

**unesp**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

**Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**GRADUADO**

**Otimizadores Analógicos Não Derivativos**

**Schirley Czernichovski**

**Ilha Solteira - SP**

1210001192



**unesp**



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - FEIS

Departamento de Engenharia Elétrica - DEE

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

# Otimizadores Analógicos Não Derivativos

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista - UNESP, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

1210001192



por

**Schirley Czernichovski**

Engenheira Eletricista - FEIS/UNESP

Maio de 2001

*Doc. 040/2001-UNESP 067/01*

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
<i>02.07.01</i>	<i>30.07.01</i>
ACQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
<i>Ilha</i> <i>hloacas</i> <i>Auto</i> <i>R\$10,00</i>	<i>Tr. 1192</i> <i>Q 998 e</i>

*3040300 - Circuitos eletrônicos*

Orientador: **Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira** - FEIS/UNESP

# “OTIMIZADORES ANALÓGICOS NÃO DERIVATIVOS”

## Schirley Czernichovski

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

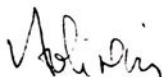


Prof. Dr. Antonio Padilha Feltrin – Coordenador

### COMISSÃO EXAMINADORA:



Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira - orientador



Prof.ª Dr.ª Vilma Alves de Oliveira



Prof. Dr. Nobuo Oki

Ilha Solteira – SP, maio de 2001



*Aos meus pais, Irineu e Marli, pelo incentivo e pelo apoio em todos os momentos difíceis da minha vida, pela confiança, carinho e amor que sempre depositaram em mim e por serem, em sua simplicidade, os melhores pais que poderia desejar*

## **OFEREÇO**

*Aos meus irmãos, Sheila, Sergio Henrique e Fabrício, pelo incentivo, companheirismo, cumplicidade e principalmente pelo amor que me concedem*

## **DEDICO**



*“Na escola, a amizade é uma paixão. Extasia a existência, dilacera a alma. Nenhum amor da vida futura é tão arrebatador, nem tão desditoso. Nenhuma alegria é tão empolgante, nenhuma dor de ciúmes ou desespero tão aniquiladora e tão pungente! Que ternura e que devoção! Que imensa confiança, revelações inesgotáveis de pensamentos íntimos! Que presente enlevado e futuro romântico! Que implacáveis desavenças e que enternecidas reconciliações! Que cenas de tempestuosas recriminações, agitadas explicações, apaixonada correspondência! Que insana suscetibilidade e que frenética sensibilidade! Que terremotos do coração e furacões da alma estão presos nesta simples frase: amizade de colegas!”*

*Benjamin Disraeli - Amizade de Colegais*



# Agradecimentos

Enfim chega o grande momento!

Foram anos de trabalho, dedicação, alegrias, tristezas e muitas lições de vida. Durante este tempo ouve-se muitas reclamações, porém, poucas vezes lembramos de agradecer àqueles que estiveram presentes dando seu apoio, seja ele técnico, financeiro ou emocional. Talvez eu não lembre de todos neste momento, mas de alguns é impossível esquecer.

Agradeço aos meus pais, Irineu e Marli e aos meus irmãos pelo apoio, incentivo e carinho sempre presentes.

Às minhas amigas Daniella e Fabíola, por estarem sempre ao meu lado mesmo quando isto se tornava difícil, pelo carinho, atenção e pelos maravilhosos momentos que vou sempre lembrar.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, por participar diretamente da minha formação científica, pela colaboração, empenho, competência e compreensão.

Ao Prof. Dr. Nobuo Oki, pelo seu apoio e dicas quanto a componentes a utilizar na implementação do circuito.

À Profa. Dra. Vilma Alves de Oliveira, pela sua participação, sugestões e críticas pertinentes.

À Luci Mary que colaborou na correção da dissertação e pela amizade que se criou.



Aos professores, técnicos e demais funcionários do departamento de Engenharia Elétrica e da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, em especial ao Everaldo, pela colaboração no desenvolvimento do projeto.

Aos amigos da graduação e pós-graduação, pela amizade e companheirismo.

Ao Arlindo, a Fátima e ao Paulo da Seção de Pós-Graduação, pela gentileza e simpatia.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, pelo auxílio financeiro dado à esta pesquisa.

Finalmente, agradeço à Deus, que me deu força e vontade para superar todos os obstáculos encontrados no caminho, e me fez chegar a este momento em que posso agradecer a todos pela minha vitória.



# Resumo

São abordados sistemas analógicos que determinam automaticamente o valor mínimo da saída de sistemas analógicos desconhecidos e descritos por funções convexas. Quando não são utilizadas informações sobre derivadas no processo de otimização, estes sistemas são denominados otimizadores analógicos não derivativos. A contribuição principal desta dissertação foi a proposta de um novo otimizador analógico não derivativo, que funciona adequadamente, mesmo com a existência de saturações nos seus elementos. A motivação deste estudo foi o não funcionamento, em certas condições, de otimizadores descritos na literatura, devido à existência das saturações.



# Abstract

Analog systems that can automatically find the minimum value of the outputs of unknown analog systems, described by convex functions, are studied. When are not used information about derivative or gradient, these systems are called analog nonderivative optimizers. The main result obtained in this thesis was a new analog nonderivative optimizer, that works well, considering the saturations in its elements. The motivation of this study was the problems presented in some analog nonderivative optimizer described in literature, when there exist saturation in their elements.



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Algoritmo de Busca Não Derivativa</b>	<b>6</b>
2.1	O Otimizador de Korovin e Utkin . . . . .	6
2.2	Detector de Pico . . . . .	8
2.3	O Otimizador Proposto por Teixeira e Žak . . . . .	10
2.4	Conclusões . . . . .	17
<b>3</b>	<b>O Otimizador Não Derivativo Considerando a Saturação dos Compo- nentes</b>	<b>18</b>
3.1	Introdução . . . . .	18
3.2	O Problema da Saturação no Integrador cuja Saída é $x$ . . . . .	19
3.3	Circuito Auxiliar para Evitar a Saturação . . . . .	20
3.4	Condicionamento de Sinal . . . . .	25
3.5	Saturação nos Somadores . . . . .	54
3.5.1	O Somador de Saída $\dot{y}_d$ . . . . .	54



3.5.2	O Somador de Saída $\varepsilon$ . . . . .	55
3.6	Conclusões . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Otimizadores Multidimensionais</b>	<b>58</b>
4.1	Otimizadores Multidimensionais com Saturação . . . . .	64
4.2	Condicionamento de Sinais para o Otimizador Multidimensional . . . . .	75
4.3	Conclusões . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Simulações no <i>Software</i> PSPICE</b>	<b>82</b>
5.1	Conclusões . . . . .	87
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>88</b>
<b>A</b>	<b>Circuitos Implementados No <i>Software</i> Simulink e suas Especificações</b>	<b>95</b>



# Capítulo 1

## Introdução

Os circuitos analógicos eram normalmente usados, entre 1950 e 1960, para resolver diferentes tipos de problemas de otimização. Por exemplo, em 1956 Pyne [Pyn56] propôs um método para resolver problemas de programação linear usando um computador eletrônico analógico. Usando a teoria de Phillipov [Fil64], [Fil88] sobre equações diferenciais com termos descontínuos, Karpinskaya [Kar67] analisou o método de Pyne. Em uma série de artigos, Rybashov [Ryb61], [Ryb62], [Ryb65b] e [Ryb65a], propôs vários métodos para resolver equações algébricas, problemas de programação quadrática, linear e programações convexas usando circuitos analógicos. Algumas vezes chamados de redes neurais artificiais, os circuitos analógicos podem ser eficientemente usados para resolver problemas de otimização com restrições - veja por exemplo Chua e Lin [CL84], Tank e Hopfield [TH86], Kennedy e Chua [KC88], Rodríguez-Vázquez et al. [VCR<sup>+</sup>90], Lillo et al. [LHZ93], ou Lillo et al. [LLHZ93], Cichocki e Unbehauen [CU93]. Deste modo, redes são particularmente apropriadas para aplicações que requerem otimizações *on-line*, ou em geral, computação de tempo real. Uma abordagem teórica, mostrando um sistema dinâmico para a solução de problemas de otimização é descrita no livro de Helmke e Moore [HM94].

Os algoritmos de otimização mais populares para otimização sem restrições usam derivada, gradiente da função objetivo - veja, por exemplo, Nash e Sofer [NS96]. Porém, em muitos casos, o gradiente da função objetivo pode não ser acessível ou é de obtenção



muito cara. Uma das características importantes dos algoritmos não derivativos é que eles não necessitam que a função objetivo seja diferenciável. Para uma discussão de algoritmos otimizadores não derivativos, nos referimos a [JSM97]. Korovin e Utkin [KU74] propuseram uma abordagem para otimizadores não derivativos usando idéias baseadas na teoria dos sistemas com estrutura variável e modos deslizantes, e analisaram em detalhes um otimizador não derivativo uni-dimensional. Esta rede será descrita na próxima seção. Korovin e Utkin [KU74], e depois Utkin [Utk78], [Utk92], sugeriram usar uma rede uni-dimensional para resolver problemas de otimização multidimensional pela variação da direção de busca no espaço. Porém, detalhes sobre como e quando se deve mudar a direção da busca são omitidos. Em [Cze98], foi estudado um otimizador não derivativo uni-dimensional proposto por Teixeira e Žak [TZ98], que pode facilmente ser modificado para resolver problemas de otimização multidimensional sem restrições.

Will [Wil97] e [ZW98] utilizaram o otimizador de Korovin e Utkin no sistema de controle de um freio antitrava (Antilock Braking Systems, ABS). O ABS é projetado para prever o travamento da roda, reduzir a distância percorrida até a parada do veículo e tornar a direção mais segura. O sistema de freio antitrava apresentado em [Wil97] e [ZW98] requer uma propriedade de identificação do tipo de superfície da estrada. No momento, não há um sensor que forneça este dado. Entretanto, o tipo de superfície pode ser deduzido pela pressão do freio, pela extensão do deslizamento e pela desaceleração do carro.

Um dos objetivos de um sistema ABS é regular o deslizamento da roda de forma que o coeficiente de adesão seja máximo. Desta forma a distância percorrida pelo veículo até sua parada é minimizada. Porém, esta faixa de deslizamento depende da superfície em que o veículo se encontra. O sistema ABS tenta ajustar o deslizamento em uma faixa ao redor do máximo ponto de frenagem para todos os tipos de superfície. Por exemplo, o ponto ótimo de frenagem em uma superfície com gelo é diferente do ponto ótimo em uma superfície de asfalto seco. A Figura 1.1 mostra as curvas típicas de adesão das superfícies com asfalto e com gelo versus o deslizamento da roda.

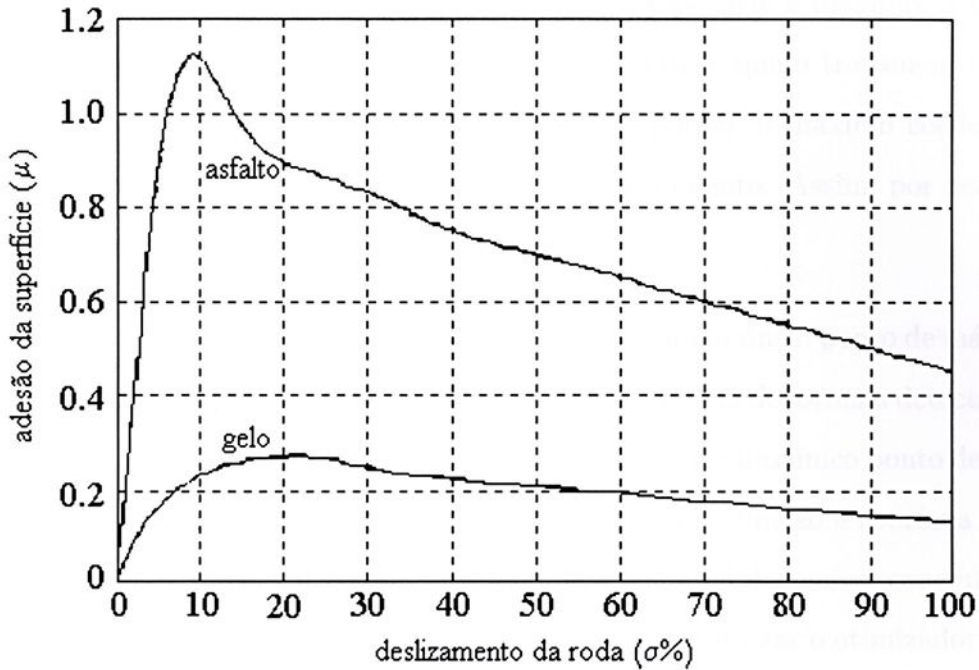


Figura 1.1: Curvas típicas de adesão das superfícies com asfalto e com gelo versus o deslizamento da roda.

A força do freio do veículo é proporcional à força normal aplicada na roda. O fator que designa esta proporcionalidade é o fator de adesão da superfície,  $\mu$ . A constante  $\mu$  é uma função do deslizamento da roda,  $\sigma$ , que é definida como:

$$\sigma = \frac{v - \omega R_w}{v}, \quad (1.1)$$

sendo

$v$  = velocidade do veículo,

$\omega$  = velocidade angular da roda,

$R_w$  = raio da roda.

Note que  $0 \leq \sigma \leq 1$ . Por convenção, especifica-se o valor de  $\sigma$  em %. O travamento do freio corresponde a 100% de deslizamento da roda. Pela Figura 1.1, pode-se observar que neste ponto o coeficiente de adesão da superfície não é máximo. Este coeficiente será máximo quando as rodas estão deslizando. Portanto, a máxima força do freio no veículo ocorre quando as rodas estão deslizando. Consequentemente, controlando o freio para

que  $\sigma$  esteja na faixa onde o coeficiente de adesão da superfície é máximo, a distância de parada do veículo é minimizada. Pela Figura 1.1, nota-se que o travamento da roda ocorre quando o deslizamento da roda está em 100%, porém, o máximo coeficiente de adesão da superfície está na faixa de 5% a 30% do deslizamento. Assim, por dedução, a força do freio é maximizada nesta faixa.

Observe que as curvas mostradas na Figura 1.1 possuem um único ponto de máximo no intervalo. O otimizador proposto por Teixeira e Žak [TZ98] atua de forma a detectar o pico mínimo de uma função. Esta função deve ser contínua e possuir um único ponto de mínimo no intervalo. No caso do ABS, observa-se na Figura 1.1 que a função é contínua e possui somente um ponto de máximo. Agora, note que da Figura 1.1 é possível concluir que as curvas  $-\mu \times \sigma$  apresentam um único mínimo e assim, pode-se utilizar o otimizador descrito em [TZ98] para determinar esse ponto. Este otimizador é robusto. Ele tem a propriedade de rejeitar perturbações visto que estará executando a busca na direção correta apesar da presença de perturbações, as quais possuem derivadas em relação ao tempo limitadas. A arquitetura para um otimizador multidimensional tem uma estrutura modular. Isto significa que quando a dimensão do problema de otimização aumenta, a rede existente pode ser adaptada para o novo problema com a adição de blocos extras, e, quando o problema decresce dimensionalmente, basta remover blocos de forma a adaptar a rede existente ao novo problema. Este otimizador não considera a saturação dos componentes.

Na prática os integradores analógicos apresentam saturação. Será apresentado um exemplo que demonstra que a configuração proposta em [TZ98] pode travar e não atingir o ponto ótimo. Isto ocorre quando os integradores saturam.

Para superar este problema, foram feitas modificações no otimizador original [TZ98].

Este trabalho propõe um bloco complementar que adicionado ao otimizador descrito em [TZ98] proporciona o funcionamento adequado do mesmo, mesmo quando os integradores apresentam saturação. Para a obtenção e demonstração do excelente desempenho do novo otimizador proposto, foi feito um condicionamento dos sinais de entrada e saída da função que se deseja obter o ponto ótimo. Nesta dissertação o ponto ótimo

corresponde ao ponto no qual a saída da função apresenta o valor mínimo.

O Capítulo 2 apresenta os modelos uni-dimensionais propostos em [KU74] e em [TZ98]. No Capítulo 3 é apresentado e analisado o problema da saturação nos integradores e somadores do otimizador descrito em [TZ98]. São propostos um circuito auxiliar e condicionadores de sinais, que incorporados no otimizador apresentado em [TZ98], permitem o seu perfeito funcionamento, mesmo com as saturações existentes. O Capítulo 4 aborda os otimizadores com várias entradas, chamados de multidimensionais: os existentes na literatura e os propostos nesta dissertação. O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos através de simulações no *software* PSPICE. O Capítulo 6 é uma conclusão geral da dissertação.



## Capítulo 2

# Algoritmo de Busca Não Derivativa

### 2.1 O Otimizador de Korovin e Utkin

Será descrito inicialmente o otimizador proposto em [KU74] e depois analisado em [Utk78] e [Utk92], que atua de modo a detectar onde ocorre o ponto mínimo de uma função  $f = f(x)$  com somente um mínimo,  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , desconhecida. Um diagrama de blocos do otimizador de Korovin e Utkin é mostrado na Figura 2.1. Para escrever as equações que modelam a dinâmica da rede, são definidos

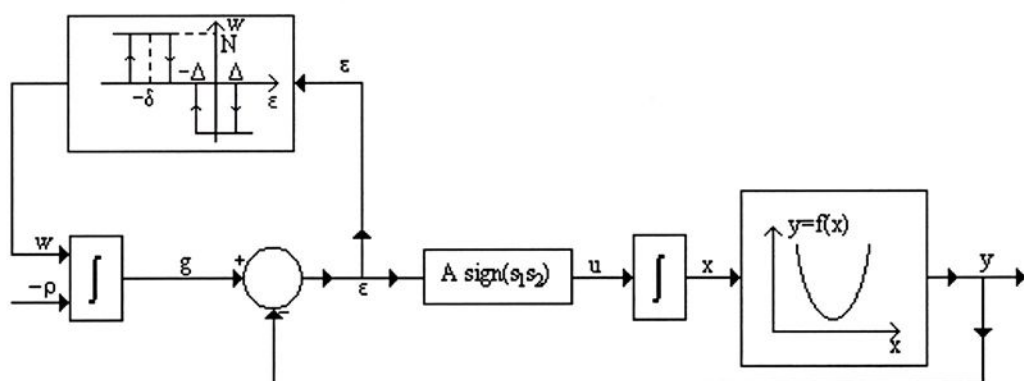


Figura 2.1: Diagrama do otimizador uni-dimensional não derivativo de Korovin e Utkin.

$$s_1 = \varepsilon, \quad s_2 = \varepsilon + \delta, \quad (2.1)$$

sendo  $\delta > 0$  um parâmetro de projeto, e

$$\varepsilon = g - y, \quad (2.2)$$

é o erro de rastreamento. Então,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \\ &= A \operatorname{sign}(s_1 s_2). \end{aligned} \quad (2.3)$$

O sinal  $u$  é mostrado na Figura 2.2. Observe que

$$\dot{g} = -\rho + \omega(\varepsilon). \quad (2.4)$$

O elemento não linear usado para gerenciar o sinal  $\omega$  é mostrado na Figura 2.2, sendo  $N$  um parâmetro de projeto de modo que

$$N > \rho + \left| \frac{df}{dx} \right| A. \quad (2.5)$$

O parâmetro de projeto  $\Delta > 0$  é escolhido para satisfazer a inequação

$$2\Delta < \delta. \quad (2.6)$$

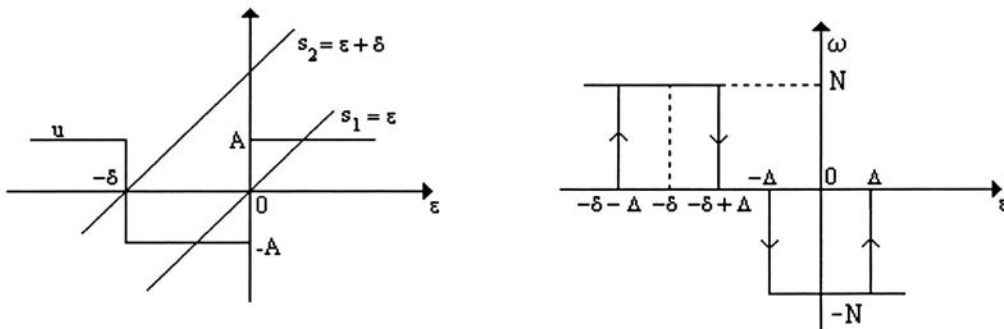


Figura 2.2: Características dos elementos não lineares no otimizador de Korovin e Utkin.

A derivada no tempo do erro de rastreamento é calculada usando a regra da cadeia. Assim, obtém-se

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} &= \dot{g}(t) - \dot{y}(t) \\ &= -\rho - \frac{df}{dx} \text{Asign}(s_1 s_2) + \omega(\varepsilon).\end{aligned}\quad (2.7)$$

A operação da rede é explicada em [KU74] e em [Utk78] e [Utk92] usando a teoria de modos deslizantes.

Suponha uma função diferenciável  $y = f(x)$ ,  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , que se deseja minimizar tenha somente um mínimo, chamado  $x^*$ . Iniciando a procura em um ponto arbitrário do intervalo,  $x_0 = x(t_0)$ , exceto o ponto mínimo, a rede da Figura 2.1 converge, em tempo finito, para uma região de incerteza em torno do ponto mínimo,  $x^*$ , e oscila dentro desta região. O tamanho da região de incerteza depende dos parâmetros de projeto do otimizador. Uma idéia da operação da rede pode ser descrita como segue. Quando  $x$  se aproxima de  $x^*$ , a função  $u = f(x)$  decresce. A rede descrita por Korovin e Utkin [KU74] é projetada para que a saída  $y = f(x)$  rastreie o sinal de monotonicidade decrescente,  $g(t) = -\rho(t - t_0)$ , até encontrar uma região de incerteza prescrita em torno de  $x^*$ . Depois, o sinal auxiliar  $\omega$  força a trajetória  $x$  a permanecer dentro da região de incerteza em torno de  $x^*$ . Utkin [Utk78] mostra que a trajetória  $x$  oscila de modo que

$$y - f(x^*) < \Delta. \quad (2.8)$$

A rede que executa a procura da linha com informações não derivativas proposta em [TZ98] possui, como um de seus principais componentes, um detector de pico mínimo, que será descrito a seguir.

## 2.2 Detector de Pico

Um detector de pico mínimo pode ser implementado usando componentes de circuito padrão como capacitores, diodos e amplificadores operacionais - veja por exemplo, Millman e Halkias [MH72], ou Stout [Sto76]. Ele procura o sinal de entrada e guarda o valor mínimo

de sua saída, desde o último reiniciar, como ilustrado na Figura 2.3. O sinal de entrada é continuamente comparado com o valor mínimo armazenado na saída, para determinar se este será atualizado.

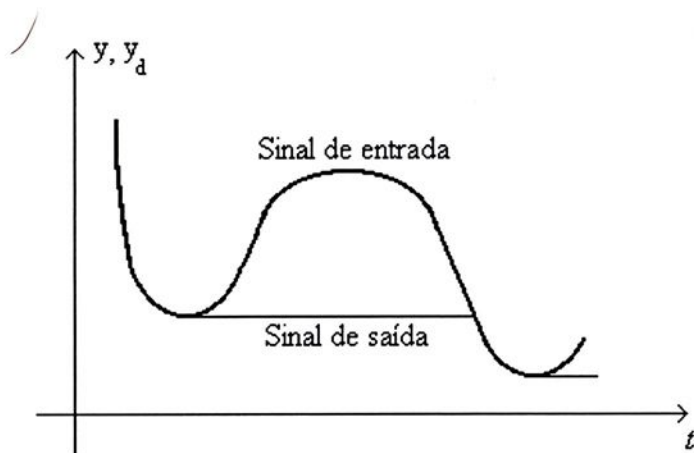


Figura 2.3: Sinais de entrada e saída de um detector de pico mínimo.

A seguir será analisada uma classe de detectores de pico mínimo. Seja  $y(t)$  a forma de onda de entrada e  $y_d(t)$  a forma de onda de saída de um detector de pico mínimo, então, um modelo matemático para uma classe de detectores de pico mínimo pode ser representado por [TZ98]:

$$\dot{y}_d = \begin{cases} 0 & \text{se } y_d - y \leq 0 \\ -M & \text{se } y_d - y > 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

sendo  $M > 0$  o parâmetro de projeto. Um resultado particular pode ter a forma,

$$\dot{y}_d = -\frac{M}{2}(\text{sign}(y_d - y) + 1). \quad (2.10)$$

Defina

$$\varepsilon = y_d - y.$$

A derivada da função  $y(t)$  no tempo é associada a uma constante conhecida  $M > 0$ , da seguinte forma:

$$\left| \frac{d}{dt}y(t) \right| < M. \quad (2.11)$$

Considere dois casos. O primeiro quando  $\varepsilon \leq 0$ . Neste caso  $y \geq y_d$ , e a rede armazena o valor mínimo previamente detectado do sinal de entrada  $y$ . O segundo caso ocorre quando  $\varepsilon > 0$ , isto é, quando  $y < y_d$ . Usando um argumento do tipo Lyapunov, pode-se ter neste caso o erro  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Seja a função Lyapunov

$$v(t) = \frac{1}{2}\varepsilon^2(t) \quad (2.12)$$

a medida da magnitude do erro. Então a derivada de  $v(t)$ , com respeito ao tempo, avaliado na trajetória de (2.9) é,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}v(t) &= \varepsilon\dot{\varepsilon}(t) \\ &= \varepsilon(\dot{y}_d - \dot{y}) \\ &= \varepsilon(-M - \dot{y}). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Considerando-se o fato de que  $\varepsilon > 0$  e a relação (2.11), obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}v(t) &\leq \varepsilon(|\dot{y}| - M) \\ &< 0. \end{aligned}$$

A velocidade com que o erro vai a zero depende da magnitude do parâmetro de projeto  $M$ . Assim, neste caso a saída da rede convergirá para a forma de onda de entrada.

## 2.3 O Otimizador Proposto por Teixeira e Žak

Adotando-se a classificação de redes neurais apresentada em [CU93], que considera a existência de blocos não lineares tais como histerese e relés, o otimizador proposto em [TZ98] pode ser classificado como um sistema neural artificial.

Nesta seção, será descrita uma rede analógica, proposta por Teixeira e Žak [TZ98] que executa uma busca em uma reta, ou seja, a rede minimiza uma função objetivo de uma variável. Suponha, como no otimizador proposto por Korovin e Utkin [KU74], que a função  $y = f(x)$ ,  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que se deseja minimizar tenha somente um mínimo,  $x^*$ , no

interior de um intervalo fechado  $[a, b]$ . Suponha que a derivada com respeito a  $x$  de  $f$  no intervalo  $x \in [a, b]$  é limitada, ou seja, há uma constante finita  $L > 0$  de modo que,

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L, \forall x \in [a, b]. \quad (2.14)$$

Um diagrama de blocos para o otimizador proposto é mostrado na Figura 2.4.

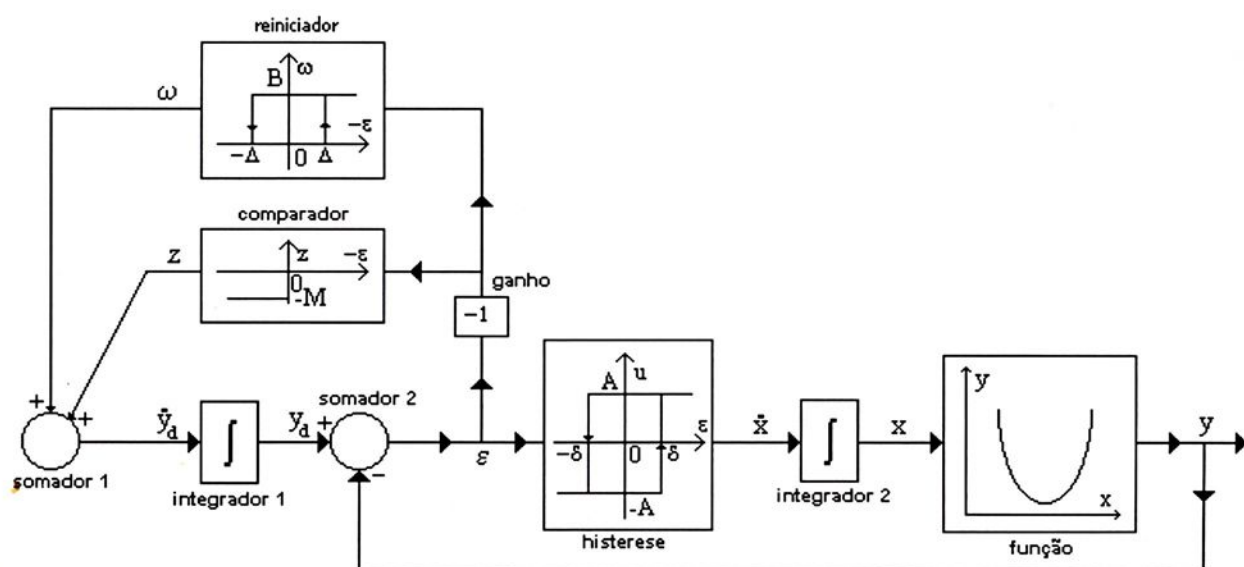


Figura 2.4: Diagrama de blocos do otimizador analógico uni-dimensional proposto.

Observe que o otimizador descrito tem como componente um detector de pico mínimo, que opera em seu sinal de entrada  $y$  (veja a Seção 2.2). O sinal de saída do detector de pico mínimo é  $y_d$ . Há dois elementos de histerese no otimizador, sendo que  $0 < \delta < \Delta$ . Ambos  $\delta$  e  $\Delta$  são parâmetros de projeto. Outros parâmetros são  $A$ ,  $M$  e  $B$ . A operação da rede será descrita a seguir.

A Figura 2.5 mostra uma trajetória típica da rede.

Como hipótese faça a condição inicial  $x_0 = x(t_0) = x(0)$  ser de tal modo que,

$$\frac{df}{dx}(x(0)) > 0, \quad (2.15)$$

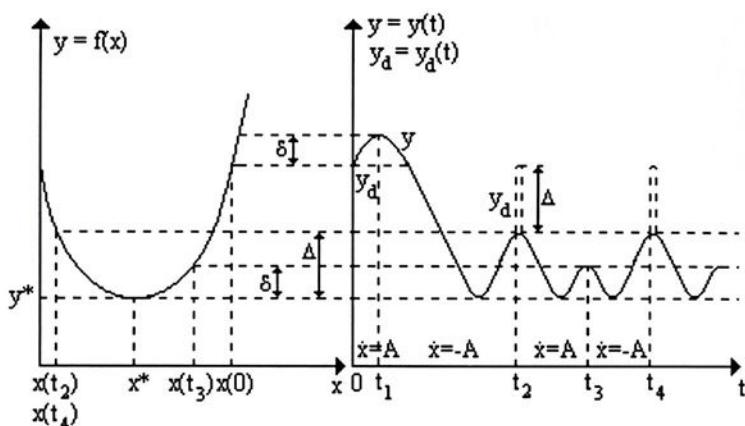


Figura 2.5: Trajetória típica do otimizador proposto.

ou seja, o ponto inicial  $x_0$  está localizado ao lado direito do mínimo  $x^*$  (veja a Figura 2.5). A seguir, faça  $\varepsilon = 0$ ,  $\omega = 0$  e  $u = A$ . Então, desde que  $\dot{x} = u$ , para  $t > t_0 = 0$ ,

$$x(t) = At + x(0). \tag{2.16}$$

Isto quer dizer que inicialmente  $x$  estará se movendo à direita do ponto mínimo,  $x^*$ . A saída do detector de pico mínimo,  $y_d$ , será constante, pois  $\dot{y}_d = 0$ . Como resultado, o erro  $\varepsilon = y_d - y$  se tornará negativo e decrescerá até o momento em que o tempo  $t_1$  alcance o valor  $\varepsilon = -\delta$ . Isto fará com que  $u$  vá de  $A$  para  $-A$  e para  $t > t_1$ ,

$$x(t) = -A(t - t_1) + x(t_1), \tag{2.17}$$

de modo que  $x$  começará a mover-se em direção a  $x^*$  e o valor de  $y = f(x)$  irá decrescer. Uma vez que  $\varepsilon = 0$  é alcançado, o sinal de saída do detector de pico mínimo muda seu valor para  $y_d = y(x(0))$  para seguir a trajetória  $y(x(t))$ . O valor do parâmetro  $M$  será escolhido de forma que,

$$|\dot{y}(t)| = \left| \frac{df(x)}{dx} \dot{x}(t) \right| \leq LA < M. \tag{2.18}$$

A saída  $y_d$  do detector de pico mínimo rastreará  $y$  até que  $x$  seja igual a  $x^*$ . Então, desde que  $\varepsilon$  seja ainda zero,  $x$  continuará se movendo para a esquerda. Mas agora  $y_d$  estará travado em  $y(x^*) = y^*$  e o erro  $\varepsilon$  estará decrescendo, atingindo valores negativos, até alcançar o valor de  $\varepsilon = -\Delta$  no momento  $t = t_2$ . Neste instante o sinal  $\omega$  saltará, ou

seja, assumirá o valor de  $B$ . Isto implica que para  $\varepsilon \leq 0$ ,

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} &= \dot{y}_d - \dot{y} \\ &= B - \dot{y},\end{aligned}\tag{2.19}$$

e para  $\varepsilon > 0$ ,

$$\dot{\varepsilon} = B - M - \dot{y}.\tag{2.20}$$

Supõe-se que,

$$B > 2M.\tag{2.21}$$

Assim, tendo em vista (2.12), se  $\omega \neq 0$ , então  $\dot{\varepsilon} > 0$ . O detector de pico mínimo é reiniciado para um novo valor. Detalhes deste processo estão ilustradas na Figura 2.6. No intervalo em que  $\varepsilon$  está crescendo de  $-\Delta$  para  $\delta$ , observa-se que  $\dot{x} = -A$ , e conseqüentemente  $y$  crescerá. Quando  $\varepsilon$  alcança o valor de  $\delta$ , o sinal  $u$  assumirá o valor  $A$ , que é  $\dot{x} = A$ , e  $y$  começará a decrescer, enquanto  $\varepsilon$  continua crescendo. A trajetória  $x$  começará a voltar para  $x^*$ , pois agora  $\dot{x} = A$ . Quando  $\varepsilon$  alcança o valor  $\Delta$ , o sinal  $\omega$  será zero, e  $\varepsilon$  começará a decrescer até chegar a zero. A saída do detector de pico mínimo,  $y_d$ , rastreará  $y$  até  $x$  voltar para  $x^*$ . Então,  $y_d$  tomará o valor  $y(x^*)$  e  $z = 0$ . O erro  $\varepsilon$  decrescerá até encontrar o valor  $-\delta$ . No instante  $t = t_3$ , a trajetória  $x$  reverterá seu trajeto porque agora  $\dot{x} = -A$ . O erro é negativo e aumentará até encontrar o valor zero. A trajetória  $x$  estará se movendo para a esquerda. O erro permanecerá com seus valores negativos até encontrar o valor  $-\Delta$ , que ativará o sinal  $\omega$  no tempo  $t_4$ , o que é, exatamente, o mesmo que ocorreu no tempo  $t_2$ . As oscilações de  $y$  em torno do valor mínimo  $y^*$  serão agora repetidas, com seus períodos sendo  $t_4 - t_2$  e os valores de pico-a-pico aproximadamente iguais a  $\Delta$ . Desde que  $\Delta$  é um parâmetro de projeto, ele pode ser escolhido tão pequeno quanto desejado, reduzindo assim a amplitude de oscilações de  $x$  em volta do mínimo  $x^*$ .

Nas análises anteriores foram supostas condições iniciais específicas. Porém, no decorrer desta análise serão apresentadas outras condições iniciais possíveis. Assim, por exemplo, se uma condição inicial,  $x(t_0)$ , apresentar,

$$\frac{df}{dx}(x(t_0)) > 0,\tag{2.22}$$



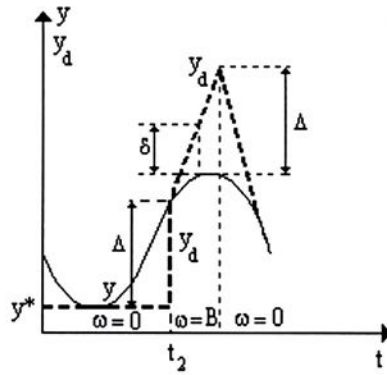


Figura 2.6: Reiniciar do detector de pico mínimo.

ou seja, o ponto inicial  $x(t_0)$  está localizado ao lado esquerdo de  $x^*$ , o erro  $\varepsilon = 0$  e  $\omega = 0$ , então a trajetória resultante do otimizador terá a forma mostrada na Figura 2.5 com  $t_0 > t_2$  para o qual  $\varepsilon = 0$  e  $\omega = 0$ .

Outros casos podem ser obtidos de maneira similar. Um exemplo numérico da operação do otimizador da Figura 2.4 é apresentado a seguir.

*Exemplo 1:* Minimize  $f = x^2$  usando o otimizador analógico proposto. Os parâmetros do otimizador são dados na Tabela 2.1. As condições iniciais são:  $y_d(0) = x(0) = 0.7$ . Os resultados de  $y$  e  $y_d$  plotados em relação ao tempo são apresentados na Figura 2.7.

Tabela 2.1: Parâmetros do otimizador do Exemplo 1.

A	10
B	500
M	100
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

Os parâmetros  $B$  e  $M$  da Tabela 2.1 foram obtidos através das equações (2.14), (2.18) e (2.21).  $A$  é determinado de forma a evitar possíveis distúrbios no sistema.  $\Delta$  e  $\delta$  são

parâmetros de projeto que podem ter valores tão pequenos quanto desejado desde que  $\Delta > \delta$ .

Como  $f(x) = x^2$ , de (2.14) tem-se

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L$$

$$|2x| \leq L, \forall x \in [a, b].$$

De (2.18),

$$|\dot{y}(t)| = \left| \frac{df(x)}{dx} \dot{x}(t) \right| \leq LA < M$$

$$LA < M$$

$$M > 2Ax.$$

Fazendo  $A = 10$  obtém-se

$$M > 20x, \forall x \in [a, b].$$

De (2.21),

$$B > 2M$$

$$B > 40x, \forall x \in [a, b].$$

Observe que neste exemplo não há um limite definido para  $x$ , logo este valor é estimado. A oscilação de  $x$  é determinada pela equação (2.8), ou seja,  $x$  terá uma oscilação menor que  $\Delta$ . A função,  $f(x) = x^2$ , tem valor mínimo em zero, logo, a oscilação varia entre 0 e  $\Delta$ . Desta forma, pode-se estimar o valor dos limites de  $x$ , pois, quando a busca se inicia em direção contrária ao ponto mínimo os limites de  $x$  serão 0 e  $x(0) + \Delta$ , e quando a busca se inicia em direção ao ponto mínimo, os limites serão 0 e  $x(0)$ .

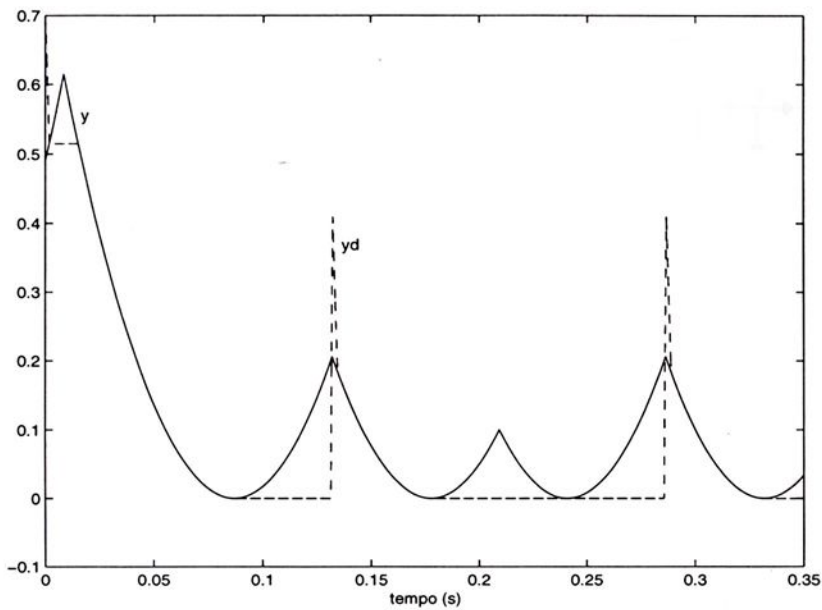


Figura 2.7: Curvas  $y_d$  e  $y$  para  $y_d(0) = x(0) = 0.7$ .

O otimizador proposto possui a propriedade de rejeição de distúrbio. Isto é, suponha que um sinal diferencial de distúrbio  $d(t)$  seja adicionado à saída do integrador 2 como mostrado parcialmente na Figura 2.8(a). O diagrama completo é mostrado na Figura 2.4. Uma representação equivalente é mostrada na Figura 2.8(b), sendo que o sinal  $d(t)$  pode ser representado por  $d(t) = d(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{d}(s) ds$ . Usando esta representação equivalente conclui-se que desde que seja respeitada a relação

$$|\dot{d}(t)| < A \quad (2.23)$$

o sinal do sinal de entrada do integrador apresenta o mesmo sinal que a entrada do integrador teria sem o distúrbio. Portanto, a rede fará a busca do mínimo corretamente apesar da presença do distúrbio.

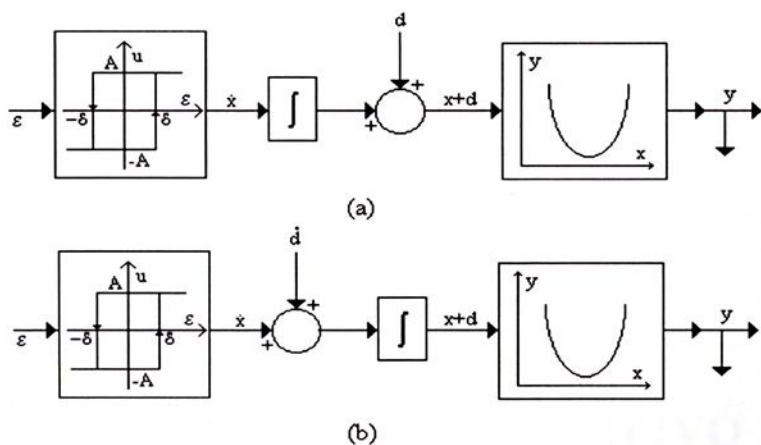


Figura 2.8: Ilustração da propriedade de rejeição de distúrbio da rede.

## 2.4 Conclusões

Os modelos propostos em [TZ98] resolvem uma classe de problemas de programação convexa sem restrições. São otimizadores uni-dimensionais robustos, ou seja, possuem a propriedade de rejeitar distúrbios de sinais, desde que estes distúrbios  $d(t)$  apresentem derivadas limitadas:

$$|\dot{d}(t)| < A.$$

Deve-se salientar que esta análise não considera a saturação dos componentes.

Será visto, no Capítulo 4, que a arquitetura deste otimizador é modular, logo, quando o problema de otimização aumenta, basta inserir blocos extras na rede já existente para solucioná-lo, caso contrário, se o problema diminui, basta remover blocos de forma a adequar a rede ao novo problema.

Os modelos dos circuitos implementados no *software* Simulink e suas especificações estão apresentados no Apêndice A.

## Capítulo 3

# O Otimizador Não Derivativo Considerando a Saturação dos Componentes

### 3.1 Introdução

O otimizador proposto anteriormente não considera a saturação dos componentes. Em implementações práticas utilizando a eletrônica analógica, os integradores apresentam saturação.

Esta pesquisa teve como principal objetivo resolver o problema da saturação nos componentes do otimizador. Para isto foi proposto um circuito auxiliar que evita a saturação no integrador cuja saída é  $x$  (veja Figura 3.2), e, depois de feito um condicionamento de sinais, que não altera a natureza do problema original, foi visto que a saturação no integrador cuja saída é  $y_d$  pode ser facilmente evitada. Posteriormente, o problema das saturações dos somadores foi analisado e solucionado.

Um modelo matemático para os integradores do otimizador descrito na Figura 2.4, considerando a saturação em  $\pm V_{sat}$  é o seguinte:

$$\dot{y}_d = \begin{cases} \omega + z, & \text{se } |y_d| < V_{sat} \text{ ou } |y_d| = V_{sat} \text{ e } y_d(\omega + z) < 0, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.1)$$

e

$$\dot{x} = \begin{cases} u, & \text{se } |x| < V_{sat} \text{ ou } |x| = V_{sat} \text{ e } xu < 0, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.2)$$

## 3.2 O Problema da Saturação no Integrador cuja Saída é $x$

O exemplo abaixo ilustra uma situação que mostra o não funcionamento do otimizador descrito na Figura 2.4 quando os integradores apresentam saturação.

*Exemplo 2:* Considere o problema de otimização descrito no Exemplo 1, com a seguinte diferença: os integradores apresentam saturação em  $+0.77$  e  $-0.77$ . A Figura 3.1 mostra as curvas  $y$  e  $y_d$  para o otimizador saturado.

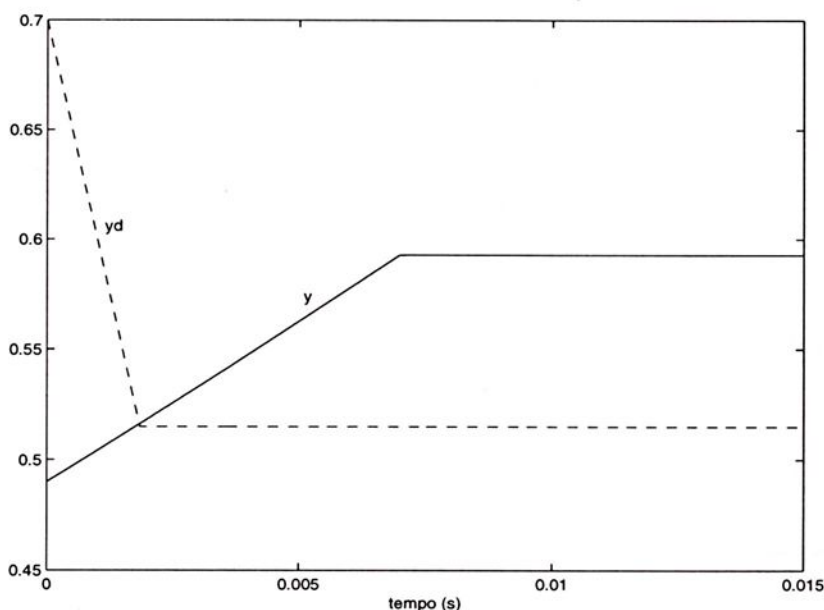


Figura 3.1: Curvas  $y_d$  e  $y$  para  $y_d(0) = x(0) = 0.7$ , com saturação em  $x(t) = \pm 0.77$ .

Observe que no momento em que o integrador 2, cuja saída é  $x$ , entra na saturação a resposta de  $y_d$  trava e permanecerá desta forma enquanto o circuito estiver saturado,

pois quando as curvas  $y_d$  e  $y$  encontram-se,  $x$  está se afastando do ponto mínimo, logo,  $y_d$  reconhece o ponto de encontro das curvas como o valor de mínimo a ser guardado. Neste caso o circuito permanecerá saturado em  $x = 0.77$  (o que implica que  $y = (0.77)^2$ ) e a otimização não ocorre, pois o ponto mínimo  $x^* = 0$  não é atingido.

### 3.3 Circuito Auxiliar para Evitar a Saturação

Para evitar que o integrador 2, saída  $x$ , entre em uma região de saturação, foi proposto um circuito que inverte a direção de procura do ponto mínimo,  $x^*$ , antes da saturação. Ou seja, se o valor da entrada  $x(t)$  estiver saturado inicialmente ou caminhando para a saturação, o circuito auxiliar atuará fazendo com que seja somada uma constante  $k$  ao erro. Esta constante fará com que  $\dot{x}$  passe de um valor positivo para um valor negativo ou vice-versa e o circuito inverte o sentido da busca evitando a saturação. A Figura 3.2 mostra este circuito auxiliar, que quando acoplado ao anterior evita que o integrador 2 entre na região de saturação.

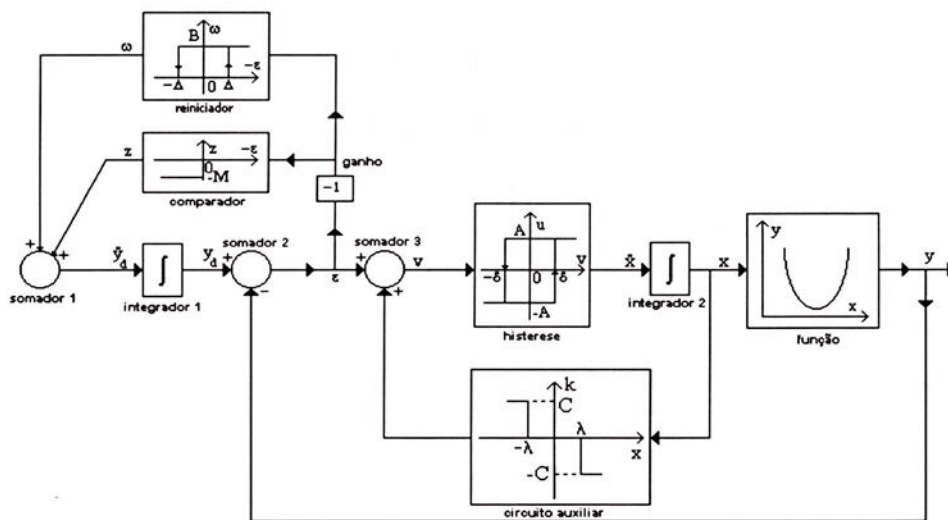


Figura 3.2: Diagrama do otimizador proposto com circuito auxiliar.

Um diagrama de blocos para o circuito auxiliar é mostrado na Figura 3.3. Seu sinal de entrada é  $x$  e sua saída é  $k$ , de forma que  $v = k + \epsilon$ . Há três valores possíveis para o

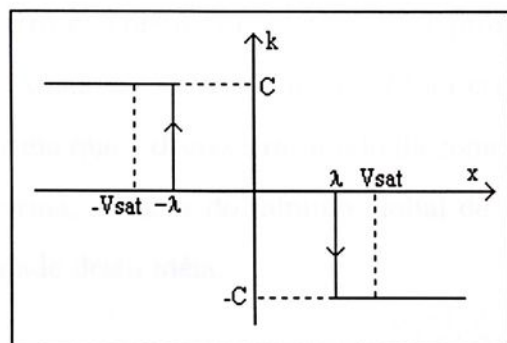


Figura 3.3: Circuito auxiliar para evitar saturação.

relé com zona morta:  $+C$ ,  $0$  e  $-C$ , sendo que  $C$  é estabelecido de modo que

$$C \geq |\varepsilon| + \delta. \quad (3.3)$$

Considerando que  $\pm V_{sat}$  corresponde aos pontos de saturação do integrador, a constante  $\lambda$  será especificada como:

$$\lambda = \gamma V_{sat}, \quad (3.4)$$

e  $0 < \gamma < 1$ , ou seja,

$$\begin{aligned} (1 - \gamma)V_{sat} &> 0, \\ V_{sat} - \gamma V_{sat} &> 0, \\ V_{sat} &> \gamma V_{sat}, \\ V_{sat} &> \lambda. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Normalmente o valor de  $\lambda$  deve ser próximo a  $V_{sat}$ , caso contrário a faixa de operação do otimizador pode ficar muito pequena.

Como hipótese suponha que o circuito está operando em um instante  $t$  qualquer, com  $x(0) > 0$  e  $\dot{x} = A$ .

Adote, por exemplo,  $\lambda = 0.9V_{sat}$  e  $C = 100$  satisfazendo (3.3).

Pela Figura 3.2, enquanto o integrador 2 não chegar em  $0.9V_{sat}$ , isto é  $x < 0.9V_{sat} = \lambda$ , o circuito trabalhará como se o auxiliar não existisse, pois quando passar por ele sempre

somará o valor  $k = 0$  ao erro  $\varepsilon$ . Porém, quando  $x$  estiver próximo da saturação, ou seja,  $x = 0.9V_{sat}$ , o circuito auxiliar vai atuar e somar  $-C$  ao erro, o que fará  $v < -\delta$  que implica em  $\dot{x} = -A$ , de forma que  $x$  decrescerá saindo da zona de saturação, evitando que o circuito trave. Desta forma, a busca do mínimo global de  $f(x)$  continua. O próximo exemplo mostra a viabilidade desta idéia.

*Exemplo 3:* Considere o problema de otimização descrito no Exemplo 2, porém utilizando o circuito auxiliar, Figura 3.2. A Figura 3.4 mostra o resultado da simulação no SIMULINK. A função a ser minimizada é  $f(x) = x^2$ . A tabela a seguir mostra os parâmetros de projeto do circuito.

Tabela 3.1: Parâmetros do otimizador do Exemplo 3.

A	10
B	500
M	100
C	100
$V_{sat}$	0.77
$\gamma$	0.9
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

Sendo  $A$  estimado de modo a rejeitar possíveis distúrbios no sistema e  $\Delta > \delta$ . Os parâmetros  $B$ ,  $M$ ,  $C$  e  $\gamma$  são determinados como segue:

De (2.14),

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L$$

$$|2x| \leq L,$$

sendo  $x \in [-V_{sat}, V_{sat}]$  tem-se

$$L \geq |1.54|.$$

somará o valor  $k = 0$  ao erro  $\varepsilon$ . Porém, quando  $x$  estiver próximo da saturação, ou seja,  $x = 0.9V_{sat}$ , o circuito auxiliar vai atuar e somar  $-C$  ao erro, o que fará  $v < -\delta$  que implica em  $\dot{x} = -A$ , de forma que  $x$  decrescerá saindo da zona de saturação, evitando que o circuito trave. Desta forma, a busca do mínimo global de  $f(x)$  continua. O próximo exemplo mostra a viabilidade desta idéia.

*Exemplo 3:* Considere o problema de otimização descrito no Exemplo 2, porém utilizando o circuito auxiliar, Figura 3.2. A Figura 3.4 mostra o resultado da simulação no SIMULINK. A função a ser minimizada é  $f(x) = x^2$ . A tabela a seguir mostra os parâmetros de projeto do circuito.

Tabela 3.1: Parâmetros do otimizador do Exemplo 3.

A	10
B	500
M	100
C	100
$V_{sat}$	0.77
$\gamma$	0.9
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

Sendo  $A$  estimado de modo a rejeitar possíveis distúrbios no sistema e  $\Delta > \delta$ . Os parâmetros  $B$ ,  $M$ ,  $C$  e  $\gamma$  são determinados como segue:

De (2.14),

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L$$

$$|2x| \leq L,$$

sendo  $x \in [-V_{sat}, V_{sat}]$  tem-se

$$L \geq |1.54|.$$

De (2.18),

$$|\dot{y}(t)| = \left| \frac{df(x)}{dx} \dot{x}(t) \right| \leq LA < M$$

$$LA < M$$

$$M > 1.54A.$$

Fazendo  $A = 10$  obtém-se

$$M > 15.4.$$

De (2.21),

$$B > 2M$$

$$B > 30.8.$$

De (3.3),

$$C \geq |\varepsilon| + \delta.$$

O valor do erro no pior caso será  $|\varepsilon| = 2V_{sat}$ , logo,

$$C \geq |1.64|.$$

De (3.4),

$$\lambda = \gamma V_{sat}$$

$$\lambda \simeq 0.693.$$

Observe que não ocorre o travamento apresentado no Exemplo 2 e que o otimizador funciona adequadamente.



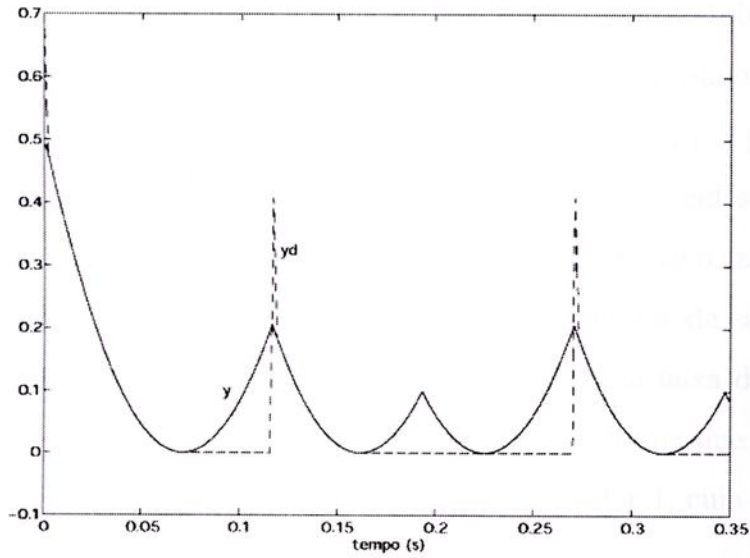


Figura 3.4: Curvas  $y_d$  e  $y$  para  $y_d(0) = x(0) = 0.7$ , com saturação em  $x(t) = \pm 0.77$ .

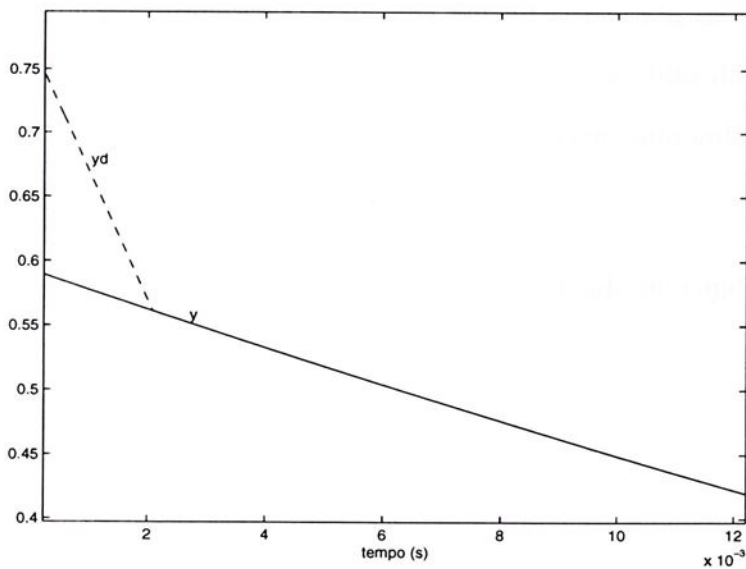


Figura 3.5: Ampliação do instante inicial para o caso anterior.

### 3.4 Condicionamento de Sinal

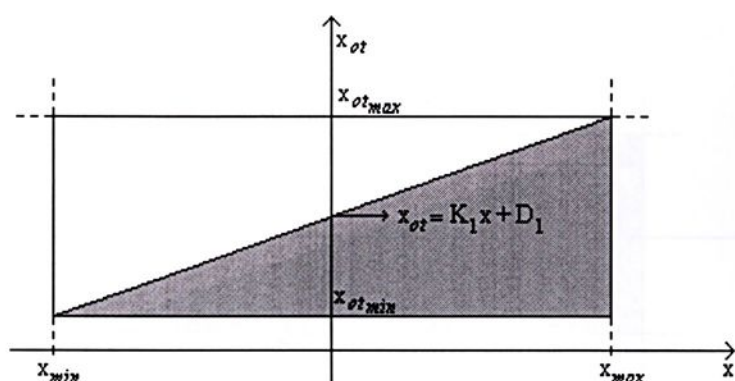
A função  $y_{ot} = f_o(x_{ot})$  é desconhecida podendo ser diferente para problemas distintos e sua faixa de operação varia de acordo com a finalidade do sistema. Suponha que se deseja obter  $x_{ot}$  tal que  $y_{ot} = f_o(x_{ot})$  seja mínima, sendo que a entrada  $x_{ot} \in [x_{ot_{min}}, x_{ot_{max}}]$  e a saída  $y_{ot} \in [y_{ot_{min}}, y_{ot_{max}}]$  e  $x_{ot_{min}}, x_{ot_{max}}, y_{ot_{min}}$  e  $y_{ot_{max}}$  são conhecidos. Sabe-se que no integrador 2 a saída está limitada aos valores de saturação, logo, se o valor de  $x$  desejado na entrada da função for diferente dos contidos entre os limites de saturação, deve-se fazer um condicionamento do sinal para que a entrada atue na faixa desejada. A saída da função também sofrerá um condicionamento de sinal, de forma que o valor de  $y$  seja mantido abaixo de  $y_{dsat}$ , o que evita a saturação do integrador 1, cuja saída é  $y_d$ , como será visto na próxima seção.

Ao acrescentar-se os condicionadores de sinais, a função  $y = f(x)$ , passará a ser a função do bloco contendo os condicionadores de sinais e  $f_o(x_{ot})$ .

Considere que  $x$  represente a saída do integrador 2 fornecida à entrada do condicionador de sinal 1. Esta entrada pode estar inicialmente saturada, o que significa que  $|x|=x_{sat}$ . No problema do Exemplo 2, com uma entrada saturada este circuito travaria, mas, com o uso do circuito auxiliar ocorrerá a inversão do sentido da busca, levando o sistema para fora da área de saturação, ou seja, mesmo com uma entrada saturada não ocorrerá o travamento do otimizador.

O gráfico da Figura 3.6 de  $x \times x_{ot}$  mostra a faixa de entrada no condicionador de sinal 1,  $x$ , pela faixa de entrada desejada pelo usuário,  $x_{ot}$ .

Como a finalidade de utilizar o condicionador de sinal é adequar a faixa de entrada a um problema específico, será feito um arranjo de modo que quando este se refere a  $x_{ot} = x_{ot_{min}}$ , tem-se  $x = x_{min}$ , que é o menor valor possível de saída do integrador 2, e quando se refere a  $x_{ot} = x_{ot_{max}}$  significa que  $x = x_{max}$ . Observe que cada ponto de  $x$  tem um equivalente em  $x_{ot}$ , e unindo estes pontos chega-se à equação de uma reta.

Figura 3.6: Gráfico de  $x \times x_{ot}$ .

$$x_{ot} = K_1 x + D_1.$$

A Figura 3.8 ilustra o bloco do condicionador de sinal (CS1) descrito acima.

Pode-se repetir esta análise para  $y$  projetando o condicionador de sinal 2, veja a Figura 3.8, para que não haja saturação em  $y_d$ . A diferença agora é que no lugar da condição  $y \in [-y_{dsat}, y_{dsat}]$  será considerado que  $y \in [-y_{dsat} + \Delta, y_{dsat} - \Delta]$ . Estes novos limites evitarão problemas com a saturação de  $y_d$ , como será provado na próxima seção. Como o valor de saturação dos integradores é fixo e  $\Delta$  é um parâmetro de projeto também fixo, então, deve-se variar  $y$  de forma a evitar o travamento em  $y_d$ . A Figura 3.7 mostra o gráfico de  $y_{ot} \times y$  que representa a saída desejada pela saída apropriada para o circuito, sendo que  $y_{max} < y_{dsat} - \Delta$ .

Observe que para todo  $y_{ot}$  há um correspondente em  $y$ , e que  $y_{ot} = y_{ot_{min}}$  corresponde a  $y = -y_{min}$  e  $y_{ot} = y_{ot_{max}}$  corresponde a  $y = y_{max}$ . Unindo estes pontos obtém-se novamente a equação de uma reta, porém em relação a saída,

$$y = K_2 y_{ot} + D_2.$$

As equações de  $x_{ot}$  e  $y$  irão determinar os valores dos componentes dos condicionadores de sinais. Estes condicionadores são montados através da inserção de ganhos e tensões,

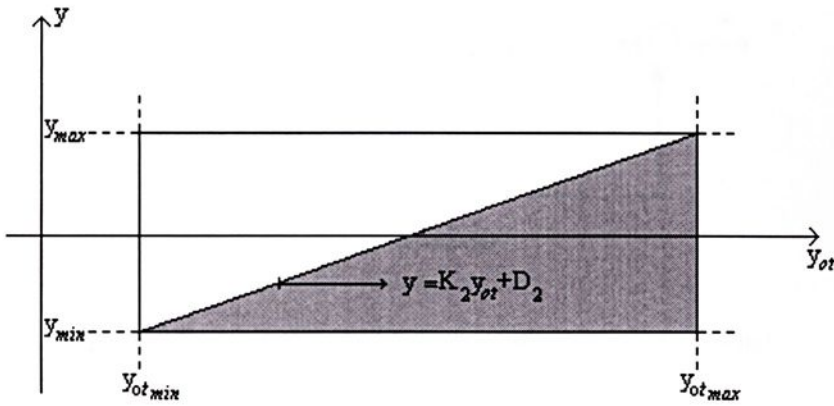


Figura 3.7: Gráfico de  $y_{ot} \times y$ .

os quais são determinados de acordo com a finalidade do circuito. A Figura 3.8 mostra o circuito com condicionamento de sinal e a Figura 3.9 mostra a estrutura dos blocos de condicionamento de sinal.

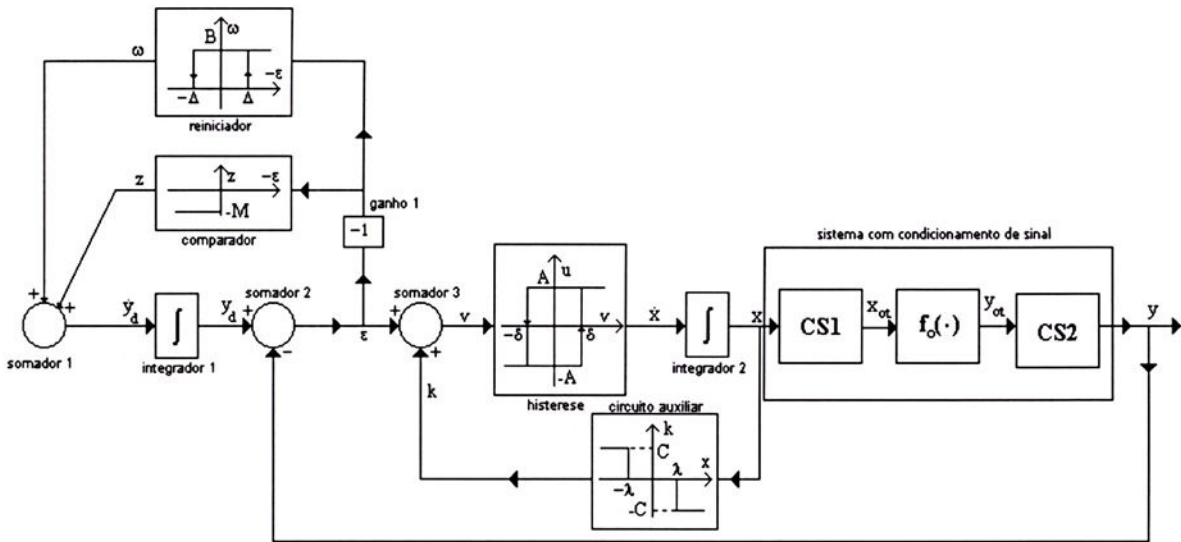


Figura 3.8: Circuito com condicionamento de sinal.

Os valores de  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $K_1$ , e  $K_2$  variam de acordo com a entrada,  $x_{ot}$ , e a saída,  $y_{ot}$ , desejadas. Do circuito da Figura 3.9 tem-se,

$$x_{ot} = K_1 x + D_1 \tag{3.6}$$

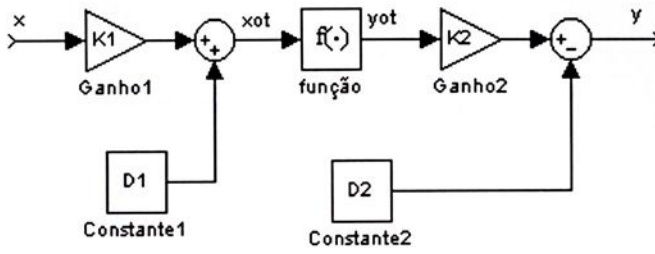


Figura 3.9: Estrutura do bloco de condicionamento de sinal.

e

$$y = K_2 y_{ot} + D_2, \tag{3.7}$$

sendo

$$\begin{aligned} x_{ot} &\in [x_{ot_{min}}, x_{ot_{max}}], \\ x &\in [x_{min}, x_{max}], \\ y_{ot} &\in [y_{ot_{min}}, y_{ot_{max}}], \\ y &\in [y_{min}, y_{max}]. \end{aligned}$$

Defina

$$\begin{aligned} \alpha_i &\in [0, 1], \\ \sum \alpha_i &= 1, \\ \alpha_1 + \alpha_2 &= 1, \\ \alpha_2 &= 1 - \alpha_1. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Então, para o condicionador de sinal 1, tem-se,

$$x_{ot} = \alpha_1 x_{ot_{min}} + \alpha_2 x_{ot_{max}}. \tag{3.9}$$

$$x = \alpha_1 x_{min} + \alpha_2 x_{max}. \tag{3.10}$$

Das equações (3.8) e (3.10),

$$\begin{aligned} x &= \alpha_1 x_{min} + (1 - \alpha_1) x_{max} \\ &= \alpha_1 (x_{min} - x_{max}) + x_{max}. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Das equações (3.8) e (3.9),

$$\begin{aligned}x_{ot} &= \alpha_1 x_{ot_{min}} + (1 - \alpha_1)x_{ot_{max}} \\ &= \alpha_1(x_{ot_{min}} - x_{ot_{max}}) + x_{ot_{max}},\end{aligned}\quad (3.12)$$

então,

$$\alpha_1 = \frac{x_{ot_{max}} - x_{ot}}{x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}}}. \quad (3.13)$$

Das equações (3.11) e (3.13),

$$\begin{aligned}x &= \alpha_1(x_{min} - x_{max}) + x_{max} \\ &= \left[ \frac{x_{ot_{max}} - x_{ot}}{x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}}} \right] (x_{min} - x_{max}) + x_{max} \\ &= \frac{x_{ot_{max}}x_{min} - x_{max}x_{ot_{min}} + x_{ot}(x_{max} - x_{min})}{x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}}}\end{aligned}\quad (3.14)$$

e

$$x_{ot} = \frac{x(x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}}) - x_{ot_{max}}x_{min} + x_{max}x_{ot_{min}}}{x_{max} - x_{min}}. \quad (3.15)$$

Note que devido ao circuito auxiliar, a faixa de procura do ponto mínimo estará restrita ao intervalo  $[-\lambda, \lambda]$ , logo, os cálculos do condicionador de sinais 1, para  $x_{ot}$ , devem ser feitos em relação ao intervalo  $[-\lambda, \lambda]$ . Portanto, para este equacionamento pode-se considerar que  $x_{min} = -\lambda$  e  $x_{max} = \lambda$ .

assim

$$x_{ot} = \frac{(x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}})}{2\lambda}x + \frac{x_{ot_{max}} + x_{ot_{min}}}{2}. \quad (3.16)$$

Comparando as equações (3.6) com (3.16) obtém-se

$$K_1x + D_1 = \frac{(x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}})}{2\lambda}x + \frac{x_{ot_{max}} + x_{ot_{min}}}{2},$$

logo,

$$K_1 = \frac{x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}}}{2\lambda} \quad (3.17)$$

e

$$D_1 = \frac{x_{ot_{max}} + x_{ot_{min}}}{2}. \quad (3.18)$$

Para o Condicionador de Sinal 2, tem-se,

$$y_{ot} = \alpha_1 y_{ot_{min}} + \alpha_2 y_{ot_{max}}. \quad (3.19)$$

$$y = \alpha_1 y_{min} + \alpha_2 y_{max}. \quad (3.20)$$

Das equações (3.8) e (3.19),

$$\begin{aligned} y_{ot} &= \alpha_1 y_{ot_{min}} + (1 - \alpha_1) y_{ot_{max}} \\ &= \alpha_1 (y_{ot_{min}} - y_{ot_{max}}) + y_{ot_{max}}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

então,

$$\alpha_1 = \frac{y_{ot_{max}} - y_{ot}}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}. \quad (3.22)$$

Das equações (3.8) e (3.20),

$$\begin{aligned} y &= \alpha_1 y_{min} + (1 - \alpha_1) y_{max} \\ &= \alpha_1 (y_{min} - y_{max}) + y_{max}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Das equações (3.22) e (3.23),

$$\begin{aligned} y &= \alpha_1 (y_{min} - y_{max}) + y_{max} \\ &= \left[ \frac{y_{ot_{max}} - y_{ot}}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}} \right] (y_{min} - y_{max}) + y_{max} \\ &= \frac{y_{ot_{max}} y_{min} - y_{max} y_{ot_{min}} + y_{ot} (y_{max} - y_{min})}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Sendo que  $y_{max}$  e  $y_{min}$  são, respectivamente, o valor máximo e mínimo que a saída  $y$  pode atingir sem comprometer o funcionamento do circuito, e que estes pontos são simétricos, pode-se então dizer que  $|y_{max}| = |y_{min}|$ . Como visto anteriormente,  $y \in [-y_{dsat} + \Delta, y_{dsat} - \Delta]$ , então,  $y_{max} = y_{dsat} - \Delta$  e  $y_{min} = -y_{dsat} + \Delta$ . Para efeito de cálculo faça  $y_{max} = y'$  e  $y_{min} = -y'$ .

assim

$$y = \frac{2y'}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}} y_{ot} - \frac{y'(y_{ot_{max}} + y_{ot_{min}})}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}} \quad (3.25)$$

Comparando as equações (3.7) e (3.25) chega-se à

$$K_2 y_{ot} + D_2 = \frac{2y'}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}} y_{ot} - \frac{y'(y_{ot_{max}} + y_{ot_{min}})}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}, \quad (3.26)$$

logo,

$$K_2 = \frac{2y'}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}} \quad (3.27)$$

e

$$D_2 = -y' \frac{y_{ot_{max}} + y_{ot_{min}}}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}. \quad (3.28)$$

Note que quando é feito o condicionamento de sinais na entrada,  $x$ , que representa a saída do integrador 1, os extremos utilizados são  $\pm\lambda$ . Contudo, pode ocorrer de inicialmente o circuito estar saturado, de forma que o valor de  $x_{ot}$  será maior que o especificado pelo usuário. No intervalo em que isto ocorre, ou seja,  $[-\lambda, -x_{sat}]$  e  $[\lambda, x_{sat}]$ , não haverá a procura pelo ponto mínimo salvo quando o circuito já inicia saturado. Neste caso, a saída  $y_{ot}$  também será aumentada o que implica num maior intervalo de busca pelo otimizador. Para se determinar o valor de  $y_{ot}$ , é necessário que seja determinado o valor de  $\lambda$  e feito o condicionamento de sinais para a entrada  $x$ . Desta forma, pode-se determinar a faixa de atuação de  $y_{ot}$  e então fazer o condicionamento de sinal para se obter a saída  $y$ .

*Exemplo 4:* Suponha que se deseja uma entrada  $x_{ot} \in [x_{ot_{min}}, x_{ot_{max}}] = [-20, 30]$ , e a função a ser minimizada seja  $y_{ot} = f_o(x_{ot}) = x_{ot}^2$ . Os parâmetros de projeto são dados na

Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Parâmetros do otimizador do Exemplo 4.

A	10
B	500
M	100
C	100
$K_1$	35.71
$D_1$	5
$K_2$	1/926.35
$D_2$	-0.57
$V_{sat}$	0.77
$\gamma$	0.9
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

O primeiro passo a seguir neste caso, é determinar o valor de  $\lambda$ , que se possa fazer o condicionamento de sinais.

De (3.4),

$$\lambda = \gamma V_{sat}$$

$$\lambda \simeq 0.693.$$

Sabendo que  $x \in [-x_{sat}, x_{sat}] = [-0.77, 0.77]$  e  $y' = y_{dsat} - \Delta = 0.57$  e  $-y' = -y_{dsat} + \Delta = -0.57$  pode-se determinar os valores de  $K_1$ ,  $D_1$ ,  $K_2$  e  $D_2$  como segue:

De (3.17),

$$K_1 = \frac{x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}}}{2\lambda}$$

$$K_1 \simeq 35,71.$$



De (3.18),

$$D_1 = \frac{x_{ot_{max}} + x_{ot_{min}}}{2}$$

$$D_1 = 5.$$

De (3.27),

$$K_2 = \frac{2y'}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}$$

como a entrada pode estar saturada inicialmente, de (3.7),  $y_{ot} \in [0, 1056.04]$ , então,

$$K_2 \simeq 1/926.35.$$

De (3.28),

$$D_2 = -y' \frac{y_{ot_{max}} + y_{ot_{min}}}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}$$

$$D_2 = -0.57.$$

Sendo  $A$  estimado de modo a rejeitar possíveis distúrbios no sistema e  $\Delta > \delta$ . Os parâmetros  $B$ ,  $M$ ,  $C$  e  $\gamma$  são determinados como segue:

De (2.14),

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L$$

Das equações (3.31) - (3.38) observa-se que,

$$\frac{df(x)}{dx} = K_1 K_2 \frac{d}{dx_{ot}} f(x_{ot}),$$

sendo que

$$\frac{d}{dx_{ot}} f(x_{ot}) = 2x_{ot}.$$

Então,

$$|2K_1 K_2 x_{ot}| \leq L,$$

O valor desejado para os cálculos de  $B$  e  $M$  é o máximo valor do intervalo de  $x_{ot}$ , ou seja,  $x_{ot} = x_{ot_{max}}$ . Pela equação (3.6), para este caso, tem-se  $x_{ot} \simeq 32.5$ , que representa a

entrada  $x$  saturada positivamente. Logo,

$$L \geq |2.94|.$$

De (2.18),

$$|\dot{y}(t)| = \left| \frac{df(x)}{dx} \dot{x}(t) \right| \leq LA < M$$

$$LA < M$$

$$M > 2.94A.$$

Fazendo  $A = 10$  obtém-se

$$M > 29.4.$$

De (2.21),

$$B > 2M$$

$$B > 58.8.$$

De (3.3),

$$C \geq |\varepsilon| + \delta.$$

O valor do erro no pior caso será  $|\varepsilon| = 2V_{sat}$ , logo,

$$C \geq |1.64|.$$

A Figura 3.10 mostra as curvas  $y$  e  $y_d$  para este caso, sendo que as condições iniciais são  $x(0) = -0.5$  e  $y_d(0) = -0.1$ .

Note que o valor mínimo obtido na Figura 3.10 para  $y$  foi  $-0.57$ , o que corresponde ao valor mínimo de  $y_{ot} = 0$ , pois  $D_2 = -0.57$ .

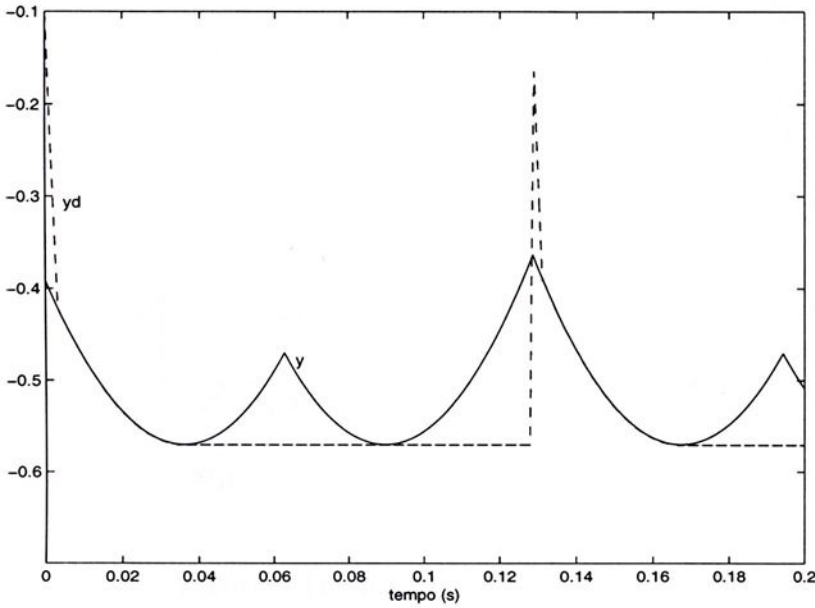


Figura 3.10: Curvas  $y_d$  e  $y$  para o otimizador com condicionadores de sinais do Exemplo 4.

Observe que devido aos condicionadores de sinais a curva foi reescalada e transladada, em  $x$  e em  $y$ .

Um problema que pode ocorrer ao se utilizar os condicionadores de sinais é quando o ponto mínimo não se encontra no intervalo em que a procura está sendo efetuada. Neste caso,  $x$  irá rastrear o ponto mínimo até o mínimo do intervalo, neste ponto o circuito auxiliar força o otimizador a mudar o sentido da busca, então,  $x$  passará a se mover para fora do ponto mínimo, até que  $\varepsilon = -\delta$ , o sentido da busca é mudado novamente e o ciclo se repete. A Figura 3.11 mostra a trajetória da rede para este caso.

Assumindo que inicialmente  $\varepsilon = 0$ ,  $\omega = 0$  e  $u = A$ , então, desde que  $\dot{x} = u$ , para  $t > t_0 = 0$ ,  $x$  estará se movendo para fora do ponto mínimo,  $x^*$ . A saída do detector de pico mínimo,  $y_d$ , será constante, pois  $\dot{y}_d = 0$ . Como resposta, o erro  $\varepsilon = y_d - y$  se tornará negativo e decrescerá até o momento em que o tempo  $t_1$  alcance o valor  $\varepsilon = -\delta$ . Isto fará com que  $u$  vá de  $A$  para  $-A$  e  $t > t_1$ , de modo que  $x$  começará a mover-se em direção a  $x^*$  e o valor de  $y = f(x)$  irá decrescer. Uma vez que  $\varepsilon = 0$  é alcançado, o sinal de saída do detector de pico mínimo muda seu valor para  $y_d = y(x(t))$  para seguir a trajetória  $y(x(t))$ . A saída do detector de pico mínimo rastreará  $y$  até que  $x$  seja igual a  $x^*$  no instante  $t_2$ . Neste instante o circuito auxiliar força o sistema a mudar a direção da busca, e  $u$  vai de

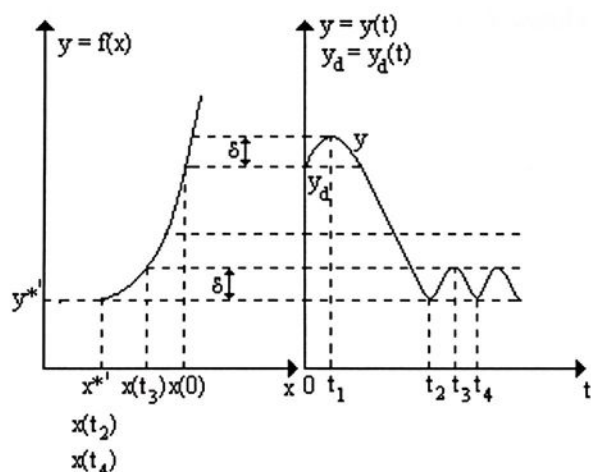


Figura 3.11: Trajetória típica da rede.

—A para  $A$ ,  $x$  estará se movendo para fora do ponto mínimo,  $x^*$ , e  $y_d$  é constante. Logo, o erro se tornará negativo e decrescerá até o instante  $t_3$ , quando  $\varepsilon = -\delta$ . Isto fará com que  $u$  vá de  $A$  para  $-A$ , o erro diminui até  $\varepsilon = 0$  no instante  $t_4$  e o circuito auxiliar força o sistema a mudar a direção de busca. Observe que isto é exatamente o que ocorreu no instante  $t_2$ , portanto, as oscilações em torno do valor mínimo,  $y^*$ , serão agora repetidas com seu período em  $t_4 - t_2$ .

*Exemplo 5:* Considere o problema do Exemplo 4, porém agora a entrada desejada é dada por  $x_{ot} \in [20, 30]$ . Os parâmetros de projeto estão mostrados na Tabela 3.3

O primeiro passo a seguir neste caso, é determinar o valor de  $\lambda$ , que se possa fazer o condicionamento de sinais.

De (3.4),

$$\lambda = \gamma V_{sat}$$

$$\lambda \simeq 0.693.$$

Tabela 3.3: Parâmetros do otimizador do Exemplo 5.

A	10
B	500
M	100
C	100
$K_1$	7.14
$D_1$	25
$K_2$	1/482.26
$D_2$	-1.36
$V_{sat}$	0.77
$\gamma$	0.9
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

Sabendo que  $x \in [-x_{sat}, x_{sat}] = [-0.77, 0.77]$  e  $y' = y_{dsat} - \Delta = 0.57$  e  $-y' = -y_{dsat} + \Delta = -0.57$  pode-se determinar os valores de  $K_1$ ,  $D_1$ ,  $K_2$  e  $D_2$  como segue:

De (3.17),

$$K_1 = \frac{x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}}}{2\lambda}$$

$$K_1 \simeq 7.14.$$

De (3.18),

$$D_1 = \frac{x_{ot_{max}} + x_{ot_{min}}}{2}$$

$$D_1 = 25.$$

De (3.27),

$$K_2 = \frac{2y'}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}$$

como a entrada pode estar saturada inicialmente, de (3.7),  $y_{ot} \in [380.34, 930.12]$ , então,

$$K_2 \simeq 1/482.26.$$

De (3.28),

$$D_2 = -y' \frac{y_{ot_{max}} + y_{ot_{min}}}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}$$

$$D_2 = -1.36.$$

Sendo  $A$  estimado de modo a rejeitar possíveis distúrbios no sistema e  $\Delta > \delta$ . Os parâmetros  $B$ ,  $M$ ,  $C$  e  $\gamma$  são determinados como segue:

De (2.14),

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L$$

Das equações (3.31) - (3.38) observa-se que,

$$\frac{df(x)}{dx} = K_1 K_2 \frac{d}{dx_{ot}} f(x_{ot}),$$

sendo que

$$\frac{d}{dx_{ot}} f(x_{ot}) = 2x_{ot}.$$

Então,

$$|2K_1 K_2 x_{ot}| \leq L,$$

O valor desejado para os cálculos de  $B$  e  $M$  é o máximo valor do intervalo de  $x_{ot}$ , ou seja,  $x_{ot} = x_{ot_{max}}$ . Pela equação (3.6), para este caso, tem-se  $x_{ot} \simeq 30.5$ , que representa a entrada  $x$  saturada positivamente. Logo,

$$L \geq |0.90|.$$

De (2.18),

$$|\dot{y}(t)| = \left| \frac{df(x)}{dx} \dot{x}(t) \right| \leq LA < M$$

$$LA < M$$

$$M > 0.90A.$$

Fazendo  $A = 10$  obtém-se

$$M > 9.$$

De (2.21),

$$B > 2M$$

$$B > 18.$$

De (3.3),

$$C \geq |\varepsilon| + \delta.$$

O valor do erro no pior caso será  $|\varepsilon| = 2V_{sat}$ , logo,

$$C \geq |1.64|.$$

A Figura 3.12 mostra as curvas de  $y$  e  $y_d$  para este caso e a Figura 3.13 mostra o momento em que o circuito auxiliar força o erro a mudar de direção.

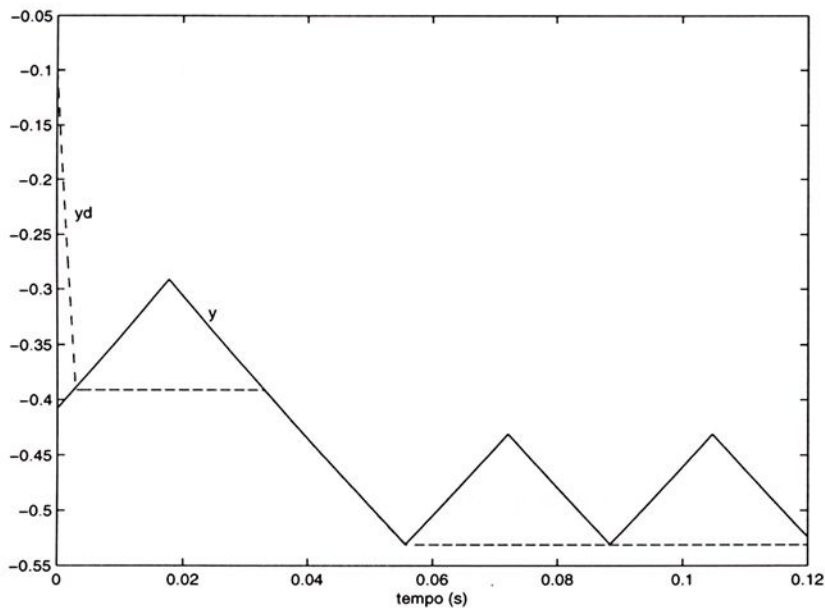


Figura 3.12: Curvas  $y_d$  e  $y$  para o otimizador do Exemplo 5.

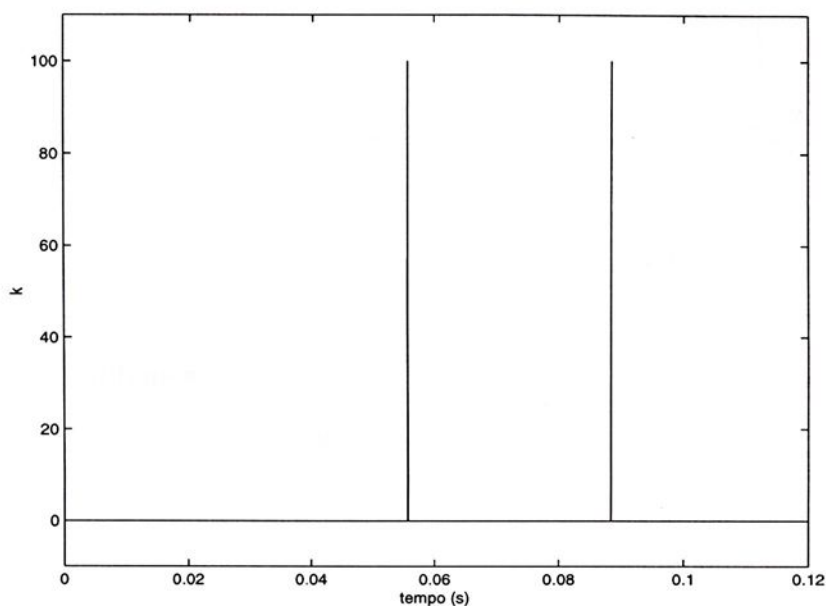


Figura 3.13: Curva  $k$  para o otimizador do Exemplo 5.

Para que o circuito com condicionadores de sinais seja viável, é necessário que este sistema obedeça a condição de possuir um único ponto mínimo no intervalo analisado, quando o sistema sem condicionamento também possuir um único mínimo.

*Proposição 1:* Seja a função  $f_o(x_{ot})$ , limitada e contínua no intervalo  $x_{ot} \in [x_{ot_{min}}, x_{ot_{max}}]$  com somente um ponto mínimo neste intervalo, de forma que neste ponto

$$\frac{df_o(x_{ot})}{dx_{ot}} = 0 \quad (3.29)$$

e

$$\frac{d^2 f_o(x_{ot})}{dx_{ot}^2} > 0. \quad (3.30)$$

Então o sistema com condicionamento de sinais descrito em (3.6) - (3.28) e nas Figuras 3.8 e 3.9 também apresenta um único mínimo.

*Prova:* Observe que depois do condicionamento de sinal a variável  $x$  é dada por (vide equação (3.6)):

$$x_{ot} = K_1x + D_1.$$

Logo,

$$x = \frac{x_{ot} - D_1}{K_1} \quad (3.31)$$

e da equação (3.7) obtém-se

$$y = K_2y_{ot} + D_2.$$

Como

$$\begin{aligned} y_{ot} &= f_o(x_{ot}) \\ &= f_o(K_1x + D_1), \end{aligned} \quad (3.32)$$

então,

$$\begin{aligned} y &= K_2f_o(x_{ot}) + D_2 \\ &= K_2f_o(K_1x + D_1) + D_2. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Derivando (3.33) com respeito a  $x$ ,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx}(D_2 + K_2f_o(K_1x + D_1)) \\ &= \frac{dD_2}{dx} + K_2\frac{d}{dx}f_o(K_1x + D_1), \end{aligned} \quad (3.34)$$

como

$$\frac{dD_2}{dx} = 0$$

e fazendo

$$K_1x + D_1 = v(x) = x_{ot}, \quad (3.35)$$

então,

$$\frac{dv}{dx} = K_1. \quad (3.36)$$

Pela regra da cadeia, obtém-se,

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= K_2 \frac{d}{dx} f(v(x)) \\ &= K_2 \frac{dv}{dx} \frac{d}{dv} f(v(x)) \\ &= K_1 K_2 \frac{d}{dv} f(v(x)).\end{aligned}\tag{3.37}$$

Como

$$\frac{d}{dv} f(v) = \frac{d}{dx_{ot}} f_o(x_{ot})\tag{3.38}$$

e da equação (3.29),

$$\frac{d}{dx_{ot}} f_o(x_{ot}) = 0,$$

então,

$$\frac{dy}{dx} = 0\tag{3.39}$$

ocorre apenas em um ponto  $x_{ot} = x_{ot}^*$  e de (3.35), este ponto equivale a  $x = x^* = (x_{ot}^* - D_1)/K_1$ . Logo,  $dy/dx$  tem somente um ponto crítico no intervalo.

Para saber se este ponto é máximo ou mínimo deve-se observar a derivada segunda da equação (3.33).

$$\begin{aligned}\frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{d}{dx} \left( K_1 K_2 \frac{d}{dv} f(v(x)) \right) \\ &= K_1 K_2 \frac{d}{dx} \frac{d}{dv} f(v(x)).\end{aligned}\tag{3.40}$$

Reorganizando tem-se

$$\frac{d^2y}{dx^2} = K_1 K_2 \frac{d}{dv} \frac{d}{dx} f(v(x)).\tag{3.41}$$

Pela regra da cadeia,

$$\begin{aligned}\frac{d^2y}{dx^2} &= K_1K_2\frac{d}{dv}\left(\frac{dv}{dx}\frac{d}{dv}f(v(x))\right) \\ &= K_1K_2\frac{d}{dv}\left(K_1\frac{d}{dv}f(v(x))\right) \\ &= K_1^2K_2\frac{d^2}{dv^2}f(v(x)).\end{aligned}\tag{3.42}$$

Portanto, da equação (3.38),

$$\frac{d^2y}{dx^2} = K_1^2K_2\frac{d^2f_o(x_{ot})}{dx_{ot}^2}.\tag{3.43}$$

Para ponto mínimo é suficiente que

$$\frac{d^2y}{dx^2} > 0.\tag{3.44}$$

*Observação 1:* O ponto pode ser mínimo em alguns casos quando  $d^2y/dx^2 = 0$ .

Da equação (3.30),

$$\frac{d^2}{dx_{ot}^2}f_o(x_{ot}) > 0.$$

De (3.17), o termo  $K_1^2 > 0$ .

Então deve-se analisar o termo  $K_2$ . De (3.27)

$$K_2 = \frac{2y'}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}},$$

$y > 0$  e como  $y_{ot_{max}}$  é sempre maior que  $y_{ot_{min}}$  e  $y'$  é positivo,  $K_2 > 0$ . Portanto,  $d^2y/dx^2 > 0$  e é um ponto mínimo.

Desta forma, conclui-se que a adição dos dois condicionadores de sinais não alterará a natureza do problema original em termos da existência de um único mínimo global no intervalo considerado.

A Figura 3.14 mostra a curva de  $x_{ot} \times y_{ot}$  e a Figura 3.15 mostra a curva de  $x \times y$ , ambas para o circuito da Figura 3.8.

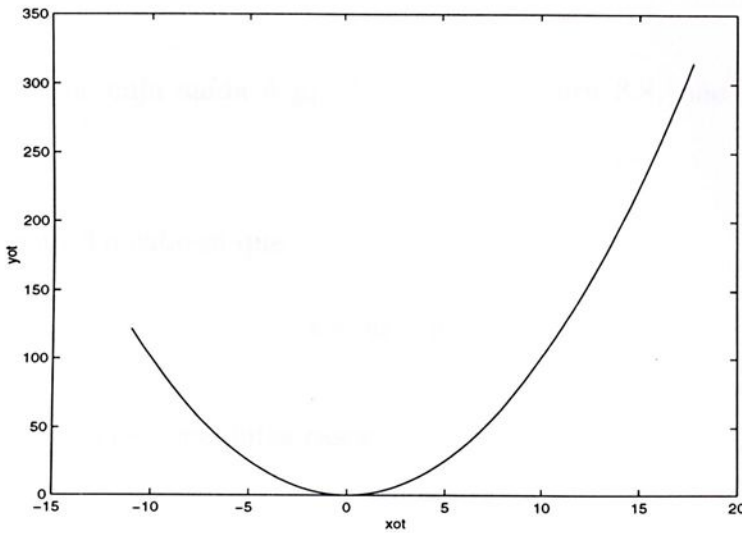


Figura 3.14: Curva de  $x_{ot} \times y_{ot}$ .

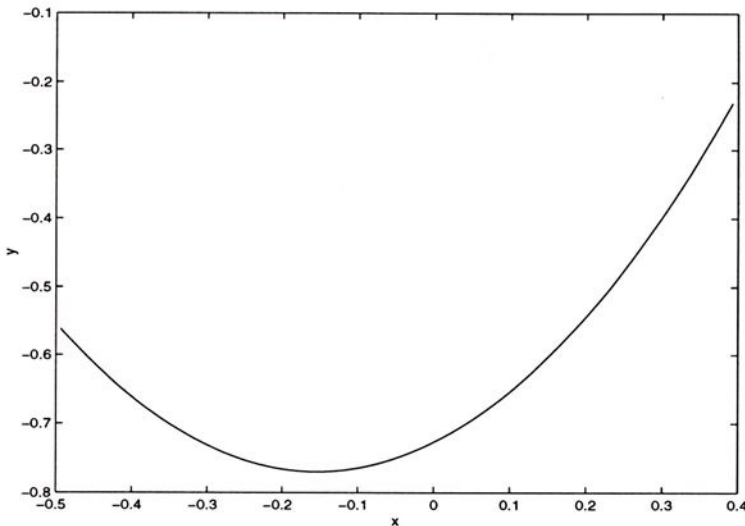


Figura 3.15: Curva de  $x \times y$ .

Ao passar pelos condicionadores de sinais a curva é transladada devido a atuação de  $D_1$  e  $D_2$ , e é reescalada devido aos ganhos  $K_1$  e  $K_2$ .

Feito o condicionamento de sinal os limites de  $y$  estão determinados, desta forma pode-se fazer uma análise do comportamento do integrador cuja saída é  $y_d$ , e verificar que mesmo entrando na saturação ele não irá travar.

*Proposição 2:* Suponha que o condicionador de sinal 2 foi projetado de modo que

$$\Delta - y_{dsat} < y < y_{dsat} - \Delta. \quad (3.45)$$

Então o integrador cuja saída é  $y_d$ , descrito na Figura 3.8, não ficará travado na saturação.

*Prova:* Da Figura 3.8 sabe-se que

$$\varepsilon = y_d - y. \quad (3.46)$$

Então, podem ocorrer os seguintes casos:

**Caso 1:  $y_d$  Saturado Negativamente ( $y_d = -y_{dsat}$ )**

Da equação (3.45) obtém-se

$$-y_{dsat} - y < -\Delta \quad (3.47)$$

e

$$y - y_{dsat} < -\Delta. \quad (3.48)$$

(i) Para  $y > 0$ :

Substituindo  $y_d = -y_{dsat}$  em (3.46) obtém-se

$$\varepsilon = -y_{dsat} - y,$$

da equação (3.47),

$$\varepsilon < -\Delta.$$

Logo,

$$-\varepsilon > \Delta.$$

A Figura 3.16 mostra o resultado de uma simulação digital do erro  $\varepsilon$  para esta situação.

*Observação 2:* As Figuras 3.16 a 3.29 mostram resultados de simulações do otimizador do Exemplo 4.

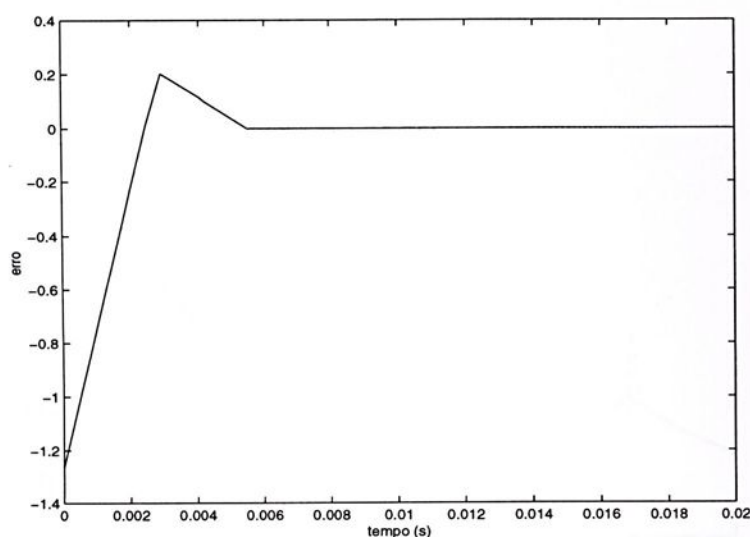


Figura 3.16: Curva do erro  $\varepsilon$  para  $y_d(0) = -y_{dsat}$  e  $y(0) > 0$ .

Para este caso, pela Figura 3.8,  $-\varepsilon > \Delta$ ,  $z = 0$ ,  $\omega = B$ . A Figura 3.17 mostra que o circuito será reiniciado continuando o processo descrito na Seção 2.3 (veja Figura 3.18). Observa-se que o sinal  $y_d$  não fica travado na saturação.

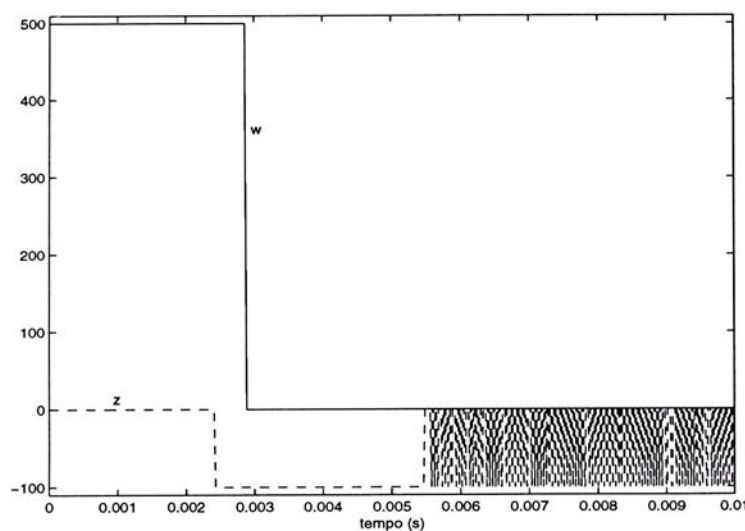


Figura 3.17: Curvas de  $\omega$  e  $z$  para  $-\varepsilon(0) > \Delta$  com  $y_d(0) = -y_{dsat}$  e  $y(0) > 0$ .

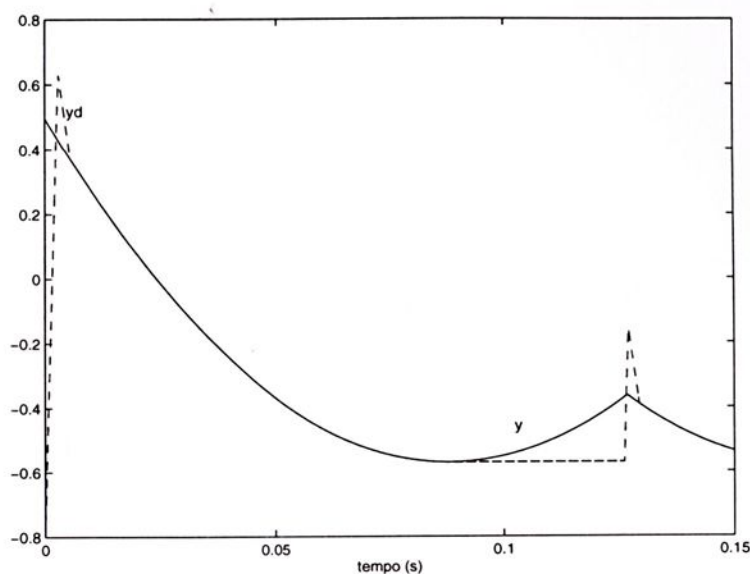


Figura 3.18: Curvas  $y_d$  e  $y$  para  $-\varepsilon(0) > \Delta$  com  $y_d(0) = -y_{dsat}$  e  $y(0) > 0$ .

(ii) Para  $y < 0$ :

Substituindo  $y_d = -y_{dsat}$  em (3.46) obtém-se

$$\varepsilon = -y_{dsat} + y,$$

da equação (3.48),

$$\varepsilon < -\Delta,$$

logo,

$$-\varepsilon > \Delta.$$

A Figura 3.19 mostra uma simulação do otimizador com o erro  $\varepsilon$  para esta situação.

Para este caso, como no anterior,  $z = 0$ ,  $\omega = B$ , como mostra a Figura 3.20, e o circuito será reiniciado, Figura 3.21.

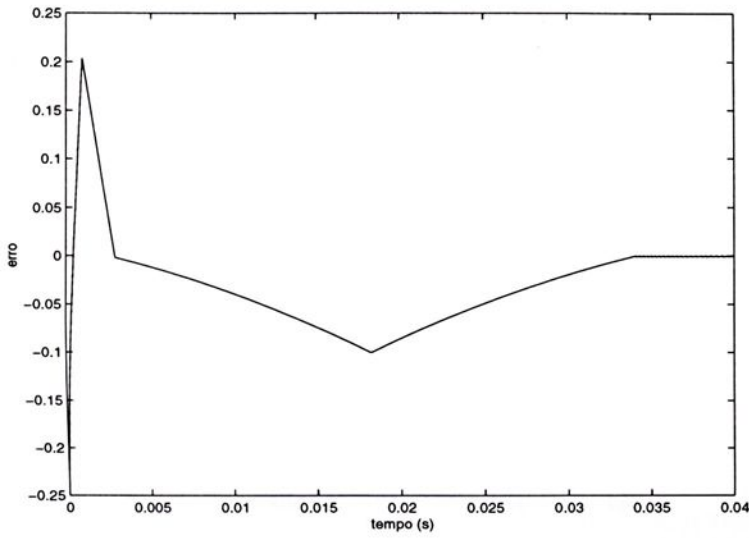


Figura 3.19: Curva do erro  $\varepsilon$  para  $y_d(0) = -y_{dsat}$  e  $y(0) < 0$ .

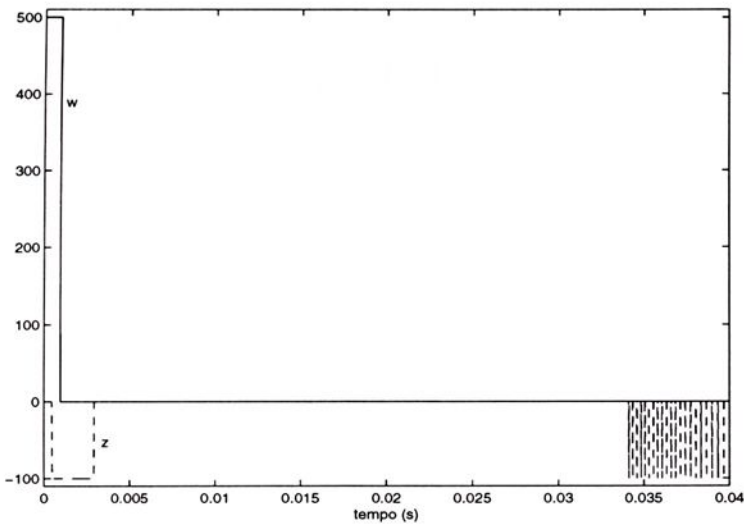


Figura 3.20: Curvas de  $\omega$  e  $z$  para  $-\varepsilon(0) > \Delta$  com  $y_d(0) = -y_{dsat}$  e  $y(0) < 0$ .

Observe que para o caso 1 tem-se

$$\frac{d}{dt}y_d^2 = y_d \cdot \dot{y}_d < 0, \tag{3.49}$$

pois  $y_d$  está saturado negativamente, logo,

$$y_d < 0$$

e

$$\dot{y}_d = z + \omega. \tag{3.50}$$

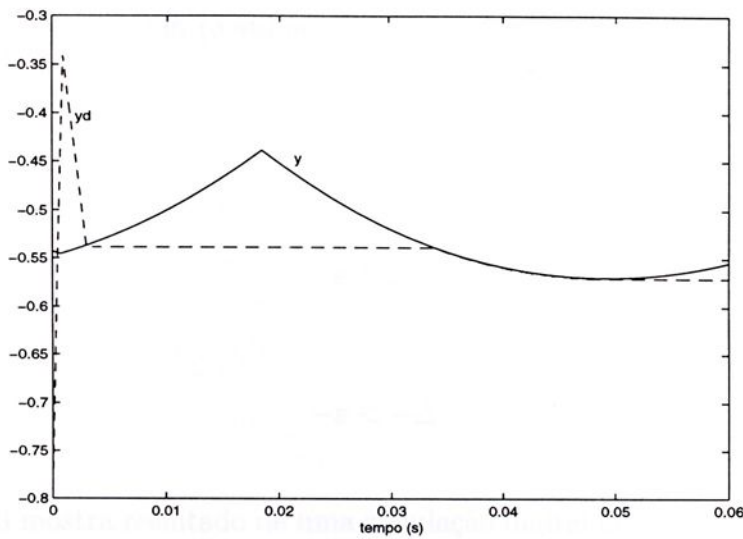


Figura 3.21: Curvas  $y_d$  e  $y$  para  $-\varepsilon(0) > \Delta$  com  $y_d(0) = -y_{dsat}$  e  $y(0) < 0$ .

Logo, como  $z = 0$  e  $\omega = B$

$$\dot{y}_d = B > 0.$$

Portanto (3.49) implica que  $|y_d|$  decresce com o tempo, como mostra a Figura 3.22.

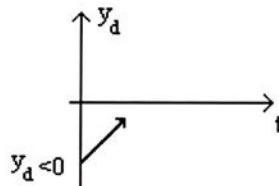


Figura 3.22: Trajetória de  $y_d$  inicialmente saturado negativamente.

**Caso 2:  $y_d$  Saturado Positivamente ( $y_d = y_{dsat}$ )**

Da equação (3.45) obtém-se,

$$\Delta < y_{dsat} - y \tag{3.51}$$

e

$$\Delta < y_{dsat} + y. \tag{3.52}$$

(i) Para  $y > 0$ :

Substituindo  $y_d = y_{dsat}$  em (3.46) obtém-se

$$\varepsilon = y_{dsat} - y,$$

e da equação (3.51),

$$\varepsilon > \Delta.$$

Logo,

$$-\varepsilon < -\Delta.$$

A Figura 3.23 mostra resultado de uma simulação digital do erro  $\varepsilon$  para esta situação.

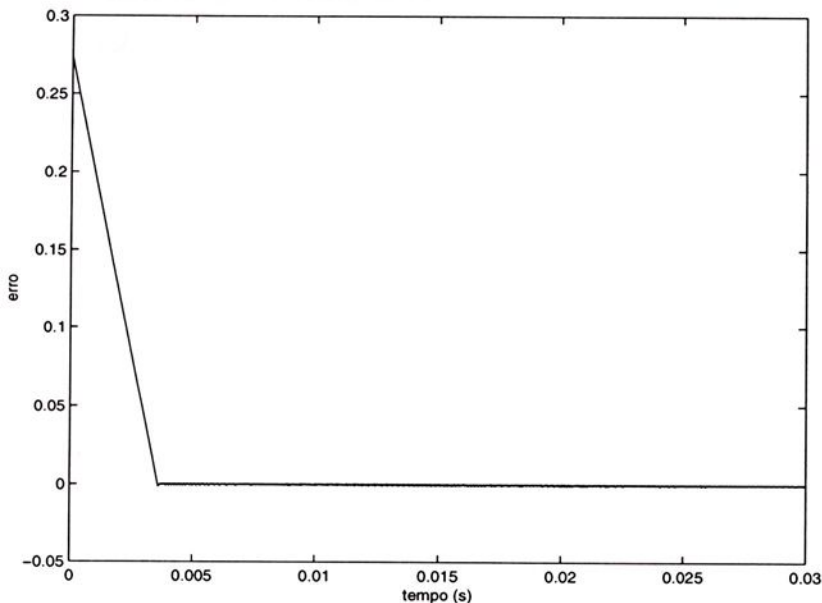


Figura 3.23: Curva do erro  $\varepsilon$  para  $y_d(0) = y_{dsat}$  e  $y(0) > 0$ .

Agora  $\omega = 0$  e  $z = -M$  (veja as Figuras 3.8 e 3.24), logo,  $\dot{y}_d = z + \omega < 0$ . Então  $y_d$  sairá da saturação (se estiver inicialmente saturado) e decrescerá até que  $y_d = y$ , como ilustra a Figura 3.25.

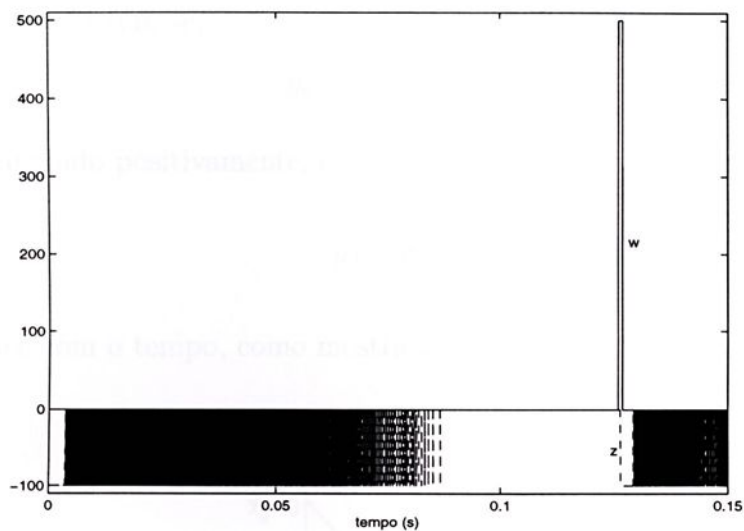


Figura 3.24: Curvas de  $\omega$  e  $z$  para  $-\varepsilon(0) < -\Delta$  com  $y_d(0) = y_{dsat}$  e  $y(0) > 0$ .

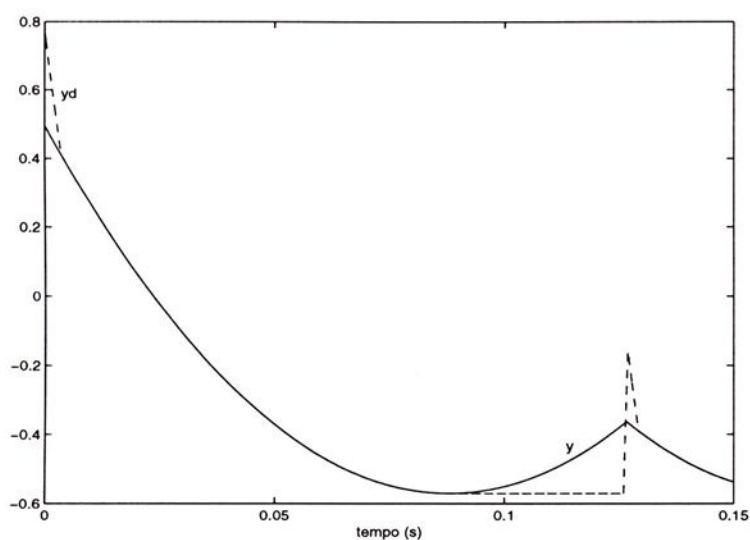


Figura 3.25: Curvas  $y_d$  e  $y$  para  $-\varepsilon(0) < -\Delta$  com  $y_d(0) = y_{dsat}$  e  $y(0) > 0$ .

Da equação (3.50),

$$\dot{y}_d = \omega + z$$

como  $\omega = 0$ , e  $z = -M$  tem-se,

$$\dot{y}_d = -M < 0$$

e como  $y_d$  está saturado positivamente, então,

$$y_d > 0.$$

Logo,  $|y_d|$  decresce com o tempo, como mostra a Figura 3.26.

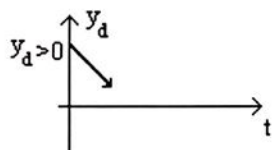


Figura 3.26: Trajetória de  $y_d$  inicialmente saturado positivamente.

(ii) Para  $y < 0$ :

Substituindo  $y_d = y_{dsat}$  em (3.46) obtém-se,

$$\varepsilon = y_{dsat} + y,$$

e da equação (3.52),

$$\varepsilon > \Delta.$$

Logo,

$$-\varepsilon < -\Delta.$$

A Figura 3.27 mostra uma simulação do otimizador com o erro  $\varepsilon$  para esta situação.

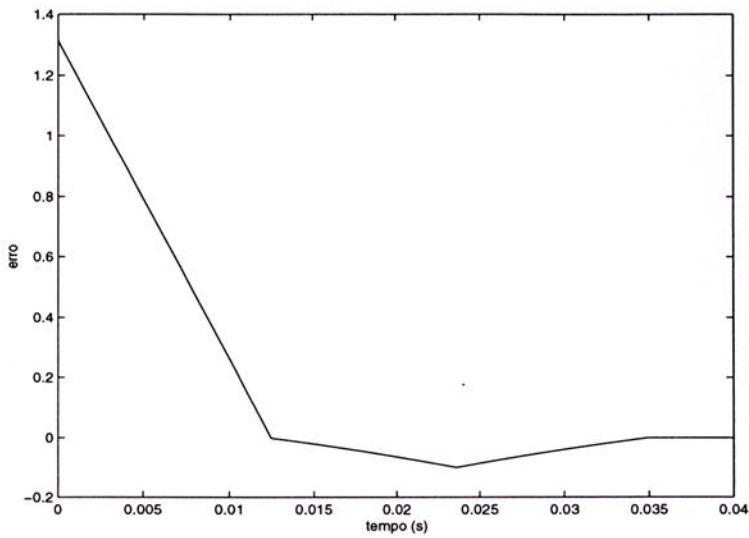


Figura 3.27: Curva do erro  $\varepsilon$  para  $y_d(0) = y_{dsat}$  e  $y(0) < 0$ .

Assim, como na situação anterior, observa-se que inicialmente  $\omega = 0$  e  $z = -M$  (veja Figura 3.28), então  $\dot{y}_d < 0$  e  $y_d$  sairá da saturação e decrescerá até que  $y_d = y$ , como mostra a Figura 3.29.

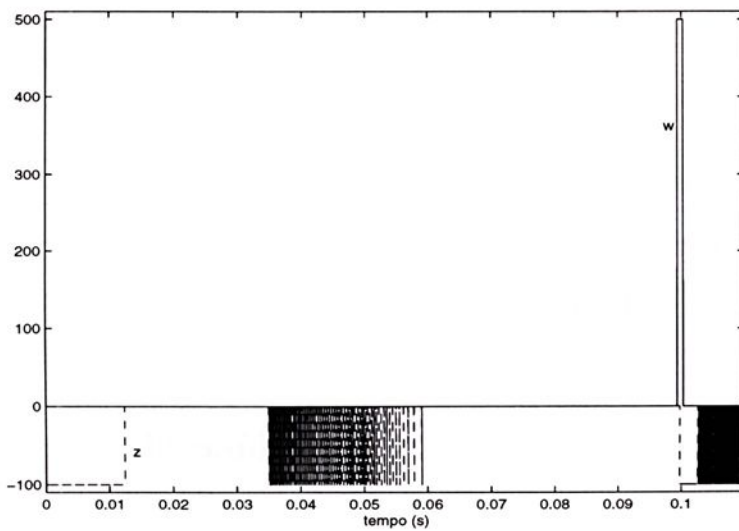


Figura 3.28: Curvas de  $\omega$  e  $z$  para  $-\varepsilon(0) < -\Delta$  com  $y_d(0) = y_{dsat}$  e  $y(0) < 0$ .

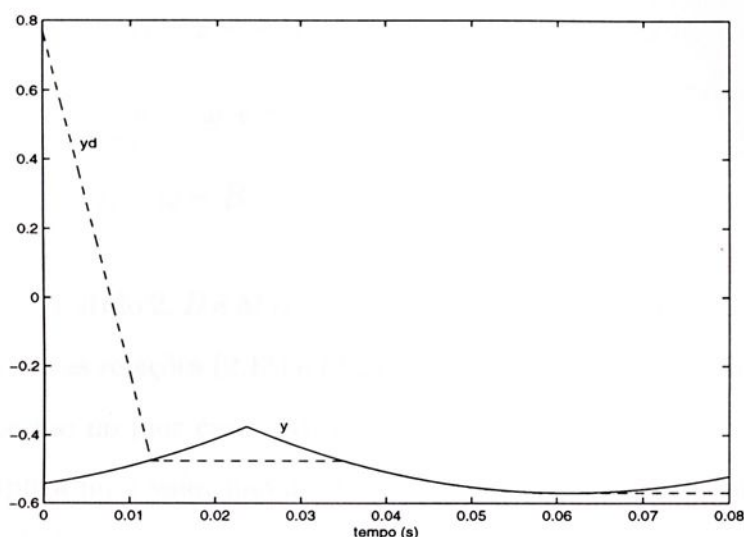


Figura 3.29: Curvas  $y_d$  e  $y$  para  $-\varepsilon(0) < -\Delta$  com  $y_d(0) = y_{dsat}$  e  $y(0) < 0$ .

*Observação 3:* Considere que estes gráficos não possuem a mesma escala, visto que sua função é visualizar o comportamento das curvas no instante em que se dá o início da busca do ponto mínimo.

## 3.5 Saturação nos Somadores

Na implementação eletrônica pode ocorrer também saturação nos somadores. Uma análise do circuito mostra que o problema de saturação destes componentes é facilmente solucionado, porém à custa de alterações no desempenho do circuito.

### 3.5.1 O Somador de Saída $\dot{y}_d$

O somador cuja saída é  $\dot{y}_d$  pode apresentar, de acordo com a Figura 3.8, quatro respostas diferentes, como segue.

Da equação (3.50) obtém-se as seguintes respostas:

1.  $\omega = 0, z = 0 \Rightarrow \dot{y}_d = 0$

2.  $\omega = 0, z = -M \Rightarrow \dot{y}_d = z = -M$
3.  $\omega = B, z = -M \Rightarrow \dot{y}_d = \omega + z = B - M$
4.  $\omega = B, z = 0 \Rightarrow \dot{y}_d = \omega = B$

Como visto no Capítulo 2,  $B$  e  $M$  são parâmetros de projeto e podem ter qualquer valor desde que obedecem as relações (2.18) e (2.21). Estes parâmetros podem ser manipulados de forma que, mesmo no pior caso, (4),  $\dot{y}_d$  não ultrapasse o valor de saturação do componente. Isto implica num valor não muito alto para  $B$  e  $M$  e, conseqüentemente, numa baixa velocidade de busca do ponto mínimo.

Outro modo de ver o problema é incorporar o somador ao circuito do integrador, implementando um integrador-somador. A figura a seguir mostra a representação eletrônica do mesmo.

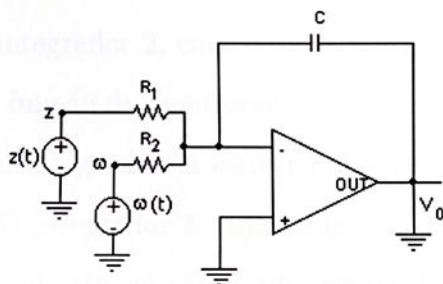


Figura 3.30: Integrador-somador.

Sendo que a equação que define o circuito é dada a seguir:

$$V_0 = - \int_0^t \left( \frac{z(t)}{CR_1} + \frac{\omega(t)}{CR_2} \right) dt. \quad (3.53)$$

### 3.5.2 O Somador de Saída $\varepsilon$

O somador cuja saída dá origem ao erro pode saturar sem comprometer o desempenho do otimizador. Note que quando o circuito auxiliar está atuando não ocorre o travamento

do otimizador, e o erro tende a sair da saturação. Quando o erro apresenta um valor que satura o somador pode-se ter as seguintes situações: se o somador estiver saturado negativamente, então  $\varepsilon < -\Delta$ , visto que  $\Delta$  é um valor pequeno, logo,  $-\varepsilon > \Delta$  e o circuito é reiniciado. Se o erro estiver saturado positivamente, então  $\varepsilon > \Delta$ , ou seja,  $-\varepsilon < -\Delta$ ,  $\omega = 0$  e  $z = -M$ , isto faz com que o erro  $\varepsilon$  vá a zero e  $y_d$  rastreie  $y$  até que  $x$  seja igual a  $x^*$ , como visto na Seção 2.3. Logo, desde que o valor de saturação do componente seja maior que  $\Delta$ , o otimizador terá seu funcionamento garantido mesmo com o somador momentaneamente saturado.

### 3.6 Conclusões

O otimizador proposto em [TZ98] apresenta problemas de saturação nos integradores e somadores. Foi observado que estes problemas apresentam soluções simples. Para o problema de saturação no integrador 2, cuja saída é  $x$ , Figura 3.8, basta acrescentar um circuito auxiliar, que tem a função de monitorar a entrada  $x$  de forma a não permitir que ocorra a saturação, ou, se o integrador já estiver inicialmente saturado, forçar  $|x|$  à um valor abaixo da saturação. O integrador 1, cuja saída é  $y_d$ , Figura 3.8, devido a estrutura do circuito, mesmo estando inicialmente saturado, ele tende a sair da saturação.

O problema de saturação do somador cuja saída é  $y_d$  é resolvido através da manipulação dos valores dos parâmetros  $B$  e  $M$ , o que pode tornar a velocidade de procura do ponto mínimo mais rápida ou mais lenta, de acordo com a tensão de saturação do componente utilizado, ou implementando o integrador 2 como um integrador-somador. O somador cuja saída é o erro não afeta o desempenho do otimizador mesmo estando saturado, pois para o erro saturado negativamente  $-\varepsilon > \Delta$  o circuito é reiniciado e para o erro saturado positivamente  $-\varepsilon < -\Delta$  tem-se  $\omega = 0$  e  $z = -M$ , o que leva o erro a zero, saindo assim da saturação. Quando o circuito auxiliar começa a atuar, o erro tende a sair da saturação.

Observa-se que o otimizador tem estrutura modular, pois foi acrescentado o circuito auxiliar para resolver o problema da saturação. Outro bloco acrescentado foi o que contém



os condicionadores de sinais, que permitem ao usuário trabalhar com as faixas de entrada e saída desejadas. Foi provado que a adição de condicionadores de sinais não altera a natureza do problema original em termos de existência de um único mínimo global.

Os modelos dos circuitos implementados no *software* Simulink e suas especificações estão apresentados no Apêndice A.

## Otimizadores Multidimensionais

Um otimizador multidimensional é aquele que trabalha com funções de valor escalar, dependendo de um vetor de parâmetros. Este tipo de otimização é realizado em um espaço de busca, no qual a função objetivo é avaliada em pontos discretos do algoritmo.

O algoritmo de otimização multidimensional é baseado no método de gradiente descendente, que utiliza um ponto inicial real para ser otimizado. Este ponto inicial é a coordenada inicial do ponto de partida.

O algoritmo de otimização multidimensional é baseado no método de gradiente descendente, que utiliza um ponto inicial real para ser otimizado. Este ponto inicial é a coordenada inicial do ponto de partida.

O algoritmo de otimização multidimensional é baseado no método de gradiente descendente, que utiliza um ponto inicial real para ser otimizado. Este ponto inicial é a coordenada inicial do ponto de partida.

## Capítulo 4

# Otimizadores Multidimensionais

Teixeira e Žak [TZ98] propuseram uma rede neural capaz de minimizar funções de valor real com várias variáveis sem o uso do gradiente de informação [TZ98]. Esta rede implementa, em tempo contínuo, o algoritmo de coordenada decrescente, no qual a função é minimizada ao longo de uma direção no tempo. Uma versão discreta do algoritmo de coordenada decrescente é descrita por Bertsekas [Ber95]. O algoritmo de coordenada decrescente pode ser resumido como segue. Dada uma função de valor real para ser minimizada  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e uma condição inicial  $x^{(0)} \in \mathbb{R}^n$ . Dada a  $i$ -ésima coordenada de  $x^{(k)}$ , então a  $i$ -ésima coordenada de  $x^{(k+1)}$  é calculada por

$$x_i^{(k+1)} = \underset{\xi \in \mathbb{R}}{\operatorname{argmin}} f(x_1^{(k+1)}, \dots, x_{i-1}^{(k+1)}, \xi, x_{i+1}^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}). \quad (4.1)$$

Será apresentado primeiro um otimizador de rede neural analógico bi-dimensional concebido em [TZ98]. Um diagrama de blocos desta rede é mostrado na Figura 4.1. Os parâmetros de projeto são  $\delta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  e  $\Delta > 0$  satisfazendo a relação

$$\delta_1 < \delta_2 < \delta_3 < \Delta. \quad (4.2)$$

Observe que a rede para minimizar funções objetivo de duas variáveis é obtida na forma da rede uni-dimensional, mostrada na Figura 2.4, simplesmente pela adição de elementos não lineares. Os blocos não lineares extras são caracterizados pelos parâmetros

de projeto  $\delta_2$  e  $\delta_3 > 0$  e o  $\delta$  do otimizador uni-dimensional original foi substituído por  $\delta_1 > 0$ .

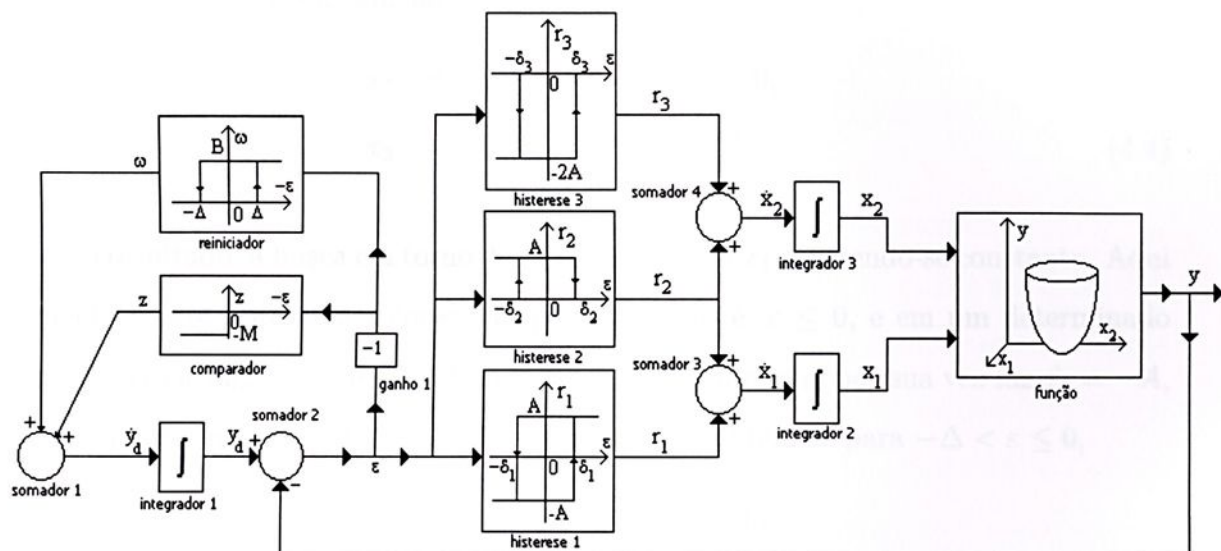


Figura 4.1: Diagrama do otimizador de rede neural bi-dimensional.

A seguir será descrita a operação da rede. Assuma que a função a ser minimizada,  $f = f(x_1, x_2)$ , seja convexa e que as funções  $f_{x_i}(x_{3-i})$ ,  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i = 1, 2$ , são unimodais quando cada uma das variáveis é constante. Assim, por exemplo, se  $x_1 = constante$ , então a função  $f_{x_1}(x_2)$  é unimodal como uma função de  $x_2$ , e vice-versa. Nesta análise supõe-se que

$$\varepsilon = 0, \omega = 0, r_1 = A, r_2 = r_3 = 0.$$

Para estas condições iniciais tem-se,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= r_1 + r_2 = A + 0 = A, \\ \dot{x}_2 &= r_2 + r_3 = 0. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Isto significa que  $x_2 = constante$ , e que se iniciará uma busca ao longo de  $x_1$ . O circuito completo operará como o otimizador uni-dimensional descrito anteriormente com

erro  $\varepsilon \leq 0$ . A trajetória tenderá a uma vizinhança do mínimo de  $f_{x_2}(x_1)$ . Então, quando  $\varepsilon = -\delta_2$ , como na Figura 2.5, o sinal  $r_2$  toma o valor de  $A$ . Isto por sua vez, trocará os valores de  $\dot{x}_1$  e  $\dot{x}_2$ . Especificamente

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= r_1 + r_2 = -A + A = 0, \\ \dot{x}_2 &= r_2 + r_3 = A + 0 = A. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Como resultado, a busca em torno de  $x_2$  se inicia, com  $x_1$  mantendo-se constante. Aqui novamente o erro apresenta valores não positivos, isto é,  $\varepsilon \leq 0$ , e em um determinado instante o erro atinge  $\varepsilon = -\delta_3$ , resultando em  $r_3 = -2A$ , o qual por sua vez faz  $\dot{x}_2 = -A$ , com  $\dot{x}_1 = 0$ . Em resumo, quando  $\varepsilon = -\delta_3$  é alcançado obtém-se para  $-\Delta < \varepsilon \leq 0$ ,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= r_1 + r_2 = -A + A = 0, \\ \dot{x}_2 &= r_2 + r_3 = A - 2A = -A. \end{aligned} \quad (4.5)$$

E, portanto, a vizinhança do mínimo da função  $f_{x_1}(x_2)$  é alcançada. Então como no caso uni-dimensional, em um determinado instante o erro será igual a  $-\Delta$ , ou seja,  $\varepsilon = -\Delta$ . O detector de pico mínimo será reiniciado. O sinal  $y_d$  se tornará maior que  $y$  por  $\Delta$ . Quase instantaneamente a trajetória do erro irá para zero. Neste instante obtém-se  $r_1 = A$  e  $r_2 = r_3 = 0$ , que é a condição inicial desta análise. O próximo ciclo se inicia.

Na análise acima usou-se um conjunto particular de condições iniciais. Agora serão analisadas as possíveis condições iniciais restantes. Se  $\varepsilon(t_0) > 0$  e  $\omega(t_0) = 0$ , então  $z = -M$ , e a saída do detector de pico é comparada com  $y$  quase instantaneamente, levando o erro  $\varepsilon$  à zero. Se, em outro caso,  $\varepsilon(t_0) \leq -\Delta$  ou  $-\Delta < \varepsilon < \Delta$  enquanto  $\omega(t_0) = B$ , o detector de pico mínimo é reiniciado, o erro  $\varepsilon$  vai a zero depois de um pequeno transiente, e  $\omega = 0$ . Os argumentos acima implicam que a rede se auto organiza em cada trajetória do erro na região

$$-\Delta < \varepsilon \leq 0, \omega = 0$$

independentemente das condições iniciais das variáveis da rede. Assim, o caso acima é o último a ser analisado. Primeiro mostra-se que a rede não pode travar fora de uma

vizinhança do mínimo, isto é, não ocorre uma situação em que  $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$ . De fato, referindo-se à Figura 4.1, a rede estará travada se e somente se

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= r_1 + r_2 = 0, \\ \dot{x}_2 &= r_2 + r_3 = 0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Para este caso ser válido deve-se ter  $r_1 = r_3$ . Entretanto, comparando o bloco não linear correspondente, que gera os sinais  $r_1$  e  $r_3$ , nota-se que  $r_1$  não pode ser igual a  $r_3$  mais de um intervalo de tempo. Os sinais  $r_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , podem ter somente dois valores correspondentes. Por exemplo,  $r_1$  pode ter seus valores somente no conjunto  $\{-A, A\}$ , isto é,  $r_1 = \pm A$  enquanto  $r_2$  tem seus valores no conjunto  $\{0, A\}$ . Portanto, a rede irá executar uma busca com valores de  $r_i$  do conjunto de oito combinações possíveis. Os sinais  $r_i$  determinam os valores de  $\dot{x}_1$  e  $\dot{x}_2$ . No início de uma busca pelo ponto mínimo a rede pode tomar oito direções para a minimização da função correspondente, ou em direção contrária ao mínimo. Se a rede se move em direção ao mínimo, então a trajetória do erro  $\varepsilon$  será zero depois de um intervalo de tempo, e o erro começará a decrescer. Como resultado, os sinais  $r_i$  terão valores diferentes. Isto então pode trocar a direção de busca de linha. Se no início da busca a rede começa movendo-se para fora do mínimo, então o erro  $\varepsilon$  é negativo e decrescente. Em um determinado valor do erro, os sinais  $r_i$  mudam seus valores iniciando uma nova direção de busca. Nota-se que devido as propriedades de não linearidade das histereses, cada sinal  $r_i$  pode trocar seu valor somente uma vez antes que o detector de pico seja reiniciado. O erro eventualmente alcançará o valor  $-\Delta$ , no instante em que o detector de pico mínimo é reiniciado fixando as condições iniciais

$$\varepsilon = 0, \omega = 0, r_1 = A, r_2 = r_3 = 0$$

que foram analisados acima. A análise da rede para minimizar funções de duas variáveis está completa.

Será ilustrada agora a operação de um otimizador bi-direcional com exemplo numérico.

*Exemplo 6:* A função objetivo a ser minimizada é

$$y = f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2.$$

É fácil verificar que a função objetivo possui apenas um mínimo, e está localizado na origem de  $\mathbb{R}^2$ . As condições iniciais são  $x(0) \in [55]^T$ . Fixa-se a saída inicial do detector de pico mínimo em  $y_d(0) = 25$ . Observe que

$$\varepsilon(0) = y_d(0) - y(0) = -5 \neq 0.$$

Os parâmetros de projeto são dados na Tabela 4.1. A trajetória resultante do otimizador no plano  $(x_1, x_2)$  é mostrada na Figura 4.2. Curvas de  $x_1$  e  $x_2$  em relação ao tempo são apresentadas na Figura 4.3. A trajetória converge para a vizinhança do ponto mínimo e então oscila. A amplitude da oscilação depende dos parâmetros de projeto adotados. Observe que a amplitude de oscilação de  $x_2$  é maior que a de  $x_1$ , pois  $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3$ . Na Figura 4.4 vemos como o valor da função objetivo se comporta no tempo.

Tabela 4.1: Parâmetros do otimizador bi-dimensional do Exemplo 6.

A	10
B	500
M	100
$\delta_1$	0.05
$\delta_2$	0.10
$\delta_3$	0.15
$\Delta$	0.20

Os parâmetros  $B$  e  $M$  da Tabela 4.1 foram obtidos através das equações (2.14), (2.18) e (2.21).  $A$  é determinado de forma a evitar possíveis distúrbios no sistema.  $\Delta$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  são parâmetros de projeto que podem ter valores tão pequenos quanto desejado desde que  $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3 < \Delta$ .

Observe que neste exemplo não há limites definidos para  $x_1$  e  $x_2$ , logo, estes valores são estimados.

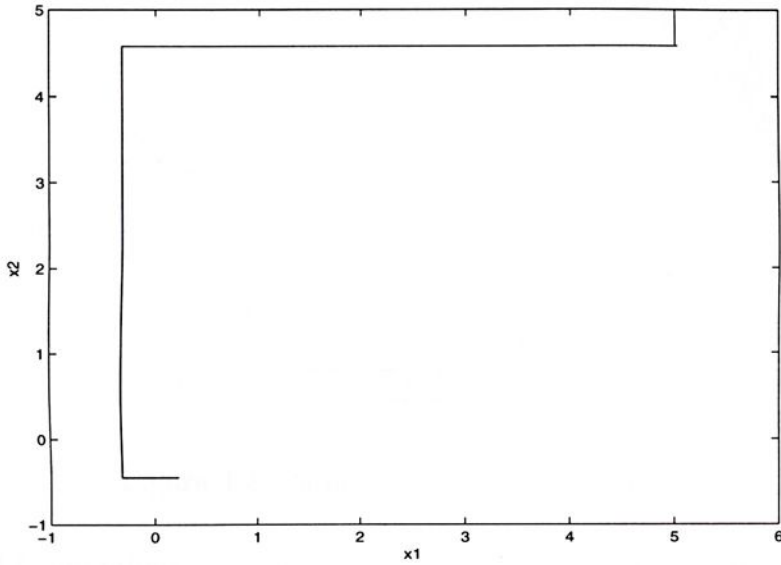


Figura 4.2: Trajetória do otimizador para a condição inicial  $x_1(0) = x_2(0) = 5$ .

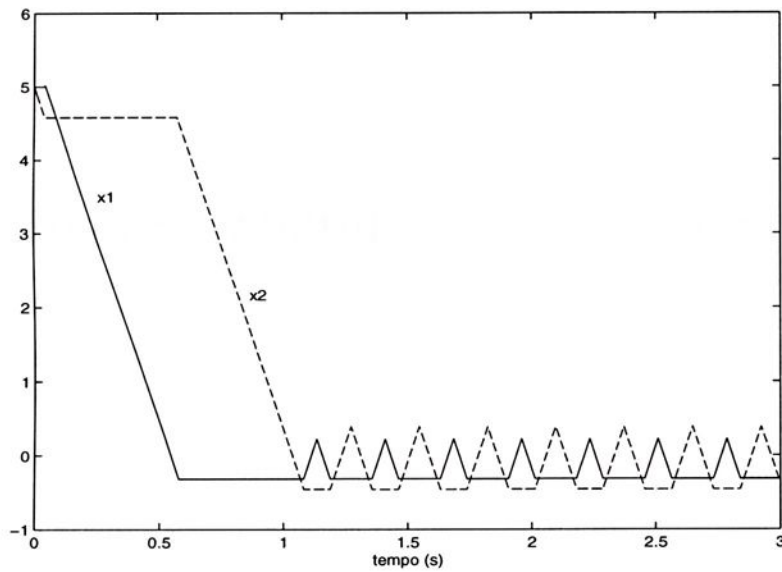


Figura 4.3: Curvas de  $x_1$  e  $x_2$  versus tempo.

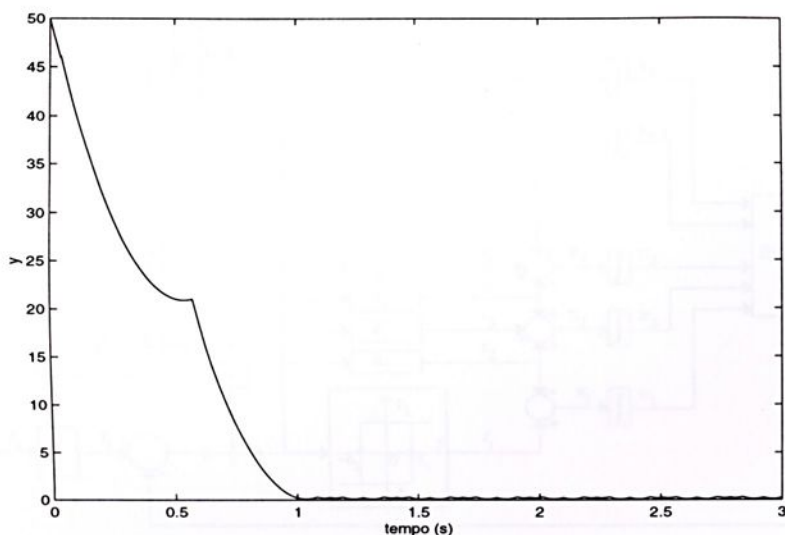


Figura 4.4: Curva  $y = f(x_1, x_2)$  versus tempo.

Na Figura 4.5, um otimizador para um caso geral de  $n$  variáveis está descrito. Observe que a rede é obtida a partir da rede uni-dimensional através da adição de elementos não lineares estáticos. A rede de operação  $n$ -dimensional pode ser deduzida facilmente pelo caso bi-dimensional descrito em detalhes anteriormente. Os parâmetros de projeto  $\delta_i$ ,  $i = 1, \dots, 2n - 1, \Delta$  satisfazem a condição

$$0 < \delta_1 < \delta_2 < \dots < \delta_{2n-1} < \Delta. \quad (4.7)$$

## 4.1 Otimizadores Multidimensionais com Saturação

Agora será analisado o problema da saturação para os otimizadores multidimensionais.

O exemplo a seguir mostra um caso de saturação para o otimizador bi-dimensional visto na Figura 4.1.

*Exemplo 7:* A função objetivo a ser minimizada é

$$y = f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2.$$

As condições iniciais são  $x(0) \in [0.77, 0.77]^T$ . Fixa-se a saída inicial do detector de pico

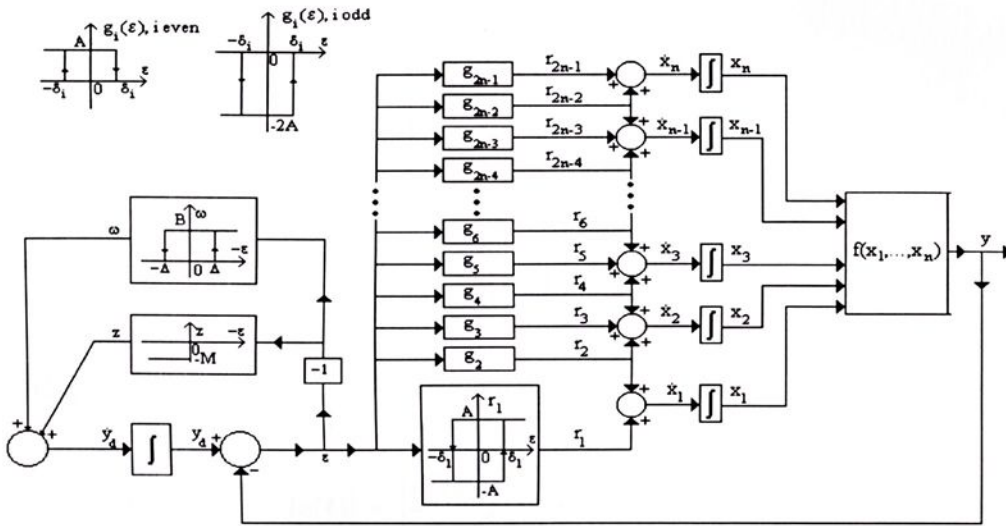


Figura 4.5: Otimizador de rede neural  $n$ -dimensional.

mínimo em  $y_d(0) = 0.77$ . A saturação dos integradores ocorre em  $x = \pm 0.77$ . Os parâmetros de projeto são dados na Tabela 4.2. A trajetória resultante do otimizador no plano  $(x_1, x_2)$  é mostrada na Figura 4.6.

Tabela 4.2: Parâmetros do otimizador bi-dimensional do Exemplo 7.

A	10
B	500
M	100
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

Sendo  $A$  estimado de modo a rejeitar possíveis distúrbios no sistema e  $\Delta > \delta$ . Os parâmetros  $B$ ,  $M$ ,  $C$  e  $\gamma$  são determinados como segue:

Dada a função  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ , sabe-se que quando a procura pelo ponto mínimo é feita em  $x_1$ ,  $x_2$  é constante e quando a busca pelo ponto mínimo é feita em  $x_2$ ,  $x_1$  é constante, logo, o valor de  $L$  é calculado separadamente para  $x_1$  e  $x_2$ . O maior valor entre  $x_1$  e  $x_2$  será usado para calcular  $B$  e  $M$ . Como para este caso  $x_1 = x_2 = x$ , então, de (2.14),

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L$$

$$|2x_1| = |2x_2| \leq L$$

$$L \geq |1.54|.$$

De (2.18),

$$|\dot{y}(t)| = \left| \frac{df(x)}{dx} \dot{x}(t) \right| \leq LA < M$$

$$LA < M$$

$$M > 1.54A.$$

Fazendo  $A = 10$  obtém-se

$$M > 15.4.$$

De (2.21),

$$B > 2M$$

$$B > 30.8.$$

Observe que a saturação impediu que o ponto ótimo,  $y = 0$ , fosse atingido.

Para resolver este problema foi proposto, neste trabalho, acrescentar ao sistema o circuito auxiliar estudado anteriormente. Porém, para esta estrutura o mesmo não foi viável, pois ela é complexa e exige um circuito mais abrangente. Foi então estudada uma estrutura mais simples, porém igualmente eficaz, para o otimizador multidimensional. A Figura 4.7 mostra o diagrama do otimizador bi-dimensional com esta nova estrutura, a Figura 4.8 mostra o resultado de uma simulação, nas mesmas condições do Exemplo 6 considerando os integradores sem saturação. A Figura 4.9 mostra o diagrama do otimizador bi-dimensional com o circuito auxiliar.

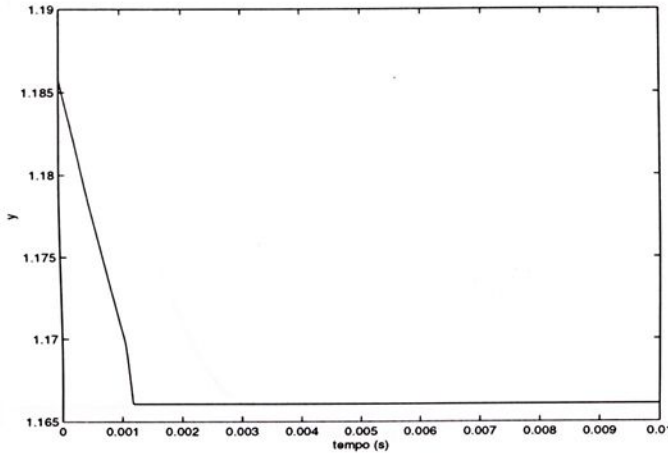


Figura 4.6: Curva  $y = f(x_1, x_2)$  com saturação nos integradores.

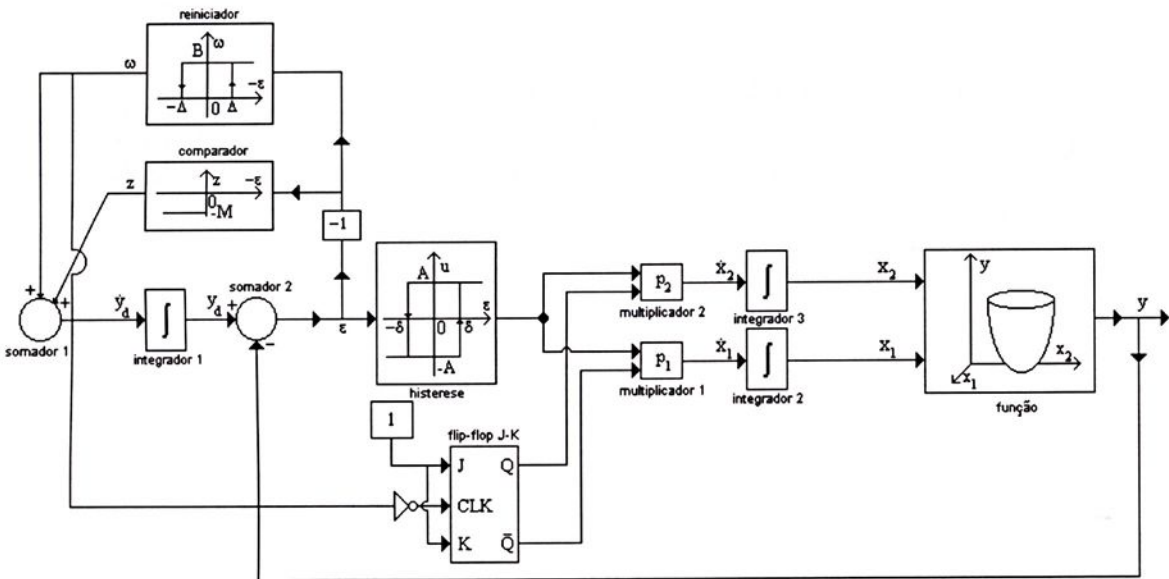


Figura 4.7: Diagrama do otimizador bi-dimensional para o circuito com flip-flop.

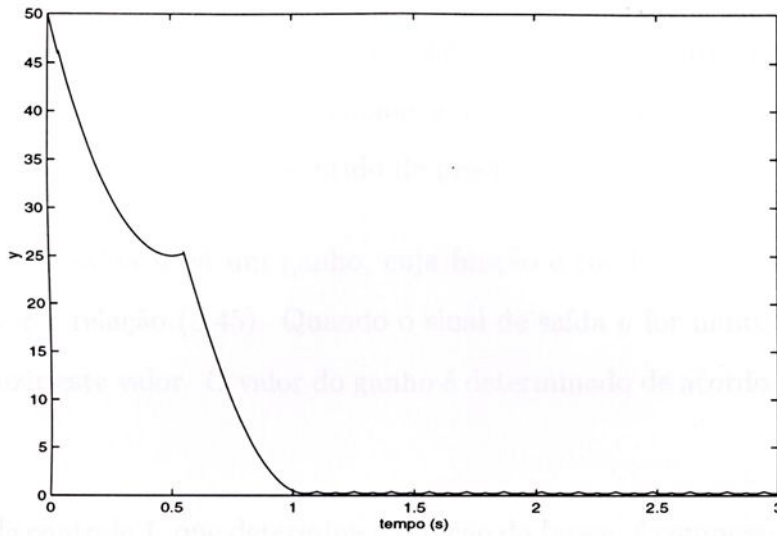


Figura 4.8: Curva  $y = f(x_1, x_2)$  e para o otimizador bi-dimensional usando flip-flop.

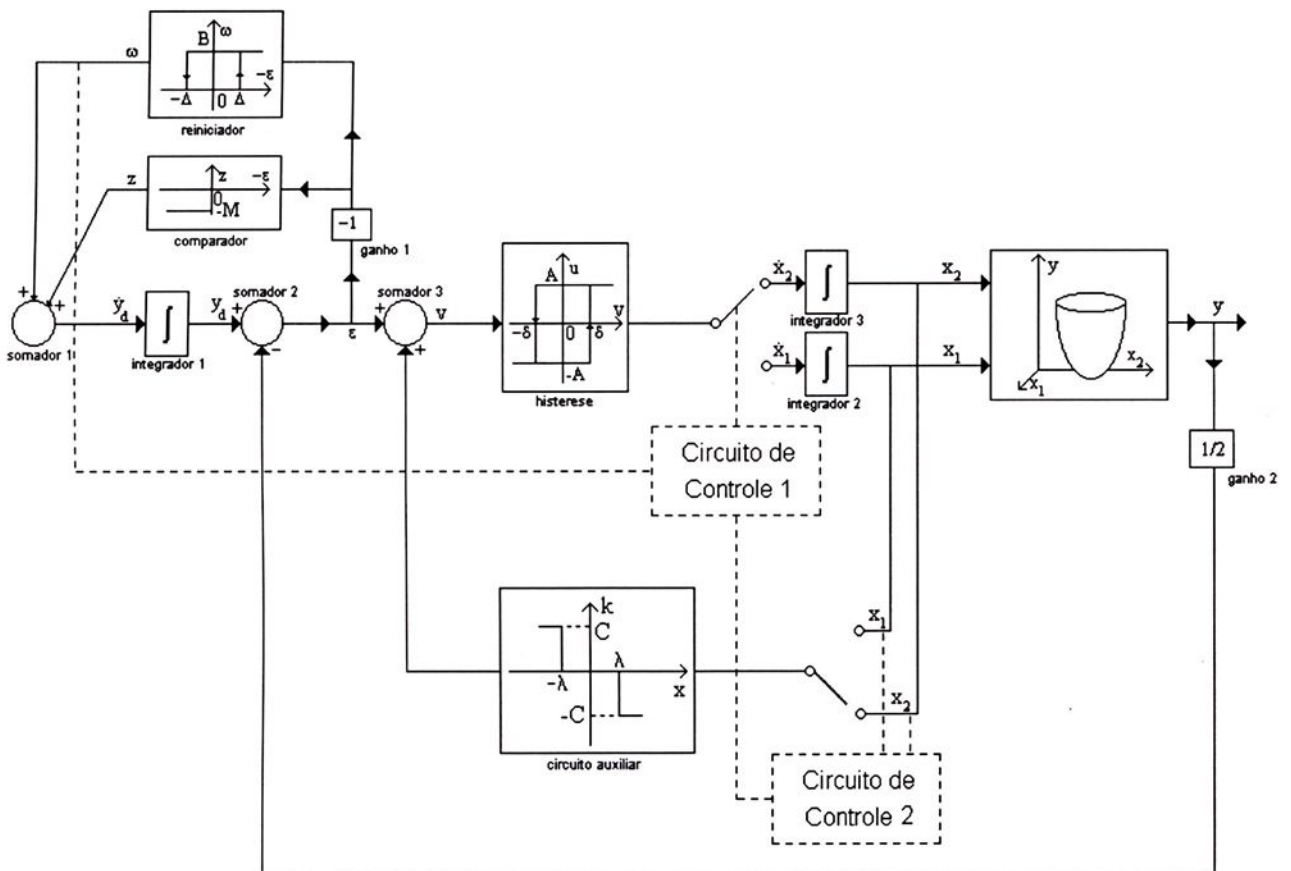


Figura 4.9: Diagrama do otimizador bi-dimensional com circuito auxiliar.

Este circuito é semelhante ao otimizador uni-dimensional, porém acrescido de dois circuitos de controle, que atuam como chaves para determinar a direção da busca e o uso do circuito auxiliar. Estas chaves são acionadas pela descida do reiniciador, no instante em que ocorre um chaveamento e o sentido de procura muda.

Observe que na saída  $y$  há um ganho, cuja função é condicionar o sinal de saída de forma a respeitar a relação (3.45). Quando o sinal de saída  $y$  for muito grande, ele atua de forma a reduzir este valor. O valor do ganho é determinado de acordo com os extremos da saída  $y$ .

O circuito de controle 1, que determina a direção da busca, é composto por um flip-flop tipo “J-K” acionado pela descida do reiniciador, cujas saídas,  $Q$  e  $\bar{Q}$ , atuam como uma chave que determina qual das entradas,  $\dot{x}_1$  ou  $\dot{x}_2$ , estará ativa. Como o flip-flop é um operacional lógico, sua saída apresentará nível lógico alto, 1, ou nível lógico baixo, 0, que será multiplicado pela saída  $u$  da histerese. O nível lógico alto representa o estado ativo.

O circuito de controle 2, composto por multiplicadores e um somador, tem como função identificar qual das saídas,  $x_1$  ou  $x_2$ , não está constante, de forma que seja esta a excitar o circuito auxiliar. As equações a seguir mostram a lógica do circuito de controle 2:

$$p_3 = Q \cdot x_1, \quad (4.8)$$

$$p_4 = \bar{Q} \cdot x_2, \quad (4.9)$$

$$s = p_3 + p_4. \quad (4.10)$$

Observe que quando a saída  $\dot{x}_1$  estiver ativa,  $Q$  estará com nível lógico alto, assim,  $p_3 = x_1$ ,  $p_4 = 0$  e  $s = x_1$ , desta forma, o circuito auxiliar estará chaveado em  $x_1$ . Analogamente, quando a saída  $\dot{x}_2$  estiver ativa,  $\bar{Q}$  estará com nível lógico alto, assim,  $p_3 = 0$ ,  $p_4 = x_2$  e  $s = x_2$ , e o circuito auxiliar estará chaveado em  $x_2$ .

A Figura 4.10 mostra em detalhes os circuitos de controle.

A seguir será descrita a operação da rede. Assuma que a função a ser minimizada,  $f = f(x_1, x_2)$ , seja convexa e que as funções  $f_{x_i}(x_{3-i})$ ,  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i = 1, 2$ , são unimodais

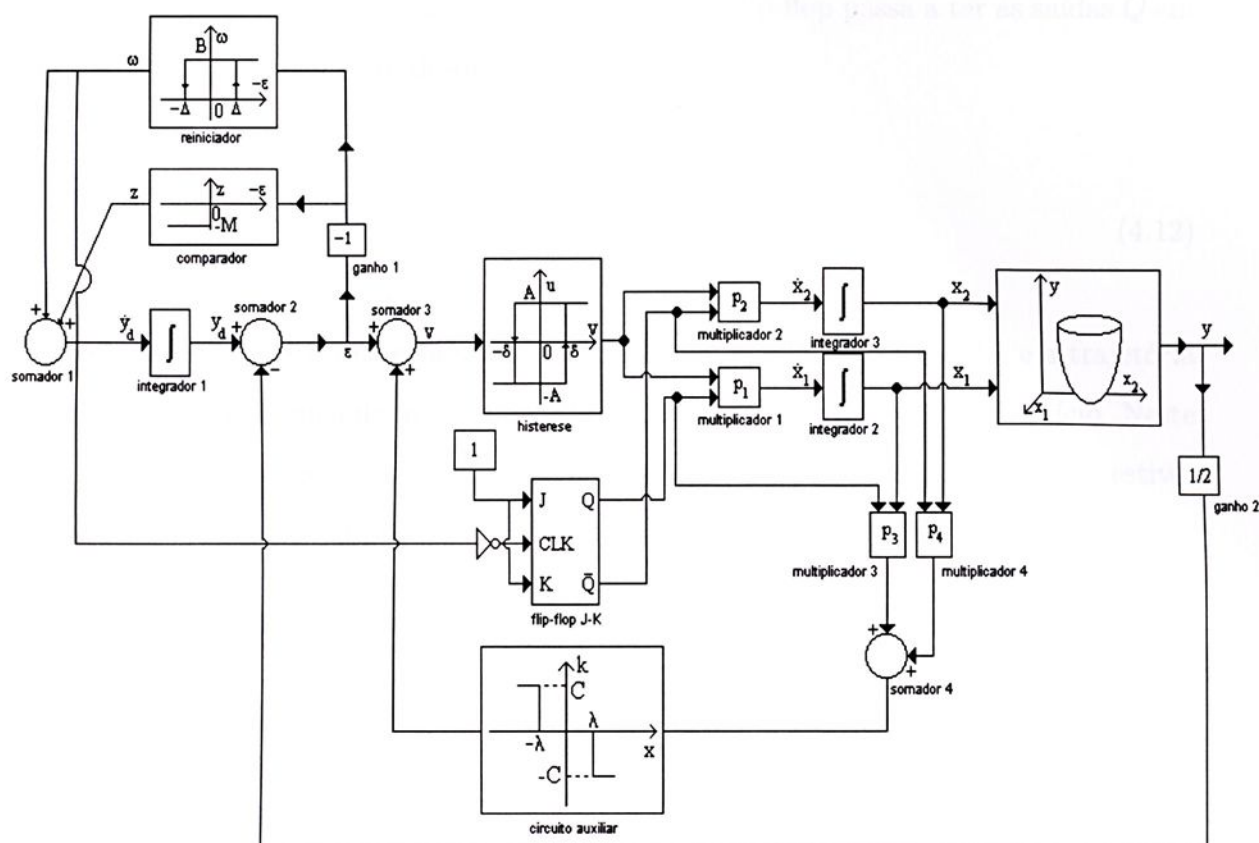


Figura 4.10: Diagrama do otimizador bi-dimensional com circuitos de controle.

quando cada uma das variáveis é constante. Assim, por exemplo, se  $x_1 = \text{constante}$ , então a função  $f_{x_1}(x_2)$  é unimodal como uma função de  $x_2$ , e vice-versa. Assuma que

$$\varepsilon = 0, \omega = 0, u = A$$

e que inicialmente  $\dot{x}_1$  está ativo, logo,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u, \\ \dot{x}_2 &= 0. \end{aligned} \tag{4.11}$$

Isto significa que a busca está sendo efetuada em  $x_1$  e  $x_2 = \text{constante}$ . O circuito completo operará como o otimizador uni-dimensional descrito anteriormente. A trajetória tenderá a uma vizinhança do mínimo de  $f_{x_2}(x_1)$ . O circuito auxiliar estará chaveado em  $x_1$ , logo, irá atuar somente quando  $x_1$  estiver saturado ou próximo à saturação.

Quando o erro,  $\varepsilon$ , alcança  $-\Delta$  ocorre o reinício e o flip-flop passa a ter as saídas  $Q$  em nível baixo e  $\bar{Q}$  em nível alto, desta forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 0, \\ \dot{x}_2 &= u. \end{aligned} \tag{4.12}$$

Como resultado, a busca está sendo realizada em  $x_2$  e  $x_1 = \text{constante}$ , e a trajetória tenderá a uma vizinhança do mínimo de  $f_{x_2}(x_1)$ , até que ocorra o próximo reinício. Neste caso, o circuito auxiliar estará chaveado em  $x_2$  e irá atuar somente quando  $x_2$  estiver saturado ou próximo à saturação.

Para o caso bi-dimensional, a busca pode tomar quatro direções para a minimização da função correspondente, ou em direção contrária ao mínimo. Se a rede se move em direção ao mínimo, então o erro será zero depois de um intervalo de tempo, pois  $y$  está se aproximando de  $y_d$ , quando o ponto mínimo é atingido,  $y$  continua a procura, mas neste instante seu valor está aumentando, desta forma o erro começará a decrescer. Isto então pode trocar a direção da busca, como visto na Figura 2.5. Se no início da busca a rede começa movendo-se em direção contrária ao mínimo, então o erro é negativo e decrescente. Em um determinado valor do erro,  $u$  muda seu valor iniciando a procura em outra direção. Nota-se que devido as propriedades de não-linearidade da histerese, o sinal  $u$  troca seu valor somente uma vez antes que ocorra o reinício do detector de pico, como visto no modelo anterior.

Será ilustrado agora um exemplo numérico da operação de um otimizador bi-direcional com circuito auxiliar.

*Exemplo 8:* Considere a mesma situação do Exemplo 7, porém utilizando o circuito auxiliar. A Tabela 4.3 mostra os parâmetros de projeto utilizados. A Figura 4.11 mostra as curvas de  $y$  e  $y_d$  para este caso, a Figura 4.12 mostra a curva de  $x_1$  por  $x_2$ , que caracteriza a trajetória da busca usando os circuitos auxiliares e a Figura 4.13 mostra as curvas de  $x_1$  e  $x_2$  em relação ao tempo.

Tabela 4.3: Parâmetros do otimizador multidimensional do Exemplo 8.

A	10
B	500
M	100
C	100
$V_{sat}$	0.77
$\gamma$	0.8
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

Sendo  $A$  estimado de modo a rejeitar possíveis distúrbios no sistema e  $\Delta > \delta$ . Os parâmetros  $B$ ,  $M$ ,  $C$  e  $\gamma$  são determinados como segue:

Como visto anteriormente, dada a função  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ , sabe-se que quando a busca é feita em  $x_1$ ,  $x_2$  é constante e quando a busca é feita em  $x_2$ ,  $x_1$  é constante, logo, o valor de  $L$  é calculado separadamente para  $x_1$  e  $x_2$ . O maior valor entre  $x_1$  e  $x_2$  será usado para calcular  $B$  e  $M$ . Como para este caso  $x_1 = x_2 = x$ , então, de (2.14),

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L$$

$$|2x_1| = |2x_2| \leq L$$

$$L \geq |1.54|.$$

De (2.18),

$$|\dot{y}(t)| = \left| \frac{df(x)}{dx} \dot{x}(t) \right| \leq LA < M$$

$$LA < M$$

$$M > 1.54A.$$

Fazendo  $A = 10$  obtém-se

$$M > 15.4.$$

De (2.21),

$$B > 2M$$

$$B > 30.8.$$

De (3.3),

$$C \geq |\varepsilon| + \delta.$$

O valor do erro, neste exemplo, para o pior caso será  $|\varepsilon| = 3V_{sat}$ , logo,

$$C \geq |2.41|.$$

De (3.4),

$$\lambda = \gamma V_{sat}$$

$$\lambda \simeq 0.62.$$

Uma rede com  $n$  variáveis é obtida da rede uni-dimensional através da adição de uma chave com  $n$  saídas que permuta a direção de busca do otimizador. Esta chave é composta de um grupo de flip-flops que formam um contador [Tau84]. Este contador deve ser escolhido de acordo com as prioridades e características do otimizador, tais como, velocidade, preço e número de variáveis.

O circuito de controle 2 pode ser implementado utilizando chaves analógicas no lugar de multiplicadores, visto que eles têm a mesma função.

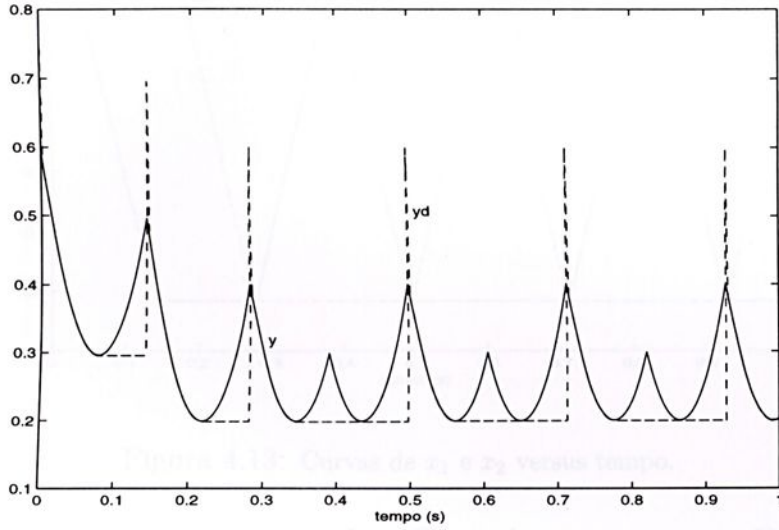


Figura 4.11: Curvas  $y$  e  $y_d$  com circuito auxiliar.

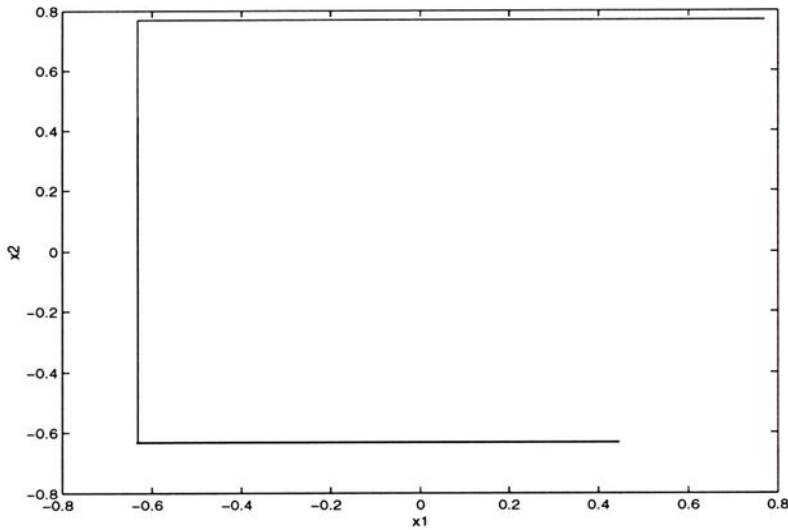


Figura 4.12: Trajetória do otimizador com circuito auxiliar.

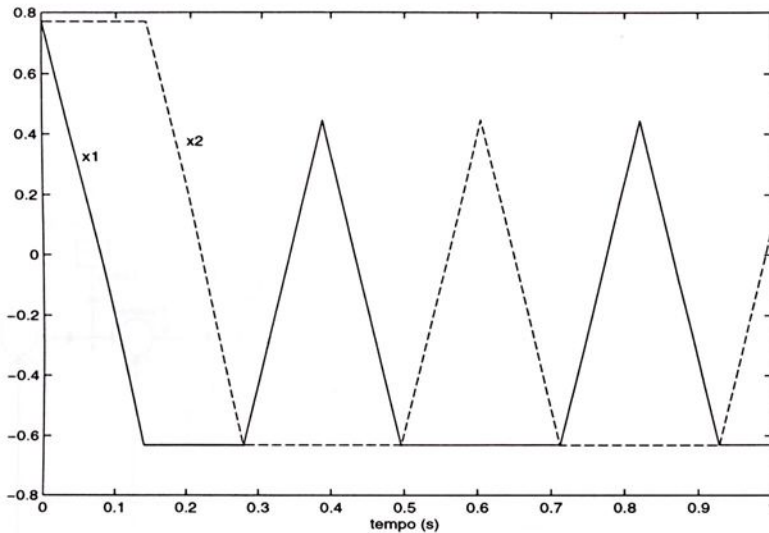


Figura 4.13: Curvas de  $x_1$  e  $x_2$  versus tempo.

## 4.2 Condicionamento de Sinais para o Otimizador Multidimensional

Foi realizado o condicionamento de sinais para o caso bi-dimensional. Para isto foi seguido o modelo de equações do caso uni-dimensional visto no Capítulo 3. Neste caso foi feito um condicionamento de sinais para cada uma das  $n$  variáveis de entrada,  $x_i$ , e um para a saída,  $y$ . A figura a seguir mostra o diagrama do otimizador multidimensional com condicionadores de sinais.

A seguir será apresentado um problema numérico para ilustrar a situação.

*Exemplo 9:* A função a ser minimizada é

$$f_o(x_{ot}) = f_o(x_{ot1}, x_{ot2}) = x_{ot1}^2 + x_{ot2}^2$$

A função objetivo possui apenas um mínimo e está localizado na origem. Suponha que  $V_{sat} = \pm 10$ , e que  $x_{ot1} = x_{ot2} \in [-20, 30]$ .

O primeiro passo a seguir neste caso, é determinar o valor de  $\lambda$ , que se possa fazer o condicionamento de sinais. De (3.4),

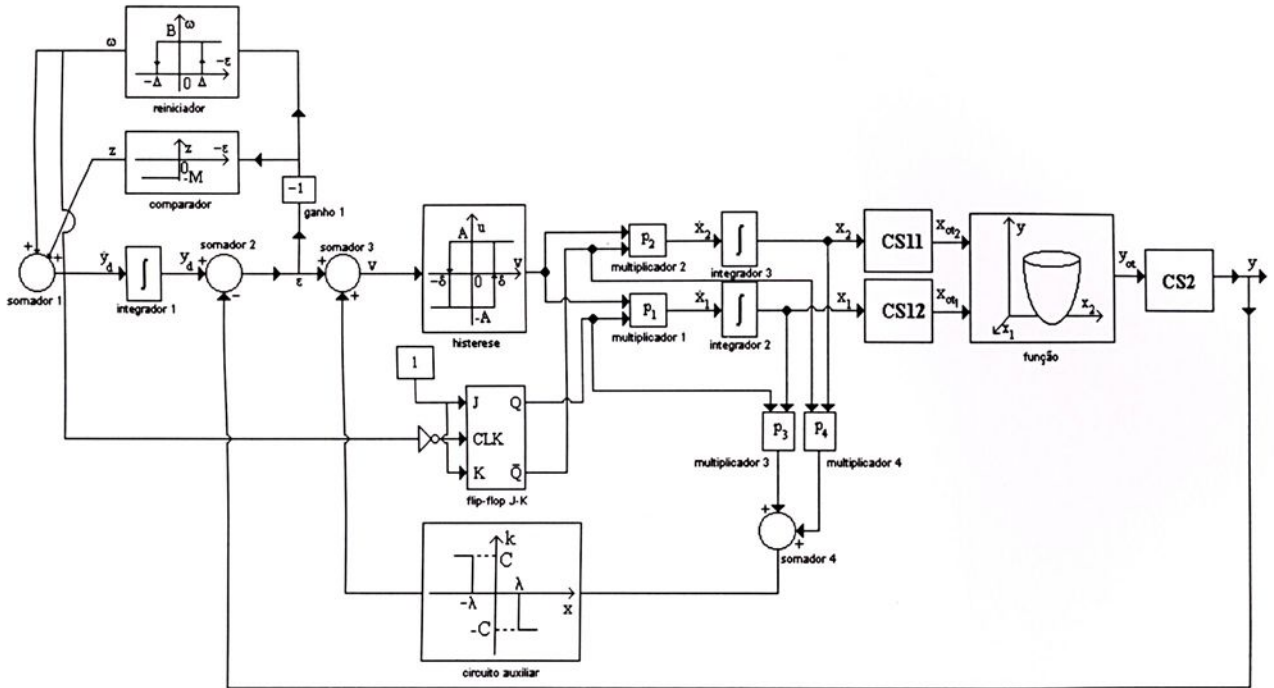


Figura 4.14: Diagrama do otimizador bi-dimensional com condicionamento de sinais.

$$\lambda = \gamma V_{sat}$$

$$\lambda = 9.$$

Sabendo que  $x \in [-x_{sat}, x_{sat}] = [-10, 10]$  e  $y' = y_{dsat} - \Delta = 9.8$  e  $-y' = -y_{dsat} + \Delta = -9.8$  pode-se determinar os valores de  $K_1$ ,  $D_1$ ,  $K_2$  e  $D_2$  como segue:

De (3.17),

$$K_1 = \frac{x_{ot_{max}} - x_{ot_{min}}}{2\lambda}$$

$$K_1 \simeq 2.78.$$

De (3.18),

$$D_1 = \frac{x_{ot_{max}} + x_{ot_{min}}}{2}$$

Tabela 4.4: Parâmetros do otimizador multidimensional do Exemplo 9.

A	10
B	500
M	100
C	100
$K_1$	2.78
$D_1$	5
$K_2$	1/109.78
$D_2$	-9.8
$V_{sat}$	10
$\gamma$	0.9
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

$$D_1 = 5.$$

De (3.27),

$$K_2 = \frac{2y'}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}$$

como a entrada pode estar saturada inicialmente, de (3.7),  $y_{ot} \in [0, 2151.68]$ , então,

$$K_2 \simeq 1/109.78.$$

De (3.28),

$$D_2 = -y' \frac{y_{ot_{max}} + y_{ot_{min}}}{y_{ot_{max}} - y_{ot_{min}}}$$

$$D_2 = -9.8.$$

Sendo  $A$  estimado de modo a rejeitar possíveis distúrbios no sistema e  $\Delta > \delta$ . Os parâmetros  $B$ ,  $M$ ,  $C$  e  $\gamma$  são determinados como segue:

De (2.14),

$$\left| \frac{df(x)}{dx} \right| \leq L$$

Das equações (3.31) - (3.38) observa-se que,

$$\frac{df(x)}{dx} = K_1 K_2 \frac{d}{dx_{ot}} f(x_{ot}),$$

sendo que

$$\frac{d}{dx_{ot}} f(x_{ot}) = 2x_{ot}.$$

Então,

$$|2K_1 K_2 x_{ot}| \leq L,$$

O valor desejado para os cálculos de  $B$  e  $M$  é o máximo valor do intervalo de  $x_{ot}$ , ou seja,  $x_{ot} = x_{ot_{max}}$ . Pela equação (3.6), para este caso, tem-se  $x_{ot} \simeq 32.8$ , que representa a entrada  $x$  saturada positivamente. Logo,

$$L \geq |1.66|.$$

De (2.18),

$$|\dot{y}(t)| = \left| \frac{df(x)}{dx} \dot{x}(t) \right| \leq LA < M$$

$$LA < M$$

$$M > 1.66A.$$

Fazendo  $A = 10$  obtém-se

$$M > 16.6.$$

De (2.21),

$$B > 2M$$

$$B > 33.23.$$

De (3.3),

$$C \geq |\varepsilon| + \delta.$$

O valor do erro, neste exemplo, para o pior caso será  $|\varepsilon| = 3V_{sat}$ , logo,

$$C \geq |30.1|.$$

As Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 esboçam resultados da simulação para o circuito acima.

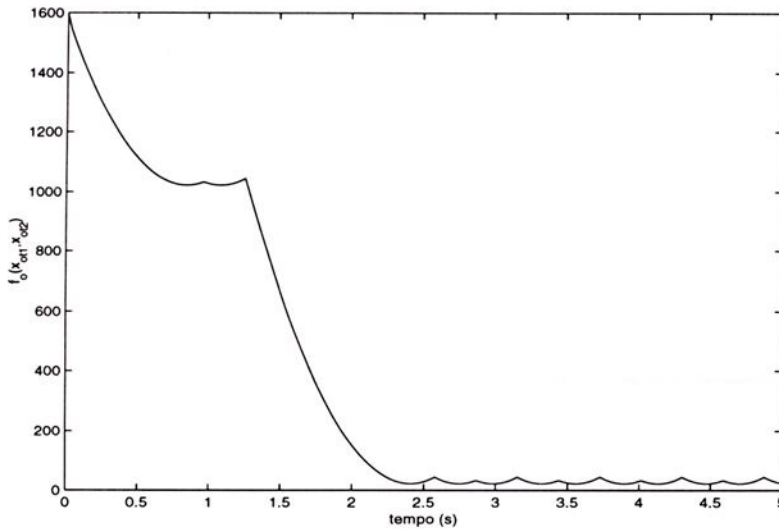


Figura 4.15: Curva de  $f_0(x_{ot1}, x_{ot2})$  versus tempo.

Observe que  $x_{ot1}$ ,  $x_{ot2}$  e  $f_0(x_{ot1}, x_{ot2})$  são reescalados e transladados para se obter  $x_1$ ,  $x_2$  e  $f(x_1, x_2)$  respectivamente.

Deve-se ressaltar que é necessário ainda uma análise mais específica dos condicionadores de sinais para este caso, em especial para pequenos valores de saturação.

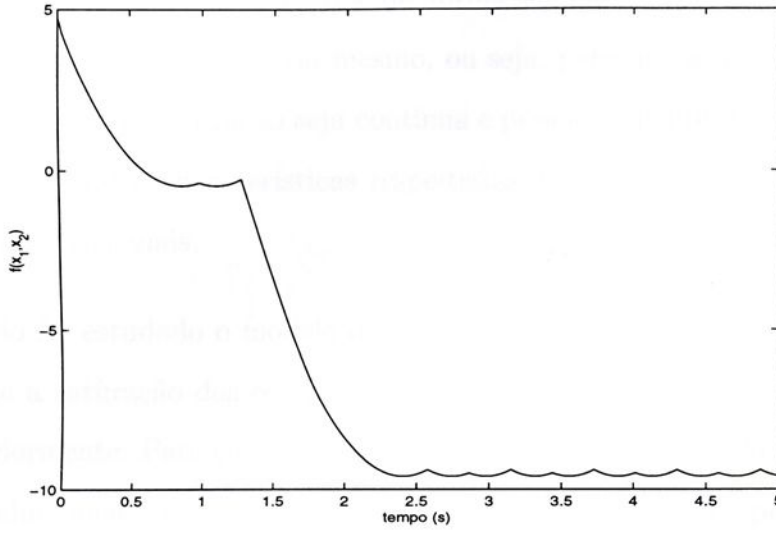


Figura 4.16: Curva de  $f(x_1, x_2)$  versus tempo.

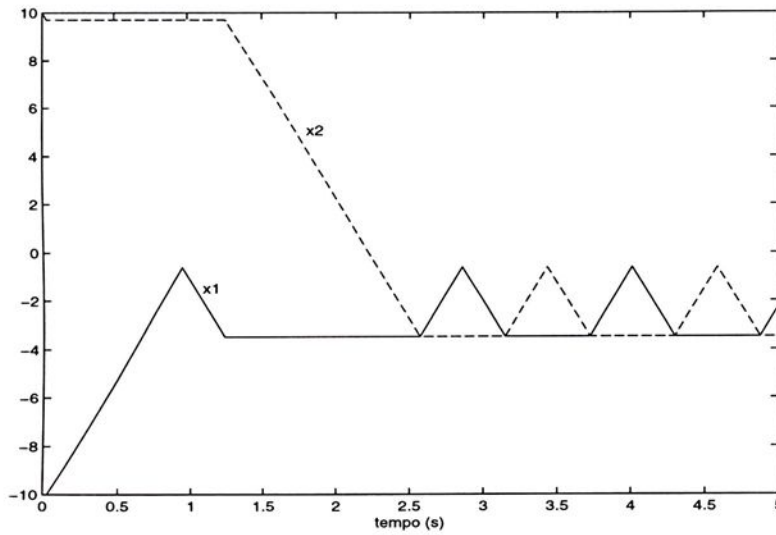


Figura 4.17: Curvas de  $x_1$  e  $x_2$  versus tempo.

### 4.3 Conclusões

O otimizador multidimensional trabalha de forma similar ao uni-dimensional, consequentemente traz as características do mesmo, ou seja, para que seu funcionamento seja adequado, é necessário que a função seja contínua e possua somente um ponto de mínimo no intervalo. Sendo estas características respeitadas, foram analisados dois modelos de otimizadores bi-dimensionais.

Em princípio foi estudado o modelo desenvolvido por Teixeira e Žak [TZ98], porém, considerando-se a saturação dos componentes não foi possível inserir o circuito auxiliar estudado anteriormente. Para contornar este problema foi desenvolvido um novo modelo para o otimizador, menos complexo, mas eficaz. Este novo circuito permitiu o uso do circuito auxiliar estudado. Foi feito também o condicionamento de sinais para o otimizador multidimensional, e os resultados obtidos mostram que para valores de saturação não muito pequenos, o circuito funciona com precisão.

Os modelos dos circuitos implementados no *software* Simulink e suas especificações estão apresentados no Apêndice A.



## Capítulo 5

# Simulações no *Software* PSPICE

O *software* PSPICE é uma poderosa ferramenta usada para se obter resultados próximos aos reais na simulação de circuitos. Observa-se que nas simulações não ocorrem problemas de temperatura e nem imprecisão de componentes. Quando o circuito é implementado estes fatores devem ser considerados, desta forma, alguns valores de resistência ou mesmo componentes devem ser substituídos por outros similares e compatíveis.

As simulações feitas no *software* PSPICE, em relação ao otimizador uni-dimensional, foram compatíveis às realizadas no *software* SIMULINK, como será visto a seguir.

*Exemplo 10:* Considere o caso do Exemplo 1, porém agora os parâmetros do otimizador serão os apresentados na Tabela 5.1. Note que o valor de saturação dos componentes adotado aqui é  $\pm 15V$ .

Tabela 5.1: Parâmetros do otimizador uni-dimensional do Exemplo 10.

A	2
B	15
M	7
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2



A base de cálculos para este caso foi a mesma utilizada no Exemplo 1.

A Figura 5.1 mostra o circuito do otimizador proposto por Teixeira e Žak [TZ98] montado no PSPICE e a Figura 5.2 mostra as saídas  $y$  e  $y_d$  para este caso.

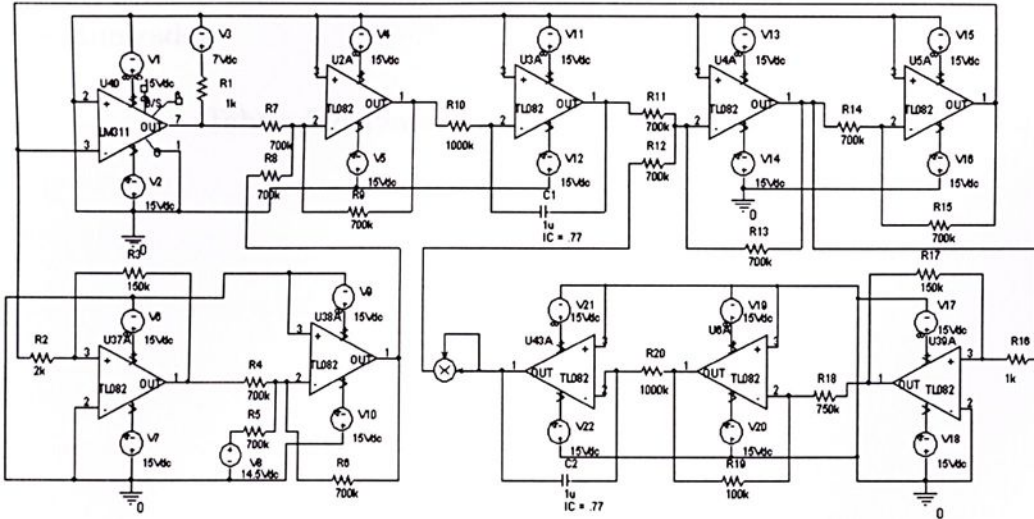


Figura 5.1: Diagrama do otimizador uni-dimensional do Exemplo 10.

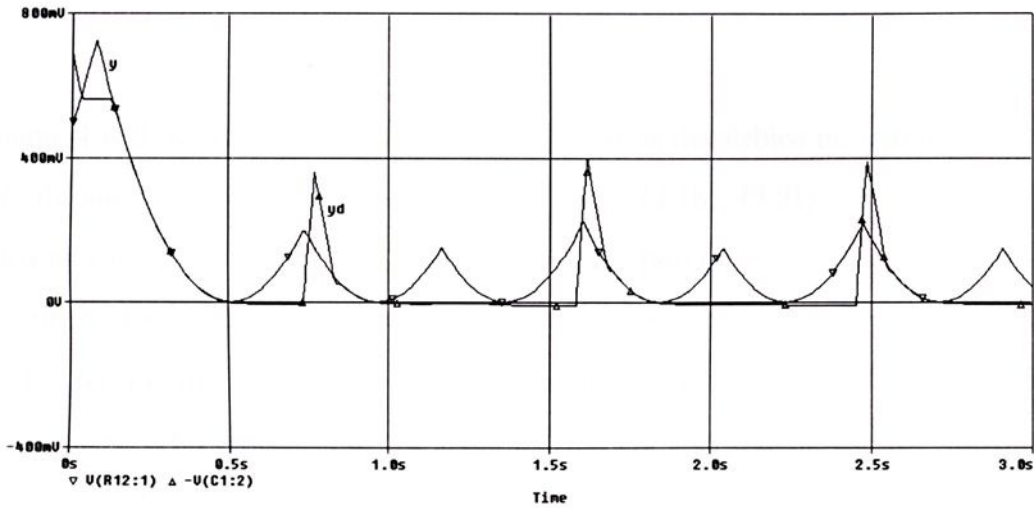


Figura 5.2: Curvas  $y_d$  e  $y$  para  $y_d(0) = x(0) = 0.7$ .

Este circuito pode sofrer saturação nos componentes fazendo com que o circuito trave. Foi então acrescentado ao otimizador o circuito auxiliar estudado na Seção 3.3, que evita a saturação nos integradores.

*Exemplo 11:* No caso do exemplo anterior, considere  $x(0) = 16$  e  $y_d(0) = 16$ , o que torna o otimizador com os integradores inicialmente saturados. A Figura 5.3 mostra o esquema do circuito simulado no PSPICE, a Figura 5.4 mostra as curvas  $y$  e  $y_d$  obtidas e a Figura 5.5 mostra uma ampliação das curvas  $y$  e  $y_d$  para melhor visualizar o comportamento do otimizador.

Tabela 5.2: Parâmetros do otimizador do Exemplo 11.

A	2
B	15
M	7
C	16
$V_{sat}$	15
$\gamma$	0.87
$\delta$	0.1
$\Delta$	0.2

Sendo  $A = 2$  estimado de modo a rejeitar possíveis distúrbios no sistema e  $\Delta > \delta$ .  $B$ ,  $M$  e  $C$  devem ser calculados pelas equações (2.14), (2.18), (2.21) e (3.3). Fazendo estes cálculos encontra-se  $L \geq 30$ ,  $M > 60$  e  $B > 120$ , porém como visto na Tabela 5.2 os valores utilizados são diferentes dos calculados. Isto se deve ao fato de que a simulação no PSPICE é feita para mostrar uma aproximação do caso real, logo, os valores de saturação dos componentes foi especificado em  $\pm 15V$ , o que faz com que os valores calculados não possam ser usados.

Ao se usar valores inferiores aos determinados, observa-se que o objetivo do otimizador é atingido. Fazendo uma análise do circuito nota-se que  $B$  eleva  $y_d$ , no período do reinício, até que o erro vá para  $-\Delta$ , neste instante, a entrada de  $\dot{y}_d$  passa a ser  $-M$ , de forma a diminuir  $y_d$  até que o erro seja zero,  $y_d = y$ . Usando valores menores do que os especificados para o bom funcionamento do detector de pico mínimo, o pulso de reinício

fica em  $B$  por um período de tempo maior, e, como o valor de  $M$  é pequeno, o tempo que levará para o erro chegar a zero e seguir para o ponto mínimo será maior, como visto na Figura 5.6. Depois que o circuito encontra o ponto mínimo, a oscilação se torna pequena (menor que  $\Delta$ , [Utk78]), e  $x$  atingirá valores dentro dos padrões que  $B$  e  $M$  comportam para este caso.

Com o parâmetro  $C$ , ocorre o mesmo problema. O máximo valor possível para o erro, tendo em vista a saturação, será de  $\pm 15$ . Os componentes reais possuem saturação em torno de  $\pm 15V$  então pode-se alimentar um CI com valor de  $\pm 16V$ , que é viável no caso real. Desta forma, a equação (3.3) é satisfeita,  $C = |16| \geq |\varepsilon| + \delta$ .

De (3.4),

$$\lambda = \gamma V_{sat}$$

$$\lambda = 13.$$

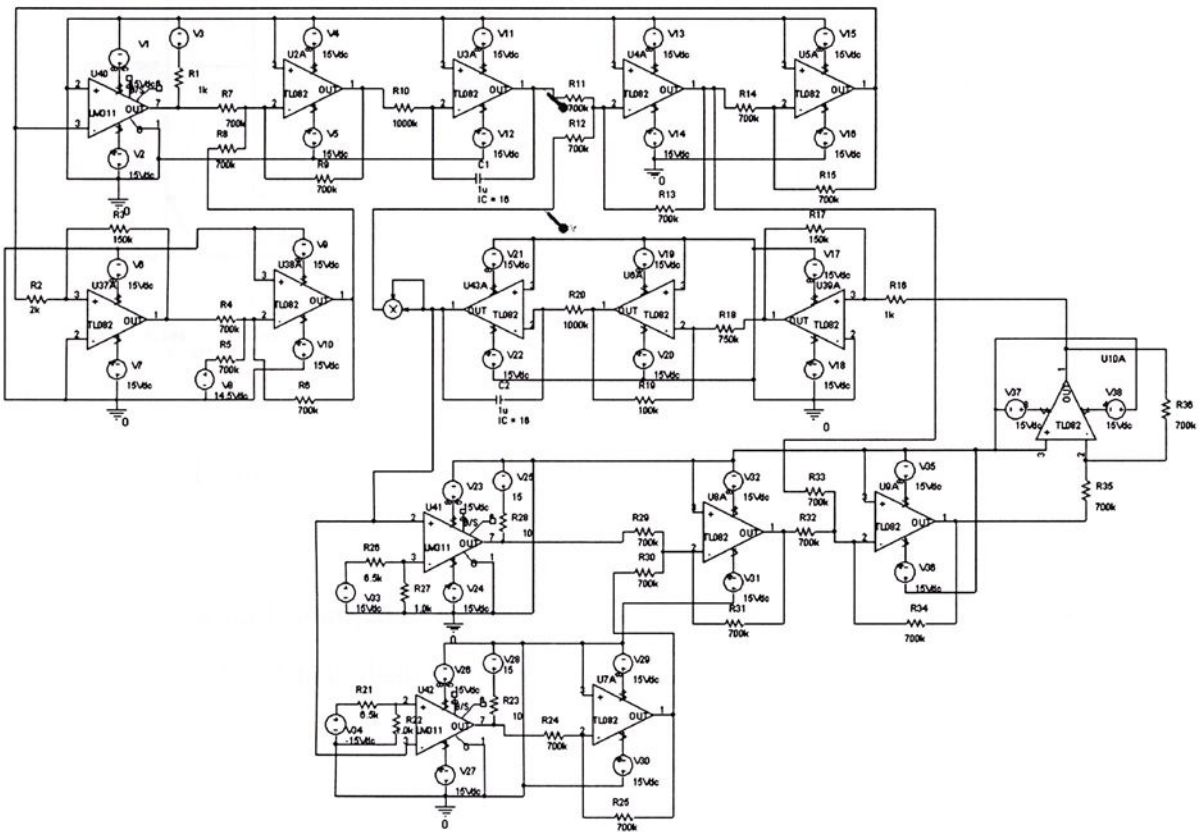


Figura 5.3: Circuito do otimizador uni-dimensional do Exemplo 11.

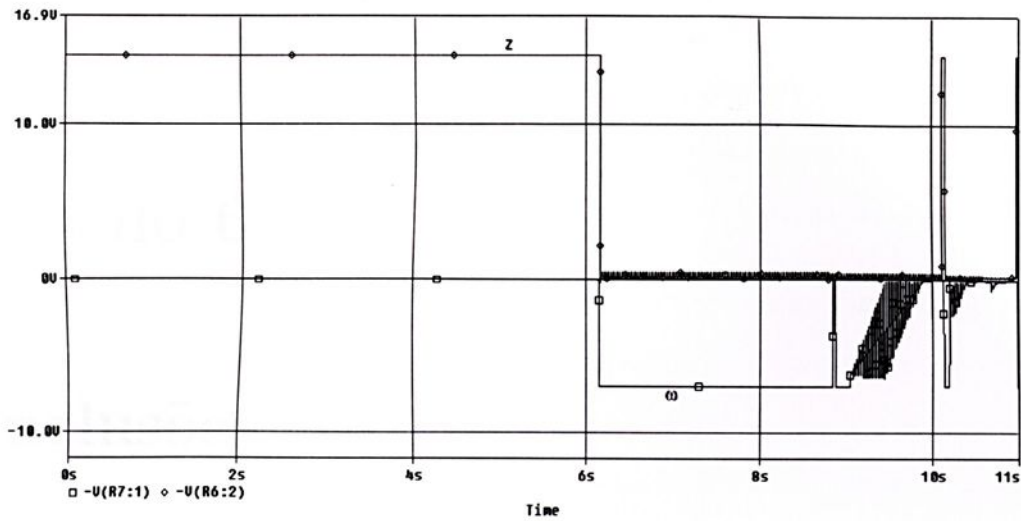


Figura 5.6: Curvas  $\omega$  e  $z$  do otimizador do Exemplo 11.

## 5.1 Conclusões

O *software* PSPICE permite ao usuário visualizar as respostas de um determinado circuito sem que o mesmo seja implementado eletronicamente, porém, ele não considera problemas corriqueiros que ocorrem em laboratório, tais como variações de temperatura, desgaste de componentes e tolerâncias. Logo, quando o circuito é implementado, muitas vezes é necessário que sejam feitas pequenas alterações em sua estrutura. Ao se fazer estas alterações, deve-se tomar o cuidado de não alterar a lógica do sistema.

O circuito uni-dimensional simulado apresentou resultados satisfatórios em relação aos simulados no *software* SIMULINK, e o próximo passo é sua implementação eletrônica, que já teve início, porém devido aos problemas acima citados ainda não foi finalizada.

# Capítulo 6

## Conclusões

Neste projeto de pesquisa foi inicialmente estudado o modelo proposto por Korovin e Utkin [KU74], que mais tarde foi modificado por Teixeira e Žak [TZ98]. Este último otimizador é robusto, visto que tem a propriedade de rejeitar distúrbios. Sua arquitetura é modular, pois pode-se aumentar ou diminuir o número de blocos da rede de acordo com a extensão do problema.

Este otimizador, quando implementado eletronicamente pode sofrer saturação nos integradores 1 e 2, descritos na Figura 3.2, cujas saídas são respectivamente  $y_d$  e  $x$ . Para isso foi estudado um circuito auxiliar que acoplado ao otimizador evita a saturação no integrador 2, este circuito monitora a entrada  $x$  de forma a não permitir que ocorra a saturação, ou, se o integrador estiver inicialmente saturado, forçará  $|x|$  à um valor abaixo da saturação (veja Figura 3.2).

Também foi analisado e verificado que o integrador 1 não irá travar se respeitada a relação

$$\Delta - y_{dsat} < y < y_{dsat} - \Delta,$$

sendo que  $y_d \in [-y_{dsat}, y_{dsat}]$  e  $\Delta > 0$ .

Com o condicionamento de sinal pode-se limitar os valores da saída  $y$ , de forma que, tendo um valor  $\Delta$  e  $y_{dsat}$  pré-definidos, deve-se simplesmente manipular o circuito de modo



a fornecer uma saída aceitável sem alterar a natureza do problema original. Foi demonstrado que quando os dois condicionadores de sinais são acrescentados, o sistema total,  $y = f(x)$ , continua apresentando um mínimo global, quando o sistema original,  $y_{ot} = f_o(x_{ot})$ , apresenta um mínimo global, na região de operação (veja as Figuras 3.8 e 3.9).

Na prática ocorre também a saturação dos somadores, porém fazendo uma análise deste problema percebe-se que o somador cuja saída é  $y_d$  atingirá somente os valores de  $-M$ ,  $B$  e  $B-M$ . Logo, ele depende de parâmetros de projeto, que podem ser manipulados de forma que mesmo no pior caso, ou seja,  $y_d = \omega = B$  não ultrapassem o valor de saturação do componente. Variando o valor de  $M$  a velocidade de busca do otimizador pode se tornar mais rápida ou mais lenta, quanto maior for  $M$ , maior será a velocidade com que o erro chega a zero, e conseqüentemente, mais rapidamente encontra o ponto de mínimo. O somador que dá origem ao erro, mesmo estando saturado não atrapalhará o desempenho do otimizador, pois, se  $\varepsilon$  estiver saturado negativamente  $-\varepsilon > \Delta$ , pois  $\Delta$  é pequeno, e o circuito é reiniciado. Quando saturado positivamente  $-\varepsilon < -\Delta$  tem-se  $\omega = 0$  e  $z = -M$ , o que faz o erro ir para zero saindo da saturação. Quando o circuito auxiliar estiver atuando não ocorrerá o travamento do otimizador e o erro tende a sair da saturação.

Foi analisado também o caso multidimensional, que permite que a busca seja feita em  $n$  direções, ou seja, ele fará a busca do mínimo em uma função que contém  $n$  variáveis de entrada. Foram estudados dois modelos para o otimizador multidimensional, no modelo proposto por Teixeira e Žak [TZ98], devido a sua complexidade, não foi possível utilizar o circuito auxiliar quando ocorreu saturação, de forma que foi criado um novo modelo, menos complexo, para que se pudesse utilizar o mesmo circuito auxiliar usado no caso unidimensional. O esboço de um modelo de condicionamento de sinais também foi sugerido, mas seu funcionamento para pequenos valores de saturação não foi satisfatório, logo, deve-se analisar com maiores detalhes este aspecto.

Para implementar o circuito eletronicamente é necessário antes simular o circuito em *software* apropriado. Neste trabalho foi utilizado o *software* PSPICE, pois através desta

ferramenta são obtidas respostas próximas às reais. Nas simulações feitas pode-se notar que o circuito é viável e possível de ser implementado.

Trabalhos futuros relacionados aos resultados obtidos nesta dissertação são:

- (i) fazer uma análise aprofundada do condicionamento de sinais no caso multidimensional para pequenos valores de saturação;
- (ii) fazer a implementação eletrônica otimizada para os casos uni-dimensional e multidimensional;
- (iii) levantar novas aplicações práticas dos otimizadores estudados e implementá-las;
- (iv) estudar possíveis aperfeiçoamentos nos otimizadores propostos;
- (v) analisar o funcionamento dos otimizadores propostos utilizando métodos de análise de sistemas dinâmicos não-lineares diferentes dos utilizados nesta dissertação.

## Referências Bibliográficas

- [Ber95] D. P. Bertsekas. *Nonlinear Programming*. Athena Scientific, Belmont, MA, 1995.
- [CL84] L. O. Chua and G. N. Lin. “Nonlinear programming without computation”. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, CAS-31:182–188, February 1984.
- [CU93] A. Cichocki and R. Unberhauen. *Neural Networks for Optimization and Signal*. John Wiley, Chichester, England, 1993.
- [Cze98] Schirley Czernichovski. “Estudo e implementação de otimizadores analógicos não derivativos”. Relatório de iniciação científica, FAPESP/ Proc.:97/12394-9, 1998.
- [Fil64] A. F. Filippov. “Differential equations with discontinuous right-hand side”. In *American Mathematical Society Translations*, pages 199–231, Providence, Rhode Island, 1964. American Mathematical Society.
- [Fil88] A. F. Filippov. “Differential equations with discontinuous right-hand sides”. In *Mathematics and Its Applications (Soviet Series)*, Dordredcht, The Netherlands, 1988. Kluwer Academic Publishers.
- [HM94] U. Helmke and J. B. Moore. *Optimization and Dynamical Systems*. Communications and Control Engineering Series. Springer-Verlag, London, 1994.
- [JSM97] J. S. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani. *Neuro-fuzzy and Soft Engineering: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. MATLAB Curriculum Series. Prentice-Hall, Upper Sadle River, NJ 07458, 1997.



- [Kar67] N. N. Karpinskaya. “Method of “penalt” functions and the foundations of Pyne’s method”. *Automation and Remote Control*, 28:124–129, January 1967.
- [KC88] M. P. Kennedy and L. O. Chua. “Neural networks for nonlinear programming”. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 35:554–562, May 1988.
- [KU74] S.K. Korovin and V. I. Utkin. “Using sliding modes in static optimization and nonlinear programming”. *Automatica*, 10:525–532, September 1974.
- [LHZ93] W. E. Lillo, S. Hui, and S. H. Žak. “Neural networks for constrained optimization problems”. *Int. Journal Circuit Theory and Applications*, 21:385–399, 1993.
- [LLHZ93] W. E. Lillo, M. H. Loh, S. Hui, and S. H. Žak. “On solving constrained optimization problems with neural networks: A penalty method approach”. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 4(6):931–940, 1993.
- [MH72] J. Millman and C. C. Halkias. *Integrated Electronics: Analog and Digital Circuits and Systems*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1972.
- [NS96] S. G. Nash and A. Sofer. *Linear and Nonlinear Programming*. McGraw-Hill Companies, New York, 1996.
- [Pyn56] I.B. Pyne. “Linear Programming on an electronic analog computer”. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 75:139–143, May 1956.
- [Ryb61] M. V. Rybashov. “Analog solution of algebraic and transcendental equations by the gradient method”. *Automation and Remote Control*, 22:66–76, August 1961.
- [Ryb62] M. V. Rybashov. “Some methods of solving systems of linear algebraic equations by electronic simulation”. *Automation and Remote Control*, 23:223–231, July 1962.



- [Ryb65a] M. V. Rybashov. “Gradient method of solving linear and quadratic programming problems on electronic analog computers”. *Automation and Remote Control*, 26:2079–2089, December 1965.
- [Ryb65b] M. V. Rybashov. “The gradient method of solving convex programming problems on electronic analog computers”. *Automation and Remote Control*, 26:1886–1898, November 1965.
- [Sto76] D. F. Stout. *Handbook of Operational Amplifier Circuit Design*. McGraw-Hill, by M. Kaufman, New York, 1976.
- [Tau84] H. Taub. *Digital Circuits and Microprocessors*. McGraw-Hill, 1984.
- [TH86] D. W. Tank and J.J. Hopfield. “Simple ‘neural’ optimization networks: An A/D converter signal decision circuit, and a linear programming circuit”. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, CAS-36:533–541, 1986.
- [TZ98] M. C. M. Teixeira and S. H. Żak. “Analog neural nonderivative optimizers”. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 9(4):629–638, 1998.
- [Utk78] S. K. Utkin. *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*. Mir Publishers, Moscow, 1978.
- [Utk92] S. K. Utkin. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1992.
- [VCR<sup>+</sup>90] A. Rodríguez Vázquez, R. Domínguez Castro, A. Rueda, J. L. Huertas, and E. Sánchez Sinencio. “Nonlinear switched-capacitor “neural” networks for optimization problems”. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 37:384–398, March 1990.
- [Wil97] A. B. Will. *Intelligent Vehicle Steering and Braking Control Systems*. PhD thesis, School of Electrical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, May 1997.



- [ZW98] S. H. Žak and A. B. Will. “Sliding mode wheel slip controller for an antilock braking system”. *International Journal of Vehicle*, 19:523–539, 1998.

Algoritmos implementados No  
Software Simulink e suas  
especificações



# Apêndice A

## Circuitos Implementados No *Software* Simulink e suas Especificações

Este apêndice tem como função facilitar a reprodução dos circuitos mostrados nesta dissertação.

Estrutura do otimizador proposto por Teixeira e Žak [TZ98], Capítulo 2, referente à Figura 2.4.

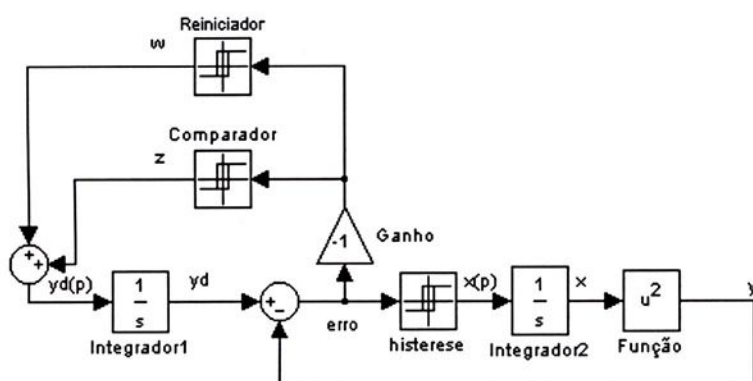


Figura A.1: Otimizador proposto.

Os parâmetros adotados para o reiniciador, comparador, histerese e função,  $f(x)$ , são mostrados a seguir.

### Reiniciador

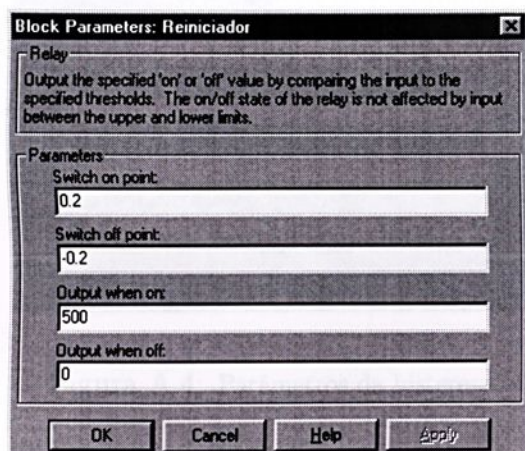


Figura A.2: Parâmetros do reiniciador.

### Comparador

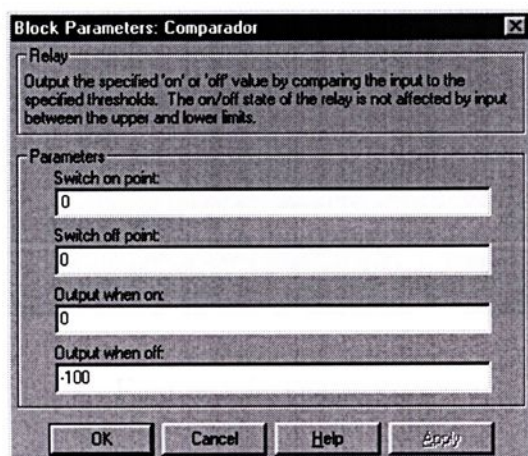


Figura A.3: Parâmetros do comparador.

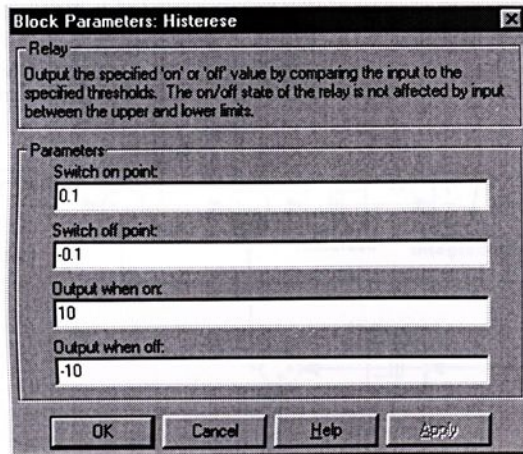
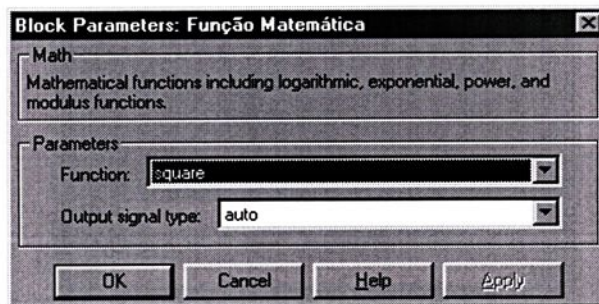
*Histerese*

Figura A.4: Parâmetros da histerese.

Os parâmetros da histerese, do comparador e do reiniciador não serão alterados para os próximos modelos.

*Função  $f(x)$* Figura A.5: Função  $f(x)$ .

Estrutura do otimizador proposto com circuito auxiliar, Capítulo 3, referente à Figura 3.2.

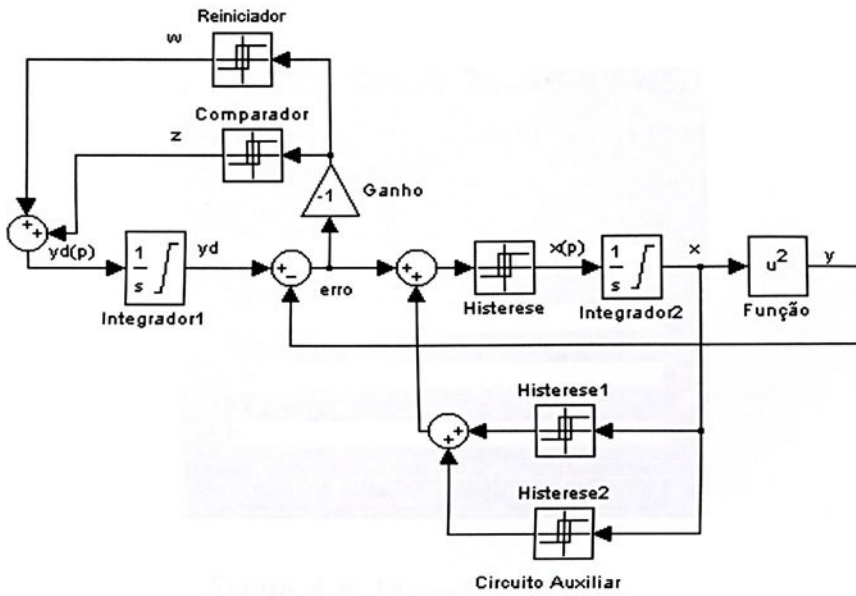


Figura A.6: Diagrama do otimizador proposto com circuito auxiliar.

*Histereses Referentes ao Circuito Auxiliar.*

Histerese 1

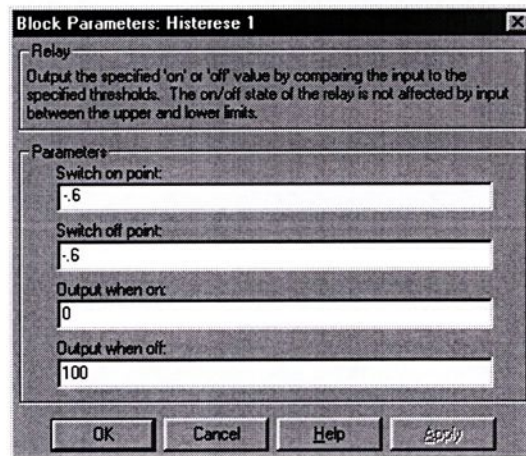


Figura A.7: Parâmetros da histerese 1.

## Histerese 2

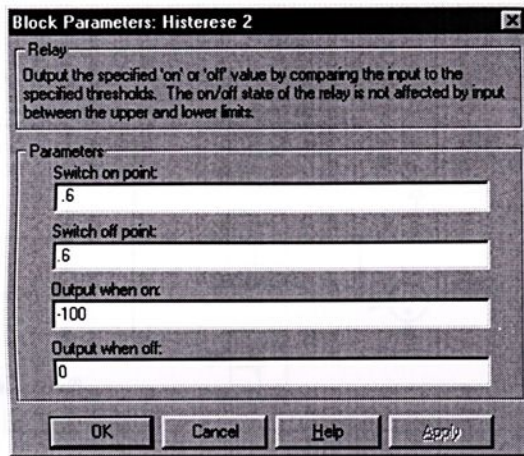


Figura A.8: Parâmetros da histerese 2.

## Integradores

Os integradores 1 e 2 possuem os mesmos parâmetros.

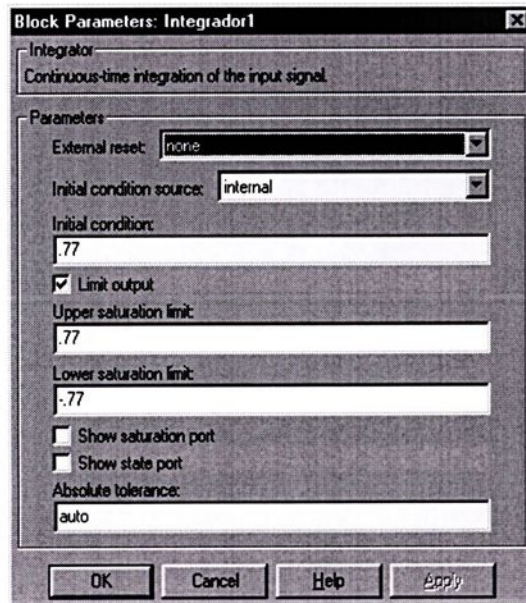


Figura A.9: Parâmetros dos integradores.

Estrutura do otimizador bi-dimensional, Capítulo 4, referente à Figura 4.1.

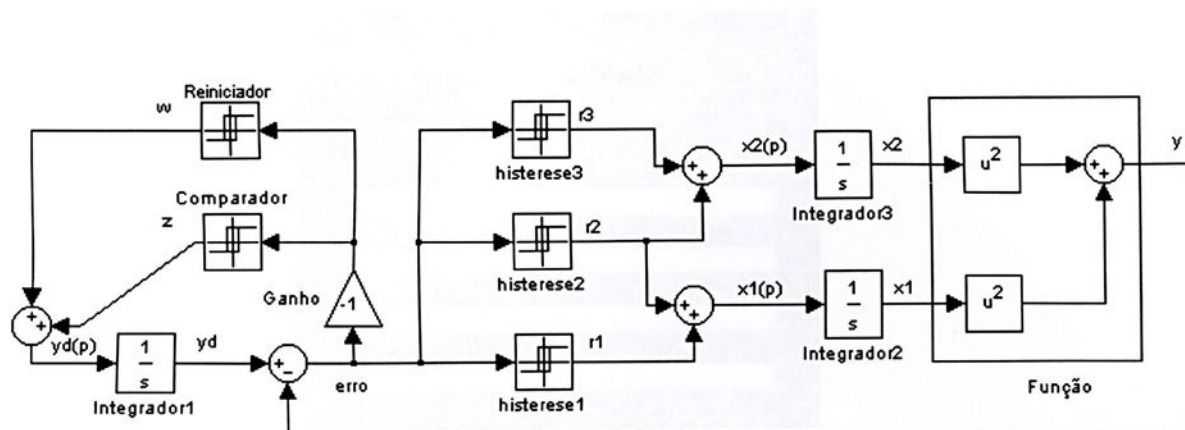


Figura A.10: Estrutura do otimizador bi-dimensional.

Os parâmetros das histereses são mostrados a seguir.

*Histereses Referentes ao Otimizador Bi-Dimensional*

Histerese 1

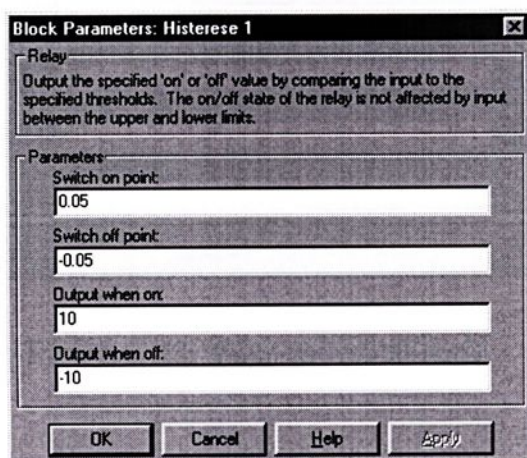


Figura A.11: Parâmetros da histerese 1.

## Histerese 2

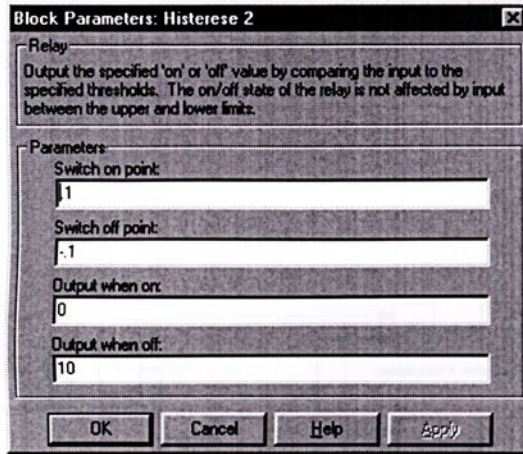


Figura A.12: Parâmetros da histerese 2.

## Histerese 3

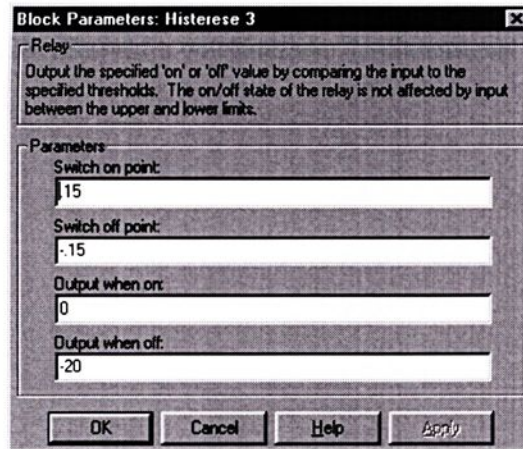


Figura A.13: Parâmetros da histerese 3.

Estrutura do otimizador bi-dimensional, Capítulo 4, referente à Figura 4.7.

A tela contendo os parâmetros do flip-flop é mostrada na figura a seguir.

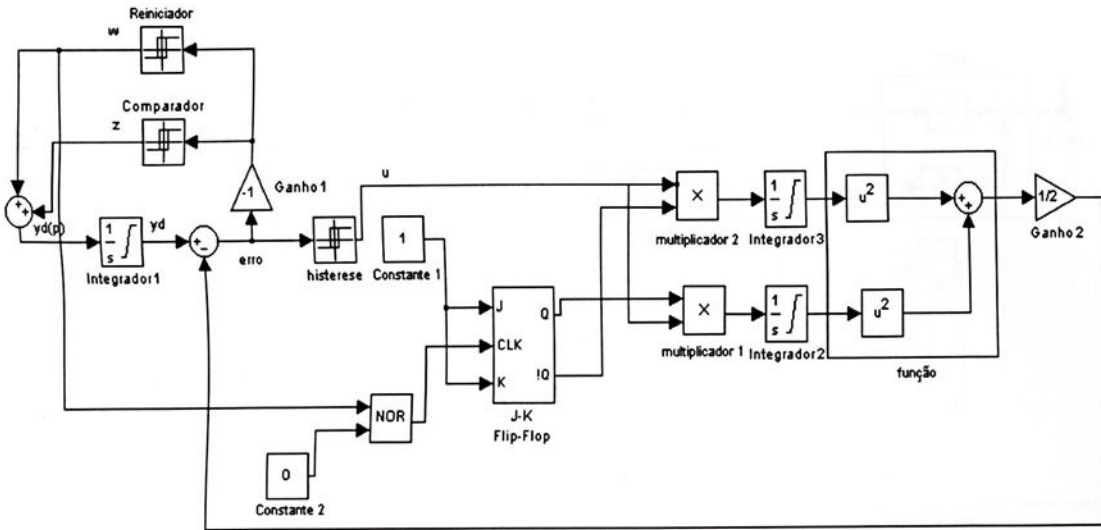


Figura A.14: Estrutura do otimizador bi-dimensional com flip-flop.

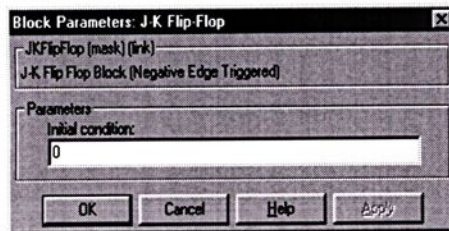


Figura A.15: Parâmetros do flip-flop.

Estrutura do otimizador bi-dimensional com circuito auxiliar, Capítulo 4, referente à Figura 4.10.

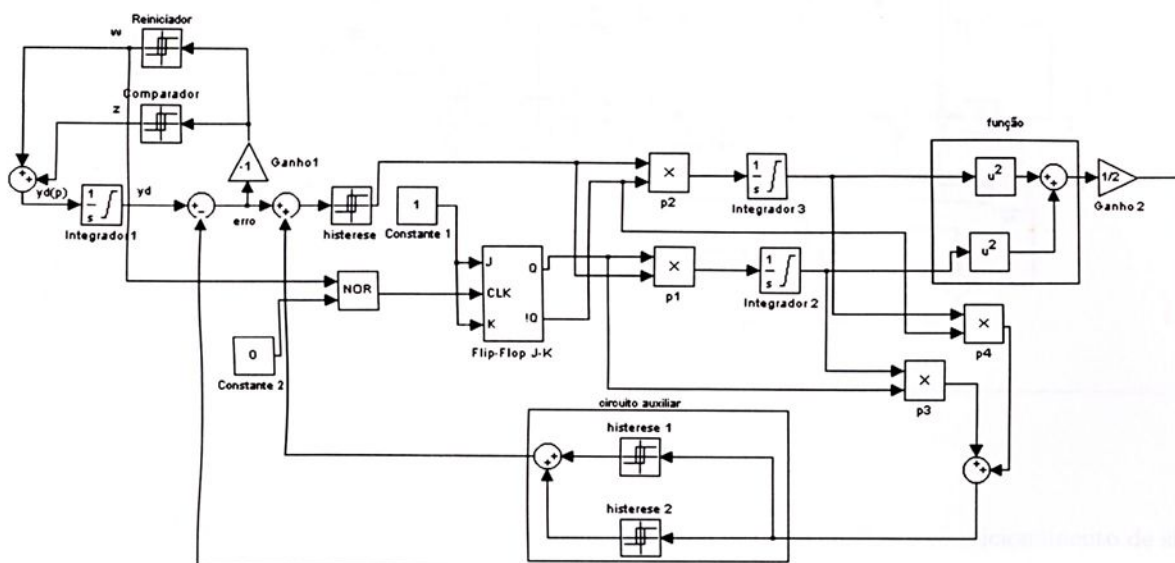


Figura A.16: Estrutura do otimizador bi-dimensional com circuito auxiliar.

Os Parâmetros dos componentes são os mesmos utilizados anteriormente.

Estrutura do otimizador bi-dimensional com circuito auxiliar e condicionamento de sinais, Capítulo 4, referente à Figura 4.14.

Os parâmetros das histereses do circuito auxiliar foram mudados pois devem seguir a relação (3.5)

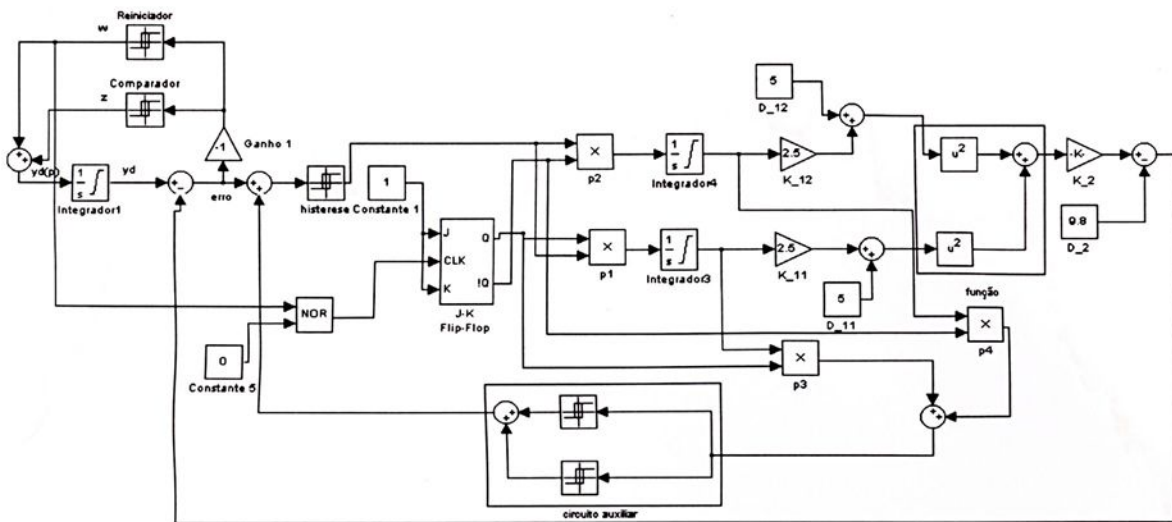


Figura A.17: Estrutura do otimizador bi-dimensional com circuito auxiliar e condicionamento de sinal.

Os parâmetros referentes às simulações são mostrados a seguir.

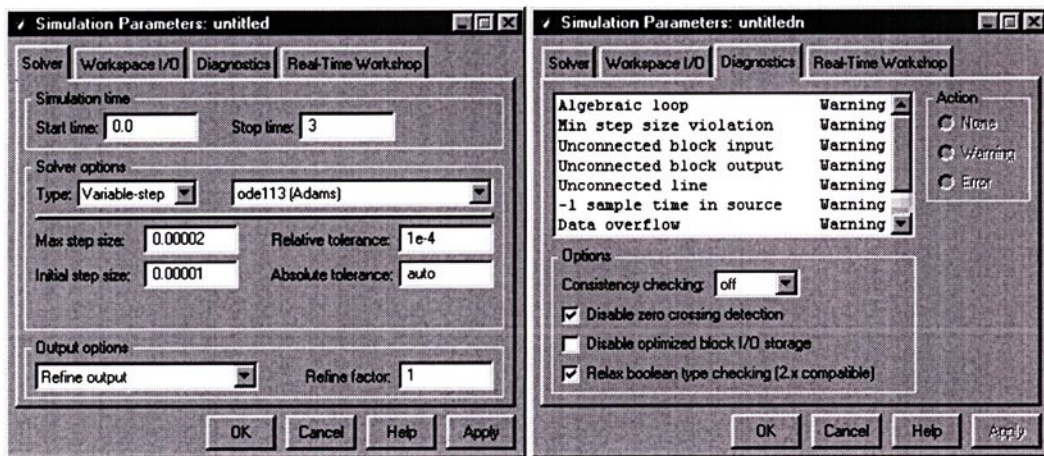


Figura A.18: Parâmetros de simulação.

O tempo de simulação é mudado de acordo com o desejado pelo usuário.



unesp

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

**Câmpus de Ilha Solteira**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**  
**Av. Brasil Centro, 56**  
**15385-000 Ilha Solteira - SP**  
**[www.dee.feis.unesp.br](http://www.dee.feis.unesp.br)**

