

UNESP  
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

EFEITO DA VIDA EM FADIGA NA  
MENOR FREQ. NAT. DOS AÇOS  
SUBM A ENSAIOS DE FLEXÃO  
ROT.

Guaratinguetá  
1998



1110000381



EFEITO DA VIDA EM FADIGA NA MENOR FREQUÊNCIA NATURAL DOS AÇOS  
SUBMETIDOS A ENSAIOS DE FLEXÃO ROTATIVA

ELDER DE SOUZA FRAGA

ESTABELECE O MÉTODO DE CÁLCULO ADEQUADO PARA A OBTENÇÃO DO VALOR DE  
"MISTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA"

***"Efeito da Vida em Fadiga na  
Menor Frequência Natural  
dos Aços Submetidos à  
Ensaio de Flexão Rotativa"***

***ELDER DE SOUZA FRAGA***

90

381

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
DE MARQUÊS DE SÃO CÂNDIDO  
BIBLIOTECA

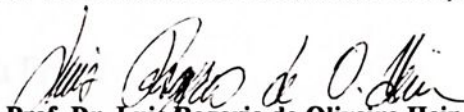
“EFEITO DA VIDA EM FADIGA NA MENOR FREQUÊNCIA NATURAL DOS AÇOS  
SUBMETIDOS À ENSAIOS DE FLEXÃO ROTATIVA”

*Elder de Souza Fraga*  
**ELDER DE SOUZA FRAGA**

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
“MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA”

ESPECIALIDADE: ENGENHARIA MECÂNICA  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PROJETOS E MATERIAIS

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

  
Prof. Dr. Luis Rogerio de Oliveira Hein  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**

  
Prof. Dr. ARAILDO LIMA DA SILVA  
Orientador / Unesp-Feg

  
Prof. Dr. TAMOTSU HIRATA  
Unesp-Feg

  
Prof. Dr. JOSÉ CÉLIO DIAS  
EFEI

381

setembro de 1998

381  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
DE GUARATINGUETÁ  
BIBLIOTECA

T620.178.3(043)  
F871e  
24/04/99  
R\$30,00  
D



## Dados Curriculares

### Elder de Souza Fraga

Nascimento : 18/02/1971 – Lorena/SP

Filiação : Eber Mariosa da Fraga

Maria Auxiliadora de Souza Fraga

1989/95 : Curso de Graduação

Faculdade de Engenharia Química de Lorena

A meus pais , meus orientadores , meus professores ,  
meus amigos .

## Agradecimentos

Agradeço à Deus , fonte de sabedoria .

Agradeço ao prof . Dr. Araldo Lima Silva , pela orientação recebida .

Aos prof. Dr. Paulo Seleglim e prof. Dr. Tomaz Manabu Hashimoto pela co-orientação .

Agradeço aos meus pais e a minha irmã .

Aos prof. João Alberto , José Elias Tomazini , Mauro Hugo , Mauro Peres , Herman Voorwald , Tamotsu Hirata , Felipe Aquino e Sérgio .

Agradeço às secretárias "Cidinha" , Zélia , Lúcia , Elisa e Regina , Rose .

Agradeço aos técnicos do departamento de projetos : Walter , Sávio e Quirino . Aos técnicos do departamento de materiais : Célio e Wilson .

Agradeço às amigas Marcela , Wanda , Letícia , Tatiana , Karina e os amigos Márcio , Marcelo , Douglas , Denilson , Toby e todo o pessoal da Canção Nova e da casa de Emaús .

Aos amigos Adilson , Cristiano , Lú e Lú , Alex .

Agradeço à profa. Júlia , Bianca , Luciane e todo o pessoal do ICBEU - Lorena .

Aos amigos e colegas Emerson , Rosinei , Márcio , Márcio Bocalletti e também Renato , André :

Agradeço ao pessoal do PET : Luis Fernando Lima , Ana Paula , Maluf .

Ao pessoal da Júnior ENG .

Agradeço à CNPq , CONFAB , Gerdau e CECAL , pelo apoio .

**A meus pais , meus orientadores , meus professores ,  
meus amigos .**

E também aqueles , que de uma forma ou outra , por meu esquecimento aqui , contribuíram para a realização deste trabalho .

## Agradecimentos

Agradeço à Deus , fonte de sabedoria .	VIII
Agradeço ao prof . Dr. Araújo Lima Silva , pela orientação recebida .	IX
Aos prof. Dr. Paulo Selegim e prof. Dr. Tomaz Manabu Hashimoto pela co-orientação .	X
Agradeço aos meus pais e a minha irmã .	XI
Aos prof. João Alberto , José Elias Tomazini , Mauro Hugo , Mauro Peres , Herman Voorwald , Tamotsu Hirata , Felipe Aquino e Sérgio .	XIV
Agradeço às secretárias “Cidinha” , Zélia , Lúcia , Elisa e Regina , Rose .	2
Agradeço aos técnicos do departamento de projetos : Walter , Sávio e Quirino . Aos técnicos do departamento de materiais : Célio e Wilson .	2
Agradeço às amigas Marcela , Wanda , Letícia , Tatiana , Karina e os amigos Márcio , Marcelo , Douglas , Denílson , Toby e todo o pessoal da Canção Nova e da casa de Emaús .	4
Aos amigos Adílson , Cristiano , Lú e Lú , Alex .	9
Agradeço à profa. Júlia , Bianca , Luciane e todo o pessoal do ICBEU - Lorena .	12
Aos amigos e colegas Emerson , Rosinei , Márcio , Márcio Bocalletti e também Renato , André .	16
Agradeço ao pessoal do PET : Luis Fernando Lima , Ana Paula , Maluf .	17
Ao pessoal da Júnior ENG .	17
Agradeço à CNPq , CONFAB , Gerdau e CECAL pelo apoio .	21
E também aqueles , que de uma forma ou outra , por meu esquecimento aqui , contribuíram para a realização deste trabalho .	24
3.2 - A Equação de Euler para a Viga	27
3.3 - Princípio da Superposição para o Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão	30
3.3.1 - Abertura de trinca	30
3.3.2 - Fechamento de trinca	33



## SUMÁRIO

<b>Resumo</b> .....	VIII
<b>Abstract</b> .....	IX
<b>Lista de Figuras</b> .....	X
<b>Lista de Tabelas</b> .....	XI
<b>Lista de Abreviaturas e Símbolos</b> .....	XIV
<b>1 - Introdução</b> .....	42
1.1 - Considerações Iniciais.....	1
1.2 - Relação da Frequência Natural com o Dano Acumulado.....	2
1.3 - Objetivos .....	2
1.3.1 - Teoria de Palmgren-Miner .....	52
1.3.2 - Teoria de Miner modificada .....	52
1.3.3 - Teoria de Marko-Slarkey .....	52
1.3.4 - Teoria de Gnyer .....	52
<b>2 - Os Aços</b> .....	52
2.1 - Introdução .....	4
2.1.1 - Ferrita .....	8
2.1.2 - Martensita .....	9
2.1.3 - Bainita .....	12
2.1.4 - Perlita .....	13
2.1.5 - Austenita retida .....	16
2.2 - Propriedades Mecânicas .....	17
2.2.1 - Ensaios de Vibração .....	61
<b>3 - Vibrações Mecânicas</b> .....	63
3.1 - Amortecimento .....	21
3.1.1 - Conceito de dissipação de energia .....	22
3.1.2 - Tipos de amortecimento .....	24
3.2 - A Equação de Euler para a Viga .....	27
3.3 - Princípio da Superposição para o Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão .....	30
3.3.1 - Abertura de trinca .....	30
3.3.2 - Fechamento de trinca .....	33



3.4 - Análise do Gráfico Força Generalizada em Função do Deslocamento Generalizado .....	36
--	----

#### **4 - Fadiga dos Metais**

4.1 - Introdução .....	39
4.2 - O Mecanismo de Falha por Fadiga .....	41
4.3 - Mecânica da Fratura Linear Elástica .....	42
4.3.1 - O estado de tensão na ponta da trinca .....	42
4.3.2 - A zona plástica na ponta da trinca .....	47
4.4 - Dano Acumulado por Fadiga Cíclica .....	51
4.4.1 - Teoria de Palmgren-Miner .....	52
4.4.2 - Teoria de Miner modificada .....	52
4.4.3 - Teoria de Marko-Starkey .....	54
4.4.4 - Teoria de Grover .....	54

#### **5 - Procedimentos Experimentais**

5.1 - Material .....	56
5.2 - Corpos de Prova .....	57
5.3 - Ensaio de Fadiga .....	58
5.4 - Ensaio de Vibração .....	61
5.5 - Resultados .....	63

#### **6 - Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros**

6.1 - Conclusões .....	68
6.2 - Sugestões para Trabalhos Futuros .....	70

#### **7 - Referências Bibliográficas.....**

#### **Apêndices**

A - Método de Weibull para determinação da curva de fadiga.



B - Programa em MatLab para obtenção de frequências.

C - NBR 6006/80 : Classificação por composição química de aços para construção mecânica .

D - NBR 7480/85 : Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado .

E - NBR 11153/88 : Interpretação estatística de resultados de ensaio - Estimação da média - Intervalo de confiança .

#### Resumo

Os aços bifásicos são obtidos por tratamentos térmicos intercríticos e , tendo uma microestrutura basicamente constituída por ferrita e martensita , destacam-se por apresentarem características mecânicas marcantes como alta resistência a tração , boa ductilidade e conformabilidade , alta taxa de encruamento inicial e baixa tensão de escoamento .

O presente trabalho consistiu nos estudos das propriedades físicas e mecânicas de uma classe de aços muito utilizada comercialmente .

Neste trabalho foram utilizados dois tipos de aço , classificados como SAE 1020 e SAE 1045 , que possuem microestruturas diferentes entre si , onde procurou-se esboçar as várias formas de comportamento em fadiga , associada com as frequências naturais dos modos de vibração .

A análise das microestruturas bifásicas , permitiu verificar as diferenças nos comportamentos em fadiga , que por sua vez , também modificaram as frequências naturais dos modos de vibração e suas taxas .

Palavras-chave : ensaio de vibração , ensaio de fadiga , aços , microestruturas .



# **Efeito da Vida em Fadiga na Menor Frequência Natural dos Aços Submetidos à Ensaio de Flexão Rotativa**

**Elder de Souza Fraga**

## **Resumo**

Os aços bifásicos são obtidos por tratamentos térmicos intercríticos e , tendo uma microestrutura basicamente constituída por ferrita e martensita , destacam-se por apresentarem características mecânicas marcantes como alta resistência a tração , boa ductilidade e conformabilidade , alta taxa de encruamento inicial e baixa tensão de escoamento .

O presente trabalho consistiu nos estudos das propriedades físicas e mecânicas de uma classe de aços muito utilizada comercialmente .

Neste trabalho foram utilizados dois tipos de aço , classificados como SAE 1020 e SAE 1045 , que possuem microestruturas diferentes entre si , onde procurou-se esboçar as várias formas de comportamento em fadiga , associada com as frequências naturais dos modos de vibração .

A análise das microestruturas bifásicas , permitiu verificar as diferenças nos comportamentos em fadiga , que por sua vez , também modificaram as frequências naturais dos modos de vibração e suas taxas .

Palavras-chave : ensaio de vibração , ensaio de fadiga , aços , microestruturas .



## Effect of Life in Fatigue in the Smaller Natural Frequencie of the Stells Submitted in Flexion Rotative Analysis

Elder de Souza Fraga

### Abstract

The two-phase stells are obtained by intercritical heat treatments and , getting a microstructure basically constituted by ferrite and martensite , are detached by introduce typical mechanical characteristics like high traction resistance , good ductility and conformability , high rate of work-hardening and low yield stresses .

The present work consisted of the studies of the physical and mechanical properties of a class of stells very used commercially .

In this work two types of stells were used , classified like SAE 1020 and SAE 1045 , that has different microstructures to each other , were it tried to sketch the several forms of behavior in fatigue , associated with the natural frequencies of the vibration modes .

The analysis of the two-phase microstructures , allowed to verify the differences in the behaviors in fatigue , that for its time , they also modified the natural frequencies of the vibration modes and its rates .

Keywords : vibration analisys , fatigue analisys , microstructures , stells .



## Lista de Figuras

Figura 01 - Relação entre o Carbono presente no Ferro e a temperatura.....	8
Figura 02 - Microestrutura da Ferrita.....	8
Figura 03 - Microestrutura da Martensita.....	9
Figura 04 - Relação entre a tensão de escoamento a 1% de deformação e o teor de Carbono em função da temperatura de têmpera.....	10
Figura 05 - Resistência à tração e tensão de escoamento como função do teor da martensita.....	11
Figura 06 - Microestrutura da Bainita.....	12
Figura 07 - Microestrutura da Perlita.....	13
Figura 08 - Formação da Perlita.....	14
Figura 09 - Resistência à tração como função do teor da martensita.....	18
Figura 10 - Alongamento total como função da martensita.....	19
Figura 11 - Relação entre o alongamento total e a tensão máxima de resistência à tração.....	19
Figura 12 - Modelo de amortecimento viscoso.....	22
Figura 13 - Energia dissipada por ciclo.....	23
Figura 14 - Malha de histerese.....	25
Figura 15 - Elemento de viga.....	27
Figura 16 - Chapa plana contendo uma trinca ( $f_{12}=f_{21}$ devido à reciprocidade ).....	31
Figura 17 - Seção transversal de um modelo de trinca mostrando a dependência do ângulo de rotação e regiões tensionadas.....	34
Figura 18 - Momentos de reversão aplicados em uma viga contendo trincas de borda.....	34
Figura 19 - Fatores de intensidade de tensão , apresentados na forma adimensional.....	35
Figura 20 - Valores da flexibilidade local na forma adimensional $H/E'I_f$ em função de $a/h$ ,	



$\pi R^3 G_f/4$ em função de $a/R$ .....	36
Figura 21 - Relação entre a força generalizada e o deslocamento generalizado para um elemento estrutural.....	37
Figura 22 - Parâmetros que caracterizam o ciclo de carregamento.....	40
Figura 23 - Curva $\sigma \times N$ .....	41
Figura 24 - Modo I : Carregamento em tração.....	42
Figura 25 - Modo II : Cisalhamento plano.....	43
Figura 26 - Modo III : Cisalhamento anti-plano.....	43
Figura 27 - Campos de tensão na ponta da trinca.....	45
Figura 28 - Relação entre a tenacidade à fratura e a espessura.....	47
Figura 29 - Assintótica na ponta da trinca e correção da zona plástica.....	47
Figura 30 - a) Estado plano de tensão , b) Estado plano de deformação.....	48
Figura 31 - Zona plástica na ponta da trinca de Modo I : a) deformação plana , b) tensão plana.....	50
Figura 32 - Contorno da zona plástica.....	51
Figura 33 - Relação entre o dano e o número de ciclos.....	53
Figura 34 - Relação entre o dano e o nível de solicitação do carregamento.....	54
Figura 35 - Microestrutura do aço SAE 1020.....	57
Figura 36 - Microestrutura do aço SAE 1045.....	57
Figura 37 - Corpos de prova utilizados nos ensaios de flexão rotativa.....	58
Figura 38 - Relação entre a tensão e o número de ciclos para o aço SAE 1020.....	59
Figura 39 - Relação entre a tensão e o número de ciclos para o aço SAE 1045.....	59
Figura 40 - Dispositivo de ensaios para medidas de vibração.....	62
Figura 41 - Relação entre a frequência natural e o dano acumulado para o aço SAE 1020.....	66

Figura 42 - Relação entre a frequência natural e o dano acumulado para o aço SAE 1045.....66

Tabela 01 - Fatores de amortecimento dos materiais.....26

Tabela 02- Constantes conforme posição da viga.....29

Tabela 03 - Composição química dos aços utilizados.....56

Tabela 04 - Propriedades mecânicas dos aços utilizados.....60

Tabela 05 - Número de ciclos necessários para o rompimento dos corpos de prova , formados pelo aço SAE 1020 ,em função da tensão aplicada.....60

Tabela 06 - Número de ciclos necessários para o rompimento dos corpos de prova , formados pelo aço SAE 1045 ,em função da tensão aplicada.....60

Tabela 07 - Número de ciclos necessários para obtenção do dano para cada aço.....61

Tabela 08 - Resultados das frequências dos corpos de prova utilizados.....64

Tabela 09 - Relacionamento da porcentagem de modificação de frequência de acordo com o aço utilizado.....65



## Lista de Tabelas

### Lista de abreviaturas e símbolos

Tabela 01 - Fatores de amortecimento dos materiais.....	26
Tabela 02 - Constantes conforme posição da viga.....	29
Tabela 03 - Composição química dos aços utilizados.....	56
Tabela 04 - Propriedades mecânicas dos aços utilizados.....	60
Tabela 05 - Número de ciclos necessários para o rompimento dos corpos de prova , formados pelo aço SAE 1020 ,em função da tensão aplicada.....	60
Tabela 06 - Número de ciclos necessários para o rompimento dos corpos de prova , formados pelo aço SAE 1045 ,em função da tensão aplicada.....	60
Tabela 07 - Número de ciclos necessários para obtenção do dano para cada aço.....	61
Tabela 08 - Resultados das freqüências dos corpos de prova utilizados.....	64
Tabela 09 - Relacionamento da porcentagem de modificação de freqüência de acordo com o aço utilizado.....	65

$J$  ..... momento de inércia rotativa

$K_t$  ..... fator intensidade de tensão

$m$  ..... massa

$M$  ..... momento de flexão

$N$  ..... número de ciclos

$P$  ..... carregamento axial

$P_d$  ..... parâmetro de dano

$q_1 ; q_2$  ..... deslocamento generalizado

$Q_1 ; Q_2$  ..... forças generalizadas

$R$  ..... razão de ciclos

$S$  ..... amortecimento

## Lista de abreviaturas e símbolos

- $t$  ..... tempo  
 $T$  ..... período  
 $U_1, U_2, U_3$  ..... energia de deformação
- $a$  ..... comprimento de trinca  
 $A, B, C, D$  ..... constantes arbitrárias  
 $c$  ..... amortecimento  
 $C_c$  ..... amortecimento crítico  
 $E$  ..... módulo de elasticidade de Young  
 $E_T$  ..... energia  
 $f_{ij}$  ..... flexibilidade local  
 $f_1, f_2, f_3$  ..... frequências naturais do 1<sup>o</sup>, 2<sup>o</sup>, 3<sup>o</sup> modos de vibração  
 $F_1, F_2$  ..... funções arbitrárias  
 $G$  ..... módulo de elasticidade  
 $I_p$  ..... momento de inércia  
 $J$  ..... momento de inércia rotativa  
 $K_I$  ..... fator intensidade de tensão  
 $m$  ..... massa  
 $M$  ..... momento de flexão  
 $N$  ..... número de ciclos  
 $P$  ..... carregamento axial  
 $P_d$  ..... parâmetro de dano  
 $q_1, q_2$  ..... deslocamento generalizado  
 $Q_1, Q_2$  ..... forças generalizadas  
 $R$  ..... razão de ciclos  
 $S$  ..... amortecimento



- $t$  ..... tempo  
 $T$  ..... período de vibração  
 $U_1, U_2, U_3$  ..... energia de deformação  
 $V$  ..... momento de cisalhamento  
 $x$  ..... deslocamento  
 $X$  ..... amplitude do deslocamento  
 $\beta$  ..... constante arbitrária  
 $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  ..... constantes adimensionais  
 $\lambda$  ..... comprimento de onda  
 $\sigma$  ..... tensão de aplicação da carga  
 $\zeta$  ..... deslocamento  
 $\xi$  ..... fator de amortecimento  
 $\psi$  ..... parâmetro de continuidade



# 1 - Introdução

## 1.1 - Considerações Iniciais

Os metais , principalmente o aço , têm sido desenvolvidos , e utilizados pelo homem .

Quer seja na simplicidade ou na complexidade de estruturas ou sistemas .

Com a sua utilização , que aumentava cada vez mais com o passar dos tempos , os aços foram estudados e , com isso , aperfeiçoados para utilização em áreas nunca antes imaginadas .

Mas , mesmo com tudo isso , problemas continuavam acontecendo , e , o mais perigoso , todos relacionados à segurança das estruturas ou sistemas aos quais estavam sendo submetidos .

Então , houve a necessidade de se conhecer a fundo o aço . Isto é , à nível microestrutural , que era o que não se sabia .

Portanto , criou-se a metalurgia física e , a seguir a mecânica da fratura , onde se estuda o comportamento dos metais submetidos à esforços físicos e mecânicos .

E com o passar dos tempos , a engenharia cresceu muito em tecnologia e , com isso , na área de segurança , neste caso a previsão e estudo de defeitos , também .

Mas , ainda assim continuavam acontecendo problemas estruturais , mesmo reforçando-se os sistemas e estruturas .

Assim sendo , iniciaram-se estudos relacionado vigas , eixos e , hoje em dia , sistemas e estruturas não apenas em sua composição material mas , também em seus modos de vibração .



## 1.2 - Relação da Frequência Natural com o Dano Acumulado

O efeito da viga em fadiga em um corpo de prova submetido à ensaio de flexão rotativa ocorre nos metais quando os mesmos estão sujeitos à esforços físicos ou mecânicos . Como se verá a seguir , especificamente no capítulo 5 , o mesmo induz danos no material , que podem ser trincas , ou apenas um rearranjo microestrutural .

Como foi dito anteriormente , os novos estudos procuram relacionar as microestruturas com as respostas dinâmicas dos sistemas estruturais e componentes mecânicos , no caso desta pesquisa , as frequências naturais do primeiro modo de vibração são apresentadas e , estudos relacionando o efeito da vida em fadiga e a frequência fundamental .

Portanto no capítulo 2 , existe uma descrição dos aços , o material que foi objeto da pesquisa , no capítulo 3 há uma descrição sobre as propriedades físicas relacionadas à vibração de sistemas estruturais , no capítulo 4 tem-se uma descrição sobre as propriedades mecânicas aos quais estão submetidos os aços .

## 1.3 - Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um estudo experimental para avaliar o efeito da vida em fadiga na frequência natural de vários tipos de aços comerciais .

Foram escolhidos os aços classificados como SAE 1020 e SAE 1045 , pois estes aços são muito utilizados na indústria de construção civil , automobilística , e outras mais , tendo sido objeto de estudos anteriores visando melhorias em suas aplicações e relacionando-as com níveis de segurança quando solicitados em esforços mecânicos .[ 16,36,41,42]

Assim , propõe-se neste trabalho , através de ensaios em equipamentos adequados , relacionar o comportamento da frequência fundamental dos aços , com diferentes



microestruturas , com as propriedades mecânicas , em especial a vida em fadiga , característica de segurança para desenvolvimento de projetos mecânicos .[35,37,39]

Os resultados destes ensaios , de dano por fadiga cíclica e de vibração , contribuirão com conhecimentos relativamente abrangentes , sobre a relação microestrutura e segurança , de modo à especificar as aplicações e condições às quais o aço especificado está submetido .

mais . A incerteza , tanto do metal como da época de seu surgimento , se contrapõe quanto à forma de aparecimento . Acredita-se que de forma acidental , com o calor da fogueira ,onde pedaços de minério , através de processos de redução , alcançam a sua forma final . A idade dos metais está solidificada .

Data de 1500 a. C. , imprecisamente , o início da utilização do Ferro pelo homem , apesar de terem sido encontrados fragmentos de metal com idade superior a 7000 anos . Seu aquecimento na presença de uma substância carbonácea , e a conseqüente absorção do Carbono pelo ferro ,gera o aparecimento do aço , sendo processado então a liga mais utilizada dentre todas as ligas metálicas . Dentre os principais fatores , nos quais o Ferro se apresenta como numericamente como o metal de maior potencial aplicativo , estão o seu fácil processamento , a sua abundância na crosta terrestre e sua facilidade por ligar-se com muitos elementos metálicos e não metálicos , principalmente o Carbono .

Além disso , sua propriedade polimórfica permite que suas ligas sejam submetidas a determinadas operações de tratamentos térmicos , que modificam profundamente as propriedades mecânicas .

A Idade Média mostra-se como um tempo muito obscuro da humanidade . A superação desta fase traz consigo a Revolução Industrial e a Modernidade . As fábricas e os operários . A transformação social gerando empregos e desenvolvimento . Inicia-se o século XIX , sedimentando as mudanças e as idéias marcadas pela evolução da pesquisa como suporte e desenvolvimento científico e tecnológico . No início do século XX ocorre o grande salto . Vinte séculos em um . É a era da informática , da eletrônica , da mecânica fina da astronáutica . A busca constante do aperfeiçoamento e do futuro .

Os períodos pós guerra marcam definitivamente o século com grandes avanços . A concorrência pela melhor tecnologia se torna uma das marcas registradas da filosofia industrial . Os estudos que envolvem o desenvolvimento dos metais são intensificados e novas ligas são descobertas. Por outro lado, os materiais mais antigos são cada vez mais pesquisados e, devido a características particulares, ampliam a sua participação, como matéria-prima e



## 2 - Os Aços

### 2.1 - Introdução

É praticamente impossível precisar o momento exato da primeira extração do primeiro metal de seu minério . Talvez o Cobre ou o Ouro . Provavelmente a 6000 anos ou mais . A incerteza , tanto do metal como da época de seu surgimento , se contrapõe quanto à forma de aparecimento . Acredita-se que de forma acidental , com o calor da fogueira , onde pedaços de minério , através de processos de redução , alcançam a sua forma final . A idade dos metais está solidificada .

Data de 1500 a. C. , imprecisamente , o início da utilização do Ferro pelo homem , apesar de terem sido encontrados fragmentos de metal com idade superior a 7000 anos . Seu aquecimento na presença de uma substância carbonácea , e a conseqüente absorção do Carbono pelo Ferro , gera o aparecimento do aço , sendo processado então a liga mais utilizada dentre todas as ligas metálicas . Dentre os principais fatores , nos quais o Ferro se apresenta como numericamente como o metal de maior potencial aplicativo , estão o seu fácil processamento , a sua abundância na crosta terrestre e sua facilidade por ligar-se com muitos elementos metálicos e não metálicos , principalmente o Carbono .

Além disso , sua propriedade polimórfica permite que suas ligas sejam submetidas a determinadas operações de tratamentos térmicos , que modificam profundamente as propriedades mecânicas .

A Idade Média mostra-se como um tempo muito obscuro da humanidade . A superação desta fase traz consigo a Revolução Industrial e a Modernidade . As fábricas e os operários . A transformação social gerando empregos e desenvolvimento . Inicia-se o século XIX , sedimentando as mudanças e as idéias marcadas pela evolução da pesquisa como suporte e desenvolvimento científico e tecnológico . No início do século XX ocorre o grande salto . Vinte séculos em um . É a era da informática , da eletrônica , da mecânica fina da astronáutica . A busca constante do aperfeiçoamento e do futuro .

Os períodos pós guerra marcam definitivamente o século com grandes avanços . A concorrência pela melhor tecnologia se torna uma das marcas registradas da filosofia industrial . Os estudos que envolvem o desenvolvimento dos metais são intensificados e novas ligas são descobertas. Por outro lado, os materiais mais antigos são cada vez mais pesquisados e, devido a características particulares, ampliam a sua participação, como matéria-prima e



manufaturados, no mercado internacional. A seleção do material aplicado torna-se cada vez mais importante, passando a ser tratada como item primordial, na realização de projetos . Fatores como forma e função são ligados com a qualidade e a durabilidade. As propriedades mecânicas, como tenacidade, ductilidade e rigidez, são consideradas e os fatores ambientais, entre os quais podemos exemplificar as temperaturas elevadas e os meios corrosivos, não podem ser esquecidos. Na escolha do material mais adequado, a forma final de processamento é avaliada pelos projetistas. Sua capacidade em sofrer tratamentos térmicos, deformações, usinabilidade e conformabilidade também passam a serem analisadas .

As ligas ferrosas são, de longe, os materiais metálicos com maior utilização comercial devido a larga gama de propriedades mecânicas, desde níveis moderados de resistência associados a uma excelente ductilidade e tenacidade, até resistência muito altas com ductilidades razoáveis . Aliado a um baixo custo, e portanto sendo economicamente viáveis, cria-se a possibilidade de estender sua aplicação nas mais variadas condições de serviço. Acrescenta-se a esses fatos, um constante progresso que ocorre no aperfeiçoamento das técnicas de produção, inicialmente, com a adição de elementos de liga e, depois, com a obtenção de ligas ferrosas cada vez mais "limpas", processos que causam sensíveis melhorias nas propriedades dos aços. Portanto, sua correta aplicação está intimamente relacionada com um conhecimento adequado de suas características estruturais e mecânicas, para que determine o campo exato de atuação, e que possibilite seu estudo e desenvolvimento em níveis de pesquisa e utilização industrial.

A partir da crise energética que assolou o mundo na década de 70 com a elevação do preço do petróleo, foi necessário, principalmente à indústria automobilística, modificar a sua filosofia de produção, com a necessidade principal de redução de consumo dos veículos. Desde então, a medida inicial adotada foi a adequação dos projetos buscando redução de peso, maior eficiência dos motores e, mais recentemente, a realização de estudos apurados de aerodinâmica .

Os automóveis produzidos na década de 80 apresentaram notável redução de peso passando de uma média de 1900 para 1200 kg. Esta redução se deu, principalmente, devido a primeira e mais óbvia medida, que foi a redução do tamanho dos veículos, procurando, ao mesmo tempo melhor utilização do espaço. A segunda alternativa foi a substituição de materiais que estavam em uso, por outros menos densos, tais como plásticos e Alumínio. No final da década de 70 as quantidades de Alumínio e plástico tiveram um aumento de 40 e 82 % em peso, respectivamente por veículo. Uma terceira alternativa foi o desenvolvimento de novas composições químicas para os aços de modo que fossem melhoradas as suas



características mecânicas .

Naquela época tinha-se claro que o aumento do teor de Carbono representava um método fácil e de baixo custo para provocar o aumento da resistência mecânica, embora provocasse uma diminuição da conformabilidade do material. Mais tarde as pesquisas mostraram que com um controle cuidadoso da saída do laminador, e pelo resfriamento adequado por jateamento de água, um aumento significativo na resistência poderia ser obtido em aços de baixo carbono. Estes desenvolvimentos realizados nos Estados Unidos iniciaram o desenvolvimento de aços de alta resistência com baixo carbono, procurando, deste modo, melhorar a conformabilidade e a soldabilidade do material. Apesar destes aços apresentarem melhorias em suas características mecânicas, as propriedades necessárias para a produção de chapas para automóveis não foram totalmente satisfeitas apenas pela redução do teor de Carbono e pelo resfriamento rápido. Em seguida começaram a ser produzidos aços de alta resistência e baixa liga através de pequenas adições de V, Nb e Ti que foram utilizadas para contribuir com a resistência através do refino de grão e do endurecimento por precipitação.

A partir de 1980 pode-se notar que estes aços tiveram uma grande contribuição na redução de peso dos automóveis. Cerca de 30% das partes da construção total, excluindo o para choques e o chassi, foram produzidos por aços ARBL ( alta resistência e baixa liga ) resultando em uma redução de 13% em peso com relação ao original.

Em adição a estas famílias de aços discutidas, mais recentemente, foram introduzidos os aços bifásicos, que apresentam uma microestrutura constituída basicamente por ferrita e martensita e se caracterizam por apresentarem resistência mecânica comparável com os aços ARBL de grande conformabilidade. Sua microestrutura é descrita como constituída de partículas duras de martensita dispersas em uma matriz dútil de ferrita. Todavia, na prática, as possíveis microestruturas encontradas nos aços bifásicos são significativamente mais complexas, podendo conter também bainita, austenita e perlita, dependendo da composição do aço e das condições de processamento . Com o surgimento deste novo material, a indústria automobilística tem conseguido vantagens apreciáveis em comparação aos aços utilizados anteriormente. Os aços bifásicos, com a característica de poder desenvolver elevada tensão após pequena deformação plástica , proporcionou uma redução de até 30 % na espessura das chapas utilizadas em alguns componentes dos automóveis . Isto só foi possível devido a característica do aço bifásico de conseguir aliar propriedades antagônicas, apresentando alta resistência a tração, baixa tensão de escoamento e alta ductilidade. Estas características faz tornar o material atrativo, não apenas para a indústria automobilística, mas também para a

indústria de tubos, arames e para a fabricação de todos os componentes que envolvem processos de deformação a frio.

A obtenção dos aços bifásicos, normalmente é limitada pelas instalações disponíveis para o processamento . É importante, também, fazer a distinção do processo para obtenção de pequenas peças e do processo industrial para obtenção de chapas . A obtenção de pequenos componentes com microestrutura bifásica pode ser realizada através de tratamentos térmicos apropriados utilizando fornos . O processo de obtenção de chapas normalmente é desenvolvido pela indústria siderúrgica com a intenção de fornecer o material pronto para ser utilizado pela indústria de transformação . A indústria japonesa, que dispõe de tecnologia mais moderna de controle de processamento produz aços bifásicos por laminação a quente a partir de aços Carbono com baixos teores de elementos de liga. No Brasil o estudo dos aços bifásicos está ainda restrito a trabalhos de pesquisa realizados em laboratórios , onde podemos notar, nos últimos anos, um aumento do número de pesquisadores interessados no desenvolvimento do material e a publicação de diversas teses em nível de mestrado e doutorado sobre o assunto .

Normalmente o comportamento em serviço dos materiais, depende de inúmeros fatores, quase todos intimamente relacionados com as suas microestruturas. O rumo das investigações para o aperfeiçoamento da qualidade dos materiais , principalmente dos aços bifásicos, e no sentido do seu processamento, que só será conseguido através de um contínuo esforço de pesquisa e desenvolvimento .

Então os aços são materiais metálicos , formados principalmente por Ferro e Carbono . Sua microestrutura pode ser modificada de várias formas , conferindo assim , uma grande variedade nas suas propriedades mecânicas . Assim sendo , abaixo temos um gráfico que demonstra estas variações :

Composição e estrutura da fase ferrítica . Segundo Davies , para se ter uma boa combinação de

ductilidade e resistência mecânica , a granulção da ferrita deve ser fina e o seu teor de Carbono deve ser baixo [18]

Dois tipos de ferrita podem ser identificados em muitos aços bifásicos . A ferrita que estava presente na temperatura intercrítica , durante o tratamento térmico , e permanece na

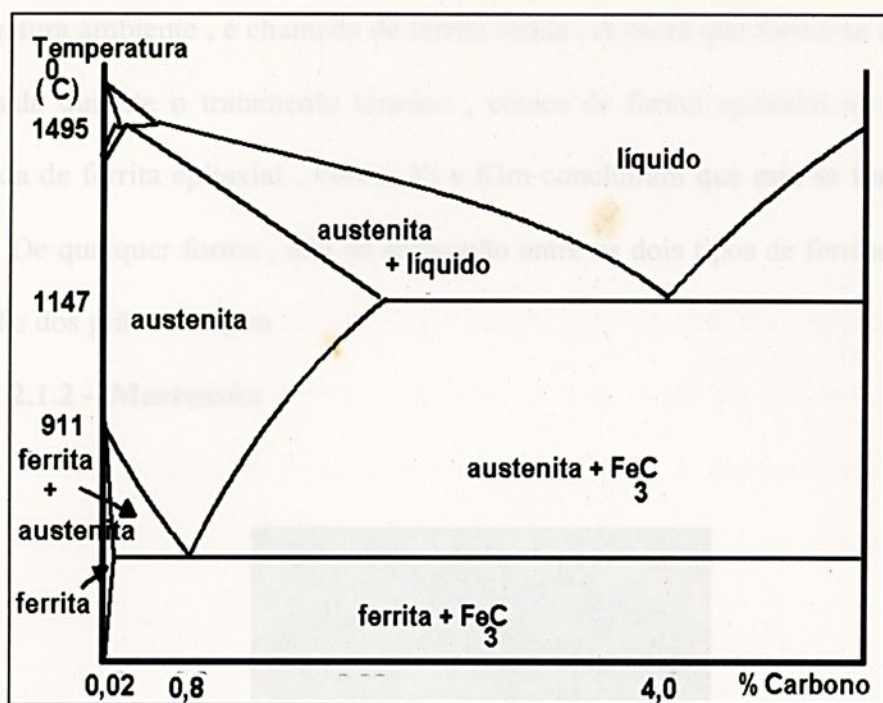


Figura 01 – Relação entre o Carbono presente no Ferro e a temperatura .[2]

### 2.1.1 - Ferrita



Figura 02 - Microestrutura da ferrita . [10]

O comportamento mecânico dos aços bifásicos é altamente influenciado pela composição e estrutura da fase ferrítica . Segundo Davies , para se ter uma boa combinação de ductilidade e resistência mecânica , a granulação da ferrita deve ser fina e o seu teor de Carbono deve ser baixo .[18]

Dois tipos de ferrita podem ser identificados em muitos aços bifásicos . A ferrita que estava presente na temperatura intercrítica , durante o tratamento térmico , e permanece na

temperatura ambiente , é chamada de ferrita retida . A outra que forma-se a partir da austenita , formada durante o tratamento térmico , cresce de forma epitaxial na ferrita retida , e é chamada de ferrita epitaxial . Porém Yi e Kim concluíram que esta se forma no interior dos grãos . De qualquer forma , não há separação entre os dois tipos de ferrita , sendo que uma é extensão dos grãos da outra .

### 2.1.2 - Martensita



Figura 03 - Microestrutura da martensita . [10]

A martensita é a grande responsável pela alta resistência mecânica dos aços bifásicos .[21]

Sendo que um mesmo aço pode originar aços bifásicos de diferentes quantidades de martensita , bem como diferentes teores de martensita , é de se esperar que as propriedades mecânicas sejam funções destes parâmetros , sem levar em consideração a morfologia . O nível de resistência mecânica está diretamente relacionado com a fração volumétrica da martensita .

Alguns pesquisadores mostraram que o limite de resistência à tração aumenta com o teor de Carbono na martensita , e que as melhores características de ductilidade do aço bifásico são obtidas quando a martensita possui teores de Carbono inferiores a 0,35 % . Foi mostrado que a resistência da martensita depende do seu teor de Carbono . No entanto , outros trabalhos

indicam que o limite de resistência à tração da maioria dos aços bifásicos, é uma função linear da fração volumétrica, que por sua vez é influenciada pelo teor de Carbono da liga e temperatura intercrítica utilizada. Davies mostrou uma relação entre a tensão de escoamento a 1%, temperatura de têmpera e teor de Carbono.

Pode ser visto que, a uma dada temperatura de têmpera, a tensão de deformação plástica é linearmente dependente do teor de Carbono e que, a um dado nível de Carbono, quanto maior a temperatura de têmpera, maior é a tensão de deformação plástica. Através da figura, nota-se a relação entre o limite de resistência à tração e a tensão de deformação plástica como funções lineares da porcentagem de martensita.

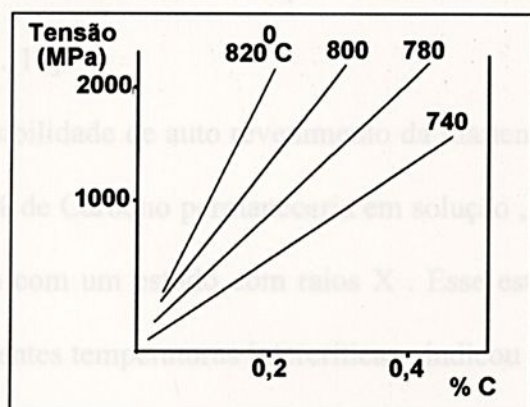


Figura 04 - Relação entre a tensão de escoamento a 1% de deformação e o teor de Carbono em função da temperatura de têmpera. [18]

Está claro que a tensão de deformação plástica e a resistência à tração são funções lineares da porcentagem de martensita. No entanto, extrapolando a tensão de deformação plástica para 100% de martensita indica um valor muito menor que o esperado para uma liga temperada.

Tamura e colaboradores encontraram que a resistência das estruturas bifásicas varia aproximadamente de forma linear com a porcentagem de martensita e que a resistência para a estrutura 100% martensita, obtida por extrapolação, foi menor que a resistência mediada por

um aço 100 % martensita .

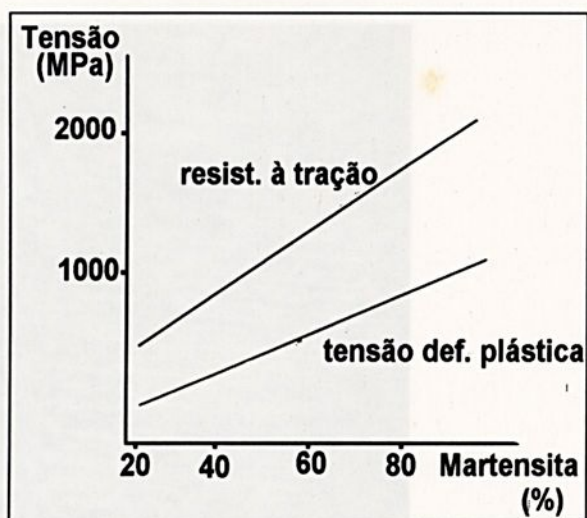


Figura 05 - Resistência à tração e tensão de escoamento como função da porcentagem de martensita .[18]

A possibilidade de auto revenimento da martensita de alto Carbono , de tal modo que somente 0,4 % de Carbono permaneceria em solução , independente da % de C da austenita , foi descartada com um estudo com raios X . Esse estudo , feito em amostras temperadas a partir de diferentes temperaturas intercríticas , indicou um aumento do teor de Carbono com a diminuição da temperatura intercrítica . Por exemplo , amostra temperada , a partir de  $740^{\circ}\text{C}$  , teve um pico duplo de difração , de martensita tetragonal de alto Carbono , enquanto que após tempera em  $800^{\circ}\text{C}$  , foi observado somente um pico simples de difração de baixo Carbono , aparentemente de martensita cúbica .Uma possibilidade considerada é que a martensita tem uma resistência menor quando ela é formada circundada por uma matriz ferrita do que quando formada por uma matriz inteiramente austenítica . A subestrutura de transformação e portanto a resistência de uma ilha de martensita , formada em uma matriz de ferrita mole , pode ser muito diferente da subestrutura formada quando um aço é formado de austenita para martensita 100 % . A austenita é mais resistente do que a ferrita e poderá portanto , impor uma contração mais severa nas regiões de formação da martensita .

### 2.1.3 – Bainita



Figura 06 - Microestrutura da bainita . [10]

Existe um número muito reduzido de estudos do efeito da bainita . Eles se referem apenas no efeito da bainita nas características de aços ainda em desenvolvimento . Sudo e colaboradores mostraram que a bainita tem um efeito nocivo na relação resistência - alongação uniforme , mas tem um efeito favorável na tenacidade a fratura após estampagem profunda . Concluíram que o aço trifásico constituído de ferrita , martensita e bainita deve ser o preferido ao invés do aço bifásico martensita - ferrita , em casos complexos como estampagem profunda . Foi mostrado também que através de exames microscópicos , partículas de perlita e martensita provocam nucleação de trincas facilmente e a substituição dessas partículas por outras de bainita mais dúteis resulta em maior ductilidade . Concluiu-se que o alto valor do coeficiente de encruamento  $n$  , na região de pequena deformação , é devido , principalmente , à purificação dos grãos de ferrita . A melhor deformabilidade dos aços trifásicos é devido a redução de formação de vazios na interface ferrita - bainita e menor tamanho de grão da martensita .

### 2.1.4 - Perlita



Figura 07 - Microestrutura da perlita . [10]

Se uma peça de composição Fe 0,77% ( eutetóide 0 for levada à uma temperatura maior que  $727^{\circ}\text{C}$  , a estrutura austenítica será estável , com os átomos de Carbono nos interstícios octaédricos da estrutura . Se esta peça for resfriada lentamente e mantida a temperaturas inferiores a  $727^{\circ}\text{C}$  , a estrutura austenítica não será mais estável , ocorrendo a reação eutetóide , produzindo uma estrutura chamada perlita . A perlita não é uma fase e sim , uma mistura de duas fases , ferrita e cementita , que ocorrem sob a forma de lamelas paralelas . A ferrita tem estrutura ccc . Em comparação com a austenita é menos compacta , apresenta interstícios tetraédricos menores e tem , conseqüentemente , menor capacidade de dissolver Carbono . O Carbono que é rejeitado pela formação da ferrita dá origem à cementita . A cementita é uma fase rica em Carbono , de composição  $\text{Fe}_3\text{C}$  . [12]

Segundo Mehl , a perlita nucleia preferencialmente nos contornos de grão de austenita homogênea . Porém , quando a austenita apresenta gradientes de concentração de Carbono ou partículas dispersas , a nucleação da perlita ocorre também no interior do grão austenítico . [8]

À medida que essa partícula de cementita crescesse , ela diminuiria o teor de Carbono das regiões vizinhas até ocorrer a formação de ferrita . com o crescimento da ferrita haveria segregação de Carbono para a austenita , até ser atingido o nível de Carbono da cementita , quando então esta nuclearia . E assim sucessivamente , com crescimento para frente ( edgeway growth ) e para os lados ( sideway growth ) . Este processo de nucleação de uma

fase no contorno de grão de uma matriz é conhecido como nucleação simpatética .

Uma outra proposta para explicar o crescimento da perlita foi proposta por Hillert . No mecanismo proposto , o crescimento seria por ramificações da perlita . Hillert também observou que a perlita era nucleada tanto à partir da cementita como da ferrita , dependendo do teor do aço .

Posteriormente , Honeycombe observou que o crescimento da perlita ocorria tanto por ramificações , como por crescimento lateral , e que os nódulos perlíticos eram nucleados à partir da ferrita ou da cementita .[8]

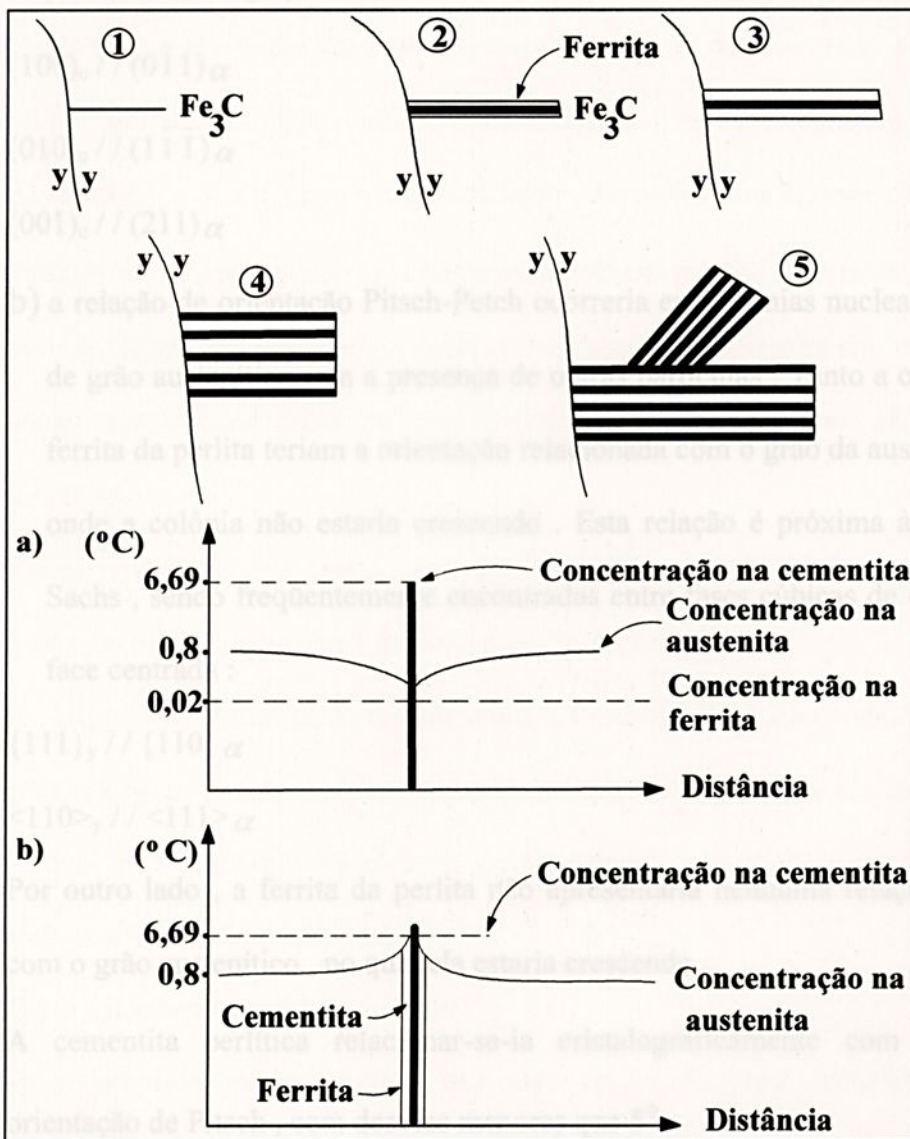


Figura 08 - Formação da perlita . [11]

Em 1973 , Dippenaar e Honeycombe fizeram uma revisão sobre a nucleação da perlita

e suas principais conclusões foram :

a) existiriam dois tipos distintos de orientação entre a ferrita e a cementita nos módulos da perlita :

- Relações de Pitsch-Petch

$$[100]_c \text{ } 2,6^\circ \text{ a partir de } [1\bar{3}\bar{1}]_\alpha$$

$$[010]_c \text{ } 2,6^\circ \text{ a partir de } [113]_\alpha$$

$$[001]_c // (52\bar{1})_\alpha$$

- Relações de Bagaryatski

$$(100)_c // (0\bar{1}1)_\alpha$$

$$(010)_c // (1\bar{1}\bar{1})_\alpha$$

$$(001)_c // (211)_\alpha$$

b) a relação de orientação Pitsch-Petch ocorreria em colônias nucleadas em contorno de grão austenítico sem a presença de outras partículas . Tanto a cementita como a ferrita da perlita teriam a orientação relacionada com o grão da austenita adjacente , onde a colônia não estaria crescendo . Esta relação é próxima à de Kurdjumov-Sachs , sendo freqüentemente encontradas entre fases cúbicas de corpo centrado e face centrada :

$$\{111\}_y // \{110\}_\alpha$$

$$\langle 110 \rangle_y // \langle 111 \rangle_\alpha$$

Por outro lado , a ferrita da perlita não apresentaria nenhuma relação de orientação com o grão austenítico , no qual ela estaria crescendo .

A cementita perlítica relacionar-se-ia cristalograficamente com  $y_1$  segundo a orientação de Pitsch , com desvios menores que  $5^\circ$  :

$$(100)_c // [1\bar{1}1]_y$$



$(010)_c // [110]_y$

$(001)_c // [\bar{1}12]_y$

Analogamente à ferrita, a cementita perlítica não se relaciona cristalograficamente com  $y_2$ .

c) a relação de orientação da Bagaryatski ocorreria entre a ferrita e a cementita da perlita, quando fossem formadas camadas de cementita proeutetóide no contorno de grão austenítico com posterior nucleação das colônias de perlita a partir destas camadas.

Neste caso a ferrita perlítica não apresentaria relação de orientação com  $y_1$  e  $y_2$ . Por outro lado a cementita perlítica apresentaria a mesma orientação que a cementita proeutetóide, que gerasse a sua nucleação. As cementitas apresentariam a relação de Pitsch com  $y_1$ , porém não apresentariam nenhuma relação de orientação com  $y_2$ .

Brandt foi um dos primeiros a estudar a velocidade de crescimento da perlita, porém sua equação apresentava taxas de crescimento da perlita menores que as observadas experimentalmente.

Zener modificou esta teoria, levando em conta a perda da força motriz de reação devido à criação de interfaces entre as duas fases da perlita.

Em 1973, Hillert num trabalho de revisão sobre a formação da perlita concluiu que ainda não era possível de se decidir com os dados experimentais e teóricos disponíveis até aquela data, qual o mecanismo de difusão do Carbono (volumétrico ou interfacial) que comandava a formação da perlita.

### 2.1.5 - Austenita retida

O constituinte microestrutural que tem recebido pouca atenção no estudo do comportamento mecânico de aço bifásico é a austenita retida.

A transformação da austenita retida em martensita durante a deformação plástica,



caracterizada pelo aumento do volume que acompanha , irá servir de fonte de discordâncias resultando posteriormente em um aumento da taxa de encruamento .

Alguns pesquisadores argüíram uma conexão entre o total de austenita retida e a ductilidade dos aços bifásicos , sugerindo que a ductilidade poderia ser aperfeiçoada pela otimização da estabilidade da austenita retida . O grau de estabilidade da austenita é importante em que a transformação poderá ocorrer gradualmente . Essa transformação gradual é caracterizada em alguns aços bifásicos , onde a austenita retida apresenta variações no tamanho e composição da partícula .

Por outro lado , outros pesquisadores não encontraram correlação entre o teor da austenita retida e a ductilidade em inúmeros aços bifásicos . Speich e Miller sustentaram que a pequena quantidade de austenita retida ( 2 a 4 % ) encontrada não teriam efeito sobre a ductilidade . Enquanto isso , Eldis argumentou que a austenita retida não influi na ductilidade , visto que ela se transforma durante o estagio inicial de deformação plástica .

De qualquer forma , pelos estudos realizados até o presente , podem ser extraídos as seguintes conclusões : (1) quando a quantidade de austenita retida for alta e a sua estabilidade for suficiente , tal que a transformação ocorre após o processo de deformação plástica , então pode ser esperado um efeito considerável na elongação uniforme ; (2) quando a quantidade de austenita retida for pequena e , especialmente , quando ocorre a transformação do estagio inicial do processo de deformação plástica , então o efeito da austenita retida na ductilidade pode ser negligenciado .

## 2.2 - Propriedades Mecânicas

Os aços bifásicos caracterizam-se basicamente por apresentarem algumas características importantes que são :

- escoamento contínuo
- alta taxa de encruamento

- ductilidade relativamente grande .

Dentre os fatores que influenciam de forma mais acentuada estas características destacam-se a fração volumétrica da martensita e o seu teor de Carbono . Embora alguns trabalhos prévios tenham procurado mostrar que o endurecimento destes aços está relacionado apenas ao volume de martensita , a teoria de endurecimento de materiais compostos indica que a resistência de uma mistura bifásica varia quase que linearmente com a diferença de resistência entre as duas fases de forma isolada . Como a dureza da fase martensítica depende do seu teor de Carbono , parece que haverá influência na resistência mecânica da mistura . De fato , Speich e Miller mostraram isto . Utilizaram em trabalho , uma série de aços contendo 1,5 % de Mn e diversos teores de Carbono . As amostras foram temperadas a partir de três temperaturas intercríticas , 740 , 760 e 780<sup>o</sup> C . As diversas curvas traçadas mostram de forma clara a variação da deformação uniforme , alongamento total e a resistência a tração em função da fração volumétrica da martensita . O conjunto de curvas mostradas na figura 9 mostra que , para os diversos aços estudados , a tensão máxima de resistência à tração cresce com o aumento da fração volumétrica da martensita e a resistência a tração é tanto menor quanto maior for seu teor de Carbono .[7]

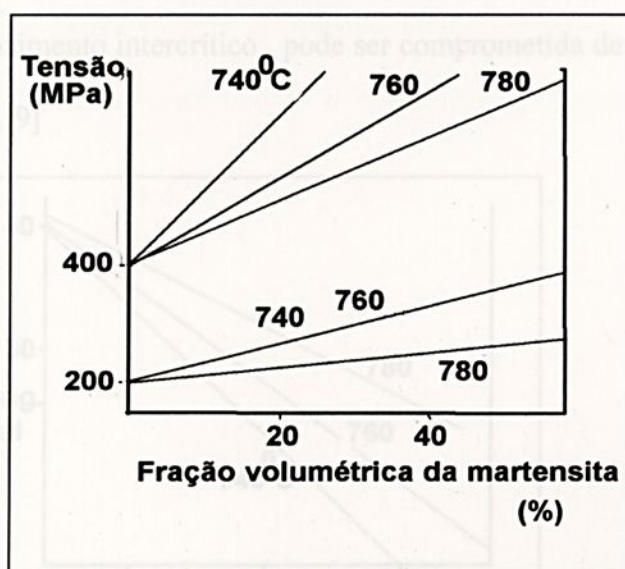


Figura 09 - Resistência à tração como função do teor da martensita .[18]

As curvas mostradas na figura 10 indicam redução acentuada do alongamento total com o aumento da fração volumétrica da martensita, no entanto, todos os materiais estudados apresentaram alongamento total quanto maior a temperatura intercrítica.

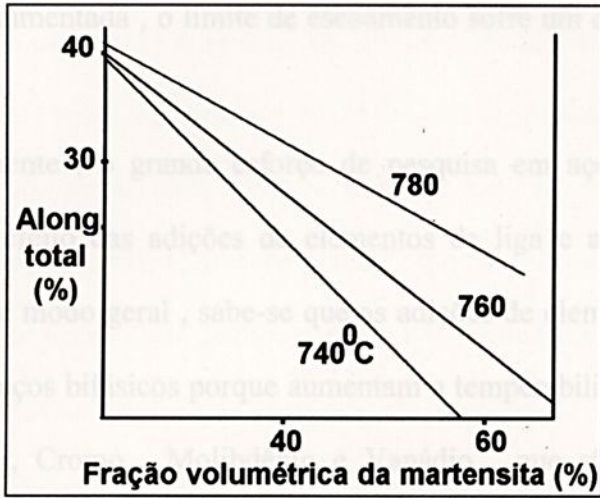


Figura 10 - Alongamento total como função da martensita. [18]

As curvas apresentadas na figura 11 permitem uma visualização da relação existente entre o alongamento total e a tensão de resistência à tração. Com estas curvas é possível prever os valores de resistência mecânica e ductilidade com a variação do teor de Carbono do aço nas três temperaturas estudadas. A análise destes dados deixa claro que, a conformabilidade de aços com teores maiores que 0,2 % de Carbono temperados em baixas temperaturas de recozimento intercrítico, pode ser comprometida devido aos baixos níveis de escoamento obtidos. [9]

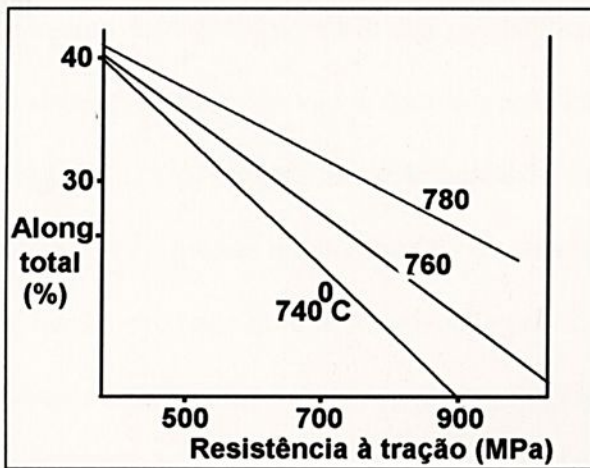


Figura 11 - Relação entre o alongamento total e a tensão máxima de resistência à tração . [18]

A análise dos resultados de Speich e Miller mostra também que o tratamento térmico intercrítico , muda substancialmente as características mecânicas do aço . A taxa de encruamento aumentada , o limite de escoamento sofre um decréscimo e o escoamento passa a ser contínuo .

Atualmente , o grande esforço de pesquisa em aços bifásicos é no sentido de se estabelecer o efeito das adições de elementos de liga e as relações com as propriedades mecânicas . De modo geral , sabe-se que as adições de elementos de liga substitucionais são benéficos aos aços bifásicos porque aumentam a temperabilidade do material , como no caso do Manganês , Cromo , Molibdênio e Vanádio , que são elementos estabilizadores da austenita . Já o Fósforo e o Silício aumentam a resistência destes aços sem que haja muito prejuízo da ductilidade .[20]

O estudo da influência dos elementos de liga é considerado de fundamental importância , embora pesquisas mais recentes tenham procurado , sempre que possível , reduzir o teor das adições , particularmente do Molibdênio , que tem custo elevado e de disponibilidade restrita . Deste modo é necessário que os estudos sobre as adições sigam conjuntamente com os estudos sobre o processamento , tornando desta forma necessário controlar mais rigidamente o resfriamento e minimizar as flutuações de temperatura do processo industrial .

O amortecimento está presente em todos os sistemas oscilatórios , e o seu efeito é retirar energia do sistema , através de várias formas como irradiação de ondas sonoras ou na forma de ondas de calor . A consequência desta perda de energia do sistema , é a queda da amplitude de vibração , daí a grande importância do amortecimento em vibrações mecânicas .

O amortecimento existente num sistema oscilatório é proveniente das seguintes tipos de forças dissipativas , resistência do fluido , atrito molecular interno e atrito externo . Eles são conhecidos como amortecimento fluido , amortecimento material , amortecimento

### 3 – Vibrações Mecânicas

Vamos estudar neste capítulo os sistemas relativos a corpos com massa e elasticidade distribuídos continuamente . Esses corpos são considerados homogêneos e isotrópicos , comportando-se de acordo com a lei de Hooke , quando dentro dos limites de elasticidade . Cada partícula de um corpo elástico necessita de coordenadas para descrever a sua posição , resultando daí que corpos desta natureza possuem um número infinito de graus de liberdade .

Geralmente , a vibração livre destes corpos é a soma dos modos principais . No modo principal de vibração , cada partícula do corpo realiza movimento harmônico simples , na frequência correspondente à raiz particular da equação de frequência e passa através de sua respectiva posição de equilíbrio . Se a curva elástica do corpo sob o qual o movimento começou coincide exatamente com um dos modos principais , somente este modo principal será produzido . Entretanto , a curva elástica resultante de um choque ou de uma súbita retirada de forças corresponde raramente àquela de um modo principal , e nestas condições todos os modos são excitados . Em muitos casos , porém , pode-se excitar um modo principal por meio de condições iniciais adequadas .

São considerados neste capítulo alguns dos mais simples problemas de vibração de corpos elásticos , cujas soluções são discutidas em termos dos modos principais de vibração.

#### 3.1- Amortecimento

O amortecimento está presente em todos os sistemas oscilatórios , e o seu efeito é retirar energia do sistema , através de várias formas como irradiação de ondas sonoras ou na forma de ondas de calor . A consequência desta perda de energia do sistema , é a queda da amplitude de vibração , daí a grande importância do amortecimento em vibrações mecânicas .

O amortecimento existente num sistema oscilatório é proveniente dos seguintes tipos de forças dissipativas , resistência do fluido , atrito molecular interno e atrito externo . Eles são conhecidos como amortecimento fluídico , amortecimento material , amortecimento

Figura 12 - Modelo de amortecimento viscoso . [17]



estrutural . Portanto , o amortecimento total de um sistema oscilatório , é a soma dos componentes dos respectivos amortecimento fluídico ,material e estrutural .

A descrição matemática dessas forças dissipativas geralmente é complicada e não aplica-se satisfatoriamente na análise de vibração . Assim , o desenvolvimento de modelos matemáticos simplificados de amortecimento é necessário com a finalidade de descrever e avaliar com eficiência a resposta do sistema .[17]

Quando estas forças dissipativas presentes em um sistema oscilatório , estão consumindo energia , isto é , inibindo movimento , então tal condição é chamada de amortecimento positivo ou amortecimento no sentido geral . Entretanto se , ao invés de consumir energia , introduzir energia dentro do sistema oscilatório , tal situação é chamada de amortecimento negativo .

### 3.1.1 - Conceito de dissipação de energia.

Consideremos o modelo de amortecimento viscoso ilustrado na figura 12 , referente a um sistema com um grau de liberdade . Neste modelo a força de amortecimento  $F_d$  , é proporcional á velocidade , conforme a equação :  $F_d = c \frac{\partial \cdot x}{\partial \cdot t} = cx$  ( eq. 1 ) , onde  $c$  é uma

constante de proporcionalidade e  $\frac{\partial \cdot x}{\partial \cdot t} = \dot{x}$  .[1]

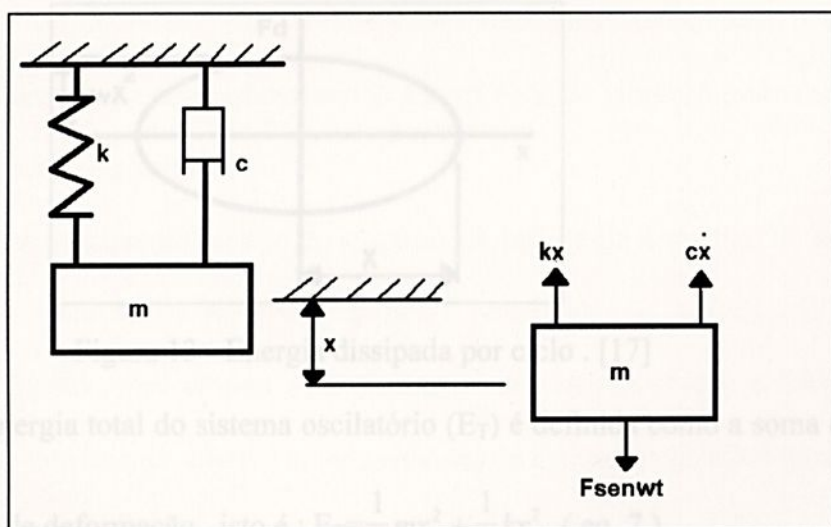


Figura 12 - Modelo de amortecimento viscoso . [17]

A dissipação de energia é usualmente determinada sob condições de oscilações cíclicas . A representação gráfica da relação força deslocamento pode diferir muito , conforme o tipo de amortecimento presente . Em todos os casos , a curva força deslocamento incluirá uma área , denominada como laçada de histerese , que é proporcional a energia perdida por ciclo . A energia dissipada em um ciclo de vibração para um amortecimento viscoso ideal , conforme a figura é dada por :  $E_d = \oint F_d dx = \int_0^T F_d x dt$  ( eq. 2 ) , onde T é o período de vibração e  $F_d$  , a força de amortecimento .

Para uma vibração senoidal com amplitude constante , tem-se :  $x(t) = X \sin(\omega \cdot t - \phi)$  ( eq. 3 ) , sendo X a amplitude do deslocamento e  $x$  , o deslocamento . Então a energia dissipada será :  $E_d = \oint c x dx = \int_0^{2\pi/\omega} c \omega^2 X^2 \cos^2(\omega \cdot t - \phi) dt$  . ( eq. 4 ) .

Portanto :  $E_d = \pi \cdot c \omega \cdot X^2$  ( eq. 5 ) .

Escrevendo a velocidade sob a forma :  $\dot{x} = \omega \sqrt{X^2 - x^2}$  ( eq. 6 ) , temos para a força de amortecimento :  $F_d = c \dot{x} = \pm c \omega \sqrt{X^2 - x^2}$  , a qual pode ser escrita como :  $\left(\frac{F_d}{c \omega}\right)^2 + \left(\frac{x}{X}\right)^2 = 1$  , que representa a equação de uma elipse . A área abrangida pela elipse representa a energia dissipada por ciclo .

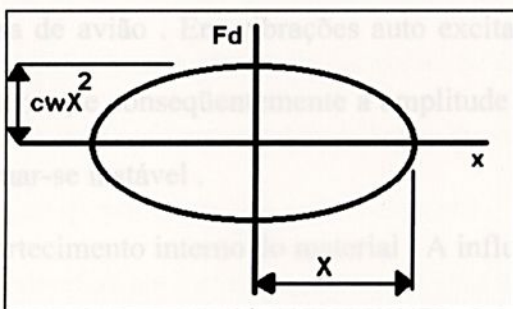


Figura 13 - Energia dissipada por ciclo . [17]

A energia total do sistema oscilatório ( $E_T$ ) é definida como a soma da energia cinética e a energia de deformação , isto é :  $E_T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2$  ( eq. 7 ) .

Para uma vibração senoidal de amplitude constante , a energia total do sistema em uma posição arbitrária  $x$  , é reduzida a :  $E_T = \frac{1}{2} kx^2 = \text{constante}$  ( eq. 8 ) .

A energia gasta por ciclo  $E_d$  , devido ao amortecimento viscoso com relação à energia total do sistema  $E_T$  é dada por :  $\frac{E_d}{E_T} = 4\zeta \cdot \pi \cdot \frac{\omega_n}{\omega}$  ( eq. 9 ) , onde  $\zeta$  é definido como  $c/C_c$  . Se

o sistema vibrar em sua frequência natural ( $\omega = \omega_n$ ) , a equação torna-se :  $\frac{E_d}{E_T} = 4\zeta \cdot \pi$  ( eq. 10 ) .

Isto é , para sistemas vibratórios , vibrando em sua frequência natural , o amortecimento  $\zeta$  , é proporcional à taxa de energia gasta por amortecimento viscoso por ciclo pela energia total do sistema .

### 3.1.2 - Tipos de amortecimento

a) Amortecimento Negativo : Este tipo de amortecimento ocorre em um sistema oscilatório onde a força que produz o amortecimento é dependente da velocidade ou deslocamento , isto é , a força dissipativa é criada pelo próprio movimento . Quando o movimento oscilatório do sistema pára , a força deixa de existir . Vibrações auto excitadas são encontradas em muitas aplicações tais como : sistemas de máquina ferramenta , roda de automóvel , asa de avião . Em vibrações auto excitadas , o movimento tende a aumentar a energia do sistema , e conseqüentemente a amplitude de vibração pode crescer drasticamente e o sistema tornar-se instável .

b) Amortecimento interno do material : A influência deste tipo de amortecimento pode ser vista na vibração de materiais sólidos . Em geral , os sólidos não são perfeitamente elásticos . Quando eles vibram , há dissipação de energia devido a fricção interna , como resultado do movimento relativo entre partículas da estrutura cristalina durante a deformação .

[6]

Conforme ilustrado pela figura 14 , a perda de energia durante um ciclo pode ser obtida pela área contida dentro da malha de histerese , que pode ser expressa por :  $A_h = \int F dx$  ( eq. 11 ) , onde  $A_h$  é a área contida dentro da malha de histerese ,  $F$  a força aplicada e  $x$  o deslocamento .

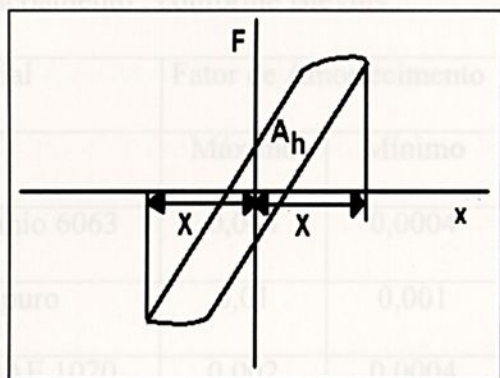


Figura 14 - Malha de histerese . [1]

O fator de amortecimento do material é proporcional a:

$$\xi \approx \frac{\text{area de histerese}}{\text{maxima energia armazenada}} \quad (\text{eq. 12}) .$$

Para muitos materiais , a área da malha de histerese , pode ser aproximada por  $A_h = J \sigma^n$  ( eq. 13 ) , onde  $J$  e  $n$  são funções do material , temperatura , nível de deformação e superfície de contato destas juntas (amortecimento de Coulomb) . Geralmente não é precisa a previsão deste tipo de amortecimento pois é difícil estimar a energia gasta em escoamentos (abridos) em juntas de estruturas complexas , porque há incertezas sobre detalhes destas juntas .

Conforme Blevins , para materiais de estrutura metálica mais comuns ,  $n$  está entre 2 e 3 , se o material for mantido abaixo da condição de escoamento . Se o material escoar ,  $n$  pode crescer para 10 ou mais . O escoamento plástico de um material requer uma grande energia de entrada , que corresponde a um alto amortecimento .

Certos materiais apresentam um alto amortecimento interno , como a borracha e a terra . Por exemplo , o alto amortecimento da terra é gerado pelo escoamento plástico , que ocorre sobre cargas relativamente pequenas .

O amortecimento do material de uma estrutura pode apresentar-se como uma função :

$$\xi = f(J , n , \text{seção transversal} , \text{forma modal}) .$$

Através das equações , é possível calcular por exemplo , o amortecimento do material de uma estrutura .

Na tabela é apresentado o amortecimento do material de uma viga em balanço com uma seção transversal circular , para vários materiais que não foram submetidos a cargas que produzem o escoamento , conforme Blevins .

Material	Fator de Amortecimento	
	Máximo	Mínimo
Alumínio 6063	0,004	0,0004
Ferro puro	0,01	0,001
Aço SAE 1020	0,002	0,0004
Titânio puro	0,05	0,001

Tabela 01 - Fatores de amortecimento dos materiais . [17]

c) Amortecimento estrutural : Este tipo de amortecimento ocorrem em estruturas que apresentam por exemplo juntas , e são provenientes de forças amortecedoras geradas na superfície de contato destas juntas (amortecimento de Coulomb) . Geralmente não é precisa a previsão deste tipo de amortecimento , pois é difícil estimar a energia gasta em escorregamentos (atritos) em juntas de estruturas complexas , porque há incertezas sobre detalhes destas juntas .

Todas as técnicas para a medida do fator de amortecimento são baseadas numa mesma idéia , isto é : a resposta da estrutura , é uma função da excitação e do amortecimento . Se uma excitação conhecida é aplicada a uma estrutura com amortecimento desconhecido , então a resposta pode ser prevista como uma função do amortecimento . O amortecimento incógnito poderá ser encontrado igualando-se a resposta a previsão .

O amortecimento determinado experimentalmente , ordinariamente inclui

componentes do fluido , do material e estrutural .

As técnicas mais comumente utilizadas para a medida de amortecimento viscoso equivalente são : decremento logarítmico largura de banda , fator de amplificação e método da resposta .

Estas técnicas de medida são apresentadas por R. Plunkett e Blevins .

### 3.2 - A Equação de Euler para a Viga

Consideremos as forças e momentos atuando sobre um elemento da viga representada na figura 15 , a fim de se poder determinar a equação diferencial para a vibração lateral de vigas .

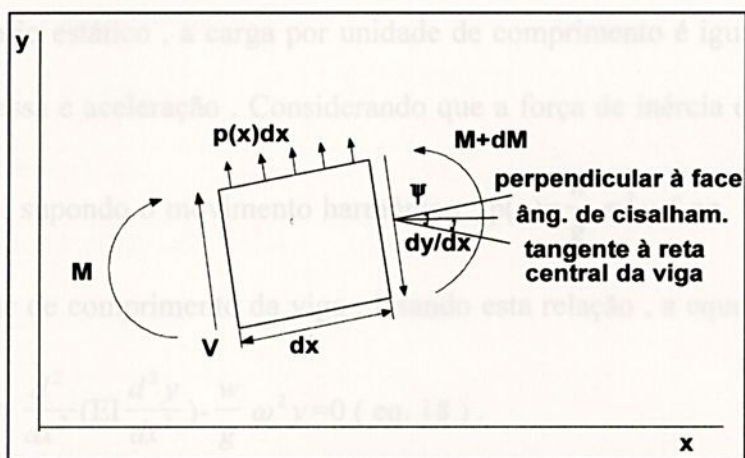


Figura 15 - Elemento de viga . [1]

$V$  e  $M$  são os momentos de cisalhamentos e flexão , respectivamente , e  $p(x)$  representa a carga por unidade de comprimento da viga .

Somando as forças na direção  $y$  :  $dv-p(x)dx=0$ .

Somando os momentos em relação a qualquer ponto sobre a face direita do elemento :

$$dm-Vdx-\frac{1}{2}p(x)dx^2=0 .$$

No processo de limite essas equações resultam nas seguintes relações importantes :

$$\frac{dV}{dx} = p(x) , \quad \frac{dM}{dx} = V \quad (\text{eq. 13}) .$$

A primeira parte da equação da equação 13 exprime que a taxa da variação do

cisalhamento ao longo da viga é igual à carga por unidade de comprimento, e a segunda exprime que a taxa de variação do momento ao longo da viga é igual ao cisalhamento.

$$\text{Obtemos o seguinte da equação 34 : } \frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} = p(x) \quad (\text{eq. 14}).$$

O momento de flexão é relacionado à curvatura pela equação de flexão, a qual, para as coordenadas indicadas na figura 15, é:  $M=EI \frac{d^2 y}{dx^2}$  (eq. 15).

$$\text{Substituindo esta equação na equação 13, obtemos : } \frac{d^2}{dx^2} (EI \frac{d^2 y}{dx^2}) = p(x) \quad (\text{eq. 16}).$$

Para uma viga vibrando, sob o seu próprio peso, em volta da sua posição de equilíbrio estático, a carga por unidade de comprimento é igual à carga de inércia devido à sua massa e aceleração. Considerando que a força de inércia é na mesma direção que  $p(x)$ ,

temos, supondo o movimento harmônico:  $p(x) = \frac{w}{g} \omega^2 y$  (eq. 17), onde  $w/g$  é a massa por

unidade de comprimento da viga. Usando esta relação, a equação para a vibração lateral da

$$\text{viga é : } \frac{d^2}{dx^2} (EI \frac{d^2 y}{dx^2}) - \frac{w}{g} \omega^2 y = 0 \quad (\text{eq. 18}).$$

No caso especial da rigidez de flexão  $EI$  ser uma constante, a equação pode ser escrita na forma:  $EI \frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{w}{g} \omega^2 y = 0$  (eq. 19), substituindo:  $\beta^4 = \frac{w \omega^2}{g EI}$  (eq. 20), obtemos a equação diferencial de quarta ordem:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \beta^4 y = 0 \quad (\text{eq. 21}) \text{ para a vibração de uma viga uniforme.}$$

Podemos mostrar que a solução geral da equação 21 é:

$$y = A \cosh \beta x + B \sinh \beta x + C \cos \beta x + D \sin \beta x \quad (\text{eq. 22}).$$

Para se chegar à este resultado, supomos a solução da forma  $y = e^{ax}$ , a qual satisfaz a equação diferencial quando  $a = \pm \beta$ , e  $a = \pm i\beta$ .



Considerando :  $e^{\pm \beta \cdot x} = \cosh \beta x \pm \sinh \beta x$

$$e^{\pm i\beta \cdot x} = \cos \beta x \pm \sin \beta x$$

estabelecemos prontamente a solução na forma da equação 22 .

A equação 20 nos dá as frequências naturais de vibração :  $\omega_n = \beta \cdot \sqrt{gEI / w}$  ( eq. 23 ) ,

onde o número  $\beta$  depende das condições de contorno do problema . A tabela 02 relaciona valores numéricos de  $(\beta \cdot l)^2$  para condições nas extremidades típicas :

Posições da viga	$(\beta \cdot_1 l)^2$	$(\beta \cdot_2 l)^2$	$(\beta \cdot_3 l)^2$
	fundamental	2º modo	3º modo
Apoiada simplesmente	9,87	39,5	88,9
Cantilever ou balanço	3,52	22,4	61,7
Duplamente livre	22,4	61,7	121,0
Duplamente engastada	22,4	61,7	121,0
Engastada articulada	15,4	50,0	104,0
Articulada livre	0	15,4	50,0

Tabela 02 - Constantes conforme posição da viga . [1]

Como exemplo , tem-se o cálculo das frequências naturais pela equação de Euler , do corpo de prova utilizado para flexão rotativa .

$$w_n = \beta^2 \sqrt{\frac{gEI}{w}} ;$$

onde :  $\beta$  ...constante de cálculo , para viga livre :  $(\beta l)^2 = 22,4$ .

w/g...massa por unidade de comprimento da viga .

E... módulo de Young : E=205 GPa para aço SAE 1020.

E=200 GPa para aço SAE 1045 .

I...momento de inércia :  $I = \frac{\pi d^4}{64}$  onde d...diâmetro do c.d.p. ( para este c.d.p. , utiliza-se o momento de inércia equivalente ) .

Cálculo para o aço SAE 1020 :



$$\omega_n = \frac{22,4}{0,226^2} \sqrt{\frac{2,05 \times 10^{11} \times \pi \times (1,05 \times 10^{-2})^4}{64 \times 0,165}} = 11940,508 \text{ rad/s.}$$

$\omega_n = 2\pi f$ , portanto a frequência tem o valor de : 1900,390 hz .

Cálculo para o aço SAE 1045 :

$$\omega_n = \frac{22,4}{0,226^2} \sqrt{\frac{2,00 \times 10^{11} \times \pi \times (1,05 \times 10^{-2})^4}{64 \times 0,165}} = 11794,050 \text{ rad/s.}$$

$\omega_n = 2\pi f$ , portanto a frequência tem o valor de : 1877,070 hz .

### 3.3 - Princípio da Superposição para o Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão

A análise do problema de trinca muitas vezes implica na investigação de um grande número de diferentes condições de carregamento . Em cada caso pode interessar , por exemplo , a escolha das características das cargas , para o qual o fator intensidade de tensão pode ser determinado e/ou realizar uma investigação completa , por combinação apropriada dos fatores de intensidade de tensão para diferentes carregamentos . Mas surge uma pergunta sobre a validade em aplicar o princípio da superposição no cálculo do fator de intensidade de tensão para diferentes carregamentos . Em seguida , este problema será discutido para o caso de abertura de trinca (Modo I) . [16]

#### 3.3.1 - Abertura de Trinca

O corpo carregado , mostrado na figura 16 , representa o caso geral de uma chapa plana contendo uma trinca e sujeita a forças externas . A chapa está sujeita a dois carregamentos representados por duas forças generalizadas  $Q_1$  e  $Q_2$  , cujos deslocamentos

generalizados devido à introdução da trinca são denotados por  $q_1$  e  $q_2$ , respectivamente.

Um terceiro tipo de carga pode ser obtido pela soma dos dois tipos de carregamento acima mencionado.

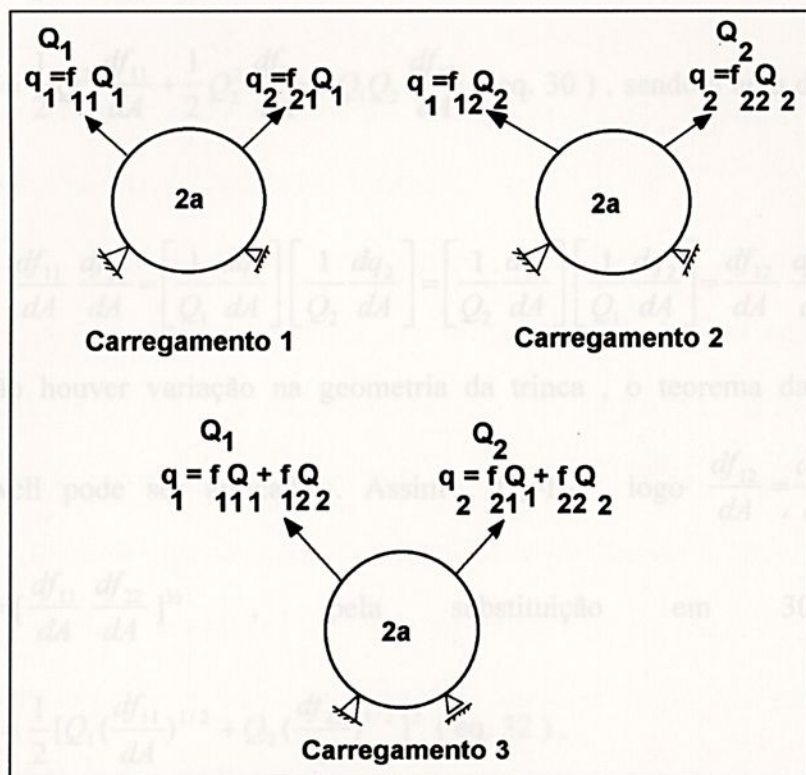


Figura 16 - Chapa plana contendo uma trinca ( $f_{12}=f_{21}$ , devido à reciprocidade).

O deslocamento generalizado em  $i$  é relacionado com a carga em  $j$ , através da flexibilidade, a qual é composta de duas componentes. Sendo uma componente devido ao corpo não trincado, e a outra, um acréscimo na flexibilidade, causado pela presença da trinca designada por  $f_{ij}$  (flexibilidade local). Assim:  $q_i = f_{ij} Q_j$  (eq. 24).

As energias de deformação associadas com cada um dos três tipos de carregamento

separadas são:  $U_1 = \frac{1}{2} Q_1^2 f_{11}$  (eq. 25).

$U_2 = \frac{1}{2} Q_2^2 f_{22}$  (eq. 26).

$U_3 = \frac{1}{2} Q_1^2 f_{11} + \frac{1}{2} Q_2^2 f_{22} + Q_1 Q_2 f_{12}$  (eq. 27).

O incremento da energia de deformação , para os três casos , são :

$$\frac{dU_1}{dA} = \frac{1}{2} Q_1^2 \frac{df_{11}}{dA} \quad (\text{eq. 28})$$

$$\frac{dU_2}{dA} = \frac{1}{2} Q_2^2 \frac{df_{22}}{dA} \quad (\text{eq. 29}) .$$

$$\frac{dU_3}{dA} = \frac{1}{2} Q_1^2 \frac{df_{11}}{dA} + \frac{1}{2} Q_2^2 \frac{df_{22}}{dA} + Q_1 Q_2 \frac{df_{12}}{dA} \quad (\text{eq. 30}) , \text{ sendo a área de trinca designada}$$

por A .

$$\text{Mas , } \frac{df_{11}}{dA} \frac{df_{22}}{dA} = \left[ \frac{1}{Q_1} \frac{dq_1}{dA} \right] \left[ \frac{1}{Q_2} \frac{dq_2}{dA} \right] = \left[ \frac{1}{Q_2} \frac{dq_1}{dA} \right] \left[ \frac{1}{Q_1} \frac{dq_2}{dA} \right] = \frac{df_{12}}{dA} \frac{df_{21}}{dA} \quad (\text{eq. 31}) .$$

Se não houver variação na geometria da trinca , o teorema da reciprocidade de

Maxwell pode ser aplicado . Assim ,  $f_{12}=f_{21}$  , logo  $\frac{df_{12}}{dA} = \frac{df_{21}}{dA}$  e , portanto

$$\frac{df_{12}}{dA} = \left[ \frac{df_{11}}{dA} \frac{df_{22}}{dA} \right]^{1/2} , \quad \text{pela substituição em 30 , resulta}$$

$$\frac{dU_3}{dA} = \frac{1}{2} \left[ Q_1 \left( \frac{df_{11}}{dA} \right)^{1/2} + Q_2 \left( \frac{df_{22}}{dA} \right)^{1/2} \right]^2 \quad (\text{eq. 32}) .$$

O fator de intensidade de tensão ,  $K_I$  , é dado por :  $K_I = (E' \frac{dU}{dA})^{1/2}$  ( eq. 33 ) ,

onde :  $E' = \frac{E}{1-\mu}$  (deformação plana) e  $E' = E$  (tensão plana) .

Os fatores de intensidade de tensão para as três cargas , são portanto :

$$K_{I1} = \left[ \frac{E'}{2} Q_1^2 \left( \frac{df_{11}}{dA} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{eq. 34}) .$$

$$K_{I2} = \left[ \frac{E'}{2} Q_2^2 \left( \frac{df_{22}}{dA} \right) \right]^{1/2} \quad (\text{eq. 35}) .$$

$$K_{I3} = \left( \frac{E'}{2} \right)^{1/2} \left\{ \left[ Q_1^2 \left( \frac{df_{11}}{dA} \right) \right]^{1/2} + \left[ Q_2^2 \left( \frac{df_{22}}{dA} \right) \right]^{1/2} \right\} \quad (\text{eq. 36}) .$$

Pela comparação das equações , vem  $K_{I3} = K_{I1} + K_{I2}$  ( eq. 37 ) .

A equação acima mostra que o fator intensidade de tensão para duas condições

arbitrárias de cargas , cargas que abrem a trinca ( $Q_1$  e  $Q_2$ ) , são aditivas .

### 3.3.2 - Fechamento de trinca

A seguir , a validade do princípio da superposição para o cálculo do fator de intensidade de tensão é discutido para um carregamento entre o qual uma ou mais cargas podem contribuir para o fechamento de trinca .

A chapa plana discutida anteriormente é novamente considerada . A carga generalizada  $Q_1$  causa abertura de trinca , e a carga generalizada  $Q_2$  é admitida como antes , apenas trocando-se o sinal . Conseqüentemente , esta carga tende a fechar a trinca . As relações matemáticas encontradas no item anterior são ainda válidas e , por simples observações , nota-se que o fator de intensidade de tensão , para esta condição de carregamento , consiste na soma de  $Q_1$  e  $Q_2$  , resultando  $K_{I3} = K_{I1} - K_{I2}$  ( eq. 38 ) .

O resultado acima é somente expressivo quando a carga  $Q_1$  é predominante ; deste modo , a carga  $Q_3$  também abre a trinca .

Os resultados obtidos nas equações 37 e 38 indicam que o fator de intensidade de tensão pode ser adicionado (subtraído) somente quando as cargas aplicadas tendem a abrir ou fechar a trinca , sem que ocorra , para o estado final do carregamento , o fechamento de trinca .

A figura 17 ilustra um modelo de trinca , o qual apresenta diferentes comportamentos de trinca . Para este modelo , a abertura e fechamento de trinca é função do momento de flexão e da posição de trinca . Parte da trinca acima da linha horizontal é fechada para  $0 < \phi < \pi$  , enquanto toda a trinca é completamente aberta para  $-\pi < \phi < 0$  . Nesta condição , não se aplica o princípio da superposição para o cálculo do fator de intensidade de tensão .

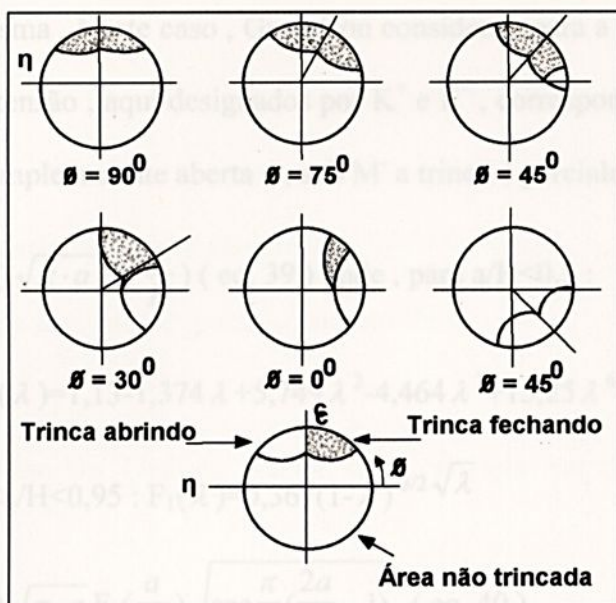


Figura 17 - Seção transversal de um modelo de trinca mostrando a dependência do ângulo de rotação e regiões tensionadas . [16]

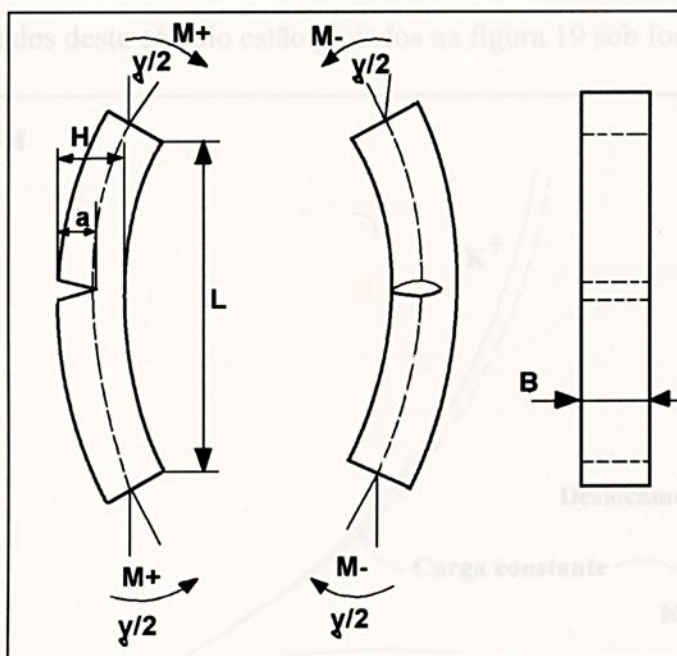


Figura 18 - Momentos de reversão aplicados em uma viga contendo trincas de borda . [16]

A figura 18 mostra uma viga retangular sujeita a um momento reverso e , nestas condições em um determinado instante , a trinca abre e , em um outro momento , ocorre o

Valores adotados :  $l/H = 4$ , deformação plana (para  $\nu = 0,3$ ). [16]

fechamento da mesma . Neste caso , Gustafson considera , para a flexão reversa , dois fatores de intensidade de tensão , aqui designados por  $K^+$  e  $K^-$  , correspondendo ao carregamento  $M^+$  e  $M^-$  , a trinca é completamente aberta e , sob  $M^-$  a trinca é parcialmente aberta para  $a/H > 0,5$  .

$$K^+ = \left( \frac{6M}{BH^2} \right) \sqrt{\pi \cdot a} F_1 \left( \frac{a}{H} \right) \quad (\text{eq. 39}) \quad \text{onde , para } a/H < 0,5 :$$

$$F_1 \left( \frac{a}{H} \right) = F_1(\lambda) = 1,13 - 1,374 \lambda + 5,749 \lambda^2 - 4,464 \lambda^3 + 15,25 \lambda^6 - 9,315 \lambda^7$$

$$\text{e para } 0,5 < a/H < 0,95 : F_1(\lambda) = 0,367(1-\lambda)^{-3/2} \sqrt{\lambda}$$

$$K^- = \left( \frac{6M}{BH^2} \right) \sqrt{\pi \cdot a} F_2 \left( \frac{a}{H} \right) \sqrt{\sec \frac{\pi}{2} \left( \frac{2a}{H} - 1 \right)} \quad (\text{eq. 40})$$

$$\text{onde : } F_2 \left( \frac{a}{H} \right) = F_2(\lambda) = 1,088 \lambda \left( 1 - \frac{1}{2\lambda} \right)^{3/2} , \text{ obviamente , } K^- \text{ existe somente para}$$

$$0,5 < \lambda < 1,0 .$$

Os resultados deste cálculo estão plotados na figura 19 sob forma adimensional .

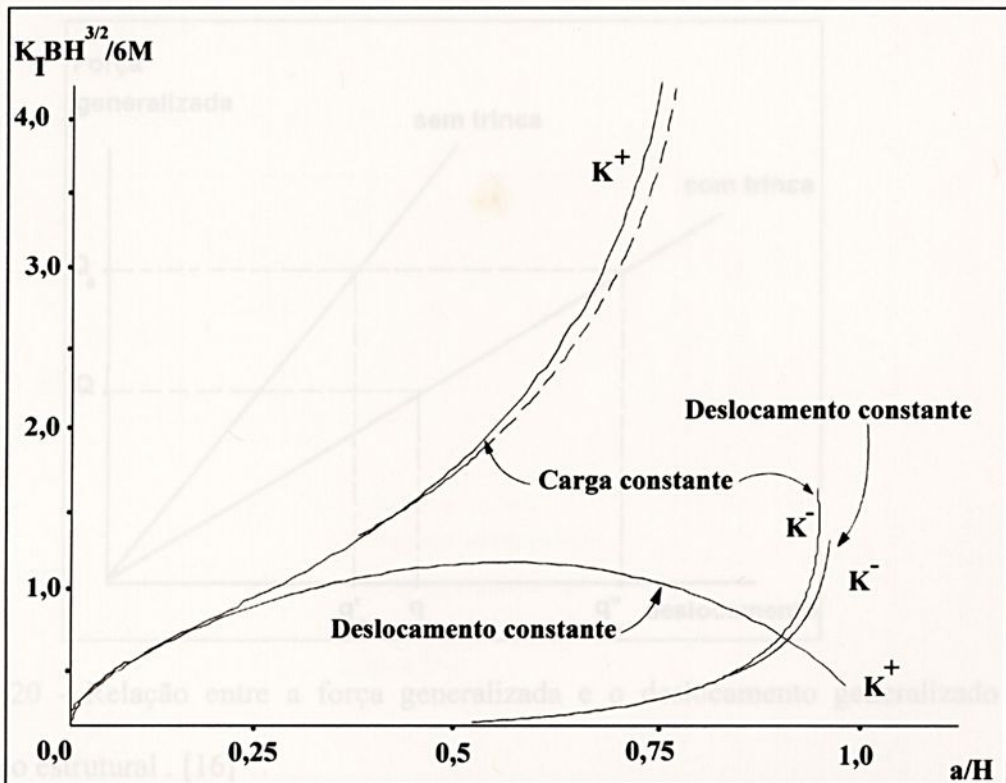


Figura 19 - Fatores de intensidade de tensão , apresentados na forma adimensional .

Valores adotados :  $l/H = 4$  , deformação plana (para  $u=0,3$ ) . [16]

Quando os deslocamentos são controlados , a relação  $K^-/K^+ \gg 1$  para valores  $a/H$  acima de 0,88 .

Quando o deslocamento é controlado ,  $dV=0$  . Assim , a força que atua no elemento estrutural é reduzida para manter o deslocamento fixo .

### 3.4 - Análise do Gráfico Força Generalizada em Função do Deslocamento Generalizado

Através do conceito de flexibilidade local , pode-se relacionar  $Q$  (momento , força) em função de  $q$  (rotação , deslocamento) , para uma amostra trincada . A figura 20 ilustra  $Q$  em função de  $q$  , onde  $f_0$  é a flexibilidade da amostra e  $f$  é a flexibilidade local devido à introdução da trinca .

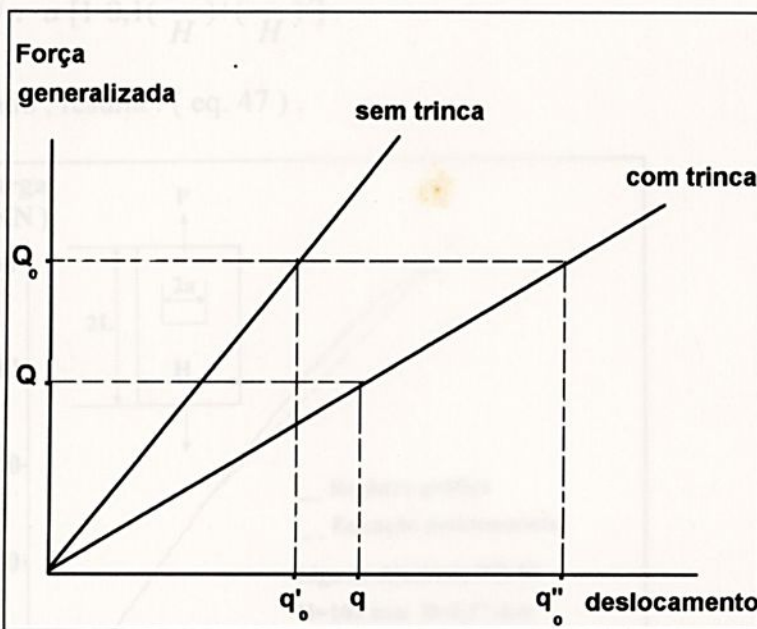


Figura 20 - Relação entre a força generalizada e o deslocamento generalizado para um elemento estrutural . [16]

Para uma amostra sem trinca :  $q'_0 = f_0 Q_0$  . Entretanto , para uma amostra trincada :

$q''_0 = q'_0 + fQ_0$ . Portanto, pode-se concluir que:  $Q = \frac{q}{f + f_0}$  (eq. 41).

Se o deslocamento generalizado é controlado, resulta:  $Q = \frac{Q_0}{1 + f/f_0}$  ( $q=q_0$ ) (eq. 42).

Se a força generalizada é controlada, resulta:  $Q=Q_0$  ( $q=q_0$ ) (eq. 43).

A figura 22 mostra resultados teóricos e experimentais, obtidos por Adams e Munro, em uma chapa plana, com uma trinca central sujeita a um carregamento axial  $P$ . O deslocamento total no ponto de aplicação de carga é igual  $\delta$  a  $\delta_{el} + \delta_i$ , onde:

$$\delta_{el} = 2L \left( \frac{P}{BH} \right) \frac{1}{E} \quad (\text{componente elástica}) \quad (\text{eq. 44})$$

$$\delta_i = Pf = \frac{2}{PE} \int_0^A K_I^2 dA \quad (\text{componente devido a presença de trinca}) \quad (\text{eq. 45}).$$

Onde:  $f = \frac{2}{p^2 E} \int_0^A K_I^2 dA$  (veja 46); e o fator intensidade de tensão:

$$K_I = \frac{P}{BH} \sqrt{\pi \cdot a} \left[ 1 - 0,1 \left( \frac{2a}{H} \right) + \left( \frac{2a}{H} \right)^3 \right].$$

Combinando, resulta: (eq. 47).

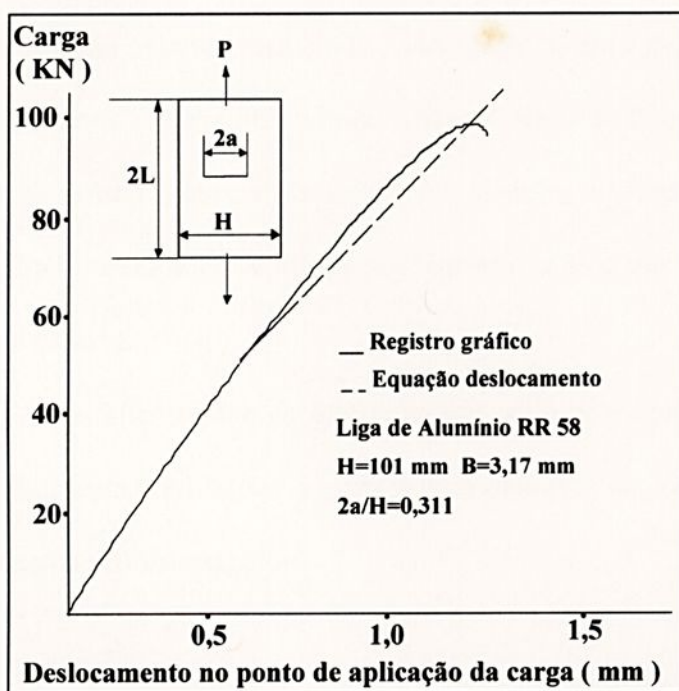


Figura 21 - Relação entre a força generalizada e o deslocamento generalizado para um

elemento estrutural . [16]

#### 4 - Fadiga dos Metais

Do gráfico anterior , para um valor de  $0 < P < 40 \text{KN}$  , a trinca abre , obedecendo a mecânica da fratura linear elástica . O desvio da linearidade está associado com o aumento da zona plástica na frente da trinca . Para este caso particular , pode-se escrever que :

a) Se  $p = \text{constante}$  , resulta  $R = \frac{\partial}{\partial \cdot A} \left( \frac{1}{2} \delta \cdot P \right)_p$  ( eq. 48 ) .

b) Se  $\delta = \text{constante}$  , resulta  $R = - \frac{\partial}{\partial \cdot A} \left( \frac{1}{2} \delta \cdot P \right)_\delta$  ( eq. 49 ) .

onde  $K_I^2 = EG = ER$  , sendo R o parâmetro de Gurney . Notar que R é análogo à G .

A seqüência para a ocorrência de falha por fadiga inicia-se com a nucleação da trinca por deformação plástica localizada , vinculada ao crescimento inicial ao longo de planos de escorregamento . A seguir , tem-se o crescimento da trinca num plano perpendicular ao da direção da tensão principal de tração . A terceira e última fase é caracterizada pela fratura brusca final , onde a trinca atinge um tamanho crítico que impossibilitaria o seu crescimento de forma estável .

Os parâmetros que caracterizam um ciclo de carregamento estão indicados na figura 22 e definidos nas equações seguintes para obtenção da curva  $S-N$  onde  $S$  é a tensão e N é o número de ciclos exigidos .



## 4 - Fadiga dos Metais

### 4.1 - Introdução

Pode-se dizer que a falha por fadiga é uma falha progressiva de um componente ou estrutura que se encontra submetido à carregamentos prolongados (estáticos , repetidos , cíclicos ou flutuantes).

Uma das mais graves conseqüências destes carregamentos sobre um componente ou estrutura é que poderá ocorrer a falha do mesmo , ainda que os níveis de tensão envolvidos no processo sejam menores do que aqueles necessários para ocasionarem a falha instantânea sob condições estáticas de projeto . A este fenômeno atribui-se o nome de fadiga , que é uma das fontes mais comuns de falhas primárias que ocorrem em componentes mecânicos sob condições operacionais , tais como aros e rodas de caminhão , estruturas aeronáuticas na decolagem , em vôo , aterrissagem ,etc .

A seqüência para a ocorrência de falha por fadiga inicia-se com a nucleação da trinca por deformação plástica localizada , vinculada ao crescimento inicial ao longo de planos de escorregamento . A seguir , tem-se o crescimento da trinca num plano perpendicular ao da direção da tensão principal de tração . A terceira e última fase é caracterizada pela fratura brusca final , onde a trinca atinge um tamanho crítico que impossibilitaria o seu crescimento de forma estável .

Os parâmetros que caracterizam um ciclo de carregamento estão indicados na figura 22 e definidos nas equações seguintes para obtenção da curva  $\sigma \times N$  onde  $\sigma$  é a tensão e  $N$  é o número de ciclos exigidos .

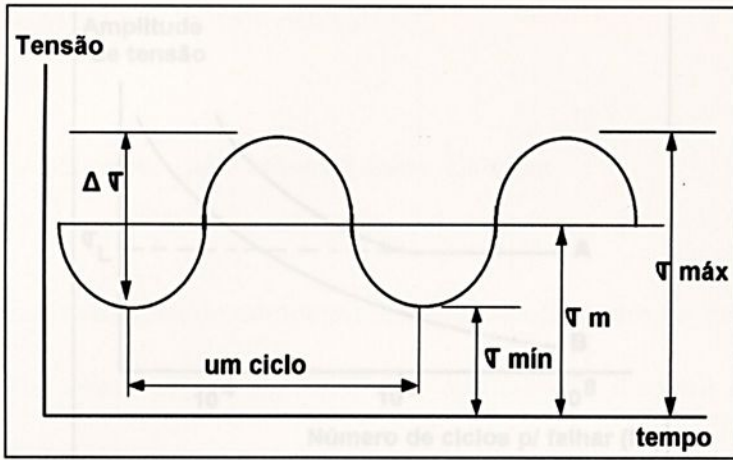


Figura 22 - Parâmetros que caracterizam o ciclo de carregamento . [22]

Onde : A ... material que possui limite de resistência à fadiga definido .

Tensão Máxima :  $\sigma_{max}$  : maior valor algébrico atingido pela tensão durante o ciclo .

Tensão Mínima :  $\sigma_{min}$  : menor valor algébrico atingido pela tensão durante o ciclo .

Tensão Média :  $\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$  ( eq. 50 ) .

Variação da Tensão :  $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$  ( eq. 51 ) .

Amplitude de Tensão :  $\Delta_a = \frac{\Delta\sigma}{2}$  ( eq. 52 ) .

Razão de Tensão :  $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$  ( eq. 53 ) .

A relação dos parâmetros característicos de um ciclo de carregamento com o fator de intensidade de tensão (K) , resultam :

Fator de intensidade de tensão máximo :  $K_{max} = \sigma_{max} \sqrt{\pi \cdot a} \beta$  ( eq. 54 ) .

Fator de intensidade de tensão mínimo :  $K_{min} = \sigma_{min} \sqrt{\pi \cdot a} \beta$  ( eq. 55 ) .

Variação do fator intensidade de tensão :

$\Delta K = K_{max} - K_{min} = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) \sqrt{\pi \cdot a} \beta$  ( eq. 56 ) .

Razão de carregamento :  $R = \frac{K_{min}}{K_{max}} = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$  ( eq. 57 ) .

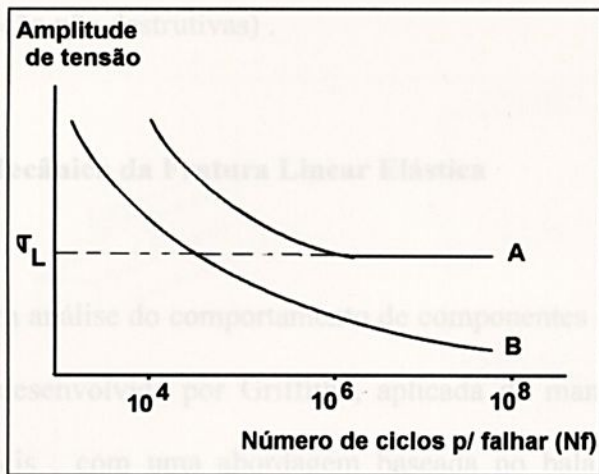


Figura 23 - Curva  $\sigma \times N$  .[13]

Onde : A ... material que possui limite de resistência à fadiga definido .

B ... material que possui limite de resistência à fadiga indefinido , neste caso o valor é adotado para um número de ciclos definido .

#### 4.2 - O mecanismo de falha por fadiga

O processo de falha por fadiga de um material é iniciado pela formação de trincas que coalescem , crescem e se tornam macrotrincas que se propagam até que ocorra a ruptura final .[11]

Nas condições normais de trabalho de um componente , as trincas por fadiga iniciam-se em função de singularidades (riscos , mudanças de seção , pontos de corrosão , inclusões e contornos de grão) presentes na superfície do componente ou logo abaixo da mesma . As microtrincas podem também estar presentes no material como resultados de operações de solda , rebiteamento , tratamentos térmicos , trabalhos mecânicos e outros .

A nucleação das trincas por fadiga ocorre por um processo de deformação plástica localizada , em escala microscópica , quando se formam intrusões e extrusões , que podem crescer e se transformar em microtrincas .

São estas microtrincas que por um processo contínuo de propagação irão originar as macrotrincas (fissuras que apresentam um tamanho mínimo para ser detectado usando-se

técnicas de inspeção não destrutivas).

### 4.3 - Mecânica da Fratura Linear Elástica

A primeira análise do comportamento de componentes na presença de trincas em suas estruturas, foi desenvolvida por Griffith, aplicada de maneira específica para materiais tipicamente frágeis, com uma abordagem baseada no balanço energético, necessário à propagação instável da trinca.

Mais tarde, Irwin sugeriu correções no critério proposto por Griffith resultando na aplicação à materiais que exibem deformações plásticas, onde a energia necessária para a fratura é muito superior à energia consumida na criação de novas superfícies de trinca.

Através da avaliação do estado de tensões numa região próxima à ponta da trinca, Irwin representou as tensões locais por um parâmetro  $K$ , denominado fator intensidade de tensão, que é hoje a base da mecânica da fratura linear elástica.

#### 4.3.1 - O estado de tensões na ponta da trinca

As figuras 24, 25, 26 representam as três maneiras pelas quais a trinca pode ser solicitada:

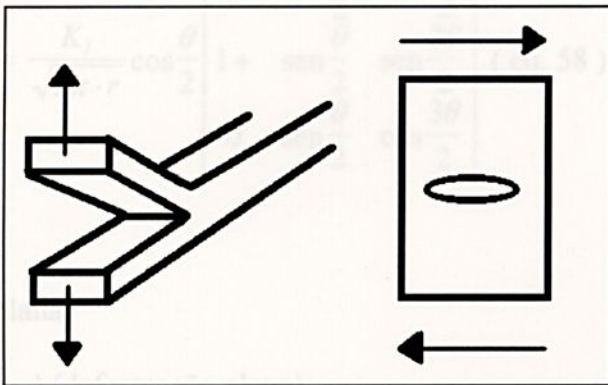


Figura 24 - Modo I : carregamento em tração . [13]

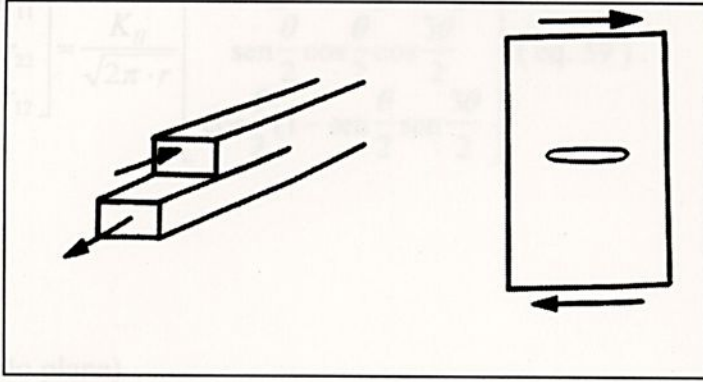


Figura 25 - Modo II : cisalhamento plano . [13]

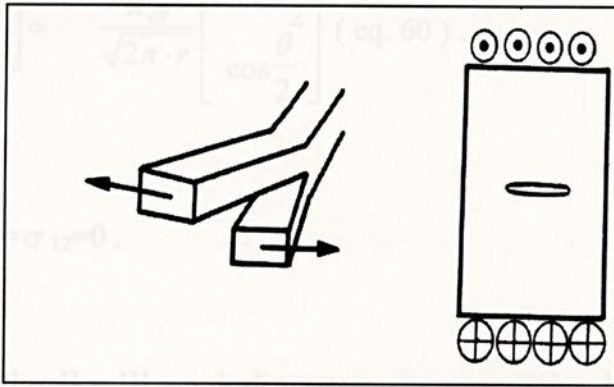


Figura 26 - Modo III : cisalhamento anti-plano . [13]

Relaciona-se a seguir , as tensões para os três modos de abertura :

$$\text{Modo I : } \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} 1 - \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{2} & \frac{\sin \frac{3\theta}{2}}{2} \\ 1 + \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{2} & \frac{\sin \frac{3\theta}{2}}{2} \\ 0 & \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{2} & \cos \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 58}).$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

$$\sigma_{33} = 0 \text{ (tensão plana)}$$

$$\sigma_{33} = \nu (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \text{ (deformação plana) .}$$

$$\text{Modo II : } \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \begin{bmatrix} -\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} (2 \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2}) \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 59}).$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

$$\sigma_{33} = 0 \text{ (tensão plana)}$$

$$\sigma_{33} = \nu (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \text{ (deformação plana).}$$

$$\text{Modo III : } \begin{bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \begin{bmatrix} -\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 60}).$$

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = 0.$$

Nos modos II e III, o deslizamento das superfícies da trinca, é causado por forças normais e paralelas à frente da trinca, respectivamente. No modo I de abertura da trinca, tecnicamente o mais importante, as superfícies são separadas por forças normais ao plano da trinca.

Para detalhes do campo de tensão associado à trinca no modo I, considere-se uma placa homogênea, isotrópica e elástica contendo uma trinca reta de comprimento  $2a$ , como mostra a figura 27:

onde  $K$  é o fator intensidade de tensão, sendo definido por:

$$K = \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \quad (\text{eq. 64}).$$

Assim, o conjunto de equações é aplicado na região onde  $r < a$ , e os termos  $r$  e  $\Gamma(\theta)$  descrevem a distribuição de tensões ao redor da ponta da trinca.

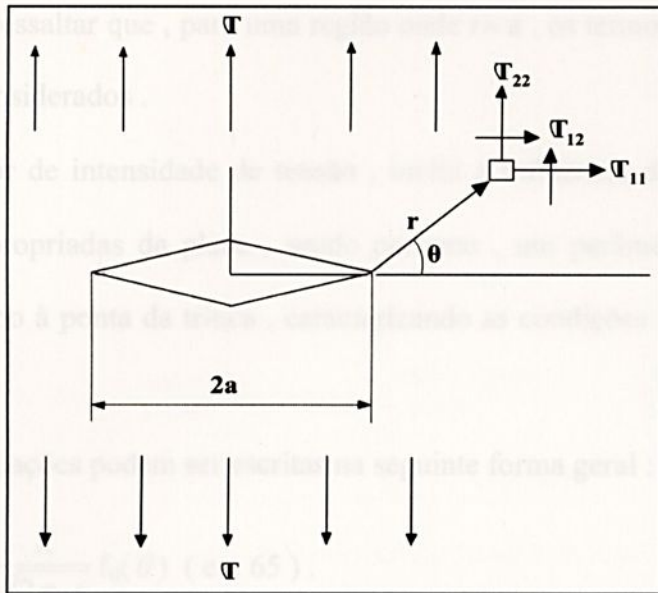


Figura 27 - Campos de tensão na ponta da trinca . [22]

$K = K_I \sigma \sqrt{a}$  (eq. 66):

A placa está sujeita a uma tensão de tração  $\sigma$ , a uma distância infinita e normal à trinca. As tensões num ponto  $(r, \theta)$  próximo à ponta da trinca são dadas pelas equações seguintes, que na forma expandida são:

$$\sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{eq. 61}).$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{eq. 62}).$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cos \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \quad (\text{eq. 63}).$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0 \quad (\text{tensão plana})$$

$$\sigma_{33} = \nu (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (\text{deformação plana}).$$

onde  $K$  é o fator intensidade de tensão, sendo definido por:

$$K = \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \quad (\text{eq. 64}).$$

Assim, o conjunto de equações é aplicado na região onde  $r \ll a$ , e os termos  $r$  e  $f(\theta)$  descrevem a distribuição de tensões ao redor da ponta da trinca.

Vale ressaltar que , para uma região onde  $r \approx a$  , os termos da série de mais alta ordem devem ser considerados .

O fator de intensidade de tensão , inclui a influência da tensão aplicada ,  $\sigma$  , e as dimensões apropriadas da placa , sendo portanto , um parâmetro que descreve o nível de tensão próximo à ponta da trinca , caracterizando as condições externas que correspondem à fratura .

As equações podem ser escritas na seguinte forma geral :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi \cdot r}} f_{ij}(\theta) \quad (\text{eq. 65}) .$$

E o parâmetro K , da seguinte maneira :

$$K = f(g) \sigma \sqrt{a} \quad (\text{eq. 66}) ;$$

onde  $f(g)$  é um parâmetro adimensional que depende da geometria do componente estrutural com trinca .

Para geometrias específicas , há várias maneiras de determinar  $f(g)$  através de métodos analíticos experimentais e numéricos .

Na transição da velocidade da trinca e da carga de fratura o valor de K é caracterizado como crítico , sendo denominado por  $K_c$  , em tensão plana e  $K_{Ic}$  , no estado de deformação plana .

A variação de  $K_c$  e  $K_{Ic}$  com a espessura está representado na figura 28 , onde pode-se observar que a partir de um determinado valor de espessura , prevalece uma condição de estado plano de deformação e o valor da tenacidade à fratura passa a ser independente daquela variável .

Figura 29 - Assintótica na ponta da trinca e correção da zona plástica . [22]

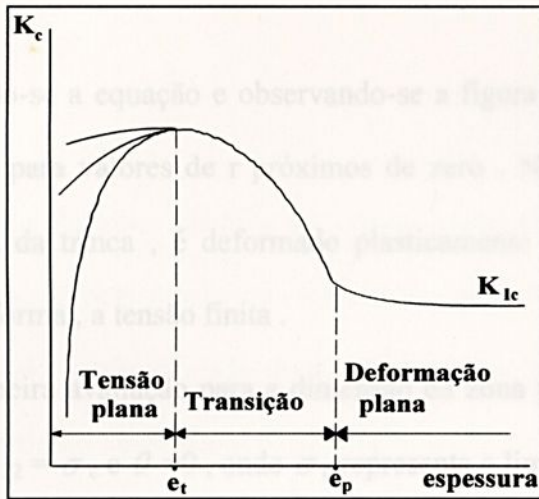


Figura 28 - Tenacidade à fratura como função da espessura . [2]

Sendo , então , a fratura um processo localizado verifica-se a existência de um valor crítico do fator intensidade de tensão no processo de propagação instável da trinca .

Para corpos com trincas confeccionadas de um mesmo material , com diferentes geometria e tamanhos de trincas a fratura em cada caso , ocorrerá para valores diferentes de tensão , mas para um único valor crítico do fator intensidade de tensão ,  $K_c$  , que deve ser especificado juntamente com a espessura a que se refere , ou  $K_{Ic}$  , tenacidade à fratura em deformação plana .

#### 4.3.2 - A zona plástica na ponta da trinca

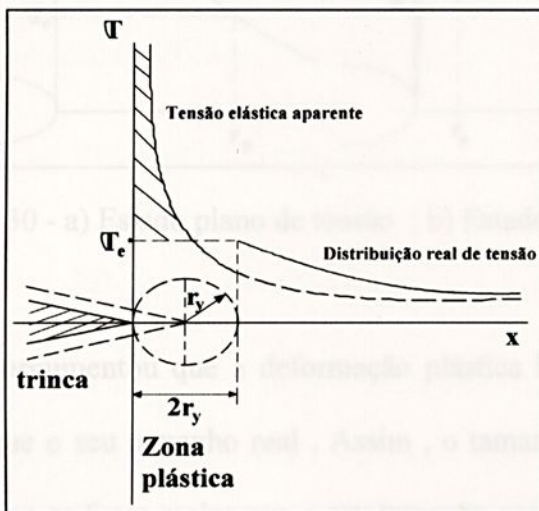


Figura 29 - Assintótica na ponta da trinca e correção da zona plástica . [22]

Analisando-se a equação e observando-se a figura 29 , verifica-se que a tensão  $\sigma_{22}$  tende ao infinito para valores de  $r$  próximos de zero . Na prática , o material localizado , próximo à ponta da trinca , é deformado plasticamente e denominado de zona plástica , mantendo dessa forma , a tensão finita .

Uma primeira avaliação para a dimensão da zona plástica pode ser obtida através da equação , com  $\sigma_{22} = \sigma_e$  e  $\theta = 0$  , onde  $\sigma_e$  representa o limite de escoamento do material :

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2 \quad (\text{eq. 67}) .$$

A dimensão da zona plástica na ponta da trinca , fornecida pela equação , é menor do que efetivamente existe , pois a carga hachurada na figura 29 , também deve ser suportada pelo material . Isto só é possível com a redistribuição da tensão à frente da região plástica , aumentando seu tamanho .

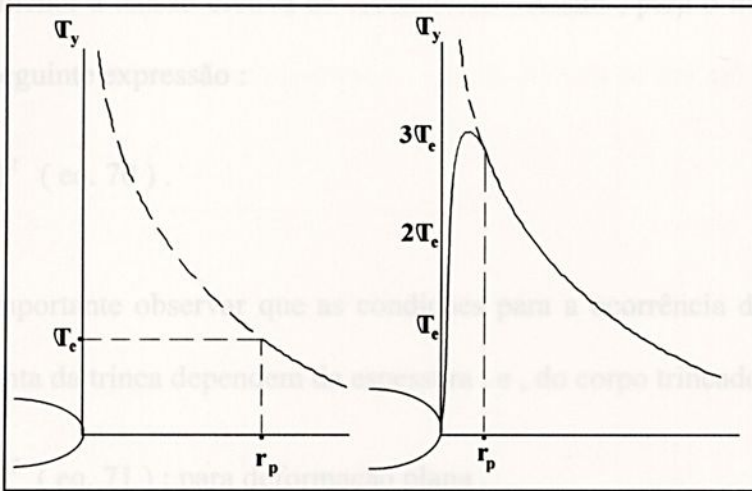


Figura 30 - a) Estado plano de tensão ; b) Estado plano de deformação . [21]

Irwin argumentou que a deformação plástica leva a trinca a se comportar como se fosse maior que o seu tamanho real . Assim , o tamanho da zona plástica leva a trinca a se comportar como se fosse maior que o seu tamanho real . Assim , o tamanho da zona plástica na direção  $\theta = 0$  , é dada por :

$$2 r_y = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2 \quad (\text{eq. 68}).$$

A dimensão da zona plástica no estado plano de deformação para a maioria dos materiais estruturais é bem menor que no estado plano de tensão, pois a tensão efetiva de escoamento, devido a triaxialidade de tensões é maior que a tensão limite de escoamento determinada a partir de ensaios uniaxiais. A figura 31 mostra a distribuição de tensões na presença de zona plástica.

Assumindo-se a tensão efetiva de escoamento igual a  $3\sigma_e$ , teremos:

$$r_y = \frac{1}{18\pi} \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2 \quad (\text{eq. 69}).$$

Na prática não ocorre o estado plano de deformação na superfície, sendo, portanto, um pouco menor a tensão efetiva de escoamento. Assim, para o modo I, a zona plástica é dada pela seguinte expressão:

$$r_y = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K}{\sigma_e} \right)^2 \quad (\text{eq. 70}).$$

É importante observar que as condições para a ocorrência de tensão ou deformação plana na ponta da trinca dependem da espessura,  $e$ , do corpo trincado, onde:

$$e \geq 2,5 \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (\text{eq. 71}); \text{ para deformação plana.}$$

$$e \leq \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (\text{eq. 72}); \text{ para tensão plana.}$$

Sendo que para estimar o tamanho da zona plástica na transição entre a deformação e a tensão plana Pinto Júnior desenvolveu a seguinte expressão:

Na figura 33 observa-se a transição do estado de tensão

$$r_y = \frac{1}{6\pi} + \frac{1}{3\pi} \left[ \frac{2,5 - e\left(\frac{K_I}{\sigma_e}\right)^{-2}}{2,5 - \frac{1}{\pi}} \right] \left(\frac{K_I}{\sigma_e}\right)^2 \quad (\text{eq. 73}).$$

Para isto assumiu que o tamanho da zona plástica varia linearmente nesta região de transição .[22]

Com a utilização da condição proposta por Von Mises , critério de máxima tensão de cisalhamento , e as equações , podemos obter um contorno mais preciso para a zona plástica , em condições de escoamento , para ângulos  $\theta$  diferentes de zero resultando nas equações para os estados de deformação e tensão plana , respectivamente :

$$r_y(\theta) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_e}\right)^2 \left[ \frac{3}{2} \text{sen}^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos\theta) \right] \quad (\text{eq. 74}).$$

$$r_y(\theta) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_e}\right)^2 \left[ \frac{3}{2} \text{sen}^2 \theta + \cos\theta \cdot +1 \right] \quad (\text{eq. 75}).$$

#### 4.4 - Dano Acumulado por Fadiga Cíclica

Este resultado pode ser observado , através do uso de um raio vetor ,  $\rho$  , adimensional , na figura 31 :

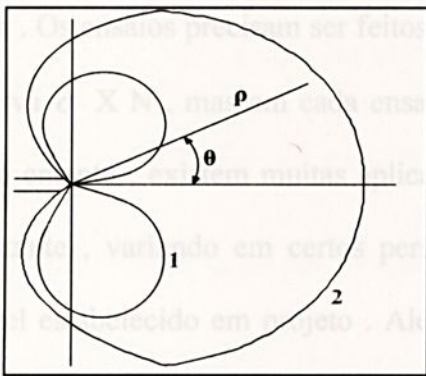


Figura 31 - Zona plástica na ponta da trinca do modo I : 1) deformação plana ; 2) tensão plana . [22]

Na figura 33 observa-se a transição do contorno da zona plástica no estado de tensão

plana para o estado de deformação plana no interior de um componente de modo a manter aproximadamente um volume constante . Assim , as grandes deformações nas direções x e y tendem a induzir uma contração na direção z , e pode ser observado então , que a espessura da placa afeta de maneira mais intensa o estado de tensões na ponta da trinca .

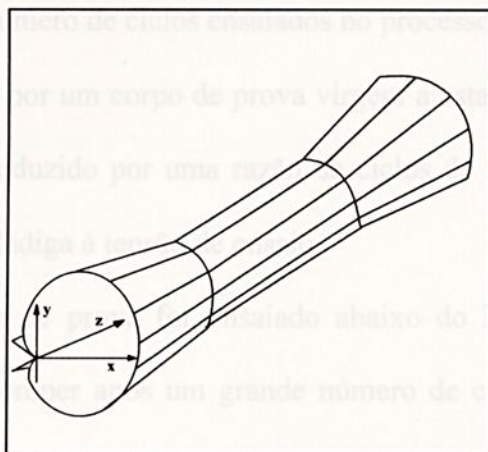


Figura 32 - Contorno da zona plástica . [22]

#### 4.4 - Dano Acumulado por Fadiga Cíclica

O ensaio de fadiga convencional submete um corpo de prova a uma amplitude fixa até que ele se rompa . Os ensaios precisam ser feitos para vários valores diferentes de tensão para determinar a curva  $\sigma \times N$  , mas em cada ensaio a tensão é mantida constante até este ser completado . No entanto , existem muitas aplicações práticas nas quais a tensão cíclica não permanece constante , variando em certos períodos para valores acima ou abaixo de um determinado nível estabelecido em projeto . Além disso , existem aplicações que envolvem condições complexas de carregamento , nas quais se torna difícil determinar um nível medio de tensões e não se pode admitir uma variação senoidal de carga . Deste modo , devem ser desenvolvidos modelos teóricos que permitam explicar e prever o comportamento dos componentes em situações complexas de carregamento .

#### 4.4.1 - Teoria de Palmgren-Miner

A sobretensão é o processo que consiste em ensaiar um corpo de prova virgem por um certo número de ciclos, inferior ao da fratura, acima do limite da fadiga.

A razão do número de ciclos ensaiados no processo de sobretensionamento e o número de ciclos suportados por um corpo de prova virgem a esta mesma tensão é chamada razão de ciclos. O dano introduzido por uma razão de ciclos de sobretensão pode ser avaliado pela redução da vida em fadiga à tensão de ensaio.

Se um corpo de prova for ensaiado abaixo do limite de fadiga, de maneira que permaneça sem se romper após um grande número de ciclos sendo em seguida ensaiado a uma tensão maior, tem-se então, um corpo de prova subtensionado que geralmente resulta no aumento do limite de fadiga, através do encruamento localizado nos locais preferenciais de início da trinca.

Desta forma, a regra de Palmgren-Miner, considera que a vida total de uma peça pode ser estimada através da soma da porcentagem de vida consumida por cada ciclo de sobretensão. Se  $n_1, n_2, \dots, n_k$  representam o número de ciclos em cada nível específico de sobretensão e  $N_1, N_2, \dots, N_k$ , a vida em ciclos nestes mesmos níveis de tensão, então:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_k}{N_k} = 1 \text{ ou } \sum_{j=1}^{j=k} \frac{n_j}{N_j} = 1 \text{ (eq. 76).}$$

Assim, pela teoria, a falha por fadiga irá ocorrer quando o dano total for igual à unidade.

#### 4.4.2 - Teoria de Miner modificada

Com o objetivo de fornecer previsões mais conservativas em fadiga, a teoria de Miner modificada, também considera o dano  $D$  resultante de  $n$  ciclos aplicados sob determinadas

condições de tensão  $\sigma$  com o número de ciclos  $N$ , correspondente à falha do componente. A

equação é definida da seguinte forma:  $D = \left(\frac{n}{N}\right)^x$  (eq. 77);

onde  $x$  é uma constante positiva.

Observa-se então que, o conceito de dano é devidamente formulado por uma equação não linear.

A figura 33 mostra a variação do dano em função do número de ciclos aplicados. Pode-se demonstrar que o efeito é acelerado à medida que o número de ciclos aumenta.

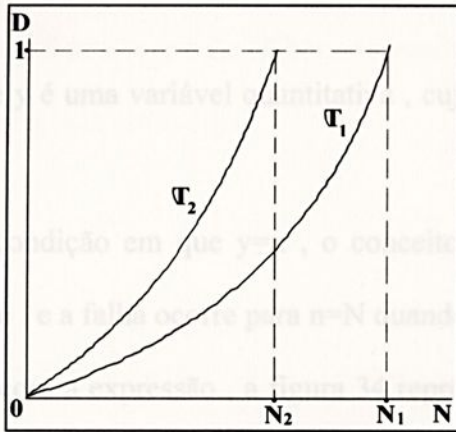


Figura 33 - Relação entre o dano e o número de ciclos. [22]

Para cada condição de carregamento  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , temos respectivamente que:  $D = \left(\frac{n}{N_1}\right)^x$

e  $D = \left(\frac{n}{N_2}\right)^x$ . [22]

Desta forma:  $\frac{dD}{dn} = \frac{x}{N} \left(\frac{n}{N}\right)^{x-1}$ , mostra que  $\frac{dD}{dn}$  para aumentar com o número de ciclos, implica na necessidade de  $x > 1$ .

Considerando que o mesmo dano pode ocorrer para  $n_1$  e  $n_2$  em regime de solicitação  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  respectivamente, podemos obter:  $D_1 = \left(\frac{n_1}{N_1}\right)^x$  e  $D_2 = \left(\frac{n_2}{N_2}\right)^x$ , onde  $D = D_1 = D_2$ .

Logo  $n_1 = \frac{N_1}{N_2} n_2^2$ , o que demonstra que a teoria de Palmgren-Miner é um caso

particular dos conceitos apresentados na teoria de Miner modificada .

#### 4.4.3 - Teoria de Marco-Starkey

Uma nova concepção proposta por Marco-Starkey , desenvolve uma modificação no critério de dano , levando em consideração os efeitos do nível de sollicitação aplicado .[11]

A formulação envolve parâmetros já conhecidos como  $D$  ,  $n$  e  $N$  , através da equação :

$$D = \left( \frac{n}{N} \right)^y \quad (\text{eq. 78}) .$$

O expoente  $y$  é uma variável quantitativa , cujo valor depende então , da condição de tensão aplicada .

Para uma condição em que  $y=x$  , o conceito passa a ser independente do nível de sollicitação aplicado , e a falha ocorre para  $n=N$  quando  $D=1$  .

De acordo com a expressão , a figura 34 representa a variação do dano , com a razão de ciclos para níveis de sollicitação em condições de maior e menor severidade , onde  $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$  .

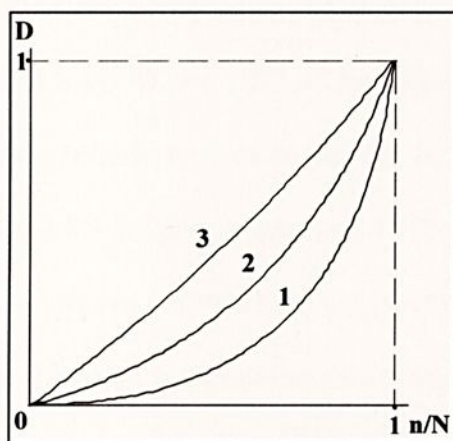


Figura 34 - Relação entre o dano e o nível de sollicitação do carregamento . [22]

#### 4.4.4 - Teoria de Grover

## 6 - Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

A teoria proposta por Grover , corresponde a uma variação da teoria de Miner e , considera que a vida em fadiga , para um estado plano de tensão , é basicamente composta de dois estágios . O primeiro prevê um número de ciclos iniciais e necessários ,  $N_1$  , para nuclear a trinca , enquanto que o segundo admite um número de ciclos  $N_2$  para a propagação da trinca .

Assim , o número total de ciclos  $N$  , necessários para a falha é dado por :  $N = N_2 + N_1$  ( eq. 79 ) .

É então , utilizada a teoria de Miner , separadamente para cada um dos estágios , com o objetivo de prever a vida em fadiga .

3) O valor de frequência obtido através da equação de Euler foi de 1900,39 hz para o aço SAE 1020 e 1877,07 hz para o aço SAE 1045 . O valor obtido através do ensaio realizado para os corpos foi de  $1868,7 \pm 7,0\%$  hz para o aço SAE 1020 e de  $1800,5 \pm 8\%$  hz para o aço SAE 1045 , utilizando-se do programa em "MatLab" . Levando-se em consideração a pequena variação porcentual entre estes valores , pode-se dizer que o método experimental se aproxima satisfatoriamente do valor teórico .

4) Através das medidas de vibração foi possível identificar uma queda inicial brusca nos valores de frequência natural , demonstrando a predominância do modo II de abertura da trinca ( da mecânica da fratura ) , que ocorre devido às tensões de

## 6 - Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

### 6.1 - Conclusões

- 1) O dano acumulado devido à fadiga cíclica influencia nas frequências naturais dos aços . Esta influência ocorre de forma diferente , de acordo com os resultados obtidos , para cada aço , devido ao modo como o Carbono está disposto na matriz .
- 2) A análise microestrutural revelou no aço SAE 1020 , uma microestrutura composta de ferrita e perlita com baixa densidade de discordâncias , que determina maior mobilidade ( amortecimento interno) , dissipando maior quantidade de energia , e no aço SAE 1045 , uma microestrutura composta de ferrita e martensita , com alta densidade de discordâncias que determina menor mobilidade ( menor amortecimento interno ) , concentrando mais energia mecânica , devido à aplicação da tensão necessitando assim de maior número de ciclos para os mesmos valores de dano em relação ao aço SAE 1020 .
- 3) O valor de frequência obtido através da equação de Euler foi de 1900,39 hz para o aço SAE 1020 e 1877,07 hz para o aço SAE 1045 . O valor obtido através do ensaio realizado para os corpos foi de  $1868,7 \pm 7.0\%$  hz para o aço SAE 1020 e de  $1800,5 \pm 8\%$  hz para o aço SAE 1045 , utilizando-se do programa em "MatLab ". Levando-se em consideração a pequena variação porcentual entre estes valores , pode-se dizer que o método experimental se aproxima satisfatoriamente do valor teórico .
- 4) Através das medidas de vibração foi possível identificar uma queda inicial brusca nos valores de frequência natural , demonstrando a predominância do modo II de abertura da trinca ( da mecânica da fratura ) , que ocorre devido às tensões de

cisalhamento e , a queda diminui à medida que aumentávamos o dano por fadiga cíclica , o que demonstra a passagem do modo II para o modo I , isto é , a predominância das tensões normais para a propagação da trinca nucleada .

- 5) A variação das frequências naturais com o aumento do dano não ocorre de forma monotônica , devido ao fator físico : amortecimento interno ( interação e disposição do Carbono na matriz ) e ao fatores mecânicos : modificações microestruturais ( tamanho de zona plástica e endurecimento cíclico ) .
- 6) A tensão de solitação por fadiga influi no comportamento das frequências naturais durante o crescimento da trinca , da mesma maneira que a tensão de solitação por fadiga influencia na vida útil do material .



## Referências Bibliográficas

1 THOMSON, WILLIAM T. ; Teoria da Vibração ; Rio de Janeiro : Interciência ; 1978 .

### 6.2 - Sugestões para Trabalhos Futuros

2 DIETER, G. R. ; Mecânica dos Materiais ( 2ª edição ) ; Rio de Janeiro : Guanabara

Dois ; 1981 .

• Analisar a influência do dano em um tipo de aço sob vários tipos de tratamento .

• Analisar a influência do dano sob outras ligas .

• Analisar a influência do dano em aços com adição de elementos de liga .

• Analisar a influência do dano em sistemas estruturais .

1984 .

6 MEYROVITCH, LEONARD ; Elements of Vibration Analysis ( 2ª edição ) ; New York :

Mc Graw Hill ; 1986 .

7 MADAYAG, A. F. ; Metal Fatigue : Theory and Design ; New York : John Wiley and Sons

; 1969 .

8 HONEYCOMBE, R. W. K. ; The Plastic Deformation of Metals ( 2ª edição ) ; London :

Edward Arnold ; 1984 .

9 SOUZA, SÉRGIO A. ; Ensaios Mecânicos de Materiais Metálicos ( 5ª edição ) ; São Paulo

: Edgard Blücher ; 1987 .

10 COSTA e SILVA, A. L. ; MEI, PAULO R. ; Aços e Ligas Especiais ; São Paulo :

Eletrometal S. A. Metais Especiais ; 1983 .

11 MEYERS, M. A. ; CHAWLA, K. K. ; Princípios de Metalurgia Mecânica ; São Paulo :

Edgard Blücher ; 1982 .

12 REED HILL, ROBERT E. ; Princípios de Metalurgia Mecânica ( 2ª edição ) ; Rio de

Janeiro : Guanabara Dois ; 1982 .

13 PASTOUKHOV, V. A. ; VOORWALD, H. J. C. ; Introdução à mecânica da integridade

estrutural . São Paulo / Editora UNESP ; 1993 .

## Referências Bibliográficas

- 1 THOMSON , WILLIAM T. ; Teoria da Vibração ; Rio de Janeiro : Interciência ;1978 .
- 2 DIETER , GEORGE E. ; Metalurgia Mecânica ( 2ª edição ) ; Rio de Janeiro : Guanabara Dois ; 1981 .
- 3 CHIAVERINI , VICENTE ; Tecnologia Mecânica ( 2ª edição ) ; v. I ; São Paulo : Mc Graw Hill ; 1986 .
- 4 CHIAVERINI , VICENTE ; Tecnologia Mecânica ( 2ª edição ) ; v. II ; Mc Graw Hill ;1986 .
- 5 EWINS , D. J. ; Modal Testing : Theory and Practice ; New York : John Wiley and Sons ; 1984 .
- 6 MEYROVITCH , LEONARD ; Elements of Vibration Analysis ( 2<sup>nd</sup> edition ) ; New York : Mc Graw Hill ; 1986 .
- 7 MADAYAG , A. F. ; Metal Fatigue : Theory and Design ; New York : John Wiley and Sons ; 1969 .
- 8 HONEYCOMBE , R. W. K. ; The Plastic Deformation of Metals ( 2<sup>nd</sup> edition ) ; London : Edward Arnold ; 1984 .
- 9 SOUZA , SÉRGIO A. ; Ensaios Mecânicos de Materiais Metálicos ( 5ª edição ) ; São Paulo : Edgard Blücher ; 1982 .
- 10 COSTA e SILVA , A. L. ; MEI , PAULO R. ; Aços e Ligas Especiais ; São Paulo : Eletrometal S. A. Metais Especiais ; 1988 .
- 11 MEYERS , M. A. ; CHAWLA , K. K. ; Princípios de Metalurgia Mecânica ; São Paulo : Edgard Blücher ; 1982 .
- 12 REED HILL , ROBERT E. ; Princípios de Metalurgia Mecânica ( 2ª edição ) ; Rio de Janeiro : Guanabara Dois ; 1982 .
- 13 PASTOUKHOV , V. A. ; VOORWALD , H. J. C. ; Introdução à mecânica da integridade estrutural . São Paulo : Editora UNESP ; 1995 .



- 14 LIMA , A. L. ; Modelo de um veículo híbrido com volante e comparação de seu desempenho com o do veículo . São Carlos : Escola de Engenharia de São Carlos ; 1987 . ( Tese de Doutorado ) .
- 15 LIMA , A. L. ; Controle das vibrações induzidas por vórtices em estruturas cilíndricas . Itajubá : Escola Federal de Engenharia de Itajubá ; 1981 . ( Tese de Mestrado ) .
- 16 DÍAS , J. C. ; Influência do tamanho de trinca na resposta dinâmica de vigas e eixos . São Carlos : Escola de Engenharia de São Carlos ; 1987 . ( Tese de Doutorado ) .
- 17 OLIVEIRA , J. A. ; Medidas de características dinâmicas de juntas parafusadas . Guaratinguetá : Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá -UNESP ; 1994 . ( Tese de Mestrado ) .
- 18 HASHIMOTO , T. M. ; Fadiga de aço de baixo Carbono com microestrutura bifásica . Guaratinguetá : Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP ; 1989 . ( Tese de Doutorado ) .
- 19 HASHIMOTO , T. M. ; Efeito da concentração de tensões na fadiga , com dano acumulado em flexão rotativa , em liga Al-Mg-Si . São José dos Campos : Instituto Técnico de Aeronáutica ; 1976 . ( Tese de Mestrado ) .
- 20 VOORWALD , H. J. C. ; Análise sobre a influência de algumas variáveis no comportamento em fadiga por flexão rotativa em aços ABNT-4140 e ABNT-4340 . São José dos Campos : Instituto Técnico de Aeronáutica ; 1983 . ( Tese de Mestrado ) .
- 21 PEREIRA , M. S. ; O efeito do revenimento da martensita sobre o comportamento em fadiga de um aço bifásico . Guaratinguetá : Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá ; 1992 . ( Tese de Mestrado ) .
- 22 BARBOZA , M. J. R. ; Modelagem da propagação de trincas por fadiga em amplitudes constante e variável . Guaratinguetá : Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá ; 1995 . ( Tese de Mestrado ) .



- 23 BAPTISTA , C. A. R. P. ; Estudo da propagação de trinca por fadiga em um aço de baixo Carbono submetido à tratamento térmico intercrítico . Guaratinguetá : Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá ; 1993 . ( Tese de Mestrado ) .
- 24 GUIMARÃES , V. A. ; Estudo do comportamento em fadiga de aços bifásicos obtidos à partir de diferentes microestruturas iniciais . Guaratinguetá : Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá ; 1993 . ( Tese de Mestrado ) .
- 25 Metals Handbook ( 8<sup>th</sup> edition ) ; American Society of ; v. 1 : Properties and Selection of Metals ; 1967 .
- 26 Metals Handbook ( 8<sup>th</sup> edition ) ; American Society of M ; v. 3 : Machining ; 1967 .
- 27 Metals Handbook ( 9<sup>th</sup> edition ) ; American Society of M ; v. 3 : Alloy Phase Diagrams ; 1987 .
- 28 Metals Handbook ( 9<sup>th</sup> edition ) ; American Society of M ; v. 8 : Mechanical Testing ; 1987 .
- 29 LADHA , S. ; VANAKEN , D. C. ; LIN , H. T. ; The effect of Carbon on the loss of room-temperature strength of low alloy steels . Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers , Part A , Vol. 57 , No. 527 , pp. 105-112 ; January 1997 .
- 30 Metals Handbook ( 9<sup>th</sup> edition ) ; American Society of M ; v. 11 : Failure Analysis and Prevention ; 1987 .
- 31 Associação Brasileira de Normas Técnicas ; ABNT-NB 00680 ; NBR-NB 06742 ; Utilização da Distribuição de Weibull para Interpretação dos Ensaios de Durabilidade por Fadiga .
- 32 Associação Brasileira de Normas Técnicas ; ABNT-NB 01188 ; NBR-NB 11153 ; Interpretação Estatística de Resultados de Ensaios - Estimativa da Média - Intervalo de Confiança .
- 33 Associação Brasileira de Normas Técnicas ; ABNT-NBR 6006/80 ; Classificação por composição química de aços para construção mecânica .



- 34 Associação Brasileira de Normas Técnicas ; NBR 7480 ( CA -50 ) ; Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado .
- 35 GAVRILJUK , V. D. ; ULLAKKO , K. ; Internal friction of tempered ferrous martensites ; Scripta Metallurgica et Materialia , Vol. 26 , pag 667-672 , 1992 , U.S.A.
- 36 SOBRINHO , P. M. ; ARRUDA , J. R. F ; VOORWALD , H. J. C. ; Análise do comportamento das frequências naturais em um eixo com trinca por fadiga ; XII COBEM , Dezembro , 1993 , Brasília .
- 37 LIMA , L. F. B. ; Análise comparativa entre o método dos elementos finitos e a utilização dos extensômetros .
- 38 RONBUNSHU , N. K. G. ; HEN , A. ; Internal friction in Carbon under high loading frequencies ; Transactions of the Japan society of Mechanical Engineers , Part A , Vol. 57 , pag 2794-2798 ; November 1991 ; Tokyo , Japan .
- 39 LADDHA , S. ; VANAKEN , D. C. ; LIN , H. T. ; The effect of Carbon on the loss of room-temperature damping capacity in Copper-Manganese alloys ; Metallurgical and materials transactions ; Vol. 28 , pag. 105-112 ; January 1997 .
- 40 PACHECO , P. M. C. L. ; OLIVEIRA S. A. ; CAMARÃO , A. F. ; SAVI , M. A. ; Um modelo para a previsão das tensões residuais introduzidas pelo processo de têmpera em aços ;
- 41 CHIARELLO , A. G. ; PEDERIVA , R. ; Detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos através da análise de correlações .
- 42 TANEGUTTI , L. Y. ; MUCHERONI , M. F. ; Identificação de parâmetros modais de uma viga no domínio do tempo : técnica experimental .
- 43 MATIAS , W. ; OÑATE , E. ; Obtención de la matriz de rigidez secante en mecánica no lineal del sólido .
- 44 FERNANDES , M. J. ; IGNÁCIO , L. F. S. ; ROSA , E. ; Aplicação do método de elementos finitos com o auxílio de sistema especialista .



45 SOEIRO , N. S. ; SILVA , G. D. P. ; GERGES ,S. N. Y. ; Análise teórica do uso de janela exponencial na aquisição de dados em teste de impacto .

46 NASCIMENTO , L. P. ; Análise de sensibilidade para determinação de pontos de medição de vibrações otimizados . *Método de Weibull para determinação*

47 PITANGUEIRAS , R. L. ; ROSAS e SILVA ,R. ; Modelo constitutivo para dano em materiais frágeis .



## Apêndice A

O modelo de Weibull é baseado no elo mais fraco, o que significa que a mais séria falha na espécie controlará a resistência; levando em consideração que a mais séria ou grave falha não é a mais comum de onde ela está situada.

Resumindo: a falha que está sob o maior nível de intensidade de tensão será o controlador da resistência.

Esta distribuição encontrou um vasto campo de aplicação no estudo de confiabilidade de sistemas e a sua f.d.p. é dada por:  $P[\text{vida} < t] = 1 - e^{-\left(\frac{t-\alpha}{\theta}\right)^\beta}$ , sendo:

$\beta$  ... parâmetro de forma (declive de Weibull)

$\alpha$  ... parâmetro de posição (vida mínima)

$\theta$  ... parâmetro de escala (vida característica)

Para efeitos práticos, é desejável que se deixe a vida mínima igual a zero. A distribuição cumulativa de probabilidade assume a seguinte forma:  $P(t) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\theta^\beta} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}$

Uma propriedade interessante da distribuição de Weibull é quanto a recursividade que o modelo apresenta no que se refere à distribuição do valor extremo mínimo; ou seja, para tamanho da amostra grande, a distribuição de menor valor continua sendo a distribuição de Weibull, independentemente da distribuição original, bastando que esta obedeça a condições bastante gerais.

É importante salientar que  $\beta$  é um parâmetro que caracteriza a fragilidade do material. Significativamente e de acordo com as expectativas gerais, o parâmetro de forma  $\beta$  foi mostrado permanecer praticamente constante sob variações das condições de ciclo, temperatura e degradação da resistência. Isto significa que se um componente sofre

O modelo de Weibull é baseado na hipótese do elo mais fraco , o que significa que a mais séria falha na espécie controlará a resistência ; levando em consideração que a mais séria ou grave falha não é a maior , porque sua severidade depende também de onde ela está situada . Resumindo : a falha que está sujeita ao mais alto fator de intensidade de tensão será o controlador da resistência .

Esta distribuição encontrou um vasto campo de aplicação no estudo de confiabilidade de sistemas e a sua f.d.p é dada por :  $P[\text{vida} < t] = 1 - e^{-\left(\frac{t-\alpha}{\theta-\alpha}\right)^\beta}$  , sendo :

$\beta$  ... parâmetro de forma ( declive de Weibull )

$\alpha$  ... parâmetro de posição ( vida mínima )

$\theta$  ... parâmetro de escala ( vida característica )

Para efeitos práticos , é desejável que se deixe a vida mínima igual à zero . A distribuição cumulativa de probabilidade assume a seguinte forma :  $P(t) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\theta^\beta} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}$  como se

Uma propriedade interessante da distribuição de Weibull é quanto a recursividade que o modelo apresenta no que se refere à distribuição do valor extremo mínimo ; ou seja , para tamanho da amostra grande , a distribuição de menor valor continua sendo a distribuição de Weibull , independentemente da distribuição original , bastando que esta obedeça a condições bastante gerais .

É importante salientar que  $\beta$  é um parâmetro que caracteriza a fragilidade do material . Significamente e de acordo com as expectativas gerais , o parâmetro de forma  $\beta$  foi mostrado permanecer praticamente constante sob variações das condições de ciclo , temperatura e degradação da resistência . Isto significa que se um componente sofre

degradação da resistência devido à danos corrosão , fadiga , etc. então o parâmetro de forma dessa distribuição é o mesmo para o material não danificado .

A fratura para materiais frágeis é largamente determinada pelo número e severidade de falhas em sua superfície . Estes resultados apresentam considerável espalhamento nos valores de resistência à fratura , que depende da distribuição das falhas .

O módulo de Weibull é um nome alternativo e familiar do parâmetro de forma e representa a forma da distribuição ou dispersão dos dados . Também pode ser denominado como parâmetro de inclinação de Weibull , pois é igual a inclinação da linha plotada no papel de probabilidade de Weibull .

### **Método para estimar os parâmetros de Weibull**

As características da distribuição estatística dos dados de resistência dos materiais frágeis tem sido discutidas e um dos problemas principais a ser esclarecido é o de como se estimar os parâmetros da distribuição dos dados de resistência que foram obtidos pela realização de uma série de experimentos .

No caso da f.d.p de Weibull biparamétrica que é usualmente empregada para aproximar dados de resistência , o objetivo principal é obter um método confiável para estimar  $\beta$  e o parâmetro  $\theta$  da população de um limitado número de dados . O problema fundamental é o de se estabelecer as características dos dois parâmetros estimados dos dados de um certo tamanho da amostra .

Pode-se mostrar facilmente que o modelo de Weibull não pertence à classe exponencial regular de densidades e , portanto não existe um conjunto de estatísticas suficientes , completas e conjuntas . Deste fato decorre a inexistência de estimadores

eficientes para calcular os parâmetros de distribuição , entretanto , conhecendo-se a forma da distribuição que se aplica ao caso em estudo , o passo seguinte é determinar os parâmetros que quantificam a f.d.p .

### Método gráfico para estimação de $\beta$ e $\theta$

O método gráfico permite a estimação de  $\beta$  e  $\theta$  da distribuição biparamétrica de Weibull , de uma forma rápida e com uma razoável precisão nos resultados .

As análises de características de vida que seguem a distribuição de probabilidade de Weibull são mais facilmente acompanhadas usando-se o papel de probabilidade de Weibull .

As justificativas para o arranjo de escala deste papel são as seguintes :  $P(t)=1-e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}$

rearranjando a equação na sua forma exponencial positiva:  $\frac{1}{1-P(t)} = e^{\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta}$

tomando-se o logaritmo :  $\ln\left(\frac{1}{1-P(t)}\right) = \left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta$

novamente :  $\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1-P(t)}\right)\right] = \beta \ln t - \beta \ln \theta$

fazendo os seguintes arranjos , temos que :

$$Y = \ln[-\ln(1-P(t))]$$

$$X = \ln(t)$$

$$B = \beta$$

$$A = \beta \ln(\theta)$$

podemos rescrever a equação como :  $Y = A + BX$

que é uma equação de reta , onde  $\beta$  é o seu coeficiente angular .

Isto significa que dados de tempo ou vida plotados na escala horizontal do papel e , probabilidade cumulativa plotados na escala vertical , podem ser representados por uma linha reta , se a amostra segue uma distribuição de probabilidade de Weibull com vida mínima igual a zero . A escala do eixo vertical foi construída de tal modo que a probabilidade cumulativa possa ser plotada diretamente .

A extensão deste método consiste em realizar uma regressão linear dos pontos do gráfico para cada valor de vida mínima , sendo escolhido aquele para a qual a explicação do modelo linear seja máxima .

A regressão linear é um método comum para estimar que  $\beta$  e  $\theta$  dos dados experimentais plotados no papel de probabilidades de Weibull .

### **Papel de probabilidades de Weibull**

Existe um tipo especial de papel de probabilidade que encontra um amplo campo de aplicação .É conhecido como papel de probabilidade de Weibull como mostrado na figura . A abcissa é representada na forma de uma escala logarítmica e a ordenada em uma escala que é transformada para se tornar linear da seguinte forma :  $\ln(\ln 1/[1-(\text{fração da população contada})])$

Este tipo de papel de probabilidade reduz muitos gráficos , de cujo espalhamento dos dados não seria possível se obter linhas retas , e por esta razão apresenta uma visão mais clara em sua totalidade .

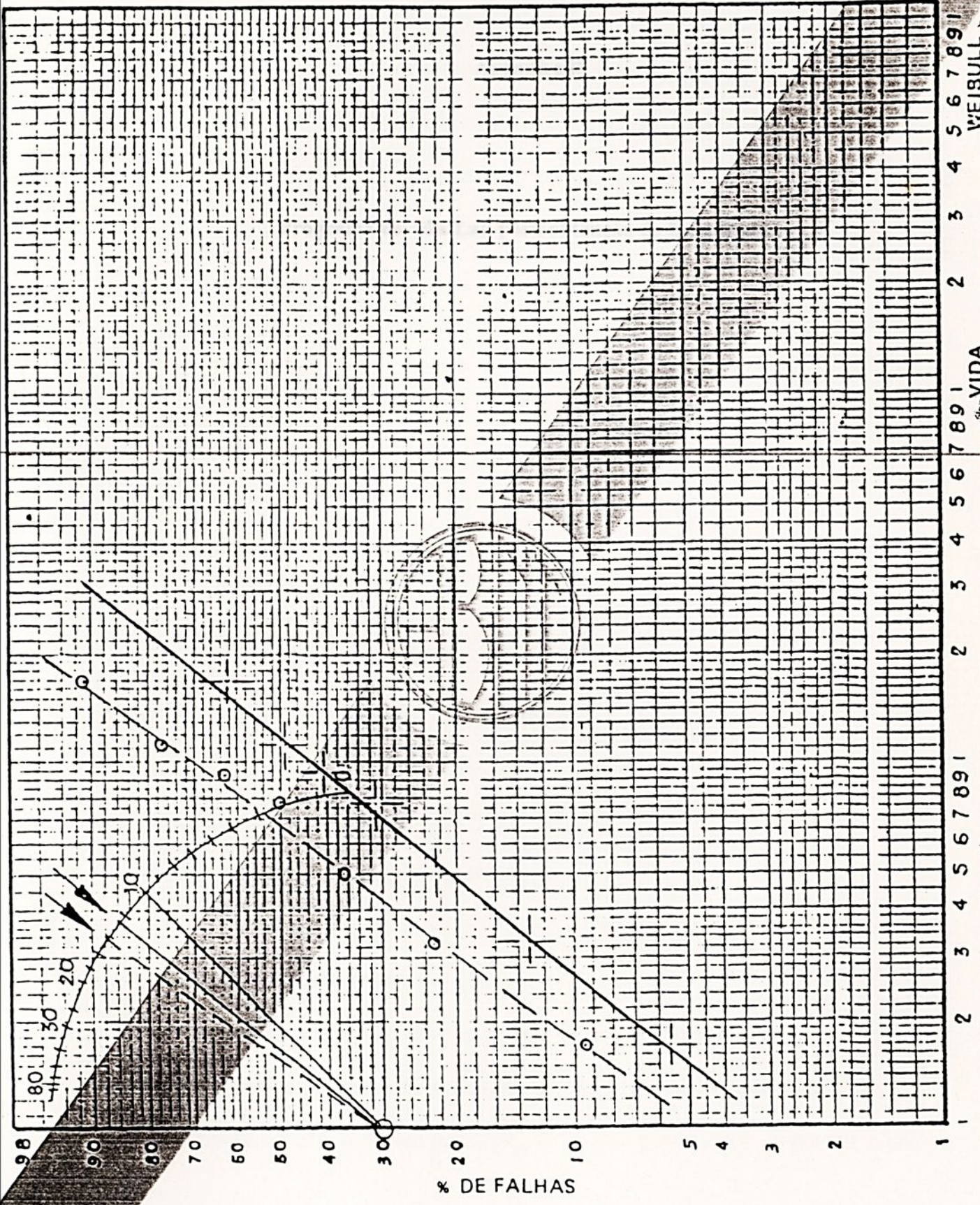
**Exemplo : aplicação do método de Weibull para obtenção da tensão sujeita ao menor número de ocorrência de falhas para a obtenção do número de ciclos .**

- a) para cada tensão utilizada ( devidas às cargas de 400 N , 425 N e 450 N ) , tomou-se os valores de número de ciclos obtidos ( 3 ) .
- b) tomou-se os valores das tabelas de Weibull , neste caso a coluna que fornecia 3 valores ( pois realizaram-se 3 ensaios para cada tensão devido às cargas ) para obter as curvas de : media rank , 95 % e 5 % .
- c) realizou-se os cálculos para obtenção dos parâmetros de Weibull .
- d) traçou-se as curvas para media rank , 95 % e 5 % e , obteve-se uma curva média das curvas .
- e) obteve-se por regressão linear das curvas , os valores de coeficientes angular ( arco tangente da curva ) e coeficiente linear ( ponto que toca a ordenada ) .

Então obteve-se os seguintes valores de coeficiente angular :

- a) 0,95 para a tensão de carga 400 N
- b) 0,99 para a tensão de carga 425 N
- c) 0,90 para a tensão de carga 450 N .

Portanto , utilizou-se a tensão de carga 425 N , que equivale à uma tensão de 422,76 MPa , para a realização dos ensaios para obtenção das porcentagens de dano , devido à esta tensão possuir o maior valor numérico para o coeficiente angular , ou seja , os valores obtidos de número de ciclos nesta tensão possuem a menor % de falhas quando os ensaios para a obtenção da curva tensão x número de ciclos foram realizados .



% DE FALHAS

FIGURA 5

WEISULL

VIDA



Para a obtenção das frequências naturais correspondentes ao primeiro modo de vibração ou fundamental do corpo de prova utilizou-se do seguinte procedimento:

### Apêndice B

1) No programa Aq-Dados 4.0 utilizado para captar os ensaios de vibração, os dados obtidos em extensão ".tem" são convertidos, por uma série de rotinas internas do próprio programa, para

#### Programa em MatLab para obtenção de frequências

2) No programa MatLab, digite o programa abaixo:

```
>> load dados.dat
```

```
>> z=[dados(:,2) dados(:,1)];
```

```
>> s=spsu(z,128);
```

```
>> s=sett(s,1/4000);
```

```
>> fplot(s);ginput(5)
```

onde: load .... carrega os dados obtidos.

z ..... cria a matriz necessária para os cálculos.

s ..... funções.

fplot .... traça a curva da função s.

ginput .... marca os parâmetros no gráfico.

Como exemplo, traçou-se o gráfico para o corpo de prova número 5, o qual está demonstrado nas próximas páginas.

Obteve-se com os pontos marcados o parâmetro da frequência natural para o primeiro modo, com as marcas no gráfico de amplitude por tempo (o gráfico superior).

Obtém-se também o gráfico para o ângulo de fase para o corpo de prova (o gráfico inferior).

3) O programa lista então os cinco pontos marcados , e o ponto que representa a frequência

Para a obtenção das frequências naturais correspondentes ao primeiro modo de vibração ou fundamental do corpo de prova sob teste , utilizou-se do seguinte procedimento :

1) No programa Aq-Dados 4.0 utilizado para captar os ensaios de vibração , os dados obtidos , em extensão ". tem " são convertidos , por uma série de rotinas internas do próprio programa , para a extensão ". dat " , que será lido no programa em MatLab .

2) No programa MatLab , digite o programa abaixo :

```
>> load dados.dat
```

```
>>z=[dados(:,2) dados(:,1)];
```

```
>>s=spa(z,128);
```

```
>>s=sett(s,1/4000);
```

```
>>ffplot(s);ginput(5)
```

onde : load .... carrega os dados obtidos .

z ..... cria a matriz necessária para os cálculos .

s ..... funções .

ffplot ..... traça a curva da função s .

ginput ..... marca os parâmetros no gráfico .

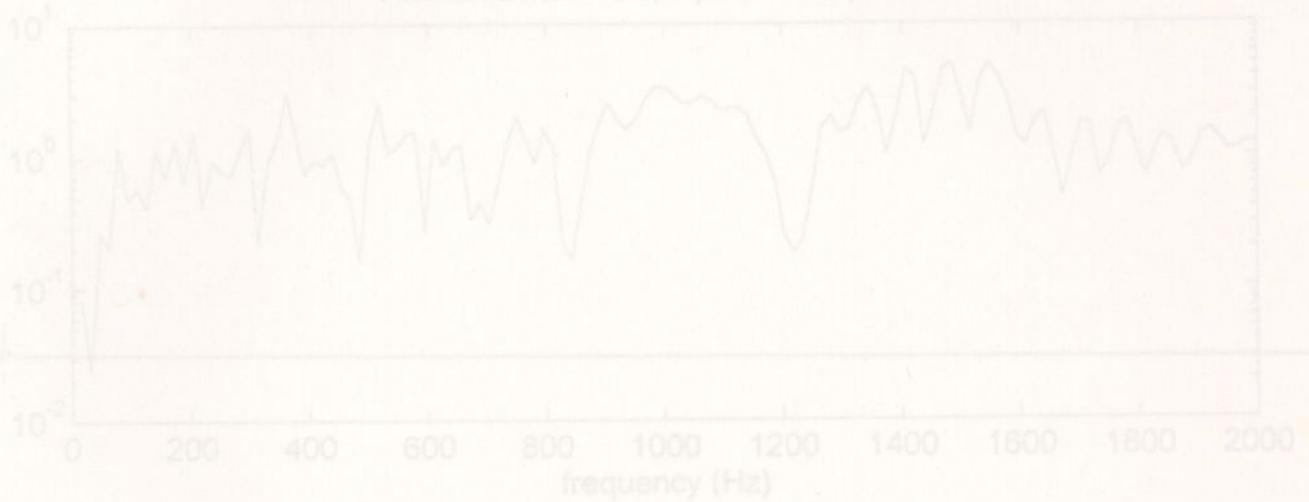
Como exemplo , traçou-se o gráfico para o corpo de prova número 5 , o qual está demonstrado nas próximas páginas .

Obteve-se com os pontos marcados o parâmetro da frequência natural para o primeiro modo , com as marcas no gráfico de amplitude por tempo ( o gráfico superior ) .

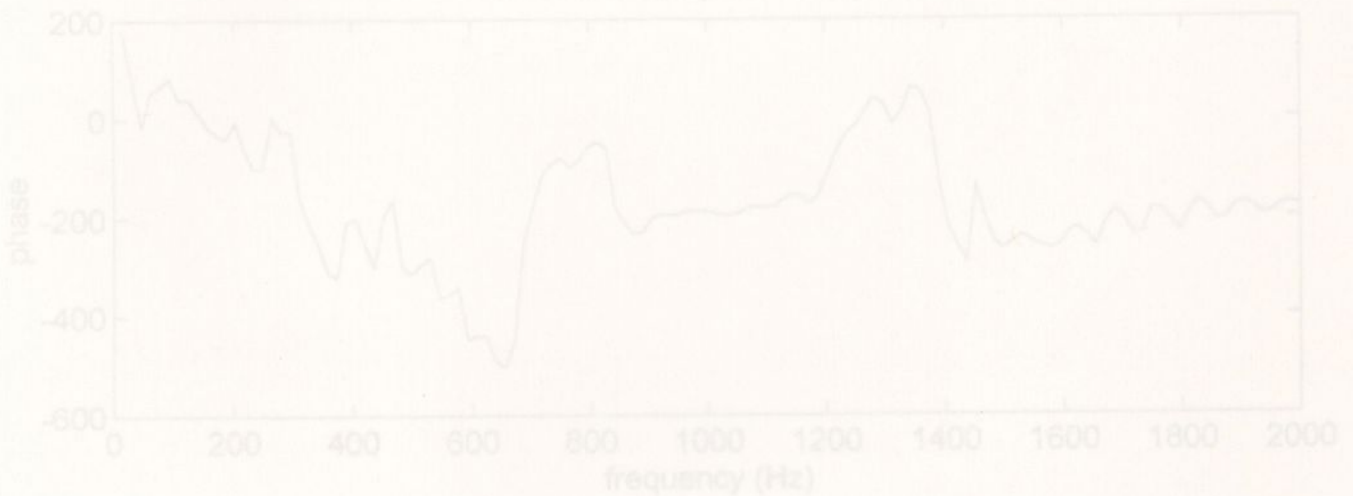
Obtém-se também o gráfico para o ângulo de fase para o corpo de prova ( o gráfico inferior ) .

3) O programa lista então os cinco pontos marcados , e o ponto que representa a frequência natural é obtido por eliminação dos valores que estão abaixo de 1250 hz , devido à utilização de filtro " High Pass " com o valor de 1250 hz , e por analogia com o valor teórico fornecido pela equação de Euler .

AMPLITUDE PLOT, input # 1 output # 1



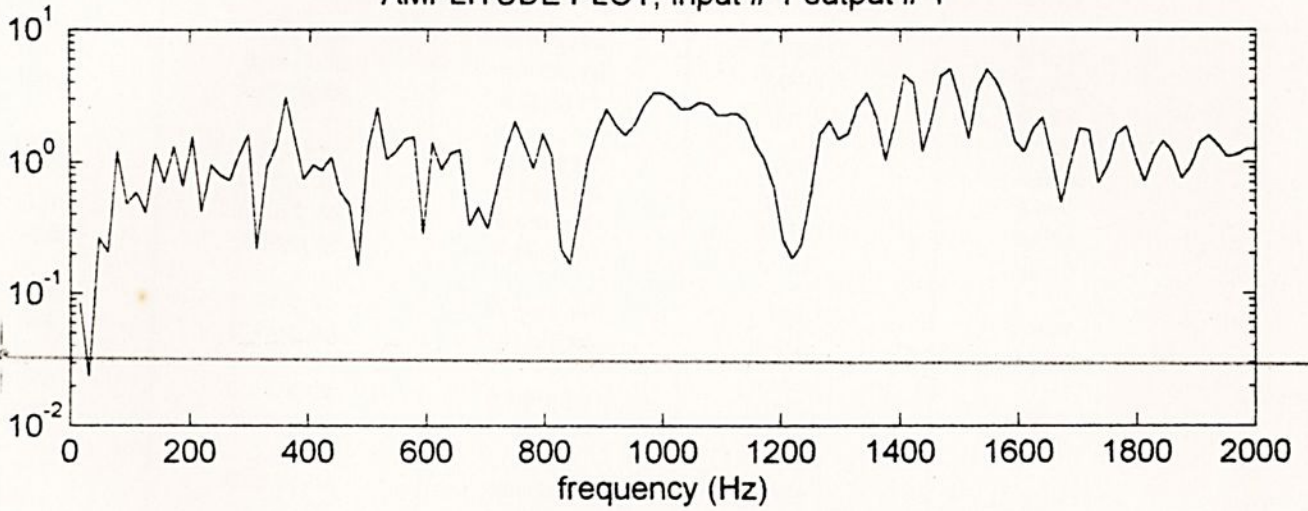
PHASE PLOT, input # 1 output # 1



Apêndice C

NBR 6006/82 - Classificação por composição química de aços para  
construção mecânica

AMPLITUDE PLOT, input # 1 output # 1



PHASE PLOT, input # 1 output # 1

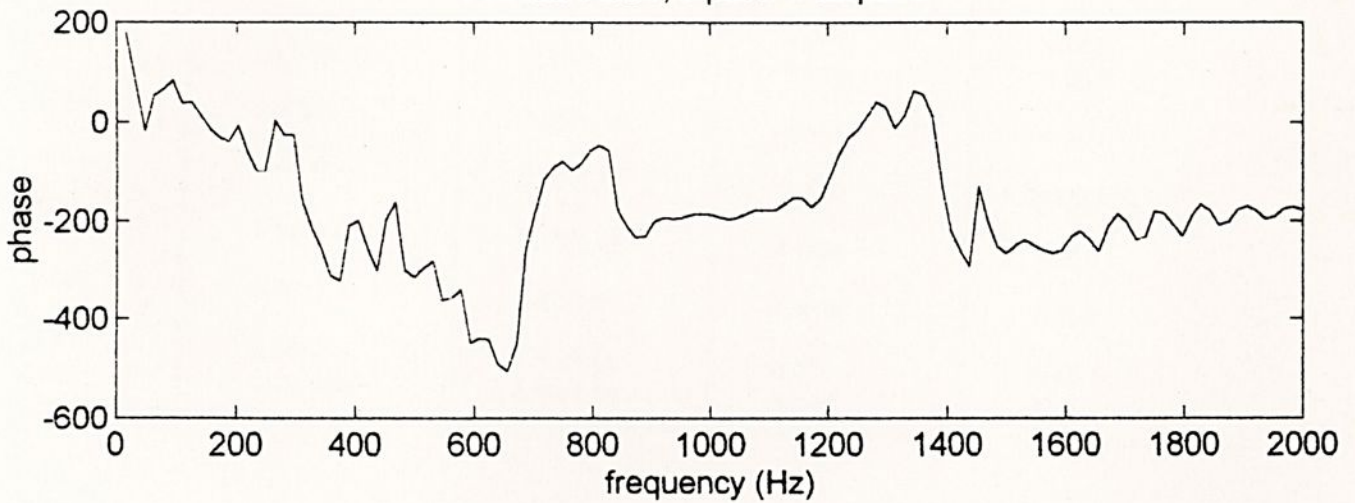


TABELA 2 - Análise química de aços - Aços-carbono

Designação ABNT	Composição química - Faixas e limites em %			
	C	Mn	P máx.	S máx.
1006	0,08 máx.	0,25	0,040	0,050
1008	0,10 máx.	0,30/0,50	0,040	0,050
1010	0,08/0,13	0,30/0,50	0,040	0,050
1012	0,08/0,13	0,30/0,50	0,040	0,050
1013	0,08/0,13	0,30/0,50	0,040	0,050
1015	0,13/0,18	0,30/0,50	0,040	0,050
1016	0,13/0,18	0,30/0,50	0,040	0,050
1017	0,15/0,20	0,30/0,50	0,040	0,050
1018	0,15/0,20	0,50/0,90	0,040	0,050
1020	0,18/0,23	0,30/0,50	0,040	0,050
1021	0,18/0,23	0,50/0,90	0,040	0,050
1025	0,22/0,28	0,30/0,50	0,040	0,050
1030	0,28/0,34	0,50/0,80	0,040	0,050
1034	0,32/0,38	0,50/0,80	0,040	0,050
1035	0,32/0,38	0,50/0,80	0,040	0,050
1038	0,35/0,42	0,50/0,80	0,040	0,050
1040	0,37/0,44	0,50/0,90	0,040	0,050
1045	0,43/0,50	0,50/0,90	0,040	0,050
1050	0,48/0,55	0,50/0,90	0,040	0,050
1055	0,50/0,60	0,50/0,90	0,040	0,050
1060	0,55/0,65	0,50/0,90	0,040	0,050
1065	0,60/0,70	0,50/0,90	0,040	0,050
1070	0,65/0,75	0,50/0,90	0,040	0,050
1075	0,70/0,80	0,40/0,70	0,040	0,050
1084	0,80/0,93	0,50/0,90	0,040	0,050
1400 <sup>1)</sup>	0,45/0,65	0,70/1,00	0,040	0,040/0,070
1524	0,18/0,25	1,35/1,65	0,040	0,050
1536	0,30/0,37	1,30/1,50	0,040	0,050
1541	0,38/0,44	1,35/1,65	0,040	0,050
1548	0,44/0,52	1,10/1,40	0,040	0,050

## Apêndice C

**NBR 6006/82 - Classificação por composição química de aços para  
construção mecânica**

1) Nb - 0,05 - 0,10%

Nota: a) A Tabela 2 é válida para semi-acabados, para forjamento, barras laminadas a quente, acabadas a frio, fio-máquina e tubos sem costura.

b) Silício: quando se especifica o teor de Si, são adotadas normalmente as seguintes faixas e limites:

- para aços ABNT até 1015, exclusiva ..... 0,10% máx.

TABELA 2 - Análise química de panela - Aços-carbono

Designação ABNT	Composição química - Faixas e limites em %			
	C	Mn	P máx.	S máx.
1006	0,08 máx.	0,25/0,40	0,040	0,050
1008	0,10 máx.	0,30/0,50	0,040	0,050
1010	0,08/0,13	0,30/0,60	0,040	0,050
1012	0,10/0,15	0,30/0,60	0,040	0,050
1013	0,11/0,18	0,50/0,80	0,040	0,050
1015	0,13/0,18	0,30/0,60	0,040	0,050
1016	0,13/0,18	0,60/0,90	0,040	0,050
1017	0,15/0,20	0,30/0,60	0,040	0,050
1018	0,15/0,20	0,60/0,90	0,040	0,050
1020	0,18/0,23	0,30/0,60	0,040	0,050
1021	0,18/0,23	0,60/0,90	0,040	0,050
1025	0,22/0,28	0,30/0,60	0,040	0,050
1030	0,28/0,34	0,60/0,90	0,040	0,050
1034	0,32/0,38	0,50/0,80	0,040	0,050
1035	0,32/0,38	0,60/0,90	0,040	0,050
1038	0,35/0,42	0,60/0,90	0,040	0,050
1040	0,37/0,44	0,60/0,90	0,040	0,050
1045	0,43/0,50	0,60/0,90	0,040	0,050
1050	0,48/0,55	0,60/0,90	0,040	0,050
1055	0,50/0,60	0,60/0,90	0,040	0,050
1060	0,55/0,65	0,60/0,90	0,040	0,050
1065	0,60/0,70	0,60/0,90	0,040	0,050
1070	0,65/0,75	0,60/0,90	0,040	0,050
1075	0,70/0,80	0,40/0,70	0,040	0,050
1084	0,80/0,93	0,60/0,90	0,040	0,050
1450 (A)	0,45/0,52	0,70/1,00	0,040	0,040/0,070
1524	0,19/0,25	1,35/1,65	0,040	0,050
1536	0,30/0,37	1,20/1,50	0,040	0,050
1541	0,36/0,44	1,35/1,65	0,040	0,050
1548	0,44/0,52	1,10/1,40	0,040	0,050

(A) Nb - 0,05 - 0,10%.

Notas: a) A Tabela 2 é válida para semi-acabados, para forjamento, barras laminadas a quente, acabadas a frio, fio-máquina e tubos sem costura.

b) Silício: quando se especifica o teor de Si, são adotadas normalmente as seguintes faixas e limites:

- para aços ABNT até 1015, exclusive ..... 0,10% máx.

NBR 8548 - Barras de aço destinadas a armaduras para concreto armado com emenda mecânica ou por solda - Determinação da resistência à tração - Método de ensaio

## Apêndice D

### NBR 7480/85 - Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado

#### 3 DEFINIÇÕES

Os termos técnicos utilizados nesta Norma estão definidos de 3.1 a 3.4 e na NBR 6215.

#### 3.1 - Lote

Grupo de barras ou fios de procedência identificada, de mesma categoria e classe de aço e com a mesma bitola e configuração geométrica superficial, apresentado à inspeção como um conjunto unitário, cuja massa não supera o valor indicado na Tabela 1.

TABELA 1 - Massa máxima dos lotes (t)

Bitola ( $\phi$ )	Categoria do aço			
	CA-25	CA-40	CA-50	CA-60
3,2	-	-	-	1,6
4	-	-	-	2
5	6,3	4	3,2	2,5
6,3	8	5	4	3,2
8	10	6,3	5	4
10	12,5	8	6,3	5
12,5	16	10	8	6,3
16	20	12,5	10	-
20	25	16	12,5	-
25	31,5	20	16	-
32	40	25	20	-
40	50	31,5	25	-

#### 3.2 - Partida

Conjunto de lotes apresentados para inspeção de uma só vez.

#### 3.3 - Fornecimento

Conjunto de partidas que perfaz a quantidade total da encomenda.

#### 3.4 - Bitola ( $\phi$ )

O número correspondente ao valor arredondado, em milímetros, do diâmetro da seção transversal nominal do fio ou da barra.

NBR 8548 - Barras de aço destinadas a armaduras para concreto armado com emenda mecânica ou por solda - Determinação da resistência à tração - Método de ensaio

NBR 11153/88 - Interpretação estatística de resultados de ensaio - Estimativa da média - Intervalo de confiança

### 3 DEFINIÇÕES

Os termos técnicos utilizados nesta Norma estão definidos de 3.1 a 3.4 e na NBR 6215.

#### 3.1 Lote

Grupo de barras ou fios de procedência identificada, de mesma categoria e classe de aço e com a mesma bitola e configuração geométrica superficial, apresentado à inspeção como um conjunto unitário, cuja massa não supera o valor indicado na Tabela 1.

TABELA 1 - Massa máxima dos lotes (t)

Bitola $\phi$	Categoria de aço			
	CA-25	CA-40	CA-50	CA-60
3,2	-	-	-	1,6
4	-	-	-	2
5	6,3	4	3,2	2,5
6,3	8	5	4	3,2
8	10	6,3	5	4
10	12,5	8	6,3	5
12,5	16	10	8	6,3
16	20	12,5	10	-
20	25	16	12,5	-
25	31,5	20	16	-
32	40	25	20	-
40	50	31,5	25	-

#### 3.2 Partida

Conjunto de lotes apresentados para inspeção de uma só vez.

#### 3.3 Fornecimento

Conjunto de partidas que perfaz a quantidade total da encomenda.

#### 3.4 Bitola ( $\phi$ )

O número correspondente ao valor arredondado, em milímetros, do diâmetro da seção transversal nominal do fio ou da barra.





CDU: 621.3:519.248:519.233.2

052/1988

NB-1188

# Interpretação estatística de resultados de ensaio - Estimação da média - Intervalo de confiança

## Apêndice E

### NBR 11153/88 - Interpretação estatística de resultados de ensaio - Estimação da média - Intervalo de confiança

Associação Brasileira de Normas Técnicas  
Av. das Nações Unidas, 12501  
Bloco E, 4º andar  
CEP: 04574-900  
São Paulo, SP

#### Procedimento

Registrada no INMETRO como NBR 11153  
Norma Brasileira Registrada

Objeto: Projeto 03.058.02-008/84

Associação Brasileira de Normas Técnicas

Comissão de Estudo de Controle e Certificação da Qualidade

NBR 11153 - Statistical interpretation of test results - Estimation of the mean -

Confidence interval - Procedure

Esta Norma foi baseada na ISO 3602/80

Palavra-chave: Controle de qualidade

7 páginas



#### SUMÁRIO

- 1 Objetivo
- 2 Documentos complementares
- 3 Definições
- 4 Generalidades
- 5 Estimação da média
- 6 Intervalo de confiança para a média
- 7 Apresentação dos resultados
- ANEXO A - Intervalo de confiança para a média a partir da amplitude
- ANEXO B - Tabela

#### 1 Objetivo

1.1 Esta Norma fixa as condições exigíveis para o tratamento estatístico de resultados de ensaios, necessários para calcular um intervalo de confiança para a média de uma população.

1.2 O campo de aplicação desta Norma limita-se à estimação da média de uma população com distribuição normal, baseada em uma série de ensaios aplicados a uma amostra aleatória de indivíduos pertencentes a essa população, e trata somente do caso onde a variância da população é desconhecida.

1.3 Os resultados de ensaios são expressos por medições de caráter contínuo. Esta Norma não abrange ensaios de caráter qualitativo (por exemplo, a presença ou ausência de uma propriedade, número de defeitos, etc.) A distribuição de probabilidade tomada como modelo ma-

temático para população total é uma distribuição normal para a qual seus parâmetros, média  $\mu$  e desvio-padrão  $\sigma$ , são desconhecidos.

1.4 A hipótese de normalidade é frequentemente aceita, uma vez que a distribuição dos resultados obtidos sob condições de ensaio é geralmente uma distribuição normal ou próxima de uma normal. Entretanto, pode ser conveniente verificar a validade da hipótese de normalidade através dos métodos da NB-1126.

1.5 Os métodos de ensaio podem estar sujeitos a erros sistemáticos cuja determinação não é considerada nesta Norma. Entretanto, a existência de tais erros pode invalidar os métodos previstos nesta Norma. Em particular, se houver um erro sistemático, o aumento do tamanho da amostra não deve eliminar o efeito produzido por este erro. Os métodos aqui descritos devem ser aplicados em certos casos para detectar tais erros sistemáticos.

#### 2 Documentos complementares

Na aplicação desta Norma devem ser utilizados:

NB-1126 - Interpretação estatística de resultados de testes de normalidade - Procedimento

NB-1252 - Interpretação estatística de resultados de técnicas de estimação e testes de hipóteses para médias e variâncias - Procedimento

TB-298 - Estatística - Terminologia





# Interpretação estatística de resultados de ensaio - Estimação da média - Intervalo de confiança

**ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas**

Sede:  
Rio de Janeiro  
Av. Treze de Maio, 13 - 28º andar  
CEP 20003 - Caixa Postal 1680  
Rio de Janeiro - RJ  
Tel.: PABX (021) 210-3122  
Telex: (021) 34333 ABNT - BR  
Endereço Telegráfico:  
NORMATECNICA

## Procedimento

Registrada no INMETRO como NBR 11153  
NBR 3 - Norma Brasileira Registrada

Origem: Projeto 03:056.02-008/84  
CB-03 - Comitê Brasileiro de Eletricidade  
CE-03:056.02 - Comissão de Estudo de Controle e Certificação da Qualidade  
NB-1188 - Statistical interpretation of test results - Estimation of the mean - Confidence interval - Procedure  
Esta Norma foi baseada na ISO 2602/80

Palavra-chave: Controle de qualidade

7 páginas

Copyright © 1990,  
ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas  
Printed in Brazil/  
Impresso no Brasil  
Todos os direitos reservados

## SUMÁRIO

- 1 Objetivo
- 2 Documentos complementares
- 3 Definições
- 4 Generalidades
- 5 Estimação da média
- 6 Intervalo de confiança para a média
- 7 Apresentação dos resultados
- ANEXO A - Intervalo de confiança para a média a partir da amplitude
- ANEXO B - Tabela

### 1 Objetivo

1.1 Esta Norma fixa as condições exigíveis para o tratamento estatístico de resultados de ensaios, necessários para calcular um intervalo de confiança para a média de uma população.

1.2 O campo de aplicação desta Norma limita-se à estimação da média de uma população com distribuição normal, baseando-se em uma série de ensaios aplicados a uma amostra aleatória de indivíduos coletados dessa população, e trata somente do caso onde a variância da população é desconhecida.

1.3 Os resultados de ensaios são expressos por medições de caráter contínuo. Esta Norma não abrange ensaios de caráter qualitativo (por exemplo, a presença ou ausência de uma propriedade, número de defeitos, etc.). A distribuição de probabilidade tomada como modelo ma-

temático para população total é uma distribuição normal para a qual seus parâmetros, média  $m$  e desvio-padrão  $\sigma$ , são desconhecidos.

1.4 A hipótese de normalidade é freqüentemente aceita, uma vez que a distribuição dos resultados obtidos sob condições de ensaio é geralmente uma distribuição normal ou próxima de uma normal. Entretanto, pode ser conveniente verificar a validade da hipótese de normalidade, através dos métodos da NB-1126.

1.5 Os métodos de ensaio podem estar sujeitos a erros sistemáticos cuja determinação não é considerada nesta Norma. Entretanto, a existência de tais erros pode invalidar os métodos previstos nesta Norma. Em particular, se houver um erro sistemático, o aumento do tamanho da amostra não deve influenciar o desvio produzido por este erro. Os métodos da NB-1252 podem ser aplicados em certos casos para a identificação de erros sistemáticos.

### 2 Documentos complementares

Na aplicação desta Norma é necessário consultar:

NB-1126 - Interpretação estatística de dados - Testes de normalidade - Procedimento

NB-1252 - Interpretação estatística de dados - Técnicas de estimação e testes relacionados às médias e variâncias - Procedimento

TB-298 - Estatística - Terminologia

### 3 Definições

Os termos técnicos utilizados nesta Norma são definidos na TB-298.

### 4 Generalidades

4.1 Os métodos de ensaio geralmente prevêem a realização de uma série repetitiva de medições que são efetuadas:

- sobre o mesmo item (quando o ensaio é não-destrutivo);
- sobre porções distintas de um material muito homogêneo (um líquido, por exemplo);
- sobre itens distintos, amostrados de um agregado com uma determinada variabilidade.

Nota: Nos dois primeiros casos, os desvios entre os resultados obtidos dependem somente da repetibilidade do método. No terceiro caso, eles dependem também da variabilidade do próprio material.

4.2 O tratamento estatístico dos resultados permite o cálculo de um intervalo que contém, com uma determinada probabilidade, a média da população de resultados que seria obtida a partir de um número muito grande de determinações, efetuadas sob as mesmas condições. No caso de itens com variabilidade, esta Norma assume que os indivíduos nos quais as verificações são efetuadas constituem-se em uma amostra aleatória da população original e podem ser considerados como independentes.

4.3 O intervalo calculado desta forma é chamado de intervalo de confiança da média. Associado a este intervalo, há um nível de confiança (algumas vezes denominado coeficiente de confiança), que é a probabilidade, usualmente expressa em porcentagem, de que o intervalo realmente contenha a média da população. Nesta Norma são fornecidas Tabelas apenas para os níveis de 95% e 99% (ver Anexo B).

4.4 Os cálculos podem ser simplificados por uma mudança da origem ou da unidade dos resultados de ensaio, mas não é recomendável o arredondamento destes resultados.

4.5 Não é permitido o descarte de qualquer observação ou a aplicação de qualquer correção sem justificativas com base experimental, técnica ou em outros motivos evidentes, que devem ser claramente registrados.

### 5 Estimação da média

#### 5.1 Caso de observações não agrupadas em classes

5.1.1 Após o descarte de quaisquer observações duvidosas (ver 4.5) a série compreende  $n$  medições  $x_i$  (onde  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ), algumas das quais podem ter o mesmo valor.

5.1.2 A média  $m$  da distribuição normal é estimada pela média aritmética  $\bar{x}$  das  $n$  observações.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

#### 5.2 Caso de observações agrupadas em classes

5.2.1 Quando o número de observações for suficientemente grande (acima de 50 por exemplo), pode ser vantajoso agrupá-las em classes de mesmo intervalo.

5.2.2 A frequência da  $i$ -ésima classe, isto é, o número de observações da classe  $i$ , é indicada por  $n_i$ .

5.2.3 Sendo  $k$  o número de classes, tem-se:

$$n = \sum_{i=1}^k n_i$$

5.2.4 O ponto médio da classe  $i$  é indicado por  $y_i$ . A média  $m$  é então estimada pela média ponderada de todos os pontos médios das classes:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i y_i$$

### 6 Intervalo de confiança para a média

O intervalo de confiança para a média da população é calculado a partir das estimativas da média e do desvio-padrão.

Nota: O método alternativo de calcular o intervalo de confiança através do uso da amplitude é dado no Anexo A.

#### 6.1 Estimação do desvio-padrão

##### 6.1.1 Caso de observações não agrupadas

A estimativa do desvio-padrão  $\sigma$ , calculada a partir do somatório dos quadrados dos desvios da média aritmética, é dada pela fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Onde:

$x_i$  = valor da  $i$ -ésima medida ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ )

$n$  = número total de observações

$\bar{x}$  = média aritmética das  $n$  observações, calculada como indicado em 5.1

Nota: Para facilidade de cálculo, é recomendado o uso da seguinte fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]}$$

##### 6.1.2 Caso de observações agrupadas

No caso de agrupamento em classes, a fórmula para estimar o desvio-padrão é:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (y_i - \bar{y})^2}$$

Nota: Para facilidade de cálculo, é recomendado o uso da seguinte fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^k n_i y_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^k n_i y_i \right)^2 \right]}$$

Onde:

$y_i$  = ponto médio da i-ésima classe ( $i = 1, 2, 3, \dots, k$ )

$k$  = número de classes

$n$  = número total de observações

$\bar{y}$  = média ponderada de todos os pontos médios de classes calculadas como em 5.2

**6.2 Intervalo de confiança para a média**

Para o nível de confiança escolhido (95% ou 99%), de acordo com o caso específico, deve ser determinado um intervalo de confiança bilateral ou unilateral.

**6.2.1 Intervalo de confiança bilateral**

O intervalo de confiança bilateral para a média da população é definido pela seguinte desigualdade dupla:

a) ao nível de confiança de 95%:

$$\bar{x} - \frac{t_{0,975}}{\sqrt{n}} s < m < \bar{x} + \frac{t_{0,975}}{\sqrt{n}} s$$

b) ao nível de confiança de 99%:

$$\bar{x} - \frac{t_{0,995}}{\sqrt{n}} s < m < \bar{x} + \frac{t_{0,995}}{\sqrt{n}} s$$

**6.2.2 Intervalo de confiança unilateral**

O intervalo de confiança unilateral para a média da população é definido por uma das seguintes desigualdades:

a) ao nível de confiança de 95%:

$$m < \bar{x} + \frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}} s \quad \text{ou} \quad m > \bar{x} - \frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}} s$$

b) ao nível de confiança de 99%:

$$m < \bar{x} + \frac{t_{0,99}}{\sqrt{n}} s \quad \text{ou} \quad m > \bar{x} - \frac{t_{0,99}}{\sqrt{n}} s$$

Notas: a) No caso de resultados agrupados em classes, substitui-se  $\bar{x}$  por  $\bar{y}$ .

b) Os valores  $t_{0,975}$ ,  $t_{0,995}$ ,  $t_{0,95}$ ,  $t_{0,99}$  são aqueles da distribuição t de Student com  $\nu = n - 1$  graus de liberdade; estes valores são dados na Tabela 1 do Anexo B.

c) Para facilidade de cálculo, é dada também a Tabela 2 do Anexo B que fornece os valores das razões:

$$\frac{t_{0,975}}{\sqrt{n}}, \frac{t_{0,995}}{\sqrt{n}}, \frac{t_{0,95}}{\sqrt{n}}, \frac{t_{0,99}}{\sqrt{n}}$$

d) Quando os valores de n forem maiores que 60, é preferível calcular o valor de t pela interpolação de  $120/n$ , usando a Tabela 3 do Anexo B.

Exemplo:

$$n = 250$$

$$\frac{120}{n} = 0,48$$

$$t_{0,995} = 2,576 + 0,48 (2,617 - 2,576) = 2,596$$



**7 Apresentação dos resultados**

7.1 Fornecer a expressão da média de acordo com 5.1 ou 5.2

7.2 Expressar o intervalo de confiança na forma da desigualdade dupla de 6.2.1 ou uma das desigualdades c 6.2.2, declarando o nível de confiança (95% ou 99%). Indicar o número de observações desprezadas como sendo duvidosas e as razões para esta eliminação.

/ANEXOS



unesp



12 13 14 15 16 17 18