

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

VÍTOR DONEGÁ MARCHIORI

Arranjos de Atuadores Piezoelétricos de Pilha para Excitar Estruturas

Ilha Solteira

2024

Vítor Donegá Marchiori

Arranjos de Atuadores Piezoelétricos de Pilha para Excitar Estruturas

Trabalho de Graduação apresentado à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof Dr. Douglas D. Bueno

Ilha Solteira
2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

M317a Marchiori, Vítor Donegá.
Arranjo de atuadores piezoelétricos de pilha para excitar estruturas / Vítor Donegá Marchiori. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
52 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia mecânica) -
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2024

Orientador: Douglas D. Bueno

Inclui bibliografia

1. Atuadores piezoelétricos. 2. Arranjo de atuadores. 3. Sinais chirp. 4.
Sistema massa-mola-amortecedor. 5. Simulação numérica.

ATA DE DEFESA

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: Arranjos de Atuadores Piezoelétricos de Pilha para Excitar Estruturas

ALUNO: Vítor Donegá Marchiori RA: 191050547

Orientador: Douglas Domingues Bueno

Aprovado () – Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 9,5

Comissão Examinadora:


Documento assinado digitalmente
 DOUGLAS DOMINGUES BUENO
Data: 18/03/2024 17:49:35-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. _____
Presidente (Orientador)

Eng. Dr. _____
Renan Sanches Geronel

Documento assinado digitalmente
 RENAN SANCHES GERONEL
Data: 18/03/2024 10:29:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eng^a. Msc. _____
Bianca Taís Visoná Carnielo

Documento assinado digitalmente
 BIANCA TAIS VISONA CARNIELO
Data: 18/03/2024 11:00:46-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Documento assinado digitalmente
 VITOR DONEGA MARCHIORI
Data: 18/03/2024 18:07:06-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura do Aluno

Ilha Solteira (SP) 15 de março de 2024.

Este trabalho é dedicado à todos que me apoiaram durante minha formação, e àqueles que trilharam esse caminho comigo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Márcia Cristina Donegá Marchiori e Marcelo Prates Marchiori, que não mediram esforços para educar eu e meus irmãos, Felipe Donegá Marchiori, Lucas Donegá Marchiori e Manuela Donegá Marchiori, desde a criação até os dias atuais. Sempre me apoiando, em todos os âmbitos da vida. Muito obrigado.

À minha namorada, Amanda Satomi Tatibana, por ser a luz nos meus dias, por seu infinito companheirismo, paciência, compreensão, amor e apoio em todas as circunstâncias. Sua presença é meu refúgio e sua força, meu alicerce. Obrigado por estar ao meu lado em cada momento, por me inspirar a ser melhor e por fazer de nossa jornada uma aventura extraordinária.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Douglas D. Bueno, por ser mais que um orientador, um amigo em que posso confiar. Por toda orientação e conselho, na vida pessoal e profissional, e por agregar, de forma incrível, na minha formação.

A todas as amizades feitas nesse trajeto. Em especial ao Arthur Borim Souza por todos os anos de amizade e a meus amigos de turma, os quais tive o privilégio de compartilhar diversas horas de estudo sobre inúmeros temas, e me apoiaram nessa caminhada.

A todos meus professores e a Unesp pelo suporte.

Faltam palavras para expressar minha gratidão a essas pessoas, que tem papéis únicos em minha vida, e o quão especiais elas são para mim.

“And I knew exactly what to do. But in a much more real sense, I had no idea what to do.”
(Michael Scott)

RESUMO

Este trabalho investiga a aplicação de arranjos de atuadores piezoelétricos de pilha para excitação controlada de estruturas mecânicas. Utilizando sinais chirp para modular a voltagem aplicada aos atuadores, a força de saída é calculada e, em seguida, esta é aplicada a um sistema massa-mola-amortecedor, representativo do comportamento dinâmico de estruturas diversas, como trilhos ferroviários, por exemplo. O modelo do atuador piezoelétrico é desenvolvido considerando características físicas e elétricas específicas. A resposta do sistema é analisada através da integração numérica no espaço de estados, utilizando o método de Runge-Kutta de Quarta Ordem. Os resultados contribuem para se compreender a influência da configuração do arranjo do atuador para aumentar a eficiência na excitação das estruturas desejadas, considerando aspectos como a amplitude do sinal, o deslocamento e a estabilidade do sistema.

PALAVRAS-CHAVE: Atuadores Piezoelétricos, Arranjo de Atuadores, Sinais Chirp, Sistema Massa-Mola-Amortecedor, Simulação Numérica.

ABSTRACT

This study investigates the application of stack piezoelectric actuator arrangements for controlled excitation of dynamic structures. Chirp signals are used to modulate the voltage applied to the actuators, and its output force is applied to a mass-spring-damper system, representative of the dynamic behavior of different structures, such as railway tracks, for example. The piezoelectric actuator model is developed considering specific physical and electrical characteristics. The system's response is evaluated through numerical integration using the state space representation and the Fourth-Order Runge-Kutta method. The results contribute to understand the influence of the actuator arrangement configuration to increase the efficiency in exciting desired structures, considering aspects such as signal amplitude, system displacement and stability.

KEYWORDS: Piezoelectric Actuators, Actuator Array, Chirp Signals, Mass-Spring-Damper System, Numerical Simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Representação de um atuador piezoelétrico de pilha, sendo L e h , respectivamente, o comprimento e a altura da camada.	19
Figura 2	Arranjo com geometria em V para o PZT de pilha.	22
Figura 3	Representação esquemática do modelo do atuador piezoelétrico de pilha, sendo V , \dot{q} , C , $u_c(t)$, $x(t)$, $x_0(t)$, c e k , respectivamente, os termos relacionados à tensão, taxa de variação da carga elétrica, capacitância, força externa aplicada ao sistema, deslocamento da massa, deslocamento da base, coeficiente de amortecimento e rigidez da mola.	23
Figura 4	Exemplificação de um sinal chirp.	24
Figura 5	Movimento do sistema massa mola, sendo F_x , \vec{d} e x , respectivamente, a força elástica, o vetor de deslocamento e a posição.	27
Figura 6	Sistema de um grau de liberdade com amortecedor.	28
Figura 7	PZT acoplado em paralelo.	32
Figura 8	Diagrama de corpo livre do sistema com o PZT acoplado em paralelo. . .	33
Figura 9	PZT acoplado em série.	34
Figura 10	Diagrama de corpo livre do sistema com o PZT acoplado em série.	34
Figura 11	Representação do chirp aplicado.	36
Figura 12	Força de saída do atuador piezoelétrico de pilha (PZT único).	37
Figura 13	Força de saída do atuador piezoelétrico de pilha (arranjo de PZTs).	37
Figura 14	FRF da força de saída do atuador piezoelétrico de pilha (PZT único).	38
Figura 15	FRF da força de saída do atuador piezoelétrico de pilha (arranjo de PZTs). . .	39
Figura 16	Deslocamento da ponta do atuador em relação ao tempo.	40
Figura 17	FRF do sistema massa-mola-amortecedor (sem acoplamento do PZT). . .	40
Figura 18	FRF do sistema massa-mola-amortecedor (com acoplamento do PZT em paralelo)	42
Figura 19	Deslocamento no PZT no sistema acoplado em série sem amortecimento. . .	43
Figura 20	Deslocamento na massa de acoplamento m_p no sistema acoplado em série sem amortecimento.	43
Figura 21	Deslocamento no PZT no sistema acoplado em série com amortecimento. . .	44
Figura 22	Deslocamento na massa de acoplamento m_p no sistema acoplado em série com amortecimento.	45
Figura 23	FRF do sistema massa-mola-amortecedor (com acoplamento em série). . .	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do PZT de pilha.	25
Tabela 2 – Parâmetros do sinal chirp.	26
Tabela 3 – Parâmetros do sistema massa-mola-amortecedor.	30

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AE	Acoustic Emission
CNNs	Redes Neurais Convolucionais
FRF	Função de Resposta em Frequência
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos
NDT	Non-Destructive Testing
PZT	Lead Zitanate Titanate
SHM	Structural Health Monitoring
WSNs	Wireless Sensor Networks

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Distância do deslocamento do ponto de pivô da pilha na base do atuador
A_s	Área da seção transversal do conjunto piezoelétrico
B	Distância entre o ponto de pivô da alavanca e o ponto de atuação
B	Matriz de amortecimento
c	Coefficiente de amortecimento
c_{33}^E	Módulo do material a campo elétrico constante
c_{pq}^E	Módulo do material a um campo elétrico constante E_K
d	Matriz de constantes de materiais piezoelétricos
d_{33}	Constante piezoelétrica
d'_{33}	Constante piezoelétrica corrigida
d_{kp}	Constante piezoelétrica
$\frac{dy}{dt}$	Taxa de variação de y no tempo
\vec{d}	Vetor deslocamento
e_{kp}	Constante piezoelétrica
E	Vetor do campo elétrico
F	Força do atuador piezoelétrico (único)
f	Frequência
f_i	Frequência inicial
F_{el}	Força Elástica
f_f	Frequência final
F_{nl}	Força interna não linear do amortecedor
F_s	Força do atuador piezoelétrico (arranjo)
k	Constante de rigidez da mola
k_s	Taxa de amplificação (entre o stroke e ξ)

L	Distância entre o ponto de pivô da alavanca e a linha que conecta os pontos de pivô das pilhas na ponta do atuador
L_b	Distância entre o ponto de pivô da alavanca e a linha que conecta os pontos de pivô do ponto de pivô da pilha na base do atuador
L_s	Comprimento do conjunto piezoelétrico
L_{sct}	Comprimento teórico da pilha após contração (devido à tensão aplicada)
L_{set}	Comprimento teórico da pilha após expansão (devido à tensão aplicada)
L_{sp}	Distância entre os ponto de pivô da pilha (característica da pilha)
L_{st}	Comprimento teórico da pilha (entre o ponto de pivô da base e o ponto teórico de interseção do eixo da pilha com o eixo da alavanca)
L_t	Comprimento teórico da alavanca (distância entre o ponto de pivô da alavanca e a interseção do eixo da alavanca com o eixo da pilha)
M	Matriz de massa
m	Massa do sistema
N	Número de camadas da pilha piezoelétrica
R	Distância entre o ponto de pivô da alavanca e o ponto de atuação
s	Deslocamento de saída do atuador (stroke)
S	Deformação Mecânica
s_{33}	Inverso do Módulo de Young
S^E	Matriz de Conformidade Elástica quando sujeita a um Campo Elétrico constante
S_q	Deformação no material piezoelétrico
t	Espessura da camada da pilha piezoelétrica
t	Tempo
t_0	Tempo inicial
T	Tensão mecânica
t_{max}	Tempo máximo de simulação
T_p	Tensão aplicada à pilha piezoelétrica

t_w	Espessura da pastilha piezoelétrica
$u_c(t)$	Entrada de excitação (força externa aplicada ao sistema)
V	Tensão aplicada
V_0	Tensão inicial
V_{chirp}	Sinal chirp aplicado
W	Trabalho
$x(t)$	Deslocamento do sistema
$x_0(t)$	Deslocamento da base
θ	Ângulo entre o eixo da pilha piezoelétrica e o eixo da alavanca a "zero" voltagem
ξ	Deflexão do atuador
ω_i	Frequência inicial do sinal chirp
ω_f	Frequência final do sinal chirp

SUMÁRIO

1	Introdução	15
1.1	Objetivos do Trabalho	15
1.2	Revisão Bibliográfica	16
2	Metodologia	19
2.1	Atuador Piezoelétrico de Pilha	19
2.2	Sinal Chirp	24
2.2.1	Simulação do Atuador Piezoelétrico com Sinal Chirp	25
2.3	Sistema Massa-Mola	26
2.4	Método de Runge-Kutta	28
2.4.1	O Método de Runge-Kutta de 4ª Ordem	28
2.5	Sistema e a Integração Numérica com Runge-Kutta	30
2.5.1	PZT em Paralelo	32
2.5.2	PZT em Série	33
3	Resultados e Discussão	36
3.1	Sinal de Entrada e Força de Saída do Atuador	36
3.2	PZT em Paralelo	41
3.3	PZT em Série	42
4	Considerações Finais	47
4.1	Conclusões	47
4.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	48
	Referências	50

1 INTRODUÇÃO

No vasto campo da engenharia e da ciência, a compreensão dos sistemas dinâmicos é crucial para o desenvolvimento de tecnologias inovadoras. Entre os modelos clássicos que desempenham um papel fundamental na compreensão desses sistemas está o sistema massa-mola. O modelo deste sistema, apesar de sua simplicidade aparente, serve como um alicerce para a compreensão de conceitos fundamentais em dinâmica e controle.

O objetivo deste trabalho é explorar e simular sistemas dinâmicos, com foco especial no sistema massa-mola e sua interação com atuadores piezoelétricos. Os atuadores piezoelétricos, notáveis por sua capacidade de converter energia elétrica em movimento mecânico, desempenham um papel crucial em aplicações que variam desde controle de vibração até acionamento de precisão.

A motivação por trás desta pesquisa reside na crescente complexidade dos sistemas tecnológicos contemporâneos. À medida que avançou-se para dispositivos mais sofisticados, a compreensão aprofundada dos princípios fundamentais torna-se imperativa. Nesse contexto, o sistema massa-mola oferece uma representação simplificada, mas essencial, da dinâmica que permeia uma variedade de sistemas mais complexos.

Além disso, este trabalho abordará a aplicação de sinais chirp a um arranjo de atuadores piezoelétricos. Os sinais chirp, caracterizados por uma variação contínua da frequência ao longo do tempo, apresentam propriedades interessantes quando aplicados a sistemas dinâmicos. A combinação desses elementos proporcionará uma compreensão mais profunda da resposta dinâmica do sistema, contribuindo assim para avanços na engenharia de controle.

Ao longo deste trabalho, são exploradas teorias fundamentais, realizadas simulações detalhadas e as implicações práticas dos resultados obtidos discutidas. Espera-se que essa investigação ofereça informações valiosas para o desenvolvimento futuro de tecnologias inovadoras e aprimore a compreensão dos sistemas dinâmicos.

1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

O presente trabalho tem como objetivo principal investigar a eficácia de um arranjo de atuadores piezoelétricos de pilha na excitação controlada de estruturas mecânicas. Também é utilizado o método de sinais chirp como referência para a comparação da resposta dinâmica do sistema.

Os objetivos secundários são:

- Analisar a influência do arranjo geométrico de atuadores piezoelétricos na resposta dinâmica do sistema;

- Aplicar a técnica de integração numérica via método de Runge-Kutta no espaço de estados para simular o comportamento do sistema;
- Investigar a estabilidade e amortecimento do sistema massa-mola-amortecedor sujeito à excitação piezoelétrica.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção apresenta-se uma sucinta revisão bibliográfica considerando como contexto o uso de transdutores piezoelétricos (PZTs) e estruturas ferroviárias, com foco em trilhos de trens, especialmente para aplicações de monitoramento da integridade estrutural (SHM, do inglês *Structural Health Monitoring*). Tal contexto se justifica pela crescente necessidade de se monitorar a integridade de trilhos, principalmente pelo esperado crescimento da malha ferroviária do Brasil, e pela interessante capacidade de um atuador PZT, de pilha, excitar uma estrutura.

Materiais piezoelétricos podem transformar energia mecânica em elétrica e vice-versa, conforme Hagood et al. (1990). Esse tipo de material é aplicado para fins de sensoriamento, incluindo dispositivos para medir pressão, força, aceleração, acústica e outros. No entanto, geralmente sua forma precisa ser escolhida para cada aplicação específica. Tressler et al. (1998) apresentam uma revisão sobre o uso de materiais cerâmicos piezoelétricos para sensores, incluindo configuração e aplicações.

A propriedade de transformar energia elétrica em mecânica é empregada de duas maneiras principais diferentes, a primeira envolve atuação, como Hagood et al. (1990), que modelam um conjunto piezoelétrico para controlar ativamente a vibração de uma viga. Main & Garcia (1997) investigaram modelos de atuadores piezoelétricos, impulsionados por relação constitutiva proporcional à tensão e relação constitutiva proporcional à carga, para comparar e discutir o impacto do design de cada aplicação do modelo.

Os conjuntos piezoelétricos são atuadores de alta precisão, Goldfarb & Celanovic (1997) apresentam um modelo não linear de atuadores piezoelétricos para aplicação em micro-robôs, onde as implicações do modelo são discutidas para controle. Huang et al. (2019) propõem um micro-atuador baseado no cisalhamento do conjunto para nano-processo e operação de células. Para aplicações envolvendo alto nível de força, Heverly et al. (2004) propõem um design de atuador piezoelétrico baseado em empurrar e puxar para superar a desvantagem de molas de pré-tensão.

E, recentemente, materiais piezoelétricos têm sido usados para colheita de energia, onde a conversão de força em energia elétrica é armazenada ou redirecionada. Xu et al. (2013) investigam o desempenho de colheita de energia de pilhas PZT por meio de modelo teórico e medições experimentais. Segundo os autores, o setup proposto de pilhas PZT pode gerar mais energia elétrica e ter maior densidade de potência em comparação com um coletor semelhante do tipo alavanca, mas de peso similar.

Sistemas de monitoramento da integridade estrutural vêm sendo cada vez mais utilizados por engenheiros e pesquisadores para garantir a segurança e eficiência das estruturas, fornecendo informações importantes sobre a integridade estrutural, através da análise de dados em tempo real. O SHM permite a identificação antecipada de problemas potenciais, evitando acidentes e falhas, reduzindo os custos de manutenção (ao permitir a tomada de medidas preventivas, evitando gastos desnecessários com manutenção corretiva), identificação de áreas de melhoria na estrutura (permitindo otimização da eficiência), aumento da vida útil (identificando problemas de desgaste e fadiga), além de trazer uma conformidade com as normas e regulamentações de segurança.

Sohn et al. (2006) propõem uma técnica de SHM em conjunto com materiais piezelétricos (PZT, do inglês *Lead Zitanate Titanate*) para detecção de danos em trilhos ferroviários. Eles utilizam dois tipos de sensores PZT: um aderido à superfície do trilho e outro colocado entre as placas de fixação do trilho. Os sensores são usados para medir a resposta estrutural do trilho quando há uma excitação externa aplicada. Esses resultados indicam que o uso de PZTs em conjunto com SHM pode ser uma ferramenta eficaz para detectar danos em trilhos ferroviários e monitorar sua integridade estrutural.

Li. et al. (2018) propõem uma abordagem de detecção de danos em tempo real baseada em PZTs. Eles utilizam um algoritmo para análise de sinais PZT em tempo real, capaz de detectar variações nos sinais devido a danos nos trilhos de trem. O estudo demonstra que a técnica pode ser usada para detectar danos em trilhos ferroviários em tempo real, fornecendo informações sobre a integridade estrutural dos trilhos. Os autores também destacam a importância de se considerar as condições ambientais durante a coleta dos dados, a fim de minimizar possíveis interferências nos sinais medidos. Essas considerações são importantes para o desenvolvimento de uma abordagem eficaz de detecção de danos em trilhos de trem.

Ambos os estudos apresentam resultados interessantes que podem ser aplicados ao trabalho proposto. A técnica proposta por Sohn et al. (2006) pode ser, por exemplo, utilizada para detecção de danos em trilhos ferroviários, contribuindo para a prevenção de acidentes e redução de custos de manutenção. Por outro lado, a abordagem de detecção em tempo real proposta por Li. et al. (2018) pode ser uma ferramenta útil para monitorar a integridade dos trilhos de trem em tempo real, permitindo uma detecção precoce de possíveis danos. Esses estudos fornecem importantes informações para o desenvolvimento de uma abordagem eficaz de SHM em conjunto com PZTs para detecção de danos em trilhos ferroviários.

Além disso, a pesquisa no campo do SHM para aplicações ferroviárias explorou técnicas inovadoras para análise e interpretação de dados para aprimorar a confiabilidade e precisão da detecção de danos.

Uma contribuição notável vem de Cawley et al. (2003), que introduziu o conceito de Monitoramento da Integridade Estrutural baseado em ondas guiadas para ferrovias. As ondas guiadas se propagam ao longo da estrutura e podem detectar defeitos em longas distâncias, tornando-as particularmente adequadas para monitorar trilhos ferroviários. Seu trabalho também demons-

tra a viabilidade de usar ondas guiadas para detectar defeitos, como rachaduras e degradação do apoio do trilho, destacando o potencial para detecção precoce de danos e planejamento de manutenção.

Ademais, avanços em tecnologias de sensores têm desempenhado um papel crucial no aprimoramento das capacidades de SHM. O trabalho de Lanza et al. (2020) explora o uso de sensores de fibra óptica para monitoramento ferroviário. Sensores de fibra óptica oferecem vantagens, como imunidade à interferência eletromagnética e capacidade de cobrir grandes áreas, tornando-os adequados para monitoramento de longo prazo da infraestrutura ferroviária. Seu estudo destaca o potencial dos sensores de fibra óptica em fornecer dados em tempo real sobre a saúde estrutural, auxiliando na previsão das necessidades de manutenção e garantindo a segurança das operações ferroviárias.

Por outro lado, a integração de técnicas de *machine learning* mostrou promessa em melhorar a precisão e eficiência da detecção de danos em estruturas ferroviárias. Por exemplo, Sun et al. (2021) propôs uma abordagem híbrida combinando redes neurais convolucionais (CNNs) com análise de elementos finitos para identificação de defeitos em trilhos ferroviários. Ao alavancar o poder de algoritmos de aprendizado profundo, seu método alcança alta precisão na detecção de vários tipos de defeitos, abrindo caminho para sistemas de SHM automatizados e precisos na manutenção ferroviária.

Nesse ínterim, Lu et al. (2019) investigaram o uso da tecnologia de emissão acústica (AE, do inglês *Acoustic Emission*) para monitorar defeitos em trilhos. Sensores de AE detectam ondas de estresse transitórias geradas pela propagação de rachaduras ou outras anomalias estruturais, oferecendo insights sobre a saúde dos componentes ferroviários. Seu estudo demonstrou a viabilidade do SHM baseado em AE para detectar defeitos em trilhos, como verificação da cabeça do trilho e fraturas de solda, destacando seu potencial para alerta precoce de problemas críticos.

Outrossim, o desenvolvimento de redes de sensores sem fio (WSNs, do inglês *wireless Sensor Networks*) facilitou a implantação de sistemas de monitoramento distribuído para ferrovias. A pesquisa de Xia et al. (2015) focou no projeto e implementação de um sistema de SHM baseado em WSNs para pontes ferroviárias. Integrando múltiplos sensores distribuídos ao longo da estrutura da ponte, seu sistema permite o monitoramento contínuo de parâmetros de saúde estrutural, como deformação, deslocamento e temperatura, melhorando a segurança e confiabilidade geral da infraestrutura ferroviária.

Por fim, avanços em técnicas de teste não destrutivo (NDT, do inglês *Non-Destructive Testing*) contribuíram para o aprimoramento de sistemas de SHM para ferrovias. O trabalho de Calders & Liu (2017) explorou a aplicação da termografia infravermelha para detectar defeitos em trilhos ferroviários. A termografia infravermelha utiliza imagens térmicas para identificar anomalias, como delaminações (modo de falha em que um material se fratura em camadas) e vazios em componentes de trilhos, fornecendo informações valiosas para o planejamento de manutenção e reparo.

2 METODOLOGIA

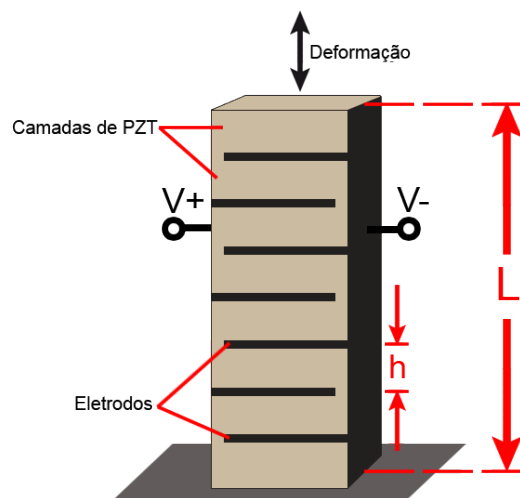
2.1 ATUADOR PIEZOELÉTRICO DE PILHA

Um transdutor/atuador piezoelétrico de pilha (PZT de pilha) é um dispositivo que converte energia mecânica em energia elétrica, ou vice-versa, dependendo de sua forma de atuação (sensor ou atuador). Ele é composto por uma pilha de discos cerâmicos, geralmente de material piezoelétrico, como o quartzo ou o titanato de bário, que são empilhados e fixados com uma camada adesiva entre cada disco. O dispositivo tipicamente é encapsulado em uma caixa metálica ou plástica para proteção.

De acordo com Nowick & Berry (1972), seu funcionamento é baseado no efeito piezoelétrico, isto é, a capacidade de produzir uma tensão elétrica em resposta a uma deformação mecânica. Quando um esforço mecânico é aplicado a um material piezoelétrico, os íons positivos e negativos do material são deslocados de suas posições de equilíbrio, criando uma diferença de potencial elétrico e, este efeito, pode ser utilizado para converter movimentos mecânicos em sinais elétricos.

Um cenário em que a atuação precisa e controlada dos atuadores PZT se torna crítica é a manutenção da integridade estrutural, visto que defeitos em diversas estruturas dinâmicas podem levar a problemas sérios de segurança e desgaste excessivo de equipamentos, demandando soluções de inspeção e excitação precisas. Portanto, a aplicação de atuadores PZT se mostra promissora para detecção precoce de defeitos e controle de vibrações indesejadas.

Figura 1 – Representação de um atuador piezoelétrico de pilha, sendo L e h , respectivamente, o comprimento e a altura da camada.



Fonte: Adaptado de Zsurzsan et al. (2014).

Diversos modelos foram criados para descrever o comportamento matemático de atuadores

piezoelétricos, sendo classificados em duas categorias: modelos lineares e modelos não lineares. Uma descrição amplamente conhecida do comportamento dos atuadores piezoelétricos foi publicada por um comitê de padronização do Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos (IEEE) e revisada posteriormente, conforme *IEEE Standard on Piezoelectricity* (1988). Essa descrição consiste em fundamentos lineares. A relação fundamental linearizada é representada da seguinte forma:

$$S = S^E T + dE \quad (1)$$

onde S representa a deformação mecânica, S^E é a matriz de conformidade elástica quando sujeita a um campo elétrico constante, T representa a tensão mecânica, d é uma matriz de constantes de materiais piezoelétricos e E é o vetor do campo elétrico.

Nesse ínterim, de acordo com Main & Garcia (1997), a relação para controlar as características de carga e deflexão de uma pilha piezoelétrica em função da tensão aplicada pode ser obtida a partir de uma das formas padrão das relações constitutivas piezoelétricas.

$$T_p = c_{pq}^E S_q - e_{kp} E_K \quad (2)$$

onde T_p representa a tensão aplicado à pilha piezoelétrica, c_{pq}^E é o módulo do material a um campo elétrico constante E_K , S_q é a deformação no material piezoelétrico e e_{kp} é a constante piezoelétrica, dada por $e_{kp} = d_{kq} c_{qp}^E$, tal que seja possível expressar a equação em termos da constante piezoelétrica mais familiar d_{kp} . Além disso, se o atuador tiver uma geometria semelhante à exemplificada na Figura 1, em que todos as tensões e campos estão limitados às três direções, a relação constitutiva pode ser aproximada com precisão da seguinte forma:

$$T_3 = c_{33}^E S_3 - d_{33} c_{33}^E E_3 \quad (3)$$

Nessa equação são negligenciadas as contribuições das direções diferentes das 3 direções. Para um atuador de empilhamento específico, a deformação nas 3 direções pode ser escrita como:

$$S_3 = \frac{\xi}{Nt} \quad (4)$$

onde ξ é a deflexão do atuador, N o número de camadas da pilha piezoelétrica e t a espessura da camada da pilha piezoelétrica.

Controlar o atuador piezoelétrico com tensão é baseado na suposição de que o campo aplicado a um material piezoelétrico é equivalente ao campo total presente no material. Isso não é estritamente verdade, como dito por Main et al. (1995), mas é uma aproximação útil porque relaciona o termo de campo E a uma quantidade facilmente controlável, ou seja, uma tensão V aplicada a dois eletrodos em ambos os lados de uma pastilha de material piezoelétrico.

$$E_3 \approx \frac{V}{t} \quad (5)$$

Fazendo uma substituição e observando a equação resultante, em que F representa a força de saída do atuador, obtém-se uma relação de controle para pilhas piezoelétricas que descreve a relação entre a tensão aplicada, a força de saída e a deflexão, permitindo, portanto, controlar o comportamento do atuador.

$$F = \frac{A_s c_{33}^E}{Nt} \xi - \frac{Ad_{33} c_{33}^E}{t} V \quad (6)$$

onde A_s é a área da seção transversal do conjunto piezoelétrico, c_{33}^E o módulo a campo elétrico constante, d_{33} é uma constante piezoelétrica e V a voltagem aplicada no conjunto piezoelétrico.

O estudo de Goldfarb & Celanovic (1997) ressalta que essas equações afirmam que o deslocamento elétrico e a deformação do material são afetados linearmente tanto pelo campo elétrico quanto pela tensão mecânica a que o material é submetido. Essas relações fundamentais linearizadas falham em descrever o comportamento de histerese que está presente em todos os atuadores piezoelétricos, o que torna essa descrição não precisa o suficiente para os propósitos de modelagem atuais.

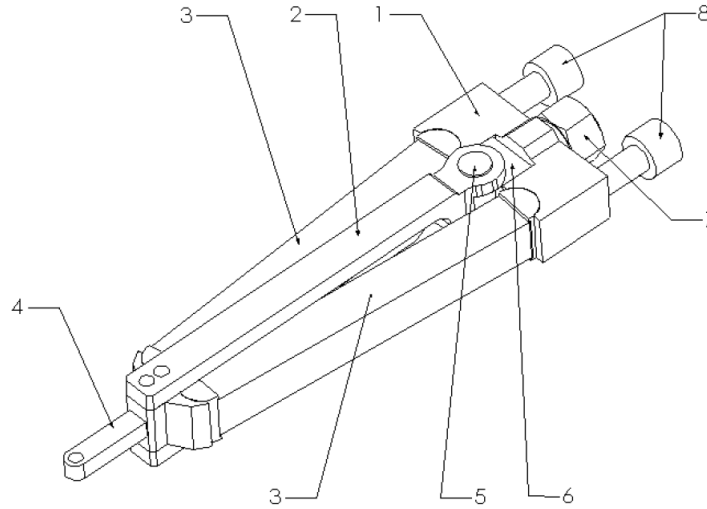
Nesse contexto, a força e o deslocamento são as principais características de interesse em um atuador, uma vez que ele realiza trabalho mecânico. O atuador piezoelétrico em formato de V amplifica geometricamente o deslocamento da pilha piezoelétrica, o qual é baseado na alavancagem do movimento, mas com uma penalidade correspondente de força. Embora a direção da saída do atuador não coincida com a direção do material ativo, a construção do atuador é projetada para que as pilhas piezoelétricas sejam teoricamente submetidas apenas a forças axiais.

Um esquema do arranjo de atuadores com geometria em V é mostrado na Figura 2. O atuador consiste em um pequeno número de peças relativamente simples: uma base (1), uma alavanca (2), uma ponta (4) que está rigidamente conectada à alavanca, dois conjuntos piezoelétricos (3), um pino pivotante (5), um elemento de pré-carregamento (6), uma porca (7) e dois parafusos de montagem (8). Esta estrutura é auto-reagente (os conjuntos trabalham um contra o outro, isto é, enquanto um dos PZTs contrai, o outro expande) e, portanto, elimina os elementos elásticos normalmente usados para pré-carregar atuadores piezoelétricos.

A base (1) suporta o mecanismo e serve para fixar o atuador à estrutura usando dois parafusos, parte (8). A base tem uma construção geometricamente simples e os únicos requisitos especiais (tolerâncias dimensionais e geométricas) estão relacionados às superfícies cilíndricas que servem como superfícies pivotantes para os conjuntos, e um ajuste justo ou até mesmo apertado com o elemento de pré-carregamento (6). Para amplificação máxima do deslocamento, a base deve ser o mais rígida possível, resistente ao desgaste, mas feita de um material leve para uma boa eficiência de massa.

A alavanca (2) é a espinha dorsal do atuador, é ela que transmite o deslocamento amplificado para a estrutura a ser excitada ao girar em torno do pino (5). A alavanca também serve para pré-carregar os conjuntos piezoelétricos (3) através do elemento de pré-carregamento (6) e da porca

Figura 2 – Arranjo com geometria em V para o PZT de pilha.



Fonte: Adaptado de Ardelean et al. (2004).

(7). Sua seção transversal deve ser projetada de forma que o momento de inércia da massa seja o menor possível em relação ao seu eixo de rotação em torno do pino pivotante (5). Para obter a máxima amplificação geométrica do deslocamento, a alavanca deve ser, assim como a base, o mais rígida possível.

Com base na Equação 1, o estudo de Ardelean et al. (2004) conclui que pode-se expressar a força de saída do atuador como:

$$F_s = \frac{A_s N t_w d'_{33}}{L_s s_{33}} V - \frac{A_s}{L_s s_{33}} \xi \quad (7)$$

onde F_s é a força produzida pelo arranjo de atuadores piezoelétricos de pilha, t_w a espessura da pastilha piezoelétrica, d'_{33} a constante piezoelétrica corrigida, L_s o comprimento do conjunto piezoelétrico e s_{33} o inverso do módulo de Young.

Nesse íterim, dependendo do sinal de entrada, o atuador piezoelétrico pode sofrer um deslocamento, sendo este chamado de *stroke*. O *stroke* é a medida do deslocamento piezoelétrico, ele mostra o quando a pilha piezoelétrica se expande ou contrai sob a influência do sinal de entrada, o qual pode ser calculado seguindo a equação abaixo:

$$s = k_s N t_w d'_{33} V - F_s \frac{L_s s_{33} k_s}{2 A_s \theta} \quad (8)$$

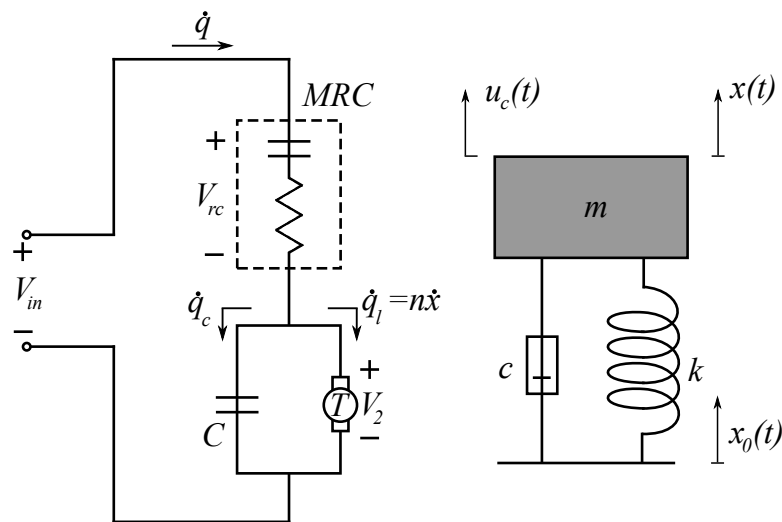
onde θ é o ângulo entre o eixo da pila piezoelétrica e o eixo da alavanca a "zero" voltagem (em radianos) e k_s é a taxa de amplificação (entre o *stroke*, s , e a elongação total da pilha, ξ). Diante disso, a força de saída do arranjo geométrico em V pode ser expressa da seguinte forma:

$$F_s = 2 \frac{A_s \theta N t_w d'_{33}}{L_s s_{33} k_s} V - \frac{A_s}{L_s s_{33}} \xi \quad (9)$$

Por fim, modelos não lineares de atuadores piezoelétricos levam em conta histerese, fluência e vibração para obter modelos mais precisos. A maioria desses modelos não lineares concentra-se na histerese, uma vez que é a principal razão do comportamento não linear dos atuadores piezoelétricos. Além disso, é possível reduzir o efeito da fluência e da vibração ao modelar atuadores piezoelétricos para sistemas de alta velocidade e baixa frequência, respectivamente, conforme Leang & Devasia (2006).

Nas últimas décadas, vários modelos não lineares de atuadores piezoelétricos foram propostos. Um dos modelos mais conhecidos foi proposto por Goldfarb & Celanovic (1997). Eles propuseram um modelo para descrever o comportamento não linear de atuadores piezoelétricos de pilha, em que um capacitor resistivo Maxwell generalizado foi proposto como representação casual de parâmetros concentrados da histerese. Este modelo é completamente baseado em princípios físicos e consiste em um domínio elétrico e um domínio mecânico, bem como a conexão entre os dois domínios. Além disso, esse modelo descreve tanto a não linearidade da histerese quanto os aspectos dinâmicos lineares. O esquemático resultante do atuador piezoelétrico empilhado é exemplificado na Figura 3.

Figura 3 – Representação esquemática do modelo do atuador piezoelétrico de pilha, sendo V , \dot{q} , C , $u_c(t)$, $x(t)$, $x_0(t)$, c e k , respectivamente, os termos relacionados à tensão, taxa de variação da carga elétrica, capacitância, força externa aplicada ao sistema, deslocamento da massa, deslocamento da base, coeficiente de amortecimento e rigidez da mola.



Fonte: Adaptado de Minjal (2013).

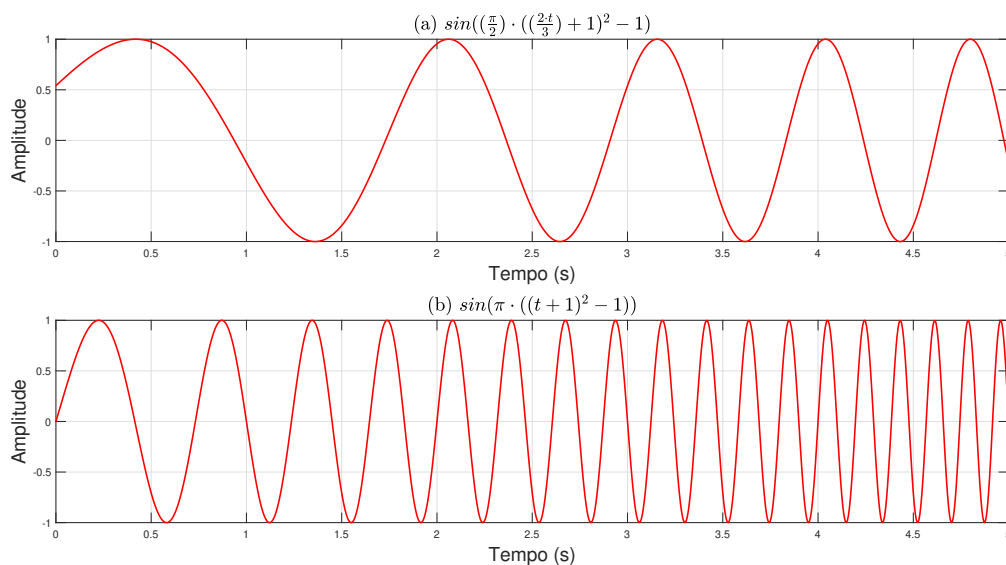
A capacitância resistiva Maxwell generalizada, que é representada pelo elemento MRC , está localizada no domínio elétrico e, assim, relaciona a tensão elétrica do elemento à carga. O modelo do atuador piezoelétrico tem duas portas de interação, uma porta força-velocidade no lado mecânico e uma porta tensão-corrente no lado elétrico. Assim, assume-se que o atuador piezoelétrico empilhado tem uma massa concentrada e uma amortecimento e rigidez do material linear. Este modelo expressa o comportamento não linear dos atuadores piezoelétricos como

conjuntos de equações que relacionam os comportamentos elétricos e mecânicos e os combinam em uma equação diferencial de segunda ordem massa-mola-amortecedor.

2.2 SINAL CHIRP

Um chirp é um sinal no qual a frequência aumenta (up-chirp) ou diminui (down-chirp) com o tempo. Em algumas fontes, o termo chirp é usado de forma intercambiável com o sinal de varredura. Conforme Weisstein (2023), esses sinais são comumente usados em sonar, radar e laser, mas possuem outras aplicações, como em comunicações de espalhamento espectral.

Figura 4 – Exemplificação de um sinal chirp.



Fonte: Próprio autor.

Inicialmente, é crucial definir os parâmetros iniciais do sinal chirp, como a frequência inicial, a frequência final, a amplitude e a duração do sinal. Esses parâmetros foram definidos de maneira arbitrária exclusivamente para fins de simulação. Não houve consideração específica em relação aos valores escolhidos, uma vez que o objetivo era apenas testar a funcionalidade do modelo em um contexto controlado.

A geração do sinal chirp é realizada computacionalmente, utilizando funções apropriadas disponíveis em ambientes de programação, como o MATLAB. A escolha do tipo de chirp, seja linear ou quadrático, também é um aspecto importante, pois influencia diretamente na variação temporal da frequência.

O sinal chirp gerado é então aplicado como uma entrada no atuador piezoelétrico, servindo, posteriormente, como a excitação no sistema massa-mola-amortecedor durante o processo de integração numérica. A análise do sistema sob a influência do sinal chirp permite estudar como as propriedades dinâmicas respondem a diferentes estimulações em termos de frequência e amplitude.

Os resultados obtidos dessa etapa são fundamentais para compreender como o sistema responde a estímulos dinâmicos específicos, contribuindo para a caracterização do comportamento dinâmico do sistema massa-mola-amortecedor quando submetido a diferentes tipos de excitação. Essa compreensão é crucial para aplicações práticas em controle de vibrações e sistemas dinâmicos.

2.2.1 Simulação do Atuador Piezoelétrico com Sinal Chirp

Neste contexto, foi considerado um atuador piezoelétrico de pilha (PZT) baseado no utilizado por Ardelean et al. (2004), fabricado pela NOLIAC em material cerâmico, submetido a um sinal chirp. Para realizar essa simulação, inicialmente, foram definidos os parâmetros do PZT, como a área transversal da pastilha piezoelétrica, a constante piezoelétrica, o comprimento do conjunto piezoelétrico, entre outros, conforme Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros do PZT de pilha.

Parâmetro	Valor	Unidade
A_s	$1 \cdot 10^{-4}$	m^2
s_{33}	$23 \cdot 10^{-12}$	m^2/N
L_s	$80 \cdot 10^{-3}$	m
d_{33}	$425 \cdot 10^{-12}$	m/V
t_w	$100 \cdot 10^{-6}$	m
d'_{33}	$5.97 \cdot 10^{-6}$	$(m/V)/m$
c_{33}	$4.5 \cdot 10^{10}$	Pa
N	800	-

Fonte: Próprio autor.

Em seguida, o sinal chirp foi gerado, levando em consideração parâmetros como frequência inicial, frequência final e tempo de simulação, conforme Tabela 2. Vale ressaltar, também, as fórmulas da taxa de variação da frequência do sinal chirp (c_{chirp}) e da equação responsável pelo comportamento do sinal ($V_{chirp} = V$).

$$c_{chirp} = \frac{(\omega_f - \omega_i)}{t_{max}}; \quad (10)$$

$$V = V_{chirp} = V_0 \sin(\omega_i t + c_{chirp} t^2) \quad (11)$$

A relação entre a entrada (chirp) e a saída (força gerada pelo atuador) é modelada pela Equação 9, que considera a complacência elástica do conjunto piezoelétrico, a espessura da pastilha, e outros parâmetros relevantes. Essa modelagem é crucial para compreender como a resposta do atuador varia de acordo com as características do sinal de entrada.

Tabela 2 – Parâmetros do sinal chirp.

Parâmetro	Valor	Unidade
f_i	1	Hz
f_f	10	Hz
ω_i	2π	rad/s
ω_f	20π	rad/s
V_0	1	V
t_{max}	5	s

Fonte: Próprio autor.

2.3 SISTEMA MASSA-MOLA

De forma a compreender melhor a força elástica que rege este sistema, a Figura 5(a) apresenta uma mola em seu estado relaxado, ou seja, sem compressão ou alongamento. Uma das extremidades está fixa, enquanto a outra está conectada a um objeto que se comporta como uma partícula. Caso a mola seja estendida puxando o bloco para a direita, conforme representado na Figura 5(b), a mola exerce uma força, empurrando o bloco para a esquerda. Essa força elástica, também conhecida como força restauradora, busca restaurar o estado relaxado da mola.

Por outro lado, se a mola for comprimida ao empurrar o bloco para a esquerda, como ilustrado na Figura 5(c), a mola responde empurrando o bloco de volta para a direita. Uma aproximação conveniente para muitas molas é considerar que a força F_{el} é proporcional ao deslocamento \vec{d} da extremidade livre em relação à posição relaxada da mola. Nesse contexto, a força elástica segue a Lei de Hooke:

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{d} \quad (12)$$

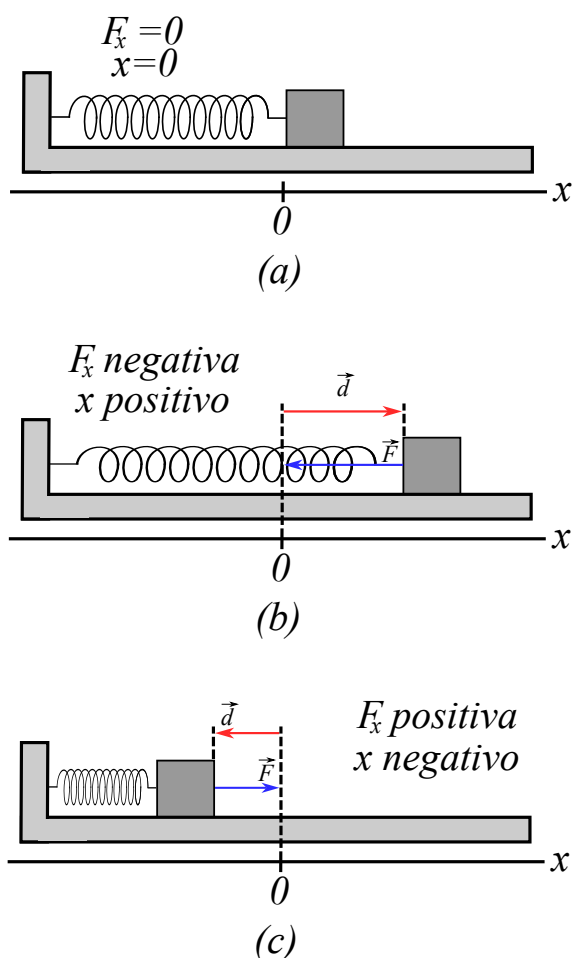
De acordo com Halliday et al. (2014), o sinal negativo na equação indica que a direção da força elástica é sempre oposta ao deslocamento da extremidade livre da mola. A constante k é conhecida como constante elástica, ou constante de força, e representa a rigidez da mola. Quanto maior o valor de k , mais rígida é a mola, ou seja, maior é a força exercida pela mola para um determinado deslocamento.

Na Figura 5, um eixo x foi traçado paralelamente à maior dimensão da mola, com a origem ($x = 0$) na posição da extremidade livre quando a mola está no estado relaxado. Para esta configuração comum, a Lei de Hooke pode ser expressa como:

$$F_{el} = -kx \quad (13)$$

Nessa formulação, se x é positivo (indicando que a mola está alongada para a direita), F_{el} é negativo. Por outro lado, se x é negativo (indicando que a mola está comprimida para a esquerda), F_{el} é positivo. É importante notar que a força elástica é uma força variável, dependendo

Figura 5 – Movimento do sistema massa mola, sendo F_x , \vec{d} e x , respectivamente, a força elástica, o vetor de deslocamento e a posição.



Legenda: (a) Mola no estado relaxado. (b) Mola alongada. (c) Mola comprimida.

Fonte: Adaptado de Halliday et al. (2014).

de x , a posição da extremidade livre.

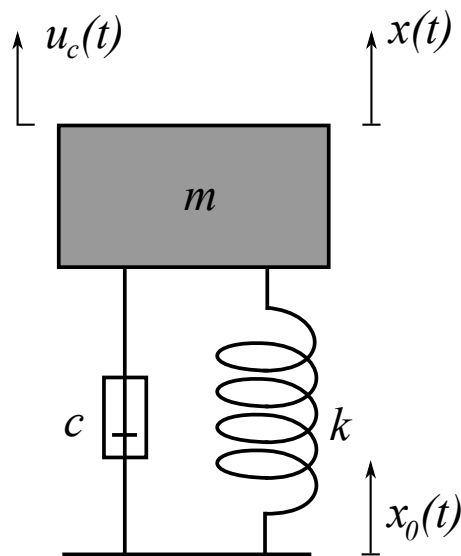
Nesse contexto, uma das conclusões fundamentais derivadas da Segunda Lei de Newton é expressa pelo teorema trabalho-energia, que delineia como o trabalho W realizado sobre uma partícula é convertido em energia cinética. A capacidade de uma força realizar trabalho está intrinsecamente ligada aos conceitos de forças conservativas e não-conservativas, conforme discutido por Young & Freedman (2014). Uma força é considerada conservativa quando o trabalho realizado sobre uma partícula, movendo-se entre dois pontos distintos, depende exclusivamente desses pontos e não da trajetória seguida. Exemplos notáveis de forças conservativas incluem a força gravitacional e a força elástica.

Por outro lado, quando o trabalho realizado é dependente da trajetória percorrida, tem-se uma força não-conservativa, e essa característica está associada à presença de forças dissipativas. Estas últimas desempenham um papel crucial na determinação da natureza do trabalho realizado sobre um sistema físico. Vale ressaltar que a dissipação de energia está intrinsecamente ligada

à irreversibilidade de certos processos.

A Figura 6 ilustra um sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade, onde m representa a massa do sistema, k é a constante de rigidez da mola, c é o coeficiente de amortecimento, $x(t)$ denota o deslocamento do sistema, $x_0(t)$ é o deslocamento da base (podendo ser nulo ou fixo), e $u_c(t)$ representa a entrada de excitação, ou seja, a força externa aplicada sobre o sistema. Este modelo é fundamental para compreender a dinâmica de sistemas mecânicos sujeitos a forças externas. A análise destes sistemas desempenha um papel central em diversas áreas da física, engenharia e ciências aplicadas.

Figura 6 – Sistema de um grau de liberdade com amortecedor.



Fonte: Próprio autor.

2.4 MÉTODO DE RUNGE-KUTTA

Conforme Devries & Hasbun (2011), os métodos de Runge-Kutta, em análise numérica, constituem uma família de métodos iterativos, tanto implícitos quanto explícitos, que incluem o método de Euler, sendo empregados na discretização temporal para soluções aproximadas de equações não lineares simultâneas. Esses métodos foram desenvolvidos por volta de 1900 pelos matemáticos alemães Carl Runge e Wilhelm Kutta.

2.4.1 O Método de Runge-Kutta de 4ª Ordem

O membro mais conhecido da família de Runge-Kutta é geralmente referido como "RK4", o "método clássico de Runge-Kutta" ou simplesmente como "o método de Runge-Kutta".

Suponha que um problema de valor inicial seja especificado da seguinte forma:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0 \quad (14)$$

onde, y é uma função desconhecida (escalar ou vetor) do tempo t , que se precisa aproximar. Sabe-se que $\frac{dy}{dt}$, a taxa de variação de y , é uma função de t e de y . No tempo inicial t_0 , o valor correspondente de y é y_0 . A função f e as condições iniciais t_0, y_0 são fornecidas.

Diante disso, um passo $h > 0$ é escolhido e define-se:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (15)$$

$$t_{n+1} = t_n + h \quad (16)$$

De acordo com Press et al. (2007) e Süli & Mayers (2003), para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, usa-se:

$$k_1 = f(t_n, y_n) \quad (17)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + h\frac{k_1}{2}\right) \quad (18)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + h\frac{k_2}{2}\right) \quad (19)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3) \quad (20)$$

onde y_{n+1} é a aproximação RK4 de $y(t_{n+1})$, e o próximo valor y_{n+1} é determinado pelo valor presente y_n mais a média ponderada de quatro incrementos, onde cada incremento é o produto do tamanho do intervalo, h , e uma inclinação estimada especificada pela função f no lado direito da equação diferencial.

- k_1 é a inclinação no início do intervalo, usando y (método de Euler);
- k_2 é a inclinação no ponto médio do intervalo, usando y e k_1 ;
- k_3 é novamente a inclinação no ponto médio, mas agora usando y e k_2 ;
- k_4 é a inclinação no final do intervalo, usando y e k_3 .

Conforme Süli & Mayers (2003), ao fazer a média das quatro inclinações, é dado maior peso às inclinações no ponto médio. Se f é independente de y , de modo que a equação diferencial seja equivalente a uma integral simples, então RK4 é a regra de Simpson.

O método RK4 é um método de quarta ordem, o que significa que o erro de truncamento local (erro causado por uma iteração) está na ordem de $O(h^5)$, enquanto o erro total acumulado (o erro acumulativo causado por várias iterações) está na ordem de $O(h^4)$.

Em muitas aplicações práticas, a função f é independente de t (um sistema autônomo ou sistema invariante no tempo, especialmente na física), e seus incrementos não são calculados nem repassados para a função f , sendo utilizada apenas a fórmula final para t_{n+1} .

2.5 SISTEMA E A INTEGRAÇÃO NUMÉRICA COM RUNGE-KUTTA

A escolha do método de Runge-Kutta se justifica pela sua eficiência e precisão na resolução de equações diferenciais ordinárias, utilizando a função ode45, a qual é baseada no método de Runge-Kutta explícito de quarta e quinta ordem. Considerada como a melhor função a ser usada como primeira tentativa em problemas não rígidos.

Inicialmente, os parâmetros do sistema são definidos de maneira arbitrária (Tabela 3) e as equações de movimento do sistema massa-mola são expressas no formato de espaço de estados, considerando o deslocamento e a velocidade como variáveis de estado. Essa representação facilita a aplicação de métodos numéricos, como o Runge-Kutta, para resolver as equações diferenciais.

Tabela 3 – Parâmetros do sistema massa-mola-amortecedor.

Parâmetro	Valor	Unidade
Frequência inicial (f_i)	1	Hz
Frequência final (f_f)	50	Hz
Massa (m)	1	kg
Coefficiente de amortecimento (c_1)	0	N.s/m
Coefficiente de amortecimento (c_2)	1	N.s/m
Frequência projetada (f_p)	40	Hz
Rigidez da mola (k)	$m \cdot (2\pi \cdot f_p)^2$	N/m

Fonte: Próprio autor.

De forma a explicar o funcionamento do sistema massa-mola-amortecedor sem o acoplamento do PZT, considere a Figura 6, com um bloco com massa m preso a um referencial inercial por uma mola de rigidez k e por um amortecedor de coeficiente de amortecimento c . A posição $x(t)$ do bloco é medida a partir de um referencial inercial e $x_0(t)$ representa o deslocamento da base.

Seguindo Inman (2001) e Rao (2008) como base e assumindo que $x_0(t) = 0$, a equação do movimento é apresentada a seguir, onde \mathbf{M} , \mathbf{D} e \mathbf{K} são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, a variável F_{nl} representa a força interna não linear do amortecedor e u_c , a força externa atuante sobre o sistema (nesse caso, poderia ser a excitação fornecida pelo PZT).

$$\mathbf{M}\ddot{x}(t) + \mathbf{D}\dot{x}(t) + \mathbf{K}x(t) + F_{nl}(t) = u_c(t) \quad (21)$$

Emprega-se a notação no espaço de estados, onde \mathbf{A} é a matriz de estado, \mathbf{B}_u a matriz de entrada de controle, \mathbf{C} a matriz de saída, \mathbf{D}_u a matriz de transmissão direta, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ o vetor de coordenadas generalizadas/estados e $\mathbf{y}(t)$ a equação de observação.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}_u u_c(t) \quad (22)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}_u u_c(t) \quad (23)$$

Quando o modelo matemático é formulado com base nas leis da física, as variáveis de estado refletem as diferentes formas de energia armazenadas no sistema. Em sistemas mecânicos, por exemplo, as variáveis de estado comumente correspondem à posição e à velocidade, que estão associadas à energia potencial e cinética, respectivamente. Dado que o sistema é de segunda ordem, compreende duas variáveis de estado, portanto, os estados do sistema são definidos como a posição e a velocidade da massa, representando, assim, as grandezas fundamentais que descrevem o comportamento dinâmico do sistema. Colocando na forma de espaço dos estados, tem-se $\dot{x}_1(t)$ e $\dot{x}_2(t)$:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (24)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{k}{m}x_1(t) - \frac{c}{m}x_2(t) + \frac{u_c(t)}{m} - \frac{F_{nl}(t)}{m} \quad (25)$$

Portanto, a equação de estado sob a forma matricial é definida como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u_c(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m \end{bmatrix} F_{nl}(t) \quad (26)$$

A equação de saída na forma matricial é:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} \quad (27)$$

Sendo as matrizes:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$D_u = 0 \quad (31)$$

O método de Runge-Kutta é implementado computacionalmente para realizar a integração numérica ao longo do tempo. Esse processo permite obter as soluções numéricas para o deslocamento e a velocidade da massa acoplada à mola. É fundamental determinar como essas variáveis evoluem no tempo, principalmente quando o sistema é excitado pelo sinal proveniente do atuador piezoelétrico.

A massa (m) representa a quantidade de matéria do objeto em movimento. Nesse contexto, essa massa pode representar a carga ou o objeto ao qual a força do PZT está sendo aplicada. Já a mola (k) representa a rigidez do sistema, ou seja, a resistência da mola em deformar-se

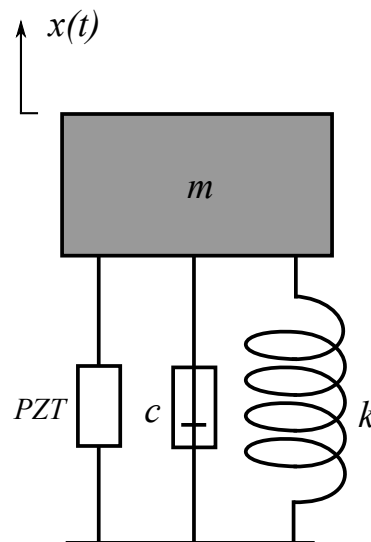
quando uma força é aplicada sobre ela. Quanto maior o valor de k , mais rígida é a mola. Por fim, o amortecedor (c) representa a capacidade do sistema de dissipar energia na forma de calor quando ocorre movimento, portanto, o amortecedor é o responsável por controlar a taxa de dissipação de energia no sistema, afetando a velocidade com que o sistema responde às forças aplicadas.

Diante disso, o acoplamento do PZT de pilha no sistema se dará de duas formas: em paralelo e em série. A fim de entender os processos de acoplamento e suas implicações no sistema, foi necessário examinar as matrizes associadas a cada configuração, bem como compreender o sistema como um todo. Inicialmente foram abordadas a descrição das matrizes relevantes para o modelo tradicional, e em seguida, como essas matrizes foram modificadas para incorporar o acoplamento do PZT de pilha em paralelo e em série.

2.5.1 PZT em Paralelo

Inicialmente, o PZT foi acoplado em paralelo com um sistema massa-mola-amortecedor, cuja configuração foi explícita conforme a Figura 7.

Figura 7 – PZT acoplado em paralelo.



Fonte: Próprio autor.

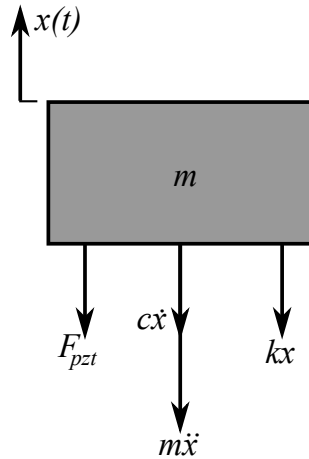
De forma a compreender as matrizes associadas a essa configuração, fez-se o diagrama de corpo livre do sistema, o qual foi representado na Figura 8.

Diante disso, a equação do movimento é representada a seguir.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + F_{pzt} = 0 \quad (32)$$

onde $F_{pzt} = F_s = k_{pzt}u + C_1V$, em que os termos k_{pzt} e C_1 são os termos que multiplicam, respectivamente, o deslocamento (ξ) e a voltagem aplicada (V) na Equação 9.

Figura 8 – Diagrama de corpo livre do sistema com o PZT acoplado em paralelo.



Fonte: Próprio autor.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_{pzt}x + C_1V = 0 \quad (33)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + (k + k_{pzt})x + C_1V = 0 \quad (34)$$

$$\ddot{x} = -\frac{c\dot{x}}{m} - \frac{(k + k_{pzt})x}{m} - \frac{C_1V}{m} \quad (35)$$

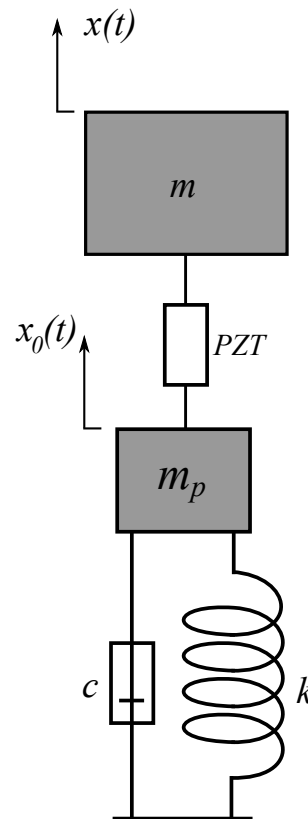
Portanto, a equação de estado sob a forma matricial é definida como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(k + k_{pzt})/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -C_1/m \end{bmatrix} V(t) \quad (36)$$

2.5.2 PZT em Série

Para acoplar o atuador em série e manter as características dinâmicas do sistema, a massa de acoplamento m_p deve ser representada por valores mais baixos em comparação com a do sistema, e neste caso $m_p = 0,01 \cdot m$. Sua representação é mostrada conforme Figura 9.

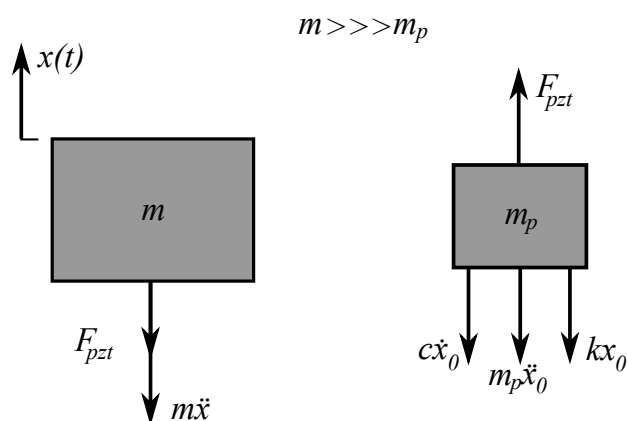
Figura 9 – PZT acoplado em série.



Fonte: Próprio autor.

Para compreender as matrizes associadas a essa configuração, examina-se o diagrama de corpo livre do sistema, o qual é representado na Figura 10.

Figura 10 – Diagrama de corpo livre do sistema com o PZT acoplado em série.



Fonte: Próprio autor.

Os sistemas de matrizes resultantes para o sistema acoplado são escritos em termos das matrizes clássicas apresentadas anteriormente. A nova matriz de massa é obtida incluindo a massa de acoplamento diagonalmente, de modo que:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_p \end{bmatrix} \quad (37)$$

A matriz de amortecimento:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \quad (38)$$

A matriz de rigidez resultante é uma rigidez diagonal e simétrica adicionada da seguinte forma:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{pzt} & -k_{pzt} \\ -k_{pzt} & k + k_{pzt} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Por fim, a matriz multiplicativa da tensão aplicada:

$$\mathbf{Bc} = \begin{bmatrix} 0 \\ C_1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Portanto, a equação de estado sob a forma matricial é definida como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_0(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}_0(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ x_0(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{x}_0(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Bc} \end{bmatrix} V(t) \quad (41)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade e $\mathbf{0}$ é uma matriz de zeros, ambas com a mesma dimensão da matriz \mathbf{M} , isto é, 2x2.

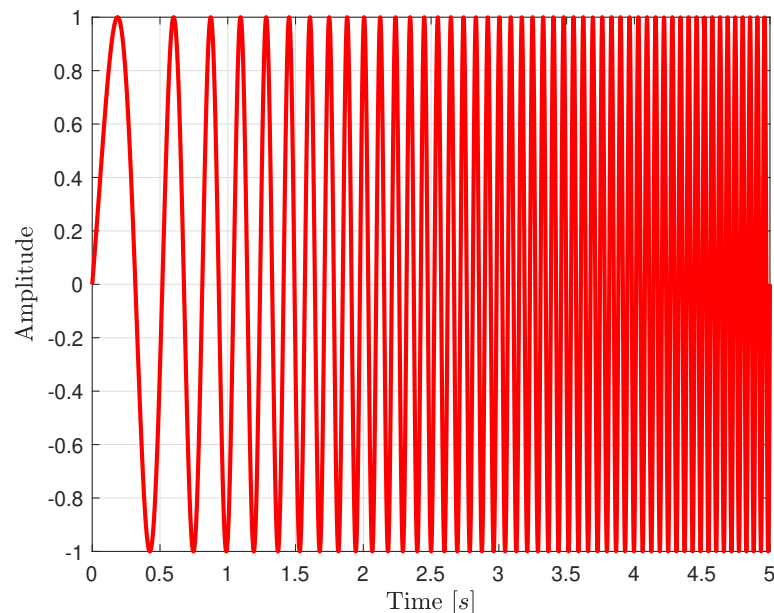
3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este trabalho tem como objetivo investigar o comportamento dinâmico de sistemas piezoelétricos em diferentes configurações e condições de operação. Para alcançar esse objetivo, foram realizadas análises detalhadas do sinal de entrada, da força de saída do atuador, do deslocamento do atuador e da resposta do sistema massa-mola-amortecedor acoplado ao PZT em paralelo e em série.

3.1 SINAL DE ENTRADA E FORÇA DE SAÍDA DO ATUADOR

Inicialmente, um sinal chirp foi aplicado como entrada para o atuador piezoelétrico, o qual foi configurado para variar de 1 Hz a 10 Hz ao longo de cinco segundos, como ilustrado na Figura 11. Como dito anteriormente, o sinal chirp é uma entrada comumente utilizada em testes dinâmicos, permitindo uma variação gradual da frequência ao longo do tempo. A análise do sinal chirp fornece uma compreensão detalhada da resposta dinâmica do sistema ao longo do tempo, possibilitando a observação de transições de frequência e mudanças na amplitude da entrada.

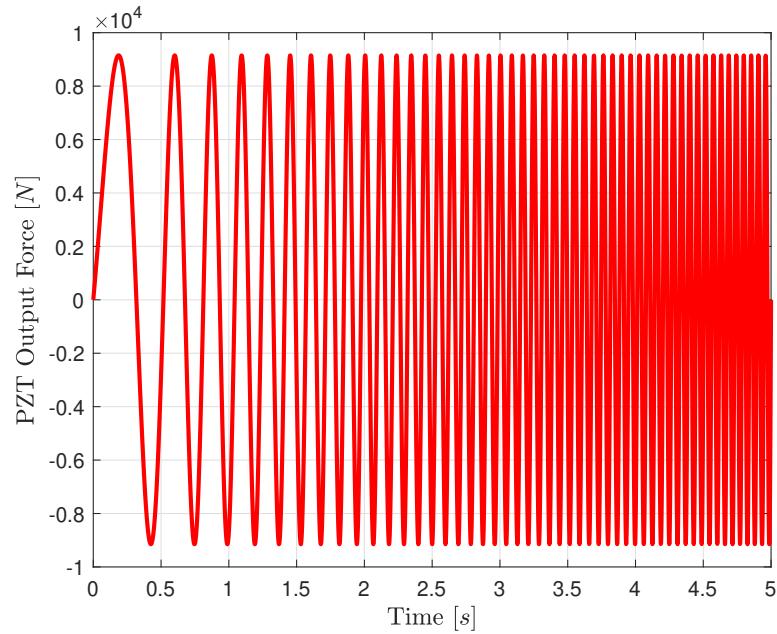
Figura 11 – Representação do chirp aplicado.



Fonte: Próprio autor.

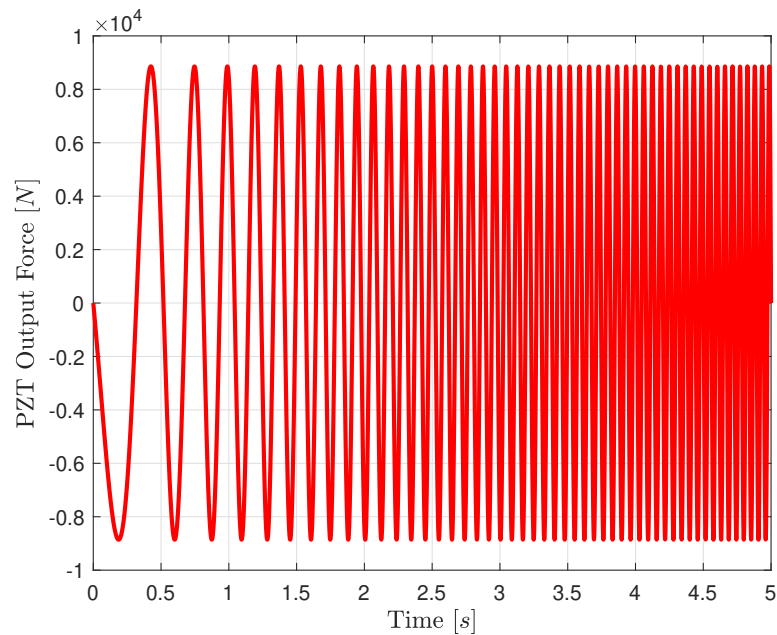
Diante disso, a partir das Equações 6 e 9, obteve-se a força de saída do PZT, para um PZT único e para o arranjo geométrico de PZTs representadas respectivamente na Figura 12 e na Figura 13, devido ao chirp utilizado como entrada. Com base nesse comportamento, torna-se possível visualizar a influência do arranjo de atuadores piezoelétricos na força produzida.

Figura 12 – Força de saída do atuador piezoelétrico de pilha (PZT único).



Fonte: Próprio autor.

Figura 13 – Força de saída do atuador piezoelétrico de pilha (arranjo de PZTs).



Fonte: Próprio autor.

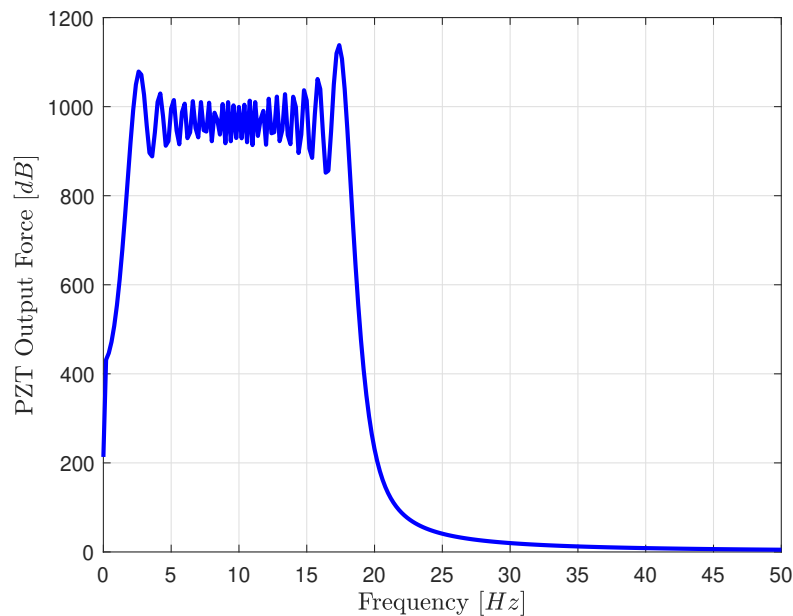
Após a análise dos gráficos de força de saída, nota-se que apesar das diferenças em suas estruturas e mecanismos internos, a força de saída em ambos os casos é bastante semelhante, mas a força de saída para o arranjo sofre com uma discrepância mínima. No entanto, é importante ressaltar que o arranjo de atuadores se destaca por sua capacidade de amplificar geometricamente o deslocamento da pilha piezoelétrica e, apesar de gerar uma força de saída ligeiramente

menor em comparação com o atuador único, essa amplificação do deslocamento é crucial para aplicações que demandam um curso mais longo ou uma precisão superior.

A Figura 14 e a Figura 15 retratam a Função de Resposta em Frequência da força de saída, efetuando, portanto, a transição do domínio temporal para o domínio de frequência. Esse procedimento possibilitou a decomposição do sinal de força em suas componentes de frequência individuais, com o propósito de identificar as frequências presentes na força gerada pelos atuadores.

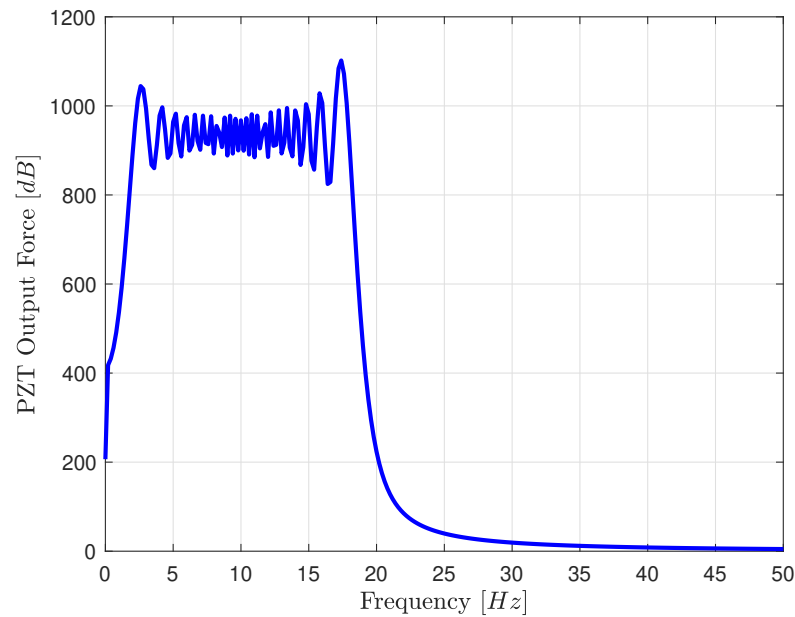
Ao fazer testes de vibração de componentes e dispositivos, esta análise permite que os engenheiros inspecionem como os dispositivos reagem em frequências individuais. Isso significa que os espectros de frequência podem ajudar na otimização de designs, bem como na especificação de limitações de deflexão. Os espectros da Transformada de Fourier também podem ser usados para determinar curvas de tolerância aceitáveis ao longo da faixa de frequência medida e para alertar os usuários quando os níveis de vibração críticos são excedidos em frequências específicas.

Figura 14 – FRF da força de saída do atuador piezoelétrico de pilha (PZT único).



Fonte: Próprio autor.

Figura 15 – FRF da força de saída do atuador piezoelétrico de pilha (arranjo de PZTs).

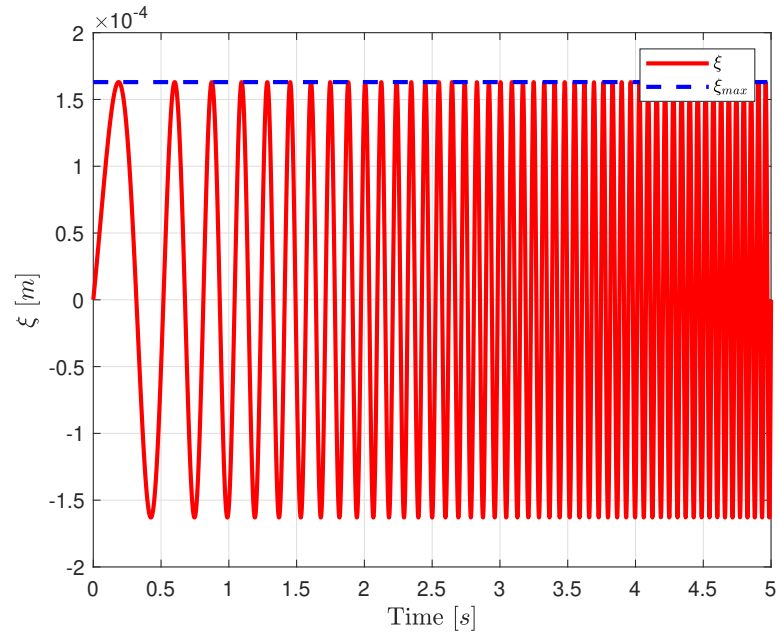


Fonte: Próprio autor.

A análise da FRF revela informações valiosas sobre as características de ressonância e a resposta dinâmica do sistema em diferentes faixas de frequência. Por exemplo, a identificação de picos na FRF indica frequências naturais do sistema, enquanto a amplitude desses picos fornece uma ideia sobre a energia associada a cada frequência, visto que a energia de um sinal guarda relação direta com a amplitude do sinal ao quadrado (*Amplitude*²). Essas informações são essenciais para o projeto e otimização de sistemas piezoelétricos, permitindo aos engenheiros ajustar os parâmetros do sistema para atender aos requisitos específicos de desempenho.

Além das forças geradas pelos PZTs, foi analisado o deslocamento (ξ) do próprio atuador em resposta ao sinal chirp. O deslocamento é uma medida crucial para avaliar o comportamento dinâmico do sistema e sua capacidade de resposta a estímulos externos. O comportamento do deslocamento foi representado conforme Figura 16, além de anotar no gráfico o valor máximo suportado pelo o atuador, isto é, sem que ele se danifique ($\xi_{max} = 163\mu m$).

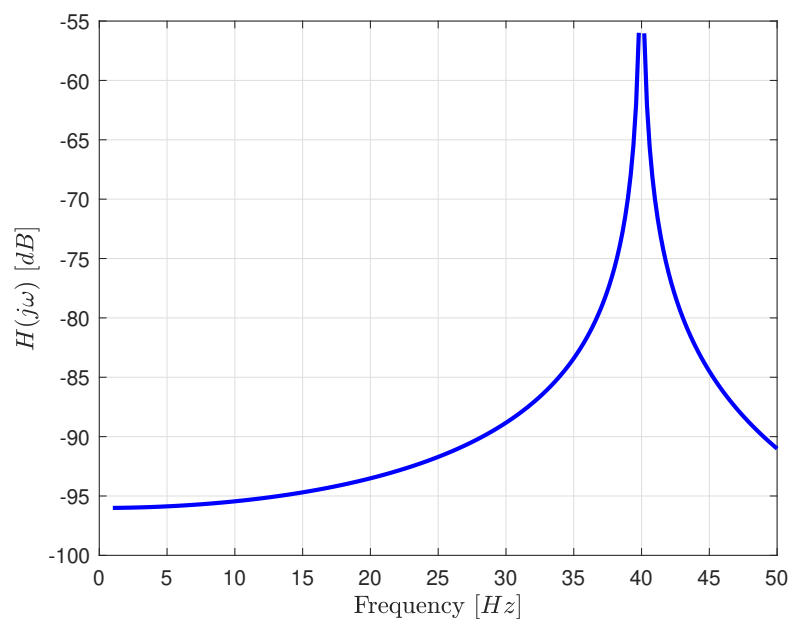
Figura 16 – Deslocamento da ponta do atuador em relação ao tempo.



Fonte: Próprio autor.

Posteriormente, antes de apresentar o sistema massa-mola-amortecedor com o acoplamento do PZT, é essencial contextualizar a configuração inicial do sistema, representado conforme Figura 17. Portanto, no estado não acoplado (sem o PZT), o sistema opera exclusivamente com seus elementos constituintes de massa, mola e amortecedor, apresentando uma frequência natural de oscilação de 40Hz .

Figura 17 – FRF do sistema massa-mola-amortecedor (sem acoplamento do PZT).



Fonte: Próprio autor.

Dessa forma, a análise da FRF oferece uma base fundamental para compreender o comportamento dinâmico intrínseco do sistema sem a influência direta do PZT, permitindo uma análise comparativa com os resultados obtidos após a introdução do acoplamento.

Por fim, a força de saída do arranjo de atuadores piezoelétricos de pilha calculada é aplicada como entrada em um sistema massa-mola, o qual é aliado a integração usando o método de Runge-Kutta de Quarta Ordem e representa o sistema no espaço de estados, de forma a analisar as respostas dinâmicas do sistema.

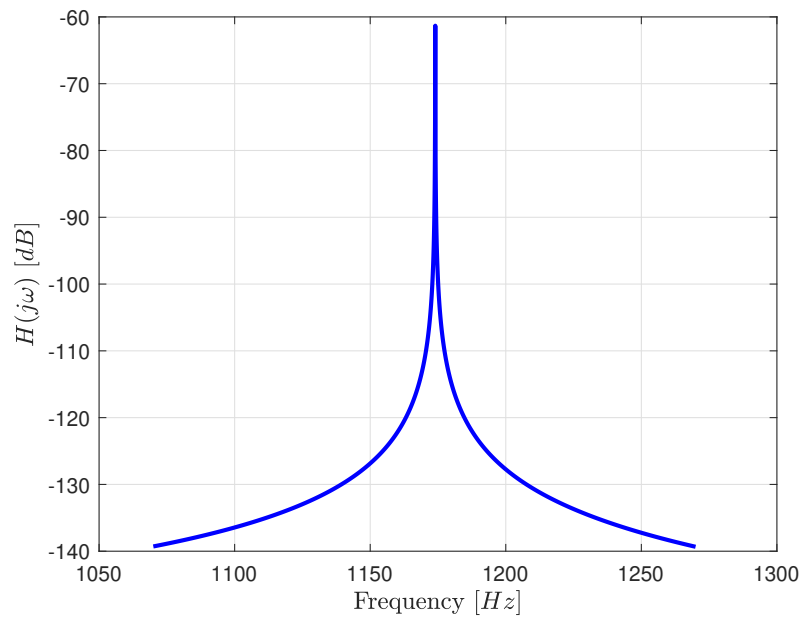
3.2 PZT EM PARALELO

Devido à alta rigidez do material piezoelétrico, os sistemas nos quais ele é aplicado muitas vezes se tornam "*stiff*", ou seja, apresentam uma diferença significativa nas escalas de tempo dos fenômenos físicos envolvidos. No caso do arranjo de PZTs em paralelo, essa rigidez adicional do material piezoelétrico modificou de forma importante o sistema, tornando-o especialmente difícil de resolver numericamente e, portanto, requerendo uma investigação de um diferente método de integração numérica. No entanto, esse aspecto não é considerado escopo deste trabalho.

O método de integração numérica de Runge-Kutta enfrenta desafios ao lidar com esses problemas "*stiff*", pois requer passos de integração muito pequenos para garantir a estabilidade numérica da solução. Isso resulta em um aumento significativo no tempo computacional necessário para obter soluções precisas, tornando o método impraticável para este caso (acoplamento em paralelo). Assim, a análise desse sistema requer abordagens computacionais alternativas que possam lidar eficientemente com sua rigidez inerente.

Portanto, optou-se por apresentar apenas o gráfico da Função de Resposta em Frequência (FRF) para o arranjo paralelo. Esse gráfico é apresentado na Figura 18 e destaca a resposta dinâmica do sistema em altas frequências, visto que seu pico foi em $1174Hz$, evidenciando a influência predominante da rigidez do PZT na dinâmica global do sistema. Essa escolha visa enfatizar a natureza da dinâmica em alta frequência do sistema devido à presença do PZT e à rigidez associada.

Figura 18 – FRF do sistema massa-mola-amortecedor (com acoplamento do PZT em paralelo)



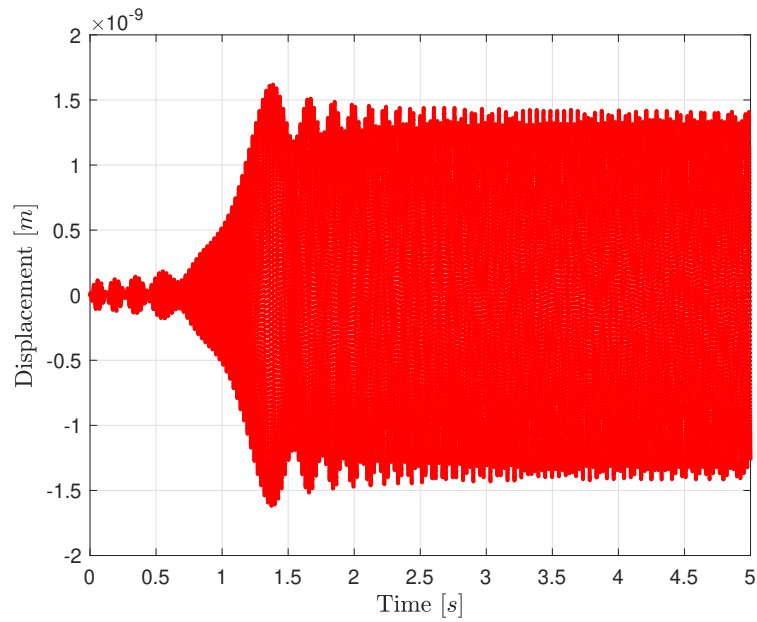
Fonte: Próprio autor.

3.3 PZT EM SÉRIE

Ao considerar a configuração do PZT em série, nota-se que os efeitos são diferentes em comparação com o arranjo em paralelo.

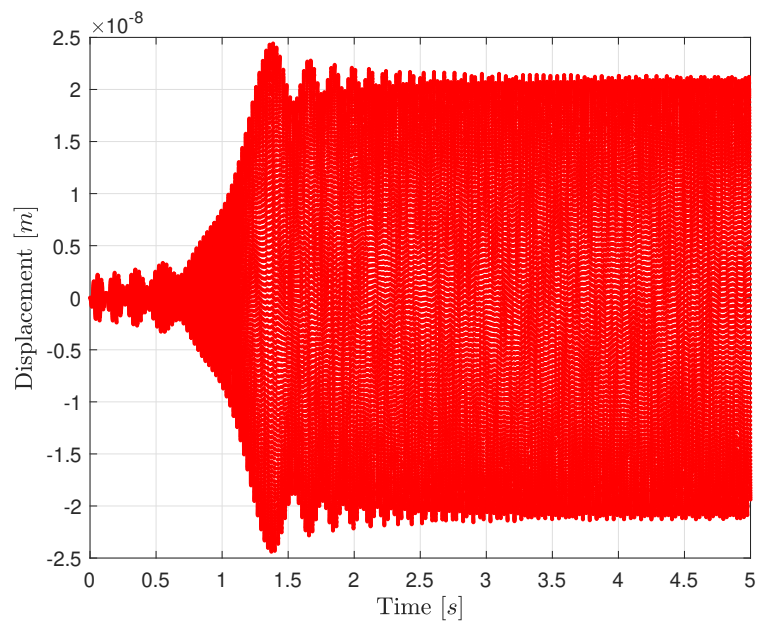
No caso do sistema sem amortecimento ($c_1 = 0$), as oscilações resultantes da interação entre o PZT e o sistema massa-mola são claramente delineadas, proporcionando uma compreensão visual da resposta dinâmica do sistema à excitação, conforme Figura 19 e Figura 20. Esse cenário permite observar como o sistema se comporta quando não há dissipação de energia, mantendo suas oscilações indefinidamente ao longo do tempo. Esse tipo de comportamento é característico de sistemas ideais ou situações em que não há resistência ao movimento, como no caso de um pêndulo sem atrito.

Figura 19 – Deslocamento no PZT no sistema acoplado em série sem amortecimento.



Fonte: Próprio autor.

Figura 20 – Deslocamento na massa de acoplamento m_p no sistema acoplado em série sem amortecimento.

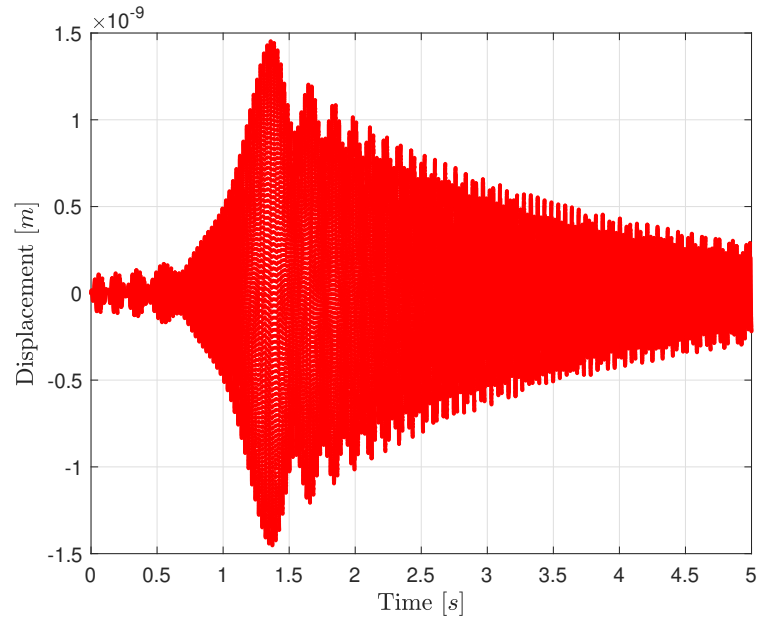


Fonte: Próprio autor.

Para o caso sem amortecimento ($c = 0$), a oscilação persiste sem diminuir em amplitude ao longo do tempo, resultando em um movimento que continua indefinidamente sem dissipação de energia. O sistema exibe uma resposta caracterizada por oscilações periódicas com uma amplitude que não é atenuada ao longo do tempo.

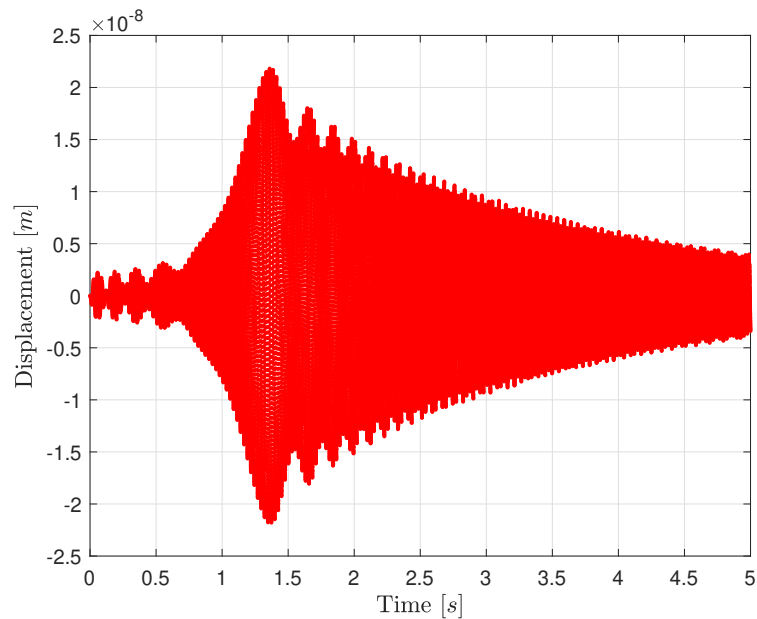
A análise posterior com $c_2 = 1 \text{ N s/m}$ visa estudar como o sistema responde quando submetido a um amortecimento mínimo, representadas pela Figura 21 e Figura 22. Essa abordagem permite observar como o sistema se estabiliza ao longo do tempo, mitigando as oscilações de maneira gradual até atingir um estado de equilíbrio. Essa configuração fornece informações valiosas sobre como o amortecimento influencia a resposta dinâmica do sistema e sua capacidade de dissipar energia ao longo do tempo.

Figura 21 – Deslocamento no PZT no sistema acoplado em série com amortecimento.



Fonte: Próprio autor.

Figura 22 – Deslocamento na massa de acoplamento m_p no sistema acoplado em série com amortecimento.

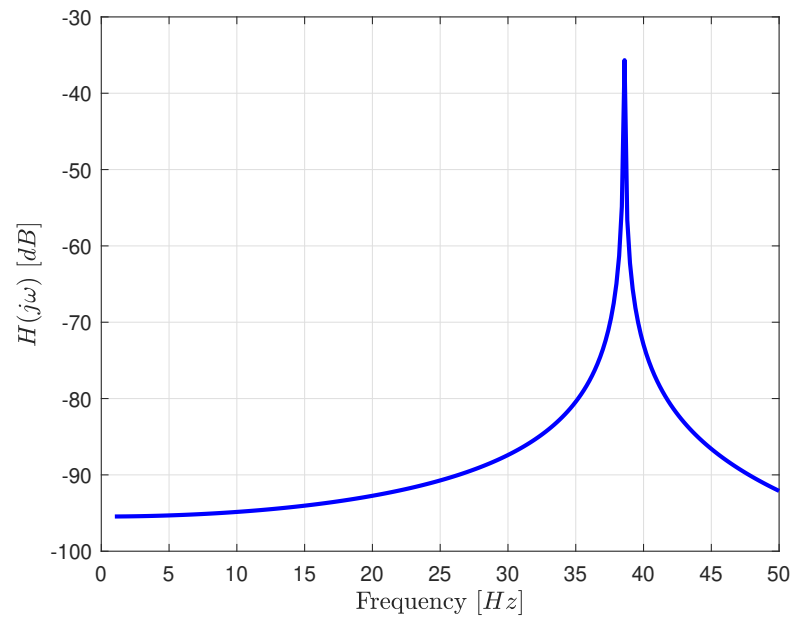


Fonte: Próprio autor.

Diante disso, é possível observar que o deslocamento do sistema é menor que o suportado pelo PZT, visto que $\xi_{max} = 163\mu m$, portanto, essa aplicação não danifica o atuador.

Ao analisar a Função de Resposta em Frequência (FRF) do sistema massa-mola-amortecedor com o PZT em série, observa-se padrões distintos que refletem a influência do acoplamento do PZT na resposta dinâmica do sistema. As FRFs fornecem uma representação visual das características de vibração do sistema em relação à frequência da entrada, permitindo a identificação de picos de ressonância, modos de vibração predominantes e a eficácia do PZT em modular a resposta do sistema em frequências específicas. Esse gráfico, representado na Figura 23, destaca a resposta dinâmica do sistema em menores frequências, visto que seu pico foi em $38.6Hz$, evidenciando a disparidade com o acoplamento em paralelo.

Figura 23 – FRF do sistema massa-mola-amortecedor (com acoplamento em série).



Fonte: Próprio autor.

Como a variação dos níveis de amortecimento (c_1 e c_2) é pequena, sua influência não é notada neste gráfico em específico, entretanto, pode-se observar como a presença do PZT afeta a distribuição de energia ao longo do espectro de frequência.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta considerações finais acerca do trabalho desenvolvido, bem como algumas propostas de trabalhos futuros seguindo a linha de excitação de estruturas dinâmicas com atuadores piezoelétricos.

4.1 CONCLUSÕES

Ao considerar as implicações do número de pilhas no arranjo de atuadores piezoelétricos na resposta dinâmica do sistema, é fundamental reconhecer que esse parâmetro exerce uma influência direta e significativa no desempenho do sistema como um todo. A força de saída do PZT é determinada pelo número de pilhas, o que, por sua vez, afeta a magnitude e a natureza da entrada fornecida ao sistema dinâmico. Em essência, o número de pilhas influencia a capacidade do sistema de gerar e controlar a força de saída, desempenhando um papel crucial na eficiência, na estabilidade e na resposta do sistema a diferentes condições de operação. Portanto, uma consideração cuidadosa e uma otimização adequada do número de pilhas são essenciais para garantir um desempenho ideal do sistema em uma variedade de aplicações.

O atuador de geometria em V apresenta uma série de características especiais que o distinguem e o tornam uma escolha notável para diversas aplicações. Primeiramente, destaca-se seu mecanismo de pré-carregamento integrado, no qual os conjuntos reagem uns contra os outros, eliminando a necessidade de elementos elásticos convencionais.

Além disso, sua notável simetria é digna de nota, pois transmite a mesma força e curso em ambas as direções, em relação à posição neutra. Essa característica proporciona um desempenho consistente e equilibrado, independentemente da direção de operação.

Outra vantagem significativa é a facilidade com que suas características, como força e curso, podem ser ajustadas. Isso pode ser feito simplesmente alterando o ângulo construtivo ou movendo o ponto de saída em relação ao ponto de pivô da alavanca, oferecendo uma flexibilidade excepcional para atender a diferentes requisitos de aplicação.

Ademais, a simplicidade de sua construção é notável, permitindo que todas as peças sejam usinadas de forma convencional e utilizando materiais comuns, como aço e bronze, para os elementos inativos. Isso não apenas simplifica o processo de fabricação, mas também torna o atuador economicamente viável.

Finalmente, a dominância dos conjuntos piezoelétricos no comportamento do atuador sugere um potencial significativo para melhorias futuras. À medida que novos conjuntos piezoelétricos de melhor desempenho são desenvolvidos, espera-se que o desempenho do atuador também melhore substancialmente. Além disso, a eficiência de massa do atuador pode ser aprimorada utilizando materiais de alto desempenho, como compósitos de alta resistência.

Por outro lado, a aplicação da técnica de integração numérica via método de Runge-Kutta no espaço de estados para simular o comportamento do sistema representou um marco significativo no estudo e na compreensão das características dinâmicas do sistema. Este método oferece uma abordagem robusta e eficaz para modelar sistemas dinâmicos complexos, permitindo uma análise detalhada do comportamento ao longo do tempo. A utilização do método de Runge-Kutta proporciona uma solução numérica precisa para as equações diferenciais que descrevem o sistema, permitindo uma simulação mais confiável do comportamento dinâmico sob uma variedade de condições de entrada. Como resultado, essa abordagem não apenas fornece insights valiosos sobre o comportamento do sistema em diferentes cenários, mas também oferece uma base sólida para otimização, projeto e desenvolvimento de sistemas dinâmicos em diversas áreas de aplicação.

Por fim, o gráfico de deslocamento mostra como a posição do objeto varia ao longo do tempo sob a influência das forças aplicadas e, nesse caso, esse gráfico mostra como a carga ou objeto se move em resposta à força gerada pelo PZT.

Além da força aplicada ao sistema, vale ressaltar a presença de possíveis forças de atrito e resistência. Caso haja atrito entre a massa e o ambiente circundante, como o atrito do ar ou o atrito entre a massa e a própria superfície, isso pode causar uma desaceleração gradual da massa, resultando em uma diminuição na velocidade ao longo do tempo. Ademais, dependendo do ambiente em que o sistema estiver localizado, pode haver, também, outras forças de resistência, como resistência do fluido, que podem afetar a velocidade do sistema.

Outro fator a se analisar é como as propriedades do sistema massa-mola afetam a resposta, nos gráficos foi possível visualizar efetivamente o efeito do coeficiente de amortecimento (c), mas também podem haver mudanças quanto a massa (m) e/ou a rigidez da mola (k). Um coeficiente de amortecimento maior resultará em uma resposta mais amortecida do sistema, isto é, o sistema levará menos tempo para atingir o equilíbrio após a aplicação de uma força externa, pois a energia será dissipada mais rapidamente. Uma maior massa resultará em uma resposta mais lenta do sistema, pois requer mais energia para acelerar ou desacelerar. Já quanto maior a rigidez da mola, mais rápida será a resposta do sistema às forças aplicadas, visto que uma mola mais rígida tenderá a resistir mais à deformação, resultando em um movimento mais rápido.

4.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Inclusão de efeitos térmicos no sistema, alterando as propriedades materiais e, por conseguinte, o desempenho do atuador piezoelétrico. O desenvolvimento de um modelo que leve em conta esses efeitos térmicos pode proporcionar uma representação mais precisa e robusta do sistema.
- Explorar outras formas de excitação pode ser igualmente relevante. A análise de como o sistema responde a diferentes tipos de sinais, como ondas senoidais, impulsos ou formas

de onda complexas, pode fornecer dados adicionais sobre o comportamento dinâmico do sistema.

- Considerando a complexidade do sistema modelado, colaborações interdisciplinares podem enriquecer o estudo. A integração de conhecimentos de engenharia mecânica, elétrica e de materiais pode proporcionar uma compreensão mais holística do comportamento do atuador piezoelétrico e do sistema como um todo.

REFERÊNCIAS

- Ardelean, E. V., Cole, D. G. & Clark, R. L. (2004), ‘High performance v-stack piezoelectric actuator’, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 15, 879–889.
- Calders, K. & Liu, J. (2017), ‘Application of infrared thermography for railway track defect detection’, *Journal of Nondestructive Evaluation* 36(3), 1–13.
- Cawley, P., Adams, R. D., Mingjing, T., Gachagan, A. & Hayward, G. (2003), ‘Guided wave inspection of rail’, *Research in Nondestructive Evaluation* 14(1), 23–37.
- Devries, P. L. & Hasbun, J. E. (2011), *A first course in computational physics*, 2 edn, Jones and Bartlett Publishers, Massachusetts, EUA.
- Goldfarb, M. & Celanovic, N. (1997), ‘Modeling piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation’, *IEEE Control Systems Magazine* 17(3), 69–79.
- Hagood, N. W., H., C. W. & Flotow, A. V. (1990), ‘Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control’, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 1(3), 327–354.
- Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (2014), *Fundamentals of Physics*, Vol. 1, 10 edn, John Wiley & Sons, Inc., Nova Jersey, EUA.
- Heverly, D. E., Wang, K. & Smith, E. C. (2004), ‘Dual-stack piezoelectric device with bidirectional actuation and improved performance’, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 15(7), 565–574.
- Huang, H., Wang, L. & Wu, Y. (2019), ‘Design and experimental research of a rotary micro-actuator based on a shearing piezoelectric stack’, *Micromachines* 10(2).
- IEEE Standard on Piezoelectricity* (1988), *ANSI/IEEE Std 176-1987* .
- Inman, D. (2001), *Engineering Vibration*, Prentice Hall.
URL: <https://books.google.com.br/books?id=bHIeAQAAIAAJ>
- Lanza, G., Trapani, D. & Cennamo, N. (2020), ‘Optical fiber sensors for railway monitoring: A comprehensive review’, *Sensors* 20(2), 1–28.
- Leang, K. K. & Devasia, S. (2006), ‘Design of hysteresis-compensating iterative learning control for piezo-positioners: Application to atomic force microscopes’, *Mechatronics* 16, 141–158.

- Li., W., Chen, J. & Lu, T. (2018), ‘Real-time damage detection of railway tracks using piezoelectric sensors’, *Sensors* 18(5).
- Lu, X., Li, H., Chen, P. & Ou, J. (2019), ‘Acoustic emission-based detection of rail defects using probabilistic neural network and gaussian mixture model’, *Journal of Bridge Engineering* 24(10), 1–14.
- Main, J. A. & Garcia, E. (1997), ‘Piezoelectric stack actuators and control system design: Strategies and pitfalls’, *Journal of Guidance, Control and Dynamics* 20(3), 479–485.
- Main, J. A., Garcia, E. & Newton, D. (1995), ‘Precision position control of piezoelectric stack actuators using charge feedback’, *Journal of Guidance, Control and Dynamics* 18(5), 1068–1073.
- Minjal, M. N. (2013), ‘Modeling and control of piezoelectric stack actuators with hysteresis’.
- Nowick, A. S. & Berry, B. S. (1972), *Piezoelectricity: An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals*, Dover Publications.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. & Flannery, B. P. (2007), *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*, 3 edn, Cambridge University Press, Inglaterra.
- Rao, S. (2008), *Vibrações Mecânicas*, Pearson Universidades.
URL: <https://books.google.com.br/books?id=3DSNPgAACAAJ>
- Sohn, H., Farrar, C., Hemez, F., Shunk, D., Stinemates, D., Nadler, B. & Czarnecki, J. (2006), ‘Structural health monitoring of railway tracks using piezoelectric sensors’, *Sensors* 6(8), 861–880.
- Sun, Z., Sun, P., Wang, X., Li, L., Niu, C. & Wu, D. (2021), ‘Automated defect identification in railway tracks using convolutional neural networks’, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* .
- Süli, E. & Mayers, D. (2003), *An Introduction to Numerical Analysis*, Cambridge University Press, Inglaterra.
- Tressler, J. F., Alkoy, S. & Newnham, R. E. (1998), ‘Piezoelectric sensors and sensor materials’, *Journal of Electroceramics* 2, 257–272.
- Weisstein, E. W. (2023), ‘Sweep signal.’.
URL: <https://mathworld.wolfram.com/SweepSignal.html>
- Xia, Y., Ou, J. & Xu, Y. (2015), ‘Wireless sensor network-based structural health monitoring system for railway bridges: field experiment’, *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 5(1), 91–102.

- Xu, T.-B., Siochi, E. J., Kang, J. H., Zuo, L., Zhou, W., Tang, X. & Jiang, X. (2013), 'Energy harvesting using a pzt ceramic multilayer stack', *Smart Materials and Structures* 22(6).
- Young, H. D. & Freedman, R. A. (2014), *Física I, Sears e Zemansky: Mecânica*, 14 edn, Pearson, Inc., Califórnia, EUA.
- Zsurzsan, T.-G., Mangeot, C., Andersen, M. A. E., Zhang, Z. & Andersen, N. A. (2014), 'Piezoelectric stack actuator parameter extraction with hysteresis compensation', *16th European Conference on Power Electronics and Applications* pp. 1–7.