

VÍCTOR ORLANDO GAMARRA ROSADO

**CONTRIBUIÇÕES NA MODELAGEM DINÂMICA E NO CONTROLE
NEURAL DE UM BRAÇO ROBÓTICO COM ELOS FLEXÍVEIS**

Tese apresentada à Universidade Estadual Paulista – UNESP como parte dos requisitos para o concurso público para obtenção do título de Livre-Docente em Instrumentação e Controle Industrial, junto ao Departamento de Mecânica da Faculdade de Engenharia do *Campus* de Guaratinguetá.

Guaratinguetá

2009

R788c	<p>Gamarra Rosado, Víctor Orlando.</p> <p>Contribuições na modelagem dinâmica e no controle neural de um braço robótico com elos flexíveis / Víctor Orlando Gamarra Rosado.- Guaratinguetá : [s.n.], 2009</p> <p>140 f.: il.</p> <p>Bibliografia: f. 110-115</p> <p>Tese (Livre-Docência) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2009</p> <p>1. Robótica 2. Redes neurais (Computação) I. Título</p> <p>CDU</p>
-------	--

DADOS CURRICULARES

VÍCTOR ORLANDO GAMARRA ROSADO

NASCIMENTO	16.06.1958 – CHICLAYO, PERU.
FILIAÇÃO	Alejandro Gamarra Georgina Rosado
1978/1984	Curso de Graduação em Engenharia Mecânica Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS
1985/1988	Curso de Pós-Graduação em Ciência Espacial Mestrado em Ciência Espacial / Mecânica Orbital Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE / MCT
1995/1997	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Doutorado em Engenharia Mecânica Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP

Dedico este trabalho
aos meus pais Alejandro e Georgina,
aos meus filhos Ariane e Lucas,
e a Tereza.

AGRADECIMENTOS

Gostaria manifestar minha gratidão a todos que me ajudaram, direta ou indiretamente, a concluir esta etapa tão importante de minha carreira profissional.

Em especial, aos meus orientadores: de Mestrado Prof. Atair Rios Neto, junto ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos – SP, de Doutorado Prof. Douglas Eduardo Zampieri junto à UNICAMP, Campinas – SP, e do Programa *Sandwich* Prof. Manuel Armada junto ao Instituto de Automática Industrial, Madri, Espanha, responsáveis por uma parcela de minha formação científica. A todos pelo incentivo e elevado profissionalismo presentes durante a realização dos meus estudos e que muito contribuíram para a minha formação como Docente.

Ao Departamento de Mecânica da UNESP/Guaratinguetá, por me propiciar todas as oportunidades para o desenvolvimento na minha formação, seja docente e/ou pesquisador. A todos, docentes, funcionários e técnicos, o meu agradecimento.

Aos meus orientados de iniciação científica, mestrado e doutorado, que desenvolvem e/ou desenvolveram seus projetos de pesquisa em temas relacionados ao apresentado neste trabalho, e pelas discussões técnicas constantemente realizadas.

Às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá, pela dedicação e paciência que tiveram na busca dos artigos técnicos solicitados, etapa fundamental na consolidação das pesquisas bibliográficas no desenvolvimento dos projetos de pesquisa. E da mesma forma, à secretaria da pós-graduação do Campus.

Ao CNPq, CAPES, FAPESP, Fundunesp, Pro-Reitorias de incentivo à pesquisa da UNESP e CSIC (Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, Espanha), pelos apoios concedidos em bolsas de pesquisa científica, e aos investimentos concedidos, e

que muito contribuíram para a realização e desenvolvimento de vários projetos de pesquisa relacionados com este desenvolvimento.

E finalmente, à Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, por todas as oportunidades que tem me oferecido durante estes anos de vida profissional. Agradeço à instituição e a todas as pessoas que contribuem, para a consolidação deste centro na qualidade do ensino, pesquisa e extensão.

GAMARRA ROSADO, V.O., **Contribuições na modelagem dinâmica e no controle neural de um braço robótico com elos flexíveis**. 2009. 140p. Tese (Livre-Docência) – Faculdade de Engenharia do *Campus* de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2009.

RESUMO

Em geral, estruturas espaciais e manipuladores robóticos leves têm uma característica similar e inerente que é a flexibilidade. Esta característica torna a dinâmica do sistema muito mais complexa e com maiores dificuldades para a análise de estabilidade e controle. Então, braços robóticos bastantes leves, com velocidade elevada e potencia limitada devem considerar o controle de vibração causada pela flexibilidade. Por este motivo, uma estratégia de controle é desejada não somente para o controle do modo rígido mas também que seja capaz de controlar os modos de vibração do braço robótico flexível.

Também, redes neurais artificiais (RNA) são identificadas como uma subespecialidade de inteligência artificial. Constituem atualmente uma teoria para o estudo de fenômenos complexos e representam uma nova ferramenta na tecnologia de processamento de informação, por possuírem características como processamento paralelo, capacidade de aprendizagem, mapeamento não-linear e capacidade de generalização. Assim, neste estudo utilizam-se RNA na identificação e controle do braço robótico com elos flexíveis.

Esta tese apresenta a modelagem dinâmica de braços robóticos com elos flexíveis, 1D no plano horizontal e 2D no plano vertical com ação da gravidade, respectivamente. Modelos dinâmicos reduzidos são obtidos pelo formalismo de Newton-Euler, e utiliza-se o método dos elementos finitos (MEF) na discretização dos deslocamentos elásticos baseado na teoria elementar da viga. Além disso, duas estratégias de controle têm sido desenvolvidas com a finalidade de eliminar as vibrações devido à flexibilidade do braço robótico com elos flexíveis. Primeiro, utiliza-se um controlador neural *feedforward* (NFF) na obtenção da dinâmica inversa do braço robótico flexível e o cálculo do torque da junta. E segundo, para obter precisão no posicionamento do elemento terminal utiliza-se um controlador neural *feedforward* + *feedback* (NFF+FB) o qual compensa os efeitos gravitacionais e outras perturbações. Os resultados obtidos utilizam o *software* MATLAB e seu entorno SIMULINK® para simulação de sistemas dinâmicos.

PALAVRAS-CHAVE: Robótica, Braço robótico flexível, Modelagem dinâmica, Redes neurais artificiais, Controle ativo.

GAMARRA ROSADO, V. O., **Contributions on dynamic modeling and neural control of a robotic arm with flexible links**. 2009. 140p. Tese (Livro-Docência) – Faculdade de Engenharia do *Campus* de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2009.

ABSTRACT

Generally, space structures and lightweight robotic manipulator have an inherent and similar characteristic that is the flexibility. This character complicates the dynamics of this system and presents challenging problems in stability and control. Then, robotic arms to have high-speed movement with small power and less weight require control of vibration caused by flexibility. For this end, control strategy is desired not only to be able to control the motion of the rigid mode, but also to be able to control the vibration modes of the flexible robotic arms.

Also, artificial neural networks (ANN) are identified as a subspecialty of artificial intelligence, constitute nowadays one theory of complex phenomena studies and represent a new tool for information process technology, through its characteristics like parallel process, learning capability, non linear mapping and generalization capability. So, in this study ANN are used to the identification and control of robotic arm with flexible links.

This these presents the dynamic modeling of robotic arms with flexible links, 1D in horizontal plane and 2D in vertical plane with gravitational effects, respectively. Reduced dynamical models are obtained through the Newton-Euler formalism, and the finite elements method (FEM) is used in the elastic displacement discretization based on elementary beam theory. Moreover, two control strategies have been developed for suppressing the vibrations due to the flexibility of the robotic arm with flexible links. First, it is used a feedforward neural controller (NFF) which find the dynamic inverse of the arm to compute the joint torque. And second, to obtain positioning accuracy in the end effectors it is used a feedforward + feedback neural controller (NFF+FB) which compensate the gravity effects and others perturbations. The results obtained use the MATLAB – SIMULINK® package for dynamical systems simulation.

KEYWORDS: Robotics, Flexible robotic arm, Dynamic modeling, Artificial neural networks, Active control.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – Braço robótico modelo IRB6620	21
FIGURA 1.2 – Braços robóticos aeroespaciais	21
FIGURA 1.3 – Braços robóticos DLR	22
FIGURA 2.1 – Estrutura de braços robóticos com elos flexíveis	29
FIGURA 2.2 – Aprendizado com redes neurais	35
FIGURA 2.3 – Modelo simplificado de um elemento processador	36
FIGURA 2.4 – Funções de transferência	37
FIGURA 2.5 – Rede neural de cinco camadas	38
FIGURA 3.1 – Descrição do braço flexível 1D	41
FIGURA 3.2 – Esquema da simulação do braço flexível 1D	45
FIGURA 3.3 – Resultados para $\theta=\pi/4$ [rad] em 1[s]	46
FIGURA 3.4 – Resultados para $\theta=\pi/4$ [rad] e $\theta=\pi/2$ [rad]	47
FIGURA 3.5 – Protótipo experimental, com o sistema <i>SELSPOT II</i>	48
FIGURA 3.6 – Controle do modo rígido	50
FIGURA 3.7 – Controle do modo rígido e do modo flexível	51
FIGURA 3.8 – Detalhes do braço flexível 1D, com extensômetros	53
FIGURA 3.9 – Esquema geral do protótipo experimental 1D	53
FIGURA 3.10 – Espectro de identificação do braço flexível 1D	56
FIGURA 3.11 – Esquema do controle ótimo do braço flexível 1D	57
FIGURA 3.12 – Controle do modo rígido do braço flexível 1D	58
FIGURA 3.13 – Controle ótimo do elemento terminal do braço flexível 1D	58
FIGURA 3.14 – Controle experimental do modo rígido do braço flexível 1D	59
FIGURA 3.15 – Controle experimental global ótimo do braço flexível 1D	60
FIGURA 3.16 – Aprendizado <i>off-line</i> da dinâmica inversa do braço flexível 1D	62
FIGURA 3.17 – Arquitetura da rede neural utilizada	62
FIGURA 3.18 – Evolução do erro médio quadrático do treinamento	62
FIGURA 3.19 – Diagrama do sistema de controle <i>NFF</i>	64
FIGURA 3.20 – (a) Variáveis de referência, e (b) Controle <i>NFF</i>	64
FIGURA 3.21 – Diagrama de bloco do controle <i>NFF+FB</i>	65
FIGURA 3.22 – Controle <i>NFF+FB</i> do braço flexível 1D	65

FIGURA 3.23 – Modo rígido com (a) Controle <i>NFF</i> , e (b) Controle <i>NFF+FB</i>	66
FIGURA 3.24 – Modo flexível com controle <i>NFF</i> e com controle <i>NFF+FB</i>	66
FIGURA 4.1 – Configuração não deformada do braço robótico 2D	69
FIGURA 4.2 – Configuração deformada do braço robótico 2D	70
FIGURA 5.1 – Estratégia de controle dos modos rígidos	89
FIGURA 5.2 – Diagrama de blocos para simulação do braço robótico 2D	89
FIGURA 5.3 – Respostas dos modos rígidos e flexíveis sem efeitos da gravidade	91
FIGURA 5.4 – Respostas dos modos rígidos e flexíveis com efeitos da gravidade	93
FIGURA 5.5 – Relação entre os modos rígidos e flexíveis com efeitos da gravidade ..	94
FIGURA 5.6 – Controle neural do braço robótico flexível 2D	102
FIGURA 5.7 – Diagrama de blocos para controle neural do braço robótico 2D	102
FIGURA 5.8 – Respostas do controle neural do braço robótico flexível 2D	104
FIGURA 5.9 – Relação do controle entre os modos rígidos e flexíveis	105

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 – Características da lâmina de aço do braço robótico 1D	45
TABELA 3.2 – Resultados teóricos e experimentais do braço flexível 1D	56
TABELA 5.1 – Parâmetros do braço robótico 2D	90

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABB	–	<i>Asea & Brown Boveri</i>
A/D	–	Analógica-Digital
AG	–	Algoritmos Genéticos
ANN	–	<i>Artificial Neural Network</i>
ARMA	–	<i>Autoregressive Moving Average</i>
ART	–	<i>Adaptive Resonance Theory</i>
AU	–	<i>Administrating Unit</i>
CIM	–	<i>Camera Interface Module</i>
DLR	–	<i>German Institute of Robotics and Mechatronics</i>
FBM	–	<i>FIFO Buffer Module</i>
FEM	–	<i>Finite Elements Method</i>
LCU	–	<i>LED Control Unit</i>
LEDs	–	<i>Light Emitting Diodes</i>
LQR	–	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
MEF	–	Método de Elementos Finitos
NFF	–	<i>Neural Feedforward</i>
NFF+FB	–	<i>Neural Feedforward + Feedback</i>
PD	–	Proporcional e Derivativo
PDP	–	Processamento Distribuído e Paralelo
PID	–	Proporcional, Integral e Derivativo
PRBS	–	<i>Pseudo Random Binary Signal</i>
RNA	–	Redes Neurais Artificiais
SCM	–	<i>SELSPOT Control Module</i>
SRMS	–	<i>Space Shuttle Remote Manipulator System</i>
g.d.l.	–	Graus de liberdade
1D	–	Braço com uma junta revoluta
2D	–	Braço com duas juntas revolutas
3D	–	Robô revoluto

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal; Matriz da equação no espaço de estados
a	Vetor aceleração
B	Matriz de entrada do sistema
b_4, c_4	Termos da matriz de Jacobi para análise da estabilidade
E	Módulo de elasticidade de Young; Função de energia
f_i, f_j	Esforços que agem no elemento i e j do sistema
f_N	Frequência de amostragem
F_x, F_z	Componentes x e z do esforço resultante
g	Aceleração da gravidade
i	Indica o i -ésimo elemento da viga
J	Matriz de Jacobi
J_1, J_2	Momentos de inércia do atuador 1 e 2
J_P	Momento de inércia da carga na extremidade livre
K	Matriz de rigidez; Matriz ganho do controlador
\bar{K}	Matriz de rigidez reduzida
K^i	Matriz de rigidez do i -ésimo elemento
K_G	Matriz de rigidez global
K_a, K_b, K_c, K_d	Matrizes que formam K_G
l	Comprimento do braço; Comprimento de um elemento discreto
l^1, l^2	Comprimentos dos elos superior e inferior, respectivamente
M_{A1}, M_{A2}	Massas do primeiro e segundo atuadores, respectivamente
M_p	Carga da extremidade livre
M_{total}	Massa total do elo inferior, incluindo atuador e carga
M_i	Momento no i -ésimo ponto nodal
$M(\alpha)$	Matriz de inércia
$M(\omega)$	Massa do sistema
$M(\tilde{\omega})$	Massa do sistema com valores nominais
m_a	Carga na extremidade
m_i	Massa discretizada no i -ésimo ponto nodal
$N(\alpha, \dot{\alpha})$	Matriz das não-linearidades

n	Número de elementos
p	Vetor posição
Q	Matriz de rotação
r_{ac}	Raio do acoplamento
S_i	Inclinação no i -ésimo ponto nodal
T	Torque no elo
t	Variável do tempo
t_f	Instante final
U_i, U_j	Deslocamentos no i -ésimo e j -ésimo pontos nodais, respectivamente
u	Vetor de controle do sistema
v	Vetor velocidade
X_i	Posição genérica no eixo x
$x(t)$	Vetor de estados do sistema
x_i	Vetor posição do ponto nodal
x^*	Vetor de minimização
$y(t)$	Vetor de saída do sistema
Z_i^1, Z_i^2	Coordenadas locais do ponto nodal
(x,y,z)	Coordenadas retangulares do sistema
α	Vetor formado pelo ângulo rígido e o deslocamento
β	Deslocamento angular do elo
∂	Derivada parcial
ε	Região que define condição de estabilidade
∇	Indica o divergente da função
Δx	Variação de comprimento
δ	Região que define condição de estabilidade
λ	Autovalores da matriz de Jacobi
ϕ	Deslocamento angular do elo
$\theta(t)$	Ângulo da junta em função do tempo
ζ	Coefficiente de amortecimento
τ	Torque atuante no sistema
$\dot{\cdot}, \ddot{\cdot}$	Indicam a primeira e segunda derivada em relação ao tempo
ρ	Massa específica
μ	Matriz de aprendizado
μ_o	Constante positiva de aprendizado

ν	Constante positiva de Levenberg-Marquardt
ω	Vetor das variáveis de estado
ω_n	Frequência natural do sistema
Ω	Vetor de forças generalizadas
$\tilde{\cdot}, \hat{\cdot}$	Indicam as variáveis estimadas

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	<i>x</i>
LISTA DE TABELAS	<i>xii</i>
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	<i>xiii</i>
LISTA DE SÍMBOLOS	<i>xiv</i>
1. INTRODUÇÃO	19
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	19
1.2 MOTIVAÇÃO PESSOAL E TECNOLÓGICA	23
1.3 OBJETIVOS E RESULTADOS ESPERADOS	25
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	27
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
2.1 BRAÇOS ROBÓTICOS COM ELOS FLEXÍVEIS	28
2.2 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	32
3. DINÂMICA E CONTROLE DE UM BRAÇO ROBÓTICO FLEXÍVEL 1D	39
3.1 INTRODUÇÃO	39
3.2 DESCRIÇÃO DA CINEMÁTICA	40
3.3 FORMULAÇÃO DA DINÂMICA	42
3.3.1 Modelo de ordem reduzida	44
3.3.2 Simulação do braço flexível 1D	45
3.4 BRAÇO FLEXÍVEL 1D COM O SISTEMA <i>SELSPOT II</i>	48
3.4.1 Validação do modelo dinâmico	49
3.4.2 Controle de precisão do elemento terminal	50
3.5 BRAÇO FLEXÍVEL 1D COM EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS ...	52
3.5.1 Protótipo experimental	52
3.5.2 Identificação experimental	54
3.5.3 Controle ótimo	56
3.5.4 Resultados da simulação	57
3.5.5 Resultados do protótipo experimental	58

3.6	CONTROLE NEURAL DO BRAÇO FLEXÍVEL 1D	61
3.6.1	Dinâmica inversa do braço flexível por RNA	61
3.6.2	Controle neural tipo <i>feedforward</i> (NFF)	63
3.6.3	Controle neural tipo <i>feedforward e feedback</i> (NFF+FB)	65
4.	DINÂMICA DE UM BRAÇO ROBÓTICO FLEXÍVEL 2D	68
4.1	INTRODUÇÃO	68
4.2.	CONFIGURAÇÃO DO BRAÇO	68
4.3	MODELAGEM DINÂMICA	70
4.4	MODELO NA FORMA MATRICIAL	75
4.5	LINEARIZAÇÃO E ESTABILIDADE	80
4.5.1	Obtenção da matriz de Jacobi	83
4.5.2	Estabilidade segundo Lyapunov	84
5.	CONTROLE NEURAL DE UM BRAÇO ROBÓTICO FLEXÍVEL 2D	88
5.1	INTRODUÇÃO	88
5.1.1	RNA em sistemas de controle	94
5.1.2	Algoritmo de Levenberg-Marquardt	97
5.2	CONTROLE NEURAL DO BRAÇO ROBÓTICO FLEXÍVEL 2D	100
6.	CONCLUSÕES	106
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	108
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	110
	ANEXO A – <i>Time-Optimal Geomagnetic Attitude Maneuvers of an Axisymmetric Spinning Satellite</i>	116
	ANEXO B – <i>Automation and Cybernetics: Control of a Flexible One-Link Manipulator</i>	121
	ANEXO C – <i>A Planar Flexible Robotic Manipulator</i>	131

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Geralmente, em um projeto de engenharia existe o compromisso entre realismo e simplicidade na modelagem de um sistema físico. O motivo pela qual não se usa a formulação exata devem-se, entre outros fatores, ao custo envolvido, e à praticidade e à conveniência de simulá-lo. Assim, a aplicação do modelo delimita o realismo a ser considerado. Entretanto, para avaliar um sistema se torna necessário ter um modelo para representá-lo.

Modelos são necessários não somente para avaliar e projetar um sistema, mas também, em muitos casos, para se projetar uma lei de controle que force seu comportamento a seguir uma referência desejada. No caso deste trabalho, um braço robótico, um modelo é uma representação matemática seja dinâmica ou cinemática, obtida por meio de teoria e/ou de experimentos. Tais modelos podem ter diferentes graus de realismo, que refletem um compromisso entre a simplicidade da representação e da sua fidelidade em relação ao sistema real (JOHANSSON, 1993).

Uma forma de se escolher uma determinada técnica de modelagem é visar o projeto de uma planta ou seu controle. Modelos que visam auxiliar o projeto de uma planta qualquer têm como características o fato de serem baseados em leis físicas. Modelos que auxiliam o projeto de uma lei de controle que governará a evolução de uma planta têm como característica a preferência por modelos dinâmicos que descrevam processos e operações envolvendo a planta a ser controlada, podendo ser simplificados ou não. Eles podem incluir determinadas variáveis que permitirão a

análise econômica para se verificar a viabilidade de se implementar a lei projetada, além de poder contar com uma versão simplificada da planta que poderá auxiliar uma eventual utilização *on line* em partes do sistema de controle (LEIGH, 1980).

A descrição de um sistema pode ser feita por meio de equações matemáticas, sejam estas algébricas ou dinâmicas. Estas equações são selecionadas de forma a dar origem a uma estrutura para o modelo matemático procurado. O formato destas equações determina se um sistema é linear ou não. Um sistema é dito linear se os efeitos dos esforços que atuam sobre ele se sobrepõem, ou seja, se a soma dos efeitos dos esforços equivale ao efeito dos esforços adicionados (TAKAHASHI *et al.*, 1972).

Na dedução do conjunto de equações que representa a dinâmica de um sistema, deve-se ter em mente que elas devem descrever com precisão o seu comportamento. Caso não seja possível estabelecer equações extremamente precisas, pelo menos elas têm que ser aceitáveis dentro de parâmetros pré-estabelecidos para sua análise. Sejam na área espacial, na robótica, num processo industrial, etc. Na robótica, estudos relacionados com a modelagem dinâmica de manipuladores os consideram totalmente rígidos, o que é uma idealização, pois se sabe que a estrutura, as juntas e dimensões desses elementos acarretam sempre um grau de flexibilidade. Em determinadas aplicações, esses deslocamentos não são relevantes; no entanto, em aplicações precisas, de rápidos deslocamentos e de grande alcance, a constatação da flexibilidade deve ser considerada na modelagem (PAUL, 1981; e CRAIG, 1986).

Conforme apresentado na ilustração da Figura 1.1 observa-se um manipulador modelo IRB6620 do grupo Asea & Brown Boveri (ABB, 2008), empresa líder em tecnologias de potência e de automação. O manipulador possui uma ferramenta de solda de ponto como *end-effector* (efetuador final, *manipulator tip* ou elemento terminal) o qual tem características de robustez, de rigidez e de precisão muito utilizado no setor industrial. Em outros casos, dependendo da aplicação, finalidade e/ou objetivos a serem alcançados pelo manipulador, a rigidez traz consigo um incremento de peso e dimensões indesejáveis, por exemplo, no setor aeroespacial. Dentro desta abordagem, braços robóticos espaciais e painéis solares têm a necessidade da leveza, essencial para aplicações específicas (Figura 1.2). Ou também

na síntese de novos projetos, com a finalidade de obter melhores desempenhos destes sistemas, o que revelam a importância da precisão e da ausência de vibrações.

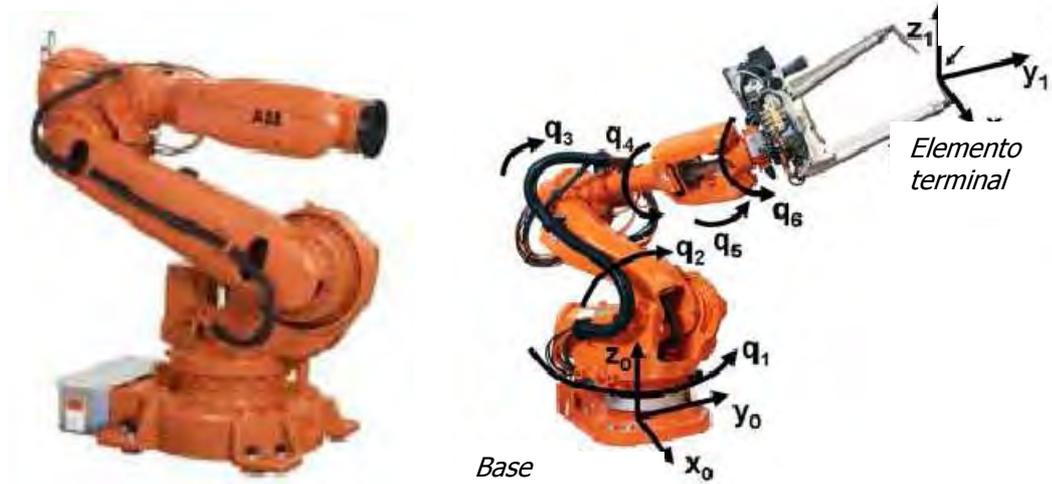


Figura 1.1 – Braço robótico modelo IRB6620 (ABB, 2008).

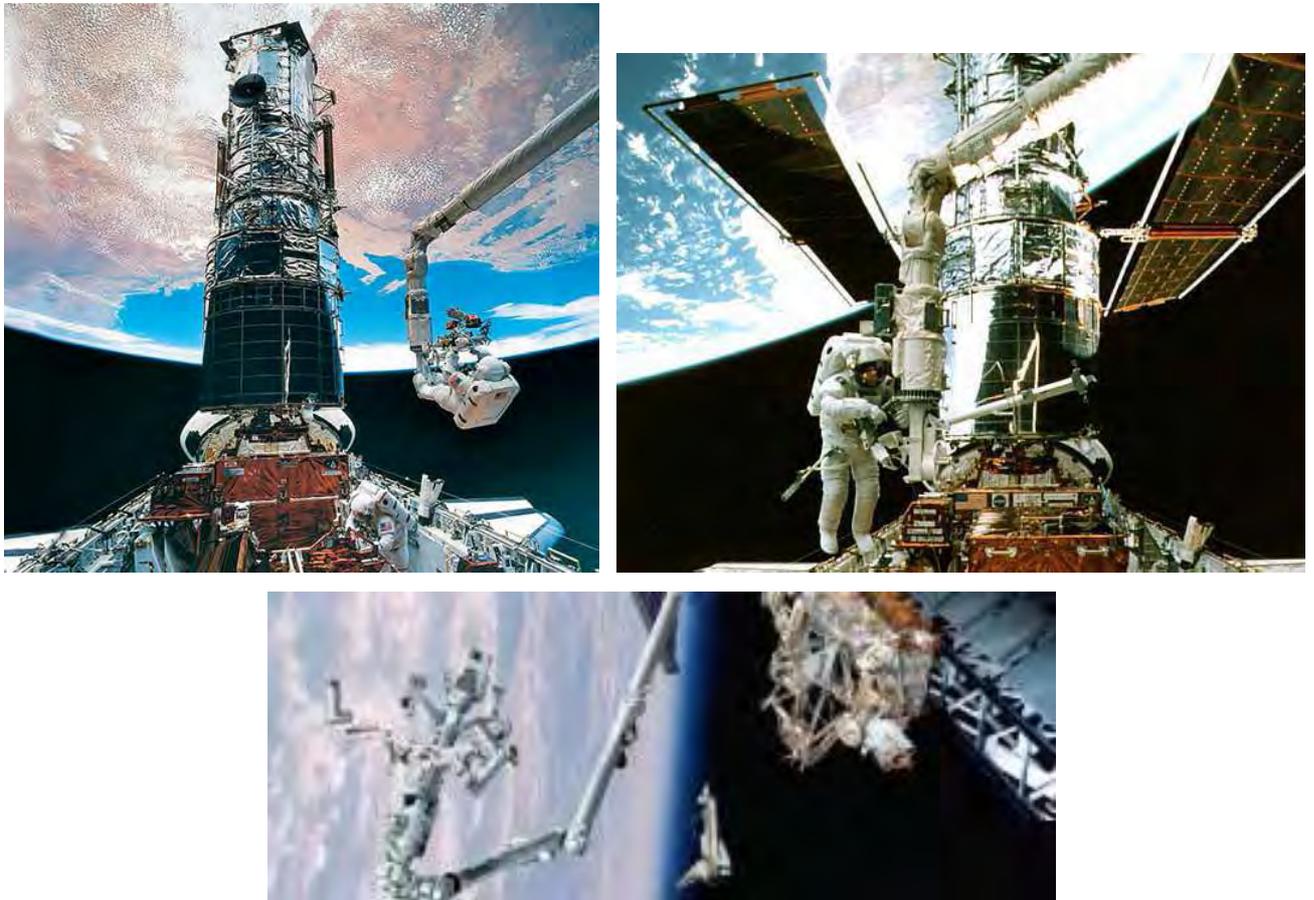


Figura 1.2 – Braços robóticos aeroespaciais (FOLHA, 2009).



Figura 1.3 – Braços robóticos DLR (ALBU-SCHAFFER *et al.*, 2007).

Pode-se obter a leveza requerida pela redução da seção transversal dos elos do braço, ou diminuindo o peso mediante a utilização de novos materiais. Neste sentido, assuntos atuais e de interesse tecnológico são os estudos do comportamento dinâmico e controle de precisão de braços com juntas e elos flexíveis aplicados a sistemas robóticos. Para que estes objetivos sejam alcançados, deve existir uma conjunção entre uma eficaz estratégia de controle e a modelagem dos efeitos dos deslocamentos (LEE *et al.*, 1987).

Para a obtenção de elevadas velocidades, o manipulador deve ser o mais leve possível, de forma a reduzir as exigências de torque e obter respostas mais rápidas. Como aplicação espacial tem-se o SRMS (*Space Shuttle Remote Manipulator System*) de aproximadamente 15 metros de comprimento, comumente utilizado na montagem de plataformas espaciais e de grandes sistemas de comunicação. Já o Instituto de Robótica e Mecatrônica do Centro Aeroespacial Alemão (DLR – Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt) desenvolve uma nova geração de braços robóticos (ALBU-SCHAFFER *et al.*, 2007), que apresenta características humanóides, flexíveis e de leveza, e poderiam ser aplicados tanto na área industrial como na área médica e espacial (Figura 1.3).

Nas últimas décadas tem-se estudado intensamente o problema de controle de sistemas mecânicos flexíveis, como resultado da crescente necessidade de manipuladores mais precisos e mais rápidos em aplicações espaciais e industriais. Na

indústria, as tarefas de automação na montagem aumentariam se os manipuladores operassem com maior velocidade e maior precisão. Entretanto, estes objetivos não podem ser obtidos devido aos manipuladores robóticos serem maciços, o que aumenta sua rigidez (Figura 1.1). Assim, entre as vantagens e desafios do uso de braços robóticos com juntas e elos flexíveis, tem-se as seguintes: Maior velocidade de operação; redução do consumo de energia; aumento da capacidade de carga; e utilização de atuadores de menor potência (LOW e VIDYASAGAR, 1981; SUNADA e DUBOWSKY, 83; BOOK, 1984; USORO *et al.*, 1986; JONKER, 1990; CETINKUNT e YU, 1991; CHANG e HAMILTON, 1991; BERTETTO e RUGGIU, 2001; e DWIVEDY e EBERHARD, 2006).

Entre as linhas de pesquisa e estudos sempre atuais, nesta área, tem-se: A modelagem e análise dinâmica de mecanismos flexíveis; o desenvolvimento de estratégias de controle que permitam reduzir as vibrações; o estudo de novos materiais para o projeto de manipuladores; e o projeto de mecanismos específicos, como os que requerem certa flexibilidade na extremidade livre (elemento terminal) do braço robótico.

1.2 MOTIVAÇÃO PESSOAL E TECNOLÓGICA

A realização deste trabalho está vinculada ao Grupo de pesquisa: Modelagem matemática e sistemas de controle automático – MMSCA, certificado pela UNESP-FE/G e devidamente cadastrado no CNPq, no qual o autor vem desenvolvendo seus projetos de pesquisa e atuando como coordenador. Entre as linhas de pesquisa desenvolvidas têm-se: A obtenção do modelo matemático de sistemas dinâmicos, robótica industrial, sistemas de controle avançado e otimização dinâmica. Diferentes sistemas dinâmicos foram estudados, entre os quais, satélites artificiais estabilizados por rotação (GAMARRA ROSADO e RIOS NETO, 1992), e manipuladores robóticos (GAMARRA ROSADO *et al.*, 1996; e GAMARRA ROSADO, 2000), conforme apresentados nos Anexos A, B e C, respectivamente.

A robótica é um instrumento viável e acessível para diversas soluções práticas de nosso cotidiano. Seu estudo abrange diversas áreas, entre as quais destacam-se a mecatrônica, a automação industrial, a instrumentação, as aplicações aeroespaciais, a indústria automobilística, e as diversas aplicações de funções telecomandadas, principalmente, em sistemas agressivos ao homem, como em reatores nucleares, combate ao fogo, operações militares, exploração espacial, dentre outras áreas e aplicações.

Organismos humanos são uma fonte de motivação para o desenvolvimento destas máquinas, e proporcionam diversas dicas para o desenvolvimento de algoritmos de aprendizado e adaptação. Assim, espera-se que algumas das características de organismos biológicos de aprendizado e adaptação estejam presentes nas mesmas.

A partir do momento em que as máquinas começaram a evoluir, um grande desejo do homem tem sido a criação de uma máquina que possa operar independentemente do controle humano. Uma máquina cuja independência seja desenvolvida de acordo com seu próprio aprendizado e que tenha a capacidade de interagir com ambientes incertos (desconhecidos por ela), uma máquina que possa ser chamada de autônoma, inteligente ou cognitiva.

Atualmente, o autor e seus orientados vêm desenvolvendo linhas de pesquisa relacionados com a utilização de algoritmos inteligentes, como, redes neurais artificiais (RNA), algoritmos genéticos (AG) e/ou lógica *fuzzy*, num contexto amplo da engenharia de controle. Entre os resultados obtidos citam-se estratégias de controle usando AG no seguimento de trajetórias ótimas em braços robóticos (GAMARRA ROSADO e NUNES, 2008); e a utilização de lógica *fuzzy* em veículos autônomos (GARBI *et al.*, 2007).

O motivo pelo qual máquinas inspiradas na biologia são diferentes das máquinas atuais se encontra no fato de que as máquinas atuais baseiam seu processamento explicitamente em modelos matemáticos. Estratégias de controle baseados em mecanismos neurais não levam em consideração os modelos, entretanto, utilizam cálculos matemáticos para efetuar suas operações. E podem coordenar diversos graus de liberdade durante a execução de tarefas manipulativas e em ambientes

desestruturados. São capazes de lidar com tarefas complicadas sem que tenham que desenvolver um modelo matemático e nem um modelo do ambiente em que operam.

Dentro destas abordagens, assuntos de atual interesse tecnológico são os estudos do comportamento de sistemas flexíveis dados pelos elos e juntas, e aplicados a manipuladores robóticos. E como forma de reduzir os efeitos devido a vibrações e perturbações externas, estudam-se e utilizam-se ferramentas atuais baseadas em redes neurais artificiais no algoritmo de controle desses sistemas.

Devido às características que possuem os seres biológicos e baseados neles, acredita-se que surgirá em um futuro próximo, uma geração completa de novos sistemas computacionais, muito mais eficientes e inteligentes que os sistemas atuais.

1.3 OBJETIVOS E RESULTADOS ESPERADOS

Este projeto tem características de desenvolvimento interdisciplinar, pois vai permitir aos alunos orientados pelo autor estar em contato com diversas áreas da engenharia, sejam: Área espacial com o estudo da dinâmica de satélites artificiais, robótica, com o estudo da cinemática, dinâmica e controle de manipuladores robóticos, dinâmica dos sólidos, teoria de controle, informática, *softwares* e ferramentas computacionais, para simulação e implementação de algoritmos inteligentes.

Entre os sistemas dinâmicos propostos neste estudo, sejam no setor espacial e/ou na área industrial, destacam-se a formulação matemática das manobras de satélites artificiais, a geração de trajetórias de manipuladores robóticos com elos rígidos e/ou flexíveis, que caracterizam sistemas totalmente não-lineares, a sintonia de controladores PID (Proporcional + Integral + Derivativo), amplamente difundidos em setores da indústria, e o controle de veículos autônomos, que surgem devido à necessidade de navegar em ambientes incertos, inexplorados e/ou insalubres.

Quando se desenvolve um algoritmo de controle para manipuladores flexíveis, os objetivos geralmente são: *i)* Eliminação das vibrações; *ii)* Posicionamento exato da extremidade livre; e *iii)* Compensação da gravidade. A compensação da gravidade, que

é básica para controlar estruturas 3D, é ainda um problema. Nesta linha existe o método de compensação estática devido à gravidade e o estudo de controle de um manipulador 2D, o qual inclui a gravidade. Portanto, pode-se deduzir que o desenvolvimento de algoritmos de controle para manipuladores flexíveis é ainda um problema em aberto.

O principal objetivo desta tese é introduzir uma metodologia de análise e projeto de controladores para sistemas não-lineares usando redes neurais. Esta abordagem é baseada em noções fundamentais de engenharia de controle. Fornece uma abordagem sistemática de projeto, que é computacionalmente eficiente, e estabelece mecanismos que permitem associar controladores baseados em redes neurais com métodos da teoria clássica controle. Assim, propõe-se, estudam-se e implementam-se redes neurais artificiais no algoritmo de controle de manipuladores robóticos com elos flexíveis para efeitos de precisão do elemento terminal, eliminação das deflexões dos elos, redução dos efeitos devido às vibrações e perturbações externas, e compensação da gravidade para o caso do braço 2D.

A seguir, enumeram-se outros objetivos deste trabalho, que são:

- Apresentação da metodologia e técnica na obtenção das equações que descrevem a dinâmica dos braços robóticos com elos flexíveis;
- Apresentação dos protótipos experimentais utilizados nos desenvolvimentos destes trabalhos; e
- Estudo, análise e implementação das diferentes estratégias de controle ativo, propostos durante a realização desta pesquisa, de forma a evitar vibrações nos elos e obter precisão no elemento terminal do braço flexível.

Não obstante, deve-se levar em consideração que todas as formulações são de alguma maneira equivalentes, e que o objetivo não se centraliza nas propriedades numéricas do modelo dinâmico; assim, deixa-se para posteriores trabalhos a determinação das formulações e algoritmos mais eficientes desde o ponto de vista computacional.

Este trabalho de pesquisa traz contribuições e faz parte de um projeto mais extenso com os objetivos de implementar e obter metodologias de estratégias de controle e otimização usando algoritmos inteligentes, sejam RNA, AG e/ou Lógica nebulosa (*fuzzy*), num contexto amplo da engenharia de controle. Para isto, pretende-se formular e estudar sistemas dinâmicos encontrados no setor espacial e na área industrial de forma a avaliar o desempenho de novas estratégias de controle utilizando novas metodologias.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este primeiro capítulo apresenta uma introdução ao assunto abordado, as motivações para a realização deste trabalho, os objetivos e resultados esperados, e em seguida, apresenta-se a organização deste trabalho de pesquisa.

O Capítulo 2 é dedicado à revisão da literatura relacionada com o tema, modelagem dinâmica de braços robóticos com elos flexíveis e definições relacionadas com algoritmos inteligentes, assim como a estratégia a ser utilizada no sistema de controle.

No Capítulo 3 são apresentados os procedimentos utilizados na obtenção das equações que caracterizam a dinâmica de um braço flexível 1D, os protótipos desenvolvidos e a instrumentação utilizada, além das estratégias de controle estudadas, de forma a obter precisão no elemento terminal do braço flexível.

O Capítulo 4 trata da obtenção do modelo dinâmico de um braço flexível 2D, e a linearização e o estudo da estabilidade do sistema segundo Lyapunov.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados da simulação da estratégia de controle neural proposto neste trabalho e as discussões relacionadas.

O último capítulo trata das conclusões gerais sobre os resultados deste trabalho de pesquisa e as sugestões para trabalhos futuros.

Finalmente, são apresentados os Anexos A, B, e C, que são artigos publicados e que estão relacionados com esta pesquisa.

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 BRAÇOS ROBÓTICOS COM ELOS FLEXÍVEIS

O manipulador é um mecanismo ativo de posicionamento espacial, onde cada elo é conduzido independentemente por seu próprio atuador. Do ponto de vista de controle, os manipuladores pertencem à classe de sistemas mecânicos multivariáveis, não-lineares e de múltiplas entradas e saídas, que geralmente são modelados considerando-se corpos rígidos. Assim, o movimento pode ser livre ou ser exigido a seguir uma dada trajetória. Quando o movimento é livre entre um estado inicial e final, é o mais simples e denomina-se controle ponto a ponto (*point to point control*). Neste caso o problema do controle não é muito complicado, e muitas vezes não é necessário nem o modelo da cinemática inversa.

Diversos braços robóticos com um único elo flexível, montados em laboratório, têm sido objeto de pesquisa em relação à dinâmica e ao controle de posicionamento da extremidade livre (*end-effector* ou elemento terminal) do braço, devido aos efeitos da flexibilidade estrutural. Geralmente, este tipo de braço robótico, devido à sua leveza, obtém elevadas velocidades, e o problema a ser resolvido consiste no posicionamento preciso do elemento terminal do braço. Portanto, o controlador projetado deve ser capaz de considerar as variações da carga no elemento terminal do braço, as perturbações externas, as mudanças dos parâmetros do sistema, assim como a dinâmica do sistema não modelado.

Um dos problemas que se apresentam no controle de braços robóticos com elos flexíveis é o seguimento de trajetória. Neste tipo de controle procura-se que o

elemento terminal do braço robótico siga uma trajetória prefixada sem que se gerem vibrações durante a manobra e as vibrações residuais sejam nulas. Para solução deste problema, têm-se apresentado diferentes técnicas que diferem entre si, devido ao modelo matemático que se utiliza para descrever a dinâmica do braço robótico, ou pelo tipo de sensores (ou instrumentação) empregados para conhecer o estado atual do braço, ou pela estratégia de controle definida para reduzir ou, se possível, para eliminar as vibrações (BALAS, 1978; SANGVERAPHUNSIRI, 1984; MILLER *et al.*, 1987; LEE, 1990; KOIVO e LEE, 1992; MANDHAVAN e SING, 1993; e TOKHI e AZAD, 1996).

Os estudos que compreendem os braços robóticos flexíveis baseiam-se nas seguintes estruturas, conforme esquematizado na Figura 2.1:

- Manipulador 1D: consiste de uma junta revoluta e um elo flexível. O movimento do manipulador é no plano horizontal, e o deslocamento do elo é perpendicular ao eixo de rotação;
- Manipulador 2D: possui duas juntas revolutas e dois elos flexíveis. O movimento do elemento terminal também é no plano horizontal, e o deslocamento dos elos é no plano perpendicular aos eixos de rotação;
- Manipulador 3D: tem três juntas revolutas e dois elos flexíveis. O movimento do manipulador é tridimensional, e tem dois deslocamentos, um de flexão e um de torção no primeiro elo, e dois de flexão no segundo elo.

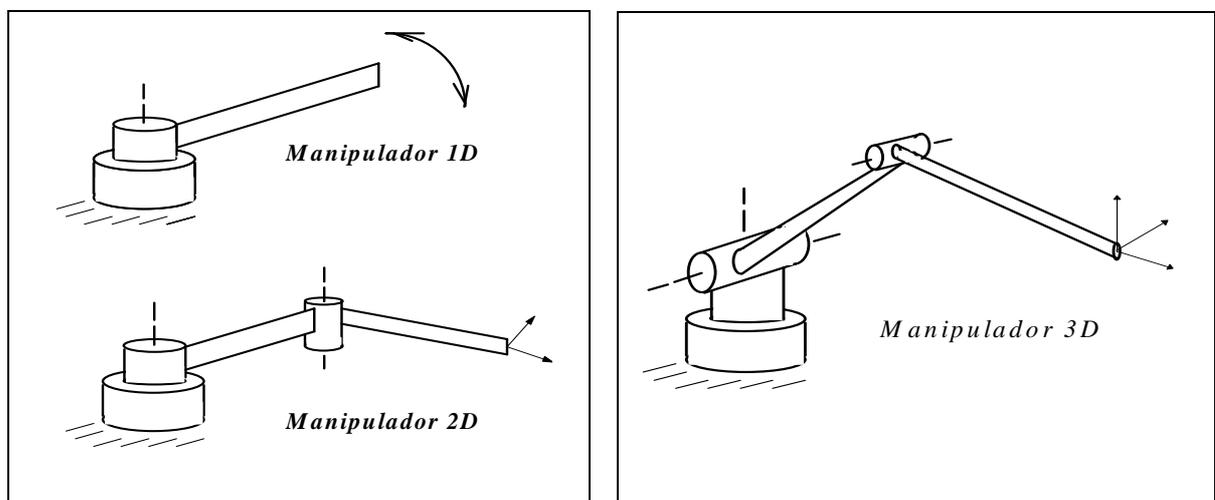


Figura 2.1 – Estrutura de braços robóticos com elos flexíveis.

Um dos primeiros problemas abordados na literatura é o da regulação da posição do extremo livre do braço robótico 1D que consiste numa barra ou elo flexível. Este é o caso do trabalho de Cannon e Schmitz (1984), que modela a flexibilidade do braço robótico 1D mediante uma descrição modal, e desenvolve uma estratégia de controle baseado na teoria de controle ótimo. Destaca-se também o trabalho de Rovner e Cannon (1987), onde se amortece o sistema em torno da posição final desejada, mediante a realimentação de uma lei de controle, que inclui as variáveis elásticas e compensa as deformações. Assim, o sistema resultante move-se rapidamente para a posição final, porém com movimentos bruscos devido ao elevado torque, o que origina grandes deformações. Com a finalidade de suavizar os movimentos, e eliminar picos nos torques e as deformações são propostas outras leis de controle que têm como objetivo o seguimento de trajetória de referência, tentando manter em baixo nível as vibrações que se produzem.

Por outra parte, os trabalhos de Hastings e Book (1987) fazem uso da técnica de perturbações singulares para implementar uma lei de controle composta por outras duas: uma lei lenta e outra rápida. A lei lenta é utilizada para controlar o movimento de corpo rígido, e com a lei rápida compensam-se as vibrações. A teoria de perturbações permite obter um modelo de ordem reduzida, da mesma dimensão que o sistema rígido, porém incorporando a flexibilidade.

Uma técnica alternativa para obter um bom seguimento de trajetórias está baseada na solução do problema da dinâmica inversa de manipuladores flexíveis. A dinâmica inversa permite calcular os torques que devem ser aplicados nos atuadores para conseguir o movimento desejado. Estes torques podem ser empregados na alimentação direta ou pela combinação com algumas técnicas de realimentação. Os resultados experimentais obtidos com este procedimento evidenciam a ausência dos problemas observados com outras técnicas, tais como: o movimento do elemento terminal do braço robótico na direção oposta à desejada (*backlash*) e a deformação residual da posição final (*overshoot*), problemas típicos nos sistemas de fase não-mínima, ou sistemas que tem mais de uma inversa como é o caso do braço robótico flexível.

Nos manipuladores industriais, o controle da posição do elemento terminal é realizado pelo controle dos atuadores nas juntas. Ou seja, da análise da cinemática inversa obtêm-se os ângulos nas juntas e, portanto, a posição pretendida para o elemento terminal, devido ao fato de serem consideradas estruturas rígidas.

A dinâmica dos braços robóticos flexíveis é descrita por modelos matemáticos com dimensão infinita devido à flexibilidade distribuída, enquanto os controladores são projetados considerando os modelos com dimensão finita. Medidas da posição do elemento terminal do braço robótico flexível, medidas das tensões ao longo do braço flexível e medidas da aceleração são exemplos das variáveis que se utilizam para projetar os chamados *controladores não-colocados*, que obteriam desempenho superior às limitações tradicionais dos *controladores colocados* (CANNON e SCHMITZ, 1984; LI *et al.*, 2005; e DWIVEDY e EBERHARD, 2006).

A importância da flexibilidade estrutural no controle do movimento de um manipulador é função das condições da tarefa. Qualquer braço robótico pode ser movido lentamente o bastante, ou suficientemente lento, de forma que a flexibilidade estrutural não cause algum desvio significativo ou que a deflexão do elo afete o desempenho no movimento pretendido, na obtenção de precisão do elemento terminal.

Similarmente, pode ser movido rapidamente o bastante, de forma que a flexibilidade estrutural se torne muito evidente na resposta do braço robótico (presumindo a disponibilidade dos atuadores que possam entregar suficientemente níveis elevados de força/torque). Fisicamente, todo braço robótico possui flexibilidade estrutural. A questão de se o controlador necessita ser relacionado com ele ou não varia de tarefa para tarefa. Neste ponto, pode-se quantificar o termo *movimentos suficientemente lentos* de forma que aquelas flexibilidades não apresentem algum problema. Também se deve quantificar o termo *movimentos suficientemente rápidos*, onde a flexibilidade acarretará problemas.

A velocidade do movimento é quantificada como lenta ou rápida (baixa, média, ou alta velocidade) em relação à flexibilidade estrutural do manipulador utilizando a menor frequência estrutural (frequência natural) do braço robótico, quando todas as juntas estão fixadas como referência. Book *et al.* (1975) quantifica a velocidade de um movimento dado relativo à flexibilidade estrutural utilizando a relação de banda de

frequência necessária em malha fechada e a menor frequência estrutural do sistema. Assim, com esta relação, dado um braço robótico e o movimento desejado, pode-se estimar se a flexibilidade estrutural será significativa ou não durante aquele movimento.

Yuan, Book e Huggins (1989) utilizam o método da matriz de transferência para descrever a deflexão elástica de um braço robótico flexível 2D para pequenas velocidades angulares. O estudo é realizado no domínio da frequência. As deflexões elásticas foram obtidas em função dos dois modos de vibrar de uma viga engastada-livre (*clamped-free*) para cada elemento discretizado.

Por outro lado, Maatuk (1976) desenvolve as equações dinâmicas para um braço robótico flexível de multi-elementos utilizando os modos de uma viga do tipo articulado-articulado. São consideradas as flexões ao longo dos eixos perpendiculares, assim como a deformação devido à torção. Este método foi aplicado a um manipulador similar ao SRMS (*Space Shuttle Remote Manipulator System*).

As funções de forma dos modos de vibrar são de acordo com as condições de contorno da viga do tipo articulada-livre ou do tipo engastada-livre. Num estudo de comparação indica-se que as funções de forma de uma viga do tipo engastada-livre descrevem a dinâmica de um sistema em malha fechada muito mais preciso que as funções de forma de uma viga do tipo articulada-livre, que está sujeita a um controle do tipo realimentado (*feedback*). Entretanto, as diferenças causadas por estas duas condições de contorno tornam-se desprezíveis, conforme a inércia do acoplamento aumenta em relação à inércia do elo flexível. Na maioria dos estudos (GAMARRA ROSADO e YUHARA, 1999; DWIVEDY e EBERHARD, 2006; BANDOPADHYA *et al.*, 2007; e ZHU *et al.*, 2008), modelos com dimensão finita são obtidos por meio de modelos reduzidos, os quais utilizam unicamente dois ou três modos de vibrar.

2.2 REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS

Redes neurais artificiais (RNA) são sistemas que possuem inspiração biológica. As redes neurais representam um novo conceito de sistema de processamento onde os modelos são feitos com base no que se sabe dos princípios do processamento

neurofisiológico. Existem muitas referências sobre a aplicação de redes neurais na resolução de diversos problemas. Cada modelo de rede possui diferentes propriedades que, devido a características inerentes, as tornam adequadas à resolução de determinada classe de problemas (HERTZ *et al.*, 1991; KOSKO, 1992; CICHOCKI e UNBEHAUEN, 1993; HAYKIN, 1994; e KOVÁCS, 1996).

O paradigma conexionista procura entender e emular as propriedades decorrentes do alto grau de paralelismo e conectividade. As redes neurais são modelos que utilizam o paradigma conexionista na resolução de determinado tipo de problema. Uma rede neural é composta por um elevado número de elementos processadores, também denominados unidades de processamento, amplamente conectados entre si. Cada uma das conexões interliga somente dois elementos processadores, geralmente em um único sentido, e possui um valor que determina o grau de conectividade entre estes, denominado peso da conexão. Deste modo, todo o processamento é realizado distribuídamente entre os elementos processadores da rede, onde cada qual o realiza isolada e paralelamente, enviando seu resultado para outras unidades através das conexões entre eles. Por isso, as redes neurais também são conhecidas como sistemas de processamento distribuído e paralelo (PDP).

A forma pela qual os elementos processadores estão interligados é denominada topologia ou padrão de interconexão. Uma rede é dita rígida ou fixa quando sua topologia não pode variar; caso contrário, é denominada flexível ou plástica, uma vez que poderá crescer e diminuir de acordo com a necessidade do sistema. As redes rígidas são mais simples e, conseqüentemente, as mais utilizadas. Um dos maiores problemas em sua utilização é determinar o número de elementos processadores a serem utilizados e a topologia das conexões entre eles. Apesar dos inúmeros artigos sobre este assunto, o método mais utilizado continua sendo o de "tentativa e erro".

Normalmente, uma rede é dita estática quando o peso das conexões entre os elementos processadores não pode variar; caso contrário, é denominada dinâmica. As redes estáticas são utilizadas na resolução de problemas conhecidos e equacionados. As redes dinâmicas possuem mecanismos de "aprendizado", que possibilitam a modificação dos pesos de suas conexões de modo a melhorar seu desempenho. Geralmente, quando se quer implementar uma rede neural em *hardware* utilizam-se

redes estáticas. Porém, até chegar ao modelo estático ideal, utiliza-se uma rede dinâmica em software.

A dinâmica ou plasticidade da rede neural pode ser feita de dois modos distintos: criação (ou remoção) de novos elementos e/ou conexões, ou modificação nos elementos e/ou conexões existentes. Normalmente, modificam-se os pesos das conexões sem criar ou remover novos elementos. Porém, este pode ser considerado como um caso especial do primeiro, pois alterar o valor de uma conexão de zero para qualquer outro valor equivale a criar uma nova conexão, e zerá-la equivale a eliminá-la. A capacidade das redes neurais em resolver um determinado problema encontra-se embutida na topologia (padrão de interconexão) da rede. Ou seja, o modo pelo qual os elementos processadores estão interconectados e os pesos destas conexões determinam o problema que uma rede neural é capaz de resolver.

O processo de síntese de uma rede neural consiste em inicializá-la de modo a ser capaz de resolver o problema ao qual se destina. A idéia dos métodos de síntese é gerar, de uma única vez, o padrão de interconexão capaz de resolvê-lo. Caso contrário, ela deve possuir algum processo de treinamento capaz de modificar gradualmente um padrão de interconexão inicial, de modo a adaptá-lo à resolução deste problema. A síntese de redes neurais é muito aplicada em problemas de otimização, cuja equação de resolução seja bem conhecida, enquanto o treinamento se aplica aos demais problemas. É importante ressaltar que as redes treináveis não estão livres do problema de síntese. A inicialização dos pesos das conexões (síntese) pode ser um fator determinante do sucesso ou fracasso do treinamento destas na resolução de um problema.

Os mecanismos de aprendizado possibilitam a modificação do padrão de interconexão de uma rede neural, capacitando-a a resolver um determinado problema. Para treinar uma rede neural podem ser utilizados três mecanismos distintos de aprendizado: o aprendizado supervisionado, quando são fornecidos integralmente os resultados desejados; o aprendizado por reforço, quando apenas um parâmetro externo de comparação (ou medida relativa da adequação) é utilizado para saber se estão agindo corretamente ou erroneamente; e o aprendizado não-supervisionado, quando a própria rede é capaz de ajustar o seu funcionamento.

A maioria absoluta das aplicações existentes compõe-se de redes neurais com aprendizado supervisionado, que pode ser considerado como a capacidade que a rede possui de modificar o seu desempenho a partir da comparação entre a resposta obtida e a resposta desejada (Figura 2.2.a).

Por sua vez, as redes não-supervisionadas têm a capacidade de determinar uma correlação entre os possíveis padrões de entrada e são particularmente úteis nos problemas em que as entradas variam com o tempo de forma conhecida. Pode-se considerar este mecanismo de aprendizado como sendo a capacidade que a rede possui de abstrair correlações entre os estímulos de modo a obter as respostas que desejam (Figura 2.2.b).

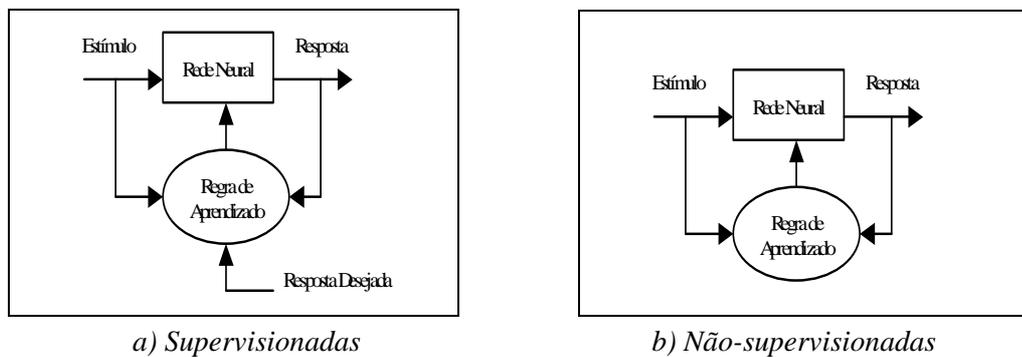


Figura 2.2 – Aprendizado com redes neurais (MILLER *et al.*, 1992).

Os demais algoritmos de aprendizado que podem ser encontrados em redes neurais utilizam uma mistura desses dois mecanismos de aprendizado. Costuma-se utilizar três fases para aplicar redes neurais à resolução de um problema qualquer. Na primeira fase, ou treinamento, ensina-se à rede resolver um conjunto de padrões de saída associados a padrões de entrada. Na segunda fase, ou teste, são apresentados padrões de entrada à rede, e as saídas obtidas são comparadas às saídas desejadas. Na terceira fase, ou aplicação, também é conhecida como lembrança (*recall*). A rede aprovada na fase anterior é utilizada na resolução do problema. A primeira fase é a única em que há aprendizado, e o processo como um todo pode se repetir até que a rede obtenha resultados satisfatórios. Normalmente, as fases supracitadas compõem o ciclo de vida de uma rede neural. Porém, nem todos os tipos de redes utilizam este "ciclo de vida".

De um modo geral, o problema de inicialização da rede neural é ignorado, ou seja, a determinação da topologia e a inicialização dos pesos das conexões são problemas desprezados ou minimizados pelos paradigmas existentes. Porém, a prática mostra que estes aspectos são fundamentais em seu desempenho. A interação entre as fases é sempre controlada empiricamente, não existindo uma metodologia de desenvolvimento de redes neurais (por exemplo, no desenvolvimento estruturado). Quando a rede é capaz de aprender, mesmo durante sua aplicação, a rede é dita evolutiva, pois o aprendizado continua indefinidamente. Porém esta mesma denominação também pode ser aplicada às redes que modificam sua topologia durante o aprendizado. O modelo de elemento processador normalmente possui N entradas e uma única saída (Figura 2.3) e seu processamento consiste em transferir para sua saída um valor calculado a partir de outros valores presentes em suas entradas, por meio de uma função denominada, função de transferência.

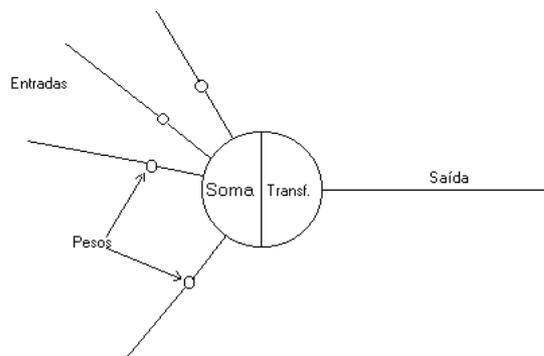


Figura 2.3 – Modelo simplificado de um elemento processador (HAYKIN, 1994).

Usualmente, as entradas são combinadas por uma simples soma ponderada e transferida para a saída por uma função degrau, ou seja:

$$Saída = Degrau \left(\sum Entradas * Pesos \right). \quad (2.1)$$

Existem outras funções de transferência ou *funções de ativação*, por exemplo, a função limiar (ou *threshold*), a função *linear* e a função *sigmoidal* (ou logística), conforme apresentadas nas Figuras 2.4.a, 2.4.b e 2.4.c, respectivamente.

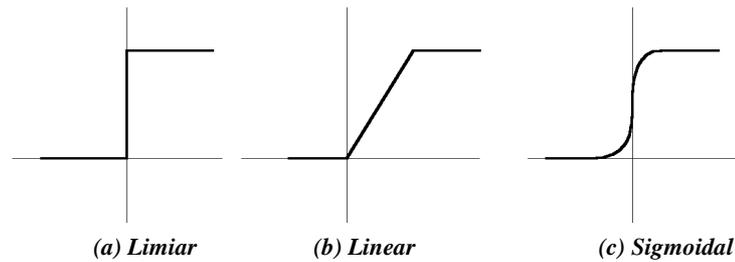


Figura 2.4 – Funções de transferência.

O valor da saída de um elemento processador em um instante de tempo é denominado estado de ativação do elemento processador. O conjunto dos estados de ativação de cada um dos elementos processadores de uma rede neural é denominado função de ativação da rede neural ou, às vezes, também denominada estado de ativação da rede neural.

Os elementos processadores são, geralmente, agrupados em pelo menos duas camadas. Uma camada para apresentação dos dados à rede (camada de entrada) e outra para obtenção dos resultados (camada de saída). A maior parte dos modelos possui, além destas, uma ou mais camadas intermediárias, também denominadas camadas escondidas. As camadas são processadas no sentido da camada de entrada para a de saída, de modo que a cada padrão de entrada corresponderá um padrão de saída. Normalmente, não existe conexão entre os elementos de uma mesma camada, cujos elementos conectam-se com os elementos das camadas imediatamente anterior e posterior (Figura 2.5). Porém, em alguns modelos, os elementos conectam-se internamente na camada ou com camadas não adjacentes.

O número de elementos em uma camada pode variar de um único (como em algumas camadas do modelo ART – *Adaptive Resonance Theory*) a todos os elementos processadores de uma rede neural (como na rede de Hopfield, considerada memória associativa). Uma rede neural pode ser considerada, basicamente, como uma associadora de padrões. Se os padrões de entrada são iguais aos padrões de saída desejados, a rede é denominada auto-associativa; caso contrário, é denominada hetero-associativa (HAYKIN, 1994).

Os padrões são processados de acordo com a topologia das redes neurais, que se dividem em dois tipos distintos: redes sem realimentação (*feedforward*, não-recursivas,

direcionadas) e redes com realimentação (*feedback*, realimentadas, recursivas). Nas redes sem realimentação, a informação flui em alguma direção, de modo que, ao ser processada por um elemento processador não retorne a ele. Já nas redes com realimentação, a informação processada pelo elemento processador poderá ser novamente utilizada por este.

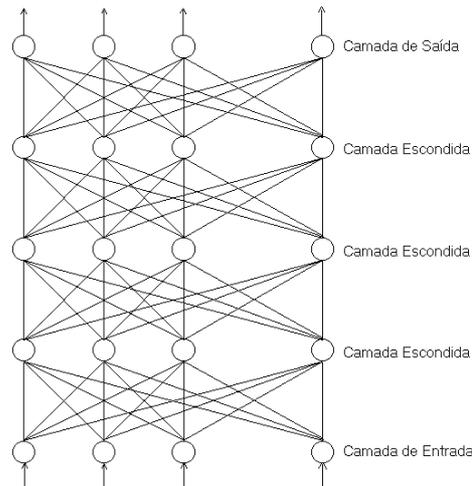


Figura 2.5 – Rede neural de cinco camadas (HAYKIN, 1994).

As redes sem realimentação só possuem uma memória de curtíssimo prazo, sendo as únicas informações armazenadas relativas ao processamento imediatamente anterior de cada elemento. Nelas, os padrões de entrada são processados até originarem os padrões de saída, e pode-se garantir que a rede chegará ao estado final após o processamento de seus elementos. Porém, em uma rede realimentada é necessário algum mecanismo capaz de garantir que ela oscilará até atingir um estado estável nas suas saídas em um determinado intervalo de tempo.

CAPÍTULO 3 DINÂMICA E CONTROLE DE UM BRAÇO FLEXÍVEL 1D

3.1 INTRODUÇÃO

Na formulação do modelo dinâmico de um braço robótico geralmente utilizam-se os métodos clássicos de Lagrange (HOLLERBACH, 1980) e de Newton-Euler, aplicáveis a qualquer sistema mecânico e, portanto, também aos braços robóticos, que consideram os elos como corpos rígidos. Geralmente, o primeiro passo consiste em caracterizar os sistemas de coordenadas utilizados na definição da configuração. A seguir, estabelece-se e define-se a relação que existe entre os sistemas de coordenadas e a posição do extremo livre (elemento terminal) e/ou de qualquer outro ponto do braço robótico, assim como, a definição da velocidade e da aceleração deste ponto. Uma vez obtida a cinemática do braço robótico, obtém-se a dinâmica, que relaciona o movimento pelos esforços e/ou torques atuantes, fazendo uso de formulações da mecânica por meio de procedimentos vetoriais. No caso da flexibilidade estar inerente no braço robótico, isto implica na necessidade de utilização de coordenadas que descrevam a deflexão nos elos. Dentre os procedimentos utilizados tem-se o método dos modos assumidos e o Método de Elementos Finitos (MEF).

Neste estudo, a dinâmica de um braço robótico com elo flexível 1D, utiliza a formulação de Newton-Euler, que leva em consideração os efeitos inerciais e centrífugos. Também utiliza, o método de elementos finitos que permite a discretização de um número finito de coordenadas. A hipótese neste desenvolvimento refere-se à teoria de pequenos deslocamentos elásticos, que considera que o elo flexível do braço

seja discretizado por elementos de viga. Os esforços inerciais obtidos no desenvolvimento utilizam a análise elasto-dinâmica linear, que atuam como esforços externos. Assim, a dinâmica do braço robótico flexível é obtida considerando-se a superposição das deflexões elásticas, que são de pequena amplitude, no movimento do modo rígido. Ou seja, descreve-se o deslocamento elástico em relação à configuração rígida do braço robótico (GAMARRA ROSADO, 1997).

3.2 DESCRIÇÃO DA CINEMÁTICA

Considera-se o braço robótico dado por uma junta e um elo flexível. A junta é composta pelo atuador e o acoplamento, ambos modelados como um corpo rígido. O elo flexível, de comprimento l , é modelado por meio de discretizações de elementos de viga flexível. O deslocamento (deflexão) é caracterizado ao longo do elo e é função da localização do ponto nodal e do tempo. Utiliza-se o MEF para discretizar os infinitos graus de liberdade (*g.d.l.*) da estrutura em n elementos de viga, o que resulta em $n+1$ pontos nodais. A massa discretizada m_i está associada ao i -ésimo ponto nodal ($i=0,1,\dots,n$). A carga adicional (*payload*) na extremidade livre (elemento terminal) do braço flexível pode ser adicionada no n -ésimo ponto nodal, e é representada por m_a .

Considera-se o sistema de coordenadas retangulares fixo ou global (X,Y,Z) e o sistema de coordenadas móvel ou local (x,y,z), com o eixo z na direção oposta à atuação da gravidade. A rotação do manipulador em torno do eixo z é dada pela variável dependente do tempo $\theta(t)$, que define o ângulo da junta. O elo flexível é caracterizado pela viga deformada conforme ilustrado na Figura 3.1.

Também, considera-se na obtenção da dinâmica do braço robótico com elo flexível 1D, como sendo o momento de inércia da seção transversal do elo, no plano (x,y) maior que no plano (y,z). Já seja, por causa da esbeltez na seção transversal, e também devido ao movimento planar ser em (x,y), o que implica em velocidade angular elevada no plano horizontal e maior que no plano (y,z). Por isto, não se considera a ação da gravidade no elo e na massa do elemento terminal neste movimento de rotação.

O vetor posição de um ponto genérico do braço flexível, no plano (x,y) , é dado por:

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} X_i \\ U_i \end{Bmatrix}, \quad (3.1)$$

onde: X_i representa a distância desde o centro do acoplamento até o i -ésimo ponto nodal, e U_i a deflexão do elo nesse mesmo ponto nodal.

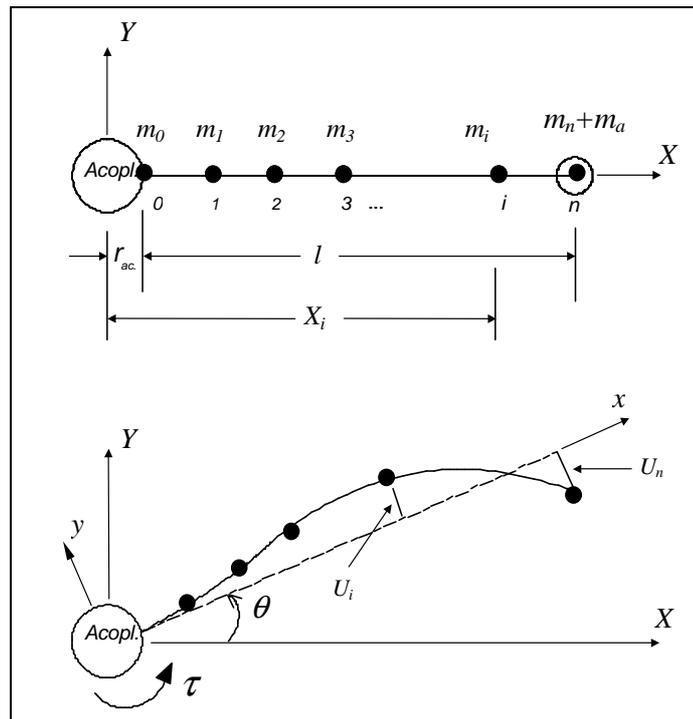


Figura 3.1 – Descrição do braço flexível 1D (GAMARRA ROSADO, 1997).

A rotação em torno do eixo z leva o braço a uma nova configuração, configuração atual, dada pela transformação:

$$\mathbf{p}^* = \begin{Bmatrix} x^* \\ y^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta \\ s\theta & c\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_i \\ U_i \end{Bmatrix} \equiv Q\mathbf{p}, \quad (3.2)$$

onde: $c\theta = \cos(\theta)$, e $s\theta = \sin(\theta)$. Observa-se que a matriz de transformação Q é ortogonal e tem as propriedades: $Q^{-1}=Q^T$, e $\det(Q)=1$. Isto é, qualquer vetor \mathbf{V}^* da configuração atual pode ser transformado em \mathbf{V} , configuração inicial, fazendo $\mathbf{V} = Q^T \mathbf{V}^*$.

3.3 FORMULAÇÃO DA DINÂMICA

O esforço atuante num ponto nodal genérico do elo devido à inércia é dado por,

$$\mathbf{f}^* = \begin{Bmatrix} f_x^* \\ f_y^* \end{Bmatrix} = -m \begin{Bmatrix} a_x^* \\ a_y^* \end{Bmatrix}, \quad (3.3)$$

onde m é a massa correspondente nesse ponto nodal. O esforço na direção do eixo z é nulo, uma vez que se considera desprezível a atuação da gravidade nessa direção. Portanto, o esforço na configuração inicial pode ser obtido da transformação:

$$\mathbf{f} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} = \mathbf{Q}^T \mathbf{f}^* = -m(\mathbf{P}\mathbf{p} + \mathbf{R}\mathbf{v} + \mathbf{a}) \quad (3.4)$$

sendo:
$$\mathbf{P} \equiv \mathbf{Q}^T \ddot{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}^2 & -\ddot{\theta} \\ \ddot{\theta} & -\dot{\theta}^2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{R} \equiv 2\mathbf{Q}^T \dot{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} 0 & -2\dot{\theta} \\ -2\dot{\theta} & 0 \end{bmatrix}.$$

Assim:

$$f_x = m\{\ddot{\theta}U_y + \dot{\theta}^2 X_i + 2\dot{\theta}\dot{U}_y\}, \quad (3.5)$$

$$f_y = -m\{\ddot{U}_y + \ddot{\theta}X_i - \dot{\theta}^2 U_y\}. \quad (3.6)$$

O torque total atuando em torno do eixo z é dado por, $\tau = \sum_{i=0}^n [f_x^* y^* - f_y^* x^*]_i$, onde x^* e y^* são as coordenadas do i -ésimo ponto nodal; e f_x^* e f_y^* são os esforços inerciais atuantes no braço. Desta equação, obtém-se o torque total atuante no sistema:

$$\tau = \ddot{\theta} \left[I_{ac} + \sum_{i=0}^n m_i (X_i^2 + U_i^2) \right] + \sum_{i=0}^n (m_i X_i \ddot{U}_i + 2m_i \dot{\theta} \dot{U}_i), \quad (3.7)$$

onde U_0 é igual a zero e I_{ac} é o momento de inércia do acoplamento no eixo do atuador.

Da *Teoria Elementar de Vigas* (CLOUGH e PENZIEN, 1982), a representação da deflexão transversal ao longo da barra é dada pela equação diferencial de Euler-Bernoulli, ou seja: $EI \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = -\rho A \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$, que não considera os efeitos da inércia devido à rotação e também os deslocamentos devido aos esforços de cisalhamento. E é o módulo de elasticidade de Young, I é o momento de inércia da seção transversal, U é o deslocamento, ρ é a densidade, e A é a área da seção transversal.

Desta formulação e da análise pelo MEF no i -ésimo elemento genérico da viga, de seção transversal uniforme, comprimento definido por $l_i = X_i - X_{i-1}$ e limitado pelos $(i-1)$ e i -ésimo pontos nodais, obtém-se a relação para um elemento de viga (CLOUGH e PENZIEN, 1982):

$$K^i \begin{Bmatrix} U_{i-1} \\ U_i \\ S_{i-1} \\ S_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{i-1} \\ f_i \\ M_{i-1} \\ M_i \end{Bmatrix}, \quad (3.8)$$

onde: K^i é a matriz de rigidez do i -ésimo elemento, f_i é o esforço atuante, M_i é o momento, U_i é o deslocamento e $S_i = dU_i/dx$ é a inclinação.

Assim, substituindo as condições de contorno, deslocamento e inclinação iguais a zero no caso da extremidade fixa, a solução da equação diferencial de Euler-Bernoulli é dada por:

$$[K_G] \begin{Bmatrix} U \\ S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ M \end{Bmatrix}, \quad (3.9)$$

onde a *matriz de rigidez global* $[K_G]$ é obtida da montagem das correspondentes matrizes de rigidez dos n elementos. Nestes pontos nodais, o deslocamento U , a inclinação S , o esforço f e o momento M são definidos, respectivamente, pelos vetores $U \equiv [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_n]^T$; $S \equiv [S_1 \ S_2 \ \dots \ S_n]^T$; $f \equiv [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]^T$; e $M \equiv [M_1 \ M_2 \ \dots \ M_n]^T$.

3.3.1 Modelo de ordem reduzida

No processo de discretização estrutural na robótica, principalmente nos braços robóticos com elos flexíveis os quais têm infinitos *g.d.l.*, faz-se necessário dividir o sistema em um grande número de elementos por causa de sua geometria, e pela atuação de cargas de diferentes intensidades no elemento terminal (garra ou ferramenta terminal), e/ou também, devido às propriedades dos materiais de construção. Como consequência, as matrizes estruturais resultantes são de grandes dimensões e, portanto, com um grande número de variáveis de estado. Assim, é desejável reduzir as dimensões destas matrizes, por exemplo, para análise e facilidades na solução do problema de autovalores, determinação das frequências naturais e obtenção dos modos de vibrar do sistema. Deste modo, obtém-se a *matriz de rigidez reduzida*. Este procedimento de redução das dimensões das matrizes dinâmicas é denominado *Condensação*.

A seguir, considera-se que somente os esforços inerciais f atuam nos pontos nodais da estrutura, e consideram-se nulos os momentos M atuantes nestes pontos. Assim, substituindo $M=0$ na Equação (3.10), obtém-se: $S = -K_d^{-1} K_c U$, e $\bar{K} U = f$, onde a *matriz de rigidez reduzida* é dada por: $\bar{K} = K_a - K_b K_d^{-1} K_c$.

De (3.4) observa-se que o deslocamento no i -ésimo ponto nodal $U(i)$ atua na direção perpendicular ao eixo longitudinal da viga, do que se conclui que o esforço atuante se encontra nessa mesma direção. Portanto, de (3.7) e da matriz de rigidez reduzida, obtém-se

$$\ddot{U} + [m^{-1} \bar{K}] U = F, \quad (3.10)$$

onde o vetor de esforços é dado por $F_i = -\ddot{\theta} X_i + \dot{\theta}^2 U_i$. Também, considera-se neste estudo a *matriz da massa discretizada*, dada por $m = \text{diagonal}(m_1, m_2, \dots, m_n)$.

Assim, o *modelo dinâmico* do braço robótico com elo flexível 1D, obtido de (3.7) e (3.10), é dado pelo sistema de equações:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} \left[I_{ac} + \sum_{i=0}^n m_i (X_i^2 + U_i^2) \right] + \sum_{i=0}^n [m_i X_i \ddot{U}_i + 2m_i \dot{\theta} \dot{U}_i U_i] = \tau \\ \ddot{U}_i + [m^{-1} \bar{K}^i] U_i + \ddot{\theta} X_i - \dot{\theta}^2 U_i = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

O sistema de equações resultante é um sistema de equações diferenciais, ordinárias e de segunda ordem, totalmente acopladas, e *não-lineares*, que pode ser resolvido por um método numérico apropriado.

3.3.2 Simulação do braço flexível 1D

Os resultados a seguir tratam da simulação do braço flexível 1D, para as características do elo de aço especial com as características apresentadas na Tabela 3.1.

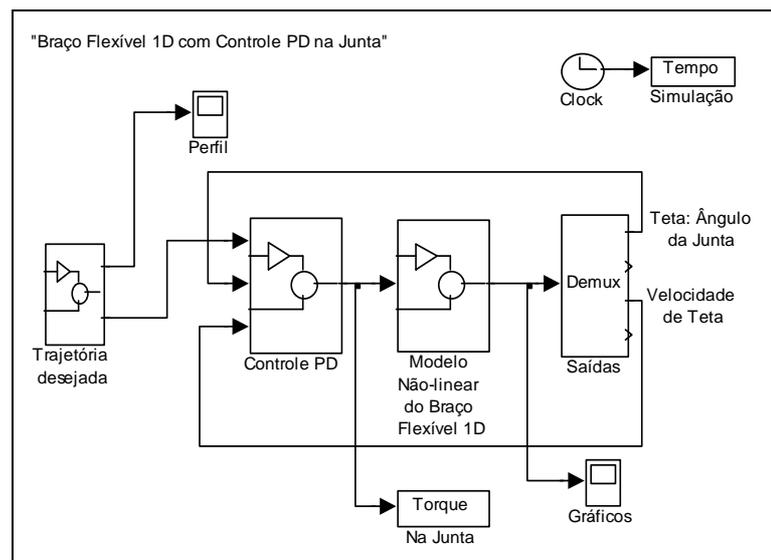


Figura 3.2 – Esquema da simulação do braço flexível 1D.

Tabela 3.1 – Características da lâmina de aço do braço robótico 1D.

Largura do elo	$h = 0,0254 \text{ m}$
Espessura do elo	$e = 0,0005 \text{ m}$
Comprimento	$l = 0,30 \text{ m}$
Módulo de elasticidade de Young	$E = 2,069 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Massa específica	$\rho = 0,78 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$
Massa na extremidade	$m_a = 0,0 \text{ kg}$

As ferramentas computacionais utilizadas são o *software* MatLab e o *Simulink* (THE MATHWORKS, 2002) seguindo o diagrama de blocos dado pela Figura 3.2.

Considera-se nestas duas simulações o número de elementos da viga $n=1$. Ambas trajetórias são executadas no plano horizontal. Para o perfil desejado nesta primeira simulação, para $\theta=\pi/4$ [rad], e somente utilizando-se o controle PD para o modo rígido dado pela junta, a deflexão resultante no elemento terminal alcança o valor máximo de aproximadamente 23 [mm] (Figura 3.3.e).

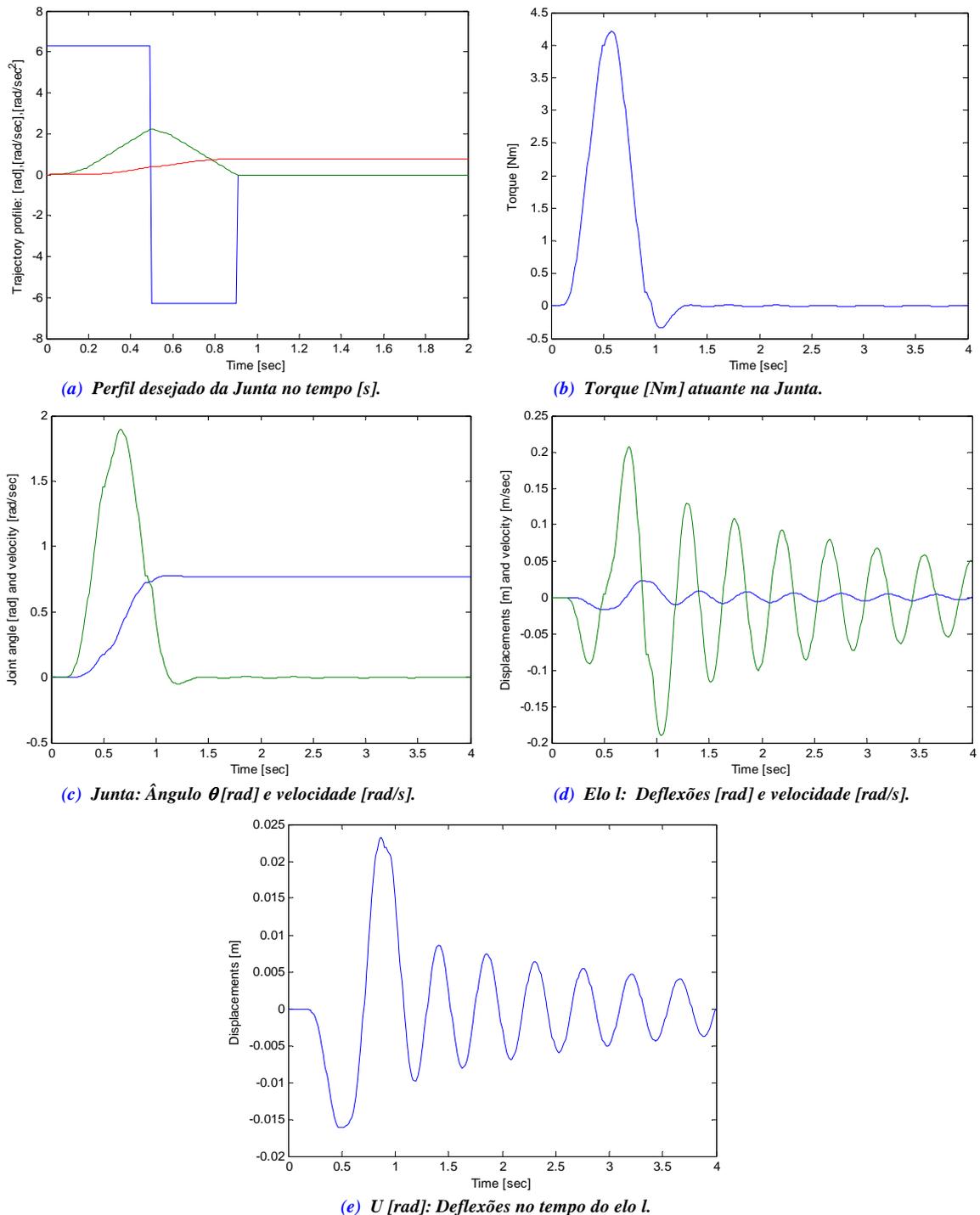


Figura 3.3 – Resultados para $\theta=\pi/4$ [rad] em 1[s].

Para a segunda simulação, primeiro para $\theta=\pi/4$ [rad] e um segundo a seguir, para mais $\theta=\pi/2$ [rad]. Somente utiliza-se o controle *PD* para a junta, e para ambos giros consecutivos do braço. As deflexões resultantes no elemento terminal alcançam, primeiro, o valor de aproximadamente 12 [mm] e depois, a deflexão máxima de aproximadamente 25 [mm], respectivamente (Figura 3.4.e).

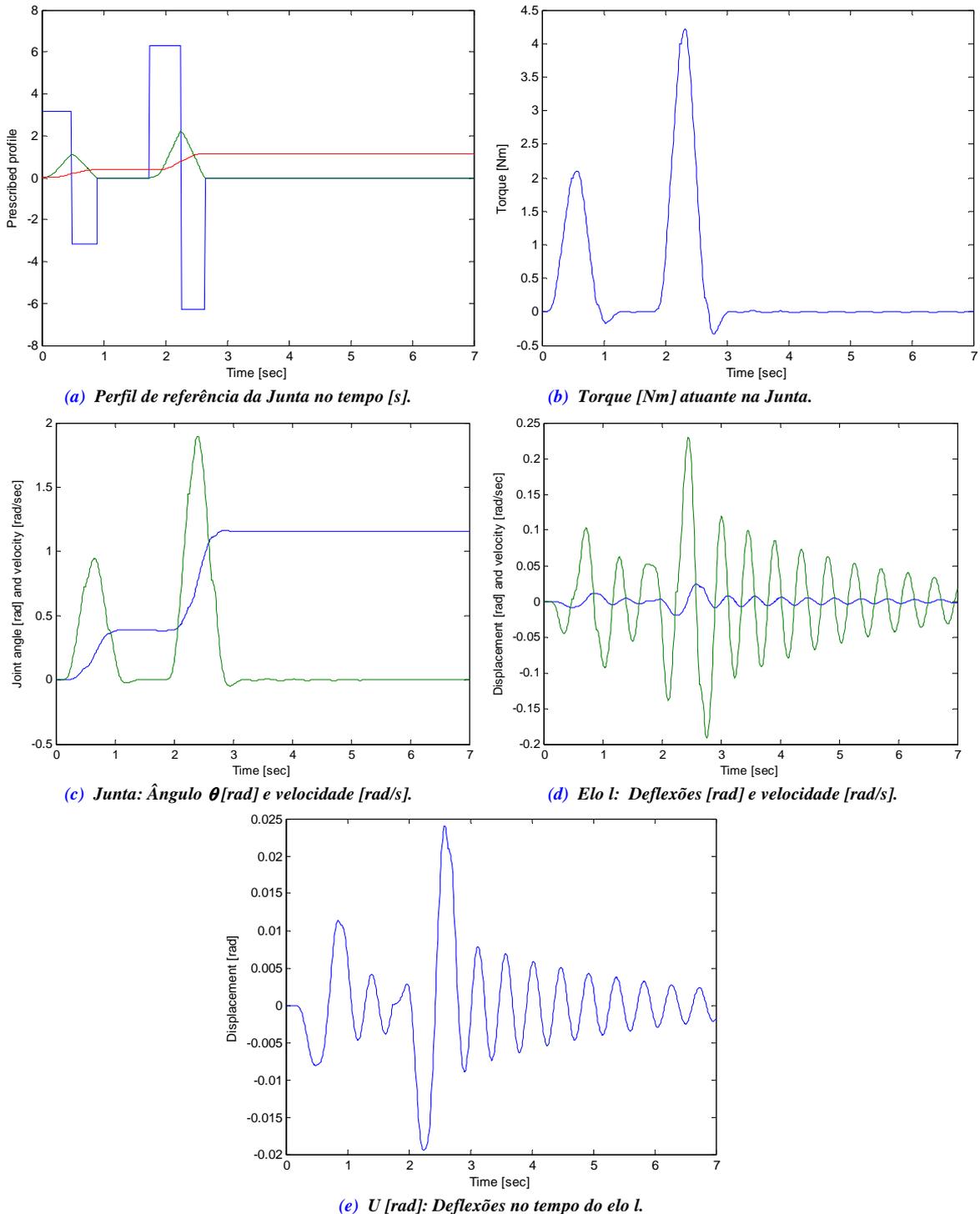


Figura 3.4 – Resultados para $\theta=\pi/4$ [rad] e $\theta=\pi/2$ [rad].

Utiliza-se, em ambas simulações, um controlador convencional *PD* (Proporcional + Derivativo) usado geralmente em manipuladores robóticos com elos rígidos, para efeitos do controle do modo rígido (ou seja, no controle dos atuadores nas juntas). As oscilações resultantes são as deflexões ou deslocamentos que apresentam o efetuador ou elemento terminal do braço 1D, devido à flexibilidade do elo. Observa-se na Figura 3.4, onde se realizam duas rotações consecutivas, e se observa que quando a junta realiza o giro de forma a alcançar um ângulo maior (a segunda rotação), as oscilações dos deslocamentos do elo flexível são maiores, o que representa uma resposta coerente com a inércia e a dinâmica do braço.

3.4 BRAÇO FLEXÍVEL 1D COM O SISTEMA *SELSPOT II*



Figura 3.5 – Protótipo experimental com o sistema *SELSPOT II* (GAMARRA ROSADO *et al.*, 1996).

No estudo deste protótipo foram obtidos resultados relacionados com a *validação experimental* de um braço robótico flexível 1D (GAMARRA ROSADO *et al.*, 1996; e GAMARRA ROSADO e ZAMPIERI, 1997). Para isto, confrontam-se os comportamentos dados pelo eixo do atuador e do elemento terminal do braço 1D, obtido pelo sistema *SELSPOT II*, e os resultados obtidos da simulação, pelo *software Simulink* (SIMULINK – User’s Guide, 1992).

O sistema *SELSPOT II*, conforme apresentado no Anexo B, é um sistema optoeletrônico de análise dinâmica desenvolvido pela empresa *Innovision System* da SELCOM AB (Partille, Suécia). Este sistema utiliza câmeras para determinar as posições atuais, além de, velocidades e acelerações, de um sistema mecânico qualquer, ou de um objeto no espaço, representado em coordenadas cartesianas.

O sistema utiliza *LEDs* (*Light Emitting Diodes*), acionados pela unidade *LCU* (*LED Control Unit*). As câmeras consistem de um detector e de um amplificador, e placas de conversão *A/D*. As câmeras registram a posição do *LED* e enviam para o módulo *CIM* (*Camera Interface Module*) a informação da posição, por meio de sinais em série de 12 bits. A seguir, esta informação é enviada ao módulo de controle do *SELSPOT SCM* (*SELSPOT Control Module*) ou ao módulo do *Buffer FIFO FBM* (*FIFO Buffer Module*), que se comunica com o computador.

3.4.1. Validação do modelo dinâmico

Neste *primeiro protótipo* (Figura 3.5), utiliza-se um sistema de câmeras de análise dinâmico *SELSPOT II*, para determinar a posição atual da extremidade livre do braço robótico flexível 1D. As características deste braço, de liga de alumínio e seção transversal *circular* são (Anexo B): Raio do acoplamento ao eixo do atuador $r_{ac}=6,5[mm]$; Diâmetro da seção transversal $d=3,0[mm]$; Comprimento do elo $l=0,8[m]$; Modulo de elasticidade $E=58 \times 10^{11}[N/m^2]$; Massa especifica $\rho=1,3 \times 10^4[kg/m^3]$; Massa no elemento terminal $m_a=0$.

Considerou-se nesta simulação o número de elementos da viga $n=2$. Os resultados da simulação e os resultados experimentais são mostrados nas Figuras 3.6(a) e 3.6(b), respectivamente, para um ângulo de referência $\theta_{ref}=45^\circ$, obtidos por meio de um controlador convencional *PD* utilizado em braços robóticos rígidos.

Com o emprego das regras de sintonia de Ziegler-Nichols (OGATA, 1997), que consistem em determinar os valores dos parâmetros de um controlador clássico *PD*, e que consideram as características da resposta transitória de um determinado sistema a

ser controlado, foram obtidos os ganhos deste controlador, tanto na simulação quanto de forma experimental.

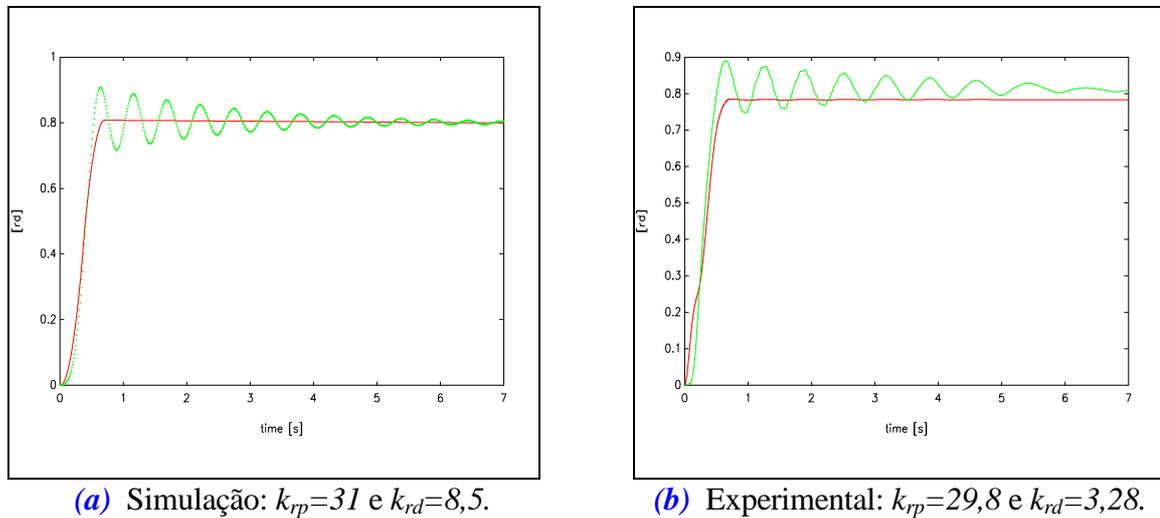


Figura 3.6 – Controle do modo rígido.

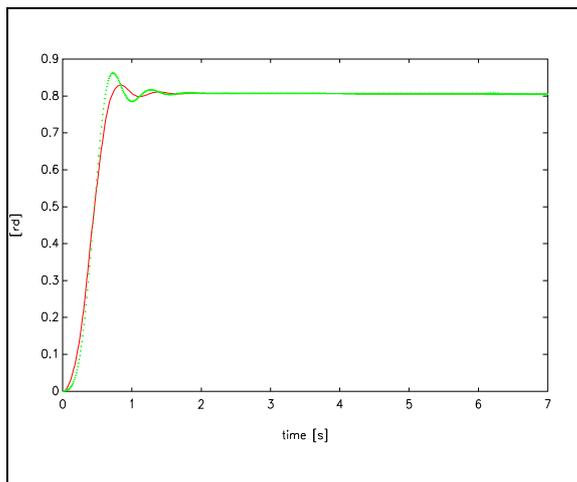
Os ganhos do controlador fazem com que o braço robótico flexível 1D se movimente no plano horizontal o suficientemente rápido, de forma a manifestar-se as deflexões no elemento terminal do manipulador. Observa-se nestes resultados que as respostas em ambos casos apresentam muita semelhança. Sejam as respostas do modo rígido com a linha contínua (cor vermelha) e as respostas do modo flexível com a linha tracejada (cor verde), conforme as Figuras 3.6 e 3.7.

3.4.2. Controle de precisão do elemento terminal

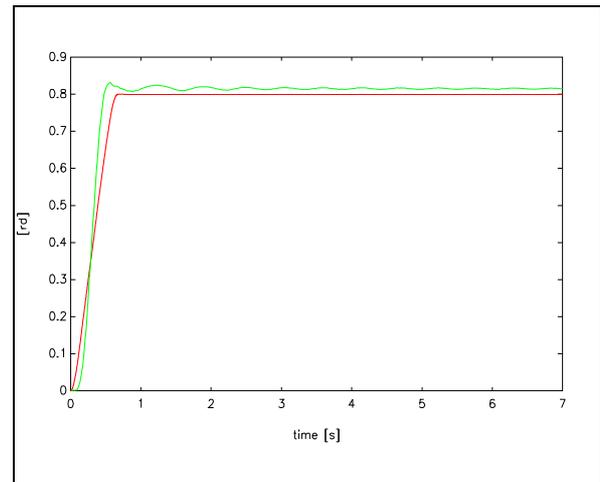
A seguir, apresentam-se os resultados relacionados com o controle de precisão do elemento terminal, e a eliminação das deflexões no braço 1D, que ocorrem durante a rotação da junta (modo rígido) até alcançar a posição desejada. Utiliza-se como estratégia de controle o estudo da *pseudo-inversa* do braço flexível 1D e uma *lei de compensação* das vibrações da extremidade livre (elemento terminal), respectivamente. A lei de compensação é uma estratégia bastante simples, de baixo custo computacional, estável na manobra e de fácil implementação, conforme ilustra-se no Anexo B (GAMARRA ROSADO *et al.*, 1996).

Neste estudo, considera-se o modelo do atuador e das vibrações do elo flexível, onde a entrada é o ângulo do eixo do atuador, dado pelo *encoder*, e a saída resultante é a estimativa da vibração induzida. Devido à limitada banda de frequências dos atuadores e sensores, não se consideram os modos de vibrar de ordem maior que três do braço flexível 1D.

Os sinais de realimentação, gerados pelo *software* de controle, são dados pelo vetor de ganhos $G=[k_{rp} \ k_{rd} \ k_{fp} \ k_{fd}]$ vezes o vetor de estado. Os resultados obtidos da simulação e do experimento são apresentados nas Figuras 3.7a e 3.7b, respectivamente, onde se observa que o modo flexível é rapidamente eliminado, assim que o modo rígido alcança o valor do ângulo de referência. Mesmo eliminando-se as deflexões, nos resultados experimentais, observa-se um erro permanente com relação ao valor desejado (Figura 3.7b).



(a) Simulação: $k_{rp}=31$, $k_{rd}=8,5$,
 $k_{fp}=-31$ e $k_{fd}=-4$.



(b) Experimental: $k_{rp}=29,8$, $k_{rd}=3,28$,
 $k_{fp}=-25$ e $k_{fd}=-2,4$.

Figura 3.7 – Controle do modo rígido e do modo flexível.

Pode-se observar, em ambos os resultados (teórico e experimental), que o elemento terminal alcança a posição desejada, praticamente com as deflexões totalmente eliminadas (abaixo dos 10% de amplitude das deflexões do controle rígido), o que evidencia o bom desempenho deste controlador de baixo custo.

3.5 BRAÇO FLEXÍVEL 1D COM EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS

Qualquer braço robótico pode ser movimentado o suficientemente lento de forma que a flexibilidade estrutural não cause desvios significativos devido ao movimento executado. Da mesma forma, o braço robótico pode ser movimentado o suficientemente rápido, de forma que o efeito da flexibilidade estrutural se torne muito evidente na resposta. Como o objetivo principal é a obtenção de movimentos rápidos e precisos do elemento terminal do braço flexível, sem excitar seus modos de vibração, torna-se necessário considerar a flexibilidade nos elos para efeitos de controle e de projeto (HOLLERBACH, 1980; PAUL, 1981; VUKOBRATOVIC, 1982; LI *et al.*, 2005; e KORAYEM *et al.*, 2006). Na obtenção do modelo dinâmico utiliza-se o método de elementos finitos, baseado na teoria elementar de vigas, que permite a discretização de um número finito de coordenadas. Isto porque, embora o manipulador flexível seja considerado um sistema mecânico com um número infinito de *g.d.l.*, o controlador pode unicamente ser projetado com base num modelo com dimensão finita, devido principalmente à banda de frequência limitada dos atuadores. O controle proposto neste estudo é uma síntese do controle em dois estágios (GAMARRA ROSADO, 1997): *i*) o controle do modo rígido, que consiste na geração do torque de entrada para efeitos do seguimento da trajetória nominal, e *ii*) o controle da perturbação, dado pela parcela do torque que se encarrega de eliminar as vibrações elásticas, que são consideradas como perturbações atuando no movimento do modo rígido. Esta segunda parcela do controle também é utilizada para efeitos de estabilização do sistema.

3.5.1 Protótipo experimental

O protótipo do braço robótico com elo flexível 1D consiste de um atuador dado por um motor *CC*, que tem agregado um *encoder* incremental, e de uma barra flexível montada na posição horizontal, perpendicular ao eixo do atuador, conforme ilustrado na Figura 3.8. As características da lâmina de aço especial, com seção transversal *retangular*, são: *largura do elo* $h=0,0254[m]$; *espessura do elo* $e=0,0005[m]$;

comprimento do braço $l=0,30[m]$; módulo de elasticidade de Young $E=2,069 \times 10^{11} [N/m^2]$; massa específica $\rho=0,78 \times 10^4 [Kg/m^3]$; e massa no elemento terminal do braço $m_a=0,020 [kg]$. O hardware de controle baseia-se principalmente no microcontrolador versão *HCTL-1100*, e na placa de potência. A instrumentação do protótipo experimental está apresentada na Figura 3.9, onde também se mostra a lâmina flexível com extensômetros elétricos para efeitos de ter informações relacionadas com as deflexões do elo.

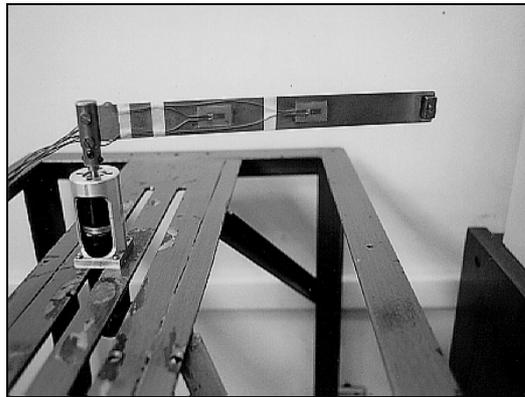


Figura 3.8 – Detalhes do braço flexível 1D, com extensômetros (GAMARRA ROSADO, 1997).

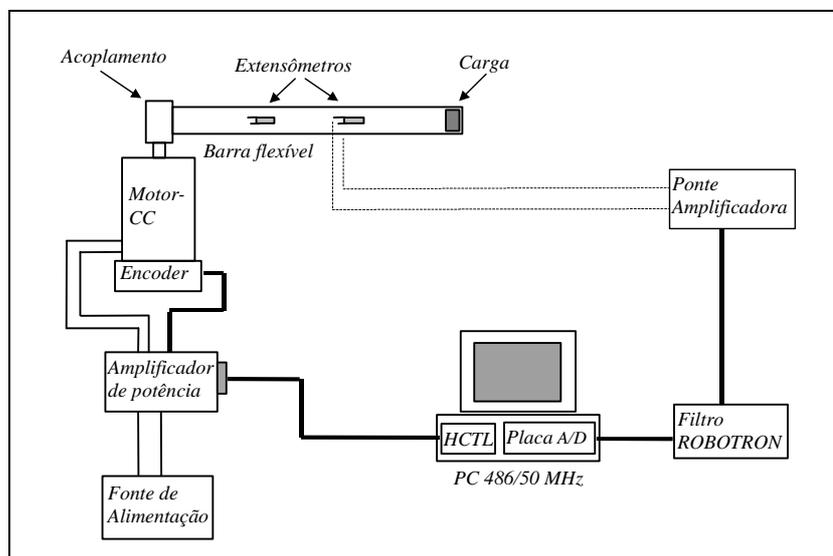


Figura 3.9 – Esquema geral do protótipo experimental 1D.

Devido às características de movimento requeridas no protótipo experimental, o motor CC escolhido foi o modelo *RE 035-071-34EAB200A* da *Maxon Motor*, fabricado pela *Interelectric AG*, Suíça. Este motor CC de tecnologia sofisticada e compacta, com

grande desempenho, de baixa inércia, e com características de acelerações elevadas, tem acoplado um *encoder* de elevada resolução: *Digital encoder HP HEDS 5010*. Portanto, é um atuador propício para o estudo de sistemas de controle dinâmico na robótica. As características deste atuador são as seguintes: *Atuador Maxon CC motor; Potência=90[W]; Redução=1:35; Amplificador UDN 2954W; $I_{m\acute{a}x}=2,5[A]$; Codificador HP HEDS 5010; Número de passos=500 “counts”/2 π .*

Utilizam-se extensômetros elétricos (*strain gages*), fabricados pela *KYOWA*, Japão, em dois pontos do elo flexível para a medida das deformações, à distância de $0,105[m]$ e a $0,190[m]$ do eixo do atuador (x_1 e x_2 , respectivamente). Os extensômetros foram colocados (ver a Figura 3.8) *um em cada lado da barra* formando um *circuito em meia ponte de Wheatstone*. As características dos extensômetros elétricos da *KYOWA* são: *Type KFG-5-350-C1-11; Comprimento=5[mm]; Resistência = $350.6 \pm 0.6[\Omega]$; e fator= $2.15 \pm 1.0[\%]$.*

Os sinais dos extensômetros, utilizados para efeitos de estimação dos deslocamentos (deflexões) são obtidos por meio de uma *ponte amplificadora para extensometria Modelo AB-120/350* de dois canais, marca *INTERFACE*. Estes sinais passam pelo filtro *ROBOTRON* (passa baixas, ajustado na frequência de corte de $100[Hz]$), e são coletados via *placa A/D (analógica-digital) modelo CAD12/35* da *LYNX*. Optou-se por esta frequência de corte de forma a evitar os modos de vibração mais elevados.

3.5.2 Identificação experimental

O modelo dinâmico do braço robótico flexível 1D, obtido pela formulação Newton-Euler, junto com a teoria elementar de vigas e com o MEF, na prática permite limitar o número finito de coordenadas e sintetizar o controlador para ter um desempenho adequado. O procedimento de identificação foi baseado no modelo ARMA – *AutoRegressive Moving Average*, que é um método paramétrico do domínio do tempo e com resultados muito confiáveis. Finalmente, apresentam-se as conclusões segundo os resultados apresentados (GAMARRA ROSADO e MATHIAS, 2002).

Na identificação de sistemas tem-se que levar em consideração o esforço computacional e o número de parâmetros que descrevem o modelo. Por isto, seguindo o princípio da plausibilidade, os parâmetros que o caracterizam devem ser os menores possíveis (JOHANSSON, 1993). O modelo ARMA, modelo autoregressivo de médias móveis de ordem (p,q) é descrito pela equação de diferenças $y(t) = a_1 y(t-1) + \dots + a_p y(t-p) + x(t) + b_1 x(t-1) + \dots + b_q x(t-q)$, onde, os coeficientes a_p são relativos ao componente autoregressiva, e os coeficientes b_q são relativos ao componente das médias móveis. O termo de médias móveis contém componentes não-determinísticas do sistema. A forma polinomial do modelo ARMA é dada por:

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} X(z) \quad (3.12)$$

onde $B(z)$ é um polinômio de ordem q definido por $B(z) = 1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_q z^{-q}$.

Uma vez estabelecido o modelo de análise do sistema, são estimados os parâmetros. Neste procedimento os parâmetros podem ser obtidos por um processo de estimação de dados em bloco (*batch estimation*), ou seja, o modelo é atualizado a partir de um bloco de dados fixos. A estimação baseia-se em algoritmos recursivos, que operam um bloco fixo de amostragens, onde é otimizado um critério baseado na minimização de um funcional para a obtenção da ordem do modelo. A ordem do modelo ótima é obtida com base na minimização do valor médio quadrático do erro dos resíduos, computados os dados observados (medidos) e estimados (correlacionados).

Este procedimento aplica-se aos dados que foram coletados do sistema pelos extensômetros colados no elo flexível, descrito na Seção 3.5.1. A entrada utilizada para excitar o sistema é um sinal *PRBS - Pseudo Random Binary Signal*, realizada por meio do atuador dado pelo motor CC.

A identificação é processada pelos sinais coletados via placa A/D. A seguir, o sinal de saída passa por um filtro passa baixas, ajustado na frequência de corte de $50[Hz]$. Optou-se por esta frequência de corte, de forma a evitar os modos de vibração acima de $50[Hz]$. Assim, aplicando-se este método para um modelo ARMA de ordem 8,6 obteve-se o espectro da resposta apresentado na Figura 3.10.

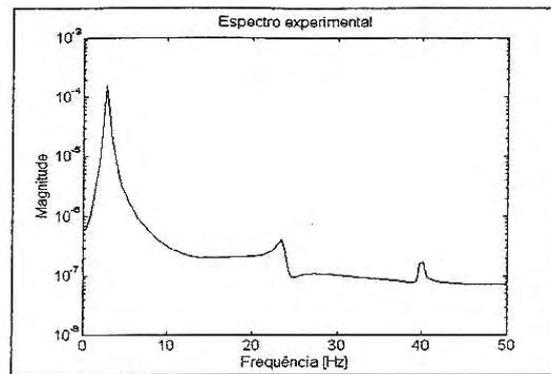


Figura 3.10 – Espectro de identificação do braço flexível 1D.

Estes resultados experimentais foram comparados com os resultados teóricos (Tabela 3.2) obtidos do modelo dinâmico, com as características dadas na seção 3.5.1. Observa-se que são bastantes próximas e existe pequena diferença, o que se deve provavelmente às simplificações consideradas na modelagem do braço flexível 1D, bem como, devido às perturbações na instrumentação que possam ter ocorrido durante a coleta de dados e a ruídos presentes nos sinais coletados.

Tabela 3.2 – Resultados teóricos e experimentais do braço flexível 1D.

Modos de vibrar	Teórica	Experimental	Fator de amortecimento
1°	4,61 (Hz)	4,3 (Hz)	0,01
2°	28,9 (Hz)	27,6 (Hz)	0,008

Com base nestes resultados experimentais, foi implementado o controle de posição do braço robótico flexível 1D, evitando-se níveis de vibração e melhorando o desempenho do controlador.

3.5.3 Controle ótimo

Da síntese do controle proposto em dois estágios, obtém-se o *controle global* para o manipulador flexível (Figura 3.11), dado por: $u = u_r + \delta u$, onde u_r representa a entrada do controle nominal, utilizado como um compensador *feedforward* (alimentação direta) para obter o movimento do modo rígido do manipulador, como

para cancelar os efeitos dinâmicos não-lineares devido às mudanças da configuração; e δu representa a parcela do controle para efeitos de compensação das perturbações.

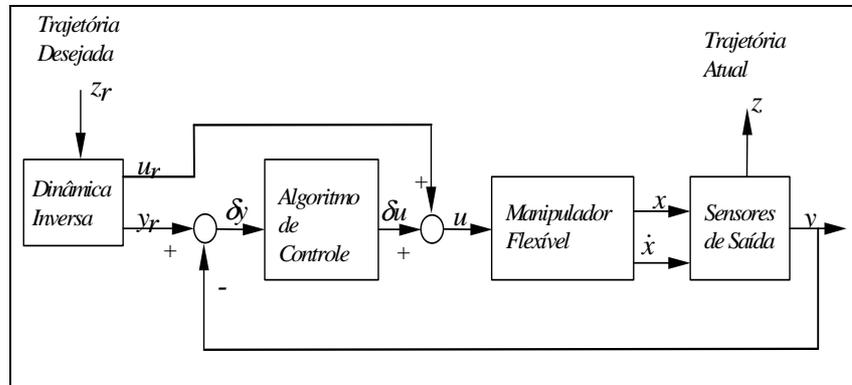


Figura 3.11 – Esquema do controle ótimo do braço flexível 1D.

Este segundo estágio do controle, obtido pela realimentação da estimação de estados, compensa os desvios com relação ao modelo de referência e garante o seguimento da trajetória, sendo utilizado para efeito de estabilização do sistema. Para isto, o sistema de controle determina os ganhos das matrizes do observador e do controle utilizando o controle do tipo *LQR* (*Linear Quadratic Regulator*).

3.5.4 Resultados da simulação

Os resultados obtidos da simulação e os resultados experimentais do braço flexível 1D devem-se ao movimento do eixo do atuador (modo rígido). Os dados do movimento de rotação são: De $\theta_i=0$ [rad] (instante inicial) para $\theta_f=\pi/3$ [rad] (instante final) durante $0,5[s]$, o que significa alcançar uma velocidade superior a $4,0[rad/s]$, isto é, um movimento bastante rápido. Também, com a finalidade de limitar a excitação da estrutura, utiliza-se um *perfil gaussiano de velocidade*, o que elimina as altas frequências na resposta e conduz a comportamentos bastante suaves nos sistemas flexíveis (GAMARRA ROSADO, 1997).

O modelo utilizado na simulação é o modelo global do sistema, que inclui todas as expressões não-lineares da dinâmica do braço robótico. As respostas da simulação, que levaram em conta somente o controle do modo rígido, são mostradas nas Figuras 3.12a e

3.12b. A Figura 3.12 apresenta o perfil da trajetória desejada e a resposta do modelo dinâmico simulado. A Figura 3.13 apresenta as deflexões do elo flexível, com diferentes amplitudes. Observa-se que, quando atua o controle do modo rígido, tanto na simulação como no protótipo experimental, existe uma defasagem entre o comportamento do eixo do atuador e o perfil da trajetória desejada, que se denomina “*atraso dinâmico*”. Esta característica deve ser evitada quando o assunto é seguimento de trajetórias. Da mesma forma, observam-se as semelhanças das amplitudes das deflexões, que se apresentam tanto na simulação como no protótipo experimental.

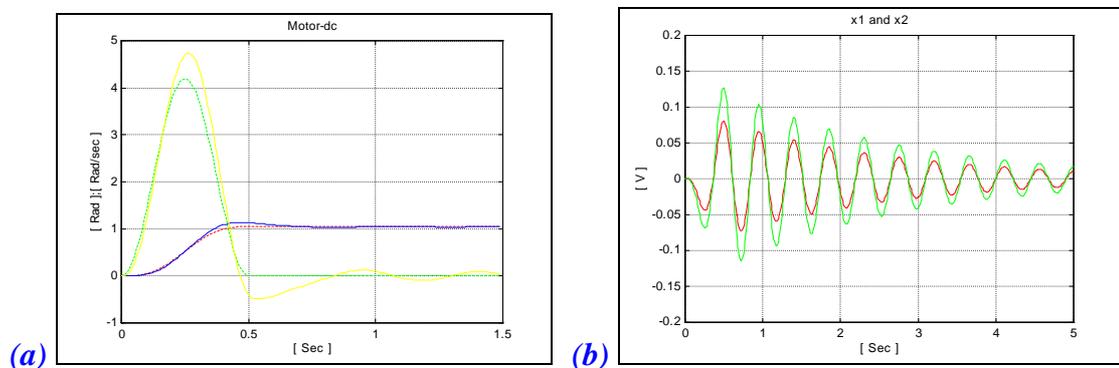


Figura 3.12 – Controle do modo rígido do braço flexível1D.

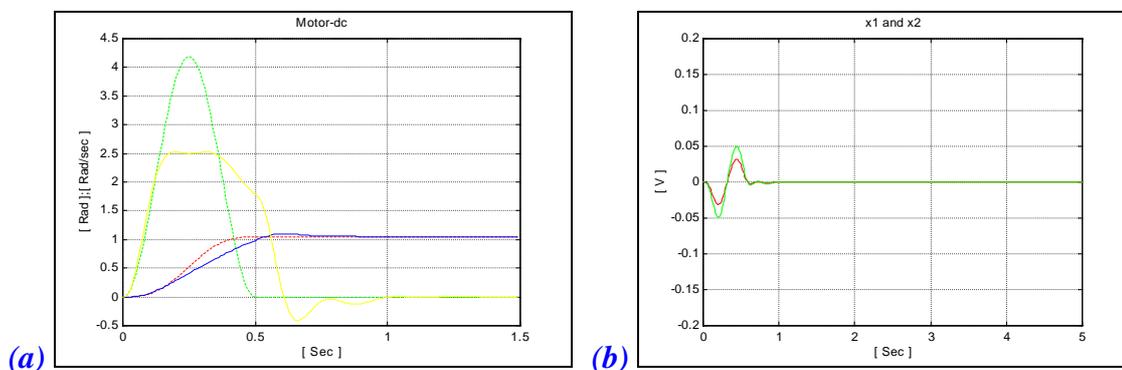


Figura 3.13 – Controle ótimo do elemento terminal do braço flexível 1D.

3.5.5 Resultados do protótipo experimental

A seguir, apresentam-se os resultados obtidos no protótipo experimental (GAMARRA ROSADO, 1997). As características do braço flexível, a trajetória gerada e o perfil utilizado no movimento do eixo do atuador são semelhantes às utilizadas na simulação. A Figura 3.14 mostra as respostas do manipulador quando atua somente o

controle do modo rígido. A Figura 3.15 mostra as respostas quando atua o controle global, ou seja, o controle do modo rígido junto com o controle ótimo das vibrações.

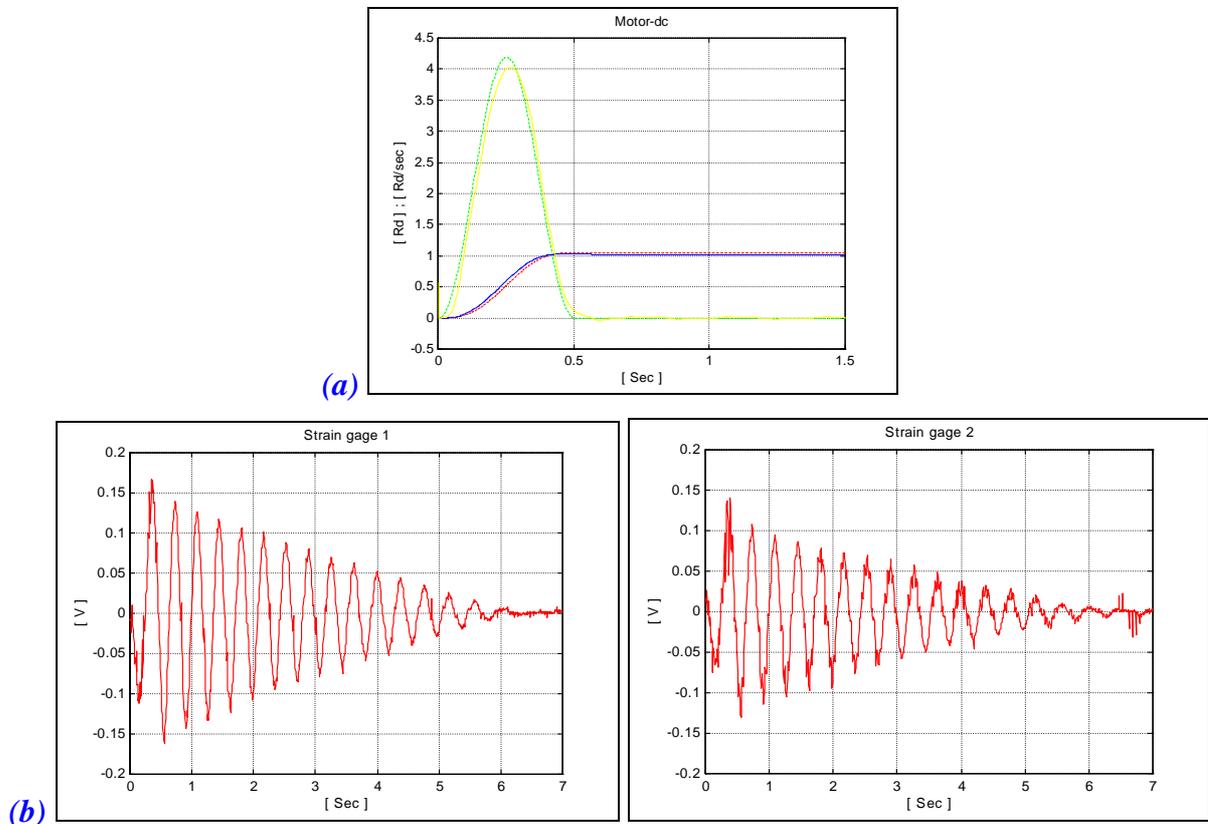


Figura 3.14 – Controle experimental do modo rígido do braço flexível 1D.

Em ambas figuras (Figuras 3.13 e 3.14), apresenta-se o perfil da trajetória desejado dada pela posição (*cor vermelha*) e pela velocidade (*cor verde*), ambas com linhas tracejadas, em $[rad]$ e em $[rad/s]$, respectivamente. As respostas experimentais são dadas pela posição e velocidade em azul e amarelo (ambas as linhas contínuas), respectivamente. Ambas as figuras mostram os deslocamentos (deflexões) dados em função das deformações obtidas por meio dos extensômetros, nos pontos x_1 e x_2 do elo, em $[mm]$.

Observa-se nestes resultados que o comportamento do movimento rígido coincide com o perfil desejado. Entretanto, o controle global elimina totalmente as deflexões no instante em que o eixo do atuador alcança sua posição final em $0,5[s]$. As deflexões iniciais do braço flexível, logo no início da manobra, mostram um

movimento inicial (*undershoot*) do elemento terminal na direção oposta do movimento do modo rígido, conforme as Figuras 3.14 e 3.15, respectivamente.

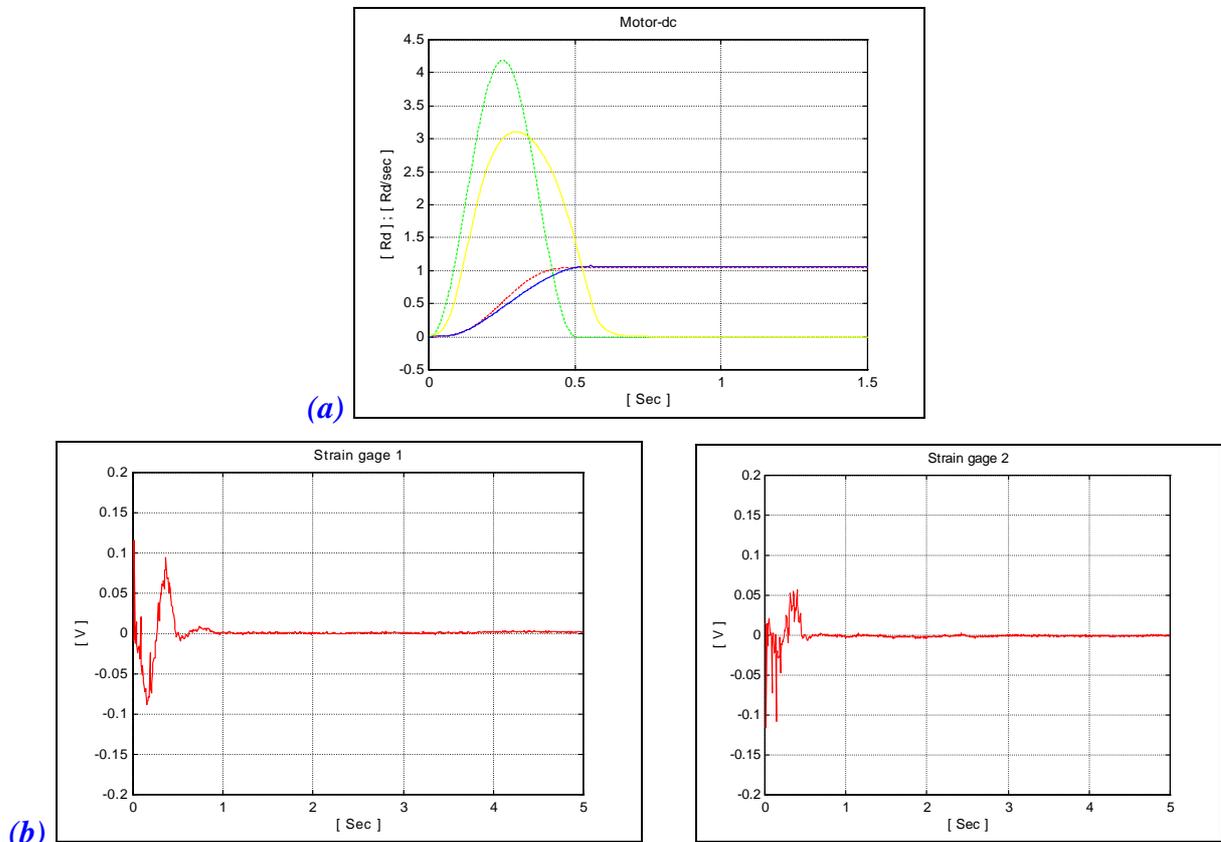


Figura 3.15 – Controle experimental global ótimo do braço flexível 1D.

Outro problema relacionado com o controle ativo de estruturas flexíveis resulta do fato de que este tipo de controle é restrito a modelos de sistemas com dimensão finita. Como estes modelos contêm somente os primeiros modos de vibrar, os modos que não foram levados em consideração podem ser excitados pelos atuadores e tornar instável o sistema. Este fenômeno é conhecido como *efeito spillover*. Para evitar isto tem-se utilizado filtragem analógica na saída dos amplificadores dos extensômetros, assim como uma filtragem digital no algoritmo de controle.

Não obstante os manipuladores flexíveis serem sistemas multivariáveis, não-lineares e totalmente acoplados, conclui-se dos resultados obtidos, da estabilidade do sistema apresentada e do seu desempenho, que a estratégia de controle proposta apresenta respostas muito satisfatórias devido à percentagem de deflexão reduzida, além da simplicidade na sua implementação prática.

3.6. CONTROLE NEURAL DO BRAÇO FLEXÍVEL 1D

A proposta deste desenvolvimento consiste na implementação de uma estratégia de controle do braço robótico flexível 1D usando redes neurais artificiais (RNA). O objetivo trata da obtenção de movimentos rápidos e precisos do elemento terminal do braço. Para isto, torna-se necessários considerar a flexibilidade dos elos, os efeitos dinâmicos e as perturbações resultantes do estudo do controle e concepção do projeto do braço robótico. Embora o braço flexível seja considerado um sistema mecânico com um número infinito de graus de liberdade, o controlador pode ser projetado com base num modelo com dimensão finita devido principalmente às restrições dos atuadores, que possuem banda de frequências limitada (MOULIN e BAYO, 1991).

Os trabalhos iniciais para efeitos de controle de manipuladores flexíveis, utilizaram controladores clássicos tipo *PD* (Proporcional + Derivativo), pela realimentação de algumas variáveis do sistema. Trata-se de um controlador a malha fechada (*feedback*) utilizada com eficiência em estratégias de controle em sistemas dinâmicos (YANG *et al.*, 1997). Estratégias de controle utilizando redes neurais artificiais em braços robóticos com elos flexíveis foram desenvolvidos por Kawato *et al.* (1987), Miyamoto *et al.* (1988), e Li *et al.* (2005). Já neste trabalho, apresenta-se a implementação e simulação de duas estratégias distintas de controle do braço flexível 1D pela obtenção da dinâmica inversa usando RNA. Ambas as estratégias de controle de precisão do elemento terminal são métodos baseados na realimentação (*feedback*) e antecipação (ou ação direta *feedforward*) de variáveis de saída do sistema.

3.6.1 Dinâmica inversa do braço flexível por RNA

O modelo de aprendizado utilizado é usado em arquiteturas de sistemas dinâmicos não-lineares, com entradas e saídas múltiplas (KÓVACS, 1996), conforme apresentado na Figura 3.16. Foram realizadas diversas simulações com o propósito de encontrar a arquitetura da rede neural que representasse o melhor modelo de treinamento. Esta etapa representa uma das partes mais complexas do trabalho, uma

vez que a determinação de seus parâmetros não é elementar, e a simulação para o treinamento da rede é lenta e, muitas vezes, não produz os resultados esperados.

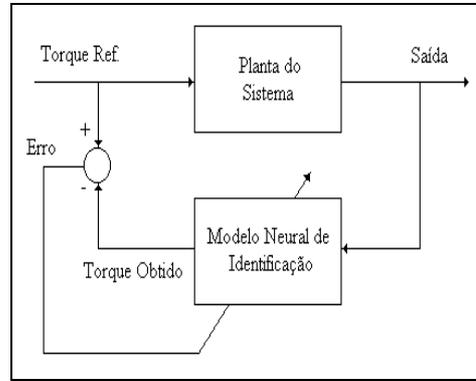


Figura 3.16 – Aprendizado *off-line* da dinâmica inversa do braço flexível 1D.

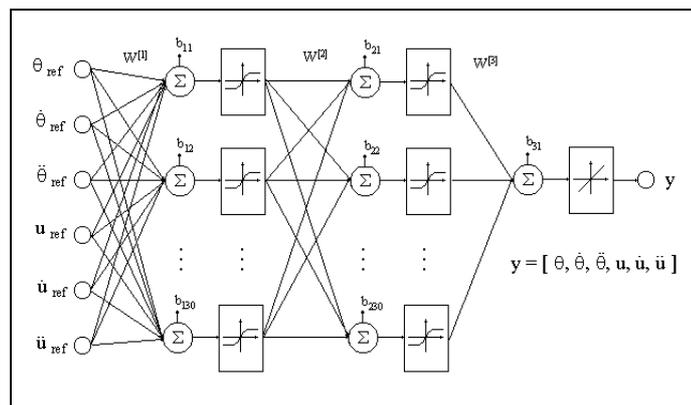


Figura 3.17 – Arquitetura da rede neural utilizada.

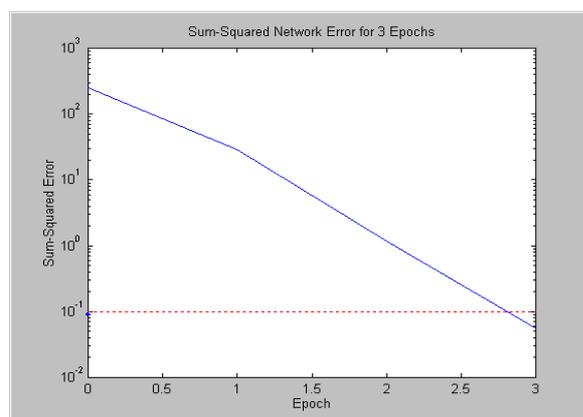


Figura 3.18 – Evolução do erro médio quadrático do treinamento.

O modelo encontrado foi treinado pelo Algoritmo de Levenberg-Marquardt (KAWATO *et al.*, 1987). Utilizou-se uma RNA de três camadas, que continham 30

neurônios nas duas primeiras camadas e um neurônio de saída, com as funções de transferência *tan-sigmoidal* nas duas primeiras camadas e linear em sua camada de saída. Este modelo de rede está representado na Figura 3.17. Como ilustração, o primeiro treinamento foi obtido após três épocas e a evolução do erro médio quadrático neste treinamento está representado na Figura 3.18.

Para a realização do treinamento, utilizaram-se entradas aleatórias de torque na planta do sistema, que produziram as saídas de acordo com a dinâmica não-linear do manipulador, ou seja, quatro grupos de treinamentos com distintos sinais de torques, sendo dois treinamentos com sinais aleatórios, para obter o efeito desejado de generalização do aprendizado; e dois com sinais próximos aos reais, com a finalidade de melhorar o desempenho do sistema, que utilizou entradas bem distintas e uma malha de controle *PD* na planta simulada. As variáveis de saída utilizadas na fase de treinamento são: a posição angular θ , a vibração U , e as velocidades e acelerações de ambas as variáveis, respectivamente. A ferramenta utilizada nesta simulação é o *software Neural Network Toolbox for MatLab* (THE MATHWORKS, 2002; e *SIMULINK – User’s Guide*, 1992)

3.6.2 Controle neural tipo *feedforward* (NFF)

Além do seguimento da trajetória desejada, o objetivo da estratégia de controle é também, a minimização das vibrações do braço flexível e a redução do tempo de resposta do sistema, permitindo uma atuação mais veloz. Obviamente que as RNA do sistema devem representar fielmente a dinâmica inversa da planta, para que a estratégia de controle atue sobre uma representação fiel.

A primeira estratégia de controle utilizada foi obtida ao procurar substituir a atuação de um controle *PD* pelo modelo inverso neural da dinâmica do sistema. Assim, o sinal de referência desejado passará pela rede neural que fornece um torque para a planta não-linear, a qual fornecerá os dados de saída de acordo com os sinais desejados de entrada. Esta configuração está apresentada na Figura 3.19. Trata-se, portanto, de uma malha de controle aberta, do tipo *feedforward*. Controladores

feedforward são utilizados com sucesso em estratégias de controle de manipuladores com elos rígidos, juntas sem atrito e com atuadores ideais.

Uma vez efetuado o treinamento e obtidos os valores dos pesos, simula-se o sistema. As variáveis de referência que caracterizam a trajetória desejada são mostradas na Figura 3.20(a). As respostas obtidas nesta simulação, com o controle neural *feedforward*, são apresentadas na Figura 3.20(b). Observa-se que os resultados desta simulação são para um movimento horizontal do braço flexível. O movimento desejado é de um ângulo de $\theta = \pi/2 \approx 1,57[\text{rad}]$ durante $0,6[\text{s}]$, o que significa alcançar uma velocidade superior a $2,5[\text{rad/s}]$, caracterizando um movimento brusco e bastante rápido. Observa-se que o modelo utilizado nesta simulação é o modelo dinâmico global do sistema, que inclui todas as expressões e efeitos não-lineares do braço. Para a realização das simulações utilizou-se o ambiente *Simulink* do *software Matlab* (SIMULINK – User’s Guide, 1992). Os parâmetros e características deste braço flexível 1D estão apresentados na seção 3.4.1.

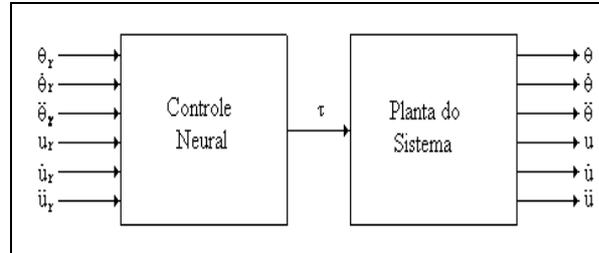


Figura 3.19 – Diagrama do sistema de controle *NFF*.

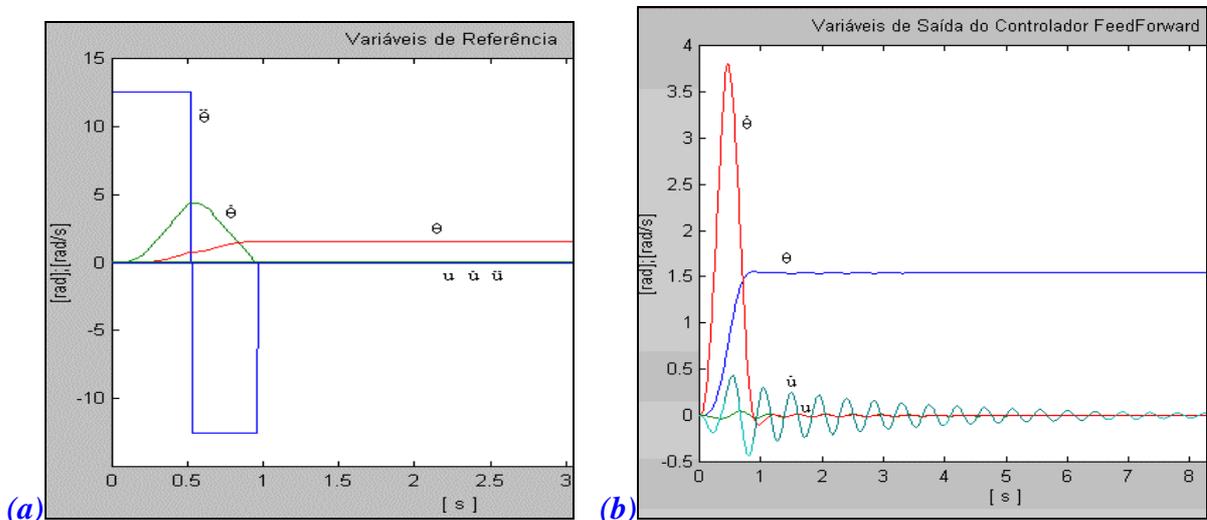


Figura 3.20 – (a) Variáveis de referência, e (b) Controle *NFF*.

3.6.3 Controle neural tipo *feedforward* e *feedback* (*NFF+FB*)

Esta segunda estratégia de controle é mais aprimorada que a anterior. A arquitetura utilizada é semelhante à proposta por Kawato *et al.* (1987), cuja topologia é resultado de pesquisas do sistema neuromuscular. Basicamente, Kawato *et al.* (1987) assumem que dentro do sistema nervoso central um modelo interno de controle neural do sistema esqueleto-muscular é obtido enquanto o sistema monitora a trajetória desejada e os comandos motores associados. Ele simulou o controle e o desempenho de aprendizado de um manipular robótico para testar suas hipóteses do comportamento do sistema biológico. Os resultados obtidos foram satisfatórios devido à percentagem de redução das deflexões.

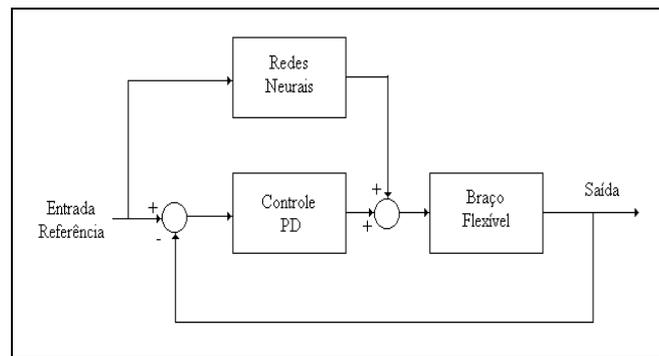


Figura 3.21 – Diagrama de bloco do controle *NFF+FB*.

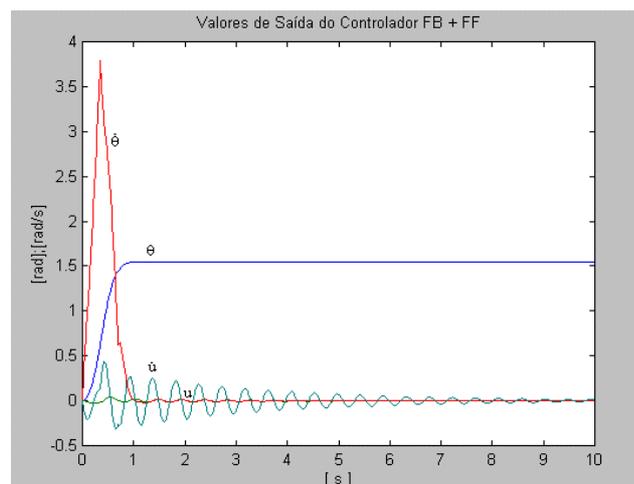


Figura 3.22 – Controle *NFF+FB* do braço flexível 1D.

Este sistema consiste na atuação combinada de controladores *feedforward* e *feedback* (alimentação direta e técnica de realimentação), evidenciando um sistema de

controle com melhor desempenho. Em função das inúmeras perturbações que ocorrem no sistema, devido à flexibilidade nos elos, atritos nas juntas, imperfeições nos atuadores, etc., na prática é necessário um controle tipo *feedback* (com realimentação), robusto e estável, para eliminar ou minimizar os desvios da trajetória desejada. O controle *feedforward* é semelhante ao usado na seção 3.7.5. No entanto, esse controle é realizado por meio de um controlador PD que atua, não mais sobre o valor de referência, mas sobre o erro entre o valor anterior e o atual. A função de seguimento de trajetória é executada pelo controlador neural, que é o mesmo obtido na identificação da dinâmica inversa do sistema. O modelo do sistema é mostrado na Figura 3.21. Os resultados obtidos com a simulação do modelo são mostrados na Figura 3.22, e os valores de referência são os mesmos da Figura 3.20(a).

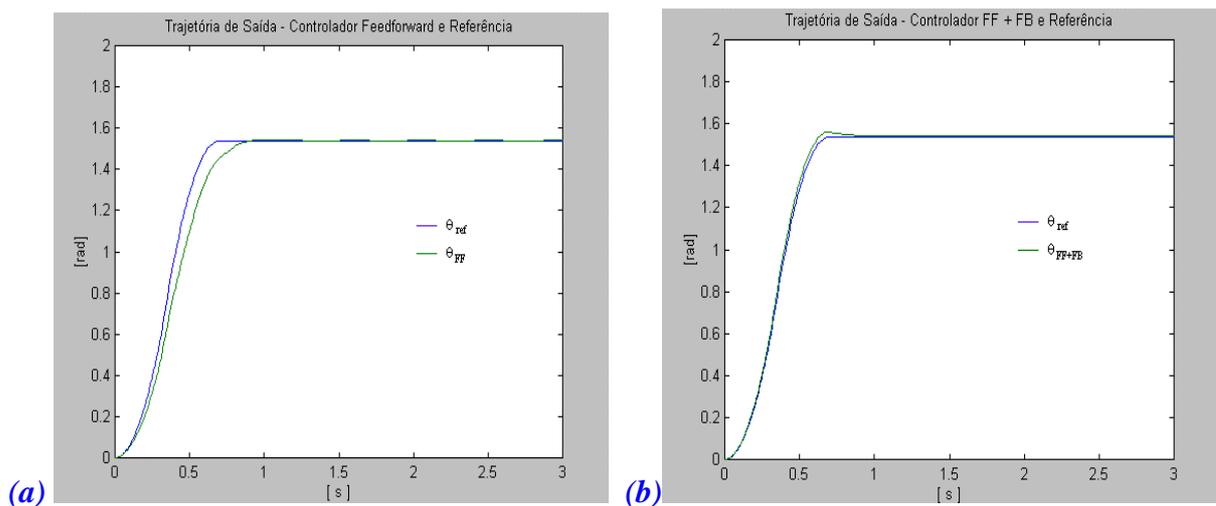


Figura 3.23 – Modo rígido com (a) Controle *NFF*, e (b) Controle *NFF+FB*.

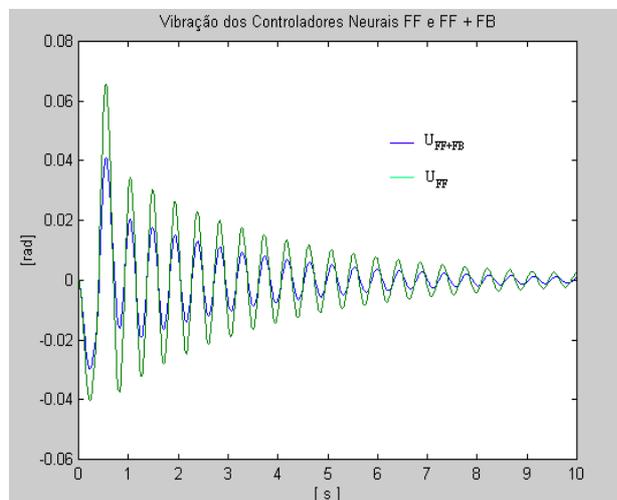


Figura 3.24 – Modo flexível com controle *NFF* e com controle *NFF+FB*.

Para efeito de avaliação do desempenho do controle, são mostradas as trajetórias do manipulador para ambos os controladores neurais (Figura 3.23). Em ambos os casos, o sistema de controle consegue seguir a trajetória desejada do braço flexível, pois se verifica que, depois de determinado tempo, o ângulo desejado θ é alcançado para ambos os controladores. No entanto, para a estratégia de controle *feedforward* (Figura 3.23.a), verifica-se um atraso no seguimento da trajetória desejada. O braço flexível não responde de forma rápida ao sinal de torque. Este fato é devido à própria simplicidade deste sistema de controle, pelo fato do controlador neural de seguimento de trajetória ser generalizado. Já na Figura 3.23.b, cujo sistema de controle apresenta maior complexidade e robustez, dado pelo controlador *feedforward e feedback*, o ângulo θ de saída obtido consegue seguir com precisão o valor desejado.

A Figura 3.24 apresenta as amplitudes de vibração do braço utilizando as duas estratégias de controle neural. Como previsto, o resultado do controlador *feedforward* (*NFF*) apresenta maior vibração em relação ao controlador *feedforward e feedback* (*NFF+FB*). Para o primeiro caso, as vibrações são reduzidas unicamente pelo controlador neural, que possui a tarefa de garantir o seguimento da trajetória, comportamento análogo ao sistema de dinâmica inversa que assimilou as características. Já o segundo sistema de controle, além de possuir o controlador neural para o seguimento da trajetória, conta com um sistema de controle PD que atuará sobre o erro do torque, buscando assim, eliminar as vibrações com maior eficiência. O valor de maior amplitude dessas vibrações não ultrapassa $0,07[rad]$, o que representa uma vibração de apenas 4° ou $4,46\%$ do ângulo final da trajetória.

Assim, apresenta-se nesta seção o resultado do controle neural do elemento terminal tipo *NFF* e *NFF+FB* do braço flexível 1D, no plano horizontal. Utilizam-se RNA na obtenção da dinâmica inversa do braço flexível 1D, problema muito complexo de ser resolvido em sistemas de estrutura flexível e portanto com infinitos *g.d.l.* Com estes resultados verifica-se o bom desempenho das estratégias de controle quando utilizam em paralelo estes algoritmos inteligentes. Conclui-se dos resultados obtidos, da estabilidade do sistema e do seu desempenho, que as estratégias de controle propostas, apresentam respostas muito satisfatórias, além da simplicidade na sua implementação prática.

4. DINÂMICA DE UM BRAÇO ROBÓTICO FLEXÍVEL 2D

4.1 INTRODUÇÃO

Entre os trabalhos que se destacam no desenvolvimento da dinâmica de braços robóticos com elos flexíveis tem-se, Wang e Vidyasagar (1992), Yim *et al.* (1993), e Zhu *et al.* (2008). Neste capítulo, obtem-se a modelagem dinâmica de um braço robótico com elos flexíveis 2D no plano vertical (x,z), isto é, considera-se a ação da gravidade atuando nos elos do braço nesta formulação matemática, conforme se ilustra a seguir: O braço robótico com elos flexíveis 2D apresentada nesta seção possui duas juntas e é composto de dois elos flexíveis. As equações que descrevem a dinâmica do braço consideram as deformações, longitudinais e transversais, atuantes no plano vertical e, portanto, seus elos flexíveis ficam sujeitos à ação da gravidade. Desta forma, no equacionamento aparecem expressões de esforços relacionadas com o sistema de coordenada inercial e dos sistemas de coordenadas locais, e duas expressões de torque relacionadas com as juntas. Desta forma, obtem-se um sistema não-linear onde aparecem variáveis das juntas e variáveis de posição, influenciadas pela deformação elástica dos elos do sistema (GAMARRA ROSADO e YUHARA, 1999; e CASTILHO, 2003).

4.2 CONFIGURAÇÃO DO BRAÇO

A configuração não deformada do braço de robô é composta por dois elos conforme apresentado na Figura 4.1. O elo superior é assinalado com l^1 e também o

mesmo índice para todas as grandezas relativas a ele. O elo inferior é identificado por l^2 e o índice 2 para todas as grandezas relativas a este elo. Considera-se neste trabalho que o braço se movimenta em um plano referencial inercial (x,z) . O elo superior faz um ângulo ϕ com o eixo z , que é representado na vertical e orientado para cima, e o elo inferior faz um ângulo β com a mesma direção vertical.

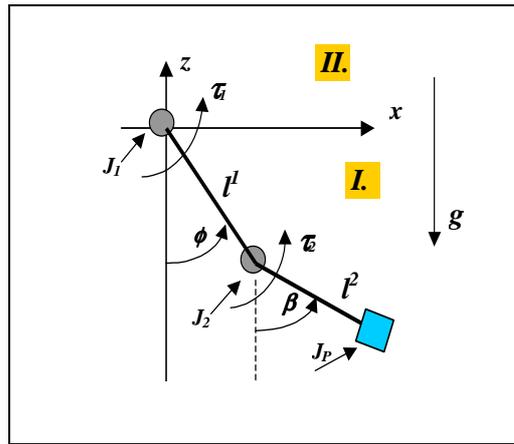


Figura 4.1 – Configuração não deformada do braço robótico 2D (CASTILHO, 2003).

A configuração deformada dos dois elos é apresentada na Figura 4.2. O sistema de coordenadas de referência (x, z) é inercial ou global e os sistemas (x^1, z^1) e (x^2, z^2) afixados no elo superior e no inferior, respectivamente, são móveis e denominados sistemas de coordenadas locais. Quando o elo superior gira no sentido anti-horário, forma um ângulo ϕ com a direção vertical (eixo z). Por outro lado, um ângulo β é formado entre a vertical e o elo inferior, quando este gira no mesmo sentido do outro elo. Os comprimentos originais dos elos, superior e inferior, antes de sofrerem qualquer deformação, são, respectivamente, l^1 e l^2 . Para o cálculo dos esforços e momentos que atuam nos elos do braço, a massa do elo superior é dividida em n elementos infinitesimais de massa, e a do elo inferior, em m elementos. Cada um destes pontos de concentração de massa é denominado ponto nodal. Portanto, no sistema como um todo, existirá um total de $(n+m+1)$ pontos nodais. A carga da extremidade livre no braço (*payload*), de massa M_p , é considerada uma força concentrada e localizada no último ponto nodal do elo inferior. As massas dos atuadores são consideradas massas concentradas nos pontos nodais iniciais de cada

elo. Desta forma, a massa do primeiro atuador é representada por M_{A1} , e é concentrada no ponto nodal I do elo superior, e a massa M_{A2} (segundo atuador), no ponto nodal I do elo inferior.

Os momentos de inércia dos atuadores 1 e 2 e da carga nas extremidades (*payload*) são J_1 , J_2 e J_p , respectivamente. Os esforços externos de reação relacionados com o apoio do braço são dados por R_V e R_H . Observa-se que um asterisco como índice indica que se trata do último ponto nodal de cada elo, de modo que f_*^1 representa o esforço que atua no último ponto nodal do elo superior e f_*^2 , o esforço que age no último ponto nodal do elo inferior.

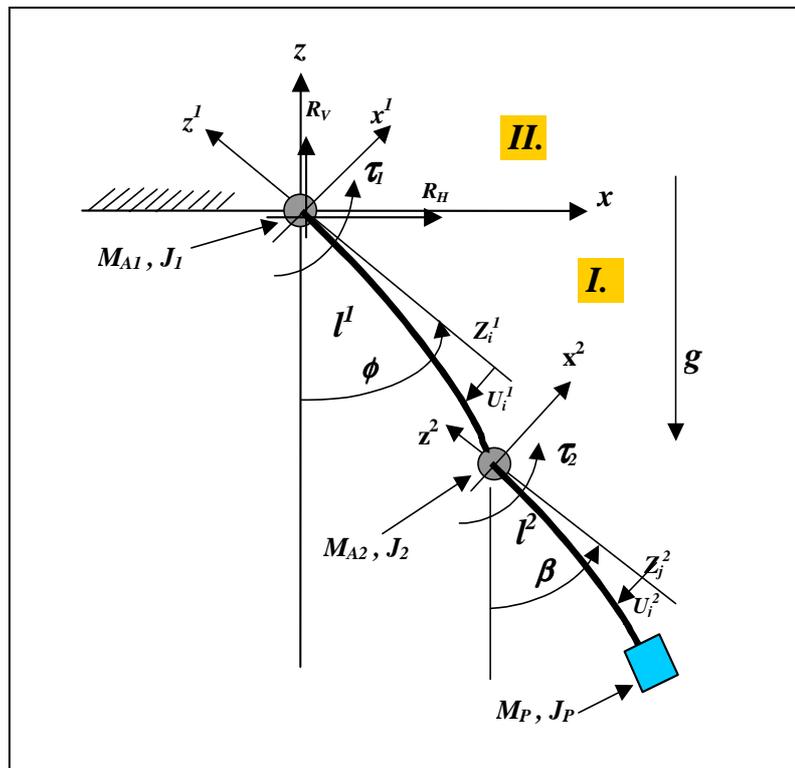


Figura 4.2 – Configuração deformada do braço robótico 2D.

4.3 MODELAGEM DINÂMICA

Uma vez definidos os sistemas de coordenadas na configuração do braço, o vetor posição do i -ésimo ponto nodal do elo superior deformado, expresso no sistema local deste elo é dado por:

$$\mathbf{p}_i^1 \equiv (x_i^1, z_i^1) = \{U_i^1, Z_i^1\}^T, \quad (4.1)$$

onde x^1 e z^1 representam as coordenadas de um ponto genérico i no sistema local do elo superior e U^1 e Z^1 correspondem aos valores destas coordenadas. De forma análoga, o vetor posição do j -ésimo ponto nodal do elo inferior deformado é dado por:

$$\mathbf{p}_j^2 \equiv (x_j^2, z_j^2) = \{U_j^2, Z_j^2\}^T. \quad (4.2)$$

A rotação em torno do eixo y leva o braço a uma nova configuração, configuração atual do elo superior expresso em coordenadas do sistema global, dada por:

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi \\ s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^1 \\ Z^1 \end{Bmatrix} \equiv Q^1 \mathbf{p}^1, \quad (4.3)$$

onde $s\phi = \text{sen}(\phi)$, e $c\phi = \text{cos}(\phi)$; e a matriz de rotação Q^1 é quadrada, com a propriedade, $(Q^1)^{-1} = (Q^1)^T$. Assim, os vetores velocidade e aceleração de algum ponto do elo superior, expresso em coordenadas do sistema global (x, y) , são dados, respectivamente, por $\mathbf{v} = \dot{Q}^1 \mathbf{p}^1 + Q^1 \mathbf{v}^1$, e $\mathbf{a} = \ddot{Q}^1 \mathbf{p}^1 + 2\dot{Q}^1 \mathbf{v}^1 + Q^1 \mathbf{a}^1$.

O vetor posição \mathbf{p} de um ponto qualquer do elo inferior, expresso em coordenadas do sistema global (x, y) , é dado por:

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi \\ s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_*^1 \\ Z_*^1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c\beta & -s\beta \\ s\beta & c\beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x^2 \\ z^2 \end{Bmatrix} \equiv Q^1 \mathbf{p}_*^1 + Q^2 \mathbf{p}^2, \quad (4.4)$$

onde Q^2 é a matriz de rotação do elo inferior e também com a propriedade $(Q^2)^{-1} = (Q^2)^T$.

O esforço total num ponto genérico do sistema é função da inércia e da força da gravidade que atua neste ponto. Esse esforço é representado por:

$$\mathbf{f} = -M\mathbf{a} - Mg \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (4.5)$$

A análise desta expressão mostra que, quando o braço sobe com movimento acelerado, a aceleração \mathbf{a} é positiva e a aceleração da gravidade, segundo a orientação dos eixos coordenados, é negativa, indicando que, neste caso, a força da gravidade é resistiva ao movimento. O mesmo acontece quando o braço desce com movimento retardado. Por outro lado, quando o braço sobe com movimento retardado ou desce com movimento acelerado, o peso próprio do sistema atua no sentido de favorecer o movimento do braço.

No sistema de referência (x, z) , conforme a Figura 4.2, o esforço total que age num ponto nodal qualquer do elo superior, identificado pelo índice i , é obtido de $\mathbf{f}_i = Q^1 \mathbf{f}_i^I$; ou seja, $\mathbf{f}_i^I = (Q^1)^{-1} \mathbf{f}_i = (Q^1)^T \mathbf{f}_i$. Combinando-se estas equações, obtém-se:

$$\mathbf{f}_i^I = \begin{Bmatrix} f_i^I(x) \\ f_i^I(z) \end{Bmatrix} = -M_i^1 (Q^1)^T \left(\ddot{Q}^1 \mathbf{p}_*^1 + 2\dot{Q}^1 \mathbf{v}_*^I + Q^1 \mathbf{a}_*^I + \begin{Bmatrix} 0 \\ g \end{Bmatrix} \right), \quad (4.6)$$

que fornece os componentes dos esforços que agem no elo superior na direção x e z , respectivamente, obtidos segundo a orientação do sistema de coordenadas local (x^I, z^I) .

Na Equação (4.6), o termo M_i^1 corresponde à massa de cada um dos n elementos do elo superior, de modo que as massas dos elementos 2, 3, ..., $n-1$ são calculadas tomando-se a metade da massa do elemento anterior e somando-a com a metade da massa do elemento considerado. Considerando-se um elo homogêneo e de seção transversal constante, a massa destes elementos serão iguais. Desta forma, as massas M_i^1 , para estes elementos, serão as próprias massas de cada elemento. Para o primeiro ponto nodal, no entanto, a massa M_1^1 será a soma da metade da massa do elemento 1 com a massa do atuador colocada na sua extremidade. A massa do último ponto nodal do elo superior é obtida somando-se a metade da massa deste elemento com a metade da massa do atuador colocado entre os elos.

O esforço total que age num ponto qualquer do elo inferior, índice j , expresso nas coordenadas locais (x^l, z^l) , é obtido por $f_j^{21} = (Q^1)^T f_j$, sendo $f_j = -M_j^2 \left(\mathbf{a} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} \right)$. Esta expressão, no sistema de coordenadas local, é necessária na determinação dos torques que agem nos elos, e é dada por:

$$\mathbf{f}_j^{21} = \begin{Bmatrix} f_j^{21}(x) \\ f_j^{21}(z) \end{Bmatrix} = -M_j^2 (Q^1)^T \left(\ddot{Q}^1 \mathbf{p}_*^1 + 2\dot{Q}^1 \mathbf{v}_*^1 + Q^1 \mathbf{a}_*^1 + \ddot{Q}^2 \mathbf{p}^2 + 2\dot{Q}^2 \mathbf{v}^2 + Q^2 \mathbf{a}^2 + \begin{Bmatrix} 0 \\ g \end{Bmatrix} \right), \quad (4.7)$$

onde os componentes representam os esforços que agem no elo inferior, nas direções x e z , com relação ao sistema de coordenadas local (x^l, z^l) .

Nesta Equação (4.7), o termo M_j^2 corresponde à massa de cada um dos m elementos do elo inferior, de modo que a massa dos elementos 2, 3, ..., $m-1$ é calculada tomando-se a metade da massa do elemento anterior e somando-a com a metade da massa do elemento considerado. Considerando-se um elo homogêneo e de seção transversal constante, a massa destes elementos serão iguais e, desta forma, as massas M_i^2 , para estes elementos, serão as próprias massas de cada elemento. Para o primeiro ponto nodal, no entanto, a massa M_1^2 será a soma da metade da massa do elemento 1 com a massa do atuador colocada na sua extremidade. A massa do último ponto nodal deste elo é calculada somando-se a metade da massa do elo em questão com a massa da carga (*payload*) colocada no elemento terminal (extremidade livre do segundo elo).

O esforço total que age num ponto qualquer do elo inferior, índice j , expresso em coordenadas locais (x^2, z^2) é obtido de, $f_j^{22} = (Q^2)^T f_j$, sendo $f_j = -M_j^2 \left(\mathbf{a} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} \right)$. Esta expressão é necessária para a determinação do torque que age nos elos, no sistema de coordenadas local:

$$\mathbf{f}_j^{22} = \begin{Bmatrix} f_j^{22}(x) \\ f_j^{22}(z) \end{Bmatrix} = -M_j^2 (Q^2)^T \left(\ddot{Q}^1 \mathbf{p}_*^1 + 2\dot{Q}^1 \mathbf{v}_*^1 + Q^1 \mathbf{a}_*^1 + \ddot{Q}^2 \mathbf{p}^2 + 2\dot{Q}^2 \mathbf{v}^2 + Q^2 \mathbf{a}^2 + \begin{Bmatrix} 0 \\ g \end{Bmatrix} \right). \quad (4.8)$$

Com base na Equação (4.8), os componentes dos esforços que agem no elo inferior, nas direções x e z , são expressos no sistema de coordenadas local (x^2, z^2) .

Para efeito dos cálculos dos torques atuando nos elos, obtém-se o esforço total F_2 que age no elo inferior no sistema de coordenadas (x_p, z_p) paralelo ao sistema local (x^1, z^1) e com origem na junta que liga os dois elos. As posições das massas M_{A1} (atuador 1), M_{A2} (atuador 2) e M_p (carga na extremidade livre do elo inferior) são ilustradas conforme apresentado na Figura 4.2. Assim, o esforço resultante no elo inferior terá as componentes F_x e F_z , de tal modo que:

$$F_2 = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^m f_j^{21}, \quad \text{onde} \quad F_x = \sum_{j=1}^m f_j^{21}(x) \quad \text{e} \quad F_z = \sum_{j=1}^m f_j^{21}(z). \quad (4.9)$$

Esta expressão corresponde ao esforço total que age no elo inferior. Para o cálculo do momento atuante no elo superior, estes componentes serão considerados, devido à interação de um elo sobre o outro.

O torque T_2 que age no elo inferior pode ser obtido da relação no sistema de coordenadas local, onde o somatório dos momentos é igual a zero, dado por:

$$\sum T = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 + \sum_{j=1}^m [f_j^{22}(x)Z_j^2 + f_j^{22}(z)U_j^2] = 0. \quad (4.10)$$

Analogamente, obtém-se a expressão do torque T_1 da relação:

$$\sum T = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 - T_2 + \sum_{i=1}^n [f_i^1(x)Z_i^1 + f_i^1(z)U_i^1] + F_x Z_*^1 + F_z U_*^1 = 0. \quad (4.11)$$

As expressões resultantes finais dos esforços e dos torques que agem no braço são consistentes e representam os efeitos da gravidade das deformações sofridas pelos elos, tanto longitudinais (ao longo da coordenada local z) como transversais (na direção da coordenada local x), da carga na extremidade livre do braço e dos atuadores instalados nas juntas. Admite-se também que o braço possa se mover com movimento uniforme, acelerado ou retardado. Portanto, este modelo pode ser aplicado em muitos

tipos de mecanismos, dentre os quais se incluem as aplicações sugeridas na introdução deste trabalho, até mesmo para aquelas que exigem sistemas de extrema sensibilidade como os equipamentos de laboratório.

As expressões das posições, velocidades e acelerações, determinadas no item relacionado com a cinemática do movimento, em conjunto com as expressões das forças e dos momentos, deduzidas no item relativo à dinâmica do movimento, compõem um conjunto de equações matemáticas que descreve o comportamento do sistema. Portanto, desde já se dispõe de um modelo matemático do braço robótico leve, com dois elos flexíveis. No entanto, existem certas características do sistema, por exemplo, a rigidez dos elos, que não aparecem neste equacionamento e que são importantes para a formulação e análise do movimento do braço. Neste sentido, a seguir, introduzem-se estas características com a finalidade de obter o modelo dinâmico do braço na forma matricial.

4.4 MODELO NA FORMA MATRICIAL

Para uma viga em balanço, submetida à ação de esforços e/ou a ação de torques, a expressão que relaciona estes esforços com a deformação da viga, e que considera o amortecimento estrutural igual a zero, é dada por (CLOUGH e PENZIEN, 1982),

$$K^2 V^2 = f^{22} \quad (4.12)$$

Esta representação matemática é dada ao elo inferior do braço robótico, onde K é a matriz de rigidez ($2m \times 2m$) para uma viga sujeita unicamente a esforços, e V^2 e f^{22} são vetores definidos por:

$$V^2 \equiv \{U_1^2, Z_1^2, U_2^2, Z_2^2, U_3^2, Z_3^2, \dots, U_m^2, Z_m^2\}^T, \quad e$$

$$f^{22} \equiv \{f_1^{22}(x), f_1^{22}(z), f_2^{22}(x), f_2^{22}(z), f_3^{22}(x), f_3^{22}(z), \dots, f_m^{22}(x), f_m^{22}(z)\}^T.$$

Para o elo superior, devido à ação do torque T_2 na extremidade livre do elo (na junta 2), a expressão é dada por:

$$\begin{bmatrix} K' & \mathbf{K} \\ \mathbf{K}^T & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{V}^I \\ s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^I \\ T_2 \end{Bmatrix}, \quad (4.13)$$

onde:

$$\mathbf{V}^I \equiv \{U_1^1, Z_1^1, U_2^1, Z_2^1, U_3^1, Z_3^1, \dots, U_n^1, Z_n^1\}^T,$$

$$\mathbf{f}^I \equiv \{f_1^1(x), f_1^1(z), f_2^1(x), f_2^1(z), f_3^1(x), f_3^1(z), \dots, f_n^1(x), f_n^1(z)\}^T,$$

e os fatores K' , \mathbf{K} , \mathbf{K}^T e k são segmentos da matriz de rigidez do elo superior. Se a matriz de rigidez é uma matriz quadrada de ordem r , K' é uma matriz quadrada de ordem $(r-1)$; \mathbf{K} e \mathbf{K}^T são vetores com $(r-1)$ elementos e k é um valor escalar, e o fator s é a inclinação da extremidade livre do elo superior, determinada por dU/dz . Da expressão (4.16), e fazendo-se $K' - \frac{\mathbf{K}T_2}{k} = K^1$, obtém-se: $K^1 \mathbf{V}^I = \mathbf{f}^I - \frac{\mathbf{K}T_2}{k}$.

A seguir, considerando-se que a próxima etapa é a análise da estabilidade do braço e o estabelecimento de uma estratégia de controle, torna-se recomendável que se apliquem algumas hipóteses simplificadoras, a fim de viabilizar a análise pretendida. Neste sentido, sabe-se que a deformação ao longo dos eixos z^1 e z^2 , direção longitudinal dos elos, é muito pequena, podendo ser desprezada sem comprometer o resultado da análise. Portanto, consideram-se nulos os componentes da aceleração e da velocidade na direção z ($\dot{Z}_i^1, \ddot{Z}_i^1, \dot{Z}_j^2, \ddot{Z}_j^2$), e somente se consideram os componentes em x dos esforços que agem nos pontos nodais do elo superior. Assim, da Equação (4.8) obtém-se:

$$f_i^1(x) = M_i^1 \left(-\ddot{U}_i^1 + Z_i^1 \ddot{\phi} + U_i^1 \dot{\phi} \dot{\phi} - g \sin \phi \right), \quad (4.14)$$

e também, o esforço que age num ponto nodal genérico do elo inferior somente, dado pelos componentes em x . Assim, da Equação (4.8) obtém-se:

$$f_j^{22} = M_j^2 \left[-\ddot{U}_j^2 + Z_j^2 \ddot{\beta} + U_j^2 \dot{\beta} \dot{\beta} - C\ddot{U}_*^1 + (CZ_*^1 + S U_*^1) \ddot{\phi} + 2S\dot{U}_*^1 \dot{\phi} + (-SZ_*^1 + C U_*^1) \dot{\phi} \dot{\phi} - g \sin \beta \right], \quad (4.15)$$

onde C e S representam as funções $C = \cos(\phi - \beta)$ e $S = \sin(\phi - \beta)$, respectivamente.

Da Equação (4.9) obtém-se o componente F_x , dado por:

$$F_x = \sum_{j=1}^m M_j^2 \left(-\ddot{U}_*^1 + Z_*^1 \ddot{\phi} + U_*^1 \dot{\phi} \dot{\phi} - g \sin \phi \right) + \sum_{j=1}^m M_j^2 \left[-C \ddot{U}_j^2 + (CZ_j^2 - S U_j^2) \ddot{\beta} - 2S \dot{\beta} \dot{U}_j^2 + (S Z_j^2 + C U_j^2) \dot{\beta} \dot{\beta} \right], \quad (4.16)$$

onde $\sum_{j=1}^m M_j^2$ é a massa total do elo inferior, incluindo as massas do atuador e da carga da extremidade livre, conforme a discretização dos elos e a conseqüente concentração das massas nos ponto nodais.

Da mesma forma, e considerando-se as mesmas simplificações nas Equações (4.10) e (4.11), obtém-se as expressões simplificadas dos torques, T_1 e T_2 , respectivamente.

Dada a complexidade das expressões resultantes e equacionando o modelo dinâmico na forma matricial, define-se a matriz A^{-1} , dada pelas expressões dos esforços e dos momentos simplificados obtidos anteriormente. Assim, obtém-se um sistema de equações que, após sofrer uma reorganização em seus termos, pode ser escrito na forma matricial, de acordo com a seguinte expressão:

$$\boxed{A^{-1} \ddot{\mathbf{w}} = \mathbf{\Omega}} \quad (4.17)$$

sendo

$$\ddot{\mathbf{w}} = \{ \ddot{U}_1^1, \ddot{U}_2^1, \dots, \ddot{U}_{n-1}^1, \ddot{U}_1^2, \ddot{U}_2^2, \dots, \ddot{U}_m^2, \ddot{U}_n^1, \ddot{\beta}, \ddot{\phi} \}^T, \quad \mathbf{\Omega} = \{ p_1, p_2, \dots, p_{n-1}, q_1, q_2, \dots, q_m, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \}^T, \text{ e}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a_1 & Z_1 & b \\ Z_2 & a_2 & c_1 \\ -b^T & c_2 & a_3 \end{bmatrix}.$$

Os elementos da matriz A^{-1} são dados por:

$$a_1 = \text{diag} [M_1^1, M_2^1, M_3^1, \dots, M_{n-1}^1], \quad a_2 = \text{diag} [M_1^2, M_2^2, M_3^2, \dots, M_m^2], \text{ e}$$

$$a_3 = \begin{bmatrix} A_1 & A_4 & -l^1 A_1 \\ A_5 & A_2 & A_6 \\ l^1 A_1 & A_7 & A_3 \end{bmatrix},$$

onde:

$$A_1 = M_n^1 + M_{total},$$

$$A_2 = \sum_{j=1}^m M_j^2 (U_j^2 U_j^2 - Z_j^2 Z_j^2),$$

$$A_3 = \sum_{i=1}^n (U_i^1 U_i^1 - Z_i^1 Z_i^1) + M_{total} (U_n^1 U_n^1 - Z_*^1 Z_*^1),$$

$$A_4 = -C \sum_{j=1}^m M_j^2 Z_j^2 + S \sum_{j=1}^m M_j^2 U_j^2,$$

$$A_5 = C \sum_{j=1}^m M_j^2 Z_j^2 + S \sum_{j=1}^m M_j^2 U_j^2,$$

$$A_6 = -(Z_*^1 C + U_*^1 S) \sum_{j=1}^m M_j^2 Z_j^2 - (Z_*^1 S - U_*^1 C) \sum_{j=1}^m M_j^2 U_j^2,$$

$$A_7 = (-Z_*^1 C + U_*^1 S) \sum_{j=1}^m M_j^2 Z_j^2 + (Z_*^1 S + U_*^1 C) \sum_{j=1}^m M_j^2 U_j^2,$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -M_1^1 Z_1^1 \\ 0 & 0 & -M_2^1 Z_2^1 \\ 0 & 0 & -M_3^1 Z_3^1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -M_{n-1}^1 Z_{n-1}^1 \end{bmatrix}, \quad c_1 = \begin{bmatrix} CM_1^2 & -M_1^2 Z_1^2 & -M_1^2 (U_*^1 S + Z_*^1 C) \\ CM_2^2 & -M_2^2 Z_2^2 & -M_2^2 (U_*^1 S + Z_*^1 C) \\ CM_3^2 & -M_3^2 Z_3^2 & -M_3^2 (U_*^1 S + Z_*^1 C) \\ \dots & \dots & \dots \\ CM_m^2 & -M_m^2 Z_m^2 & -M_m^2 (U_*^1 S + Z_*^1 C) \end{bmatrix}, \quad e$$

$$c_2 = \begin{bmatrix} CM_1^2 & CM_2^2 & CM_3^2 & \dots & CM_m^2 \\ M_1^2 Z_1^2 & M_2^2 Z_2^2 & M_3^2 Z_3^2 & \dots & M_m^2 Z_m^2 \\ M_1^2 (-U_*^1 S + Z_*^1 C) & M_1^2 (-U_*^1 S + Z_*^1 C) & M_1^2 (-U_*^1 S + Z_*^1 C) & \dots & M_1^2 (-U_*^1 S + Z_*^1 C) \end{bmatrix}.$$

O vetor $\mathbf{\Omega}$ possui os seguintes elementos:

$$p_i = -\sum_{j=1}^n K_{ij}^1 U_j^1 - M_i^1 g \sin \phi + M_i^1 U_i^1 \dot{\phi} \dot{\phi} - \left(\frac{K_i}{k} \right) T_2,$$

$$\begin{aligned}
q_i &= -\sum_{j=1}^m K_{ij}^2 U_j^2 - M_i^2 g \operatorname{sen} \beta + 2S\dot{U}_*^1 \dot{\phi} M_i^2 + \dot{\beta} \dot{\beta} U_i^2 M_i^2 + (-SZ_*^1 + CU_*^1) \dot{\phi} \dot{\phi} M_i^2, \\
\gamma_1 &= -\sum_{j=1}^n K_{nj}^1 U_j^1 + (M_n^1 + M_{total}) U_*^1 \dot{\phi} \dot{\phi} - \left(\frac{K_n}{k} \right) T_2 - (M_n^1 + M_{total}) g \operatorname{sen} \phi - \\
&\quad 2S\dot{\beta} \sum_{j=1}^m M_j^2 \dot{U}_j^2 + \dot{\beta} \dot{\beta} \sum_{j=1}^m (SZ_j^2 + CU_j^2) M_j^2, \\
\gamma_2 &= T_2 - g \sum_{j=1}^m M_j^2 (\operatorname{sen} \beta Z_j^2 + \cos \beta U_j^2) + 2\dot{U}_*^1 \dot{\phi} \sum_{j=1}^m M_j^2 (SZ_j^2 - CU_j^2) - \\
&\quad \dot{\phi} \dot{\phi} \sum_{j=1}^m M_j^2 [(SZ_*^1 - CU_*^1) Z_j^2 - (CZ_*^1 + SU_*^1) U_j^2] + 2\dot{\beta} \dot{\beta} \sum_{j=1}^m M_j^2 Z_j^2 U_j^2, \quad e \\
\gamma_3 &= T_1 - T_2 + g \left[M_{total} (-Z_*^1 \operatorname{sen} \phi - U_*^1 \cos \phi) - \sum_{i=1}^n M_i^1 (Z_i^1 \operatorname{sen} \phi - U_i^1 \cos \phi) \right] - \\
&\quad 2\dot{\phi} \left(M_{total} U_*^1 \dot{U}_*^1 + \sum_{i=1}^n M_i^1 U_i^1 \dot{U}_i^1 \right) - 2\dot{\beta} (SZ_*^1 + CU_*^1) \sum_{j=1}^m M_j^2 \dot{U}_j^2 + \\
&\quad \left\{ \sum_{j=1}^m M_j^2 [(CZ_*^1 - SU_*^1) U_j^2 + (SZ_*^1 + CU_*^1) Z_j^2] \right\} \dot{\beta} \dot{\beta} + 2 \left(M_{total} Z_*^1 U_*^1 + \sum_{i=1}^n M_i^1 Z_i^1 U_i^1 \right) \dot{\phi} \dot{\phi}.
\end{aligned}$$

Pode parecer que as expressões resultantes sejam muito complexas para qualquer tipo de cálculo. No entanto, trabalhando-se com a forma matricial da expressão (4.17), empregando cálculo numérico e recursos computacionais, torna-se possível utilizar estas equações.

Para isto, foram desenvolvidos programas no *software MatLab* (CASTILHO, 2003), para a determinação dos elementos do vetor $\ddot{\omega}$. Para o cálculo destas acelerações, toma-se a matriz A^{-1} com seus valores numéricos e determina-se a sua inversa A . Em seguida, aplicam-se os resultados na expressão (4.17) invertida, que têm a forma $\ddot{\omega} = A \cdot \Omega$. Mostra-se, com estes programas computacionais que o modelo matemático do braço robótico desenvolvido, embora constituído de expressões algébricas muito extensas, graças ao seu desenvolvimento na forma matricial reduzida, pode, perfeitamente, ser usado na determinação de parâmetros desconhecidos do sistema.

4.5 LINEARIZAÇÃO E ESTABILIDADE

Apresenta-se nesta seção o estudo da estabilidade de um braço robótico flexível 2D no plano vertical (x,z) e, portanto, sujeito à ação da gravidade. O objetivo global deste estudo trata do comportamento dinâmico de um braço que poderia ser usado em um pequeno equipamento de laboratório, ou numa prótese humana ou, ainda, num engenho mecânico extremamente móvel e, para isto, com a necessidade de que o braço seja de um material leve e com área de seção transversal bastante reduzida. Com estas características, é inevitável o aparecimento de pequenas deflexões ou, pelo menos, vibrações que interfiram no funcionamento do sistema (CASTILHO, 2003).

Procura-se, primeiro, definir exatamente o que é estabilidade para o sistema estudado. Assim, é necessário estudar a estabilidade segundo duas ópticas. A primeira refere-se à *estabilidade estática* do sistema. Quando é aplicado um determinado torque em um dos elos, ele se movimenta até um ponto em que se estabelece o equilíbrio das forças que agem no sistema.

Considerando-se o sistema com elos flexíveis, as deflexões de pequena amplitude são somadas ou subtraídas modificando a posição do elemento terminal a cada instante. Percebe-se que a amplitude e a frequência da oscilação comprometem com maior ou menor intensidade o funcionamento do sistema. No entanto, como os elos retornam a sua posição de equilíbrio, a condição de estabilidade é mantida. Assim, no tocante à estabilidade estática do sistema, com exceção de deslocamentos angulares da junta muito próximos de 180° (conforme apresentado na Figura 4.2), ele poderá ser considerado estável; no entanto, o sistema terá, neste caso, uma estabilidade relativa.

O segundo estudo refere-se à *estabilidade dinâmica*, e esta requer atenção mais detalhada, não só por ser mais complexa, mas por ser a mais importante durante o funcionamento do sistema. Para esta análise emprega-se o primeiro método de Lyapunov, fazendo-se uma linearização do sistema em torno do ponto de equilíbrio e avaliando-se os autovalores da matriz de Jacobi.

Braços robóticos leves, similares aos estudados neste trabalho, são sistemas com comportamentos totalmente não-lineares. Geralmente, eles apresentam uma oscilação

em torno de um ponto de equilíbrio que corresponde à posição do corpo rígido, provocada pela deformação do elo flexível do braço, conforme apresentado por Shabana (1991). Esta oscilação poderá ser de pequenas amplitudes, dependendo das características do braço robótico. Assim, nestes casos, o sistema pode ser linearizado em torno do ponto de equilíbrio.

Uma maneira de linearizar um sistema não-linear em torno de um ponto de equilíbrio é utilizar a expansão da série de Taylor, que despreza os termos de ordem superior da série. O sistema é dado por $y = f(x)$, onde o sinal de entrada é $x(t)$, o sinal de saída $y(t)$, e as coordenadas do ponto de equilíbrio são \bar{x} e \bar{y} . Então, a expansão em série de Taylor, em torno deste ponto é dada por,

$$y = f(x) = f(\bar{x}) + \frac{df}{dx}(x - \bar{x}) + \frac{1}{2!} \frac{d^2f}{dx^2}(x - \bar{x})^2 + \dots$$

Como se considera a hipótese que o sistema varia muito pouco em torno do ponto de equilíbrio, a diferença $(x - \bar{x})$ é muito pequena e, desta forma, os termos de ordem superior (termos quadráticos e superiores) podem ser desprezados.

D'Azzo e Houpis (1984) mostram como se aplica este procedimento no caso do sistema não-linear ser modelado no espaço de estado, por exemplo na equação $\dot{x} = f(x)$, que possui pontos de equilíbrio x_0 , tais que $f(x_0) = 0$. As variáveis de estado, neste caso, podem ser escritas da forma $x = x_0 + x^*$, onde x^* representa o afastamento do estado de equilíbrio x_0 . Se tal sistema apresenta um afastamento do estado de equilíbrio x_0 muito pequeno, cada um dos elementos de $f(x)$ pode ser expandido em série de Taylor em torno de cada ponto de equilíbrio.

Como se considera que o afastamento em relação aos pontos de equilíbrio x_0 é muito pequeno, os termos de ordem superior da série de Taylor podem ser desprezados, o que resulta na equação de estado linear variacional $\dot{x}^* = J_x x^*$, onde J_x é chamada de Matriz Jacobiana.

A linearização do modelo dinâmico do braço flexível 2D apresenta-se detalhadamente em Castilho (2003). Primeiro desmembra-se o modelo dinâmico dado pela Equação (4.17), e substitui-se a matriz A^{-1} por $M(\omega)$, de forma a ter:

$$M(\omega)\ddot{\omega} + \mathbf{h}(\dot{\omega}, \omega) = \boldsymbol{\tau}, \quad (4.18)$$

onde:

$$\mathbf{h}(\dot{\omega}, \omega) = \{ {}_h P_1, {}_h P_2, \dots, {}_h P_{n-1}, {}_h Q_1, {}_h Q_2, \dots, {}_h Q_m, {}_h \mathcal{Y}_1, {}_h \mathcal{Y}_2, {}_h \mathcal{Y}_3 \}^T,$$

$$\boldsymbol{\tau} = \{ {}_\tau P_1, {}_\tau P_2, \dots, {}_\tau P_{n-1}, {}_\tau Q_1, {}_\tau Q_2, \dots, {}_\tau Q_m, {}_\tau \mathcal{Y}_1, {}_\tau \mathcal{Y}_2, {}_\tau \mathcal{Y}_3 \}^T,$$

sendo ${}_\tau P_1 = -\left(\frac{K_i}{k}\right)T_2$, ${}_\tau Q_1 = 0$, ${}_\tau \mathcal{Y}_1 = -\left(\frac{K_n}{k}\right)T_2$, ${}_\tau \mathcal{Y}_2 = T_2$, ${}_\tau \mathcal{Y}_3 = T_1 - T_2$.

Assim, lineariza-se a Equação (4.18) em torno do valor nominal $\tilde{\omega}$ e assume-se que: $\omega = \tilde{\omega} + \delta\omega$, $\dot{\omega} = \tilde{\dot{\omega}} + \delta\dot{\omega}$, $\ddot{\omega} = \tilde{\ddot{\omega}} + \delta\ddot{\omega}$, $\boldsymbol{\tau} = \tilde{\boldsymbol{\tau}} + \delta\boldsymbol{\tau}$, obtendo:

$$M(\omega)\ddot{\omega} + \mathbf{h}(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}) + \mathbf{h}(\delta\dot{\omega}, \delta\omega) = \tilde{\boldsymbol{\tau}} + \delta\boldsymbol{\tau}. \quad (4.19)$$

Expandindo (4.19) em série de Taylor, em torno de $\tilde{\omega}$, desprezando-se os termos de ordem superior, e sendo $(\omega - \tilde{\omega}) = \delta\omega$, $(\dot{\omega} - \tilde{\dot{\omega}}) = \delta\dot{\omega}$ e $(\ddot{\omega} - \tilde{\ddot{\omega}}) = \delta\ddot{\omega}$, tem-se:

$$M(\tilde{\omega})\ddot{\omega} + \frac{\partial M}{\partial \omega}(\delta\omega)\ddot{\omega} + M(\tilde{\omega})\delta\ddot{\omega} + \mathbf{h}(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}) + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \dot{\omega}}\delta\dot{\omega} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \omega}\delta\omega = \tilde{\boldsymbol{\tau}} + \delta\boldsymbol{\tau}, \quad (4.20)$$

que pode ser escrita como uma soma de duas parcelas, sendo: $M(\tilde{\omega})\ddot{\omega} + \mathbf{h}(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}) = \tilde{\boldsymbol{\tau}}$

e $M(\tilde{\omega})\delta\ddot{\omega} + \frac{\partial M}{\partial \omega}(\delta\omega)\ddot{\omega} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \dot{\omega}}\delta\dot{\omega} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \omega}\delta\omega = \delta\boldsymbol{\tau}$.

Esta segunda parcela pode ser representada na forma matricial, dada por:

$$\begin{Bmatrix} \delta\dot{\omega} \\ \delta\ddot{\omega} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_1 & -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta\omega \\ \delta\dot{\omega} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}\delta\boldsymbol{\tau} \end{Bmatrix}, \quad (4.21)$$

sendo $\tilde{M}^{-1} = M^{-1}(\tilde{\omega})$, $\tilde{h}_1 = h_1(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}, \tilde{\omega})$ e $\tilde{h}_2 = (h_2, h_3)$, que se pode representar de uma

forma mais compacta por $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}$, onde $\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \delta\omega \\ \delta\dot{\omega} \end{Bmatrix}$, $\dot{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} \delta\dot{\omega} \\ \delta\ddot{\omega} \end{Bmatrix}$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_1 & -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_2 \end{bmatrix}, \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}\delta\boldsymbol{\tau} \end{Bmatrix}.$$

4.5.1 Obtenção da matriz de Jacobi

Considera-se o vetor de coordenadas generalizadas $y = \{\delta y, \delta \dot{y}\}^T$, de modo que $\dot{y} = \{\delta \dot{y}, \delta \ddot{y}\}^T$ e escreve-se a Equação (4.21) em função deste vetor, obtendo:

$$\dot{y} = f(t, y) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_1 & -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_2 \end{bmatrix} y + \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}\delta\tau \end{Bmatrix}, \quad (4.22)$$

Desenvolvendo-se a Equação (4.22) em série de Taylor, em torno de um valor nominal \tilde{y} , e considerando-se apenas os termos de primeira ordem, obtém-se,

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_1 & -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_2 \end{bmatrix} (y - \tilde{y}) + f(t, \tilde{y}). \quad (4.23)$$

Por outro lado, na vizinhança da solução $\tilde{y}(t)$ pode-se linearizar o sistema por meio da matriz de Jacobi, usando-se a expressão dada por Hongzhao *et al.* (1994), $\dot{y} = J(t, \tilde{y})(y - \tilde{y}) + f(t, \tilde{y})$, onde $J(t, \tilde{y})$ é a matriz de Jacobi de $f(t, y)$. Assim, comparando-se esta expressão com a Equação (4.23), verifica-se que a matriz de Jacobi para o sistema estudado é dada por:

$$J(t, \tilde{y}) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_1 & -\tilde{M}^{-1}\tilde{h}_2 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Com a matriz de Jacobi torna-se possível determinar seus autovalores aplicando-se a seguinte relação: $|J(t, \tilde{y}) - \lambda I| = 0$. Assim, com o Teorema de Laplace e o auxílio da Regra de Chió (D'AZZO e HOUPIS, 1984), este determinante pode ser resolvido, obtendo:

$$(\lambda^2 - c_4\lambda - b_4) \cdot \lambda^6 = 0. \quad (4.25)$$

Parte da solução desta Equação (4.25) é obtida fazendo-se $\lambda^6 = 0$. Isto significa que o sistema possui seis raízes iguais a zero, que estão associadas ao movimento do corpo rígido do braço deformável. Além dos autovalores nulos, existem ainda dois autovalores que são obtidos pela solução da equação do segundo grau que aparece entre parênteses na Equação (4.25), dada por:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(c_4 \pm \sqrt{(-c_4)^2 + 4b_4} \right). \quad (4.26)$$

De acordo com os critérios de estabilidade, se a parte real das soluções da Equação (4.26) é positiva, a resposta do sistema diverge e o sistema é considerado instável. Por outro lado, quando a parte real da solução é negativa, o sistema é estável. No caso da solução dessa equação apresentar apenas a parte imaginária, o sistema é oscilante.

O sistema pode ser estável ou instável; no entanto, admite-se uma posição intermediária na qual o sistema é considerado criticamente estável. É importante diferenciar os conceitos de estabilidade e de equilíbrio. Considera-se que o sistema está em equilíbrio se na ausência de uma excitação ou perturbação ele permanece no mesmo estado. O sistema é estável se, ao ter sido submetido a uma excitação, ele retornar à situação inicial depois que cessar a ação desta excitação.

4.5.2 Estabilidade segundo Lyapunov

A análise da estabilidade de sistemas não-lineares pelo emprego de Lyapunov pode ser feita por dois critérios distintos, conforme descreve D’Azzo e Houpis (1984). Para a aplicação do primeiro critério de Lyapunov, o sistema deve ser linearizado em torno de um ponto de equilíbrio e, desta forma, só é válido em uma pequena região em torno desta singularidade. É comum, em se tratando de sistemas não-lineares e/ou variantes no tempo, fazer a sua modelagem no espaço dos estados e, no caso da aplicação do primeiro método de Lyapunov, nestes sistemas a análise é feita com base nos autovalores da equação linearizada em torno do ponto de equilíbrio.

Já no segundo critério, não há necessidade de se resolver a equação diferencial. Deve-se escolher uma função escalar $V(x)$, denominada *Função de Lyapunov*. Com a função de Lyapunov adequada ao sistema em estudo é possível determinar se o sistema é estável ou não. Este critério pode ser empregado para sistemas forçados ou livres, lineares ou não, invariantes ou variantes no tempo e determinísticos ou estocásticos. Portanto, analisando os dois critérios de Lyapunov, pode-se dizer que o segundo está associado com uma estabilidade ampla enquanto que o primeiro, a uma estabilidade restrita a uma pequena região do espaço de estados.

A análise deve ser feita em um sistema definido por uma função que tem a forma $\dot{x} = f(x, t)$, onde \dot{x} é um vetor de estado n -dimensional, e $f(x, t)$ um vetor de dimensão n , cujos componentes são funções de x_1, x_2, \dots, x_n e t . Para este sistema, o estado de equilíbrio corresponde à situação $f(x_e, t) = 0$.

Em se tratando de sistemas não-lineares, é possível que o sistema apresente mais de um ponto de equilíbrio. Na aplicação do critério de estabilidade de Lyapunov deve-se trabalhar em uma região esférica, no espaço dos estados, de raio K_L em torno de um estado de equilíbrio x_e . Esta região é definida pela seguinte expressão,

$$\|x - x_e\| \leq K_L, \quad (4.27)$$

onde $\|x - x_e\|$ é chamado de *Norma Euclidiana* e obtida conforme a seguir:

$$\|x - x_e\| = [(x_1 - x_{1e})^2 + (x_2 - x_{2e})^2 + \dots + (x_n - x_{ne})^2]^{1/2}.$$

Na verdade, é preciso definir duas regiões como apresentado pela equação (4.27). A primeira é uma região mais limitada, representada por δ e definida por $\|x_0 - x_e\| \leq \delta$. A outra região é um pouco mais ampla e contém os pontos do espaço definidos por $\|\phi(t; x_0, t_0) - x_e\| \leq \varepsilon$, onde $\phi(t; x_0, t_0)$ é a solução do sistema $\dot{x} = f(x, t)$. Segundo Lyapunov, o sistema é estável se qualquer trajetória iniciada em δ permanecer dentro da região ε , à medida que t tende para o infinito.

Dentro do critério de Lyapunov, define-se, também, um tipo especial de estabilidade denominado de *estabilidade assintótica*. Este conceito é mais restritivo, pois considera-se que o sistema é assintoticamente estável se a trajetória iniciada em

δ , além de não deixar a região ε , sempre se dirige para x_e , quando o tempo t tende para o infinito. Finalmente, dentro da visão de Lyapunov, um sistema é instável se a sua trajetória, que começa na região δ dirigir-se para fora da região ε .

Analisando as condições do movimento do braço robótico flexível com dois elos pode-se avaliar sobre o comportamento do sistema como um todo. Portanto, por meio do estudo analítico do sistema pode-se determinar o grau de estabilidade ou instabilidade do sistema e, desta forma, atuar com um dispositivo de controle adequado de modo que o mecanismo estudado se comporte da maneira desejada.

Observa-se das expressões obtidas que quando o braço sobe com movimento acelerado, a aceleração a do braço será positiva e a aceleração da gravidade, segundo a orientação do sistema de coordenadas, será negativa, indicando neste instante que a força da gravidade g se opõe ao movimento nessa direção. O mesmo acontece quando o braço desce com movimento retardado. Por outro lado, quando o braço sobe com movimento retardado ou desce com movimento acelerado, o peso próprio do sistema atuará no sentido de favorecer o movimento do braço (Figura 4.2).

As forças e os torques que agem no braço, conforme as equações finais do modelo dinâmico do braço flexível 2D representam uma situação genérica e global. Nelas aparecem os efeitos da gravidade, das deformações sofridas pelos elos, tanto as longitudinais (ao longo da coordenada local z) como as transversais (na direção da coordenada local x), da carga colocada no elemento terminal e dos atuadores instalados nas juntas do braço flexível 2D. Além disso, admite-se que o braço possa se mover com movimento uniforme, acelerado ou retardado. Portanto, este modelo pode ser aplicado até mesmo em sistemas de bastante sensibilidade.

Da análise da estabilidade, verifica-se que ela depende do sistema, ou seja, das massas dos elos, dos atuadores e da carga colocada no elemento terminal, do tipo de material dos elos, caracterizado pela sua rigidez, das características geométricas dos elos e, também, das características do movimento (posição, velocidade, aceleração, torque aplicado e intensidade da deformação sofrida pelos elos). Deste modo, com as características do sistema é possível prever o seu comportamento por meio de

simulações e, até mesmo, comprovar e verificar os resultados, comparando-os com protótipos experimentais.

Neste capítulo, apresenta-se o equacionamento dinâmico de um braço robótico flexível 2D, formado por dois elos flexíveis, unidos por juntas revolutas e sujeito à ação da gravidade, obtido pela formulação de Newton-Euler, junto com a teoria elementar de vigas e o método de elementos finitos (MEF). E finaliza avaliando-se aspectos da estabilidade do braço robótico com o objetivo de implementar uma estratégia de controle de precisão da posição do elemento terminal, evitando níveis de vibração elevado e melhorando seu desempenho.

A obtenção da dinâmica do braço robótico flexível 2D e o estudo do seu comportamento é bastante complexo, devido à grande quantidade de termos existentes no sistema de equações resultantes do modelo. Para isto, foi conveniente reformular o modelo completo por um modelo reduzido por meio da representação matricial e considerando-se simplificações que não interferirão no resultado final para efeitos de análise e determinação de uma estratégia de controle. O MEF também demonstra ser particularmente útil para o equacionamento do sistema e para a aplicação de técnicas numéricas por meios computacionais.

CAPÍTULO 5 CONTROLE NEURAL DE UM BRAÇO ROBÓTICO FLEXÍVEL 2D

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se a proposta da estratégia de controle neural e os resultados de simulação. O controle é implementado com o objetivo de obter precisão no elemento terminal do braço robótico flexível 2D no plano vertical. Portanto, além de eliminar as deflexões, compensar os efeitos da ação da gravidade e as perturbações existentes na dinâmica do braço, procura-se obter precisão do elemento terminal numa determinada trajetória a ser executada,.

O equacionamento da dinâmica do braço flexível 2D é bem mais complexo que o obtido para o braço flexível 1D, conforme se detalha nos capítulos anteriores. E isto, se verifica nas ilustrações apresentadas neste capítulo. As simulações são implementadas no *Simulink* e com as ferramentas computacionais do *software* MatLab (THE MATHWORKS, 2002).

Segue-se a estratégia de programação conforme o diagrama de blocos dado na Figura 5.1. E também se apresenta o diagrama de blocos implementado no *Simulink*, conforme é detalhado na Figura 5.2. Os dados simulados para o braço robótico flexível 2D são dados segundo a Tabela 5.1. Considera-se nestas simulações, o número de elementos de viga para cada elo do braço $n=4$.

As duas primeiras simulações, uma no plano horizontal e a outra no plano vertical, consistem em controlar os atuadores das juntas $O1$ e $O2$, correspondentes aos ângulos do braço robótico flexível 2D: ϕ e β , respectivamente (Figura 4.2). E somente

utilizando-se o controle *PD* para os modos rígidos dado pelos atuadores, conforme mostrado na Figura 5.2. Os perfis de referência utilizados nestas simulações são: Para $\phi = \pi/4[\text{rad}] = 45^\circ$ e $\beta = \pi/8[\text{rad}] = 22,5^\circ$, ambos em $0,7[\text{s}]$.

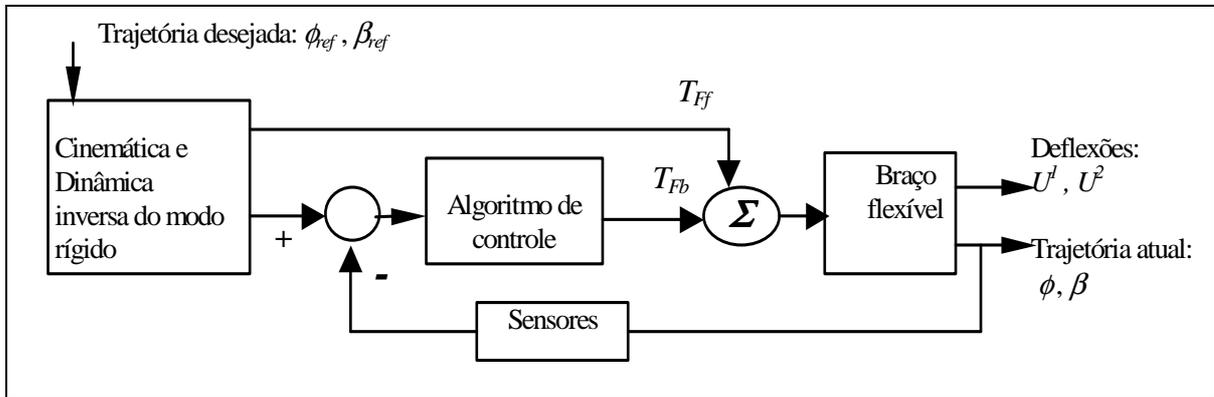


Figura 5.1 – Estratégia de controle dos modos rígidos.

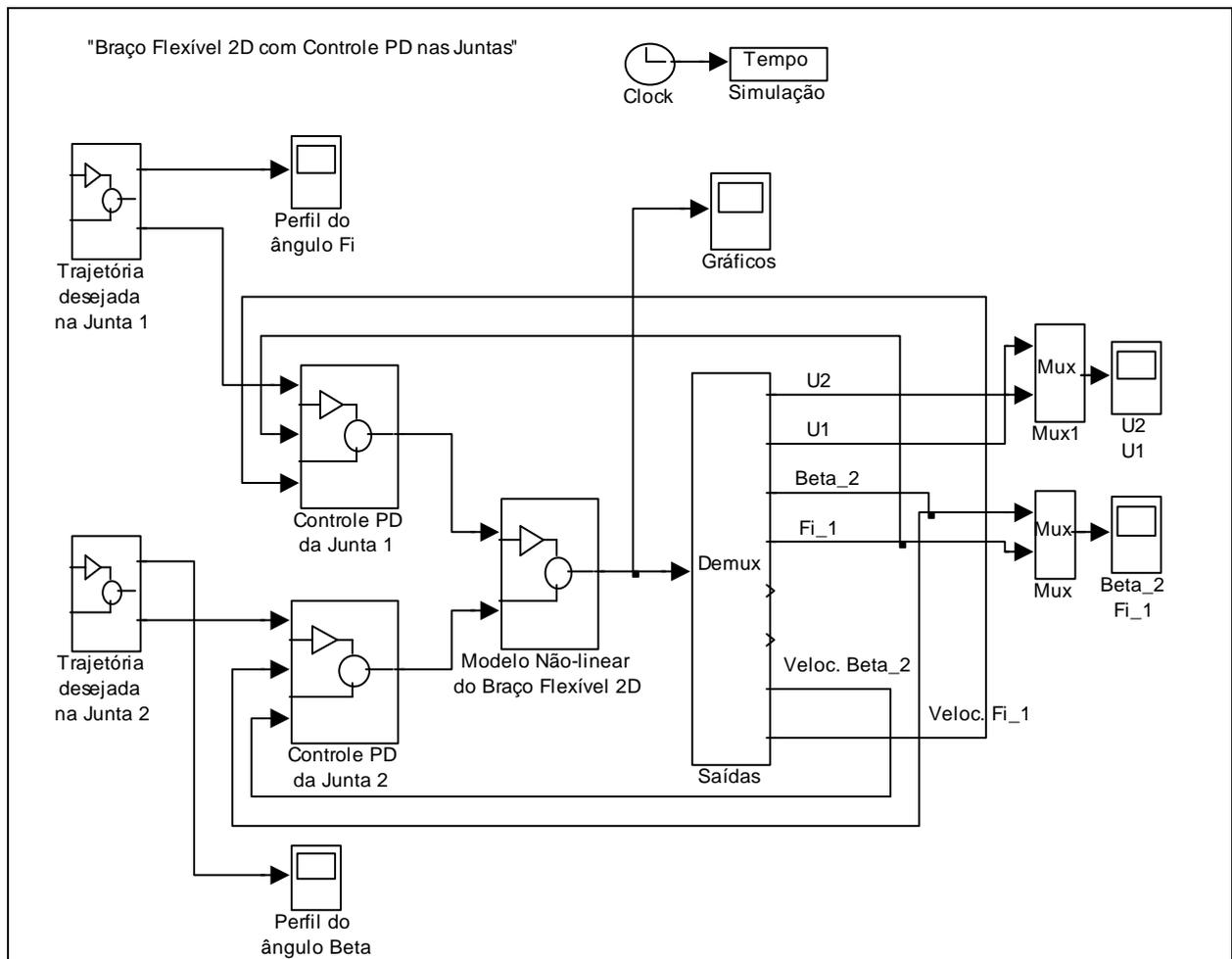


Figura 5.2 – Diagrama de blocos para simulação do braço robótico 2D.

Tabela 5.1 – Parâmetros do braço robótico 2D.

Comprimentos dos elos l^1 e l^2	0,3 m
Área da seção transversal dos elos	$0,127 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Momento de inércia da seção transversal em torno do eixo z	$0,3 \times 10^{-12} \text{ m}^2$
Módulo de elasticidade de Young	$1,3 \times 10^{12} \text{ N/m}^2$
Massa por unidade de comprimento	0,1 kg/m
Massas das juntas 1 e 2	$8 \times 10^{-2} \text{ kg}$
Massa no elemento terminal	$2 \times 10^{-3} \text{ kg}$
Número de elementos de viga para cada elo	4

A primeira simulação do braço robótico flexível 2D executa-se no plano horizontal (x,y), e com o objetivo de avaliar a resposta da dinâmica do braço sem os efeitos da ação da gravidade. Apresentam-se as respostas desta simulação na Figura 5.3. As respostas das juntas 01 e 02, são mostradas conforme as Figuras 5.3.b e 5.3.f, respectivamente. E a deflexão da extremidade livre do elo 1 (posição da junta 02) é mostrada conforme a Figura 5.3.d, e a deflexão da extremidade livre do elo 2 (posição do elemento terminal) é mostrada conforme a Figura 5.3.h, respectivamente.

Observa-se que as deflexões que ocorrem em ambas extremidades livres (Figuras 5.3.d e 5.3.h) são simétricas em relação aos eixos de coordenadas locais, z^1 e z^2 , os quais coincidem com o eixo longitudinal dos elos do braço quando em configuração não deformada (Figura 4.2). Este comportamento é coerente e deve-se ao fato do braço 2D rotacionar no plano horizontal e a não consideração da ação da gravidade na dinâmica e, portanto, os efeitos inerciais serem simétricos nesse plano.

A deflexão resultante na extremidade livre do elo 1 (posição da junta 02), varia entre os valores $-0,05[\text{rad}]$ a $+0,05[\text{rad}]$, conforme a Figura 5.3.d., o que corresponde a deflexões de aproximadamente $27,0 [\text{mm}]$.

Observa-se também, que a deflexão resultante no elemento terminal do braço flexível 2D (extremidade livre do elo 2) varia entre valores aproximados de $-0,03[\text{rad}]$ a $+0,03[\text{rad}]$, conforme se mostra na Figura 5.3.h. O que significa que resultam deflexões no elemento terminal de aproximadamente $16,2 [\text{mm}]$.

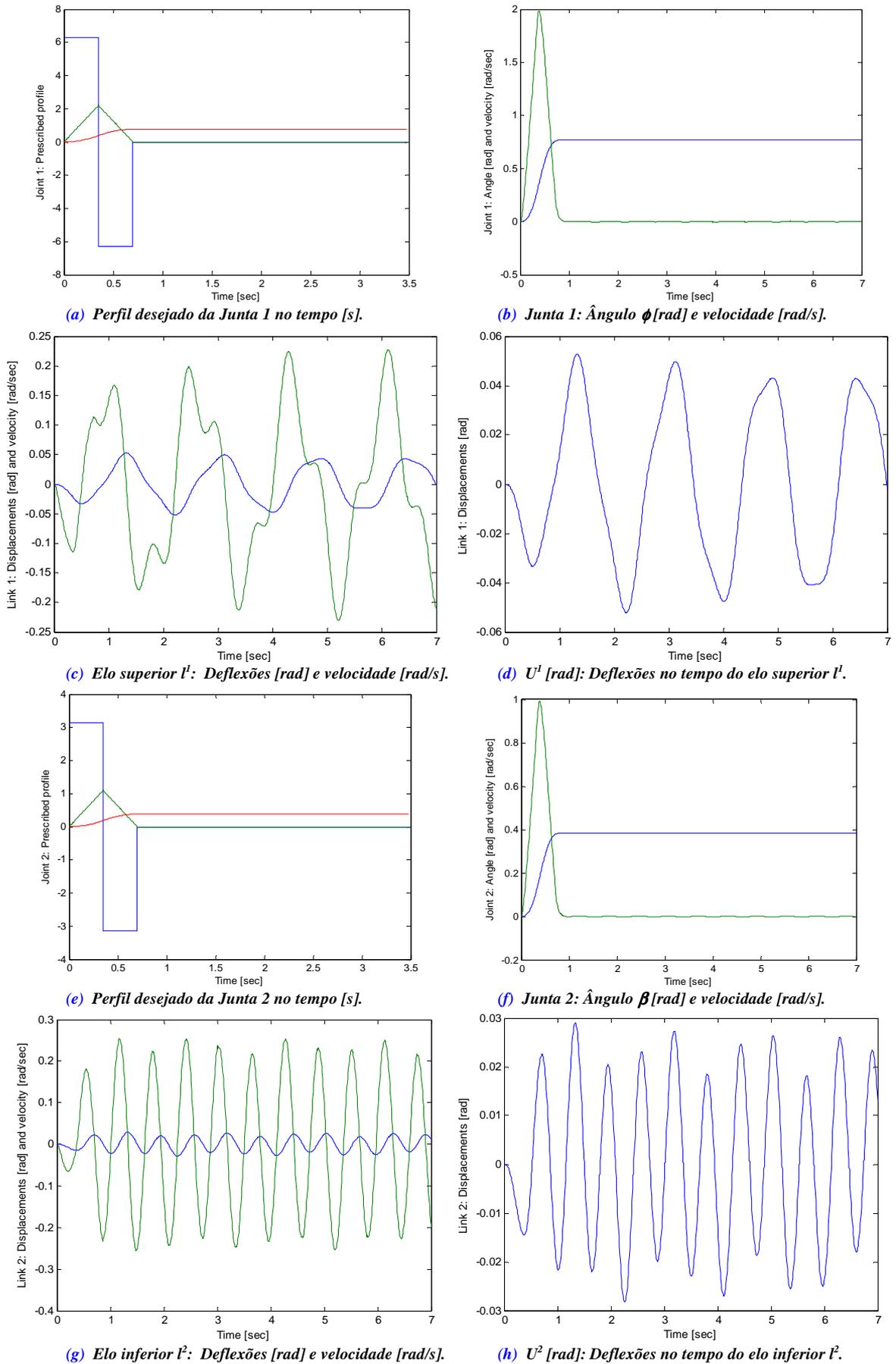


Figura 5.3 – Respostas dos modos rígidos e flexíveis sem efeitos da gravidade.

A segunda simulação do braço robótico flexível 2D executa-se no plano vertical e portanto, consideram-se os efeitos da ação da gravidade, os termos não-lineares totalmente acoplados e os efeitos inerciais resultantes das trajetórias de ambas juntas. Observa-se que, de acordo aos perfis de referência utilizados em ambas juntas, o braço flexível 2d rotaciona somente dentro do quadrante I , conforme se ilustra na Figura 4.2.

Os resultados desta segunda simulação são mostrados na Figura 5.4. Apresentam-se as respostas dos modos rígidos e flexíveis com os efeitos da gravidade. E mais uma vez, se utiliza somente o controle PD para os atuadores. As respostas das juntas 01 e 02 , são mostradas conforme as Figuras 5.4.b e 5.4.f, respectivamente. E a deflexão das extremidades livre dos dois elos do braço flexível 2D é mostrada conforme as Figuras 5.4.d e 5.4.h, respectivamente.

Observa-se que as deflexões que ocorrem em ambas extremidades (Figuras 5.4.d e 5.4.h) não são simétricas em relação aos eixos de coordenadas locais, z^1 e z^2 . Eixos que coincidem com o eixo longitudinal dos elos do braço quando em configuração não deformada. Verifica-se que o comportamento é coerente e deve-se ao fato do braço flexível 2D rotacionar no plano vertical, de baixo para cima e, portanto, a consideração da ação da gravidade na dinâmica do braço. Motivo pela qual as variáveis das deflexões (U^1 e U^2) assumam geralmente valores negativos em relação ao eixo de coordenadas x (Figura 4.2).

A deflexão resultante na extremidade livre do elo 1 (posição da junta 02), varia entre os valores aproximados de $-1,15[rad]$ a $-0,1[rad]$, conforme a Figura 5.4.d.

Observa-se também, que a deflexão resultante no elemento terminal do braço flexível 2D alcança valores aproximados de $-0,095[rad]$ a $+0,035[rad]$ no eixo de coordenadas x^2 , conforme se apresenta na Figura 5.4.h. O que significa que resultam deflexões de aproximadamente $33,7 [mm]$.

Portanto, para ambas simulações com similares trajetórias para ambas juntas, observa-se, que as amplitudes das deflexões resultantes no elemento terminal do braço robótico flexível 2D no plano vertical são maiores que as resultantes no plano horizontal. Isto, deve-se à ação da gravidade nos componentes do braço, o atrito nas juntas e às perturbações resultantes da dinâmica que a caracteriza.

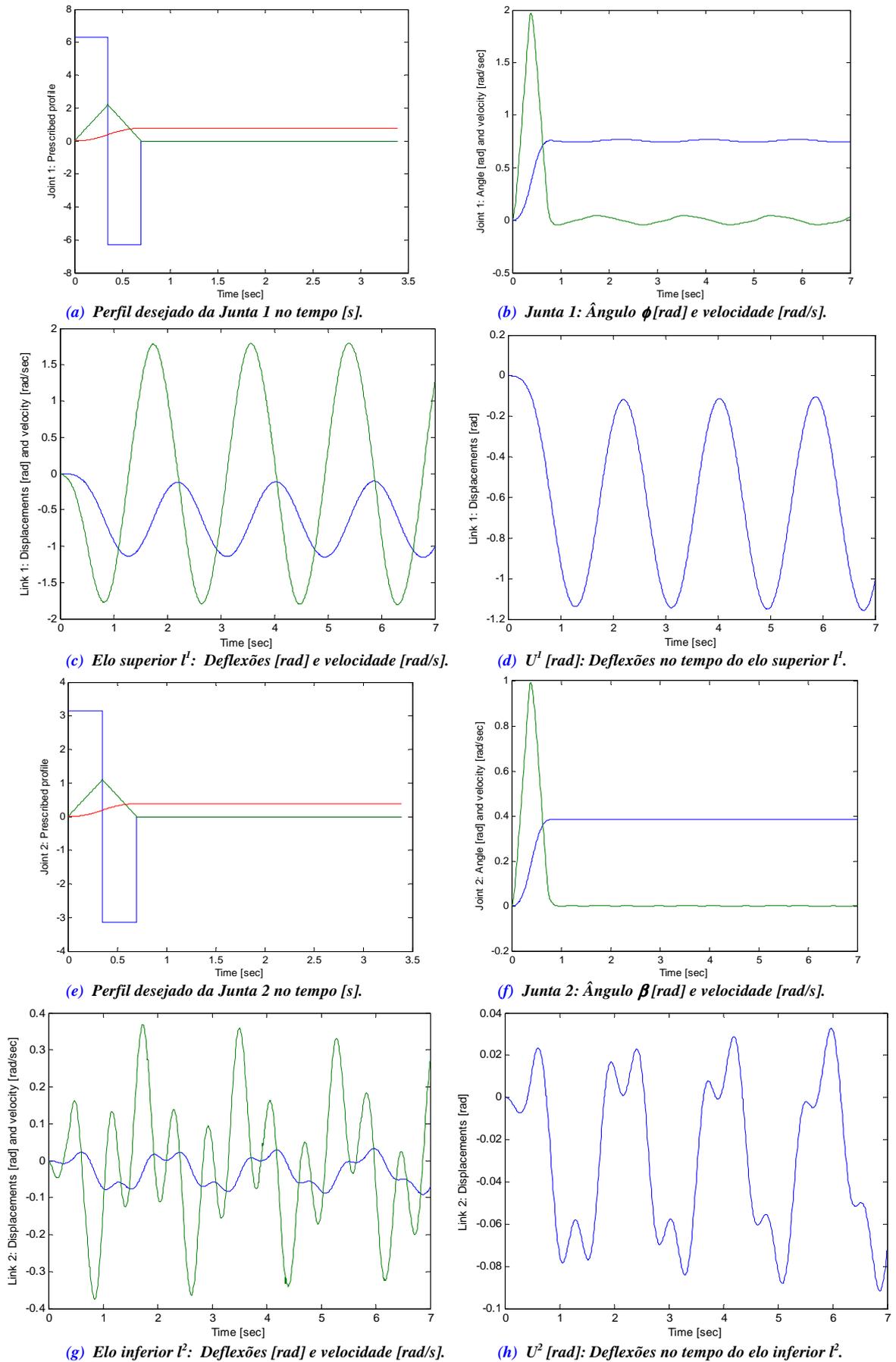


Figura 5.4 – Respostas dos modos rígidos e flexíveis com efeitos da gravidade.

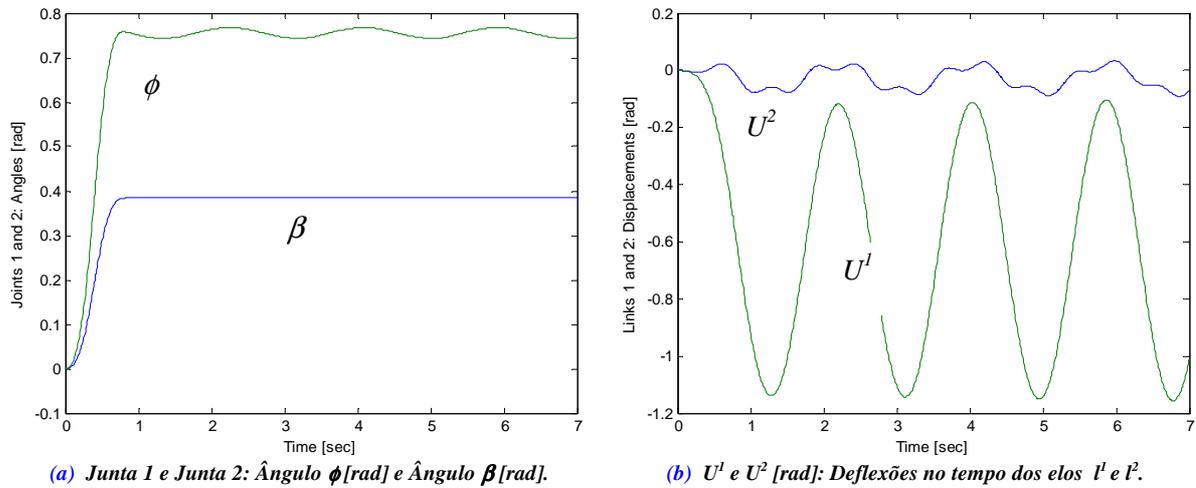


Figura 5.5 – Relação entre os modos rígidos e flexíveis com efeitos da gravidade.

Também nesta segunda simulação, se observa uma certa oscilação na resposta do modo rígido da junta 01 dado pelo ângulo ϕ , conforme se mostra na Figura 5.5.a. Também se observa, uma certa complexidade nas deflexões resultantes do elemento terminal U^2 , o que se deve às perturbações da dinâmica do braço como um todo, os termos não-lineares do equacionamento e devido à ação da gravidade no braço flexível 2D, conforme se mostra nas Figuras 5.4.h e 5.5.b, respectivamente.

5.1.1 RNA em sistemas de controle

Apresenta-se neste item, uma introdução relacionada com a teoria de redes neurais artificiais (RNA) aplicadas ao controle de sistemas dinâmicos.

A análise e o projeto de controladores neurais não são triviais. Redes neurais não são modeladas diretamente pelas equações diferenciais, dificultando a utilização de métodos clássicos de análise e projeto (PSALTIS *et al.*, 1987; e MILLER *et al.*, 1992).

O projeto de um controlador depende intimamente da descrição dinâmica da planta, da particular estrutura desta dinâmica e dos particulares valores de seus parâmetros. Não é possível projetar um controlador sem que se tenha alguma

informação sobre esta dinâmica. Para o aprendizado destes sistemas, entram os métodos que utilizam as redes neurais artificiais, resultando aí uma contribuição muito significativa para a área (LI *et al.*, 2005).

Os problemas de identificação de sistemas dinâmicos lineares de ordem conhecida em condições perfeitas de observação são relativamente elementares, reduzindo-se em geral a problemas algébricos de determinação de parâmetros. Quando as observações são imprecisas, envolvendo ruídos e excitações aleatórias, passa a ser um problema de estimação de parâmetros, em geral adequadamente resolvido por métodos estatísticos.

Para dinâmicas não-lineares, o problema de identificação dispõe de poucas ferramentas. Uma abordagem clássica tem sido identificar uma dinâmica linear aproximada e de ordem pré-especificada para uma faixa de operação suficientemente estreita do sistema não-linear. Tal método de aproximação necessariamente envolve algum critério de erro mínimo: melhor resposta para uma entrada específica, melhor comportamento assintótico, etc. Esta abordagem pode ser generalizada para a identificação de dinâmicas bilineares ou que envolvam não linearidades quadráticas, polinomiais, etc.

O modelo de identificação proposto por Narendra e Parthasarathy (1989) envolve a determinação dos parâmetros da dinâmica linear e das redes neurais, tal que o erro quadrático de reconstrução do sistema não linear seja mínimo. Este problema pode ser tratado como um problema de treinamento supervisionado de redes multicamada em que a tabela de treinamento é substituída por uma sequência de entradas e respectivas saídas desejadas, aquelas produzidas pela planta a ser identificada. Para tanto, propôs-se utilizar um método de gradiente que resultará em um algoritmo de retropropagação. Trata-se de uma retropropagação sobre uma tabela dinamicamente variável em função das particulares sequências de entrada que são aplicadas a planta. Este tipo de retropropagação é conhecido como *backpropagation learning rule*.

O método de treinamento *backpropagation* foi criado a partir da generalização da regra de aprendizado de Widrow-Hoff (1960) para redes multicamadas e funções de transferência não-lineares. Vetores de entrada e os correspondentes vetores de saída

são usados para treinar a rede até que se possa aproximar da função desejada. Redes com *biases*, uma camada *sigmoidal* e uma camada linear de saída são capazes de aproximar qualquer função com um número finito de descontinuidade.

O Algoritmo Widrow-Hoff está baseado na seleção de uma *função de erro* satisfatória ou *função de custo*, cujo valor é determinado entre o valor atual e desejado para a saída da rede, dependendo dos parâmetros de rede, como os pesos e os limiares. A idéia básica é que a função de custo apresente uma superfície particular sobre o espaço de peso e, então, um processo iterativo, como o método do gradiente, pode ser usado para minimizar a função custo e determinar parâmetros ótimos (WIDROW e HOFF, 1960).

Depois de treinadas, redes neurais tendem a dar respostas adequadas, quando solicitadas, com entradas nunca surgidas antes. Tipicamente, uma nova entrada irá fornecer uma saída similar à correta. Esta capacidade de generalização torna possível o treinamento da rede com um conjunto limitado de pares entrada/saída e consegue bons resultados sem ter que treinar a rede para todos possíveis pares de entrada/saída.

O treinamento por meio de *backpropagation* pode fornecer um erro local mínimo, assim como um erro global mínimo. O erro local mínimo encontrado pode ser satisfatório. Se não for, uma rede com mais neurônios poderá fazer um treinamento melhor. Entretanto, o número de neurônios necessários a ser adicionado à rede não é óbvio. Alternativamente, pode-se também utilizar um conjunto diferente de condições iniciais para que a rede forneça melhores resultados com a mesma estrutura.

Sistemas de aprendizados *backpropagation* melhorados podem ser implementados baseados na técnica do *steepest descent*, que é uma técnica cujos parâmetros, pesos e *biases*, são movidos para a direção oposta do erro do gradiente. Cada passo de treinamento resulta em menor erro até que o erro mínimo seja alcançado. A função utilizada neste trabalho possui um desempenho ainda melhor, por usar uma aproximação ao método de Newton, chamada aproximação Levenberg-Marquardt. Esta técnica de otimização é mais poderosa que a obtida do gradiente, no entanto requer mais memória (MILLER *at al.*, 1987; e MILLER *at al.*, 1992).

5.1.2 Algoritmo de Levenberg-Marquardt

Os métodos de Newton e os denominados sistemas de gradiente dinâmico transformam o problema de minimização em um sistema associado de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem, dado por:

$$\frac{dx_j}{dt} = -\sum_{i=1}^n \mu_{ji} \frac{\partial E(x)}{\partial x_i}, \quad (5.1)$$

com condições iniciais $x_j(0) = x_j^{(0)}$ (ponto início). Na forma matricial, pode ser escrito como:

$$\frac{dx}{dt} = -\mu(x,t) \nabla_x E(x), \quad (5.2)$$

onde: $\frac{dx}{dt} = \left[\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \dots, \frac{dx_n}{dt} \right]^T$, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ e $\mu(x,t)$ é uma matriz simétrica

definida positiva chamada matriz de aprendizado, com entradas dependentes, em geral, do tempo t , vetor $x(t)$ e dimensão n . Para encontrar o vetor desejado x^* , que minimiza a função $E(x)$, é necessário resolver ou simular o sistema de equações diferenciais ordinárias. Isto significa que o mínimo da função da energia é determinado pela solução do sistema de gradiente dado pela curva (trajetória) sujeita à condição:

$$x^* = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t). \quad (5.3)$$

Para mostrar que o sistema de equações diferenciais dado é estável, determina-se a derivada da função da energia (*Lyapunov*) em relação ao tempo,

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{j=1}^n \frac{\partial E}{\partial x_j} \frac{dx_j}{dt} = -[\nabla_x E(x)]^T \mu(x,t) \nabla_x E(x) \leq 0, \quad (5.4)$$

onde a matriz μ é simétrica e definida positiva. Esta relação garante que a função energia $E(x)$ decresce no tempo e converge para um mínimo local estável em $t \rightarrow \infty$. Obviamente, a velocidade de convergência para um valor mínimo depende da escolha da matriz μ . Diferentes escolhas da matriz fornecerão diferentes métodos de gradiente conhecidos na literatura de otimização. No método mais simples e utilizado, conhecido como o método *steepest descent* (KOSKO, 1992), a matriz $\mu(x, t)$ é reduzida para uma matriz unitária multiplicada por uma constante positiva μ_0 ; neste caso o sistema é simplificado na forma:

$$\frac{dx_j}{dt} = -\mu_0 \frac{\partial E(x)}{\partial x_j}, \quad (5.5)$$

para $x_j(0) = x_j^{(0)}$ e $(j = 1, 2, \dots, n)$, onde o coeficiente positivo μ_0 é chamado parâmetro de aprendizado. Nota-se que os vetores dx/dt e $\nabla E(x)$ são vetores opostos. Assim, a solução temporal de $x(t)$ resultará numa minimização de $E(x)$.

A versão discreta do método do gradiente pode ser dada por:

$$x_j[(k+1)\tau] = x_j(k\tau) - \eta^{(k)} \left. \frac{\partial E(x)}{\partial x_j} \right|_{x_j=x_j^{(k)}}, \quad (5.6)$$

que pode ser escrita na forma compacta, dada pelo vetor:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \eta^{(k)} \nabla_x E(x^{(k)}), \quad (5.7)$$

onde $0 \leq \eta^{(t)} \leq \eta_{\text{máx}}$. O parâmetro $\eta^{(k)}$ é denominado taxa de aprendizado, sendo que $\eta^{(k)} < \eta_{\text{máx}}$ garante a estabilidade do algoritmo.

A função $E(x)$ próxima ao ponto $x^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) pode ser aproximada pela série de Taylor:

$$E(x) \cong E(x^{(k)}) + (x - x^{(k)})^T \nabla E(x^{(k)}) + \frac{1}{2} (x - x^{(k)})^T \nabla^2 E(x^{(k)}) (x - x^{(k)}) . \quad (5.8)$$

O ponto $x^{(k+1)}$ que minimiza esta série deve satisfazer à condição:

$$\nabla E(x^{(k)}) + \nabla^2 E(x^{(k)}) (x^{(k+1)} - x^{(k)}) = 0 , \quad (5.9)$$

visto que $\partial E(x)/\partial x$ no ponto mínimo é igual a zero. Se existe a matriz inversa de Hessian, a Equação (5.7) pode ser escrita como:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - [\nabla^2 E(x^{(k)})]^{-1} \nabla E(x^{(k)}) . \quad (5.10)$$

Esta equação é a forma padrão do método iterativo de Newton.

O sistema dinâmico em tempo contínuo correspondente ao algoritmo de tempo discreto tem a forma:

$$\frac{dx}{dt} = -\mu_0 [\nabla^2 E(x)]^{-1} \nabla E(x) , \quad (5.11)$$

onde $\mu_0 > 0$.

Geralmente, o método de Newton tem a propriedade de convergir rapidamente, porém requer a avaliação das derivadas de primeira e segunda ordem, além da inversão da matriz de Hessian, que introduz dificuldades computacionais e problemas de singularidade.

Uma modificação do método de Newton é o algoritmo de Levenberg-Marquardt, também conhecido como método amortecido de Newton, que evita as desvantagens do método padrão (CICHOCKI e UNBEHAUEN, 1993). Esta técnica aproxima a matriz de Hessian pela matriz $[\nabla^2 E(x) + \nu I]$, onde ν é um fator positivo e I é a matriz identidade. A forma contínua do algoritmo de Levenberg-Marquardt tem a forma:

$$\frac{dx}{dt} = -\mu_0[\nabla^2 E(x) + \nu I]^{-1} \nabla E(x), \quad (5.12)$$

onde $\mu_0 > 0$, $\nu(t) \geq 0$ e $\lim_{t \rightarrow \infty} \nu(t) = 0$.

Observa-se que $[\nabla^2 E(x) + \nu I]$ é uma matriz simétrica não singular, mesmo se a matriz de Hessian é singular. Além disso, esta matriz é definida positiva para uma escolha apropriada do parâmetro $\nu(t)$. Por outro lado, $\nu(t)$ deverá ser pequeno para garantir a velocidade de convergência do algoritmo.

5.2 CONTROLE NEURAL DO BRAÇO ROBÓTICO FLEXÍVEL 2D

A estratégia de controle neural proposto segue o diagrama de blocos conforme se mostra na Figura 5.6. O controlador proposto é do tipo *feedforward + feedback*, *NFF+FB* (alimentação direta + técnica de realimentação), e tem por finalidade a obtenção de precisão do elemento terminal, o controle das juntas, a eliminação das vibrações ou deflexões nos elos, e a compensação da atuação da gravidade e todas as perturbações dinâmicas que ocorrem no braço robótico flexível 2D,

Utilizam-se os conceitos das RNA no treinamento da dinâmica inversa do braço robótico flexível 2D. Assim, foram realizadas diversas simulações de forma a encontrar a arquitetura da RNA que represente o melhor modelo de treinamento, considerando-se as respostas de ambos atuadores, e simulações com o algoritmo de treinamento *backpropagation*, modificando as variáveis de entrada e saída e o número de neurônios em duas camadas.

O modelo que resultou do treinamento com o Algoritmo de Levenberg-Marquardt teve os melhores resultados. Utilizou-se uma RNA de três camadas, que continham 50 neurônios nas duas primeiras camadas e um neurônio de saída, com as funções de transferência *tan-sigmoidal* nas duas primeiras camadas e linear em sua camada de saída.

Para a realização do treinamento, utilizaram-se entradas aleatórias de torques no braço robótico flexível 2D, que produziram as saídas de acordo com a dinâmica não-linear do braço. As variáveis de saída utilizadas na fase de treinamento foram os ângulos, velocidades e aceleração de ambas as juntas do braço robótico 2D.

A estratégia de controle neural adotada para efeitos de precisão no elemento terminal, junto com a eliminação das vibrações ou diminuição das deflexões dos elos, compensação da gravidade e perturbações originadas da própria dinâmica do braço robótico flexível 2D, consiste na atuação combinada do controle neural *feedforward + feedback*. Trata-se de uma estratégia robusta que considera as perturbações que ocorrem no sistema no plano vertical, os termos não lineares da modelagem, a flexibilidade dos elos, o atrito nas juntas, e/ou ação da gravidade nos componentes do braço 2D. O seguimento do perfil da trajetória das juntas é executado pelo controlador neural, que é obtido pela identificação da dinâmica inversa do sistema.

Os dados simulados no controle do braço robótico flexível 2D são os mesmos das duas simulações anteriores, dados segundo a Tabela 5.1. E segue a estratégia de programação conforme o diagrama de blocos dado na Figura 5.6. Também, apresenta-se o diagrama de blocos implementado no *Simulink* (THE MATHWORKS, 2002), conforme apresentado na Figura 5.7.

A simulação a seguir, trata da implementação do controle neural do braço robótico flexível 2D no plano vertical. Este controle tem como objetivo, a precisão do elemento terminal do braço, a eliminação das deflexões, a compensação dos efeitos da ação da gravidade e os efeitos inerciais resultantes da trajetória das juntas.

A estratégia consiste em controlar os modos rígidos dados pelos atuadores e eliminar as deflexões que ocorrem nas extremidades livres dos dois elos, compensar a ação da gravidade e assim obter precisão no elemento terminal do braço robótico com elos flexíveis 2D. Os resultados desta simulação que verifica o ótimo desempenho do controlador proposto são mostrados na Figura 5.8. Apresentam-se as respostas dos modos rígidos dados pelas juntas 01 e 02 , ângulos rígidos ϕ e β , respectivamente. E também se apresentam as respostas das extremidades livres, U^1 e U^2 , dos dois elos do braço robótico flexível 2D.

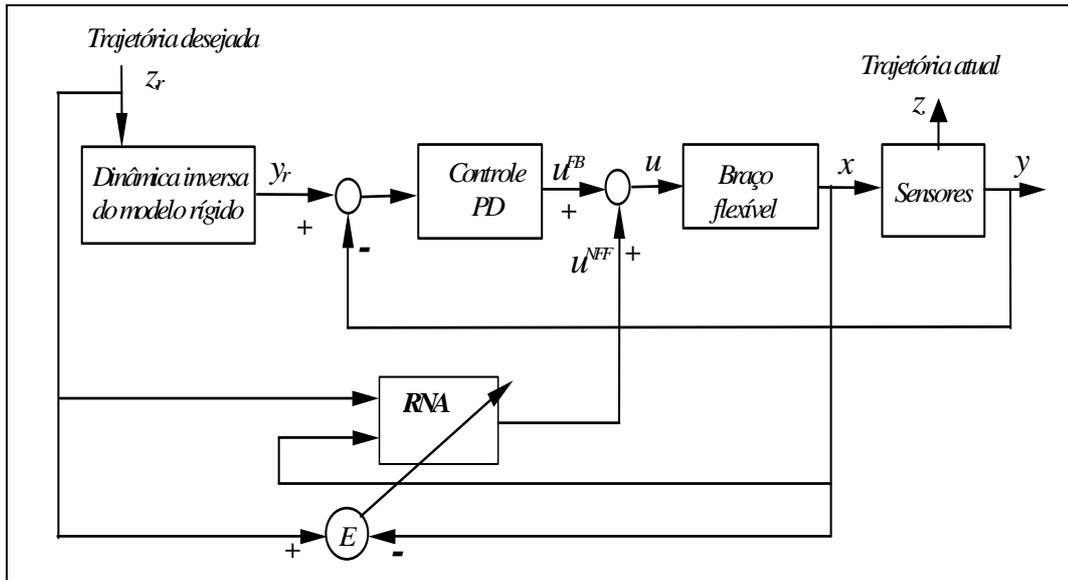


Figure 5.6 – Controle neural do braço robótico flexível 2D.

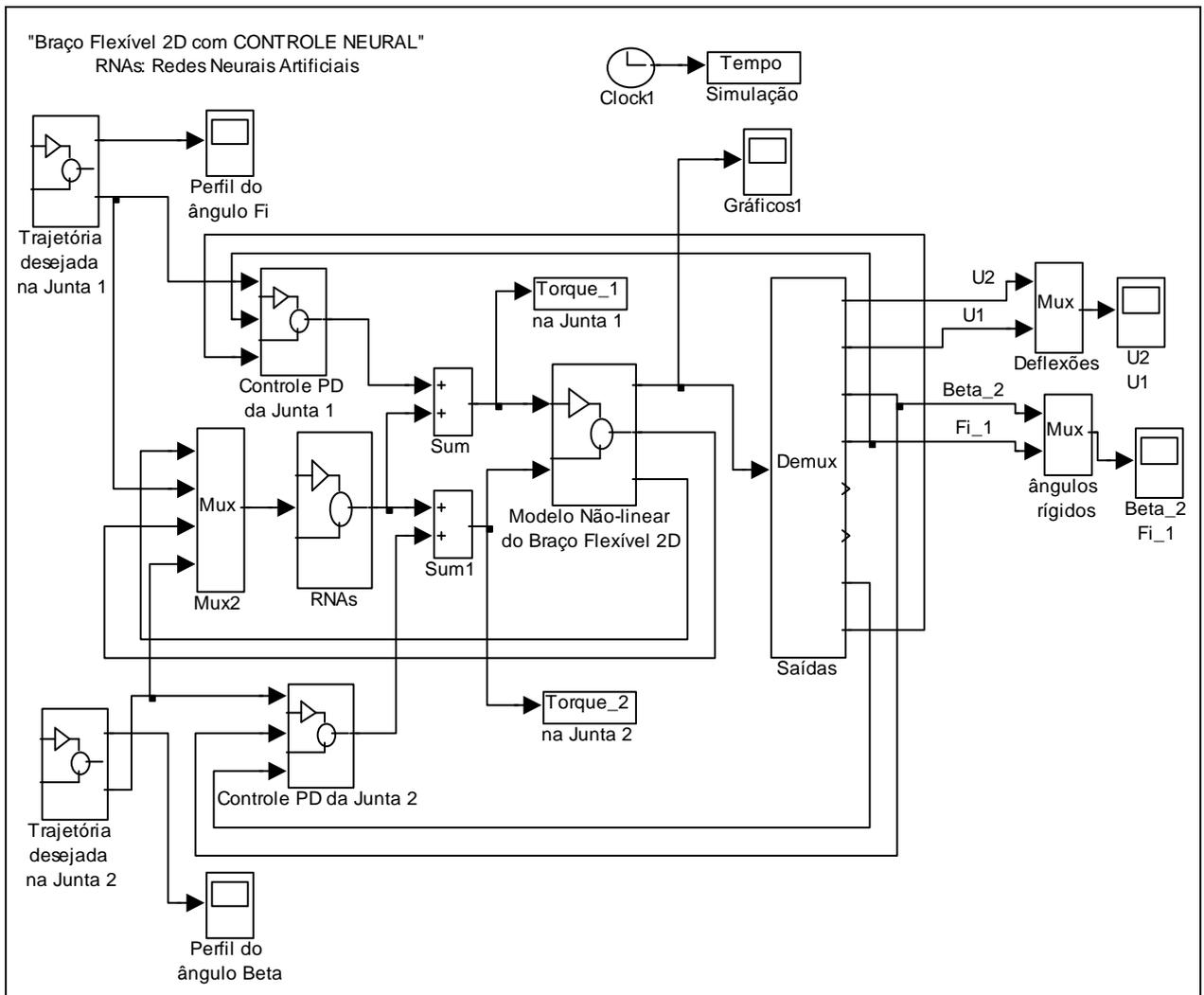


Figura 5.7 – Diagrama de blocos para controle neural do braço robótico 2D.

Os resultados desta simulação são mostrados conforme as Figuras 5.8 e 5.9. Mostram-se as respostas dos modos rígidos e flexíveis com os efeitos da gravidade. As respostas da junta 01 são mostradas conforme as Figuras 5.8.a e 5.8.b, respectivamente. As respostas da junta 02 são mostradas conforme as Figuras 5.8.e e 5.8.f, respectivamente. E as deflexões das extremidades livres dos dois elos do braço flexível 2D são mostradas conforme as Figuras 5.8.d e 5.8.h, respectivamente.

Observa-se que as deflexões que ocorrem em ambas extremidades (Figuras 5.8.d e 5.8.h) não são simétricas, em relação aos eixos de coordenadas locais, x^1 e x^2 , respectivamente. Eixos que coincidem com o eixo longitudinal de cada elo do braço quando em configuração não deformada (Figura 4.1).

Verifica-se que o comportamento dinâmico do braço flexível 2D é coerente e da mesma forma a ação do controle. O braço 2D rotaciona no plano vertical, de baixo para cima e, portanto, o controle proposto atua de forma efetiva obtendo-se precisão no elemento terminal. Visto que ele compensa todas as perturbações que atuam no braço assim como os efeitos devido à ação da gravidade.

Observa-se também, que a deflexão resultante no elemento terminal do braço flexível 2D alcança valores aproximados de $-3,5 \times 10^{-3} [rad]$ a $-2,0 \times 10^{-3} [rad]$ no eixo de coordenadas y^2 , conforme se apresenta na Figura 5.8.h. O que significa, que o resultado da amplitude das deflexões aplicando-se o controle neural é de aproximadamente $0,41 [mm]$.

Portanto, para a implementação da estratégia de controle neural e trajetórias similares para ambas juntas, observa-se, que as amplitudes das deflexões resultantes da simulação do braço robótico flexível 2D no plano vertical são desprezíveis em comparação com as resultantes da simulação do controle *PD* somente para os atuadores. Isto, verifica o ótimo desempenho do controlador ao compensar a ação da gravidade nos componentes do braço, o atrito nas juntas, as perturbações resultantes da dinâmica que a caracteriza e a obtenção de precisão do elemento terminal.

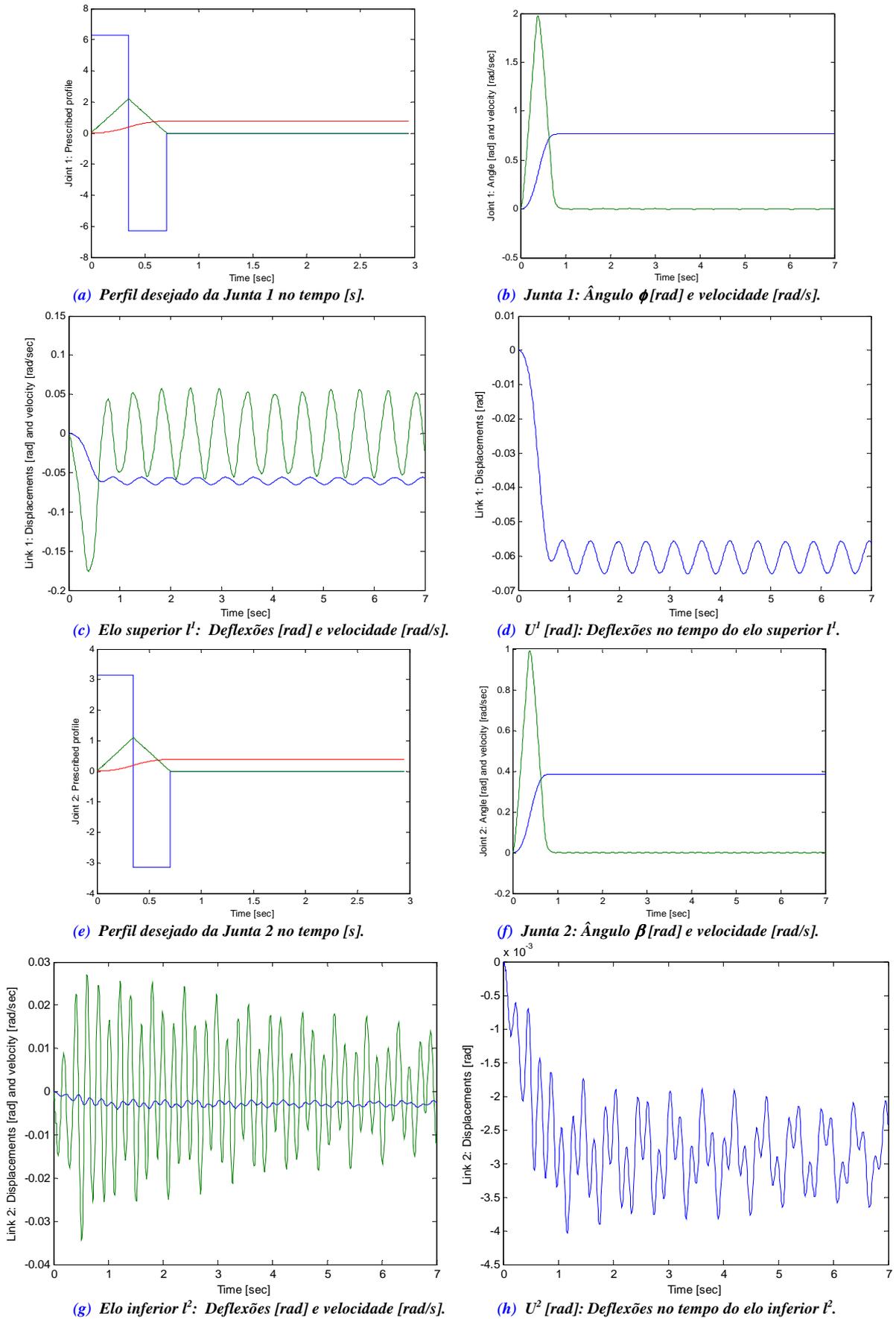
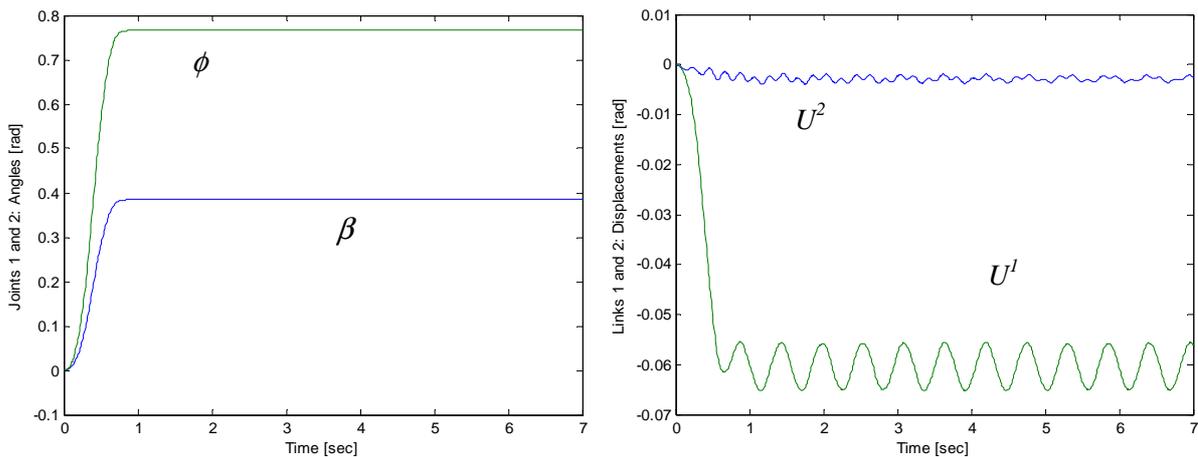


Figura 5.8 – Respostas do controle neural do braço robótico flexível 2D.



(a) Junta 1 e Junta 2: Ângulo ϕ [rad] e Ângulo β [rad].

(b) U^1 e U^2 [rad]: Deflexões no tempo dos elos l^1 e l^2 .

Figura 5.9 – Relação do controle entre os modos rígidos e flexíveis.

Devido às características mecânicas do braço e aos perfis das trajetórias desejadas pode-se dizer que os modelos simulados caracterizam movimentos e rotações bastante rápidas e bruscas. Isto de forma intencional para efeitos de melhor avaliação do controlador proposto.

Nesta simulação onde se implementa o controle neural, observa-se o ótimo desempenho do controle dos modos rígidos, dado pelas junta 01 e 02, conforme se mostra na Figura 5.9.a. E também, o ótimo desempenho e robustez em termos de precisão do elemento terminal, redução das deflexões e compensação da gravidade.

E finalmente, mesmo atuando as perturbações da dinâmica do braço como um todo, os termos não-lineares do equacionamento e devido à ação da gravidade no braço flexível 2D, as deflexões finais são reduzidas até 1,2% da amplitude original. Conforme se mostra e se compara nas Figuras 5.4.h e 5.8.h, sem controle e com controle das vibrações, respectivamente.

CAPÍTULO 6 CONCLUSÕES

Neste capítulo apresentam-se as conclusões e contribuições desta tese. As contribuições estão relacionadas com a modelagem dinâmica e as propostas de estratégias de controle neural. Estratégias implementadas para efeitos de precisão do elemento terminal do braço robótico flexível 1D e 2D. E principalmente, a implementação do controle neural do braço robótico flexível 2D onde atua a ação da gravidade no plano vertical. Obtendo-se resultados satisfatórios em termos de precisão e de eliminação das deflexões nos elos visto toda a complexidade e não-linearidade da dinâmica deste sistema.

Inicialmente, formula-se o modelo dinâmico do braço robótico flexível 1D baseando-se na formulação de Newton-Euler associada com a teoria elementar da viga e o método de elementos finitos. A seguir, o modelo é reduzido por meio de uma representação matricial das equações, útil no estudo, na análise e na aplicação de técnicas numéricas por computador.

Devido à complexidade e à não linearidade de este tipo de estruturas evita-se a ação do controlador tradicional tipo *PD*, o qual não é satisfatório no controle deste tipo de braço robótico, visto que ele assume parâmetros fixos da planta. Entretanto, este tipo de controle foi utilizado de forma satisfatória num braço robótico flexível 1D, apresentando-se resultados de simulação e experimentais.

Também, apresentam-se os resultados experimentais da implementação de uma estratégia de controle ótimo num braço robótico flexível 1D. Resultados satisfatórios e que verificam o ótimo desempenho deste tipo de controle.

O problema da dinâmica inversa em manipuladores robóticos apresenta grandes dificuldades de ser resolvido, devido às não linearidades do sistema, aos acoplamentos entre as variáveis e à falta de conhecimento do sistema. Considerando-se estes argumentos, este problema é muito mais complexo em estruturas flexíveis, devido às vibrações, não-linearidades e perturbações atuantes.

Assim, utiliza-se a teoria das redes neurais artificiais para efeitos de identificação do modelo, e propõe-se e implementa-se uma estratégia de controle por meio da dinâmica inversa do braço robótico flexível 1D. O objetivo deste controle neural consiste em controlar o modo rígido dado pela junta e eliminar as deflexões do elo do braço flexível 1D. Esta estratégia é robusta e apresenta melhores resultados que os obtidos pelo controle ótimo (GAMARRA ROSADO, 1997), devido ao controle neural levar em consideração a dinâmica completa e as não linearidades no processo de identificação do braço robótico flexível 1D. O que leva a ter um melhor desempenho dentre os apresentados.

A seguir, formula-se e desenvolve-se o modelo dinâmico do braço robótico flexível 2D no plano vertical onde atua a ação da gravidade, segundo as mesmas teorias utilizadas na formulação do braço robótico flexível 1D. E a seguir, o modelo também é reduzido por meio de uma representação matricial das equações.

Realiza-se uma análise por meio desta formulação, no tocante à estabilidade do braço robótico flexível 2D. E para isto, se linearizam as equações que governam o sistema, necessárias para a aplicação do primeiro método de Lyapunov. No caso do braço robótico com elos flexíveis, não há dúvidas que a instabilidade está relacionada com as deflexões da extremidade de cada elo ou, mais propriamente, está relacionada com as perturbações e as vibrações a que fica sujeita o braço durante o movimento.

E finalmente, propõe-se e implementa-se o controle neural do braço robótico flexível 2D. Modelo neural obtido de um aprendizado, junto com as estratégias de controle propostas: controlador neural *feedforward* e controlador neural *feedforward + feedback*, com a finalidade de, ao mesmo tempo, obter precisão no elemento terminal, eliminar as vibrações ou deflexões nos elos e compensar a gravidade que atua no braço.

Com os resultados da simulação, analisa-se e conclui-se que o controlador apresenta robustez e bom desempenho no controle do braço robótico com elos flexíveis 2D. Estratégia de controle que utiliza ferramentas de RNA na identificação de um sistema complexo e totalmente não-linear o que a valida e a garante como o destaque e a principal contribuição desta tese.

Uma grande vantagem do uso de RNA é a capacidade de aprendizado em tempo real. Embora este trabalho não tenha utilizado o aprendizado adaptativo, na etapa de treinamento são consideradas situações semelhantes às entradas reais do braço flexível, considerando também os erros de torque obtidos pela dinâmica não-linear da planta.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Apesar dos inúmeros estudos nesta área, ainda não está claro se os métodos de controle utilizando RNA irão encontrar aplicações significativas na indústria da robótica.

A idéia do controle cinemático e dinâmico poder ser conseguido sem um detalhado conhecimento das equações e parâmetros que governam os braços robóticos é ainda uma barreira para muitos. O problema aumenta pelo fato do tempo do treinamento ser extenso, e de ainda não haver bases teóricas para a escolha do número de camadas, ou o número de neurônios em cada camada, ou dos parâmetros ideais e arquitetura para o treinamento.

No entanto, a constante evolução de trabalhos com algoritmos neurais, os resultados de implementação que vêm sendo obtidos e a capacidade da rede de aprendizado de complexos sistemas dinâmicos, representam ainda uma motivação adicional.

Entre as sugestões para futuros trabalhos, tem-se:

- Implementação das estratégias de controle obtidas nesta tese em braços robóticos com elos flexíveis 3D, para a obtenção da precisão no elemento terminal e a compensação da ação da gravidade;
- Verificação do desempenho do controlador no braço com elos flexíveis numa bancada experimental;
- Implementação destas estratégias de controle em outros sistemas dinâmicos, seja por exemplo em satélites artificiais;
- Implementação e simulações destes algoritmos utilizando controle adaptativo; e
- Implementação de novas arquiteturas de treinamento, visando melhorar o desempenho do aprendizado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABB Power and productivity for a better world™. **Welcome to ABB Robotics**. São Paulo, 2008. Disponível em: <<http://www.abb.com.br/product/>>. Acesso em: 15 de setembro de 2008.

ALBU-SCHAFFER, A.; HADDADIN, S.; OTT, Ch.; STEMMER, A.; WIMBOCK, T.; HIRZINGER, G. **The DLR lightweight robot: design and control concepts for robots in human environments**. *Industrial Robot*. 34/5, 376–385, 2007.

BALAS, M.J. Feedback Control of flexible systems. In: **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York: v. 23, n. 4, pp. 673-679, 1978.

BANDOPADHYA, D.; BHATTACHARYA, B.; DUTTA, A. Modeling of hybrid damping scheme using smart magnetostrictive composites for flexible manipulator. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, 26 (9), pp. 861-880, 2007.

BERTETTO, A.M.; RUGGIU, M. In-pipe inch-worm pneumatic flexible robot. In: **IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics**, AIM 2, pp. 1226-1231, 2001.

BOOK, W.J. Recursive lagrangian dynamics of flexible manipulator arms. **International Journal of Robotics Research**, v. 3, n. 3, 1984. pp. 87-101.

BOOK, W.J.; MAIZZA-NETTO, O.; WHITNEY, D.E. Feedback control of two beam, two joint systems with distributed flexibility. **Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 97G, Dec. 1975. pp. 424-431,

CANNON, R.H. Jr.; SCHMITZ, E. Initial experiments on the end-point control of a flexible one-link robot. **International Journal of Robotics Research**, Cambridge: v. 3, n. 3, pp. 62-75, 1984.

CASTILHO, A.H. Características dinâmicas e estudo da estabilidade de um sistema formado por um braço de robô, com dois elos não rígidos, incluindo a ação da gravidade. 2003. 150f. C352c. **Dissertação** (Mestrado em Engenharia Mecânica) –

Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá – SP, Brasil.

CETINKUNT, S.; YU, W.L. Closed-loop behavior of a feedback controlled flexible arm: A comparative study. **International Journal of Robotics Research**, v. 10, n. 3, June 1991.

CHANG, L.W.; HAMILTON, J.F. Dynamics of robotic manipulators with flexible links. **Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 113, Mar. 1991. pp. 54-59.

CICHOCKI, A.; UNBEHAUEN, R. **Neural Networks for Optimization and Signal Processing**, John Wiley & Sons, Stuttgart, 1993.

CLOUGH, R.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. New York: McGraw-hill. 1982.

CRAIG, J.J. **Introduction to Robotics**. Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 1986.

D'AZZO, J.J.; HOUPIS, C.H. **Análise e projeto de sistemas de controle linear**. Rio de Janeiro: Guanabara. 1984. 660 p.

DWIVEDY, S.K.; EBERHARD, P. Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review. **Mechanism and Machine Theory**. 41 (7), pp. 749-777, 2006.

FOLHA On Line. **Astronautas no telescópio Hubble – Braço robótico do Atlantis**. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folha/ciencia>>. Publicidade da Efe em Washington. Acesso em: abril de 2009.

GAMARRA ROSADO, V.O. A planar flexible robotic manipulator. **Kybernetes – The International Journal of Systems & Cybernetics**. MCB University Press Ltd, Bradford, UK. ISSN: 0368-492X. v. 29, n. 5/6, pp. 787-797, 2000.

GAMARRA ROSADO, V.O. Formulação e implementação experimental de uma estratégia de controle em tempo real para um braço flexível. 1997. 123f. UNICAMP-BAE-G14f. **Tese** (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, Brasil.

GAMARRA ROSADO, V.O.; FERNÁNDEZ, G.; GRIECO, J.C.; ARMADA, M.; ALIANE, N. Automation and cybernetics: Control of a flexible one-link manipulator. **Kybernetes – The International Journal of Systems & Cybernetics**. MCB University Press Ltd, Bradford, UK. ISSN: 0368-492X. v. 25, n. 5, pp. 38-47, 1996.

GAMARRA ROSADO, V.O.; MATHIAS, M.H. Identificação experimental de um braço flexível usando uma técnica paramétrica do domínio do tempo. In: **II Congresso**

Nacional de Engenharia Mecânica, João Pessoa - PB, 19-23 Ago. Anais do CONEM 2002. São Paulo-SP: ABCM, 2002.

GAMARRA ROSADO, V.O.; NUNES, L.E.N.P. Trajectory planning and inverse kinematics of a robotic manipulator by GA. (**Manuscript number: JINT467**, Date submitted: Aug-2008). Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2008.

GAMARRA ROSADO, V.O.; RIOS NETO, A. Time-optimal geomagnetic attitude maneuvers of an axisymmetric spinning satellite. **Acta Astronautica - Journal of The International Academy of Astronautics**. Pergamon-Elsevier Science Press Ltd, Oxford. ISSN: 0094-5765. v. 26, n. 11, pp. 773-777, 1992.

GAMARRA ROSADO, V.O.; YUHARA, E.A.O. Dynamic modeling and simulation of a flexible robotic manipulator. **Robotica – International Journal of Information, Education and Research in Robotics and Artificial Intelligence**. Cambridge University Press, New York. ISSN: 0263-5747. v. 17, n. 5, pp. 523-528, 1999.

GAMARRA ROSADO, V.O.; ZAMPIERI, D.E. Experimental dynamic validation of a flexible one-link arm. In: Balthazar, J.M., Mook, D.T., and Rosário, J.M. (Eds), **Non-linear Dynamics, Chaos, Control, and Their Applications in Engineering Sciences**, v. 1, Chapter 3 - Control, Robotics, Neural networks and Optimisation engineering, pp. 326-330, 1997.

GARBI, G.P.; GAMARRA ROSADO, V.O.; GRANDINETI, F.J. Multivalued adaptive neuro-fuzzy controller for robot vehicle. **Advances in Intelligent Systems Research**, v. 01, pp. 01-07, 2007.

HASTINGS, G.G.; BOOK, W.J. Verification of a linear dynamic model for flexible robotic manipulators. **IEEE Control Systems Magazine**, New York: v. 7, pp.61-64, 1987.

HAYKIN, S. **Neural networks. A comprehensive foundation**. New York: Macmillan College (IEEE Press Book), New York, 1994.

HERTZ, J.; KROGH, A.; PALMER, R. **Introduction to the theory of neural computation**. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.

HOLLERBACH, J.M. A recursive lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity. **IEEE Transactions of Sys., Man and Cybernetics**, v. SMC-10, n. 11, pp. 730-736. 1980.

HONGZHAO, L.; XIANMIM, Z.; WEIQUING, C. Stability analysis of a flexible arm. In: **Proceedings of Conference Minneapolis**, 1994, pp. 11-14.

JOHANSSON, R. **System modeling & identification**. New Jersey, USA, Prentice Hall, 1993.

JONKER, B. A finite element dynamic analysis of flexible manipulators. **The International Journal of Robotics Research**, Cambridge: v. 9, n. 4, pp. 59-74, ago. 1990.

KAWATO, M.; FURUKAWA, K.; SUZUKI, R. A hierarchical neural-network model for control and learning of voluntary movement. **Biological Cybernetics**, 59:161-177, 1987.

KOIVO, A.J.; LEE, K.S. Self-tuning control of a two-link manipulator with a flexible forearm. **International Journal of Robotics Research**, v. 11, n. 4, pp. 383-395, 1992.

KORAYEM, M.H.; FARAHMANDPOUR, S.E.; HASHEMI, S.A. Optimal actuator sizing and end point deformation for mobile robotic manipulators with elastic joint based on load criteria. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 30 (3-4), pp. 357-368, 2006.

KOSKO, B. **Neural networks for signal processing**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, pp. 161-187, 1992.

KOVÁCS, Z.L. **Redes neurais artificiais: Fundamentos e aplicações**. 2 ed. Ed. Collegium Cognitio, 1996.

LEE, J.D.; HAYNES, L.S.; WANG, B.L.; TSAI, K.H. Control of flexible robot arm. In: **Modeling and Control of Robotic Manipulators and Manufacturing Processes**, Eds. Shoureshi, Youcef-Toumi, Kazerooni. New York: ASME Press, 1987.

LEE, J.D. Application of optimal control theory to flexible robotic manipulators. **Robotics and Computer - Integrated Manufacturing**, New York: v. 7, n. 3/4, pp. 327-335, 1990.

LEIGH, J.R. Modelling principles and simulation. In: Nicholson, H. (ed.). **Modelling of Dynamical Systems**. London, England: The Institution of Electrical Engineers, v. 1, pp. 1-24, 1980.

LI, Y.; LIU, Y.; Liu, X. Active vibration control of a modular robot combining a back-propagation neural network with a genetic algorithm. **JVC/Journal of Vibration and Control**, 11 (1), pp. 3-17, 2005.

LOW, K.H.; VIDYASAGAR, M. A lagrangian formulation of the dynamic model for flexible manipulator systems. **Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 110, 1988, pp. 175-181.

MAATUK, J. A study of the dynamics and control of flexible spatial manipulators. **PhD Thesis**, Department of Applied Mechanics, University of California, Los Angeles, CA, 1976.

MANDHAVAN, S.K.; SING, S.N. Variable structure trajectory control of an elastic robot arm. **Journal of Robotics Systems**, New York: v.10, n.1, pp. 23-44, 1993.

MILLER, W.T.; GLANZ, F.H.; KRAFT, L.G. Application of a general learning algorithm to the control of robotic manipulators. **International Journal of Robotics Research**, 6:84-98, 1987.

MILLER, W.T.; SUTTON, R.S.; WERBOS, P.J. **Neural networks for control**. The MIT Press, 1992.

MIYAMOTO, H.; KAWATO, M.; SETOYAMA, T.; SUZUKI, R. Feedback-error-learning neural network for trajectory control of a robotic manipulator. **Neural Networks**, 1:251-265, 1988.

MOULIN, H.; BAYO, E. On the accuracy of end-point trajectory tracking for flexible arms by noncausal inverse dynamic solution. **Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement and Control**, v. 113, pp. 320-324, 1991.

NARENDRA, K.S.; PARTHASARATHY, K. Neural networks and dynamical systems. Part II: Identification. **Technical Report, Center for Systems Science**, Department of Electrical Engineering, Yale University, New Haven, CT, 1989.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, Inc. do Brasil Ltda, 1997.

PAUL, R. **Robot manipulators: Mathematics, Programming and Control**. MIT Press, 1981.

PSALTIS, D.; SIDERIS, A.; YAMAMURA, A. Neural controllers. In: **Proc. IEEE International Conference on Neural Networks**, pp. 551-558, 1987.

ROVNER, D.M.; CANNON, R.H. Jr. Experiments toward on-line identification and control of a very flexible one-link manipulator. **International Journal of Robotics Research**, v. 6, n. 4, Winter 1987. pp. 3-19.

SANGVERAPHUNSIRI, V. The optimal control and design of a flexible manipulator arm. 1984. **Thesis - School of Mechanical Engineering**, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.

SELSPOT II hardware, User's manual, **Dynamic version Guide**. Copyright Selcom, Sweden, 1993.

SHABANA, A.A. **Theory of vibration**. New York: Springer-Verlag, 1991.

SIMULINK for Microsoft Windows – **User's Guide**. The MathWorks, Ins., 1992.

SUNADA, W.H.; DUBOWSKY, S. On the dynamic analysis and behavior of industrial robotic manipulators with elastic members. **ASME Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design**, New York: v. 105, n. 1, pp. 42-51, 1983.

TAKAHASHI, Y.; RABINS, M.J.; AUSLANDER, D.M. **Control and Dynamic Systems**. 2. ed. Massachusetts, USA, Addison-Wesley, 1972.

The MathWorks, Inc., 2002, Using Simulink (Version 5).

TOKHI, M.O.; AZAD, A.K.M. Control of flexible manipulator systems. **Journal of Systems and Control Engineering: Part I**, v. 210, pp. 113-130, 1996.

USORO, P.B.; NADIRA, R.; MAHIL, S.S. A finite element/Lagrange approach to modeling lightweight flexible manipulators. **Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 108, n. 3, pp. 198-205, 1986.

VUKOBRATOVIC, M.; POTKONJAK, V. **Dynamics of manipulation robots**. Springer-Verlag, 1982.

WANG, D.; VIDYASAGAR, M. Modeling a class of multilink manipulators with the last link flexible. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 8, n. 1, pp. 33-40, Feb. 1992.

WIDROW, B.; HOFF, M. E. Adaptive switching circuits. in: **Ire Wescon**, Convention Record, New York. pp. 96-104, 1960.

YANG, J. H.; LIAN, F. L.; FU, L. C. Nonlinear adaptive control for flexible-link manipulators. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 13, n. 1, pp. 140-148, 1997.

YIM, W.; ZUANG, J.; SINGH, S. N. Experimental two-axis vibration suppression and control of a flexible robot arm. **Journal of Robotics Systems**, New York: v. 10, n. 3, pp. 321-343, 1993.

YUAN, B. S.; BOOK, W. J.; SICILIANO, B. Direct adaptive control of an one-link flexible arm with tracking. **Journal of Robotic Systems**, v. 6, n. 6, pp. 663-680, 1989.

ZHU, C.X.; LIU, Y.X.; CAI, G.Q.; ZHU, L.D. Dynamics simulation analysis of flexible multibody of parallel robot. **Applied Mechanics and Materials**. 10-12, pp. 647-651, 2008.

ANEXO A

Acta Astronautica Vol. 26, No. 11, pp. 773-777, 1992
Printed in Great Britain. All rights reserved

0094-5765/92 \$5.00 + 0.00
Copyright © 1992 Pergamon Press Ltd

TIME-OPTIMAL GEOMAGNETIC ATTITUDE MANEUVERS OF AN AXISYMMETRIC SPINNING SATELLITE

V. O. GAMARRA ROSADO

Campus de Guaratinguetá—UNESP, Departamento de Mecânica, C.P. 205,
12500 Guaratinguetá, SP, Brasil

and

A. RIOS NETO

Empresa Brasileira de Aeronáutica S.A.—EMBRAER, FNT—Divisão Centro de Treinamento,
C.P. 343, 12225 São José dos Campos, SP, Brasil

(Received 27 May 1991; revised version received 29 October 1991)

Abstract—A formulation used to determine the time-optimal geomagnetic attitude maneuvers subject to dynamic and geometric constraints is proposed in this paper. This was obtained by a direct search procedure based on a control function parametrization method, using linear programming to obtain numerical suboptimal solutions by linear perturbation. Due to its characteristics it can be used in small computers and to generate computer programs of general application. The dynamic modeling, the magnetic torque model and the suboptimal control procedure are presented. Simulation runs have verified the feasibility of the formulation thus derived and have shown a notable improvement in performance.

1. INTRODUCTION

The interaction between the onboard coil magnetic moment and the geomagnetic field have been much used to generate control torques. Shigehara [1] developed a switching function, derived from the asymptotic stability condition, for geomagnetic attitude stabilization of a rigid satellite. This control law is applicable for any desired spin-axis orientation and orbital condition. Tossman [2] contributed with an approximate form for a switching function which led to a one-dimensional TPBVP (Two-Point Boundary-Value Problem) approximate optimal maneuver. Junkins *et al.* [3], motivated by the work of Tossman, developed a nonlinear bang-bang switching function using Pontryagin's Principle to solve time-optimal maneuver formulation.

This paper presents a new time-optimal geomagnetic maneuver formulation, using a method for numerical solution of suboptimal control problems, in which the control is taken as a functional dependent on time and a finite number of parameters [4].

The format of this paper is as follows. In Section 2 the satellite dynamic model is described. In Section 3 we present the geomagnetic torque modeling where considerations about spin-stabilized satellite are worked out. In Section 4 we present the suboptimal control procedure used. The model simulated is given in Section 5 illustrating our main result. Concluding remarks are offered in Section 6.

2. SPIN-STABILIZED SATELLITE DYNAMIC MODELING

Consider the inertial frame $OXYZ$ shown in Fig. 1, with its origin at the Earth's center O , the Z axis along the Earth's rotation axis, and X and Y lie on the equatorial plane of Earth with the axis X directed toward the Vernal Equinox γ . The coordinate frame $Oxyz$ is associated with the vehicle such that z is situated along the axis of symmetry (spin axis) and x lies in the inertial plane (X, Y). Note that the spin axis orientation, in inertial system, is given by $\mathbf{k} = [\cos \delta \cos \alpha, \cos \delta \sin \alpha, \sin \delta]$ where α is the right ascension and δ is the declination (see Fig. 1).

Usually, spin-stabilized satellites have passive nutation dampers which serve to dampen nutations rapidly, so the total angular momentum in system $Oxyz$ is assumed to be parallel to the spin axis, defined by

$$\mathbf{H} = I_z \dot{\phi} \mathbf{k} \quad (1)$$

where $I_z (> I_x = I_y)$ is the moment of inertia around the spin axis and $\dot{\phi}$ is the spin rate colinear with the axis \mathbf{k} . Newton's law is written $(d\mathbf{H}/dt) = \mathbf{T}$, in which \mathbf{T} is the torque acting normal to the spin axis, thus

$$\mathbf{T} = I_z [\dot{\phi} \dot{\mathbf{k}} + \dot{\phi} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{k})] \quad (2)$$

where

$$\boldsymbol{\omega} = -\dot{\delta} \mathbf{i} + \dot{\alpha} \cos \delta \mathbf{j} + \dot{\alpha} \sin \delta \mathbf{k} \quad (3)$$

is the angular velocity of coordinate frame $Oxyz$. Combining these equations, we finally obtain the

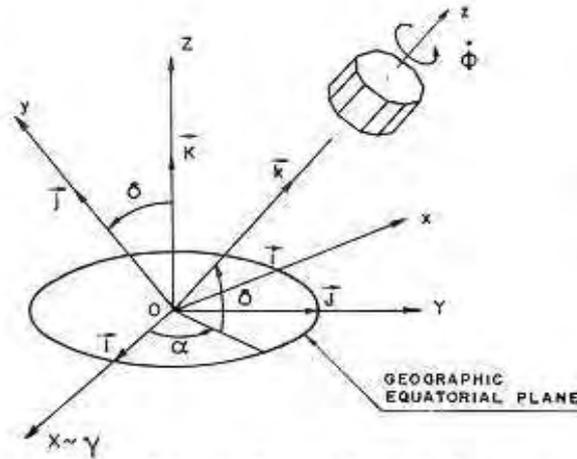


Fig. 1. Reference frames OXYZ and Oxyz.

approximate rate used for slow maneuvers of the spin axis [5]

$$\dot{\alpha} \cong T_x / (I_s \dot{\phi} \cos \delta) \tag{4}$$

$$\dot{\delta} \cong T_y / (I_s \dot{\phi}) \tag{5}$$

where T_x and T_y are the components of torque in system Oxyz.

3. GEOMAGNETIC TORQUE MODELING

The torque that executes the maneuver is generated by the interaction between the coil magnetic moment m and the geomagnetic field B , given by [6]

$$T = m \times B \tag{6}$$

where $m = p_m m k$ is the satellite dipole moment with constant magnitude m and polarity $p_m (-1, 0, 1)$.

The geomagnetic field is modeled by the centered dipole (see Fig. 2). It is along an axis inclined at $\xi = 11.4^\circ$ to the geographic polar axis. β_s and θ_s are the longitude and the Sideral Time of Greenwich, respectively. The orbital frame $Ox_o y_o z_o$ is fixed with respect to orbital plane; z_o is along the orbital normal line and x_o is along the longitude of the ascending

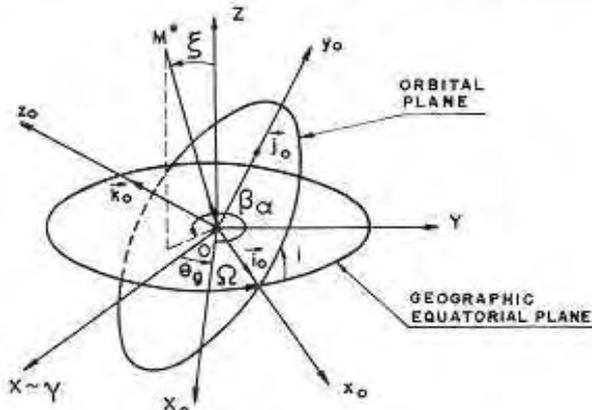


Fig. 2. Orbital coordinate frame.

node. In turn, we used in this work the instantaneous components of control geomagnetic torque [7], in orbital frame, given by

$$T_o = m(k_o \times B_o) \tag{7}$$

where

$$B_o = [(3M^* y_o / r^3)(\sin \chi \cos \chi) + (M^* x_o / r^3)(3 \cos^2 \chi - 1) + (M^* y_o / r^3)(3 \sin^2 \chi - 1) + (3M^* x_o / r^3)(\sin \chi \cos \chi), -M^* z_o / r^3] \tag{8}$$

represents the geomagnetic field induction and k_o is the spin axis orientation, both in orbital frame; $\chi = w_p + v$ and it is the angle between the longitude of the ascending node and the satellite radius vector; w_p is the argument of perihelion; v is the true anomaly; r is the distance from the Earth's center and $(M^* x_o, M^* y_o, M^* z_o)$ are the components of the geomagnetic induction in orbital frame.

It is important to remark upon the following considerations for spin-stabilized satellites with orbits of periods much smaller than 1 day: (i) the spin axis orientation is sensibly invariant during one interval of integration, i.e. one orbit; (ii) to neglect the nodal regression and the apsidal rotation during the same time (the orbit is "frozen"); (iii) to take an average of the geomagnetic dipole component over the time considered (period $\ll 24$ h).

4. SUBOPTIMAL CONTROL PROCEDURE

A first order direct search procedure [4] for parameter optimization in the numerical solution of dynamical systems control problems is used in this work. The optimal control problem to be treated is to find the control function $u(t)$, in the interval $[t_i, t_f]$, so as to minimize the index of performance and to comply the following constraints

$$IP = IP(x_f, t_f) \tag{9}$$

$$\dot{x} = f(x, u, t) \tag{10}$$

$$M(x_f, t_f) = 0 \tag{11}$$

where x is the $n \times 1$ state vector; $x(t_i)$ and t_i are given; x_f is the final state corresponding to final t_f ; u is the $q \times 1$ control vector; and $M(\cdot)$ is the $m \times 1$ vector constraint function of final conditions on state and time; IP is the index of performance.

Supposing that, whenever necessary, the previous extension was made, and if $u(t)$ is substituted by $u(a, t)$ or, in a general form, by $u(a, x, t)$, the problem becomes

$$IP = IP(x_f, a_f) \tag{12}$$

$$\dot{x} = f(x, a_1, a_2, \dots, a_{q-1}, t) \tag{13}$$

$$M(x_f, a_f) = 0 \tag{14}$$

Table 1. Simulated model

t_0 = year 1980, day 350, hour 12, min 0 (GMT)
$M^* = 8.1 \times 10^{22}$ Wb · m ²
$\phi = 12$ rpm
$I_x = 8.1$ kg · m ²
Altitude = 1000 km (circular orbit)
i = Inclination = 30°
Ω = Arg. of ascending node = 40.9°
ζ = Orbital period = 100 min

where $x(t_i)$ and t_i are given or defined as the function of the parameters to be optimized; a is the $g \times 1$ vector of the parameters to be optimized and a_g is the final time.

4.1. Typical iteration associated problem

From a linear perturbation of eqns (12)–(14), results obtained are:

$$\Delta M = (\partial M / \partial x_t)(\partial x_t / \partial a) \Delta a + (\partial M / \partial a_g) \Delta a_g \quad (15)$$

$$\Delta IP = (\partial IP / \partial x_t)(\partial x_t / \partial a) \Delta a + (\partial IP / \partial a_g) \Delta a_g \quad (16)$$

To satisfy the criterion of getting closer to the suboptimum solution with sufficiently small increments, it is understood that

$$\Delta M = aM, \quad -1 \leq a < 0 \quad (17)$$

$$\Delta IP \geq b|\overline{IP}|, \quad b < 0 \quad (18)$$

where the condition given by eqn (18), aside from contributing to small increments, means that it is not always possible to get closer to constraint satisfaction and yet to decrease the index of performance.

To choose the problem associated with a typical iteration, which will lead to a scheme for the determination of the search increment, two aspects have to be considered. First, in the limits given by eqn (18), ΔIP should be minimized. Second, to increase convergence speed it is necessary to move along a direction which is close to constraint gradient direction, i.e. a norm of the increment vector Δa should be minimized. Based on these considerations, and from eqns (15)–(18), the associated optimization problem is taken as the minimization of

$$G = \sum_{i=1}^g W_i |\Delta a_i| + \overline{W} \Delta IP, \quad \overline{W} > 0, W_i > 0 \quad (19)$$

subject to

$$(\partial M / \partial x_t)(\partial x_t / \partial a) \Delta a + (\partial M / \partial a_g) \Delta a_g = aM \quad (20)$$

$$(\partial IP / \partial x_t)(\partial x_t / \partial a) \Delta a + (\partial IP / \partial a_g) \Delta a_g \geq b|\overline{IP}| \quad (21)$$

To formulate the equivalent problem of minimizing in the usual form of linear programming [4], the following change of variables is made

$$\Delta a_i = s_i - s_{g+i}, \quad s_i \geq 0, \quad s_{g+i} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, g \quad (22)$$

where s_{2g+1} will be introduced to eliminate the inequality sign of eqn (21) and will be used in eqn (19) multiplied by a positive weight to replace $\overline{W} \Delta IP$.

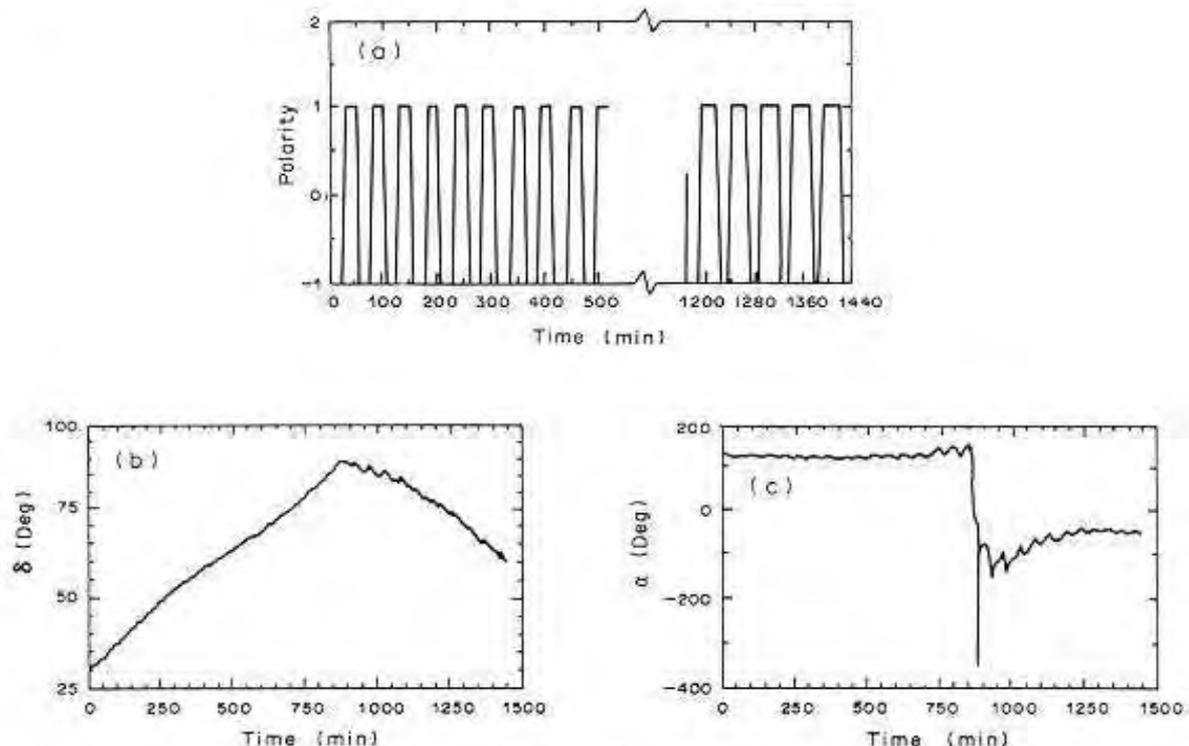


Fig. 3. Time histories of p_n , α , δ (initial control).

5. MANEUVER OPTIMIZATION—FORMULATION AND SIMULATION

The problem formulation consists in suggesting an initial control law for geomagnetic attitude maneuvers and through procedure (Section 4) to obtain a geomagnetic maneuver with an optimum criterion.

As an initial law, we adopted the switching function developed by Shigehara [1] having as a criterion the asymptotic stability condition.

Using the suboptimal iterative procedure, with respect to final time, we obtain the optimal maneuver by parameters (given for the switching points in initial control law) optimization,

5.1. Initial maneuver law

Shigehara [1] developed a switching function to control the spin axis orientation. The desired state H_r , in terms of angular momentum, can be expressed as $H_r = I_s \dot{\phi} k_r$, where K_r represents the desired direction of the spin axis. The difference between H_r and H is considered as the error vector, $E = H_r - H$. The objective is to reduce E to zero. In turn, assuming p_m to act in a bang-bang manner [8], the switching function S is defined as

$$S \equiv E \cdot (k \times B) \tag{23}$$

where the control criterion to govern the polarity of p_m is expressed as

$$\begin{aligned} p_m &= +1, & \text{when } S > 0 \\ p_m &= -1, & \text{when } S < 0. \end{aligned} \tag{24}$$

If the polarity of the dipole moment is selected according to the sign of the switching function, the magnitude of error always decreases. Therefore, the desired orientation can eventually be achieved from any initial state.

To illustrate the initial control law, derived above, the same model simulated (see Table 1) by Shigehara will be adopted.

The objective is to find the sequence of switching points in order to maneuver from the initial state ($\alpha_i = 130.9^\circ$, $\delta_i = 30^\circ$) to the desired final state ($\alpha_f = 310.9^\circ$, $\delta_f = 60^\circ$).

The simulation indicates the maneuver final time, $t_f \cong 24$ h, the same result obtained by Shigehara. The history of maneuver is displayed in Fig. 3.

Take note that the singularity problem will happen when the declination will be equal to $\delta = 90^\circ$ [see eqn (4)].

5.2. Time-optimal geomagnetic maneuver

In this section, we used the switching points (given by initial control) as parameters to be optimized through suboptimal procedure. The optimization problem of a generic form [9] to be treated is:

To minimize

$$p_m(t) \quad IP = a_s \tag{25}$$

subject to

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{\delta} = T_\delta(p_m(t))/H \\ \dot{x}_2 &= \dot{\alpha} = T_\alpha(p_m(t))/(H \cos x_1) \end{aligned}$$

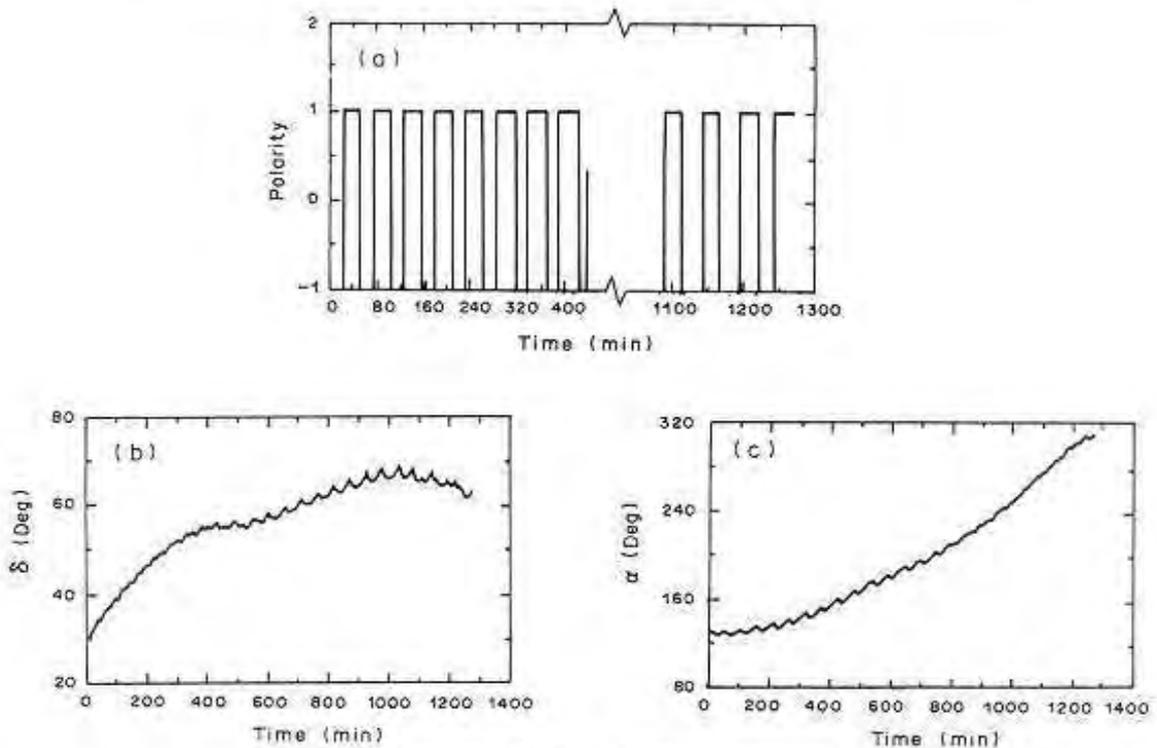


Fig. 4. Time histories of p_m, α, δ (optimal maneuver).

$$\begin{aligned} M_1(x_{t_1}, t_f) &= x_1(t_f) - x_{t_1} = 0 \\ M_2(x_{t_2}, t_f) &= x_2(t_f) - x_{t_2} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

where $x(t_i)$ and t_i are given, x_f is the final state corresponding to the maneuver final time t_f and $H = I_2 \dot{\phi}$.

After application of iterative procedure, the final maneuver time obtained is $t_f = 21$ h; i.e. it was reduced approx. 12%.

Beyond this, in accordance with Fig. 4, the optimal maneuver obtained is different than the maneuver given by initial control.

Take note that a control pattern weighted halfway between the switching points, such as a pulse, triangular, or sine wave, would give faster control than the rectangular pattern [1].

6. CONCLUSIONS

A new formulation for obtaining optimal time geomagnetic maneuvers by a direct search procedure has been presented. The understanding and facility of implementation of this procedure dispenses with treatment necessity and the explicit use (and, therefore, the complexity) of necessary conditions of optimization, making the utilization of the results accessible to non-specialists in the area of optimal control theory of dynamic systems. It is concluded that the procedure is a good choice for optimization of this type of dynamic problems.

To eliminate singularities (present in our work at $\delta = 90^\circ$) and to avoid the lack of numerical precision, it is proposed that one represent the "direction cosine matrix" by using the four Euler parameters (Quaternions).

Based on these factors, and having in view the satellite onboard computation recourses used today,

it is suggested that this new formulation be employed to obtain time-optimal geomagnetic attitude maneuver of spin-stabilized satellites.

Acknowledgements—The authors would like to thank the Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) and the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) who sponsored this work.

REFERENCES

1. M. Shigehara, Geomagnetic attitude control of an axisymmetric spinning satellite. *J. Spacecraft Rockets* 9, 391–398 (1972).
2. B. E. Tossman, A time optimal geomagnetic maneuvering technique for orbit correction thrust vectoring. *Proceedings of the 12th International Symposium on Space Technology and Science*, Tokyo, pp. 389–398. Pergamon Press, New York (1977).
3. J. L. Junkins, C. K. Carrington and C. E. Williams, Time-optimal magnetic attitude maneuvers. *AIAA J. Guidance Control* 4, 363–368 (1981).
4. D. C. Ceballos and A. Rios Neto, Linear programming and suboptimal solutions of dynamical systems control problems. *Proceedings of the International Symposium Spacecraft Flight Dynamics*, Darmstadt, Germany, pp. 239–243 (1981).
5. J. L. Junkins and J. D. Turner, *Optimal Spacecraft Rotational Maneuvers. Studies in Astronautics* 3. Elsevier, New York (1986).
6. J. R. Wertz, *Spacecraft Attitude Determination and Control. Astrophysics and Space Library*. Reidel, London (1978).
7. M. L. Renard, Command laws for magnetic attitude control of spin-stabilized Earth satellites. *J. Spacecraft Rockets* 4, 156–163 (1967).
8. D. C. Kirk, *Optimal Control Theory*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1971).
9. V. O. Gamarra Rosado, Optimização de manobras de satélites estabilizados por "spin", utilizando bobinas magnéticas (Spin-stabilized satellites maneuvers optimization, using magnetic coils). INPE-4778-TDL/350, S. José dos Campos, Brasil (1988).

Automation and cybernetics: control of a flexible one-link manipulator

V.O. Gamarra-Rosado

Campus de Guaratinguetá – UNESP, São Paulo, Brazil

G. Fernández and J.C. Grieco

*Instituto de Ingeniería, Centro de Ingeniería Eléctrica y Sistemas,
Venezuela, and*

M. Armada and N. Aliane

Instituto de Automática Industrial – CSIC, Madrid, Spain

Introduction

One of the most important requirements in robotics is accuracy, and in order to solve this problem robot structures are built very stiff and rigid. In addition, frequently most of today's analyses and controls of industrial robots are based on the assumption that the robot arm is just a collection of rigid bodies, so that, in order to position the end effector to the commanded location, the joint angles must assume computed values, and the robot is presumed stiff enough so that the end effector will thus be in the intended location. Therefore, most robots are built to be massive and unwieldy.

Nowadays, the use of light materials has increased in fields such as robotics, machine tools or advanced space applications, and with requirements such as large working volume, high mobility and the ability to carry heavy payloads, it is desirable to build a lightweight robot arm. Therefore, the rigid-body-assumption in robotics has to be abandoned. Flexibility effects noticeably limit the performance of the different structural elements and thus must be taken into account both at the design and control level. Modelling and control activities should therefore be carried out together.

The deflection and the vibration of the flexible arm robot present a severe problem to the accuracy and position stability. Even the static deflection of the robot arm has to be taken into account for positioning accuracy; and what is

Dr Gamarra-Rosado is a Professor in the Departamento de Mecánica, UNESP, Brazil, Dr Fernández and Dr Grieco are Development and Research Professors, Dr Manuel Armada is Head of the Control Department, and Dr Nourdine Aliane is an Engineer in the Automatic Control Department, Madrid, Spain.

This work was developed at the Control Department of the Industrial Automation Institute (IAI-CSIC, Spain). The authors acknowledge the financial support received from the Educational Council of the Community of Madrid for SELSPOT II purchase and for the funding of the project AE00278/95. V.O. Gamarra-Rosado also would like to thank CNPq-Brasil for financial support.

more important, the high moving speed of the arm implies the action of very large inertia forces on it; thus its stability becomes a critical problem and a more sophisticated control system must be designed. Therefore the control of flexible manipulators is becoming a critical issue in robotics.

The modelling techniques for elastic structures represent an extension of the modelling techniques for rigid robots combined with structural analysis methods[1]. Generally, a model of the elastic deformations (corresponding to small displacements) superimposed on a rigid body dynamic model (corresponding to the large displacements of the structure) is considered. In this case, two different reference systems are used, one linked to the movement of the rigid solid and the other linked to the elastic deformations.

Many papers have been published on the vibration and control of flexible manipulators. Some of them are concerned with the positioning of manipulators using the information from the potentiometers and strain gauges that are deployed along the manipulator axis[2]. It is generally said that the number of sensors should be a minimum to make the control system simple. In 1984, Cannon and Schmitz[3] published the pioneer experimental work in the area of control of flexible robot arms in which they proposed a method of using end-point sensing. This method was, later on, successfully applied to the position control of a one-link flexible arm with a tip mass. The commanded tip position stored in the computer memory was compared with the sensor's measurement of actual tip position. The difference was then used as a basis for applying control torque to the arm base via the direct-current servomotor. It was shown that the feedback control using the tip sensing is enough to shift the end-position to the desired position and hold it there.

In this work the dynamic equations for a flexible one-link manipulator moving in the horizontal (x - y) plane are summarized. The payload is simulated attaching additional masses to the arm at any specified locations. The finite element method, based on elementary beam theory, has been employed during the process of formulation. The validation of the dynamic model and the structural analysis of the flexible manipulator is given by the SELSPOT II system (opto-electronic motion analysis system)[4] which uses active light sources for determining actual positions of objects in space. The experimental results show that the performance of the control is satisfactory, even under perturbation action.

System description

The position control strategy of a one-link flexible robot arm rotating in the horizontal plane used here is essentially a feedback of the hub angle with the vibration information given by a simple second order linear model, constructed to simulate the modal behaviour of the structure in order to drive the motor for suppressing the vibrations due to flexibility. In the experiment, a shaft encoder is used as a sensor of the hub angle. It is assumed that perturbations exciting the vibration modes of the link affect the low-reduction motor axis. The flexible one-link robot arm consists of two parts; the hub, which is modelled as a rigid

Kybernetes
25,5

40

body, and the arm, with length l and circular cross-section, which is modelled as a flexible beam.

Let us consider a rectangular co-ordinate system (x, y, z) , in which the z -axis is opposite to the direction of gravity. The rotation of the arm about the z -axis is given by a time-dependent variable $\theta(t)$, which defines the joint angle. The configuration, in which the axis of the beam in its undeformed state, parallel to the x -axis, is named the home configuration. The differences in position between the deformed state and the undeformed state of the beam in the home configuration are the displacements U_i , referring to the home configuration, as shown in Figure 1.

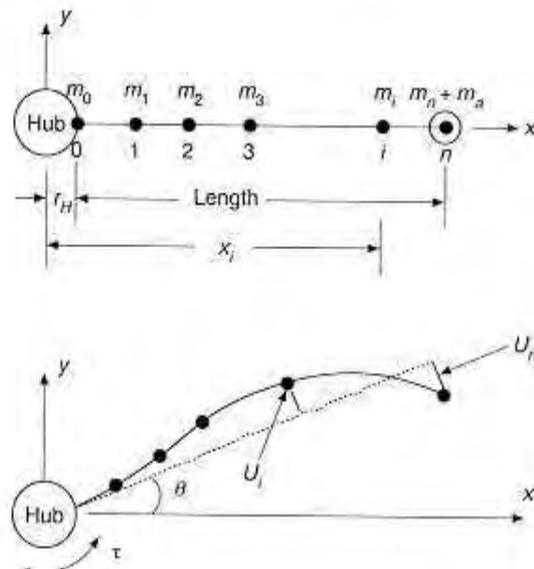


Figure 1.
Flexible one-link
manipulator in its
home configuration

The flexible beam is modelled by finite element method[5], which is further divided into n beam elements, and then it has $n + 1$ nodal points. The generic i th nodal point ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) is associated with the lumped mass, m_i , and referred to home configuration. The payload is simulated by the mass attached to the end-point (the n th nodal point), m_a , as indicated in the figure. Because the motion only occurs in the horizontal plane, it is not necessary to consider the gravitational effect. The dynamic equations for the flexible robot arm[6] can be written as follows:

$$\sum_{j=1}^n \bar{K}_{ij} U_j = -m_i X_i \ddot{\theta} - m_i \ddot{U}_i + m_i U_i \dot{\theta}^2 \tag{1}$$

where \bar{K} is the $n \times n$ stiffness matrix, U_i is the displacement U_y , and $l_i \equiv X_i - X_{i-1}$. Those terms on the right-hand side of equation (1) are the sum of inertia forces acting on the i th node.

A torque, τ , can be applied at the hub which has an inertia moment, J_h . So, another equation, which stipulates that the total moment due to inertia plus the applied torque equals $I\ddot{\theta}$ is:

$$\tau = \ddot{\theta} \left[I_h + \sum_{i=0}^n m_i (U_i^2 + X_i^2) \right] + \sum_{i=0}^n (m_i X_i \ddot{U}_i + 2m_i \dot{\theta} \dot{U}_i U_i) \quad (2)$$

with the assumption that U_0 equals zero.

41

Actuator model

The actuator dynamics[7] is given by the second-order differential equation:

$$\tau_l = K_{eq} V_e - J_a \ddot{\theta}_m - B_a \dot{\theta}_m \quad (3)$$

where θ_m is the rotor position, J_m is the actuator inertia, B_m is the internal viscosity coefficient, K_m is the torque constant, τ_m is the generated torque, $J_a = J_m/r$, $B_a = (B_m + (K_b K_m/R))/r$, and $K_{eq} = K_m/rR$. The armature resistance is given by R , and K_b is the back emf constant. See the block diagram of Figure 2 corresponding to the reduced order system (3), which represents the direct-current (dc) motor together with both the load torque τ_l and the gear train ratio given by r .

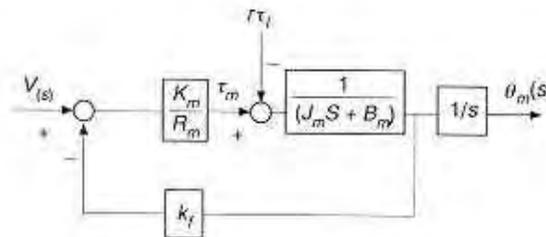


Figure 2.
Block diagram for
reduced order system

A simple way to identify the actuator dynamics is to fit it to the behaviour of a first-order transfer function, given by:

$$\frac{\dot{\theta}_m}{V_e} = \frac{a}{Ts + 1} \quad (4)$$

where V_e is the input voltage of the amplifier; $a = K_{eq}/B_a$; and $T = J_a/B_a$.

Dynamic equations and feedback control

From now on, the governing equations of the system, equations (1), (2) and (3), may be written symbolically as:

$$M(\alpha)\ddot{\alpha} + N(\alpha, \dot{\alpha})\dot{\alpha} + K\alpha = Lu \quad (5)$$

where

$$\alpha \equiv \begin{bmatrix} \theta \\ U_i \end{bmatrix}; \quad M(\alpha) = \begin{bmatrix} (J_a + \sum [m(X_i^2 + U_i^2)]_i) & m_i X_i \\ m_i X_i & m_i \end{bmatrix};$$

Kybernetes
25,5

$$N(\alpha, \dot{\alpha}) = \begin{bmatrix} B_a & 2m_i U_i \dot{\theta} \\ -m_i U_i \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix}; \quad K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{K}^i \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} K_{eq} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

42

Since the resulting equations are non-linear, we linearize them with respect to some reference state θ_s , and obtain linear time-invariant differential equations. In this representation, it is assumed that n is large enough to describe the dynamic behaviour of the flexible beam. Thus equation (5) can be regarded as the full-order model of the flexible beam but, practically, it is assumed that these equations can be truncated at some finite number n . Therefore, as a result actuator/sensor bandwidth limits, a finite-dimensional model of the flexible-link manipulator that ignores the high-frequency modes is obtained. In general, to study the control of the flexible manipulator it is convenient to represent the dynamic model in the space state:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (6)$$

where A, B, C are constant matrices. Based on this model the state estimator will be constructed, where the state vector is given by $x = [\alpha \ \dot{\alpha}]^T$, and the input u is given by the armature voltage.

It must be noticed that the linearized model of the modal vibration can be assumed to be a second-order system, where the input is the hub angle and the output is the induced vibration. This assumption was necessary here in order to simplify the model and the control strategy, minimizing the number of sensors needed to diminish the oscillation of the tip. An estimate of the tip oscillation is obtained from this model and feedforwarded to the input (see Figure 3).

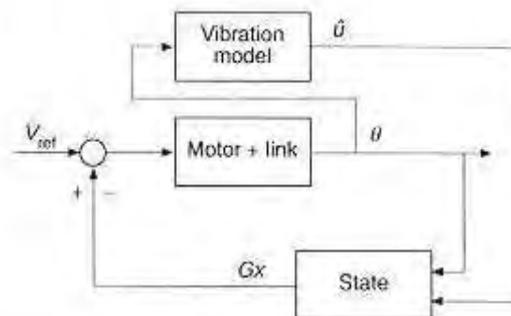


Figure 3.
Block diagram of the
overall control system

Since our problem is to regulate (3) and (4) simultaneously by the control $u(t)$, a feedback control law should be sought so as to guarantee the stability of the closed-loop system. In general, state feedback control law for the system governed by the equations system (6) has the form:

$$u(t) = -Gx = -[g_{rp} \ g_{rd} \ g_{fp} \ g_{fd}]x. \quad (7)$$

The poles of the feedback system described by equation (6) can be placed arbitrarily by choosing suitable values of the state feedback gain vector G . However, the feedback gain vector G should be chosen carefully so as not to exceed the allowable input torque.

Experimental set-up

The developed one-link experimental manipulator is illustrated in Plate 1. The arm is a flexible brass beam with a circular cross-section of $d = 3$ mm, which has $l = 0.8$ m, Young's elasticity module $E = 5.8 \times 10^{10}$ N/m², density $\rho = 8.38 \times 10^3$ kg/m³, and $m_a = 0$. At one end, the arm is clamped on a hub of radius $r_h = 6.5$ mm which is mounted on the vertical shaft of a dc-motor. The position and vibration of the end-point of the arm is controlled simultaneously by this actuator, which has a gear reduction ratio of 35. A shaft encoder attached to the dc-motor is used to measure the hub angle. A Maxon dc-motor 47.065.032-00 is used and an HCTL-1100, which is a high-performance, general-purpose motion control IC from Hewlett-Packard. The parameters of the actuator, experimentally determined by applying a step input, are $a = 0.7592$ rd/s/volt and $T = 0.0711$ s.

43

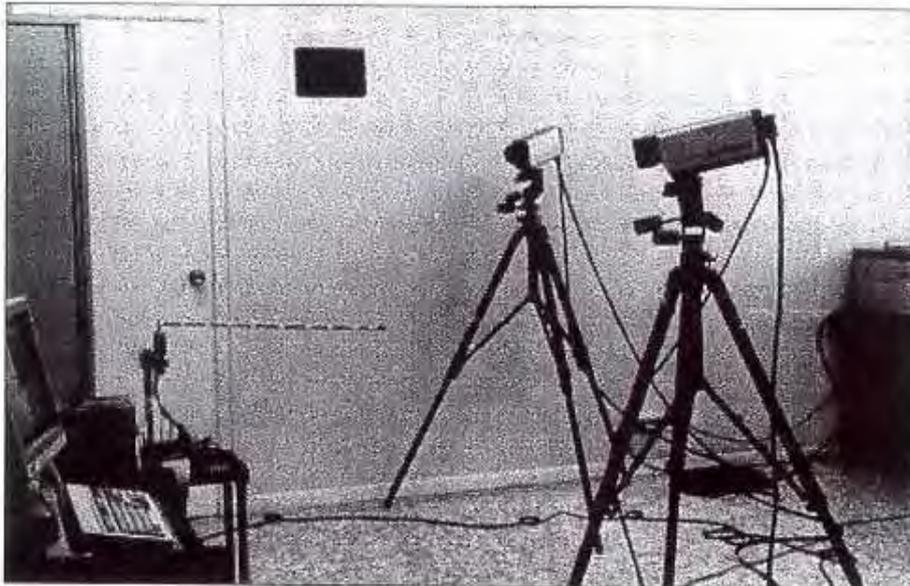


Plate 1.
View of the
experimental flexible
manipulator

Simulation results are shown for a flexible arm with previous characteristics, reference angle $\theta_{ref} = 45^\circ$, and number of beam elements $n = 1$. Figure 4, without vibration control, shows the step response of hub angle for the case of a conventional rigid arm controller. As it can be seen from the figure, the rigid-body mode reaches the desired position rapidly. However, the flexible modes are excited and damped slowly. Therefore, Figure 5, with vibration control, shows

Kybernetes
25,5

44

Figure 4.
Simulation responses
of the flexible arm
without vibration
control: $g_{fp} = 31$
and $g_{rd} = 8.5$

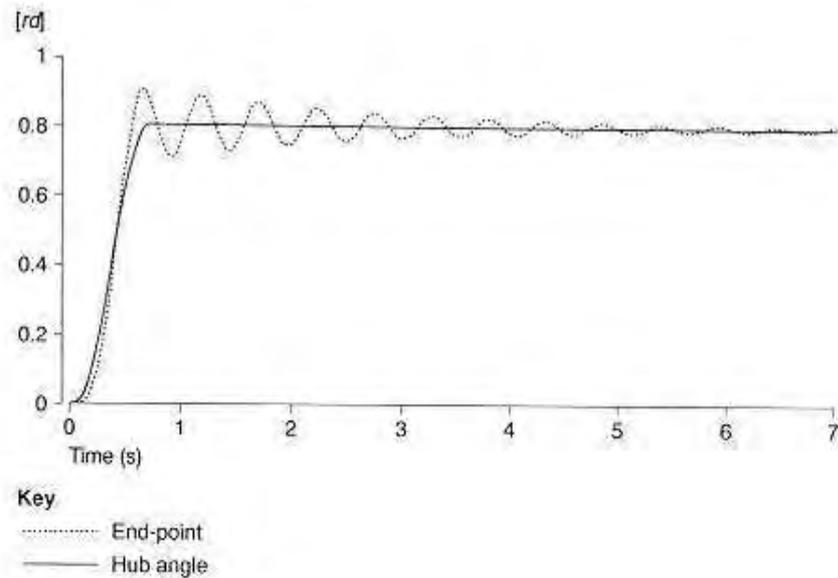
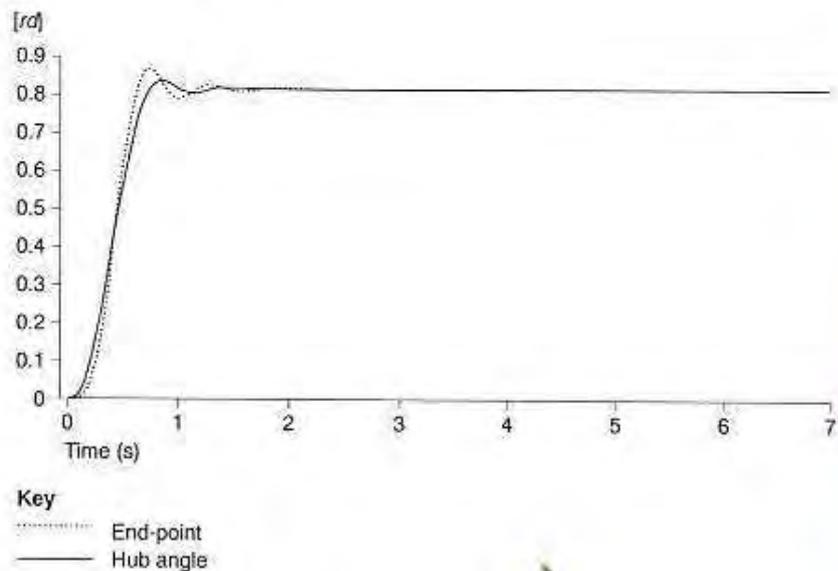


Figure 5.
Simulation responses
of the flexible arm
with vibration control:
 $g_{fp} = -31$ and $g_{fd} = -4$



the measured hub angle, exhibiting a 3 per cent overshoot in the time response, and the vibration modes are quickly damped.

The experimental implementation that was conducted to validate the dynamic model and to measure the vibration and the end-point position during the motions of the flexible manipulator employs the SELSPOT II motion analysis system (see Appendix). Experimental results are shown in Figure 6, in which the feedback signals are the output of the shaft encoder and its derivative, i.e. without vibration control. The velocity feedback gain g_{rd} is

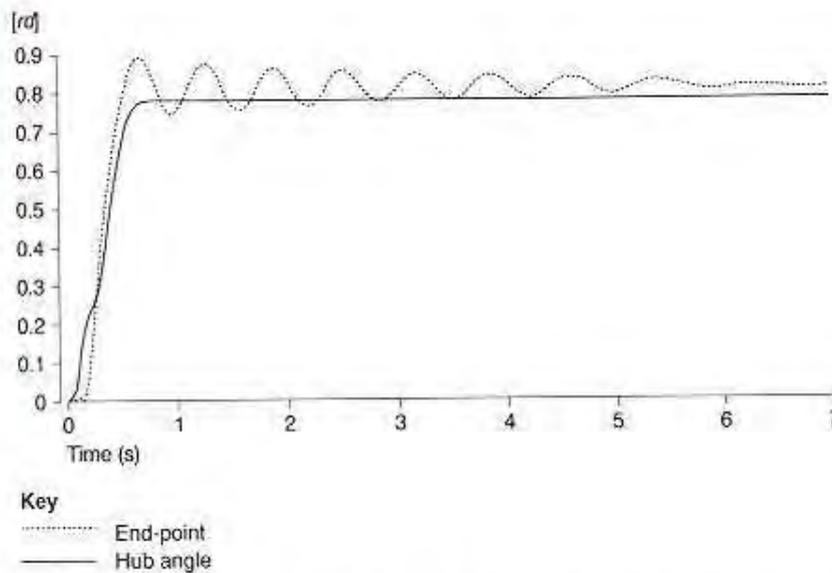


Figure 6. Experimental responses of the hub angle and the end-point (response with oscillations) of the flexible arm, without vibration control: $g_{fp} = 29.8$ and $g_{fd} = 3.28$

adjusted on the amplifier such that there is no joint velocity overshoot. One can see that only the experimental behaviour of the system with hub control is very similar to results obtained in simulation.

After experimental modal analysis by applying a PRBS-signal through the actuator, we obtained the dominant characteristic in frequency of the end-point behaviour to construct an observer (whose state variables are the estimates of the state variables of the model); and feedback these signals, position and velocity, by control software. The program is written in C language, and the

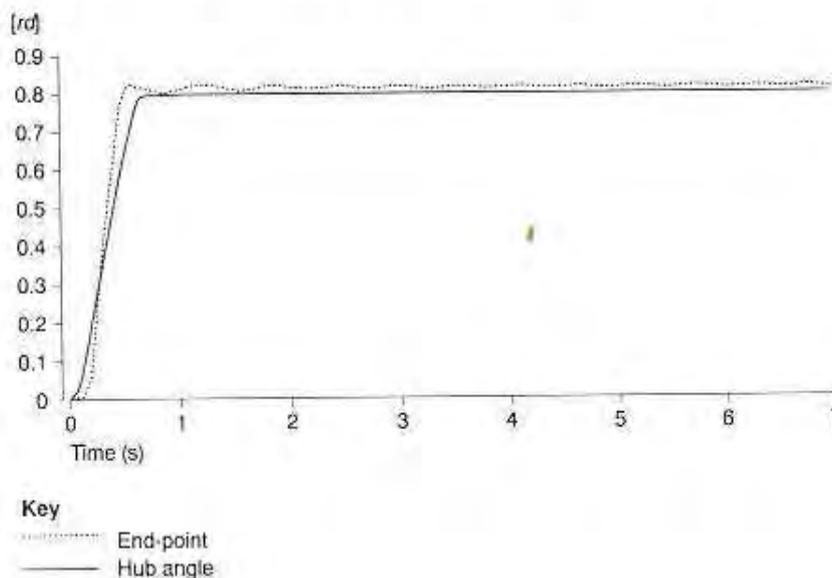


Figure 7. Experimental responses of the hub angle and the end-point (response with small oscillations) of the flexible arm, with vibration control: $g_{fp} = -25$ and $g_{fd} = -2.4$

Kybernetes
25,5

46

sampling period is 2ms. Since the bandwidth of the actuator system is about 30Hz, the overall system can be regarded as a continuous system. Experimental results of the flexible arm with vibration control are shown in Figure 7, where the vibrations are totally eliminated. It is observed that the velocity feedback suppresses the arm vibration. However, an excess value of the displacement feedback gain g_{fd} again promotes the appearance of the vibration even if the servo loop is reinforced with the velocity feedback. Hence, it can be said that there are optimum values of g_{fd} for satisfactory behaviour of the arm. As can be seen from the figures the theoretical results are, in general, in good agreement with the experimental ones, and the performance of the overall system is satisfactory.

Conclusions

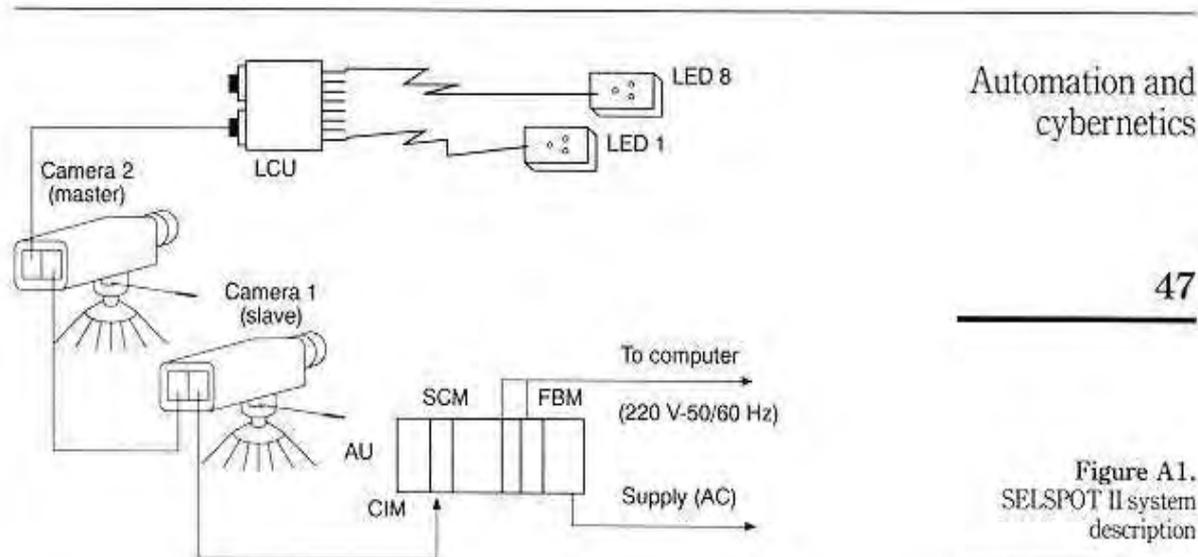
A one-link flexible manipulator was developed and instrumented in order to control its vibration modes. The vibration model used here is very simple and permits vibrations on the rod to be estimated using the hub angle. A very cheap system is thus obtained that only senses the motor rotated angle. It is shown that, for the simple case of a one-link manipulator this second-order model is enough for control purposes. The system is powered by a dc-drive with appropriate gear-train, and the control law is implemented by software, increasing flexibility of the control system. The experiments demonstrate the high quality of the link position stabilization achieved with the vibration mode dynamic controller. In the future, to get added robustness and improved performance, feedback of the measured tip position from the SELSPOT II system also will be considered. Finally, a complete observer-based strategy will be implemented and the results will be compared with those presented here.

References

1. Book, W.J., "Recursive Lagrangian dynamics of flexible manipulator arms", *International Journal of Robotics Research*, Vol. 3 No. 3, 1984, pp. 87-101.
2. Book, W.J., Maizza-Neto, O. and Whitney, D.E., "Feedback control of two beam, two joint systems with distributed flexibility", *Transactions of the ASME*, 1975, pp. 424-31.
3. Cannon, R.H. Jr and Schmitz, E., "Initial experiments on the end-point control of a flexible one-link robot", *International Journal of Robotics Research*, Vol. 3 No. 3, 1984, pp. 62-75.
4. *User's Manual SELSPOT II Hardware, Dynamic Version*, Copyright Selcom, Sweden.
5. Clough, R. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, MacGraw-Hill, New York, NY, 1982.
6. Lee, J.D. and Wang, B.L., "Optimal control of a flexible robot arm", *Computers Structures*, Vol. 29 No. 3, 1988, pp. 459-67.
7. Spong, M.W. and Vidyasagar, M., *Robot Dynamics and Control*, J. Wiley & Sons, New York, NY, 1989.

Appendix. SELSPOT II system description

The Selspot II system, as shown in Figure A1, is an opto-electronic motion analysis system which utilizes active light sources for determining actual positions of objects in space. These positions can be presented in Cartesian co-ordinates and can be calculated into speed and acceleration. This system uses active light sources, such as light emitting diodes (LEDs) or lasers, which are applied



to the points of an object that are of interest. The LEDs are powered by an LED control unit (LCU) which turns on the light sources sequentially.

The camera, of which up to 16 can be used, consists of a detector, analogue pre-amplifier, analogue amplifiers for X and Y position and A/D converters, senses the intensity of light from the light source. The camera will now record the position of the LED and will deliver two 12-bit serial words of position information to the camera interface module (CIM). The CIM converts the serial data to parallel and will also supply an analogue signal.

The parallel data is sent to the Selspot control module (SCM) or to the FIFO buffer module (FBM) which communicates with an external computer. The administrating unit (AU) contains, in addition to the camera interface module, the Selspot control module and the sequencer module (see also SELSPOT II system manual[4]). SELSPOT II was developed by Innovision Systems for Selcom AB, Partille, Sweden.



A planar flexible robotic manipulator

Victor Orlando Gamarra-Rosado

*Division of Mechanical Engineering, College of Engineering – UNESP,
 Guaratinguetá, Brazil*

A planar
flexible robotic
manipulator

787

Keywords *Cybernetics, Robotics, Dynamic modelling, Simulation*

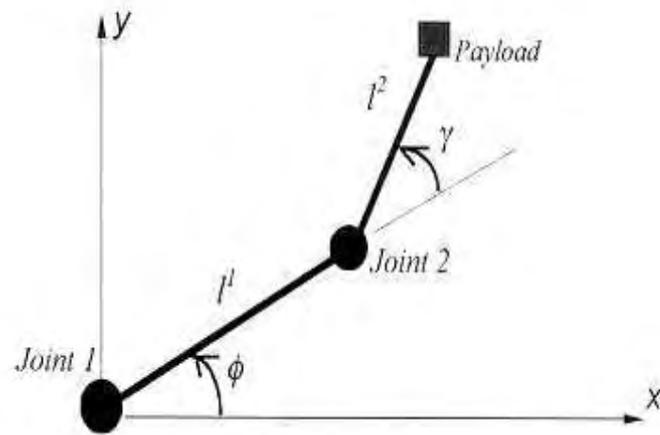
Abstract *Presents the dynamic modelling of a flexible robotic manipulator with two flexible links and two revolute joints, which rotates in the horizontal plane. The dynamic equations are derived using the Newton-Euler formulation and the finite element method, based on elementary beam theory, which is used to discretize the displacements such that the small motion is represented in terms of nodal displacements. Computer simulation results are presented to illustrate this study. The dynamic model becomes necessary for use in future design and control applications.*

1. Introduction

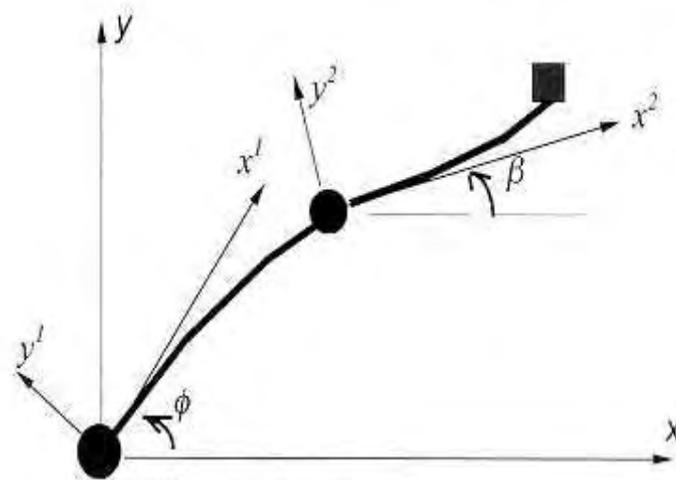
In modelling and controlling of this kind of manipulator the flexibility of their members must be considered (Book, 1984; Sunada and Dubowsky, 1983; Chang and Hamilton, 1991; Gamarra-Rosado and Zampieri, 1997; Gamarra-Rosado *et al.*, 1996). The purpose of this work is to obtain a dynamic model for the design and control of a flexible robotic manipulator. The dynamic model will completely describe motions of a manipulator with flexible links, including large motions, small motions, and their interactions. The robotic manipulator is modelled as being composed of two links attached to each other with the first link attached to a fixed base. Each link is assumed to be symmetrical about its longitudinal axis in the absence of deformation. The equations of motion are obtained from the Newton-Euler formulation and the finite element method is utilized to discretize the displacements. A cubic shape function is assumed for a single beam element in this research. The simulation results were obtained using the *MatLab* software.

2. Problem description

The manipulator consists of two revolute joints, which is modelled as a rigid body, and two flexible links (Figure 1). The motion of the manipulator is confined in the horizontal (x, y) plane. The undeformed configuration can be seen, where the upper arm makes an angle ϕ with respect to the x -axis, and the angle between the upper arm and the lower arm is denoted by γ . The deformed configuration of the flexible manipulator defines two new co-ordinate systems, (x^1, y^1) and (x^2, y^2) , such that the x^1 -axis and x^2 -axis are parallel to the tangents of the upper arm and the lower arm at the origin and at the joint between the two links, respectively. Let the angle between the x^2 -axis and the x -direction be denoted by β . The upper arm and the lower arm are modelled by n beam elements and m beam elements, respectively. The position vector of the generic i th nodal point ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) of the deformed upper arm can be expressed in the (x^1, y^1) co-ordinate system as



(a) Undeformed configuration.



(b) Deformed configuration.

Figure 1.
Configuration of a
planar flexible robotic
manipulator

$$\mathbf{p}_i^1 \equiv (x_i^1, y_i^1) = \begin{bmatrix} X_i^1 \\ U_i^1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

where U_i^1 is the displacement of the i th nodal point in the direction of y^1 -axis and the lumped mass at this point is denoted by M_i^1 . Similarly, the position of the j th nodal point ($j = 0, 1, 2, \dots, m$) of the deformed lower arm is

$$\mathbf{p}_j^2 \equiv (x_j^2, y_j^2) = \begin{bmatrix} X_j^2 \\ U_j^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

and the lumped mass at this point is denoted by M_j^2 .

The position vector for any point on the *upper arm*, expressed in the global coordinate system (x, y) , may be obtained as

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi \\ s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^1 \\ U^1 \end{bmatrix} \equiv Q^1 \begin{bmatrix} X^1 \\ U^1 \end{bmatrix} \equiv Q^1 \mathbf{p}^1 \quad (3)$$

where Q^1 is an orthogonal transformation matrix, and $c\phi = \cos(\phi)$ and $s\phi = \sin(\phi)$. The position vector of any point on the *lower arm*, expressed in the global coordinate system (x, y) , may be obtained as

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\beta & -s\beta \\ s\beta & c\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^2 \\ U^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi \\ s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l^1 \\ U^* \end{bmatrix} \equiv Q^2 \mathbf{p}^2 + Q^1 \mathbf{p}_n^1 \quad (4)$$

where $U^* \equiv U_n^1$.

The total force acting on a generic point is equal to the inertia force acting on the point, i.e. the total force acting on i th nodal point of the *upper arm*, expressed in the (x^1, y^1) coordinate system, can be calculated as

$$\mathbf{f}_i^1 = (Q^1)^T \mathbf{f}_i = -M_i^1 (Q^1)^T [\ddot{Q}^1 \mathbf{p}^1 + 2\dot{Q}^1 \mathbf{v}^1 + Q^1 \mathbf{a}^1] \quad (5)$$

Explicitly, equation (11) can be rewritten as

$$f_i^1(x) = M_i^1 [U_i^1 \ddot{\phi} + X_i^1 \dot{\phi}^2 + 2\dot{U}_i^1 \dot{\phi}] \quad (6)$$

$$f_i^1(y) = -M_i^1 [\ddot{U}_i^1 + X_i^1 \ddot{\phi} - U_i^1 \dot{\phi}^2] \quad (7)$$

The total force acting on the j th nodal point of the *lower arm* can be expressed in the (x^1, y^1) coordinate system and the (x^2, y^2) coordinate system, respectively, as follows

$$\mathbf{f}_j^{21} = -M_j^2 (Q^1)^T [\ddot{Q}^2 \mathbf{p}^2 + 2\dot{Q}^2 \mathbf{v}^2 + Q^2 \mathbf{a}^2 + \ddot{Q}^1 \mathbf{p}_n^1 + 2\dot{Q}^1 \mathbf{v}_n^1 + Q^1 \mathbf{a}_n^1] \quad (8)$$

$$\mathbf{f}_j^{22} = -M_j^2 (Q^2)^T [\ddot{Q}^2 \mathbf{p}^2 + 2\dot{Q}^2 \mathbf{v}^2 + Q^2 \mathbf{a}^2 + \ddot{Q}^1 \mathbf{p}_n^1 + 2\dot{Q}^1 \mathbf{v}_n^1 + Q^1 \mathbf{a}_n^1] \quad (9)$$

Explicitly, equations (8-9) can be rewritten as

$$f_j^{21}(x) = +M_j^2 [U^* \ddot{\phi} + l^1 \dot{\phi}^2 + 2\dot{U}^* \dot{\phi} + S\ddot{U}_j^2 + 2C\dot{\beta}\dot{U}_j^2 + (SX_j^2 + CU_j^2)\ddot{\beta} + (CX_j^2 - SU_j^2)\dot{\beta}^2] \quad (10)$$

Kybernetes
29,5/6

$$f_j^{21}(y) = -M_j^2[\ddot{U}^* + l^1\ddot{\phi} - U^*\dot{\phi}^2 + C\ddot{U}_j^2 - 2S\dot{\beta}\dot{U}_j^2 + (CX_j^2 - SU_j^2)\ddot{\beta} - (SX_j^2 + CU_j^2)\dot{\beta}^2] \quad (11)$$

790

$$f_j^{22}(x) = +M_j^2[U_j^2\ddot{\beta} + X_j^2\dot{\beta}^2 + 2\dot{U}_j^2\dot{\beta} - S\ddot{U}^* + 2C\dot{U}^*\dot{\phi} - (S^l - CU^*)\ddot{\phi} + (Cl^1 + SU^*)\dot{\phi}^2] \quad (12)$$

$$f_j^{22}(y) = -M_j^2[\ddot{U}_j^2 + X_j^2\dot{\beta}^2 - U_j^2\dot{\beta}^2 + C\ddot{U}^* + 2S\dot{U}^*\dot{\phi} + (Cl^1 + SU^*)\ddot{\phi} + (S^l - CU^*)\dot{\phi}^2] \quad (13)$$

where $C \equiv \cos(\beta - \phi)$ and $S \equiv \sin(\beta - \phi)$.

The total force acting on the lower arm is equivalent to a force in the x^1 -direction, F_x , a force in the y^1 -direction, F_y , and a bending moment T_2 , acting at the joint between the upper arm and the lower arm (see Figure 2). These resultant forces and moment may be written as:

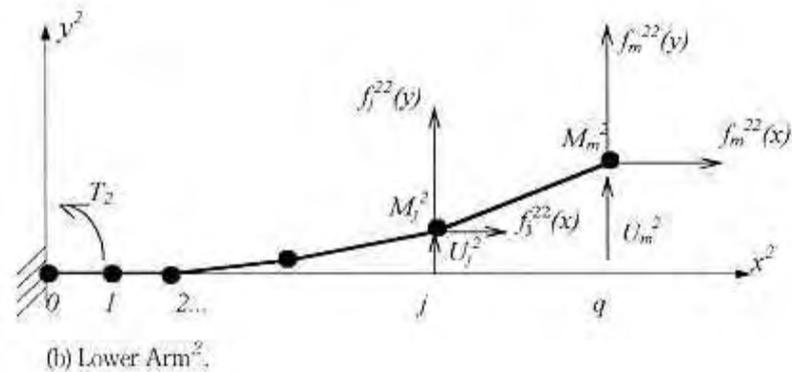
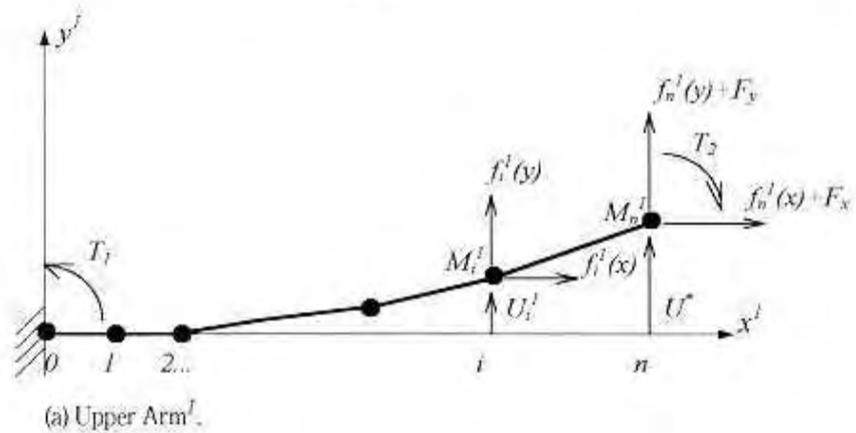


Figure 2.
Forces and moment
acting on the two links

$$F_x = \sum_{j=1}^m f_j^{21}(x) = +\Gamma(U^* \ddot{\phi} + l^1 \dot{\phi}^2 + 2\dot{U}^* \dot{\phi}) + \sum_{j=1}^m M_j^2 [S\ddot{U}_j^2 + (SX_j^2 + CU_j^2)\ddot{\beta} + 2C\dot{\beta}\dot{U}_j^2 + (CX_j^2 - SU_j^2)\dot{\beta}^2] \quad (14)$$

A planar
flexible robotic
manipulator

$$F_y = \sum_{j=1}^m f_j^{21}(y) = -\Gamma(\ddot{U}^* + l^1 \ddot{\phi} - U^* \dot{\phi}^2) - \sum_{j=1}^m M_j^2 [C\ddot{U}_j^2 + (CX_j^2 - SU_j^2)\ddot{\beta} - 2S\dot{\beta}\dot{U}_j^2 - (SX_j^2 + CU_j^2)\dot{\beta}^2] \quad (15)$$

791

$$T_2 = \sum_{j=1}^m f_j^{22}(x)U_j^2 - f_j^{22}(y)X_j^2 = \sum_{j=1}^m M_j^2 (X_j^2 \dot{U}_j^2 + (CX_j^2 - SU_j^2)\dot{U}^* + (Cl^1 X_j^2 + SU^* X_j^2 - Sl^1 U_j^2 + CU^* U_j^2)\ddot{\phi} + ((X_j^2)^2 + (U_j^2)^2)\dot{\beta} + 2\dot{U}^*(SX_j^2 + CU_j^2)\dot{\phi} + (Sl^1 X_j^2 - CU^* X_j^2 + Cl^1 U_j^2 + SU^* U_j^2)\dot{\phi}^2 + 2U_j^2 \dot{U}_j^2 \dot{\beta}) \quad (16)$$

where, $\Gamma = \sum_{j=1}^m M_j^2$.

Similarly, the total moment acting on the origin, T_1 , can be obtained as

$$\begin{aligned} T_1 &= \sum_{i=1}^n [l_i^1(x)U_i^1 - f_i^1(y)X_i^1] + F_y l^1 - F_x U^* + T_2 \\ &= + \sum_{i=1}^{n-1} M_i^1 X_i^1 \dot{U}_i^1 + (M_n^1 + \Gamma)l^1 \ddot{U}^* + (Cl^1 + SU^*) \sum_{j=1}^m M_j^2 \ddot{U}_j^2 \\ &\quad + \ddot{\phi} \left[\Gamma((l^1)^2 + (U^*)^2) + \sum_{i=1}^n M_i^1 ((X_i^1)^2 + (U_i^1)^2) \right] + \dot{\beta} \left\{ \sum_{j=1}^m M_j^2 [(Cl^1 + SU^*)X_j^2 - (Sl^1 - CU^*)U_j^2] \right\} + 2\dot{\phi}(\Gamma U^* \dot{U} \\ &\quad + \sum_{i=1}^n M_i^1 U_i^1 \dot{U}_i^1) - 2\dot{\beta}(Sl^1 - CU^*) \sum_{j=1}^m M_j^2 \dot{U}_j^2 - \dot{\beta}^2 \left\{ \sum_{j=1}^m M_j^2 [(Cl^1 + SU^*)U_j^2 + (Sl^1 - CU^*)X_j^2] \right\} + T_2 \end{aligned} \quad (17)$$

Now, the two-link manipulator can be treated as two cantilever beams on which

Kybernetes
29,5/6

the forces and moment are acting, as shown in Figure 2. Following standard procedures in finite element analysis (Przemieniecki, 1986) and the elementary beam theory, one may obtain the governing equations for the lower arm (beam 2), as follows (Lee *et al.*, 1987):

792

$$\mathbf{K}^2 \mathbf{U}^2 = \mathbf{f}^{22} \quad (18)$$

where

$$\mathbf{U}^2 \equiv (U_1^2, U_2^2, U_3^2, \dots, U_m^2)^T \quad (19)$$

$$\mathbf{f}^{22} \equiv [f_1^{22}(y), f_2^{22}(y), f_3^{22}(y), \dots, f_m^{22}(y)]^T \quad (20)$$

and \mathbf{K}^2 is the $(m \times m)$ stiffness matrix for a cantilever beam subjected to applied forces only. For the upper arm (beam 1), because there is a bending moment, T_2 , acting at the free end of beam 1 (see Figure 2), following the same procedure outlined (Lee *et al.*, 1987), the governing equations may be written as

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}' & \mathbf{K} \\ \mathbf{K}^T & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}^1 \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}' \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

where,

$$\mathbf{U}^1 \equiv (U_1^1, U_2^1, U_3^1, \dots, U_n^1)^T \quad (22)$$

$$\mathbf{f}' \equiv (f_1^1(y), f_2^1(y), f_3^1(y), \dots, f_n^1(y) + F_y) \quad (23)$$

and s is the slope at the free end of beam 1; \mathbf{K}' is a $(n \times n)$ matrix; \mathbf{K} is a vector of length n and it can be written as $(K_1, K_2, \dots, K_n)^T$. By eliminating s from equation (21), the following is obtained

$$\mathbf{K}^1 \mathbf{U}^1 = \mathbf{f}' - \frac{\mathbf{K} T_2}{k} \quad (24)$$

where $\mathbf{K}^1 = \mathbf{K}' - \frac{\mathbf{K} \mathbf{K}^T}{k}$. Now equations (18), (24), (16) and (17) may be rewritten in a more compact form as follows

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & 0 & \mathbf{b} \\ 0 & \mathbf{a}_2 & c \\ \mathbf{b}^T & c^T & \mathbf{a}_3 \end{bmatrix} \ddot{\omega} \equiv \Omega \quad (25)$$

where

$$\omega \equiv (U_1^1, U_2^1, \dots, U_{n-1}^1, U_1^2, U_2^2, \dots, U_m^2, U_n^1, \beta, \phi)^T \quad (26)$$

A planar
flexible robotic
manipulator

$$\mathbf{a}_1 \equiv \begin{bmatrix} M_1^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_2^1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & M_{n-1}^1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{a}_2 \equiv \begin{bmatrix} m_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & M_m^2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{a}_3 \equiv \begin{bmatrix} A_1 & A_4 & l^1 A_1 \\ A_4 & A_2 & A_5 \\ l^1 A_1 & A_5 & A_3 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{b} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_1^1 X_1^1 \\ 0 & 0 & M_2^1 X_2^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & M_{n-1}^1 X_{n-1}^1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} \equiv \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{1m} & C_{2m} & C_{3m} \end{bmatrix} \quad (27)$$

793

$$\Omega \equiv (p_1, p_2, \dots, p_{n-1}, q_1, q_2, \dots, q_m, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)^T \quad (28)$$

$$A_1 \equiv M_n^1 + \Gamma; A_2 \equiv \sum_{j=1}^m M_j^2 [(X_j^2)^2 + (U_j^2)^2]; A_3 \equiv \sum_{i=1}^n M_i^1 [(X_i^1)^2 + (U_i^1)^2]$$

$$+ \Gamma [(l^1)^2 + (U_n^1)^2]; A_4 = C \sum_{j=1}^m M_j^2 X_j^2 - S \sum_{j=1}^m M_j^2 U_j^2; A_5 \equiv (C^1 + S U^*)$$

$$\sum_{j=1}^m M_j^2 X_j^2 - (S l^1 - C U^*) \sum_{j=1}^m M_j^2 U_j^2 \quad (29)$$

$$c_{1j} \equiv C M_j^2; \quad c_{2j} \equiv M_j^2 X_j^2; \quad c_{3j} \equiv M_j^2 (C_1 + S U^*) \quad (30)$$

$$p_i \equiv - \sum_{j=1}^n K_{ij}^1 U_j^1 + M_i^1 U_i^1 \dot{\phi}^2 - \left(\frac{K_i}{k} \right) T_2 \quad (31)$$

$$q_i \equiv - \sum_{j=1}^m K_{ij}^2 U_j^2 - 2S \dot{U}^* \dot{\phi} M_i^2 + \beta^2 U_i^2 M_i^2 - (S l^1 - C U^*) \dot{\phi}^2 M_i^2 \quad (32)$$

Kybernetes
29,5/6

794

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &\equiv -\sum_{j=1}^n K_m^1 U_j^1 + (M_n^1 + \Gamma) U^* \dot{\phi}^2 - \left(\frac{K_n}{k}\right) T_2 + 2S\dot{\beta} \sum_{j=1}^m M_j^2 \dot{U}_j^2 + \dot{\beta}^2 \sum_{j=1}^m (SX_j^2 + CU_j^2) M_j^2 \\
 \gamma_2 &\equiv T_2 - 2\dot{U}^* \dot{\phi} \sum_{j=1}^m M_j^2 (SX_j^2 + CU_j^2) - 2\dot{\beta} \sum_{j=1}^m M_j^2 U_j^2 \dot{U}_j^2 - \dot{\phi}^2 \sum_{j=1}^m M_j^2 \\
 &\quad (SI^1 X_j^2 - CU^* X_j^2 + CI^1 U_j^2 + SU^* U_j^2) \\
 \gamma_3 &\equiv T_1 - T_2 - 2\dot{\phi} \left(\Gamma U^* \dot{U}^* + \sum_{i=1}^n M_i^1 U_i^1 \dot{U}_i^1 \right) + 2\dot{\beta} (SI^1 - CU^*) \sum_{j=1}^m M_j^2 \dot{U}_j^2 + \dot{\beta}^2 \\
 &\quad \left\{ \sum_{j=1}^m M_j^2 [(CI^1 + SU^*) U_j^2 + (SI^1 - CU^*) X_j^2] \right\} \quad (33)
 \end{aligned}$$

3. Simulation results

To illustrate the effects of the flexibility in the robotic manipulator the parameters of Table I are used. The simulation was done to maneuver the arm from $\phi_i = 0$ [rad] to $\phi_f = 0.768$ [rad] and $\beta_i = 0$ [rad] to $\beta_f = 0.384$ [rad], during 1.5 seconds. In addition, there was considered in relation to both joints the same actuator dynamics model given by a second-order differential equation that represents the direct-current motor (Gamarra-Rosada *et al.*, 1996). A shaft encoder attached to dc-motor is used to measure the hub angle. The joint control system is given as the block diagram shown in Figure 3 that consists of a feedforward and feedback control. Figures 4 and 5 show the system responses, which illustrate the importance of the flexibility effects.

Figure 4 shows the response of the end-point of the flexible manipulator (dashed plot) and the displacements of the free end of the link 1 (joint 2). Figure 5 shows the effects of these displacements in the joints during the maneuver. The rigid body mode reaches the desired position rapidly; however, the flexible modes are excited and damped slowly.

Table I.
Manipulator model
parameters

Length of link 1 and 2	0.3m
Cross-section area of links	$0.127 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Cross-section area moment of inertia about z-axis	$0.3 \times 10^{-12} \text{ m}^2$
Young's modulus of elasticity	$1.3 \times 10^{12} \text{ N/m}^2$
Mass per unit length	0.1kg/m
Joint 1 and 2 masses	$8 \times 10^{-2} \text{ kg}$
Nominal payload	$2 \times 10^{-3} \text{ kg}$
Number of beam elements	4

A planar flexible robotic manipulator

795

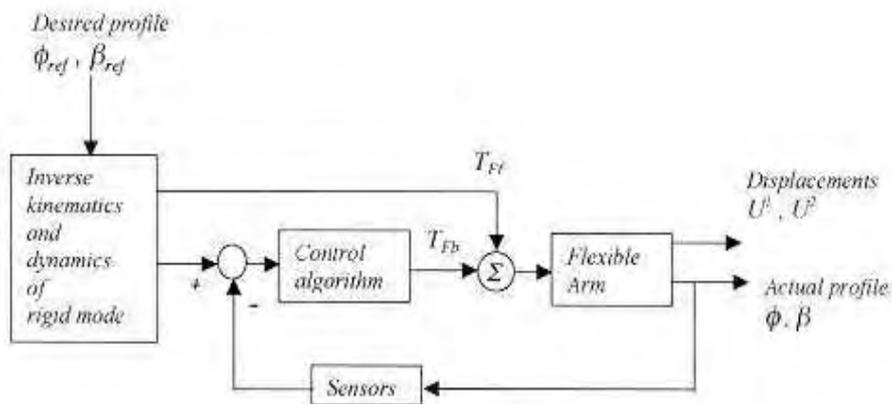


Figure 3.
Block diagram
of the joint angle
control system

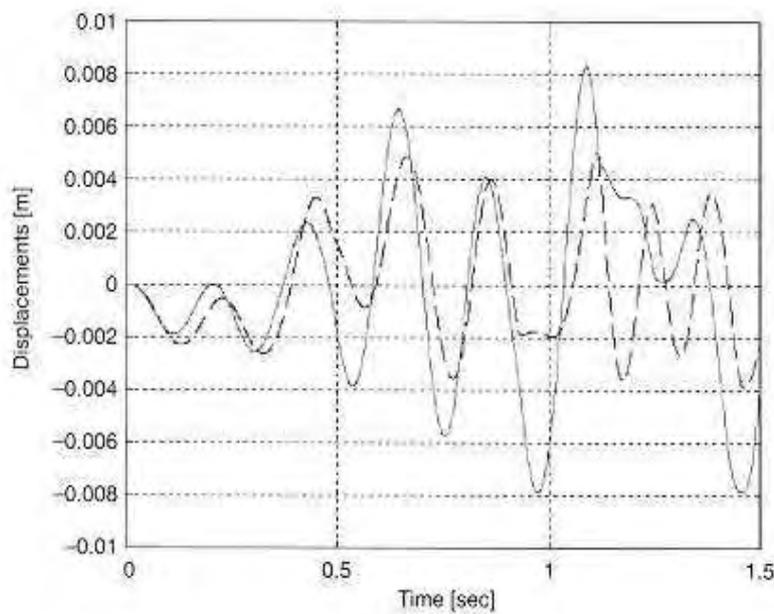


Figure 4.
Tip vibrations

4. Conclusion

In this work, the dynamic model of the planar flexible robotic manipulator that has two revolute joints and two flexible links was obtained. The governing equations of the system are nonlinear. Axial deformations are neglected and only the transverse bending displacements are dominant in the theoretical modelling of this manipulator. Viscous damping at the joints is ignored.

The flexibility of the system degrades the function of the position controller of the end-effector; thus, it must be taken into account, since flexibility limits the system stability, the accuracy of operations and control gains. Here the flexible manipulator is under a collocated PD output feedback control using hub angle measurements.

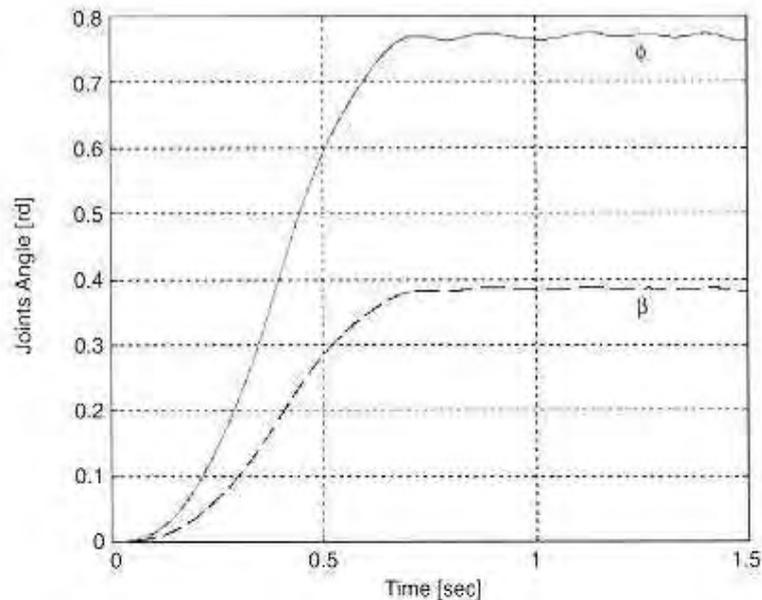


Figure 5.
Joint angles

For digital control systems, flexibility will also affect the sampling rate. However, one may construct an estimator (observer) based on the linear version of the system that involves few variables. So, for practical purpose, real-time control of flexible robotic manipulator is feasible.

References

- Book, W.J. (1984), "Recursive Lagrangian dynamics of flexible manipulator arms", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 3 No. 3, pp. 87-101.
- Chang, I.W. and Hamilton, J.F. (1991), "Dynamics robotic manipulators with flexible links", *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 113, pp. 54-9.
- Gamarra-Rosado, V.O. and Zampieri, D.E. (1997), "Experimental dynamic validation of a flexible one-link arm", in Balthazar, J.M., Mook, D.T. and Rosário, J.M. (Eds), *Non-linear Dynamics, Chaos, Control, and Their Applications to Engineering Sciences*, Vol. 1, "Chapter 3 - Control, robotics, neural networks and optimisation engineering", pp. 326-30.
- Gamarra-Rosado, V.O., Fernández, G., Grieco, J.C., Armada, M. and Aliane, N. (1996), "Automation and cybernetics: control of a flexible one-link manipulator", *Kybernetes*, Vol. 25 No. 5, pp. 38-47.
- Lee, J.D., Haynes, L.S., Wang, B.L. and Tsai, K.-H. (1987), "Control of flexible robot arm", *Proceedings of the ASME Winter Annual Meeting*, Boston, MA, pp. 241-51.
- Przemieniecki, J.S. (1986), *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill, New York, NY.
- Sunada, W.H. and Dubowsky, S. (1983), "On the dynamic analysis and behaviour of industrial robotic manipulators with elastic members", *Transactions of the ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 105 No. 1, pp. 42-51.