

UNESP

Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

Guaratinguetá
2001



1110000602



***"Estimativa do Rendimento
Hidráulico de Turbinas a
Vapor Tipo Curtis Utilizando
um Algoritmo Computacional"***

CHRISTIAN LÉA COELHO DA COSTA

149

ESTIMATIVA DO RENDIMENTO HIDRÁULICO DE TURBINAS A VAPOR TIPO CURTIS UTILIZANDO UM ALGORITMO COMPUTACIONAL

CHRISTIAN LÉA COELHO DA COSTA

CHRISTIAN LÉA COELHO DA COSTA

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica (Área de Concentração: Transmissão e Conversão de Energia).

Orientador: Prof. Dr. Paulo Magalhães Filho

FACULDADE DE ENGENHARIA
DE GUARATINGUETÁ
BIBLIOTECA

602

602

Guaratinguetá
2001

Data: _____
Valor: _____
C/D/T: _____

ESTIMATIVA DO RENDIMENTO HIDRÁULICO DE
TURBINAS A VAPOR TIPO CURTIS UTILIZANDO UM
ALGORITMO COMPUTACIONAL

CHRISTIAN LÊA COELHO DA COSTA

Dissertação apresentada à Faculdade
de Engenharia de Guaratinguetá,
Universidade Estadual Paulista, para
a obtenção do título de Mestre em

Ficha catalográfica preparada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da
Informação da Biblioteca FEG/UNESP

Costa, Christian L. Coelho da
C737e Estimativa do rendimento hidráulico de turbinas a vapor tipo
curtis utilizando um algoritmo computacional / Christian L. Coelho
da Costa. – Guaratinguetá : [s.n.], 2001
79f. : il.

Bibliografia: f.74-79

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2001

Orientador: Prof. Dr. Paulo Magalhães Filho

1. Turbinas a vapor – I. Título

CDU 621.165

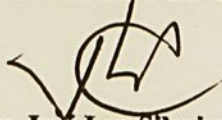
**“ESTIMATIVA DO RENDIMENTO HIDRÁULICO DE
TURBINAS A VAPOR TIPO CURTIS UTILIZANDO
UM ALGORITMO COMPUTACIONAL”**

CHRISTIAN LÊA COELHO DA COSTA

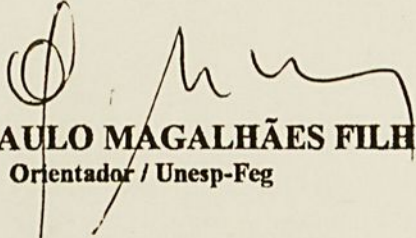
**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA”**

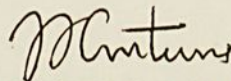
**ESPECIALIDADE: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: TRANSMISSÃO E CONVERSÃO DE ENERGIA**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. José Luz Silveira
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. PAULO MAGALHÃES FILHO
Orientador / Unesp-Feg


Prof. Dr. JÚLIO SANTANA ANTUNES
Unesp-Feg


Prof.ª Dr.ª JANAÍNA FERREIRA BATISTA LEAL
FAENQUIL

Julho 2001

DADOS CURRICULARES

CHRISTIAN LÉA COELHO DA COSTA

NASCIMENTO 15.05.1967 – PRESIDENTE VENCESLAU / SP

FILIAÇÃO Troilos Guilherme Ramos da Costa
Saly Maria Coelho da Costa

1995/1998 Curso de Graduação em Engenharia Mecânica
FEG - UNESP

*A mãe, mãe, Guilherme e Saly, e do meu filho, Mathias,
para quem é dedicado.*

DEDICATÓRIA

Agradeço a Deus pelo Dom da vida.

Agradeço as funcionárias da biblioteca da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, FEG-UNESP, em especial a Ana Maria, Célia e Denise pela grande ajuda recebida durante a etapa de pesquisa bibliográfica deste trabalho.

Agradeço aos professores do Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, FEG-UNESP, e em especial ao Prof. Dr. Júlio Santana Antunes pelo apoio.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Paulo Magalhães Filho, pelo incentivo e confiança durante toda a execução deste trabalho, e pela paciência durante a etapa em que este trabalho foi escrito.

*A meus pais, Guilherme e Saly, e ao meu filho, Matheus,
pelo apoio e incentivo.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo Dom da vida.

Agradeço às funcionárias da biblioteca da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, FEG-UNESP, em especial a Ana Maria, Célia e Denise pela grande ajuda recebida durante a etapa de pesquisa bibliográfica deste trabalho.

Agradeço aos professores do Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, FEG-UNESP, e em especial ao Prof. Dr. Júlio Santana Antunes pelo apoio.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Paulo Magalhães Filho, pelo incentivo e confiança durante toda a execução deste trabalho, e pela paciência durante a etapa em que este trabalho foi escrito.

"Não se trata de viver como pássaros, e nadar
como peixes - tentando desprendê-los a simples
arte de viver como crianças."

Martin Luther King

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

RESUMO

ABSTRACT

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 Objectivos 1

1.2 Definições básicas 2

CAPÍTULO 2 - EQUACIONAMENTO

2.1 Desenvolvimento das equações 3

CAPÍTULO 3 - O PROCEDIMENTO NUMÉRICO

3.1 Revisão bibliográfica 10

3.2 As fixas das variáveis independentes 18

3.3 Solução dos modelos 22

3.4 Soluções obtidas com o uso do método de Newton 25

3.5 A escolha de um método convergente 26

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS OBTIDOS

4.1 Resultados obtidos da aplicação do método globalmente convergente 29

4.2 Resultados obtidos “Nós aprendemos a voar como pássaros, a nadar como peixes; entretanto desaprendemos a simples arte de viver como irmãos.”

4.3 Resultados obtidos 36

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES

Martin Luther King

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

RESUMO

ABSTRACT

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

- | | | |
|-----|--------------------|---|
| 1.1 | Objetivos | 1 |
| 1.2 | Definições básicas | 2 |

CAPÍTULO 2 - EQUACIONAMENTO

- | | | |
|-----|------------------------------|---|
| 2.1 | Desenvolvimento das equações | 3 |
|-----|------------------------------|---|

CAPÍTULO 3 – O PROCEDIMENTO NUMÉRICO

- | | | |
|-----|--|----|
| 3.1 | Revisão bibliográfica | 10 |
| 3.2 | As faixas das variáveis independentes | 18 |
| 3.3 | Solução dos modelos | 22 |
| 3.4 | Soluções obtidas com o uso do método de Newton | 25 |
| 3.5 | A escolha de um método convergente | 26 |

CAPÍTULO 4 – RESULTADOS OBTIDOS

- | | | |
|-----|---|----|
| 4.1 | Resultados obtidos da aplicação do método globalmente convergente | 29 |
| 4.2 | Resultados obtidos para o rendimento máximo | 31 |
| 4.3 | Resultados obtidos com o aplicativo “Quickwin” | 33 |

- | | | |
|--|-------------------------|----|
| | CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES | 36 |
|--|-------------------------|----|

ANEXO 1 - Sistemas Não Lineares	38
ANEXO 2 - Detalhes Construtivos dos Programas Computacionais	51
ANEXO 3 - Saídas do Programa TURBINAS	60
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72
BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	74

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Esquema de um estágio	3
FIGURA 2 – Exemplo de saída de resultados do programa TURBINAS	34
FIGURA 3 – Exemplo de saída gráfica do programa TURBINAS	35
FIGURA 4 – Saída de resultados para turbina de ação pura: primeiro estágio	60
FIGURA 5 – Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 4	61
FIGURA 6 – Plotagem simultânea de dez curvas de ação pura: primeiro estágio	62
FIGURA 7 – Saída de resultados para turbina de ação pura: estágios após o primeiro	63
FIGURA 8 – Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 7	64
FIGURA 9 – Plotagem simultânea de dez curvas da turbina de ação pura: estágios após o primeiro	65
FIGURA 10 – Saída de resultados para turbina com grau de reação intermediário	66
FIGURA 11 – Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 10	67
FIGURA 12 – Plotagem simultânea de dez curvas da turbina com grau de reação intermediário	68
FIGURA 13 – Saída de resultados para turbina de reação pura	69
FIGURA 14 – Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 13	70
FIGURA 15 – Plotagem simultânea de dez curvas da turbina de reação pura	71

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	– Região factível correspondente à equação (19) : turbina de ação pura-1º estágio	19
TABELA 2	– Região factível correspondente à equação (20) : turbina de ação pura- estágios após o primeiro	19
TABELA 3	– Região factível correspondente à equação (17) : turbina com grau de reação indeterminado	20
TABELA 4	– Região factível correspondente à equação (24) : turbina de reação pura	20
TABELA 5	– Resultados obtidos da aplicação do MGC ao primeiro sistema	29
TABELA 6	– Resultados obtidos da aplicação do MGC ao segundo sistema	30
TABELA 7	– Resultados obtidos da aplicação do MGC ao terceiro sistema	30
TABELA 8	– Resultados obtidos da aplicação do MGC ao quarto sistema	31
TABELA 9	– Rendimento hidráulico máximo para a equação (19)	32
TABELA 10	– Rendimento hidráulico máximo para a equação (20)	32
TABELA 11	– Rendimento hidráulico máximo para a equação (17)	32
TABELA 12	– Rendimento hidráulico máximo para a equação (24)	33

LISTA DE SÍMBOLOS

c_1	- Velocidade absoluta de entrada do vapor no injetor	m/s
c_4	- Velocidade absoluta de entrada do vapor no rotor	m/s
c_{4fic}	- Velocidade absoluta fictícia de entrada do vapor no rotor	m/s
c_{4t}	- Velocidade absoluta teórica de entrada do vapor no rotor	m/s
c_5	- Velocidade absoluta de saída do vapor do rotor	m/s
e_1	- Tolerância pré-estabelecida para o método de Newton	-
e_2	- Tolerância pré-estabelecida para o método de Newton	-
f	- função associada ao sistema não linear a ser solucionado	-
$F(x)$	- Sistema não linear aplicado ao conjunto de valores de variáveis x	-
g	- Função de "backtracking"	-
h_0	- Salto entáptico térmico do estágio, subtraída a energia cinética com que o vapor passa ao próximo estágio	J/kg
$\overline{h_0}$	- Salto entáptico térmico disponível no estágio	J/kg
J	- Matriz jacobiana associada a um sistema	-
k	- Relação entre os cossenos dos ângulos de construção β_5 e β_4	-
k_1	- Relação entre os cossenos dos ângulos de construção α_5 e α_4	-
$L_k(x)$	- Aproximação linear na iteração k de $F(x)$	-
s	- Passo do método de Newton	-
s_k	- Passo do método de Newton calculado na iteração k	-
u	- Velocidade tangencial das pás	m/s
u/c_4	- Relação entre a vel. das pás e a de entrada do vapor no rotor	
w_4	- Velocidade relativa de entrada do vapor no rotor	m/s
w_5	- Velocidade relativa de saída do vapor no rotor	m/s
w_{5t}	- Velocidade relativa de saída do vapor no rotor teórica	m/s
x	- Vetor de valores das variáveis do problema	-
x_k	- Vetor de valores das variáveis do problema na iteração k	-
x_{k+1}	- Vetor de valores das variáveis do problema na iteração $(k+1)$	-

$x_{v.s.}$	- Coeficiente de perda de velocidade entre estágios	-
$\bar{x}$	- Vetor contendo uma solução do sistema	-
x_0	- Aproximação inicial para o método de Newton	-
Y	- Salto entálpico disponível ao estágio	J/kg
Y_u	- Salto entálpico útil do estágio	J/kg
α	- Coeficiente de decréscimo da função f	-
α_4	- Ângulo de entrada do vapor no rotor	grau
α_5	- Ângulo de saída do vapor no rotor	grau
β_5	- Ângulo entre a velocidade relativa de saída do vapor do rotor e a velocidade tangencial as pás	grau
ϕ	- Coeficiente de perda de velocidade no injetor	-
ϕ_3	- Coeficiente de perda de velocidade na transição intra-estágio	-
ϕ_6	- Coeficiente de perda de velocidade na transição inter-estágio	-
ψ	- Coeficiente de perda de velocidade no rotor	-
λ	- Percentagem do valor do passo de Newton utilizada	-
ρ	- Grau de reação do estágio	-
∇f	- Gradiente da função f	-

SUB -ÍNDICES

1	- Entrada do injetor
2	- Saída do injetor
4	- Entrada do rotor
5	- Saída do rotor
fic	- Fictício
k	- Número da iteração sendo realizado pelo método numérico
k + 1	- Iteração de número (k+1)
t	- Teórico

MGC - Método Globalmente Convergente

RESUMO

O rendimento hidráulico de uma turbina a vapor é um número que expressa qual quantidade de energia total disponível pelo fluido de trabalho se transforma efetivamente em trabalho mecânico útil, assim o nível de aproveitamento de energia da máquina.

A possibilidade de se expressar esse rendimento em função de parâmetros de projeto, para posterior otimização, permite encontrar o máximo valor possível para esse rendimento e respectivos valores de parâmetros ligados diretamente à construção da máquina.

Neste trabalho, a partir das equações do rendimento hidráulico expressas em função de parâmetros de projeto, se determina o máximo rendimento usando para isso um procedimento numérico.

Um programa computacional capaz de calcular o rendimento e gerar curvas do rendimento hidráulico em função da relação de velocidades u/v_1 , foi desenvolvido e implementado.

PALAVRAS-CHAVE: Turbinas a Vapor; rendimento hidráulico; algoritmo computacional.

COSTA, C. L. C. Estimativa do Rendimento Hidráulico de Turbinas a Vapor Tipo Curtis Utilizando um Algoritmo Computacional. Guaratinguetá, 2001. 76 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

RESUMO

O rendimento hidráulico de uma turbina a vapor é um número que expressa qual quantidade da energia total disponibilizada pelo fluido de trabalho se transforma efetivamente em trabalho mecânico informando assim o nível de aproveitamento de energia da máquina.

A possibilidade de se expressar esse rendimento em função de parâmetros de projeto, para posterior otimização, permite encontrar o máximo valor possível para esse rendimento e respectivos valores de parâmetros ligados diretamente à construção da máquina.

Neste trabalho, a partir das equações do rendimento hidráulico expresso em função de parâmetros de projeto, se determina o máximo rendimento usando para isso um procedimento numérico.

Um programa computacional capaz de calcular o rendimento e plotar curvas do rendimento hidráulico em função da relação de velocidades u/c_4 , foi desenvolvido e implementado.

PALAVRAS-CHAVE: Turbinas a vapor, rendimento hidráulico, algoritmo computacional.

COSTA, C. L. C. Estimation of Curtis' Steam Turbines Using a Computational Algorithm. Guaratinguetá, 2001. 76 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

ABSTRACT

The hydraulic outcome of a steam turbine is a number that express the total quantity of energy available by steam effectively transform in work.

The possibility of expressing this hydraulic outcome though project parameters so as to further optimization allows one to find the maximum possible value for this outcome as well as respective parameter values connected directly to the construction of the machine.

From hydraulic outcome equations on expressed through project parameter in this work, one determines the maximum outcome using a numerical procedure.

Futhermore, a software which is able to calculate the outcome as well as to draw charts from these values, has been developed.

1.1-Objetivos

KEYWORDS: Steam turbines, hydraulic outcome, computational algorithm.

CAPÍTULO-1 INTRODUÇÃO

Otimizar, do ponto de vista matemático, consiste em procurar o máximo ou o mínimo global de uma função, dentro do seu campo de definição. Em engenharia, contudo, otimizar é buscar sistematicamente, o melhor prático, enxergando a função objetivo como a descrição matemática de um sistema físico real, com limitações de construção e operação.

Esta dissertação desenvolve modelos matemáticos de algumas configurações físicas de turbina a vapor tipo Curtis, que expressam o rendimento hidráulico das diferentes configurações, em função de parâmetros de projeto sobre os quais o projetista pode exercer influência, e apresenta um procedimento numérico de busca do rendimento hidráulico máximo, e correspondentes valores dos parâmetros.

Neste trabalho são mostrados os resultados obtidos a partir do desenvolvimento de um *software* denominado TURBINAS, aos modelos matemáticos em estudo.

1.1-Objetivos

Aplicar um procedimento numérico aos modelos matemáticos de configurações físicas de turbinas a vapor tipo Curtis, objetivando encontrar o rendimento hidráulico máximo, em cada caso, e correspondentes valores dos parâmetros de projeto.

Desenvolver um programa computacional para servir como uma ferramenta ao projetista, o qual apresenta como saída o rendimento correspondente ao conjunto de valores fornecidos como dados de entrada. O programa irá permitir a plotagem de gráficos e a comunicação com outros programas “*windows*” que estejam armazenados na memória do computador.

1.2-Definições básicas

Uma turbina a vapor pode ser classificada como uma turbomáquina térmica motora, uma vez que opera com fluido compressível e retira energia térmica deste fluido transformando-a em trabalho.

Um estágio de turbina a vapor é constituído de uma parte fixa, denominada injetor, e uma parte móvel, denominada rotor. A partir do segundo estágio, a parte fixa passa a ser denominada distribuidor, e pode ser formada por um ou vários injetores, ou ainda por um conjunto de pás direcionadoras de fluxo.

Um estágio é dito estágio de ação, se a expansão isoentrópica do fluido de trabalho se realiza, unicamente, na parte fixa do estágio.

Um estágio é dito de reação, se a expansão isoentrópica do fluido de trabalho, se realiza em parte no injetor, e em parte no rotor.

O grau de reação de um estágio é simbolizado pela letra grega " ρ ".

Para um estágio de ação pura, ρ tem valor zero, enquanto que, para um estágio de reação pura, ρ tem valor unitário, e num estágio com grau de reação intermediário, o valor de ρ varia entre zero e a unidade.

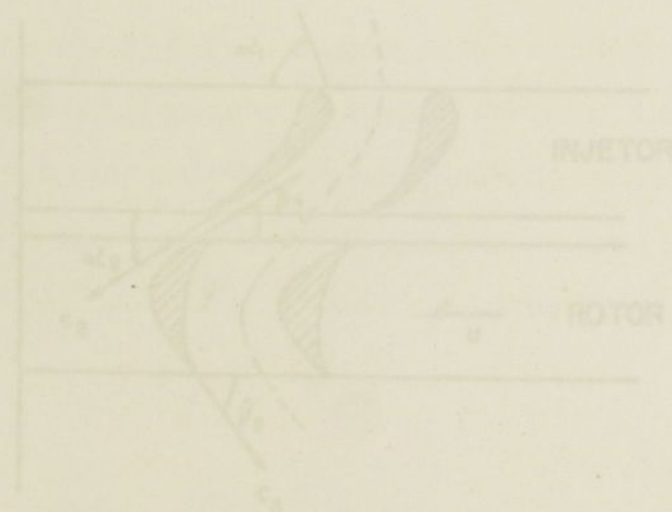


FIGURA 1- Esquema de um estágio

CAPÍTULO-2 EQUACIONAMENTO

2.1-Desenvolvimento das equações

Chamamos rendimento útil, ou rendimento periférico, ou ainda rendimento hidráulico das pás de uma turbina à relação entre a quantidade de energia realmente convertida em trabalho, denominada salto entálpico útil, e a quantidade total de energia disponibilizada pelo fluido de trabalho. Essa relação é expressa pela equação:

$$\eta_h = \frac{Y_u}{Y} \quad (1)$$

onde:

η_h - rendimento hidráulico

Y_u - salto entálpico útil

Y - salto entálpico disponível

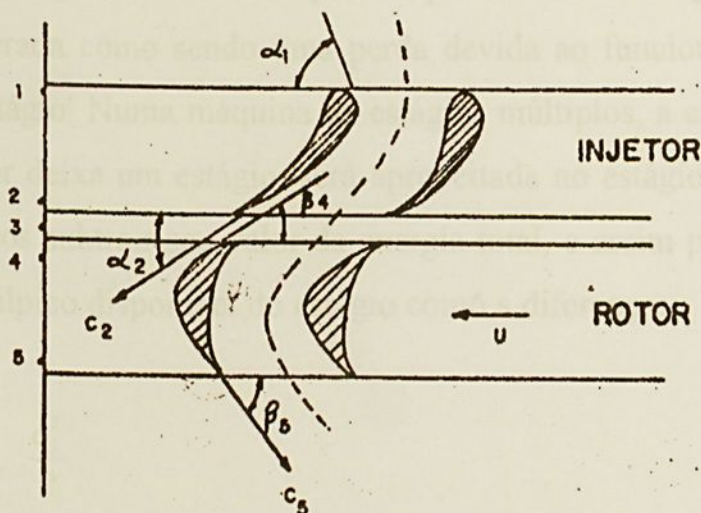


FIGURA 1- Esquema de um estágio

Na Figura 1 temos:

- índice 1 – refere-se ao ponto de entrada do vapor no injetor do estágio
- índice 2 – refere-se ao ponto de saída do vapor do injetor
- índice 3 – refere-se ao labirinto intra-estágio, região intersticial entre o injetor e o rotor
- índice 4 – refere-se ao ponto de entrada do vapor no rotor
- índice 5 – refere-se ao ponto de saída do vapor do rotor
- u – velocidade periférica das pás do rotor
- α_1 – ângulo formado pela direção da velocidade absoluta com que o vapor adentra o injetor, e a direção da velocidade u
- β_4 – ângulo formado pela direção da velocidade relativa com que o vapor adentra o rotor, e a direção da velocidade u
- α_2 – ângulo formado pela direção da velocidade absoluta com que o vapor deixa o injetor, e a direção da velocidade u
- β_5 – ângulo formado pela direção da velocidade relativa com que o vapor deixa o rotor, e a direção da velocidade u
- a linha tracejada, representa a trajetória do vapor neste estágio de turbina.

A energia cinética com que o vapor sai de um estágio de turbina, pode ser considerada como sendo uma perda devida ao funcionamento imperfeito do dado estágio. Numa máquina de estágios múltiplos, a energia cinética com que o vapor deixa um estágio, será aproveitada no estágio seguinte, de modo que podemos subtrair seu valor da energia total, e assim podemos representar o salto entálpico disponível do estágio como a diferença:

$$Y = \bar{h}_0 - x_{v.s.} \cdot \frac{c_s^2}{2} \quad (2)$$

onde:

$$\bar{h}_0 = \frac{c_1^2}{2} + h_0 \quad (3)$$

Sendo, $\bar{h}_0$, o salto entálpico térmico disponível do estágio, calculado a partir das condições iniciais do vapor: p_1 (pressão do vapor à entrada do injetor), e t_1 (temperatura do vapor à entrada do injetor).

A parcela: $x_{v.s.} c_5^2/2$, corresponde à energia cinética com que o vapor deixa o estágio considerado.

O valor do coeficiente $x_{v.s.}$ pode oscilar entre 0 e 1. Nos casos em que a energia cinética do fluxo de vapor de escape não pode ser aproveitada, o coeficiente $x_{v.s.}$ assume o valor 0, por outro lado, se o desenho da máquina permite aproveitar totalmente a energia cinética do fluxo de escape no estágio seguinte, o coeficiente $x_{v.s.}$ assume o valor 1.

Podemos, então escrever o rendimento hidráulico do estágio de turbina em estudo, como sendo:

$$\eta_h = \frac{Y_u}{\bar{h}_0 - x_{v.s.} c_5^2/2} \quad (4)$$

A quantidade Y_u , ou salto entálpico útil, é dada pela equação de Euler ou equação fundamental das turbomáquinas.

$$Y_u = l/2 [(c_4^2 - c_5^2) + (w_5^2 - w_4^2)] = u(c_4 \cos(\alpha_4) + c_5 \cos(\alpha_5)) \quad (5)$$

O salto entálpico térmico disponível do estágio, $\bar{h}_0$, pode ser expresso, ainda, como a relação de velocidades seguinte:

$$\bar{h}_0 = l/2 [c_{4t}^2 + w_{5t}^2 - w_4^2] \quad (6)$$

Levando as equações (5) e (6) à equação (4), obtemos:

$$\eta_h = \frac{c_4^2 - c_5^2 + w_5^2 - w_4^2}{c_{4t}^2 - x_{v.s.} c_5^2 + w_{5t}^2 - w_4^2} \quad (7)$$

Utilizando mais uma vez a equação (5), temos:

$$\eta_h = \frac{2u[c_4 \cos(\alpha_4) + c_5 \cos(\alpha_5)]}{c_{4t}^2 - x_{v.s.} c_5^2 + w_{5t}^2 - w_4^2} \quad (8)$$

A equação (8), mostra que o rendimento hidráulico de uma turbina, depende, de uma forma bastante complexa, das velocidades do fluxo de vapor e das direções destas velocidades.

A equação do rendimento hidráulico poderia, ainda, ser expressa de uma outra forma, representando o salto entálpico térmico disponível do estágio, $\bar{h}_0$, na forma de energia cinética:

$$\bar{h}_0 = \frac{c_{4fic}^2}{2} \quad (9)$$

Onde o índice: *fic*, se refere ao valor que a velocidade de entrada do vapor no rotor teria se não houvesse perdas de energia no labirinto que separa a parte móvel e a parte fixa do estágio.

Levando a equação (9) à equação do rendimento hidráulico, obtemos:

$$\eta_h = \frac{2u[c_4 \cos(\alpha_4) + w_5 \cos(\beta_5) - u]}{c_{4fic}^2 - x_{v.s.} c_5^2} \quad (10)$$

Considerando o caso em que $x_{v.s.}$ tem valor zero (o que na prática é o mesmo que considerar o caso de estágio único), e, substituindo as expressões para as velocidades dadas por Schegliáiev (1978) :

$$c_4 = \phi \sqrt{2(1-\rho)\bar{h}_0} = \phi(\sqrt{1-\rho})c_{4fic} \quad (11)$$

$$w_4^2 = \phi^2(1-\rho)c_{4fic}^2 + u^2 - 2u\phi \cos(\alpha_4)(\sqrt{1-\rho})c_{4fic} \quad (12)$$

$$w_5 = \psi \left(\sqrt{2\rho\bar{h}_0 + w_4^2} \right) = \psi \left(\sqrt{\rho c_{4fic}^2 + w_4^2} \right) \quad (13)$$

onde:

ϕ - coeficiente de perda de velocidade no injetor do estágio

ψ - coeficiente de perda de velocidade no rotor do estágio

ρ - grau de reação do estágio

Levando as equações (11), (12) e (13) à equação do rendimento hidráulico:

$$\eta_h = 2 \frac{u}{c_{4fic}} \left[\phi \cos(\alpha_4)(\sqrt{1-\rho}) \right] - \frac{u}{c_{4fic}} + \psi \cos(\beta_5) A \quad (14)$$

onde:

$$A = \left(\phi^2(1-\rho) + (u/c_{4fic})^2 - 2u/c_{4fic} \phi \cos(\alpha_4)\sqrt{1-\rho} + \rho \right)^{1/2} \quad (15)$$

E, por último, levando em conta que numa máquina real ocorrem perdas inevitáveis de energia, durante a passagem do fluido de trabalho pelo labirinto intra-estágio, temos:

$$c_4 = \phi_3 c_{4fic} \quad (16)$$

onde, ϕ_3 é o coeficiente de perda de velocidade no labirinto.

Desta forma, podemos escrever o rendimento hidráulico como:

$$\eta_h = 2\phi_3 \frac{u}{c_4} \left[\phi \cos(\alpha_4) \sqrt{1-\rho} - \frac{u}{c_4} \phi_3 + \psi \cos(\beta_5) A'_1 \right] \quad (17)$$

com:

$$A'_1 = \left(\phi^2 (1-\rho) + (u/c_4)^2 \phi_3^2 - 2u/c_4 \phi_3 \phi \cos(\alpha_4) \sqrt{1-\rho} + \rho \right)^{1/2} \quad (18)$$

A equação (17) apresenta o rendimento hidráulico para um estágio de turbina a vapor com grau de reação intermediário.

A equação do rendimento, para a configuração física de turbina a vapor, ação pura, primeiro estágio, pode ser escrita como:

$$\eta_h = 2(\phi\phi_3)^2 \left[\frac{u}{c_4} \cos(\alpha_4) (1 + \phi_3 \psi k) - \left(\frac{u}{c_4} \right)^2 (1 + \phi_3 \psi k) \right] \quad (19)$$

A equação para turbina de ação pura, estágios depois do primeiro, é dada por:

$$\eta_h = \frac{2\phi^2 \phi_3^2 \left[u/c_4 \cos(\alpha_4) (1 + \phi_3 \psi k) - (u/c_4)^2 (1 + \phi_3 \psi k) \right]}{A'_2 - (u/c_4)^2 B'_2 + C'_2 u/c_4 \cos(\alpha_4)} \quad (20)$$

$$A'_2 = 1 - \phi_6^2 \psi^2 \phi_3^4 \phi^2 \quad (21)$$

$$B'_2 = (\phi\phi_3\phi_6)^2 (1 + 2\phi_3\psi k + \psi^2\phi_3^2) \quad (22)$$

$$C'_2 = 2\psi\phi_6^2\phi_3^3\phi^2(\phi_3\psi + k) \quad (23)$$

A equação matemática que fornece o rendimento hidráulico para a configuração física, estágio de reação pura é dada por:

$$\eta_h = \frac{2u/c_4 \cos(\alpha_4)(1 + k_1/\phi_3\phi\phi_6)}{A'_3 + B'_3} \quad (24)$$

$$A'_3 = 1/(\psi\phi\phi_3\phi_6)^2 + 1/\psi^2(u/c_4)^2 - \phi_3^2 \quad (25)$$

$$B'_3 = (2k_1/\psi^2\phi\phi_3\phi_6)(u/c_4)\cos(\alpha_4) - (\phi_3 u/c_4)^2 + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4) \quad (26)$$

As equações (17), (19), (20) e (24), são os modelos matemáticos estudados neste trabalho.

As equações (19), (20) e (24), encontram-se, detalhadamente deduzidas em Leal (1992).

Os sistemas não lineares associados a cada uma das equações em estudo são apresentados no Anexo 1.

CAPÍTULO-3 O PROCEDIMENTO NUMÉRICO

3.1- Revisão bibliográfica

Um dos objetivos deste trabalho, uma vez estabelecidas as equações do rendimento hidráulico das diferentes configurações físicas de turbina a vapor em estudo, como função de parâmetros de projeto, é encontrar o máximo valor de rendimento dentro dos campos de variação permitidos aos parâmetros.

De acordo com Allen (1971), muitos processos são representados por relações não lineares e várias aproximações e estratégias são necessárias a fim de se conseguir realizar a otimização destas relações. Contudo, em alguns casos, seria possível “acomodar” essas relações não lineares numa forma linear, de modo a se poder aplicar a programação linear a esses problemas. Devido à simplicidade e universalidade das técnicas de programação linear, existem muitas vantagens em se transformar relações não lineares em aproximações lineares equivalentes, sempre que possível, ao invés de usar métodos não lineares aplicáveis a problemas específicos. Allen (1971), cita problemas relativos a processos químicos. A proposta de se transformar as equações em estudo neste trabalho, em relações lineares equivalentes, foi testada primeiramente com a aplicação de logaritmos.

A idéia básica seria, agrupar as variáveis de modo a obter grupos de variáveis entre os quais só aparecessem as operações de multiplicação e/ou divisão. Aplicando-se, então, logaritmos a ambos os membros de uma das equações do rendimento hidráulico, no primeiro membro da equação, apareceria o logaritmo do rendimento, e no segundo membro da equação, o logaritmo de produtos e/ou quocientes, passível de ser desmembrado em

somas e diferenças de logaritmos. Considerando, cada logaritmo no segundo membro, como uma nova variável, construiria-se uma função objetivo linear.

Restrições lineares ficam estabelecidas limitando-se os valores das variáveis da função objetivo linear a uma dada faixa de valores.

Como cada uma destas variáveis é o logaritmo de uma expressão matemática formada pelos parâmetros de projeto originais em função dos quais se expressa o rendimento hidráulico, o máximo e o mínimo valores que cada uma pode assumir, se calcula através da atribuição de valores convenientes dentro de faixas permitidas aos parâmetros de projeto originais, em função dos quais essas variáveis são expressas.

Uma vez que se tem a função objetivo linear e as restrições lineares, pode-se aplicar técnicas de programação linear para se realizar a otimização.

O *software* denominado LINDO (*Linear Interactive and Discrete Optimizer*) resolve problemas lineares através do método Simplex.

Essa tentativa de se linearizar o problema em estudo, através da utilização de logaritmos apresenta um problema que refere à possibilidade de que o modelo linear obtido, simplesmente não possua representatividade prática, o que foi confirmado pelos resultados obtidos da aplicação do método Simplex.

Foram obtidos rendimentos máximos muito abaixo dos valores esperados, valores esses da ordem de 40 %, tendo ainda sido obtidos valores absurdos como para o caso da turbina de ação pura, para a qual o *software* LINDO apresentou um rendimento máximo de 3,5 %.

Portanto, acomodar as equações em estudo na forma de um modelo linear utilizando logaritmos, não nos conduziu a resultados válidos.

Uma próxima tentativa de linearização foi realizada utilizando-se multiplicadores de Lagrange, fazendo-se uso do *software* LINDO, cujo manual traz a demonstração de como se pode aproximar uma função objetivo quadrática sujeita a restrições lineares, de uma função objetivo linear passível

de ser otimizada utilizando-se a programação linear através do método Simplex.

Textos de cálculo como Kaplan (1972), e textos de otimização, como Novaes (1978), trazem de forma mais detalhada, a utilização dos multiplicadores de Lagrange.

Para se utilizar o *software* LINDO a fim de se otimizar as equações em estudo, neste caso, seria preciso tentar reescrevê-las numa forma quadrática. Para tanto, seria preciso tentar reagrupar as variáveis independentes do problema de forma conveniente, fazer substituições de variáveis, e isso, certamente, modificaria profundamente as feições de cada uma das equações de modo que elas poderiam estar perdendo a representatividade prática do problema real.

Assim, apesar da idéia de se acomodar cada uma das funções estudadas numa forma linear, para poder realizar a otimização através dos procedimentos simples da programação linear, ser uma idéia muito atraente pelas facilidades que isso acarretaria, especialmente levando-se em conta a disponibilidade de *softwares* como LINDO, que permite a otimização de problemas lineares rapidamente, as modificações que seriam necessárias as equações nessa acomodação linear acabaram mostrando que esse não era um bom caminho para a resolução dos problemas em questão.

Existe uma grande quantidade de algoritmos de programação não – linear voltados à resolução de problemas de otimização específicos. Cada um deles requer que o problema em questão tenha um dado formato quanto à função objetivo e as restrições impostas, como é o caso da programação quadrática.

Novaes (1978), sugere um caminho mais atraente para se tratar com o problema a ser aqui resolvido, e que elimina a necessidade de se buscar um algoritmo de programação não linear que se encaixe ao presente problema.

O caminho indicado por Novaes (1978), sugere encarar cada função objetivo como uma equação matemática cujos pontos de máximo, de mínimo e

em sela se queira determinar. O objetivo final desse procedimento, seria a determinação de todos os máximos, de cada uma das funções em estudo, dentro, possivelmente, de uma região ou domínio de validade pré – estabelecido, para posterior determinação do máximo global de cada função. Isto equivaleria, no presente caso, à determinação do rendimento hidráulico máximo, e também, na determinação dos valores dos parâmetros de projeto que conduziriam a esse rendimento máximo.

A fim de se determinar os pontos de máximo, mínimo ou selas de uma função de uma única variável, o que se faz é, encontrar os valores da variável independente que tornem igual a zero, a derivada de primeira ordem dessa função. Esses valores, são chamados pontos críticos ou estacionários da função, e posteriores análises desses pontos, permitem determinar quais deles são máximos, quais deles são mínimos e quais deles são pontos em sela. Definidos os pontos máximos da função, o máximo global é conseguido da comparação direta desses valores, levando-se em conta também, os valores assumidos pela função quando aplicada aos extremos do domínio em estudo. Esses procedimentos são encontrados em detalhes em textos de cálculo básicos, como Leithold (1982), e Swokowski (1983).

Cada uma das equações em estudo é função de várias variáveis. A equação que descreve o rendimento hidráulico da turbina de ação pura, primeiro estágio, por exemplo, apresenta esse rendimento como função de seis variáveis independentes. As demais equações estudadas, apresentam esse rendimento como função de sete variáveis independentes, apesar disso, o trabalho que se executa em relação a essas variáveis é semelhante ao tratamento dado a uma função de única variável.

O que se faz, é construir para cada equação, um sistema constituído das suas derivadas de primeira ordem em relação a cada uma das variáveis independentes, estando essas derivadas de primeira ordem igualadas a zero. As soluções desses sistemas são os pontos críticos ou estacionários de cada uma das equações.



Definidos os pontos críticos, os pontos de máximo são determinados segundo análises de derivadas de ordem superior, e então, por comparação direta dos valores assumidos por cada equação quando aplicada aos seus máximos, e também aos extremos dos domínios considerados, determina-se o máximo global para cada caso.

Desse procedimento, o que se obtêm para as equações do rendimento hidráulico correspondentes as configurações da turbina em estudo, são sistemas de equações não lineares, cujas soluções são os já mencionados pontos estacionários, e que devem ser solucionados através da aplicação de métodos numéricos.

Flannery et al. (1992) traz a observação de que não existem bons métodos numéricos generalizados para a solução de sistemas não lineares.

Tratando-se de um problema bidimensional, ou seja, de um sistema formado de duas equações a duas incógnitas, no plano xy , cada uma dessas equações possui linhas de contorno sobre as quais assumem valor zero, e que dividem o plano em regiões onde as respectivas funções são positivas ou negativas.

Esses contornos sobre os quais cada função constituinte do sistema assume valor zero, são as regiões de interesse na solução do problema. As soluções do problema propriamente ditas, ou seja, as soluções do sistema considerado, são as interseções dessas linhas.

O problema que ocorre neste ponto, é que, em geral, não há nada de especial nesses pontos que são simultaneamente zeros das duas equações do sistema que ajude a localizá-los sobre o plano. E além disso, para se ter certeza que todos os “zeros” do sistema sejam encontrados, seria preciso mapear o plano em busca desses pontos. Considerando que o plano é infinito, como se poderia realizar essa tarefa? Por mais extensa que uma região mapeada fosse, como ter certeza que ela guarda em si todas as soluções do sistema?

Analisando problemas com mais de duas dimensões, o que se tem é a necessidade de se encontrar pontos mutuamente comuns a n hipersuperfícies,



sendo essas hipersuperfícies, os contornos sobre os quais cada equação do sistema “zera” no espaço n -dimensional, e este é o caso do presente estudo. Portanto, solucionar um sistema não linear com n equações e n incógnitas, sem qualquer conhecimento prévio que possa informar algo sobre as soluções procuradas, pode se tornar uma tarefa bastante difícil, ou até impossível.

Acton (1970) traz uma abordagem de como tentar estabelecer questões básicas, cujas respostas, se conhecidas, sejam capazes de auxiliar na busca das soluções de um sistema não linear. Por exemplo, nem todas as soluções de um sistema não linear são necessariamente importantes, às vezes, as únicas soluções importantes são aquelas restritas a uma porção do espaço n -dimensional, e esse conhecimento, elimina a necessidade de um enorme esforço de pesquisa em procura de todas as soluções do sistema.

De acordo com Lopes (1996), o método mais amplamente estudado e conhecido para se solucionar sistemas de equações não lineares, é o método de Newton. Trata-se de uma extensão do método de Newton – Raphson utilizado para se determinar zeros de funções.

O método de Newton resolve o problema tomando a cada iteração uma aproximação linear local ao redor de um ponto.

Apesar de ser um método consagrado e de fácil implementação em qualquer linguagem computacional, o método de Newton possui o inconveniente de ter a sua convergência comprometida caso a aproximação inicial tomada para a aplicação do método, não esteja suficientemente próxima de uma solução, e o que seria uma aproximação inicial suficientemente próxima de uma solução, varia muito de problema para problema, podendo haver a exigência de várias casas decimais de proximidade da solução para que a convergência seja conseguida.

Além disso, existe a necessidade do cálculo da matriz Jacobiana associada ao sistema, a cada iteração, o que acarreta um esforço computacional razoável.



A fim de se tentar diminuir o esforço computacional envolvido no cálculo da matriz Jacobiana a cada iteração, surgem os métodos quase-Newton.

Estes métodos quase-Newton são ainda mais facilmente implementados e o cálculo da matriz Jacobiana se restringe ao ponto inicial, e esse resultado é utilizado durante todo o processo.

Os chamados métodos secantes também são métodos quase-Newton, onde a aproximação linear local na resolução do problema é uma aproximação secante.

Contudo, apesar do esforço computacional requerido diminuir com a aplicação dos métodos quase-Newton, a dependência de se tomar uma boa aproximação inicial continua a existir com esses métodos.

Periódicos especializados no assunto trazem uma grande quantidade de aplicações de métodos quase-Newton a problemas específicos e casos particulares.

Na tentativa de se encontrar algum artifício que permitisse estabelecer boas aproximações iniciais para a aplicação do método de Newton, alguns textos foram pesquisados e se encontram listados no Apêndice 1, no final deste trabalho. Quando se trabalha com métodos numéricos, a rapidez de convergência do método é um detalhe importante.

O método de Newton possui uma rapidez de convergência quadrática, o que equívale dizer que a cada iteração o número de casas decimais corretas quase que dobra desde que a aproximação inicial para o método tenha sido tomada suficientemente próxima de uma solução. Scheid (1991), traz a dedução da fórmula de Newton a partir da fórmula de Taylor, e também demonstra essa rapidez de convergência quadrática.

O método numérico para se solucionar sistemas de equações não lineares, que veio ao encontro ao que se pretendia neste trabalho, que era trabalhar com as equações, obtendo as soluções procuradas, sem para isso ter de se fazer considerações ou modificações nas funções em estudo que



pudessem torná-la não mais representativa dos sistemas físicos reais, foi o método globalmente convergente, que utiliza o método de Newton para solucionar os sistemas de equações não lineares, associado a uma estratégia globalmente convergente que garante progressos em direção a uma solução a cada iteração.

Um método globalmente convergente é aquele que converge a partir de quase qualquer ponto inicial.

Esse método globalmente convergente, utilizado no presente trabalho com sucesso, se encontra detalhadamente explicado em Flannery (1992), onde se pode encontrar o programa computacional que implementa esse método, já escrito, e ainda, *Fortran Power Station*, traz este e outros programas disponíveis em Flannery (1992), implementados e prontos para serem usados, bastando para isso, passar ao programa a dimensão e as equações envolvidas no problema.

É importante citar que muitas vezes, o projetista não tem a liberdade de trabalhar com diferentes valores para todas as variáveis envolvidas em cada uma das equações. Em casos em que o problema se torne bidimensional, ou seja, quando o projetista já tiver estabelecidos os valores de alguns parâmetros de projeto, permanecendo como incógnitas, apenas dois destes parâmetros, é possível utilizar a Teoria de Fractais para se mapear as regiões do plano a partir das quais o método de Newton convergiria. Esse procedimento se encontra descrito em Santos (1993), e em Lopes (1996), entre outros, e se baseia no fato do método de Newton apresentar um comportamento imprevisível quanto à sua convergência que depende do ponto inicial adotado. Como cada solução possui ao redor de si uma região que “atrai” a sequência gerada pelo método de Newton, caso a aproximação inicial tenha sido tomada dentro desta região, é possível visualizar essa região de convergência na tela de um computador utilizando-se para isso um procedimento computacional adequado.

Este procedimento foi aplicado com sucesso, em sistemas não lineares de duas variáveis utilizados para se testar a exeqüibilidade deste procedimento, contudo, transformando as equações em estudo em equações de duas variáveis e definindo seus sistemas de derivadas primeiras igualadas a zero, não foi possível mapear o domínio correspondente, uma vez que sempre, as soluções dos sistemas caíam fora dos domínios permitidos as variáveis envolvidas.

3.2- As faixas das variáveis independentes

Estabelecidos o modelo, objeto de estudo deste trabalho, que é composto pelas equações (17), (19), (20) e (24) do Capítulo 2, tem lugar o procedimento matemático que busca determinar o rendimento hidráulico máximo, em cada caso, e correspondentes valores das variáveis independentes envolvidas, que conduzam a esse máximo rendimento.

Cada uma das equações em estudo, representa uma máquina real, que como tal, possui restrições de construção e operação. Essas restrições são impostas aos modelos, estabelecendo-se um campo de variação de valores a cada variável independente, delimitando-se assim, como um “domínio de trabalho”, uma região factível para cada caso.

As faixas de valores permitidas às variáveis, são baseadas em dados experimentais que se encontram disponíveis na literatura (Leal,1992), (Schegliáiev,1978).

As Tabelas 1, 2, 3 e 4 apresentam as faixas de valores permitidas às variáveis para cada uma das equações.



TABELA 1- Região factível correspondente à equação (19) : turbina de ação pura-1º estágio

variável	valor mínimo	valor máximo
ϕ -coeficiente de perda de velocidade no injetor	0,8	0,9
ϕ_3 -coeficiente de perda de velocidade na transição intra-estágio	0,9	1,0
ψ -coeficiente de perda de velocidade no rotor	0,8	0,9
k-razão entre os cossenos dos ângulos β_4 e β_5	0,96	1,08
α_4 -ângulo entre a velocidade absoluta de entrada do vapor nas pás do rotor(c_4) e a velocidade periférica das pás (u)	15°	20°
u/ c_4 -relação entre a velocidade periférica das pás do rotor(u) e velocidade absoluta de entrada do vapor no rotor(c_4)	0	1

TABELA 2 - Região factível correspondente à equação (20) : turbina de ação pura – estágios após o primeiro

variável	valor mínimo	valor máximo
ϕ -coeficiente de perda de velocidade no injetor	0,8	0,9
ϕ_3 -coeficiente de perda de velocidade na transição intra-estágio	0,9	1,0
ϕ_6 -coeficiente de perda de velocidade na transição inter-estágio	0,9	1,0
ψ -coeficiente de perda de velocidade no rotor	0,8	0,9
k-razão entre os cossenos dos ângulos β_4 e β_5	0,96	1,08
α_4 -ângulo entre a velocidade absoluta de entrada do vapor nas pás do rotor(c_4) e a velocidade periférica das pás (u)	15°	20°
u/ c_4 -relação entre a velocidade periférica das pás do rotor (u) e velocidade absoluta de entrada do vapor no rotor(c_4)	0	1

TABELA 3 - Região factível correspondente à equação (17) : turbina com grau de reação indeterminado

variável	valor mínimo	valor máximo
ϕ -coeficiente de perda de velocidade no injetor	0,8	0,9
ϕ_3 -coeficiente de perda de velocidade na transição intra-estágio	0,9	1,0
ρ -grau de reação	0	1
ψ -coeficiente de perda de velocidade no rotor	0,8	0,9
α_4 -ângulo entre a velocidade absoluta de entrada do vapor nas pás do rotor(c_4) e a velocidade periférica das pás (u)	15°	20°
β_5 -ângulo entre a velocidade relativa de saída do vapor das pás do rotor(w_5) e a velocidade periférica das pás (u)	12°	29°
u/c_4 -relação entre a velocidade periférica das pás do rotor (u) e velocidade absoluta de entrada do vapor no rotor (c_4)	0	2

TABELA 4 - Região factível correspondente à equação (24) : turbina de reação pura

variável	valor mínimo	valor máximo
ϕ -coeficiente de perda de velocidade no injetor	0,8	0,9
ϕ_3 -coeficiente de perda de velocidade na transição intra-estágio	0,9	1,0
ϕ_6 -coeficiente de perda de velocidade na transição inter-estágio	0,9	1,0
ψ -coeficiente de perda de velocidade no rotor	0,8	0,9
k_1 -razão entre os cossenos dos ângulos α_5 e α_4	0,94	1,0
α_4 -ângulo entre a velocidade absoluta de entrada do vapor nas pás do rotor(c_4) e a velocidade periférica das pás(u)	20°	22°
u/c_4 -relação entre a velocidade periférica das pás do rotor (u) e velocidade absoluta de entrada do vapor no rotor (c_4)	0	2

Uma vez que se tenha estabelecido as regiões factíveis, ou regiões dentro das quais as variáveis independentes das funções podem assumir valores, tem lugar a busca do rendimento hidráulico máximo, para cada uma das configurações físicas de turbina, representadas pelas equações (17), (19), (20) e (24).

A busca do rendimento máximo se restringiu aos domínios de trabalho, acima definidos, uma vez que não faria sentido estimar o rendimento baseando-se em valores de variáveis que não têm qualquer significado prático.

Neste trabalho, o caminho escolhido para se determinar o maior valor possível do rendimento hidráulico, respeitadas as restrições impostas, se baseou na execução de uma análise exaustiva, no interior dos domínios permitidos às funções, em busca dos pontos críticos ou estacionários que as mesmas possam apresentar em suas regiões factíveis.

Um ponto crítico, ou estacionário, é um ponto sobre o qual a derivada de primeira ordem de uma função de uma variável, assume valor zero ou apresenta uma descontinuidade.

No presente caso, contudo, não se tem funções de uma variável, mas sim funções com várias variáveis independentes, que são os parâmetros de projeto em função dos quais se expressa o rendimento hidráulico em cada caso. A equação (19) apresenta seis variáveis independentes, e as demais equações, apresentam sete variáveis independentes.

Quando se tem uma função de n variáveis independentes, os pontos críticos da mesma são determinados construindo-se um sistema formado das derivadas de primeira ordem da função em relação a cada uma das variáveis independentes, estando essas derivadas igualadas a zero. Se a função em questão possuir algum ponto crítico no interior de um intervalo pré-definido, esse ponto crítico será, ou uma solução do sistema de derivadas de primeira ordem, ou um ponto em que ao menos uma destas derivadas apresente uma descontinuidade.

Um ponto estacionário é um local onde a função apresenta um máximo, um mínimo ou ainda, um ponto em sela. Uma vez determinados esses pontos críticos, através da resolução dos sistemas de derivadas primeiras, e da verificação da descontinuidade de ao menos uma das derivadas de primeira ordem no intervalo pré-definido, segue-se uma análise que leva em conta as derivadas de ordem superior, a fim de se verificar quais dos pontos obtidos são máximos.

Uma função pode possuir muitos máximos dentre os quais, o valor mais alto será o máximo global, os demais serão máximos locais. Para se descobrir o máximo global de uma função, não basta examinar seus pontos estacionários, é necessário também, fazer uma análise direta, comparativa, dos valores da função quando aplicada aos extremos de seu domínio pré-estabelecido. O resultado deste estudo determinará o valor máximo procurado.

Desta forma, foram montadas as equações constituintes dos sistemas de derivadas de primeira ordem, correspondentes às equações (17), (19), (20) e (24), apresentadas no Anexo 1.

Antes de se partir para as soluções dos sistemas, é preciso citar o Teorema de Weistrass que garante: “Toda função contínua dentro de uma região, possui um valor máximo e um valor mínimo, situados no interior da região ou na sua fronteira.”(Novaes,1978).

Os quatro modelos matemáticos em estudo são contínuos nos seus domínios estabelecidos, assim sendo, está garantida a existência de um rendimento global máximo para cada caso.

3.3- Solução dos modelos

Os modelos estabelecidos a partir das equações (17), (19), (20) e (24), são sistemas não lineares que apresentam senos e cossenos.



O método mais amplamente estudado e conhecido para resolver sistemas de equações não lineares é o método de Newton. Ele é uma extensão do método de Newton-Raphson para determinação dos zeros das funções.

O método de Newton-Raphson, consiste em se tomar um modelo linear local da função $f(x)$, em torno do ponto x_k , sendo esse modelo tangente a $f(x)$ em x_k .

Para um sistema de equações não lineares $F(x)$, o modelo linear local, em torno de x_k é dado por:

$$F(x) \approx L_k(x) = F(x_k) + J(x_k)(x - x_k) \quad (27)$$

Sendo:

L_k : é o modelo linear local.

x_k : é o vetor de valores das variáveis independentes envolvidas.

$F(x_k)$: é o sistema a ser resolvido, aplicado a x_k .

$J(x_k)$: é a matriz Jacobiana associada ao sistema, aplicada a x_k .

$(x - x_k)$: é o passo de Newton, também denotado por s .

A matriz Jacobiana, é uma matriz que tem por linhas, as derivadas primeiras de cada equação do sistema em relação a todas as variáveis envolvidas.

O método de Newton, a partir de uma aproximação inicial de uma solução do sistema, gera uma seqüência de valores que deve convergir para uma solução. A cada iteração, é calculado o passo de Newton, e o novo termo da seqüência é obtido da soma do termo anterior com o passo.

Pode-se dizer que o objetivo final do método de Newton, é um problema difícil (no caso, $F(x) = 0$), cuja solução vai sendo aproximada por uma seqüência de pontos $[x_k]$. Dada a aproximação inicial x_k , constrói-se com a informação disponível, neste ponto, um problema fácil de ser resolvido, sendo a aproximação x_{k+1} , a solução do problema fácil. O problema fácil,

muda de uma iteração para a iteração seguinte, e via de regra sua solução está cada vez mais próxima da solução do problema original.

O algoritmo do método de Newton é mostrado a seguir:

Dados: x_0 – aproximação inicial

$e_1 > 0$, e $e_2 > 0$ – tolerâncias pré-estabelecidas

faz-se:

Passo 1: calcula-se $F(x_k)$ e $J(x_k)$

Passo 2: se $\|F(x_k)\| < e_1$, então faz-se: $\bar{x} = x_k$, se isso acontecer, pare.

Caso contrário:

Passo 3 : obtêm-se s_k , solucionando o sistema linear: $J(x_k)s_k = -F(x_k)$

Passo 4 : faz-se : $x_{k+1} = x_k + s_k$

Passo 5 : se $\|x_{k+1} - x_k\| < e_2$, então faz-se $\bar{x} = x_{k+1}$, se isso acontecer,
pare

Caso contrário:

Passo 6 : $k = k+1$ – volta-se ao passo 1.

O método de Newton tem como vantagem sua rapidez, uma vez que sua convergência é quadrática (ou de segunda ordem). Isso significa que o número de dígitos corretos quase que duplica a cada iteração.

Contudo, esse método tem como grande desvantagem: a exigência de que a aproximação inicial esteja suficientemente próxima de uma solução.

Ao redor de cada solução do sistema existe uma região que “atrai” a sequência gerada pelo método iterativo, se o ponto inicial estiver nesta região. Se a aproximação inicial não estiver em nenhuma destas regiões, os teoremas de convergência não garantirão nada, e o método poderá convergir ou não. Além disso, o que seria uma aproximação inicial “suficientemente próxima de uma solução”, varia muito de caso para caso, e muitas vezes, torna-se necessário ter informações adicionais com respeito ao problema que se está resolvendo para se conseguir chegar a um resultado.

3.4- Soluções obtidas com o uso do método de Newton

Neste trabalho, como primeira alternativa para se solucionar os sistemas não lineares estabelecidos, usou-se o método de Newton, através da implementação do algoritmo de Newton num programa computacional escrito em linguagem FORTRAN-90.

O programa foi adaptado para resolver cada um dos quatro sistemas.

As soluções obtidas, contudo, não apresentaram resultados que possibilitassem confiabilidade para os resultados encontrados.

Um enorme número de aproximações iniciais foi testado. Cerca de milhares de aproximações iniciais, resultados de diferentes combinações dos valores das variáveis tomados dentro dos limites dos intervalos permitidos, combinações estas geradas pelo próprio programa. O resultado foi sempre o mesmo. O programa prosseguia até atingir o número máximo de iterações permitido, um valor pré-estabelecido dentro do programa, e era assim, acusada a não convergência.

Esse resultado, para os quatro casos, poderia significar que dentro dos domínios pré-estabelecidos para as equações (17), (19), (20) e (24), não haveria pontos estacionários, um resultado perfeitamente possível. Ou, este resultado poderia estar indicando, simplesmente, que nenhuma aproximação inicial poderia estar sendo escolhida suficientemente próxima de qualquer solução dos sistemas.

Portanto, o esclarecimento desta dúvida, exigia a utilização de um método numérico mais poderoso.

3.5- A escolha de um método convergente

Um método global é aquele que converge para uma solução a partir de uma quase qualquer aproximação inicial.(Flannery et al.,1992).



Um método global conhecido, combina a rápida convergência local do método de Newton, com uma estratégia globalmente convergente que garante progressos em direção à solução a cada iteração.

Para um sistema de equações não lineares, quando definido pela equação 28, é possível construir uma função f , tal que f seja a soma dos quadrados das equações constituintes do sistema F .

$$F(x) = 0 \quad (28)$$

Desta forma, pode-se tirar duas conclusões imediatas com respeito a função f :

- seu valor é sempre positivo;
- ela tem um mínimo global de exatamente zero, em todas as soluções do sistema original de equações não lineares.

O método de Newton, a cada iteração fornece um valor de passo s_k , tal que:

$$s_x = J^{-1} F \quad (29)$$

A nova aproximação da sequência gerada, é:

$$x_{k+1} = x_k + s_x \quad (30)$$

Contudo, nem sempre o valor do passo de Newton obtido em uma iteração é um valor conveniente. O método global, aceita ou não o valor calculado para o passo de Newton, de acordo com um critério imposto previamente. Esse critério exige que o passo de Newton faça a função f , decrescer “suficientemente”. Caso isso ocorra, o valor do passo de Newton é aceito, e o método iterativo prossegue.



A estratégia deste método globalmente convergente, se baseia no fato do passo de Newton apontar na direção decrescente de f :

$$\nabla f \cdot s_x = (FJ)(J^{-1}F) = -FF < 0 \quad (31)$$

Assim, a estratégia é sempre tentar, em primeiro lugar, usar o passo de Newton total, calculado através do método de Newton. Caso esse passo atenda ao critério de fazer f decrescer “suficientemente”, seu valor será aceito e haverá uma convergência quadrática para uma solução, pois o fato de f decrescer suficientemente, indica proximidade, também suficiente, de uma solução do sistema. Desta forma, testa-se, a cada iteração a taxa de decréscimo de f .

Caso o passo de Newton não atenda ao critério de aceitação, então o que se faz é voltar, e tomar uma fração apropriada do passo. Desta forma, tem-se:

$$x_{k+1} = x_k + \lambda \cdot s \quad (32)$$

com:

$$0 < \lambda \leq 1 \quad (33)$$

A fração do passo de Newton tomada, também é testada, de forma que $f(x_k + \lambda s)$ seja um valor suficientemente menor que $f(x_k)$.

O critério de aceitação do passo de Newton, quanto à taxa de decréscimo de f , é expresso pela equação 34, com α tomando valores entre 0 e 1. Um bom valor, seria : $\alpha = 10^{-4}$. (Flannery et al., 1992)

$$f(x_{k+1}) \leq f(x_k) + \alpha \nabla f(x_{k+1} - x_k) \quad (34)$$

O processo de busca do valor de λ bom, numa iteração do método globalmente convergente, é conhecido como mecanismo de “backtracking”. Primeiro, tenta-se o valor integral do passo, caso este valor não seja aceito, o “backtracking” é efetuado. Para isso define-se:

$$g(\lambda) = f(x_k + s) \quad (35)$$

tal que:

$$g'(\lambda) = \nabla f s \quad (36)$$

A modelagem da função g , deve ser feita com o máximo de informações disponíveis, tomando um valor de λ que minimize o modelo.

A princípio, tem-se como informações: $g(0)$, $g'(0)$ e $g(1)$.

O que o método globalmente convergente faz, é minimizar f , tomando, para isso, valores de passo de Newton projetados para solucionar o sistema F .

Tentar encontrar as soluções de F , aplicando-se a f algum método de minimização, não constitui uma boa idéia, uma vez que f pode ter mínimos locais, que não são soluções de F , e um método de minimização, “pousa”, indistintamente em mínimos locais ou em mínimos globais de f .

TABELA 3 - Resultados obtidos da aplicação do MGC ao primeiro sistema.

variável	valor inicial	Valor de convergência	Valores das equações
θ	0.83	0.002101	0.000000
θ_1	0.91	4.671528	0.000021
θ_2	0.83	-0.018657	-0.000013
θ_3	0.98	-0.557175	-0.000011
α_1	15°	0.000757	0.000000
α_2	0.3°	0.496677	0.000001

CAPÍTULO-4 RESULTADOS OBTIDOS

4.1-Resultados obtidos da aplicação do método globalmente convergente

O método globalmente convergente (MGC) foi aplicado aos sistemas em estudo.

Para o primeiro sistema considerado, correspondente à equação (19), que representa a configuração física de turbina de ação pura, primeiro estágio, vê-se que todas as equações do sistema são contínuas na região pré-definida.

Da aplicação do programa computacional escrito em linguagem FORTRAN-90 para o MGC, que é uma das rotinas disponibilizadas no *Microsoft Fortran Power Station*, partindo-se de vários pontos iniciais diferentes, tomados no intervalo de valores pré-definidos da função, o método convergiu, mas nunca para pontos internos ao intervalo, pontos estes que seriam de interesse.

A Tabela 5 mostra alguns valores iniciais das variáveis envolvidas, os valores das mesmas variáveis para as quais o método convergiu, e os valores assumidos pelas equações do sistema quando aplicadas ao valor de convergência do MGC.

TABELA 5 - Resultados obtidos da aplicação do MGC ao primeiro sistema.

variável	valor inicial	Valor de convergência	Valores das equações
ϕ	0,83	0,002101	0,000000
ϕ_3	0,93	4,671578	0,000021
ψ	0,83	-0,048691	-0,000013
k	0,98	-0,057175	-0,000011
α_4	15°	0,000757	0,000000
u/c_4	0,3	0,496677	0,000001

A Tabela 6, mostra um resultado obtido ao se aplicar o MGC ao sistema de equações correspondente a equação (20).

TABELA 6 - Resultados obtidos da aplicação do MGC ao segundo sistema.

variável	valor inicial	Valor de convergência	Valores das equações
ϕ	0,80	0,540000	-0,000001
ϕ_3	0,95	-0,000457	0,000000
ψ	0,80	0,752412	-0,000026
k	1,0	0,823400	0,000047
α_4	16°	0,260176	0,000025
u/c_4	0,5	0,859421	0,000000
ϕ_6	0,9	0,845701	0,000048

A Tabela 7 mostra um resultado obtido da aplicação do MGC ao sistema correspondente a equação (17).

TABELA 7 - Resultados obtidos da aplicação do MGC ao terceiro sistema.

variável	valor inicial	Valor de convergência	Valores das equações
ϕ	0,90	0,540000	0,000003
ϕ_3	1,0	-0,000457	0,000001
ψ	0,9	0,752412	-0,000034
ρ	0,5	0,823400	0,000000
α_4	20°	0,260176	0,000000
u/c_4	2,0	0,859421	-0,000002
β_5	0,21	0,845701	0,000004

A Tabela 8 mostra um resultado obtido da aplicação do MGC ao sistema de equações correspondente a equação (24).

TABELA 8 - Resultados obtidos da aplicação do MGC ao quarto sistema.

variável	valor inicial	Valor de convergência	Valores das equações
ϕ	0,90	0,542132	-0,000024
ϕ_3	0,90	0,932400	-0,000001
ψ	0,90	0,814273	0,000000
k_1	0,94	0,110021	0,000000
α_4	20°	0,140000	0,000054
u/c_4	0,5	0,942511	0,000023
ϕ_6	0,9	0,845701	0,000000

Houve uma análise exaustiva dos pontos do interior dos intervalos dos domínios permitidos às equações, pela aplicação do MGC a cada um dos sistemas, tomando como pontos iniciais, para o método, uma enorme quantidade de pontos resultantes de combinações dos valores permitidos às variáveis, combinações essas feitas pelo próprio programa através do qual o método numérico foi aplicado. Em nenhum caso houve convergência do método para um ponto interno de algum dos intervalos permitidos.

Testando-se as derivadas de primeira ordem dos sistemas, no interior dos intervalos correspondentes, verificou-se que nenhuma delas apresenta descontinuidade. Assim, nenhuma das equações em estudo apresenta pontos críticos no interior de seus intervalos de valores estabelecidos. Desta forma, os máximos procurados deveriam estar localizados sobre os extremos dos domínios de trabalho.

4.2- Resultados obtidos para o rendimento máximo

Aplicando-se o programa computacional REND-1, (Anexo 2) desenvolvido e implementado em linguagem FORTRAN-90, para testar diretamente os valores assumidos por cada equação nos pontos extremos dos seus intervalos, foram obtidos os rendimentos máximos para cada caso e os



valores correspondentes das variáveis independentes, conforme Tabelas 9, 10, 11 e 12.

TABELA 9 - Rendimento hidráulico máximo para a equação (19)

variável	valor
ϕ	0,9
ϕ_3	1,0
ψ	0,9
k	1,08
α_4	15°
u/c ₄	0,5
η_h	0,755

TABELA 10 - Rendimento hidráulico máximo para a equação (20)

variável	valor
ϕ	0,9
ϕ_3	1,0
ψ	0,9
k	1,08
α_4	15°
u/c ₄	0,5
ϕ_6	1,0
η_h	0,751

TABELA 11 - Rendimento hidráulico máximo para a equação (17)

variável	valor
ϕ	0,9
ϕ_3	1,00
ψ	0,9
ρ	0,5
α_4	15°
u/c ₄	0,5
β_5	12°
η_h	0,76

TABELA 12 - Rendimento hidráulico máximo para a equação (24)

variável	valor
ϕ	1,0
ϕ_3	1,0
ψ	1,0
k_1	1,0
α_4	20°
u/c_4	2,0
η_h	0,941

4.3- Resultados obtidos com o aplicativo “Quickwin”

Foi desenvolvido um programa, denominado TURBINAS, em linguagem FORTRAN-90, utilizando-se o aplicativo “Quickwin”, recurso que se encontra disponível no *Microsoft Fortran Power Station*, e que permite acesso a uma biblioteca de rotinas gráficas.(Anexo 2)

TURBINAS tem por objetivo ser uma ferramenta que permita o cálculo do rendimento hidráulico de uma turbina a vapor cuja configuração física de aplicação é escolhida pelo usuário através de um menu, e esse cálculo se faz mediante entrada dos valores dos parâmetros de projeto envolvidos fornecidos pelo usuário.

O programa tem formato “windows” e permite acessar e interagir com qualquer programa contido no menu iniciar desse sistema operacional. Além disso, ele possui barras de menu em português, que permitem executar operações como: imprimir, copiar, colar, sair, entre outras.

Ao longo de sua execução, TURBINAS exibe mensagens de rodapé, também em português, que indica as etapas de execução.

Esse programa conta com um item, no interior do menu “help”, que trás explicações superficiais com respeito a sua utilização. O TURBINAS executa a saída de resultados e permite a plotagem de gráficos correspondentes aos resultados obtidos, na cor determinada pelo usuário. São

disponibilizadas dez cores, e é possível plotar até dez gráficos numa mesma figura.

A seguir são mostradas saídas de resultados referentes à configuração física de turbina de ação pura, primeiro estágio, com a plotagem individual dos resultados, e posterior plotagem conjunta dos mesmos resultados, o que permite a análise simultânea das curvas obtidas.

Outros resultados são apresentados no Anexo 3.

TURBINA DE AÇÃO PURA - PRIMEIRO ESTÁGIO.

FI= .80000
FI3= .90000
PSI= .90000
K= .98000
ALFA4= .31415900 RADIANS OU 18.0 GRAUS.

U/C4	RENDIMENTO HIDRÁULICO
.00000	.0000000
.10000	.1582805
.20000	.2793648
.30000	.3632528
.40000	.4099447
.50000	.4194402
.60000	.3917395
.70000	.3268426
.80000	.2247494
.90000	.0854600
1.00000	-.0910257

MÁXIMO RENDIMENTO HIDRÁULICO: .4205540
RELAÇÃO DE VELOCIDADES U/C4, CORRESPONDENTE AO MÁXIMO RENDIMENTO: .47557

FIGURA 2 - Exemplo de saída de resultados do programa TURBINAS

CAPÍTULO 3 CONCLUSÕES

NH X U/C4

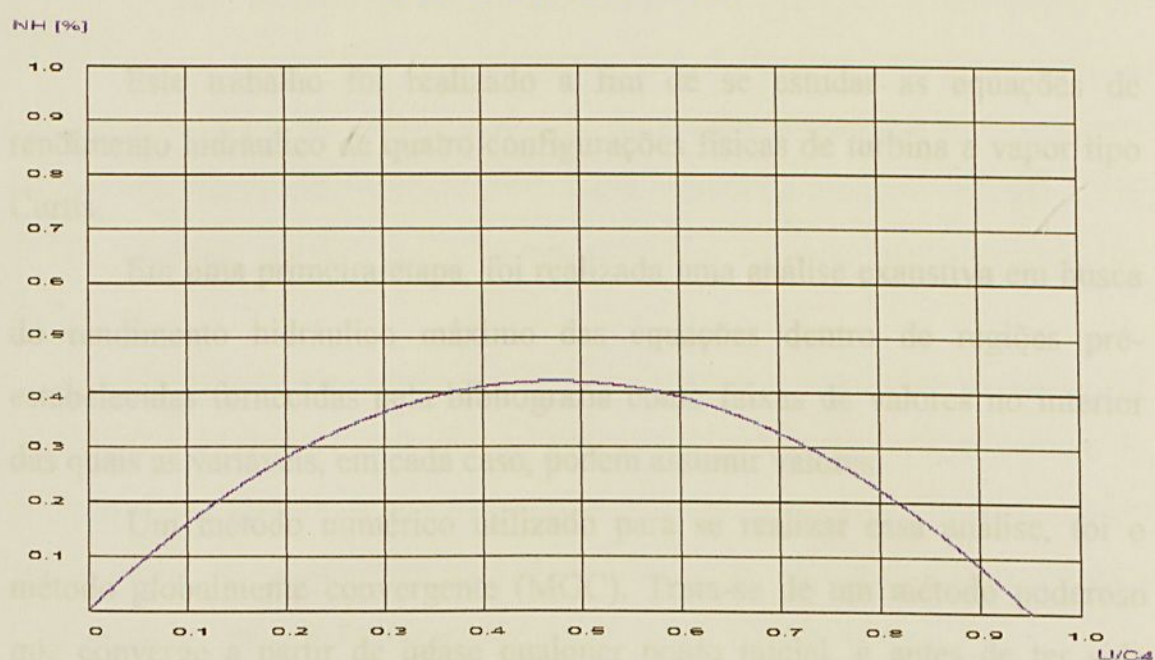


FIGURA 3 - Exemplo de saída gráfica do programa TURBINAS

Ao ser aplicado ao problema em estudo a partir de uma enorme quantidade de combinações dos valores permitidos as variáveis independentes, no caso, o MOC convergiu, mas nunca para um ponto interior aos intervalos de valores permitidos. Sendo assim, o rendimento hidráulico máximo certamente se encontraria sobre os limites dos valores permitidos dos parâmetros de projeto em relação aos quais são expressos os rendimentos hidráulicos das configurações de turbina a vapor em estudo.

De aplicação de um programa computacional denominado RIND-1, sendo para testar os valores obtidos para o rendimento hidráulico em cada caso, quando os parâmetros de projeto possuem diferentes combinações de valores pertencentes aos extremos dos intervalos de validade, os rendimentos máximos obtidos foram os valores apresentados nas tabelas 9, 10, 11, 12.

Este trabalho foi realizado a fim de se estudar as equações de rendimento hidráulico de quatro configurações físicas de turbina a vapor tipo Curtis.

Em uma primeira etapa, foi realizada uma análise exaustiva em busca do rendimento hidráulico máximo das equações dentro de regiões pré-estabelecidas fornecidas pela bibliografia como faixas de valores no interior das quais as variáveis, em cada caso, podem assumir valores.

Um método numérico utilizado para se realizar essa análise, foi o método globalmente convergente (MGC). Trata-se de um método poderoso que converge a partir de quase qualquer ponto inicial, e antes de ter sido aplicado neste trabalho, foi devidamente testado em problemas cujas soluções já eram conhecidas, sempre convergindo com sucesso para as soluções, em cada teste.

Ao ser aplicado ao problema em estudo, a partir de uma enorme quantidade de combinações dos valores permitidos às variáveis independentes, em cada caso, o MGC convergiu, mas nunca para um ponto interior aos intervalos de valores permitidos. Sendo assim, o rendimento hidráulico máximo certamente se encontraria sobre os limites dos domínios permitidos aos parâmetros de projeto em relação aos quais são expressos os rendimentos hidráulicos das configurações de turbina a vapor em estudo.

Da aplicação de um programa computacional denominado REND-1, criado para testar os valores obtidos para o rendimento hidráulico em cada caso, quando os parâmetros de projeto assumem diferentes combinações de valores pertencentes aos extremos dos intervalos de validade, os rendimentos máximos obtidos foram os valores apresentados nas tabelas 9, 10, 11, 12.

Os resultados obtidos estão próximos dos valores máximos estabelecidos por Leal (1992).

O valor do rendimento hidráulico máximo que mais se distanciou do valor máximo encontrado na bibliografia, foi o resultado correspondente à configuração física de turbina com grau de reação intermediário. O máximo rendimento hidráulico calculado, neste caso, através do programa REND-1, foi 76 %, enquanto a bibliografia aponta um valor de rendimento máximo de 81 %.

Os demais valores de máximo rendimento conseguidos da aplicação de REND-1 às demais equações, se encontram bem próximos dos valores da bibliografia, o que era de se esperar, uma vez que as equações implementadas em REND-1 foram retiradas de Leal (1992), com exceção da equação para configuração física de turbina com grau de reação intermediário.

Quanto ao programa TURBINAS, tem-se a obtenção de diferentes valores de rendimento hidráulico máximo para cada uma das equações, de acordo com os respectivos valores fornecidos às variáveis independentes.

Sempre os resultados fornecidos por TURBINAS estiveram dentro de faixas aceitáveis para o rendimento hidráulico, de acordo com, Leal (1992), Schegliáiev (1978).

Como sugestão para continuidade do assunto desta dissertação podemos indicar a aplicação deste procedimento numérico a outros tipos de turbina a vapor, uma vez que os resultados encontrados tiveram uma aproximação satisfatória.

ANEXO 1 – Sistemas Não Lineares

Equações componentes do sistema não linear correspondente à equação (17).

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi} = 2\phi_3 u/c_4 \left(\frac{(1-\rho)^{1/2} \cos(\alpha_4) + \psi \left(\frac{2\phi(1-\rho) -}{+ 2(1-\rho)^{1/2} u/c_4 \cos(\alpha_4) \cos(\beta_5)} \right)}{2} \right) \quad (37)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi_3} = 2\phi_3 u/c_4 \left(-u/c_4 + \phi_3 \psi (u/c_4)^2 \cos(\beta_5) \right) + 2u/c_4 y_1' \quad (38)$$

$$y_1' = \frac{\left(-(\phi_3 u/c_4) + \phi(1-\rho)^{1/2} \cos(\alpha_4) + \left(\psi y_2' \cos(\beta_5) \right) \right)}{2} \quad (39)$$

$$y_2' = \phi^2(1-\rho) + \rho + \phi_3^2(u/c_4)^2 - 2\phi(1-\rho)^{1/2} u/c_4 \cos(\alpha_4) \quad (40)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \psi} = \phi u/c_4 \left(\phi^2(1-\rho) + \rho + \phi_3^2(u/c_4)^2 - 2\phi(1-\rho)^{1/2} u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \cos(\beta_5) \quad (41)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \rho} = 2\phi_3 u/c_4 \left(\frac{-(\phi \cos(\alpha_4))}{2(1-\rho)^{1/2}} + y_3' \right) \quad (42)$$

$$y_3' = \frac{\psi(1-\phi^2 + (\phi u/c_4 \cos(\alpha_4)/(1-\rho)^{1/2})) \cos \beta_5}{2} \quad (43)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \alpha_4} = 2\phi_3 u/c_4 \left(\begin{aligned} & -(\phi(1-\rho)^{1/2} \sin(\alpha_4)) + \\ & + \phi \psi(1-\rho)^{1/2} u/c_4 \cos(\beta_5) \sin(\alpha_4) \end{aligned} \right) \quad (44)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \beta_5} = - \left(\phi_3 \psi u/c_4 \left(\begin{aligned} & \phi^2(1-\rho) + \rho + \phi_3^2 (u/c_4)^2 - \\ & + 2\phi(1-\rho) u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{aligned} \right) \sin(\beta_5) \right) \quad (45)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial u/c_4} = 2\phi_3 u/c_4 \left(-\phi_3 + y_4' + y_5' + y_6' \right) \quad (46)$$

$$y_4' = \frac{\psi(2\phi_3^2 u/c_4 - 2\phi(1-\rho)^{1/2} \cos(\alpha_4)) \cos(\beta_5)}{2} \quad (47)$$

$$y'_5 = 2\phi_3 \left(-(\phi_3 u/c_4) + \phi(1-\rho)^{1/2} \cos(\alpha_4) \right) \quad (48)$$

$$y'_6 = \psi \frac{\left(\phi^2(1-\rho) + \rho + \phi_3^2(u/c_4)^2 - \right.}{2} \cos(\beta_5) \quad (49)$$

Equações componentes do sistema não linear correspondente à equação (19).

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi} = 4\phi\phi_3^2(1 + \phi_3 k \psi) \left(-(u/c_4)^2 + u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \quad (50)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi_3} = 2\phi^2 \phi_3^2 k \psi \left(-(u/c_4)^2 + u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) + y'_7 \quad (51)$$

$$y'_7 = 4\phi^2 \phi_3 (1 + \phi_3 k \psi) \left(-(u/c_4)^2 + u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \quad (52)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \psi} = 2\phi^2 \phi_3^3 k \left(-(u/c_4)^2 + u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \quad (53)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial k} = 2\phi^2 \phi_3^3 \psi \left(-\left(u/c_4\right)^2 + u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \quad (54)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \alpha_4} = -2\phi^2 \phi_3^2 (1 + \phi_3 \psi k) u/c_4 \sin(\alpha_4) \quad (55)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial u/c_4} = 2\phi^2 \phi_3^2 (1 + \phi_3 \psi k) (-2u/c_4 + \cos(\alpha_4)) \quad (56)$$

Equações componentes do sistema não linear correspondente à equação (20).

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi} = \frac{y_8}{y_9} + y_{10} \quad (57)$$

$$y_8 = -2\phi^2 \phi_3^2 \left(-2\phi \phi_3^4 \phi_6^2 \psi^2 - 2\phi \phi_3^2 \phi_6^2 \left(1 + 2\phi_3 k \psi + \phi_3^2 \psi^2 \right) \left(u/c_4 \right)^2 + y_{11} \right) \quad (58)$$

$$y_{11} = 4\phi \phi_3^3 \phi_6^2 \psi (k + \phi_3 \psi) \left(u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \left(-\left((1 + \phi_3 \psi k) (u/c_4)^2 \right) + \right. \\ \left. (1 + \phi_3 k \psi) u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \quad (59)$$

$$y'_9 = \left[\begin{aligned} &1 - \phi^2 \phi_3^4 \phi_6^2 \psi^2 - \\ &(\phi \phi_3 \phi_6)^2 \left(\frac{1 + 2\phi_3 k \psi}{+ \phi_3^2 \psi^2} \right) (u/c_4)^2 + \\ &+ 2(\phi \phi_6)^2 \phi_3^3 \psi (k + \phi_3 \psi) u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{aligned} \right]^2 \quad (60)$$

$$y'_{10} = 4\phi \phi_3^2 \left[\frac{-((1 + \phi_3 k \psi)(u/c_4)^2) + (1 + \phi_3 k \psi u/c_4 \cos(\alpha_4))}{\left(1 - \phi^2 \phi_3^4 \phi_6^2 \psi^2 + (\phi \phi_3 \phi_6)^2 (1 + 2\phi_3 k \psi + (\phi \phi_3)^2) (u/c_4)^2 + \right.} \right. \quad (61)$$

$$\left. \left. 2(\phi \phi_6)^2 \psi \phi_3^4 (k + \psi \phi_3) u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \right]$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi_3} = y'_{11} + y'_{12} + y'_{13} \quad (62)$$

$$y'_{11} = \left[\frac{(2\phi \phi_3)^2 \left(- (k \psi (u/c_4)^2) + k \psi u/c_4 \cos(\alpha_4) \right)}{1 - (\phi \psi \phi_6)^2 \phi_3^4 - (\phi \phi_3 \phi_6)^2 (1 + 2\psi k \phi_3 + \psi \phi_3)^2 (u/c_4)^2 +} \right. \quad (63)$$

$$\left. + 2(\phi \phi_6)^2 \psi \phi_3^3 (k + \psi \phi_3) u/c_4 \cos(\alpha_4) \right]$$

$$y'_{12} = \frac{\begin{pmatrix} -4(\phi\psi\phi_6)^2\phi_3^3 - (\phi\phi_3\phi_6)^2(2k\psi + 2\phi_3\psi^2)(u/c_4)^2 - \\ + 2(\phi\phi_6)^2\phi_3(1 + 2\psi k\phi_3 + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 \\ + 2(\phi\psi\phi_6)^2\phi_3^3 u/c_4 \cos\alpha_4 + \\ + 6\psi(\phi\phi_3\phi_6)^2 \left(\frac{k + \psi\phi_3}{+ \psi\phi_3} \right) u/c_4 \cos(\alpha_4) \left(-\frac{(1 + k\psi\phi_3)(u/c_4)^2}{+ (1 + k\psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4)} \right) \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 - (\phi\psi\phi_6)^2\phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2 \left(\frac{1 + 2\psi k\phi_3 + (\psi\phi_3)^2}{+ (\psi\phi_3)^2} \right) (u/c_4)^2 + \\ 2(\phi\phi_6)^2\psi\phi_3^3(k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{pmatrix}^2} \quad (64)$$

$$y'_{13} = \frac{4\phi^2\phi_3 \left(-\frac{(1 + k\psi\phi_3)(u/c_4)^2}{+ (1 + k\psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4)} \right)}{\begin{pmatrix} 1 - (\phi\psi\phi_6)^2\phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2 \left(\frac{1 + 2\psi k\phi_3 + (\psi\phi_3)^2}{+ (\psi\phi_3)^2} \right) (u/c_4)^2 + \\ 2(\phi\phi_6)^2\psi\phi_3^3(k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{pmatrix}} \quad (65)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \psi} = y'_{14} - y'_{15} \quad (66)$$

$$y'_{14} = \frac{2(\phi\phi_3)^2 \left(-\frac{(k\phi_3(u/c_4)^2)}{+ k\phi_3 u/c_4 \cos(\alpha_4)} \right)}{\begin{pmatrix} 1 - (\phi\psi\phi_6)^2\phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2 \left(\frac{1 + 2\psi k\phi_3 + (\psi\phi_3)^2}{+ (\psi\phi_3)^2} \right) (u/c_4)^2 + \\ + 2(\phi\phi_6)^2\psi\phi_3^3(k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{pmatrix}} \quad (67)$$

$$y'_{15} = \frac{y'_{16}}{y'_{17}} \quad (68)$$

$$y'_{16} = 2(\phi\phi_3)^2 \left(\begin{aligned} & -2\psi(\phi\phi_6)^2\phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2(2k\phi_3 + 2\psi\phi_3^2)(u/c_4)^2 + \\ & + 2(\phi\phi_6)^2\psi\phi_3^4 u/c_4 \cos(\alpha_4) + \\ & + 2(\phi\phi_6)^2\phi_3^3(k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \left(\begin{aligned} & -((1 + \psi k\phi_3)(u/c_4)^2) + \\ & + (1 + k\psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \quad (69)$$

$$y'_{17} = \left(\begin{aligned} & 1 - (\phi\psi\phi_6)^2\phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2(1 + 2k\psi\phi_3 + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 + \\ & + 2(\phi\phi_6)^2\psi\phi_3^3(k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{aligned} \right)^2 \quad (70)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial k} = y'_{18} - y'_{19} \quad (71)$$

$$y'_{18} = \frac{2(\phi\phi_3)^2 \left(-(\psi\phi_3(u/c_4)^2) + \psi\phi_3 u/c_4 \cos(\alpha_4) \right)}{\left(\begin{aligned} & 1 - (\psi\phi\phi_6)^2\phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2(1 + 2k\psi\phi_3 + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 + \\ & + 2(\phi\phi_6)^2\psi\phi_3^3(k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{aligned} \right)} \quad (72)$$

$$y'_{19} = \frac{\left(2u/c_4^2 (-2\phi\phi_6)^2 \psi\phi_3^4 (u/c_4)^2 + \right. \\ \left. + 2(\phi\phi_6)^2 \psi\phi_3^3 u/c_4 \cos(\alpha_4) \left(-((1+k\psi\phi_3)(u/c_4)^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + (1+k\psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \right)}{\left(1 - (\phi\psi\phi_6)^2 \phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2 (1+2\psi k\phi_3 + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 + \right. \\ \left. + 2(\phi\phi_6)^2 \psi\phi_3^3 (k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \right)} \quad (73)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \alpha_4} = y'_{20} + y'_{21} \quad (74)$$

$$y'_{20} = \frac{(-2(\phi\phi_3)^2 (1 + \psi\phi_3 k)u/c_4 \cos(\alpha_4))}{\left(1 - (\phi\psi\phi_6)^2 \phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2 (1 + 2k\psi\phi_3 + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 + \right. \\ \left. + 2(\phi\phi_6)^2 \psi\phi_3^3 (k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \right)} \quad (75)$$

$$y'_{21} = \frac{\left(4\psi\phi^4 \phi_6^2 \phi_3^5 (k + \psi\phi_3)u/c_4 \left(-((1+k\psi\phi_3)(u/c_4)^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + (1+k\psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \sin(\alpha_4) \right) \right)}{\left(1 - (\phi\phi\psi\phi_6)^2 \phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2 (1 + 2k\psi\phi_3 + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 + \right. \\ \left. + 2(\phi\phi_6)^2 \psi\phi_3^3 (k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \right)^2} \quad (76)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial u/c_4} = y'_{22} - y'_{23} \quad (77)$$

$$y'_{22} = \frac{2(\phi\phi_3)^2(-2(1+\psi k\phi_3)u/c_4 + (1+\psi k\phi_3)\cos(\alpha_4))}{\left(1 - (\phi\psi\phi_6)^2\phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2(1+2\psi k\phi_3 + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 + \right.} \quad (78)$$

$$\left. + 2(\phi\phi_6)^2\psi\phi_3^3(k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4)\right)$$

$$y'_{23} = \frac{2(\phi\phi_3)^2 \left(\begin{aligned} &-2(\phi\phi_3\phi_6)^2(1+2\psi k\phi_3 + (\psi^2\phi_3^2)u/c_4) + \\ &+ 2\psi(\phi\phi_6)^2\phi_3^3(k + \psi\phi_3)\cos(\alpha_4) - \left(\begin{aligned} &(1+k\psi\phi_3)(u/c_4)^2 + \\ &+ (1+k\psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right)}{\left(1 - (\phi\psi\phi_6)^2\phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2(1+2\psi k\phi_3 + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 + \right.} \quad (79)$$

$$\left. + 2(\phi\phi_6)^2\psi\phi_3^3(k + \psi\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4)\right)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi_6} = \frac{y'_{24}}{y'_{25}} \quad (80)$$

$$y'_{24} = \left(-2(\phi\phi_3)^2 \left(\begin{aligned} &-2(\phi\psi)^2\phi_6\phi_3^4 - \\ &+ 2(\phi\phi_3)^2\phi_6(1+2\phi_3k\psi + (\psi\phi_3)^2)(u/c_4)^2 + \\ &+ 4\phi^2\psi\phi_6\phi_3^3(k + \phi_3\psi)u/c_4 \cos\alpha_4 \end{aligned} \right) y'_{26} \right) \quad (81)$$

$$y'_{26} = \left(-((1+\psi k\phi_3)(u/c_4)^2) + (1+\psi k\phi_3)u/c_4 \cos(\alpha_4) \right) \quad (82)$$

$$y'_{25} = \left(\frac{1 = (\phi\psi\phi_6)^2 \phi_3^4 - (\phi\phi_3\phi_6)^2 (1 + 2\psi k \phi_3 + (\psi\phi_3)^2) (u/c_4) +}{+ 2(\phi\phi_6)^2 \psi \phi_3^3 (k + \phi_3 \psi) u/c_4 \cos(\alpha_4)} \right) \quad (83)$$

Equações componentes do sistema não linear correspondente à equação (24).

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi} = y'_{27} - y'_{28} \quad (84)$$

$$y'_{27} = \frac{\left(-2 \left(1 + (k_1 / \phi \phi_3 \phi_6) u/c_4 \cos(\alpha_4) \left(\frac{-2/\phi^3 (\psi \phi_3 \phi_6)^2}{+ 2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4) / (\phi \psi)^2 \phi_3 \phi_6} \right) \right) \right)}{\left(-\phi_3^2 + 1/(\phi \phi_3 \phi_6 \psi)^2 - (\phi_3 u/c_4)^2 + (u/c_4)^2 / \psi^2 + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4) \right)^2} \quad (85)$$

$$y'_{28} = \frac{2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4)}{\phi^2 \phi_3 \phi_6 \left(-\phi_3^2 + 1/(\phi \psi \phi_3 \phi_6)^2 - \phi_3^2 (u/c_4)^2 + (u/c_4)^2 / \psi^2 \right)} \quad (86)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi_3} = y'_{29} - y'_{30} \quad (87)$$

$$y_{29} = \frac{(-2) \left(\frac{1 + 1/\phi\phi_3\phi_6}{\phi\phi_3\phi_6} \right) u/c_4 \cos(\alpha_4) \left(-2\phi_3 - \left(\frac{2/(\phi\psi\phi_3\phi_6)^2 - 2\phi_3(u/c_4)^2 + 4\phi_3 u/c_4 \cos(\alpha_4)}{+2\phi_3(u/c_4)^2 + 4\phi_3 u/c_4 \cos(\alpha_4)} \right) \right)}{\left(-\phi_3 + 1/(\phi\phi_3\phi_6\psi)^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + (u/c_4)^2/\psi^2 + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4) \right)^2} \quad (88)$$

$$y_{30} = \frac{2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4)}{\phi\phi_3^2\phi_6 \left(-\phi_3^2 + \left(\frac{1}{\left(\frac{(\phi\psi\phi_3\phi_6)^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + (u/c_4)^2/\psi^2 + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4) + (2\cos(\alpha_4)u/c_4 k_1/\phi\phi_3\phi_6\psi^2)} \right)} \right) \right)} \quad (89)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \phi_6} = y_{31} - y_{32} \quad (90)$$

$$y_{31} = \frac{\left(-2(1 + k_1/\phi\phi_3\phi_6) u/c_4 \cos(\alpha_4) \left(\frac{-2/(\phi\psi\phi_3\phi_6)^2 - 2\phi_3(u/c_4)^2 + 4\phi_3 u/c_4 \cos(\alpha_4)}{+2\phi_3(u/c_4)^2 + 4\phi_3 u/c_4 \cos(\alpha_4)} \right) \right)}{\left(-\phi_3^2 + (1/\phi\psi\phi_3\phi_6)^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + ((u/c_4)^2/\psi^2) + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4) + (2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4)/\phi\phi_3\phi_6\psi^2) \right)^2} \quad (91)$$

$$y_{32} = \frac{2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4)}{\left(\phi\phi_3\phi_6^2 \left(-\phi_3^2 + \left(\frac{1}{\left(\frac{(\phi\psi\phi_3\phi_6)^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + (u/c_4)^2/\psi^2 + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4)} \right)} \right) \right) \right)} \quad (92)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \psi} = \frac{(-2)(1 + k_1 / \phi \phi_3 \phi_6) u / c_4 \cos(\alpha_4) - 2 \left(\frac{(\phi \phi_3 \phi_6)^2 \psi^3 - (2(u/c_4)^2 / \psi^3) - (4k_1 u / c_4 \cos(\alpha_4) / \phi \phi_3 \phi_6 \psi^3)}{\left(-\phi_3^2 + 1/(\phi \psi \phi_3 \phi_6)^2 - \phi_3^2 (u/c_4)^2 + (u/c_4)^2 / \psi^2 + 2\phi_3^2 u / c_4 \cos(\alpha_4) \right)^2} \right)}{(93)}$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial k_1} = y_{33} + y_{34} \quad (94)$$

$$y_{33} = \frac{(-4(1 + k_1 / \phi \phi_3 \phi_6)(u/c_4)^2 \cos(\alpha_4))}{\left(\phi \phi_3 \phi_6 \psi^2 - \phi_3^2 \left(\frac{1/(\phi \phi_3 \phi_6 \psi)^2 - \phi_3^2 ((u/c_4)^2 / \psi^2) + 2\phi_3^2 u / c_4 \cos(\alpha_4) + \frac{2k_1 u / c_4 \cos(\alpha_4)}{\phi \phi_3 \phi_6 \psi^2}}{\phi \phi_3 \phi_6 \psi^2} \right) \right)^2} \quad (95)$$

$$y_{34} = \frac{2 u / c_4 \cos(\alpha_4)}{\phi \phi_3 \phi_6 \left(-\phi_3^2 + \frac{1/(\phi \phi_3 \phi_6 \psi)^2 - \phi_3^2 (u/c_4)^2 ((u/c_4) / \psi) + 2\phi_3^2 u / c_4 \cos(\alpha_4) + (2k_1 u / c_4 \cos(\alpha_4) / \phi \phi_3 \phi_6 \psi^2)}{\phi \phi_3 \phi_6 \psi^2} \right)} \quad (96)$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial \alpha_4} = y_{35} - y_{36} \quad (97)$$

$$y_{35} = \frac{(-2(1 + (k_1/\phi\phi_3\phi_6))u/c_4 \sin(\alpha_4)))}{\left(-\phi_3^2 + (1/(\phi\phi_3\phi_6\psi))^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + ((u/c_4)^2/\psi^2) + \right.} \quad (98)$$

$$\left. + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4) (2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4)/\phi\phi_3\phi_6\psi^2) \right)$$

$$y_{36} = \frac{\left(2(1 + (k_1/\phi\phi_3\phi_6))u/c_4 \cos(\alpha_4) (-2\phi_3^2 u/c_4 \sin(\alpha_4)) - \right.}{\left(-\phi_3^2 + (1/(\phi\phi_3\phi_6\psi))^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + ((u/c_4)^2/\psi^2) + \right.} \quad (99)$$

$$\left. + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4) + (2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4)/\phi\phi_3\phi_6\psi^2) \right)^2}$$

$$\frac{\partial \eta_h}{\partial u/c_4} = y_{37} + y_{38} \quad (100)$$

$$y_{37} = \frac{\left(-2(1 + (k_1/\phi\phi_3\phi_6))u/c_4 \left(-2\phi_3^2 u/c_4 + (2u/c_4/\psi^2) + \right. \right.}{\left(-\phi_3^2 + (1/(\phi\phi_3\phi_6\psi))^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + \right.} \quad (101)$$

$$\left. \left. + 2\phi_3^2 \cos(\alpha_4) 2k_1 \cos(\alpha_4)/\phi\phi_3\phi_6\psi \right) \right)}{\left(-\phi_3^2 + (1/(\phi\phi_3\phi_6\psi))^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + \right.}$$

$$\left. + (u/c_4)^2/\psi^2 + 2\phi_3^2 u/c_4 + (2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4))/(\phi\phi_3\phi_6\psi^2) \right)^2}$$

$$y_{38} = \frac{(2(1 + (k_1/\phi\phi_3\phi_6))\cos(\alpha_4)))}{\left(-\phi_3^2 + (1/(\phi\phi_3\phi_6\psi))^2 - \phi_3^2(u/c_4)^2 + ((u/c_4)^2/\psi^2) + \right.} \quad (102)$$

$$\left. + 2\phi_3^2 u/c_4 \cos(\alpha_4) + (2k_1 u/c_4 \cos(\alpha_4)/\phi\phi_3\phi_6\psi^2) \right)$$

ANEXO 2 - Detalhes Construtivos dos Programas Computacionais

O programa computacional denominado TURBINAS, foi desenvolvido com o objetivo de ser uma ferramenta para o cálculo do rendimento hidráulico de quatro configurações físicas de turbina a vapor tipo Curtis;

- 1 – Ação pura – primeiro estágio.
- 2 – Ação pura – estágios depois do primeiro.
- 3 – Grau de reação indeterminado.
- 4 – Reação pura.

TURBINAS permite a plotagem de gráficos do rendimento hidráulico da máquina em função da relação de velocidades u/c_4 .

Este programa foi escrito em linguagem computacional FORTRAN 90, utilizando-se uma biblioteca de subrotinas e *functions* gráficas, denominada *Microsoft Power Station Library*, que se encontra disponível no *Fortran Power Station*, e foi construído através do uso recurso “Quickwin” também disponibilizado pela *Fortran Power Station*.

Este programa possui o formato “windows”, o que permite a chamada de outros programas “windows” como “Word”, “Excel”, e outros, dentro dele durante sua execução.

É possível, durante a execução, selecionar um gráfico criado por TURBINAS, copiá-lo e colá-lo no programa “Word”. Do mesmo modo, é possível selecionar um conjunto de pares ordenados de valores de rendimento hidráulico e u/c_4 calculados através de TURBINAS, e realizar a plotagem dos mesmos no *software* “Excel”, no modo dispersão.

TURBINAS é constituído por um pequeno programa principal que faz a chamada de uma série de subrotinas que o estruturam.

A primeira subrotina a ser chamada pelo programa principal, é a subrotina Início, e é através dela que se define uma série de características importantes que o programa executável terá.

Em Início, é determinado o nível de definição da imagem em número de *pixels* na direção horizontal e na direção vertical da tela do computador, é determinado o número de linhas e o número de colunas que cada tela do programa executável possuirá. Fica definido o número de cores que ficarão disponíveis para serem usadas, caso se deseje, durante a execução, à vontade do programador, e ainda, o nome do programa a aparecer na barra de cabeçalho do programa executável, e o número de estilos de fontes de caracteres passíveis de serem usadas, também à vontade do programador.

Em Início se estabelece a cor de fundo da tela para o programa executável como sendo branca. A cor *default* de fundo de tela seria preta.

Início faz a chamada de uma *function* de biblioteca denominada “*Initialsettings*”, dentro da qual se define quais itens serão contidos na barra de menu da tela do programa executável, bem como quantos e quais sub-itens cada item de menu possuirá, e é em “*Initialsettings*” que se nomeia cada um destes itens e sub-itens de menu.

As mensagens de rodapé que informam ao usuário, durante a execução, qual o estado do programa em cada momento, como por exemplo, a mensagem AÇÃO, que indica ao usuário que naquele momento, o programa se encontra executando comandos e/ou cálculos, são também definidas dentro de “*Initialsettings*”.

E, por último, em “*Initialsettings*”, é escrito um sub-item do menu AJUDA, denominado “Com respeito ao programa TURBINAS”, que fornece uma informação sucinta sobre o programa.

O recurso “*Quickwin*” permite a execução de animações simples, deste modo, o programa principal faz a chamada de uma segunda subrotina denominada Apresentação, que executa uma pequena animação envolvendo, uma forma elíptica, o nome do programa, e um jogo de mudança das cores



preta e vermelha, implementado num comando. Essa animação aparece no programa todas as vezes que seu modo executável é inicializado.

A terceira subrotina cuja chamada é feita no programa principal, é a subrotina `Apresenta_Nomes`, que faz aparecer na tela os nomes das pessoas envolvidas neste trabalho, bem como o nome da instituição onde o trabalho foi desenvolvido.

A quarta e última subrotina chamada pelo programa principal é `Faça_Sua_Escolha`, que apresenta um menu para que o usuário faça sua escolha quanto ao tipo de configuração física de máquina à qual o programa deve ser aplicado. De acordo com a opção feita pelo usuário, outras subrotinas são chamadas a partir de `Faça_Sua_Escolha`, de modo a oferecer, ao final, os resultados correspondentes à opção e à entrada de dados realizada.

Uma vez que o usuário faz sua escolha quanto ao tipo de máquina à qual o programa deve ser aplicado, aparecem, sucessivamente, telas para que ele entre com os valores dos parâmetros de projeto, em função dos quais, o rendimento hidráulico do tipo de máquina escolhido se expressa.

Cada tela de entrada de dados apresenta o parâmetro de projeto cujo valor se deve fornecer, uma breve explicação do significado físico daquele parâmetro de projeto, e a faixa de valores dentro da qual o usuário pode atribuir valores. O valor digitado pelo usuário aparece no canto inferior esquerdo da tela.

Caso o usuário tente atribuir a um parâmetro de projeto um valor fora da sua faixa de valores permitida, uma tela de advertência com cor de fundo verde claro, se abre com uma mensagem indicando o erro cometido, e o programa, então, retorna para que o usuário refaça sua atribuição de valores corretamente.

Todas as vezes em que o usuário fizer uma opção errada, ou tentar atribuir um valor inválido, uma tela de cor verde claro com uma mensagem de advertência aparecerá, e em seguida, o programa retornará para que a operação seja realizada corretamente.



Uma vez que todos os valores pedidos tenham sido fornecidos corretamente, tem início os cálculos, e a saída de resultados é realizada em uma outra janela ou "*child window*", especialmente criada para essa saída de resultados. Para retornar desta janela de resultados à janela principal do programa, é preciso acionar o menu JANELAS, e dentro dele dar um "*click*" de *mouse* no nome JANELA PRINCIPAL.

Os resultados são constituídos do nome da configuração física da máquina à qual o programa está sendo aplicado, dos valores dos parâmetros de projeto fornecidos pelo usuário e que servem como base de cálculos, de uma lista de valores da relação de velocidades, u/c_4 e correspondentes valores do rendimento hidráulico calculados pelo programa, e, por último, do máximo rendimento hidráulico calculado e correspondente valor da relação u/c_4 . Esses cálculos se realizam dentro de subrotinas destinadas a eles, e os valores resultantes, são passados às "*child windows*", por meio de comandos "COMMON".

Então, o usuário tem a opção de plotar a curva do rendimento hidráulico em função de u/c_4 , correspondente à saída de dados anterior. Caso ele opte por realizar a plotagem, ele deverá escolher a cor em que a plotagem deverá ser realizada dentre dez cores disponibilizadas, e, uma vez feita essa escolha, o gráfico é executado.

A partir de segunda plotagem gráfica, para um mesmo tipo de máquina, aparece uma tela de mensagem que oferece a opção de plotar simultaneamente as figuras anteriores num mesmo gráfico. Caso o usuário deseje realizar essa plotagem conjunta, cada gráfico será desenhado de acordo com a cor originalmente escolhida durante sua plotagem individual.

Numa tela contendo vários gráficos, puxando a barra de rolagem vertical para baixo, aparece uma legenda em cores informando qual a primeira figura desenhada individualmente, qual a segunda figura desenhada individualmente, e assim por diante.



É possível, neste programa, plotar até dez gráficos conjuntamente. A partir da décima figura, caso o usuário deseje reutilizar o programa para a mesma configuração física de turbina, o programa recomeça os cálculos e plotagens a partir do primeiro, novamente.

A introdução de cores no programa, se faz através de três *functions* pertencentes à biblioteca gráfica da *Fortran Power Station*, que são: “setbkcolorrgb”, “setcolorrgb”, e “setttextcolorrgb”

A *function* “setbkcolorrgb”, recebe como argumento uma constante hexadecimal que determina a coloração de preenchimento de figuras e fundos de tela, a *function* “setcolorrgb”, recebe como argumento, também, uma constante hexadecimal, que determina a cor da escrita gráfica que se realiza, ou a cor de traçado de linhas ou figuras geométricas. Já a *function* “setttextcolorrgb”, tem por argumento uma constante de oito *bits*, e é através dela que se determina a cor com que se fará a saída de resultados, ou a cor com que se fará a escrita dos valores atribuídos pelo usuário. Todas essas *functions* são do tipo “integer (4)”, e exigem a definição de variáveis deste tipo para receber suas saídas.

É possível se preencher figuras geométricas usando-se “setcolorrgb”, desde que o sub-programa que execute a figura geométrica tenha como argumento um comando de preenchimento.

A *Fortran Power Station* provê uma série de estilos de caracteres, como “*Arial*” e “*Cottage*”, dentre outros, que podem ser escritos em negrito, ou em itálico, e cujas dimensões (altura e largura), podem ser determinadas pelo programador. De acordo com a altura e a largura estipuladas para os caracteres, sua espessura é atribuída automaticamente.

O estilo de caracteres a ser utilizado nas telas oferecidas pelo programa, bem como na saída de resultados, são definidos dentro de um sub-programa de biblioteca denominado “setfont”, que permite modificar à vontade o tipo e tamanho das letras, quantas vezes for preciso ou desejado.



O posicionamento da escrita na tela, também é controlado pelo programador, através da subrotina “moveto”, cujos argumentos determinam em que ponto da tela tem início a escrita de uma frase ou palavra.

Utilizando-se “moveto”, para posicionar a escrita na tela, é preciso utilizar a subrotina de biblioteca para escrita gráfica, “outgtext”, cujo argumento é a própria frase a ser escrita. Contudo, FORTRAN não age como um editor de texto, passando a ajeitar a escrita a partir de seu início. Cabe ao programador cuidar da estética da escrita na tela.

Assim, uma mensagem exibida na tela do computador, terá sua cor definida por “setcolorrgb”, seu estilo de caracter definido por “setfont”, seu posicionamento definido por “moveto”, e sua saída dada por “outgtext”. As saídas de resultados gráficos, como as escalas gráficas, também são realizadas utilizando-se “outgtext”. Contudo, saídas de resultados calculados como valores de rendimentos, se fazem através do comando convencional no FORTRAN, “WRITE”.

Através do comando “WRITE”, também, é que se permite visualizar as atribuições de valores e escritas do usuário na tela quando estas são requisitadas pelo programa.

O traçado dos gráficos, em TURBINAS, se faz sobre uma grade para se facilitar a alguém que leia este gráfico, localização dos pontos na tela.

As grades gráficas são construídas utilizando-se os sub-programas de biblioteca, “lineto”, “moveto”, e “outgtext”, além de “rectangle”. Através de “rectangle”, se desenha um retângulo na tela, que é dividido por uma série de linhas verticais e horizontais, cujo traçado começa com o posicionamento do cursor de desenho em um local desejado através de “moveto”, e o traçado em si, se realiza através de “lineto”, que possui como argumentos as coordenadas do ponto final da linha na tela.

Por meio de “outgtext”, se escreve a escala gráfica, os títulos dos eixos e do gráfico.



A tentativa de se criar uma única grade dentro de uma subrotina a ser chamada a cada plotagem, não funcionou. Repetidamente, houve problemas com isso, de modo que cada chamada gráfica possui, dentro de TURBINAS, sua própria grade.

A plotagem gráfica propriamente dita, se faz através da subrotina “setpixelrgb”.

A subrotina “setpixelrgb”, é implementada dentro de um comando “DO”, onde também é implementada a equação do rendimento hidráulico da configuração física de máquina escolhida. Através dos valores atribuídos pelo usuário aos parâmetros de projeto em função dos quais o rendimento hidráulico é expresso, e fazendo-se a variável do comando “DO” ser a relação de velocidades, u/c_4 , variando de seu mínimo valor permitido, ao seu máximo valor permitido, com um passo tal que se possa obter de dez mil a cem mil valores do rendimento, dependendo do caso, utiliza-se “setpixelrgb” para plotar na tela os pontos correspondentes aos valores de rendimento calculados.

A forma com que “setpixelrgb” plota os valores calculados para o rendimento hidráulico, conforme descrito acima, se faz localizando as coordenadas do ponto em questão (par ordenado constituído pelo valor de u/c_4 do comando “DO” como abcissa, e o correspondente valor do rendimento hidráulico calculado, como ordenada) na tela, dentro de uma escala gráfica dada em *pixels*, definida pelo programador. Cada ponto, uma vez localizado, recebe a cor que o usuário determinou para o gráfico previamente. Assim, o gráfico em si, é uma região da tela do computador, controladamente colorida.

A necessidade, já mencionada, de se plotar o gráfico utilizando-se para isso, dez mil ou cem mil pontos, depende de como o programador ache que a curva traçada fique melhor na tela.

Existe uma subrotina gráfica, denominada “clearscreen”, que limpa a tela do computador cada vez que o usuário toca a tecla “Enter”, de modo a permitir que a próxima mensagem do programa apareça numa tela limpa, e não, sobreposta à mensagem anterior.



O comando FORTRAN que permite ao programa acessar a biblioteca gráfica *Microsoft Fortran Library*, é o comando "USE MSFLIB", que encabeça o programa principal, dispensando o comando tradicional de início de programa, "PROGRAM", e que aparece em todas as subrotinas logo após a declaração de seus nomes.

O fato de TURBINAS executar até dez gráficos numa mesma figura e de haver dez cores disponibilizadas para escolha do usuário, foram escolhas do programador. Outros recursos poderiam ter sido implementados e disponibilizados para o usuário, contudo o programador sempre deve ter em mente onde quer chegar, de modo a não implementar comandos e recursos dispensáveis ou desnecessários por mais atraentes que estes sejam, uma vez que cada recurso implementado implica em esforço computacional a mais, e ocupa espaço de memória.

Quanto ao programa REND-1, trata-se de um programa escrito em linguagem FORTRAN 90, cujo único objetivo foi realizar um cálculo, no sentido de descobrir qual o conjunto de valores extremos dos parâmetros de projeto conduziria ao rendimento hidráulico máximo para cada uma das equações. Para tanto, em REND-1, uma variável real foi inicializada com o valor zero e cada uma das equações foi sucessivamente implementada no corpo do programa através de uma sequência de comandos "DO", que fazem os parâmetros de projeto assumirem seus valores extremos, e diversas combinações desses valores foram sendo atribuídos à equação. Um comando "IF" foi implementado para realizar o teste. Caso o rendimento calculado com os valores de variáveis que o próprio programa atribuía em dado momento através dos comandos "DO", fosse maior que a variável real inicialmente inicializada com o valor zero, essa variável receberia o valor do rendimento.

Ao final, o programa exibia o valor do rendimento máximo e correspondentes valores das variáveis.



Cada vez que uma das equações era implementada em REND-1, as modificações necessárias, à particular implementação, foram realizadas, uma vez que cada equação é expressa em termos de diferentes variáveis.

Os valores determinados por REND-1 se encontram nas Tabelas 9, 10, 11 e 12.

Fig. 4 - Saída de resultados para turbina de ação para o primeiro estágio.

ITEM	VALOR
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000
1.0000	1.0000

Relação de velocidade de rotação máxima permitida - 4000

FIGURA 4 - Saída de resultados para turbina de ação para o primeiro estágio

ANEXO 3 – Saídas do Programa TURBINAS

TURBINA DE AÇÃO PURA - PRIMEIRO ESTÁGIO.

FI= .80000
FI3= .90000
PSI= .80000
K= .96000
ALFA4= .26179920 RADIANOS OU 15.0 GRAUS.

U/C4	RENDIMENTO HIDRÁULICO
.00000	.0000000
.10000	.1518346
.20000	.2686004
.30000	.3502976
.40000	.3969260
.50000	.4084857
.60000	.3849766
.70000	.3263988
.80000	.2327523
.90000	.1040370
1.00000	-.0597470

MÁXIMO RENDIMENTO HIDRÁULICO: .4089946
RELAÇÃO DE VELOCIDADES U/C4, CORRESPONDENTE AO MÁXIMO RENDIMENTO: .48297

FIGURA 3 - Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 4

FIGURA 4 - Saída de resultados para turbina de ação pura : primeiro estágio

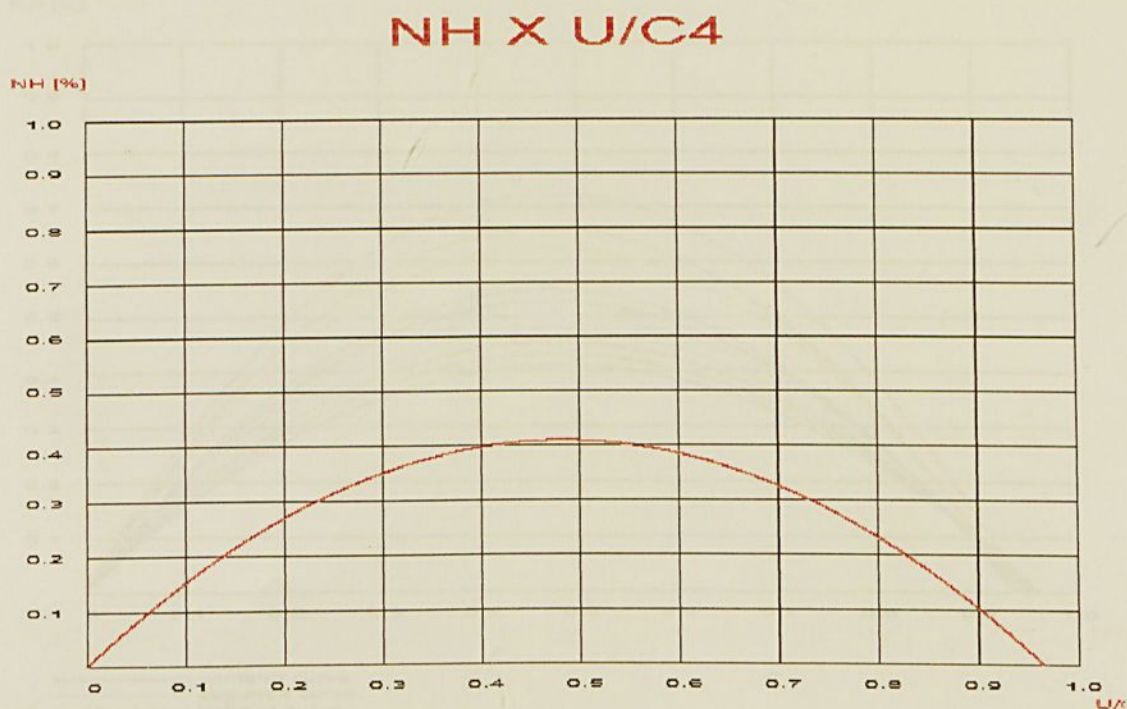


FIGURA 5 - Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 4

FIGURA 6 - Ploteio simultâneo de dez curvas da turbina de ação pura para primeiro estágio

$NH \times U/C4$

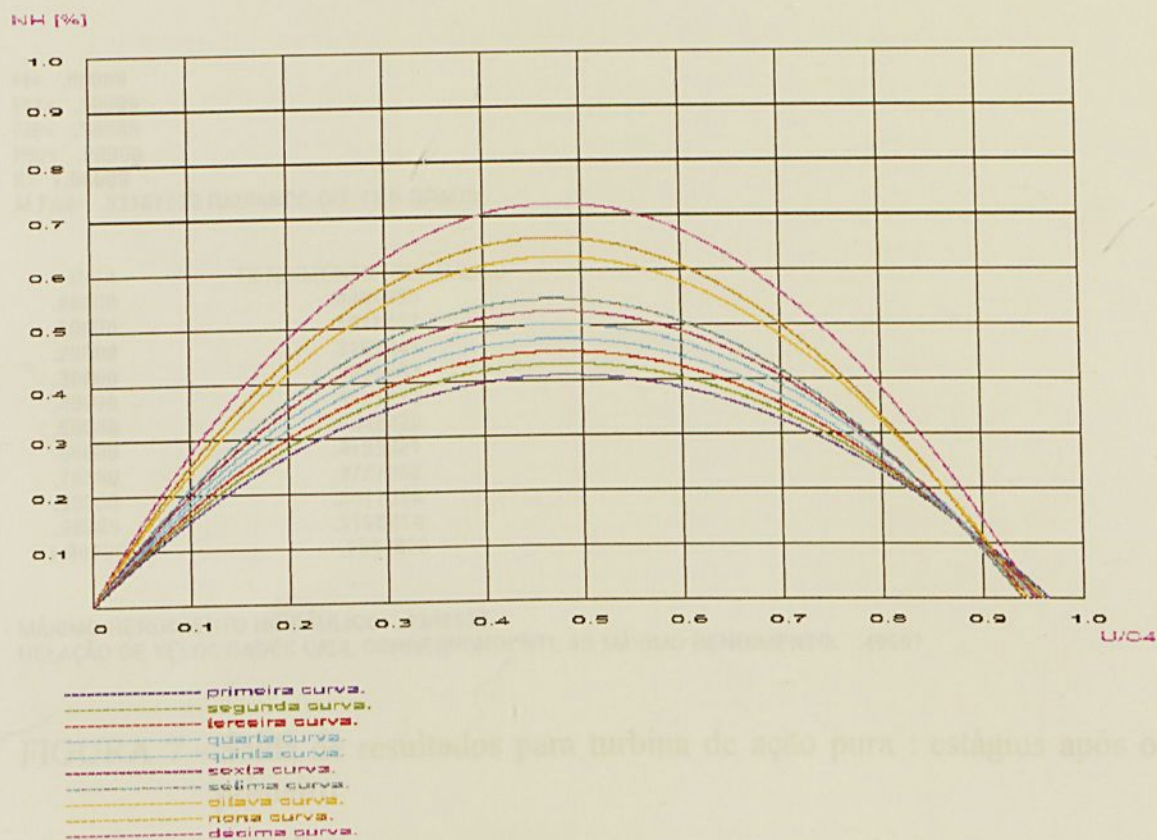


FIGURA 6 - Plotagem simultânea de dez curvas da turbina de ação pura : primeiro estágio

TURBINA DE AÇÃO PURA - ESTÁGIOS DEPOIS DO PRIMEIRO.

FI= .80000
FI3= .90000
FI6= .90000
PSI= .90000
K= 1.00000
ALFA4= .33161230 RADIANOS OU 19.0 GRAUS.

U/C4	RENDIMENTO HIDRÁULICO
.00000	.0000000
.10000	.1918257
.20000	.3101041
.30000	.3825663
.40000	.4221273
.50000	.4342420
.60000	.4193321
.70000	.3727052
.80000	.2817390
.90000	.1168414
1.00000	-.1992926

MÁXIMO RENDIMENTO HIDRÁULICO: .4342639

RELAÇÃO DE VELOCIDADES U/C4, CORRESPONDENTE AO MÁXIMO RENDIMENTO: .49597

FIGURA 7 - Saída de resultados para turbina de ação pura : estágios após o primeiro

FIGURA 8 - Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 7

NH X U/C4

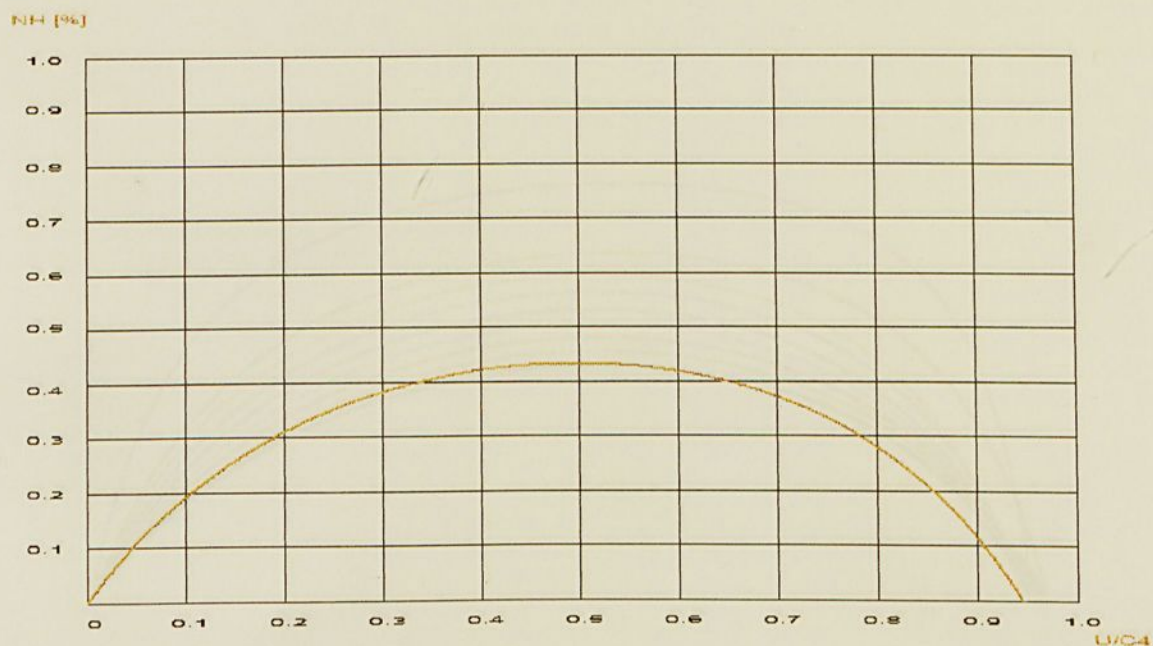


FIGURA 8 - Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 7

NH X U/C4

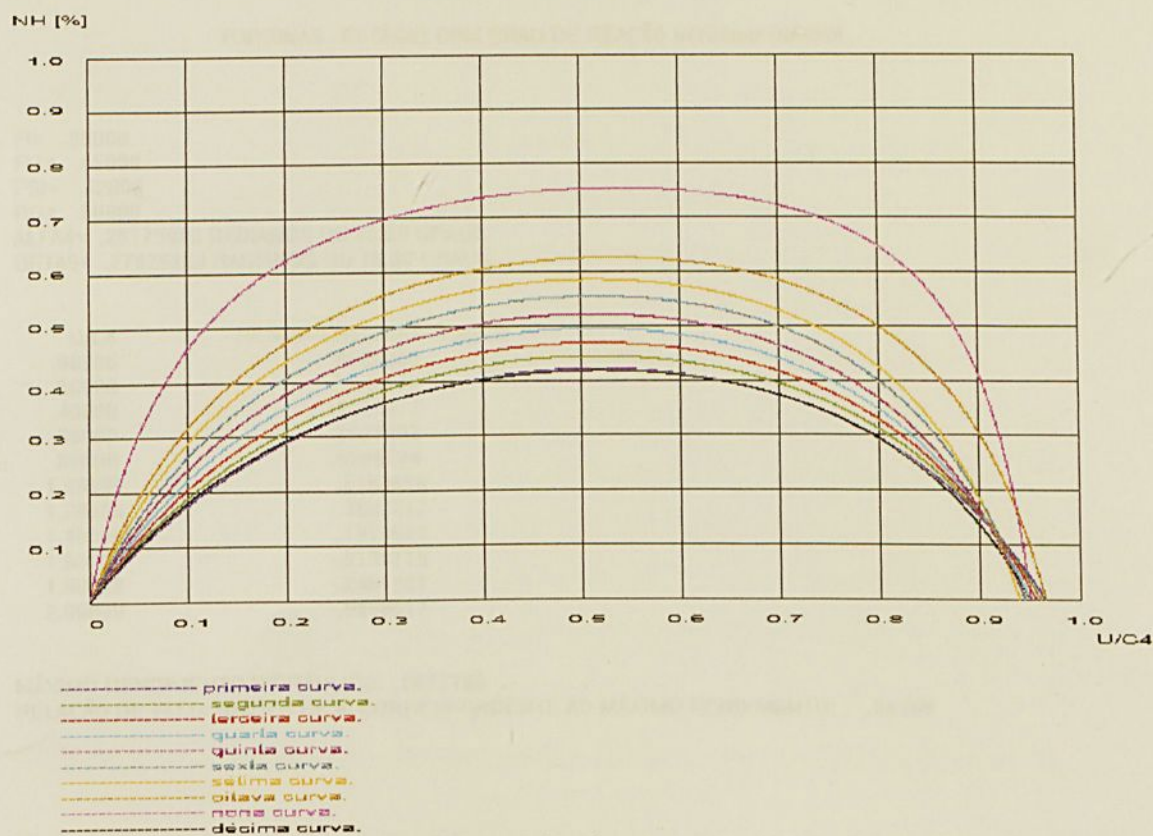


FIGURA 9 - Plotagem simultânea de dez curvas da turbina de ação pura :
estágios após o primeiro

TURBINAS - ESTÁGIO COM GRAU DE REAÇÃO INTERMEDIÁRIO!

$F1 = .85000$
 $F13 = .95000$
 $PS1 = .82000$
 $RO = .50000$
 $ALFA4 = .26179920$ RADIANS OU 15.00 GRAUS.
 $BETA5 = .27925250$ RADIANS OU 16.00 GRAUS.

U/C4	RENDIMENTO HIDRÁULICO
.00000	.0000000
.20000	.3948179
.40000	.6024877
.60000	.6627003
.80000	.6209524
1.00000	.5153896
1.20000	.3688412
1.40000	.1913523
1.60000	-.0138118
1.80000	-.2461061
2.00000	-.5058617

MÁXIMO RENDIMENTO HIDRÁULICO: .6627166

RELAÇÃO DE VELOCIDADES U/C4, CORRESPONDENTE AO MÁXIMO RENDIMENTO: .60359

FIGURA 11 - Gráfico correspondente a saída de resultados da Figura 10

FIGURA 10 - Saída de resultados para turbina com grau de reação intermediário

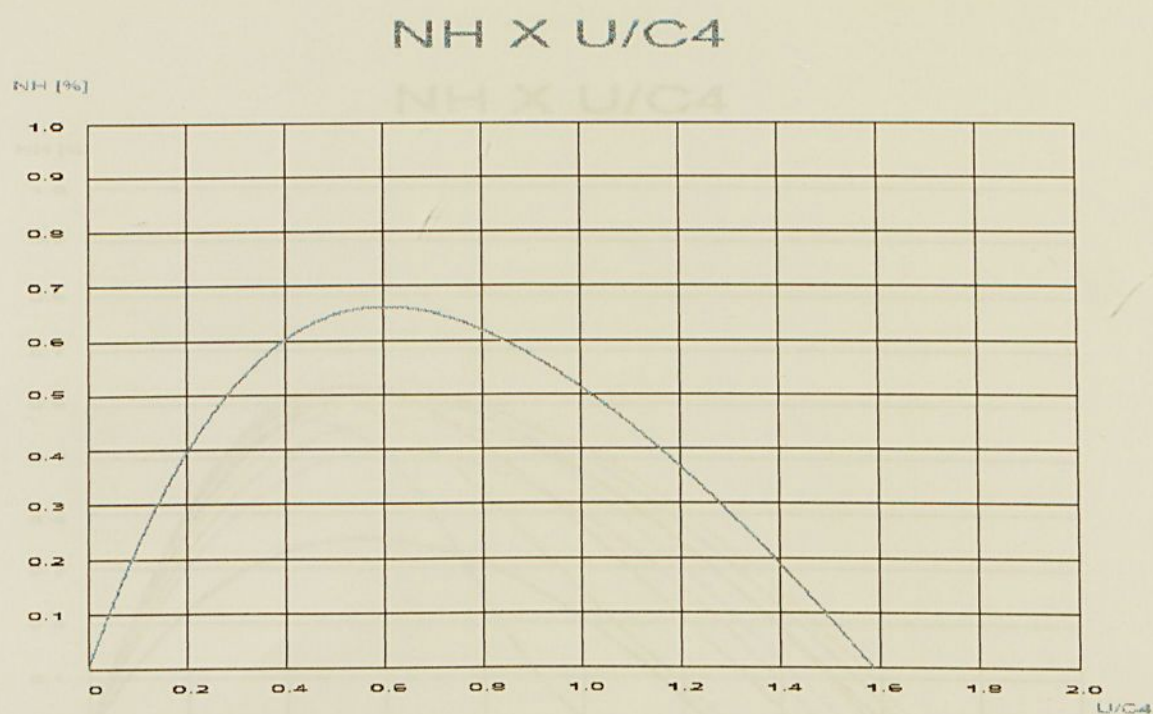


FIGURA 11 - Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 10.

FIGURA 12 - Plotagem simultânea de dez curvas de turbulência com grau de
resolução intermediário.

$NH \times U/C4$

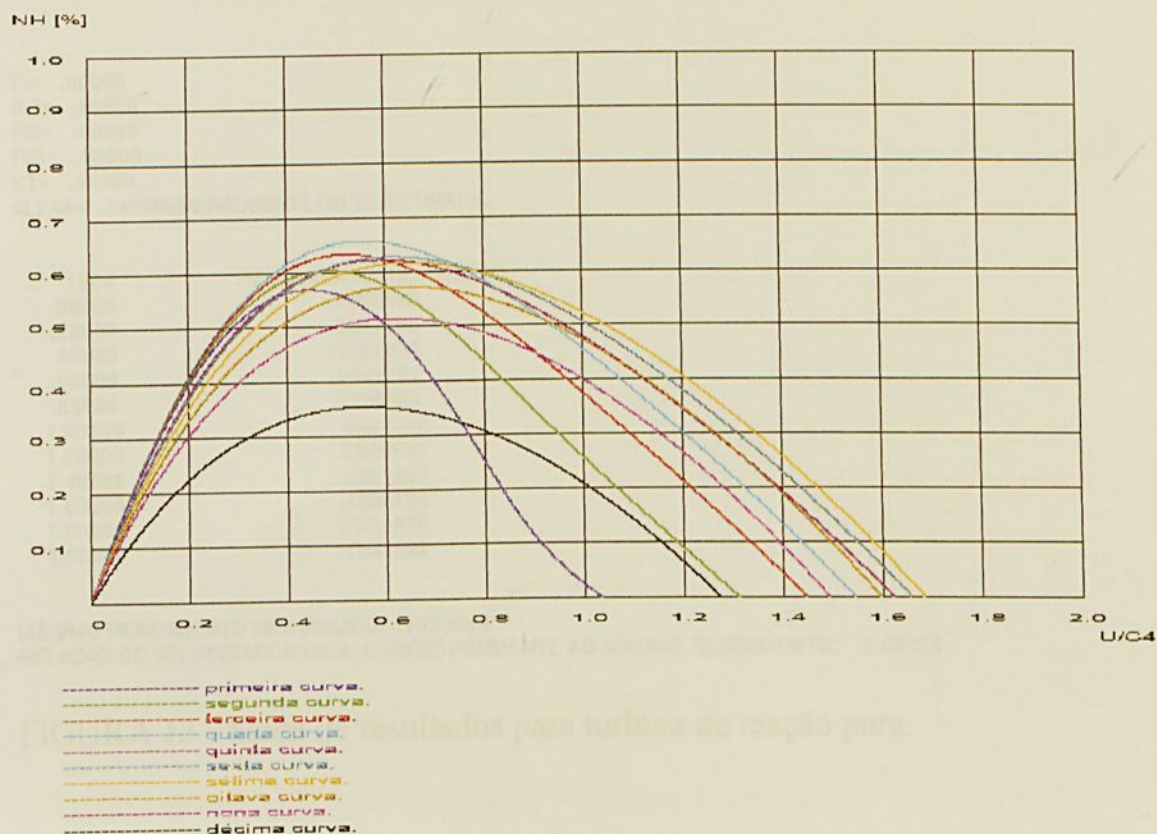


FIGURA 12 - Plotagem simultânea de dez curvas da turbina com grau de reação intermediário.

TURBINAS - ESTÁGIO DE REAÇÃO PURA.

$F1 = .90000$
 $F13 = .90000$
 $F16 = .90000$
 $PS1 = .90000$
 $K1 = .94000$
 $ALFA4 = .34906560$ RADIANS OU 20.00 GRAUS.

U/C4	RENDIMENTO HIDRÁULICO
.00000	.0000000
.20000	.3537185
.40000	.5082033
.60000	.5901761
.80000	.6379083
1.00000	.6669132
1.20000	.6846632
1.40000	.6951957
1.60000	.7000783
1.80000	.7031875
2.00000	.7030892

MÁXIMO RENDIMENTO HIDRÁULICO: .7033964
 RELAÇÃO DE VELOCIDADES U/C4, CORRESPONDENTE AO MÁXIMO RENDIMENTO: 1.88920

FIGURA 13 - Saída de resultados para turbina de reação pura.

FIGURA 14 - Gráfico correspondente a saída de resultados da Figura 13

NH X U/C4

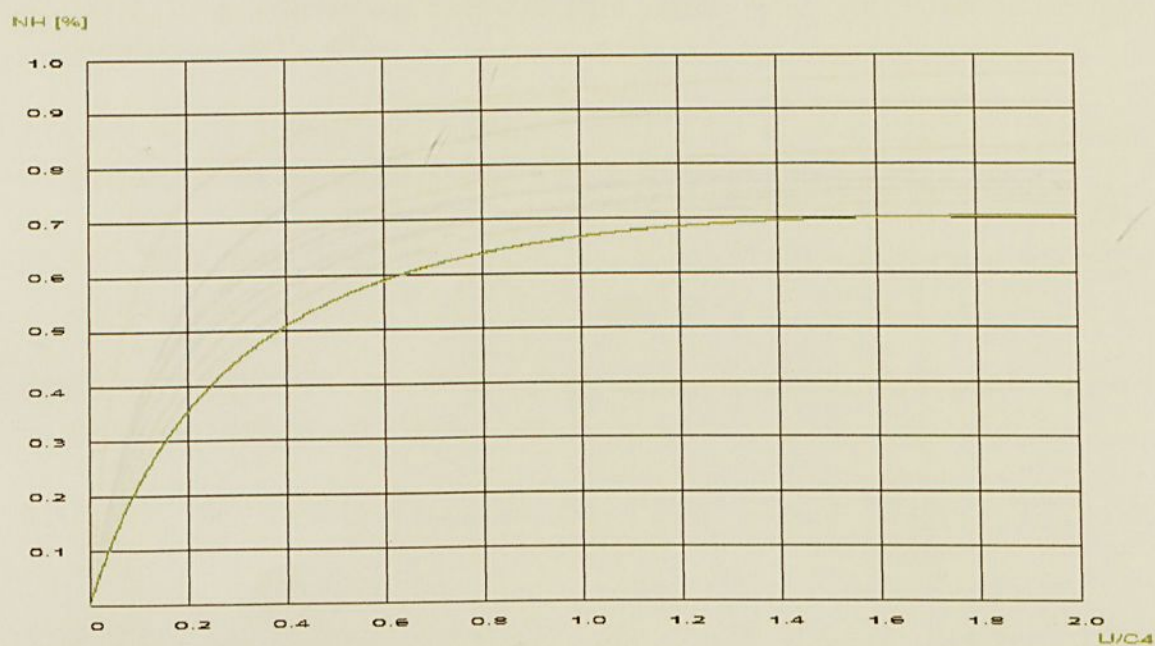


FIGURA 14 - Gráfico correspondente à saída de resultados da Figura 13

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

NH X U/C4

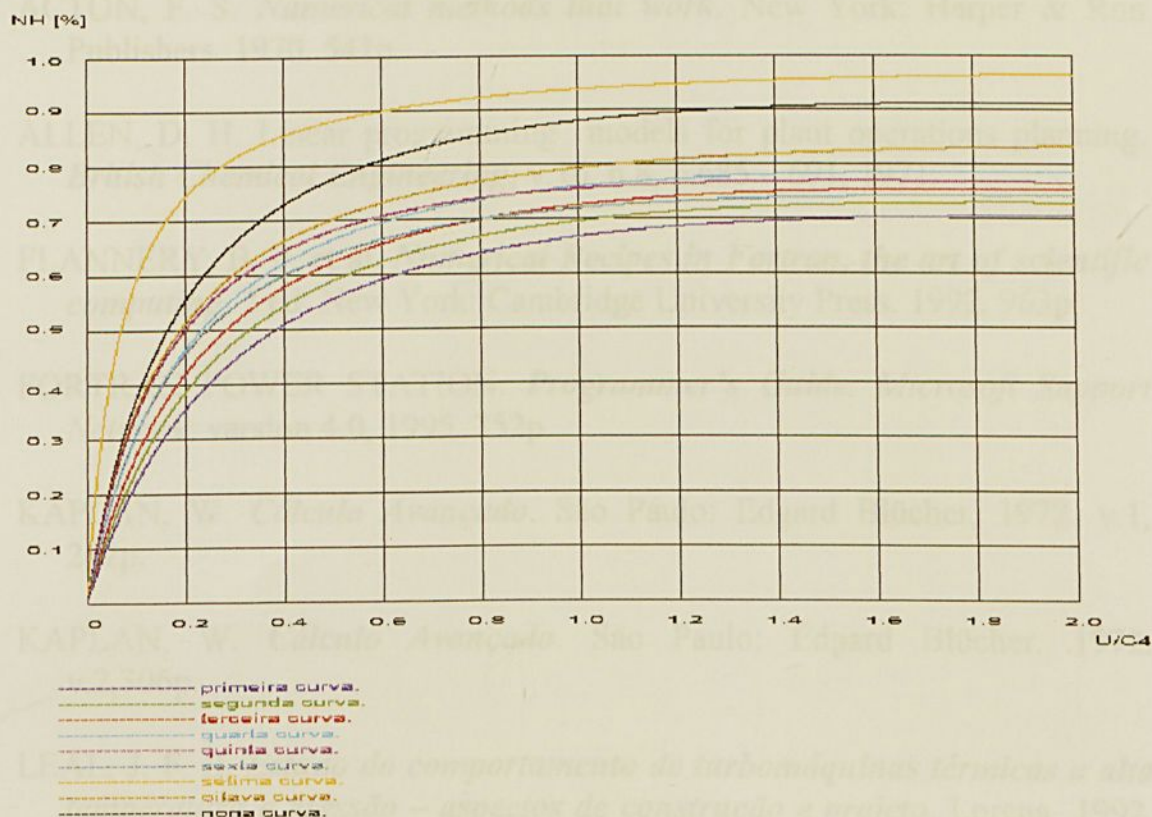


FIGURA 15 - Plotagem simultânea de dez curvas da turbina de reação pura.

LEITHOLD, L.O. *Cálculo com geometria analítica*. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1982. v.1. 336 p.

LOPES, V. L. de R.; RAGGIRO, M. A. G. *Cálculo numérico, aspectos teóricos e computacionais*. 2 ed. São Paulo: Makron Books, 1996. 406 p.

MANUAL de LINDO SYSTEMS. Release 6.1. Chicago, 1989.

NOVARS, A. G. *Métodos de otimização, aplicações aos transportes*. São Paulo: Edgard Blücher, 1978. 403 p.

SANTOS, L. T. Soluções não lineares e fracionárias. *Matemática Universitária*, n.15, p. 102 - 116, 1993.

SCHOLIÁIEV, A.V. *Turbinas a vapor*. URSS: Editorial Mir, 1978. v.1, 352 p.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACTON, F. S. *Numerical methods that work*. New York: Harper & Ron Publishers. 1970. 541p.
- ALLEN, D. H. Linear programming models for plant operations planning. *British Chemical Engineering*, v.16, n.8, p.685 – 691, 1971.
- FLANNERY, B. P. et al. *Numerical Recipes in Fortran, the art of scientific computing*. 2 ed. New York: Cambridge University Press. 1992. 963p.
- FORTTRAN POWER STATION. *Programmer's Guide*. Microsoft Support Network: version 4.0, 1995. 752p.
- KAPLAN, W. *Cálculo Avançado*. São Paulo: Edgard Blücher, 1972. v.1, 262p.
- KAPLAN, W. *Cálculo Avançado*. São Paulo: Edgard Blücher, 1972. v.2, 306p.
- LEAL, J. F. B. *Estudo do comportamento de turbomáquinas térmicas a alta temperatura e pressão – aspectos de construção e projeto*. Lorena, 1992. 316 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Materiais) – Faculdade de Engenharia Química de Lorena.
- LEITHOLD, L.O. *Cálculo com geometria analítica*. São Paulo: Haper & Ron do Brasil, 1982, v.1, 526 p.
- LOPES, V. L. da R., RUGGIERO, M. A. G. *Cálculo numérico, aspectos teóricos e computacionais*. 2 ed. São Paulo: Makron Books, 1996. 406 p.
- MANUAL do LINDO SYSTEMS. Release 6.1. Chicago: 1999.
- NOVAES, A. G. *Métodos de otimização, aplicações aos transportes*. São Paulo: Edgard Blücher, 1978. 463 p.
- SANTOS, L. T. Sistemas não lineares e fractais. *Matemática Universitária*, n.15, p. 102 – 116, 1993.
- SCHEGLIÁIEV, A.V. *Turbomáquinas de vapor*. URSS: Editorial Mir. 1978. v.1, 352 p.

- SCHEID, F. *Análise numérica*. Lisboa: McGraw- Hill – Portugal, 1991. 613 p.
- SWOKOWSKI, E. W. *Cálculo com geometria analítica*. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983. 618 p.

AUSTRIA, N. H., JOHNSON, G. W. A quasi-Newton method employing direct secant updates of matrix factorizations. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.25, n.2, p.315 – 325, 1983.

ARNEY, D. C., ROBINSON, B. T. Labeling chains and matches with a microcomputer. *Computer Math. Applic.*, v.19, n.3, p.1 – 11, 1990.

BARNESLEY, M. F. et al. *The science of fractal images*. New York: Springer-Verlag, 1987. 312p.

BARNESLEY, M. F., GERONIMO, J. S., HARRINGTON, A. N. Geometry and combinatorics of Julia sets of real quadratic maps. *Journal of Statistical Physics*, v.37, n.1/2, p.51 – 92, 1984.

BROYDEN, C. G., DENNIS JUNIOR, J. E., MORE, J. J. On the local and superlinear convergence of quasi-Newton methods. *A. Aust. Math. Applic.*, v.12, p.223 – 245, 1973.

BROYDEN, C. G. The convergence of an algorithm for solving sparse nonlinear systems. *Mathematics of Computation*, v.25, n.114, p.235 – 254, 1971.

DEMBO, R. S., EISENSTADT, S. C., STEihaUG, T. Limited Newton methods. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.19, n.2, p.400 – 406, 1982.

DENNIS JUNIOR, J. E., MORE, J. J. A characterization of super linear convergence and its application to quasi-Newton methods. *Mathematics of Computation*, v.28, n.125, p.549 – 560, 1974.

DENNIS JUNIOR, J. E., MORE, J. J. Quasi-Newton methods, motivation and theory. *SIAM Review*, v.19, n.1, p.44 – 82, 1977.

DENNIS JUNIOR, J. E., MARWILL, E. S. Direct secant updates of matrix factorizations. *Mathematics of Computation*, v.38, n.138, p.459 – 474, 1982.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- AUSTRIA, N. H., JOHNSON, G. W. A quasi-Newton method employing direct secant updates of matrix factorizations. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.20, n.2, p.315 – 325, 1983.
- ARNEY, D. C., ROBINSON, B. T. Exhibiting chaos and fractals with a microcomputer. *Computer Math. Applic.*, v.19, n.3, p.1 – 11, 1990.
- BARNESLEY, M. F. et al. *The science of fractal images*. New York: Springer – Verlag, 1987.312p.
- BARNESLEY, M. F., GERONIMO, J. S., HARRINGTON, A. N. Geometry and combinatorics of Julia sets of real quadratic maps. *Journal of Statistical Physics*, v.37, n.1/2, p. 51 – 92, 1984.
- BROYDEN, C. G., DENNIS JUNIOR, J. E., MORE, J. J. On the local and superlinear convergence of quasi-Newton methods. *J. Inst. Maths. Applics.*, v.12, p. 223 – 245, 1973.
- BROYDEN, C. G. The convergence of an algorithm for solving sparse nonlinear systems. *Mathematics of Computation*, v.25, n.114, p.285 – 294, 1971.
- DEMBO, R. S., EISENSTAT, S. C., STEIHAUG, T. Inexact Newton methods. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.19, n.2, p.400 – 408, 1982.
- DENNIS JUNIOR, J. E., MORE, J. J. A characterization of super linear convergence and its application to quasi-Newton methods. *Mathematics of Computation*, v.28, n.126, p.549 – 560, 1974.
- DENNIS JUNIOR, J. E., MORE, J. J. Quasi-Newton methods, motivation and theory. *SIAM Review*, v.19, n.1, p.46 – 89, 1977.
- DENNIS JUNIOR, J. E., MARWILL, E. S. Direct secant updates of matrix factorizations. *Mathematics of Computation*, v.38, n.158, p. 459 – 474, 1982.

- EISENSTAT, S. C., WALKER, H. F. Globally convergent inexact Newton methods. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.4, n.2, p. 393 – 422, 1994.
- FALCONER, K. J. *Fractal geometry mathematical foundations and applications*. New York: John Willy & Sons Ltd, 1990. 288p.
- GAY, D. M. Some convergence properties of Broydens's method. *Society for Industrial and Applied Mathematics*. v.16, n.4, p.623 – 630, 1979.
- GEORGE, A., ESMOND, N. G. Symbolic factorization for sparse Gaussian elimination with partial pivoting. *Society for Industrial and Applied Mathematics*., v.18, n.6, p. 877 – 898, 1987.
- GEORGE, A., ESMOND, N. G. An implementation of Gaussian elimination with partial pivoting for sparse systems. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.6, n.2, p. 390 – 409, 1985.
- GEORGE, A., LIU, J. W. H. A minimal storage implementation of the minimum degree algorithm. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.17, n.2, p. 282 – 299, 1980.
- MANDELBROT, B. B. *The fractal geometry of nature*. New York: Freeman , 1982. 468 p.
- MARTINÉZ, J. M., MORETTI, A. C., RUGGIERO, M. A. G., Comparing algorithms for solving sparse nonlinear systems of equations. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.13, n.2, p.459 – 483, 1992.
- MARTINÉZ, J. M. A family of quasi-Newton methods for nonlinear equations with direct secant updates of matrix factorizations. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.27, n.4, p.1034 – 1049, 1990.
- MARTINÉZ, J. M. A quasi-Newton method with modification of one column per iteration. *Computing by Springer-Verlag*, v.33, p.353 – 362, 1984.
- MARTINÉZ, J. M. Local convergence theory of inexact Newton methods based on structured least change updates. *Mathematics of Computation*, v.55, n.191, p. 143 – 167, 1990.
- MARTINÉZ, J. M. RUGGIERO, M. A. G. The column updating method for solving nonlinear equations in Hilbert space. *Mathematical Modeling and Numerical Analysis*, v.26, n.2, p. 309 – 330, 1992.



- MARWIL, E. Convergence results for Schubert's method for solving sparse nonlinear equations. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.16, n.4, p. 588 – 604, 1979.
- MATTHIES, H., STRANG, G. The solution of nonlinear finite element equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.14, p. 1613 – 1626, 1979.
- McCAULEY, J. L. *Chaos, dynamics and fractals, an algorithmic approach to deterministic chaos*. New York: Cambridge University Press, 1993. 323 p.
- MOORE, R. E. Global optimization to prescribed accuracy. *Computers Math. Applic.*, v.21, n.6/7, p.25 – 39, 1991.
- PFLEIDERER, C., PETERMANN, H. *Máquinas de fluxo*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979. 479 p.
- PICKOVER, C. A. Mathematics and beauty: time – discrete phase planes associated with cyclic system. *Comput. & Graphics*, v.11, n.2, p. 217 – 226, 1987.
- SACHS, E. W. Broyden's method im Hillpert space. *Mathematical programming*, v.35, p.71 – 82, 1986.
- SCHWANDT, H. An interval arithmetic approach for the construction of an almost globally convergent method for the solution of the nonlinear Poisson equation on the unit square. *Society for Industrial and Applied Mathematics of Computation*, v.46, n.173, p. 75 – 189, 1986.
- VRSCAY, E. R. Julia sets and Mandelbrot-like sets associated with higher order Schröder rational iteration functions, a computer assisted study. *Mathematics of Computation*, v.46, n.173, p. 51 – 69, 1986.
- YPMA, T. J. Local convergence of inexact Newton methods. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.21, n.3, p.583 – 589, 1984.
- ZLATEV, Z. On some pivotal strategies in Gaussian elimination by sparse technique. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v.17, n.1, p. 18 – 30, 1980.

