

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

PEDRO MENDONÇA URBINATTI

**ANÁLISE DE UMA PLACA DE VIDRO SOB TENSÃO UTILIZANDO O
SOLVER DYNAMIC/EXPLICIT DO MÉTODO PERIDINÂMICO**

Ilha Solteira
2024

PEDRO MENDONÇA URBINATTI

**ANÁLISE DE UMA PLACA DE VIDRO SOB TENSÃO UTILIZANDO O
SOLVER DYNAMIC/EXPLICIT DO MÉTODO PERIDINÂMICO**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Faculdade de Engenharia de
Ilha Solteira – UNESP como parte dos
requisitos para obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Antônio
Bazani

Ilha Solteira

2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- U73a Urbinatti, Pedro Mendonça.
Análise de uma placa de vidro sob tensão utilizando o Solver
Dynamic/Explicit do método peridinâmico / Pedro Mendonça Urbinatti. -- Ilha
Solteira: [s.n.], 2024
60 f. : il.
- Trabalho de conclusão de curso - Universidade Estadual Paulista. Faculdade
de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Engenharia Mecânica,
2024
- Orientador: Márcio Antônio Bazani
- Inclui bibliografia
1. Peridinâmica. 2. Prognóstico. 3. Propagação de trincas. 4. Manutenção
preditiva. 5. Implementação numérica. 6. Matlab.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO : ANÁLISE DE UMA PLACA DE VIDRO SOB TENSÃO UTILIZANDO O SOLVER
DYNAMIC/EXPLICIT DO MÉTODO PERIDINÂMICO

ALUNO : Pedro Mendonça Urbinatti

RA: 171052935

Orientador: Prof. Dr. Márcio Antônio Bazani

Aprovado (x) – Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota: 7,0

Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **MARCIO ANTONIO BAZANI**
Data: 08/04/2024 16:58:29-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Márcio Antônio Bazani

Documento assinado digitalmente
 **EDUARDO PRETO**
Data: 08/04/2024 15:37:05-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eduardo Preto

Documento assinado digitalmente
 **LUCAS SIMON ARAUJO**
Data: 08/04/2024 17:32:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Lucas Simon Araujo

Documento assinado digitalmente
 **PEDRO MENDONCA URBINATTI**
Data: 08/04/2024 13:34:04-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura do Aluno

Ilha Solteira (SP), 01 de abril de 2024.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que de alguma forma me ajudaram na minha passagem pela graduação.

À minha família, em especial, meus pais que sempre me apoiaram incondicionalmente.

Aos bons amigos que eu fiz durante o período que residi em Ilha Solteira.

Aos professores da Unesp de Ilha Solteira que fizeram parte da minha graduação em engenharia mecânica e em especial ao meu orientador Prof. Dr. Márcio Antônio Bazani pela dedicação, pelos ensinamentos e pela paciência que tem com seus alunos.

À minha psicóloga Joselaine S. Koga pela força nos momentos difíceis ao longo dos anos.

“A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”.

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho utiliza o método peridinâmico como ferramenta de prognóstico para manutenção preditiva. Inicialmente são englobados os tipos gerais de manutenção existentes na indústria, seguidos dos objetivos com que este trabalho foi desenvolvido. Tendo colocado isto, discorrem-se os princípios básicos da teoria peridinâmica, incluindo pontos como a abordagem não-local, horizonte, aplicação de forças internas na segunda lei de Newton, energia crítica de fratura e inclusão de dano inicial. O trabalho foi realizado em um programa no software MATLAB tendo seu algoritmo descrito em sequência. Os resultados são gerados em formato de gráficos que ilustram as deformações obtidas na peça de ensaio, os quais são discutidos com análise qualitativa do impacto que uma trinca inicial tem ao longo de todo o corpo de uma peça. Os resultados obtidos apontam a peridinâmica como uma boa ferramenta para os fins de avaliação prognóstica, apontando as principais dificuldades encontradas ao longo do desenvolvimento, como a falta de diversidade de materiais e complexidade da simulação.

Palavras-chave: peridinâmica; prognóstico; propagação de trincas; manutenção preditiva; implementação numérica; MATLAB.

ABSTRACT

This work utilizes the peridynamic method as a prognostic tool for predictive maintenance. Initially, the general types of maintenance existing in the industry are encompassed, followed by the objectives with which this work was developed. Having stated this, the basic principles of peridynamic theory are discussed, including points such as the non-local approach, horizon, application of internal forces in the second law of Newton, critical fracture energy, and inclusion of initial damage. The work was carried out in a program in MATLAB software, with its algorithm described subsequently. The results are generated in the form of graphs illustrating the deformations obtained in the test piece, which are discussed with qualitative analysis of the impact that an initial crack has throughout the entire body of a piece. The results obtained point to peridynamics as a good tool for prognostic evaluation, highlighting the main difficulties encountered during development, such as the lack of material diversity and simulation complexity.

Keywords: peridynamics; prognosis; crack propagation; predictive maintenance; numerical implementation; MATLAB.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
1.1 Considerações Gerais	9
1.2 Objetivos	14
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	14
3. Metodologia.....	22
3.1 Visão Geral.....	22
3.2 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA	25
3.2.1 SOLVER: QUASI-STATIC X DYNAMIC/EXPLICIT	28
3.2.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO	32
3.2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS IMPLEMENTADOS.....	34
3.3 BALANÇO DE ENERGIA	37
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO	40
4.2 SIMULAÇÃO	41
4.2.1 SIMULAÇÃO SEM TRINCA	43
4.2.2 COM TRINCA.....	50
5. Conclusão	60

1. INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

Na indústria é necessária uma atenção especial na produção para se manter o nível de qualidade e constância da produção. Para isso, máquinas e sistemas mecânicos possuem manutenções periódicas, de forma que possam continuar seus processos com eficiência. (Golçalves e Bazani, 2018).

A falta de ações de manutenção pode levar a uma série de problemas como danos e quebras imprevistas, que por sua vez causam uma parada na produção e perda de tempo e dinheiro para o fabricante, além de possíveis acidentes aos operadores, podendo levar até à morte. Isto posto, tem-se que a manutenção pode ser dividida em um conjunto de ações, sendo elas ajustes, testes, alinhamentos, desmontagens, inspeções, calibrações e até mais simples, como lubrificações, além de rotinas preventivas e adequadas, entre outras (Gonçalves e Bazani, 2018).

A manutenção se divide em três tipos: a Manutenção Corretiva, a Manutenção Preventiva e a Manutenção Preditiva; como indicado na norma 5462 da ABNT (Marineli, 2022). A Figura 1 mostra simples representações das manutenções.

Figura 1 – Representação dos tipos de manutenção



Fonte: I. Marinelli, 2021.

A Manutenção Preventiva consiste na realização de manutenções em intervalos planejados, com o objetivo de evitar falhas e problemas no desempenho dos equipamentos. É uma manutenção metódica que inclui atividades como reapertos de parafusos, substituição de peças desgastadas, inspeções em rolamentos durante a operação, lubrificação, ajustes e limpezas. A frequência na qual a Manutenção preditiva é realizada se baseia em estatísticas geradas por testes de falha, independente da necessidade real do equipamento, isto pois é uma técnica simples e de baixo custo de ser executada. Este procedimento é importante para aumentar a vida útil de um equipamento, assim como garantir o seu funcionamento.

Já, a manutenção corretiva, é realizada após a falha do aparelho, de forma a colocá-lo a funcionar novamente. Esta tende a ser o tipo de manutenção mais caro de todos, levando mais tempo e causando mais prejuízos para a produção. É importante apontar que esta técnica pode ser utilizada de forma planejada ou não. Sendo que quando não é planejada ou não programada, não há supervisão sobre a condição do equipamento, sendo assim comum que ocorram falhas mais graves e, para evitar que ocorram atrasos demasiados na produção, o reparo deve ser feito rapidamente, aumentando ainda mais o seu custo. Por outro lado, a Manutenção Corretiva Planejada, é um pouco menos custosa, baseando-se na previsão de um problema com o acompanhamento constante do equipamento. É uma manutenção pré-determinada e, ainda que sejam causados danos à

manutenção, estes tendem a ser menores que em uma manutenção emergencial.

Por fim, a Manutenção Preditiva tenta prever o funcionamento futuro do equipamento baseado nas condições do equipamento coletadas por instrumentações específicas. Portanto, esta é uma técnica mais complexa e que exige conhecimento avançado destes equipamentos. Dentre os exemplos de manutenção preditiva estão a análise de vibração, termografia, ultrassom, medição de corrente, de pressão e de óleo. Tendo conhecimento de como o maquinário se comporta em cada um desses tipos de dados, é possível “prever” reparos assim que estes atingirem valores fora do comum, iniciando a manutenção para corrigir o problema. O objetivo aqui é encontrar defeitos em um estado inicial e administrá-los, quando as falhas ainda não causaram problemas na produção (Teles, 2017).

No contexto de prever condições de equipamentos e componentes existe uma ferramenta bem estabelecida chamada PHM (*prognostic and health monitoring*), que funciona baseada informação sobre o diagnóstico do sistema. Sendo uma ferramenta de prognóstico, esta é capaz de determinar a condição futura do sistema, estimando uma vida útil remanescente do componente em tempo ou em ciclos do sistema. Esta vida útil é referida como *remainig useful life* (RUL) (Gonçalves e Bazani, 2018).

A definição do RUL é de extrema importância por parte dos engenheiros da empresa, pois com isto é possível planejar a manutenção antes que a falha ocorra, agindo não apenas de forma que seja mais segura para os operadores, mas, também, diminuindo os custos e o tempo de inatividade das máquinas. Para determinação precisa do RUL é necessário o conhecimento de comportamento de degradação do sistema. Tal pode ser representado por modelos matemáticos baseados na descrição física do dano no sistema ou em dados de medição (*data driven models*) (Golçalves e Bazani, 2018).

O método dos elementos finitos, também chamado de *finite element method* (FEM), é utilizado para criar a maioria dos modelos matemáticos de Mecânica do Contínuo atuais, os quais são empregados tanto na indústria

quanto em estudos acadêmicos, no estudo de estruturas. Esta técnica funciona analisando um sistema a ser discretizado em pontos, além de equações diferenciais parciais governantes e condições de fronteira. O objetivo é estudar a movimentação dos pontos, que interagem entre si regidos pelas equações, e o comportamento do sistema, sob a atuação de uma carga (Azevedo, 2003).

A principal falha em sistemas de carregamentos cíclicos é a ruptura de componentes causada por nucleação de trincas. Isto posto, fica claro que a sua previsão é de grande interesse na engenharia. Entretanto, a propagação de trincas é um caso complexo e que depende de alguns fatores como o carregamento dos componentes, a amplitude, frequência e tensão, sendo que qualquer incerteza nestes fatores dificulta ainda mais o prognóstico. Existem modelos propostos em FEM, mas apesar do progresso já alcançado, o esforço computacional e a formulação matemática ainda são grandes limitadores para o real entendimento do processo de fratura (Gonçalves e Bazani, 2018).

O FEM convencional possui uma grande desvantagem na formulação matemática, pois assume que o corpo se mantém contínuo quando se deforma. Isto dificulta a formulação matemática em torno de uma descontinuidade como uma trinca (Gonçalves e Bazani, 2017).

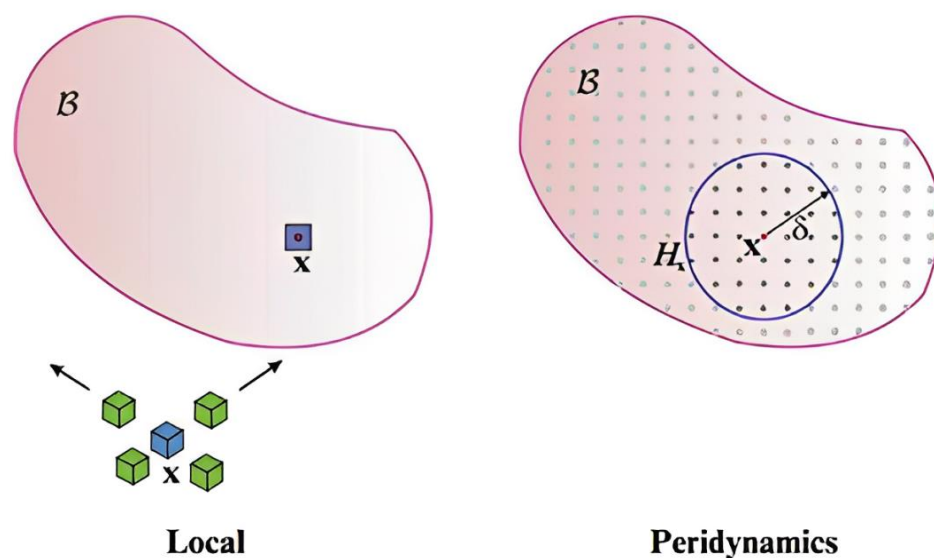
Foi comprovado que as equações diferenciais parciais, no FEM, não podem ser utilizadas em torno de uma superfície de trinca. Na situação em que a falha surge na borda da malha é possível lidar com as tensões de trinca utilizando o Método dos Elementos Finitos, porém isto raramente acontece, pois a trinca percorre um caminho aleatório no material. Com isto, o esforço computacional para modelar a propagação de uma trinca fica muito intenso, pois a malha precisa se ajustar entorno do crescimento da mesma a cada interação em que a falha cresce (Gonçalves e Bazani, 2018).

Experimentalmente, mostra-se que propagações de trincas ocorrem devido às irregularidades microestruturais no material, logo as limitações de modelos contínuos não conseguem prever os padrões da quebra (Gonçalves e Bazani, 2018).

Foi criada uma nova ferramenta de prognóstico que tem se destacado positivamente na função de detecção de trincas desde sua nucleação e propagação até a quebra total do componente. Esta ferramenta foi chamada de Peridinâmica (PD), criada por Stewart Silling, com o ideal de substituir o FEM e suas limitações neste tipo de problema. A PD se trata da reformulação não-local da Mecânica do Contínuo, levando em consideração a descontinuidade de um corpo deformado (Silling, 2000).

A Figura 2 abaixo ajuda a compreender a principal diferença entre os modelos contínuo locais (FEM) e os não-locais (PD). O domínio da esquerda mostra um ponto “ x ” tendo interações com os pontos que ele tem contato diretamente. Já à direita, é mostrada a abordagem da peridinâmica, na qual o ponto “ x ” possui interações com todos os pontos da vizinhança H_x com raio δ .

Figura 2 – Relação entre modelos contínuos locais e não-locais



Fonte: Madenci and Oterkisi, 2014.

A PD não inclui derivadas espaciais de deslocamentos, pois se baseia na formulação integral das equações constitutivas de movimento. Este método utiliza deslocamentos e não derivadas de deslocamento, visto que as derivadas

espaciais não são eficientes em descontinuidades causadas pelas trincas (Gonçalves e Bazani, 2018).

O campo de manutenção preditiva evolui muito com a utilização do Método Peridinâmico como ferramenta. Sendo ainda uma ferramenta recente e pouco difundida, sua implementação em diferentes softwares são uma excelente forma de explorar o seu potencial de análise e previsão do comportamento do material, com foco em propagação de trincas.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é realizar a análise do método peridinâmico como ferramenta de prognóstico de manutenção preditiva. Para isto, serão estudados os principais pontos da teoria peridinâmica, agregados à análise de resultados obtidos com a implementação numérica utilizando o software MATLAB.

Como objetivo secundário, será realizada uma comparação entre duas simulações sendo que uma possui dano inicial e a outra não.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

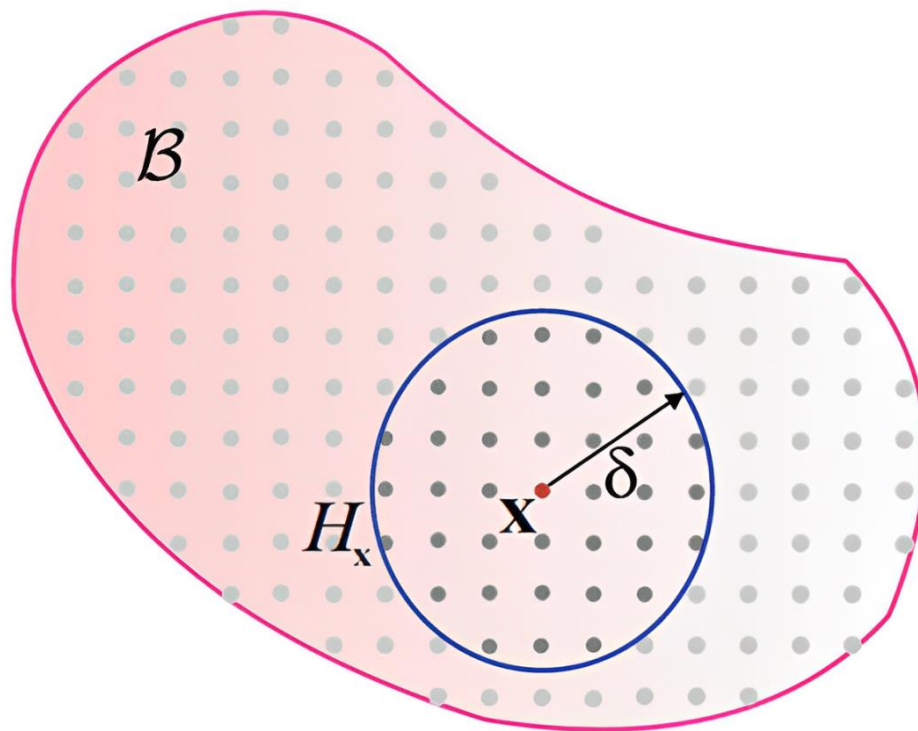
Em qualquer instante de tempo, um corpo qualquer pode ser representado discretizado, isto é, dividido em infinitos pontos materiais. No instante inicial, sem deformação, cada ponto material é indicado no sistema como $x_{(k)}$, sendo ($k = 1, 2, \dots, \infty$), e cada um possui um volume incremental $V_{(k)}$, e uma densidade de massa $\rho(x_{(k)})$ (Madenci and Oterkus, 2014).

Ao sofrer uma ação de carregamentos, deslocamento ou velocidades, ocorre uma deformação. Assim, o ponto material $\mathbf{x}_{(k)}$ passa por um deslocamento $\mathbf{u}_{(k)}$, de forma que sua nova localização no sistema será expressa pelo vetor posição $\mathbf{y}_{(k)}$ (novo estado deformado). Com isso, as representações para carregamento externo e deslocamento são $\mathbf{b}_{(k)}(\mathbf{x}_{(k)}, \mathbf{t})$ e $\mathbf{u}_{(k)}(\mathbf{x}_{(k)}, \mathbf{t})$ (Madenci and Oterkus, 2014).

Como já mencionado, um ponto de grande importância da teoria Peridinâmica é a característica de que não se analisa apenas a interação do ponto material $\mathbf{x}_{(k)}$ com seus vizinhos imediatos, mas também a sua interação com todos os pontos pertencentes à região denominada de vizinhança, ou família, $\mathbf{H}_x$. O estado de um ponto é determinado por sua interação entre pares com outros pontos $\mathbf{x}_{(j)}$, sendo $(j = 1, 2, \dots, \infty)$, dentro da região de $\mathbf{H}_{x_{(k)}}$. De forma análoga, o ponto material $\mathbf{x}_{(j)}$ interage com outros pontos em uma vizinhança $\mathbf{H}_{x_{(j)}}$. É importante reafirmar que a interação de um par de pontos só é levada em consideração quando a distância entre eles é no máximo à do tamanho do raio δ , chamado de “horizonte” (Madenci e Oterkus, 2014).

A Figura 3 ilustra os principais pontos da teoria Peridinâmica mencionados anteriormente, como os pontos materiais, a vizinhança de um ponto $\mathbf{x}$, o raio δ e a delimitação $\mathbf{H}_x$. Uma observação interessante de ser feita sobre a teoria da PD é que conforme a medida do horizonte δ diminui, mais locais são as interações dos pontos materiais considerados. Isto posto, é possível afirmar que, quando o horizonte tende a zero, a teoria clássica da elasticidade se torna um caso limitante da PD (Patriota, 2018).

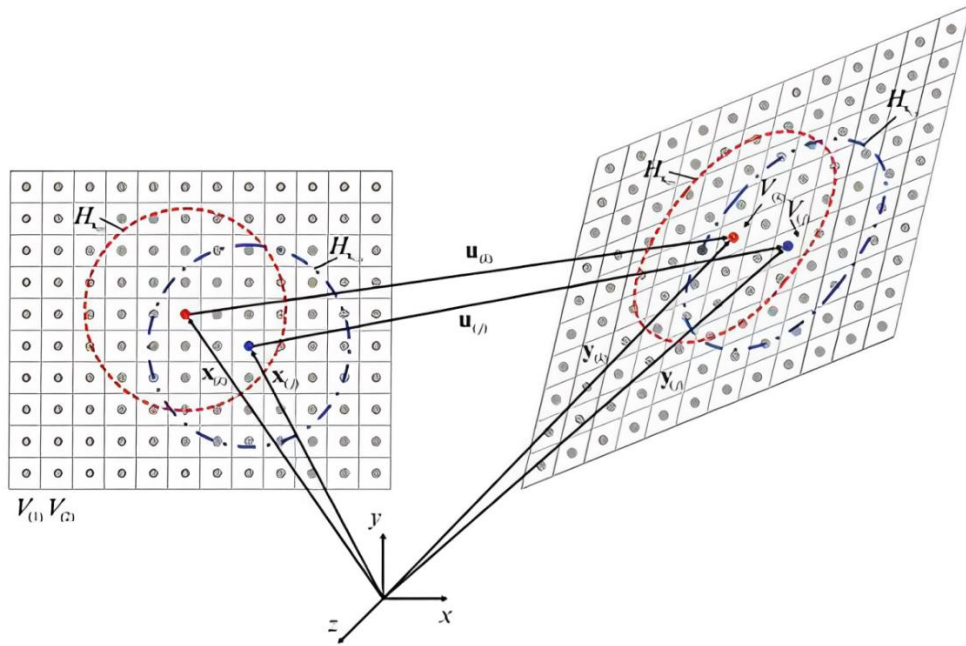
Figura 3 – Esquema para conceito de Horizonte na Peridinâmica



Fonte: Madenci and Oterkus, 2014

A Figura 4 ilustra que todo ponto material, seja $\mathbf{x}_{(k)}$ ou $\mathbf{x}_{(j)}$ não apenas interage como é influenciado pela deformação conjunta de outros pontos presentes nas suas famílias $\mathbf{H}_{\mathbf{x}_{(k)}}$ e $\mathbf{H}_{\mathbf{x}_{(j)}}$ (Madenci and Oterkus, 2014).

Figura 4 – Cinemática de pontos materiais na Peridinâmica



Fonte: Madenci and Oterkus (2014).

Antes da deformação, no estado inicial, o vetor posição relativa (entre dois pontos de diferentes horizontes) é definido como:

$$\xi_{(k)(j)} = x_{(j)} - x_{(k)} \quad (1)$$

Os deslocamentos $u_{(k)}$ e $u_{(j)}$ também podem ser expressos em funções das suas posições iniciais e finais, como:

$$u_{(k)} = y_{(k)} - x_{(k)} \text{ e } u_{(j)} = y_{(j)} - x_{(j)} \quad (2)$$

Os deslocamentos de cada ponto, pertencente a dois horizontes distintos, expressam um deslocamento relativo:

$$\eta_{(k)(j)} = u_{(j)} - u_{(k)} \quad (3)$$

O deslocamento relativo S , por sua vez, relaciona a posição de dois pontos distintos nos estados deformado e não-deformado:

$$S_{(k)(j)} = \frac{|y_{(j)} - y_{(k)}| - |x_{(j)} - x_{(k)}|}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} \quad (4)$$

Utilizando as Equações (1) e (3) na Equação (4), é possível fazer as seguintes substituições:

$$S_{(k)(j)} = \frac{|\xi_{(j)} - \eta_{(k)}| - |\xi_{(k)(j)}|}{|\xi_{(k)(j)}|} \quad (5)$$

Tendo que, dentro do domínio $H_{x_{(k)}}$, os pares de pontos interagem seguindo a 2ª Lei de Newton, a equação de movimento na Peridinâmica será representada em sua forma mais genérica como (Moneli, 2020):

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \int_{H_x} f(\eta, \xi) dV_x + b(x,t) \quad (6)$$

Sendo $\ddot{u}(x,t)$, a aceleração, representada como a derivada de segunda ordem do vetor deslocamento. Enquanto $f(\eta, \xi)$ representa as forças internas, relacionado às unidades de volume entre os pontos materiais. Estas forças, dependendo de suas intensidades, podem ser responsáveis pela deformação do material, e até do desenvolvimento de trincas. O termo em questão é integrado sobre a vizinhança H_x . O fator mais à direita, $b(x,t)$, como já tratado, representa o carregamento externo, sendo por exemplo compressão, tração ou cisalhamento.

Stewart Silling (Silling, 2000) propõe, baseada na teoria da microelasticidade linear, a função $f(\eta, \xi)$ modelada a partir da função de energia potencial microelástica, $\omega(\eta, \xi)$:

$$f(\eta, \xi) = \frac{\partial}{\partial \eta} \omega(\eta, \xi) \quad (7)$$

Supondo que o alongamento do material possui relação linear com a força existente entre um par de pontos, a energia potencial microelástica será representada da seguinte forma (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017):

$$\omega(\eta, \xi) = \frac{C(\xi)S_{(i)(j)}^2\xi}{2} \quad (8)$$

Na equação acima, o termo $C(\xi)$ é o micro-módulo de elasticidade, ou constante de ligação (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017), e representa a rigidez da ligação entre pontos materiais, sendo proporcional às características do material. Supondo este valor como constante, $C(\xi) = C$, este pode ser calculado:

$$C = \frac{6E}{\pi\delta^3(1-\nu)} \quad (9)$$

Na Equação (9), o micro-módulo de elasticidade é diretamente proporcional ao módulo de Young (ou de elasticidade), E , e inversamente proporcional ao coeficiente de Poisson, ν , propriedades que, como dito, são intrínsecas ao material (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017). A mesma é obtida ao igualar a função de energia de deformação comum com a da energia de deformação da peridinâmica. Esta, sendo obtida ao integrar o micropotencial elástico no horizonte (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017):

$$\begin{aligned} W(x) &= \frac{1}{2} \int_{H_x} \omega(\eta, \xi) dx' = \frac{1}{2} \int_{-\delta}^{\delta} \left[\frac{C(\xi)S^2r}{2} \right] 2\pi r dr \\ &= \frac{\pi}{6} C(\xi)S^2\delta^3 \end{aligned} \quad (10)$$

Na Peridinâmica, quando o deslocamento ou estiramento $S_{(k)(j)}$, superar um valor crítico, S_c , os pontos materiais não interagem mais entre si, as forças de contato entre pares de ponto deixam de ocorrer, então, pode-se dizer que se formou uma trinca ou uma falha (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017).

Nas equações de movimento, a trinca é colocada como a “remoção” dos vetores de densidade de força entre os pontos, de maneira que seja irreversível. O que leva ao crescimento autônomo da trinca e à redistribuição do carregamento entre os pontos, que surge como uma consequência desta remoção. Assim, à medida que a falha avança e vão se anulando as interações entre os pontos, obtém-se informações relevantes como a direção e a velocidade de propagação da mesma (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017).

O valor crítico para o estiramento que causa a trinca nas interações, S_c , é uma função que depende de um fator denominado energia crítica de fratura, G_0 , além do módulo de Young do material, E , e do raio do horizonte, δ . Em um problema analisado em 2D, a expressão deste valor é representada como (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017).

$$S_c = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} \quad (11)$$

Por fim, utilizando as Equações (5) e (8) na Equação (7) e considerando a Equação (10), a função que relaciona as forças internas existentes entre os pares de pontos será expressa como (Dias, Bazani, Paschoalini, Barbanti, 2017).

$$f(\eta, \xi) = \begin{cases} c(\xi)S \frac{\xi + \eta}{||\xi + \eta||}, & S_{(k)(j)} < S_c \\ 0, & S_{(k)(j)} \geq S_c \end{cases} \quad (12)$$

3. Metodologia

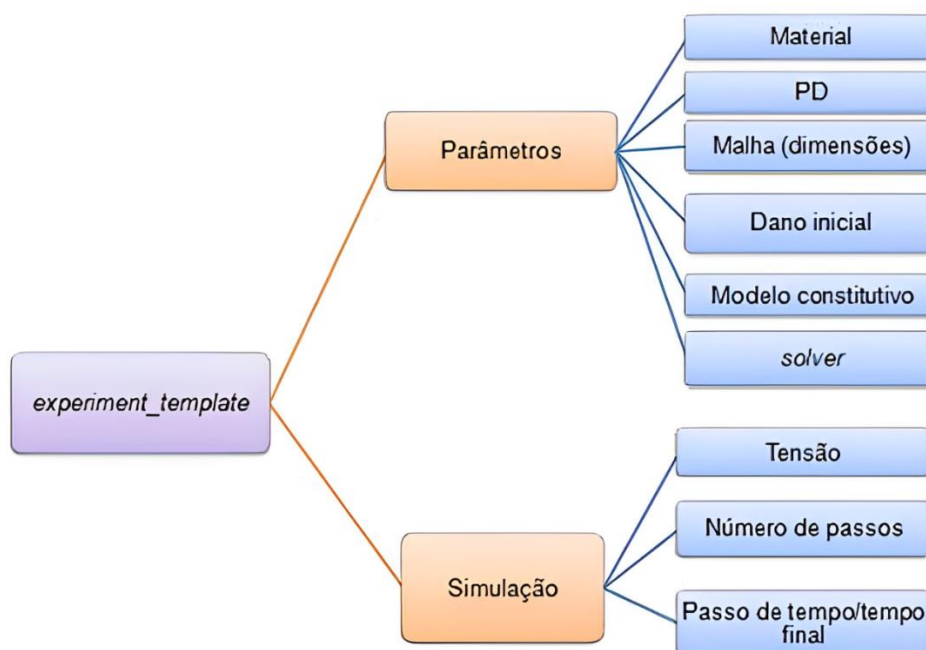
3.1 Visão Geral

Este Trabalho de Graduação se baseou no estudo da teoria Peridinâmica, através de diversos trabalhos acadêmicos, artigos, teses, dissertações e livros contendo o assunto, além de um estudo e análise de dois programas de computador escritos em software *Matlab* por Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018) e por André Moraes de Vinha (Vinha, 2022). A tese de Patriota também foi utilizada como base para a teoria e os programas foram utilizados para aprender uma forma eficaz de implementar numericamente a Peridinâmica.

A implementação numérica no próprio *Matlab* é consideravelmente ramificada, contendo diversas funções. De início, o usuário acessa três templates como funções principais: *experimente_template*, *generateMesh* e *prescribedBC*, os quais serão explicados a seguir.

A primeira função *experimente_template* é a principal das mencionadas, nela são configurados os parâmetros importantes para a simulação, como as características físicas do material (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, densidade, energia crítica de deformação), geometria, parâmetros peridinâmicos (raio do horizonte e razão de malha), dano ou entalhe inicial, tipo de modelo constitutivo para cálculo de forças internas e a energia de deformação, o tipo de solver, tensão aplicada, número de passos, passo de tempo e tempo final. O organograma abaixo organiza de forma simples o seu funcionamento

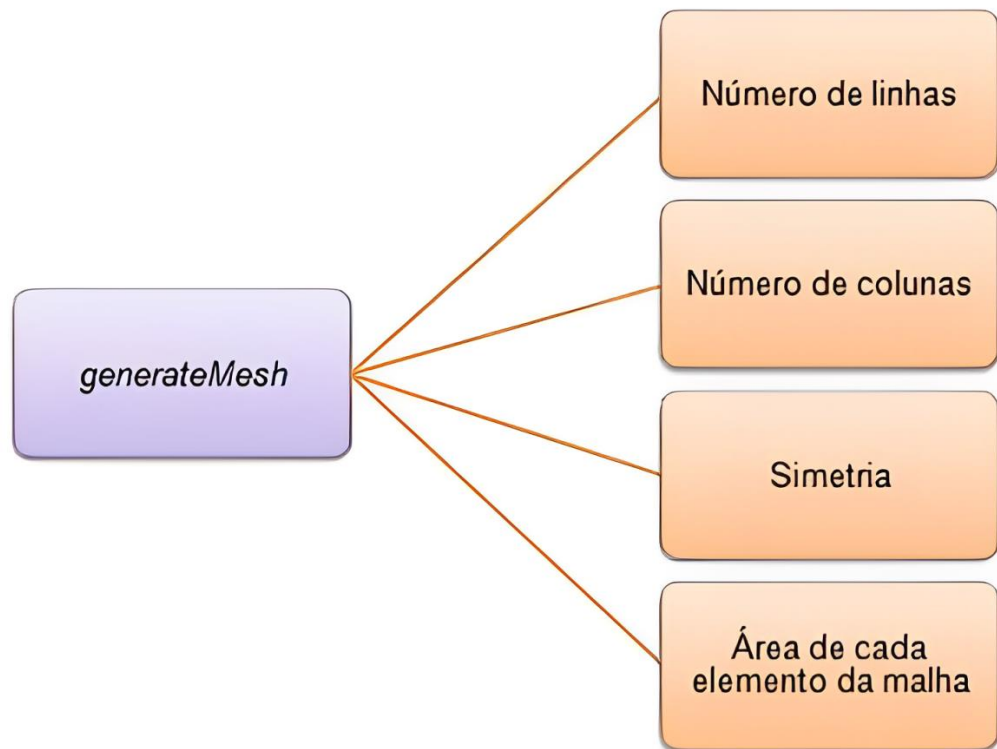
Figura 5 – Organograma da função *experimente_template*



Fonte: Vinha, 2022

A malha utilizada no experimento é gerada pela função *generateMesh*, sendo este o templates mais simples. Entretanto, a malha gerada irá influenciar tanto na simulação quanto no pós-processamento. A Figura 6 a seguir mostra um organograma desta função, onde o usuário tem a liberdade de modificar o número de linhas, colunas, simetria e área de cada elemento de malha.

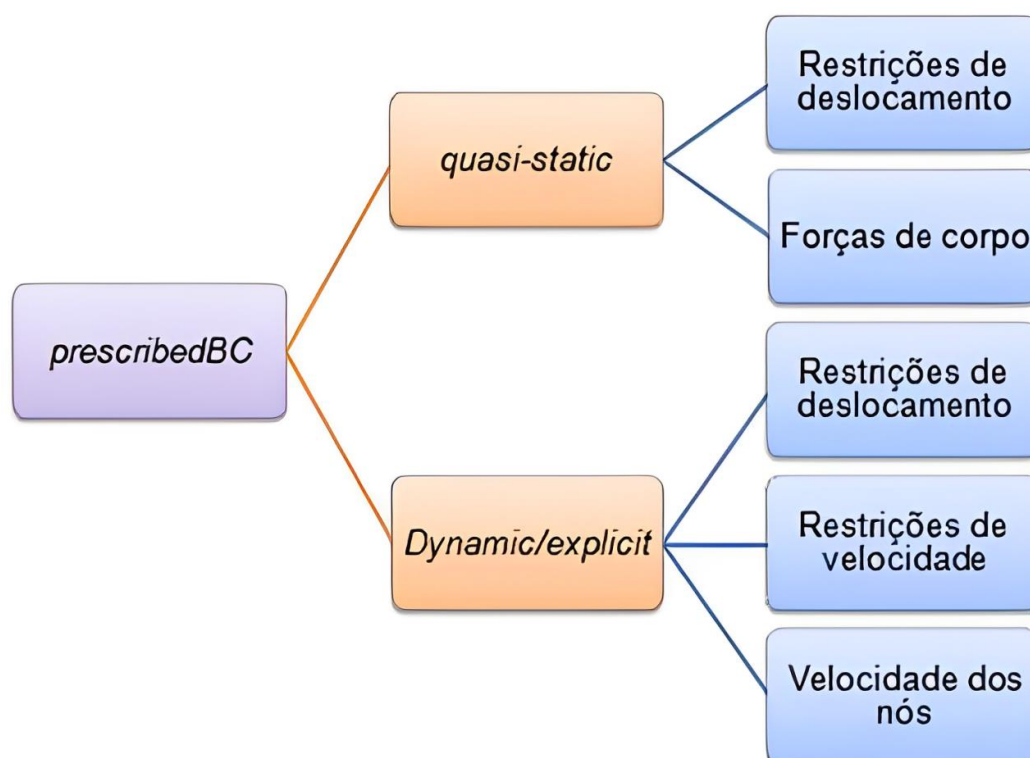
Figura 6 – Organograma da função *generateMesh*



Fonte: Vinha, 2022.

Por fim das três principais funções, a *prescribedBC* tem o papel de manipular as condições de fronteira da simulação, sendo de grande importância. As condições de fronteira dependem do *solver* que será utilizado, podendo ser o *quasi-static solver* ou o *dynamic/explicit solver*. No caso do primeiro o usuário deve inserir as restrições de deslocamento e as forças do corpo, já no caso do segundo, deve-se inserir as restrições de deslocamento e velocidade, além da velocidade prescrita de cada nó ou ponto material. A Figura 7 apresenta um organograma sobre a função *prescribedBC*.

Figura 7 – Organograma da função *prescribedBC*



Fonte: Vinha, 2022.

O experimento de simulação é acionado pela *experiment_template*, sendo a principal. As outras mencionadas *generateMesh* e *prescribedBC* são “chamadas” pela principal.

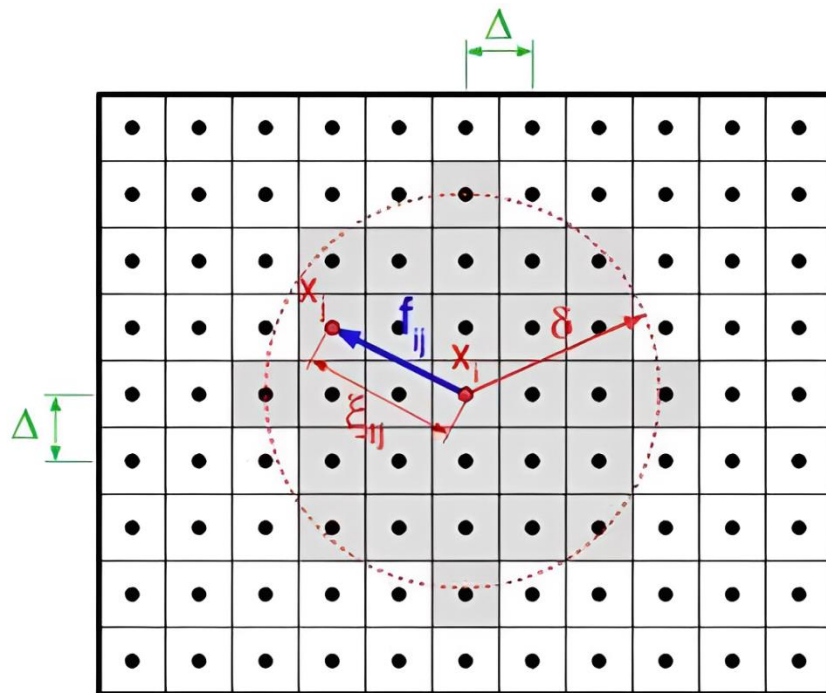
3.2 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

Neste tópico o estudo foca na forma geral dos pontos mais importantes da implementação numérica realizada pelos autores Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018) e André M. Vinha (Vinha, 2022).

Na Figura 8 abaixo, a malha total pode ser representada como um domínio bidimensional chamado $\mathcal{B}_D$, sendo que $\mathcal{B}$ representa o domínio bidimensional de

referência. $\mathcal{B}_D$ pode ser aproximado a $\mathcal{B}$ por uma malha homogênea. Nesta representação, cada ponto i possui uma posição descrita por x_i , que fica no centro de uma célula quadrada τ_i (parte discretizada do domínio total) de lado $\Delta = h$, densidade ρ_i , e área h^2 . Na Figura 5, mostrada anteriormente, estão presentes o termo das forças internas (f_{ij}), exercidas entre os pontos material i e j , o raio δ , representando o tamanho do horizonte, a posição relativa entre dois pontos (ξ_{ij}) e Δ que também representa a distância entre dois pontos vizinhos (Patriota, 2018).

Figura 8 – Esquema de discretização de um domínio na Peridinâmica



Fonte: J. P. Dias, M. A. Bazani, A. T. Paschoalini, L. Barbanti, 2017.

As variáveis físicas do problema estão colocadas nestes pontos e a equação da Segunda Lei de Newton (Equação 6) é ligada espacialmente com a regra de quadratura do ponto médio. Considerando o ponto $x_i \in \mathcal{B}_D$ Tem-se a

equação governante de movimento da Peridiâmica discretizada como (Patriota,2018):

$$\rho_i \ddot{u}_i = \sum_{i \in \mathcal{F}_i} f_{ij} \Delta V_{ij} + b_i \quad (13)$$

Na equação acima, estão representados $\ddot{u}_i = \ddot{u}(x_i)$ como aceleração, $b_i = b(x)_i$ como a força ou carregamento externo, $\mathcal{F}_i$ é a família de índices correlacionadas com o nó i e, por fim, ΔV_{ij} como o volume do ponto material j dentro do horizonte do ponto material i .

Patriota também destaca em seu trabalho, de forma bastante relevante, a questão do tamanho do horizonte δ . Como já mencionado, este é um parâmetro material e, com isso, um tamanho muito reduzido leva as interações entre ponto a serem cada vez mais locais, retomando a abordagem da teoria clássica da elasticidade. Já em outros casos, estruturas que permitem um δ maior tem por recomendação que o seu tamanho seja apenas o suficiente para proporcionar resultados conclusivos sem aumentar desnecessariamente o custo computacional (Patriota, 2018).

A medida ideal do tamanho do horizonte na simulação numérica é dada pela *mesh ratio*, ou proporção de malha (Patriota, 2018):

$$d = \frac{\delta}{h} \quad (14)$$

Túlio também informa que quanto maior o valor desta taxa, mais precisas serão as informações obtidas na vizinhança de raio δ do ponto material. O autor ainda fornece valores para garantir uma boa prática da precisão da integração numérica como:

$$\begin{cases} 4 < d < 6, \text{ para simulações em } 2D, \text{ e} \\ 6 < d < 9, \text{ para simulações em } 3D \end{cases}$$

Tendo este valor escolhido adequadamente, realiza-se uma verificação da convergência de δ , podendo esta, ser de dois tipos: a δ -convergence, em que d é mantido fixo e δ se aproxima de zero, fazendo com que a solução obtida se aproxime da solução clássica da abordagem local, e a d -convergence em que δ é mantido fixo e d é aumentado tendo uma solução aproximada convergida para a solução analítica peridinâmica. Em outros trabalhos pode ser observado que a combinação de valores pequenos tanto para o horizonte quanto para a taxa de malha pode culminar em solução errôneas (Patriota, 2018).

3.2.1 SOLVER: QUASI-STATIC X DYNAMIC/EXPLICIT

Existem duas opções de *solvers* ou “solucionadores” para a realização de testes e simulações com o programa, sendo eles o quase-estático e o dinâmico-explicito. Este trabalho foca na utilização do segundo, referenciado como *dynamic/explicit*.

3.2.1.1 SOLUCIONADOR QUASE ESTÁTICO EM TEMPO IMPLÍCITO

A equação de movimento da peridinâmica, Equação (13), possui o termo de inércia $\rho_i \ddot{u}_i$, ou seja, tem forma dinâmica. Com isso, ela não pode ser diretamente aplicável para casos estáticos ou quase-estáticos. É possível contornar esta situação aplicando técnicas ao sistema, de modo a transformá-lo em uma condição estático em um curto período de tempo. Este tratamento se baseia na teoria de que uma solução estática é parte do estado estacionário da resposta transitória da solução (Patriota, 2018).

Com estas informações, para fazer simulações no estado estacionário, o termo de inercia será zerado, fazendo com que a equação governante discretizada fique como (Patriota, 2018):

$$\sum_{i \in \mathcal{F}_i} f_{ij} \Delta V_{ij} + b_i = 0 \quad (15)$$

Para reescrever esta equação em forma vetorial, l e k são assumidos como graus de liberdade do primeiro e do segundo componentes cartesianos do campo de deslocamento do nó i . Com isso a equação fica da forma (Patriota, 2018):

$$\bar{f}_{int} + \bar{b} = 0 \quad (16)$$

Na equação (17), as componentes l e k de $\bar{f}_{int}$ ficam na forma:

$$\bar{f}_{int,l} = \sum_{j \in \mathcal{F}_i} f_{ij,1} \Delta V_{ij}, \quad \bar{f}_{int,k} = \sum_{j \in \mathcal{F}_i} f_{ij,2} \Delta V_{ij} \quad (17)$$

Com $f_{ij,1}$ e $f_{ij,2}$ sendo componentes cartesianos da força de interação f_{ij} . Para especificar cada notação, as variáveis de vetor com sobrelinha referem-se ao índice de um nó, enquanto as que não têm sobrelinha referem-se ao índice do grau de liberdade. A formulação de um vetor e não uma matriz traz mais vantagens pois permite uma abordagem mais simples das restrições cinemáticas (Patriota, 2018).

Para que a condição de simulação de estado estacionário possa ser abordada, utiliza-se no programa o *quasi-static implicit time solver*, baseado no método de Newton de análise numérica com o objetivo de estimar as raízes de uma função. Neste método, ao invés de utilizar avanço de tempo, as condições de carregamento são atualizadas a cada passo, levando a uma configuração desbalanceada que implica em uma solução de campo de deslocamento atualizada.

3.2.1.2 SOLUCIONADOR DINÂMICO EXPLÍCITO

Na simulação dinâmica é realizada uma integração no tempo pelo método de diferença central utilizando o esquema de tempo explícito chamado de *Velocity Verlet* (Patriota, 2018). Este esquema está representado no trabalho do autor Túlio Patriota.

Por utilizar um método explícito o programa, o incremento de tempo Δt deve ser pequeno o suficiente para manter a estabilidade. Silling [9] propôs uma expressão para definir o incremento de tempo crítico:

$$\Delta t_{crit} = \min_i \left(\sqrt{\frac{2\rho}{\sum_{p \in \mathcal{F}_i} C_{ip} \Delta V_{ip}}} \right) \quad (18)$$

Sendo C_{ip} o micro-módulo de elasticidade calculado em relação ao vetor de posição relativa inicial (ligação), $\xi_{ip} = x_p - x_i$. Para o caso de dimensão 2D, a expressão de micro-módulo tem a derivação seguinte

$$C_{ij} = |C_{ij}| \quad C_{ij} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\eta}} \Big|_{\boldsymbol{\eta}=0, \xi=\xi_{ij}} \quad (19)$$

Na equação acima, $\mathbf{f}$ é uma função da ligação dos pontos materiais e do deslocamento relativo entre dois pontos $\boldsymbol{\eta}$. Com esta Equação (15) e a Equação (11), pode-se chegar a:

$$C(\xi) = \frac{C_{\omega\delta}(|\xi|)}{|\xi|^3} \begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_2 \xi_1 \\ \xi_1 \xi_2 & \xi_2^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Nesta Expressão, os subscritos de ξ são componentes cartesianos do vetor de ligação (posição relativa inicial ξ . C ainda representa uma contante de ligação ou micro-módulo de elasticidade, sendo calculado pela Equação (9).

3.2.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno são de grande importância para o funcionamento do programa, dito que elas estão diretamente relacionadas com os *solvers*. Elas são de 3 tipos: a restrição de deslocamento, o carregamento externo e a restrição de velocidade, porém, o *quasi-static* utiliza apenas do primeiro e do segundo, logo o terceiro não será abordado.

3.2.2.1 RESTRIÇÃO DE DESLOCAMENTO

As restrições são aplicadas diretamente nos pontos materiais (nós) e será prescrito um vetor com os componentes de deslocamentos em um determinado tempo contendo somente deslocamentos constantes, o qual é representado como:

$$\bar{u}^n(\Gamma_d) = u_p \quad (21)$$

Na Equação 20 o termo Γ_d representa o conjunto de graus de restrição de liberdade, na qual o deslocamento é estabelecido, n é um instante discreto de tempo e u_p , é o vetor que carrega os deslocamentos prescritos.

3.2.3.2 RESTRIÇÃO DE VELOCIDADE

Este caso se assemelha bastante ao anterior, com a principal diferença que Γ_V é o conjunto de graus de liberdade de restrição, no qual a velocidade constante é estabelecida, v_p é um vetor que contém as velocidades prescritas no conjunto e Δt é o incremento de tempo (Patriota, 2018).

$$\bar{u}^n(\Gamma_V) = \bar{u}^{n.1}(\Gamma_V) + v_p \Delta t \quad (22)$$

Esta expressão representa o vetor que contém as componentes de deslocamento em Γ_V em um determinado instante discreto de tempo n . Esta relação rege o *Dynamic/Explicit Solver*, e a possibilidade de incluir trincas na simulação.

3.2.3.3 CARREGAMENTO EXTERNO

Seguindo a teoria da Peridinâmica, forças externas de tração ou compressão podem ser aplicadas relacionadas a unidades de área. Para se adequar a isto, as rotinas de programação são baseadas nos modelos clássicos do contínuo.

Na simulação utilizada, as forças mencionadas são aproximadas como forças de corpo por unidade de volume, atuando em uma camada fina próxima à fronteira. Na Equação (23) abaixo, Ω_t representa o conjunto de nós na fronteira do domínio discretizado $\mathcal{B}_D$ onde as forças são prescritas, Δ_x é o comprimento

da célula normal à força que se encontra na fronteira ou condição de contorno, d é a razão de malha e $A_{\Omega_t} = h^2$.

$$b(X_{\Omega_t}) = \frac{T \Delta_x}{dA_{\Omega_t}} \quad (23)$$

A força de tração (T) representada contém o tensor σ e o vetor unitário normal em relação à superfície N:

$$T = \sigma N \quad (24)$$

3.2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS IMPLEMENTADOS

Para este trabalho, com fins de comparação, será estudado o modelo *2D linear peridynamic solid* (LPS-2D), de forma que duas simulações serão realizadas, uma delas com dano inicial e a outra sem.

3.2.3.1 PROTOTYPE MICRO BRITTLE MODEL (PMB)

Com esse modelo, já é viável conduzir simulações incorporando danos ou trincas iniciais, graças à inclusão de uma função binária denominada fator de dano μ (Patriota, 2018).

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x < S_c \\ 0, & x \geq S_c \end{cases}$$

3.2.3.2 MODELO CONSTITUTIVO LPS-2D

O trabalho do Autor Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018) coloca várias opções de implementação de modelos constitutivos para simulações. A função destes modelos é calcular a densidade das forças internas f_{int} e a densidade de energia de deformação W . Para os resultados obtidos neste trabalho, o modelo adotado foi o *2D Linear peridynamic solid* (LPS-2D).

Neste modelo, a função de densidade das forças internas é dada pela seguinte equação:

$$f_{int}(x_i, u) = \sum_{i \in \mathcal{F}_i} (\underline{T}_i \langle -\xi_{ij} \rangle - \underline{T}_j \langle \xi_{ij} \rangle) \Delta V_{ij} \quad (25)$$

na qual o vetor de força é discretizado da forma:

$$\begin{aligned} \underline{T}_i \langle \xi_{ij} \rangle = & \left[\frac{2(2\nu - 1)}{\nu - 1} \left(\hat{c}_1 + \frac{\hat{c}_2 m - \nu + 2}{3^2} \frac{\omega(\xi_{ij}) |\xi_{ij}|}{2\nu - 1} \right) \frac{\omega(\xi_{ij}) |\xi_{ij}|}{m} \hat{\theta}_i \right. \\ & \left. + \hat{c}_2 \omega(\xi_{ij}) |\xi_{ij}| \underline{e} \langle \xi_{ij} \rangle \right] \underline{e} \langle \xi_{ij} + \eta_{ij} \rangle \end{aligned} \quad (26)$$

e $\hat{\theta}_i$ é integrado espacialmente utilizando a regra da quadratura de ponto médio:

$$\hat{\theta}_i = \frac{2(2\nu - 1)}{\nu - 1} \frac{1}{m} \sum_{k \in \mathcal{F}_i} \omega(|\xi_{ij}|) |\xi_{ij}| \underline{e}\langle \xi_{ij} \rangle V_{ik} \quad (27)$$

na qual $\underline{e}$ é o estado escalar de alongamento, que tem a forma de

$$\underline{e}\langle \xi_{ij} \rangle = |\xi_{ij} + \eta_{ij}| - |\xi_{ij}| \quad (28)$$

As constantes materiais $\hat{c}_1$ e $\hat{c}_2$ são definidas como

$$\hat{c}_1 = K + \frac{G}{9} \frac{(\nu + 1)^2}{(2\nu - 1)^2}, \quad \hat{c}_2 = \frac{8G}{m} \quad (29)$$

Por fim, a densidade de energia é dada por:

$$W_{lps}(x_i) = \left[\frac{\hat{c}_1}{2} + \frac{\hat{c}_2}{2} \frac{m}{3^2} \left(\frac{-\nu + 2}{(2\nu - 1)} \right) \right] \hat{\theta}_i^2 + \frac{\hat{c}_2}{2} \sum_{j \in \mathcal{F}_i} \omega(\xi_{ij}) \underline{e}_{ij}^2 \Delta V_{ij} \quad (30)$$

3.3 BALANÇO DE ENERGIA

O balanço total de energia do sistema não deve aumentar e nem dissipar para este caso, permanecendo constante. A evolução de energia através do tempo ajuda com a percepção de estabilidade da simulação. A energia total do corpo deformado é dada por:

$$E(t^n) = K(t^n) + P(t^n) - W^E(t)^n \quad (31)$$

Na Equação (31) acima a energia total $E(t^n)$ é a somatória das energias cinética $K(t^n)$, potencial $P(t^n)$ e do trabalho externo $W^E(t)^n$.

Note que todas as quantidades são validadas com o tempo $(t)^n = n\Delta t$.

A equação da energia cinética:

$$K(t^n) = \sum_{i \in \mathcal{B}_D} \rho_i |v_i^n|^2 V_i \quad (32)$$

A energia potencial:

$$P(t^n) = \sum_{i \in B_D} W(x_i, t^n) V_i \quad (33)$$

Para ambas as Equações (32) e (33), V_i é o volume relacionado à célula i , B_D é o domínio bidimensional discretizado, v_i é o vetor de velocidade de cada ponto e W é a função de densidade de energia de deformação.

Já o trabalho externo $W^E t^n$ depende das condições de contorno aplicadas. Caso seja aplicada como carregamento externo e constante no tempo, a equação a seguir pode ser aplicada:

$$W^E(t^{n_{final}}) = \sum_{n=2}^{n_{final}} \sum_{i \in B_D} b_i^n \cdot v_i^{n-1/2} V_i \Delta t \quad (34)$$

Ao colocar a restrição de velocidade como condição de contorno, surge de forma implícita uma prescrição de força externa, colocando em evidência o carregamento externo. O autor Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018), fala de forma mais detalhada dessa questão.

Como o sistema não possui dissipação de energia, todo o trabalho externo é desviado para acelerar os pontos, deformando o material, tendo o balanço de energia total como:

$$E(t) = 0, \quad \forall t \in [0, t_{final}] \quad (35)$$

Se a dissipação for considerada, será esperado que

$$\frac{dE}{dt} < 0 \quad (36)$$

A dissipação neste trabalho é considerada apenas vinda da nucleação e da propagação de trincas nos modelos de dano.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados discutidos neste trabalho são focados na comparação da utilização dos modelos constitutivos PMB, abordado no trabalho de Túlio V. B. Patriota (Patriota, 2018), e LPS-2D desenvolvido a seguir.

O material utilizado foi o *soda-lime glass*, conhecido por ser um vidro grosso, amplamente utilizado na fabricação de garrafas como de cerveja e de refrigerante. As propriedades do material estão mostradas na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1: Propriedades materiais do *soda-lime glass*

Propriedade	Valor
Módulo de Young E (Gpa)	72
Densidade ρ (kgm ⁻³)	2440
Coeficiente de Poisson	0,3
Energia Crítica de Fratura (Jm ⁻²)	3,8

Fonte: Patriota, 2018.

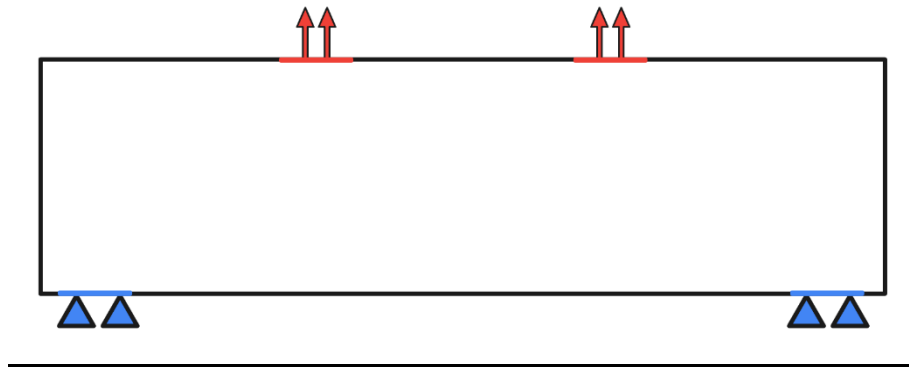
Este é o material mais utilizado para o estudo de propagação de trincas, tanto em peridinâmica quanto nas do MEF.

4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Vale ressaltar que a validação deste programa já foi realizada amplamente nos trabalhos dos autores Túlio. V. B. Patriota (Patriota, 2018) e André de M. Vinha (Vinha, 2022). Logo, este passo não será feito novamente no trabalho em questão.

As simulações realizadas para a pesquisa foram feitas com a intenção de entender a formação de trincas em uma placa de vidro com dimensões de 1000 x 150 mm, considerando apenas uma dimensão 2D. A parte inferior é fixada em dois pontos sendo um em cada extremidade, à esquerda e à direita, enquanto a parte superior é tracionada em dois pontos separados, também à esquerda e à direita. Na imagem abaixo, as seções em azul representam as partes fixas e as em vermelho, as partes que sofrem tensões.

Figura 9 – Esquema das simulações



Fonte: elaborado pelo autor.

Para os parâmetros de peridinâmica foram utilizados o horizonte $\delta = 5$ mm e a razão de malha $d = 5$, resultando em um tamanho de célula para cada nó com tamanho de $h = 1$ mm. Note que o horizonte tem um tamanho grande em relação às dimensões do retângulo, logo, a malha é considerada grosseira.

O experimento também irá comparar a deformação da placa com e sem a trinca, tendo os pontos fixos mostrados, para entender a influência desta característica inicial na placa de vidro.

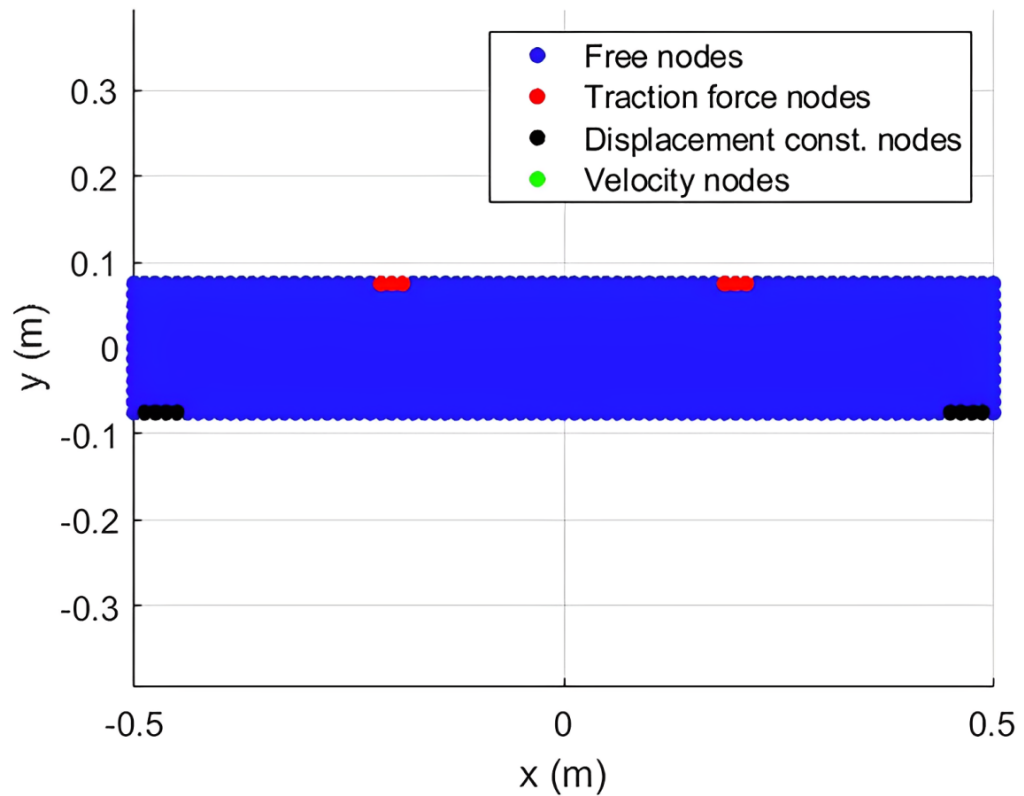
4.2 SIMULAÇÃO

Para esta simulação, são colocadas algumas informações importantes sendo, o incremento de tempo, o tempo final e a velocidade dos pontos. O incremento de tempo foi de $2 \mu\text{s}$, com tempo final de $50 \mu\text{s}$.

O gráfico abaixo, na Figura 11, irá mostrar as condições de contorno utilizadas para este estudo. Na imagem é mostrada uma legenda com os quatro tipos de possibilidades para os nós de malha, sendo, os nós livres em azul, os

que sofrem carregamento externo em vermelho, os restritos em preto e com velocidade em verde.

Figura 10 – Condições de contorno da simulação



Fonte: elaborado pelo autor.

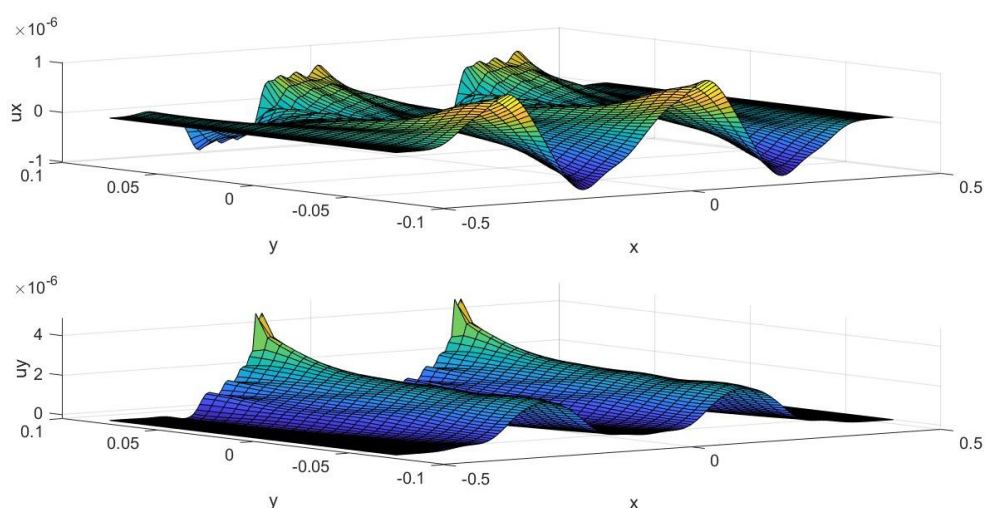
A inclusão de restrição de velocidade causará um erro no programa. Para tal simulação a tensão nominal foi de $\sigma = 6$ Mpa. Este valor é implementado e pode ser alterado facilmente na função *experimente_template*, tendo a direção vertical e o sentido para cima.

4.2.1 SIMULAÇÃO SEM TRINCA

A Figura 12 representa um gráfico mostrando o campo de deslocamento no eixo cartesiano em ambas as direções em decorrência de pressão aplicada.

Os gráficos irão mostrar o deslocamento da malha em ambas as direções do eixo cartesiano gerado peça tração aplicada. É possível notar que para o solver *dynamic/explicit* os efeitos de superfície não são muito notáveis. O deslocamento entre pontos máximo e mínimo do eixo x é de $\bar{u}_x = 2,76 \cdot 10^{-6}$ m, sendo que o valor diminui gradativamente no sentido dos pontos mais longe de onde é aplicada a tração. No eixo y este valor de deslocamento máximo é de $\bar{u}_y = 8,68 \cdot 10^{-6}$ m, que diminui conforme se afasta da superfície superior, chegando a um valor de $\bar{u}_y = 4 \cdot 10^{-6}$ m na base abaixo dos pontos que tem tensão aplicada.

Figura 11 – Campo de deslocamento por eixo cartesiano para simulação sem trinca

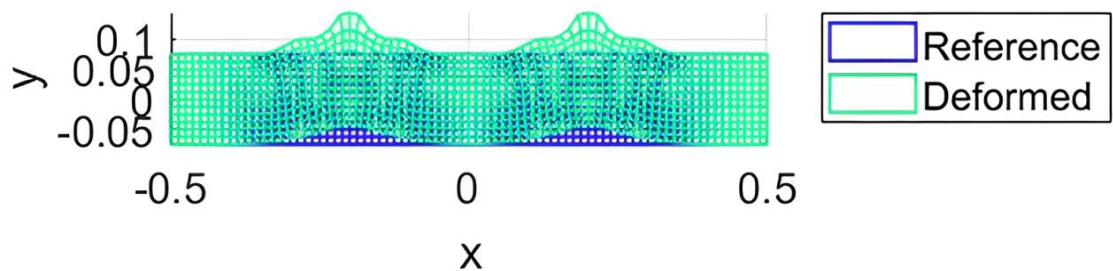


Fonte. elaborado pelo autor.

O próximo gráfico, mostrado na Figura 13, é uma representação da comparação entre o domínio antes e depois de sofrer a ação da tenção

(*reference* e *deformed*, respectivamente). Neste é possível observar perfeitamente o resultado da atuação das forças no domínio.

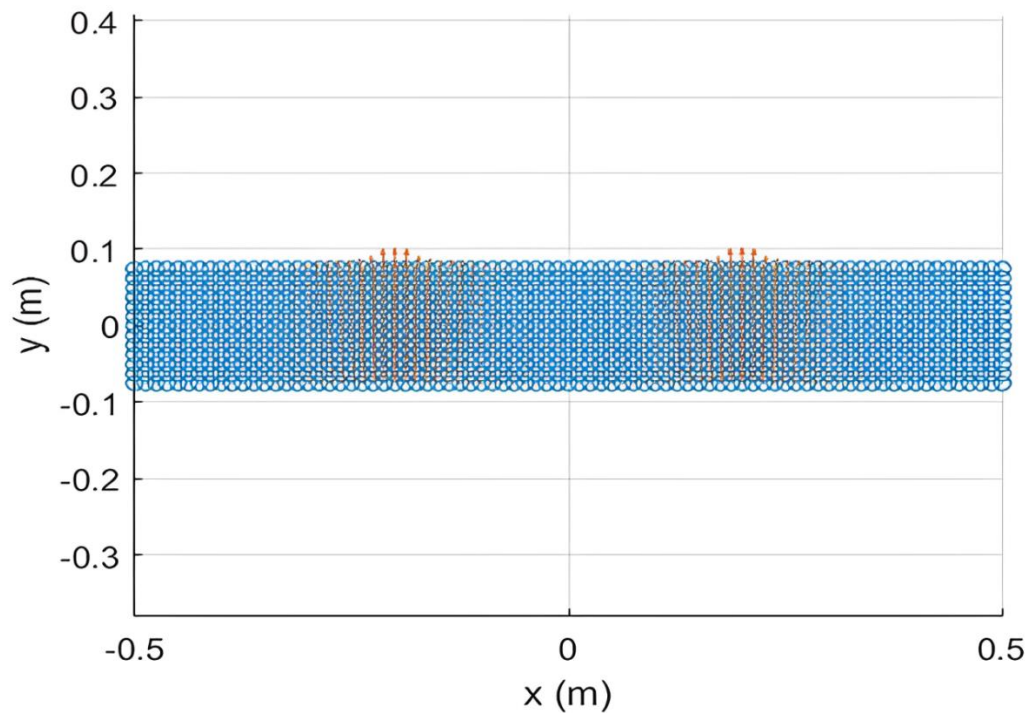
Figura 12 – Comparação da malha antes e depois da deformação



Fonte: elaborado pelo autor.

O gráfico da Figura 14 apresenta a malha discretizada em pequenas circunferências azuis onde são representadas a direção e o sentido do deslocamento de cada ponto como somatório vetorial mostrado com setas vermelhas. Note que os pontos que tem as forças aplicadas diretamente possuem representações de deslocamento maiores que os mais afastados, seguindo o esperado.

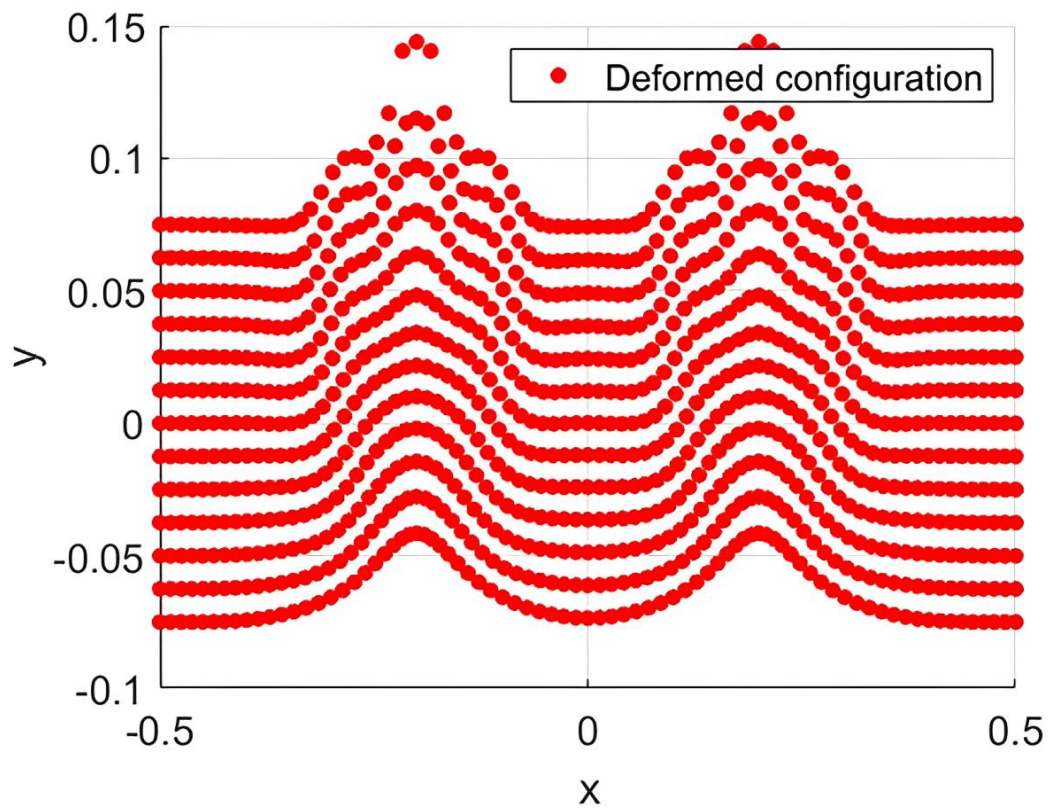
Figura 13 – Representação vetorial da direção dos deslocamentos.



Fonte: elaborado pelo autor.

A Figura 13 abaixo mostra um gráfico que representa a configuração da malha deformada, após sofrer os deslocamentos causados pela força aplicada nos nós. Neste caso, a malha está representada por pontos vermelhos dispersos. Note que, em certos locais, a dispersão destes pontos é bem maior, seguindo o que foi registrado na Figura anterior de campo de deslocamento. Nesta é possível visualizar muito bem a aplicação da força para cima nos pontos determinados, assim como os pontos fixos que impediram a deformação nos pontos inferiores externos. A deformação máxima e mínima, nos pontos $x = -0,2$ e $x = 0,2$ é de $y = 0,144$ mm e $y = -0,042$ mm.

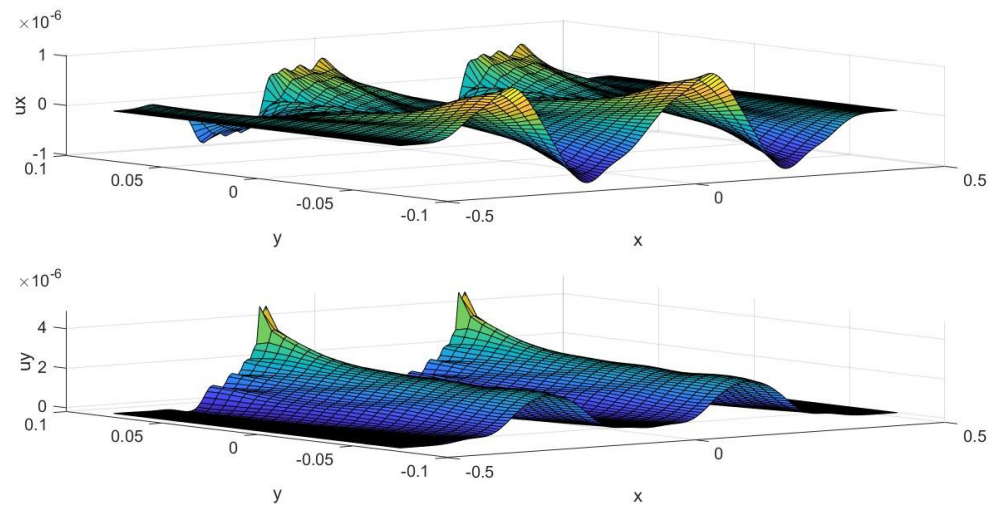
Figura 14 - Representação em pontos da deformação sem trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

A seguir, na Figura 16 são mostrados os gráficos de deformação adimensional em relação aos eixos cartesianos para esta simulação. Note que esta representação mostra um terceiro gráfico da deformação de y em relação a x. No primeiro gráfico, os valores máximos são de $\epsilon_x = |2,286 \cdot 10^{-5}|$, no segundo gráfico $\epsilon_y = 1 \cdot 10^{-4}$, enquanto no terceiro, $\epsilon_{xy} = |2,892 \cdot 10^{-5}|$.

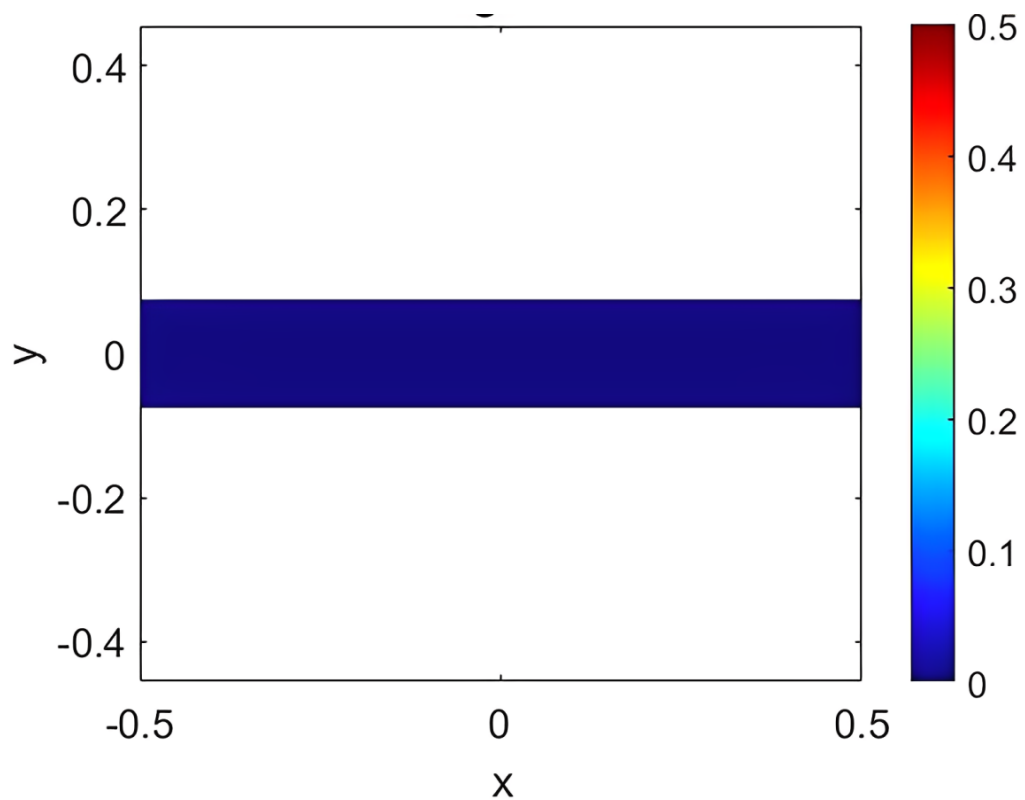
Figura 15 – Deformação de relação aos eixos cartesianos



Fonte: elaborado pelo autor.

Abaixo, com a Figura 17, é mostrado um resultado que nesta subseção pode ser considerado “nulo”, mas que se mostrará muito interessante com a aplicação de uma trinca. Este é o gráfico de índice de dano, representado por cores e, como é possível observar, nesta simulação não há dano inicial de nucleação e propagação de trincas.

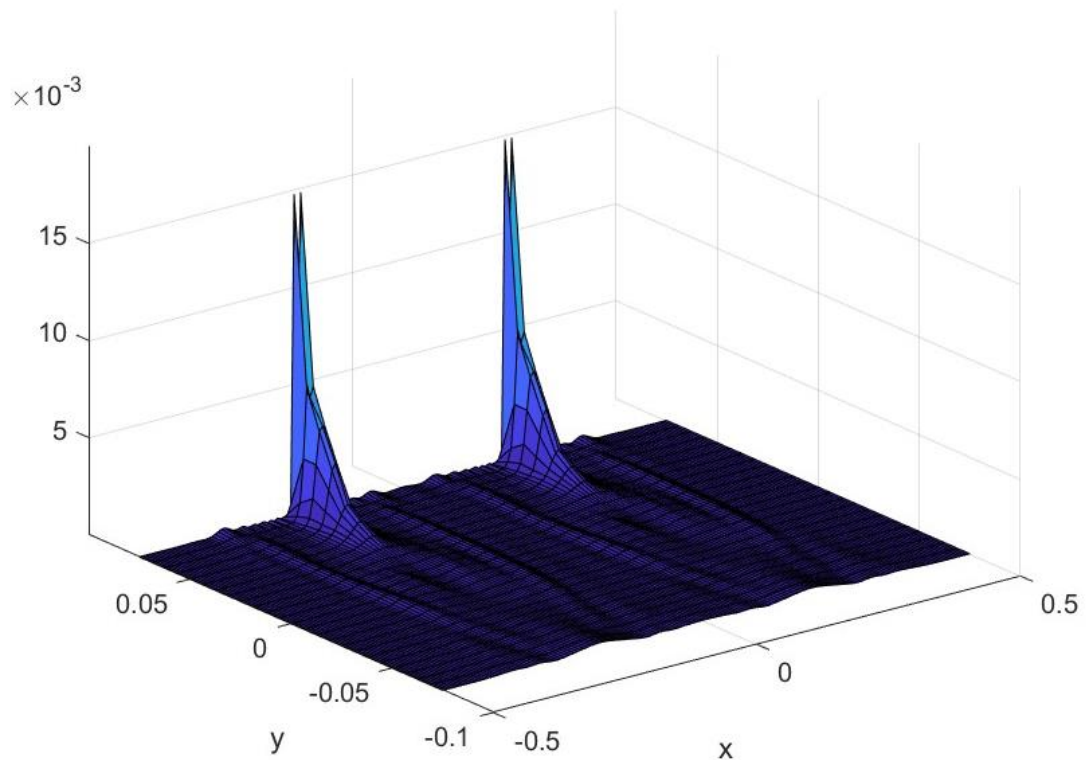
Figura 16 – Índice de dano



Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 18 será mostrado o gráfico da densidade de energia de deformação em relação ao domínio. É possível observar rapidamente que a densidade de energia de tensão na malha segue o padrão dos gráficos de deformação anteriores, sendo semelhante ao segundo gráfico da deformação adimensional em relação ao eixo y. Com isto, pode-se afirmar que esta configuração segue um resultado compatível com o desejado, visto que o cálculo da energia de deformação é diretamente proporcional ao deslocamento relativo entre os pontos. O valor máximo obtido no gráfico é de 0,047

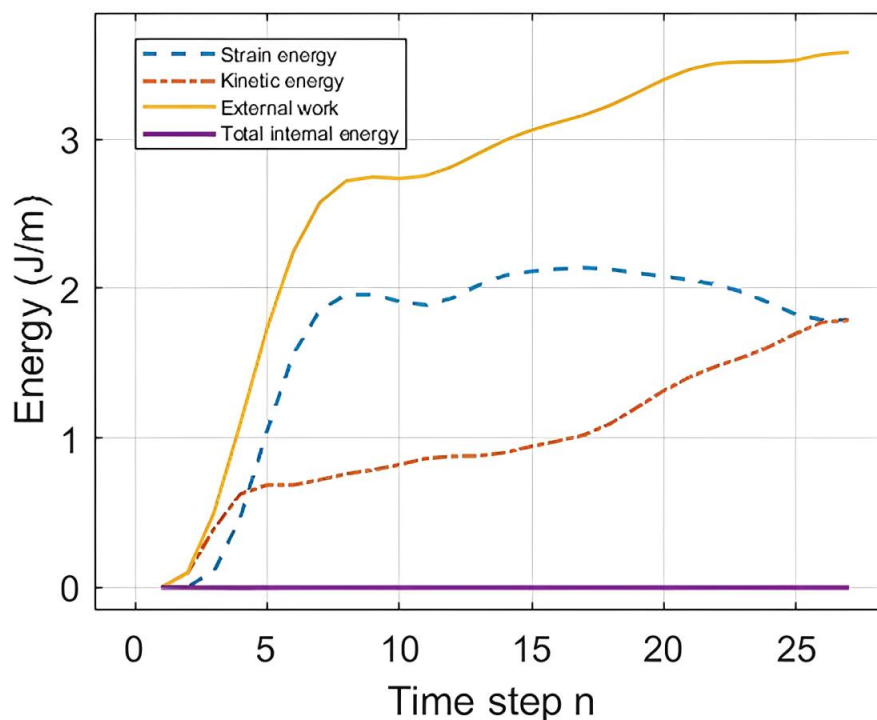
Figura 17 – Densidade de energia de deformação sem trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

Por fim, a Figura 19 representa um balanço de energia no passo de tempo. Perceba que o trabalho externo aumenta rapidamente no início, tornando-se mais estável com o passar do tempo. A energia de deformação acompanha, de certa forma, o trabalho externo, porém em proporção menor e a energia cinética aumenta gradativamente e estas duas últimas se igualam ao final da simulação. Note também que o crescimento geral mais acentuado destas curvas indica uma maior força de ligação dos nós do material no início, fazendo com que todos se movam mais no início da simulação e, conforme se afastam, a ligação entre eles se enfraquece. Por fim, como previsto, a energia total é nula e constante, visto que não há dissipação de energia ao longo do processo, indicando que também não há nucleação de trincas.

Figura 18 – Balanço de energia para simulação sem trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

4.2.2 COM TRINCA

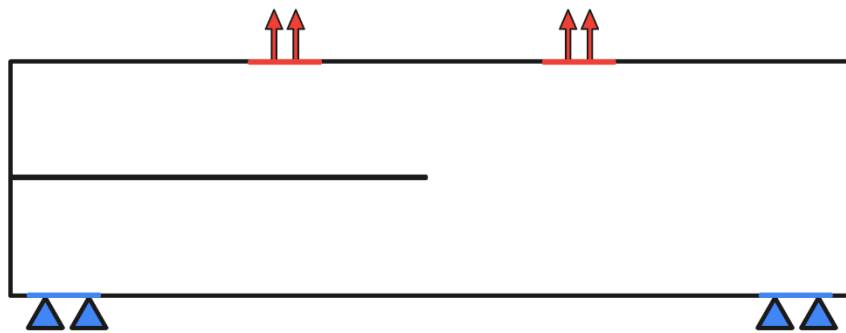
No programa utilizado também é possível analisar a interação de trincas na peça. O objetivo desta seção foi analisar exatamente o quanto a deformação da peça é influenciada por uma trinca inicial, comparando com os resultados obtidos anteriormente.

Na comparação será possível observar a diferença dos valores numéricos, visto que as condições de contorno utilizadas foram as mesmas, além das diferenças de deformações superficiais entre os experimentos.

De modo que possamos analisar trincas neste software, seguiremos utilizando o *dynamic/explicit solver*, ativando o dano inicial da variável *damage.damageOn* na função *experimente_template*, inserindo também dois

pontos de coordenadas no vetor *damage.crackIn*, sendo o inicial e o final no plano da malha. O modelo constitutivo segue sendo o LPS-2D, como utilizado anteriormente. A Figura 20 abaixo mostra um esquema do que será feito nesta simulação, com destaque na trinca presente na peça.

Figura 19 – Esquema da peça com a trinca



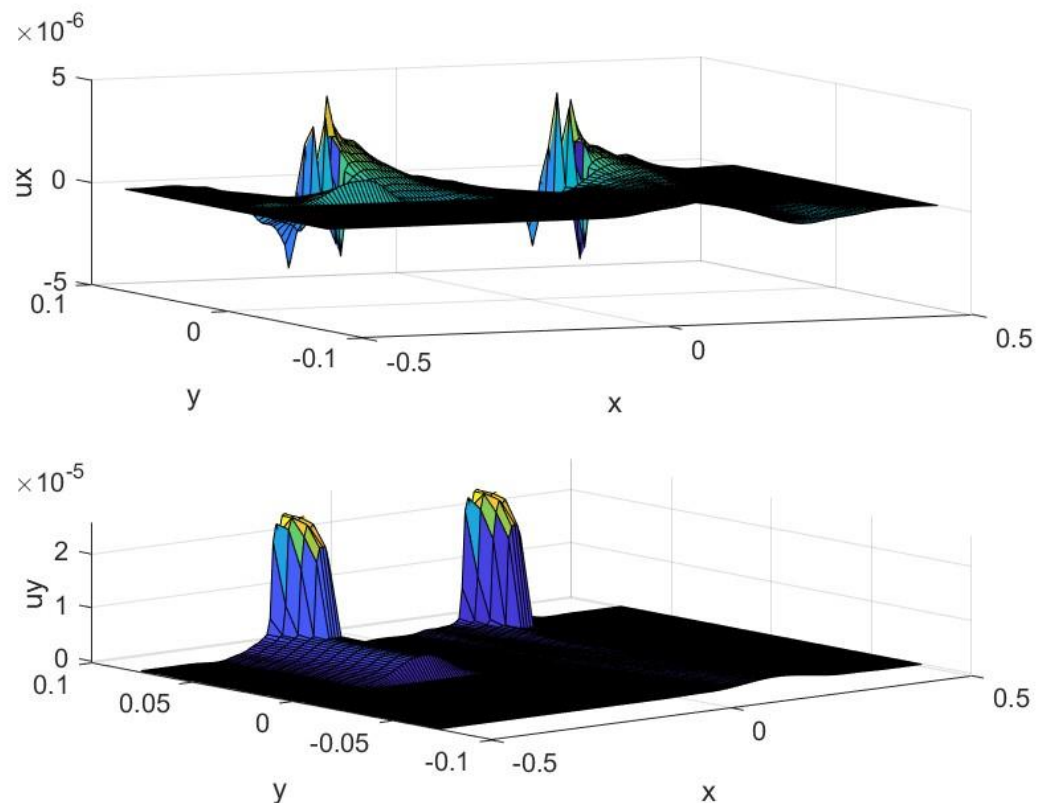
Fonte: elaborado pelo autor.

Para esta simulação, como já mencionado, as condições de contorno e peridinâmicas serão mantidas as mesmas.

A Figura 21 mostra o campo de deslocamento por eixo cartesiano. O deslocamento máximo entre os pontos do eixo x é de $\bar{u}_{x1} = 10 \cdot 10^{-6}$ m no ponto de tração do lado esquerdo, que abrange a trinca e $\bar{u}_{x2} = 7,28 \cdot 10^{-6}$ m no lado direito, nos pontos de tração fora da trinca. Enquanto no eixo y, o deslocamento máximo é de $\bar{u}_{y1} = 2,6 \cdot 10^{-5}$ m nos pontos da trinca e $\bar{u}_{y2} = 2,52 \cdot 10^{-5}$ m nos pontos fora da trinca. Com estes dados o mais notável é que a trinca influencia diretamente na região onde ela está presente, com uma diferença de $2,72 \cdot 10^{-6}$ m em $\bar{u}_x$ e $0,8 \cdot 10^{-6}$ m em $\bar{u}_y$. Entretanto, o mais interessante de se observar é que a trinca influencia também na região mais a direita da placa, onde a tração está sendo aplicada, obtendo resultados diferentes da primeira simulação. Na

região de $\bar{u}_{x1}$ a diferença entre as simulações foi de $7,24 \cdot 10^{-6}$ m e em $\bar{u}_{x2}$ foi de $4,52 \cdot 10^{-6}$. Já nas regiões de $\bar{u}_y$ as diferenças foram de $17,32 \cdot 10^{-6}$ m em $\bar{u}_{y1}$ e de $16,52 \cdot 10^{-6}$ em $\bar{u}_{y2}$. Isto comprova o que foi afirmado sobre a influencia da trinca em regiões em que ela não está presente, pois se ela agisse somente onde está, a diferença entre $\bar{u}_{x2}$ e $\bar{u}_{y2}$ para a simulação anterior seria 0.

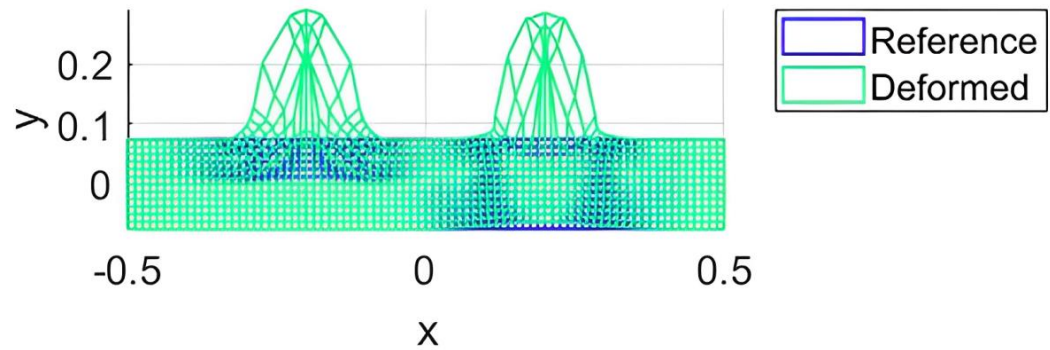
Figura 20 - Campo de deslocamento cartesiano para simulações com trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

A imagem da Figura 21 irá mostra a comparação de antes e depois da deformação gerada na placa.

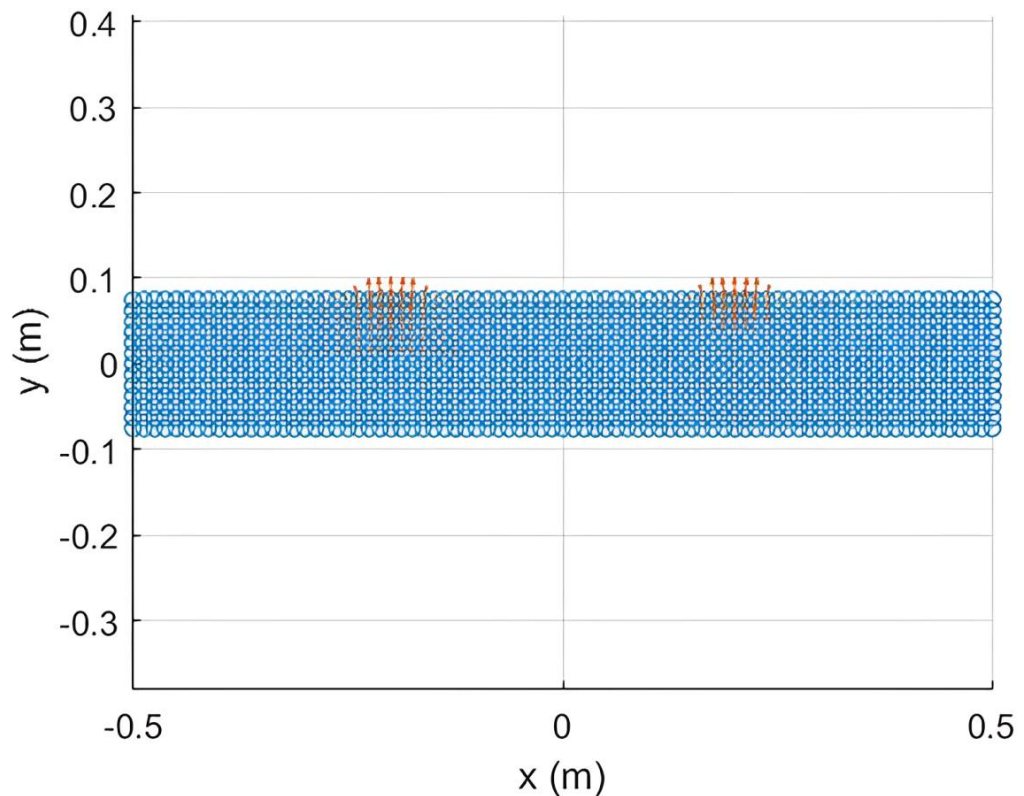
Figura 21 – Comparação da malha antes e depois da deformação



Fonte: elaborado pelo autor.

A Figura 22 a seguir mostra mais uma vez a malha discretizada especificando o sentido e a direção de cada ponto do material durante a deformação.

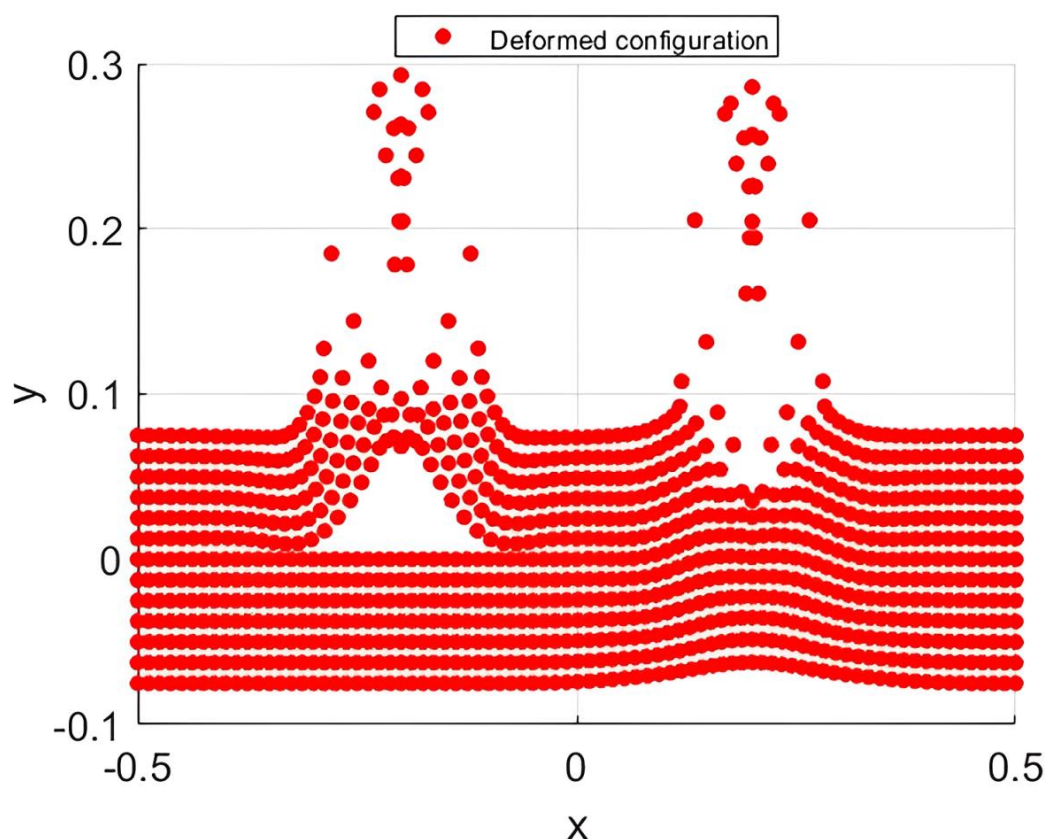
Figura 22 – Representação vetorial da direção dos deslocamentos



Fonte: elaborado pelo autor.

Os resultados do gráfico da Figura 23 abaixo mostram a configuração deformada após a aplicação das tensões. Nesta imagem fica ainda mais claro a influência da trinca na região imediatamente acima e abaixo dela. Note que, como esperado, a região abaixo da trinca não se deforma por não estar “conectada” à área que sofre tensão, por isso, a região acima sofre uma maior deformação pois há menos resistência do material. Os valores obtidos para deformação foram, no ponto $x = -0,2$, $y_{max} = 0,292$ e $y_{min} = 0,075$, enquanto, no ponto $x = 0,2$, $y_{max} = 0,287$ e $y_{min} = -0,062$, tendo em vista que a deformação zero está no ponto $y = -0,075$.

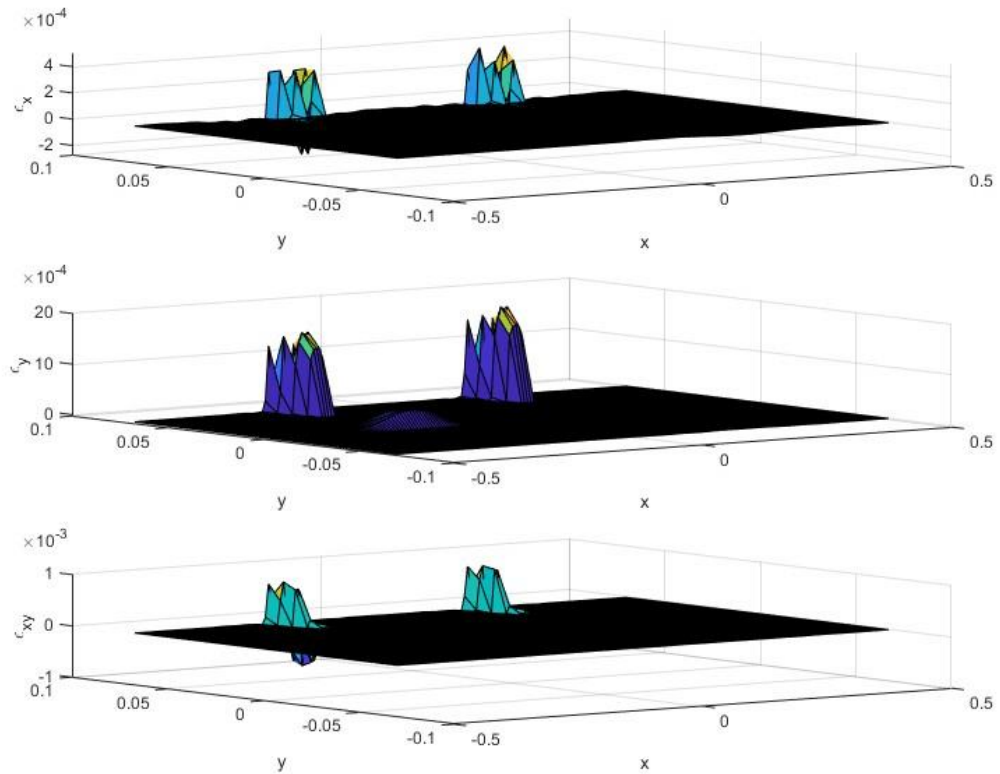
Figura 23 – Configuração deformada para simulação da trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

A Figura 24 apresenta gráficos ilustrando as deformações em relação aos eixos cartesianos. Novamente, o pós processamento faz a plotagem de três gráficos referentes à ϵ_x , ϵ_y e ϵ_{xy} . Note que a deformação está primariamente nos pontos em que há força de tração e é possível ver uma deformação menor onde está o dano inicial. Os valores máximos de deformação obtidos nos pontos $x = -0,2$ e $x = 0,2$ foram de, no gráfico a: $\epsilon_{x1} = 1,2 \cdot 10^{-4}$ e $\epsilon_{x2} = 1,0 \cdot 10^{-4}$, no gráfico b: $\epsilon_{y1} = 5,8 \cdot 10^{-4}$ e $\epsilon_{y2} = 8,0 \cdot 10^{-4}$ e no gráfico c: $\epsilon_{xy1} = 2,6 \cdot 10^{-4}$ e $\epsilon_{x1} = 3,4 \cdot 10^{-4}$.

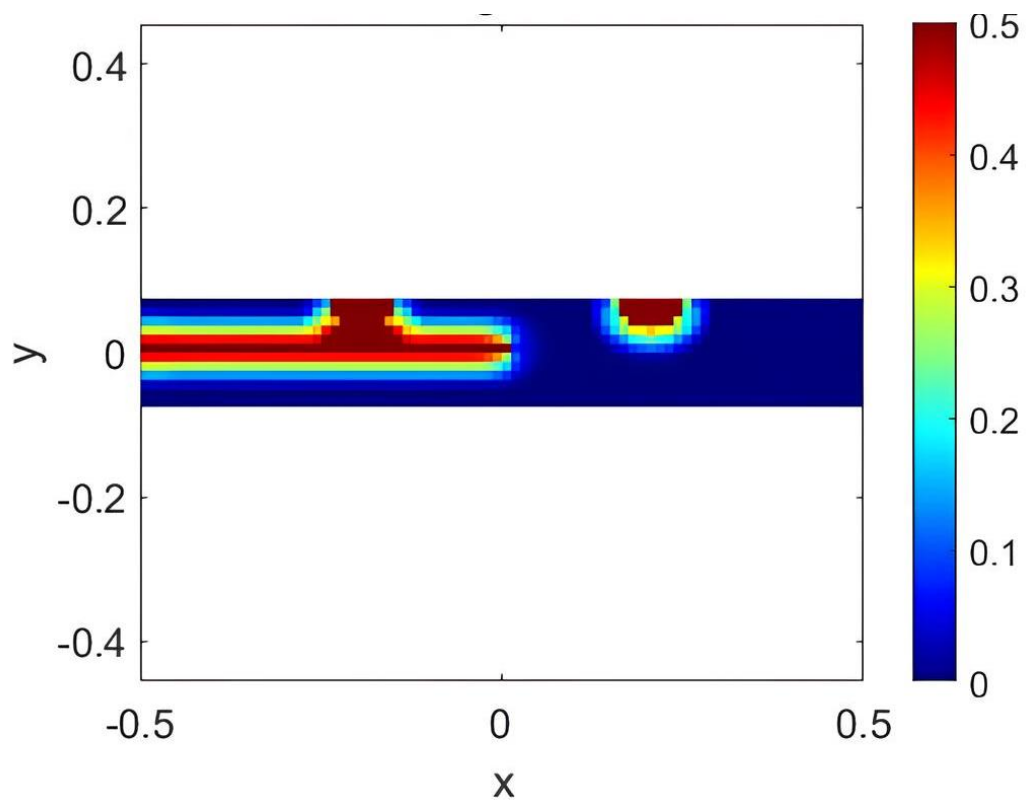
Figura 24 – Deformação em relação aos eixos cartesianos para simulação com trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

A próxima figura mostra os resultados mais interessantes para serem analisados que é o índice de dano do material após a simulação. Na Figura 25 é possível observar que a aplicação de tração nos pontos gerou uma propagação de trinca. Observe ainda que no lado direito a trinca se conteve nos pontos próximos à tensão aplicada, enquanto no esquerdo a mesma se propagou ao dano pré-existente da peça, ilustrando mais uma vez a influência deste dano inicial.

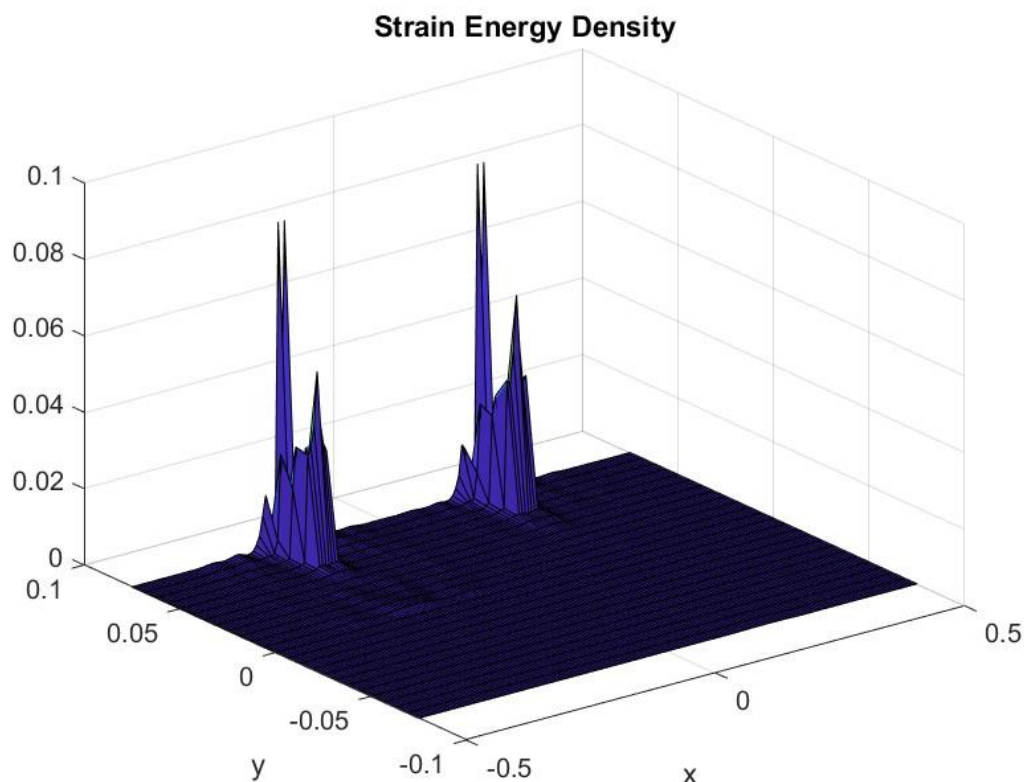
Figura 25 – Índice de dano para simulação com trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

O próximo gráfico apresente a densidade de energia de deformação em relação aos eixos cartesianos. A análise desta figura é interessante pois ela mostra valores menores que os obtidos no experimento anterior. Os valores máximos de densidade de energia foram de 0,023 em $x = -0,2$ e 0,25 em $x = 0,2$, estes valores menores que os obtidos da simulação sem a trinca se devem a haver uma descontinuidade no material.

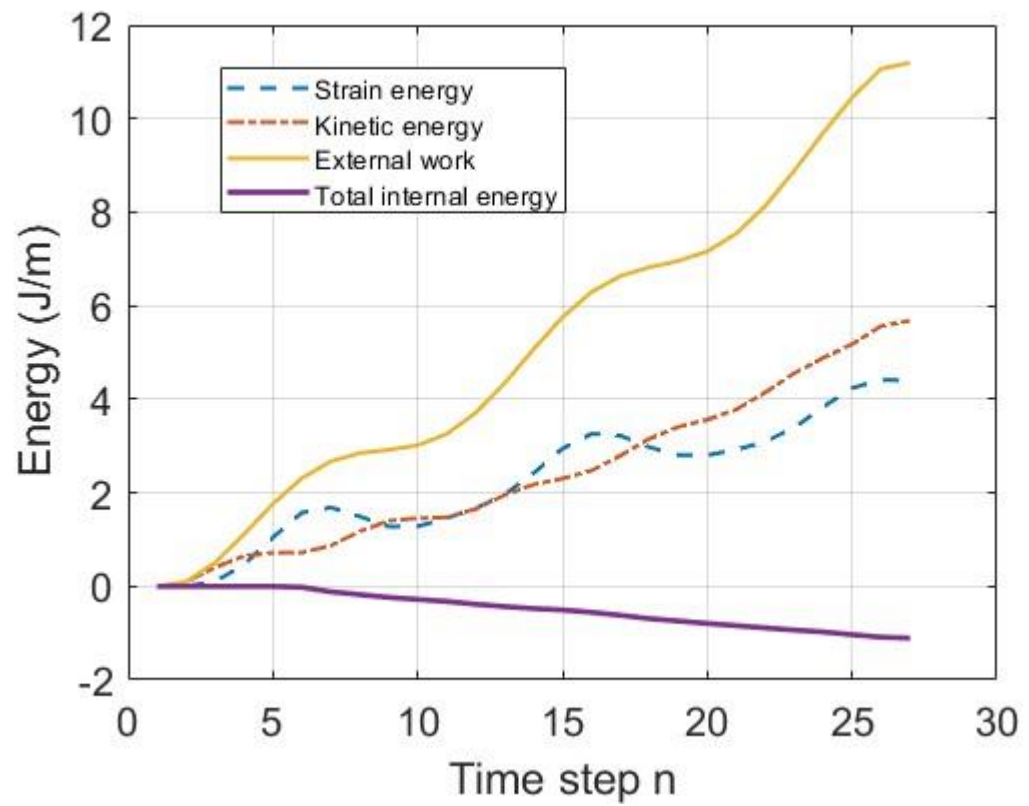
Figura 26 – Densidade de energia de deformação com trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

O último gráfico da simulação, mostrado na Figura 27, apresenta o balanço de energia no tempo. Um ponto bastante interessante é o comportamento da curva roxa, que mostra a energia interna total. Como mencionado anteriormente este valor se tornar negativo ($\frac{dE}{dt} < 0$) indica dissipação de energia, o que para este caso específico é mais uma indicação da nucleação e propagação de trincas. Comprovando mais uma vez o que é falado. Além disso, note que a linha de energia cinética tem um aumento quase constante na simulação, enquanto a densidade de energia sofre maiores variações, indicando os pontos em que há a nucleação das trincas.

Figura 27 – Balanço de energia para simulação com trinca



Fonte: elaborado pelo autor.

5. Conclusão

Reforçando, o objetivo deste trabalho foi reafirmar a eficácia do método peridinâmico como possível ferramenta de campo para manutenção preditiva. Para tal, a ferramenta utilizada foi um programa computacional completo escrito no software MATLAB.

A escolha de *solver* para a simulação foi de utilizar o *dynamic/explicit* pois é o único que permite a implementação da trinca inicial, sendo o objeto de análise principal do trabalho.

Os resultados obtidos para comparação das simulações com e sem a trinca inicial foram bastante satisfatórios, de forma que é possível observar bem como esta influencia uma deformação maior ao longo de todo o material.

Ao longo do trabalho, a maior dificuldade se encontrou em entender a funcionalidade do programa desenvolvido por Túlio V. B. Patriota apesar do trabalho de André de Moraes Vinha estar baseado na mesma programação. É esperado que conforme sejam desenvolvidos mais trabalhos em cima deste mesmo programa, mais formas de aplicar este método ainda sejam descobertas sejam ainda descobertas, podendo analisar com ainda mais clareza a formação de novas trincas. Além disto, há a dificuldade de encontrar os valores de energia crítica de deformação, G_0 , de outros materiais como diversos tipos de aço, que tenham mais aplicação em indústrias.

Com isto, é possível afirmar que o desenvolvimento mais afundo do método peridinâmico pode ser uma excelente ferramenta para a área de manutenção preditiva na indústria.

REFERÊNCIAS

Abecom. Manutenção corretiva. Disponível em:
<<https://www.abecom.com.br/manutencao-corretiva/#:~:text=Manutenção%20Corretiva%20pode%20ser%20definida,na%20operação%2C%20entre%20outros%20fatores>>. Acesso em: 28/11/2022.

Abecom. Manutenção preventiva. Disponível em:
<<https://www.abecom.com.br/o-que-e-manutencao-preventiva/>>. Acesso em: 05/12/2022.

Teles. Manutenção preditiva. Disponível em:
<<https://engeteles.com.br/manutencao-preditiva/>>. Acesso em: 06/12/2022.

I. Marinelli. Diferenças entre manutenção corretiva, preventiva e preditiva: guia definitivo, 2021. Disponível em:
<https://traction.com/blog/diferencas-entre-manutencao-corretiva-preventiva-e-preditiva-guia-definitivo-2021> 04/12/2022

5- A. F. M. Azevedo, “Método dos Elementos Finitos”, 2003, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

6 - T. V. B. Patriota, Numerical investigation of damage models in two-dimensional peridynamics using MATLAB. 2018. 174 f. Tese (Mestrado de ciências em Engenharia Mecânica) – Politecnico di Milano, School of Industrial and Information Engineering, 2018.

7 – MONELLI, D. M. Análise da eficiência do método peridinâmico na avaliação de vigas de aço contendo trincas quando comparada ao método de elementos finitos. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica, Unesp, Ilha Solteira, 2020.

8 - J. P. Dias, M.A. Bazani, A.T. Paschoalini, L. Barbanti, A Review of Crack Propagation Modeling using Peridynamics, 2017, Springer, New York.

9 - S. A. Silling, Reformulation of elasticity theory for discontinuities and longrange forces, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 48.1(2000), 175-209.

10 - MORAES VINHA, André de. ANÁLISE DO MÉTODO PERIDINÂMICO COMO POTENCIAL FERRAMENTA DE MANUTENÇÃO PREDITIVA. 2022. Ilha Solteira.