

ANA PAULA NIGRO GONZALEZ

**APLICAÇÕES DO MODELO PRESA-PREDADOR
AO ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA DINÂMICA
POPULACIONAL DE ESPÉCIES DE SARDINHA,
CAVALA E ATUM E SOBRE O PROCESSO DE
EUTROFIZAÇÃO MARINHA**

*Monografia apresentada à Comissão do Trabalho de
Formatura do Curso de Graduação em Engenharia
Ambiental, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
– Unesp, Campus de Rio Claro, como parte das
exigências para o cumprimento da disciplina Trabalho
de Formatura no ano letivo de 2008.*

Orientador: Prof. Dr. Edson Denis Leonel.

Rio Claro – SP

2008

ANA PAULA NIGRO GONZALEZ

APLICAÇÕES DO MODELO PRESA-PREDADOR AO ESTUDO
DA INFLUÊNCIA DA DINÂMICA POPULACIONAL DE ESPÉCIES DE
SARDINHA, CAVALA E ATUM E SOBRE O PROCESSO DE
EUTROFIZAÇÃO MARINHA

Orientador: Prof. Dr. Edson Denis Leonel

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas da
Universidade Estadual Paulista “Júlio de
Mesquita Filho” - Campus de Rio Claro, para
obtenção do grau de Bacharel em Engenharia
Ambiental.

RIO CLARO

2008

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a todos aqueles que acreditaram em mim e sempre me ajudaram e me apoiaram em todos os momentos desta jornada.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Edson Denis Leonel, pela forma com a qual me acolheu em um momento muito difícil, me orientando, me incentivando, e vibrando junto comigo por todas as etapas cumpridas. Agradeço a ele por cada semana em que trabalhamos juntos, por toda dedicação, atenção, paciência tidos por mim. Embora o tempo tenha sido curto, foi suficiente para que tenha se tornado uma pessoa e um profissional pela qual tenho imensa admiração. Obrigada por todo esse tempo dedicado e, principalmente, pela credibilidade constante na realização deste trabalho.

Aos meus pais e irmãos, por serem tudo que realmente tenho de concreto na vida, por todo o carinho me dado constantemente, pelo apoio concedido no decorrer desses cinco anos de faculdade e por compreenderem a minha ausência em muitos momentos, principalmente devido à elaboração desse trabalho.

A minha avó (em memória) que sempre me apoiou e se orgulhou de todas as minhas conquistas. Foi uma perda irreparável nesses últimos tempos.

A Rep. Cabeças: Kanela, Paula, Tati, Coki, Da Mata, Maiba, Carrets, He man e Bolinhu, por terem me aguentado todos esses anos, por toda diversão, todo carinho e principalmente pelo apoio e incentivo que só vocês souberam me dar no momento em que mais precisei na elaboração deste trabalho. Um agradecimento em especial a Tati, que esteve mais próxima nos momentos mais difíceis da realização deste trabalho e por todo o companheirismo, cumplicidade e principalmente amizade nesses últimos anos.

Aos meus queridos amigos da faculdade: Gulosa, Alfinete, Brunão, Tony, Diego, Mariela, Jorge, Ronaldo, Tuka, Potra, Dani, Robô, Cebolinha, Nara, Xora, Dinha, Porps, Pri e Gaby.

Ao meu melhor amigo e companheiro Hashi, por todo carinho, toda amizade, compreensão, por estar ao meu lado em todos os momentos bons e ruins, sendo uma pessoa tão maravilhosa para mim.

A todo o pessoal do 4ºano, que embora esteja me formando antes, sempre os considerei como sendo a minha sala, não só por todas as disciplinas assistidas conjuntamente, mas também pelo enorme carinho que tenho por todos sem exceções.

A Rep. Várzea: Sorô, Caiçara, Gorfo, Fugiro, Betty, Xupeta, Tiozinho, Banana, Disco, Alemão, Fala POCO, Taj e Sapão. Por me aguentarem na Rep. E por toda companhia cedida enquanto eu fazia esse trabalho, em especial o Sorô, que passou praticamente 100% da minha dedicação ao TCC jogando WOW do meu lado.

A todas as outras repúblicas que eu adoro: Atoas, Para Todos, 51, Delicias , Tississinguabe, Seu Cuca, Pocas e Boas entre outras.

E por fim, para todas as pessoas que contribuíram positivamente de alguma forma, nesta etapa de minha vida.

RESUMO

O presente trabalho visa apresentar um estudo sobre a eutrofização marinha, proveniente de um possível desequilíbrio na população de peixes.

Para a análise do sistema, foi utilizado o modelo predador-presa, o qual foi implementado em linguagem de programação FORTRAN, empregando-se o software FORCE 2.0. Com a utilização do ORIGIN, puderam ser gerados gráficos referente a dinâmica populacional entre as populações de três espécies de peixes integrantes entre si.

As populações estudadas foram de uma presa, no caso a Sardinha e dois predadores, a Cavala e o Atum. A partir dos gráficos fez-se uma análise sobre a hipótese de eutrofização em diferentes situações em que o momento no qual a população de presas está muito próximo de zero, podem ocorrer danos na qualidade da água e diversas outras consequências em função de uma possível eutrofização do corpo d'água.

ABSTRACT

A discussion concerning marine eutrophication, possible generated from an imbalance of fish population is presented.

Simulations through a code in FORCE 2.0 considering a predator-prey model have been made and the numerical results for a three different fish species were plot in ORIGIN code.

The populations considered in this study were: Sardines being prey and both mackerel and tuna being the sardine's predators. Some hipoteses concerning to the marine eutrophication have being made according to the stages of the dynamics of the system. For situations were the prey's populationis very low, the quality of the water experiences a strong depreciation leading to a possible eutrophication of the water.

ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
Figura 1: Imagem do peixe Cavala. Fonte: www.ambientebrasil.com.br	10
Figura 2: Imagem do peixe Atum. Fonte:(SZPILMAN,2000)	12
Figura 3: Imagem do peixe Sardinha Verdadeira. Fonte: www.eps.ufsc.br/teses98/willy/cap2.html	13
Figura 4: Ilustração de um ambiente eutrofizado em comparação com um não eutrofizado.Fonte: www.ambientebrasil.com.br , organização (GONZALEZ, 2008).	15
Figura 5: Código da programação em FORCE 2.0 do método de Euler.	27
Figura 6: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo da situação 1.....	29
Figura 7: Ampliação da parte inicial da figura 6.	29
Figura 8: Programa gerado no FORCE 2.0 do programa com o integrador de Radau.	31
Figura 9: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo na situação 2.....	32
Figura 10: Ampliação da parte inicial da figura 9.	32
Figura 11: Demonstração da população de presa em função da população de um dos predadores, no caso a Cavala, na situação 2.	33
Figura 12: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo na situação 3.....	34
Figura 13: Ampliação da parte inicial da figura 12.	34
Figura 14: Demonstração da população de presa em função da população de um dos predadores, no caso o Atum, na situação 3.....	35
Figura 15: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo na situação 4.....	36
Figura 16: Ampliação da parte inicial da figura 15.	36
Figura 17: Demonstração da população de presa em função da população de um dos predadores, no caso a Cavala, na situação 4.	37
Figura 18: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo na situação 5.....	38
Figura 19: Ampliação da parte inicial da figura 18.	38
Figura 20: Demonstração da população de presa em função da população de um dos predadores, no caso o Atum, na situação 5.....	39

SUMÁRIO

	Página
INTRODUÇÃO	9
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
Cavala.....	9
Atum.....	10
Sardinha.....	12
Eutrofização	13
Método Euler.....	18
OBJETIVO	20
MÉTODOLOGIA:.....	20
Métodos	20
RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	23
Localização dos pontos fixos:	24
Estabilidade dos pontos fixos:.....	25
Casos de extinção de Espécie.....	35
CONCLUSÕES	39
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	41

INTRODUÇÃO

Sistemas dinâmicos são caracterizados por estados que mudam com o tempo. Em geral, estes sistemas dinâmicos são descritos por equações diferenciais que podem ser ordinárias ou parciais.

Alguns sistemas evoluem para estados de equilíbrios ou desequilíbrios (estados fixados pela dinâmica do sistema), isso implica que eles admitem atratores no espaço de fases. O espaço de fases representa o conjunto de todos os estados possíveis do sistema (HILBORN,94).

O presente trabalho, considerou o modelo dinâmico das populações “uma presa e dois predadores”. A dinâmica é descrita em termos de um conjunto de equações diferenciais ordinárias acopladas. Desse modo foram escolhidas populações de peixes em um ambiente marítimo. As simulações foram realizadas a fim de obter informações sobre as conseqüências ambientais da dinâmica populacional nesse tipo de ambiente e as populações analisadas foram dois predadores, Atum e Cavala, e uma presa, Sardinha.

Baseando-se nas informações observadas, o presente estudo relaciona a dinâmica populacional de peixes descritas por meio do modelo predador-presa, com o processo de eutrofização como uma conseqüência da situação de mortes da população de sardinhas, que é um peixe planctófago.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente trabalho considerou o estudo de populações de três tipos de peixes caracterizados a seguir:

Cavala

O peixe Cavala de nome popular Cavala-verdadeira/King Mackerel e o científico *Scomberomorus cavallatem*, é um peixe da família *Scombridae* típico das regiões Norte, Nordeste, Sudeste e Sul (do Amapá a Santa Catarina). Ocorre praticamente em toda a costa leste brasileira o ano todo, mas é mais freqüente no verão.

A cavala-verdadeira é uma espécie migradora. Formam grandes cardumes com indivíduos da mesma idade, ocorrendo na superfície e meia água (dependendo essa da profundidade do ambiente e levando em consideração de que isso ocorre devido à temperatura). Os cardumes de cavala seguem os cardumes de peixes menores, como sardinhas, manjubas e lulas, que constituem seu principal alimento.

Durante o verão, a Cavala freqüenta os costões rochosos e regiões de mar aberto, não muito distantes da costa. É uma espécie muito esportiva e muito comercial e pode atingir até mais ou menos 1,5m de comprimento total e 50 kg, pesando em média 10 Kg.

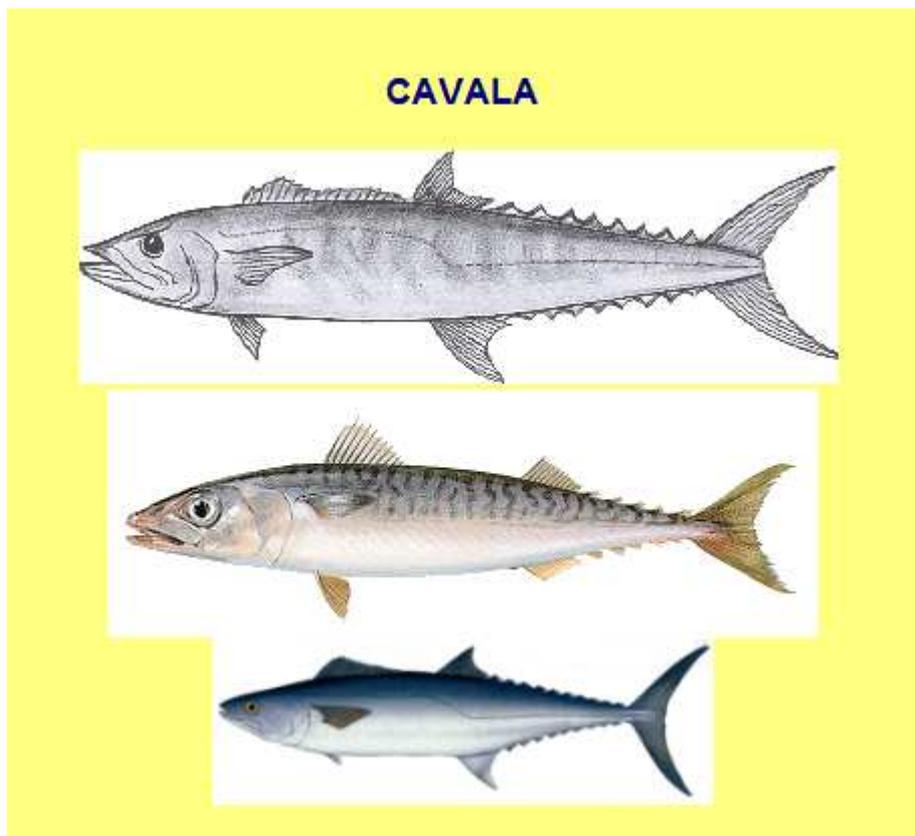


Figura 1: Imagem do peixe Cavala. Fonte: www.ambientebrasil.com.br

Atum

O outro predador utilizado no estudo, o Atum, são peixes da família *Scombridae* que vivem nas regiões tropicais e subtropicais de todos os oceanos. Normalmente formam cardumes só de peixes da mesma idade e são predadores ativos.

Existem no mundo apenas oito espécies de atum ou *Thunnus* (família *Scombridae*, classe *Actinopterygii*) (AMBIENTEBRASIL, 2008) :

- *Thunnus alalunga* - Albacora , Atum-branco, Atum albino ou Avoador (Angola) ou, Bandolim e Carorocatá (Brasil) e Peixe-maninha (Cabo Verde).
- *Thunnus albacares* - Albacora, Albacora-da-lage, Albacora-cachorra (Brasil), Atum, Atum-amarelo (do inglês "yellowfin"), Atum-oledê (S. Tomé e Príncipe), Atum-de-galha-a-ré (Cabo Verde), Rabão (Angola) e Rabo-seco (Cabo Verde).
- *Thunnus atlanticus* (endêmico no Oceano Atlântico ocidental) - Albacora, Albacora-preta ou Albacorinha, Atum-barbatana-negra ou Atum-negro.
- *Thunnus maccoyii* (encontrado apenas na parte sul de todos os oceanos) - Atum-do-sul.
- *Thunnus obesus* (encontrada apenas em águas com temperaturas entre 13°-29°C, mas o intervalo ótimo é entre 17°-22°C; tem um valor muito elevado no mercado, uma vez que é processado como "sashimi" no Japão) - Albacora, Albacora-cachorra (Brasil) ou Albacora-olho-grande ou Atum-de-olho-grande (do nome em inglês "bigeye tuna"), Atum, Atum-fogo (S. Tomé e Príncipe), Atum-obeso, Atum-patudo, ou simplesmente Patudo.
- *Thunnus orientalis* (endêmico do Oceano Pacífico norte) - não se conhece nomes em português.
- *Thunnus thynnus*, atum-rabilho (típico do Oceano Atlântico; criado em instalações de aquicultura no Japão, onde a sua carne é processada como "sashimi").
- *Thunnus tonggol* - Atum-do-índico, Atum tongol, Bonito-oriental (Moçambique)

A espécie utilizada será o *thunnus Albacares*, por ser encontrado na costa brasileira e pelo seu peso médio variar entre 50 e 80 Kg, que é o peso aproximado que também varia a Cavala.

Seu Nome Popular é Atum ou Albacora e o científico *Thunnus spp.* São considerados os peixes mais hidrodinâmicos entre as formas existentes. Existem várias espécies que alcançam de 50 a 200 kg, no entanto os mais comuns atingem em média 80 kg.

A espécie estudada é encontrada em toda a região nordeste e nos estados do Amapá, Pará, Espírito Santo, Rio de Janeiro, São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul e alimentam-se de lulas e peixes, como sardinhas e manjubas.

ATUM



Figura 2: Imagem do peixe Atum. Fonte: (SZPILMAN, 2000)

Sardinha

As sardinhas que são as presas, nesse caso, são peixes da família *Clupeidae* (Clupeídeos), aparentados com os arenques. Geralmente de pequenas dimensões (10-15 cm de comprimento). São peixes pelágicos, que nadam livremente na coluna de água, e costumam ser encontrados em cardumes numerosos pelo litoral norte.

As espécies de sardinhas encontradas até hoje são (WILLY, 2008):

1. *Sardina pilchardus* (European pilchard) - Ocorre na Europa .
2. *Sardinops caerulea* (Califórnia sardine) - Ocorre na região da Califórnia e Baixa Califórnia.
3. *Sardinops melanosticata* (Japanese sardine ou Maiwashi) - Ocorre nos mares do Japão
4. *Sardinops sagax* (Chilean pilchard ou sardina chilena) - Ocorre na costa sul-americana do Pacífico.
5. *Sardinops ocellata* (South African pilchard) - Ocorre no sul da África.
6. *Sardinella aurita* (West African pilchard) - Ocorre no Mar Mediterrâneo e a noroeste da África.
7. *Sardinella anchovia* (Spanish sardine ou sardina) – Ocorre no Golfo do México.
8. *Sardinella brasiliensis* (sardinha - verdadeira) – Ocorre no sul do Brasil.

9. *Sardinella longiceps* (Indian sardine) - Ocorre na Índia e nas Filipinas.

O trabalho proposto irá utilizar-se da *Sardinella brasiliensis*, ou sardinha verdadeira, por ser a única espécie encontrada no Brasil e pelo seu hábito alimentar planctóforo.

Planctófagos são denominados os peixes que se alimentam predominantemente de plâncton. Classificam-se em:

- a - Seletores: selecionam suas presas individualmente;
- b - Filtradores passivos: abrem a boca e nadam, deixando que os rastros concentrem as partículas;
- c - Filtradores ativos ou bombadores: o peixe fica parado ou ligeiramente em movimento fazendo bombear água com movimentos ativos da cavidade oro - branquial.

SARDINHA



Figura 3: Imagem do peixe Sardinha Verdadeira. Fonte: www.eps.ufsc.br/teses98/willy/cap2.html

Eutrofização

A eutrofização, que pode também ser chamada de eutroficação, é um fenômeno causado pelo excesso de nutrientes e/ou matéria orgânica num corpo d'água. Pode também ser denominada como o enriquecimento da água com nutriente através de meios naturais ou criados pelo homem, produzindo uma abundante proliferação de algas (BERON, 1984).

As plantas aquáticas podem ser classificadas dentro de duas categorias bem amplas (THOMANN e MUELLER, 1987):

- Plantas que se movem livremente com a água (plantas aquáticas planctônicas): incluem o fitoplâncton microscópico, plantas flutuantes e certos tipos de plantas, como as algas cianofíceas, que podem flutuar na superfície e se mover com a corrente superficial;
- Plantas fixas (aderidas ou enraizadas): incluem as plantas aquáticas enraizadas de diversos tamanhos e as plantas microscópicas aderidas (algas bênticas).

A eutrofização induz ao desenvolvimento de superpopulações de plantas aquáticas, tanto planctônicas quanto aderidas, especialmente de algas (que também fazem fotossíntese, gerando mais matéria orgânica)

Como os microrganismos têm, em geral, um período de vida muito curto, ao morrer aumentam a carga orgânica e causam a eutrofização. Essa quando se encontra muito forte, o oxigênio dissolvido (OD) é totalmente consumido, fazendo o ecossistema entrar em anaerobiose, causando mau cheiro (principalmente pela presença de sulfetos e gás sulfídricos), alterando o equilíbrio do ecossistema e deteriorando a qualidade do corpo de água o que limita a sua utilização.

A diminuição do índice de oxigênio dissolvido provoca a morte de diversas espécies animais e vegetais, e tem um altíssimo impacto para os ecossistemas aquáticos.

A figura 4 apresenta um esquema de eutrofização em lagos. Embora o trabalho em questão tenha sido realizado no ambiente marítimo o princípio se mantém o mesmo.

A eutrofização é um fenômeno que afeta inúmeros lagos, rios e mesmo zonas marinhas costeiras de todo o mundo. Esse fenômeno pode ser natural ou consequência de atividades humanas.

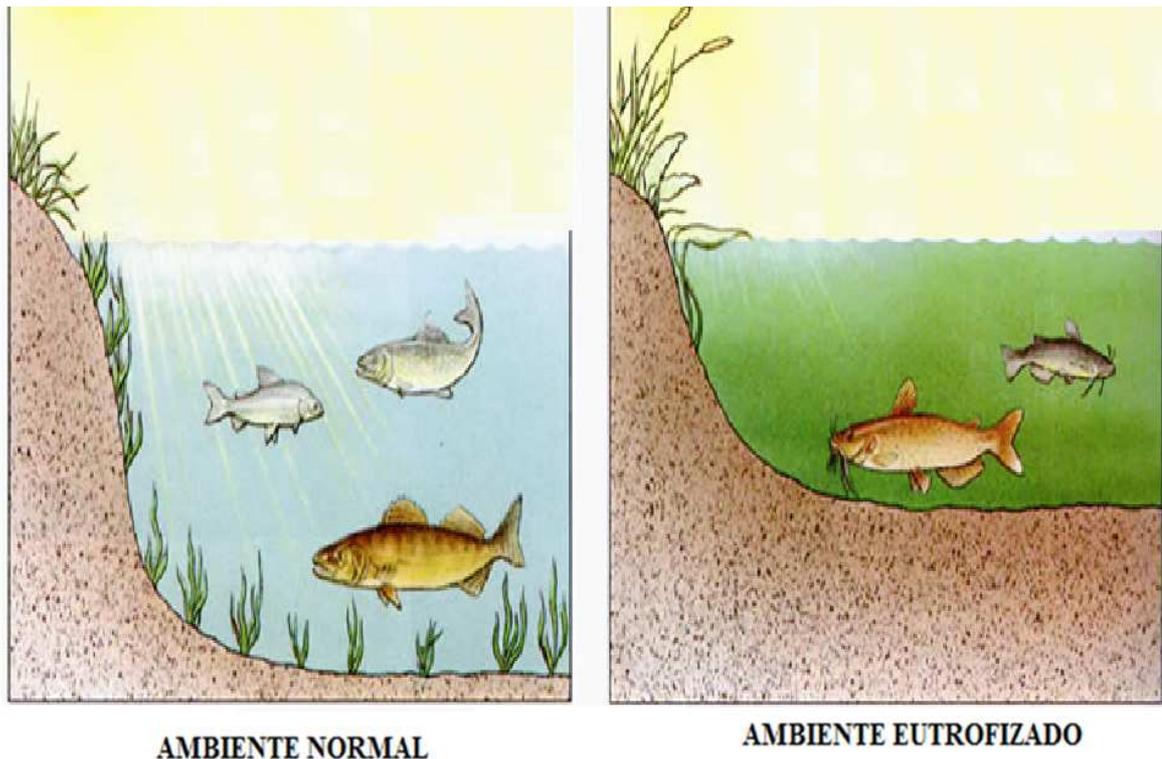


Figura 4: Ilustração de um ambiente eutrofizado em comparação com um não eutrofizado. Fonte: www.ambientebrasil.com.br, organização (GONZALEZ, 2008).

Quando a origem é natural, o sistema aquático torna-se eutrófico muito lentamente e o ecossistema mantém-se em equilíbrio. Geralmente a água permanece com boa qualidade para o consumo humano e a comunidade biológica continua a ser saudável e diversa. No entanto, quando a eutrofização resulta de atividades humanas, há uma aceleração do processo, os ciclos biológicos e químicos podem ser interrompidos e, muitas vezes, o sistema progride para a um estado essencialmente morto.

No trabalho em questão foram estudados casos de eutrofização de origem natural. A desestabilização do sistema pode levar a um aumento ou diminuição de certos organismos essenciais para as cadeias alimentares. No caso estudado a diminuição na população dos predadores do fitoplâncton pode levar a eutrofização natural, processo esse que aparenta ser cíclico.

Corpos d'água naturais possuem baixos níveis de nutrientes dissolvidos, limitando o desenvolvimento de produtores, especialmente as algas. A cadeia trófica, dessa forma, mantém-se equilibrada. Algas, cianobactérias e animais que vivem próximos à superfície da água têm, portanto, seu crescimento limitado. Dessa forma, a luz vinda do Sol consegue atingir as partes mais fundas dos corpos d'água, e as plantas que ali vivem conseguem realizar

fotossíntese. O oxigênio da fotossíntese é dissolvido na água, fazendo com que os animais do ambiente tenham à disposição uma boa quantidade de gás disponível.

Com o aumento da disponibilidade de nutrientes, têm-se um aumento considerável no número de algas e cianobactérias. Num primeiro momento, há mais alimento disponível para os heterótrofos, mas há pouca troca de gases entre o corpo d'água e a atmosfera, ocasionando uma baixa oxigenação da água. A maior quantidade de algas na superfície também diminui a passagem de luz para as plantas enraizadas que realizam fotossíntese, dificultando seu crescimento.

O problema se agrava ainda mais quando o plâncton esgota os nutrientes e começa a morrer. Uma grande quantidade de nutrientes provenientes dos corpos dessas algas fica disponível aos decompositores, que são principalmente bactérias e organismos bentônicos. Esses por sua vez, utilizam o já pouco oxigênio disponível no processo de decomposição, levando a uma “desoxigenação” do corpo d'água. A decomposição mais ou menos rápida dos organismos mortos além do esgotamento do oxigênio, causa morte em massa de peixes e outros organismos.

Dessa forma, o processo de eutrofização leva à morte de animais (especialmente peixes, pela falta de oxigênio para respiração) e plantas (pela falta de oxigênio e pela falta de luz para a realização da fotossíntese). Corpos d'água eutrofizados geralmente são chamados de “mortos”, pois são raros os animais que ali conseguem sobreviver.

De acordo com o ramo da biologia marinha, fitoplâncton é o conjunto dos organismos aquáticos microscópicos que têm capacidade fotossintética e que vivem dispersos flutuando na coluna de água.

Existe um grupo de grande importância sanitária e de saúde pública, que é também classificado como bactéria, as cianofíceas ou "algas azuis" . Hoje as algas azuis ou cianobactérias, nome atualmente mais empregado, são limitadas pelas legislações ambientais para águas potáveis, devido ao fato de que algumas cepas produzem toxinas (cianotoxinas) que podem ser letais para os mamíferos.

Os principais efeitos indesejáveis da eutrofização são os seguintes (ARCEIVALA, 1981; THOMANN e MUELLER, 1987; VON SPERLING, 1994):

- Problemas estéticos e recreacionais: Diminuição do uso da água para recreação, balneabilidade e redução geral na atração turística devido a:

- a) Frequentes florações das águas;
- b) Crescimento excessivo da vegetação;
- c) Distúrbios com mosquitos e insetos;
- d) Eventuais maus odores;
- e) Eventuais mortandades de peixes.

- Condições anaeróbias no fundo do corpo d'água: O aumento da produtividade do corpo d'água causa uma elevação da concentração de bactérias heterotróficas, que se alimentam da matéria orgânica das algas e de outros microrganismos mortos, consumindo oxigênio dissolvido do meio líquido. No fundo do corpo d'água predominam condições anaeróbias, devido à sedimentação da matéria orgânica, e à reduzida penetração do oxigênio a estas profundidades, bem como à ausência de fotossíntese (ausência de luz). Com a anaerobiose, predominam condições redutoras, com compostos e elementos no estado reduzido:

- a) O ferro e o manganês encontram-se na forma solúvel, trazendo problemas ao abastecimento de água;
- b) O fosfato encontra-se também na forma solúvel, representando uma fonte interna de fósforo para as algas;
- c) O gás sulfídrico causa problemas de toxicidade e maus odores.

- Eventuais condições anaeróbias no corpo d'água como um todo: Dependendo do grau de crescimento bacteriano, pode ocorrer, em períodos de mistura total da massa líquida (inversão térmica) ou de ausência de fotossíntese (período noturno), mortandade de peixes e reintrodução dos compostos reduzidos em toda a massa líquida, com grande deterioração da qualidade da água.

- Eventuais mortandades de peixes. A mortandade de peixes pode ocorrer em função de:

- a) Anaerobiose (já comentada);
- b) Toxicidade por amônia. Em condições de pH elevado (frequentes durante os períodos de elevada fotossíntese), a amônia apresenta-se em grande parte na forma livre (NH_3), tóxica aos peixes, ao invés de na forma ionizada (NH_4^+), não tóxica.

- Toxicidade das algas. Rejeição da água para abastecimento humano e animal em razão da presença de secreções tóxicas de certas algas.

- Modificações na qualidade e quantidade de peixes de valor comercial.

- Redução na navegação e capacidade de transporte. O crescimento excessivo de algas enraizadas interfere na navegação, aeração e capacidade de transporte do corpo d'água.

O importante papel dos peixes como estímulo ao processo de eutrofização, somente começou a ser reconhecido graças a estudos recentes que demonstraram ser a excreção destes animais uma importante fonte de aporte interno de fósforo (P) em corpos d'água

Estudos experimentais conduzidos por MAZUMBER et al. (1988) demonstraram que peixes planctófagos podem aumentar as taxas de recirculação de fósforo e portanto elevar a biomassa algal. VANNI & FINDLAY (1990) indicaram que a reciclagem de fósforo pelos peixes pode ser maior que pelo zooplâncton e capaz de promover mudanças na composição de espécies do fitoplâncton.

Mais recentemente, ATTAYDE (2000) conduziu uma série de estudos experimentais que esclareceram os diversos mecanismos pelos quais os peixes podem contribuir com nutrientes para o crescimento algal, enfatizando o importante papel dos peixes como fonte direta de nutrientes para as algas via excreção de orto-fosfato.

Método Euler

O método utilizado a princípio, para a verificação da eficiência foi o método de Euler. O método de Euler é o método numérico mais elementar de resolução de equações diferenciais ordinárias (LESI,2002). Para seu entendimento considerou-se a equação diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

onde x e y são as variáveis independentes e dependentes, respectivamente. $f(x, y)$ é uma função derivada que é em geral função das variáveis independentes (por ex. tempo) e dependentes

A derivada pode ser definida de forma elementar como o limite da razão entre os incrementos em y e x para incrementos, na variável independente, muito pequenos:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Conhecendo-se o valor de y para um determinado valor de x foi possível calcular o valor da variável dependente y para um valor posterior da variável independente x através de resolução numérica. Sejam conhecidos os valores num determinado ponto (x_n, y_n) . O valor de y_{n+1} pode ser determinado a partir da equação em que se aproxima a derivada por diferenças finitas:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y_{n+1} - y_n}{x_{n+1} - x_n} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{y_{n+1} - y_n}{h}$$

onde $h = x_{n+1} - x_n$ é chamado o passo (constante) de integração da equação diferencial. Se a derivada for escrita como $f(x_n, y_n)$ e o limite infinitesimal fosse abandonado, têm-se:

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{h} = f(x_n, y_n)$$

E finalmente obtêm-se :

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

Que corresponde ao **método de Euler** de resolução numérica de equações diferenciais ordinárias.

Caso a equação diferencial seja uma equação de três variáveis, todas as fórmulas que possuem apenas duas variáveis passam a ser usadas com três variáveis, a equação de Euler para resolução de (EDO) fica reescrita como:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n, z_n)$$

Em relação à classificação e estabilidade das soluções de equilíbrio, os pontos fixos são classificados de acordo com HILBORN (1994), que caracteriza 8 tipos básicos de pontos fixos, cujas características são listadas a seguir:

1. **Nó assintoticamente estável:** Todos os valores característicos são reais e negativos. Todas as trajetórias da vizinhança do nó são atraídos para o ponto fixo.
2. **Nó espiral assintoticamente estável:** Todos os valores característicos têm partes reais negativas, mas dois deles tem partes imaginárias diferentes de zero.

3. **Repulsor:** Todos os valores característicos são reais e positivos. Todas as trajetórias da vizinhança do repulsor divergem com o passar do tempo.
4. **Repulsor espiral:** Todos os valores característicos têm partes reais positivas, mas dois deles tem partes imaginárias diferentes de zero.
5. **Ponto de sela – índice 1:** Todos os valores característicos são reais. Um deles é positivo e os outros dois são negativos.
6. **Ponto de sela espiral – índice 1:** Os dois valores característicos com partes reais negativas formam um par conjugado complexo.
7. **Ponto de sela – índice 2:** Todos os valores característicos são reais. Dois deles são positivos e o outro é negativo.
8. **Ponto de sela espiral – índice 2:** Os dois valores característicos com partes reais positivas formam um par conjugado complexo

OBJETIVO

O trabalho teve como objetivo principal, a análise de um sistema de equações diferenciais não lineares, representando, o modelo predador-presa, para o estudo da dinâmica populacional de peixes envolvendo a preda das Sardinhas por peixes como o Atum e a Cavala e uma breve avaliação das consequências ambientais do modelo no que tange a questão da eutrofização em ambientes marinhos.

De forma secundária foram ainda, Avaliar a eficiência do modelo predador –presa; avaliar a eficiência do método de Euler para esse tipo de estudo e analisar os casos de extinção de espécies de acordo com o método proposto.

MÉTODOLOGIA:

Métodos

No presente trabalho foram utilizados de métodos matemáticos e ferramentas computacionais.

Através dos métodos de Euler e de Runge Kutta, métodos numéricos utilizados para resolver equações diferenciais ordinárias EDO (RUGGIERO,1997), encontrou-se o

comportamento de séries temporais do fluxo de soluções do sistema de equações diferenciais, que descrevem a dinâmica do modelo.

Localizaram-se os pontos de equilíbrio do sistema e estudou-se a estabilidade linear dos mesmos.

Uma Equação Diferencial Ordinária (EDO) é uma equação da forma:

$$F(x, y(x), y'(x), y''(x), \dots, y^{(n)}(x)) = 0$$

Forma essa que envolve uma função incógnita $y = y(x)$ e suas derivadas ou suas diferenciais em que x é a variável independente, y é a variável dependente.

Sendo assim y é tido como uma função de x e suas derivadas seriam

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}$$

Uma **solução** de uma EDO é uma função $y(x)$ cujas derivadas satisfazem a equação. Não está garantido no entanto que tal função exista, e caso exista, normalmente ela não é única (LESI,2002).

Após definir as equações diferenciais ordinárias, analisam-se os pontos fixos das equações e suas estabilidades. Para se obter os pontos fixos do sistema, basta calcular os pontos onde todas as derivadas são nulas.

Após se obter os pontos fixos estudou-se o comportamento ou a estabilidade de sistemas dinâmicos nas vizinhanças dos pontos de equilíbrio (ou pontos fixos). Esse estudo é realizado a partir dos autovalores da matriz Jacobiana, que fornecem informação acerca da estabilidade local (em torno da solução de equilíbrio) de um determinado ponto fixo (x, y, z) .

A matriz Jacobiana é uma matriz cujos elementos são as derivadas parciais de primeira ordem. Essa matriz é utilizada para sistemas de n equações diferenciais ordinárias de primeira ordem da seguinte forma (FERRARA, 1994):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Onde:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 \\ \dot{x}_2 = f_2 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ \dot{x}_n = f_n \end{cases}$$

Os autovalores da matriz Jacobiana, são os valores de λ para os quais o determinante da matriz $(A - \lambda I)$ é igual a zero. Os valores de λ assim obtidos são denominados os autovalores da matriz A .

Se o determinante dessa matriz for igual a zero, então, o sistema:

$$\dot{x} = (A - \lambda I) x = 0$$

possui solução única. I é a matriz identidade.

Uma matriz identidade se apresenta da seguinte forma

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

ou seja, o sistema de equações original é representado de outra forma (linearizado) e possui solução cuja estabilidade pode ser caracterizada apenas localmente. Os autovalores, λ_i , (com $i = 1, 2, 3 \dots n$) da matriz Jacobiana fornecem informação acerca da estabilidade local (em torno da solução de equilíbrio) de um determinado ponto fixo (x, y, z) .

O modelo estudado é o modelo de dinâmica não linear predador-presa, que pode ser resolvido a partir de equações de uma ou mais variáveis. Como o modelo estudado possui três variáveis podemos dizer então que o modelo analisa a interação entre espécies de presas e predadores, nesse caso 1 (uma) presa e 2(dois) predadores, no sentido de verificar a evolução das populações em ambientes específicos.

Para esse modelo, o que asseguraria que nenhuma das espécies se extinguisse, seria o equilíbrio demográfico dos pares predadores-presa na medida em que se obteriam ciclos de retroalimentação mútua em que o aumento da população de presas, leva ao aumento da população de predadores, que leva à diminuição da população de presas e conseqüentemente a diminuição da população de predadores.

Este sistema, é principalmente caracterizado pela oscilação entre as três espécies e propõe várias simplificações quanto à dinâmica biológica:

- A população das presas irá crescer exponencialmente se os predadores não existirem.
- A população dos predadores irá desaparecer devido à falta de presas, quando estas morrem.
- Na situação acima, o predador não consegue mudar para outra presa para conseguir sobreviver.
- Os predadores conseguem consumir quantidades infinitas de presas.
- Não existe complexidade biológica, o espaço usado para as presas é infinito.
- Não existe mais nenhuma espécie além das iniciais.
- O ambiente é totalmente homogêneo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Primeiramente discutiram-se os critérios para a construção do sistema de EDO abaixo e o significado/interpretação de cada parâmetro de controle.

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy - cxz \\ \dot{y} = -dy + exy \\ \dot{z} = -fz + gxz \end{cases}$$

Os parâmetros de controle da EDO correspondem as seguintes características:

a = Corresponde a taxa de crescimento da população de Sardinhas.

b = Controla a intensidade de decréscimo da interação entre as populações de Sardinhas e Cavalas.

c = Controla a intensidade de decréscimo da interação entre as populações de Sardinhas e Atuns.

d = Corresponde a taxa de decréscimo da população de Cavalas.

e = Controla a intensidade de crescimento da interação das populações de Sardinhas e Cavalas.

f = Corresponde a taxa de decrescimento da população de Atum.

g = Controla a intensidade de crescimento da interação das populações de Sardinhas a Atuns.

Para a análise da estabilidade dos pontos fixos, localizou-se os autovalores da matriz Jacobiana do sistema fazendo-se $\text{Det}[A - \lambda I] = 0$.

Matriz Jacobiana A é descrita como:

$$A = \begin{bmatrix} a - by - cz & -bx & -cx \\ ey & -d + ex & 0 \\ gz & 0 & -f + gx \end{bmatrix}$$

λI é descrito como:

$$\lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

A partir do sistema de EDO's, localizou-se os pontos fixos.

Localização dos pontos fixos:

Os pontos fixos são obtidos de $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$ Assim os possíveis casos são:

1º Caso: Partindo-se do ponto fixo $(x, y, z) = (0, 0, 0)$

2º Caso: A partir da equação $y = (-d + ex)$, supondo $(-d + ex) = 0$

Sendo assim, $ex = d$, logo $x = \frac{d}{e}$

Da equação $z = (-f + gx) = 0$, temos $z = 0$,

Com isso a partir da primeira equação $x = (a - by - cz) = 0$ temos que: $a - by = 0$

Logo $y = \frac{a}{b}$

O segundo ponto analisado será então $(x, y, z) = \left(\frac{d}{e}, \frac{a}{b}, 0\right)$

3º Caso: A partir da equação $z = (-f + gx)$, supondo $(-f + gx) = 0$, teremos, $x = \frac{f}{g}$

Da equação $y(-d+ex) = 0$, temos $y = 0$

Com isso a partir da primeira equação $x(a - by - cz) = 0$, temos que: $a - cz = 0$

$$\text{Logo } z = \frac{a}{c}$$

O terceiro ponto analisado será então $(x, y, z) = \left(\frac{f}{g}, 0, \frac{a}{c}\right)$

Estabilidade dos pontos fixos:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = a - by - cz; \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -bx; \quad \frac{\partial f}{\partial z} = -cx$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} = ey; \quad \frac{\partial g}{\partial y} = -d + ex; \quad \frac{\partial g}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = gx; \quad \frac{\partial h}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial h}{\partial z} = -f + gx$$

Os autovalores:

1º Caso: $(x, y, z) = (0, 0, 0)$

$$[A - \lambda I] = \begin{bmatrix} a - \lambda & -bx & -cx \\ ey & -d - \lambda & 0 \\ gz & 0 & -f - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } [A - \lambda I] = 0.$$

Resolvendo a determinante encontra-se: $\lambda_1 = a$, $\lambda_2 = -d$, $\lambda_3 = -f$

De acordo com (HILBORN,94), como a, b, c, d, e, f, g , pertencem ao conjunto dos reais, o ponto fixo obtido é um ponto de sela (instável), por possuir dois valores negativos e um valor positivo.

2º Caso: $(x, y, z) = \left(\frac{d}{e}, \frac{a}{b}, 0\right)$

$$[A - \lambda I] = \begin{bmatrix} a - b\frac{a}{b} - \lambda & -b\frac{d}{e} & -c\frac{d}{e} \\ e\frac{a}{b} & -d + e\frac{d}{e} - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -f + g\frac{d}{e} - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } [A - \lambda I] = 0.$$

Resolvendo a determinante encontra-se:

$$\lambda^2 \left(-f + g \frac{d}{e} - \lambda\right) + b \frac{d}{e} e \frac{a}{b} \left(-f + \frac{d}{e} - \lambda\right) = 0$$

$$\left(-f + \frac{d}{e} - \lambda\right) [\lambda^2 ad] = 0$$

$$[\lambda^2 ad] = 0, \text{ logo } \lambda_1 = + i \sqrt{ad}, \lambda_2 = - i \sqrt{ad}$$

$$\left(-f + \frac{d}{e} - \lambda\right) = 0, \text{ logo } \lambda_3 = g \frac{d}{e} - f$$

Assim, de acordo com (HILBORN,94), se $\lambda_3 = 0$ então o ponto fixo $z = 0$, possui estabilidade neutra; é assintoticamente estável se $\lambda_3 < 0$ e instável se $\lambda_3 > 0$.

$$3^\circ \text{ Caso: } (x, y, z) = \left(\frac{f}{g}, 0, \frac{a}{c},\right)$$

$$[A - \lambda I] = \begin{bmatrix} a - c \frac{a}{c} - \lambda & -b \frac{f}{g} & -c \frac{f}{eg} \\ 0 & -d + e \frac{f}{g} - \lambda & 0 \\ g \frac{a}{c} & 0 & -f + g \frac{f}{g} - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } [A - \lambda I] = 0.$$

Resolvendo a determinante encontra-se:

$$\lambda^2 \left(-d + e \frac{f}{g} - \lambda\right) + c \frac{f}{g} a \frac{g}{c} \left(-d + e \frac{f}{g} - \lambda\right) = 0$$

$$\left(-d + e \frac{f}{g} - \lambda\right) [\lambda^2 af] = 0, \text{ logo } \lambda_1 = + i \sqrt{fa}, \lambda_2 = - i \sqrt{fa}$$

$$\left(-d + e \frac{f}{g} - \lambda\right) = 0, \text{ logo } \lambda_3 = e \frac{f}{g} - d$$

Assim, de acordo com (HILBORN,94), se $\lambda_3 = 0$ então o ponto fixo $z = 0$ possui estabilidade neutra; é assintoticamente estável se $\lambda_3 < 0$ e instável se $\lambda_3 > 0$.

Se $g < e$, $\lambda_3 < 0$, o que faz com que a espécie de Atum seja extinta. Se $g > e$, $\lambda_3 > 0$, o que faz com que a população de Cavala seja extinta. Os gráficos ilustrando estas discussões são mostrados adiante

Para a realização do estudo da dinâmica populacional proposto no presente trabalho, contou com a ajuda de programas e ferramentas computacionais.

O aplicativo utilizado foi o FORCE 2.0, no qual foi utilizado a linguagem Fortran para programar o modelo predador presa. O programa gerado foi o seguinte:

```

1   program orbita
2   c este programa evolui uma orbita no modelo presal-predador2
3   implicit real*8 (a-h,o-z)
4   parameter (a=5.0d0,b=...d0,c=...d0,d=1.0d0,e=1.25d0,
5   sf=1.0d0,g=1.25d0,h=0.01d0,n=5000)
6   open(1,file='saida_xt.dat',status='unknown')
7   open(2,file='saida_yt.dat',status='unknown')
8   open(3,file='saida_zt.dat',status='unknown')
9   open(4,file='saida_xyz.dat',status='unknown')
10  x0=6.0d0
11  y0=0.2d0
12  z0=0.27d0
13  do i=1,n
14      x1=x0+h*(a*x0-b*x0*y0-c*x0*z0)
15      y1=y0+h*(-d*y0+e*x0*y0)
16      z1=z0+h*(-f*z0+g*x0*z0)
17      tempo=i*h
18      write(1,*) real(tempo), real(x1)
19      write(2,*) real(tempo), real(y1)
20      write(3,*) real(tempo), real(z1)
21      write(4,*) x1,y1,z1
22      x0=x1
23      y0=y1
24      z0=z1
25  end do
26  close(1)
27  close(2)
28  close(3)
29  close(4)
30  end

```

Figura 5: Código da programação em FORCE 2.0 do método de Euler.

No estudo proposto, para facilitar a análise dos resultados foram fixados, para as simulações iniciais os seguintes parâmetros: **a= 5**, **d=1.0**, **e=0.3**, **f=1.0**, **g=0.3**, **h=0.01** e **n=5000**. Foram variados, portanto, apenas os valores de **b** e **c**, que correspondem aos valores associados à taxa de decréscimo da população de Sardinhas devido à interação com as populações de Atum e cavala, ou seja, a taxa de alimentação das populações de Atum e Cavala.

A suposição do parâmetro **e = 0.3** e **g = 0.3**, advém da hipótese de que o Atum e a Cavala tenham a mesma taxa de crescimento, pois um desequilíbrio entre essas variáveis pode indicar a eliminação de uma das espécies, conforme discussões feitas na estabilidade dos pontos fixos. Outra observação que deve ser feita, é a de que os valores de **e** e **g** devem ser

menores que os valores de **b** e **c**, para que a taxa de decréscimo da população de presa não seja mais alta que a taxa de crescimento das populações de predadores, pois caso contrário pode-se obter uma eliminação da espécie de presa.

A suposição do parâmetro **a = 5** advém da hipótese de que a população de Sardinhas tenha uma taxa de crescimento maior que as populações de Atum e Cavala.

Os parâmetros **b** e **c**, foram variados no decorrer das simulações, indicam a taxa de Sardinhas ingeridas pelas populações de Cavala e de Atum, respectivamente.

Os parâmetros **d** e **f** são iguais devido á hipótese de que as duas espécies morram por falta de alimento na mesma proporção. Nesse caso houve uma suposição de que a espécie que precisa de mais alimentos tenha mais reservas energéticas e demore mais para morrer.

Como condição inicial adotou-se os valores $x_0 = 6.0$, $y_0 = 0.2$ e $z_0 = 0.27$, partindo de uma hipótese que a população de Atum é mais encontrada no litoral e portanto um pouco mais abundante que a população de Cavala e que ambas são menores que a população de Sardinhas para que o sistema esteja sempre em equilíbrio.

Após realizar as simulações propostas no FORCE, exportaram-se os dados obtidos para o programa ORIGIN, no qual foram feitos os gráficos apresentados a seguir.

A população simulada pela cor preta representa a população de Sardinhas, a de cor vermelha representa a de Cavala e a de cor azul a de Atum.

A dinâmica populacional estudada se baseia no seguinte princípio: A população de presas (nesse caso Sardinhas) ocorre em maior proporção que a de predadores (nesse caso Atum e Cavala) para suprir a alimentação dos predadores. Enquanto existe presa existem predadores, na medida em que os predadores se alimentam, reduz o número de presas, isso causa falta de alimento para os predadores ocasionando um decréscimo na população de predadores e conseqüente aumento da população de presas, e este processo aparenta ser cíclico.

Simulação 1: Suposição de que a população de Atum se alimente de Sardinhas 35% a mais que população de Cavala por ter um peso aproximadamente 35% maior que o da Cavala. (Atum atinge até 200 kg mas a média é de 80Kg e a cavala 50Kg). Logo: $b=1$, $c=1.35$.

Gráfico do modelo predador-presa, x y e z em função do tempo.

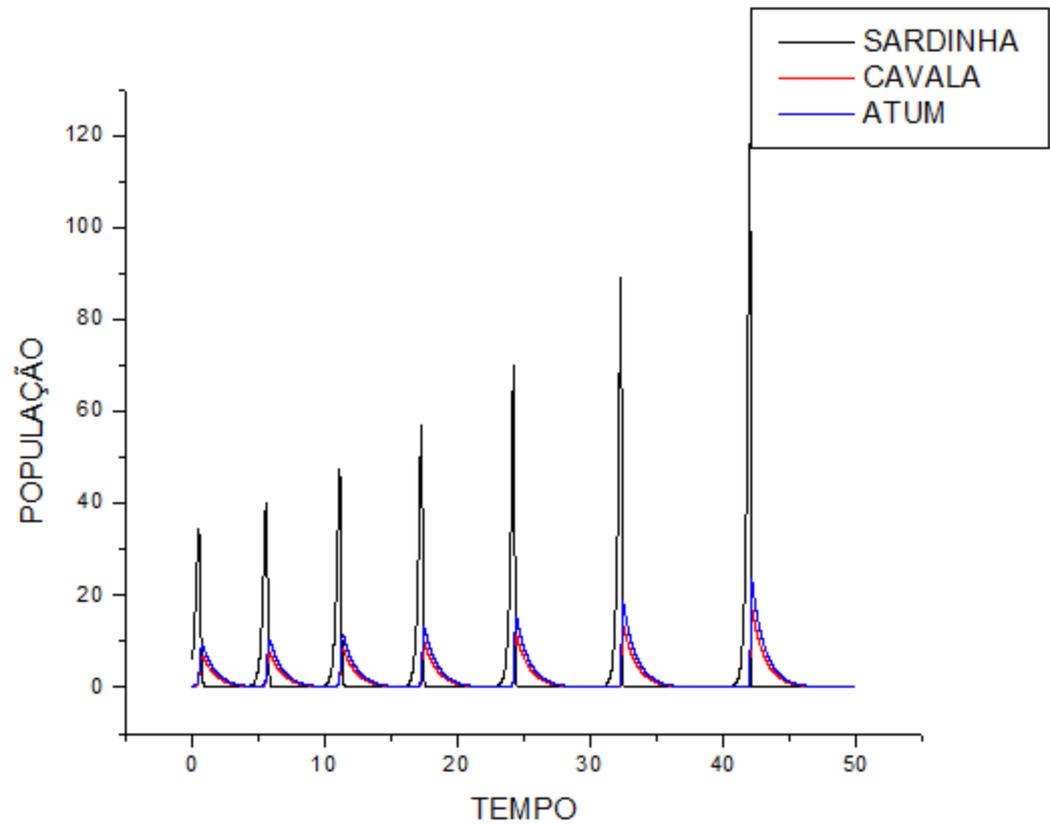


Figura 6: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo da situação 1.

Amplificando uma pequena região no início do gráfico temos:

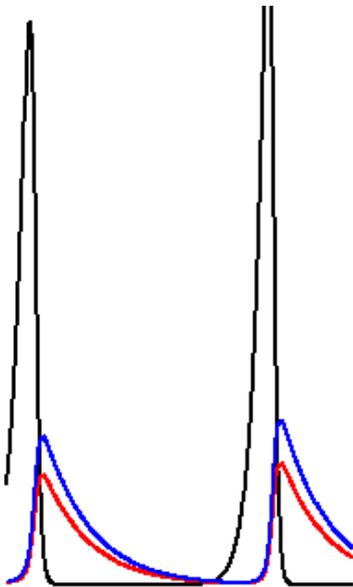


Figura 7: Ampliação da parte inicial da figura 6.

Interpretação dos resultados: O zoom mostrado na figura 7 ilustra claramente o declínio da população de presas e a conseqüência na população de predadores para um tempo $t \approx 0.7$.

No entanto percebe-se que com o tempo as populações aumentam em relação às populações existentes antes do decaimento, o que não seria esperado, uma vez que os pontos fixos são centros estáveis. Isso mostra que o método de Euler não é o mais apropriado para o estudo em questão, por ser um método de aproximação de primeira ordem, ocorre um truncamento na série e as curvas não se comportam como centros estáveis.

Devido a essa limitação do método de Euler, necessita-se da utilização de um integrador mais robusto, que atenda as expectativas do modelo. O método utilizado será o integrador Radau, um integrador que utiliza o método Runge Kutta, e portanto, é mais robusto e mais confiável quando comparado com o método de Euler (EVERHART, 1985).

Para a utilização desse novo método, foi necessária uma nova programação, baseada no integrador de Radau que inclui o pacote RA27.for, descrito na figura 8.

```

1  INCLUDE 'ra27.for'
2  c:   INCLUDE 'force.for'
3  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
4  logical fixed
5  CHARACTER FName1*30
6      common/ctes/aa,bb,cc,dd,ee,ff,gg
7      data aa,bb,cc,dd,ee,ff,gg/5.d0,1.0d0,1.0d0,1.0d0,0.1d0,1
8  DIMENSION X(3),v(3)
9  NV=3
10 NCLASS=1
11 NOR=15
12 LL=10
13 XL=0.01D0
14 tm=0.d0
15 TF=30.D0
16 PI=3.1415926535897932384626433832795D0
17     x(1)=6.0D0
18     x(2)=0.20d0
19     x(3)=0.27d0
20 c   OUTPUT_STEP=1.5D0
21     OUTPUT_STEP=0.01d0
22 c:   fixed=.true.
23     fixed=.false.
24 c:   FName1='/tmp/bla2.xyz'
25     FName1='aninha4.dat'
26     open (42,file=FName1, status='unknown')
27 c   write(42,*) ' Ordem da Integracao = ',NOR,
28 c   +' SequenzSize = ', LL
29     write(*,*) ' Ordem da Integracao = ',NOR,
30     +' LL (precisao) = ', LL
31 123 FORMAT(7F20.10)
32     5 FORMAT (A)
33     WRITE(*,5) ' Favor esperar: estou calculando ..... '
34     IF (NOR.eq.15)
35     + CALL RA15 (X,V,TF,XL,LL,NV,NCLASS,NOR,OUTPUT_STEP,fixed)
36     IF (NOR.gt.15)
37     + CALL RA27 (X,V,TF,XL,LL,NV,NCLASS,NOR,OUTPUT_STEP,fixed)
38     Close(42)
39     write(*,5) ' Pronto, FIM '
40     STOP
41     END
42     SUBROUTINE FORCE (X,V,IM,F)
43         IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
44         DIMENSION X(1),V(1),F(3)
45         common/ctes/aa,bb,cc,dd,ee,ff,gg
46 c:   F(1)= f1(x,t)
47 c:   F(2)= f2(x,t)
48 c:   F(nv)=fnv(x,t)
49     f(1)=aa*x(1)-bb*x(1)*x(2)-cc*x(1)*x(3)
50     f(2)=-dd*x(2)+ee*x(1)*x(2)
51     f(3)=-ff*x(3)+gg*x(1)*x(3)
52     RETURN
53     END
54     SUBROUTINE OUTPUT (NF,NS,X,V,F,T,IM,TF,FIRST, LAST)
55     IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
56     INTEGER NF,NS,N
57     LOGICAL LAST, FIRST
58     DIMENSION X(1),V(1),F(1)
59     5 FORMAT (A)
60 123 FORMAT (F16.8, 3d21.10)
61     WRITE (42,123) tm,X(1),X(2),X(3)
62     WRITE (*,123) tm,X(1),X(2),X(3)
63     RETURN
64     END

```

Figura 8: Programa gerado no FORCE 2.0 do programa com o integrador de Radau.

Simulação 2: Suposição de que a população de Atum se alimente de Sardinhas na mesma proporção que a população de Cavala. Logo: $b=1$, $c=1$.

Gráfico do modelo predador-presa, x e z em função do tempo.

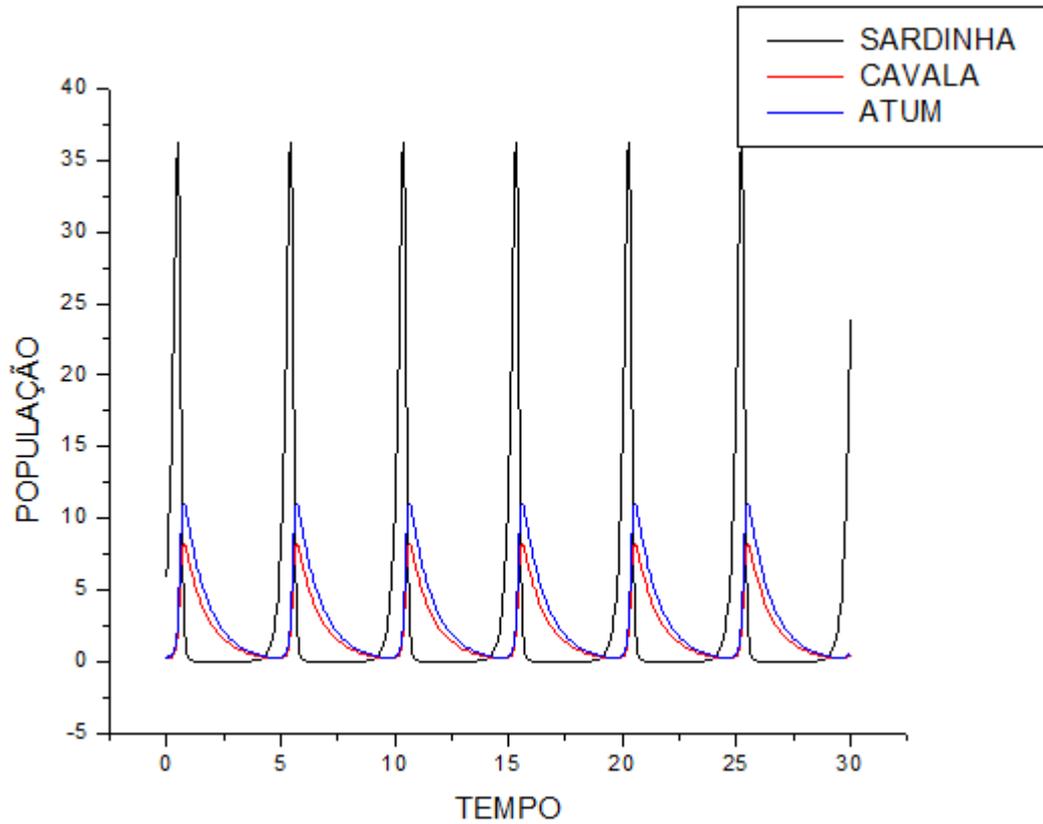


Figura 9: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo na situação 2.

Amplificando uma pequena região no início do gráfico temos:

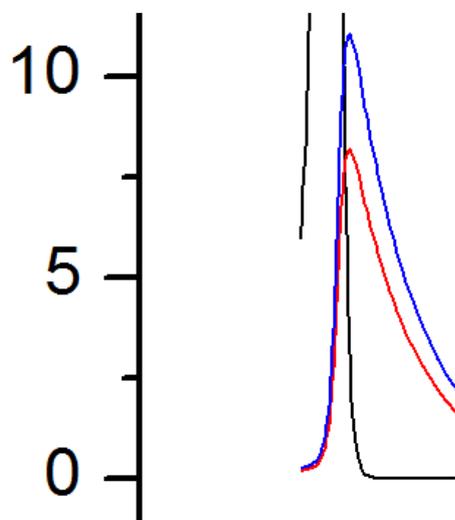


Figura 10: Ampliação da parte inicial da figura 9.

Interpretação dos resultados: O zoom mostrado na figura 10, ilustra claramente o declínio da população de presas e a conseqüência na população de predadores para um tempo $t \approx 1$. No entanto diferentemente do caso anterior a população de presas e de predadores inicia e termina os ciclos do gráfico em equilíbrio, com o mesmo número de espécies, pois o ponto fixo $z = 0$, possui uma estabilidade neutra e os demais são centros estáveis.

Nesse caso a população de Atum se eleva mais que a população de Cavala devido às condições iniciais, onde a população de Atum é considerada maior que a de Cavala.

Gráfico da presa em função de um dos predadores.



Figura 11: Demonstração da população de presa em função da população de um dos predadores, no caso a Cavala, na situação 2.

Simulação 3: Suposição de que a população de Atum se alimente de Sardinhas 35% a mais que população de Cavala por ter um peso aproximadamente 35% maior que o da Cavala (Atum atinge até 200 kg mas a média é de 80Kg e a cavala 50Kg). Logo: $b=1$, $c=1,35$.

Gráfico do modelo predador-presa, x y e z em função do tempo.

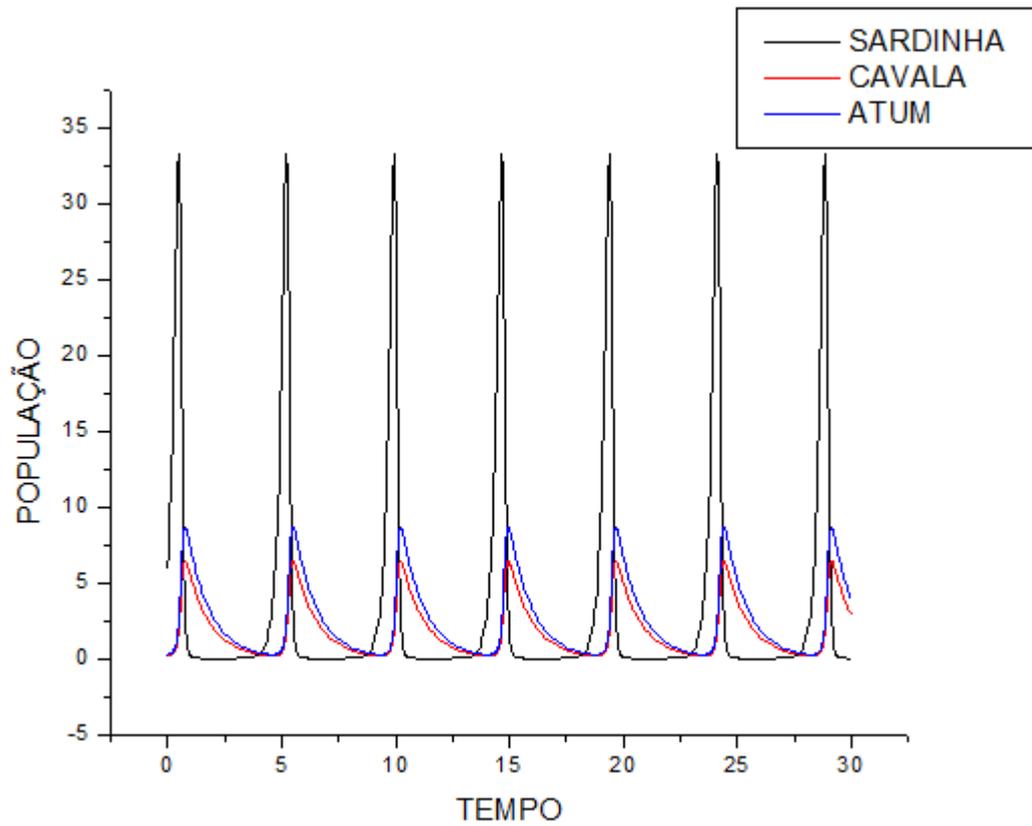


Figura 12: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo na situação

3.

Amplificando uma pequena região no início do gráfico temos:

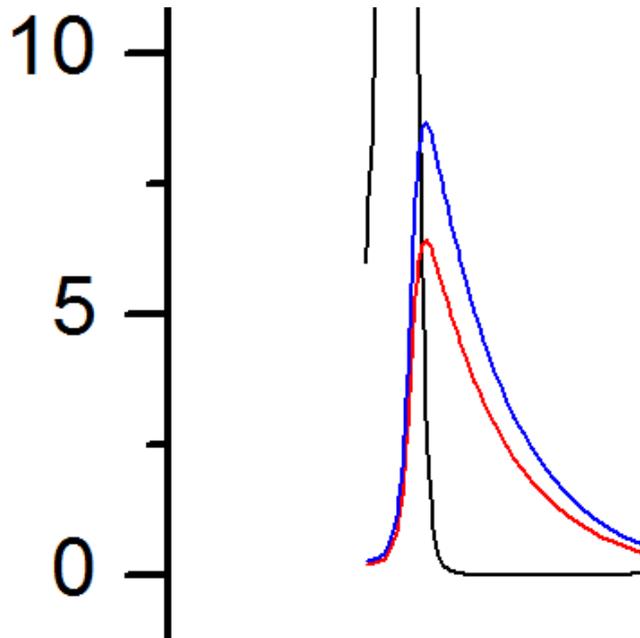


Figura 13: Ampliação da parte inicial da figura 12.

Gráfico da presa em função de um dos predadores.

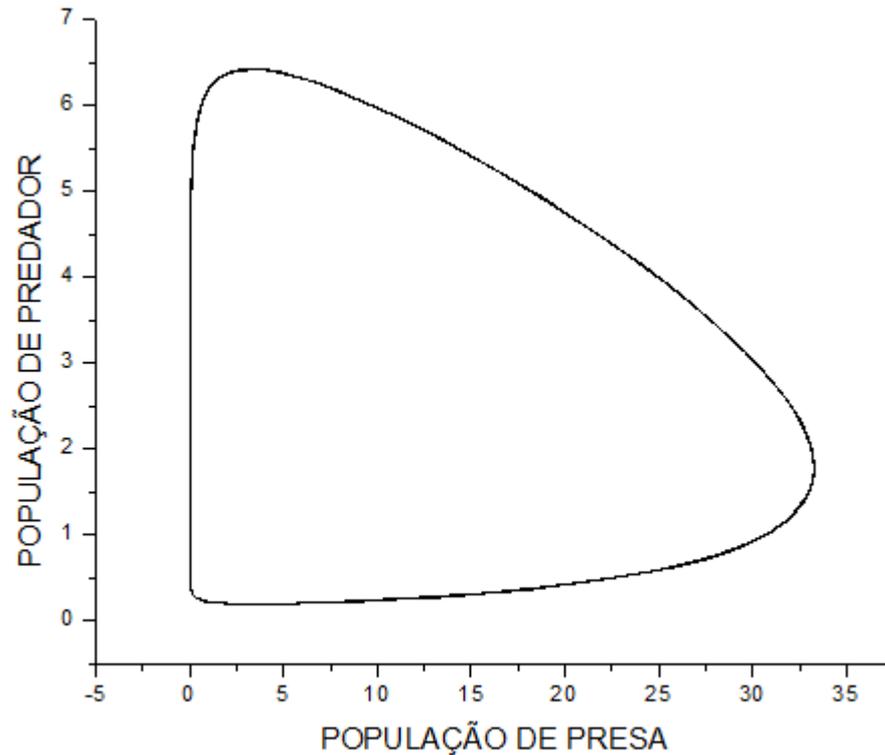


Figura 14: Demonstração da população de presa em função da população de um dos predadores, no caso o Atum, na situação 3.

Interpretação dos resultados: Os resultados observados foram os mesmos da situação anterior, a única diferença, perceptível no zoom dado, esta no valor atingido pelas populações de predadores, que neste caso atingem valores menores que os da situação anterior, pois o valor de decréscimo da interação entre as populações de Sardinhas e Atuns é maior que no caso anterior. Nesse caso a população de Cavala é menor em relação ao outro caso, pois ao aumentar a taxa de decréscimo da interação entre as populações de Sardinhas e Atuns, de certa forma diminui a população de presas, influenciando na população de Cavala.

Aumentando c , diminui o valor de x , interferindo no valor da população de Cavala (\square).

Casos de extinção de Espécie

Nesta seção serão analisadas situações em que a taxa de crescimento das espécies de predadores não estão em equilíbrio. A maior taxa de crescimento de uma das populações leva a eliminação da outra em função da competição.

Simulação 4: Suposição de que a taxa de crescimento do Cavala seja maior que a da Atum. Neste caso $g < e$, e fixam-se os parâmetros b e c . Sendo assim: $b = 1$, $c = 1$, $g = 0.1$, $e = 0.3$

Gráfico do modelo predador-presa, x e z em função do tempo.

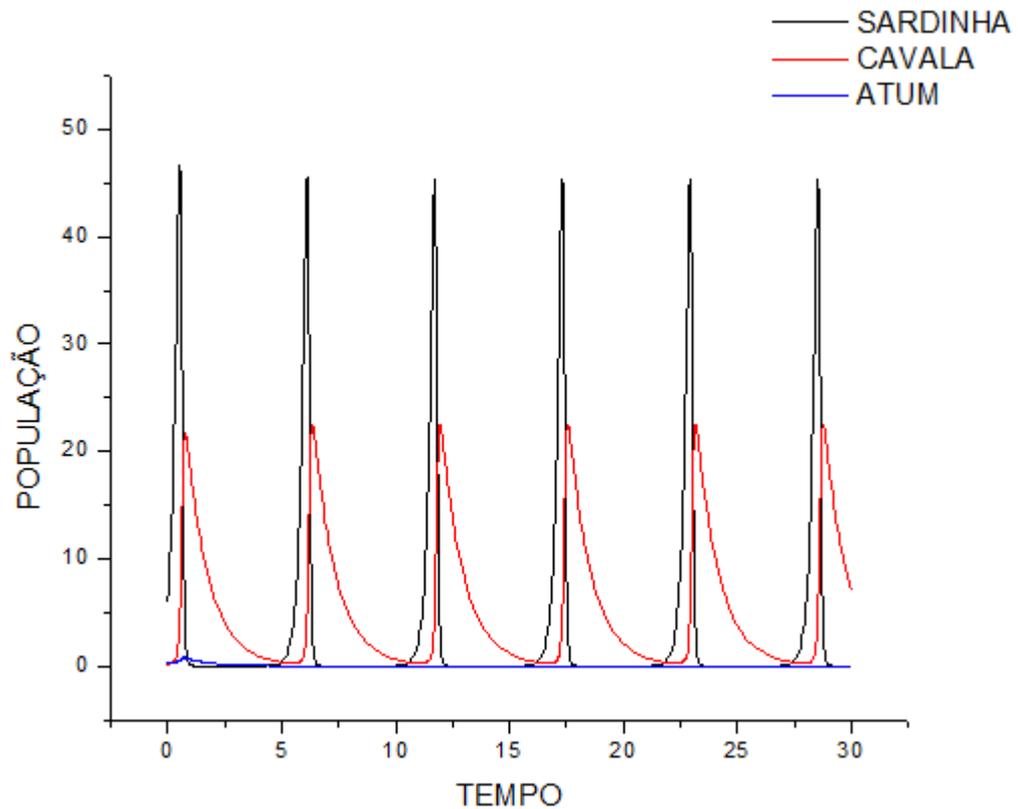


Figura 15: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo na situação

4

Amplificando uma pequena região no início do gráfico temos:

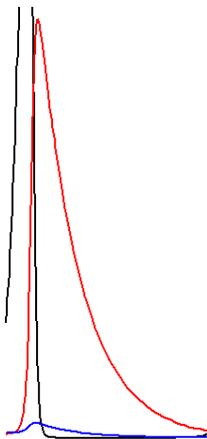


Figura 16: Ampliação da parte inicial da figura 15.

Gráfico da presa em função de um dos predadores.

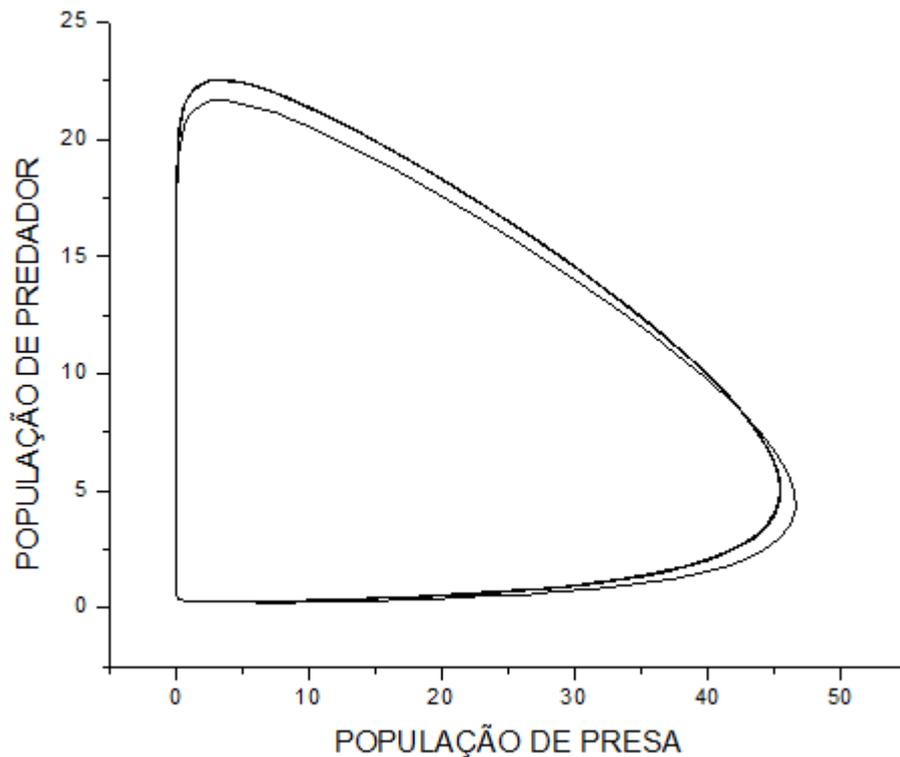


Figura 17: Demonstração da população de presa em função da população de um dos predadores, no caso a Cavala, na situação 4.

Interpretação dos resultados: O resultado observado foi a eliminação de uma das espécies, nesse caso o Atum, devido a um desequilíbrio na taxa de crescimento da espécie (parâmetros g e e), que leva a eliminação da outra espécie através da competição entre elas.

Nesse caso, como $g < e$, as equações de λ_3 que demonstram g e e serem inversamente proporcionais, (caso 2) $\lambda_3 = e \frac{f}{g} - d$ e (caso 3) $\lambda_3 = g \frac{d}{e} - f$ faz com que o valor de λ_3 (do caso 2) seja > 0 , causando portanto um forte amortecimento na população de Atum, cuja taxa de crescimento é dada pela variável g , tendendo a eliminação da espécie. A figura 17 mostra que após uma reestruturação e equilíbrio das espécies, o ciclo se torna estável e as populações de presa (x) e predador (y) coexistem.

Simulação 5: Suposição de que a taxa de crescimento do Atum seja maior que a da Cavala. Neste caso $g > e$ e fixam-se os parâmetros b e c , $b=1$. Sendo assim: $c = 1$, $g = 0.3$, $e = 0.1$.

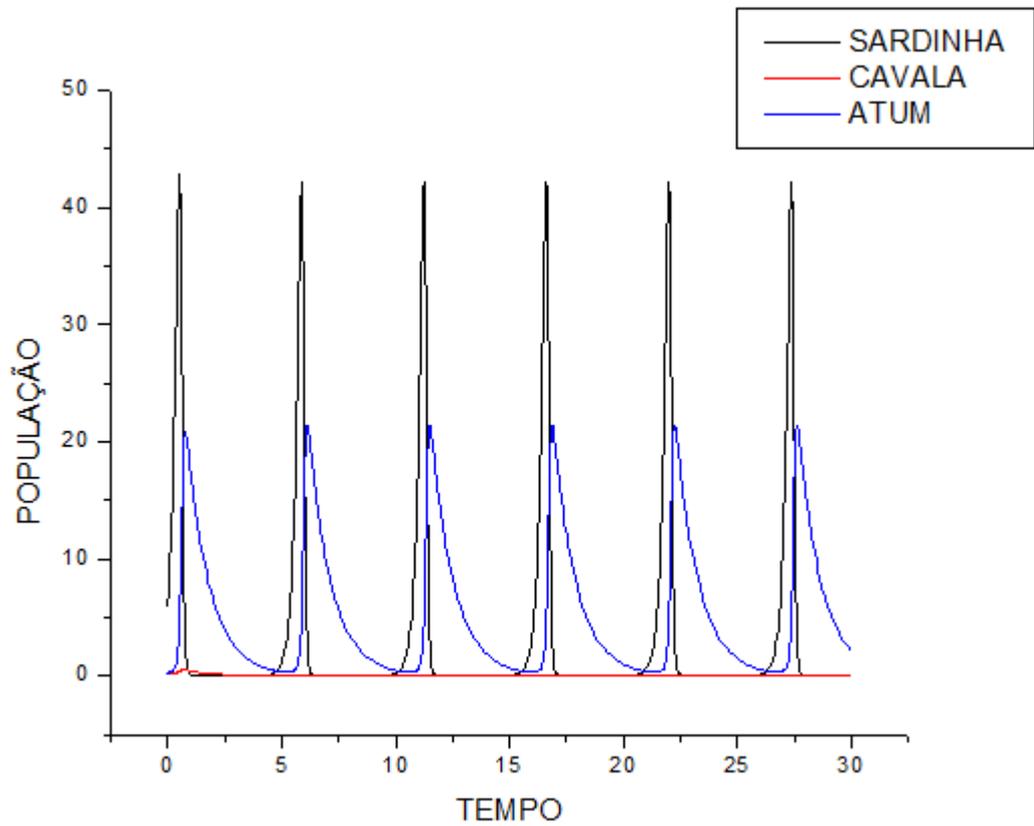


Figura 18: Ilustra o comportamento das populações em função do tempo na situação

5.

Amplificando uma pequena região no início do gráfico temos:

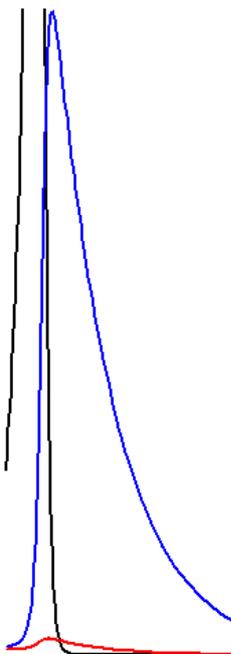


Figura 19: Ampliação da parte inicial da figura 18.

Gráfico da presa em função de um dos predadores.

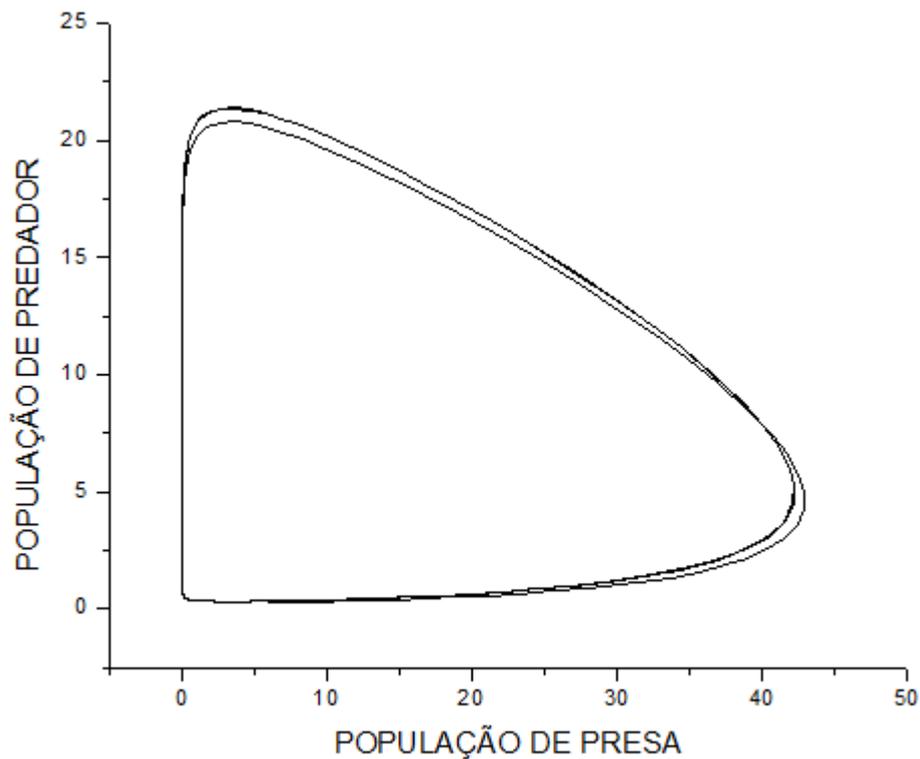


Figura 20: Demonstração da população de presa em função da população de um dos predadores, no caso o Atum, na situação 5.

Interpretação dos resultados: O resultado observado foi a eliminação de uma das espécies, nesse caso a Cavala, devido a um desequilíbrio na taxa de crescimento da espécie (parâmetros g e e), que leva a eliminação da outra espécie através da competição entre elas.

Nesse caso, como $g > e$, as equações de λ_3 que demonstram g e e serem inversamente proporcionais, (caso 2) $\lambda_3 = e \frac{f}{g} - d$ e (caso 3) $\lambda_3 = g \frac{d}{e} - f$ faz com que o valor de λ_3 (do caso 2) seja < 0 , causando, portanto, um forte amortecimento na população de Cavala, cuja taxa de crescimento é dada pela variável e , tendendo a eliminação da espécie.

A figura 20 mostra que após uma reestruturação e equilíbrio das espécies, o ciclo se torna estável e as populações de presa (x) e predador (y) coexistem.

CONCLUSÕES

A partir dos dados obtidos pode-se observar que o método de Euler, por ser um método de primeira ordem, não teve precisão suficiente para garantir o centro estável. Ou seja, o método se mostrou ineficiente para o estudo proposto em questão.

O integrador Radau, por ser mais robusto, se mostrou eficiente para o estudo garantindo assim a existência do centro estável.

A partir dos dados gerados e discutidos, pode-se chegar à conclusão de que o estudo da dinâmica populacional a partir do modelo predador-presa se mostrou adequado para a obtenção de dados sobre o comportamento da população de Sardinhas em ambientes marítimos com a existência de dois predadores potenciais.

O comportamento dos gráficos revela, em todas as situações simuladas, que devido ao aumento na população de predadores, a população de Sardinhas passa por um período de baixa, que chega bem próximo da extinção. Com o tempo a falta de alimento para os predadores leva a diminuição dos mesmos e conseqüente aumento da taxa de presas.

No período em que as presas passam por esse período de baixa, pode ocorrer a eutrofização do corpo d'água em que as populações se encontram (nesse caso o ambiente marítimo). Por serem peixes planctófagos, as sardinhas, se alimentam do plâncton do ambiente em que se inserem, com a diminuição dessa população, pode ocorrer um excessivo aumento de plâncton no corpo d'água causando a eutrofização.

Como conseqüência da proliferação desses organismos ocorre uma diminuição a passagem de luz para as plantas enraizadas que realizam fotossíntese, dificultando o crescimento das plantas que se encontram no fundo e assim essas não realizam a fotossíntese.

Com o tempo o plâncton esgota os nutrientes e começa a morrer. A maioria dos nutrientes provenientes dos restos dessas algas fica disponível aos decompositores, que consomem o já pouco oxigênio disponível, no processo de decomposição. Esse processo leva a uma “desoxigenação” do corpo d'água, podendo causar: morte em massa de peixes e outros organismos; mau odor da água; alteração do equilíbrio do ecossistema existente e a deterioração da qualidade do corpo d'água, limitando seu uso.

No que tange a eliminação de espécies, o modelo empregado apenas confirma que, quando há desequilíbrio entre os parâmetros de controle, ou seja, e diferente de g , sobrevive a população de predadores com o maior parâmetro de controle que controla a intensidade de crescimento da interação das populações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMBIENTEBRASIL. **Cavala_verdadeira.** Disponível em: <http://www.ambientebrasil.com.br/composer.php3?base=./agua/salgada/index.html&cont_eudo=./agua/salgada/peixes/cavala_verdadeira.html>. Acesso em: 07 out. 2008.

ARCEIVALA, S. J. **Waste water treatment and Disposal.** New York:Marcel Dekker, 1981. 892p.

ATTAYDE, J. L.. **Direct and indirect effects of fish predation and excretion in aquatic food webs.** 2000. 115 f. Thesis (Ph D) - University Of Lund, Sweden, 2000.

BALACHANDRAN, A. H. Nayfeh e Balakumar. **Applied Nonlinear Dynamics – Analytical, Computational, and Experimental Methods.** New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995.

BEALS.M, GROSS.L, and HARRELL.S. **PREDATOR-PREY DYNAMICS: LOTKA-VOLTERRA.** copyright,1999. Disponível em: <<http://www.tiem.utk.edu/~gross/bioed/bealsmodules/predator-prey.html>>. Acesso em: 05 out. 2008.

BERON, L.E. e LEE, G.F, 1984, Americana. **APLICAÇÃO PRELIMINAR DE UM MODELO DE EUTROFIZAÇÃO NA REPRESA DE SALTO GRANDE.** Americana: Aidis, 1984.

BUENO, N. P. **Modelo de Lotka-Volterra.** Disponível em: <www.econ.fea.usp.br/novo/econ/complex.htm>. Acesso em: 1 out. 2008.

EVERHART, E. **Dynamics of Comets: Their Origin and Evolutions.** Usa: Valsecchi, 1985. 202 p.

FERRARA, N. F.; PRADO, C. P. C. do. **Caos: Uma introdução.** São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1994.

HILBORN, R. C. **Chaos and Nonlinear Dynamics**. New York, NY: Oxford University Press, 1994.

KATEMBE. **PESCA EM ÁGUA SALGADA**. Disponível em: <<http://www.katembe2.com/cavala.htm>>. Acesso em: 15 out. 2008.

LESI. **Introdução à Computação em Física: Introdução à Modelagem de Sistemas Complexos**. São Paulo: Ref, 2002/2003.

MAZUMDER, A. D.; McQUEEN, D. J.; TAYLOR, W. D.; LEAN, D. R. S. Effects of fertilization and planktivorous fish (yellow perch) predation on size distribution of particulate phosphorus and assimilated phosphate: large enclosure experiments. **Limnol: Oceanography**, v. 33, n. , p.421-430, 1988.

POJMAN'S, J. A.. **A Bit of History, Lotka-Volterra model**. Disponível em: <<http://www.pojman.com/nlcd/intro.html>>. Acesso em: 17 out. 2008.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Calculo numérico: Aspectos teóricos e computacionais**. 2. ed. São Paulo: Makron, 1997.

SZPILMAN, M. **Peixes Marinhos do Brasil: Guia prático de identificação**. Rio de Janeiro: Cbpds, 2000. 288 p.

THOMANN, R.V.; MUELLER, J.A., 1987 - Principles of Surface Water Quality Modelling and Control. Harper & Row, New York.

VANNI, M.; FINDLAY, D. L. Trophic cascades and phytoplankton community structure. **Ecology**, v. 71, n. , p.921-937, 1970.

VON SPERLING, M. **Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgotos**. Minas Gerais: Deusa- UFMG, 1996.

WIKIPEDIA. **Eutrofização**. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Eutrofiza%C3%A7%C3%A3o>>. Acesso em: 05 out. 2008.

WILLY. **SISTEMA DE PESCA DA SARDINHA – SPS**. Disponível em:
<<http://www.eps.ufsc.br/teses98/willy/cap2.html>>. Acesso em: 01 out. 2008.

597 Gonzalez, Ana Paula Nigro
G643i Aplicações do modelo presa – predador com espécies de Sardinha, Cavala e Atum e suas influências na eutrofização marinha / Ana Paula Nigro Gonzalez. - Rio Claro: [s.n.], 2008
49 f. : il., gráfs., quadros.

Trabalho de conclusão (bacharelado – Engenharia Ambiental) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Edson Denis Leonel

1. Peixe. 2. Modelo predador-presa. 3. Eutrofização. 4. Dinâmica populacional. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP