arte, também é um meio que envolve o “sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não-separadas. Daí a sua força. Somos atingidos por todos os sentidos e de todas as maneiras” (MORAN, 1995, p. 28).

Diante do contexto apresentado, o objetivo da pesquisa é compreender aspectos da produção matemática de graduandos e professores ao trabalharem com origami e produção de vídeos. Busca-se olhar, especificamente, para a experiência dos participantes de um curso de extensão universitária ao fazerem dobras no papel para investigar conceitos de Geometria e ao produzirem vídeos digitais sobre Matemática e origami. Para tanto, a questão que orienta a pesquisa é: *“o que se mostra acerca da produção matemática quando são propostas atividades envolvendo origami e produção de vídeos em um curso de extensão universitária?”*.

A seguir, apresento a estrutura e o conteúdo dos capítulos desta dissertação.

1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Na *Introdução*, destaco a trajetória da pesquisadora, as motivações para a realização da presente pesquisa, a justificativa, o objetivo e a pergunta diretriz. Na segunda seção, intitulada *Origami*, evidencio a arte da dobradura, discorrendo sobre seus fundamentos artísticos e apresentando algumas pesquisas que a envolvem nas áreas de Design, Astronomia, Engenharia e Medicina. Além disso, elucido a relação entre origami e Matemática e discuto questões englobando provas e demonstrações.

⁵ “Transformador”, no sentido dado ao termo por Borba e Villarreal (2005) ao argumentarem que uma mídia modifica ou condiciona o pensamento.

As tecnologias em Educação Matemática são abordadas na terceira seção, na qual apresento a produção de vídeos como forma de comunicação e traço um panorama das teses e dissertações defendidas sobre este assunto, relacionando-as ao presente trabalho.

Na *Metodologia*, destaco a pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica como escolha metodológica. Ademais, descrevo o curso de extensão universitária ministrado, aclarando o processo de produção dos dados, e evidencio os procedimentos descritos na abordagem fenomenológica como opção para a análise dos dados.

Por sua vez, a análise dos dados é apresentada na quinta seção, intitulada *Análise e discussão dos dados*, dividida em subseções nas quais discuto cada uma das categorias de convergência, articulando as expressões dos participantes, os recortes dos vídeos produzidos e as referências teóricas.

Nas *Considerações Finais*, elucido as conclusões deste estudo, buscando responder à pergunta diretriz, e destaco algumas possibilidades para futuras pesquisas. Após as seções citadas, são apresentadas, ainda, as *Referências* que fundamentam o estudo e os *Apêndices*, contendo o material de apoio produzido para o curso de extensão universitária (Apêndice A), a lista de vídeos assistidos para motivar a produção dos estudantes (Apêndice B), a Carta de Consentimento (Apêndice C), os quadros da análise ideográfica (Apêndice D) e da análise nomotética (Apêndice E).

2 ORIGAMI

Nesta seção, apresento o que são os origamis e sua relação com a Matemática. Discuto sua origem, as diferentes frentes artísticas que compõem as características de cada um de seus estilos, a presença das dobraduras em trabalhos científicos e enfatizo sua presença na construção de demonstrações.

2.1 A ARTE DO ORIGAMI

A palavra *origami*⁶ (折り紙) tem origem japonesa e provém dos termos *oru* (折) e *kami* (紙), que significam *dobrar* e *papel*, respectivamente. Além de origami, a arte de dobrar papéis também é conhecida como *papiroflexia* em países de língua espanhola, *dobradura* em países de língua portuguesa, *paperfolding* em países de língua inglesa, *faltenpapier* em alemão e *pliage* em francês. Segundo Ueno (2003), o nome origami foi criado em 1880. Até então, as artes feitas com dobras eram chamadas de *origata*, que significa, em japonês, *forma dobrada*.

De acordo com Teixeira (2017, p. 18), origami “é uma arte ancestral oriunda do Japão que consiste em transformar o papel plano em diferentes figuras tridimensionais através de dobras, sem cortes ou cola”. Para Lang (1996, p. 1), ele é “arte secular de dobrar papel em representações de pássaros, insetos, animais, plantas, figuras humanas, objetos inanimados e formas abstratas”. Em sua forma tradicional, as dobraduras devem ser feitas a partir de uma folha de papel em formato quadrado e não podem conter corte ou cola. Neste trabalho, considero que o origami é, de uma forma geral, dobrar papéis com intencionalidade artística e/ou matemática e científica.

Para entender como as dobras passaram a ser estudadas matematicamente, é importante destacar o percurso histórico dos origamis. Segundo Hook e Paul (2013), as discussões sobre a origem deles não se concluem, mas foi definitivamente no Japão que as dobraduras se consolidaram como arte. De acordo com Coli (1995, p. 7), definir o conceito e dizer *o que é arte* não é uma coisa fácil, haja vista que “tantas e tão diferentes são as concepções sobre a natureza da arte. [...] Assim, mesmo sem possuímos uma definição clara e lógica do conceito, somos capazes de identificar algumas produções da cultura em que vivemos como sendo ‘arte’”. Nesse sentido, mesmo não havendo uma definição clara dela,

⁶ Neste trabalho, as palavras “origami” e “dobradura” são consideradas sinônimas.

sabemos que os quadrinhos de Stan Lee, o teto da Capela Sistina, a Mona Lisa de da Vinci, são, sem dúvidas, obras de arte. Mas o que difere essas obras de qualquer outra coisa?

Para Heidegger (1980, p. 13), “a obra de arte é, com efeito, uma coisa, uma coisa fabricada, mas ela diz ainda algo de diferente do que a simples coisa é”, isto é, difere-se de um objeto comum. Os motivos pelos quais se diferencia é porque desperta algum tipo de experiência sensorial e extrapola o limite da utilidade de uma coisa (COLI, 1995, p. 90). Desse modo, o origami, na condição de expressão artística, abre possibilidades para a experiência sensorial, pois, segundo Monteiro (2008), a forma dobrada, tanto durante a confecção quanto na conclusão da peça final, possui uma forte relação com simetria, com padrões e com figuras geométricas, e, originalmente, foi criada sem a intenção de apresentar uma função prática.

Ueno (2003) explica que a história do origami é divergente, pois se acredita que ele pode ter surgido concomitantemente à criação do papel. Porém, diferentes materiais eram produzidos pelo mundo, como, por exemplo, o *papyrus*, feito a partir de uma planta egípcia entrelaçada e amassada até obter a espessura desejada, ou o *pergaminho*, fabricado geralmente com pele de animais curtida. A invenção mais próxima daquela que produzimos atualmente foi desenvolvida na China, por volta de 105 d.C, feita de cascas de árvores e outros materiais fibrosos batidos até se obter uma substância pastosa, que, depois de dissolvida e moldada, transforma-se em uma folha de papel (UENO, 2003).

Antigamente, por ser trabalhosa a fabricação do papel, somente famílias de elite tinham acesso a esse tipo de material, e este era sempre destinado às cerimônias religiosas. Isso pode justificar a troca do termo *origata* para *origami*, pois a palavra *kami*, em japonês, além de *papel*, pode significar *Deus* ou *Espírito*.

Quando a produção do papel começou a se popularizar, os origamis foram integrados ao ensino. Yamada (2016) destaca que, a partir do século XIX, as dobraduras passaram a fazer parte das escolas como recurso lúdico não só nas aulas de Artes, mas também para auxiliar na compreensão de conceitos de Matemática, na maioria dos casos, para a construção e exploração de formas geométricas ao dobrar modelos simples de animais e objetos. Rodrigues (2015, p. 43) evidencia que:

A prova de que o Origami já era relacionado aos conceitos matemáticos antes mesmo dos anos 1980, é que em 1721 foi lançado um livro japonês chamado “Wakoku Chiyekurabe” (Competições matemáticas) de Kan Chu Sen. Este livro tinha como principal característica a relação de dobras e cortes envolvendo problemas que forçavam o leitor a desenvolver seu raciocínio lógico.

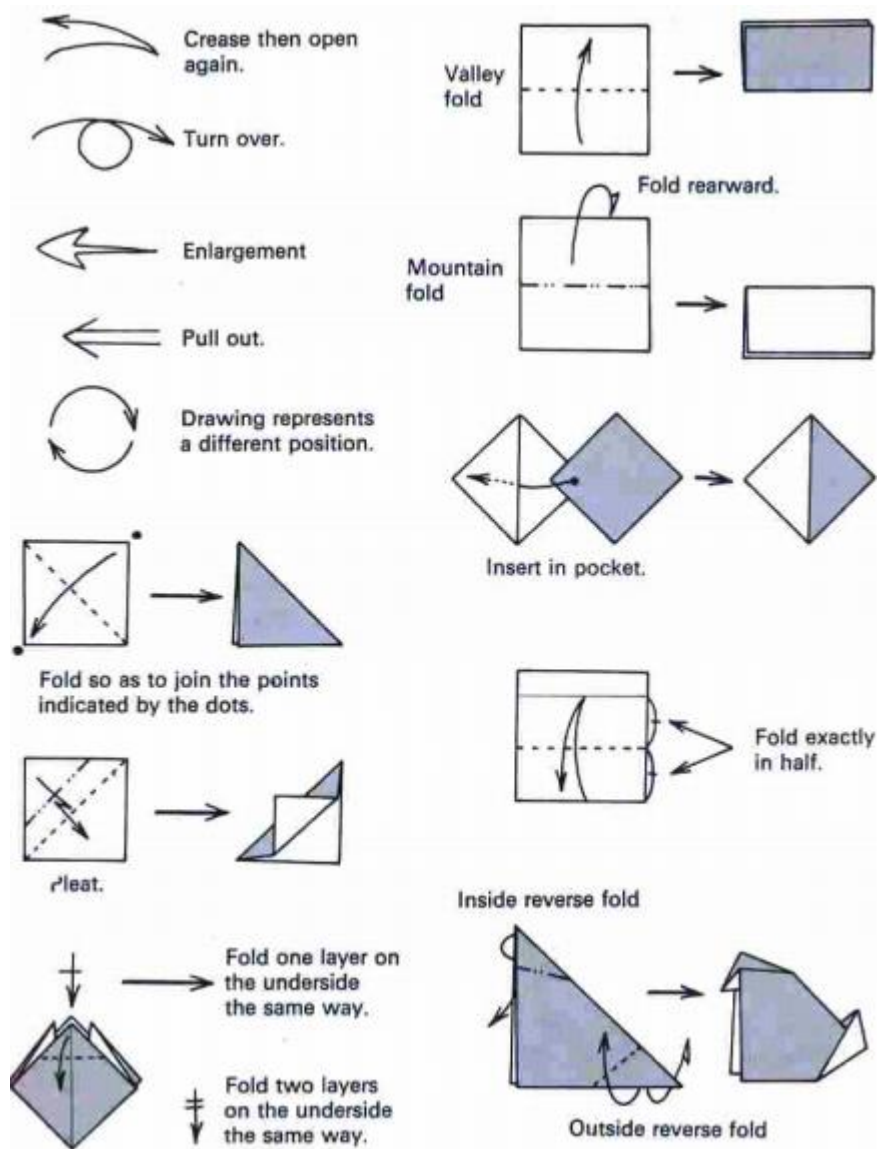
Mesmo com sua presença nas escolas, os origamis ainda eram considerados uma arte passada somente de geração para geração. Segundo Teixeira (2017), eles foram difundidos pelos trabalhos de Akira Yoshizawa, famoso origamista que criou mais de 50.000 dobraduras e realizou uma exposição na Holanda em 1955, a qual contribuiu para a popularização dessa arte. Yoshizawa foi também o responsável por sistematizar um padrão de diagramas que possibilita representar o passo a passo das dobras em livros. Isso contribuiu para que a arte pudesse ser reproduzida a partir da observação de imagens, sem a necessidade de uma explicação oral, o que era prática comum na tradição das dobraduras no Japão.

Atualmente, muitos autores utilizam a sistematização criada por Yoshizawa para publicar livros ou tutoriais na *internet* sobre origami, como é dado a ver na Figura 2. A linguagem é baseada em especificar a *dobra em vale*⁷ e a *dobra em montanha*⁸, cujos vincos são, respectivamente, para baixo e para cima, como representados na Figura 3.

⁷ Se considerarmos um papel típico de dobradura, isto é, o que possui uma face colorida e outra branca, as dobras em vale são aquelas geradas quando duas regiões da face branca se tocam.

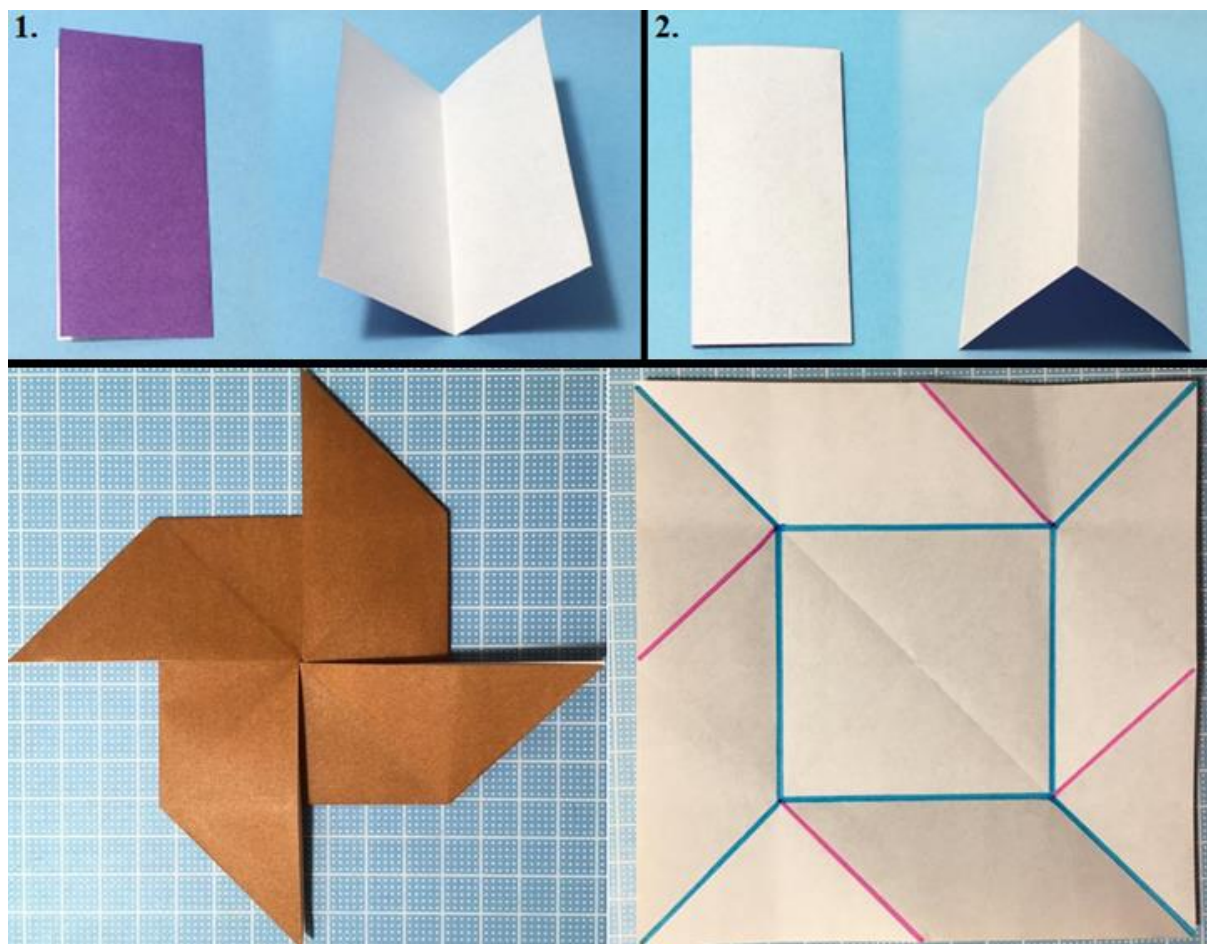
⁸ Se considerarmos um papel típico de dobradura, isto é, o que possui uma face colorida e outra branca, as dobras em montanha são aquelas geradas quando duas regiões da face colorida se tocam.

Figura 2 – Exemplo de diagramação geralmente utilizado em tutoriais de origami



Fonte: Fusè (1990).

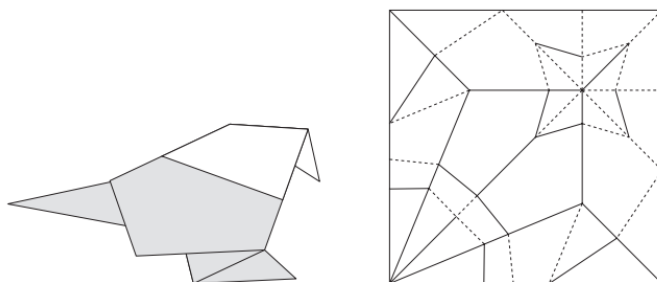
Figura 3 - Dobra em vale (1) e dobra em montanha (2); exemplo de dobras em vale (azul) e montanha (rosa), necessárias para o origami cata-vento



Fonte: Elaborada pela autora.

Após a diagramação de Yoshizawa, outras formas de divulgar o origami surgiram. De acordo com Teixeira (2017), passaram a existir quatro principais formas de divulgação e reprodução dessa arte. São elas: i) diagramas, por meio de livros, imagens ou fotografias do passo a passo; ii) vídeos, geralmente disponibilizados na *web*, nos quais se explica o processo de construção de um origami; iii) oficinas, individuais ou em grupos, que consistem em aulas com um professor ou instrutor que elucida e mostra como devem ser feitas as dobraduras; e iv) *crease patterns*, também conhecido como mapa de dobras, no qual é retratado o origami desdobrado, que “apresenta as marcas das dobras formadas em função da dobragem do modelo” (TEIXEIRA, 2017, p. 38). Nesta última, caso se obedeça ao padrão de dobras em vale (linha pontilhadas) e de dobras em montanha (linha cheias), obtém-se o origami desejado, como exemplificado na Figura 4.

Figura 4 – À direita, um *crease pattern* de um origami de passáro

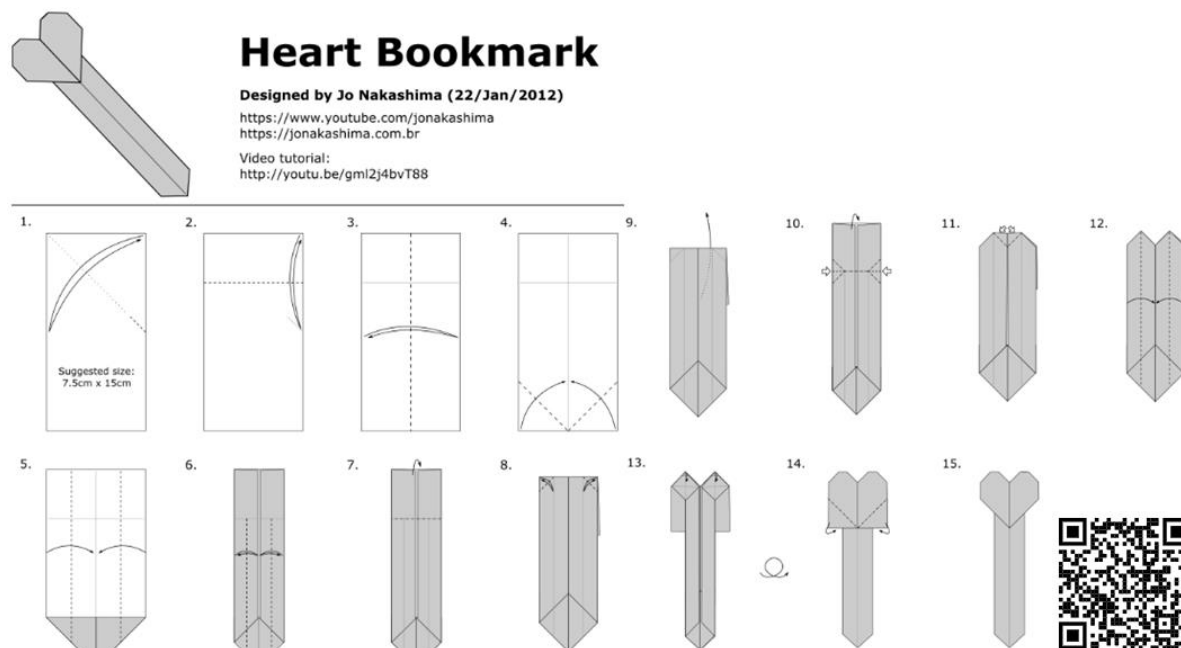


Fonte: Mitani (2016).

Todas as formas de divulgação de origamis apresentam pontos positivos e negativos. Teixeira (2017) afirma que os vídeos e as oficinas apresentam mais dinamicidade do que os diagramas e os *crease patterns*, uma vez que é difícil mostrar o movimento que precisamos realizar para construir um origami quando utilizamos métodos estáticos. Por exemplo, observe o diagrama do origami *Heart Bookmark*, com o passo a passo ilustrado na Figura 5, e a sua construção por meio de um vídeo, com acesso pelo *link* ou *QR Code*⁹, na Figura 6. É possível verificar, a partir deles, que as oficinas favorecem a interação entre os participantes e se adaptam ao público, permitindo ao professor direcionar sua explicação para esclarecer as dúvidas de cada aluno.

⁹ *QR Code* é um código de barras 2D, que, ao ser escaneado com um celular, direciona o aparelho para determinadas páginas da *internet*. Para lê-lo, basta apontar a câmera do dispositivo móvel para o quadrado preto e branco localizado no canto inferior direito da tela e clicar no *link* que aparecerá nela. Existem aparelhos que não possuem o leitor pré-instalado, e, neste caso, é necessário instalar aplicativos compatíveis para realizar a leitura do *QR Code*.

Figura 5 – Diagrama do passo a passo do origami “Heart Bookmark”



Fonte: Nakashima (2020)¹⁰.

Figura 6 – Vídeo do passo a passo do origami “Heart Bookmark”



Fonte: Nakashima (2012)¹¹.

Os vídeos possibilitam alcançar um número maior de pessoas, como o canal brasileiro “Origami com Jo Nakashima”¹², disponível no *site* do *YouTube*¹³, que, até a data de escrita

¹⁰ Disponível em: <<https://jonakashima.com.br/2020/05/23/origami-heart-bookmark/>>. Acesso em: 10 ago. 2020.

¹¹ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=gml2j4bvT88>>. Acesso em: 10 ago. 2020.

¹² Disponível em: <<https://www.youtube.com/user/jonakashima>>. Acesso em: 13 nov. 2020.

¹³ *YouTube* é um *site* de compartilhamento de vídeos, que pode ser acessado em: <<https://www.youtube.com/>>. Acesso em: 13 nov. 2020.

deste trabalho, possuía 1,89 milhões de inscritos, e seu vídeo com maior impacto chegava a mais de 27 milhões de visualizações¹⁴.

Além de possibilitar “ver, rever, analisar e intervir (pausando, mudando o ritmo ou a sequência de imagens), o vídeo possui diversos aspectos: sensorial, visual, falado, musical, gestual, escrito, artístico e cinematográfico” (FONTES, 2019, p. 54), isto é, apresenta potencial para trabalhar com origami devido à possibilidade de movimento e utilização de diferentes modos, tais como sons, cenários, letras, entre outros. Ademais de mostrar o movimento de dobra, a produção de vídeos permite articular diferentes elementos que favorecem a elucidação do comunicado. É possível, por exemplo, acelerar um processo repetitivo, focar nos detalhes, acrescentar legendas explicativas, integrar animações, efeitos sonoros, músicas, narração, que, se bem explorados, proporcionam uma infinidade de possibilidades.

As diferentes formas de divulgação dos origamis fizeram com que novas categorias dessa arte surgissem. Além do tradicional, aquele feito com uma folha de papel sem cortes nem cola, exemplificados na Figura 7, “existem outros tipos de origami que envolvem métodos e técnicas menos ortodoxas para manipular o papel” (TEIXEIRA, 2017, p. 40). É o caso dos origamis modulares e dos arquitetônicos, que podem ser elaborados com diferentes técnicas, isto é, além de dobrar, envolvem cortar¹⁵, colar, costurar ou umedecer¹⁶ o papel. Alguns exemplos são ilustrados na Figura 8.

¹⁴ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=wSesWQ-51ZM&t=319s>>. Acesso em: 13 nov. 2020.

¹⁵ Construções que envolvem dobras e cortes são chamadas de “Kirigami”.

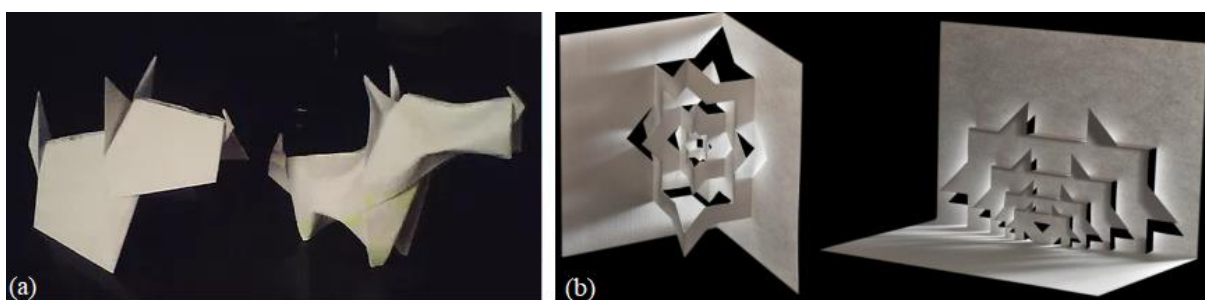
¹⁶ Técnica chamada *Wet Folding*, desenvolvida por Akira Yoshizawa, e que consiste em umedecer o papel para obter modelos mais arredondados.

Figura 7 – Origamis tradicionais de Robert Lang



Fonte: Compilação da autora, feita a partir de imagens de Lang¹⁷.

Figura 8 – (a) origami feito com a técnica *Wet folding*; (b) kirigami



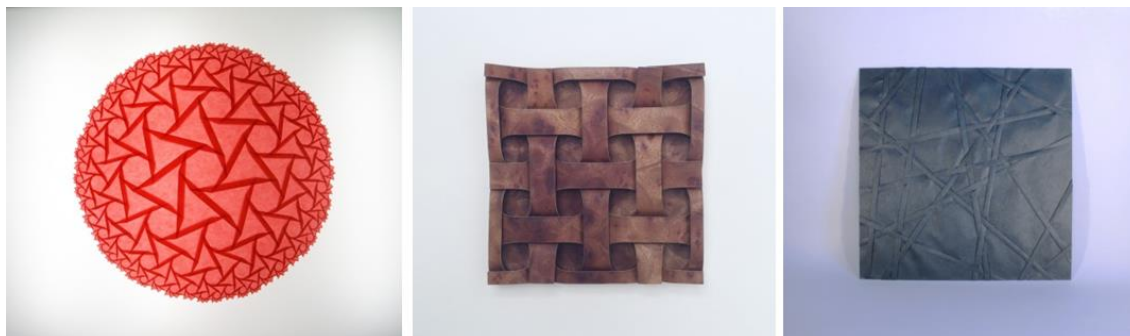
Fonte: Compilação da autora, feita a partir de imagens de Sasaki (2015) e Yamada (2016).

A principal concepção artística dos origamis tradicionais, de acordo com Teixeira (2017), baseia-se em representar pessoas, animais, plantas, objetos, formas geométricas, bem como figuras mitológicas, como dragões, fadas, ogros, entre outros. Um exemplo de representação de formas geométricas são chamados “origamis tesselação”¹⁸, dados a ver na Figura 9, que também são feitos a partir de uma única folha de papel, sem cola nem cortes. Eles são, segundo Teixeira (2017, p. 43), dobraduras que possuem “repetidos padrões geométricos ao longo do plano, assemelhando-se a telhas ou mosaicos”.

¹⁷ Disponível em: <<https://langorigami.com/artworks/>>. Acesso em: 06 abr. 2020.

¹⁸ Do inglês *tessellation*.

Figura 9 – Origamis tessellations de Robert Lang



Fonte: Compilação da autora, feita a partir de imagens de Lang¹⁹.

Este tipo de origami está presente em diversos estudos acadêmicos, geralmente envolvendo *design* de embalagens ou buscando soluções para redução de espaço ou, ainda, relacionados à sustentabilidade. É o caso da pesquisa de mestrado de Teixeira (2017), que investigou a construção de bolsas por meio dos origamis tesselação (ver Figura 10).

Figura 10 – Protótipo da bolsa-origami



Fonte: Teixeira (2017).

Outra categoria da arte de dobrar papéis é o “origami modular”, como os *kusudamas*, palavra oriunda do japonês, composta por *kusu* e *dama*, que significam *remédio* e *bola*, respectivamente. No passado, segundo Kenneway (1987), *kusudama* era uma bola que continha ervas medicinais e ficava suspensa nas camas para ajudar a combater doenças. Esses origamis são feitos com vários pedaços de papel que, quando encaixados, formam uma espécie de globo, como verificado nos exemplos da Figura 11.

¹⁹ Disponível em: <https://langorigami.com/artworks/>. Acesso em: 06 abr. 2020.

Figura 11 – Kusudamas ou origamis modulares de Robert Lang



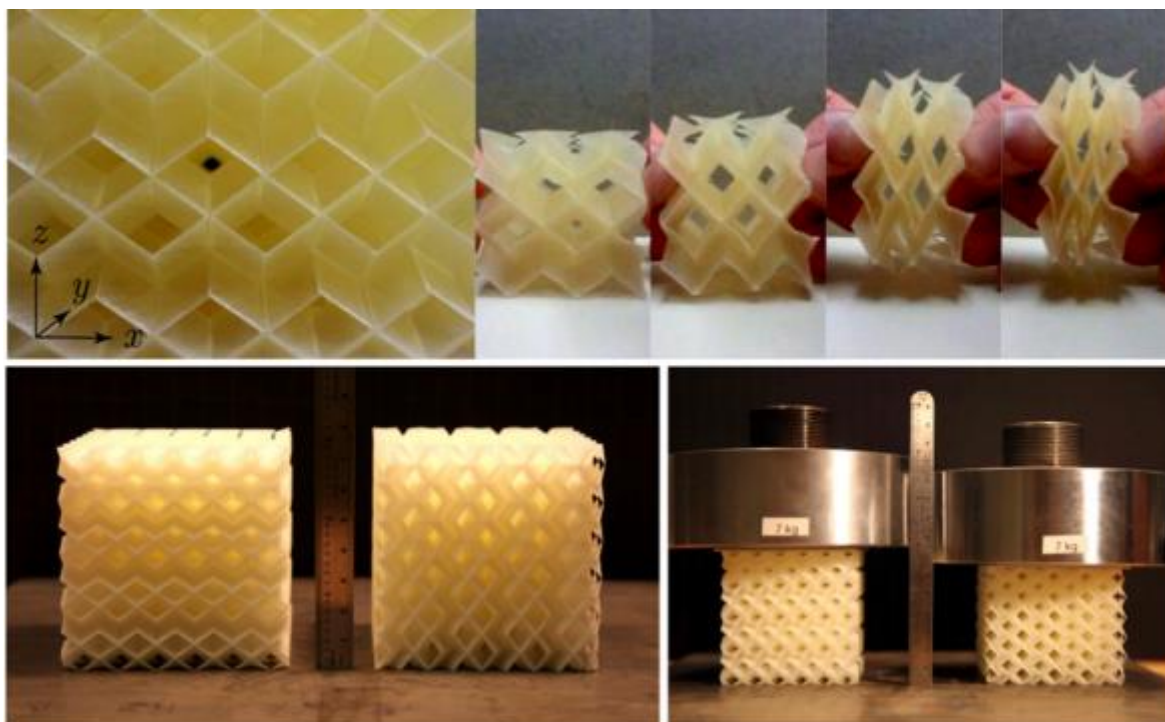
Fonte: Compilação da autora, feita a partir de imagens de Lang²⁰.

Além de novos modelos artísticos, a difusão do origami proporcionou outras formas de vê-lo, passando a ser de interesse de estudo em diversas áreas do conhecimento, como na Arquitetura, Computação, Matemática, Engenharia, Medicina, e outras. Como exemplo, pode-se citar a “dobragem de Miura”, que, segundo Nishiyama (2012), é utilizada para criar painéis solares. Essa técnica de dobradura apresenta soluções para compactar um painel solar, facilitando seu transporte e instalação quando chega à órbita desejada, como é o caso do painel solar “Hannaflex”, apresentado na TEDxPeachtree por Shannon Zirbel²¹. Outro trabalho que envolve a dobragem de Miura é o de Cheung et al. (2014), cuja pesquisa aborda uma estrutura celular de tubo intercalado, fabricada por impressão 3D e que apresenta tanto rigidez quanto flexibilidade, como mostrado na Figura 12.

²⁰ Disponível em: <<https://langorigami.com/artworks/>>. Acesso em: 06 abr. 2020.

²¹ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=a0x0r7aPI2M>>. Acesso em: 02 dez. 2020.

Figura 12 – Estrutura celular de tubo intercalado, fabricada por impressão 3D



Fonte: Cheung et al. (2014).

Na pesquisa de Cheung et al. (2014), os padrões geométricos foram estudados para garantir que houvesse movimento de dobra no plano x e y e que fosse rígido no plano z . Tais estruturas também permitem avanços nas pesquisas na área de Medicina. Um exemplo é o *Origami Heart Stent*, o qual, como explicam You e Kuribayashi (2003), trata-se de um cilindro flexível de estrutura dinâmica, que pode ser utilizado em processos cirúrgicos. Criado com base nas técnicas de dobraduras, o *Stent* pode se compactar para melhor inserção e se expandir quando chega no problema identificado, podendo, entre outras coisas, desbloquear uma veia obstruída de gordura. A Figura 13 ilustra o padrão de dobras utilizado no *Stent*. À esquerda, temos a representação do cilindro em sua forma expandida e compacta, já à direita, há uma simulação do funcionamento de expansão do *Stent*.

Figura 13 – Ilustração de um *Stent* expandido, compactado e simulação de inserção



Fonte: Kuribayashi (2004).

Como apresenta Yamada (2016), novos caminhos se abrem para os estudos envolvendo origamis. Desde sua descoberta e utilização em cerimônias religiosas até a composição de objetos extremamente complexos e diversos estudos científicos, cada vez mais, os origamis estão presentes ao nosso redor. Na próxima subseção, busco enfatizar a relação deles com a Matemática, dando destaque ao desenvolvimento de axiomas, teoremas e a possibilidade de demonstração, partindo de dobras no papel.

2.2 ORIGAMI E MATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA

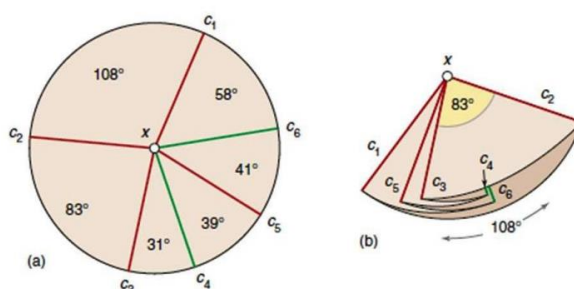
Origami e Matemática já vêm sendo relacionados há muito tempo. Como destaca Rodrigues (2015), há registros de problemas de raciocínio lógico desde 1721, data de publicação do livro “Wakoku Chiyekurabe”. No entanto, foi somente no século XX, observando os padrões gerados ao se dobrar uma folha de papel, que o origami passou a ser estruturado por meio de um sistema axiomático. No tocante à produção matemática, existem pesquisadores que desenvolvem/descobrem teoremas capazes de descrever os padrões das dobras, como salienta Kawano (2007). O origamista e matemático Toshikazu Kawasaki, por exemplo, desenvolveu um teorema que define um padrão entre os ângulos formados pelas linhas das dobras de um origami desdobrado.

O teorema de Kawasaki afirma que um dado padrão de vinco pode ser dobrado em um origami plano se todas as sequências de ângulos $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots, \alpha_{2n}$ ao redor de cada vértice (interior) preencherem a seguinte condição: $\alpha_1 + \alpha_3 + \dots + \alpha_{2n-1} = \alpha_2 + \alpha_4 + \dots + \alpha_{2n} = 180^\circ$ (QUEIROZ, 2019, p. 25).

Significa dizer que a configuração exposta nas linhas de dobras traz uma regularidade que motiva a produção matemática e leva Kawasaki a enunciar o teorema: “a soma dos ângulos alternados em um vértice interno de um origami desdobrado é sempre de 180° ”. É o

que pode ser observado na Figura 14, na qual os segmentos verdes e vermelhos representam dobras em vale e montanha, respectivamente, e, se observarmos os ângulos alternados, teremos: 108° , 31° e 41° , cuja soma é exatamente 180° , ou, então, os ângulos 58° , 83° e 39° , que, se somados, novamente resultam no valor de 180° , como descrito no Teorema de Kawasaki.

Figura 14 - Exemplo do Teorema de Kawasaki



Fonte: O'Rourke (2011).

A viabilidade de formular teoremas ocorre, segundo Monteiro (2008), devido à enunciação de axiomas estruturados de acordo com as possibilidades de dobras. Esses axiomas foram denotados por Humiaki Huzita, em 1989, e apresentam seis operações básicas, as quais descrevem qualquer dobra possível em um origami “plano”²² (RODRIGUES, 2015), sendo este o primeiro registro da maneira rigorosa com que se expressa a Geometria do Origami. Cabe destacar, ainda, que, alguns anos depois, a lista foi ampliada por Koshiro Hatori. Isso porque, em 2001, ele enunciou mais uma operação, que não era descrita pelos seis axiomas de Huzita.

Apesar de, posteriormente, ter sido descoberto que essa operação era uma consequência dos axiomas 2 e 4, ela continuou integrando a referida lista, já que, para sua realização, era necessário somente um movimento²³. A descoberta do axioma sete fez também com que se intensificasse a procura por novos, porém, dois anos depois da enunciação de Hatori, Robert Lang comprovou que a lista engloba todas as dobras possíveis de um origami planar, findando as buscas por novos axiomas (MONTEIRO, 2008).

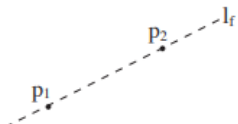
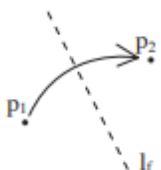
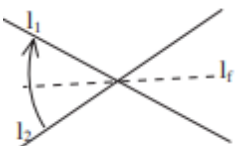
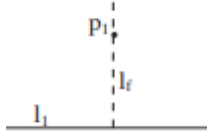
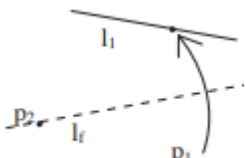
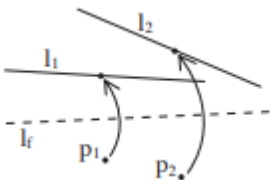
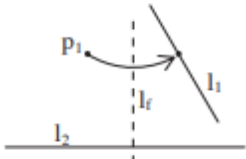
²² Denominar o origami como “plano” não significa desconsiderar a espessura do papel. Nenhum origami é, de fato, plano quando trabalhamos com recursos físicos. Neste caso, os origamis tomados como “planos” (do inglês *flat origami*) são aqueles que podemos colocar entre as páginas de um livro fechado e não alterar sua forma final.

²³ Até a data de publicação deste trabalho, a comunidade de professores e pesquisadores da Geometria do Origami ainda discutia a retirada ou permanência do sétimo axioma da lista que os compõe.

A lista composta por sete axiomas é mundialmente conhecida como Axiomas de Huzita-Hatori e ainda passa por adaptações até a data de publicação deste trabalho.

Na Tabela 1, apresento os sete axiomas e suas respectivas representações.

Tabela 1 – Axiomas de Huzita-Hatori

O1	Dados dois pontos distintos, P_1 e P_2 , existe apenas uma dobra que os contém.	
O2	Dados dois pontos distintos, P_1 e P_2 , existe apenas uma dobra capaz de torná-los coincidentes.	
O3	Dadas duas retas distintas, l_1 e l_2 , existem, no máximo, duas dobras capazes de colocar uma sobre a outra. Se l_1 e l_2 são paralelas ou o ponto de interseção encontra-se fora do papel, então, a dobra é única.	
O4	Dados um ponto P_1 e uma reta l_1 , existe apenas uma dobra perpendicular a l_1 que passa por P_1 .	
O5	Dados dois pontos, P_1 e P_2 , e uma reta l_1 , se a distância entre P_1 e P_2 for maior ou igual à distância de P_2 a l_1 , existe, pelo menos, uma dobra capaz de fazer com que P_1 incida em l_1 , de forma que a mesma passe pelo ponto P_2 . Se a distância de P_1 e P_2 for igual à distância de P_2 a l_1 , então, a dobra é única. Caso contrário, existem duas dobras possíveis.	
O6	Dados dois pontos distintos, P_1 e P_2 , e duas retas não paralelas, l_1 e l_2 , que, se paralelas, a distância entre as mesmas não deve ser superior à distância entre os pontos, existe uma dobra que faz com que P_1 incida em l_1 e P_2 em l_2 , simultaneamente.	
O7	Dadas duas retas não paralelas, l_1 e l_2 , e um ponto P_1 não pertencente a l_1 , existe uma dobragem que faz P_1 incidir em l_1 , de forma que o vinco gerado pela dobra seja perpendicular a l_2 .	

Fonte: Adaptado de Rodrigues (2015) e Lang (2010).

A geometria pautada nos axiomas de Huzita-Hatori é denominada, segundo Monteiro (2008), “Geometria do Origami”. A autora defende que a Geometria estruturada a partir dos axiomas de Huzita-Hatori é diferente da Geometria Euclidiana, ou seja, aquela pautada nos axiomas de Euclides. Isso porque, conforme Rodrigues (2015), os cinco primeiros axiomas de Huzita-Hatori garantem as mesmas operações efetuadas por meio dos instrumentos euclidianos, isto é, realizam tudo que pode ser feito com a Geometria Euclidiana. Porém, o sexto axioma da Geometria do Origami permite resolver problemas insolúveis a partir da Geometria proposta por Euclides.

Neste sentido, Lang (2010) explica que todos os números construtíveis com régua e compasso não graduados (instrumentos euclidianos) podem ser escritos em termos de uma equação quadrática ou de ordem superior, as quais sejam passíveis de serem reduzidas a equações do segundo grau. O autor acrescenta que, com os axiomas de 1 a 5, podemos resolver qualquer equação quadrática, ou seja, tudo que se realiza por meio da Geometria Euclidiana pode ser feito também com a Geometria do Origami. Ele destaca ainda que uma das principais diferenças entre elas é a possibilidade de se resolver equações cúbicas por meio de dobras em um pedaço de papel²⁴.

Freitas e Nogueira (2016, p. 11) apontam que a Geometria do Origami:

pode ser muito eficaz na resolução de diversos problemas matemáticos. O axioma 6 é o diferencial que permite solucionar questões que outrora não eram possíveis com os instrumentos euclidianos. Este item torna possível a resolução de equações cúbicas como a trissecção do ângulo e o problema deliano.

Um estudo sobre o problema deliano²⁵ e a Geometria do Origami foi feito por Graciolli, Shintani e Scucuglia (2019). No trabalho, os autores discutem acerca das possibilidades de construção da Geometria Euclidiana e da Geometria do Origami, buscando refletir sobre a impossibilidade de resolução do problema da duplicação do cubo por meio dos instrumentos euclidianos.

Isso porque o problema deliano, o qual consiste em encontrar uma aresta que gere um cubo com o dobro de volume de um cubo dado, pode ser reduzido a construir um segmento de reta, cuja medida seja $\sqrt[3]{2}$. Porém, encontrar essa medida é o mesmo que solucionar a equação

²⁴ Como o objetivo do trabalho não é a resolução de equações cúbicas por meio do origami, não serão aprofundadas questões envolvendo como dobrar o papel para encontrar as raízes de uma equação do terceiro grau. Discussões sobre este tema podem ser encontradas nos trabalhos de Lucero (2019), Passaroni et al. (2017) e Alperin (2000).

²⁵ O problema deliano, também conhecido como problema da duplicação do cubo, é um dos problemas clássicos da Geometria. Segundo Santana (2013), ele consiste em construir, por meio de régua não graduada e de compasso, o lado de um cubo que possua o dobro do volume de um cubo com lado dado.

cúbica $x^3 - 2 = 0$, o que, segundo Ripoll et al. (2002), é impossível se considerarmos a Geometria Euclidiana, ou seja, se considerarmos o uso da régua não graduada e do compasso, pois qualquer comprimento construído pelos instrumentos euclidianos é passível de ser relacionado com equações de grau um ou dois.

Tendo em vista essa impossibilidade, os autores apresentam um método envolvendo dobras no papel, que oportuniza chegar a uma possível solução, visto que, por meio da Geometria do Origami, é factível construir medidas advindas de equações cúbicas. A resolução de equações de terceiro grau por meio de dobras é apresentada por Lucero (2019) ao estudar a dobra da italiana Margharita Beloch, a qual equivale ao sexto axioma de Huzita-Hatori. Em seu trabalho, o autor investiga e demonstra como a dobra proposta por Beloch corresponde a encontrar retas tangentes a parábolas específicas, mostrando que tal ação é o mesmo que resolver uma equação cúbica.

É o que explicita Lee (2017) ao demonstrar que o axioma seis permite resolver equações na forma $x^3 + cx + d = 0$ e que qualquer equação cúbica pode ser reduzida a esta forma. Tal constatação também é corroborada por Hull (2013, p. 78, tradução nossa) quando afirma que “sendo uma equação cúbica arbitrária na forma $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, podemos realmente nos livrar do termo x^2 ao substituir $z = x - \frac{1}{3}a$. Isso nos dá $z^3 + \frac{3b-a^2}{3}z - \frac{9ab-27c-2a^2}{27} = 0$ ”,²⁶ na qual a , b e c são constantes.

Desse modo, os origamis apresentam solução para todas as equações de terceiro grau. Problemas como a duplicação do cubo, a trissecção do ângulo ou a construção de heptágonos regulares envolvem resolver equações cúbicas (LUCERO, 2019) e são insolúveis na Geometria Euclidiana.

Descobertas como estas oferecem abertura para pesquisas que envolvam Educação Matemática e origami, como a apresentada por Graciolli (2017). O trabalho com as dobras no papel tem ganhado espaço, especialmente para tratar de conteúdos relativos à Geometria, uma vez que possibilita criar discussões e ajuda os alunos a construir justificativas ou expor argumentos matemáticos que auxiliem, por exemplo, na elaboração de uma demonstração²⁷.

As demonstrações são desenvolvidas a partir da axiomática da Geometria do Origami, que permite articular os conceitos da Geometria Euclidiana, como retas e pontos, às dobras no

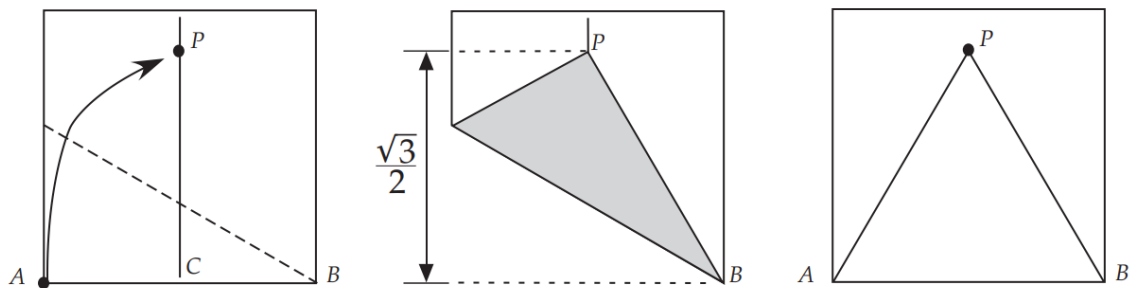
²⁶ “an arbitrary cubic of the form $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, but we can actually get rid of the x^2 term by substituting $z = x - \frac{1}{3}a$. This gives us $z^3 + \frac{3b-a^2}{3}z - \frac{9ab-27c-2a^2}{27} = 0$ ” (HULL, 2013, p. 78).

²⁷ Vale destacar que “provas” e “demonstrações” nem sempre são sinônimas em Matemática e Educação Matemática. Porém, neste trabalho, será considerado que, assim como propõe Hanna (2000), o termo prova rigorosa ou formal é o mesmo que demonstração em Matemática.

papel. Assim como destaca Lang (2010), tudo que se pode realizar por meio de régua não graduada e de compasso também é passível de ser feito por meio de dobras no papel.

Dessa forma, ao buscar argumentos matemáticos que justifiquem alguma conclusão inerente à Geometria do Origami, é possível recorrer a conceitos válidos na Geometria Euclidiana. Por exemplo, para construir um triângulo equilátero por meio de dobras, como ilustrado na Figura 15, é necessário partir de uma folha quadrada com base $\overline{AB}$ e dobrar uma perpendicular passando pelo ponto médio $\overline{AB}$ – dobra possível pelos axiomas 2 e 4 –, gerando o ponto C. Em seguida, é preciso dobrar de forma que o vértice A esteja sobre a dobra gerada anteriormente, e que passe, simultaneamente, por B – axioma 5 –, gerando, então, o ponto P sobre a dobra perpendicular. Se considerarmos os vértices A, P e B, teremos um triângulo equilátero.

Figura 15 - Construção de um triângulo equilátero por meio de dobras



Fonte: Hull (2013).

Para mostrar que o ΔAPB é efetivamente equilátero, podemos argumentar que o segmento $\overline{CB}$ é metade do lado l , pela dobradura envolvendo os axiomas 2 e 4, e que o segmento $\overline{PB}$ é igual a l , pois foi gerado pelo transporte do segmento $\overline{AB}$. Se considerarmos o ΔCPB , podemos recorrer ao Teorema de Pitágoras, haja vista que se trata de um triângulo retângulo em que o vértice C é reto, por construção, partindo do axioma 5. Sendo assim, pelo Teorema de Pitágoras, podemos afirmar que o segmento $\overline{CP}$ é igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}l$. Logo, sabendo que as medidas dos lados do triângulo ΔCPB são iguais a $\frac{\sqrt{3}}{2}l, l$ e $\frac{l}{2}$, e recorrendo ao conceito de seno, cosseno e tangente, temos os ângulos $90^\circ, 30^\circ$ e 60° pertencentes ao triângulo. Para finalizar, basta verificar a congruência entre os triângulos ΔCPB e ΔCPA por meio do caso Lado Ângulo Lado, de modo a concluir que todos os ângulos e lados do ΔAPB são congruentes, caracterizando, assim, um triângulo equilátero, justamente como queríamos demonstrar.

Na demonstração, são utilizados conceitos de Geometria Euclidiana, como o Teorema de Pitágoras, seno, cosseno e os casos de congruência entre triângulos. Porém, também são necessárias as dobras – axiomas de Huzita-Hatori - para que os argumentos surjam e tenham fundamentos. De acordo com Mazzi (2018, p. 63), “uma demonstração, em um sistema axiomático, é, então, a derivação de um teorema a partir de axiomas, de forma direta ou a partir de outros teoremas, usando as regras de inferências”.

As construções com dobras podem envolver o pensar sobre as diversas formas de representar a Geometria e ainda explorar diferentes possibilidades, como problemas que dizem respeito à solução de equações cúbicas, bem como refletir sobre os modos de realização e elaboração de uma demonstração. Cabe destacar que o tema “demonstrações” carrega questões ligadas aos primórdios da Filosofia da Matemática e segue sendo amplamente discutido por matemáticos.

Em uma de suas perspectivas, as demonstrações, segundo Scucuglia (2006, p. 14), podem assumir diferentes papéis, visto que, além do “caráter lógico-dedutivo, emergem instâncias heurísticas, caracterizadas pela visualização, exploração, investigação, pelo convencimento, etc.”. Na mesma direção, De Villiers (2001) afirma que elas podem assumir papéis nos processos de verificação/convencimento, de descoberta, de sistematização e de desafio intelectual.

Para o autor supracitado, as demonstrações como *processo de verificação e convencimento* são importantes para a elaboração de conjecturas e auxiliam no desenvolvimento da justificação dedutiva. Por sua vez, como *processo de descoberta*, elas tornam possível explorar, analisar e desenvolver novos resultados, além de verificar um resultado já conhecido. Já como *processo de sistematização*, “permite[m] transformar um conjunto de significados conhecidos em um sistema dedutivo e identificar inconsistências e reorganizar hipóteses” (SCUCUGLIA, 2006, p. 14). Por fim, as demonstrações como *desafio intelectual* “cumpre[m] uma função gratificante e de realização própria” (DE VILLIERS, 2001, p. 35), assim como *puzzles* e jogos de palavras cruzadas.

Pensando sobre as demonstrações no processo de verificação e convencimento, cabe destacar o trabalho de Hanna (2000) acerca das “provas visuais”. A autora evidencia o potencial das representações visuais para o desenvolvimento de provas matemáticas ao defender que “é aceito um diagrama como componente legítimo de um argumento matemático” (HANNA, 2000, p.15, tradução nossa)²⁸, principalmente por estar atrelado à

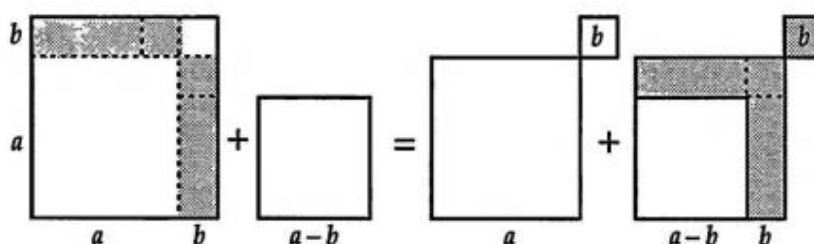
²⁸ “it is well accepted that a diagram is a legitimate component of a mathematical argument” (HANNA, 2000, p. 15).

tentativa de convencimento de colegas, professores e etc. No mesmo sentido, Nelsen (1997), no livro “*Proofs Without Words: Exercises in Visual Thinking*”, apresenta provas sem palavras, recorrendo às imagens como principais fontes de justificativa e argumento, tal como ilustrado na Figura 16.

Figura 16 - Prova visual proposta por Nelsen

Algebraic Areas I

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$



Fonte: Nelsen (1997, p. 20).

Portanto, para esta pesquisa, as demonstrações com origami, tanto como prova visual quanto para auxiliar na elaboração de argumentos, podem possibilitar um olhar para aspectos da produção matemática de estudantes e professores, pois elucidam as justificativas, compreensões e pensamentos desenvolvidos ao elaborarem ou refletirem sobre uma prova. Isso porque assumimos a produção matemática “como o processo de exploração de conceitos matemáticos (geométricos) e verificação de propriedades, validação e criação de conjecturas, visando a generalizá-las. Um processo contínuo de organização e reorganização do pensamento matemático” (SANTOS, 2006, p. 18), ou seja, a produção matemática se dá no movimento de compreender um conceito matemático.

Na próxima seção, explico a produção de vídeos como uma possibilidade para olhar o que é entendido pelos estudantes.

3 VÍDEOS DIGITAIS

Nesta seção, discuto aspectos do uso e da produção de vídeos digitais em Educação Matemática. Para isso, apresentando uma revisão de literatura acerca dessa temática, destaco características da atual fase da utilização das tecnologias digitais em cenários de ensino e aprendizagem de Matemática.

3.1 PRODUÇÃO DE VÍDEOS

3.1.1 Tecnologia e Educação Matemática

As tecnologias digitais estão progressivamente ocupando cada vez mais espaço ao nosso redor. Isto se evidenciou mais claramente com a pandemia de COVID-19²⁹ no ano de 2020, em que diversas atividades tiveram que ser realizadas remotamente, por meio de computadores, de *smartphones* e de diferentes aplicativos. Elas estão presentes em nossas vidas de tal forma que sua relação com a Educação, de acordo com Pereira (2017), torna-se cada vez mais indissociável.

Por essa razão, a presença de tais tecnologias no ambiente escolar vem sendo discutida com frequência em trabalhos acadêmicos. No tocante à Educação Matemática, para Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), essa é uma característica da quarta fase das tecnologias digitais, uma vez que, como veremos adiante, nela, passa-se a utilizar a *internet* rápida, favorecendo o compartilhamento de informações. Os autores relatam a presença delas nos processos de ensino e aprendizagem em quatro fases. A origem de “cada fase não exclui ou substitui a anterior [...], muitos dos aspectos que surgiram nas três primeiras fases são ainda fundamentais dentro da quarta fase” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 41), de modo que a incorporação delas faz com que as tecnologias sejam potencializadas e utilizadas em diferentes momentos.

A primeira fase teve início, aproximadamente, em 1985, com o programa LOGO³⁰ e com o surgimento de laboratórios de informática nas escolas. A segunda fase, por sua vez, é marcada pela popularização de computadores pessoais e pela produção de *softwares*

²⁹ A COVID-19 é causada pelo coronavírus da síndrome respiratória aguda grave 2 (SARS-CoV-2) e, no dia 11 de março de 2020, o surto da doença foi declarado como pandemia pela Organização Mundial da Saúde. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Pandemia_de_COVID-19>. Acesso em: 12 nov. 2020.

³⁰ O software LOGO foi desenvolvido por Seymour Papert nos anos 60 e possui a linguagem Logo, que “se constitui em um programa computacional aberto, de autoria e programação” (POCRIFKA; SANTOS, 2009, p. 2470). A linguagem Logo tem como concepção teórica a abordagem construcionista de aprendizagem.

educacionais, como os de geometria dinâmica (Cabri Géomètre e Geometricks), de representações múltiplas e de sistemas de computação algébrica. Nesta fase, o aspecto dinâmico é atribuído pela possibilidade de “manipular, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 27), como, por exemplo, a “prova do arrastar”, isto é, aquela que nos propicia verificar se, quando movimentamos certos elementos de uma construção, as propriedades matemáticas são mantidas.

O início da terceira fase ocorreu com a *internet* atribuindo transformações à sala de aula, transformações estas caracterizadas pelas plataformas de busca de informações, como o Google, e pela possibilidade de comunicação a distância, por e-mails ou *chat*. Nessa fase, surgem cursos de formação a distância e o pensamento matemático passa a ser constituído no ambiente virtual.

A *internet* rápida marca a quarta fase das tecnologias, que se inicia no ano de 2004 e se estende até os dias atuais. A melhoria da conexão proporcionou o desenvolvimento de recursos digitais, trazendo novos elementos ao ambiente escolar. O conhecimento passa a estar na palma das mãos, em um *smartphone*, com o qual podem ser pesquisados artigos, livros, vídeos, bem como podem ser utilizados *softwares* de edição de vídeo, imagem e som, *softwares* de Matemática, como o *GeoGebra*³¹ ou *WolframAlpha*³², e uma infinidade de possibilidades.

Outra característica fundamental da quarta fase é o vídeo digital. Isso porque, com a popularização de redes sociais, como o *Facebook* e o *YouTube*, as produções audiovisuais se tornaram mais acessíveis e começaram a fazer parte da rotina de estudos, dentro e fora da sala de aula, com mais frequência. Uma das vertentes de produção de vídeos por alunos são as Performances Matemáticas Digitais (PMD), que, dentre os vários sentidos que lhes podem ser atribuídos, são definidas como um “*texto-narrativa digital multimodal*, principalmente em formato de vídeo digital” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 111), no qual se busca unir Educação Matemática, tecnologias digitais e Artes.

Além disso, PMD são uma linha de pesquisa e também podem ser uma possibilidade didático-pedagógica quando são propostas produções de vídeos ou outras atividades que promovam o diálogo entre artes e tecnologias digitais.

Nesse sentido, as PMD motivaram a criação de festivais de vídeos, como destaca Domingues (2020), a exemplo do evento canadense *online* “Math + Science Performance

³¹ Disponível em: <<https://www.geogebra.org/>>. Acesso em: 07 dez. 2020.

³² Disponível em: <<https://www.wolframalpha.com/>>. Acesso em: 07 dez. 2020.

Festival”³³, que envolve a produção de performances por professores e alunos. Outro exemplo é o “Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática”³⁴, decorrente do projeto “Vídeos Digitais na Licenciatura em Matemática à Distância”, do Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba. O evento busca “intensificar a produção de vídeos com conteúdo matemático desenvolvidos, colaborativamente, por professores e alunos em diversas regiões do país” (DOMINGUES, 2020, p. 19), ocorrendo anualmente e tendo sua quarta edição realizada no ano de 2020. De acordo com Fontes (2019, p. 52)³⁵:

O Festival consiste em duas partes: virtual e presencial. Num primeiro momento é incentivada a produção de vídeos com conteúdos matemáticos, tanto pela comunidade acadêmica e escolar como da sociedade em geral, de modo que sejam compartilhados vídeos e oportunizadas interações entre as pessoas em um ambiente virtual. No segundo momento é realizado um evento presencial no qual reúnem pesquisadores, professores e interessados na temática para debaterem e discutirem a respeito dessas produções.

Não somente os vídeos, mas as tecnologias, de forma geral, transformam o modo como nos comunicamos e interagimos. Canclini (2008) evidencia que elas mudaram, por exemplo, a forma com que leitores e livros, espectadores e cinema se relacionam. Prova disso é que o número de leitores não diminuiu por conta da queda substancial na venda de livros, ou seja, as pessoas continuam lendo, só que de forma digital, com tecnologias digitais. O mesmo ocorre com os espectadores em relação aos filmes, peças e vídeos.

O autor ainda destaca o surgimento de internautas, a saber, aqueles que são usuários interativos da rede de *internet*. Assim, leitores e espectadores que utilizam computador e a *internet* se tornam também internautas, visto que:

a convergência digital está articulando uma integração multimídia que permite ver e ouvir, no celular, no palm ou no iPhone, áudio, imagens, textos escritos e transmissão de dados, tirar fotos e fazer vídeos, guardá-los, comunicar-se com outras pessoas e receber as novidades em um instante (CANCLINI, 2008, p. 33).

Em convergência com as ideias de Canclini (2008), as transformações possíveis por meio das tecnologias digitais também são ressaltadas por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014). Os autores salientam que “as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 21),

³³ Disponível em: < <https://www.edu.uwo.ca/mpc/performances.html>>. Acesso em: 07 dez. 2020.

³⁴ Disponível em: <<https://www.festivalvideomat.com/>>. Acesso em: 07 dez. 2020.

³⁵ No ano de 2020, o Festival de Vídeos e Educação Matemática ocorreu integralmente de forma virtual.

isto é, segundo os autores, as mídias proporcionam diferentes cenários para a educação matemática, e uma das possibilidades pode ser, por exemplo, a elaboração de vídeos, como é o caso desta pesquisa.

Neste sentido, Borba e Villarreal (2005) enfatizam que a produção de conhecimento ocorre em um pensar-com-mídias, sendo elas materiais ou imateriais, como lápis, computador, origami, oralidade, informática, etc. Para os autores, essas mídias “podem ser vistas como reorganizadoras do pensamento e modificadoras da natureza de produção de conhecimento, à medida que coletivos de seres-humanos-com-mídias são alterados qualitativamente pela entrada de novos membros”³⁶ (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 56, tradução nossa).

A ideia apresentada por Borba e Villarreal (2005) acerca de seres-humanos-com-mídias é embasada nos estudos de Oleg Tikhomirov e de Pierre Lévy. De acordo com Souto (2013), Oleg Tikhomirov, fundamentando-se na Teoria da Atividade, defende a mídia não como um substituto ou suplemento do pensamento, mas como reorganizador dele, ou seja, “para ele [Tikhomirov], o pensamento é mais do que a capacidade para resolver um dado problema, porque abrange o caminho utilizado, os valores envolvidos na resolução, e a própria escolha do problema como parte do pensamento” (SOUTO, 2013, p. 63).

Por sua vez, Pierre Lévy discute que o conhecimento se dá pelo coletivo. De acordo com Souto (2013, p. 63), na compreensão de Lévy:

as tecnologias da inteligência devem ser vistas entrelaçadas com seres humanos e produção de conhecimento, pois diferentes tecnologias têm moldado a forma como as pessoas têm produzido conhecimento através da história. [...] Com o surgimento da escrita, foi possível o desenvolvimento de um pensamento linear. A informática rompe com esta linearidade, na medida em que permite que imagens, sons, textos e vídeos sejam utilizados simultaneamente para a elaboração de uma determinada ideia.

Na perspectiva teórica do construto seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), o conhecimento é produzido por coletivos pensantes, compostos por humanos e não humanos, em que ambos possuem um papel fundamental. Para os autores, as tecnologias são primordiais para a produção de conhecimento, não sendo vistas apenas como ferramentas no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, posto que moldam e transformam a maneira como nos relacionamos com o conhecimento e como pensamos.

³⁶ “can be seen as reorganizing thinking and altering the nature of knowledge production as collectives of humans-with-media are altered qualitatively by the entrance of new members” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 56)

Segundo Borba e Villarreal (2005), não existe uma classificação de mídias melhores ou piores, elas são consideradas distintas e condicionam a compreensão de diferentes conhecimentos. Nesta direção, Souto e Borba (2016, p. 222), destacam que:

Os seres humanos, ao interagirem com as mídias, reorganizam o pensamento de acordo com múltiplas possibilidades e restrições que elas oferecem. A presença ou a ausência delas influencia o tipo de conhecimento produzido, e o uso ou o surgimento de uma determinada mídia não invalida ou extingue outra, embora a coloque, muitas vezes em uma posição distinta da que ocupava em momento anterior.

Nesta pesquisa, se considerarmos o construto seres-humanos-com-mídias, podemos perceber que a produção do curso “Origami, Matemática e Produção de Vídeos” possuiu como mídias centrais os papéis, dobras, origamis, vídeos, câmeras, computadores e *softwares* de edição.

Diante do exposto, na sequência, serão aprofundadas as concepções de vídeos como produção, uma vez que se trata de um dos temas centrais da presente pesquisa.

3.1.2 Vídeos

Antes de qualquer discussão sobre produção de vídeos em si, é relevante explicitar o que se considera vídeos digitais. Segundo Dubois (2004), por diversas vezes, referimo-nos à palavra vídeo como um prefixo, como, por exemplo, em “videoclipe”, “videogame” ou “vídeoconferência”.

Para o autor:

mais do que um nome, próprio ou comum, que designaria uma entidade intrínseca, um objeto dotado de consistência própria e identidade firme, a palavra “vídeo” nos aparece inicialmente como uma simples modalidade, um termo que podemos qualificar de anexo, algo que intervém na linguagem tecnológica ou estética como uma simples fórmula de complemento, trazendo apenas uma precisão (um qualificativo) a algo outro já dado, dotado de existência prévia e identidade estável – algo de outra ordem, quase sempre anterior e estabelecido (DUBOIS, 2004, p. 61).

O termo “vídeo”, nestes casos, qualifica um objeto³⁷. Porém, o teórico ainda destaca que “podemos dizer que [a palavra “vídeo”] não pertence a nenhuma língua (própria)”, pois é a mesma em francês, inglês, italiano, alemão, português e, inclusive, se levarmos em conta a fonética do termo, em japonês, russo, hindí, coreano, árabe e etc. Entretanto, “video”, sem acento, se considerarmos o latim *videre*, significa “eu vejo” e trata-se de um verbo, mas “não

³⁷ Neste caso, objeto é uma coisa material ou virtual que pode ser percebida pelos sentidos.

de um verbo qualquer, [e sim] do verbo genérico de todas as artes visuais, verbo que engloba toda ação constitutiva do ver: video é o ato mesmo do olhar” (DUBOIS, 2004, p. 61). Além disso, o ato do olhar, que corresponde ao verbo, refere-se a uma ação em curso, em processo, que acontece no agora.

Essas diferentes ideias do que é ou do que pode ser um vídeo levam Dubois (2004, p. 62) a concluir que:

Por tudo isto, a palavra “vídeo” parece uma maneira bastante estranha, senão paradoxal, de designar um meio de representação. Ali onde as outras artes da imagem possuem classicamente dois termos, um nome bem identificado para o objeto e um verbo (no infinitivo) para a ação de constituir-lo – como se o objeto e a ação fossem duas realidades ao mesmo tempo bem distintas e claramente articuladas –, o domínio singular que nos ocupa possui uma única palavra, video, para designar ao mesmo tempo e indistintamente (e daí uma de suas singularidades primeiras) o objeto e o ato que o constitui. Vídeo: uma imagem-ato.

Compreendendo o vídeo como imagem-ato e meio de representação, podemos pensá-lo como uma forma de expressão. Para Fontes (2019, p. 48), ele é um “meio de comunicação que engloba a imagem em movimento, áudio, diversas linguagens e formas de expressão (utilizadas na sociedade) que representam ideias ou pensamentos de um indivíduo ou grupo”. Já no dicionário, “vídeo” significa: “num televisor, conjunto de dispositivos que reproduzem a imagem transmitida; conjunto de técnicas que concernem à formação, gravação, tratamento e transmissão de imagens ou de sinais do tipo televisão”³⁸. Como exemplo, assista ao vídeo “Isto é Matemática – Origami”, dado a ver na Figura 17.

³⁸ VÍDEO. In: DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2020. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/video/>. Acesso em: 26 jun. 2020.

Figura 17 – Vídeo “Isto é Matemática – Origami”³⁹



Fonte: Martins (2016).

Este vídeo apresenta algumas relações entre o origami e a Geometria. Em primeiro lugar, nota-se que, ademais da imagem em movimento, ele contém música de fundo, sons, animações, textos, falas, diferentes ângulos de filmagem, entre outros elementos. Em segundo lugar, busca evidenciar o origami como mais do que “uma brincadeira de criança”, o qual dadas suas funções, pode ser utilizado em uma aula de Artes e/ou Geometria.

Como mencionado na subseção anterior, os vídeos estão cada vez mais inseridos no contexto escolar, porém a relação entre produção audiovisual e educação matemática não é recente, algo que tenha surgido somente na quarta fase das tecnologias digitais. Isso porque Anísio Teixeira (1963) já apresentava, à época, futuras possibilidades pedagógicas, advindas das produções de filmes, estações de rádio e televisão. Tais possibilidades de uso dos vídeos em sala de aula também foram discutidas por Moran (1995). De acordo com o autor:

o vídeo explora [...] o ver, o visualizar, o ter diante de nós as situações, as pessoas, os cenários, as cores, as relações espaciais (próximo-distante, alto-baixo, direita-esquerda, grande pequeno, equilíbrio-desequilíbrio). Desenvolve um ver entrecortado, com múltiplos recortes da realidade, através dos planos e muitos ritmos visuais: imagens estáticas e dinâmicas, câmera fixa ou em movimento, uma ou várias câmeras, personagens quietos ou se movendo, imagens ao vivo, gravadas ou criadas no computador. Um ver que está situado no presente, mas que o interliga não-linearmente com o passado e com o futuro (MORAN, 1995, p. 28).

Entretanto, as características citadas nem sempre apresentam contribuições para o ensino e aprendizagem. Por isso, o autor divide as formas de utilizar os vídeos em duas: de maneira inadequada ou adequada. Considera forma inadequada quando os vídeos são propostos como: *vídeo tapa-buraco*; *vídeo enrolação*; *vídeo-deslumbramento*; *vídeo-*

³⁹ Disponível em : <<https://www.youtube.com/watch?v=7rGTm6aodHA>>. Acesso em: 12 nov. 2020.

perfeição; e *só vídeo*, ou seja, para o autor, os vídeos, quando utilizados para suprir a ausência de um professor, sem ligação com a matéria, sem que haja discussão e integração com o conteúdo ou quando utilizados em excesso, são considerados inadequados, pois não apresentam benefícios para o ensino e aprendizagem dos estudantes.

Por sua vez, o uso apropriado deles em sala de aula deve começar com produções simples e aos poucos exibir as mais complexas. As propostas adequadas de utilização didática envolvem vídeos sendo usados como: *sensibilização*; *ilustração*; *simulação*; *conteúdo de ensino*; *produção*; *avaliação*; e *integração/suporte*. Seu uso deve ser pensado para que a mídia passe a integrar a sala de aula. Assim, é necessário planejar a melhor maneira de incorporá-lo, podendo ser, por exemplo, para introduzir um assunto ou para apresentar algo que seja inviável ou perigoso de se realizar em sala. É factível, ainda, propor a produção de vídeos aos alunos para que, a partir dela, expressem o entendimento de certo conteúdo. Nesta direção, Fontes (2019, p. 55) destaca que:

o vídeo pode contribuir com uma aula à medida que ele possibilita que os alunos tenham acesso a certas coisas que são favorecidas pela utilização dessa mídia. Por exemplo: conhecer histórias e/ou lugares que não são acessíveis no momento, conhecer novas ou antigas culturas, sobrepor imagens em movimento, realizar experimentos que não são perceptíveis a olho nu (como a câmera lenta ou visualizar uma imagem em movimento de trás para frente), bem como fazer observações (que demandam tempo para serem realizadas) em pouco tempo, como o crescimento acelerado de uma planta durante anos que pode ser observada em poucos segundos.

Buscando compreensões sobre a relação entre alunos e vídeos, Domingues (2014), em sua pesquisa de mestrado, analisou como os estudantes de um curso de Biologia interagem com essas produções audiovisuais, tanto em relação à visualização quanto à produção delas. O autor descreve nove formas de utilização dos vídeos que se destacaram em seu trabalho a partir da elaboração dos discentes. São elas: (i) como forma de expressar o que aprenderam; (ii) ilustrar/representar um processo que seja mais bem retratado por meio do vídeo do que em relação a uma imagem ou escrita; (iii) forma descontraída de estudar; (iv) fonte bibliográfica; (v) apresentação de seminário, produzindo um vídeo para que sua visualização substitua uma apresentação usual; (vi) ensinar uma área de estudo; (vii) divulgar o tema; (viii) discutir o tema; e (ix) complementar a fala ou como um elemento disparador, ou seja, apresentando-o de modo a complementar a fala dos seminaristas.

Domingues (2014) apresenta aspectos convergentes com os apresentados por Moran (1995) e também novas considerações sobre a temática, as quais são possíveis por meio da *internet* rápida, como, por exemplo, divulgar o tema. É importante destacar que os vídeos

apresentados por Moran (1995), no tocante a seus aspectos físicos, são diferentes daqueles discutidos por Domingues (2014). Isso porque Moran (1995) se refere ao vídeo analógico, isto é, “aquele em que as próprias ondas físicas (ondas sonoras para o áudio ou luminosas para o vídeo) são copiadas para uma mídia (fita cassete) ou mesmo enviadas pelo ar”. Já os vídeos produzidos atualmente são chamados de “vídeos digitais”, haja vista que “a imagem e o som original são transformados na informação que os computadores podem compreender: 0 e 1” (DOMINGUES, 2014, p. 21).

Assim, ainda que eles possam ser relacionados entre si, pois a intenção e a finalidade para a qual são utilizados em sala de aula é a mesma, independente da forma (analógica ou digital) como são produzidos, pode-se afirmar que a elaboração de vídeos digitais é mais acessível. Isso porque, antigamente, a imagem “era produzida em equipamentos que a registravam em rolos de películas de filme, posteriormente em fitas magnéticas (como o VHS) e hoje em dia elas são transformadas em bits (digital)” (FONTES, 2019, p. 46), a partir dos quais é possível gravar e editar vídeos⁴⁰ com apenas um celular. Tal fato possibilita sua inserção no ambiente escolar sem a necessidade de grandes investimentos.

A acessibilidade à produção de vídeos digitais surge a partir da popularização de tecnologias móveis, como *laptops*, celulares, *tablets*, entre outros. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) destacam que muitos estudantes utilizam *internet* e câmeras fotográficas ou de vídeos, seja para pesquisar uma informação seja para registrar momentos em sala de aula. Neste sentido, Fontes (2019, p. 53) enfatiza que:

o pensar com o vídeo não está somente impregnado na cultura dos alunos, mas da sociedade de um modo geral, visto que muitas vezes as pessoas contam uma história utilizando o vídeo, bem como se expressam, formam opiniões e se identificam com outras pessoas ou culturas por meio dele.

Os vídeos e sua produção estão cada vez mais inseridos na sociedade. De acordo com Marinho (2018), o seu consumo na *web* cresceu 135% desde 2014, sendo o *YouTube* a preferência nacional. A pesquisa apresentada pela autora sobre esse consumo dos vídeos por brasileiros destaca que nove a cada dez pessoas utilizam o *YouTube* para estudar. Dentre elas, estão tanto professores quanto estudantes, que os assistem e produzem em suas práticas individuais. Ainda assim, de acordo com Borba, Neves e Domingues (2018), essas produções ainda não estão muito inseridas em sala de aula.

⁴⁰ Neste trabalho, daqui para frente, a palavra “vídeo” refere-se a “vídeos digitais”.

Afirmações como essas impulsionaram Oechsler (2018) a buscar compreensões sobre a elaboração de vídeos por alunos do Ensino Fundamental. Em seu trabalho, a pesquisadora investigou a comunicação matemática a partir dos vídeos produzidos por alunos do nono ano de escolas públicas da cidade de Blumenau/SC. No decorrer da pesquisa, a autora destaca que os estudantes sistematizaram “suas ideias, utilizando a linguagem Matemática e audiovisual para explicitar o seu entendimento acerca de um conteúdo Matemático” (OECHSLER, 2018, p. 84), ou seja, os educandos necessitam que o conteúdo faça sentido para que eles possam expressá-lo em um vídeo.

A autora enfatiza que atividades de produção de vídeo possibilitam combinar conteúdos matemáticos, interação com tecnologia, professor e colegas, dando oportunidades ao estudante de produzir significado. Isto ocorre, de acordo com Oechsler (2018), pois os estudantes têm a intenção de tornar compreensível o conteúdo apresentado no vídeo, e:

a partir do momento que os alunos começaram a participar das atividades [de produção de vídeos], a aprendizagem passou a ser iniciativa deles, uma vez que eram eles que precisavam pesquisar o conteúdo a ser explorado, entendê-lo e decidir como explicá-lo e comunicá-lo no vídeo, utilizando para isso os modos e as mídias que considerassem mais pertinentes para a produção do significado pretendido (OECHSLER, 2018, p. 245).

A produção de significado pode surgir, pois a elaboração de vídeos:

desenvolve nos alunos (produtores dos vídeos) habilidades para se comunicarem com maior desenvoltura e objetividade, bem como habilidades para o trabalho colaborativo, visão crítica, criatividade, autonomia, percepção artística, sensibilidade, interação com as tecnologias, resolução de problemas técnicos relacionados à produção (como a captação de imagens, áudios e edição), organização e reorganização do pensamento (FONTES, 2019, p. 62).

O trabalho colaborativo e a possibilidade de produção de significado são características do construto seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005). Para esta perspectiva, as mídias influenciam o pensamento, o que é relevante para o processo de produção matemática, pois “produzir matemática não significa reinventar a geometria euclidiana espacial ou criar um novo corpo de conhecimento matemático, mas que seja possível um envolvimento dos investigados em um trabalho de significação e (re)significação de conceitos matemáticos” (SANTOS, 2006, p.50). Significa dizer que, para esta pesquisa, o estar-com vídeos e origami permite olhar para o trabalho dos estudantes ao manipular o papel e produzir vídeos, identificando os conceitos matemáticos ali envolvidos. Por essa razão, na

próxima subseção, será apresentado um panorama dos trabalhos (teses e dissertações) envolvendo produção audiovisual por estudantes.

3.1.3 Conhecendo os trabalhos sobre produção de vídeos

Para a revisão de literatura, foi considerado o trabalho de Borba e Oechsler (2018) que, ao analisarem as pesquisas relativas a vídeos e Educação Matemática, dividiram-nas em três temas centrais: (i) vídeos utilizados para gravação de aulas; (ii) vídeo como um material didático; e (iii) produção de vídeos por alunos e professores. Levando em conta essa divisão, nesta subseção, serão apresentados os trabalhos que envolvem a produção de vídeos por estudantes, uma vez que, na pesquisa que ora se apresenta, o objetivo é olhar para os alunos em contato com origami e produzindo vídeos. Borba e Oechsler (2018) identificaram três dissertações relativas ao tema, e Domingues (2020), ao aprofundar a revisão proposta pelos autores, destacou, considerando o intervalo de tempo de 2016 a 2019, mais oito dissertações e três teses, as quais serão brevemente apresentadas a seguir.

Souza (2012) investigou as propostas de projetos cujos objetivos envolviam a criação de vídeos na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, de 2001 a 2011. De todos os trabalhos analisados, somente um abordava o vídeo como produção. Desse modo, o autor pôde concluir que atividades de produção de vídeos, nos anos investigados, não são práticas comuns dos docentes da universidade, mesmo sendo considerados bons recursos para o ensino.

No mesmo ano, Freitas (2012) apresentou, em sua dissertação, uma pesquisa sobre a construção de vídeos com tema “função” por alunos do Ensino Superior, em específico, utilizando o editor de vídeos do *YouTube*. A autora concluiu que, ao proporcionar situações de discussão, participação e investigação, a elaboração de vídeos pode contribuir para o ensino e aprendizagem de Matemática. Farias (2016) também investigou a produção audiovisual em sua pesquisa de mestrado, cuja conclusão destacou questões como autonomia, independência, possibilidade de reflexão e discussão, emergentes da produção de vídeos pelos estudantes. Ambos os trabalhos destacam a produção audiovisual como recurso que auxilia o processo de ensino.

Na mesma direção, Kovalski (2019) buscou compreender questões relacionadas à Etnomatemática quando alunos do Ensino Fundamental II da Cultura Pomerana representaram ideias de Geometria, por meio da produção de vídeos. Na conclusão da pesquisa de mestrado, a autora ressaltou que a criação de vídeo nas aulas de Matemática

desenvolve habilidades, aprendizagens e interações que transformam estudantes e professores. Paraizo (2018), por sua vez, investigou a produção de vídeos didáticos envolvendo modelagem matemática com estudantes do Ensino Médio de uma escola pública do Estado de Minas Gerais. Na tese, ele destaca que a produção e os processos pedagógicos com modelagem matemática, quando vinculados a questões ambientais, promovem a aprendizagem, pois possibilitam estabelecer críticas a conhecimentos científicos, culturais, políticos e sociais.

Já Domingues (2014), como mencionado anteriormente, realizou sua pesquisa de mestrado sobre como os estudantes de graduação em Ciências Biológicas interagem com os vídeos, tanto como espectadores quanto produtores. Em particular, o autor analisou os vídeos utilizados em aula e produzidos pelos estudantes da disciplina de Matemática Aplicada, cujos resultados mostraram que os alunos apresentavam características positivas atreladas a essas produções, como, por exemplo, a dinamicidade, a possibilidade de apresentar processos improváveis de acontecer dentro de uma sala de aula e etc.

Ainda sobre o papel dos vídeos na vida dos estudantes, Silva (2018) investigou as potencialidades de sua produção em um ambiente virtual com alunos da Universidade Aberta do Brasil (UAB). Para isso, o autor propôs a elaboração de vídeos com conteúdos matemáticos nas disciplinas de Estágio Curricular Supervisionado, podendo inferir, em sua tese, que os mesmos fazem parte do cotidiano dos estudantes, os quais os assistem para estudar diversas disciplinas do curso. Estes trabalhos enfatizam a presença dos vídeos nas práticas dos alunos, seja para compreender conteúdos seja aprender coisas novas.

Costa (2017), em sua dissertação, procurou compreender os papéis das tecnologias digitais na produção de vídeos, em particular, nas animações, colagens e desenhos, apresentados como *cartoons* de Matemática. O trabalho foi desenvolvido em Juara/MT e possibilitou à autora destacar que a elaboração de tais *cartoons* contribui para que haja discussão, reflexão e aprendizagem. Além disso, fundamentando-se em Sistema Seres-Humanos-Com-Mídias, Costa (2017) evidencia que as tecnologias possuem potencial para transformar as aulas, a comunidade e os pensamentos.

Outro trabalho envolvendo *cartoon* é o de Cunha (2018), que investigou a influência das tecnologias digitais no modelo *blended learning* com professores do Ensino Fundamental. Para a produção de dados, os participantes utilizaram essas tecnologias para a produção de *cartoons* e de uma proposta de ensino de Matemática, permitindo ao pesquisador concluir, em seu estudo, que elas contribuíram para a reflexão dos participantes em relação à forma encapsulada da formação continuada.

Assim, além de poder contribuir com o processo de ensino, como destacado por Souza (2012), Freitas (2012) e Farias (2016), a mídia vídeo transforma a maneira de pensar dos estudantes e condiciona as produções em sala de aula (COSTA, 2017; CUNHA, 2018).

Seguindo com o panorama dos trabalhos que versam sobre a influência da produção audiovisual na visão dos estudantes, citamos o de Medeiros (2018), no qual foram analisados vídeos criados por alunos do 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Miranda/MS, cujo tema central era “o que os alunos consideram Matemática?”. Na dissertação, a autora buscou compreender os significados da Matemática, por meio dos vídeos produzidos pelas crianças, e concluiu que as visões matemáticas foram potencializadas pelas possibilidades de produção imagética proporcionadas pela interação com tecnologias.

No mesmo sentido, Oechsler (2018) investigou, em sua tese, a comunicação matemática de alunos do 9º ano de escolas públicas de Blumenau/SC, por meio da produção de vídeos. No decorrer do trabalho, a pesquisadora observou que os estudantes expressam aquilo que faz sentido para eles, e a produção audiovisual favorece a construção de significados, principalmente pela possibilidade de comunicar, utilizando diferentes modos. A autora ainda enfatiza que a potencialidade de produção de significado surge a partir do coletivo de humanos, mídias e multimodalidade, posto que ele favorece a reorganização do pensamento.

Por sua vez, Oliveira (2018) pautou-se nas obras de Paulo Freire e focou sua atenção na produção de vídeos de alunos do sétimo ano de uma escola pública de Rio Claro/SP. Na conclusão de sua dissertação, a autora evidenciou que a elaboração de vídeo sobre Matemática “se expande através do diálogo, da comunicação e da construção da autoestima em relação ao conhecimento matemático” (OLIVEIRA, 2018, p. 89). Fontes (2019) também se voltou para o que é expresso por meio da mídia vídeo, desenvolvendo uma pesquisa com alunos da UAB. A pesquisadora interrogou: “como diferentes fatores influenciaram a maneira como a matemática foi comunicada nos vídeos produzidos pelos licenciandos em matemática a distância?” (FONTES, 2019, p. 23). As análises dos dados revelam que a forma como os estudantes comunicam a Matemática nas produções está ligada, de forma implícita ou explícita, à concepção deles dessa ciência.

Para a presente pesquisa, os vídeos também são vistos como possibilidade para comunicar algo. Porém, o que mais interessa é compreender aspectos da produção matemática de graduandos e professores ao trabalharem com dobras no papel e ao produzirem vídeos digitais sobre Matemática em um curso de extensão. Assim como esta pesquisa, outros estudos tiveram sua atenção voltada a contextos de cursos e projetos de extensão, como, por

exemplo, Domingues (2020), Gregorutti (2016) e Vital (2018). Domingues (2020) investigou os vídeos produzidos no “I Festival de Vídeos e Educação Matemática”, evento promovido por meio do projeto de extensão E-licm@t-Tube. Em sua tese, o autor recorreu à rede de Sistema Seres-Humanos-Com-Mídias para analisar os vídeos submetidos ao festival, buscando compreender como atividades coletivas de produção de vídeos moldam e condicionam as ideias matemáticas que são expressas. Em seu trabalho, foi possível concluir que a linguagem presente neles corrobora a transformação da Imagem Pública da Matemática, que a mídia possui um poder de ação na produção de conhecimento dos seres humanos, e, ainda, que o festival molda a sala de aula e vice-versa.

Gregorutti (2016) também analisa questões referentes à Imagem Pública da Matemática, por meio de um curso de extensão universitária, investigando, em especial, aspectos artísticos e tecnológicos presentes nas expressões de ideias matemáticas existentes na elaboração de vídeos como PMD. Os resultados apontados na dissertação ressaltam que a produção de PMD permite discutir conceitos matemáticos e desperta a criatividade, elementos esses que contribuem para uma imagem positiva da Matemática.

Outra pesquisa envolvendo PMD é a dissertação de Vital (2018), que estudou o processo de criação de performances, com o auxílio do *GeoGebra*, em um curso de extensão. Buscando compreender o papel das Artes e das tecnologias na comunicação de ideias matemáticas, a autora pôde concluir que a produção de PMD contribui para o ensino, pois articula fatores artísticos, permitindo a transmissão de emoções, e possibilita ambientes de coletivos pensantes, que dizem respeito ao pensar-com-PDM.

As três pesquisas apresentadas utilizam o construto seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005) para olhar como a mídia vídeo molda o pensamento, o que é similar ao presente estudo, uma vez que almejo olhar para a experiência dos participantes de um curso de extensão universitária ao fazerem dobras no papel para investigar conceitos de Geometria e ao produzirem vídeos digitais sobre Matemática e origami, abrindo possibilidades para investigar coletivos de seres-humanos-com-origami-e-vídeos. Uma vez que, de acordo com Oechsler (2018), “mídias” são os meios utilizados para a produção de significado, sendo elas materiais (instrumentos, coisas) ou imateriais (pensamento, oralidade), e para este trabalho destacamos o origami como processo de dobrar o papel com intencionalidade artística ou matemática.

Buscando elucidar o caminho escolhido para investigar a produção matemática dos estudantes, na próxima seção, será apresentada a metodologia, o contexto em que os dados foram produzidos e a forma de análise deles.

4 METODOLOGIA

4.1 PESQUISA QUALITATIVA COM ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA

A metodologia assumida para o desenvolvimento desta pesquisa foi a qualitativa, uma vez que, de acordo com Chizzotti (2003), esse tipo de investigação é pertinente quando se busca analisar a qualidade do objeto de estudo. Optar por esta forma de pesquisa significa possuir uma interrogação e procurar sentidos para ela ou, como afirma Maria Bicudo (1993), trata-se de buscar cada vez mais explicações sobre a pergunta feita, a qual orienta a investigação do pesquisador. Essa pergunta visa a compreensões, e não a uma solução definitiva, com interpretações e conclusões plenamente desenvolvidas que encerrem a compreensão do fenômeno interrogado e que possam ser consideradas conclusivas.

Em Educação Matemática, ainda com base em Maria Bicudo (1993), a pesquisa qualitativa permite-nos estudar não só como se formam os conhecimentos matemáticos, mas também compreender como a Matemática é ali constituída, quais são seus significados no mundo, buscando clareza acerca dos modos pelos quais ela é compreendida e produzida. Com isso, pode-se entender que a pesquisa em Educação Matemática não se limita ao estudo da formação de conhecimentos matemáticos, mas “permite que se compreenda a matemática, o modo pelo qual ela é constituída, os significados da matemática no mundo” (BICUDO, M., 1993, p. 22), sendo necessário colocar em destaque o sujeito da pesquisa em seu contexto social e cultural.

Para o desenvolvimento de uma pesquisa qualitativa, existem diversas abordagens e estratégias possíveis, cabendo ao pesquisador escolher aquela que melhor se adeque ao seu objetivo de investigação. Pode-se optar, por exemplo, por uma pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica, de abordagem construtivista, por uma pesquisa ação, por um estudo de caso, entre outras abordagens, cada uma delas com embasamento teórico e objetivos distintos.

Neste caso, decidiu-se pela pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica, uma vez que se pretende compreender a produção matemática dos alunos quando envolvidos em um contexto específico, isto é, no trabalho com origamis e produção de vídeos para tratar conceitos de Matemática. A abordagem fenomenológica, discutida por Maria Bicudo (2012), mostra-se relevante por possibilitar a investigação de um fenômeno, explicitando o que se mostra significativo ao pesquisador no decorrer da pesquisa. Neste trabalho, em particular, o fenômeno explicitado é a *produção matemática*.

Antes de tudo, é importante evidenciar o que entendemos por pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica. A fenomenologia, como filosofia, surgiu com Edmund Husserl e, de acordo com Maria Bicudo (1994, p. 16), deu-se como um “método destinado a fundamentar tanto a Filosofia como as Ciências”, em oposição ao positivismo. A palavra “fenomenologia”, segundo Maria Bicudo (2011), é composta pelos termos “fenômeno” e “lógos”, sendo o fenômeno o que “diz do que se mostra na intuição ou percepção e [o] *logos* [o que] diz do articulado nos atos da consciência” (BICUDO, M., 2011, p. 29). Afinal:

o que é fenômeno? É aquilo que surge para uma consciência, o que se manifesta para essa consciência, como resultado de uma interrogação. Do grego "phainomenon" significa discurso esclarecedor a respeito daquilo que se mostra para o sujeito interrogador. Do verbo "phainesthai" como mostrar-se, desvelar-se. Fenômeno é, então, tudo o que se mostra, se manifesta, se desvela ao sujeito que o interroga (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 141).

Na fenomenologia, “a consciência não é um lugar físico, nem um lugar específico, nem é de caráter espiritual ou psíquico. É como um ponto de convergência das operações humanas, que nos permite dizer o que estamos dizendo ou fazer o que fazemos como seres humanos” (ALES BELLO, 2006, p. 45). A filosofia proposta por Husserl, de acordo com Martins, Boemer e Ferraz (1990), volta-se para o mundo vivido, o mundo da experiência, pois este é o primado de todas as ciências. Por dirigir-se à experiência vivida, “a fenomenologia emprega, necessariamente, uma forma de reflexão que deve incluir a possibilidade de olhar as coisas como elas se manifestam” (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 141). O movimento de olhar para as coisas mesmas, sem tentar explicá-las por relações causais ou juízos, é importante para que:

se apreenda a essência do fenômeno. Ele nega, então, a existência do sujeito e do mundo como sendo puros e independentes um do outro; o conhecimento só será alcançado no próprio existir do cientista. O objeto do conhecimento não é o pensador nem a realidade em si mas, a *realidade enquanto vivida* pelo pesquisador. Aqui é introduzido um conceito importante na fenomenologia — o da intencionalidade da consciência, ou seja, a sua *direção*. Consciência é sempre consciência de alguma coisa. Intencionalidade é o mesmo que dirigir-se a algo, forma de entrar em contato com um objeto ou de estabelecer referências entre consciência e seu objeto (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 142).

Os autores acrescentam que os atos humanos são intencionalidades, isto é, são o comportamento de dirigir-se a alguma coisa no mundo, e que toda consciência é consciência de algo. Desta forma, consciência e objeto não são duas entidades separadas. Isso porque, se “consciência é sempre consciência de alguma coisa e se o objeto é sempre objeto para a

consciência, é inconcebível sair dessa correlação, já que fora dela, não haveria nem consciência nem objeto” (MARTINS; BOEMER; FERRAZ, 1990, p. 142). Nesse sentido, Husserl define a fenomenologia como a ciência das essências da consciência e de seus atos.

Dito isso, Martins, Boemer e Ferraz (1990) apresentam uma alternativa metodológica de pesquisa, pautada nas bases gerais da fenomenologia. Entende-se, de acordo com Maria Bicudo (1994), que a busca do pesquisador, em uma abordagem fenomenológica, está voltada a compreender e interpretar o significado do que a ele se mostra, do que se manifesta à sua consciência, sem a intenção de explicá-lo por meio de fatos ou teorias, ou seja, o fenômeno se mostra ao buscarmos “as raízes, os fundamentos primeiros do que é visto (compreendido)” (BICUDO, M., 1994, p. 20). Portanto, o pesquisador deve ser rigoroso em todos os momentos, inclusive em seu próprio pensar esclarecedor sobre a interrogação. Ainda de acordo com a autora, a verdade não é uma adequação do que se mostra a um modelo que se assuma *a priori* ou aos fatos que se conhece, mas é o que expõe o sentido em estado nascente, é o que permite ao pesquisador dizer do que vê em sua trajetória investigativa. Sua compreensão é possibilitada pela vivência junto aos estudantes, investigando situações do contexto matemático com origami e produção de vídeos.

A pesquisa em Educação ou Ensino que segue a orientação fenomenológica geralmente tem um sujeito vivenciando o fenômeno educacional. Esse fenômeno é o que se manifesta para a consciência em torno da interrogação que orienta a busca na pesquisa. Mediante a análise da experiência vivida, o pesquisador expõe a essência do que é compreendido. Segundo Maria Bicudo (1994, p. 21):

a essência de que trata a fenomenologia não é idealidade abstrata dada a priori, separada da práxis, mas ela se mostra nesse próprio fazer reflexivo. Ao desvendar a essência, consciência, em um movimento reflexivo, realiza a experiência de percebê-la, abarcando-a compreensivamente, ou seja, trazendo-a para o seu círculo de inclusão ou horizonte de compreensão. É a experiência transcendental, o apropriar-se do desvendado, ou seja, do que a incursão realizada apontou com característico do fenômeno interrogado.

Sendo assim, a essência é o que se mantém como característico do fenômeno interrogado no processo de análise da descrição. Com isso, entende-se que as pesquisas com abordagem fenomenológica partem das transcrições da experiência vivida, tal qual ela foi vivenciada pelo sujeito. Fini (1994, p. 24) também destaca que a pesquisa qualitativa com esta abordagem intenciona “sempre descrever fenômenos e não explicá-los”. Significa dizer que o pesquisador não se preocupa “em buscar relações causais”, mas sim descrever a situação vivida e, a partir do que é relatado, seguindo um processo rigoroso de análise, procura “a

essência do fenômeno”. Geralmente, partindo das transcrições, da descrição do vivenciado, inicia-se o movimento de análise que, na abordagem fenomenológica, envolve a análise ideográfica e a análise nomotética.

Segundo Martins, Boemer e Ferraz (1990, p. 145), é a partir das expressões dos participantes que se sabe o que se passa com eles e, para uma análise rigorosa do que é comunicado, é preciso seguir os quatro passos abaixo descritos:

- 1- Leitura da descrição [transcrição] do princípio ao fim sem buscar ainda qualquer interpretação ou identificar qualquer atributo ou elemento, a fim de chegar a um sentido geral do que está descrito;
- 2- No momento em que um sentido foi obtido, o pesquisador volta ao início e lê novamente o texto, agora tentando apreender unidades de significado, dentro de uma perspectiva (do psicólogo, do enfermeiro) e focalizando o fenômeno que está sendo pesquisado;
- 3- Após obter unidades de significado, o pesquisador percorre todas as unidades identificadas e expressa o significado contido nelas, isto é particularmente verdadeiro para as unidades de significado que são mais reveladoras do fenômeno considerado;
- 4- Finalmente, o pesquisador sintetiza todas as unidades de significado para chegar a uma estrutura do fenômeno. Alguns pesquisadores usam também para esse agrupamento de significados a palavra categoria, entendida aqui enquanto tema.

Os passos dois e três supracitados são equivalentes ao que propõe Fini (1994) na chamada “análise ideográfica”, em que, segundo a autora, deve-se realizar uma síntese das proposições apresentadas nas expressões dos sujeitos e articulá-la ao que é compreendido pelo pesquisador, podendo-se dizer que, desse modo, expõe-se o sentido do que é dito pelos sujeitos individualmente. Esses relatos trazem algumas ideias relevantes à compreensão do que é investigado e, por esse motivo, são nomeados de “unidades de significado”, definidas como as falas dos participantes que são relevantes na busca por respostas à pergunta orientadora da pesquisa. É importante ressaltar que a cada uma delas é atribuída uma “ideia nuclear”, ou seja, a ideia central do que foi dito.

Feita a análise individual das falas significativas de todos os participantes, seja no contexto das aulas, dos vídeos ou da entrevista, começa-se a busca pela convergência das ideias relevantes para a construção de modos mais gerais de dizer do fenômeno. Inicia-se o que Fini (1994) e Machado (1994, p. 42) chamam de “análise nomotética”, caracterizada como “um movimento de passagem do nível individual para o geral”, na qual o pesquisador procura organizar as proposições gerais de acordo com as convergências de ideias nucleares, dando origem às “categorias abertas”. Tais categorias se constituem em um movimento que busca, cada vez mais, destacar aspectos abrangentes do que nas falas se destaca, e cuja interpretação e discussão permite que o pesquisador exponha a sua compreensão do fenômeno

investigado (FINI, 1994), o que é equivalente ao quarto passo proposto por Martins, Boemer e Ferraz (1990), no qual destacam o agrupamento de significados como meio de dizer da estrutura do fenômeno.

O fenômeno que buscamos compreender nesta pesquisa é a produção matemática de estudantes engajados em ambientes voltados à elaboração de origamis e vídeos. Para que isso fosse possível, um curso de extensão foi ministrado a alunos e professores na UNESP, campus de Rio Claro, no qual discutiu-se a Matemática por meio do origami e da produção de vídeos. Mediante a transcrição dos encontros do curso, iniciamos a análise fenomenológica, visando a expor o que se evidencia como essencial à compreensão do investigado. A seguir, explico a produção de dados, destacando o desenvolvimento do curso de extensão.

4.2 CENÁRIO DE PESQUISA: CURSO DE EXTENSÃO

Os dados da pesquisa foram produzidos a partir da realização de um curso presencial de extensão universitária, intitulado “Matemática, Origami e Produção de Vídeos Digitais”, com carga horária de 18 (dezoito) horas, que foi ministrado na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), campus Rio Claro. Os responsáveis pelo curso foram o Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, o Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva e a autora deste trabalho. O roteiro de atividades tinha como tema central o origami, a Matemática e a produção de vídeos e, para efetuar-lo, foram realizados 6 (seis) encontros de 3 (três) horas de duração cada, sendo os três primeiros módulos destinados à exploração da Matemática com origami e os três finais voltados à produção de um vídeo.

Oficialmente, foram nove inscritos no curso, porém um deles não compareceu a nenhum dos encontros. Dos oito participantes que o frequentaram e o concluíram, dois são professores da Educação Básica e seis são graduandos do curso de Matemática da Unesp de Rio Claro, assim como destacado no Quadro 1. As inscrições foram feitas de 05 a 16 de agosto de 2019, e os encontros foram realizados às quartas-feiras, de 21 de agosto de 2019 a 25 de setembro do mesmo ano, das 19h às 22h.

Quadro 1 – Participantes da pesquisa

Nome	Apelido	Profissão
Carolina	Carol	Estudante do terceiro ano de Matemática na Unesp.
Diego	Diego	Estudante do terceiro ano de Matemática na Unesp.
Fabício	Fabício	Estudante do terceiro ano de Matemática na Unesp.
Hercules	Hercules	Professor do Ensino Fundamental II, externo à Unesp, e aluno de Pós-graduação em Educação Matemática na Unesp.
Laís Estevão	Laís E.	Estudante do primeiro ano de Matemática na Unesp.
Laís Romanello	Laís R.	Professora do Ensino Fundamental II, externa à Unesp.
Natalia	Natalia	Estudante do primeiro ano de Matemática na Unesp.
Orlando Yves	Yves	Estudante do terceiro ano de Matemática na Unesp.

Fonte: Elaborado pela autora.

Os módulos foram intitulados: 1) Introdução à matemática e origamis; 2) Explorar o Teorema de Haga por meio de *softwares*; 3) Construção de poliedros de Platão de face triangular; 4) Elaboração dos roteiros dos vídeos; 5) Produção de vídeos; e 6) Apresentação e discussão dos vídeos produzidos. A quantidade de participantes em cada um dos encontros está descrita no Quadro 2 a seguir.

Quadro 2 – Quantidade de participante nos encontros

Data	Módulo	Presentes
21/08/2019	1 - Introdução à matemática e origamis	7
28/08/2019	2 - Explorar o Teorema de Haga por meio de <i>softwares</i>	8
04/09/2019	3 - Construção de poliedros de Platão de face triangular	4
11/09/2019	4 - Elaboração dos roteiros dos vídeos	8
18/09/2019	5 - Produção de vídeos	7
25/09/2019	6 - Apresentação e discussão dos vídeos produzidos	8

Fonte: Elaborado pela autora.

A seguir, apresento as atividades realizadas em cada um dos encontros. O material entregue aos participantes pode ser consultado no Apêndice A.

4.2.1 Módulo 1: Introdução à matemática e origamis

No primeiro encontro, foi apresentado o cronograma do curso e seus objetivos. Neste módulo, primeiramente, expôs-se o que é origami e, como exemplo, foi proposto dobrar o mais conhecido da cultura japonesa, o *tsuru*⁴¹. Para que a turma dobrasse o pássaro, a pesquisadora foi mostrando, passo a passo, as etapas que deveriam ser realizadas e esclarecendo eventuais dúvidas. Em seguida, foi apresentado o diagrama para se dobrar o *tsuru*, buscando relacionar as dobras feitas anteriormente com a linguagem criada por Akira Yoshizawa. Dando continuidade ao trabalho, o próximo origami dobrado pela turma foi a *pajarita*⁴², porém, desta vez, foi proposto que os participantes tentassem fazê-lo sem o auxílio da pesquisadora, por meio de um tutorial impresso que continha o diagrama com as informações necessárias para a construção. Na sequência, discutimos as diferenças entre os dois métodos de ensinar origami, oralmente ou por meio de diagramas, destacando os pontos positivos e negativos de cada um deles.

Figura 18 – Participação no primeiro módulo



Fonte: Elaborada pela autora.

Posteriormente, foram apresentados alguns exemplos da aplicação dos origamis em diversas áreas do conhecimento, como na Astronomia, Computação, Robótica, Medicina,

⁴¹ Segundo Ueno (2003), o origami da garça ou *tsuru* é a dobradura mais representativa e antiga. Na cultura japonesa, a ave simboliza felicidade e longevidade.

⁴² Dobradura de ave comum na cultura espanhola. Essa construção aparece na série da Netflix “La casa de Papel”.

Arquitetura, Design, Educação, Arte e Matemática. Especificamente em relação à Matemática, foi destacada a Geometria do Origami e os axiomas de Huzita-Hatori.

Desta ampla relação dos origamis com a Matemática, e sua presença no cotidiano, foi exposto o canal do *YouTube* de Jo Nakashima, enfatizando a popularidade dessa arte e dos vídeos nos dias atuais. O último origami construído foi a *shuriken*⁴³ de oito pontas e, desta vez, a proposta foi dobrar, seguindo instruções expressas em um vídeo.

Encerrando o módulo, foi empreendida uma discussão sobre as diversas categorias de origami, como o tradicional e o composto, e quais haviam sido dobradas. Além disso, os participantes discutiram acerca dos diferentes modos de divulgação vivenciados e destacaram vantagens e desvantagens de cada um deles, relacionando-os ao ensino de Matemática e às possibilidades de integração em sala de aula.

Figura 19 – Alguns slides do primeiro módulo



Fonte: Elaborada pela autora.

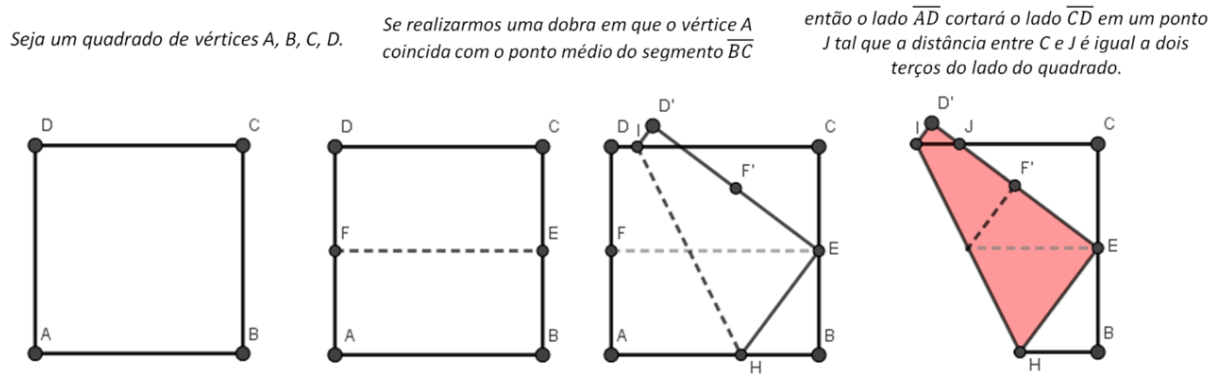
4.2.2 Módulo 2: Explorar o Teorema de Haga por meio de softwares

No segundo encontro, o tema principal foi o Teorema de Haga, primeiro teorema do livro “*Origamics*”, de Kazuo Haga. Ele foi enunciado da seguinte forma: “Seja um quadrado de vértices A, B, C, D. Se realizarmos uma dobra em que o vértice A coincida com o ponto médio do segmento BC, então, o lado AD cortará o lado CD em um ponto J tal que a distância entre C e J é igual a dois terços do lado do quadrado” (adaptado de HAGA, 2008, p. 1).

⁴³ O termo *shuriken* significa “espada escondida na mão”. A palavra vem do japonês *shu* (手), que significa ‘mão’, *ri* (裏), que pode significar ‘dentro’ e ‘atrás’, e *ken* (剣), que geralmente significa ‘espada’. O origami foi criado por Robert Neale.

Dobramos por etapas, conforme o teorema (Figura 20), e verificamos se ele havia sido realmente dividido em três partes iguais. Alguns participantes afirmaram que sim e outros que não.

Figura 20 – Passo a passo do primeiro Teorema de Haga



Fonte: Elaborada pela autora.

Para esclarecermos as dúvidas acerca da veracidade do teorema em relação à divisão do segmento do lado do quadrado em três partes iguais, foi sugerido que, em grupos, os estudantes pensassem em uma demonstração com argumentos matemáticos. A ideia era que os participantes investigassem as relações das dobras com a Matemática.

Uma das formas de demonstração do Teorema de Haga era partindo da semelhança de triângulos e do Teorema de Pitágoras. Considerando a Figura 20, pode-se observar que o triângulo HBE é retângulo, pois um de seus ângulos é congruente ao ângulo do quadrado dado como hipótese. Além disso, também por hipótese, o segmento $\overline{BE}$ vale metade do lado do quadrado. Isso porque, para a construção, era necessário dividir $\overline{CB}$ ao meio. Se se toma, por sua vez, o segmento $\overline{HB} = x$, tem-se que o restante $\overline{AH}$ será igual ao lado total do quadrado, neste caso particular, valendo 1 u.m. menos o valor de $\overline{HB}$, ou seja, o segmento $\overline{AH} = 1 - x$. Porém, quando se realiza a dobra em que o vértice A é levado até o ponto E, há também o transporte do segmento $\overline{AH}$, que, posteriormente, será chamado de $\overline{HE}$. Assim, $\overline{HE} = \overline{AH}$, pois $\overline{HE}$ surge do transporte de $\overline{AH}$ pela dobradura. Dessa forma, tem-se todos os lados do triângulo HBE em função de x e, se se recorre ao Teorema de Pitágoras, é possível chegar à conclusão de que $x = \frac{3}{8}$.

Para comprovar o valor de $\frac{2}{3}$ descrito no teorema, ainda é necessário levar em conta os triângulos HBE e ECJ. Pode-se dizer que eles são semelhantes, pois, ao ser comparada a soma de seus ângulos internos com o ângulo raso centrado em E, nota-se que todos os ângulos dos

assim como demonstra Haga (2008) ao generalizar seu teorema. Tal generalização é exemplificada na Figura 22.

Figura 22 - Generalização do Teorema de Haga

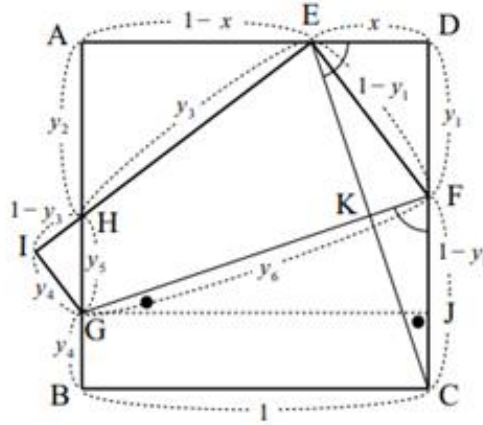


Fig. 1.7 y_1 to y_6 indicates the other various lengths.

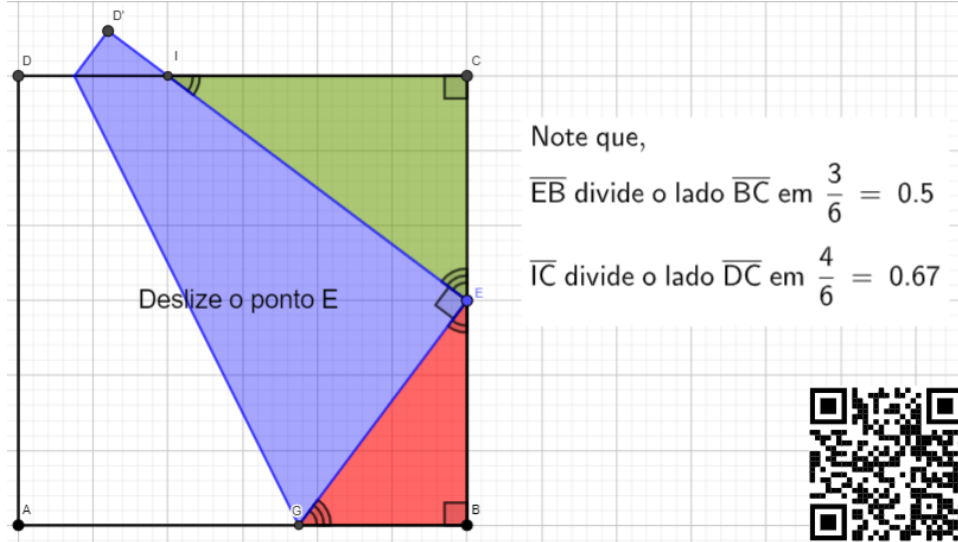
- [y₁] By the Pythagorean relation on $\triangle DEF$, $x^2 + y_1^2 = (1 - y_1)^2$. So $y_1 = \frac{1 - x^2}{2} = \frac{(1 + x)(1 - x)}{2}$.
- [y₂] Since $\triangle AHE$ is similar to $\triangle DEF$, then $\frac{y_1}{1 - x} = \frac{x}{y_2}$. So $y_2 = \frac{2x}{1 + x}$.
- [y₃] Also from similar triangles $\triangle AHE$ and $\triangle DEF$, we obtain $\frac{y_2}{y_3} = \frac{x}{1 - y_1}$. So $y_3 = \frac{1 + x^2}{1 + x}$.
- [y₄] Since FG and EC are perpendicular, $\triangle CKF$ and $\triangle CDE$ are similar. Therefore $\angle DEC$ and $\angle KFC$ are congruent; so also $\triangle CDE$ and $\triangle GJF$. So $FJ = x$. Therefore $y_4 = JC = 1 - (y_1 + x) = \frac{(1 - x)^2}{2}$.
- [y₅] Since $y_2 + y_5 + y_4 = 1$, $y_5 = 1 - \left(\frac{2x}{1 + x} + \frac{(1 - x)^2}{2} \right)$.
- [y₆] By the Pythagorean relation on $\triangle GJF$, $y_6 = \sqrt{FJ^2 + JG^2} = \sqrt{x^2 + 1}$.

Fonte: Adaptado de Haga (2008).

Para que os participantes explorassem e pensassem sobre a generalização, foi sugerido aos grupos que utilizassem o *GeoGebra*. Porém, embora alguns tenham optado pelo *software*, outros permaneceram com experimentos no papel. Foram feitas questões a respeito da existência de regularidade entre o número inicial de divisões e o valor de $\overline{CJ}$, sobre se seria possível realizar a divisão de um lado do quadrado em n partes iguais e, se sim, como chegaram a essa conclusão. As respostas foram discutidas e uma construção dinâmica da

versão generalizada do teorema, feita no *GeoGebra*, foi apresentada aos participantes, como mostra a Figura 23.

Figura 23 – Generalização do Teorema de Haga, construído no *GeoGebra* ⁴⁵

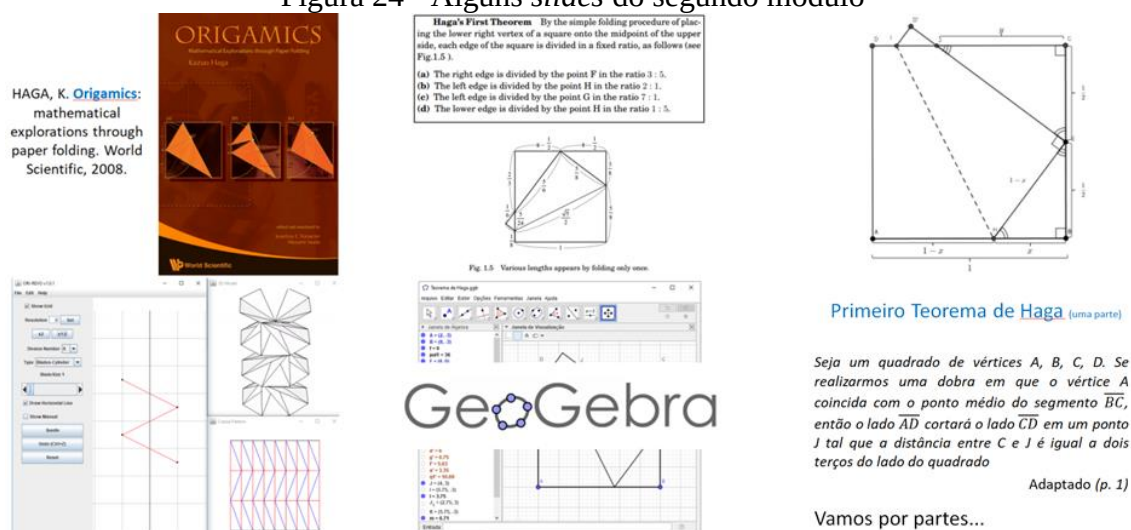


Fonte: Elaborada pela autora.

Por fim, foi apresentado o *software* Ori-revo, de Jun Mitani. Nele, as principais construções possíveis envolvem a divisão de um quadrado qualquer em n partes iguais, ou seja, justamente o que é feito por meio do primeiro Teorema de Haga e sua generalização. Outros exemplos de *softwares* e *sites* foram indicados e destacados aos participantes como possíveis abordagens para a produção dos vídeos.

⁴⁵ Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/rawrgnfu>>. Acesso em 08 nov. 2020.

Figura 24 - Alguns slides do segundo módulo



Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.3 Módulo 3: Construção de poliedros de Platão de face triangular

Neste encontro, foi dobrado um origami mais elaborado, o tetraedro vazado, criado por Thomas Hull. A dinâmica e a construção foram baseadas na atividade 16 do livro “*Project Origami: Activities for Exploring Mathematics*”, de Hull (2013). Para dobrar esse origami, foi necessário recorrer ao Teorema de Haga (em duas folhas de papel quadradas), o qual foi descrito no material entregue aos participantes. Nele, foram propostos dois caminhos para a construção, e os estudantes puderam escolher entre o diagrama com o passo a passo e o QR Code de um tutorial em vídeo. Outra opção foi acompanhar as instruções da pesquisadora sobre como fazer o tetraedro. Cada participante escolheu o meio que melhor se adequava às suas necessidades e a maioria decidiu acompanhar com a pesquisadora.

Durante a execução das dobras, os participantes dialogaram e contaram histórias de suas experiências em sala de aula, envolvendo Artes e Matemática. Após sua realização, foram apresentadas algumas possibilidades de construções com o mesmo princípio da dobradura feita anteriormente, como a elaboração de octaedros e icosaedros. Em seguida, uma discussão foi iniciada acerca das alternativas para se utilizar dobraduras em sala de aula e de quais as potencialidades matemáticas dos origamis. Por fim, o módulo foi encerrado com a apresentação de diversos vídeos envolvendo origami e Matemática⁴⁶ para que pudessemos discutir os critérios de avaliação das produções audiovisuais dos participantes da pesquisa e lhes dar ideias.

⁴⁶ Foram assistidos alguns vídeos no terceiro encontro. A lista completa deles pode ser consultada no Apêndice B.

Figura 25 – Alguns *slides* do terceiro módulo



Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.4 Módulos 4 e 5: Produção de vídeos digitais

O quarto e quinto módulos foram destinados à produção de vídeos, os quais deveriam ser feitos em duplas e envolverem origami e Matemática. Os critérios de avaliação foram debatidos em sala e convergiram para a produção artística, clareza e objetividade matemática, isto é, para a maneira como o conteúdo é exposto e para sua coerência, não devendo contar com inconsistências matemáticas. Uma das discussões que se estendeu foi em relação à duração do vídeo. Os participantes argumentaram que um vídeo curto não permite desenvolver muitas ideias, ao mesmo tempo que um vídeo longo se torna cansativo. Diante desses argumentos, decidimos estipular o tempo máximo de 10 minutos, porém, no quinto encontro, eles voltaram a discutir sobre o assunto, solicitando que a duração fosse de 15 minutos.

Figura 26 – Momentos da produção de vídeo



Fonte: Fotografias feitas por Karen Valência.

Para conduzir a produção dos vídeos, disponibilizou-se um material em PDF, elaborado pela equipe do Festival de Vídeos e Educação Matemática e encontrado no *site* oficial do evento, no qual são apresentadas orientações e dicas sobre como produzi-los. Além dos arquivos em PDF, foi compartilhada uma pasta no *GoogleDrive* que continha arquivos com instaladores de *softwares* livres, como o *HitFlim Express*⁴⁷, o *Open Broadcaster Software (OBS Studio)*⁴⁸, o *Ori-revo*⁴⁹ e o *GeoGebra*⁵⁰.

Os participantes formaram quatro duplas de sua escolha, que, durante os módulos, elaboraram roteiros, gravaram e editaram suas produções. Foram feitos quatro vídeos (apresentados no Quadro 3), exibidos no sexto encontro.

⁴⁷ *HitFlim Express* é um editor de vídeos gratuito. O *download* está disponível em: <<https://fxhome.com/hitfilm-express>>. Acesso em: 08 nov. 2020.

⁴⁸ *Open Broadcaster Software* é um programa de *streaming* e captura de tela. Para o *download*, acessar: <<https://obsproject.com/pt-br/download>>. Acesso em: 08 nov. 2020.

⁴⁹ *Ori-revo* é um *software* dinâmico de origami, que permite a criação de *crease patterns* por meio da construção de segmentos e da varredura rotacional. O *software* foi desenvolvido por Jun Mitani e está disponível para *download* no *site*: <http://mitani.cs.tsukuba.ac.jp/ori_revo/>. Acesso em: 08 nov. 2020.

⁵⁰ *GeoGebra* é um *software* livre de Matemática dinâmica, que articula Geometria, Álgebra, Gráficos e Planilhas. Pode ser baixado ou utilizado *online* no *site*: <<https://www.geogebra.org/>>. Acesso em: 08 nov. 2020.

Quadro 3 – Vídeos produzidos

Produtores	Título	Duração (mm:ss)
Carol e Diego	Teorema de Pitágoras: demonstração por origami	09:34
Yves e Natalia	Razão áurea com dobradura	11:40
Laís R. e Hercules	Tetraedro: que bicho é esse?	05:12
Fabício e Laís E.	Bissetrizes geradoras de um ponto	12:39

Fonte: Elaborado pela autora.

4.2.5 Módulo 6: Apresentação e discussão dos vídeos produzidos

No sexto e último encontro, os vídeos produzidos foram apresentados e discutidos pela turma. O primeiro a ser exibido foi o “Teorema de Pitágoras: demonstração por origami”⁵¹. Nele, como o próprio título sugere, é enunciado o Teorema de Pitágoras e mostrada uma verificação, por meio da dobradura, da relação $a^2 = b^2 + c^2$ quando os catetos ‘b’ e ‘c’ são iguais. Para isso, é exposto como dobrar uma folha de papel quadrada, de forma a construir uma argumentação matemática envolvendo a soma das áreas dos quadrados de lado ‘b’ e ‘c’ para a obtenção da área do quadrado de lado ‘a’. A verificação é feita com o corte dos quadrados de lado ‘b’ e ‘c’ em dois triângulos que, ao serem combinados e rearranjados, formam o quadrado de lado ‘a’. Em seguida, ensina-se a dobrar um sapo (com o mesmo papel quadrado usado para a verificação do Teorema de Pitágoras), o qual realiza um pulo de 360°.

⁵¹ Disponível em: <<https://youtu.be/eRt86Pydyjc>>. Acesso em: 08 nov. 2020

Figura 27 – Alguns *frames* do vídeo “Teorema de Pitágoras: demonstração por origami”



Fonte: Elaborada pela autora.

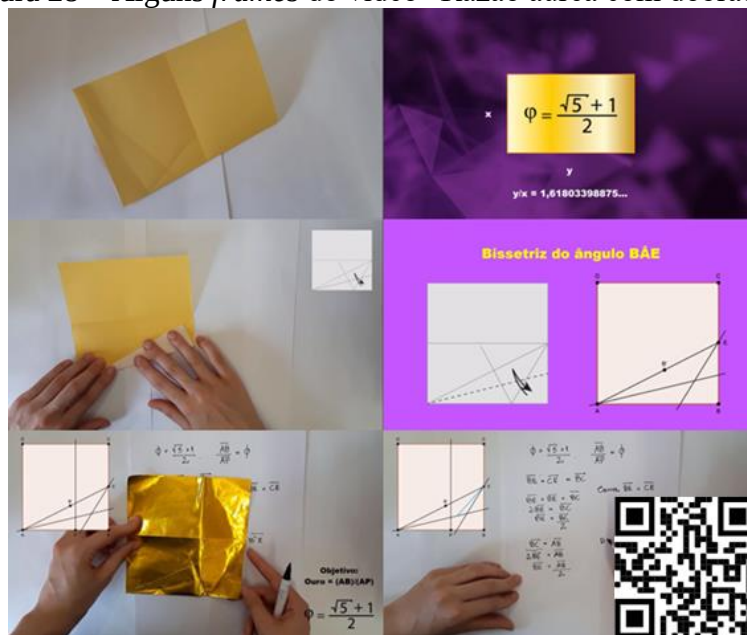
Em seguida, o vídeo assistido foi o “Razão áurea com dobradura”⁵². Nele, expõe-se o retângulo de ouro em relação à razão áurea e mostra-se a presença de ambos na natureza e em diversas áreas do conhecimento. Depois de explicar brevemente o que é origami, o retângulo de ouro é construído por meio de dobradura, e suas dobras são acompanhadas por diagramas na parte superior direita da tela. Além disso, cada uma delas é expressa e interpretada matematicamente. Por fim, é realizada a demonstração de que a razão das medidas do retângulo obtido pela dobradura é igual à razão áurea, justamente a lei de formação de um retângulo áureo.

Mesmo não sendo a intenção inicial da dupla que o produziu, após correções e adaptações, outra versão desse vídeo⁵³ foi enviada pela pesquisadora e pelos dois autores para o IV Festival de Vídeos e Educação Matemática.

⁵² Disponível em: <<https://youtu.be/FbS4lrCc1uE>>. Acesso em: 08 nov. 2020.

⁵³ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=qQCy5O7eRkK>>. Acesso em: 08 nov. 2020.

Figura 28 – Alguns *frames* do vídeo “Razão áurea com dobradura”



Fonte: Elaborada pela autora.

O terceiro vídeo visto pela turma foi o “Tetraedro: que bicho é esse?”⁵⁴, que começa com uma animação de um professor, enunciando o que será feito nele, a saber, a construção de um tetraedro. Na sequência, é realizada uma breve discussão sobre o que é uma pirâmide, destacando, em específico, o tetraedro e alguns de seus elementos. Rapidamente, são mostrados os poliedros de Platão e, depois da explicação do que é origami, propõe-se a construção de um tetraedro por meio de dobradura. Para isso, é retratado o passo a passo de sua elaboração com uma única folha de papel quadrada. Por fim, prova-se que as faces da pirâmide feita com origami são triângulos equiláteros, caracterizando, assim, um tetraedro regular, um poliedro de Platão. O vídeo se encerra com um incentivo à dobradura dos demais sólidos platônicos.

⁵⁴ Disponível em: <<https://youtu.be/pZ1lpekeZCQ>>. Acesso em: 08 nov. 2020.

Figura 29 – Alguns *frames* do vídeo “Tetraedro: que bicho é esse?”



Fonte: Elaborada pela autora.

Para finalizar, foi apresentado o vídeo “Bissetrizes geradoras de um ponto”⁵⁵. Nele, os participantes expõem como podemos obter um ponto somente traçando bissetrizes, ou seja, partindo de um paralelogramo, mostram como é possível obter um único ponto de intersecção de todas as bissetrizes.

O vídeo é iniciado com a dobra dessas bissetrizes em um paralelogramo qualquer e, para tanto, é destacado como fazê-la e o que isso significa. As intersecções dos segmentos dobrados formam um retângulo, que é cortado. Em seguida, repete-se o processo, cujas intersecções produzem, dessa vez, um quadrado. Repetindo tal ação com o quadrado, percebe-se que as bissetrizes de vértices opostos se coincidem, gerando, assim, um ponto no centro dele. Por fim, apresenta-se uma demonstração geométrica de que o polígono formado pelas bissetrizes de um paralelogramo qualquer é de fato um retângulo.

⁵⁵ Disponível em: <<https://youtu.be/3bjz5N4Hvx4>>. Acesso em: 08 nov. 2020.

Figura 30 – Alguns frames do vídeo “Bissetrizes geradoras de um ponto”



Fonte: Elaborada pela autora.

Depois da exibição de cada vídeo, os participantes do curso de extensão apresentaram sugestões e críticas às produções dos colegas. Diante delas, o prazo para entrega foi prorrogado por mais duas semanas.

4.3 PRODUÇÃO DOS DADOS

Os dados desta pesquisa foram constituídos a partir das gravações das sessões do curso, das anotações da pesquisadora nos diários de campo, das mensagens trocadas via *WhatsApp*⁵⁶, dos vídeos produzidos pelos participantes e de suas anotações. A gravação dos módulos ocorreu com duas câmeras, disponibilizadas pelo Grupo de Pesquisa em Informática e outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), com um celular, utilizado como gravador de voz, e com um computador, contendo *webcam* e o *software* de captura de tela *Open Broadcaster Software (OBS Studio)*. Todo grupo formado durante o curso foi gravado individualmente por meio de um dos aparelhos supracitados. Cada dispositivo foi posicionado estrategicamente, pensando em captar as discussões dos participantes de cada grupo específico.

Todos os integrantes da pesquisa permitiram que as sessões do curso de extensão universitária fossem gravadas e transcritas⁵⁷. Além disso, autorizaram a divulgação de seus

⁵⁶ *WhatsApp* é um aplicativo de mensagens de texto, chamadas de vídeo e voz.

⁵⁷ O modelo de carta de consentimento assinada por todos os participantes pode ser consultado no Apêndice C.

nomes e a utilização das imagens e dos vídeos produzidos, bem como das discussões e interações realizadas durante o curso.

Cada grupo foi gravado separadamente e sem interrupções. Porém, ocorreu uma complicação técnica no quinto módulo, em função de um dos auxiliares de gravação ter tropeçado na extensão que ligava uma das câmeras, ocasionando a perda total do registro feito até o momento do incidente. Fora isso, todas as filmagens foram transcritas integralmente, considerando que, de acordo com Maria Bicudo (1994), na pesquisa com abordagem fenomenológica, a investigação do fenômeno se dá a partir de volta-se para o que se mostra, não ocorrendo no primeiro olhar, mas sim nas diversas tentativas de compreender o que está sendo interrogado pela pergunta de pesquisa.

Sendo assim, para buscar compreender a *produção matemática* dos participantes do curso, foi necessária a transcrição integral das interações dos envolvidos antes do início da análise. Além das falas, foram descritos os movimentos de dobra, alguns dos gestos dos estudantes e os momentos de empolgação e frustração. Serão considerados também os quatro vídeos produzidos pelos participantes para a discussão das categorias abertas.

O primeiro passo para observar rigorosamente os dados, seguindo as instruções de Martins, Boemer e Ferraz (1990), foi a leitura e releitura atenta dos arquivos transcritos. De acordo com Fini (1994), durante o processo de leitura, algumas expressões significativas dos participantes devem ser destacadas, procurando constantemente esclarecer a pergunta diretriz. Assim, respeitando os preceitos da análise com abordagem fenomenológica, na busca por respostas à pergunta que orienta o trabalho, algumas falas foram definidas como Unidades de Significado (U.S).

As U.S. foram identificadas levando em conta o encontro e a fala significativa do participante. Por exemplo, a identificação “E2_N9” corresponde a uma das falas escolhidas como significativas na expressão da Natalia e o código “E2” indica que o enunciado foi extraído da transcrição do segundo encontro; a abreviação “N9”, por sua vez, refere-se ao fato de se tratar da nona fala destacada na expressão da estudante. Os códigos das falas foram definidos por meio das iniciais dos nomes ou sobrenomes dos participantes: Carol (C), Diego (D), Fabrício (F), Hercules (H), Laís E. (E), Laís R. (R), Natalia (N), Yves (Y) e pesquisadora (P).

Após a identificação e organização das Unidades de Significado, as falas significativas foram explicadas pela pesquisadora, visando a esclarecer o contexto e o sentido do que foi comunicado pelos participantes. Por último, foram constituídas as ideias nucleares, isto é, as ideias centrais de cada uma dessas expressões definidas como Unidades de Significado. Esse

processo é chamado de análise ideográfica e a sua produção com detalhes pode ser consultada no Apêndice D. Como exemplo dele, segue um recorte no Quadro 4.

Quadro 4 - Recorte da análise ideográfica

Ident.	Unidades de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E1_Y3	P.: Pega a parte fechada e então leva lá no meio. Y.: Ou seja, vai formar esse triângulo aqui.	O participante está atribuindo linguagem matemática ao que foi expresso pela pesquisadora. Ele busca outras formas de dizer a mesma coisa.	Atribuir linguagem matemática.
E2_R23	Por isso a reflexão da reta também não deu, porque a gente precisa da reta para poder refletir. Mas aí, como que a gente faz a reta da reflexão?	A estudante está justificando que a ferramenta do <i>GeoGebra</i> “reflexão, em relação a uma reta” não estava sendo utilizada de forma correta, pois a dupla ainda não possuía o eixo de reflexão.	Justificar resultado inesperado.
E3_N1	N.: Olha que legal que ficou, aqui é o mesmo tamanho que aqui [referindo-se às dobras]. É um jeito de construir um triângulo. Y.: Isósceles. N.: não é? Um jeito muito legal de construir.	A participante está observando que as duas dobras feitas são congruentes e favorecem a construção de triângulos isósceles.	Observar congruência entre dobras.
E4_D2	C.: Tem que ser no papel, não pode ser digitado? D.: Pode. Mas acho que, andando assim [movimentando as mãos], acho que ficaria mais bonito do que colocar um texto assim ‘tum’ [onomatopeia de aparecimento repentino]. <i>Times New Roman</i> ‘tum’.	Os participantes discutem que o vídeo ficaria “mais bonito” caso os textos fossem escritos no papel e não digitados em fonte <i>Times New Roman</i> .	Discutir elementos estéticos do vídeo.
E5_H5	É, para a próxima aula, o principal é montar e mostrar que é um equilátero. Vamos tentar fazer.	O estudante está elencando as atividades principais e pensando em um plano estratégico.	Elencar as principais atividades para planejar a produção.
E6_E3	E.: Eu não sei cortar direito, dá muito trabalho. Você tem que cortar para acelerar, mas eu não queria jogar fora. Y.: Tem coisa que é difícil mesmo [de dobrar e demonstrar], que é bom você deixar porque senão fica parecendo que a pessoa dobrou e foi. E na verdade é super difícil. E.: É tipo isso, agora a gente vai dobrar as bissetrizes e fazer a	A participante está destacando que considera importante não descartar pedaços dos vídeos gravados, pois, desta forma, o espectador assiste ao processo completo, seja ele complexo ou simples.	Argumentar sobre a importância de explicitar o processo completo de construção de um origami ou de uma demonstração.

	mesma coisa nas outras três. Se eu escuto isso em vídeo, eu já falo assim: ‘esquece’. Aí eu preferi deixar assim, pelo menos a pessoa vê tudo que aconteceu. Só acelera a velocidade.		
--	---	--	--

Fonte: Elaborado pela autora.

No quadro acima, apresento a terceira fala significativa de Yves, ocorrida no primeiro encontro, bem como a explicação do que é expresso pelo participante e a ideia nuclear da Unidade de Significado. O mesmo é realizado com as todas as outras falas. A partir da definição das ideias nucleares, inicia-se a análise nomotética, que, partindo da análise ideográfica, consiste, segundo Machado (1994, p. 42), na ação do “pesquisador [de] busca[r], então, determinar quais aspectos das estruturas individuais manifestam uma verdade geral”. Estabelecendo convergências entre as ideias nucleares, surgem as categorias abertas, que permitem dizer dos modos gerais do fenômeno investigado. Dessa forma, as ideias centrais presentes na análise ideográfica foram lidas e reorganizadas, de modo a evidenciar suas semelhanças e, a partir disso, três categorias de convergência puderam ser constituídas, como mostrado no Quadro 5. A análise nomotética detalhada encontra-se no Apêndice E.

Quadro 5 – Recorte da análise nomotética

Ident.	Ideia nuclear	Convergência
E1_R6	Observar e identificar formas geométricas.	Provas Matemáticas
E2_R31	Generalizar termos de uma sequência; estipular expressão que reja os termos de uma sequência.	
E3_F1	Buscar compreender erros.	
E3_Y13	Concluir que estratégia escolhida não é eficiente para a solução do problema.	
E4_Y8	Sugerir verificação por meio de medida de segmentos.	
E4_N16	Verificar, por meio da sobreposição do papel dobrado na tela do computador com construção no <i>GeoGebra</i> .	
E4_H20	Questionar e interpretar os resultados obtidos.	
E5_R5	Argumentar que a prova possibilita o convencimento, mas não é uma demonstração matemática.	
E6_Y1	Criticar uma demonstração apresentada em um livro e reelaborá-la.	
E6_H1	Destacar uma troca de termo por conta da falta de rigor matemático apresentado na prova.	
E1_R4	Discutir e criticar as setas utilizadas para representar os passos da construção de um origami.	Pensar-com-dobras-no-papel
E2_R1	Justificar a construção, recorrendo à dobradura.	
E2_H3	Apresentar estratégias para solução, recorrendo à dobra.	
E2_C1	Experimentar possibilidades de dobras.	
E2_R19	Observar que a construção não é similar ao que foi dobrado.	
E2_R22	Buscar compreender os fundamentos matemáticos que geram a dobra.	

E3_Y9	Elaborar estratégias para a construção de um origami.	
E4_N7	Investigar formas de representar as dobras no <i>GeoGebra</i> .	
E4_Y10	Relacionar dobradura à simetria de reflexão.	
E5_R3	Justificar que, por meio da dobra feita, é possível observar sobreposição de segmentos.	
E1_E3	Defender que o vídeo permite visualizar todo o movimento de dobra.	Produção de vídeos
E4_N2	Elencar prioridades para a produção do vídeo; Sugerir planos alternativos em caso de problemas.	
E4_N15	Buscar soluções para que o conteúdo apresentado no vídeo não seja incoerente.	
E4_N18	Discutir a escolha da cor do papel utilizado no vídeo.	
E4_N20	Enfatizar que é necessário compreender a demonstração antes de gravar o vídeo.	
E4_H23	Elaborar roteiro do vídeo.	
E5_D4	Pensar em como expor textos na tela do vídeo.	
E6_D1	Pensar em estratégias para filmar, articulando diversos recursos.	
E6_R1	Lidar com imprevistos.	
E6_F2	Escolher tema do vídeo com base em um problema de interesse da dupla.	

Fonte: Elaborado pela autora.

Ainda segundo Fini (1994), as convergências dão origem às categorias abertas. Em geral, na análise com abordagem fenomenológica, tais convergências revelam uma perspectiva do fenômeno, neste caso a *produção matemática*, e a discussão das referidas categorias possibilita ao pesquisador apresentar respostas para o interrogado. Por essa razão, na próxima seção, serão discutidas as categorias abertas, em que busco articular as experiências vividas, as produções de vídeos e as referências teóricas para discorrer sobre o que foi produzido pelos estudantes durante o curso de extensão.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesta seção, são analisadas as três categorias abertas, a saber, “Provas matemáticas”, “Pensar-com-dobras-no-papel” e “Produção de vídeos”, surgidas das convergências de ideias nucleares no movimento de análise com abordagem fenomenológica, cuja discussão tem a intenção de apresentar respostas para a interrogação: *o que se mostra acerca da produção matemática quando são propostas atividades envolvendo origami e produção de vídeos em um curso de extensão universitária?*

5.1 PROVAS MATEMÁTICAS

As ideias que compõem a categoria “Provas matemáticas” dizem respeito à atitude de argumentação, ao desenvolvimento de demonstrações, à discussão acerca das estratégias escolhidas para resolver problemas, aos métodos utilizados para verificar e provar a veracidade de informações e às distintas maneiras de defender uma proposição.

Regularmente, os participantes do curso analisavam as formas geométricas criadas ao dobrar o papel, procuravam maneiras de integrar o conteúdo às suas práticas em sala de aula, bem como tentavam observar alguns padrões e elementos matemáticos nos origamis dobrados. Por exemplo, após dobrar a *pajarita*, Laís R. e Hercules se perguntaram quantos triângulos havia na figura e o que poderiam fazer com o objeto em uma aula de Matemática. Esse olhar para o origami, buscando identificar aspectos matemáticos, motivou discussões sobre formas geométricas, simetria e combinação, como explicita o trecho:

Laís R.: Ah! E tem outra aqui, olha. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete e oito [contando o número de lados da figura]. Um octógono regular, tanto dentro quanto fora.

Hercules: E quando você faz aqui [estrela] também dá [um octógono], olha.

Laís R.: O octógono?

Hercules: Não, dão seis. Dá um hexágono.

Laís R.: Dá um hexágono?

Hercules: Olha, um, dois, três...

Laís R.: Não, são oito.

Hercules: ...Quatro, cinco, seis, sete, oito. É oito mesmo. Então sempre vai dar octógono.

Laís R.: Sempre, são oito peças, não é? [E1_R7].

Os estudantes do curso se atentaram às formas geométricas geradas pela dobradura da *shuriken* de oito pontas e, por se tratar de um origami dinâmico⁵⁸, observaram os diferentes polígonos convexos formados ao manipularem a estrela, como ilustra a Figura 31. Laís R. e Hercules contaram os lados e perceberam que os polígonos gerados seriam sempre octógonos, pois, para a construção do origami, foram utilizados oito pedaços de papel, raciocínio este também utilizado na contagem das pontas da estrela. Entretanto, eles notaram que nem todas as figuras apresentavam oito pontas, como o segundo e o terceiro casos ilustrados na Figura 31. A dupla iniciou uma discussão para pensar o que ocorreu em relação às pontas, a qual foi interrompida pelos colegas que solicitaram ajuda para finalizar a construção do origami.

⁵⁸ Os origamis dinâmicos são aqueles que permitem a manipulação, alterando sua forma inicial.

Figura 31 – Octógonos na shuriken



Fonte: Elaborada pela autora.

No entanto, nem todas as afirmações foram garantidas apenas por meio da observação dos objetos dobrados e dos vincos no papel. Para verificar o Teorema de Haga, por exemplo, foi sugerido que os estudantes dobrassem as partes do segmento umas sobre as outras, possibilitando visualizar se o lado do quadrado havia sido dividido em três partes iguais. Entretanto, mesmo sobrepondo os segmentos quase perfeitamente, os participantes não puderam afirmar com certeza se a sequência de passos realmente demarcava o segmento em partes iguais. Houve certa desconfiança, pois a dobradura de alguns deles não ajustou os três segmentos de maneira precisa.

Yves: Tem que suspeitar [E2_Y2].

Laís R.: Eu já tentaria fazer matematicamente. Tentado encontrar uma figura [E2_A4].

Yves enfatizou que só a sobreposição não garante a congruência dos segmentos e que a turma deveria “suspeitar” da afirmação expressa pela tese do teorema. Laís R. também desconfiou e sugeriu “fazer matematicamente”, ou seja, fazer a verificação recorrendo a certezas e analisando as figuras geradas pelas dobras, podendo utilizar como argumentos os axiomas de Huzita-Hatori e os conhecimentos de Geometria. Nesse caso, como a sobreposição dos segmentos não foi suficiente para garantir que o papel tivesse sido dividido em três partes iguais, os estudantes buscaram formas para provar o teorema, tal como destaca Mazzi (2018) quando afirma que as provas são artefatos utilizados na busca da verdade, podendo ser por meio de uma testemunha, de um dado científico, de um documento, de uma demonstração, entre outros.

A demonstração por meio de argumentos matemáticos foi a forma utilizada para provar o Teorema de Haga, pois foi proposta pela pesquisadora ao apresentar o problema. Porém, na produção dos vídeos, os estudantes se valeram de termos distintos para explicitar a maneira como haviam pensado, para defender suas ideias. Eles mencionavam palavras e expressões como “prova”, “demonstração”, “prova visual”, “meio que uma prova”, “mostrar” e “mostrar matematicamente”. Por exemplo:

Laís R.: Sabe o que eu pensei aqui. Olha aqui para ver se dá uma luz. Sabe quando a gente pega um triângulo corta e depois encaixa os ângulos...

Hercules: Mas aí você está mostrando e não demonstrando [E4_H18].

Laís R. estava apresentando uma ideia para tentar demonstrar que os triângulos formados pela dobradura do tetraedro eram equiláteros. A proposta era comparar e alinhar três ângulos gerados pelas dobras para formar um ângulo de 180° , o que possibilitaria concluir que a soma dos ângulos é, de fato, 180° , e, como eles são congruentes, cada um mede 60° , característica de um triângulo equilátero. Porém, Hercules argumentou que este método não “demonstra”, mas “mostra” que os ângulos são iguais a 60° , e que essas duas coisas são diferentes.

Também foi recorrente no curso a questão da “prova visual”:

Fabício: Está muito poluído, mas acho que você vai entender. É um negócio, meio que uma prova. É meio que uma prova. Só que visual, não é? [E4_F8].

Da mesma forma:

Diego: Então, se a gente recortar, dá para mostrar que isso forma o quadrado.

Carol: É visual. Mas a gente vai precisar assistir um vídeo para aprender a explicar. Não sei se ficou bom [E4_C2].

Diego e Carol mencionaram que a prova em questão tinha característica “visual”, isto é, que recorria à observação das figuras, levando em conta, nesse caso, as áreas dos quadrados sendo sobrepostas. Um exemplo acerca da prova visual (HANNA, 2000) foi abordado no vídeo “Tetraedro: que bicho é esse”.

Hercules: Você sabe que se você pegar e juntar esse vértice com esse vértice, isso comprova que ele é lado, lado. Aí, se esses três lados são congruentes, ele tem três lados congruentes, então a gente só tem que provar que esses três lados são iguais. Se eu conseguir provar que esse tem a mesma medida que esse, dobrando aqui, eu posso fazer assim, olha, só dobrando [E5_H6].

Laís R.: Sobreposição.

Hercules: Sobreposição. Então, olha, quando eu sobreponho aqui, eu consigo provar sobrepondo, que esse lado é igual a esse, e, quando eu sobreponho aqui, esse é igual a esse. Então, aqui, já me garantiu que esses dois são iguais e esse daqui é comum. Pronto, já garanti [E5_R3].

Laís R.: Eu acho que a gente podia fazer igual aula passada, a gente chega que ele é isósceles [E5_R4].

Hercules: Mas dá para fazer assim, olha, quando a gente dobra aqui, esse tem a mesma medida que esse e essa aqui também.

Laís R.: Mas esse a gente não sabe nada.

Hercules: Mas eu posso sobrepor esse lado a esse também se eu quiser.

Laís R.: Você tem aquela demonstração que a gente fez?

Hercules: Devo ter. Olha aqui. Está vendo? Se eu sobrepor esse lado a esse, eu estou dizendo que esse é igual a esse.

Laís R.: Aí sim, esse ok.

Hercules: E se eu fizer esse aqui também, eu estou falando que esse é igual a esse. Logo, todos os lados são iguais [E5_H7].

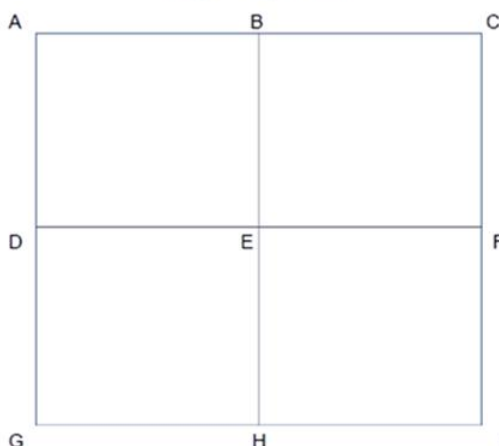
Laís R.: Mas não é matematicamente, não é? É origamicamente. [risos] [E5_R5].

Em função do tempo, os estudantes não puderam rever e relembrar os passos pensados no encontro anterior e, então, trocaram “demonstrar” por “mostrar”, tal como apresentado nos recortes do vídeo, exemplificados na Figura 32. Na primeira tentativa, os participantes recorreram às dobras feitas na construção do tetraedro e concluíram que os triângulos formados eram equiláteros, por meio dos ângulos alternos, internos e opostos pelo vértice, e pela propriedade de triângulos isósceles. Já na segunda tentativa, a dupla se valeu da sobreposição dos lados dos triângulos, por meio de dobras auxiliares que não eram fundamentais para a construção do tetraedro. Nesse caso, observando as dobras sendo sobrepostas por vincos criados propositalmente, os estudantes utilizaram as marcas auxiliares,

construídas justamente para visualizar a congruência entre os segmentos, o que também poderia ser verificado medindo os lados do triângulo.

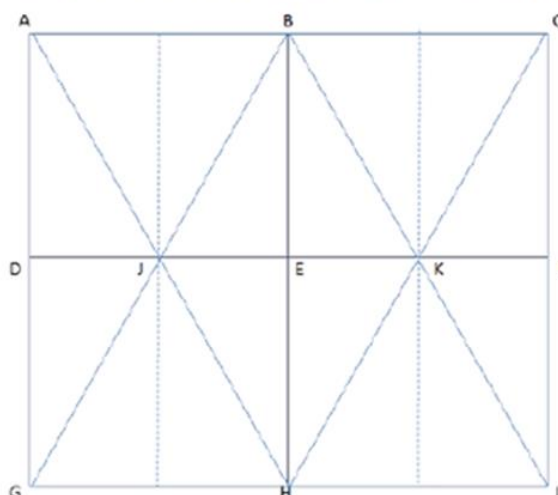
Figura 32 – Recorte do vídeo “Tetraedro que bicho é esse?” sobre a construção dos triângulos equiláteros

Mostrando, com origami, que as faces de uma pirâmide tetraédrica regular são triângulos equiláteros



Ao dobrarmos a folha em BH, fazemos coincidirmos os pontos A com C e G com I. Assim temos que os segmentos AB, BC, DE, EF, GH e HI são congruentes.

Da mesma forma, coincidindo os pontos A com G e C com I, temos que: Os segmentos AD, DG, BE, EH, CF e FI também são congruentes.



Ao dobrarmos a folha, fazendo coincidirmos os pontos D com E e F com E obtemos os pontos J e K, que nos permite observar que os segmentos DJ, EJ, EK e FK são congruentes e, por consequência os segmentos AJ, HJ, BJ, GJ, BK, IK, CK e HK também os são.

Ao dobrarmos BG, fazemos coincidir os pontos A com K. Assim os segmentos AB e BK são congruentes e AJ e KJ também os são.

Ao dobrarmos BI, fazemos coincidir os pontos C com J. Assim os segmentos BC e BJ são congruentes e CK e KJ também os são. Logo, se AB é congruente a BC e BC é congruente a BJ, então AB também é congruente a BJ que, por sua vez é congruente a AJ.

Então o triângulo ABJ é equilátero, pois:

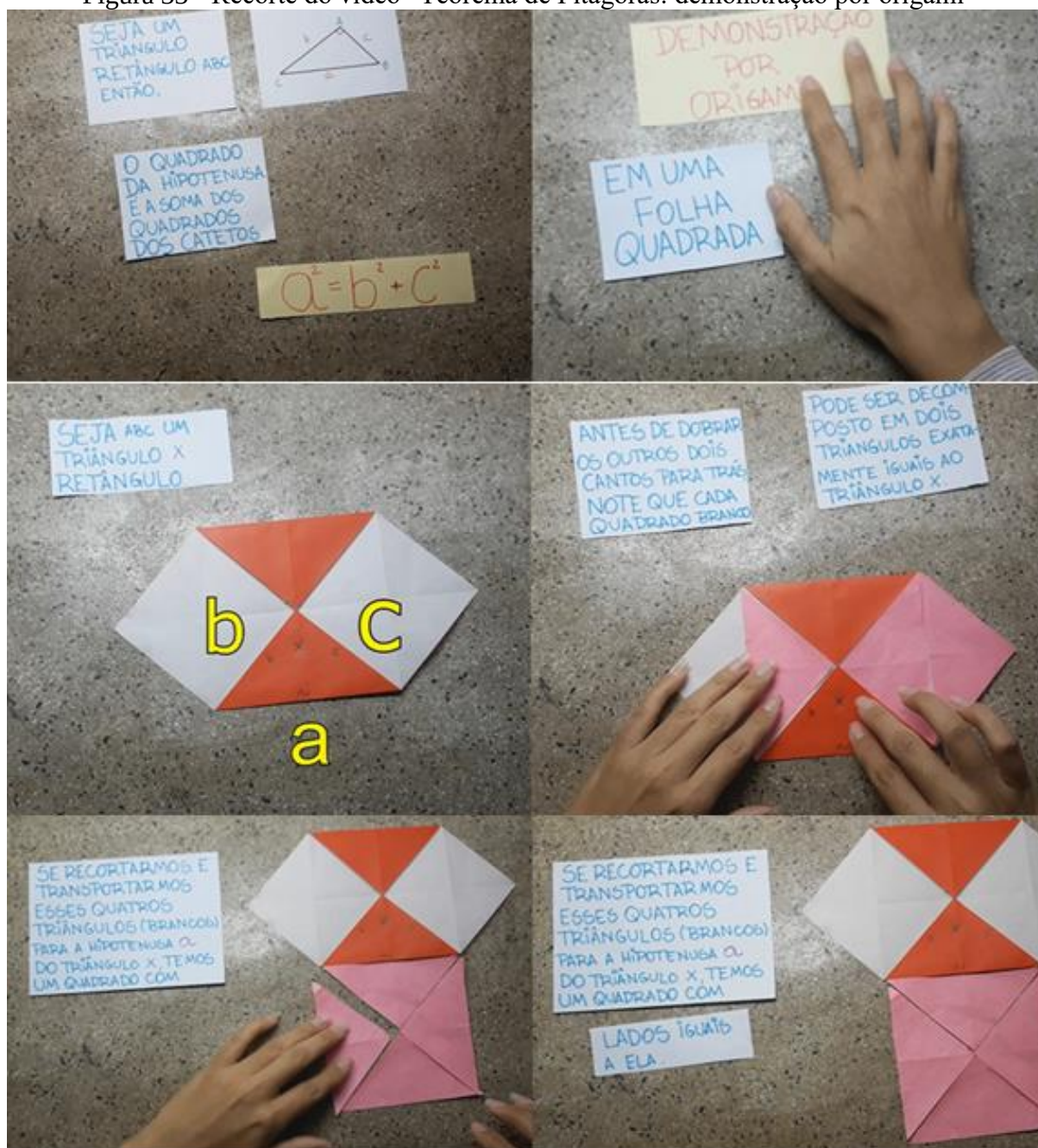
$$AB \equiv BJ \equiv AJ$$

Com o mesmo raciocínio podemos mostrar que os demais triângulos também são Equiláteros

Fonte: Elaborada pela autora.

Por sua vez, no vídeo “Teorema de Pitágoras: demonstração por origami”, Carol e Diego escolheram o termo “demonstração” para caracterizar a prova realizada, como mostra a segunda imagem da Figura 33.

Figura 33 - Recorte do vídeo “Teorema de Pitágoras: demonstração por origami”



Fonte: Elaborada pela autora.

Para isso, os estudantes enunciaram o Teorema de Pitágoras: “Seja um triângulo retângulo ABC, então, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos”, e apresentaram sua “demonstração” por origami. Ainda que, no vídeo, a dupla utilize o termo

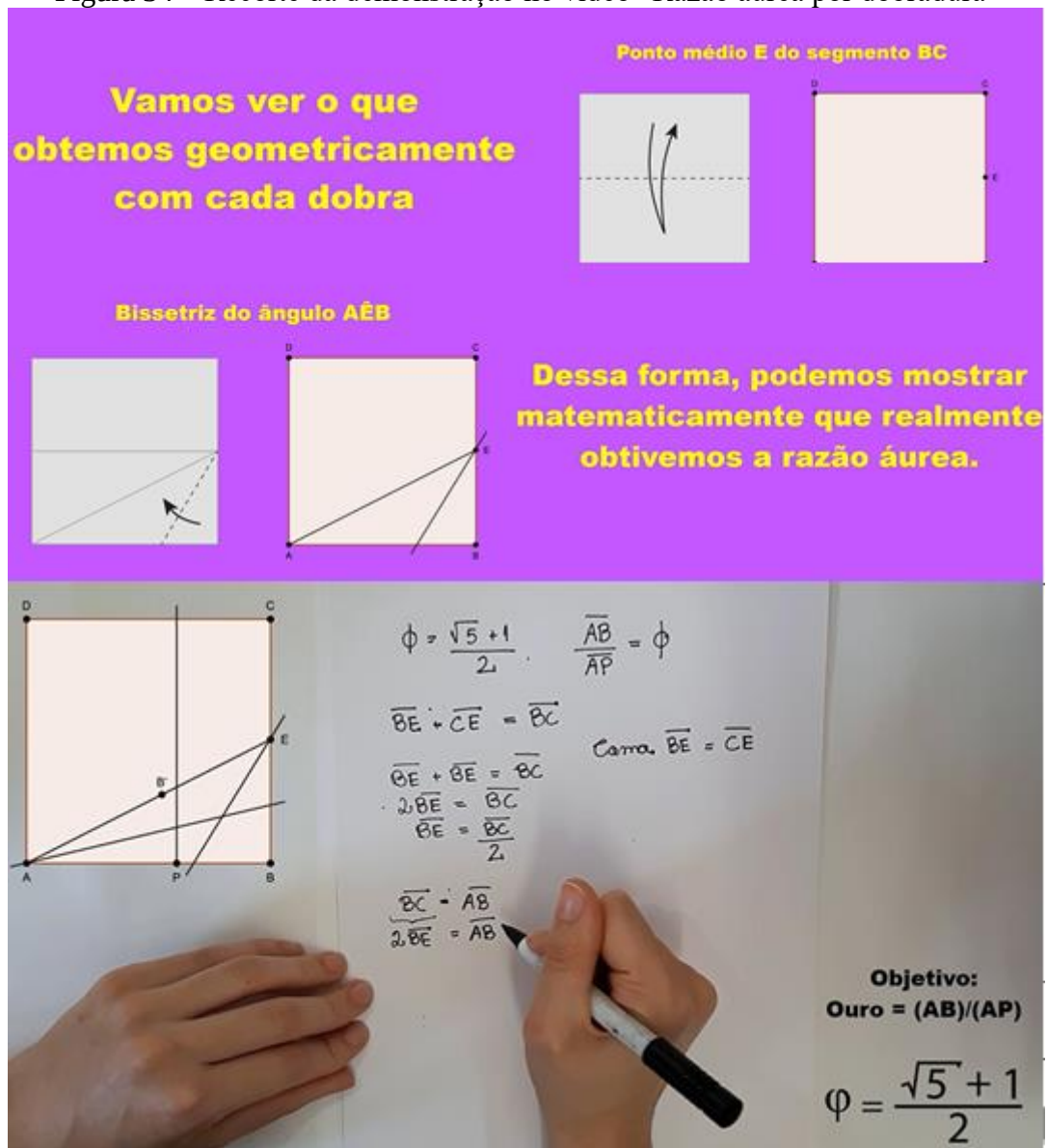
“demonstração” do Teorema de Pitágoras, eles demonstram um caso específico, em que os triângulos retângulos são também isósceles, e cuja prova é válida somente quando o cateto ‘b’ é igual ao cateto ‘c’.

Já no vídeo “Razão áurea com dobradura”, os participantes destacam, após relacionar as dobras à Geometria, que podem “mostrar matematicamente” a obtenção da razão áurea a partir dos passos apresentados, e, durante a resolução do problema, utilizam a palavra “demonstração” para designar a maneira como estão provando-a. Na produção da dupla, é possível perceber que eles usam a estrutura e a linguagem comuns a uma demonstração, tal como no trecho destacado a seguir:

Natalia: Como ABCD é um quadrado, sabemos que o lado BC é igual ao lado AB. Anteriormente, nós descobrimos que o lado BC equivale a dois BE, então, agora, vamos utilizar isso e fazer uma substituição. Se BC é igual a AB, dois BE também vai ser igual a AB e, portanto, BE vai ser igual a AB sobre dois (transcrição do áudio do vídeo “Razão áurea por dobradura”).

De acordo com Irineu Bicudo (2002), demonstrar uma proposição envolve argumentar, buscando defender sua validade a partir de outras proposições já demonstradas. Natalia e Yves apresentaram a interpretação matemática das dobras, isto é, as hipóteses do problema, e, a partir delas, deduziram proposições até chegar à tese, ao objetivo, ou seja, ao número de ouro, como mostra a Figura 34.

Figura 34 – Recorte da demonstração no vídeo “Razão áurea por dobradura”



Fonte: Elaborada pela autora.

Eventualmente, mesmo depois de fazer uma prova, os alunos não se davam por convencidos ou sentiam a necessidade de buscar outras formas para comunicar suas ideias na mídia vídeo.

Natalia: *GeoGebra* poderia ser, até mesmo depois da demonstração, que é para confirmar. Porque a gente vai falar assim, essa medida, dividida por essa medida, como é que é medida aqui [no *GeoGebra*]? Tem uma ferramenta de medida, mas eu não lembro mais. Mas é uma opção aqui. “Distância”.

Yves: “Relação”? Não sei.

Natalia: “Relação” também dá para fazer isso. Mas vamos em distância. Essa distância, dividido por essa, é igual a que a gente propôs. Pode ser depois da demonstração ou pode ser enquanto a gente monta. Depois da demonstração, para a gente falar que é verdade, e, antes da demonstração, para ensinar como faz no *GeoGebra*. Temos essas duas opções [E4_N12].

Nesse excerto, Natalia afirmou que pretendia inserir, além da demonstração, uma construção no *GeoGebra* para confirmar o que estavam demonstrando, ou seja, ela tinha a intenção de produzir uma imagem que possibilitasse a realização de uma prova visual (HANNA, 2000). Em função da mídia vídeo, os estudantes pensaram em alternativas à forma usual de provar em Matemática, isto é, por meio de uma demonstração que, de acordo com Dias Filho (2020, p. 78), mesmo não sendo a única maneira para defender uma ideia, “é reconhecida como método principal de obtenção de verdades matemáticas”.

A dupla buscou explorar outros papéis da demonstração, assim como propôs De Villiers (2001), recorrendo a ela como sistematização e convencimento. Mas será que a demonstração somente com linguagem matemática não era suficiente para validar a proposição? Por que os estudantes pensaram em integrar outras formas de provar? Até que ponto uma demonstração matemática possibilita o convencimento? Quem ela convence?

Ao mesmo tempo que os integrantes da pesquisa necessitavam de argumentos matemáticos para defender e provar uma ideia, eles também precisavam verificá-la. A verificação, neste contexto, ocorreu utilizando régua, calculadora, *GeoGebra*, sobreposição de dobras e outros métodos que os permitissem confirmar a veracidade das informações em casos específicos.

Natalia: AB sobre AP é igual à razão áurea.

Yves: Quer testar para ver se deu certo? Aqui deu. 9,35 [medindo com a régua] [E4_Y8].

Natalia: É essa a razão áurea? [mostrando um número na tela da calculadora].

Yves: É 1,60, mais ou menos. É 1,618.

Natalia: Coloquei potência para ver o que dava.

Yves: [risos].

Natalia: Mas no *GeoGebra* deve dar certinho. Vamos fazer no *GeoGebra*? [E4_N6]. [...]

Natalia: [depois de construir no *GeoGebra*, Natalia olhou várias vezes, buscando comparar o papel dobrado com a construção feita na tela do computador] Olha, é 15 hein? [tentando sobrepor o papel à construção feita no *GeoGebra*]. Ah! Deu certo! Nunca mais, hein? [E4_N16].

Natalia e Yves, como destacado no trecho supracitado, tentaram utilizar a régua para medir o comprimento dos segmentos e a calculadora para realizar a divisão, buscando descobrir o número de ouro a partir da razão entre as medidas encontradas no papel. Mais adiante, a dupla construiu no *GeoGebra* uma figura similar à dobrada e tentou sobrepor o papel à tela do computador, de modo a verificar se os segmentos estavam coerentes, tanto em relação aos criados na tela do *software* quanto aos dobrados no papel. Eles compararam as

duas construções e se certificaram de que elas eram similares, como é dado a ver na Figura 35.

Figura 35 – Posicionando papel dobrado sobre a tela do computador



Fonte: Elaborada pela autora.

Outra situação que motivou os participantes a pensarem em distintas formas de realizar uma prova foi o problema apresentado pelo Yves sobre como construir um quadrado com a metade da área de um quadrado dado. O problema surgiu, pois o estudante pretendia confeccionar sólidos com volumes semelhantes na razão dois para um⁵⁹. Ele conta:

Yves: E aí, para a figura semelhante, em vez da medida aqui, por exemplo, você pega um desse [um quadrado formado pelas duas dobras de mediatrizes de um quadrado dado], você tira a metade aqui e você tem $\frac{1}{4}$ da área. Aí, ela queria metade da área. Como é que ela faz, com dobradura, metade da área do quadrado? Você já sabe isso? [E3_Y1].

Pesquisadora: A diagonal do quadrado tem que ser esse lado aí?

Yves: Exatamente.

Laís R.: Como?

⁵⁹ Vale destacar que a construção de sólidos por meio de papéis com área na razão dois para um não resulta em sólidos com volumes na mesma razão, assim como dividir um segmento do lado do quadrado em dois não torna a área do mesmo duas vezes menor, e, sim, quatro vezes.

Yves: Mas eu descobri isso, fazendo conta. Eu peguei assim, olha [dobrando diagonal do quadrado]. Bom, enfim, eu já não lembro como que eu fiz para descobrir...

Laís R.: Mas você quer transformar em outro quadrado?

Yves: É. Deixa eu achar a folha que eu fiz o rascunho.

Laís R.: Ele quer fazer outro quadrado com área metade.

Yves: Enfim, é. Eu só sei que, assim, eu peguei isso aqui e fiz assim, olha. Eu medi e tem 15 [cm], não é? Aliás, eu peguei sulfite. Da sulfite, eu sei que tem 21 aqui [medida do lado menor de uma folha A4]. Aí, eu falei assim: “ah, eu vou elevar 21 ao quadrado e dá...”, quanto que dá? Não lembro quanto que dá.

Fabrício: 21 ao quadrado? 441.

Yves: 441, obrigado. Aí, como é metade da área, eu tenho que dividir isso aqui por dois, aí dá 200 e 20 e pouco, isso 220,5. Eu preciso tirar a raiz quadrada para saber o lado do meu quadrado. Eu tirei a raiz quadrada, que dá 14,9492 se não me engano. Se eu pegar um quadrado maior aqui, vai manter a proporção. Então deve ter alguma proporção desse daqui com esse [o lado do quadrado menor com o maior]. E aí, eu dividi 21 por isso [14,9492] e deu 1,412 ‘tananam’ [onomatopeia de continuidade], não lembro o resto. Mas eu sei de cor que é raiz de dois. Aí eu: ‘nossa que louco!’ Eu peguei e falei: o 21 deu raiz de 2 vezes 14,84 e aí esse daqui é o que multiplica o lado do quadrado quando você tem a diagonal. Se você tem um quadrado de [lado] ‘a’, aqui vai ser ‘a’ raiz de dois, então, isso daqui é o ‘a’ raiz de dois. Então, se você tiver... agora tem que ver se aqui da raiz de dois. Quando você pega um quadrado de lado ‘a’ e eleva ao quadrado, você tem ‘a’ ao quadrado, ok, essa é a área. Agora se você pega um quadrado de lado ‘a’ raiz de dois, vai ser ‘a’ raiz de dois ao quadrado a área dele, isso daqui dá ‘a’ ao quadrado, raiz de dois ao quadrado que dá 2...

Laís R. e Natalia: $2a^2$.

Yves: $2a^2$, que é o dobro desse. Aí eu fiquei: “gente que louco”, ou seja, a gente precisa pegar a diagonal e, para esse daqui ser o dobro desse, aliás se esse daqui for, considera que esse é o ‘a’ raiz de dois, e para esse daqui ser o ‘a’, você coincide aqui na diagonal, aí pega aqui [E3_Y2].

Para o desenvolvimento do problema, Yves calculou a área do quadrado dado, dividiu-a por dois e extraiu a raiz quadrada, de modo a obter o valor do lado do quadrado almejado. Com as medidas dos lados dos dois quadrados, ele buscou relacioná-las, visando a encontrar uma razão entre elas, e chegou ao número $\sqrt{2}$. Tentando compreender o significado do número obtido, ele percebeu que a razão entre os lados dos quadrados deveria ser $1:\sqrt{2}$, e que isto era o mesmo que encontrar um quadrado cuja medida da diagonal fosse igual à do lado do quadrado dado. Esse excerto elucida a produção matemática de Yves ao tentar resolver o problema, pois é possível perceber o movimento de estruturar o pensamento e “toda vez que uma pessoa consegue organizar e reorganizar seus conhecimentos matemáticos ela passa por um momento de produção matemática, no qual emergem experiências que justificam o seu estar no mundo e caracterizam o como fazer e o saber fazer de cada um” (SANTOS, 2006, p. 17). No entanto, era preciso pensar também em como dobrar.

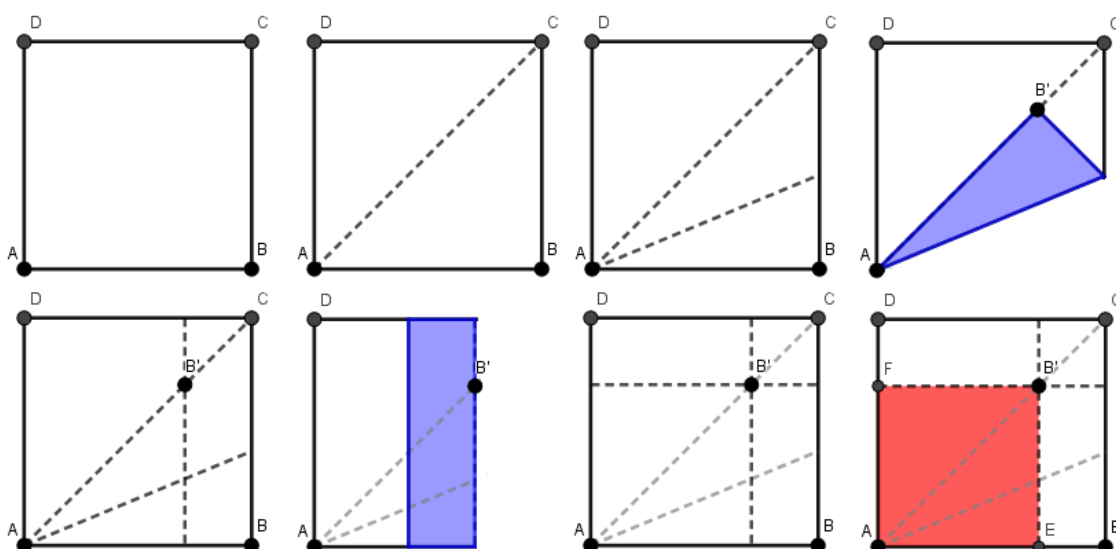
Laís R.: Eu entendi as contas, mas eu não sei dobrar [E3_R1].

Yves: Então, a diagonal está aqui. Essa aqui. Aqui mede, é, esse lado raiz de dois. Só que, assim, a gente tá [sic] pegando o grande e transformando no pequeno, que vai ser o ‘a’ aqui. Então, beleza, eu tenho o ‘a’ raiz de dois, e para a gente achar esse ‘a’, a gente vai ter que levar esse daqui para cá, assim [lado do quadrado maior sobre

a diagonal]. Esse lado tem que vir parar aqui. Então você faz assim, você coincide esse lado nessa diagonal porque, daí, essa daqui, esse ponto que parou aqui, vou marcar aqui. Porque daí essa diagonal vai ser a diagonal do quadrado, porque essa medida é 'a' raiz de dois, não é? Já que eu transferei pra cá, olha. O que está aqui, está aqui, é a mesma medida. Então, essa medida vai ser a diagonal do quadrado de lado 'a', porque daí você pega a diagonal e multiplica por $\sqrt{2}$. Então, essa daqui vai ser a diagonal desse daqui, essa diagonal que mede 'a' raiz de dois vai ser a diagonal desse quadrado que você quer achar aqui, olha [E3_Y3].

Para construir o quadrado somente com dobras, como exemplificado na Figura 36, Yves explicou que é necessário dobrar a diagonal do quadrado dado, cujo vinco é $\overline{AC}$. Depois, é preciso coincidir o lado do quadrado com a dobra diagonal criada, gerando o ponto B' , que delimita a diagonal do quadrado com a metade da área do quadrado dado, ou seja, se dobrarmos perpendiculares passando por B' , formaremos um quadrado com metade da área.

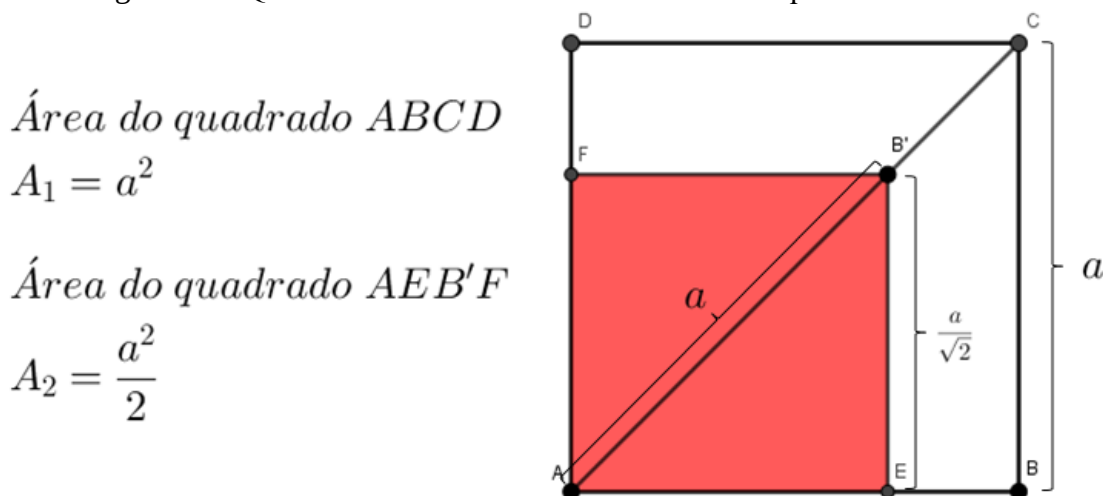
Figura 36 – Passos para construção de um quadrado com metade da área



Fonte: Elaborada pela autora.

De fato, com essa sequência de passos, obtém-se um quadrado com a metade da área do quadrado dado. Nota-se que, assim como destacado pelo estudante, se o quadrado tem lado 'a', sua área é a^2 . Então, o quadrado que buscamos construir deve ter área igual a $\frac{a^2}{2}$, ou seja, se extrairmos a raiz quadrada, seu lado será igual $\frac{a}{\sqrt{2}}$, e sua diagonal é justamente $\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = a$. Assim, para construir um quadrado com a metade da área de um quadrado dado, basta criar um outro que tenha como diagonal a mesma medida do lado do quadrado dado. Tal ação foi feita pelo Yves ao realizar a dobra que leva o lado do quadrado $ABCD$ para a diagonal $\overline{AC}$, com vistas a encontrar o ponto sobre a diagonal do quadrado dado que marque a diagonal do quadrado $AEB'F$, com metade da área, vide Figura 37.

Figura 37 – Quadrado AEB'F com metade da área do quadrado ABCD.



Fonte: Elaborada pela autora.

Após o raciocínio pautado em argumentos matemáticos, os estudantes quiseram verificar se a área do quadrado encontrado era, efetivamente, metade da área do quadrado original. Para tanto, além de medirem e compararem os lados dos quadrados, os participantes tentaram, considerando a Figura 37, cortar o polígono $EBCDFB'$ e sobrepor suas partes no quadrado $AEB'F$.

Yves: Aí, eu fiz com o papel assim e medi para ver se dá certo. Fiz essa conta aqui de volta. Esse daqui você tem 15, então tem que dar... se fizer o mesmo processo, tem que dar 10,6 se não me engano. E dá 10,6. Peguei a régua e medi assim. Deu certo! [empolgado]. [...]

Pesquisadora: sabe como você também poderia verificar? Sobrepondo essas partes que sobraram.

Yves: é, eu pensei isso [E3_Y5]. [...]

[Algum tempo depois, após terminar a atividade proposta, os estudantes começaram a pensar em como sobrepor as peças].

Yves: A hipotenusa é aqui, é fora. A hipotenusa fica para um lado.

Fabício: Aqui. Espera gente.

Yves: Só inverter assim.

Laís R.: Assim, olha. Está certo.

Yves: Mas é que está sobrando um. Eu acho que é a hipotenusa para fora porque assim, olha, isso aqui é para demonstrar, na verdade, a soma do quadrado ou o quadrado da soma, com Pitágoras [E3_Y10].

Fabício: Então, mas a hipotenusa para fora, ela é o 'c', 'h', e o quadrado do 'a' é...

Yves: Então, acho que é um negócio assim, olha. Não é? E aí, não? Não é alguma coisa assim?

Laís R.: Não, o que a Carol falou é as partes. Se esse aqui é metade do quadrado inicial, então você consegue sobrepor.

Yves: Então, tem que dar para sobrepor, mas o corte desse jeito vai fazer um negócio assim.

Laís R.: Mas eu acho que você cortou errado. A hipotenusa não dá, porque passa do lado [do quadrado].

Fabício: Mas foi o corte, o corte que está errado.

Fabício: Mas a ideia é essa. A hipotenusa...

Yves: Mas o lado é diferente da hipotenusa [E3_F1].

Laís R.: A hipotenusa é para fora. Mas então, o corte que está errado. É, olha, assim, exatamente.

Yves: Para fora? Tem que formar um quadrado aqui, olha. O esquema é que esse quadrado que forma aqui... a direção é a mesma, ponta, ponta, ponta. Não, esquece o quadrado, faz só os triângulos aqui. Então, só que isso daqui é b^2 , ou, aliás, isso aqui é c^2 . Aqui é 'b', então esse aqui é c^2 . Aí aqui vai ser... o 'a', a gente precisa achar esse aqui? [E3_R6].

Laís R.: É. É que o meu desafio lá, de madeira, é que você precisa montar um quadrado usando as cinco peças. E aí a solução é essa.

Yves: Mas então. Aqui é a ' a^2 ', aqui é 'a' vezes 'b', então esse retângulo, aliás, então, é um dois ab, então, 'a' é o quadrado da soma. Então, agora eu estou vendo Pitágoras. O Pitágoras... [E3_Y11].

Laís R.: Eu posso pegar? Estava certo aquele jeito [tentando montar o quadrado de metade da área sobre o quadrado que cortamos]. Pensa por Pitágoras. [...] Eu tenho um vídeo de Pitágoras que ele faz... hum, eu já vi na verdade. Deixa eu ver. [...]

Yves: Aqui, olha a ideia. Aí, o $a+b$ ao quadrado vai ser igual a... aqui, é $a+b$ ao quadrado porque a gente pegou o quadrado do mesmo tamanho.

Laís R.: Aqui, olha, assiste esse vídeo para ver se ajuda. Olha, são os quadrados do jeito que a gente tem [E3_R7].

Yves: Era isso que eu estava pensando. Ai fica a^2+ab , deixa eu pensar nessas medidas. Aqui, é 'a', aqui, é 'b', aí... [...]

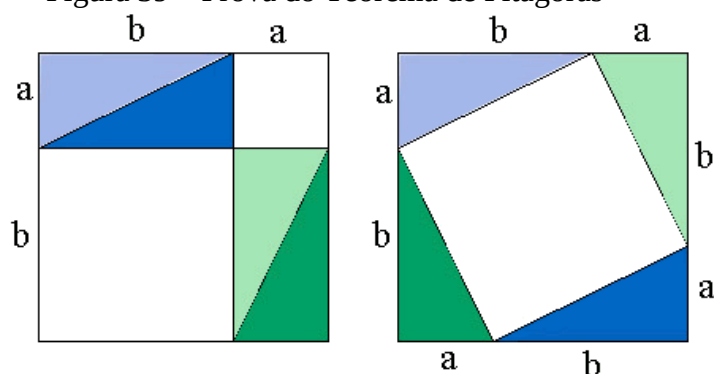
Figura 38 – Participantes tentando encaixar as peças para formar um quadrado



Fonte: Elaborada pela autora.

Os estudantes relacionaram o problema de encaixar as peças a uma das provas do Teorema de Pitágoras (Figura 39) e cortaram-nas, imaginando que as hipotenusas seriam o lado do quadrado. Porém, não conseguiram sobrepor os dois quadrados e, com isso, concluíram que o corte não era adequado.

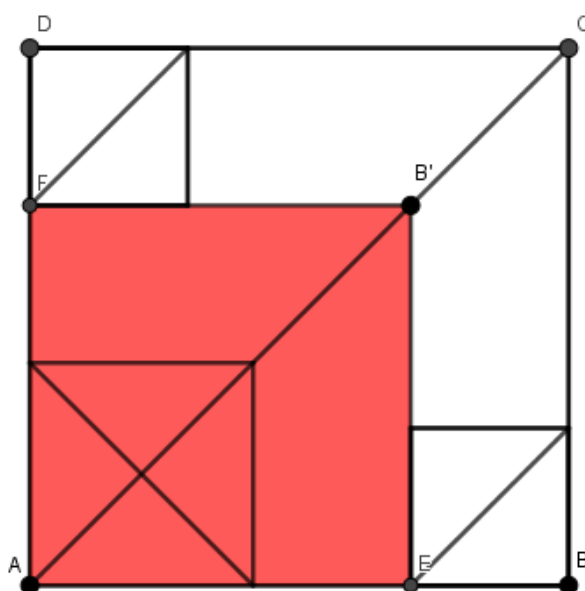
Figura 39 – Prova do Teorema de Pitágoras



Fonte: Luchetta (2005).

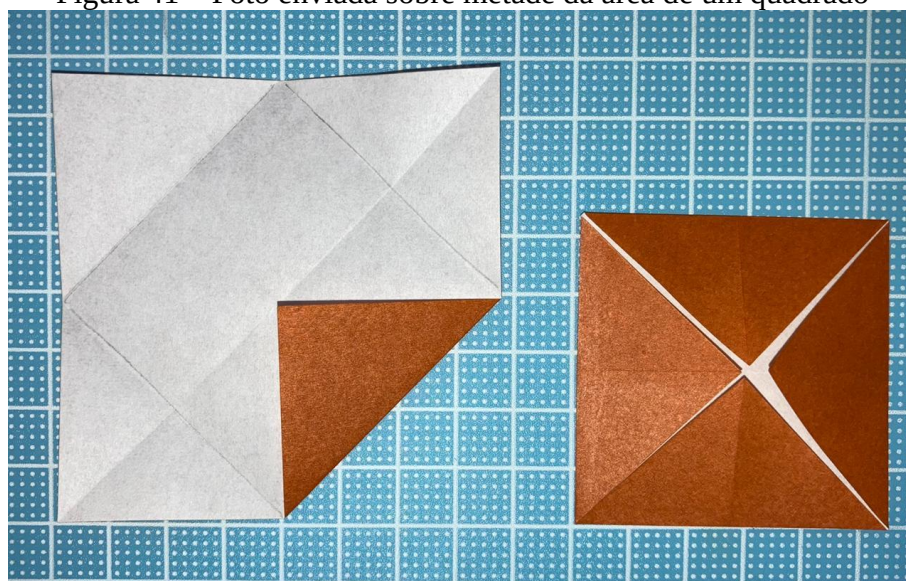
Após esse encontro, a pesquisadora buscou resolver o problema e, em outra oportunidade, compartilhou e discutiu com os estudantes uma forma de cortar o papel que possibilitasse a sobreposição das figuras (Figura 40). Durante a discussão, Yves acrescentou outra solução proposta por um amigo, que rapidamente resolveu o problema, e cuja ideia era totalmente diferente da pensada pela turma. A solução era dobrar cada um dos quatro vértices até o centro do quadrado, como mostra a fotografia enviada ao grupo (Figura 41) e, desse modo, somente com a dobradura, seria possível observar a sobreposição das figuras.

Figura 40 – Imagem feita no GeoGebra, buscando formas de cortar o papel



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 41 – Foto enviada sobre metade da área de um quadrado



Fonte: Elaborada pela autora.

Os distintos modos de resolver um problema são condicionados pelas estratégias escolhidas. Ao longo do curso, os estudantes discutiam sobre os caminhos que seriam ou não eficientes para a solução de certa situação. Nesse sentido, questões como: “o que nós precisamos provar?”, “como podemos fazer?”, “o que nós temos de informação?”, “por que o caminho escolhido é ou não adequado?”, foram centrais durante a elaboração de uma prova ou dobradura. Delimitar a verdade dada (hipótese) e o que se pretendia concluir (tese) foi fundamental na escolha dos caminhos para pensar e elaborar provas.

Fabrício: Eu usei a quarta proporcional. Tipo, você faz, calma lá, eu não sei se é exatamente isso, mas enfim. Eu tracei a medida aqui do quadrado, aí, depois, eu tracei um segmento qualquer, e marquei três vezes e tracei paralelas. E aí, dividiu certinho em 3 [E2_F3].

Natalia: Você usou a hipótese.

Pesquisadora: Você usou a tese.

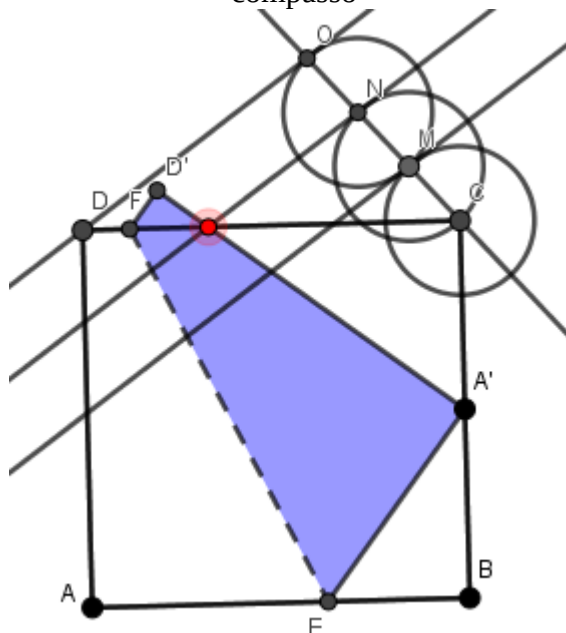
Natalia: Isso, desculpa [E2_N3].

A estratégia escolhida para provar o Teorema de Haga foi recorrer a conhecimentos de Geometria Euclidiana, especificamente de Desenho Geométrico, sobre dividir um segmento qualquer em três partes ao traçar quatro paralelas (Figura 42). O estudante realizou os passos para a divisão de segmentos, utilizando régua e compasso⁶⁰, e observou que o ponto marcado em um terço coincidia com o ponto da dobra. Sendo assim, ele defendeu que, de fato, o

⁶⁰ Significa dizer que ele gerou uma reta qualquer partindo do ponto C (Figura 42), marcou três pontos equidistantes sobre ela (M , N e O), criou o segmento $\overline{DO}$ e traçou paralelas a este segmento passando pelos pontos N e M , dividindo, assim, o segmento $\overline{DC}$ em três partes iguais. Tal ação possibilitou observar que o ponto da dobradura coincidia com o ponto criado pelos passos anteriores (ponto vermelho).

teorema era válido. Porém, Natalia contra-argumentou, destacando que a justificativa do colega só é efetiva se se considerar a tese como verdade, ou seja, se se partir do pressuposto que, com a dobradura, o segmento é dividido em três partes iguais. Tal consideração gera uma contradição, pois se pretende provar que o segmento vale um terço, valendo-se de um argumento idêntico, isto é, de que o segmento vale um terço. Nesse caso, Fabrício verificou que o vinco condizia com a marca criada com régua e compasso, porém este fato não garantia que a sequência de dobras efetivamente dividia o segmento em um terço, podendo se tratar de uma eventualidade.

Figura 42 - Divisão do segmento em três partes iguais, envolvendo passos com régua e compasso



Fonte: Elaborada pela autora.

Outro exemplo do desenvolvimento de hipóteses e teses foi discutido por Natalia e Yves enquanto decidiam como comunicar a demonstração no vídeo. Yves destacou que a estratégia envolvia recursos que não foram utilizados para a construção da dobradura e que, desse modo, a demonstração era inconsistente.

Yves: Porque a gente está usando uma coisa que a gente não usou na construção. A gente vai usar para demonstrar uma coisa que a gente não usou na construção para provar a construção.

Natalia: Como assim?

Yves: É bom a gente usar os mesmos recursos que a gente fez a dobra, aí a gente prova que a dobra está fazendo sentido [E4_Y14].

Em outro momento, o mesmo aconteceu com Laís R. e Hercules:

Laís R.: Eu acho que a gente não tem que ir por esses triângulos, Hercules, porque a gente está fazendo triângulos aleatórios que nem tem relação com a dobradura. Na verdade, tem a ver com a dobra, mas não tem a ver com o que o exercício pede. Entendeu? Isso que confunde, eu acho. A gente não tem nem essa divisão aqui, na verdade, olha. Se fosse um exercício de Matemática, ia aparecer assim, você tem esse ângulo e esses aqui, e acabou. Você não tem nenhuma dobradura aqui [E2_A11].

Em ambos os trechos, os participantes defenderam que, para provar uma construção envolvendo dobras, é necessário partir das informações advindas dos vincos. Laís R. enfatizou que o caminho planejado para a demonstração não era eficiente, pois criava triângulos “aleatórios”, os quais impossibilitavam recorrer à hipótese.

Por diversas vezes, as direções escolhidas não eram eficazes para a prova almejada:

Hercules: Eu posso chamar de z, mas aí eu vou ficar com três variáveis. [...] Mas não adiantou nada porque eles são iguais. Não vai adiantar nada. X sobre dois está para y assim como x raiz de dois está para menos y. Aí cortou x, y e z [E2_H16]. [...] Olha, eu isolei z em função de x e y. Agora, eu vou isolar x em função de y, aí eu volto substituindo em cascata. Dá maior trabalho. [...] Grande coisa eu descobri! Eu descobri que $2x^2$ é igual a $2x^2$ [irônico] [E2_H18].

Ou então:

Hercules: Então, isso aqui é o que me garante? Vou pegar o vermelho aqui[caneta]. Agora, vamos deduzir se aqui é alpha e aqui é alpha, então, eu tenho aqui $180-2a$ [com ‘a’ igual a alpha], está certo? Então, se eu somar esses três...

Laís R.: Não vai dar nada.

Hercules: $180-2a...$

Laís R.: ... $+2a=180$ [risos]

Hercules: Não dá [E4_H16]. [...]

Hercules: Aqui, olha, os opostos também são. Os opostos pelo vértice também são alpha e alpha. Se aqui é alpha, aqui é alpha e aqui é 90. Aqui, eu posso fazer, olha, nesse triângulo pequenininho e aqui vai ser, então, $90-\alpha$ para esse triângulo aqui.

Laís R.: Qual? Esse pequenininho? Então, já dá para descobrir o valor do alpha.

Hercules: Dá. Então, eu tenho aqui 90.

Laís R.: Não...

Hercules: Vai dar $180=180$. Grande descoberta! [irônico] [E4_H17]. [...]

Hercules: Eu já descobri duas vezes que $180=180$. Só se a gente trabalhar pelos lados.

Laís R.: Isso que eu estou tentando fazer. Esse lado é igual a esse lado, pela dobra. E esse lado aqui também é igual a esse lado aqui [E4_R11].

Diante das deduções $180=180$ ou $2x^3=2x^3$, os estudantes buscaram outras formas de resolver o problema. Hercules propôs trabalhar, por exemplo, com os lados do triângulo, em vez dos ângulos. A mudança de estratégia surgiu a partir do momento em que os participantes perceberam que, pelo caminho escolhido, obtinham-se resultados que não permitiam avançar

na elaboração da solução do problema. Desse modo, os “erros” os fizeram reformular e repensar as estratégias utilizadas a princípio.

O movimento de repensar estava ligado aos argumentos e às justificativas que seriam utilizados para defender uma ideia, no caso, a tese, ou seja, os estudantes buscaram fundamentar e convencer os colegas por meio de argumentos matemáticos como:

Hercules: Olha, mas dá para saber esses ângulos aqui. Esse ângulo, com esse aqui, é complementar [...] Aqui e aqui, porque aqui é noventa [E2_H7].

Laís R.: Então, cada um mede 45.

Hercules: Não necessariamente, são complementares, pode ser 30, 60 [E2_H8]. Eles podem não ser iguais, mas são complementares. Se eu chamar esse ângulo aqui de “a”, vamos supor, esse daqui vai ser 90 menos “a”. Aqui, é 90 [apontando para o vértice do quadrado B], aqui é 90 [vértice C], então, se aqui é “a” e aqui é 90, esse aqui também vai ser 90 menos “a”. Se esse aqui é 90 menos “a” e esse aqui também é 90 menos “a”, esses dois triângulos são semelhantes. Aqui, vai ser “a” e aqui, 90. Esses dois triângulos são semelhantes [E2_H7].

Outros grupos também discutiram acerca dos ângulos complementares para pensar sobre o Teorema de Haga:

Fabrício: Assim, Natalia, 180 a soma aqui [E2_F7].

Natalia: Então, mas eu não posso dizer que esses ângulos são iguais. Quem me garante que esses dois ângulos são iguais? [E2_N8].

Fabrício: Porque, aqui, quando você dobra assim, forma 90 graus [metade do quadrado] [...] Exatamente, se aqui é 45 e aqui é 90, esse aqui também é 45, e esse também [E2_F8].

Yves: Esse daqui mais esse daqui dá 90, mas não garante que esses dois são 45 cada [E2_Y10].

Fabrício: Mas, gente, muito louco, não faz sentido isso. Você vai dividir o negócio, vai somar e não vai ser 90 [E2_F9].

Yves: É, 90. [...] A soma deles dá 90 [E2_Y11]. [...]

Natalia: Não pode dividir no meio, não fica igual, olha o tamanho aqui e o tamanho.

Fabrício: Coloca no *GeoGebra*, aí. [E2_N9]. [...] Mas quem disse que não é metade?

Natalia: Aqui, olha, a metade seria se dobrasse o papel no meio, olha. Vou dobrar para a gente ver [E2_N10].

Durante as discussões, os estudantes visavam a defender uma ideia e convencer os colegas (DE VILLIERS, 2001). Laís R. e Fabrício argumentaram que os ângulos mediam 45° cada, e Hercules, Natalia e Yves contestavam-nos, apresentando contra exemplos envolvendo ângulos de 30° e 60° como possibilidades. Em ambas as situações, os participantes buscavam legitimar suas afirmações, recorrendo a conhecimentos matemáticos, como a definição de ângulos rasos e ângulos complementares, bem como por meio da dobradura, ao afirmar que, dobrando o papel, o ângulo de 90° seria transportado. Desse modo, eles procuravam maneiras de provar e de convencer seus pares sobre a veracidade de suas afirmações e, de acordo com

Lourenço (2002, p. 4), “a melhor prova que se pode oferecer para alguém, sobre qualquer tema, é o convencimento de que o fato é real”.

Nessa direção, Fabrício propôs a construção no *GeoGebra* e Natalia sugeriu dobrar o papel e comparar as amplitudes dos ângulos. Tal fato evidencia que, para provar, convencer e justificar uma ideia, os participantes recorreram a diferentes métodos, e não só a argumentos matemáticos, sempre em um movimento, buscando compreender e produzir Matemática.

Há indícios da produção matemática dos estudantes nos momentos de discussão, quando tentam defender uma ideia, quando recorrem a conhecimentos prévios, quando mostram contra-exemplos, justificam e argumentam, visando a provar e compreender um problema matemático, na maioria dos casos, envolvendo dobras no papel.

Os episódios destacados nesta categoria elucidam o movimento de pensar em demonstração e provas visuais (HANNA, 2000), evidenciando a característica do processo de convencimento apresentado por De Villiers (2001). Isso porque os estudantes sentiram a necessidade de explorar caminhos que envolvessem argumentos consolidados e válidos para defender e compreender uma ideia, e, nesse movimento, eles produziram Matemática ao pensarem no problema, ao estabelecerem estratégias, ao observarem os ângulos e segmentos e ao recorrerem a conhecimentos prévios, como o Teorema de Pitágoras, a soma de ângulos internos de um triângulo, a semelhança e congruência de triângulos, dentre outros.

5.2 PENSAR-COM-DOBRAS-NO-PAPEL

A categoria “Pensar-com-dobras-no-papel” foi constituída a partir de ideias englobando a atitude de argumentação, as justificativas de construção que recorrem à dobra, a busca de soluções por meio da dobra no papel, a interpretação matemática dos vincos, a experimentação e investigação de diferentes possibilidades de dobras e a articulação entre conceitos prévios de Matemática e origami.

Durante o curso e nas transcrições, foi evidente que novos olhares em relação aos origamis surgiram entre os participantes. Em diversos momentos, observavam as dobraduras, buscando encontrar elementos matemáticos, como formas geométricas ou congruência entre segmentos e ângulos. Ao dobrarem pássaros e shirikens, eles foram destacando as figuras geométricas que se constituíam e, aos poucos, atribuindo uma linguagem matemática ao que era construído. Dobrar o quadrado ao meio passou a ser expresso como “dobrar a mediatriz”. Essa mudança ocorreu quando os participantes começaram a questionar e analisar a dobra que divide um quadrado ao meio. Eles puderam visualizar que tal dobra interceptava o ponto

médio do lado e que os ângulos formados eram de 90° , características da mediatriz de um quadrado. Portanto, os estudantes passaram a dizer “dobrar a mediatriz”, em vez de “dobrar ao meio”. Por exemplo:

Pesquisadora: Agora nós temos duas partes, olha. Uma parte que é aberta, uma parte que é fechada, e tem uma que é meio aberta e meio fechada. Nessa parte aberta, a gente vai pegar um lado e vai levar para o meio, assim. A gente vai pegar a parte aberta, um lado, e vai levar para o meio. [...]

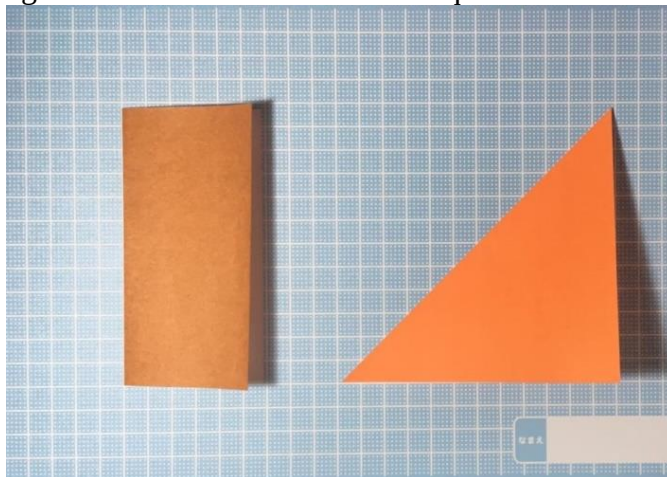
Yves: O triângulinho que forma é retângulo na linha fechada ou aberta? [E1_Y1].

Pesquisadora: Pega a parte fechada e, então, leva lá no meio.

Yves: Ou seja, vai formar esse triângulo aqui [E1_Y3].

Mesmo a pesquisadora mostrando no papel, o estudante buscou confirmar a informação e expô-la de outra forma, recorrendo, para tanto, a características matemáticas observadas ao dobrar o papel, como “o triângulo que forma é retângulo” ou “ou seja, vai formar um triângulo”. Começar utilizando termos como “dobrar ao meio”, “juntar esse lado com aquele” ou “pegar essa ponta” é um aspecto apresentado por Golan (2011) quando afirma que a linguagem matemática vai sendo integrada aos poucos, a partir das descrições visuais na experimentação e investigação com o papel. A utilização dessa linguagem surge da necessidade de comunicar de forma mais clara o que está sendo visualizado e criado, por exemplo, o quadrado pode ser dividido ao meio, tanto pela diagonal, formando dois triângulos, quanto por um segmento paralelo aos lados opostos, gerando dois retângulos, como ilustra a Figura 43. Este movimento de articular as dobras no papel a termos matemáticos indica que os estudantes passam a pensar e olhar para elas por outro viés, qual seja, pelo viés do sentido matemático.

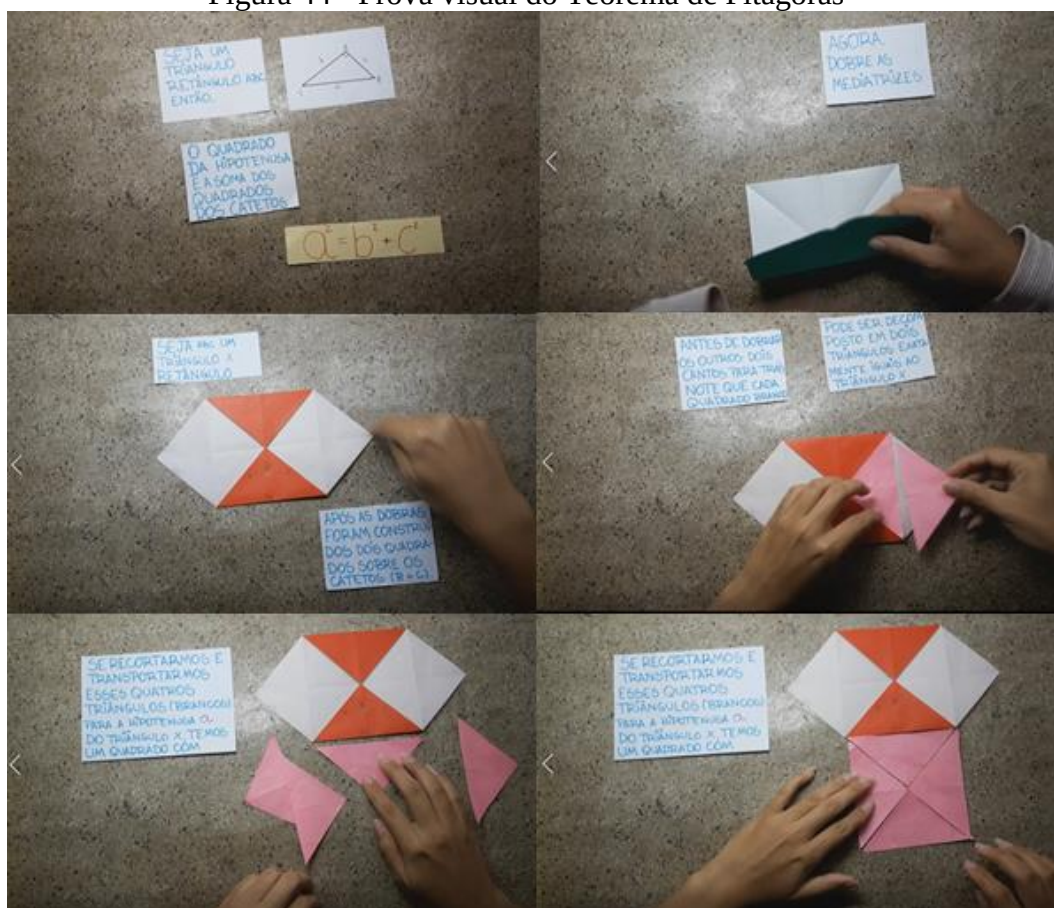
Figura 43 - Duas formas de dobrar quadrados ao meio



Fonte: Elaborada pela autora.

Isso ocorreu na maioria das produções audiovisuais dos participantes. No vídeo “Teorema de Pitágoras: demonstração por origami”, Carol e Diego intentaram realizar uma prova visual do referido teorema, considerando, em específico, triângulos retângulos isósceles. Para isso, eles mostraram como dobrar uma folha de papel quadrada, o que possibilitou observar a relação $a^2 = b^2 + c^2$ (Figura 44). Tal relação ficou evidente ao destacarem que, quando reorganizados, os quadrados formados pelos catetos b e c se tornam um quadrado de lado a . A verificação foi possível por meio da visualização e experimentação dos quadrados de lado b e c . Assim como ilustra a Figura 44, o Teorema de Pitágoras foi validado, pois o quadrado formado pelo lado a é igual à soma das áreas dos quadrados de lado b e c .

Figura 44 - Prova visual do Teorema de Pitágoras⁶¹



Fonte: Elaborada pela autora.

O caráter visual da prova realizada pela dupla vai em direção ao que defendem Bettin e Pretto (2017). Os autores afirmam que o trabalho com dobradura pode favorecer a manipulação, a experimentação e a visualização, pois permite estabelecer relações e

⁶¹ Frames retirados do vídeo “Teorema de Pitágoras: demonstração por origami”, entre 00:21 e 04:07.

comparações com conceitos abstratos de Matemática, partindo de um material concreto, o papel. Neste sentido, os participantes recorreram à manipulação e à visualização do papel, por meio da criação e reorganização dos quadrados de lado b e c , para a obtenção quadrado de lado a , buscando formas de convencer o espectador de que a expressão $a^2 = b^2 + c^2$ é válida.

A observação das configurações dos vincos permitiu diversas inferências ao longo do curso. Porém, somente o olhar para a posição da dobra não foi suficiente para estabelecer uma conclusão aceitável em todos os casos. Natália, ao tentar identificar ângulos de 90° entre uma dobra e a borda do papel, expressa que: “não necessariamente é perpendicular, são as vozes da minha cabeça. [...] Será? Olha como está a dobra. Bem aqui, dá certinho? [...] Acho que não, não é 90° ”.

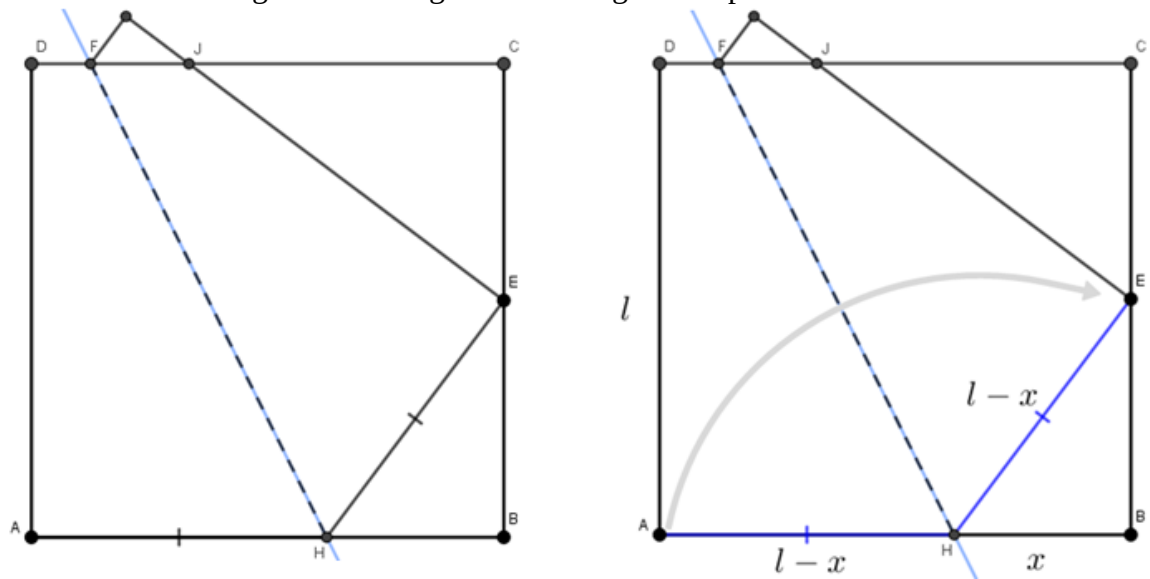
A estudante reflete e comunica que a dobra parece ser perpendicular, mas que não possui justificativas suficientes para afirmar. No entanto, depois da discussão com Yves e diante de alguns argumentos envolvendo as dobras e conceitos anteriores, Natalia percebe que sua observação e intuição estavam corretas, afirmando: “Espera aí. Ah, é 90° , sim! Confio nas vozes da minha cabeça”. Vê-se que somente após a explicação e discussão com o colega é que a estudante se dá por convencida e entende-se que, nesse movimento de reflexão e discussão estabelecido entre eles, há indicações de produção matemática. Isso porque, segundo Manso (2008, p. 52), durante o trabalho com origami, “os alunos no momento de discussão em que trocam conhecimentos com os colegas, conseguem clarificar significados e construir um conhecimento pessoal”, neste caso, sobre os ângulos formados no papel.

Todos os argumentos utilizados por Yves foram fundamentados em conceitos matemáticos, posto que as dobras não são compreendidas apenas como movimentos de dobrar o papel, mas passam a significar transporte de medidas e ângulos. Um exemplo pode ser destacado no diálogo a seguir:

Laís R.: Esse ângulo é igual aqui [$D\hat{A}B$ com $H\hat{E}J$], [ver figura 29] e esse pedaço aqui é igual [$\overline{AH}$ com $\overline{HE}$] por causa da dobradura. Esse pedaço aqui é igual a esse pela dobradura [mostrando ao dobrar e desdobrar o papel] [E2_R10].

Hercules: Essa parte é igual a essa [dobrando e desdobrando o papel]. Aqui, é x e aqui, é $l - x$ [E2_H18].

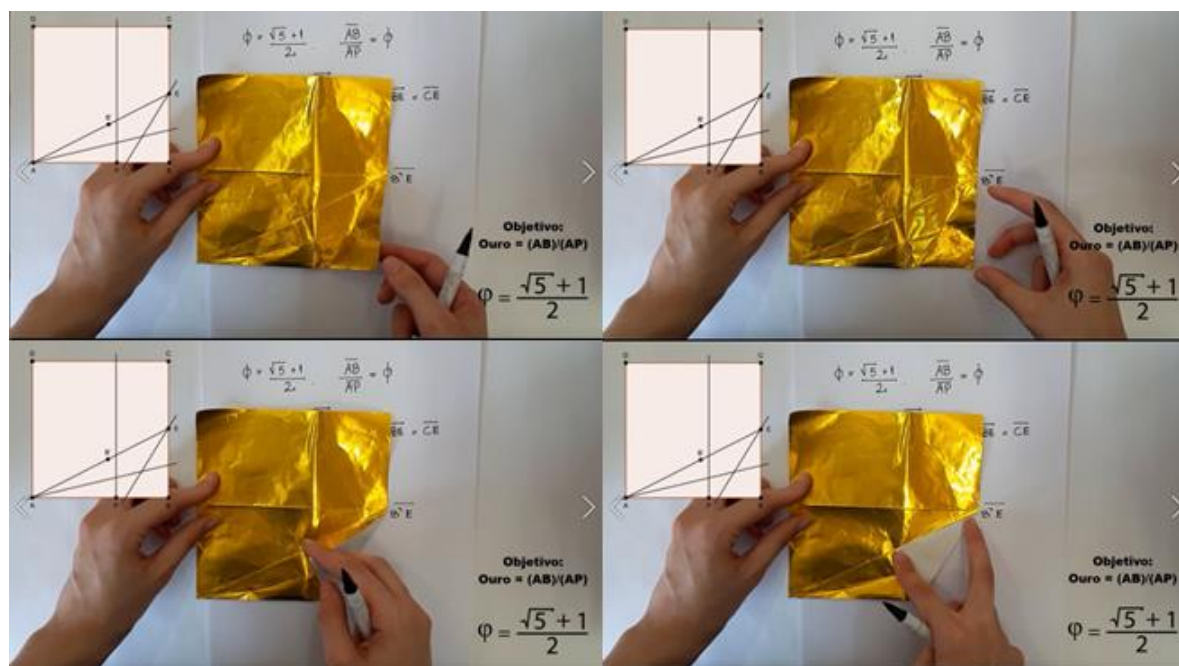
Figura 45 - Congruência de segmentos por meio da dobra



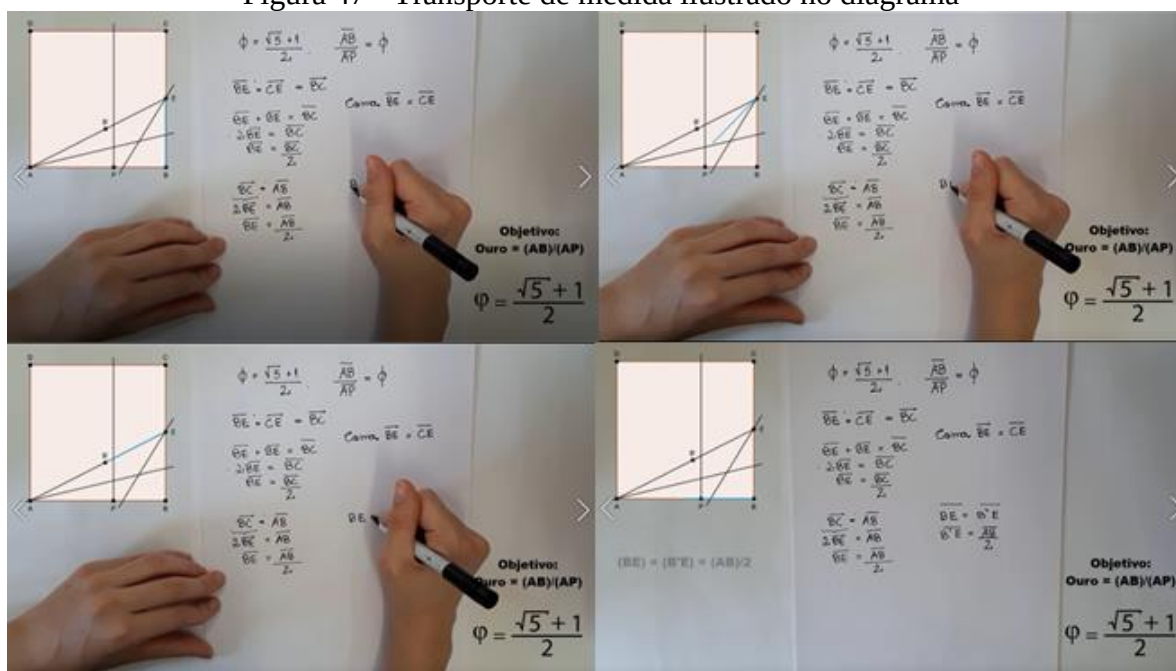
Fonte: Elaborada pela autora.

A estudante enfatiza que, ao dobrar o papel, o “pedaço” $\overline{AH}$ é o mesmo que o $\overline{HE}$, e o movimento de dobrar faz com que todo o segmento $\overline{AH}$ seja transportado, gerando, assim, o segmento $\overline{HE}$. Em outro grupo, a discussão surge na mesma direção e leva Carol a explicar que “aqui, vale l [$\overline{AB}$], aí, quando você dobra, você tira tudo isso [$\overline{AH}$] que eu chamei de $l - x$. Quando você dobra isso aqui, continua sendo $l - x$ [$\overline{HE}$] e, aqui, é x [$\overline{HB}$]”. Dessa forma, não só a medida do segmento, mas o ângulo também é deslocado, isto é, o ângulo $D\hat{A}B$ é deslocado para o ângulo $J\hat{E}H$.

Outro momento observado sobre o transporte de elementos matemáticos por meio da dobra se deu no vídeo “Razão áurea por dobradura”. Na produção, os estudantes buscaram demonstrar que, com as dobras feitas, obtém-se efetivamente um retângulo de ouro. Em um dos passos para a demonstração, a dupla enfatiza que o segmento $\overline{BE}$ é congruente ao segmento $\overline{B'E}$ e, como justificativa para a igualdade, explicitam que, ao se realizar a dobra, o segmento $\overline{BE}$ se transforma em $\overline{B'E}$. Além de mostrarem-no no papel, direcionando os segmentos em movimento durante a dobra (Figura 46), também representaram a equivalência entre as medidas no diagrama superior esquerdo, que, no vídeo, assemelha-se ao movimento de um compasso, exemplificando que as medidas de $\overline{BE}$ e $\overline{B'E}$ são as mesmas (Figura 47).

Figura 46 - Movimento de dobra enfatizando transporte de medida ⁶²

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 47 - Transporte de medida ilustrado no diagrama ⁶³

Fonte: Elaborada pela autora.

Nesse recorte do vídeo, é possível identificar indícios percebidos, pela dupla, acerca da Matemática presente no ato de dobrar, pois comunicam e representam a igualdade entre segmentos de diferentes formas: por meio do papel com o movimento de dobra, de diagrama,

⁶² Frames retirados do vídeo “Razão áurea por dobradura”, entre 07:43 e 07:46.

⁶³ Frames retirados do vídeo “Razão áurea por dobradura”, entre 07:54 e 08:02.

da escrita ($\overline{BE} = \overline{B'E}$) e da oralidade. Isto dá indícios da produção matemática deles em relação à congruência entre segmentos, a qual é fundamentada pelo transporte de medida, porque, segundo Oechsler (2018), os estudantes expressam aquilo que lhes faz sentido e buscam comunicá-lo de diversas formas, visando a torná-lo compreensível ao espectador.

Essas diferentes formas de retratar as dobras foram recorrentes ao longo do curso, como, por exemplo, quando os participantes, ao buscarem formas de expressá-las no *GeoGebra*, investigaram e concluíram que todo vinco se trata de um eixo de simetria:

Laís R.: Então, a gente tem o quadrado e como hipótese, o ponto médio, e aí, a gente dobra esse aqui [ponto A], aqui [ponto médio E]. Dobrando isso aqui, eu não sei como fazer isso com segmento. Como que a gente fez isso aqui [segmento AH] vir pra cá [segmento HE]? Como que eu represento que isso vem pra cá, sabe? Tem 90 graus aqui e a gente já sabe as medidas. Nossa, como que eu divido proporcionalmente em dois terços aqui no *GeoGebra*? Como que eu divido aqui? [Pensando alto]. [...] Reflexão, hum, reflexão [pegando o papel e dobrando novamente repetidas vezes] [...] O problema é que não tem o risco aqui [referindo-se à reta que corresponde à dobra na tela do *software*] [E2_R15]. [...]

Hercules: Uma simetria, eixo de simetria. [...] Exatamente! Esse daqui vai ser o eixo de simetria [apontando para a dobra]. Você vai ter que achar o eixo de simetria. De A até E. [...] Olha, do ponto A ao ponto E, o eixo de reflexão é perpendicular. Se traçar aqui, daqui até aqui [segmento AE], essa reflexão é perpendicular, é o eixo perpendicular ao segmento AE. [...] Agora você acha um eixo que seja perpendicular a esse [E2_H25].

Laís R.: Ah, é? Ah, lógico! Mas você tem certeza que esse [reta que contém a dobra] é perpendicular a esse [AE]? [E2_R21].

Hercules: Tenho certeza! Senão não seria simétrico [mostrando com os dedos que a distância entre os pontos e o eixo de simetria deve ser igual] [E2_H28].

Nesse diálogo, Laís procura interpretar, por meio de conceitos matemáticos, o que ocorre ao dobrar o papel e Hercules, por sua vez, chega à conclusão de que a forma dobrada pode ser entendida como uma simetria, na qual o eixo de reflexão é o vinco da dobra. O ponto de partida para a discussão surgiu em razão da busca por verificar, pelo *software GeoGebra*, se ela realmente dividia em $\frac{2}{3}$ o lado do quadrado.

A inquietação acerca de como representar ou encontrar, no *software*, a dobra feita para o desenvolvimento do Teorema de Haga teve como questão central: o que estamos realizando matematicamente quando dobramos o papel?, questão esta que envolve o pensar coletivamente, destacado por Borba e Villarreal (2005). Neste caso, há um pensar-com-dobraduras-e-sofware, o qual influencia a produção dos estudantes, visto que as discussões estabelecidas não seriam as mesmas se a mídia fosse outra. Assim, as mídias “dobras no papel” e “*GeoGebra*” condicionaram o pensar dos participantes diante da atividade proposta.

Para o primeiro vinco, todos traçaram, sem grandes dificuldades, uma reta perpendicular passando pelo ponto médio do lado do quadrado. Porém, encontrar outra dobra,

por meio da qual o vértice A fosse levado ao ponto médio do lado do quadrado, não foi tão simples ou direto (Figura 48). Para fazê-lo, os participantes tiveram que discutir sobre os fundamentos matemáticos que permitem sua realização.

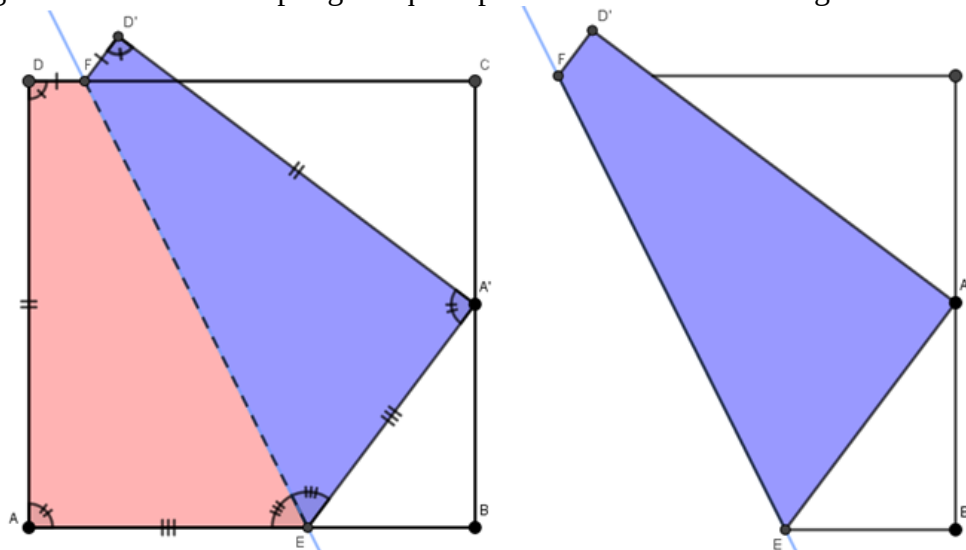
Figura 48 - Teorema da Haga dobrado no papel



Fonte: Elaborada pela autora.

Constatando que o vinco é o eixo de simetria, Hercules observou, ao realizar o movimento de dobrar o papel, que há uma reflexão de um polígono em relação à dobra criada. Por exemplo, na Figura 49, para representar o papel dobrado no *GeoGebra*, é necessário refletir sobre todo o polígono $AEFD$ (vermelho) em relação à dobra $\overline{EF}$ a fim de obter o polígono $EA'D'F$ (azul), que é justamente a parte dobrada. Com essa informação, Hercules acrescenta que, para encontrar o segmento que representa o vinco da dobra no *GeoGebra*, basta traçar a reta perpendicular que passa pelo ponto médio do segmento $\overline{AA'}$, onde A' é o ponto médio de $\overline{BC}$. Esta conclusão advém de seu conhecimento prévio sobre simetria, uma vez que ele afirma que a distância dos pontos (A e A') até o eixo de simetria deve ser igual, justificando sua afirmação pela definição de reflexão em relação a uma reta.

Figura 49 - Reflexão do polígono que representa o Teorema de Haga no *GeoGebra*



Fonte: Elaborada pela autora.

Esse episódio apresenta uma outra forma de se olhar para as dobras, qual seja, com uma visão matemática, justamente o que destacam Pope e Lam (2011) ao dizerem que toda construção de origami se fundamenta em Geometria e que:

desdobrar modelos e examinar as propriedades geométricas do papel amassado pode ajudar a desenvolver a compreensão sobre simetria e frações. Perguntar ‘Por que essa sequência de dobra funciona?’ pode levar naturalmente à prova por meio do desenvolvimento do raciocínio matemático (POPE; LAM, 2011, p. 215, tradução nossa)⁶⁴.

Uma reflexão similar ocorreu em outro grupo no momento de produção do vídeo. A dupla chegou a um impasse, percebido pela pesquisadora na transcrição dos encontros, causado especialmente pela vontade que tinham de criar diagramas com o passo a passo da dobradura para serem integrados ao vídeo. A ideia era utilizar imagens que auxiliassem o público a dobrar e a demonstrar, pois consideravam importante ter uma figura como referência para desenvolver o raciocínio. A principal discussão foi acerca de como ilustrar as dobras no computador, tanto em *softwares* de Matemática quanto naqueles de edição de imagens, (a exemplo do *illustrator* ou do *CorelDRAW*), tal como é dado a ver no recorte do vídeo ilustrado na Figura 50, no qual os estudantes apresentam o papel sendo dobrado no centro da tela e o diagrama do vinco é feito na parte superior esquerda, de acordo com a linguagem proposta por Akira Yoshizawa.

⁶⁴ unfolding models and examining the geometric properties of the creased paper can help to develop understanding about symmetry and fractions. Asking “Why does this folding sequence work?” can lead naturally to proof through the development of mathematical reasoning” (POPE; LAM, 2011, p. 215).

Figura 50 - Diagrama utilizado no vídeo “Razão áurea com dobradura”



Fonte: Elaborada pela autora.

Natalia: Agora, o problema é como que eu faço esse ponto C [gesticulando o movimento do papel ao se dobrar].

Yves: O B, de alguma maneira, desliza, aliás, atravessa. Sabe como fazer? Tipo assim: um ponto tal que aqui a intersecção seja o ponto médio [E4_N7].

Natalia: Eu acho que é para lá [sinalizando o final das ferramentas do *GeoGebra*]. Mas eu sei que você desenhava o polígono, colocava o ângulo e fazia assim ‘shuq’ (onomatopeia de aparição repentina) [representando a simetria]. Mas eu esqueci [E4_N8]. [...]

Yves: Reflexão. Uma simetria.

Natalia: Reflexão sobre uma reta. Aí, clica no negócio [polígono] e na reta.

Ambos: Uau! [E4_Y10].

Os estudantes discutem o movimento envolvido na dobra, tal como destaca Yves: “de alguma maneira, [o ponto] desliza [sobre o papel]”. A dupla busca compreender os fundamentos desse movimento para poder retratar a dobradura na tela do computador, mais especificamente, no *GeoGebra* e, para isso, experimentam diversas ferramentas e recursos do *software*, articulando diferentes combinações entre pontos e retas. Essa experimentação com o papel e com o *software* caracteriza e condiciona sua forma de pensar (BORBA; VILLARREAL, 2005) e, na busca por compreender quais os fundamentos matemáticos que geram a dobra, há atitude de reflexão e manipulação dessas mídias.

Os participantes e as mídias, nesse caso, compõem um coletivo de seres humanos, origami e computador, e, de acordo com Borba e Villarreal (2005), na vertente Seres-Humanos-Com-Mídias, o pensamento dos seres humanos é reorganizado diante das possibilidades das mídias utilizadas. Desse modo, os estudantes tentam encontrar no *software* algum meio que os permita criar a dobra no computador e, nesse movimento, o pensar se volta para as possibilidades das ferramentas do *software* e da dobradura.

Por sua vez, Fabrício e Laís E., em vez de procurarem qual a interpretação matemática para certa dobra, buscaram encontrar vincos que fossem equivalentes à divisão de um ângulo ao meio. Isso porque, para produzir o vídeo “Bissetrizes geradoras de um ponto”, os estudantes tiveram que pensar sobre como dobrar a bissetriz de um ângulo, ou seja, que alinhamento de segmentos e pontos deveriam realizar para gerar sua bissetriz.

Fabrício: A gente precisa ver como é que faz a bissetriz. Se eu dividir assim, será que dá uma bissetriz? Será? [supondo uma dobra] Nossa, verdade, olha só que sacada. Olha isso aqui [alinhando dois lados consecutivos de um paralelogramo] [E4_F5].

Laís E.: Definitivamente, parece uma bissetriz.

Fabrício: Olha! É, não é?

Laís E.: Eu acho que é.

Fabrício: Esse ângulo é igual a este. Está um sobrepondo o outro, então é [E4_F7].

Fabrício, ao buscar dobrar o papel de um modo que dividisse um ângulo do paralelogramo ao meio, notou que a dobra gerada pela coincidência de dois lados consecutivos do polígono se tratava da bissetriz do ângulo formado pelos dois segmentos em questão, uma vez que eram criados dois ângulos sobrepostos e ajustados, ou seja, congruentes. Depois de investigar, experimentar e chegar a uma conclusão, Fabrício a justifica, apresentando argumentos pautados na visualização, que defendem a eficácia do vinco gerado. Ele expressa: “esse ângulo é igual a este. Está um sobrepondo o outro, então é”.

Discussões acerca das bissetrizes são apresentadas por Pope e Lam (2011), os quais afirmam que, geralmente, é intuitivo e simples para as crianças dividir uma medida na metade, ainda que seja por uma aproximação. No entanto, o mesmo não ocorre com os ângulos. Os autores enfatizam que os estudantes podem fácil e diretamente dividir comprimentos em dois, mas que, na maioria dos casos, há dificuldade para reduzir ângulos pela metade, marcando que, aparentemente, este processo não é intuitivo e envolve um pensar sobre o significado desse conceito. Nesse sentido, a dobradura pode auxiliar na compreensão e produção matemática, pois é um recurso que permite observar a sobreposição de ângulos, tanto pela visualização quanto pelo tato, caracterizando, se se considerar Borba e Villarreal (2005), um pensar-com-origami.

As discussões desta categoria se mostram relevantes para o investigado, pois permitem dizer das formas de pensar e produzir matemática dos integrantes da pesquisa ao manipularem uma folha de papel. Foi abordado o caráter visual dos origamis, recorrente nas produções audiovisuais e nos encontros do curso. Destacou-se também a forma como os participantes

expressam sua produção matemática, por meio de dobras, de linguagem matemática ou de diagramas, explicitando o desenvolvimento de um pensamento matemático.

5.3 PRODUÇÃO DE VÍDEOS

A categoria “produção de vídeos” foi constituída a partir de ideias que envolvem o condicionamento do pensar diante da mídia vídeo, a motivação em tornar o conteúdo acessível e passível de compreensão, as discussões acerca de quais elementos incorporar e por que utilizá-los para elucidar o tema da produção audiovisual.

No primeiro encontro do curso, os estudantes foram informados que criariam vídeos digitais e, por essa razão foi-lhes solicitado que comesçassem a pensar sobre os roteiros e a composição dos grupos. Desde então, os temas e ideias para as produções foram mudando e se transformando no decorrer do curso.

Segundo Borba e Villarreal (2005), no coletivo de seres-humanos-com-mídias, estas mídias transformam a produção de conhecimento. No caso da pesquisa que ora se apresenta, as ideias foram condicionadas por elementos diversos, como pesquisas na *internet*, dificuldades e possibilidades em editar os vídeos mediante suas potencialidades tecnológicas, construção de origamis e intenção de tornar a produção compreensível aos espectadores, ou seja, foram condicionadas pela dimensão narrativa dos textos audiovisuais. Por exemplo, Laís R. e Hercules (que produziram o vídeo “Tetraedro: que bicho é esse”) foram discutindo o tema e modificando as ideias a partir das sugestões de cada um.

Hercules: A gente pode começar assim: ‘você já ouviu falar das pirâmides? Claro que sim, mas não estamos falando somente das pirâmides do Egito. Estamos falando de uma especial, que, em geometria, chama tetraedro’. Aí, a gente vai falando: ‘tetraedro é uma pirâmide que tem quatro faces triangulares e esses triângulos são equiláteros, mas como provar que esses triângulos são equiláteros?’ [E4_H23].

Laís R.: Ou a gente pode partir dele. ‘Essa aqui é uma pirâmide...’ igual você falou, ‘mas não são as pirâmides do Egito, é um sólido importante na Matemática, em específico, o tetraedro tem todas as faces iguais, e ele é um poliedro de Platão. E como montamos isso? ...tá’ [sic], mas porque realmente com essa dobradura garantimos que os triângulos são equiláteros?’ e, aí, a gente vem com a prova. Legal, gostei [E4_R14].

No trecho, é evidenciado que a dupla estava trabalhando coletivamente e buscava formas de apresentar o tetraedro sem começar por sua definição. Depois de elaborarem a ideia central, eles começaram a imaginar o vídeo e foram acrescentando elementos que julgavam necessários.

Hercules: A gente vai falando e vai colocando as imagens? Tipo: ‘você sabe o que é pirâmide?’, aí, aparece [gestos com as mãos em forma de zoom], aí, ‘não, não essa, aquela da aula de geometria’ aí, aparece outra ‘mas não essa de base quadrada, essa daqui... vamos aprender a fazer então?’ [ambos rindo]. Aí, a gente vai jogando as imagens e falando ‘não, essa não, não estou falando dessa’ [E4_H24].

Laís R.: A gente podia achar aqueles GIFs de ‘sim’ [acenando com a cabeça] e ‘não’ [outro aceno] [risos] [E4_R16].

Hercules: ‘Você sabe o que é uma pirâmide?’, aí, coloca ‘sim!’ [acenando com a cabeça freneticamente] ‘mas não estou falando dessa, estou falando da pirâmide da aula de Matemática’.

Laís R.: Podia até aparecer a pirâmide alimentar. ‘Não, não tem a ver com comida’ [risos] [E4_R17].

Hercules: ‘Não é de biologia, estou falando da pirâmide de Matemática’. Legal [risos].

Esse pensar foi condicionado pela mídia vídeo, por suas potencialidades específicas, as quais abriram possibilidades para cogitar inserir GIFs, imagens, falas, animações, que não estariam em questão se a mídia fosse o quadro e o giz, por exemplo. Nesse processo, os participantes planejaram integrar um toque de humor à produção audiovisual, por meio da apresentação de exemplos cada vez mais distantes da forma de uma pirâmide matemática (pirâmide alimentar, financeira). Contudo, alguns problemas aconteceram durante a execução e impossibilitaram a realização de todos os passos almejados. Eles relataram:

Hercules: Mas eu acho que o maior desapontamento nosso foi que nós descobrimos uma ferramenta muito legal e depois descobrimos que ela gratuita é muito limitada.

Laís R.: Esse foi o problema, entendeu? A gente encontrou nesse site, fizemos, ficou lindo, tinha musiquinha e estava tudo certo. Na hora de baixar... bom, começou assim, na hora de colocar o origami, não deu, porque a versão gratuita só permite 3 minutos [de vídeo]. Aí, quando deu os 3 minutos, ele cortou o restante e a gente ficou desesperado. Mas, beleza, falamos: ‘vamos baixar [em partes] e editar no *Movie Maker*’, e depois a versão gratuita não permitia baixar. E aí, a gente ia perder tudo o que a gente tinha feito. Então o que eu fiz? Gravei a tela do computador [E6_R1]. [...] Beleza, aí gravei a tela e não abria no *Movie Maker*. Mas conseguimos passar para o *Movie Maker* e editar, só que aí tinha perdido o som, porque na hora de gravar a tela ele não grava o som do computador. Colocamos uma música improvisada, mas colocamos. E aí, como a gente tinha tudo planejado, íamos baixar e colocar a nossa voz, porém não deu tempo. Então, não tem nossa voz, não tem explicação, só tem a legenda. Foi muito triste [E6_R2]. [...] A gente tinha ensaiado as vozes, o que ia fazer, o que ia falar, ia ter música de fundo a apresentação toda.

Hercules: Eu ia perguntando as coisas.

Laís R.: A demonstração a gente ia falar dos alternos e internos, estava tudo certinho. Ai, quando a gente viu que o negócio não baixava, que cortou nosso vídeo e tudo mais, o tempo foi ficando curto [E6_R3].

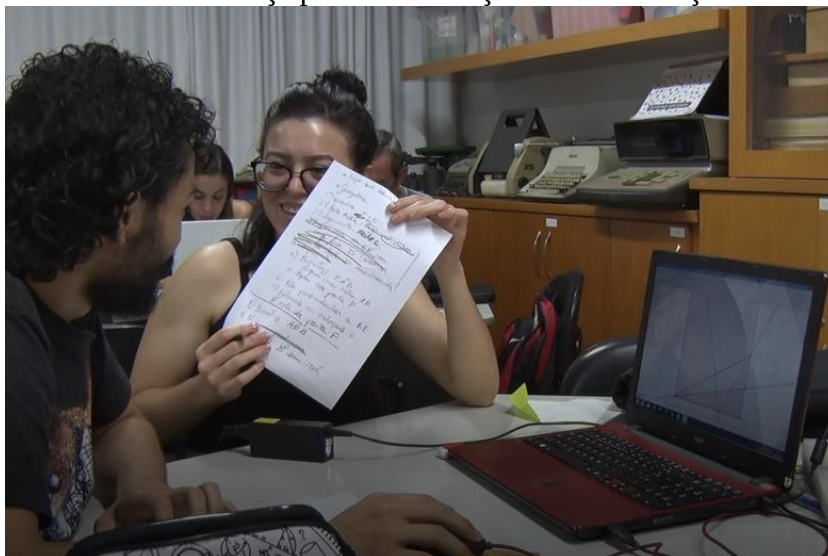
Os problemas e as dificuldades com o *software* de animação e de edição impediram que os participantes adicionassem falas e trilhas sonoras a tempo para apresentação do vídeo no curso. O humor planejado pela dupla foi prejudicado, pois, de modo escrito e sem trilha sonora, não foi possível acrescentar a entonação desejada em cada frase. Somente de forma visual, o vídeo não apresentou, com tanta ênfase, a parte irônica.

Novamente, vê-se que as mídias condicionaram a produção do vídeo, posto que não só a Laís R. e o Hercules alteraram e adaptaram suas ideias, mas todos os grupos o fizeram por diversos motivos relacionados às mídias, buscando usufruir comunicacionalmente de aspectos próprios de modos de comunicação característicos da oralidade ou da gestualidade, por exemplo. O *software* de edição de vídeos e de Matemática, as complicações técnicas com computador, celular e câmeras, o tempo estipulado para duração do vídeo e a compreensão ou não do conteúdo e das dobraduras influenciaram as tomadas de decisão. O pensar foi condicionado e:

da mesma forma que os seres-humanos transformam o vídeo, seja editando-o, seja utilizando a linguagem do humor ou expondo conteúdo matemático, ele também transforma os seres-humanos, seja se preparando e atuando frente às câmeras, seja estudando um tópico matemático para ensinar. Com isso, os atores humanos recebem *feedbacks* sobre sua linguagem, vícios, posicionamento e postura, erros conceituais ou de gravação (decorar o texto). Esses *feedbacks* condicionam as ações dos sujeitos no vídeo à medida que cenas são regravadas, figuras são redesenhadas ou trocadas e pessoas se policiam quanto às suas práticas (DOMINGUES, 2020, p. 136).

Natalia e Yves (vídeo “Razão áurea por dobradura”), por exemplo, começaram escrevendo os passos para a demonstração e construção no *GeoGebra* e foram mudando-os, moldando o que gostariam de comunicar após fazerem alguns testes de gravação. A Figura 51 mostra o papel de rascunho que foi sendo riscado e rabiscado a cada mudança, sendo elas sobre quais dobras eram realmente necessárias para a demonstração, qual o objetivo do vídeo, o que deveria aparecer ou não na tela, se teriam e quais seriam as animações, entre outros aspectos, sempre procurando e discutindo formas de produzir um vídeo que despertasse o interesse do público.

Figura 51 – Processo de mudança para a construção e demonstração do número de ouro



Fonte: Elaborada pela autora.

Do mesmo modo, Carol e Diego (vídeo “Teorema de Pitágoras: demonstração por origami”) pensavam em fazer um vídeo com a técnica *stop motion*, pois ambos não gostariam de narrá-lo ou aparecer nele. No entanto, ao terem dificuldade em representar o movimento de dobrar por meio de uma sequência de fotos, decidiram filmar suas mãos dobrando o papel e escrever em folhas sulfite o que gostariam de comunicar. Assim, durante as gravações, eles realizavam as dobras e posicionavam os papéis na tela, como ilustra a Figura 52. Eles relataram que:

Carol: O *stop motion* não ‘rolou’ porque ia dar muito trabalho e também não achamos que ia ficar bom porque, na hora de ter que fazer a dobradura, não tinha como a gente ficar tirando foto. Aí, ele [Diego] falou para fazermos estilo ‘me salva’, com os papeizinhos. A gente tira e vai colocando os papeizinhos para poder mostrar o que a gente está fazendo [E6_C1].

Figura 52 – Posicionando os papéis com as mãos



Fonte: Elaborada pela autora.

Em todos os grupos, a construção foi condicionada pela mídia vídeo, visto que as ideias, as discussões, as buscas na *internet* e as falas foram pensadas para serem incorporadas em uma produção audiovisual. E não só para sua elaboração, mas também para o compartilhamento dela. Isso porque, em diversos momentos, os participantes expressavam a vontade de compartilhar o vídeo e os origamis com os alunos, familiares, colegas e amigos. Quando terminavam uma dobradura, tiravam fotos e postavam nas redes sociais, dizendo, algumas vezes, que gostariam de ensinar aos seus alunos ou filhos.

Laís R.: Amei. Vou postar em todos os *storys*. [referindo-se a redes sociais como *Facebook* e *Instagram*] [E1_R1]. [...] Vai ficar super bonito e realmente é super fácil. Eu quero fazer com meus alunos. [...] Ai, que lindo! Preciso fazer com os meus alunos [E4_R18].

Hercules: Eu achei muito bonitinho, vou ensinar para minha filha [E1_H5]. [...]

Diego: Vou fazer um *story*. Vai, me ajuda. Quando eu falar “já” [Carol fazendo o sapo pular para o *story*].

Os participantes também deixaram clara a intenção de compartilhar o vídeo com colegas e estudantes e de participar do Festival de Vídeos e Educação Matemática:

Laís R.: Hercules, no festival do ano que vem, nós vamos submeter nosso vídeo. [...] Eu quero participar do próximo festival. [...]

Natalia: Também, eu quero que o pessoal do PIBID veja [o vídeo].

Yves: Sim, e o pessoal da escola. [...]

Diego: E foi legal porque eu até consegui levar para a escola, foi bem interessante [E6_D2].

O compartilhar é destacado por Gadanidis (2012) ao dizer que, quando a Matemática é surpreendente, ela motiva o compartilhamento das experiências, tanto nas redes quanto entre familiares e amigos. Essa vontade de dividir o conhecimento com outras pessoas foi recorrente ao longo do curso e promoveu discussões acerca de como criar um vídeo interessante e convidativo. Por exemplo, Carol e Diego (vídeo “Teorema de Pitágoras: demonstração por origami”) disseram:

Carol: [A escrita] tem que ser no papel? Não pode ser digitado?

Diego: Pode, mas acho que andando assim [simulando o andar do papel]... Acho que ficaria mais bonito do que colocar um texto assim ‘tum’ [onomatopeia de aparecimento repentino]. *Times New Roman* ‘tum’ [E4_D2].

Natalia e Yves (vídeo “Razão áurea por dobradura”) tiveram uma discussão similar sobre como elaborar um vídeo acessível, no sentido de expor seu conteúdo de maneira simples e de fácil compreensão aos espectadores. Tendo em vista o público-alvo ser

estudantes do Ensino Fundamental, Médio e Graduação, eles pensaram também em como deixar a aparência da produção convidativa e descomplicada.

Natalia: Gostei da ideia do quadro [negro] mesmo, porque aí fica com cara de escola, não com cara de coisa difícil.

Yves: Mais acessível?

Natalia: É, então, tipo acessível. Você entendeu o contexto?

Yves: Entendi, entendi. Uma folha de caderno também seria acessível [E4_N21].

Os participantes demonstraram preocupação com o tema e com a forma de expô-lo no vídeo, pois queriam criar algo que chamasse a atenção, que fosse interessante aos espectadores e que fizesse sentido. Oechsler (2018) discute acerca dessa intenção dos produtores de vídeo de usar as mídias para produzir o significado pretendido, nesse caso, sendo traduzida pela decisão da dupla de criar um fundo com lousa e giz, de modo a transmitir a ideia de que o conteúdo não é complicado, que pode ser compreendido e que é “acessível”.

Além do modo de expor o conteúdo, alguns grupos discutiram sobre qual gênero de vídeo (por exemplo, videoaula, videoclipe) pretendiam produzir. Por exemplo, Laís R. e Hercules (vídeo “Tetraedro: que bicho é esse?”) buscaram assuntos e estratégias que fossem além de uma exposição de ideias e informações:

Laís R.: Eu não sei, eu estou pensando só no sentido de que não fique uma coisa, tipo... uma videoaula, sabe? Porque aí é chato [E4_R2]. [...] Legal a ideia, mas eu não queria muito que fosse alguma coisa tipo expositiva, entendeu? Eu queria que fosse...

Hercules: Que desperte a curiosidade, alguma coisa interessante que falem: ‘ah! Bacana’.

Laís R.: É, então. Não simplesmente chegar e mostrar como faz. Entendeu? [E4_R3].

Hercules: Não simplesmente ensinar alguma coisa. Uma situação problema que você precisa resolver. [...] Acho que a gente podia deixar um desafio para a pessoa. A gente faz e fala: ‘agora deixamos um desafio para vocês. Tentem fazer os outros poliedros de Platão e provar que seus lados, suas faces são é polígonos regulares’. A gente faz e deixa o desafio no final [E4_H22].

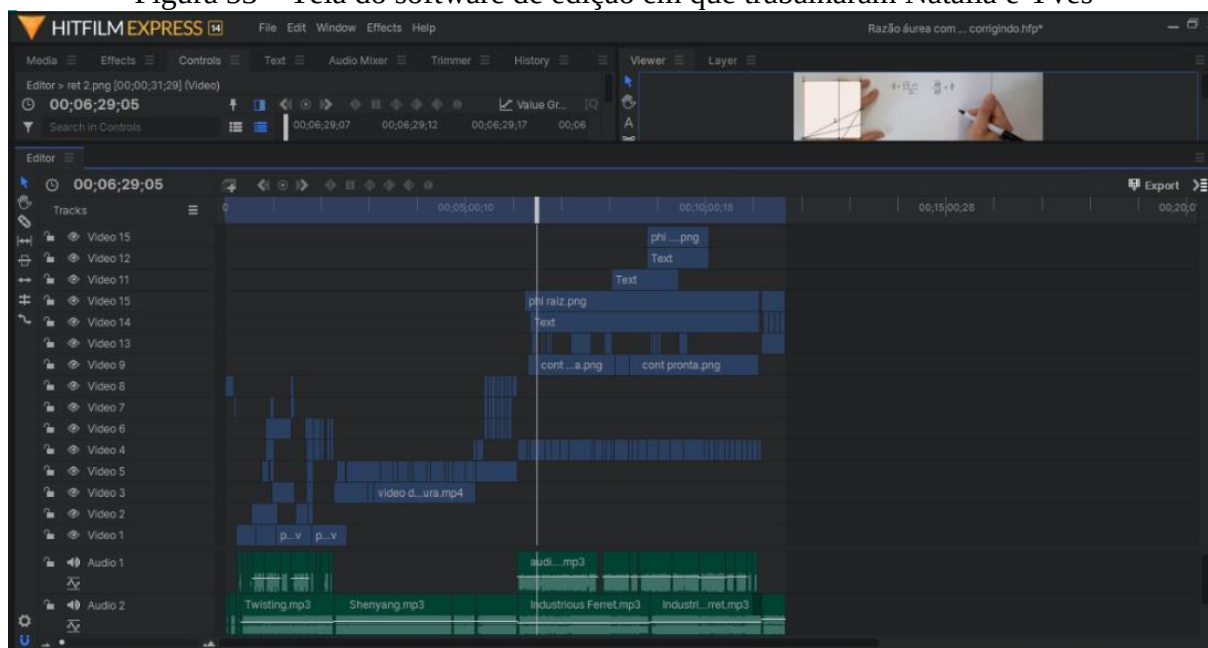
Os participantes almejavam produzir algo diferente de uma videoaula, isto é, pretendiam elaborar uma narrativa que extrapolasse formas expositivas mais restritas. Por essa razão, buscaram temas que permitissem “despertar a curiosidade” do espectador para que ele não só assistisse ao vídeo, mas criasse, fizesse e refletisse sobre os outros poliedros de Platão. Essa reflexão explícita a intenção de produzir um vídeo não domesticado, que, segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 25), significa “utilizá-[lo] de forma a manter intacta práticas que eram desenvolvidas com uma mídia que é predominante em um

determinado momento da produção de conhecimento”, sem que haja a incorporação do que diferencia uma tecnologia de outra. No caso, gravar uma videoaula poderia substituir a exposição do conteúdo de um professor, mas não integraria o diferencial da mídia vídeo.

Todos os vídeos, inicialmente, apresentaram propostas de uma produção não domesticada. Um exemplo é o trabalho de Yves e Natalia (vídeo “Razão áurea por dobradura”), que articulou imagens, animações, diagramas, gravações, músicas, narrações, entre outros. Um dos integrantes da dupla, Yves, já havia trabalhado com produção de vídeos e conhecia o *software HitFilm Express*. Pode-se perceber, ao olhar o arquivo de edição (Figura 53), que todos os vídeos e áudios foram organizados por camadas, permitindo inserir diferentes elementos, apresentados ao mesmo tempo na tela. No momento marcado pela agulha do editor (momento 06:29:12 do vídeo), pode-se notar que está configurado para aparecer na tela um texto (identificado pela camada “vídeo 14”), uma imagem (indicada pela camada “vídeo 15”), dois tipos de áudio, sendo uma narração (identificada pela camada “áudio 1”) e uma música de fundo (especificada pela camada “áudio 2”), e assim por diante.

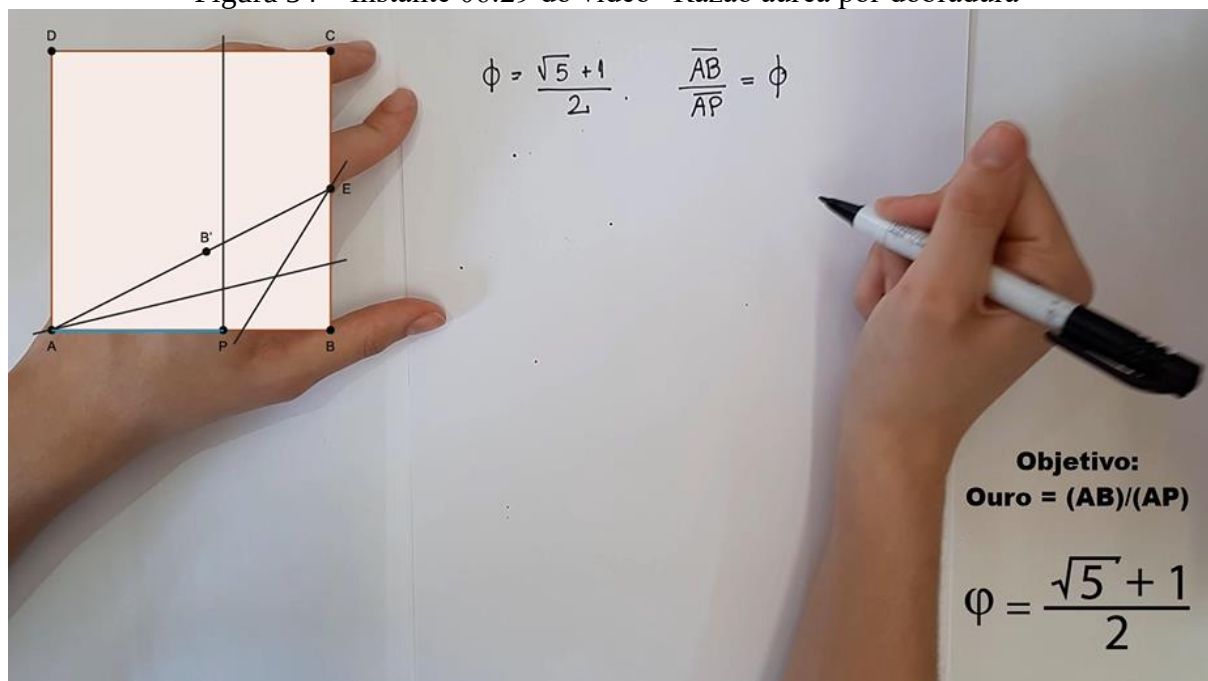
De fato, se observarmos a tela do vídeo finalizado no instante seis (6) minutos e vinte e nove (29) segundos, ilustrada na Figura 54, além da gravação da folha de papel, existe uma imagem do diagrama das dobras, um texto destacando o objetivo, e etc., todos os elementos aparecendo simultaneamente para o espectador.

Figura 53 – Tela do software de edição em que trabalharam Natalia e Yves



Fonte: Imagem por Orlando Yves.

Figura 54 – Instante 06:29 do vídeo “Razão áurea por dobradura”

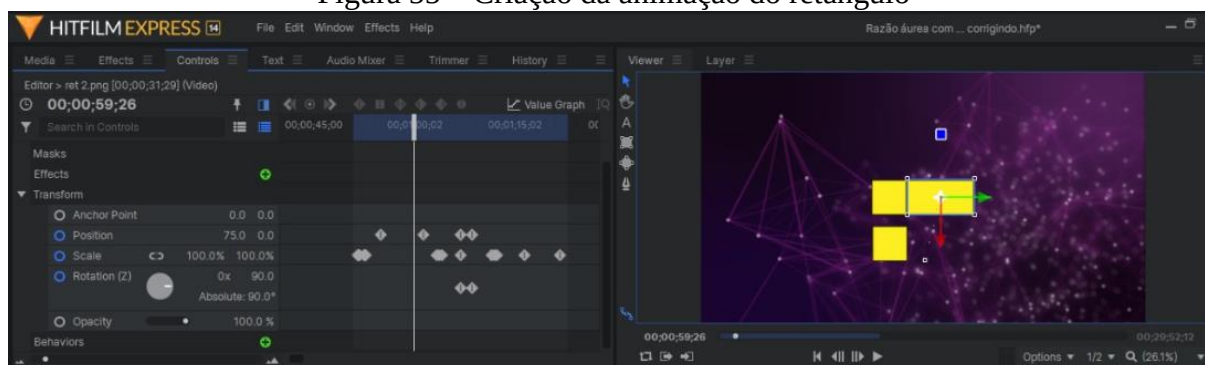


Fonte: Elaborada pela autora.

O participante, por ter explorado e trabalhado com o *software* previamente, pôde usufruir de outras ferramentas, além daquelas empregadas para cortar e alterar velocidade do vídeo, cujo uso é mais frequente. O estudante criou uma animação com o retângulo áureo (vista entre trinta e dois (32) segundos e um (1) minuto e cinquenta (50) segundos do vídeo), na qual a forma se move, pisca, gira, aumenta e diminui. Para desenvolver esses movimentos

da forma retangular, foi necessário trabalhar com a posição, com a escala e com a rotação do objeto ao longo do tempo, como na Figura 55, questões estas que remetem à produção matemática envolvida na construção do vídeo. Isso porque foi preciso entender e representar a geração de retângulos áureos a partir de um quadrado e reproduzir tal processo em uma animação, sendo importante pensar no tempo de duração de cada etapa, no quanto e como rotacionar, no como criar e ilustrar figuras proporcionais e assim por diante.

Figura 55 – Criação da animação do retângulo



Fonte: Imagem por Orlando Yves.

Porém, nem todos os grupos tinham experiências anteriores com elaboração de vídeos e algumas dificuldades surgiram por essa falta de conhecimentos prévios de seus participantes sobre *softwares* e edição de produções audiovisuais. Por exemplo, a produção “Bissetrizes geradores de um ponto” não integrou certos elementos que, a princípio, estavam no roteiro, como a construção e a demonstração no *GeoGebra*.

Laís E.: Mas, se eu soubesse editar, talvez tivesse dado uns 4 minutos. Eu acelerei tudo. Sabe quanto que está na velocidade? 400%. Você demora muito para dobrar, ‘parça’.

Fabrizio: O problema foi que a gente não fez a câmera que nem as pessoas do *YouTube*, que filma assim [de cima para baixo]. A gente colocou de frente. Qual que é o problema do de frente? Eu não estava em uma posição adequada para enxergar onde eu colocava. Eu colocava assim e não enxergava se estava certo, se eu estava dobrando direito a bissetriz, aí eu demorava muito. Dobrava e voltava [E6_E2].

Yves: Então, você podia ter cortado.

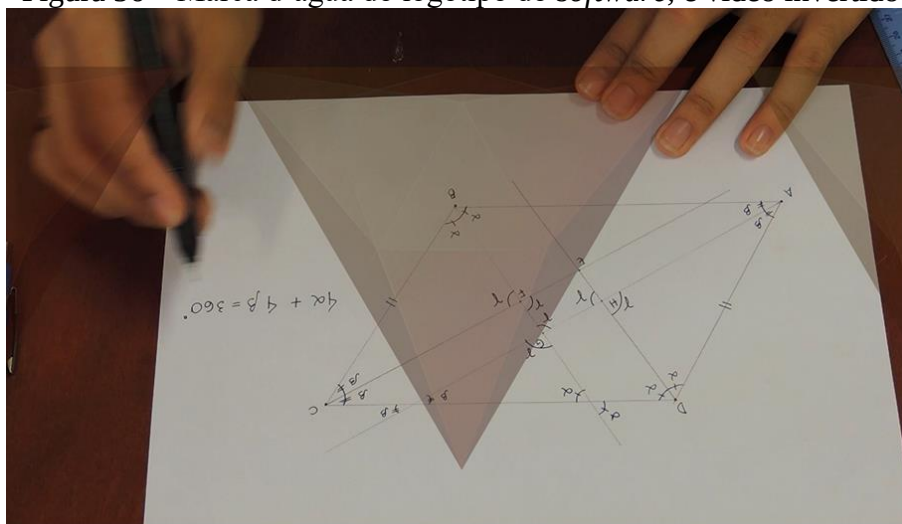
Laís E.: Você tem que cortar para acelerar, mas eu não queria jogar fora.

Yves: Tem coisa que é difícil mesmo [de dobrar e demonstrar], que é bom você deixar, porque senão fica parecendo que a pessoa dobrou e simplesmente foi, e, na verdade, é super difícil.

Laís E.: É tipo isso: ‘agora a gente vai dobrar as bissetrizes e fazer a mesma coisa nas outras três’. Se eu escuto isso em vídeo, eu já falo: ‘esquece’. Aí, eu preferi deixar assim, pelo menos a pessoa vê tudo o que aconteceu. Só acelerando a velocidade [E6_E3].

Nesse trecho, Laís E. destacou que, se ela soubesse editar e conhecesse as ferramentas do *software*, no caso, o *HitFilm Express*, o vídeo que durou 12 minutos e 38 segundos poderia ser reduzido a 4 minutos. A fluidez da produção foi comprometida, pois, mesmo tendo sido editada em um programa gratuito, algumas das ferramentas escolhidas para sua edição deveriam ser pagas, fazendo com que, ao ser exportada, ficasse com o som de tecla de piano e com a marca d'água da logomarca do *software* (Figura 56). Fatores como esses “estão relacionados ao domínio de técnicas para captar imagens (montar o cenário), editar as gravações, criar um roteiro, ter postura frente às câmeras, eliminar ruídos sonoros, dentre outros cuidados que possivelmente influenciam a fluidez de um vídeo” (DOMINGUES, 2020, p. 86). Assim, o som constante da tecla, a marca d'água e a gravação invertida podem atrapalhar a concentração de quem assiste ao vídeo.

Figura 56 – Marca d'água do logotipo do *software*, e vídeo invertido



Fonte: Elaborada pela autora.

Ainda sobre o trecho anterior, Laís E. enfatizou que “não queria jogar fora” alguns pedaços da gravação, pois considerava importante que todo o processo fosse elucidado no vídeo. Essa é uma característica recorrente das produções envolvendo origami em tutoriais no *YouTube*, e esteve presente nos vídeos apresentados e explorados durante o curso. Os tutoriais de origami, geralmente, são acelerados e possuem cortes para não serem tão longos, o que, por sua vez, faz com que o espectador não veja todas as etapas, podendo ter dificuldade para entender como repetir os passos do “outro lado do papel” ou “da mesma forma”.

Fabrício: O quê? Foi muito rápido. x0,75 e x0,5 [reduzindo a velocidade de reprodução do vídeo] a gente vai aumentar para 16 minutos esse negócio. Aí que ódio, Laís.

Laís E.: O seu está dando certo? Já estamos há meia hora. Que saco, não dobra.

Fabrizio: Nossa, que legal, olha [consequindo executar a dobra desejada].

Laís E.: Como você conseguiu? Como você fez essa parte? O meu não dobra, Fabrizio [E4_F10].

Nesse caso, mesmo que Domingues (2020) apresente o poder da edição para reparar os erros de gravação, Laís E. e Fabrizio (vídeo “Bissetrizes geradoras de um ponto”) escolheram manter todos os passos realizados para a construção das bissetrizes no vídeo final. Eles optaram por acelerar alguns momentos da gravação somente para contemplar o critério de avaliação referente à duração da produção. Essa decisão de utilizar, na edição, apenas o recurso para alterar a velocidade de reprodução do vídeo não foi recorrente nos demais grupos. No entanto, todos se preocuparam em como explicar as etapas de forma clara e passível de compreensão para os espectadores.

Laís R.: [...] tipo nos livros de Cálculo. Ele demonstra o mais fácil e o mais difícil, ele fala: ‘agora é com você’.

Natalia: ‘Fica a cargo do leitor’.

Laís R.: ‘É fácil perceber que...’ [risos]. Aí tem duas páginas de demonstração, super fácil de perceber [risos].

Os participantes não queriam que as produções fossem como suas experiências com o livro de cálculo, no qual o autor apresenta e explica o problema mais “simples” e deixa a cargo do leitor a resolução de questões com maior grau de complexidade. Nesse sentido, reflexões acerca do modo como o conteúdo deveria ser exposto, se estaria sendo expresso de forma clara, se teria sentido para quem o assiste e quais elementos deveriam ser inseridos para alcançar tais objetivos foram frequentes durante as produções audiovisuais:

Yves: Se a gente está falando de ponto e comparando segmentos, precisa de imagem. Calma, vamos pensar o que a gente vai querer fazer. O que a gente vai fazer? Porque, olha, a gente vai usar isso aqui só no final [construção no *GeoGebra*], junto da demonstração. Olha, a gente pode deixar tudo construído. Não, é estranho. E é estranho aparecer só a demonstração sem as imagens. Eu acho que a gente pode fazer o que você falou no final, de realmente essa medida sobre essa daqui [dobra]. [E4_Y11].

Natalia: Eu entendi o seu ponto. Fazer a demonstração sem imagem, não tem como. O que é o AB? O que é o AC? Vai ficar tudo perdido. A gente pode fazer a construção, eu gosto de fazer a construção do *GeoGebra* no vídeo ensinando, eu gosto disso, porque a pessoa aprende a fazer as coisas no *GeoGebra* também [E4_N14].

Nesse excerto, a dupla discutiu que, para realizar a demonstração, era necessário apresentar uma imagem que permitisse nomear e visualizar os pontos e segmentos utilizados para a prova. Como solução, os participantes decidiram escrever a demonstração em um papel

resolver e entender a prova apresentada no *site* antes de elegê-la para a produção do vídeo. Esses momentos vão ao encontro das ideias de Oechsler (2018), pois os participantes buscaram inicialmente compreender o assunto para depois decidir se vão ou não reproduzi-lo no vídeo, visto que ele tem que fazer sentido para quem vai comunicá-lo.

Além das questões envolvendo o conteúdo da produção, a qualidade de som e imagem também foi visada pelos participantes do curso, posto que eles pensaram em meios de gravar o áudio e o vídeo para que as falas ficassem claras e sem ruídos, pensaram também no ambiente em que ocorreriam as gravações e na iluminação para que se proporcionasse uma exposição clara ao espectador, entre outros.

Natalia: Eu acho que é melhor o áudio assim [com o celular próximo a boca], não é melhor? [...]

Yves: Vai gravar com o seu celular ou o meu?

Natalia: Deixa eu pensar.

Yves: Mas sabe o que eu estou achando? [E] se a gente só gravar a mão e depois o áudio, separado?

Natalia: Eu prefiro, fica mais bonito. [...]

Yves: O áudio é bem mais fácil de gravar. Aí você tem que ir em um lugar que está sem eco e sem ruído externo também [E4_N2].

Novamente, a mídia vídeo condicionou o pensar dos estudantes, dado que as discussões levantadas não seriam as mesmas se ela fosse outra (BORBA; VILLARREAL, 2005). Essas possibilidades se abrem com a produção dos vídeos, pois tal mídia dá oportunidade ao participante de se comunicar e “permite que ele desenvolva uma linguagem própria para falar de matemática, provoca a reflexão e a ressignificação dos seus conhecimentos e pensamentos” (FONTES, 2019, p. 61).

A discussão desta categoria elucida aspectos acerca do processo de produção dos vídeos e de como essa mídia condicionou o pensar dos participantes. Nesse sentido, de acordo com Borba e Villarreal (2005), o coletivo de seres-humanos-com-origami-e-vídeo transformou a produção de conhecimento, que foi influenciada pelos atores humanos (participantes do curso, pesquisadora, familiares, amigos e outros) e pelas mídias (origami, vídeo, *internet*, oralidade, imagem, *software*).

As potencialidades do *software* de edição de vídeos e do papel no trabalho com dobras, bem como o processo de construção da narrativa digital destacam a produção matemática dos estudantes tanto no processo de produção do vídeo quanto dele como produto final. Desta forma, a construção de origamis e a produção matemática em um cenário de produção de vídeos fomentou o pensar-matemática-com-dobras-e-vídeos (BORBA; VILLARREAL, 2005).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo foi compreender aspectos da produção matemática de graduandos e professores ao trabalharem com origami e produção de vídeos digitais. Para tanto, foi adotada a pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica como metodologia de análise dos dados obtidos no curso de extensão universitária. Nele, os participantes tiveram contato com dobras no papel e elaboração de vídeos ao longo de seis encontros, durante os quais busquei investigar: *o que se mostra acerca da produção matemática quando são propostas atividades envolvendo origami e produção de vídeos em um curso de extensão universitária?*

Iniciei a dissertação apresentando a arte de dobrar papéis e sua aplicabilidade em pesquisas acadêmicas nas áreas de Astronomia, Engenharia e Medicina. Enfatizei a relação dos origamis com a Matemática, que se estabelece por meio do desenvolvimento de axiomas e teoremas próprios da Geometria do Origami (MONTEIRO, 2008), abrindo possibilidades para realizar demonstrações a partir de dobras, pois é possível articular conceitos geométricos a vincos no papel. Discuti acerca das provas matemáticas como processo de verificação e convencimento (DE VILLIERS, 2001), dando destaque às “provas visuais” propostas por Hanna (2000) e Nelsen (1997), posto que favorecem a visualização, exploração e investigação, que são elementos importantes na elaboração de conjecturas, argumentos e justificativas.

Diante das distintas formas de divulgar e reproduzir o origami, destaquei os vídeos como possibilidade de comunicação que articula diferentes modos, como sons, linguagens, imagens, gravações, gestos e etc. Além disso, Domingues (2020) e Fontes (2019) enfatizam que as produções audiovisuais desempenham um papel na expressão de ideias matemáticas, transformando a forma como o conteúdo é comunicado e pensado. Nesse sentido, recorro às ideias de Borba e Villarreal (2005) acerca dos coletivos pensantes propostos no construto seres-humanos-com-mídias, no qual tanto os seres humanos quanto as mídias condicionam o pensamento.

Buscando responder à pergunta que orientou este estudo, foi realizado um curso de extensão universitária no qual estiveram presentes oito participantes, sendo eles estudantes da graduação em Matemática da Unesp de Rio Claro e professores de Matemática da Educação Básica, que, no decorrer dos encontros, tiveram experiência com origami e produção de vídeos. As conversas e discussões do curso foram gravadas, transcritas e analisadas de acordo com os preceitos da pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica, dando origem a

três categorias abertas: provas matemáticas, pensar-com-dobras-no-papel e produção de vídeos.

As ideias centrais que compõem a categoria **provas matemáticas** convergem para as discussões e justificativas desenvolvidas pelos participantes ao longo do curso, dando indícios da forma como pensaram ao resolver problemas e atividades envolvendo origamis. Foi possível perceber que, ao estabelecerem relações entre os vincos do papel e conhecimentos prévios de Geometria, como simetria, semelhança de triângulos, figuras geométricas, sequências, Teorema de Pitágoras, dentre outros, os estudantes produziram e buscaram compreender a Matemática presente em cada dobra, a exemplo do Teorema de Haga ou do problema levantado pelo Yves sobre a divisão da área de um quadrado.

As expressões dos participantes e os vídeos elaborados por eles destacam que as demonstrações e verificações foram importantes ao buscarem convencer colegas e espectadores de suas afirmações matemáticas. A experiência elucidou que “dobrar o papel pode fornecer insights em possíveis pontos de partida para o desenvolvimento de uma prova matemática rigorosa” (POPE; LAM, 2011, p. 214, tradução nossa)⁶⁵, principalmente em relação às provas visuais (HANNA, 2000), por meio da visualização, da experimentação e da verificação das dobras, seja medindo-as, dobrando uma sobre as outras, pelo *GeoGebra*, por comparação ou recorrendo à Matemática como fonte de argumentos e justificativas.

Além disso, na categoria **pensar-com-dobras-no-papel**, a linguagem matemática foi se desenvolvendo aos poucos, conforme os estudantes percebiam que certos alinhamentos de pontos e retas, necessários para realizar um vinco, poderiam ser relacionados a elementos matemáticos, como mediatriz, bissetriz, dobra perpendicular, entre outros. Notei que a linguagem matemática era empregada nos momentos em que os estudantes tinham a necessidade de esclarecer as informações sem deixar margem a outras interpretações. Um exemplo foi trocar a frase “dobrar o quadrado ao meio” pelas expressões “dobrar a diagonal” ou “dobrar a mediatriz”. A produção matemática foi evidenciada pela maneira como os participantes discutiram, argumentaram, justificaram, expuseram o desenvolvimento do pensamento e o comunicaram, em específico, nos momentos de exploração e inquietação envolvendo as dobras no papel.

Dessa forma, considero que o origami pode apoiar a compreensão de princípios matemáticos e fornecer contextos para o desenvolvimento de argumentos sofisticados. Para o contexto do curso de extensão, as atividades envolvendo dobradura se revelaram um potencial

⁶⁵ “The experience of folding the artefact can provide insights into possible starting points for the development of a rigorous mathematical proof” (POPE; LAM, 2011, p. 214)

para a produção matemática, pois favoreceram a exploração de provas visuais e permitiram refletir sobre as diferentes formas de pensar e representar geometria, especialmente, nos momentos em que os estudantes interrogavam e investigavam quais eram os princípios matemáticos que geravam uma dobra e qual a relação do que estava representado no papel com os conceitos de Geometria Euclidiana.

A categoria **produção de vídeos**, como o próprio nome sugere, expôs o processo de produção dos vídeos, destacando os momentos de discussão acerca das tomadas de decisão em relação ao roteiro, à filmagem e à edição. Os participantes se preocuparam em escolher um tema, um conteúdo e uma forma de expressá-los, pensando em criar um vídeo passível de ser compreendido pelo público-alvo almejado. Para isso, discutiram, por exemplo, como realizar uma demonstração clara, quais verificações seriam mais interessantes para compor sua produção, como escrever e gravar o conteúdo na tela, e buscaram formas e estilos distintos de uma videoaula expositiva, visando a despertar o interesse de quem o assistisse. Diante do exposto, considero que as experiências com a criação do roteiro, com os *softwares* de edição de vídeos, com a produção da narrativa digital e com o trabalho com origami dão indícios da produção matemática dos estudantes, pois possibilitaram coletivos de seres-humanos-com-mídias.

Além disso, esse processo de dobrar papéis e de produzir vídeos vivenciado pelos estudantes favoreceu o pensar-matemática-com-origamis-e-vídeos, de acordo com o construto seres-humanos-com-mídias proposto por Borba e Villarreal (2005). As mídias transformaram e condicionaram a maneira de pensar dos participantes do curso, isso se elucidou nos momentos em que eles discutiram e consideraram como possibilidade utilizar animação, legenda, imagem, música, narração, papel e gesto para a produção do vídeo, e com as tomadas de decisão levando em conta as mídias utilizadas, por exemplo, quando os participantes Carol e Diego optaram por fazer um *stop motion*, pois não gostariam aparecer no vídeo e depois eles mudaram de ideia, argumentando que somente a utilização de fotos desfavorecia a representação do movimento completo de dobrar o papel. Tanto o vídeo, quanto o origami influenciaram na escolha do *stop motion*.

Outro exemplo é sobre os elementos incorporados no vídeo “Razão Áurea por dobradura”, os estudantes utilizaram diagramas, narração, animação dos segmentos, figura de apoio para a demonstração, música de fundo, papel dobrado, gestos, escrita e outros, que foram pensados somente, pois se tratava de um vídeo. O mesmo seria improvável de ser reproduzido com outras mídias como, o quadro e o giz. Isso demonstra que as mídias “origami” e “vídeo” condicionaram o pensar dos participantes, bem como sua produção

matemática, “gera[ndo] um tipo de escrita matemática que é diferente daquela desenvolvida em ambientes usuais, nos quais gestos e olhares fazem parte da comunicação” (SANTOS, 2006, p. 111), gestos os quais foram importantes para esclarecer como dobrar o papel, que movimento realizar para a construção de um origami.

Assim, voltando à pergunta: *o que se mostra acerca da produção matemática quando são propostas atividades envolvendo origami e produção de vídeos em um curso de extensão universitária?*, foi possível perceber que a produção matemática ocorreu no curso de extensão universitária envolvendo origami e produção de vídeos, pois elucidou discussões acerca de conceitos matemáticos, verificação, validação e criação de conjecturas, bem como organização e reorganização do pensamento.

Cabe ressaltar que este estudo não encerra a busca por compreender as possibilidades de trabalhar com origami e Matemática, tampouco conclui as discussões acerca de dobraduras e produção de vídeos digitais, visto que novos questionamentos e perspectivas de pesquisas surgem a cada nova leitura e interpretação. Ponderando possibilidades de estudos futuros, questiono: “qual a natureza das demonstrações que recorrem a dobras como justificativa e argumento?”; “qual a potencialidade da Geometria do Origami em relação à Geometria Euclidiana?”; “qual o diferencial da Geometria do Origami para a Educação Matemática?”; e “o que se mostra acerca da experiência estética ao se trabalhar com dobraduras?”. Mesmo não sendo o foco da presente pesquisa, a prática dos professores em sala de aula e as surpresas matemáticas (GADANIDIS, 2012) foram recorrentes no curso de extensão e despertaram o olhar para “quais seriam as possibilidades de trabalhar com dobraduras em sala de aula?” ou “o que comunicam e compartilham os estudantes ao explorar Matemática com origami e vídeos?”.

Por fim, nesta pesquisa apresento aspectos relacionados à exploração e utilização do origami no contexto do Ensino Superior, envolvendo questões como a exploração de teoremas, o estudo da Geometria do Origami e sua relação com a Geometria Euclidiana, o que é incomum nas pesquisas recentemente desenvolvidas. Além disso, destaco a produção de vídeos enfatizando a potencialidade do aspecto gestual e visual envolvido na representação e reprodução das dobraduras e da Matemática. Dessa forma, a pesquisa contribui com discussões acerca da relação entre Matemática e origami, da produção de vídeos digitais por estudantes e dos aspectos da produção matemática emergente da experiência vivida ao longo do curso de extensão universitária. Sendo assim, espero que o exposto seja relevante para pesquisas futuras e que componha ambientes educacionais, contribuindo para disseminar a prática do origami e da produção de vídeos atrelados à Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

ALES BELLO, A. **Introdução à Fenomenologia**. Bauru: Edusc, 2006. 108 p. (Coleção Filosofia e Política).

ALPERIN, R. C. A Mathematical Theory of Origami Constructions and Numbers. **New York Journal of Mathematics**, New York, v.1, n.6, p. 119 – 133, 2000.

BETTIN, A. D. H.; PRETTO, V. O origami no ensino e aprendizagem de matemática. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO - EDUCAÇÃO HUMANIZADORA: VALORIZANDO A VIDA NA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA, 7., 2017, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: Editora, 2017. p. 01 – 09.

BICUDO, I. Demonstração em Matemática. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 15, n. 18, sem paginação, set. 2002.

BICUDO, M.A.V. Aspectos de uma Pesquisa Qualitativa efetuada em uma abordagem fenomenológica. In: _____ (Org.). **Pesquisa Qualitativa segundo uma visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011. p. 29 – 40.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **R.B.E.C.T.**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 16-19, mai-ago. 2012.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 18- 23, 1993.

BICUDO, M. A. V. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação: Um Enfoque Fenomenológico**. Piracicaba: UNIMEP, 1994. p. 15-22.

BORBA, M. C.; NEVES, L. X.; DOMINGUES, N. S. A atuação docente na quarta fase das tecnologias digitais: produção de vídeos como ação colaborativa nas aulas de matemática. **Em teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 9, n. 2, p. 01 – 24, 2018.

BORBA, M. C.; OECHSLER, V. Tecnologias na educação: o uso dos vídeos em sala de aula. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 11, n. 2, p. 181 – 213, 2018.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento.** 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. 155 p. (Coleção tendências em Educação Matemática).

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking:** information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. v. 39. New York: Springer, 2005. 231 p.

BUSKE, N. **Uma contribuição para o ensino de Geometria utilizando origami e caleidoscópio.** 2007. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

CANCLINI, N. G. **Leitores, espectadores e internautas.** São Paulo: Editora Iluminuras, 2008. 94 p.

CAVACAMI, E.; FURUYA, Y. K. S. **Explorando geometria com origami.** São Carlos: Departamento de Matemática / Universidade Federal de São Carlos, 2009. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/docs/apostila11.pdf>>. Acesso em: 22 dez. 2020.

CHEUNG, K. C.; TACHI, T.; CALISCH, S.; MIURA, K. Origami interleaved tube cellular materials. **Smart Materials and Structures**, United Kingdom, v. 23, n. 9, p. 01 - 10, 2014.

CHIZZOTTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evoluções e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**. Braga, v. 16, n. 2, p. 221 – 236, 2003.

COLI, J. **O que é arte.** 15. ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 2017. 131 p. (Coleção Primeiros Passos, 46).

COSTA, R. F. **Aprendizagem da Matemática com Cartoons:** qual o papel das tecnologias digitais? 2017. 175 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade do Estado de Mato Grosso, Barra do Bugres, 2017.

CUNHA, J. F. T. **Blended learning e Multimodalidade na formação continuada de professores para o ensino da Matemática.** 2018. 107 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade do Estado de Mato Grosso, Barra do Bugres, 2018.

DE VILLIERS, M. Papel e Funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. **Educação e Matemática**. São Paulo, v. 1, n. 62, p. 31 – 36, 2001.

DIAS FILHO, C. A. T. **Demonstrações matemáticas e Educação Básica**: um estudo em Hermenêutica Filosófica. 2020. 113 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas, Universidade Federal de São Paulo, Diadema, 2020.

DOMINGUES, N. S. **O papel do vídeo nas aulas multimodais de Matemática Aplicada**: uma análise do ponto de vista dos alunos. 2014. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2014.

DOMINGUES, N. S. **Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática**: uma complexa rede de Sistema Seres-Humanos-Com-Mídias. 2020. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2020.

DUBOIS, P. **Cinema, vídeo, Godard**. Tradução Mateus Araújo Silva. São Paulo: Cosac Naify, 2004. 303 p.

FARIAS, R. S. **Olhar digital**: a mensagem dos jovens na produção de vídeo do Proei-Digital. 2016. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

FERREIRA, M. J. A. A produção do conhecimento matemático ao se estar-com as TIC: um estudo fenomenológico. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2015, Juiz de Fora. **Anais...** Minas Gerais: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015. p. 01 – 12 .

FINI, M. I. Sobre a pesquisa qualitativa em educação, que tem a fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação**: Um Enfoque Fenomenológico. Piracicaba: UNIMEP, 1994. p. 15-22.

FLEISHMANN, S. O. **O origami e suas dobras no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos**. 2019. 116 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática Rede Nacional) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

FONTES, B. C. **Vídeo, comunicação e Educação Matemática**: um olhar para a produção dos licenciandos em matemática da educação a distância. 2019. 187 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2019.

FREITAS, A. C.; NOGUEIRA, J. R. Origami: o uso como instrumento alternativo no ensino da geometria. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Editora SBEM, 2016. p. 01 – 12.

FREITAS, D. S. A. **A construção de vídeos com YouTube:** contribuições para o ensino e aprendizagem de matemática. 2012. 106 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2012.

FROLINI, S. **Estudando Geometria através de dobraduras.** 2014. 77f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

FUSÈ, T. **Unit Origami:** Multidimensional transformations. Tokyo; New York: Japan publications, Inc., 1990. 243 p.

GADANIDIS, G. Why can't I be a mathematician? **For the Learning of Mathematics**, Nova Brunswick, v. 32, n. 2, p. 20–26, 2012.

GOLAN, M. Origametry and the van Hiele theory of teaching geometry. In: IVERSON, P. W.; LANG, R. J.; YIM, M. (Orgs.). **Origami 5:** Fifth international meeting of origami science, mathematics and education (5OSME). New York: CRC Press, 2011. p. 141 – 150.

GRACIOLLI, C. Y. L. F. **Possibilidades de trabalhar conteúdos matemáticos com origamis.** 2017. 41 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Guaratinguetá, 2017.

GRACIOLLI, C. Y. L. F.; SHINTANI, R. M.; SCUCUGLIA, R. R. S. Problema deliano: duas perspectivas geométricas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2019, Cuiabá. **Anais...** Cuiabá: Editora, 2019. p. 01 – 15.

GREGORUTTI, G. S. **Performance matemática digital e imagem pública da matemática:** viagem poética na formação inicial de professores. 2016. 63 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2016.

HAGA, K. **Origamics:** mathematical explorations through paper folding. Singapore: World Scientific, 2008. 134 p.

HANNA, G. Proof, Explanation and Exploration: an Overview. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v.1, n. 44, p. 05 - 23, 2000.

HEIDEGGER, M. **A Origem da Obra de Arte**. Tradução Maria Conceição Costa. Lisboa: Edições 70, 1980. 73 p.

HOOK, N.; PAUL, K. Beyond the Fold: The Math, History, and Technology behind Origami. **Ohio Journal of School Mathematics**. Ohio, v.1, n. 67, p.21 – 26, 2013. Disponível em: <<https://kb.osu.edu/handle/1811/78175>>. Acesso em: 22 dez. 2020.

HULL, T. **Project Origami: Activities for Exploring Mathematics**. 2 ed. New York: CRC Press, 2013. 338p.

IMENES, L. M. **Geometria das dobraduras**. São Paulo: Scipione, 1997. 64 p.

KALEFF, A. M. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos. **A Educação Matemática em Revista - SBEM**, São Paulo, v.1, n. 2, p. 19-25, 1994.

KAWANO, C. A Matemática do Origami. **Revista Galileu**, São Paulo, v.1, n. 6993, não paginado, fev. 2007.

KENNEWAY, E. **Complete Origami: An AZ facts and folds, with step-by-step instructions for over 100 projects**. London: Macmillan, 1987. 192 p.

KOVALSCKI, A. N. **Produção de vídeo e etnomatemática: representações de Geometria no cotidiano do aluno**. 2019. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2019.

KUMAYAMA, H. Matemática versus origami: Trissecção de um ângulo agudo. **Revista Professor de Matemática (RPM)**, São Paulo, v.1, n.75, p. 01 - 04, 2011.

KURUBAYASHI, K. **A novel flodable stent graft**. 2004. 172 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Departamento de Ciência da Engenharia, Universidade de Oxford, Reino Unido, 2004.

LANG, R. J. A computational algorithm for origami design. In: ANNUAL SYMPOSIUM ON COMPUTATIONAL GEOMETRY, n.96, 1996, Pleasanton. **Proceedings...** Pleasanton: ACM, 1996. p. 98-105.

LANG, R. J. **Origami and Geometric Constructions**. 2010. Disponível em: <http://www.langorigami.com/science/hha/origami_constructions.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2019.

LEE, H. Y. **Origami-constructible numbers**. 2017. 81 f. Dissertação (Mestrado em Artes) – Universidade da Georgia, Athens, 2017.

LOURENÇO, M. L. A Demonstração com Informática Aplicada à Educação. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 15, n. 18, sem paginação, set. 2002.

LUCERO, J. C. Existence of a Solution for Beloch's Fold. **Mathematics Magazine**, Beloit, v. 92, n. 1, p. 24-31, 2019.

MACHADO, O. V. M. Sobre a pesquisa qualitativa em educação, que tem a fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Orgs.). **A pesquisa qualitativa em educação: um Enfoque fenomenológico**. Piracicaba: UNIMEP, 1994. p. 35-46.

MANSO, R. L. D. **Origami: uma abordagem pedagógica para o Ensino de Geometria no 9º ano**. 2008. 258 f. Tese (Mestrado em Educação) – Departamento de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

MARINHO, M. H. **Pesquisa Video Viewers: como os brasileiros estão consumindo vídeos em 2018**. Think with Google. 2018. Disponível em: <<https://www.thinkwithgoogle.com/intl/pt-br/tendencias-de-consumo/pesquisa-video-viewers-como-os-brasileiros-estao-consumindo-videos-em-2018/>>. Acesso em: 29 jun. 2020.

MARTINS, J.; BOEMER, M. R.; FERRAZ, C. A. A fenomenologia como alternativa metodológica para pesquisa: algumas considerações. **Revista da Escola de Enfermagem da USP**, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 139-147, 1990.

MATHEUS, A. R.; CANDIDO, C. C. A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico. **Revista Professor de Matemática**, São Paulo, v.1, n. 78, p. 01 –16, 2013.

MAZZI, L. C. **As demonstrações matemáticas presentificadas nos livros didáticos do ensino médio: um foco nos capítulos de Geometria**. 2018. 160 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto de Física, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

MEDEIROS, A. S. F. de. **Devires de Imagens**: atitudes e matemática(s) construídas e praticadas por um grupo de crianças. 2018. 124 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2018.

MITANI, J. **3D origami art**. New York: CRC Press, 2016. 105 p.

MONTEIRO, L. C. N. **Orígamí**: história de um geometria axiômática. 2008. 111 f. Tese (Mestrado em Matemática para o Ensino) – Departamento de Matemática, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

MORAN, J. M. O vídeo na sala de aula. **Comunicação & Educação**, São Paulo, v.1, n. 2, p. 27 – 35, jan./abr. 1995. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/comueduc/article/view/36131>> . Acesso em: 24 jun. 2020.

NAKASHIMA, J. **Origami Heart Bookmark**. 2020. Disponível em: <<https://jonakashima.com.br/2020/05/23/origami-heart-bookmark/>>. Acesso em: 22 dez. 2020.

NAKASHIMA, J. **Origami Heart Bookmark (JoNakashima)**. 2012. (5m12s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=gml2j4bvT88&feature=emb_logo>. Acesso em: 22 dez. 2020.

NELSEN, R. B. **Proof without words**: Exercises in visual thinking. Washington, DC: The Mathematical Association of America Press, 1997. 152 p.

NISHIYAMA, Y. Miura folding: Applying origami to space exploration. **International Journal of Pure and Applied Mathematics**, Osaka, v. 79, n. 2, p. 269 – 279, 2012.

OECHSLER, V. **Comunicação Multimodal**: produção de vídeos em aulas de Matemática. 2018. 311 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2018.

OLIVEIRA, L. P. F. de. **Paulo Freire e produção de vídeos em Educação Matemática**: uma experiência nos anos finais do Ensino Fundamental. 2018. 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2018.

O’ROURKE, J. **How to Fold It**: The Mathematics of Linkages, Origami, and Polyhedra. New York: Cambridge University Press, 2011. 177 p.

PASSARONI, L. C. S.; MATTOS, F. R. P.; SILVA, P. N.; ABREU, R. C. P. Uso do origami para construção do heptágono e do eneágono. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Duque de Caxias, v. 7, n. 3, p. 27 – 55, 2017.

PARAIZO, R. F. **Aprendizagem pela modelagem matemática associada a questões ambientais num contexto de produção de vídeos no ensino médio**. 2018. 344 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2018.

PEREIRA, A. L. **Crenças e concepções de professores acerca do uso de tecnologias digitais em aula de matemática**. 2017. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2017.

POCRIFKA, D. H.; SANTOS, T. W. Linguagem LOGO e a Construção do Conhecimento. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO e ENCONTRO SUL BRASILEIROS DE PSICOPEDAGOGIA, 9 e 3., 2009. Curitiba. **Anais...** Paraná: PUCPR de Curitiba. 2009. p. 2469 – 2479.

POPE, S.; LAM, T. K. Origami and Learning Mathematics. In: IVERSON, P. W.; LANG, R. J.; YIM, M. **Origami 5: Fifth international meeting of origami science, mathematics and education (5OSME)**. New York: CRC Press, 2011. p. 205 – 217.

QUEIROZ, G. T. **Ensino da Geometria: uma abordagem a partir do uso do Origami**. 2019. 47 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2019.

RANCAN, G. **Origami e Tecnologia: investigando possibilidades para ensinar geometria no Ensino Fundamental**. 2011. 80 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS, Porto Alegre, 2011.

RIPOLL, C. C.; TAUFER, E.; NUNES, G. S.; RIPOLL, J. B.; ANDRADE NETO, J.; GARCIA, J. C. P.; GONÇALVES, N.; VECCHIA, R. D.; BAWER, V. R. Números irracionais, transcendentos e algébricos: a existência e a densidade dos números. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 4, n. 1, p. 85 – 89, jan./jun. 2002.

RODRIGUES, B. M. B. **O estudo das cônicas através do Origami**. 2015. 132 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

SANTOS, S. C. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da Geometria Euclidiana espacial.** 2006. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SANTANA, L. M. **Os problemas clássicos da geometria e a impossibilidade de solução com régua e compasso.** 2013. 44 f. Dissertação (Mestrado em Matemática - PROFMAT) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

SASAKI, L. M. **Wet Folding:** A técnica do papel molhado. 2015. Disponível em: <https://sasakiorigami.wixsite.com/sasakiorigami/wet-folding>. Acesso em: 22 dez. 2020.

SCUCUGLIA, R. R. S. **A investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com calculadoras gráficas.** 2006. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2006.

SILVA, S. R. P. da. **Vídeos de conteúdo matemático na formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância.** 2018. 247 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2018.

SOUTO, D. L. P. **Transformações expansivas em um curso de educação matemática a distância online.** 2013. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Seres humanos-com-internet ou internet-com-seres humanos: uma troca de papéis? **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)**, Cidade do México, v. 19, n. 2, p. 217-242, 2016.

SOUZA, A. D. **Vídeo Digital:** análise de sua aplicação como objeto de aprendizagem. 2012. 99 f. Dissertação (Mestrado em Comunicação e Informação) – Faculdade de Biblioteconomia e Comunicação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

TEIXEIRA, A. Mestres de amanhã. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Rio de Janeiro, v. 40, n. 92, p.10-19, out./dez. 1963.

TEIXEIRA, S. A. **Design do origami: Um Estudo Sobre Técnicas Projetuais com Dobras**. 2017. 103 f. Dissertação (Mestrado em Design) - Faculdade de Arquitetura, Artes e Comunicação, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2017.

TRIDAPALLI, M. P. **Sugestões de práticas de ensino de geometria utilizando origami modular**. 2017. 85f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

UENO, T. R. **Do origami tradicional ao origami arquitetônico: uma trajetória histórica e técnica do artesanato oriental em papel e suas aplicações no design contemporâneo**. 2003. 103 f. Dissertação (Mestrado em Desenho Industrial) – Faculdade de Arquitetura, Artes e Comunicação, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2003.

VITAL, C. **Performance matemática digital e GeoGebra: possibilidade artístico-tecnológica em educação matemática**. 2018. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2018.

YAMADA, T. R. U. **Estruturas flat foldable em Bambu Laminado Colado baseadas em técnicas de dobra e corte do origami e do kirigami**. 2016. 222 f. Tese (Doutorado em) – Faculdade de Arquitetura, Artes e Comunicação, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2016.

YOU, Z.; KURIBAYASHI, K. A novel origami stent. In: SUMMER BIOENGINEERING CONFERENCE, n., 2003, Key Biscayne. **Proceedings...** Florida: Tulane University, 2003. p. 257 - 258. Disponível em: <<http://www.tulane.edu/~sbc2003/pdffdocs/0257.PDF>>. Acesso em: 19 abr. 2019.

ZALESKI FILHO, D. **Matemática e Arte**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. 179 p. (Coleção tendências em Educação Matemática).

APÊNDICES

APÊNDICE A – MATERIAL DE APOIO UTILIZADO NO CURSO

Curso de extensão universitária (primeiro módulo)

Matemática, Origami e Produção de Vídeos Digitais

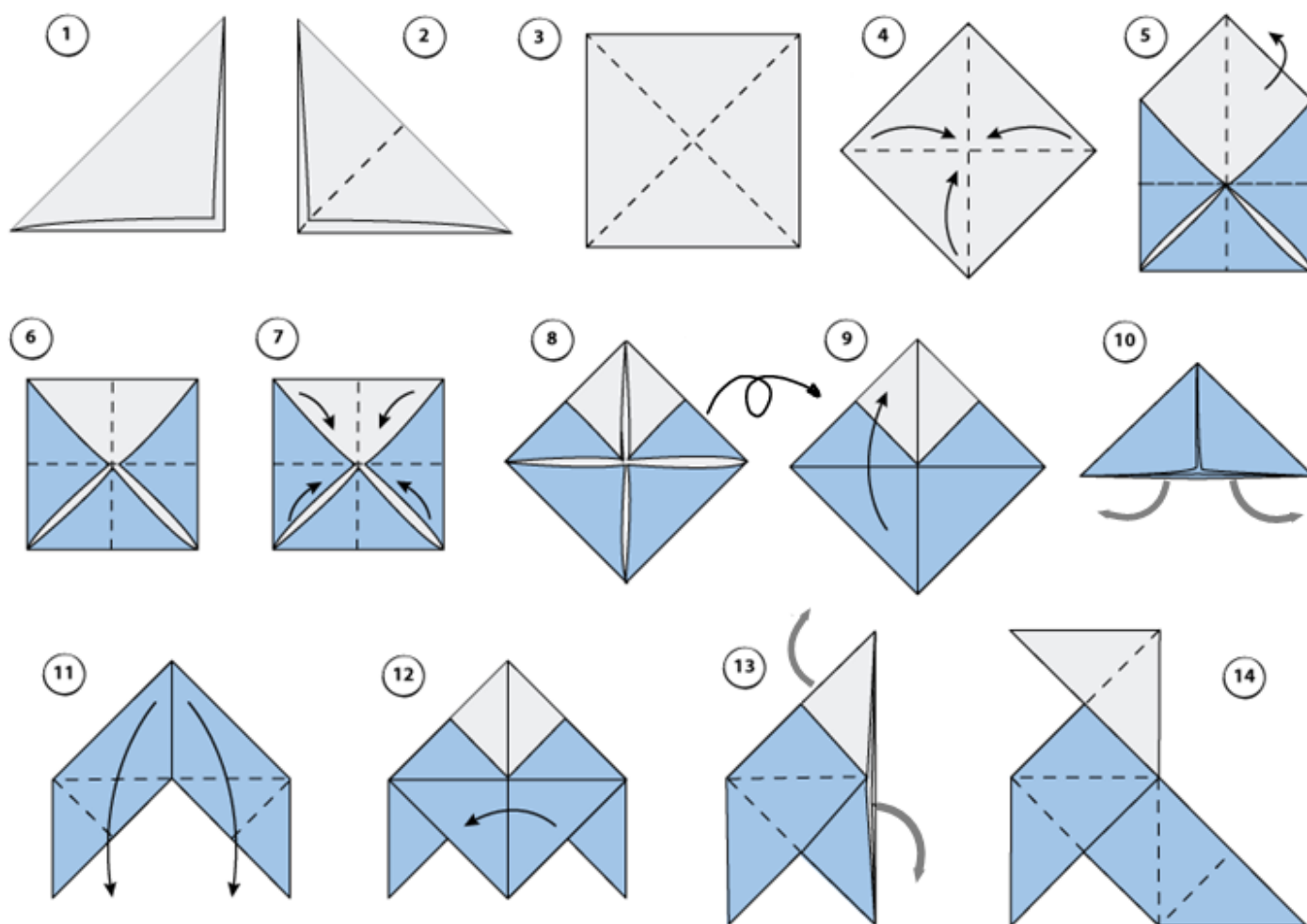
Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues Silva

Profa. Carolina Yumi Lemos Ferreira Graciolli

Prof. Tiago Pereira

01 – Introdução à Matemática e os Origamis



QRCode:

Origami: Shuriken de 8 pontas - Instruções em português PT BR

<<https://www.youtube.com/watch?v=dR2J-4-UiT8>>

Curso de extensão universitária (segundo módulo)

Matemática, Origami e Produção de Vídeos Digitais

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues Silva

Profa. Carolina Yumi Lemos Ferreira Graciolli

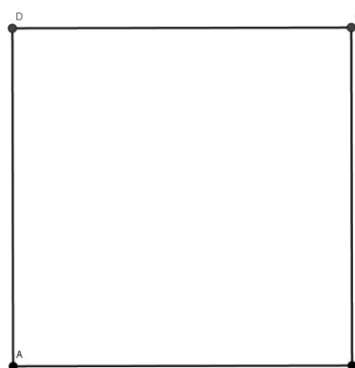
Prof. Tiago Pereira

02 – Explorar o Teorema de Haga

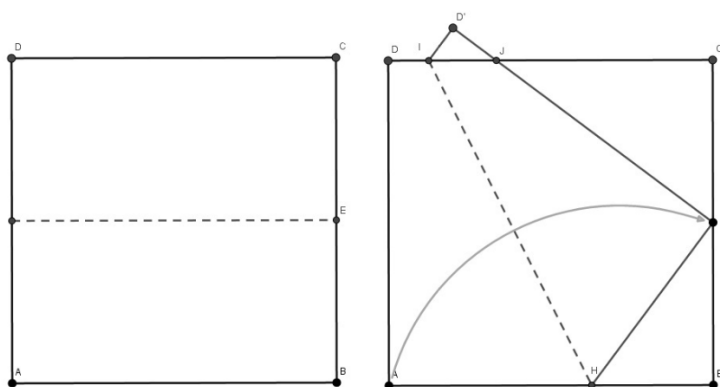
“Seja um quadrado de vértices A, B, C, D . Se realizarmos uma dobra em que o vértice A coincida com o ponto médio do segmento $\overline{BC}$, então o lado $\overline{AD}$ cortará o lado $\overline{CD}$ em um ponto J tal que a distância entre C e J é igual a dois terços do lado do quadrado” (HAGA, 2008, p.1, tradução nossa, adaptado)

Vamos por partes:

- 1) Seja um quadrado de vértices A, B, C, D . (folha de papel em formato quadrado)



- 2) Se realizarmos uma dobra em que o vértice A coincida com o ponto médio do segmento $\overline{BC}$, ponto E .



- 3) Então o lado $\overline{AD}$ cortará o lado $\overline{CD}$ em um ponto J tal que a distância entre C e J é igual a dois terços do lado do quadrado.

Curso de extensão universitária (terceiro módulo)

Matemática, Origami e Produção de Vídeos Digitais

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues Silva

Profa. Carolina Yumi Lemos Ferreira Graciolli

Prof. Tiago Pereira

03 - Construção de poliedros de Platão



QRCode:

Five Intersecting Tetrahedra Origami (Thomas Hull)

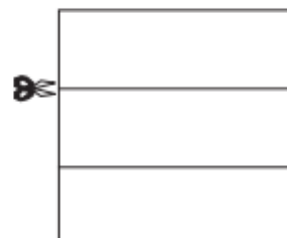
<<https://www.youtube.com/watch?v=NNy5WVG0qoo&t=42s>>

Five Intersecting Tetrahedra

This origami model is a real puzzle! But first we'll start with the **one tetrahedron** made from Francis Ow's 60° unit [Ow86].

Francis Ow's 60° unit

This requires 1×3 paper. So fold a square sheet into thirds and cut along the creases.



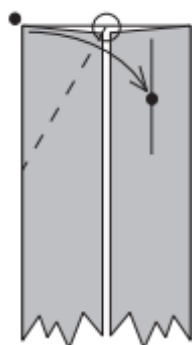
- (1) Crease in half length-wise.



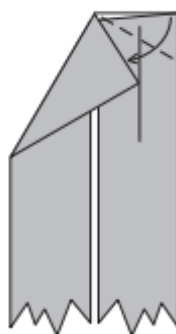
- (2) Fold the sides to the center.



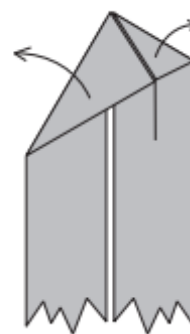
- (3) At the top end, make a short crease along the half-way line of the right side.



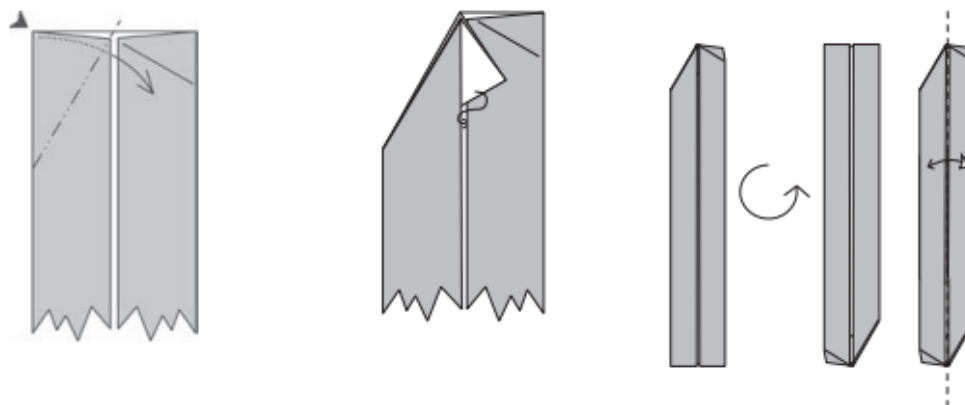
- (4) Fold the top left corner to the pinch mark just made **and at the same time** make sure the crease hits the midpoint of the top...



- (5) ...like this. Fold the top right side to meet the flap you just folded.

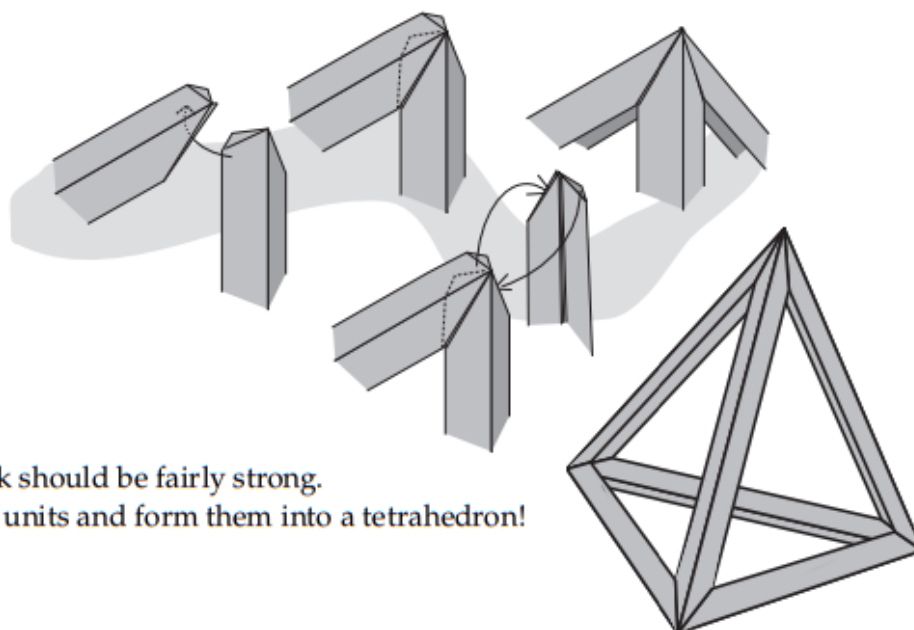


- (6) Undo the last two steps.



- (7) Now use the creases made in step (4) to **reverse** the top left corner through to the right. This should make a white flap appear...
- (8) ...like this. Tuck the white flap underneath the right side paper.
- (9) Now rotate the unit 180° and repeat steps (3)–(8) on the other end. Then fold the whole unit in half lengthwise (to strengthen the spine of the unit) and you're done!

Locking the units together: Three units make one corner. **Make sure** to have the flap of one unit **hook** around the spine of the other!



The lock should be fairly strong.
Make 6 units and form them into a tetrahedron!

APÊNDICE B – VÍDEOS ASSISTIDOS NO CURSO DE EXTENSÃO

Quadro 6 – Vídeos assistidos no terceiro encontro.

Folding Constructibility/ Trisect an angles	Tadashi Mori – Tutoriais de Origami	
https://www.youtube.com/watch?v=gC-MxaRmwE8		
GHOSTKUBE CROWDFUND	Erik Aberg	
https://www.youtube.com/watch?v=JaGOefhfipA		
Origami puzzle 3x3x3 3d cube	PaperFoldingChannel	
https://www.youtube.com/watch?v=wOk7dTcJEx8		
Folding Paper to the Sun	Knowledge of Living	
https://www.youtube.com/watch?v=P42dqitnDt4		
Como dobrar uma folha de papel pode te levar até a Lua	Ted-ed	
https://www.youtube.com/watch?v=AmFMJC45f1Q		
Origami!	denislees	
https://www.youtube.com/watch?v=AiZxHXINu5U		
Origami	Canal Sat	
https://www.youtube.com/watch?v=BfWatxiMyqI		
Matemática e Origami: Teorema de Haga	Carolina Yumi Graciolli	
https://www.youtube.com/watch?v=yLMTnc-GIhs&t=307s		

Fonte: Elaborado pela autora.

APÊNDICE C – CARTA DE CONCENTIMENTO E AUTORIZAÇÃO



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
UNESP, RIO CLARO – SP

CARTA DE INFORMAÇÃO - PARTICIPAÇÃO DA PESQUISA

Introdução

Meu nome é Carolina Yumi Lemos Ferreira Gracioli, sou mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), IGCE, campus Rio Claro. Sou orientada pelo Prof. Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva, professor do Departamento de Educação da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), IBILCE, campus São José do Rio Preto.

Objetivo

O objetivo desse estudo é investigar a produção de conhecimento matemático quando um grupo de estudantes explora conceitos matemáticos por meio dos origamis e da produção de vídeos.

Se você concordar em participar

Se você concordar em participar desse estudo, você será observado, filmado e entrevistado. A partir desses registros será produzida uma dissertação de mestrado, a qual será publicada na Internet, ou seja, de domínio público.

Confidencialidade

As informações registradas serão utilizadas para fins de pesquisa em Educação Matemática. Transcrições dos vídeos serão utilizados/revelados em relatórios de pesquisa, artigos, livros e, principalmente, na publicação de uma dissertação.

Riscos e participação voluntária

Não há riscos conhecidos para participar desse estudo. A participação nesse estudo é voluntária. Esta carta de informação e consentimento tem como objetivo fundamental a ciência e autorização do uso de imagem participante.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
 “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
 INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
 UNESP, RIO CLARO – SP

CARTA DE CONSENTIMENTO E AUTORIZAÇÃO

Declaro que li a carta de informação, entendi a natureza do estudo e concordo em participar.

Declaro ciência e concordância com relação as questões éticas sobre uso público de imagens no desenvolvimento e divulgação do documentário.

Nome do participante: _____

RG: _____

Autorizo que meu nome seja mantido no trabalho:

() Sim.

() Não. Sugiro que meu nome seja alterado para: _____

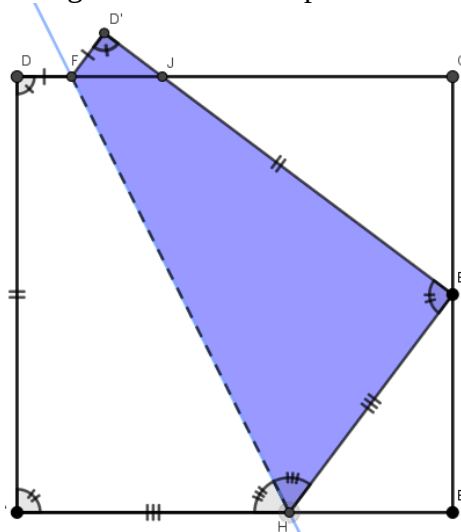
Rio Claro, ____ de _____ de 2019.

 Assinatura

Comentários do participante:

APÊNDICE D – ANÁLISE IDEOGRÁFICA

Figura 59 - Imagem de referência para análise ideográfica.



Fonte: Elaborada pela autora.

Quadro 7 – Análise ideográfica do primeiro encontro.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E1_H1	R.: Professora, formaram quatro triângulos. H.: Tem oito triângulos. Tem um, dois, três, quatro... sete e oito [apontando para o papel].	Observando o número de triângulos formados pelos vincos no papel após dobrar as duas diagonais do quadrado	Observar formas geométricas.
E1_Y1	O triângulinho que forma é retângulo na linha fechada ou aberta?	Atribuindo linguagem matemática buscando esclarecimento sobre o passo de dobra exposto pela pesquisadora.	Atribuir linguagem matemática buscando compreensões do exposto.
E1_E1	E.: Parece um aviãozinho, se você fizer assim. [colocando algumas partes para traz] Fica um avião. H.: Ficou parecendo um balão. N.: Parece uma pipa. [...] E.: Parece um morcego. Aqui as orelhinhas, a cabeça e as asas. [...] H: O meu esta parecendo um pelicano.	Observando o objeto que foi dobrado e imaginando/atribuindo formas a ele.	Relacionar figuras dobradas com objetos e animais.
E1_Y2	Eu estou gostando dos desenhos que ficam se formando.	Expressando gostar das formas geradas ao longo da construção do Tsuru.	Apreciar as figuras formadas durante a construção de um origami.
E1_H2	Por isso que tem que ter o vídeo. Porque eu não vou lembrar de tantos passos. Com vídeo eu olho e é fácil. Até eu decorar. Vou ensinar para os meus alunos eles vão amar.	Destacando que o vídeo é importante, pois permite que seja revisto quantas vezes forem necessárias para decorar os passos de construção de um origami.	Apresentar pontos positivos de articular origami e vídeos.
E1_Y3	P.: Pega a parte fechada e então leva	Atribuindo linguagem	Atribuir linguagem

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	lá no meio. Y.: Ou seja, vai formar esse triângulo aqui.	matemática ao que foi expresso pela pesquisadora. Buscando outras formas de dizer a mesma coisa.	matemática.
E1_R1	Amei. Vou postar em todos os storys.	Destacando que irá compartilhar em suas redes sociais.	Compartilhar em redes sociais.
E1_Y4	Acho que esse [diagrama] não obedece aquele lá que ela postou [referindo a diferença entre os diagramas apresentados no slide e no material impresso]	Comparando diagramas buscando compreender como executar o passo ilustrado para a construção de um origami	Comparar diagramas buscando compreensão.
E1_R2	R.: E agora? [tentando entender o que deve ser feito nos passos 6 e 7 do diagrama]. H.: Assim, você está aqui, eu peguei e virei pra tras. R.: Mas está certo? Mas são quatro setas.	Buscando compreender o que deve ser feito no papel nos passos seis e sete do diagrama da Pajarita. Comparando o ilustrado com o que foi dobrado.	Comparar o que é ilustrado no diagrama com a construção feita em origami.
E1_H3	H.: Mas é isso? Como que ele não ficou menorzinho? R.: Não ficou menor, eu acho que não é. H.: está tendendo a zero, meu quadrado é quase um ponto. R.: Agora que eu vi as setinhas aqui. Aí, podia ter diminuído o tamanho, não é?	Discutindo sobre problemas de representação no diagrama. A dupla questiona porque o tamanho do quadrado não diminuir no diagrama após realizar diversas dobras.	Discutir e questionar problemas na representação do diagrama do passo a passo.
E1_R3	D.: Eu não estou entendendo essa seta aqui. [seta de desdobrar]. R.: É a seta de desdobrar. H.: Ele está aqui assim, não é? R.: É que tem que dobrar para cima, tem que cobrir o branco [apontando para o diagrama].	Auxiliando e explicando ao colega o que deve ser feito e qual o significado de umas setas presente no diagrama.	Explicar ao colega o significado de uma seta no diagrama.
E1_D1	C.: Mas o meu não tem ponta para puxar. D.: Tem sim. C.: Mas não dá para puxar. D.: [com o origami de Carol, puxou as pontas e devolveu] C.: Ah! Chocada! (risos).	Mostrando a colega como realizar um dos passos ilustrados no diagrama	Mostrar a colega como realizar um dos passos do diagrama.
E1_E2	E.: Parece alguém fazendo assim [jogando cabeça para trás]. Assim, com chapeuzinho. Y.: Nossa, verdade (risos). Sabe o que pode parecer também? Aqui é o salto e aqui é o pé. E.: Ou então, uma pessoa com as mãozinhas e o pé. Y.: O que? A gente está 'brizando' já. (risos).	Observando o objeto que foi dobrado e imaginando/atribuindo formas a ele.	Atribuir formas aos objetos dobrados.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	N.: Parece uma foca.		
E1_Y5	É assim igual matemática. Você tem um método e aí você tem que seguir, no começo você tem uma dificuldade em cada passo porque você nunca viu.	Articulando a maneira de construir origamis por meio dos diagramas com a matemática. Destacando que a maneira de lidar com os diagramas se assemelha com o método matemático.	Comparar a maneira de lidar com os diagramas com um método matemático.
E1_R4	R.: O mais difícil é ir do passo 10 para 11, entender que aquela seta ali que é desdobrar. A hora que entende ela, você faz o 13 com um pouco mais de facilidade. E.: O que me ‘bugou’, foi a seta do [passo] 8, que eu não entendi esse negócio aqui de virar. [gesto com as mãos]. R.: E era só virar (risos). E.: É, e era só virar. Eu fiquei umas três horas aqui [gestos com as mãos virando em vários sentidos]	Discutir a forma de representação ilustrada no diagrama, apresentando críticas e relatando dificuldades.	Discutir e criticar as setas utilizadas para representar os passos da construção de um origami.
E1_R5	R.: Do [passo] 7 para o 8, que tem que dobrar de novo e ele não reduz o tamanho. A gente achou que era alguma manipulação que ia ficar do mesmo tamanho. E não é. Y.: Ele dobrou e deu um zoom. R.: É, ele continuou no zoom, podia ter um passinho antes para mostrar que ia ficar menor, depois expandir para não confundir tanto.	Criticando que o diagrama explicita a diminuição do tamanho do quadrado após as dobras. No diagrama a forma dobrada permanece com o mesmo tamanho do quadrado original, o que é impossível.	Criticar e destacar pontos negativos da representação dos diagramas.
E1_H4	H.: são códigos, não é tem toda uma linguagem ali.	Associando os diagramas a códigos e enfatizando a presença de uma linguagem.	Associar diagramas a códigos e enfatizar que se trata de uma linguagem.
E1_Y5	Eu estou tentando fazer aquela roda de cor. Aqui é o RGB [Red, Green, Blue] e vou por o branco e o preto. Preto? Tem oito? Eu queria fazer do CMYK [Cian, Magenta, Yellow, Key] e do RGB, entendeu? Intercalado, mas tem oito né vai ficar estranho. Ai eu vou usar o branco e o preto. No meio em algum lugar.	Pensando nas cores que iria utilizar para a construção da shuriken de oitos pontas. Buscando alternativas para utilizar as cores presente no sistema de cores RGB e CMYK (vermelho, verde, azul, ciano, magenta, amarelo e preto).	Pensar em combinações de cores para compor o origami.
E1_D2	D.: Peguei uma palheta de cores. P.: Nossa o seu também ficou bonito. As cores. H.: Ficou, não é? Capricho dele, todo vincadinho.	Mostrando preocupação com as cores que iriam compor o origami e a maneira de fazer as dobras, com vincos bem marcados.	Mostrando preocupações com questões estéticas do origami como combinação de cores de dobras bem vincadas.
E1_H5	Eu achei muito bonitinho, vou	Expressando interesse em	Compartilhar com

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	ensinar para minha filha.	compartilhar com familiares	familiares.
E1_R6	R.: Vários paralelogramos. H.: Mas aqui no centro, na nossa estrelinha, aqui tem um quadrilátero que não é identificado. R.: Mas e se a gente desmontar? Eu ia falar que são trapézios, mas não são. Polígonos de cinco lados. H.: Aqui, um, dois, três,... é são pentágonos irregulares.	Observando e identificando as formas geométricas presente na shuriken em diferentes perspectivas: com o origami montado na posição de estrela, na posição de octógono vazado e desmontado.	Observar e identificar formas geométricas.
E1_Y6	Assim, eu acho que depende da cor que você monta, porque se a cor for igual a essa da para juntar. Ai tem quatro formas [de simetria] só.	Discutindo acerca dos eixos de simetria dependendo das cores escolhidas.	Discutindo a influência das cores escolhidas para dizer das possibilidades de simetria.
E1_Y7	Mas [para relacionar com a] matemática não precisa ter conteúdo que a gente aprende na escola, não é? Por que não a arte ser a matemática? E outra, é muito selecionadinho o que a gente aprende na escola. Uma parte muito chata, só de fazer conta. Não aprende a pensar, não aprende a criar. Porque eu gosto de matemática assim, a gente analisar a situação e o que a gente pode tirar de bom com aquilo, não é? Várias possibilidades, isso aqui a gente está fazendo, o trabalho é isso, o que que é possível? Um monte de cor, um monte de forma.	Destacando que matemática é mais do que se aprende na escola e a matemática que pode ser arte.	Destacar que matemática pode ser arte.
E1_R7	R.: Ah, tem outra aqui olha, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete e oito. Um octógono regular, tanto dentro quanto fora. H.: E quando você faz aqui [estrela] também da olha. R.: O octógono? H.: Quatro, cinco, seis, sete, oito. É oito mesmo. Então sempre vai dar octógono. R.: Sempre, são oito peças, não é?	Identificando as formas geométricas presente na shuriken e justificando que por ela conter oito peças os polígonos formados terão sempre oito lados.	Identificar formas geométricas e justificar recorrendo à dobradura que sempre serão octógonos.
E1_C1	C.: Se seguir a mesma lógica dá para fazer um maior? Com mais pontas. P.: Não, com essa dobradura não [com o mesmo módulo]. H.: Ela fecha os ângulos, não é? Somatória dos ângulos. Ah é, a somatória dos ângulos também dá para fazer. Y.: Aquela regra lá de 360 que	Indagando sobre a possibilidade de construir shurikens com mais pontas utilizando a mesma forma dobrada. Colega argumenta que não, pois as oito peças combinadas fecham a soma do ângulo de 360°.	Indagar possibilidades de outras construções utilizando as mesmas peças; Justificar impossibilidade por meio da observação dos ângulos internos

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	divide por oito.		do polígono.
E1_R8	H.: Eu acho o diagrama mais difícil. N.: Você demora. Y.: Eu não achei difícil. R.: Você demora para interpretar o que ele quer dizer. Enquanto vídeo ele pega e “olha assim, assim”, copia exatamente o que o cara está fazendo em cada pecinha. N.: Tipo, aquele flecha, assim, assim [virar o papel].	Explicando para a reprodução de origamis por meio dos diagramas é necessário interpretar e entender o que cada símbolo significa.	Enfatizar que nos diagramas é necessário interpretar e entender a linguagem e simbologia adotada.
E1_D3	E eu acho que tem outros tipos de diagrama também, se você tem todos os tipos com setas diferentes, daí você vê algo mais complexo para que tenha mais fácil entendimento, alguma legenda e ‘tals’. Do tipo, eu achei um pouco melhor o diagrama porque eu estava vendo, no vídeo às vezes gente escutando o áudio estava muito alto e você não entendia. Então o diagrama é um pouco mais visual por mais que fosse difícil entender isso daqui [gesticulando movimento de uma das setas] que nem comentaram. Mas depois que eu entendi ficou bem mais fácil que o vídeo, que eu queria ficar escutando.	Defendendo que o diagrama é uma boa maneira de compartilhar e reproduzir os origamis.	Defender diagrama como uma boa forma de reprodução dos origamis.
E1_Y8	Eu acho que cada método tem vantagens e desvantagens. O diagrama ele tem a vantagem de você fazer a sua assimilação conforme as imagens, se você quiser olhar assim e ver o próximo que eu tenho que chegar, é assim então eu tenho que fazer a dobra que eu acredito que chegue nesse, você vai fazer associação como as imagens e fazendo no seu tempo com as imagens. Agora o vídeo, você tem que seguir o vídeo é uma coisa pronta, que não é muito bom na verdade, agora o vídeo é o tempo da pessoa que está fazendo [pessoa que produziu o vídeo] ela está fazendo no tempo dela, você tem que se acostumar com o jeito dela. Isso aqui te permite criar [mostrando diagrama], que você crie do seu jeito, mas aí que tá o vídeo é mais fácil, mais fácil mais explicativo e alcança mais pessoas.	Destacando que para utilizar os diagramas é necessário associar o que está representado nos passo a passo e reproduzir em uma folha de papel.	Destacar que o diagrama possibilita associar as figuras ao que se realiza no papel.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E1_E3	Assim, eu gostei mais do vídeo porque eu conseguia ver onde a mão dele estava indo onde que ele estava puxando. Que nem aqui, está falando que tem que puxar, mas eu não sei bem aonde que tem que puxar, como que tem que puxar. Então eu gostei mais que ele fala assim “você tem que puxar aqui” aí a mãozinha dele faz assim e a sua mãozinha faz assim também.	Destacando que prefere o vídeo, pois visualiza todo o movimento de dobra.	Defender que o vídeo permite visualizar todo o movimento de dobra.
E1_Y9	Y.: Eu concordo com todos os pontos positivos praticamente que eles falaram. E tem uma coisa que eu acho legal, assim de pensar, por exemplo, você falou que na cultura japonesa desde o começo quando não tinha internet todo mundo sentava se reunia, então tem essa coisa da cultura que vai passando, vai passando conforme os amigos e tem cerimônias, isso eu acho isso muito muito bom também. E agora se você pensar, na nossa cultura de hoje é vídeo é internet. Então assim... H.: Não deixa de ser cultural. Y.: É o que ‘tá’, é a tendência de hoje. É o que alcança as crianças.	Destacando a relevância cultural das diferentes formas de compartilhar e reproduzir os origamis.	Destacar a importância cultural de do modo de fazer origamis.
E1_H6	Só que aí Carol, eu vejo assim também, estamos falando de divulgação e reprodução, não estamos falando do estudo. Para o estudo, o curso é melhor, não é? Presencial, porque quando você vai abordar algo científico, no caso a matemática, para nós aqui então aí eu já não gostaria. [...] Eu acho que o vídeo é legal para montar, para entender como faz, agora para propor um estudo que é uma das propostas suas e acho que uma coisa complementa a outra. Se você quer estudar matemática, então eu acho que é mais interessante presencial.	Argumentando que para a reprodução dos origamis é interessante para construir objetos de origamis, mas para investigar e estudar matemática por meio das dobras, o mais relevante seria a aula presencial e a explicação oral.	Argumentar que as formas de reprodução do origami dependem do objetivo.
E1_R9	é cada coisa tem, quem eu por exemplo, eu já tenho a minha visão de pensando na sala de aula eu acho que vídeo seria mais funcional por conta da organização da sala, só que por exemplo eu não sei até que ponto eu teria montado três origamis na	Destacando que o contexto também influência na forma de compartilhar e reproduzir os origamis.	Destacar que o contexto é importante para escolher as formas de reprodução dos origamis.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	minha casa assistindo vídeo, talvez eu tenha me sentido mais motivada porque estava em um ambiente assim, entendeu? Você veio se propôs, sentou junto, agora falar que eu pegar e sentar sozinha, talvez esse tenha sido mais fácil de fazer porque o primeiro a gente sentou e fez todo mundo junto [referindo ao origami feito a partir do vídeo ser feito após o origami a partir de explicação oral] foi sabendo encaixar, então todos são importantes, depende do contexto.		
E1_H7	Para trabalhar com o vídeo em sala de aula a gente depende da internet. E aí, por exemplo, eu trabalho em escola pública, não é de periferia, mas é escola de pessoal de baixa renda. Mesmo que eles tenham celular, nem todos tem acesso a internet, e outra se você vai trabalhar com uma turma de vinte alunos, dez tem e os outros dez não tem, quer dizer, a tecnologia já nesse sentido. Você está falando de uma escola particular que é mais tranquilo, né?	Elencando aspectos necessários para a utilização de vídeos em sala de aula e comparando com as diferentes realidades dos estudantes.	Elencar características necessárias para trabalhar com vídeos em sala de aula.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 8 - Análise ideográfica do segundo encontro.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E2_Y1	Seja uma sulfite ABCD dobre A até.	Empregando a linguagem matemática.	Atribuir linguagem matemática ao problema envolvendo dobradura.
E2_R1	Você está transpondo um lado para o outro.	Justificando pela dobradura a construção de um quadrado.	Justificar a construção recorrendo a dobradura.
E2_R2	Precisa ter os ângulos de 90° graus. Mas como é um retângulo.	Apontando elementos essenciais para existência de um quadrado e justificando a presença dos mesmos.	Elencar características essenciais para existência de um quadrado; Justificar medidas dos ângulos pelo formato do papel.
E2_H1	Mas a diagonal já deu 45 aqui, não é? Sim. 45° olha [mostrando que o papel se sobrepõe]	Justificar utilizando a dobra para fundamentar argumento.	Justificar construção recorrendo a dobradura.
E2_H2	E ainda, esse outro aqui é 90°, então pronto.	Justificando a construção do quadrado pela dobradura.	Justificar construção recorrendo a dobradura.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E2_H3	Pode dobrar o C até o J, e sobrepor o J. Assim [mostrando a dobra que leva C até o ponto J]. Pode ser?	Apresentando uma ideia e argumento para validar que o segmento CJ corresponde a dois terços do segmento total do lado do quadrado.	Apresentar estratégias para solução recorrendo a dobra.
E2_R3	Eu não entendi. Ah! Dois terços, lógico. Um terço mais um terço	Indagando o argumento apresentado e ao compreendendo expressão raciocínio.	Indagar e compreender argumento expresso por um colega.
E2_R4	Eu já tentaria fazer matematicamente. Tentando encontrar uma figura.	Explicando que para buscar a veracidade da proposição tentaria apresentar argumentos matemáticos em vez de verificar pela dobra do um terço.	Enfatizar a busca pela veracidade da proposição por meio de argumentos matemáticos.
E2_Y2	Tem que suspeitar.	Enfatizando que a verificação feita pela dobra não é suficiente para provar a proposição.	Destacar que uma verificação não é uma prova.
E2_N1	É que o meu quadrado não está quadrado, então.	Justificando o porque de não ter chegado a um terço na dobra de verificação.	Argumentos que possibilitam justificar a falha na verificação.
E2_H4	A gente tem a medida só de um lado, não dá nem para usar trigonometria aqui. [...] Porque a única medida que você tem certeza é essa daqui [apontando CE], essa [EJ]. Você não tem e essa [CJ]. A única que você tem certeza é essa [CE].	Justificando impossibilidade de resolução por trigonometria.	Justificar impossibilidade de resolver utilizando trigonometria.
E2_L1	Eu acho que não é não, o meu não deu.	Argumentando que a proposição deve ser falsa pelo fato da dobra de verificação não ter apresentado precisamente um terço.	Argumentar que a proposição pode ser falsa, pois a verificação não ocorreu de maneira precisa.
E2_C1	[Tentando dobrar os dois terços do segmento CJ na metade, mas não compreendendo como. Após alguns instantes movimentando e experimentando com o papel sozinha, realiza o desejado]	Experimentando com o papel sozinha e chegando ao desejado.	Experimentar possibilidades de dobras.
E2_H5	Oh, mas dá para saber esses ângulos aqui. Esse ângulo com esse aqui é complementar [...] Aqui e aqui. Porque aqui é noventa.	Argumentando que os ângulos presentes no ponto médio do lado são complementares, pois o ângulo de 90° é transportado, logo a soma dos outros dois deve ser 90° , uma vez que, os três ângulos formam um ângulo raso.	Argumentar fundamentando-se em conceitos prévios de matemática.
E2_H6	Laís A.: Então, cada um mede 45. Hercules: Não necessariamente, são	Explicitando que ângulos são complementares não	Defender a ideia de que ângulos

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	complementares, pode ser 30, 60.	necessariamente iguais.	complementares não são necessariamente iguais.
E2_H7	Mas são complementares. Se eu chamar esse ângulo aqui de “a”, vamos supor. Esse daqui vai ser 90 menos “a”. Aqui é 90 [apontando para vértice do quadrado B], aqui é 90 [vértice C], então se aqui é “a” e aqui é 90, esse aqui também vai ser 90 menos “a”. Se esse aqui é 90 menos “a” e esse aqui também é 90 menos “a”, esses dois triângulos são semelhantes. Aqui vai ser “a” e aqui 90. Esses dois triângulos são semelhantes.	Apresentando argumentos para estabelecer a semelhança entre dois triângulos. Justificando por meio da soma dos ângulos internos de um triângulo e pela característica do quadrado.	Identificar elementos pertinentes para uma semelhança de triângulos; justificar medidas recorrendo a soma dos ângulos internos e a definição de ângulo raso.
E2_R5	E a gente sabe que aqui é “l” sobre dois e aqui é “l” sobre dois.	Destacando informações dos triângulos semelhantes	Identificar lados congruentes de um triângulo.
E2_R6	Eu não sei nada de ângulo para usar lei dos senos ou lei dos cossenos?	Buscando caminhos que envolvam lei dos senos ou cossenos.	Sugerir uma estratégia por meio de trigonometria.
E2_H8	Não, eu não sei qual ângulo que é, eu só sei que é 90 menos “a”.	Argumentando sobre a impossibilidade de aplicar lei dos senos ou cossenos.	Defender a impossibilidade de utilizar trigonometria.
E2_R7	Estou desenhando, em vez de deixar ele dobrado eu quero deixar ele aberto para poder enxergar. Eu queria fazer um triângulo aqui.	Buscando identificar formas geométricas que auxiliem na construção da demonstração.	Identificar formas geométricas que auxiliem na elaboração de uma demonstração.
E2_H9	Mas aí vai ser semelhante também. Esses ângulos a gente não conhece, muito menos esses.	Discutindo que pelos triângulos criados será mais difícil relaciona-los com os triângulos já destacados.	Apontar dificuldades de resolução pela estratégia pretendida.
E2_H10	Oh, não vai ser semelhante não. Porque esse aqui não é paralela. Seria se fosse paralela com o mesmo ângulo aqui, ou se fosse paralela a esse outro para manter o mesmo ângulo.	Enfatizando a desigualdade dos ângulos por não apresentar retas paralelas cortadas por uma transversal.	Justificar inconsistência matemática recorrendo ao Teorema de Tales.
E2_R8	Eu acho que tem que usar alguma das divisões das diagonais que formam 45 graus, sabe? Eu acho que tenho que achar um ângulo de 45.	Refletindo sobre a possibilidade de construção de triângulos com ângulo de 45° para que haja semelhança.	Propor construção conveniente.
E2_H11	É sim, mas que não vai levar em nada isso aqui [...] Você precisa fazer uma diagonal aqui. Mas não vai adiantar nada, Láís. Sabe, porque não tem relação com os dois lados aqui [lados do quadrado] eu não tenho essas medidas [nenhuma deste triângulo construído] só se eu fizesse um outro aqui.	Destacando que a estratégia planejada não trará contribuições para resolver o problema.	Argumentar que estratégia não contribuirá para a solução.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E2_H12	Eu tenho, se eu chamar o lado do quadrado de x , então ele vai ser x sobre 2 e o outro x sobre dois, então é só elevar ao quadrado que vai dar o outro lado.	Considerar uma incógnita e buscar outros triângulos com lados em função da incógnita definida.	Atribuir incógnitas e buscar dependências.
E2_H13	Se chamar aqui e e y , aqui vai ser raiz de dois x menos y . Então, agora, eu posso fazer a semelhança. Vou ter dois triângulos retângulos isósceles. Esse daqui mede x sobre dois, x sobre dois.	Supondo medidas e estabelecendo semelhança de triângulos pelo caso ângulo ângulo.	Estabelecer semelhança pelo caso ângulo ângulo.
E2_H14	Eu posso chamar de z , mas aí eu vou ficar com três variáveis. [...] Mas não adiantou nada porque eles são iguais. Não vai adiantar nada. X sobre dois esta para y assim como x raiz de dois esta para menos y . Aí cortou x , y e z .	Enfatizando que a estratégia anterior não possibilitou avanços em direção a solução do problema, uma vez que, não permite encontrar função entre as três variáveis.	Identificar e argumentar que a estratégia não possibilitou avanços para solução do problema.
E2_H15	Vamos provar por contradição. Vamos supor que não seja e aí a gente prova que é. [...] Pelo isósceles nos não vamos chegar lá. Vamos ver aquela ideia inicial.	Traçando novas estratégias, demonstração por absurdo, e concluindo impossibilidade de demonstração pelo triângulo isósceles.	Estabelecer novas estratégias, considerar demonstrar por absurdo; justificar impossibilidade de demonstração pelo caminho escolhido.
E2_R9	Eu acho que a gente não tem que ir por esses triângulos, Hercules. Porque a gente esta fazendo triângulos aleatórios que nem tem relação com a dobradura. Na verdade tem a ver com a dobra, mas não tem a ver com que o exercício pede. Entendeu? Isso que confunde, eu acho. A gente não tem nem essa divisão aqui na verdade, olha. Se fosse um exercício de matemática ia aparecer assim, você tem esse ângulo e esses aqui e acabou, você não tem nenhuma dobradura aqui.	Argumentando que a estratégia escolhida não possui relação com o problema proposto, pois envolve a construção de diversos elementos que não possuem conexão com a dobra.	Argumentar que a estratégia não possui relação com o problema.
E2_R10	Esse ângulo é igual aqui [A com HÊJ] e esse pedaço aqui é igual [AH com HE] por causa da dobradura. Esse pedaço aqui é igual a esse pela dobradura [mostrando ao dobrar e abrir o papel].	Recorrendo a dobradura para justificar certas igualdades.	Justificar recorrendo a dobradura.
E2_H16	Olha, eu isolei z em função de x e y . Agora eu vou isolar x em função de y , aí eu volto substituindo em cascata. Da maior trabalho. [...] Grande coisa eu descobri [irônico]. Eu descobri que $2x^2$ é igual a $2x^2$.	Apresentando estratégia por outra linha de raciocínio e chegando a conclusão sem significado matemático.	Buscar outras soluções; identificar equívocos.
E2_H17	Como você faria isso no geogebra?	Buscando relacionar o	Relacionar a dobradura

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
		problema no papel com o software geogebra.	com o GeoGebra.
E2_R11	Ah! Espera, Hercules, vamos por parte. Se eu falar que aqui é x aqui vai ser l menos x .	Concluindo que todos os lados do triângulo são conhecidos em função de duas variáveis.	Estipular medidas em função de variáveis.
E2_H18	Essa parte é igual a essa [dobrando e desdobrando o papel]. Aqui é x e aqui é l menos x .	Realizando o movimento de dobra para compreender o expresso pela colega.	Experimentar dobrar para compreender afirmação expressa por colega.
E2_H19	Calma, l menos x esta para l sobre dois. [...] x , l menos x , l sobre 2, e esse aqui a gente não sabe [referindo-se a hipotenusa do triângulo maior].	Buscando organizar informações para estabelecer a proporção entre os triângulos.	Destacar semelhança entre dois triângulos.
E2_H20	Então, vamos fazer aqui. l sobre dois e z esta para dois vezes l menos x sobre l que é igual...	Desenvolvendo proporção com quatro incógnitas.	Calcular proporção entre lados de triângulos.
E2_H21	Vamos fazer $l = 1$. Se $l = 1$, então $z = 2/3$. Isso é a tese, não da pra usar. No lugar do l eu vou colocar um. E no final z vai ter que dar dois terços. Então $1/(2z) = (-2x)/1$. Então ficou x em função de z . Então ficou $2z = 1/(2-2x)$ ou seja $z = 1/(4-4x)$. Está certo? $Z = 1/(4-4x)$. Agora o x ? Agora vamos substituir onde tem z . Mas não dá se tivesse outro z , ou eu posso isolar o x em vez do z , aí onde tem x ?	Desenvolvendo expressão levando em conta o caso específico em que o lado do quadrado corresponde a uma unidade e buscando outras expressões para estruturar um sistema de equações.	Considerar caso específico em que lado é igual a uma unidade de medida.
E2_H22	Mas eles são semelhantes. As medidas são proporcionais. Só, se a gente... Não, não dá. E se eu usar Pitágoras para x em função de l .	Sugerindo o Teorema de Pitágoras como solução para encontrar valor de x em função de l .	Sugerir o Teorema de Pitágoras para encontrar dependência entre variáveis.
E2_R12	Nós temos esse triângulo aqui, certo? Então x ao quadrado é igual a $l/2$ ao quadrado mais $l-x$ ao quadrado, se eu passar o x ao quadrado pra lá vai dar zero certo? Então zero igual $l/2$ ao quadrado mais $l-x$ ao quadrado menos x ao quadrado. Aqui também da pra mudar [continuando em voz baixa] [...] Aí, a gente descobre l . O l vai ser... Para ser zero ou o l é zero, que não é o caso. Mas da pra simplificar, aí vai dar certo.	Desenvolvendo Teorema de Pitágoras em conjunto com o colega.	Recorrer ao Teorema de Pitágoras.
E2_H23	É adiantou. Aqui o que você fez, o triângulo esta todo em função de l . $3l/8$ e esse aqui é $l/2$ e aqui $5l/8$. [...] Esse esta para esse assim como esse esta para esse [todos em função de l]	Justificando a medida de todos os lados do triângulo em função de l pelo Teorema de Pitágoras; Começando a estabelecer relação entre os	Deduzir medida dos lados pelo Teorema de Pitágoras.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	ou z]. Láís, você é demais! [empolgação].	triângulos semelhantes; Apresentando empolgação.	
E2_R13	[pulos na cadeira] Vai, vai, então vai! Z esta para $l/2$ assim como $5l/8$. Aí como que você fez? Isolar aqui que dá $2z$, e dá $8l$ e posso cortar, não posso? Então $2z = 4/3$.	Desenvolvendo expressão obtida pela semelhança.	Calcular proporção estabelecida pela semelhança de triângulos.
E2_H24	Só passa o l pra lá. $4l/3$ dividido por 2. 4 sobre 6 igual a z .	Desenvolvendo proporção gerada da semelhança e chegando ao resultado almejado.	Desenvolver expressão e obter solução para o problema.
E2_R14	O seguinte, tem esse triângulo aqui. Aqui é x e ali é $l-x$. Aí a gente fez pitágoras! [...] Aí ficou x^2 , $(l/2)^2$ e mais esse aqui ao quadrado, aí gente abriu o pitágoras. O x^2 cancelou e ficou uma equação do segundo grau, ou l era zero, que não era o caso, ou isso aqui era zero. Aí, a gente ficou com x em função de l . Aí a gente substituiu aqui e deu esse valor e fizemos a semelhança aqui. [...] A semelhança de $l/2$ e do z , que a gente queria, e o $l/2$ e o $3l/8$. E aí o z a gente chegou no $2/3$. Que era o que a gente queria.	Apresentando argumentos e estratégias tomadas para a demonstração do Teorema.	Explicar raciocínio que possibilitou uma demonstração.
E2_R15	Então, a gente tem o quadrado e como hipótese o ponto médio e aí a gente dobra esse aqui [ponto A] aqui [ponto médio E]. Dobrando isso aqui, eu não sei como fazer isso com segmento. Como que a gente fez isso aqui [segmento AH] vir pra cá [segmento HE]. Como que eu represento que isso vem pra cá, sabe? Tem 90 graus aqui e a gente já sabe as medidas. Nossa, como que eu divido proporcionalmente em dois terços aqui no geogebra? Como que eu divido aqui [pensando alto].	Refletindo sobre a proposta de representar o que foi dobrando o papel no software GeoGebra; Questionando como representar o movimento de dobra no software; buscando relacionar conhecimentos prévios do software com o problema em questão.	Refletir sobre como representar a dobradura em um software de matemática.
E2_R16	Reflexão, hum, reflexão [pegando o papel e dobrando novamente repetidas vezes], [...] O problema é que não tem o risco aqui [referindo-se a reta que corresponde à dobra na tela do software]	Refletindo sobre a possibilidade de relacionar a dobra com a ferramenta de reflexão do GeoGebra.	Refletir sobre como encontrar o eixo de reflexão, ou seja, por onde passa a dobra no software.
E2_R17	[...] Aqui a gente não transporta nenhum lado inteiro, sabe? A gente transporta esse pedaço aqui [AH que vira HE]. Mas aí qual é esse pedaço aqui, entendeu? Como é que eu construo, divido um segmento em	Argumentando que para utilizar a ferramenta reflexão do GeoGebra seria necessário ter a dobra.	Argumentar que é necessário encontrar reta que contem a dobra para refletir elementos.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	três partes?		
E2_R18	Eu já ia fazer os dois terços aqui, paralelas e achar o ponto e ligar com ele. Ai aqui [de baixo] eu não ia saber ia ter que calcular.	Expondo maneira de resolver o problema utilizando de artifícios de desenho geométrico.	Relacionar geometria com origami.
E2_H25	Uma simetria, eixo de simetria. [...] Exatamente, esse daqui vai ser o eixo de simetria [apontando para a dobra]. Você vai ter que achar o eixo de simetria. De A até E.	Explicitando que as dobras são equivalentes a eixos de simetria. Apresentando ideia para resolução envolvendo encontrar o eixo de simetria, ou seja, a reta que contém a dobra.	Apresentar estratégias envolvendo simetria.
E2_H26	Ali, coloca ali, reflexão em relação ao ponto [...] Mas é esse ponto que reflete em relação a esse [A e E]. Tenta colocar A e E.	Experimentando diversas ferramentas e elementos no GeoGebra.	Experimentar com software.
E2_R19	Olha lá, ele refletiu aqui [apontando para a tela do computador], esta vendo? [...] Mas tem que se transpor pra cá [a em e].	Mostrando que a reflexão em questão não gera o similar ao dobrar o papel.	Observar que a construção não é similar ao que foi dobrado.
E2_R20	Por isso a reflexão da reta também não deu, porque a gente precisa da reta para poder refletir. Mas aí, como que a gente faz a reta da reflexão?	Justificando que a ferramenta reflexão em relação a uma reta não estava sendo utilizada de forma correta, pois ainda não possuem o eixo de reflexão.	Justificar resultando não esperado.
E2_H27	Olha, do ponto A ao ponto E o eixo de reflexão é perpendicular. Se traçar aqui, daqui até aqui [segmento AE] essa reflexão é perpendicular, é o eixo perpendicular ao segmento AE. [...] Agora você acha um eixo que seja perpendicular a esse.	Argumentando que o eixo de reflexão é perpendicular ao segmento que une os pontos que devem ser refletidos.	Relacionar a dobradura com conceitos de geometria.
E2_R21	Ah, é? Ah, lógico! Mas você tem certeza que esse [reta que contém a dobra] é perpendicular a esse [AE]?	Perguntado para verificar se está correta a afirmação de que deve ser uma perpendicular passando pelo ponto médio do segmento AE.	Indagar certos conteúdos matemáticos.
E2_H28	Tenho certeza, senão não seria simétrico [mostrando com os dedos que a distância entre os pontos e o eixo de simetria deve ser igual].	Defendendo o argumento com fundamento nas definições de simetria.	Argumentar recorrendo a conceitos de simetria.
E2_R22	O J, agora é uma perpendicular aqui [apontando para o ponto E], não é, Hercules? [...] É uma perpendicular a esse segmento [AH refletido] passando por E.	Argumentando que, em comparação com a dobradura realizada, para a obtenção da divisão de dois terços é necessário traçar uma perpendicular ao segmento refletido.	Buscar compreender os fundamentos matemáticos que geram a dobra.
E2_H29	Então traça o segmento, um perpendicular a E. Pronto agora essa	Argumentando que o procedimento será válido,	Apresentar e justificar estratégias para a

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	interseção é o J. [...]É porque tem que manter a característica, tem que ser perpendicular	pois a perpendicularidade é característica da dobradura.	representação da dobradura no GeoGebra.
E2_R23	Mas agora a gente tem que ver. Vamos para a mágica. [Arrastando segmento do lado] Oh! Vamos ver se está certinho mesmo? [...] Vamos ver as aproximações.	Verificando a prova do arrastar; Propondo a verificação por meio das medidas dos segmentos.	Verificar a construção utilizando a prova do arrastar; propor verificação recorrendo à medida.
E2_H30	Vai ser, tem alguma coisa com relação a essas medidas [divisões do segmento CD]. Veja a medidas que tem aí. Faz elas divididas. PM divido por, o que tem ali?	Supondo o que acontece ao se alterar a dobra da proposição para um quarto em vez de um meio. Buscando através das medidas, presentes no software, estipular a divisão feita pelo método anterior com uma variação.	Supor resultado partindo da experiência anterior.
E2_R24	Da quase um décimo, um décimo não. Hercules, deu quase três quartos. Mas não deu três quartos, porque pensa, se fosse 30 ia dar 30 sobre 40, aí ia dar três quartos, só que inverso.	Manipulando as medidas buscando compreender qual a divisão do segmento do lado do quadrado.	Manipular medidas buscando encontrar a divisão exata do lado do quadrado.
E2_R25	Era pra dar exatamente $\frac{3}{4}$? [...] Eu não sei, porque a medida toda aqui dá 40 e aqui deu 28.75 e se você dividir dá quase três quartos.	Questionando sobre o valor aproximado e estimando possível erro de construção.	Refletir sobre resultados obtidos.
E2_R26	P.: Cadê o ponto J de vocês? Lr.: Que ponto J? P.: Do outro, o ponto J é aqui não é?[apontando na dobradura]. Lr.: Ah! É aqui. [apontando no software]	Reconhecendo equívocos na construção. O ponto considerado para marcar a divisão do lado do quadrado era para ser o ponto de intersecção entre o lado DA com o lado CD, mas a dupla estava considerando a dobra como marcação do ponto J.	Reconhecer equívocos de construção.
E2_R27	16. Vai dar dois quintos. Aí quando é meio dá dois terços, quando é um quarto dá dois quintos. [...]Quando for um oitavo vai...?	Obtendo resultado e começando reflexão a respeito de uma possível generalização.	Refletir acerca dos resultados obtidos; Iniciar ideia de generalização.
E2_H31	Opa, dá para pegar uma sequência aí.	Observando possível sequência a partir do padrão obtido pelas duas experiências.	Considerar possibilidade de sequência por observar padrão.
E2_R28	[construindo no software] Aí meus Deus, Carol. Será que vai dar impar ou será que vai dar primo? Vai ser primo ou impar	Estipulando possibilidades do próximo termo da sequência.	Estimar o próximo termo de uma sequência.
E2_H32	Parece que vai ser sete agora. Vai ser dois sobre sete. [...] Eu acho que vai ser impar. Vai ser sempre dois sobre um número impar. É suspeito.	Estimando generalização dos termos da sequência	Estimar generalização dos termos de uma sequência.
E2_R29	O triste do papel, da dobradura, é	Apresentando pontos	Discutir aspectos

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	que por exemplo se você dobra para achar o ponto médio já fica uma marquinha ali, ai você já quer usar aquela marquinha ali, já quer traçar triangulo ali, então eu parei e fiz outro desenho e fui vendo no meu outro desenho, parei de usar a dobradura	negativos de olhar para o papel com dobras.	negativos de trabalhar com o papel e muitas dobras.
E2_Y3	Nossa. Eu pensei em vários caminhos, mas assim, eu comecei e não saiu nenhum.	Ressaltando as dificuldades de apresentar uma demonstração pela possibilidade de diversos caminhos.	Apontar dificuldades para demonstrar.
E2_Y4	P.: Tipo em seis, como que a gente faria? Y.: Põe, divide ali em cinco.	Destacando caminho para a divisão de um segmento em seis partes iguais.	Expressar ideia para a divisão de segmentos em seis partes.
E2_R30	Aí um quinto [vai dividir em] dois sextos. [...] Um quarto [vai dividir em] dois quintos. Um quinto [vai dividir em] dois sextos, um sexto [vai dividir em] dois sétimos, um sétimo [vai dividir em] dois oitavos, um oitavo [vai dividir em] dois nonos.	Estimando relação entre o número de divisão inicial com o numero de divisão obtido pela dobra.	Estimar resultados partindo de uma hipótese.
E2_R31	Le.: Um quinto é dois quintos? Lr.: Não. Um quinto é dois sextos. Então fica, por exemplo, um sobre x vai ser dois sobre x mais um.	Estipulando expressão generalizada que rege a formação da sequência.	Generalizar termos de uma sequência; estipular expressão que rege os termos de uma sequência.
E2_L2	Ah tá. Então um sexto vai ser dois sétimos.	Expressando compreender relação entre o numero de divisões iniciais com o a divisão obtida pela dobra.	Expressar compreendido.
E2_H33	Eu conseguir só seis olha [com uma folha de papel dobrada]	Experimentando dobrar papel mais que sete vezes, como expresso por uma colega.	Experimentar manipulando o papel.
E2_R32	H.: Como que você fez depois daqui? Lr.: Eu refleti o polígono. Tem que achar esse ponto e esse ponto [referindo aos pontos de intersecção entre eixo de simetria e os lados do quadrado]. Ai você vai aqui olha, você precisa ir no ponto em comum. Aqui não, lá na intersecção de dois objetos. Agora clica esse lado e nesse aqui.	Explicando ao colega como foi feita a reflexão do polígono em relação ao eixo de simetria encontrado anteriormente.	Explicitar procedimento para refletir um polígono em relação ao eixo de simetria; representar a dobra no software.
E2_L3	Le.: Então, se eu tiver 1500 [dobras em] vale eu tenho que ter... Lr.: 1501 [dobras em] montanha. Le.: Se eu tiver 1502 da errado?	Deduzindo o número de dobras necessárias para a existência de uma dobradura.	Deduzir o número de dobras essenciais para a existência de uma dobradura.
E2_R33	Lr.: É então, aí que esta. Errei de	Refletindo sobre qual	Refletir sobre

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	novo. [...] Quem que é o dois terços? Para mim era aqui em baixo. Mas não é né? É que eu dobrei ao contrário. Y.: os dois terços é aqui, olha.	intersecção gera o ponto que determina o segmento correspondente a dois terços, a confusão ocorre, pois o papel é dobrado em outra direção.	diferentes possibilidades de dobrar dois terços.
E2_F1	Aqui, tudo isso aqui é dois terços e depois você dividi isso ai no meio, viu?	Argumentando que aquele pedaço corresponde a dois terços e pode ser verificado quando se dobra ao meio	Argumentar e apresentar possibilidade de verificação.
E2_Y5	O que não está fazendo sentido é esse ponto [J] aqui, como que eu vou chegar nele. Eu estou pensando nisso, como que eu vou chegar nessa medida aqui. [Varias vezes dobrando e desdobrando] [...] Como que saiu esse ponto J. De onde que ele esta saindo? Como é que eu vou chegar nele?	Pensando em como surgiu o ponto J levando em conta a dobra realizada. Indagando formas de obter o segmento CJ.	Refletir meios de obtenção de pontos gerados pela dobra.
E2_N2	Eu vou usar medidas coerentes aqui para dar um terço. [referindo ao GeoGebra] [...] Um quadrado de nove por nove.	Propondo que ao utilizar medidas convenientes pode se observar com facilidade a divisão em dois terços.	Propor a utilização de medidas convenientes.
E2_F2	Simples a gente usa a quarta proporcional aqui. [...] Que pena que eu não tenho um esquadro. Me empresta sua régua? [...] Vale usando desenho geométrico?	Considerando conceitos de desenho geométrico para buscar soluções ao problema	Relacionar o problema da dobradura com conceitos de desenho geométrico.
E2_F3	Eu usei a quarta proporcional. Tipo você faz, calma la, eu não sei se é exatamente isso, mas enfim. Eu tracei a medida aqui do quadrado ai depois eu tracei um segmento qualquer, e ai marquei três vezes e tracei paralelas. E ai dividiu certinho em 3.	Expondo uma forma de dividir um lado qualquer do quadrado utilizando retas paralelas. Porém o procedimento apresentado não se caracteriza como uma demonstração, pois parte de diferentes hipóteses das que são parte do problema.	Sugerir uma forma de divisão do lado do quadrado que não parte das hipóteses consideradas no problema.
E2_N3	N.: Você usou a hipótese. P.: Você usou a tese. N.: Isso, desculpa.	Argumentando que solução apresenta por colega se baseia em já considerar que o procedimento é valido, considerando que realmente divide em dois terços sem apresentar argumentos matemáticos.	Argumentando sugestão de colega sobre utilizar a tese e não a hipótese.
E2_Y6	Eu tive assim, isso aqui é a mediatriz desse segmento aqui, por que fecha aqui [movimento de dobra]. Aí, é, se você fizer o encontro desse ponto aqui [AB com BC] no segmento AB que também vai ser a mediatriz desse segmento aqui, aí eu queria	Recorrendo a dobra para justificar mediatriz. Apresentando estratégia por meio de semelhança de triângulos em uma proporção de um para três.	Recorrer a dobra para justificar ponto médio; discutir estratégia que envolve semelhança de triângulos.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	provar que esse triângulo aqui é semelhante a esse, e.. Na razão três.		
E2_Y7	Dois ângulos, lados, todos os três proporcionais é por isso que é bom para achar a razão, é eu vou nesse caminho ai. Agora eu vou tentar achar a semelhança...	Identificando elementos necessários para estabelecer uma semelhança de triângulos e traçando uma estratégia.	Traçar estratégia para obtenção de elementos que estabeleçam triângulos semelhantes.
E2_F4	Olha, eu acho que você consegue dividir em duas figuras, as duas cada uma. Pensa nesse, nessa mediatriz [...] Porque ai o que acontece, se você fizer isso você pode afirmar lá pelo teorema das paralelas quando você corta por uma transversal aí você vai ter os ângulos.	Recorrendo ao Teorema de Tales para argumentar existência de ângulos congruentes.	Recorrer a o Teorema de Tales para defender uma ideia.
E2_Y8	É 90 graus por isso aqui é mediatriz. Alternos e internos, aqui seria só 90 graus.	Argumentando paralelismo entre segmentos pela existência de ângulos retos criados pela dobradura.	Argumentar existência de paralelas recorrendo à dobradura e conceitos de geometria.
E2_N4	P.: Você entende o que é? O que você fez aqui? [ao dobrar o segmento EH] N.: Isso aqui é igual a isso aqui. [movimento de dobrar o papel]	Identificando igualdade por meio do movimento de dobra.	Identificar elementos congruentes recorrendo à dobra.
E2_Y9	Eu já pensei em tanta coisa que eu já não sei mais o que eu estou pensando. Não estou em mais nenhuma linha de raciocínio.	Enfatizando que por apresentar tantos elementos é possível desenvolver diversas linhas de raciocínio e que isso causou certa confusão.	Enfatizar confusão ao trabalhar com diversos elementos matemáticos, como dobras, figuras, etc.
E2_F5	Top [falando em voz baixa consigo mesmo] eu achei dois triângulos congruentes. Mas ainda não cheguei em nada, calma lá, uma hora vai. [...] Não são congruentes não, brincadeira.	Investigando diferentes possibilidades e percebendo equívoco.	Investigar e perceber equívoco.
E2_F6	Aqui ABC, aí eu vou dobrar isso aqui [realizando diversas dobras no papel].	Experimentando com dobras buscando encontrar congruências ou correspondências.	Experimentar diferentes dobras buscando congruências.
E2_N5	N.: Aqui, [mexendo com os ângulos] aqui é 45 e aqui e 45. O ‘bagueio’ de dividir o ângulo no meio... F.: Bissetriz.	Identificando medida dos ângulos pela dobradura e articulando com conceitos matemáticos.	Identificar ângulos recorrendo à dobradura como justificativa; Articular dobras à conceitos matemáticos
E2_N6	Y.: Como que você chegou que isso é 45? Qual que é 45? N.: Aqui olha. 45, 45 [com movimento de dobra transpondo a outro ponto]. F.: Ela levou os 90° com a dobra. Y.: Faz sentido, muito sentido.	Perguntando como colega concluiu os valores dos ângulos; defendendo e explicando uma ideia fundamentada no movimento de dobrar.	Questionar afirmação de colega; justificar por meio da dobra uma afirmação.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E2_N7	Calma, espera aí, olha, sabe por que é 45, porque esse aqui [mediatriz de BC] é metade. Então esse aqui também é 45, ou não? Aqui e aqui eu não sei [ângulos internos dos triângulos]. Eu sei que os dois são 90. Mas não da pra saber se são ângulos iguais.	Questionando os próprios argumentos ao perceber inconsistência matemática.	Questionar os próprios argumentos.
E2_F7	Assim Natalia, 180 a soma aqui.	Argumentando que os ângulos serão 45°, pois um ângulo raso é igual a 180°.	Argumentar recorrendo à medida de 180° de um ângulo raso.
E2_N8	Então. Mas eu não posso dizer que esses ângulos são iguais. Quem me garante que esses dois ângulos são iguais?	Discutindo que o argumento apresentando garante que a soma dos ângulos é igual a 90° e não, que eles são iguais.	Discutir uma ideia apresentada; questionar uma afirmação.
E2_F8	Porque, aqui quando você dobra assim, forma 90 graus [metade do quadrado] [...] Exatamente, se aqui é 45 e aqui é 90 esse aqui também é 45. E esse também.	Argumentando que o ângulo formado quando se dobra a mediatriz é um ângulo reto e que o ângulo transposto pela dobra também é reto, desta forma por sobrepor as dobras os ângulos valem 45°.	Argumentar acerca das medidas dos ângulos recorrendo às dobras.
E2_Y10	Porque, olha, mas isso aqui é um retângulo. Parte desse ponto e vem até aqui [desenhando um retângulo], é um retângulo e não um quadrado. Só daria 45 aqui se fosse quadrado. Esse daqui mais esse daqui da 90. Mas não garante que esses dois são 45 cada.	Argumentando que as afirmações dos colegas e apresentando inconsistências matemáticas ao mostrar um contra exemplo. Argumentando que o fato de ser 90° não garante que os ângulos estão divididos na metade (45°).	Apresentar inconsistências matemáticas por meio de contraexemplo.
E2_F9	Mas gente, muito louco não faz sentido isso, você vai dividir o negocio vai somar e não vai ser 90.	Discutindo que a construção apresentada só faz sentido quando se tem dois ângulos de 45°.	Apresentar argumentos para fundamentar uma afirmação.
E2_Y11	É 90. [...] A soma deles dá 90.	Argumentando que o fato da soma dos dois ângulos resultar em 90° não é suficiente para garantir a igualdade entre eles.	Argumentar que a soma de dois ângulos ser igual a 90° não garante a congruência dos ângulos.
E2_F10	Você podia falar que esse era 45 se esse fosse, porque divide esse aqui no meio, mas como você não sabe se é 45, não pode afirmar nada dos outros.	Reconhecendo as dependências de congruência e justificando o equivoco em considerar os ângulos valendo 45°.	Reconhecer equívoco; justificar impossibilidade de concluir que a medidas dos ângulos é igual a 45°.
E2_N9	N.: Não pode dividir no meio, não fica igual, olha o tamanho aqui e o tamanho. F.: Coloca no GeoGebra aí.	Defendendo ideia por meio de uma comparação. Sugerindo verificar as medidas no GeoGebra.	Defender uma ideia; Sugerir verificação por meio de um software.
E2_N10	F.: Mas quem disse que não é	Sugerindo a experimentação	Experimentar dobras

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	metade? N.: Aqui olha, a metade seria se dobrasse o papel no meio, olha. Vou dobrar para gente ver.	através das dobras para justificar um argumento.	para justificar uma ideia.
E2_F11	A partir desse segmento AE você constrói um quadrado, e daí você pega e dobra. Pensa nesse AE. [...] Agora pensa que aí você tem um quadrado. E você quer dobrar essa folha ao meio assim, olha a forma que você vai dobrar, é a mediatriz dele. É que só da para fazer desenhando. Quer ver? Polígono regular [criou um quadrado sobre AB] beleza? [...] É como se você tivesse esse quadrado aqui e quando você pega do A ao E você pega e dobra ele na metade.	Supondo que os segmentos transportados pelas dobras sejam lados de um quadrado para compreender o movimento de dobra na busca para representar o que foi dobrado no software.	Deduzir o que ocorre matematicamente ao dobrar a mediatriz; buscar compreensão acerca da realização matemática ao dobrar para representar as dobras no GeoGebra.
E2_N11	Faz assim aqui, aqui e aqui, para ver se vai dar 90.	Propondo que realizem a verificação.	Propor uma verificação no software.
E2_F12	Só vou colocar aqui para você ver que o ângulo não dá 45. Espera aí.	Recorrendo ao software para justificar uma afirmação.	Recorrer ao software para justificar uma ideia.
E2_C2	E se esses triângulos forem semelhantes? Esse com esse. Esse lado tem a mesma medida, CE é igual a EB. A gente pode tentar, o que acha?	Sugerindo estratégia por meio de semelhança de triângulos.	Sugerir estratégia envolvendo semelhança de triângulos.
E2_C3	C.: Aqui e aqui é 90. [vértices do quadrado] D.: Hum, eu sei um lado e um ângulo. C.: Mas qual o outro lado que pode ser semelhante?	Identificando ângulos de 90° e questionando quais as possibilidades para que haja semelhança de triângulos.	Identificar hipótese; questionar possibilidades de semelhança.
E2_C4	Mas se aqui foi 45, aqui também vai ser. Então esse é igual a esse. Esse é 90 e é 90. [vértices do quadrado].	Deduzindo ângulos congruentes recorrendo a dobradura e soma dos ângulos que formam um ângulo raso.	Deduzir ângulos congruentes recorrendo à dobradura e a definição de ângulo raso.
E2_D1	D.: A gente esta querendo fazer esse com esse [triângulo maior e menor], mas não dá porque a gente precisa mostrar esse é proporcional a esse [CJ e HB], mas aí a gente não conseguiu. C.: Porque assim, se esse ângulo for igual a esse [BHE e JEC] esse é 90 e esse outro também é [vértices do quadrado] aí dá [caso de semelhança], tem também esse lado com esse [BE e EC].	Explicando raciocínio e destacando as dificuldades para encontrar a solução.	Explicar e identificar elementos necessários para elaborar uma demonstração.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E2_C5	Aí quando a gente dobra aqui, [fazendo o movimento] esse aqui vem para cá [AH vira HE] e aí ele é x.	Justificando por meio de dobradura transporte de segmento.	Justificar recorrendo à dobradura.
E2_D2	D.: Mas aí ficaria, por exemplo, o x seria l-y. Hum, então, vamos lá. Você tem que x é igual l-y e y é igual a l-x. Aí da pra fazer Pitágoras. Eu uso o x ou y? C.: Tanto faz. D.: Tá, aí eu posso isolar o x.	Identificando dependência entre segmentos e possibilidade de utilização do Teorema de Pitágoras para encontrar as medidas dos lados do triângulo.	Identificar dependência entre segmentos; recorrer ao Teorema de Pitágoras para encontrar medidas.
E2_C6	Aqui vale l [AB], aí quando você dobra, você tira tudo isso [AH] que eu chamei de x. Quando você dobra isso aqui continua sendo x [HE] e aqui é l-x [HB].	Explicando raciocínio a um colega.	Explicar raciocínio.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 9– Análise ideográfica do terceiro encontro.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E3_Y1	Aí para a figura semelhante em vez de a medida aqui [lado do quadrado], por exemplo, você pega um desse [papel quadrado], você tira a metade aqui [metade do lado], você tem $\frac{1}{4}$ da área. Aí, ela queria metade da área. Como é que ela faz com dobradura? Metade da área do quadrado. Você já sabe isso?	Indagando sobre como encontrar um quadrado com a metade da área de um quadrado dado por meio de dobradura. A pergunta surgiu quando o participante estava interessado em construir objetos de origami semelhantes na razão 2:1, porém não soube como obter um quadrado com a metade da área.	Indagar acerca de área de quadrados recorrendo à dobradura; Trazer/propor problemas de outros contextos no curso de extensão.
E3_Y2	Eu só sei que eu peguei isso aqui e fiz assim, olha. Eu medi e tem 15[cm], não é? Aliás, eu peguei da sulfite. Da sulfite eu sei que tem 21 aqui. 21. Aí, eu falei assim, eu vou elevar 21 ao quadrado, e dá... Quanto que dá? Não lembro quanto que dá. 441, obrigado. Como é metade da área, eu tenho que dividir isso aqui por dois aí dá 220 e pouco, isso 220,5. E aí, eu preciso tirar a raiz quadrada para sabe o lado do meu quadrado. E aí, eu tirei a raiz quadrada que deu 14,9492 se não me engano. Aí eu peguei e falei meu, o 21 deu raiz de 2 vezes 14,84 e aí esse daqui é o que multiplica o lado do quadrado quando você tem a	Apresentando raciocínio pensado para resolver o problema.	Apresentar linha de raciocínio escolhida para resolver um problema.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	diagonal, se você tem um quadrado de [lado] 'a', aqui [diagonal] vai ser '$a\sqrt{2}$', então isso daqui é o '$a\sqrt{2}$'. Então se você tiver, agora tem que ver se aqui da $\sqrt{2}$. Quando você pega um quadrado de lado 'a' e eleva ao quadrado você tem 'a' ao quadrado, okay, essa é a área. Agora se você pega um quadrado de lado '$a\sqrt{2}$', vai ser '$a\sqrt{2}$' ao quadrado a área dele. Isso 'a^2', $\sqrt{2}^2$ que dá $2a^2$ que é o dobro desse. Aí eu fiquei gente que louco. Ou seja, a gente precisa pegar a diagonal e para esse daqui ser o dobro desse, aliás, se esse daqui for, considera que esse é o '$a\sqrt{2}$' e para esse daqui ser o 'a', você coincide aqui na diagonal, aí pega aqui.		
E3_R1	Faz para eu ver, não sei se eu estou entendendo. Eu entendi as contas, mas eu não sei dobrar.	Solicitando que o colega mostre como encontrar o quadrado com metade da área por meio de dobras. Destacando que compreendeu o raciocínio, porém não entendeu como quais dobras realizar.	Destacando que compreende o raciocínio/pensamento matemático porém não entende como efetuar as dobras.
E3_Y3	Só que assim. A gente tá pegando o grande e transformando no pequeno. Que vai ser o 'a' aqui. Então beleza, eu tenho o 'a' raiz de dois. E para a gente achar esse 'a' a gente vai ter que levar esse daqui pra cá assim [lado do quadrado maior sobre a diagonal]. Esse lado tem que vir para aqui. Então você faz assim. Você coincide esse lado nessa diagonal. Porque daí essa daqui, esse ponto que parou aqui, vou marcar aqui. Porque daí essa diagonal vai ser a diagonal do quadrado. Porque essa medida é 'a' raiz de dois, não é? Já que eu transferi pra cá, ó o que tá aqui, tá aqui, é a mesma medida. Então, aí essa medida vai ser a diagonal do quadrado de lado a. porque daí você pega a diagonal e multiplica por raiz de dois. Então essa daqui vai ser a diagonal desse daqui, essa diagonal que mede 'a' raiz de dois, vai ser a diagonal desse quadrado que você quer achar aqui,	Explicando a colega como dobrar para obter um quadrado com metade da área de um quadrado dado. Associando as dobras com raciocínio matemático feito anteriormente. Justificando dobrar por meio de matemática.	Associar dobras ao raciocínio matemático explicitado anteriormente.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	ó.		
E3_Y4	Aí, eu me senti tipo super designer de origami iniciante, nossa que legal [empolgado]. Não, não me senti um designer, mas eu fiquei feliz.	Expressando felicidade e empolgação após solucionar um problema sozinho.	Expressar felicidade ao solucionar problema.
E3_Y5	Y.: Eu fiz com o papel e medi para ver se dá certo. Fiz essa conta aqui de volta. Esse daqui você tem 15[cm], então tem que dar... Se fizer o mesmo processo tem que dar 10,6 se não me engano. E dá 10,6. Peguei a régua e medi. Deu certo [empolgado]! P.: Sabe o que você pode fazer para verificar também, cortar as dobras e tentar encaixar nesse quadrado aí. Y.: Eu pensei nisso. Ficar tudo dentro. Louco.	Explicitando que mediu os lados para verificar se o quadrado dobrado efetivamente tinha metade da área do original.	Verificar dobradura utilizando régua.
E3_Y6	Y.: Apenas de um dos lados. Eu esta dobrando tudo, mas aí eu vi você e parei na metade. N.: mas por quê? Y.: Porque você precisa da marcação dos dois lados. A gente pega o lado que marcou do lado oposto, escolhe uma das pontinhas, os vértices do lado oposto e leva até o ponto médio.	Argumentando que não há necessidade de realizar a dobra inteira, pois só a marcar do ponto médio do segmento é suficiente.	Argumentar que para marcar o ponto médio de um segmento não há necessidade de realizar a dobra completa.
E3_Y7	Então mas mesmo assim, o ponto que chega aqui na marcação, que a gente fez, ele pode variar um pouco, não?	Questionando se não possibilidade de outras dobras que contemplem as exigências descritas no passo para dobra o tetraedro.	Questionar unicidade da dobra.
E3_N1	N.: Olha que legal que ficou, aqui é o mesmo tamanho que aqui [referindo-se as dobras]. É um jeito de construir um triângulo. Y.: Isósceles. N.: não é? Um jeito muito legal de construir.	Observando que as duas dobras feitas são congruentes e favorecem a construção de triângulos isósceles.	Observar congruência entre dobras.
E3_Y8	Nossa deu certinho aqui. como é que ‘brota’ isso aqui?	Questionando como as dobras podem ser congruentes.	Questionar o porquê das dobras serem congruentes.
E3_R2	R.: Esse e mais cinco desse [peças de origami]. P.: Mas por quê? R.: Porque cada um vai ser um lado [aresta] do tetraedro.	Justificando número de peças de origami de acordo com o sólido construído.	Justificar número de peças de acordo com número de arestas do sólido construído.
E3_R3	R.: Jura Carol que precisa dessa outra dobra? Não vi necessidade dela ainda. A gente depois vai dobrar nessa parte aqui em algum	Questionando acerca da necessidade das dobras feitas. Buscando compreender se cada passo realizado é de fato	Questionar se cada dobra realizada é de fato necessária.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	momento? P.: Em algum momento a gente vai encaixar essa aqui. R.: Mas é essa aqui? Ah! Mas você não dobra, se não dobra não precisa, ou precisa só do movimento? Qual a necessidade de ter a dobra? Entendeu? Se justamente vai ficar retinha? Por que qual a necessidade de fazer essa dobra? P.: Pode ser, faz que nem ele faz, então deixa reto e só dobra a pontinha lá. R.: Mas nem essa ponta precisa. P.: Essa ponta precisa, porque na hora que a gente vai encaixar aqui ela vai dobrar aqui. R.: Então precisa por causa do movimento, por causa do movimento para girar depois, certo? Tipo precisa desse movimento aqui. É isso?	necessário.	
E3_R4	R.: Estrelado é o que sai várias [movimentos com as mãos indicando pontas sobre o tetraedro]. Y.: O estrelado é assim, o poliedro de Platão que cada face é a base de uma pirâmide. P.: Olha, isso aqui é um poliedro estrelado? [mostrando a intersecção de cinco tetraedros feito de origami] Y.: Não. R.: Sim. Y.: É, eu não sei. R.: É um poliedro estrelado. Y.: Aí tem que ver com mais calma.	Discutindo acerca da classificação de um origami apresentado pela pesquisadora.	Discutir classificação de um sólido feito de origami.
E3_Y9	Eu estou pensando em qual estratégia que eu vou usar para fazer isso [encaixar as peças de origami]	Elaborando estratégia para encaixar as peças de origami.	Elaborar estratégias para a construção de um origami.
E3_R5	P.: E aí eu pergunto para vocês, quais os sólidos platônicos a gente consegue fazer com esse módulo? A gente consegue fazer todos? R.: Só os triangulares. Porque não vai dar inclinação para encontrar [outras faces]. Aí qual mais é triângulo? O icosaedro? F.: Icosaedro. Y.: Isso o icosaedro tem face triangular.	Defendendo uma ideia a partir da observação dos ângulos formados já junção de peças de origami. Destacando que as peças quando encaixadas formam triângulos e que não é possível construir outras faces devido à inclinação dos ângulos formados pelas peças quando combinadas.	Defender uma ideia a partir da observação dos ângulos formados.
E3_Y10	Y.: A hipotenusa é aqui, é fora. A hipotenusa fica para um lado. F.: Aqui. Espera gente.	Tentando encaixar as peças cortadas do quadrado para verificar se a construção feita	Buscar solução para encaixar peças sobre um quadrado, visando

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	Y.: Só inverter assim. R.: Assim, olha. Está certo. Y.: Mas é que ta sobrando um. Eu acho que é a hipotenusa para fora. Porque assim, olha. Isso aqui é para demonstrar, na verdade, a soma do quadrado, ou o quadrado da soma, com Pitágoras.	equivale à metade da área do quadrado.	verificar se o quadrado construído vale metade da área de um quadrado dado.
E3_F1	R.: Mas eu acho que você cortou errado. Mas a hipotenusa não dá. Porque passa do lado. F.: Mas foi o corte, o corte que está errado. Y.: Mas o lado é diferente da hipotenusa.	Discutindo os motivos de não conseguirem encaixar as peças “dentro” do quadrado e argumentando que não é possível, pois o lado não coincide com a hipotenusa.	Buscar compreender erros.
E3_R6	R.: A hipotenusa é para fora. Mas então o corte que está errado. É, olha, assim, exatamente. Y.: Para fora? Tem que formar um quadrado aqui olha. O esquema é que esse quadrado que forma aqui. A direção é a mesma, ponta, ponta, ponta. Não, esquece o quadrado faz só os triângulos aqui.	Traçando outras estratégia para resolver o problema. Discutindo com colega. Buscando compreender os erros.	Traçar estratégias para resolver problemas.
E3_Y11	Y.: Então, só que isso daqui é b^2 , ou aliás isso aqui é c^2 . Aqui é b então esse aqui é c^2 . Mas então, aqui é ‘ a^2 ’, aqui é ‘ ab ’, então esse retângulo aliás, então é ‘ $2ab$ ’, então ‘ a ’ é o quadrado da soma. Então agora eu estou vendo Pitágoras.	Buscando resolver o problema de encaixar as peças no quadrado através da álgebra.	Buscar solução por meio da álgebra.
E3_R7	$a^2 - b^2$ tem que ser c^2 . Eu tenho um vídeo de Pitágoras que ele [Leo Akio] faz, eu já vi na verdade. Deixo ver. [...] Aqui olha, assisti esse vídeo para ver se ajuda. São os quadrado do jeito que a gente tem.	Relacionando problema com Teorema de Pitágoras e com vídeos assistidos.	Relacionar problema ao Teorema de Pitágoras e a vídeos assistidos.
E3_R8	Mas porque não esta dando certo?	Questionando o porquê não encaixar como exposto no vídeo.	Questionar o porquê não é possível encaixar.
E3_Y12	Vamos pensar assim, aqui é ‘ a ’ e aqui é ‘ b ’ e a hipotenusa é ‘ c ’. Beleza, então, então esse daqui é o c^2 . Esse aqui é o c^2 , e esse aqui é o, é o mesmo que estava aqui, por isso que cancela esse com esse e daí esse daqui é igual a esse. Essa daqui é a tese. Aí eu vou tentar provar pelo Teorema de Pitágoras isso. E aí olha, $a^2 + 2ab + b^2$. então aqui o ‘ a^2 ’ e o ‘ b^2 ’. Isso, a gente pega o mesmo quadrado, já de lado $a+b$ e vai	Recorrendo ao Teorema de Pitágoras para buscar solução ao problema de encaixar as peças sobre o quadrado.	Buscar solução recorrendo ao Teorema de Pitágoras.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	posicionar os triângulos dessa forma aqui.		
E3_Y13	Y.: Teorema de Pitágoras. Isso não tem nada a ver com preencher tudo isso daqui aqui. Não preenche. Porque aqui seria a^2 ...[raciocínio em voz baixa] R.: Mas tem que preencher porque você pegou metade. Y.: Então, nesse caso específico, nesse corte era pensando nessa demonstração que ficou na nossa cabeça.	Concluindo que estratégia escolhida não é eficaz para solucionar o problema.	Concluir que estratégia escolhida não é eficiente para solução do problema.
E3_Y14	Mas corta de novo, vai sobrepondo e cortando. Tipo, corta aqui, aí o que sobrar você corta também. E se sobrar corta de novo. Deve ter um jeito certinho para cortar.	Chegando a conclusão que o corte feito não foi adequado para reorganizar os pedaços sobre o quadrado com metade da área.	Concluindo que os corte feitos não permitem o encaixe perfeito sobre o quadrado.
E3_Y15	P.: Como proposta, as outras aulas serão destinadas para vocês fazem um vídeo que tenha origami, matemática e arte. O origami já faz parte da arte. Y.: E da matemática também.	Defendendo que o origami pode ser considerado tanto arte como matemática.	Defender que origami é arte e matemática.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 10– Análise ideográfica do quarto encontro.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E4_F1	Eu acho que depende muito do que a pessoa vai falar, né? Tem vídeo que você pega para ver na internet e aí quando você bate olho, 19 minutos, nossa não, vou nem ver porque é muito longo. Igual o clipe, nossa, você vai ver clipe de musica assim, dois minutos você acha que é pouco demais e clipe de dez minutos é muito, sabe? As vezes cinco minutos já é tolerável, sabe? Esta ótimo. Cinco minutos um vídeo já é bom você pode assistir tranquilamente, você não vai cansar nem nada, não vai enjoar. Mas acho assim, muito pequeno também não, mas grande demais assim. Mas vai muito do que a pessoa vai falar, sabe?	Apresentando exemplos de vídeos para argumentar que a duração do vídeo depende do que o autor pretende expressar.	Apresentar exemplos de vídeos destacando a duração dos mesmos; argumentar que a duração do vídeo depende do que se pretende expressar.
E4_N1	Aí pode ser minha mão? Porque eu quero participar sabe. [...] Eu não fiz a unha. Vamos filma da próxima vez [...]e grava na luz do dia, fica mais bonito do que essa luz assim, não sei	Comentando que gostaria de participar das filmagens e demonstrando preocupação com a luz e a aparência das mãos.	Mostrar preocupação com questões estéticas.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	né?		
E4_Y1	Eu concordo, mas para hoje a gente teria a demonstração e teorema no GeoGebra, para deixar o arquivo do GeoGebra e ter os diagramas, talvez até gravar o vídeo no GeoGebra a tela do computador e depois a gente a parte de dobrar.	Estipulando plano de execução pensando em como concluir todos os itens do roteiro levando em conta o tempo destinado à produção.	Planejar execução levando em conta o tempo estipulado para a produção.
E4_N2	Só que faz assim, a gente falou que vai narrar, tipo assim a minha preocupação é mais mostrar, sabe? Se não, o áudio, não, não deixar de fazer, mas meio que deixar por último, porque se nada der certo o resto tá pronto. Falta só o áudio, que aí narrar é dispensável fica só o origami no vídeo, sabe? [...] o mais importante são os vídeos. O áudio depois se não der tempo de gravar a gente falando a gente põe música, entendeu? Por mim a gente faria ele por último, porque acho que não vai dar tempo.	Discutindo ordem de prioridades para que a execução de tarefas seja feita partindo do mais importante, como as gravações, e sugerindo planos alternativos caso algo de errado.	Elencar prioridades para a produção do vídeo; Sugerir planos alternativos em caso de problemas.
E4_N3	N.: A gente vai fazer a demonstração no geogebra? Y.: Calma, vamos entender a coisa.	Questionando se a demonstração será feita no GeoGebra e o colega argumentando que antes de pensar nisso é melhor entender a demonstração.	Argumentar que é necessário entender a demonstração para em seguida representa-la.
E4_N4	N.: Faça uma dobradura ao longo do segmento AF [lendo o enunciado], mas ele não disse o que é AF. Y.: Tá cagado essas expressões aí, mais fácil fazer tudo de novo, eu fiz tudo de novo. N.: Melhor mesmo porque não tem nenhum segmento AF aqui pra mim. Faz aí eu já dobrei no meio.	Criticando enunciado ao comparar com a dobradura feita. Destacar que o enunciado apresenta incoerências.	Criticar enunciado da dobradura por ser incoerente com os diagramas.
E4_Y2	Y.: É difícil fazer essa dobra. Mais difícil do que parece. N.: Então pode ficar assim, pode ficar assim... [mostrando que várias dobras passam pelo mesmo ponto] Y.: Então tem que passar nesse ponto aqui, está vendo a ponta? [...] aqui, olha. A ponta aqui [mostrando ao tentar dobrar].	Argumentando que pelo ponto em questão passam diversas dobras e colega enfatizando que a dobra deve passar por dois pontos, destacando assim a existência de uma única dobra.	Argumentar que por um ponto passam infinitas retas; Destacar que por dois pontos passa somente uma única reta.
E4_N5	Mais fácil olhar as figuras do que ficar tentando entender o que está escrito.	Destacando que é mais fácil compreender a dobradura pela imagem em vez da escrita.	Destacar que pelas imagens é mais fácil compreender as dobras.
E4_Y3	A precisa falar quanto é importante a	Mostrando preocupação com	Mostrar preocupação

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	construção perfeita, a gente tem que pensar. [...] Quando a gente for falar, a gente fala perfeito.	o público do vídeo ao tentar realizar a dobradura e quando verificar não chegar ao resultado almejado.	com o expressado para o entendimento de todos.
E4_Y4	Na hora de dobrar a gente não precisa de nenhum ponto, faz assim, assim, assim. Pega essa medida sobre essa e dá o retângulo áureo, pronto. E aí, quando a for demonstrar, vamos falar no GeoGebra, aí vai precisar de ponto para poder fazer conta sabe? Com os segmentos.	Defendendo que ao apresentar no vídeo a dobradura não serão necessários pontos como na linguagem matemática. Argumentar que elementos matemáticos devem ser apresentados somente na demonstração.	Defender que ao realizar a dobradura utilizar somente recursos que envolvem as dobras; argumentar que elementos matemáticos devem ser explicitados na demonstração.
E4_Y5	O ponto P, vai estar, em cima do C eu acho, precisar marcar. Entendeu? Essa dobra é para fazer P vindo para cá. Não é isso aqui. Esse daqui é para ficar,..., esse aqui que marca o C. [...] por isso que tem que fazer outra dobra, qual dobra eu estou sugerindo para você fazer. A gente dobra aqui, e em vez de marcar o C assim [com lápis] a gente marca assim [dobrando], com o próprio papel. Porque eu acho muito ruim, uma coisa é o origami e a outra é você ficar marcando o papel [com lápis].	Apresentando estratégia para marcar um ponto utilizando somente dobradura por considerar “ruim” marcar com lápis.	Apresentar estratégias para marcar pontos somente por meio de dobras levando em conta a estética do papel.
E4_Y6	N.: Eu acho que o C não é importante. O importante é o P. Y.: o P é importante, mas o C serve para marcar o P. Porque não tem como, está vendo? Precisa dele [C].	Argumentando que para obtenção do ponto P é necessário marcar o ponto C primeiro, pois o surgimento do ponto P depende da localização do ponto C.	Argumentar dependência entre os pontos recorrendo à dobradura.
E4_Y7	Dá até para fazer uma animação, colocar alguns pontinhos aqui aparecendo. Aí circula pontilhado.	Sugerindo uma animação para efeitos que são somente possíveis em ambientes virtuais.	Sugerir uma animação para produzir aspectos impossíveis por meio de gravações.
E4_Y8	Quer testar para ver se deu certo?	Sugerir medir segmentos para verificar se a sequência de dobras realmente resulta na razão áurea.	Sugerir verificação por meio de medida de segmentos.
E4_N6	N.: É essa a razão áurea?[mostrando tela da calculadora] Y.: É 1,60, mais ou menos. É 1,618. N.: Mas no GeoGebra deve dar certinho. Vamos fazer no GeoGebra?	Após verificação aproximada na calculadora com as medidas dos segmentos sugerindo reprodução da construção no GeoGebra para verificar realmente.	Sugerir construção no GeoGebra para verificar dobradura.
E4_Y9	Aliás, acho legal a gente dizer que dá pra fazer com outro, qualquer quadrado serve. Porque a gente tem esse papel, mas tem outros.	Destacando importância de enfatizar no vídeo que as medidas não importam, que independentemente da	Enfatizar a importância de generalizar a construção e a

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
		medida do quadrado a sequência de dobras resultara na razão áurea.	demonstração.
E4_N7	N.: Agora, o problema é como que eu faço esse ponto C [gesticulando o movimento do papel ao se dobrar] Y.: O B de alguma maneira desliza, alias atravessar. Sabe como fazer, tipo assim, um ponto tal que aqui a intersecção seja o ponto meio.	Investigando formas de encontrar o ponto C no GeoGebra. Enfatizar o que acontece ao dobrar e buscar uma correspondência no software.	Investigar formas de representar as dobras no GeoGebra.
E4_N8	Eu acho que é para lá [sinalizando o final das ferramentas do GeoGebra]. Mas eu sei que você desenhava o polígono colocava o ângulo e fazia assim shuq [representando simetria]. Mas eu esqueci.	Tentando lembrar conceitos e a ferramenta de simetria no GeoGebra.	Buscar na memória conceitos de simetria e relaciona-los com o GeoGebra.
E4_Y10	Y.: Reflexão. Uma simetria. N.: reflexão sobre uma reta. Aí clica no negócio [polígono] e na reta. Ambos: Wow [onomatopeia de surpresa].	Destacando que uma possibilidade para representar o papel dobrado poderia ser através de reflexão.	Relacionar dobradura com simetria de reflexão.
E4_N9	N.: Essa distância que eu peguei aqui, eu peguei aqui a mesma, aí depois. Y.: Então, a reflexão é a mesma, pega e polígono e reflete. N.: Mas como é que eu vou fazer assim? [mostrando como encontrar a reta de reflexão] tipo, eu não sei que ponto é esse.	Indagando como representar dobras no GeoGebra, uma vez que, ainda não são conhecidos os eixos de simetria.	Indagar como obter eixos de simetria.
E4_N10	N.: Então eu vou ter que pegar essa distância aqui e encaixar aqui. Y.: Distância? N.: Sim, tem distância aqui. Aí acha esse ponto. Y.: Deixo pensar, espera. É a distância mesmo. Isso, tem que pegar essa distância e colocar aqui. Então tá.	Recorrendo a dobradura para compreender o que acontece quando se dobra para encontrar o ponto C.	Reconhecer que a dobradura realizada equivale a um transporte de medida; Recorrer à dobra buscando compreensões acerca das equivalências matemáticas.
E4_N11	N.: Mas aí, me deixa pensar mais um pouco, não me basta somente essa distância, sabe? Y.: Sim. Não, basta. Aqui olha. N.: Mas aí vai faltar alguma coisa que me garante onde tenho de ligar até aqui. Y.: 90 graus.	Refletindo que o transporte de medida não é suficiente para representar a dobra. Argumentando que outro elemento é o fato do transporte do ângulo de 90°.	Refletir acerca da insuficiência do transporte de medida; argumentar que há também transporte de ângulo ao se dobrar.
E4_N12	O <i>plus</i> do GeoGebra poderia ser até mesmo depois da demonstração que é para confirmar. Porque a gente vai falar assim essa medida divido por essa medida, [...] tem uma	Apresentar diferentes formas de utilizar o GeoGebra na produção do vídeo. Argumentar que o software apresenta solução para uma	Apresentar diferentes perspectivas do GeoGebra para integrar ao vídeo.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	ferramenta de medida. [...] Essa distância dividido por essa, é isso, igual a gente propos. Pode ser depois da demonstração ou pode ser enquanto a gente monta. Depois da demonstração para a gente fala que é verdade e antes da demonstração para ensinar como faz no GeoGebra. Temos essas duas opções.	verificação após a demonstração, ou então pode auxiliar na construção da demonstração.	
E4_Y11	Porque se a gente esta falando de ponto e comparando segmentos precisa de imagem. Então a gente pode deixar só a construção pronta.	Argumentando a necessidade de imagem para elaborar a demonstração.	Defender que é necessária uma imagem para apresentar a demonstração.
E4_N13	Não necessariamente é perpendicular, são as vozes da minha cabeça. [...] Será? [...] Olha como esta a dobra. Bem aqui dá certinho?	Questionando a respeito da dobra formada entre a base e o vértice do triângulo. Argumentando que o segmento é perpendicular recorrendo à dobra.	Intuir uma afirmação e concluir recorrendo à dobradura.
E4_Y12	Significa que esse ângulo vai ser igual a esse. A gente esta fazendo uma simetria aqui [ângulo em P simétrico ao em C]. É 90 então.	Argumentando que medida do ângulo é 90° pela dobra feita para gerar os pontos C e P, pois se trata de uma simetria.	Argumentar que a medida do ângulo é 90° recorrendo à dobra e a conceitos de simetria.
E4_N14	[...] Fazer a demonstração sem imagem não tem como, o que é o AB, o que é o AC. Vai ficar tudo perdido. A gente pode fazer a construção, eu gosto de fazer a construção do GeoGebra no vídeo ensinando, eu gosto disso, porque a pessoa aprende a fazer as coisas no GeoGebra também. É um plus. [...] é que se não fica muito coisa, a pessoa não presta atenção nem um nem outra.	Destacando a necessidade de imagem para a demonstração; enfatizando a importância do processo de construção no GeoGebra; destacando preocupação ao apresentar muitos aspectos aos espectadores que podem perder atenção por ser muita informação.	Enfatizar a necessidade de imagens para realização de uma demonstração; Mostrar preocupação com a quantidade de informação podendo causar desinteresse por parte do espectador.
E4_Y13	E aí depois que construir fala que vamos demonstrar agora, só que para a gente demonstrar, é, usando os pontos que vão aparecer aqui, a gente tem que ter tudo meio ensaiado, entende? Vamos tentar demonstrar com isso que a gente acabou de construir. Então porque a gente fez isso, feito isso a gente precisa mais, porque se a gente for escondendo. Se a gente já tiver antes não faz sentido dobrar.	Enfatizando a importância de justificar cada etapa do vídeo para que faça sentido ao espectador.	Enfatizar importância de expressar com clareza para que o apresentado faça sentido ao espectador.
E4_N15	Nossa, eu também estou achando que vai ficar muito assim “por quê?”, “porque eu fiz” acho que vai	Supondo angústia do espectador e apresentando possíveis ideias para explicar	Buscar soluções para que o conteúdo apresentado no vídeo

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	ficar assim. [...] Como que a gente pode explicar? Tipo, a gente não pode mostrar um framezinho em cima fazendo, “como esse tamanho é igual a esse aqui”. [...] aí a pessoa vai ver que eu não tirei do além.	o porquê de cada aspecto presente no vídeo.	não seja incoerente.
E4_Y14	Porque a gente esta usando uma coisa que a gente não usou na construção [dobradura]. A gente vai usar para demonstrar uma coisa que a gente não usou na construção para provar a construção. [...] é bom a gente usar os mesmos recursos que a gente fez a dobra, ai a gente prova que a dobra esta fazendo sentido.	Argumentando que não se pode utilizar elementos construídos no GeoGebra que não possuem relação com a dobra para elaborar a demonstração, uma vez que, a demonstração envolve provar que a sequencia de dobras permite obter a razão áurea.	Argumentar que para elaboração de uma demonstração é necessário utilizar a hipótese; enfatizar que para demonstrar a dobradura é preciso recorrer a elementos que envolvem as dobras.
E4_Y15	A minha sugestão é a gente obtém o P do jeito que ele é, pela dobradura, ou seja, se a gente levar aqui, agora tem que pensar em como fazer isso alias. A gente fez isso aqui certo [mostrando no papel]? [...] a gente tem que marcar esse ponto aqui. Isso. Agora a gente tem que pegara intersecção e voltar com negocio. Então a gente vai faz a intersecção desse polígono, essa reta do polígono com essa reta aqui e vai ter um novo ponto.	Sugerindo que para justificar a localização do ponto P é necessário fazer referência a dobra; apresentar estratégia para obter o ponto pelo GeoGebra, mas que o processo seja equivalente ao da dobradura.	Sugerir que a obtenção do ponto P no GeoGebra deve seguir os processos similares ao da dobradura; Apresentar estratégias de representação da dobradura no software.
E4_N16	[olhando várias vezes buscando comparar o papel dobrado com a construção no GeoGebra] olha é 15, [tentando sobrepor o papel sobre a tela do computador]	Buscando verificar a construção do GeoGebra sobrepondo o papel dobrado na tela do computador.	Verificar através da sobreposição do papel dobrado na tela do computador com construção no GeoGebra.
E4_Y16	Não, não precisa do polígono. É só refletir o B em relação a reta da bissetriz, aqui ó. Reflexão B em relação a reta. B' aqui ta vendo? Bom que já fica B'.	Argumentando que a reflexão em relação a uma reta não precisa envolver o polígono inteiro, basta o selecionar elemento desejado e refletir.	Compreender que a dobradura é equivalente a refletir elementos em relação à dobra.
E4_N17	Veja bem, e se a gente mudar as medidas apara não ser mais 15. Para que não fique irracional.	Propondo que considerem medidas convenientes para a obtenção exata da razão áurea.	Propor utilização de medidas convenientes para obter razão áurea exata.
E4_Y17	Independente vai ser número irracional. Porque isso aqui é uma diagonal, de irracional, ai quando a gente usar o Pitágoras aqui vai ser uma raiz.	Argumentando que é impossível encontrar uma medida conveniente, pois se trata de um numero irracional e vai haver arredondamento em quais quer medidas.	Argumentar e defender que é impossível utilizar medidas convenientes para obtenção da razão áurea exata.
E4_N18	N.: Qual cor você acha mais didática? Acho que o azul é sempre	Discutindo a escolha da cor do papel de dobradura	Discutir escolha da cor do papel utilizado no

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	didático né? Y.: O azul não, sei lá da maior depre.	buscando a cor “mais didática”.	vídeo.
E4_N19	Você acelera vai, eu vou fazer mais devagar e certinho do que rapidinho. Eu tenho que pensar para não errar.	Justificando movimentos lentos para evitar erros e destacando a possibilidade de acelerar o vídeo.	Destacar a possibilidade de acelerar o vídeo.
E4_Y18	Então, vamos colocar margens de orientação para você saber onde tá?	Propondo fazer uma margem de fita para que a colega tenha noção do espaço gravado.	Propor margem de fita para que se tenha noção do espaço gravado.
E4_Y19	Y.: Está vendo, olha? Você fez aquela dobra antes dessa [mostrando com o papel]. N.: Mas a ordem dos fatores não altera o produto. Porque no final deu certo, olha. Y.: É da certo. [...] Mas é uma dobra a mais né. Você entende? Uma dobra a mais não faz sentido. [...] Depois você vai fazer essa dobra. Deixo ver. Aqui se você faz e depois a dobrinha. Aí faz aquela. Porque aí você vai precisar fazer de novo, se não precisasse fazer de novo tudo bem aí eu concordava.	Argumentando que a ordem das dobra influencia, pois uma delas é feitas duas vezes sem necessidade.	Argumentando que a ordem das dobras pode ser pensada para que não haja repetições.
E4_N20	Porque eu preciso ter noção do que estou fazendo.	Argumentando que para gravar a demonstração precisa estudar em casa, pois precisa saber do que esta falando para poder expressar no vídeo.	Enfatizar que é necessário compreender a demonstração antes de gravar o vídeo.
E4_N21	N.: Hum, giz. Gostei da ideia do quadro mesmo porque aí fica com cara de escola não com cara de coisa difícil. Y.: Mais acessível? N.: É então tipo acessível, você entendeu o contexto? Y.: Entendi, entendi. Uma folha de caderno também seria acessível.	Discutindo que a demonstração poderia ser feita com fundo de quadro negro ou folha de caderno para que passe a impressão de ser um conteúdo acessível ao espectador.	Mostrar preocupação em tornar acessível o conteúdo do vídeo.
E4_C1	Tá. A gente vai ver se a gente aprende, para ver se isso faz sentido para fazer um vídeo, a gente te mostra. Vamos ver se a gente vai conseguir fazer a demonstração certinho.	Expressando a necessidade de que o conteúdo faça sentido para que possa produzir um vídeo.	Considerar que o conteúdo deve fazer sentido para quem o apresenta em um vídeo.
E4_C2	É, porque a gente queria mostra que de fato acontece, aí pensamos em fazer isso para ficar visual.	Argumentando que tinham a intenção de realizar uma prova visual para validar os passos da dobradura.	Intencionar a realização de uma prova visual.
E4_D1	Agora eu entendi raiz quadrado dos ao quadrado dos catetos	Expressando compreensão da demonstração apresentada	Expressar compreensão da

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
		pelo site.	demonstração.
E4_C3	Mas não parece tão difícil. Ele tá tipo dobrando no meio. Será que é assim? Está vendo aqui quando a gente dobra para cima, ele não está igual, está vendo? O que será? Tem isso, isso, isso e dobra para cima [tentando varias dobras].	Experimentando diversas dobras e comparando com o diagrama buscando entender a dobradura de sapo.	Experimentar e comparar diversas dobras buscando resolver um problema.
E4_D2	C.: Tem que ser no papel, não pode ser digitado? D.: Pode. Mas acho que andando assim,... acho que ficaria mais bonito do que colocar um texto assim 'tum'. <i>Times New Roman</i> tum.	Discutindo que o vídeo ficaria "mais bonito" caso os textos fossem escritos no papel e não com digitados em fonte <i>Times New Roman</i> .	Discutir elementos estéticos do vídeo.
E4_D3	C.: Quantas fotos você acha que vão ser necessárias? Uma, duas, assim? D.: Quanto mais foto melhor para dar a ideia de movimento.	Argumentando que para um <i>stop motion</i> quanto mais fotos mais se aproxima da ideia de movimento.	Argumentar que para um <i>stop motion</i> quantos mais fotos mais se assemelha a um movimento.
E4_C4	A gente vai fazer o nosso vídeo com <i>stop motion</i> e no final para explicar o origami pode ser que a gente faça um vídeo	Apresentando ideia de conteúdo do vídeo, destacando que será metade com a técnica <i>stop motion</i> e metade gravação.	Optar pelo vídeo para realizar a dobradura.
E4_F2	Eu peguei o negócio [livro] de desenho geométrico e fractal para ver o que eu posso fazer, mas tem zero coisas ali, que dá para [fazer].	Enfatizando que não encontrou relação com origami e desenho geométrico ou fractal.	Enfatizar a falta de relação dos origamis com desenho geométrico ou fractal.
E4_F3	Como que seria a diagonal? [...] Nossa estou tentando lembrar agora. Garota, é a bissetriz do ângulo! Nossa senhora, agora tudo faz sentido. Arrasou. Olha aqui tem uma bissetriz, tem duas, aqui a terceira e a quarta.	Indagando como dobrar uma diagonal no paralelogramo e lembrando que não era a diagonal e sim a bissetriz do ângulo.	Indagar como dobrar a diagonal de um paralelogramo.
E4_F4	A bissetriz desse, aqui, essa outra bissetriz que é paralela a essa bate aqui. Essa vem aqui. Eu vi isso antes mano, não pode ser. Enfim é assim, você traça as bissetrizes de um paralelogramo e você encontra essa região aqui, tipo você tem A, B, C, D quando você traça essas bissetrizes, do ângulo A, B, C e D a intersecção entre ela vai dar esse ponto E, F, G, H, esse quadrilátero EFGH é um retângulo. Quando você traça as bissetrizes do retângulo, você vai ter um cubo.[...] quadrado. Saí da segunda dimensão e fui para a terceira do nada. É um quadrado, disfarça. Ai você vai ter um	Explicando que, em um paralelogramo, se considerarmos a intersecção das quatro bissetrizes se formará um retângulo e se reproduzirmos o processo para o retângulo surgirá um quadrado e novamente com o quadrado será encontrado um ponto.	Explicar o problema e indagar o por quê dos acontecimentos.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	quadrado aqui e quando você traça as bissetrizes do quadrado vai dar um ponto, ele reduz. [...] Agora me explica porque tem um quadrado aqui?		
E4_F5	A gente precisa ver como é que faz a bissetriz. Se eu dividir assim será que da uma bissetriz? Será? [supondo um dobra] Nossa, verdade olha só que sacada. Olha isso aqui [alinhando dois lados consecutivos de um paralelogramo]	Experimentar diversas formas de dobrar buscando encontrar a dobra que seja equivalente a traçar a bissetriz dos ângulos do vértice de um paralelogramo.	Investigar por meio de dobras como encontrar a bissetriz de um ângulo.
E4_F6	Eu acho que é isso que eu preciso fazer, tentar mudar esse paralelogramo.	Percebendo, após construir no GeoGebra, que dependendo do paralelogramo o retângulo se aproxima de um quadrado.	Deduzir, recorrendo ao software, que dependendo da forma inicial do paralelogramo o retângulo se assemelha a um quadrado.
E4_F7	Esse ângulo é igual a este. Esta um sobreposto o outro	Justificando a colega porque a dobra feita é equivalente a traçar a bissetriz de um ângulo.	Justificar recorrendo à sobreposição dos ângulos gerada pela dobra.
E4_F8	Está muito poluído, mas acho que você vai entender. É um negócio, meio que uma prova. É meio que uma prova. Só que visual né?	Defendendo que a construção feita no GeoGebra se caracteriza mais ou menos como uma prova pois faz referencia somente ao caráter dinâmico do software.	Defender que a construção se caracteriza “mais ou menos” como uma prova, pois só faz referência ao visual.
E4_F9	Vai ter que demonstrar tudo usando régua e compasso eu gostei, eu quero.	Destacando que somente a dobradura não é suficiente para elaborar uma demonstração.	Destacar que recorrer somente à dobradura não é suficiente para a demonstração.
E4_F10	Deixo ver direito, ver se tem alguma coisa com matemática aí, tipo coisa explícito né.	Destacando que mesmo sabendo que origami se trata de matemática, é necessário encontrar aspectos explícitos para a produção de um vídeo.	Enfatizar a intenção de explicitar a matemática por trás dos origamis em um vídeo.
E4_H1	H.: A gente vai mostrar como que faz as pecinhas para encaixar. Dizer, não é, que cada um é um tipo, a gente faz um e os outros a gente pensa em fazer tipo mágica, faz assim e coloca ‘puff’ [gesticulando com as mãos] aparece ali. R.: Ou coloca todas as pecinhas juntas e dar um [estalos de dedos] uma coisinha.	Planejando editar o vídeo para que os objetos de origami apareçam como um passe de mágica.	Planejar edição do vídeo.
E4_H2	É importante o aluno ter esse material em mãos para ele manipular. Eu acho que eles se empolgam muito mais do somente	Enfatizando a importância dos espectadores do vídeo possuírem o material para manipular enquanto assiste	Destacar que a manipulação do papel é importante ao assistir um vídeo sobre

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	ver a evolução na tela. Pelo menos os meus adoram.	no vídeo.	origami.
E4_R1	Mas eu estou tentando pensar agora, sabe, como que a gente deixa esse vídeo uma coisa legal e não só explicação da teoria, entendeu? Tem que ser uma coisa mais bacana, não é?	Demonstrando preocupação para que o conteúdo do vídeo seja interessante aos espectadores.	Demonstrar preocupação com o conteúdo do vídeo.
E4_H3	H.: ‘Professora, o que é relação de Euler?’ [falando como se estivesse interpretando], aí ela fica olhando e ‘como que eu vou explicar isso para esse menino?’, aí você pega e vai explicando e vai fazendo. Ajuda aí ‘muleque’, vamos aí tem que fazer assim, como se você estivesse explicando para alguém. Mas tem que arrumar um menino. R.: Você. H.: Eu? Menino, não. [risos] R.: Lógico. [risos]	Propondo ideia para a produção de vídeos que envolve uma professora e um aluno discutindo o tema.	Propor ideia para o vídeo próxima ao ambiente escolar, envolvendo aluno e professor.
E4_H4	H.: Não tem nenhum menino que possa fazer? Já sei, você faz os dois papéis, a gente faz aquela montagem. Coloca uma Maria Chiquinha, aí você faz toda a sua fala. Depois você vai de professora. Vai ficar muito engraçado. R.: E você vai ser o que? H.: Eu vou ser o ‘câmeraman’. R.: Não, não vale. Eu vou me ferrar sozinha nisso, Hercules? Eu não estou gostando dessa parceria [risos]. Não gostei. H.: [Risos]. É que eu não vou caracterizar um aluno, tem que ser alguém... R.: Claro que vai. H.: ... Tem que ser alguém que seja novinho. R.: A gente coloca você com um boné para trás ou você professor e eu fico como aluna. H.: É, se for assim pode. Porque senão vai ficar muito montado, a professora era uma menina e o menino é um velho.	Mostrando preocupação com os atores e seus respectivos papéis, argumentando que não faz sentido a professora ser jovem e o aluno ser velho.	Mostrar preocupação com os atores e seus respectivos papéis.
E4_R2	Eu não sei. Eu estou pensando só no sentido de que não fique uma coisa, tipo... uma vídeo aula, sabe? Porque aí é chato. O que eu estou pensando é na situação, o que podeira ser?	Enfatizando que o vídeo não deseja que o vídeo se pareça com uma vídeoaula.	Pensar em como criar um vídeo que não seja caracterizado como “vídeoaula”.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	H.: Não simplesmente ensinar alguma coisa. R.: É. H.: Uma situação problema que você precisa resolver.		
E4_H5	R.: Então assim, tem um lógica matemática, concorda? H.: Sim, mas eu não sei se vai envolver muito origami. O origami seria só para fazer as pecinhas, não muito atrativo. R.: Eu pensei em algo que fosse tipo um desafio, sabe? Para poder partir de alguma coisa, tipo um desafio.	Destacando que a ideia proposta é interessante, porém não se trata de origami, utiliza somente a dobradura para a construção das peças e não para o raciocínio do problema.	Destacar que a ideia é boa, porém não envolve o origami no raciocínio.
E4_R3	R.: Eu falei para ele que é legal a ideia, mas que eu não queria muito que fosse alguma coisa tipo expositiva, entendeu? Eu queria que fosse... H.: Que desperte a curiosidade, alguma coisa interessante que falem “ah bacana!”. R.: É, então. Não simplesmente chegar e mostrar como fazer. Entendeu?	Esclarecendo que gostaria que o vídeo despertasse o interesse do espectador.	Buscar tema que desperte o interesse do espectador.
E4_H6	H.: É, para encaixar os triângulos eles tem que ser equiláteros, mas o que garante que esse seja equilátero? E aí, a gente vai ter que provar que ele é equilátero. R.: Através da pecinha. Vamos fazer isso?	Chegando a uma conclusão sobre o tema do vídeo e traçando estratégias para a execução e discussão do vídeo.	Traçar estratégias para a produção do vídeo.
E4_H7	Mas como nós vamos provar que é equilátero? Qual a condição que garante que os três lados são iguais e os três ângulos internos são 60°?	Indagando acerca de como provar que as faces do poliedro são efetivamente triângulos equiláteros.	Indagar acerca de como provar a existência de triângulos equiláteros em um origami.
E4_R4	R.: Eu não sei. Mas eu acho que tem que partir pelos ângulos de 60°. H.: Mas aí, a gente vai simplesmente medir e dizer que é 60° R.: Não, não pode medir. Tem que ir pela dobradura. A ideia é essa, tem que ir pela dobra.	Sugerindo que a demonstração deve envolver ângulos de 60° e que deve ser feita de acordo com as dobras.	Enfatizar que a demonstração deve ser feita de acordo com as dobras.
E4_H8	A gente vai partir dos cantos que são de 90° e a gente vai chegar à conclusão de que ali é 60°, que esse daqui é 60°.	Destacando que é possível partir dos ângulos de 90°, hipótese, para chegar a uma conclusão.	Destacar a hipótese.
E4_R5	Estou com raiva.	Destacando que está com raiva por não conseguir fechar o tetraedro de origami.	Apresentar emoções.
E4_H9	Será que esse daí, não era melhor a	Questionando se o papel pode	Questionar qual

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	gente fazer no papel mais duro?	influenciar na construção do tetraedro de origami.	material pode ser mais eficiente para a construção do tetraedro.
E4_R6	Aí a gente faz assim [fingindo dobrar os primeiros passos] e fala ‘agora é só encaixar as outras’. Ai a gente começa a fazer e ‘puff’ mostra ele pronto, entendeu? A gente é ligeiro.	Apresentando ideias caso não consigam gravar toda a construção do origami de forma clara.	Elaborar estratégias para possíveis problemas.
E4_R7	R.: Mas agora, por que tudo aqui é equilátero? H.: Então aqui, nesse triângulo tem que dar 60°.	Destacando a tese para que os triângulos analisados sejam equiláteros.	Destacar a tese.
E4_H10	H.: A hipótese é que, aqui a gente tem certeza que é 90°. Esse é complementar a esse [DLN, NDP], então temos que provar que alpha [LDN] é igual a 30° e beta [NDP] igual a 60°. Que vai dar exatamente esse ‘coisinho’ [ângulo] do triângulo [movimento de dobra mostrando que os triângulos coincidem].	Apresentando a hipótese, atribuindo incógnitas para o desenvolvimento da demonstração e afirmando que os ângulos em questão devem ser 30° e 60° para que os triângulos sejam equiláteros.	Apresentar a hipótese e começar a deduzir ângulos complementares.
E4_H11	R.: Mas aqui é 30° [LDN] com certeza, porque aqui é 60°[NDP]. H.: Não, mas isso nós não sabemos ainda. Quando dobra aqui, nós temos que provar que aqui é 30° e aqui é 60°. Isso que nós temos que provar. Porque se aqui for 60°, esse triângulo é equilátero e todos os outros vão ser.	Argumentando que não podem utilizar como justificativa que o ângulo mede 30°, pois isso implica em utilizar a tese.	Argumentar que a tese não pode ser utilizada no desenvolvimento de uma demonstração.
E4_R8	Então vamos ver, a gente primeiro dobrou no meio, certo? Ai a gente dobrou aqui [dobrando o papel]. Quando a gente dobra aqui, a gente leva o lado do quadrado para cá, certo? Que não serve de nada porque a gente nem marcou o lado do quadrado. E leva essa parte aqui, que a gente não sabe quanto mede. [dobrando e desdobrando várias vezes em diferentes dobras] quando a gente faz isso, a gente sabe que esse lado é igual a esse. Porque é o mesmo tamanho que a gente esta dobrando.	Manuseando o papel e tentando elaborar uma demonstração a partir das dobras.	Pensar em estratégias para demonstrar partindo das dobras no papel.
E4_H12	H.: Isso garante que ele é isósceles. E esses dois triângulos não são simplesmente semelhantes, eles são também congruentes. Eles têm as mesmas medidas laterais e	Concluindo semelhança e congruência de triângulos recorrendo às dobras.	Deduzir semelhança e congruência de triângulos recorrendo à dobradura.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	angulares. R.: Sim. Então a gente sabe que, se aqui é alpha e aqui é beta, então aqui também é beta e aqui também é alpha.		
E4_H13	H.: Se eu chamar aqui de 'a', aqui vai ser 90-a. R.: É, aqui é 'a' e 90, então aqui é 90-a e aqui também. H.: Se aqui é 90-a, aqui também vai ser. R.: Aqui tem que ser 90-a, também.	Recorrendo a noção de ângulos complementares e opostos pelo vértice para deduzir os ângulos na figura dobrada.	Justificar medida dos ângulos recorrendo ao conceito de ângulos complementares e opostos pelo vértice.
E4_R9	Se a gente usar ângulos, a soma dos ângulos daqui é igual ao [ângulo] externo desse. Vou ter que $a+90$ é igual a esse de fora, está certo? Entendeu o que eu estou dizendo? $90+a$ é igual ao de fora, só que o de fora é 90-a [expressão facial de dúvida] não. Vai ficar 2a.	Apresentando estratégia para demonstrar, por meio dos ângulos, que os triângulos em questão são equiláteros.	Apresentar estratégias para demonstrar.
E4_H14	H.: E se a gente trabalhasse com os lados em vez de trabalhar com os ângulos. Se isso daqui é um quadrado, vou colocar que aqui vale 1, está certo? Esse aqui vale 1, aqui vale 1 e 1, então aqui vale $\frac{1}{2}$. R.: Mas por que aí vale $\frac{1}{2}$? H.: Porque é um quadrado e dividiu aqui ao meio. R.: Como que você sabe? H.: Aqui [ponto P]. Por causa disso, olha [dobrando o papel de acordo com as dobras já feitas]. Sim, esse lado é igual a esse [sobrepondo o papel]. R.: Mas por quê? H.: Porque esses dois triângulos são congruentes. R.: A porque esses triângulos são congruentes.	Tentando convencer a colega de que as medidas são congruentes. Apresentando diversos argumentos, como verificação através da sobreposição do papel e que triângulos são congruentes.	Argumentar as medidas são congruentes recorrendo à dobradura e aos casos de congruência de triângulos.
E4_H15	Portanto aqui é 1. E aí vai ser...? Aqui eu posso fazer por Pitágoras. Daria para utilizar trigonometria para saber, mas eu não queria usar. Então aqui seria, $1^2 + \frac{1}{2}^2 = 'a$ essa parte aqui' que eu quero, que é a diagonal do quadrado. Aqui vai ser $1+\frac{1}{4}$... Não, não, não dá. Isso aqui é um quadrado [apontando para o segmento DC] isso aqui [DJ] não. Isso não é um quadrado [AKJD]. Não é. Aqui [AB] é 1. E aqui é $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ [AP e PD]. Só isso eu posso	Recorrendo ao Teorema de Pitágoras para deduzir um dos lados do triângulo, porém durante o desenvolvimento da relação de Pitágoras, o participante percebe que os segmentos utilizados para construção do triângulo retângulo não são os mesmos que o lado do quadrado.	Perceber equívoco ao relacionar medidas de segmentos.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	garantir.		
E4_R10	Mas olha, e se a gente pensar por paralelas cortadas por transversais? Se aqui é 90-a, aqui também é 90-a. Mas faz sentido? 90-a... =180°, está certo isso aqui? Acho que dá, não é?	Deduzindo ângulo partindo de paralelas cortadas por uma transversal.	Deduzir ângulos a partir de paralelas cortadas por transversal.
E4_H16	H.: Então, isso aqui é o que me garante. Vou pegar o vermelho aqui, agora vamos deduzir, se aqui é 'a' e aqui é 'a', então eu tenho aqui 180-2a. Está certo? Então se eu somar esses três. R.: Não vai dar nada. H.: 180 -2a... R.: ...+2a =180. [Risos] H.: não dá.	Percebendo que estratégia escolhida não é eficiente, pois resulta que $180^\circ=180^\circ$	Chegar a resultado inconclusivo.
E4_H17	Aqui olha, os oposto também são [congruentes]. Os opostos pelo vértice também são 'a' e 'a'. Se aqui é 'a', aqui é 'a' e aqui é 90. Eu posso fazer nesse triângulo pequenininho, e aqui vai ser então 90-a para esse triângulo aqui. Vai dar $180=180$. Grande descobrir [irônico].	Escolhendo outro caminho e novamente obtendo resultados inconclusos.	Mudar a estratégia e novamente obter resultado inconclusivo.
E4_H18	R.: Sabe o que eu pensei aqui. Olha aqui, para ver se dá uma luz. Sabe quando a gente pega um triângulo, corta e depois encaixa os ângulos... H.: Mas aí você vai estar mostrando e não demonstrando.	Argumentando que a ideia apresentada pela colega não é uma demonstração e sim uma verificação.	Argumentar que ideia proposta não é uma demonstração.
E4_R11	H.: eu já descobri duas vezes que $180=180$. Só se a gente trabalhar pelos lados. R.: Isso que eu estou tentando fazer. Esse lado é igual a esse lado, pela dobra. E esse lado aqui também é igual a esse lado aqui.	Diante dos problemas, os participantes estão decidindo trocar de estratégia e buscando solução a partir das medidas dos lados em vez de utilizar os ângulos.	Reelaborar estratégias para resolver um problema.
E4_R12	Olha aqui, se ângulo é 90-a e esse aqui também. Esses lados são iguais, aqui também tem que ser 90-a, porque esse está relacionado com esse lado, e esse ângulo esta relacionado a esse lado. Aqui é dois risquinhos e aqui também, pronto acabou. Entendeu o que eu disse? Olha, vamos pegar outro, vamos pegar esse aqui. A gente sabe que aqui é 90-a, pelas paralelas. Paralelas cortadas por transversais. Qual que é a regra de um triângulo [isósceles], esse e esse ângulo são iguais, isso implica que o [lado] oposto a esse	Chegando a conclusão de que os triângulos são equiláteros por uma propriedade de triângulos isósceles.	Justificar que os triângulos são equiláteros recorrendo a uma propriedade dos triângulos isósceles.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	ângulo é igual ao [lado] oposto desse ângulo, certo? Então olha, o oposto desse ângulo é dois risquinhos. Então o oposto desse ângulo, também tem que ser dois risquinhos, porque esses dois ângulos são iguais. Então eu tenho um triângulo com dois risquinhos em todos os lados. Então esse aqui também tem que ser 'a', ele só pode ser equilátero. Mas está certo, não está? Porque sempre que um triângulo é isóscele, os ângulos iguais estão relacionados com os lados iguais. Então pronto, aqui a gente tinha dois ângulos iguais		
E4_R13	R.: E quanto que é esse pedacinho aqui que ele simplesmente tira? Aleatório, não é? H.: Não, ele tem uma relação, para que esse daqui seja igual a 1 quanto que mede esse aqui? da para fazer isso também. Porque vamos supor que aqui vale 1, 1, 1 e 1 [lados do quadrado]. Então esse daqui tem que valer 1.	Questionando outros elementos matemáticos da construção do tetraedro de origami e defendendo que não pode ser aleatório, pois há uma relação para sua construção.	Questionar elementos que não pertencem a demonstração.
E4_H19	H.: Para poder ser equilátero. Então se aqui vale 1 e aqui vale meio... Ambos: É só fazer Pitágoras. R.: 1, $\frac{1}{2}$. Vai ficar... H.: $\frac{\sqrt{5}}{2}$, não. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. R.: Isso aqui $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Que legal.	Buscando entender quanto mede o pedaço que foi descartado durante a construção da dobradura.	Buscar compreender outros elementos além dos triângulos equiláteros.
E4_H20	H.: Mas não pode ser $\frac{\sqrt{3}}{2}$, é muito pouco. R.: Porquê? T.: Vai dar quase 1. H.: porque aqui [lado do quadrado] é 1. Da quase 1? $1,73/2$ [pegando a calculadora]. R.: Se fosse 1,8 ia dar mais ou mesmo, 0,9, esta certo. H.: É 1,7. T.: 0,7? H.: Não, 0,86. 0,86. E aqui dá 0,14.	Questionando resultados obtidos, buscando interpretar resultados e comparando os tamanhos dos segmentos.	Questionar e interpretar os resultados obtidos.
E4_H21	Você esta fazendo outro para demonstrar na própria folha? É melhor, já demonstra na própria folha. Na própria dobradura.	Defendendo que a demonstração pode ser feita somente por meio das dobras no papel.	Defender a possibilidade de fazer a demonstração no próprio papel com as dobras.
E4_H22	Acho que a gente podia fazer, assim	Sugerindo que o vídeo pode	Sugerir finalizar o

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	que nem o Neil, no final do vídeo ele deixa um desafio para a pessoa. A gente faz e fala ‘agora deixamos um desafio para vocês, tentem fazer os outros poliedros de Platão e provar, que seus lados, suas faces são é polígonos regulares’.	ser encerrado com um desafio para os espectadores.	vídeo com desafio.
E4_H2 3	A gente pode começar assim: ‘você já ouviu falar de pirâmides? Claro que sim, mas não estamos falando somente das pirâmides do Egito, estamos falando de uma especial que em geometria chama-se tetraedro’. Aí a gente vai falando ‘tetraedro é uma pirâmide que tem quatro faces triangulares, e esses triângulos são equiláteros, mas como provar que esses triângulos são equiláteros’, ‘agora nós vamos montar uma pirâmide de origami’ e vamos mostrar a planificação desse origami que realmente suas faces são triângulos equiláteros.	Apresentando ideias para o roteiro e execução do vídeo	Elaborar roteiro do vídeo.
E4_R14	Ou a gente pode partir dele. Essa aqui é uma pirâmide... Igual você falou, ‘mas não são as pirâmides do Egito, são um sólido importante na matemática, em específico o tetraedro, ele é um poliedro de Platão. E como montamos isso... ‘tá’ mas porque essa dobradura garante que os triângulos são equiláteros’ e aí a gente vem com a prova. Legal, gostei.	Discutindo e apresentando outras ideias para o roteiro e elaboração do vídeo.	Discutir ideias para o vídeo.
E4_R15	R.: Mas hercules você fica responsável por montar porque eu sou péssima. H.: Eu vou fica treinando [risos].	Dividindo as tarefas de acordo com modelos de origami feitos por cada um dos participantes, como o de Hercules ficou ‘mais bonito’, ele foi escolhido para montar o origami para o vídeo.	Dividir tarefas de acordo com habilidades de cada participante.
E4_H24	A gente vai falando e vai colocando as imagens? Tipo ‘você sabe o que é pirâmide?’, aí aparece [gestos com as mãos em forma de zoom], aí ‘não, não essa, aquela da aula de geometria’, aí aparece outra ‘mas não essa de base quadrada, essa daqui... vamos aprender a fazer’ [risos]. Aí a gente vai jogando as imagens e falando ‘não essa não, não estou falando dessa’.	Discutindo a ideia de colocar imagens de acordo com as falas.	Discutir acerca das imagens.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E4_R16	A gente podia achar aqueles GIFs de ‘sim’, [aceno com a cabeça] e não [outro aceno].	Sugerindo a possibilidade de inserir gifs ao vídeo.	Sugerir a utilização de GIFs no vídeo.
E4_R17	R.: Poderia até aparece a pirâmide alimentar. ‘Não, não tem a ver com comida’. H.: ‘não é de biologia, estou falando da pirâmide de matemática’, legal.	Sugerindo outros tipos de pirâmides para serem utilizadas no vídeo.	Complementar uma ideia do colega.
E4_H25	H.: Isso na verdade nem é uma pirâmide, é um triângulo. R.: É então, eu estava olhando se tem aqui algum que seja uma pirâmide alimentar. H.: Ou então a gente pode colocar, ‘isso nem é uma pirâmide é um triângulo!’, só para sacanear, porque a maioria é assim [referindo-se as imagens que aparecem no Google imagen quando se busca ‘piramide alimentar’] R.: Verdade, devia ser triângulo alimentar. Podíamos colocar um ‘brean’ [efeito sonoro geralmente utilizado para respostas erradas]. A vai ficar legal Hercules, eu estou animada agora.	Criticando o nome ‘pirâmide alimentar’, já que nas pesquisas no Google imagens a maioria das figuras ilustram triângulos e não pirâmides.	Elaborar ideia para criticar no vídeo o termo ‘pirâmide alimentar’.
E4_R18	Aí que lindo. Preciso fazer com meus alunos!	Expressando estar motivada a compartilhar com os seus alunos.	Expressar vontade de compartilhar com os alunos.
E4_H26	Estou procurando uma definição de tetraedro. Mas a gente precisa deixar claro que é o tetraedro regular. Porque dá para construir um tetraedro com triângulos isósceles. Que é um poliedro de Platão. Regular. Tetraedro é todo poliedro que possui quatro faces com triângulos equiláteros.	Destacando a importância de apresentar uma definição para tetraedro e deixar claro que se trata de um tetraedro regular.	Destacar a importância da definição de tetraedro para que o vídeo faça sentido.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 11– Análise ideográfica do quinto encontro.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E5_C1	C.: Trace ou dobre? D.: Dobre. C.: Assim? D.: Isso, você vai escrever aqui ‘dobre as diagonais’.	Indagando sobre qual a forma de expressar a “demonstração” e dobradura do teorema envolvendo as dobras no vídeo.	Indagar sobre qual expressão utilizar para se referir as dobras.
E5_D1	D.: A gente podia fazer o papel com	Discutindo acerca de como	Discutir acerca de

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	um movimento assim [girando] aí aparece dobre as diagonais, ‘puff’ [onomatopeia de aparecimento repentino] [dobrando uma diagonal]. Será que não é melhor a gente filmar mesmo? C.: Não sei. Por que, você está com medo de não dar tempo?	fazer para representar as dobras em um vídeo no estilo <i>stop motion</i> .	como representar as dobra no vídeo.
E5_D2	Não, não sei se vai ficar legal. Porque o sapo a gente vai ter que filmar, sabe? O sapo não é possível fazer por <i>stop motion</i> .	Defendendo que a dobradura do sapo deve ser feita por meio de filmagem porque não é possível fazer pelo <i>stop motion</i>	Defender que é melhor filmar do que fazer um <i>stop motion</i> .
E5_D3	C.: E aí a gente não fala nada? D.: Não, coloca assim. [movimentando os papeis] ‘dobre as diagonais’, aí pega e ‘puff’ e ‘puff’ [onomatopeia de aparecimento repentino]. Aí depois tira e coloca ‘dobre as mediatrizes’, assim e assim.	Pensando em outras estratégias para fazer o vídeo que não seja na forma <i>stop motion</i> .	Pensar em que elementos e como compor o vídeo.
E5_C2	C.: Mas aí a gente vai pegar no papel e colocar aqui? D.: Isso, tipo ‘me salva’ ⁶⁶ . C.: O ‘me salva’ ele puxa o papel assim?	Apresentando ideia a partir de vídeos de um estilo de vídeo de um canal no YouTube	Apresentar ideias com base em referências de outros vídeos.
E5_C3	C.: Será que a gente não tem que apresentar o teorema para não ficar muito jogado? Como nós vamos fazer nossa ‘intro’ [introdução]?	Argumentando que o vídeo deve conter uma introdução para não ser incoerente.	Argumentar sobre a necessidade de introdução ao tema do vídeo.
E5_D4	Eu acho que dá para a gente fazer tipo ‘me salva’ mesmo, com a mãozinha e tal. E escrever assim ‘seja um triângulo retângulo’ ou ‘se um triângulo é retângulo então, a hipotenusa ao quadrado é igual a soma dos catetos ao quadrado. A soma dos quadrados dos catetos’. Aí, coloca um desenho. Aí a gente coloca ‘demonstração’.	Pensando em como fazer o vídeo no estilo dos vídeos do canal do YouTube “me salva”. Pensando em estratégias para a exposição dos textos na tela.	Pensar em como expor textos na tela do vídeo.
E5_C4	C.: Mas a gente vai falar que é uma demonstração com dobradura, não é?	Destacando a importância de fala que se trata de uma demonstração por meio de dobras no papel e não uma demonstração matemática. mesmo que envolva argumentos matemáticos o caráter da demonstração não	Destacar que se trata de uma “demonstração” com dobradura.

⁶⁶ “Me salva” é um canal de educação no *YouTube*. Seus vídeos eram feitos a partir de textos curtos escritos em papel que apareciam na tela conforme o narrador apresentava o conteúdo. Pode ser acessado em <<https://www.youtube.com/user/migandorffy>>. Acesso em: 08 nov. 2020.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
		é o mesmo da feita nas aulas da graduação.	
E5_D5	É que se a gente for fazer por <i>stop motion</i> , não vai dar para fazer esse processo aqui [dobrando o papel], sem as mãos. Entendeu? Teria que fazer assim, foto dobrado e foto aberto. Aí gira no <i>stop motion</i> e sobe aqui [dobrando o papel]. Gira no <i>stop motion</i> e gira de novo. Mas muitas fotos.	Discutindo sobre, em vez de fazer com a técnica <i>stop motion</i> , filmar os passos da dobradura para a construção do sapo, pois seria difícil fazer um <i>stop motion</i> no movimento do papel dobrando.	Argumentar que é difícil expressar o movimento de dobra por meio de um vídeo no estilo <i>stop motion</i> .
E5_C5	É você que vai editar, entendeu? Você precisa pensar nisso, como que está seu tempo.	Tomando decisões levando em conta o tempo destinado a produção.	Tomar decisões pensando no tempo estimado para a produção.
E5_D6	É que tipo, a dobra a gente não vai conseguir fazer <i>stop motion</i> que o papel não fica parado no meio do caminho. Só se a gente pensar em uma coisa diferente.	Argumentando que o vídeo no estilo <i>stop motion</i> não é adequado, pois o participante não consegue tirar fotos do trajeto que o papel faz sem o auxílio das mãos.	Argumentar que por meio do <i>stop motion</i> não é possível expressar o movimento de dobra.
E5_D7	Bom, a gente pensou assim escrever nos papéis porque a gente não quer falar.	Justificando decisão, pois os participantes não gostariam de falar ou narrar o vídeo.	Tomar decisão a partir da não vontade que falar no vídeo.
E5_C6	Acho que tem que ser preto o triângulo e as letras vermelhas. Aí destaca melhor.	Pensando quais cores utilizar para dar destaque ao triângulo.	Pensar nas cores utilizadas no vídeo.
E5_F1	Eu achei aqui a demonstração. Aqui, hipótese ‘seja um paralelogramo qualquer’ tese ‘o polígono formado pela intersecção das bissetrizes do paralelogramo é um retângulo’. Então dá para fazer. Eu vou fazer um desenho para entender.	Encontrando uma demonstração na internet e afirmando que é possível tratar este tema no vídeo.	Escolher problema para expor no vídeo após encontrar a solução do mesmo.
E5_H1	Olha aqui, eu escrevi. Eu coloquei aqui eu dobrando, mas como você dobra melhor e vai ter o papel de professor e aluno, só que só vai aparece a voz e a mão.	Apresentando roteiro e destacando distribuição de funções baseando-se nas habilidades de cada integrante.	Dividir tarefas de acordo com as habilidades de cada estudante.
E5_R1	Sabe o que eu queria? Aquele aplicativo que vai escrevendo. Sabe? Que é uma mão que vai escrevendo. Eu acho que seria legal a gente ia falando e vai escrevendo.	Sugerindo que articulado a fala poderiam aparecer conteúdos escritos.	Pensar em vários modos de apresentar o conteúdo.
E5_H2	Aí aqui aparece ‘não, isso nem é pirâmide é um triângulo’. Aí aparece a pirâmide financeira, ‘essa é a pior, já viu ficar rico sem trabalhar?’. ‘Mas professor e os políticos?’, aí coloca assim ‘já chega de conversa vamos a aula’. Aqui olha, imagens dos poliedros. ‘agora nos vamos	Apresentando o que foi pensado para a colega e destacando a intenção de incorporar ao vídeo humor.	Elaborar roteiro.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	construir essa pirâmide com origami’, ‘professor, o que é origami?’ ‘por enquanto, basta saber que é a arte de dobrar papéis com uma folha especial para dobraduras’, aí depois de fazer tudo o aluno pergunta ‘mas professor, o que garante que as faces são triângulos equiláteros?’, ‘vamos demonstrar’. Aí temos que deixar uma tarefa no final, ‘a tarefa vai ser divertida, você vão construir os demais poliedros de Platão com origami e trazer para a próxima aula e nos vamos usar para falar da relação de Euler’, ‘e se a gente não conseguir?’, ‘acesse no YouTube a Carol’ e pronto.		
E5_H3	H.: Eu acho que você que tinha que dobrar, você tem mais habilidade. Lr.: É, mas o problema é aquela parte no final eu não consegui e você fez.	Decidindo quem irá ensinar a dobrar o tetraedro. Discutindo que um deles é mais habilidoso com o papel, porém somente o outro conseguiu finalizar o origami.	Dividir tarefa de acordo com habilidade de manipular o papel.
E5_R2	Lr.: Só se a fizer no final, a gente mostra ele fechando dá um pause, você termina de fechar e ‘tcharam’ [onomatopeia de surpresa].	Discutindo possível solução sobre quem poderia dobrar o tetraedro no vídeo.	Apresentar ideia para solucionar um problema.
E5_H4	H.: Eu acho que ia ficar legal se colocasse eu de peruca com trancinha e fazendo a menina nova, e você de bigode falando ‘eu sou o professor’ [com voz grave] a gente trocar as vozes. Aí a sua imagem com a minha fala e minha com a sua. Lr.: Nossa que legal. Mas a gente tem que gravar hoje.	Apresentando ideias para o vídeo e tomando decisões levando em conta o tempo estabelecido para a produção.	Tomar decisões levando em conta o tempo estipulado para a produção.
E5_H5	É, para a próxima aula. O principal é montar e mostrar que é um equilátero. Vamos tentar fazer.	Elencando atividades principais e para pensar em um plano estratégico.	Elencar as principais atividades para planejar a produção.
E5_H6	Você saber que se você pegar, se você juntar esse vértice com esse vértice. Isso comprova que ele é lado, lado. Aí, se esses três lados são congruentes, ele tem três lados congruentes, então a gente só tem que provar que esses três lados são iguais. Se eu conseguir provar que esse tem a mesma medida que esse dobrando aqui, eu posso fazer assim olha, só dobrando.	Argumentando que os lados os triângulos são congruentes, pois quando são sobrepostos, é possível observar que as medidas são equivalente.	Argumentar congruência entre segmento a partir da sobreposição e visualização.
E5_R3	Lr.: Sobreposição. H.: Sobreposição, então olha,	Justificando que a dobra feita permite observar a	Justificar que através da dobra feita é

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	quando eu sobreponho aqui, eu consigo provar sobrepondo aqui, que esse lado é igual a esse, e quando eu sobreponho aqui esse é igual a esse. Então aqui já me garantiu que esses dois são iguais e esse daqui é comum, pronto já garanti.	sobreposição dos segmentos e que, desta forma, é possível concluir que os lados e triângulos são congruentes.	possível observar sobreposição de segmentos.
E5_R4	Eu acho que a gente podia fazer igual aula passada, a gente chega que ele é isósceles.	Sugerindo que poderiam ir pelo caminho pensando na aula anterior.	Sugerir outros caminhos para a prova.
E5_H7	H.: Mas dá para fazer assim olha, quando a gente dobra aqui, esse tem a mesma medida que esse, e essa aqui também. Lr: Mas esse a gente não sabe nada. H: Mas eu posso sobrepor esse lado a esse também, seu quiser. Olha aqui, está vendo? Se eu sobrepor esse lado a esse, eu estou dizendo que esse é igual a esse. E se eu fizer esse aqui também, eu estou falando que esse é igual a esse. Logo, todos os lados são iguais.	Convencendo a colega que a prova proposta é eficiente e que pode-se concluir que todos os triângulos são equiláteros.	Buscar convencer a colega que a prova proposta é eficiente.
E5_R5	Sim. Mas não é matematicamente, não é? É origamicamente [risos].	Argumentando que a prova proposta convence que os triângulos são equiláteros, mas não se enquadra em uma prova matemática.	Argumentar que a prova possibilita o convencimento, mas não é uma prova matemática.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 12– Análise ideográfica do sexto encontro.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
E6_E1	E.: A gente tinha feito três blocos de vídeos, eu tirei um bloco inteiro e deu 14 minutos. F.: A gente tirou a parte do GeoGebra. Le.: Senão ia dar 25 minutos.	Explicitando que não colocaram o vídeo gravado com o GeoGebra por causa do tempo de duração do vídeo.	Tomar decisões levando em conta o tempo estabelecido de duração do vídeo.
E6_E2	Le.: Mas se eu soubesse editar, talvez tivesse dado uns 4 minutos. Eu acelerei tudo, sabe quanto que está na velocidade, 400%. Você demora muito para dobrar 'parsa'. F.: O problema foi que a gente não fez a câmera que nem as pessoas do YouTube, que filmam assim [de cima para baixo]. E aí a gente colocou de frente. Qual que é o problema do de frente? Eu não estava em uma posição adequada	Descrevendo que, se soubesse utilizar os recursos do editor de vídeos, a produção audiovisual poderia ter 4 minutos de duração, e justificando que foi difícil dobrar o papel de devido o posicionamento da câmera, que dificultava olhar se a dobra estava sendo feita de maneira correta.	Destacar que a falta de habilidade em trabalhar com o editor de vídeo e a posição da câmera ao filmar comprometeram a produção audiovisual.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	para enxergar onde eu colocava. Aí eu colocava assim e não enxergava se estava certo, se eu estava dobrando direito a bisettriz. Aí eu demorava muito. Dobrava e voltava.		
E6_E3	Le.: Eu não sei cortar direito, dá muito trabalho. Você tem que cortar para acelerar, mas eu não queria jogar fora. Y.: Tem coisa que é difícil mesmo [de dobrar e demonstrar] que é bom você deixar, porque senão, fica parecendo que a pessoa dobrou e foi e na verdade é super difícil. Le.: É tipo isso, agora a gente vai dobrar as bisettrizes e fazer a mesma coisa nas outras três, se eu escuto isso em vídeo eu já falo assim ‘esquece’. Aí eu preferi deixar assim, pelo menos a pessoa vê tudo que aconteceu. Só acelera a velocidade.	Destacando que considera importante não descartar pedaços dos vídeos gravados, pois desta forma o espectador assiste ao processo completo, seja ele complexo ou simples.	Argumentar sobre a importância de explicitar o processo completo de construção de um origami ou demonstração.
E6_F1	Dentro do retângulo é realmente um quadrado? E dentro do quadrado realmente é um ponto? Faltou falar, mas a linha de raciocínio é a mesma, do jeito que gente explicou a primeira sai as outras. O único problema do quadrado é que tem que provar que os quatro lados são iguais. Aí já é mais complicado.	Questionando acerca da veracidade das informações e apresentando raciocínio para prova-las.	Questionar veracidade das informações e buscar formas de provar.
E6_D1	Foi engraçado, meu amigo ele tem um porta celular que é para colocar no pescoço e que vem aqui [na frente do rosto]. Daí eu falei, ‘como que a gente vai filmar isso?’. Ele falou que me emprestava e ele [o suporte de celular] mexe, eu coloquei na minha bancada e prendi. Não sei se vocês repararam na troca de vídeo ele treme porque a gente aperta o play, por causa disso. A gente colocou na prateleira de madeira e fizemos na bancada [as dobras]. Salvou, porque eu não sabia como fazer.	Descrevendo o processo de produção, as tomadas de decisão diante das possibilidades e os desafios enfrentados.	Pensar em estratégias para filmar articulando diversos recursos.
E6_D2	C.: Pior era quando a gente não estava filmando ele [o sapo] estava dando giro de 360 graus e na hora que a gente foi filmar não estava girando. D.: Teve até uma hora que eu cortei. Eu fiquei bravo e taquei o sapo	Enfatizando algumas complicações durante a gravação e qual foi a solução para a produção do vídeo.	Cortar o vídeo pensando em corrigir erros.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	assim [fingindo jogar com mãos]. Eu cortei na edição.		
E6_C1	O <i>stop motion</i> não rolou porque ia dar muito trabalho e também não achamos que ia ficar bom, porque na hora de fazer a dobradura não tinha como a gente ficar tirando foto. Aí ele [Diego] falou, ‘vamos fazer estilo “me salva”’ que é com os papeizinhos, a gente tira e vai colocando os papeizinhos para poder mostrar o que a gente esta fazendo.	Explicando a ideia inicial e o motivo para trocarem um vídeo no estilo <i>stop motion</i> por “me salva”	Repensar estrutura do vídeo por conta das dobras no papel.
E6_N1	Agora a gente vai ficar olhando para os vídeos prestando atenção nos detalhes. Tipo, eu fico olhando ‘a ele fez assim’, fico olhando tudo agora. Mudou o olhar.	Destacando que depois da produção o olhar ao assistir vídeos mudou, pois passou a prestar atenção nos detalhes e os modos como o conteúdo é exposto.	Mudar olhar ao assistir vídeos.
E6_N2	Y.: Então, a gente se encontrou um dia, a ideia foi fazer o número de plástico. N.: Só que era muito difícil.	Explicando que mudaram o tema do vídeo por	Alterar tema do vídeo por conta do grau de dificuldade do conteúdo.
E6_Y1	N.: No final, a gente escolheu esse [número de ouro], que tiramos de um livro da OBMEP. De dobradura que tem em pdf. Y.: Tinha a demonstração, mas ela estava complicada, não tinha nenhum passo direito, tinha umas letras, então eu meio que refiz a demonstração toda. Aliás a gente fez.	Explicitando que o tema do vídeo foi inspirado em um problema da apostila da OBMEP e que a demonstração apresentada no livro apresentava erros, então foi necessário ser refeita pelos estudantes.	Criticar uma demonstração apresentada em um livro e reelabora-la.
E6_N3	Deu maior trabalho para filmar, tivemos que empilhar todos os livros GA [Geometria Analítica] da biblioteca, colocar uma régua no meio, desafiando as leis da física e segurando com fita adesiva.	Descrevendo como filmaram os passos da dobradura e a demonstração.	Pensar em estratégias para filmar articulando diversos recursos.
E6_Y2	Y.: E outra, lá na apostila da OBMEP, eles falam para marcar os pontos com lápis. A gente não quis, a gente deu um jeito de marcar com a dobra. N.: Porque marcar com o lápis, que coisa horrorosa.	Criticando métodos apresentados no livro e pensando em alternativas mais visualmente atraentes para a dupla.	Criticar métodos apresentados e pensar em alternativas.
E6_H1	A ideia do vídeo era trabalhar uma demonstração, mas nós não vamos chamar de demonstração, nós vamos mostrar, porque não tem o rigor que vocês tiveram.	Destacando que a ideia inicial era apresentar uma demonstração, porém o exposto no vídeo não possui o rigor necessário para chamar de “demonstração”.	Destacar troca de termo por conta da falta de rigor matemático apresentado na prova.
E6_R1	Mas eu acho que o maior	Descrevendo imprevistos e	Lidar com imprevistos.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	desapontamento nosso, foi que nós descobrimos uma ferramenta muito legal, depois descobrimos que ela gratuita é muito limitada. Esse foi o problema, entendeu? A gente encontrou esse site, fizemos, ficou lindo, tinha musiquinha e estava tudo certo. Na hora de baixar, bom, começa assim, na hora de colocar o origami não deu porque a versão gratuita só permite 3 minutos, aí quando deu 3 minutos ele cortou o restante. E a gente ficou desesperado. Mas beleza, falamos ‘vamos baixar e editar no Movie Maker’ e a versão gratuita não permitia baixar. E aí a gente ia perder tudo o que a gente tinha feito. Então o que eu fiz, gravei a tela do computador.	complicações durante a produção envolvendo os softwares, o tempo e a disponibilidade para trabalhar no vídeo fora do horário do curso.	
E6_R2	Beleza, aí eu gravei a tela e não abria no Movie Maker, a gravação de tela. Depois, conseguimos passar para o Movie Maker e editar, só que aí tinha perdido o som, porque na hora de gravar a tela ele não grava o som do computador. Colocamos uma música improvisada, mas colocamos. E aí, como a gente tinha tudo planejado, íamos baixar e colocar a nossa voz. Porém não deu tempo. Então não tem nossa voz, não tem explicação, assim, tem a legenda, mas a gente promete que a gente arruma para você depois. Foi muito triste.	Descrevendo imprevistos e complicações durante a produção envolvendo os softwares, o tempo e a disponibilidade para trabalhar no vídeo fora do horário do curso.	Pensar em soluções para o que ocorreu fora do planejado.
E6_R3	Lr.: Era super legal, só que foi triste, a gente tinha ensaiado, as vozes, o que ia fazer, o que ia falar, ia ter musica de fundo a apresentação toda. H.: Eu ia perguntando as coisas. Lr.: A demonstração a gente ia falar dos alternos e internos, estava tudo certinho. Aí quando a gente viu que o negocio não baixava e cortou nosso vídeo e tudo mais, o tempo foi ficando curto. [...] Então, estava tudo certo, era só colocar a voz, íamos fazer no Movie Maker. Estava ensaiado.	Descrevendo imprevistos e complicações durante a produção envolvendo os softwares, o tempo e a disponibilidade para trabalhar no vídeo fora do horário do curso.	Justificar falta de falas no vídeo.
E6_R4	Está vendo? Tem mil [arquivos],	Destacando que estava tudo	Destacar o imprevisto

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	está vendo? ‘Origami’, ‘part1’, ‘vídeo’, e não deu tempo, eu dou aula, o Hercules tinha reunião. Eu fui aparecer na casa do Hercules hoje as 17 horas para terminar, então foi muito triste de não gravar com a vozes e tudo que a gente tinha pensando. Eu queria chorar.	planejado, porém o imprevisto com o software de animação impossibilitou a produção das etapas a tempo para a apresentação do vídeo.	e suas consequências para o vídeo.
E6_F2	A ideia foi meio assim, a gente não tinha ideia. Aí eu lembrei de uma coisa que eu adorei. A Isabela estava falando disso comigo no ônibus, ela explicou a partir traçar das bissetrizes e do encontro, você forma uma forma geométrica. As bissetrizes de um paralelogramo gera um retângulo e no retângulo gera um quadrado e no quadrado um ponto. E aí tem toda uma explicação nos teoremas de GE [Geometria Euclidiana]. A gente pensou, será que dá para fazer isso com origami? E foi um desafio, e dá para fazer.	Descrevendo processo de escolha do tema.	Escolher tema do vídeo com base em um problema de interesse da dupla.
E6_E4	Le.: O processo de criação foi, a gente marcou um dia, tentamos esquematizar o máximo possível para quando chegar poder gravar. E deu certíssimo. Gravamos e foi isso. F.: A diferença do de vocês é que a gente não filmou de uma forma legível.	Enfatizando que buscaram planejar todos os passos para facilitar a gravação e edição.	Enfatizar importância do planejamento, roteiro do vídeo.
E6_E5	Le.: Então, o que a gente estava planejando era virar o vídeo e essas coisas, mas não deu certo. F.: Então, vocês vão ver um ‘para todo’ em vez de A.	Destacando imprevisto em relação à rotacionar o vídeo no software de edição.	Destacar imprevisto por conta da falta de conhecimento para trabalhar como o software de edição de vídeo.
E6_R5	A gente usou aqui, as aulas daqui, para pesquisar o que a gente ia fazer. Tivemos a ideia, encontramos o tetraedro com uma folha só, que achamos bacana e a gente queria provar porque dava certo. Então, na primeira aula a gente montou e demonstrou juntos. Na segunda, eu comecei a edição, a gente já tinha feito esqueleto do roteiro e ele foi melhorando a demonstração em uma folha, para na hora de falar estar fácil e perfeito para falar. Eu terminei a animação em casa e a gente só ia se reunir para filmar.	Descrevendo o processo de produção, destacando a escolha do tema, o planejamento, a produção de animação e a gravação.	Elaborar e executar roteiro do vídeo.

Ident.	Unidade de Significado	Explicação da pesquisadora	Ideia nuclear
	Filmamos na toalha de banho, nosso fundo branco bonito [risos] e aí era só filmar editar e aí não foi bem isso. Mas foi.		
E6_E6	P.: Mas dá para girar. Le.: Eu tinha confiança nisso, por isso gravamos ao contrário. Mas eu acho que a parte mais difícil foi fazer a minha gata ficar longe. Teve uma hora, que ela pulou no papel e a gente teve que esperar, porque eu tive ataque de risos.	Descrevendo contratempos externos a produção.	Elencar contratempos.
E6_H2	Lr.: Outra coisa que deu errado. H.: Eu filmei em retrato e não paisagem. E no Movie Maker não deu para rotacionar. Aí ficou uma tarja preta.	Justificando a posição do vídeo na vertical por conta da impossibilidade de rotacionar a gravação no software de edição utilizado.	Justificar posição do vídeo recorrendo ao software de edição escolhido.
E6_N4	N.: Por isso que eu quase chorei, eu coloquei o celular aqui em cima e ele gravou em retrato. D.: O nosso aconteceu a mesma coisa. N.: Aí quando eu abri no computador a demonstração inteira de lado. Lr.: aí o que vocês fizeram? N.: ele [Yves] sabia inverter. Mas eu quase chorei. Já era a terceira vez que eu estava gravando.	Apresentando momento de desespero durante a produção e a solução pensada para o problema.	Destacar angústia diante de um problema.

Fonte: Elaborado pela autora.

APÊNDICE E – ANÁLISE NOMOTÉTICA

Quadro 13– Análise Nomotérica.

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E1_Y1	Atribuir linguagem matemática buscando compreensões do exposto.	Provas matemáticas
E1_Y3	Atribuir linguagem matemática.	
E1_Y5	Comparar a maneira de lidar com os diagramas com um método matemático.	
E1_R6	Observar e identificar formas geométricas.	
E1_Y6	Discutindo a influência das cores escolhidas para dizer das possibilidades de simetria.	
E1_C1	Indagar possibilidades de outras construções utilizando as mesmas peças; Justificar impossibilidade por meio da observação dos ângulos internos do polígono.	
E2_Y1	Atribuir linguagem matemática ao problema envolvendo dobradura.	
E2_R2	Elencar características essenciais para existência de um quadrado; Justificar medidas dos ângulos pelo formato do papel.	
E2_R3	Indagar e compreender argumento expresso por um colega.	
E2_R4	Enfatizar a busca pela veracidade da proposição por meio de argumentos matemáticos.	
E2_Y2	Destacar que uma verificação não é uma prova.	
E2_N1	Argumentos que possibilitam justificar a falha na verificação.	
E2_H4	Justificar impossibilidade de resolver utilizando trigonometria.	
E2_H5	Argumentar fundamentando-se em conceitos prévios de matemática.	
E2_H6	Defender a ideia de que ângulos complementares não são necessariamente iguais.	
E2_H7	Identificar elementos pertinentes para uma semelhança de triângulos; justificar medidas recorrendo a soma dos ângulos internos e a definição de ângulo raso.	
E2_R5	Identificar lados congruentes de um triângulo.	
E2_R6	Sugerir uma estratégia por meio de trigonometria.	
E2_H8	Defender a impossibilidade de utilizar trigonometria.	
E2_R7	Identificar formas geométricas que auxiliem na elaboração de uma demonstração.	
E2_H9	Apontar dificuldades de resolução pela estratégia pretendida.	
E2_H10	Justificar inconsistência matemática recorrendo ao Teorema de Tales.	
E2_H11	Argumentar que estratégia não contribuirá para a solução.	
E2_H12	Atribuir incógnitas e buscar dependências.	
E2_H13	Estabelecer semelhança pelo caso ângulo ângulo.	
E2_H14	Identificar e argumentar que a estratégia não possibilitou avanços para solução do problema.	
E2_H15	Estabelecer novas estratégias, considerar demonstrar por absurdo; justificar impossibilidade de demonstração pelo caminho escolhido.	
E2_R9	Argumentar que a estratégia não possui relação com o problema.	
E2_H16	Buscar outras soluções; identificar equívocos.	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E2_H17	Relacionar a dobradura com o GeoGebra.	
E2_R11	Estipular medidas em função de variáveis.	
E2_H19	Destacar semelhança entre dois triângulos.	
E2_H20	Calcular proporção entre lados de triângulos.	
E2_H21	Considerar caso específico em que lado é igual a uma unidade de medida.	
E2_H22	Sugerir o Teorema de Pitágoras para encontrar dependência entre variáveis.	
E2_R12	Recorrer ao Teorema de Pitágoras.	
E2_H23	Deduzir medida dos lados pelo Teorema de Pitágoras.	
E2_R13	Calcular proporção estabelecida pela semelhança de triângulos.	
E2_H24	Desenvolver expressão e obter solução para o problema.	
E2_R14	Explicar raciocínio que possibilitou uma demonstração.	
E2_H25	Apresentar estratégias envolvendo simetria.	
E2_H26	Experimentar com software.	
E2_R20	Justificar resultando não esperado.	
E2_R21	Indagar certos conteúdos matemáticos.	
E2_H28	Argumentar recorrendo a conceitos de simetria.	
E2_R23	Verificar a construção utilizando a prova do arrastar; propor verificação recorrendo à medida.	
E2_H30	Supor resultado partindo da experiência anterior.	
E2_R24	Manipular medidas buscando encontrar a divisão exata do lado do quadrado.	
E2_R25	Refletir sobre resultados obtidos.	
E2_R26	Reconhecer equívocos de construção.	
E2_R27	Refletir acerca dos resultados obtidos; Iniciar ideia de generalização.	
E2_H31	Considerar possibilidade de sequência por observar padrão.	
E2_R28	Estimar o próximo termo de uma sequência.	
E2_H32	Estimar generalização dos termos de uma sequência.	
E2_Y3	Apontar dificuldades para demonstrar.	
E2_Y4	Expressar ideia para a divisão de segmentos em seis partes.	
E2_R30	Estimar resultados partindo de uma hipótese.	
E2_R31	Generalizar termos de uma sequência; estipular expressão que rege os termos de uma sequência.	
E2_L2	Expressar compreendido.	
E2_F1	Argumentar e apresentar possibilidade de verificação.	
E2_N2	Propor a utilização de medidas convenientes.	
E2_F3	Sugerir uma forma de divisão do lado do quadrado que não parte das hipóteses consideradas no problema.	
E2_N3	Argumentando sugestão de colega sobre utilizar a tese e não a hipótese.	
E2_Y7	Traçar estratégia para obtenção de elementos que estabeleçam triângulos semelhantes.	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E2_F4	Recorrer a o Teorema de Tales para defender uma ideia.	
E2_F5	Investigar e perceber equívoco.	
E2_N6	Questionar afirmação de colega; justificar por meio da dobra uma afirmação.	
E2_N7	Questionar os próprios argumentos.	
E2_F7	Argumentar recorrendo à medida de 180° de um ângulo raso.	
E2_N8	Discutir uma ideia apresentada; questionar uma afirmação.	
E2_Y10	Apresentar inconsistências matemáticas por meio de contraexemplo.	
E2_F9	Apresentar argumentos para fundamentar uma afirmação.	
E2_Y11	Argumentar que a soma de dois ângulos ser igual a 90° não garante a congruência dos ângulos.	
E2_F10	Reconhecer equívoco; justificar impossibilidade de concluir que a medidas dos ângulos é igual a 45° .	
E2_N9	Defender uma ideia; Sugerir verificação por meio de um software.	
E2_F11	Deduzir o que ocorre matematicamente ao dobrar a mediatriz; buscar compreensão acerca da realização matemática ao dobrar para representar as dobras no GeoGebra.	
E2_N11	Propor uma verificação no software.	
E2_F12	Recorrer ao software para justificar uma ideia.	
E2_C2	Sugerir estratégia envolvendo semelhança de triângulos.	
E2_C3	Identificar hipótese; questionar possibilidades de semelhança.	
E2_D1	Explicar e identificar elementos necessários para elaborar uma demonstração.	
E2_D2	Identificar dependência entre segmentos; recorrer ao Teorema de Pitágoras para encontrar medidas.	
E2_C6	Explicar raciocínio.	
E3_Y2	Apresentar linha de raciocínio escolhida para resolver um problema.	
E3_Y4	Expressar felicidade ao solucionar problema.	
E3_Y5	Verificar dobradura utilizando régua.	
E3_R2	Justificar número de peças de acordo com número de arestas do sólido construído.	
E3_R4	Discutir classificação de um sólido feito de origami.	
E3_R5	Defender uma ideia a partir da observação dos ângulos formados.	
E3_Y10	Buscar solução para encaixar peças sobre um quadrado, visando verificar se o quadrado construído vale metade da área de um quadrado dado.	
E3_F1	Buscar compreender erros.	
E3_R6	Traçar estratégias para resolver problemas.	
E3_Y11	Buscar solução por meio da álgebra.	
E3_R8	Questionar o porquê não é possível encaixar.	
E3_Y12	Buscar solução recorrendo ao Teorema de Pitágoras.	
E3_Y13	Concluir que estratégia escolhida não é eficiente para solução do problema.	
E4_Y2	Argumentar que por um ponto passam infinitas retas; Destacar que	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
	por dois pontos passa somente uma única reta.	
E4_Y4	Defender que ao realizar a dobradura utilizar somente recursos que envolvem as dobras; argumentar que elementos matemáticos devem ser explicitados na demonstração.	
E4_Y8	Sugerir verificação por meio de medida de segmentos.	
E4_N6	Sugerir construção no GeoGebra para verificar dobradura.	
E4_Y9	Enfatizar a importância de generalizar a construção e a demonstração.	
E4_N9	Indagar como obter eixos de simetria.	
E4_N11	Refletir acerca da insuficiência do transporte de medida; argumentar que há também transporte de ângulo ao se dobrar.	
E4_Y12	Argumentar que a medida do ângulo é 90° recorrendo à dobra e a conceitos de simetria.	
E4_Y14	Argumentar que para elaboração de uma demonstração é necessário utilizar a hipótese; enfatizar que para demonstrar a dobradura é preciso recorrer a elementos que envolvem as dobras.	
E4_N16	Verificar através da sobreposição do papel dobrado na tela do computador com construção no GeoGebra.	
E4_N17	Propor utilização de medidas convenientes para obter razão áurea exata.	
E4_Y17	Argumentar e defender que é impossível utilizar medidas convenientes para obtenção da razão áurea exata.	
E4_D1	Expressar compreensão da demonstração.	
E4_F4	Explicar o problema e indagar o porquê dos acontecimentos.	
E4_F6	Deduzir, recorrendo ao software, que dependendo da forma inicial do paralelogramo o retângulo se assemelha a um quadrado.	
E4_F8	Defender que a construção se caracteriza “mais ou menos” como uma prova, pois só faz referência ao visual.	
E4_F9	Destacar que recorrer somente à dobradura não é suficiente para a demonstração.	
E4_H7	Indagar acerca de como provar a existência de triângulos equiláteros em um origami.	
E4_R4	Enfatizar que a demonstração deve ser feita de acordo com as dobras.	
E4_H8	Destacar a hipótese.	
E4_R7	Destacar a tese.	
E4_H10	Apresentar a hipótese e começar a deduzir ângulos complementares.	
E4_H11	Argumentar que a tese não pode ser utilizada no desenvolvimento de uma demonstração.	
E4_R8	Pensar em estratégias para demonstrar partindo das dobras no papel.	
E4_H13	Justificar medida dos ângulos recorrendo ao conceito de ângulos complementares e opostos pelo vértice.	
E4_R9	Apresentar estratégias para demonstrar.	
E4_H15	Perceber equívoco ao relacionar medidas de segmentos.	
E4_R10	Deduzir ângulos a partir de paralelas cortadas por transversal.	
E4_H16	Chegar a resultado inconclusivo.	
E4_H17	Mudar a estratégia e novamente obter resultado inconclusivo.	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E4_H18	Argumentar que ideia proposta não é uma demonstração.	
E4_R11	Reelaborar estratégias para resolver um problema.	
E4_R12	Justificar que os triângulos são equiláteros recorrendo a uma propriedade dos triângulos isósceles.	
E4_R13	Questionar elementos que não pertencem a demonstração.	
E4_H19	Buscar compreender outros elementos além dos triângulos equiláteros.	
E4_H20	Questionar e interpretar os resultados obtidos.	
E4_H21	Defender a possibilidade de fazer a demonstração no próprio papel com as dobras.	
E5_C4	Destacar que se trata de uma “demonstração” com dobradura.	
E5_H6	Argumentar congruência entre segmento a partir da sobreposição e visualização.	
E5_R4	Sugerir outros caminhos para a prova.	
E5_H7	Buscar convencer a colega que a prova proposta é eficiente.	
E5_R5	Argumentar que a prova possibilita o convencimento, mas não é uma prova matemática.	
E6_F1	Questionar veracidade das informações e buscar formas de provar.	
E6_Y1	Criticar uma demonstração apresentada em um livro e reelabora-la.	
E6_H1	Destacar troca de termo por conta da falta de rigor matemático apresentado na prova.	
E1_H1	Observar formas geométricas.	Pensar-com-dobras-no-papel
E1_E1	Relacionar figuras dobradas com objetos e animais.	
E1_Y2	Apreciar as figuras formadas durante a construção de um origami.	
E1_H2	Apresentar pontos positivos de articular origami e vídeos.	
E1_Y4	Comparar diagramas buscando compreensão.	
E1_R2	Comparar o que é ilustrado no diagrama com a construção feita em origami.	
E1_H3	Discutir e questionar problemas na representação do diagrama do passo a passo.	
E1_R3	Explicar ao colega o significado de uma seta no diagrama.	
E1_D1	Mostrar a colega como realizar um dos passos do diagrama.	
E1_E2	Atribuir formas aos objetos dobrados.	
E1_R4	Discutir e criticar as setas utilizadas para representar os passos da construção de um origami.	
E1_R5	Criticar e destacar pontos negativos da representação dos diagramas.	
E1_H4	Associar diagramas a códigos e enfatizar que se trata de uma linguagem.	
E1_Y5	Pensar em combinações de cores para compor o origami.	
E1_D2	Mostrando preocupações com questões estéticas do origami como combinação de cores de dobras bem vincadas.	
E1_R7	Identificar formas geométricas e justificar recorrendo à dobradura que sempre serão octógonos.	
E1_R8	Enfatizar que nos diagramas é necessário interpretar e entender a linguagem e simbologia adotada.	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E1_D3	Defender diagrama como uma boa forma de reprodução dos origamis.	
E1_Y8	Destacar que o diagrama possibilita associar as figuras ao que se realiza no papel.	
E1_Y9	Destacar a importância cultural de do modo de fazer origamis.	
E2_R1	Justificar a construção recorrendo à dobradura.	
E2_H1	Justificar construção recorrendo à dobradura.	
E2_H2	Justificar construção recorrendo à dobradura.	
E2_H3	Apresentar estratégias para solução recorrendo à dobra.	
E2_L1	Argumentar que a proposição pode ser falsa, pois a verificação não ocorreu de maneira precisa.	
E2_C1	Experimentar possibilidades de dobras.	
E2_R8	Propor construção conveniente.	
E2_R10	Justificar recorrendo a dobradura.	
E2_H18	Experimentar dobrar para compreender afirmação expressa por colega.	
E2_R15	Refletir sobre como representar a dobradura em um software de matemática.	
E2_R16	Refletir sobre como encontrar o eixo de reflexão, ou seja, por onde passa a dobra no software.	
E2_R17	Argumentar que é necessário encontrar reta que contem a dobra para refletir elementos.	
E2_R18	Relacionar geometria com origami.	
E2_R19	Observar que a construção não é similar ao que foi dobrado.	
E2_H27	Relacionar a dobradura com conceitos de geometria.	
E2_R22	Buscar compreender os fundamentos matemáticos que geram a dobra.	
E2_H29	Apresentar e justificar estratégias para a representação da dobradura no GeoGebra.	
E2_R29	Discutir aspectos negativos de trabalhar com o papel e muitas dobras.	
E2_H33	Experimentar manipulando o papel.	
E2_R32	Explicitar procedimento para refletir um polígono em relação ao eixo de simetria; representar a dobra no software.	
E2_L3	Deduzir o número de dobras essenciais para a existência de uma dobradura.	
E2_R33	Refletir sobre diferentes possibilidades de dobrar dois terços.	
E2_Y5	Refletir meios de obtenção de pontos gerados pela dobra.	
E2_F2	Relacionar o problema da dobradura com conceitos de desenho geométrico.	
E2_Y6	Recorrer a dobra para justificar ponto médio; discutir estratégia que envolve semelhança de triângulos.	
E2_Y8	Argumentar existência de paralelas recorrendo à dobradura e conceitos de geometria.	
E2_N4	Identificar elementos congruentes recorrendo à dobra.	
E2_Y9	Enfatizar confusão ao trabalhar com diversos elementos matemáticos, como dobras, figuras, etc.	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E2_F6	Experimentar diferentes dobras buscando congruências.	
E2_N5	Identificar ângulos recorrendo à dobradura como justificativa; Articular dobras à conceitos matemáticos	
E2_F8	Argumentar acerca das medidas dos ângulos recorrendo às dobras.	
E2_N10	Experimentar dobras para justificar uma ideia.	
E2_C4	Deduzir ângulos congruentes recorrendo à dobradura e a definição de ângulo raso.	
E2_C5	Justificar recorrendo à dobradura.	
E3_Y1	Indagar acerca de área de quadrados recorrendo à dobradura; Trazer/propor problemas de outros contextos no curso de extensão.	
E3_R1	Destacando que compreende o raciocínio/pensamento matemático porem não entende como efetuar as dobras.	
E3_Y3	Associar dobras ao raciocínio matemático explicitado anteriormente.	
E3_Y6	Argumentar que para marcar o ponto médio de um segmento não há necessidade de realizar a dobra completa.	
E3_Y7	Questionar unicidade da dobra.	
E3_N1	Observar congruência entre dobras.	
E3_Y8	Questionar o porquê das dobras serem congruentes.	
E3_R3	Questionar se cada dobra realizada é de fato necessária.	
E3_Y9	Elaborar estratégias para a construção de um origami.	
E3_Y14	Concluindo que os corte feitos não permitem o encaixe perfeito sobre o quadrado.	
E4_N4	Criticar enunciado da dobradura por ser incoerente com os diagramas.	
E4_N5	Destacar que pelas imagens é mais fácil compreender as dobras.	
E4_Y5	Apresentar estratégias para marcar pontos somente por meio de dobras levando em conta a estética do papel.	
E4_Y6	Argumentar dependência entre os pontos recorrendo à dobradura.	
E4_N7	Investigar formas de representar as dobras no GeoGebra.	
E4_Y10	Relacionar dobradura com simetria de reflexão.	
E4_N10	Reconhecer que a dobradura realizada equivale a um transporte de medida; Recorrer à dobra buscando compreensões acerca das equivalências matemáticas.	
E4_N13	Intuir uma afirmação e concluir recorrendo à dobradura.	
E4_Y15	Sugerir que a obtenção do ponto P no GeoGebra deve seguir os processos similares ao da dobradura; Apresentar estratégias de representação da dobradura no software.	
E4_Y16	Compreender que a dobradura é equivalente a refletir elementos em relação à dobra.	
E4_C3	Experimentar e comparar diversas dobras buscando resolver um problema.	
E4_F2	Enfatizar a falta de relação dos origamis com desenho geométrico ou fractal.	
E4_F3	Indagar como dobrar a diagonal de um paralelogramo.	
E4_F5	Investigar por meio de dobras como encontrar a bissetriz de um ângulo.	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E4_F7	Justificar recorrendo à sobreposição dos ângulos gerada pela dobra.	
E4_H9	Questionar qual material pode ser mais eficiente para a construção do tetraedro.	
E4_H12	Deduzir semelhança e congruência de triângulos recorrendo à dobradura.	
E4_H14	Argumentar as medidas são congruentes recorrendo à dobradura e aos casos de congruência de triângulos.	
E5_R3	Justificar que através da dobra feita é possível observar sobreposição de segmentos.	
E6_Y2	Criticar métodos apresentados e pensar em alternativas.	
E1_Y7	Destacar que matemática pode ser arte.	
E3_Y15	Defender que origami é arte e matemática.	
E1_R1	Compartilhar em redes sociais.	Produção de vídeos
E1_H5	Compartilhar com familiares.	
E1_E3	Defender que o vídeo permite visualizar todo o movimento de dobra.	
E1_H6	Argumentar que as formas de reprodução do origami dependem do objetivo.	
E1_R9	Destacar que o contexto é importante para escolher as formas de reprodução dos origamis.	
E1_H7	Elencar características necessárias para trabalhar com vídeos em sala de aula.	
E3_R7	Relacionar problema ao Teorema de Pitágoras e a vídeos assistidos.	
E4_F1	Apresentar exemplos de vídeos destacando a duração dos mesmos; argumentar que a duração do vídeo depende do que se pretende expressar.	
E4_N1	Mostrar preocupação com questões estéticas.	
E4_Y1	Planejar execução levando em conta o tempo estipulado para a produção.	
E4_N2	Elencar prioridades para a produção do vídeo; Sugerir planos alternativos em caso de problemas.	
E4_N3	Argumentar que é necessário entender a demonstração para em seguida representa-la.	
E4_Y3	Mostrar preocupação com o expressado para o entendimento de todos.	
E4_Y7	Sugerir uma animação para produzir aspectos impossíveis por meio de gravações.	
E4_N12	Apresentar diferentes perspectivas do GeoGebra para integrar ao vídeo.	
E4_Y11	Defender que é necessária uma imagem para apresentar a demonstração.	
E4_N14	Enfatizar a necessidade de imagens para realização de uma demonstração; Mostrar preocupação com a quantidade de informação podendo causar desinteresse por parte do espectador.	
E4_Y13	Enfatizar importância de expressar com clareza para que o apresentado faça sentido ao espectador.	
E4_N15	Buscar soluções para que o conteúdo apresentado no vídeo não seja incoerente.	
E4_N18	Discutir escolha da cor do papel utilizado no vídeo.	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E4_N19	Destacar a possibilidade de acelerar o vídeo.	
E4_Y18	Propor margem de fita para que se tenha noção do espaço gravado.	
E4_Y19	Argumentando que a ordem das dobras pode ser pensada para que não haja repetições.	
E4_N20	Enfatizar que é necessário compreender a demonstração antes de gravar o vídeo.	
E4_N21	Mostrar preocupação em tornar acessível o conteúdo do vídeo.	
E4_C1	Considerar que o conteúdo deve fazer sentido para quem o apresenta em um vídeo.	
E4_C2	Intencionar a realização de uma prova visual.	
E4_D2	Discutir elementos estéticos do vídeo.	
E4_D3	Argumentar que para um <i>stop motion</i> quantos mais fotos mais se assemelha a um movimento.	
E4_C4	Optar pelo vídeo para realizar a dobradura.	
E4_F10	Enfatizar a intenção de explicitar a matemática por trás dos origamis em um vídeo.	
E4_H1	Planejar edição do vídeo.	
E4_H2	Destacar que a manipulação do papel é importante ao assistir um vídeo sobre origami.	
E4_R1	Demonstrar preocupação com o conteúdo do vídeo.	
E4_H3	Propor ideia para o vídeo próxima ao ambiente escolar, envolvendo aluno e professor.	
E4_H4	Mostrar preocupação com os atores e seus respectivos papéis.	
E4_R2	Pensar em como criar um vídeo que não seja caracterizado como “vídeoaula”.	
E4_H5	Destacar que a ideia é boa, porém não envolve o origami no raciocínio.	
E4_R3	Buscar tema que desperte o interesse do espectador.	
E4_H6	Traçar estratégias para a produção do vídeo.	
E4_R6	Elaborar estratégias para possíveis problemas.	
E4_H22	Sugerir finalizar o vídeo com desafio.	
E4_H23	Elaborar roteiro do vídeo.	
E4_R14	Discutir ideias para o vídeo.	
E4_R15	Dividir tarefas de acordo com habilidades de cada participante.	
E4_H24	Discutir acerca das imagens.	
E4_R16	Sugerir a utilização de GIFs no vídeo.	
E4_R17	Complementar uma ideia do colega.	
E4_H25	Elaborar ideia para criticar no vídeo o termo ‘pirâmide alimentar’.	
E4_R18	Expressar vontade de compartilhar com os alunos.	
E4_H26	Destacar a importância da definição de tetraedro para que o vídeo faça sentido.	
E4_R5	Apresentar emoções.	
E5_C1	Indagar sobre qual expressão utilizar para se referir as dobras.	
E5_D1	Discutir acerca de como representar as dobras no vídeo.	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
E5_D2	Defender que é melhor filmar do que fazer um <i>stop motion</i> .	
E5_D3	Pensar em que elementos e como compor o vídeo.	
E5_C2	Apresentar ideias com base em referências de outros vídeos.	
E5_C3	Argumentar sobre a necessidade de introdução ao tema do vídeo.	
E5_D4	Pensar em como expor textos na tela do vídeo.	
E5_D5	Argumentar que é difícil expressar o movimento de dobra por meio de um vídeo no estilo <i>stop motion</i> .	
E5_C5	Tomar decisões pensando no tempo estimado para a produção.	
E5_D6	Argumentar que por meio do <i>stop motion</i> não é possível expressar o movimento de dobra.	
E5_D7	Tomar decisão a partir da não vontade que falar no vídeo.	
E5_C6	Pensar nas cores utilizadas no vídeo.	
E5_F1	Escolher problema para expor no vídeo após encontrar a solução do mesmo.	
E5_H1	Dividir tarefas de acordo com as habilidades de cada estudante.	
E5_R1	Pensar em vários modos de apresentar o conteúdo.	
E5_H2	Elaborar roteiro.	
E5_H3	Dividir tarefa de acordo com habilidade de manipular o papel.	
E5_R2	Apresentar ideia para solucionar um problema.	
E5_H4	Tomar decisões levando em conta o tempo estipulado para a produção.	
E5_H5	Elencar as principais atividades para planejar a produção.	
E6_E1	Tomar decisões levando em conta o tempo estabelecido de duração do vídeo.	
E6_E2	Destacar que a falta de habilidade em trabalhar com o editor de vídeo e a posição da câmera ao filmar comprometeram a produção audiovisual.	
E6_E3	Argumentar sobre a importância de explicitar o processo completo de construção de um origami ou demonstração.	
E6_D1	Pensar em estratégias para filmar articulando diversos recursos.	
E6_D2	Cortar o vídeo pensando em corrigir erros.	
E6_C1	Repensar estrutura do vídeo por conta das dobras no papel.	
E6_N1	Mudar olhar ao assistir vídeos.	
E6_N2	Alterar tema do vídeo por conta do grau de dificuldade do conteúdo.	
E6_N3	Pensar em estratégias para filmar articulando diversos recursos.	
E6_R1	Lidar com imprevistos.	
E6_R2	Pensar em soluções para o que ocorreu fora do planejado.	
E6_R3	Justificar falta de falas no vídeo.	
E6_R4	Destacar o imprevisto e suas consequências para o vídeo.	
E6_F2	Escolher tema do vídeo com base em um problema de interesse da dupla.	
E6_E4	Enfatizar importância do planejamento, roteiro do vídeo.	
E6_E5	Destacar imprevisto por conta da falta de conhecimento para	

Ident.	Ideia Nuclear	Convergência
	trabalhar como o software de edição de vídeo.	
E6_R5	Elaborar e executar roteiro do vídeo.	
E6_E6	Elencar contratempos.	
E6_H2	Justificar posição do vídeo recorrendo ao software de edição escolhido.	
E6_N4	Destacar angústia diante de um problema.	

Fonte: Elaborado pela autora.