

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

KAUÊ PAULINO DE CASTRO

**Implementação e validação de código para cálculo aerotermodinâmico de difusores supersônicos
não-ideais**

São João da Boa Vista
2025

Kauê Paulino de Castro

Implementação e validação de código para cálculo aerotermodinâmico de difusores supersônicos não-ideais

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Profº Dr. Gabriel Pereira Gouveia da Silva

São João da Boa Vista
2025

C355i Castro, Kauê Paulino de
Implementação e validação de código para cálculo
aerotermodinâmico de difusores supersônicos não-ideais / Kauê
Paulino de Castro. -- São João da Boa Vista, 2025
63 p.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia
Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade
de Engenharia, São João da Boa Vista
Orientador: Gabriel Pereira Gouveia da Silva

1. Engenharia aeroespacial. 2. Fluidodinâmica computacional. 3.
Aerotermodinâmica. 4. Aviação Propulsão à jato. I. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DE CÓDIGO PARA CÁLCULO
AEROTERMODINÂMICO DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS NÃO-IDEAIS**

Aluno: Kauê Paulino de Castro

Orientador: Prof. Dr. Gabriel Pereira Gouveia da Silva

Banca Examinadora:

- Gabriel Pereira Gouveia da Silva (Orientador)
- Daniel Sampaio Souza (Examinador)
- Edemar Morsch Filho (Examinador)

Os formulários de avaliação e a ata da defesa, na qual consta a aprovação do trabalho, devidamente assinados pela banca encontram-se no prontuário eletrônico do aluno.

São João da Boa Vista, 03 de dezembro de 2025

À minha amada Ana Carolina.

AGRADECIMENTOS

À minha princesa, Ana Carolina Migliorini Silva, cujo apoio incansável me sustentou nos momentos mais desafiadores.

À minha mãe, Shirley G. P. Castro, cujo apoio incondicional me permitiu terminar esta graduação. Ao meu pai, Anderson S. Castro, por sempre estar presente e me orientar.

Às minhas irmãs, Maria Eduarda P. Castro e Beatriz G. P. Castro, que me incentivaram com o seu carinho.

Em memória de meu querido irmão, Antônio Vitor G. Paulino, e de meu amado avô, Lourival Baltazar de Castro, que sempre me inspiraram. A eles, minha eterna saudade.

À minha sogra, Angelita M. P. Silva, e ao meu sogro, Valdivino M. Silva, por me tratarem como filho; por isso, os tratarei como pais. Ao meu cunhado Guilherme.

Aos meus tios Emerson e Rodrigo, e às tias Cidinha, Márcia e Daiane, que nunca duvidaram da minha capacidade e me fizeram sentir mais especial do que apenas um sobrinho.

Dedico com carinho às minhas avós, Célia F. Gonçalves e Zenilda S. S. Castro, cujo amor manteve acesa minha chama de vencer. Ao meu avô, Mario Paulino.

Ao meu querido amigo e Professor Doutor Gabriel P. G. da Silva, por ser um iluminador na minha educação e ser um exemplo.

Também celebro a amizade dos meus amigos e irmãos da Unesp, em especial Leonardo d'A. Takagaki, Milton Catelli, Breno L. Mello, Ícaro, Igor M. H. Araújo, Wagner Souza e Matheus G. Zingra; uma conexão que pretendo carregar comigo por toda a vida.

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original.”
(Albert Einstein)

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo o desenvolvimento e a validação de uma ferramenta computacional para a análise e o projeto preliminar de difusores supersônicos, visando preencher a lacuna existente entre métodos analíticos simplificados e simulações de alta fidelidade. A metodologia adotada consistiu em uma abordagem híbrida, integrando modelos teóricos de escoamento compressível unidimensional e bidimensional (choques oblíquos) com correções de desempenho baseadas em dados de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD). Para a validação do modelo não-ideal, foram realizadas simulações numéricas de um difusor do tipo Pitot axissimétrico utilizando o software ANSYS Fluent, replicando as condições de operação de um motor turbofan de referência derivado do CFM56-7B, proposto para aeronaves supersônicas civis. Os resultados obtidos no módulo de análise ideal demonstraram consistência numérica e física, reproduzindo com precisão exemplos clássicos da literatura. No módulo não-ideal, a comparação com dados de referência revelou desvios inferiores a 1% para a recuperação de pressão total nos pontos de projeto. Adicionalmente, a ferramenta foi capaz de gerar curvas características de desempenho, mapeando a eficiência do difusor em regimes subcríticos e supercríticos. Conclui-se que a ferramenta desenvolvida oferece uma solução ágil e robusta para as fases iniciais de projeto, permitindo a estimativa rápida de perdas viscosas e margens de estabilidade sem o custo computacional proibitivo de simulações CFD em tempo real.

Palavras-chave: difusores supersônicos; dinâmica dos fluidos computacional; propulsão aeronáutica; projeto preliminar.

ABSTRACT

The present work aimed at the development and validation of a computational tool for the preliminary design and analysis of supersonic inlets, seeking to bridge the gap between simplified analytical methods and high-fidelity simulations. The methodology adopted consisted of a hybrid approach, integrating theoretical models of one-dimensional and two-dimensional compressible flow (oblique shocks) with performance corrections based on Computational Fluid Dynamics (CFD) data. For the validation of the non-ideal model, numerical simulations of an axisymmetric Pitot inlet were performed using ANSYS Fluent software, replicating the operating conditions of a reference turbofan engine derived from the CFM56-7B, proposed for civil supersonic aircraft. The results obtained in the viscous analysis module demonstrated numerical consistency and physical accuracy, precisely reproducing classic literature examples. In the non-ideal module, the comparison with reference data revealed deviations of less than 1% for total pressure recovery at design points. Additionally, the tool was capable of generating performance characteristic curves (Cane Curves), mapping the inlet efficiency in subcritical and supercritical regimes. It is concluded that the developed tool offers an agile and robust solution for early design phases, allowing for the rapid estimation of viscous losses and stability margins without the prohibitive computational cost of real-time CFD simulations.

Keywords: supersonic inlets; computational fluid dynamics; aeronautical propulsion; preliminary design.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Schlieren em tempo real de projeto da Boom Overture.	16
Figura 2 – Localização do difusor no motor a reação.	17
Figura 3 – Primeiro jato transônico, Bell X-5BE, com difusor de choque normal.	18
Figura 4 – Vista ilustrativa do difusor do motor P&W J58 do Lockheed Blackbird SR-71. . .	18
Figura 5 – Diagrama de funcionamento do código.	19
Figura 6 – Choque supersônico através de um canto côncavo.	22
Figura 7 – Comparativo entre o ângulo de onda e ângulo de Mach.	23
Figura 8 – Tipos de difusores supersônicos projetadas para Mach 1,7.	26
Figura 9 – Esquemático de um difusor do tipo CD.	26
Figura 10 – Representação esquemática da posição do choque.	27
Figura 11 – Regimes de operação de uma entrada de ar supersônica: (a) Subcrítico; (b) Crítico; (c) Supercrítico.	28
Figura 12 – Comparação esquemática entre sistemas de compressão por choque normal e compressão mista com rampas.	30
Figura 13 – Exemplo de domínio computacional e malha estruturada utilizada em simulações RANS de difusores supersônicos.	32
Figura 14 – O difusor axissimétrico de Pitot.	36
Figura 15 – Domínio computacional e malha adotada.	37
Figura 16 – Interface de projeto para difusor C-D em Mach 2.0	43
Figura 17 – Resultados da otimização geométrica para difusores externos em Mach 2.0	44
Figura 18 – Interface de análise para difusor Pitot com dados não-ideais	45
Figura 19 – Curva de desempenho gerada pela ferramenta para o difusor Pitot em Mach 1.4, comparando o limite ideal teórico com os dados reais de CFD.	46
Figura 20 – Campos de Mach para diferentes regimes de operação do difusor Pitot em $M=1.4$. .	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo detalhado das configurações do modelo numérico (CFD).	39
Tabela 2 – Validação da ferramenta computacional comparada aos exemplos analíticos de Farokhi (2014).	42
Tabela 3 – Comparação dos resultados de CFD no ponto de projeto com os dados de referência de Slater (2023).	45

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIAA	American Institute of Aeronautics and Astronautics
ARP	Aerospace Recommended Practice
AS	Aerospace Standard
ATAG	Air Transport Action Group
AUSM	Advection Upstream Splitting Method
BC	Boundary Condition
C-D	Convergente-Divergente
CFD	Computational Fluid Dynamics (Dinâmica dos Fluidos Computacional)
CFM	CFM International
CST	Commercial Supersonic Technology
DPC/P	Circumferential Pressure Distortion Intensity
DPR/P	Radial Pressure Distortion Intensity
FMG	Full Multi-Grid
GEE	Gases de Efeito Estufa
GUI	Graphical User Interface
ICAO	International Civil Aviation Organization
ISA	International Standard Atmosphere
K-D	Kantrowitz-Donaldson
MFR	Mass Flow Ratio
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NURBS	Non-Uniform Rational B-Spline
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RMS	Root Mean Square
SAE	Society of Automotive Engineers
SAF	Sustainable Aviation Fuel (Combustível Sustentável de Aviação)

SBLI	Shock-Boundary Layer Interaction (Interação Choque-Camada Limite)
SFC	Specific Fuel Consumption (Consumo Específico de Combustível)
SST	Shear Stress Transport
ST	Streamline-Traced
STCA	Supersonic Technology Concept Aeroplanes
SUPIN	Supersonic Inlet Design and Analysis Tool
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TPR	Total Pressure Recovery (Recuperação de Pressão Total)
UNESP	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo de ataque / Incidência
β	Ângulo da onda de choque oblíqua
γ	Razão de calores específicos (Coeficiente de expansão adiabática)
δ	Razão de pressão de estagnação / Ângulos de rampa (δ_1, δ_2)
Δ	Variação de uma grandeza
η_d	Eficiência adiabática do difusor
θ	Ângulo de deflexão do escoamento / Razão de temperatura de estagnação
μ	Ângulo da onda de Mach
ν	Viscosidade cinemática
π_d	Recuperação de Pressão Total (TPR)
ρ	Densidade do fluido
τ_w	Tensão de cisalhamento na parede
a	Velocidade do som
A	Área da seção transversal
A^*	Área crítica (sônica)
A_{cap}	Área de captura
C_p	Calor específico à pressão constante / Coeficiente de pressão
D	Diâmetro
e	Número de Euler
g_0	Aceleração da gravidade padrão
h	Entalpia específica / Altitude
L	Comprimento
M	Número de Mach
M_{design}	Mach de projeto
$\dot{m}$	Vazão mássica

$\dot{m}_c$	Vazão mássica corrigida
p	Pressão estática
p_t / P_0	Pressão total (de estagnação)
q	Pressão dinâmica
R	Constante específica do gás
R\$	Unidade monetária Brasileira (Real)
T	Temperatura estática
T_t / T_0	Temperatura total (de estagnação)
u, V	Velocidade do escoamento
y^+	Distância adimensional da parede (y-plus)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	TEORIA	20
2.1	PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DO AR	20
2.2	RELAÇÕES DE CHOQUE	21
2.3	RELAÇÃO ÁREA-VELOCIDADE E ÁREA-MACH	23
2.4	VAZÃO MÁSSICA CORRIGIDA E VAZÃO MÁSSICA VISCOSA	25
2.5	TEORIA DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS E ESTABILIDADE DO CHOQUE	25
2.5.1	Difusores Convergente-Divergentes	26
2.5.2	Difusores de Choque Normal (Pitot) e modos de operação	27
2.5.3	Difusores de Compressão Externa	28
2.5.4	Difusores de Compressão Mista	29
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	30
4	METODOLOGIA	33
4.1	MODELAGEM E DESIGN DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS IDEAIS	33
4.1.1	Arquitetura e Interface do Usuário	33
4.1.2	Implementação Numérica das Equações Físicas	33
4.1.2.1	Difusores Internos (Teoria Quasi-Unidimensional)	33
4.1.2.2	Difusores Externos (Teoria de Choques Oblíquos)	34
4.1.3	Algoritmo de Otimização Geométrica	34
4.1.4	Capacidades e Limitações	35
4.2	MODELAGEM E DESIGN DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS NÃO-IDEAIS .	35
4.2.1	Criação da geometria e da malha	35
4.2.2	Configuração Numérica (<i>Solver</i>)	38
4.2.3	Integração Computacional e Cálculo de Eficiência	38
4.2.4	Análise de Desempenho Fora do Ponto de Projeto (<i>Off-Design</i>)	40
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	42
5.1	RESULTADOS DA MODELAGEM DE DIFUSORES IDEAIS	42
5.1.1	Difusores Internos: Critérios de Partida e Geometria Variável	43
5.1.2	Difusores de Compressão Externa: Otimização de Rampas	43
5.2	RESULTADOS DO DIFUSOR AXISSIMÉTRICO DE PITOT NÃO-IDEAL (CFD)	44
5.2.1	Validação no Ponto de Projeto (<i>Design Point</i>)	44
5.2.2	Curva de Recuperação de Pressão vs. Mach	45
5.2.3	Análise de Desempenho <i>Off-Design</i> (Curva Característica)	46

6	CONCLUSÃO	48
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	48
	REFERÊNCIAS	50
	APÊNDICE A – CÓDIGO EM MATLAB PARA O PROJETO E ANÁLISE DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS	52

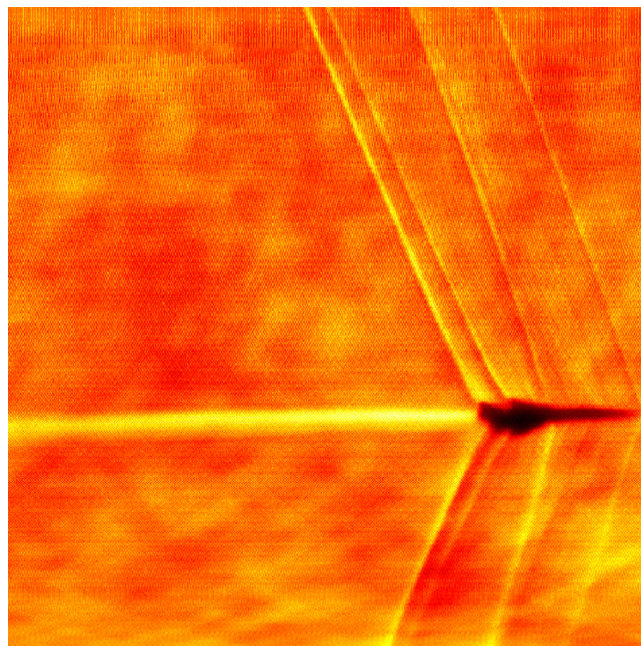
1 INTRODUÇÃO

As crescentes preocupações globais com as alterações climáticas impulsionaram uma busca vigorosa por eficiência energética em praticamente todos os setores da atividade humana. No segmento de transportes, reconhecido como um dos maiores emissores de gases de efeito estufa (GEE), a aviação comercial e militar enfrenta metas rigorosas de descarbonização (Liu; Zhao; Cai, 2021). Embora em números absolutos o transporte aéreo contribua com uma fatia menor das emissões globais se comparado ao rodoviário, a taxa de emissão por passageiro-quilômetro é significativamente alta, tornando a otimização deste setor uma prioridade estratégica.

Neste cenário, organizações internacionais como a Organização da Aviação Civil Internacional (ICAO) e o Grupo de Ação de Transporte Aéreo (ATAG) estabeleceram o compromisso ambicioso de atingir a neutralidade de carbono até 2050 (ICAO, 2022; ATAG, 2021). Para alcançar essa meta, a indústria aeroespacial tem explorado um portfólio diversificado de soluções tecnológicas: desde o uso de materiais compósitos mais leves e a redução do arrasto aerodinâmico das fuselagens, até a implementação de Combustíveis Sustentáveis de Aviação (SAF). Contudo, um pilar central dessa estratégia permanece sendo o aprimoramento contínuo da eficiência térmica e propulsiva dos motores aeronáuticos (Hill; Petersen, 1992).

Para ilustrar o renascimento e o interesse atual no transporte supersônico civil, trazemos o exemplo do projeto Boom Overture, da 1. Este conceito representa a nova geração de aeronaves que buscam aliar alta velocidade com eficiência e sustentabilidade, justificando o estudo aprofundado de componentes como os difusores.

Figura 1 – Schlieren em tempo real de projeto da Boom Overture.

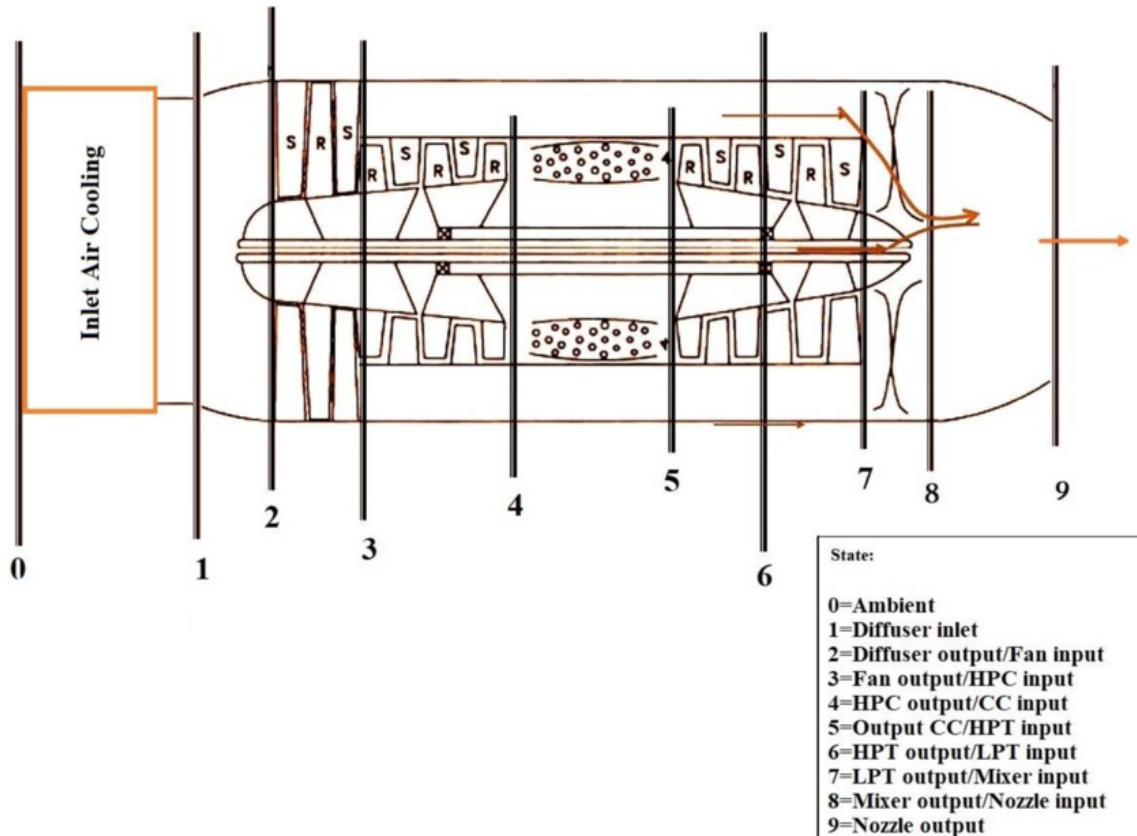


Fonte: NASA (2025)

A eficiência global de um motor a reação é o resultado direto do desempenho individual de seus

componentes. Neste contexto, o difusor (ou *inlet*) desempenha um papel fundamental: sua função primária é desacelerar e comprimir o ar admitido, entregando-o à face do compressor com a máxima pressão e uniformidade possíveis (Farokhi, 2014). A localização deste componente e sua relação com as estações termodinâmicas do motor podem ser visualizadas na 2.

Figura 2 – Localização do difusor no motor a reação.



Fonte: Sabzehali *et al.* (2022)

O impacto do difusor na performance da aeronave é crítico. A métrica de qualidade mais relevante é a Recuperação de Pressão Total (TPR - *Total Pressure Recovery*), que quantifica a conservação da energia do escoamento. Estima-se que, para cada 1% de perda de pressão total no difusor, o motor sofra uma penalidade de empuxo de mesma magnitude ou superior, resultando em aumento direto do consumo específico de combustível (Ran; Mavris, 2005).

A complexidade do projeto de difusores aumenta drasticamente quando se consideram aeronaves que operam em regime supersônico ($M > 1$). Enquanto as operações militares neste regime são comuns (embora seus dados de emissão sejam frequentemente restritos), existe hoje um interesse renovado em reviver o transporte supersônico civil, abandonado comercialmente após a aposentadoria do Concorde. Projetos de pesquisa modernos, como os *Supersonic Technology Concept Aeroplanes* (STCA) da NASA, buscam viabilizar aeronaves capazes de cruzeiro entre Mach 1.4 e 1.7 que sejam economicamente viáveis e ambientalmente responsáveis (Berton *et al.*, 2020).

Para essas velocidades, o difusor não pode ser um simples duto; ele precisa gerenciar um complexo sistema de ondas de choque para desacelerar o ar de forma eficiente. Soluções simples, como o difusor

de choque normal (Tipo Pitot) ilustrado na 3, tornam-se ineficientes acima de Mach 1.6 devido às altas perdas por choque.

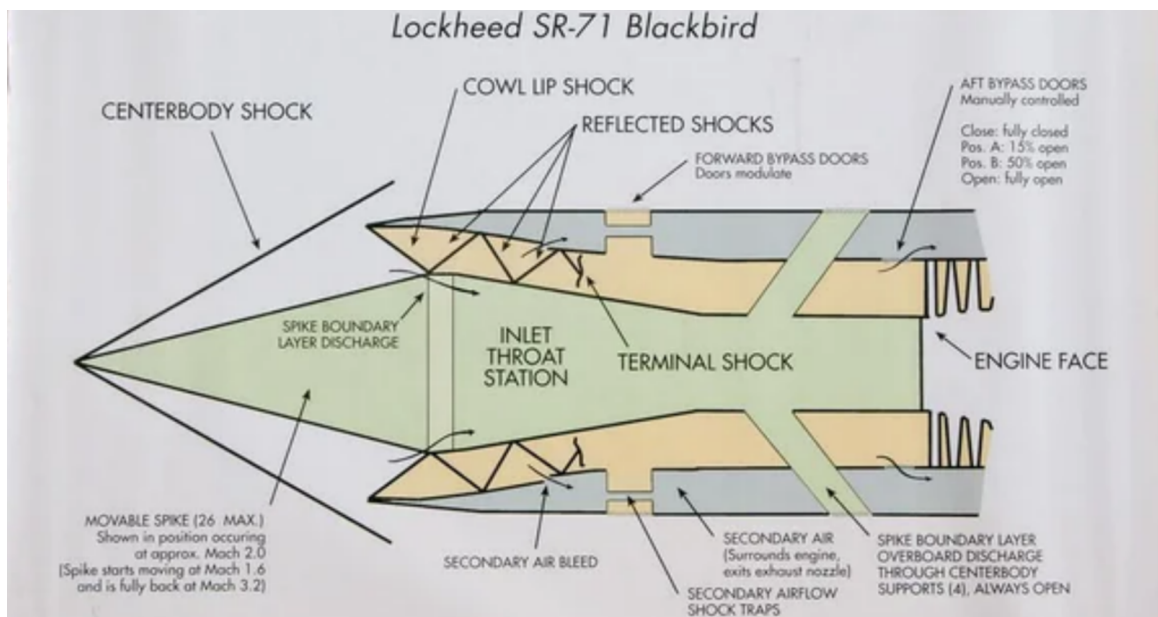
Figura 3 – Primeiro jato transônico, Bell X-5BE, com difusor de choque normal.



Fonte: ZLEA (2022)

Para regimes de voo mais elevados, como os encontrados no icônico SR-71 Blackbird (4), são necessários difusores de compressão mista, que utilizam rampas e cones para gerar múltiplos choques oblíquos, minimizando o aumento de entropia (Seddon; Goldsmith, 1985).

Figura 4 – Vista ilustrativa do difusor do motor P&W J58 do Lockheed Blackbird SR-71.



Fonte: Anderson (Museu de Voo).

O desenvolvimento desses componentes exige um equilíbrio fino entre a aerodinâmica teórica

e os fenômenos reais viscosos, como a interação choque-camada limite. Métodos analíticos puros muitas vezes falham em capturar essas perdas com precisão, enquanto ensaios em túnel de vento são proibitivamente caros para as fases iniciais de *design*. Nesse nicho, a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) e ferramentas de *design* de baixa ordem surgem como soluções indispensáveis.

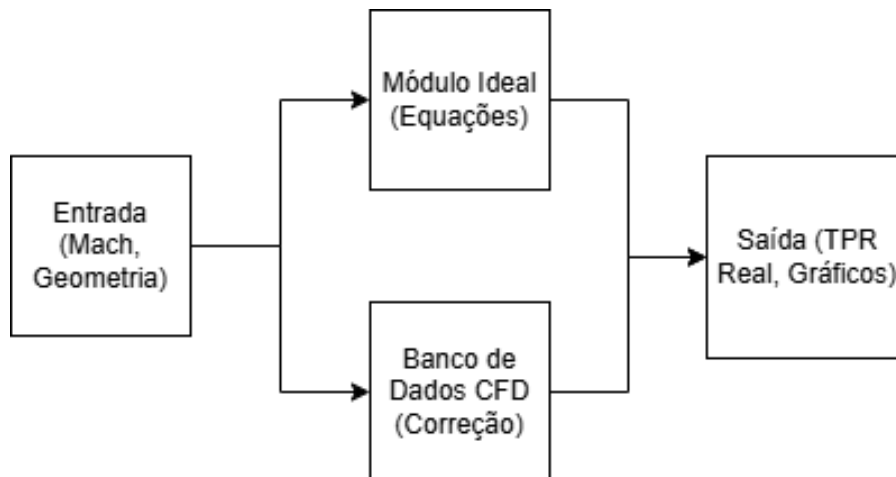
Considerando este cenário, o presente trabalho teve como objetivo o desenvolvimento e a validação de uma ferramenta computacional para a análise e o projeto preliminar de difusores supersônicos. A metodologia buscou integrar as teorias clássicas de escoamento compressível com correções baseadas em dados de CFD, utilizando como estudo de caso um motor de referência derivado do CFM56-7B, proposto nos estudos de transporte supersônico civil da NASA.

Os objetivos específicos que nortearam o desenvolvimento deste estudo são apresentados a seguir:

1. **Módulo de Análise:** Implementar uma ferramenta capaz de calcular as propriedades termodinâmicas e aerodinâmicas na saída de um difusor com geometria pré-definida.
2. **Módulo de Projeto:** Implementar uma ferramenta capaz de realizar o dimensionamento geométrico de um difusor para atender a requisitos de saída pré-estabelecidos.
3. **Modelagem Não-Ideal:** Incorporar correções de eficiência baseadas em interpolação de dados de CFD para quantificar perdas reais de pressão total.

A lógica de funcionamento pode ser visualizada no diagrama abaixo. Ele detalha o fluxo de dados, desde a entrada das condições de voo até o cálculo das propriedades termodinâmicas após os choques, de forma simplificada.

Figura 5 – Diagrama de funcionamento do código.



Fonte: O autor.

2 TEORIA

Este capítulo tem como objetivo introduzir os pilares teóricos para o entendimento dos fenômenos do escoamento presentes em um difusor de motor supersônico. A motivação é promover um entendimento conceitual dos processos de projeto e análise desses difusores, tais como as relações de choque que são restrições às geometrias dos difusores. A referência para a derivação das equações é quase que integralmente retirada de (Anderson, 2004) e (Farokhi, 2014). Algumas derivações serão omitidas para garantir concisão e se assume que o leitor tenha um conhecimento prévio.

2.1 PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DO AR

Duas simplificações fundamentais adotadas no desenvolvimento das equações e na implementação das condições de contorno nos modelos CFD são as equações em relação a um gás caloricamente perfeito e ideal:

$$h = C_p T \quad (1)$$

$$p = \rho R T \quad (2)$$

onde h é a entalpia específica, p é a pressão, C_p é o calor específico à pressão constante, T é a temperatura, ρ é a densidade e R é a constante específica do gás, todos em relação ao gás.

Tomando as equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e energia sobre um determinado volume de controle estático, e assumindo as hipóteses simplificadoras de escoamento em regime permanente, adiabático e invíscido, restrito a faixas de Mach onde efeitos de altas temperaturas característicos do regime hipersônico são desprezíveis, obtém-se as seguintes expressões:

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \quad (3)$$

$$p_1 + \rho_1 V_1^2 = p_2 + \rho_2 V_2^2 \quad (4)$$

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (5)$$

onde V é a velocidade do gás.

As propriedades totais do ar, também denominadas de estagnação, denotadas com subscrito 0, podem ser encontradas combinando as Equações 1 e 5:

$$C_p T + \frac{V^2}{2} = C_p T_0 \quad (6)$$

onde o calor específico a pressão constante C_p é

$$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (7)$$

com γ sendo a razão dos calores específicos.

A velocidade do som é:

$$a = \frac{V}{M} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\gamma RT} \quad (8)$$

sendo M o número de Mach.

A temperatura total pode ser obtida a partir das Equações acima como:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M^2 \quad (9)$$

Tomando as leis da termodinâmica considerando o escoamento isentrópico e pela equação de Gibbs, encontra-se uma expressão que relaciona temperatura total com pressão e densidade total:

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^\gamma = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (10)$$

pelos Equações 9 e 10 a pressão e densidade total podem ser escritos em termos de Mach e γ :

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (11)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{1/(\gamma-1)} \quad (12)$$

Por fim, define-se a recuperação de pressão total TPR, que é a pressão total na entrada do motor após o difusor, denotado por e , e a pressão total no escoamento livre a montante do motor, denotado por ∞ . Logo

$$TPR = \frac{p_{0,e}}{p_{0,\infty}} \quad (13)$$

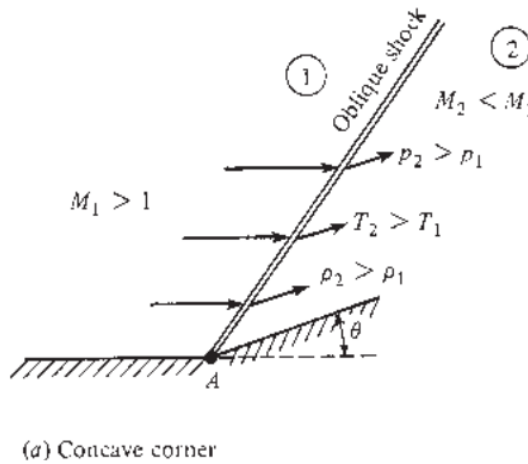
2.2 RELAÇÕES DE CHOQUE

A abordagem para derivar as relações que descrevem o comportamento de ondas de choque normais e oblíquas parte do reconhecimento das leis fundamentais que governam a natureza — a conservação de massa, momento e energia. As ondas de choque oblíquas diferem das ondas de choque normais apenas por serem mais gerais, o que significa que apenas a componente da velocidade a montante que é normal ao choque determina a força da onda e as mudanças de propriedades através dela. Portanto, uma onda de choque oblíqua inclui uma componente de velocidade paralela à onda de choque, que permanece constante devido à conservação de quantidade de movimento. A 6 ilustra os ângulos característicos, bem como a evolução do número de Mach através de uma onda de choque oblíqua.

Aplicando as expressões determinadas na Seção 2.1 pode-se relacionar o número de Mach a jusante de um choque normal como função do Mach a montante:

$$M_2^2 = \frac{1 + [(\gamma - 1)/2] M_1^2}{\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)/2} \quad (14)$$

Figura 6 – Choque supersônico através de um canto côncavo.



Fonte: Anderson (2004)

Ademais, as outras propriedades termodinâmicas também podem ser relacionadas como apenas função de γ e Mach a montante, o que se mostra como uma forte ferramenta para parametrização das grandezas a vir.

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_1^2 - 1) \quad (15)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \quad (16)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (17)$$

Como afirmado anteriormente, a onda de choque oblíqua se comporta da mesma maneira que a onda de choque normal, com a exceção da adição de uma componente de velocidade tangencial que é preservada. Portanto, para considerar as mudanças de propriedade através de uma onda de choque oblíqua, é suficiente substituir os números de Mach M_1 e M_2 pelas componentes normais correspondentes M_{n1} e M_{n2} nas Equações 15 a 17 que podem ser observados na 7.

Estas são simplesmente definidas pelo uso dos ângulos característicos como:

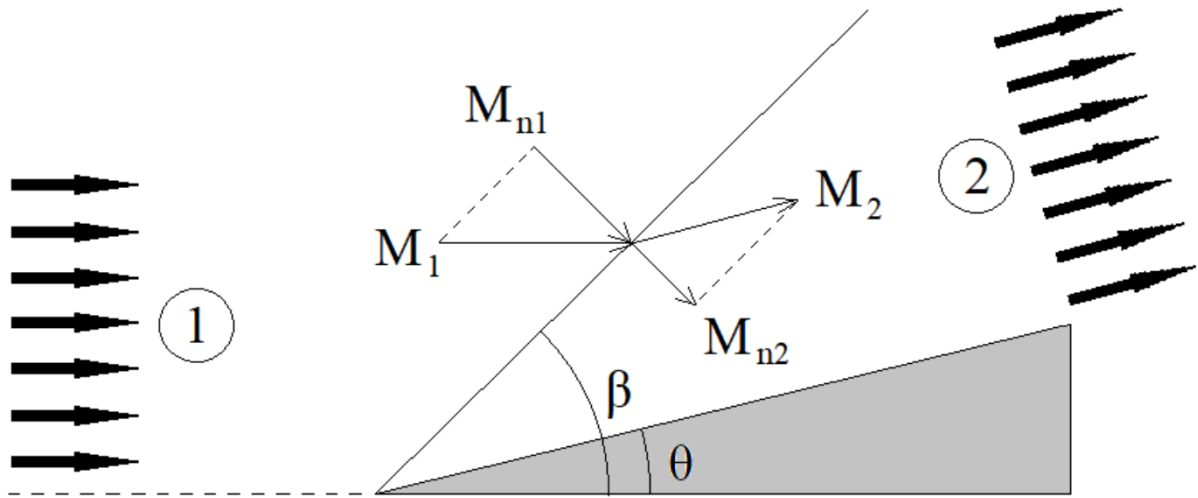
$$M_{n1} = M_1 \sin \beta \quad (18)$$

$$M_{n2} = M_2 \sin(\beta - \theta) \quad (19)$$

A relação entre os Machs normais a jusante e a montante é:

$$M_{n2} = \frac{M_{n1}^2 + [2/(\gamma - 1)]}{[2\gamma/(\gamma - 1)]M_{n1}^2 - 1} \quad (20)$$

Figura 7 – Comparativo entre o ângulo de onda e ângulo de Mach.



Fonte: Ekermo (2018)

Finalizando, uma importante expressão quando se trata do projeto de rampas de compressão supersônica externa é a relação $\theta - \beta - M$, que relaciona o Mach a jusante com o ângulo de deflexão θ da rampa e o ângulo do choque β :

$$\tan\theta = 2\cot\beta \left[\frac{M_1^2 \sin^2\beta - 1}{M_1^2(\gamma + \cos 2\beta) + 2} \right] \quad (21)$$

É importante frisar que o número de Mach a jusante e o ângulo de deflexão da rampa são parâmetros de projeto, e que para se obter a análise de um difusor, é necessário resolver a Equação 21 para β , o que pode ser feito de forma iterativa com alto nível de exatidão. O MATLAB™ tem funções pré-definidas para essa necessidade.

2.3 RELAÇÃO ÁREA-VELOCIDADE E ÁREA-MACH

Em um escoamento em que se pode considerar como uma boa aproximação que a área seja dependente unicamente de uma direção e as propriedades termodinâmicas do ar também, é chamado escoamento quasi-unidimensional. Considerando essa simplificação, pode-se mostrar que a Relação Área-Velocidade é dada por:

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{du}{u} \quad (22)$$

Dessa relação pode-se concluir ao analisar o seu domínio que:

1. Enquanto $M \rightarrow 0$, o limite tende a incompressibilidade, retornando as suposições de densidade constante e que $A \cdot u = \text{constante}$;
2. Dentro da faixa de $0 \leq M \leq 1$, um incremento na área corresponde com uma diminuição da velocidade e vice versa;

3. Dentro da faixa $M > 1$, um incremento na área significa um aumento na velocidade e vice versa;
4. Para $M = 1$, corresponde a $\frac{dA}{A} = 0$, o que indica geometricamente a um mínimo ou máximo de vazão de massa, onde o mínimo destacando como a única solução fisicamente plausível. Isso implica que $M = 1$ só é possível em regiões de mínima área ou de área constante.

A conclusão desta discussão, que se aplica ao difusor estudado, é que um duto convergente-divergente é necessário para que o ar comprima isentropicamente de velocidades supersônicas para subsônicas, onde o escoamento sônico é atingido na garganta. Outro parâmetro influente que governa o comportamento da seção divergente é a pressão a montante (*back pressure*) do difusor subsônico. Em um certo valor de equilíbrio, o escoamento se tornará engasgado (*choked*) na garganta, o que significa que não é possível obter uma maior vazão de massa através da redução da pressão a jusante, e o escoamento ao longo de toda a seção divergente será subsônico. Se essa pressão for reduzida ainda mais, uma onda de choque normal aparecerá na seção divergente, o que exige que o escoamento acelere para velocidades supersônicas após a seção da garganta. A posição desta onda de choque será controlada por essa pressão a jusante.

Outra interessante relação que se deduz ao se tomar o princípio de conservação de massa, ou também chamado da continuidade, é o da Área-Mach, que relaciona a área de um duto com a evolução do Mach. Outrossim, com a distribuição desse Mach, possibilita-se calcular as propriedades estáticas do escoamento. Da conservação de massa, adotando o sobrescrito * para se referir a condições na garganta:

$$\rho^* V^* A^* = \rho V A \quad (23)$$

tomando $V^* = a$, por definição. Poupano a dedução, que pode ser consultada em Anderson (2004), a Relação Área-Mach é dada por:

$$\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{(\gamma+1)/(\gamma-1)} \quad (24)$$

Como afirmado acima, esta relação pode ser usada para obter a variação do número de Mach em um duto em função da razão entre a área local do duto e a área da garganta. Uma vez que esta informação é obtida, é possível calcular os valores de temperatura estática, pressão e densidade de acordo com as Equações da Seção 2.1. É importante frisar que a aplicabilidade desta relação depende da validade da aproximação de escoamento isentrópico e quasi-unidimensional. Apesar disso, é uma ferramenta prática para o projeto preliminar, pois, dada uma área de captura do difusor e um número de Mach de corrente livre, pode-se aproximar a área de garganta necessária.

A vazão mássica máxima que pode passar por uma área A em um escoamento isentrópico ocorre na condição de engasgamento, onde a velocidade atinge a sônica ($M = 1$) na garganta do duto ($A = A^*$). A vazão mássica $\dot{m}$ nessa condição é dada pela seguinte expressão, onde todas as propriedades são de estagnação (P_t e T_t):

$$\dot{m}_{max} = \frac{AP_t}{\sqrt{T_t}} \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (25)$$

onde:

- $\dot{m}_{max}$: Vazão Mássica Máxima (kg/s).
- A : Área da seção onde o escoamento está engasgado ($M = 1$) (m^2).
- P_t : Pressão Total (ou de Estagnação) (Pa).
- T_t : Temperatura Total (ou de Estagnação) (K).
- γ : Razão entre os calores específicos (C_p/C_v).
- R : Constante do Gás Específica (J/(kg · K)).

2.4 VAZÃO MÁSSICA CORRIGIDA E VAZÃO MÁSSICA VISCOSA

A relação entre a vazão mássica corrigida ($\dot{m}_c$) e a vazão mássica viscosa ($\dot{m}$) é expressa usando os parâmetros não-dimensionais δ (delta) e θ (theta) para padronizar o desempenho do motor em relação às condições de estagnação de referência (usualmente ao nível do mar, ISA).

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}\sqrt{\theta}}{\delta} \quad (26)$$

Onde:

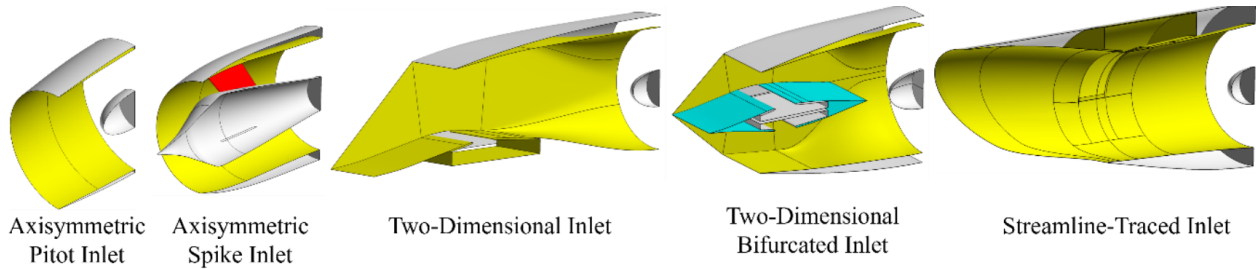
- $\dot{m}_c$: é a Vazão Mássica Corrigida (kg/s), padronizada.
- $\dot{m}$: é a Vazão Mássica Viscosa (kg/s).
- δ : é a Razão de Pressão de Estagnação, definida como $\delta = \frac{P_0}{P_{ref}}$.
- θ : é a Razão de Temperatura de Estagnação, definida como $\theta = \frac{T_0}{T_{ref}}$.
- P_0 : é a Pressão Total (de Estagnação) na seção de interesse (Pa).
- T_0 : é a Temperatura Total (de Estagnação) na seção de interesse (K).
- P_{ref} : é a Pressão Total de Referência (geralmente $P_{ISA} = 101325$ Pa).
- T_{ref} : é a Temperatura Total de Referência (geralmente $T_{ISA} = 288.15$ K).

2.5 TEORIA DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS E ESTABILIDADE DO CHOQUE

A performance de difusores supersônicos é dependente da posição e da estabilidade das ondas de choque, que variam conforme a geometria (compressão externa ou interna) e as condições de operação. Em difusores de compressão interna ou mista, a condição ideal de operação requer que o sistema de choques oblíquos seja seguido por um choque normal posicionado logo após a garganta, na seção divergente. No entanto, para atingir esse estado, o escoamento deve ser capaz de vencer a restrição da garganta durante a partida.

Um compilado das diferentes configurações pode ser observado na 8.

Figura 8 – Tipos de difusores supersônicos projetadas para Mach 1,7.

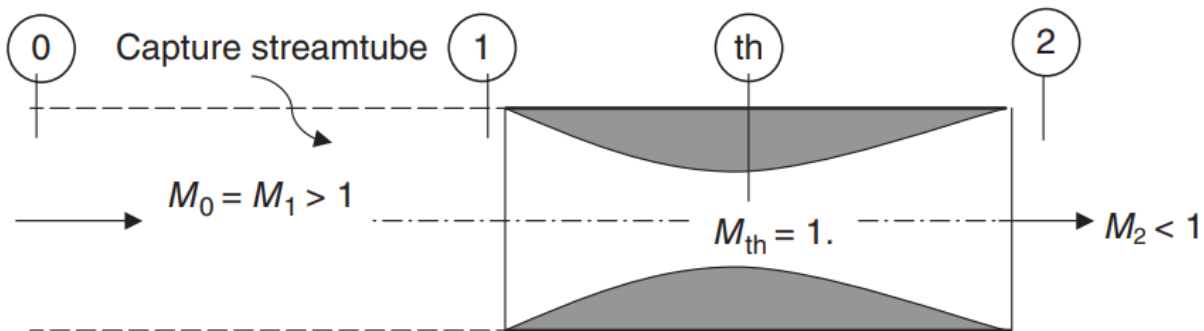


Fonte: Slater (2023)

2.5.1 Difusores Convergente-Divergentes

Um difusor Convergente-Divergente (CD) é ilustrado na 9, assim como as notações das diferentes posições de importância para sua descrição.

Figura 9 – Esquemático de um difusor do tipo CD.



Fonte: Farokhi (2014)

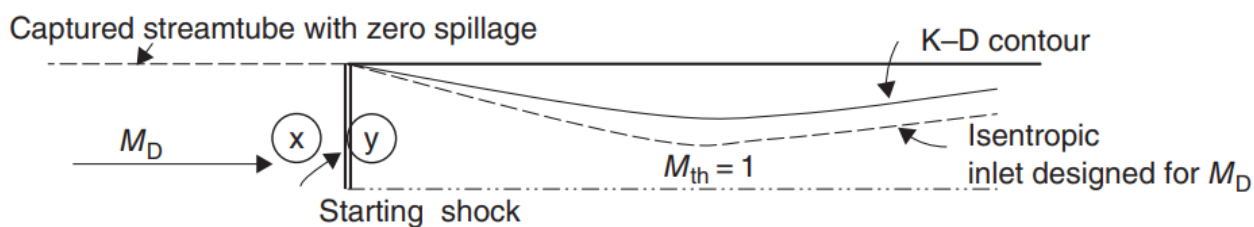
O fenômeno denominado *Unstart* ocorre quando o choque normal não consegue ser engolido pela garganta, sendo expelido para a frente da entrada de ar, resultando em um choque destacado (arco) e uma drástica redução na recuperação de pressão total e aumento do arrasto. A condição incipiente refere-se ao limiar de estabilidade onde perturbações no escoamento ou na contrapressão podem levar o choque, que está na garganta, a ser expelido, iniciando o processo de *Unstart*.

Para garantir a partida do difusor (transição de *Unstart* para *Started*) e contornar a restrição da área sônica, utilizam-se três métodos principais:

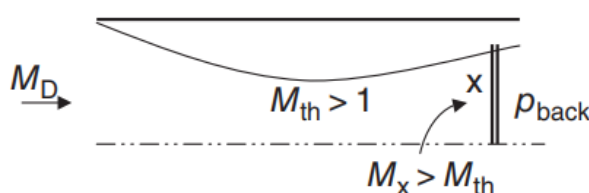
- **Overspeeding:** Consiste em acelerar a aeronave (ou o escoamento livre) até um número de Mach superior ao de projeto. Isso aumenta a relação de pressão total através do choque, permitindo que este seja empurrado através da garganta.
- **Crítério de Kantrowitz:** Estabelece uma relação teórica limite entre a área da garganta (A_{th}) e a área de captura (A_1). Difusores projetados respeitando o limite de Kantrowitz permitem a auto-partida (*self-starting*) sem necessidade de geometria variável ou *overspeeding*, embora isso geralmente resulte em uma garganta maior do que a ideal para a eficiência em cruzeiro.

- **Geometria Variável:** Método mecânico que permite variar a área da garganta em voo. A garganta é aberta para permitir a ingestão do choque durante a aceleração e, uma vez estabelecido o regime supersônico interno, é fechada para a área de projeto ideal para maximizar a compressão.

Figura 10 – Representação esquemática da posição do choque.



(a) Difusor do tipo Kantrowitz-Donaldson na posição Unstart



(b) Choque engolido

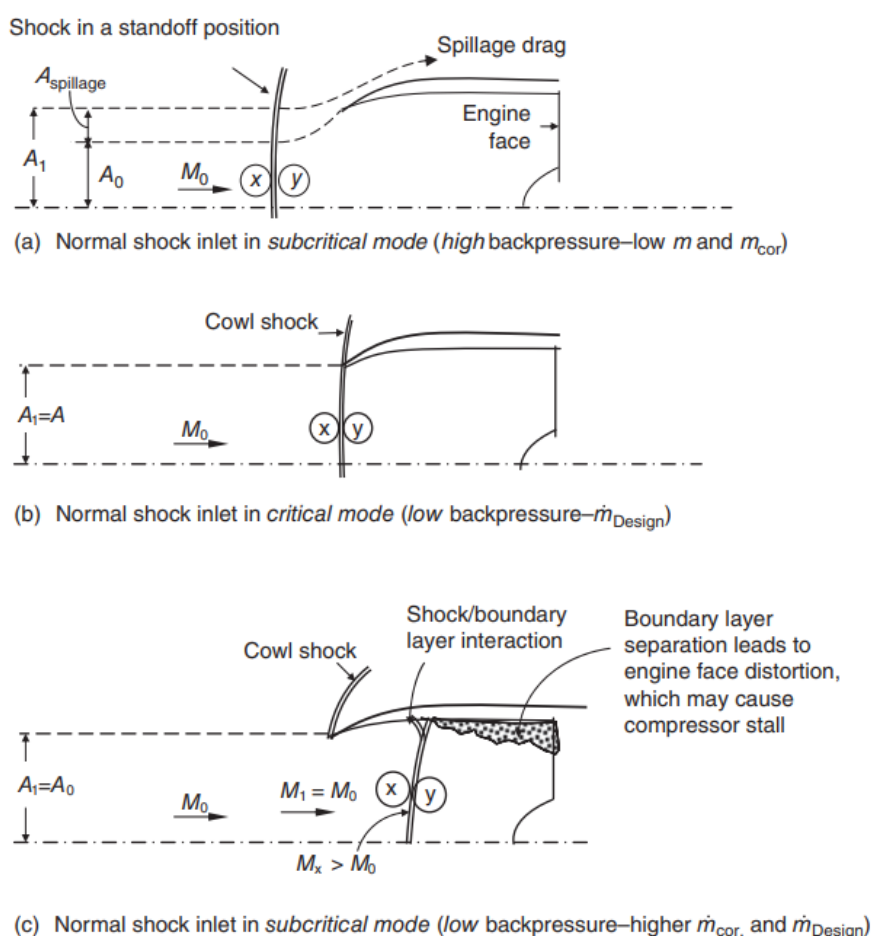
Fonte: Farokhi (2014)

2.5.2 Difusores de Choque Normal (Pitot) e modos de operação

Para difusores de compressão externa (tipo Pitot), o desempenho é caracterizado pela posição do choque normal em relação ao lábio da entrada de ar (*cowl lip*). A operação é classificada em três regimes distintos, dependendo da vazão mássica e da contrapressão:

1. **Regime Subcrítico:** Ocorre quando a vazão mássica admitida é menor que a máxima teórica. O choque normal se destaca e se posiciona à frente da entrada de ar. Parte do escoamento é desviada externamente (transbordamento ou *spillage*), gerando alto arrasto de derramamento e menor eficiência.
2. **Regime Crítico:** Corresponde ao ponto de operação ideal. O choque normal está posicionado exatamente no lábio da entrada. Neste modo, a recuperação de pressão é máxima para a dada geometria e o arrasto de *spillage* é eliminado.
3. **Regime Supercrítico:** Ocorre quando a contrapressão é reduzida abaixo do nível crítico. O choque normal é ingerido para o interior do duto (difusor subsônico). Embora capture a vazão mássica máxima, o escoamento acelera na entrada do duto antes de encontrar o choque, resultando em um choque mais intenso e, conseqüentemente, maiores perdas de pressão total.

Figura 11 – Regimes de operação de uma entrada de ar supersônica: (a) Subcrítico; (b) Crítico; (c) Supercrítico.



Fonte: Farokhi (2014)

2.5.3 Difusores de Compressão Externa

Para voos em números de Mach superiores a 1.6, a perda de pressão total através de um único choque normal (característico dos difusores tipo Pitot) torna-se inaceitável para a eficiência do ciclo propulsivo. A solução adotada é a utilização de difusores de compressão externa, que empregam corpos centrais (*spikes*) ou rampas para gerar uma ou mais ondas de choque oblíquas a montante da entrada (Farokhi, 2014).

A principal vantagem desta configuração reside na natureza das ondas de choque oblíquas, que são intrinsecamente mais fracas que as ondas normais para um mesmo número de Mach incidente. O objetivo do projeto é desacelerar o escoamento supersônico através de uma série de choques oblíquos, reduzindo o número de Mach gradualmente antes que o fluido atravessasse uma onda de choque normal final, idealmente posicionada no lábio da carenagem (condição denominada *shock-on-lip*).

A recuperação de pressão total (TPR) neste caso é o produto das recuperações através de cada choque oblíquo e do choque normal terminal. Embora a adição de rampas aumente a complexidade geométrica e o peso, o ganho em recuperação de pressão compensa essas penalidades até números de Mach próximos a 2.5. Acima deste valor, a deflexão necessária para a compressão externa torna-se excessiva, resultando em um ângulo de carenagem muito elevado e, consequentemente, em um arrasto

de onda proibitivo (Farokhi, 2014).

2.5.4 Difusores de Compressão Mista

Para regimes de voo com números de Mach elevados ($M > 2.5$), a solução ótima envolve a distribuição do processo de compressão tanto externamente quanto internamente, caracterizando os difusores de compressão mista, o mesmo da 4. Nesta configuração, o sistema de choques oblíquos externos desacelera o escoamento para um número de Mach supersônico mais baixo (tipicamente baixo supersônico) na entrada do duto (Farokhi, 2014).

A compressão continua internamente através de ondas de choque refletidas nas paredes do duto convergente até a garganta, onde ocorre um choque normal terminal. A vantagem deste arranjo é a redução do ângulo do lábio da carenagem (*cowl angle*), minimizando o arrasto de onda externo, enquanto mantém uma alta recuperação de pressão total devido ao processamento eficiente do escoamento via múltiplos choques fracos.

Entretanto, difusores de compressão mista são inerentemente mais complexos e menos estáveis que os de compressão externa pura. Como o choque normal final deve ser posicionado na garganta (ou logo a jusante dela) para máxima eficiência, qualquer perturbação que mova o choque para a seção convergente (a montante da garganta) resulta em instabilidade imediata e na expulsão do choque (*unstart*), como discutido na Seção 2.5.1. Portanto, tais difusores exigem, invariavelmente, sistemas complexos de geometria variável e controle de sangria de camada limite para gerenciar a estabilidade e permitir a partida da entrada de ar (*starting*) (Farokhi, 2014; Anderson, 2004).

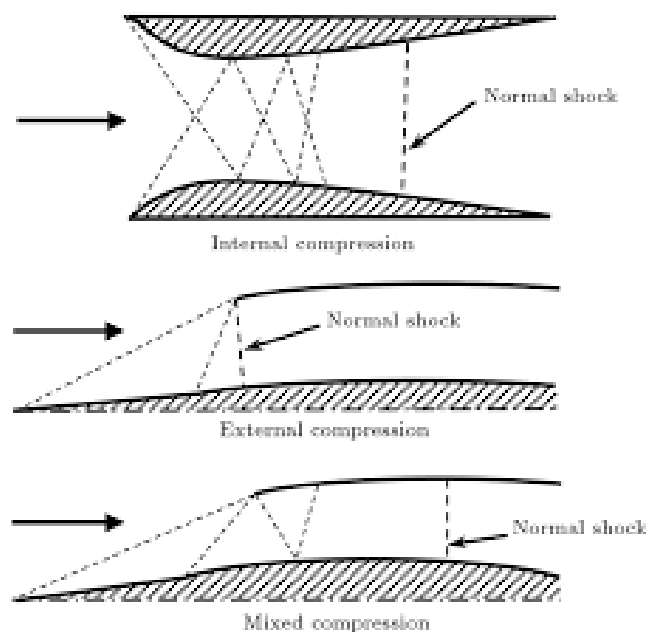
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo de difusores supersônicos tem sido historicamente impulsionado pela necessidade de reduzir perdas aerodinâmicas induzidas por ondas de choque e pela complexa interação entre o escoamento tridimensional e a camada limite. Trabalhos clássicos sobre aerodinâmica supersônica, como os de Liepmann & Roshko (1957), estabeleceram a base física para a compreensão das ondas de choque, elucidando os mecanismos pelos quais estas aumentam a entropia e reduzem a pressão total disponível ao motor. Contudo, tais formulações clássicas pressupõem geometrias ideais e escoamentos unidimensionais, o que limita sua aplicação direta a difusores reais.

A métrica fundamental de desempenho de um difusor é a Recuperação de Pressão Total (TPR - *Total Pressure Recovery*) (Farokhi, 2014; Seddon; Goldsmith, 1985; Hill; Petersen, 1992), que quantifica a capacidade do componente em desacelerar e comprimir o escoamento de ar com a mínima perda de energia. A eficiência do difusor é crítica para o ciclo propulsivo: estima-se que uma redução de apenas 1% na TPR resulte em uma perda de, no mínimo, 1% no empuxo do motor, além de um aumento proporcional no consumo específico de combustível (Ran; Mavris, 2005).

A base teórica para a análise destes escoamentos, abrangendo os princípios isentrópicos e as relações fundamentais de choque, encontra-se bem estabelecida na literatura (Anderson, 2004). Originalmente simplificados, os projetos de difusores evoluíram, transicionando da ineficiente configuração de choque normal para sistemas de compressão mista (12). Estes utilizam rampas ou cones para gerar múltiplos choques oblíquos a montante de um choque normal terminal (Seddon; Goldsmith, 1985).

Figura 12 – Comparação esquemática entre sistemas de compressão por choque normal e compressão mista com rampas.



Fonte: Ebrahimi & Chavoshi (2017).

Esta arquitetura, notavelmente empregada no motor P&W J58 da aeronave Lockheed SR-71 Blackbird, é vital para a eficiência em voo supersônico sustentado. A principal ferramenta analítica

para a definição da geometria dessas rampas e a otimização do desempenho é a relação $\theta - \beta - M$, central para a parametrização do projeto preliminar (Ekermo, 2018).

No entanto, o maior desafio no projeto moderno reside na mitigação dos efeitos não-ideais que comprometem a TPR. Especificamente, a interação entre a onda de choque e a camada limite (SBLI - *Shock-Boundary Layer Interaction*), associada ao atrito viscoso, constitui uma fonte crítica de geração de entropia e perda de pressão (Eagle, 2014). Estudos experimentais e teóricos demonstraram que este fenômeno pode induzir a separação do escoamento e instabilidades, gerando flutuações de pressão que prejudicam a margem de estabilidade do compressor (Settles; Williams, 1992).

Para quantificar estas perdas com maior precisão, desenvolveram-se métodos semi-analíticos focados na estimativa do atrito na camada limite (Low, 1956). Consequentemente, observa-se um esforço de pesquisa significativo em técnicas de controle de escoamento, que buscam suprimir a separação da camada limite através de mecanismos como sucção ou microjatos, visando manter a máxima TPR sob condições operacionais adversas (Liu; Zhao; Cai, 2021).

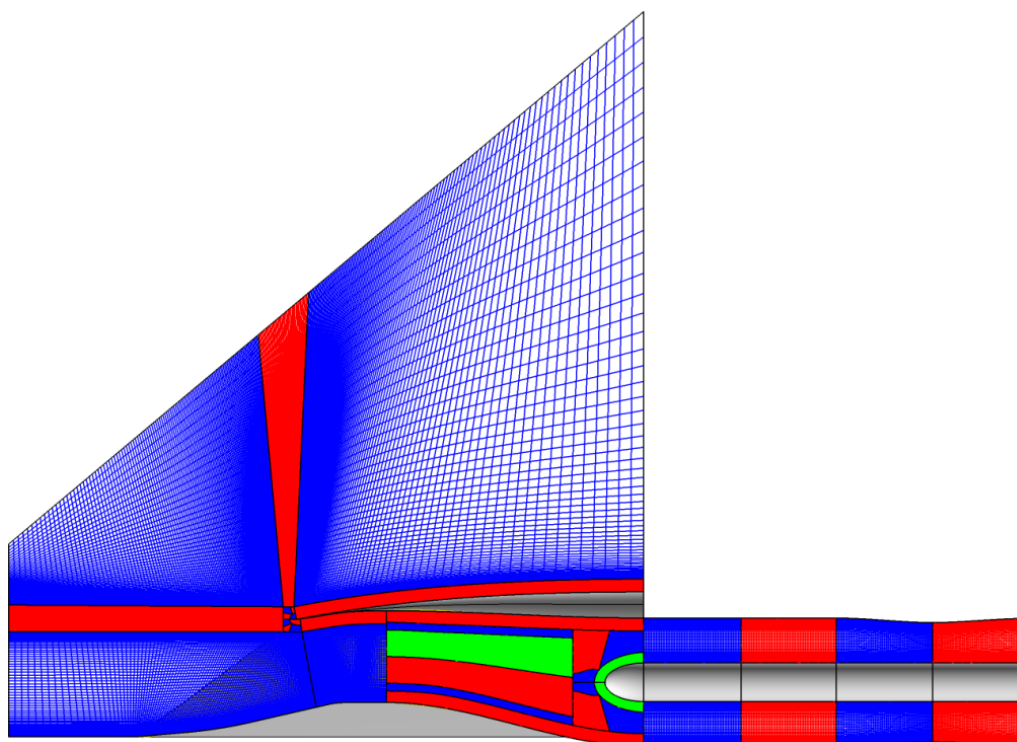
A relevância industrial deste problema motivou o desenvolvimento de bancos de ensaios específicos para a avaliação de entradas de ar supersônicas. Korkegi (1971) apresenta uma das compilações mais completas de dados experimentais de difusores em regime dinâmico, abrangendo números de Mach nos regimes super e hipersônicos. Devido à complexidade inerente da física envolvida, a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) tornou-se indispensável. Contudo, ensaios experimentais e simulações de alta fidelidade que capturam a física completa do escoamento (Gaitonde, 2015) tornam-se inviáveis para as fases preliminares de *design* devido ao elevado custo computacional e tempo associados.

Para contornar o custo do CFD puro e a imprecisão dos métodos analíticos simples, a literatura recente aponta para o uso de **metodologias híbridas**. Diversos autores propõem o uso de códigos de baixa fidelidade (baseados em relações de choque ideal) corrigidos por fatores de eficiência derivados de simulações CFD ou dados experimentais. Slater (2016), por exemplo, implementa correções de arrasto viscoso e perdas por choque em ferramentas de dimensionamento rápido. Essa abordagem permite varrer um amplo espaço de design (otimização) mantendo um nível de precisão aceitável, metodologia análoga à proposta neste trabalho.

O contexto prático deste estudo baseia-se no ressurgimento do transporte supersônico civil e nos requisitos definidos por programas como o *Supersonic Technology Concept Aeroplanes* (STCA) da NASA (Berton *et al.*, 2020). O trabalho de Slater (2023), referência central para a validação desta pesquisa, utiliza simulações numéricas do tipo RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) para analisar a distorção e a recuperação de pressão em difusores.

É importante destacar a comparabilidade entre as configurações de simulação. Slater utiliza o código **WIND-US** (desenvolvido pela NASA), empregando malhas estruturadas e modelos de turbulência SST (*Shear Stress Transport*) para capturar os fenômenos de camada limite. De maneira similar, as simulações de validação apresentadas neste projeto são configuradas no software **ANSYS Fluent**, também sob a formulação RANS e utilizando modelos de turbulência equivalentes ($k - \omega$ SST). Ambas as abordagens buscam resolver as equações médias de conservação para obter o campo de fluxo estacionário, permitindo comparar diretamente os dados de TPR e as estruturas de choque previstas pela ferramenta analítica desenvolvida.

Figura 13 – Exemplo de domínio computacional e malha estruturada utilizada em simulações RANS de difusores supersônicos.



Fonte: Slater (2023).

Desta forma, o presente estudo contribui com o desenvolvimento de um código computacional ágil, fundamentado nas formulações clássicas de escoamento não-isentrópico, mas incorporando dados de perdas quantificadas — oriundas desta validação cruzada com CFD — para apoiar a análise e o projeto preliminar de difusores supersônicos não-ideais.

4 METODOLOGIA

A metodologia de trabalho foi dividida em duas etapas principais, conforme estabelecido no plano de trabalho: (i) desenvolvimento e validação do código para modelos ideais (isentrópicos), e (ii) extensão da modelagem para a inclusão de efeitos não-ideais (perdas de pressão total obtidas via CFD). Este capítulo detalha a implementação do módulo de cálculo, que permite tanto a análise de um difusor de geometria conhecida quanto o seu projeto para condições de escoamento de saída pré-determinadas.

4.1 MODELAGEM E DESIGN DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS IDEAIS

Em consonância com os objetivos específicos deste trabalho, foi desenvolvida uma ferramenta computacional em ambiente MATLAB® para a análise e o projeto de difusores supersônicos. O código foi estruturado para resolver as equações governantes do escoamento compressível apresentadas no Capítulo 2, operando através de uma interface gráfica de usuário (GUI) que permite a alternância dinâmica entre diferentes configurações geométricas e regimes de operação.

4.1.1 Arquitetura e Interface do Usuário

A estrutura do programa utiliza a biblioteca de componentes visuais modernos do MATLAB (*App Designer components*). A janela principal é instanciada pela função `uifigure`, enquanto o gerenciamento responsivo dos elementos é realizado através de `uigridlayout`, garantindo a disposição organizada dos campos de entrada e saída independentemente da resolução da tela.

A lógica de funcionamento é baseada em eventos. O código utiliza funções de retorno (*callback functions*) que monitoram as seleções do usuário nos menus de “Tipo (Interno ou Externo)” e “Modo (Análise ou Projeto)”. Através da função `findobj`, o algoritmo manipula a visibilidade dos campos de entrada em tempo real, solicitando apenas os parâmetros pertinentes ao caso selecionado — por exemplo, ocultando os campos de ângulos de rampa quando se seleciona um difusor interno.

4.1.2 Implementação Numérica das Equações Físicas

O núcleo computacional do código assume as hipóteses de gás ideal e caloricamente perfeito (γ constante), conforme discutido na Seção 2.1. A implementação numérica divide-se em dois ramos principais, descritos a seguir.

4.1.2.1 Difusores Internos (Teoria Quasi-Unidimensional)

Para difusores de compressão interna, o código implementa as relações de escoamento isentrópico e de choque normal.

- **Inversão da Relação Área-Mach:** A Equação 24, que relaciona a razão de áreas A/A^* com o número de Mach, é uma função implícita para M . Para resolver M dado um A/A^* geométrico (no modo de Análise), o algoritmo utiliza a função `fzero` do MATLAB. Esta função emprega

uma combinação dos métodos da bisseção, secante e interpolação quadrática inversa para encontrar raízes de funções não lineares. O código define intervalos de busca distintos para garantir a convergência correta para a raiz subsônica ou supersônica, conforme a região do difusor analisada.

- **Cálculo de Propriedades Pós-Choque:** As propriedades termodinâmicas e o Mach após ondas de choque normais são calculados diretamente pelas relações explícitas apresentadas nas Equações 14 e 15.
- **Critério de Partida (*Overspeed*):** Para a verificação da condição de *starting* em geometrias fixas (Seção 2.5.1), o código implementa uma rotina iterativa. O algoritmo calcula a perda de pressão total através de um choque normal hipotético no Mach de projeto e verifica se a área da garganta geométrica é suficiente para permitir a passagem da vazão mássica (limite de Kantrowitz). Caso contrário, utiliza-se novamente o solver `fzero` para determinar qual o número de Mach de *overspeed* necessário para equalizar a capacidade de vazão da garganta com a vazão capturada.

4.1.2.2 Difusores Externos (Teoria de Choques Oblíquos)

Para difusores de compressão externa com rampas, o código soluciona o sistema de equações para escoamentos bidimensionais.

- **Resolução da Relação $\theta - \beta - M$:** A Equação 21 é fundamental para determinar o ângulo da onda de choque (β) dado o Mach incidente (M) e o ângulo de deflexão da rampa (θ). Devido ao comportamento não linear desta equação, que admite duas soluções possíveis (choque fraco e forte), implementou-se uma rotina robusta de busca de raízes. O algoritmo realiza uma varredura inicial no intervalo físico válido (entre o ângulo da onda de Mach $\mu = \arcsin(1/M)$ e $\pi/2$) para identificar a região de mudança de sinal da função, garantindo que o solver `fzero` convirja especificamente para a solução do choque fraco, que é a fisicamente observada em difusores operando em regime estável.
- **Choque Destacado:** Durante a varredura, caso não seja encontrada uma inversão de sinal na função $\theta - \beta - M$, o código identifica a ocorrência de um choque destacado (*detached shock*), alertando o usuário sobre a inviabilidade da geometria para o Mach fornecido.
- **Recuperação de Pressão Total:** A eficiência global é calculada pelo produtório das razões de pressão total de cada choque oblíquo sequencial e do choque normal terminal (assumindo a condição crítica de *shock-on-lip*), utilizando as Equações 13 e 14 adaptadas para os componentes normais de velocidade.

4.1.3 Algoritmo de Otimização Geométrica

No modo Projeto para difusores externos, foi implementado um algoritmo de otimização determinística para maximizar a Recuperação de Pressão Total (TPR). O código opera através de dois laços de repetição que varrem o espaço de parâmetros dos ângulos das rampas (δ_1 e δ_2).

Para evitar o alto custo computacional e garantir precisão, a otimização ocorre em duas etapas:

1. **Busca Global:** Uma varredura de malha grossa identifica a região aproximada do ótimo global.
2. **Refinamento Local:** Uma segunda varredura de malha fina (*fine grid*) é executada apenas nas vizinhanças do resultado preliminar, determinando os ângulos ideais com precisão decimal.

Este método assegura que a geometria sugerida forneça a máxima eficiência teórica invíscida para o Mach de voo especificado.

4.1.4 Capacidades e Limitações

A ferramenta é capaz de analisar difusores do tipo C-D (fixos e variáveis), Kantrowitz-Donaldson e configurações de 1 ou 2 rampas externas. Entretanto, a modelagem atual restringe-se às simplificações adotadas no Capítulo 2: escoamento invíscido (sem cálculo de camada limite), adiabático e gás caloricamente perfeito. Portanto, os resultados representam o limite teórico de desempenho aerodinâmico.

4.2 MODELAGEM E DESIGN DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS NÃO-IDEAIS

Este capítulo tem como objetivo descrever a metodologia empregada na criação do modelo de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) do difusor Pitot axissimétrico, conforme definido nos trabalhos de Slater (2023). O procedimento para a obtenção da solução numérica é apresentado cronologicamente, iniciando-se pela definição do domínio computacional e geração da malha, avançando para as configurações do *solver* (ANSYS Fluent). À medida que os dados são computados, descreve-se o pós-processamento realizado para a extração dos parâmetros de interesse, notadamente a recuperação de pressão total. Para sintetizar os parâmetros adotados, a Tabela 1 resume as configurações do modelo numérico, enquanto a 15 ilustra o domínio e as condições de contorno aplicadas.

4.2.1 Criação da geometria e da malha

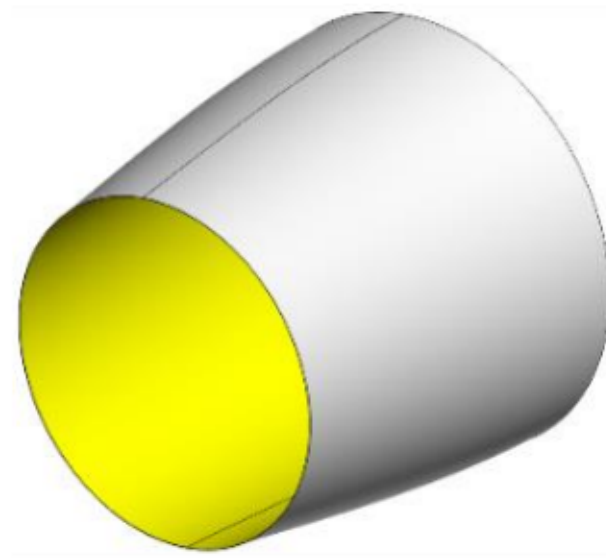
A geometria de referência para este estudo consiste em um difusor supersônico do tipo Pitot axissimétrico, caracterizado pela compressão externa via choque normal. A geometria baseia-se nos dados apresentados por Slater (2023), apresentada na 14, consistindo em um duto divergente simples com seção transversal circular.

Para a criação do modelo geométrico e do domínio computacional, adotou-se uma abordagem 2D Axissimétrica, aproveitando a simetria de revolução do componente para reduzir drasticamente o custo computacional sem perda de fidelidade nos resultados, uma vez que o escoamento é considerado alinhado com o eixo (ângulo de ataque zero).

A qualidade da discretização espacial junto às superfícies sólidas é avaliada através do parâmetro adimensional y^+ (*y-plus*). O y^+ é definido como a distância adimensional da parede até o primeiro nó da malha, normalizado pela tensão de cisalhamento local e propriedades do fluido:

$$y^+ = \frac{\sqrt{\tau_w/\rho} \cdot \Delta n}{\nu} \quad (1)$$

Figura 14 – O difusor axissimétrico de Pitot.



Fonte: Slater (2023)

onde τ_w é a tensão de cisalhamento na parede, ρ a densidade, Δn a distância normal à parede e ν a viscosidade cinemática.

Para a presente simulação, a estratégia de malha foi definida visando manter os valores de y^+ na faixa entre 30 e 50. Esta escolha foi determinada pela seleção do modelo de turbulência e pela utilização de Funções de Parede (*Wall Functions*). Ao posicionar o primeiro elemento da malha na região logarítmica da camada limite ($y^+ > 30$), as funções de parede modelam o comportamento do fluido na subcamada viscosa através de leis semi-empíricas, ao invés de resolvê-lo explicitamente. Esta abordagem reduz significativamente a contagem de elementos da malha e o tempo de convergência, mantendo a precisão necessária para a previsão da recuperação de pressão global e da posição da onda de choque em regimes de alto número de Reynolds.

A geometria do difusor inclui o lábio do *cowl* (carenagem), o duto divergente interno e a representação do *spinner* (cubo) na face do motor, conforme as especificações geométricas do motor de referência derivado do CFM56-7B citado na literatura (Slater, 2023).

O domínio fluido foi simplificado para focar exclusivamente no escoamento interno. As simplificações e dimensões adotadas incluíram:

- **Domínio Axissimétrico:** O domínio é representado por uma fatia 2D com o eixo X como eixo de revolução, conforme ilustrado na 15.
- **Dimensões do Domínio:** O domínio computacional estende-se por um comprimento longitudinal total de 3,0 metros. A altura radial da fronteira superior na região de entrada (tubo de captura) é fixa em 0,5145 m, correspondendo ao raio do lábio, enquanto a altura na fronteira de saída é definida pelo raio interno do difusor na interface com o motor.

A 15 ilustra o domínio computacional e as condições de contorno aplicadas:

- **Entrada (Inlet):** Condição de *Pressure Far-Field*, situada a montante do lábio.
- **Paredes Sólidas:** Condição de parede sem deslizamento (*No-Slip Wall*) e adiabática aplicada às superfícies do corpo central (*spinner*) e à parede interna da carenagem (*cowl*).
- **Eixo de Revolução:** Condição de *Axis* aplicada ao longo do eixo central X ($y = 0$).
- **Saída (Outlet):** Condição de *Pressure Outlet* na face posterior.

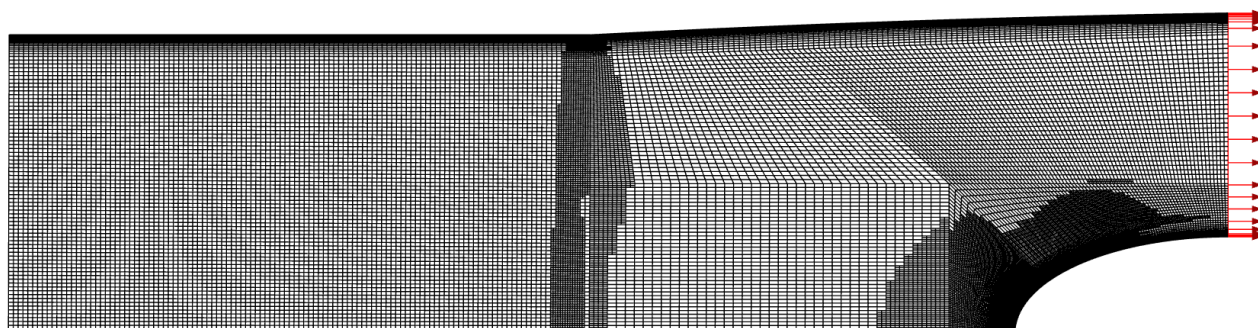
É fundamental discutir as implicações físicas da restrição radial da fronteira superior ser coincidente com o raio do lábio. Ao modelar o domínio exatamente como o tubo de corrente de captura do ponto de projeto (Geometria Fixa), assume-se implicitamente que todo o escoamento contido neste tubo entra no difusor.

Conforme discutido por Farokhi (2014), em difusores de choque normal operando em modo subcrítico, a contrapressão elevada força a expulsão da onda de choque para fora do lábio (choque destacado ou *bow shock*). Fisicamente, isso causa uma deflexão das linhas de corrente antes da entrada, resultando no fenômeno de "spillage"(derramamento), onde a área do tubo de corrente real capturado é menor que a área geométrica da entrada ($A_\infty < A_1$).

Como o domínio computacional aqui definido possui uma fronteira superior rígida (ou de simetria) alinhada com o lábio, ele é incapaz de simular este desvio de fluxo externo. O "tubo de corrente numérico" força a massa de ar a entrar no domínio mesmo em condições onde, na realidade, ela seria desviada. Portanto, esta configuração de domínio é válida estritamente para regimes supercríticos e críticos, onde o choque está engolido ou posicionado no lábio. Para análises subcríticas profundas, os resultados de vazão mássica e posição do choque apresentariam divergências em relação ao comportamento real, pois a física do derramamento externo é negligenciada por esta topologia.

A discretização do domínio foi realizada utilizando o software **ANSYS Meshing**. Optou-se por uma **malha estruturada multi-blocos** composta por elementos quadrilaterais. Esta topologia oferece vantagens significativas para este tipo de escoamento, pois permite o alinhamento das células com a direção principal do fluxo, minimizando a difusão numérica.

Figura 15 – Domínio computacional e malha adotada.



Fonte: O autor.

A malha foi construída de modo a ser mais grosseira nas regiões de escoamento livre a montante e refinada nas regiões críticas:

- **Próximo às paredes:** Refinamento para garantir o y^+ alvo (30-50) e capturar os efeitos da camada limite viscosa nas zonas de "no-slip".
- **Região do Choque:** Refinamento axial na entrada do difusor para capturar a posição e a espessura da onda de choque normal com precisão.

Para verificar a sensibilidade da solução numérica, foi realizado um estudo de independência de malha avaliando-se discretizações com aproximadamente 23000, 80000 e 360000 elementos. Observou-se que a discrepância nos resultados entre a malha mais grossa e a mais refinada manteve-se inferior a 5%, enquanto o tempo de processamento aumentou drasticamente nas malhas mais densas. Diante disso, optou-se pela utilização da malha de 23000 elementos, pois esta oferece o melhor compromisso entre precisão e custo computacional, viabilizando a simulação rápida de uma grande quantidade de pontos operacionais necessários para a análise completa do envelope de voo.

4.2.2 Configuração Numérica (*Solver*)

As simulações foram conduzidas no software **ANSYS Fluent**, utilizando as equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds (RANS). O fluido foi modelado como ar gás ideal caloricamente perfeito.

Para o fechamento das equações de turbulência, selecionou-se o modelo $k - \epsilon$ **Realizable**. Este modelo é amplamente recomendado para escoamentos com gradientes de pressão adversos e separação, sendo superior ao modelo $k - \epsilon$ Standard em termos de precisão para escoamentos que envolvem rotação, recirculação e camadas limites sob fortes gradientes de pressão, características presentes na interação choque-camada limite dentro do difusor. O tratamento próximo à parede foi realizado através das *Enhanced Wall Functions*, consistentes com a malha gerada.

O *solver* foi configurado para regime permanente (*steady-state*). A Tabela 1 resume as configurações numéricas adotadas.

A escolha do esquema de discretização de fluxo do tipo AUSM (*Advection Upstream Splitting Method*) é determinante para a estabilidade da simulação em regimes supersônicos. Este método numérico é projetado especificamente para capturar descontinuidades abruptas no escoamento, como as ondas de choque normais que ocorrem no interior do difusor. Ao separar os termos de fluxo convectivo e de pressão na interface das células, o AUSM evita oscilações espúrias e garante a convergência da solução em regiões de altos gradientes, onde métodos convencionais poderiam falhar ou introduzir instabilidades numéricas.

4.2.3 Integração Computacional e Cálculo de Eficiência

A modelagem analítica baseada nas relações de Rankine-Hugoniot, apresentada na Seção 4.1.2, fornece o limite teórico de desempenho do difusor. No entanto, para que a ferramenta computacional desenvolvida ofereça estimativas realistas para o projeto preliminar, é necessário contabilizar as perdas por efeitos viscosos e pela interação choque-camada limite, quantificadas através das simulações numéricas descritas anteriormente.

Tabela 1 – Resumo detalhado das configurações do modelo numérico (CFD).

Domínio e Malha	
Espaço	2D Axissimétrico
Software de Malha	ANSYS Meshing
Tipo de Elementos	Quadrilaterais (Estruturada Multi-Blocos)
Contagem de Nós	23.206
Estatística de y^+	$29 < y^+ < 68$
Configuração do Solver (ANSYS Fluent)	
Tipo	Density-Based
Tempo	Regime Permanente (Steady)
Formulação	Implícita
Tipo de Fluxo	AUSM (<i>Advection Upstream Splitting Method</i>)
Modelo de Turbulência	$k - \epsilon$ Realizable
Tratamento de Parede	Standard Wall Functions
Fluido	Ar (Gás Ideal)
Viscosidade	Lei de Sutherland
Condições de Contorno	
Entrada (<i>Pressure Far-Field</i>)	Mach: [1.0 - 2.0] Pressão Estática: 11600 Pa (50.000 ft) Temperatura Estática: 216.65 K (50.000 ft)
Saída (<i>Mass-Flow Outlet</i>)	Vazão Mássica Corrigida: 187.334 kg/s (Slater, 2023)
Paredes	Adiabáticas, Sem Deslizamento (No-Slip)
Eixo	Axisymmetric
Métodos Numéricos e Solução	
Discretização (Escoamento)	Second Order Upwind
Discretização (Turbulência)	Second Order Upwind
Inicialização	FMG (Full Multi-Grid) Initialization
Controle de Solução	High Order Term Relaxation High Speed Numerics Habilitado
CrITÉRIOS de Convergência	
Resíduos (RMS)	$< 10^{-6}$ (Continuidade, Momento, Energia, Turbulência)
Monitoramento de Superfície	Estabilidade da TPR ($< 10^{-4}$ nas últimas 500 iterações)

Fonte: O autor.

Para incorporar esses efeitos sem incorrer no alto custo computacional de executar simulações de CFD em tempo real durante o uso da ferramenta, adotou-se uma abordagem baseada em dados. O procedimento de implementação no código MATLAB consistiu em três etapas principais:

1. **Tabulação dos Dados Unidimensionais:** Os resultados de Recuperação de Pressão Total (TPR)

obtidos nas simulações CFD para a **geometria única do difusor de referência** foram extraídos e tabulados. É importante salientar que esta matriz de dados correlaciona a TPR exclusivamente com a variação do número de Mach de voo (M_∞), mantendo-se a geometria do bocal fixa durante toda a varredura.

2. **Interpolação Numérica:** Implementou-se um módulo de interpolação utilizando a função nativa `interp1` do MATLAB. Optou-se pelo método de interpolação PCHIP (*Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial*). Diferente de splines cúbicas tradicionais, o método PCHIP preserva a monotonicidade dos dados e evita oscilações artificiais (Fenômeno de Runge) entre os pontos amostrados, garantindo que a curva de recuperação de pressão gerada seja suave e fisicamente consistente ao longo de todo o regime supersônico simulado.
3. **Cálculo da Eficiência Adiabática:** Com a integração dos dados viscosos interpolados, a ferramenta foi programada para calcular a Eficiência do Difusor (η_{dif}). Este parâmetro é determinado em função da razão de pressão total (p_{t2}/p_0) e do número de Mach de voo (M_0), relacionando a energia isentrópica necessária para atingir a pressão de estagnação de saída com a energia cinética disponível no escoamento livre:

$$\eta_{dif} = \frac{TPR^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \quad (2)$$

É imperativo esclarecer a natureza e as limitações da interpolação realizada. A longo prazo, a proposta para a evolução desta ferramenta consiste na implementação de uma **interpolação multidimensional**. Tal abordagem visaria criar um metamodelo robusto, capaz de prever a TPR não apenas em função do Mach, mas considerando variações paramétricas da geometria, tais como diferentes razões de área ($A_{saída}/A_{entrada}$), comprimentos de duto, ângulos de ataque e raios de lábio. Isso permitiria ao usuário otimizar a geometria do difusor em tempo real. No entanto, a construção desse banco de dados exigiria a execução de milhares de simulações CFD para cobrir o espaço de design. Devido às restrições de tempo para a conclusão deste trabalho e às limitações de *hardware* disponível, o escopo restringiu-se à validação da metodologia utilizando a geometria de bocal fixa, interpolando apenas as condições operacionais para este caso específico.

Dessa forma, o algoritmo fornece ao usuário uma análise comparativa instantânea para o difusor de referência, permitindo quantificar a degradação de desempenho imposta pelos fenômenos não-ideais em relação ao limite teórico termodinâmico.

4.2.4 Análise de Desempenho Fora do Ponto de Projeto (*Off-Design*)

Para complementar a caracterização aerodinâmica do difusor de referência e validar sua operabilidade em regimes fora do ponto de projeto, foi implementada uma metodologia para a obtenção da curva característica de desempenho (*performance map*). Esta análise foca no comportamento da recuperação de pressão total (π_d) em função da razão de vazão mássica ($MFR = \dot{m}_{viscosa}/\dot{m}_{cap}$) para um número de Mach de voo fixo ($M_\infty = 1.4$).

A estratégia de simulação consistiu na variação da condição de contorno de pressão na saída do domínio (*Pressure Outlet*), partindo da condição crítica estável (choque no lábio). Foram simulados quatro pontos adicionais para mapear os regimes distintos de operação:

- **Regime Supercrítico:** A contrapressão foi reduzida gradualmente (para 95% e 85% da pressão crítica de referência), forçando a ingestão da onda de choque para o interior do difusor. Neste regime, espera-se uma queda acentuada na recuperação de pressão total devido ao fortalecimento do choque normal, mantendo-se a vazão mássica constante (engasgada).
- **Regime Subcrítico:** A contrapressão foi aumentada (para 105% e 115% da referência), expulsando a onda de choque para a região a montante do lábio (*detached shock*). Neste cenário, o objetivo é quantificar a redução na vazão mássica capturada devido ao "derramamento" (*spillage*) do escoamento, mantendo-se a recuperação de pressão em níveis elevados.

Os dados resultantes destas simulações foram integrados à ferramenta computacional para gerar o gráfico da curva característica do difusor (ou "Curva de Bengala"), permitindo uma avaliação visual da margem de estabilidade e da sensibilidade do componente a variações na demanda de fluxo do motor.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 RESULTADOS DA MODELAGEM DE DIFUSORES IDEAIS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos através da ferramenta computacional desenvolvida para o regime de escoamento ideal (inviscido e adiabático). A validação dos algoritmos foi conduzida em duas etapas complementares para garantir tanto a precisão física quanto a consistência numérica.

Primeiramente, realizou-se uma validação bibliográfica comparativa. O código foi submetido à resolução dos exemplos clássicos resolvidos apresentados por Farokhi (2014), abrangendo os problemas 6.1 a 6.5 do livro-texto “*Aircraft Propulsion*”. Estes casos cobrem uma gama representativa de problemas de difusores supersônicos, incluindo:

- **Exemplo 6.1:** Cálculo do Mach de *overspeed* em difusor C-D de geometria fixa..
- **Exemplo 6.2:** Razão de contração e TPR de um difusor C-D do tipo Kantrowitz-Donaldson.
- **Exemplo 6.3:** Determinação da garganta para difusor de geometria variável.
- **Exemplo 6.4:** Cálculo de TPR em um difusor de choque normal para diferentes modos de operação.
- **Exemplo 6.5:** Análise de difusor de compressão externa com 2 rampas oblíquas.

Os resultados obtidos pela ferramenta computacional apresentaram concordância plena com os valores analíticos fornecidos na literatura, com desvios percentuais desprezíveis atribuídos apenas a diferenças de arredondamento nas constantes dos gases ou nos processos iterativos. A Tabela 2 resume a comparação para parâmetros-chave selecionados destes exemplos.

Tabela 2 – Validação da ferramenta computacional comparada aos exemplos analíticos de Farokhi (2014).

Caso Teste	Parâmetro	Ref. Farokhi	Este Trabalho	Erro (%)
Ex. 6.1 (C-D)	M de <i>Overspeed</i> (M_x)	1.80	1.8277	1,54%
Ex. 6.2 (C-D K-D)	Razão A_{th}/A_1	1.34	1.3405	0,04%
Ex. 6.4 (Pitot)	TPR (π_d)	0.9582	0.9582	0,00%
Ex. 6.5 (2 Rampas)	TPR (π_d)	0.9490	0.9532	0,45%

Fonte: O Autor.

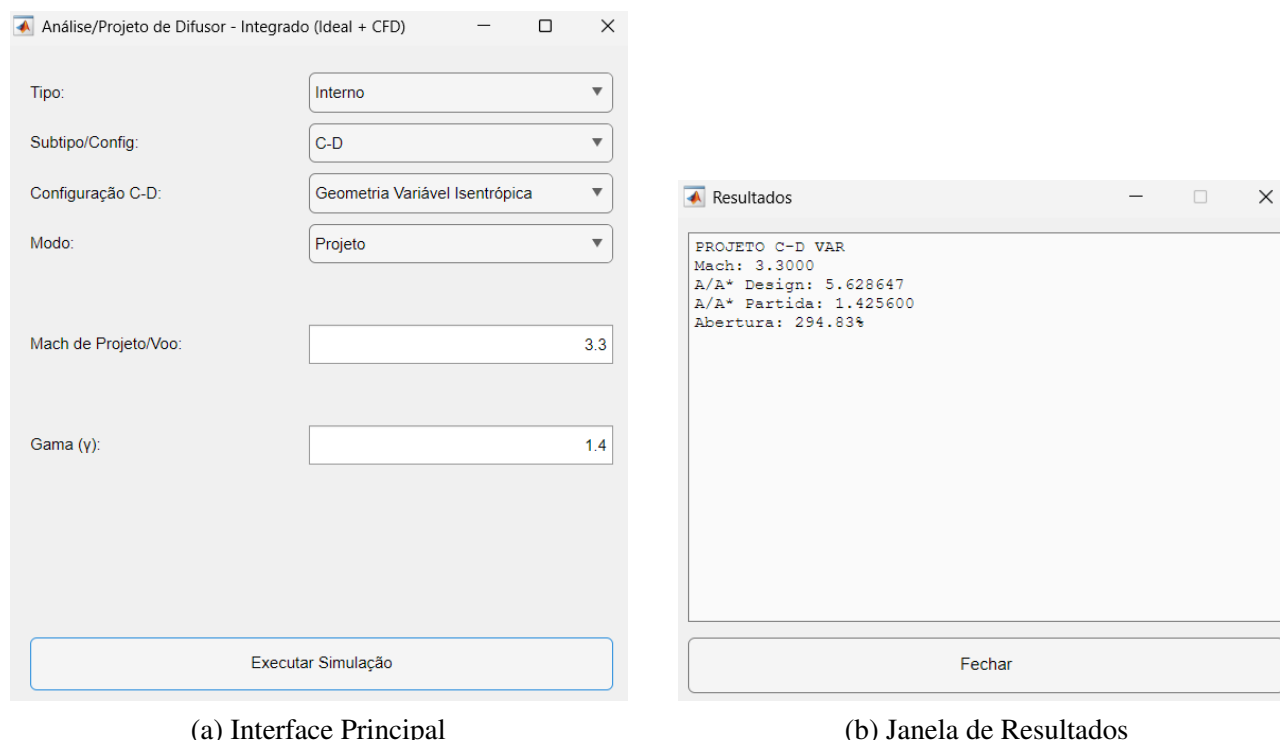
Em uma segunda etapa, procedeu-se à verificação da consistência interna da ferramenta, utilizando uma abordagem de validação cruzada entre os módulos de “Projeto” e “Análise”, conforme detalhado nas subseções a seguir.

5.1.1 Difusores Internos: Critérios de Partida e Geometria Variável

Para a demonstração das capacidades do código em cenários de *design*, considerou-se um voo supersônico em Mach 3.3 ($\gamma = 1.4$), análogo às condições discutidas nos problemas de geometria variável.

No modo de **Projeto**, o código determinou a razão de áreas (A_1/A^*) necessária para desacelerar o escoamento isentropicamente e calculou os requisitos para a partida do difusor (*starting*), aplicando o limite de Kantrowitz.

Figura 16 – Interface de projeto para difusor C-D em Mach 2.0



(a) Interface Principal

(b) Janela de Resultados

Fonte: O Autor.

Como observado na 16, para um Mach de projeto de 3.3, a razão de área de contração teórica calculada foi de aproximadamente 5.628647. A ferramenta diagnosticou corretamente a condição de *unstart* para geometria fixa, indicando a necessidade de um Mach de *overspeed* ou abertura de garganta, em alinhamento com a teoria de Kantrowitz aplicada no Exemplo 6.3 de Farokhi (2014).

5.1.2 Difusores de Compressão Externa: Otimização de Rampas

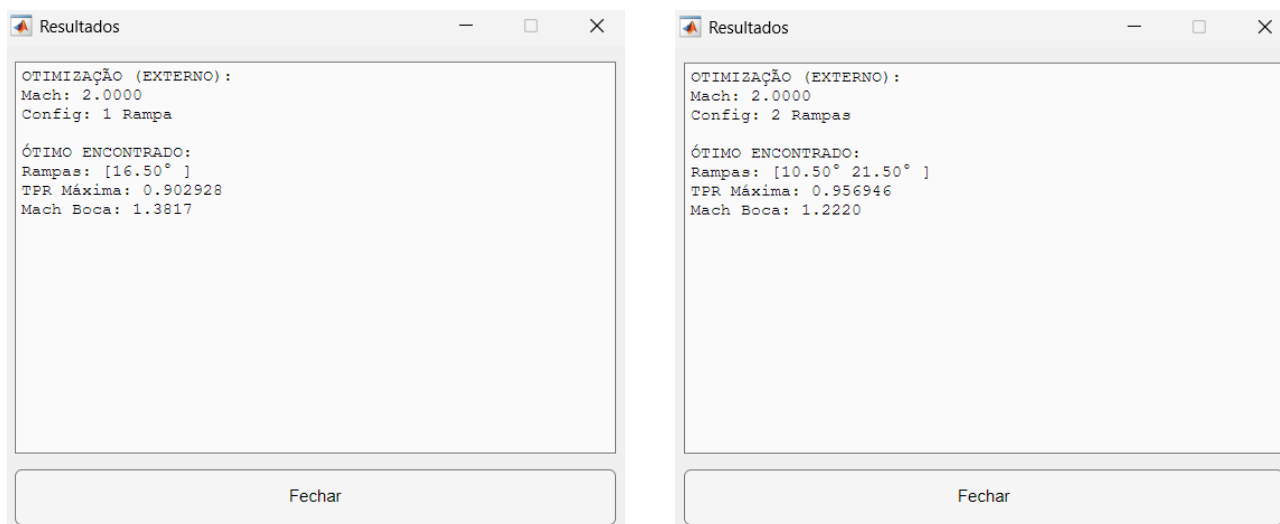
Para difusores de compressão externa, a validação focou na capacidade do algoritmo de otimização de encontrar soluções ótimas superiores às configurações genéricas. O objetivo é encontrar os ângulos de deflexão (δ) que maximizam a recuperação de pressão total (TPR).

Simulou-se uma condição de Mach 2.0 para duas configurações distintas (1 Rampa e 2 Rampas), com parâmetros semelhantes aos explorados no Exemplo 6.5 da literatura de referência.

Os resultados (17) confirmam a vantagem termodinâmica do fracionamento da compressão:

- **1 Rampa:** Otimização convergiu para um ângulo único de equilíbrio.

Figura 17 – Resultados da otimização geométrica para difusores externos em Mach 2.0



(a) Configuração de 1 Rampa

(b) Configuração de 2 Rampas

Fonte: O Autor.

- **2 Rampas:** O algoritmo identificou a combinação ótima (próxima a 8° e 20°), resultando em $TPR > 0.94$.

Estes valores de recuperação otimizada superam os valores típicos de projetos não-otimizados e são consistentes com os máximos teóricos previstos pelas cartas de eficiência de Oswatitsch, citadas por Farokhi (2014).

5.2 RESULTADOS DO DIFUSOR AXISSIMÉTRICO DE PITOT NÃO-IDEAL (CFD)

Esta seção apresenta os resultados obtidos através da integração dos dados de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) à ferramenta desenvolvida. O foco da análise é o difusor do tipo Pitot axissimétrico, utilizado como caso de validação devido à disponibilidade de dados comparativos na literatura de referência (Slater, 2023).

5.2.1 Validação no Ponto de Projeto (*Design Point*)

Para validar a fidelidade do modelo numérico implementado no ANSYS Fluent, foram realizadas simulações nos três pontos de projeto definidos por Slater (2023) para o motor de referência derivado do CFM56-7B. As condições de contorno, especificamente a vazão mássica corrigida na saída ($\dot{m}_{c2}$), foram ajustadas para cada número de Mach de voo conforme especificado na Tabela 1 do artigo original (Slater, 2023). A Tabela 3 resume as condições simuladas e compara os resultados obtidos neste trabalho com os dados de referência.

O nível de concordância entre os resultados é elevado, com desvios percentuais inferiores a 1% para a recuperação de pressão total. Estes resultados confirmam a adequação da malha e das configurações do *solver* para capturar a física do choque normal e das perdas viscosas associadas.

Tabela 3 – Comparação dos resultados de CFD no ponto de projeto com os dados de referência de Slater (2023).

Mach (M_0)	Recuperação de Pressão Total (TPR)			Mach na Face do Motor (M_2)		
	Slater	Trabalho	Erro (%)	Slater	Trabalho	Erro (%)
1.4	0.9529	0.9511	0,19%	0.667	0.6853	2,74%
1.7	0.8518	0.8533	0,18%	0.583	0.5949	2,04%
2.0	0.7181	0.7364	2,55%	0.516	0.4825	6,49%

Fonte: O Autor, baseado em Slater (2023).

5.2.2 Curva de Recuperação de Pressão vs. Mach

Além dos pontos de projeto de Slater (2023), foram realizadas simulações adicionais em números de Mach intermediários ($M = 1.0, 1.4, 1.75, 2.125, 2.5$) para mapear o comportamento da eficiência do difusor ao longo de todo o envelope supersônico. Estes dados foram integrados ao código MATLAB para permitir a estimativa de desempenho fora dos pontos tabelados.

A 18 apresenta a interface da ferramenta executando a análise para o difusor Pitot. A ativação da opção “Utilizar Dados CFD (Não-Ideal)” habilita a interpolação dos dados reais, plotando a comparação entre a curva teórica de choque normal (inviscida) e a curva viscosa obtida via CFD.

Figura 18 – Interface de análise para difusor Pitot com dados não-ideais

Análise/Projeto de Difusor - Integrado (Ideal + CFD)

Tipo:

Interno

Subtipo/Config:

Choque Normal (Pitot)

Modo:

Projeto

☒ Utilizar Dados CFD (Não-Ideal)

Mach de Projeto/Voo:

1.4

Gama (γ):

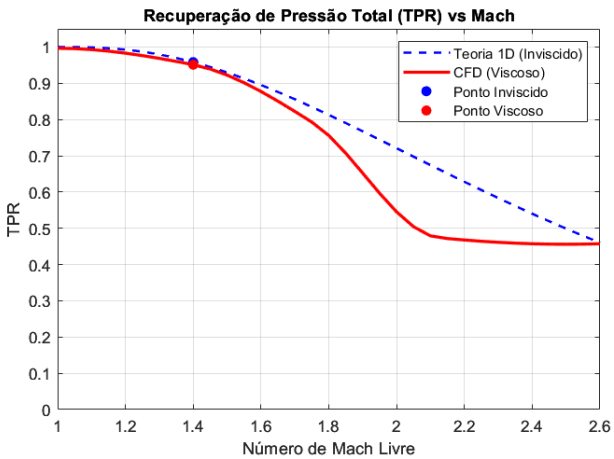
1.4

Diâmetro Entrada (m):

0.5124

Executar Simulação

(a) Interface Principal



(b) TPR vs Mach (Ideal vs Viscosa)

Fonte: O Autor.

O gráfico gerado evidencia a degradação progressiva da eficiência com o aumento do número de Mach, afastando-se da curva ideal. Esta divergência quantifica as perdas viscosas e a interação choque-camada limite, que se tornam mais severas em altas velocidades.

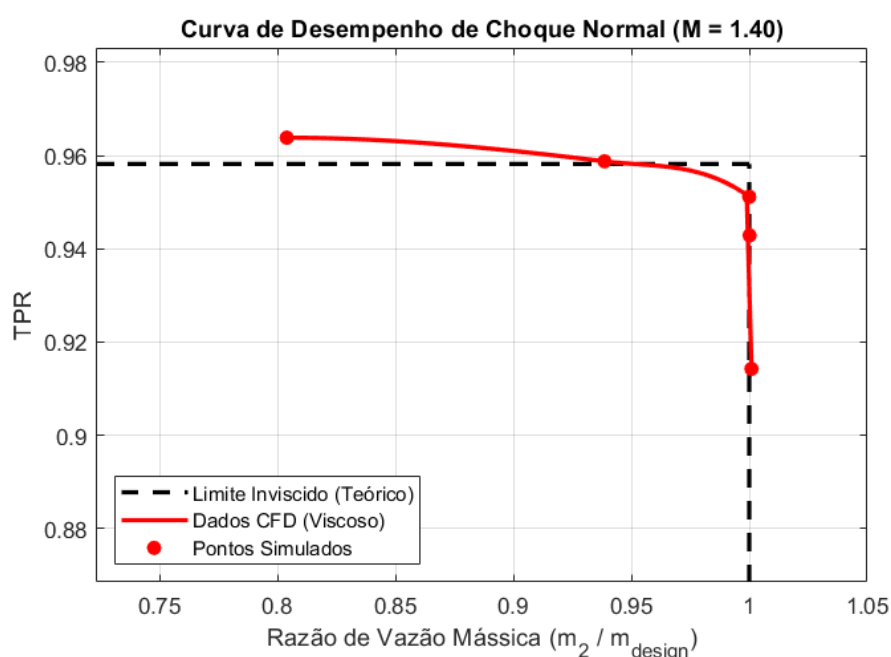
5.2.3 Análise de Desempenho *Off-Design* (Curva Característica)

Para caracterizar a estabilidade e a operabilidade do difusor, foi gerada a curva de desempenho para a condição de projeto de Mach 1.4. O *back pressure* na saída foi variada para simular os regimes subcrítico (choque destacado) e supercrítico (choque engolido).

A 20 ilustra os campos de número de Mach obtidos no CFD para cinco pontos distintos de operação, evidenciando a movimentação da onda de choque em resposta à variação da contrapressão.

Estes resultados qualitativos foram quantificados e integrados à ferramenta computacional. A 19 apresenta a curva característica gerada pelo código, plotando a Recuperação de Pressão Total (TPR) em função da Razão de Vazão Mássica ($\dot{m}/\dot{m}_{design}$).

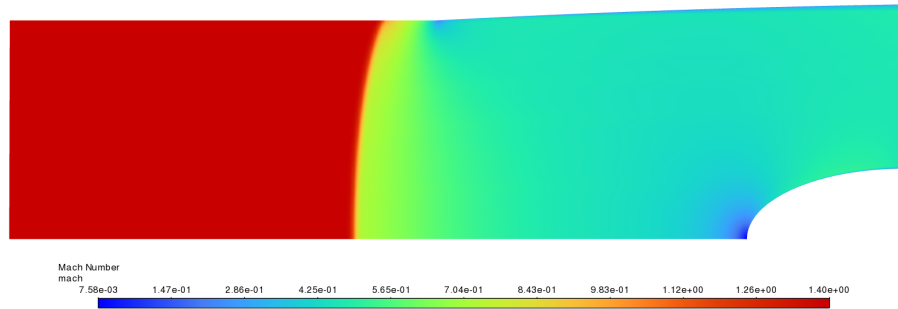
Figura 19 – Curva de desempenho gerada pela ferramenta para o difusor Pitot em Mach 1.4, comparando o limite ideal teórico com os dados reais de CFD.



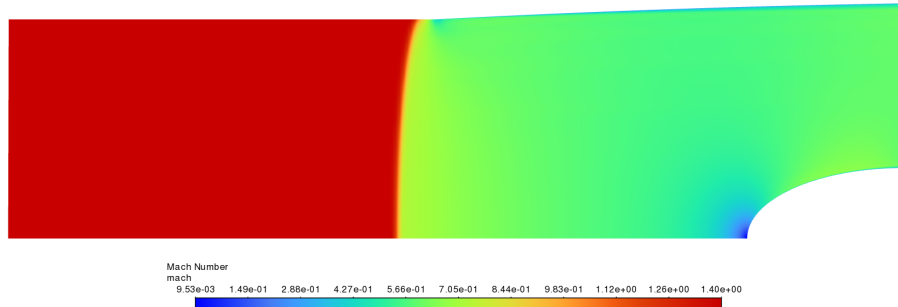
Fonte: O Autor.

A curva obtida reproduz fielmente o comportamento esperado ("joelho"): uma queda abrupta de pressão com vazão constante no regime supercrítico e uma redução de vazão com manutenção da pressão no regime subcrítico. A ferramenta permite visualizar a margem de estabilidade do difusor em relação ao ponto de operação ideal.

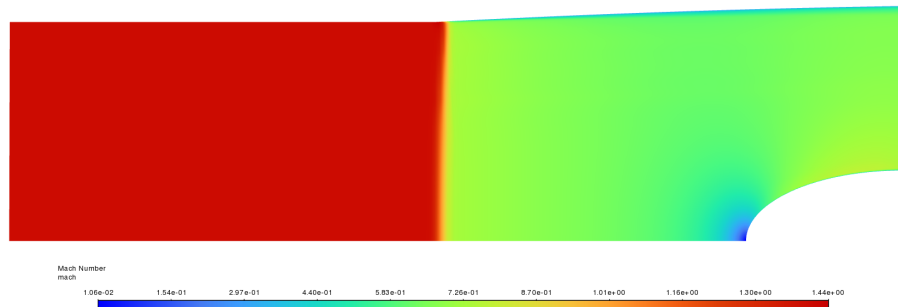
Figura 20 – Campos de Mach para diferentes regimes de operação do difusor Pitot em $M=1.4$.



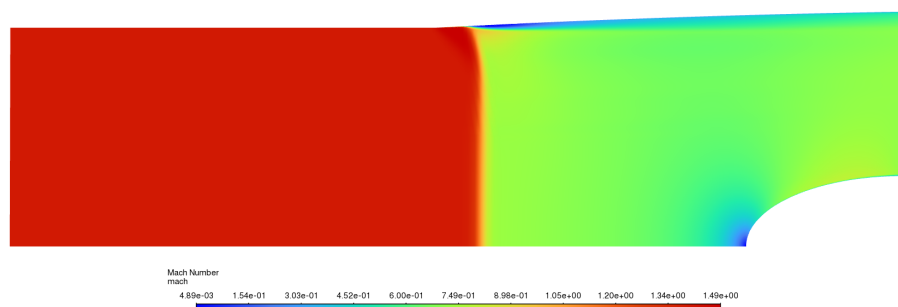
(a) Subcrítico Severo ($1.15 \times P_{ref}$)



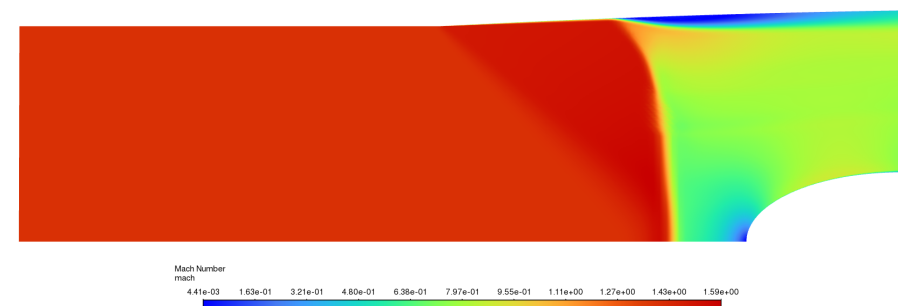
(b) Subcrítico ($1.05 \times P_{ref}$)



(c) Crítico (Projeto)



(d) Supercrítico ($0.95 \times P_{ref}$)



(e) Supercrítico Severo ($0.85 \times P_{ref}$)

Fonte: O Autor.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo central o desenvolvimento e a validação de uma ferramenta computacional capaz de auxiliar no projeto preliminar e na análise de desempenho de difusores supersônicos, integrando modelagens teóricas clássicas com correções baseadas em dados de alta fidelidade. A motivação para este estudo residiu na necessidade de preencher a lacuna existente entre os métodos analíticos simples, que frequentemente negligenciam perdas viscosas críticas, e as simulações de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), que, embora precisas, demandam custo computacional proibitivo para as fases iniciais de *design*.

A metodologia adotada permitiu cumprir integralmente os objetivos específicos propostos. O módulo de modelagem ideal demonstrou robustez numérica e consistência física, validada através da reprodução fiel dos exemplos clássicos da literatura Farokhi (2014) e da concordância entre os algoritmos de projeto e análise. A implementação dos critérios de *starting* (limite de Kantrowitz) e a otimização geométrica de rampas de compressão externa forneceram à ferramenta a capacidade de sugerir configurações iniciais eficientes, superando as limitações de designs genéricos.

No âmbito da modelagem não-ideal, a integração dos dados de CFD revelou-se uma estratégia eficaz para aumentar a precisão da ferramenta sem comprometer sua agilidade. As simulações numéricas do difusor Pitot axissimétrico, validadas com base nos estudos de referência de Slater (2023), apresentaram desvios inferiores a 1% para a recuperação de pressão total nos pontos de projeto. A incorporação desses resultados via interpolação permitiu que o código estimasse a eficiência adiabática viscosa e o comportamento fora do ponto de projeto (curva característica), oferecendo uma visão imediata das margens de operabilidade e estabilidade do componente.

Em suma, os resultados obtidos confirmam que a abordagem híbrida — unindo a velocidade dos modelos de baixa ordem com a precisão pontual do CFD — constitui uma solução viável e valiosa para a engenharia aeronáutica, permitindo iterações rápidas de *design* com um nível de confiança superior ao das correlações empíricas tradicionais.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Apesar dos avanços alcançados, o escopo deste trabalho limitou-se a geometrias axissimétricas e bidimensionais simplificadas sob condições de escoamento alinhado. Para expandir a aplicabilidade e a fidelidade da ferramenta, sugerem-se as seguintes linhas de investigação para trabalhos futuros:

- **Ampliação da Base de Dados CFD:** Estender as simulações numéricas para incluir difusores de compressão externa (com rampas e cones) e mista, gerando mapas de eficiência que contemplem a interação choque-camada limite em geometrias mais complexas.
- **Efeitos de Incidência:** Investigar o desempenho dos difusores sob ângulos de ataque (α) e derrapagem (β) não nulos, incorporando correções para a distorção do escoamento na face do motor, fator crítico para a estabilidade operacional da aeronave.

- **Modelagem de Sangria (*Bleed*):** Implementar sub-rotinas que estimem o impacto da remoção de camada limite (sangria) na recuperação de pressão e no arrasto de onda, permitindo o dimensionamento preliminar de sistemas de controle de escoamento.
- **Acoplamento Propulsivo:** Integrar a ferramenta desenvolvida a um modelo de ciclo termodinâmico de motor (e.g., turbofan), permitindo avaliar o impacto direto da geometria do difusor no empuxo líquido e no consumo específico de combustível por empuxo (TSFC) da missão.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, J. D. **Modern Compressible Flow: With Historical Perspective**. 3rd ed. [S. l.]: McGraw-Hill Higher Education, 2004.

Air Transport Action Group (ATAG). **Net Zero by 2050: Our industry's commitment to climate change**. [S. l.]. 2021. Disponível em: <https://www.atag.org/policy/net-zero-by-2050.html>. Acesso em: 19 nov. 2025.

BERTON, J. J. *et al.* **Supersonic Technology Concept Aeroplanes for Environmental Studies**. In: AIAA AVIATION 2020 FORUM, 2020. **Proceedings**. [S. l.]: AIAA, 2020. AIAA Paper 2020-0263.

EAGLE, W. E. **Shock wave-boundary layer interactions in rectangular inlets: Three-dimensional separation topology and critical points**. **Journal of Fluid Mechanics**, [S. l.], v. 756, p. 328-353, set. 2014.

EBRAHIMI, A.; CHAVOSHI, M. **Numerical investigation of back pressure and free-stream effects on a mixed compression inlet performance**. *Scientia Iranica*, [S. l.], v. 25, ago. 2017.

EKERMO, J. **Validation and Parametric Study of Supersonic Air Intake**. 2018. Dissertação (Mestrado) – Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2018.

FAROKHI, S. **Aircraft Propulsion**. 2nd ed. [S. l.]: John Wiley & Sons, 2014.

GAITONDE, D. V. **Progress in shock wave/boundary layer interactions**. *Progress in Aerospace Sciences*, [S. l.], v. 72, p. 80-99, 2015.

HILL, P. G.; PETERSEN, C. R. **Mechanics and Thermodynamics of Propulsion**. [S. l.]: Pearson Education, 1992.

International Civil Aviation Organization (ICAO). **A39-16, Consolidated statement of continuing ICAO policies and practices related to environmental protection - Climate Change**. [S. l.]. 2022. Disponível em: <https://www.icao.int/about-icao/Pages/Net-Zero-Carbon-Emissions-by-2050.aspx>. Acesso em: 19 nov. 2025.

KORKEGI, R. H. **Survey of viscous interactions associated with high mach number flight**. *AIAA Journal*, [S. l.], v. 9, n. 5, p. 771-784, 1971.

LIEPMANN, H. W.; ROSHKO, A. **Elements of Gasdynamics**. New York: John Wiley & Sons, 1957.

LIU, F.; ZHAO, Q.; CAI, J. **Review of high-speed air intake flow control techniques**. *Acta Astronautica*, [S. l.], v. 182, p. 450-467, 2021.

LOW, G. M. **Boundary-Layer Transition at Supersonic Speeds**. [S. l.]: NACA, 1956. (NACA Technical Note).

NASA. **Foto captura quebra da barreira do som**. [S. l.]. 2025. CNN Brasil. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/tecnologia/foto-da-nasa-captura-quebra-da-barreira-do-som-veja/>. Acesso em: 01 dez. 2025.

- RAN, H.; MAVRIS, D. **Preliminary design of a 2d supersonic inlet to maximize total pressure recovery.** In: AIAA AVIATION, TECHNOLOGY, INTEGRATION, AND OPERATIONS CONFERENCE, 5., 2005. **Proceedings.** [S. l.]: AIAA, 2005. p. 2.
- SABZEHALI, M. *et al.* **Predicting the energy and exergy performance of f135 pw100 turbofan engine via deep learning approach.** Energy Conversion and Management, [S. l.], v. 265, p. 115775, 2022.
- SEDDON, J.; GOLDSMITH, E. L. **Intake Aerodynamics:** American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), [S. l.], 1985. (AIAA Education Series).
- SETTLES, G. S.; WILLIAMS, D. R. **Shock wave/boundary-layer interaction in supersonic flows.** Journal of Fluid Mechanics, [S. l.], v. 240, p. 1-54, 1992.
- SLATER, J. W. Supin: **A computational tool for supersonic inlet design.** In: AIAA AEROSPACE SCIENCES MEETING, 54., 2016. **Proceedings.** [S. l.]: AIAA, 2016. p. 0530.
- SLATER, J. W. **Supersonic External-Compression Inlets for Mach 1.4 to 2.0.** In: AIAA AVIATION FORUM, 2023. **Proceedings.** [S. l.]: AIAA, 2023. AIAA Paper 2023-4122.
- ZLEA. **Trabalho próprio.** Wikimedia Commons, [S. l.]. 2022. Licença Creative Commons CC BY-SA 4.0. Disponível em: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0>.

APÊNDICE A – CÓDIGO EM MATLAB PARA O PROJETO E ANÁLISE DE DIFUSORES SUPERSÔNICOS

```

1 function Difusores_ideais_supersonicos_v8
2     % Janela principal
3     fig = uifigure('Name','Análise/Projeto de Difusor - Integrado (Ideal + CFD)'
4         , 'Position', [300 50 480 650]);
5
6     % Layout
7     glayout = uigridlayout(fig, [13 2]);
8     glayout.RowHeight = {30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 30, '1x', 40};
9     glayout.ColumnWidth = {200, '1x'};
10    glayout.Padding = [20 20 20 20];
11    glayout.RowSpacing = 8;
12
13    % --- Elementos de Interface ---
14
15    % Linha 1: Tipo
16    lbl1 = uilabel(glayout,'Text','Tipo:');
17    lbl1.Layout.Row = 1; lbl1.Layout.Column = 1;
18    tipoDrop = uidropdown(glayout, 'Items', {'Interno','Externo'}, 'Value','
19        Interno', 'Tag','tipo');
20    tipoDrop.Layout.Row = 1; tipoDrop.Layout.Column = 2;
21
22    % Linha 2: Subtipo
23    lbl2 = uilabel(glayout,'Text','Subtipo/Config:', 'Tag','lbl_subtipo');
24    lbl2.Layout.Row = 2; lbl2.Layout.Column = 1;
25    subtipoDrop = uidropdown(glayout, 'Items', {'Choque Normal (Pitot)','C-D'},
26        'Value','Choque Normal (Pitot)', 'Tag','subtipo');
27    subtipoDrop.Layout.Row = 2; subtipoDrop.Layout.Column = 2;
28
29    % Linha 3: Config C-D
30    lbl3 = uilabel(glayout,'Text','Configuração C-D:', 'Tag','label_cd');
31    lbl3.Layout.Row = 3; lbl3.Layout.Column = 1;
32    configCD = uidropdown(glayout, 'Items', {'Geometria Fixa Isentrópica','
33        Kantrowitz-Donaldson','Geometria Variável Isentrópica'}, ...
34        'Value','Geometria Fixa Isentrópica','Tag','config_cd'
35        );
36    configCD.Layout.Row = 3; configCD.Layout.Column = 2;
37
38    % Linha 4: Modo
39    lbl4 = uilabel(glayout,'Text','Modo:');
40    lbl4.Layout.Row = 4; lbl4.Layout.Column = 1;
41    modoDrop = uidropdown(glayout, 'Items', {'Projeto','Análise'}, 'Value','
42        Projeto', 'Tag','modo');
43    modoDrop.Layout.Row = 4; modoDrop.Layout.Column = 2;

```

```

39 % Linha 5: Checkbox CFD
40 cfdCheck = uicheckbox(glayout, 'Text', 'Utilizar Dados CFD (Não-Ideal)', '
    Tag', 'cfd_check');
41 cfdCheck.Layout.Row = 5; cfdCheck.Layout.Column = 2;
42 cfdCheck.ValueChangedFcn = @(btn, event) atualizarInterface(glayout);
43
44 % --- Campos Numéricos ---
45 createField(glayout, 6, 'Mach de Projeto/Voo:', 'mach_edit', 2.0);
46 createField(glayout, 7, 'Razão de Áreas (A1/A*):', 'a2a1_edit', 2.0);
47 createField(glayout, 8, 'Gama (γ):', 'gamma_edit', 1.4);
48 createField(glayout, 9, 'Ângulo Rampa 1 (graus):', 'ang1_edit', 8);
49 createField(glayout, 10, 'Ângulo Rampa 2 (graus):', 'ang2_edit', 20);
50 createField(glayout, 11, 'Diâmetro Entrada (m):', 'diam_edit', 0.5);
51
52 % --- Botão ---
53 btn = uibutton(glayout, 'Text', 'Executar Simulação', 'ButtonPushedFcn', @(
    btn,event) executarSimulacao(fig, glayout));
54 btn.Layout.Row = 13; btn.Layout.Column = [1 2];
55
56 % Callbacks
57 tipoDrop.ValueChangedFcn = @(dd,ev) callbackTipo(dd, glayout);
58 subtipoDrop.ValueChangedFcn = @(dd,ev) atualizarInterface(glayout);
59 configCD.ValueChangedFcn = @(dd,ev) atualizarInterface(glayout);
60 modoDrop.ValueChangedFcn = @(dd,ev) atualizarInterface(glayout);
61
62 % Inicialização
63 atualizarInterface(glayout);
64 end
65
66 % --- FUNÇÕES LOCAIS ---
67
68 function createField(glayout, row, txt, tag, val)
69     lbl = uilabel(glayout, 'Text', txt, 'Tag', [tag '_label']);
70     lbl.Layout.Row = row; lbl.Layout.Column = 1;
71     fld = uieditfield(glayout, 'numeric', 'Tag', tag, 'Value', val);
72     fld.Layout.Row = row; fld.Layout.Column = 2;
73 end
74
75 function callbackTipo(dd, glayout)
76     val = dd.Value;
77     sub = findobj(glayout, 'Tag', 'subtipo');
78     if strcmp(val, 'Interno')
79         sub.Items = {'Choque Normal (Pitot)', 'C-D'};
80         sub.Value = 'Choque Normal (Pitot)';
81     else
82         sub.Items = {'1 Rampa', '2 Rampas'};
83         sub.Value = '2 Rampas';
84     end
85     atualizarInterface(glayout);

```

```

86 end
87
88 function atualizarInterface(glayout)
89     tipoH = findobj(glayout,'Tag','tipo'); tipo = tipoH.Value;
90     subtipoH = findobj(glayout,'Tag','subtipo'); subtipo = subtipoH.Value;
91     modoH = findobj(glayout,'Tag','modo'); modo = modoH.Value;
92     cfdH = findobj(glayout,'Tag','cfd_check'); useCFD = cfdH.Value;
93
94     lblCD = findobj(glayout,'Tag','label_cd');
95     dropCD = findobj(glayout,'Tag','config_cd');
96
97     % Lista completa de campos
98     campos = {'mach_edit','a2a1_edit','gamma_edit','ang1_edit','ang2_edit','
99             diam_edit'};
100     for i=1:numel(campos), setVis(glayout, campos{i}, false); end
101     setVis(glayout, 'gamma_edit', true);
102
103     % Lógica de Exibição
104     if strcmp(tipo, 'Interno')
105         if strcmp(subtipo, 'C-D')
106             % Caso C-D
107             lblCD.Visible = 'on'; dropCD.Visible = 'on';
108             cfdH.Visible = 'off';
109             if strcmp(modo, 'Projeto')
110                 setVis(glayout, 'mach_edit', true);
111             else
112                 setVis(glayout, 'a2a1_edit', true);
113             end
114         else
115             % Caso Pitot
116             lblCD.Visible = 'off'; dropCD.Visible = 'off';
117             cfdH.Visible = 'on';
118             setVis(glayout, 'mach_edit', true);
119             if useCFD
120                 setVis(glayout, 'diam_edit', true);
121             end
122         end
123     else
124         % Caso Externo
125         lblCD.Visible = 'off'; dropCD.Visible = 'off';
126         cfdH.Visible = 'off';
127         setVis(glayout, 'mach_edit', true);
128
129         if strcmp(modo, 'Análise')
130             setVis(glayout, 'ang1_edit', true);
131             if strcmp(subtipo, '2 Rampas')
132                 setVis(glayout, 'ang2_edit', true);
133             end
134         end
135     end

```

```

134     end
135 end
136
137 function setVis(gllayout, tag, show)
138     vis = 'off'; if show, vis = 'on'; end
139     l = findobj(gllayout, 'Tag', [tag '_label']);
140     f = findobj(gllayout, 'Tag', tag);
141     if ~isempty(l), l.Visible = vis; end
142     if ~isempty(f), f.Visible = vis; end
143 end
144
145 % --- INTEGRAÇÃO CFD (ATUALIZADO) ---
146 function [pid_cfd, msg_cfd] = obterDadosCFD(M_target)
147     % Dados Atualizados (Pitot Axissimétrico - Pressão 11600 Pa)
148     % Ordenados por Mach
149     dados_M = [1.0, 1.4, 1.75, 2.125, 2.5];
150     dados_Pid = [0.99644, 0.95114, 0.91993, 0.47385, 0.45587];
151
152     if M_target < 1.0, pid_cfd = 1.0; msg_cfd = ' (Subsônico)'; return; end
153
154     % Limite superior estendido para cobrir os novos dados até 2.5
155     if M_target > 2.6, pid_cfd = NaN; msg_cfd = ' (Fora da faixa CFD)'; return;
156     end
157
158     pid_cfd = interp1(dados_M, dados_Pid, M_target, 'pchip', 'extrap');
159     msg_cfd = '';
160 end
161
162 function [m_dot_design, curve_data] = obterCurvaCaneCFD()
163     % Dados brutos extraídos das simulações sub/supercríticas (W2, TPR)
164     m_dot_design = 63.548;
165
166     % Pontos fornecidos para a curva de desempenho
167     raw_data = [
168         51.090653, 0.96382637; % 1.15*P_crit
169         59.648876, 0.95876121; % 1.05*P_crit
170         63.548, 0.95114; % PONTO DE DESIGN
171         63.5579, 0.94286093; % 0.95*P_crit
172         63.6079, 0.91421838 % 0.85*P_crit
173     ];
174
175     % Cálculo da razão de vazão (MFR)
176     curve_data = raw_data;
177     curve_data(:,1) = raw_data(:,1) / m_dot_design;
178 end
179
180 % --- EXECUTOR CENTRAL ---
181 function executarSimulacao(fig, glayout)
182     tipo = findobj(glayout, 'Tag', 'tipo'); tipo = tipo.Value;

```

```

182     subtipo = findobj(layout,'Tag','subtipo'); subtipo = subtipo.Value;
183     modo = findobj(layout,'Tag','modo'); modo = modo.Value;
184     useCFD = findobj(layout,'Tag','cfd_check'); useCFD = useCFD.Value;
185
186     machH = findobj(layout,'Tag','mach_edit'); M_in = machH.Value;
187     gammaH = findobj(layout,'Tag','gamma_edit'); g = gammaH.Value;
188
189     if strcmp(tipo, 'Externo')
190         resolverExterno(fig, layout, subtipo, modo, M_in, g);
191     elseif strcmp(subtipo, 'Choque Normal (Pitot)')
192         resolverPitot(fig, layout, M_in, g, useCFD);
193     else % Interno C-D
194         resolverInternoCD(fig, layout, modo, M_in, g);
195     end
196 end
197
198 % --- SOLVER EXTERNO ---
199 function resolverExterno(fig, layout, subtipo, modo, M_in, g)
200     if M_in <= 1
201         uialert(fig,'Mach deve ser supersônico para difusor externo.', 'Erro');
202         return;
203     end
204
205     anglH = findobj(layout,'Tag','ang1_edit'); d1 = anglH.Value;
206     ang2H = findobj(layout,'Tag','ang2_edit'); d2 = ang2H.Value;
207
208     if strcmp(modo, 'Análise')
209         deltas = [];
210         if strcmp(subtipo, '1 Rampa'), deltas = [d1];
211         else
212             if d2 <= d1, uialert(fig,'Ângulo da 2ª rampa deve ser maior.', '
                Aviso'); return; end
213             deltas = [d1, d2];
214         end
215
216         [pt_rec, M_final, details] = calc_recuperacao_externa(M_in, deltas, g);
217
218         if isnan(pt_rec)
219             msg = 'Choque destacado ou erro numérico. Verifique os ângulos.';
220         else
221             str_rampas = sprintf('%.1f° ', deltas);
222             msg = sprintf('DADOS (EXTERNO - ANÁLISE):\nMach: %.4f\nRampas: [%s]\n
                \nRESULTADOS:\nTPR: %.6f\nMach Boca: %.4f\n\nDETALHES:\n%s', ...
                M_in, str_rampas, pt_rec, M_final, details);
223         end
224         exibirResultado(msg);
225
226     else % Projeto

```

```

227     uiprogresdlog(fig, 'Title', 'Otimizando Geometria...', 'Indeterminate',
228         'on');
229     pause(0.1);
230     melhor_rec = 0; melhores_angs = []; melhor_M_final = 0;
231
232     if strcmp(subtipo, '1 Rampa')
233         for a1 = 1:0.5:25
234             [rec, Mf, ~] = calc_recuperacao_externa(M_in, a1, g);
235             if ~isnan(rec) && rec > melhor_rec
236                 melhor_rec = rec; melhores_angs = a1; melhor_M_final = Mf;
237             end
238         end
239     else
240         for a1 = 1:2:20
241             for a2 = (a1+1):2:35
242                 [rec, Mf, ~] = calc_recuperacao_externa(M_in, [a1, a2], g);
243                 if ~isnan(rec) && rec > melhor_rec
244                     melhor_rec = rec; melhores_angs = [a1, a2];
245                     melhor_M_final = Mf;
246                 end
247             end
248         end
249         if ~isempty(melhores_angs)
250             c1 = melhores_angs(1); c2 = melhores_angs(2);
251             for a1 = (c1-2):0.5:(c1+2)
252                 for a2 = (c2-2):0.5:(c2+2)
253                     if a2 > a1
254                         [rec, Mf, ~] = calc_recuperacao_externa(M_in, [a1,
255                             a2], g);
256                         if ~isnan(rec) && rec > melhor_rec
257                             melhor_rec = rec; melhores_angs = [a1, a2];
258                             melhor_M_final = Mf;
259                         end
260                     end
261                 end
262             end
263         end
264     end
265
266     msg = sprintf('OTIMIZAÇÃO (EXTERNO):\nMach: %.4f\nConfig: %s\n\nÓTIMO
267         ENCONTRADO:\nRampas: [%s]\nTPR Máxima: %.6f\nMach Boca: %.4f', ...
268         M_in, subtipo, sprintf('%.2f° ', melhores_angs), melhor_rec,
269         melhor_M_final);
270     exibirResultado(msg);
271 end
272
273 % --- SOLVER INTERNO C-D ---

```

```

270 function resolverInternoCD(fig, glayout, modo, M_in, g)
271     configH = findobj(glayout,'Tag','config_cd'); configVal = configH.Value;
272     aField = findobj(glayout,'Tag','a2a1_edit'); A_in = aField.Value;
273
274     Mvec_full = linspace(1.01,8,2000); A_full = razao_area(Mvec_full,g);
275     mask = A_full <= 5; Mvec = Mvec_full(mask); Aval = A_full(mask);
276     msg = '';
277
278     if strcmp(modo,'Projeto')
279         if M_in<=1, uialert(fig,'M > 1 req','Erro'); return; end
280         Aproj = razao_area(M_in,g);
281         try
282             M_sub = mach_de_razao_area(Aproj, g, 'subsonico');
283             M_over = mach_antes_choque(M_sub, g);
284         catch, M_over = NaN; end
285
286         if strcmp(configVal,'Geometria Fixa Isentrópica')
287             msg = sprintf('PROJETO C-D FIXO\nMach: %.4f\nA/A* Design: %.6f\n
288                 nOverspeed Req: %.4f', M_in, Aproj, M_over);
289             plotPadrao(Aval, Mvec, Aproj, M_in, 'C-D Fixo', g);
290         elseif strcmp(configVal,'Geometria Variável Isentrópica')
291             M_after = mach_pos_choque(M_in,g);
292             A_start = razao_area(M_after,g);
293             open_perc = (1/A_start - 1/Aproj)/(1/Aproj)*100;
294             msg = sprintf('PROJETO C-D VAR\nA/A* Design: %.6f\nA/A* Partida: %.6
295                 f\nAbertura: %.2f%%', Aproj, A_start, open_perc);
296             plotPadrao(Aval, Mvec, Aproj, M_in, 'C-D Var', g);
297         elseif strcmp(configVal,'Kantrowitz-Donaldson')
298             M_pos = mach_pos_choque(M_in,g);
299             A_kant = razao_area(M_pos,g);
300             rec = choque_normal_relacao(M_in,g);
301             msg = sprintf('PROJETO KANTROWITZ\nA1/Ath (Máx): %.6f\nTPR Recuperaç
302                 ão: %.6f', A_kant, rec);
303             plotPadrao(Aval, Mvec, razao_area(M_in,g), M_in, 'Kantrowitz', g);
304         end
305     else % Análise
306         if A_in<=0 || A_in>5, uialert(fig,'A/A* Inválido','Erro'); return; end
307         try M_calc = mach_de_razao_area(A_in,g,'supersonico'); catch, uialert(
308             fig,'Erro num','Erro'); return; end
309         try M_sub = mach_de_razao_area(A_in, g, 'subsonico'); M_over =
310             mach_antes_choque(M_sub, g); catch, M_over = NaN; end
311
312         if strcmp(configVal,'Geometria Fixa Isentrópica')
313             msg = sprintf('ANÁLISE C-D FIXO\nMach Calc: %.6f\nOverspeed Req: %.4
314                 f', M_calc, M_over);
315             plotPadrao(Aval, Mvec, A_in, M_calc, 'C-D Fixo', g);
316         elseif strcmp(configVal,'Geometria Variável Isentrópica')
317             M_pos = mach_pos_choque(M_calc,g);
318             A_start = razao_area(M_pos,g);

```

```

313         open_perc = (1/A_start - 1/A_in)/(1/A_in)*100;
314         msg = sprintf('ANÁLISE C-D VAR\nMach: %.6f\nAbertura Req: %.2f%%',
                        M_calc, open_perc);
315         plotPadrao(Aval, Mvec, A_in, M_calc, 'C-D Var', g);
316     elseif strcmp(configVal, 'Kantrowitz-Donaldson')
317         try M_th_sub = mach_de_razao_area(A_in,g,'subsonico'); M1 =
                        mach_antes_choque(M_th_sub,g);
318         catch, uialert(fig,'Erro Kantrowitz','Erro'); return; end
319         rec = choque_normal_relacao(M1,g);
320         msg = sprintf('ANÁLISE KANTROWITZ\nMach Upstream: %.6f\nTPR Recupera
                        ção: %.6f', M1, rec);
321         plotPadrao(Aval, Mvec, razao_area(M1,g), M1, 'Kantrowitz', g);
322     end
323 end
324 exibirResultado(msg);
325 end
326
327 % --- SOLVER PITOT ---
328 function resolverPitot(fig, glayout, M_in, g, useCFD)
329     pid_ideal = choque_normal_relacao(M_in, g);
330
331     msg = sprintf('ANÁLISE PITOT (CHOQUE NORMAL)\n-----\n
                    nMach: %.4f\n', M_in);
332
333     if useCFD
334         [pid_real, aviso] = obterDadosCFD(M_in);
335         eficiencia = (pid_real / pid_ideal) * 100;
336         perda_real_perc = (1 - pid_real) * 100;
337
338         msg = [msg sprintf('\nCOMPARATIVO (Ponto de Projeto):\nTPR Ideal: %.4f\
                    nTPR Real (CFD): %.4f %s\nnPERDAS:\nEficiência (Real/Ideal): %.2f%\
                    nPerda Total: %.2f%%', pid_ideal, pid_real, aviso, eficiencia,
                    perda_real_perc)];
339
340         diamH = findobj(glayout,'Tag','diam_edit'); D = diamH.Value;
341         if D > 0
342             A_cap = pi * (D/2)^2;
343             msg = [msg sprintf('\nnPERFORMANCE:\nÁrea Captura: %.4f m²', A_cap)
                    ];
344         end
345
346         % Plot 1: TPR vs Mach (Atualizado)
347         plotComparativo(M_in, pid_ideal, pid_real);
348
349         % Plot 2: Curva de Desempenho (Cane Curve)
350         [m_design, curve_data] = obterCurvaCaneCFD();
351         plotCurvaDesempenho(M_in, g, curve_data, m_design);
352
353     else

```

```

354         msg = [msg sprintf('TPR (Ideal): %.6f', pid_ideal)];
355         plotComparativo(M_in, pid_ideal, []);
356     end
357     exibirResultado(msg);
358 end
359
360 % --- MATH HELPERS ---
361 function [pt_ratio_total, M_last, log_str] = calc_recuperacao_externa(M0, angles
    , g)
362     M_curr = M0; pt_acum = 1.0; current_angle_abs = 0; log_str = '';
363     for i = 1:length(angles)
364         target_angle = angles(i);
365         theta_turn = target_angle - current_angle_abs;
366         if theta_turn <= 0, pt_ratio_total = NaN; M_last = NaN; return; end
367         beta = resolver_beta(M_curr, theta_turn, g);
368         if isnan(beta), pt_ratio_total = NaN; M_last = NaN; log_str = 'Choque
            Destacado'; return; end
369         [M_next, pt_r] = prop_choque_obliquo(M_curr, beta, theta_turn, g);
370         log_str = sprintf('%sRampa %d: M=%.3f > Defl=%.1f > M_pos=%.3f (Pt=%.4f)
            \n', log_str, i, M_curr, theta_turn, M_next, pt_r);
371         M_curr = M_next; pt_acum = pt_acum * pt_r; current_angle_abs =
            target_angle;
372     end
373     pt_normal = choque_normal_relacao(M_curr, g);
374     pt_ratio_total = pt_acum * pt_normal; M_last = M_curr;
375     log_str = sprintf('%sChoque Normal Boca: M=%.3f > Rec=%.4f', log_str, M_curr
        , pt_normal);
376 end
377
378 function beta = resolver_beta(M, theta_deg, g)
379     theta_rad = deg2rad(theta_deg);
380     f = @(b) 2 * cot(b) .* (M^2 .* sin(b).^2 - 1) ./ (M^2 .* (g + cos(2.*b)) +
        2) - tan(theta_rad);
381     mu = asin(1/M);
382     betas_scan = linspace(mu + 1e-4, pi/2 - 1e-4, 50);
383     vals = f(betas_scan);
384     idx = find(vals(1:end-1) .* vals(2:end) < 0, 1);
385     if isempty(idx), beta = NaN; else
386         try beta = rad2deg(fzero(f, [betas_scan(idx), betas_scan(idx+1)]));
            catch, beta = NaN; end
387     end
388 end
389
390 function [M2, pt_ratio] = prop_choque_obliquo(M1, beta_deg, theta_deg, g)
391     b = deg2rad(beta_deg); Mn1 = M1 * sin(b);
392     pt_ratio = choque_normal_relacao(Mn1, g);
393     num = 1 + 0.5*(g-1)*Mn1^2; den = g*Mn1^2 - 0.5*(g-1);
394     Mn2 = sqrt(num/den);
395     M2 = Mn2 / sin(b - deg2rad(theta_deg));

```

```

396 end
397
398 function pr = choque_normal_relacao(M, g)
399     if M < 1, pr = 1.0; return; end
400     term1 = ((g+1)/2 * M^2) / (1 + (g-1)/2 * M^2);
401     term2 = (2*g/(g+1) * M^2 - (g-1)/(g+1));
402     pr = (term1^(g/(g-1))) / (term2^(1/(g-1)));
403 end
404
405 function A = razao_area(M, g)
406     A = (1./M) .* ((2./(g+1)) .* (1 + (g-1)./2 .* M.^2)).^((g+1)./(2*(g-1)));
407 end
408
409 function M = mach_de_razao_area(A, g, regime)
410     if strcmp(regime, 'subsonico'), xmin=1e-8; xmax=0.9999; else, xmin=1.0001;
411         xmax=50; end
412     f = @(m) razao_area(m,g) - A;
413     try M = fzero(f, [xmin xmax]); catch, M = NaN; end
414 end
415
416 function M2 = mach_pos_choque(M1, g)
417     M2 = sqrt(((g-1).*M1.^2 + 2) ./ (2.*g.*M1.^2 - (g-1)));
418 end
419
420 function M1 = mach_antes_choque(M2_target, g)
421     f = @(m) mach_pos_choque(m,g) - M2_target;
422     try M1 = fzero(f, [1.0001 50]); catch, M1 = NaN; end
423 end
424
425 % --- VISUALIZADORES ---
426
427 function plotComparativo(M_point, pid_ideal_pt, pid_real_pt)
428     figure('Name', 'Comparação TPR vs Mach', 'Color','w', 'Position',[150 350
429         600 400]);
430     M_vec = 1.0:0.05:2.6; g = 1.4;
431     pid_vec_ideal = arrayfun(@(m) choque_normal_relacao(m,g), M_vec);
432
433     % Dados atualizados (5 pontos)
434     dados_M = [1.0, 1.4, 1.75, 2.125, 2.5];
435     dados_Pid = [0.99644, 0.95114, 0.79284, 0.47385, 0.45587];
436
437     pid_vec_real = interp1(dados_M, dados_Pid, M_vec, 'pchip', 'extrap');
438
439     plot(M_vec, pid_vec_ideal, '--b', 'LineWidth', 1.5); hold on;
440     plot(M_vec, pid_vec_real, '-r', 'LineWidth', 2);
441     plot(M_point, pid_ideal_pt, 'ob', 'MarkerFaceColor','b');
442     if ~isempty(pid_real_pt), plot(M_point, pid_real_pt, 'or', 'MarkerFaceColor'
443         , 'r'); end

```

```

442     legend('Teoria 1D (Ideal)', 'CFD (Real)', 'Ponto Ideal', 'Ponto Real');
443     xlabel('Número de Mach Livre'); ylabel('TPR'); grid on;
444     title('Recuperação de Pressão Total (TPR) vs Mach');
445     ylim([0 1.05]);
446 end
447
448 function plotCurvaDesempenho(M_in, g, curve_data, m_design)
449     figure('Name', 'Curva de Desempenho de Choque Normal', 'Color','w', '
        Position',[800 350 600 400]);
450
451     MFR_real = curve_data(:,1);
452     TPR_real = curve_data(:,2);
453     TPR_max_ideal = choque_normal_relacao(M_in, g);
454
455     y_min = min(min(TPR_real), TPR_max_ideal) * 0.95;
456     y_max = max(max(TPR_real), TPR_max_ideal) * 1.02;
457     if y_max > 1, y_max = 1.01; end
458
459     ideal_super_MFR = [1, 1];
460     ideal_super_TPR = [0, TPR_max_ideal];
461     ideal_sub_MFR = [min(MFR_real)*0.9, 1];
462     ideal_sub_TPR = [TPR_max_ideal, TPR_max_ideal];
463
464     plot(ideal_sub_MFR, ideal_sub_TPR, '--k', 'LineWidth', 2); hold on;
465     plot(ideal_super_MFR, ideal_super_TPR, '--k', 'LineWidth', 2, '
        HandleVisibility','off');
466
467     MFR_interp = linspace(min(MFR_real), max(MFR_real), 100);
468     TPR_interp = interp1(MFR_real, TPR_real, MFR_interp, 'pchip');
469     plot(MFR_interp, TPR_interp, '-r', 'LineWidth', 2);
470     plot(MFR_real, TPR_real, 'or', 'MarkerFaceColor','r', 'MarkerSize', 6);
471
472     xlabel('Razão de Vazão Mássica (m_2 / m_{design})');
473     ylabel('TPR');
474     title(sprintf('Curva de Desempenho de Choque Normal (M = %.2f)', M_in));
475     legend('Limite Ideal (Teórico)', 'Dados CFD (Real)', 'Pontos Simulados', '
        Location','SouthWest');
476     grid on;
477
478     xlim([min(MFR_real)*0.9, 1.05]);
479     ylim([y_min, y_max]);
480 end
481
482 function plotPadrao(Avals, Mvals, Apoint, Mpoint, titulo, gamma)
483     figure('Name', char(titulo), 'Color','w', 'Position',[120 120 780 520]);
484     plot(Avals, Mvals, 'LineWidth', 1.6); hold on;
485     plot(Apoint, Mpoint, 'or', 'MarkerFaceColor','r', 'MarkerSize', 8);
486     xlabel('A/A*'); ylabel('Mach'); title(titulo); grid on;

```

```

487     xlim([min(Avals) max([max(Avals), Apoint])]); ylim([1 max(2, max(Mvals))]);
        hold off;
488 end
489
490 function exhibirResultado(msg)
491     resFig = uifigure('Name','Resultados', 'Position', [720 300 450 350], '
        Resize', 'off');
492     gRes = uigridlayout(resFig, [2 1]); gRes.RowHeight = {'1x', 40};
493     uitextarea(gRes, 'Value', msg, 'Editable', 'off', 'FontName', 'Monospaced',
        'FontSize', 12);
494     uibutton(gRes, 'Text', 'Fechar', 'ButtonPushedFcn', @(btn,event) delete(
        resFig));
495 end

```