

PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“Aplicações da Teoria da Potência Complexa Instantânea no
Cálculo das Grandezas de Buchholz-Goodhue”**

MARCELO SEMENSATO

Orientador: Prof. Dr. Dalgerti Lelis Milanese

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia - UNESP – Campus de Ilha
Solteira, para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Sistemas de
Energia Elétrica.

**Ilha Solteira – SP
novembro/2007**

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

S471a	Semensato, Marcelo. Aplicações da teoria da potência complexa instantânea no cálculo das grandezas de Buchholz-Goodhue / Marcelo Semensato. .. Ilha Solteira : [s.n.], 2007 121 f. : il., (Algumas color.) Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Sistemas de Energia Elétrica, 2007 Orientador: Dalgerti Lelis Milanese Bibliografia: p. 114-115 1. Sistemas de energia elétrica. 2. Sistemas de energia elétrica - Distribuição. 3. Potência complexa instantânea. 4. Vetores espaciais instantâneos. 5. Grandezas de Buchholz-Goodhue.
-------	--

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Aplicações da Teoria da Potência Complexa Instantânea no Cálculo das
Grandezas de Buchholz-Goodhue

AUTOR: *Marcelo Semensato*

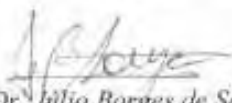
ORIENTADOR: Prof. Dr. Dalgerti Lelis Milanese

DATA DA REALIZAÇÃO: 08/11/2007

Aprovada com parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em
ENGENHARIA ELÉTRICA pela Comissão Examinadora;



Prof. Dr. Dalgerti Lelis Milanese - Orientador
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. Júlio Borges de Souza
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. Haroldo Rodrigues de Azevedo
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Uberlândia

*Dedico essa dissertação ao meu pai João e à minha mãe
Sueli pelo carinho e incentivo aos estudos.
Minha grande admiração e eterna gratidão.*

Agradecimentos

Para a realização de um trabalho desta magnitude é imprescindível contar com a ajuda e o apoio de algumas pessoas e, portanto, a gratidão para com elas torna-se necessária e virtuosa.

Agradeço a Deus pela oportunidade e pela vida.

Agradeço a UNESP por toda a base dada para a elaboração deste trabalho.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

Agradeço ao professor Dalgerti pela oportunidade, orientação precisa e pela confiança em mim depositada.

Agradeço à minha avó materna Cida e meu avô Orlandez; minha avó paterna Zilda (in memoriam) e meu avô Adelino (in memoriam) e toda minha família por todo o carinho e companheirismo que sempre recebi.

Agradeço aos meus amigos da pós, Érito, Jaine, Edilton e, em especial, ao Motoki pelas valiosas trocas de informações sobre nossos trabalhos.

Agradeço aos meus amigos de General Salgado, Zaqueu, Ronald, Vainer, Emanuel, Carlos, Osmir, Tarcísio pela amizade, apoio e conversas descontraídas tomando tereré.

Agradeço aos meus amigos, Romeu, Igor, Tazawa, Ailton, Lucas, Francisco, Bola, Danilo que mesmo distantes sei que continuam grandes amizades.

Aqui fica minha gratidão! Obrigado a todos.

SEMENSATO, Marcelo. **Aplicações da teoria da potência complexa instantânea no cálculo das grandezas de Buchholz-Goodhue**. 2007. 121 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica: Sistemas de Energia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, Brasil.

Resumo

Este trabalho tem o objetivo de abordar a Teoria da Potência Complexa Instantânea, a qual utiliza vetores espaciais instantâneos, e mostrar sua utilidade através de duas aplicações para cargas do sistema trifásico: A ponte retificadora trifásica de seis pulsos e o transitório de partida de um motor de indução trifásico.

Os resultados obtidos são comparados com as grandezas de Buchholz-Goodhue no cálculo da potência aparente e do fator de potência, grandezas estas definidas na norma IEEE-Std 1459/2000, para sistemas trifásicos operando em regime permanente em condições de desequilíbrio e com formas de onda não-senoidais.

Mostra-se a sua utilidade para a análise destes dois sistemas e lança-se um pouco mais de entendimento da relação existente entre estas duas abordagens. A ponte retificadora trifásica é analisada em condições equilibradas, facilitando-se, portanto, a comparação com a teoria convencional para regimes equilibrados e não-senoidais. Com relação ao transitório de partida do motor de indução, fica evidenciado que este pode ser tratado como se estivesse operando em regime para cada valor do escorregamento, durante o período do transitório eletromecânico.

Palavras-chave: Potência complexa instantânea; vetores espaciais instantâneos; grandezas de Buchholz-Goodhue.

SEMENSATO, Marcelo. **Applications of Instantaneous Complex Power Theory by using Buchholz-Goodhue quantities**. 2007. 121 pages. (Dissertation to achieve M. Sc. degree in electrical engineering at UNESP). Saint Paul State University, Ilha Solteira, Brazil.

Abstract

This work aims to show The Instantaneous Complex Power approach, which uses instantaneous space vectors, showing its usefulness through two applications: The six pulse three-phase bridge rectifier and the starting transient of an induction motor.

The results are compared to the Buchholz-Goodhue quantities, as defined in IEEE-Std 1459/2000, which deals with three-phase power systems under non-sinusoidal and unbalanced conditions.

In this way it is possible to improve our understanding of the theory and the Buchholz-Goodhue approach. As the three-phase bridge rectifier is analyzed under balanced conditions, it facilitates the comparison of these two approaches with the conventional power theory for this case. Concerning the induction motor, it is shown that it can be treated as operating on steady-state sinusoidal conditions for every value of its slip during the electromechanical period of the starting process.

Keywords: Instantaneous complex power; instantaneous space vector; quantities of Buchholz-Goodhue.

Simbologia

P :	Potência ativa
Q :	Potência reativa
P_1 :	Potência ativa da fundamental
Q_1 :	Potência reativa da fundamental
S :	Potência complexa
S_1 :	Potência complexa da fundamental
φ :	Ângulo entre a tensão e a corrente
θ :	Ângulo da tensão com o eixo real
ϕ :	Ângulo da corrente com o eixo real
R :	Resistência
L :	Indutância
Z :	Impedância
p :	Potência ativa instantânea trifásica de Akagi
q :	Potência reativa instantânea trifásica de Akagi
$p(t)$:	Potência ativa instantânea
$\dot{V}$:	Fasor tensão
$\dot{I}$:	Fasor corrente
V ou V_{rms} :	Valor eficaz da tensão
I ou I_{rms} :	Valor eficaz da corrente
$\tilde{S}$:	Potência complexa instantânea
S_e :	Potência aparente de Buchholz-Goodhue

$\tilde{V}$: Vetor espacial instantâneo tensão

$\tilde{I}$: Vetor espacial instantâneo corrente

V_e : Tensão eficaz de Buchholz-Goodhue

I_e : Corrente eficaz de Buchholz-Goodhue

FPI: Fator de potência instantâneo

FP_e : Fator de potência efetivo de Buchholz-Goodhue

$\langle \rangle$: Valor médio

$\bar{q}$: Valor médio de q

$\tilde{q}$: Parte oscilante de q

$\bar{p}$: Valor médio de p

$\tilde{p}$: Parte oscilante de p

v_a : Tensão instantânea na fase a

i_a : Corrente instantânea na fase a

Sumário

1	Introdução	11
2	A teoria da potência complexa instantânea e as grandezas de Buchholz-Goodhue	12
	2.1 Introdução à teoria da potência complexa instantânea	12
	2.2 Potência aparente de Buchholz-Goodhue	19
	2.3 O cálculo da potência aparente de Buchholz-Goodhue utilizando os vetores espaciais instantâneos	21
3	Análise do retificador trifásico de onda completa controlado a tiristor	22
	3.1 Introdução	22
	3.2 Potência Convencional	24
	3.2.1 Potência complexa com componentes harmônicos	28
	3.3 Características principais do retificador trifásico	30
	3.4 Normas internacionais para a taxa de distorção harmônica	32
4	Simulação e Resultados do retificador trifásico controlado a tiristor	34
	4.1 Introdução	34
	4.2 Metodologia Utilizada	36
	4.3 Resultados	51
	4.4 Conclusão	84
5	Análise do transitório do motor de indução trifásico pela teoria da potência complexa instantânea	86
	5.1 Introdução	86
	5.2 Introdução teórica do motor de indução trifásico	87
	5.3 Simulação	92
	5.4 Metodologia utilizada	94
	5.5 Resultados	97
	5.6 Conclusão	110

6	Conclusão	112
6.1	Conclusão	112
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	113
	Referências	114
	Apêndice A	116
	Apêndice B	119
	Apêndice C	121

1 Introdução

Neste trabalho tem-se por objetivo o estudo da teoria da potência complexa instantânea e suas aplicações. A teoria da potência complexa instantânea será apresentada no próximo capítulo. Esta teoria difere-se da teoria da potência convencional principalmente por fornecer os valores das potências complexas instantaneamente pelo tratamento vetorial dado à teoria das potências instantâneas de Akagi.

Serão analisados nos demais capítulos os principais resultados obtidos pela aplicação da teoria da potência complexa instantânea na simulação, primeiramente, do retificador trifásico de onda completa controlado a tiristor e, posteriormente, do motor de indução trifásico. No retificador serão analisadas as potências e demais grandezas elétricas em regime permanente e no motor serão analisadas as principais grandezas no período de transitório.

Os resultados obtidos pela teoria da potência complexa instantânea serão comparados com as grandezas de Buchholz-Goodhue referidas em artigos e na norma IEEE 1459-2000 e/ou com a teoria da potência convencional.

Este trabalho é uma continuação dos trabalhos desenvolvidos anteriormente no estudo da teoria da potência complexa instantânea e tem como objetivo estender e melhorar o entendimento dos conceitos sobre esta teoria.

2 A teoria da potência complexa instantânea e as grandezas de Buchholz-Goodhue

2.1 Introdução à teoria da potência complexa instantânea

Será apresentada nesta seção a teoria da potência complexa instantânea proposta por Milanez[1]. A teoria pode ser interpretada pela teoria de Akagi et al(1983) que propõe a potência ativa e reativa instantânea com base na transformação de Clarke(1943).

A transformação de Clarke faz a transformação algébrica de um sistema de três fases (a,b,c) para um sistema de duas fases ortogonais (α,β) estacionárias, fazendo coincidir a fase α com a fase **a** (de referência). A transformação de Clarke é mostrada abaixo:

$$\begin{bmatrix} v_o \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Milanez[1] usa a definição de vetor espacial instantâneo (**VEI**) no plano complexo $\alpha\beta$, para sistemas trifásicos sem o neutro, pela seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Apresentando a expressão 2.2 na forma complexa, pelas projeções dos valores instantâneos das fases **a**, **b** e **c** nos eixos **a**, **b** e **c**, respectivamente, defasados de 120° no espaço, tem-se o VEI tensão ($\tilde{V}$):

$$\tilde{V} = \frac{2}{3} (v_a + a v_b + a^2 v_c) \quad (2.3)$$

Sendo $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$.

O termo “ $\frac{2}{3}$ ” na expressão 2.3 é utilizado para corrigir a transformada inversa.

O mesmo equacionamento pode ser desenvolvido para a corrente, resultando no VEI corrente ($\tilde{I}$):

$$\tilde{I} = \frac{2}{3} (i_a + ai_b + a^2i_c) \quad (2.4)$$

Sendo que as expressões 2.3 e 2.4 resultam em 2.12 e 2.13, respectivamente, como será visto.

O VEI é um vetor complexo (que pode ter magnitude variável) e gira com uma determinada velocidade angular (que pode ser variável):

$$\tilde{V} = \left| \tilde{V} \right| e^{j\omega_v t} e^{j\phi_{v0}} \quad (2.5)$$

$$\tilde{I} = \left| \tilde{I} \right| e^{j\omega_I t} e^{j\phi_{I0}} \quad (2.6)$$

Sendo:

ϕ_{v0} : ângulo inicial do VEI tensão.

ϕ_{I0} : ângulo inicial do VEI corrente.

ω_v : velocidade angular do VEI tensão.

ω_I : velocidade angular do VEI corrente.

$$\omega_v = \frac{d\phi_v}{dt} \quad (2.7)$$

$$\omega_I = \frac{d\phi_I}{dt} \quad (2.8)$$

Para um instante de tempo qualquer o VEI pode ser representado na forma polar:

$$\tilde{V} = |\tilde{V}| e^{j\phi_V} \quad (2.9)$$

$$\tilde{I} = |\tilde{I}| e^{j\phi_I} \quad (2.10)$$

Para tensões simétricas, sem distorção, de seqüência positiva, o VEI tensão resultará em:

$$\tilde{V} = V_p e^{j\omega t} e^{j\phi_{V_0}} \quad (2.11)$$

Sendo V_p o valor de pico da tensão, ω a freqüência da rede e ϕ_{V_0} o ângulo inicial do vetor espacial instantâneo tensão que será igual ao ângulo inicial da tensão da fase **a**.

Neste caso o VEI tensão será um vetor de magnitude constante e de velocidade angular constante.

A figura 2.1 representa os VEI's tensão e corrente no plano complexo $\alpha\beta$ para um instante de tempo qualquer.

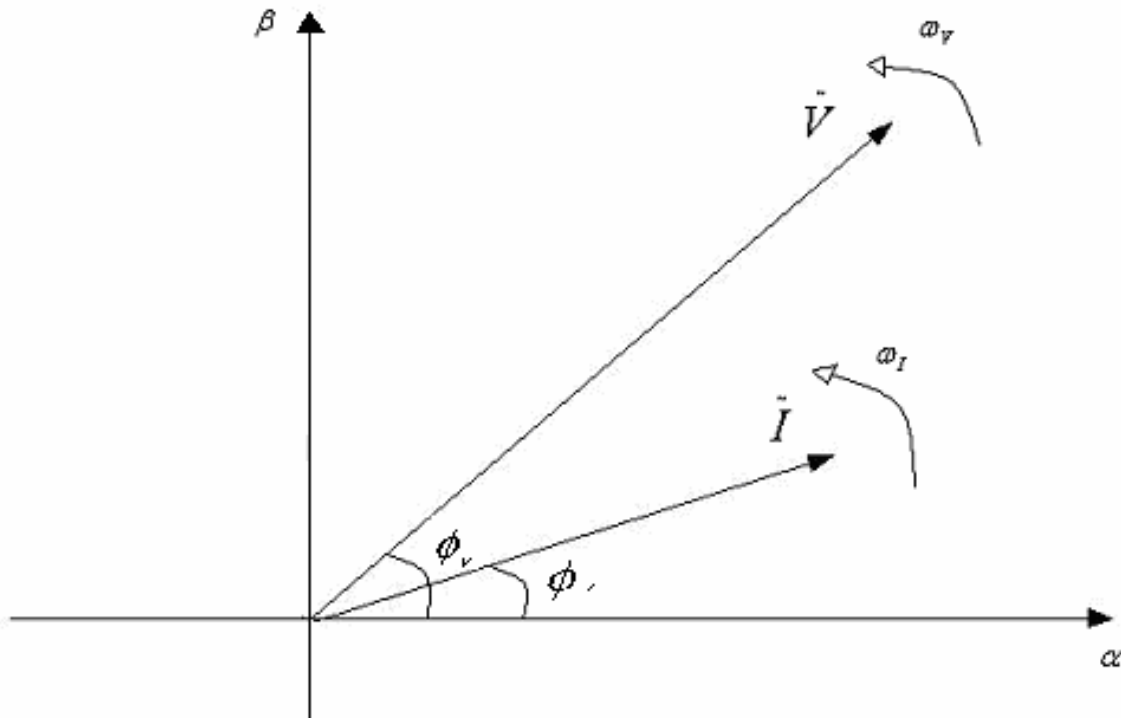


Figura 2.1 Representação gráfica dos VEI's tensão e corrente no plano complexo $\alpha\beta$.

Os VEI's podem ser representados na forma cartesiana:

$$\tilde{V} = V_{\alpha} + jV_{\beta} \quad (2.12)$$

$$\tilde{I} = I_{\alpha} + jI_{\beta} \quad (2.13)$$

Nota-se que houve uma transformação de coordenadas trifásicas **a,b,c** para bifásicas **$\alpha\beta$** , portanto uma transformação de sistemas elétricos, mostrado na figura 2.2.

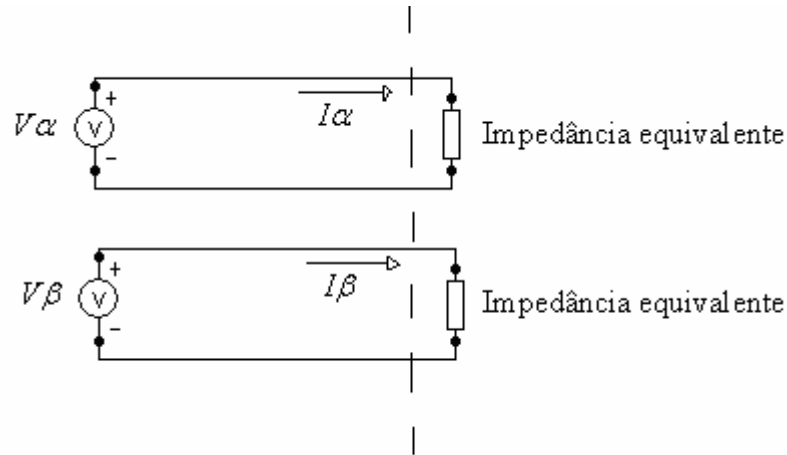


Figura 2.2 Sistema bifásico $\alpha\beta$.

Uma importante característica do VEI é que sua projeção nos eixos **a,b,c** resultam nos valores instantâneos referidos aos respectivos eixos, ou seja, na transformada inversa. Como o eixo **α** coincide com o eixo **a**, tem-se:

$$i_a = \text{Real}\{\tilde{I}\} = I_{\alpha} \quad (2.14)$$

Em seguida será vista a definição da potência complexa instantânea com base nos VEI's.

As potências ativa e reativa instantâneas propostas por Akagi et al.[2], com base na transformação de Clarke vista na equação 2.1, são definidas abaixo, sem o condutor neutro:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} \\ -v_{\beta} & v_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Desenvolvendo 2.15 tem-se:

$$p = v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} i_{\beta} \quad (2.16)$$

$$q = -v_{\beta} i_{\alpha} + v_{\alpha} i_{\beta} \quad (2.17)$$

O sinal da equação 2.17 pode ser invertido a fim de se ter uma compatibilidade de representação com a teoria convencional.

A potência complexa instantânea proposta por Milanez[3] para sistemas trifásicos sem o neutro, fundamentada na teoria de Akagi, é:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* \quad (2.18)$$

Desmembrando 2.18 utilizando coordenadas polares:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \left| \tilde{V} \right| \left| \tilde{I} \right| e^{j\varphi} = \left| \tilde{S} \right| e^{j\varphi} \quad (2.19)$$

Sendo φ o ângulo entre os VEI's tensão e corrente, podendo ser variável caso $\omega_v \neq \omega_i$, então $\varphi = \varphi(t)$.

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \left| \tilde{V} \right| \left| \tilde{I} \right| \cos \varphi + j \frac{3}{2} \left| \tilde{V} \right| \left| \tilde{I} \right| \sin \varphi \quad (2.20)$$

Tendo:

$$\tilde{S} = P + jQ \quad (2.21)$$

Sendo:

$$P = \text{Re al}\{\tilde{S}\} = \frac{3}{2} \left| \tilde{V} \right| \left| \tilde{I} \right| \cos \varphi \quad (2.22)$$

$$Q = \text{Im ag}\{\tilde{S}\} = \frac{3}{2} \left| \tilde{V} \right| \left| \tilde{I} \right| \sin \varphi \quad (2.23)$$

E o fator de potência instantâneo definido como:

$$FPI = \frac{P}{|\tilde{S}|} = \cos \varphi \quad (2.24)$$

A equação 2.24 fornece o valor do fator de potência do sistema trifásico instantaneamente que pode ter valor variável se a velocidade relativa entre os VEI's tensão e corrente for diferente de zero.

Como pode ser visto acima a teoria da potência complexa instantânea fornece os valores instantâneos da potência complexa ($\tilde{S}$), da potência ativa (P) e reativa (Q), conceituadas na teoria de Akagi et al.

Desmembrando 2.18 utilizando as coordenadas cartesianas:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} (V_{\alpha} + jV_{\beta})(I_{\alpha} - jI_{\beta}) \quad (2.25)$$

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} (V_{\alpha}I_{\alpha} + V_{\beta}I_{\beta}) + j \frac{3}{2} (V_{\beta}I_{\alpha} - V_{\alpha}I_{\beta}) \quad (2.26)$$

Tendo:

$$P = \frac{3}{2} (V_{\alpha}I_{\alpha} + V_{\beta}I_{\beta}) \quad (2.27)$$

$$Q = \frac{3}{2} (V_{\beta}I_{\alpha} - V_{\alpha}I_{\beta}) \quad (2.28)$$

A potência trifásica dissipada nas linhas é dada por:

$$P = \frac{3}{2} R |\tilde{I}|^2 \quad (2.29)$$

A impedância vista pelo sistema trifásico pode ser obtida pela relação abaixo:

$$Z = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} \quad (2.30)$$

A potência reativa ($\frac{3}{2}\tilde{V}\tilde{I}_Q^*$) pode ser projetada nos eixos α e β resultando nas potências reativas instantâneas das fases α e β , respectivamente. Assim, a potência reativa instantânea q tem sua projeção no eixo real e imaginário:

$$\frac{3}{2}\text{Re}al\{\tilde{V}\tilde{I}_Q^*\} = q_\alpha \quad (2.31)$$

$$\frac{3}{2}\text{Im}ag\{\tilde{V}\tilde{I}_Q^*\} = q_\beta \quad (2.32)$$

Sendo $\tilde{I}_Q$ o VEI corrente em quadratura com o VEI tensão, ou seja, a projeção de $\tilde{I}$ em quadratura com $\tilde{V}$.

A soma das potências reativas instantâneas das fases α e β do sistema bifásico é nula, o qual esse resultado é esperado de acordo com a definição de potência reativa:

$$q_\alpha + q_\beta = 0 \quad (2.33)$$

Sendo:

q_α : Potência reativa instantânea da fase α .

q_β : Potência reativa instantânea da fase β .

Projetando a potência reativa ($\frac{3}{2}\tilde{V}\tilde{I}_Q^*$) nos eixos **a**, **b** e **c** obtem-se as potências reativas instantâneas nas fases **a**, **b** e **c**, respectivamente.

2.2 Potência Aparente de Buchholz-Goodhue

A potência aparente eficaz de Buchholz-Goodhue tem a expressão matemática sugerida por F. Buchholz e estendida por W. M. Goodhue[4]. Esta expressão surgiu para corrigir os cálculos de potência efetuados para cada fase pela teoria convencional e é válida tanto para o cálculo da potência aparente de sistemas trifásicos equilibrados em regime permanente senoidal quanto para sistemas desequilibrados e/ou não-senoidais em regime.

Nas linhas de transmissão há perdas provocadas pelo efeito joule, essas perdas são proporcionais à corrente, conseqüentemente são proporcionais a uma parcela da potência ativa e da potência reativa. Para uma fase de um sistema equilibrado sem neutro tem-se as perdas pelo efeito Joule:

$$P_e = rI^2 = r(S/V)^2 = r(S^2/V^2) \quad (2.34)$$

$$P_e = r(P^2 + Q^2)/V^2 = r(P^2/V^2 + Q^2/V^2) \quad (2.35)$$

Sendo:

V: tensão na carga.

r: resistência da linha de transmissão.

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Para o sistema trifásico equilibrado soma-se as perdas pelo efeito Joule por fase:

$$P_e = 3rI^2 = 3rP^2/V^2 + 3rQ^2/V^2 \quad (2.36)$$

Para condições desequilibrada e/ou não-senoidal a potência trifásica complexa obtida pela soma das potências das fases dada pela teoria convencional tem significado diferente[5], principalmente relacionado às perdas pelo efeito Joule provocadas pela parcela da potência ativa que não representa o verdadeiro grau de utilização das linhas, não corresponde à potência dissipada na linha. As parcelas de perdas vistas na equação 2.35 se forem

consideradas para uma fase isolada podem ser errôneas. Para essa correção sugere-se uma corrente eficaz trifásica:

$$3rI_e^2 = r(I_a^2 + I_b^2 + I_c^2) \quad (2.37)$$

Isto resulta:

$$I_e = \sqrt{(I_a^2 + I_b^2 + I_c^2)/3} \quad (2.38)$$

Analogamente para a tensão de fase tem-se:

$$V_e = \sqrt{(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2)/3} \quad (2.39)$$

Definindo-se então a potência aparente de Buchholz-Goodhue:

$$S_e = 3V_e I_e \quad (2.40)$$

Sendo S_e a simbologia usada para definir potência aparente eficaz.

No caso de desequilíbrio e/ou distorções harmônicas $S_e < S$, onde S é a potência aparente convencional:

$$S = |S_a + S_b + S_c| = |V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c| \quad (2.41)$$

Para o regime permanente senoidal e equilibrado tem-se:

$$S_e = 3V_e I_e = 3V_a I_a = S \quad (2.42)$$

O fator de potência efetivo será:

$$FP_e = \frac{\langle p \rangle}{S_e} \quad (2.43)$$

Sendo $\langle p \rangle$ o valor médio da potência instantânea trifásica.

2.3 O cálculo da potência aparente de Buchholz-Goodhue utilizando os vetores espaciais instantâneos.

De acordo com a demonstração em Milanez[6] a potência aparente de Buchholz-Goodhue utilizando os VEI's é dada por:

$$S_e = 3V_e I_e = \frac{3}{2} \sqrt{\left[\left\langle \left| \tilde{\mathbf{V}} \right|^2 \right\rangle + (V^0)^2 \right] \left[\left\langle \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 \right\rangle + 8(I^0)^2 \right]} \quad (2.44)$$

No apêndice A pode-se constatar que a potência aparente de Buchholz-Goodhue, para sistemas sem neutro, é dada, para grandezas de fase, por:

$$S_e = \frac{3}{2} \sqrt{\left[\left\langle \left| \tilde{\mathbf{V}} \right|^2 \right\rangle \right] \left[\left\langle \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 \right\rangle \right]} \quad (2.45)$$

Sendo:

$$V_e = \sqrt{\frac{\left\langle \left| \tilde{\mathbf{V}} \right|^2 \right\rangle}{2}} \quad (2.46)$$

$$I_e = \sqrt{\frac{\left\langle \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 \right\rangle}{2}} \quad (2.47)$$

Onde $\langle \rangle$ representa o valor médio.

3 Análise teórica do retificador trifásico de onda completa controlado a tiristor

3.1 Introdução

O retificador trifásico controlado a tiristor estudado neste trabalho, mais conhecido como ponte de Graetz, é mostrado na figura 3.1.

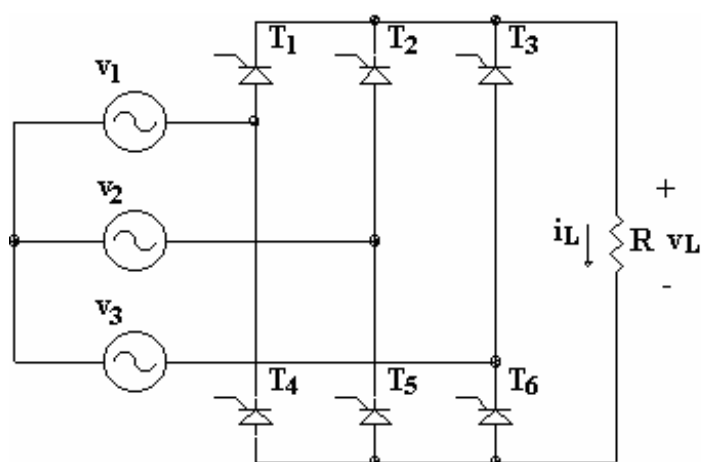


Figura 3.1. Retificador trifásico de onda completa (Ponte de Graetz) controlado a tiristor.

Este retificador é muito utilizado para adequar as condições de tensão a uma carga qualquer que necessite de tensão contínua, como por exemplo, um motor cc.

A vantagem de utilizar tiristores é a de poder controlar a potência entregue à carga, no caso de um motor cc, a velocidade.

Esse tipo de carga é muito comum em empresas de papel e celulose, por exemplo.

Mas há um porém, essa carga (retificador mais motor cc) gera correntes não-senoidais na entrada (fases) do retificador. Essas correntes percorrem os circuitos que a alimentam até o gerador e podem provocar quedas de tensões não-senoidais ao longo da linha, distorcendo a tensão nos barramentos, afetando, assim, diversas cargas desta rede.

Estas correntes citadas acima são provocadas por cargas chamadas cargas não-lineares e apresentam diversas frequências além da fundamental (60 Hz). Essas demais frequências são chamadas de componentes harmônicos. É possível visualizar essas frequências pela decomposição da onda através da série de Fourier. Há alguns aparelhos no mercado que medem esse conteúdo harmônico.

Quando na linha há componentes harmônicos se torna difícil o cálculo da potência utilizando os fasores convencionais, principalmente no que se trata da definição de potência reativa e sua correção. Por isso será estudada aqui uma nova abordagem para esse problema utilizando o conceito da potência complexa instantânea visto no segundo capítulo.

Com este conceito serão analisados os efeitos principais do retificador trifásico inserido no sistema, como sua potência complexa em tempo real e o conceito de fator de potência instantâneo.

Os resultados obtidos pela teoria da potência complexa instantânea serão comparados com os obtidos usando as definições de Buchholz-Goodhue.

O método para essa análise será a simulação digital através do programa Simulink do MatLab 6.1.

Vale salientar que com o crescimento da utilização da eletrônica de potência nas últimas décadas a rede de distribuição está sendo cada vez mais poluída com harmônicas. Estas harmônicas afetam o funcionamento de aparelhos sensíveis à variação da tensão e frequência, assim como afetam também motores de indução e podem causar superaquecimento das redes. Por isso esse estudo será de grande utilidade para o conhecimento, planejamento e correção destes problemas.

No Brasil ainda não há normas, só recomendação da ANEEL, para o nível de harmônicas na rede, mas a norma internacional IEEE/ANSI 519 recomenda a Taxa de Distorção Harmônica (TDH) menor que 5% para tensões abaixo de 69 KV.

É preciso também saber escolher um aparelho ideal para medições das grandezas elétricas, neste caso, com algoritmos apropriados de medição, assim como também os relés de proteção. A maioria dos multímetros presentes no mercado mede o valor eficaz com base no valor médio da onda retificada, o que é incorreto para ondas não-senoidais.

A seguir será analisado o retificador trifásico de onda completa controlado a tiristor mostrado na figura 3.1 para fontes de alimentação simétricas e para determinada carga RL para vários valores do ângulo de disparo α dos tiristores. Na seção 3.2 será vista a teoria convencional que geralmente é empregada na resolução de circuitos para o domínio da frequência, especificada para o retificador trifásico. Na seção 3.3 serão vistas algumas das principais características de operação deste retificador e na seção 3.4 a norma da IEEE para a distorção harmônica.

3.2 Potência Convencional

A expressão da tensão **ca** gerada nas fontes é:

$$v(t) = V_p \cos(\omega t + \theta) \quad (3.1)$$

cuja frequência é de 60 Hz.

Sendo:

V_p : tensão de pico da onda senoidal.

θ : ângulo inicial da tensão.

As equações de tensão antes do “boom” da eletrônica de potência, onde existiam apenas cargas lineares, eram regidas pela expressão linear (no domínio da frequência):

$$\dot{V} = Z \dot{I} \quad (3.2)$$

Sendo:

$\dot{V}$: fasor tensão.

$\dot{I}$: fasor corrente.

Ou seja, a corrente resultante da aplicação da tensão $v(t)$ a uma carga linear sofria apenas um deslocamento de onda e amplitude. A expressão 3.3 correspondente à corrente resultante desta aplicação e na figura 3.2 as ondas senoidais referidas estão sobrepostas:

$$i(t) = I_p \cos(\omega t + \phi) \quad (3.3)$$

Sendo:

I_p : a corrente de pico da onda senoidal.

ϕ : ângulo inicial da corrente.

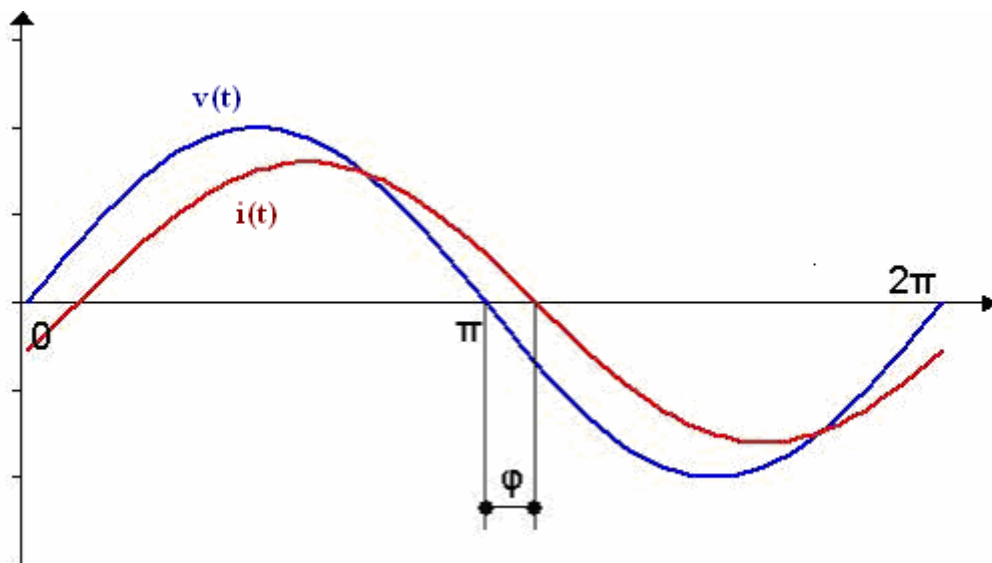


Figura 3.2 Deslocamento da corrente em relação à tensão para uma carga RL.

Trabalhando com as equações 3.1 e 3.3 tem-se:

$$v(t) = \text{Re}\{V_p e^{j\omega t} e^{j\theta}\} \quad (3.4)$$

$$i(t) = \text{Re}\{I_p e^{j\omega t} e^{j\phi}\} \quad (3.5)$$

Definindo-se então os fasores:

$$\dot{V} = V_p e^{j\theta} \quad (3.6)$$

$$\dot{I} = I_p e^{j\phi} \quad (3.7)$$

Em seguida a definição de valor eficaz, ou seja, a raiz quadrática média (rms):

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [v(t)]^2 dt} \quad (3.8)$$

Para ondas senoidais a expressão 3.8 resulta em:

$$V_{rms} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \quad (3.9)$$

Tendo:

$$V_p = \sqrt{2} V_{rms} \quad (3.10)$$

Então para os fasores, novamente, define-se:

$$\dot{V} = V_{rms} e^{j\theta} \quad (3.11)$$

$$\dot{I} = I_{rms} e^{j\phi} \quad (3.12)$$

A potência complexa convencional (para a impedância Z) é dada pela expressão:

$$S = \dot{V} \dot{I}^* = V_{rms} I_{rms} e^{j(\theta - \phi)} \quad (3.13)$$

$$S = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta - \phi) + j V_{rms} I_{rms} \sin(\theta - \phi) \quad (3.14)$$

$$S = P + jQ \quad (3.15)$$

P é o valor médio da potência útil.

Q é a energia armazenada que é trocada pelos elementos reativos do sistema.

Já a potência instantânea é dada por:

$$p(t) = v(t)i(t) = p_p + p_q \quad (3.16)$$

Em que:

p_p é a potência ativa instantânea, sendo P seu valor médio.

p_q é a potência reativa instantânea, sendo Q sua amplitude.

Em circuitos trifásicos, a potência complexa trifásica de um sistema é dada pela soma das potências das três fases:

$$S_{3\phi} = S_a + S_b + S_c \quad (3.17)$$

A potência aparente vetorial citada na norma IEEE Std 1459-2000 é:

$$\left| S_{3\phi} \right| = \left| S_a + S_b + S_c \right| \quad (3.18)$$

Esses conceitos são aplicados em sistemas trifásicos em regime permanente senoidal e equilibrados. É difícil interpretar esses conceitos, essas expressões para o regime transitório ou de ondas não-senoidais.

Ou seja, aplicar estes conceitos torna-se inapropriado para o cálculo da potência reativa no transitório onde os componentes estão se energizando, recebendo potência externa, assim como para definir a potência aparente (S) e a reativa (Q) para ondas distorcidas.

Estas grandezas serão obtidas e conceituadas pela teoria da potência complexa instantânea na simulação do retificador trifásico e do motor de indução trifásico.

3.2.1 Potência complexa com componentes harmônicos

Nas fases que alimentam o retificador tem-se a seguinte forma de onda da corrente:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \quad (3.19)$$

Sendo o índice **n** a especificação para os componentes harmônicos.

Quando o cálculo da potência complexa do retificador é feito no barramento infinito considera-se apenas a fundamental da corrente, já que a onda de tensão é senoidal:

$$S_1 = V I_1^* = P_1 + jQ_1 \quad (3.20)$$

Para este caso há uma distorção **D** para a potência aparente eficaz devido às interações de frequências diferentes que será especificada logo a seguir.

O fator de potência pode ser definido levando-se em conta apenas a componente fundamental e desprezando as demais:

$$FP = \frac{P_1}{S_1} \quad (3.21)$$

Porém, esta definição não interpreta corretamente o grau de utilização do sistema de distribuição.

Se o sistema possui impedâncias ao longo da linha, significativas para uma queda de tensão, os aspectos das formas de ondas na entrada do retificador serão:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \quad (3.22)$$

$$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \sin(\omega_n t + \theta_n) \quad (3.23)$$

A potência reativa é calculada da forma convencional, o que tem um significado físico já bem conhecido:

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \sin \varphi_n \quad (3.24)$$

A potência ativa é também calculada da forma convencional:

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \cos \varphi_n \quad (3.25)$$

O índice de distorção **D** nos dois casos, que será a soma das potências dada pela interação de diferentes frequências, distorcendo desta forma a potência aparente e a potência reativa **Q** que é calculada da forma convencional como mostrado em 3.24, é dado pela equação 3.27. A potência ativa para diferentes frequências é nula, sendo precisa a equação 3.25.

A potência aparente eficaz é definida a seguir:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad (3.26)$$

Assim como mostra a figura 3.3:

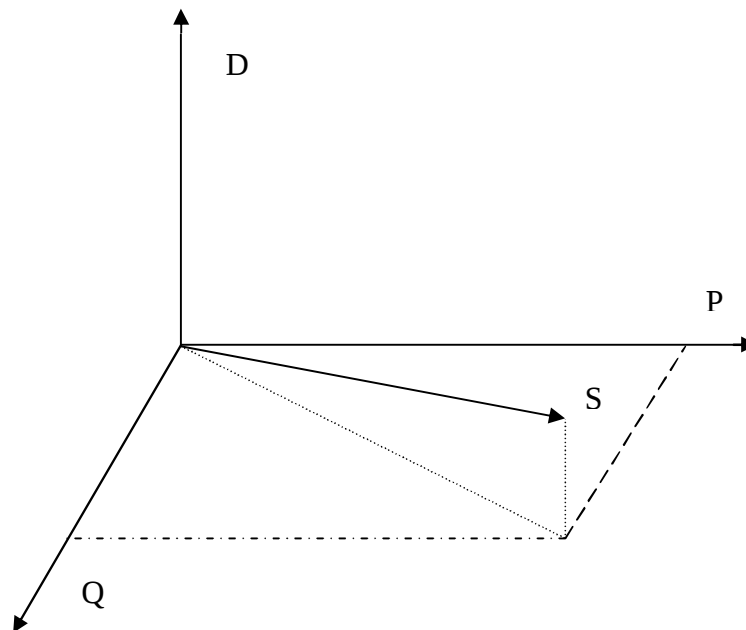


Figura 3.3 Decomposição da potência complexa S.

O índice de distorção, ou seja, essa potência é obtida pela expressão:

$$D = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)} \quad (3.27)$$

Muitos engenheiros utilizam apenas Q_1 para o cálculo e correção do fator de potência.

3.3 Características principais do retificador trifásico

O retificador trifásico de onda completa (Ponte de Graetz) a tiristor tem como finalidade retificar a tensão **ca** para uma tensão **cc**, podendo controlar a potência entregue à carga através dos disparos dos tiristores.

Considerando o disparo em $\alpha=0^\circ$ nos tiristores para uma análise teórica, serão apresentadas algumas características fundamentais do retificador da figura 3.1.

A amplitude da tensão de saída é igual a da tensão de linha, devido as duas fases em condução, uma com maior tensão (positiva), responsável pela condução do tiristor da parte superior do retificador e a outra com menor valor de tensão (negativa), responsável pela condução do tiristor da parte inferior:

$$V_p(\text{linha}) = \sqrt{3} V_p(\text{fase}) \quad (3.28)$$

O período de condução para cada SCR é de 120° , que é o período em que a tensão (positiva ou negativa) de uma fase tem valor absoluto maior em comparação com as outras duas fases. O período de condução dos tiristores da parte superior do retificador é mostrada na figura 3.4 pela onda de tensão v_o , observando que cada tiristor superior conduz por 120° a tensão da sua respectiva fase. Segue-se analogamente para os tiristores da parte inferior.

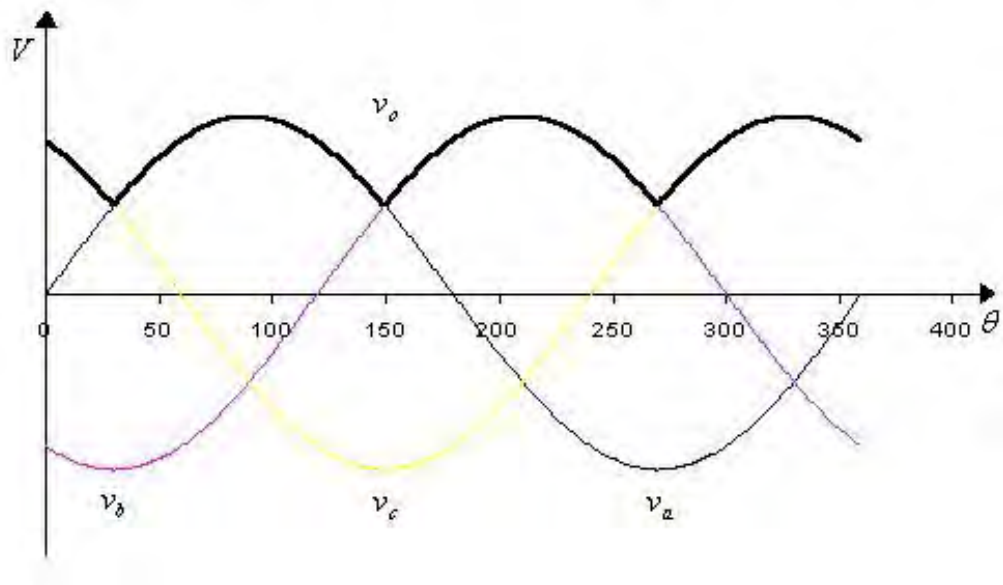


Figura 3.4 Período de condução dos tiristores da parte superior.

A frequência da onda de saída é seis vezes a frequência da fonte, e isto significa que há seis comutações para cada ciclo da tensão da fonte.

A tensão de saída média é dada, analisando uma oscilação dessas, por:

$$V_{\text{med}} \cong 2,34V_f \quad (3.29)$$

Sendo V_f a tensão eficaz de fase.

A corrente média em cada SCR é três vezes menor que a corrente média na carga.

A corrente em cada fase é dada por quatro ciclos (ciclo é o intervalo entre duas comutações), ou seja, a corrente em cada fase é bloqueada pelos tiristores da correspondente fase por dois ciclos, conforme pode ser observado na figura 3.5:

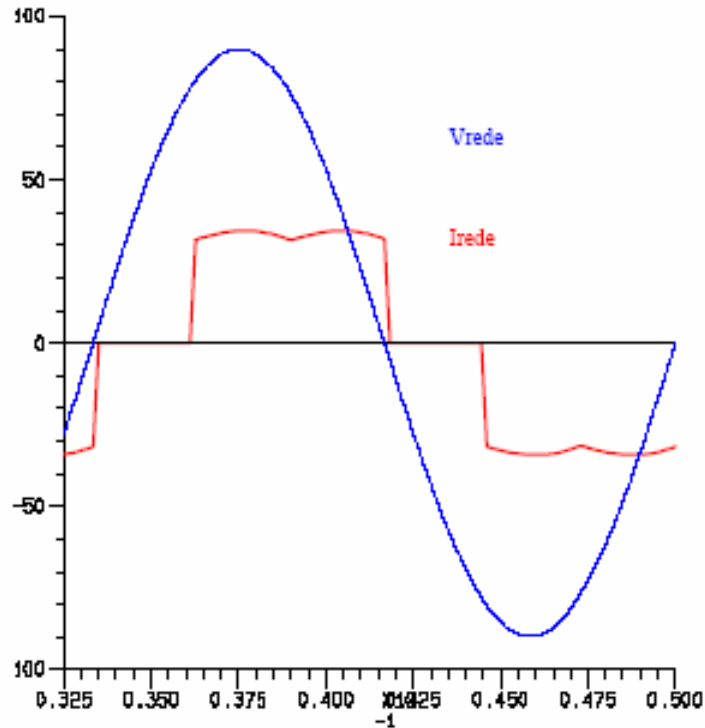


Figura 3.5 Tensão e corrente em uma fase do retificador trifásico.

Agora, para um disparo $0 \leq \alpha \leq 60^\circ$, a tensão média na carga é:

$$V_{med} = 2,34V_f \cos \alpha \quad (3.30)$$

3.4 Normas internacionais para a taxa de distorção harmônica

Como pode ser visto na figura 3.5, a corrente na rede gerada por essa carga não-linear contém componentes harmônicos, que podem ser analisadas pelo seu espectro harmônico, ou seja, pela sua decomposição em série de Fourier. Essas harmônicas podem atingir outros usuários que estão conectados na mesma rede.

Existe uma norma do IEEE (IEEE/ANSI 519) que estabelece o limite da taxa de distorção harmônica total (TDH) no ponto de acoplamento comum (PAC). A norma é mostrada na tabela 3.1 e o índice de distorção harmônica é dado por:

$$TDH = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1} 100 \% \quad (3.31)$$

Em que V_n é a tensão eficaz da **n-ésima** componente harmônica.

Essa taxa mostra uma relação entre a tensão eficaz das componentes harmônicas e a componente fundamental da tensão.

Tabela 3.1 Limite da Taxa de Distorção Harmônica para a tensão.

Tensão no barramento	Harmônicas individuais	TDH _v
≤69 KV	3,0 %	5,0 %
>69 KV e ≤161 KV	1,5 %	2,5 %
>161 KV	1,0 %	1,5 %

A TDH é usada tanto para medir a taxa de distorção harmônica da tensão (TDH_v) quanto a taxa de distorção harmônica da corrente (TDH_i), mostrada abaixo:

$$TDH_i = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} 100\% \quad (3.32)$$

Outro índice para medir a taxa de distorção harmônica da corrente é o “total demand distortion” (TDD), mostrado abaixo:

$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_L} 100 \% \quad (3.33)$$

Sendo I_L a máxima corrente de demanda da fundamental.

A TDD é a taxa de distorção harmônica em relação à corrente mais significativa da rede. É um índice importante para conhecer a intensidade das componentes harmônicas.

4. Simulação e Resultados do retificador trifásico controlado a tiristor

4.1 Introdução

Será simulado o retificador trifásico de onda completa controlado a tiristor (ponte de Graetz a tiristor) através do software Simulink do MatLab 6.1, que já possui um bloco específico do retificador.

Será utilizado como ferramenta matemática o novo conceito de potência visto no segundo capítulo para obter as grandezas elétricas na simulação do retificador trifásico.

Os resultados serão comparados com os resultados obtidos pelo método convencional (seção 3.2) e pelas grandezas de Buchholz-Goodhue (seção 2.2).

Será observada a potência reativa trifásica (Q), aquela que por definição flui no sistema da fonte para a carga e vice-versa, sem exigir potência externa. É a energia armazenada nos elementos do sistema, reativos (indutores e capacitores) ou não-reativos, como é o caso do retificador trifásico com carga resistiva. Essa potência é chamada por alguns autores, por essa característica, de potência não-ativa. A potência reativa será obtida instantaneamente pela parte imaginária da potência complexa instantânea $\tilde{S}$.

A potência ativa trifásica (P), diferentemente da potência reativa, pode ser obtida pelo fluxo total de energia entregue ao sistema, ou seja, pela potência útil utilizada no sistema. Essa potência, instantaneamente, é dada pela equação 4.1:

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (4.1)$$

Por isso é extremamente necessário abordar o sistema não por fases separadas, mas como um único sistema (trifásico), pelo fluxo total de energia, assim como é abordado na teoria da potência complexa instantânea. Analisando o fluxo total de energia é possível distinguir que tipo de energia está fluindo no sistema. O valor médio de $p(t)$ é a potência ativa média convencional que será adotada também como uma grandeza de Buchholz-Goodhue. A potência ativa será obtida instantaneamente pela parte real da potência complexa instantânea $\tilde{S}$. O seu valor médio será comparado com a potência ativa média convencional.

E, por último, serão analisados os espectros harmônicos das correntes e tensões distorcidas e o fator de potência instantâneo (FPI).

O circuito utilizado na simulação é simplificado na figura 4.1:

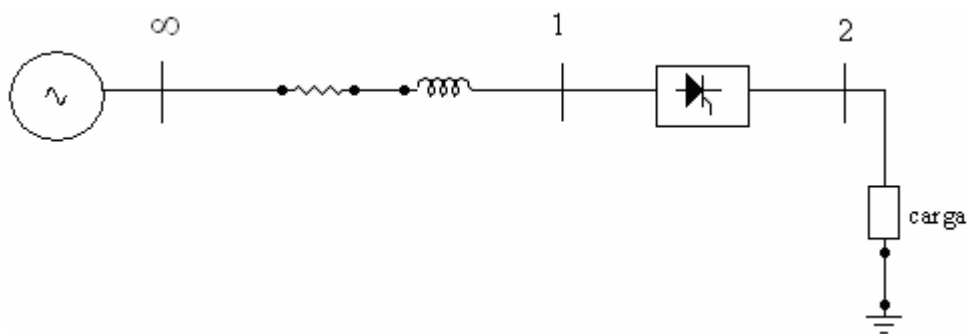


Figura 4.1 Circuito para a simulação.

As grandezas usadas na simulação do retificador são:

- Tensões simétricas: $V_a = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$ $V_b = 220 \angle -120^\circ \text{ V}$ $V_c = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$
- Carga RL: $R = 10 \, \Omega$ $L = 20 \text{ mH}$
- Ângulo de disparo dos tiristores: $\alpha = 30^\circ$
- Impedância da linha: $R = 0.001 \, \Omega$ $L = 10^{-5} \text{ H}$

A potência estudada neste trabalho é a do barramento infinito (∞), tendo assim a tensão puramente senoidal.

4.2 Metodologia Utilizada

Será detalhado o programa implementado no Simulink, que poderá servir de algoritmo para futuros trabalhos e para compreender melhor os métodos usados.

Vale dizer que o Simulink é um software baseado em toolbox que são blocos matemáticos representativos regidos por equações diferenciais com diferentes métodos de resolução selecionados pelo usuário.

O modelo do retificador é mostrado na figura 4.2:

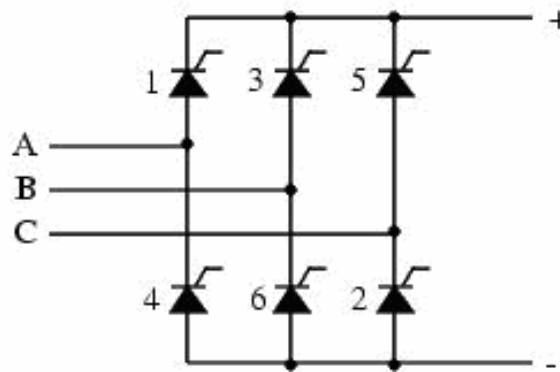


Figura 4.2 Modelo do retificador trifásico.

Na figura 4.3 é mostrada parte do programa que foi utilizado para efetuar os cálculos das grandezas elétricas do retificador trifásico controlado a tiristor.

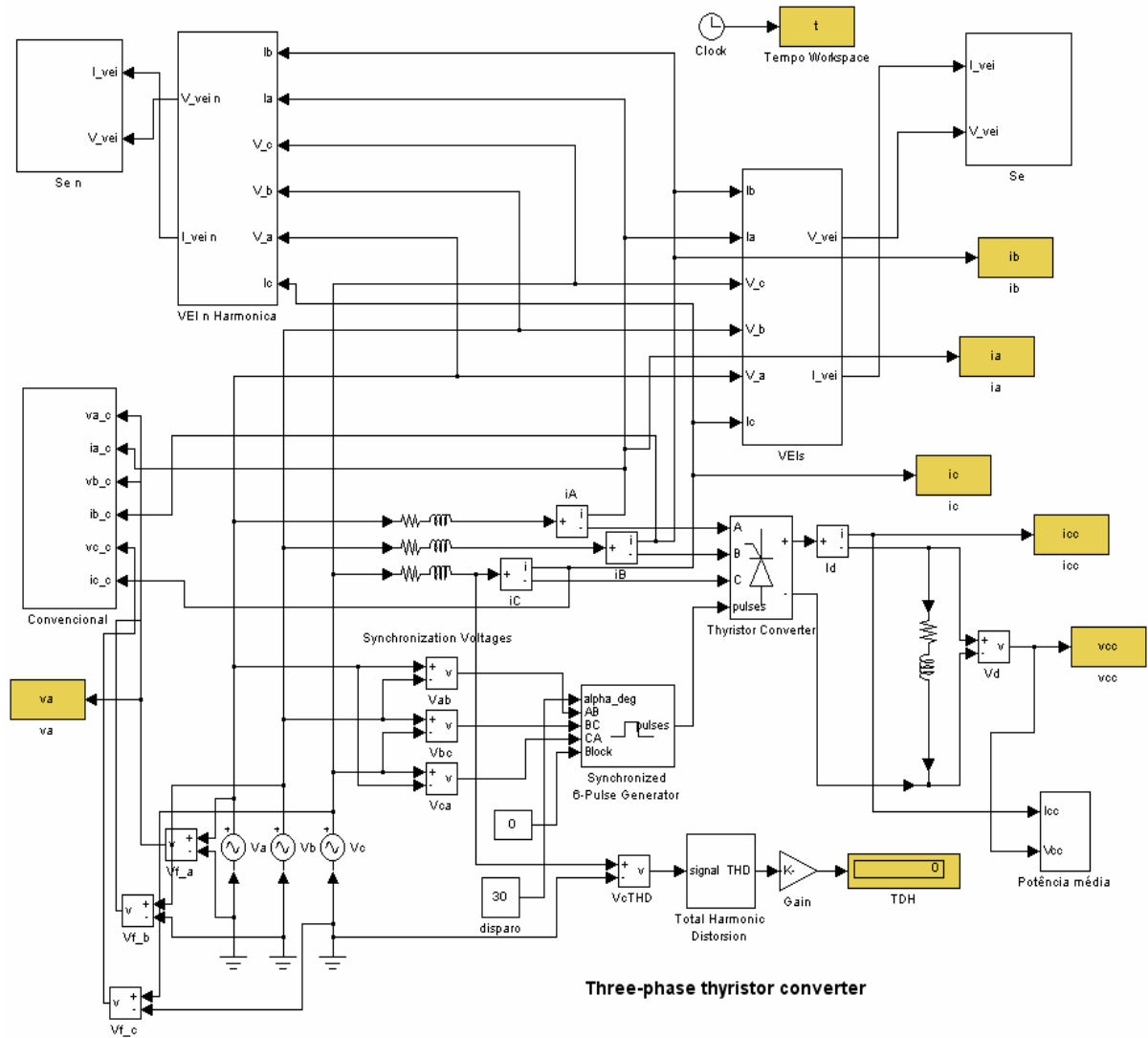


Figura 4.3 Programa simulado para obtenção das grandezas requeridas.

Na figura 4.3 pode-se ver no programa simulado no Simulink vários subsistemas (blocos criados) que serão detalhados a seguir.

Na figura 4.4 é mostrado o subsistema **Convencional** que realiza os cálculos das grandezas elétricas utilizando o método convencional de acordo com a seção 3.2. No bloco da figura 4.4 é calculado a potência aparente convencional da fundamental (S_1), assim como a potência ativa da fundamental (P_1), reativa da fundamental (Q_1) e o fator de potência da fundamental (FP_1). Foram calculadas as potências em cada fase como na equação 3.13 e depois somadas como na equação 3.17.

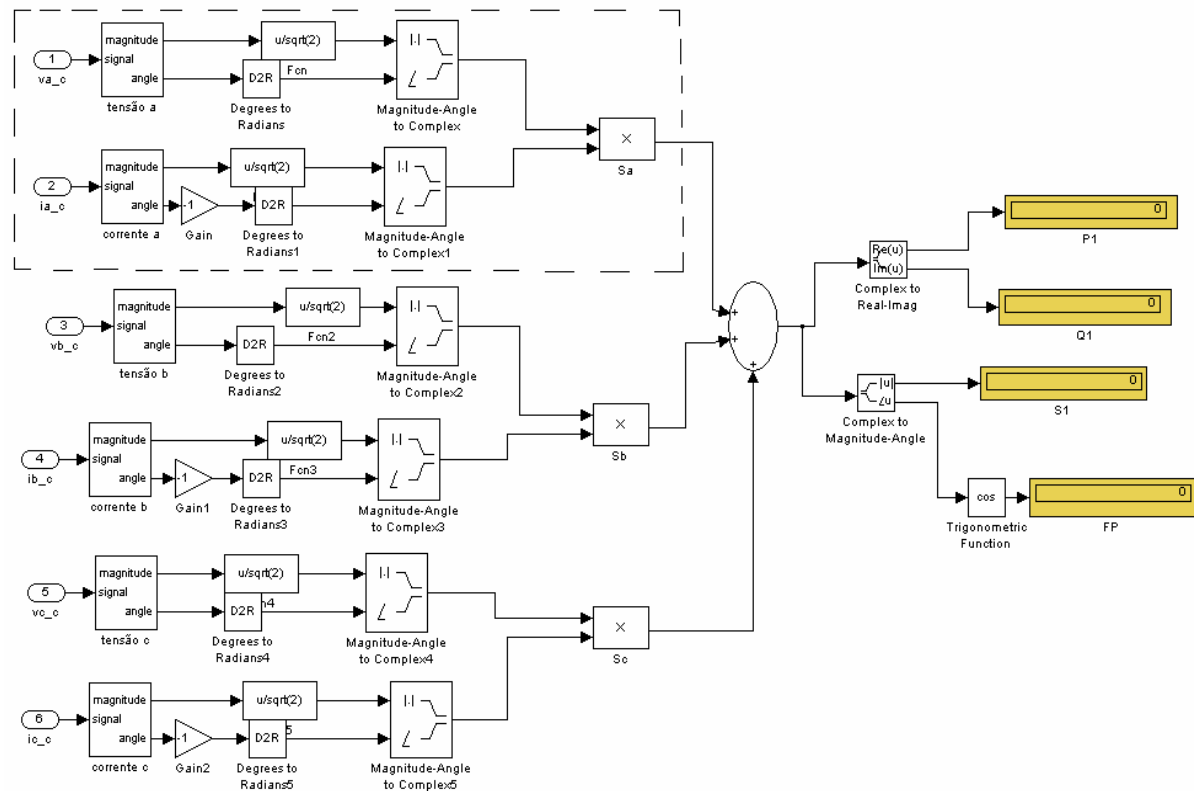


Figura 4.4 Subsistema para efetuar o cálculo das grandezas elétricas utilizando como ferramenta matemática o método convencional.

Para melhor visualização a parte selecionada da figura 4.4 correspondente ao cálculo da potência complexa da fase **a** é mostrada na figura 4.5.

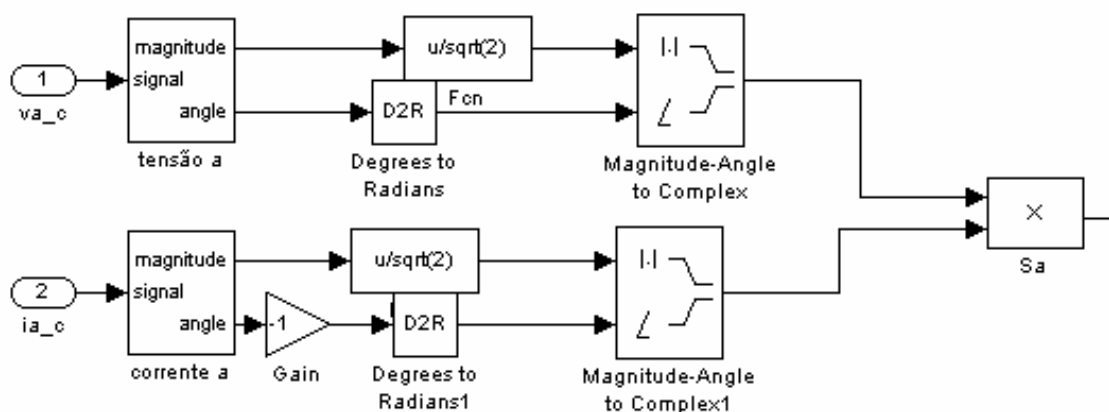


Figura 4.5 Parte responsável pelo cálculo da potência complexa da fase **a**.

A taxa de distorção harmônica (TDH) total da tensão no barramento 1 representado na figura 4.1 será medida através do bloco THD (Total Harmonic Distortion). Após toda a simulação será aumentada a impedância da linha para obter uma nova TDH superior ao limite

estabelecido pela norma internacional apresentada na seção 3.4. Será importante observar que esta carga pode gerar distorções harmônicas significativas para outras cargas acopladas no barramento 1 da figura 4.1. A TDH é calculada em porcentagem.

A potência média do lado cc (barramento 2) é calculada pela expressão 4.2 e está representada no subsistema **Potência média** da figura 4.6.

$$P_{med} = \langle v_{cc} \cdot i_{cc} \rangle \quad (4.2)$$

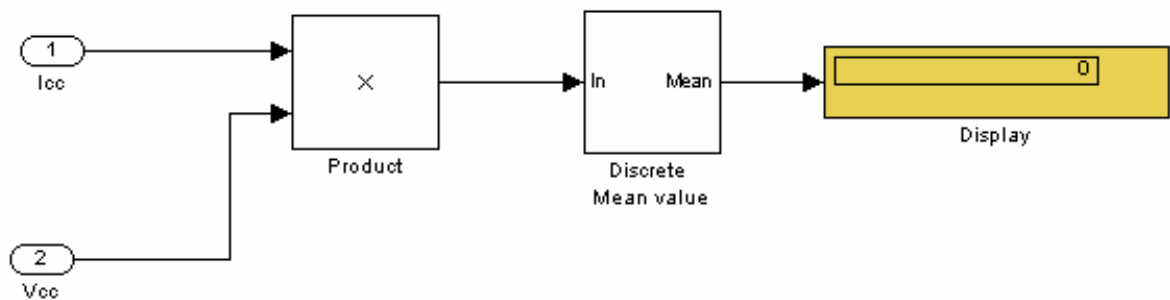


Figura 4.6 Subsistema para o cálculo da potência média do lado cc.

O subsistema **VEI n Harmonica** mostrado na figura 4.7 é um bloco para efetuar o cálculo dos vetores espaciais instantâneos (**VEI's**) tensão e corrente da fundamental, mas também poderia ser especificado para o cálculo dos **VEI's** das harmônicas, bastando alterar o índice do filtro contido no bloco **n instantaneo**. O bloco também efetua o cálculo da potência complexa instantânea da fundamental implementado de acordo com a equação 2.18. O cálculo do **VEI** tensão é implementado de acordo com a equação 2.3 e o cálculo do **VEI** corrente da fundamental é implementado de acordo com a equação 2.4 para as correntes fundamentais de fase.

O subsistema **VEIs** é semelhante ao subsistema **VEI n Harmonica** e só difere pelo fato de não conter o filtro **n instantaneo**, resultando nas grandezas reais.

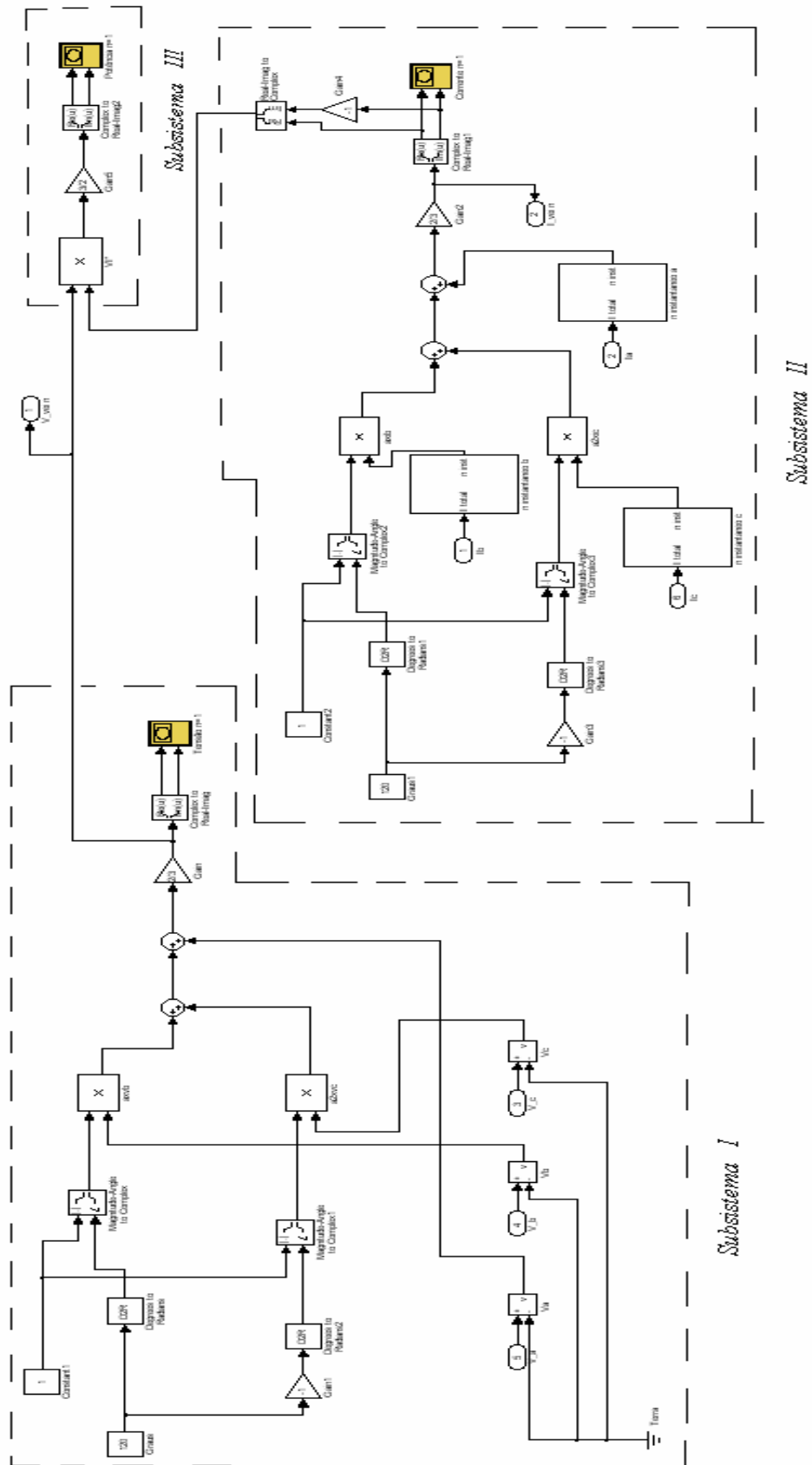


Figura 4.7 Bloco para efetuar o cálculo dos VEI's da fundamental e da potência complexa instantânea da fundamental.

Para melhor visualização, o subsistema I correspondente ao cálculo do VEI tensão é mostrado na figura 4.8.

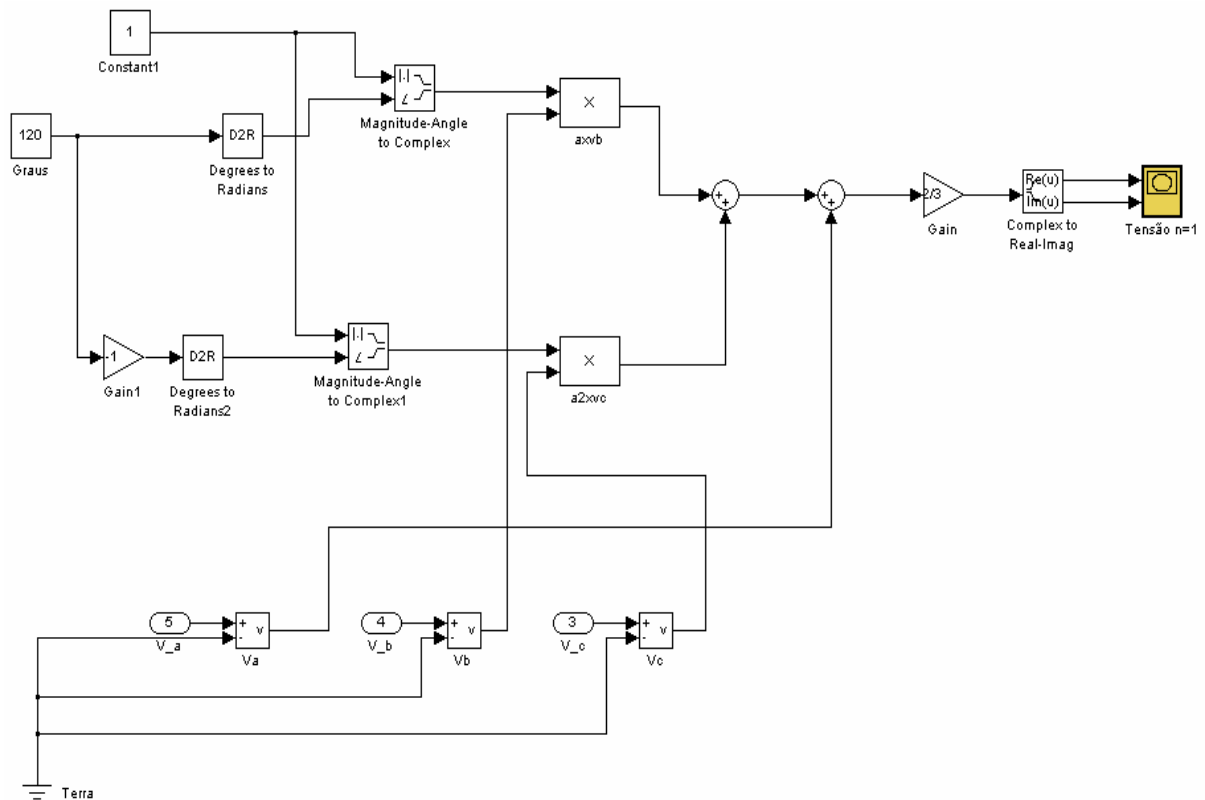


Figura 4.8 Subsistema responsável pelo cálculo do VEI tensão.

O subsistema II correspondente ao cálculo do VEI corrente conjugado da fundamental é mostrado na figura 4.9.

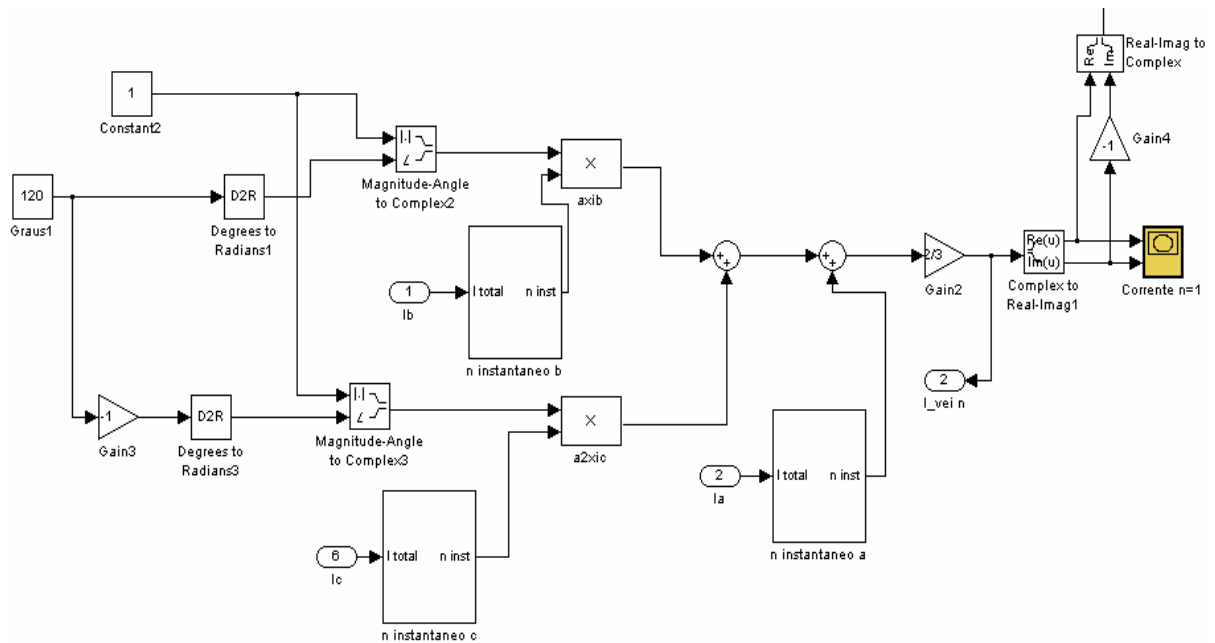


Figura 4.9 Subsistema responsável pelo cálculo do VEI corrente conjugada da fundamental.

O subsistema III correspondente ao cálculo da potência complexa instantânea é mostrado na figura 4.10.

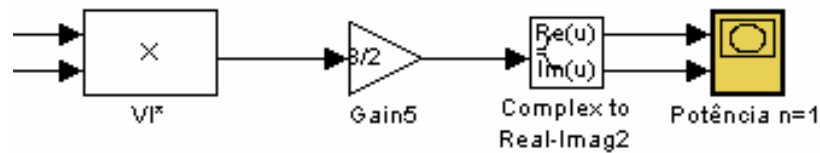


Figura 4.10 Subsistema responsável pelo cálculo da potência complexa instantânea.

O bloco **n instantaneo** utilizado para a filtragem da **n** harmônica é mostrado na figura 4.11.

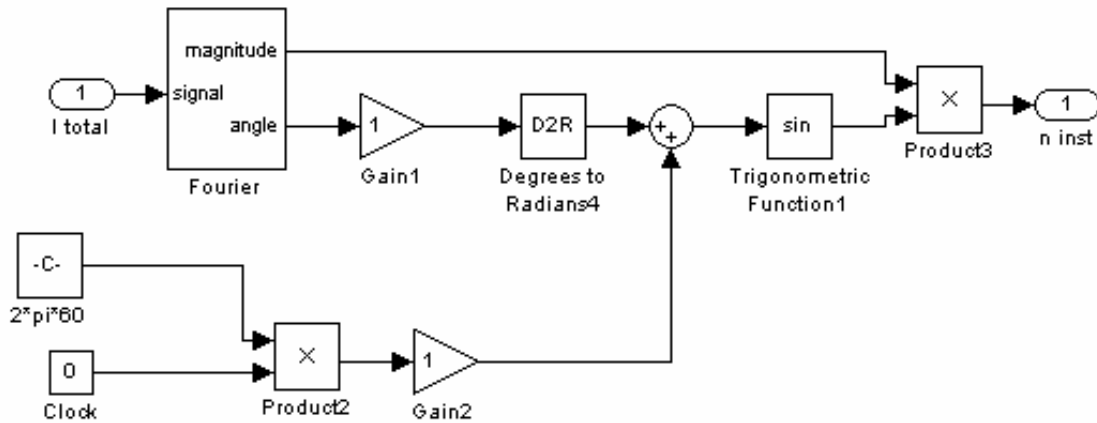


Figura 4.11 Bloco utilizado para filtrar a corrente fundamental.

Para efetuar o cálculo da potência aparente de buchholz-goodhue apresentada na seção 2.2 foi implementada a equação 4.3 para valores de fase:

$$S_e = 3V_e I_e \quad (4.3)$$

O cálculo de V_e e I_e foi implementado com o uso dos VEI's. V_e foi calculado de acordo com a equação 2.46 e I_e foi calculado de acordo com a equação 2.47. O subsistema **Se** mostrado na figura 4.12 efetuou esses cálculos.

O subsistema **Se n** é idêntico ao subsistema **Se**, e foi utilizado para calcular a potência aparente de buchholz-goodhue da fundamental.

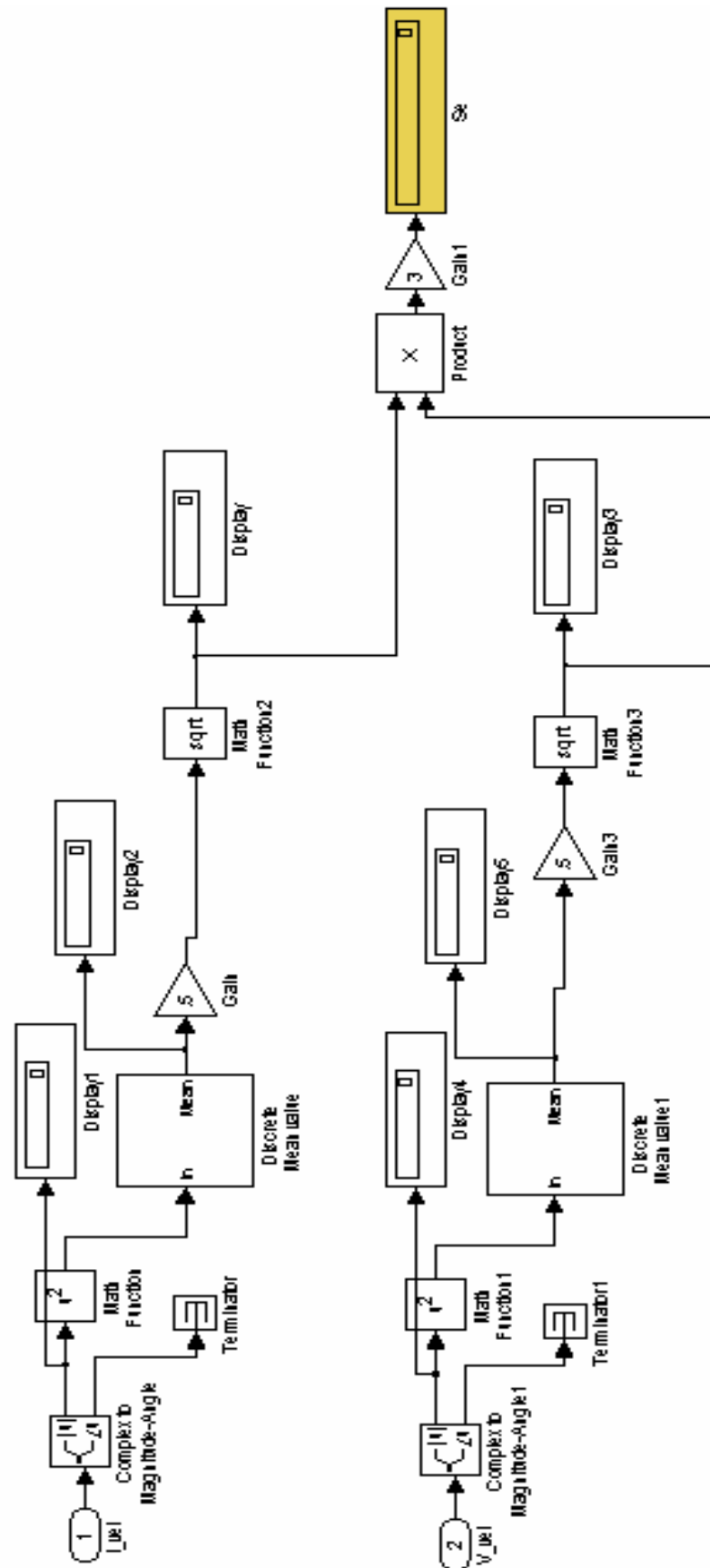


Figura 4.12 Bloco para o cálculo da potência aparente de Buchholz-Goodhue.

Para o cálculo da amplitude, fase e porcentagem em relação à fundamental de cada harmônica utilizou-se o bloco **Analise_Fourier cc corrente** mostrado na figura 4.13, no qual a entrada deste bloco é a corrente contínua na carga. Esse bloco é utilizado para a análise do espectro do sinal de onda da corrente contínua do lado cc.

Os subsistemas **Analise_Fourier cc tensão** e **Analise_Fourier ca corrente** utilizados para a análise do espectro da tensão contínua do lado cc e da corrente ca na fase **a**, respectivamente, são idênticos ao subsistema **Analise_Fourier cc corrente**.

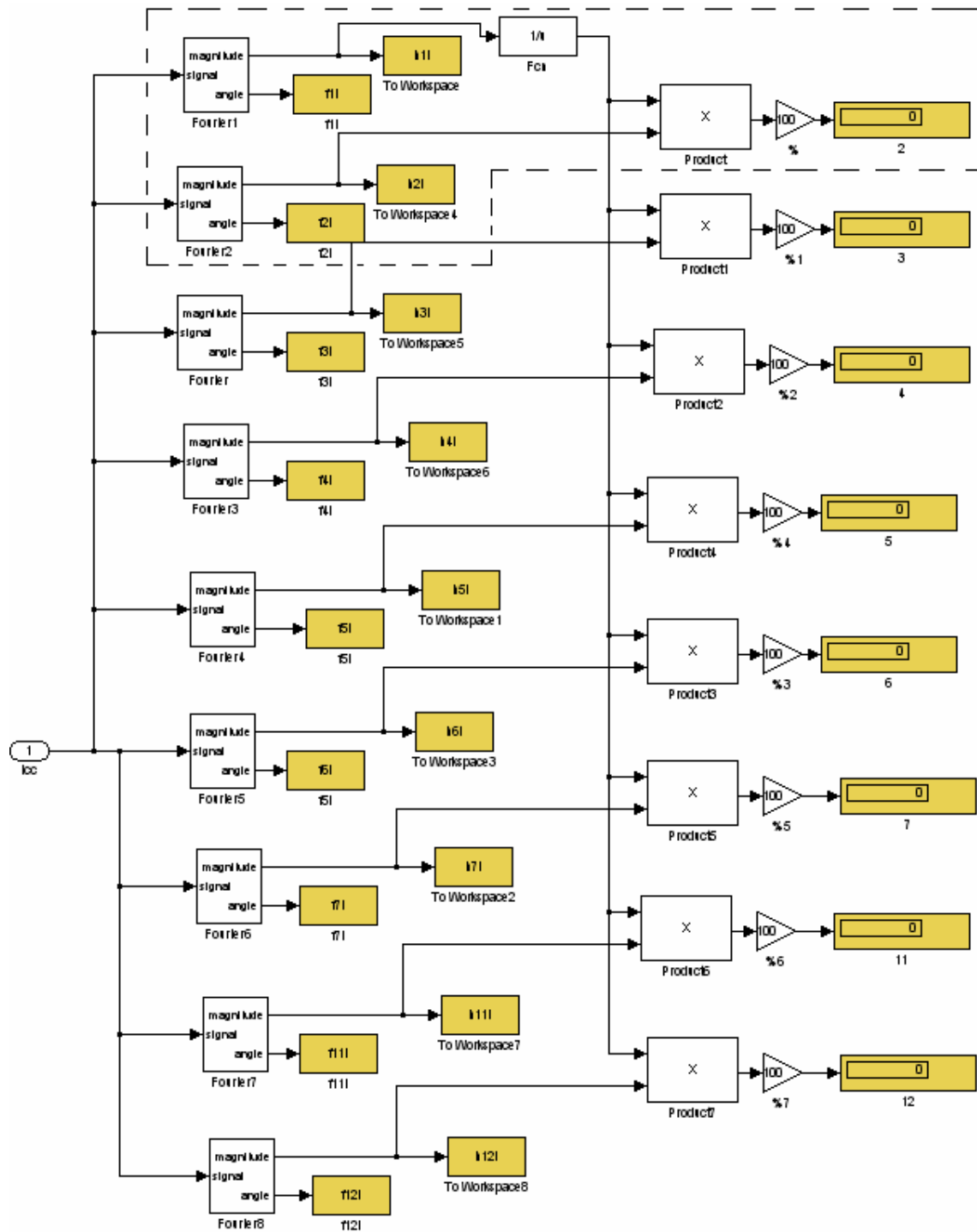


Figura 4.13 Bloco para a análise do espectro harmônico do sinal.

Para melhor visualização, a parte selecionada da figura 4.13 correspondente ao cálculo da amplitude, ângulo e porcentagem em relação à fundamental da segunda componente harmônica (120 Hz) é mostrada na figura 4.14.

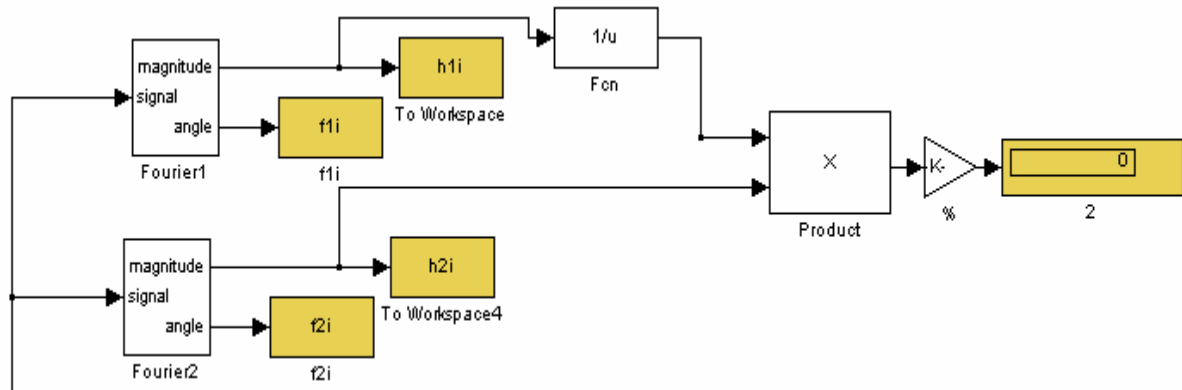


Figura 4.14 Subsistema responsável pelo cálculo do espectro da segunda harmônica.

Os blocos a seguir foram implementados fora do programa principal da figura 4.3 para o mesmo modelo do retificador trifásico afim de não sobrecarregar a simulação.

O bloco **P inst** mostrado na figura 4.15 efetua o cálculo da potência ativa trifásica instantânea de acordo com a equação 4.1 e depois calcula seu valor médio.

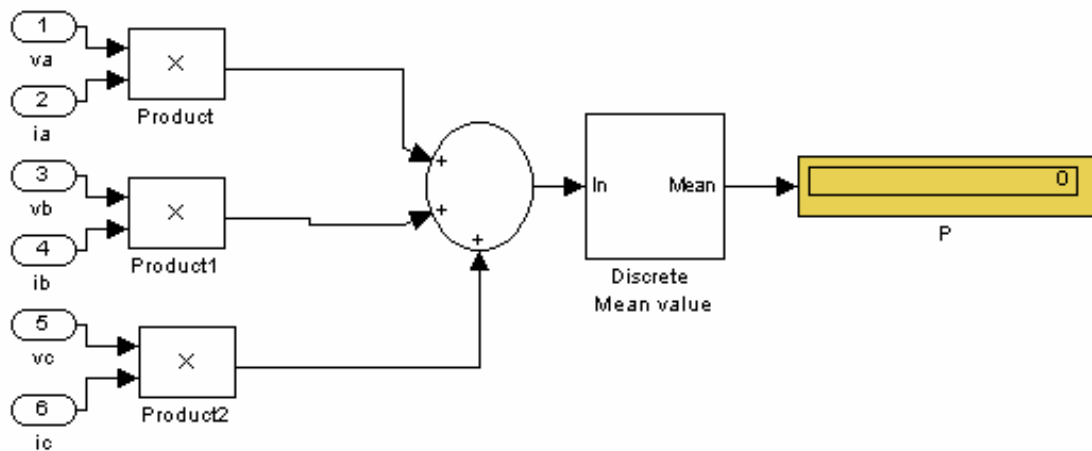


Figura 4.15 Bloco para o cálculo da potência ativa média trifásica.

A teoria convencional da potência aplicada por fasores de acordo com a equação 3.13 fornece o valor médio da potência ativa para sistemas simétricos e equilibrados. Sendo $v(t)$ dado pela equação 3.1, $i(t)$ dado pela equação 3.3 e $\varphi = \theta - \phi$, tem-se para uma fase:

$$p(t) = v(t)i(t) = V_{\text{rms}}I_{\text{rms}}\cos(\varphi)[1-\cos(2\omega t)]$$

$$- V_{\text{rms}}I_{\text{rms}}\sin(\varphi)\sin(2\omega t) \quad (4.4)$$

$$p(t) = P[1-\cos(2\omega t)] - Q \sin(2\omega t) \quad (4.5)$$

$$p(t) = p_p + p_q \quad (4.6)$$

Observa-se que **P** é o valor médio da potência ativa, e também o valor médio da equação 4.5, já que a potência reativa tem valor médio nulo.

O bloco **Q inst** mostrado na figura 4.16 efetua os cálculos da potência reativa instantânea no eixo α e no eixo β de acordo com as equações 2.31 e 2.32, respectivamente. O objetivo é provar que para o sistema bifásico em questão as potências reativas instantâneas se anulam, ou seja, a energia reativa está sendo trocada entre as duas fases, provando assim que não há energia externa, energia do eixo (mecânica) fornecida ao sistema, eis a definição de potência reativa trifásica. As entradas do bloco são os VEI's tensão e corrente.

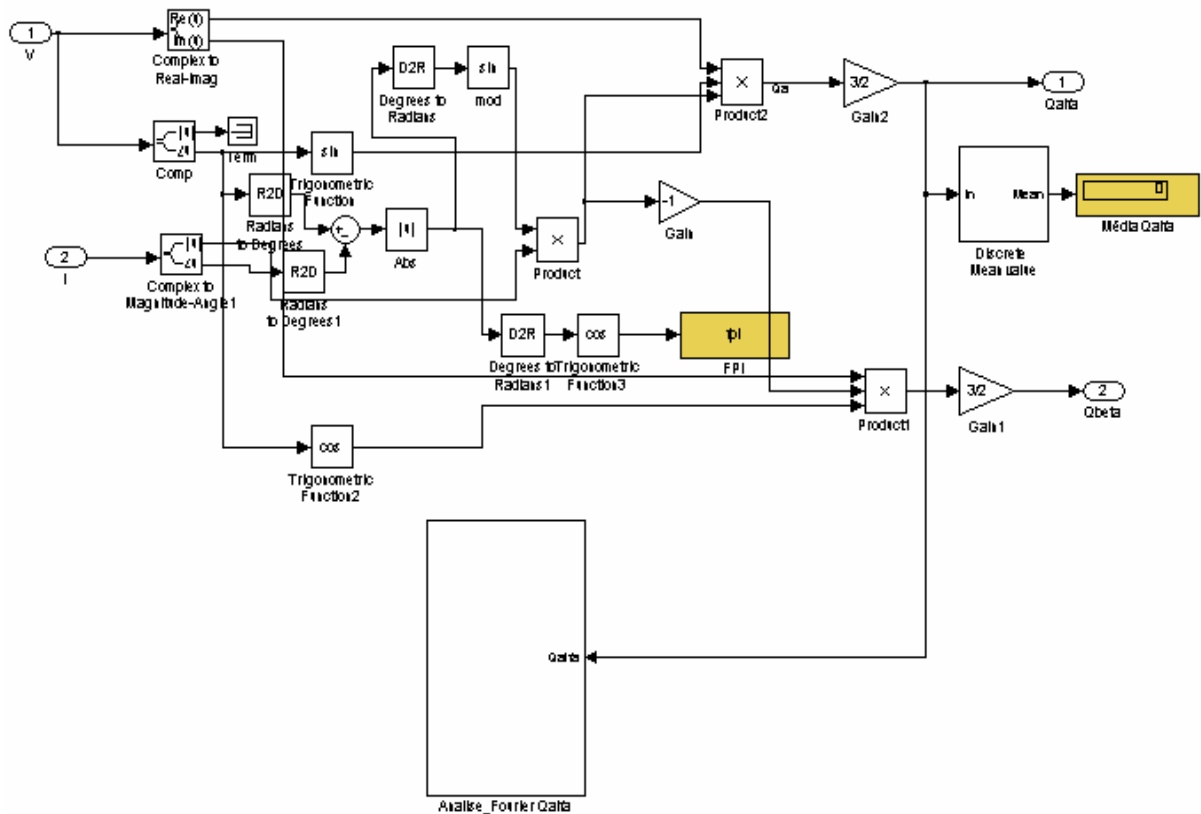


Figura 4.16 Bloco para o cálculo da potência reativa instantânea e do FPI.

O bloco também efetua o cálculo da potência reativa média da fase α , do fator de potência instantâneo de acordo com 2.24 e faz a decomposição harmônica da potência reativa instantânea da fase α para a fundamental de frequência 120 Hz de acordo com a equação 4.5, demonstrando que há várias componentes além da fundamental e que utilizar a fundamental (Q_1) para cálculos, inclusive para a correção do fator de potência, é impreciso. O bloco que faz essa decomposição denominado de **Analise_Fourier Qalfa** é mostrado abaixo na figura 4.17.

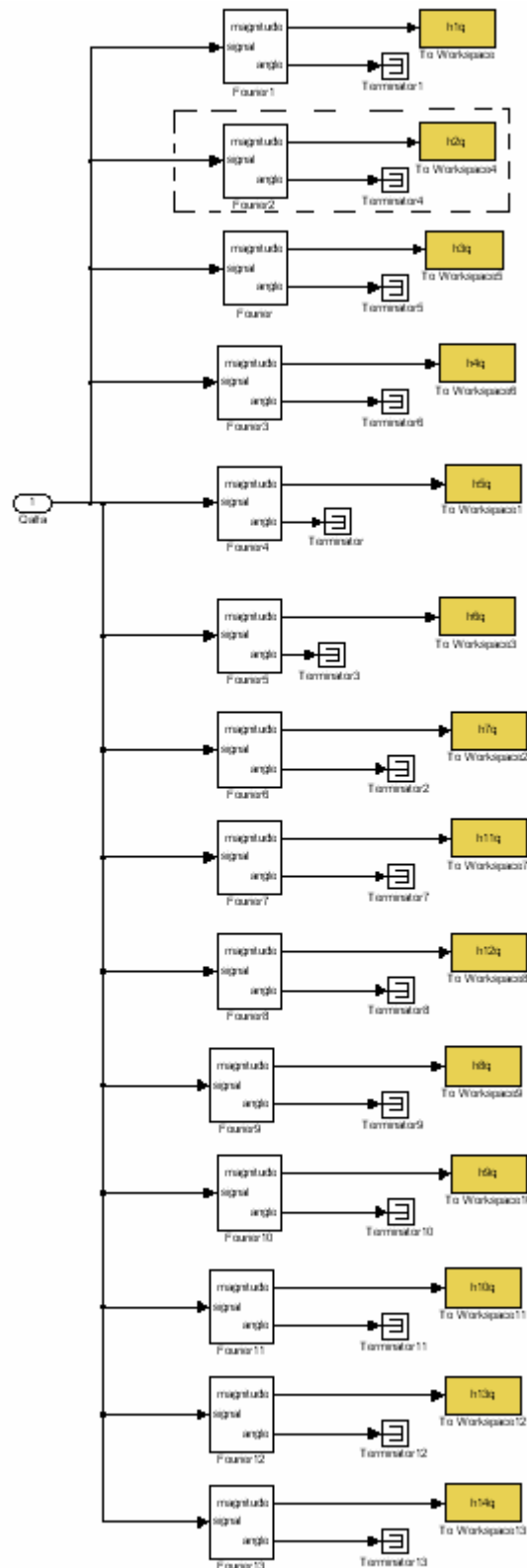


Figura 4.17 Bloco para o cálculo do espectro da potência reativa instantânea q_{α} .

Para melhor visualização, a parte selecionada da figura 4.17 correspondente ao cálculo da segunda harmônica da potência reativa na fase α é mostrada na figura 4.18.

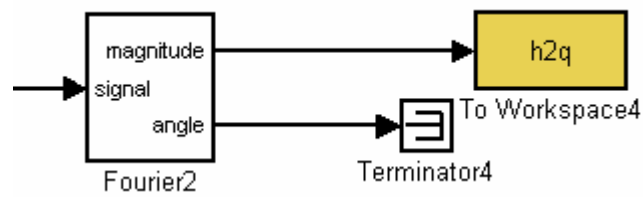


Figura 4.18 Subsistema responsável pelo cálculo da segunda componente harmônica.

4.3 Resultados

Aqui serão apresentados os resultados obtidos para o retificador trifásico controlado a tiristor simulado de acordo com a seção 4.2 para a condição de regime permanente e os resultados obtidos serão analisados e comparados. O ângulo de disparo dos tiristores para esta análise é de 30° .

A tensão na fase **a** é mostrada na figura 4.19.

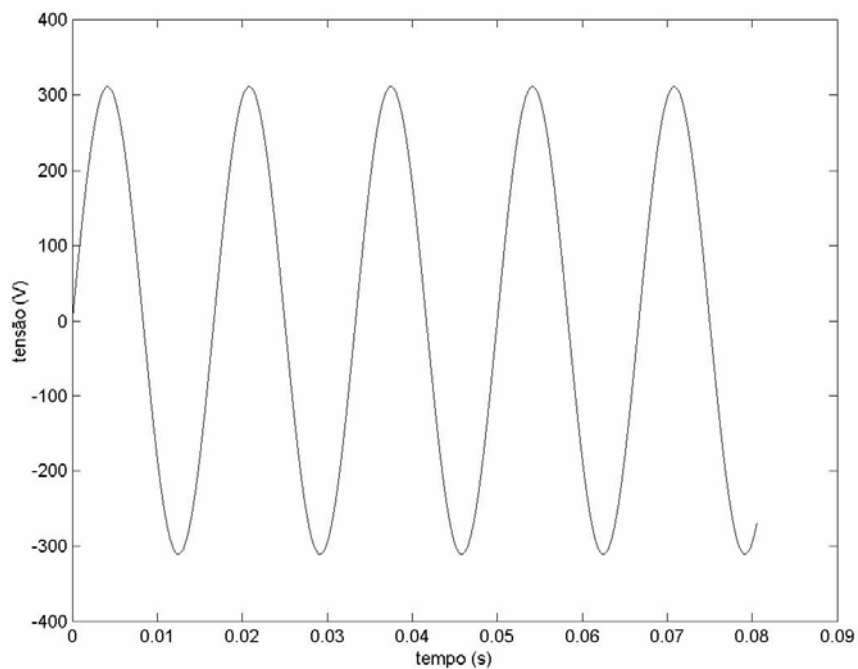


Figura 4.19 Tensão na fase a.

A figura 4.20 mostra a corrente na fase **a**. Observa-se que há trechos onde a corrente é nula devido ao bloqueio dos tiristores 1 e 4 simultaneamente, bloqueados por dois trechos. Nota-se a semelhança da corrente da figura 4.20 com a corrente da figura 3.5 da análise teórica.

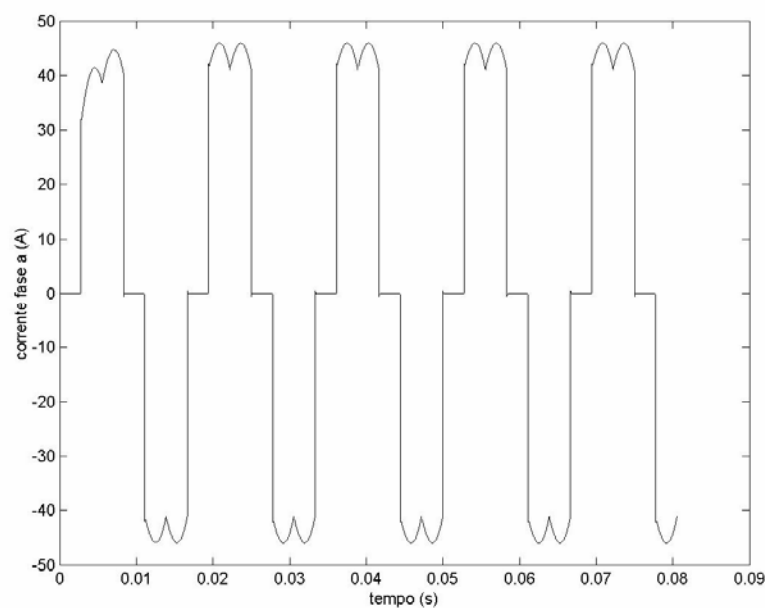


Figura 4.20 Corrente na fase **a**.

A figura 4.21 mostra as correntes nas fases **a**, **b** e **c** sobrepostas para o mesmo intervalo de tempo. Os trechos nulos da corrente i_b são devidos ao bloqueio dos tiristores 3 e 6 simultaneamente e os trechos nulos da corrente i_c são devidos ao bloqueio dos tiristores 2 e 5 simultaneamente. Nota-se sempre a condução em duas fases num intervalo de tempo, estando a terceira bloqueada.

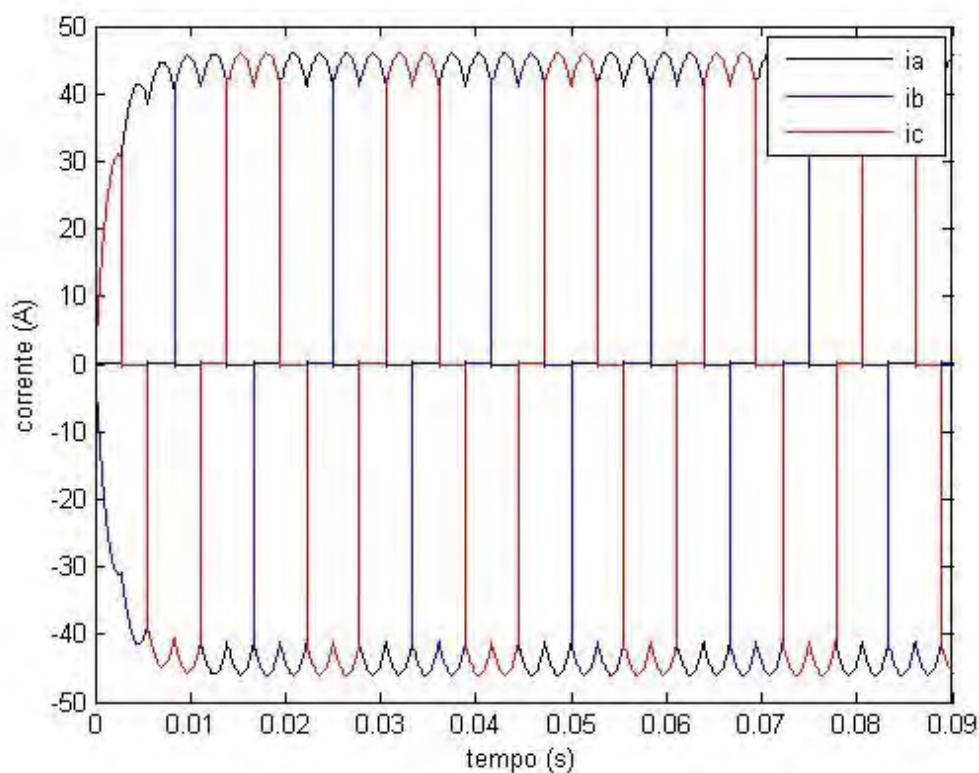


Figura 4.21 Correntes nas fases **a**, **b** e **c**.

Sendo o sistema equilibrado, pois as correntes são equilibradas e simétricas, ou seja, estão defasadas de 120° , embora contenha componentes harmônicos, será observada uma simetria no VEI corrente.

De acordo com a teoria da potência convencional baseada em fasores vista na seção 3.2, para a fundamental da corrente apenas, têm-se os seguintes resultados apresentados na tabela 4.1, calculados de acordo com o bloco **Convencional** da seção 4.2.

Tabela 4.1 Resultados obtidos pela teoria convencional para o sistema trifásico.

Grandeza	Valor
Potência ativa da fundamental(P_1)	19778 W
Potência reativa da fundamental(Q_1)	11421 VAR
Potência aparente da fundamental(S_1)	22839 VA
Fator de potência da fundamental(FP_1)	0,87

A figura 4.22 mostra a tensão no lado cc, ou seja, na carga.

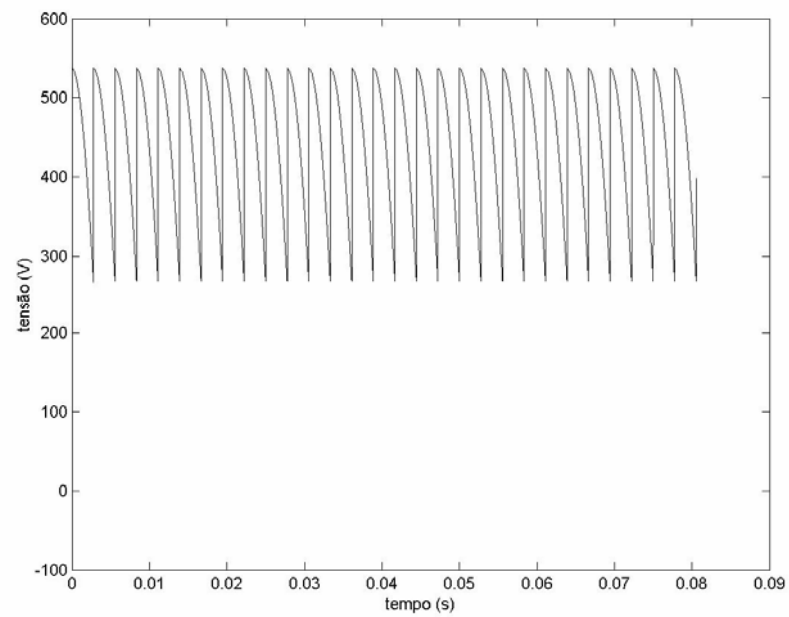


Figura 4.22 Tensão contínua na carga.

A figura 4.23 mostra a corrente do lado cc, ou seja, a corrente na carga.

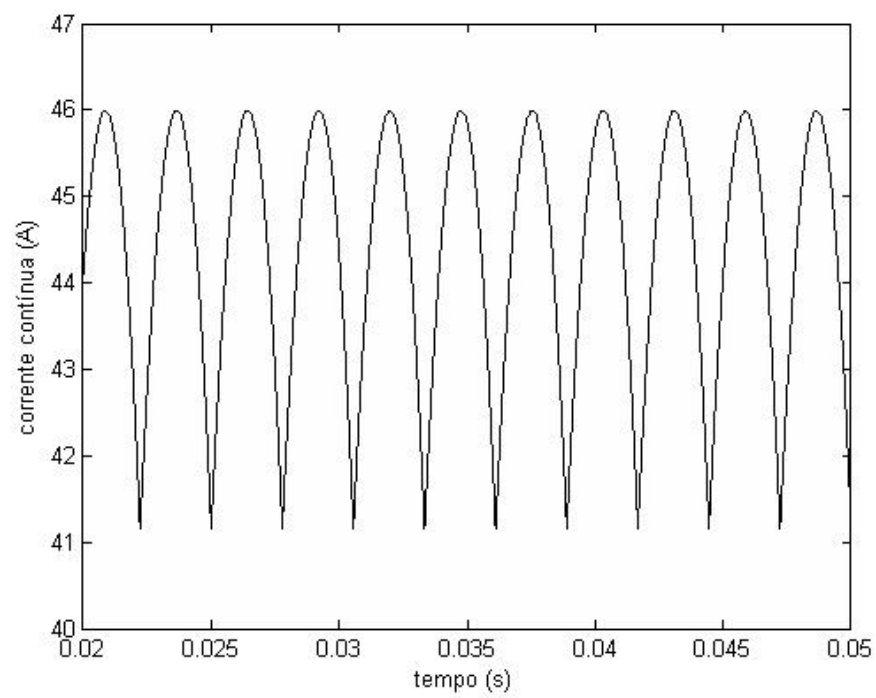


Figura 4.23 Corrente contínua na carga.

A potência média na carga calculada de acordo com o bloco **Potência média** da seção 4.2 é:

$$P_{\text{med}} = 19690 \text{ W}$$

Tendo uma impedância na linha como já foi mencionada, o índice de distorção harmônica total, obtido de acordo com a seção 4.2, para a tensão no barramento 1 é:

$$\text{TDH} = 1,68 \%$$

Para tensões inferiores ou iguais a 69 KV, esta TDH está dentro da norma internacional IEEE/ANSI 519 referida na tabela 3.1:

$$1,68 \% < 5,0 \%$$

É importante analisar o valor da TDH para o problema de que outros usuários estejam conectados na mesma rede. Se a TDH estiver fora da norma, outros usuários serão afetados de forma significativa e será preciso fazer uma correção através de filtros. A teoria da potência complexa instantânea pode ser usada na elaboração destes filtros ativos. Isto ficará como sugestão para trabalhos futuros. A potência estudada é medida no barramento infinito ∞ visto na figura 4.1, desprezando a distorção harmônica da tensão neste estudo.

A taxa de distorção harmônica (TDH) para a corrente da fase **a**, calculada de acordo com a equação 3.32, é:

$$\text{TDH}_I = 30,81 \%$$

A distorção harmônica da corrente (TDD) para a fase **a**, calculada de acordo com a equação 3.33, sendo a máxima corrente de demanda da carga para a fundamental I_L igual a 40 A para o caso em que o ângulo de disparo α é zero graus (caso mais crítico), é:

$$\text{TDD} = 23,81 \%$$

Observa-se a diferença de 7 % entre os índices TDH_I e TDD.

A ponte de Graetz foi simulada também através do software desenvolvido por Canesin[7]. Os resultados obtidos estão apresentados nas tabelas 4.2, 4.3 e 4.4. Os resultados condizem com a análise teórica do retificador, ou seja, com as suas principais características de operação vistas na seção 3.3. Nota-se que a corrente média em um tiristor é um terço da corrente média na carga.

A tabela 4.2 mostra os resultados na carga.

Tabela 4.2 Resultados obtidos na carga.

Grandeza	Valor
Tensão média	445,65 V
Corrente média	44,57 A
Tensão eficaz	453,03 V
Corrente eficaz	44,59 A

A tabela 4.3 mostra os resultados obtidos na fonte.

Tabela 4.3 Resultados obtidos na fonte.

Grandeza	Valor
Tensão de pico	311,13 V
Corrente eficaz	36,49 A

A tabela 4.4 mostra os resultados obtidos nos tiristores.

Tabela 4.4 Resultados obtidos nos tiristores.

Grandeza	Valor
Corrente média	14,86 A
Corrente eficaz	25,73 A

Serão apresentados, a seguir, as grandezas elétricas obtidas na simulação do retificador trifásico utilizando como ferramenta matemática a teoria da potência complexa instantânea.

O VEI tensão $\tilde{V}$ calculado de acordo com o bloco **VEIs** da seção 4.2 é mostrado nas figuras 4.24 e 4.25. Observa-se que o VEI tensão é um vetor de magnitude constante que gira com velocidade angular constante de valor igual à da rede e no sentido anti-horário. A magnitude do VEI tensão é igual ao valor da amplitude da tensão instantânea de fase (311 V).

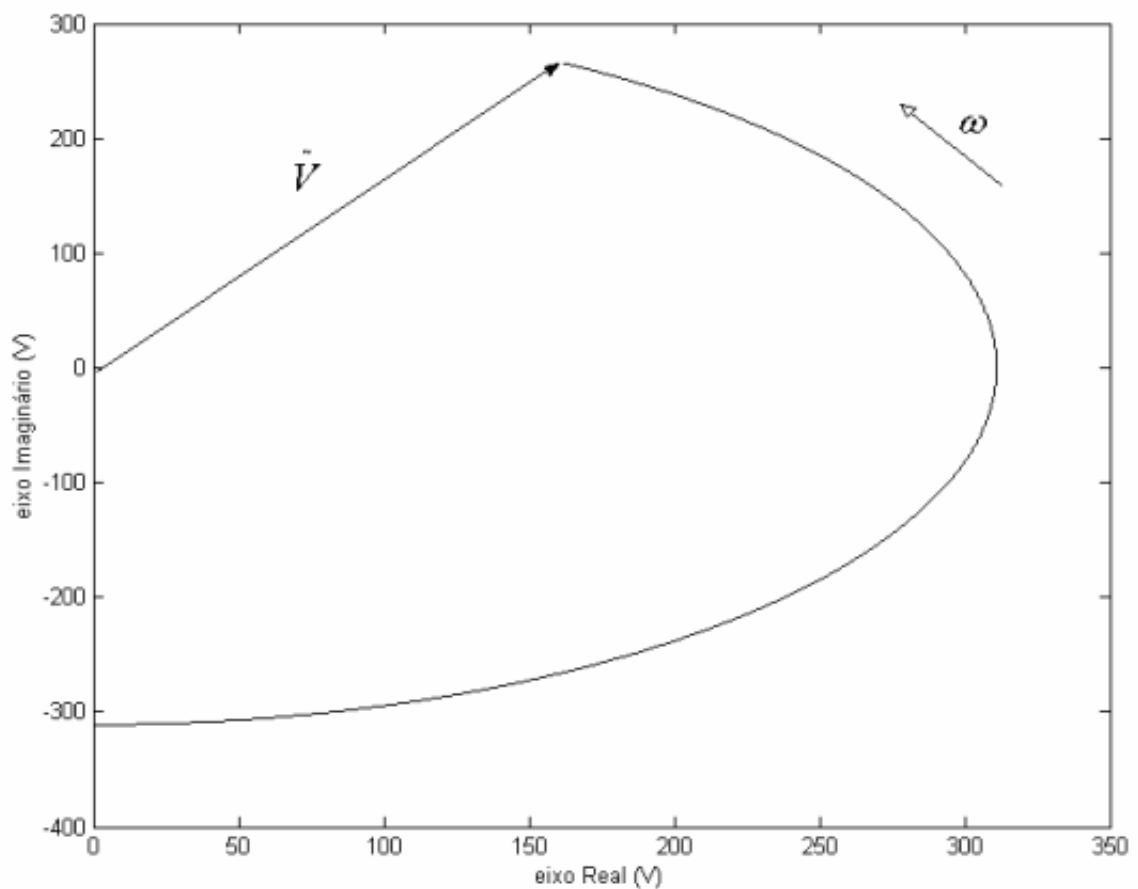


Figura 4.24 Vetor espacial instantâneo tensão durante um pequeno intervalo de tempo.

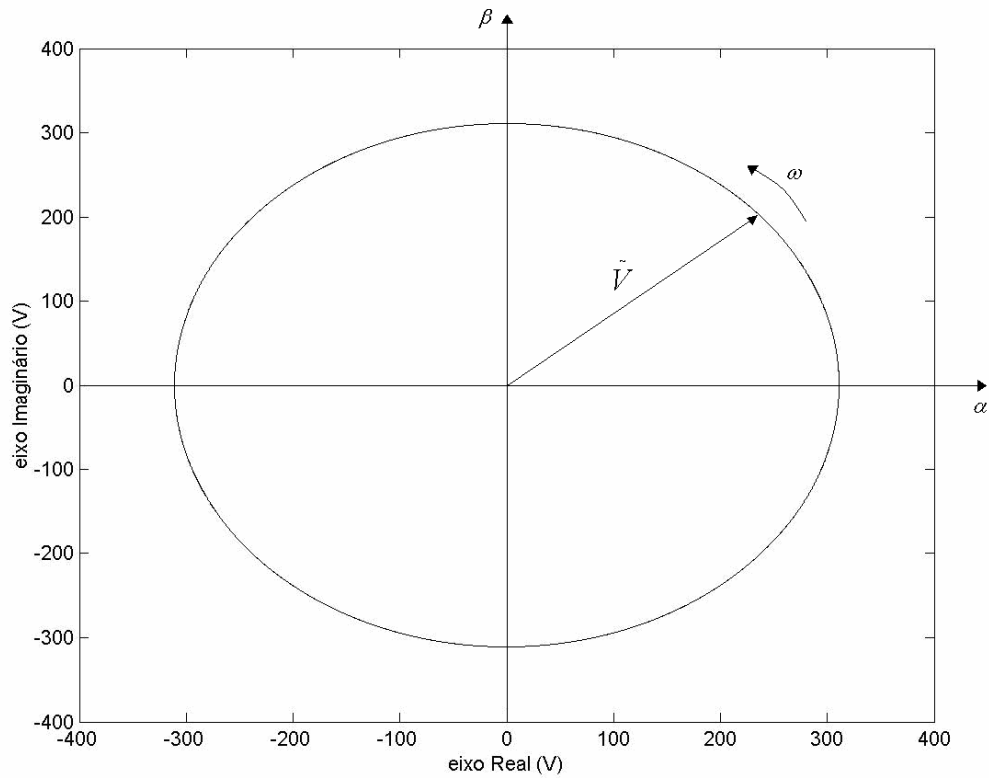


Figura 4.25 Vetor espacial instantâneo tensão.

Observa-se a simetria da figura nos eixos **a**, **b** e **c** mostrado na figura 4.26, indicando tensões trifásicas simétricas e equilibradas, pois uma característica importante do VEI, como dito no segundo capítulo, é que sua projeção nos eixos **a**, **b** e **c** resultam nos valores instantâneos correspondentes aos respectivos eixos, neste caso nos valores instantâneos de v_a , v_b e v_c , respectivamente.

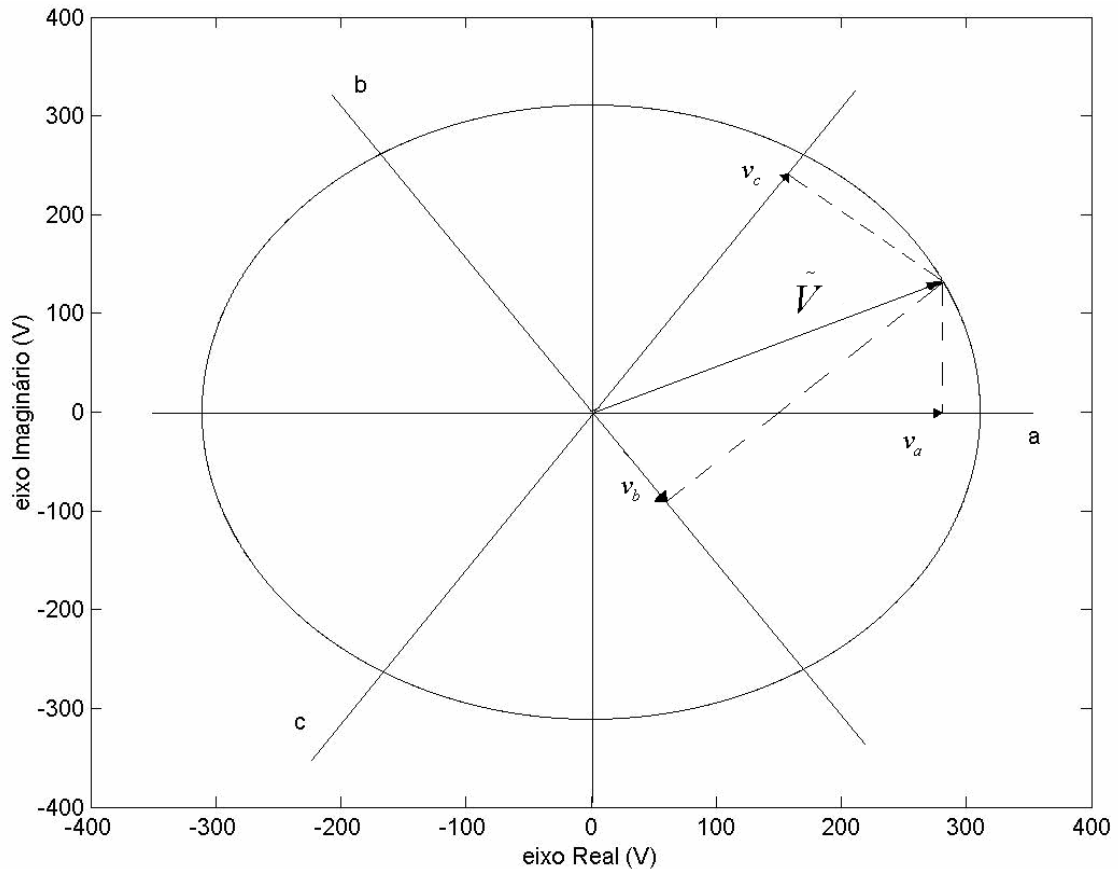


Figura 4.26 Eixos de projeção resultando nos valores instantâneos de fase.

A projeção do VEI tensão no eixo **a** será igual à onda de tensão da figura 4.19 que é o valor instantâneo da tensão na fase **a**.

O VEI corrente $\tilde{I}$ calculado de acordo com o bloco **VEIs** da seção 4.2 é mostrado nas figuras 4.27 e 4.28. O VEI corrente é um vetor de magnitude variável com velocidade também variável, isto será visto adiante que resultará um fator de potência instantâneo variável calculado como o co-seno do ângulo instantâneo de defasagem entre $\tilde{V}$ e $\tilde{I}$. A sua projeção nos eixos **a**, **b** e **c** resultam nas correntes instantâneas i_a , i_b e i_c , respectivamente, iguais a da figura 4.21.

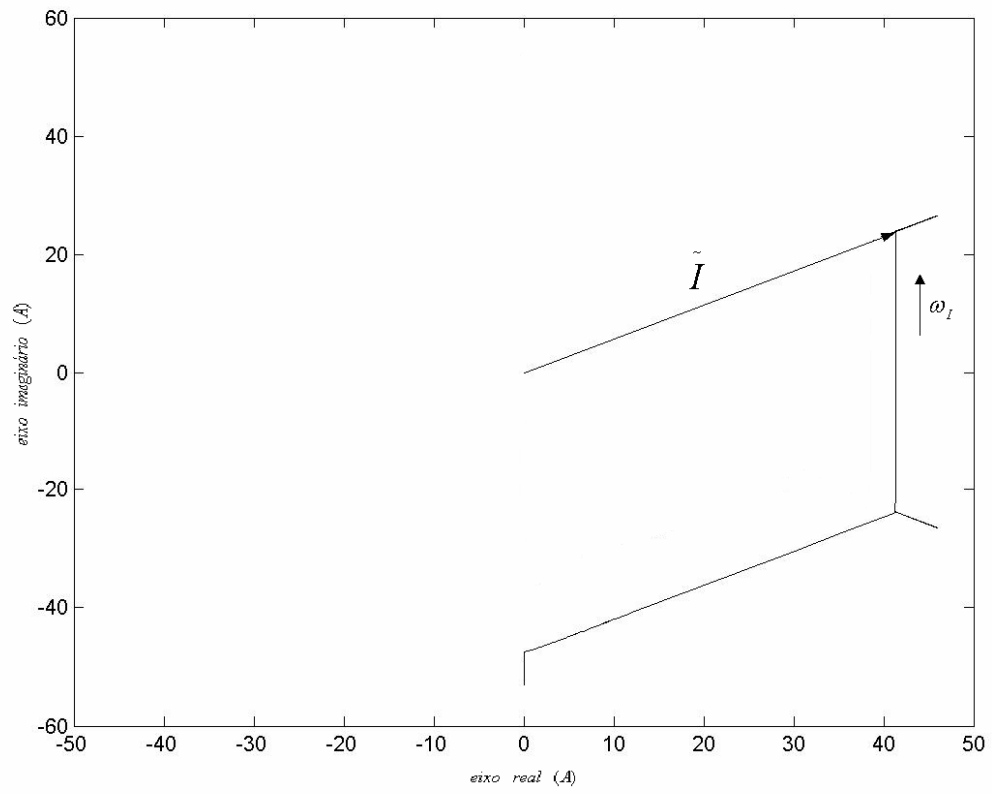


Figura 4.27 Vetor espacial instantâneo corrente em um intervalo de tempo do regime.

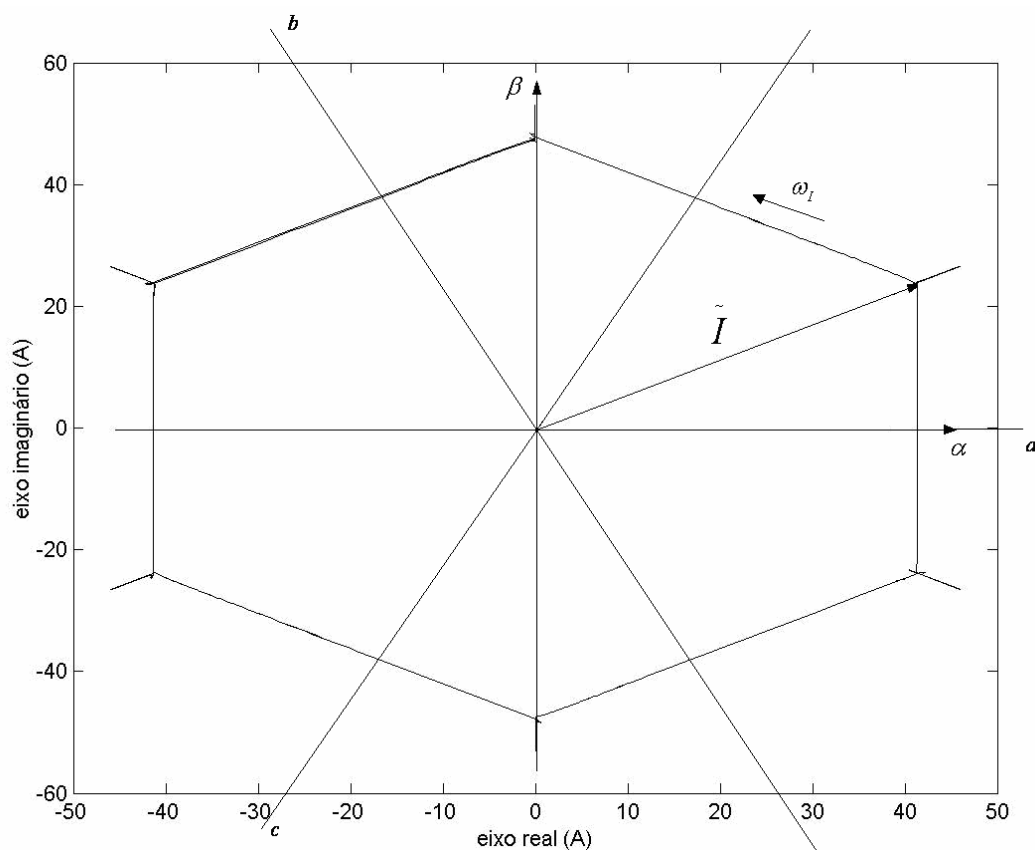


Figura 4.28 Vetor espacial instantâneo corrente no regime.

O VEI corrente resulta em um hexágono regular no regime sendo mostrado na figura 4.28 para um ciclo. Neste formato nota-se uma simetria em relação aos eixos **a**, **b** e **c**, indicando um sistema equilibrado, mas contendo harmônicas devido à variação da magnitude de $\tilde{I}$ e também da sua velocidade angular ω_I .

Cada ponta desse hexágono vista na figura 4.28 é perpendicular ao eixo **a**, **b** ou **c**. Representa a comutação dos tiristores, ou seja, o período de bloqueio dos tiristores de uma fase, fazendo com que a corrente na fase seja nula. As projeções dos VEI's corrente de cada ponta do hexágono no respectivo eixo perpendicular são nulas, sendo a corrente nula na fase que corresponde ao eixo. Na figura 4.29 a projeção de $\tilde{I}$ no eixo **a** é zero. O VEI corrente permanece certo período nesta posição podendo ser visto, este intervalo de tempo, na figura 4.20.

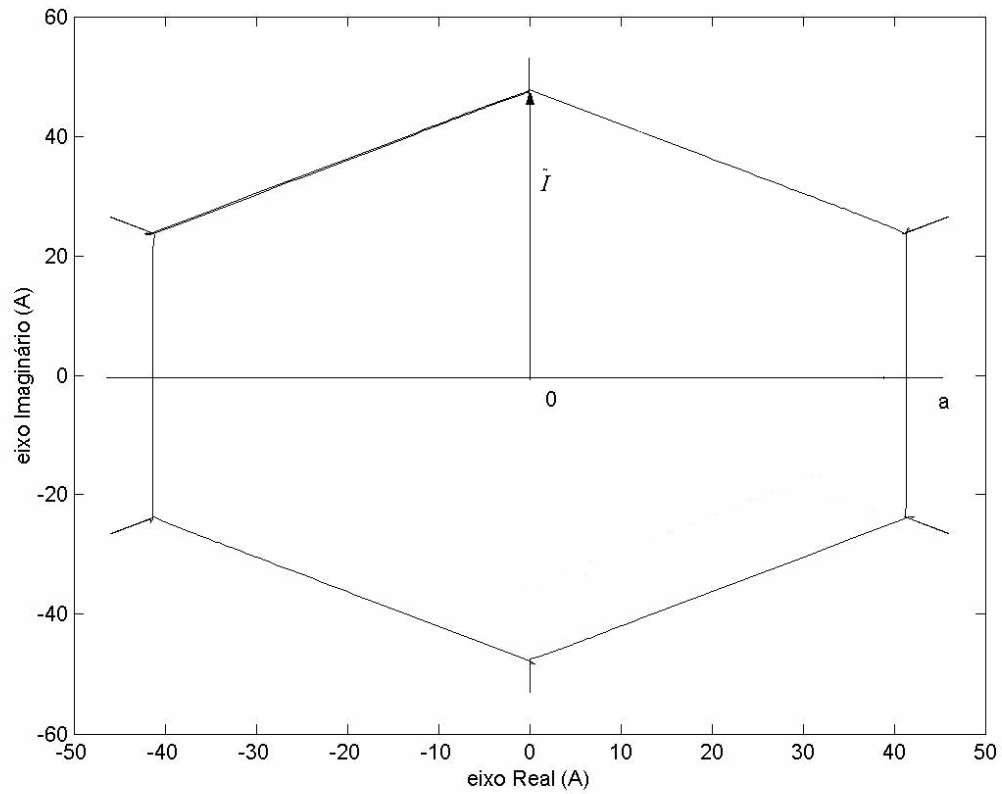


Figura 4.29 Projeção nula do VEI corrente no eixo a, quando bloqueados os tiristores 1 e 4.

A magnitude do vetor espacial instantâneo corrente em função do tempo é mostrada na figura 4.30. Observam-se os valores máximo e mínimo dessa grandeza trifásica.

A taxa de variação da magnitude do VEI corrente está diretamente ligada à taxa de armazenamento de energia no sistema.

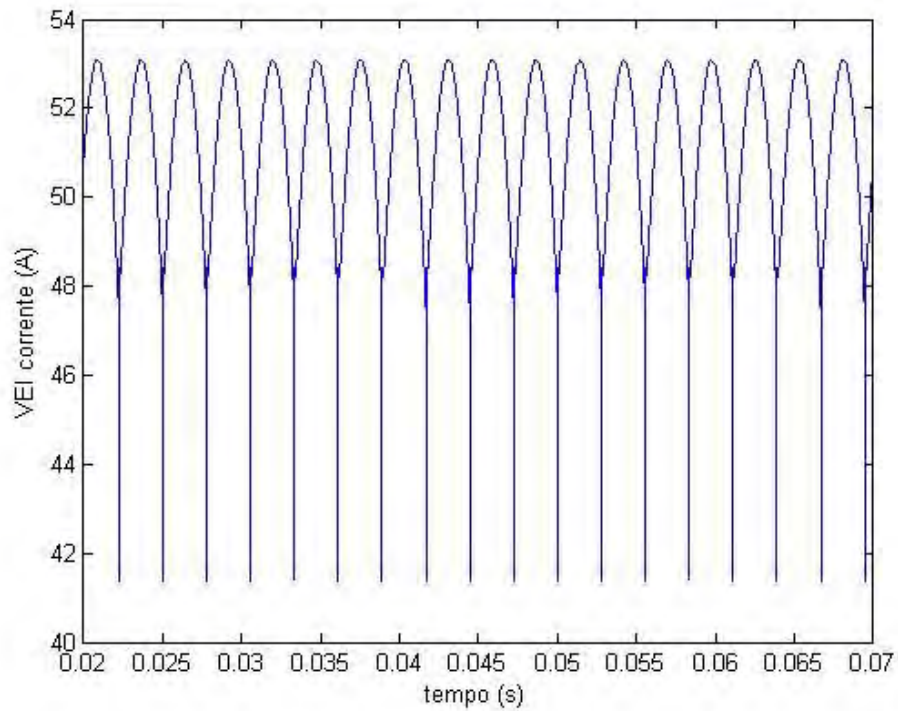


Figura 4.30 Magnitude do VEI corrente em função do tempo.

A defasagem entre os vetores $\tilde{V}$ e $\tilde{I}$ resulta no ângulo φ variável, pois as velocidades angulares dos VEI's tensão e corrente são diferentes, obtendo-se, conseqüentemente, um fator de potência instantâneo (**FPI**), $\cos(\varphi)$, variável. Observa-se que φ é o ângulo da coordenada polar da potência complexa instantânea ($\tilde{S}$), de acordo com a teoria vista no segundo capítulo.

A figura 4.31 mostra a defasagem entre os VEI's tensão e corrente para certo instante de tempo.

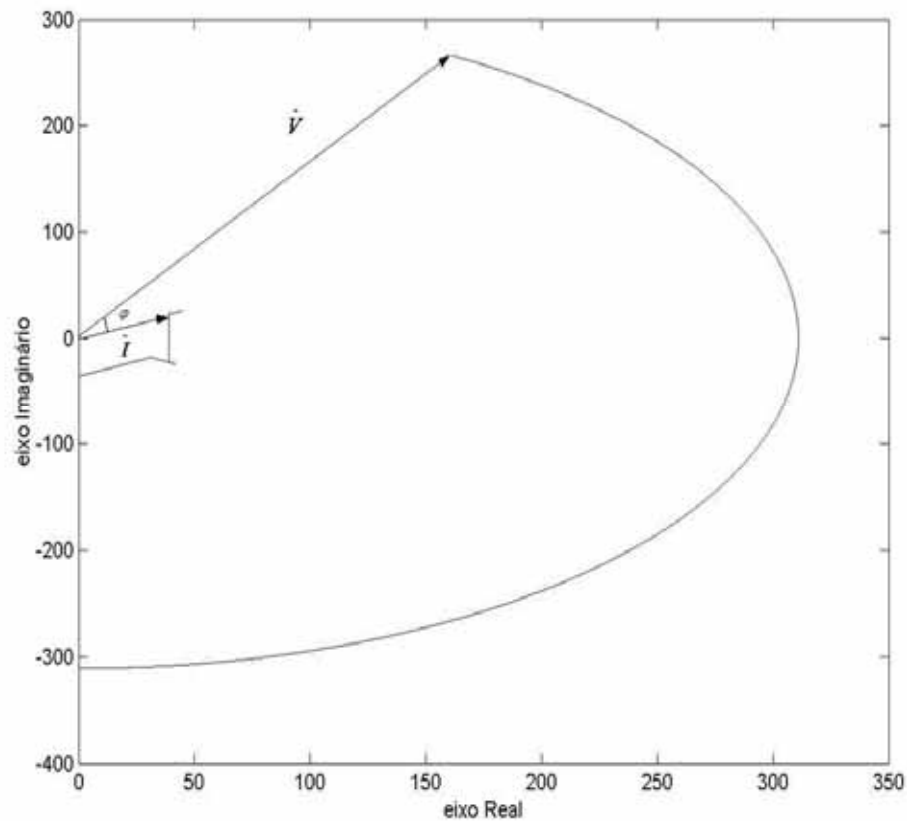


Figura 4.31 Defasagem angular entre os VEI's tensão e corrente.

A figura 4.32 mostra o FPI calculado de acordo com o bloco **Q inst** da seção 4.2. É importante lembrar que o FPI ressalta o valor do fator de potência do sistema trifásico no tempo, possibilitando uma correção instantânea.

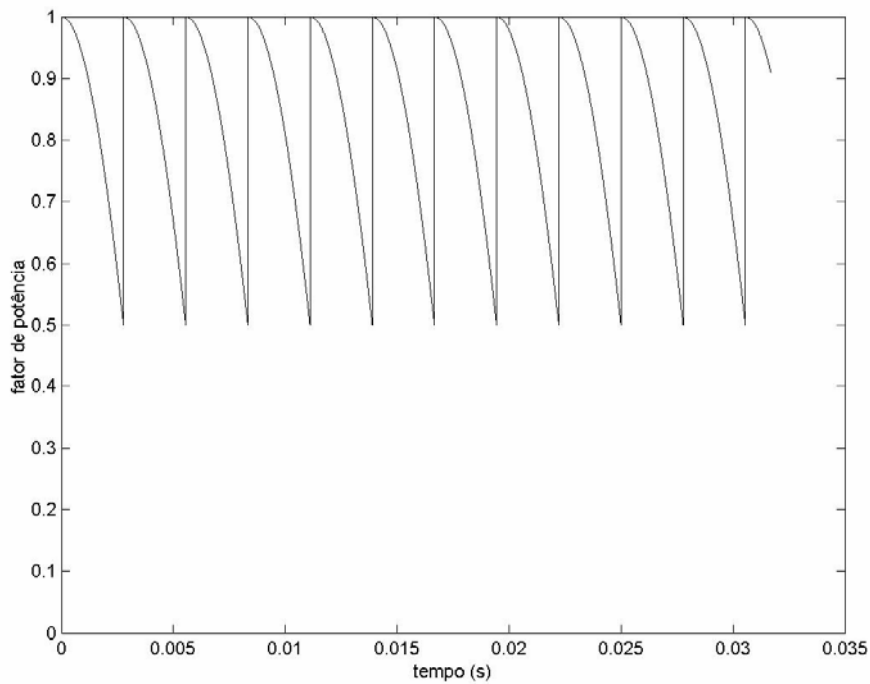


Figura 4.32 Fator de potência instantâneo.

O fator de potência médio calculado é:

$$\langle \text{FPI} \rangle = 0,83$$

O fator de potência médio pode ser calculado também pela média $\frac{\langle P \rangle}{\langle |S| \rangle}$.

A figura 4.33 mostra a potência complexa instantânea calculada de acordo com o bloco **VEI's** na seção 4.2. A potência complexa instantânea fornece os valores da potência ativa (**P**), reativa (**Q**) e, indiretamente, do fator de potência (**FPI**) a cada instante de tempo. Observa-se o transitório da potência partindo do zero até atingir seu regime. No regime a potência complexa fica oscilando, como é possível de perceber indicando a região mais escura da figura 4.33.

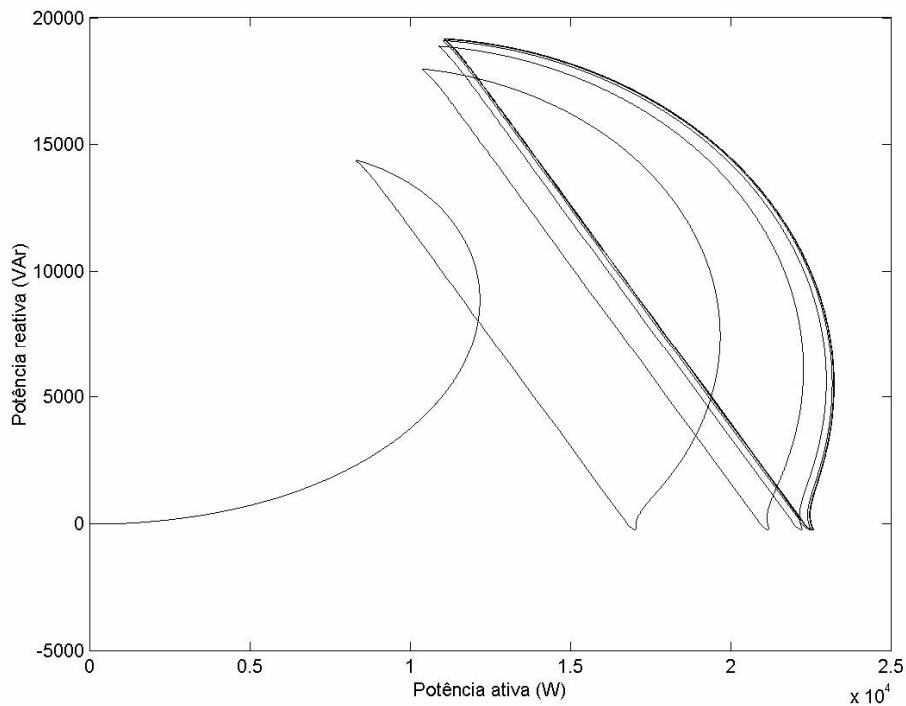


Figura 4.33 Potência complexa instantânea.

Para o entendimento melhor do balanço de energia no regime permanente do sistema trifásico é preciso recorrer a equação 4.7 formulada por Milanez[8] para a abordagem do sistema trifásico equilibrado RL.

Se o retificador for considerado como um elemento armazenador (reatância) e um elemento dissipador (resistência) de energia essa equação é válida para a análise qualitativa da potência complexa. A potência complexa fornecida ao retificador vista na figura 4.33 tem uma parcela reativa positiva (eixo β) e uma parcela dissipada (eixo α), características de um elemento armazenador e dissipador, respectivamente.

A equação está referida abaixo:

$$\tilde{V} = R\tilde{I} + L\frac{d\tilde{I}}{dt} \quad (4.7)$$

Expandindo a expressão 4.7 e substituindo-a em 2.18 tem-se:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \left(R \left| \tilde{I} \right|^2 + j\omega_L L \left| \tilde{I} \right|^2 + L \left| \tilde{I} \right| \frac{d \left| \tilde{I} \right|}{dt} \right) \quad (4.8)$$

A equação 4.8 representa a potência complexa instantânea em termos dos elementos do sistema trifásico equilibrado. Importante ressaltar na expressão que o primeiro e o último termo representa a potência real entregue ao sistema e o segundo termo, ou seja, o termo da parte imaginária representa a potência reativa. Nota-se que o último termo é dependente da variação da magnitude de $\tilde{I}$.

Observa-se na figura 4.33 que quando a corrente aumenta o sistema está recebendo mais potência externa, chamada potência ativa e parte desta potência (último termo da equação 4.8) está sendo transformada em potência reativa (segundo termo da equação 4.8), ou seja, está sendo armazenada no sistema. Este processo corresponde a parte curva da figura 4.33. Quando a corrente se torna constante a energia já foi toda convertida em potência reativa. Este ponto corresponde ao pico da potência reativa na figura 4.33. O processo recomeça novamente quando a corrente diminui até chegar no valor mínimo da potência reativa.

O valor médio da potência aparente, ou seja, a potência aparente eficaz calculada para os valores da potência complexa instantânea vistos na figura 4.33 no regime permanente, é:

$$\langle \left| \tilde{S} \right| \rangle = 23887 \text{ VA}$$

O valor médio da potência ativa vista na figura 4.33, calculado para o regime permanente, é:

$$\langle P \rangle = 19773 \text{ W}$$

O valor da potência aparente de Buchholz-Goodhue, calculado de acordo com o bloco **Se** da seção 4.2, é indicado abaixo:

$$S_e = 23900 \text{ VA}$$

Este valor de potência aparente eficaz é o mais preciso para o cálculo da potência em sistemas trifásicos. Será utilizado como principal resultado.

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos para $n=1$, ou seja, apenas pelo processamento da fundamental, utilizando a teoria da potência complexa instantânea.

O VEI tensão $\tilde{V}_1$ foi calculado de acordo com o bloco **VEI n Harmonica**, que apresentou resultado idêntico a da figura 4.25, tendo assim $\tilde{V}_1 = \tilde{V}$.

A figura 4.34 mostra o VEI corrente $\tilde{I}_1$ calculado de acordo com o bloco **VEI n Harmonica** na seção 4.2.

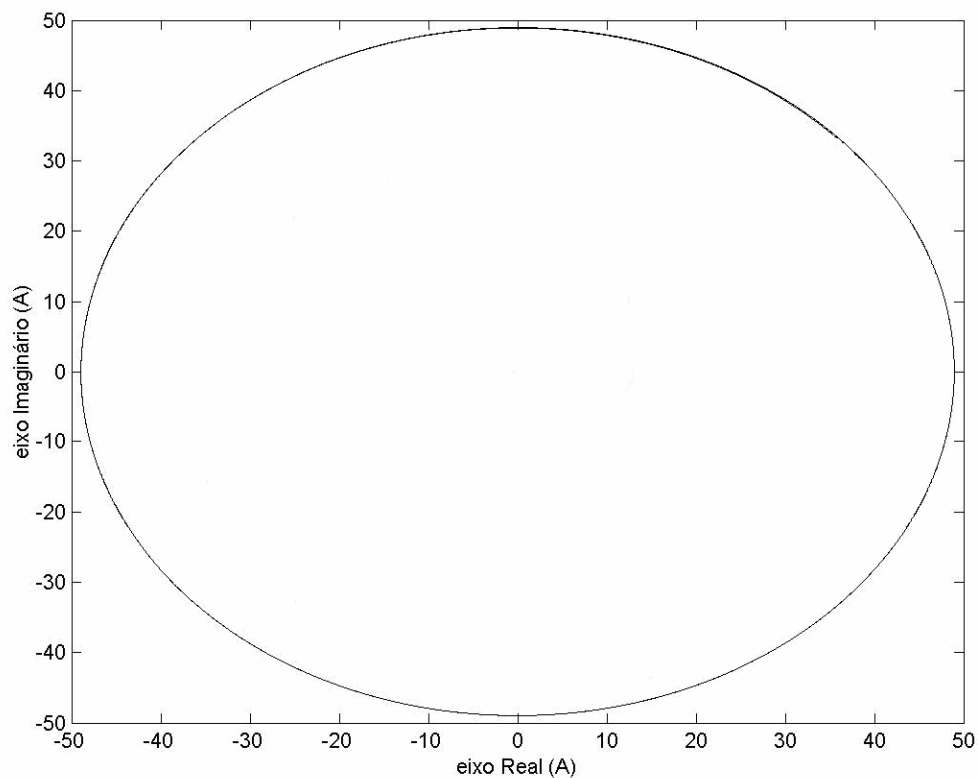


Figura 4.34 VEI corrente para a fundamental.

Observa-se no regime o formato de um círculo com raio de aproximadamente 50 A, caracterizando uma simetria em relação aos eixos **a**, **b** e **c**, indicando um sistema trifásico equilibrado para a fundamental. E como foi dito, embora contenha harmônicas devido a carga não-linear o sistema em questão é equilibrado para cada componente harmônica, resultando em um sistema equilibrado. Veja a figura 4.35 com base na simulação de Canesin[7], mostrada nas tabelas 4.2, 4.3 e 4.4 e com a observação da figura 4.21. Esta representação é apenas para o melhor entendimento, já que o conceito de fasor é apenas para velocidade angular (ω) constante. As correntes de fase possuem valor eficaz 36,49 A e estão defasadas de 120° .

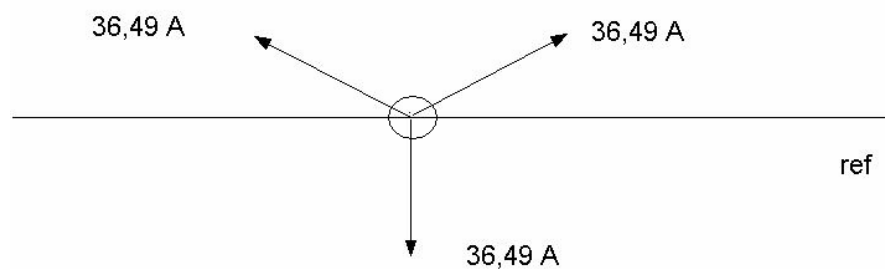


Figura 4.35 Representação das correntes de fase do sistema.

O VEI corrente $\tilde{I}_1$ visto na figura 4.34 gira com velocidade angular da fundamental, ou seja, da rede no sentido anti-horário. A sua projeção nos eixos **a**, **b** e **c** resultam nas correntes instantâneas da fundamental i_{a1} , i_{b1} e i_{c1} , respectivamente, com amplitude de aproximadamente 50 A e defasadas de 120° entre si.

A potência complexa instantânea da fundamental é calculada de acordo com o bloco **VEI n Harmonica** presente na seção 4.2. A potência complexa instantânea da fundamental resulta em um valor único para o regime.

Este valor representa o mesmo resultado da aplicação da teoria da potência convencional (somente neste caso, equilibrado). Este valor da potência da fundamental no regime é referido abaixo:

$$\tilde{S}_1 = 19778 + j11421 \text{ VA}$$

$$|\tilde{S}_1| = 22839 \text{ VA}$$

O valor da potência aparente de buchholz-goodhue para $n=1$, calculado de acordo com o bloco **Se n** da seção 4.2, é indicado abaixo:

$$S_{e1} = 22839 \text{ VA}$$

Serão apresentados a seguir os espectros pela análise de Fourier da tensão e corrente do lado cc e da corrente do lado ca.

O espectro da corrente do lado **ca**, ou seja, da fase **a** calculado de acordo com o bloco **Análise_Fourier ca corrente** da seção 4.2 é mostrado na figura 4.36.

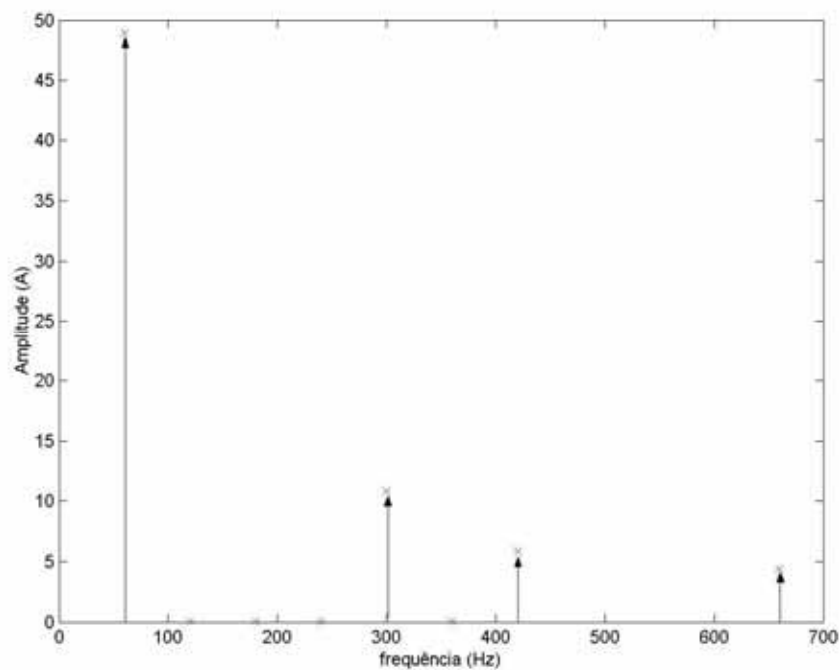


Figura 4.36 Espectro da corrente da fase a.

Observa-se na figura 4.36 a predominância da fundamental (60 Hz), da 5ª, 7ª e 11ª harmônicas especificadas na tabela 4.5 abaixo:

Tabela 4.5 Análise das harmônicas predominantes na fase a.

Harmônica(n)	(%) Fundamental	Amplitude (A)	Fase (Graus)
1	100,00	48,96	-30,00
5	22,04	10,79	29,54
7	11,99	5,87	-29,51
11	9,04	4,43	29,91

Tomando-se a fundamental da tabela 4.5 para o cálculo da potência convencional para uma fase de acordo com a equação 3.13 e estendendo-a para as três fases (sistema equilibrado) tem-se:

$$|S_1| = 3.(220).(34,62)\angle 0-(-30) = 22849\angle 30 \text{ VA}$$

$$S_1 = 19788 + j11425 \text{ VA}$$

Este cálculo representa o mesmo do bloco **Convencional** da seção 4.2.

O espectro da tensão do lado cc, ou seja, na carga calculado de acordo com o bloco **Análise_Fourier cc tensão** da seção 4.2 é mostrado na figura 4.37.

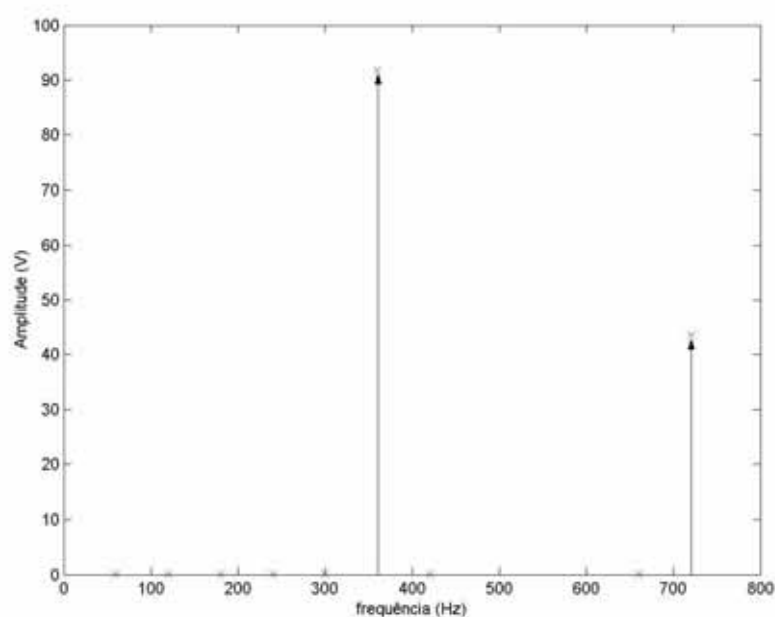


Figura 4.37 Espectro da tensão na carga.

Observa-se na figura 4.37 o predomínio das harmônicas de números 6 e 12, especificadas na tabela 4.6.

Tabela 4.6 Análise das tensões harmônicas predominantes na carga.

Harmônica (n)	Amplitude (V)
6	91,77
12	43,63

O espectro da corrente na carga calculado de acordo com o bloco **Análise_Fourier cc corrente** da seção 4.2 é mostrado na figura 4.38.

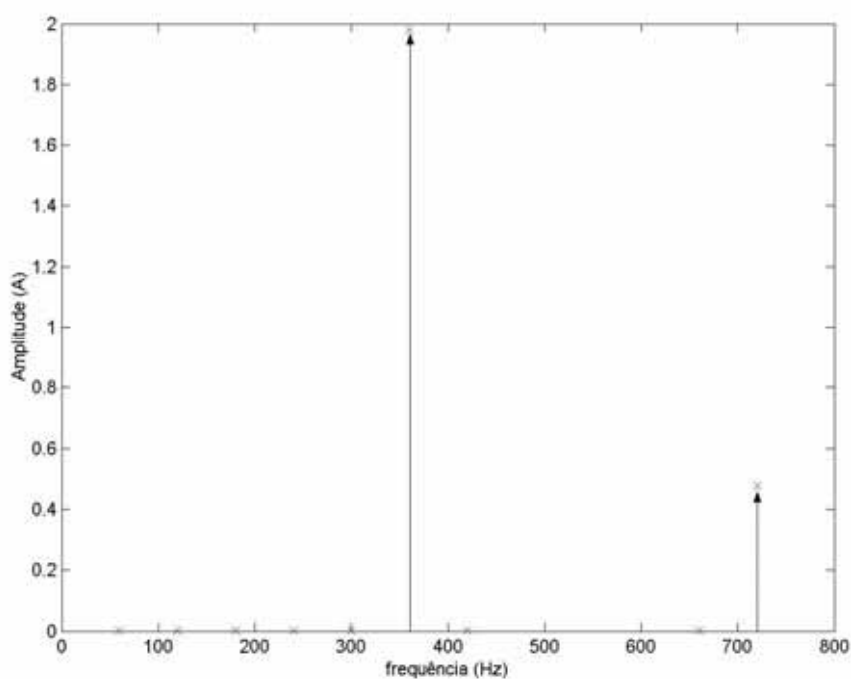


Figura 4.38 Espectro da corrente na carga.

Observa-se na figura 4.38 o predomínio das harmônicas de números 6 e 12, especificadas na tabela 4.7.

Tabela 4.7 Análise das correntes harmônicas predominantes na carga.

Harmônica (n)	Amplitude (A)
6	1,98
12	0,48

Nota-se o baixo valor das amplitudes das correntes harmônicas predominantes na carga.

Observe que para uma impedância de linha elevada, como a posteriormente simulada de valor $R = 0,01 \, \Omega$ e $L = 10^{-3} \, \text{H}$, a taxa de distorção harmônica da tensão total no barramento 1 será maior que o estabelecido pela norma internacional IEEE/ANSI 519 mostrada na tabela 3.1, atingindo assim de forma significativa outros usuários conectados no mesmo ponto, ou seja, no mesmo barramento.

Para a nova impedância de linha tem-se:

$$\text{TDH} = 16,89 \, \%$$

$$\text{TDH} > 5 \, \%$$

O método mais preciso para o cálculo da potência ativa instantânea fornecida ao sistema é através da equação 4.1. O valor médio dessa potência foi calculado de acordo com o bloco **P inst** da seção 4.2. Este valor está indicado abaixo:

$$\langle p \rangle = \langle v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \rangle = 19773 \, \text{W}$$

Este valor será adotado para o método de Buchholz-Goodhue e para o método convencional, já que na teoria convencional a potência ativa é a média da potência ativa instantânea no período desejado, conforme visto na equação 4.5. A potência ativa média obtida pela teoria da potência complexa instantânea é calculada pela média da parte real da potência complexa instantânea no período desejado.

A teoria da potência complexa instantânea fornece o valor verdadeiro da potência reativa. A defasagem de 90° entre a tensão e a corrente instantânea indica este valor que pode ser melhor identificado utilizando um sistema de coordenadas ortogonais, ou seja, um sistema bifásico. A teoria da potência complexa instantânea faz esta transformação, do sistema trifásico para o sistema bifásico $\alpha\beta$ como mostrado na figura 2.2. A defasagem de 90° graus dos VEI's $\tilde{V}$ e $\tilde{I}$ no sistema ortogonal resulta na potência reativa. A potência reativa é determinada pela equação 2.23 e sua projeção nos eixos α e β resultam nas potências reativas instantâneas nas fases α e β , respectivamente, mostradas nas figuras 4.39 e 4.41. Observa-se nas figuras 4.39 e 4.41 que as potências reativas instantâneas das fases α e β se cancelam indicando que não há energia externa fornecida ao sistema, como é previsto em sua definição. A figura 4.40 esclarece melhor seu significado físico. A potência reativa é a energia que está sendo trocada entre as fases do sistema trifásico e a potência ativa é aquela fornecida pelo gerador como mostra a figura 4.40.

As potências reativas instantâneas q_α e q_β foram calculadas pelo bloco **Q inst** da seção 4.2.

A figura 4.39 mostra as potências reativas instantâneas nas fases α e β desde o transitório.

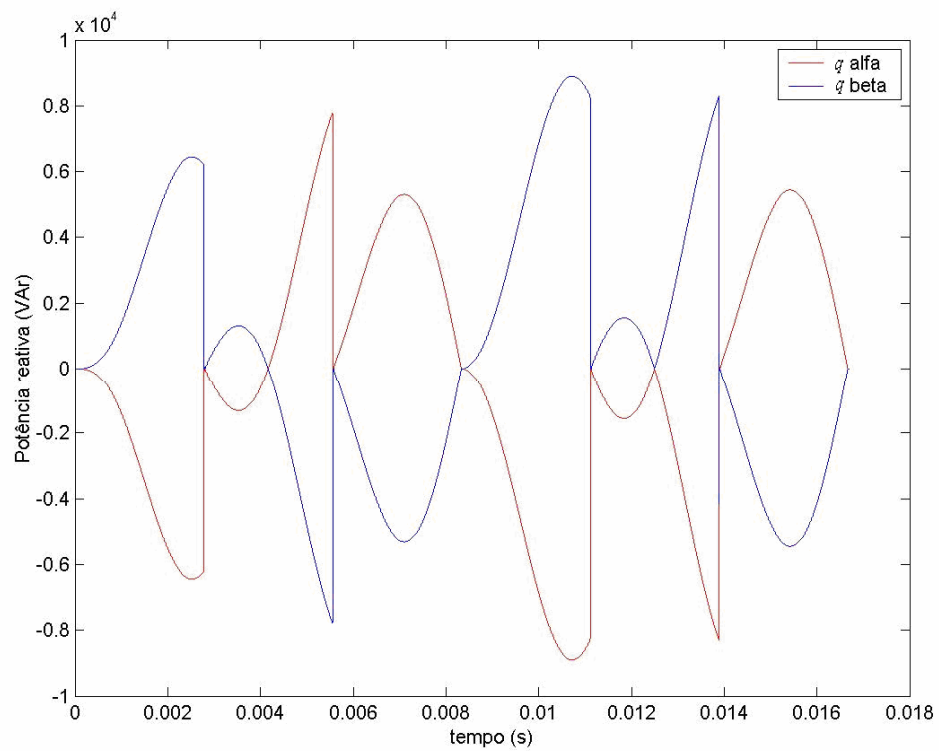


Figura 4.39 Potência reativa instantânea no eixo α e no eixo β desde o transitório.

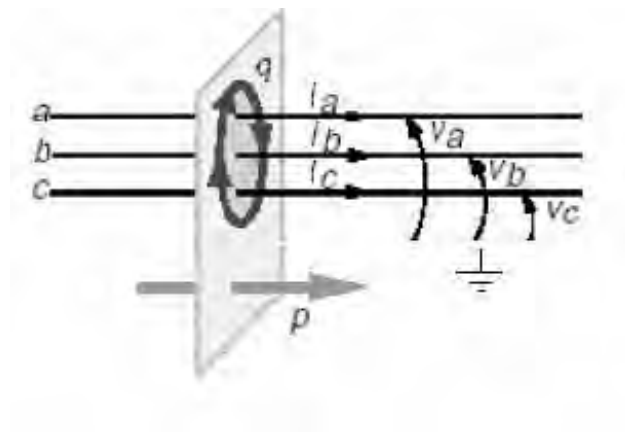


Figura 4.40 Significado físico da potência reativa e ativa.

A figura 4.41 mostra as potências reativas instantâneas q_α e q_β durante o regime.

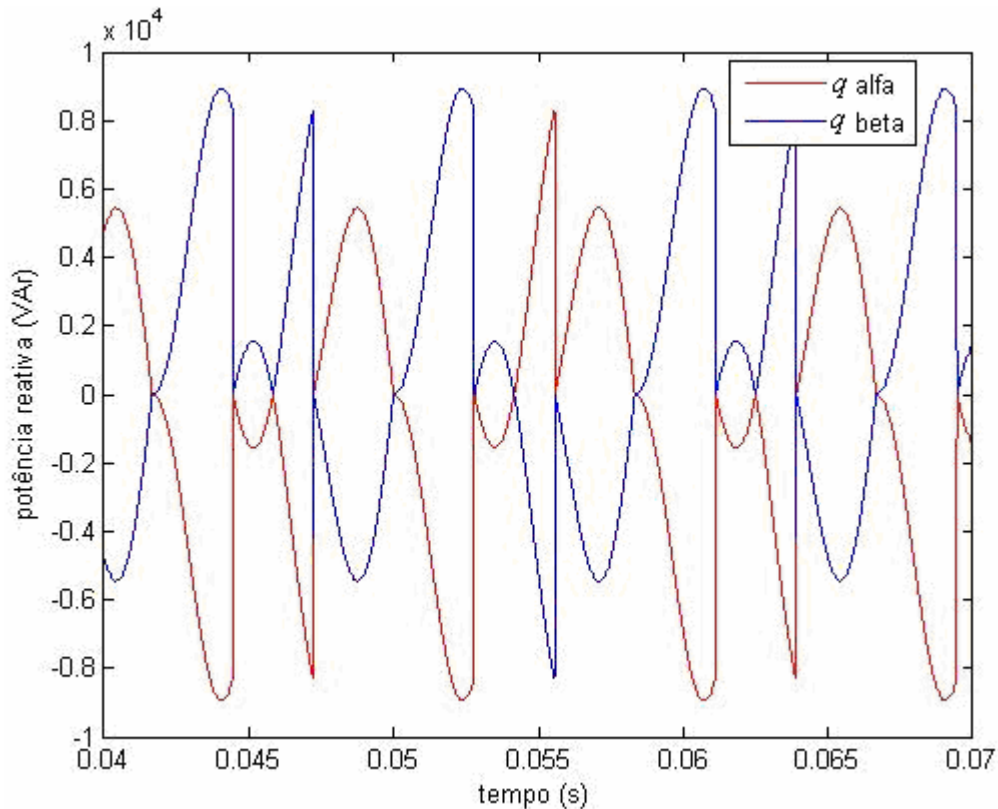


Figura 4.41 Potências reativas instantâneas das fases α e β no regime.

Observa-se na figura 4.41 que há períodos de maior e menor armazenamento de energia.

Calculou-se o valor médio da potência reativa instantânea da fase alfa (q_α), em regime (figura 4.41), mostrado abaixo:

$$\langle q_\alpha \rangle = -702 \text{ VAr}$$

O valor indica que a potência reativa instantânea na fase α tem um valor médio diferente de zero. Este conceito da teoria da potência complexa instantânea é diferente da teoria convencional. A potência reativa instantânea de uma fase pode ter valor médio diferente de zero, mas a soma das potências reativas instantâneas do sistema trifásico, ou bifásico, é nulo, não exigindo potência externa. É possível observar isso na equação 4.8 discutida acima. A expressão da potência reativa instantânea trifásica de Akagi é constituída por uma parcela média e uma parcela oscilante, consequentemente as de fases também, como observado na figura 4.41:

$$q = \langle q \rangle + \tilde{q} \quad (4.9)$$

O espectro da potência reativa instantânea oscilante $\tilde{q}_\alpha$, que corresponde à parte oscilante da potência reativa instantânea da fase **a** (q_a) do sistema trifásico, para a fundamental de 120 Hz de acordo com a equação 4.5 da teoria convencional, é mostrado na figura 4.42, calculado de acordo com o bloco **Análise_Fourier Qalfa** da seção 4.2. Esta decomposição resulta nas potências reativas “harmônicas” Q_n da fase **a**.

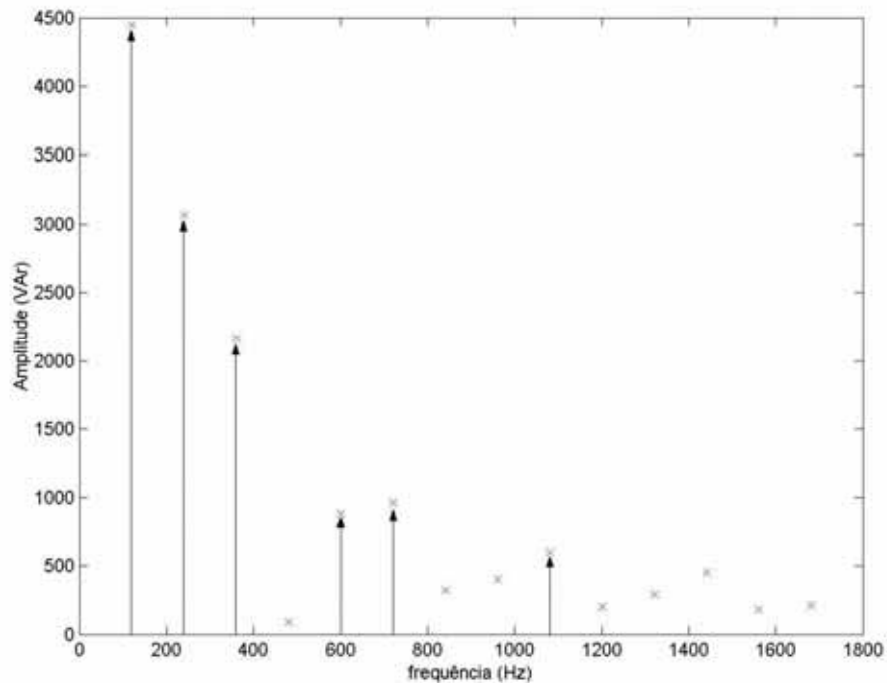


Figura 4.42 Espectro de q_α .

Nota-se na figura 4.42 o predomínio da fundamental e das harmônicas 2 e 3, especificadas na tabela 4.8.

Tabela 4.8 Análise das harmônicas predominantes em q_α .

Harmônica (n)	Amplitude (VAr)
1	4450
2	3064
3	2163

Observa-se que como foi dito há harmônicas significativas para a potência reativa e é impreciso o cálculo da mesma utilizando apenas a fundamental da corrente, resultando em Q_1 .

A tabela 4.9 mostra a comparação dos resultados obtidos e analisados anteriormente na simulação do retificador trifásico para os três métodos, sendo o ângulo de disparo dos tiristores de 30° .

Tabela 4.9 Grandezas obtidas para $\alpha = 30^\circ$.

$\alpha = 30^\circ$	S_e (VA)	S_1 (VA)	$\langle p \rangle$ (W)	FP_e	FP_{e1}
Teoria Convencional	-	22839	19773	-	0,87
Buchholz-Goodhue	23900	22839	19773	0,83	0,87
Potência Complexa Instantânea	23887	22839	19773	0,83	0,87
$TDH_I = 30,81 \%$ $TDD = 23,81 \%$					

O erro relativo para a potência aparente eficaz S_e entre os métodos de Buchholz-Goodhue e da potência complexa instantânea é de 0,05 %, observando que a potência aparente eficaz de Buchholz-Goodhue é o valor real.

As tabelas 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15 mostram os resultados da tensão eficaz, corrente eficaz, potência aparente, potência ativa, TDH_I , TDD e do fator de potência medidos no barramento ∞ para ângulos de disparo iguais a 0° , 20° , 40° , 60° , 80° e 100° , respectivamente. Os resultados são obtidos para o regime permanente.

Para as tabelas a seguir o cálculo da corrente eficaz I_e , de onda completa, pela teoria convencional foi obtido pela expressão 4.10.

$$I_e = \sqrt{\sum_{n=1}^{n=\infty} I_n^2} \quad (4.10)$$

Tabela 4.10 Grandezas obtidas para $\alpha = 0^\circ$.

$\alpha = 0^\circ$	V_e (V)	I_e (A)	S_e (VA)	$\langle p \rangle$ (W)	FP_e
Teoria convencional	220	42	27537	26350	0,96
Buchholz-Goodhue	220	42	27538	26350	0,96
Potência complexa instantânea	-	-	27532	26350	0,96
TDH _I = 30,22 % TDD = 29,40 %					

Tabela 4.10 Grandezas obtidas para $\alpha = 0^\circ$.

$\alpha = 0^\circ$	V_1 (V)	I_1 (A)	S_1 (VA)	P_1 (W)	FP_{e1}
Teoria convencional	220	40	26359	26350	0,99
Buchholz-Goodhue	220	40	26359	26350	0,99
Potência complexa instantânea	-	-	26359	26350	0,99

Tabela 4.11 Grandezas obtidas para $\alpha = 20^\circ$.

$\alpha = 20^\circ$	V_e (V)	I_e (A)	S_e (VA)	$\langle p \rangle$ (W)	FP_e
Teoria convencional	220	39	25932	23275	0,91
Buchholz-Goodhue	220	39	25929	23275	0,90
Potência complexa instantânea	-	-	25923	23275	0,90
TDH _I = 30,84 % TDD = 25,73 %					

Tabela 4.11 Grandezas obtidas para $\alpha = 20^\circ$.

$\alpha = 20^\circ$	V_1 (V)	I_1 (A)	S_1 (VA)	P_1 (W)	FP_{e1}
Teoria convencional	220	38	24779	23275	0,94
Buchholz-Goodhue	220	38	24779	23275	0,94
Potência complexa instantânea	-	-	24779	23275	0,94

Tabela 4.12 Grandezas obtidas para $\alpha = 40^\circ$.

$\alpha = 40^\circ$	V_e (V)	I_e (A)	S_e (VA)	$\langle p \rangle$ (W)	FP_e
Teoria convencional	220	32	21139	15489	0,74
Buchholz-Goodhue	220	32	21141	15489	0,73
Potência complexa instantânea	-	-	21118	15489	0,73
TDH _I = 30,83 % TDD = 21,21 %					

Tabela 4.12 Grandezas obtidas para $\alpha = 40^\circ$.

$\alpha = 40^\circ$	V_1 (V)	I_1 (A)	S_1 (VA)	P_1 (W)	FP_{e1}
Teoria convencional	220	31	20201	15488	0,77
Buchholz-Goodhue	220	31	20201	15488	0,77
Potência complexa instantânea	-	-	20201	15488	0,77

Tabela 4.13 Grandezas obtidas para $\alpha = 60^\circ$.

$\alpha = 60^\circ$	V_e (V)	I_e (A)	S_e (VA)	$\langle p \rangle$ (W)	FP_e
Teoria convencional	220	21	13810	6638	0,48
Buchholz-Goodhue	220	21	13809	6638	0,48
Potência complexa instantânea	-	-	13749	6638	0,48
TDH _I = 31,38 % TDD = 14,44 %					

Tabela 4.13 Grandezas obtidas para $\alpha = 60^\circ$.

$\alpha = 60^\circ$	V_1 (V)	I_1 (A)	S_1 (VA)	P_1 (W)	FP_{e1}
Teoria convencional	220	20	13176	6639	0,5
Buchholz-Goodhue	220	20	13176	6638	0,5
Potência complexa instantânea	-	-	13176	6638	0,5

Tabela 4.14 Grandezas obtidas para $\alpha = 80^\circ$.

$\alpha = 80^\circ$	V_e (V)	I_e (A)	S_e (VA)	$\langle p \rangle$ (W)	FP_e
Teoria convencional	220	7	4933	874	0,18
Buchholz-Goodhue	220	7	4933	874	0,18
Potência complexa instantânea	-	-	4714	874	0,19
TDH _I = 41,72 % TDD = 7,10 %					

Tabela 4.14 Grandezas obtidas para $\alpha = 80^\circ$.

$\alpha = 80^\circ$	V_1 (V)	I_1 (A)	S_1 (VA)	P_1 (W)	FP_{e1}
Teoria convencional	220	7	4553	874	0,19
Buchholz-Goodhue	220	7	4553	874	0,19
Potência complexa instantânea	-	-	4553	874	0,19

Tabela 4.15 Grandezas obtidas para $\alpha = 100^\circ$.

$\alpha = 100^\circ$	V_e (V)	I_e (A)	S_e (VA)	$\langle p \rangle$ (W)	FP_e
Teoria convencional	220	2	1039	51	0,05
Buchholz-Goodhue	220	2	1039	51	0,05
Potência complexa instantânea	-	-	741	51	0,07
TDH _I = 104,2 % TDD = 2,81 %					

Tabela 4.15 Grandezas obtidas para $\alpha = 100^\circ$.

$\alpha = 100^\circ$	V_1 (V)	I_1 (A)	S_1 (VA)	P_1 (W)	FP_{e1}
Teoria convencional	220	1	720	51	0,07
Buchholz-Goodhue	220	1	720	51	0,07
Potência complexa instantânea	-	-	720	51	0,07

Sendo:

V_e : tensão eficaz

I_e : corrente eficaz

S_e : potência aparente eficaz

$\langle p \rangle$: potência ativa média

FP_e : fator de potência eficaz

V_1 : tensão eficaz da fundamental

I_1 : corrente eficaz da fundamental

S_1 : potência aparente da fundamental

P_1 : potência ativa da fundamental

FP_{e1} : fator de potência da fundamental

Observa-se nas tabelas 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15 que com o aumento do ângulo de disparo a TDD diminui, embora a TDH_I aumente. O índice TDD é medido em relação ao caso mais crítico para o sistema elétrico que para o retificador em questão é o caso em que o ângulo de disparo é de zero graus, onde a corrente eficaz da fundamental é máxima. Para $\alpha = 100^\circ$, embora a TDH_I seja alta, a intensidade relativa das harmônicas é baixa como mostra o índice TDD.

As tabelas referidas acima mostram valores idênticos para a potência ativa média para os três métodos, indicando que é possível obter a potência ativa média pela média da parte real da potência complexa instantânea, assim como pelos outros métodos. Os valores da potência ativa da fundamental e da onda completa são idênticos, pois harmônicas de diferentes frequências não produzem potência ativa média, sendo $\tilde{p}$ a parte oscilante da potência ativa na teoria das potências instantâneas que não contribui para o cálculo da

potência ativa média. Assim, a potência ativa pode ser desmembrada em duas partes na teoria das potências instantâneas, a potência ativa média e a potência ativa oscilante:

$$p = \langle p \rangle + \tilde{p} \quad (4.11)$$

A parte oscilante da potência ativa $\tilde{p}$ pode ser entendida como a energia externa fornecida aos elementos armazenadores de energia do sistema.

Os resultados obtidos para a potência aparente eficaz pela teoria de Buchholz-Goodhue e pela teoria da potência complexa instantânea diferem-se a medida que o ângulo de disparo vai aumentando, como estava sendo previsto conforme a teoria das potências instantâneas[9]. O erro entre os dois métodos, para cada ângulo de disparo, é mostrado na tabela 4.16.

Tabela 4.16 Comparação entre os resultados obtidos para a potência aparente eficaz.

	Buchholz-Goodhue (VA)	Potência Complexa Instantânea (VA)	Erro Relativo (%)
$\alpha = 0^\circ$	27538	27532	0,02
$\alpha = 20^\circ$	25929	25923	0,02
$\alpha = 40^\circ$	21141	21118	0,11
$\alpha = 60^\circ$	13809	13749	0,44
$\alpha = 80^\circ$	4933	4714	4,44
$\alpha = 100^\circ$	1039	741	28,68

4.4 Conclusão

Não é possível obter a potência aparente eficaz de Buchholz-Goodhue S_e pela média da potência aparente $\langle \tilde{S} \rangle$ calculada pela teoria da potência complexa instantânea durante o regime permanente como mostra a tabela 4.16. O fato é que a teoria das potências instantâneas de Akagi é útil para identificar as potências na carga, ou seja, distinguir a potência ativa instantânea, na qual parte está sendo convertida em potência reativa, da potência reativa instantânea que pode ser corrigida instantaneamente por filtros ativos e, por outro lado, a potência de Buchholz-Goodhue é utilizada para medir as perdas na linha.

O FPI também difere-se do conceito do fator de potência efetivo calculado pelas grandezas de Buchholz-Goodhue.

A teoria da potência convencional teve grande diferença de resultados para a potência aparente da fundamental em comparação com a potência aparente eficaz de Buchholz-Goodhue. O erro para $\alpha = 30^\circ$ foi de 4,44 %. Portanto, é impreciso obter a potência aparente eficaz apenas pela fundamental como sugere a teoria convencional. Já para a fundamental, os três métodos são precisos para o cálculo da potência aparente da fundamental S_{e1} , tendo valores exatos.

A igualdade dos resultados obtidos entre a potência ativa da fundamental e a potência ativa de onda completa mostra o fenômeno já conhecido, que frequências diferentes não produzem potência ativa. A potência ativa média pode ser obtida pela teoria da potência complexa instantânea como mostra os resultados, tendo valores exatos. A potência ativa média pode ser obtida também pelo método convencional, ou seja, pela equação 3.25.

A teoria da potência complexa instantânea pode ser utilizada para análise dos transitórios também como se observou e que será de fato utilizada para a análise do transitório do motor de indução no próximo capítulo.

Devido a obtenção do valor verdadeiro da potência reativa (Q ou $\frac{3}{2} \tilde{V} \tilde{I}_q^*$) a cada instante, como foi visto, é possível utilizar a potência complexa instantânea para a correção ativa do fator de potência do sistema.

A teoria vista também poderá ser utilizada como ferramenta matemática de um software ou relé digital para monitoração, proteção e controle de sistemas trifásicos, visto que esta teoria pode ser útil para a proteção do sistema como um todo de acordo com De Moura[10], além de diminuir o tempo de processamento do relé por simplificar os cálculos, transformando um sistema trifásico em um bifásico para alguns cálculos, tendo assim uma melhor abordagem “on line” do problema.

5 Análise do transitório de partida do motor de indução trifásico pela teoria da potência complexa instantânea.

5.1 Introdução

Será estudado neste capítulo o transitório de partida do motor de indução trifásico pela teoria da potência complexa instantânea e seus resultados serão comparados com os obtidos pela aplicação da teoria convencional.

Este transitório pode ser dividido em duas etapas: transitório eletromagnético e transitório eletromecânico.

- **O transitório eletromagnético**

Esta é a etapa inicial, quando ocorre o estabelecimento do campo girante da máquina. Existe o desenvolvimento da potência ativa e imaginária (reativa).

Estas potências são interpretadas usando a teoria da potência complexa instantânea.

Tem-se como potência ativa as perdas no cobre e a potência eletromagnética, isto é, a taxa de armazenamento da energia magnética no campo girante.

Como o rotor já inicia o seu movimento nos instantes finais desta etapa, tem-se também potência mecânica nestes instantes. Trata-se de uma transição entre as duas citadas etapas.

- **O transitório eletromecânico**

O transitório eletromecânico caracteriza-se pela transformação da energia elétrica em energia mecânica, sendo esse processo de lenta conversão. Neste processo também se

considera as perdas pelo efeito Joule e outras perdas na conversão de energia relacionadas à dispersão de fluxo como será visto no modelo da máquina de indução.

A maior parte das cargas de uma indústria de grande porte são motores de indução. E o maior consumo de energia mundial é proveniente das indústrias com tendência a grande crescimento do consumo ao longo dos anos. Por isso é importante o estudo desta carga e sua demanda de energia.

Durante o transitório a máquina consome uma grande quantidade de energia elétrica em comparação ao estado de regime, podendo causar afundamentos da tensão na rede elétrica.

A análise da partida do motor de indução trifásico (MIT) pela teoria da potência complexa instantânea permite entender e distinguir as potências presentes neste período. É possível desta forma uma correção ativa do fator de potência no transitório.

As principais grandezas da MIT serão obtidas pela simulação através do software Simulink do MatLab 7.0. Essas grandezas foram obtidas pela aplicação da teoria apresentada no segundo capítulo.

Uma importante grandeza apresentada será a impedância instantânea vista pela fonte. Trata-se de um novo conceito de impedância, o qual será aprofundado neste estudo.

5.2 Introdução teórica do motor de indução trifásico.

O motor de indução é uma máquina que converte energia elétrica em energia mecânica. Essa conversão é possível pela indução do fluxo no rotor curto-circuitado.

O fluxo total induzido no rotor pelos três enrolamentos do estator (no caso uma máquina de 2 pólos) devido às correntes nas fases **a**, **b** e **c** correspondentes aos enrolamentos **a**, **b** e **c** do estator, respectivamente, defasados de 120° no espaço, é dado pela equação:

$$\phi = \phi_a + a\phi_b + a^2\phi_c \quad (5.1)$$

Resultando em:

$$\phi = \frac{3}{2} \phi_m e^{j\omega t} \quad (5.2)$$

Sendo:

ϕ_a : fluxo devido a bobina da fase **a** do estator.

$$\phi_a = \phi_m \cos(\omega t)$$

ϕ_b : fluxo devido a bobina da fase **b** do estator.

$$\phi_b = \phi_m \cos(\omega t - 120^\circ)$$

ϕ_c : fluxo devido a bobina da fase **c** do estator.

$$\phi_c = \phi_m \cos(\omega t + 120^\circ)$$

ϕ_m : fluxo máximo (amplitude).

$\omega = \omega_s$: velocidade síncrona da rede.

$$\phi = \frac{3}{2} \phi_m \cos(\omega t) : \text{fluxo total na bobina } \mathbf{a} \text{ do estator.}$$

A variação do fluxo ϕ nas bobinas do rotor induz uma corrente que, pela lei de Lenz, produzirá um fluxo que se opõe a esta variação de ϕ . O rotor entra em movimento devido ao torque produzido pela força magnética presente. Esta variação do fluxo só é possível devido à diferença de velocidades angulares entre o fluxo ϕ produzido pelo estator e a velocidade mecânica do rotor. Esta velocidade relativa chamada de escorregamento é a responsável pela corrente e pelo torque na máquina de indução.

O escorregamento em um MIT é dado pela expressão:

$$s = \frac{\omega_s - \frac{P}{2} \omega_m}{\omega_s} \quad (5.3)$$

Sendo:

ω_s : velocidade síncrona da rede.

ω_m : velocidade angular do rotor.

P : número de pólos.

Sabendo-se que quando os pares de pólos aumentam, aumenta proporcionalmente a diferença entre os graus elétricos e mecânicos:

$$\theta_{ele} = \frac{P}{2} \theta_{mec} \quad (5.4)$$

Sendo:

θ_{ele} : ângulo elétrico.

θ_{mec} : ângulo mecânico.

O escorregamento para a operação da máquina de indução como motor varia de 1 a 0, tendo uma relação linear com a velocidade da máquina, da partida até a velocidade síncrona, e também uma relação linear com a corrente de entrada do motor, do valor máximo (partida) até a corrente nula (velocidade síncrona). No caso do motor, a velocidade síncrona não será possível, pois não haveria torque para contrabalancear o torque resistente.

A velocidade síncrona da máquina está relacionada à velocidade do fluxo ϕ produzido pelo estator. A expressão para o cálculo da velocidade síncrona da máquina, em rpm, é dada abaixo:

$$n_s = \frac{120 f}{P} \quad (5.5)$$

Sendo f a frequência da rede.

O escorregamento pode ser obtido também por:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \quad (5.6)$$

Sendo n_r a velocidade do rotor em rpm.

O modelo do MIT, por fase, referido ao estator é apresentado na figura 5.1.

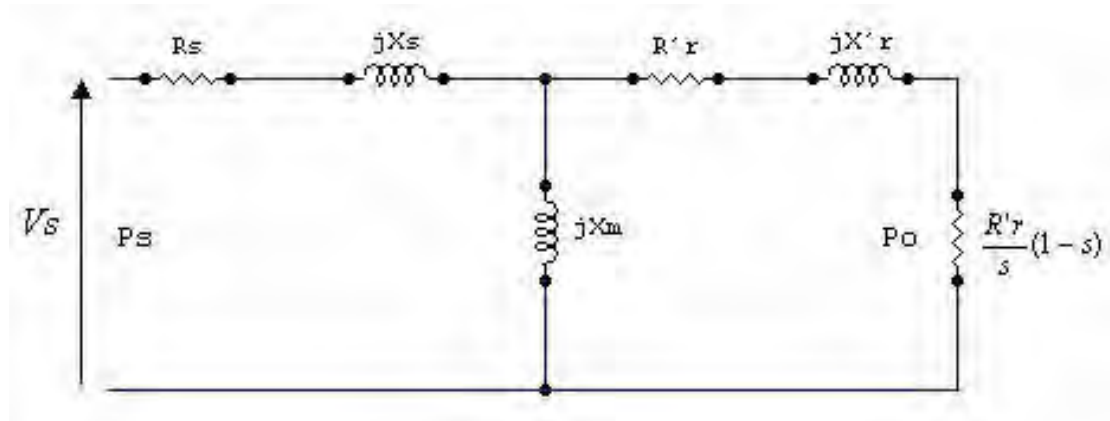


Figura 5.1 Circuito por fase do motor.

Sendo:

V_s : tensão por fase do estator.

R_s : resistência do enrolamento do estator.

X_s : reatância de dispersão no enrolamento do estator.

R'_r : resistência do enrolamento do rotor.

X'_r : reatância de dispersão no enrolamento do rotor.

X_m : reatância de magnetização.

Tendo as reatâncias definidas por:

$$X_s = (\omega_s)(L_s) \quad (5.7)$$

$$X'_r = (\omega_s)(L'_r) \quad (5.8)$$

$$X_m = (\omega_s)(L_m) \quad (5.9)$$

O circuito acima é modelado para o domínio da frequência. Os parâmetros do MIT podem ser obtidos pelo levantamento do diagrama de círculo do motor, sendo possível

visualizar melhor a magnitude da corrente em função do escorregamento, conforme mostrado na figura 5.2. A potência de saída P_o é diferente da potência de entrada P_s devido às perdas no circuito. Em geral o rendimento do motor dado pela equação 5.10 é de 80 %.

$$\eta = \frac{P_o}{P_s} 100\% \quad (5.10)$$

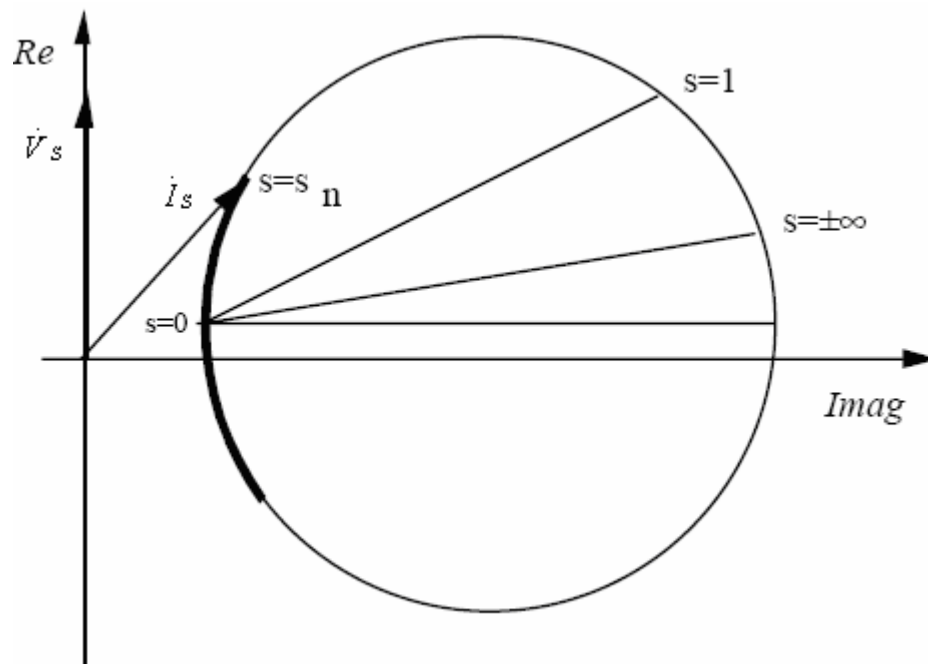


Figura 5.2 Diagrama de círculo do motor de indução.

Ver-se-á neste capítulo que, conforme apresentado em [10], o diagrama de círculos pode ser obtido pela curva de variação da potência complexa instantânea durante o transitório de partida do motor. Cada ponto da curva levantada durante este transitório pode ser calculado utilizando-se o circuito equivalente da máquina para o correspondente valor de escorregamento.

A curva típica do torque em função do escorregamento é mostrada na figura 5.3.

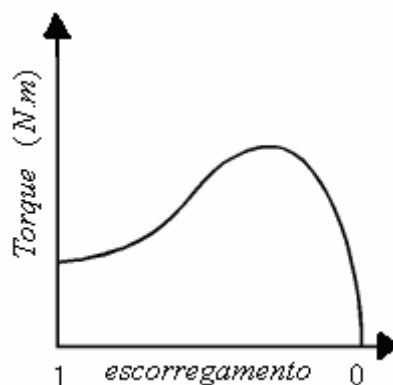


Figura 5.3 Curva do torque em função do escorregamento.

No caso do rotor bloqueado o escorregamento tem valor unitário, sendo esta a pior operação do motor, a de maior dissipação térmica. No caso de velocidade síncrona o escorregamento assume valor nulo e a intensidade de corrente no rotor é nula.

O torque resistente carga-eixo do motor deve ser menor que o torque de partida da máquina.

A corrente na partida direta do motor de indução é em geral seis vezes maior que a corrente nominal.

5.3 Simulação

O motor de indução trifásico será simulado através do software Simulink do MatLab 7.0. O ambiente de simulação Simulink já possui um bloco correspondente à máquina de indução baseado nas equações dinâmicas do motor. Há vários métodos de solução para essas equações diferenciais o qual pode ser selecionado pelo usuário o mais conveniente.

O modelo do motor de indução do Simulink e suas equações analíticas são mostrados no apêndice B, juntamente com a legenda dos parâmetros do motor.

Os resultados apresentados foram obtidos pela simulação do transitório do MIT. O transitório para o motor utilizado na simulação teve duração de 1 segundo.

As potências aparentes na entrada do motor obtidas pela teoria da potência complexa instantânea serão comparadas com as obtidas pela teoria convencional para escorregamentos no período de conversão eletromecânica, apenas, em que se tem o escorregamento s variando lentamente podendo ser considerado o motor operando em regime senoidal naquele ponto. O modelo utilizado na simulação pela teoria convencional está apresentado na figura 5.1.

Serão também obtidos a impedância instantânea do motor, a curva torque versus velocidade, o fator de potência instantâneo e os vetores espaciais instantâneos tensão e corrente.

Os parâmetros do motor utilizado na simulação, referidos ao estator, são:

- Tipo: Gaiola de esquilo
- Ligação: Y
- Potência nominal: 2250 HP
- Torque resistente: 9373,43 N.m
- Tensão nominal: 2400 V (fase-fase)
- Frequência: 60 Hz
- Inércia do rotor à vazio: 63,87 Kg m^2
- Número de pólos: 4
- Estator: $R_s = 0,096 \, \Omega$ $L_s = 0,5 \, \text{mH}$
- Rotor: $R'_r = 0,134 \, \Omega$ $L'_r = 0,5 \, \text{mH}$
- Indutância de magnetização: $L_m = 26,45 \, \text{mH}$

O torque mecânico desenvolvido foi definido para um escorregamento de 5 %, sendo:

$$T_m = \frac{P_{mec}}{\omega_m} \quad (5.11)$$

A velocidade síncrona para as correntes e tensões (rede elétrica) do circuito do motor é:

$$\omega_s = 2\pi f = 377 \text{ rad/s}$$

A velocidade síncrona da máquina em rpm, calculada de acordo com a equação 5.5 é:

$$n_s = (120)(60)/4 = 1800 \text{ rpm}$$

As fontes de tensão utilizadas para a alimentação do motor são simétricas:

$$V_a = 1385,6 \angle 0^\circ \text{ V} \quad V_b = 1385,6 \angle -120^\circ \text{ V} \quad V_c = 1385,6 \angle 120^\circ \text{ V}$$

O esquema ilustrativo simplificado do circuito simulado é mostrado na figura 5.4.

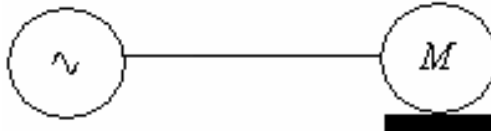


Figura 5.4 Circuito simulado.

5.4 Metodologia utilizada

Será em seguida detalhado o programa implementado no Simulink que possui os algoritmos de cálculo para obtenção das grandezas relacionadas ao motor de indução trifásico.

O programa desenvolvido para a simulação do MIT é mostrado na figura 5.5.

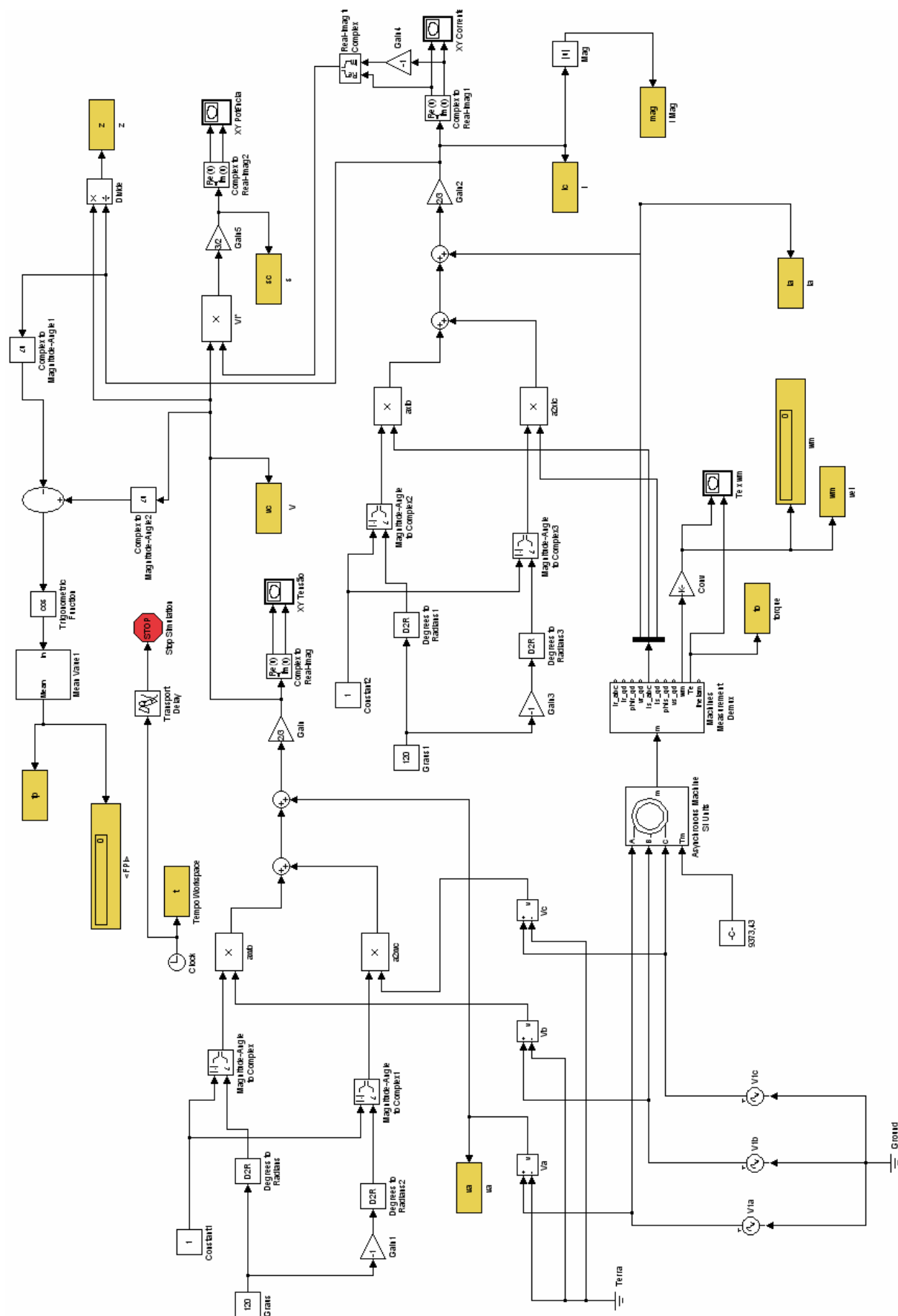


Figura 5.5 Programa simulado para obtenção das grandezas do MIT.

Este programa calcula o torque, a velocidade angular do motor de indução, os vetores espaciais instantâneos tensão e corrente, a potência complexa instantânea, a impedância complexa instantânea, o fator de potência instantâneo, o módulo do VEI corrente em função do tempo, a corrente de fase e a tensão de fase, durante o transitório de 1 segundo, para o motor de indução representado pelo bloco “Asynchronous Machine SI Units”. O modelamento e especificação deste bloco representativo do motor de indução foram mostrados na seção 5.3.

O subprograma responsável pelos cálculos dos VEI's tensão e corrente e da potência complexa instantânea apresentado no programa da figura 5.5 é idêntico ao subsistema **VEIs** da seção 4.2. O algoritmo de cálculo corresponde aos fundamentos matemáticos da teoria da potência complexa instantânea apresentados no segundo capítulo.

O programa possui o bloco “Machines Measurement Demux” que fornece as correntes de fase, o torque e a velocidade do motor.

O subprograma responsável pelo cálculo da impedância complexa instantânea ($\underline{Z}$) de acordo com a equação 2.30 é mostrado na figura 5.6.

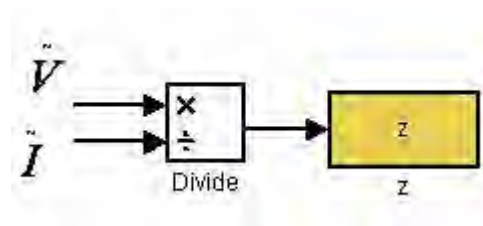


Figura 5.6 Subprograma para o cálculo de $\underline{Z}$.

O subprograma correspondente ao programa da figura 5.5 responsável pelo cálculo da média do fator de potência instantâneo de acordo com o valor médio da equação 2.24, para o período de 1 segundo, é mostrado na figura 5.7.

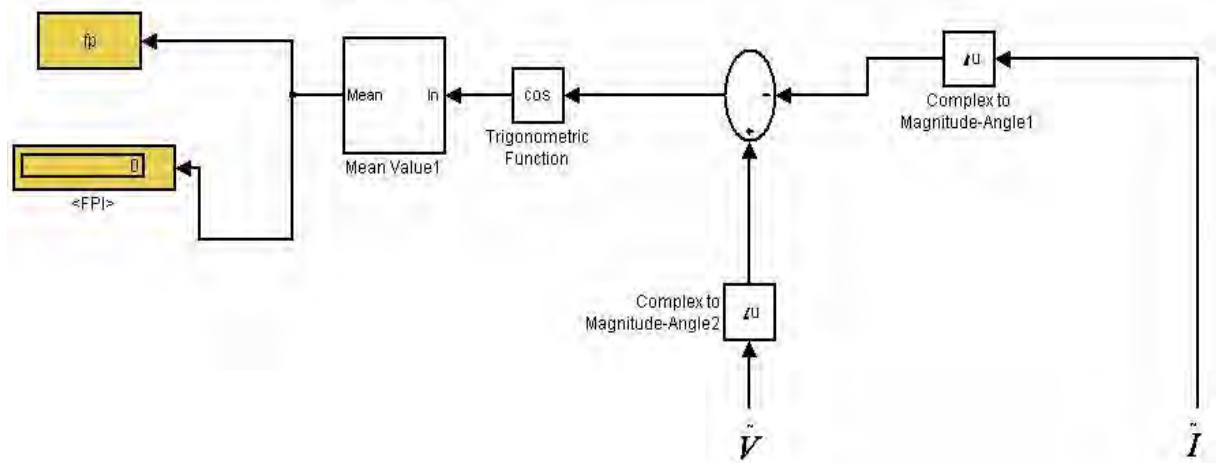


Figura 5.7 Subprograma responsável pelo cálculo de <FPI>.

No programa mediu-se a velocidade do motor e calculou-se pela expressão 5.6 o escorregamento para a correspondente velocidade rotórica. O escorregamento foi introduzido no programa apresentado no apêndice C para o cálculo da potência complexa convencional na entrada do motor. O modelo do motor utilizado para o cálculo da potência convencional está mostrado na figura 5.1. A teoria da potência convencional baseada no domínio da frequência está apresentada na seção 3.2.

A potência convencional foi comparada com a potência complexa instantânea para comprovar a eficácia desta última. A potência complexa instantânea foi medida através do subprograma apresentado nesta seção.

5.5 Resultados

A seguir serão apresentados os resultados obtidos na simulação do MIT.

A tensão na fase **a** do estator é mostrada na figura 5.8.

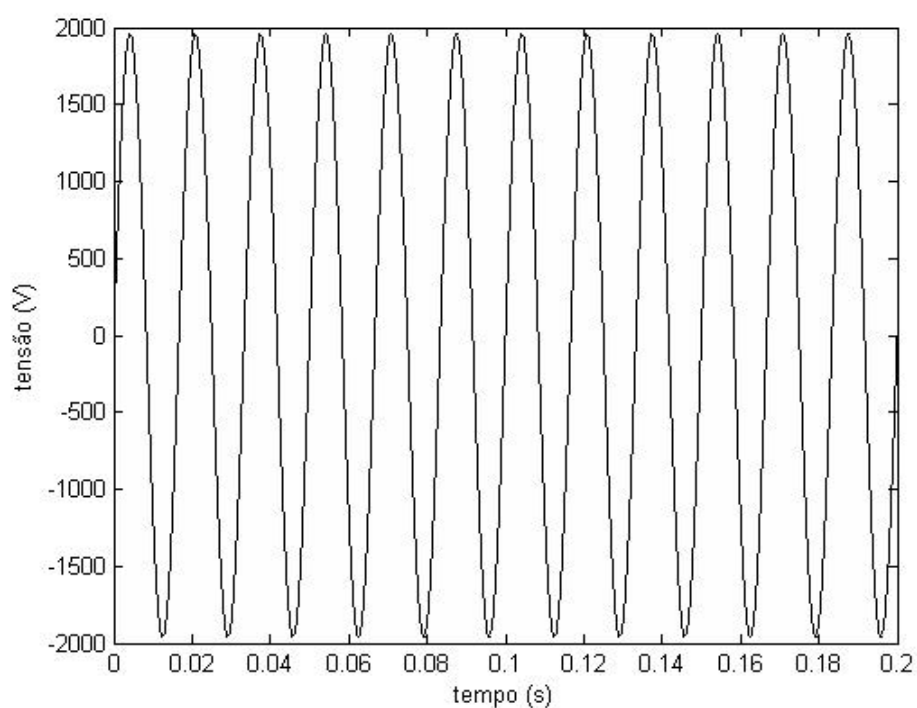


Figura 5.8 Tensão na fase a.

A figura 5.9 mostra a corrente na fase a do estator. Nota-se o elevado transitório inicial e após 0,8 segundos a corrente começa a entrar no seu regime senoidal.

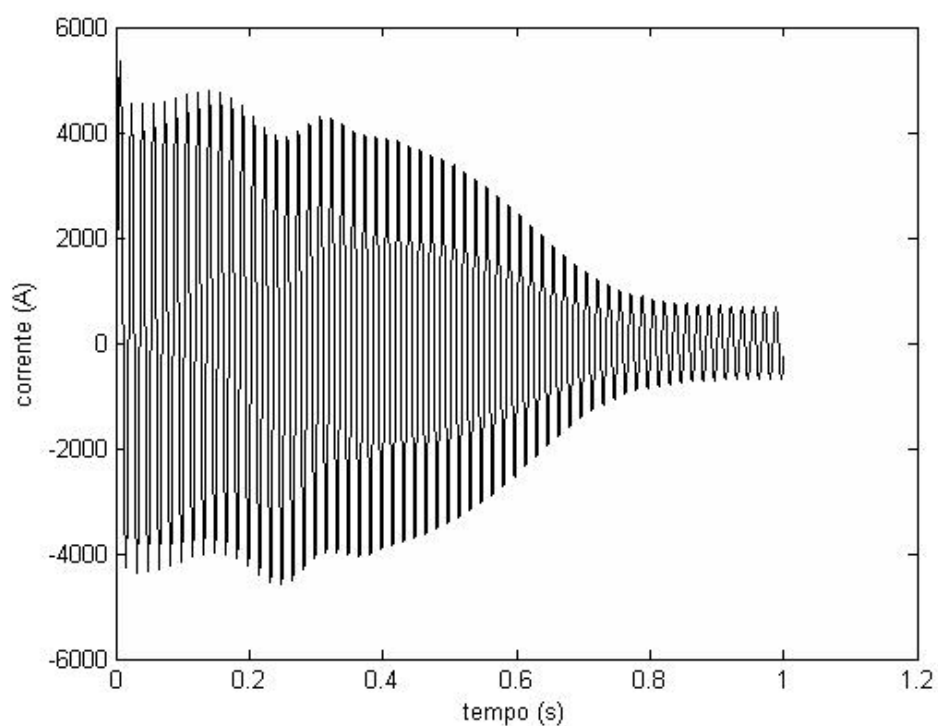


Figura 5.9 Corrente na fase a.

Pelo gráfico da magnitude do VEI corrente torna-se mais visível o início do regime senoidal no motor de indução. A figura 5.10 mostra a magnitude do VEI corrente em função do tempo, sendo possível visualizar o período de 1 segundo que representa o transitório, pois após 1 segundo, no regime, a magnitude do VEI corrente é constante por se tratar de uma carga trifásica equilibrada.

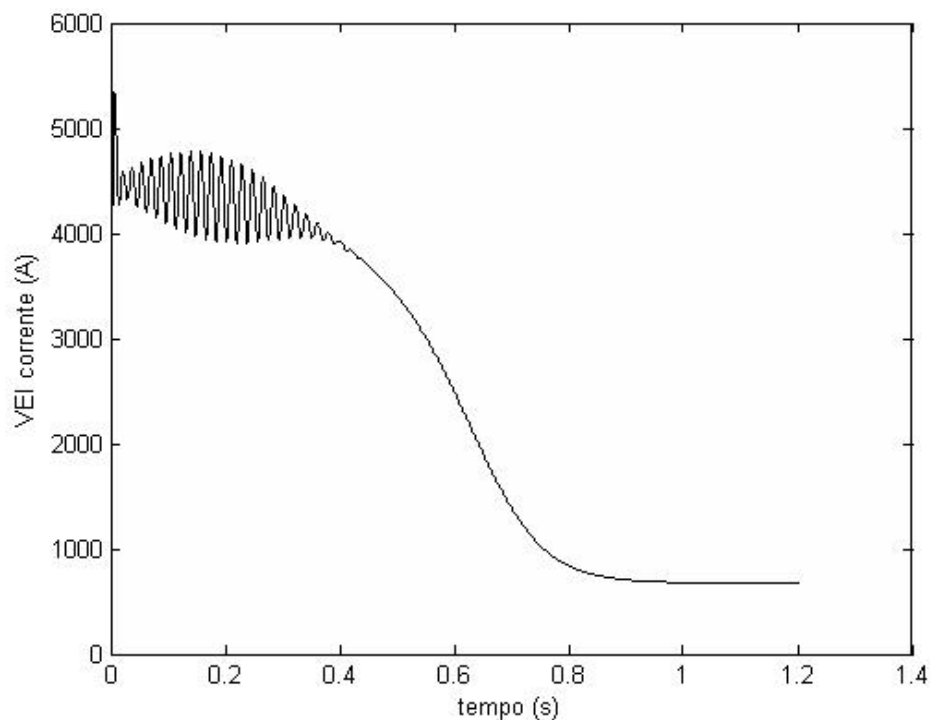


Figura 5.10 Magnitude do VEI corrente no tempo.

Os resultados a seguir foram obtidos para o transitório do MIT utilizando a teoria da potência complexa instantânea vista no segundo capítulo.

O VEI tensão $\tilde{V}$ para o MIT é mostrado na figura 5.11. Observa-se que o VEI tensão é um vetor de amplitude constante (aproximadamente 2000 V) e gira no sentido anti-horário com velocidade angular igual a velocidade síncrona (377 rad/s). Este resultado expressa o desenvolvimento analítico da equação 2.3 para as tensões de entrada do motor durante o período do transitório da corrente.

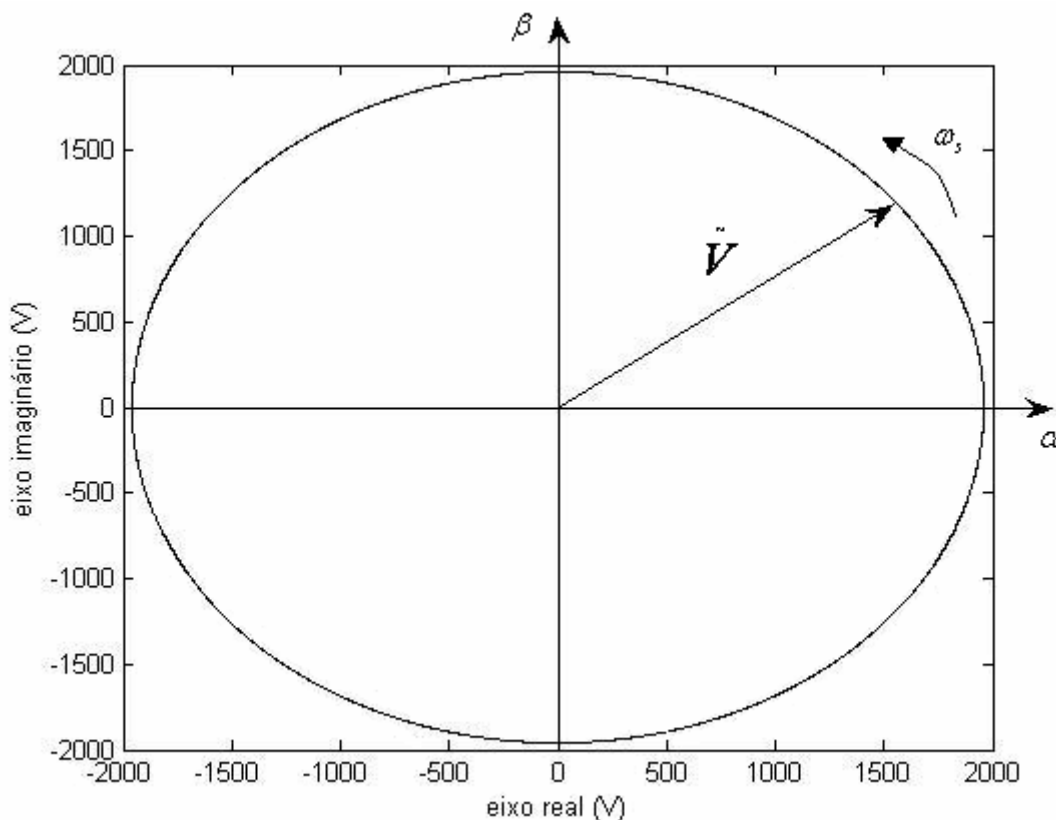


Figura 5.11 VEI tensão.

O VEI corrente $\tilde{I}$ referido ao estator do MIT, calculado conforme especificado na seção 5.4, é mostrado na figura 5.12. Pode-se ver na figura 5.12 o transitório do VEI corrente, atingindo altos valores de corrente. Os círculos intermediários representam a variação do escorregamento. O vetor espacial instantâneo $\tilde{I}$ é um vetor de amplitude variável e gira com velocidade angular variável ω_t no sentido anti-horário. As suas projeções nos eixos **a**, **b**, e **c** resultam nas correntes instantâneas i_a , i_b e i_c de fase do estator, respectivamente, como mostrado na figura 5.13. Este procedimento também é válido para o VEI tensão.

A figura 5.13 mostra o VEI corrente para os 0,008 segundos iniciais.

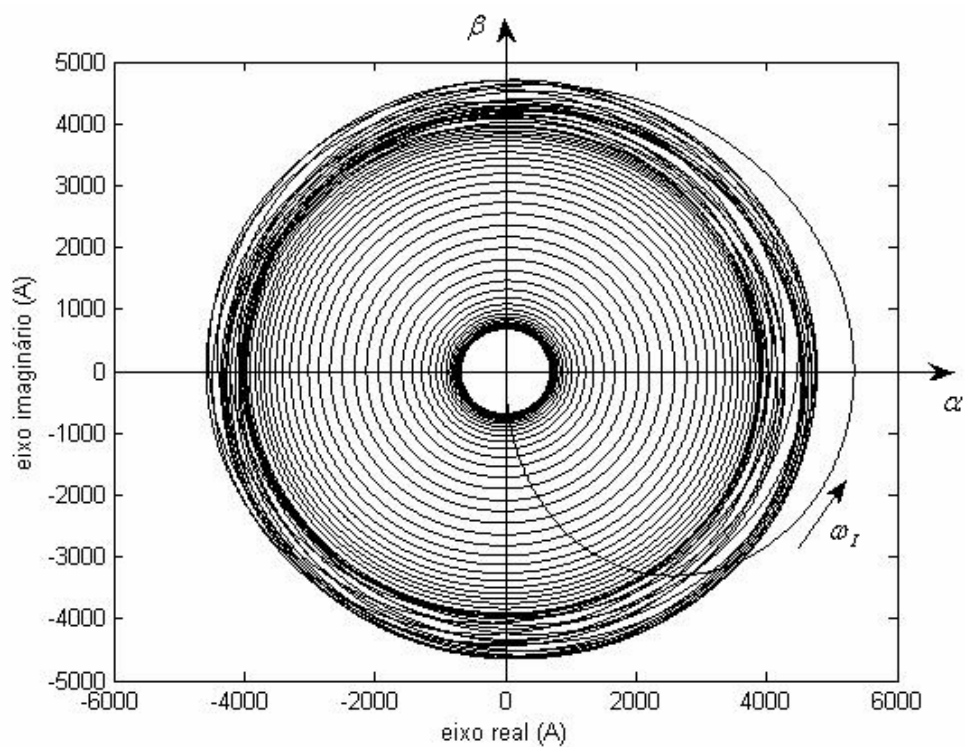


Figura 5.12 VEI corrente.

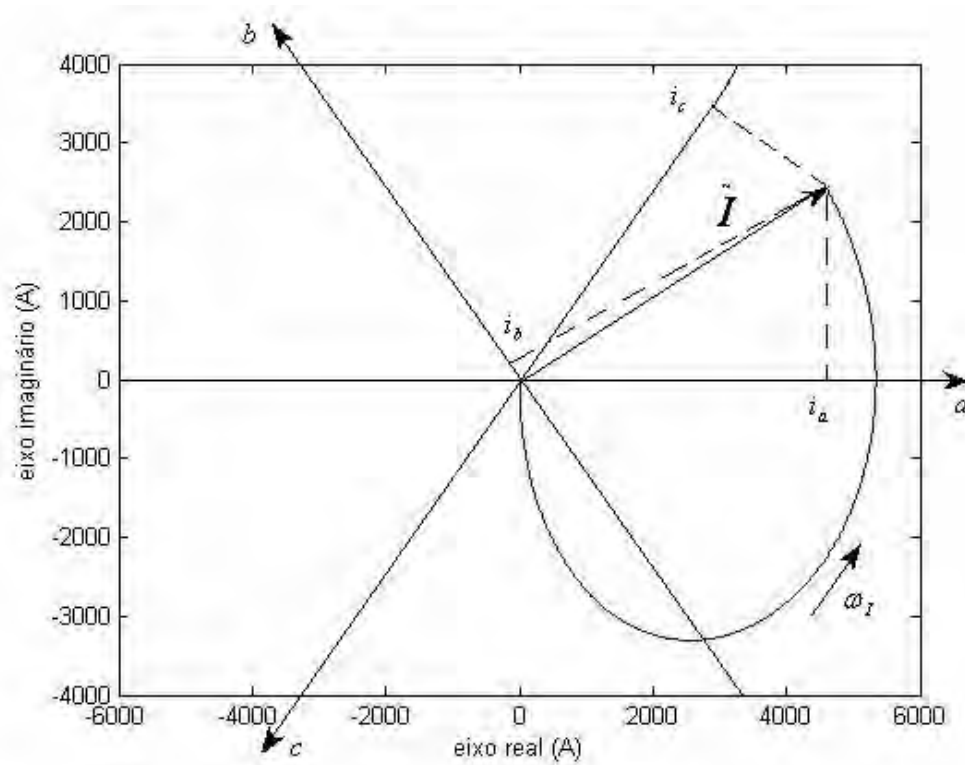


Figura 5.13 Projeções de $\tilde{I}$ nos eixos **a**, **b** e **c** resultando em i_a , i_b e i_c , respectivamente.

O fator de potência instantâneo é dado pelo co-seno do ângulo entre o VEI tensão e corrente conforme visto no segundo capítulo. O FPI, calculado de acordo com o subprograma apresentado na seção 5.4 (figura 5.7), é mostrado na figura 5.14. Nota-se que o FPI é válido também para o transitório, sendo possível uma correção ativa do fator de potência no transitório do MIT. Isto poderá ser uma solução para os afundamentos de tensões na partida dos motores de indução.

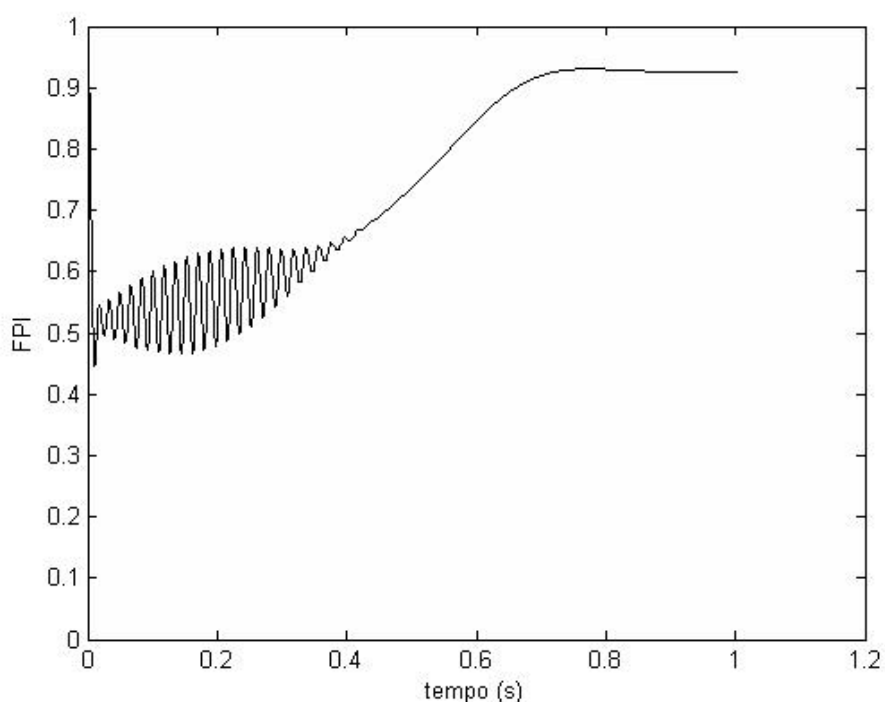


Figura 5.14 Fator de potência instantâneo.

O FPI atinge seu regime no valor calculado abaixo, para 1 segundo:

$$\text{FPI} = \frac{P}{\left| \tilde{S} \right|} = \frac{1856622 \text{ W}}{2011811 \text{ VA}} = 0,92$$

O valor médio do fator de potência instantâneo para o transitório é:

$$\langle \text{FPI} \rangle = 0,74$$

A conceituação deste valor médio depende da conceituação da potência aparente instantânea a qual será discutida adiante.

A impedância equivalente instantânea Z do motor vista pela fonte durante o transitório, calculada de acordo com o subprograma apresentado na seção 5.4 (figura 5.6), é mostrada na figura 5.15, desprezando o instante zero.

Este é um novo conceito de impedância apresentado em De Moura[10]. Pode ser usado como ferramenta para um relé digital programado como relé de distância para proteção trifásica de faltas na rede. Para o transitório das máquinas que apresenta impedância baixa, utiliza-se um retardo de tempo no disparo do relé que pode ser identificado pela figura 5.15.

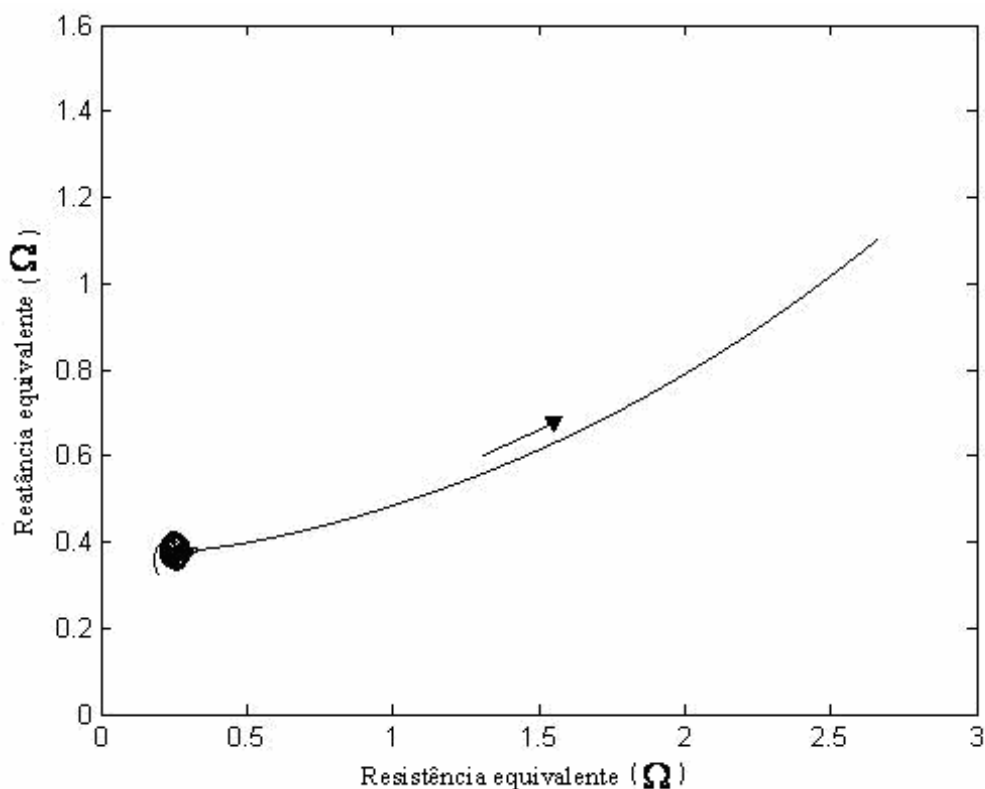


Figura 5.15 Impedância equivalente instantânea do motor.

Este conceito de impedância trifásica instantânea é útil para traçar um gráfico de cargas na rede durante um período, identificando os tipos de cargas, indutiva ou capacitiva.

Para uma falta trifásica, a impedância vista pela teoria da potência complexa instantânea será igual à impedância da linha para uma fase, pois o VEI corrente será simétrico, como representado na figura 5.16, considerando a tensão de alimentação simétrica e a impedância da linha equilibrada. Sendo:

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = Z_{rede} \quad (5.12)$$

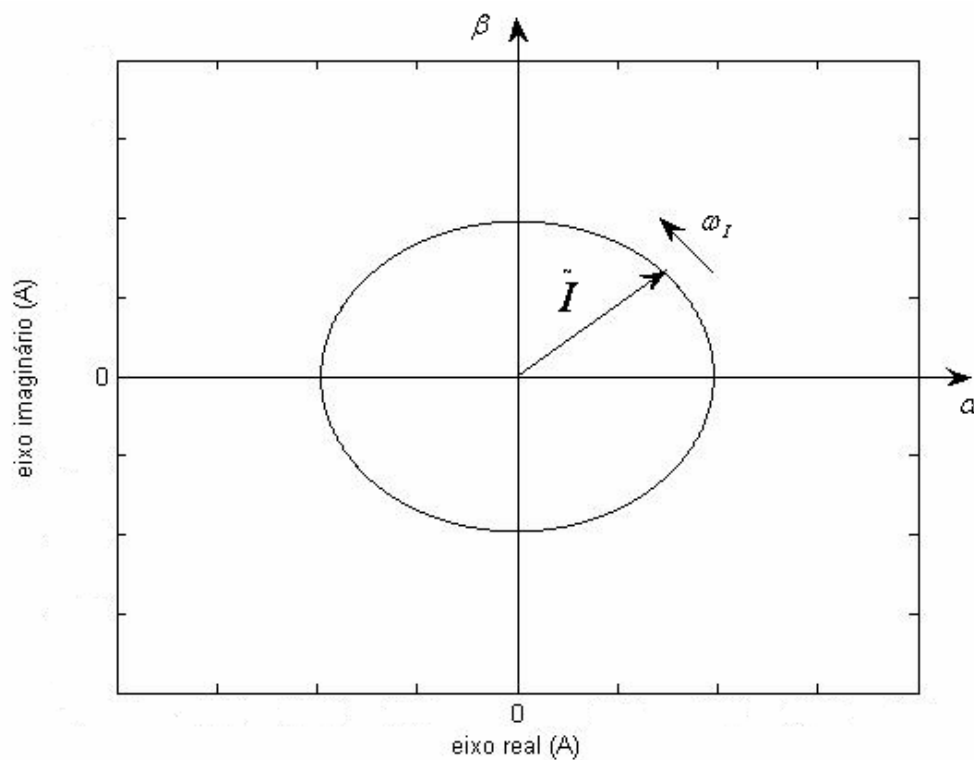


Figura 5.16 VEI corrente simétrico.

Pode-se deste modo abordar todas as faltas e falhas na rede.

A potência complexa instantânea $\tilde{S}$ para o transitório do MIT, calculada conforme especificado na seção 5.4, é mostrada na figura 5.17.

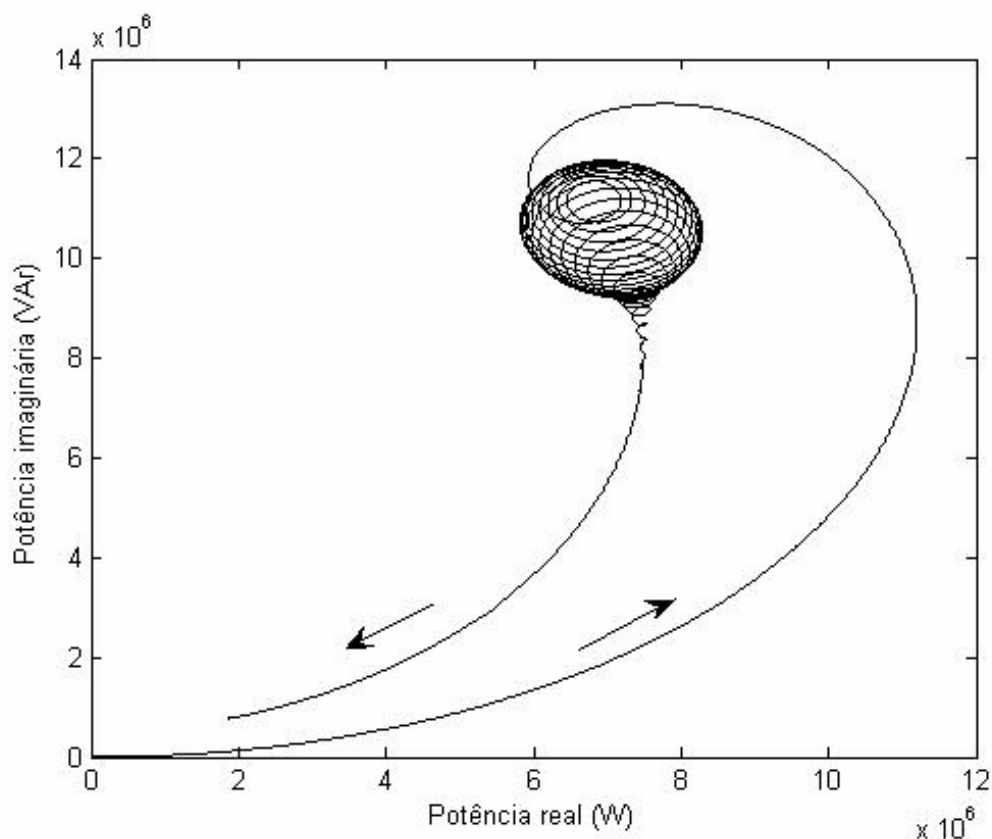


Figura 5.17 Potência complexa instantânea para o motor de indução.

A figura 5.17 mostra a potência complexa ponto a ponto, ou seja, a cada instante do transitório. A parte real da potência complexa instantânea representada pelo eixo horizontal é a potência ativa, aquela que é transformada em energia mecânica mais a energia que é dissipada no MIT e a energia magnética armazenada, causando oscilações eletromecânicas no eixo do gerador. A potência do eixo imaginário é a potência reativa, ou não-ativa, aquela que flui no sistema trifásico sem exigir potência externa, ou seja, sem exigir potência do eixo mecânico da máquina geradora.

Para entender o balanço de energia da figura 5.17 é preciso recorrer à equação 4.8 para sistemas trifásicos equilibrados RL assim como pode ser interpretado o motor de indução conforme o modelo da figura 5.1, como uma carga trifásica RL equilibrada equivalente.

A curva da potência no transitório do MIT (figura 5.17) pode ser dividida em três partes:

1) Transitório eletromagnético;

No transitório eletromagnético da figura 5.17, parte da energia ativa (último termo da equação 4.8) é convertida em energia reativa (segundo termo da equação 4.8) e a outra parte é dissipada pelo efeito Joule (primeiro termo da equação 4.8). O primeiro e último termo da equação 4.8 representa a potência ativa fornecida ao MIT. O motor ainda está parado, sendo o escorregamento unitário.

2) Transitório eletromagnético e mecânico;

É o período do transitório onde se tem a conversão eletromagnética e a conversão eletromecânica. Este período caracteriza-se pelo início do movimento do rotor, porém com o campo magnético ainda se estabelecendo.

3) Transitório eletromecânico.

No transitório eletromecânico existe apenas a conversão de energia elétrica em energia mecânica mais as perdas. Caracteriza-se pela lenta redução da amplitude senoidal da corrente, o motor está acelerando. Neste período, a energia reativa excedente é convertida em energia ativa (último termo da equação 4.8). Como esta conversão é lenta pode-se considerar o último termo da equação 4.8 praticamente nulo.

Os três períodos de conversão de energia estão representados na figura 5.18.

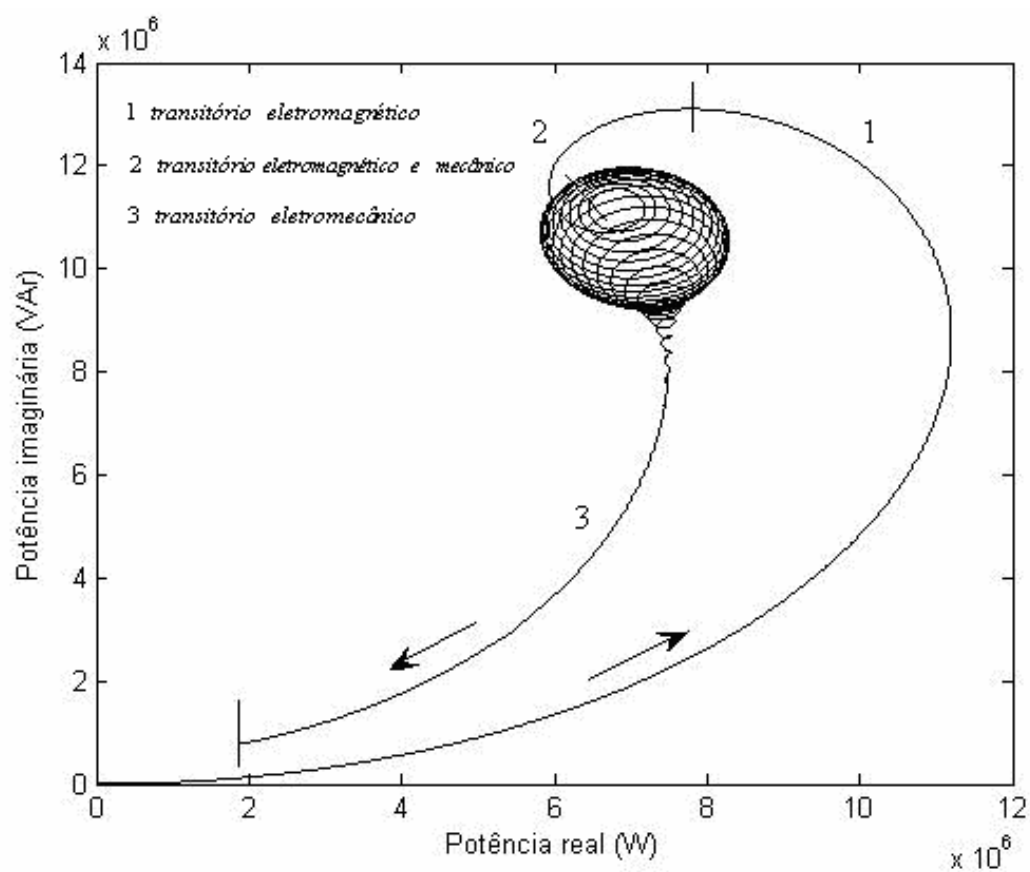


Figura 5.18 Períodos de conversão de energia no transitório do MIT.

Para melhor ilustração, a figura 5.19 apresenta apenas as curvas 1 e 2, ou seja, o início e o término do transitório eletromagnético.

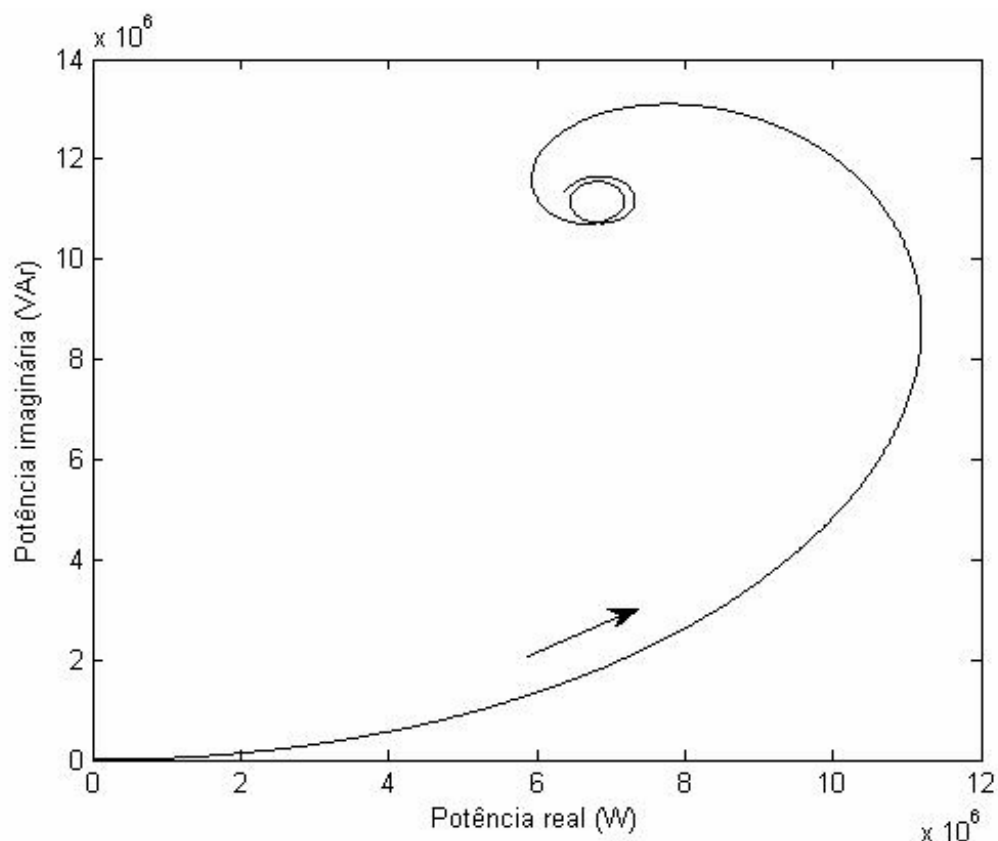


Figura 5.19 Transitório eletromagnético.

O terceiro período do transitório, mostrado na curva 3, figura 5.18, representa o diagrama de círculo do motor, bastando dividi-lo pela tensão de entrada do MIT para se obter o diagrama de círculo em função da corrente. Este período apresenta uma lenta variação do escorregamento até atingir seu regime. É possível através do diagrama de círculo obter os parâmetros da máquina de indução.

Para comprovar a eficácia do diagrama de círculo obtido pela teoria da potência complexa instantânea comparou-se seus resultados para cinco instantes diferentes na curva 3 com os resultados obtidos pela teoria convencional para os mesmos instantes de tempo, ou seja, para os mesmos escorregamentos. O programa do apêndice C foi utilizado para obter os valores da potência aparente na entrada do MIT pela teoria convencional utilizando para o cálculo da potência o circuito do motor no domínio da frequência apresentado na figura 5.1 com os mesmos parâmetros do motor simulado no Simulink e com os mesmos escorregamentos obtidos na simulação. A potência aparente obtida pela teoria da potência

complexa instantânea para os cinco instantes foi medida na simulação pelo Simulink. Os resultados estão apresentados na tabela 5.1.

Tabela 5.1 Resultados obtidos para o diagrama de círculo.

Tempo (s)	Escorregamento (%)	$\left \tilde{S} \right \times 10^3 \text{ (VA)}$	$\left S \right \times 10^3 \text{ (VA)}$	Erro relativo (%)
0,3	69,63	12387	12244	1,17
0,4	55,24	11518	11467	0,44
0,5	38,64	9977	9985	0,19
0,6	21,65	7252	7178	1,03
0,9	4,66	2090	2002	4,40

Outra forma de se obter o fator de potência instantâneo é pelo cálculo da equação 5.13 ponto a ponto na curva da potência complexa instantânea mostrada na figura 5.17.

$$FPI = \frac{P}{\left| \tilde{S} \right|} \quad (5.13)$$

As duas principais grandezas do motor de indução são apresentadas na figura 5.20 para o período de transitório. A velocidade do motor e o torque podem ser controlados através de “Pulse Width Modulated” (PWM), o qual não foi utilizado na simulação.

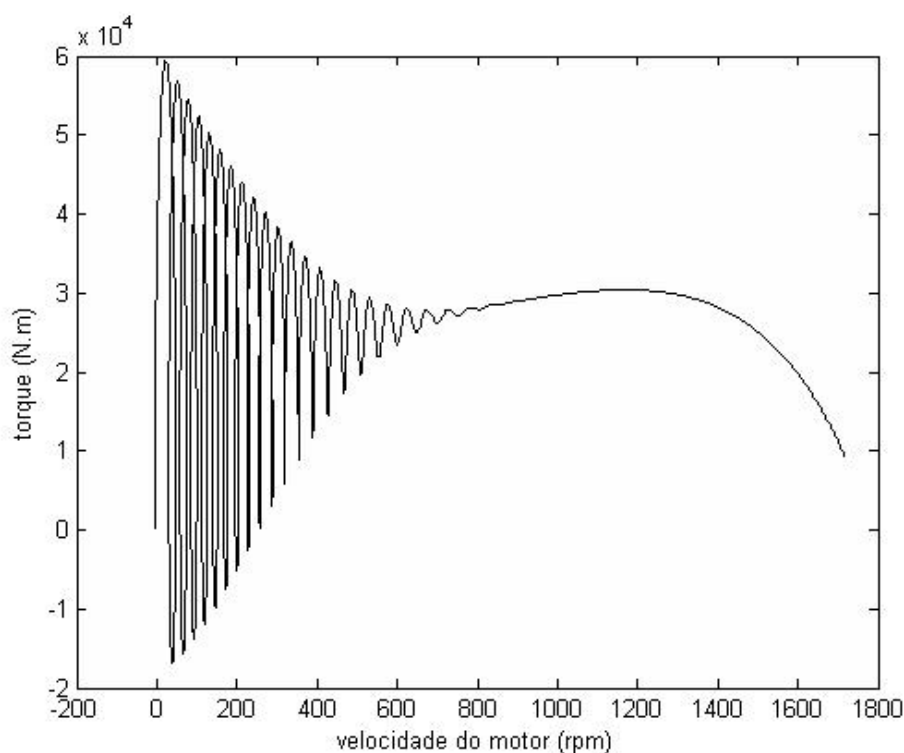


Figura 5.20 Torque em função da velocidade do motor.

O rendimento do motor, calculado para a operação nominal do MIT pela equação 5.10, é de:

$$\eta = \frac{1690754,02 \text{ W}}{1839230,00 \text{ W}} 100\% = 91,93 \%$$

5.6 Conclusão

Pelos resultados obtidos, tanto na análise quantitativa quanto na qualitativa, observou-se a fidelidade da teoria da potência complexa instantânea aplicada ao transitório do motor de indução trifásico. Estes resultados para o transitório só são possíveis devido a uma nova abordagem para a potência complexa proposta por Milanez[1],[3]. Estes resultados para o transitório do MIT têm aplicações em relés digitais, na correção ativa do fator de potência, na obtenção dos parâmetros do motor, entre outras.

A correção do fator de potência na partida do MIT é importante para diminuir a queda de tensão na linha e até para instalação de cabos com bitolas menores para a partida de vários motores ao mesmo tempo.

O diagrama de círculo do motor foi obtido pela aplicação da teoria da potência complexa instantânea ao transitório do MIT com margem de erro menor que 5% como é mostrada na tabela 5.1. A margem de erro do cálculo pela teoria da potência complexa instantânea aplicada ao modelo dinâmico pode ser devido a uma aceleração maior do motor no transitório por se tratar de uma máquina de elevada potência, tendo um escorregamento variando mais rapidamente, interferindo assim nos resultados.

A obtenção da impedância equivalente instantânea é um novo conceito e pode ser aplicada em relés digitais.

A vantagem de transformar um sistema trifásico no caso do motor em um sistema bifásico[8] utilizando os vetores espaciais instantâneos é a diminuição do tempo de processamento de cálculo para obter as grandezas elétricas do MIT, pois reduz-se o número de equações.

6 Conclusão

6.1 Conclusão

O trabalho de dissertação baseia-se geralmente em uma proposta inicial, um meio para simular esta hipótese e os resultados finais. Neste trabalho a proposta foi a aplicação da teoria da potência complexa instantânea na análise de cargas especiais, no caso o retificador trifásico controlado a tiristor e o motor de indução trifásico, e a comparação dos resultados obtidos com os métodos convencionais para equiparar ou diferenciar seus conceitos, suas filosofias. A simulação matemática foi feita por um software digital. Os resultados obtidos foram de grande valia para a compreensão da teoria da potência complexa instantânea.

Os VEI's podem ser usados como fasores instantâneos para o sistema trifásico podendo ser recuperada a informação da grandeza para as três fases. Os VEI's transformam um sistema de coordenadas trifásicas para um sistema de coordenadas bifásicas ortogonais.

A potência complexa instantânea fornece os valores instantâneos da potência ativa e reativa. A potência reativa obtida pela teoria da potência complexa instantânea teve seu significado detalhado, ou seja, não exige potência externa do eixo mecânico do gerador e pode ser compensada por filtros ativos.

A teoria da potência complexa instantânea introduz o novo conceito de impedância instantânea que pode ser usado em relés digitais.

A teoria da potência complexa instantânea pode ser usada em relés digitais também para a monitoração do sistema trifásico.

A comparação da teoria da potência complexa instantânea com as grandezas de Buchholz-Goodhue é falha, pois a potência complexa instantânea não é conceituada para

medir as perdas nas linhas. No caso específico de variação nula da magnitude do vetor espacial instantâneo corrente a potência complexa instantânea equivale à potência convencional, como para o caso da corrente fundamental do retificador que apresenta o VEI corrente como um círculo, ou seja, constante. A potência complexa trifásica para a fundamental tem valores iguais para os três métodos como pode ser visto no capítulo 4.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

- 1) Implementação de filtros ativos para a correção instantânea do fator de potência utilizando a teoria da potência complexa instantânea.
- 2) Aplicação da teoria da potência complexa instantânea em relés digitais para a proteção e monitoramento do sistema trifásico.
- 3) Ensino dos novos conceitos de potência na graduação.

Referências

- [1] MILANEZ, D.L.; MISKULIM, M.S. The instantaneous complex power applied to three-phase machines, 28IAS, 1993, Toronto. In: INTERNATIONAL ANNUAL MEETING IEEE. **Annual Meeting...** Toronto: IEEE, 1993. p. 171-176.
- [2] AKAGI, H.; KANAZAWA, Y.; NABAE, A. (1983). Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL POWER ELECTRONICS CONFERENCE, 1983. **Proceedings of the IPEC'83...** Tokio: IEEE, 1983. p. 1375-1386.
- [3] MILANEZ, D. L. New concepts of the power received by ideal energy storage elements: the instantaneous complex power approach. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS, 1997, Ames. **Symposium....** Ames: IEEE. Ames, 1997. p. 1038-1041.
- [4] EMANUEL, A.E. Apparent power definitions for three-phase systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v.14, n.3, p. 767-772, 1999.
- [5] EMANUEL, A.E. On the definition of power factor and apparent power in unbalanced polyphase circuits with sinusoidal voltage and currents. **IEEE Transaction on Power Delivery**, New York, v. 8, n. 3, p. 841-852, 1993.
- [6] MILANEZ, D.L.; EMANUEL, A. E. The instantaneous – space – phasor a powerful diagnosis tool. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 52, n.1, p. 143-148, 2003.
- [7] CANESIN, C. A. WWW course in power electronics. Ilha Solteira: Unesp/FEIS, 2006. Disponível em: <<http://www.dee.feis.unesp.br/gradua/elepot/cap3/simula11.html>>. Acesso em: 10 set. 2006.
- [8] MINALEZ, D, L. Power analysis applying the instantaneous complex power analytical expressions on a RL symmetrical three-phase system. In: MIDWEST. SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS, 40, 1997, Sacramento. **Symposium...** Sacramento: IEEE, 1997. p. 131-134.
- [9] WATANABE, E. H.; AREDES, A. Teoria de potência ativa e reativa instantânea e aplicações - filtros ativos e facts. In: CONGRESSO BRAS. DE AUTOMÁTICA, 12, 1998, Uberlândia. **Anais...** Uberlândia: SBA, 1998. p. 81-122.
- [10] MOURA, R. F. **Uma introdução à aplicação de vetores espaciais instantâneos na monitoração e proteção de sistemas elétricos de distribuição de energia elétrica**. 2004. 85 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.

- [11] MORAES, J.P. **Aplicação da teoria da potência complexa instantânea na análise e estimação de parâmetros da máquina síncrona em condições transitórias**. 2005. 113 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2005
- .
- [12] MILANEZ, D. L.; ESTEVAM, G. P. Análise de um retificador trifásico de onda completa a tiristor aplicando a teoria da potência complexa instantânea. In: III CONGRESSO LATINO AMERICANO DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, CONLADIS, 3, 1998, São Paulo. **Anais...** São Paulo: S.n., 1998. p. 419-423.
- [13] DUGAN, R. C.; MCGRANAGHAN, M. F.; BEATY, W. H. **Electrical power systems quality**. New York: McGraw-Hill, 1996. 256 p.
- [14] TORO, V. D. **Fundamentos de máquinas elétricas**. Rio de Janeiro: LTC, 1994. 550 p.
- [15] MATSUMOTO, E. Y. **Simulink 5: fundamentos**. São Paulo: Érica, 2002. 204 p.

Apêndice A

A definição da potência aparente efetiva baseia-se na representação de um sistema desbalanceado por um sistema equilibrado com corrente I_e e tensão V_e tendo as mesmas perdas do anterior. As perdas nas linhas pelo efeito Joule no sistema equivalente equilibrado são:

$$\Delta P = 3rI_e^2 \quad (1)$$

As perdas nas linhas causadas por um sistema trifásico sem neutro em condições de regime qualquer são:

$$\Delta P = r(I_A^2 + I_B^2 + I_C^2) \quad (2)$$

Igualando as perdas das equações 1 e 2 tem-se:

$$I_e^2 = (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2)/3 \quad (3)$$

A equação 2 pode ser descrita em função do tempo:

$$\Delta P = \frac{r}{T} \int_0^T [i_A^2 + i_B^2 + i_C^2] dt \quad (4)$$

Sendo que:

$$\tilde{I} = \frac{2}{3}(i_A + ai_B + a^2i_C) \quad (5)$$

Desmembrando (5) em parte real e imaginária tem-se:

$$\tilde{I} = i_A + j \frac{1}{\sqrt{3}}(i_B - i_C) \quad (6)$$

Para o valor abaixo tem-se:

$$\frac{3}{2} |\tilde{I}|^2 = \frac{3}{2} [i_A^2 + \frac{1}{3}(i_B - i_C)^2] \quad (7)$$

$$\frac{3}{2} \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 = \frac{3}{2} i_A^2 + \frac{1}{2} (i_B^2 + i_C^2 - 2i_B i_C) \quad (8)$$

O termo abaixo resulta:

$$\frac{3}{2} i_A^2 = i_A^2 + \frac{1}{2} i_A^2 = i_A^2 + \frac{1}{2} (-i_B - i_C)^2 \quad (9)$$

$$\frac{3}{2} i_A^2 = i_A^2 + \frac{1}{2} i_B^2 + \frac{1}{2} i_C^2 + i_B i_C \quad (10)$$

Substituindo (10) em (8) tem-se:

$$\frac{3}{2} \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 = i_A^2 + i_B^2 + i_C^2 \quad (11)$$

Substituindo (11) em (4) tem-se:

$$\Delta P = \frac{r}{T} \int_0^T \left[\frac{3}{2} \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 \right] dt = \frac{3}{2} r \left\langle \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 \right\rangle \quad (12)$$

Igualando (12) e (1) tem-se:

$$3r I_e^2 = \frac{3r}{2} \left\langle \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 \right\rangle \quad (13)$$

Obtendo:

$$I_e = \sqrt{\frac{\left\langle \left| \tilde{\mathbf{I}} \right|^2 \right\rangle}{2}} \quad (14)$$

Obtem-se V_e de forma similar, para carga em Y tem-se:

$$\Delta P_V = \frac{V_A^2 + V_B^2 + V_C^2}{R_V} \quad (15)$$

Sendo as perdas no sistema equilibrado equivalente:

$$\Delta P_V = \frac{3V_e^2}{R_V} \quad (16)$$

Resultando:

$$V_e = \sqrt{\frac{\langle |\tilde{\mathbf{V}}|^2 \rangle}{2}} \quad (17)$$

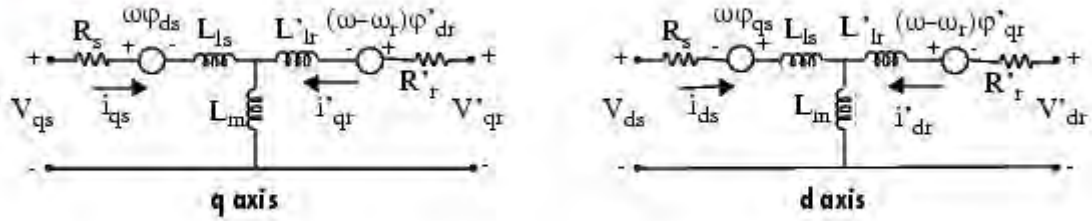
A potência aparente efetiva para as grandezas de fase é:

$$S_e = 3V_e I_e = \frac{3}{2} \sqrt{\left[\langle |\tilde{\mathbf{V}}|^2 \rangle \langle |\tilde{\mathbf{I}}|^2 \rangle \right]} \quad (18)$$

Apêndice B

A figura 1 apresenta o modelo dinâmico da máquina de indução trifásica e suas equações analíticas.

Electrical System



$$V_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \varphi_{qs} + \omega \varphi_{ds}$$

$$V_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \varphi_{ds} - \omega \varphi_{qs}$$

$$V'_{qr} = R'_r i'_{qr} + \frac{d}{dt} \varphi'_{qr} + (\omega - \omega_r) \varphi'_{dr}$$

$$V'_{dr} = R'_r i'_{dr} + \frac{d}{dt} \varphi'_{dr} - (\omega - \omega_r) \varphi'_{qr}$$

$$T_e = 1.5 p (\varphi_{ds} i_{qs} - \varphi_{qs} i_{ds})$$

$$\varphi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i'_{qr}$$

$$\varphi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i'_{dr}$$

$$\varphi'_{qr} = L'_r i'_{qr} + L_m i_{qs}$$

$$\varphi'_{dr} = L'_r i'_{dr} + L_m i_{ds}$$

$$L_s = L_{ls} + L_m$$

$$L'_r = L'_{lr} + L_m$$

where

Figura 1 Modelo e equações do motor de indução utilizados pelo Simulink.

A figura 2 apresenta a legenda dos parâmetros do motor.

" The Asynchronous Machine block parameters are defined as follows (all quantities referred to the stator):

- * R_s, L_s : stator resistance and leakage inductance
- * R_r, L_r : rotor resistance and leakage inductance
- * L_m : magnetizing inductance
- * L_s, L_r : total stator and rotor inductances
- * V_{qs}^s, i_{qs}^s : q axis stator voltage and current
- * V_{qr}^s, i_{qr}^s : q axis rotor voltage and current
- * V_{ds}^s, i_{ds}^s : d axis stator voltage and current
- * V_{dr}^s, i_{dr}^s : d axis rotor voltage and current
- * ϕ_{qs}^s, ϕ_{ds}^s : stator q and d axis fluxes
- * ϕ_{qr}^s, ϕ_{dr}^s : rotor q and d axis fluxes
- * ω_m : angular velocity of the rotor
- * θ_m : rotor angular position
- * p: number of pole pairs
- * ω_r : electrical angular velocity ($\omega_m \times p$) "

Figura 2 Legenda.

Apêndice C

Parâmetros do motor para uma fase:

$$V_s = 1385,6 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$R_s = 0,096 \, \Omega$$

$$R'_r = 0,134 \, \Omega$$

$$jX_s = j(\omega_s)(L_s) = j(377)(0,5 \cdot 10^{-3}) = j0,1885 \, \Omega$$

$$jX'_r = j(\omega_s)(L'_r) = j(377)(0,5 \cdot 10^{-3}) = j0,1885 \, \Omega$$

$$jX_m = j(\omega_s)(L_m) = j(377)(26,45 \cdot 10^{-3}) = j9,9717 \, \Omega$$

Utilizou-se, para simplificação de cálculo, a impedância $\frac{R'_r}{s}$ no programa para o cálculo da potência do MIT que é a soma das perdas pelo efeito Joule no rotor (R'_r) e da potência mecânica $\left(\frac{R'_r}{s}\right)(1-s)$.

Programa elaborado no MatLab 7.0 para o cálculo da potência convencional no MIT:

```
-----
s= ;    % valor de s para um instante qualquer

V=[1385.6+0j; 0];

Z=[0.096+10.1602j  -9.9717j; -9.9717j  (0.134/s)+10.1602j];

h=inv(Z);

I=h*V;

X=I(1,1);

S=3*(1385.6+0j)*X

E=abs(S)

-----
```