# RESSALVA

Atendendo solicitação do autor, o texto completo desta tese será disponibilizado somente a partir de 25/09/2021.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**
**FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**JAIMIS SAJID LEON COLQUI**

# APERFEIÇOAMENTO DA REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA POR ELEMENTOS DISCRETOS DE CIRCUITOS: APLICAÇÃO EM ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Ilha Solteira – SP
2021

JAIMIS SAJID LEON COLQUI

# APERFEIÇOAMENTO DA REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA POR ELEMENTOS DISCRETOS DE CIRCUITOS: APLICAÇÃO EM ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira – UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Sérgio Kurokawa
Orientador

Ilha Solteira – SP

2021

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

L579a

Leon Colqui, Jaimis Sajid.
Aperfeiçoamento da representação de linhas de transmissão de energia elétrica por elementos discretos de circuitos: aplicação em estudos de transitórios eletromagnéticos / Jaimis Sajid Leon Colqui. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2021
186 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Engenharia Elétrica, Automação, 2021

Orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia

1. Modelo de linhas de transmissão. 2. Transitórios eletromagnéticos. 3. Parâmetros concentrados. 4. Domínio do tempo. 5. Domínio da frequência.

Raiane da Silva Santos
Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

unesp

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

**Câmpus de Ilha Solteira**

## CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Aperfeiçoamento do modelo de linhas de transmissão a parâmetros discretos utilizado em estudos de transitórios eletromagnéticos

**AUTOR: JAIMIS SAJID LEÓN COLQUI**
**ORIENTADOR: SERGIO KUROKAWA**

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. JULIO BORGES DE SOUZA (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. CLAUDINER MENDES DE SEIXAS (Participaçao Virtual)
Campus de Votuporanga / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP

Prof. Dr. EDUARDO COELHO MARQUES DA COSTA (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétrica / Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP

Prof. Dr. FELIPE VIGOLVINO LOPES (Participaçao Virtual)
Universidade Federal da Paraíba - UFPB

Ilha Solteira, 25 de março de 2021

# AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelas oportunidades, sabedoria nos momentos de escolha e pelas pessoas que fazem parte da minha vida.

Aos meus pais, que são meus exemplos de amor, amizade e carinho, pela dedicação em me proporcionar sempre o melhor. Minha mãe Hilda, sempre me deu suporte, mantendo a paciência e compreensão. Meu pai Elvis, por todos os conselhos e auxílios essenciais a minha formação.

Aos meu irmãos Cathia, Mijael e Anyeli pela força, alegria e confiança nos momentos mais complicados. Vocês sempre me fazem olhar de outra perspectiva todos os desafios.

A minha namorada Aline pelo amor, carinho, atenção, compreensão, apoio e paciência em todas as fases do doutorado. Agradeço imensamente por todos os conselhos, por sempre me escutar e apoiar nos momentos mais complicados.

Ao meu orientador Sérgio Kurokawa, pela orientação, conselhos e confiança durante o período de doutorado. Muito obrigado pelas conversas descontraídas, pelo suporte constante e por ter me concedido a honra de ser seu orientando.

Aos meus colegas do GATE, Anderson, Pablo, Julia, Julio e Tainá pelas conversas e risadas que tornaram todo o período do doutorado mais leve. Um agradecimento especial ao Anderson e ao Pablo por toda a atenção e suporte que contribuiu significativamente para o desenvolvimento da minha pesquisa.

Ao meu amigo Luis Timaná pelo auxílio nas simulações realizadas neste trabalho e pela disponibilidade nos momentos que precisei.

Aos professores da banca de minha defesa de doutorado, Julio Borges de Souza, Claudiner Mendes de Seixas, Eduardo Coelho Marques Da Costa e Felipe Vigolvino Lopes, pela disponibilidade em compartilhar o conhecimento de cada um de forma a contribuir neste trabalho.

Ao CNPq, por ter-me outorgado a bolsa, sem a qual não poderia ter feito meus estudos no Brasil e por ter fornecido ferramentas ao laboratório que foram indispensáveis no desenvolvimento desta tese.

*"Não importa o que aconteça, continue a nadar."*

***Walters Graham***

# RESUMO

Este trabalho apresenta o aperfeiçoamento dos modelos a parâmetros discretos que são amplamente empregados na representação de linhas de transmissão e estudo dos transitórios eletromagnéticos. Os modelos aperfeiçoados são baseados no modelo da cascata de circuitos $\pi$, que podem ser representados com os parâmetros elétricos constantes ou variáveis em relação à frequência. Quando o modelo é representado com os parâmetros constantes, oscilações espúrias estão presentes nas simulações de transitórios eletromagnéticos. Essas oscilações são caracterizadas por picos errôneos nas respostas transitórias que podem levar a interpretações incorretas pelos usuários. Nesse contexto, uma representação de circuito $\pi$ modificado é empregado para reduzir as oscilações espúrias nas respostas transitórias de modo satisfatório. Esse circuito modificado consiste em colocar uma resistência de amortecimento artificial em paralelo ao ramo $RL$ de cada seção de circuito $\pi$ clássico. Adicionalmente, uma metodologia de otimização é proposta para selecionar apropriadamente a resistência de amortecimento do circuito $\pi$ modificado para reduzir as oscilações espúrias para qualquer linha de transmissão sem distorcer a resposta transitória. Quando o modelo é representado com os parâmetros variáveis em relação à frequência, empregam-se circuitos equivalentes $R$-$L$ organizados em blocos dentro de cada seção de circuito $\pi$ clássico para reproduzir a variação com a frequência nos parâmetros longitudinais da linha de transmissão. Uma representação precisa do modelo em uma faixa de frequência especificada, depende do número de circuitos $\pi$ e do número de elementos $R$-$L$ a serem usados. Portanto, uma metodologia de otimização é proposta para selecionar apropriadamente o número de circuitos $\pi$ e o número de elementos $R$-$L$ que representaram o modelo da linha de transmissão para uma determinada faixa de frequência. Esses dois modelos aperfeiçoados foram implementados nos softwares Matlab/Simulink e ATP/ATPDraw nos quais oferecem a possibilidade de agregar novos componentes em suas amplas bibliotecas de componentes elétricos. Os modelos aperfeiçoados foram validados por meio de distintos cenários de simulação envolvendo diversos fenômenos transitórios. Esses softwares foram empregados como referência para a validação dos modelos propostos nesta tese. Os resultados mostram que as respostas transitórias obtidas com os modelos aperfeiçoados estão em boa concordância com os modelos tradicionais empregados na representação de linhas de transmissão, sendo uma alternativa para o estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de energia.

**Palavras-chave**: Transitórios eletromagnéticos. Modelos de linhas de transmissão. Modelo a parâmetros discretos. Parâmetros constantes. Parâmetros dependentes da frequência. Domínio da frequência. Domínio do tempo.

# ABSTRACT

This work presents the improvement of lumped parameter models that are widely used in the representation of transmission lines to study the electromagnetic transients. The improved models are based on the cascaded $\pi$-circuits model, which can be represented by constant and/or frequency-dependent electrical parameters. When the model is represented by constant line parameters, spurious numerical oscillations are present in the electromagnetic transient responses. These oscillations are characterized by erroneous peaks in transient responses that can lead to incorrect interpretations by users. In this context, a modified representation in the cascaded $\pi$-circuits model is employed to reduce the spurious oscillations in the transient responses. This modified model consists of inserting an artificial damping resistor in parallel to the $RL$ branch of each $\pi$-circuit section of the classic model. Additionally, an optimization methodology is proposed to properly select the damping resistances of the modified $\pi$-circuit model to reduce the spurious oscillations for any transmission line without distorting the transient responses. When the model is represented by frequency-dependent line parameters, an equivalent circuit composed by bloks of $R$-$L$ elements are inserted in each $\pi$-section to reproduce this variation in the line parameters. An accurate representation of the model in a given frequency range depends on the number of $\pi$ circuits and on the number of $R$-$L$ elements to represent the line. Therefore, an optimization methodology is proposed to properly select the number of $\pi$-circuits and the number of $R$-$L$ elements to represent the transmission line model. These two improved models have been implemented in the Matlab/Simulink and ATP software in which they offer the possibility to add new components to their electrical components libraries. The improved models were validated by different simulation scenarios involving different transient phenomena. These software were used as a reference for the validation of the models proposed in this thesis. The results show that the transient responses obtained with the improved models are in a good agreement with the classic models employed in the representation of transmission lines, being an alternative for the study of electromagnetic transients in power systems.

**Keywords**: Electromagnetic transients. Transmission line models. Lumped parameter models. Frequency-dependent parameters. Time domain.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES


Figura 1 – Sistema de energia elétrica. . . . . 27
Figura 2 – Escala de tempo de fenômenos. . . . . 29
Figura 3 – Classificação de sobretensões e suas durações, em segundos. . . . . 30
Figura 4 – Aplicação do método das imagens para uma linha de transmissão genérica. 36
Figura 5 – Tipos de condutores elétricos empregados para a transmissão de energia. 37
Figura 6 – Condutores acima do solo não ideal usando o método de imagens e profundidade de penetração complexa. . . . . 39
Figura 7 – Metodologia para a obtenção dos parâmetros elétricos da LT. . . . . 42
Figura 8 – Linha de transmissão monofásica. . . . . 44
Figura 9 – Segmento infinitesimal $\Delta x$ da LT. . . . . 44
Figura 10 – Quadripolo para o modelo exato de uma LT. . . . . 50
Figura 11 – Classificação dos modelos da LT para análises de TEM. . . . . 51
Figura 12 – Representação do modelo de Circuito $\pi$ para análises de TEM. . . . . 52
Figura 13 – Representação do modelo da Cascata de Circuitos $\pi$ para análises de TEM. . . . . 52
Figura 14 – Representação do modelo Bergeron para análises de TEM. . . . . 53
Figura 15 – Representação do modelos FD-$\pi$ para análises de TEM . . . . . 53
Figura 16 – Representação do modelo JMarti para análises de TEM. . . . . 54
Figura 17 – Representação do modelo ULM para análises de TEM. . . . . 55
Figura 18 – Representação de uma linha de transmissão monofásica. . . . . 59
Figura 19 – Representação de uma linha de transmissão trifásica. . . . . 60
Figura 20 – Representação da LT por meio de variáveis de estado. . . . . 63
Figura 21 – LT representada por $N$ seções de circuitos $\pi$ em cascata. . . . . 64
Figura 22 – Topologia modificada das seções de circuitos $\pi$ em cascata para uma LT. 65
Figura 23 – Representação no domínio da frequência da cascata de circuitos $\pi$ dependentes da frequência. . . . . 74
Figura 24 – Representação de duas portas de cada circuito $\pi$ dependente da frequência. 74
Figura 25 – Fluxograma para encontrar os valores mínimos de $N$ e $K_D$ para a frequência dominante de interesse. . . . . 76
Figura 26 – Circuito equivalente da impedância longitudinal. . . . . 80
Figura 27 – LT representada pelo FD-LPM. . . . . 81
Figura 28 – Representação no domínio da frequência do FD-LPM. . . . . 86
Figura 29 – Representação de duas portas de cada circuito $\pi$ dependente da frequência. 87
Figura 30 – Fluxograma para encontrar os valores mínimos de $M$ e $N$ para uma faixa de frequência de interesse. . . . . 88
Figura 31 – Modelo da LT monofásica implementado no Simulink. . . . . 92

Figura 32 – Detalhamento das transformações lógicas para elétricas da LT monofásica. 92
Figura 33 – Modelo da LT trifásica implementado no SimPowerSystems. . . . . 93
Figura 34 – Detalhamento das transformações lógicas para elétricas da LT trifásica. 93
Figura 35 – Ícone e janela do LIB no APTDraw. . . . . 95
Figura 36 – Modelo da LT monofásica implementado no ATPDraw. . . . . 96
Figura 37 – Modelo da LT trifásico implementado no ATPDraw. . . . . 96
Figura 38 – Fluxograma da metodologia da implementação dos modelos da LT em ATP. . . . . 97
Figura 39 – Silhueta da LT monofásica usada nas simulações. . . . . 99
Figura 40 – Cálculo e simulação de Re($Z$) e Im($Z$) usando Matlab e ATP. . . . . 100
Figura 41 – Comportamento das resistências e indutâncias totais em relação à frequência compostas por: internas, externas e solos. . . . . 101
Figura 42 – Cálculo e simulação de $Y$ e $C$ usando Matlab e ATP. . . . . 102
Figura 43 – Silhueta de linha de transmissão trifásica usada nas simulações. . . . . 103
Figura 44 – Cálculo e simulação de Re($\boldsymbol{Z}$) usando Matlab e ATP. . . . . 104
Figura 45 – Cálculo e simulação de Im($\boldsymbol{Z}$) usando Matlab e ATP. . . . . 105
Figura 46 – Comportamento das resistências totais, internas, externas e solos em relação à frequência. . . . . 106
Figura 47 – Comportamento das indutâncias totais, internas, externas e solos em relação à frequência. . . . . 107
Figura 48 – Cálculo e simulação da matriz $\boldsymbol{Y}$ calculada pelo Matlab e ATP. . . . . 108
Figura 49 – Cálculo da capacitância $\boldsymbol{C}$ usando Matlab. . . . . 109
Figura 50 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para uma LT de 100 km a 60 Hz. . . . . 110
Figura 51 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para uma LT de 100 km a 630 Hz. . . . . 111
Figura 52 – Constante $K_D$ ótimo em função de $k$ (circuitos $\pi$/km) e do comprimento $d$. . . . . 112
Figura 53 – Cenário 1 - Fonte impulsiva no terminal emissor da LT monofásica. . . 114
Figura 54 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 1. . . . . 114
Figura 55 – Cenário 2- Rejeição de carga no terminal receptor da LT monofásica. . 115
Figura 56 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 2. . . . . 116
Figura 57 – Cenário 3 - Carga não linear no terminal receptor da LT monofásica. . 117
Figura 58 – Correntes transitórias $i_r(t)$ para a LT monofásica no cenário 3. . . . . 117
Figura 59 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo $\alpha$ da LT de 100 km a 60 Hz. . . 119
Figura 60 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo $z$ da LT de 100 km a 60 Hz. . . 119
Figura 61 – Constante $K_D$ ótimo em função de $k$ (circuitos $\pi$/km) e do comprimento $d$ para o modo $\alpha$. . . . . 120
Figura 62 – Constante $K_D$ ótimo em função de $k$ (circuitos $\pi$/km) e do comprimento $d$ para o modo $z$. . . . . 121
Figura 63 – Cenário 4 - Energização de uma fase no terminal emissor da LT trifásica. 123

Figura 64 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 50 km do cenário 4. . . 123
Figura 65 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 100 km do cenário 4. . 124
Figura 66 – Cenário 5 - Falta monofásica em uma fase do terminal receptor da LT. 125
Figura 67 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 50 km do cenário 5. . . 126
Figura 68 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica de 100 km do cenário 5. . 127
Figura 69 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal. . . . . 129
Figura 70 – Faixa de frequência para diversos número de polos $M$ que ajustam $R$ e $L$.130
Figura 71 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para uma LT de 100 km. . . . . 131
Figura 72 – Constantes $k$ (circuitos $\pi$/km ) ótimas em função da frequência máxima $f_H$ e comprimento da linha $d$. . . . . 132
Figura 73 – Cenário 6 - Energização da LT com uma fonte DC no terminal emissor. 134
Figura 74 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica com fonte de tensão DC do cenário 6. . . . . 134
Figura 75 – Cenário 6 - Energização da LT com uma fonte CA no terminal emissor. 135
Figura 76 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica com fonte de tensão CA.135
Figura 77 – Cenário 7 - LT atingida por uma descarga atmosférica no terminal emissor. . . . . 136
Figura 78 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT monofásica atingida por um descarga atmosférica no terminal emissor. . . . . 136
Figura 79 – Cenário 8: LT conectado a um gerador CA e a uma carga não linear. . 137
Figura 80 – Correntes transitórias $i_r(t)$ no terminal receptor conectado com uma carga não linear. . . . . 137
Figura 81 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal do modo $\alpha$. . . . . 138
Figura 82 – Influência do número de polos usados para ajustar a resistência e a indutância longitudinal do modo $z$. . . . . 139
Figura 83 – Faixa de frequência para diversos números de polos $M$ para ajustar $R$ e $L$ dos modos $\alpha$ e $z$. . . . . 139
Figura 84 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo $\alpha$ da LT de 100 km. . . . . 140
Figura 85 – Relação de $V_{\mathrm{r}}(s)/V_{\mathrm{e}}(s)$ para o modo $z$ da LT de 100 km. . . . . 140
Figura 86 – Constantes $k$ (circuitos $\pi$/km ) ótimos em função da frequência máxima $f_H$ e do comprimento da linha $d$ para o modo $\alpha$. . . . . 141
Figura 87 – Constantes $k$ (circuitos $\pi$/km ) ótimos em função da frequência máxima $f_H$ e do comprimento da linha $d$ para o modo $z$. . . . . 142
Figura 88 – Cenário 8 - Energização de uma fase no terminal emissor da LT trifásica.144
Figura 89 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT trifásica. . . . . 145
Figura 90 – Cenário 9 - LT atingida na fase 1 por uma descarga atmosférica no terminal emissor. . . . . 146

Figura 91 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para a LT atingida por um raio no terminal emissor. . . . . 147
Figura 92 – Modelo de circuito $\pi$ exato de uma LT. . . . . 158
Figura 93 – Modelo de circuito $\pi$ nominal de uma LT. . . . . 159
Figura 94 – Modelo da cascata de $N$ circuitos $\pi$. . . . . 160
Figura 95 – Representação do modelos Bergeron sem perdas. . . . . 162
Figura 96 – Representação das resistências concentradas e do modelo Bergeron sem perdas. . . . . 163
Figura 97 – Representação do modelos Bergeron com perdas. . . . . 163
Figura 98 – LT representada por 3 circuitos $\pi$ clássicos em cascata. . . . . 165
Figura 99 – LT representada por 3 circuitos $\pi$ modificados em cascata. . . . . 167
Figura 100 – LT representada por a cascata de 3 circuitos $\pi$ com 2 blocos $RL$ em série. 168
Figura 101 – Representação do método de integração trapezoidal. . . . . 171
Figura 102 – Linha trifásica e sua representação no domínio modal. . . . . 175
Figura 103 – Relação entre fases e modos do modelo da matriz de transformadores. . 179
Figura 104 – Modelo da matriz de transformação implementado no ATPDraw. . . . 180
Figura 105 – Energização da LT tendo carga linear no terminal receptor. . . . . 181
Figura 106 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para uma LT monofásica de 5 km de comprimento. . . . . 182
Figura 107 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com $\Delta$t=0.1$\mu$s e NLT. . . . . 183
Figura 108 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com $\Delta$t=1$\mu$s e NLT. . . . . 183
Figura 109 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com $\Delta$t=5$\mu$s e NLT. . . . . 183
Figura 110 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para uma LT monofásica de 3 km de comprimento. . . . . 184
Figura 111 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com $\Delta$t=0.1$\mu$s e NLT. . . . . 185
Figura 112 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com $\Delta$t=1$\mu$s e NLT. . . . . 185
Figura 113 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com $\Delta$t=5$\mu$s e NLT. . . . . 185

# LISTA DE TABELAS


Tabela 1 – Classificação da faixa de frequência das sobretensões (CIGRÉ). . . . . 31
Tabela 2 – Frequências dos principais fenômenos dos TEMs. . . . . 32
Tabela 3 – Representação dos componentes do SEE para diversas faixas de frequências. . . . . 33
Tabela 4 – Classificação para diferentes faixas de frequência dos modelos de LTs . 55
Tabela 5 – Dados da linha de transmissão monofásica. . . . . 100
Tabela 6 – Dados da linha de transmissão trifásica. . . . . 102
Tabela 7 – Coeficientes $P_{ij}$ de $K_D(k,d)$. . . . . 113
Tabela 8 – Constantes $k$ e $K_D$ ótimos usados nas simulações. . . . . 113
Tabela 9 – Coeficientes $P_{ij}^{\alpha}$ de $K_D^{\alpha}(k,d)$ para o modo $\alpha$. . . . . 121
Tabela 10 – Coeficientes $P_{ij}^{z}$ de $K_D^{z}(k,d)$ para o modo $z$. . . . . 122
Tabela 11 – Dados dos modos de propagação da linha trifásica. . . . . 122
Tabela 12 – Coeficientes $P_{ij}$ de $k(f_{\mathrm{H}},d)$. . . . . 132
Tabela 13 – Valores dos parâmetros $R$-$L$ para o ajuste de R($\omega$) e L($\omega$). . . . . 133
Tabela 14 – Coeficientes $P_{ij}^{\alpha}$ de $k^{\alpha}(f_{\mathrm{H}},d)$ para o modo $\alpha$. . . . . 142
Tabela 15 – Coeficientes $P_{ij}^{z}$ de $k^{z}(f_{\mathrm{H}},d)$ para o modo $z$. . . . . 143
Tabela 16 – Valores dos parâmetros R-L para o ajuste de R($\omega$) e L($\omega$) do modo $\alpha$ . 143
Tabela 17 – Valores dos parâmetros R-L para o ajuste de R($\omega$) e L($\omega$) do modo $z$ . 143

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---|---|
| AC | *Alternating Current.* |
| ANEEL | Agência Nacional de Energia Elétrica. |
| CIGRE | Conselho Internacional de Grandes Redes Elétricas. |
| CP | *Constant Parameter.* |
| ATP | *Alternative Transients Program* |
| CP-Line | *Constant Parameter Line.* |
| CP-LPM | *Lumped Parameter Model and Constant Parameter.* |
| DC | *Direct Current* |
| EMTP | *Electromagnetic Transients Program.* |
| FD | *Frequency Dependent.* |
| FD-Line | *Frequency Dependent Line.* |
| FD-LPM | *Lumped Parameter Model and Frequency Dependent.* |
| IEC | *International Electrotechnical Commision.* |
| IEEE | *Institute of Electrical and Electronics Engineers.* |
| LT | Linha de Transmissão. |
| LPM | *Lumped Parameter Model.* |
| MC | Método das Características. |
| NLT | *Numerical Laplace Transform.* |
| ONS | Operador Nacional do Sistema Elétrico. |
| OES | Oscilações Espúrias. |
| SEE | Sistema de Energia Elétrica. |
| SFO | *Slow front overvoltage.* |
| TEM | Transitorios Elétromagneticos. |
| ULM | *Universal Line Model.* |

# SUMÁRIO


**1 INTRODUÇÃO . . . . . 18**
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA . . . . . 18
1.2 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA . . . . . 20
1.3 OBJETIVOS . . . . . 22
1.4 CONTRIBUIÇÕES . . . . . 23
1.5 PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . . 23
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO . . . . . 24

**2 SISTEMA DE ENERGIA ELÉTRICA . . . . . 27**
2.1 CONCEITOS INICIAIS . . . . . 27
2.2 PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA . . . 28
2.3 TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS . . . . . 30
2.4 REPRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DO SEE PARA ANÁLISES DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS . . . . . 32
2.5 SIMULADORES DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS . . 32
2.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO . . . . . 34

**3 CÁLCULO DE PARÂMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO . . . . . 35**
3.1 IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL . . . . . 35
**3.1.1 Impedância Externa . . . . . 35**
**3.1.2 Impedância Interna . . . . . 37**
**3.1.3 Impedância Devido ao Efeito Do Solo . . . . . 38**
3.2 ADMITÂNCIA TRANSVERSAL DA LINHA DE TRANSMISSÃO . 40
3.3 METODOLOGIA PARA A IMPLEMENTAÇÃO E CÁLCULO DE PARÂMETROS DA LINHA DE TRANSMISSÃO . . . . . 41
3.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO . . . . . 42

**4 MODELOS DE LT PARA ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS . . . . . 43**
4.1 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LT MONOFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA . . . . . 43
**4.1.1 Solução das Equações da Linha de Transmissão Monofásicas . 46**
4.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LT POLIFÁSICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA . . . . . 47
**4.2.1 Solução das Equações da Linha de Transmissão polifásicas . . 47**

4.3 MODELOS DE LTs NO DOMÍNIO DO TEMPO . . . . . 51
4.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO . . . . . 57

**5 MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E CONSTANTES COM A FREQUÊNCIA . . . . . 58**
5.1 MODELO DE CIRCUITO $\pi$ CLÁSSICO . . . . . 59
**5.1.1 Modelo da Cascata de Circuitos $\pi$ para uma LT Monofásica . 59**
**5.1.2 Modelo da Cascata de Circuitos $\pi$ para uma LT Trifásica . . . 60**
5.2 EQUACIONAMENTO POR VARIÁVEIS DE ESTADO . . . . . 62
5.3 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTs MONOFÁSICAS 63
**5.3.1 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos $\pi$ Clássico . . . 63**
**5.3.2 Equações para LTs Representadas por Circuitos $\pi$ Modificadas 65**
5.4 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTs TRIFÁSICAS 67
**5.4.1 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos $\pi$ Clássico para LTs Trifásicas . . . . . 67**
**5.4.2 Equações do Modelo da Cascata de Circuitos $\pi$ Modificadas para LTs Trifásicas . . . . . 70**
5.5 OTIMIZAÇÃO DO NÚMERO $N$ DE CIRCUITOS $\pi$ E DA CONSTANTE $K_D$ . . . . . 73
**5.5.1 Modelos da Cascata de Circuitos $\pi$ no Domínio da Frequência 73**
**5.5.2 Cálculos Ótimos do Número $N$ de Circuitos $\pi$ e da Constante $K_D$ . . . . . 75**
5.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO . . . . . 77

**6 MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E DEPENDENTES COM A FREQUÊNCIA . . . . . 79**
6.1 AJUSTES DAS IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS . . . . . 79
6.2 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTs MONOFÁSICAS 80
6.3 DESENVOLVIMENTOS DAS EQUAÇÕES PARA LTs TRIFÁSICAS 83
6.4 OTIMIZAÇÃO DO NÚMEROS $M$ DE BLOCOS $RL$ E $N$ DE CIRCUITOS EM CASCATA . . . . . 86
**6.4.1 FD-LPM no Domínio da Frequência . . . . . 86**
**6.4.2 Otimização do FD-LPM . . . . . 87**
6.5 SÍNTESE DO CAPÍTULO . . . . . 90

**7 IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS PROPOSTOS NOS SIMULADORES DIGITAIS . . . . . 91**
7.1 IMPLEMENTAÇÃO NO MATLAB/SIMULINK/SIMPOWERSYSTEMS 91
7.2 IMPLEMENTAÇÃO NO ATP/ATPDRAW . . . . . 94
7.3 SÍNTESE DO CAPÍTULO . . . . . 97

**8 VALIDAÇÃO E RESULTADOS . . . . . 98**
8.1 DADOS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E VALIDAÇÃO DO CÁLCULO DE SEUS PARÂMETROS ELÉTRICOS . . . . . 98
**8.1.1 Dados da LT Monofásica e Cálculo de seus Parâmetros Elétricos 98**
**8.1.2 Dados da LT Trifásica e Cálculo de seus Parâmetros Elétricos 102**
8.2 VALIDAÇÃO DO MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E CONSTANTE COM A FREQUÊNCIA . . . . . 109
**8.2.1 Validação no Domínio da Frequência para a LT Monofásica . 109**
**8.2.2 Validação no Domínio do Tempo para a LT Monofásica . . . . . 111**
**8.2.3 Validação no Domínio da Frequência para a LT Trifásica . . . 118**
**8.2.4 Validação no Domínio do Tempo para a LT Trifásica . . . . . 119**
8.3 VALIDAÇÃO DO MODELO DA LT A PARÂMETROS CONCENTRADOS E DEPENDENTES COM A FREQUÊNCIA . . . . . 128
**8.3.1 Validação no Domínio da Frequência para uma LT Monofásica 128**
**8.3.2 Validação no Domínio do Tempo para LT Monofásicas . . . . 133**
**8.3.3 Validação no Domínio da Frequência para LTs Trifásicas . . . 138**
**8.3.4 Validação no Domínio do Tempo para LT Trifásicas . . . . . 143**
8.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO . . . . . 147

**9 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE . . . 149**
9.1 CONCLUSÕES . . . . . 149
9.2 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE . . . . . 150

**REFERÊNCIAS . . . . . 152**

**APÊNDICE A – MODELOS DE CIRCUITO PI EXATO E APROXIMADO . . . . . 157**

**APÊNDICE B – MODELO DE BERGERON . . . . . 161**

**APÊNDICE C – MODELO JMARTI NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA . . . . . 164**

**APÊNDICE D – EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O LPM, CP-LPM E FD-LPM COM 3 CIRCUITOS PI . . . . . 165**

**APÊNDICE E – SOLUÇÃO DO ESPAÇO DE ESTADO . . 171**

**APÊNDICE F – MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO CLARKE 173**

APÊNDICE G – SOLUÇÃO DO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA . . . . . 176

APÊNDICE H – MODELAGEM DA MATRIZ TRANSFORMAÇÃO IMPLEMENTADA NO ATPDRAW 178

APÊNDICE I – VALIDAÇÃO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO CURTAS . . . . . 181

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA

Os transitórios eletromagnéticos (TEMs) nos sistemas de energia elétrica (SEE) produzem sobretensões e/ou sobrecorrentes que podem se propagar por todo o SEE e, consequentemente, danificar equipamentos, desligar subestações e provocar blackouts. Esses TEMs são originados por fenômenos, ou distúrbios, tais como descargas atmosféricas, manobras de operação, faltas, entre outros. Nesse contexto, um dos principais componentes presentes no SEE são as linhas de transmissão (LTs) que estão sujeitas a esses fenômenos de TEMs. Dessa maneira, uma modelagem correta de uma LT permite o cálculo correto dos transitórios no SEE e, ao mesmo tempo, ao estabelecimento preciso das estratégias de proteção e ao dimensionamento correto dos componentes elétricos, tais como cadeia de isoladores, ou configuração adequadas dos equipamentos de proteção (relés) presentes no sistema elétrico (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005).

Desde a década de 1960, muitos modelos de LTs têm sido propostos na literatura científica a fim de se obter respostas precisas dos transitórios de um dado SEE. Esses modelos podem ser classificados, quanto à natureza de seus parâmetros elétricos, em duas categorias: (i) em modelos a parâmetros longitudinais constantes em relação à frequência; (ii) em modelos a parâmetros longitudinais variáveis em relação à frequência (ZANETTA, 2006).

Os modelos a parâmetros longitudinais constantes em relação à frequência são de fácil utilização, mas não podem representar adequadamente a LT em toda a faixa de frequência (espectro) na qual o fenômeno ou distúrbio que originará o TEM esta presente. No entanto, essa abordagem pode representar adequadamente a LT em uma dada frequência. Essa frequência é uma das principais frequências, chamadas também de frequências dominantes, que caracterizam o fenômeno de TEM (KALOUDAS; PAPADOPOULOS; PAPAGIANNIS, 2010). Dentre esses modelos, têm-se: (a) o modelo de Bergeron que é baseado na teoria das ondas viajantes e cuja solução das equações da LT está no domínio do tempo; (b) o modelo da cascata de circuitos $\pi$ que é um modelo que aproxima as equações exatas da linha e cujas soluções estão, também, no domínio do tempo. No entanto, as respostas transitórias desse modelo apresentam distorção nas formas de onda, caracterizadas por picos errôneos denominadas por oscilações espúrias. Essas imprecisões afetam o funcionamento adequado dos dispositivos de proteção e podem levar a uma superestimativa no nível de isolamento dos equipamentos e componentes elétricos (ARAÚJO; KUROKAWA; SHINODA, 2017).

Os modelos a parâmetros variáveis em relação à frequência são os mais usados e

representam adequadamente a linha em toda a faixa de frequências na qual o fenômeno ou distúrbio está presente. Esses modelos foram formulados no domínio da frequência para incluir a dependência da frequência nos parâmetros longitudinais da LT devido ao efeito *Skin* (MARTI, 1982; MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999; KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009). Depois foram escritos no domínio do tempo, usando métodos de convoluções recursivas (WEDEPOHL, 1963; SEMLYEN; GUSTAVSEN, 1975). Esses métodos recursivos de forma direta exigem grande esforço computacional. Para minimizar este problema, as impedâncias características e a matriz de propagação da LT foram representadas por meio de soma de funções racionais no domínio da frequência, empregando técnicas como o *Asymptotic Fitting* ou *Vector Fitting* (BODE, 1945; GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999). Essas funções são representadas no domínio do tempo como somas de exponenciais decrescentes, que permitem a realização das convoluções presentes em seu modelo de forma recursiva.

Os principais modelos de LTs com a inclusão do efeito da frequência são: (a) O modelo de JMarti que se baseia na técnica da descomposição modal para desacoplar uma LT polifásica em linhas monofásicas independentes e calcular os TEMs para cada linha. Em seguida, usando matrizes de transformação modal inversa, obtém-se as respostas transitórias para a LT polifásica (MARTI, 1982); (b) o modelo ULM (do inglês *Universal Line Model*) desenvolvido diretamente no domínio das fases, sem a realização da decomposição modal, empregando apenas técnicas de ajuste de funções racionais e convoluções recursivas (MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999).

Um ponto importante em relação aos modelos de LTs é o fato de que todos os modelos mencionados estão implementados nos programas de simulação de transitórios eletromagnéticos EMTP (do inglês *Electromagnetic Transients Program*) tais como os softwares ATP-EMTP, EMTP-RV e PSCAD-EMTDC. Portanto, o uso dos modelos de uma LT, para a análise e estudos de TEMs no SEE estão disponíveis nesses softwares. Adicionalmente, pode-se criar novos componentes em suas bibliotecas de forma a aperfeiçoar os modelos já existentes como alternativas para estudar os TEMs de um dado SEE.

Outros modelos de LT disponíveis na literatura para representar a LT são derivados do modelo da cascata de circuitos $\pi$ tais como: (a) modelo da cascata de circuitos $\pi$ modificado (CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS; PAPADOPOULOS, 2015); (b) modelo da cascata de circuitos $\pi$ que inclui a dependência com a frequência dos parâmetros longitudinais da linha (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009). No primeiro, o modelo da cascata de circuitos $\pi$ modificado elimina as imprecisões do modelo da cascata de circuitos $\pi$ clássico com o uso de resistências de amortecimento adicionadas em paralelo ao ramo $RL$ de cada seção do circuito $\pi$ clássico. Esse modelo da LT consegue representar adequadamente uma LT para uma frequência dominante de um dado fenômeno de TEM (KALOUDAS; PAPADOPOULOS; PAPAGIANNIS, 2010; CHRYSOCHOS; TSOLARIDIS;

PAPADOPOULOS, 2015). No entanto, na literatura não se encontra uma formulação genérica do modelo no domínio do tempo, nem uma técnica para determinar o valor da resistência de amortecimento ótima e nem uma técnica para determinar o menor número de circuitos $\pi$ em cascata para a representação adequada de uma LT diante de um dado fenômeno transitório.

No segundo modelo, o modelo da cascata de circuitos $\pi$ inclui a dependência da frequência nos parâmetros longitudinais da LT, devido ao efeito *Skin*. Nesse modelo, a dependência da frequência na cascata de circuitos $\pi$ clássico é computada pela inserção de blocos de circuitos *R-L* em série. Nessa representação alternativa, a LT é modelada adequadamente para toda a faixa de frequências na qual o fenômeno de TEM está presente, especialmente para fenômenos de frente rápida (descargas atmosféricas). Esse modelo foi descrito na forma de espaço de estados, diretamente no domínio do tempo, apresentando respostas satisfatórias apenas para testes em circuito aberto e curto-circuito (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2009). No entanto, na literatura não se encontra uma formulação genérica do modelo no domínio do tempo, nem uma técnica para determinar o número ótimo dos blocos *R-L* em série e nem uma técnica para determinar o menor número de circuitos $\pi$ em cascata para representar uma dada LT diante de um distúrbio eletromagnético.

Esse contexto motivou a realização deste trabalho, o qual se dedica às implementações otimizadas e generalizadas do modelo de LT baseado na cascata de circuito $\pi$ modificado e do modelo de cascata de circuitos $\pi$ que leva em consideração a dependência da frequência no software ATP-EMTP e no pacote SimPowerSystems para uso com o Matlab/Simulink. Busca-se com essa proposta, a implementação de modelos alternativos de LTs para se analisar diversos fenômenos eletromagnéticos e suas respostas transitórias em um dado SEE.

## 1.2 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

O planejamento e a operação de sistemas elétricos de potência necessitam de simulações precisas dos TEMs. A correta modelagem de uma LT é muito importante, uma vez que o modelo da LT deve reproduzir o mais próximo possível as tensões e correntes reais nessas simulações.

Esses TEMs ocorrem de forma aleatória nos sistemas elétricos e uma incorreta representação de uma LT pode levar ao mau dimensionamento na cadeia de isoladores ou nos dispositivos conectados ao longo da LT. Consequentemente, esses erros podem trazer prejuízos, tais como danos aos equipamentos elétricos conectados às LTs, riscos aos seres humanos próximos a essas estruturas, e interrupções no fornecimento no qual afetam a qualidade da energia entregue aos consumidores.

Os passos de tempo $\Delta$t típicos podem Os principais modelos de LT usados nas

simulações de fenômenos dos TEMs são os modelos Bergeron, JMarti e ULM. Esses modelos normalmente usam o método das características (MC), procedimentos de ajuste com funções racionais e métodos recursivos para o cálculo da integral de convolução na maioria dos modelos. Não obstante, o uso do MC implica que o passo de tempo de simulação $\Delta$t seja menor do que o tempo de trânsito $\tau$ da linha. Isto causa problemas de eficiência na simulação de sistemas compostos por linhas com diferentes comprimentos, porque as linhas mais curtas obrigam o uso de passos de tempo muito pequenos (DOMMEL, 1986).

Um dos modelos de LT que não faz uso do MC é o modelo da cascata de circuitos $\pi$. Esse modelo considera que um segmento de linha, cujos parâmetros são distribuídos por natureza, pode ser representado por parâmetros discretos conectados na forma de cascata de circuitos $\pi$ (circuitos a parâmetros concentrados). As vantagens desse modelo consistem na sua simplicidade na representação de uma LT por meio de uma cascata de $N$ circuitos $\pi$, em evitar as exigências do passo de tempo muito pequenas para linhas curtas e nas respostas transitórias que são calculadas diretamente no domínio do tempo por meio de equações de estados associadas a um método de integração numérica. Entretanto, o modelo da cascata de circuito $\pi$ clássico apresenta duas limitações, conforme descritas a seguir:

- Apresenta distorção nas formas de onda obtidas na qual são observadas a presença de oscilações espúrias nas respostas transitórias. Essas oscilações são caracterizadas por picos errôneos, associadas à representação da LT por parâmetros concentrados e associadas ao método de integração numérica. Dessa forma, esse modelo não representa a resposta transitória de forma adequada para diversos fenômenos eletromagnéticos.
- Não leva em consideração a dependência com a frequência dos parâmetros longitudinais da LT. Dessa forma, o modelo clássico não representa adequadamente a LT em toda a faixa de frequências na qual o fenômeno de TEM está presente e, portanto, não representa a resposta transitória exata.

Nesse contexto, a utilização de um modelo de cascata de circuito $\pi$ modificado (modelo a parâmetros constantes com a frequência) que elimina as oscilações numéricas e de outro modelo de cascata de circuitos $\pi$ que leva em consideração a dependência da frequência (modelo a parâmetros dependentes com a frequência) são alternativas interessantes para representar a LT frente a fenômenos de TEMs lentos ou rápidos e, assim, calcular as tensões e correntes transitórias ao longo do comprimento da LT em um dado SEE.

A partir dos fatores descritos anteriormente, constata-se a relevância de se investigar esses modelos que representam a LT frente a fenômenos de TEMs temporários, lentos e/ou rápidos. Deste modo, esta tese apresenta o estudo e análise do desempenho desses dois modelos quando estão submetidos a esses tipos de fenômenos de TEMs.

## 1.3 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho consistiu em implementar em plataformas computacionais de referência, tanto no meio acadêmico quanto industrial, um modelo de LT a parâmetros concentrados (e constantes em relação à frequência baseado no modelo da cascata de circuitos $\pi$ modificados) e um modelo de LT a parâmetros concentrados e dependentes em relação à frequência (modelo da cascata de circuitos $\pi$ com a inclusão da dependência com a frequência). A partir da definição desses objetivos principais, outros objetivos específicos foram definidos:

- Elaborar uma revisão bibliográfica sobre os modelos de linha de transmissão disponíveis em softwares do tipo EMTP, que são amplamente usadas para estudar e analisar os TEMs;
- Obter as equações gerais, para simular qualquer cenário, dos modelos propostos em forma de espaço de estados com regras de formação de fácil implementação;
- Estabelecer os algoritmos que encontram o valor ótimo da resistência de amortecimento artificial e valor ótimo número de circuitos $\pi$ em cascata que emprega o modelo a parâmetros constantes em relação à frequência;
- Estabelecer os algoritmos que determinam o valor ótimo dos circuitos equivalentes *R-L* em série e o valor ótimo do número de circuitos $\pi$ em cascata que emprega o modelo a parâmetros dependentes da frequência;
- Implementar os modelos propostos em forma de espaço de estados no SimPowerSystems para uso com o Matlab/Simulink;
- Implementar os modelos propostos no software ATP mediante sua interface gráfica ATPDraw;
- Validar os modelos desenvolvidos por meio de comparações com modelos já estabelecidos na literatura e disponíveis nas bibliotecas de componentes do ATP e do SimPowerSystems;
- Mostrar a vantagem do passo de tempo de simulação ao usar os modelos de cascata de circuitos $\pi$ comparados com os modelos que usam o método das características.

Ao cumprir os objetivos citados acima, pretende-se contribuir para uma melhor compreensão e uso dos modelos derivados da cascata de circuito $\pi$, para estudo e análise dos TEMs.

## 1.4 CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições desta tese são as seguintes:

- Desenvolvimento das equações genéricas do modelo da cascata de circuito $\pi$ clássico, considerando parâmetros longitudinais constantes em relação à frequência, para LTs monofásicas e trifásicas;
- Desenvolvimento das equações genéricas do modelo da cascata de circuito $\pi$ modificado, considerando parâmetros longitudinais constantes em relação à frequência, para LTs monofásicas e trifásicas;
- Desenvolvimento das equações genéricas do modelo da cascata de circuito $\pi$ considerando a inclusão da dependência na frequência nos parâmetros longitudinais, para LTs monofásicas e trifásicas;
- Desenvolvimento de um programa de cálculo aprimorado de parâmetros de LTs, utilizando, também, a solução analítica em forma fechada da equação de Sunde;
- Metodologia da implementação dos modelos da cascata de circuitos $\pi$ no software Matlab/Simulink;
- Metodologia da implementação dos modelos da cascata de circuitos $\pi$ no software ATP/ATPDraw.
- Metodologia da implementação dos modelos da cascata de circuitos $\pi$ no software ATP/ATPDraw.

## 1.5 PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA

Durante o período de desenvolvimento dessa tese foram publicados quatro artigos em periódicos científicos especializadas na área de Engenharia Elétrica. Estes são listados a seguir:

- **J. S. L. Colqui**; A. R. J. de Araújo; S. Kurokawa, "Improving the performance of a lumped transmission line model used in electromagnetic transient analysis,"in IET Generation, Transmission  Distribution, vol. 13, no. 21, pp. 4942-4951, 2019.
- **J. S. L. Colqui**; S. Kurokawa, “Modelos matemáticos de Líneas de transmisión para simulaciones de transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia,” Tecnia (Lima), vol. 28, n.º 2, 2019.
- **J. S. L. Colqui**; S. Kurokawa; J. Pissolato, "An alternative procedure to obtain the ABCD matrix of multiphase transmission lines: Validation and applications,"Electric Power Systems Research, vol. 180, pp. 106161, 2020.

- **J. S. L. Colqui**; A. R. J. de Araújo; P. T. Caballero; S. Kurokawa, “An Alternative Method using Recursive Convolution for Electromagnetic Transient Analysis in Multiphase Transmission Lines,” in IET Science Measurement Technology, vol. 14, no. 7, pp. 800-807, 2020.

Adicionalmente, 6 artigos foram apresentados em congressos nacionais e internacionais relevantes nas áreas de transitórios eletromagnéticos. Esses artigos são listados a seguir:

- **J. S. L. Colqui**; S. Kurokawa; J. Pissolato, "Um procedimento para obter a matriz ABCD de Linhas de Transmissão,” no XXII Congresso Brasileiro de Automática (CBA), João Pessoa, Brasil, Setembro, 2018.
- **J. S. L. Colqui**; A. R. J. de Araújo; S. Kurokawa, "A New Methodology for Calculating Electromagnetic Transients in Transmission Lines,"in 13th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), São Paulo, Brazil, pp. 949-954, 2018.
- **J. S. L. Colqui**, A. R. J. de Araújo, S. Kurokawa, “Performance of the Modified Lumped Parameter Model in the Electromagnetic Transient Analysis“ in 13th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission (CLAGTEE), Santiago, Chile, 2019.
- **J. S. L. Colqui**; L. C. Timaná; P. T. Caballero; S. Kurokawa, "Analysis of the Frequency Dependent Lumped Parameter Transmission Line Model,"in Workshop on Communication Networks and Power Systems (WCNPS), Brasilia, Brazil, pp. 1-6, 2020.
- **J. S. L. Colqui**; A. R. J. de Araújo; P. T. Caballero; S. Kurokawa, "Modelo de Linha de Transmissão a parâmetros concentrados: Uma abordagem otimizada,"in VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (VIII SBSE), Santo André, Brazil, 2020
- **J. S. L. Colqui**; T. F. G. Pascoalato; A. R. J. de Araújo; S. Kurokawa, "Aperfeiçoamento dos modelos a parâmetros concentrados utilizados para representar linhas de transmissão em análises de transitórios eletromagnéticos"no XXIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA), Rio Grande do Sul, Brasil, 2020.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta tese está organizada em nove capítulos, incluindo esta introdução.

No Capítulo 2 apresenta-se alguns conceitos básicos necessários para a compreensão desta tese tais como descrição breve do SEE, definição e a classificação das perturbações no SEE, definição dos TEMs, principais tipos dos TEMs, definição e a classificação das

sobretensões no SEE, representação dos componentes do SEE para simulações dos TEMs e principais simuladores dos TEMs.

No Capítulo 3 apresenta-se as formulações e a metodologia de obtenção do cálculo dos parâmetros de linhas de transmissão. Isto é, as resistências e indutâncias longitudinais que constituem a matriz de impedâncias longitudinais. Da mesma forma, as condutâncias e as capacitâncias transversais que formam a matriz de admitâncias transversais da LT.

No Capítulo 4 apresenta-se o desenvolvimento das equações de linha de transmissão no domínio da frequência. Além disso, mostra-se a solução exata dessas equações, bem como o circuito representativo de uma LT e os diferentes modelos disponíveis para estudos de fenômenos transitórios no domínio do tempo, considerando abordagens no domínio modal e no domínio das fases.

No Capítulo 5 descreve-se o desenvolvimento das equações do modelo da linha de transmissão a parâmetros concentrados constantes com a frequência, assim como sua melhora para-se ter o modelo sem oscilações numéricas nas respostas transitórias. Ademais, são apresentadas os algoritmos de otimização para o modelo da cascata de circuitos $\pi$. Além disso, as estratégias empregadas na implementação do modelo no SimPowerSystems e no ATP também são mostradas.

No Capítulo 6 descreve-se o desenvolvimento das equações do modelo da linha de transmissão a parâmetros concentrados dependentes com a frequência, assim como seu detalhamento para representar, de maneira aproximada, a impedância longitudinal da LT por blocos de circuitos *R-L* equivalentes em série. Ademais, os algoritmos de otimização para o modelo são apresentados, assim como as estratégias na implementação do modelo no SimPowerSystems e no ATP.

No Capítulo 7 apresenta-se as implementações dos modelos dos circuitos $\pi$ com parâmetros constantes e variáveis em relação à frequência nos programas de simulação transitória como SimPowerSystems e ATP/ATPDraw.

No Capítulo 8 valida-se o cálculo dos parâmetros elétricos realizados no Matlab comparando-os com os valores computados internamente pelo programa ATP. Também valida-se os modelos propostos para LTs monofásicas e trifásicas implementadas no SimPowerSystems e no ATP a partir de vários estudos de casos empregando modelos bem estabelecidos na literatura e disponíveis no software ATP. Essas validações são realizadas tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência.

No Capítulo 9 apresentam-se as principais conclusões a partir dos resultados obtidos no desenvolvimento desse trabalho, assim como as propostas de continuidade para trabalhos futuros.

Finalmente, os apêndices são apresentados na seguinte ordem:

No Apêndice A apresentam-se a obtenção do modelo exato de circuito $\pi$ e os modelos aproximados de circuitos $\pi$ usados para a representação da linha de transmissão.

No Apêndice B apresenta-se a obtenção das equações e circuitos equivalentes do modelo de Bergeron com e sem consideração das perdas.

No Apêndice C apresenta-se as equações no domínio da frequência do modelo de JMarti e descreve-se o cálculo dos termos $H_{fit}$ e $Z_{c,fit}$.

No Apêndice D apresenta-se o desenvolvimento das equações em espaço de estado para uma LT representada com o LPM clássico, CP-LPM e o FD-LPM cada uma com 3 circuitos $\pi$ conectados em cascata.

No Apêndice E apresenta-se a solução numérica no domínio do tempo da equação do espaço de estado que representa uma linha de transmissão.

No Apêndice F apresenta-se o procedimento para descompor as LTs trifásicas e idealmente transpostas em seus três modos de propagação ou linhas monofásicas independentes.

No Apêndice G apresenta-se as matrizes de transmissão, no domínio da frequência, dos modelos de circuito $\pi$ exato e do modelo JMarti. Ademais, mostra-se os cálculos da relação $V_{\text{in}}(\omega)/V_{\text{out}}(\omega)$ para esses modelos.

No Apêndice H apresenta-se o circuito e equacionamento da representação da matriz de transformação de Clarke mediante transformadores ideais. Ademais, mostra-se a sua implementação no ATPDraw.

No Apêndice I apresentam-se as validações dos modelos CP-LPM e FD-LPM para LTs curtas, usando passos de tempo de simulação $\Delta$t maiores aos que usam os modelos FD-Line e FD-LPM.

# 9 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

## 9.1 CONCLUSÕES

A proposta desta tese consistiu no aperfeiçoamento dos modelos a parâmetros concentrados constantes em relação à frequência e dependentes em relação à frequência. Esses modelos são baseados na representação em forma de cascata de circuitos $\pi$ com os parâmetros elétricos constantes e variáveis em relação à frequência respectivamente, amplamente empregados na representação de linhas de transmissão para análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia.

Primeiramente, as formulações para o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão foram apresentadas. Explicou-se os fenômenos como efeito pelicular e o efeito do solo que influenciam nos parâmetros e devem ser levados em consideração nos estudos de transitórios eletromagnéticos para a obtenção das respostas transitórias adequadas e precisas. Em seguida, as equações diferenciais para tensão e corrente que regem o comportamento da LT foram mostradas. Os principais modelos de linhas de transmissão no domínio do tempo são apresentados, nos quais as soluções exatas e as soluções aproximadas dessas equações diferenciais são mostradas.

Para estudo dos transitórios eletromagnéticos foram utilizados o CP-LPM e o FD-LPM. O CP-LPM utiliza a cascata dos circuitos $\pi$ modificados com parâmetros elétricos constantes em relação à frequência. Esse modelo, inclui uma resistência artificial de amortecimento $R_D$ em paralelo a cada seção de circuito $\pi$, com o intuito de eliminar as oscilações espúrias numéricas geradas quando é usado o modelo LPM clássico. O processo para a obtenção do número $N$ ótimo de circuitos $\pi$ e do valor da constante de amortecimento $K_D$ ótima para a obtenção de respostas transitórias sem oscilações espúrias ou com amplitudes significativamente reduzidas foi descrito. O FD-LPM utiliza a cascata dos circuitos $\pi$ com parâmetros elétricos dependentes da frequência, onde essa dependência em relação à frequência nos parâmetros longitudinais é representada por blocos $RL$ em paralelo no circuito $\pi$. Para esse modelo, foram descritos os processos para a obtenção do número $N$ ótimo de circuitos $\pi$ e $M$ de blocos $RL$ necessários para uma representação precisa do modelo para uma faixa de frequência de interesse.

Nas simulações com o modelo LPM clássico, as oscilações espúrias estão presentes nas respostas transitórias, e essas levam a interpretações errôneas pelos usuários. A topologia modificada CP-LPM consiste na inserção de resistências de amortecimento artificiais ($R_D$) na cascata de circuito $\pi$ clássico. O valor dessa resistência depende dos parâmetros concentrados da linha, tamanho do passo de cálculo $\Delta t$ e do fator ajustável $K_D$. Os gráficos 3D para esse modelo mostram os melhores fatores ajustáveis $K_D$ em função do

comprimento da linha $d$ e da constante $k$ (circuito $\pi$/km). Os gráficos 3D e suas equações fornecem uma metodologia de fácil seleção dos melhores valores dos fatores ajustáveis. Nas simulações com o modelo FD-LPM, o número $N$ de circuitos $\pi$ em cascata e o número $M$ de blocos $RL$ para representar o modelo influem no cálculo das respostas transitórias. Os gráficos 2D e 3D mostram os melhores valores de $M$ e $N$ para se representar o modelo adequado de LT frente a um fenômeno transitório.

Observou-se que o CP-LPM apresenta uma atenuação expressiva das oscilações espúrias nas respostas transitórias quando comparadas às respostas do LPM clássico. Nota-se que a topologia modificada produz respostas transitórias que estão em boa concordância com as respostas obtidas pelo método da transformada numérica inversa de Laplace (NLT) e com as respostas geradas no software ATP usando o modelo de Bergeron. Os resultados mostram bom desempenho para todas simulações transitórias frente a diversos tipos de distúrbios. As principais vantagens da topologia modificada são a aplicação direta dos fatores ajustáveis $K_D$ dos gráficos 3D propostos para vários comprimentos de linha $d$ e constantes $k$ (circuitos $\pi$/km), onde a mitigação das oscilações espúrias é realizada diretamente no domínio do tempo e sem a necessidade de filtros digitais ou analógicos. Além disso, para simulações de linhas curtas o CP-LPM pode ser usado com passo de tempo $\Delta$t próximo ao tempo de trânsito $\tau$ da linha, sem perder tanto a precisão, caso que não acontece quando usamos o CP-Line.

Observou-se, também, que o modelo FD-LPM produz respostas transitórias que estão em boa concordância com o modelo JMarti, mostrando bom desempenho durante todas as simulações transitórias. As principais vantagens do modelo são a aplicação direta dos fatores ajustáveis $k$ (circuitos $\pi$/km) dos gráficos 3D propostos para vários comprimentos de linha $d$ e frequência máxima $f_{max}$ da faixa de frequência), onde a implementação é realizada diretamente no domínio do tempo. Além disso, para simulações de linhas curtas o FD-LPM pode ser usado com passo de tempo $\Delta$t próximo ao tempo de trânsito $\tau$ da linha, sem perder tanto a precisão, caso que não acontece quando usamos o FD-Line.

Esta tese demonstrou a importância da modelagem adequada de uma linha de transmissão no estudo transitório eletromagnético. Assim, diversos tipos de distúrbios podem ser aplicados nas linhas de transmissão e os transitórios eletromagnéticos podem ser analisados para distintos cenários encontrados no sistema de energia.

## 9.2 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

Como continuidade deste trabalho, propõe-se investigar os seguintes tópicos:

- Incluir o efeito da dependência da frequência nos parâmetros elétricos do solo (permissividade e resistividade) e aperfeiçoar os modelos CP-LPM e FD-LPM com

essa característica do solo;

- Incluir o efeito do solo na admitância transversal associada ao efeito do solo no cálculo dos parâmetros por unidade de comprimento de linhas de transmissão aéreas e de transitórios eletromagnéticos nessas linhas;
- Aperfeiçoamento dos modelos de linhas de transmissão CP-LPM e FD-LPM para linhas de transmissão sem transposição, e com ou sem simetria vertical dos condutores;
- Desenvolver algoritmos que utilizem as matrizes de transformação fase-modo e modo-fase variantes com relação à frequência e incluí-las no modelo propostos FD-LPM e FD-Line trifásicos e comparar as respostas transitórias com as respostas obtidas pelo modelo ULM via PSCAD.

# REFERÊNCIAS

ALANÉS, R. C. D. **Estudios para la conexión de instalaciones de generación y transmisión al sistema eléctrico boliviano**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Universidad de Sevilla, Sevilla. 2015. Disponível em: https://idus.us.es/handle/11441/27038. Acesso em: 20 abr. 2021.

ARAÚJO, A. R.; KUROKAWA, S.; SHINODA, A. A. Mitigation of erroneous oscillations in electromagnetic transient simulations using analogue filter theory. **IET Science, Measurement & Technology**. Stevenage, v. 11, n. 1, p. 41–48, 2017.

ARAÚJO, A. R. J.; SILVA, R. C.; KUROKAWA, S. Comparing lumped and distributed parameters models in transmission lines during transient conditions. *In*: IEEE PES T&D CONFERENCE AND EXPOSITION. Chicago, 2014.

BAÑUELOS, E. S. C.; GUSTAVSEN, B.; GUTIERREZ, J. A. R. Computational efficiency improvement of the universal line model by use of rational approximations with real poles. **Electric Power Systems Research**. Amsterdam, v. 140, p. 424–434, 2016.

BAÑUELOS, E. S. C.; GUTIERREZ, J. A. R.; GUSTAVSEN, B. **Rational fitting techniques for the modeling of electric power components and systems using matlab environment**. Croatia: InTech. 2017. Disponível em: https://www.intechopen.com/books/rational-fitting-techniques-for-the-modeling-of-electric-power-components. Acesso em: 20 abr. 2021.

BODE, H. W. **Network analysis and feedback amplifier design**. New York: Van Nostrand, 1945. 563 p.

BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, n. 1, p. 88–97, 1970.

CARSON, J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. **The Bell System Technical Journal**, Piscataway, v. 5, n. 4, p. 539–554, 1926.

CHEN, C. T. **Linear System Theory and Design**. 3a. ed. New York: Oxford University Press, 1999. 400 p.

CHRYSOCHOS, A. I.; TSOLARIDIS, G. P.; PAPADOPOULOS, T. A. Damping of oscillations related to lumped-parameter transmission line modeling. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEMS TRANSIENTS. Cavtat, 2015. Disponível em: https://www.ipstconf.org/papers/Proc_IPST2015/15IPST046.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

CIGRE, W. The calculation of switching surges III. transmission line representation for energisation and re-energisation studies with complex feeding networks. **Electra**, Madrid, v. 62, p. 45–78, 1979.

CIGRE, W. **Guidelines for representation of network elements when calculating transients**. CIGRE Technical Brochure, 1990. Disponível em: https://ecigre.org/publication/039-guidelines. Acesso em: 20 abr. 2021.

CONTI, A. D.; EMÍDIO, M. P. S. Extension of a modal-domain transmission line model to include frequency-dependent ground parameters. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 138, p. 120–130, 2016.

COSTA, E.; KUROKAWA, S.; SHINODA, A. Digital filtering of oscillations intrinsic to transmission line modeling based on lumped parameters. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, London, v. 44, n. 1, p. 908–915, 2013.

DERI, A.; TEVAN, G.; SEMLYEN, A. The complex ground return plane a simplified model for homogeneous and multi-layer earth return. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. 8, p. 3686–3693, 1981.

DOMMEL, H. **Electromagnetic Transients Program**. Reference Manual (EMTP Theory Book). Portland, EUA: Bonneville Power Administration, 1986.

DOMMEL, H. **EMTP Theory Book**. 2. ed. Portland: Corporation, Microtran Power System Analisys, 1996.

DOMMEL, H. W. Digital computer solution of electromagnetic transients in single-and multiphase networks. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. 4, p. 388–399, 1969.

DUESTERHOEFT, W. C.; SCHULZ, M. W.; CLARKE, E. Determination of instantaneous currents and voltages by means of alpha, beta, and zero components. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, Piscataway, v. 70, n. 2, p. 1248–1255, 1951.

EMÍDIO, M. P. S. **Uma Abordagem para o cálculo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão aéreas no domínio do tempo considerando uma representação mais detalhada dos efeitos do solo**. 2015. 99f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, 2015. Disponível em: https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/1154M.PDF. Acesso em: 20 abr. 2021.

ERASO, L. C. T. **Análise de modelos de linhas de transmissão com parâmetros variantes com a frequência**. 2019. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2019. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3143/tde-29052019-103457/pt-br.php. Acesso em: 20 abr. 2021.

FERREIRA, L. F. R.; BONATTO, B. D.; MARTI, J. R. Comparative solutions of numerical oscillations in the trapezoidal method used by EMTP-based programs. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEMS TRANSIENTS. Cavtat, 2015. Disponível em: https://www.ipstconf.org/papers/Proc_IPST2015/15IPST147.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

GERTRUDES, J. B. **Influência da condutividade e permissividade do solo em função da frequência no cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal de linhas aéreas de transmissão**. 2010. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 2010.

GRAINGER, J. J. et al. **Power system analysis**. London: Mc Graw Hill, 2003.

GUSTAVSEN, B. Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 17, n. 4, p. 1093–1098, 2002.

GUSTAVSEN, B. Optimal time delay extraction for transmission line modeling. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 32, n. 1, p. 45–54, 2017.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1052–1061, 1999.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Admittance-based modeling of transmission lines by a folded line equivalent. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 24, n. 1, p. 231–239, 2009.

HØIDALEN, H. K.; PRIKLER, L.; HALL, J. Atpdraw-graphical preprocessor to ATP, windows version. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEMS TRANSIENTS. Budapest, 1999. Disponível em: https://www.ipstconf.org/papers/Proc_IPST1999/99IPST065.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B. d.; ROBBA, E. J. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**. São Paulo: Blucher, 2005.

KALOUDAS, C. G.; PAPADOPOULOS, T.; PAPAGIANNIS, G. Spectrum analysis of transient responses of overhead transmission lines. *In*: INTERNATIONAL UNIVERSITIES POWER ENGINEERING CONFERENCE UPEC2010. Cardiff, 2010.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J. Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da freqüência sobre os parâmetros longitudinais. **SBA: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, Campinas, v. 18, n. 3, p. 337–346, 2007. Disponível em: https://pdfs.semanticscholar.org/51b1/4f567ddef9cc353c1b90310a5e45e4e0b311.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J. Inclusion of the frequency effect in the lumped parameters transmission line model: state space formulation. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 79, n. 7, p. 1155–1163, 2009.

LAFAIA, M. I. **Contributions to modeling and simulation of hvac cables using field test results**. 2016, 203f. Tese (Doutorado) - Département de Génie Électrique, Université de Montréal, 2016. Disponível em: https://publications.polymtl.ca/2350/1/2016_MariaIsabelSilvaLafaiaSimoes.pdf. Acesso em: 20 abr. 2021.

MACIAS, J. A. R.; EXPÓSITO, A. G.; SOLER, A. B. A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 894–903, 2005.

MAMİŞ, M. S.; KAYGUSUZ, A.; KÖKSAL, M. State variable distributed-parameter representation of transmission line for transient simulations. **Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences**, Ankara, v. 18, n. 1, p. 31–42, 2010.

MARTI, J. R. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, PAS-101, n. 1, p. 147–157, 1982.

MARTINEZ, J.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameter determination for modeling system transients-part I: Overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 2038–2044, 2005.

MARTINEZ, J. A. **Coordinación de aislamiento en redes eléctricas de alta tensión**. España: McGraw-Hill, 2013.

MARTINEZ, J. A. **Power system transients: parameter determination**. Spain: CRC press, 2017.

MARTINEZ, J. A.; MARTIN, J. **Transient Analysis of Power Systems**. London: Wiley-IEEE Press, 2020.

MORCHED, A.; GUSTAVSEN, B.; TARTIBI, M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1032–1038, 1999.

MORENO, P.; RAMIREZ, A. Implementation of the numerical laplace transform: A review task force on frequency domain methods for EMT studies, working group on modeling and analysis of system transients using digital simulation, general systems subcommittee, IEEE power engineering society. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 2599–2609, 2008.

NELMS, R. M. et al. Using a personal computer to teach power system transients. **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 4, n. 3, p. 1293–1294, 1989.

NEWTON, S. R.; NELMS, R. M.; GRIGSBY, L. L. A modular state variable approach to the electromagnetic transients problem. *In*: THE SOUTHEASTERN SYMPOSIUM ON SYSTEM THEORY. Tallahassee: IEEE Computer Society, p. 118–122, 1989.

PERELMUTER, V. **Electrotechnical Systems***:* Simulation with Simulink® and SimPowerSystems. Kharkov: CRC Press, 2012.

RESTREPO, L. H.; DELGADO, G. C.; ARANDA, F. C. Modelos de línea de transmisión para transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia. **Energía y Computación**, Cali, v. 16, n. 1, p. 21–32, 2008. Disponível em: https://biblat.unam.mx/pt/revista/energia-y-computacion/articulo/modelos-de-linea-detransmision-para-transitorios-electromagneticos-en-sistemas-de-pot. Acesso em: 20 abr. 2021.

SEMLYEN, A.; GUSTAVSEN, B. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Piscataway, v. 94, n. 2, p. 561–571, 1975.

SEMLYEN, A.; GUSTAVSEN, B. Phase-domain transmission-line modeling with enforcement of symmetry via the propagated characteristic admittance matrix. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 27, p. 626–631, 04 2012.

TAVARES, M.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C. New mode domain multiphase transmission line model-transformation matrix modeling. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, POWERCON. Beijing, v. 2, p. 855–859, 1998.

TORREZ, P. **Inclusão do efeito da frequência no modelo de Bergeron**: representação de linhas de transmissão curtas e longas considerando transitórios eletromagnéticos resultantes de operações de manobras e de descargas atmosféricas. 2018. 170f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2018. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/180446. Acesso em: 20 abr. 2021.

WEDEPOHL, L. Application of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, **Institution of Engineering and Technology (IET)**, Stevenage, v. 110, n. 12, p. 2200, 1963.

ZANETTA, L. C. **Fundamentos de sistemas elétricos de potência**. Brasil: São Paulo: Livraria da Física, 2006.

ZUBIAGA, M.; AURTENETXEA, S. **Energy transmission and grid integration of AC offshore wind farms**. London, IntechOpen, 2012. Disponível em: https://www.intechopen.com/books. Acesso em: 20 abr. 2021.

# APÊNDICE A – MODELOS DE CIRCUITO PI EXATO E APROXIMADO

Neste apêndice são apresentados o modelo exato de circuito $\pi$ e os modelos aproximados de circuitos $\pi$ (modelo de circuito $\pi$ nominal e o modelo da cascata de circuitos $\pi$) usados para representar a linha de transmissão frente a fenômenos de TEMs. Para isso, a equação exata da LT mostrada nas equações (35) e (36), no domínio da frequência, pode ser rescrita em termos de funções hiperbólicas (BUDNER, 1970), expressas por:

$$V_e(\omega) = cosh(\gamma d)\, V_r(\omega) + Z_c\, senh(\gamma d)\, I_r(\omega) \tag{143}$$

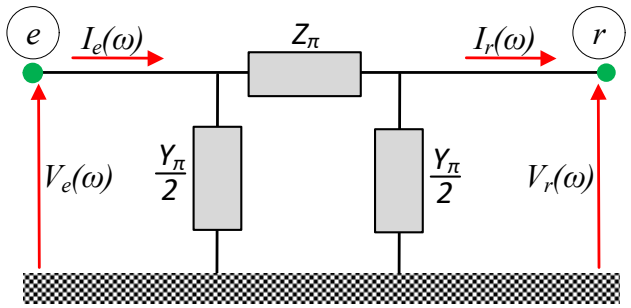
$$I_e(\omega) = -\frac{1}{Z_c}\, senh(\gamma d)\, V_r(\omega) + cosh(\gamma d)\, I_r(\omega) \tag{144}$$

As equações (143) e (144) são denominadas de equações hiperbólicas da linha de transmissão, e relacionam as tensões e correntes nos terminais emissor e receptor da linha. Portanto, as equações (143) e (144) também são consideradas de equação exata de uma LT monofásica, no domínio da frequência. Essas equações consideram que os parâmetros longitudinais são dependentes da frequência, e que todos os parâmetros elétricos ($R$, $L$, $C$ e $G$) são distribuídos ao longo do comprimento da linha. A seguir são apresentados os modelos de circuito $\pi$ exato e aproximados que são decorrentes das equações hiperbólicas da LT.

## A.1 MODELO DE CIRCUITO $\pi$ EXATO

Das equações hiperbólicas da LT em (143) e (144), pode-se fazer uma equivalência com as equações de um quadripolo para um único circuito $\pi$. Essas equações encontradas de circuito $\pi$ são chamadas de modelo de circuito $\pi$ exato (ZANETTA, 2006) e é ilustrado na Figura 92.

Figura 92 – Modelo de circuito $\pi$ exato de uma LT.




Fonte: Adaptado de Zanetta (2006).

Da Figura 92, observa-se que o circuito $\pi$ esta composto por um ramo série $Z_\pi$ e dois ramos em derivação $Y_\pi/2$. Sendo $Z_\pi$ e $Y_\pi$ parâmetros definidos como impedância série e admitância em derivação exatas da LT. Esses parâmetros, estão relacionadas à impedância e admitância total ($Z'\,d$ e $Y'\,d$) da linha multiplicada por um fator de correção, tal como são descritas na equação a seguir (GRAINGER et al., 2003), (ZANETTA, 2006):

$$Z_\pi = Z'\,d\,\frac{senh\,(\gamma d)}{\gamma d}, \qquad Y_\pi = Y'\,d\,\frac{tanh\,(\gamma d/2)}{\gamma d/2} \tag{145}$$

Os fatores de correção da equação (145) fazem com que a LT tem seus parâmetros elétricos distribuídos ao longo do comprimento da linha e os parâmetros longitudinais dependentes com a frequência. Portanto, conclui-se que o modelo de circuito $\pi$ exato leva em consideração a distribuição ao longo do comprimento dos parâmetros elétricos da linha e a dependência com a frequência.

## A.2 MODELOS DE CIRCUITO $\pi$ APROXIMADOS

Tendo em conta o modelo de circuito $\pi$ exato da LT, apresentado na seção anterior, podemos estabelecer algumas relações mais simplificadas ainda com boa precisão, em uma faixa de frequência adequada. Estas simplificações dão lugar aos modelos de circuitos $\pi$ aproximados da LT. Esses modelos aproximado tem boa precisão em determinados comprimentos de linhas e/ou determinadas faixas de frequências sobre análise. Dentre de esses modelos temos o modelo de circuito $\pi$ nominal chamado simplesmente de modelo de circuito $\pi$ e o modelo da cascata de circuitos $\pi$ e serão descritos a seguir.

- Modelo de Circuito $\pi$ Nominal ou Modelo de Circuito $\pi$

Se apenas deseja-se considerar uma única frequência de analise do fenômeno de TEM, por exemplo 60 Hz ou 1 kHz, a LT pode ser representada com razoável precisão

pelo modelo de circuito $\pi$ nominal. Este modelo é o resultado das relações simplificadas do modelo de circuito $\pi$ exato. O modelo de circuito $\pi$ nominal considera que o termo $\gamma d$ pequeno. Isso origina, que tanto o $senh(\gamma d)$ quanto $tanh(\gamma d/2)$ sejam quase iguais a $\gamma d$ e $\gamma d/2$, respectivamente, de modo que os fatores de correção da equação (145) se aproximam da unidade tal como são dados a seguir (ZANETTA, 2006):

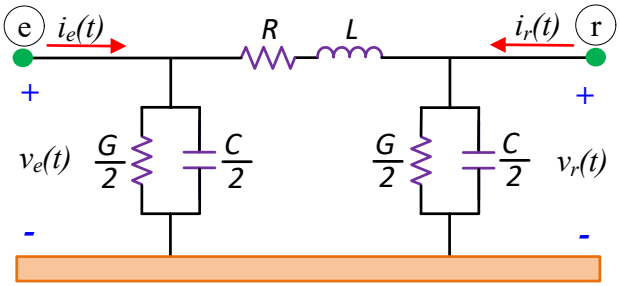
$$\frac{senh\,(\gamma d)}{\gamma d} \approx 1, \qquad \frac{tanh\,(\gamma d/2)}{\gamma d/2} \approx 1 \tag{146}$$

nessas condições, a equação (145) é reescrita como segue:

$$Z_\pi \approx Z'\,d = Z = R + j\omega L, \qquad Y_\pi \approx Y'\,d = Y = G + j\omega C \tag{147}$$

Portanto, ao fazer as aproximações anteriores, o modelo de circuito $\pi$ exato da Figura 92 é simplificado e resulta no modelo de circuito $\pi$ nominal mostrado na Figura 93 (ZANETTA, 2006).

Figura 93 – Modelo de circuito $\pi$ nominal de uma LT.




Fonte: Adaptado de Zanetta (2006).

Na Figura 93, observa-se que o modelo de circuito $\pi$ nominal tem uma impedância série $Z$ que está composta por uma resistência total $R$ e uma indutância total $L$ concentradas. Assim mesmo, tem também uma admitância em derivação $Y$ que está composta por uma condutância total $G$ e capacitância total $C$ concentradas.

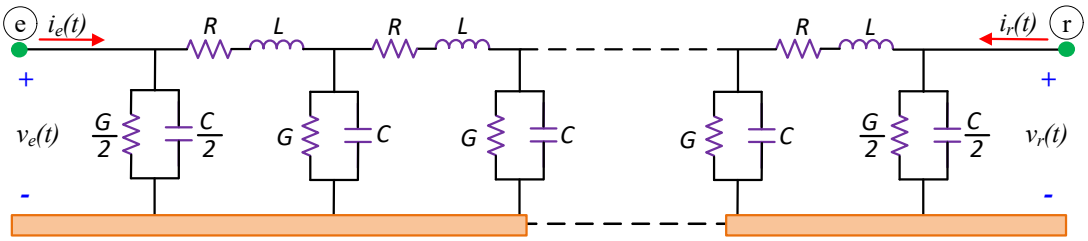
O modelo de circuito $\pi$ nominal é bastante preciso para transitórios de baixas frequências. Para transitórios de altas frequências o modelo de circuito $\pi$ nominal resultará em erros (GRAINGER et al., 2003). Esses erros são devidos às aproximações feitas na equação (146). Para eliminar os erros do modelo de um circuito $\pi$ nominal é feita uma cascata de circuitos $\pi$ que serão mostrados na seção seguinte.

- Modelo de Cascata de Circuitos $\pi$ Nominal

O modelo de cascata de circuitos $\pi$ tem como base o modelo de circuito $\pi$ nominal e consiste em uma aproximação discreta da equação (145) do modelo de circuitos $\pi$ exato.

Para isso, o modelo é representado por $N$ seções de circuitos $\pi$ em cascata, conforme mostrado na Figura 94, e quanto maior é o número $N$ de seções, melhor é a aproximação ao modelo exato da linha a parâmetros distribuídos e constantes com a frequência.

Figura 94 – Modelo da cascata de $N$ circuitos $\pi$.




Fonte: Adaptado de Restrepo, Delgado e Aranda (2008).

Da Figura 94, observa-se que cada seção do modelo da cascata de circuitos $\pi$ é modelada usando uma resistência $R$ e indutância $L$ concentradas, que representam a $N$-ésima parte da impedância longitudinal e uma condutância $G$ e capacitância $C$ concentradas, que representam a $N$-ésima parte da admitância transversal. Os parâmetros $R$, $L$, $C$ e $G$ são dadas pelas seguintes equações:

$$R = R'\frac{d}{n}, \quad L = L'\frac{d}{n}, \quad C = C'\frac{d}{n}, \quad G = G'\frac{d}{n} \tag{148}$$

O modelo de cascata de circuitos $\pi$ é utilizado em casos onde se deseja realizar estudos que distúrbios de baixa frequência e em linhas de comprimento médio (até 250 km) sendo capaz de proporcionar respostas razoáveis em muitos casos (GRAINGER et al., 2003), (RESTREPO; DELGADO; ARANDA, 2008).

# APÊNDICE B – MODELO DE BERGERON

Neste apêndice é apresentado o modelo de Bergeron que baseia-se na solução de onda viajante, mostrada na Seção 4.1.1, mas no domínio do tempo. O modelo Bergeron, é caracterizado por ter os seus parâmetros elétricos indutância ($L$) e capacitância ($C$) distribuídos e resistência ($R$) concentrado, sendo estes parâmetros constante em relação à frequência.

Como no domínio do tempo não existe nenhuma solução analítica para as equações de onda da LT com perdas (ZANETTA, 2006), o modelo de Bergeron parte das equações de primeiro ordem da LT sem perdas definido por:

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = -L' \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{149}$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C' \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \tag{150}$$

Ao derivar as equações (149) e (150) em relação a $x$ e $t$, respectivamente e fazendo algumas manipulações matemáticas (ZANETTA, 2006), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = L'\,C' \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \tag{151}$$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = L'\,C' \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} \tag{152}$$

As equações (151) e (152) descrevem o comportamento das ondas que se propagam ao longo a linha de transmissão negligenciando as perdas. A solução geral, destas equações foi encontrada por d'Alembert, e são dadas como seguem:

$$v(x,t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) \tag{153}$$

$$i(x,t) = \frac{1}{Z_c}\left[f_1(x - vt) - f_2(x + vt)\right] \tag{154}$$

onde $v$ é a velocidade de propagação das ondas viajantes através da LT, $t$ é o tempo, $Z_c$ é a impedância característica, $x$ é a posição no eixo de propagação $x$, $f_1$ representa a onda viajando em sentido positivo de eixo $x$ e $f_2$ representa a onda viajando em sentido negativo do eixo $x$.

A partir de algumas manipulações matemáticas das equações (153) e (154) e usando as condições dos terminais, obtém-se o modelo de Bergeron para linhas sem perdas dados pelas equações a seguir (ZANETTA, 2006).

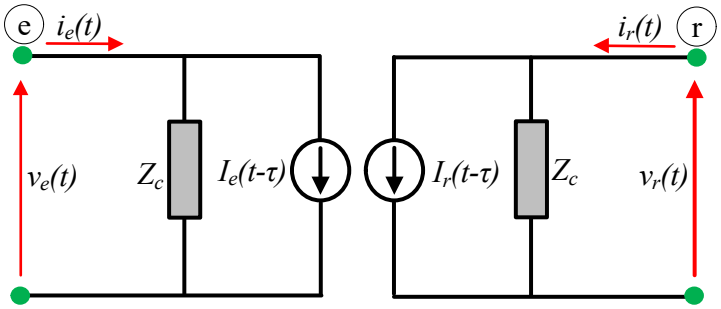
$$i_{er}(x,t) = \frac{1}{Z_c} v_e(t) + I_e(t-\tau) \tag{155}$$

$$i_{re}(x,t) = \frac{1}{Z_c} v_r(t) + I_r(t-\tau) \tag{156}$$

onde $I_e(t-\tau)$ e $I_r(t-\tau)$ são termos históricos que representam as tensões e correntes desfasadas em um tempo de viagem (ZANETTA, 2006).

Uma representação em forma de circuito do modelo de Bergeron sem perdas é mostrado na Figura 95.

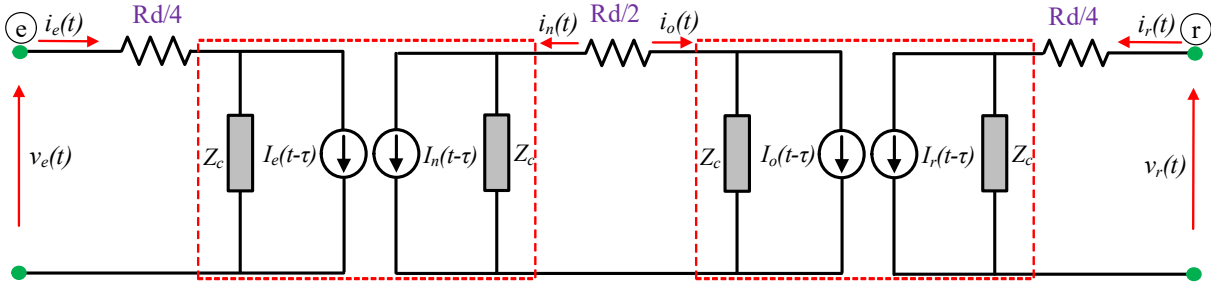
Figura 95 – Representação do modelos Bergeron sem perdas.




Fonte: Adaptado de Dommel (1986).

Uma extensão do modelo foi desenvolvida para incluir as perdas da LT. A inclusão das perdas foi obtida pela adição de elementos de resistência concentrados em ambas as extremidades da LT sem perdas. Embora esses resistores possam ser inseridos ao longo da linha, dividindo seu comprimento total em várias seções, a diferença é mínima e o uso de apenas duas seções de LT sem perdas em série com resistores concentrados é perfeitamente adequado (DOMMEL, 1986). Na Figura 96 é mostrado a inserção dos resistores concentrados no modelo Bergeron sem perdas (DOMMEL, 1986).

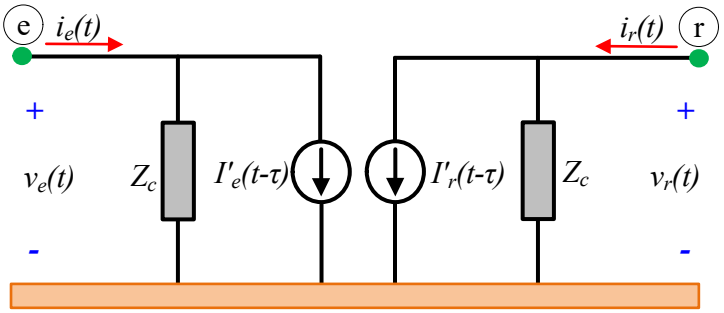
Figura 96 – Representação das resistências concentradas e do modelo Bergeron sem perdas.




Fonte: Adaptado de Dommel (1986).

A partir da Figura 96, um circuito simplificado é obtido para cada metade da LT com perdas. No entanto, como apenas os terminais e e r são de interesse, as variáveis do ponto médio são eliminadas pelo cascateamento das duas meias seções da LT. Consequentemente, o modelo de Bergeron com perdas (DOMMEL, 1986) para representar a LT é obtido sendo mostrado na Figura 97 .

Figura 97 – Representação do modelos Bergeron com perdas.




Fonte: Adaptado de Dommel (1986).

A partir da análise realizada em Zanetta (2006), obtém-se as expressões para as correntes, no domínio do tempo, para os terminais emissor e receptor dadas por:

$$i_e(x,t) = \frac{1}{Z_c} v_e(t) + I'_e(t-\tau) \tag{157}$$

$$i_r(x,t) = \frac{1}{Z_c} v_r(t) + I'_r(t-\tau) \tag{158}$$

# APÊNDICE C – MODELO JMARTI NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Neste apêndice é apresentado as equações no domínio da frequência do modelo de JMarti. Esse modelo é caracterizado por ter os seus parâmetros elétricos $R$, $L$ e $C$ distribuídos e sendo estes parâmetros dependentes em relação à frequência. As equações do modelo JMarti, no domínio da frequência, são derivadas das equações (35) e (36) mostrados na Seção 4.1.1. Para fins didáticos, reescrevemos essas equações e são dadas por:

$$I_{\mathrm{e}} - Y_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{e}} = -H \left[ I_{\mathrm{r}} + Y_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{r}} \right] \tag{159}$$

$$I_{\mathrm{r}} - Y_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{r}} = -H \left[ I_{\mathrm{e}} + Y_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{e}} \right] \tag{160}$$

onde a admitância característica $Y_c$ e a função de propagação das ondas $H$ da linha de transmissão, são dadas pela equação (161).

$$H = e^{-\sqrt{YZ}\, d}, \qquad Y_c = Z_c^{-1} = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \tag{161}$$

No modelo JMarti (MARTI, 1982), $H$ e $Z_c$ são aproximados pelo método de Bode (BAÑUELOS; GUTIERREZ; GUSTAVSEN, 2017), que é um método de ajuste racional. Usando o ajuste de Bode, temos a seguintes aproximações:

$$Z_c \cong Z_{fit,c} = \sum_{j=1}^{N_z} \frac{c_j}{s - p_j} + d_j \tag{162}$$

$$H \cong H_{fit} = \sum_{j=1}^{N_h} \frac{c_j}{s - p_j} e^{-s\tau_i} \tag{163}$$

onde $N_z$ e $N_h$ são o número de polos para ajustar o $Z_c$ e $H$, respectivamente. $c_j$ é o valor do resíduo, $d_j$ é o termo constante, $p_j$ é valor do polo e $\tau$ é o tempo de transito que considera o atraso na propagação das tensões e correntes ao longo da linha (DOMMEL, 1986) e pode ser encontrada em (GUSTAVSEN, 2017).

A partir do modelo JMarti disponível no ATP, obtém-se todos os valores e constantes das equações (162) e (163). Portanto, é possível extrair essas informações para depois ser comparado com o modelo FD-LPM, no domínio da frequência.

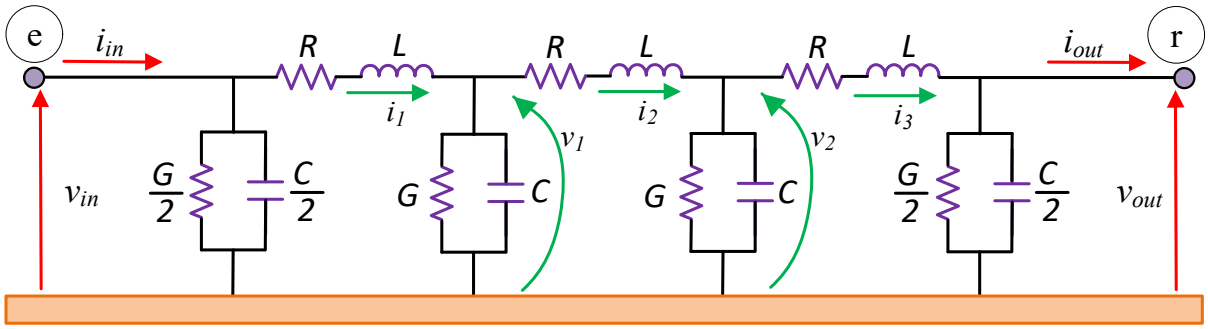
# APÊNDICE D – EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O LPM, CP-LPM, FD-LPM COM 3 CIRCUITOS $\pi$

Neste apêndice é apresentado o desenvolvimento das equações em espaço de estado de uma LT representados com o LPM clássico, com o CP-LPM e com o FD-LPM cada uma com 3 circuitos $\pi$ conectados em cascata. Para o FD-LPM considera-se 2 blocos $RL$ em série.

- LPM CLÁSSICO COM 3 CIRCUITOS $\pi$ EM CASCATA

Na Figura 98 é apresentado uma LT monofásico representado com o modelo LPM clássico que considera 3 seções de circuitos $\pi$ clássico em cascata.

Figura 98 – LT representada por 3 circuitos $\pi$ clássicos em cascata.




Fonte: Elaboração do próprio autor.

A representação do espaço de estados que descreve as tensões e correntes dos terminais do modelo LPM clássico para a Figura 98 é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u} \tag{164a}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u} \tag{164b}$$

onde o vetor da variável de estado $\boldsymbol{x}$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ e vetor de saída $\boldsymbol{y}$ encontrados para representar a cascata de 3 circuitos $\pi$ clássicos mostrado na Figura 98, são escritos a seguir:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_1 & v_2 & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{165a}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in}} & i_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{165b}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{165c}$$

onde o vetor $\boldsymbol{x}$ é de dimensão $7 \times 1$, constituído por as correntes longitudinais dos circuito $\pi$ e por as tensões transversais dos circuitos $\pi$. O vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ é de dimensão $2 \times 1$, constituído pelas correntes de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito $\pi$. O vetor de saída $\boldsymbol{y}$ é de dimensão $2 \times 1$, constituídos pelas tensões de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito $\pi$. O exponente $T$ corresponde aos transpostos das matrizes.

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{B}$ em (164) encontrados para representar a cascata de 3 circuitos $\pi$ clássicos mostrado na Figura 98, são escritas como seguem:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{166a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{2}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{166b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{166c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{166d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem 7 e é constituída por 4 submatrizes escritas em (167). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão $6 \times 2$. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão $2 \times 7$. A matriz $\boldsymbol{D}$ é de ordem 2 e é nula. O exponente $T$ na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A_{11}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{12}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \tag{167a}$$

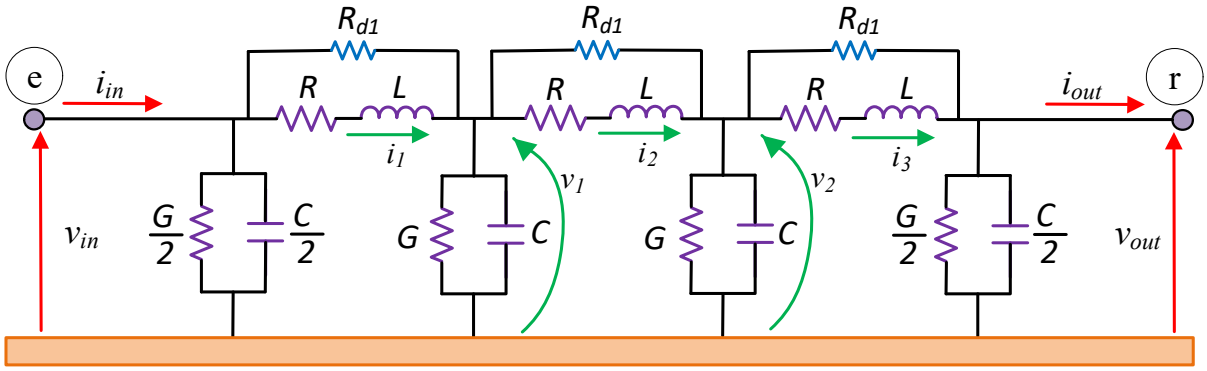
$$\boldsymbol{A_{21}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\frac{G}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{G}{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \tag{167b}$$

Em (167), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem 3, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão $3 \times 4$, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão $4 \times 3$ e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de ordem 4.

- CP-LPM com 3 circuitos $\pi$

Na Figura 99 é apresentado uma LT monofásico representado com o modelo CP-LPM que considera a 3 circuitos $\pi$ modificados conectados em cascata.

Figura 99 – LT representada por 3 circuitos $\pi$ modificados em cascata.




Fonte: Elaboração do próprio autor.

A representação do espaço de estados que descreve as tensões e correntes dos terminais da cascata de 3 circuitos modificados da Figura 99 é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u} \tag{168a}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u} \tag{168b}$$

onde o vetor da variável de estado $\boldsymbol{x}$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ e vetor de saída $\boldsymbol{y}$ encontrados para representar a cascata de 3 circuitos $\pi$ modificados mostrado na Figura 99, são escritos nas seguintes equações:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix}^T, \qquad \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_1 & v_2 & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{169a}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in}} & i_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{169b}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{169c}$$

onde o vetor de estado $\boldsymbol{x}$ é de dimensão $7 \times 1$, constituído por as correntes longitudinais dos circuitos $\pi$ modificados e por as tensões transversais dos circuitos $\pi$. O vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ é de dimensão $2 \times 1$, constituído pelas correntes de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito $\pi$. O vetor de saída $\boldsymbol{y}$ é de dimensão $2 \times 1$, constituídos pelas tensões de entrada e saída nos terminais da cascata dos circuitos $\pi$ modificados.

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{B}$ em (168) encontrados para representar a cascata de 3 circuitos $\pi$ modificados mostrado na Figura 99, são escritas como seguem:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{170a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{2}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{170b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{170c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{170d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem 7 e é constituída por 4 submatrizes escritas em (171). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão $6 \times 2$. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão $2 \times 6$. A matriz $\boldsymbol{D}$ é de ordem 2 e é nula. O exponente $T$ na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A_{11}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{12}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \tag{171a}$$

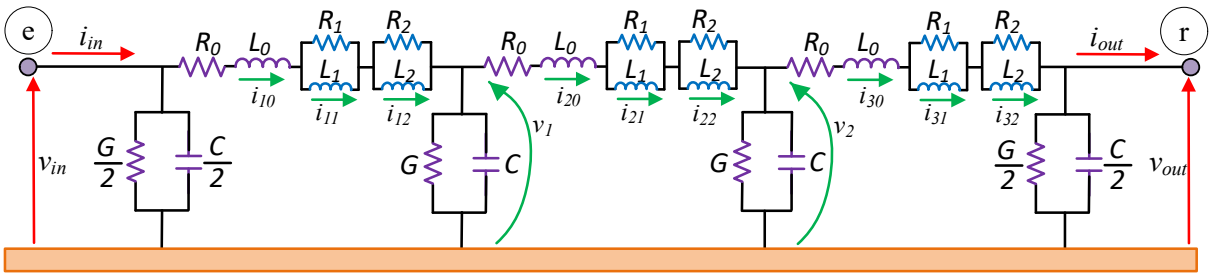
$$\boldsymbol{A_{21}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\delta & \frac{2G_D}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\delta & \frac{2G_D}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta & \frac{2G_D}{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\delta & \frac{2G_D}{C} \end{bmatrix} \tag{171b}$$

Em (171), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem 3, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão $3 \times 4$, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão $4 \times 3$ e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de dimensão $4 \times 5$.

- FD-LPM com 3 circuitos $\pi$ e 2 blocos $RL$

Na Figura 100 é apresentado uma LT monofásico representado com o modelo FD-LPM que considera a cascata de 3 circuitos $\pi$ que inclui 2 blocos $RL$ em série.

Figura 100 – LT representada por a cascata de 3 circuitos $\pi$ com 2 blocos $RL$ em série.




Fonte: Elaboração do próprio autor.

A representação do espaço de estados que descreve as tensões e correntes dos terminais do modelo FD-LPM da Figura 100 é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}.\boldsymbol{u} \tag{172a}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}.\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}.\boldsymbol{u} \tag{172b}$$

onde o vetor da variável de estado $\boldsymbol{x}$, o vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ e vetor de saída $\boldsymbol{y}$ encontrados para representar a cascata de 3 circuitos $\pi$ com 2 blocos $RL$ mostrado na Figura 100, são escritos nas seguintes equações:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{ip}} & \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}^T \tag{173a}$$

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{i}} = \begin{bmatrix} i_{10} & i_{20} & i_{30} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{x}_{\mathrm{ip}} = \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} & i_{21} & i_{22} & i_{31} & i_{32} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{x}_{\mathrm{v}} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_1 & v_2 & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix} \tag{173b}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} i_{\mathrm{in}} & i_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{173c}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} v_{\mathrm{in}} & v_{\mathrm{out}} \end{bmatrix}^T \tag{173d}$$

onde o vetor $\boldsymbol{x}$ é de dimensão $13 \times 1$, constituído pelas correntes nos indutores dos circuito $\pi$ e por as tensões transversais dos circuitos $\pi$. O vetor de entrada $\boldsymbol{u}$ é de dimensão $2 \times 1$, constituído pelas correntes de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito $\pi$. O vetor de saída $\boldsymbol{y}$ é de dimensão $2 \times 1$, constituídos pelas tensões de entrada e saída nos terminais da cascata de circuito $\pi$. O exponente $T$ corresponde aos transpostos das matrizes.

As matrizes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{B}$ em (172) encontrados para representar a cascata de 3 circuitos $\pi$ com 2 blocos $RL$ da Figura 99, são escritas como seguem:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{174a}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{2}{C} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}^T \tag{174b}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{174c}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{174d}$$

onde a matriz $\boldsymbol{A}$ é de ordem 13 e é constituída por 4 submatrizes escritas em (175). A matriz $\boldsymbol{B}$ é de dimensão $13 \times 2$. A matriz $\boldsymbol{C}$ é de dimensão $2 \times 13$. A matriz $\boldsymbol{D}$ é de ordem 2 e é nula. O exponente $T$ na matriz de $\boldsymbol{B}$ corresponde ao transposto dessa matriz.

$$\boldsymbol{A}_{11} = \begin{bmatrix} -\sum_{i=0}^{2} \boldsymbol{Q}_{i,0} & \boldsymbol{Q}_{1,0} & \boldsymbol{Q}_{2,0} \\ \boldsymbol{Q}_{1,1} & -\boldsymbol{Q}_{1,1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{Q}_{2,2} & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{Q}_{2,2} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{Q}_{i,j} = \frac{R_i}{L_j}\boldsymbol{U}; \tag{175a}$$

$$\boldsymbol{A}_{12} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{121} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{A}_{121} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_0} & -\frac{1}{L_0} \end{bmatrix} \tag{175b}$$

$$\boldsymbol{A}_{21} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{211} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{A}_{211} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix} \tag{175c}$$

$$\boldsymbol{A_{22}} = \begin{bmatrix} -\frac{G}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{G}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{G}{C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \tag{175d}$$

Em (175), as submatrizes $\boldsymbol{A}_{11}$ é de ordem 9, $\boldsymbol{A}_{12}$ é de dimensão $9 \times 4$, $\boldsymbol{A}_{21}$ é de dimensão $4 \times 9$ e $\boldsymbol{A}_{22}$ é de ordem 4. $\boldsymbol{U}$ é uma matriz de identidade de ordem 3 e $\mathbf{0}$ é uma matriz preenchida com zeros.

As matrizes e submatrizes apresentadas neste apêndice são constantes e dependem só dos parâmetros da linha e obedecem uma regra de formação simples e generalizada.

# APÊNDICE E – SOLUÇÃO DO ESPAÇO DE ESTADO

Neste apêndice é apresentado a solução numérica no domínio do tempo da equação do espaço de estado que representa uma linha de transmissão.

Nos Capítulos 5 e 6, as tensões e as correntes são descritas por equações diferenciais que podem ser escritas como um sistema linear de equações de espaço de estados, quando a LT é representado por LPM clássico, CP-LPM ou FD-LPM. Essas equações são resolvidas por métodos de integração numéricos. Nesse contexto, a regra trapezoidal é amplamente empregada devido à sua estabilidade e simplicidade no código computacional nos programas EMTP, em comparação com outros métodos de integração de Simpson e Runge-Gutta (MACIAS; EXPÓSITO; SOLER, 2005; ARAÚJO; SILVA; KUROKAWA, 2014; DOMMEL, 1996). A regra trapezoidal, também chamada de método de Heun, consiste em uma versão aprimorada do método de Euler para resolver equações diferenciais ordinárias com valor inicial (DOMMEL, 1996). Considerando a equação do espaço de estados, conforme dada pelo formulário:

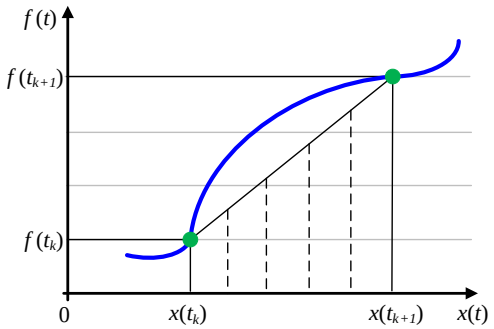
$$\dot{x}\,(t) = A\,x\,(t) + B\,u\,(t) \tag{176}$$

Para encontrar a solução de (176), a derivada respeito ao tempo da variável de estado $x(t)$ da equação diferencial em (176) é considerada como:

$$\dot{x}\,(t) = f\,(t) \tag{177}$$

A fórmula de Heun consiste em uma aproximação da função $f(t)$, em um pequeno intervalo de tempo, para uma função de primeiro grau, conforme mostrado na Figura 101.

Figura 101 – Representação do método de integração trapezoidal.




Fonte: Elaboração do próprio autor.

Aplicando o método trapezoidal na função de primeiro ordem da Figura 101, obtém-se o seguinte:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} f\left(t\right) dt = \frac{\Delta x}{2}\left[f\left(t_{k+1}\right) + f\left(t_k\right)\right] \tag{178}$$

onde, o tamanho do passo de integração $\Delta x$ é dado por:

$$\Delta x = x(t_{k+1}) - x(t_k) \tag{179}$$

Integrando (177) no tempo de $t_k$ e $t_{k+1}$, é obtida uma solução numérica para um tempo discreto, tal como é mostrado a seguir:

$$x(t_{k+1}) - x(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} f\left(t\right) dt \tag{180}$$

Substituindo (178) pela equação integral (180), obtém-se:

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + \frac{\Delta x}{2}\left[f\left(t_{k+1}\right) + f\left(t_k\right)\right] \tag{181}$$

De (181), substituindo as funções $f$ pela equação do valor de $x$, que é o ponto da equação (176). Obtendo a solução numérica da equação do espaço de estado, a qual é da seguinte forma (MACIAS; EXPÓSITO; SOLER, 2005; ZANETTA, 2006):

$$x(t_{k+1}) = \alpha^* \, x(t_k) + \beta^* \, u(t_k) + \beta^* \, u(t_{k+1}) \tag{182}$$

onde os termos constantes $\alpha^*$ e $\beta^*$ são calculados por (183).

$$\alpha^* = \left[I - \frac{\Delta t}{2}A\right]^{-1}\left[I + \frac{\Delta t}{2}A\right] \tag{183a}$$

$$\beta^* = \left[I - \frac{\Delta t}{2}A\right]^{-1}\frac{\Delta t}{2}B \tag{183b}$$

Em (182), $x(t_{k+1})$ e $x(t_k)$ são os valores do vetor $x(t)$ calculados no tempo $t_{k+1}$ e $t_k$, respectivamente, enquanto $u(t_{k+1})$ e $u(t_k)$ são os valores da tensão $u(t)$ calculado nos tempos $t_{k+1}$ e $t_k$. Em (183), a matriz $I$ é a identidade e $\Delta t$ é o tamanho do passo no tempo entre $t_{k+1}$ e $t_k$.

# APÊNDICE F – MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO CLARKE

Neste apêndice é apresentado o procedimento e equações para decompor as LTs trifásicas e idealmente transpostas. Para isso, é usado a matriz de transformação de Clarke, que decompõe a LT trifásica em seus três modos de propagação ou linhas monofásicas independentes. A matriz de impedâncias longitudinais e a matriz de admitâncias transversais para uma LT trifásica é representada por (184).

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}; \tag{184}$$

Considere uma linha trifásica idealmente transposta, também denominada linha balanceada. Uma linha balanceada é caracterizada por ter, nas matrizes de impedância $\boldsymbol{Z}$ e de admitância $\boldsymbol{Y}$, os elementos da diagonal principal ($a_{ii}$) iguais entre si, bem como os elementos fora da diagonal principal iguais entre si ($a_{ij}$=$a_{ji}$), tal como é mostrado em (185).

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} Z_{prop} & Z_{mut} & Z_{mut} \\ Z_{mut} & Z_{prop} & Z_{mut} \\ Z_{mut} & Z_{mut} & Z_{prop} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} Y_{prop} & Y_{mut} & Y_{mut} \\ Y_{mut} & Y_{prop} & Y_{mut} \\ Y_{mut} & Y_{mut} & Y_{prop} \end{bmatrix}; \tag{185}$$

onde

$$Z_{prop} = \frac{1}{3}\left(Z_{11} + Z_{22} + Z_{33}\right), \qquad Z_{mut} = \frac{1}{3}\left(Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}\right) \tag{186a}$$

$$Y_{prop} = \frac{1}{3}\left(Y_{11} + Y_{22} + Y_{33}\right), \qquad Y_{mut} = \frac{1}{3}\left(Y_{12} + Y_{23} + Y_{31}\right) \tag{186b}$$

Sabe-se que uma LT trifásica pode ser decomposta em seus 3 modos de propagação, ou seja, 3 linhas monofásicas totalmente desacopladas e independentes entre si. Isso é possível a partir do procedimento de decomposição modal realizado com matrizes de transformação modal $\boldsymbol{T_V}$ e $\boldsymbol{T_I}$ (NEWTON; NELMS; GRIGSBY, 1989). De modo geral para as LTs, as matrizes $\boldsymbol{T_V}$ e $\boldsymbol{T_I}$ possuem elementos complexos e variáveis em relação à frequência, tornando o desenvolvimento e a implementação mais complicados. Além disso, essas matrizes necessitam de um método numérico para serem obtidas, sendo um dos mais utilizados é o conhecido como método numérico de Newton-Raphson.

Para situações específicas em que uma LT trifásica transposta precisa ser decomposta em seus modos de propagação, é possível usar uma matriz real e independente da frequência como sendo uma matriz de transformação modal. Desta forma, neste trabalho para separar uma linha trifásica transposta em seus componentes modais usamos a matriz

de Clarke (DUESTERHOEFT; SCHULZ; CLARKE, 1951) ou chamada também transformação $\alpha$-$\beta$-$z$. A matriz de Clarke é real e independente da frequência e é dada como:

$$\boldsymbol{T_I} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{187}$$

Sabe-se que a relação da matriz de transformação de tensão e de corrente é escrito (KUROKAWA; YAMANAKA; PRADO, 2007):

$$\boldsymbol{T_V} = \boldsymbol{T_I}^{-T} \tag{188}$$

Agora para encontrar a matriz $\boldsymbol{T_V}$, usamos a seguinte relação (188) e (188) e encontramos a matriz $\boldsymbol{T_V}$, que é definida como segue:

$$\boldsymbol{T_V} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \tag{189}$$

As equações utilizadas para decompor a LT trifásica em seus modos de propagação empregando a matriz de transformação de Clarke são as seguintes:

$$\boldsymbol{Z_m} = \boldsymbol{T_V}^{-1}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{T_I}, \qquad \boldsymbol{Y_m} = \boldsymbol{T_I}^{-1}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{T_V} \tag{190a}$$

$$\boldsymbol{V_m} = \boldsymbol{T_V}^{-1}\boldsymbol{V}, \qquad \boldsymbol{I_m} = \boldsymbol{T_I}^{-1}\boldsymbol{I} \tag{190b}$$

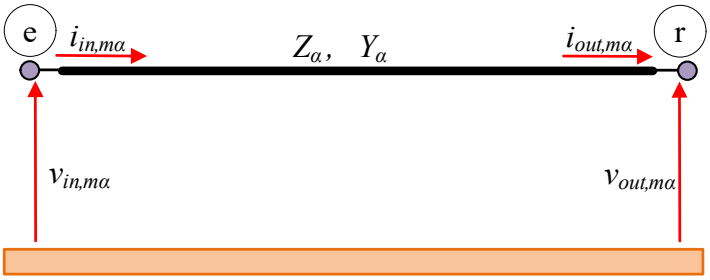
Desenvolvendo as equações em (190), obtem-se:

$$\boldsymbol{Z_m} = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Z_z \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{Y_m} = \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Y_z \end{bmatrix}; \tag{191a}$$

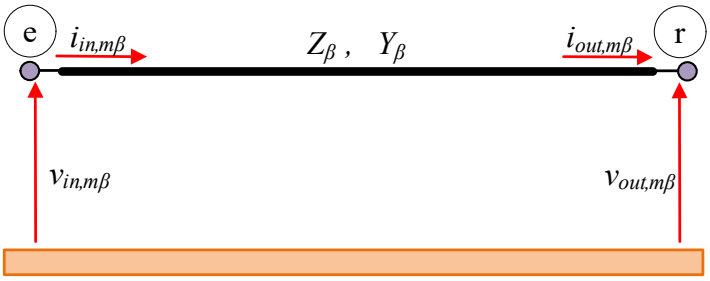
$$\boldsymbol{V_m} = \begin{bmatrix} V_{m\alpha} \\ V_{m\beta} \\ V_{mz} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{I_m} = \begin{bmatrix} I_{m\alpha} \\ I_{m\beta} \\ I_{mz} \end{bmatrix} \tag{191b}$$

Assim, para representar a LT trifásica transposta, o uso da transformação de Clarke para todas as variáveis de fase e todos os componentes trifásicos leva a três circuitos modais desacoplados $\alpha$, $\beta$ e $z$. Além disso, os circuitos modais $\alpha$ e $\beta$ têm a mesma topologia e os mesmos parâmetros. A Figura 102 mostra a linha trifásica representada no domínio dos modos a partir da matriz de transformação.

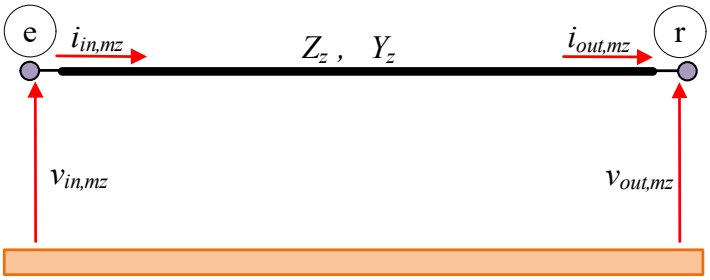
Figura 102 – Linha trifásica e sua representação no domínio modal.




(a) Modo $\alpha$




(b) Modo $\beta$




(c) Modo $z$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

# APÊNDICE G – SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Neste apêndice é apresentado as matrizes de transmissão, no domínio da frequência, do modelo de circuito $\pi$ exato (usado como modelo referência nesta tese) e do modelo de FD-Line (ou chamado modelo JMarti). Assim mesmo, é mostrado o cálculo da relação $V_{\text{in}}(\omega)/V_{\text{out}}(\omega)$ empregados no Capítulo 8.

- Equação no domínio da frequência do Modelo de Circuito $\pi$ exato

No Apêndice A foi mostrado as equações exatas da LT, no domínio da frequência, em termos de funções hiperbólicas e sua representação em forma de circuito $\pi$ (chamado de modelo de circuito $\pi$ exato). Colocando as equações hiperbólicas (143) em forma matricial, de modo de mostrar a matriz que relaciona as tensões e correntes no emissor com as tensões e correntes no receptor, obtém-se o seguinte:

$$\begin{bmatrix} V_{\text{in}}(\omega) \\ I_{\text{in}}(\omega) \end{bmatrix} = \boldsymbol{H}_{\text{ref}} \begin{bmatrix} V_{\text{out}}(\omega) \\ I_{\text{out}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{192}$$

onde o $\boldsymbol{H}_{\text{ref}}$ é a matriz dos parâmetros de transmissão do modelo de circuito $\pi$ exato (chamado de referência). Esta matriz, é de ordem 2 e seus elementos são calculados em (193).

$$\boldsymbol{H}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} A_{\text{ref}} & B_{\text{ref}} \\ C_{\text{ref}} & D_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma d) & Z_c \sinh(\Gamma d) \\ Y_c \sinh(\Gamma d) & \cosh(\Gamma d) \end{bmatrix} \tag{193}$$

Em (193), os termos $\Gamma = \sqrt{YZ}$ é a constante de propagação e $Z_c = Y_c^{-1} = \sqrt{Z/Y}$ é a impedância característica. Para validar os diferentes modelos de LT, no domínio da frequência, as curvas calculadas da relação da tensão de entrada $V_{\text{in}}$ sobre a tensão de saída $V_{\text{out}}$ são utilizadas. O cálculo dessa relação é mostrado em (194).

$$\frac{V_{\text{out}}(\omega)}{V_{\text{in}}(\omega)} = \frac{1}{\cosh \Gamma(\omega)\, d} \tag{194}$$

- Equação no domínio da frequência do Modelo JMarti

No Apêndice C, foi mostrada as equações do modelo Jmarti (ou chamada FD-Line) no domínio da frequência para uma LT monofásica. Colocando as equações (159) e (160), substituindo os termos $Z_c$ e $H$ pelos termos aproximados $Z_{fit,c}$ e $H_{fit}$ do modelo JMarti,

em forma matricial de modo de mostrar a matriz que relacionam as tensões e correntes no emissor com as tensões e correntes no receptor, têm-se:

$$\begin{bmatrix} V_{\text{in}}(\omega) \\ I_{\text{in}}(\omega) \end{bmatrix} = \boldsymbol{H}_{\text{FDLine}} \begin{bmatrix} V_{\text{out}}(\omega) \\ I_{\text{out}}(\omega) \end{bmatrix} \tag{195}$$

onde o $\boldsymbol{H}_{\text{FDLine}}$ é a matriz dos parâmetros de transmissão do modelo JMarti (chamado FD-Line). Esta matriz, é de ordem 2 e seus elementos são calculados em (196).

$$\boldsymbol{H}_{\text{FDLine}} = \begin{bmatrix} A_{\text{FDLine}} & B_{\text{FDLine}} \\ C_{\text{FDLine}} & D_{\text{FDLine}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(H_{fit} + H_{fit}^{-1}\right) & Z_{fit,c}\left(H_{fit} - H_{fit}^{-1}\right) \\ Z_{fit,c}\left(H_{fit}^{-1} - H_{fit}\right) & \left(H_{fit} + H_{fit}^{-1}\right) \end{bmatrix} \tag{196}$$

Em (196), os termos $H_{fit}$ e $Z_{fit,c}$ são, respectivamente, a constante de propagação e a impedância característica ajustados pelo método de Bode, mostrados nas equações (163) e (162). A relação da tensão de entrada $V_{\text{in}}$ sobre a tensão de saída $V_{\text{out}}$ para o FD-Line é mostrado em (197).

$$\frac{V_{\text{out}}(\omega)}{V_{\text{in}}(\omega)} = 2[H_{fit}(\omega) + H_{fit}^{-1}(\omega)]^{-1} \tag{197}$$

# APÊNDICE H – MODELAGEM DA MATRIZ TRANSFORMAÇÃO IMPLEMENTADA NO ATPDRAW

Neste apêndice é apresentado o equacionamento da representação da matriz de transformação de Clarke e sua implementação em ATPDraw. A representação é feita por meio da conexão de transformadores ideais para modelar a relação das tensões e correntes entre a fase e o modo. O equacionamento e a representação pode ser implementada em qualquer programa de tipo EMTP.

A equação matricial que relaciona as tensões de fase com as tensões de modo é dado (198).

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \boldsymbol{T_V} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_z \end{bmatrix} \tag{198}$$

De (198) encontrados as equações que descrevem os circuitos das tensões de fase em função das tensões de modo são dados a seguir:

$$v_a = v_{a1} + v_{a2} + v_{a3} = \frac{2}{\sqrt{6}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} v_z \tag{199a}$$

$$v_b = v_{b1} + v_{b2} + v_{b3} = -\frac{1}{\sqrt{6}} v_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{1}{\sqrt{3}} v_z \tag{199b}$$

$$v_c = v_{c1} + v_{c2} + v_{c3} = -\frac{1}{\sqrt{6}} v_\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} v_\beta + \frac{1}{\sqrt{3}} v_z \tag{199c}$$

Da mesma forma, a equação que relaciona as correntes de modo com as correntes de fase é dado em (200).

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_z \end{bmatrix} = \boldsymbol{T_I}^{-1} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{200}$$

De (200) encontrados as equações que descrevem os circuitos das correntes de modo em função das correntes de fase e são dados a seguir:

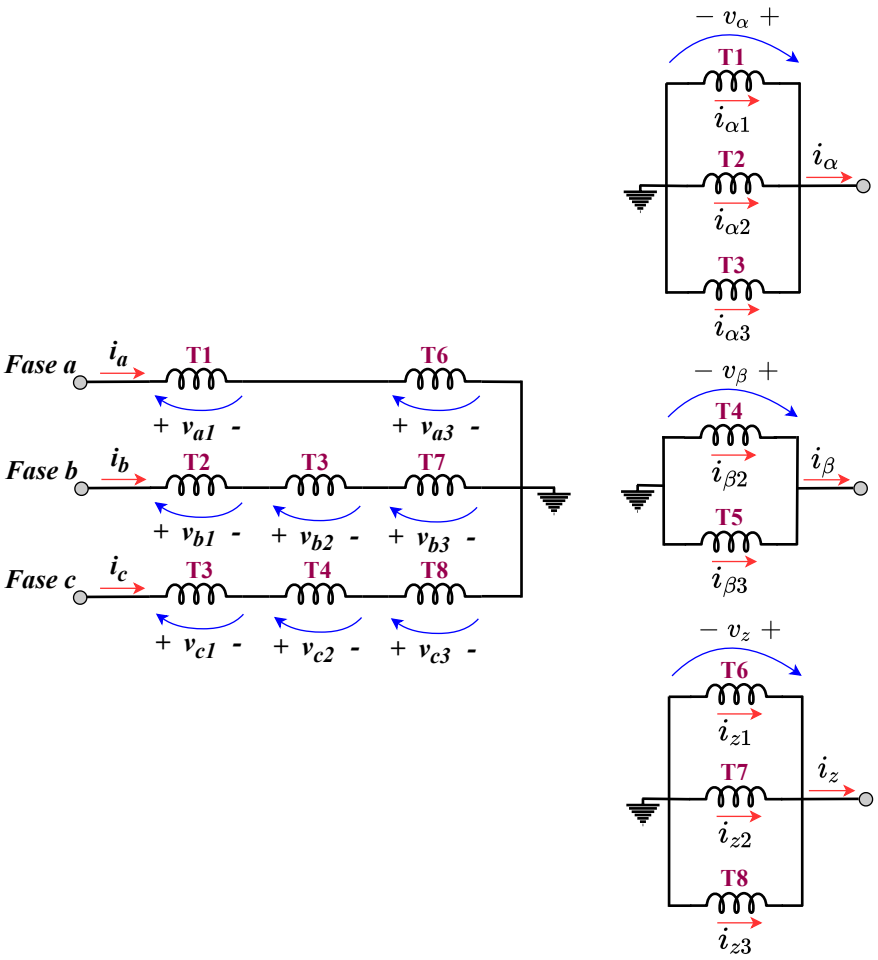
$$i_\alpha = i_{\alpha 1} + i_{\alpha 2} + i_{\alpha 3} = \frac{2}{\sqrt{6}} i_a - \frac{1}{\sqrt{6}} v_b - \frac{1}{\sqrt{6}} v_c \tag{201a}$$

$$i_\beta = i_{\beta 1} + i_{\beta 2} + i_{\beta 3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} v_b + \frac{1}{\sqrt{2}} v_c \tag{201b}$$

$$i_z = i_{z1} + i_{z2} + i_{z3} = \frac{1}{\sqrt{3}} v_a + \frac{1}{\sqrt{3}} v_b + \frac{1}{\sqrt{3}} v_c \tag{201c}$$

Das relações das tensões e correntes fase-modo das equações (199) e (201) obtemos os circuitos fase-modo do modelo da matriz transformação, mostrado na Figura 103.

Figura 103 – Relação entre fases e modos do modelo da matriz de transformadores.




Fonte: Elaboração do próprio autor.

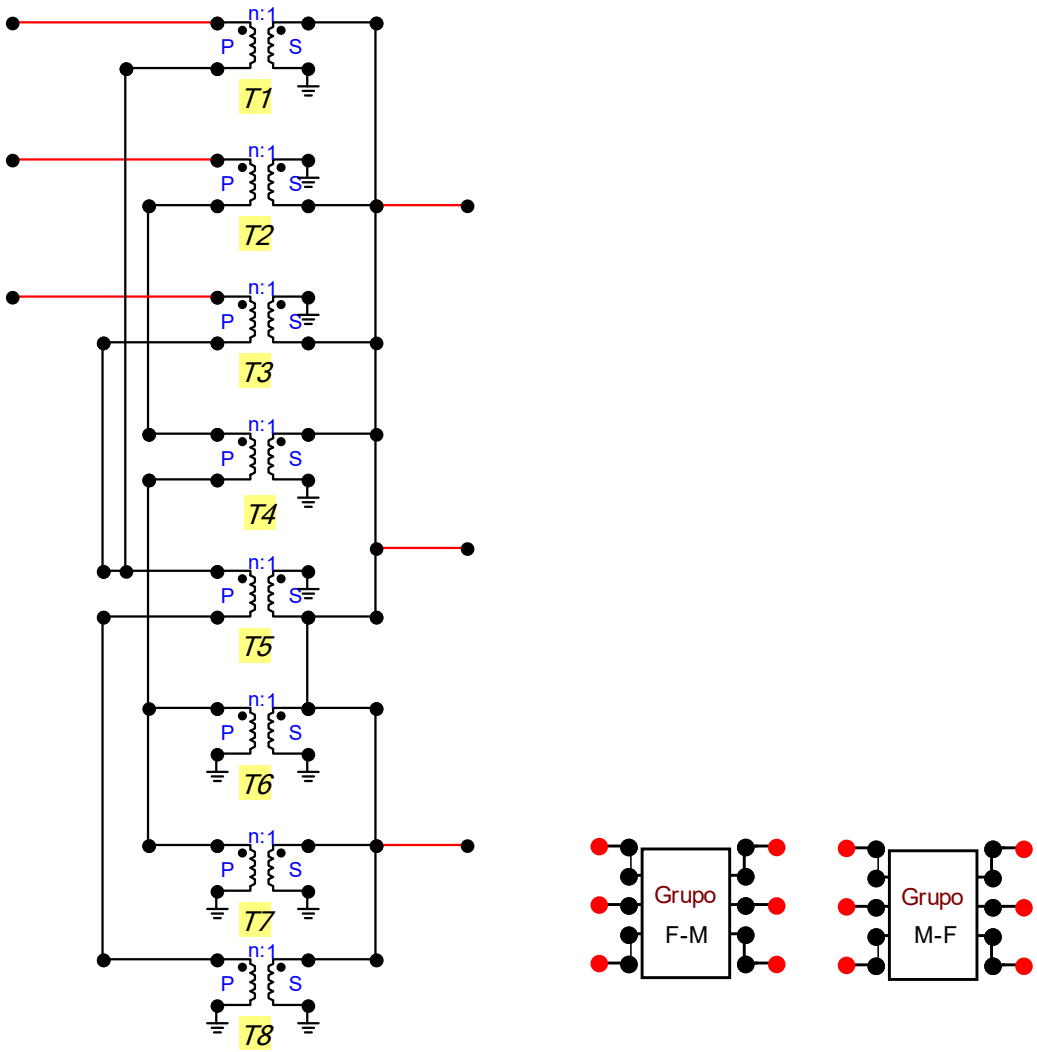
Como pode ser visto na Figura 103, o modelo da matriz transformação de clarke é representado com dois transformadores na fase a e três transformadores nas fases b e c, onde os transformadores devem ser conectados da seguinte maneira:

- As bobinas do lado primário de cada fase devem ser conectadas em série.
- As bobinas do lado secundário associadas ao mesmo modo devem ser conectadas em paralelo.

Observa-se também na Figura 103, que o modelo tem 8 transformadores ideais ($T1$, $T2$, $T3$, ..., $T8$) onde a relação de transformação ($N1/N2$) dos transformadores ideais são dadas pelas equações (199) e (201).

A implementação do circuito elétrico, observado na Figura 103, no ATPDraw é mostrado na Figura 104a. Onde os oito transformadores ideais são próprios do ATP e os seus dados correspondentes são as relações de transformação, mencionadas anteriormente, e suas polaridades. A Figura 104b mostra o agrupamento do circuito da Figura 104a em um único ícone chamado de grupo. Esse ícone foi usado em todas as simulações.

Figura 104 – Modelo da matriz de transformação implementado no ATPDraw.




(a) (b)

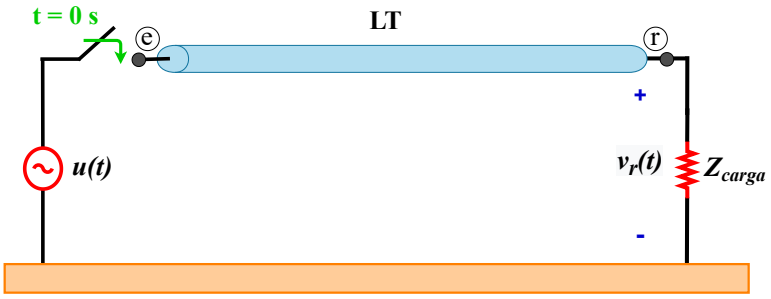
Fonte: Elaboração do próprio autor.

# APÊNDICE I – VALIDAÇÃO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO CURTAS

Neste apêndice é apresentado simulações de respostas transitórias para o caso de energização de uma linha de transmissão de curto comprimento. O intuito destas simulações é mostrar que ao usar os modelos CP-LPM e FD-LPM é possível usar passos de tempo de simulação $\Delta$t próximos ao tempo de transito $\tau$ da linha. Sendo, assim, esta uma vantagem respeito aos modelos a parâmetros distribuídos, tais como CP-Line e FD-Line.

Na Figura 105 é mostrado o cenário que foi usado para as simulações de validação da LT curta. Neste cenário é energizado a LT monofásica por uma fonte de tensão cossenoidal $u(t)$ de 1 p.u. de magnitude e frequência de 60 Hz. No terminal receptor a LT é conectada a uma carga $Z_{carga}$ de 4000 $\Omega$ e, neste terminal, são medidas as tensões transitórias $v_r(t)$.

Figura 105 – Energização da LT tendo carga linear no terminal receptor.

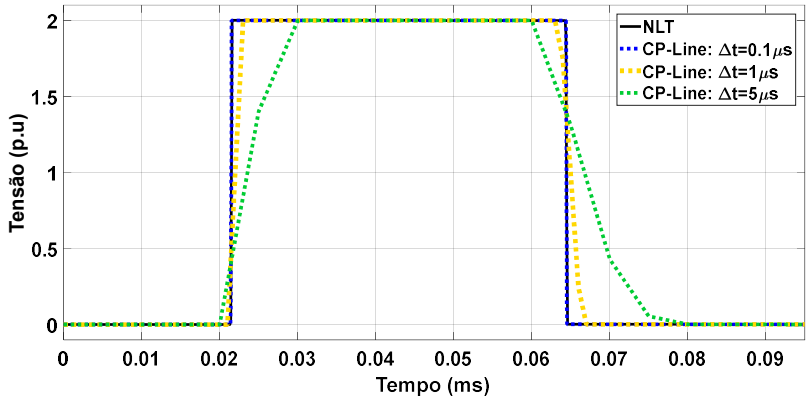



Fonte: Elaboração do próprio autor.

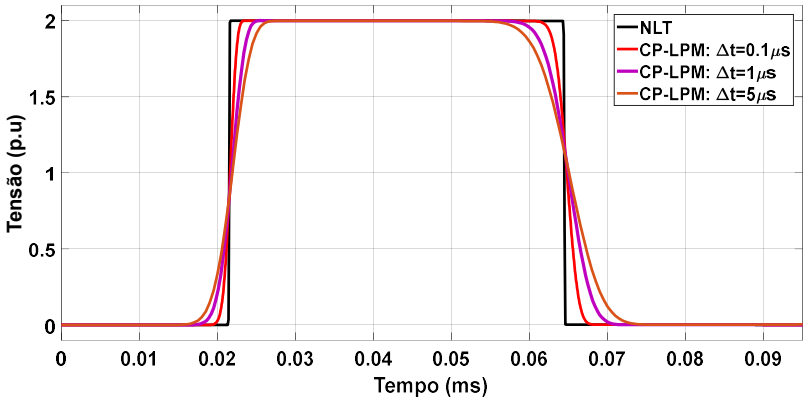
## A. Validação do modelo CP-LPM para uma LT de curto comprimento

Para está validação foi usada uma LT de 5 km de comprimento, sendo o tempo de transito ($\tau$) da linha próximo de 16.7 µs. Na Figura 106a e 106b são mostrados as tensões transitórias $v_r(t)$ para os modelos CP-Line e CP-LPM com diversos passos de tempo de simulação $\Delta$t comparados com o modelo exato no domínio da frequência convertidas para o tempo com a Transformada Numérica de Laplace (rotulada como NLT).

Figura 106 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para uma LT monofásica de 5 km de comprimento.




(a) Comparação do NLT com diversos Δt do modelo CP-Line



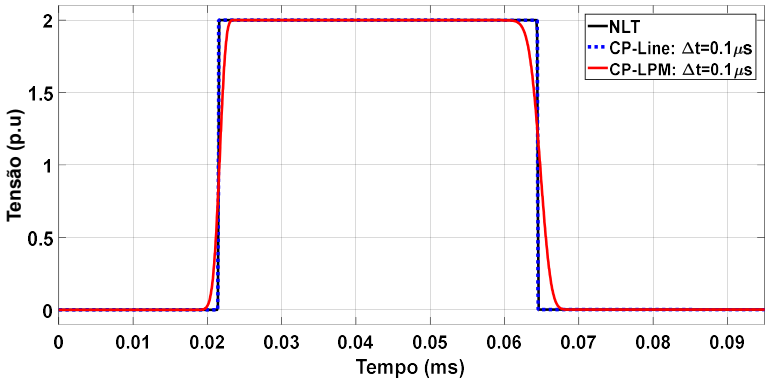

(b) Comparação do NLT com diversos Δt do modelo CP-LPM

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nota-se na Figura 106a que quanto maior o passo de tempo de simulação Δt, maior será a alteração da resposta transitória de tensão usando o modelo CP-Line. Sendo nossa referencia as curvas de NLT. Na Figura 106b, observa-se o mesmo comportamento para o modelo CP-LPM. No entanto, nota-se que a alteração com maior o passo de tempo de simulação Δt é pouca comparada com o modelo CP-Line.

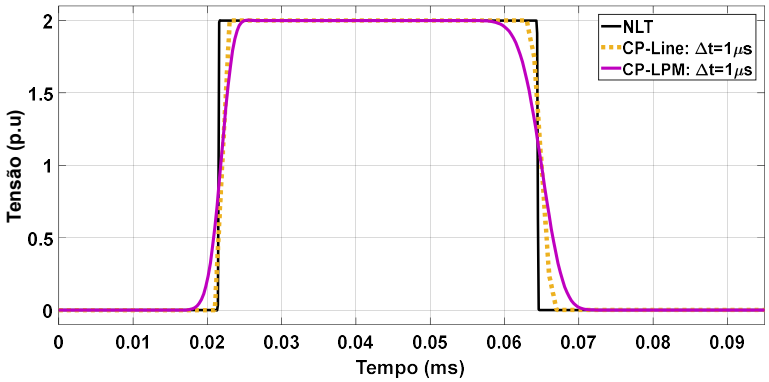
Nas Figuras 107, 108, 109 são mostradas as comparações dos modelos CP-Line e CP-LPM para os mesmos passos de tempo de simulação Δt. Dessas comparações nota-se que ao usar o maior destes passos de tempo de simulação (Δt=5$\mu$s), o modelo CP-LPM que é a curva de cor laranja tem pouca alteração na resposta transitória comparado com o CP-Line que é a curva de cor verde tracejada.

Figura 107 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com $\Delta$t=0.1$\mu$s e NLT.



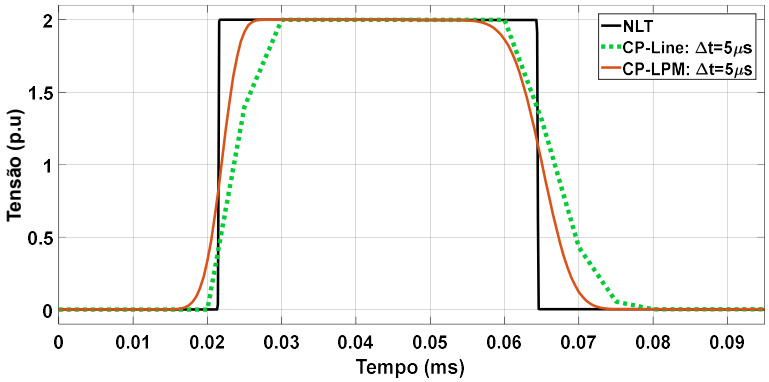

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 108 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com $\Delta$t=1$\mu$s e NLT.




Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 109 – Tensões transitórias dos modelos CP-Line e CP-LPM com $\Delta$t=5$\mu$s e NLT.

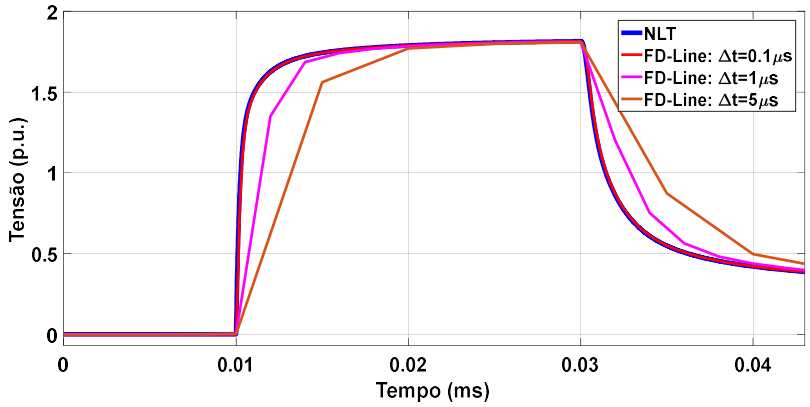



Fonte: Elaboração do próprio autor.

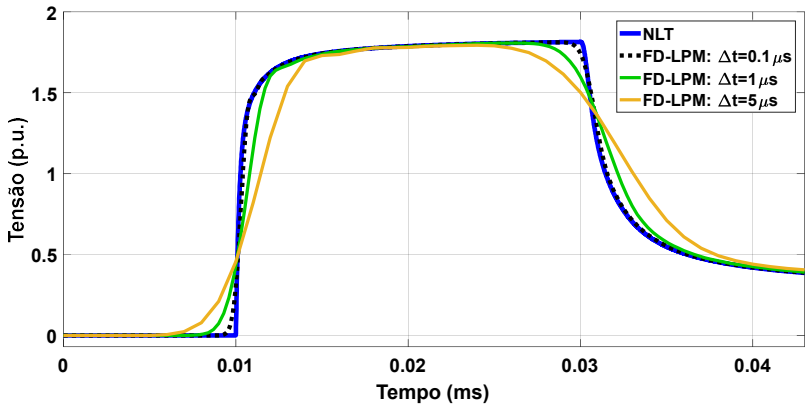
B. Validação do modelo FD-LPM para uma LT de curto comprimento

Para está validação foi usada uma LT de 3 km de comprimento, sendo o tempo de transito ($\tau$) da linha próximo de 10 µs. Na Figura 110a e 110b são mostrados as tensões transitórias $v_r(t)$ para os modelos FD-Line e FD-LPM com diversos passos de tempo de simulação $\Delta$t comparados com o modelo exato no domínio da frequência convertidas para o tempo com a Transformada Numérica de Laplace (rotulada como NLT).

Figura 110 – Tensões transitórias $v_r(t)$ para uma LT monofásica de 3 km de comprimento.




(a) Comparação do NLT com diversos $\Delta$t do modelo FD-Line

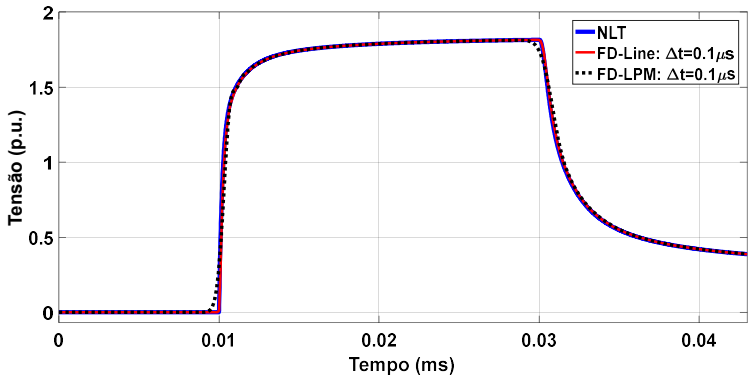



(b) Comparação do NLT com diversos $\Delta$t do modelo FD-LPM

Fonte: Elaboração do próprio autor.

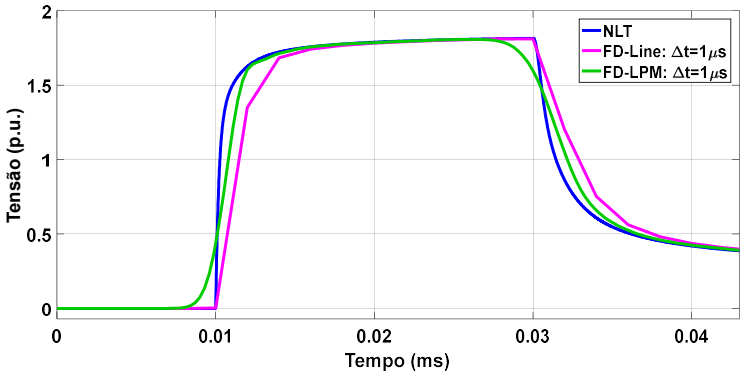
Nas Figuras 111, 112, 113 são mostradas as comparações dos modelos FD-Line e FD-LPM para os mesmos passos de tempo de simulação $\Delta$t. Dessas comparações nota-se que ao usar o maior destes passos de tempo de simulação ($\Delta$t=5$\mu$s), o modelo FD-LPM que é a curva de cor amarela tem pouca alteração na resposta transitória comparado com o FD-Line que é a curva de cor laranja.

Figura 111 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com $\Delta$t=0.1$\mu$s e NLT.



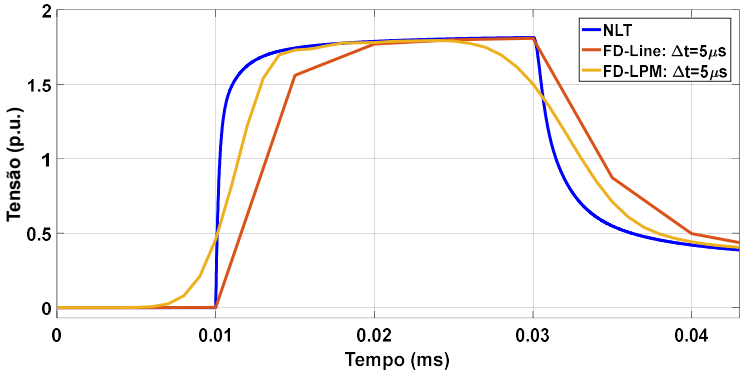

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 112 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com $\Delta$t=1$\mu$s e NLT.




Fonte: Elaboração do próprio autor.

Figura 113 – Tensões transitórias dos modelos FD-Line e FD-LPM com $\Delta$t=5$\mu$s e NLT.




Fonte: Elaboração do próprio autor.