

unesp  **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

FÁBIO LÚCIO ALVES

**O MODELO PADRÃO DAS INTERAÇÕES ELETROFRACAS:
ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS DO SETOR ESCALAR E SUA
EXTENSÃO SUPERSIMÉTRICA**

Guaratinguetá
2012

FÁBIO LÚCIO ALVES

O MODELO PADRÃO DAS INTERAÇÕES ELETROFRACAS:
ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS DO SETOR ESCALAR E SUA EXTENSÃO
SUPERSIMÉTRICA

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia do
Campus de Guaratinguetá,
Universidade Estadual Paulista,
para a obtenção do título
de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Fernando L. de C. Carvalho

Guaratinguetá
2012

M838i	Alves, Fábio Lúcio O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas: aspectos fenomenológicos do setor escalar e sua extensão supersimétrica / Fábio Lúcio Alves – Guaratinguetá : [s.n], 2012. 112 f : il. Bibliografia: f. 111-112 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012. Orientador: Prof. Dr. Fernando Luiz de Campos Carvalho 1. H 2. Teoria quântica de campos 3. Aceleradores de partículas I. Título CDU 539.12(043)
-------	--

FÁBIO LÚCIO ALVES

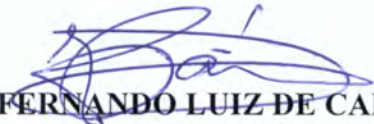
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof.ª Dr.ª Silvia Maria Juliatti Winter
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. FERNANDO LUIZ DE CAMPOS CARVALHO
Orientador / Unesp-Feg


Prof. Dr. ÁLVARO DE SOUZA DUTRA
Unesp-Feg


Prof. Dr. JOSÉ ABDALLA HELAYEL-NETO
CBPF

Janeiro de 2013

DADOS CURRICULARES

FÁBIO LÚCIO ALVES

NASCIMENTO 13.03.1989 – SÃO PAULO /SP

FILIAÇÃO Dagmar Alves

GRADUAÇÃO Curso de Graduação em Licenciatura em Física na
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

PREMIAÇÕES Prêmio de Excelência Acadêmica (2011)
UNESP - Campus de Guaratinguetá

Reconhecimento Acadêmico relativo ao ano de 2010
UNESP - Campus de Guaratinguetá

Reconhecimento Acadêmico relativo ao ano de 2009
UNESP - Campus de Guaratinguetá

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a Deus, o meu refúgio mais seguro, minha inspiração e força diante das tribulações mais intensas. A ti senhor, o meu Muito Obrigado.

- Gostaria de agradecer a toda minha família, em especial a minha avó, por ter me ensinado a prosseguir dignamente na vida
- Agradeço ao meu amigos Anúbis Savoia e André Ribeiro por todas os conselhos, opiniões, parcerias e momentos felizes compartilhados juntos. Agradeço aos amigos André Amarante, Nilton Carlos, Carlos Coronado, Mariela Espiniza, Angel Vasquez e Augusto Chumbes por toda a ajuda na elaboração deste trabalho e pelos momentos agradáveis vivenciados. Gostaria de agradecer à amiga Tatiana Cardoso por todo apoio, amizade, conselhos e pelas contribuições para a realização desse trabalho.
- Aos amigos da moradia estudantil da UNESP, agradeço as risadas, os abraços, o carinho e a torcida por todos os anos em que morei lá. Espero que todos os que passaram pela minha vida na moradia estudantil alcancem o sucesso e a felicidade. A vocês, o meu Muito Obrigado!
- Agradeço ao Prof. Fernando, meu orientador, por todos os ensinamentos repassados, pelas inúmeras horas dispensadas em me ensinar e pela grandiosa paciência. Gostaria de agradecer pela amizade e conselhos valiosos, por me dar esperança e por acreditar acreditar em mim. Suas contribuições eu lavarei comigo para sempre, não apenas os ensinamentos em Física Teórica, mas os ensinamentos e experiências de vida, estes que não aprendemos em nenhum livro ou artigo, mas vivendo e compartilhando nossa vida com outras pessoas.
- Agradeço aos meus professores da FEG/UNESP, em especial, a Prof. Valéria pelos sábios conselhos e opiniões, aos professores Júlio Marny Hoff, Marisa, Cindra, Cornetti, Isabel, Honda, Algatti e a todos os outros que direta ou indiretamente contribuíram para o meu crescimento.
- Agradeço a todos os funcionários da FEG/UNESP, pela atenção, carinho e disposição. São eles: Ana Cristina Leme, Patrícia, Fátima, Renata, Francisco, Maria Inês, Cori e demais. De um modo mais amplo agradeço a toda a FEG/UNESP, por todos esses anos, por ter me recebido e ter contribuído para o meu crescimento profissional e pessoal. A instituição, o MEU MUITO OBRIGADO.
- Gostaria de agradecer a todas as demais pessoas que me apoiaram para a realização deste trabalho. Aqueles que por ventura esqueci de citar, não significa que são menos importante, pois todos têm um lugar reservado em meu coração.

Este trabalho contou com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

De forma especial à Deus, minha família, meus amigos e meus professores.

"A cada manhã as misericórdias se renovam..."

(Diante do Trono)

ALVES, F. L. **O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas: aspectos fenomenológicos do setor escalar e sua extensão supersimétrica**. 2012. 112 f. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

Resumo

Neste trabalho estudamos aspectos gerais do Modelo Padrão tendo como principal objetivo o estudo do setor escalar desse modelo. Iniciamos com as teorias de gauge e mecanismo de quebra espontânea de simetria, necessários para a compreensão desse setor do modelo. Posteriormente escrevemos a lagrangiana do Modelo Padrão, nos concentrando no setor escalar de forma a obter os acoplamentos do bóson de Higgs a férmions e bósons de gauge. Determinamos as larguras de decaimento e seções de choque para os processos de produção e desintegração do bóson de Higgs. Com o apoio de códigos computacionais obtivemos resultados numéricos e os comparamos com os resultados recentemente publicados sobre a possível descoberta do bóson de Higgs.

Estudamos a extensão supersimétrica mais simples do Modelo Padrão, o MSSM, iniciando com o modelo de dois dubletos de Higgs, determinamos os campos de Higgs físicos da teoria. Escrevemos as lagrangianas de interação e extraímos os acoplamentos dos campos escalares da teoria. Escrevemos as novas larguras de decaimentos, mencionando sua diferença com relação ao Modelo Padrão. Por fim, novamente com a utilização dos códigos computacionais e com os resultados obtidos, analisamos os diferentes casos e comparamos os resultados para o setor escalar neutro de ambos os modelos, isto é, Modelo Padrão e Modelo Padrão Mínimo Supersimétrico.

PALAVRAS-CHAVE: Modelo Padrão, Modelo Padrão Mínimo Supersimétrico, Bóson de Higgs.

ALVES, F. L. **The Standard Model of electroweak interactions : phenomenological aspects of the scalar sector and its supersymmetric extension.** 2012. 112 f. Master (Physics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

Abstract

We have studied general aspects of the Standard Model, focusing on the scalar sector of this model. We have started with gauge theories and spontaneous broken symmetry mechanism, fundamentals for understanding the scalar sector of the model. We have written the Standard Model lagrangian, obtained the couplings of the Higgs bosons to fermions and gauge bosons. We have derived the decay width as well as the cross sections for production and decay of Higgs bosons. We have obtained numerical results using fortran codes. We have studied the simplest extension of the Standard Model, the MSSM, starting with the two Higgs doublets model. We have derived the physical Higgs of the theory and written the interacting lagrangian as well as their couplings on the theory. The new decay width of the neutral CP-even scalars is written, and the numerical results for this case is used to compare the Higgs boson of the Standard Model with the neutral CP-even Higgs bosons of the MSSM.

KEYWORDS: Standard Model ,Minimal Supersymmetric Standard Model , Higgs Boson.

Lista de Figuras

2.1	Potencial $V(\phi)$ para $\mu^2 > 0$ e $\lambda > 0$	16
2.2	Potencial $V(\phi)$ para $\mu^2 < 0$ e $\lambda > 0$	16
2.3	Números quânticos associados aos léptons	23
2.4	Números quânticos associados aos quarks	24
3.1	Diagrama de Feynman Higgs-férmion e constante de acoplamento.	31
3.2	Diagrama de Feynman Higgs- $W^\pm$ e constante de acoplamento.	31
3.3	Diagrama de Feynman Higgs- Z^0 e constante de acoplamento.	31
3.4	Auto-interação do bóson de Higgs: Interação cúbica.	32
3.5	Auto-interação do bóson de Higgs: Interação Quártica.	32
3.6	Diagrama de Feynman: $H \rightarrow VV^*$	38
3.7	Diagrama de Feynman: $H \rightarrow V^*V^*$	43
3.8	Diagrama de Feynman: $H \rightarrow \gamma Z$	46
3.9	Diagrama de Feynman: $H \rightarrow \gamma$	48
3.10	Diagrama de Feynman: $H \rightarrow \gamma\gamma$	50
3.11	Largura total do bóson de Higgs como função da sua massa. A indicação na figura representa a massa do provável bóson de Higgs observado no LHC.	51
3.12	Modos de decaimentos do bóson de Higgs: Branching ratios como função da sua massa. A indicação na figura representa a massa do provável bóson de Higgs observado no LHC.	52
3.13	Diagrama de Feynman: $q\bar{q} \rightarrow V + H$	54
3.14	Diagrama de Feynman: $qq \rightarrow V^*V^* \rightarrow qq + H$	54
3.15	Diagrama de Feynman: $gg \rightarrow H$	55
3.16	Diagrama de Feynman: $gg, qq \rightarrow QQ + H$	55
3.17	Diagrama de Feynman da produção do bóson de Higgs a partir da fusão de bósons vetoriais.	55
3.18	Diagrama de Feynman Z^0 com os férmions e respectivo acoplamento.	56
3.19	Seções de choque para a produção do bóson de Higgs para energia do centro de massa de 7TeV. A indicação na figura representa a massa do provável bóson de Higgs observado no LHC.	61

3.20	Seções de choque para a produção do bóson de Higgs para energia do centro de massa de 14TeV. A indicação na figura representa a massa do provável bóson de Higgs observado no LHC.	62
4.1	Massa do bóson de Higgs leve (h) e pesado (H) como função da massa do bóson de Higgs pseudoescalar para dois valores diferentes de $\tan \beta$ ($\tan \beta = 3, 30$).	76
4.2	Modos de decaimento para um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 3$	86
4.3	Modos de decaimento para um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 3$	87
4.4	Modos de decaimento para um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 30$	88
4.5	Modos de decaimento para um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 30$	89
4.6	Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 3$	93
4.7	Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 3$	94
4.8	Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 30$	95
4.9	Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 30$	96
4.10	Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 3$	97
4.11	Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 3$	98
4.12	Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 30$	99
4.13	Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 30$	100
6.1	Regra de Feynman para os férmions.	104
6.2	Regra de Feynman para os antiférmions.	104
6.3	Representação diagramática da linha interna fermiônica (propagador) e a respectiva expressão matemática.	104
6.4	Representação diagramática do propagador do fóton e sua respectiva expressão matemática	105
6.5	Diagrama de Feynman para o vértice.	105
6.6	Diagrama de Feynman $H \rightarrow f\bar{f}$ e respectiva constante de acoplamento.	106

Sumário

1	Introdução	8
2	O Modelo Padrão	10
2.1	Teorias de Gauge	11
2.2	Quebra Espontânea de Simetria	14
2.2.1	O Mecanismo de Goldstone	14
2.2.2	O Mecanismo de Higgs	18
2.3	A Lagrangiana do Modelo Padrão	20
3	Processos de Decaimento e Produção do Bóson de Higgs	30
3.1	Decaimentos	30
3.1.1	Decaimento em férmions	32
3.1.2	Decaimento em Bósons de Gauge	35
3.1.3	Decaimento $H \rightarrow VV^*$	38
3.1.4	Decaimento $H \rightarrow V^*V^*$	43
3.1.5	Decaimento $H \rightarrow \gamma Z$	45
3.1.6	O Decaimento On-Shell $H \rightarrow \gamma Z$	46
3.1.7	O Decaimento Off-Shell $H \rightarrow \gamma Z^*$	48
3.1.8	O Decaimento Off-Shell $H \rightarrow \gamma\gamma$	49
3.2	Resultados	51
3.3	Produção do Bóson de Higgs	53
3.3.1	Processo de Fusão de Bósons Vetoriais	55
3.3.2	Produção Associada com W/Z (Higgs-strahlung)	60
3.4	Resultados	60

4	O bóson de Higgs em modelos supersimétricos	63
4.1	Modelo de dois dubletos de Higgs	64
4.2	O Setor de Higgs no Modelo Mínimo Supersimétrico	68
4.3	Interações dos Bósons de Higgs	76
4.3.1	Interação com bósons de Gauge	78
4.3.2	Interação com férmions	81
4.3.3	Auto-acoplamento dos bósons de Higgs	83
4.4	Largura de decaimento dos bósons de Higgs CP-par do Modelo Mínimo Supersimétrico	84
4.4.1	Decaimento do bóson de Higgs leve em férmions: $H_1^0 \longrightarrow f\bar{f}$	84
4.4.2	Decaimento do bóson de Higgs pesado em férmions: $H_2^0 \longrightarrow f\bar{f}$. .	84
4.4.3	Decaimento do bóson de Higgs leve em bósons de Gauge: $H_1^0 \longrightarrow VV^*$	85
4.4.4	Decaimento do bóson de Higgs pesado em bósons de Gauge: $H_2^0 \longrightarrow VV^*$	85
4.5	Resultados	85
4.5.1	Larguras de decaimento	86
4.5.2	Seções de Choque	92
5	Considerações Finais	101
6	Apêndice	103
6.1	Construção da Matriz Invariante	103
6.2	Largura de Decaimento	106
	Referências bibliográficas	111

Capítulo 1

Introdução

Este trabalho baseia-se no estudo de alguns aspectos do bóson de Higgs, escalar previsto pelo Modelo Padrão. A importância do bóson de Higgs está associada diretamente à geração de massa das partículas elementares existentes na natureza que, de acordo com o Modelo Padrão, se dá pela quebra espontânea de simetria local, o então chamado Mecanismo de Higgs. Um modo de entender como ocorre esse geração de massa é pensar no campo de Higgs, um campo fundamental (o estado de energia mínima deste campo ocorre para um valor distinto de zero), permeando todo o universo e observar como as diferentes partículas interagem com ele. As partículas que são bastantes "sensíveis" à sua presença possuem maior massa enquanto aquelas que sofrem pouco seus efeitos têm massas pequenas. Até o presente ano, não se havia observado experimentalmente o bóson de Higgs nos grandes aceleradores, construídos com objetivo de sua detecção e verificação de outros aspectos teóricos do Modelo Padrão. Era estimado que a sua massa deveria se encontrar em uma escala de energia de 110 GeV. Neste ano, no LHC (Large Hadron Collider) no CERN, foi descoberta uma partícula que tem características que se assemelham à proposta na teoria, cuja massa medida está próxima de 125 GeV. Muitos testes continuam a ser realizados para a confirmação desta partícula como sendo o bóson de Higgs.

O conhecimento detalhado da matéria se tornou possível através do emprego e desenvolvimento de aceleradores de partículas (o LHC a maior máquina até então construída, cujo funcionamento pode atingir grandes valores de energia e nos possibilitará obter resultados surpreendentes, incluindo a possível descoberta do bóson de Higgs). Os principais experimentos que incluem a busca pelo bóson de Higgs são: O ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus) e o CMS (Compact Muon Solenoid). Através destes experimentos, poderá se observar os prováveis decaimentos e processos de produção do bóson de Higgs. No caso dos resultados experimentais recentemente publicados sobre a possível detecção do bóson de Higgs os canais considerados foram os decaimentos em dois fótons de alta energia (considerado uma das assinaturas mais claras e sem eventos de fundo) e o decaimento de um bóson de Higgs em 4 léptons [26], que possibilitaram a sua possível descoberta.

O objetivo deste trabalho é, a partir dos estudos dos processos de decaimento e da seção de choque de produção do bóson de Higgs, realizar uma comparação com os processos no Modelo Padrão e no Modelo Mínimo Supersimétrico, mencionando os resultados experimentais recentemente publicados.

No capítulo 2, descreveremos os principais aspectos do Modelo Padrão, tais como as teorias de gauge e os mecanismos de geração de massa. Em seguida apresentaremos a lagrangiana do Modelo Padrão e obtemos os principais acoplamentos. No capítulo 3, descreveremos os modos de decaimento e produção do bóson de Higgs no Modelo Padrão, explicitando os acoplamentos, determinando as respectivas larguras de decaimento e seções de choque.

No capítulo 4, descreveremos brevemente algumas características do bóson de Higgs em modelos supersimétricos, iniciando com o modelo de dois dubletos de Higgs e posteriormente descreveremos os acoplamentos para o caso supersimétrico. Compararemos os resultados dos processos associados ao bóson de Higgs no Modelo Padrão e no Modelo Mínimo Supersimétrico. Discutiremos as diferenças entre as seções de choque, bem como apresentaremos os resultados do que pode ser o sinal associado ao bóson de Higgs.

Por fim, no capítulo 5, apresentaremos as considerações finais deste trabalho.

Capítulo 2

O Modelo Padrão

O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas é uma teoria que descreve as partículas elementares e o modo como interagem. Esta teoria é considerada uma das melhores que possuímos, pois a maior parte de suas predições foi verificada experimentalmente [1]. Nesse modelo, as partículas elementares são agrupadas segundo critérios da física estatística, em dois grupos: os férmions e os bósons. Os férmions são partículas que seguem a estatística de Fermi-Dirac, são partículas que possuem spin semi-inteiro. Os bósons são partículas descritas pela estatística de Bose-Einstein e dessa forma têm spin inteiro.

A estrutura da matéria que conhecemos é basicamente formada pelos férmions. Este grupo pode ser dividido, por sua vez, em quarks e léptons. Os léptons são em um número de seis e agrupados em três famílias: o elétron (e^-), o múon (μ^-), o tau (τ^-) e os seus respectivos neutrinos ν_e , ν_μ e ν_τ . Os quarks por sua vez também são em seis e também são agrupados em três famílias: up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) e o top (t)[2, 3]. Todos os férmions citados não possuem estrutura interna.

Ao contrário dos léptons e quarks que não possuem estrutura interna, existem partículas que são constituídas de quarks, conhecidas como hádrons. Os hádrons são classificados em bárions e mésons. Bárions são partículas constituídas de três quarks ou três antiquarks enquanto os mésons são partículas formadas por um quark e um antiquark. Como exemplo de bárions pode-se citar os prótons e os nêutrons, onde o próton é constituído por dois quarks up e um quark down e os nêutrons compostos por dois quarks down e um quark up. Quanto a exemplos de mésons podemos citar o pión, formado por um quark up e antiquark down e o J/Psi constituído por um quark charm e um antiquark charm.

O Modelo Padrão também inclui as interações entre partículas, no caso, as interações eletromagnética e fraca (e forte). A interação gravitacional não é descrita pelo Modelo Padrão. Podemos entender a interação entre as partículas pela troca de partículas mediadoras, chamados de bósons intermediários, com spin inteiro. As interações descritas

pelo Modelo Padrão têm os seguintes bósons mediadores: o fóton (γ) para a interação eletromagnética, os ($W^\pm$) e (Z^0) para as interação fraca e os glúons (g) para a interação forte.

A formulação matemática do Modelo Padrão é realizada através de uma teoria quântica de campos (consistente com a teoria de campos, mecânica quântica e relatividade especial) associada às teorias de gauge. As teorias de gauge são conjuntos de teorias associadas as transformações de simetrias globais e locais.

2.1 Teorias de Gauge

As simetrias sempre foram responsáveis pelo desenvolvimento das teorias físicas, em especial a física de partículas que faz um uso extenso destas transformações de simetria.[4].

Acredita-se que todas as interações entre as partículas podem ser expressas por meio das chamadas simetrias de gauge locais que por sua vez estão relacionadas a quantidades físicas conservadas, como exemplo a carga elétrica, cor e etc [5]. O Teorema de Noether está diretamente relacionado às quantidades conservadas.

O enunciado deste teorema diz que se uma ação é invariante sob um grupo de transformações, então deve existir uma ou mais quantidades conservadas, também chamadas constantes de movimento, associadas a estas transformações. De uma forma mais direta, simetrias correspondem às leis de conservação e vice-versa.

Desse modo, temos dois importantes tipos de simetrias internas (transformações que não misturam campos com propriedades espaço-temporais diferentes): as simetrias globais e as simetrias locais.

As simetrias globais são transformações contínuas que *não dependem* das coordenadas do espaço-tempo. Como exemplos temos: o grupo de simetria de isospin $SU(2)$, o grupo de simetria de sabor $SU(3)$ e etc.

Consideremos o grupo $U(1)$ (conjunto de números complexos com módulo unitário) que está associado a rotações globais. Para uma dada fase [6]

$$\Psi \rightarrow \exp(i\alpha)\Psi, \quad (2.1)$$

o campo Ψ sofre uma transformação de rotação parametrizada por uma fase α , que é a mesma, para todos os pontos do espaço-tempo, ou seja, uma fase global.

As simetrias locais estão associadas ao fato do parâmetro contínuo α *dependem das coordenadas do espaço-tempo* de uma forma arbitrária. Exemplos desta simetrias são: o grupo de simetria da interação eletromagnética $U(1)_{em}$ e o grupo de simetria de isospin fraco $SU(2)_L$. Com base na ideia descrita anteriormente pode-se dizer que teorias que são invariantes frente a transformações locais são denominadas, na linguagem corrente,

como *Teorias de Gauge*. Estas teorias estão relacionadas ao Princípio de Gauge [6], cujo conteúdo será desenvolvido a seguir.

Considere Ψ sendo um estado físico descrito por uma lagrangiana $\mathcal{L}$ que é invariante sob um grupo de transformações G . Com a promoção da transformação global a transformação local, um importante aspecto é revelado. A teoria que originalmente era livre se transforma em uma teoria interagente. O modo de se obter a invariância da teoria sob transformações locais se dá pela introdução de novos campos (bósons vetoriais) os chamados campos de gauge, que interagem com o campo Ψ de uma maneira invariante de gauge. O número de campos de gauge e a forma particular destas formas invariantes de gauge depende de particularidades do grupo de simetria G . *Mais precisamente, o número de campos de bósons de gauge associados é igual ao número de geradores do grupo de simetria G .*

Exemplo: Considere a forma local de (2.1), isto é,

$$\Psi \rightarrow \exp(i\alpha(x))\Psi, \quad (2.2)$$

onde a fase α depende de cada ponto do espaço-tempo $x \equiv x_\mu$. Consideramos o grupo de simetria $U(1)$, que possui apenas um gerador, ao qual se associa um campo de gauge, que é o mediador da interação.

Para o grupo $SU(N)$ temos $N^2 - 1$ geradores e correspondentemente o mesmo número de bósons de gauge.

No caso do Princípio de Gauge, considere o campo espinorial de Dirac de massa m , spin $\frac{1}{2}$ e carga qe . A lagrangiana que descreve este sistema físico é [6]

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi. \quad (2.3)$$

Podemos mostrar que esta teoria é invariante sob transformações globais $U(1)$, a qual atua sobre os campos e suas derivadas da seguinte forma:

$$\psi \rightarrow \exp(iq\theta)\psi; \bar{\psi} \rightarrow \exp(-iq\theta)\bar{\psi};$$

$$\partial_\mu\psi \rightarrow \exp(iq\theta)\partial_\mu\psi, \quad (2.4)$$

onde a fase global neste caso é $q\theta$ e o parâmetro contínuo da transformação é θ . Como visto anteriormente, invariâncias conduzem a quantidades conservadas (Teorema de Noether).

Veremos o que acontece quando as transformações de fase são locais, isto é, depen-

dem das coordenadas espaço-temporais. Deste modo,

$$\begin{aligned}\psi &\rightarrow \exp(iq\theta(x)); \bar{\psi} \rightarrow \exp(-iq\theta(x)); \\ \partial_\mu \psi &\rightarrow \exp(iq\theta(x))\partial_\mu \psi + iq(\partial_\mu \theta(x))\exp(iq\theta(x))\psi,\end{aligned}\tag{2.5}$$

com esta transformação é possível mostrar que a lagrangiana deixa de ser invariante; de (2.5) vemos que esta não-invariância está associada ao fato de $\partial_\mu \psi$ não se transformar como ψ . Para assegurar a invariância utilizaremos o Princípio de Gauge, que consiste em introduzir um campo vetorial, o campo do fóton $A_\mu(x)$. Este campo vetorial se transforma da seguinte forma:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu \theta(x).\tag{2.6}$$

O modo mais simples de construir esta lagrangiana de gauge é substituir a derivada parcial, ∂_μ , pela derivada covariante D_μ definida com base no acoplamento mínimo

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + iqeA_\mu.\tag{2.7}$$

Com a introdução de um novo campo, no caso A_μ , exige-se a introdução de novos termos na lagrangiana, em particular o termo associado à energia cinética deste campo [8]. Sendo assim, a única combinação quadrática na primeira derivada que é invariante frente a (2.6) é o tensor do campo eletromagnético, conhecido como tensor de Maxwell

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.\tag{2.8}$$

O termo massivo relacionado ao campo do fóton não é invariante sob transformações locais e deste modo exige-se que o fóton não tenha massa.

A lagrangiana completa para este sistema é conhecida como lagrangina da QED e é escrita como

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{QED} &= \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &\equiv \mathcal{L}_{\text{livre}} + \mathcal{L}_{\text{interação}},\end{aligned}\tag{2.9}$$

onde a parte livre é dada por

$$\mathcal{L}_{\text{livre}} = \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\tag{2.10}$$

a parte relacionada à interação é expressa por

$$\mathcal{L}_{\text{interação}} = qe\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu.\tag{2.11}$$

2.2 Quebra Espontânea de Simetria

• Simetrias Exatas e Aproximadas

As simetrias observadas na natureza, em sua maioria, não são simetrias exatas associadas à lagrangiana de sistemas físicos. Como exemplo de simetria não exata, ou mais comumente chamadas de simetrias aproximadas na natureza, podemos citar o *Isospin* (número quântico associado às partículas elementares). Um modo de se estudar a quebra de simetria de uma determinada teoria ocorre com a introdução de termos com coeficientes pequenos na lagrangiana, quebrando a sua invariância. Discutiremos o tema por meio do exemplo a seguir.

Um dos tipos de partículas conhecidas atualmente são os chamados *quarks* (partículas elementares que seguem a Estatística de Fermi-Dirac, ou seja, possuem spin semi-inteiro), que interagem através da força forte. Se os quarks possuem *a mesma massa*, diz-se que a simetria $SU(3)$ é exata.

Então a lagrangiana para esse sistema físico, considerando a mesma massa para os quarks é dada por:

$$\mathcal{L} = \sum_{l=1}^3 \bar{q}_l (i\partial^\mu \gamma_\mu - m) q_l, \quad (2.12)$$

onde $l = 1, 2$ e 3 são as respectivas cores dos quarks.

Agora no caso em que *as massas para os quarks são diferentes*, teremos a seguinte lagrangiana

$$\mathcal{L} = \sum_{l=1}^3 \bar{q}_l (i\partial^\mu \gamma_\mu - m) q_l + \bar{d}(m - m_d)d + \bar{s}(m - m_s)s. \quad (2.13)$$

Com a adição desses termos, a simetria foi quebrada e conseqüentemente a invariância da lagrangiana.

Dizemos que uma simetria foi quebrada espontaneamente quando a lagrangiana é invariante sob um determinado grupo de transformações, mas o vácuo (estado de mínima energia de um sistema) não o é.

Abordaremos dois casos importantes em que acontece a quebra espontânea de simetria: o mecanismo de Goldstone (quebra de simetria global) e o mecanismo de Higgs (quebra de simetria local).

2.2.1 O Mecanismo de Goldstone

Para descrever este mecanismo, consideramos um campo escalar complexo com auto-interação e invariante frente ao grupo $U(1)$ [8].

A lagrangiana para essa teoria é expressa por

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi^* \phi), \quad (2.14)$$

onde o potencial é definido como,

$$V(\phi^* \phi) \equiv \mu^2(\phi^* \phi) + \lambda(\phi^* \phi)^2. \quad (2.15)$$

A dinâmica do sistema em (2.14) é descrita por um campo escalar complexo ou dois campos escalares reais. O objetivo é estudar o espectro de massa da teoria e isso é realizado normalmente pela análise dos termos bilineares, ou seja, comparando com o termo de massa da lagrangiana escalar de Klein-Gordon.

Veremos quais são os valores do vácuo para a teoria estudada.

A densidade hamiltoniana para a teoria descrita por (2.14) é obtida de,

$$H = \sum_r \pi_r \dot{\varphi}_r - \mathcal{L}, \quad (2.16)$$

onde π é o momento conjugado, definido como

$$\pi_r \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\dot{\varphi}_r)}. \quad (2.17)$$

O que nos leva a

$$H = \dot{\phi}^* \dot{\phi} + (\vec{\partial} \phi^*) \cdot (\vec{\partial} \phi) + V(\phi^* \phi). \quad (2.18)$$

Ao observar a densidade hamiltoniana, temos que os dois primeiros termos são positivos definidos e a energia deve ser limitada por baixo, dessa forma o parâmetro λ deve ser positivo. Quanto ao parâmetro μ^2 , o sinal será avaliado para os seguintes casos:

$$\mu^2 < 0 \quad ; \quad \mu^2 > 0. \quad (2.19)$$

Para determinar para que valor de ϕ o potencial fica minimizado temos

$$\frac{\partial V}{\partial \phi^*} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0, \quad (2.20)$$

conduzindo às seguintes equações

$$\phi(\mu^2 + 2\lambda |\phi|^2) = 0, \quad (2.21)$$

$$\phi^*(\mu^2 + 2\lambda |\phi|^2) = 0. \quad (2.22)$$

Devido ao sinal do parâmetro μ^2 , temos duas possibilidades:

a) $\mu^2 > 0$

Sob essa condição, o valor do estado de menor energia é $\phi = 0$, ou seja, o vácuo continua a ser invariante sob a transformação que deixa a lagrangiana invariante.

Dessa forma o potencial é aquele que aparece na figura (2.1):

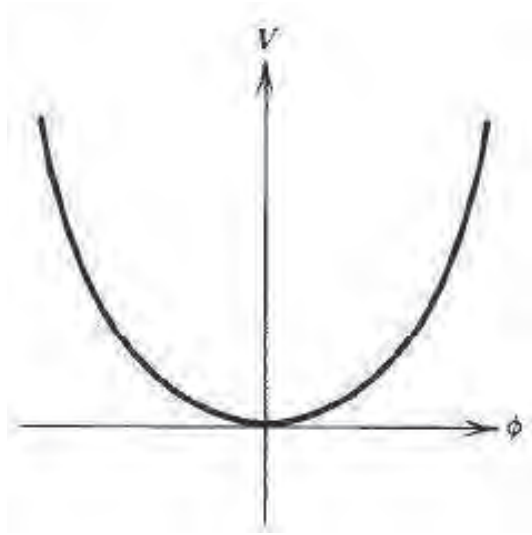


Figura 2.1: Potencial $V(\phi)$ para $\mu^2 > 0$ e $\lambda > 0$.

b) $\mu^2 < 0$

Para esta condição, o potencial é mostrado na figura (2.2)

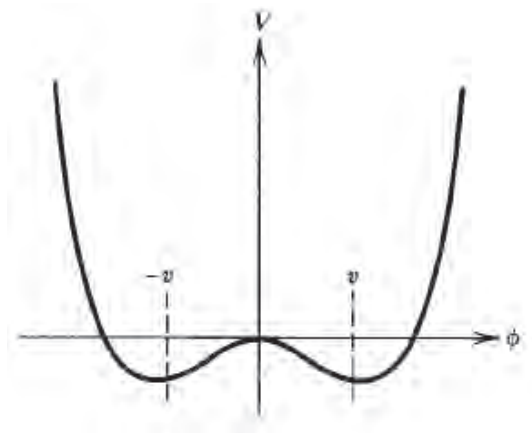


Figura 2.2: Potencial $V(\phi)$ para $\mu^2 < 0$ e $\lambda > 0$.

O valor do mínimo correspondente é

$$|\phi|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv v^2. \quad (2.23)$$

Da equação acima observa-se que o vácuo é degenerado, ou seja, possui dois valores para ϕ , são eles: $\pm v$.

Com a escolha do estado de vácuo, $+v$, escreveremos o espectro de massa da teoria descrita por (2.14). Esta escolha ocasiona a *quebra espontânea de simetria* do sistema.

A redefinição do campo complexo ϕ em termos da seguinte parametrização fica

$$\phi(x) = \exp\left(\frac{i}{2v}\xi(x)\right) \left(v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}}\right), \quad (2.24)$$

onde ξ e σ são campos escalares reais.

A equação (2.24) têm essa forma devido ao fato de se estar realizando teoria de perturbação. O termo entre parênteses está associado ao estado de mínima energia escolhido e a perturbação se faz em torno deste mínimo. Com relação ainda a este termo entre parênteses é interessante observar o mínimo, dado por v , e o segundo termo que está associado à partícula que surge quando o vácuo é perturbado.

Deste modo, com a substituição de (2.24) em (2.14), a nova lagrangiana em termos dos novos campos torna-se

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi - \frac{1}{2}(-2\mu^2)\sigma^2 + O(\sigma^3) + \text{termos de interação}. \quad (2.25)$$

Identificamos dois campos escalares reais, onde um tem massa e o outro não: campo $\sigma(x)$, com massa $m_\sigma = \sqrt{-2\mu^2}$ e o campo sem massa $\xi(x)$. Ao avaliar o potencial da figura 2, podemos fazer uma analogia com o fundo de uma garrafa de champagne, e dessa forma, devido a parametrização (2.24) observar que o campo σ está associado às oscilações na direção radial e o campo ξ às oscilações angulares. Infere-se então que $\sigma(x)$ é massivo por descrever oscilações na direção radial e com isso despende energia. Enquanto o campo $\xi(x)$ não possui massa em virtude de suas oscilações ocorrerem na direção angular e não despendem energia.

Os mecanismos de quebra espontânea de simetria, em geral, têm como característica o aparecimento de partículas sem massa, associadas aos campos escalares, e cada um deles descreve uma partícula neutra e de spin 0. Como sabemos, partículas com spin inteiro são chamadas de bósons. Essas partículas sem massa que emergem de uma determinada teoria com quebra espontânea de simetria são denominadas como bósons de Nambu-Goldstone, ou de um modo mais comum, bósons de Goldstone.

O Teorema de Goldstone

O Teorema de Goldstone pode ser enunciado como [8]:

Seja uma teoria invariante sob a ação de um grupo de transformações G , com N geradores. Se houver uma quebra espontânea da simetria, de tal forma que o vácuo (estado fundamental) seja invariante somente sob a ação de um grupo de transformações G' com M geradores ($G' \subset G$), então surgirão partículas de spin zero e sem massa em número igual ao dos geradores de G que não deixam o vácuo invariante, isto é, existirão

(N-M) bósons de Nambu-Goldstone.

De acordo com o teorema de Goldstone, o número de partículas sem massa que devem aparecer na teoria descrita por (2.14) é 1; tendo em vista que o grupo associado a teoria é $U(1)$, como enunciado no teorema.

2.2.2 O Mecanismo de Higgs

Como vimos anteriormente, em teorias em que ocorre quebra de simetria global, surgem partículas sem massa denominadas bósons de Goldstone. No entanto, é necessário um mecanismo que seja invariante sob transformações de gauge e que também seja responsável pela geração de massa. Assim, estudamos o caso em que a simetria é quebrada espontaneamente e localmente. A importância deste mecanismo decorre da possibilidade de gerar massa para os bósons vetoriais da teoria desenvolvida.

Essa forma de quebra espontânea de simetria é conhecida como mecanismo de Higgs, que possui as propriedades descritas a seguir [6]:

- 1) Respeita a simetria de gauge da lagrangiana.
- 2) Preserva o número total de graus de liberdade.
- 3) Não afeta a teoria em altas energias e nem a sua renormalizabilidade.

Consideremos uma teoria com campo escalar carregado com invariância de gauge local frente ao grupo $U(1)$ descrita por

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^* (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (2.26)$$

onde D_μ é a chamada *derivada covariante* e é dada pelo acoplamento mínimo

$$D^\mu = \partial^\mu + ieA^\mu. \quad (2.27)$$

A lagrangiana (2.26) é invariante frente as transformações de gauge locais:

$$\begin{aligned} \phi(x) &\rightarrow \phi'(x) = \exp(i\beta(x))\phi(x) \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu\beta(x). \end{aligned} \quad (2.28)$$

No caso do potencial, o parâmetro λ é considerado positivo definido para assegurar a estabilidade do vácuo. O sinal de μ^2 é estudado levando-se em conta as seguintes condições:

$$\mu^2 < 0 \quad e \quad \mu^2 > 0. \quad (2.29)$$

i) Quando $\mu^2 > 0$, o mínimo do potencial é $\phi = \phi^* = 0$. Devido a esse mínimo, observamos que a simetria que deixa a lagrangiana invariante é a mesma que deixa o estado de energia mínima invariante. Com isso, a teoria descreve bósons de gauge não massivos

e campos escalares com massa igual a μ . A quantidade (2.26) representa a lagrangiana da eletrodinâmica escalar.

ii) Quando $\mu^2 < 0$, temos a quebra espontânea de simetria e devemos determinar o mínimo da teoria. O estado de menor energia ocorre para os valores de $(\phi)_0$ e $(A_\mu)_0$ que minimizam o potencial. O campo ϕ é

$$|\phi|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2}.$$

Para o campo A_μ devemos ter

$$(A_\mu)_0 = 0,$$

por exigência da invariância de gauge. Com a escolha do seguinte mínimo: $(\phi)_0 = \frac{v}{\sqrt{2}}$, vamos parametrizar exponencialmente o campo $\phi(x)$, ou seja,

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + \sigma(x)] \exp\left(\frac{i\xi(x)}{v}\right). \quad (2.30)$$

Levando (2.30) em (2.26), obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi + e^2 v^2 A_\mu A^\mu + \sqrt{2} v e A_\mu \partial^\mu \xi + \\ & \mu^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \text{termos de ordem superior.} \end{aligned} \quad (2.31)$$

A equação anterior nos mostra que o campo $\sigma(x)$ tem massa $\sqrt{-2\mu^2}$; o campo $\xi(x)$ tem massa nula e o bóson vetorial $A_\mu(x)$ tem massa $m = ev$, bem como a presença de um termo de mistura.

Vamos realizar agora uma contagem do número de graus de liberdade da lagrangiana (2.26) e da lagrangiana obtida anteriormente (2.31).

A lagrangiana inicial possui dois campos escalares reais, cada um associado a um grau de liberdade, e um campo vetorial sem massa, associado a outros dois graus de liberdade. Com o mesmo raciocínio para a lagrangiana em (2.31), observamos que ela apresenta dois campos escalares, cada um com um grau de liberdade, e um campo vetorial com massa, agora com três graus de liberdade.

Esta diferença no número total dos graus de liberdade pode ser resolvida utilizando a invariância de gauge local da lagrangiana. Para isso, façamos a seguinte escolha do gauge

$$\beta(x) = -\frac{\xi(x)}{\sqrt{2}v}, \quad (2.32)$$

o que leva a

$$\begin{aligned}\phi(x) &\rightarrow \phi'(x) = \exp\left(-\frac{i\xi(x)}{\sqrt{2}v}\right)\phi(x) = v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{\sqrt{2}ev}\partial_\mu\xi(x).\end{aligned}\tag{2.33}$$

Sabemos que (2.26) é invariante sob estas transformações, assim

$$\mathcal{L}(\phi, A_\mu) = \mathcal{L}(\phi', A'_\mu).$$

Substituindo as transformações de (2.33) em (2.26), obtemos

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}\sigma^2(6\lambda v^2 + \mu^2) + e^2v^2A'_\mu A'^\mu + \\ & + \frac{1}{2}e^2A'_\mu A'^\mu\sigma(2\sqrt{2}v + \sigma) + \\ & - \frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} + \text{termos de ordem superior},\end{aligned}\tag{2.34}$$

onde

$$F'_{\mu\nu} = \partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu.$$

Percebemos a ausência do campo sem massa relacionado a $\xi(x)$, após a escolha apropriada do gauge (2.32) que é conhecido como *gauge unitário*. O campo escalar $\sigma(x)$ é denominado campo de *Higgs*. Além do gauge unitário existe uma classe de gauge chamada R_ξ , parametrizada por um parâmetro de gauge (ξ). Estudando o comportamento assintótico deste parâmetro que se encontra inserido nas expressões dos propagadores, nota-se que para grandes valores de (ξ) recuperamos a escolha do gauge unitário [7].

Analizamos novamente os graus da lagrangiana original e da lagrangiana em (2.34). Como observado, a lagrangiana original possui 4 graus de liberdade. A nova lagrangiana em (2.34), possui agora um campo escalar com um grau de liberdade e um campo vetorial com três graus de liberdade. A soma desses graus de liberdade resulta também em 4. A interpretação do desaparecimento do campo sem massa está ligada ao fato do seu grau de liberdade corresponder à polarização do campo vetorial. Em outras palavras, o campo $\xi(x)$ (bóson de Goldstone) foi absorvido pelo campo vetorial e dessa forma se tornou massivo.

2.3 A Lagrangiana do Modelo Padrão

O grupo de simetria das interações eletrofracas para o Modelo Padrão foi proposto por Glashow em 1961. A motivação era unificar as interações fraca e eletromagnética em um

grupo que possuísse como simetria residual a interação eletromagnética, ou seja, $U(1)_{em}$. Mais tarde, a teoria eletrofraca foi formulada por Weinberg e Salam, que incorporaram a idéia de unificação de Glashow.

Deste modo, o Modelo Padrão é uma teoria de gauge que se baseia no seguinte grupo de simetria, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, onde o grupo $SU(2)_L$ está associado ao isospin fraco e $U(1)_Y$, à hipercarga fraca. Temos quatro campos associados a esse grupo de simetria que corresponderão aos bósons de gauge: três bósons de gauge (W_μ^i , $i = 1, 2, 3$.) associados ao grupo $SU(2)_L$ e um bóson de gauge (B_μ) ao grupo $U(1)_Y$.

Como forma de verificar a escolha deste grupo de simetria das interações eletrofracas, consideraremos os férmions por meio de seus estados de helicidade. Em altas energias os espiniores são [4]

$$u(p, s) \quad ; \quad v(p, s). \quad (2.35)$$

Os estados de helicidade são definidos como $+\frac{1}{2}$ para férmions de mão direita (R) e $-\frac{1}{2}$ para férmions de mão esquerda (L), que satisfazem

$$u_{R(L)} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)u \quad \text{e} \quad v_{R(L)} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)v. \quad (2.36)$$

Deste modo, podemos definir os projetores de helicidade

$$P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5), \quad P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5). \quad (2.37)$$

O termo de massa dos férmions (termo usual de Dirac) mistura as componentes direita e esquerda, enquanto o termo associado à corrente eletromagnética não apresenta essa mistura. A corrente fermiônica das interações fracas do tipo $(V-A)$, ou seja, corrente do tipo vetor-axial, pode ser escrita em termos dos estados de helicidade.

Os léptons serão designados por l , $l = e, \mu, \tau$. A corrente fraca carregada para os léptons e seus neutrinos é

$$J_\mu^+ = \bar{l}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\nu = 2\bar{l}_L\gamma_\mu\nu_L. \quad (2.38)$$

A introdução dos campos de mão esquerda e mão direita é dada por

$$\begin{aligned} L &\equiv \begin{pmatrix} \nu \\ l \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} P_L\nu \\ P_L l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ l_L \end{pmatrix} \\ R &\equiv P_R l = l_R, \end{aligned} \quad (2.39)$$

em que L corresponde a um dubleto de isospin e R um singleto de isospin fraco. Nesse caso g é a constante de acoplamento do grupo $SU(2)$ e g' do grupo $U(1)$.

Escrevendo a corrente fraca carregada em termos da corrente de isospin obtemos

$$J_\mu^i = \bar{L}\gamma_\mu \frac{\tau^i}{2} L, \quad (2.40)$$

onde τ^i ($i = 1, 2, 3$) são as matrizes de Pauli na representação fundamental [vide apêndice].

De forma a explicitar (2.40), substituindo o dubleto de isospin e as matrizes de Pauli, obtemos

$$\begin{aligned} J_\mu^1 &= \frac{1}{2}(\bar{l}_L\gamma_\mu\nu_L + \bar{\nu}_L\gamma_\mu l_L), \\ J_\mu^2 &= \frac{i}{2}(\bar{l}_L\gamma_\mu\nu_L - \bar{\nu}_L\gamma_\mu l_L), \\ J_\mu^3 &= \frac{1}{2}(\bar{\nu}_L\gamma_\mu\nu_L - \bar{l}_L\gamma_\mu l_L). \end{aligned} \quad (2.41)$$

Assim, a corrente em (2.38), pode ser escrita em termos de J_μ^1 e J_μ^2 , como expresso a seguir

$$\begin{aligned} iJ_\mu^2 &= -\frac{1}{2}(\bar{l}_L\gamma_\mu\nu_L - \bar{\nu}_L\gamma_\mu l_L), \\ J_\mu^1 &= \frac{1}{2}(\bar{l}_L\gamma_\mu\nu_L + \bar{\nu}_L\gamma_\mu l_L). \end{aligned} \quad (2.42)$$

A diferença entre os termos acima nos leva a

$$(J_\mu^1 - iJ_\mu^2) = \frac{1}{2}(2\bar{l}_L\gamma_\mu\nu_L) \implies J_\mu^+ = 2(J_\mu^1 - iJ_\mu^2). \quad (2.43)$$

Assim obtemos uma expressão para a corrente leptônica carregada. Na sequência escreveremos uma expressão para J_μ^3 , a terceira componente da corrente (a corrente neutra). Podemos definir a corrente de hipercarga como

$$J_\mu^Y \equiv -(\bar{L}\gamma_\mu L + 2\bar{R}\gamma_\mu R) = -(\bar{\nu}_L\gamma_\mu\nu_L + \bar{l}_L\gamma_\mu l_L + 2\bar{l}_R\gamma_\mu l_R). \quad (2.44)$$

A corrente eletromagnética pode então ser escrita em termos da corrente neutra (J_μ^3) e da corrente de hipercarga (J_μ^Y)

$$\begin{aligned} J_\mu^{em} &= -\bar{l}\gamma_\mu l = -(\bar{l}_L\gamma_\mu l_L + \bar{l}_R\gamma_\mu l_R) = \\ &= J_\mu^3 + \frac{1}{2}J_\mu^Y. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Da relação obtida acima observamos que as correntes neutras estão associadas às cargas por meio da seguinte relação

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}. \quad (2.46)$$

A expressão obtida em (2.46) é conhecida como relação de Gell-Mann-Nishijima. Nesta relação Q refere-se à carga elétrica, T_3 corresponde à terceira componente do isospin fraco e Y é a hipercarga fraca.

Devemos adicionar termos relacionados à parte cinética, de interação dos férmions e dos bósons de gauge. A lagrangiana completa é expressa por [6]

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{léptons} + \mathcal{L}_{quarks} + \mathcal{L}_{bósons} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{YW}, \quad (2.47)$$

em que $\mathcal{L}_{léptons}$ é a lagrangiana que descreve os léptons, $\mathcal{L}_{quarks}$ é a lagrangiana associada aos quarks, $\mathcal{L}_{bósons}$ é a lagrangiana que descreve os bósons de gauge, $\mathcal{L}_{Higgs}$ é a lagrangiana que descreve o setor escalar (setor de Higgs) e $\mathcal{L}_{YW}$ é o termo da lagrangiana do Modelo Padrão que descreve a interação dos férmions com o setor escalar.

• Os Léptons

A lagrangiana que descreve os férmions é dada por

$$\mathcal{L}_{léptons} = \bar{L}i\gamma^\mu(\partial_\mu + i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + i\frac{g'}{2}Y B_\mu)L + \bar{R}i\gamma^\mu(\partial_\mu + i\frac{g'}{2}Y B_\mu)R, \quad (2.48)$$

onde os campos de mão esquerda e direita estão definidos na equação (2.39). Considerando a relação (2.46) podemos construir a seguinte tabela (2.3).

	e_L	e_R	ν_L
T^3	$-1/2$	0	$+1/2$
Y	-1	-2	-1
Q	-1	-1	0

Figura 2.3: Números quânticos associados aos léptons

• Os Quarks

O modo como os hádrons interagem fracamente pode ser expresso por meio das interações fracas dos quarks que os compõem. Assim, consideramos as seguintes hipóteses [8]

- i) Os quarks possuem sabores diferentes: u, d, s, c, b e t.

- ii) Cada sabor está associado a três cores distintas (vermelho, verde e azul). Os hádrons são singletos de cor.
- iii) As correntes eletromagnéticas e fracas são singletos de cor, atuando apenas no espaço dos sabores.

A partir das hipóteses consideradas, podemos definir os seguintes dubletos fracos de mão esquerda

$$\begin{aligned} L_U &\equiv \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \end{pmatrix}_L, \\ L_C &\equiv \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} c \\ -d \sin \theta_c + s \cos \theta_c \end{pmatrix}_L, \end{aligned} \quad (2.49)$$

onde θ_c é chamado de ângulo de mistura de Cabbibo e também os singletos de mão direita

$$R_U, \quad R_D, \quad R_S, \quad R_C. \quad (2.50)$$

Como forma de introduzir os quarks no Modelo Padrão, vamos escrever a sua lagrangiana em analogia à lagrangiana dos léptons,

$$\mathcal{L}_{quarks} = \bar{L}_U i \not{D} L_U + \bar{L}_C i \not{D} L_C + \bar{R}_U i \not{D} R_U + \dots + \bar{R}_C i \not{D} R_C. \quad (2.51)$$

Do mesmo modo como foi definido para os léptons, usando a relação de Gell-Mann-Nishigima, obtemos para os quarks a tabela seguinte (2.4).

	u_L	d_{cL}	c_L	s_{cL}	u_R	d_R	c_R	s_R	t	b
T^3	1/2	-1/2	1/2	-1/2	0	0	0	0	1/2	-1/2
Y	1/3	1/3	1/3	1/3	4/3	-2/3	4/3	-2/3	4/3	-2/3
Q	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3

Figura 2.4: Números quânticos associados aos quarks

• Os Bósons de Gauge

A dinâmica associada aos bósons de gauge é dada por

$$\mathcal{L}_{bosons} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu},$$

escrita em termos dos tensores dos campos,

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^i &\equiv \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k, \\ B_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Os termos associados à lagrangiana de fixação do gauge e a lagrangiana de Faddeev-Popov [6] foram omitidos por simplicidade, embora sejam necessários em qualquer teoria de gauge para o cancelamento de anomalias advindas dos bósons de gauge.

• O Setor Escalar

Antes de apresentarmos a lagrangiana do setor escalar, também chamada lagrangiana do bóson de Higgs, vamos recordar o mecanismo de Higgs. Este mecanismo possibilita a geração de massa para os bósons de gauge através da quebra espontânea de simetria.

Deste modo, consideremos um dubleto escalar

$$\Phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi \end{pmatrix}, \quad (2.53)$$

de forma que a hipercarga deste dubleto seja $Y = 1$.

- A lagrangiana escalar pode ser escrita como

$$\mathcal{L}_{escalar} = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (2.54)$$

com o potencial dado por

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (2.55)$$

Como a lagrangiana em (2.54) não permanece invariante quando promovemos a transformação global à local, devemos então introduzir a derivada covariante a seguir, de modo que a lagrangiana se torne novamente invariante,

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i + i \frac{g'}{2} Y B_\mu, \quad (2.56)$$

onde τ^i ($i = 1, 2, 3$) são as matrizes de Pauli na representação fundamental.

A quebra espontânea de simetria ocorre para a seguinte condição nos parâmetros: $\mu^2 < 0$ e $\lambda > 0$. Escolhemos o valor esperado para o vácuo do sistema:

$$(\Phi)_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

O espectro de massa do sistema é construído realizando pequenas perturbações ao redor do vácuo. A parametrização exponencial é escrita da seguinte forma [6]

$$\Phi(x) = \exp\left(i\frac{\vec{\xi}(x)\vec{\sigma}}{v}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$$

onde $\vec{\xi}(x)$ é um campo não físico e $H(x)$ é um campo físico. Considerando que o campo $\vec{\xi}(x)$, é um bóson de Goldstone, ou seja, um campo não físico, então é possível eliminá-lo com a seguinte transformação de gauge:

$$\Phi' = U(\xi)\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad ; \quad U(\xi) = \exp\left(-i\frac{\vec{\xi}\vec{\sigma}}{v}\right). \quad (2.58)$$

Com as transformações definidas anteriormente, podemos escrever por separado os diferentes termos da lagrangiana (2.54).

O módulo da derivada covariante que aparece em (2.54) é

$$\begin{aligned} |D_\mu \Phi'|^2 &= \left| \left(\partial_\mu + ig\frac{\tau^i}{2}W_\mu^i + i\frac{g'}{2}YB_\mu \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \right|^2 = \\ &= \left[\frac{g(v+H(x))}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} iW_\mu^1 + W_\mu^2 \\ -iW_\mu^3 \end{pmatrix} \right]^2. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Definimos para os bósons de gauge carregados

$$W_\mu^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \quad ; \quad W_\mu^- \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2), \quad (2.60)$$

e as relações que introduzem W_μ^3 e B_μ

$$\begin{aligned} W_\mu^3 &= A_\mu \sin \theta_W + Z_\mu \cos \theta_W, \\ B_\mu &= A_\mu \cos \theta_W - Z_\mu \sin \theta_W, \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$|D_\mu \Phi'|^2 = \left(\begin{array}{c} \frac{g^i}{2}[v+H(x)] \\ -\frac{g^i}{2\sqrt{2}}[v+H(x)]Z_\mu \cos \theta_W - \frac{g'^i}{2\sqrt{2}}[v+H(x)]Z_\mu \sin \theta_W \end{array} \right)^2. \quad (2.62)$$

Por fim, com a definição do ângulo de Weinberg dado por

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}, \quad (2.63)$$

e inserindo em (2.62) chegamos a

$$\left| D_\mu \Phi' \right|^2 = \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2}{4} (v^2 + 2vH + HH) \left\{ W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{1}{2 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu \right\}. \quad (2.64)$$

A parcela correspondente ao potencial é expressa por

$$V = \frac{\mu^2}{2} (v + H)^2 + \frac{\lambda}{4} (v + H)^4. \quad (2.65)$$

Substituindo (2.64) e (2.65) em (2.54) obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2}{4} v^2 W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{g^2}{2} v H W_\mu^+ W^{\mu-} + \\ & + \frac{g^2}{4} H H W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{g^2}{8} \frac{v^2}{\cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu + \frac{g^2}{4} \frac{v}{\cos^2 \theta_W} H Z_\mu Z^\mu + \\ & + \frac{\mu^2}{2} (v + H)^2 + \frac{\lambda}{4} (v + H)^4. \end{aligned} \quad (2.66)$$

De acordo com (2.30), os termos quadráticos estão associados à massa. Assim, o termo de massa do bóson de Higgs é

$$m_H = \sqrt{-2\mu^2}, \quad (2.67)$$

e as massas dos bósons de gauge W e Z são respectivamente

$$m_W = \frac{gv}{2} \quad ; \quad m_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta_W}. \quad (2.68)$$

Na lagrangiana acima podemos reconhecer os termos relacionados aos acoplamentos dos bósons de gauge ao campo de Higgs e os termos de auto-interação do campo de Higgs.

• O termo de Yukawa: Léptons

Como o termo de massa para os férmions não é invariante sob as transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, devido à mistura das componentes direitas e esquerdas dos léptons, é necessário buscar uma forma de gerar massa para estas partículas [4, 8]. A solução nesse caso é exigir que antes da quebra espontânea de simetria os léptons não tenham massa e que o próprio mecanismo seja responsável por sua geração. Isso ocorre devido a interação dos léptons com os campos escalares. Precisamos construir um termo da lagrangiana que seja invariante frente à $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Este termo que possibilita a geração de massa dos léptons sem quebrar a simetria do grupo pertinente ao Modelo Padrão é conhecido como termo de Yukawa e é dado por

$$\mathcal{L}_{YW} = -G_l [\bar{R}(\phi^\dagger L) + (\bar{L}\phi)R]. \quad (2.69)$$

A fim de gerar a massa dos léptons, consideremos o potencial dado por (2.55), em que a quebra espontânea de simetria ocorre para $\mu^2 < 0$ e $\lambda > 0$. Com isso, as flutuações ao redor do mínimo escolhido são dadas por

$$\phi = \frac{(v + H)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.70)$$

onde optou-se por não colocar o termo associado ao bóson de Goldstone, visto que ele não aparece na lagrangiana.

Em (2.70), v é o valor esperado no vácuo

$$v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}.$$

- Substituindo (2.70) em (2.69) temos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YW} &= -G_l \frac{(v + H)}{\sqrt{2}} \left[\bar{l} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ l_L \end{pmatrix} + (\bar{\nu}_L \quad \bar{l}_R) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} l_R \right] \\ &= -\frac{G_l v}{\sqrt{2}} \bar{l} l - \frac{G_l}{\sqrt{2}} \bar{l} l H. \end{aligned} \quad (2.71)$$

A partir da equação (2.71) podemos escrever o termo de massa para os férmions e o seu respectivo acoplamento com o campo de Higgs. O termo de massa e o termo de acoplamento são respectivamente:

$$m_l = \frac{G_l v}{\sqrt{2}}, \quad (2.72)$$

$$C_{lH} = -\frac{m_l}{v}. \quad (2.73)$$

• O termo de Yukawa: Quarks

De forma análoga aos léptons, usaremos o termo de Yukawa para gerar a massa dos quarks na teoria. Consideremos os quarks tipo up representados por ($U_i = u, c$ e t) e quarks tipo down ($D_i = d, s$ e b). Necessitamos agora de um dubleto de Higgs com hipercarga $Y = -1$. Deste modo, definindo o conjugado do dubleto de Higgs temos [4]

$$\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (2.74)$$

o que nos leva ao seguinte termo de Yukawa

$$\mathcal{L}_{YW} = - \sum_{i,j=1}^3 \left[G_{ij}^U \bar{R}_{U_i} (\tilde{\Phi}^\dagger L_j) + G_{ij}^D \bar{R}_{D_i} (\Phi^\dagger L_j) \right] + h.c.. \quad (2.75)$$

Um cálculo análogo ao dos léptons, permite chegarmos aos termos de massa e termos de acoplamentos para os quarks, isto é:

$$m_{ij}^{U(D)} = \frac{v}{\sqrt{2}} G_{ij}^{U(D)}, \quad (2.76)$$

e

$$C_{ij}^{U(D)} = \frac{m_{ij}^{U(D)}}{v}. \quad (2.77)$$

Finalizamos esta seção relembrando alguns aspectos vistos até aqui. Começamos pelo Princípio de Gauge que possibilita a transição de uma teoria livre para uma teoria interagente e como consequência disso, a adição de campos vetoriais à teoria. Um importante aspecto do Modelo Padrão é a quebra espontânea da simetria, que tem como consequência direta o fato dos campos vetoriais da teoria adquirirem massa bem como o aparecimento de uma partícula escalar, neutra e de spin 0: o chamado bóson de Higgs. Através da interação desta partícula com os demais campos, ocorre a geração de massa. Os férmions e os bósons de gauge inicialmente não possuem massa, para não violarem a simetria do grupo da teoria. E por último, mas não menos importante, escrevemos a lagrangiana do Modelo Padrão que permite a obtenção de todos os acoplamentos e termos de massa da teoria.

Capítulo 3

Processos de Decaimento e Produção do Bóson de Higgs

Nas seções anteriores vimos os principais aspectos que compõem o Modelo Padrão, ou seja, as teorias de gauge e os mecanismos de geração de massa, chegando finalmente à construção da lagrangiana desta teoria, que torna possível a obtenção dos termos de massa, bem como dos acoplamentos do bóson de Higgs com os férmions e com os bósons vetoriais.

A necessidade de se conhecer a forma como o bóson de Higgs se acopla às diferentes partículas tem uma consequência imediata quando estudamos os seus diversos processos de produção e decaimento.

Neste capítulo começaremos por examinar os acoplamentos do bóson de Higgs aos férmions e aos bósons vetoriais e seus respectivos diagramas de Feynmann, posteriormente estudaremos os modos de decaimentos e produção do bóson de Higgs no Modelo Padrão.

3.1 Decaimentos

A lagrangiana em (2.47) fornece todos os termos que constituem o Modelo Padrão, incluindo as interações do setor escalar. O interesse é a forma com que o campo escalar de Higgs interage com cada setor da lagrangiana, ou melhor dizendo, a forma como ele se acopla com cada uma das partículas, bem como o seus termos de auto-interação.

- **Férmions**

O termo de acoplamento do bóson de Higgs a férmions pode ser extraído de (2.47). Este termo e seu respectivo diagrama de Feynmann está indicado na figura (3.1):

- **Bósons de Gauge: $W^\pm$**

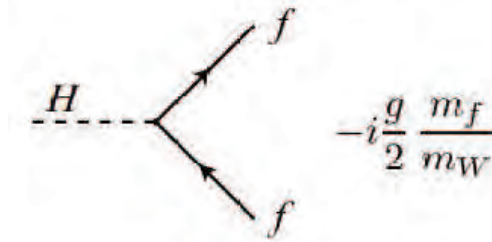


Figura 3.1: Diagrama de Feynman Higgs-férmion e constante de acoplamento.

De forma similar aos férmions, o diagrama de Feynmann e respectiva constante de acoplamento é mostrado na figura (3.2) para a interação do bóson de Higgs aos bósons vetoriais é [10]

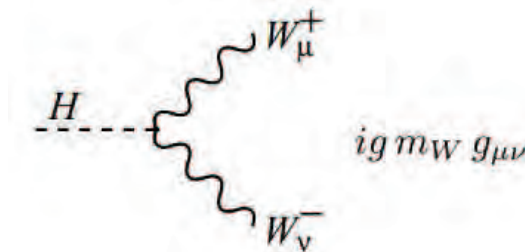


Figura 3.2: Diagrama de Feynman Higgs- $W^\pm$ e constante de acoplamento.

- **Bósons de Gauge: Z^0**

O diagrama de Feynmann e respectiva constante de acoplamento para o bóson de gauge neutro são aqueles mostrados na figura (3.3)

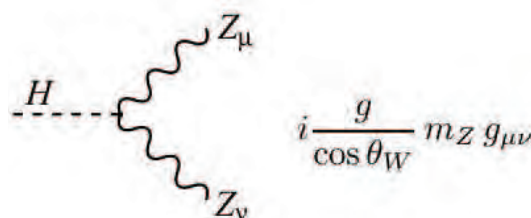


Figura 3.3: Diagrama de Feynman Higgs- Z^0 e constante de acoplamento.

- **Auto-interação bóson de Higgs: Interação Cúbica (HHH)**

O bóson de Higgs além de interagir com outras partículas, interage com ele mesmo como mostrado na figura (3.4).

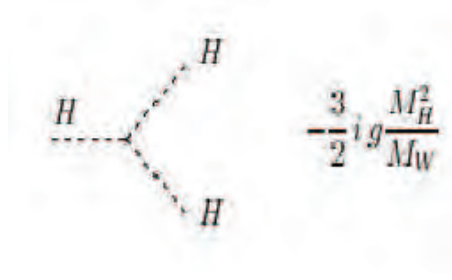


Figura 3.4: Auto-interação do bóson de Higgs: Interação cúbica.

- **Auto-interação bóson de Higgs: Interação Quártica ($HHHH$)**

Auto-interação quartica do Bóson de Higgs, indicado na figura (3.5).

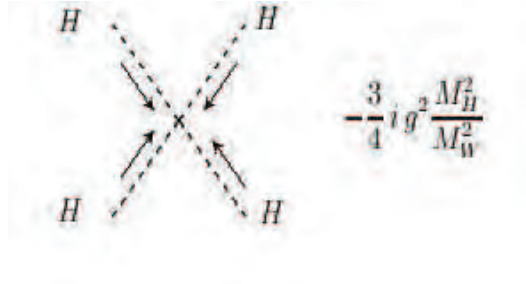


Figura 3.5: Auto-interação do bóson de Higgs: Interação Quártica.

3.1.1 Decaimento em férmions

Calcularemos a largura de decaimento do bóson de Higgs em férmions [9] considerando o diagrama de Feynmann dado na figura (3.1).

A matriz invariante para este decaimento em termos dos espinores de Dirac (2.35) é

$$M(H \rightarrow f\bar{f}) = \frac{m_f}{v} \bar{v}(\vec{q}, \xi) u(\vec{p}, \sigma), \quad (3.1)$$

onde m_f é a massa do férmion considerado; $\vec{q}$ e $\vec{p}$ são os momentos dos férmions e ξ e σ seus respectivos spins.

A soma do quadrado deste elemento de matriz sobre os spins do estado final é

$$\bar{M}^2 \equiv \sum_{\sigma, \xi} |M|^2. \quad (3.2)$$

De (3.1), o seu módulo quadrado é calculado a seguir

$$|M|^2 = M^\dagger M = -\frac{m_f^2}{v^2} \text{Tr}[(m_f - i\not{p})(m_f + i\not{q})]. \quad (3.3)$$

O traço na expressão anterior pode ser calculado como

$$\begin{aligned} \text{Tr}[(m_f - i\not{p})(m_f + i\not{q})] &= \text{Tr}[m_f^2 + im_f\not{q} - im_f\not{p} + \not{p}\not{q}] \\ &= \text{Tr}[m_f^2] + \text{Tr}[im_f\not{q}] - \text{Tr}[im_f\not{p}] + \text{Tr}[\not{p}\not{q}]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Com o emprego das propriedades dos traços, obtemos como resultado para cada uma das parcelas em (3.4),

$$\begin{aligned} \text{Tr}[m_f^2] &= 4m_f^2, \quad \text{Tr}[im_f\not{q}] = 0, \\ \text{Tr}[\not{p}\not{q}] &= 4p \cdot q, \end{aligned} \quad (3.5)$$

as propriedades utilizadas para o cálculo dos traços estão contidas no apêndice.

Deste modo, aplicando os resultados em (3.2) obtemos

$$\bar{M}^2 \equiv \sum_{\sigma, \xi} |M|^2 = \frac{4m_f^2}{v^2} (-p \cdot q - m_f^2). \quad (3.6)$$

A largura de decaimento pode ser escrita como

$$d\Gamma = \frac{|M|^2}{E_k} (2\pi)^4 \delta^4(p + q - k) \frac{d^3p}{2E_p(2\pi)^3} \frac{d^3q}{2E_q(2\pi)^3}, \quad (3.7)$$

onde E_k , E_p e E_q são as energias do bóson de Higgs e dos férmions e p , q e k são os quadrimomentos respectivamente.

Para resolver a equação (3.7) consideramos o referencial de repouso do bóson de Higgs, ou seja, $k = (m_H, 0, 0, 0)$, onde m_H é a massa do bóson de Higgs. Separando a função delta em (3.7), em componente temporal e espacial obtemos

$$d\Gamma = \frac{|M|^2}{E_k} (2\pi)^4 \delta(p^0 + q^0 - k) \delta^3(\vec{p} + \vec{q} - \vec{k}) \frac{d^3p}{2E_p(2\pi)^3} \frac{d^3q}{2E_q(2\pi)^3}, \quad (3.8)$$

ou ainda

$$d\Gamma = \frac{|M|^2}{2m_H} \delta(E_p + E_q - m_H) \delta^3(\vec{p} + \vec{q} - \vec{k}) \frac{d^3p d^3q}{4E_p E_q (2\pi)^2}. \quad (3.9)$$

As energias dos férmions são escritas como

$$E_p = \sqrt{p^2 + m_f^2} \quad ; \quad E_q = \sqrt{q^2 + m_f^2} \quad (3.10)$$

Substituindo (3.10) em (3.9) e considerando que os férmions são produzidos em direções opostas, ou seja, $(\vec{p} = -\vec{q})$ temos

$$\Gamma = \frac{1}{8(2\pi)^2 m_H} \int |M|^2 \frac{\delta(\sqrt{p^2 + m_f^2} + \sqrt{p^2 + m_{\bar{f}}^2} - m_H)}{\sqrt{p^2 + m_f^2} \sqrt{p^2 + m_{\bar{f}}^2}} p^2 dp d\Omega, \quad (3.11)$$

onde $d\Omega$ é o ângulo sólido.

Deste modo, definindo a soma das energias dentro da função delta em (3.11) como

$$E \equiv \sqrt{p^2 + m_f^2} + \sqrt{p^2 + m_{\bar{f}}^2}, \quad (3.12)$$

Calculando o diferencial de (3.12) obtemos

$$dE = \frac{pE dp}{\sqrt{p^2 + m_f^2} \sqrt{p^2 + m_{\bar{f}}^2}}. \quad (3.13)$$

Com (3.12), (3.13) em (3.11) obtemos

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{8(2\pi)^2 m_H} \int |M|^2 \delta(E - m_H) \frac{p}{E} dE d\Omega \\ &= \frac{1}{8(2\pi)^2 m_H} \int |M|^2 d\Omega. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Para finalizar precisamos resolver a integral em (3.14) que envolve o módulo da matriz invariante.

Voltemos ao termo em (3.6)

$$(-p \cdot q - m_f^2), \quad (3.15)$$

explicitando o primeiro termo em suas componentes temporais e espaciais temos

$$-p \cdot q = E_p E_q - \vec{p} \cdot \vec{q}. \quad (3.16)$$

Como já mencionado acima, os férmions neste processo são produzidos em sentidos opostos e com energia igual    metade da massa do Higgs, isto é

$$E_p = \frac{m_H}{2} \quad ; \quad E_q = \frac{m_H}{2}. \quad (3.17)$$

O segundo termo de (3.16)    um produto escalar que resulta em

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = -|\vec{p}|^2. \quad (3.18)$$

A relação em (3.16) torna-se

$$-p \cdot q = \frac{m_H^2}{4} + |\vec{p}|^2. \quad (3.19)$$

Através da utilização da equação energia-momento relativística, o momento pode ser expresso por

$$|\vec{p}|^2 = \frac{m_H^2}{4} - m_f^2. \quad (3.20)$$

Substituindo (3.20) em (3.19) obtemos

$$-p \cdot q = \frac{m_H^2}{2} - m_f^2. \quad (3.21)$$

Finalmente substituindo este último resultado em (3.14) e integrando sobre o ângulo sólido, obtemos

$$\Gamma = \frac{m_H}{8\pi} \left(\frac{m_f}{v} \right)^2 N_C \left[1 - \frac{4m_f^2}{m_H^2} \right]^{3/2}, \quad (3.22)$$

onde o fator N_C introduzido explicitamente está relacionado ao fator de cor dos quarks.

3.1.2 Decaimento em Bósons de Gauge

Nesse caso o elemento de matriz é dado por [11]

$$M = igM_W \varepsilon^\mu(k_1) \varepsilon^\nu(k_2) g_{\mu\nu}, \quad (3.23)$$

onde ε^μ e ε^ν são os vetores de polarização dos bósons vetoriais e k_1 e k_2 seus respectivos quadrimomentos.

O módulo do quadrado do elemento de matriz é

$$\begin{aligned} |M|^2 &= M^\dagger M = [igM_W \varepsilon^\mu(k_1) \varepsilon^\nu(k_2) g_{\mu\nu}] [igM_W \varepsilon_\mu(k_1) \varepsilon_\nu(k_2) g^{\mu\nu}]^\dagger = \\ &= (gM_W)^2 [\varepsilon_\mu^*(k_1) \varepsilon_\nu(k_1)] [\varepsilon^{\mu*}(k_2) \varepsilon^\nu(k_2)] \end{aligned} \quad (3.24)$$

Os termos entre colchetes em (3.24) referem-se à soma de spins dos bósons vetoriais, que é dada de forma geral por

$$\sum_\lambda \varepsilon^\mu(k, \lambda) \varepsilon^{\nu*}(k, \lambda) = -g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M^2}. \quad (3.25)$$

Substituindo (3.25) em (3.24) chegamos em

$$|M|^2 = (gM_W)^2 \left[-g_{\mu\nu} + \frac{k_{1\mu} k_{1\nu}}{M_W^2} \right]^2 \left[-g^{\mu\nu} + \frac{k_2^\mu k_2^\nu}{M_W^2} \right]. \quad (3.26)$$

O termo entre colchetes pode ser explicitado por

$$\begin{aligned} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{k_{1\mu}k_{1\nu}}{M_W^2} \right]^2 \left[-g^{\mu\nu} + \frac{k_2^\mu k_2^\nu}{M_W^2} \right] &= g_{\mu\nu}g^{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\frac{k_2^\mu k_2^\nu}{M_W^2} - \frac{k_{1\mu}k_{1\nu}}{M_W^2}g^{\mu\nu} + \frac{k_{1\mu}k_{1\nu}}{M_W^2}\frac{k_2^\mu k_2^\nu}{M_W^2} \\ &= 2 + \frac{(k_1.k_2)^2}{M_W^4}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

O produto escalar em (3.27) pode ser calculado considerando o referencial de repouso do bóson de Higgs, isto é, $p = (m_H, 0, 0, 0)$ e a direção de propagação dos bósons em sentidos contrários de forma que $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$. Tendo isso em vista, os quadrimomentos podem ser escritos em termos de suas componentes temporal e espacial da seguinte forma

$$k_1 = \left(\frac{m_H}{2}, \vec{k}_1 \right) \quad ; \quad k_2 = \left(\frac{m_H}{2}, \vec{k}_2 \right). \quad (3.28)$$

Levando-se em conta o referencial estabelecido e a equação em (3.28), o produto escalar resulta em

$$\begin{aligned} k_1.k_2 &= \left(\frac{m_H}{2} \right)^2 - \vec{k}_1.\vec{k}_2 \\ &= \left(\frac{m_H}{2} \right)^2 + \left| \vec{k}_1 \right|^2, \end{aligned} \quad (3.29)$$

o momento $\vec{k}_1$, é dado por

$$\vec{k}_1 = \sqrt{\left(\frac{m_H}{2} \right)^2 - M_W^2}. \quad (3.30)$$

Substituindo (3.30) em (3.29) obtemos

$$k_1.k_2 = \frac{(m_H^2 - 2M_W^2)}{2}. \quad (3.31)$$

Explicitando o termo do numerador de (3.31)

$$(m_H^2 - 2M_W^2) = \sqrt{m_H^4 \left(1 - \frac{4M_W^2}{m_H^2} \right) + 4M_W^4}, \quad (3.32)$$

que pode ser simplificado para

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{4M_W^2}{m_H^2} \right) &= 1 + \left(\frac{2M_W}{m_H} \right)^2 - \frac{4M_W^2}{m_H^2} + \frac{4M_W^2}{m_H^2} - 2 \left(\frac{2M_W}{m_H} \right)^2 \\ &= \left(1 - \frac{M_W^2}{m_H^2} - \frac{M_W^2}{m_H^2} \right)^2 - \frac{4M_W^2 M_W^2}{m_H^4} \\ &= \lambda(M_W^2, M_W^2, m_H^2), \end{aligned} \quad (3.33)$$

onde,

$$\lambda(x, y; z) = \left(1 - \frac{x}{z} - \frac{y}{z}\right)^2 - 4\frac{xy}{z^2}. \quad (3.34)$$

Portanto, com estes resultados em (3.31) obtemos

$$k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{2} \sqrt{m_H^4 \lambda(M_W^2, M_W^2, m_H^2) + 4M_W^4}. \quad (3.35)$$

A amplitude quadrática da qual partimos em (3.26), se torna

$$|M|^2 = (gM_W)^2 \frac{m_H^4}{4M_W^4} \left[\lambda(M_W^2, M_W^2; m_H^2) + \frac{12M_W^4}{m_H^4} \right]. \quad (3.36)$$

A largura de decaimento para este processo é dada pela relação

$$d\Gamma = \sum_{pol} |M|^2 \frac{1}{32\pi^2} \frac{|\vec{k}_1|}{m_H^2} d\Omega_{\vec{k}_1}, \quad (3.37)$$

onde $d\Omega_{\vec{k}_1}$ é o ângulo sólido da partícula com momento $\vec{k}_1$ no referencial de repouso do bóson de Higgs.

Escrevendo o módulo $|\vec{k}_1|$ como

$$|\vec{k}_1| = \frac{m_H}{2} \sqrt{\lambda(M_W^2, M_W^2; m_H^2)}, \quad (3.38)$$

substituindo (3.36), (3.38) em (3.37) e integrando sobre o ângulo sólido $d\Omega_{\vec{k}_1}$ obtemos

$$\Gamma = \frac{1}{64\pi} \frac{g^2 m_H^3}{M_W^2} \sqrt{\lambda(M_W^2, M_W^2; m_H^2)} \left[\lambda(M_W^2, M_W^2; m_H^2) + \frac{12M_W^4}{m_H^4} \right]. \quad (3.39)$$

Definindo

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}, \quad (3.40)$$

onde G_F é a constante de Fermi e g a constante de acoplamento eletrofraca.

A largura de decaimento pode finalmente ser escrita como

$$\Gamma = \frac{G_F m_H^3}{8\sqrt{2}\pi} \sqrt{\lambda(M_W^2, M_W^2; m_H^2)} \left[\lambda(M_W^2, M_W^2; m_H^2) + \frac{12M_W^4}{m_H^4} \right]. \quad (3.41)$$

• Decaimento $H \rightarrow Z^0 Z^0$

O diagrama de Feynmann do processo é aquele representado na figura 3.3. Para determinar a largura de decaimento deste processo basta apenas dividir a equação (3.41) por um fator 2, pois trata-se de um decaimento em duas partículas idênticas, resultando

na seguinte expressão

$$\Gamma = \frac{G_F m_H^3}{16\sqrt{2}\pi} \sqrt{\lambda(M_Z^2, M_Z^2; m_H^2)} \left[\lambda(M_Z^2, M_Z^2; m_H^2) + \frac{12M_Z^4}{m_H^4} \right]. \quad (3.42)$$

Com a largura de decaimento encontrada para ambos os bósons de gauge, carregados e neutros, podemos escrever uma expressão geral para ambos decaimentos. Introduzindo $\delta_V = 2(1)$ para $V = W(Z)$ temos

$$\Gamma = \delta_V \frac{G_F m_H^3}{16\sqrt{2}\pi} \sqrt{\lambda(M_V^2, M_V^2; m_H^2)} \left[\lambda(M_V^2, M_V^2; m_H^2) + \frac{12M_V^4}{m_H^4} \right]. \quad (3.43)$$

3.1.3 Decaimento $H \rightarrow VV^*$

Consideramos inicialmente o seguinte processo $H \rightarrow W^+ W^{*-} \rightarrow W^+ f_i \bar{f}_i'$. Posteriormente, generalizaremos este resultado para outros casos [11]. A cinemática deste processo está representada na figura (3.6), onde $(f_i, \bar{f}_i')$ são os férmions e um dos possíveis canais de decaimento do W_i^- é, por exemplo, $(e^-, \bar{\nu}_e)$.

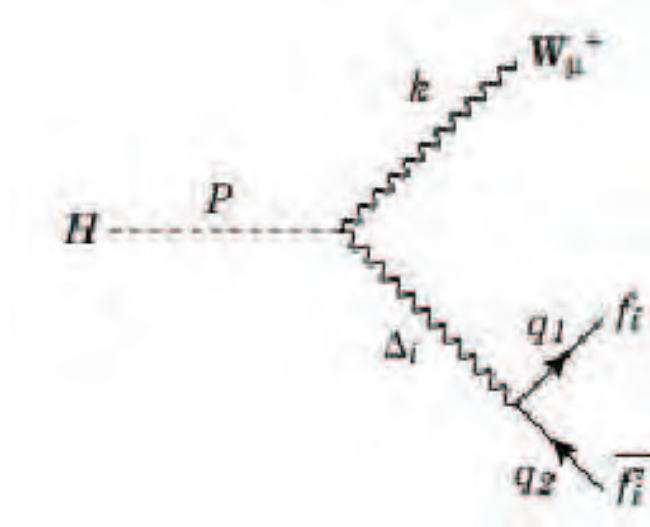


Figura 3.6: Diagrama de Feynman: $H \rightarrow VV^*$.

A largura diferencial é dada por

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{2m_H} \sum_{pol} |M|^2 d\Phi_3 \quad (3.44)$$

onde $d\Phi_3$ é o espaço de fase para três partículas $(W^+, f_i, \bar{f}_i')$.

O espaço de fase pode ser escrito como

$$d\Phi_3(P, k, q_1, q_2) = d\Phi_2(P, k; \Delta_i) d\Phi_2(\Delta_i; q_1, q_2) (2\pi)^3 d^2\Delta_i \quad (3.45)$$

com

$$\Delta_i = q_1 + q_2 \quad ; \quad (\Delta_i)^2 = (q_1 + q_2)^2, \quad (3.46)$$

onde P, k, q_1 e q_2 são os quadrimomentos do bóson de Higgs, do bóson de gauge W^+ e dos férmions $(f_i, \bar{f}_i')$ respectivamente. O quadrimomento do bóson virtual, W^{-*} , é Δ_i .

O espaço de fase no referencial de repouso do W pode ser escrito como

$$d\Phi_2(\Delta_i; q_1, q_2) = (2\pi)^{-6} \frac{|\vec{q}_1^*|}{4\sqrt{\Delta_i^2}} d\Omega_1^* = \frac{(2\pi)^{-6}}{8} d\Omega_1^*. \quad (3.47)$$

A seguir verificaremos a equação (3.47), deste modo consideremos o espaço de fase dado por

$$\left(\prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) (2\pi)^4 \delta^4(p_A + p_B - \sum p_f), \quad (3.48)$$

com p_A, p_B, p_f como os quadrimomentos das partículas envolvidas no processo.

Da expressão geral em (3.48) podemos calcular o termo em (3.47). Começemos escrevendo

$$\frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{q_1}} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{q_2}} (2\pi)^4 \delta^4(\Delta_i - q_1 - q_2) = \frac{(2\pi)^{-6}}{4} (2\pi)^4 \frac{d^3 q_1}{E_{q_1}} \frac{d^3 q_2}{E_{q_2}} \delta^4(\Delta_i - q_1 - q_2). \quad (3.49)$$

Separando o último termo de (3.49) nas componentes temporal e espacial temos

$$\frac{d^3 q_1}{E_{q_1}} \frac{d^3 q_2}{E_{q_2}} \delta^0(M_w - E_{q_1} - E_{q_2}) \delta^3(-\vec{q}_1 - \vec{q}_2) = \dots \quad (3.50)$$

A energia total $(E_{q_1} + E_{q_2})$ pode ser expressa por

$$E = \sqrt{q_1^2 + m_f^2} + \sqrt{q_2^2 + m_{\bar{f}}^2},$$

então

$$\begin{aligned} \frac{d^3 q_1}{E_{q_1}} \frac{d^3 q_2}{E_{q_2}} \delta^0(M_w - E_{q_1} - E_{q_2}) \delta^3(-\vec{q}_1 - \vec{q}_2) &= \frac{d^3 q_1}{\sqrt{q_1^2 + m_f^2}} \frac{1}{\sqrt{q_2^2 + m_{\bar{f}}^2}} \delta(M_W - E) \\ &= \frac{|\vec{q}_1|}{E} d\Omega_1 \delta(M_W - E) dE = \frac{|\vec{q}_1|}{M_W} d\Omega_1. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Escrevendo

$$E_W = E_{q_1} + E_{q_2} = \sqrt{q_1^2 + m_f^2} + \sqrt{q_2^2 + m_{\bar{f}}^2}$$

e desprezando as massas dos férmions

$$E_W = E_{q_1} + E_{q_2} = |\vec{q}_1| + |\vec{q}_2| = 2|\vec{q}_1|. \quad (3.52)$$

Substituindo (3.52) em (3.51) obtem-se para (3.47)

$$d\Phi_2(\Delta_i; q_1, q_2) = \frac{(2\pi)^{-6}}{8} d\Omega_1^*,$$

onde $d\Omega_1^*$ é o ângulo sólido e o sinal tipográfico (*) representa o fato do bóson de gauge ser virtual.

Para o cálculo do termo $d\Phi_2(P, k; \Delta_i)$ o mesmo procedimento adotado anteriormente pode ser utilizado. Nesse caso obteremos

$$d\Phi_2(P, k; \Delta_i) = \frac{(2\pi)^{-6}}{8} \sqrt{\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2)} d\Omega_{\vec{k}} , \quad (3.53)$$

com $d\Omega_{\vec{k}}$ sendo o ângulo sólido de uma partícula com momento $\vec{k}$ no referencial de repouso do bóson de Higgs.

Assim, a largura diferencial pode ser escrita como

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^{-5}}{128m_H} \sum_{pol} |M|^2 \sqrt{\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2)} d\Omega_{\vec{k}} d\Omega_1^* d\Delta_i^2. \quad (3.54)$$

O elemento de matriz para este decaimento pode ser escrito como

$$M = (igM_W) \varepsilon^\alpha(k) g_{\mu\alpha} \frac{1}{D(\Delta_i^2)} \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{u}(q_1) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(q_2), \quad (3.55)$$

onde desprezamos a massa dos férmions e $D(\Delta_i^2)$ é o propagador do bóson vetorial dado por

$$D(\Delta_i^2) = \Delta_i^2 - M_W^2 + iM_W\Gamma_W.$$

Na expressão escrita anteriormente para o propagador, é importante notar a presença do termo proporcional à largura do W . A existência deste termo é necessária para evitar a divergência do propagador.

Como para todos os casos até o momento, calcularemos o módulo quadrado de (3.55). O complexo conjugado do elemento de matriz é

$$M^\dagger = (-igM_W) \frac{g}{D(\Delta_i^2)} \frac{1}{2\sqrt{2}} [v^\dagger(q_2) (1 - \gamma^5)^\dagger \gamma_\mu^\dagger \gamma^0 u(q_1) g_{\nu\beta} \varepsilon^{\beta*}(k)],$$

com isso o módulo quadrado fica

$$\begin{aligned}
\sum_{pol} |M|^2 &= MM^\dagger = \frac{(gM_W)^2}{D(\Delta_i^2)} \left(-g^{\alpha\beta} + \frac{k^\alpha k^\beta}{M_W^2} \right) g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} \frac{g^2}{8} Tr[\not{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \not{q}_2 \gamma^\nu (1 - \gamma^5)] \\
&= \frac{(gM_W)^2}{D(\Delta_i^2)} \left(-g^{\alpha\beta} + \frac{k^\alpha k^\beta}{M_W^2} \right) g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} \cdot \\
&\quad \frac{48\pi\Gamma_i}{M_W} \{q_1^\mu q_1^\nu + q_2^\mu q_1^\nu - g^{\mu\nu}(q_1 \cdot q_2)\},
\end{aligned} \tag{3.56}$$

onde $\Gamma_i = \frac{g^2}{(48\pi)M_W}$ é a largura de decaimento do processo $W \rightarrow f_i \bar{f}'_i$.

Da observação de (3.54) e (3.56) identificamos que a dependência sobre o ângulo sólido Ω_1^* está no parênteses que aparece em (3.56). Assim as integrais que calcularemos são da forma

$$I^{\alpha\beta} = \int d\Omega_1^* q_1^\alpha q_2^\beta. \tag{3.57}$$

A integral anterior pode ser escrita como

$$I^{\alpha\beta} = A\Delta_i^\alpha \Delta_i^\beta + B\Delta_i^2 g^{\alpha\beta} \tag{3.58}$$

Multiplicando a equação acima por $g^{\alpha\beta}$ e $\Delta_{i\alpha}\Delta_{i\beta}$ respectivamente e utilizando as relações

$$\Delta_{i \cdot} q_1 = \Delta_{i \cdot} q_2 = \frac{\Delta_i^2}{2},$$

obtemos o seguinte sistema de equações

$$\begin{aligned}
A + 4B &= 2\pi, \\
A + B &= \pi,
\end{aligned}$$

que resulta em $A = \frac{2\pi}{3}$ e $B = \frac{\pi}{3}$.

Obtemos então para (3.57)

$$I^{\alpha\beta} = \int d\Omega_1^* q_1^\alpha q_2^\beta = \frac{2\pi}{3} \Delta_i^\alpha \Delta_i^\beta + \frac{\pi}{3} \Delta_i^2 g^{\alpha\beta} = \frac{\pi}{3} \left(2\Delta_i^\alpha \Delta_i^\beta + \Delta_i^2 g^{\alpha\beta} \right), \tag{3.59}$$

ou ainda para (3.56)

$$I^{\alpha\beta} = \int d\Omega_1^* \{q_1^\mu q_1^\nu + q_2^\mu q_1^\nu - g^{\mu\nu}(q_1 \cdot q_2)\} = \frac{4\pi}{3} (\Delta_i^\mu \Delta_i^\nu - \Delta_i^2 g^{\mu\nu}). \tag{3.60}$$

A integração de (3.56) sobre o ângulo sólido $d\Omega_1^*$ resulta em

$$\begin{aligned} \int d\Omega_1^* \sum_{pol} |M|^2 &= \frac{(gM_W)^2}{D(\Delta_i^2)} \left(-g^{\alpha\beta} + \frac{k^\alpha k^\beta}{M_W^2} \right) g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} \\ &\quad \frac{4\pi}{3} \frac{48\pi\Gamma_i}{M_W} (\Delta_i^\mu \Delta_i^\nu - \Delta_i^2 g^{\mu\nu}). \end{aligned} \quad (3.61)$$

O produto em (3.61)

$$\left(-g^{\alpha\beta} + \frac{k^\alpha k^\beta}{M_W^2} \right) g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} (\Delta_i^\mu \Delta_i^\nu - \Delta_i^2 g^{\mu\nu}),$$

pode ser expresso por separado, ou seja,

$$\left(-g^{\alpha\beta} + \frac{k^\alpha k^\beta}{M_W^2} \right) g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_W^2} \right),$$

e

$$\left(-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_W^2} \right) (\Delta_i^\mu \Delta_i^\nu - \Delta_i^2 g^{\mu\nu}) = \Delta_i^2 \left[2 + \frac{(k \cdot \Delta_i)^2}{M_W^2 \Delta_i^2} \right].$$

Com os termos acima calculados, a integral do elemento de matrix pode ser escrita na forma

$$\int d\Omega_1^* \sum_{pol} |M|^2 = \frac{(gM_W)^2}{D(\Delta_i^2)} \frac{m_H^4}{4M_W} \frac{4\pi}{3} \frac{48\pi\Gamma_i}{M_W} \left[\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2) + \frac{12M_W^2 \Delta_i^2}{m_H^4} \right]. \quad (3.62)$$

Assim, obtemos a expressão (3.54)

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega_k^- d\Delta_i^2} = \frac{(2\pi)^{-5}}{128m_H} \sqrt{\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2)} \frac{(gM_W)^2}{D(\Delta_i^2)} \frac{m_H^4}{4M_W} \frac{4\pi}{3} \frac{48\pi\Gamma_i}{M_W} \left[\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2) + \frac{12M_W^2 \Delta_i^2}{m_H^4} \right]. \quad (3.63)$$

Na equação anterior percebemos que não há dependência sobre o ângulo sólido associado ao bóson W real. Deste modo podemos realizar uma integração trivial sobre $d\Omega_k^-$, encontrando

$$\frac{d\Gamma}{d\Delta_i^2} = \frac{G_F m_H^3}{8\pi\sqrt{2}} \sqrt{\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2)} \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_i M_W}{|D(\Delta_i^2)|} \left[\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2) + \frac{12M_W^2 \Delta_i^2}{m_H^4} \right].$$

Integrando agora sobre $d\Delta_i^2$ obtemos

$$\Gamma = \frac{G_F m_H^3}{8\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\pi} \int d\Delta_i^2 \frac{\Gamma_i M_W}{|D(\Delta_i^2)|} \sqrt{\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2)} \left[\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2) + \frac{12M_W^2 \Delta_i^2}{m_H^4} \right]. \quad (3.64)$$

Definindo

$$\Gamma_0^W(k, \Delta_i, m_H) \equiv \frac{G_F m_H^3}{8\pi\sqrt{2}} \sqrt{\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2)} \left[\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2) + \frac{12M_W^2 \Delta_i^2}{m_H^4} \right], \quad (3.65)$$

a largura de decaimento em (3.64) se torna

$$\Gamma = \frac{1}{\pi} \int d\Delta_i^2 \frac{\Gamma_i M_W}{|D(\Delta_i^2)|} \Gamma_0^W(k, \Delta_i, m_H). \quad (3.66)$$

Com a soma sobre todos os estados finais de decaimento de W , podemos substituir Γ_i por Γ_W .

Considerações similares se aplicam ao caso do decaimento $H \rightarrow Z^0 + f_i \bar{f}_i'$. A expressão em (3.66) pode ser generalizada como

$$\Gamma = \frac{1}{\pi} \int d\Delta_i^2 \frac{\Gamma_V M_V}{|D(\Delta_i^2)|} \Gamma_0^V(k, \Delta_i, m_H),$$

onde δ_V foi definido anteriormente e $k^2 = M_V^2$.

3.1.4 Decaimento $H \rightarrow V^* V^*$

Consideraremos o decaimento do bóson de Higgs em dois bósons virtuais [11]. Especificamente analisaremos o decaimento $H \rightarrow W^{+*} W^{-*} \rightarrow (f_i \bar{f}_i') + (f_j \bar{f}_j')$ e apresentaremos um resultado geral para todos os casos, como anteriormente visto. A cinemática do processo é ilustrada na figura (3.7), onde $(f_i \bar{f}_i')$ é um dos canais de decaimento do W^- e $(f_j \bar{f}_j')$ é

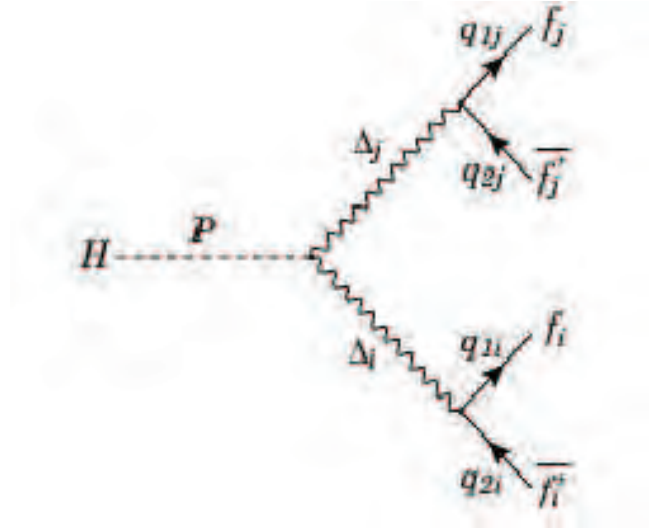


Figura 3.7: Diagrama de Feynman: $H \rightarrow V^* V^*$.

um dos canais de decaimento do W^+ .

A expressão para a largura de decaimento é

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{2m_H} \sum_{pol} |M|^2 d\Phi_4, \quad (3.67)$$

onde $d\Phi_4$ é o espaço de fase para 4 partículas que escrevemos como

$$d\Phi_4(P; k, q_1, q_2) = d\Phi_2(P; k, q_1, q_2) d\Phi_2(\Delta_i; q_{i_1}, q_{i_2}) . \quad (3.68)$$

$$(2\pi)^3 d\Delta_i^2 d\Phi_2(\Delta_j; q_{j_1}, q_{j_2}) (2\pi)^3 d\Delta_j^2, \quad (3.69)$$

com

$$\Delta_i = q_{i_1} + q_{i_2} ; \quad (\Delta_i)^2 = (q_{i_1} + q_{i_2})^2$$

$$\Delta_j = q_{j_1} + q_{j_2} ; \quad (\Delta_j)^2 = (q_{j_1} + q_{j_2})^2.$$

O espaço de fase para dois corpos pode ser escrito como

$$d\Phi_2(\Delta_i; q_{i_1}, q_{i_2}) = \frac{(2\pi)^{-6}}{8} d\Omega_{i_1}^* \quad ; \quad d\Phi_2(\Delta_i; q_{i_1}, q_{i_2}) = \frac{(2\pi)^{-6}}{8} d\Omega_{j_1}^*,$$

e

$$d\Phi_2(P; \Delta_i, \Delta_j) = \frac{(2\pi)^{-6}}{8} \sqrt{\lambda(\Delta_i^2, \Delta_j^2, m_H^2)} d\Omega_{\Delta_i}.$$

As três últimas equações acima são análogas à equação (3.47) e novamente consideramos os produtos de decaimento com massa nula.

O elemento de matriz para o diagrama da figura (3.7) é dado por

$$M = (igM_W) \frac{1}{D(\Delta_i^2)} \frac{1}{D(\Delta_j^2)} \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{u}(q_{i_1}) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(q_{i_2}) \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{u}(q_{j_1}) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(q_{j_2}),$$

com $D(\Delta_i^2)$ e $D(\Delta_j^2)$ os propagadores dos bósons vetoriais presentes no processo.

O cálculo do módulo quadrado do elemento de matriz resulta em

$$\sum_{pol} |M|^2 = (gM_W)^2 \frac{1}{D(\Delta_i^2)} \frac{1}{D(\Delta_j^2)} g^4$$

$$[q_{i_1}^\mu q_{i_2}^\nu - (q_{i_1} \cdot q_{i_2}) g^{\mu\nu} + q_{i_1}^\mu q_{i_2}^\nu] [q_{j_1\mu} q_{j_2\nu} - (q_{j_1} \cdot q_{j_2}) g_{\mu\nu} + q_{j_1\mu} q_{j_2\nu}],$$

que pode ainda ser escrito como

$$\sum_{pol} |M|^2 = (gM_W)^2 \frac{1}{D(\Delta_i^2)} \frac{1}{D(\Delta_j^2)} \frac{(48\pi)^2 \Gamma_i \Gamma_j}{M_W^2} [q_{i_1}^\mu q_{i_2}^\nu - (q_{i_1} \cdot q_{i_2}) g^{\mu\nu} + q_{i_1}^\mu q_{i_2}^\nu] [q_{j_1\mu} q_{j_2\nu} - (q_{j_1} \cdot q_{j_2}) g_{\mu\nu} + q_{j_1\mu} q_{j_2\nu}]. \quad (3.70)$$

Integrando (3.70) sobre os seguintes ângulos sólidos $d\Omega_{i_1}^*$ e $d\Omega_{j_1}^*$ obtemos

$$\int d\Omega_{i_1}^* d\Omega_{j_1}^* \sum_{pol} |M|^2 = (gM_W)^2 \frac{m_H^4}{4} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 \frac{1}{D(\Delta_i^2)} \frac{1}{D(\Delta_j^2)} \frac{(48\pi)^2 \Gamma_i \Gamma_j}{M_W^2} \left\{ \lambda(\Delta_i^2, \Delta_j^2, m_H^2) + 12 \frac{\Delta_i^2 \Delta_j^2}{m_H^4} \right\}. \quad (3.71)$$

Com (3.71), a largura de decaimento fica

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^{-8} (gM_W)^2 m_H^4}{2^{10} m_H} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^2 \frac{\sqrt{\lambda(\Delta_i^2, \Delta_j^2, m_H^2)}}{D(\Delta_i^2) D(\Delta_j^2)} \frac{(48\pi)^2 \Gamma_i \Gamma_j}{M_W^2} \left\{ \lambda(\Delta_i^2, \Delta_j^2, m_H^2) + 12 \frac{\Delta_i^2 \Delta_j^2}{m_H^4} \right\} d\Delta_i^2 d\Delta_j^2 d\Omega_{\tilde{\Delta}_i},$$

Integrando sobre $d\Omega_{\tilde{\Delta}_i}$ chegamos em

$$\Gamma = \frac{G_F m_H^3}{8\pi\sqrt{2}} \sqrt{\lambda(\Delta_i^2, \Delta_j^2, m_H^2)} \frac{1}{\pi} \int d\Delta_i^2 \frac{\Gamma_i M_W}{|D(\Delta_i^2)|^2} \quad (3.72)$$

$$\frac{1}{\pi} \int d\Delta_j^2 \frac{\Gamma_j M_W}{|D(\Delta_j^2)|^2} \left[\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2) + \frac{12 M_W^2 \Delta_i^2}{m_H^4} \right]. \quad (3.73)$$

A soma sobre todos os estados finais nos leva a

$$\Gamma = \frac{1}{\pi} \int d\Delta_i^2 \frac{\Gamma_V M_V}{|D(\Delta_i^2)|^2} \frac{1}{\pi} \int d\Delta_j^2 \frac{\Gamma_V M_V}{|D(\Delta_j^2)|^2} \Gamma_0^V(\Delta_i, \Delta_j, m_H), \quad (3.74)$$

onde

$$\Gamma_0^V(\Delta_i, \Delta_j, m_H) = \delta_V \frac{G_F m_H^3}{16\pi\sqrt{2}} \sqrt{\lambda(\Delta_i^2, \Delta_j^2, m_H^2)} \left[\lambda(M_W^2, \Delta_i^2; m_H^2) + \frac{12 M_W^2 \Delta_i^2}{m_H^4} \right].$$

3.1.5 Decaimento $H \rightarrow \gamma Z$

A expressão mais geral para o acoplamento $H \rightarrow \gamma Z$ devido a invariância de gauge é mostrada na figura (3.8), onde $A(q^2, m_H)$ é um fator de forma sem dimensão que depende somente da massa do Higgs e do quadrado do momento de Z (se Z é on-shell, $q^2 = M_Z^2$)

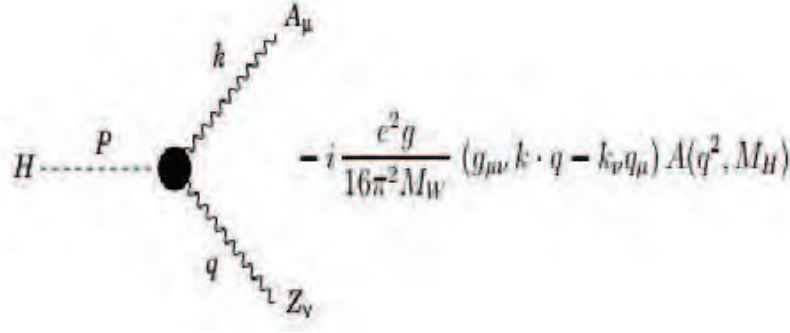


Figura 3.8: Diagrama de Feynman: $H \rightarrow \gamma Z$.

No Modelo Padrão a contribuição mais baixa para A é em nível de 1-loop e pode ser escrita como [11]

$$A = A_{MP} = A_W + A_F,$$

com A_W e A_F dados respectivamente por

$$A_W = -4 \cot \theta_W \left\{ \begin{array}{l} (3 - \tan^2 \theta_W) J_1(q^2, m_H^2, M_W^2) + \\ \left[-5 + \tan^2 \theta_W - \frac{1}{2} \frac{m_H^2}{M_W^2} (1 - \tan^2 \theta_W) \right] J_2(q^2, m_H^2, M_W^2) \end{array} \right\},$$

e

$$A_F = - \sum_f \frac{4g_v^f Q_f}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \left[-J_1(q^2, m_H, M_W^2) + 4J_2(q^2, m_H, M_W^2) \right].$$

Com Q_f associado à carga, em unidades de $|e|$, do férmion f no loop e $g_v^f = \frac{1}{2T_3^f} - Q_f \sin^2 \theta_W$. As expressões de J_1 e J_2 estão no apêndice.

A seguir usaremos este acoplamento geral para determinar ambos os processos de decaimento: on-shell e off-shell do bóson de Higgs.

3.1.6 O Decaimento On-Shell $H \rightarrow \gamma Z$

Os termos On-Shell e Off-Shell estão associados ao decaimento em partículas reais e virtuais respectivamente. Os decaimentos em partículas reais conservam energia e possuem um tempo de vida significativo para serem observadas. Os decaimentos em partículas virtuais também conservam energia, mas possuem um tempo de vida muito curto, sendo possível apenas a observação do produto final do decaimento dessa partícula, associado ao Princípio de Incerteza de Heisenberg.

A largura de decaimento deste processo pode ser escrita da seguinte forma [11]

$$d\Gamma = \sum_{pol} \frac{|M|^2}{2E_P} dQ,$$

com $2E_P$ sendo o fluxo inicial de partículas no processo e dQ é o espaço de fase final dado por

$$dQ = (2\pi)^4 \delta^4(k + q - P) \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2E_k} \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2E_q}.$$

Assim a largura de decaimento com o espaço de fase e com as devidas integrações sobre a função delta nos leva a

$$d\Gamma = \frac{1}{32\pi^2} \sum_{pol} |M|^2 \frac{|\vec{k}|}{m_H^2} d\Omega_{\vec{k}}. \quad (3.75)$$

A matriz invariante é dada por

$$M = \frac{(-ige^2)}{16\pi^2 M_W} \varepsilon^\mu(k) \varepsilon^\nu(q) (g_{\mu\nu} k \cdot q - k_\nu q_\mu) A(q^2, m_H),$$

e o módulo quadrado deste elemento de matriz é expreso por

$$\sum_{pol} |M|^2 = \left(\frac{ge^2}{16\pi^2 M_W} \right)^2 2(k \cdot q)^2 |A(q^2, m_H)|^2, \quad (3.76)$$

onde k , P e q são os quadrimomentos do fóton, do bóson de Higgs e do bóson de gauge Z respectivamente, que podem ser escritos em termos de suas componentes temporal e espacial como

$$k = (E_k, \vec{k}) \quad ; \quad P = (m_H, \vec{0}) \quad \text{e} \quad q = (E_q, \vec{q}).$$

Do diagrama de Feynmann da figura (3.8), a conservação do quadrimomento nos leva a

$$q = P - k,$$

e substituindo na expressão anterior as seguintes relações para energia relativística do fóton e do bóson obtemos

$$|\vec{k}| = \frac{(k \cdot q)}{m_H} = \frac{m_H}{2} \sqrt{\lambda(M_Z^2, 0, m_H^2)}, \quad (3.77)$$

com λ definido na equação (3.34).

Substituindo (3.76) e (3.77) em (3.75) e integrando sobre o ângulo sólido $d\Omega_{\vec{k}}$ obtemos finalmente para a largura de decaimento

$$\Gamma = \frac{G_F m_H^3}{4\pi\sqrt{2}} \frac{\alpha^2}{16\pi^2} \sqrt[3]{\lambda(M_Z^2, 0, m_H^2)} |A(q^2, m_H)|^2, \quad (3.78)$$

onde G_F é a constante de Fermi e α é a constante de estrutura fina.

3.1.7 O Decaimento Off-Shell $H \rightarrow \gamma Z^*$

Consideremos o decaimento $H \rightarrow \gamma Z^* \rightarrow \gamma f_i \bar{f}_i$ representado na figura (3.9)

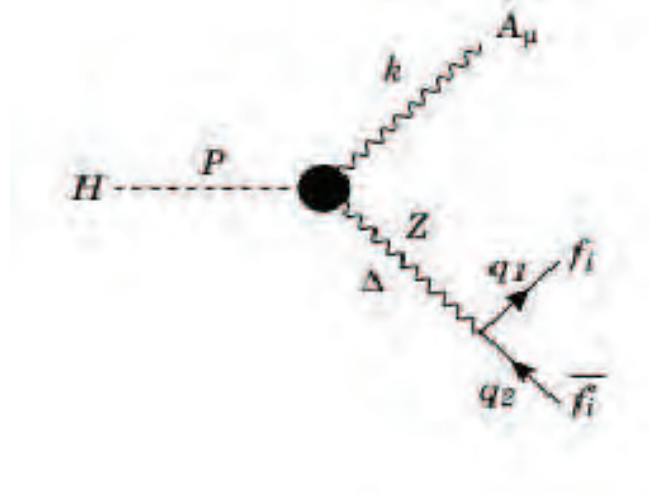


Figura 3.9: Diagrama de Feynman: $H \rightarrow \gamma$.

A largura de decaimento, desprezando a massa dos férmions, pode ser escrita como em (3.54), ou seja,

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^{-5}}{128m_H} \sum_{pol} |M|^2 \sqrt{\lambda(0, \Delta^2; m_H^2)} d\Omega_{\vec{k}} d\Omega_1^* d\Delta^2, \quad (3.79)$$

e o elemento de matriz é [11]

$$M = -\frac{ig e^2}{16\pi^2 M_W} \varepsilon^\mu(k) (g_{\mu\nu} k \cdot \Delta - k_\nu \Delta_\mu) \frac{A(\Delta^2, m_H)}{D(\Delta^2)} \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right) \bar{u}(q_1) \gamma^\nu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) v(q_2), \quad (3.80)$$

com $\Delta = q_1 + q_2$.

A soma sobre as polarizações e spins do módulo quadrado de (3.80) se torna

$$\sum_{pol} |M|^2 = \left(\frac{g e^2}{16\pi^2 M_W} \right)^2 \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 \frac{8A(\Delta^2, m_H)}{|D(\Delta^2)|^2} [(k \cdot \Delta) (k \cdot q_1) (\Delta \cdot q_2) + (k \cdot \Delta) (k \cdot q_2) (\Delta \cdot q_1) - (k \cdot q_1) (k \cdot q_2) (\Delta \cdot \Delta)] \quad (3.81)$$

Com o uso da equação (3.59) para realizar a integração sobre o ângulo sólido no

referencial do centro de massa do decaimento do bóson Z obtemos

$$\int \sum_{pol} |M|^2 d\Omega_1^* = \left(\frac{ge^2}{16\pi^2 M_W} \right)^2 \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 \frac{A(\Delta^2, m_H)}{|D(\Delta^2)|^2} \frac{8\pi}{3} \sqrt{\lambda(0, \Delta^2; m_H^2)} \Delta^2 m_H^4,$$

e a equação (3.79) pode ser calculada, resultando em

$$\frac{d\Gamma}{d\Delta^2} = \frac{\sqrt{\lambda(0, \Delta^2; m_H^2)}}{384\pi^3} \left(\frac{ge^2}{16\pi^2 M_W} \right)^2 \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 \frac{A(\Delta^2, m_H)}{|D(\Delta^2)|^2} (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \Delta^2 m_H^3. \quad (3.82)$$

Utilizando a largura parcial do decaimento

$$Z \rightarrow f_i \bar{f}_i, \Gamma_i = \frac{1}{12\pi} \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 (g_V^{f2} + g_A^{f2}) M_Z,$$

a expressão em (3.82) resulta em

$$\frac{d\Gamma}{d\Delta^2} = \frac{1}{32\pi^2} \left(\frac{ge^2}{16\pi^2 M_W} \right)^2 \frac{\sqrt{\lambda(0, \Delta^2; m_H^2)}}{|D(\Delta^2)|^2} \frac{A(\Delta^2, m_H) \Delta^2 m_H^3}{M_Z} \Gamma_i. \quad (3.83)$$

Integrando sobre todos os estados finais obtemos finalmente

$$\Gamma = \frac{1}{\pi} \int d\Delta^2 \frac{\Gamma_Z}{M_Z} \frac{\Delta^2}{|D(\Delta^2)|^2} \Gamma^{\gamma Z}(m_H, \Delta^2), \quad (3.84)$$

onde

$$\Gamma^{\gamma Z}(m_H, \Delta^2) = \frac{G_F m_H^3}{4\pi\sqrt{2}} \frac{\alpha^2}{16\pi^2} \sqrt{\lambda(0, \Delta^2; m_H^2)} |A(\Delta^2, m_H)|^2, \quad (3.85)$$

é o decaimento em um Z off-shell e resulta na equação (3.78) quando $\Delta^2 = M_Z^2$.

3.1.8 O Decaimento Off-Shell $H \rightarrow \gamma\gamma$

Para terminar, abordaremos o decaimento do bóson de Higgs em dois fótons [11].

O diagrama de Feynman para este processo devido à invariância de gauge está indicado na figura (3.10).

A largura de decaimento é a mesma dada pela equação (3.75)

$$d\Gamma = \frac{1}{32\pi} \sum_{pol} |M|^2 |\vec{k}| \frac{1}{m_H^2} d\Omega_{\vec{k}}. \quad (3.86)$$

A matriz invariante pode ser escrita como

$$M = \frac{ige^2}{16\pi^2 M_W} \varepsilon^\mu(k) \varepsilon^\nu(k) (g_{\mu\nu} k \cdot \Delta - k_\nu \Delta_\mu) I(q^2, m_H). \quad (3.87)$$

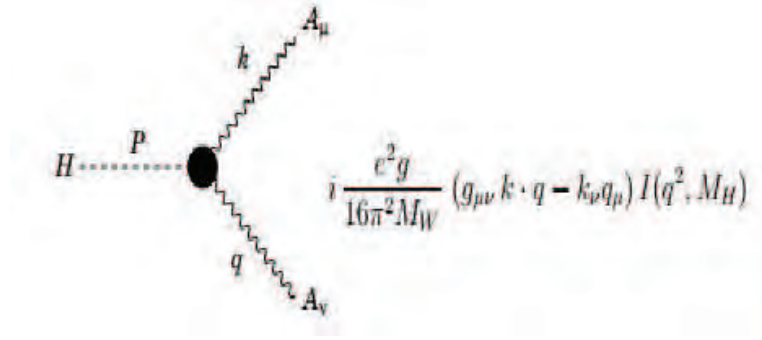


Figura 3.10: Diagrama de Feynman: $H \rightarrow \gamma\gamma$.

A soma sobre as polarizações e spins resulta em

$$\sum_{pol} |M|^2 = \left(\frac{ge^2}{16\pi^2 M_W} \right) 2(k \cdot q)^2 |I(q^2, m_H)|^2. \quad (3.88)$$

Com os quadrimomentos

$$k = (|\vec{k}|, \vec{k}) \quad ; \quad q = (m_H - |\vec{q}|, -\vec{q}) \quad ; \quad P = (m_H, \vec{0}),$$

a equação (3.88) pode ser escrita como

$$\sum_{pol} |M|^2 = \left(\frac{ge^2}{16\pi^2 M_W} \right) \frac{m_H^4}{2} |I(q^2, m_H)|^2. \quad (3.89)$$

Substituindo (3.89) em (3.86) e utilizando a relação $g^2 = \frac{e^2}{\sin^2 \theta_W}$, obtemos

$$\Gamma = \frac{\alpha^3 m_H^3}{128\pi^2 \sin^2 \theta_W M_W^2} |I(q^2, m_H)|^2.$$

Como temos dois fótons, ou seja, duas partículas idênticas dividimos a equação anterior por 2 e a largura de decaimento final é

$$\Gamma = \frac{\alpha^3 m_H^3}{256\pi^2 \sin^2 \theta_W M_W^2} |I(q^2, m_H)|^2. \quad (3.90)$$

É importante comentar o módulo que aparece na última relação. Ele se trata da correção em 1-loop para o processo e como no caso anterior, pode ser expresso por

$$I = I_{MP} = I_W + I_F,$$

onde

$$I_W = -4[-4J_1(q^2, m_H^2, M_W^2) + \left(6 + \frac{m_H^2}{M_W^2}\right) J_2(q^2, m_H^2, M_W^2)] \quad (3.91)$$

e

$$I_F = \sum_f 4Q_f^2 [-J_1(q^2, m_H^2, M_f^2) + J_2(q^2, m_H^2, M_f^2)], \quad (3.92)$$

onde J_1 e J_2 são as funções que se encontram no apêndice.

3.2 Resultados

Calculamos as larguras de decaimento para cada processo de decaimento do bóson de Higgs no Modelo Padrão e com a utilização do resultado numérico do programa HDECAY [12] construímos os seguintes gráficos:

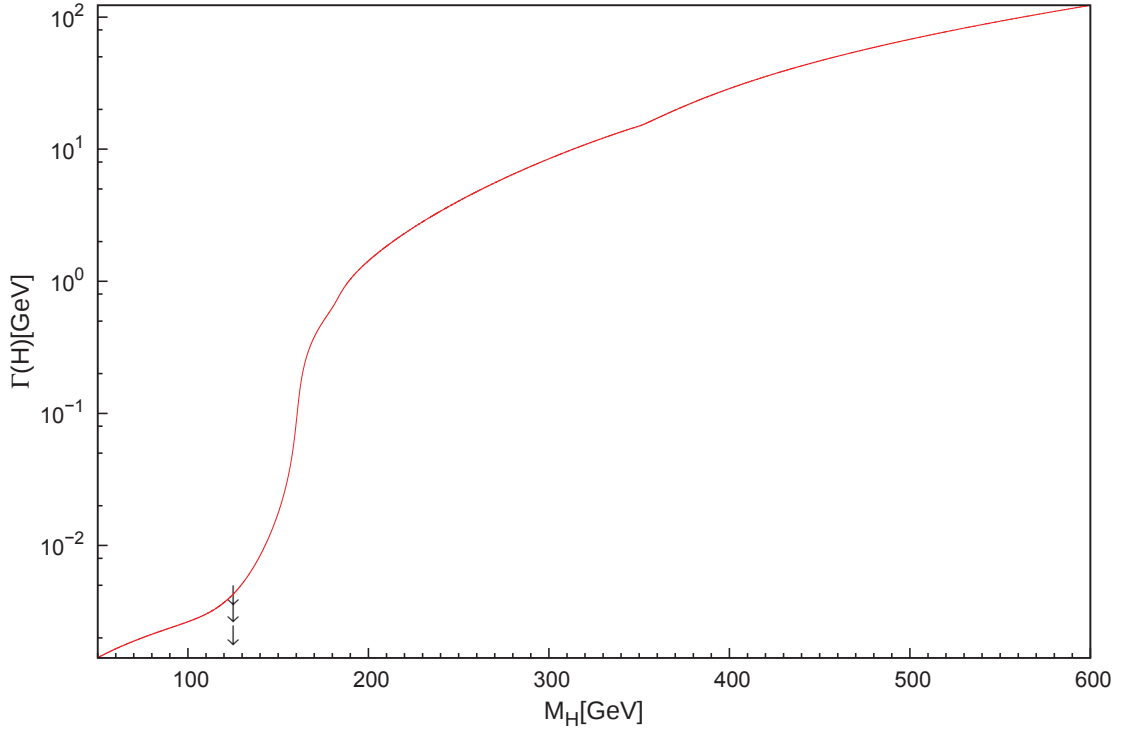


Figura 3.11: Largura total do bóson de Higgs como função da sua massa. A indicação na figura representa a massa do provável bóson de Higgs observado no LHC.

O primeiro gráfico na figura (3.11) representa a largura de decaimento total do bóson de Higgs como função de sua massa. A largura de decaimento total é a soma de todas as larguras de decaimento parcial.

O segundo gráfico indicado na figura (3.12) representa os "branching ratio" dos diferentes modos de decaimento do bóson de Higgs. O branching ratio é definido como

$$BR = \frac{\Gamma_{canal}}{\sum \Gamma},$$

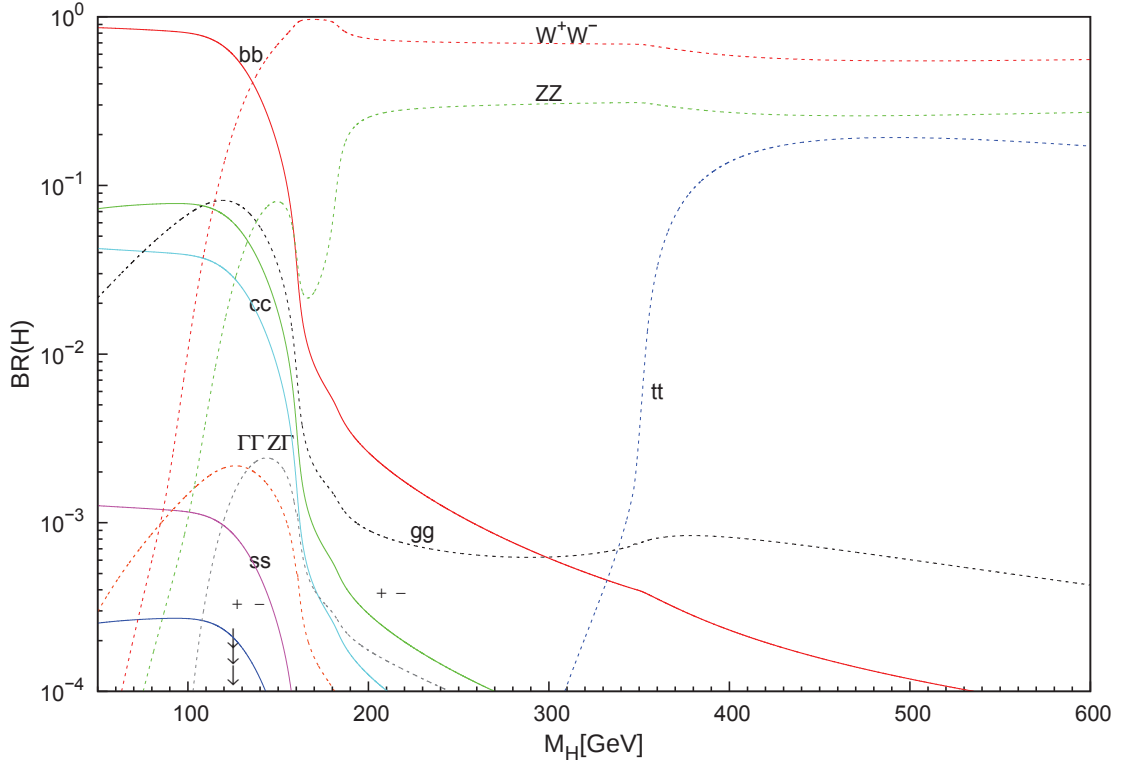


Figura 3.12: Modos de decaimentos do bóson de Higgs: Branching ratios como função da sua massa. A indicação na figura representa a massa do provável bóson de Higgs observado no LHC.

onde $\sum \Gamma$ é a largura de decaimento total. Esta grandeza representa o valor de ocorrência de um processo dentre todos os processos que podem acontecer. Assim podemos analisar o resultado considerando diferentes valores para a massa do bóson de Higgs. A largura de decaimento é, a grosso modo, o inverso do tempo de vida da partícula que se desintegra, com sua unidade dada em GeV . Sua importância está ligada ao fato de, por meio dela, se poder realizar comparações de uma determinada teoria com os resultados experimentais.

- Para $m_H < 2M_W$

O processo de decaimento que ocorre considerando esse intervalo na escala de massa, é o decaimento em pares de férmions. Da expressão (3.22) observa-se que a largura de decaimento é diretamente proporcional ao quadrado da massa do férmion, de modo que o processo dominante é

$$H \rightarrow b\bar{b},$$

onde a massa do quark bottom é aproximadamente $4.5 GeV$.

- Para $2M_W < m_H < 2m_t$

Onde m_t é a massa do quark top. Para esse valor da massa do bóson de Higgs os processos que se tornam dominantes são os modos de decaimento em pares de bósons de

gauge. Os seguintes processos $H \rightarrow VV^*$ também considerados, ocorrem com os seus produtos finais, respeitando leis de conservação apropriadas.

- Para $2M_W < 2m_t < m_H$

Com esta restrição, o bóson de Higgs decai preferencialmente em pares $t\bar{t}$.

- Um modo de decaimento importante e raro é o decaimento do bóson de Higgs em dois fótons. Mesmo este decaimento possuindo um branching ratio pequeno, ele se torna relevante na detecção do Higgs, se o valor de sua massa se encontrar entre 110 GeV e 140 GeV. Este processo ocorre em nível 1-loop através de partículas carregadas eletricamente.
- O decaimento em gluon-gluon também acontece através de loop de partículas carregadas, neste caso, com cor. Abaixo do limite em que os processos dos bósons vetoriais são concebidos, o branching ratio do gg é comparável àqueles para $\tau^+\tau^-$ e $c\bar{c}$.

Acima analisamos os processos que podem ocorrer considerando a escala de massa associada. Consideramos agora a massa medida para o provável bóson observado no LHC recentemente, tal partícula apresenta uma massa ao redor de 125 GeV.

Para este valor de massa os modos de decaimento estudados foram os seguintes: decaimento em pares de bottom, decaimento em dois fótons e decaimento nos pares gg , $\tau^+\tau^-$ e $c\bar{c}$.

O decaimento em $b\bar{b}$ possui um branching ratio alto em relação aos demais modos, isto é devido ao fato de a largura de decaimento ser proporcional a massa e consequentemente o acoplamento ser grande com férmions pesados.

O decaimento em pares de fótons no Modelo Padrão, não ocorre em nível árvore sendo possível através de correções quânticas, ou seja, loop de partículas carregadas (férmions ou bósons), que por sua vez decaem nos fótons. Mesmo sua largura de decaimento sendo relativamente baixa, sua relevância está no fato de fornecer um sinal claro, com um fundo menor que o decaimento em $b\bar{b}$. O termo "fundo" é proveniente do inglês (background) e representa eventos que nos dão resultados que se assemelham a um dado sinal em particular procurado. Essas semelhanças significam características cinemáticas e estados finais similares aos do sinal procurado.

3.3 Produção do Bóson de Higgs

Na seção anterior vimos os modos de decaimento do bóson de Higgs no Modelo Padrão e suas respectivas larguras de decaimento. Estudaremos agora os seus principais mecanismos de produção. Na produção do bóson de Higgs em aceleradores hadrônicos utilizamos

os acoplamentos a partículas pesadas, tais como os bósons de gauge W e Z , o quark top e o quark bottom [15].

Os principais mecanismos de produção são os seguintes: produção associada com os bósons W/Z ; o processo de fusão dos bósons de gauge W/Z ; o mecanismo de fusão glúon-glúon e produção associada do bóson de Higgs com quarks pesados, isto é, top e bottom.

Para cada processo apresentamos o seu respectivo diagrama de Feynman.

- Produção Associada com W/Z

Na figura (3.13) está mostrado o diagrama de Feynman para o processo.

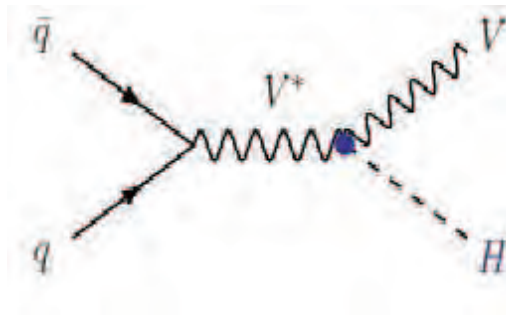


Figura 3.13: Diagrama de Feynman: $q\bar{q} \rightarrow V + H$.

- Fusão de Bósons de Gauge

Processo indicado na figura (3.14).

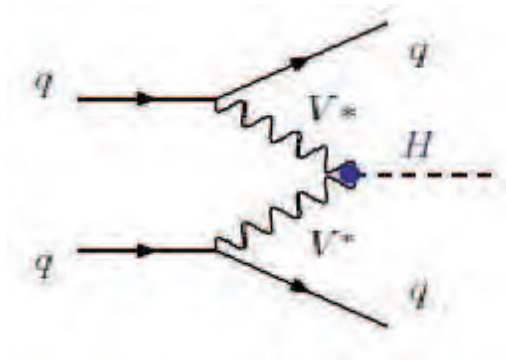


Figura 3.14: Diagrama de Feynman: $qq \rightarrow V^*V^* \rightarrow qq + H$.

- Fusão Glúon-Glúon

Processo indicado na figura (3.15).

- Produção Associada com quarks pesados (bottom e top)

Processo indicado na figura (3.16).

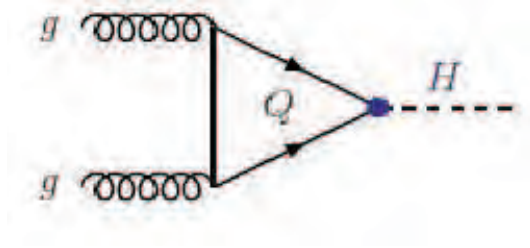


Figura 3.15: Diagrama de Feynman: $gg \rightarrow H$.

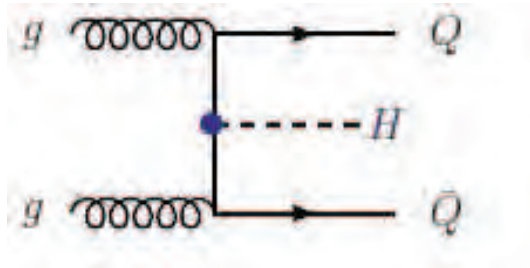


Figura 3.16: Diagrama de Feynman: $gg, q\bar{q} \rightarrow Q\bar{Q} + H$.

3.3.1 Processo de Fusão de Bósons Vetoriais

Nesta seção calcularemos a seção de choque para a produção do bóson de Higgs a partir da interação com férmions, mais precisamente quark-antiquark. O processo se dá através do fenômeno de bremsstrahlung dos quarks nos prótons, que emitem bósons de gauge virtuais [16]. Este mecanismo é dominante no caso do bóson de Higgs com valor de massa elevado [17].

O diagrama de Feynmann para este processo é dado pela figura (3.17)

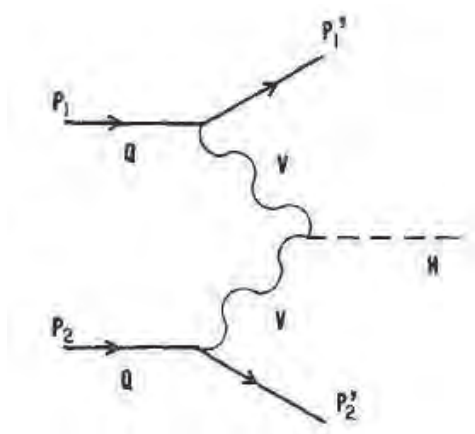


Figura 3.17: Diagrama de Feynman da produção do bóson de Higgs a partir da fusão de bósons vetoriais.

A amplitude invariante pode ser escrita como

$$M = g_{VVH} \bar{u}(p'_1) \gamma^\lambda (g_V + g_A \gamma_5) u(p_1) \bar{u}(p'_2) \gamma_\lambda (g'_V + g'_A \gamma_5) u(p_2) (q_1^2 - M_V^2)^{-1} (q_2^2 - M_V^2)^{-1}. \quad (3.93)$$

Para o caso no qual o bóson de gauge é $V = W$, o acoplamento é dado por

$$g_{WWH} = g M_W ,$$

e sabendo que

$$i \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) = i \gamma^\mu \left(\frac{g}{2\sqrt{2}} - \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma_5 \right),$$

conclui-se que

$$g_V = \frac{g}{2\sqrt{2}} \quad ; \quad g_A = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \implies g_V = -g_A. \quad (3.94)$$

Quando $V = Z$ e considerando o vértice na figura (3.18), e comparando com as seguintes abaixo

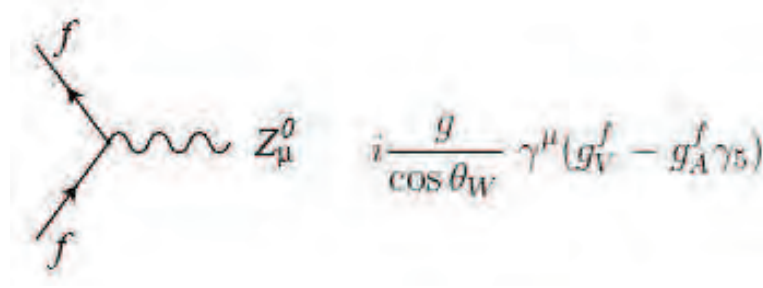


Figura 3.18: Diagrama de Feynman Z^0 com os fêrmions e respectivo acoplamento.

$$g_V^f = \frac{1}{2} T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W \quad ; \quad g_A^f = \frac{1}{2} T_3^f,$$

obtemos

$$g_V^f = \frac{g}{\cos \theta_W} \left(\frac{1}{2} T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W \right) \quad \text{e} \quad g_A^f = -\frac{g}{\cos \theta_W} T_3^f,$$

com

$$g_L = \frac{1}{2} (g_V - g_A) \quad ; \quad g_R = \frac{1}{2} (g_V + g_A).$$

Agora calcularemos o quadrado do elemento de matriz. O conjugado hermitiano de (3.93) fica

$$M^\dagger = g_{VV} (q_1^2 - M_V^2)^{-1} (q_2^2 - M_V^2)^{-1} \left[\bar{u}(p_2) (g'_V - g'_A \gamma_5) \gamma_\mu u(p'_2) \bar{u}(p_1) (g_V - g_A \gamma_5) \gamma^\mu u(p'_1) \right],$$

e seu respectivo módulo quadrado é escrito como

$$\begin{aligned}
|\bar{M}|^2 &= [g_{VV}(q_1^2 - M_V^2)^{-1}(q_2^2 - M_V^2)^{-1}]^2 \\
&\left\{ \bar{u}(p_1')\gamma^\lambda(g_V + g_A\gamma_5)u(p_1)\bar{u}(p_2')\gamma_\lambda(g_V' + g_A'\gamma_5)u(p_2) \right\} \\
&\left\{ \bar{u}(p_2)(g_V' - g_A'\gamma_5)\gamma_\mu u(p_2')\bar{u}(p_1)(g_V - g_A\gamma_5)\gamma^\mu u(p_1') \right\}. \quad (3.95)
\end{aligned}$$

O resultado anterior (3.95) com manipulações algébricas fica

$$\begin{aligned}
|\bar{M}|^2 &= [g_{VV}(q_1^2 - M_V^2)^{-1}(q_2^2 - M_V^2)^{-1}]^2 \\
&Tr \left[\not{p}_1' \gamma^\lambda (g_V + g_A \gamma_5) \not{p}_1 (g_V - g_A \gamma_5) \gamma^\mu \right] Tr \left[\not{p}_2' \gamma_\lambda (g_V' + g_A' \gamma_5) \not{p}_2 (g_V' - g_A' \gamma_5) \gamma_\mu \right] \quad (3.96)
\end{aligned}$$

Ao resolver estes traços encontramos para o elemento de matriz

$$|\bar{M}|^2 = 128(gM_W)^2 \left[C_1(p_1' \cdot p_2')(p_1 \cdot p_2) + C_2(p_1 \cdot p_2')(p_1' \cdot p_2) \right] (q_1^2 - M_V^2)^{-1}(q_2^2 - M_V^2)^{-1}, \quad (3.97)$$

com

$$C_1 = g_L^2 g_L'^2 + g_R^2 g_R'^2 \quad ; \quad C_2 = g_L^2 g_R'^2 + g_R^2 g_L'^2.$$

No centro de massa de $q_1 q_2$, as energias iniciais são

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\hat{s}}, \quad (3.98)$$

note que $\sqrt{\hat{s}} = (p_1 + p_2)$.

Definimos η e ξ em termos das energias finais dos quarks, ou seja,

$$E_1' = (1 - \eta)\frac{1}{2}\sqrt{\hat{s}} \quad ; \quad E_2' = (1 - \xi)\frac{1}{2}\sqrt{\hat{s}}. \quad (3.99)$$

A energia do bóson de Higgs formado é dada pela relação

$$E_H = l^0 = (\eta + \xi)\frac{1}{2}\sqrt{\hat{s}}. \quad (3.100)$$

Escrevendo a conservação do momento

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{l} + \vec{p}_1' + \vec{p}_2',$$

e considerando que no centro de massa dos quarks, a soma dos momentos iniciais é nula, obtemos

$$(\vec{l})^2 = (\vec{p}_1' + \vec{p}_2')^2 = E_H^2 - m_H^2. \quad (3.101)$$

O ângulo θ de espalhamento é definido por

$$\cos \theta = -\hat{\mathbf{p}}'_1 \cdot \hat{\mathbf{p}}'_2, \quad (3.102)$$

onde $\hat{\mathbf{p}}'_1$ e $\hat{\mathbf{p}}'_2$ são os momentos do quark e antiquark no estado final, respectivamente.

O produto escalar acima pode ser calculado escrevendo as energias finais através da relação energia-momento e encontrando os momentos finais associados, isto é

$$E_1'^2 = \vec{p}_1'^2 + m_f^2 \quad ; \quad E_2'^2 = \vec{p}_2'^2 + m_f^2 \quad ,$$

o que nos leva, desprezando a massa dos férmions, a

$$|\vec{p}_1'| = (1 - \eta) \frac{1}{2} \sqrt{\hat{s}} \quad , \quad |\vec{p}_2'| = (1 - \xi) \frac{1}{2} \sqrt{\hat{s}}. \quad (3.103)$$

Substituindo (3.103) em (3.102) temos

$$\cos \theta = -\frac{\vec{p}_1'}{|\vec{p}_1'|} \cdot \frac{\vec{p}_2'}{|\vec{p}_2'|}. \quad (3.104)$$

Explicitando a relação (3.101) chega-se em

$$\vec{p}_1' \cdot \vec{p}_2' = \frac{\hat{s}}{4} \left[\eta \xi - 1 + \eta + \xi - \frac{2m_H^2}{\hat{s}} \right]. \quad (3.105)$$

Com (3.105) em (3.104) obtemos finalmente

$$\cos \theta = -\hat{\mathbf{p}}'_1 \cdot \hat{\mathbf{p}}'_2 = \frac{1 - 2 \left[\eta \xi + \frac{m_H^2}{\hat{s}} \right]}{(1 - \eta)(1 - \xi)}. \quad (3.106)$$

Neste processo as condições cinemáticas ocorrem para $\cos \theta = \pm 1$ e a região permitida é estabelecida segundo as seguintes relações:

$$\xi \eta \geq \frac{m_H^2}{2} \quad , \quad \xi + \eta \leq 1 + \frac{m_H^2}{2}. \quad (3.107)$$

Para uma completa especificação do estado final, fixaremos a orientação do plano do estado final relativo aos eixos fixados no sistema de centro de massa $q_1 q_2$. Utilizaremos os ângulos de Euler para essa descrição, com a escolha padrão de um plano do estado final perpendicular ao eixo z definido por $\hat{\mathbf{p}}'_1$. A orientação padrão tem $\hat{\mathbf{p}}_1$ ao longo do eixo x.

A orientação do estado final é definida em relação a esta escolha padrão, pela rotação ao redor do eixo y por um ângulo β e em seguida por uma rotação ao redor do novo eixo

z através de um ângulo α . Com isso podemos escrever

$$\hat{\mathbf{p}}_1' = \cos \alpha \cos \beta \hat{\mathbf{x}} + \sin \alpha \hat{\mathbf{y}} + \sin \beta \cos \alpha \hat{\mathbf{z}}, \quad (3.108)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_2' = -\cos(\alpha - \theta) \cos \beta \hat{\mathbf{x}} - \sin(\alpha - \theta) \hat{\mathbf{y}} + \sin \beta \cos(\alpha - \theta) \hat{\mathbf{z}}. \quad (3.109)$$

Os escalares de Lorentz são

$$\begin{aligned} p_1 \cdot p_2 &= \frac{1}{2} \hat{s}, \\ p_1' \cdot p_2' &= \frac{\hat{s}}{4} (1 - \zeta)(1 - \eta)(1 + \cos \theta), \\ p_1 \cdot p_2' &= \frac{\hat{s}}{4} (1 - \zeta) [1 - \cos(\alpha - \theta) \sin \beta], \\ p_1' \cdot p_2 &= \frac{\hat{s}}{4} (1 - \eta) [1 - \cos \alpha \sin \beta], \\ q_1^2 &= -\frac{\hat{s}}{2} (1 - \eta) [1 + \cos \alpha \sin \beta], \\ q_2^2 &= -\frac{\hat{s}}{2} (1 - \zeta) [1 + \cos(\alpha - \theta) \sin \beta]. \end{aligned} \quad (3.110)$$

A seção de choque diferencial para este processo é dada por

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^{-4}}{16\hat{s}} |\bar{M}|^2 dE_1' dE_2' d\alpha d\cos \beta \quad (3.111)$$

$$= 2^{-10} \pi^{-4} |\bar{M}|^2 d\eta d\xi d\alpha d\cos \beta. \quad (3.112)$$

Com os resultados acima, podemos agora escrever a seção de choque para o processo $WW \rightarrow H$. Isso pode ser feito considerando,

$$g_R = 0 \quad ; \quad C_2 = 0. \quad (3.113)$$

O elemento de matriz (3.97) com (3.113) fica

$$|\bar{M}|^2 = 128(gM_W)^2 C_1(p_1' \cdot p_2')(p_1 \cdot p_2)(q_1^2 - M_V^2)^{-1}(q_2^2 - M_V^2)^{-1}. \quad (3.114)$$

O uso das expressões de (3.110) nos leva à seguinte expressão para a seção de choque diferencial

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{128(gM_W)^2 d\eta d\xi d\alpha d\cos \beta (1 + \cos \theta)}{2^{10} \pi^4 \hat{s}^2} \left[1 + \cos \alpha \sin \beta + \frac{2M_W^2}{(1 - \eta)\hat{s}} \right]^{-2} \\ &\quad \left[1 + \cos(\alpha - \theta) \sin \beta + \frac{2M_W^2}{(1 - \eta)\hat{s}} \right]^{-2}, \end{aligned} \quad (3.115)$$

lembrando que $\cos \theta$ é obtido em (3.106) em função de ξ e η .

3.3.2 Produção Associada com W/Z (Higgs-strahlung)

O processo Higgs-strahlung ($e^+e^- \rightarrow ZH \rightarrow \bar{\nu}\nu H$) [18] é outro mecanismo de produção do bóson de Higgs no Modelo Padrão e ele se torna dominante para baixas energias, ou seja, abaixo de 200 GeV [19]. Embora este processo tenha uma seção de choque baixa quando comparado a soma das seções de choques parciais de todos os processos que podem ocorrer para a produção do bóson de Higgs, sua importância está no fato do estado final possuir um sinal com pouco fundo nas regiões intermediárias de massa para o bóson de Higgs.

Aqui não explicitaremos o cálculo da seção de choque para este processo, uma vez que este pode ser feito realizando etapas análogas ao caso anterior.

A seção de choque é dada por [20]

$$\sigma = \frac{G_F^2 M_Z^2}{96\pi s} (v_e^2 + a_e^2) \lambda^{1/2} \frac{\lambda + 12M_Z^2/s}{(1 - M_Z^2/s)^2},$$

onde $\sqrt{s}$ é a energia do centro de massa, $g_A^2 = -1$ e $g_V^2 = -1 + 4\sin^2 \theta_W$ são a parte axial e vetorial, respectivamente, da corrente; $\lambda = (1 - m_H^2/s - M_Z^2/s)^2 - 4m_H^2 M_Z^2/s^2$ é a função usual do espaço de fase de duas partículas.

3.4 Resultados

Com a utilização dos resultados numéricos dos softwares (HIGLU, HPAIR, VV2H E V2HV)[12], construímos o gráfico indicado na figura (3.19), que inclui os principais modos de produção do bóson de Higgs.

- Fusão de Glúons: Processo predominante em altas energias, para regiões de massa intermediária do bóson de Higgs, ou seja, de 118 GeV-400 GeV. Este processo possui uma seção de choque muito significativa e ocorre a 1-loop.
- Produção Associada: Processo dominante na região de baixas energias com seção de choque de duas ordens de grandeza menor que o processo de fusão dos glúons.
- Fusão de Bósons Vetoriais: Este processo possui uma seção de choque menor que a fusão de glúons (aproximadamente uma ordem de grandeza), embora para grandes valores na escala de massa (acima de 400 GeV) ele possa predominar sobre a fusão de glúons.
- Processo: $gg, q\bar{q} \rightarrow Hb\bar{b}$: Processo com seção de choque significativa para $m_H \leq 200 \text{ GeV}$.

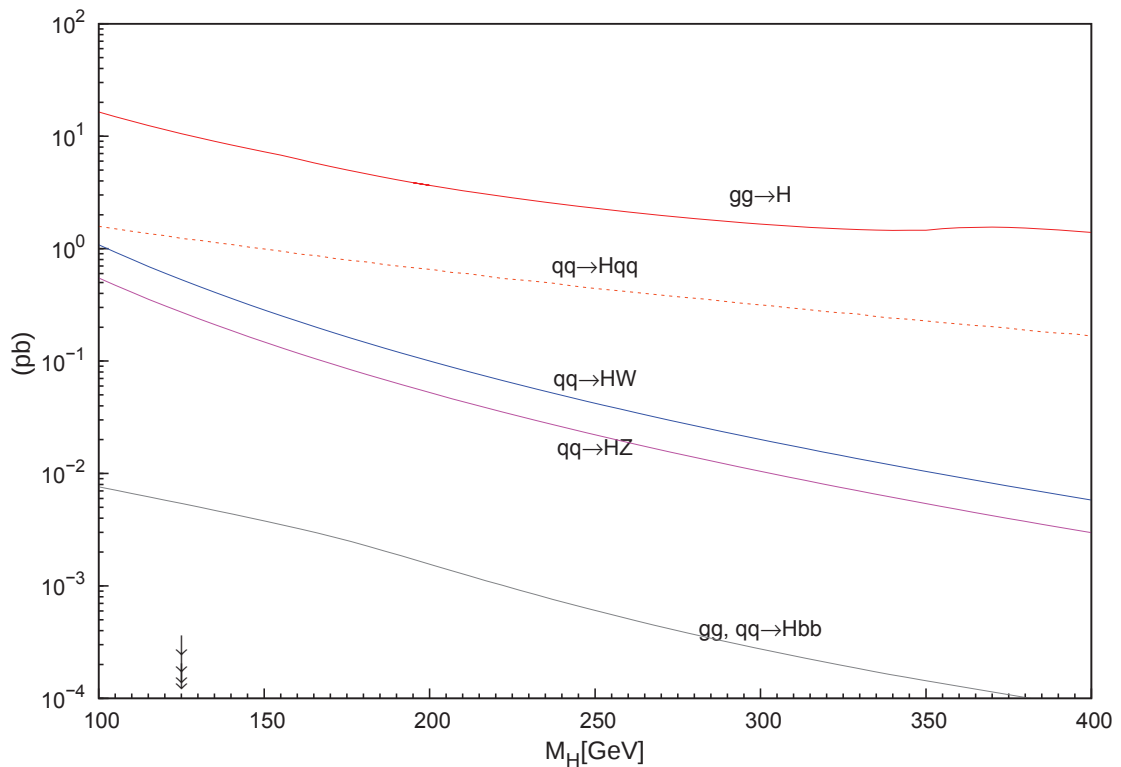


Figura 3.19: Seções de choque para a produção do bóson de Higgs para energia do centro de massa de 7TeV. A indicação na figura representa a massa do provável bóson de Higgs observado no LHC.

Recentemente no LHC, foi observada uma partícula com uma massa próxima de 125GeV. Tudo leva a acreditar que seja o bóson de Higgs, embora testes continuem sendo realizados para corroborar o fato.

Para o provável bóson de Higgs encontrado no LHC, o processo de fusão de glúons contribui com uma seção de choque da ordem de aproximadamente 10^2 pb. O processo de produção associada pode ter sido relevante na detecção por ocorrer em baixas energias, ou seja, dentro da escala de massa onde o bóson foi observado.

Com uma massa em torno de 125GeV, este processo pode ter sido relevante para a detecção do bóson de Higgs no LHC. O último processo acima também domina dentre os processos citados anteriormente. O produto final observado são 4 férmions. Com os mesmos softwares indicados anteriormente contruímos o gráfico na figura (3.20) para as seções de choque dos processos de produção para o Modelo Padrão, com a energia do centro de massa igual a 14TeV.

Ao compararmos com o gráfico das seções de choque com energia de centro de massa de 7TeV, a única diferença está no valor das seções de choques, elas apresentam um valor maior para o caso de energia do centro de massa igual a 14TeV.

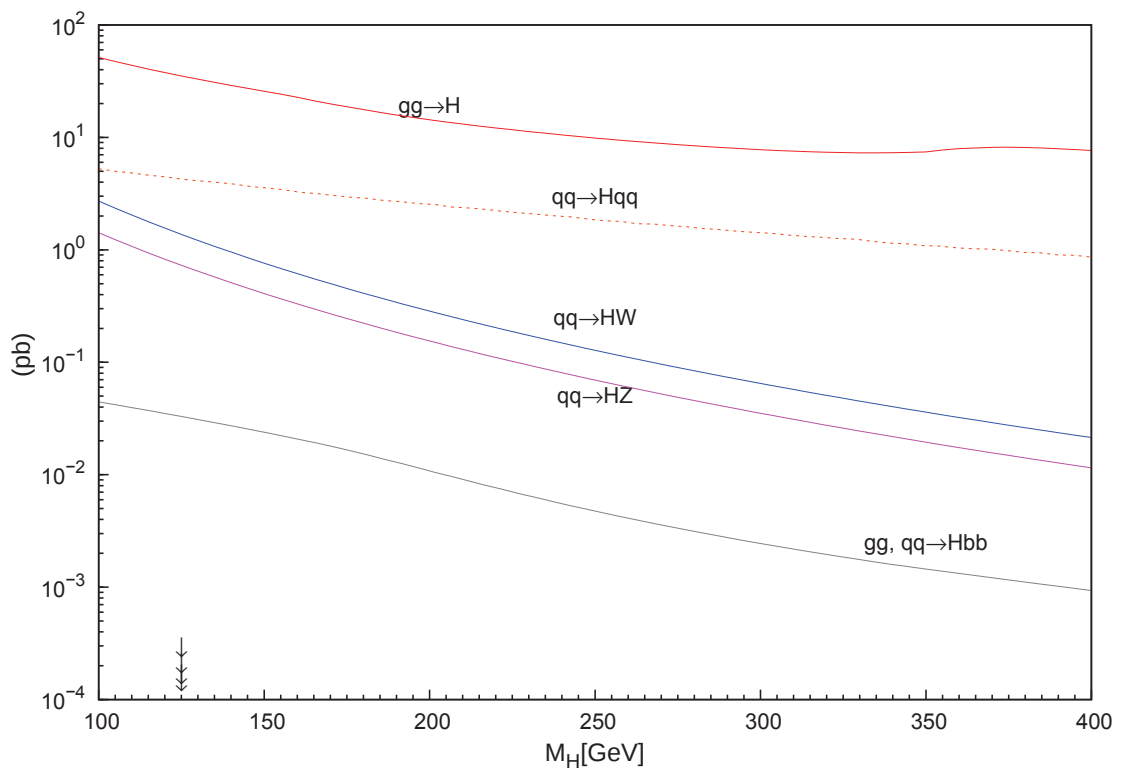


Figura 3.20: Seções de choque para a produção do bóson de Higgs para energia do centro de massa de 14TeV. A indicação na figura representa a massa do provável bóson de Higgs observado no LHC.

Capítulo 4

O bóson de Higgs em modelos supersimétricos

O modelo de Glashow-Weinberg-Salam (modelo GWS) está próximo de ser completamente verificado experimentalmente. Uma das suas confirmações é a descoberta dos bósons de gauge W e Z. A quebra de simetria eletrofraca é um dos ingredientes em aberto. Neste modelo a quebra de simetria é uma consequência do mecanismo de Higgs, que leva ao aparecimento de escalares elementares (bósons de Higgs) na teoria. Como a massa do bóson de Higgs é um parâmetro livre da teoria, assume-se geralmente que o seu valor deva ser menor que 1 TeV[21]. Caso a massa do bóson de Higgs seja maior que 1 TeV, os seus auto-acoplamentos se tornam fortes e já não é mais apropriado tratar o modelo de GWS como uma teoria de acoplamento fraco. Esta consideração tem levado ao problema conhecido na literatura como problema de Hierarquia e Naturalidade.

Uma solução que mantém o bóson de Higgs como um campo elementar é a teoria supersimétrica. Nesta, as massas das partículas escalares são relacionadas às massas dos férmions pela supersimetria e deste modo podem ser naturalmente leves devido a simetrias quirais aproximadas.

Em teorias supersimétricas todos os férmions e bósons conhecidos possuem parceiros supersimétricos [22]. A supersimetria impõe uma exigência sobre a estrutura de multipletos da teoria. No Modelo Padrão é necessário apenas um dubleto de bósons de Higgs para gerar massas aos quarks e léptons. Na supersimetria são essenciais dois dubletos de Higgs para gerar massa dos quarks tipo up e tipo down e dos correspondentes léptons. Consideraremos, como referência básica no desenvolvimento do nosso trabalho, o artigo publicado por [22].

4.1 Modelo de dois dubletos de Higgs

A extensão supersimétrica do Modelo Padrão, conhecido como Modelo Padrão Mínimo Supersimétrico (sigla em inglês, MSSM), é construída a partir do mínimo de dois dubletos de campos escalares. Deste modo faremos uma breve introdução do modelo de dois dubletos de Higgs.

Consideramos dois dubletos de campos escalares complexos, ϕ_1 e ϕ_2 , com hipercarga $Y=1$. O potencial para o bóson de Higgs que quebra espontaneamente a simetria de $SU(2) \otimes U(1)$ em $U(1)_{em}$ é dado por

$$\begin{aligned}
 V(\phi_1, \phi_2) = & \lambda_1 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2 \right)^2 + \lambda_2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2 \right)^2 + \\
 & + \lambda_3 \left[\lambda_1 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2 \right) + \lambda_2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2 \right) \right]^2 \\
 & + \lambda_4 \left[\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) - \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_1 \right) \right] \\
 & + \lambda_5 \left[\Re \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) - v_1 v_2 \cos \xi \right]^2 \\
 & + \lambda_6 \left[\Im \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) - v_1 v_2 \sin \xi \right]^2 + \lambda_7.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde ξ é um parâmetro do potencial.

Os parâmetros λ_i em (4.1) são todos reais; o termo λ_7 é utilizado apenas por conveniência. No caso supersimétrico é conveniente a escolha de λ_7 de tal modo que o mínimo do potencial seja $V = 0$ no limite supersimétrico.

Se $\lambda_i \geq 0$, então o mínimo para o potencial em (4.1) é

$$\langle \phi_1 \rangle = \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \phi_2 \rangle = \begin{pmatrix} v_2 \exp i\xi \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{4.2}$$

conduzindo à quebra espontânea da simetria como estabelecido.

No caso supersimétrico impõe-se a condição de que $\lambda_5 = \lambda_6$ na equação (4.1) e se estabelece a redefinição de $\phi_2 \rightarrow \phi_2 \exp i\xi$, a fim de que a fase ξ seja removida. Como consequência disso, os valores esperados de ϕ_1 e ϕ_2 podem ser escolhidos reais e positivos.

Para o modelo de dois dubletos, não consideraremos o potencial em (4.1) como o mais geral, em vez disso, os resultados serão encontrados assumindo $\xi = 0$ (com $\lambda_5 \neq \lambda_6$). O potencial encontrado com a condição anterior requerida é o potencial mais geral para o modelo de dois dubletos de Higgs.

Na sequência determinaremos a matriz de massa quadrada para o bóson de Higgs. Por simplicidade, utilizaremos uma base real onde se definem os dubletos como

$$\phi_1 \equiv \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

e

$$\phi_2 \equiv \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_5 + i\phi_6 \\ \phi_7 + i\phi_8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \phi_5 \\ \phi_6 \\ \phi_7 \\ \phi_8 \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Os campos escalares ϕ_1, ϕ_2, ϕ_5 e ϕ_6 estão associados ao setor carregado, enquanto que ϕ_3, ϕ_4, ϕ_7 e ϕ_8 associam-se ao setor neutro.

O potencial (4.1) (com $\xi = 0$) torna-se

$$\begin{aligned} V(\phi_1, \phi_2) = & \lambda_1 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2 \right)^2 + \lambda_2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2 \right)^2 + \\ & + \lambda_3 \left[\lambda_1 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2 \right) + \lambda_2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2 \right) \right]^2 \\ & + \lambda_4 \left[\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) - \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_1 \right) \right] \\ & + \lambda_5 \left[\Re \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) - v_1 v_2 \right]^2 \\ & + \lambda_6 \left[\Im \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) \right]^2 + \lambda_7. \end{aligned} \quad (4.5)$$

A matriz de massa para o bóson de Higgs é obtida de

$$M_{ij}^2 = \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right]_{\text{mínimo}}, \quad (4.6)$$

onde o mínimo se refere aos seguintes valores esperados:

$$\langle \phi_3 \rangle = v_1, \quad \langle \phi_7 \rangle = v_2 \quad e \quad \langle \phi_k \rangle = 0 \quad (\text{para outros valores de } k).$$

Quando a condição $\xi = 0$ é aplicada ao potencial, a matriz de massa quadrada do bóson escalar pode ser vista como um conjunto de matrizes de dimensão menor.

Calcularemos os elementos da submatriz de massa do bóson de Higgs para o setor neutro, visto que, de forma análoga, os outros elementos podem ser determinados e as respectivas matrizes construídas. O elemento calculado é o 44, o cálculo se encontra em detalhe no apêndice desta dissertação.

Considere o setor neutro do Higgs, com índices 4 e 8 (parte imaginária). Este setor

possui a seguinte matriz de massa:

$$\lambda_6 \begin{pmatrix} v_1^2 & -v_1 v_2 \\ -v_1 v_2 & v_2^2 \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Após a diagonalização da matriz em (4.7), obtemos os seguintes estados: um bóson de Goldstone neutro e de massa zero e um bóson de Higgs neutro com massa $m_{H_3^0} = \lambda_6(v_1^2 + v_2^2)$, dados respectivamente por

$$\begin{aligned} G^0 &= \sqrt{2}(\Im\phi_1^0 \cos\beta + \Im\phi_2^0 \sin\beta), \\ H_3^0 &= \sqrt{2}(-\Im\phi_1^0 \sin\beta + \Im\phi_2^0 \cos\beta). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Para o setor de índices 3 e 7 (parte real), também neutro, temos a matriz de massa

$$\begin{pmatrix} 4v_1^2(\lambda_1 + \lambda_3) + v_2^2\lambda_5 & (4\lambda_3 + \lambda_5)v_1v_2 \\ (4\lambda_3 + \lambda_5)v_1v_2 & 4v_2^2(\lambda_2 + \lambda_3) + v_1^2\lambda_5 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Com o mesmo processo de diagonalização estabelecido em (4.7), obtemos para (4.9) os seguintes estados

$$\begin{aligned} H_1^0 &= [(\Re\phi_1^0 - v_1) \cos\alpha + (\Re\phi_2^0 - v_2) \sin\alpha], \\ H_2^0 &= [-(\Re\phi_1^0 - v_1) \sin\alpha + (\Re\phi_2^0 - v_2) \cos\alpha]. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Com a definição

$$\begin{aligned} A &= 4v_1^2(\lambda_1 + \lambda_3) + v_2^2\lambda_5, \\ B &= (4\lambda_3 + \lambda_5)v_1v_2, \\ C &= 4v_2^2(\lambda_2 + \lambda_3) + v_1^2\lambda_5, \end{aligned} \quad (4.11)$$

as massas e os ângulos de mistura são definidos por

$$m_{H_1^0, H_2^0} = \frac{1}{2} \left[A + C \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4AB} \right], \quad (4.12)$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2B}{\sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}}, \quad (4.13)$$

$$\cos 2\alpha = \frac{A - C}{\sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}}. \quad (4.14)$$

Na equação (4.12), a massa de H_1^0 corresponde ao sinal positivo e a de H_2^0 ao sinal negativo. Os estados H_1^0 e H_2^0 são escalares e o estado H_3^0 é um pseudoescalar.

Para obtermos as regras de Feynman para as interações dos campos físicos de Higgs,

utilizamos o gauge unitário. Isto é conseguido considerando os campos de Goldstone $G^\pm$ e G^0 nulos. Pode-se explicitar esta afirmação do seguinte modo:

O campo de Goldstone neutro é expresso por

$$G^0 = \sqrt{2}(\Im\phi_1^0 \cos \beta + \Im\phi_2^0 \sin \beta), \quad (4.15)$$

igualando esta equação à zero (gauge unitário), obtemos

$$\Im\phi_2^0 = -\Im\phi_1^0 \frac{\cos \beta}{\sin \beta}. \quad (4.16)$$

Dada a equação para o campo de Higgs H_3^0 (pseudoscalar), isto é,

$$H_3^0 = -\sqrt{2}(\Im\phi_1^0 \sin \beta + \Im\phi_2^0 \cos \beta), \quad (4.17)$$

substituindo o resultado de (4.16) em (4.17), chega-se em

$$H_3^0 \sin \beta = -\sqrt{2}\Im\phi_1^0. \quad (4.18)$$

Na última equação foi encontrado a parte imaginária associada a ϕ_1^0 . Determinaremos a parte real e depois a expressão completa para ϕ_1^0 .

As equações para os campos H_1^0 e H_2^0 são

$$\begin{aligned} H_1^0 &= [(\Re\phi_1^0 - v_1) \cos \alpha + (\Re\phi_2^0 - v_2) \sin \alpha], \\ H_2^0 &= [-(\Re\phi_1^0 - v_1) \sin \alpha + (\Re\phi_2^0 - v_2) \cos \alpha]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Explicitando a parte real de ambas as equações em (4.19), temos

$$\Re\phi_1^0 = \frac{H_1^0}{\sqrt{2} \cos \alpha} - (\Re\phi_2^0 - v_2) \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + v_1 \quad (4.20)$$

e

$$(\Re\phi_2^0 - v_2) = \frac{H_2^0}{\sqrt{2} \cos \alpha} + (\Re\phi_1^0 - v_1) \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}. \quad (4.21)$$

Substituindo (4.21) em (4.20), obtem-se

$$\Re\phi_1^0 = \frac{H_1^0}{\sqrt{2}} \cos \alpha - \frac{H_2^0}{\sqrt{2}} \sin \alpha + v_1. \quad (4.22)$$

Deste modo, o campo neutro ϕ_1^0 é, em sua forma completa, escrito como

$$\phi_1^0 = \Re(\phi_1^0) + i\Im(\phi_1^0),$$

mais explicitamente fica

$$\phi_1^0 = v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} [H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha - iH_3^0 \sin \beta]. \quad (4.23)$$

De forma análoga podemos determinar as expressões para ϕ_1^+ , ϕ_2^+ e ϕ_2^0 ; estas podem ser escritas como:

$$\phi_1^+ = -H^+ \sin \beta, \quad (4.24)$$

$$\phi_2^+ = H^+ \cos \beta, \quad (4.25)$$

$$\phi_2^0 = v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} [H_1^0 \sin \alpha - H_2^0 \cos \alpha - iH_3^0 \cos \beta]. \quad (4.26)$$

Em seguida para determinarmos as interações desejadas, basta substituir as equações (4.23) e (4.24-4.26) na lagrangiana de interação. Como CP é conservada, encontramos que H_1^0 e H_2^0 são escalares e H_3^0 é um pseudoescalar, isto é percebido através da análise dos acoplamentos $H_i^0 q\bar{q}$.

4.2 O Setor de Higgs no Modelo Mínimo Supersimétrico

Nesta seção serão analisadas as implicações da supersimetria no setor escalar, associado aos bósons de Higgs. O estudo será da extensão "mínima" supersimétrica do Modelo Padrão, a qual consiste de dois dubletos de Higgs com hipercarga oposta, ou seja, H_1 com $Y = 1$ e H_2 com $Y = -1$.

A relação entre esses campos e os ϕ_i ($i = 1, \dots, 8$) já descritos anteriormente são:

$$\begin{aligned} (\phi_1)^j &= \epsilon_{ij} H_1^{i*} \\ (\phi_2)^j &= H_2^j, \end{aligned}$$

onde i e j são os índices associados ao grupo $SU(2)$ e $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1$, $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0$. Os dois dubletos podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{pmatrix} H_1^1 \\ H_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1^{0*} \\ -\phi_1^- \end{pmatrix}, \\ H_2 &= \begin{pmatrix} H_2^1 \\ H_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^0 \\ \phi_2^+ \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.27)$$

onde $\phi_1^- \equiv (\phi_1^+)^*$ e o sinal tipográfico indica conjugação complexa.

Consideremos o superpotencial mais geral de uma teoria supersimétrica não violada

(não quebrada) dado por

$$W = h\varepsilon_{ij}H_1^iH_2^jN + \mu\varepsilon_{ij}H_1^iH_2^j - rN + \frac{1}{2}MN^2 + \frac{1}{3}\Lambda N^3 + W_F, \quad (4.28)$$

com

$$W_F = \varepsilon_{ij} \left[fH_1^i\tilde{L}^j\tilde{R} + f_1H_1^i\tilde{Q}^j\tilde{D} + f_2H_2^j\tilde{Q}^i, \right] \quad (4.29)$$

onde substituiu-se os supercampos por suas componentes de campos escalares.

O potencial escalar pode ser calculado por meio de

$$V = \frac{1}{2} \left[D^a D^a + (D')^2 \right] + F_i^* F_i, \quad (4.30)$$

onde

$$\begin{aligned} F_i &= \frac{\partial W}{\partial A_i}, \\ D^a &= \frac{1}{2}gA_i^*\sigma_{ij}^a A_j, \\ D' &= \frac{1}{2}g'Y_i A_i^* A_i + \xi. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Nas expressões em (4.31), A_i denota todos os campos escalares que aparecem na teoria. O termo ξ , conhecido como termo de Fayet-Iliopoulos será desprezado[23].

De uma forma mais explícita o potencial pode ser escrito como

$$V = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}(gA_i^*\sigma_{ij}^a A_j) \frac{1}{2}(gA^{i*}\sigma^{aij} A^j) + \left(\frac{1}{2}g'Y_i A_i^* A_i + \xi \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial W}{\partial A_i} \right)^* \left(\frac{\partial W}{\partial A_i} \right). \quad (4.32)$$

As seguintes imposições sobre o potencial são utilizadas: O dubleto de campos de Higgs H_1 e H_2 adquirem valores esperados no vácuo, isto é

$$\langle H_1 \rangle = \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle H_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix},$$

devido a uma escolha apropriada para as fases dos campos de Higgs, v_1 e v_2 são reais e não negativos.

O termo W_F pode ser ignorado nas equações (4.28,4.29), quando se estuda a matriz de massa do bóson de Higgs e o parâmetro M em (4.28) pode ser desprezado sem perda de generalidade[22].

Tendo em vista as imposições acima, calcularemos os termos do potencial por separado de modo a escrever a sua estrutura completa:

$$D^a = \frac{1}{2}gA_i^*\sigma_{ij}^a A_j,$$

explicitando a expressão anterior em termos dos campos escalares (H_1, H_2) têm-se

$$\begin{aligned} D^a &= \frac{1}{2} g A_i^* \sigma_{ij}^a A_j = \\ &= \frac{1}{2} g [H_1^{i*} \sigma_{ij}^a H_1^j + H_2^{i*} \sigma_{ij}^a H_2^j] \end{aligned}$$

O cálculo do produto $D^a D^a$ é concluído realizando manipulações algébricas e empregando a identidade[23]

$$\sigma_{ij}^a \sigma_{kl}^a = 2\delta_{il}\delta_{jk} - \delta_{ij}\delta_{kl},$$

o que por fim fornece

$$D^a D^a = \frac{g^2}{4} \left[4 |H_1^i H_2^i|^2 - 2 (H_1^i H_1^{i*}) (H_2^j H_2^{j*}) + (H_1^{i*} H_1^i)^2 + (H_2^{i*} H_2^i)^2 \right]. \quad (4.33)$$

O segundo termo é expresso por (com $\xi = 0$)

$$D' = \frac{1}{2} g' Y_i A_i^* A_i,$$

em termos dos campos escalares (H_1, H_2) , temos

$$\begin{aligned} D' &= \frac{1}{2} g' [Y_1 H_1^{i*} H_1^i + Y_2 H_2^{i*} H_2^i] \\ &= \frac{1}{2} g' [H_2^{i*} H_2^i - H_1^{i*} H_1^i]. \end{aligned}$$

E assim, o termo $(D')^2$ é

$$(D')^2 = \frac{1}{4} g'^2 [H_2^{i*} H_2^i - H_1^{i*} H_1^i]^2. \quad (4.34)$$

O terceiro termo, $F_i^* F_i$, é escrito como

$$F_i^* F_i = F_{H_1}^* F_{H_1} + F_{H_2}^* F_{H_2} + F_N^* F_N. \quad (4.35)$$

O primeiro termo de (4.35) é calculado como

$$F_{H_1} = \frac{\partial W}{\partial H_1} = h \varepsilon_{ij} H_2^j N + \mu \varepsilon_{ij} H_2^j,$$

assim $F_{H_1}^* F_{H_1}$ resulta em

$$\begin{aligned} F_{H_1}^* F_{H_1} &= (h \varepsilon_{ij} H_2^j N + \mu \varepsilon_{ij} H_2^j) (h \varepsilon_{ij} H_2^j N + \mu \varepsilon_{ij} H_2^j)^* \\ &= |h|^2 \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^* H_2^j H_2^{j*} N N^* + h \mu^* \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^* H_2^j H_2^{j*} N \\ &\quad + \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^* \mu h^* H_2^j H_2^{j*} N^* + |\mu|^2 \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^* H_2^j H_2^{j*}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

De modo análogo, os outros termos de (4.35) são escritos como

$$\begin{aligned}
F_{H_2}^* F_{H_2} &= (h\varepsilon_{ij} H_1^j N + \mu\varepsilon_{ij} H_1^j) (h\varepsilon_{ij} H_1^j N + \mu\varepsilon_{ij} H_1^j)^* \\
&= |h|^2 \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^* H_1^j H_1^{j*} N N^* + h\mu^* \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^* H_1^j H_1^{j*} N \\
&\quad + \mu h^* \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^* H_1^j H_1^{j*} N^* + |\mu|^2 \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^* H_1^j H_1^{j*}.
\end{aligned} \tag{4.37}$$

e

$$F_N^* F_N = |h H_1^i H_2^j \varepsilon_{ij} - r + \Lambda N^2|^2. \tag{4.38}$$

Deste modo o potencial em (4.30), com os termos acima determinados fica

$$\begin{aligned}
V &= \frac{g^2}{8} \left\{ 4 |H_1^i H_2^i|^2 - 2 (H_1^i H_1^{i*}) (H_2^j H_2^{j*}) + (H_1^{i*} H_1^i)^2 + (H_2^{i*} H_2^i)^2 \right\} \\
&\quad + \frac{g'^2}{8} (H_2^{i*} H_2^i - H_1^{i*} H_1^i)^2 + |h H_1^i H_2^j \varepsilon_{ij} - r + \Lambda N^2|^2 \\
&\quad + |h|^2 (H_1^{i*} H_1^i + H_2^{i*} H_2^i) N^* N + |\mu|^2 (H_1^{i*} H_1^i + H_2^{i*} H_2^i) \\
&\quad + (H_1^{i*} H_1^i + H_2^{i*} H_2^i) (\mu^* h N + \text{h.c.}) + V_{SOFT}.
\end{aligned} \tag{4.39}$$

onde V_{SOFT} é o termo que introduz a quebra da SUSY-soft. De um modo explícito é escrito como

$$\begin{aligned}
V_{SOFT} &= m_1^2 (H_1^i H_1^{i*}) + m_2^2 (H_2^i H_2^{i*}) - (m_{12}^2 \varepsilon_{ij} H_1^i H_2^j + \text{h.c.}) \\
&\quad + m_4^2 N^* N + (m_5^2 N^2 + \text{h.c.}) \\
&\quad + m_3 \left(\varepsilon_{ij} h A_1 H_1^i H_2^j N + \frac{1}{3} \Lambda A_2 N^3 + \text{h.c.} \right).
\end{aligned} \tag{4.40}$$

Os parâmetros m_i e m_{12} têm dimensão de massa, r de massa ao quadrado e A_1 e A_2 são adimensionais.

A seguir prosseguiremos no cálculo do espectro dos campos de Higgs físicos e de suas massas. Em casos mais gerais é necessário utilizar métodos numéricos para se determinar algumas das massas e autoestados dos Higgs físicos. Nosso interesse está em casos em que as massas e os autoestados podem ser calculados analiticamente.

Consideremos: $\mu = \langle N \rangle = A_1 = 0$

Neste caso não há mistura entre N e o dubleto de campos de Higgs, deste modo todos os resultados da seção 4.1 podem ser utilizados. As translações requeridas são

$$\phi_1^\dagger \phi_1 = H_1^{i*} H_1^i, \tag{4.41}$$

$$\phi_2^\dagger \phi_2 = H_2^{i*} H_2^i, \tag{4.42}$$

$$\phi_1^\dagger \phi_2 = \varepsilon_{ij} H_1^i H_2^j. \tag{4.43}$$

Vamos, a seguir, calcular uma relação que será importante quando escrevermos o potencial para o caso em questão. A relação é

$$|H_1^{i*} H_2^i|^2 + |\varepsilon_{ij} H_1^i H_2^j|^2 = (H_1^{i*} H_1^i) (H_2^{j*} H_2^j). \quad (4.44)$$

O primeiro e segundo termo do lado esquerdo são respectivamente:

$$\begin{aligned} |H_1^{i*} H_2^i|^2 &= |H_1^{1*} H_2^1 + H_1^{2*} H_2^2|^2 \\ &= (H_1^{1*} H_2^1)(H_1^1 H_2^{1*}) + (H_1^{1*} H_2^1)(H_1^2 H_2^{2*}) \\ &\quad + (H_1^{2*} H_2^2)(H_1^1 H_2^{1*}) + (H_1^{2*} H_2^2)(H_1^2 H_2^{2*}). \end{aligned} \quad (4.45)$$

e

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{ij} H_1^i H_2^j|^2 &= |H_1^1 H_2^2 - H_1^2 H_2^{1*}|^2 \\ &= (H_1^1 H_2^2)(H_1^1 H_2^2)^* - (H_1^1 H_2^2)(H_1^2 H_2^1)^* \\ &\quad - (H_1^2 H_2^1)(H_1^1 H_2^2)^* + (H_1^2 H_2^1)(H_1^2 H_2^1)^*. \end{aligned} \quad (4.46)$$

A soma destes dois termos, (4.45) e (4.46), resulta então em (4.44).

O potencial em (4.40) com as condições sobre os parâmetros especificados é

$$\begin{aligned} V &= \frac{g^2}{8} \left\{ 4 |H_1^i H_2^i|^2 - 2 (H_1^i H_1^{i*}) (H_2^j H_2^{j*}) + (H_1^{i*} H_1^i)^2 + (H_2^{i*} H_2^i)^2 \right\} \\ &\quad + \frac{g'^2}{8} (H_2^{i*} H_2^i - H_1^{i*} H_1^i)^2 + |h H_1^i H_2^j \varepsilon_{ij} - r|^2 + m_1^2 (H_1^i H_1^{i*}) \\ &\quad m_2^2 (H_2^i H_2^{i*}) - [(m_{12}^2 + h r^*) \varepsilon_{ij} H_1^i H_2^j + \text{h.c.}]. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Após manipulações algébricas, agrupamento dos termos e aplicando a relação em (4.44) chegamos em

$$\begin{aligned} V &= m_1^2 (H_1^i H_1^{i*}) + m_2^2 (H_2^i H_2^{i*}) - [(m_{12}^2 + h r^*) \varepsilon_{ij} H_1^i H_2^j + \text{h.c.}] \\ &\quad + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) [(H_1^i H_1^{i*})^2 + (H_2^i H_2^{i*})^2] + \frac{1}{4} (g^2 - g'^2) (H_1^i H_1^{i*}) (H_2^j H_2^{j*}) \\ &\quad + \left(|h|^2 - \frac{1}{2} g^2 \right) |\varepsilon_{ij} H_1^i H_2^j|^2 + |r|^2. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Com o potencial escrito acima, determinaremos os parâmetros do potencial em (4.1) através da comparação de ambos. Consideraremos $\xi = 0$.

Antes de realizar esta comparação, reescreveremos o potencial da equação (4.48) utilizando as transformações em (4.41, 4.42 e 4.43). Deste modo, o potencial é expresso

então por

$$\begin{aligned}
V = & m_1^2 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) + m_2^2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) - \left[(m_{12}^2 + hr^*) \phi_1^\dagger \phi_2 + \text{h.c.} \right] \\
& + \frac{1}{8} \left(g^2 + g'^2 \right) \left[\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right)^2 + \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right)^2 \right] + \frac{1}{4} \left(g^2 - g'^2 \right) \left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) \\
& + \left(|h|^2 - \frac{1}{2} g^2 \right) \left| \phi_1^\dagger \phi_2 \right|^2 + |r|^2.
\end{aligned} \tag{4.49}$$

O potencial em (4.1) de um modo mais explícito é dado por

$$\begin{aligned}
V = & \lambda_1 \left[\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right)^2 - 2v_1^2 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) + v_1^4 \right] + \lambda_2 \left[\left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right)^2 - 2v_2^2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) + v_2^4 \right] \\
& + \lambda_3 \left[\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right)^2 - 2 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) v_1^2 + v_1^4 + \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right)^2 - 2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) v_2^2 + v_2^4 \right] \\
& + \lambda_3 \left[2 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) - 2 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) v_2^2 - 2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) v_1^2 + 2v_1^2 v_2^2 \right] \\
& + \lambda_4 \left[\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) - \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_1 \right) \right] \\
& + \lambda_5 \left[\Re \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) - v_1 v_2 \right]^2 + \lambda_6 \left[\Im \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) \right]^2 + \lambda_7.
\end{aligned} \tag{4.50}$$

Como forma de exemplo obteremos os parâmetros λ_3 e λ_4 . Comparando então

$$\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right)^2 \{ \lambda_1 + \lambda_3 \} = \frac{1}{8} \left(g^2 + g'^2 \right) \left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right)^2,$$

onde o termos da esquerda está associado a (4.49) e do da direita a (4.50). Com isso obtem-se

$$\lambda_3 = \frac{1}{8} \left(g^2 + g'^2 \right) - \lambda_1. \tag{4.51}$$

O parâmetro λ_4 é obtido da comparação,

$$\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) \left\{ \frac{1}{4} \left(g^2 - g'^2 \right) \right\} = \{ 2\lambda_3 + \lambda_4 \} \left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right),$$

o que resulta em

$$\lambda_4 = 2\lambda_1 - \frac{1}{2} g'^2. \tag{4.52}$$

Os outros termos podem ser determinados de modo análogo e são dados abaixo:

$$\lambda_1 = \lambda_2, \quad (4.53)$$

$$\lambda_5 = \lambda_6 = h^2 - \frac{1}{2} (g^2 + g'^2) + 2\lambda_1, \quad (4.54)$$

$$\lambda_7 = r^2 - h^2 v_1^2 v_2^2 - \frac{1}{8} (v_1^2 - v_2^2)^2 (g^2 + g'^2), \quad (4.55)$$

$$m_1^2 = 2\lambda_1 v_2^2 - \frac{1}{2} m_Z^2, \quad (4.56)$$

$$m_2^2 = 2\lambda_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_Z^2, \quad (4.57)$$

$$m_{12}^2 = h(v_1 v_2 h - r) - \frac{1}{2} v_1 v_2 (g^2 + g'^2 - 4\lambda_1), \quad (4.58)$$

com a massa do bóson Z^0 sendo $m_Z^2 = \frac{1}{2} (v_1^2 + v_2^2) (g^2 + g'^2)$. Estes resultados mostram que a supersimetria impõe restrições sobre o modelo de dupletos de Higgs.

Vamos considerar o limite supersimétrico com $V_{SOFT} = 0$ na equação (4.39), isto equivale a $(m_1^2 = m_2^2 = m_{12}^2 = 0)$ [22]. A manipulação das equações (4.56, 4.57 e 4.58) nos leva as relações

$$v_1 = v_2, \quad (4.59)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{4} (g^2 + g'^2), \quad (4.60)$$

$$r = v_1 v_2 h. \quad (4.61)$$

Inserindo estes resultados na equação (4.55), ou seja,

$$\begin{aligned} \lambda_7 &= r^2 - h^2 v_1^2 v_2^2 - \frac{1}{8} (v_1^2 - v_2^2)^2 (g^2 + g'^2) \\ &= (v_1 v_2 h) - h^2 v_1^2 v_2^2 - \frac{1}{8} (v_1^2 - v_2^2)^2 (g^2 + g'^2) \\ &= 0, \end{aligned} \quad (4.62)$$

isto significa que o potencial é nulo no mínimo supersimétrico. Com a utilização das equações (4.51 a 4.58) e os resultados da seção 4.1, podemos obter o espectro das partículas físicas de Higgs.

Da seção 4.1 temos

$$m_{H^\pm} = \lambda_4 (v_1^2 + v_2^2), \quad (4.63)$$

$$m_{H_3^0} = \lambda_6 (v_1^2 + v_2^2), \quad (4.64)$$

e

$$m_{H_1^0, H_2^0} = \frac{1}{2} \left[A + C \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4AB} \right],$$

com

$$\begin{aligned}
A &= 4v_1^2 (\lambda_1 + \lambda_3) + v_2^2 \lambda_5, \\
B &= (4\lambda_3 + \lambda_5) v_1 v_2, \\
C &= 4v_2^2 (\lambda_2 + \lambda_3) + v_1^2 \lambda_5.
\end{aligned} \tag{4.65}$$

Encontraremos as massas dos campos $H^\pm$ e H_3^0 . Considere então a expressão em (4.63)

$$\begin{aligned}
m_{H^\pm} &= \lambda_4 (v_1^2 + v_2^2) \\
&= \left(2\lambda_1 - \frac{1}{2} g'^2 \right) (v_1^2 + v_2^2) \\
&= \frac{1}{2} \left(4\lambda_1 - g'^2 \right) (v_1^2 + v_2^2),
\end{aligned} \tag{4.66}$$

onde se aplicou a equação (4.52). O cálculo de H_3^0 é bem similar ao anterior. Deste modo,

$$\begin{aligned}
m_{H_3^0} &= \lambda_6 (v_1^2 + v_2^2) \\
&= \left(h^2 - \frac{1}{2} (g^2 + g'^2) + 2\lambda_1 \right) (v_1^2 + v_2^2) \\
&= h^2 (v_1^2 + v_2^2) + \left(2\lambda_1 - \frac{1}{2} g'^2 \right) (v_1^2 + v_2^2) - \frac{g^2}{2} (v_1^2 + v_2^2) \\
&= h^2 (v_1^2 + v_2^2) + m_{H^\pm}^2 - m_W^2.
\end{aligned} \tag{4.67}$$

Os outros termos podem ser determinados de forma análoga, estes são

$$m_{H_1^0, H_2^0}^2 = \frac{1}{2} \left[m_{H_3^0}^2 + m_Z^2 \pm \sqrt{\left(m_{H_3^0}^2 + m_Z^2 \right)^2 - 4m_Z^2 m_{H_3^0}^2 \cos^2 2\beta - 32h^2 v_1^2 v_2^2 \lambda_1} \right] \tag{4.68}$$

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \left(\frac{m_{H_1^0}^2 + m_{H_2^0}^2 - 2h^2 (v_1^2 + v_2^2)}{m_{H_3^0}^2 - m_Z^2} \right). \tag{4.69}$$

Recordando que nas expressões acima $H^\pm$ representam os campos de Higgs carregados, $H_i^0 (i = 1, 2, 3)$ são os campos de Higgs neutros, $\tan \beta \equiv \frac{v_2}{v_1}$, α são os ângulos de mistura que conduzem aos autoestados H_1^0 e H_2^0 , e as massas dos bósons vetoriais, $m_W^2 = \frac{1}{2} g^2 (v_1^2 + v_2^2)$ e $m_Z^2 = \frac{1}{2} (g^2 + g'^2) (v_1^2 + v_2^2)$.

É importante neste momento verificar o limite das equações acima para a seguinte condição $m_{H_3^0} \gg m_Z$ ($h = 0$). Os resultados obtidos como consequência deste limites

são [24]

$$\begin{aligned} m_{H_1^0}^2 &\simeq m_Z^2 \cos^2 2\beta, \\ m_{H_2^0}^2 &= m_{H_3^0}^2 + m_Z^2 \sin^2 2\beta, \\ m_{H^\pm}^2 &= m_{H_3^0}^2 + m_W^2. \end{aligned}$$

Este limite é conhecido como limite de desacoplamento. Nesse regime o bóson de Higgs mais leve da extensão mínima supersimétrica é dificilmente distinguível do bóson de Higgs do Modelo Padrão. Na figura (4.1) apresentamos o espectro de massas para um bóson de Higgs leve (h) e um bóson de Higgs pesado (H).

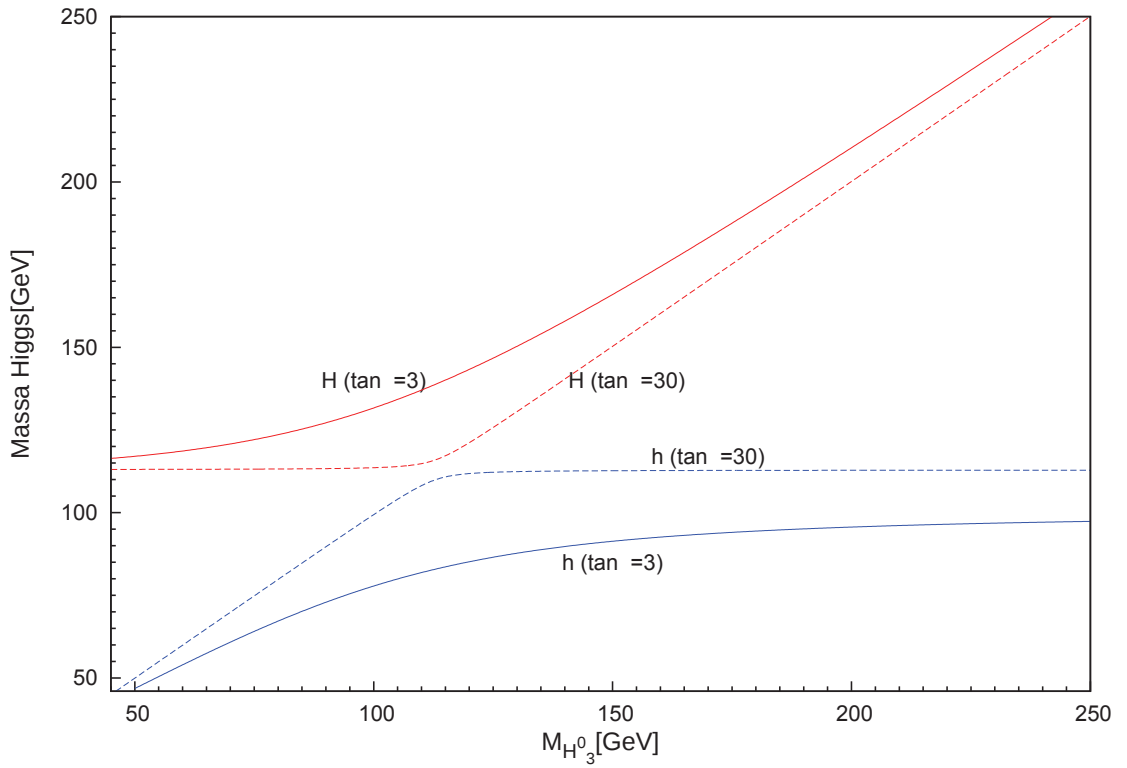


Figura 4.1: Massa do bóson de Higgs leve (h) e pesado (H) como função da massa do bóson de Higgs pseudoescalar para dois valores diferentes de $\tan \beta$ ($\tan \beta = 3, 30$).

4.3 Interações dos Bósons de Higgs

Nesta seção escreveremos as interações dos bósons de Higgs a bósons de gauge e a férmions, expressando as lagrangianas que descrevem a dinâmica da interação e extraindo os acoplamentos.

Para isso, serão utilizadas as seguintes equações (4.23-4.26), onde estas serão reescritas com o emprego da equação (4.27) como

$$H_2^1 = H^+ \cos \beta, \quad (4.70)$$

$$H_1^2 = H^- \sin \beta, \quad (4.71)$$

$$H_1^1 = v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} (H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha + i H_3^0 \sin \beta), \quad (4.72)$$

$$H_2^2 = v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} (H_1^0 \sin \alpha + H_2^0 \cos \alpha + i H_3^0 \cos \beta). \quad (4.73)$$

Será exemplificado abaixo o modo como se determinou uma das equações em (4.70-4.73).

Considere o dubleto H_1 , composto pelos campos (H_1^1, H_1^2)

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^1 \\ H_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1^{0*} \\ -(\phi_1^+)^* \end{pmatrix},$$

disso obtemos que

$$H_1^1 = (\phi_1^{0*}), \quad H_1^2 = -(\phi_1^+)^*,$$

e chegamos então nas relações já escritas anteriormente.

4.3.1 Interação com bósons de Gauge

A lagrangiana de interação com bósons de gauge consiste dos seguintes termos HHV e $HHVV$ (H = bóson de Higgs e V =bósons de gauge). Como exemplo, a interação com o campo do fóton A_μ é expressa por[22]

$$\mathcal{L}_{int} = ieA_\mu \left(H_1^{2*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_1^2 - H_2^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_2^1 \right) + e^2 A_\mu A^\mu \left(|H_1^2|^2 + |H_2^1|^2 \right). \quad (4.74)$$

Com a ajuda do operador definido como

$$A \overleftrightarrow{\partial}^\mu B \equiv \frac{1}{2} [A \partial^\mu B - (\partial^\mu A) B],$$

e aplicando as equações (4.70) e (4.71), escrevemos a lagrangiana:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} &= ieA_\mu \left[\left(H^+ \overleftrightarrow{\partial}^\mu H^- \right) \sin^2 \beta + \left(H^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu H^+ \right) \cos^2 \beta \right] + \\ &e^2 A_\mu A^\mu (H^+ H^- \sin^2 \beta + H^- H^+ \cos^2 \beta) \\ &= ieA_\mu \left[\left(H^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu H^+ \right) \right] + e^2 A_\mu A^\mu (H^+ H^-). \end{aligned} \quad (4.75)$$

Acima encontramos a interação dos campos de Higgs com o campo do fóton. É necessário saber como o Higgs interage com os bósons $W^\pm$ e com o Z^0 . Para isso contamos com as lagrangianas de interação dadas nas equações do Apêndice C da referência [23].

Em seguida substituímos as expressões para os campos de Higgs H_1^i e H_2^i dadas em (4.70-4.73). Assim a lagrangiana de interação pode ser escrita como

$$\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{HHV} + \mathcal{L}_{HVV} + \mathcal{L}_{HHVV}. \quad (4.76)$$

A seguir escreveremos o primeiro e terceiro termos de (4.76) de modo explícito, a fim explicitar os acoplamentos .

O primeiro termo é [23]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{HHV} &= \frac{-ig}{\sqrt{2}} \left[W_\mu^+ \left(H_1^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_1^2 + H_2^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_2^2 \right) + \text{h.c.} \right] \\ &- \frac{ig}{2 \cos \theta_W} Z_\mu \left\{ \left(H_1^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_1^1 - H_2^{2*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_2^2 \right) + (-1 + 2 \sin^2 \theta_W) \left(H_1^{2*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_1^2 - H_2^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_2^1 \right) \right\} \\ &+ ieA_\mu \left(H_1^{2*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_1^2 - H_2^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_2^1 \right), \end{aligned} \quad (4.77)$$

podemos escrever cada termo como segue:

- primeiro termo:

$$\begin{aligned}
& \frac{-ig}{\sqrt{2}} \left[W_\mu^+ \left(H_1^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_1^2 + H_2^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_2^2 \right) \right] = \\
& \frac{-ig}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha + iH_3^0 \sin \beta) \overleftrightarrow{\partial}^\mu (H^- \sin \beta) \right\} \\
& + \frac{-ig}{\sqrt{2}} \left\{ (H^- \cos \beta) \overleftrightarrow{\partial}^\mu \frac{1}{\sqrt{2}} (H_1^0 \sin \alpha + H_2^0 \cos \alpha + iH_3^0 \cos \beta) \right\} \\
& = -\frac{ig}{2} W_\mu^+ H^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu [H_1^0 \sin(\alpha - \beta) + H_2^0 \cos(\alpha - \beta) + iH_3^0 + \text{h.c.}] . \quad (4.78)
\end{aligned}$$

- segundo termo:

$$\left(H_1^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_1^1 - H_2^{2*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_2^2 \right) = iH_3^0 \overleftrightarrow{\partial}^\mu [H_1^0 \sin(\alpha - \beta) + H_2^0 \cos(\alpha - \beta)] . \quad (4.79)$$

- O terceiro e quarto termos já foram desenvolvidas na equação (4.75) e são dados a seguir como

$$\left(H_1^{2*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_1^2 - H_2^{1*} \overleftrightarrow{\partial}^\mu H_2^1 \right) = \left(H^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu H^+ \right) . \quad (4.80)$$

Assim, a lagrangiana de interação HHV é escrita em sua forma completa como

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{HHV} = & -\frac{ig}{2} W_\mu^+ H^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu [H_1^0 \sin(\alpha - \beta) + H_2^0 \cos(\alpha - \beta) + iH_3^0 + \text{h.c.}] \\
& -\frac{ig}{2 \cos \theta_W} Z_\mu \left\{ iH_3^0 \overleftrightarrow{\partial}^\mu [H_1^0 \sin(\alpha - \beta) + H_2^0 \cos(\alpha - \beta)] - (2 \sin^2 \theta_W - 1) H^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu H^+ \right\} \\
& -ieA_\mu H^- \overleftrightarrow{\partial}^\mu H^+ . \quad (4.81)
\end{aligned}$$

A lagrangiana de interação $HHVV$ é expressa por

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{HHVV} = & \frac{1}{2} g^2 W_\mu^+ W^{\mu-} (|H_1^1|^2 + |H_1^2|^2 + |H_2^1|^2 + |H_2^2|^2) \\
& -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(eA_\mu - \frac{g \sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} Z_\mu \right) [H_1^{1*} H_1^2 W_\mu^+ + H_1^{2*} H_1^1 W_\mu^- - H_2^{1*} H_2^2 W_\mu^+ - H_2^{2*} H_2^1 W_\mu^-] \\
& + e^2 A_\mu A^\mu (|H_1^2|^2 + |H_2^1|^2) \\
& + \frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu \left\{ |H_1^1|^2 + |H_2^2|^2 + (1 - 2 \sin^2 \theta_W) (|H_1^2|^2 + |H_2^1|^2) \right\} \\
& + \frac{eg}{\cos \theta_W} A_\mu Z^\mu (1 - 2 \sin^2 \theta_W) (|H_1^2|^2 + |H_2^1|^2) , \quad (4.82)
\end{aligned}$$

onde realizando procedimento análogo ao anterior para a lagrangiana de interação,

obtemos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{HHVV} = & \frac{1}{4}g^2W_\mu W^\mu \left[(H_1^0)^2 + (H_2^0)^2 + (H_3^0)^2 + 2H^+H^- \right] \\
& + \frac{g^2}{8\cos^2\theta_W}Z_\mu Z^\mu \left[(H_1^0)^2 + (H_2^0)^2 + (H_3^0)^2 + 2\cos^2 2\theta_W H^+H^- \right] \\
& + e^2 A_\mu A^\mu H^+H^- + \frac{eg\cos^2\theta_W}{\cos\theta_W}A_\mu Z^\mu H^+H^- \\
& - \frac{g}{2} \left(eA^\mu - \frac{g\sin^2\theta_W}{\cos\theta_W}Z^\mu \right) \{ W_\mu^+ H^- [H_1^0 \sin(\beta - \alpha) - H_2^0 \cos(\beta - \alpha)] + \text{h.c.} \} \\
& - \frac{g}{2} \left(eA^\mu - \frac{g\sin^2\theta_W}{\cos\theta_W}Z^\mu \right) \{ W_\mu^+ H^- [-iH_3^0] + \text{h.c.} \}.
\end{aligned} \tag{4.83}$$

Note que $W_\mu W^\mu \equiv W_\mu^+ W_\mu^-$. O último termo da lagrangiana a ser escrito é o que está associado ao acoplamento $HHVV$. Ele foi extraído da referência [23]. A expressão para a lagrangiana que descreve este acoplamento é dada a seguir[23]

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{HHVV} = & gm_W W_\mu W^\mu [H_1^0 \cos(\beta - \alpha) + H_2^0 \sin(\beta - \alpha)] \\
& + \frac{gm_Z}{2\cos\theta_W} Z_\mu Z^\mu [H_1^0 \cos(\beta - \alpha) + H_2^0 \sin(\beta - \alpha)]
\end{aligned} \tag{4.84}$$

Os acoplamentos dos bósons de Higgs escalares neutros aos bósons de gauge $W^\pm$ e Z^0 podem ser escritos como[24]

$$g_{H_1^0 WW} = g_W m_W \cos(\beta - \alpha), \quad g_{H_2^0 WW} = g_W m_W \sin(\beta - \alpha) \tag{4.85}$$

e

$$g_{H_1^0 ZZ} = g_Z m_Z \cos(\beta - \alpha), \quad g_{H_2^0 ZZ} = g_Z m_Z \sin(\beta - \alpha). \tag{4.86}$$

Os termos g_W e g_Z , com a aplicação da equação(2.68), são respectivamente

$$g_W = 2\frac{m_W}{v}, \quad g_Z = \frac{m_Z}{v}. \tag{4.87}$$

Acoplamentos do tipo $H_3^0 VV$, $H^\pm VV$ e $ZH_1^0 H_2^0$ não ocorrem por violarem a conjugação de carga-paridade (CP). Outros acoplamentos ainda referentes ao setor neutro que ocorrem são: $ZH_3^0 H_1^0$ e $ZH_3^0 H_2^0$. Ambos possuem as respectivas constantes de acoplamento

$$g_{ZH_3^0 H_1^0} = -\frac{g}{2\cos\theta_W} \sin(\beta - \alpha), \quad g_{ZH_3^0 H_2^0} = \frac{g}{2\cos\theta_W} \cos(\beta - \alpha). \tag{4.88}$$

4.3.2 Interação com férmions

A lagrangiana de interação que possibilita escrever os acoplamentos dos bósons de Higgs a férmions, é escrita em termos da notação de espinores de duas componentes para os quarks como

$$\mathcal{L}_{int} = -f_1 [\psi_{Q_2} \psi_D H_1^1 - \psi_{Q_1} \psi_D H_1^2] - f_2 [\psi_{Q_1} \psi_U H_2^2 - \psi_{Q_2} \psi_U H_2^1] + \text{complexo conjugado.} \quad (4.89)$$

A determinação dos termos f_1 , f_2 e explicitação dos acoplamentos será realizada utilizando as equações desenvolvidas no apêndice da referência [23] que permitem a mudança do formalismo de espinores de duas componentes para o formalismo de de quatro componentes.

Para isso, os espinores de quatro componentes para os quarks são definidos como

$$u = \begin{pmatrix} \psi_{Q_1} \\ \bar{\psi}_U \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} \psi_{Q_2} \\ \bar{\psi}_D \end{pmatrix}. \quad (4.90)$$

Consideremos o termo de (4.90) e seu respectivo complexo conjugado

$$-f_1 [\psi_{Q_2} \psi_D H_1^1], \quad -f_1 [\bar{\psi}_{Q_2} \bar{\psi}_D (\bar{H}_1^1)],$$

de forma que

$$\begin{aligned} -f_1 [\psi_{Q_2} \psi_D H_1^1 + \bar{\psi}_{Q_2} \bar{\psi}_D] &= -f_1 \left\{ \psi_{Q_2} \psi_D \left(v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} (H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha + i H_3^0 \sin \beta) \right) \right\} + \\ &-f_1 \left\{ \bar{\psi}_{Q_2} \bar{\psi}_D \left(v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} (H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha - i H_3^0 \sin \beta) \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.91)$$

segundo a equação A.19 da referência [18], temos que

$$\bar{\Psi}_1 \Psi_2 = \psi_{Q_2} \psi_D + \bar{\psi}_{Q_2} \bar{\psi}_D = d\bar{d}, \quad (4.92)$$

onde escrevemos

$$\bar{\Psi}_1 = \begin{pmatrix} \psi_{Q_2} \\ \bar{\psi}_D \end{pmatrix}, \quad \Psi_2 = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_{Q_2} \\ \psi_D \end{pmatrix}, \quad (4.93)$$

em analogia ao segundo espinor de duas componentes de (4.90).

A equação (4.91) é escrita com a utilização de (4.92) na forma a seguir

$$\begin{aligned} -f_1 [\psi_{Q_2} \psi_D H_1^1 + \bar{\psi}_{Q_2} \bar{\psi}_D (\bar{H}_1^1)] &= -f_1 v_1 d\bar{d} - \frac{f_1}{\sqrt{2}} (H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha) d\bar{d} \\ &- i f_1 \frac{H_3^0}{\sqrt{2}} \sin \beta (\psi_{Q_2} \psi_D - \bar{\psi}_{Q_2} \bar{\psi}_D), \end{aligned} \quad (4.94)$$

o último termo da equação anterior pode ser reescrito com a utilização da equação A.28 e (2.37)

$$\begin{aligned} (\psi_{Q_2}\psi_D - \bar{\psi}_{Q_2}\bar{\psi}_D) &= [\bar{d}P_L d - \bar{d}P_R d] \\ &= -\bar{d}\gamma_5 d. \end{aligned}$$

Assim a equação (4.94) é expressa por

$$-f_1 [\psi_{Q_2}\psi_D H_1^1 + \bar{\psi}_{Q_2}\bar{\psi}_D(\bar{H}_1^1)] = -f_1 \left\{ v_1 d\bar{d} - \frac{f_1}{\sqrt{2}} (H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha) d\bar{d} - i f_1 \frac{H_3^0}{\sqrt{2}} \sin \beta \bar{d}\gamma_5 d \right\}.$$

Agora, vamos determinar o termo f_1 . Isso pode ser feito lembrando que $f_1 v_1 d\bar{d}$ corresponde ao termo de massa, ou seja,

$$m_d = f_1 v_1. \quad (4.95)$$

Com o uso das seguintes expressões

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}, \quad \sin \beta = \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}, \quad m_W = \frac{gv}{2};$$

encontramos para o termo de acoplamento de Yukawa após substituições e manipulações algébricas,

$$f_1 = \frac{gm_d}{\sqrt{2}m_W \cos \beta}. \quad (4.96)$$

De modo análogo podemos determinar o termo f_2 dado por

$$f_2 = \frac{gm_u}{\sqrt{2}m_W \sin \beta}. \quad (4.97)$$

Por fim calcularemos os termos cruzados de (4.89). Considere os termos

$$f_1 [\psi_{Q_1}\psi_D(H_1^2) + \bar{\psi}_{Q_1}\bar{\psi}_D(\bar{H}_1^2)] = f_1 [\psi_{Q_1}\psi_D(H^- \sin \beta) + \bar{\psi}_{Q_1}\bar{\psi}_D(H^+ \sin \beta)] \quad (4.98)$$

$$f_2 [\psi_{Q_2}\psi_U(H_2^1) + \bar{\psi}_{Q_2}\bar{\psi}_U(\bar{H}_2^1)] = f_2 [\psi_{Q_2}\psi_U(H^+ \cos \beta) + \bar{\psi}_{Q_2}\bar{\psi}_U(H^- \cos \beta)] \quad (4.99)$$

A soma destes dois termos, e o uso de (4.93), nos leva ao seguinte resultado

$$\begin{aligned} &f_1 [\psi_{Q_1}\psi_D(H_1^2) + \bar{\psi}_{Q_1}\bar{\psi}_D(\bar{H}_1^2)] + f_2 [\psi_{Q_2}\psi_U(H_2^1) + \bar{\psi}_{Q_2}\bar{\psi}_U(\bar{H}_2^1)] = \\ &\frac{g}{2\sqrt{2}m_W} \{ H^+ \bar{u}d (m_d \tan \beta + m_u \cot \beta) \} \\ &+ \frac{g}{2\sqrt{2}m_W} \{ H^+ \bar{u} (m_u \cot \beta - m_d \tan \beta) \gamma_5 d \}. \end{aligned} \quad (4.100)$$

A lagrangiana de interação dos bósons γ e Higgs a férmions com todos os termos anteriormente determinados têm a forma

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{int} = & -\frac{gm_u}{\sqrt{2}m_W \sin \beta} [(H_1^0 \sin \alpha + H_2^0 \cos \alpha)u\bar{u} - i\bar{u}\gamma_5 u H_3^0 \cos \beta] \\
& -\frac{gm_d}{\sqrt{2}m_W \cos \beta} [(H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha)d\bar{d} - i\bar{d}\gamma_5 d H_3^0 \sin \beta] \\
& +\frac{g}{2\sqrt{2}m_W} \{H^+ \bar{u}d (m_d \tan \beta + m_u \cot \beta) + \text{complexo conjugado}\} \\
& +\frac{g}{2\sqrt{2}m_W} \{H^+ \bar{u} (m_u \cot \beta - m_d \tan \beta) \gamma_5 d + \text{complexo conjugado}\} \quad (4.101)
\end{aligned}$$

a) Como realçado para o caso das interação com os bósons de gauge, escrevemos os acoplamentos com os férmions:

$$g_{H_1^0 u\bar{u}} = -\frac{igm_u}{\sqrt{2}m_W} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad g_{H_1^0 d\bar{d}} = -\frac{igm_d}{\sqrt{2}m_W} \frac{\cos \alpha}{\sin \beta}$$

e

$$g_{H_2^0 u\bar{u}} = -\frac{igm_u}{\sqrt{2}m_W} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad g_{H_2^0 d\bar{d}} = -\frac{igm_d}{\sqrt{2}m_W} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}.$$

b) Para obtermos as interações com os léptons basta substituir as definições dos quarks para as definições dos léptons, ou seja, mudar de (u, d) para (ν, e^-) .

4.3.3 Auto-acoplamento dos bósons de Higgs

A determinação dos auto-acoplamentos é realizada com a substituição das equações (4.70-4.73) em (4.48). As interações trilineares são de maior interesse uma vez que se as massas são apropriadas, o decaimento de um bóson de Higgs em outros bósons de Higgs é permitido. Deste modo reproduzimos a seguir a lagrangiana de interação que possibilita a obtenção dos acoplamentos[22].

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{HHH} = & -gm_W H^+ H^- [H_1^0 \cos(\beta - \alpha) + H_2^0 \sin(\beta - \alpha)] \\
& -\frac{gm_Z}{4 \cos \theta_W} [H_1^0 \cos(\beta + \alpha) + H_2^0 \sin(\beta + \alpha)] . \\
& \cdot \left\{ \cos 2\alpha [(H_1^0)^2 - (H_2^0)^2] - 2H_1^0 H_2^0 \sin 2\alpha - [(H_3^0)^2 + 2H^+ H^-] \cos 2\beta \right\} \quad (4.102)
\end{aligned}$$

4.4 Largura de decaimento dos bósons de Higgs CP-par do Modelo Mínimo Supersimétrico

Para escrevermos as larguras de decaimento dos bósons de Higgs CP-par no Modelo Mínimo Supersimétrico utilizaremos os resultados da seção 3.1, onde as largura de decaimento foram calculadas em detalhe. Como já visto, os bósons de Higgs da extensão supersimétrica do Modelo Padrão possui acoplamentos que diferem dos acoplamentos do bóson de Higgs do Modelo Padrão. Estes acoplamentos distinguem-se por apresentarem funções trigonométricas dos ângulos α e β . As taxas de decaimento neste modelo serão escritas como[25]

$$\Gamma = \Gamma_{MP} \cdot (\text{fator trigonométrico})^2,$$

onde este fator trigonométrico esta associadão a cada tipo de acoplamento.

4.4.1 Decaimento do bóson de Higgs leve em férmions: $H_1^0 \longrightarrow f \bar{f}$

Em nível árvore, a largura de decaimento para o bóson de Higgs leve da extensão supersimétrica, em partículas tipo-down como d, s, b e léptons e, μ é escrita como

$$\begin{aligned} \Gamma(H_1^0 \longrightarrow f \bar{f}) &= \Gamma_{MP} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} \\ &= \frac{N_C m_H}{8\pi} \left(\frac{m_f}{v} \right)^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} \left[1 - \frac{4m_f^2}{m_H^2} \right]^{3/2}, \end{aligned}$$

onde $N_C = 3$ para quarks e 1 para léptons.

Para partículas tipo-up, como u e c temos

$$\Gamma(H_1^0 \longrightarrow q \bar{q}) = \frac{3m_H}{8\pi} \left(\frac{m_f}{v} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} \left(\frac{m_f}{v} \right)^2.$$

4.4.2 Decaimento do bóson de Higgs pesado em férmions: $H_2^0 \longrightarrow f \bar{f}$

Como no tópico anterior, para partículas tipo-up e tipo-down suas respectivas larguras de decaimento são

$$\Gamma(H_2^0 \longrightarrow q \bar{q}) = \frac{3m_H}{8\pi} \left(\frac{m_f}{v} \right)^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta} \left(\frac{m_f}{v} \right)^2$$

e

$$\Gamma(H_2^0 \longrightarrow q \bar{q}) = \frac{N_C m_H}{8\pi} \left(\frac{m_f}{v} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \beta} \left[1 - \frac{4m_f^2}{m_H^2} \right]^{3/2}.$$

4.4.3 Decaimento do bóson de Higgs leve em bósons de Gauge:

$$H_1^0 \longrightarrow VV^*$$

A largura de decaimento em bósons de gauge, ou seja, $V = W^\pm, Z$, onde um dos bósons é off-shell é expressa por

$$\Gamma = \frac{\cos^2(\beta - \alpha)}{\pi} \int d\Delta_i^2 \frac{\Gamma_V M_V}{|D(\Delta_i^2)|} \Gamma_0^V(k, \Delta_i, m_H), \quad (4.103)$$

onde Γ_0^V (vide seção 3.1.3, equação 3.65) é representado por

$$\Gamma_0^V(k, \Delta_i, m_H) \equiv \frac{G_F m_H^3}{8\pi\sqrt{2}} \sqrt{\lambda(M_V^2, \Delta_i^2, m_H^2)} \left[\lambda(M_V^2, \Delta_i^2, m_H^2) + \frac{12M_V^2 \Delta_i^2}{m_H^4} \right]$$

4.4.4 Decaimento do bóson de Higgs pesado em bósons de Gauge: $H_2^0 \longrightarrow VV^*$

Para o bóson de Higgs mais pesado, a largura de decaimento é escrita como

$$\Gamma = \frac{\sin^2(\beta - \alpha)}{\pi} \int d\Delta_i^2 \frac{\Gamma_V M_V}{|D(\Delta_i^2)|} \Gamma_0^V(k, \Delta_i, m_H). \quad (4.104)$$

Neste caso, o bóson de Higgs pode decair em dois bósons de gauge reais. É possível escrever também as larguras de decaimentos para o caso em que os produtos de decaimento sejam dois bósons de gauge off-shell, isto é, $H_1^0 \longrightarrow V^*V^*$ e $H_2^0 \longrightarrow V^*V^*$.

4.5 Resultados

Nesta seção apresentaremos os resultados numéricos obtidos por meio da utilização dos seguintes softwares: HDECAY, HIGLU, HPAIR, V2HV e VV2H [12]. Com os resultados numéricos contruímos gráficos tendo como principais parâmetros m_A e $\tan\beta$. Os acoplamentos são determinados a partir da fixação desses parâmetros. Foram escolhido dois valores para $\tan\beta$: 3 e 30. Para cada um desses valores contruímos os gráficos tanto para o bóson de Higgs leve como para o bóson de Higgs pesado, ambos neutros e CP-par, considerando seus principais processos de decaimento e produção. Analisamos os aspectos mais relevantes para cada caso e realizamos uma análise comparativa entre os bósons de Higgs leve e pesado e o bóson de Higgs do Modelo Padrão. Será utilizada tanto nos gráficos como nas discussões a seguir a notação: $H_1^0 \equiv h$ e $H_2^0 \equiv H$.

4.5.1 Larguras de decaimento

Discutiremos a seguir os resultados numéricos para as larguras de decaimento dos escalares neutros CP-par do MSSM.

- **Higgs leve, h , para $\tan\beta = 3$:**

A figura (4.2) ilustra os processos de decaimento para um bóson de Higgs leve para $\tan\beta = 3$.

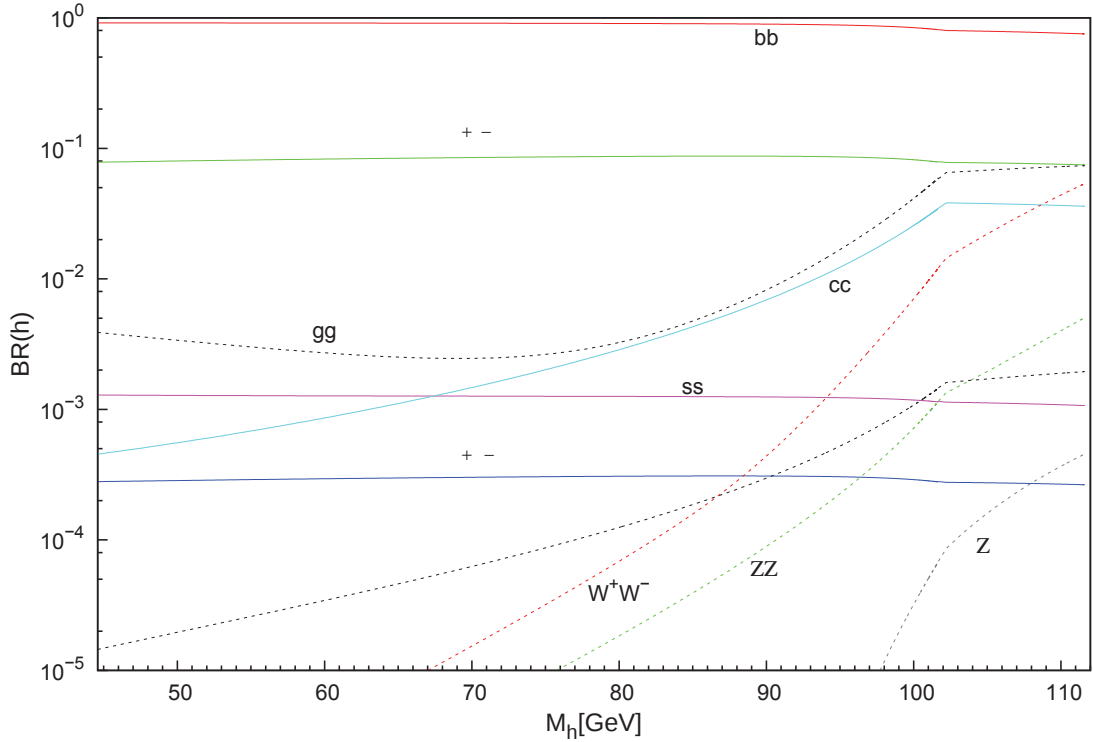


Figura 4.2: Modos de decaimento para um bóson de Higgs leve para $\tan\beta = 3$.

O canal de decaimento h em $t\bar{t}$ não é cinematicamente acessível, pois a massa do bóson de Higgs mais leve é inferior à massa de duas vezes a massa do quark top. Neste gráfico, o canal que predomina durante todo o intervalo de massa do Higgs é o decaimento em $b\bar{b}$, da ordem de 10^0 . Outros canais importantes são $\tau^+\tau^-$ e gg , sendo que o valor da largura de decaimento do último aumenta para massas acima de 100 GeV. O decaimento em ss domina sobre em cc até a massa próxima de 67 GeV; em seguida este último processo ocorre com uma taxa de decaimento bastante importante em relação a ss , em especial para massa de 100 GeV.

Processos como: WW , ZZ e $Z\gamma$ (decaimento em bósons de gauge) surgem no intervalo de 60 a 100 GeV, nesta região seus branching ratios são bastantes pequenos, tornando-se relevantes a partir de 100 GeV. Decaimentos em férmions dominam em praticamente todo o intervalo de massa.

- **Higgs pesado, H , para $\tan\beta = 3$:**

Na figura (4.3) apresentamos os processos de decaimento para um bóson de Higgs pesado para $\tan\beta = 3$.

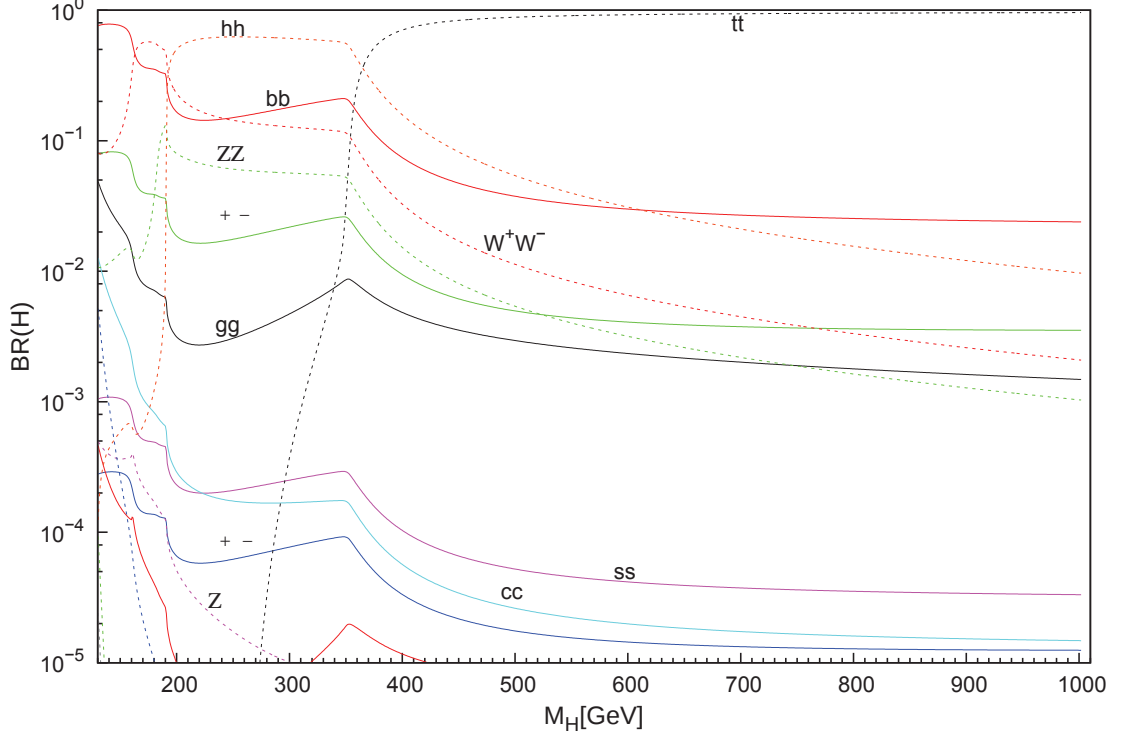


Figura 4.3: Modos de decaimento para um bóson de Higgs pesado para $\tan\beta = 3$.

Para este bóson o decaimento em tt é acessível e domina a partir de aproximadamente 350 GeV.

Da comparação com o gráfico do Higgs leve, no intervalo de 110-130 GeV os canais são suprimidos. No intervalo entre 200-400 GeV, os decaimentos importantes são: hh , bb , WW e ZZ . Os decaimentos em bósons de gauge dominam sobre decaimentos devido à correções radiativas.

O decaimento em gluons tem um branching ratio significativo em comparação com ss , cc , $\mu^+\mu^-$ e processos advindos de correções radiativas.

Decaimentos em férmions como: $\mu^+\mu^-$, ss e cc no intervalo de 100-200 GeV aproximadamente, possuem uma taxa de decaimento importante, mas com a massa do bóson de Higgs maior que 300 GeV estes processos passam a contribuir pouco e ao contrário do caso do bóson de Higgs leve, no qual o branching ratio associados a estes processos aumenta com o aumento da massa do Higgs.

No intervalo aproximado de 130-160 GeV ($m_H < 2M_W$), o processo mais relevante é decaimento do bóson de Higgs em bb . A partir deste limite, o canal continua importante,

mas dá espaço ao canal WW , precedido de $\tau^+\tau^-$ e ZZ . Na condição ($2M_W < m_H < 2M_t$), os processos mais relevantes já foram indicados acima.

Quando ($2M_W < 2M_t < m_H$), o processo que predomina é o decaimento em tt .

- **Higgs leve, h , para $\tan\beta = 30$:**

A figura (4.4) representa os processos de decaimento para um bóson de Higgs leve para $\tan\beta = 30$.

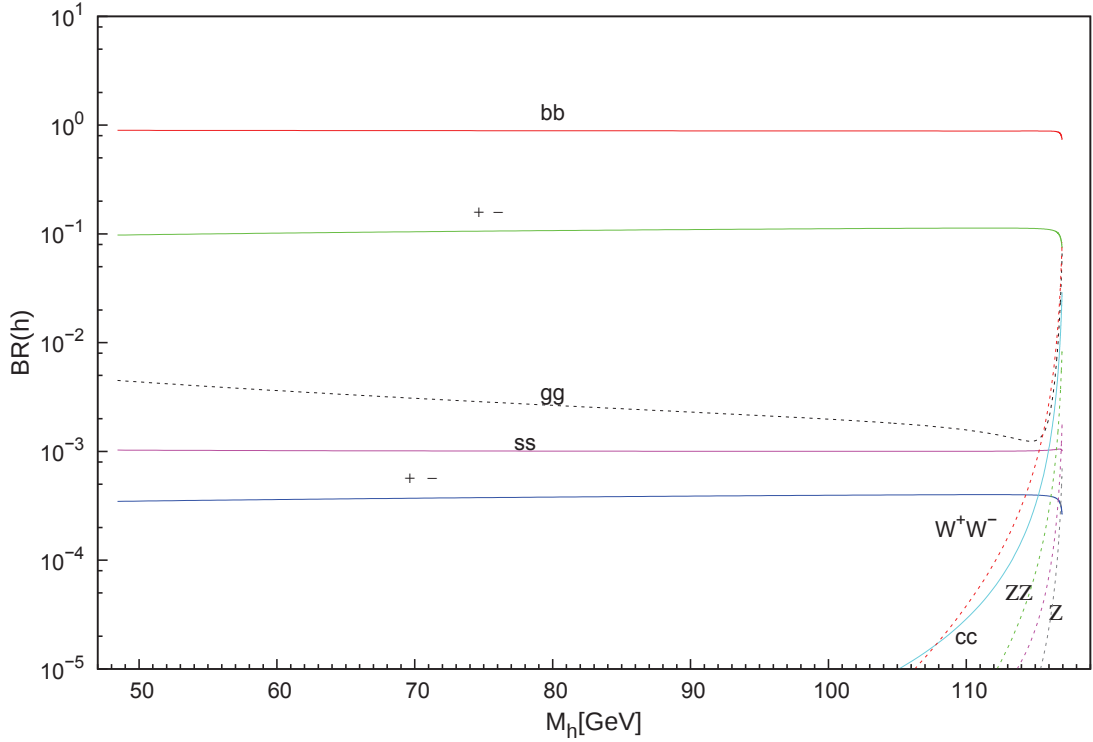


Figura 4.4: Modos de decaimento para um bóson de Higgs leve para $\tan\beta = 30$.

Algo semelhante ao que ocorre para o bóson de Higgs leve com $\tan\beta = 3$ é observado, ou seja, o canal h em tt não é acessível cinematicamente.

Os principais canais surgem para massas do bóson de Higgs abaixo de 120GeV. Os decaimentos em bb e $\tau^+\tau^-$ predominam sobre toda a faixa da escala de massa, tendo um pequeno decréscimo para massa ao redor de 118GeV. Estes mesmo canais têm o mesmo comportamento para o caso com $\tan\beta = 3$.

Como no caso de um Higgs leve com $\tan\beta = 3$, a taxa de decaimento em glúons é um processo intermediário em relação aos demais e apresenta um aumento no seu valor por volta de 114GeV.

Processos em que os produtos de decaimento são bósons de gauge se originam na região de massa acima de 100GeV. Esse é o caso de $h \rightarrow WW$ e ZZ . O processo $h \rightarrow cc$ concorre com $h \rightarrow WW$ na região intermediária de massa de 100-110GeV, sendo

que o último atinge um valor de branching ratio superior ao decaimento em cc . O canal ZZ possui um maior branching ratio quando comparado com o caso do bóson de Higgs leve com $\tan\beta = 3$.

Decaimentos com correções radiativas como $\gamma\gamma$ e $Z\gamma$ se tornam evidentes apartir de 110GeV, contrastando com o gráfico para os branching ratios do Higgs leve e $\tan\beta = 3$, onde o canal $\gamma\gamma$ surge para uma massa menor que 50GeV e passa a ter um valor de branching ratio relevante acima de 100GeV.

- **Higgs pesado, H, para $\tan\beta = 30$:**

Na figura (4.5) representamos os processos de decaimento de um bóson de Higgs pesado para $\tan\beta = 30$.

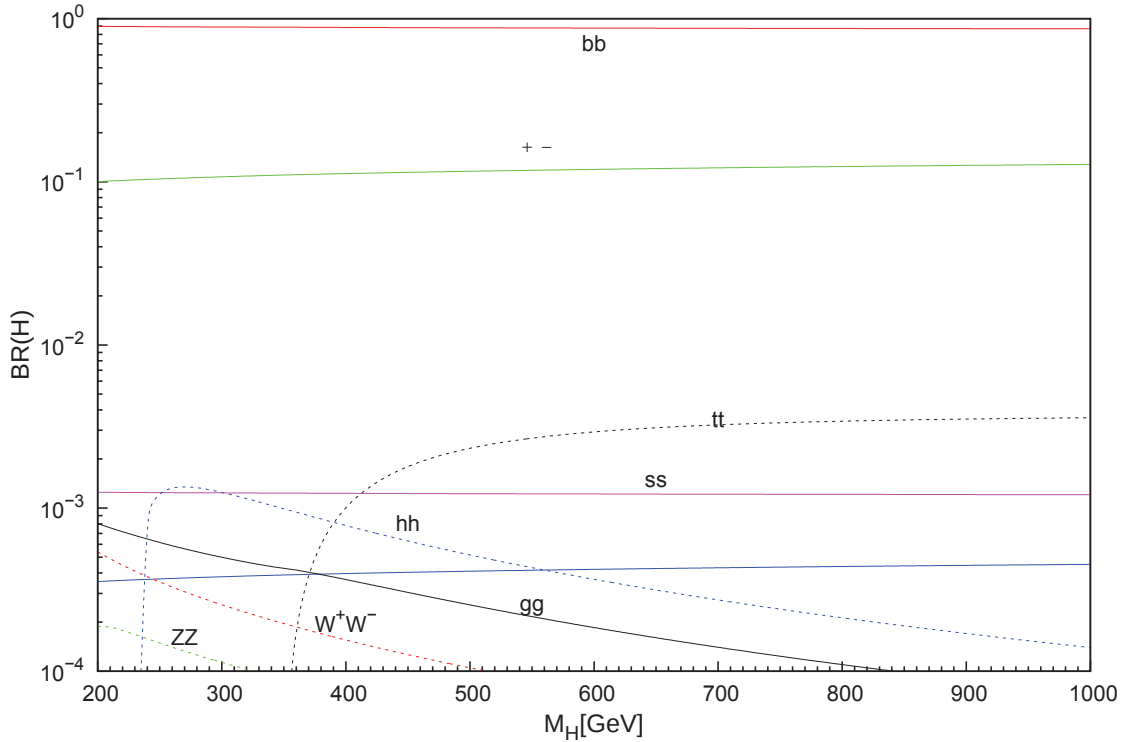


Figura 4.5: Modos de decaimento para um bóson de Higgs pesado para $\tan\beta = 30$.

Ao contrário do processo Higgs pesado com $\tan\beta = 3$ onde o decaimento em tt ocorre a partir de 280GeV e contribui com um branching ratio bastante significativo, nesse caso este decaimento se inicia no intervalo de 300-400GeV, alcançando um valor estável ao redor de 500GeV (duas ordens de grandeza menor que no caso de Higgs pesado com $\tan\beta = 3$).

Os decaimentos em bb e $\tau^+\tau^-$ dominam em todo o intervalo de massa de 200-1000GeV. Esta predominância é observada também para o caso de um Higgs leve com $\tan\beta = 30$, no intervalo de 50-110GeV. Quando comparado com o decaimento de um Higgs

pesado com $\tan\beta = 3$, estes processos são importantes, porém são mais significativos no intervalo de 100-300GeV.

No caso de $\tan\beta = 30$, o decaimento em bósons de gauge têm uma contribuição baixa quando comparado aos branching ratio com $\tan\beta = 3$ (diferem de duas ordens de grandeza aproximadamente). Os branching ratios para os bósons de gauge são relevantes no intervalo de 200-500GeV.

O decaimento em glúons é relevante no intervalo de 200-600GeV. Acima deste intervalo sua contribuição se torna pouco importante. Este comportamento difere significativamente no intervalo de 130-160GeV, para o caso de $\tan\beta = 3$.

Uma contribuição significativa no intervalo 200-300GeV é o decaimento em dois Higgs leves cuja ordem de grandeza é 10^{-3} .

Processos oriundos de correções radiativas como $Z\gamma$ e $\gamma\gamma$ não aparecem. Outros processos como ZA , AA e $W^\pm H^\pm$ não ocorrem devida a conservação da simetria CP.

• **Higgs leve, h , para $\tan\beta = 3$ e o bóson de Higgs do Modelo Padrão:**

Da comparação dos branching ratios do bóson de Higgs no Modelo Padrão e no Modelo Mínimo Supersimétrico, no intervalo de 40-110GeV podemos observar:

Os decaimentos em bb , $\tau^+\tau^-$, ss e $\mu^+\mu^-$ no intervalo, para Higgs leve e $\tan\beta = 3$, apresentam a mesma ordem de grandeza em comparação com os decaimentos no Modelo Padrão. O decaimento em cc no Modelo Padrão é mais significativo no intervalo analisado, ao contrário do Modelo Mínimo Supersimétrico, que passa a ser relevante entre 100-110GeV.

Na região entre 60-80GeV, ambos os bósons de Higgs podem decair em bósons de gauge. Para o bóson de Higgs mais leve, acima do intervalo considerado o decaimento em bósons de gauge é suprimido. Algo análogo ocorre para o bóson de Higgs do Modelo Padrão, quando estes canais se tornam bastantes significativos com aumento da massa.

O produto final que surge do decaimento com a introdução de correções radiativas como $\gamma\gamma$ são igualmente relevantes na mesma ordem de grandeza para ambos os bósons de Higgs.

O decaimento em $Z\gamma$ é originado ao redor de 100GeV, como no Modelo Padrão.

• **Higgs pesado, H , para $\tan\beta = 3$ e o bóson de Higgs do Modelo Padrão:**

Analisaremos os decaimentos para um bóson de Higgs pesado e um bóson de Higgs do modelo padrão no intervalo de 130-600GeV.

Entre 130-200GeV, o decaimento em bb para um Higgs pesado ocorre do forma menos acentuada quando comparado ao bóson de Higgs do Modelo Padrão. O mesmo ocorre para $\tau^+\tau^-$, cc , ss e $\mu^+\mu^-$. Na região entre 200-300GeV, o bóson de Higgs pesado apresenta branching ratios aproximadamente constantes e com valor grande para os decaimentos em bb , $\tau^+\tau^-$ e cc , o que não ocorre para o bóson de Higgs do Modelo Padrão, onde

estas taxas são muito menores (2 ou 3 ordens de grandeza menores). Um fato relevante é que para massas maiores que 300GeV, os branching ratios dos decaimentos predominantes citados anteriormente sofrem um certo acréscimo. Acima deste valor de massa, o decaimento nesses férmions do Modelo Padrão diminuem drasticamente. O decaimento em $t\bar{t}$ se torna dominante acima de 400GeV para o bóson de Higgs.

O decaimento em bósons de gauge para um bóson de Higgs pesado, com uma massa abaixo de 200GeV, apresenta branching ratio significativo. Para o bóson de Higgs do Modelo Padrão ele se torna importante para massas acima de 200GeV, sendo predominantes até o término do intervalo de massa considerado na figura. No intervalo de 200-300GeV existe uma certa correspondência no decaimento em bósons de gauge entre o bóson de Higgs pesado e o bóson de Higgs do Modelo Padrão.

No intervalo de 130-200GeV, os decaimentos em partículas induzidas por loops para um bóson do Higgs do Modelo Padrão apresentam branching ratios maiores quando comparados a um bóson de Higgs da extensão supersimétrica. Desintegrações em hh , AA , ZA e $W^\pm H^\pm$ ocorrem apenas para o bóson de Higgs pesado. O produto hh terá supostamente uma assinatura em férmions e bosons de gauge.

- **Higgs leve, h , para $\tan\beta = 30$ e o bóson de Higgs do Modelo Padrão:**

Analisaremos o intervalo 50-119GeV e compararemos os aspectos importantes para um bóson de Higgs leve e o bóson de Higgs do Modelo Padrão.

Os canais $b\bar{b}$ e $\tau^+\tau^-$ predominantes no intervalo em questão tanto para o bóson de Higgs da extensão supersimétrica como o bóson de Higgs do Modelo Padrão apresentam um comportamento semelhante na região acima de 110GeV, onde seus branching ratios sofrem um decréscimo. Outros canais significativos que exibem o mesmo comportamento são $s\bar{s}$ e $\mu^+\mu^-$. Um canal que se distingue para ambos os bósons de Higgs é o canal $c\bar{c}$: no Modelo Padrão ele apresenta um branching ratio importante para massas abaixo de 70GeV. No caso do bóson de Higgs leve da extensão supersimétrica ele se torna relevante para massas acima de 100GeV, alcançando um valor importante ao redor de 116GeV.

O branching ratio para o decaimento em glúons no Modelo Padrão aumenta com o aumento da massa como esperado, ao contrário do caso do bóson de Higgs leve onde a razão de ramificação diminui até 115GeV. A partir deste valor ela aumenta consideravelmente. No Modelo Padrão, a desintegração em bósons de gauge ocorre para massas menores que 100GeV, sua maior contribuição se dá para massas acima de 150GeV. O mesmo não acontece para um Higgs leve, onde o branching ratio torna-se relevante para massas acima de 100GeV, e se torna significativo para um valor de massa igual a 116GeV.

Contribuição vindas de correções radiativas apresentam ordens de grandeza semelhantes para os branching ratios do bóson de Higgs leve e do Modelo Padrão.

- **Higgs pesado, H , para $\tan\beta = 30$ e o bóson de Higgs do Modelo Padrão:**

Para este caso, o intervalo estudado será 200-600 GeV.

Para o bóson de Higgs pesado, os canais $b\bar{b}$ e $\mu^+\mu^-$ predominam sobre todo intervalo de massa indicado, sem nenhuma variação brusca. No caso do Modelo Padrão esses valores para os branching ratios diminuem significativamente nesse mesmo intervalo. O canal $t\bar{t}$ é importante para ambos os bósons de Higgs, com maior expressividade para o bóson de Higgs do Modelo Padrão.

O decaimento em glúons para ambos os bósons de Higgs apresentam branching ratios da mesma ordem de grandeza (10^{-3}), porém quando se trata de um bóson de Higgs pesado, seu valor diminui rapidamente com o aumento da massa, enquanto que para o bóson de Higgs do Modelo Padrão existe uma variação. O decaimento em bósons de gauge é mais significativo para um bóson de Higgs do Modelo Padrão com relação ao bóson de Higgs pesado.

Canais resultantes de correções radiativas para um Higgs pesado não aparecem. Para o bóson de Higgs do Modelo Padrão a única contribuição, ainda que pequena, é do estado final $Z\gamma$.

4.5.2 Seções de Choque

Os processos discutidos a seguir foram produzidos considerando a energia do centro de massa de 7 TeV.

- **Higgs leve, h , para $\tan\beta = 3$:**

Apresentamos na figura (4.6) as seções de choque para um bóson de Higgs leve para $\tan\beta = 3$.

Para um higgs leve com $\tan\beta = 3$, o canal mais importante, no intervalo de 85-105 GeV, é a fusão de glúons que contribui com uma seção de choque da ordem de 1 pb. Acima de 110 GeV, esta seção de choque tem um pequeno acréscimo, estabilizando em seguida.

Outros processos importantes na mesma ordem de grandeza do processo anterior são: fusão de bósons fracos e produção associada. É possível notar que para massas abaixo de 90 GeV os canais de produção: fusão de bósons fracos e a produção associada em hW são igualmente significativos, acima de 90 GeV, o processo de fusão de bósons fracos predomina.

- **Higgs pesado, H , para $\tan\beta = 3$:**

Na figura (4.7) ilustramos as seções de choque para um bóson de Higgs pesado para $\tan\beta = 3$.

A fusão de glúons, como no caso anterior, é o processo dominante. No intervalo de 100-225 GeV, a seção de choque do processo é maior do que os outros processos a partir de

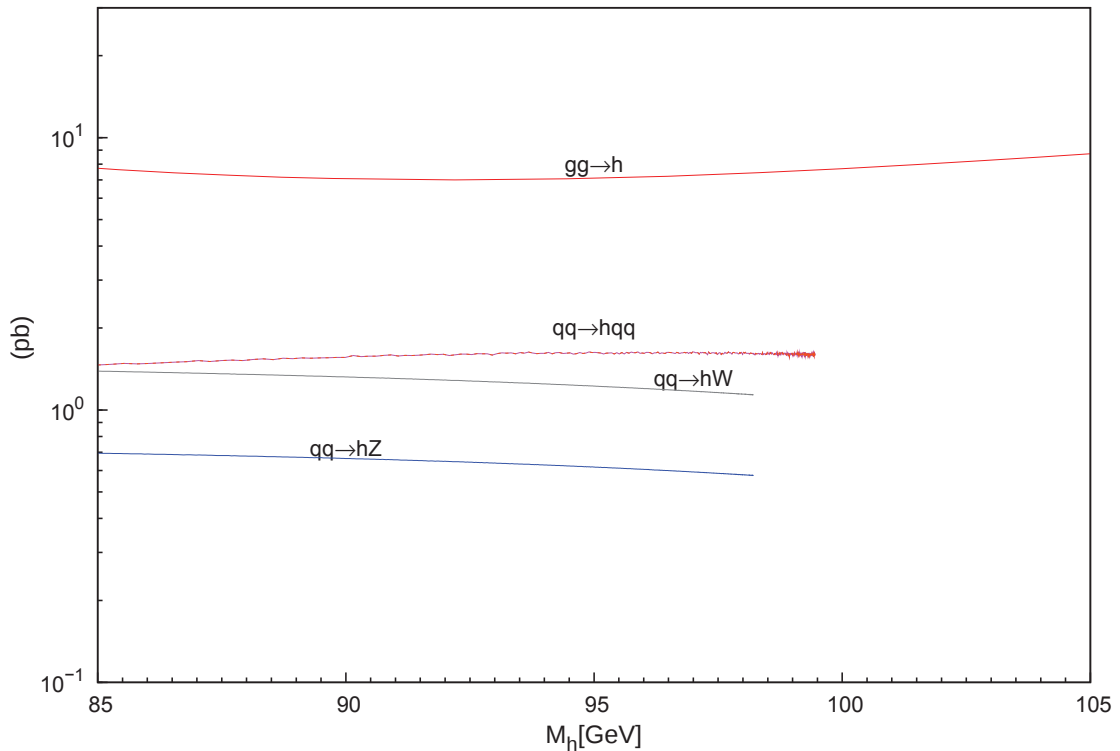


Figura 4.6: Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 3$.

225 GeV até 340 GeV, quando a seção de choque diminui. O comportamento se modifica entre 350-400 GeV onde se observa uma suave oscilação no valor da seção de choque.

Os processos tais como fusão de bósons fracos e produção associada são importantes no intervalo de 130-400 GeV. Como no caso de um bóson de Higgs leve, o canal que predomina é a produção através de fusão de bósons fracos. Depois da fusão de glúons, este pode ser considerado o canal mais significativo de produção. Ao contrário do caso discutido acima, os valores das seções de choque não se estabilizam com o aumento da massa, eles diminuem continuamente.

- **Higgs leve, h, para $\tan \beta = 30$:**

A figura (4.8) representa os resultados numéricos para as seções de choque de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 30$.

Neste caso, a fusão de glúons é importante para a produção de um Higgs leve no intervalo de 85-125 GeV. Em relação ao caso $\tan \beta = 3$, este processo domina com um valor significativo para a seção de choque em duas ordens de grandeza. No intervalo de 85-122 GeV a seção de choque diminui continuamente, acima deste intervalo ela decresce.

Processos como: fusão de bósons fracos e produção associada são observado no intervalo de 85-114 GeV. No intervalo de 85-100 GeV, as seções de choque estão aumentando com o aumento da massa, ao contrário do caso de um bóson de Higgs leve com $\tan \beta = 3$.

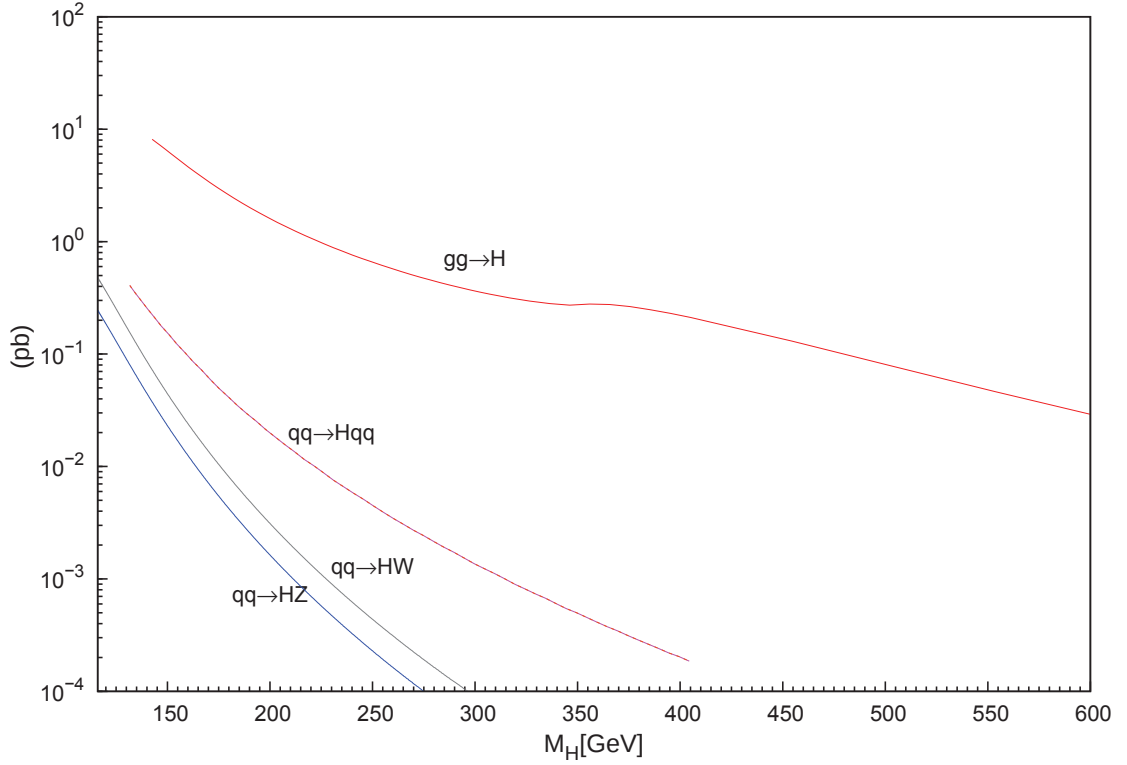


Figura 4.7: Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 3$.

- **Higgs pesado, H, para $\tan \beta = 30$:**

A figura (4.9) representa as seções de choque para um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 30$.

Neste caso, como em todos os outros, o mecanismo de produção dominante é a fusão de glúons. Ao observarmos o intervalo de massas menor que 150 GeV, nota-se que a seção de choque é elevada, chegando próximo da ordem de 100 pb. O mesmo comportamento não é encontrado para a seção de choque de um bóson de Higgs pesado com $\tan \beta = 3$.

Os processos secundários como fusão de bósons fracos e produção associada são relevantes no intervalo de 120-340 GeV, onde a fusão de bósons fracos é a mais importante dentre esses processos nesse intervalo. Em relação ao caso de $\tan \beta = 3$, as seções de choque deixam de ser significativas a partir de 350 GeV.

Estudamos as seções de choque para o Modelo Padrão e para sua extensão mínima supersimétrica. Consideraremos os escalares neutros CP-par, ou seja, o bóson de Higgs leve e o pesado. A análise será dividida em duas partes: Higgs leve e Higgs pesado, no intervalo de massa entre 100 e 125 GeV.

- **Higgs leve (h) e o bóson de Higgs do Modelo Padrão:**

Para o bóson de Higgs leve ($\tan \beta = 3$), o processo mais importante nessa região é a fusão de glúons. Para o bóson de Higgs leve ($\tan \beta = 30$), além da produção em fusão

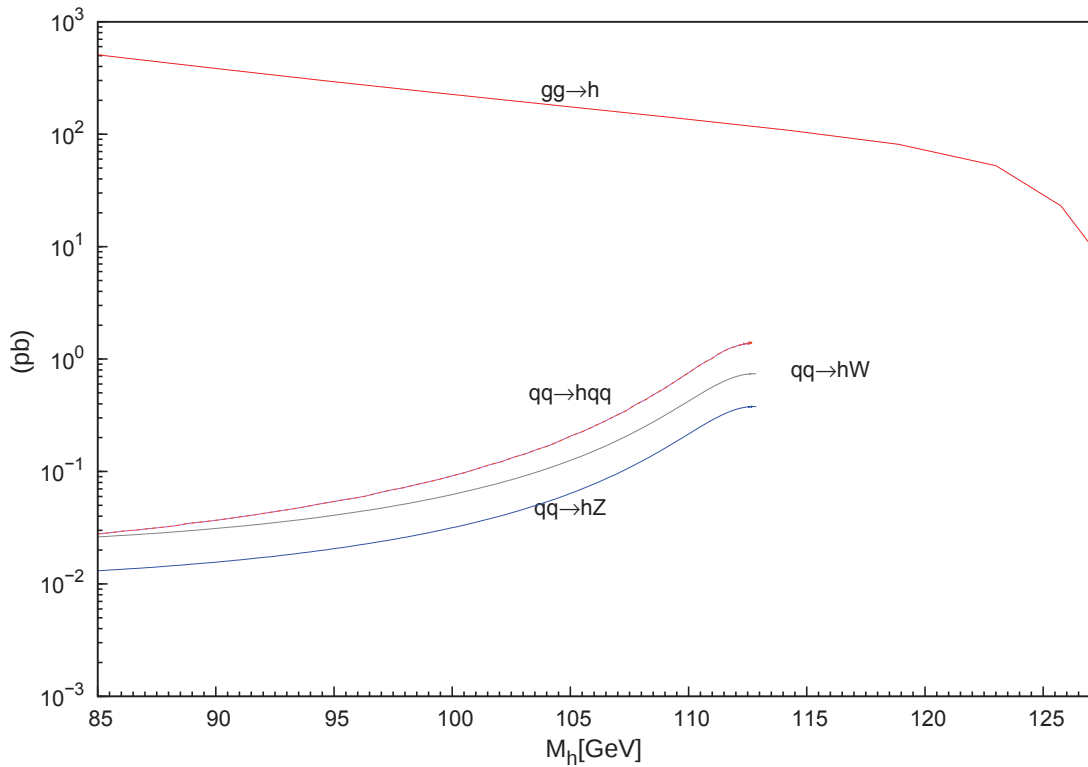


Figura 4.8: Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 30$.

de glúons (dominante no intervalo), outros processos também contribuem, tais como: fusão de bósons fracos e produção associada. Depois da fusão de glúons, a fusão de bósons fracos é o processo mais significativo. Para um bóson de Higgs do Modelo Padrão produzido no intervalo de massas indicado, observa-se a semelhança do processo de fusão de glúons dominar no intervalo sobre outros mecanismo de produção, a diferença está no valor absoluto da seção de choque. Outro aspecto importante é o fato da fusão de bósons fracos em ambos os modelos ser um processo importante para a possível observação. É importante notar também a inversão que ocorre nas seções de choque neste intervalo. Com aumento da massa do bóson de Higgs do Modelo Padrão, há uma diminuição na seção de choque de produção, enquanto que para o bóson de Higgs leve com ($\tan \beta = 3$) da extensão supersimétrica a seção de choque aumenta.

- **Higgs pesado (H) e o bóson de Higgs do Modelo Padrão:**

O intervalo analisado será 150-400 GeV. O bóson de Higgs pesado ($\tan \beta = 3$) apresenta um comportamento similar ao bóson de Higgs do Modelo Padrão, principalmente com relação a diminuição da seção de choque com o aumento da sua massa. Novamente, o processo que se destaca, para ambos os modelos e dentre os demais processos, é a fusão de glúons. Outra similaridade é observada para uma massa ao redor de 350 GeV, do bóson de Higgs pesado ($\tan \beta = 3$) e o bóson de Higgs do Modelo Padrão. Ela está associada

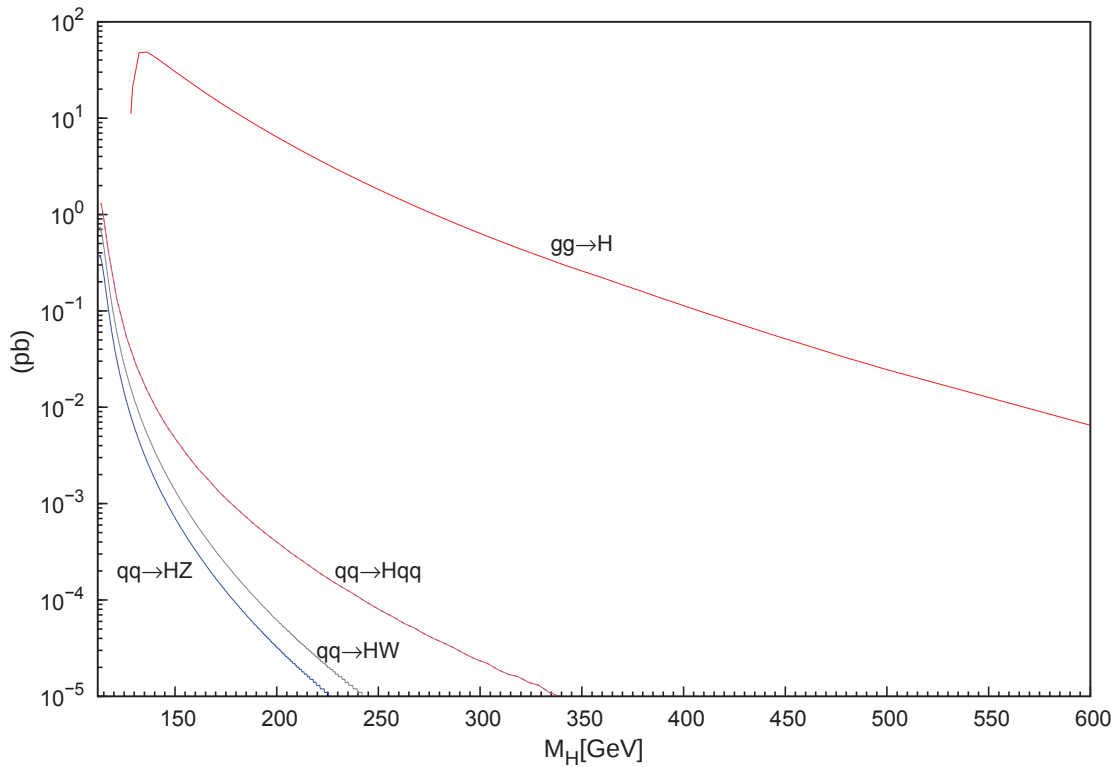


Figura 4.9: Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 30$.

a uma oscilação no comportamento da seção de choque. Este comportamento pode estar associado ao limiar de produção de férmions pesados que compõem os loops que permite que a fusão de glúons ocorra através de correções radiativas, os férmions são quarks top e bottom. Processos como fusão de bósons fracos e produção associada também são relevantes nesta região de massas, onde a fusão em bósons fracos é dominante em ambos os casos.

Nos processos discutidos a seguir consideramos a energia do centro de massa de 14TeV.

- **Higgs leve, h , para $\tan \beta = 3$:**

Na figura (4.10) apresentamos os resultados numéricos para as seções de choque de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 3$.

O processo fusão de glúons é dominante em todo o intervalo de massa (65-110GeV), com uma seção de choque da ordem de 10pb. Entre 65-85GeV, a seção de choque diminui continuamente. No intervalo de 85-95GeV, ela permanece estável voltando a aumentar acima de 100GeV. Outro processo relevante no intervalo de 65-100GeV é a produção associada de bósons gauge, onde a contribuição mais importante é hW . Para o bóson de Higgs leve com $\tan \beta = 3$ e energia do centro de massa de 7TeV há uma diferença na seção

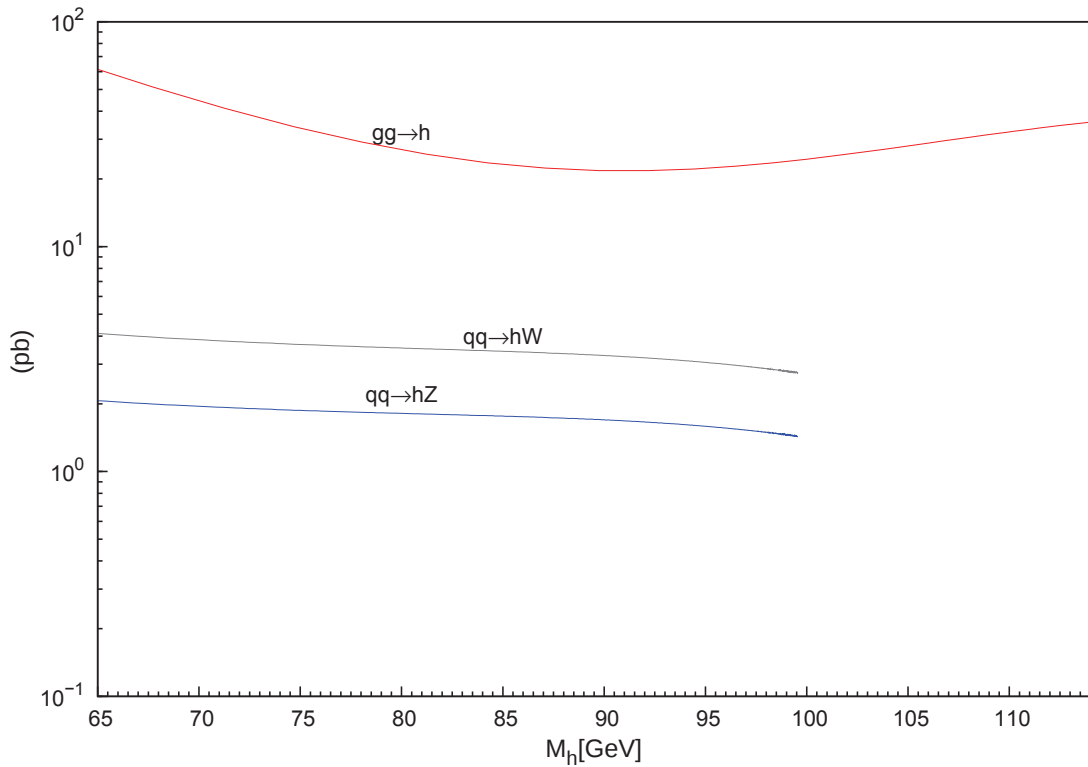


Figura 4.10: Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 3$.

de choque da ordem de 1pb. A contribuição do processo em hZ é mais importante para o caso da energia do centro de massa de 14TeV.

- **Higgs pesado, H , para $\tan \beta = 3$:**

A figura (4.11) ilustra as seções de choque para um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 3$.

Para massas menores que 150GeV, três processos podem contribuir: produção associada de bósons de gauge, fusão de bósons fracos e fusão de glúons. O canal em HW possui uma seção de choque maior que o canal HZ . Este mesmo comportamento é observado para um bóson de Higgs pesado com $\tan \beta = 3$ e energia de centro de massa de 7TeV. Uma diferença entre os casos $\tan \beta = 3$ (7TeV) e $\tan \beta = 3$ (14TeV) é o fato do último decrescer mais rapidamente.

A partir de 150GeV o processo dominante é a fusão de glúons. No intervalo de 150-340GeV a seção de choque diminui com o aumento da massa. Entre 340-360GeV a seção de choque tem uma pequena variação, este comportamento é observado para o caso $\tan \beta = 3$ (7TeV) e $\tan \beta = 3$ (14TeV). O valor da seções de choque para ambos os casos difere de apenas uma ordem de grandeza (1pb).

- **Higgs leve, h , para $\tan \beta = 30$:**

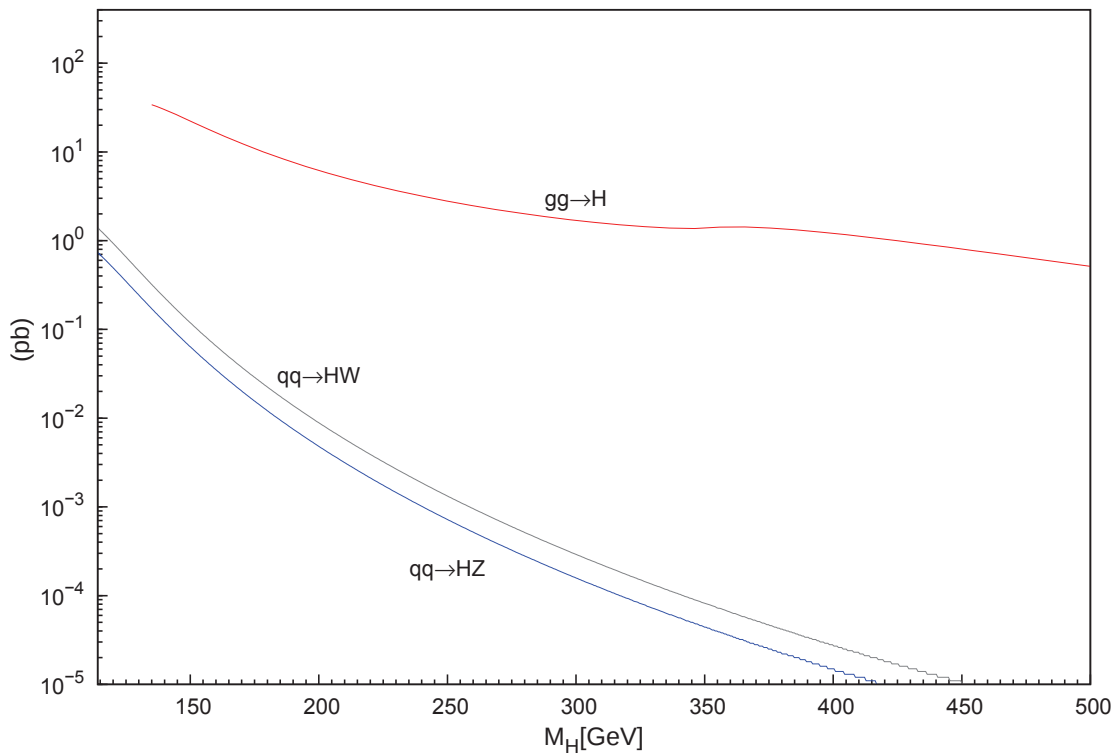


Figura 4.11: Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs pesado para $\tan\beta = 3$.

A figura (4.12) representa as seções de choque para um bóson de Higgs leve para $\tan\beta = 30$.

Para este bóson de Higgs, no intervalo de 60-70GeV, os canais importantes são produção associada de bósons de gauge e fusão de glúons. A partir deste intervalo de massas, o valor das seções de choque variam significativamente ao redor de 100GeV.

Acima de 70GeV, o processo importante é a fusão de glúons, dominando sobre os outros canais. Sua seção de choque diminui continuamente com o aumento da massa, diferenciando em uma ordem de grandeza do caso $\tan\beta = 30$ (7TeV) o valor da seção de choque.

- **Higgs pesado, H, para $\tan\beta = 30$:**

Apresentamos na figura (4.13) as seções de choque para um bóson de Higgs pesado para $\tan\beta = 30$.

Abaixo de 150GeV, os que contribuem são: produção associada e fusão de glúons. No caso da produção associada, no intervalo de 150-450GeV, o canal HW domina sobre o canal HZ. Outro fator importante é que para este bóson pesado com energia de centro de massa da ordem de 14TeV, as seções de choque são significativas para um intervalo de massas maiores em relação a um bóson de Higgs pesado com energia do centro de massa de 7TeV.

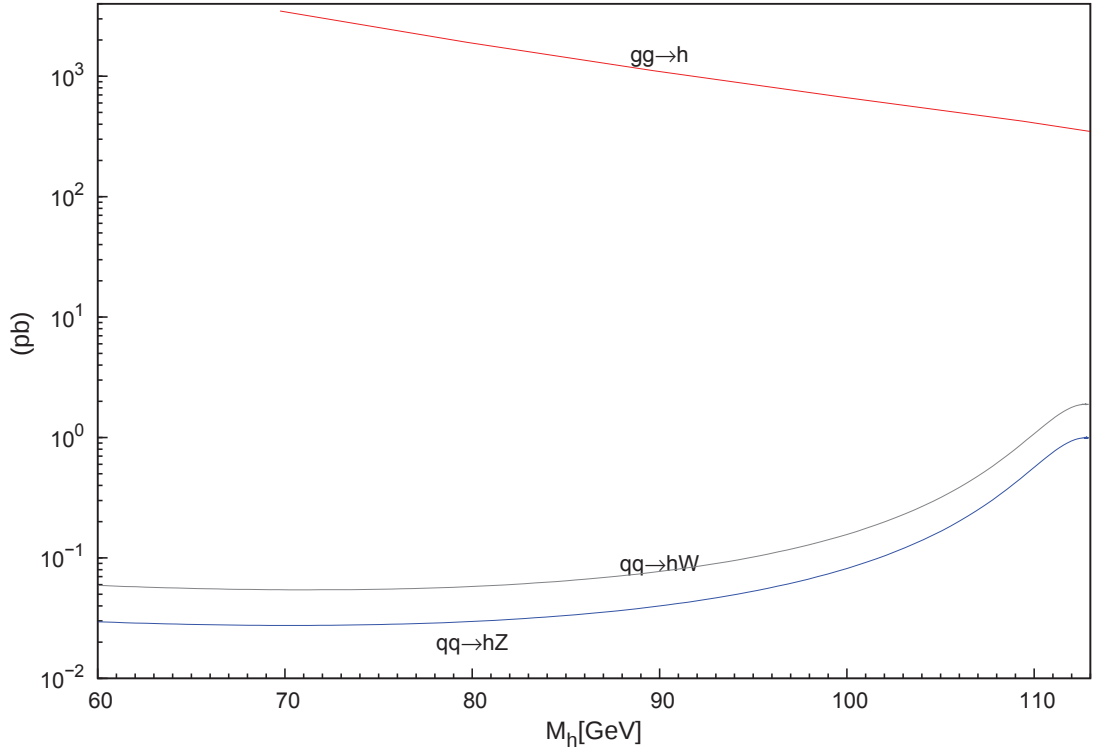


Figura 4.12: Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs leve para $\tan \beta = 30$.

A partir de 150 GeV, o processo relevante para um possível descoberta é a fusão de glúons, apresentando um comportamento similar ao bóson de Higgs pesado com energia do centro de massa de 7 TeV.

A seguir, compararemos os escalares neutros CP-par do MSSM com o bóson de Higgs do Modelo Padrão.

- **Higgs leve (h) e o bóson de Higgs do Modelo Padrão:**

Ao compararmos o processo de fusão de glúons de um bóson de Higgs leve ($\tan \beta = 3$) 14 TeV com o bóson de Higgs do Modelo Padrão notamos uma diferença no intervalo de massas em que este canal se torna importante. Para o bóson de Higgs leve a fusão de glúons é relevante no intervalo de 65-115 GeV, enquanto que para um bóson de Higgs do Modelo Padrão ela é importante para toda a região de massa considerada. Para um bóson de Higgs leve com $\tan \beta = 30$, este canal é dominante a partir de 70 GeV. Nos caso de um bóson de Higgs com $\tan \beta = 30$ e um bóson de Higgs do Modelo Padrão acima de 100 GeV as seções de choque diminuem continuamente.

O processo de produção associada apresenta diferentes comportamentos quando comparado com o bóson de Higgs do Modelo Padrão. Para um bóson de Higgs leve com $\tan \beta = 30$, no intervalo de 100-114 GeV, as seções de choque aumentam até se estabilizarem, ao contrário das seções do bóson de Higgs no Modelo Padrão que diminuem continuamente com o aumento da massa.

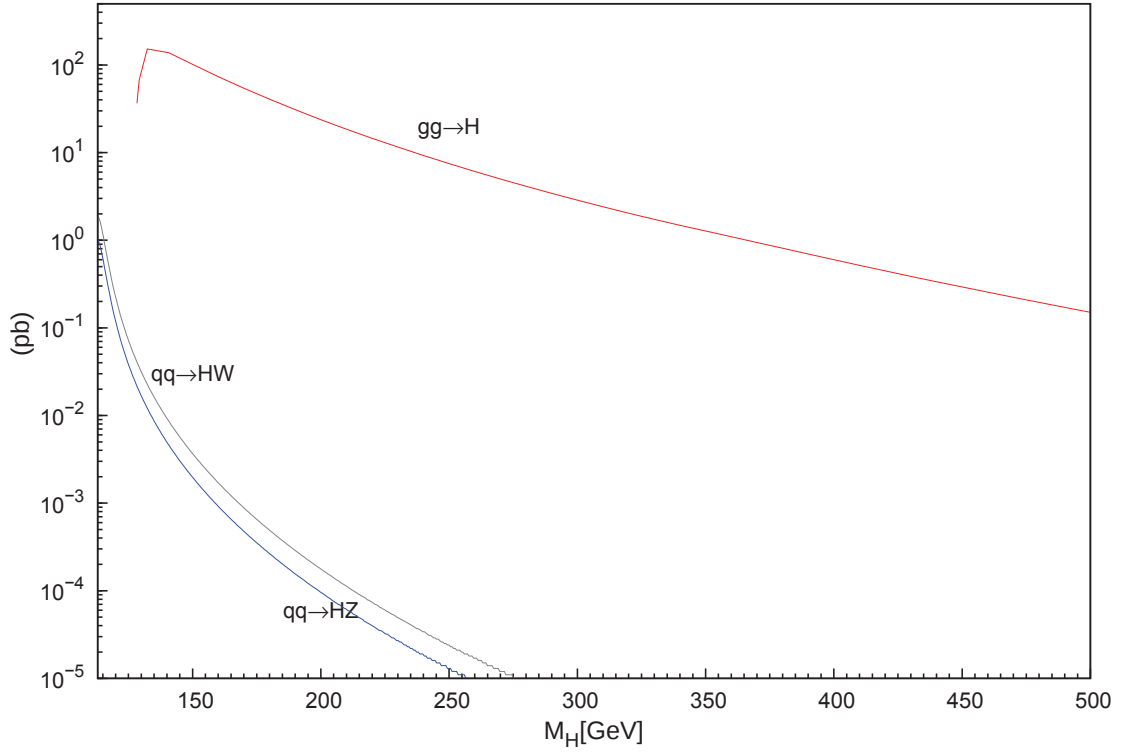


Figura 4.13: Seções de choque para a produção de um bóson de Higgs pesado para $\tan \beta = 30$.

- **Higgs pesado (H) e o bóson de Higgs do Modelo Padrão:**

O processo de fusão de glúons para o bóson de Higgs pesado e o bóson de Higgs do Modelo Padrão domina em toda a faixa de massa estudada.

Para massas acima de 150 GeV, a seção de choque de produção para o bóson de Higgs com ($\tan \beta = 30$) diminui continuamente. Comparando o caso do bóson de Higgs pesado com ($\tan \beta = 3$) com o bóson de Higgs do Modelo Padrão, para a massa ao redor de 340 GeV, uma certa semelhança é observada. Este aspecto, como discutido na análise para 7 TeV, pode estar associado ao limiar de produção de partículas fermiônicas produzidas, no caso quarks top relacionado às correções radiativas. Acima deste valor, para ambos os casos, as seções de choquem voltam a diminuir. Quanto aos processos de produção associada, para ambos os bósons de Higgs, as seções de choque diminuem continuamente. No caso $\tan \beta = 3$ as seções de choque continuam importantes para valores maiores de massa. Esta correspondência é encontrada também para o bóson de Higgs do Modelo Padrão. O canal HW é o mais importante, sua ordem de grandeza da seção de choque é a mesma encontrada para um bóson de Higgs do Modelo Padrão. Enquanto o canal HZ apresenta uma ordem de grandeza menor ao comparado à seção de choque do bóson de Higgs do Modelo Padrão.

Capítulo 5

Considerações Finais

Nesta dissertação abordamos os aspectos teóricos do Modelo Padrão e os mecanismos de geração de massa, onde discutimos o mecanismo de Goldstone, que ocorre devido a uma quebra de simetria global e o mecanismo de Higgs que acontece através de uma quebra de simetria local. Em seguida escrevemos a lagrangiana completa do Modelo Padrão e explicitamos todos os acoplamentos associados ao setor escalar. Analisamos os principais modos de decaimento e produção do bóson de Higgs. Para os decaimentos, escrevemos os diagramas de Feynman e acoplamentos para os processos considerados e calculamos as respectivas larguras de decaimento. Com a utilização de softwares foi possível a obtenção de resultados numéricos para a largura de decaimento total do bóson de Higgs e os branching ratios em função da massa. Com a possível descoberta do bóson de Higgs no LHC este ano, com massa próxima de 125GeV, mencionamos os modos de decaimento que foram relevantes na procura desta partícula. Para os processos de produção, calculamos em detalhe a seção de choque para um dos mecanismos importantes, a fusão de bósons vetoriais e comentamos o processo Higgs-strahlung, indicando a seção de choque associada.

A partir de softwares, construímos gráficos associados aos mecanismos de produção, analisando a predominância destes processos, incluindo a região de massa ao redor de 125GeV.

Com o objetivo de estudar a extensão supersimétrica do Modelo Padrão, estudamos o modelo de dois dubletos de Higgs, analisamos o potencial e escrevemos os bósons de Higgs, escalar e o pseudoescalar deste modelo. O modelo de dois dubletos é a base para o estudo do setor escalar da extensão supersimétrica do Modelo Padrão.

Na continuação do trabalho, estudamos o setor escalar da extensão supersimétrica, onde escrevemos o potencial associado e determinamos as massas dos campos físicos de Higgs. Ainda nesta fase verificamos o limite das equações encontradas para as massas dos campos de Higgs. Neste limite o bóson de Higgs leve do setor escalar do MSSM é praticamente indistinguível do bóson de Higgs do Modelo Padrão.

A fim de obter os acoplamentos dos bósons de Higgs, reproduzimos as lagrangianas

de interação com as diferentes partículas (férmions, bósons de gauge e auto-acoplamentos), e com as equações dos campos de Higgs inseridas nestas lagrangianas obtivemos explicitamente os acoplamentos a férmions e bósons de gauge. Com os acoplamento determinados, escrevemos as novas expressões para as larguras de decaimentos dos bósons de Higgs do MSSM, onde utilizamos os acoplamentos obtidos e as expressões das taxas de decaimento no Modelo Padrão. É importante recordar que as larguras de decaimento no MSSM diferem das expressões do Modelo Padrão apenas pela presença de funções trigonométricas dos ângulos α e β .

Como na primeira etapa, utilizamos os mesmos softwares numéricos a fim de construir gráficos das larguras de decaimento e seções de choque dos bósons de Higgs da extensão supersimétrica. Os parâmetros relevantes foram $\tan\beta$, m_A (massa do bóson de Higgs pseudoescalar) e energia do centro de massa (7 e 14TeV). Os valores de $\tan\beta$ escolhidos foram 3 e 30. Em ambos os casos, $\tan\beta = 3$ e $\tan\beta = 30$, para o bóson de Higgs leve e pesado, foram realizadas discussões sobre a relevância dos processos observados para o intervalo de massa considerado.

Comparamos os resultados para os bósons de Higgs leve e pesado do MSSM com o bóson de Higgs do Modelo Padrão, para energias do centro de massa de 7 e 14TeV. O processo mais importante em ambos os casos é a fusão de glúons. Para a comparação direta com os resultados experimentais publicados seria necessário a simulação do sinal incluindo as características cinemáticas das partículas, bem como dados referentes aos detectores. Esta etapa poderá ser desenvolvida posteriormente.

Como se sabe o Modelo Padrão é um modelo que possui parâmetros livres, alguns já determinados outros não. A quantidade de parâmetros livres no Modelo Padrão é de 22. Ao contrário do que se pensa, a extensão supersimétrica do Modelo Padrão possui também muitos parâmetros livres, sendo 105. Isto nos mostra que estes modelos, conhecidos há um bom tempo, precisam ser observados com atenção, embora seja os melhores que temos até o presente momento.

Outras perspectivas futuras para o prosseguimento do trabalho são: estudo da estrutura matemática da supersimetria para melhor compreensão dos fenômenos do Modelo Mínimo Supersimétrico e estudo de códigos computacionais que permitam implementar e aprimorar os softwares numéricos utilizados.

Capítulo 6

Apêndice

Neste apêndice apresentaremos as relações fundamentais utilizadas ao longo dos capítulos deste trabalho.

As matrizes de Pauli na representação fundamental são dadas por

$$\tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

As propriedades dos traços utilizadas são,

$$\begin{aligned} Tr[1] &= 4, \\ Tr[im_f \not{p}] &= 0, \\ Tr[\not{a} \not{b}] &= 4a.b. \end{aligned}$$

As constantes fundamentais em unidades naturais são expressas por

$$c = \hbar = 1.$$

6.1 Construção da Matriz Invariante

Nesta seção construiremos a amplitude invariante para a largura de decaimento do Higgs como um exemplo da aplicação das regras de Feynman. Utilizaremos as regras de Feynman para a QED.

1) Para um dado processo deve-se desenhar todos os diagramas de Feynman topologicamente distintos.

2) Cada férmion externo no diagrama é representado por um fator $u(p, s)$. Cada férmion que emerge do ponto de interação é representado por $\bar{u}(p, s)$, onde p e s são o momento e spin da partícula respectivamente. A representação é dada a seguir

3) Cada antiférmion externo é representado por um fator $v(p, s)$. Cada antiférmion que emerge do ponto de interação do diagrama é representado por $\bar{v}(p, s)$. A representação



$$\longrightarrow \bullet = u^s(p) \qquad \bullet \longrightarrow = \bar{u}^s(p)$$

Figura 6.1: Regra de Feynman para os férmions.

diagramática é dada a seguir.



$$\bullet \longleftarrow = \bar{v}^s(k) \qquad \bullet \longleftarrow = v^s(k)$$

Figura 6.2: Regra de Feynman para os antiférmions.

4) Para cada fóton presente no estado inicial o vetor de polarização $\varepsilon_\mu(k)$ e no estado final $\varepsilon_\mu^*(k)$, onde k é o momento do fóton.

5) Para cada linha interna fermiônica, o propagador, é escrito como



$$\beta \longrightarrow \xrightarrow[p]{\quad} \alpha \qquad S_{F\alpha\beta}(p) = i \frac{(\not{p} + m)_{\alpha\beta}}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Figura 6.3: Representação diagramática da linha interna fermiônica (propagador) e a respectiva expressão matemática.

6) O diagrama e a respectiva expressão para a linha interna do fóton (propagador) é aquele na figura (2.4)

7) Para cada vértice, como indicado na figura (3.1), temos

Indicamos $e = |e|$ para a carga do pósitron ou do próton e para o elétron temos $Q_e = -1$.

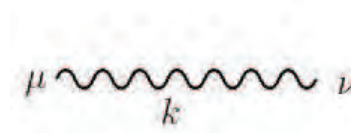
8) Por cada loop (momento interno não fixado por conservação da energia e momento) deve-se introduzir o fator

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4}.$$

9) Para cada loop de férmions (léptons e quarks) deve-se adicionar um sinal (-1) .

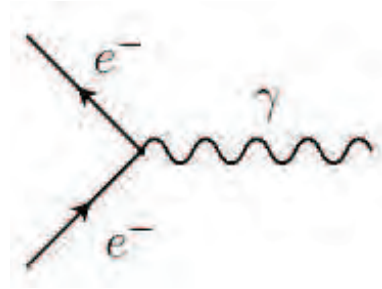
Com as regras de Feynman enunciadas acima podemos através de um exemplo simples construir a amplitude invariante associada.

A amplitude invariante ou elemento de matriz como também é conhecida, é uma grandeza física associada diretamente aos diagramas de Feynman, onde a física do processo estudado é descrita por esta quantidade. Como exemplo para a construção desta grandeza, consideremos o seguinte diagrama de Feynman para o decaimento do bóson de Higgs em férmions indicado na figura (3.2)



$$D_{F\mu\nu}(k) = -i \frac{g_{\mu\nu}}{k^2 + i\varepsilon}$$

Figura 6.4: Representação diagramática do propagador do fóton e sua respectiva expressão matemática .



$$(-ieQ_e\gamma^\mu)_{\alpha\beta}$$

Figura 6.5: Diagrama de Feynman para o vértice.

Do diagrama de Feynman, o antiférmion $\bar{f}$ possui momento $\vec{q}$ e spin ζ e como este está saindo do vértice o fator associado é escrito como $\bar{v}(\vec{q}, \zeta)$. Para o férmion f de momento $\vec{p}$ e spin σ que está entrando no vértice o fator é escrito como $u(\vec{p}, \sigma)$. O acoplamento do bóson de Higgs aos férmions é dado na figura (3.2).

A matriz invariante é então construída da composição dos fatores descritos anteriormente. Ou seja,

$$M(H \rightarrow f\bar{f}) = \bar{v}(q, \zeta) \left[-i \frac{g}{2} \frac{m_f}{M_W} \right] u(p, \sigma). \quad (6.1)$$

A constante de acoplamento entre colchetes em (6.1) pode ser reescrita

$$-i \frac{g}{2} \frac{m_f}{M_W} = -i \frac{m_f}{v} \quad (6.2)$$

onde foi utilizada a expressão para a massa do bóson de gauge W , que é $M_W = gv/2$.

A soma do quadrado deste elemento de matriz sobre os spins do estado final é

$$\bar{M}^2 \equiv \sum_{\sigma, \xi} |M|^2. \quad (6.3)$$

A soma sobre os spins é aplicada, pois podemos transformá-la em traços de matrizes γ e deste modo simplificar os cálculos posteriores.

O cálculo deste módulo quadrado é realizado em detalhe a seguir:

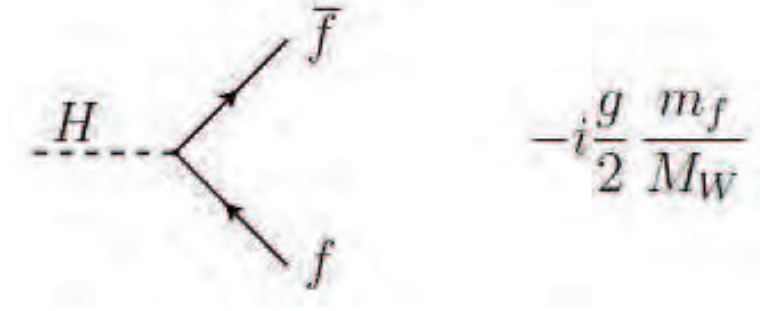


Figura 6.6: Diagrama de Feynman $H \rightarrow f\bar{f}$ e respectiva constante de acoplamento.

O módulo quadrado de (6.1) é

$$\begin{aligned}
 |M|^2 &= MM^\dagger = \left[\bar{v}(q, \zeta) \left(-i \frac{g}{2} \frac{m_f}{M_W} \right) u(p, \sigma) \right] \left[\bar{v}(q, \zeta) \left(-i \frac{g}{2} \frac{m_f}{M_W} \right) u(p, \sigma) \right]^\dagger = \\
 &= \left(\frac{g}{2} \frac{m_f}{M_W} \right)^2 [\bar{v}(q, \zeta) u(p, \sigma)] [\bar{v}(q, \zeta) u(p, \sigma)]^\dagger.
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

O último termo em (6.4) pode ser calculado utilizando as seguintes relações de completudeza

$$\sum_{\sigma} [u(\vec{p}, \sigma) \bar{u}(\vec{p}, \sigma)] = (m_f - i\not{p}) \quad ; \quad \sum_{\zeta} [v(\vec{q}, \zeta) \bar{v}(\vec{q}, \zeta)] = (-m_f - i\not{q}),$$

o que nos leva à

$$[\bar{v}(q, \zeta) u(p, \sigma)] [\bar{v}(q, \zeta) u(p, \sigma)]^\dagger = -Tr [(m_f - i\not{p}) (m_f + i\not{q})]. \tag{6.5}$$

Substituindo (6.2), (6.5) em (6.4) obtemos a expressão seguinte para o módulo da matriz invariante

$$|M|^2 = - \left(\frac{m_f}{v} \right)^2 Tr [(m_f - i\not{p}) (m_f + i\not{q})]. \tag{6.6}$$

6.2 Largura de Decaimento

A expressão geral para a largura de decaimento é

$$d\Gamma = \frac{1}{4\sqrt{(p_A \cdot p_B)^2 - m_A^2 m_B^2}} |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4(\sum p_f - p_A + p_B) \left(\prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right), \tag{6.7}$$

onde p_A e p_B são os quadrimomentos das partículas do estado inicial e p_f e E_f são o quadrimomento e energia, respectivamente, das partículas produzidas no estado final.

A expressão em (6.7) pode ser dividida em três importantes blocos. São eles: fluxo

inicial, amplitude invariante e espaço de fase final.

- O fluxo inicial como o próprio nome já diz, está associado as partículas incidentes, ao estado inicial do processo observado.
- A amplitude invariante, que pode como vimos anteriormete pode ser escrita através de um diagrama de Feynman e das regras de Feynman, é a grandeza responsável por conter informações quanto a dinâmica do processo, ou seja, a física do processo.
- O espaço de fase final contém as partículas produzidas durante o processo. Este por sua vez compreende a parte relacionada a função delta, onde esta assegura a conservação do quadrimomento-energia. E a parte associada ao produtório dos quadrimomentos das partículas do estado final e suas respectivas energias.

Escreveremos em detalhe a largura de decaimento para o decaimento do bóson de Higgs em férmions.

O fluxo inicial para este processo particular é escrito como

$$\frac{1}{4\sqrt{(p_k \cdot p_B)^2 - m_H^2 m_B^2}} = \frac{1}{2E_k}.$$

A matriz invariante e o seu módulo quadrado foi calculado anteriormente. Finalmente resta escrever o espaço de fase final para este processo. Assim, o espaço final é escrito como

$$\delta^4(p + q - k) \left(\frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_q} \right).$$

Com todos os termos escritos acima, a largura de decaimento para este processo fica:

$$d\Gamma = \frac{1}{2E_k} |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p + q - k) \left(\frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_q} \right).$$

De acordo com a seção 3.1.5, as funções J_1 e J_2 são dadas por

$$J_1(q^2, m_H^2, M_X^2) = -M_W^2 C_0(q^2, 0, m_H^2, M_X^2, M_X^2, M_X^2)$$

$$J_2(q^2, m_H^2, M_X^2) = \frac{1}{2} \frac{M_X^2}{q^2 - m_H^2} \left[\begin{aligned} &1 + 2M_X^2 C_0(q^2, 0, m_H^2, M_X^2, M_X^2, M_X^2) + \\ &\frac{q^2}{q^2 - m_H^2} (B_0(q^2, M_X^2, M_X^2) - B_0(q^2, m_H^2, M_X^2)) \end{aligned} \right],$$

onde B_0 e C_0 são as funções Passarino-Veltman [13] e M_X é a massa da partícula presente no loop. Estas funções estão relacionadas às funções I_1 e I_2 da referência [14] pelas relações

$$\begin{aligned} J_1(q^2, m_H^2, M_X^2) &= I_2(\tau_X, \lambda_X) \\ J_2(q^2, m_H^2, M_X^2) &= \frac{1}{4} I_1(\tau_X, \lambda_X), \end{aligned}$$

com

$$\tau_X = \frac{4M_X^2}{m_H^2} \quad ; \quad \lambda_X = \frac{4M_X^2}{q^2}.$$

De acordo com a seção 4.2, para o cálculo do elemento da matriz de massa do setor neutro, parte imaginária (índices 4 e 8), vamos calcular os termos da lagrangiana por separado, a fim de simplificar nosso desenvolvimento. O elemento calculado será 44.

Parcelas dos primeiros três termos:

$$\lambda_1 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2 \right)^2 = \lambda_1 \left[(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4)^2 - 2v_1^2 (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4)^2 + v_1^4 \right],$$

$$\lambda_2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2 \right)^2 = \lambda_2 \left[(\phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8)^2 - 2v_2^2 (\phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8)^2 + v_2^4 \right],$$

$$\begin{aligned} \lambda_3 \left[\lambda_1 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2 \right) + \lambda_2 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2 \right) \right]^2 &= \lambda_3 \left[\left(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2 \right)^2 + 2 \left(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2 \right) \right] \\ &\quad + \lambda_3 \left(\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2 \right)^2. \end{aligned}$$

As parcelas do quarto termo de (4.5), por separado, são

$$\left(\phi_1^\dagger \phi_1 \right) \left(\phi_2^\dagger \phi_2 \right) = (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4) (\phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8),$$

$$\left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) = \phi_1 \phi_5 + i\phi_1 \phi_6 - i\phi_2 \phi_5 + \phi_2 \phi_6 + \phi_3 \phi_7 + i\phi_3 \phi_8 - i\phi_4 \phi_7 + \phi_4 \phi_8,$$

$$\left(\phi_2^\dagger \phi_1 \right) = \phi_5 \phi_1 + i\phi_5 \phi_2 - i\phi_6 \phi_1 + \phi_6 \phi_2 + \phi_7 \phi_3 + i\phi_7 \phi_4 - i\phi_8 \phi_3 + \phi_8 \phi_4.$$

Parcelas do quinto e sextos termos:

$$\lambda_5 \left[\Re \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) - v_1 v_2 \right]^2 = \lambda_5 \left[\phi_1 \phi_5 + \phi_2 \phi_6 + \phi_3 \phi_7 + \phi_4 \phi_8 - v_1 v_2 \right]^2,$$

$$\lambda_6 \left[\Im \left(\phi_1^\dagger \phi_2 \right) - v_1 v_2 \sin \xi \right]^2 = \lambda_6 \left[i\phi_1 \phi_6 - i\phi_2 \phi_5 + i\phi_3 \phi_8 - i\phi_4 \phi_7 \right]^2.$$

Com os devidos cálculos realizados, vamos realizar as derivações dos mesmos.

Como o elemento procurado é o 44, a expressão em (4.6) fica

$$M_{44}^2 = \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_4 \partial \phi_4} \right]_{\text{mínimo}}.$$

Vamos calcular esta derivada segunda para o primeiro termo. A derivada primeira resulta em

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_4} = \lambda_1 [(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4)^2 - 4\phi_4 v_1^2],$$

e a respectiva derivada segunda

$$\frac{\partial}{\partial \phi_4} \{ \lambda_1 (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4)^2 - 4\lambda_1 v_1^2 \phi_4 \} = 0.$$

Para o terceiro termo,

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \phi_4} &= \lambda_3 [4\phi_4 (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4)^2 - 4\phi_4 v_1^2 + 4\phi_4 (\phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8)] \\ \frac{\partial}{\partial \phi_4} &= \{ \lambda_3 [4\phi_4 (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4)^2 - 4\phi_4 v_1^2 + 4\phi_4 (\phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8)] \} = \\ &= \lambda_3 [4\phi_3^2 - 4v_1^2 + 4\phi_7 - 4v_2^2]. \end{aligned}$$

Aplicando,

$$\langle \phi_3 \rangle = v_1, \quad \langle \phi_7 \rangle = v_2 \quad e \quad \langle \phi_k \rangle = 0 \quad (\text{para outros valores de } k),$$

obtemos para o terceiro elemento

$$\frac{\partial^2}{\partial \phi_4 \partial \phi_4} \left\{ \lambda_3 \left[\lambda_1 (\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2) + \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2) \right]^2 \right\} = 0.$$

Os termos restantes podem ser determinados realizando as mesmas etapas desenvolvidas acima. Estes cálculos resultam em

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \phi_4 \partial \phi_4} \left\{ \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2)^2 \right\} &= 0, \\ \frac{\partial^2}{\partial \phi_4 \partial \phi_4} \left\{ \lambda_4 \left[(\phi_1^\dagger \phi_1) (\phi_2^\dagger \phi_2) - (\phi_1^\dagger \phi_2) (\phi_2^\dagger \phi_1) \right] \right\} &= 0, \\ \frac{\partial^2}{\partial \phi_4 \partial \phi_4} \left\{ \lambda_5 \left[\Re (\phi_1^\dagger \phi_2) - v_1 v_2 \right]^2 \right\} &= 0, \\ \frac{\partial^2}{\partial \phi_4 \partial \phi_4} \left\{ \lambda_6 \left[\Im (\phi_1^\dagger \phi_2) \right]^2 \right\} &= 2\lambda_6 v_2^2. \end{aligned}$$

Deste modo, somando todas as contribuições anteriores, chegamos em

$$M_{44}^2 = \lambda_6 v_2^2.$$

Referências Bibliográficas

- [1] M. A. Moreira, *Revista Brasileira do Ensino de Física* **31**,1306 (2009).
- [2] M. C. B. Abdalla, *O discreto charme das partículas elementares* (Unesp, São Paulo, 2006).
- [3] D. B. Franzosi, *Estudo da Quebra de Simetria Eletrofraca através do Espalhamento $W^{\pm}W^{\pm}$ no Experimento CMS do CERN*, 2007. 91f. Dissertação(Mestrado em Física)-Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- [4] S.F. Novaes, *Standard Model: An Introduction*. In: J.C.A. Barata, M. Begali e R. Rosenfeld. Particle and Fields: Proceedings of the X J. A. Swieca Summer School. Particle and Fields: Proceedings of the X J. A. Swieca Summer School. Cingapura: World Scientific Publishing, pg.5-102, (2000).
- [5] F. Halzen e A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics* (John Wiley e Sons, 1984).
- [6] M. Herrero, *The Standard Model*, arXiv:hep/**9812242** **1**, (1998).
- [7] T. P. Cheng e L.F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics*(Clarendon Press, Oxford, 1984).
- [8] J.C. Romão, *O Modelo Padrão das Interações Eletrofracas*, Univ. Técnica de Lisboa-Inst. Superior Técnico (Departamento de Física) (1994).
- [9] C. Burgess e G. Moore, *The Standard Model A Primer* (Cambridge University Press, Cambridge, 2007).
- [10] J.C. Romão, *Introdução a teoria do campo*, Univ. Técnica de Lisboa-Inst. Superior Técnico (Departamento de Física) (2012).
- [11] J.C. Romão e S. Andringa, *Eur. Phys. J.* **C7** pg.631-642 (1999).
- [12] A.Djouadi e M. Spira, web page: <http://people.web.psi.ch/spira/proglist.html>. Acesso em 28.04.2012.

- [13] G. 't Hooft e M. Veltman, Nucl. Phys. **B153** pg. 365 (1979); G. Passarino e M. Veltman, Nucl. Phys. **B160** pg.151 (1979).
- [14] J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane e S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, (Addison-Wesley, 1990).
- [15] A. Djouadi, The Anatomy of Electro-Weak Symmetry Breaking (The Higgs Boson in Standard Model), Phys. Reports **457** pg.1-216 (2008).
- [16] R. N. Cahn, Nucl. Phys. B. **255** pg. 341-354 (1985).
- [17] R.N. Cahn, S. Dawson, Phys. Letters B. **136** (1984).
- [18] W. Kilian, M. Krämer, P. M. Zerwas, Phys. Letters B.**373** pg.135-140 (1996).
- [19] H. E. Haber, *Higgs Theory and Phenomenology in the Standard Model and MSSM*, (University of California, Santa Cruz Institute for Particle Physics,2002).
- [20] M. Carena, P.M. Zerwas, Report of the Workshop on Physics at LEP2, pg.112 (1996).
- [21] J. Van der Bij, M. Veltman, Nucl. Phys. B. **231** pg 205-234 (1984).
- [22] J. F. Gunion, H.E. Haber, Nucl. Phys. B. **272** pg 567-568 (1986).
- [23] H. E. Haber, G.I. Kane, Phys. Reports, vol.117 pg.75-263 (1985).
- [24] L. Reina, *TASI 2011: lectures on Higgs-Boson Physics*, (Florida State University, Physics Department, 2012).
- [25] H. Pettersen, *The Higgs Boson in Less Constrained Supersymmetric Models*, 2012. 124f.Dissertação (Mestrado em Física)-Universidade de Bergen, Noruega, 2012.
- [26] D. Carmi, A. Falkowski, E. Kuflik, T. Volansky e J. Zupan, arXiv: 1207.1718, vol.2, 2012.