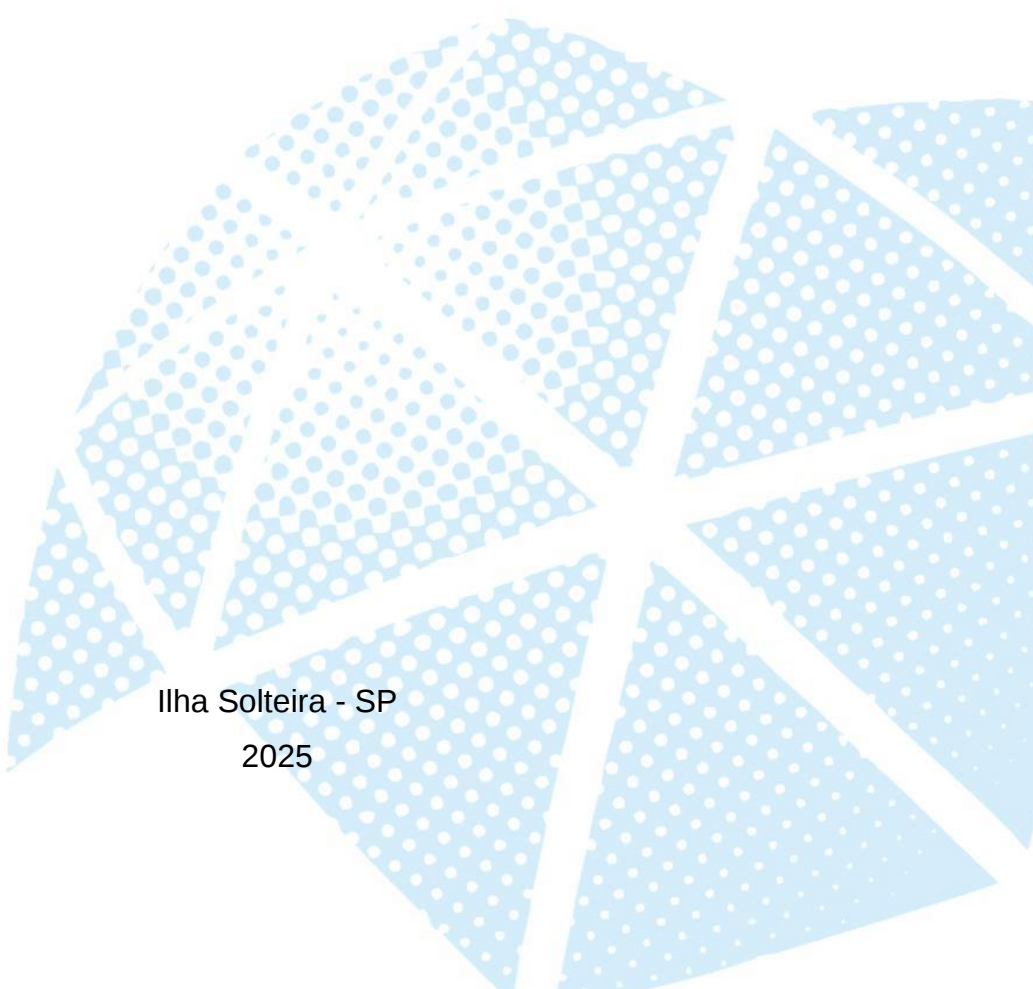


**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

HAROL CAMILO ZAMORA GARCIA

**PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO USANDO
ESTRATÉGIA DE REDUÇÃO DE ESPAÇO DE BUSCA**



Ilha Solteira - SP
2025

HAROL CAMILO ZAMORA GARCIA

**PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO USANDO
ESTRATÉGIA DE REDUÇÃO DE ESPAÇO DE BUSCA**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Ilha Solteira, para a obtenção do título de Grau acadêmico de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro.

Coorientador: Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo.

Ilha Solteira - SP

2025

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Z25p Zamora Garcia, Harol Camilo.
Planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando estratégia de redução de espaço de busca / Harol Camilo Zamora Garcia. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2025
123 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Sistemas de Produção, 2025

Orientador: Ruben Augusto Romero Lazaro
Co-orientador: Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo
Inclui bibliografia

1. Planejamento de expansão de sistemas de transmissão. 2. Técnicas de redução de espaço de busca. 3. Modelo DC linear disjuntivo reduzido.


Amanda Sertori dos Santos
Bibliotecária - CRB/8-9061
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao
Usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

O desenvolvimento do setor elétrico reflete o crescimento da população. Um planejamento adequado da expansão dos sistemas de transmissão garante a confiabilidade e disponibilidade do fornecimento de energia para atender à demanda presente e futura. Isso impacta diretamente no desenvolvimento tecnológico e industrial de toda a sociedade.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

The development of the electric sector reflects population growth. Proper planning of the expansion of transmission systems ensures the reliability and availability of the energy supply to meet present and future demand. This directly impacts the technological and industrial development of the entire society.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO
USANDO ESTRATÉGIAS DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA

AUTOR: HAROL CAMILO ZAMORA GARCIA

ORIENTADOR: RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

COORIENTADOR: LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, área:
Automação pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia de Energia / Faculdade de Engenharia e Ciências - UNESP



Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MINUSSI (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP



Profa. Dra. LINA PAOLA GARCÉS NEGRETE (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Goiás - UFG

Ilha Solteira, 17 de janeiro de 2025

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me brindar saúde e bem-estar para tentar, a cada dia, construir uma versão melhor da minha vida.

Agradeço a toda a minha família pelo apoio incondicional durante esses anos de vida, especialmente agradeço à minha querida mãe INÉS GARCIA e ao meu querido pai FIDEL ZAMORA, pela educação e todos os bons valores que me ensinaram.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro, e meu coorientador, Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo, por todo o apoio acadêmico e por compartilhar comigo todo o conhecimento adquirido ao longo desta etapa da minha vida.

Agradeço aos meus colegas de laboratório pela boa amizade e apoio que me proporcionaram.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 409062/2023-5.

“As universidades serão o que são suas bibliotecas” (Gelfand, 1968, p. 19, tradução nossa).

RESUMO

O rápido aumento da demanda energética impulsiona a busca por soluções de alta qualidade e menor esforço computacional para o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Este trabalho de pesquisa tem como objetivo principal desenvolver estratégias de redução do espaço de busca que permitam encontrar, de maneira mais rápida, as soluções ótimas ou soluções ótimas ainda não conhecidas do problema do planejamento da expansão dos sistemas de transmissão. As soluções encontradas pelos modelos matemáticos relaxados foram empregadas para criar novas estratégias de redução do espaço de busca aplicadas ao modelo DC linear disjuntivo reduzido. Os modelos de programação linear inteira mista e programação não linear inteira mista foram implementados em AMPL utilizando os solvers comerciais CPLEX e KNITRO. Os sistemas de teste utilizados foram o sistema colombiano de 93 barras e o sistema norte-nordeste de 87 barras (Planos P1 e P2). Os resultados obtidos por meio das técnicas de redução do espaço de busca permitiram encontrar as soluções ótimas para o sistema colombiano e o norte-nordeste brasileiro (Plano P1). Para o Plano P2, foram obtidas respostas de excelente qualidade anteriormente desconhecidas e foi alcançada a melhor solução conhecida para este sistema. Os resultados destacam a viabilidade e os benefícios potenciais de implementar as técnicas de redução do espaço de busca para o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

Palavras-chave: planejamento de expansão de sistemas de transmissão; técnicas de redução de espaço de busca; modelo DC linear disjuntivo reduzido.

ABSTRACT

The rapid increase in energy demand drives the search for high-quality solutions with lower computational effort for the problem of transmission system expansion planning. The main objective of this research is to develop strategies for reducing the search space that allows for faster identification of optimal solutions or previously unknown optimal solutions to the expansion planning problem of the transmission system.

The solutions found by the relaxed mathematical models were used to create new search space reduction strategies applied to the reduced DC disjunctive linear model. The mixed-integer linear programming and mixed-integer nonlinear programming models were implemented in AMPL using the commercial solvers CPLEX and KNITRO. The test systems used were the Colombian system of 93 buses and the North-Northeast system of 87 buses (Plans P1 and P2). The results obtained through the search space reduction techniques allowed for finding optimal solutions for the Colombian system and the North-Northeast (Plan P1). For Plan P2, high-quality previously unknown responses were obtained, and the best-known solution for this system was found. The results highlight the feasibility and potential benefits of implementing search space reduction techniques for the transmission expansion planning problem.

Keywords: transmission expansion planning; search space reduction techniques; reduced DC disjunctive linear model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Restrição de cerca em um nó – caso 1	64
Figura 2 – Restrição de cerca em um nó – caso 2	65
Figura 3 – Restrição de cerca em um super nó	67
Figura 4 – Resultados de custos de investimentos	89
Figura 5 – Sistema colombiano de 93 barras	121
Figura 6 – Sistema norte-nordeste de 87 barras	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 1– Resultados do sistema colombiano – Modelo de Transportes	46
Tabela 2 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Modelo de Transportes	46
Tabela 3 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – Modelo de Transportes	47
Tabela 4 – Resultados do sistema colombiano – Modelo Híbrido Linear	49
Tabela 5 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Modelo Híbrido Linear	50
Tabela 6 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – Modelo Híbrido Linear	51
Tabela 7 – Resultados do sistema colombiano – Modelo Híbrido Não Linear	52
Tabela 8 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Modelo Híbrido Não Linear	53
Tabela 9 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – Modelo Híbrido Não Linear	54
Tabela 10 – Resumo dos custos de investimento obtidos por meio dos modelos matemáticos relaxados	56
Tabela 11 – Representação de linhas candidatas – Sistema BNS.	69
Tabela 12 – Exemplo – Informação do sistema	74
Tabela 13 – Resultados -Topologia Base Modificada	74
Tabela 14 – Sistemas de Teste	83
Tabela 15 – Resultados do sistema colombiano – Modelo Linear Disjuntivo	84
Tabela 16 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Modelo Linear Disjuntivo	84
Tabela 17 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – Modelo Linear Disjuntivo Reduzido	86
Tabela 18 – Resultados de custos de investimento.	88
Tabela 19 – Linhas instaladas em cada nó (Ninstk).....	90
Tabela 20 – Resultados com restrições de cerca baseadas em uma solução inicial.	91
Tabela 21 – Comparação de resultados - Sistema colombiano	92

Tabela 22 – Comparação de resultados - Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1.	93
Tabela 23 – Comparação de resultados - Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2.	94
Tabela 24 – Sistema colombiano – Dados de nós.	102
Tabela 25 – Sistema colombiano – Dados de linhas.....	104
Tabela 26 – Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) - Dados de nós,...	107
Tabela 27 – Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Dados de linhas	109
Tabela 28 – Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) - Dados de nós....	114
Tabela 29 – Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – dados de linhas	116

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	Corrente alternada
DC	Corrente contínua
PEST	Planejamento de expansão dos sistemas de transmissão
BNS	Sistema numérico binário
CHA	Algoritmo heurístico construtivo
PSO	Particle Swarm Optimization
MT	Modelo de transportes
MHL	Modelo híbrido linear
MHNL	Modelo híbrido não linear
MILP	Programação Linear Mista-Inteira
MINLP	Programação não linear Mista-Inteira
AG	Algoritmo genético
GRASP	Greedy randomized adaptive search procedure
OXDE	Crossover ortogonal baseado em evolução diferencia
GWO	Otimizador lobo cinza
MFO	Otimização mariposa chama
EMA	Algoritmo do mercado de câmbio
SCA	Algoritmo seno-cosseno
ICA	Otimização e algoritmo imperialista competitivo
GEP	Planejamento da expansão da geração

LISTA DE SÍMBOLOS

Ω_b	Conjunto de barras
Ω_l	Conjunto de linhas
Ω_l^o	Conjunto de linhas da topologia base do sistema
Ω_r	Conjunto de caminhos onde existem linhas da topologia base
Ω_s	Conjunto de caminhos onde não existem linhas da topologia base
Y	Conjunto de variáveis binárias
c_{ij}	Custo de implementação de novas linhas no caminho ij
n_{ij}	Número de linhas adicionadas no caminho ij
f_{ij}	Fluxo de potência ativa no ramo ij
g_i	Geração total de potência ativa no nó i
d_i	Demanda total de potência ativa no nó i
n_{ij}^o	Número de linhas da topologia base do sistema no caminho ij
$\bar{n}_{ij}$	Número máximo de novas linhas que podem ser instaladas
$\bar{f}_{ij}$	Fluxo máximo de potência ativa de uma linha no caminho ij
$\bar{g}_i$	Geração máxima de potência ativa no nó i
θ_i	Ângulo de fase na barra i
x_{ij}	Reatância do circuito ij
n_{ij}^r	Número de linhas adicionadas no caminho ij onde existem linhas da topologia base.
n_{ij}^s	Número de linhas adicionadas no caminho ij onde não existem linhas da topologia base
f_{ij}^r	fluxo total de potência ativa nos circuitos construídos em paralelo aos da topologia base
f_{ij}^s	fluxo total de potência ativa nos circuitos construídos em novos caminhos onde não existem linhas da topologia base.
$w_{ij,y}$	Variável binária correspondente à linha y candidata a ser adicionada ou não no ramo ij
$f_{ij,y}$	Fluxo de potência que passa pela linha adicionada y no caminho ij
p_{ij}^{emi}	Fluxo total de potência ativa saindo da barra i
p_{ij}^{rec}	Fluxo total de potência ativa entrando na barra i

Q_{ij}^{emi}	Fluxo total de potência reativa saindo da barra i
Q_{ij}^{rec}	Fluxo total de potência reativa entrando na barra i .
$\bar{S}_{ij}$	Capacidade máxima de fluxo de potência aparente pela linha ij
g_{ij}	Condutância na linha ij
b_{ij}	Susceptância na linha ij
b_{ij}^{sh}	Susceptância shunt na linha ij
V_i	magnitude da tensão na barra i
P_{di}	demanda de potência ativa na barra i
P_{gi}	geração de potência ativa na barra i
Q_{di}	demanda de potência reativa na barra i
Q_{gi}	geração de potência reativa na barra i
$\bar{P}_{gi}$	Capacidade máxima de geração de potência ativa na barra i
$\underline{P}_{gi}$	Capacidade mínima de geração de potência ativa na barra i
$\bar{Q}_{gi}$	Capacidade máxima de geração de potência reativa na barra i
$\underline{Q}_{gi}$	Capacidade mínima de geração de potência reativa na barra i
g_i^{sh}	Condutância shunt na barra i
b_i^{sh}	Susceptância shunt na barra i

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO	20
1.2	MOTIVAÇÃO	22
1.3	OBJETIVOS	23
1.3.1	Objetivo geral.....	23
1.3.2	Objetivos específicos.....	23
1.4	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	24
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	25
1.6	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
1.6.1	Técnicas aproximadas de otimização	26
1.6.1.1	HEURÍSTICAS E META-HEURÍSTICAS.....	26
1.6.2	Técnicas clássicas de otimização.....	29
1.6.2.1	PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	29
1.6.2.2	PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA.....	30
1.6.2.3	BRANCH AND BOUND.....	31
1.6.2.4	DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS.....	31
2	MODELOS MATEMÁTICOS DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO	32
2.1	INTRODUÇÃO	32
2.2	MODELO DE TRANSPORTES	33
2.3	MODELO HÍBRIDO LINEAR	34
2.4	MODELO HÍBRIDO NÃO LINEAR	36
2.5	MODELO TRADICIONAL DC.....	38
2.6	MODELO LINEAR DISJUNTIVO.....	39
2.7	MODELO CA.....	41
3	TESTES USANDO OS MODELOS RELAXADOS	44
3.1	INTRODUÇÃO	44
3.2	SISTEMAS COLOMBIANO E NORTE-NORDESTE BRASILEIRO PLANO P1 E PLANO P2	45
3.3	MODELO DE TRANSPORTES	45
3.3.1	Sistema colombiano.....	45

3.3.2	Sistema norte-nordeste brasileiro plano P1	46
3.3.3	Sistema norte-nordeste brasileiro plano P2	47
3.4	MODELO HÍBRIDO LINEAR	48
3.4.1	Sistema Colombiano	48
3.4.2	Sistema norte-nordeste brasileiro plano P1	49
3.4.3	Sistema norte-nordeste brasileiro plano P2	51
3.5	MODELO HÍBRIDO NÃO LINEAR	52
3.5.1	Sistema colombiano.....	52
3.5.2	Sistema norte-nordeste brasileiro plano P1	53
3.5.3	Sistema norte-nordeste brasileiro plano P2	54
3.6	RESUMO DOS CUSTOS DE INVESTIMENTO	56
4	ESTRATÉGIAS DE REDUÇÃO DE ESPAÇO DE BUSCA	57
4.1	INTRODUÇÃO	57
4.2	REDUÇÃO DE VARIÁVEIS CANDIDATAS UTILIZANDO AS SOLUÇÕES ÓTIMAS DOS MODELOS RELAXADOS	58
4.3	RESTRIÇÕES DE INVESTIMENTO	60
4.4	RESTRIÇÕES DE CERCA.....	62
4.4.1	Restrição de cerca em um nó.....	62
4.4.2	Restrição de cerca em um supernó	66
4.5	REDUÇÃO COM BNS.....	67
4.6	MÉTODO DE REDUÇÃO ATRAVÉS DA RELAXAÇÃO DE VARIÁVEIS.....	71
4.7	RESTRIÇÕES DE CERCA BASEADAS EM UMA SOLUÇÃO INICIAL ...	79
5	TESTES USANDO A REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA	81
5.1	INTRODUÇÃO	81
5.2	SISTEMA COLOMBIANO E NORTE-NORDESTE BRASILEIRO	82
5.3	MODELO DC (LINEAR DISJUNTIVO)	83
5.3.1	Sistema colombiano.....	83
5.3.2	Sistema norte-nordeste brasileiro plano P1	84
5.4	MODELO DC (LINEAR DISJUNTIVO REDUZIDO).....	86
5.4.1	Sistema norte-nordeste brasileiro plano P2	86
5.5	ANÁLISE E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	92
6	CONCLUSÃO	96
	REFERÊNCIAS.....	98

ANEXO A – DADOS DOS SISTEMAS DE TESTE.....	102
ANEXO B – SISTEMAS de TRANSMISSÃO	121

1 INTRODUÇÃO

O sistema de transmissão de energia elétrica constitui uma rede complexa de linhas de transmissão, subestações e equipamentos complementares. Seu propósito principal é facilitar o transporte de eletricidade das usinas geradoras até os centros consumidores. Essa infraestrutura desempenha um papel fundamental no funcionamento ótimo da rede elétrica, garantindo um fornecimento eficiente e confiável de energia elétrica à sociedade.

Com o passar dos anos, à medida que a população cresce, também aumenta o consumo e a demanda por energia elétrica. Consequentemente, surge a necessidade de expandir o sistema elétrico para atender aos novos pontos de consumo. O aumento da demanda impulsiona a elaboração de um planejamento de expansão dos sistemas de transmissão (PEST), que é um processo estratégico e técnico realizado para encontrar soluções para as necessidades futuras de expansão e desenvolvimento das redes de transmissão elétrica, levando em consideração fatores como capacidade das linhas, custos de investimento e operação, e restrições técnicas e regulatórias. O planejamento da expansão de sistemas de transmissão é fundamental para antecipar, planejar e gerenciar de forma eficaz o crescimento e desenvolvimento do sistema elétrico, garantindo diversos benefícios, entre os quais podem ser mencionados os seguintes:

- Garantir a confiabilidade do fornecimento de energia elétrica.
- Facilitar a integração de novas fontes de energia.
- Planejamento econômico e financeiro.
- Melhorar a resiliência do sistema elétrico.
- Promover o desenvolvimento sustentável do setor elétrico.

Após adquirir uma compreensão clara do propósito do planejamento de expansão de sistemas de transmissão, surge a questão de como esse processo é executado. As respostas para essa pergunta encontram-se em técnicas clássicas e aproximadas de otimização. Essas técnicas baseiam-se em métodos simplificados que fornecem soluções tanto locais quanto globais, adaptando-se à complexidade e ao tamanho do sistema em questão. Atualmente, ao planejar a expansão de sistemas de transmissão, o principal objetivo é minimizar os custos de investimento na construção de novas linhas de transmissão. Busca-se alcançar isso sem comprometer

o funcionamento ótimo do sistema elétrico, assegurando um equilíbrio adequado entre a geração e o consumo de energia elétrica.

1.1 O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

O planejamento da expansão de um sistema de transmissão decide onde, quando e quais linhas de transmissão candidatas devem ser instaladas, considerando sempre o menor custo de investimento, para garantir o correto funcionamento do sistema e o abastecimento das demandas futuras. Isso cria um problema difícil de resolver por causa do elevado número de alternativas possíveis.

No início dos estudos, as primeiras soluções que foram apresentadas para resolver o problema de PEST podem ser encontradas em (Garver, 1970). O autor propôs uma abordagem para otimizar a expansão dos sistemas elétricos de potência, apresentando um modelo de programação linear conhecido como o modelo de transportes, para determinar a expansão ótima da rede de transmissão elétrica, também servindo como base para o desenvolvimento de metodologias mais avançadas e sofisticadas nesse campo. Em (Kaltenbach; Peschon; Gehrig, 1970), os autores propuseram uma técnica de otimização matemática para o problema PEST, no qual consideraram aspectos como capacidades das linhas, custos de investimento e operação, e confiabilidade do sistema. Mais adiante em (Villasana; Garver; Salon, 1985), foi proposto um novo e melhor modelo matemático chamado modelo híbrido linear, em que são aplicadas técnicas de programação linear para tomar decisões fundamentais no planejamento da expansão. Este modelo híbrido linear também foi utilizado como um modelo auxiliar para implementar um algoritmo heurístico construtivo para o modelo DC. Um novo modelo foi desenvolvido em (Granville; Pereira, 1985), chamado de modelo híbrido não linear. Com este modelo matemático melhorado, consegue-se modelar de maneira mais eficaz as leis fundamentais que os sistemas elétricos devem cumprir. Nos anos de 1974 e 1975, foram publicados artigos pioneiros por diversos autores no modelo de fluxo de potência de corrente contínua (DC), onde foram realizadas aplicações do método de Newton para resolver o fluxo de potência em sistemas de transmissão elétrica usando um modelo simplificado de corrente contínua. Ao resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando o modelo DC, enfrenta-se o grande desafio de lidar com um

modelo não linear, o que aumenta significativamente a complexidade do problema. Portanto, em (Bahense; Oliveira; Pereira; Granville, 2001), foi proposto um modelo linear disjuntivo, que é um modelo linear com variáveis binárias. Este modelo é derivado do modelo DC e assegura que ele pode encontrar as mesmas respostas se o parâmetro M for ajustado adequadamente, permitindo a correta linearização da segunda lei de Kirchhoff, que é a lei que torna o modelo DC não linear. Deve-se ter em mente que o novo modelo linear disjuntivo também possui suas próprias complexidades, uma vez que utiliza variáveis binárias para representar cada uma das linhas candidatas que o problema em questão pode ter. Continuando com a sequência ao longo dos anos e dos novos modelos matemáticos que representam o problema de planejamento, há um novo modelo matemático chamado modelo linear disjuntivo reduzido, o qual utiliza o conceito de sistema numérico binário (BNS). No BNS, cada variável inteira que se refere a uma linha de transmissão candidata a ser adicionada ao sistema é representada por uma combinação de variáveis binárias, o que contribui significativamente para a redução de variáveis. (Rahmani; Romero; Rider, 2013). O modelo AC, comparado com os modelos mencionados anteriormente, é um modelo que possui uma representação mais detalhada e precisa do fluxo de potência em sistemas de transmissão elétrica. Algumas das propostas e técnicas que têm ajudado a lidar com o modelo complexo AC podem ser encontradas em [(Jabr, 2013), (Farrag; Ali; Omran, 2019), (Mehrtash; Cao, 2022), (Aldik; Venkatesh, 2023), (Taylor; Hover, 2013), (Akbari; Bina, 2016), (Zhang; Gerald; Vijay; Jaime, 2013)]. Todos os modelos matemáticos mencionados anteriormente pertencem às técnicas clássicas de solução para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, mas este problema também tem sido abordado por meio de técnicas aproximadas, como heurísticas e meta-heurísticas, que ainda hoje são utilizadas. Estas técnicas, embora não garantam a solução ótima para os problemas de planejamento, mas conseguem encontrar soluções locais de boa qualidade em menos tempo de processamento, o que é uma grande vantagem dependendo das necessidades e características do sistema de transmissão para o qual está sendo realizado o planejamento de expansão. A primeira heurística e mais conhecida é o algoritmo heurístico construtivo (CHA) apresentado em (Garver, 1970) Foi apresentado um algoritmo heurístico construtivo para o modelo de transportes com o objetivo de melhorar e otimizar o tempo de processamento e a qualidade da solução. Em (Sanchez; Romero; Mantovani; Rider, 2005), com a ajuda das heurísticas, os autores propõem uma

abordagem que combina o modelo DC para a representação do fluxo de potência com técnicas de programação não linear para a otimização do problema PEST. Em (De Mendonça; Junior; Marcato, 2014), utilizam uma técnica heurística chamada algoritmo de otimização por enxame de partículas, inspirada no comportamento social de pássaros e outros animais, com o objetivo de fornecer soluções para o problema PEST. Por outro lado, o uso de meta-heurísticas no problema PEST começou a ganhar popularidade nas últimas décadas do século XX. As meta-heurísticas continuam a crescer e evoluir, como evidenciado em [(Oliveira; Silva; Leonardo, W.; Mendonça; Vilaça; Saraiva, 2021),(Binato; De Oliveira; De Araujo, 2001), (Gallego; Garcés; Rahmani; Romero, 2017)], fornecendo ferramentas poderosas para abordar problemas de otimização complexos e de grande escala, complementando as técnicas de otimização clássicas. O problema de expansão de sistemas de transmissão é modelado matematicamente por meio de técnicas clássicas, que utilizam solucionadores de otimização para resolver o problema. Nas técnicas clássicas, os modelos matemáticos se tornam cada vez mais complexos quando novas restrições são consideradas, modelando de forma mais exata e detalhada o sistema elétrico e seu comportamento novo é desenvolvido, considerando que, na atualidade, o sistema elétrico também trabalha com a incorporação de sistemas de armazenamento de energia elétrica, (Aguado; Torre; Triviño, 2017), e a consideração da análise de contingências N-1, sendo este o processo pelo qual um elemento do sistema de transmissão é retirado devido a causas imprevistas [(Shahzad, 2020), (Gutiérrez; González; Gil, 2020)]. Estudos também têm sido realizados para o planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando a integração de fontes de energias renováveis ao sistema [(Vilaça; Saraiva; Carvalho; Dias; Leonardo, W., 2019), (Dagoumas; Koltsaklis, 2019)]. Todos esses desafios enfrentados no planejamento da expansão de sistemas de transmissão devido às mudanças tecnológicas, regulatórias, ambientais e econômicas foram estudados em (Lumbreras; Ramos, 2016), obtendo assim uma visão futura de um modelo matemático mais preciso e complexo para resolver o problema PEST.

1.2 MOTIVAÇÃO

A motivação desta pesquisa deve-se à grande importância que o setor elétrico tem para o desenvolvimento sustentável da sociedade. Por isso, o sistema de

transmissão de energia deve estar completamente preparado para o crescimento da demanda futura.

Querer ter um sistema de transmissão totalmente adaptado para o futuro representa um grande desafio, enfrentando o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, que se torna bastante complexo e requer grande esforço computacional para obter respostas satisfatórias para os grandes sistemas de transmissão.

Esta dissertação surgiu com o propósito de projetar e implementar novas estratégias para a redução do espaço de busca, com o objetivo de facilitar a identificação de soluções ótimas para o planejamento da expansão de sistemas de transmissão de grande porte, cujas soluções ótimas ainda não são conhecidas. O objetivo é aplicar essas técnicas de redução e avaliar sua eficácia para encontrar os melhores resultados possíveis que ainda não foram encontrados em sistemas de transmissão de grande porte.

1.3 OBJETIVOS

Os objetivos desta pesquisa podem ser definidos da seguinte forma:

1.3.1 Objetivo geral

O objetivo geral desta pesquisa é analisar e propor estratégias de redução de espaço de busca que permitam fornecer soluções ótimas considerando as simplificações introduzidas no modelo matemático, para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, para reduzir os custos de investimento das novas linhas candidatas que devem ser incorporadas à topologia básica do sistema para garantir o fornecimento da demanda futura e o perfeito funcionamento, sujeito às restrições técnicas.

1.3.2 Objetivos específicos

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre o problema de planejamento de expansão de sistemas de transmissão.

- Utilizando as respostas dos modelos matemáticos, Modelo de transportes (MT), modelo híbrido linear (MHL) e modelo híbrido não linear (MHNL). Realizar uma análise detalhada e estudo de suas respostas e, a partir dessa informação, realizar a redução do espaço de busca.
- Criar uma restrição para o modelo matemático que permita reduzir o espaço de busca, baseando-se nas informações encontradas pelo modelo MHNL e em uma resposta local de boa qualidade encontrada pelo modelo DC.
- Trabalhar com o modelo linear disjuntivo reduzido para a redução do espaço de busca por meio da combinação de variáveis binárias.
- Aplicar novas restrições ao modelo matemático, chamadas de restrições de cerca, “Fence Constraints”.
- Encontrar as melhores soluções a partir da metodologia proposta de relaxação das variáveis para a fixação de algumas variáveis específicas.
- Através de técnicas e estratégias de redução do espaço de busca, encontrar as soluções ótimas para sistemas complexos de grande porte.

1.4 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Esta pesquisa apresenta as seguintes contribuições:

- Criação de técnicas de redução de espaço de busca adequadas para o modelo matemático linear disjuntivo reduzido, com as quais são encontradas excelentes soluções de planejamento da expansão de sistemas de grande porte.
- Redução do espaço de busca, que diminui o esforço computacional para encontrar a resposta ótima do sistema Norte Nordeste Brasileiro de 87 barras.
- Este trabalho apresenta informações sobre novas soluções previamente desconhecidas na literatura para o sistema Norte-nordeste brasileiro, as quais podem servir como base para o desenvolvimento futuro de estratégias e técnicas matemáticas mais eficientes para a resolução do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação segue a seguinte estrutura:

- Neste Capítulo 1, é apresentada uma introdução geral e a revisão bibliográfica.
- No Capítulo 2, são apresentados e explicados detalhadamente os modelos matemáticos utilizados para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão.
- No Capítulo 3, são apresentados os sistemas de teste com os quais se trabalha nesta pesquisa. Da mesma forma, são apresentados os resultados desses sistemas utilizando os modelos matemáticos relaxados.
- No Capítulo 4, são explicadas as diferentes técnicas de redução de espaço de busca, empregadas para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão.
- No Capítulo 5, são apresentados os resultados obtidos para os sistemas de testes, com o uso do modelo matemático DC e as técnicas de redução do espaço de busca.
- No Capítulo 6, são apresentadas as conclusões sobre o trabalho realizado.
- No Apêndice A, são apresentados os dados dos sistemas testes.
- No Apêndice B, são apresentados os diagramas unifilares referentes aos sistemas utilizados.

1.6 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção é apresentada uma visão abrangente dos trabalhos anteriores relevantes na área do planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Antes de iniciar a pesquisa, é de grande importância conhecer o estado atual do conhecimento em nossa área de trabalho. Esta análise permite identificar ideias, tendências e abordagens que foram realizadas para resolver o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão. São analisadas informações encontradas em publicações de artigos, conferências e pesquisas sobre o problema de PEST.

1.6.1 Técnicas aproximadas de otimização

As técnicas aproximadas de otimização são utilizadas para resolver problemas de otimização complexos onde encontrar a solução ótima requer um esforço computacional muito grande. Elas se caracterizam por fornecer boas soluções sem garantir a solução ótima, explorando de maneira inteligente o espaço de busca.

1.6.1.1 HEURÍSTICAS E META-HEURÍSTICAS

De acordo com estudos iniciais em (Oliveira; Costa; Binato, 1995), aborda-se a importância de resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de grande porte. Eles utilizaram heurísticas para encontrar soluções de boa qualidade e reduzir o esforço computacional. Basearam-se no uso de um código robusto de branch and bound de propósito geral, melhoraram a eficiência do branch and bound incorporando limites superiores no valor da solução e dando prioridades para escolher com qual variável iniciar o branch.

Alguns anos depois, (De Oliveira; Silva; Pereira; Carneiro, 2005), propuseram um algoritmo de modelagem de fluxo de potência ótimo considerando perdas no sistema e utilizando a técnica de pontos interiores. Para determinar a melhor decisão de expansão, considerando as perdas, eles utilizam uma heurística que baseia seu índice de sensibilidade no uso de uma função sigmoide, a qual varia de zero a um, dependendo do número de linhas candidatas disponíveis.

Em (Escobar; Gallego; Romero, 2011), os autores apresentam vários algoritmos heurísticos para modelos matemáticos, como o modelo de transporte, modelo híbrido linear e modelo DC. Por meio do uso desses algoritmos heurísticos, são criados vários grupos de topologias que geram a população inicial para aplicação de meta-heurísticas. Essas topologias possuem uma grande porcentagem dos circuitos que fazem parte da solução ótima. Com uma boa topologia inicial, eles procedem a usar um Algoritmo Genético que tem uma versão melhorada baseada no AG apresentado em (Gallego; Monticelli; Romero, 1998), com isso, obtêm-se soluções de boa qualidade para o problema de expansão de sistemas de transmissão.

Em (Khorasani; Pourakbari; Romero, 2013), os autores utilizam um Algoritmo Heurístico Construtivo (CHA), que trabalha com um modelo híbrido linear que considera as duas leis de Kirchhoff para os circuitos adicionados e leva em conta

restrições de segurança. O funcionamento do CHA é baseado em usar um índice de sensibilidade para decidir quais linhas instalar. Com estas linhas instaladas, eles resolvem um PL e, se obtém uma solução que atenda às restrições, ordenam os circuitos adicionados em ordem decrescente de custos, os quais vão eliminando e verificando em cada eliminação se o sistema atenda as restrições. Dessa forma, eles vão reduzindo os custos da solução. Os circuitos adicionados que não foram eliminados representam a solução do CHA.

Em (Gomes; Saraiva, 2015), os autores abordam o desafio do planejamento da expansão de sistemas de transmissão utilizando uma combinação de algoritmos heurísticos e meta-heurísticos. O Algoritmo Heurístico Construtivo (CHA) utilizado para analisar o espaço de busca baseia-se no critério de *sensitivity criteria*. Este critério corresponde a parâmetros que medem como a função objetivo muda quando uma nova linha é adicionada ao sistema. Dessa forma, o espaço de busca vai sendo reduzido. Com o espaço de busca reduzido devido ao CHA, os autores propõem um segundo passo que utiliza a meta-heurística *Particle Swarm Optimization* (PSO), com a qual realizam uma busca mais avançada explorando de maneira mais eficaz o espaço de soluções.

Em (Poubel; De Oliveira; Manso; Honório; Oliveira, L.W., 2017) os autores utilizam um algoritmo heurístico de busca em árvore (TSHA), que trabalha de forma iterativa, relaxando as variáveis inteiras que posteriormente são arredondadas para formar uma população de soluções. Esses conjuntos das melhores soluções são utilizados como população inicial para aplicar a técnica do algoritmo genético (GA), com o objetivo de encontrar uma solução para o problema de planejamento de expansão de sistemas de transmissão multiestágio, atendendo o critério de restrições de segurança N-1.

Em (Vilaça; Street; Colmenar, 2022) os autores propõem um algoritmo heurístico baseado na combinação de soluções exatas de um problema de Planejamento de Expansão de Transmissão de Programação Linear Inteira-Mista (MILP) e soluções estocásticas de algoritmos meta-heurísticos para resolver o problema TEP não linear e não convexo. Os autores usam esta heurística a um sistema de teste IEEE com 118 nós. Utilizando Computação Evolutiva para o TEP de CA enquanto, para a solução do TEP de CC, utilizaram um solver comercial, demonstrando a eficácia do enfoque proposto com seus bons resultados.

Em (Binato; De Oliveira; De Araujo, 2001), os autores abordam o problema de planejamento de expansão de sistemas de transmissão utilizando GRASP. Esta meta-heurística é baseada em uma amostragem iterativa composta por duas fases. Na primeira fase, chamada de construção, as variáveis são adicionadas por meio de uma função gulosa. Conseguindo encontrar um conjunto de soluções que atendam as restrições do problema. Como segunda fase do GRASP, é realizada uma busca local que se baseia em trocas de circuitos, substituindo complementos selecionados na fase de construção por outros, com o objetivo de encontrar uma solução melhor.

Em (Eghbal; Saha; Hasan, 2011), os autores propõem o uso de uma técnica de otimização meta-heurística chamada *Shuffled Frog Leaping Algorithm* (SFLA), a qual se baseia no comportamento de uma população de sapos saltando em um pântano em busca de um local com maior quantidade de alimento disponível. Cada sapo tem um desempenho e representa as características de cada linha de transmissão candidata. Estes algoritmos classificam as populações com melhor desempenho para gerar as melhores soluções. Dessa forma, eles resolvem o problema PEST considerando em seu modelo matemático os custos de investimento, custos de congestionamento e custos de alívio de carga por causa das contingências N-1.

Em (Gallego; Garcés; Rahmani; Romero, 2017) os autores propõem um Algoritmo Genético Híbrido (HGA) de alto desempenho para resolver o problema PEST. Este HGA é uma melhoria de um algoritmo genético especializado proposto em (Chu; Beasley, 1997). Portanto, o novo HGA trabalha de forma mais eficiente encontrando soluções de alta qualidade com menos esforço computacional. Os principais operadores deste algoritmo são: fase de geração de população a partir da seleção, recombinação e mutação. Fase de melhoria de inviabilidade relacionada ao desligamento de carga, fase de melhoria da qualidade, fase de critério de aceitação e fase do algoritmo *Path-Relinking* (PR), que busca uma solução melhor a partir de soluções conhecidas.

Em (Oliveira; Silva; Leonardo, W.; Mendonça; Vilaça; Saraiva, 2021), os autores, através do uso do modelo matemático DC, propõem um algoritmo heurístico construtivo com características especiais para resolver o problema PEST. O CHA proposto é responsável por selecionar as decisões de investimento, utilizando a relaxação das variáveis inteiras de decisão através de uma função tangente hiperbólica e estabelecendo a inclinação de sua função. Além disso, no trabalho é utilizada a técnica de otimização de ponto interior primal-dual, que permite a

representação das não linearidades do problema, como as perdas de potência de transmissão e a função tangente hiperbólica responsável pela relaxação das variáveis. Com este CHA, os autores encontraram melhores resultados para dois sistemas de potência reais.

Em (Abdi; Moradi; Lumbreras, 2021), os autores realizam um estudo comparativo de diferentes meta-heurísticas aplicadas ao planejamento de expansão de sistemas de transmissão. As comparações realizadas abordam o *Algoritmo Genético* (GA), *Orthogonal crossover based differential evolution* (OXDE), *Grey wolf optimizer* (GWO), *moth-flame optimization* (MFO), *Exchange market algorithm* (EMA), *Sine cosine algorithm* (SCA) e *Optimization and imperialist competitive algorithm* (ICA). Dessas meta-heurísticas, os autores realizaram uma análise comparativa do desempenho, tempo de execução, eficácia e outros critérios de desempenho ao encontrar soluções para o problema PEST.

1.6.2 Técnicas clássicas de otimização

As técnicas clássicas de otimização são baseadas em princípios matemáticos e são utilizadas no campo da engenharia como uma ferramenta para oferecer soluções ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

1.6.2.1 PROGRAMACÃO LINEAR

Em (Romero; Monticelli, 1994), os autores propõem uma abordagem de decomposição hierárquica para o planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Esta decomposição hierárquica divide o problema PEST em três níveis: o modelo de transporte, o modelo híbrido e os modelos de fluxo de energia linearizados. O algoritmo que utilizam é o modelo de transportes como primeiro nível e, a partir das respostas encontradas, avançar para os níveis seguintes.

Em (Hashimoto; Romero; Mantovani, 2003), os autores propõem uma solução para o problema PEST utilizando um algoritmo de programação linear (LP). A metodologia apresentada consiste em duas etapas principais. Na primeira etapa, reduz-se o número de variáveis e restrições de igualdade relacionadas ao balanço de fluxo de potência, eliminando os nós isolados do sistema. A partir de uma solução

viável conhecida, utiliza-se um novo modelo matemático de programação linear (PL) com uma função objetivo w , que busca minimizar as perdas de carga por meio da adição de geradores artificiais r .

Na segunda etapa, é empregado um algoritmo dual simplex para variáveis limitadas, com o objetivo de resolver o problema resultante. Inicialmente, o problema é abordado considerando apenas a restrição de igualdade do balanço de fluxo de potência. Em seguida, as restrições de desigualdade associadas às variáveis de geração com maior grau de inviabilidade são adicionadas de forma iterativa ao modelo, reotimizando a base reduzida do método simplex a cada passo. Quando se encontra uma solução em que a perda de carga w é igual a zero, as linhas adicionadas ao sistema para atingir essa condição constituem uma solução viável para o modelo matemático DC.

1.6.2.2 PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA

Em (Meneses; Nascimento; Macedo; Romero, 2020), aborda-se o planejamento da expansão de sistemas de transmissão levando em conta a capacidade de comutação de linhas. Esta abordagem permite ajustar a configuração das linhas de transmissão para melhorar a eficiência operacional e reduzir os custos de investimento em novas linhas. Os autores apresentam para sua formulação matemática um novo modelo de programação linear inteira mista (MILP) para o problema PEST com múltiplos cenários considerando a comutação de linha.

Em (Can; Antonio; Peng; Benjamin; John; Ignacio, 2022), os autores abordam o problema de Planejamento da Expansão da Geração e Transmissão (GTEP), cujo objetivo é decidir onde e quando instalar novos geradores, unidades de armazenamento e linhas de transmissão. O problema é formulado como um modelo de Programação Linear Inteira Mista (MILP). Devido à sua elevada complexidade, os autores desenvolvem abordagens de solução personalizadas baseadas em dois algoritmos. O primeiro algoritmo é utilizado para resolver o problema de planejamento da Expansão da Geração (GEP), enquanto o segundo utiliza as informações obtidas pelo primeiro algoritmo para tratar o problema completo de GTEP.

1.6.2.3 BRANCH AND BOUND

Em (Haffner; Monticelli; Garcia; Mantovani; Romero, 2000), os autores utilizam o método de decomposição hierárquica (*Hierarchical Decomposition*), que consiste em dividir o problema PEST em duas etapas. Na primeira etapa, as variáveis de investimento são tratadas como contínuas, permitindo encontrar a solução ótima relaxada e formular os cortes de Benders que serão aplicados na etapa seguinte. Na segunda etapa, a integralidade das variáveis de investimento é reintroduzida no problema e é usado o algoritmo *Branch and Bound* para resolver o problema PEST. Além disso, são adicionados dois tipos de restrições adicionais: as chamadas restrições de novos caminhos (*Constraints on New Paths*) e as restrições de cerca para um nó (*Fencing Constraints*). Finalmente, foram utilizados os sistemas de teste de Garver de 6 nós e o sistema do sul do Brasil de 46 nós. Os resultados destacam a melhoria no esforço computacional ao aplicar essas novas restrições e ao utilizar pseudocustos para a seleção de variáveis e a divisão de ramos no algoritmo *Branch and Bound*.

1.6.2.4 DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS

Em (Zhan; Chung; Zare, 2017), os autores utilizam a decomposição de Benders para resolver o problema PEST em um ambiente estocástico. Como o subproblema escravo se torna um problema não linear, os autores propõem um método de linearização para este subproblema, encontrando os multiplicadores de Lagrange necessários mais rapidamente para o subproblema mestre. Além disso, os autores utilizam um algoritmo de seleção direta que permite reduzir o número de cenários e encontrar soluções mais rapidamente.

Em (Alizadeh; Jadid, 2015), os autores utilizam a decomposição de Benders para enfrentar o problema da expansão de sistemas de geração e transmissão totalmente coordenados. Inicialmente, o problema foi formulado como um modelo de programação não linear inteira mista. Assim, com os subproblemas mestre e escravo de Benders, o problema é transformado em um problema de programação linear inteira mista. Eles obtiveram resultados ótimos nos sistemas de teste de 6 nós e no sistema IEEE de 30 nós.

2 MODELOS MATEMÁTICOS DO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

2.1 INTRODUÇÃO

Os modelos matemáticos são representações abstratas que descrevem problemas reais utilizando variáveis matemáticas, equações e desigualdades. Este capítulo foca na análise de modelos matemáticos para o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão, garantindo que estejam adequadamente alinhados com as leis físicas fundamentais do sistema. O objetivo principal desses modelos é minimizar os custos de investimento em novas linhas de transmissão, considerando diversas restrições, como as leis de Kirchhoff, as capacidades dos geradores, capacidades máximas de fluxo nas linhas e o número máximo de linhas que podem ser adicionadas em um corredor.

O objetivo dos modelos matemáticos é representar, de forma ótima, o problema da expansão dos sistemas de transmissão, garantindo que as soluções obtidas por diferentes técnicas de otimização, tanto aproximadas quanto clássicas, possam ser adaptadas para determinar onde, quando, quantos e quais tipos de elementos devem ser adicionados ao sistema para seu correto funcionamento presente e futuro.

O modelo matemático AC é o mais preciso para representar o problema da expansão de transmissão (TEP) devido às suas características detalhadas. No entanto, sua complexidade torna difícil resolver para sistemas de grande porte. Por essa razão, o modelo DC é considerado ideal para representar o planejamento de expansão, pois suas versões relaxadas simplificam o problema. O primeiro modelo relaxado foi o modelo de transporte apresentado por Garver. Posteriormente, foram desenvolvidos o modelo híbrido linear e o modelo híbrido não linear, que podem fornecer soluções ótimas, mas não garantem ser as ideais para o problema real já que essas soluções ótimas são geralmente infactíveis para os modelos mais completos.

Para abordar essa limitação, o modelo DC foi linearizado, dando origem ao modelo linear disjuntivo, que transforma o problema de programação não linear inteira mista (MINLP) em um problema de programação linear inteira mista (MILP). Este modelo utiliza variáveis binárias para representar cada linha de transmissão candidata a ser adicionada ao sistema e pode ser resolvido utilizando software comercial como o CPLEX.

Este capítulo apresenta detalhadamente os modelos matemáticos e está dividido nas seguintes seções. Na Seção 2.2, encontra-se o modelo de transporte. Na Seção 2.3, encontra-se o modelo Híbrido Linear. Na Seção 2.4, encontra-se o modelo Híbrido Não Linear. Na Seção 2.5, encontra-se o modelo DC tradicional. Na Seção 2.6, encontra-se o modelo linear disjuntivo. Na Seção 2.7, encontra-se o modelo AC.

2.2 MODELO DE TRANSPORTES

O modelo de transporte é uma das principais abordagens utilizadas para o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Este modelo, proposto inicialmente por (Garver, 1970), é considerado um modelo relaxado pois leva em conta apenas a primeira lei de Kirchhoff, as capacidades máximas de fluxo nas linhas, a geração máxima e o número máximo de linhas a serem instaladas em um corredor. De acordo com as restrições, o modelo se torna um problema de programação linear inteira mista (PLIM). Devido à sua simplicidade, este modelo pode encontrar soluções rapidamente, que podem ser analisadas e utilizadas para desenvolver técnicas de redução de espaço de busca aplicáveis a modelos mais complexos.

$$\text{Min } v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (2)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (3)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (4)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (5)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (6)$$

Onde v é o investimento referente à adição de novas linhas no sistema; c_{ij} é o custo da implementação de novos circuitos no caminho ij ; n_{ij} refere-se ao número de linhas adicionadas no caminho ij ; f_{ij} representa o fluxo de potência ativa total no caminho ij ; g_i representa a geração total no nó i ; d_i representa a demanda no nó i ; n_{ij}^o representa o número de linhas na topologia base do sistema no caminho ij ; $\bar{n}_{ij}$ representa o número máximo de linhas candidatas que podem ser instaladas no caminho ij ; $\bar{f}_{ij}$ representa o valor máximo de fluxo de potência ativa de uma linha no caminho ij ; $\bar{g}_i$ é o valor máximo de geração no nó i ; Ω_b representa o conjunto de barras do sistema e Ω_l representa o conjunto de caminhos do sistema de transmissão.

A equação (1) representa o custo do investimento em novas linhas candidatas adicionadas ao sistema. A equação (2) representa a primeira lei de Kirchhoff em termos de fluxo de potência, aplicada ao sistema de transmissão. A equação (3) representa a capacidade máxima de fluxo de potência que pode ser alcançada nos caminhos do sistema. A equação (4) representa a restrição sobre o número máximo de linhas candidatas que podem ser instaladas em cada corredor. A equação (5) representa a restrição sobre a máxima geração que pode ser alcançada em cada nó do sistema e a equação (6) garante que todas as variáveis assumam valores inteiros.

2.3 MODELO HÍBRIDO LINEAR

O Modelo Híbrido Linear é um modelo um pouco mais complexo em comparação com o modelo de transporte. Este modelo considera a primeira lei de Kirchhoff para todos os circuitos da topologia base e circuitos candidatos a serem instalados. A segunda lei de Kirchhoff é incorporada no modelo e aplicada apenas aos circuitos da topologia base. Neste modelo matemático, os fluxos dos circuitos da topologia base e dos circuitos candidatos são representados separadamente.

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.a.} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + \sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji}^o - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij}^o + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (8)$$

$$f_{ij}^o = n_{ij}^o Y_{ij} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l^o \quad (9)$$

$$|f_{ij}^o| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l^o \quad (10)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (11)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (12)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (13)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (14)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (15)$$

Onde v é o investimento referente à adição de novas linhas no sistema; c_{ij} é o custo da implementação de novos circuitos no caminho ij ; n_{ij} refere-se ao número de linhas adicionadas no caminho ij ; f_{ij} representa o fluxo das linhas candidatas instaladas no caminho ij ; f_{ij}^o representa o fluxo total das linhas pertencentes à topologia base do sistema no caminho ij ; g_i representa a geração total no nó i ; d_i representa a demanda no nó i ; n_{ij}^o representa o número de linhas da topologia base do sistema no caminho ij ; θ_i representa o ângulo de cada nó i ; $\bar{f}_{ij}$ representa o valor máximo de fluxo de potência ativa de uma linha no caminho ij ; $\bar{g}_i$ é o valor máximo de geração no nó i ; $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de linhas candidatas que podem ser instaladas no caminho ij ; Ω_b representa o conjunto de barras do sistema e Ω_l representa o conjunto de linhas candidatas que podem ser adicionadas ao sistema; Ω_l^o representa o conjunto de linhas da topologia base do sistema.

A equação (7) representa o custo do investimento em novas linhas candidatas adicionadas ao sistema. A equação (8) representa a primeira lei de Kirchhoff em termos de fluxo de potência aplicada ao sistema de transmissão. A equação (9) representa a segunda lei de Kirchhoff em termos de potência aplicada exclusivamente aos circuitos da topologia base. A equação (10) representa a limitação do fluxo máximo nas linhas da topologia base. A equação (11) representa a limitação do fluxo máximo nas linhas instaladas no sistema. A equação (12) representa a limitação da geração máxima que pode ocorrer em cada nó do sistema. A equação (13) representa

a limitação das linhas candidatas que podem ser instaladas em cada caminho. A equação (14) garante que todas as variáveis assumam valores inteiros, e (15) representa o valor do ângulo de referência.

2.4 MODELO HÍBRIDO NÃO LINEAR

O modelo híbrido não linear é o resultado de uma mistura entre o modelo de transporte e o modelo DC. Este modelo divide as linhas totais do sistema com o objetivo de aplicar as leis de Kirchhoff de forma estratégica.

- Linhas pertencentes à configuração base do sistema n_{ij}^o .
- Linhas candidatas adicionadas ao sistema em caminhos onde existem linhas da topologia base n_{ij}^r .
- Linhas candidatas adicionadas em caminhos que não possuem linhas da topologia base n_{ij}^s .

A primeira lei de Kirchhoff é aplicada a todos os conjuntos de linhas do sistema, enquanto a segunda lei de Kirchhoff é aplicada apenas ao conjunto de linhas pertencentes à configuração base do sistema representado por n_{ij}^o , e linhas candidatas adicionadas ao sistema em caminhos onde existem linhas da topologia base n_{ij}^r .

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & \sum_{ij \in \Omega_r} c_{ij} n_{ij}^r + \sum_{ij \in \Omega_s} c_{ij} n_{ij}^s \\ \text{s.a.} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_s} f_{ji}^s - \sum_{ij \in \Omega_s} f_{ij}^s + \sum_{ji \in \Omega_r} f_{ji}^r - \sum_{ij \in \Omega_r} f_{ij}^r + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (17)$$

$$f_{ij}^r = (n_{ij}^r + n_{ij}^o) Y_{ij} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall ij \in \Omega_r \quad (18)$$

$$|f_{ij}^r| \leq (n_{ij}^r + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_r \quad (19)$$

$$|f_{ij}^s| \leq n_{ij}^s \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_s \quad (20)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (21)$$

$$0 \leq n_{ij}^r + n_{ij}^s \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (22)$$

$$n_{ij}^r \text{ e } n_{ij}^s \text{ inteiros} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (23)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (24)$$

Onde v é o investimento referente à adição de novas linhas no sistema; c_{ij} é o custo da implementação de novos circuitos no caminho ij ; n_{ij}^o representa o número de linhas da topologia base do sistema no caminho ij ; n_{ij}^r refere-se ao número de linhas adicionadas no caminho ij onde existem linhas da topologia base; n_{ij}^s é o número de linhas adicionadas no caminho ij onde não existem linhas da topologia base; f_{ij}^r é o fluxo total de potência ativa nos circuitos construídos em paralelo aos da topologia base. f_{ij}^s é o fluxo total de potência ativa nos circuitos construídos em novos caminhos onde não existem linhas da topologia base; g_i representa a geração total no nó i ; d_i representa a demanda no nó i ; θ_i representa o ângulo de tensão em cada nó i ; $\bar{f}_{ij}$ representa o valor máximo de fluxo de potência ativa de uma linha no caminho ij ; $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de linhas candidatas que podem ser instaladas no caminho ij ; Ω_b representa o conjunto de barras do sistema; Ω_r representa os caminhos onde existem linhas da topologia base; Ω_s representa os novos caminhos onde não existem linhas da topologia base. $\Omega_l = \Omega_r \cup \Omega_s$.

A equação (16) representa o custo do investimento em novas linhas candidatas adicionadas ao sistema. A equação (17) representa a primeira lei de Kirchhoff em termos de fluxo de potência aplicada ao sistema de transmissão. A equação (18) representa a segunda lei de Kirchhoff em termos de potência aplicada exclusivamente aos conjuntos de linhas n_{ij}^o, n_{ij}^r . A equação (19) representa a limitação de fluxo máximo nos conjuntos de linhas n_{ij}^o, n_{ij}^r . A equação (20) representa a limitação de fluxo máximo no conjunto de linhas n_{ij}^s . A equação (21) representa a limitação da geração máxima que pode ocorrer em cada nó do sistema. A equação (22) representa a limitação de linhas candidatas que podem ser instaladas em cada caminho. A equação (23) garante que todas as variáveis assumam valores inteiros e (24) é o valor do ângulo de referência.

2.5 MODELO TRADICIONAL DC

O modelo matemático DC foi proposto como uma generalização do fluxo de carga em corrente contínua (DC). Este modelo é o que mais se aproxima do modelo de corrente alternada (CA), pois consideram as duas leis de Kirchhoff, tornando-se um modelo de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM). Portanto, para resolver o problema de Planejamento de Expansão de Sistemas de Transmissão (PEST), o modelo matemático pode ser representado como segue:

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.a.} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (26)$$

$$f_{ij} = (n_{ij} + n_{ij}^o) \gamma_{ij} (\theta_i - \theta_j) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (27)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (28)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (29)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (30)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (31)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (32)$$

Onde v é o investimento relacionado à adição de novas linhas no sistema; c_{ij} é o custo da implementação de novos circuitos no caminho ij ; n_{ij} refere-se ao número de linhas adicionadas no caminho ij ; f_{ij} representa o fluxo total das linhas no caminho ij ; g_i representa a geração total no nó i ; d_i representa a demanda no nó i ; n_{ij}^o representa o número de linhas da topologia base do sistema no caminho ij ; $\bar{f}_{ij}$ representa o valor máximo de fluxo de potência ativa de uma linha no caminho ij ; $\bar{g}_i$ é o valor máximo de geração no nó i ; $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de linhas candidatas

que podem ser instaladas no caminho ij ; θ_i representa o ângulo de cada nó; Ω_b representa o conjunto de barras do sistema e Ω_l representa o conjunto de caminhos do sistema de transmissão.

A equação (25) representa o custo do investimento de novas linhas candidatas adicionadas ao sistema. A equação (26) representa a primeira lei de Kirchhoff em termos de fluxo de potência aplicada ao sistema de transmissão. A equação (27) representa a segunda lei de Kirchhoff em termos de potência aplicada ao sistema de transmissão. A equação (28) representa a capacidade máxima de fluxo de potência que pode ser transmitida nos caminhos do sistema. A equação (29) representa a limitação da máxima geração que pode ocorrer em cada nó do sistema. A equação (30) representa a limitação de linhas candidatas que podem ser instaladas em cada caminho. A equação (31) garante que todas as variáveis assumam valores inteiros e (32) é o valor do ângulo de referência.

2.6 MODELO LINEAR DISJUNTIVO

O modelo linear disjuntivo é o resultado da linearização do modelo DC, tornando-se um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Isso é alcançado decompondo as variáveis inteiras em variáveis binárias e utilizando técnicas de programação disjuntiva Big-M. Neste modelo, as variáveis inteiras n_{ij} são transformadas em um conjunto Y formado por variáveis binárias $w_{ij,y}$. Este conjunto de variáveis binárias tem dimensão máxima $\bar{n}_{ij}$. Quando as variáveis binárias assumem o valor de $w_{ij,y} = 1$, isso representa que no caminho ij foi instalada uma linha y . Quando ocorre o caso contrário, $w_{ij,y} = 0$, isso significa que não foi instalada nenhuma linha no caminho y . Outra mudança importante neste modelo é que o fluxo total f_{ij} se desmembra em variáveis tipo $f_{ij,y}$, que representa o fluxo de potência ativa de cada linha y no caminho ij . Dessa forma, o modelo Linear Disjuntivo assume o seguinte modelo matemático:

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \\ \text{s.a.} \end{aligned} \tag{33}$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y} + f_{ji}^o \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y} + f_{ij,y}^o \right) + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (34)$$

$$f_{ij}^o = \frac{n_{ij}^o (\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall_{ij} \in \Omega_o \quad (35)$$

$$|f_{ij}^o| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_o \quad (36)$$

$$|f_{ij,y} x_{ij} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (37)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (38)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (39)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y | y > 1 \quad (40)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (41)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (42)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (43)$$

Onde v é o investimento referente à adição de novas linhas no sistema; c_{ij} é o custo da implementação de novos circuitos no caminho ij ; $w_{ij,y}$ é uma variável binária que vale 1 se a linha y foi adicionada no caminho ij , caso contrário, assume o valor 0; f_{ij}^o representa o fluxo total das linhas pertencentes à topologia base do sistema no caminho ij ; $f_{ij,y}$ representa o fluxo de potência pela linha adicionada y no caminho ij ; g_i representa a geração total no nó i ; d_i representa a demanda no nó i ; n_{ij}^o representa o número de linhas da topologia base do sistema no caminho ij ; θ_i representa o ângulo de cada nó; $\bar{f}_{ij}$ representa o valor de fluxo máximo de potência ativa de uma linha no caminho ij ; M é um parâmetro de valor grande que mantém o problema na região factível e representa o grau de liberdade da diferença angular no caminho ij ; $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de linhas candidatas que podem ser instaladas no caminho ij ; $\bar{g}_i$ é o valor máximo de geração no nó i ; Ω_b representa o conjunto de barras do sistema; Ω_o

é o conjunto de caminhos onde existem linhas da topologia base; Y é um conjunto formado por variáveis binárias $w_{ij,y}$; Ω_l é o conjunto de caminhos onde podem ser adicionadas novas linhas.

A equação (33) representa o custo do investimento em novas linhas candidatas adicionadas ao sistema. A equação (34) representa a primeira lei de Kirchhoff em termos de fluxo de potência ativa aplicada ao sistema de transmissão. A equação (35) representa a segunda lei de Kirchhoff aplicada às linhas da topologia base. A equação (36) representa a limitação do fluxo máximo de potência ativa nas linhas da topologia base. A equação (37) representa a segunda lei de Kirchhoff utilizando o parâmetro M para as novas linhas adicionadas nos caminhos ij . A equação (38) representa a limitação do fluxo máximo de potência ativa para as novas linhas adicionadas ao sistema. A equação (39) representa o número máximo de linhas que podem ser adicionadas no caminho ij . A equação (40) garante a adição sequencial de novas linhas. A equação (41) representa a limitação da máxima geração que se pode ter em cada nó do sistema. A equação (42) assegura que as variáveis sejam binárias e a equação (43) fixa o valor do ângulo de referência.

2.7 MODELO CA

O modelo matemático CA é o modelo mais completo para representar o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Suas equações são formuladas por meio dos estudos de fluxo de carga CA (Rider; Garcia; Romero, 2007).

$$\begin{aligned} \text{Min } v &= \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.a.} \end{aligned} \quad (44)$$

$$P_{gi} - g_i^{sh} V_i^2 - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{emi} - \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji}^{rec} = P_{di} \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (45)$$

$$Q_{gi} + b_i^{sh} V_i^2 - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{emi} - \sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji}^{rec} = Q_{di} \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (46)$$

$$P_{ij}^{emi} = (n_{ij} + n_{ij}^o) \left(V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \right) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (47)$$

$$P_{ij}^{rec} = (n_{ij} + n_{ij}^o) \left(V_j^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij}) \right) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (48)$$

$$Q_{ij}^{emi} = (n_{ij} + n_{ij}^o) \left(-V_i^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \right) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (49)$$

$$Q_{ij}^{rec} = (n_{ij} + n_{ij}^o) \left(-V_j^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) + V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \right) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (50)$$

$$(P_{ij}^{emi})^2 + (Q_{ij}^{emi})^2 \leq \left((n_{ij} + n_{ij}^o) \bar{S}_{ij} \right)^2 \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (51)$$

$$(P_{ij}^{rec})^2 + (Q_{ij}^{rec})^2 \leq \left((n_{ij} + n_{ij}^o) \bar{S}_{ij} \right)^2 \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (52)$$

$$\underline{P}_{gi} \leq P_{gi} \leq \bar{P}_{gi} \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (53)$$

$$\underline{Q}_{gi} \leq Q_{gi} \leq \bar{Q}_{gi} \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (54)$$

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \bar{V}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (55)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (56)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (57)$$

$$P_{ij}^{emi}, P_{ij}^{rec}, Q_{ij}^{emi}, Q_{ij}^{rec} \text{ irrestritos} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (58)$$

$$\theta_i \text{ irrestrito} \quad \forall_i \in \Omega_b, i \neq ref \quad (59)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad i = ref \quad (60)$$

Onde v é o investimento referente à adição de novas linhas no sistema; c_{ij} é o custo da implementação de novos circuitos no caminho ij ; n_{ij} refere-se ao número de linhas adicionadas no caminho ij ; n_{ij}^o representa o número de linhas da topologia base do sistema no caminho ij ; $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de linhas candidatas que podem ser instaladas no caminho ij ; P_{ij}^{emi} é o fluxo total de potência ativa saindo da barra i . P_{ij}^{rec} é o fluxo total de potência ativa entrando na barra i ; Q_{ij}^{emi} é o fluxo total de

potência reativa saindo da barra i ; Q_{ij}^{rec} é o fluxo total de potência reativa entrando na barra i ; $\bar{S}_{ij}$ é a capacidade máxima de fluxo de potência pela linha; g_{ij} é a condutância; b_{ij} é a susceptância; b_{ij}^{sh} é a susceptância shunt; θ_i representa o ângulo das tensões em cada nó; V_i é a magnitude da tensão em i ; P_{di} é a demanda de potência ativa; P_{gi} é a geração de potência ativa; Q_{di} é a demanda de potência reativa; Q_{gi} é a geração de potência reativa; $\bar{P}_{gi}, \underline{P}_{gi}$ são as capacidades máximas e mínimas de geração de potência ativa na barra i ; $\bar{Q}_{gi}, \underline{Q}_{gi}$ são as capacidades máximas e mínimas de geração de potência reativa na barra i ; g_i^{sh} é a condutância shunt na barra i ; b_i^{sh} é a susceptância shunt na barra i .

A equação (44) representa o custo do investimento em novas linhas candidatas adicionadas ao sistema. A equação (45) representa a primeira lei de Kirchhoff em termos de fluxo de potência ativa aplicada ao sistema de transmissão. A equação (46) representa a primeira lei de Kirchhoff em termos de fluxo de potência reativa aplicada ao sistema de transmissão. As equações (47) e (48) representam o fluxo de potência ativa saindo e entrando da barra i . As equações (49) e (50) representam o fluxo de potência reativa saindo e entrando da barra i . As equações (51) e (52) representam a limitação da capacidade máxima de transmissão de potência aparente nos circuitos. A equação (53) representa a limitação mínima e máxima de geração de potência ativa na barra i . A equação (54) representa a limitação mínima e máxima da geração de potência reativa na barra i . A equação (55) representa a limitação mínima e máxima da magnitude da tensão na barra i . A equação (56) representa a limitação máxima do número de linhas candidatas que podem ser instaladas em cada caminho ij . A equação (57) define que as variáveis devem assumir valores inteiros. As equações (58) e (59) evidenciam que algumas variáveis podem ser irrestritas. A equação (60) é o valor do ângulo de referência.

3 TESTES USANDO OS MODELOS RELAXADOS

3.1 INTRODUÇÃO

O objetivo dos testes descritos neste capítulo é analisar os resultados e o comportamento de sistemas de grande porte utilizando modelos relaxados. Esses resultados são essenciais para o planejamento da expansão de sistemas de transmissão de grande porte. Ao realizar esses testes, busca-se identificar novas estratégias e obter uma compreensão aproximada das possíveis soluções ótimas para problemas complexos com o uso de modelos mais avançados, como o modelo DC, que oferece uma modelagem mais precisa do problema PEST.

Dada a importância do planejamento da expansão de sistemas de transmissão, foi realizada uma série de testes aplicados ao sistema colombiano e ao sistema Norte-Nordeste do Brasil. Para isso, foram utilizados modelos relaxados, como o modelo de transportes, o modelo híbrido linear e o modelo híbrido não linear. A partir dos resultados dos testes, é realizada uma análise detalhada do tempo de processamento, quantidade de linhas instaladas em cada um dos três modelos e caminhos onde não foram instaladas linhas pelos três modelos.

Os modelos relaxados são conhecidos por encontrar soluções para problemas de grande porte, mas geralmente essas soluções ótimas não são factíveis para um modelo mais exato, pois os modelos relaxados não levam em consideração todas as restrições que fazem parte do problema original. Nesse contexto, por exemplo, o custo de expansão ótimo do modelo de transporte é menor que o custo de expansão ótimo do modelo híbrido linear, mas a solução ótima do modelo de transportes é infactível para o modelo híbrido linear. Neste documento, evidencia-se a diferença entre as soluções obtidas por meio de um modelo relaxado e as do modelo DC, para um mesmo sistema.

Espera-se que os resultados desses testes sejam de grande ajuda para a formulação de novas estratégias de redução de espaço de busca aplicadas ao modelo DC em sua versão linear disjuntiva e linear disjuntiva reduzida, com o objetivo de encontrar as soluções ótimas desconhecidas para problemas de grande porte, como é o sistema Norte-Nordeste brasileiro Plano P1 e P2.

Na Seção 3.2, são descritos o sistema colombiano e o sistema Norte-Nordeste brasileiro Plano P1 e P2. Na Seção 3.3, encontram-se os resultados dos sistemas com o uso do modelo de transportes. Na Seção 3.4, encontram-se os resultados dos

sistemas com o uso do modelo Híbrido Linear. Na Seção 3.5, encontram-se os resultados dos sistemas com o uso do modelo Híbrido Não Linear. Na Seção 3.6 encontra-se o resumo dos custos de investimento para cada sistema de teste com o uso dos modelos matemáticos relaxados.

3.2 SISTEMAS COLOMBIANO E NORTE-NORDESTE BRASILEIRO PLANO P1 E PLANO P2

O sistema colombiano possui um total de 93 barras, das quais 49 dessas barras têm geração, somando uma capacidade total de geração de 14.559 MW. Além disso, 55 dessas barras apresentam demanda, acumulando uma demanda total de 14.559 MW. O sistema inclui 155 caminhos, com a possibilidade de construir até 4 novas linhas de transmissão em cada caminho ou corredor.

O sistema Norte-Nordeste brasileiro Plano P1 possui um total de 87 barras, das quais 14 têm geração, somando uma capacidade total de geração de 20.316 MW. Além disso, 29 dessas barras apresentam demanda, acumulando uma demanda total de 20.316 MW. O sistema inclui 183 caminhos, com a possibilidade de construir até 12 novas linhas de transmissão em cada caminho ou corredor.

O sistema Norte-Nordeste brasileiro Plano P2 possui um total de 87 barras, das quais 14 têm geração, somando uma capacidade total de geração de 29.748 MW. Além disso, 29 dessas barras apresentam demanda, acumulando uma demanda total de 29.748 MW. O sistema inclui 183 caminhos, com a possibilidade de construir até 12 novas linhas de transmissão em cada caminho ou corredor. A modalidade de planejamento apresentado corresponde ao caso sem reprogramação da geração, onde a demanda total e a geração total são iguais e as perdas não são levadas em conta nesses modelos relaxados. Deve-se mencionar que essa modalidade de planejamento é a mais usada.

3.3 MODELO DE TRANSPORTES

3.3.1 Sistema colombiano

Na Tabela 1, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo de transportes.

Tabela 1– Resultados do sistema colombiano – Modelo de Transportes

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
1	52	88	0	1	107,55	34,190
2	43	88	0	2	-407,55	39,560
3	57	81	0	1	-550,00	58,890
16	14	31	2	1	750,00	18,622
52	55	84	1	1	-1.100,00	26,658
62	55	62	1	1	1.100,00	70,988
106	19	66	1	2	900,00	9,307
147	68	86	1	1	-550,00	8,272
Custo Total (MU\$)						315,354

Fonte: Produção do próprio autor.

3.3.2 Sistema norte-nordeste brasileiro plano P1

Na Tabela 2, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo de transportes.

Tabela 2 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Modelo de Transportes

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
3	2	60	0	2	1.852,00	52,230
20	5	58	0	2	1.844,00	27,440
21	5	60	0	2	-1.852,00	32,130
22	5	68	0	1	-888,00	48,880
36	8	17	0	1	1.000,00	53,570
38	8	62	0	2	-2.000,00	51,560
40	9	10	1	1	1.462,00	7,340
41	10	11	1	1	2.000,00	17,390
44	11	17	1	1	2.400,00	35,078
52	13	15	0	2	2.400,00	26,770
58	14	59	0	1	542,00	20,070
59	15	16	2	2	4.192,00	24,760
63	16	44	4	3	4.192,00	8,926
67	17	18	2	2	4.557,00	21,678
69	18	50	4	6	5.699,00	8,926
74	20	21	1	1	600,00	6,960
76	20	38	2	1	-900,00	12,840

85	24	43	0	1	-300,00	7,510
88	25	55	0	1	-544,00	8,926
99	30	63	0	1	-236,00	7,510
108	35	51	3	1	680,00	9,625
113	40	45	1	1	-1.200,00	8,926
115	41	64	0	3	-764,00	7,510
116	42	44	2	2	-680,00	4,565
117	42	85	2	1	487,00	3,465
118	43	55	0	1	544,00	31,326
119	43	58	0	1	-844,00	38,160
122	48	49	1	3	607,00	4,895
133	54	58	0	1	-1.000,00	60,940
134	54	63	0	1	1.000,00	25,430
144	62	67	0	2	-2.000,00	55,580
147	63	64	0	1	764,00	35,480
151	67	69	0	1	-758,00	26,100
156	69	87	0	1	144,00	18,060
Custo Total (MU\$)						1.194,561

Fonte: Produção do próprio autor.

3.3.3 Sistema norte-nordeste brasileiro plano P2

Na Tabela 3, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo de transportes.

Tabela 3 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – Modelo de Transportes

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
1	1	2	2	1	-2.747,00	44,056
3	2	60	0	1	1.000,00	52,230
9	4	5	1	2	3.000,00	52,230
10	4	6	0	1	913,00	58,260
13	4	68	0	1	112,00	10,020
15	4	81	0	3	3.200,00	21,232
20	5	58	0	3	2.510,00	27,440
21	5	60	0	1	-1.000,00	32,130
52	13	15	0	4	4.796,00	26,770
57	14	45	0	1	542,00	28,780
59	15	16	2	4	6.819,00	24,760
63	16	44	4	6	5.819,00	8,926
65	16	61	0	1	1.000,00	16,720

69	18	50	4	11	8.648,00	8,926
71	18	74	0	6	-6.344,00	21,232
74	20	21	1	2	900,00	6,960
76	20	38	2	2	-1.200,00	12,840
80	22	23	1	1	254,00	9,130
82	22	58	0	2	-510,00	7,510
85	24	43	0	1	-200,00	7,510
88	25	55	0	3	-1.800,00	8,926
91	26	29	1	2	490,00	6,710
97	29	30	1	2	422,00	4,510
112	39	86	0	4	-1.000,00	7,510
113	40	45	1	2	-1.742,00	8,926
115	41	64	0	2	-435,00	7,510
116	42	44	2	1	-510,00	4,565
118	43	55	0	2	1.800,00	31,326
119	43	58	0	2	-2.000,00	38,160
122	48	49	1	2	444,00	4,895
125	49	50	1	3	-680,00	5,335
127	52	59	1	1	-1.200,00	8,926
131	53	86	0	1	1.000,00	46,870
141	61	64	0	1	435,00	23,420
142	61	85	0	2	565,00	7,510
150	67	68	0	1	-1.000,00	35,480
151	67	69	0	1	-902,00	26,100
152	67	71	0	3	3.144,00	21,232
158	71	72	0	1	3.144,00	125,253
161	72	73	0	1	3.144,00	116,253
163	73	74	0	2	6.344,00	149,253
164	73	75	0	1	-3.200,00	149,253
168	75	81	0	1	-3.200,00	131,253
Custo Total (MU\$)						2.370,678

Fonte: Produção do próprio autor.

3.4 MODELO HÍBRIDO LINEAR

3.4.1 Sistema Colombiano

Na Tabela 4, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo Híbrido Linear.

Tabela 4 – Resultados do sistema colombiano – Modelo Híbrido Linear

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
1	52	88	0	1	124,6467	34,19
2	43	88	0	2	-424,6467	39,56
3	57	81	0	1	-288,9118	58,89
16	14	31	2	1	473,9476	18,622
23	15	18	1	1	-805,2269	7,927
52	55	84	1	1	-1.100,00	26,658
62	55	62	1	1	1.000,4552	70,988
70	69	70	2	1	682,3931	6,202
72	9	69	2	1	-794,4526	15,747
73	60	69	2	3	1.087,7060	13,677
82	31	72	2	3	494,2572	6,317
90	19	22	1	1	400,72	11,722
92	5	6	2	1	73,2165	4,477
100	19	58	1	1	358,1831	11,722
101	27	64	1	1	-572,9280	6,777
106	19	66	1	3	821,2684	9,307
111	34	70	2	1	-862,3931	8,272
132	50	54	2	1	307,25	12,872
147	68	86	1	1	-550,00	8,272
Custo Total (MU\$)						470,361

Fonte: Produção do próprio autor.

3.4.2 Sistema norte-nordeste brasileiro plano P1

Na Tabela 5, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo Híbrido Linear.

Tabela 5 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Modelo Híbrido Linear

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
3	2	60	0	2	1.852,00	52,230
20	5	58	0	2	2.000,00	27,440
21	5	60	0	2	-1.852,00	32,130
22	5	68	0	1	-888,00	48,880
36	8	17	0	1	1.000,00	53,570
38	8	62	0	2	-2.000,00	51,560
40	9	10	1	1	1.406,5678	7,340
41	10	11	1	1	1.944,5678	17,390
42	11	12	1	1	1.375,6037	6,670
47	12	15	1	1	1.877,5055	31,594
48	12	17	1	1	2.400,00	30,388
51	13	14	0	1	658,00	10,690
52	13	15	0	1	1.128,2079	26,770
58	14	59	0	1	1.200,00	20,070
59	15	16	2	1	3.600,00	24,760
63	16	44	4	2	3.600,00	8,926
67	17	18	2	2	4.600,00	21,678
69	18	50	4	6	5.659,2824	8,926
72	19	20	1	1	-53,00	5,885
75	20	21	1	2	496,3423	6,435
76	20	38	2	1	-900,00	12,840
82	22	58	0	1	-190,5385	7,510
85	24	43	0	1	-217,00	7,510
88	25	55	0	1	-600,00	8,926
91	26	29	1	2	509,5482	6,710
92	26	54	0	2	-992,4615	8,926
97	29	30	1	2	462,5482	4,510
98	30	31	1	1	273,5482	4,235
105	34	41	2	2	520,00	6,215
110	36	46	2	1	-470,7065	4,235
112	39	86	0	1	-380,5877	7,510
113	40	45	1	1	-1.190,8641	8,926
118	43	55	0	1	600,00	31,326
119	43	58	0	1	-817,00	38,160
120	44	46	3	1	-594,1575	10,010
122	48	49	1	2	437,00	4,895
125	46	50	1	1	-340,00	5,335
127	52	59	1	1	-897,7506	8,926
131	53	86	0	1	980,5877	46,870
133	54	58	0	1	-992,4615	60,940
142	61	85	0	3	600,00	7,510
143	61	86	0	1	-600,00	18,060
144	62	67	0	2	-2.000,00	55,580

151	67	69	0	1	-758,00	26,100
156	69	87	0	1	144,00	18,060
Custo Total (MU\$)						1.260,042

Fonte: Produção do próprio autor.

3.4.3 Sistema norte-nordeste brasileiro plano P2

Na Tabela 6, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo Híbrido Linear.

Tabela 6 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – Modelo Híbrido Linear

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
1	1	2	2	1	-2.747,00	44,056
3	2	60	0	1	1.000,00	52,230
15	4	81	0	6	6.400,00	21,232
20	5	58	0	3	2.510,00	27,440
21	5	60	0	1	-1.000,00	32,130
22	5	68	0	1	-888,00	48,880
27	6	67	0	2	-1.969,00	55,580
48	12	17	1	1	2.366,92	30,388
51	13	14	0	1	653,76	10,690
52	13	15	0	2	2.400,00	26,770
53	13	17	0	1	1.200,00	28,780
58	14	59	0	1	1.195,7674	20,070
59	15	16	2	1	3.532,910	24,760
61	15	46	1	1	1.130,2286	8,926
63	16	44	4	6	5.732,9100	8,926
65	16	61	0	1	1.000,00	16,720
66	16	77	0	3	-3.200,00	21,232
67	17	18	2	2	4.603,4924	21,678
69	18	50	4	11	8.628,0857	8,926
71	18	74	0	3	-3.200,00	21,232
72	19	20	1	1	25,00	5,885
74	20	21	1	1	538,6537	6,960
75	20	21	1	2	505,3463	6,435
76	20	38	2	2	-1.200,00	12,840
80	22	23	1	1	254,00	9,130
82	22	58	0	2	-510,00	7,510
85	24	43	0	1	-230,00	7,510
88	25	55	0	3	-1.770,00	8,926
91	26	29	1	2	484,4611	6,710

95	27	53	1	1	-1.004,5942	8,926
97	29	30	1	2	416,4611	4,510
110	36	46	2	1	-493,5389	4,235
111	39	42	1	1	326,6548	6,105
112	39	86	0	3	-900,00	7,510
113	40	45	1	1	-1.199,0792	8,926
114	40	46	3	2	-538,9208	5,500
115	41	64	0	2	-467,6548	7,510
118	43	55	0	2	1.770,00	31,326
119	43	48	0	2	-2.000,00	38,160
122	48	49	1	1	274,00	4,895
125	49	50	1	4	-850,00	5,335
127	52	59	1	1	-1.169,6939	8,926
131	53	86	0	1	900,00	46,870
141	61	64	0	1	467,6548	23,420
142	61	85	0	2	532,3452	7,510
151	67	69	0	1	-727,00	26,100
156	69	87	0	1	175,00	18,060
163	73	74	0	1	3.200,00	149,253
164	73	75	0	1	-3.200,00	149,253
167	75	76	0	1	3.200,00	185,253
168	75	81	0	2	-6.400,00	131,253
171	76	77	0	1	3.200,00	149,253
Custo Total (MU\$)						2.422,668

Fonte: Produção do próprio autor.

3.5 MODELO HÍBRIDO NÃO LINEAR

3.5.1 Sistema colombiano

Na Tabela 7, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo Híbrido Não Linear.

Tabela 7 – Resultados do sistema colombiano – Modelo Híbrido Não Linear

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
2	43	88	0	2	-300,00	39,560
3	57	81	0	1	-384,6725	58,890
5	27	89	0	1	-107,0685	13,270
6	74	89	0	1	107,0685	14,570
23	15	18	1	1	-620,3589	7,927
50	55	57	1	1	-884,53	46,808

52	55	84	1	1	-923,02	26,658
62	55	62	1	1	1.078,2117	70,988
101	27	64	1	1	-469,0224	6,777
133	62	73	1	1	1.370,7345	73,158
136	45	81	1	1	682,5087	13,270
141	19	82	1	2	1.104,8706	13,270
145	82	85	1	1	1.291,8887	89,898
147	68	86	1	1	-587,9633	8,272
Custo Total (MU\$)						536,146

Fonte: Produção do próprio autor.

3.5.2 Sistema norte-nordeste brasileiro plano P1

Na Tabela 8, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo Híbrido Não Linear.

Tabela 8 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Modelo Híbrido Não Linear

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
3	2	60	0	2	2.000,00	52,230
20	5	58	0	2	1.959,920	27,440
21	5	60	0	2	-2.000,00	32,130
22	5	68	0	1	-888,00	48,880
36	8	17	0	1	998,9228	53,570
38	8	62	0	2	-1.931,33	51,560
40	9	10	1	1	1.460,000	7,340
41	10	11	1	1	1.998,000	17,390
42	11	12	1	1	1.806,975	6,670
47	12	15	1	1	2.400,00	31,594
48	12	17	1	1	2.400,00	30,388
51	13	14	0	1	658,00	10,690
52	13	15	0	1	1.200,00	26,770
58	14	59	0	1	1.200,00	20,070
59	15	16	2	2	4.296,918	24,760
63	16	44	4	4	4.296,918	8,926
67	17	18	2	2	4.560,611	21,678
69	18	50	4	6	5.651,710	8,926
75	20	21	1	2	487,469	6,435
76	20	38	2	2	-975,196	12,840
82	22	58	0	1	-78,803	7,510
85	24	43	0	1	-217,00	7,510

88	25	55	0	2	-783,00	8,926
95	27	53	1	1	-1.082,22	8,926
99	30	63	0	1	-300,00	7,510
108	35	51	3	1	507,157	9,625
110	36	46	2	1	-488,670	4,235
111	39	42	1	1	157,400	6,105
113	40	45	1	1	-1.167,496	8,926
115	41	64	0	2	-581,117	7,510
116	42	44	2	2	-670,599	4,565
117	42	85	2	1	487,00	3,465
118	43	55	0	1	783,00	31,326
119	43	58	0	1	-1.000,00	38,160
122	48	49	1	1	326,813	4,895
125	49	50	1	2	-450,186	5,335
127	52	59	1	1	-814,511	8,926
133	54	58	0	1	-881,1173	60,940
134	54	63	0	1	881,1173	25,430
144	62	67	0	2	-1.931,33	55,580
147	63	64	0	1	581,1173	35,480
151	67	69	0	1	-689,3328	26,100
156	69	87	0	1	212,6672	18,060
Custo Total (MU\$)						1.277,729

Fonte: Produção do próprio autor.

3.5.3 Sistema norte-nordeste brasileiro plano P2

Na Tabela 9, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima para este sistema, obtida através do modelo Híbrido Não Linear.

Tabela 9 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – Modelo Híbrido Não Linear

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
1	1	2	2	1	-2.747,00	44,056
3	2	60	0	1	927,546	52,230
9	4	5	1	1	2.000,00	52,230
10	4	6	0	2	2.000,00	58,260
13	4	68	0	1	112,00	10,020
15	4	81	0	3	3.185,453	21,232
20	5	58	0	3	2.600,00	27,440
21	5	60	0	1	-927,546	32,130

47	12	15	1	1	2.250,600	31,594
51	13	14	0	1	429,538	10,690
52	13	15	0	4	4.738,514	26,770
58	14	59	0	1	971,538	20,070
59	15	16	2	4	6.914,647	24,760
61	15	46	1	1	1.118,592	8,926
63	16	44	4	6	5.914,647	8,926
65	16	61	0	1	1.000,00	16,720
69	18	50	4	11	8.724,917	8,926
71	18	74	0	6	-6.329,453	21,232
74	20	21	1	2	714,145	6,960
75	20	21	1	1	329,854	6,435
76	20	38	2	2	-1.200,00	12,840
80	22	23	1	1	339,9317	9,130
82	22	58	0	2	-600,00	7,510
83	23	24	1	1	255,9317	9,900
85	24	43	0	1	-144,068	7,510
88	25	55	0	4	-1.855,931	8,926
91	26	29	1	2	473,2324	6,710
95	27	53	1	1	-973,3181	8,926
97	29	30	1	2	405,2324	4,510
110	36	46	2	1	-467,1915	4,235
112	39	86	0	3	-767,5762	7,510
113	40	45	1	1	-1.200,00	8,926
114	40	46	3	1	-538,00	5,500
115	41	64	0	2	-481,00	7,510
116	42	44	2	1	-510,00	4,565
118	43	55	0	2	1.855,931	31,326
119	43	58	0	2	-2.000,00	38,160
122	48	49	1	1	283,8524	4,895
125	49	50	1	4	-840,1746	5,335
127	52	59	1	1	-1.111,250	8,926
131	53	86	0	1	767,5762	46,870
141	61	64	0	1	481,0000	23,420
142	61	85	0	2	519,0000	7,510
150	67	68	0	1	-1.000,00	35,480
151	67	69	0	1	-902,00	26,100
152	67	71	0	3	3.144,00	21,232
158	71	72	0	1	3.144,00	125,253
161	72	73	0	1	3.144,00	116,253
163	73	74	0	2	6.329,453	149,253
164	73	75	0	1	-3.185,453	149,253
168	75	81	0	1	-3.185,453	131,253
Custo Total (MU\$)						2.447,134

Fonte: Produção do próprio autor.

3.6 RESUMO DOS CUSTOS DE INVESTIMENTO

Na Tabela 10, apresenta-se um resumo dos diferentes custos de investimento, expressos em milhões de dólares (MU\$), para as novas linhas adicionadas aos sistemas teste, utilizando os três modelos matemáticos relaxados, MT, MHL, MHNL. Os resultados foram obtidos utilizando AMPL e os solvers CPLEX e KNITRO, executados em uma máquina equipada com um processador Intel(R) Core(TM) i7 de 3,6 GHz e 16 GB de memória RAM.

Tabela 10 – Resumo dos custos de investimento obtidos por meio dos modelos matemáticos relaxados

Modelo Matemático	Sistemas de Teste					
	Colombiano		Norte-nordeste brasileiro			
			P1		P2	
	Custo (MU\$)	Tempo (s)	Custo (MU\$)	Tempo (s)	Custo (MU\$)	Tempo (s)
Transportes	315,354	0,08	1.194,561	5,19	2.370,678	135,48
Híbrido linear	470,361	0,95	1.260,042	105,66	2.422,668	1.072,56
Híbrido não linear	536,146	15,06	1.277,729	2.640	2.447,134	16.656,15

Fonte: Produção do próprio autor.

Como pode ser observado, de acordo com a propriedade de relaxação em otimização matemática, o custo de investimento e os tempos de execução obtidos pelo modelo de transporte são consideravelmente menores comparados com os usados pelos modelos híbrido linear e híbrido não linear. Isso sugere que, à medida que o modelo matemático representa o problema de planejamento com maior precisão, é necessário um maior esforço computacional para alcançar a solução ótima.

Segundo os resultados apresentados na Tabela 10, as soluções ótimas obtidas pelos modelos relaxados são encontradas em um menor período de tempo. Aproveitando esse recurso, essas soluções são utilizadas como uma ferramenta chave no desenvolvimento de técnicas e estratégias para a redução do espaço de busca, aplicadas ao modelo DC, com o objetivo de encontrar soluções ótimas para sistemas de elevada complexidade.

4 ESTRATÉGIAS DE REDUÇÃO DE ESPAÇO DE BUSCA

4.1 INTRODUÇÃO

O desafio de resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão para sistemas de grande porte é extremamente complexo devido à grande quantidade de variáveis e restrições envolvidas. Por essa razão, surgiu a necessidade de desenvolver novas estratégias que reduzam a dimensão do problema, garantindo ao mesmo tempo a preservação da solução ótima. A implementação dessas novas estratégias é crucial, uma vez que as técnicas clássicas de otimização aproximada ainda não conseguiram encontrar a solução ótima para sistemas de grande porte e de elevada complexidade. Portanto, esta pesquisa tem como objetivo utilizar técnicas clássicas de otimização combinadas com técnicas de redução de espaço de busca construídas a partir das soluções ótimas dos modelos relaxados, para encontrar e garantir a solução ótima do problema.

A visão de longo prazo desta pesquisa é que essas estratégias possam ser adequadamente adaptadas aos modelos matemáticos para ajudar a encontrar soluções ótimas de planejamento para futuros sistemas. Dessa forma, busca-se gerar um impacto positivo ao reduzir o custo de investimento em novas linhas de transmissão necessárias para o correto funcionamento do sistema, alcançando isso em menos tempo e com menor esforço computacional.

O objetivo específico de utilizar técnicas de redução de espaço de busca é encontrar as soluções ótimas para o sistema Norte-Nordeste brasileiro Plano P1 (2002) e Plano P2 (2008). Devido ao Plano P2 ser um sistema muito mais complexo que o Plano P1, é necessário aplicar todas as técnicas de redução de espaço de busca para intentar encontrar a solução ótima. Enquanto para o Plano P1, não é necessário usar todas as técnicas de redução para encontrar sua solução ótima.

Algumas das técnicas de redução de espaço de busca desta pesquisa são baseadas nas respostas encontradas para o mesmo sistema por meio dos modelos relaxados, como o modelo de transporte, híbrido linear e híbrido não linear. Isso permite formular novas restrições que são adequadamente adaptadas ao modelo DC em sua versão linear disjuntiva e linear disjuntiva reduzida. Essas restrições são chamadas de restrições substitutas (surrogate constraints). Com o uso dessas

técnicas, o número de variáveis e o número de restrições associadas a elas são consideravelmente reduzidos.

Este capítulo está dividido em várias seções, cada uma descrevendo detalhadamente as técnicas de redução de espaço de busca implementadas. Na Seção 4.2, está a redução das variáveis candidatas utilizando as soluções ótimas dos modelos relaxados. Na Seção 4.3, estão as restrições de investimento. Na Seção 4.4, estão as restrições de cerca aplicada a um nó e a um supernó. Na Seção 4.5, está a redução de variáveis binárias com BNS. Na Seção 4.6, está o método de redução através da relaxação de variáveis. Na Seção 4.7, estão as restrições de cerca baseadas em uma solução inicial.

4.2 REDUÇÃO DE VARIÁVEIS CANDIDATAS UTILIZANDO AS SOLUÇÕES ÓTIMAS DOS MODELOS RELAXADOS

Esta estratégia de redução de variáveis candidatas baseia-se no uso das informações dos valores ótimos das variáveis de decisão n_{ij} encontrados pelos modelos relaxados, como o modelo de transporte n_{ij}^T , o modelo híbrido linear n_{ij}^{HL} e o modelo híbrido não linear n_{ij}^{HNL} . Além disso, considera-se a resposta das variáveis das melhores soluções conhecidas pelo modelo DC, n_{ij}^{DC} . Com essas soluções conhecidas, é possível diminuir o número máximo de variáveis correspondentes às linhas de transmissão candidatas. Portanto, considera-se a seguinte relação:

$$n_{ij}^{con} = \max\{n_{ij}^T, n_{ij}^{HL}, n_{ij}^{HNL}, n_{ij}^{DC}\} \quad (61)$$

Onde:

- $\{n_{ij}^T, n_{ij}^{HL}, n_{ij}^{HNL}, n_{ij}^{DC}\}$ representa a lista das respostas de linhas instaladas para cada caminho n_{ij} através dos modelos relaxados.
- $\max\{n_{ij}^T, n_{ij}^{HL}, n_{ij}^{HNL}, n_{ij}^{DC}\}$ é o valor máximo desta lista.
- n_{ij}^{con} é o valor conhecido das linhas candidatas para cada caminho.

De acordo com o exposto, pode-se considerar que a seguinte restrição atribuirá de forma estratégica o valor máximo das linhas candidatas que cada caminho do sistema deve ter.

$$\bar{n}_{ij}^{max} = \begin{cases} 1 & \text{se } n_{ij}^{con} = 0 \\ n_{ij}^{con} + 1 & \text{se } n_{ij}^{con} \geq 1 \end{cases} \quad (62)$$

Onde:

- n_{ij}^{con} é o valor conhecido das linhas candidatas para cada caminho.
- $\bar{n}_{ij}^{max}$ é o valor máximo das linhas candidatas que cada caminho do sistema deve ter.

A restrição anterior permite reduzir o número de variáveis do problema, reduzindo assim o esforço computacional e a lacuna existente entre o modelo original e o modelo relaxado. Além disso, tem-se a vantagem de que, para cada variável que é reduzida, também se reduz o número de restrições do modelo matemático. Supondo, como exemplo, que um caminho ij tenha originalmente um máximo de 12 linhas candidatas, isso significa que nesse caminho existem 12 variáveis binárias para o modelo DC linear disjuntivo. Portanto, através da equação anterior, esse número de linhas pode ser reduzido da seguinte maneira:

- Se nas respostas dos 4 modelos para esse caminho ij não foi instalada nenhuma linha de transmissão, então isso significa que a quantidade máxima de linhas para esse caminho ij será de 1.
- Se as respostas dos 4 modelos para esse caminho ij forem diferentes de zero, isso significa que pelo menos em algum modelo foi instalada uma linha, portanto, esse caminho ij terá como linhas candidatas o maior número das 4 respostas obtidas mais a adição de uma linha adicional que se converte em uma folga para essa limitação.

Depois de obter a resposta utilizando esta técnica de redução de espaço de busca, pode-se considerar se a solução é ótima ou não de acordo com o seguinte:

$$Solução encontrada = \begin{cases} \text{Ótima} & \text{se } n_{ij} < \bar{n}_{ij}^{max} \\ \text{Não ótima} & \text{se } n_{ij} = \bar{n}_{ij}^{max} \end{cases} \quad (63)$$

Onde:

- n_{ij} é o valor das linhas instaladas para a solução encontrada.
- $\bar{n}_{ij}^{max}$ é o valor máximo das linhas candidatas que cada caminho do sistema deve ter.

Devido à relação anterior, se a solução encontrada satisfizer que o número de linhas instaladas é menor que o número de linhas candidatas $n_{ij} < \bar{n}_{ij}^{max}$ em todos os caminhos do sistema, então a solução encontrada com o espaço de solução reduzido é a resposta ótima do problema original.

Por outro lado, se a solução encontrada corresponder que o número de linhas instaladas é igual ao número máximo de linhas candidatas em algum caminho ij , então, deve-se repetir o teste aumentando em uma unidade o número de linhas candidatas somente para os caminhos onde o número da solução é igual ao número máximo de linhas candidatas $n_{ij} = \bar{n}_{ij}^{max}$.

4.3 RESTRIÇÕES DE INVESTIMENTO

Devido à propriedade de relaxação em otimização matemática, para o problema de minimização, os valores de investimento das soluções ótimas dos modelos relaxados de transporte v_T^{ot} , híbrido linear v_{HL}^{ot} , e híbrido não linear v_{HNL}^{ot} são menores ou iguais à solução ótima do modelo original v_{DC}^{ot} . Portanto, considera-se que a seguinte relação é correta:

$$v_T^{ot} \leq v_{HL}^{ot} \leq v_{HNL}^{ot} \leq v_{DC}^{ot} \quad (64)$$

Usando a relação (64), é possível formular dois tipos diferentes de restrições. Essas restrições, ao serem incorporadas ao modelo matemático, contribuem significativamente para delimitar o espaço de busca, permitindo uma otimização mais eficiente e precisa do problema. Essa estratégia não só reduz a complexidade computacional, também melhora a capacidade do modelo de encontrar soluções ótimas dentro de um espaço mais controlado e definido.

A solução ótima conhecida do Modelo Híbrido Não Linear (MHNL) será utilizada como limite inferior de investimento no modelo matemático. Isso garante que a solução obtida pelo modelo matemático DC seja igual ou superior à encontrada pelo MHNL. Desta forma, evita-se a exploração de soluções inviáveis nos nós da árvore branch and bound. Portanto, a seguinte restrição substituta é adicionada ao modelo DC em sua versão linear disjuntiva:

$$\sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \geq v_{HNL}^{ot} \quad (65)$$

Esta mesma restrição (65) pode ser adaptada ao modelo DC em sua versão linear disjuntiva reduzida, formulando-se da seguinte maneira:

$$\sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y=1}^{T_{ij}} 2^{y-1} w_{ij,y} \geq v_{HNL}^{ot} \quad (66)$$

A melhor solução conhecida na literatura pelo modelo DC será usada como limite superior de investimento no modelo matemático. Isso garante que a solução obtida pelo modelo matemático DC seja igual ou inferior à solução conhecida. Portanto, a seguinte restrição substituta é adicionada ao modelo DC em sua versão linear disjuntiva.

$$\sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq v_{DC}^{best} \quad (67)$$

Esta mesma restrição (67) pode ser adaptada ao modelo DC em sua versão linear disjuntiva reduzida, formulando-se da seguinte maneira:

$$\sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y=1}^{T_{ij}} 2^{y-1} w_{ij,y} \leq v_{DC}^{best} \quad (68)$$

4.4 RESTRIÇÕES DE CERCA

As restrições de cerca são utilizadas para reduzir a complexidade do problema de planejamento de expansão de sistemas de transmissão, melhorando significativamente a taxa de convergência do método branch and bound, isso pode ser evidenciado em (Rahmani; Romero; Rider, 2013). Essas restrições são fundamentadas na Lei das Correntes de Kirchhoff (KCL) e são aplicadas em nós e supernós onde estão localizados pontos de geração ou demanda de energia. Basicamente, sua função é limitar o número mínimo de linhas candidatas que devem ser instaladas em um nó ou supernó específico. Dessa forma, otimiza-se o tempo de convergência do problema ao fornecer ao programa informações antecipadas sobre os nós aos quais as novas linhas de transmissão devem ser conectadas para o funcionamento adequado do sistema.

4.4.1 Restrição de cerca em um nó

Este tipo de restrição é aplicado especificamente aos nós onde se detecta a presença de geração ou demanda, ao mesmo tempo em que se identifica uma deficiência de capacidade de transmissão. Essa deficiência ocorre quando não há linhas de transmissão suficientes conectadas ao nó, impedindo que a geração disponível seja injetada de forma eficaz no sistema ou que a demanda presente no nó seja completamente suprida. As restrições de cerca tipo 1 são desenvolvidas para abordar esse problema ao impor um mínimo de linhas de transmissão que devem estar conectadas a um nó com déficit de capacidade. Essas restrições garantem que os investimentos necessários em infraestrutura de transmissão sejam realizados para resolver o problema do déficit e otimizar a distribuição de energia no sistema.

Portanto, a restrição de vizinhança tipo 1 em um nó para o modelo linear disjuntivo é formulada da seguinte maneira:

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \geq \left\lceil \frac{(|P_i^g - P_i^{load}| - \sum_{ij \in \Omega_l} n_{ij}^o \bar{P}_{ij})}{\overset{MAX}{ij \in \Omega_l}(\bar{P}_{ij})} \right\rceil \quad (69)$$

A restrição de cerca tipo 1 em um nó para o modelo linear disjuntivo reduzido é formulada da seguinte maneira:

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y=1}^{T_{ij}} 2^{y-1} w_{ij,y} \geq \left\lceil \frac{(|P_i^g - P_i^{load}| - \sum_{ij \in \Omega_l} n_{ij}^o \bar{P}_{ij})}{\underset{ij \in \Omega_l}{MAX}(\bar{P}_{ij})} \right\rceil \quad (70)$$

As restrições anteriores são projetadas para serem incorporadas nos modelos matemáticos, linear disjuntivo e linear disjuntivo reduzido, respectivamente. Nestas restrições, o lado esquerdo de cada equação representa as variáveis binárias referentes às linhas candidatas conectadas ao nó analisado.

No lado direito, o numerador da fração indica a deficiência em transporte de potência no nó analisado devido à falta de linhas de transmissão para transportar essa energia. O denominador, por sua vez, representa a capacidade máxima de fluxo de potência da linha de maior capacidade conectada ao nó. É importante notar que o valor da fração no lado direito pode ser um número decimal, sendo necessário arredondar este valor para o próximo número inteiro superior para garantir que a restrição seja devidamente cumprida que é garantida pela notação $\lceil \cdot \rceil$ que significa que deve ser escolhido o maior inteiro da parte interna. Se a parte interna for um número positivo como 1,2 então o valor da relação é 2.

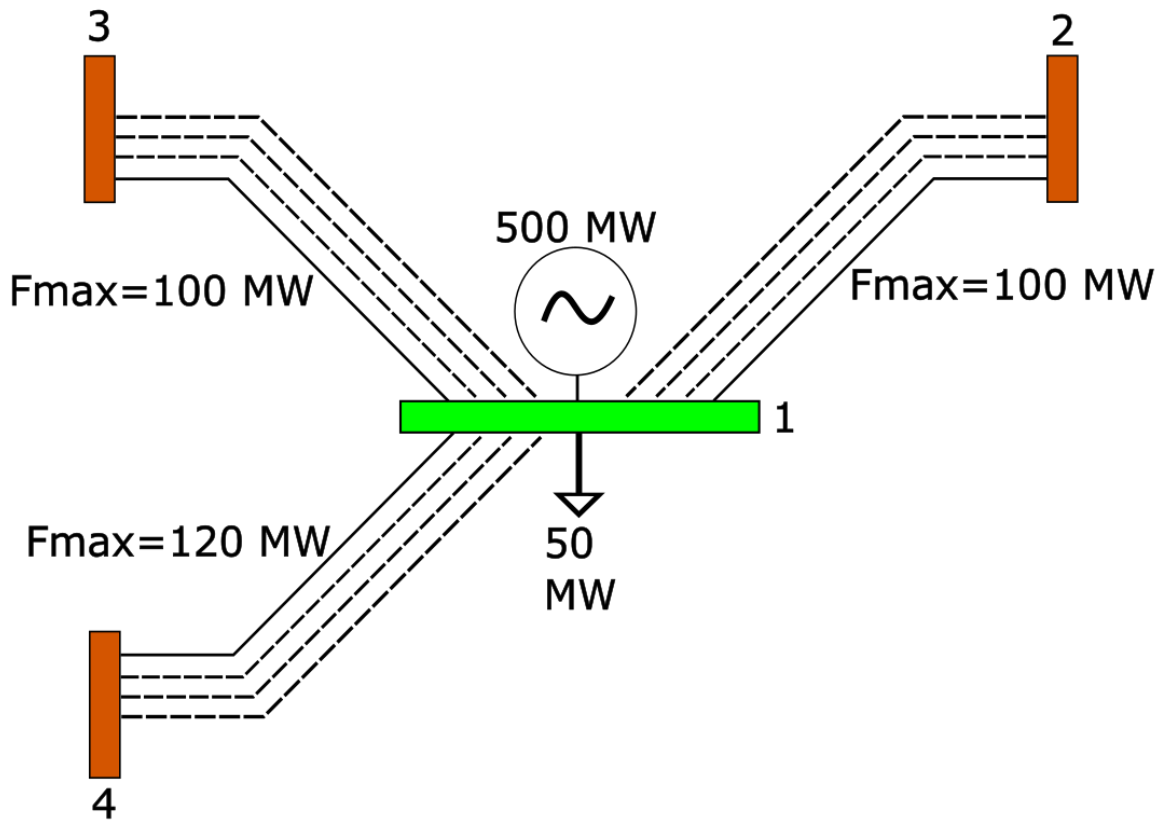
Exemplo 1:

Para ilustrar de forma mais detalhada o uso das restrições de cerca tipo 1 implementadas no modelo linear disjuntivo reduzido, pode-se analisar a Figura 1, que representa um nó específico com uma geração de 500 MW e uma demanda de 50 MW. Existem três caminhos conectados a outros nós, sendo que cada caminho possui uma linha instalada e três linhas candidatas para instalação, cada uma com sua respectiva capacidade de transmissão.

Conforme o funcionamento das restrições de cerca, a seguinte restrição será adicionada ao modelo matemático linear disjuntivo reduzido. Lembrando que este modelo utiliza combinação de variáveis binárias, portanto necessita apenas de duas variáveis por caminho para representar as três linhas candidatas de cada caminho

$$w_{12,1} + 2w_{12,2} + w_{13,1} + 2w_{13,2} + w_{14} + 2w_{14,2} \geq \left\lceil \frac{(|500-50|-320)}{120} \right\rceil = \lceil 1,08 \rceil = 2 \quad (71)$$

Figura 1 – Restrição de cerca em um nó – caso 1

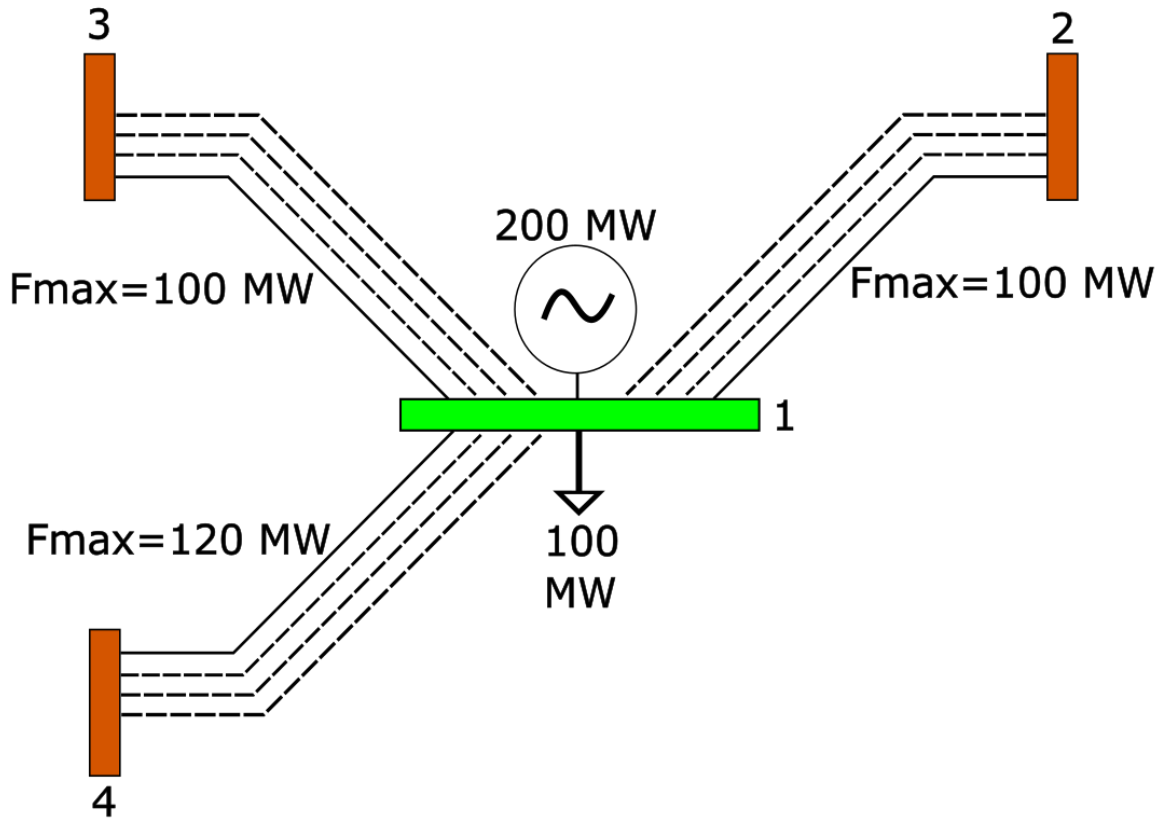


Fonte: Produção do próprio autor

Para evitar restrições de cerca desnecessárias no modelo, consideremos o seguinte caso em que há geração e demanda, conforme ilustrado na Figura 2. No entanto, não é necessário instalar novas linhas. Isso é evidenciado quando o resultado do lado direito da equação é negativo. Isso significa que as linhas instaladas nesse nó têm capacidade para transportar a energia sem a necessidade de instalar novas linhas candidatas. Portanto, a seguinte restrição é redundante e não deve ser adicionada ao modelo matemático:

$$w_{12,1} + 2w_{12,2} + w_{13,1} + 2w_{13,2} + w_{14} + 2w_{14,2} \geq \left\lceil \frac{(|200 - 100| - 320)}{120} \right\rceil = [-1,83] = -1 \quad (72)$$

Figura 2 – Restrição de cerca em um nó – caso 2



Fonte: Produção do próprio autor.

Portanto, analisando os resultados do exemplo anterior, as restrições de cerca serão implementadas apenas nos nós que atendam às seguintes duas condições:

$$|P_i^{\bar{g}} - P_i^{load}| > 0 \quad (73)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} n_{ij}^o \bar{P}_{ij} < |P_i^{\bar{g}} - P_i^{load}| \quad (74)$$

A condição (73) garante que no nó analisado exista geração ou demanda de energia. A condição (74) garante que o nó cercado necessita de novas linhas de transmissão porque o déficit de potência é maior que a capacidade de fluxo de potência das linhas na topologia base.

4.4.2 Restrição de cerca em um supernó

A restrição de cerca utilizada para um super nó é uma generalização da restrição de cerca para um nó individual. A diferença principal é que nesta restrição são criados conjuntos de nós e linhas que são cercados para formar a restrição.

Um sistema pode ser representado por $G = (\beta, \Omega_l)$, onde β representa o conjunto de nós e Ω_l representa o conjunto de linhas de transmissão do sistema. Assim, para formar um super nó P , este será composto por um subconjunto de nós β_P e linhas Ω_{lp} específicas, sendo representado como $P = (\beta_P, \Omega_{lp})$. Além disso, a seguinte relação, $\varphi = \{ij \in \Omega_l \mid i \in \beta_P, j \in \beta/\beta_P\}$, representa todas as linhas que saem do super nó P , conectando-o aos outros nós do sistema (Rahmani; Romero; Rider, 2013).

Portanto, a restrição de cerca em um super nó para o modelo linear disjuntivo é formulada da seguinte maneira:

$$\sum_{ij \in \varphi} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \geq \left\lceil \frac{\left(\left| \sum_{i \in \beta_P} P_i^g - \sum_{i \in \beta_P} P_i^{load} \right| - \sum_{ij \in \varphi} n_{ij}^o \bar{P}_{ij} \right)}{\text{MAX}_{ij \in \varphi}(\bar{P}_{ij})} \right\rceil \quad (75)$$

A restrição de cerca um super nó para o modelo linear disjuntivo reduzido é formulada da seguinte maneira:

$$\sum_{ij \in \varphi} \sum_{y=1}^{T_{ij}} 2^{y-1} w_{ij,y} \geq \left\lceil \frac{\left(\left| \sum_{i \in \beta_P} P_i^g - \sum_{i \in \beta_P} P_i^{load} \right| - \sum_{ij \in \varphi} n_{ij}^o \bar{P}_{ij} \right)}{\text{MAX}_{ij \in \varphi}(\bar{P}_{ij})} \right\rceil \quad (76)$$

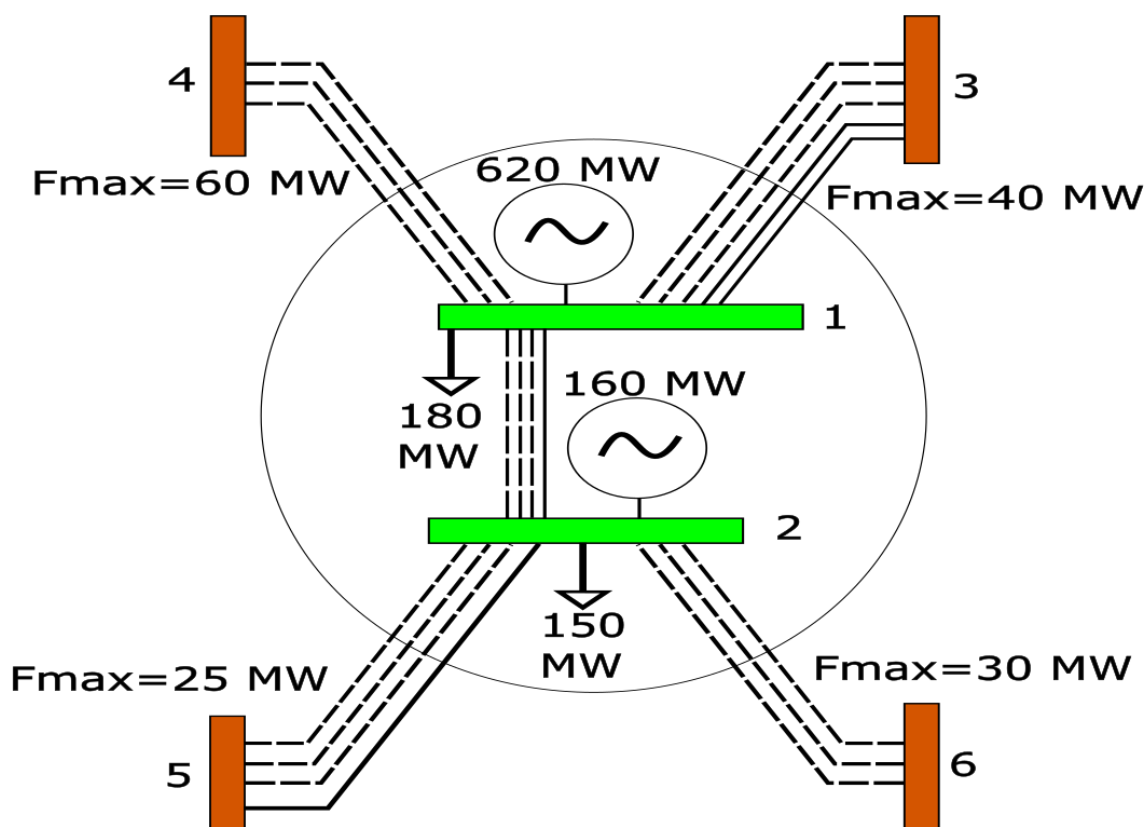
Exemplo 2:

Para ilustrar de forma mais detalhada o uso das restrições de cerca em um super nó, pode-se analisar a Figura 3, que representa um super nó específico com uma geração total de 780 MW e uma demanda de 330 MW. Ele possui quatro caminhos conectados a outros nós do sistema, sendo que cada caminho tem no máximo 3 linhas candidatas para instalação. O caminho 1-3 possui duas linhas na topologia base, o caminho 2-5 possui uma linha na topologia base, enquanto os caminhos 1-4 e 2-6 não têm linhas na topologia base. A capacidade de transmissão de cada caminho possui valores diferentes como evidenciado na Figura 3.

Conforme o funcionamento das restrições de cerca de um super nó, a seguinte restrição será adicionada ao modelo matemático linear disjuntivo reduzido:

$$\frac{w_{13,1} + 2w_{13,2} + w_{14,1} + 2w_{14,2} + w_{25,1} + 2w_{25,2} + w_{26,1} + 2w_{26,2}}{60} \geq \left[\frac{(620 + 160) - (180 + 150) - 40 * 2 - 25}{60} \right] = [5,75] = 6 \quad (77)$$

Figura 3 – Restrição de cerca em um super nó



Fonte: Produção do próprio autor.

4.5 REDUÇÃO COM BNS

O modelo linear disjuntivo reduzido é um modelo de otimização cuja formulação matemática permite diminuir significativamente a quantidade de restrições e variáveis binárias necessárias. Ao reduzir a dimensão do problema, consegue-se uma redução do esforço computacional requerido, o que não só torna o processo de resolução mais eficiente, mas também garante manter a solução ótima do problema.

A partir do modelo linear disjuntivo, no qual cada linha candidata é representada como uma variável binária, chega-se ao modelo linear disjuntivo reduzido, que reduz

significativamente o número de variáveis binárias que representam as linhas candidatas do sistema.

Para saber quantas variáveis binárias são necessárias para representar um número máximo de linhas candidatas $\bar{n}_{ij}$ no modelo linear disjuntivo reduzido, tem-se a seguinte equação (78):

$$T_{ij} = \lceil \log_2(\bar{n}_{ij} + 1) \rceil \quad (78)$$

De acordo com o exposto acima, a representação das linhas candidatas é conseguida utilizando a seguinte expressão:

$$n_{ij} = \sum_{y=1}^{T_{ij}} 2^{y-1} w_{ij,y} \quad w_{ij,y} \in \{0,1\} \quad (79)$$

Utilizando o sistema numérico binário (BNS), onde $w_{ij,y}$ é uma variável binária, é possível obter todas as combinações possíveis para as linhas candidatas n_{ij} . Considerando que as linhas de um mesmo corredor tenham os mesmos parâmetros de custo, impedância, capacidades máximas etc.

Exemplo 3:

Neste exemplo, ilustra-se a redução de variáveis binárias no modelo linear disjuntivo reduzido utilizando o sistema BNS, comparando-o com o modelo linear disjuntivo tradicional. Consideremos um sistema onde existe um corredor ij , para o qual se dispõe de um máximo de 12 linhas candidatas. Cada linha instalada tem um custo de \$10M e uma capacidade de 100 MW. No modelo linear disjuntivo tradicional, seria necessário utilizar 12 variáveis binárias para representar as 12 linhas candidatas. No entanto, no modelo linear disjuntivo reduzido, são necessárias apenas 4 variáveis binárias para alcançar a mesma representação.

Essa redução significativa pode ser observada na Tabela 11. A primeira variável binária no modelo reduzido representa uma única linha, enquanto a segunda variável representa o dobro dos parâmetros de uma única linha, ou seja, duas linhas. De maneira similar, a terceira e a quarta variáveis binárias representam quatro e oito vezes os parâmetros de uma única linha, respectivamente. Isso implica que a terceira

variável cobriria a instalação de quatro linhas e a quarta variável cobriria a instalação de oito linhas.

Mediante a combinação de variáveis, pode-se observar na Tabela 11 que, para representar uma linha instalada, apenas a primeira variável é ativada. Para representar duas linhas, a segunda variável binária é ativada. Para representar nove linhas, ativam-se a primeira e a quarta variável binária. Para representar doze linhas, ativam-se a terceira e a quarta variáveis binárias. Dessa forma, obtém-se uma representação compacta das variáveis do problema.

Tabela 11 – Representação de linhas candidatas – Sistema BNS.

y	Variável binária	coeficiente 2^{y-1}	Custo (\$)	Fluxo máximo (MW)	Linhas instaladas no corredor ij			
					1	2	9	12
1	$w_{ij,1}$	1	10	100	1	0	1	0
2	$w_{ij,2}$	2	20	200	0	1	0	0
3	$w_{ij,3}$	4	40	400	0	0	0	1
4	$w_{ij,4}$	8	80	800	0	0	1	1

Fonte: Produção do próprio autor.

Ao empregar esta estratégia de simplificação, alcança-se uma representação mais compacta e eficiente das variáveis do problema. Isso não apenas simplifica o modelo matemático, mas também reduz a complexidade computacional associada à solução do modelo, facilitando assim uma otimização mais eficaz e rápida do sistema. A utilização do sistema BNS no modelo linear disjuntivo reduzido demonstra como uma combinação adequada de variáveis pode levar a uma melhoria significativa na eficiência e no gerenciamento de modelos complexos.

Por fim, apresenta-se abaixo o modelo DC em sua versão linear disjuntiva reduzida utilizada nesta pesquisa, cujo objetivo é encontrar a melhor solução para o sistema do Norte-Nordeste brasileiro Plano P2.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v = & \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y=1}^T 2^{y-1} w_{ij,y} \\
 \text{s.a.} &
 \end{aligned}
 \tag{80}$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y=1}^T f_{ji,y} + f_{ji}^o \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y=1}^T f_{ij,y} + f_{ij}^o \right) + g_i = d_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (81)$$

$$f_{ij}^o = \frac{n_{ij}^o (\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall_{ij} \in \Omega_o \quad (82)$$

$$|f_{ij}^o| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_o \quad (83)$$

$$\left| \frac{f_{ij,y} x_{ij}}{2^{y-1}} - (\theta_i - \theta_j) \right| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (84)$$

$$|f_{ij,y}| \leq 2^{y-1} w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (85)$$

$$\sum_{y=1}^T 2^{y-1} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l \quad (86)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in \Omega_b \quad (87)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall_{ij} \in \Omega_l, \forall_y \in Y \quad (88)$$

$$\theta_{ref} = 0 \quad (89)$$

Onde v é o investimento referente à adição de novas linhas no sistema; c_{ij} é o custo da implementação de novos circuitos no caminho ij ; $w_{ij,y}$ é uma variável binária que vale 1 se a combinação de linhas foi adicionada no caminho ij , caso contrário, vale 0; f_{ij}^o representa o fluxo total das linhas pertencentes à topologia base do sistema no caminho ij ; $f_{ij,y}$ representa o fluxo de potência que passa pelas linhas adicionadas no caminho ij ; g_i representa a geração total no nó i ; d_i representa a demanda no nó i ; n_{ij}^o representa o número de linhas da topologia base do sistema no caminho ij ; θ_i representa o ângulo presente em cada nó; $\bar{f}_{ij}$ representa o valor máximo de fluxo de potência ativa de uma linha no caminho ij ; M é um parâmetro de valor grande que mantém o problema na região factível e representa o grau de liberdade da diferença angular no caminho ij ; $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de linhas candidatas que podem ser instaladas no caminho ij ; $\bar{g}_i$ é o valor máximo de geração no nó i ; Ω_b representa o

conjunto de barras do sistema; Ω_o é o conjunto de caminhos onde existem linhas da topologia base; Y é um conjunto formado pelas variáveis binárias $w_{ij,y}$; T_{ij} é o número máximo de variáveis binárias necessárias para representar o conjunto de linhas candidatas em cada caminho ij ; Ω_l é o conjunto de caminhos onde novas linhas podem ser adicionadas.

A equação (80) representa o custo do investimento em novas linhas candidatas adicionadas ao sistema. A equação (81) representa a primeira lei de Kirchhoff em termos de fluxo de potência ativa aplicada ao sistema de transmissão. A equação (82) representa a segunda lei de Kirchhoff aplicada às linhas da topologia base. A equação (83) representa a limitação do fluxo máximo de potência ativa nas linhas da topologia base. A equação (84) representa a segunda lei de Kirchhoff utilizando o parâmetro M para as novas linhas adicionadas nos caminhos ij . A equação (85) representa a limitação do fluxo máximo de potência ativa para as novas linhas adicionadas ao sistema. A equação (86) representa o número máximo de linhas que podem ser adicionadas no caminho ij . A equação (87) representa a limitação da máxima geração que pode ocorrer em cada nó do sistema. A equação (88) assegura que as variáveis sejam binárias e a equação (89) é o valor do ângulo de referência.

4.6 MÉTODO DE REDUÇÃO ATRAVÉS DA RELAXAÇÃO DE VARIÁVEIS

O método de redução através da relaxação de variáveis é composto por três etapas diferentes. Cada etapa tem uma tarefa específica que permite reduzir estrategicamente o espaço de busca. Dessa forma, é possível encontrar soluções de melhor qualidade para o sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 utilizando o modelo matemático linear disjuntivo reduzido.

1. Primeiro Passo do Método de Redução:

O primeiro passo do algoritmo é composto pelas seguintes três seções sequenciais a, b e c. Essas seções têm como objetivo final encontrar uma nova topologia base modificada para o sistema.

a. Determinação do Investimento Ótimo Relaxado.

Para encontrar o investimento ótimo relaxado, modifica-se temporariamente a condição de que as variáveis sejam binárias no

modelo matemático. Desta forma, permite-se que as variáveis possam assumir valores contínuos entre 0 e 1.

$$0 \leq w_{ij} \leq 1 \quad (90)$$

Com esta condição, executa-se o programa com o máximo número de linhas candidatas para cada corredor. Assim, a resposta obtida será a solução ótima de investimento para o problema relaxado v_{relax}^{ot} , considerando todo o espaço de solução ativo.

b. Determinação de Linhas Relaxadas.

Mantendo a condição de $0 \leq w_{ij} \leq 1$ e utilizando o valor da resposta encontrada de v_{relax}^{ot} , adiciona-se ao modelo matemático a seguinte restrição temporal.

$$v \geq v_{relax}^{ot} * (1 + u) \quad (91)$$

Onde a variável u assumirá valores de 0 a 0,2 com incremento de 0,01, variando em valor a cada iteração, encontrando assim 20 respostas que estão acima da resposta ótima relaxada v_{relax}^{ot} .

Dessa forma, constrói-se uma lista de diferentes valores de linhas instaladas para cada corredor. Cada corredor terá 20 resultados correspondentes às 20 iterações realizadas. A resposta final para cada corredor n_{ij}^{relax} é mostrada na seguinte relação:

$$n_{ij}^{relax} = \lceil \max\{n_{ij}^1, n_{ij}^2, \dots, n_{ij}^{20}\} \rceil \quad (92)$$

Onde:

- $\{n_{ij}^1, n_{ij}^2, \dots, n_{ij}^{20}\}$ representa a lista das respostas contínuas obtidas nas 20 iterações para cada caminho n_{ij} .
- $\max\{n_{ij}^1, n_{ij}^2, \dots, n_{ij}^{20}\}$ é o valor máximo desta lista.
- $\lceil \rceil$ É a função que arredonda o valor para o inteiro superior mais próximo.

c. Determinação da Topologia Base Modificada.

A topologia base modificada baseia-se na fixação estratégica de variáveis do sistema, com o objetivo de reduzir o espaço de busca. Para encontrar a nova topologia base modificada utilizada neste algoritmo, utiliza-se a informação dos resultados encontrados na etapa anterior n_{ij}^{relax} , os dados da topologia base original do sistema n_{ij}^o , e os resultados ótimos encontrados pelo modelo de transporte n_{ij}^{MT} , modelo híbrido linear n_{ij}^{MHL} e modelo híbrido não linear n_{ij}^{MHNL} .

Utilizando uma lista que contenha a informação mencionada anteriormente, é possível definir as variáveis que podem ser fixadas, formando assim a topologia base modificada mediante a seguinte relação:

$$n_{ij}^{oo} = n_{ij}^o + \min\{n_{ij}^{MT}, n_{ij}^{MHL}, n_{ij}^{MHNL}, n_{ij}^{relax}\} - 1 \quad (93)$$

Onde:

- n_{ij}^{oo} é a nova topologia base modificada.
- n_{ij}^o é a topologia base original.
- $\{n_{ij}^{MT}, n_{ij}^{MHL}, n_{ij}^{MHNL}, n_{ij}^{relax}\}$ representam a lista composta pelas respostas ótimas dos modelos relaxados e a resposta encontrada pela relaxação das variáveis.
- $\min\{n_{ij}^{MT}, n_{ij}^{MHL}, n_{ij}^{MHNL}, n_{ij}^{relax}\}$ é o valor mínimo desta lista.

Uma das condições para que a topologia base de um caminho ij seja modificada é que as respostas obtidas pelos diferentes modelos utilizados sejam diferentes de zero. Como mostrado na seguinte relação:

$$\{n_{ij}^{MT}, n_{ij}^{MHL}, n_{ij}^{MHNL}, n_{ij}^{relax}\} \neq 0 \quad (94)$$

Caso contrário, para este caminho ij , cumpre-se que $n_{ij}^{oo} = n_{ij}^o$.

Exemplo 4:

Na Tabela 12, pode-se analisar a informação para um sistema arbitrário, com o qual, pode-se gerar a topologia base modificada.

Tabela 12 – Exemplo – Informação do sistema

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas instaladas			
				n_{ij}^{MT}	n_{ij}^{MHL}	n_{ij}^{MHNL}	n_{ij}^{relax}
1	1	2	4	5	4	3	6
2	2	3	2	3	0	1	2

Fonte: produção do próprio autor.

Utilizando a relação (93):

$$n_{12}^{oo} = 4 + \min\{5,4,3,6\} - 1 = 6$$

$$n_{23}^{oo} = n_{23}^o = 2$$

Portanto, a nova topologia base modificada diz que no caminho 1, haverá 6 linhas base. Enquanto no caminho 2, continuam mantidas as 2 linhas da topologia base original. Isso porque a resposta de um dos modelos utilizados é igual a zero, neste caso foi a resposta do modelo Híbrido Linear, $n_{23}^{MHL} = 0$. Esses resultados são mostrados na Tabela 13.

Tabela 13 – Resultados -Topologia Base Modificada

Caminho	Base Original n_{ij}^o	Base Modificada n_{ij}^{oo}	Variáveis Fixadas
1	4	6	2
2	2	2	0

Fonte: Produção do próprio autor.

2. Segundo Passo do método de redução:

No segundo passo do algoritmo, são construídos três tipos diferentes de listas, cada uma composta por linhas candidatas a serem instaladas. Essas listas são formadas de acordo com as seguintes condições:

- Manter no modelo matemático a condição de relaxamento de variáveis (90) apresentada no passo 1a.

- Eliminar do modelo matemático a restrição temporária (91) apresentada no passo 1b.
- Utilizar a topologia base modificada encontrada no passo 1c.
- Atribuir a cada caminho o máximo número de linhas candidatas.

Com as condições mencionadas, o programa é executado e, após obter os resultados n_{ij}^{out} , são criadas as listas e modificadas os números máximos de linhas candidatas para cada caminho dependendo do grupo de lista em que se encontra. Portanto, as listas são formadas da seguinte maneira:

Primeira Lista: Fazem parte desta lista os caminhos onde novas linhas foram instaladas. O número máximo de linhas candidatas para esses caminhos é:

$$\bar{n}_{ij}^{L1} = \lceil n_{ij}^{out} \rceil + 2 \quad (95)$$

Onde:

- $\bar{n}_{ij}^{L1}$ é o número máximo de linhas candidatas atribuído aos caminhos da primeira lista.
- n_{ij}^{out} é o resultado da execução do programa com as condições mencionadas anteriormente.
- $\lceil \rceil$ é a função que arredonda o valor para o inteiro superior mais próximo.

Segunda Lista: Fazem parte desta lista os caminhos onde não foram instaladas novas linhas candidatas, mas que pertencem à topologia base modificada. O número máximo de linhas candidatas para esses caminhos é:

$$\bar{n}_{ij}^{L2} = 2 \quad (96)$$

Onde:

- $\bar{n}_{ij}^{L2}$ é o número máximo de linhas candidatas atribuído aos caminhos da segunda lista.

Terceira Lista: Fazem parte desta lista os caminhos onde não foram instaladas novas linhas candidatas e que não pertencem à topologia base modificada. O número máximo de linhas candidatas para esses caminhos é:

$$\bar{n}_{ij}^{L3} = 2 \quad (97)$$

Onde:

- $\bar{n}_{ij}^{L3}$ é o número máximo de linhas candidatas atribuído aos caminhos da terceira lista.

3. Terceiro passo do método de redução:

Neste último passo do método de redução, o programa será executado novamente utilizando o modelo linear disjuntivo reduzido com as seguintes condições:

- Eliminar do modelo matemático a condição de relaxamento de variáveis apresentada no passo 1a. Dessa forma, as variáveis voltam a ser binárias.
- São adicionadas ao modelo as restrições de cerca para um nó.

Com as condições mencionadas, serão realizadas três etapas de execução. Cada etapa terá um espaço de busca diferente composto pelas listas de caminhos encontradas no passo 2 do método de redução. Este espaço de busca irá variar conforme se avançam nas etapas.

Primeira etapa:

O espaço de busca para esta etapa é composto apenas por linhas candidatas pertencente à primeira e à segunda lista. Assim, procede-se à execução do programa e, com a solução encontrada nesta primeira iteração, analisa-se o seguinte:

$$Solução\ encontrada = \begin{cases} Ótima & se \quad n_{ij}^{L1,2} \leq \bar{n}_{ij}^{L1,2} - 2 \\ Não\ ótima & se \quad n_{ij}^{L1,2} = \bar{n}_{ij}^{L1,2} \end{cases} \quad (98)$$

Devido à relação anterior, se a solução encontrada satisfizer que o número de linhas instaladas é menor que o número máximo de linhas candidatas $n_{ij}^{L_{1,2}} \leq \bar{n}_{ij}^{L_{1,2}} - 2$, em todos os caminhos do sistema, então a solução encontrada no espaço de busca fornecido pelas listas um e dois é ótima para a primeira etapa e, pode-se proceder à segunda etapa.

Por outro lado, se a solução encontrada indicar que o número de linhas instaladas é igual ao número máximo de linhas candidatas em algum caminho ij , então, deve-se repetir a iteração desta etapa aumentando em duas unidades o número de linhas candidatas apenas para os caminhos onde o número da solução é igual ao número máximo de linhas candidatas $n_{ij} = \bar{n}_{ij}^{max}$.

Segunda etapa:

O espaço de busca para esta etapa é composto pelas linhas candidatas pertencentes às 3 listas, isto é, a primeira, a segunda e a terceira lista, realizando as seguintes modificações:

Para a primeira lista: Deve ser garantido em todos os caminhos desta lista que o número máximo de linhas candidatas tenha uma folga de duas linhas acima da resposta ótima de linhas instaladas obtida na primeira etapa.

Para a segunda lista: Apenas terão linhas candidatas os caminhos onde foram instaladas linhas na solução ótima da primeira etapa. Deve ser garantido que o número máximo de linhas candidatas tenha uma folga de duas linhas acima da resposta ótima de linhas instaladas na primeira etapa. Os caminhos que não tiveram instalações na solução ótima da primeira etapa terão um valor zero de linhas candidatas.

Para a terceira lista: Será atribuído um valor de duas linhas candidatas para cada caminho.

Dessa forma, procede-se à execução do programa, e com a solução encontrada desta iteração, analisa-se o seguinte:

$$Solução encontrada = \begin{cases} \text{Ótima} & \text{se } n_{ij}^{L_{1,2,3}} \leq \bar{n}_{ij}^{L_{1,2,3}} - 2 \\ \text{Não ótima} & \text{se } n_{ij}^{L_{1,2,3}} = \bar{n}_{ij}^{L_{1,2,3}} \end{cases} \quad (99)$$

Devido à relação anterior, se a solução encontrada satisfizer que o número de linhas instaladas é menor que o número máximo de linhas candidatas $n_{ij}^{L_{1,2,3}} \leq \bar{n}_{ij}^{L_{1,2,3}} - 2$, em todos os caminhos do sistema, então a solução encontrada no espaço de busca fornecido pelas listas um, dois e três é ótima para a segunda etapa e pode-se proceder à terceira etapa.

Por outro lado, se a solução encontrada indicar que o número de linhas instaladas é igual ao número máximo de linhas candidatas em algum caminho ij , então, deve-se repetir a iteração desta etapa aumentando em duas unidades o número de linhas candidatas apenas para os caminhos onde o número da solução é igual ao número máximo de linhas candidatas, $n_{ij} = \bar{n}_{ij}^{max}$.

Terceira etapa:

O espaço de busca para esta etapa é composto pelas linhas candidatas pertencente à primeira, segunda e terceira listas, realizando as seguintes modificações:

Para a primeira lista: Deve ser garantido em todos os caminhos desta lista que o número máximo de linhas candidatas tenha uma folga de acima duas linhas da resposta ótima de linhas instaladas obtida na primeira etapa.

Para a segunda lista: Nos caminhos onde foram instaladas linhas na solução ótima da primeira etapa, deve ser garantido que o número máximo de linhas candidatas tenha uma folga de acima duas linhas da resposta ótima de linhas instaladas na primeira etapa. Os caminhos que não tiveram instalações na solução ótima da primeira etapa terão um valor de 2 linhas candidatas.

Para a terceira lista: Apenas terão linhas candidatas os caminhos onde foram instaladas linhas na solução ótima da segunda etapa. Deve ser garantido que o número máximo de linhas candidatas tenha uma folga de acima duas linhas da resposta ótima de linhas instaladas na segunda etapa. Os caminhos que

não tiveram instalações na solução ótima da segunda etapa terão um valor igual a zero em linhas candidatas.

Dessa forma, procede-se à execução do programa, e com a solução encontrada desta iteração, analisa-se o seguinte:

$$Solução\ encontrada = \begin{cases} Ótima & se \quad n_{ij}^{L_{1,2,3}} \leq \bar{n}_{ij}^{L_{1,2,3}} - 2 \\ Não\ ótima & se \quad n_{ij}^{L_{1,2,3}} = \bar{n}_{ij}^{L_{1,2,3}} \end{cases} \quad (100)$$

Devido à relação anterior se a solução encontrada satisfizer que o número de linhas instaladas é menor que o número máximo de linhas candidatas $n_{ij}^{L_{1,2,3}} \leq \bar{n}_{ij}^{L_{1,2,3}} - 2$, em todos os caminhos do sistema, então a solução encontrada no espaço de busca fornecido pelas listas um, dois e três é ótima para a terceira etapa e é a solução ótima para o sistema utilizando o método de redução mediante relaxamento de variáveis.

Por outro lado, se a solução encontrada indicar que o número de linhas instaladas é igual ao número máximo de linhas candidatas em algum caminho ij , então, deve-se repetir a iteração desta etapa aumentando em duas unidades o número de linhas candidatas apenas para os caminhos onde o número da solução é igual ao número máximo de linhas candidatas $n_{ij} = \bar{n}_{ij}^{max}$.

4.7 RESTRIÇÕES DE CERCA BASEADAS EM UMA SOLUÇÃO INICIAL

Diante do desafio de encontrar melhores soluções para sistemas de elevada complexidade, propõe-se uma estratégia de redução do espaço de busca baseada em uma solução inicial de boa qualidade.

A estratégia consiste em limitar a quantidade máxima e mínima de linhas que podem ser instaladas em cada nó. Diferentemente das restrições anteriormente exploradas, essa estratégia limita todos os nós do sistema de acordo com a solução inicial conhecida.

Em especial, essa estratégia é apresentada neste trabalho de pesquisa para aplicação no sistema Norte-Nordeste brasileiro, Plano P2, após a identificação da

melhor solução para este sistema utilizando as primeiras estratégias de redução do espaço de busca descritas nas seções 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6.

Baseando-se na solução inicial conhecida, o funcionamento dessa estratégia é estabelecer limites máximos e mínimos no número de linhas que podem ser instaladas para cada nó K do sistema, utilizando a seguinte relação:

$$\text{Ninst}_k + U_1 \geq \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y=1}^{T_{ij}} 2^{y-1} w_{ij,y} \geq \text{Ninst}_k - U_2 \quad \forall_{i=k} \parallel \forall_{j=k} \in \Omega_b \quad (101)$$

Onde:

- $\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y=1}^{T_{ij}} 2^{y-1} w_{ij,y} \quad \forall_{i=k} \parallel \forall_{j=k} \in \Omega_b$, representa a somatória de linhas que podem ser instaladas no nó K .
- $\text{Ninst}_k + U_1$, representa o número máximo de linhas que podem ser instaladas no nó K .
- $\text{Ninst}_k - U_2$, representa o número mínimo de linhas que podem ser instaladas no nó K .
- Ninst_k , representa o número de linhas que foram instaladas no nó K , na melhor solução inicial conhecida.
- U_1 e U_2 , representam as variáveis de folga.

O espaço de busca do problema está diretamente limitado pelos valores atribuídos às variáveis de folga. Portanto, quanto maior for o valor dessas variáveis, maior será o esforço computacional necessário para resolver o problema. Como essa estratégia é proposta neste trabalho especificamente para resolver o sistema de elevada complexidade Norte-Nordeste brasileiro, Plano P2, foram atribuídos os valores de $U_1 = 2$, $U_2 = 3$, como variáveis de folga para este sistema.

Deve-se considerar que, para os nós nos quais a solução inicial conhecida é menor que a folga dois, $\text{Ninst}_k < U_2$. Será considerado apenas o limite superior de linhas ($\text{Ninst}_k + U_1$), já que não se considera que o limite inferior ($\text{Ninst}_k - U_2$), possa ser inferior a zero.

5 TESTES USANDO A REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA

5.1 INTRODUÇÃO

Os testes realizados neste capítulo têm como objetivo obter soluções ótimas e melhores para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Este desafio é particularmente complexo devido à grande dimensão do espaço de busca dos sistemas, o que dificulta encontrar soluções ótimas de planejamento.

Os resultados apresentados neste capítulo são obtidos utilizando as técnicas de redução do espaço de busca discutidas anteriormente. Estas técnicas simplificam o problema e reduzem o esforço computacional necessário. Todas elas são estrategicamente projetadas para encontrar a melhor solução possível garantindo, ao mesmo tempo, que a solução ótima global do sistema permaneça dentro do espaço de busca.

Essas técnicas de redução de espaço de busca são projetadas para serem aplicadas ao modelo matemático DC, em suas versões linear disjuntiva e linear disjuntiva reduzida. As soluções ótimas para o sistema colombiano e o Plano P1 do sistema norte-nordeste brasileiro são encontradas usando o modelo linear disjuntivo e as técnicas de redução de espaço de busca. Por outro lado, a solução encontrada para o Plano P2 do sistema norte-nordeste brasileiro é encontrada usando o modelo matemático linear disjuntivo reduzido e as técnicas de redução de espaço de busca.

O que se espera com o uso dessas técnicas de redução de espaço de busca é encontrar as respostas ótimas para qualquer sistema de transmissão de energia elétrica, criando uma versão generalizada que possa ser aplicada a qualquer sistema específico. Neste caso, o principal objetivo alcançado pelos testes realizados com a redução de espaço de busca está centrado nos resultados encontrados para o sistema norte-nordeste brasileiro, para o qual até o momento é garantido ter encontrado a solução ótima para o Plano P1. Enquanto para o Plano P2, foram encontradas respostas de qualidade ainda não conhecidas na literatura.

Este capítulo está dividido em várias seções, cada uma das quais descreve detalhadamente os resultados obtidos através do uso das técnicas de redução do espaço de busca. Na Seção 5.2, são descritos os sistemas utilizados e o tipo de técnica aplicada para realizar os testes. Na Seção 5.3, são apresentados os resultados para o sistema colombiano de 93 barras e para o Plano P1 do sistema

norte-nordeste brasileiro. Na Seção 5.4, são expostos os resultados obtidos para o Plano P2 do sistema norte-nordeste brasileiro e na Seção 5.5, é apresentado um resumo da análise e comparações dos resultados obtidos neste trabalho e os apresentados na literatura atual.

5.2 SISTEMA COLOMBIANO E NORTE-NORDESTE BRASILEIRO

O sistema colombiano possui um total de 93 barras, das quais 49 têm capacidade de geração, somando uma capacidade total de geração de 14.559 MW. Além disso, 55 dessas barras possuem demanda, totalizando uma demanda de 14.559 MW. O sistema possui 155 caminhos, com a possibilidade de construir até 4 novas linhas de transmissão em cada um.

Para encontrar os resultados do sistema colombiano, foi utilizado o modelo DC na sua versão linear disjuntiva, utilizando as seguintes estratégias de redução do espaço de busca previamente vistas:

- Redução de variáveis candidatas utilizando as soluções ótimas dos modelos relaxados (4.2).
- Restrições de investimento (4.3).

O sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 conta com um total de 87 barras, das quais 14 têm capacidade de geração, somando uma capacidade total de geração de 20.316 MW. Além disso, 29 dessas barras possuem demanda, totalizando uma demanda de 20.316 MW. O sistema possui 183 caminhos, com a possibilidade de construir até 12 novas linhas de transmissão em cada um.

Para encontrar os resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1, foi utilizado o modelo DC na sua versão linear disjuntiva, utilizando as mesmas estratégias usadas para o sistema colombiano (4.2), (4.3).

O sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 possui um total de 87 barras, das quais 14 têm capacidade de geração, resultando em uma capacidade total de geração de 29.748 MW. Além disso, 29 dessas barras possuem demanda, acumulando uma demanda total de 29.748 MW. O sistema possui 183 caminhos, com a possibilidade de construir até 12 novas linhas de transmissão em cada um.

Para encontrar os resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2, foi utilizado o modelo DC na sua versão linear disjuntiva reduzida, utilizando as seguintes estratégias de redução do espaço de busca previamente vistas:

- Restrições de investimento (4.3).

- Restrições de cerca (4.4).
- Método de redução através da relaxação de variáveis (4.6).
- Restrições de cerca baseadas em uma solução inicial (4.7).

Na Tabela 14, é apresentado um resumo dos parâmetros e estratégias aplicadas a cada sistema de teste utilizado nesta pesquisa.

Tabela 14 – Sistemas de Teste

	Colombiano	Norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002)	Norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008)
Barras	93	87	87
Caminhos	155	183	183
Geração	14.559 MW	20.316 MW	29.748 MW
Demanda	14.559 MW	20.316 MW	29.748 MW
Estratégias aplicadas	Redução de variáveis candidatas utilizando as soluções ótimas dos modelos relaxados (4.2). Restrições de investimento (4.3).	Redução de variáveis candidatas utilizando as soluções ótimas dos modelos relaxados (4.2). Restrições de investimento (4.3).	Restrições de investimento (4.3). Restrições de cerca (4.4). Método de redução através da relaxação de variáveis (4.6). Restrições de cerca baseadas em uma solução inicial (4.7).

Fonte: Produção do próprio autor.

5.3 MODELO DC (LINEAR DISJUNTIVO)

5.3.1 Sistema colombiano

Na Tabela 15, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima do sistema colombiano, obtida através da redução do espaço de busca.

Tabela 15 – Resultados do sistema colombiano – Modelo Linear Disjuntivo

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MU\$)
2	43	88	0	2	-300	39,560
23	15	18	1	1	-618,860	7,927
48	30	65	1	1	230,2095	13,677
49	30	72	2	1	-513,858	5,512
50	55	57	1	1	-884,53	46,808
52	55	84	1	1	-923,02	26,658
53	56	57	2	1	1.514,49	62,618
62	55	62	1	1	1.081,534	70,988
101	27	64	1	1	-437,347	6,777
105	27	29	1	1	-490,586	5,052
132	50	54	2	1	262,16	12,872
133	62	73	1	1	1.411,257	73,158
138	54	56	3	1	1.066,5508	13,270
140	72	73	2	1	-912,7343	13,270
141	19	82	1	2	1.113,0144	13,270
145	82	85	1	1	1.282,546	89,898
147	68	86	1	1	-587,670	8,272
Custo Total (MU\$)						562,417

Fonte: Produção do próprio autor.

5.3.2 Sistema norte-nordeste brasileiro plano P1

Na Tabela 16, apresentam-se os resultados correspondentes à solução ótima do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1, obtida através da redução do espaço de busca.

Tabela 16 – Resultados do sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Modelo Linear Disjuntivo

Caminho	Nó i	Nó j	Linhas base n_{ij}^o	Linhas adicionadas n_{ij}	f_{ij} (MW)	Custo de linha (MUS\$)
3	2	60	0	2	1.812,3959	52,230
13	4	68	0	1	111,6887	10,020
20	5	58	0	2	1.988,3727	27,440

21	5	60	0	2	-1.812,395	32,130
22	5	68	0	1	-999,6887	48,880
35	8	12	0	1	913,3312	47,540
38	8	62	0	2	-1.976,899	51,560
40	9	10	1	1	1.365,7940	7,340
41	10	11	1	1	1.903,7940	17,390
42	11	12	1	1	1.672,6462	6,670
48	12	17	1	2	3.599,1722	30,388
51	13	14	0	1	418,0075	10,690
52	13	15	0	2	2.379,2874	26,770
58	14	59	0	1	960,0075	20,070
59	15	16	2	1	3.581,0246	24,760
61	15	46	1	1	804,9247	8,926
63	16	44	4	2	3.581,0246	8,926
67	17	18	2	2	4.750,9951	21,678
69	18	50	4	6	5.689,7519	8,926
75	20	21	1	2	487,4693	6,435
76	20	38	2	2	-959,583	12,840
81	22	37	2	1	-426,2868	11,935
88	25	55	0	4	-1.988,372	8,926
91	26	29	1	2	478,4667	6,710
97	29	30	1	2	431,4667	4,510
98	30	31	1	1	242,4667	4,235
105	34	41	2	2	520,00	6,215
106	35	46	4	1	688,6995	12,705
111	39	42	1	2	497,2942	6,105
112	39	86	0	4	-987,5983	7,510
113	40	45	1	1	-1.020,286	8,926
116	42	44	2	1	-330,7058	4,565
117	42	85	2	1	487,00	3,465
118	43	55	0	2	1.988,372	31,326
119	43	58	0	2	-1.988,372	38,160
120	44	46	3	2	-771,6811	10,010
122	48	49	1	1	323,1594	4,895
123	48	50	2	1	-46,9113	2,090
125	49	50	1	2	-453,8406	5,335
127	52	59	1	1	-806,0428	8,926
131	53	86	0	1	987,5983	46,870
144	62	67	0	2	-1.976,899	55,580
151	67	69	0	1	-734,8998	26,100
156	69	87	0	1	167,1002	18,060
Custo Total (MU\$)						1.343,054

Fonte: Produção do próprio autor.

	6	6	5	3	6	8	6	8	7	7	7	6
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fonte: Produção do próprio autor.

Como pode ser observado na Tabela 17, foram realizadas 12 iterações utilizando o método de redução através da relaxação de variáveis e restrições de cerca para o sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2. Cada iteração apresenta um número de linhas instaladas em diferentes caminhos, resultando em soluções com custos variados. Nesta tabela mostra-se que o número total de linhas instaladas nas doze iterações, varia entre 103 e 108 linhas. A melhor e última solução encontrada na iteração 12 instalou um total de 106 linhas candidatas em 48 caminhos do sistema. Desses caminhos, 21 continham linhas da topologia base, enquanto 27 não tinham linhas da topologia base. O método de redução através da relaxação de variáveis, como mostrado nos resultados da Tabela 17, demonstra como se obtém uma melhor resposta à medida que são realizadas mais iterações. Isso garante que a redução do espaço de solução assegura em cada iteração uma melhoria na resposta, em relação à anterior. Com o comportamento dos resultados obtidos, é possível assegurar que a estratégia de redução conserva dentro do espaço de busca as melhores soluções que o sistema pode apresentar.

Na Tabela 18, a seguir são apresentados os resultados dos custos associados às diferentes soluções obtidas em cada iteração.

Tabela 18 – Resultados de custos de investimento.

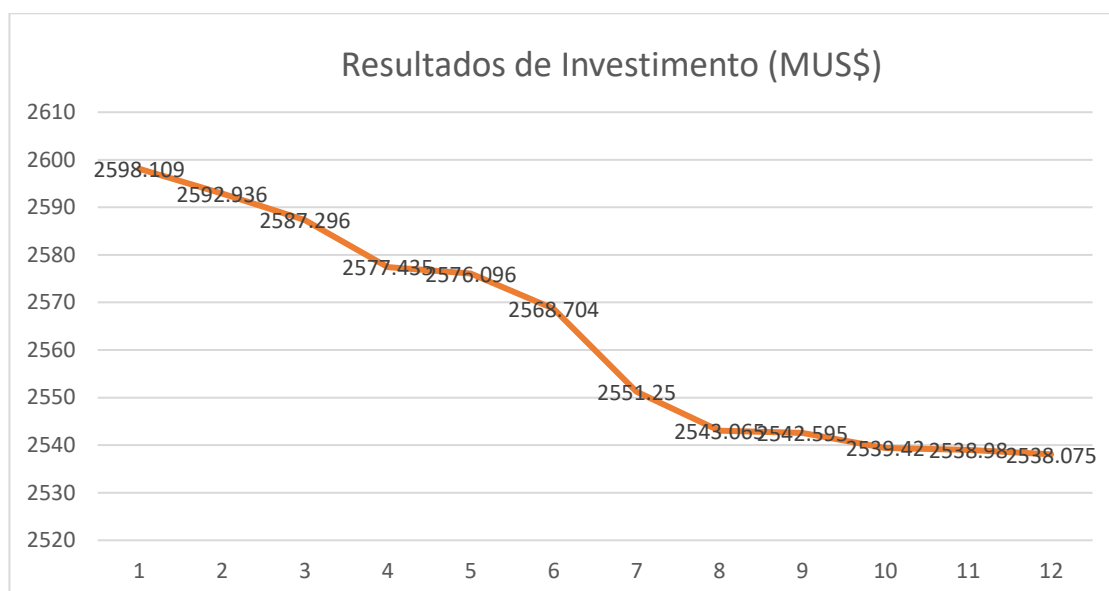
Iteração	Custo de linhas (MU\$)
1	2.598,109
2	2.592,936
3	2.587,296
4	2.577,435
5	2.576,096
6	2.568,704
7	2.551,250
8	2.543,065
9	2.542,595
10	2.539,420
11	2.538,980
12	2.538,075

Fonte: Produção do próprio autor.

Como se pode observar na Tabela 18, cada iteração possui um custo de investimento diferente associado à solução encontrada. A redução de custo entre as iterações 1 e 12 é aproximadamente 60 milhões de dólares. As soluções obtidas com o método de redução através da relaxação de variáveis são de excelente qualidade e podem servir de base para desenvolver novas estratégias futuras com base no comportamento dessas soluções.

Na Figura 4, a seguir, pode-se observar o comportamento dos custos de investimento associados às soluções encontradas em cada iteração do método de redução através da relaxação de variáveis.

Figura 4 – Resultados de custos de investimentos



Fonte: Produção do próprio autor.

Na Figura 4, pode-se observar o comportamento dos resultados obtidos. O eixo vertical representa os custos de investimento, enquanto o eixo horizontal mostra os valores das iterações. Observa-se que, à medida que as iterações aumentam, o custo de investimento em novas linhas adicionadas ao sistema tende a diminuir, resultando em soluções de alta qualidade. As duas melhores soluções encontradas foram 2.538,980 e 2.538,075. A solução de 2.538,980 adicionou um total de 107 linhas, enquanto a solução de 2.538,075 adicionou 106 linhas. Ambas as soluções adicionaram a mesma quantidade de linhas em 43 caminhos, indicando que a diferença de custo entre as duas soluções está nos 5 caminhos restantes, já que cada uma adicionou linhas em um total de 48 caminhos.

Após obter as respostas do sistema apresentadas na Tabela 18, foi realizado um segundo teste com o objetivo de encontrar uma solução melhor utilizando as seguintes estratégias e modificações:

- Modelo linear disjuntivo reduzido (4.5).
- Redução de variáveis candidatas utilizando as soluções ótimas dos modelos relaxados (4.2):
Esta estratégia é explicada na Seção 4.2 e apresenta apenas a modificação de que as 12 soluções encontradas, são utilizadas na equação (61) para determinar o número máximo de linhas candidatas que cada caminho do sistema pode conter.
- Restrições de cerca baseadas em uma solução inicial (4.7):
Para implementar esta estratégia, explicada na Seção 4.7, foi utilizada como solução inicial a melhor solução obtida, apresentada na Tabela 18, com um custo de investimento de 2.538,075 milhões de dólares. Além disso, os valores das variáveis de folga são $U_1 = 2$ e $U_2 = 3$.

Na Tabela 19, apresenta-se a instalação de linhas associadas a cada nó do sistema correspondente à solução inicial.

Tabela 19 – Linhas instaladas em cada nó (N_{inst_k}).

$n_{01} = 1$	$n_{02} = 2$	$n_{03} = 0$	$n_{04} = 6$	$n_{05} = 8$	$n_{06} = 1$	$n_{07} = 0$
$n_{08} = 0$	$n_{09} = 0$	$n_{10} = 0$	$n_{11} = 0$	$n_{12} = 1$	$n_{13} = 4$	$n_{14} = 1$
$n_{15} = 10$	$n_{16} = 11$	$n_{17} = 0$	$n_{18} = 17$	$n_{19} = 0$	$n_{20} = 0$	$n_{21} = 2$
$n_{22} = 1$	$n_{23} = 0$	$n_{24} = 2$	$n_{25} = 4$	$n_{26} = 2$	$n_{27} = 0$	$n_{28} = 0$
$n_{29} = 4$	$n_{30} = 2$	$n_{31} = 0$	$n_{32} = 0$	$n_{33} = 0$	$n_{34} = 1$	$n_{35} = 1$
$n_{36} = 1$	$n_{37} = 2$	$n_{38} = 0$	$n_{39} = 4$	$n_{40} = 3$	$n_{41} = 2$	$n_{42} = 3$
$n_{43} = 8$	$n_{44} = 8$	$n_{45} = 1$	$n_{46} = 4$	$n_{47} = 0$	$n_{48} = 0$	$n_{49} = 5$
$n_{50} = 16$	$n_{51} = 1$	$n_{52} = 1$	$n_{53} = 1$	$n_{54} = 0$	$n_{55} = 7$	$n_{56} = 2$
$n_{57} = 3$	$n_{58} = 6$	$n_{59} = 2$	$n_{60} = 0$	$n_{61} = 4$	$n_{62} = 0$	$n_{63} = 0$
$n_{64} = 3$	$n_{65} = 0$	$n_{66} = 0$	$n_{67} = 5$	$n_{68} = 1$	$n_{69} = 4$	$n_{70} = 0$
$n_{71} = 4$	$n_{72} = 2$	$n_{73} = 4$	$n_{74} = 8$	$n_{75} = 2$	$n_{76} = 0$	$n_{77} = 0$
$n_{78} = 0$	$n_{79} = 0$	$n_{80} = 0$	$n_{81} = 4$	$n_{82} = 0$	$n_{83} = 0$	$n_{84} = 0$
$n_{85} = 3$	$n_{86} = 4$	$n_{87} = 3$				

Fonte: Produção do próprio autor.

Com base nos valores das linhas instaladas em cada nó, correspondentes à solução inicial, e os valores das variáveis de folga $U_1 = 2$ e $U_2 = 3$. Foram

incorporadas ao modelo matemático um total de 87 restrições de cerca, formuladas por meio da equação (101).

É importante destacar que foi analisada a instalação de linhas em cada nó correspondente à solução ótima do problema relaxado, relaxando a integralidade das variáveis inteiras, para determinar os valores das variáveis de folga $U_1 = 2$ e $U_2 = 3$. Garantindo que o número de linhas instaladas em cada nó pela solução ótima do problema relaxado, permanecesse dentro dos limites permitidos pelas restrições de cerca em cada nó do sistema. Realizaram-se vários experimentos nos quais os valores das variáveis de folga foram aumentados. No entanto, durante a execução do programa, o computador esgotava sua capacidade de processamento e a execução era interrompida.

Posteriormente, o programa foi executado utilizando o solver CPLEX, que operou por 19,05 dias (543001496,65 ticks), obtendo durante seu processo de solução os seguintes custos de investimento, juntamente com seus respectivos valores de GAP.

Tabela 20 – Resultados com restrições de cerca baseadas em uma solução inicial.

CUSTO (MU\$)	GAP (%)
2.816,248	13,90
2.796,315	13,24
2.712,822	10,43
2.678,790	9,29
2.676,570	9,21
2.668,530	8,52
2.664,967	8,14
2.649,585	7,61
2.647,139	7,11
2.645,381	7,04
2.626,759	6,39
2.617,833	6,07
2.609,558	5,70
2.594,538	5,16
2.584,481	3,60
2.576,971	3,32
2.562,990	2,79
2.560,361	2,69
2.558,736	2,17
2.552,851	1,94
2.546,806	1,67

2.546,490	1,21
2.538,980	0,91
2.538,075	0,47
2.538,075	0,01

Fonte: Produção do próprio autor.

Na Tabela 20, pode-se observar que a melhor solução encontrada pelo solver CPLEX é de 2.538,075 milhões de dólares, com um GAP de 0,01%.

5.5 ANÁLISE E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

As tabelas a seguir apresentam as comparações entre as soluções de custos de investimento obtidas neste trabalho de pesquisa e as soluções apresentadas na literatura.

Tabela 21 – Comparação de resultados - Sistema colombiano

Colômbia			
Método	Tempo (s)	GAP (%)	Custo (MU\$)
Modelo linear disjuntivo	26,30	0	562,417
Estratégias de redução de espaço de busca (4.2), (4.3).	3,69	0	562,417

Fonte: Produção do próprio autor.

Na Tabela 21, observa-se que a solução ótima de investimento para o sistema colombiano, obtida utilizando apenas o modelo matemático linear disjuntivo, é de 562.417 milhões de dólares, com um tempo de processamento de 26,30 segundos. No entanto, ao aplicar as estratégias de redução do espaço de busca deste trabalho, essa mesma solução é encontrada em apenas 3,69 segundos. É importante destacar que, segundo a literatura, em (Gallego; Garcés; Rahmani; Romero, 2017), os autores também encontraram a solução ótima para este sistema em um tempo de 9 segundos.

Tabela 22 – Comparação de resultados - Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1.

Sistema Norte-nordeste brasileiro Plano P1.				
Autor	Método	Tempo (min)	GAP (%)	Custo (MU\$)
Gallego, Garcés, Rahmani, Romero.	Algoritmo Genético Híbrido de alto desempenho	10.65	–	1.350,13
Zamora, Romero, Macedo.	Estratégias de redução de espaço de busca (4.2), (4.3).	1560	0	1.343,054

Fonte: Produção do próprio autor.

Na Tabela 22, são apresentadas as comparações dos resultados obtidos para a solução de planejamento do sistema Norte-Nordeste Brasileiro, Plano P1. A melhor solução de investimento conhecida na literatura foi de 1.350,13 milhões de dólares, relatada em (Gallego; Garcés; Rahmani; Romero, 2017), que utilizou um algoritmo genético de alto desempenho.

Por outro lado, este trabalho de pesquisa conseguiu encontrar a solução ótima para o sistema Norte-Nordeste Brasileiro, Plano P1, por meio das estratégias de redução do espaço de busca. Essas estratégias permitiram reduzir os custos em 7,076 milhões de dólares, alcançando uma solução de investimento de 1.343,054 milhões de dólares com um GAP de 0% em relação ao espaço de busca utilizado, com um tempo de processamento em torno de 26 horas.

Tabela 23 – Comparação de resultados - Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2.

Sistema Norte-nordeste brasileiro Plano P2				
Autor	Método	Tempo (h)	GAP (%)	Custo (MU\$)
Rahmani, Romero, Rider.	Modelo linear disjuntivo reduzido, GRASP-CP.	55	5	2.546,417
Zamora, Romero, Macedo.	Estratégias de redução de espaço de busca (4.3), (4.4), (4.5), (4.6).	72	0	2.538,075
	Estratégias de redução de espaço de busca (4.2), (4.5), (4.7).	457,2	0	2.538,075

Fonte: Produção do próprio autor.

Na Tabela 23, são apresentadas as comparações dos resultados obtidos para a solução de planejamento do sistema Norte-Nordeste Brasileiro, Plano P2. A melhor solução de investimento conhecida na literatura foi de 2.546,417 milhões de dólares, relatada em (Rahmani; Romero; Rider, 2013), os autores utilizaram o GRASP-CP para otimizar o espaço de busca e propor uma solução inicial. No entanto, como as meta-heurísticas não garantem uma solução ótima, os autores decidiram avaliar quão próxima da ótima era a solução encontrada.

Para isso, tomaram essa solução como referência e realizaram um novo teste utilizando o modelo DC linear disjuntivo reduzido (RDM), considerando todo o espaço de solução de busca. Usando o solver CPLEX, o programa foi executado por 15 dias. Durante esse período, nenhuma solução melhor foi encontrada, levando à conclusão de que a solução obtida correspondia a um GAP aproximado de 5%.

Por outro lado, este trabalho de pesquisa conseguiu encontrar cinco novas e melhores soluções de investimento para o sistema Norte-Nordeste Brasileiro, Plano P2, por meio das estratégias de redução do espaço de busca (4.3), (4.4), (4.5), (4.6). Os custos das cinco soluções encontradas são: 2.543,065, 2.542,595, 2.539,42, 2.538,98, 2.538,075 milhões de dólares. Dessa forma, as estratégias implementadas permitiram uma redução de custos de 8,342 milhões de dólares, alcançando uma solução de investimento de 2.538,075 milhões de dólares.

Um segundo teste foi realizado no sistema Norte-Nordeste brasileiro Plano P2, utilizando as estratégias de redução do espaço de busca (4.2), (4.5), (4.7). Como

resultado, foi obtida a mesma solução de 2.538,075 milhões de dólares em um tempo de 19,05 dias (457,2 horas), com um GAP de 0% em relação ao espaço de busca reduzido empregado.

Deve-se notar que, todos os resultados deste trabalho, foram obtidos utilizando AMPL e os solvers CPLEX e KNITRO, executados em uma máquina equipada com um processador Intel(R) Core(TM) i7 de 3,6 GHz e 16 GB de memória RAM.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho de pesquisa, foram formuladas estrategicamente diversas técnicas de redução do espaço de busca, as quais foram aplicadas ao modelo matemático DC em sua versão linear disjuntiva reduzida. Como resultado, obtiveram-se excelentes soluções previamente desconhecidas para o problema de planejamento da expansão do sistema norte-nordeste brasileiro. Esses resultados demonstram a eficácia das técnicas de redução do espaço de busca e fornecem um valioso recurso para futuras pesquisas focadas no planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

Nos testes foram usados apenas dados de sistemas de grande porte e, de complexidade média e elevada já que a pesquisa estava orientada a encontrar a solução ótima do sistema norte-nordeste brasileiro, Plano P1 e Plano P2, cujas soluções ainda não eram conhecidas na literatura especializada. O sistema colombiano é de complexidade média e a solução ótima desse sistema já era conhecida e, portanto, foi usada apenas para verificar o desempenho das estratégias de redução do espaço de busca apresentados neste trabalho. Por outro lado, para o sistema norte nordeste brasileiro, para os planos P1 e P2, eram conhecidas apenas soluções de boa qualidade. Dessa forma, com as estratégias desenvolvidas nesta pesquisa foi possível encontrar a solução ótima do Plano P1. Adicionalmente, para o Plano P2 foram encontradas soluções de melhor qualidade que as anteriormente apresentadas na literatura especializada. Dessa forma, a solução ótima do Plano P2 ainda permanece desconhecida.

Neste trabalho, foram realizados dois testes para o sistema norte-nordeste brasileiro, Plano P2. No primeiro teste, foram empregadas técnicas que reduziam o espaço de busca. No segundo, trabalhou-se com um espaço de busca significativamente maior, obtendo-se em ambos os testes a mesma solução. Verificando desta forma, a eficiência das técnicas de redução do espaço de busca utilizadas no primeiro teste.

Como trabalho futuro, fora do escopo da dissertação, pode-se usar todas essas estratégias de redução do espaço de busca para implementar o planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando o modelo AC junto com o planejamento da alocação de fontes de potência reativa no sistema de energia elétrica. Adicionalmente, pode-se continuar com trabalhos de pesquisa que encontrem outras

formas de redução do espaço de busca para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão e para outros problemas do planejamento da expansão e da operação de sistemas de energia elétrica onde acontecem os mesmos problemas de abordados neste trabalho de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ABDI, H.; MORADI, M.; LUMBRERAS, S. Metaheuristics and transmission expansion planning: A comparative case study. **Energies**, Basel, v. 14, n. 12, jun. 2021.
- AGUADO, J.A.; DE LA TORRE, S.; TRIVIÑO, A. Battery energy storage systems in transmission network expansion planning. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, v. 145, p. 63–72, abr. 2017.
- AKBARI, T.; BINA, M.T. Approximated MILP model for AC transmission expansion planning: Global solutions versus local solutions. **IET Generation, Transmission and Distribution**, Londres, v. 10, n. 7, p. 1563–1569, maio. 2016.
- ALDIK, A.R.; VENKATESH, B. AC Transmission Network Expansion Planning Using the Line-Wise Model for Representing Meshed Transmission Networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 38, n. 3, p. 2204–2223, maio. 2023.
- ALIZADEH, B.; JADID, S. A dynamic model for coordination of generation and transmission expansion planning in power systems. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Oxford, v. 65, p. 408–418, 2015.
- BAHIENSE; OLIVEIRA; PEREIRA; GRANVILLE. A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 16, n. 3, p. 560–565, 2001.
- BINATO, S.; DE OLIVEIRA, G.C.; DE ARAUJO, J.L. A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 247–253, maio. 2001.
- CHU, P.C.; BEASLEY, J.E. A genetic algorithm for the generalized assignment problem. **Computers & Operations Research**, Oxford, v. 24, n. 1, p. 17–23, jan. 1997.
- DAGOUMAS, A.S.; KOLTSAKLIS, N.E. Review of models for integrating renewable energy in the generation expansion planning. **Applied Energy**, Amsterdã, v. 242, p. 1573–1587, maio, 2019.
- DE MENDONÇA, I.M.; JUNIOR, I.C.S.; MARCATO, A.L.M. Static planning of the expansion of electrical energy transmission systems using particle swarm optimization. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Oxford, v. 60, p. 234–244, 2014.
- DE OLIVEIRA; SILVA; PEREIRA; CARNEIRO. Transmission system expansion planning using a sigmoid function to handle integer investment variables. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway v. 20, n. 3, p. 1616–1621, ago. 2005.
- EGHBAL, M.; SAHA, T.K.; HASAN, K.N. Transmission expansion planning by meta-heuristic techniques: A comparison of Shuffled Frog Leaping Algorithm, PSO and

GA. *In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2011, Detroit. Anais [...].* Detroit: IEEE, 2011.

ESCOBAR, A.H.; GALLEGU, R.A.; ROMERO, R.A. Using traditional heuristic algorithms on an initial genetic algorithm population applied to the transmission expansion planning problem. **Ingeniería e Investigación**, Bogotá, v. 31, n. 1, p. 127–143, jan. 2011.

FARRAG, M.A.; ALI, K.M.; OMRAN, S. AC load flow based model for transmission expansion planning. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, v. 171, p. 26–35, jun. 2019.

GALLEGU; GARCÉS; RAHMANI; ROMERO. High-performance hybrid genetic algorithm to solve transmission network expansion planning. **IET Generation, Transmission and Distribution**, Londres, v. 11, n. 5, p. 1111–1118, mar. 2017.

GALLEGU, R.A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Transmission system expansion planning by an extended genetic algorithm. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 145, n. 3, p. 329, 1998.

GARVER, L. Transmission Network Estimation Using Linear Programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-89, n. 7, p. 1688–1697, set. 1970.

GOMES, P.V.; SARAIVA, J.T. **Static transmission expansion planning using Heuristic and metaheuristic techniques**. *In: IEEE EINDHOVEN POWERTECH, 2015, Eindhoven. Anais [...].* Eindhoven: IEEE, 2015.

GUTIÉRREZ-ALCARAZ, G.; GONZÁLEZ-CABRERA, N.; GIL, E. An efficient method for Contingency-Constrained Transmission Expansion Planning. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, v. 182, maio. 2020.

HAFFNER; MONTICELLI; GARCIA; MANTOVANI; ROMERO. Branch and bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 147, n. 3, p. 149, 2000.

HASHIMOTO, S.H.M.; ROMERO, R.; MANTOVANI, J.R.S. Efficient linear programming algorithm for the transmission network expansion planning problem. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 150, n. 5, p. 536, 2003.

JABR, R.A. Optimization of AC transmission system planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 2779–2787, 2013.

KALTENBACH, J.; PESCHON, J.; GEHRIG, E. A Mathematical Optimization Technique for the Expansion of Electric Power Transmission Systems. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-89, n. 1, p. 113–119, jan. 1970.

KHORASANI, H.; POURAKBARI-KASMAEI, M.; ROMERO, R. **Transmission expansion planning via a constructive heuristic algorithm in restructured electricity industry**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC POWER AND ENERGY CONVERSION SYSTEMS, 3., 2013, Istanbul. **Anais [...]**. Istanbul: IEEE, 2013.

LAPSEE. **Sistemas Testes**. 2020. Disponível em: <https://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pesquisas-e-projetos/lapsee/downloads/materiais-de-cursos1193/>. Acesso em: 22 de setembro de 2023.

LI, C.; CONEJO; LIU; BENJAMIN, P.; SIIROLA; GROSSMANN. Mixed-integer linear programming models and algorithms for generation and transmission expansion planning of power systems. **European Journal of Operational Research**, Oxford, v. 297, n. 3, p. 1071–1082, mar. 2022.

LUMBRERAS, S.; RAMOS, A. The new challenges to transmission expansion planning. Survey of recent practice and literature review. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, maio. 2016.

MEHRTASH, M.; CAO, Y. A New Global Solver for Transmission Expansion Planning with AC Network Model. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 37, n. 1, p. 282–293, jan. 2022.

MENESES; NASCIMENTO; MACEDO; ROMERO. Transmission Network Expansion Planning Considering Line Switching. **IEEE Access**, v. 8, p. 115148–115158, 2020.

OLIVEIRA; SILVA; LEONARDO, W.; MENDONÇA; VILAÇA; SARAIVA. A two-stage constructive heuristic algorithm to handle integer investment variables in transmission network expansion planning. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, v. 192, mar. 2021.

OLIVEIRA, G.C.; COSTA, A.P.C.; BINATO, S. Large scale transmission network planning using optimization and heuristic techniques. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 10, n. 4, p. 1828–1834, nov. 1995.

POUBEL; DE OLIVEIRA; MANSO; HONÓRIO; OLIVEIRA, L.W. Tree searching heuristic algorithm for multi-stage transmission planning considering security constraints via genetic algorithm. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, v. 142, p. 290–297, jan. 2017.

RAHMANI, M.; ROMERO, R.; RIDER, M.J. Strategies to reduce the number of variables and the combinatorial search space of the multistage transmission expansion planning problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 2164–2173, 2013.

RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. Power system transmission network expansion planning using AC model. **IET Generation, Transmission and Distribution**, Londres, v. 1, n. 5, p. 731–742, 2007.

ROMERO, R.; MONTICELLI, A. A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 9, n. 1, p. 373–380, 1994.

SANCHEZ; ROMERO; MANTOVANI; RIDER. Transmission-expansion planning using the DC model and nonlinear-programming technique. **IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, v. 152, n. 6, p. 763, 2005.

SHAHZAD, U. A review of challenges for security-constrained transmission expansion planning. **Journal of Electrical Engineering, Electronics, Control and Computer Science**, v. 7, n. 2, p. 21–30, 2020.

STEVENSON, W.D. AND OTHERS. **Elements of power system analysis**. McGraw-Hill New York, v. 4, 1982.

TAYLOR, J.A.; HOVER, F.S. Conic AC transmission system planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 2, p. 952–959, 2013.

VILAÇA; SARAIVA; CARVALHO; DIAS; LEONARDO, W. Impact of decision-making models in Transmission Expansion Planning considering large shares of renewable energy sources. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, v. 174, set. 2019.

VILAÇA, P.; STREET, A.; COLMENAR, J.M. A MILP-based heuristic algorithm for transmission expansion planning problems. **Electric Power Systems Research**, Amsterdã, v. 208, jul. 2022.

VILLASANA, R.; GARVER, L.; SALON, S. Transmission Network Planning Using Linear Programming. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. PAS-104, n. 2, p. 349–356, fev. 1985.

ZHAN, J.; CHUNG, C.Y.; ZARE, A. A Fast Solution Method for Stochastic Transmission Expansion Planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 32, n. 6, p. 4684–4695, nov. 2017.

ZHANG; GERALD; VIJAY; JAIME. An improved network model for transmission expansion planning considering reactive power and network losses. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 3471–3479, 2013.

ZULUAGA, Antonio Escobar. **Planeamiento dinámico de la expansión de sistemas de transmisión usando algoritmos combinatoriales**. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, fev. 2002.

ANEXO A – DADOS DOS SISTEMAS DE TESTE

Tabela 24 – Sistema colombiano – Dados de nós.

Nó	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	240,0	0,00
2	165,0	486,66
3	0,0	587,08
4	0,0	0,00
5	40,0	351,42
6	34,0	0,00
7	136,0	448,03
8	230,0	505,87
9	0,0	519,69
10	0,0	88,84
11	108,0	220,15
12	47,0	0,00
13	0,0	260,08
14	0,0	0,00
15	0,0	562,84
16	0,0	351,90
17	35,0	203,00
18	540,0	54,10
19	1.340,0	29,28
20	45,0	302,27
21	0,0	277,44
22	200,0	79,17
23	0,0	302,27
24	150,0	0,00
25	86,0	0,00
26	70,0	0,00
27	0,0	396,71
28	14,0	486,39
29	618,0	505,96
30	0,0	199,55
31	189,0	391,88
32	0,0	188,33
33	0,0	247,24
34	0,0	115,81
35	200,0	256,86
36	44,0	167,29
37	138,0	176,30
38	15,0	129,72
39	15,0	268,19
40	305,0	0,00
41	100,0	81,85

42	0,0	152,39
43	0,0	52,90
44	23,0	384,64
45	1.208,0	0,00
46	150,0	181,62
47	0,0	61,60
48	885,0	896,26
49	0,0	193,27
50	240,0	632,75
51	0,0	190,45
52	0,0	55,60
53	320,0	0,00
54	0,0	114,19
55	40,0	333,59
56	0,0	0,00
57	130,0	336,94
58	190,0	0,00
59	160,0	0,00
60	1.216,0	0,00
61	155,0	0,00
62	0,0	0,00
63	1.090,0	52,77
64	280,0	132,35
65	0,0	197,58
66	300,0	0,00
67	474,0	397,98
68	0,0	0,00
69	0,0	106,61
70	180,0	0,00
71	424,0	471,21
72	0,0	0,00
73	0,0	0,00
74	0,0	0,00
75	0,0	0,00
76	40,0	0,00
77	0,0	82,85
78	0,0	54,07
79	300,0	146,87
80	0,0	88,34
81	0,0	0,00
82	0,0	0,00
83	0,0	0,00
84	500,0	0,00
85	0,0	0,00
86	850,0	0,00
87	0,0	0,00

88	300,0	0,00
89	0,0	0,00
90	0,0	0,00
91	0,0	0,00
92	0,0	0,00
93	0,0	0,00

Fonte: LAPSEE (2020).

Tabela 25 – Sistema colombiano – Dados de linhas

caminho	nó i	nó j	x_{ij} (p.u.)	Capacidade (MW)	Custo (MU\$)
1	52	88	0,0980	300	34,190
2	43	88	0,1816	250	39,560
3	57	81	0,0219	550	58,890
4	73	82	0,0374	550	97,960
5	27	89	0,0267	450	13,270
6	74	89	0,0034	550	14,570
7	73	89	0,0246	550	66,650
8	79	83	0,0457	350	15,400
9	8	67	0,2240	250	29,200
10	39	86	0,0545	350	9,880
11	25	28	0,0565	320	9,767
12	25	29	0,0570	320	9,882
13	13	14	0,0009	350	3,902
14	13	20	0,0178	350	5,742
15	13	23	0,0277	350	7,007
16	14	31	0,1307	250	18,622
17	14	18	0,1494	250	20,232
18	14	60	0,1067	300	15,977
19	2	4	0,0271	350	6,662
20	2	9	0,0122	350	5,282
21	2	83	0,0200	570	5,972
22	9	83	0,0200	400	5,972
23	15	18	0,0365	450	7,927
24	15	17	0,0483	320	9,422
25	15	20	0,0513	320	9,652
26	15	76	0,0414	320	9,882
27	15	24	0,0145	350	5,282
28	37	61	0,0139	350	4,937
29	19	61	0,1105	250	16,092
30	61	68	0,0789	250	12,412
31	37	68	0,0544	320	9,652
32	40	68	0,1320	320	18,162

33	12	75	0,0641	320	11,492
34	24	75	0,0161	350	5,512
35	35	36	0,2074	250	27,362
36	27	35	0,1498	250	22,072
37	35	44	0,1358	250	20,347
38	38	68	0,0389	350	7,927
39	38	39	0,0300	350	6,317
40	27	80	0,0242	350	7,007
41	44	80	0,1014	250	17,587
42	56	81	0,0114	550	32,858
43	45	54	0,0946	320	13,562
44	45	50	0,0070	350	4,362
45	10	78	0,0102	350	4,937
46	7	78	0,0043	350	4,132
47	30	64	0,1533	250	20,577
48	30	65	0,0910	250	13,677
49	30	72	0,0173	350	5,512
50	55	57	0,0174	600	46,808
51	57	84	0,0087	600	26,658
52	55	84	0,0087	600	26,658
53	56	57	0,0240	600	62,618
54	9	77	0,0190	350	5,857
55	77	79	0,0097	350	5,167
56	1	59	0,0232	350	6,202
57	59	67	0,1180	250	16,667
58	8	59	0,1056	250	15,402
59	1	3	0,1040	250	15,862
60	3	71	0,0136	450	5,167
61	3	6	0,0497	350	9,422
62	55	62	0,0281	550	70,988
63	47	52	0,0644	350	10,572
64	51	52	0,0859	250	12,872
65	29	31	0,1042	250	32,981
66	41	42	0,0094	350	4,707
67	40	42	0,0153	350	5,167
68	46	53	0,1041	250	14,597
69	46	51	0,1141	250	16,322
70	69	70	0,0228	350	6,202
71	66	69	0,1217	250	17,127
72	9	69	0,1098	350	15,747
73	60	69	0,0906	350	13,677
74	31	32	0,0259	350	6,547
75	32	34	0,0540	350	9,767
76	16	18	0,0625	350	10,917

77	16	23	0,0238	350	6,892
78	16	21	0,0282	350	6,892
79	31	34	0,0792	250	12,412
80	31	33	0,0248	350	6,432
81	31	60	0,1944	250	25,982
82	31	72	0,0244	350	6,317
83	47	54	0,1003	250	14,252
84	47	49	0,0942	250	13,562
85	18	58	0,0212	350	5,742
86	18	20	0,0504	350	9,537
87	18	66	0,0664	350	11,377
88	18	21	0,0348	350	7,467
89	18	22	0,0209	350	6,432
90	19	22	0,0691	350	11,722
91	4	5	0,0049	350	4,247
92	5	6	0,0074	350	4,477
93	17	23	0,0913	250	12,987
94	17	76	0,0020	350	3,902
95	12	17	0,0086	350	4,707
96	1	71	0,0841	250	14,367
97	1	8	0,0810	250	13,217
98	1	11	0,0799	250	12,527
99	4	36	0,0850	250	13,562
100	19	58	0,0826	320	11,722
101	27	64	0,0280	350	6,777
102	27	28	0,0238	350	6,202
103	27	44	0,0893	250	16,322
104	26	27	0,0657	350	10,917
105	27	29	0,0166	350	5,052
106	19	66	0,0516	350	9,307
107	73	74	0,0214	600	58,278
108	64	65	0,0741	350	11,837
109	29	64	0,0063	350	4,362
110	4	34	0,1016	270	14,942
111	34	70	0,0415	350	8,272
112	33	34	0,1139	320	16,322
113	8	71	0,0075	400	4,477
114	54	63	0,0495	320	9,077
115	48	63	0,0238	350	6,317
116	67	68	0,1660	250	22,072
117	39	68	0,0145	350	5,282
118	8	9	0,0168	350	5,972
119	79	87	0,0071	350	4,477
120	8	87	0,0132	350	5,167

121	39	43	0,1163	250	16,552
122	41	43	0,1142	250	16,322
123	23	24	0,0255	350	6,317
124	21	22	0,0549	350	9,882
125	26	28	0,0512	350	9,307
126	28	29	0,0281	350	6,777
127	6	10	0,0337	350	7,582
128	33	72	0,0228	350	6,202
129	39	40	0,1020	250	16,207
130	12	76	0,0081	350	4,707
131	48	54	0,0396	350	8,042
132	50	54	0,0876	250	12,872
133	62	73	0,0272	750	73,158
134	49	53	0,1008	250	14,252
135	40	41	0,0186	350	5,742
136	45	81	0,0267	450	13,270
137	64	74	0,0267	500	13,270
138	54	56	0,0267	450	13,270
139	60	62	0,0257	450	13,270
140	72	73	0,0267	500	13,270
141	19	82	0,0267	450	13,270
142	55	82	0,0290	550	77,498
143	62	82	0,0101	600	30,998
144	83	85	0,0267	450	13,270
145	82	85	0,0341	700	89,898
146	19	86	0,1513	300	20,922
147	68	86	0,0404	350	8,272
148	7	90	0,0050	350	4,247
149	3	90	0,0074	350	4,592
150	90	91	0,0267	550	13,270
151	85	91	0,0139	600	40,298
152	11	92	0,0267	450	13,270
153	1	93	0,0267	450	13,270
154	92	93	0,0097	600	30,068
155	91	92	0,0088	600	27,588

Fonte: LAPSEE (2020).

Tabela 26 – Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) - Dados de nós,

Nó	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	0,00	1.857,00
2	4.048,00	0,00
3	0,00	0,00

4	517,00	0,00
5	0,00	0,00
6	0,00	0,00
7	0,00	31,00
8	403,00	0,00
9	465,00	0,00
10	538,00	0,00
11	2.200,00	0,00
12	2.257,00	0,00
13	4.510,00	0,00
14	542,00	0,00
15	0,00	0,00
16	0,00	0,00
17	0,00	0,00
18	0,00	0,00
19	0,00	86,00
20	0,00	125,00
21	0,00	722,00
22	0,00	291,00
23	0,00	58,00
24	0,00	159,00
25	0,00	1.502,00
26	0,00	47,00
27	0,00	378,00
28	0,00	189,00
29	0,00	47,00
30	0,00	189,00
31	0,00	110,00
32	0,00	0,00
33	0,00	0,00
34	0,00	28,00
35	1.635,00	0,00
36	0,00	225,00
37	169,00	0,00
38	0,00	0,00
39	0,00	186,00
40	0,00	1.201,00
41	0,00	520,00
42	0,00	341,00
43	0,00	0,00
44	0,00	4.022,00
45	0,00	0,00
46	0,00	205,00
47	0,00	0,00
48	0,00	347,00
49	0,00	777,00

50	0,00	5.189,00
51	0,00	290,00
52	0,00	707,00
53	0,00	0,00
54	0,00	0,00
55	0,00	0,00
56	0,00	0,00
57	0,00	0,00
58	0,00	0,00
59	0,00	0,00
60	0,00	0,00
61	0,00	0,00
62	0,00	0,00
63	0,00	0,00
64	0,00	0,00
65	0,00	0,00
66	0,00	0,00
67	1.242,00	0,00
68	888,00	0,00
69	902,00	0,00
70	0,00	0,00
71	0,00	0,00
72	0,00	0,00
73	0,00	0,00
74	0,00	0,00
75	0,00	0,00
76	0,00	0,00
77	0,00	0,00
78	0,00	0,00
79	0,00	0,00
80	0,00	0,00
81	0,00	0,00
82	0,00	0,00
83	0,00	0,00
84	0,00	0,00
85	0,00	487,00
86	0,00	0,00
87	0,00	0,00

Fonte: LAPSEE (2020).

Tabela 27 – Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P1 (2002) – Dados de linhas

caminho	nó i	nó j	x_{ij} (p.u.)	Capacidade (MW)	Custo (MU\$)
1	1	2	0,03740	1.000	44,056
2	2	4	0,04060	1.000	48,880

3	2	60	0,04350	1.000	52,230
4	2	87	0,02590	1.000	31,192
5	3	71	0,00780	3.200	92,253
6	3	81	0,00490	3.200	60,153
7	3	83	0,00430	3.200	53,253
8	3	87	0,00580	1.200	21,232
9	4	5	0,04350	1.000	52,230
10	4	6	0,04870	1.000	58,260
11	4	32	0,02330	300	7,510
12	4	60	0,02150	1.000	26,770
13	4	68	0,00700	1.000	10,020
14	4	69	0,01620	1.000	20,740
15	4	81	0,00580	1.200	21,232
16	4	87	0,02180	1.000	26,502
17	5	6	0,02410	1.000	29,852
18	5	38	0,01170	600	8,926
19	5	56	0,02350	1.000	29,182
20	5	58	0,02200	1.000	27,440
21	5	60	0,02610	1.000	32,130
22	5	68	0,04060	1.000	48,880
23	5	70	0,04640	1.000	55,580
24	5	80	0,00580	1.200	21,232
25	6	7	0,02880	1.000	35,212
26	6	37	0,02330	300	7,510
27	6	67	0,04640	1.000	55,580
28	6	68	0,04760	1.000	56,920
29	6	70	0,03710	1.000	44,860
30	6	75	0,00580	1.200	21,232
31	7	8	0,02340	1.000	29,048
32	7	53	0,04520	1.000	54,240
33	7	62	0,02550	1.000	31,460
34	8	9	0,01860	1.000	23,420
35	8	12	0,03940	1.000	47,540
36	8	17	0,04470	1.000	53,570
37	8	53	0,03650	1.200	44,190
38	8	62	0,04290	1.000	51,560
39	8	73	0,00580	1.200	21,232
40	9	10	0,00460	1.000	7,340
41	10	11	0,01330	1.000	17,390
42	11	12	0,00410	1.200	6,670
43	11	15	0,02970	1.200	36,284
44	11	17	0,02860	1.200	35,078
45	11	53	0,02540	1.000	31,326
46	12	13	0,00460	1.200	7,340

47	12	15	0,02560	1.200	31,594
48	12	17	0,02460	1.200	30,388
49	12	35	0,01170	600	8,926
50	12	84	0,00580	1.200	21,232
51	13	14	0,00750	1.200	10,690
52	13	15	0,02150	1.200	26,770
53	13	17	0,02320	1.200	28,780
54	13	45	0,02900	1.200	35,480
55	13	59	0,02320	1.200	28,780
56	14	17	0,02320	1.200	28,780
57	14	45	0,02320	1.200	28,780
58	14	59	0,01570	1.200	20,070
59	15	16	0,01970	1.200	24,760
60	15	45	0,01030	1.200	13,906
61	15	46	0,01170	600	8,926
62	15	53	0,04230	1.000	50,890
63	16	44	0,01170	600	8,926
64	16	45	0,02200	1.200	27,440
65	16	61	0,01280	1.000	16,720
66	16	77	0,00580	1.200	21,232
67	17	18	0,01700	1.200	21,678
68	17	59	0,01700	1.200	21,678
69	18	50	0,01170	600	8,926
70	18	59	0,03310	1.200	40,170
71	18	74	0,00580	1.200	21,232
72	19	20	0,09340	170	5,885
73	19	22	0,18770	170	11,165
74	20	21	0,07150	300	6,960
75	20	21	0,10320	170	6,435
76	20	38	0,13820	300	12,840
77	20	56	0,01170	600	8,926
78	20	66	0,20640	170	12,210
79	21	57	0,01170	600	8,926
80	22	23	0,15140	170	9,130
81	22	37	0,20150	170	11,935
82	22	58	0,02330	300	7,510
83	23	24	0,16510	170	9,900
84	24	25	0,21530	170	12,705
85	24	43	0,02330	300	7,510
86	25	26	0,10730	300	29,636
87	25	26	0,16910	170	10,120
88	25	55	0,01170	600	8,926
89	26	27	0,14040	300	25,500
90	26	27	0,22120	170	12,760

91	26	29	0,10810	170	6,710
92	26	54	0,01170	600	8,926
93	27	28	0,08260	170	5,335
94	27	35	0,13670	300	25,000
95	27	53	0,01170	600	8,926
96	28	35	0,16710	170	9,900
97	29	30	0,06880	170	4,510
98	30	31	0,06390	170	4,235
99	30	63	0,02330	300	7,510
100	31	34	0,14060	170	8,525
101	32	33	0,19660	170	11,660
102	33	67	0,02330	300	7,510
103	34	39	0,11600	170	7,150
104	34	39	0,29680	80	6,335
105	34	41	0,09930	170	6,215
106	35	46	0,21720	170	12,705
107	35	47	0,13270	170	8,085
108	35	51	0,16020	170	9,625
109	36	39	0,11890	170	7,315
110	36	46	0,06390	170	4,235
111	39	42	0,09730	170	6,105
112	39	86	0,02330	300	7,510
113	40	45	0,01170	600	8,926
114	40	46	0,08750	170	5,500
115	41	64	0,02330	300	7,510
116	42	44	0,06980	170	4,565
117	42	85	0,05010	170	3,465
118	43	55	0,02540	1.000	31,326
119	43	58	0,03130	1.000	38,160
120	44	46	0,16710	170	10,010
121	47	48	0,19660	170	11,660
122	48	49	0,07570	170	4,895
123	48	50	0,02560	170	2,090
124	48	51	0,21630	170	12,760
125	49	50	0,08350	170	5,335
126	51	52	0,05600	170	3,795
127	52	59	0,01170	600	8,926
128	53	54	0,02700	1.000	32,120
129	53	70	0,03710	1.000	44,860
130	53	76	0,00580	1.200	21,232
131	53	86	0,03890	1.000	46,870
132	54	55	0,02060	1.000	25,028
133	54	58	0,05100	1.000	60,940
134	54	63	0,02030	1.000	25,430

135	54	70	0,03600	1.000	43,520
136	54	79	0,00580	1.200	21,232
137	56	57	0,01220	1.000	16,050
138	58	78	0,00580	1.200	21,232
139	60	66	0,02330	300	7,510
140	60	87	0,03770	1.000	45,530
141	61	64	0,01860	1.000	23,420
142	61	85	0,02330	300	7,510
143	61	86	0,01390	1.000	18,060
144	62	67	0,04640	1.000	55,580
145	62	68	0,05570	1.000	66,300
146	62	72	0,00580	1.200	21,232
147	63	64	0,02900	1.000	35,480
148	65	66	0,31460	170	18,260
149	65	87	0,02330	300	7,510
150	67	68	0,02900	1.000	35,480
151	67	69	0,02090	1.000	26,100
152	67	71	0,00580	1.200	21,232
153	68	69	0,01390	1.000	18,060
154	68	83	0,00580	1.200	21,232
155	68	87	0,01860	1.000	23,240
156	69	87	0,01390	1.000	18,060
157	70	82	0,00580	1.200	21,232
158	71	72	0,01080	3.200	125,253
159	71	75	0,01080	3.200	125,253
160	71	83	0,00670	3.200	80,253
161	72	73	0,01000	3.200	116,253
162	72	83	0,01300	3.200	149,253
163	73	74	0,01300	3.200	149,253
164	73	75	0,01300	3.200	149,253
165	73	84	0,00920	3.200	107,253
166	74	84	0,01080	3.200	125,253
167	75	76	0,01620	3.200	185,253
168	75	81	0,01130	3.200	131,253
169	75	82	0,00860	3.200	101,253
170	75	83	0,01110	3.200	128,253
171	76	77	0,01300	3.200	149,253
172	76	82	0,00860	3.200	101,253
173	76	84	0,00590	3.200	70,953
174	77	79	0,01510	3.200	173,253
175	77	84	0,01150	3.200	132,753
176	78	79	0,01190	3.200	137,253
177	78	80	0,00510	3.200	62,253
178	79	82	0,00840	3.200	98,253
179	80	81	0,01010	3.200	117,753

180	80	82	0,01080	3.200	125,253
181	80	83	0,00940	3.200	110,253
182	81	83	0,00160	3.200	23,253
183	82	84	0,01350	3.200	155,253

Fonte: LAPSEE (2020).

Tabela 28 – Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) - Dados de nós

Nó	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	0,00	2.747,00
2	4.550,00	0,00
3	0,00	0,00
4	6.422,00	0,00
5	0,00	0,00
6	0,00	0,00
7	0,00	31,00
8	82,00	0,00
9	465,00	0,00
10	538,00	0,00
11	2.260,00	0,00
12	4.312,00	0,00
13	5.900,00	0,00
14	542,00	0,00
15	0,00	0,00
16	0,00	0,00
17	0,00	0,00
18	0,00	0,00
19	0,00	125,00
20	0,00	181,00
21	0,00	1.044,00
22	0,00	446,00
23	0,00	84,00
24	0,00	230,00
25	0,00	2.273,00
26	0,00	68,00
27	0,00	546,00
28	0,00	273,00
29	0,00	68,00
30	0,00	273,00
31	0,00	225,00
32	0,00	0,00
33	0,00	0,00
34	0,00	107,00
35	1.531,00	0,00
36	0,00	325,00

37	114,00	0,00
38	0,00	0,00
39	0,00	269,00
40	0,00	1.738,00
41	0,00	752,00
42	0,00	494,00
43	0,00	0,00
44	0,00	5.819,00
45	0,00	0,00
46	0,00	297,00
47	0,00	0,00
48	0,00	432,00
49	0,00	1.124,00
50	0,00	7.628,00
51	0,00	420,00
52	0,00	1.024,00
53	0,00	0,00
54	0,00	0,00
55	0,00	0,00
56	0,00	0,00
57	0,00	0,00
58	0,00	0,00
59	0,00	0,00
60	0,00	0,00
61	0,00	0,00
62	0,00	0,00
63	0,00	0,00
64	0,00	0,00
65	0,00	0,00
66	0,00	0,00
67	1.242,00	0,00
68	888,00	0,00
69	902,00	0,00
70	0,00	0,00
71	0,00	0,00
72	0,00	0,00
73	0,00	0,00
74	0,00	0,00
75	0,00	0,00
76	0,00	0,00
77	0,00	0,00
78	0,00	0,00
79	0,00	0,00
80	0,00	0,00
81	0,00	0,00
82	0,00	0,00

83	0,00	0,00
84	0,00	0,00
85	0,00	705,00
86	0,00	0,00
87	0,00	0,00

Fonte: LAPSEE (2020).

Tabela 29 – Sistema norte-nordeste brasileiro Plano P2 (2008) – dados de linhas

caminho	nó i	nó j	x_{ij} (p.u.)	Capacidade (MW)	Custo (MU\$)
1	1	2	0,03740	1.000	44,056
2	2	4	0,04060	1.000	48,880
3	2	60	0,04350	1.000	52,230
4	2	87	0,02590	1.000	31,192
5	3	71	0,00780	3.200	92,253
6	3	81	0,00490	3.200	60,153
7	3	83	0,00430	3.200	53,253
8	3	87	0,00580	1.200	21,232
9	4	5	0,04350	1.000	52,230
10	4	6	0,04870	1.000	58,260
11	4	32	0,02330	300	7,510
12	4	60	0,02150	1.000	26,770
13	4	68	0,00700	1.000	10,020
14	4	69	0,01620	1.000	20,740
15	4	81	0,00580	1.200	21,232
16	4	87	0,02180	1.000	26,502
17	5	6	0,02410	1.000	29,852
18	5	38	0,01170	600	8,926
19	5	56	0,02350	1.000	29,182
20	5	58	0,02200	1.000	27,440
21	5	60	0,02610	1.000	32,130
22	5	68	0,04060	1.000	48,880
23	5	70	0,04640	1.000	55,580
24	5	80	0,00580	1.200	21,232
25	6	7	0,02880	1.000	35,212
26	6	37	0,02330	300	7,510
27	6	67	0,04640	1.000	55,580
28	6	68	0,04760	1.000	56,920
29	6	70	0,03710	1.000	44,860
30	6	75	0,00580	1.200	21,232
31	7	8	0,02340	1.000	29,048
32	7	53	0,04520	1.000	54,240
33	7	62	0,02550	1.000	31,460

34	8	9	0,01860	1.000	23,420
35	8	12	0,03940	1.000	47,540
36	8	17	0,04470	1.000	53,570
37	8	53	0,03650	1.200	44,190
38	8	62	0,04290	1.000	51,560
39	8	73	0,00580	1.200	21,232
40	9	10	0,00460	1.000	7,340
41	10	11	0,01330	1.000	17,390
42	11	12	0,00410	1.200	6,670
43	11	15	0,02970	1.200	36,284
44	11	17	0,02860	1.200	35,078
45	11	53	0,02540	1.000	31,326
46	12	13	0,00460	1.200	7,340
47	12	15	0,02560	1.200	31,594
48	12	17	0,02460	1.200	30,388
49	12	35	0,01170	600	8,926
50	12	84	0,00580	1.200	21,232
51	13	14	0,00750	1.200	10,690
52	13	15	0,02150	1.200	26,770
53	13	17	0,02320	1.200	28,780
54	13	45	0,02900	1.200	35,480
55	13	59	0,02320	1.200	28,780
56	14	17	0,02320	1.200	28,780
57	14	45	0,02320	1.200	28,780
58	14	59	0,01570	1.200	20,070
59	15	16	0,01970	1.200	24,760
60	15	45	0,01030	1.200	13,906
61	15	46	0,01170	600	8,926
62	15	53	0,04230	1.000	50,890
63	16	44	0,01170	600	8,926
64	16	45	0,02200	1.200	27,440
65	16	61	0,01280	1.000	16,720
66	16	77	0,00580	1.200	21,232
67	17	18	0,01700	1.200	21,678
68	17	59	0,01700	1.200	21,678
69	18	50	0,01170	600	8,926
70	18	59	0,03310	1.200	40,170
71	18	74	0,00580	1.200	21,232
72	19	20	0,09340	170	5,885
73	19	22	0,18770	170	11,165
74	20	21	0,07150	300	6,960
75	20	21	0,10320	170	6,435
76	20	38	0,13820	300	12,840
77	20	56	0,01170	600	8,926

78	20	66	0,20640	170	12,210
79	21	57	0,01170	600	8,926
80	22	23	0,15140	170	9,130
81	22	37	0,20150	170	11,935
82	22	58	0,02330	300	7,510
83	23	24	0,16510	170	9,900
84	24	25	0,21530	170	12,705
85	24	43	0,02330	300	7,510
86	25	26	0,10730	300	29,636
87	25	26	0,16910	170	10,120
88	25	55	0,01170	600	8,926
89	26	27	0,14040	300	25,500
90	26	27	0,22120	170	12,760
91	26	29	0,10810	170	6,710
92	26	54	0,01170	600	8,926
93	27	28	0,08260	170	5,335
94	27	35	0,13670	300	25,000
95	27	53	0,01170	600	8,926
96	28	35	0,16710	170	9,900
97	29	30	0,06880	170	4,510
98	30	31	0,06390	170	4,235
99	30	63	0,02330	300	7,510
100	31	34	0,14060	170	8,525
101	32	33	0,19660	170	11,660
102	33	67	0,02330	300	7,510
103	34	39	0,11600	170	7,150
104	34	39	0,29680	80	6,335
105	34	41	0,09930	170	6,215
106	35	46	0,21720	170	12,705
107	35	47	0,13270	170	8,085
108	35	51	0,16020	170	9,625
109	36	39	0,11890	170	7,315
110	36	46	0,06390	170	4,235
111	39	42	0,09730	170	6,105
112	39	86	0,02330	300	7,510
113	40	45	0,01170	600	8,926
114	40	46	0,08750	170	5,500
115	41	64	0,02330	300	7,510
116	42	44	0,06980	170	4,565
117	42	85	0,05010	170	3,465
118	43	55	0,02540	1.000	31,326
119	43	58	0,03130	1.000	38,160
120	44	46	0,16710	170	10,010
121	47	48	0,19660	170	11,660

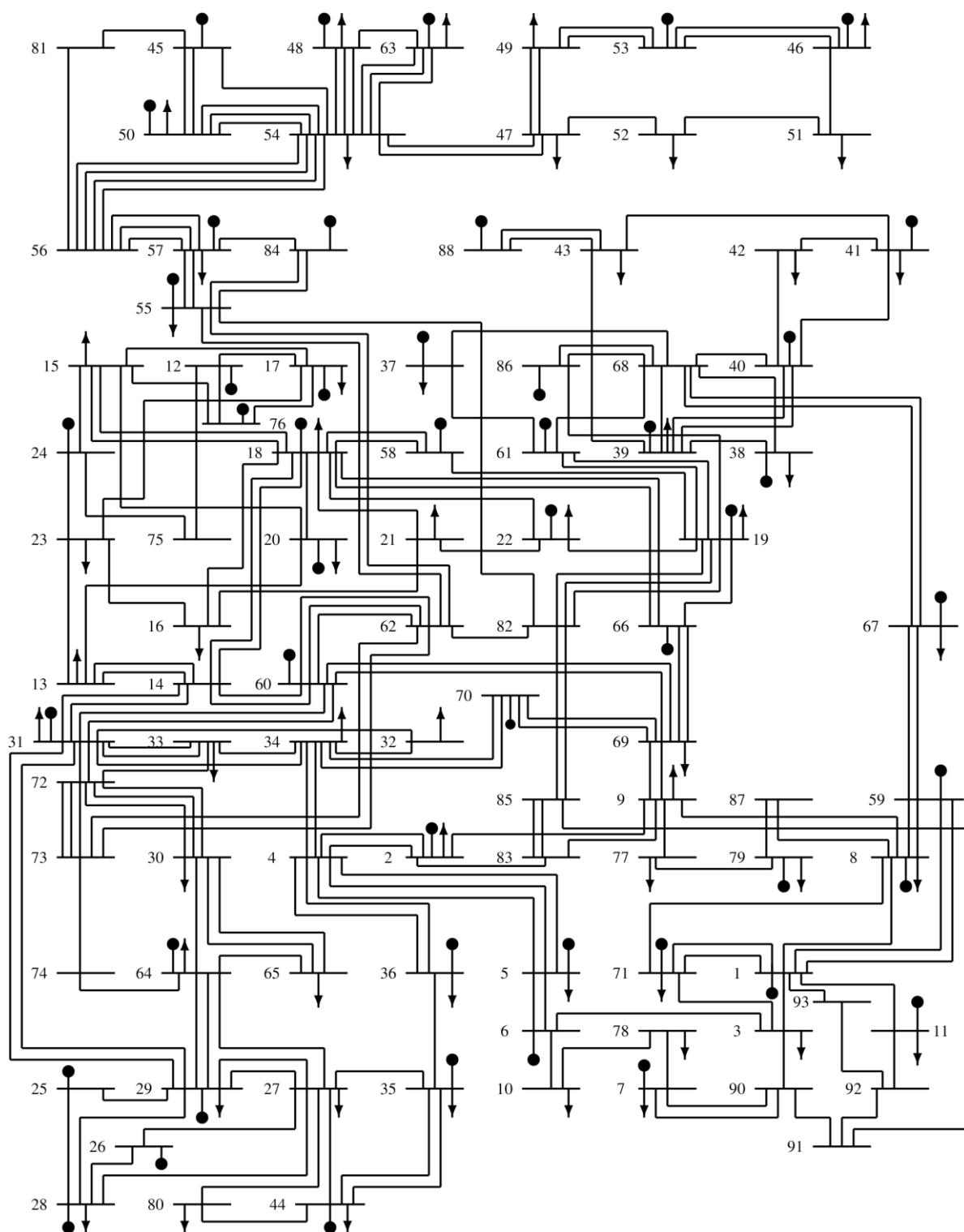
122	48	49	0,07570	170	4,895
123	48	50	0,02560	170	2,090
124	48	51	0,21630	170	12,760
125	49	50	0,08350	170	5,335
126	51	52	0,05600	170	3,795
127	52	59	0,01170	600	8,926
128	53	54	0,02700	1.000	32,120
129	53	70	0,03710	1.000	44,860
130	53	76	0,00580	1.200	21,232
131	53	86	0,03890	1.000	46,870
132	54	55	0,02060	1.000	25,028
133	54	58	0,05100	1.000	60,940
134	54	63	0,02030	1.000	25,430
135	54	70	0,03600	1.000	43,520
136	54	79	0,00580	1.200	21,232
137	56	57	0,01220	1.000	16,050
138	58	78	0,00580	1.200	21,232
139	60	66	0,02330	300	7,510
140	60	87	0,03770	1.000	45,530
141	61	64	0,01860	1.000	23,420
142	61	85	0,02330	300	7,510
143	61	86	0,01390	1.000	18,060
144	62	67	0,04640	1.000	55,580
145	62	68	0,05570	1.000	66,300
146	62	72	0,00580	1.200	21,232
147	63	64	0,02900	1.000	35,480
148	65	66	0,31460	170	18,260
149	65	87	0,02330	300	7,510
150	67	68	0,02900	1.000	35,480
151	67	69	0,02090	1.000	26,100
152	67	71	0,00580	1.200	21,232
153	68	69	0,01390	1.000	18,060
154	68	83	0,00580	1.200	21,232
155	68	87	0,01860	1.000	23,240
156	69	87	0,01390	1.000	18,060
157	70	82	0,00580	1.200	21,232
158	71	72	0,01080	3.200	125,253
159	71	75	0,01080	3.200	125,253
160	71	83	0,00670	3.200	80,253
161	72	73	0,01000	3.200	116,253
162	72	83	0,01300	3.200	149,253
163	73	74	0,01300	3.200	149,253
164	73	75	0,01300	3.200	149,253
165	73	84	0,00920	3.200	107,253

166	74	84	0,01080	3.200	125,253
167	75	76	0,01620	3.200	185,253
168	75	81	0,01130	3.200	131,253
169	75	82	0,00860	3.200	101,253
170	75	83	0,01110	3.200	128,253
171	76	77	0,01300	3.200	149,253
172	76	82	0,00860	3.200	101,253
173	76	84	0,00590	3.200	70,953
174	77	79	0,01510	3.200	173,253
175	77	84	0,01150	3.200	132,753
176	78	79	0,01190	3.200	137,253
177	78	80	0,00510	3.200	62,253
178	79	82	0,00840	3.200	98,253
179	80	81	0,01010	3.200	117,753
180	80	82	0,01080	3.200	125,253
181	80	83	0,00940	3.200	110,253
182	81	83	0,00160	3.200	23,253
183	82	84	0,01350	3.200	155,253

Fonte: LAPSEE (2020).

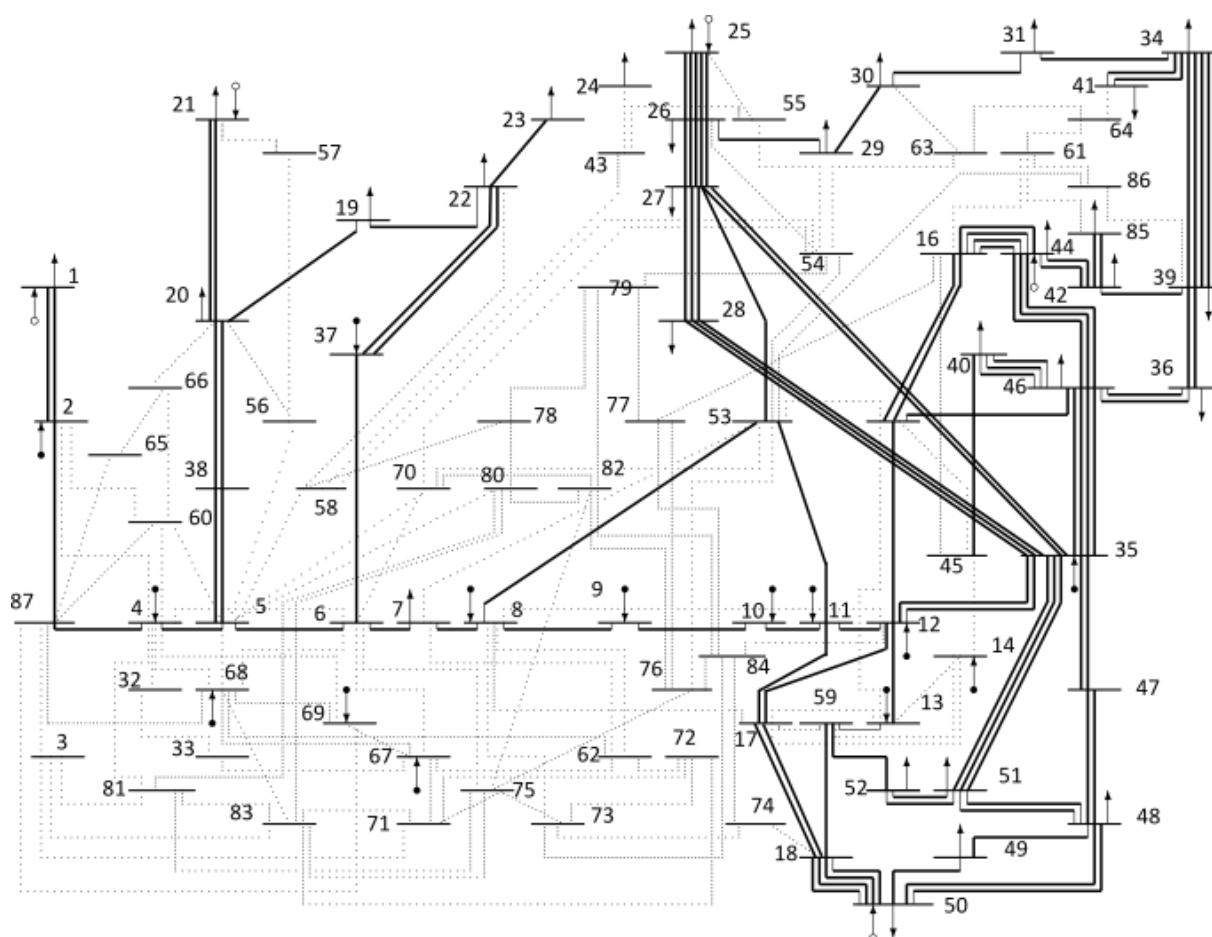
ANEXO B – SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Figura 5 – Sistema colombiano de 93 barras



Fonte: Zuluaga (2002).

Figura 6 – Sistema norte-nordeste de 87 barras



Fonte: Produção do próprio autor.