

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL EM VIA DE DETERMINAÇÃO  
DE LEI DE ATRITO EM ESCOAMENTOS DE FLUIDOS  
HIPERCONCENTRADOS**

**FRANCISCO LLEDO DOS SANTOS**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil – Ênfase em Recursos Hídricos e Tecnologias Ambientais.

Orientador : **PROF. DR. GERALDO DE FREITAS MACIEL**

ILHA SOLTEIRA

2003

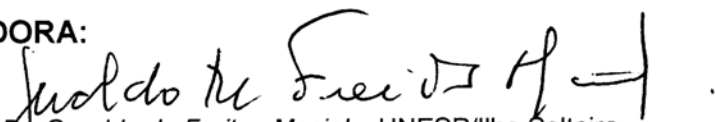
---

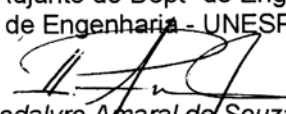
**ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL EM VIA DE  
DETERMINAÇÃO DE LEI DE ATRITO EM  
ESCOAMENTOS DE FLUIDOS  
HIPERCONCENTRADOS**

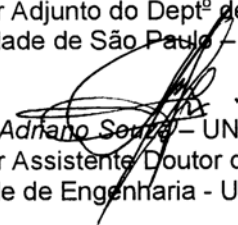
**Francisco Lledo dos Santos**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DO  
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL.

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

  
Prof. Dr. Geraldo de Freitas Maciel – UNESP/Ilha Solteira  
Professor Adjunto do Deptº de Engenharia Civil  
Faculdade de Engenharia - UNESP – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

  
Prof. Dr. Podalyro Amaral de Souza – USP/São Paulo  
Professor Adjunto do Deptº de Engenharia Hidráulica e Sanitária  
Universidade de São Paulo – USP – São Paulo

  
Prof. Dr. Adriano Sena – UNESP/Ilha Solteira  
Professor Assistente Doutor do Deptº de Engenharia Civil  
Faculdade de Engenharia - UNESP – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

Ilha Solteira/SP, julho de 2003.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus.

Aos meus pais, pelo carinho e paciência.

Ao professor Geraldo de Freitas Maciel, por toda paciência e orientação, tanto na execução dessa dissertação de mestrado, quanto nos quatro “longos” anos em que fui orientado de Iniciação Científica. E também, pelo aprendizado na qualidade de amigo e conselheiro.

À equipe de trabalho, Victor Marcuz de Moraes, Cléber Fábio Batista Perez, Hamilton dos Santos Kiryu, André Luís de Oliveira Souza, e demais colegas, por toda ajuda no desenvolvimento desta pesquisa.

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pela concessão da bolsa de mestrado e também pela bolsa de Iniciação Científica, que foi fundamental para o meu ingresso na pesquisa.

À banca examinadora, por aceitar contribuir na discussão e certamente no enriquecimento deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, professores e funcionários.

## RESUMO

Em função da concentração de material sólido, misturas resultantes de argila e água conferem, via de regra, propriedades não-Newtonianas. Essa concentração passa a variar com a granulometria e a composição do mineral do sedimento, bem como com a qualidade da água. Algumas tentativas foram feitas na busca de melhor explicar a reologia e a dinâmica global dessas misturas nessa última década, notadamente no contexto de lavas torrenciais e misturas hiperconcentradas.

Essa dissertação de mestrado tem por objetivo desenvolver uma caracterização reológica de misturas sólido-líquido (água+argila caulínica e água+areia fina+argila caulínica) com diferentes concentrações em volume ( $C_v$ ) para as quais são determinadas, a partir de ensaios de reometria de precisão, as propriedades tais como a viscosidade aparente, tensão crítica de cisalhamento e curva de tensão de cisalhamento x taxa de deformação. Verificou-se, em condições controladas, a influência da temperatura, pH e concentração em volume ( $C_v$ ) sobre a curva reológica dessas misturas, além de eventuais fenômenos de tixotropia e modo de preparo. O modelo reológico melhor ajustado para as argilas foi o de Herschel-Bulkley ( $\tau = \tau_c + k(\dot{\gamma})^n$ ), onde:  $\tau$  é a tensão de cisalhamento;  $\tau_c$  é a tensão crítica (ou rigidez inicial);  $k$  é um termo de consistência (viscosidade aparente);  $n$  é o índice de escoamento; e  $\dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$  é a taxa de deformação. Obtém-se também, a partir de uma análise quantitativa global, leis de evolução dos diversos parâmetros reológicos em função da concentração em volume.

Após a etapa de caracterização física e reológica das misturas, realizaram-se, sob condições controladas, ensaios dinâmicos através de escoamentos de lamas em canal inclinado. Nesses ensaios foram medidos os parâmetros lâmina normal, vazões e velocidades, o que possibilitou inferir leis de atrito de parede a partir das propriedades reológicas das misturas hiperconcentradas e da dinâmica em questão.

**Palavras-Chave:** fluido não-Newtoniano; Herschel-Bulkley; frentes de lama, canais, leis de atrito, reologia de suspensões.

## ABSTRACT

According to solid concentration material, clay-water mixture can exhibit non-Newtonian properties. Mixture concentrations vary with the grain size distribution and the composition of the mineral sediment, as well as, with the water quality. In the last decade some attempts were realized to explain the rheology and the global dynamics of those mixtures, mainly in the context of mudflows and high mud concentrated suspensions.

The purpose of this work is develop a rheological characterization of solid-liquid mixture (water + clay kaolinitic and water + fine sand + clay kaolinitic) with different solid volume concentrations ( $C_v$ ) for which are determined, using a R/S Rheometer (Brookfield), rheological properties such as the apparent viscosity, yield stress and shear stress x shear rate curve. It was verified, under controlled conditions, the influence of the temperature, pH and solid volume concentration ( $C_v$ ) on the rheological curve those mixtures, besides eventual tixotropy phenomenon and way of prepare. The rheological model adjusted for the clays was Herschel-Bulkley ( $\tau = \tau_c + k(\dot{\gamma})^n$ ), where:  $\tau$  is shear stress;  $\tau_c$  is yield stress;  $k$  is a consistency term (apparent viscosity);  $n$  is flow index; and  $\dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$  is shear rate. It is also obtained, from a global quantitative analysis, evolution laws of the several rheologics parameters in function of the solid volume concentration.

After the stage of rheological and physical characterization of mixing samples, dynamics experiments were made, under controlled conditions, than the flow of mud was observed in the open channel. These analyses were made in order to examine the behavior of parameters such as: normal depth, discharge and velocities. In fact, the experience showed that is possible to deduce wall friction laws from the rheological proprieties based on high mud concentrated suspensions and the dynamic of these muds.

**Word-key:** non-Newtonian fluid; Herschel-Bulkley; fronts of mud, channels, friction laws, suspension's rheology.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 - Escoamento de lama causando erosão (Coussot, P – Mudflow Rheology and Dynamics).....                                                                                     | 1  |
| Figura 2 – Ação da evolução de lamas e corrida de detritos e suas conseqüências. ....                                                                                               | 2  |
| Figura 3 - Escoamento de fluido que se produziu repentinamente numa massa de areia limpa saturada (Tchesbotarioff, G.P. – “Fundações, Estrutura de Arrimo e Obras de Terra” )...... | 3  |
| Figura 4 - Mistura água+argila desenvolvida no laboratório de Hidrologia e Hidrometria – FEIS/Unesp.....                                                                            | 4  |
| Figura 5a-Escoamento de água, óleo, mel e lama respectivamente. ....                                                                                                                | 8  |
| (Coussot, (1997) – Mudflow Rheology and Dynamics) .....                                                                                                                             | 8  |
| Figura 5b-Escoamento de mistura água+argila (Laboratório de Hidrologia e .....                                                                                                      | 8  |
| Hidrometria – FEIS/Unesp).....                                                                                                                                                      | 8  |
| Figura 5c – Escoamento de lama e água com corante.....                                                                                                                              | 9  |
| Figura 6 - Forças de corpo e de superfície.....                                                                                                                                     | 10 |
| Figura 7 - Reograma de diferentes tipos de fluidos.....                                                                                                                             | 14 |
| Figura 8 - Reômetro com o Software .....                                                                                                                                            | 15 |
| Figura 9a – Aparato experimental instalado no Laboratório de Hidrologia e .....                                                                                                     | 16 |
| Hidrometria – FEIS/Unesp. ....                                                                                                                                                      | 16 |
| Figura 9b– Aparato experimental instalado no Laboratório de Hidrologia e.....                                                                                                       | 16 |
| Hidrometria – FEIS/Unesp. ....                                                                                                                                                      | 16 |
| Figura 10 – Teste de calibração do reômetro – mistura água + açúcar com concentração de 60%.....                                                                                    | 17 |
| Figura 11 – Calibração do reômetro com o auxílio de produto especificado.....                                                                                                       | 18 |
| Figura 12 – “Spindles” utilizados.....                                                                                                                                              | 19 |
| Figura 13 - Banho térmico.....                                                                                                                                                      | 20 |
| Figura 14 – Unidade Estrutural da Caulinita.....                                                                                                                                    | 25 |
| Figura 15 - Peagâmetro .....                                                                                                                                                        | 27 |
| Figura 16 - Comparação entre os modelos de Bingham e de Herschel-Bulkley.....                                                                                                       | 29 |
| Figura 17 - Variação das curvas de escoamento em função da temperatura para Cv=10% em escala normal.....                                                                            | 35 |
| Figura 18 - Variação das curvas de escoamento em função da temperatura para Cv=10% em escala logarítmica .....                                                                      | 35 |
| Figura 19 - Variação das curvas de escoamento em função da variação do pH para Cv=10%.....                                                                                          | 36 |
| Figura 20 - Variação das curvas de escoamento em função da variação do pH para Cv=15%.....                                                                                          | 37 |
| Figura 21 - Influência do modo de preparo da mistura água+argila caulinítica.....                                                                                                   | 38 |
| Figura 22 - Influência do modo de preparo da mistura água+argila caulinítica.....                                                                                                   | 38 |
| Figura 23 - Lei de deformação para o ensaio da Figura 24. ....                                                                                                                      | 39 |
| Figura 24 - Análise de tixotropia sem intervalo entre carregamento e descarregamento.....                                                                                           | 40 |
| Figura 25 - Lei de deformação para o ensaio da Figura 26. ....                                                                                                                      | 40 |
| Figura 26 - Análise de tixotropia com intervalo de 10s .....                                                                                                                        | 41 |
| Figura 27 - Lei de deformação para o ensaio da Figura 28. ....                                                                                                                      | 41 |
| Figura 28 - Análise de tixotropia com intervalo de 30s. ....                                                                                                                        | 42 |
| Figura 29 - Lei de deformação para o ensaio da Figura 30.....                                                                                                                       | 42 |
| Figura 30 - Análise de tixotropia com intervalo de 60s. ....                                                                                                                        | 43 |

|                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 31 - Variação de Concentração em Volume. ....                                                                                                                                                                                        | 44 |
| Figura 32 – Detalhe da Figura 31. ....                                                                                                                                                                                                      | 44 |
| Figura 33 - Comportamento reológico de mistura água + argila caulínica com $C_v = 10\%$ . ...                                                                                                                                               | 46 |
| Figura 34 - Comportamento reológico de mistura água + argila caulínica com $C_v = 15\%$ . ...                                                                                                                                               | 46 |
| Figura 35 - Comportamento reológico de mistura água + argila caulínica com $C_v = 20\%$ . ...                                                                                                                                               | 47 |
| Figura 36 - Evolução da tensão crítica $\tau_c$ em função da concentração em volume $C_v$ . ....                                                                                                                                            | 48 |
| Figura 37 - Lei de comportamento da tensão crítica $\tau_c$ em função da concentração em volume $C_v$ para todos os dados ( $\tau_c = 0,0073e^{0,4248C_v}$ ; $R^2 = 0,8398$ ). ....                                                         | 48 |
| Figura 38 - Evolução da viscosidade aparente $K$ em função da concentração em volume $C_v$ . ...                                                                                                                                            | 49 |
| Figura 39 - Lei de comportamento da viscosidade aparente $K$ em função da concentração em volume $C_v$ ( $K = 0,0073e^{0,3665C_v}$ ; $R^2 = 0,8285$ ). ....                                                                                 | 49 |
| Figura 40 - Evolução do índice de escoamento $n$ em função da concentração em volume. ....                                                                                                                                                  | 50 |
| Figura 41 - Lei de comportamento do índice de escoamento $n$ em função da concentração em volume $C_v$ ( $n = 1,529C_v^{-0,5039}$ , $R^2 = 0,4967$ ). ....                                                                                  | 50 |
| Figura 42 - Ensaios de amostra com 10% em volume de sólidos e 10% de areia no total de sólidos. ....                                                                                                                                        | 52 |
| Figura 43 - Ensaios de amostra com 10% em volume de sólidos e 50% de areia no total de sólidos Ensaio7: Parâmetros de “Herschel-Bulkely” – como indicativos - ( $K = 0.0015 \text{ Pas}^n$ , $\tau_c = 0.8 \text{ Pa}$ e $n = 1.27$ ). .... | 53 |
| Figura 44 - Ensaios de amostra com 15% em volume de sólidos e 10% de areia no total de sólidos. ....                                                                                                                                        | 54 |
| Figura 45 - Ensaios de amostra com 15% em volume de sólidos e 50% de areia no total de sólidos. ....                                                                                                                                        | 55 |
| Figura 46 - Ponto de “quebra” – ponto a partir do qual para uma mesma Deformação se requer uma maior Tensão. ....                                                                                                                           | 57 |
| Figura 47 - Estado inicial dentro do “spindle” – antes de ser atingida a velocidade para a ressuspensão. ....                                                                                                                               | 57 |
| Figura 48 - Estado final dentro do “spindle” – após atingir a velocidade para ressuspensão (velocidade crítica). ....                                                                                                                       | 58 |
| Figura 49 - Demonstração das fases de agitação de mistura água+areia fina – amostra com $C_v = 10\%$ . ....                                                                                                                                 | 60 |
| Figura 50 - Patamares de viscosidade constante em gráfico Tensão x Deformação - amostra com $C_v = 10\%$ . ....                                                                                                                             | 61 |
| Figura 51 - Patamares de viscosidade em função da rotação – amostra com $C_v = 15\%$ . ....                                                                                                                                                 | 61 |
| Figura 52 - Patamares de viscosidade constante em gráfico Tensão x Deformação – amostra com $C_v = 15\%$ . ....                                                                                                                             | 62 |
| Figura 53 - Patamares de viscosidade em função da rotação – Amostra com $C_v = 20\%$ . ....                                                                                                                                                 | 62 |
| Figura 54 - Patamares de viscosidade constante em gráfico Tensão x Deformação – Amostra com $C_v = 20\%$ . ....                                                                                                                             | 63 |
| Figura 55 - Curvas de confrontação entre misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com $C_v=10\%$ . ....                                                                                                                | 64 |
| Figura 56 - Confrontação entre viscosidades misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com $C_v=10\%$ . ....                                                                                                             | 64 |
| Figura 57 - Curvas de confrontação entre misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com $C_v=15\%$ . ....                                                                                                                | 65 |
| Figura 58 - Confrontação entre viscosidades misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com $C_v=15\%$ . ....                                                                                                             | 65 |

|                                                                                                                                                                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 59 - Curvas de confrontação entre misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com $C_v=20\%$ .                                                                                                          | 66  |
| Figura 60 - Confrontação entre viscosidades misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com $C_v=20\%$ .                                                                                                       | 66  |
| Figura 61 - Confrontação da curva de Tensão x Deformação para diferentes proporções de mistura água - areia fina – argila ( $C_v=10\%$ de sólidos totais na mistura).                                                            | 67  |
| Figura 62 - Confrontação da curva de Tensão x Deformação para diferentes proporções de mistura água - areia fina – argila ( $C_v=15\%$ de sólidos totais na mistura).                                                            | 68  |
| Figura 63 – Detalhe do aparato para a variação da declividade.                                                                                                                                                                   | 69  |
| Figura 64 – Canal piloto de acrílico.                                                                                                                                                                                            | 69  |
| Figura 65 – Vista superior do escoamento (água+argila).                                                                                                                                                                          | 70  |
| Figura 66 – Vista lateral do escoamento (água+argila).                                                                                                                                                                           | 70  |
| Figura 67 – Canal piloto com sistema de recirculação.                                                                                                                                                                            | 71  |
| Figura 68 – Detalhe da bomba.                                                                                                                                                                                                    | 71  |
| Figura 69 - Marca de referência para determinação de velocidade superficial.                                                                                                                                                     | 73  |
| Figura 70: Marca de referência e flutuador para determinação de velocidade superficial.                                                                                                                                          | 74  |
| Figura 71 - Lançamento do traçador (canal de dimensões 30 cm de largura por 200 cm de comprimento).                                                                                                                              | 75  |
| Figura 72 - Abertura da pluma (canal de dimensões 30 cm de largura por 200 cm de comprimento).                                                                                                                                   | 75  |
| Figura 73 - Determinação da altura da lâmina.                                                                                                                                                                                    | 76  |
| Figura 74 - Determinação da altura da lâmina.                                                                                                                                                                                    | 77  |
| Figura 75 - Determinação da declividade do canal.                                                                                                                                                                                | 78  |
| Figura 76 – Canal Residente construído no Laboratório de Hidrologia e Hidrometria da FEIS/Unesp (antes da instalação do sistema de recirculação).                                                                                | 82  |
| Figura 77 – Detalhe do interior do canal com a presença de uma lateral de vidro, fundo de PVC e chapa metálica que permite variação de geometria da seção transversal, e reservatório de jusante confeccionado em acrílico.      | 83  |
| Figura 78 – Detalhe da bomba helicoidal – 7,5 cv (figuras superiores), inversor de frequência digital para controle de vazão (figuras intermediárias) e reservatório inferior para armazenamento das misturas (figura inferior). | 84  |
| Figura 79 – Detalhes da realização do ensaio no canal residente, sensores ultrasônicos, cadeia de medição e tela de saída do Elipse Scada.                                                                                       | 85  |
| Figura 80 - Esquema com as características do escoamento e do canal: $h_1$ , $h_2$ , $L$ , $\theta$ , $\lambda$ e os eixos $x$ , $y$ e $z$ .                                                                                     | 88  |
| Figura 81 – Perfil de Velocidade característico na vertical para um Fluido tipo Hershel-Bulkley                                                                                                                                  | 89  |
| Figura 82 – Perfil de Velocidade característico para um Fluido tipo Hershel-Bulkley                                                                                                                                              | 90  |
| Figura 83 – Perfil de Velocidade para um Fluido tipo Hershel-Bulkley (resolução numérica com o auxílio do software Matlab 6.0).                                                                                                  | 90  |
| Figura 84 – Visualização (elucidativa) de perfil transversal em canal piloto                                                                                                                                                     | 91  |
| Figura 85 - Gráfico de $(G - 1)$ versus $H_b$ (obtido por $q$ teórico e experimental).                                                                                                                                           | 95  |
| Figura 86 - Gráfico de $(G - 1)$ versus $H_b$ (obtido por $q$ teórico e experimental).                                                                                                                                           | 97  |
| Figura 87 - Gráfico de $(G - 1)$ versus $H_b$ (obtido por $q$ teórico e experimental).                                                                                                                                           | 99  |
| Figura 88 - Gráfico de $(G - 1)$ versus $H_b$ (obtido por $q$ teórico e experimental).                                                                                                                                           | 101 |
| Figura 89 - Gráfico de $(G - 1)$ versus $H_b$ (obtido por $q$ teórico e experimental).                                                                                                                                           | 103 |
| Figura 90 - Gráfico de $(G - 1)$ versus $H_b$ (obtido por $q$ teórico e experimental).                                                                                                                                           | 105 |
| Figura 91 - Gráfico de $(G - 1)$ versus $H_b$ (obtido por $q$ teórico e experimental).                                                                                                                                           | 106 |

## LISTA DE TABELAS

|            |                                                                                                             |     |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 1.  | Sistema de medição x “spindles” .....                                                                       | 19  |
| Tabela 2.  | Faixas de temperaturas de operação de fluidos de controle de temperatura. ....                              | 20  |
| Tabela 3.  | Solução de água destilada + argila. ....                                                                    | 27  |
| Tabela 4.  | Solução de água destilada + 10g de sal + argila. ....                                                       | 28  |
| Tabela 5.  | Solução de água da torneira + argila .....                                                                  | 28  |
| Tabela 6.  | Solução de água da torneira + 10g de sal + argila .....                                                     | 28  |
| Tabela 7.  | Parâmetros do ensaio de variação de Cv. ....                                                                | 45  |
| Tabela 8.  | Parâmetros encontrados na adaptação dos modelos reológicos para as misturas<br>água+argila caulínica: ..... | 47  |
| Tabela 9.  | Dados do escoamento em canal piloto (L = 6 cm) .....                                                        | 72  |
| Tabela 10. | Dados do escoamento em canal piloto (L = 30 cm). ....                                                       | 78  |
| Tabela 11. | Dados do escoamento em canal residente .....                                                                | 80  |
| Tabela 12. | Dados do escoamento em canal residente .....                                                                | 80  |
| Tabela 13. | Dados do escoamento em canal residente .....                                                                | 80  |
| Tabela 14. | Dados do escoamento em canal residente .....                                                                | 81  |
| Tabela 15. | Dados do escoamento em canal residente .....                                                                | 81  |
| Tabela 16. | Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas .....                                               | 93  |
| Tabela 17. | Valores de G-1, $H_b$ teórico, e $H_b$ experimental: .....                                                  | 94  |
| Tabela 18. | Valores das tensões de atrito teórico e experimental: .....                                                 | 95  |
| Tabela 19. | Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas .....                                               | 96  |
| Tabela 20. | Valores de G-1, $H_b$ teórico, e $H_b$ experimental: .....                                                  | 97  |
| Tabela 21. | Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental: .....                                               | 98  |
| Tabela 22. | Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas .....                                               | 99  |
| Tabela 23. | Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas .....                                               | 100 |
| Tabela 24. | Valores de G-1, $H_b$ teórico, e $H_b$ experimental: .....                                                  | 100 |
| Tabela 25. | Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental: .....                                               | 102 |
| Tabela 26. | Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas .....                                               | 102 |
| Tabela 27. | Valores de G-1, $H_b$ teórico, e $H_b$ experimental: .....                                                  | 103 |
| Tabela 28. | Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental: .....                                               | 104 |
| Tabela 29. | Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas .....                                               | 104 |
| Tabela 30. | Valores de G-1, $H_b$ teórico, e $H_b$ experimental: .....                                                  | 104 |
| Tabela 31. | Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental: .....                                               | 105 |
| Tabela 32. | Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas .....                                               | 106 |
| Tabela 33. | Valores de G-1, $H_b$ teórico, e $H_b$ experimental: .....                                                  | 106 |
| Tabela 34. | Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental: .....                                               | 107 |

## **Sumário**

|                                                                                | <b>página</b> |
|--------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>Preâmbulo</b>                                                               |               |
| <b>1 – Motivação e Estado da Arte</b>                                          | <b>01</b>     |
| <b>2 – Objetivos</b>                                                           | <b>06</b>     |
| <b>3 – Considerações Gerais</b>                                                | <b>07</b>     |
| 3.1 – Fluidos                                                                  | 07            |
| 3.2 – Viscosidade                                                              | 07            |
| 3.3 – Hipótese do Meio Contínuo                                                | 09            |
| 3.4 – Princípios de Conservação                                                | 09            |
| 3.4.1 – Conservação da Massa (continuidade)                                    | 10            |
| 3.4.2 – Conservação da Quantidade de Movimento                                 | 10            |
| 3.5 – Reometria                                                                | 11            |
| 3.5.1 – Generalidades                                                          | 11            |
| 3.5.2 – Modelos Reológicos                                                     | 12            |
| 3.5.3 – Estratégias de Medição                                                 | 14            |
| 3.5.4 – Reômetro                                                               | 15            |
| 3.5.5 – Calibração do Reômetro                                                 | 17            |
| 3.5.6 – “Spindles”                                                             | 19            |
| 3.5.7 – Banho Térmico                                                          | 19            |
| <b>4 – Eixo Experimental</b>                                                   | <b>22</b>     |
| 4.1 – Caracterização Física dos Materiais Componentes<br>das Misturas Ensaadas | 22            |
| 4.1.1 – Distribuição Granulométrica                                            | 22            |
| 4.1.2 – Considerações Mineralógicas - Argilas                                  | 23            |
| 4.1.3 – Caracterização da Mistura Água+argila Caulínica                        | 25            |
| 4.1.4 – Reologia das Misturas Água+argila e Água-Areia<br>Fina-Argila          | 28            |
| 4.1.5 – Caracterização Física e Reológica das Misturas                         |               |

|                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Água+argila e Água Areia Fina-Argila                                                                                 | 30  |
| 4.1.5.1 – Análise da Variação da Temperatura                                                                         | 34  |
| 4.1.5.2 – Análise da Variação do pH                                                                                  | 36  |
| 4.1.5.3 – Análise da Influência do Modo de Preparo da Mistura                                                        | 37  |
| 4.1.5.4 – Análise da Ocorrência de Tixotropia                                                                        | 39  |
| 4.1.5.5 – Análise da Variação da Concentração em Volume                                                              | 43  |
| 4.1.6 – Lei de Comportamento - Água+argila                                                                           | 45  |
| 4.1.7 – Análise Quantitativa Global de Parâmetros Reológicos em<br>Função da Variação da Concentração em Volume – Cv | 46  |
| 4.1.8 – Lei de Comportamento - Água+areia fina+argila                                                                | 50  |
| 4.2 – Caracterização Dinâmica dos Escoamentos Hiperconcentrados                                                      | 66  |
| 4.2.1 – Canal Piloto (6 cm de largura)                                                                               | 66  |
| 4.2.2 – Canal Piloto (30 cm de largura)                                                                              | 70  |
| 4.2.3 – Canal Residente                                                                                              | 77  |
| 5 – Eixo Teórico                                                                                                     | 84  |
| 5.1 – Modelagem Matemática                                                                                           | 84  |
| 5.2 – Dinâmica do Escoamento das Misturas                                                                            | 85  |
| 5.2.1 – Escoamento Uniforme para um Fluido de<br>Propriedades Não-Newtonianas                                        | 85  |
| 5.2.2 – Cálculo de q: Vazão por Unidade de Largura do canal                                                          | 89  |
| 5.3 – Determinação de uma Lei de Atrito para<br>o Canal Piloto                                                       | 90  |
| 5.3.1 – Determinação de uma Lei de Atrito para o Canal Piloto<br>(L = 6 cm)                                          | 91  |
| 5.3.2 – Determinação de uma Lei de Atrito para o Canal Piloto<br>(L = 30 cm)                                         | 94  |
| 5.4 – Determinação de uma Lei de Atrito para o Canal Residente                                                       | 96  |
| 6 – Discussão e Perspectivas Futuras                                                                                 | 107 |
| Referências Bibliográficas                                                                                           | 111 |

## **PREÂMBULO**

Essa dissertação de mestrado é composta de 6 capítulos, a saber:

### **Capítulo 1: Motivação e Estado da Arte**

O capítulo 1 apresenta toda uma motivação sobre tipos de fluidos hiperconcentrados e alguns tipos de escoamento de lamas. Faz-se toda uma exploração abordando os motivos pelos quais essa pesquisa foi realizada. Tentou-se, nesse breve capítulo, clarear a fenomenologia tratada, e a necessidade de preencher as lacunas ainda existentes nessa temática. Uma breve introdução sobre o tema de fluidos hiperconcentrados é feita, ressaltando a contribuição de alguns autores dentro dos últimos 5 anos no tema. Apresentam-se algumas referências bibliográficas atuais e marcantes no contexto de escoamento e reologia de lamas.

### **Capítulo 2: Objetivos**

O capítulo 2 apresenta as metas principais dessa pesquisa de mestrado, sendo que o principal objetivo se traduz na obtenção de lei de atrito para canal residente.

### **Capítulo 3: Considerações Gerais**

O capítulo 3 inicia-se com uma revisão condensada de alguns conceitos sobre fluidos, viscosidade, meio contínuo e princípios clássicos de conservação (massa e quantidade de movimento). Logo após, apresenta-se um relato sobre reometria e metodologia utilizada quando dos ensaios de caracterização física e reológica dos materiais.

#### **Capítulo 4: Eixo Experimental**

O capítulo 4 inicia a apresentação dos resultados de cunho experimental. Faz-se toda uma caracterização física dos materiais componentes das misturas ensaiadas, desde o controle de pH, temperatura, curva granulométrica e demais propriedades que poderiam interferir nos resultados reométricos. Após a caracterização física, apresenta-se a caracterização reológica das misturas água+argila e água+areia fina-argila em função da variação da temperatura, pH, influência do modo de preparo, possíveis efeitos de tixotropia, variação da concentração em volume. Por fim, realizado todo esse controle, pôde-se partir para o estudo da dinâmica de escoamento das misturas em canal (piloto e residente), apresentando dados de vazões, declividades, lâmina d'água e inferição de velocidades.

#### **Capítulo 5: Eixo Teórico**

O capítulo 5 apresenta todo o desenvolvimento matemático para a obtenção das equações de interesse. Partindo da definição do modelo reológico e das equações da conservação e da dinâmica do escoamento, chega-se a obtenção da lei de atrito simplificada e lei de atrito para escoamento de lamelas em canais.

#### **Capítulo 6: Discussão e Perspectivas Futuras**

O capítulo 6 traz uma discussão com embasamento teórico de todos os resultados experimentais e, por fim, enumera perspectivas futuras para essa pesquisa de mestrado.

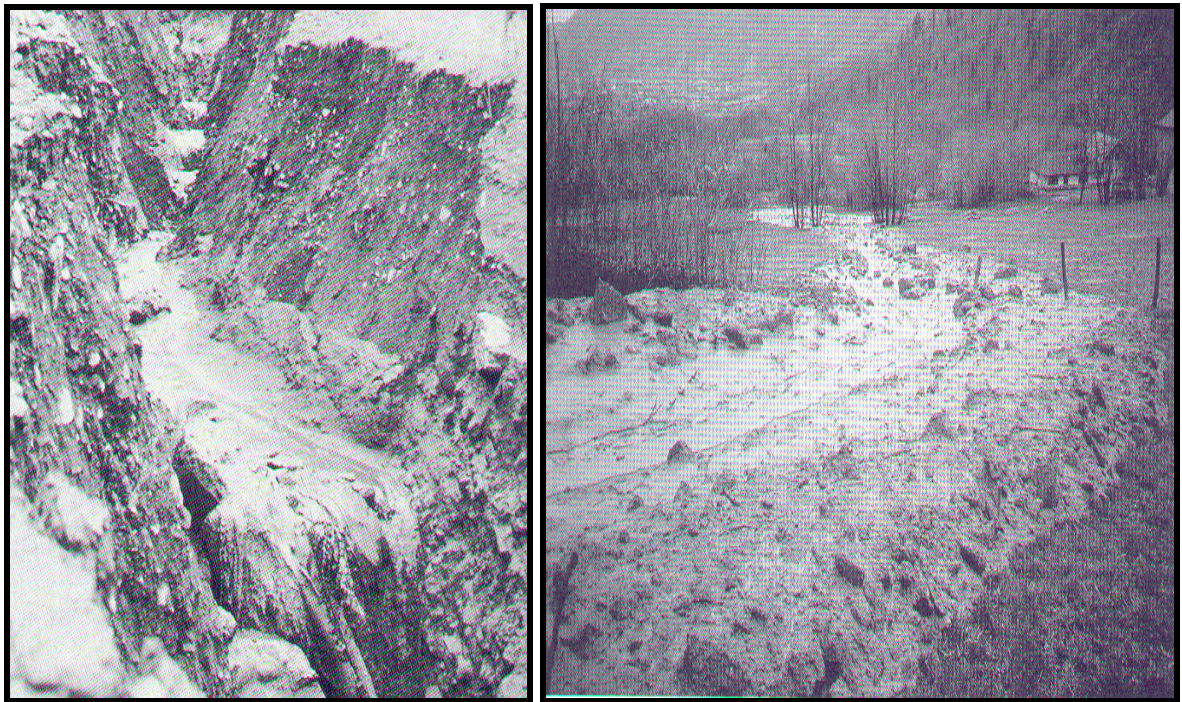
#### **Referências Bibliográficas**

Nas referências bibliográficas figuram as clássicas e aquelas mais recentes, sobre as quais essa dissertação está assentada.

# 1 MOTIVAÇÃO E ESTADO DA ARTE

---

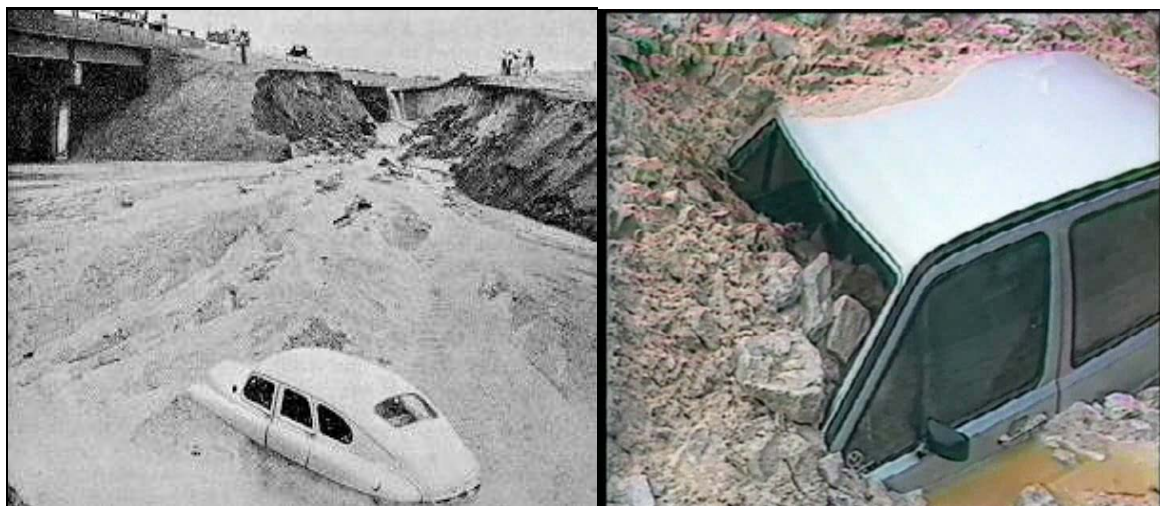
Os fluidos resultantes de misturas de fluido newtoniano e de partículas sólidas aparecem com frequência na natureza e na indústria. De uma maneira geral quando abordam-se esses fluidos, identificam-se, num primeiro plano, escoamentos de lodo residuário (lodo de esgoto), carvão líquido, lamas oriundas da exploração do petróleo, concreto fresco, fluidos agro-alimentares, etc. Num 2º plano, identificam-se fenômenos associados a assoreamento em reservatórios, deposição em canais de irrigação, transporte em condutos (hidrotransporte), além dos conhecidos deslizamentos de encostas, liquidação das areias, ações erosivas das voçorocas e das lavas torrenciais - esse verdadeiro "mar de lama" e destroços (Figura 1, 2 e 3) que, sazonalmente, vem tirando a vida de centenas de pessoas no cenário nacional e internacional.



**Figura 1 - Escoamento de lama causando erosão (Coussot, P – Mudflow Rheology and Dynamics).**



**Figura 2 – Ação da evolução de lamas e corrida de detritos e suas conseqüências.**



**Figura 3 - Escoamento de fluido que se produziu repentinamente numa massa de areia limpa saturada (Tchesbotarioff, G.P. – “Fundações, Estrutura de Arrimo e Obras de Terra”).**

É sabido que um fluido com uma pequena concentração de sedimentos permanece com propriedades newtonianas, podendo apresentar, entretanto, variação na sua viscosidade, que passa a depender dessa concentração. Quando a concentração de sedimentos aumenta, em especial para sedimentos contendo partículas de argila, a mistura deixa de se comportar como newtoniana, conferindo pois, propriedades não-newtonianas. Essa concentração passa a variar com a granulometria e a composição do mineral do sedimento, bem como com a qualidade da água.

“Em linguagem desprovida de técnica, pode-se dizer que o homem possui capacidade de nadar, porém é incapaz de evitar seu soterramento face à mistura de água e material sólido que eventualmente se lança sobre ele ou sobre sua habitação. (in ABRH Notícias nº 05 julho/2001)”. Diz ainda a nota [...]. “A simulação da presença de material sólido em escoamento de água pode se efetuar de diferentes maneiras, à semelhança do que é realizado na modelagem e simulação do transporte de sedimentos na Hidráulica Clássica. [...]. Entretanto, no caso dos resíduos sólidos em uma bacia hidrográfica urbana, a conhecida formulação matemática da introdução de uma equação de conservação da massa de sedimentos, baseada em fórmulas de transporte sólido, geralmente é incapaz de representar adequadamente o que de fato ocorre no escoamento. A presença de material sólido de natureza diversa, como lixo, lama, e materiais descartáveis, descaracteriza a continuidade da mistura líquida, o que inviabiliza a abordagem newtoniana típica do escoamento realizada na Mecânica dos Fluidos”.

Assim exposto, surge o interesse em diagnosticar de maneira mais afinada e consistente, e com compromissos de engenharia, propriedades e cinemática (Figura 4) da matriz argilosa não-newtoniana (misturas de água+argila, água+areia fina+argila) que durante as cheias urbanas transportam detritos, lixo, provocando grandes alagamentos, prejuízos de infraestrutura e perdas de vidas humanas, notadamente durante a estação chuvosa, nas grandes capitais do país.



**Figura 4 - Mistura água+argila desenvolvida no laboratório de Hidrologia e Hidrometria – FEIS/Unesp.**

Esta dissertação enfoca propriedades e cinemática de frentes de lama evoluindo em canais e procura estimar leis de atrito mais apropriadas.

Tentou-se realizar uma caracterização reológica de misturas sólido-líquido em diferentes concentrações em volume e, sob condições controladas e permanentes, determinar uma lei de atrito de parede a partir das propriedades reológicas das misturas e da dinâmica do escoamento. No contexto dessa pesquisa e dentre os modelos reológicos conhecidos, a proposta de Herschel-Bulkley foi investigada. Por escolha deliberada deste autor, esta dissertação apenas recapitula bases teóricas privilegiando, sobretudo, a apresentação e discussão de resultados.

No que diz respeito aos tipos de misturas ensaiadas no âmbito desta pesquisa (água+argila e água+areia fina+argila), estas já passaram por algumas investigações de reometria, o que nos permitiu admitir, a partir de estudos mais recentes tais como os de Coussot (1992, 1994), Piau (1996), Huang e Garcia (1998), que a caracterização reológica

desses fluidos, no contexto pretendido, poderia ser descrita por parâmetros fundamentais do modelo tipo Herschel-Bulkley, calibrados a partir de cisalhamento simples e em regime permanente.

Várias tentativas foram feitas na busca de melhor explicar a dinâmica global e intrínseca desses escoamentos nessa última década. Pode-se citar, a partir da literatura, desde as tentativas de modelagem a partir dos raros dados de campo, passando por séries de ensaios de laboratório, até chegar à modelagem numérica, onde diversas leis de comportamento reológico têm sido tratadas. Dentre essas tentativas, o modelo de Bingham é o que mais figura na literatura. No entanto, com base em estudos mais recentes (últimos 05 anos), tendo a experimentação física como base de decisão, verifica-se que todas essas suspensões de matriz argilosa e hiperconcentrada obedecem, de uma maneira geral, ao modelo reológico não-linear viscoplástico do tipo Herschel-Bulkley (cf. Coussot (1992, 1996, 1997), Piau (1996), Huang e Garcia (1996)) para as quais uma proposta “Binghamiana” torna-se um caso particular, não obstante às vezes interessante e conveniente em certas aplicações da engenharia (Maciel, 1997).

A possibilidade de modelagem matemática a fim de prever propriedades permitindo descrever a dinâmica desses escoamentos, ainda é limitada, dada a nossa frágil compreensão no que diz respeito aos aspectos fundamentais da dinâmica do escoamento da mistura sólido-líquido.

## **2 OBJETIVOS**

---

O objetivo dessa pesquisa é implementar uma base experimentalista física, que subsidiando uma proposta teórica, deverá nos permitir melhor avaliar a dinâmica de escoamento de fluido hiperconcentrado em canal.

Para tanto, numa 1ª etapa, pretendeu-se caracterizar a reologia das misturas água+argila e água+areia fina+argila, com concentrações em volume ( $C_v$ ) distintas, para as quais foram determinadas, a partir de ensaios de reometria, propriedades tais como a viscosidade aparente, tensão crítica de cisalhamento e curva de escoamento. Numa 2ª etapa ensaiaram-se misturas em condições de escoamentos permanentes e laminares em canais de declividades distintas, tentando determinar a lâmina normal, controlar vazões e velocidades. O objetivo principal dessa 2ª etapa foi determinar, em condições permanentes, a lei de atrito que assim como em água pura, torna-se necessária quando da modelagem de escoamentos de fluidos hiperconcentrados em regimes não-permanentes.

## **3 CONSIDERAÇÕES GERAIS**

---

### **3.1 FLUIDOS**

A concepção mais simples sobre a definição de fluido encontrada na literatura clássica é que “fluido é toda matéria que se deforma com a aplicação da mínima tensão de cisalhamento”. No entanto, cabe a nós, citar que fluidos denominados não-Newtonianos têm tendências a suportar pequenas tensões de cisalhamento aplicadas sem apresentar deformação alguma. Esta tensão, a qual o fluido (não-Newtoniano) pode resistir sem se deformar, é chamada tensão crítica de cisalhamento ou tensão inicial de escoamento.

### **3.2 VISCOSIDADE**

Quando um fluido sofre uma deformação, ocorre uma interação interna entre as partículas, mas sabe-se que há diferentes comportamentos para essa interação em diferentes tipos de fluidos. Tomando-se como exemplo básico dois fluidos diferentes escoando num plano inclinado sob as mesmas condições, o tempo de queda provavelmente será diferente para os mesmos, dependendo da resistência interna da interação das partículas. Essa maior ou menor resistência interna das partículas está diretamente ligada à noção de viscosidade. Outra definição clássica sobre a noção de viscosidade, é dizer que a mesma é a variação da tensão de cisalhamento pela variação da taxa de deformação, a qual se mantém constante, em um fluido Newtoniano.

Analizando, por exemplo, quatro escoamentos de fluidos diferentes (conforme Figura 5a, Figura 5b e 5c), nota-se que, os escoamentos totais dos fluidos requerem maiores tempos respectivamente da esquerda para a direita. No entanto, o resultado final dos três primeiros é mais ou menos parecido entre si. Já, o quarto fluido, apresenta-se diferente dos demais. A explicação para esse fenômeno é a presença de uma tensão de cisalhamento crítica ( $\tau_c$ ) limitante para a deformação do fluido.

Em suma, uma maior ou menor viscosidade de um fluido não implica na condição de não-Newtonianidade, e sim na velocidade de deformação.

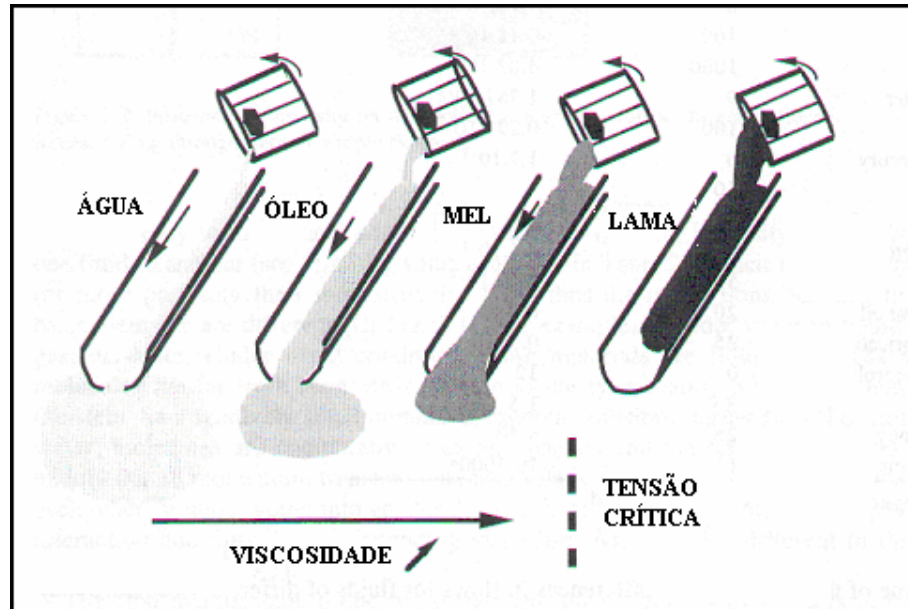


Figura 5a-Escoamento de água, óleo, mel e lama respectivamente.

(Coussot, (1997) – Mudflow Rheology and Dynamics)



Figura 5b-Escoamento de mistura água+argila (Laboratório de Hidrologia e Hidrometria – FEIS/Unesp)



Figura 5c – Escoamento de lama e água com corante.

### 3.3 HIPÓTESE DO MEIO CONTÍNUO

Talvez, uma das principais hipóteses relacionadas com o tratamento matemático do escoamento de um fluido, seja a hipótese do meio contínuo. Teoricamente, considerou-se as características desse meio como sendo contínuas no tempo e espaço. Na prática, qualquer meio é descontínuo; no entanto, dependendo da escala de observação, faz-se necessário negligenciar as características descontínuas do meio.

Para o caso específico de “mudflow” (lama), o mesmo terá seu comportamento considerado como meio de uma única fase apenas e contínuo (número de **Knudsen**  $\ll 1.0$ ).

### 3.4 PRINCÍPIOS DE CONSERVAÇÃO

As forças de interesse na dinâmica de fluidos dividem-se basicamente em duas classes (Figura 6): a 1ª classe, compreendendo as forças de superfície, têm origem molecular e depende da interação entre as partículas constituintes do meio (tensões); a 2ª classe, compreendendo as forças de corpo ou forças de volume, incluem as forças de inércia, gravidade e eletromagnetismo.

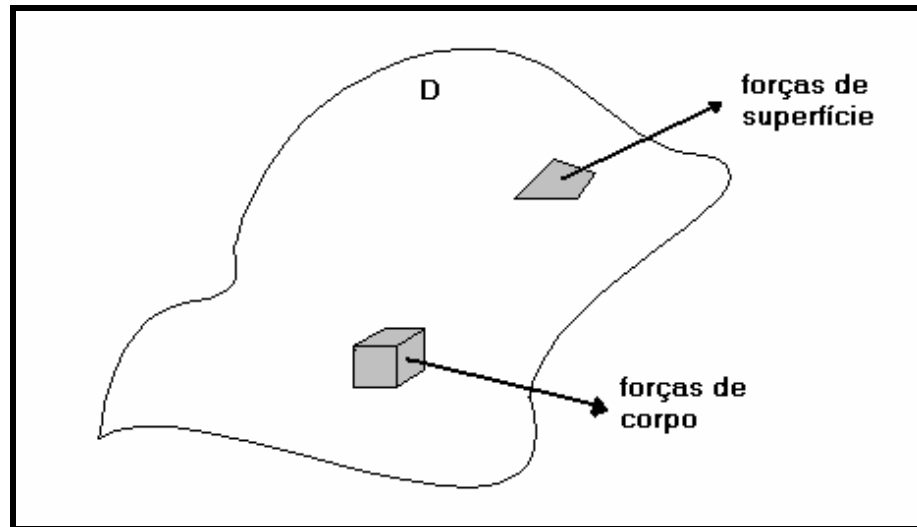


Figura 6 - Forças de corpo e de superfície

### 3.4.1 Conservação da Massa (continuidade)

Num fluido real, a massa deve ser conservada, jamais criada ou destruída. Conforme já é conhecido da mecânica dos fluidos clássica, tem-se:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad \text{com } (i = 1, 2, 3)$$

sendo:

$\frac{d}{dt}$ : derivada total, material ou particular;

1º termo: variação total da massa específica do meio;

2º termo:  $\rho$  divergência de  $(U_i)$ .

### 3.4.2 Conservação da Quantidade de Movimento

Uma força aplicada a uma partícula induz a uma aceleração proporcional. Em um fluido, o balanço entre a aceleração e a somatória das forças atuantes (forças de corpo e superfície) é dado por:

$$\frac{dU_i}{dt} = F_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T_{ij}}{\partial X_j} ; \quad \text{com } (i = 1, 2, 3) \text{ e } (j = 1, 2, 3)$$

sendo:

1º membro: aceleração total;

2º membro: forças de corpo por unidade de volume + gradiente do tensor de tensões (forças de superfície por unidade de volume).

### 3.5 REOMETRIA

#### 3.5.1 Generalidades

Reometria pode ser definida como o estudo das técnicas que possibilitem a medição das propriedades reológicas de um fluido.

É sabido que sob mesmas condições iniciais e de contorno as características de um escoamento dependem unicamente da composição do material em escoamento. Este fato fez com que se desenvolvessem métodos empíricos (como por exemplo o “slump test”) nos quais os materiais são submetidos a forças e movimentos e reagem de maneira diferente de acordo com sua composição. Essas diferentes reações eram usadas para comparar tais materiais. Essas são técnicas usualmente padronizadas em concreto fresco ou na indústria alimentícia, por exemplo. No entanto, para o caso de escoamento de fluidos, esses métodos não nos dão informações relevantes, pois as condições desses escoamentos são complexas e estão longe de serem controláveis, assim os dados colhidos no teste (velocidade, altura da lâmina, etc.) retratam o comportamento do escoamento em um instante particular, sendo assim não confiáveis para a caracterização do fluido.

O objetivo da reometria é determinar as características do fluido a partir de medições feitas em escoamentos simples e controlados. Nestes testes o fluido é tensionado de maneira simples, de tal forma que poucas componentes do seu tensor de tensões sejam diferentes de zero. Assim, a partir das componentes da tensão de cisalhamento e da taxa de deformação, pode-se chegar a uma equação característica.

Na prática, a fim de se medir a viscosidade de um fluido, este deve ser confinado entre alguns dispositivos, com condições de borda fixas e determinadas (dentro de um tubo, entre

placas paralelas, entre cilindros concêntricos, etc.). Esses aparelhos são definidos como reômetros.

A escolha da geometria mais apropriada para materiais complexos, como lama, é um ponto extremamente importante. Na prática, para qualquer fluido, é muito difícil encontrar a geometria que nos forneça uma taxa de deformação perfeitamente homogênea entre as placas (cones, cilindros, discos). Então, na maioria dos casos, têm-se uma taxa de deformação heterogênea e os dados reométricos convencionais nos mostram apenas as características médias do escoamento (torque, velocidade de rotação, pressão) nas bordas. Nesses casos são necessários alguns cálculos para a obtenção dos dados de tensão de cisalhamento – taxa de deformação a partir dos valores de torque x velocidade de rotação. Os métodos de cálculo são diferentes para cada geometria.

### 3.5.2 Modelos Reológicos

A seguir são apresentados alguns modelos matemáticos que representam diferentes tipos de comportamentos reológicos. Esses modelos são válidos para escoamentos simples (fluxos com superfície livre) e expressam a relação  $\tau(\dot{\gamma})$  (tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação).

O modelo mais simples que se tem é o do fluido newtoniano em que a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional à taxa de deformação. A constante de proporcionalidade é a viscosidade do fluido. Matematicamente, tem-se:

$$\tau = \mu \dot{\gamma}$$

Este tipo de comportamento é observado com o ar, água, óleos, álcoois, etc.

Um modelo um pouco mais complexo é o modelo “power-law” (Oswald, 1925):

$$\tau = a \dot{\gamma}^n \Rightarrow \mu = a \dot{\gamma}^{n-1}$$

sendo  $a$  e  $n$  parâmetros do fluido.

Para alguns fluidos, para taxas de deformação próximas a zero ou valores infinitos, o valor  $\mu$  tende a um valor constante ( $\mu_0$  e  $\mu_\infty$  respectivamente). Neste caso o modelo mais recomendado é:

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = f(\dot{\gamma})$$

onde  $\mu_0 > \mu_\infty$  e  $f$  é uma função decrescente de  $\dot{\gamma}$  que tem que ser escolhida de tal forma que  $f(\dot{\gamma}) \rightarrow 1$  quando  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$  e  $f(\dot{\gamma}) \rightarrow 0$  quando  $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ . Powell-Eyring, Carreau e Ellis são exemplos desse modelo.

No caso de fluidos não-Newtonianos (com presença de tensão crítica), os modelos são da forma:

$$\tau = \tau_c + f(\dot{\gamma})$$

Alguns exemplos importantes são:

$$\tau = \tau_c + \mu_B \dot{\gamma} \quad (\text{Bingham e Green – 1920})$$

$$\tau = \tau_c + K \dot{\gamma}^n \quad (\text{Herschel e Bulkley – 1926})$$

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_c} + \sqrt{K \dot{\gamma}} \quad (\text{Casson – 1959})$$

Em cada caso, os parâmetros  $\tau_c$ ,  $\mu$  e  $K$  são diferentes e devem ser determinados experimentalmente. Esses modelos são aplicáveis, por exemplo, a concreto fresco, lamas, tintas, misturas hiperconcentradas, etc.

A Figura 7 ilustra alguns dos diferentes tipos de modelos reológicos encontrados na literatura.

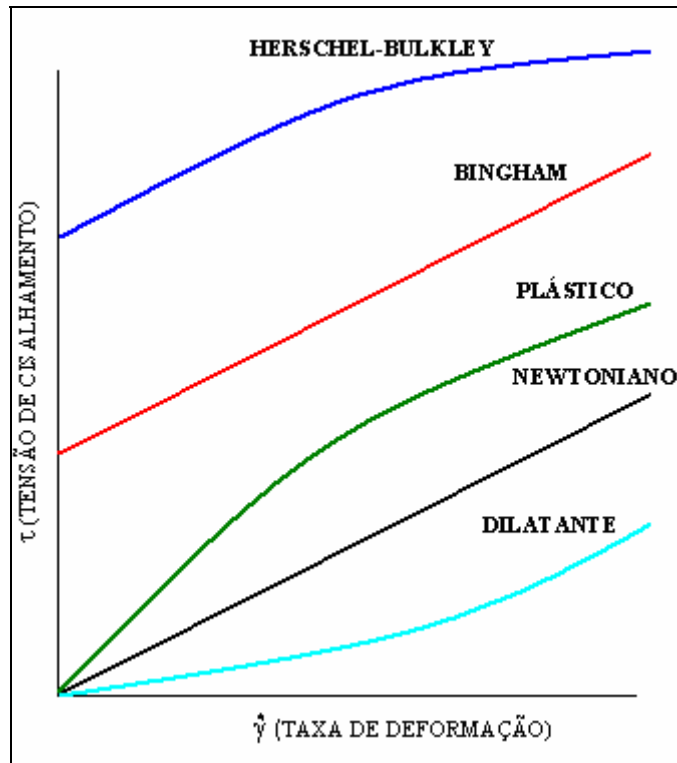


Figura 7 - Reograma de diferentes tipos de fluidos

### 3.5.3 Estratégias de Medição

A partir da adoção de um modelo candidato à validação, e em posse dos dados experimentais, parte-se para a definição do método a ser utilizado quando da calibração precisa dos parâmetros do modelo em questão. Para o modelo de Herschel-Bulkley proposto, uma opção seria plotar  $(\tau - \tau_c) \times \dot{\gamma}$  em escala log-log para diferentes tentativas de valores de  $\tau_c$  até que se consiga traçar uma curva satisfatória a partir dos pontos obtidos experimentalmente. A posição e curvatura desta curva característica forneceria os valores de  $K$  e  $n$  (parâmetros de Herschel-Bulkley).

No caso, não procura-se a curva que mais se adapta aos dados experimentais, pois o software Rheo2000, usado com o reômetro, fornece a calibração afinada dos parâmetros de Herschel-Bulkley, assim como as curvas características de escoamento para cada material ensaiado. O Reômetro utilizado é o R/S Rheometer (Figura 8), controla tensão e deformação (“shear stress” e “shear rate”), e é fabricado pela “Brookfield Engineering Laboratories”. A

geometria escolhida é do tipo que utiliza cilindros coaxiais, equipado com controlador de temperatura.

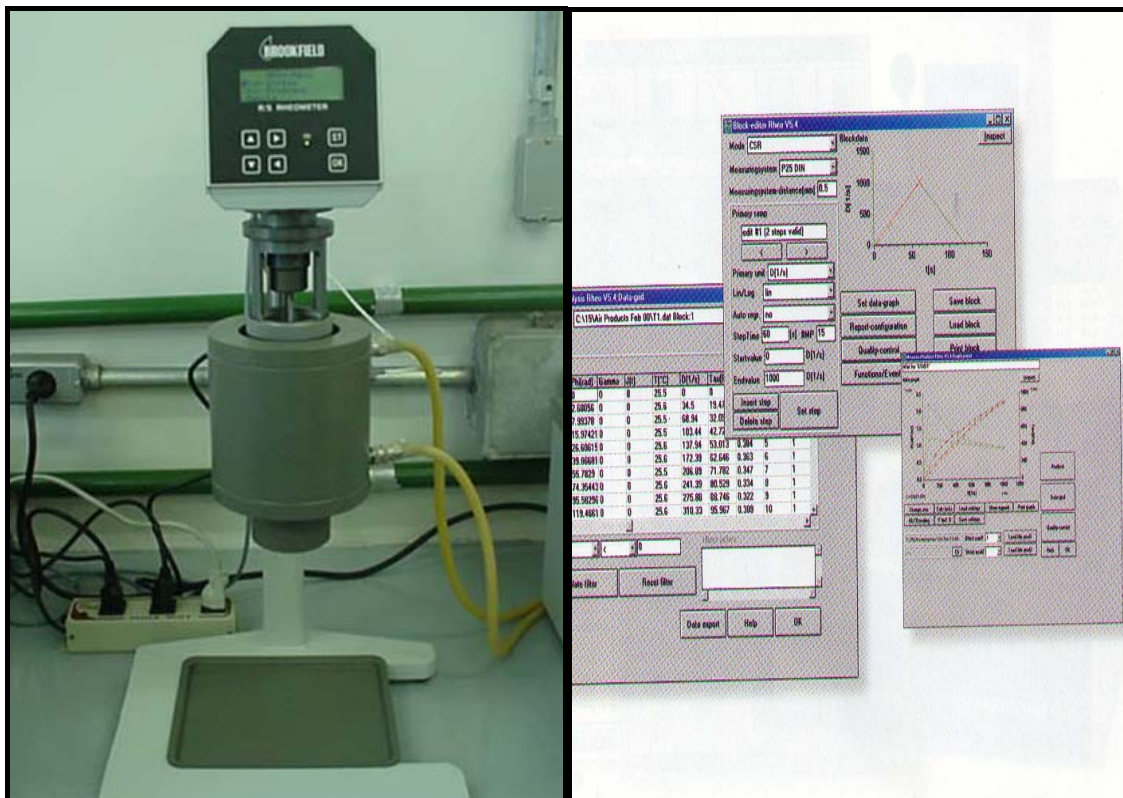


Figura 8 - Reômetro com o Software

### 3.5.4 Reômetro

O reômetro utilizado nos ensaios de reometria, conforme supracitado, é o R/S Rheometer, que fornece os parâmetros para vários modelos reológicos assim como as curvas de tensão x deformação das misturas ensaiadas. Pode ser utilizado tanto controlando a deformação e medindo a tensão correspondente, como controlando a tensão e medindo a deformação causada. Utiliza-se também, associado ao reômetro, o banho térmico, que serve para manter constante a temperatura da amostra durante o ensaio e o software Rheo 2000, que auxilia na obtenção e interpretação dos resultados.

O reômetro, juntamente com o banho térmico, é mostrado nas Figura 9a e Figura 9b.



**Figura 9a – Aparato experimental instalado no Laboratório de Hidrologia e Hidrometria – FEIS/Unesp.**



**Figura 9b– Aparato experimental instalado no Laboratório de Hidrologia e Hidrometria – FEIS/Unesp.**

### 3.5.5 Calibração do Reômetro

Todos os ensaios foram realizados no reômetro utilizando a técnica de variação da taxa de deformação e medição das tensões. Pôde-se optar, também, pela variação da tensão e medição da taxa de deformação.

Nessa fase, surgiu a necessidade de verificar a confiabilidade do aparelho, para isso, ensaiou-se uma mistura de água + açúcar com concentração de 60% (em massa) à temperatura de 10°C. Segundo o *Manual de Engenharia Química - UFRJ, quinta edição*, sob essas condições, essa mistura (Newtoniana) apresenta viscosidade de 113,9 cP (=0,1139 Pa.s). Pela Figura 10, observou-se que a viscosidade obtida no ensaio foi de aproximadamente 0,11 Pa.s, com um coeficiente de correlação (B) de 0,99 para o modelo Newtoniano, o que assegura a precisão na calibragem do reômetro.

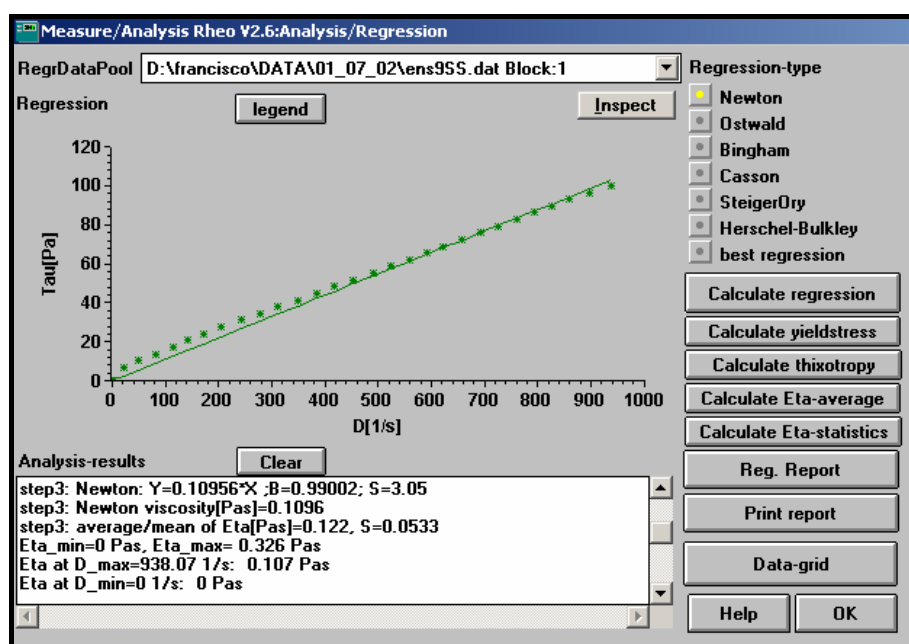


Figura 10 – Teste de calibração do reômetro – mistura água + açúcar com concentração de 60%.

De maneira análoga, procedeu-se uma segunda calibração a partir do produto CANNON CERTIFIED VISCOSITY STANDART fornecido pela empresa de reometria, apresentando as seguintes características:

| Temperatura (°C) | Viscosidade (Pa.s) |
|------------------|--------------------|
| 20               | 8,31               |
| 25               | 5,24               |

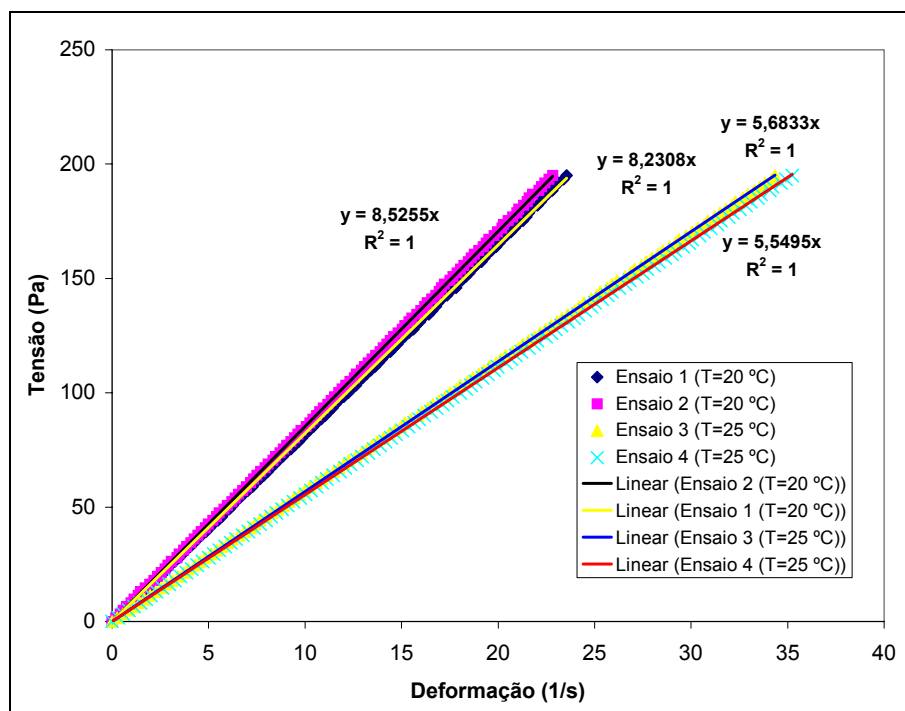


Figura 11 – Calibração do reômetro com o auxílio de produto especificado.

Como pôde-se depreender curvas resultantes do ensaio de reometria (Figura 11), com o auxílio da aproximação de linhas de tendência, as viscosidades (representadas pela declividade das retas) fornecem os seguintes resultados:

| Ensaio | Temperatura (°C) | Viscosidade (Pa.s) |
|--------|------------------|--------------------|
| 1      | 20               | 8,52               |
| 2      | 20               | 8,23               |
| 3      | 25               | 5,68               |
| 4      | 25               | 5,55               |

Ainda que com pequena discrepância, pôde-se verificar uma boa aproximação das viscosidades em questão. Essa pequena diferença é explicada pela variação da temperatura da amostra durante o ensaio, “variação” essa, que será comentada no **item 3.5.7**.

### 3.5.6 “Spindles”

Os “spindles” são acessórios com os quais realizam-se os testes de cisalhamento (Figura 12). Sua escolha é feita de acordo com a faixa de viscosidade na qual o acessório pode trabalhar, ou seja, escolhe-se o dispositivo cuja faixa abranja a viscosidade aproximada do material a ser ensaiado.



Figura 12 – “Spindles” utilizados

Tabela 1. Sistema de medição x “spindles”.

| Sistema de medição                         | “Spindles” |            |             |             |             |
|--------------------------------------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
|                                            | CC48       | CC45       | CC25        | CC14        | CC08        |
| Varição da taxa de deformação ( $s^{-1}$ ) | 0 – 4114   | 0 – 1032   | 0 – 1032    | 0 – 1032    | 0 – 1032    |
| Varição da tensão de cisalhamento (Pa)     | 0 – 206    | 0 – 195    | 0 – 1141    | 0 – 6501    | 0 – 34844   |
| Varição de viscosidade (cP)                | 0,005 – 32 | 0,020 – 15 | 0,118 – 100 | 0,672 – 500 | 3,60 – 3000 |
| Volume da amostra (ml)                     | 70         | 100        | 17          | 3           | 0,5         |

Se forem utilizados dois “spindles” diferentes, que possuam uma faixa de viscosidade aparente em comum, as curvas de tensão x deformação devem ser semelhantes.

### 3.5.7 Banho Térmico

O controle de temperatura é feito com o auxílio do banho térmico (Figura 13), isso é possível devido ao sistema de circulação ligado ao reômetro.



**Figura 13 - Banho térmico**

Dependendo da faixa de temperatura na qual deseja-se realizar o ensaio deve-se utilizar um tipo de fluido de controle de temperatura no banho térmico. Os fluidos utilizados e as faixas de temperatura correspondentes estão tabelados abaixo.

**Tabela 2. Faixas de temperaturas de operação de fluidos de controle de temperatura.**

| Fluido                         | Faixa normal de utilização (°C) | Faixa extrema de utilização (°C) |
|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| Água                           | 10 – 90                         | 02 – 100                         |
| Etileno glicol 30%, água 70%   | 00 – 95                         | -15 – 107                        |
| Etileno glicol 50%, água 50%   | -20 – 100                       | -35 – 115                        |
| Etileno glicol                 | 50 – 125                        | 25 – 155                         |
| Dynalene – HC 50™              | -50 – 60                        | -62 – 60                         |
| DC5 10 50 cs óleo de silicone  | 50 – 150                        | 05 – 270                         |
| DC 550 125 cs óleo de silicone | 100 – 200                       | 80 – 315                         |

A temperatura do fluido circulante é medida no próprio banho térmico e ao mesmo tempo um sensor, no reômetro, monitora a temperatura da amostra durante todo o ensaio. Pôde-se observar diferenciação entre as temperaturas definidas no banho térmico e as medidas no reômetro. Isso ocorre devido a perdas na transferência de calor do fluido de manutenção do

banho térmico para o reômetro. Assim, para operações de resfriamento a temperatura do banho térmico é mais baixa que a medida no reômetro e para operações de aquecimento é observado o contrário. Essa diferença de temperatura entre os aparelhos é controlada pelo operador que, por observação, adequa a temperatura do banho térmico de acordo com a temperatura desejada no ensaio. De qualquer maneira, as diferenças observadas não ultrapassaram nas campanhas de ensaios, a ordem de 5 %.

## **4 EIXO EXPERIMENTAL**

---

### **4.1 CARACTERIZAÇÃO FÍSICA E REOLÓGICA DOS MATERIAIS COMPONENTES DAS MISTURAS ENSAIADAS**

\* Os subitens **4.1.1** e **4.1.2** resumem parte da Apostila de Mecânica dos Solos do Prof. João Baptista Nogueira – USP/São Carlos.

#### **4.1.1 Distribuição Granulométrica**

Todos os solos, em sua fase sólida, contêm partículas de diferentes tamanhos em proporções variadas. A determinação do tamanho das partículas e suas respectivas porcentagens de ocorrência permitem obter a função de distribuição de partículas, denominada distribuição granulométrica. A distribuição granulométrica de materiais granulares (areias e pedregulhos) é obtida a partir de processos de peneiramento de uma amostra seca em estufa. Quando se trata de materiais constituídos de partículas finas (siltes e argilas), utiliza-se o processo de sedimentação dos sólidos em um meio líquido. Para o caso de solos com ambas as partículas (grossas e finas), torna-se necessário a análise granulométrica conjunta. Os ensaios em questão são brevemente relatados neste item, a saber:

#### **● Peneiramento**

A separação dos sólidos de um solo em diversas frações, utilizando-se para isto um conjunto de peneiras de aberturas padronizadas e um vibrador, é o objetivo do ensaio de peneiramento. Para o peneiramento de um solo com material granular ou de fração grossa (partículas maiores ou iguais a 0,075mm), faz-se necessária uma secagem inicial do material em estufa e sua massa seca determinada. Esta amostra é colocada na peneira de maior abertura da série previamente escolhida e levada a um vibrador de peneiras onde permanecerá

por um tempo de 10 a 15 minutos necessário à separação das frações. A seguir, determina-se a massa de sólidos retida em cada peneira e calcula-se a porcentagem correspondente.

### ● **Sedimentação**

Para os solos finos (siltes e argilas), com partículas menores que 0,075 mm, o cálculo dos diâmetros equivalentes é feito a partir dos resultados obtidos durante a sedimentação de uma massa de sólidos em um meio líquido.

A base teórica para o cálculo do diâmetro equivalente vem da Lei de Stokes, que afirma que a velocidade de queda de uma partícula esférica, de massa específica conhecida, em um meio líquido, rapidamente atinge um valor constante que é proporcional ao quadrado do diâmetro da partícula. O estabelecimento da função, velocidade de queda-diâmetro da partícula, se faz a partir do equilíbrio das forças atuantes (força peso) e resistentes (forças viscosas) sobre a esfera.

Após realização dos ensaios supracitados, faz-se necessária a plotagem dos pontos, representativos dos pares de valores de diâmetro equivalente-porcentagem de ocorrência, em papel semi-logaritmo, traçando a curva de distribuição granulométrica.

#### **4.1.2 Considerações Mineralógicas - Argilas**

O solo, em sua forma mais geral, é composto por elementos das fases sólida, líquida e gasosa. As partículas componentes da fase sólida formam o esqueleto do solo, restando entre este, os elementos da fase líquida (água) e os elementos da fase gasosa (ar ou outros gases). As propriedades mecânicas do solo dependem das interações entre as três fases e das ações externas. Para maior compreensão do comportamento de um solo, torna-se necessário o conhecimento de sua estrutura e o efeito das interações com a fase líquida e gasosa.

### ● **Tipos de Ligação entre as Partículas**

Um átomo pode se unir a outro átomo, ambos pertencendo a uma mesma molécula, através de uma ligação intramolecular, ou átomos de outras moléculas através de uma ligação intermolecular.

A ligação intramolecular é muito forte e difícil de ser alterada ao longo do tempo e portanto de pouco interesse para nosso estudo. A ligação intermolecular ou de valência secundária é uma ligação mais fraca, mas suficientemente forte para determinar o arranjo final dos átomos no sólido. Esse tipo de ligação pode também ser uma fonte de atração entre partículas pequenas e entre líquidos e sólidos de um solo.

A ligação intermolecular pode ser dividida em ligação de hidrogênio e de Van der Waals. Além desses dois tipos de ligações intermoleculares, há ainda forças de atração e repulsão entre partículas e entre água e partículas de argila e, da presença de íons e de água adjacente na sua superfície (água adsorvida).

O conhecimento do tipo de ligação e características da superfície de um argilo-mineral é fundamental para a compreensão do tamanho e forma da partícula e de sua interação com os elementos das fases líquida e gasosa.

## ● **Unidades e Estruturas Básicas**

Os argilo-minerais são, basicamente, silicatos hidratados de alumínio, magnésio e ferro, que se formam a partir da associação das chamadas unidades estruturais básicas, originando as lamelas que se unem para formar placas. A seguir, serão descritas, resumidamente, as unidades estruturais do argilo-mineral caulinita, usada nos experimentos desse trabalho. Este fato é de suma importância no contexto desta pesquisa. O intuito da mesma é trabalhar com argilas controladas que não apresentem, num primeiro momento, efeitos tixotrópicos.

### **Caulinita**

A superposição de placas, formadas por uma lamela octaédrica de alumínio e uma tetraédrica, forma a unidade estrutural da caulinita, como representado na Figura 14. A ligação entre placas é do tipo hidrogênio, bastante forte para formar um mineral estável, não

permitindo a penetração de moléculas de água entre as placas, não ocorrendo o inchamento ou contração do solo, formado com este argilo-mineral.

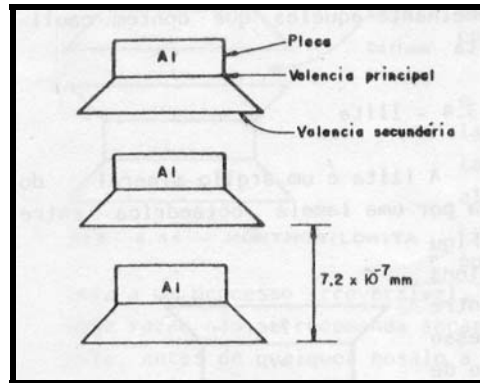


Figura 14 – Unidade Estrutural da Caulinita

A caulinita aparece em solo que se formou, por alteração, em climas quentes e úmidos, com baixos valores de limite de liquidez e plasticidade, tendo sua massa específica variando entre  $2,60 \text{ g/cm}^3$  e  $2,68 \text{ g/cm}^3$ .

#### 4.1.3 Caracterização da mistura água+argila caulinítica

- As características da argila utilizada nos ensaios e fornecida pela empresa mineradora, são as seguintes:

Procedência: Minasolo Comércio e Representações LTDA - Comercialização, representação e industrialização por terceiros de minérios e abrasivos.

Extração: Minas Gerais – Brasil – N/ referência MTN – 200 e MTN – 325

Minério: Argila caulinitica refratária

Análise química típica %:

|                                |               |
|--------------------------------|---------------|
| SiO <sub>2</sub>               | 46,00 a 48,00 |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 37,00 a 38,50 |
| Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | 1,70 a 2,00   |
| TiO <sub>2</sub>               | 1,00 a 1,30   |
| CaO                            | 0,01 a 0,30   |
| MgO                            | 0,40 a 0,50   |
| Na <sub>2</sub> O              | 0,02 a 0,03   |
| K <sub>2</sub> O               | 0,60 a 0,70   |

Umidade 0,90 a 1,00

P F à 1000°C 12,50 a 13,00

Outras Características:

Refratariedade simples: 1600 a 1680°C

Massa específica real (seca): 1,5 a 1,65 g/cm<sup>3</sup>

Massa específica aparente moída: 0,5 a 0,65 g/cm<sup>3</sup> (malha 325)

Porosidade aparente: 16,00 a 18,50 %

Absorção de água: 9 a 10 %

Partículas abaixo de 5 microns: 65 a 70 %

Cor já seca moída: cinza - clara a bege

pH: 5 a 6

Granulometria: seca ao Sol, destorroada, moída em moinho Raymond – sedimentação para eliminar a sílica-livre (areia) e classificada em malha 200 e principalmente em malha 325 com retenção máxima de 3,5%.

- Análise de pH

Foram feitas várias amostras desse material, com várias concentrações em volume (calculadas conforme descrito anteriormente). Para cada concentração há também variação do pH (Figura 15), que é feita utilizando diferentes fontes de água no preparo da mistura e/ou adicionando uma pequena quantidade de sal às mesmas, sem, no entanto, variar sua concentração.



Figura 15 - Peagâmetro

O resultado da variação do pH das misturas em função de seus componentes é mostrado nas tabelas abaixo:

**Tabela 3. Solução de água destilada + argila.**

| Concentração em volume (%) | pH   |
|----------------------------|------|
| 10                         | 5,57 |
| 15                         | 5,54 |
| 20                         | 5,41 |
| 25                         | 4,69 |

**Tabela 4. Solução de água destilada + 10g de sal + argila.**

| <b>Concentração em volume (%)</b> | <b>pH</b> |
|-----------------------------------|-----------|
| 10                                | 4,13      |
| 15                                | 4,07      |
| 20                                | 4,04      |
| 25                                | 3,95      |

**Tabela 5. Solução de água da torneira + argila**

| <b>Concentração em volume (%)</b> | <b>pH</b> |
|-----------------------------------|-----------|
| 10                                | 5,71      |
| 15                                | 5,66      |
| 20                                | 5,49      |
| 25                                | 5,41      |

**Tabela 6. Solução de água da torneira + 10g de sal + argila**

| <b>Concentração em volume (%)</b> | <b>pH</b> |
|-----------------------------------|-----------|
| 10                                | 4,35      |
| 15                                | 4,20      |
| 20                                | 4,10      |
| 25                                | 4,04      |

#### **4.1.4 Reologia da Mistura Água+argila e Água+areia fina+argila**

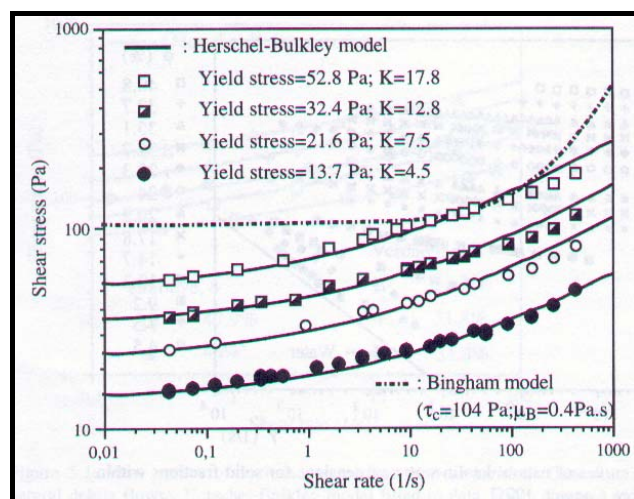
É sabido que o comportamento de uma mistura água+argila, com um aumento da concentração dos sólidos deve apresentar características não-Newtonianas e tensão crítica de cisalhamento. Isto se dá devido a uma contínua interação entre as partículas da mistura hiperconcentrada. Mas ao se falar em mistura água+argila, pode-se também considerar a

presença de outras partículas, como por exemplo areia, e estender o nosso entendimento de não-Newtonianidade também para esse tipo de mistura.

O modelo matemático mais simples para caracterização dos fluidos não-Newtonianos é o modelo proposto por Bingham, mas este modelo não pode ser usado para uma extensão grande de valores de taxa de deformação, pois muitas propriedades importantes dos materiais são negligenciadas usando este método. Cita-se, como exemplo, que a tensão crítica encontrada quando se aplica este modelo a um escoamento pode ser o dobro da tensão real.

Como consequência da não “confiabilidade” (com bastante “reserva”) do modelo de Bingham para alguns casos, propõe-se, com base na literatura, o modelo de Herschel-Bulkley a ser adaptado para dados experimentais que apresentem quaisquer valores de taxa de deformação.

Outros modelos podem ser usados, mas apresentam mais parâmetros ou podem não descrever corretamente as propriedades do fluido para qualquer faixa de deformação (como ocorre com o modelo de Bingham). Por isso pôde-se apontar, neste caso, para o modelo de Herschel-Bulkley como representativo das misturas água+argila e bem menos, é verdade, para as misturas água+areia fina+argila, ensaiadas nesta pesquisa. A Figura 16 evidencia uma melhor adequabilidade deste modelo em detrimento do modelo de Bingham para as misturas água - argila. Coussot (1997), em suas experiências com material semelhante, colocou em evidência as potencialidades da proposta Herschel-Bulkely.



**Figura 16 - Comparação entre os modelos de Bingham e de Herschel-Bulkley  
(Coussot, (1997) – Mudflow Rheology and Dynamics)**

#### **4.1.5 Caracterização Física e Reológica das Misturas Água+Argila e Água+Areia Fina+Argila**

Estudos desenvolvidos para caracterização de comportamentos reológicos de fluidos newtonianos com composição fixa podem ser usados para tentar relacionar comportamento reológico com microestrutura e características físicas de fluidos mais complexos como suspensões de lama. Tais correlações podem levar a um entendimento mais amplo de vários tipos de comportamentos relacionados com características físicas que possibilitam acelerar estudos reológicos, prevendo comportamentos ou mudanças em sistemas similares. Para tanto, é necessário um estudo dos componentes básicos (argila ou areia-argila) e da natureza das suspensões de lama e dos principais parâmetros físicos que influenciam no comportamento da suspensão. Dessa forma, o estudo de movimentos Brownianos e sedimentação são fundamentais para o entendimento de comportamentos reológicos, por exemplo.

O interesse do estudo de fluxo de detritos ou da dinâmica do escoamento de lama está diretamente ligado com a natureza das misturas estudadas, ou seja, a relação água-detritos, relacionando a água com vários tamanhos de grãos na mistura. Esse tipo de estudo é particularmente interessante já que muitos fluidos, naturais ou não, são formados basicamente por grãos grossos dispersos em substâncias coloidais. Deve-se lembrar que os movimentos das partículas de argila na água apresentam movimentos Brownianos, em alguns casos podem ocorrer outros tipos de materiais na composição do fluido, e dessa forma, deve ser estudado, também, a sedimentação de grãos em suspensões de argila em água.

Em suspensões de lama (“mudflow”), podem existir faixas granulométricas que englobem partículas de grãos de diâmetros entre 0,1  $\mu\text{m}$  até 10,0  $\mu\text{m}$  (por exemplo, em deslizamentos de encostas). Assim, pode-se dividir as partículas constituintes de uma lama em dois grandes grupos:

- Argila: partículas abaixo de 2 $\mu\text{m}$ ;
- Grãos: partículas acima de 2 $\mu\text{m}$ .

Deve-se ressaltar que existem outras formas de caracterizar essas partículas, porém pode-se adiantar também que as demais formas de classificação pouco dizem sobre o comportamento desses materiais em escoamentos.

Considerando que a parte coloidal da mistura é formada por argila e água, com sedimento da solução formado basicamente pelos grãos acima de  $2\mu\text{m}$ , e que as características das partículas argilosas e dos grãos são radicalmente diferentes, verifica-se que as partículas coloidais têm um fluxo suficientemente lento dentro da solução, podendo ser considerado o movimento dessas partículas essencialmente Browniano. Observando-se, entretanto, que a divisão acima e abaixo de  $2\mu\text{m}$  é muito próxima, e dessa forma, para se considerar suspensões coloidais ou não coloidais, fica-se na dependência das características da suspensão e das condições do escoamento.

Com base nessas proposições, pode-se considerar que os principais componentes de uma suspensão de lama são (cf. Coussot (1997)):

- Água: Massa específica de aproximadamente  $1\text{g/cm}^3$ . Substância polar de aproximadamente 1 Angstrom. Geralmente possuem partículas orgânicas, minerais e gases dissolvidos. Na natureza, até águas consideradas puras, dependendo de sua gênese, podem ser encontrados íons e moléculas em suspensão e devido a esses elementos, nessa pseudomistura, a água pode ser encontrada em duas formas: água absorvida por partículas sólidas que evaporam somente em temperaturas superiores a  $300^\circ\text{C}$  e possuem alta viscosidade, água livre cuja evaporação total está por volta de  $105^\circ\text{C}$  e água adsorvida.

Devido à dificuldade de se retirar a água ligada às partículas de argila (água adsorvida), essa parcela pode ser considerada como partículas coloidais.

As partículas coloidais possuem uma viscosidade de aproximadamente  $10^{-3}\text{ Pa.s}$  à  $20^\circ\text{C}$ . O maior problema ocorre com a parcela de água livre que possui ligações de dupla camada. O efeito de dupla camada ocorre devido à interação dos átomos de hidrogênio, das moléculas de água ligadas às partículas sólidas, com os átomos de hidrogênio das moléculas de água livre (formando pontes de hidrogênio). Esse efeito é agravado devido aos íons presentes que se ligam às camadas de água já ligadas às partículas de água constituintes de partículas sólidas e ligam-se também a outras moléculas de água livre e essas por sua vez a outros íons e assim por diante até que essa cadeia seja ligada a outras partículas coloidais por

pontes de hidrogênio entre a molécula de água livre e a molécula de água integrante da partícula.

Esse tipo de interação provoca um aumento da viscosidade do material, pois a tensão inicial deve vencer, além do atrito físico, as forças intermoleculares. Essa interação adicional pode ser diminuída aumentando-se a quantidade de partículas coloidais, diminuindo assim a porcentagem de água livre da mistura. Deve-se lembrar que aumentando a quantidade dessas partículas a viscosidade total da mistura irá aumentar, porém, toda a tensão inicial que deverá ser aplicada ao fluido será proporcional somente devido à quantidade de partículas sólidas.

- **Argila:** Existem vários tipos de argila, essa variedade é devido a sua formação e as transformações mecânicas e químicas que as rochas de origem sofreram. Devido a esses vários tipos de argilas, tais como caulinita, montmorilonita, etc, podem existir várias composições desses materiais formando assim materiais com características intermediárias de expansibilidade e compressibilidade, além disso, como as argilas possuem ligações de camada simples, formadas por combinações octaédricas de oxigênio e alumínio ou tetraédricas de oxigênio e silício, podem ocorrer substituições dos átomos de alumínio e silício por átomos de valência positiva mais baixa e, dessa forma, ocorre um aumento da carga negativa. Para compensar esse efeito ocorre um aumento de cátions na lama, esse aumento de cátions influi no comportamento e microestrutura do sistema água+argila.
- **Grãos:** são partículas que como as argilas, sofrem desintegração química e física, porém não sofrem transformações químicas mantendo a estrutura original do material do qual se originou. A principal discriminação para os vários tipos de grãos encontrados na natureza é o tamanho das partículas, assim os grãos são divididos da seguinte forma: abaixo de  $2\mu\text{m}$  estão as argilas, entre  $2\mu\text{m}$  e  $20\mu\text{m}$  estão os siltes, entre  $20\mu\text{m}$  e  $200\mu\text{m}$  estão as areias finas (até para esses elementos, devido ao seu diminuto tamanho, as técnicas usadas para sua determinação é a sedimentação, sendo a partir dessa última classe utilizado o peneiramento), entre  $0,2\text{mm}$  e  $2\text{mm}$  estão as areias grossas, entre  $2\text{mm}$  e  $20\text{mm}$  estão as pedras, entre  $2\text{cm}$  e  $20\text{cm}$  estão os seixos e acima disso os pedregulhos.

Devido a diferentes rochas de origem e aos diferentes tipos de mecanismos que causaram a desintegração da rocha matriz, os grãos podem possuir diferentes formatos também, existindo assim outras formas de classificar os grãos, mas a mais utilizada é a divisão por tamanho. Cabe ressaltar, que no estudo de reologia, o aumento da viscosidade e volume que a partícula causa na mistura está intimamente associado ao aumento das dimensões das partículas, que reflete no tipo de movimentação (Browniano ou sedimentação).

Pode influenciar nas misturas não só os elementos anteriormente especificados, mas também suas variações. Assim, parâmetros físicos podem influir no comportamento do material, tais como:

- **Concentração:** Muitos parâmetros essenciais para a caracterização dos fluidos estudados (lamas), dependem direta ou indiretamente da proporção de partículas sólidas no volume total da mistura. Tal proporção pode ser calculada como a concentração em volume do material, sendo:

$$C_v = \frac{V_s}{V_s + V_w}$$

sendo:  $V_s$  : o volume de sólidos;

$V_w$  : o volume de água.

Como já foi mencionado anteriormente, o comportamento do fluido não está relacionado diretamente com a massa específica do material e sim com o peso das partículas presentes no meio líquido. Dessa forma, também, é possível observar que a quantidade de partículas sólidas presentes no fluido pode levar a valores de viscosidade infinitos quando a concentração em volume do material sólido atinge valores muito elevados, nessa fase o fluido se torna quebradiço devido às altas concentrações sólidas, deve-se lembrar que toda a água ainda presa às partículas sólidas à temperatura de aproximadamente 105°C é considerada parte integrante dessa partícula.

- **Distribuição dos grãos por tamanho:** Para a determinação da quantidade de determinado tamanho de grãos em uma amostra de sólidos que deverá fazer parte de uma mistura, deve-se determinar a proporção em massa do grão analisado em relação ao peso total dos

sólidos. Devido à diferença de tamanhos dos grãos, pode-se determinar a massa de um determinado diâmetro de duas formas: por peneiramento ou por sedimentação.

- Concentração de íons: Como já foi mencionado anteriormente a concentração iônica em suspensões de lama tem grande importância para o aumento da viscosidade do material devido ao efeito de dupla camada. A concentração de íons, nessas misturas, está mais relacionada com o pH, devido ao fato das argilas, não sendo totalmente puras, possuírem elementos alcalinos que podem manter o pH da mistura por volta de 7, esses elementos são provenientes do processo de formação dessas argilas.

#### **4.1.5.1 Análise da variação da temperatura**

Os resultados que se seguem têm o intuito de elucidar algumas características da mistura ensaiada com relação à variação da temperatura sobre a curva de escoamento. Para uma determinada amostra com uma concentração pré-estabelecida ( $C_v=10\%$ ), variou-se a temperatura com o auxílio do banho térmico numa faixa da ordem de  $10^\circ\text{C}$  a  $80^\circ\text{C}$ . As Figuras 17 e 18 representam a variação supracitada apenas se diferenciando pela apresentação da escala, por conveniência.

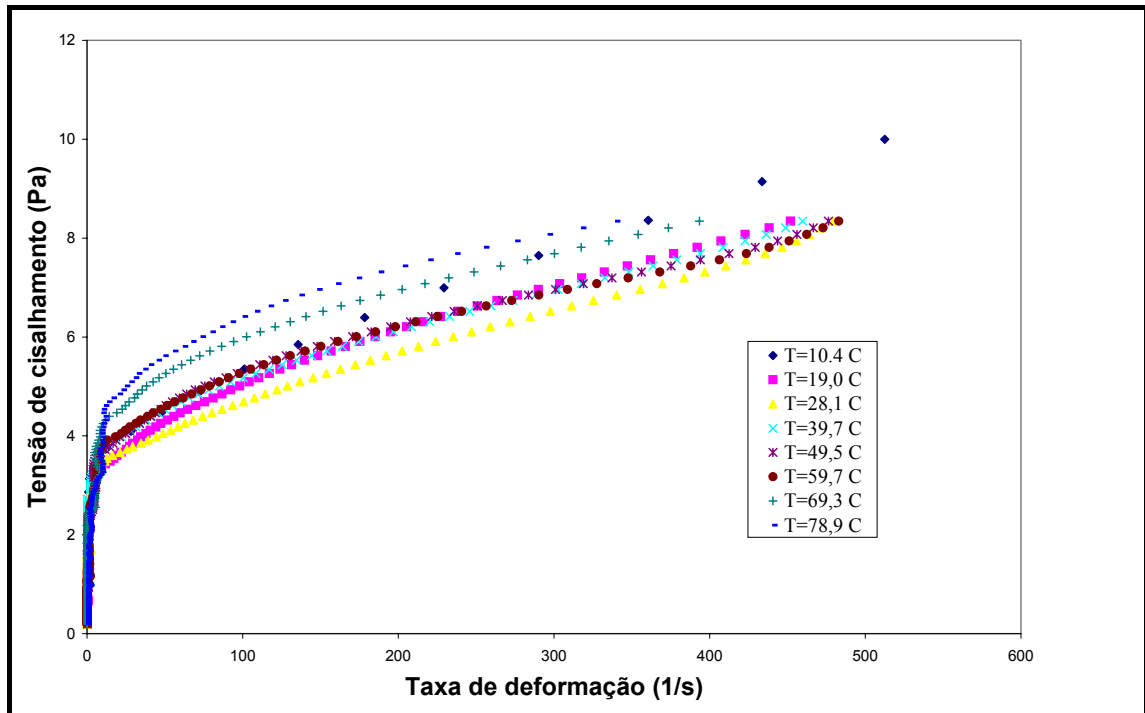


Figura 17 - Variação das curvas de escoamento em função da temperatura para  $C_v=10\%$  em escala normal

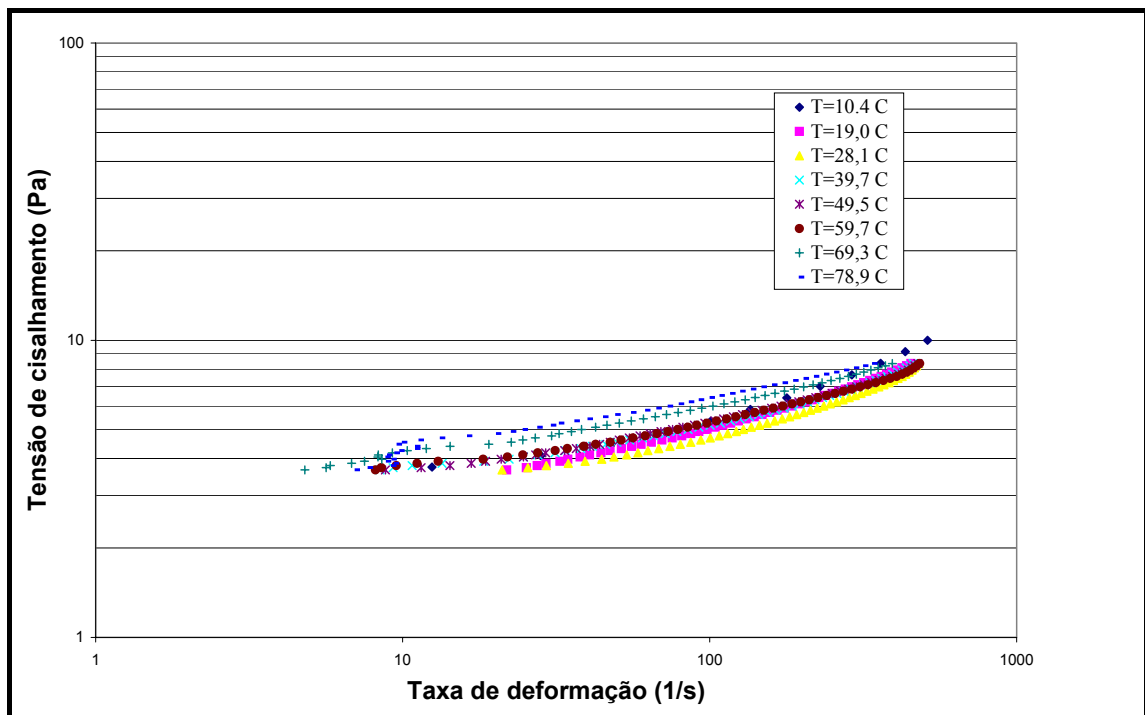


Figura 18 - Variação das curvas de escoamento em função da temperatura para  $C_v=10\%$  em escala logarítmica

Como se pode analisar, a variação da temperatura na amostra parece não influenciar de forma significativa na curva de escoamento da mistura em questão, sobretudo se considerar uma faixa de temperatura em torno da temperatura ambiente ( $0^{\circ}\text{C} < T < 30^{\circ}\text{C}$ ). Tendo em vista esses resultados, pode-se “tranqüilizar” quando do controle da temperatura no momento da realização do ensaio de reometria; ou mesmo, quando se tenta manter a temperatura da amostra igual à do escoamento da mistura no canal.

#### 4.1.5.2 Análise da variação do pH

As Figuras 19 e 20 mostram as diferenças no comportamento reológico das misturas em função da variação do pH para duas concentrações em volume distintas ( $C_v=10\%$  e  $C_v=15\%$ ).

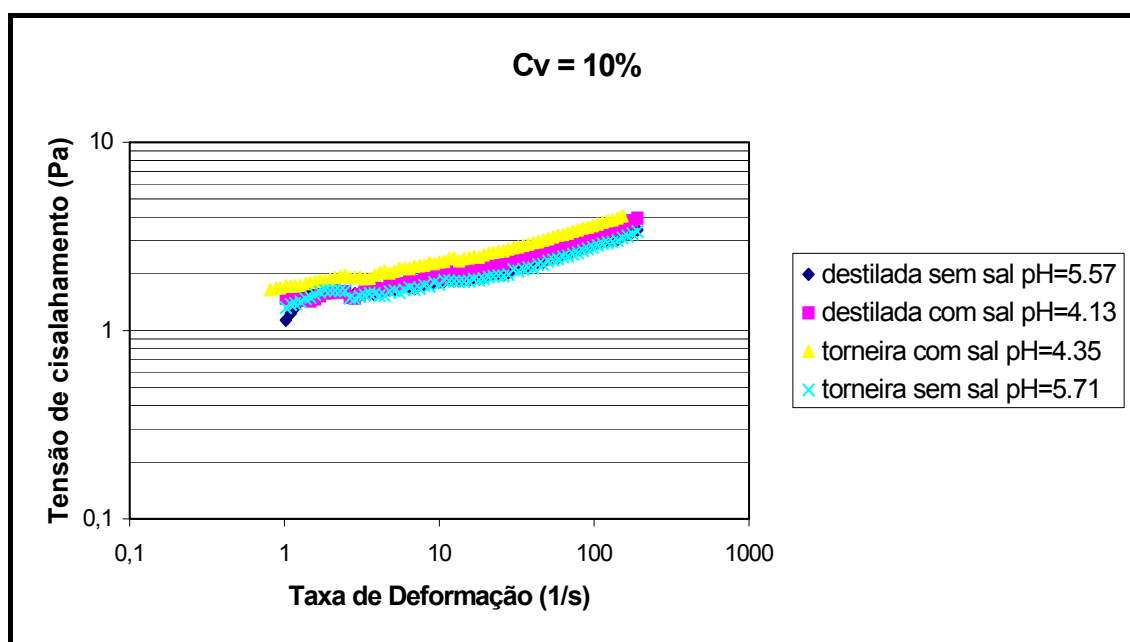


Figura 19 - Variação das curvas de escoamento em função da variação do pH para  $C_v=10\%$

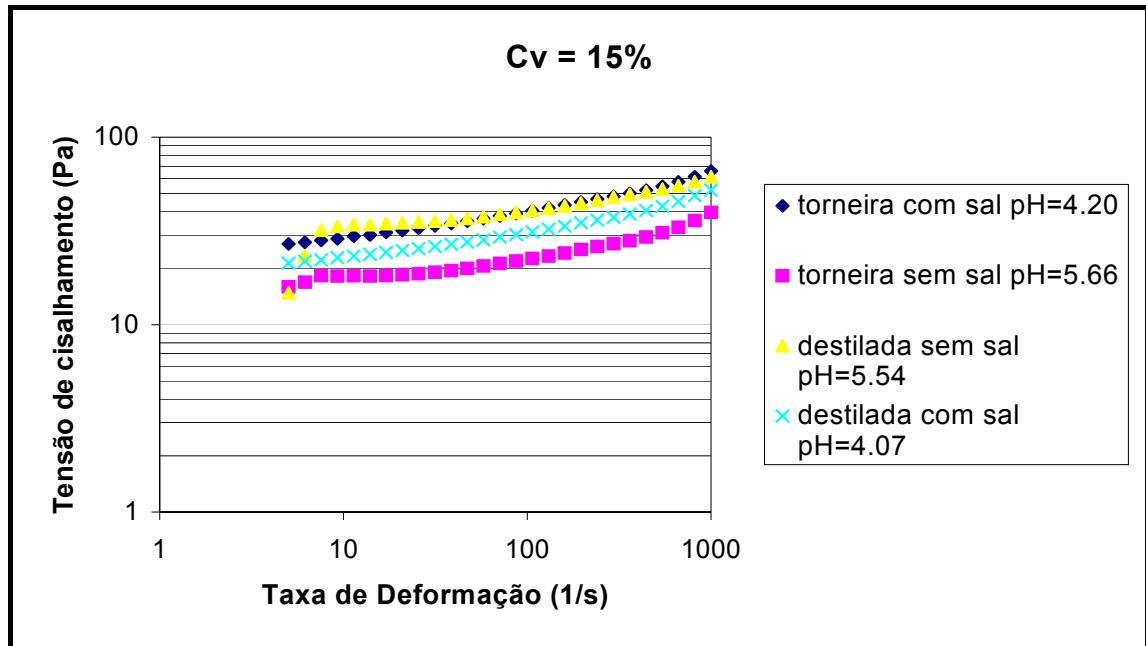


Figura 20 - Variação das curvas de escoamento em função da variação do pH para Cv=15%

Pode-se observar a partir dos resultados obtidos que a influência do pH na curva de tensão x deformação é pequena, no entanto, um pouco mais significativo que a influência da temperatura; mas praticamente desprezível para o caso em questão.

#### 4.1.5.3 Análise da Influência do Modo de Preparo da Mistura

Ensaíram-se duas amostras de mesma concentração em volume (Cv) e à mesma temperatura, no entanto, preparadas de formas diferentes. A primeira foi agitada manualmente por 5 minutos dentro do recipiente, enquanto que a segunda foi espatulada por 5 minutos. Após o ensaio, observou-se, conforme as Figuras 21 e 22, que:

- o diferente modo de preparo das misturas para as concentrações Cv = 10% e Cv=15% parece não influenciar, de maneira significativa, no comportamento reológico das mesmas;

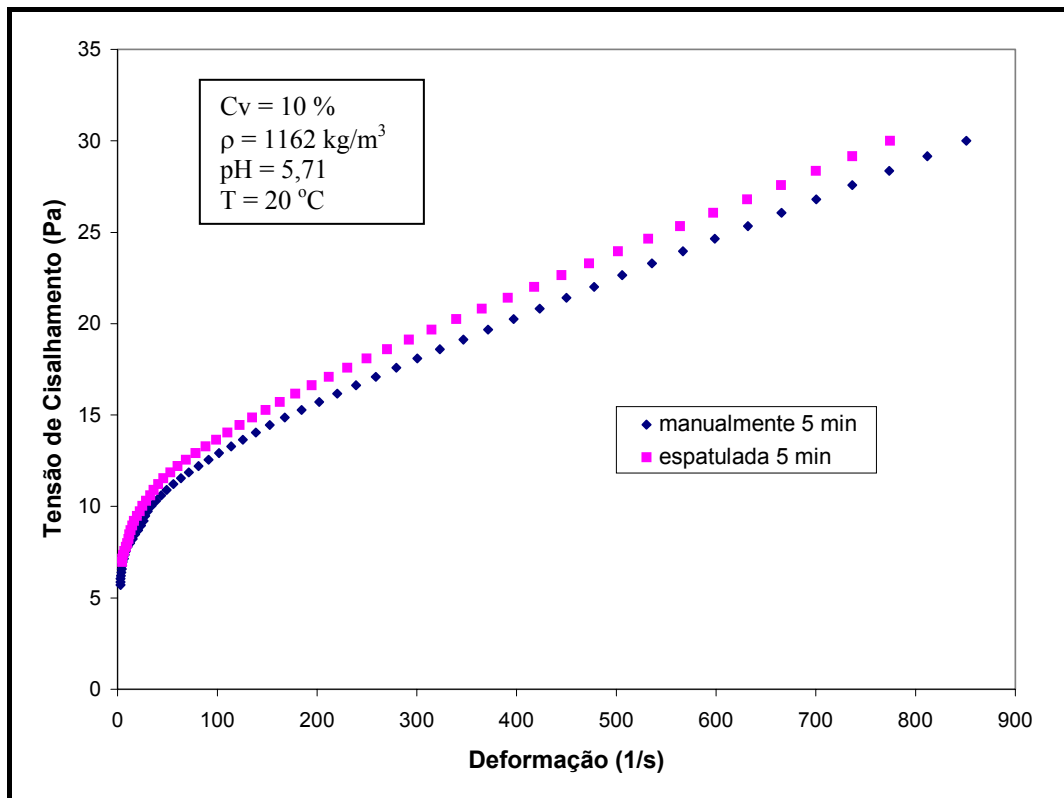


Figura 21 - Influência do modo de preparo da mistura água+argila caulínica

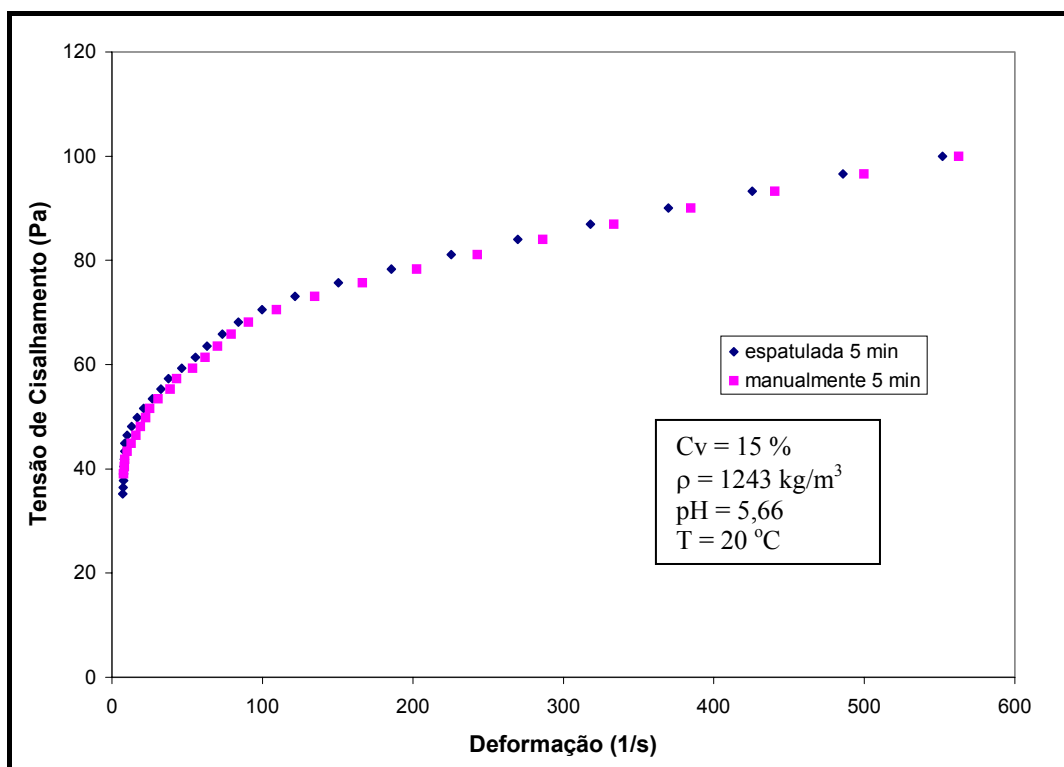


Figura 22 - Influência do modo de preparo da mistura água+argila caulínica.

#### 4.1.5.4 Análise da Ocorrência de Tixotropia

O fenômeno de tixotropia consiste na redução da viscosidade aparente em função do tempo em suspensões submetidas a uma taxa (ou tensão) de cisalhamento constante. Este comportamento é freqüentemente observado em suspensões contendo aglomerados fracos de partículas, como aqueles responsáveis pelo aparecimento da pseudoplasticidade (Pandolfelli, 2000).

Segundo Nogueira (1988), tixotropia é a propriedade de uma argila amolgada recuperar parte da sua resistência ao cisalhamento no estado indeformado.

Assim, para uma concentração de 15% em volume, aplicando uma deformação de 0 a  $500 \text{ s}^{-1}$  durante 180 segundos e descarregando de  $500$  a  $0 \text{ s}^{-1}$  em 180 segundos (conforme Figuras 23 e 24) tem-se o seguinte resultado:

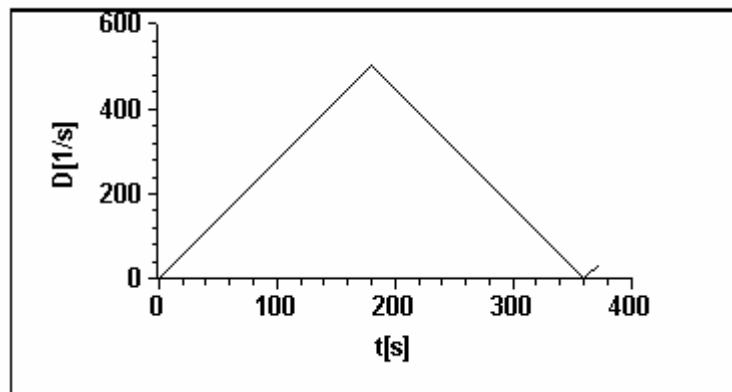


Figura 23 - Lei de deformação para o ensaio da Figura 24.

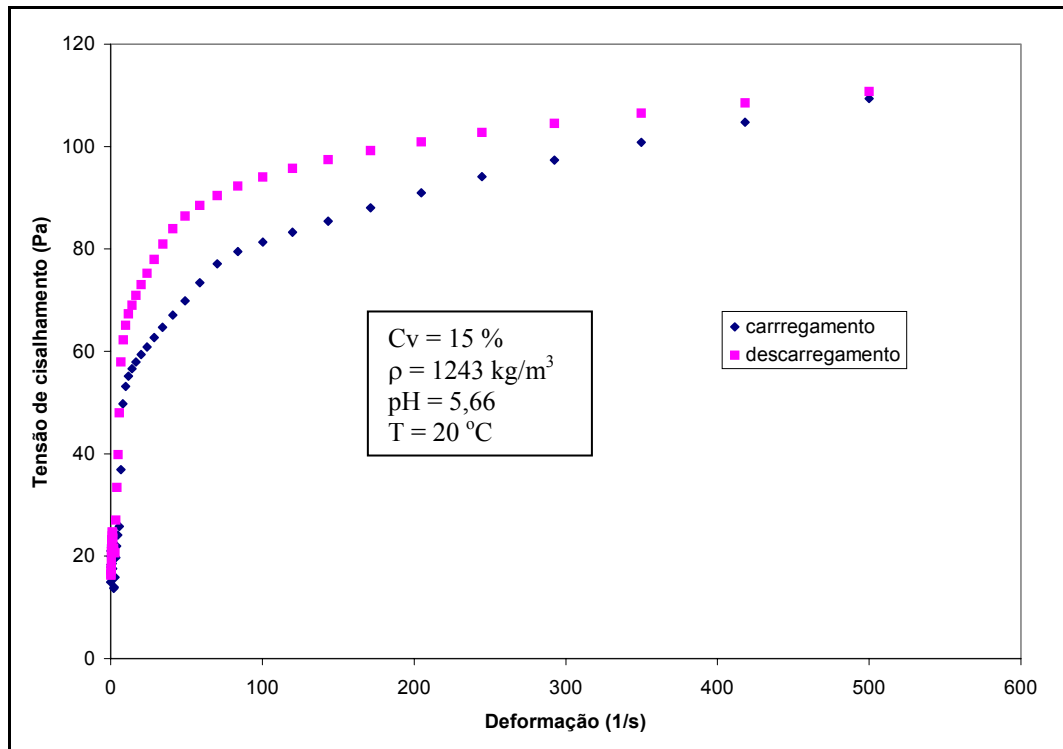


Figura 24 - Análise de tixotropia sem intervalo entre carregamento e descarregamento.

Mantendo a mesma amostra, aplicou-se uma deformação de 0 a  $500 \text{ s}^{-1}$  durante 180 segundos, agora com um intervalo de repouso de 10 s (Figuras 25 e 26) entre carregamento e descarregamento.

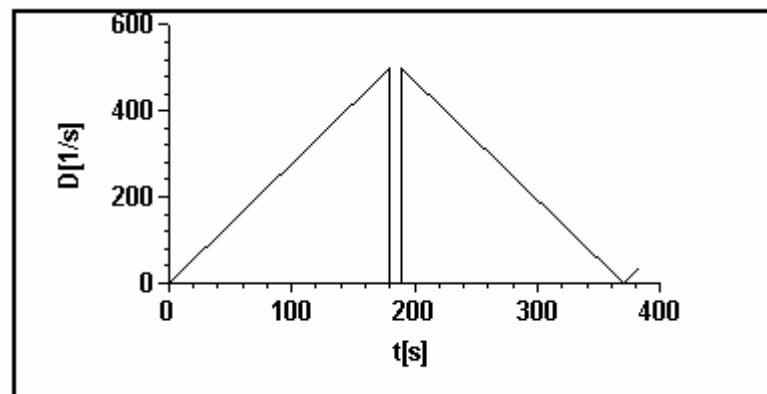


Figura 25 - Lei de deformação para o ensaio da Figura 26.

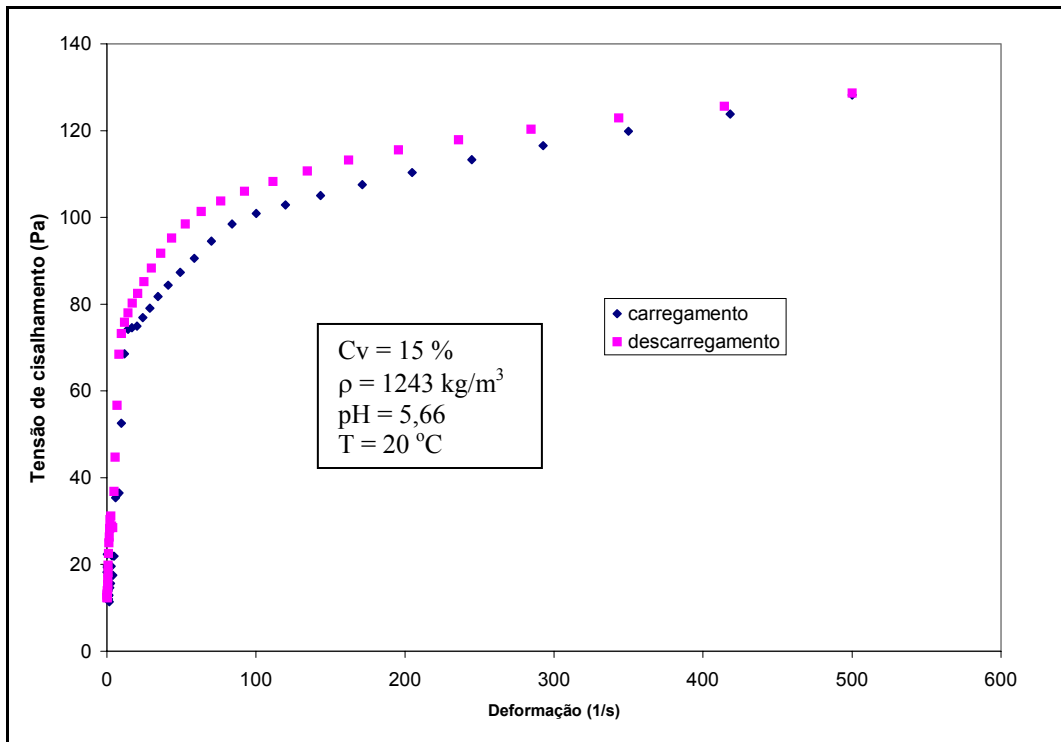


Figura 26 - Análise de tixotropia com intervalo de 10s

Para os ensaios seguintes, seguiu-se a mesma sistemática, no entanto, aumentou-se o tempo de repouso entre o carregamento e o descarregamento conforme Figuras 27 e 28, e Figuras 29 e 30.

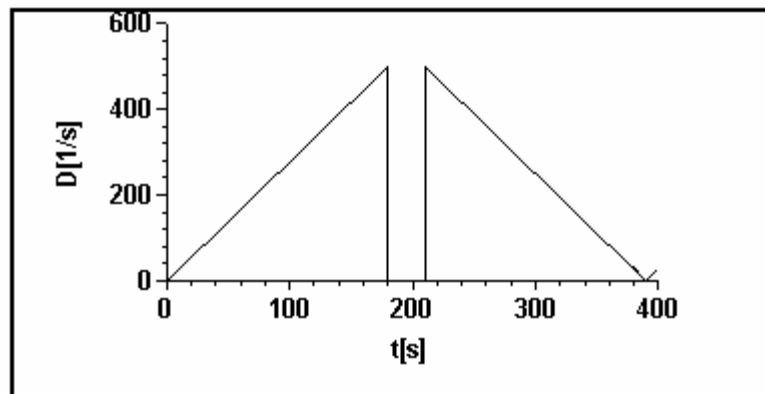


Figura 27 - Lei de deformação para o ensaio da Figura 28.

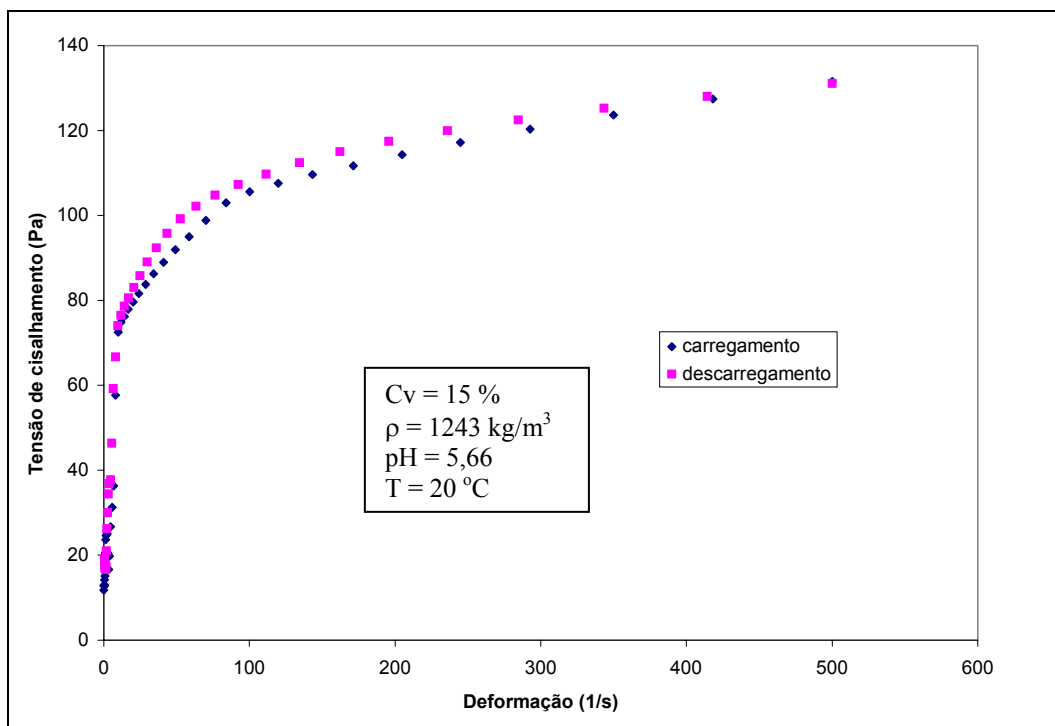


Figura 28 - Análise de tixotropia com intervalo de 30s.

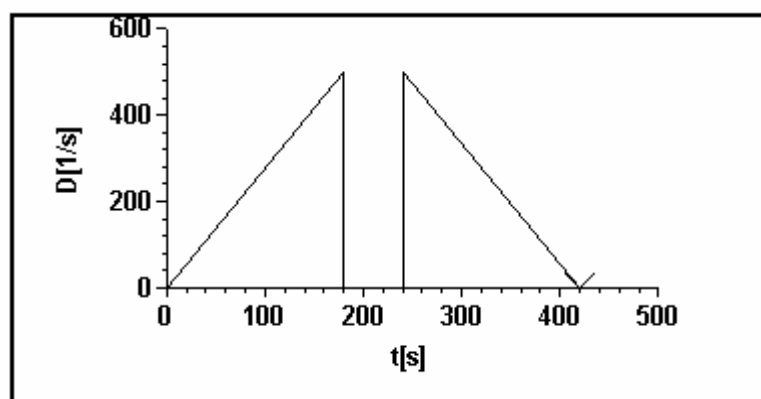


Figura 29 - Lei de deformação para o ensaio da Figura 30.

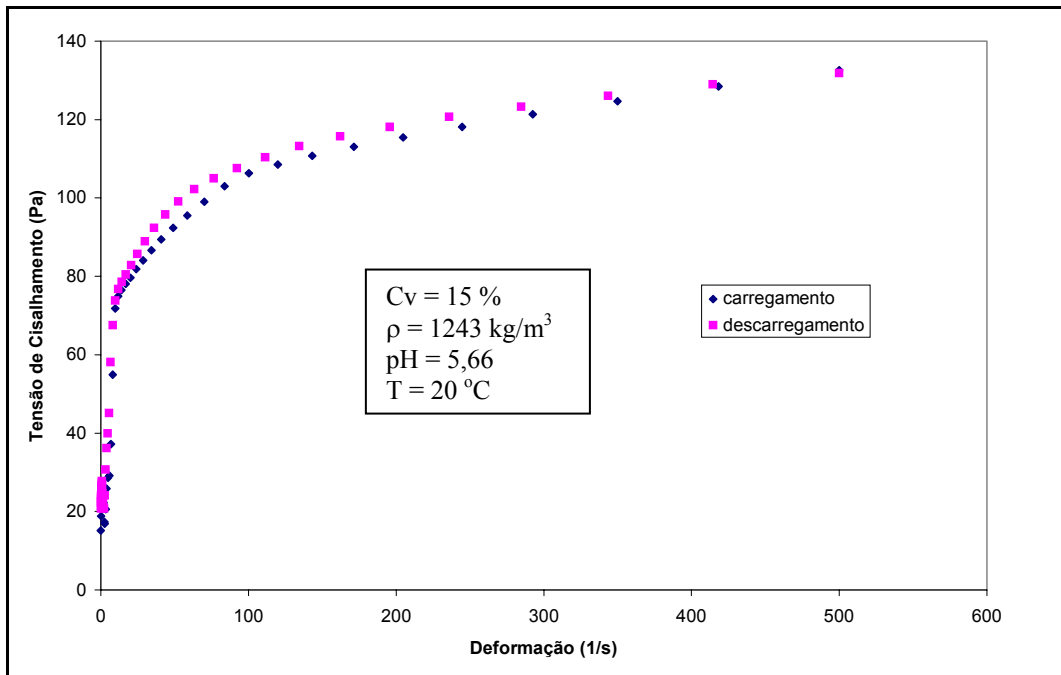


Figura 30 - Análise de tixotropia com intervalo de 60s.

Como pôde-se verificar, para os casos apresentados nas Figuras 24, 26, 28 e 30, a mistura de argila caulinitica e água em questão não apresenta características tixotrópicas (pouca variação da curva de escoamento), ou seja, não apresenta variação significativa (no tempo) no comportamento reológico quando carregadas e descarregadas. Pôde-se notar que quando se aumenta o tempo entre o carregamento e o descarregamento, as curvas tendem a se sobrepor, isso devido ao ensaio se aproximar mais do regime permanente.

#### 4.1.5.5 Análise da Variação da Concentração em Volume

Para o ensaio que se segue, fixou-se uma temperatura, um pH da mistura e padronizou-se o modo de preparo das amostras conforme apresentado na Tabela 7. Controlando esses parâmetros, passou-se a variar a concentração em volume  $C_v$ . A Figura 31 ilustra o comportamento reológico quando da variação de  $C_v$ .

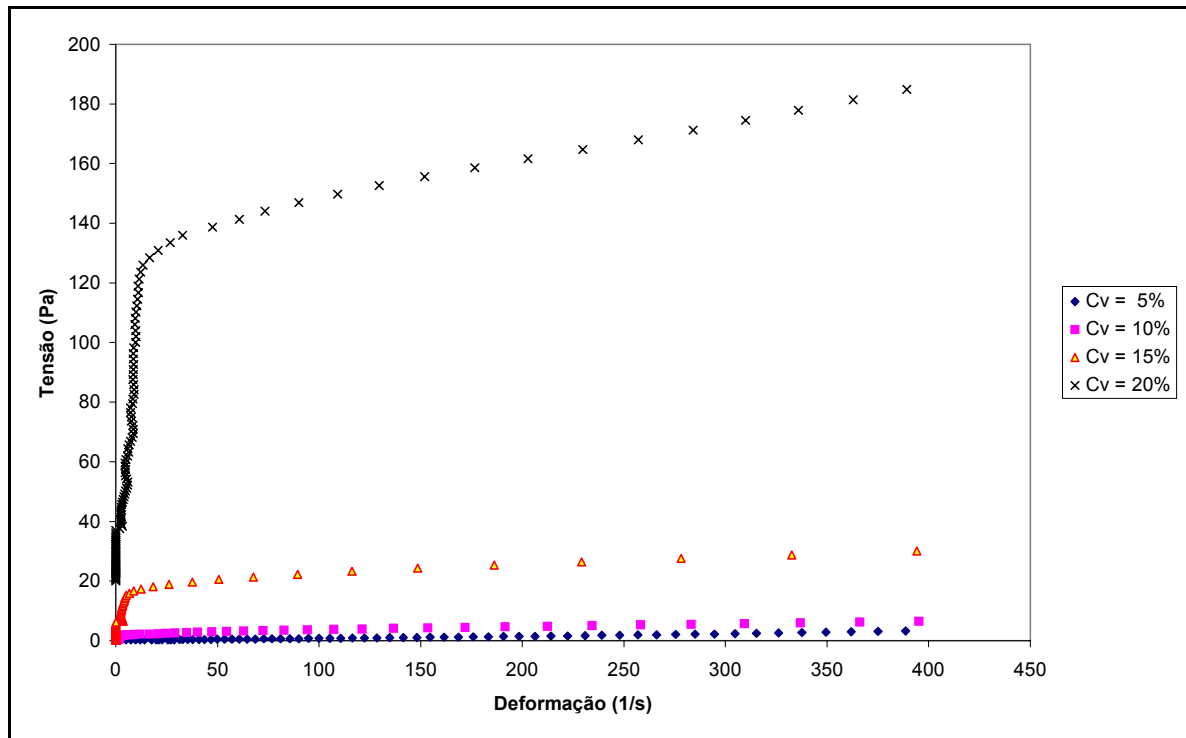


Figura 31 - Variação de Concentração em Volume.

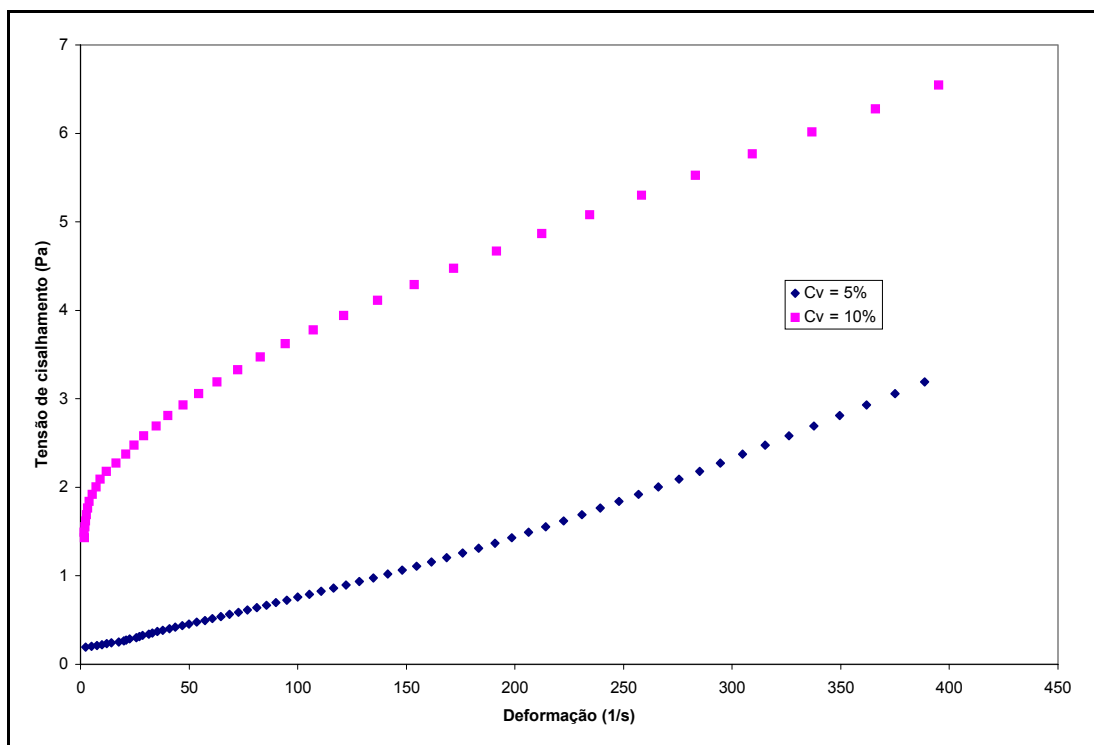


Figura 32 – Detalhe da Figura 31.

**Tabela 7. Parâmetros do ensaio de variação de Cv.**

| <b>Cv<br/>(%)</b> | <b><math>\tau_c</math><br/>(Pa)</b> | <b>K<br/>(Pa.s<sup>n</sup>)</b> | <b>n</b>            | <b><math>\rho</math><br/>(kg/m<sup>3</sup>)</b> | <b>T<br/>(°C)</b> | <b>PH</b> |
|-------------------|-------------------------------------|---------------------------------|---------------------|-------------------------------------------------|-------------------|-----------|
| <b>5</b>          | 0,059                               | 0,0075                          | $\Rightarrow 1$ (*) | 1081                                            | 20,0              | (**)      |
| <b>10</b>         | 6,30                                | 2,12                            | 0,54                | 1162                                            | 20,0              | 5,71      |
| <b>15</b>         | 13,87                               | 6,15                            | 0,43                | 1243                                            | 20,0              | 5,66      |
| <b>20</b>         | 88,14                               | 13,27                           | 0,33                | 1324                                            | 20,0              | 5,49      |

(\*) para  $D < 200 \text{ s}^{-1}$  (ensaio a ser melhor investigado), sendo: D: taxa de deformação ( $\dot{\gamma}$ ).

(\*\*) não medido.

Como se pôde notar, a variação de Cv influencia de forma acentuada na curva de escoamento das misturas, o que vai ao encontro dos resultados apresentados na literatura.

Cabe-se observar que para uma concentração em volume  $C_v = 5\%$  (fração sólida reduzida), a mistura apresenta comportamento newtoniano dominante, haja visto uma tensão crítica muito próxima de zero (conforme Figura 32). Para este ensaio em particular, um modelo binghamiano se ajustaria bem para deformações D limitadas a  $200 \text{ s}^{-1}$ .

#### **4.1.6 Lei de Comportamento - Água+argila**

A seguir, julgou-se oportuno apresentar algumas tendências de comportamento para algumas concentrações ( $C_v=10\%$ ,  $C_v=15\%$  e  $C_v=20\%$ ) e tentou-se comparar o modelo tipo Herschel-Bulkley (com correlação para os dados experimentais acima de 98%) com o modelo Binghamiano e Newtoniano (Figuras 33, 34 e 35). O ajuste dos modelos reológicos ilustrados nas Figuras 33, 34 e 35 e na Tabela 8 foram obtidos a partir do software Rheo2000, utilizado nesta pesquisa.

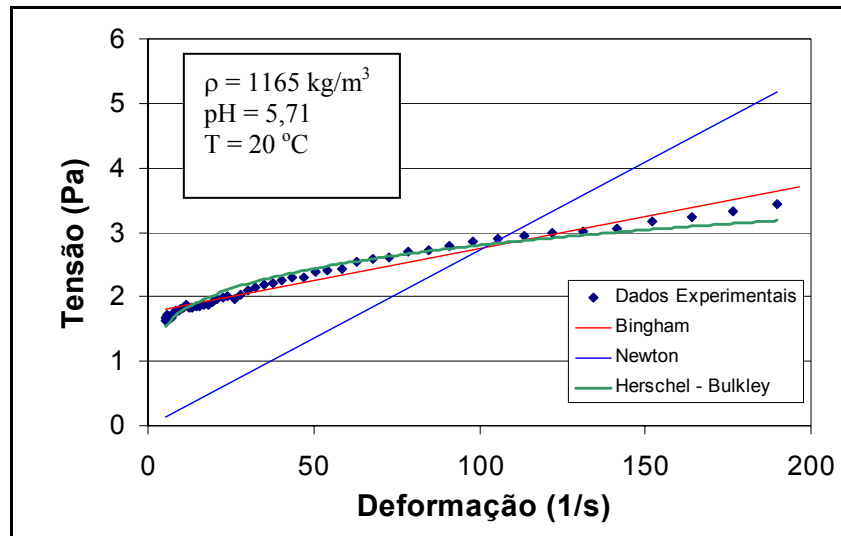


Figura 33 - Comportamento reológico de mistura água + argila caulínica com  $C_v = 10\%$ .

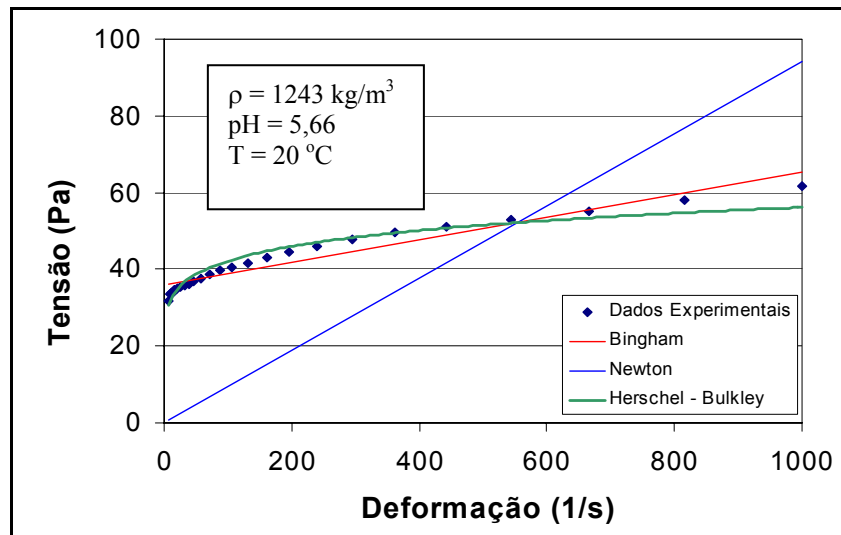


Figura 34 - Comportamento reológico de mistura água + argila caulínica com  $C_v = 15\%$ .

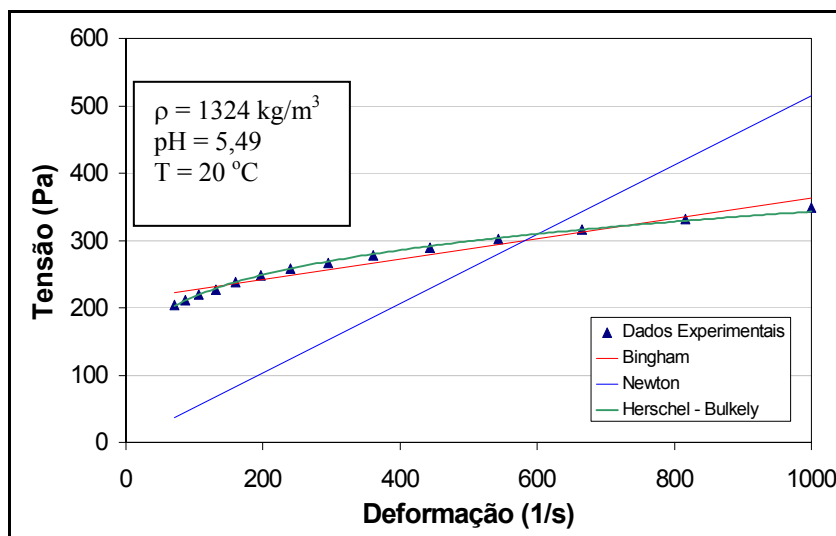


Figura 35 - Comportamento reológico de mistura água + argila caulínica com  $C_v = 20\%$ .

**Tabela 8. Parâmetros encontrados na adaptação dos modelos reológicos para as misturas água+argila caulínica:**

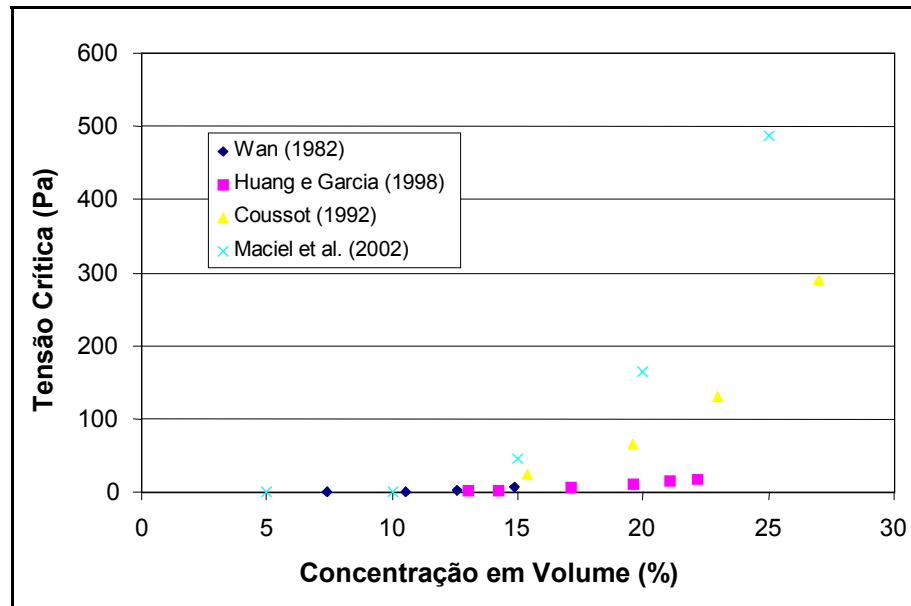
| Cv (%) | Ajuste tipo Herschel - Bulkley |       |      |       | Ajuste tipo Bingham |         |       | Ajuste Newtoniano |       |
|--------|--------------------------------|-------|------|-------|---------------------|---------|-------|-------------------|-------|
|        | $\tau_c$                       | K     | n    | $R^2$ | $\tau_c$            | $\mu_B$ | $R^2$ | $\mu_n$           | $R^2$ |
| 10     | 1,26                           | 0,22  | 0,47 | 0,99  | 1,7529              | 0,010   | 0,960 | 0,027             | -     |
| 15     | 29,45                          | 1,30  | 0,46 | 0,98  | 35,818              | 0,029   | 0,929 | 0,094             | -     |
| 20     | 192,27                         | 46,29 | 0,27 | 0,98  | 211,66              | 0,152   | 0,950 | 0,515             | -     |

#### 4.1.7 Análise quantitativa global de parâmetros reológicos em função da variação da concentração em volume - Cv

Pesquisas bibliográficas indicam que os parâmetros do modelo reológico proposto de Herschel-Bulkley seguem, para argilas caulínicas, o seguinte padrão: os valores de  $\tau_c$  (tensão crítica) e  $K$  (viscosidade aparente) aumentam exponencialmente com a concentração em volume de sólidos da mistura. Em contrapartida, o valor de  $n$  (índice de escoamento) diminui com a concentração, obedecendo a uma função tipo potência.

A partir dessa base de informações, o objetivo deste item é checar correlações apontadas entre os dados reológicos das misturas ensaiadas e verificar sua consonância com os resultados da literatura. Para tanto, são representados nas Figuras 36 a 41 os dados que se têm obtido nas medições assim como aqueles já disponíveis na literatura. A partir dessa nova

base de dados, leis de comportamento globais quantitativas são definidas para cada binômio reológico.



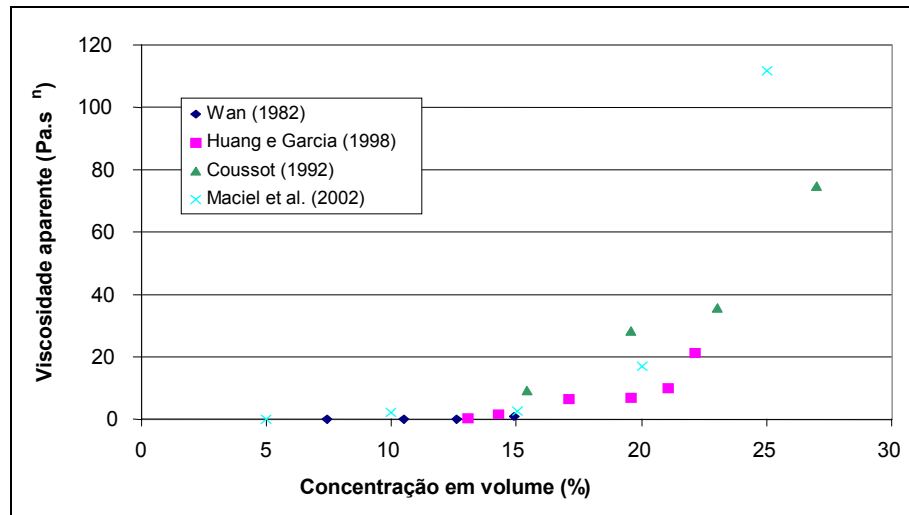


Figura 38 - Evolução da viscosidade aparente  $K$  em função da concentração em volume  $C_v$ .

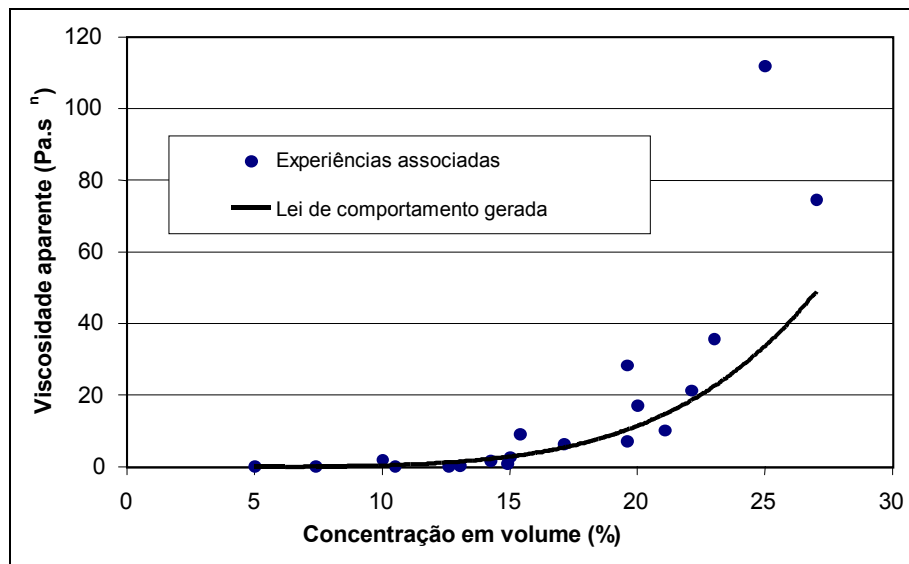


Figura 39 - Lei de comportamento da viscosidade aparente  $K$  em função da concentração em volume  $C_v$   
( $K = 0,0073e^{0,3665C_v}$  ;  $R^2 = 0,8285$ ).

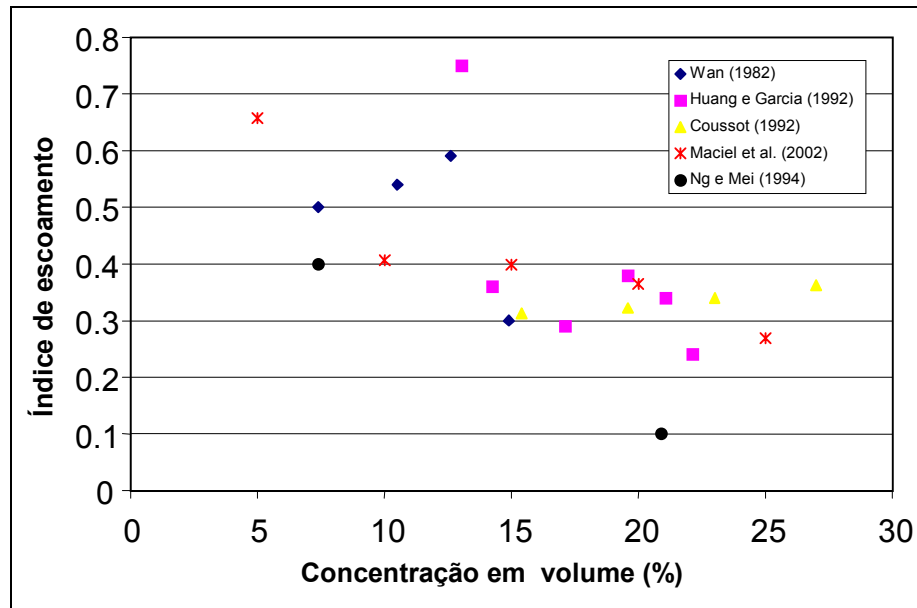


Figura 40 - Evolução do índice de escoamento  $n$  em função da concentração em volume.

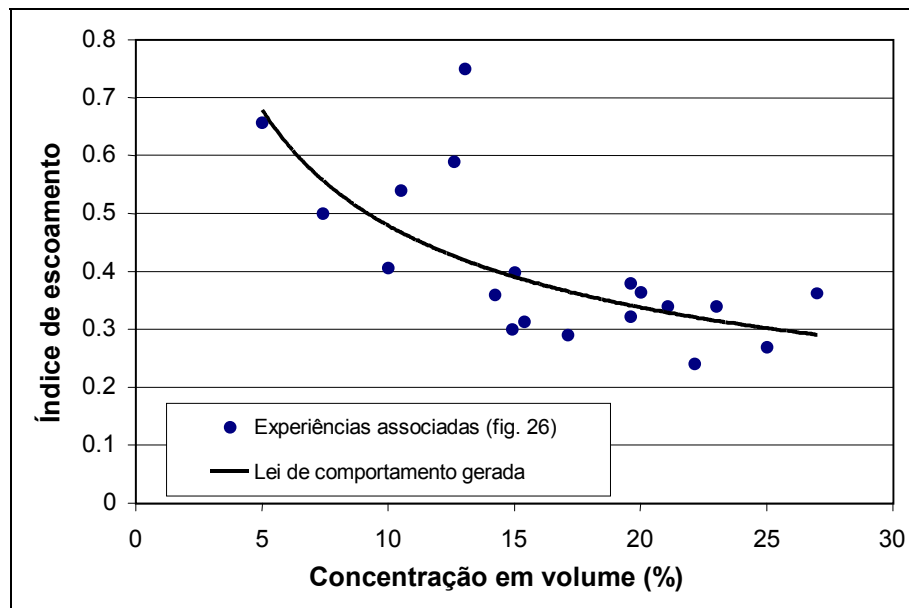


Figura 41 - Lei de comportamento do índice de escoamento  $n$  em função da concentração em volume  $C_v$   
( $n = 1,529C_v^{-0,5039}$ ,  $R^2 = 0,4967$ ).

Nota: Para a determinação da lei de comportamento do índice de escoamento  $n$  foram desconsiderados os resultados de Ng e Mei (1994), pois estes foram realizados com material não caulínítico.

#### **4.1.8 Lei de Comportamento - Água+areia fina+argila**

O objetivo deste item é analisar reogramas de misturas água+areia fina+argila, conforme realizado para as misturas de água+argila. A areia (fina) da mistura apresentou o seguinte padrão granulométrico:

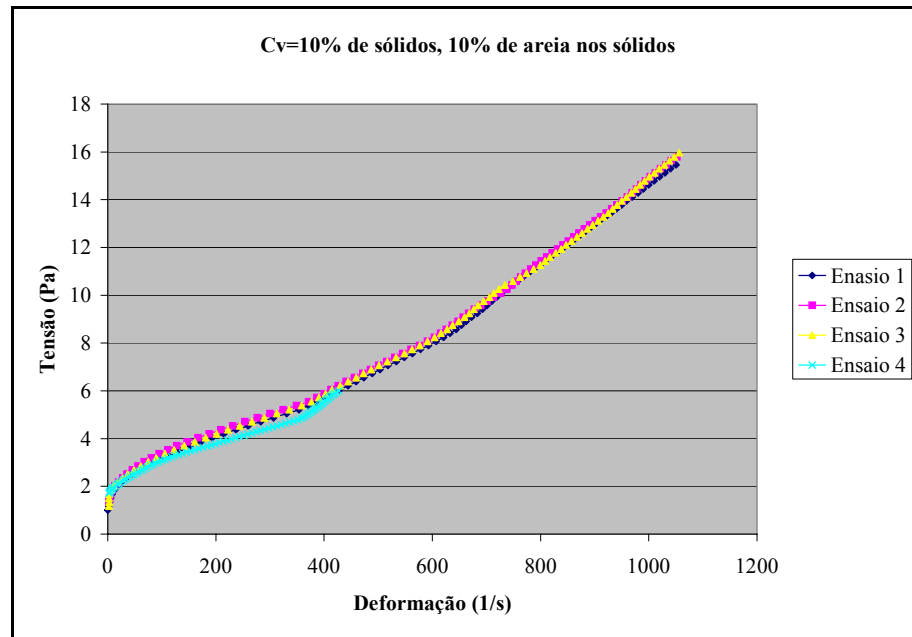
|                      |       |
|----------------------|-------|
| <b>Pedregulho:</b>   | 0.0%  |
| <b>Areia Grossa:</b> | 0.0%  |
| <b>Areia Média:</b>  | 0.2%  |
| <b>Areia Fina:</b>   | 99.8% |
| <b>Silte:</b>        | 0.0%  |
| <b>Argila:</b>       | 0.0%  |

Foram realizados, nesta etapa, ensaios com 4 concentrações diferentes sendo 2 amostras com 10% e 2 com 15% de sólidos em volume. Para cada uma das 2 concentrações foram feitas 2 amostras com 10% e 50% de areia no total de sólidos.

- **Amostra com 10% de sólidos e 10% de areia nos sólidos:**

Para a realização dessa série de ensaios foi colocada uma amostra de 100ml no “spindle”, essa amostra sofreu ensaios consecutivos com tempo de repouso mínimo (da ordem de 10s - ensaios 1 e 2). Para o ensaio 3 foi feito um repouso, no próprio “spindle” de 3 minutos e em seguida o teste reométrico.

Para a determinação de características predominantemente argilosas, observadas para baixas rotações, foi realizado o ensaio 4 nessas condições, conforme apresentado na Figura 42.



**Figura 42 - Ensaios de amostra com 10% em volume de sólidos e 10% de areia no total de sólidos**

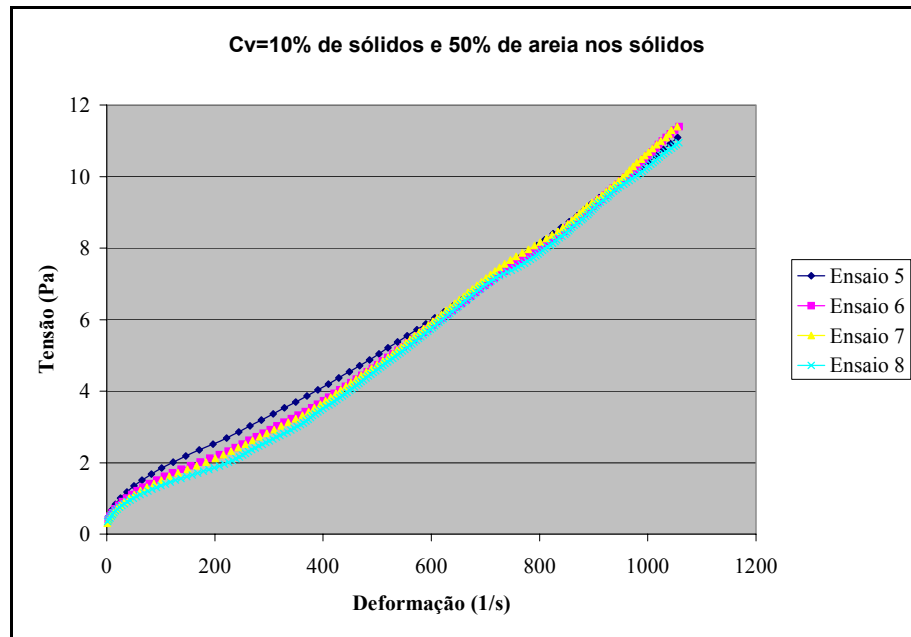
**Ensaio 3: Parâmetros de “Herschel-Bulkely” – como indicativos**

**( $K = 0.0009 \text{ Pas}^n$ ,  $\tau_c = 2.29 \text{ Pa}$  e  $n = 1.38$ ).**

- **Amostra com 10% de sólidos e 50% de areia nos sólidos:**

Na bateria de ensaios seguinte foi utilizada uma nova amostra com a mesma concentração de sólidos, porém agora, com 50% de areia na fração sólida.

Semelhantemente à bateria anterior, os ensaios 5, 6 e 7 foram realizados com o mínimo de repouso dentro do próprio “spindle”, enquanto o ensaio 8 teve um repouso de 3 minutos também dentro do aparelho. Os resultados podem ser observados na Figura 43.

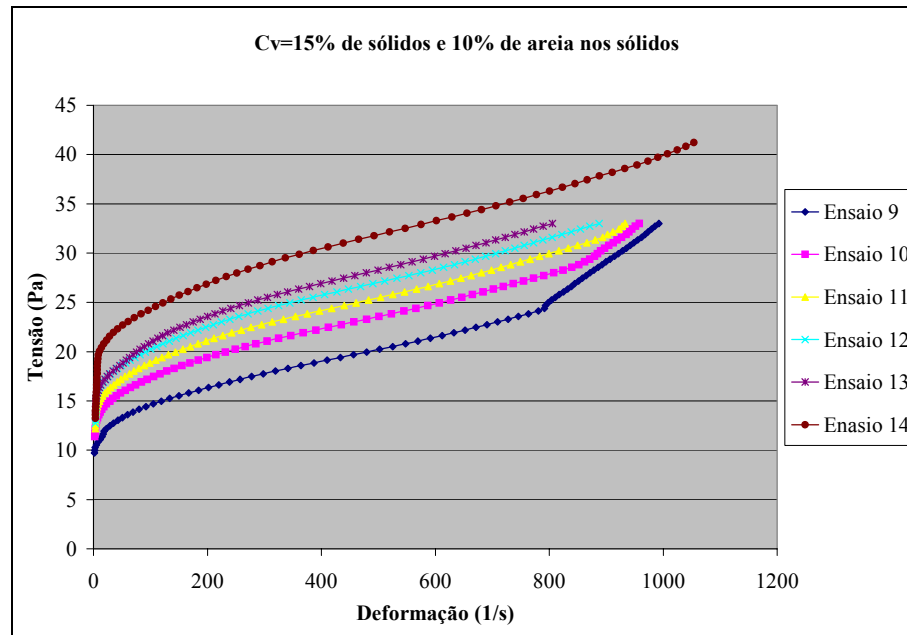


**Figura 43 - Ensaios de amostra com 10% em volume de sólidos e 50% de areia no total de sólidos**  
**Ensaio7: Parâmetros de “Herschel-Bulkely” – como indicativos - ( $K = 0.0015 \text{ Pas}^n$ ,  $\tau_c = 0.8 \text{ Pa}$  e  $n = 1.27$ ).**

Obs: Todos os ensaios com essa amostra foram aproximadamente iguais, porém já apresentam modificações da curva Tensão x Deformação devido à mixagem provocada pela sequência de ensaios. Deve-se observar também que, a partir de uma determinada tensão, os ensaios tendem a uma mesma curva, isso ocorre porque além dessa tensão, a mixagem torna a amostra de “mesmas características” para todos os ensaios.

- **Amostra com 15% de sólidos e 10% de areia nos sólidos:**

Após a realização dos ensaios com 10% de sólidos nas misturas, foram realizadas mais duas baterias com 15% de sólidos e as mesmas proporções de areia em relação à quantidade total de sólidos. Assim, os novos ensaios foram realizados com 15% de sólidos e 10% de areia, de acordo com a Figura 44.



**Figura 44 - Ensaios de amostra com 15% em volume de sólidos e 10% de areia no total de sólidos**

**Ensaio 14: Parâmetros de “Herschel-Bulkely” – como indicativos**

$$(K = 1.849 \text{ Pas}^n, \tau_c = 13.39 \text{ Pa e } n = 0.378).$$

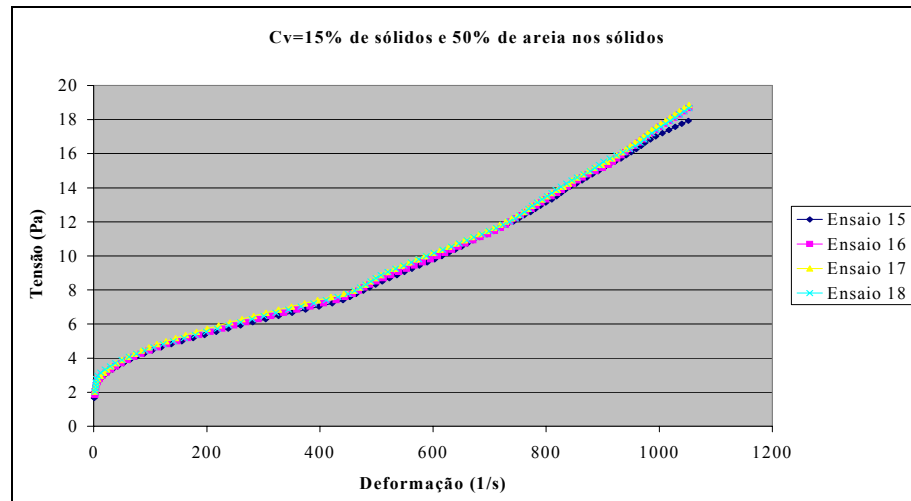
Os ensaios 9, 10, 11 e 12 foram realizados sucessivamente, com repouso mínimo e, o ensaio 13, teve um tempo de repouso dentro do “spindle” de 3 minutos, após esse ensaio foi realizado um novo ensaio (ensaio 14).

Obs: Para essa nova concentração ocorre uma influência do tempo de repouso e de agitação no “spindle”, isso ocorre devido ao fato da quantidade de argila na mistura ser alta e, dessa forma, a suspensão dos grãos de areia é mais demorada. Assim, as curvas dos ensaios consecutivos são crescentes porque representam a soma de suspensões acumuladas anteriormente.

Da mesma forma, para essa amostra, a velocidade de sedimentação é mais lenta. Isso pode ser observado comparando-se os ensaios 12, 13 e 14 nos quais se nota que o tempo de repouso entre o ensaio 12 e 13 aproxima as duas curvas enquanto que a curva do ensaio 14 (consecutivo ao ensaio 13) se afasta das anteriores.

- **Amostra com 15% de sólidos e 50% de areia nos sólidos:**

Para essa nova mistura foram efetuados 4 ensaios (ensaios 15, 16, 17, 18) sendo que os ensaios 15, 16 e 17 foram realizados em sequência e, o ensaio 18 teve um tempo de repouso de 3 minutos (Figura 45).



**Figura 45 - Ensaios de amostra com 15% em volume de sólidos e 50% de areia no total de sólidos**

**Ensaio 18: Parâmetros de “Herschel-Bulkely” – como indicativos ( $K = 0.001 \text{ Pas}^n$ ,  $\tau_c = 3.39 \text{ Pa}$  e  $n = 1.39$ ).**

Obs: Deve-se notar que, apesar da mesma concentração em volume de sólidos para as duas últimas séries de ensaios, os resultados das curvas de Tensão x Deformação apresentadas nas figuras 44 e 45 são bem diferentes. Isso ocorre devido ao fato da última amostra possuir uma maior quantidade de areia (material inativo) que não absorve água como a argila. Assim, a amostra de 15% de sólidos com 50% de areia se apresenta mais fluida que a amostra de 15% de sólido com 10% de areia.

### **Discussão de modelos referentes ao comportamento reológico dos vários ensaios**

Os ensaios com 15% de sólidos e 50% de areia têm praticamente os mesmos parâmetros reológicos ( $K$ ,  $n$  e  $\tau_c$ ) que os ensaios de 10% de sólidos e 10% de areia. Como para essas duas amostras, com volume total de 1 litro, a quantidade de argila é praticamente igual, pôde-se notar que as características das misturas estão associadas à quantidade de argila, que é o material ativo e, dessa forma, influencia na quantidade de água livre. Além disso, a água livre junto com a argila forma uma mistura homogênea na qual ficam dispersas

as partículas de argila. Assim, quanto maior a quantidade de argila na parcela de sólidos total, maior a dificuldade para a suspensão e sedimentação das partículas de areia.

Outra particularidade observada é que se colocando os valores dos ensaios de 15% de sólidos e 50% de areia e 10% de sólidos e 10% de areia nas equações  $C_v = 0,0622.e^{0,2518.K}$ , obtidas pela interpolação de vários dados experimentais para materiais argilosos não expansivos coletados da literatura e de ensaios reológicos, tem-se uma concentração como se fosse apenas de 10,5% de argila, porém as curvas de Tensão x Deformação (mostradas nas figuras anteriores) não apresentam semelhanças com curvas de amostras de argila pura.

O fenômeno da maior fluidez, para misturas com areia, pode ser explicado devido ao fato da argila absorver água da mistura e fazê-la integrante das partículas de argila e, assim, para duas amostras com a mesma concentração de sólidos só que, uma com areia e argila e outra só com argila, apresentam fluidez diferentes. Considerando que a areia têm características apenas atritiva e a argila têm características apenas coesivas, espera-se que uma amostra com concentração “Y” de sólidos, apenas com argila, apresente menor viscosidade e maior tensão crítica que uma outra amostra, também de concentração de sólidos “Y”, porém apenas com areia. Assim, o efeito de “quebra”, teria sido causado predominantemente pelo aumento de velocidade de rotação no “spindle” que, dessa forma, a partir de uma determinada velocidade, teria vencido a velocidade de sedimentação (tipo velocidade crítica) das partículas – Figura 47. A partir da velocidade capaz de vencer a sedimentação, as partículas de areia atuariam sobre toda a área do “spindle” e, com a total ressuspensão, aumentar-se-ia a taxa de tensão para uma mesma deformação – Figura 48. Nas misturas de natureza bifásica (água+areia) além do provável efeito de ressuspensão, indaga-se (merecendo maior investigação) os efeitos de choque entre partículas sólidas e efeitos de turbulência quando do cisalhamento das misturas.

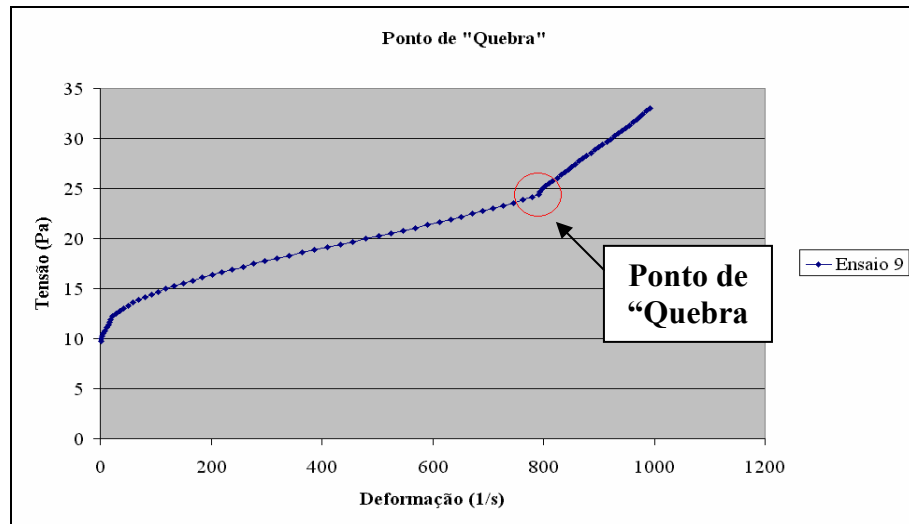


Figura 46 - Ponto de “quebra” – ponto a partir do qual para uma mesma Deformação se requer uma maior Tensão.

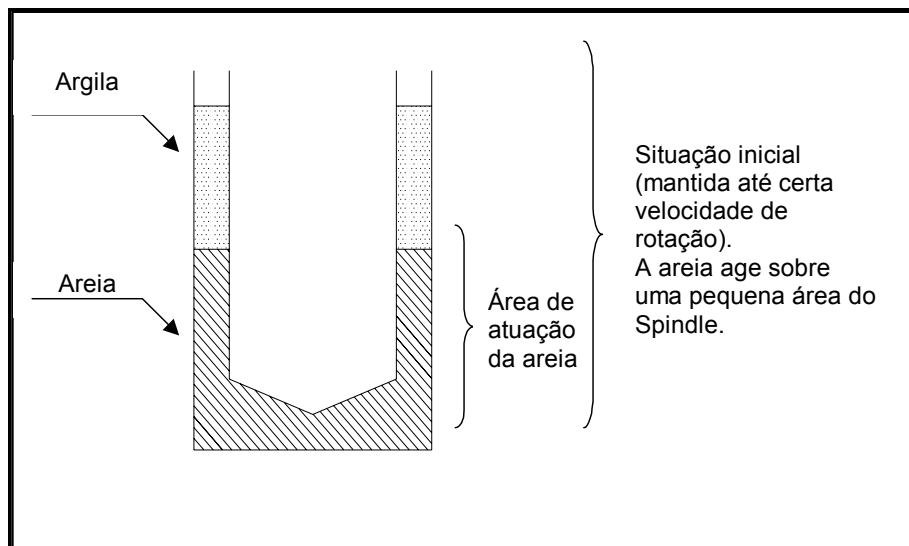


Figura 47 - Estado inicial dentro do “spindle” – antes de ser atingida a velocidade para a ressuspensão.

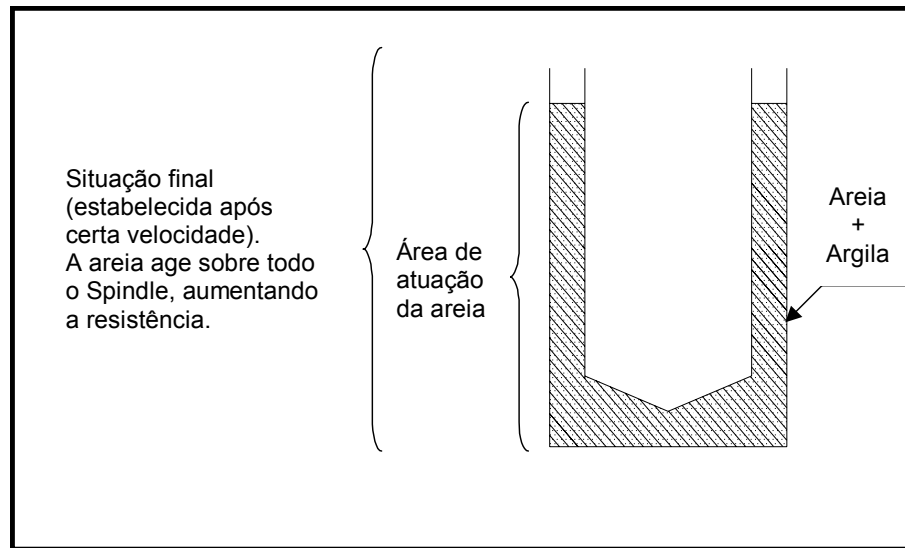


Figura 48 - Estado final dentro do “spindle” – após atingir a velocidade para ressuspensão (velocidade crítica).

A partir de equações obtidas anteriormente pela interpolação de dados de misturas de água – argila obtidos na literatura foi possível, para as misturas água+areia fina+argila, determinar uma relação de comparação. Assim, através da equação  $\tau_c = 0,0073 \cdot e^{0,4248 \cdot C_v}$  foram estimadas concentrações em volume equivalentes de argila para cada mistura (conforme **item 4.1.7**).

- 10% de sólidos com 10% de areia  $\rightarrow C_{v_{eq}} = 13,53\%$ ;
- 10% de sólidos com 50% de areia  $\rightarrow C_{v_{eq}} = 11,00\%$ ;
- 15% de sólidos com 10% de areia  $\rightarrow C_{v_{eq}} = 17,70\%$ ;
- 15% de sólidos com 50% de areia  $\rightarrow C_{v_{eq}} = 14,46\%$

Deve-se observar que devido ao fato de se tratar de uma mistura, com propriedades mistas, os valores de  $C_v$  apresentados aqui são diferentes do valor de  $C_v$  mostrados anteriormente. Isso ocorre devido ao parâmetro escolhido: na primeira equação,  $C_v$  em função da viscosidade aparente ( $K$ ) e na segunda equação  $C_v$  como função da tensão crítica ( $\tau_c$ ).

Para melhor explicar estes efeitos, pode-se notar que filtrando-se os ensaios de 10% de sólidos com 10% de areia e analisando apenas o trecho plástico (antes do ponto de “quebra”), observa-se que o parâmetro  $n$  e  $K$  indicam o mesmo comportamento de uma mistura com  $C_v < 10\%$  (atuação da argila sobre a maior área do “spindle” e maior quantidade de água livre),

porém os parâmetros de  $\tau_c$  indicam uma tensão crítica para uma amostra com  $C_v > 10\%$  (tensão crítica combinada da área em atrito com a areia e da área que sofre coesão da argila). Dessa forma, tem-se uma amostra menos plástica e ao mesmo tempo com  $\tau_c$  maior.

### **Discussão de efeitos referentes à variação na curva de tensão x deformação devido à ressuspensão da areia**

O fenômeno da ressuspensão é mais acentuado em misturas de água+areia fina, isso devido ao fato de que a velocidade de sedimentação depende da viscosidade do meio em que os grãos estão inseridos e do peso específico das partículas. Assim, considerando a baixa viscosidade da água, a velocidade de sedimentação das amostras ensaiadas é alta e, além disso, partículas mais pesadas se sedimentam mais rápido.

Um outro fenômeno observado é que a variação da viscosidade em ensaios de Tensão x Deformação está ligada à matriz fluida e não aos grãos suspensos, isso pode ser mais bem entendido segundo a seguinte análise: uma mistura formada de matriz fluida Newtoniana em que, para qualquer instante, exista sempre a mesma quantidade de material granular em suspensão terá viscosidade constante e, para o caso de matriz fluida não-Newtoniana, nas mesmas condições, a viscosidade será variável.

Analisando essa propriedade, característica desse tipo de mistura, foi observada uma evolução no comportamento das viscosidades em relação à velocidade de rotação do reômetro e, assim, puderam ser observadas várias etapas dentro de misturas que contêm parte sólida. Essas etapas foram:

1. Quebra da estrutura formada pela sedimentação: Nessa fase a tensão aplicada à amostra é utilizada para deformar a parte sólida formada pela deposição do material granular.

Na mistura ocorre a diminuição da viscosidade em função da deformação, já que para um instante inicial a amostra apresenta uma viscosidade infinita (como um corpo sólido) e, em um segundo instante, ocorre uma reestruturação dos grãos que ainda permanecem depositados.

2. Constância da viscosidade: Ocorre o aumento da velocidade, de rotação do “spindle”, porém mantendo a viscosidade constante, isso ocorre porque a velocidade desenvolvida não é suficiente para ressuspender o material depositado.

3. Aumento da viscosidade: Com o progressivo aumento da velocidade, a rotação alcança o ponto em que a velocidade de rotação é suficiente para a ressuspensão das partículas sólidas mais leves e, dessa forma, colocar partículas em contato com o “spindle” que antes não estavam e conseqüentemente o aumento da viscosidade aparente.

É importante lembrar que a ressuspensão ocorre por fases. Assim, para misturas de água+areia fina, ao fluido atingir uma certa viscosidade, a viscosidade é estabilizada, porém aumentando a velocidade até a próxima velocidade limite deve-se ocorrer uma nova ressuspensão.

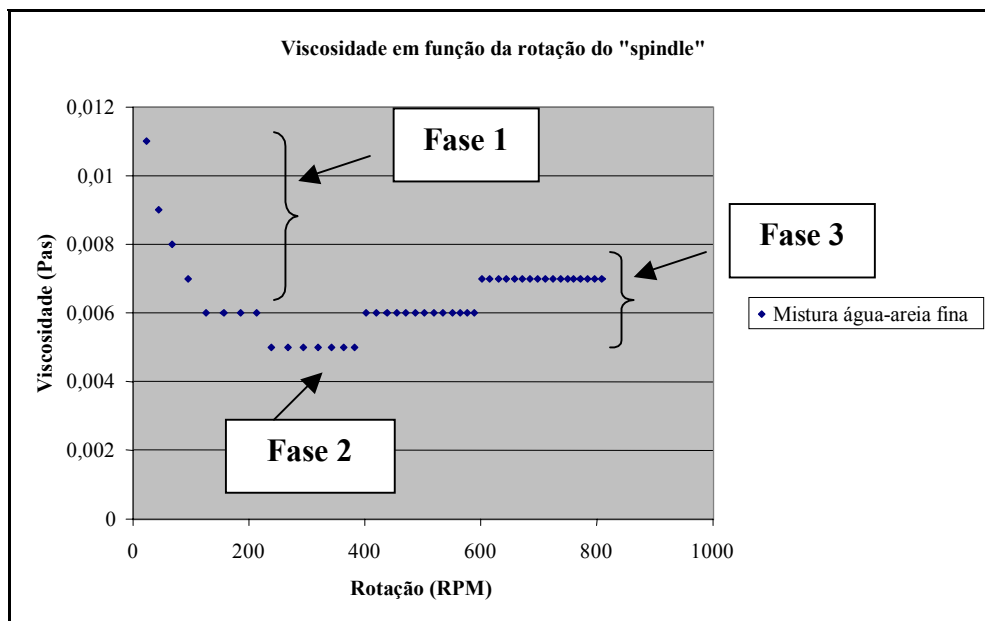
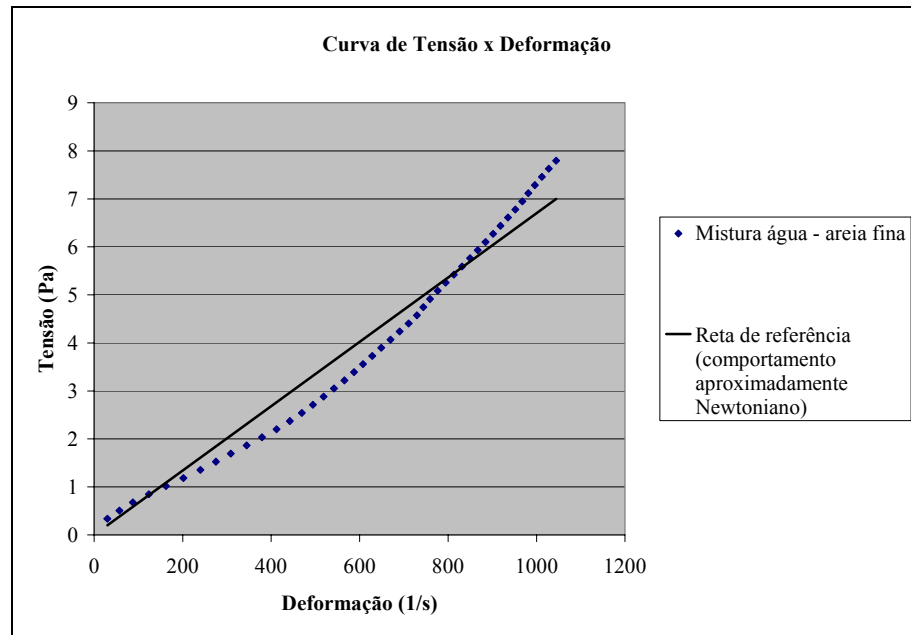
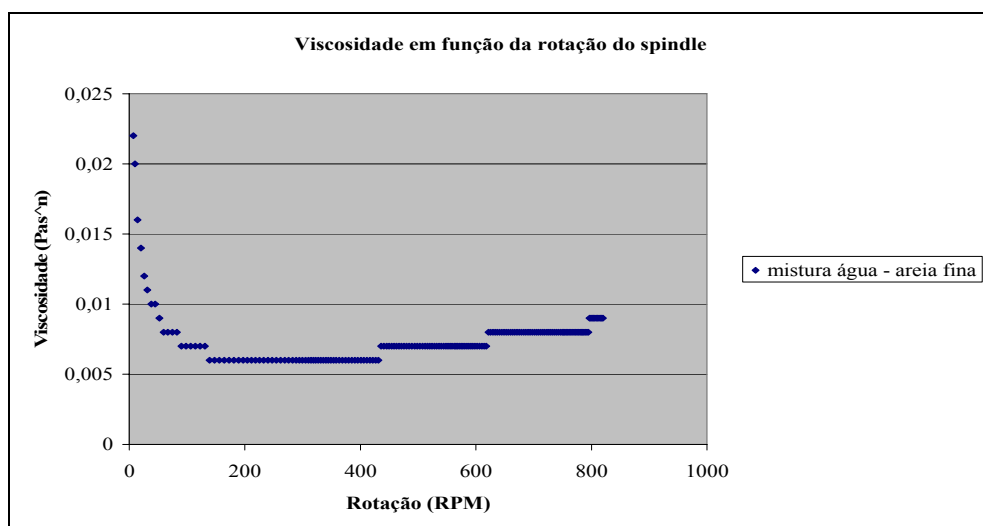


Figura 49 - Demonstração das fases de agitação de mistura água+areia fina – amostra com  $C_v = 10\%$ .



**Figura 50 - Patamares de viscosidade constante em gráfico Tensão x Deformação - amostra com  $C_v = 10\%$ .**

Pode-se observar na Figura 49 que, em alguns trechos de rotação, a viscosidade da mistura é constante, isso devido ao fato da matriz fluida ser Newtoniana. Na curva de Tensão x Deformação desse fluido (apresentada na Figura 51) podem ser observados trechos Newtonianos correspondentes aos patamares vistos acima.



**Figura 51 - Patamares de viscosidade em função da rotação – amostra com  $C_v = 15\%$ .**

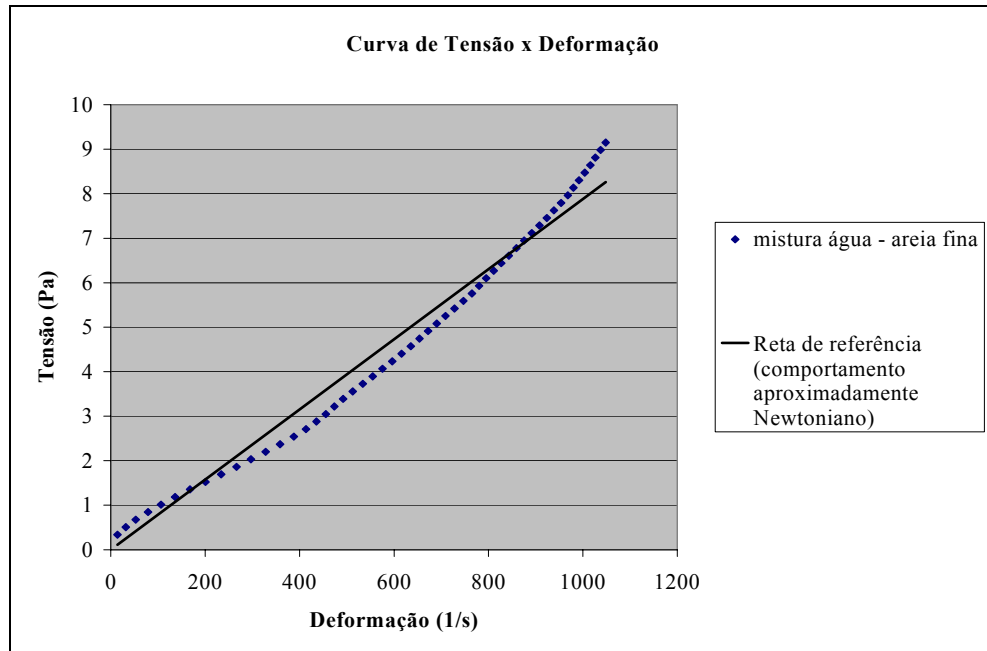


Figura 52 - Patamares de viscosidade constante em gráfico Tensão x Deformação – amostra com  $C_v = 15\%$ .

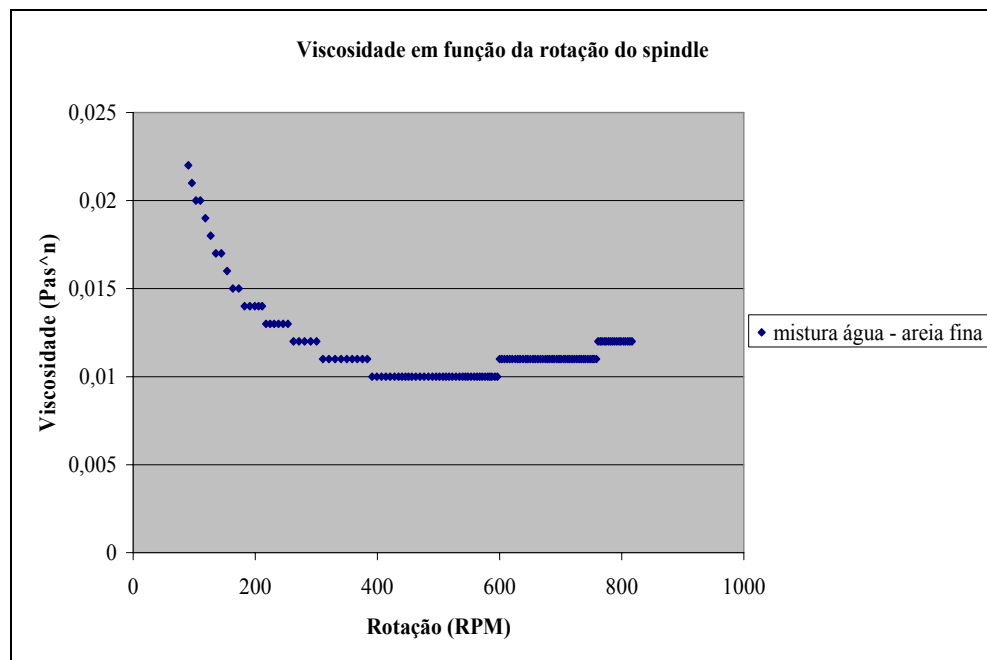
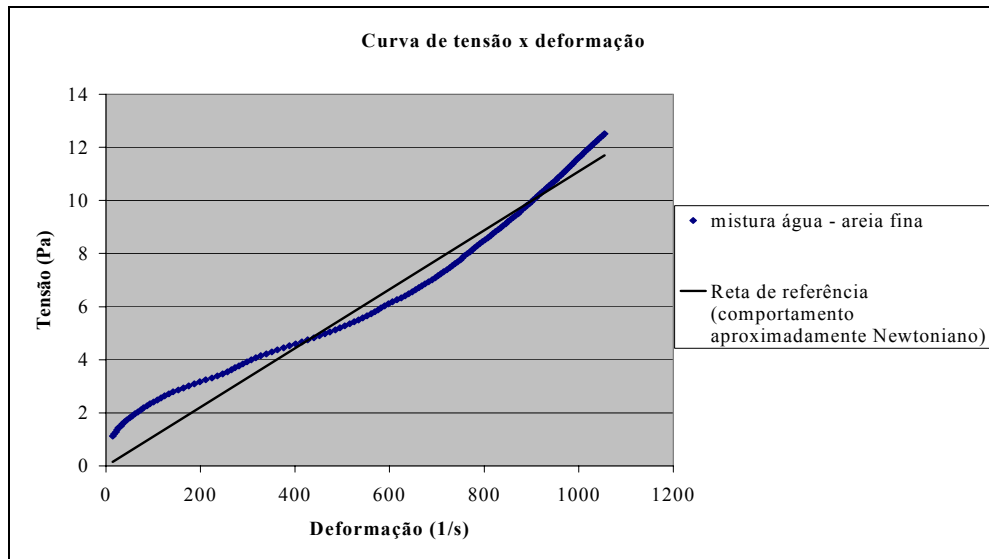


Figura 53 - Patamares de viscosidade em função da rotação – Amostra com  $C_v = 20\%$ .



**Figura 54 - Patamares de viscosidade constante em gráfico Tensão x Deformação – Amostra com  $C_v = 20\%$ .**

Um fator que influencia muito nas características das curvas de Tensão x Deformação é a curva granulométrica da areia utilizada. Isso ocorre, como já foi dito, pelo fato da ressuspensão depender do peso das partículas, assim, as faixas de rotação dependem das porcentagens dos diâmetros das amostras.

Para melhor demonstrar que as faixas de ressuspensão dependem do diâmetro das partículas foram feitos novos ensaios com a mesma areia peneirada com granulometria entre as peneira 40 e 60. Foram plotadas curvas confrontando misturas criadas com areia peneirada e areia normal e obtidos os seguintes gráficos:

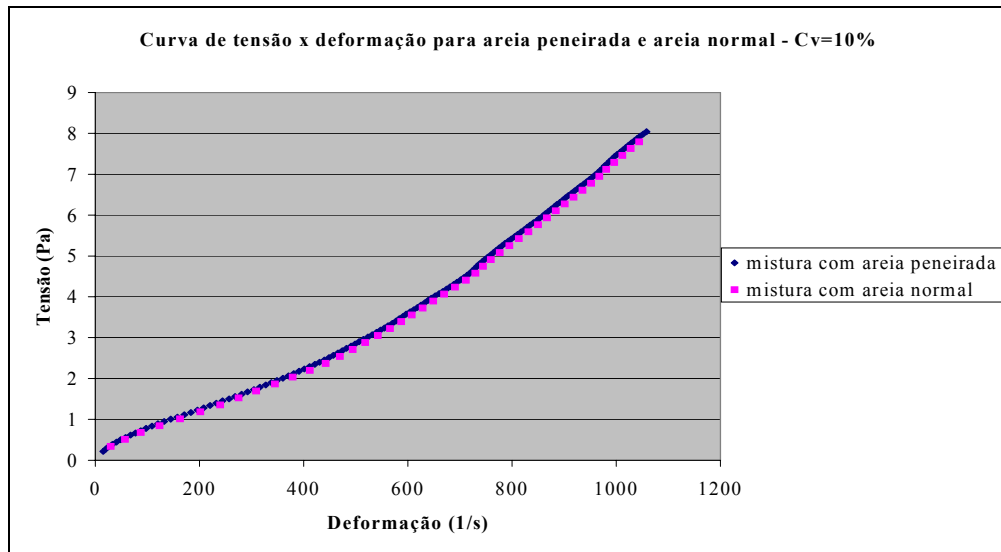


Figura 55 - Curvas de confrontação entre misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com  $C_v=10\%$ .

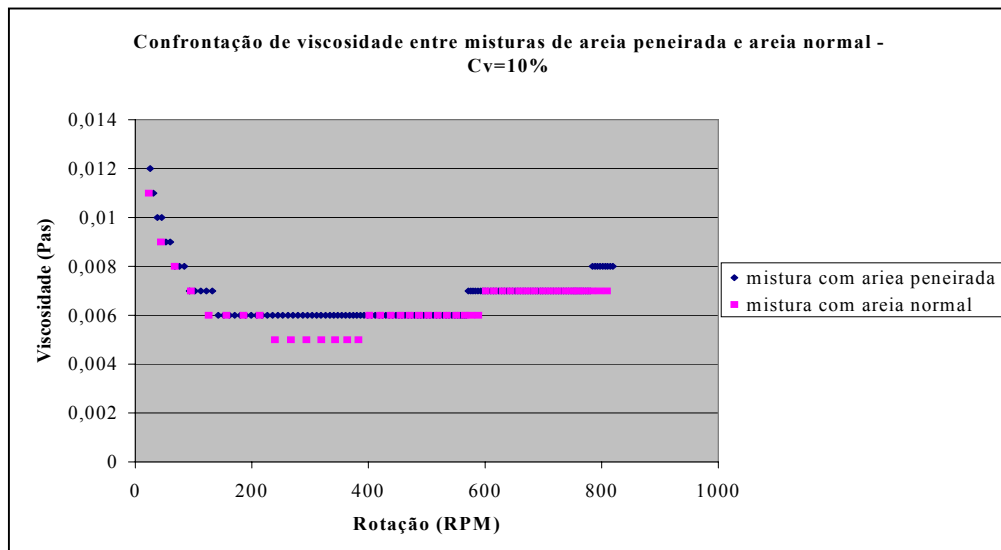


Figura 56 - Confrontação entre viscosidades misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com  $C_v=10\%$ .

Não foram observadas diferenças significativas nas curvas de Tensão x Deformação das misturas devido à baixa concentração em volume de sólidos nas misturas, porém diferenças podem ser vistas nas curvas de viscosidade x rotação. Nessa curva pode ser observado que o patamar de viscosidade mínima é maior para a mistura formada com areia peneirada do que a formada com areia normal.

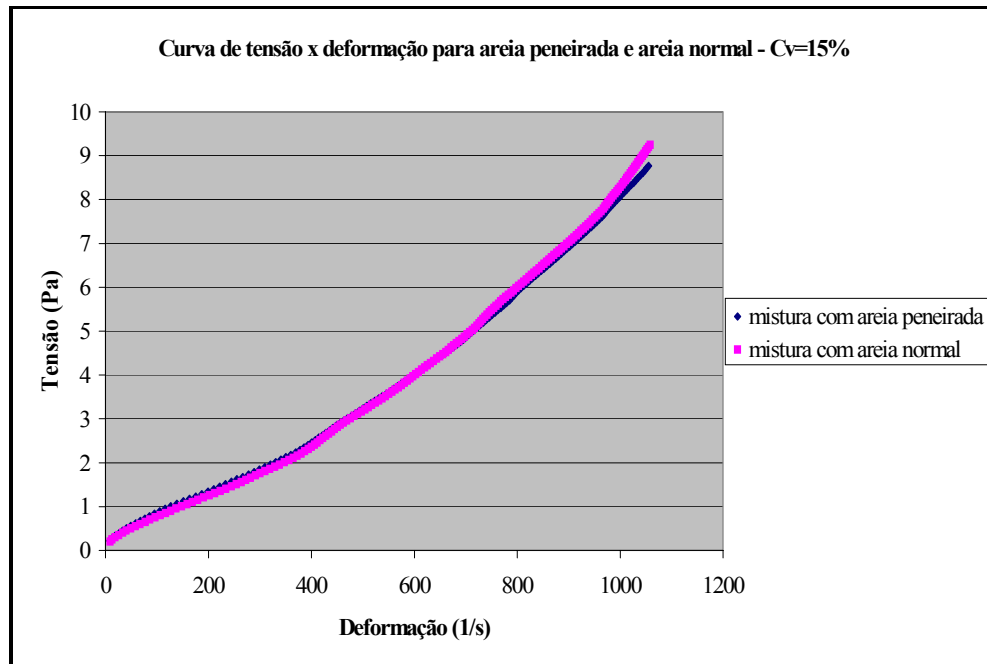


Figura 57 - Curvas de confrontação entre misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com  $C_v=15\%$ .

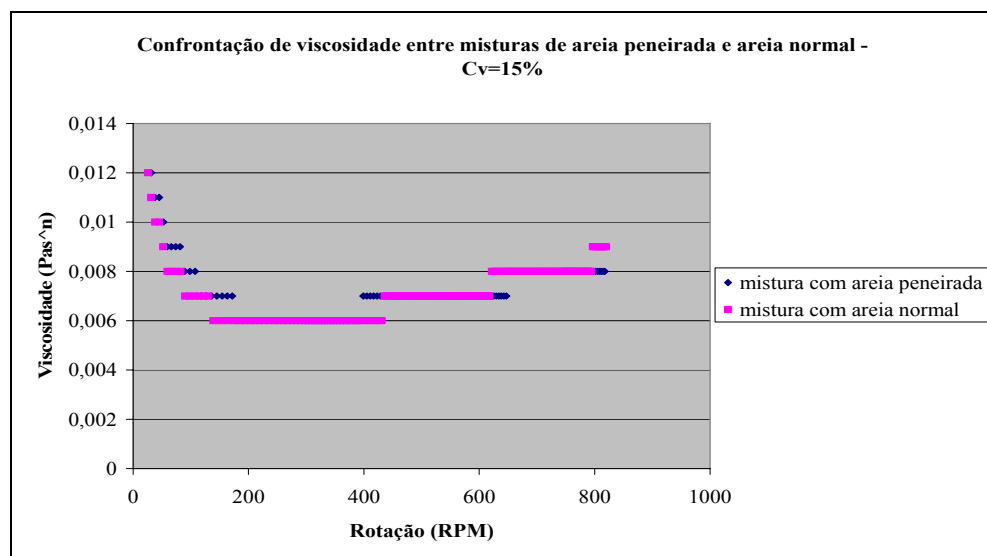


Figura 58 - Confrontação entre viscosidades misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com  $C_v=15\%$ .

Para as misturas com concentração em volume de 15% de sólidos de areia peneirada e areia normal pôde-se observar diferenças em ambos os gráficos. No gráfico de Tensão x Deformação se pode notar um ponto de aumento de viscosidade, devido a ressuspensão de material na amostra preparada com areia normal mais significativas que não ocorre na mistura preparada com areia peneirada, essa variação também pode ser observada no gráfico

viscosidade x rotação. Essa diferenciação é devido ao fato de que a areia peneirada contém granulometria mais constante e, conseqüentemente, menos patamares de ressuspensão.

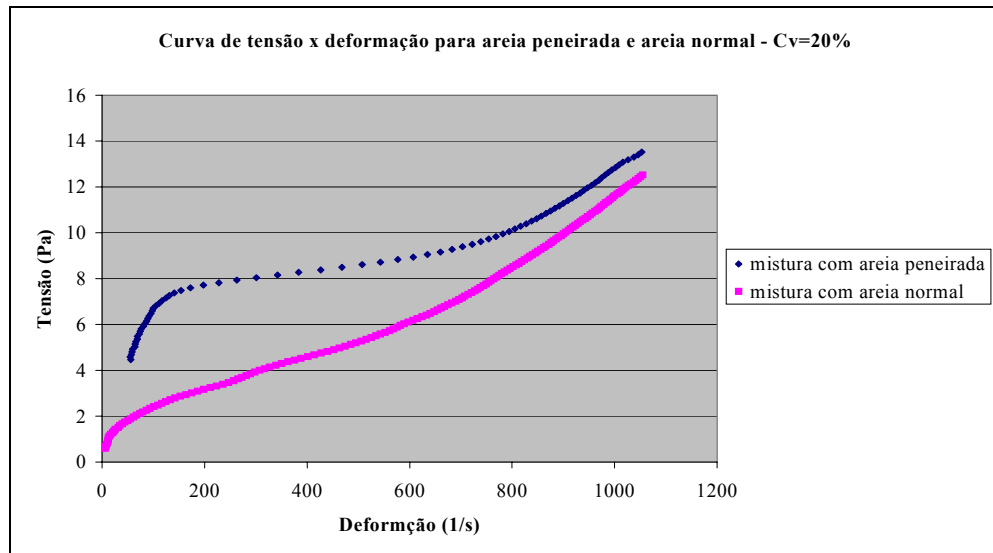


Figura 59 - Curvas de confrontação entre misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com Cv=20%.

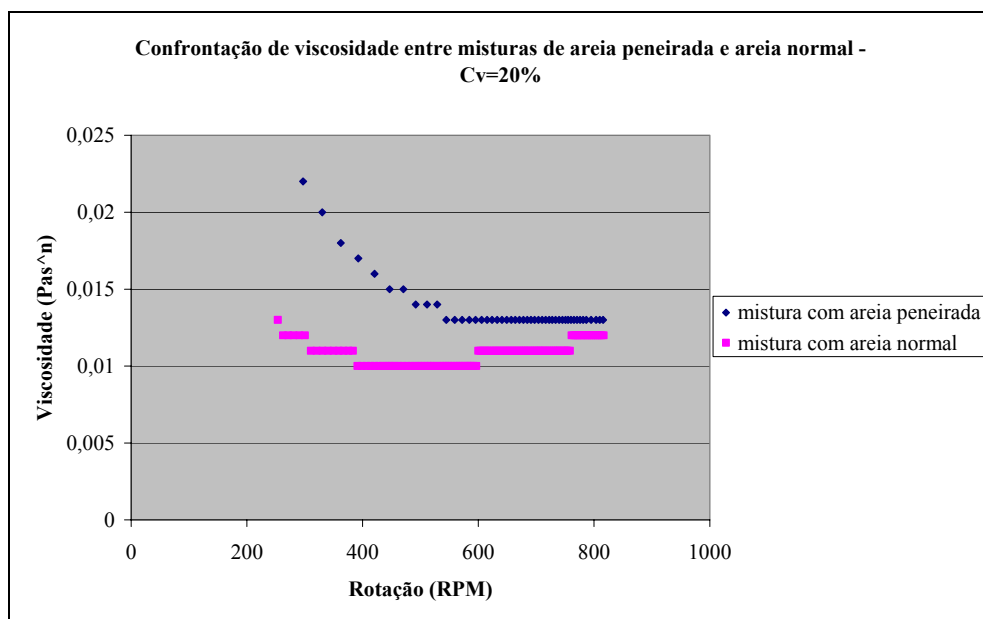


Figura 60 - Confrontação entre viscosidades misturas criadas com areia peneirada e areia normal – Amostra com Cv=20%.

Para a concentração de 20% em volume de sólidos pode ser observado que, devido a grande concentração de material sólido, ocorre uma grande faixa de trabalho na fase de

rearranjo das partículas sedimentadas, principalmente na amostra preparada com areia peneirada. Assim pode ser visto nas Figuras 59 e 60 que a amostra formada por areia peneirada tem menos patamares de viscosidade constante.

## Comentários

Para melhor entender o efeito causado pela variação de material na mistura que pode levar a um aumento ou diminuição da viscosidade da matriz fluida, ou um aumento ou diminuição da quantidade de grãos em suspensão, foram plotados gráficos com equivalentes concentrações em volume de materiais sólidos, porém formados com diferentes proporções de areia e argila.

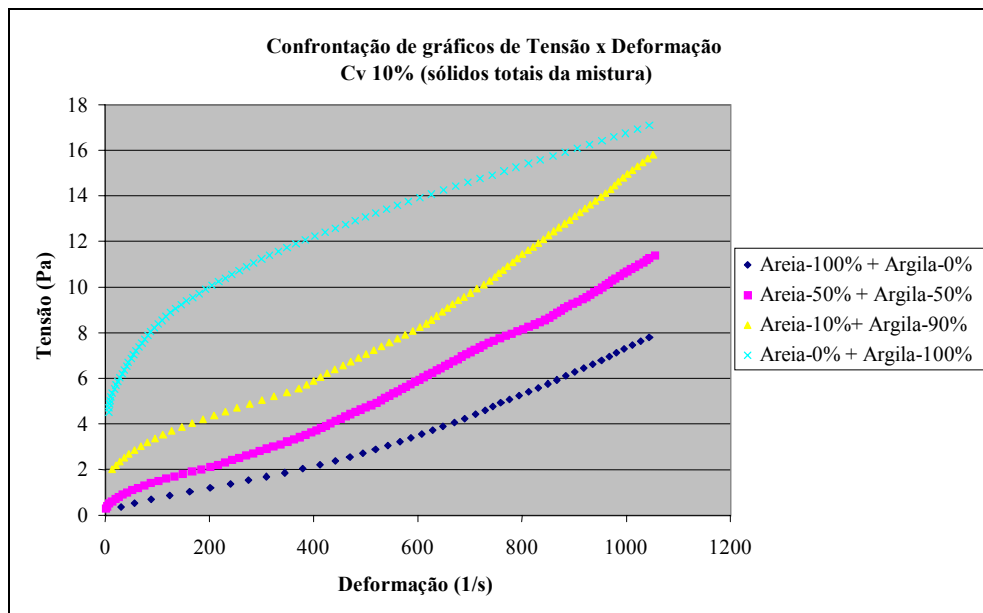
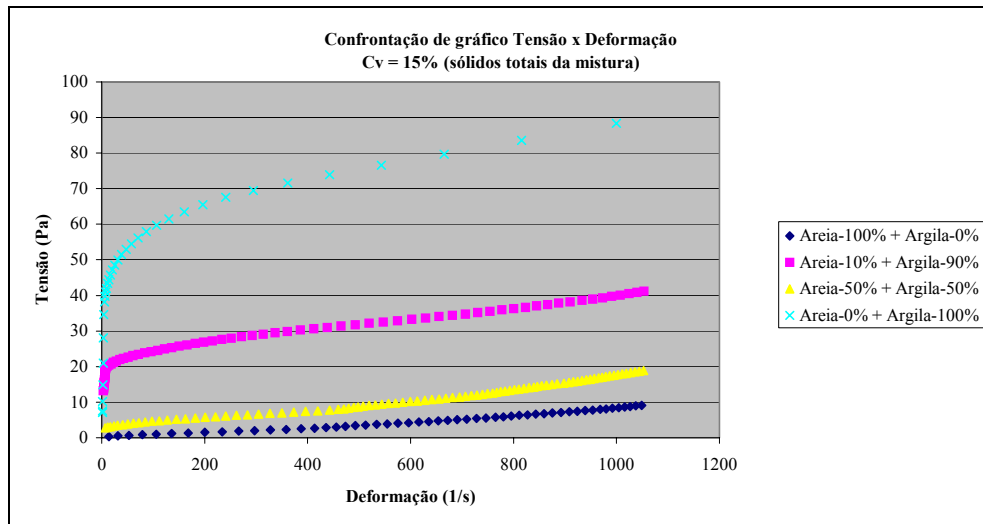


Figura 61 - Confrontação da curva de Tensão x Deformação para diferentes proporções de mistura água - areia fina - argila (Cv=10% de sólidos totais na mistura).



**Figura 62 - Confrontação da curva de Tensão x Deformação para diferentes proporções de mistura água - areia fina – argila (Cv=15% de sólidos totais na mistura).**

Por fim, valeria ressaltar que trata-se de assunto delicado e ainda aberto a investigações, necessitando, pois, de mais ensaios que permitirão arrolar análises mais qualitativas e quantitativas para as misturas água+areia fina+argila caulínica, como elemento de entendimento e norteador de modelo reológico (a ser validado) para a evolução de frentes de lama e detritos produzidos por cheias.

Globalmente observa-se uma boa adequabilidade do modelo reológico de “Herschel-Bulkley” para matrizes predominantemente argilosas e certa predominância de comportamento Newtoniano para as misturas com fração de areia mais significativas.

## 4.2 Caracterização Dinâmica dos Escoamentos Hiperconcentrados

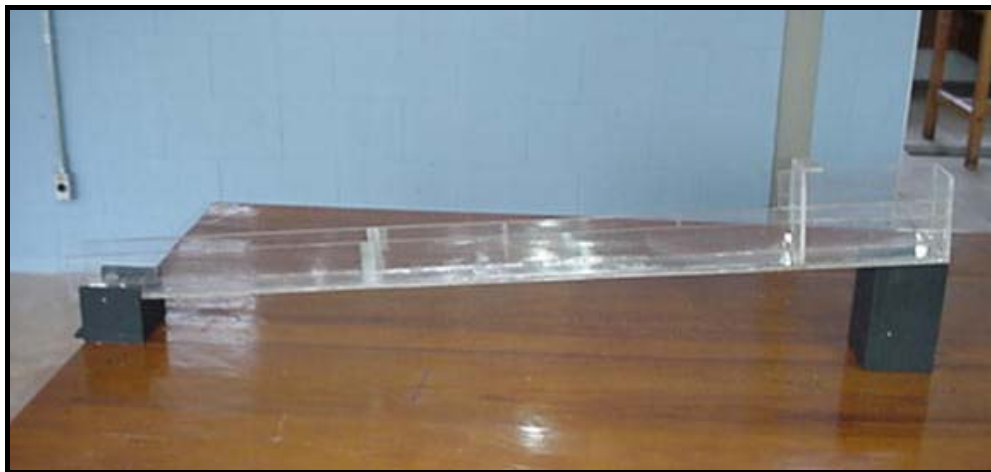
### 4.2.1 Canal piloto (6 cm de largura)

Depois de realizados todos os ensaios básicos de caracterização dos materiais (argila e areia fina-argila), pôde-se preparar misturas com várias concentrações e fazer com que as mesmas escoassem em um mini-canal (canal piloto) construído no laboratório.

O canal piloto com dimensões 0,06x0,06x1,20 m e declividades de 5°, 10° e 15° foi confeccionado em acrílico, com reservatório de montante conforme Figuras 63 e 64.



**Figura 63 – Detalhe do aparato para a variação da declividade.**



**Figura 64 – Canal piloto de acrílico.**

A etapa seguinte consistiu na preparação das misturas com as seguintes concentrações em volume (Cv): 10 %, 15 % e 20 %.

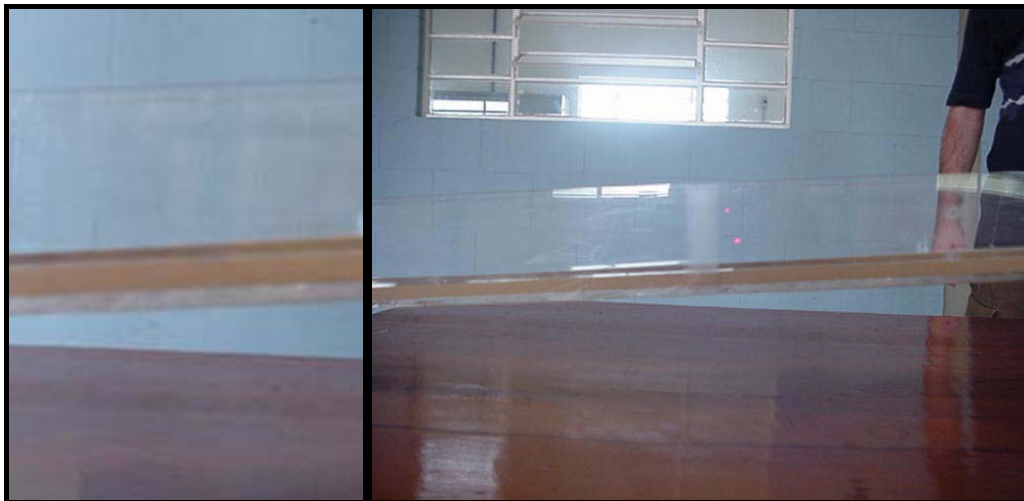
De posse das misturas devidamente preparadas e com suas respectivas concentrações, algumas misturas foram ensaiadas no mini-canal para algumas declividades (9%, 18% e 27%). Pôde-se daí tirar algumas conclusões, a saber:

1 – Em se tratando da mistura água+argila, com concentração de 10%, a mesma escoou normalmente; no entanto, a mistura com concentração de 20%, apresentou um

comportamento viscoplástico com possível tensão crítica de cisalhamento aparentemente alta, o que praticamente impediu seu escoamento completo (Figuras 65 e 66).



**Figura 65 – Vista superior do escoamento (água+argila).**



**Figura 66 – Vista lateral do escoamento (água+argila).**

Após realizados os testes supracitados, preparou-se uma amostra com concentração em volume  $C_v=10,21\%$  e colocou-se a mesma para escoar no canal piloto. O sistema de

recirculação funciona com o auxílio de uma bomba centrífuga de 1,0 cv e 3450 rpm conforme Figuras 67 e 68.



**Figura 67 – Canal piloto com sistema de recirculação.**



**Figura 68 – Detalhe da bomba.**

Variou-se a vazão na faixa de 0,1 l/s a 0,6 l/s aproximadamente, e declividade de 10° e 15°. As leituras de lâmina normal foram feitas com uma régua fina metálica sem “perturbar” o escoamento. Os resultados são apresentados na Tabela 9.

Ao mesmo tempo, coletou-se uma amostra para o ensaio reológico no reômetro. Os parâmetros tais como tensão crítica de cisalhamento ( $\tau_c$ ), viscosidade aparente (K) e índice de escoamento (n) são também apresentados na Tabela 9.

**Tabela 9. Dados do escoamento em canal piloto (L = 6 cm)**

|           | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s^n) | Cv<br>(%) | ros<br>(Kg/m^3) | g    | ro<br>(Kg/m^3) | sini  | h<br>(m) | Qexp<br>(m^3/s) | L<br>(m) | qexp<br>(m^3/s/m) |
|-----------|------|------------|---------------|-----------|-----------------|------|----------------|-------|----------|-----------------|----------|-------------------|
| Decliv. 1 | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 2620            | 9,81 | 1165,402       | 0,174 | 0,024    | 0,00014         | 0,06     | 0,002292          |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 2620            | 9,81 | 1165,402       | 0,174 | 0,025    | 0,00028         | 0,06     | 0,004414          |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 2620            | 9,81 | 1165,402       | 0,174 | 0,03     | 0,00052         | 0,06     | 0,008305          |
| Decliv. 2 | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 2620            | 9,81 | 1165,402       | 0,259 | 0,019    | 0,00013         | 0,06     | 0,002133          |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 2620            | 9,81 | 1165,402       | 0,259 | 0,021    | 0,00015         | 0,06     | 0,002427          |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 2620            | 9,81 | 1165,402       | 0,259 | 0,022    | 0,00026         | 0,06     | 0,004108          |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 2620            | 9,81 | 1165,402       | 0,259 | 0,024    | 0,00054         | 0,06     | 0,00865           |

sendo:

n: índice de escoamento;

K: viscosidade aparente;

ros: massa específica dos sólidos;

i: declividade do canal;

Qexp: vazão;

qexp: vazão por unidade de largura;

tc: tensão crítica de cisalhamento,

Cv: concentração em volume;

g: aceleração gravitacional;

h: altura da lâmina normal;

L: largura do canal piloto;

ro: massa específica da mistura.

#### 4.2.2 Canal piloto (30 cm de largura)

Para fluidos com baixa concentração em volume de sólidos, o canal de 6 cm de largura apresentou bons resultados de ensaios, isso porque a lâmina gerada foi pequena (bem menor que a largura), entretanto para fluidos mais concentrados a lâmina produzida foi alta (da ordem da largura), dessa forma, a condição  $h_0 \ll L$ , sendo L a largura do canal não foi verificada. Assim exposto, fez-se necessário a utilização de um canal mais largo, de dimensões 10 x 30 x 200 cm, para suprir essa necessidade, cujos resultados mostraram-se

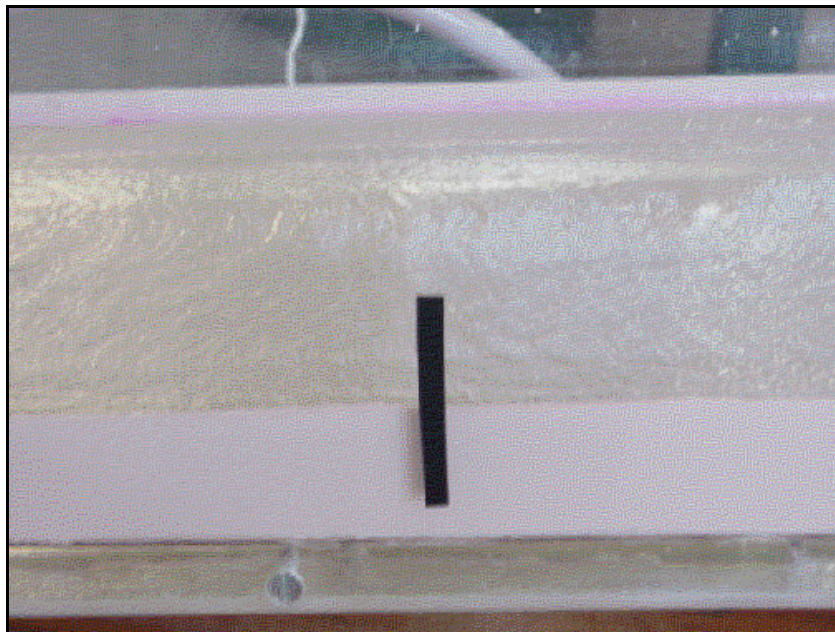
mais coerentes, conforme apresentado a seguir. Para isto, tentou-se então, definir uma metodologia de ensaio mais afinada, como se segue.

### **Metodologia formal de ensaios:**

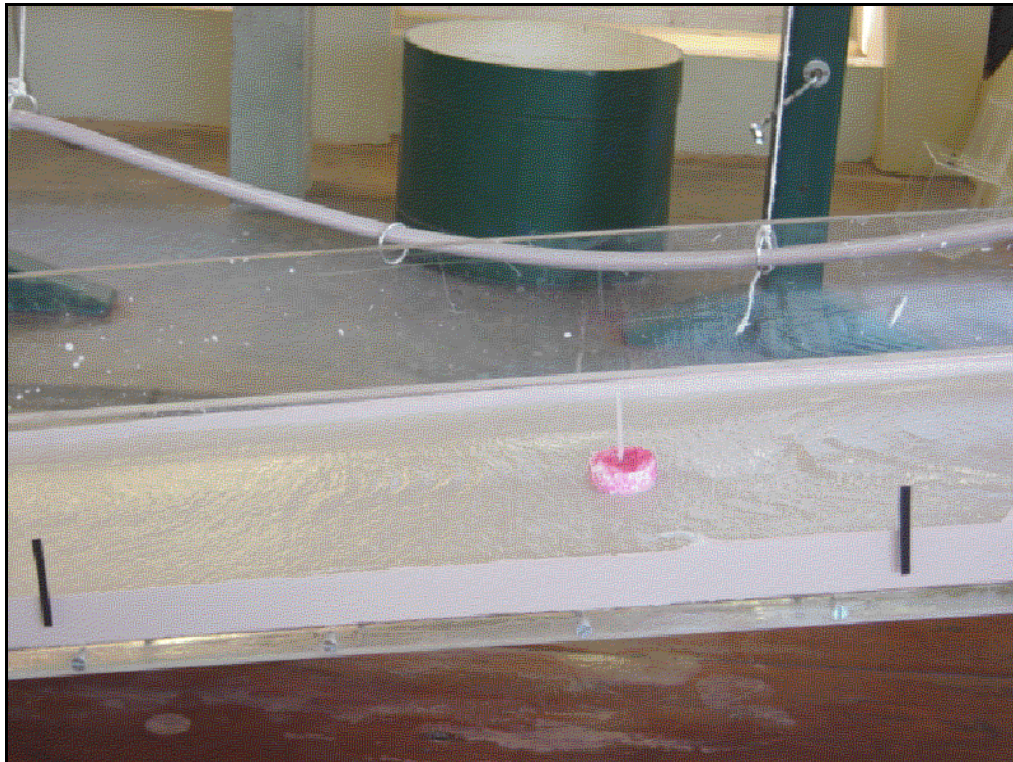
Os ensaios foram realizados da seguinte forma:

#### **- Determinação da velocidade superficial:**

Para a determinação da velocidade superficial foi utilizado um flutuador que percorre uma distância determinada em um tempo cronometrado, assim foi possível a determinação dessa velocidade. Com a velocidade superficial e altura da lâmina obteve-se a medição indireta da vazão (ainda a ser corrigida), mas que foi comparada com a medição direta mostrada a seguir.



**Figura 69 - Marca de referência para determinação de velocidade superficial.**



**Figura 70: Marca de referência e flutuador para determinação de velocidade superficial.**

Para uma melhor visualização das linhas de corrente foram feitos ensaios com traçadores. Esse ensaio tem a finalidade de demonstrar a configuração das linhas no canal piloto, conforme apresentado nas figuras 71 e 72.



**Figura 71 - Lançamento do traçador (canal de dimensões 30 cm de largura por 200 cm de comprimento).**



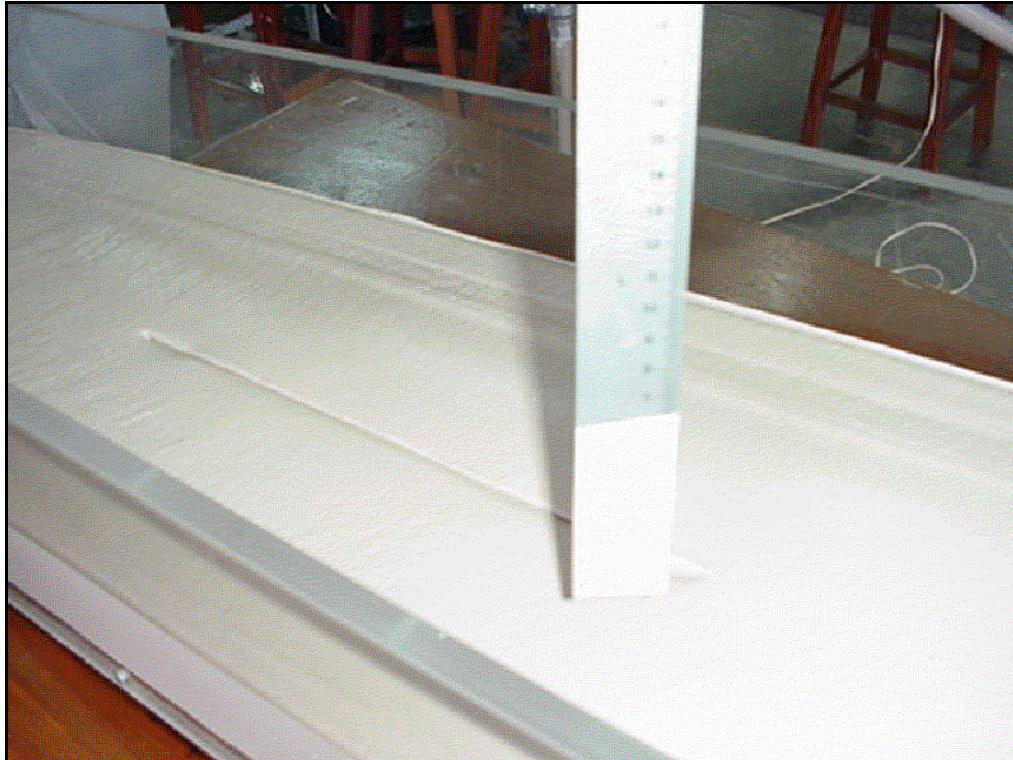
**Figura 72 - Abertura da pluma (canal de dimensões 30 cm de largura por 200 cm de comprimento).**

**- Determinação da lâmina:**

Para a determinação da lâmina, após o escoamento ter se estabilizado, foi utilizada uma régua de aço *inva* com zero na própria extremidade e precisão de 0.5 mm. A régua era mergulhada no fluido em escoamento e a altura da lâmina era medida.



**Figura 73 - Determinação da altura da lâmina.**



**Figura 74 - Determinação da altura da lâmina.**

**- Determinação direta da vazão:**

Para a determinação da vazão foi feita a medição do volume recolhido em proveta graduada e do tempo necessário para que esse volume fosse recolhido. Com esses dados foi possível a determinação da vazão.

**- Determinação da declividade do canal:**

Para a determinação da declividade do canal foi medida a altura da parte posterior do conjunto e do comprimento do trecho retilíneo a partir da ponta da mesa que está no mesmo plano da base do suporte que eleva o canal.

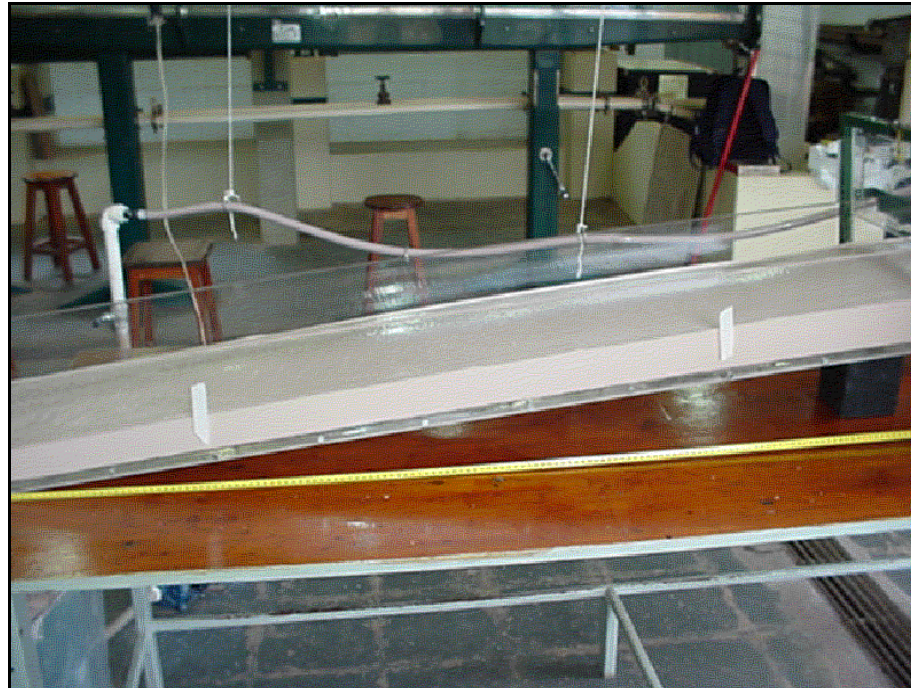


Figura 75 - Determinação da declividade do canal.

Seguindo o mesmo procedimento de ensaio realizado no canal piloto de menores dimensões, preparou-se uma mistura com  $C_v = 10,28\%$  e colocou-se para escoar no canal de 30 cm de largura. Novamente os ensaios foram realizados para declividades do canal de  $10^\circ$  e  $15^\circ$ , sendo que para cada declividade foram usadas 3 vazões distintas.

Os dados do escoamento e das características reológicas do material encontram-se na Tabela 10.

Tabela 10. Dados do escoamento em canal piloto ( $L = 30$  cm).

|           | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s <sup>n</sup> ) | Cv<br>(%) | ros<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | g    | ro<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | sini  | h<br>(m) | Qexp<br>(m <sup>3</sup> /s) | L<br>(m) | qexp<br>(m <sup>3</sup> /s/m) |
|-----------|------|------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|------|----------------------------|-------|----------|-----------------------------|----------|-------------------------------|
| Decliv. 1 | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 2620                        | 9,81 | 1166,536                   | 0,174 | 0,015    | 0,00012                     | 0,3      | 0,000392                      |
|           | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 2620                        | 9,81 | 1166,536                   | 0,174 | 0,016    | 0,00015                     | 0,3      | 0,000505                      |
|           | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 2620                        | 9,81 | 1166,536                   | 0,174 | 0,014    | 0,00026                     | 0,3      | 0,000879                      |
| Decliv. 2 | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 2620                        | 9,81 | 1166,536                   | 0,259 | 0,013    | 9E-05                       | 0,3      | 0,000299                      |
|           | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 2620                        | 9,81 | 1166,536                   | 0,259 | 0,012    | 0,0001                      | 0,3      | 0,000339                      |
|           | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 2620                        | 9,81 | 1166,536                   | 0,259 | 0,012    | 0,00014                     | 0,3      | 0,000474                      |

### **4.2.3 Canal Residente**

Seguindo os mesmos procedimentos dos ensaios realizados nos canais-piloto, pôde-se ensaiar diversas misturas conforme metodologia abaixo descrita.

O aparato experimental consiste em um canal de 10 metros de comprimento e até 0,60 metros de largura. Possui dispositivo que permite a variação da seção transversal interna, que pode ser retangular ou trapezoidal. Com o auxílio de um macaco hidráulico, pode-se também, variar a declividade até 30 %. Todo aparato experimental é ilustrado no final deste item.

Tem-se um sistema de recirculação fechado onde o fluxo hiperconcentrado é garantido por intermédio de uma bomba (Moto-Bomba Helicoidal 7,5 CV) que recalca lama para um reservatório de nível constante, e que é laminada por orifícios na etapa subsequente adentrando pelo canal. O controle de vazão é feito por um inversor de frequência que controla a rotação da bomba e por medida volumétrica e tempo de enchimento de um recipiente graduado a cada 500 ml. As lâminas normais são aferidas tanto por régua metálica, quanto pelos sensores ultrasônicos. As lâminas normais foram tomadas em 3 pontos numa faixa de 2 m (da ordem de pelo menos 40 vezes a lâmina normal).

De uma maneira global, o erro experimental sobre a qualidade da comparação teórico-experimental fica bem locado sobre o erro da medida da lâmina normal. Em se desprezando as flutuações de massa específica e assumindo erros relativos máximos na declividade,  $\tau_c$ ,  $K$ ,  $n$ , velocidades, etc; o erro experimental máximo seria da ordem de 30 %.

Os experimentos foram realizados no canal com diferentes declividades, diversas vazões, para misturas sólido-líquido (água+argila caulinítica), sob diferentes concentrações em volume ( $C_v$ ). As propriedades reológicas (viscosidade aparente, tensão crítica e índice de escoamento) dessas misturas também foram determinadas (conforme Tabela 11).

Variou-se a vazão na faixa de 1,0 l/s a 10,0 l/s aproximadamente, e declividade de 6,33%, 12,16% e 17,40%. Para o estudo em questão, fixou-se uma seção retangular com largura de aproximadamente 32,2cm. Os resultados das diversas concentrações em volume são apresentados a seguir:

-  $C_v = 5,70 \%$

**Tabela 11.Dados do escoamento em canal residente**

|         | n | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s <sup>n</sup> ) | Cv<br>(%) | ros<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | g    | ro<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | sini   | h<br>(m) | Qexp<br>(m <sup>3</sup> /s) | L<br>(m) | qexp<br>(m <sup>3</sup> /s/m) |
|---------|---|------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|------|----------------------------|--------|----------|-----------------------------|----------|-------------------------------|
| decliv1 | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,0632 | 0,0050   | 0,00099                     | 0,322    | 0,003059                      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,0632 | 0,0063   | 0,00156                     | 0,322    | 0,004845                      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,0632 | 0,0057   | 0,00224                     | 0,322    | 0,006944                      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,0632 | 0,0060   | 0,00274                     | 0,322    | 0,008503                      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,0632 | 0,0070   | 0,00350                     | 0,322    | 0,01087                       |
| decliv2 | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,1207 | 0,0072   | 0,00305                     | 0,322    | 0,009457                      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,1207 | 0,0080   | 0,00393                     | 0,322    | 0,012199                      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,1207 | 0,0097   | 0,00434                     | 0,322    | 0,013469                      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,1207 | 0,0113   | 0,00519                     | 0,322    | 0,016121                      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254                   | 5,7       | 2620                        | 9,81 | 1092,34                    | 0,1207 | 0,0122   | 0,00636                     | 0,322    | 0,019748                      |

-  $C_v = 9,24 \%$

**Tabela 12.Dados do escoamento em canal residente**

|         | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s <sup>n</sup> ) | Cv<br>(%) | ros<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | g<br>(m/s <sup>2</sup> ) | ro<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | sini   | h<br>(m) | Qexp<br>(m <sup>3</sup> /s) | L<br>(m) | qexp<br>(m <sup>3</sup> /s/m) |
|---------|------|------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|--------------------------|----------------------------|--------|----------|-----------------------------|----------|-------------------------------|
| decliv1 | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,0632 | 0,0090   | 0,00229                     | 0,322    | 0,00711                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,0632 | 0,0107   | 0,00336                     | 0,322    | 0,01042                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,0632 | 0,0113   | 0,00415                     | 0,322    | 0,01288                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,0632 | 0,0128   | 0,00479                     | 0,322    | 0,01487                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,0632 | 0,0143   | 0,00557                     | 0,322    | 0,01729                       |
| decliv2 | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1207 | 0,0077   | 0,00229                     | 0,322    | 0,00711                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1207 | 0,0083   | 0,00346                     | 0,322    | 0,01074                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1207 | 0,0102   | 0,00422                     | 0,322    | 0,01311                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1207 | 0,0107   | 0,00455                     | 0,322    | 0,01414                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1207 | 0,0125   | 0,00555                     | 0,322    | 0,01722                       |
| decliv3 | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1714 | 0,0080   | 0,00223                     | 0,322    | 0,00692                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1714 | 0,0083   | 0,00317                     | 0,322    | 0,00986                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1714 | 0,0092   | 0,00406                     | 0,322    | 0,01261                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1714 | 0,0105   | 0,00451                     | 0,322    | 0,01400                       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481                    | 9,24      | 2620                        | 9,81                     | 1149,688                   | 0,1714 | 0,0113   | 0,00563                     | 0,322    | 0,01750                       |

-  $C_v = 11,00 \%$

**Tabela 13.Dados do escoamento em canal residente**

|         | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s <sup>n</sup> ) | Cv<br>(%) | ros<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | g<br>(m/s <sup>2</sup> ) | ro<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | sini   | h<br>(m) | Qexp<br>(m <sup>3</sup> /s) | L<br>(m) | qexp<br>(m <sup>3</sup> /s/m) |
|---------|------|------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|--------------------------|----------------------------|--------|----------|-----------------------------|----------|-------------------------------|
| decliv1 | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,0632 | 0,0177   | 0,00194                     | 0,322    | 0,00602                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,0632 | 0,0190   | 0,00295                     | 0,322    | 0,00916                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,0632 | 0,0200   | 0,00392                     | 0,322    | 0,01216                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,0632 | 0,0200   | 0,00492                     | 0,322    | 0,01529                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,0632 | 0,0210   | 0,00552                     | 0,322    | 0,01714                       |
| decliv2 | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1207 | 0,0137   | 0,00241                     | 0,322    | 0,00749                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1207 | 0,0150   | 0,00370                     | 0,322    | 0,01148                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1207 | 0,0143   | 0,00460                     | 0,322    | 0,01428                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1207 | 0,0150   | 0,00493                     | 0,322    | 0,01531                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1207 | 0,0157   | 0,00634                     | 0,322    | 0,01970                       |
| decliv3 | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1714 | 0,0100   | 0,00381                     | 0,322    | 0,01183                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1714 | 0,0127   | 0,00438                     | 0,322    | 0,01361                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1714 | 0,0140   | 0,00471                     | 0,322    | 0,01463                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1714 | 0,0147   | 0,00552                     | 0,322    | 0,01715                       |
|         | 0,43 | 8,37       | 0,6804                    | 11        | 2620                        | 9,81                     | 1178,2                     | 0,1714 | 0,0140   | 0,00622                     | 0,322    | 0,01931                       |

-  $C_v = 13,00 \%$

**Tabela 14.Dados do escoamento em canal residente**

|         | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s^n) | Cv<br>(%) | ros<br>(Kg/m^3) | g<br>(m/s^2) | ro<br>(Kg/m^3) | sini   | h<br>(m) | Qexp<br>(m^3/s) | L<br>(m) | qexp<br>(m^3/s/m) |
|---------|------|------------|---------------|-----------|-----------------|--------------|----------------|--------|----------|-----------------|----------|-------------------|
| decliv1 | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,0632 | 0,0247   | 0,00190         | 0,322    | 0,00589           |
|         | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,0632 | 0,0257   | 0,00294         | 0,322    | 0,00912           |
|         | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,0632 | 0,0243   | 0,00390         | 0,322    | 0,01211           |
|         | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,0632 | 0,0270   | 0,00500         | 0,322    | 0,01554           |
|         | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,0632 | 0,0290   | 0,00602         | 0,322    | 0,01870           |
| decliv2 | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,1207 | 0,0200   | 0,00640         | 0,322    | 0,01988           |
|         | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,1207 | 0,0200   | 0,00687         | 0,322    | 0,02134           |
| decliv3 | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,1714 | 0,0150   | 0,00626         | 0,322    | 0,01945           |
|         | 0,37 | 11,57      | 1,8427        | 13        | 2620            | 9,81         | 1210,6         | 0,1714 | 0,0150   | 0,00695         | 0,322    | 0,02158           |

-  $C_v = 15,10 \%$

**Tabela 15.Dados do escoamento em canal residente**

|         | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s^n) | Cv<br>(%) | ros<br>(Kg/m^3) | g<br>(m/s^2) | ro<br>(Kg/m^3) | sini   | h<br>(m) | Qexp<br>(m^3/s) | L<br>(m) | qexp<br>(m^3/s/m) |
|---------|------|------------|---------------|-----------|-----------------|--------------|----------------|--------|----------|-----------------|----------|-------------------|
| decliv1 | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,0632 | 0,0500   | 0,00182         | 0,322    | 0,00566           |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,0632 | 0,0510   | 0,00282         | 0,322    | 0,00876           |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,0632 | 0,0520   | 0,00366         | 0,322    | 0,01136           |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,0632 | 0,0550   | 0,00473         | 0,322    | 0,01470           |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,0632 | 0,0580   | 0,00625         | 0,322    | 0,01941           |
| decliv2 | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,1207 | 0,0300   | 0,00212         | 0,322    | 0,00659           |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,1207 | 0,0327   | 0,00304         | 0,322    | 0,00943           |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,1207 | 0,0323   | 0,00392         | 0,322    | 0,01216           |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,1207 | 0,0330   | 0,00514         | 0,322    | 0,01596           |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 2620            | 9,81         | 1244,62        | 0,1207 | 0,0330   | 0,00547         | 0,322    | 0,01699           |

### Fotos do Canal Residente e Passarela de Acesso



**Figura 76 – Canal Residente construído no Laboratório de Hidrologia e Hidrometria da FEIS/Unesp (antes da instalação do sistema de recirculação).**



**Figura 77 – Detalhe do interior do canal com a presença de uma lateral de vidro, fundo de PVC e chapa metálica que permite variação de geometria da seção transversal, e reservatório de jusante confeccionado em acrílico.**



Figura 78 – Detalhe da bomba helicoidal – 7,5 cv (figuras superiores), inversor de frequência digital para controle de vazão (figuras intermediárias) e reservatório inferior para armazenamento das misturas (figura inferior).

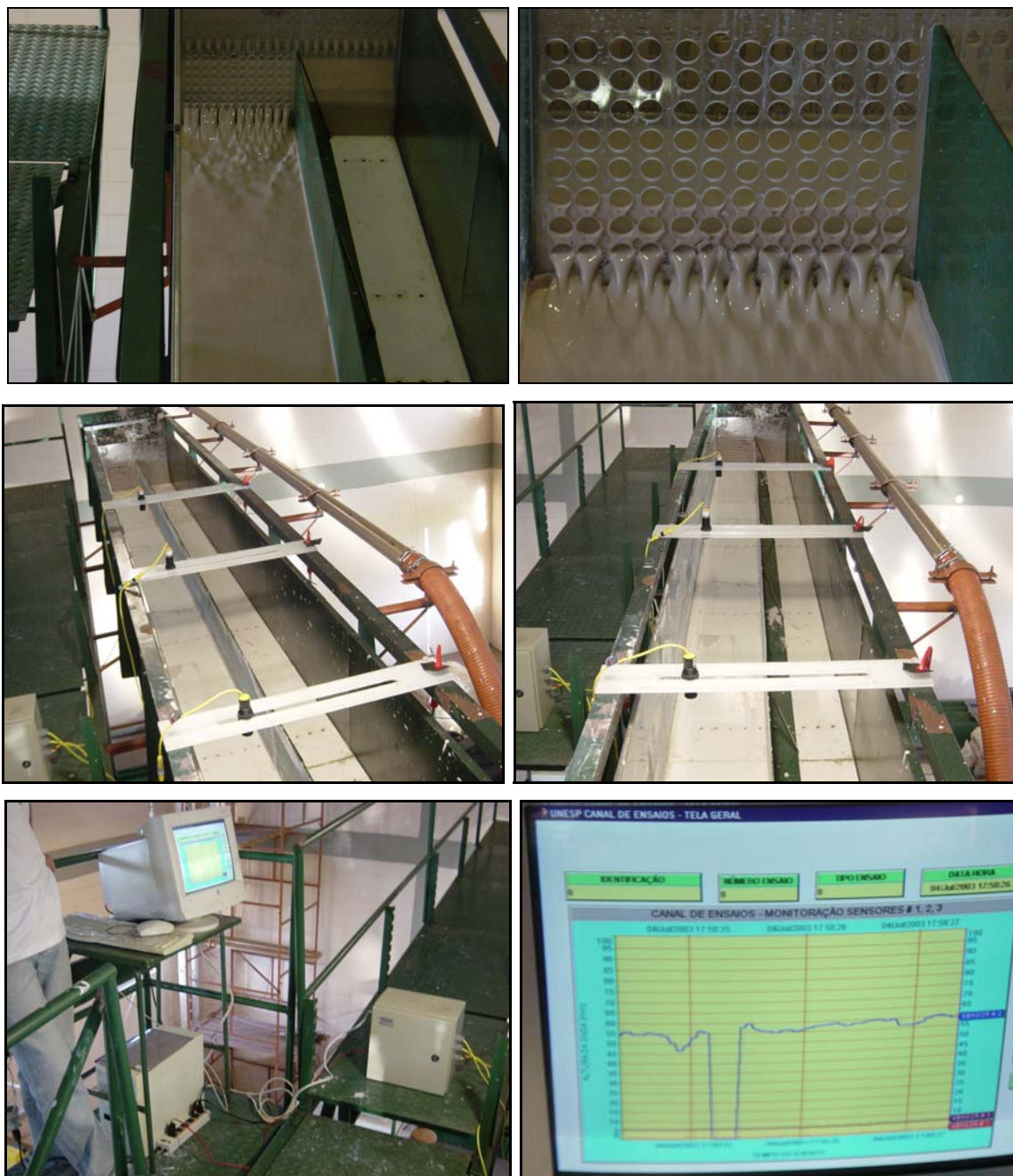


Figura 79 – Detalhes da realização do ensaio no canal residente, sensores ultrasônicos, cadeia de medição e tela de saída do Elipse Scada.

## 5 EIXO TEÓRICO

### 5.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A determinação das equações hidrodinâmicas para um escoamento hiperconcentrado sobre um plano infinito na nova reologia de Herschel-Bulkley seguiu em grandes linhas a seguinte metodologia:

1. Definição da reologia

$$\tau = \tau_c + k(\dot{\gamma})^n \quad (1)$$

2. Utilização das equações clássicas da hidrodinâmica – Conservação da massa e da quantidade de movimento (QDM).

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{conservação da massa})$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial u.v}{\partial y} + \frac{\partial u.w}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right) \quad (\text{conservação da QDM, x})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial u.v}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial v.w}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} \right) \quad (\text{conservação da QDM, y})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial u.w}{\partial x} + \frac{\partial v.w}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -g + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} \right) \quad (\text{conservação da QDM, z})$$

3. Tratamento dos tensores e suas componentes presentes no equacionamento anterior.
4. Tratamento das condições de contorno: impermeabilidade no fundo e na superfície livre, tensões no fundo, etc.
5. Adimensionalização das equações obtidas com (2,3,4), a partir de escalas convenientes.
6. Promediação das equações presentes em (5) em via de obtenção do sistema “shallow water” na nova reologia em questão. As equações "shallow water" podem ser obtidas a

partir da integração, na vertical, das equações de Navier-Stokes, às quais foi adicionada uma lei de comportamento reológico do tipo Herschel-Bulkley.

Os desenvolvimentos e resultados referentes a este tratamento encontram-se no **ANEXO A**.

## 5.2 DINÂMICA DO ESCOAMENTO DE MISTURAS

### 5.2.1 escoamento Uniforme para Fluido de Propriedades Não-Newtonianas

O sistema diferencial “shallow water” 2D se escreve na seguinte forma (conforme **ANEXO A**):

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}h}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}h}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial (h\bar{u})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{gh^2}{2} + \alpha h(\bar{u})^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha h\bar{u}\bar{v}) &= -gh \frac{\partial h_l}{\partial x} + \frac{\tau_c}{\rho} \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\tau_p}{\rho} \frac{\bar{u}}{|\bar{u}|} \\ \frac{\partial (h\bar{v})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha h\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{gh^2}{2} + \alpha h(\bar{v})^2 \right) &= -gh \frac{\partial h_l}{\partial y} + \frac{\tau_c}{\rho} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_p}{\rho} \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|} \end{aligned}$$

Partindo da hipótese de um escoamento permanente, uniforme, laminar, de um fluido incompressível, em canal inclinado, baseado no modelo de Herschel-Bulkley e referenciado ao croquis da Figura 80, tem-se:

$$\tau = \rho g \sin \theta (h - z) \quad (2)$$

$$\tau = \tau_c + k \dot{\gamma}^n \quad (3)$$

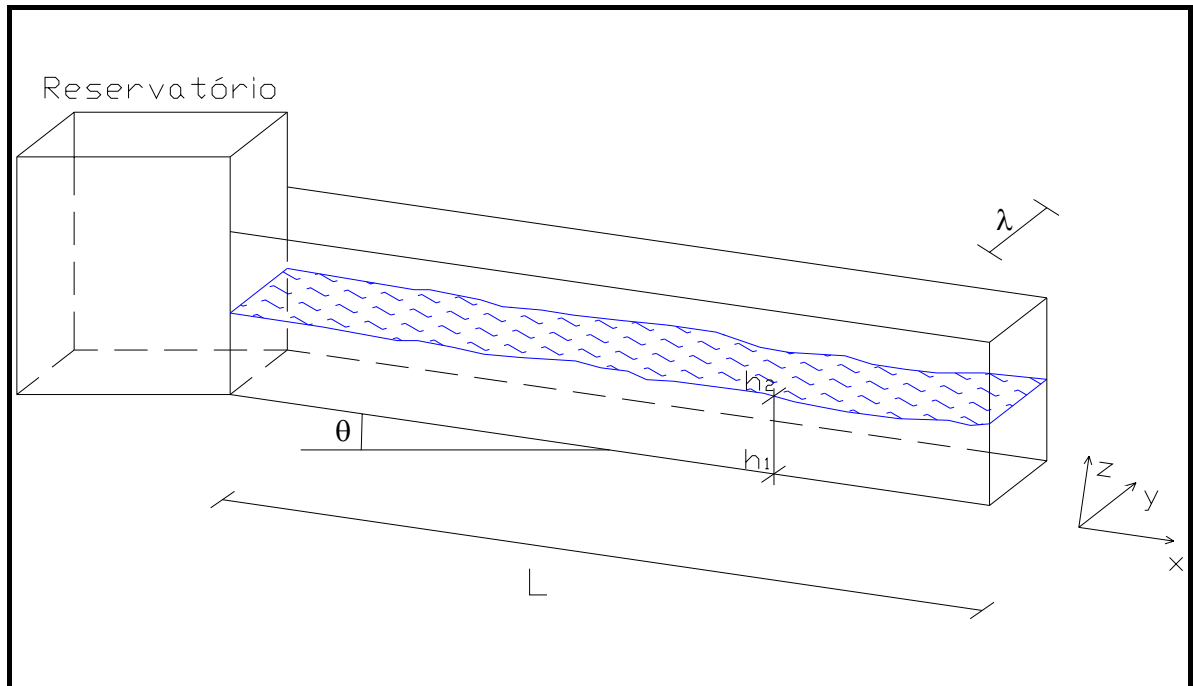


Figura 80 - Esquema com as características do escoamento e do canal:  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $L$ ,  $\theta$ ,  $\lambda$  e os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Inserindo (3) em (2) e resolvendo a equação diferencial, pode-se obter, após alguns desenvolvimentos matemáticos (**ANEXO B**), o perfil de velocidade  $u(z)$  para o fluido em questão:

$$u(z) = \frac{\alpha}{m+1} \left[ z_0^{m+1} - (z_0 - z)^{m+1} \right] \quad \text{para } z \leq z_0$$

$$u(z) = u(z_0) = \frac{\alpha}{m+1} z_0^{m+1} \quad \text{para } z_0 \leq z \leq h$$

$$\text{com } m = \frac{1}{n}; \quad z_0 = h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta}; \quad \alpha = \left( \frac{\rho g \sin \theta}{k} \right)^m$$

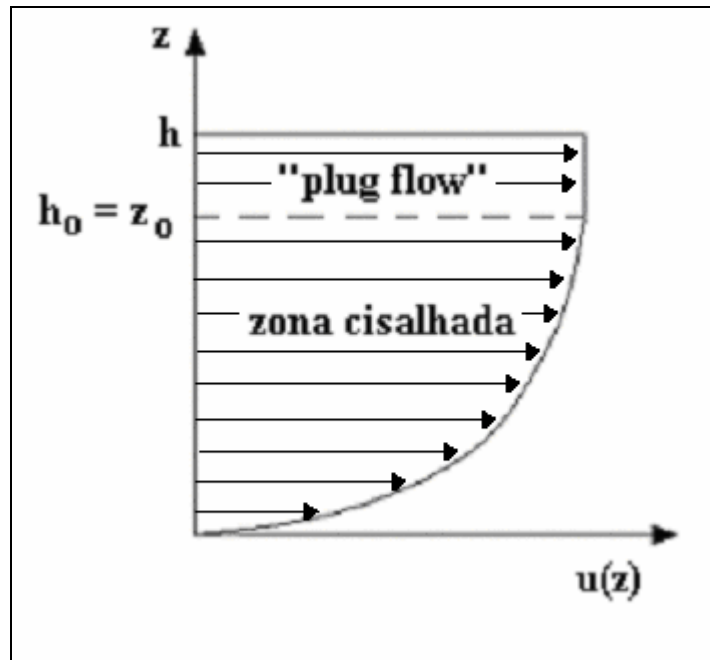


Figura 81 – Perfil de Velocidade característico na vertical para um Fluido tipo Hershel-Bulkley

Trabalhando com os grupos adimensionais:

$$U = \frac{u(z)}{u(z_0)} \quad ; Z = \frac{z}{z_0}$$

após alguns desenvolvimentos, tem-se:

$$\begin{aligned} U(Z) &= 1 - (1 - Z)^{m+1} && \text{se } Z \leq 1 \\ U(Z) &= 1 && \text{se } 1 \leq Z \leq \frac{G}{G-1} \\ \text{com } G &= \frac{\rho g h \sin \theta}{\tau_c} \end{aligned}$$

Dessa maneira, pode-se analisar a distribuição do perfil de velocidades (Figuras 82 e 83). Já na Figura 84 pode-se verificar, em detalhes, o comportamento do escoamento segundo a orientação do perfil de velocidade na transversal.

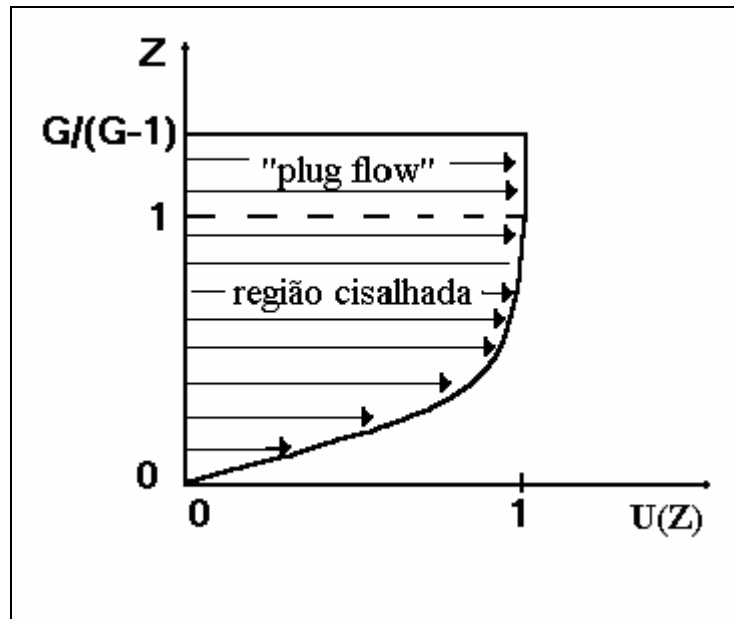


Figura 82 – Perfil de Velocidade característico para um Fluido tipo Hershel-Bulkley

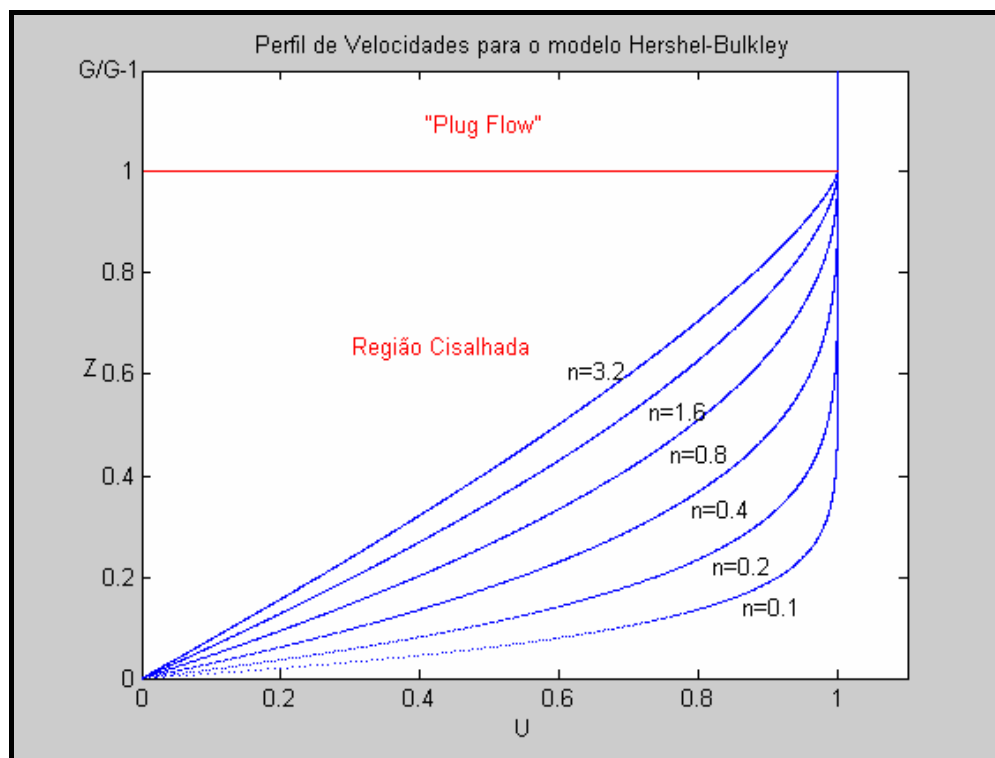


Figura 83 – Perfil de Velocidade para um Fluido tipo Hershel-Bulkley (resolução numérica com o auxílio do software Matlab 6.0)



Figura 84 – Visualização (elucidativa) de perfil transversal em canal piloto

### 5.2.2 Cálculo de $q$ : Vazão por Unidade de Largura do Canal

$$q = \int_0^h u(z) dz = \frac{\alpha}{(1+m)} \left[ \int_0^{z_0} [z_0^{(1+m)} - (z_0 - z)^{(1+m)}] dz + \int_{z_0}^h z_0^{(1+m)} dz \right]$$

Após alguns desenvolvimentos, tem-se:

$$q = \frac{\alpha}{(1+m)} z_0^{(1+m)} \left[ h - \frac{z_0}{(2+m)} \right] \quad (4)$$

Em se tratando de variáveis adimensionais, obtém-se:

$$H_b^{-m} = \frac{1}{(1+m)(2+m)} G^{-2} (G-1)^{(1+m)} [(1+m)G+1]$$

com  $H_b = \frac{\tau_c}{k} \left( \frac{h}{U} \right)^n$  (5)

$H_b$ : variável adimensional associada à vazão por unidade de largura, no modelo de Herschel-Bulkley.

### 5.3 DETERMINAÇÃO SIMPLIFICADA DE UMA LEI DE ATRITO PARA O CANAL PILOTO

De uma maneira global, tem-se da reologia:

$$\tau = \tau_c + K\dot{\gamma}^n \quad \text{dividindo por } \tau_c:$$

$$\frac{\tau}{\tau_c} = 1 + \frac{K\dot{\gamma}^n}{\tau_c},$$

$$\text{fazendo: } \frac{\text{parcela da tensão crítica}}{\text{parcela da tensão viscosa}} = H_b$$

Decorre que:

$$H_b = \frac{\tau_c}{K\dot{\gamma}^n} = \frac{\tau_c}{K\left(\frac{U}{h}\right)^n} = \frac{\tau_c}{K} \left(\frac{h}{U}\right)^n,$$

$H_b$ : número de Herschel-Bulkley.

Assim,

$$\frac{\tau}{\tau_c} = 1 + \frac{K\dot{\gamma}^n}{\tau_c} = 1 + H_b^{-1}$$

Mas em regime permanente e uniforme tem-se:

$$\tau = \rho g \sin \theta (h - z)$$

no fundo ( $z = 0$ ), o atrito é dado por:

$$\tau = \rho g \sin \theta h$$

A partir da expressão de G, tem-se:

$$\tau_p = G\tau \quad (\text{equação a ser calibrada através de dados experimentais}) \quad (6)$$

ou ainda

$$\tau(z=0) = \tau_p = \tau_c [1 + H_b^{-1}] \quad (\text{lei de atrito tipo a ser estimada}) \quad (7)$$

### 5.3.1 Determinação de uma Lei de Atrito para o Canal Piloto (L = 6 cm)

Em posse da equação característica da vazão por unidade de largura (equação 4) e dos dados colhidos quando do escoamento da amostra com concentração em volume  $C_v = 10,21\%$ , juntamente com os dados relativos à reometria, pôde-se partir para uma determinação simplificada de possíveis leis de atrito para o canal piloto em questão ( $L = 6$  cm). A Tabela 16 nos fornece uma comparação entre a vazão experimental e a vazão teórica obtida com o auxílio da equação supracitada, como se segue:

**Tabela 16. Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas**

|           | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s^n) | Cv<br>(%) | sini  | h<br>(m) | ho<br>(m) | q(teórico)<br>(m <sup>3</sup> /s/m) | L<br>(m) | qexp<br>(m <sup>3</sup> /s/m) | erro<br>(%) |
|-----------|------|------------|---------------|-----------|-------|----------|-----------|-------------------------------------|----------|-------------------------------|-------------|
| Decliv. 1 | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 0,174 | 0,024    | 0,0211    | 0,0020497                           | 0,06     | 0,002292                      | 11,8        |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 0,174 | 0,025    | 0,0221    | 0,0024219                           | 0,06     | 0,004414                      | 82,3        |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 0,174 | 0,03     | 0,0271    | 0,0050665                           | 0,06     | 0,008305                      | 63,9        |
| Decliv. 2 | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 0,259 | 0,019    | 0,0170    | 0,001808                            | 0,06     | 0,002133                      | 18,0        |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 0,259 | 0,021    | 0,0190    | 0,0027039                           | 0,06     | 0,002427                      | 11,4        |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 0,259 | 0,022    | 0,0200    | 0,0032569                           | 0,06     | 0,004108                      | 26,1        |
|           | 0,57 | 5,83       | 9,08          | 10,21     | 0,259 | 0,024    | 0,0220    | 0,0046058                           | 0,06     | 0,008650                      | 87,8        |

sendo:

q: vazão teórica por unidade de largura;

qexp: vazão por unidade de largura medida experimentalmente;

L(=λ): largura do canal piloto;

erro: erro relativo entre as vazões experimental e teórica.

Como se pôde verificar, os erros percentuais são significativos. Assim exposto, algumas considerações fazem-se necessárias e são discutidas a seguir:

- o canal piloto não apresenta largura suficientemente grande (6 cm) para que se

possa desconsiderar a presença de atrito de parede lateral;

- devido ao seu comprimento relativamente curto, existe uma variação no valor da lâmina normal ao longo do canal (remanso), o que interfere no resultado;
- a bomba utilizada não é apropriada para o escoamento de fluidos hiperconcentrados, o que afetava a garantia de regime permanente.

### **Análise dos resultados:**

Para a análise dos dados experimentais, plotaram-se os números adimensionais  $(G-1) \times H_b$  conforme apresentados na Figura 85. Dessa forma, com a comparação entre a equação ajustada para os pontos “teóricos” (semi - experimentais) obtida através desse gráfico e a equação (6) (teórica), pode-se analisar a consonância entre o desenvolvimento teórico e os resultados experimentais.

Nessa análise, o número  $H_b$  é obtido pela equação (5), utilizando no cálculo as vazões teóricas. A título de comparação, também foram plotados os dados de  $H_b$  obtidos com os valores experimentais da vazão ( $q_{exp}$  – medida pelo método volumétrico). Todos os dados utilizados nesses cálculos encontram-se na Tabela 17.

**Tabela 17. Valores de  $G-1$ ,  $H_b$  teórico, e  $H_b$  experimental:**

| <b>G-1</b> | <b>Hb (teo)</b> | <b>Hb (exp)</b> | <b>erro (%)</b> |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 7,17       | 0,31            | 0,29            | 6,58            |
| 7,51       | 0,30            | 0,21            | 40,79           |
| 9,22       | 0,24            | 0,18            | 32,54           |
| 8,64       | 0,26            | 0,23            | 9,89            |
| 9,66       | 0,23            | 0,24            | 6,34            |
| 10,17      | 0,22            | 0,19            | 14,14           |
| 11,18      | 0,20            | 0,14            | 43,22           |

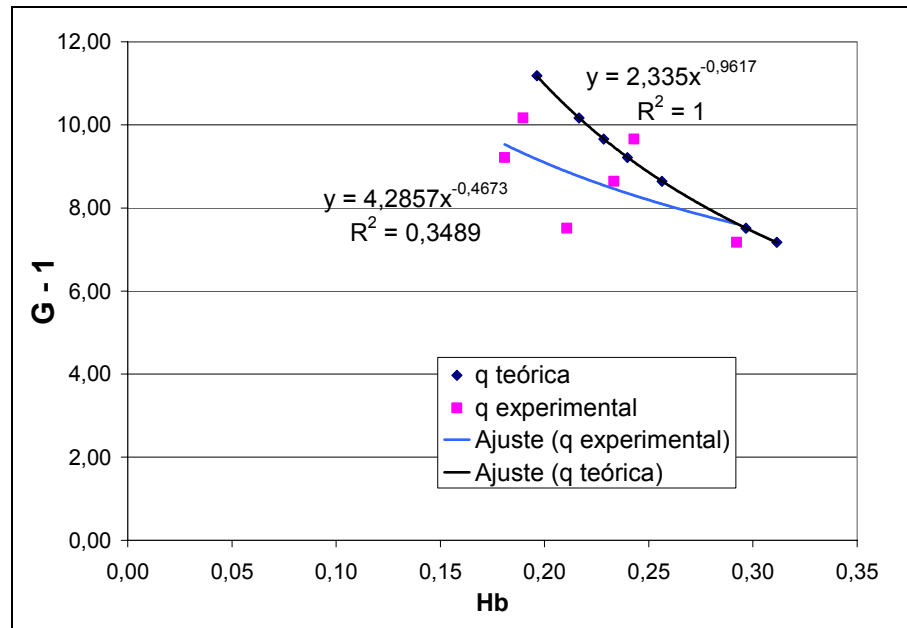


Figura 85 - Gráfico de (G - 1) versus H<sub>b</sub> (obtido por q teórico e experimental).

A partir do gráfico anterior, e utilizando o método dos mínimos quadrados, chegou-se a seguintes expressões de G (H<sub>b</sub>):

$$G = 1 + 2,335 H_b^{-0,9617} \text{ (semi-experimental)} \quad (8)$$

$$G = 1 + 4,286 H_b^{-0,4673} \text{ (experimental)} \quad (9)$$

### Determinação da lei de atrito

Em posse das equações (8) e (9) pode-se calcular os valores de G que, introduzidos na equação 6, fornece os valores experimentais das tensões de atrito. Esses valores são comparados com os valores “teóricos” calculados com a equação 7.

Tabela 18. Valores das tensões de atrito teórico e experimental:

| (1) Atrito Teórico (Pa) | (2) Atrito eq. (8) | (3) Atrito eq. (9) | erro (%) (1) e (3) | erro (%) (1) e (2) | erro (%) (2) e (3) |
|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 24,55                   | 47,63              | 50,23              | 104,61             | 94,02              | 5,46               |
| 25,48                   | 49,63              | 57,56              | 125,90             | 94,77              | 15,98              |
| 30,14                   | 59,58              | 61,38              | 103,63             | 97,66              | 3,02               |
| 28,58                   | 56,24              | 55,16              | 93,04              | 96,82              | 1,96               |
| 31,36                   | 62,16              | 54,24              | 72,97              | 98,23              | 14,60              |
| 32,75                   | 65,10              | 60,16              | 83,71              | 98,81              | 8,22               |
| 35,53                   | 70,98              | 69,08              | 94,43              | 99,79              | 2,76               |

### 5.3.2 Determinação de uma Lei de Atrito para o Canal Piloto (L = 30 cm)

Seguindo o mesmo procedimento de ensaio realizado no canal piloto de menores dimensões e de posse da mistura com  $C_v = 10,28 \%$  partiu-se para a determinação simplificada de leis de atrito para o canal piloto (L = 30 cm).

**Tabela 19. Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas**

|           | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s <sup>n</sup> ) | Cv<br>(%) | sini  | h<br>(m) | ho<br>(m) | q(teórico)<br>(m <sup>3</sup> /s/m) | L<br>(m) | q(exp)<br>(m <sup>3</sup> /s/m) | erro<br>(%) |
|-----------|------|------------|---------------------------|-----------|-------|----------|-----------|-------------------------------------|----------|---------------------------------|-------------|
| Decliv. 1 | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 0,174 | 0,015    | 0,0036    | 0,003723                            | 0,3      | 0,000392                        | 2835,24     |
|           | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 0,174 | 0,016    | 0,0043    | 0,006372                            | 0,3      | 0,000505                        | 3869,34     |
|           | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 0,174 | 0,014    | 0,0029    | 0,001949                            | 0,3      | 0,000879                        | 405,769     |
| Decliv. 2 | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 0,259 | 0,013    | 0,0048    | 0,014263                            | 0,3      | 0,000299                        | 15551,6     |
|           | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 0,259 | 0,012    | 0,0045    | 0,011679                            | 0,3      | 0,000339                        | 11150,4     |
|           | 0,55 | 22,66      | 0,38                      | 10,28     | 0,259 | 0,012    | 0,0041    | 0,008769                            | 0,3      | 0,000474                        | 5831,3      |

Novamente, pôde-se notar que os resultados apresentam, na maioria dos casos, erro muito elevado.

No caso de baixas vazões, o erro se dá, principalmente, devido à descontinuidade do fluxo ocasionado pela bomba. O equipamento não é capaz de produzir um fluxo contínuo e, conseqüentemente, a variação da vazão interfere nas medições (a bomba utilizada não era adequada ao tipo de mistura).

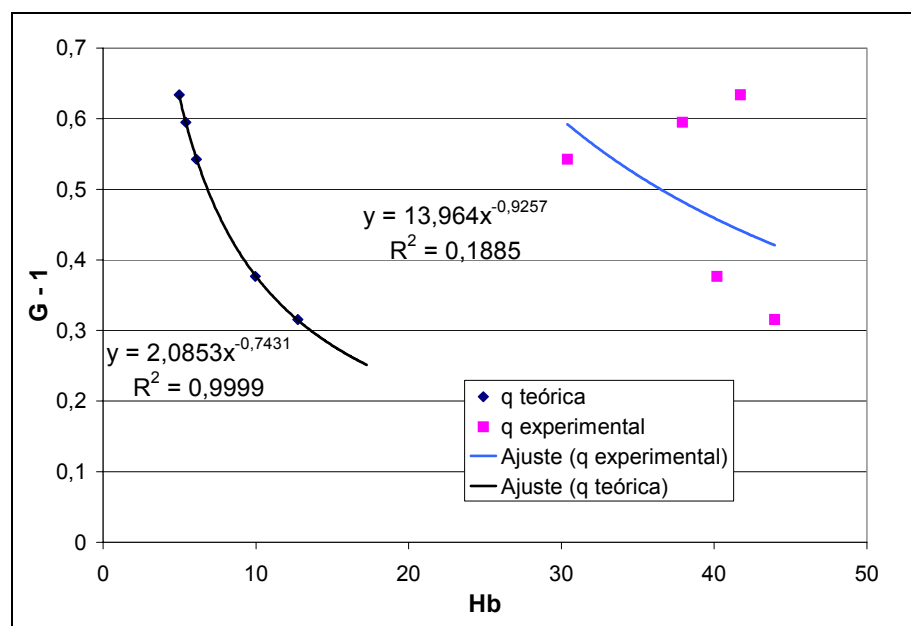
Outro aspecto a ser considerado é a grande sensibilidade de alguns parâmetros. Ainda que o valor da lâmina normal (h), mostrado na Tabela 19, seja uma média retirada de várias medições feitas ao longo do canal, qualquer imprecisão na sua medição gera um erro considerável, pois esse parâmetro interfere significativamente no cálculo da vazão teórica (equação 4). Outros procedimentos de ensaio têm sido implementados para tentar sanar essa problemática.

#### **Análise dos resultados:**

Da mesma forma como realizado para o canal piloto de 6 cm de largura, plotaram-se os adimensionais  $(G - 1) \times H_b$ , chegando aos seguintes resultados:

**Tabela 20. Valores de G-1,  $H_b$  teórico, e  $H_b$  experimental:**

| G-1  | Hb (teo) | Hb (exp) | erro (%) |
|------|----------|----------|----------|
| 0,32 | 12,74    | 43,96    | 245,06   |
| 0,38 | 9,97     | 40,18    | 303,05   |
| 0,25 | 17,26    | 26,74    | 54,95    |
| 0,63 | 4,98     | 41,71    | 737,45   |
| 0,59 | 5,41     | 37,92    | 600,59   |
| 0,54 | 6,11     | 30,39    | 397,58   |



**Figura 86 - Gráfico de (G - 1) versus  $H_b$  (obtido por q teórico e experimental).**

Neste caso, chegou-se a seguinte expressão experimental de G ( $H_b$ ):

$$G = 1 + 2,062 H_b^{-0,7368} \quad (\text{semi-experimental}) \quad (10)$$

$$G = 1 + 13,964 H_b^{-0,9257} \quad (\text{experimental}) \quad (11)$$

### Determinação da lei de atrito:

Os valores do atrito de parede teórico e experimental calculados para o canal de 30 cm de largura são apresentados na Tabela 21.

**Tabela 21. Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental:**

| (1) Atrito Teórico (Pa) | (2) Atrito eq. (10) | (3) Atrito eq. (11) | erro (%) (1) e (3) | erro (%) (1) e (2) | erro (%) (2) e (3) |
|-------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 24,44                   | 29,83               | 32,19               | 37,23              | 22,04              | 12,44              |
| 24,93                   | 31,25               | 33,02               | 32,23              | 25,32              | 5,52               |
| 23,97                   | 28,39               | 37,77               | 28,27              | 18,42              | 8,32               |
| 27,21                   | 36,98               | 32,67               | 22,02              | 35,89              | 11,37              |
| 26,85                   | 36,12               | 33,59               | 21,51              | 34,56              | 10,74              |
| 26,37                   | 34,98               | 36,08               | 19,04              | 32,64              | 11,42              |

### **Comentários:**

Os resultados obtidos para o atrito de parede nos ensaios realizados no canaleta de maiores dimensões são mais satisfatórios que os resultados do canal menor.

Embora tenha-se obtido, no caso do escoamento no canaleta mais largo, erros percentuais elevados entre as vazões teórica e experimental, verificou-se que a equação (10) se aproxima bem da equação teórica (7) da mesma forma que a equação (8). A Tabela 21 mostra erros percentuais menores em relação aos erros encontrados na Tabela 18, relativos ao canaleta de 6 cm de largura, para atrito de parede.

Sendo assim, conclui-se que a construção do novo canal piloto (30 cm de largura) aprimorou as primeiras tentativas de adaptação de uma lei de atrito de parede para escoamento de fluido hiperconcentrado em canal de superfície livre, sob condições de canal largo.

### **5.4 Determinação de uma Lei de Atrito para o Canal Residente**

Seguindo o mesmo procedimento de ensaio realizado nos canais piloto e de posse da mistura com diversas concentrações em volume, partiu-se para a determinação de leis de atrito para o canal residente, com seção retangular ( $L = 32,2$  cm).

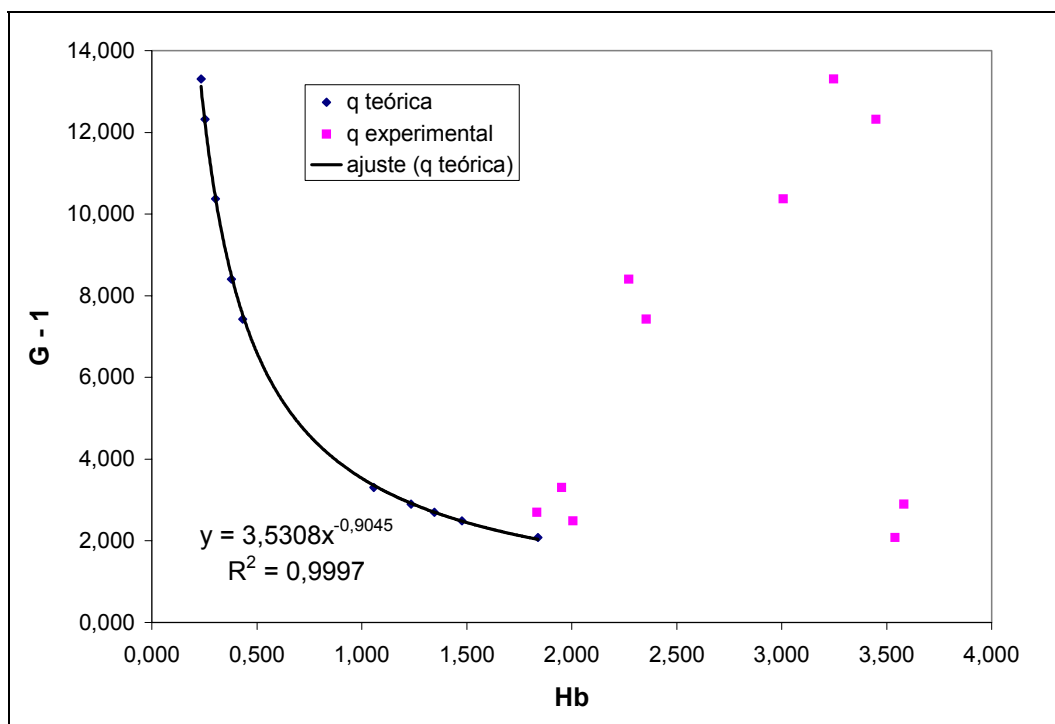
-  $C_v = 5,70 \%$

**Tabela 22. Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas**

|         | n | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s^n) | Cv<br>(%) | sini   | h<br>(m) | ho<br>(m) | q(teórico)<br>(m^3/s/m) | Qexp<br>(m^3/s) | L<br>(m) | qexp<br>(m^3/s/m) | erro<br>(%) |
|---------|---|------------|---------------|-----------|--------|----------|-----------|-------------------------|-----------------|----------|-------------------|-------------|
| decliv1 | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,0632 | 0,0050   | 0,00338   | 0,005887                | 0,00099         | 0,322    | 0,003059          | 287,07      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,0632 | 0,0063   | 0,00471   | 0,014056                | 0,00156         | 0,322    | 0,004845          | 590,50      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,0632 | 0,0057   | 0,00405   | 0,00943                 | 0,00224         | 0,322    | 0,006944          | 111,17      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,0632 | 0,0060   | 0,00438   | 0,011593                | 0,00274         | 0,322    | 0,008503          | 112,84      |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,0632 | 0,0070   | 0,00538   | 0,020065                | 0,00350         | 0,322    | 0,01087           | 262,73      |
| decliv2 | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,1207 | 0,0072   | 0,00632   | 0,051486                | 0,00305         | 0,322    | 0,009457          | 1380,28     |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,1207 | 0,0080   | 0,00715   | 0,0731                  | 0,00393         | 0,322    | 0,012199          | 1550,43     |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,1207 | 0,0097   | 0,00882   | 0,133287                | 0,00434         | 0,322    | 0,013469          | 2762,69     |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,1207 | 0,0113   | 0,01048   | 0,219126                | 0,00519         | 0,322    | 0,016121          | 3910,71     |
|         | 1 | 1,1        | 0,00254       | 5,7       | 0,1207 | 0,0122   | 0,01132   | 0,273932                | 0,00636         | 0,322    | 0,019748          | 3997,22     |

### Análise dos resultados:

Como a concentração em questão é relativamente baixa, a mistura apresenta um índice de escoamento (n) igual a 1, apresentando pois, comportamento Binghamino com baixa tensão crítica. Por esse motivo, os dados não foram considerados na confrontação teórico-experimental da lei de atrito. Aponta-se, em uma 1ª análise, para uma faixa de erros significativos na obtenção da vazão; o que levou a uma dispersão considerável no binômio  $(G - 1) \times H_b$  (Figura 87).



**Figura 87 - Gráfico de  $(G - 1)$  versus  $H_b$  (obtido por q teórico e experimental).**

-  $C_v = 9,24 \%$

**Tabela 23. Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas**

|         | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s^n) | Cv<br>(%) | sini   | h<br>(m) | ho<br>(m) | q(teórico)<br>(m^3/s/m) | L<br>(m) | qexp<br>(m^3/s/m) | erro<br>(%) |
|---------|------|------------|---------------|-----------|--------|----------|-----------|-------------------------|----------|-------------------|-------------|
| decliv1 | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,0632 | 0,0090   | 0,004497  | 0,001045                | 0,322    | 0,00711           | 580,56      |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,0632 | 0,0107   | 0,006167  | 0,0034689               | 0,322    | 0,01042           | 207,19      |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,0632 | 0,0113   | 0,006827  | 0,0051316               | 0,322    | 0,01288           | 186,82      |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,0632 | 0,0128   | 0,008327  | 0,0111088               | 0,322    | 0,01487           | 78,54       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,0632 | 0,0143   | 0,009827  | 0,0213085               | 0,322    | 0,01729           | 72,21       |
| decliv2 | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1207 | 0,0077   | 0,005312  | 0,0066272               | 0,322    | 0,00711           | 21,16       |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1207 | 0,0083   | 0,005972  | 0,0105537               | 0,322    | 0,01074           | 5,36        |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1207 | 0,0102   | 0,007812  | 0,0310297               | 0,322    | 0,01311           | 424,74      |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1207 | 0,0107   | 0,008312  | 0,0398928               | 0,322    | 0,01414           | 565,44      |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1207 | 0,0125   | 0,010142  | 0,0897535               | 0,322    | 0,01722           | 1308,08     |
| decliv3 | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1714 | 0,0080   | 0,006339  | 0,0273596               | 0,322    | 0,00692           | 917,98      |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1714 | 0,0083   | 0,006669  | 0,0336468               | 0,322    | 0,00986           | 749,52      |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1714 | 0,0092   | 0,007509  | 0,0546687               | 0,322    | 0,01261           | 1035,30     |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1714 | 0,0105   | 0,008839  | 0,1069587               | 0,322    | 0,01400           | 2062,61     |
|         | 0,43 | 3,21       | 0,4481        | 9,24      | 0,1714 | 0,0113   | 0,009669  | 0,1550349               | 0,322    | 0,01750           | 2441,21     |

### Análise dos resultados:

Da mesma forma como realizado para o canais piloto, plotaram-se os adimensionais  $(G - 1) \times H_b$ , chegando aos seguintes resultados:

**Tabela 24. Valores de G-1,  $H_b$  teórico, e  $H_b$  experimental:**

| G-1  | Hb (teo) | Hb (exp) | erro(%) |
|------|----------|----------|---------|
| 1,00 | 2,39     | 1,05     | 128,10  |
| 1,37 | 1,65     | 1,03     | 60,49   |
| 1,52 | 1,47     | 0,99     | 48,54   |
| 1,85 | 1,17     | 1,03     | 13,36   |
| 2,18 | 0,97     | 1,06     | 9,41    |
| 2,25 | 0,94     | 0,91     | 3,08    |
| 2,53 | 0,83     | 0,82     | 0,75    |
| 3,31 | 0,62     | 0,89     | 44,86   |
| 3,52 | 0,58     | 0,90     | 56,19   |
| 4,30 | 0,47     | 0,95     | 103,38  |
| 3,82 | 0,53     | 0,96     | 80,64   |
| 4,02 | 0,50     | 0,85     | 69,54   |
| 4,52 | 0,44     | 0,83     | 87,87   |
| 5,32 | 0,37     | 0,89     | 139,76  |
| 5,82 | 0,34     | 0,87     | 155,51  |

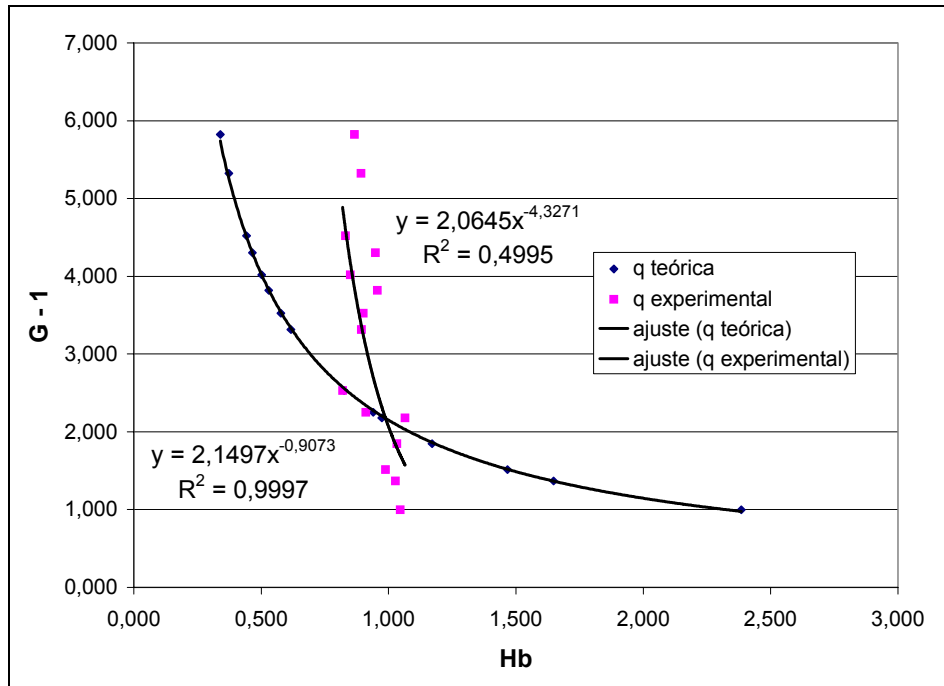


Figura 88 - Gráfico de (G - 1) versus  $H_b$  (obtido por q teórico e experimental).

Neste caso, chega-se a seguinte expressão experimental de G ( $H_b$ ):

$$G = 1 + 2,1497 H_b^{-0,9073} \quad (\text{semi-experimental}) \quad (12)$$

$$G = 1 + 2,0645 H_b^{-4,3271} \quad (\text{experimental}) \quad (13)$$

### Determinação da lei de atrito:

Os valores do atrito de parede teórico e experimental calculados para o canal residente são apresentados na Tabela 25.

**Tabela 25. Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental:**

| (1) Atrito Teórico (Pa) | (2) Atrito eq. (12) | (3) Atrito eq. (13) | erro (%) (1) e (3) | erro (%) (1) e (2) | erro (%) (2) e (3) |
|-------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 4,556                   | 6,346               | 8,671               | 90,329             | 39,290             | 36,642             |
| 5,157                   | 7,595               | 9,112               | 76,685             | 47,260             | 19,981             |
| 5,398                   | 8,085               | 10,209              | 89,107             | 49,758             | 26,275             |
| 5,951                   | 9,190               | 8,968               | 50,685             | 54,416             | 2,476              |
| 6,508                   | 10,282              | 8,261               | 26,927             | 57,991             | 24,474             |
| 6,627                   | 10,513              | 13,111              | 97,851             | 58,639             | 24,717             |
| 7,098                   | 11,420              | 18,889              | 166,132            | 60,901             | 65,401             |
| 8,416                   | 13,912              | 14,017              | 66,540             | 65,291             | 0,755              |
| 8,776                   | 14,580              | 13,626              | 55,260             | 66,135             | 7,004              |
| 10,094                  | 16,998              | 11,546              | 14,385             | 68,398             | 47,221             |
| 9,273                   | 15,497              | 11,247              | 21,285             | 67,125             | 37,795             |
| 9,610                   | 16,116              | 16,578              | 72,502             | 67,697             | 2,865              |
| 10,470                  | 17,681              | 18,006              | 71,967             | 68,861             | 1,840              |
| 11,834                  | 20,126              | 14,056              | 18,772             | 70,070             | 43,190             |
| 12,686                  | 21,636              | 15,588              | 22,877             | 70,547             | 38,796             |

-  $C_v = 11,00 \%$

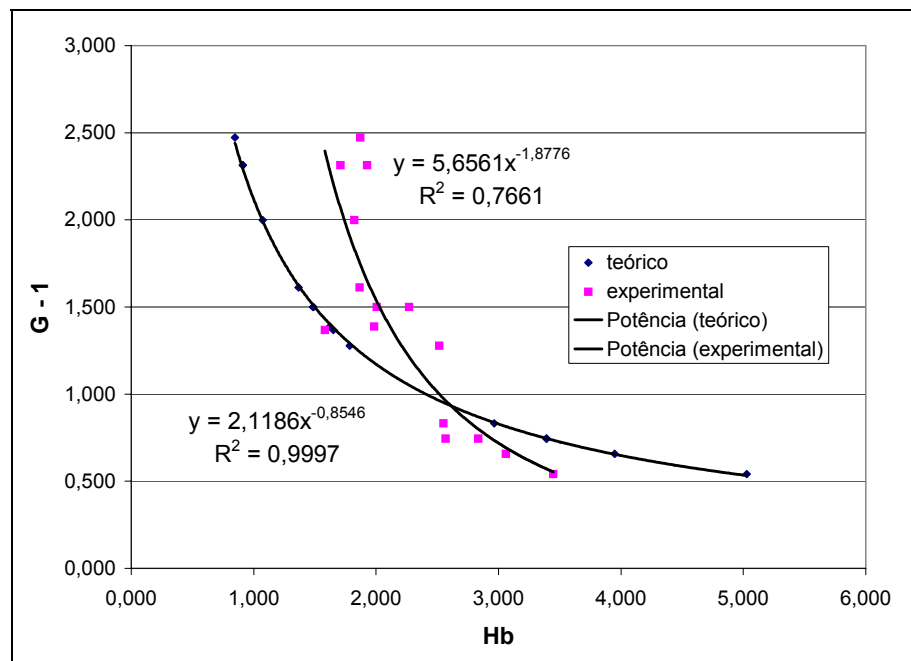
Seguindo a mesma sistemática, tem-se:

**Tabela 26. Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas**

|         | n    | tc (Pa) | k (Pa.s^n) | Cv (%) | sini   | h (m)  | ho (m)  | q(teórico) (m^3/s/m) | L (m) | qexp (m^3/s/m) | erro (%) |
|---------|------|---------|------------|--------|--------|--------|---------|----------------------|-------|----------------|----------|
| decliv1 | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,0632 | 0,0177 | 0,00621 | 0,0025013            | 0,322 | 0,00602        | 181,43   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,0632 | 0,0190 | 0,00754 | 0,0050688            | 0,322 | 0,00916        | 138,74   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,0632 | 0,0200 | 0,00854 | 0,0080106            | 0,322 | 0,01216        | 106,00   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,0632 | 0,0200 | 0,00854 | 0,0080106            | 0,322 | 0,01529        | 147,81   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,0632 | 0,0210 | 0,00954 | 0,0120698            | 0,322 | 0,01714        | 91,86    |
| decliv2 | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1207 | 0,0137 | 0,00767 | 0,0166442            | 0,322 | 0,00749        | 379,21   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1207 | 0,0150 | 0,00900 | 0,0307622            | 0,322 | 0,01148        | 521,30   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1207 | 0,0143 | 0,00833 | 0,022836             | 0,322 | 0,01428        | 186,09   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1207 | 0,0150 | 0,00900 | 0,0307622            | 0,322 | 0,01531        | 313,29   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1207 | 0,0157 | 0,00967 | 0,0406161            | 0,322 | 0,01970        | 329,67   |
| decliv3 | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1714 | 0,0100 | 0,00578 | 0,0106631            | 0,322 | 0,01183        | 30,54    |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1714 | 0,0127 | 0,00845 | 0,0466765            | 0,322 | 0,01361        | 754,14   |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1714 | 0,0140 | 0,00978 | 0,083158             | 0,322 | 0,01463        | 1454,63  |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1714 | 0,0147 | 0,01045 | 0,1082186            | 0,322 | 0,01715        | 1649,21  |
|         | 0,43 | 8,37    | 0,6804     | 11     | 0,1714 | 0,0140 | 0,00978 | 0,083158             | 0,322 | 0,01931        | 1026,82  |

**Tabela 27. Valores de G-1, H<sub>b</sub> teórico, e H<sub>b</sub> experimental:**

| G-1  | Hb (teo) | Hb (exp) | erro(%) |
|------|----------|----------|---------|
| 0,54 | 5,03     | 3,45     | 45,84   |
| 0,66 | 3,95     | 3,06     | 28,98   |
| 0,75 | 3,39     | 2,83     | 19,67   |
| 0,75 | 3,39     | 2,57     | 32,03   |
| 0,83 | 2,96     | 2,55     | 16,28   |
| 1,28 | 1,78     | 2,52     | 40,94   |
| 1,50 | 1,48     | 2,27     | 52,76   |
| 1,39 | 1,62     | 1,99     | 22,37   |
| 1,50 | 1,48     | 2,00     | 34,98   |
| 1,61 | 1,37     | 1,87     | 36,49   |
| 1,37 | 1,65     | 1,58     | 4,55    |
| 2,00 | 1,07     | 1,82     | 69,86   |
| 2,31 | 0,91     | 1,93     | 111,10  |
| 2,47 | 0,85     | 1,87     | 120,81  |
| 2,31 | 0,91     | 1,71     | 87,36   |



**Figura 89 - Gráfico de (G - 1) versus H<sub>b</sub> (obtido por q teórico e experimental).**

Assim:

$$G = 1 + 2,1186 H_b^{-0,8546} \quad (\text{semi-experimental}) \quad (14)$$

$$G = 1 + 5,6561 H_b^{-1,8776} \quad (\text{experimental}) \quad (15)$$

**Tabela 28. Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental:**

| (1) Atrito Teórico (Pa) | (2) Atrito eq. (14) | (3) Atrito eq. (15) | erro (%) (1) e (3) | erro (%) (1) e (2) | erro (%) (2) e (3) |
|-------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 10,03                   | 12,83               | 13,00               | 29,60              | 27,86              | 1,36               |
| 10,49                   | 13,85               | 14,16               | 34,99              | 32,06              | 2,22               |
| 10,84                   | 14,62               | 15,07               | 39,03              | 34,85              | 3,10               |
| 10,84                   | 14,62               | 16,43               | 51,56              | 34,85              | 12,39              |
| 11,19                   | 15,38               | 16,54               | 47,74              | 37,36              | 7,56               |
| 13,06                   | 19,18               | 16,75               | 28,23              | 46,85              | 14,52              |
| 14,01                   | 21,02               | 18,55               | 32,40              | 50,07              | 13,34              |
| 13,53                   | 20,10               | 21,43               | 58,43              | 48,55              | 6,65               |
| 14,01                   | 21,02               | 21,21               | 51,40              | 50,07              | 0,89               |
| 14,49                   | 21,94               | 23,03               | 58,97              | 51,41              | 4,99               |
| 13,44                   | 19,92               | 28,43               | 111,56             | 48,23              | 42,72              |
| 16,17                   | 25,07               | 23,71               | 46,61              | 55,01              | 5,73               |
| 17,55                   | 27,55               | 22,20               | 26,54              | 57,03              | 24,09              |
| 18,24                   | 28,79               | 22,95               | 25,83              | 57,82              | 25,42              |
| 17,55                   | 27,55               | 25,68               | 46,35              | 57,03              | 7,30               |

-  $C_v = 13,00 \%$

**Tabela 29. Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas**

|         | n    | tc (Pa) | k (Pa.s^n) | Cv (%) | sini   | h (m)  | ho (m)   | q(teórico) (m^3/s/m) | L (m) | qexp (m^3/s/m) | erro (%) |
|---------|------|---------|------------|--------|--------|--------|----------|----------------------|-------|----------------|----------|
| decliv1 | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,0632 | 0,0247 | 0,009255 | 0,0020488            | 0,322 | 0,00589        | 202,44   |
|         | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,0632 | 0,0257 | 0,010255 | 0,0030995            | 0,322 | 0,00912        | 205,03   |
|         | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,0632 | 0,0243 | 0,008915 | 0,0017626            | 0,322 | 0,01211        | 587,33   |
|         | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,0632 | 0,0270 | 0,011585 | 0,0050855            | 0,322 | 0,01554        | 208,93   |
|         | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,0632 | 0,0290 | 0,013585 | 0,0097598            | 0,322 | 0,01870        | 148,52   |
| decliv2 | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,1207 | 0,0200 | 0,011928 | 0,0231782            | 0,322 | 0,01988        | 51,60    |
|         | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,1207 | 0,0200 | 0,011928 | 0,0231782            | 0,322 | 0,02134        | 26,82    |
| decliv3 | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,1714 | 0,0150 | 0,009316 | 0,0178508            | 0,322 | 0,01945        | 25,58    |
|         | 0,37 | 11,57   | 1,8427     | 13     | 0,1714 | 0,0150 | 0,009316 | 0,0178508            | 0,322 | 0,02158        | 53,71    |

**Tabela 30. Valores de G-1, H<sub>b</sub> teórico, e H<sub>b</sub> experimental:**

| G-1  | H <sub>b</sub> (teo) | H <sub>b</sub> (exp) | erro(%) |
|------|----------------------|----------------------|---------|
| 0,60 | 4,01                 | 2,71                 | 47,76   |
| 0,67 | 3,54                 | 2,37                 | 49,09   |
| 0,58 | 4,19                 | 2,05                 | 104,06  |
| 0,75 | 3,06                 | 2,02                 | 51,18   |
| 0,88 | 2,53                 | 1,99                 | 27,21   |
| 1,48 | 1,40                 | 1,48                 | 5,85    |
| 1,48 | 1,40                 | 1,44                 | 3,11    |
| 1,64 | 1,24                 | 1,21                 | 3,23    |
| 1,64 | 1,24                 | 1,16                 | 7,28    |

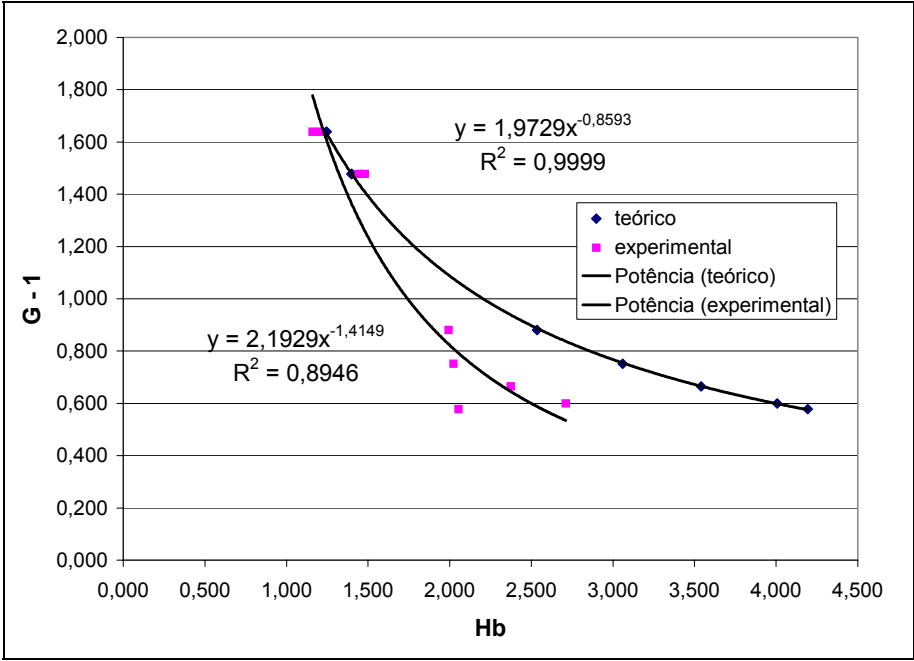


Figura 90 - Gráfico de (G - 1) versus H<sub>b</sub> (obtido por q teórico e experimental).

Assim:

$$G = 1 + 1,9729 H_b^{-0,8593}$$

(semi-experimental)

(16)

$$G = 1 + 2,1929 H_b^{-1,4149}$$

(experimental)

(17)

Tabela 31. Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental:

| (1) Atrito Teórico (Pa) | (2) Atrito eq. (16) | (3) Atrito eq. (17) | erro (%) (1) e (3) | erro (%) (1) e (2) | erro (%) (2) e (3) |
|-------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 14,46                   | 18,50               | 21,96               | 51,92              | 27,93              | 18,75              |
| 14,84                   | 19,27               | 23,27               | 56,85              | 29,89              | 20,76              |
| 14,33                   | 18,23               | 24,89               | 73,71              | 27,22              | 36,54              |
| 15,35                   | 20,30               | 25,07               | 63,32              | 32,24              | 23,50              |
| 16,13                   | 21,83               | 25,26               | 56,58              | 35,33              | 15,70              |
| 19,85                   | 28,68               | 29,44               | 48,33              | 44,54              | 2,62               |
| 19,85                   | 28,68               | 29,86               | 50,47              | 44,54              | 4,10               |
| 20,87                   | 30,48               | 33,03               | 58,31              | 46,09              | 8,36               |
| 20,87                   | 30,48               | 33,78               | 61,91              | 46,09              | 10,83              |

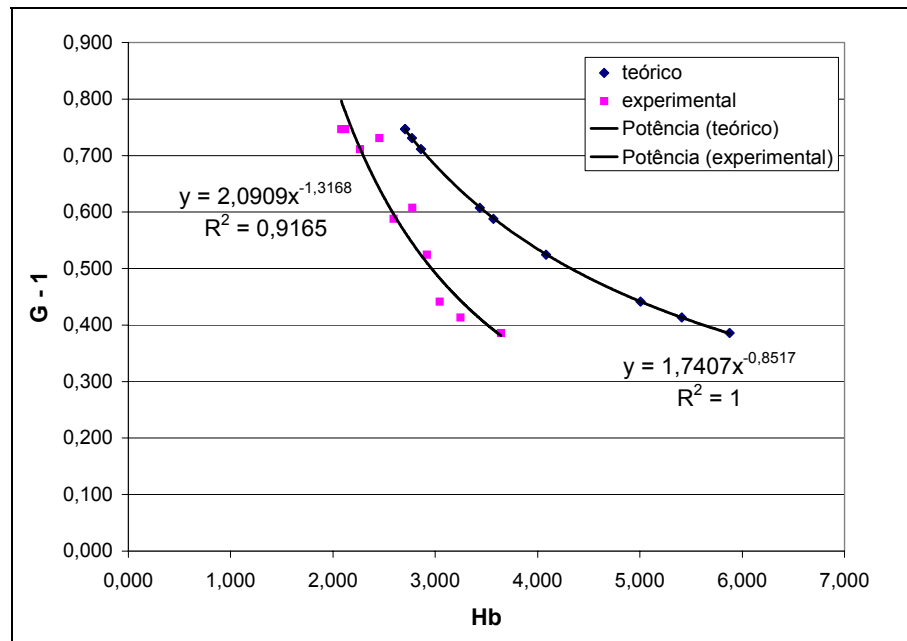
-  $C_v = 15,10 \%$

**Tabela 32. Comparação entre Vazões Experimentais e Vazões Teóricas**

|         | n    | tc<br>(Pa) | k<br>(Pa.s^n) | Cv<br>(%) | sini   | h<br>(m) | ho<br>(m) | q(teórico)<br>(m^3/s/m) | Qexp<br>(m^3/s) | L<br>(m) | qexp<br>(m^3/s/m) | erro<br>(%) |
|---------|------|------------|---------------|-----------|--------|----------|-----------|-------------------------|-----------------|----------|-------------------|-------------|
| decliv1 | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,0632 | 0,0500   | 0,013922  | 0,001087                | 0,00182         | 0,322    | 0,00566           | 421,12      |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,0632 | 0,0510   | 0,014922  | 0,0015054               | 0,00282         | 0,322    | 0,00876           | 482,17      |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,0632 | 0,0520   | 0,015922  | 0,0020429               | 0,00366         | 0,322    | 0,01136           | 455,93      |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,0632 | 0,0550   | 0,018922  | 0,0046227               | 0,00473         | 0,322    | 0,01470           | 217,90      |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,0632 | 0,0580   | 0,021922  | 0,009319                | 0,00625         | 0,322    | 0,01941           | 161,46      |
| decliv2 | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,1207 | 0,0300   | 0,011109  | 0,0021853               | 0,00212         | 0,322    | 0,00659           | 207,53      |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,1207 | 0,0327   | 0,013809  | 0,0062055               | 0,00304         | 0,322    | 0,00943           | 106,09      |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,1207 | 0,0323   | 0,013439  | 0,0054443               | 0,00392         | 0,322    | 0,01216           | 171,53      |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,1207 | 0,0330   | 0,014109  | 0,0068835               | 0,00514         | 0,322    | 0,01596           | 176,64      |
|         | 0,29 | 27,84      | 6,0311        | 15,1      | 0,1207 | 0,0330   | 0,014109  | 0,0068835               | 0,00547         | 0,322    | 0,01699           | 184,72      |

**Tabela 33. Valores de G-1, H<sub>b</sub> teórico, e H<sub>b</sub> experimental:**

| G-1  | Hb (teo) | Hb (exp) | erro(%) |
|------|----------|----------|---------|
| 0,39 | 5,88     | 3,64     | 61,40   |
| 0,41 | 5,41     | 3,25     | 66,67   |
| 0,44 | 5,01     | 3,04     | 64,46   |
| 0,52 | 4,08     | 2,92     | 39,85   |
| 0,61 | 3,44     | 2,78     | 23,71   |
| 0,59 | 3,57     | 2,59     | 37,71   |
| 0,73 | 2,77     | 2,46     | 12,89   |
| 0,71 | 2,86     | 2,27     | 26,25   |
| 0,75 | 2,70     | 2,12     | 27,63   |
| 0,75 | 2,70     | 2,08     | 29,95   |



**Figura 91 - Gráfico de (G - 1) versus H<sub>b</sub> (obtido por q teórico e experimental).**

Assim:

$$G = 1 + 1,7407 H_b^{-0,8517} \quad (\text{semi-experimental}) \quad (18)$$

$$G = 1 + 2,0909 H_b^{-1,3168} \quad (\text{experimental}) \quad (19)$$

**Tabela 34. Valores das tensões de atrito “teórico” e experimental:**

| (1) Atrito<br>Teórico (Pa) | (2) Atrito<br>eq. (18) | (3) Atrito<br>eq. (19) | erro (%)<br>(1) e (3) | erro (%)<br>(1) e (2) | erro (%)<br>(2) e (3) |
|----------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 32,58                      | 38,56                  | 38,45                  | 18,04                 | 18,37                 | 0,28                  |
| 32,99                      | 39,35                  | 40,19                  | 21,84                 | 19,28                 | 2,14                  |
| 33,40                      | 40,13                  | 41,28                  | 23,58                 | 20,15                 | 2,85                  |
| 34,66                      | 42,47                  | 42,04                  | 21,30                 | 22,52                 | 1,01                  |
| 35,94                      | 44,78                  | 43,01                  | 19,65                 | 24,58                 | 4,12                  |
| 35,64                      | 44,24                  | 44,45                  | 24,72                 | 24,12                 | 0,48                  |
| 37,88                      | 48,18                  | 45,67                  | 20,56                 | 27,17                 | 5,48                  |
| 37,57                      | 47,64                  | 47,67                  | 26,86                 | 26,79                 | 0,06                  |
| 38,13                      | 48,61                  | 49,49                  | 29,79                 | 27,47                 | 1,82                  |
| 38,13                      | 48,61                  | 50,02                  | 31,15                 | 27,47                 | 2,89                  |

## 6 DISCUSSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS

Este trabalho de pesquisa foi desenvolvido com base em referências atuais no contexto de fluidos hiperconcentrados, notadamente lamas, associada a uma caracterização física e reológica das misturas água+argila e alguns ensaios com a mistura água+areia fina+argila.

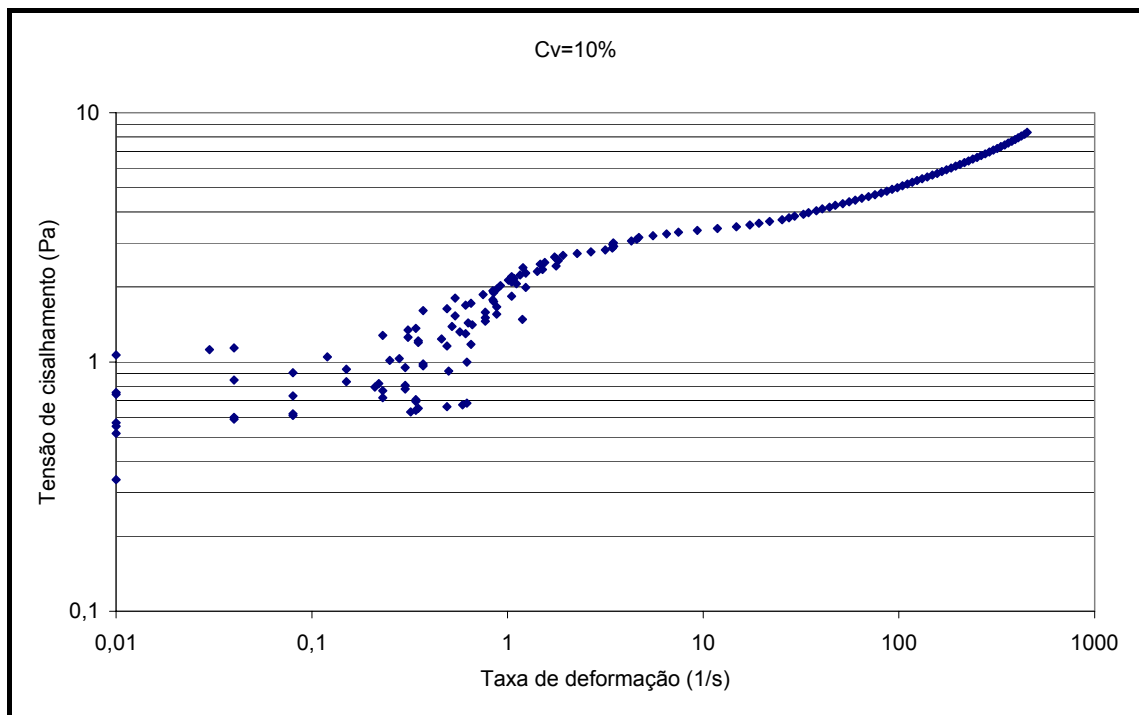
Estudou-se a dinâmica do escoamento dessas misturas em canal, em regime permanente, uniforme e laminar, e assim, pôde-se determinar leis de atrito de parede com base numa reologia não-Newtoniana. Dessa forma, algumas discussões são delineadas na sequência, a saber:

- Da Reometria:

Após uma vasta pesquisa para a escolha do reômetro, optou-se pelo equipamento Brookfield de geometria coaxial com controle de tensão e deformação, em função do custo x benefício, ainda que tivéssemos conhecimento de suas limitações para “baixas” taxas de deformação (da ordem de  $0,1 \text{ s}^{-1}$ ). Além disso, para outras faixas de deformação (até elevadas deformações) o equipamento demonstrou-se bastante satisfatório, de fácil utilização e maleabilidade, o que corrobora na relação custo x benefício. Pôde-se, então, fazer um tratamento dos dados obtidos e aproximar uma lei de escoamento sem ocorrer em grandes erros na previsão de  $\tau_c$  (zona de deformações mínimas).

Os resultados experimentais obtidos com o auxílio do reômetro requerem uma análise criteriosa, principalmente quando da obtenção da tensão crítica de cisalhamento,  $\tau_c$ , pois pode-se obter diferentes valores para uma mesma mistura. No entanto, o reômetro, para baixas deformações (da ordem de  $0,1 \text{ s}^{-1}$ ) não se mostrou adaptado a uma boa resolução, haja vista a figura que se segue, que apresenta dispersão significativa da tensão de cisalhamento para deformações inferiores a  $1 \text{ s}^{-1}$ . Por outro lado, quando controlava-se a tensão e faziam-se leituras de deformação, obtinha-se uma maior faixa de pontos para pequenas deformações e,

por conseguinte, podia-se ter uma boa noção da ordem de grandeza da tensão crítica de cisalhamento.



Curva de escoamento para  $C_v=10\%$  com a representação de todos os pontos obtidos

Nos ensaios, cuja concentração em volume superava o valor de 25%, por exemplo, a curva de tensão x deformação não apresentou boa progressão, sendo que a tensão de cisalhamento variava aleatoriamente em função da deformação.

- Das Misturas Água+argila:

Quando da caracterização física e reológica das misturas, as argilas cauliníticas ensaiadas mostraram-se, como esperado, não expansivas, não apresentando comportamento tixotrópico e alterando as propriedades reológicas básicas, tais como tensão crítica ( $\tau_c$ ), índice de escoamento ( $n$ ) e viscosidade aparente ( $K$ ) em função da concentração em volume ( $C_v$ ) e do modo de preparo.

- Das Misturas Água+areia fina+argila

Os ensaios demonstraram o efeito da ressuspensão e com clareza a ação atritiva da areia e de coesão da parcela de argila. À medida que a parcela de areia aumentava na mistura total, assistia-se a uma degeneração da proposta reológica de Herschel-Bulkley em direção a um novo comportamento reológico (a ser melhor investigado).

- Da Teoria:

No que tange à parte teórica, os resultados obtidos são de extrema valia, já que a obtenção das equações do campo de velocidades  $u(z)$  e da vazão específica ( $q$ ) se traduzem em ferramentas essenciais na caracterização dinâmica dos escoamentos hiperconcentrados com superfície livre.

- Da Dinâmica do Escoamento em Canal Inclinado e Lei de Atrito:

Quando da dinâmica de escoamento nos canais piloto e canal residente obtiveram-se erros elevados entre as vazões teóricas e experimentais. Isso em grande parte, devido a dificuldade de obtenção correta da vazão experimental através do método volumétrico, principalmente para vazões elevadas. No entanto, a equipe de trabalho busca uma nova alternativa para obtenção da vazão experimental que, mesmo tendo seus erros elevados, não influencia no cálculo do atrito de parede, quando o adimensional  $H_b$  é dado pela equação

$$H_b^{-m} = \frac{I}{(I+m)(2+m)} G^{-2} (G-I)^{(I+m)} [(I+m)G + I] .$$

No caso do atrito de parede, obtiveram-se três valores distintos (atrito teórico, atrito semi-experimental e atrito experimental). Se pontuarmos o atrito semi-experimental, este apresentou-se próximo dos valores do atrito teórico e experimental.

Em relação a lei de atrito, as experiências realizadas levam a pontuar para uma boa adequabilidade do modelo reológico de Herschel-Bulkley associado a modelagem via equações “shallow water”. De uma maneira geral, à medida que aumentou-se a concentração em volume, observou-se uma tendência de majoração do modelo em relação aos resultados experimentais.

Ainda que esteja fora do escopo deste trabalho, há de se registrar a ocorrência de instabilidades do tipo “roll waves” em alguns dos ensaios de lama.

Como perspectiva imediata desta pesquisa, preconiza-se variar a seção transversal do canal e trabalhar com tipos de mistura de maneira a alargar a base de dados experimentais.

Como perspectiva futura, há de se realizar:

- análise dimensional para levar os resultados obtidos em escala laboratorial à escala natural;
- determinação do efeito de geometria do canal na lei de atrito.

E como grande complementação, elaborar um código de cálculo validado a partir de uma base experimental física consistente.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

---

ABRH NOTÍCIAS – Revista Informativa da Associação Brasileira de Recursos Hídricos – Nº5 – Julho – 2001.

BARRE DE SAINT-VENANT, 1871. Théorie du mouvement non permanent des eaux, Institut de France, Académie des sciences, Comptes rendus, Paris Juillet 1871, vol 73, p 147-237.

BAGNOLD, R.A. "Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under sheer, Proc. Roy. Soc. London, Series A, 225, pp 49-63, 1954.

BARNES, H. A. et al, "An introduction to Rheology", Elsevier Science Publishers,. B. V. Holanda, 1989.

BINGHAM, E. C., "Fluidity and Plasticity", McGraw-Hill, New York, 1920.

BORGES, A.L.O., TARQUI, J.L.Z., "Determinação das Propriedades Reológicas de Sedimentos Finos em Suspensão Obtidos de Três Tipos de Solos do Estado do Rio Grande do Sul do Brasil". CD ROM do IV Silusba - Coimbra-Portugal, maio 1999.

CHEN. C.-L. "Generalized viscoplastic modeling of debris flow." Journ. Hydr. Div., ASCE 114, p 237-258, 1988.

CHEN. C.-L. "General solution for viscoplastic debris flow." Journ. Hydr. Div., ASCE 114, p 259-282, 1988.

COUSSOT, P., "Rhéologie des boues et laves torrentielles - Etude de dispersions et suspensions concentrées". Tese de doutorado - Institut National Polytechnique de Grenoble, 1988.

COUSSOT, P., PIAU J.-M., "On the behavior of mud suspensions". *Rheologica Acta*, Vol. 33, N° 3, p 175-184, 1994.

COUSSOT, P., PROUST, S., ANCEY, C., "Rheological interpretation of deposits of yield stress fluids". *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 66 - p 55-70, 1996.

COUSSOT, P.; MEUNIER, M., "Recognition, classification and mechanical description of debris flows". *Earth-Science Reviews*, Volume: 40, Issue: 3-4, June, pp. 209-227, 1996.

COUSSOT, P., LAIGLE, D., ARATTANO, M., DEGANUTTI, A., MARCHI, L., "Direct determination of rheological characteristics of debris flow". *Journal of Hydraulic Engineering* - ASCE 124: (8), p 865-868, 1998.

COUSSOT, P., "Mudflow Rheology and Dynamics" – Monografia – Balkema – 255 p, 1997.

ENGELUND, R., WAN, Z., "Instability of Hyperconcentrated flow". *Journal Hydr. Eng.*, 110, 219-233, 1984.

FEDERICO, V.D., "Free-surface flow of hyperconcentrations". *Fluid Dynamics Research*, Vol 24, p 23-26, 1999.

FREITAS MACIEL, G., VILA, J.P., MARTINET, G. "Roll wave formation in the non Newtonian flows" - XIV COBEM. Bauru, S.P., Brasil. 1997.

HUANG, X., GARCIA, M.H., "A Herschel-Bulkley model for mud flow down a slope". *J. Fluid Mech.*, Vol. 374, p 305-333, 1998.

HUTTER, K., SAVAGE, S.B., -"Discussion on law of resistance of hyperconcentration flow in open channel", *Scientia Sinica* Vol. 25, pp 1332-1342, 1982.

JIONGXIN, X., "Erosion caused by hyperconcentrated flow on the Loess Plateau of China". *Catena*, Vol. 36, Issue: 1-2, pp. 1-19, 1999.

JOHSON, A.M., "Physical process in Geology", Freeman Coper. and Co., pp 577, 1970.

LI, G.; WEI, H.; HAN, Y.; CHEN, Y., "Sedimentation in the Yellow River delta, part I: flow and suspended sediment structure in the upper distributary and the estuary". *Marine Geology*, Vol. 149, Issue: 1-4, pp. 93-111, 1998.

LI JIAN, YUAN JIANMO, BI CHENG & LUO DEFU 1983 "The main features of the mudflow in Jiang-Jia River. *Zeit. Geomorph*, 27, 3, 325-341.

LIU, K., MEI, C.C., "Slow spreading of a sheet of Bingham fluid on an inclined plane", *J. Fluid Mech.* 207, 505 (1989).

MAJOR, J.J., PIERSON, T.C., "Rheological analysis of fine-grained natural debris flow material", *Symposium Proceedings of Hydraulics/Hydrology of Arid Land* (American Society of Chemical Engineering, San Diego), p 228-231, 1990.

MAJOR, J.J., PIERSON, T.C., "Water Resource Res.", Vol 28, p 941, 1992.

NOGUEIRA, J.B., "Mecânica dos Solos", Pub. 003 – Reimpressão – p 43-51,75-84, São Carlos, 1988.

O'BRIEN, J.S., JULIEN, P.Y., "Laboratory analysis of mudflows properties.", *J. Hydr. Eng.*, ASCE 114 (8), p 877-887, 1988.

PANDOLFELLI, V. C. et al., "Dispersão e empacotamento de partículas". *Fazenda Arte*, São Paulo, 224 p, 2000.

PIAU, J.M., "Flow of a yield stress fluid in a long domain, application to flow on an inclined plane". J. Rheology, Vol. 40, p 711-723, 1996.

POMÉS, C.H.R., "Desenvolvimento de um modelo conceitual para simulação de uma avalanche de detritos ("debris flow") qualquer". Tese de Doutorado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Hidráulica e Saneamento, São Paulo, 1994.

SANTOS, F.L., "Estudo Teórico-Experimental em via de Determinação de uma lei de Atrito em Escoamentos de Fluidos Hiperconcentrados", 1º Relatório Fapesp de Mestrado, 2002.

SAVAGE, S.B., "Gravity flow of cohesion less granular materials in chutes and channels." J. Fluid. Mech., Vol. 92, p 53-96, 1979.

SAVAGE, S.B., JENKINS, J.T. "Granular flows down rough inclines review and extension." Mech. of Granular Materials: New Models and Constitutive Relations. Elsevier, p 261-282, 1983.

SCHRAMM, G., "A practical approach to rheology and rheometry." Manual da Haake – Copyright, 1994.

TAKAHASHI, T. "Debris Flow on prismatic channel", Journ. Hydr. Div., ASCE 106, 381-395, 1980.

TAKAHASHI, T. "Debris Flow ", Ann. Ver. Fluid Mech., 13, 57-77, 1981.

TAKAHASHI, T. "Debris Flow", Monograph, IAHR, Balkema, Rotterdam, 1990.

WAN, Z., WANG, Z., "Hyperconcentrated flow", IAHR monograph, A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1994.

WAN, Z. "Bed material movement in hyperconcentrated flow". Ser. Pap. 31 Inst. of Hydrodyn. and Hydraul., Tech. Univ. of Denmark, Lyngby, 1982.

## **ANEXO A**

## A1 - TRATAMENTO MATEMÁTICO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

O escoamento 3D de um fluido hiperconcentrado pode ser descrito perfeitamente a partir de 03 variáveis independentes. Para isto, precisamos de 03 equações para descrever o escoamento, a saber: a lei da conservação da massa ou continuidade, da conservação da quantidade de movimento e da energia. Entretanto, para o caso de interesse, somente o binômio massa-quantidade de movimento responde a necessidade. Exposto isso, consideremos um escoamento 3D a uma superfície livre sobre uma topografia qualquer. Podemos conceber um modelo incompressível de Navier-Stokes estabelecido a partir da conservação da massa e da quantidade de movimento, conforme se segue:

**Equação da continuidade:**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

**Equação da quantidade de movimento:**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial u.v}{\partial y} + \frac{\partial u.w}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial u.v}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial v.w}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial u.w}{\partial x} + \frac{\partial v.w}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} \right) - g$$

**Tensor de tensões:**

$$T_{xx} = -P + 2K_x \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

$$T_{yy} = -P + 2K_y \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$T_{zz} = -P + 2K_z \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$T_{xy} = T_{yx} = \tau_c + K \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^n$$

$$T_{yz} = T_{zy} = \tau_c + K \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^n$$

$$T_{xz} = T_{zx} = \tau_c + K \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^n$$

**Condições de contorno:**

$$\vec{U} \bullet \vec{n} = \frac{-\frac{\partial F}{\partial t}}{\|\nabla F\|} \quad \text{em } F(x,y,z,t) = 0$$

$$\text{onde } \|\nabla F\| = \sqrt{\left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)^2}$$

$$\vec{n} = \frac{\nabla F}{\|\nabla F\|} \quad (\text{vetor unitário normal})$$

Condições de impermeabilidade no fundo:

$$z = h_1(x,y) \quad (\text{fundo})$$

$$F(x,y,z) = z - h_1(x,y) = 0$$

$$\nabla F = \left( -\frac{\partial h_1}{\partial x}, -\frac{\partial h_1}{\partial y}, 1 \right)$$

$$\|\nabla F\| = \sqrt{\left(\frac{\partial h_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_1}{\partial y}\right)^2 + 1}$$

Portanto:

$$\vec{U} \bullet \vec{n} = (u, v, w) \bullet \frac{\left(-\frac{\partial u}{\partial x}, -\frac{\partial v}{\partial y}, 1\right)}{\sqrt{\left(\frac{\partial h_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_2}{\partial y}\right)^2 + 1}} = \frac{\frac{\partial h_1}{\partial t}}{\sqrt{\left(\frac{\partial h_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_2}{\partial y}\right)^2 + 1}}$$

Ou seja:

$$-u \frac{\partial h_1}{\partial x} - v \frac{\partial h_1}{\partial y} + w = \frac{\partial h_1}{\partial t}$$

Então, no fundo, temos:

$$w(h_1) = \frac{\partial h_1}{\partial t} + u \frac{\partial h_1}{\partial x} + v \frac{\partial h_1}{\partial y}$$

Por analogia, na superfície livre, vamos ter:

$$w(h_2) = \frac{\partial h_2}{\partial t} + u \frac{\partial h_2}{\partial x} + v \frac{\partial h_2}{\partial y}$$

### **Adimensionalização**

O objetivo desta parte é, a partir de grandezas adimensionais apropriadas, justificar as hipóteses adotadas no modelo “shallow water” (tipo Saint Venant) aplicado a uma nova reologia Herschel-Bulkley. Em particular, deve-se ressaltar e justificar o fato da adoção de

uma distribuição de pressão hidrostática, condição essa obtida a partir da equação da conservação da quantidade de movimento.

Os grupos adimensionais escolhidos são os seguintes:

$$\begin{aligned}
 x &= Lx^* & u &= \sqrt{gL}u^* & y &= \lambda y^* & v &= \frac{\lambda}{L}\sqrt{gL}v^* \\
 z &= Hz^* & w &= \frac{H}{L}\sqrt{gL}w^* & \tau_c &= \rho g H \cos(\theta)\tau_c^* & p &= \rho g H p^* \\
 v &= \frac{H^2}{L}\sqrt{gL}v^* & t &= \sqrt{\frac{L}{g}}t^*
 \end{aligned}$$

Substituindo os grupos adimensionais acima na equação da quantidade de movimento, na direção Oz, temos:

**1º membro**

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} &= \\
 &= \left( \frac{H}{L}\sqrt{gL}\sqrt{\frac{g}{L}} \right) \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \sqrt{gL}\frac{H}{L^2}\sqrt{gL}\frac{\partial u^* w^*}{\partial x^*} + \frac{\lambda}{L}\sqrt{gL}\frac{H}{L}\frac{\sqrt{gL}}{\lambda}\frac{\partial v^* w^*}{\partial y^*} + \frac{H^2}{L^2}g\frac{L}{H}\frac{\partial w^{*2}}{\partial z^*} \\
 &= \frac{Hg}{L}\frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \frac{Hg}{L}\frac{\partial u^* w^*}{\partial x^*} + \frac{Hg}{L}\frac{\partial v^* w^*}{\partial y^*} + \frac{Hg}{L}\frac{\partial w^{*2}}{\partial z^*} \\
 &= \frac{Hg}{L}\left( \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^* w^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^* w^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^{*2}}{\partial z^*} \right)
 \end{aligned}$$

**2º membro**

$$= -g + \frac{I}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{I}{\rho} \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{I}{\rho} \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$

Introduzindo primeiramente os tensores, temos:

$$\begin{aligned} &= -g + \frac{I}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \tau_c + k \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \right) \right] + \frac{I}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \tau_c + k \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^n \right) \right] + \frac{I}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( -\rho + 2k \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \right] \\ &= -g + \frac{I}{\rho} \frac{\partial \tau_c}{\partial x} + \frac{I}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left( k \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \right) + \frac{I}{\rho} \frac{\partial \tau_c}{\partial y} + \frac{I}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left( k \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^n \right) - \frac{I}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{2}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial z} k \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \end{aligned}$$

Admitindo que  $k$  e  $\tau_c$  (obtidos por ensaios de reometria) são independentes de  $x$ ,  $y$  e  $z$ , temos:

$$= -g + \frac{k}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^n \right] + \frac{k}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^n \right] - \frac{I}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + 2 \frac{k}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

Introduzindo os adimensionais:

$$\begin{aligned} &= -g + \left( \frac{H^2}{L} \sqrt{gL} \right) \nu^* n \left( \frac{H}{L} \frac{\sqrt{gL}}{L} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + \frac{\sqrt{gL}}{H} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^{n-1} \left( \frac{H}{L} \frac{\sqrt{gL}}{L^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\sqrt{gL}}{LH} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^* \partial z^*} \right) + \\ &+ \left( \frac{H^2}{L} \sqrt{gL} \right) \nu^* n \left( \frac{\lambda \sqrt{gL}}{LH} \frac{\partial v^*}{\partial z^*} + \frac{H}{L} \frac{\sqrt{gL}}{\lambda} \frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right)^{n-1} \left( \frac{\lambda \sqrt{gL}}{LH\lambda} \frac{\partial v^*}{\partial y^* \partial z^*} + \frac{H}{L} \frac{\sqrt{gL}}{\lambda^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} \right) - \\ &- \frac{I}{\rho} \frac{\rho g H}{H} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + 2 \frac{H^2}{L} \frac{\sqrt{gL}}{LH^2} \frac{H \sqrt{gH}}{LH^2} \nu^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \end{aligned}$$

Considerando:

$$a = n \left( \frac{H}{L} \frac{\sqrt{gL}}{L} \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + \frac{\sqrt{gL}}{H} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^{n-1}$$

$$b = n \left( \frac{\lambda \sqrt{gL}}{LH} \frac{\partial v^*}{\partial z^*} + \frac{H}{L} \frac{\sqrt{gL}}{\lambda} \frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right)^{n-1}$$

Temos:

$$\begin{aligned} & -g + a v^* \frac{H^2}{L} \sqrt{gL} \left( \frac{H \sqrt{gL}}{L^3} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\sqrt{gL}}{LH} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^* \partial z^*} \right) + \\ & + b v^* \frac{H^2}{L} \sqrt{gL} \left( \frac{\sqrt{gL}}{LH} \frac{\partial v^*}{\partial y^* \partial z^*} + \frac{H}{L} \frac{\sqrt{gL}}{\lambda^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} \right) - g \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + 2 \frac{Hg}{L} v^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \\ & = -g + a v^* \left[ g \left( \frac{H}{L} \right)^3 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{Hg}{L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^* \partial z^*} \right] + b v^* \left[ \frac{Hg}{L} \frac{\partial v^*}{\partial y^* \partial z^*} + \frac{Hg}{L} \left( \frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} \right] - \\ & - g \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{2Hg}{L} v^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \end{aligned}$$

Dividindo todos os termos por g e considerando  $\frac{H}{L} \ll 1$  e  $\left( \frac{H}{\lambda} \right)^2 \ll 1$ , o 2º, o 3º e o 5º

termos ficam próximos de zero e podem ser considerados nulos, assim como todo o 1º membro. Portanto, a igualdade fica:

$$-1 - \frac{\partial p^*}{\partial z^*} = 0$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial z^*} = -1$$

Retornando às variáveis dimensionais, temos:  $p^* = \frac{p}{\rho g H}$  e  $z^* = \frac{z}{H}$ , então:

$$\frac{1}{\rho g H} H \frac{\partial p}{\partial z} = -1 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

Integrando-se, vem:

$$\int_{h_1}^{h_2} dp = \int_{h_1}^{h_2} -\rho g dz \Rightarrow p(z) = -\rho g(h_2 - h_1)$$

Portanto, a distribuição de pressão é hidrostática.

## A2 - ESTABELECIMENTO DAS EQUAÇÕES - MODELO MATEMÁTICO

Integrando a equação da quantidade de movimento em relação à  $z$ , termo a termo, de  $h_1$  até  $h_2$ , temos:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} u dz - u(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial x} + u(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

O resultado acima é obtido através da regra da Leibniz, a saber:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} Q(x, y) dy = \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} \frac{\partial}{\partial x} Q(x, y) dy + Q(x, \beta(x)) \frac{\partial \beta(x)}{\partial x} - Q(x, \alpha(x)) \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x}$$

Se  $\bar{u} = \frac{1}{h_2 - h_1} \int_{h_1}^{h_2} u dz$  e  $h_2 - h_1 = h$ , a integral do primeiro termo fica:

$$\frac{\partial \bar{u} \cdot h}{\partial x} - u(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial x} + u(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

E analogamente:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial v}{\partial y} dz = \frac{\partial \bar{v} \cdot h}{\partial x} - v(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial y} + v(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y}$$

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial w}{\partial z} dz = w(h_2) - w(h_1)$$

Montando a equação e aplicando as condições de contorno, vamos ter:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}.h}{\partial x} - u(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + u(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}.h}{\partial y} - v(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} + v(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} + \frac{\partial h_2}{\partial t} + u(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + \\ & + v(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} - \frac{\partial h_1}{\partial t} - u(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} - v(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} \end{aligned}$$

Simplificando temos:

$$\frac{\partial \bar{u}.h}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}.h}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

Agora faremos o mesmo procedimento com as equações da quantidade de movimento.

**Direção 0x:**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial u.v}{\partial y} + \frac{\partial u.w}{\partial z} = \frac{I}{\rho} \left( \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)$$

**1º termo:**

$$\frac{\partial u}{\partial t} \rightarrow \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u}{\partial t} dz$$

Usando a regra de Leibniz, têm-se:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{h_1}^{h_2} u dz - u(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} + u(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{\partial \bar{u}.h}{\partial t} - u(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} + u(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial t}$$

**2º termo:**

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} \rightarrow \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u^2}{\partial x} dz \quad \text{Usando a regra de Leibniz, têm-se:}$$

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u^2}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} u^2 dz - u^2(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + u^2(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

$$\text{Se } \overline{u^2} = \frac{1}{h_2 - h_1} \int_{h_1}^{h_2} u^2 dz \text{ então a integração do 2º termo fica:}$$

$$\frac{\partial \overline{u^2} h}{\partial x} - u^2(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + u^2(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

**3º termo:**

$$\frac{\partial uv}{\partial y} \rightarrow \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial uv}{\partial y} dz \quad \text{Usando a regra de Leibniz e fazendo } \overline{uv} = \frac{1}{h_2 - h_1} \int_{h_1}^{h_2} (u.v) dz$$

obtemos, para o terceiro termo,

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial uv}{\partial y} dz = \frac{\partial}{\partial y} \left( \overline{uv} h \right) - u(h_2) v(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} + u(h_1) v(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y}$$

**4º termo:**

$$\frac{\partial uw}{\partial z} \rightarrow \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial uw}{\partial z} dz = u(h_2) w(h_2) - u(h_1) w(h_1)$$

Portanto, o lado esquerdo da equação da quantidade de movimento fica:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial u.v}{\partial y} + \frac{\partial u.w}{\partial z} dz = \frac{\partial \bar{u}.h}{\partial t} - u(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} + u(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u^2}.h}{\partial x} -$$

$$- u^2(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + u^2(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u.v}.h) - u(h_2)v(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} + u(h_1)v(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y}$$

$$u(h_2)w(h_2) - u(h_1)w(h_1) =$$

$$= \frac{\partial \bar{u}.h}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u^2}.h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u.v}.h) - u(h_2) \left[ \frac{\partial h_2}{\partial t} + u(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + v(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} - w(h_2) \right] +$$

$$+ u(h_1) \left[ \frac{\partial h_1}{\partial t} + u(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} + v(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} - w(h_1) \right]$$

Aplicando as condições de contorno,  $w(h_1)$  e  $w(h_2)$ , obtemos:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial u.v}{\partial y} + \frac{\partial u.w}{\partial z} dz = \frac{\partial (\bar{u}.h)}{\partial t} + \frac{\partial (h(\overline{u^2}))}{\partial x} + \frac{\partial (h(\overline{u.v}))}{\partial y}$$

Se  $\alpha_{xx} = \frac{(\overline{u^2})}{(\bar{u})^2}$  e  $\alpha_{xy} = \frac{(\overline{uv})}{(\bar{u}.\bar{v})}$ , temos:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial u.v}{\partial y} + \frac{\partial u.w}{\partial z} dz = \frac{\partial (\bar{u}.h)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_{xx}.h.(\bar{u})^2)}{\partial x} + \frac{\partial (\alpha_{xy}.h.\bar{u}.\bar{v})}{\partial y}$$

No lado direito da equação da quantidade de movimento na direção 0x, temos:

**1º termo:**

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} T_{xx} dz - T_{xx}(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + T_{xx}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

**2º termo:**

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} dz = \frac{\partial}{\partial y} \int_{h_1}^{h_2} T_{xy} dz - T_{xy}(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} + T_{xy}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y}$$

**3º termo:**

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} dz = T_{xz}(h_2) - T_{xz}(h_1)$$

Somando os termos, temos:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} T_{xx} dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{h_1}^{h_2} T_{xy} dz + \left[ T_{xx}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} + T_{xy}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} - T_{xz}(h_1) \right] - \\ & - \left[ T_{xx}(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} + T_{xy}(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} - T_{xz}(h_2) \right] \end{aligned}$$

“Tensores:”

$$[T] \bullet \vec{n}|_{z=h_2} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{xz} & T_{yz} & T_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{\partial h_2}{\partial x} \\ -\frac{\partial h_2}{\partial y} \\ 1 \end{pmatrix} = -T_{xx} \frac{\partial h_2}{\partial x} - T_{xy} \frac{\partial h_2}{\partial y} + T_{xz}$$

$$[T] \bullet \vec{n}|_{z=h_1} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{xz} & T_{yz} & T_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ \frac{\partial h_1}{\partial y} \\ -1 \end{pmatrix} = T_{xx} \frac{\partial h_1}{\partial x} + T_{xy} \frac{\partial h_1}{\partial y} - T_{xz}$$

Logo, o lado direito da equação fica:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{h_2} T_{xx} dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{h_1}^{h_2} T_{xy} dz + [T] \bullet \vec{n}|_{z=h_2} + [T] \bullet \vec{n}|_{z=h_1}$$

mas:

$$\int_{h_1}^{h_2} T_{xx} dz = \int_{h_1}^{h_2} \left( -P + 2.k \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) dz = -\rho \cdot g \cdot \frac{h^2}{2}$$

$$\int_{h_1}^{h_2} T_{xy} dz = \int_{h_1}^{h_2-h_c} \left( T_c + k \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^n \right) dz = T_c (h - h_c)$$

Aplicando as Condições de Contorno:

$$[T] \bullet \vec{n} \Big|_{z=h_2} = 0$$

$$[T] \bullet \vec{n} \Big|_{z=h_1} = T_{xx}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} + T_{xy}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} - T_{xz}(h_1)$$

mas:

$$T_{xx}(h_1) = -\rho \cdot g \cdot h$$

$$T_{xy}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} - T_{xz}(h_1): \text{ representa as tensões (efeito de atrito de parede- fundo do}$$

canal). Esse termo é composto pela tensão de cisalhamento à qual é adicionada a lei de comportamento do material.

Assim:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -\rho \cdot g \cdot \frac{h^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_c (h - h_c)) - \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{\partial h_1}{\partial x} + T_{xy}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} - T_{xz}(h_1)$$

$$- \rho \cdot g \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^2}{2} \right) + \tau_c \cdot \frac{\partial h}{\partial y} - \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{\partial h_1}{\partial x} + T_{xy}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} - T_{xz}(h_1)$$

Tratamento do atrito:

$$T_{xy}(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} - T_{xz}(h_1) = \tau_p \cdot \frac{\bar{u}}{|u|}$$

$\tau_p$ : Atrito de Parede

Reagrupando os termos e considerando  $\alpha_{xx} = \alpha_{xy} = \alpha$ , chegamos:

$$\frac{\partial(h\bar{u})}{\partial t} + \frac{\partial\left(\frac{gh^2}{2} + \alpha h(\bar{u})^2\right)}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha h\bar{u}\bar{v})}{\partial y} = -gh \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\tau_c}{\rho} \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\tau_p}{\rho} \frac{\bar{u}}{|u|}$$

Analogamente para a direção Oy, temos:

$$\frac{\partial(h\bar{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha h\bar{u}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial\left(\frac{gh^2}{2} + \alpha h(\bar{v})^2\right)}{\partial y} = -gh \frac{\partial h_1}{\partial y} + \frac{\tau_c}{\rho} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_p}{\rho} \frac{\bar{v}}{|u|}$$

Admitindo, portanto:

- massa específica constante e fluido hiperconcentrado homogêneo;
- distribuição de pressão hidrostática
- $\varepsilon = \frac{H}{L} \ll 1$  (águas rasas)

e desprezando os termos de 2ª ordem;

O sistema diferencial “shallow water” se escreve da seguinte forma:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}h}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}h}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial(h\bar{u})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{gh^2}{2} + \alpha h(\bar{u})^2\right) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha h\bar{u}\bar{v}) = -gh \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\tau_c}{\rho} \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\tau_p}{\rho} \frac{\bar{u}}{|u|}$$

$$\frac{\partial(h\bar{v})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha h\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{gh^2}{2} + \alpha h(\bar{v})^2\right) = -gh \frac{\partial h_1}{\partial y} + \frac{\tau_c}{\rho} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_p}{\rho} \frac{\bar{v}}{|u|}$$

## **ANEXO B**

### B1 - Escoamento Uniforme para Fluido de Propriedades Não-Newtonianas (modelo de Herschel-Bulkley)

O equacionamento abaixo tem como hipóteses um escoamento uniforme, laminar, de um fluido incompressível, em canal inclinado, baseado na lei de Herschel Bulkley.

$$\tau = \rho g \sin \theta (h - z) \quad ; \quad \tau = \tau_c + k \dot{\gamma}^n$$

$$\tau_c + k \dot{\gamma}^n = \rho g \sin \theta (h - z)$$

$$k \dot{\gamma}^n = \rho g \sin \theta (h - z) - \tau_c$$

$$\dot{\gamma}^n = \frac{\rho g \sin \theta (h - z) - \tau_c}{k}$$

$$\dot{\gamma} = \left[ \frac{\rho g \sin \theta (h - z) - \tau_c}{k} \right]^m \quad \text{sendo } m = \frac{1}{n}$$

$$u(z) = \int_0^z \left[ \frac{\rho g \sin \theta (h - z) - \tau_c}{k} \right]^m dz$$

$$\text{Assim: } \left[ \frac{\rho g \sin \theta (h - z) - \tau_c}{k} \right] \geq 0$$

$$\left[ \frac{\rho g \sin \theta}{k} h - \frac{\rho g \sin \theta}{k} z - \frac{\tau_c}{k} \right] \geq 0$$

$$\frac{\rho g \sin \theta}{k} h - \frac{\tau_c}{k} \geq \frac{\rho g \sin \theta}{k} z$$

multiplicando por  $\frac{k}{\rho g \sin \theta}$ , temos:

$$h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta} \geq z$$

$$\text{Se } z_0 = h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta} \quad \text{logo:}$$

$$0 \leq z \leq z_0$$

$$z_0 = h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta} \quad \text{multiplicando por } \frac{\rho g \sin \theta}{k}$$

$$\frac{\rho g \sin \theta}{k} z_0 = \frac{\rho g \sin \theta}{k} h - \frac{\tau_c}{k} \quad \text{subtraindo } \frac{\rho g \sin \theta}{k} z$$

$$\frac{\rho g \sin \theta}{k} (z_0 - z) = \frac{\rho g \sin \theta}{k} (h - z) - \frac{\tau_c}{k} \quad \text{logo:}$$

$$u(z) = \int_0^z \left[ \frac{\rho g \sin \theta (z_0 - z)}{k} \right]^m dz$$

$$u(z) = \left( \frac{\rho g \sin \theta}{k} \right)^m \cdot \int_0^z (z_0 - z)^m dz$$

$$\text{se } \alpha = \left( \frac{\rho g \sin \theta}{k} \right)^m$$

$$u(z) = \alpha \int_0^z (z_0 - z)^m dz$$

$$r = z_0 - z$$

$$\frac{dr}{dz} = -1 \quad \rightarrow \quad dz = -dr$$

$$-\int_0^z r^m dr = - \left[ \frac{r^{m+1}}{m+1} \right]_0^z$$

$$u(z) = \frac{\alpha}{1+m} \left[ - (z_0 - z)^{m+1} \right]_0^z$$

$$u(z) = \frac{\alpha}{m+1} \left[ z_0^{m+1} - (z_0 - z)^{m+1} \right] \quad \text{para } z \leq z_0$$

$$u(z) = u(z_0) = \frac{\alpha}{m+1} z_0^{m+1} \quad \text{para } z_0 \leq z \leq h$$

Para os seguintes grupos adimensionais, temos:

$$U = \frac{u(z)}{u(z_0)} \quad ; Z = \frac{z}{z_0} \quad ; \text{ logo:}$$

$$u(z) = \frac{\alpha}{m+1} \left[ z_0^{m+1} - (z_0 - z)^{m+1} \right] \div u(z_0)$$

$$\frac{u(z)}{u(z_0)} = \frac{\left[ z_0^{m+1} - (z_0 - z)^{m+1} \right]}{z_0^{m+1}}$$

$$U(Z) = 1 - (1 - Z)^{m+1} \quad \text{para } Z \leq 1$$

$$U(Z) = 1 \quad \text{para } z_0 \leq z \leq h \quad \div z_0$$

$$1 \leq \frac{z}{z_0} \leq \frac{h}{z_0} \quad \rightarrow \quad 1 \leq Z \leq \frac{h}{h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta}}$$

$$\frac{h}{h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta}} \quad \times \quad \frac{\frac{\rho g \sin \theta}{\tau_c}}{\frac{\rho g \sin \theta}{\tau_c}}$$

$$\frac{\frac{\rho g h \sin \theta}{\tau_c}}{\frac{\rho g h \sin \theta}{\tau_c} - 1} = \frac{G}{G - 1} \quad \text{sendo } G = \frac{\rho g h \sin \theta}{\tau_c}$$

logo:

$$\begin{array}{ll} U(Z) = 1 - (1 - Z)^{m+1} & \text{se } Z \leq 1 \\ U(Z) = 1 & \text{se } 1 \leq Z \leq \frac{G}{G - 1} \end{array}$$

**B2 - Cálculo de q: vazão por unidade de largura**

$$q = \int_0^h u(z) dz = \frac{\alpha}{(1+m)} \left[ \int_0^{z_0} \left[ z_0^{(1+m)} - (z_0 - z)^{(1+m)} \right] dz + \int_{z_0}^h z_0^{(1+m)} dz \right]$$

$$q = \frac{\alpha}{(1+m)} \left[ \int_0^{z_0} z_0^{(1+m)} dz - \int_0^{z_0} (z_0 - z)^{(1+m)} dz + \int_{z_0}^h z_0^{(1+m)} dz \right]$$

$$q = \frac{\alpha}{(1+m)} \left[ \left[ z_0^{(1+m)} z \right]_0^{z_0} + \left[ \frac{(z_0 - z)^{(2+m)}}{(2+m)} \right]_0^{z_0} + \left[ z_0^{(1+m)} z \right]_{z_0}^h \right]$$

$$q = \frac{\alpha}{(1+m)} \left[ z_0^{(1+m)} z_0 - \frac{z_0^{(2+m)}}{(2+m)} + z_0^{(1+m)} h - z_0^{(1+m)} z_0 \right]$$

$$q = \frac{\alpha}{(1+m)} \left[ z_0^{(1+m)} h - \frac{z_0^{(2+m)}}{(2+m)} \right]$$

Finalmente:

$$q = \frac{\alpha}{(1+m)} z_0^{(1+m)} \left[ h - \frac{z_0}{(2+m)} \right]$$

**Em se tratando de variáveis adimensionais, temos:**

$$q = \frac{\alpha}{1+m} Z_0^{(1+m)} \left[ h - \frac{1}{2+m} z_0 \right]$$

$$U.h = \left( \frac{\rho g \sin \theta}{k} \right)^m \frac{1}{1+m} \left( h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta} \right)^{(1+m)} \left[ h - \frac{1}{2+m} \left( h - \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta} \right) \right]$$

$$U.h = \left( \frac{G \tau_c}{hk} \right)^m \frac{1}{1+m} \left( h - \frac{h}{G} \right)^{(1+m)} \left[ h - \frac{1}{2+m} \left( h - \frac{h}{G} \right) \right]$$

$$U.h = \left( \frac{G\tau_c}{hk} \right)^m \frac{1}{1+m} \left( h^{(1+m)} \left( 1 - \frac{1}{G} \right)^{(1+m)} \right) \left[ h - \frac{h}{2+m} \left( 1 - \frac{1}{G} \right) \right]$$

$$U.h = \left( \frac{G\tau_c}{hk} \right)^m \frac{1}{1+m} \left( h^{(1+m)} \left( \frac{G-1}{G} \right)^{(1+m)} \right) \left[ h - \frac{h}{2+m} \left( \frac{G-1}{G} \right) \right]$$

$$U.h = \left( \frac{\tau_c}{k} \right)^m \left( \frac{G}{h} \right)^m \frac{1}{1+m} h^{(1+m)} h \left( \frac{G-1}{G} \right)^{(1+m)} \left[ 1 - \frac{1}{2+m} \left( \frac{G-1}{G} \right) \right]$$

$$U.h \left( \frac{\tau_c}{k} \right)^{-m} = \left( h^{-1} h^{-m} h^{(1+m)} h \right) \frac{1}{1+m} G^m \left( \frac{G-1}{G} \right)^{(1+m)} \left[ 1 - \frac{1}{2+m} \left( \frac{G-1}{G} \right) \right]$$

$$\text{sendo } Hb = \frac{\tau_c}{k} \left( \frac{h}{U} \right)^m$$

$$Hb^{-m} = \frac{1}{1+m} \frac{G^m}{G^{(1+m)}} (G-1)^{(1+m)} \left[ 1 - \frac{1}{2+m} \left( \frac{G-1}{G} \right) \right]$$

$$Hb^{-m} = \frac{1}{1+m} G^{-1} (G-1)^{(1+m)} \left[ 1 - \frac{1}{2+m} \left( \frac{G-1}{G} \right) \right]$$

$$Hb^{-m} = \frac{1}{1+m} G^{-1} (G-1)^{(1+m)} \left[ 1 - \frac{1}{2+m} \frac{1}{G} (G-1) \right]$$

$$Hb^{-m} = \frac{1}{1+m} \frac{G^{-1}}{G} (G-1)^{(1+m)} \left[ G - \frac{1}{2+m} (G-1) \right]$$

$$Hb^{-m} = \frac{1}{1+m} G^{-2} (G-1)^{(1+m)} \frac{1}{2+m} [(2+m)G - (G-1)]$$

logo:

$$Hb^{-m} = \frac{1}{(1+m)(2+m)} G^{-2} (G-1)^{(1+m)} [(1+m)G+1]$$