

# RESSALVA

Atendendo solicitação do(a)  
autor(a), o texto completo desta  
Dissertação será disponibilizado  
somente a partir de 25/02/22.

MODELOS BASEADOS EM INDIVÍDUOS E REDES COMPLEXAS  
NO CONTROLE DA BRUCELOSE BOVINA

Roniel Antonio de Araújo

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” para a obtenção do título de Mestre em Biometria.

BOTUCATU  
São Paulo - Brasil  
Fevereiro de 2021

**MODELOS BASEADOS EM INDIVÍDUOS E REDES COMPLEXAS  
NO CONTROLE DA BRUCELOSE BOVINA**

**Roniel Antonio de Araújo**

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. **Andriana S. L. O. Campanharo**

Coorientador: Prof. Dr. **Erivelton Geraldo Nepomuceno**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” para a obtenção do título de Mestre em Biometria.

**BOTUCATU**  
São Paulo - Brasil  
Fevereiro de 2021

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉC. AQUIS. TRATAMENTO DA INFORM.  
DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - CÂMPUS DE BOTUCATU - UNESP  
BIBLIOTECÁRIA RESPONSÁVEL: ROSEMEIRE APARECIDA VICENTE-CRB 8/5651

Araujo, Roniel Antonio de.

Modelos baseados em indivíduos e redes complexas no controle da brucelose bovina / Roniel Antonio de Araujo. - Botucatu, 2021

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências de Botucatu

Orientador: Andriana Susana Lopes de Oliveira  
Campanharo

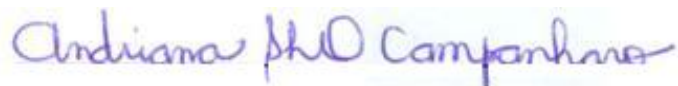
Coorientador: Erivelton Geraldo Nepomuceno  
Capes: 90194000

1. Bovinos - Infecções. 2. Brucelose bovina. 3. Modelos matemáticos. 4. Biometria.

Palavras-chave: Brucelose bovina; Modelo baseado em indivíduos; Redes complexas.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE RONIEL ANTONIO DE ARAÚJO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA, DO INSTITUTO DE BIOCIÊNCIAS - CÂMPUS DE BOTUCATU.**

Aos 25 dias do mês de fevereiro do ano de 2021, às 13:30 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de RONIEL ANTONIO DE ARAÚJO, intitulada **Modelos Baseados em Indivíduos com Redes Complexas no Controle da Brucelose Bovina**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Profa. Dra. ANDRIANA SUSANA LOPES DE OLIVEIRA CAMPANHARO (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Bioestatística / Instituto de Biociências de Botucatu - UNESP, Prof. Dr. MÁRCIO JÚNIOR LACERDA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de São João Del-Rei, Prof. Dr. FERNANDO MANUEL RAMOS (Participação Virtual) do(a) Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais / INPE. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: Aprovado\_\_\_\_\_. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Profa. Dra. ANDRIANA SUSANA LOPES DE OLIVEIRA CAMPANHARO

“Apesar dos nossos defeitos, precisamos enxergar que somos pérolas únicas no teatro da vida e entender que não existem pessoas de sucesso e pessoas fracassadas. O que existem são pessoas que lutam pelos seus sonhos ou desistem deles.”

---

Augusto Cury

## Dedicatória

*Dedico esse trabalho aos meus pais Roman e Marlene, a minha namorada Janielly, por todo amor, carinho, suporte e compreensão em todos esses anos e, dedico também, a toda minha família, que de alguma forma, colaborou para que esse trabalho fosse concluído.*

## Agradecimentos

Primeiramente quero agradecer à Deus por me amparar nos momentos difíceis que passei nessa caminhada, por dar-me forças para superar as dificuldades e mostrar-me que eu sou capaz e que estou no caminho certo.

Agradeço, de maneira especial, as pessoas que são minha base de vida, que são meus pais Ronan e Marlene, que mesmo de longe, eu sei que me apoiam e torcem para meu sucesso, não medindo esforços para me ajudar no que for preciso.

A minha orientadora Profa. Dra. Andriana Susana L. O. Campanharo e ao Prof. Dr. Erivelton G. Nepomuceno pela amizade, motivação, auxílio, dedicação e confiança ao longo desse trajeto.

À minha namorada, Janielly, pelo amor, carinho, amizade, conselhos, paciência, companhia em todos os momentos, sendo eles difíceis ou fáceis e por sempre me motivar e acreditar em mim.

A todos os meus amigos que fiz no Programa de Pós-Graduação em Biometria, em particular, Eduardo Ribeiro, Felipe Camargo, Lucas Ragiotto, Gustavo Tomanik, Lara Morena pelos excelentes momentos que compartilhamos, as grandes ajudas, risadas e por nossas amizades.

À banca examinadora deste trabalho, Prof. Dr. Fernando Ramos e Prof. Dr. Márcio Lacerda, pelas sugestões e comentários relevantes, visando o aprimoramento deste trabalho.

Aos funcionários exemplares Júnior, Arthur, Luiz que sempre estão à disposição para nos ajudar.

À todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Biometria pela oportunidade de convívio e pelos ensinamentos.

Agradeço o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

# Sumário

	Página
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>viii</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>x</b>
<b>RESUMO</b>	<b>xi</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>xiii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2 REDES COMPLEXAS</b>	<b>4</b>
2.1 Aspectos Históricos . . . . .	5
2.2 Definição . . . . .	6
2.3 Caracterizadores Topológicos . . . . .	8
2.3.1 Grau de Conectividade . . . . .	8
2.3.2 Coeficiente de Agrupamento . . . . .	10
2.3.3 Comprimento do Menor Caminho . . . . .	11
2.3.4 Comprimento do Salto Médio . . . . .	13
2.4 Modelos de Redes Complexas . . . . .	14
2.4.1 Modelo de Rede Regular . . . . .	15
2.4.2 Modelo de Erdős & Rényi . . . . .	16
2.4.3 Modelo de Watts & Strogatz . . . . .	18
2.4.4 Modelo de Barabási & Albert . . . . .	21
<b>3 MODELAGEM DA BRUCELOSE BOVINA</b>	<b>26</b>

	vii
3.1 Modelo Baseado em Indivíduos . . . . .	28
3.1.1 Premissas Epidemiológicas . . . . .	28
3.1.2 Formulação Matemática . . . . .	31
3.1.3 Algoritmo do MBI . . . . .	34
3.1.4 Simulações do MBI . . . . .	34
<b>4 MBI COM REDES COMPLEXAS</b>	<b>42</b>
4.0.1 Algoritmo do MBI com Redes Complexas . . . . .	42
4.0.2 Simulações do MBI com as Redes Complexas . . . . .	43
<b>5 CONCLUSÕES</b>	<b>53</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>55</b>
<b>APÊNDICES</b>	<b>61</b>

## Lista de Figuras

	Página
1 Rede de Amizades no Facebook, gerada por dados de 7 usuários diferentes. Fonte: <a href="http://blog.wesleycota.com">blog.wesleycota.com</a> . . . . .	4
2 Representação esquemática das sete pontes de Königsberg e sua simplificação em forma de grafos. . . . .	6
3 Ilustração de redes com diferentes topologias. . . . .	7
4 Rede não-direcionada e direcionada com suas respectivas matrizes de adjacência. . . . .	8
5 Matriz de menores distâncias da rede representada na Figura 4(a). . . . .	12
6 Ilustração de uma rede com quatro vértices, direcionada e ponderada (com pesos). . . . .	14
7 Ilustração de uma rede regular de vizinhos mais próximos. . . . .	15
8 Ilustração esquemático do modelo de Erdős & Rényi. . . . .	17
9 Ilustração do processo de transição de uma rede regular para uma rede aleatória, baseado em diferentes probabilidades. . . . .	20
10 Ilustração de uma rede do tipo livre de escala, gerada com 20 vértices, $N_0 = 2$ e $m = 1$ . . . . .	24
11 Ilustração do crescimento de uma rede de Barabási-Albert para $N_0 = 3$ e $m = 1$ . Fonte: Brito (2012). . . . .	24
12 Diagrama de compartimentos, ilustrando a dinâmica da brucelose em uma população de fêmeas bovinas. Fonte: Adaptado de Amaku et al. (2009). . . . .	26
13 Fluxograma do MBI sem Redes para brucelose bovina. . . . .	35
14 Simulação do MBI sem redes para brucelose bovina, considerando uma taxa de vacinação de 5 %. . . . .	36

15	Simulação do MBI sem redes para brucelose bovina, considerando uma taxa de vacinação de 25 %.	37
16	Simulação do MBI sem redes para brucelose bovina, considerando uma taxa de vacinação de 50 %.	38
17	Simulação do MBI sem redes para brucelose bovina, considerando uma taxa de vacinação de 95 %.	39
18	Comparação das curvas de indivíduos infectados em dois tipos de estado: indivíduo infectado primíparo e indivíduo infectado múltiparo.	40
19	Fluxograma do MBI com Redes para brucelose bovina.	44
20	Comparação do MBI com Rede Aleatória (linha contínua vermelha) e o MBI sem Redes (linha tracejada preta).	45
21	Comparação do MBI com Rede <i>Small World</i> (linha contínua vermelha) e o MBI sem Redes (linha tracejada preta).	46
22	Comparação do MBI com Rede <i>Scale-Free</i> (linha contínua vermelha) e o MBI sem Redes (linha tracejada preta).	47
23	Comparação do MBI com os três modelos de redes simultaneamente.	48
24	Comparação do MBI com os três modelos de redes simultaneamente.	49
25	Comparação do MBI com os três modelos de redes simultaneamente.	50
26	Comparação do MBI com os três modelos de redes simultaneamente.	51

## Lista de Tabelas

	Página
1	Valores de $k_i$ , $(A^3)_{ii}$ e $C_i$ para cada um dos vértices da rede da Figura 4(a). 11
2	Descrição dos parâmetros usados no sistema de equações (22), segundo Amaku et al. (2009). . . . . 28
3	Transições em um MBI para brucelose bovina no tempo $t = t_0$ . . . . . 33
4	Transições em um MBI para brucelose bovina no tempo $t = t_0 + \Delta t$ . . . 33

# MODELOS BASEADOS EM INDIVÍDUOS E REDES COMPLEXAS NO CONTROLE DA BRUCELOSE BOVINA

Autor: RONIEL ANTONIO DE ARAÚJO

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. ANDRIANA S. L. O. CAMPANHARO

Coorientador: Prof. Dr. ERIVELTON GERALDO NEPOMUCENO

## RESUMO

As doenças infecciosas são responsáveis pelo maior número de mortes na população humana e animal. A brucelose, por exemplo, é a doença zoonótica mais comum em todo o mundo, dificultando gravemente a produtividade do gado e a saúde humana. Pelo seu grande potencial de perda econômica, a brucelose é especialmente preocupante em locais com importantes atividades agropecuárias. Diante desse cenário, métodos que possam auxiliar na prevenção e evitar a propagação da brucelose em bovinos, tornam-se cada vez mais necessários. Os modelos matemáticos vêm mostrando ser uma ferramenta muito útil na busca de estratégias de controle para essa doença infecciosa. Estratégias de modelagem, como Modelos Baseados em Indivíduos (MBI's) e estudos em Redes Complexas, têm sido crescentemente empregados na modelagem de processos infecciosos. Desse modo, esse trabalho buscou associar essas duas ferramentas matemáticas, MBI e Redes Complexas, de tal forma que no MBI proposto, fossem incorporados modelos de redes de contato mais realísticos para entender como ocorre a evolução da brucelose

em bovinos, visto que no MBI, as interações entre os indivíduos eram representadas por grafos completos, ou seja, todos estavam conectados entre si, situação que não ocorre na natureza. Dessa forma, foi implementado um MBI com os modelos de Redes Complexas e foram feitas simulações, afim de comparação entre as soluções produzidas pelos modelos de redes e o MBI, onde observou-se que tais modelos tinham comportamentos semelhantes ao MBI, e que ainda, a evolução da Brucelose é, de certa forma, sensível à topologia de rede utilizada.

**Palavras-chave:** Modelo baseado em indivíduos, Redes complexas, Brucelose bovina.

# INDIVIDUAL - BASED MODELS AND COMPLEX NETWORKS IN THE CONTROL OF BOVINE BRUCELLOSIS

Author: RONIEL ANTONIO DE ARAÚJO

Adviser: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. ANDRIANA S. L. O. CAMPANHARO

Co-adviser: Prof. Dr. ERIVELTON GERALDO NEPOMUCENO

## ABSTRACT

Infectious diseases are responsible for the highest number of deaths in the human and animal population. Brucellosis, for example, is the most common zoonotic disease worldwide, severely hindering livestock productivity and human health. Due to its great potential for economic loss, brucellosis is especially worrying in places with important agricultural activities. In view of this scenario, methods that can help prevent and avoid the spread of brucellosis in cattle are becoming increasingly necessary. The mathematical models have been shown to be a very useful tool in the search for control strategies for this infectious disease. Modeling strategies such as Individual-Based Models (IBM's) and Complex Network studies have been increasingly employed in modeling infectious processes. Thus, this work sought to associate these two mathematical tools, IBM and Complex Networks, in such a way that in the proposed IBM, more realistic network models were incorporated to understand how the evolution of brucellosis in cattle occurs, since the IBM, the

interactions between individuals were represented by complete graphs, that is, all were connected to each other, a situation that did not occur in nature. Thus, an IBM was implemented with the Complex Network models and simulations were performed to compare the solutions produced by the network models with the IBM, where it was observed that such models had similar behaviors to the IBM, and that still, the evolution of Brucellosis is, in a way, sensitive to the network topology used.

**Keyword:** Individual-Based Models, Complex Networks, Bovine Brucellosis.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABATIH, E.; ET AL. Mathematical analysis of the transmission dynamics of brucellosis among bison. **Mathematical Methods in the Applied Sciences**, v.38, n.17, p.3818–3832, 2015.

ACHA, P. N.; SZYFRES, B. **Zoonosis y enfermedades transmisibles comunes al hombre ya los animales: Volumen III: Parasitosis**. Organizacion Panamericana de la Salud, 2003.

ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of modern physics**, v.74, n.1, p.47, 2002.

ALMEIDA, A. C. L. Modelos matemáticos de propagação de epidemias baseados em redes sociais e detecção de clusters de doenças, 2011. Tese de doutorado - Universidade Federal de Minas Gerais.

ALVARENGA, L. R. Modelagem de Epidemias Através de Modelos Baseados em Indivíduos. Belo Horizonte, 2008. 74p. Dissertação (mestrado em engenharia elétrica) - Universidade Federal de Minas Gerais.

AMAKU, M.; DIAS, R. A.; FERREIRA NETO, J. S.; FERREIRA, F. Modelagem matemática do controle de brucelose bovina por vacinação. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v.61, p.135–141, 2009.

ARIZA, J.; ET AL. Perspectives for the treatment of brucellosis in the 21st century: the Ioannina recommendations. **PLoS Med**, v.4, n.12, p.e317, 2007.

BARABÁSI, A. L. **Linked - A Nova Ciência das Redes**. São Paulo: Leopardo Editora, 2009.

BARABÁSI, A.-L. Network science. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v.371, n.1987, p.20120375, 2013.

BARABÁSI, A.-L.; ALBERT, R. Emergence of scaling in random networks. **Science**, v.286, n.5439, p.509–512, 1999.

BARBOSA, A. M.; DE SOUZA OLIVEIRA, E.; LACERDA, M. J.; SILVA, M. X.; NEPOMUCENO, E. G. Investigação da propagação espacial da Brucelose Bovina: Modelagem e Controle. **Congresso Brasileiro de Automática**, 2008.

BRITO, S. G. D. A. Contribuição ao estudo de redes complexas: modelo de afinidade com métrica, 2012. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

DE CAMARGO, A. L.; EISENCRAFT, M. Mapeamento de séries financeiras em redes complexas. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v.4, n.1, 2016.

CAMPANHARO, A. S.; RAMOS, F. M. Hurst exponent estimation of self-affine time series using quantile graphs. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v.444, p.43–48, 2016.

CARNEIRO, M. G. Redes complexas para classificação de dados via conformidade de padrão, caracterização de importância e otimização estrutural, 2017. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo.

CHOQUE, C.; MOSHÉ, F. Modelos de propagação de epidemias em redes complexas, 2015. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo.

CIPULLO, R. I.; ET AL. Cattle movement network, herd size, and bovine brucellosis in the State of Mato Grosso, Brazil. **Semina: Ciências Agrárias**, v.37, n.5, p.3777–3792, 2016.

CORBEL, M. J. Brucellosis: an overview. **Emerging infectious diseases**, v.3, n.2, p.213, 1997.

- COSTA, L. F.; RODRIGUES, F. A.; TRAVIESO, G.; VILLAS, P. R. Characterization of complex networks. **Advances in Physics**, v.56, 2007.
- DARBON, A.; ET AL. Network-based assessment of the vulnerability of Italian regions to bovine brucellosis. **Preventive veterinary medicine**, v.158, p.25–34, 2018.
- ERDŐS, P.; RÉNYI, A. On random graphs. **Publicationes Mathematicae**, v.6, 1959.
- FAGIOLO, G. Clustering in complex directed networks. **Physical Review E**, v.76, n.2, p.026107, 2007.
- FLOYD, R. W. Algorithm 97: Shortest Path. **Communications of the ACM**, v.5, n.6, p.345, 1962.
- FRANC, K. A.; ET AL. Brucellosis remains a neglected disease in the developing world: a call for interdisciplinary action. **BMC public health**, v.18, n.1, p.1–9, 2018.
- GRIMM, V. Ten years of individual-based modelling in ecology: what have we learned and what could we learn in the future? **Ecological modelling**, v.115, n.2-3, p.129–148, 1999.
- HAVAS, K.; ET AL. A Brucellosis Disease Control Strategy for the Kakheti Region of the Country of Georgia: An Agent-Based Model. **Zoonoses and public health**, v.61, n.4, p.260–270, 2014.
- HEESTERBEEK, H.; ET AL. Modeling infectious disease dynamics in the complex landscape of global health. **Science**, v.347, n.6227, 2015.
- KUPERMAN, M.; ABRAMSON, G. Small World Effect in an Epidemiological Model. **Phys. Rev. Lett.**, v.86, n.13, p.2909–2912, 2001.
- LAMBERT, S.; ET AL. An individual-based model to assess the spatial and individual heterogeneity of *Brucella melitensis* transmission in Alpine ibex. **Ecological Modelling**, v.425, p.109009, 2020.

- LATORA, V.; MARCHIORI, M. Efficient behavior of small-world networks. **Physical review letters**, v.87, n.19, p.198701, 2001.
- LI, M.-T.; ET AL. Modeling direct and indirect disease transmission using multi-group model. **Journal of Mathematical Analysis and Applications**, v.446, n.2, p.1292–1309, 2017.
- LI, M.-T.; ET AL. Asymptotic analysis of endemic equilibrium to a brucellosis model, 2019.
- LILJEROS, F.; EDLING, C. R.; AMARAL, L. A. N.; STANLEY, H. E.; ÅBERG, Y. The web of human sexual contacts. **Nature**, v.411, n.6840, p.907–908, 2001.
- LUSSEAU, D.; ET AL. The bottlenose dolphin community of Doubtful Sound features a large proportion of long-lasting associations. **Behavioral Ecology and Sociobiology**, v.54, n.4, p.396–405, 2003.
- MENDES, G. A. Contribuições ao estudo das redes complexas: modelo de qualidade, 2007. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- MILGRAM, S. The small world problem. **Psychology today**, v.2, n.1, p.60–67, 1967.
- MONTEIRO, L.; CHIMARA, H.; BERLINCK, J. C. Big cities: shelters for contagious diseases. **Ecological Modelling**, v.197, n.1-2, p.258–262, 2006.
- MONTEIRO, L. A. R. C. Prevalencia e fatores de risco associados à Brucelose bovina em rebanhos de Mato Grosso do Sul, 2004. Dissertação (Mestrado) - .
- MORENO, E. Retrospective and prospective perspectives on zoonotic brucellosis. **Frontiers in microbiology**, v.5, p.213, 2014.
- NEPOMUCENO, E. G. Dinâmica, Modelagem e Controle de Epidemias. Belo Horizonte, 2005. Tese de doutorado - Universidade Federal de Minas Gerais.
- NEPOMUCENO, E. G.; ET AL. Individual-based modelling and control of bovine brucellosis. **Royal Society open science**, v.5, n.5, p.180200, 2018.

- NEWMAN, M. **Networks: An Introduction**. Oxford University Press., 2010.
- NEWMAN, M. E. The structure and function of complex networks. **SIAM review**, v.45, n.2, p.167–256, 2003.
- NEWMAN, M. E. J. The spread of epidemic disease on networks. **Physical Review Letters**, v.66, p.016128, 2002.
- NYERERE, N.; ET AL. Mathematical model for the infectiology of brucellosis with some control strategies, 2019.
- PAPPAS, G.; PAPADIMITRIOU, P.; AKRITIDIS, N.; CHRISTOU, L.; TSIANOS, E. V. The new global map of human brucellosis. **The Lancet infectious diseases**, v.6, n.2, p.91–99, 2006.
- PAULIN, L.; FERREIRA NETO, J. A experiência brasileira no combate à brucelose bovina. **Arquivos do instituto biológico**, v.69, n.2, p.105–12, 2002.
- RIBEIRO, R. Um estudo das doenças Brucelose e Babesiose bovina com população não constante, 2017. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Alfenas.
- RODRIGUES, F. A. Caracterização, classificação e análise de redes complexas. São Carlos, 2007. Tese de doutorado - Universidade de São Paulo.
- ROY, S.; ET AL. A network control theory approach to modeling and optimal control of zoonoses: case study of brucellosis transmission in sub-Saharan Africa. **PLoS Negl Trop Dis**, v.5, n.10, p.e1259, 2011.
- SAVINI, L.; ET AL. Development of a forecasting model for brucellosis spreading in the Italian cattle trade network aimed to prioritise the field interventions. **PLoS One**, v.12, n.6, p.e0177313, 2017.
- SILVA, M. X. Estudo Multidimensional da brucelose em Minas Gerais e adequação de um modelo baseado em indivíduos para rabanhos bovinos., 2007. Tese de doutorado - Universidade Federal de Minas Gerais.

DE SOUZA, V. A. F.; ET AL. Mathematical modeling of bovine brucellosis control using the RB51 vaccine. **Semina: Ciências Agrárias**, v.37, n.5Supl2, p.3767–3776, 2016.

SUNDARESAN, S. R.; FISCHHOFF, I. R.; DUSHOFF, J.; RUBENSTEIN, D. I. Network metrics reveal differences in social organization between two fission–fusion species, Grevys zebra and onager. **Oecologia**, v.151, n.1, p.140–149, 2007.

TREANOR, J. J.; ET AL. Vaccination strategies for managing brucellosis in Yellowstone bison. **Vaccine**, v.28, p.F64–F72, 2010.

TUMWIINE, J.; ROBERT, G. A mathematical model for treatment of bovine brucellosis in cattle population. **Journal of Mathematical Modeling**, v.5, n.2, p.137–152, 2017.

VERA, A. M.; CÉSAR, A. C. Propriedades de redes complexas de telecomunicações. **Mestrado, Universidade de São Paulo**, 2011.

WASSERMAN, S.; FAUST, K.; ET AL. **Social network analysis: Methods and applications**. Cambridge university press, 1994. 8v.

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective Dynamics of “Small World” Networks. **Letters to Nature**, v.393, 1998.

YAMAMOTO, T.; ET AL. Evaluation of surveillance strategies for bovine brucellosis in Japan using a simulation model. **Preventive veterinary medicine**, v.86, n.1-2, p.57–74, 2008.