**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP**

**Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS) – Campus de Ilha Solteira**

**Luís Fernando Taiacol Munhoz**

# Projeto e Otimização de um Conjunto Fuselagem-Cauda de um VANT AeroDesign.

Ilha Solteira-SP

2025

**Luís Fernando Taiacol Munhoz**

# Projeto e Otimização de um Conjunto Fuselagem-Cauda de um VANT AeroDesign.

Trabalho de Graduação apresentado à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador(a): Prof. Dr. Miguel Ângelo Menezes.

Ilha Solteira

2025

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

M966p

Munhoz, Luís Fernando Taiacol.
Projeto e otimização de um conjunto fuselagem- cauda de um VANT AeroDesign / Luís Fernando Taiacol Munhoz. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2026
141 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2026

Orientador: Miguel Ângelo Menezes

Inclui bibliografia

1. MEF. 2. VANT. 3. AeroDesing. 4. Fuselagem. 5. Tailboom.

Sandra Montibeller - CRB- 8/060

## IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

O desenvolvimento deste trabalho impacta diretamente novas áreas da engenharia no Brasil, no caso a área de drones e VANTs. Uma tecnologia nova que avança a passos largos em todos os ramos das atividades econômicas. O estudo dos materiais desenvolvidos neste trabalho é extremamente importante, pois possuem uma grande variação bibliografia, como no caso da madeira balsa, além de que neste trabalho demonstrou-se a aplicação de materiais compósitos, novidades na engenharia, em tecnologias de drones, desenvolvendo uma metodologia de projeto deste utilizando tais materiais.

## POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

The development of this work directly impacts new areas of engineering in Brazil, specifically the field of drones and UAVs (Unmanned Aerial Vehicles). This is a new technology that is advancing rapidly in all branches of economic activity. The study of the materials developed in this work is extremely important, as there is a wide range of bibliographic information available, such as balsa wood. Furthermore, this work demonstrated the application of composite materials, a novelty in engineering, in drone technologies, developing a design methodology for drones using such materials.

# ATA DE DEFESA DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Aos 13 dias do mês de Maio do ano de dois mil e vinte e seis, as 19h00min, por videoconferência, no Departamento de Engenharia Mecânica, do Campus da UNESP, da Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira, o discente **Luis Fernando Taiacol_Munhoz**, matriculado sob o número 201050391, tendo como banca examinadora, o orientador Prof. Ph.D. Miguel Ângelo Menezes, o Engenheiro Mecânico Rafael Santana de Paula (*Sylvano do Brasil Ltda*) e o Engenheiro Mecânico Heitor Nunes Rosa (The Pac Group Brasil Consultoria Ltda) apresentou o Trabalho de Graduação intitulado: "*Projeto e Otimização de um Conjunto Fuselagem-Cauda de um VANT AeroDesign*", obtendo o CONCEITO: Aprovado e a nota final 10,0 (Dez).

Por ser verdade, os membros da banca examinadora e o discente assinam em seguida.

Prof. Ph.D. Miguel Ângelo Menezes (Orientador)

Eng. Mec. Rafael Santana de Paula (Eldorado Brasil)

gov.br Documento assinado digitalmente
HEITOR NUNES ROSA
Data: 14/05/2026 00:26:12-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Eng. Mec. Heitor Nunes Rosa (The Pac Group Brasil Consultoria Ltda)

gov.br Documento assinado digitalmente
LUIS FERNANDO TAIACOL MUNHOZ
Data: 14/05/2026 13:44:33-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Luis Fernando Taiacol Munhoz (Discente)

Dedico este trabalho primeiramente à Deus, para minha família, Delmir José Gon Munhoz, meu pai, Gilmara Taiacol Munhoz, minha mãe, Evellyn Lacerda meu amor, à Equipe Zebra de AeroDesign, ao meu orientador que me apoiaram nesta trajetória.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à Equipe Zebra de Aerodesign e ao Professor Dr. Miguel Ângelo Menezes, que tiveram papel fundamental neste trabalho, também agradeço aos professores Emanuel Rocha Woiski, Christiane Marie Schweitzer, Célia Aparecida dos Reis, Márcio Bazani, por terem me apoiado na trajetória do curso que contribuíram para a realização deste projeto.

Também agradeço a todos que participaram do projeto de inovação tecnológica Herbistop, bem como seu coordenador o Prof. Dr. Douglas Domingues Bueno e a Empresa Jacto Máquinas Agrícolas pelo seu programa de estágio, ambos sendo fundamentais para minha formação onde aprendi diversos assuntos utilizados no projeto.

Também agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão das bolsas de pesquisa (processo XXX).

Por fim agradeço aos Departamentos de Engenharia Mecânica e Engenharia Elétrica por financiar o projeto Zebra bem como a SAE por realizar a competição SAE de Aerodesign.

“Do trabalho de tuas mãos comerás, feliz serás, e tudo te irá bem”
(Salmo 128:2).

## RESUMO

O presente Trabalho de Graduação teve como foco o projeto estrutural e a validação da geometria da fuselagem e cauda de um Veículo Aéreo Não Tripulado Cargueiro, desenvolvido para a participação na competição AeroDesign SAE. A pesquisa aborda uma área em rápida expansão na engenharia brasileira – a de drones e VANT's – e se concentrou no estudo de materiais com bibliografia escassa e complexa, como a madeira balsa e compósitos. O objetivo central foi elaborar e validar uma metodologia de projeto para o conjunto fuselagem-cauda, equilibrando fatores críticos como: resistência estrutural, leveza, aerodinâmica, espaço para carga/sistemas e viabilidade econômica. O trabalho utilizou uma abordagem multifacetada, combinando recursos analíticos, ferramentas de simulação numérica e critérios de falha específicos para materiais anisotrópicos. O projeto 3D foi desenvolvido nos *softwares SolidWorks* e PTC *Creo*. Uma pré-análise em Elementos Finitos no PTC *Creo Simulate* permitiu identificar pontos críticos e a inviabilidade de utilizar madeira balsa na geometria "caixão" devido à insuficiência de resistência a tensão máxima e ao cisalhamento. Isso levou à substituição pelo *Medium Density Fiberboard*. Códigos em *Python* foram desenvolvidos para o cálculo de membros de treliça (aproximando-se ao MEF) e para a análise de vigas do *Tailboom* (cauda) utilizando o Método das Equações Singulares, com validação cruzada no *software Linear Elements Structure Model*. A análise de validação final foi realizada no *PrePoMax*, utilizando o *solver CalculiX*, que confirmou a integridade estrutural da fuselagem em MDF. As tensões e os deslocamentos máximos se mantiveram em patamares seguros. O projeto comparou duas concepções de fuselagem: treliçada (em tubo de carbono) e tipo "caixão" (em chapa). Embora a fuselagem treliçada fosse tecnicamente superior em desempenho e peso , a decisão de engenharia final pendeu para a fuselagem "caixão" (MDF). Esta escolha se justificou pela sua vantagem de custo (10x mais barata que a opção em carbono) e maior facilidade construtiva e de manutenção, demonstrando que a solução mais eficiente nem sempre é a mais leve, mas sim aquela que atinge o melhor equilíbrio entre desempenho e viabilidade econômica e fabril. O estudo comprovou a robustez da metodologia de MEF e atingiu o objetivo de fornecer uma base técnica para futuros projetos da equipe.



**Palavras-chave:** MEF; VANT; *AeroDesign*; Fuselagem; *Tailboom*.

## ABSTRACT

The present Graduation Work focuses on the structural design and geometric validation of the fuselage and tail of a Cargo Unmanned Aerial Vehicle (UAV), developed for the SAE AeroDesign competition. The research addresses a rapidly expanding field in Brazilian engineering—drones and UAVs—and focuses on the study of materials with sparse and complex bibliography, such as balsa wood and composites. The primary objective was to develop and validate a design methodology for the fuselage-tail assembly, balancing critical factors such as structural strength, lightness, aerodynamics, payload/systems space, and economic viability. The study employed a multifaceted approach, combining analytical resources, numerical simulation tools, and specific failure criteria for anisotropic materials. The 3D design was developed using SolidWorks and PTC Creo software. A preliminary Finite Element Analysis (FEA) in PTC Creo Simulate identified critical points and the unfeasibility of using balsa wood in the "box" geometry due to insufficient resistance to maximum stress and shear. This led to its replacement with Medium Density Fiberboard (MDF). Python codes were developed for calculating truss members (approximating FEA) and for analyzing the tailboom beams using the Method of Singularity Equations, with cross-validation in the Linear Elements Structure Model (LESM) software. The final validation analysis was performed in PrePoMax using the CalculiX solver, confirming the structural integrity of the MDF fuselage, with maximum stresses and displacements remaining within safe levels. The project compared two fuselage concepts: truss-based (carbon fiber tube) and "box" type (sheet-based). Although the truss fuselage was technically superior in performance and weight, the final engineering decision favored the "box" fuselage (MDF). This choice was justified by its cost advantage (10x cheaper than the carbon option) and greater ease of construction and maintenance, demonstrating that the most efficient solution is not always the lightest, but the one that achieves the best balance between performance, economic viability, and manufacturing feasibility. The study proved the robustness of the FEA methodology and achieved the objective of providing a technical foundation for the team's future projects.



**Keywords:** FEA; UAV; AeroDesign; Fuselage; Tailboom.

## LISTA DE FIGURAS


| | | |
|---|---|---|
| Figura 1 | Monoplano, Biplano e Triplano | 38 |
| Figura 2 | Posições das Asas | 38 |
| Figura 3 | Tipos de Fuselagem | 40 |
| Figura 4 | Eixos de Referência | 45 |
| Figura 5 | Interface do LESM | 63 |
| Figura 6 | Problema Físico no LESM | 63 |
| Figura 7 | Fluxograma de Trabalho Software Python | 67 |
| Figura 8 | Pontos Analisados pelo Código em Python Vista em Secção | 68 |
| Figura 9 | Pontos analisados pelo código em Python vista perspectiva | 68 |
| Figura 10 | Importação dos Valores do LESM no Software Python | 70 |
| Figura 11 | Cálculo de Flambagem em Python | 72 |
| Figura 12 | Conexão da Cauda com a Fuselagem | 75 |
| Figura 13 | Esquematização da Cauda | 75 |
| Figura 14 | Desenho Técnico Fuselagem de 2022 | 81 |
| Figura 15 | Fuselagem em Treliça de Madeira Balsa (a), Fuselagem em Treliça de Fibra de Carbono (b) | 84 |
| Figura 16 | Fuselagem Caixote | 84 |
| Figura 17 | Compartimento de Carga | 84 |
| Figura 18 | Fuselagem Treliçada Final | 85 |

| | | |
|---|---|---|
| Figura 19 | Análise MEF pelo SolidWorks | 85 |
| Figura 20 | Duas Opções de Caudas, Madeira Balsa (a) e Tubo de Carbono (b) | 87 |
| Figura 21 | Conexão Fuselagem Treliçada e Cauda | 88 |
| Figura 22 | DCL da Fuselagem | 89 |
| Figura 23 | DCL da Fuselagem com Pouso em 1 Roda, 2 Rodas e 3 Rodas no Software LESM | 91 |
| Figura 24 | Deformação nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda | 91 |
| Figura 25 | Momento em Z nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda | 92 |
| Figura 26 | Momento em Y nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda | 92 |
| Figura 27 | Cortante em Z nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda | 93 |
| Figura 28 | Cortante em Y nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda | 93 |
| Figura 29 | Torsão nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda | 94 |
| Figura 30 | Força Axial nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda | 94 |
| Figura 31 | Desenho Técnico Fuselagem Treliçada | 95 |
| Figura 32 | DCL do Tailboom de Madeira no Software LESM | 96 |
| Figura 33 | Diagramas de Cortante do Tailboom de Madeira (a) e de Carbono (b) | 96 |

| | | |
|---|---|---|
| Figura 34 | Diagramas de Momento do Tailboom de Madeira (a) e de Carbono (b) | 97 |
| Figura 35 | Diagramas de Deflexão do Tailboom de Madeira (a) e de Carbono (b) | 97 |
| Figura 36 | Diagrama Cortante | 98 |
| Figura 37 | Diagrama Momento | 98 |
| Figura 38 | Deflexão Cauda de Madeira | 98 |
| Figura 39 | Deflexão Cauda de Carbono | 98 |
| Figura 40 | Fuselagem Completa | 100 |
| Figura 41 | Faces de Colagem | 100 |
| Figura 42 | Colagem Filete | 100 |
| Figura 43 | Bico | 101 |
| Figura 44 | Parede Corta Fogo | 101 |
| Figura 45 | Base | 102 |
| Figura 46 | Tubo Estrutural | 102 |
| Figura 47 | Cauda | 103 |
| Figura 48 | Apoio da Cauda | 103 |
| Figura 49 | Suporte Elétrico | 104 |
| Figura 50 | Desenho Técnico Parede Lateral | 104 |
| Figura 51 | Parede Lateral | 104 |
| Figura 52 | Fuselagem Montada | 105 |

Figura 53 Desenho Técnico Fuselagem Montada I 105

Figura 54 Desenho Técnico Fuselagem Montada II 106

Figura 55 Desenho Técnico Fuselagem Montada III 106

Figura 56 Desenho Técnico Fuselagem Montada IV 107

Figura 57 Desenho Técnico Fuselagem Montada V 107

Figura 58 União das Partes no MEF PTC Creo 108

Figura 59 Forças Aplicadas no Modelo MEF PTC Creo 109

Figura 60 Malha Gerada MEF PTC Creo 109

Figura 61 Resultados MEF PTC Creo 110

Figura 62 Detalhes dos Resultados MEF PTC Creo 110

Figura 63 Escala Resultados MEF PTC Creo 110

Figura 64 Tensão Máxima Principal MEF PTC Creo 111

Figura 65 Cisalhamento Máximo MEF PTC Creo 111

Figura 66 Deslocamentos MEF PTC Creo 112

Figura 67 Resultados Análise Modal MEF PTC Creo 112

Figura 68 Escala Resultado Análise Modal MEF PTC Creo 113

Figura 69 Detalhes Malha MEF PrePoMax 113

Figura 70 Malha MEF PrePoMax 114

Figura 71 Resultados Gerais MEF PrePoMax I 114

Figura 72 Resultados Gerais MEF PrePoMax II 115

Figura 73 Detalhes Resultados MEF PrePoMax 115

Figura 74 Concentradores de Tensão MEF PrePoMax 116

Figura 75 Máxima Principal MEF PrePoMax 116

Figura 76 Cisalhamento Máximo MEF PrePoMax 117

Figura 77 Deslocamento MEF PrePoMax 117

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – Propriedades Mecânicas dos Materiais Utilizados 79

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de Dados Exportados Pelo LESM 70

## LISTA DE EQUAÇÕES

(1) Matriz de Rigidez Global: $[K] \cdot \{u\} = [F]$

(2) Funções de Singularidade/Macaulay: $(x-a)^n = \begin{cases} (x-a)^n \; se \; x \geq a \\ 0 \; se \; x < a \end{cases}$

(3) Esforço Cortante: $V(x) = -\int w(x)dx$

(4) Momento Fletor: $M(x) = \int V(x)dx$

(5) Ângulo de Rotação: $\theta(x) = \frac{1}{EI} \cdot \int M(x)dx$

(6) Deflexão: $u(x) = \int \theta(x)dx$

(7) Lei de Hooke Generalizada: $\sigma = [E] \cdot$

(8) Tensor de Tensões de Cauchy: $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$

(9) Problema de Autovalor para Tensões Principais: $(\sigma - \sigma \cdot I) \cdot n = 0$

Matriz de Rigidez para Material Anisotrópico: $[K] =$

(10) $$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix}$$

Matriz de Rigidez Reduzida para Material Ortotrópico: $[K] =$

(11) $$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 & 0 \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix}$$

Matriz de Rigidez Simplificada para Estado Plano de Tensão:

(12) $$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}} & \frac{\upsilon_{12}E_1}{1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}} & 0 \\ \frac{\upsilon_{12}E_1}{1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}} & \frac{E_2}{1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

Matriz de Deformação Simplificada para Estado Plano de Tensão:

(13) $$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\upsilon_{21}/E_2 & 0 \\ -\upsilon_{21}/E_2 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

(14) Critério de Falha de Tsai-Hill: $\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{Z}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 \leq 1$

(15) Tensão de Von Mises: $\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$

(16) Critério de Falha de Rankine: $|\sigma_1| \leq S_t \; ou \; |\sigma_3| \leq S_c$

(17) Critério de Falha de Tsai-Wu: $RF = F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\tau_{12} + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 \leq 1$

(18) Área (Seção Circular Vazada): $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$

(19) Área (Seção Retangular Vazada): $A = b \cdot h - b_i \cdot h_i$

(20) Momento de Inércia (Seção Circular Vazada): $I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$

(21) Momento de Inércia (Seção Retangular Vazada): $I = \frac{1}{12}(b \cdot h^3 - b_i h_i^3)$

(22) Momento Polar de Inércia (Seção Circular Vazada): $J = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$

(23) Momento Polar de Inércia (Seção Retangular Vazada): $J = \frac{b \cdot h}{12}(h^2 + b^2) - \frac{b_i \cdot h_i}{12}\left({h_i}^2 + {b_i}^2\right)$

(24) Momento Estático de Área: $Q_i = \sum \overline{y} . A'$

(25) Tensão Normal por Flexão: $\sigma = \frac{M \cdot c}{I}$

(26) Tensão Normal por Força Axial: $\sigma = \frac{F}{A}$

(27) Tensão Cisalhante por Torção: $\tau = \frac{M \cdot c}{J}$

(28) Tensão Cisalhante Transversal: $\tau = \frac{F \cdot Q}{I \cdot t}$

(29) Área (Seção Quadrada de Balsa): $A = z \cdot y$

(30) Área (Tubos de Carbono): $A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{D_2}{2}\right)^2$

(31) Momento de Inércia em $z$ (Balsa): $I_z = \frac{y \cdot z^3}{12}$

(32) Momento de Inércia em $y$ (Balsa): $I_y = \frac{z \cdot y^3}{12}$

(33) Momento de Inércia em $z$ e $y$ (Carbono): $I_z = I_y = \frac{\pi}{64}\left(D^4 - {D_2}^4\right)$

(34) Momento Polar de Inércia (Geral): $J = I_z + I_y$

(35) Comprimento da Seção Circular: $t = \pi \frac{D}{2}$

Momento Estático de Área (Q) para Tubo Circular:

(36) $$Q = \left(\frac{\pi}{2} D^2\right) . \left(\frac{4 \frac{D}{2}}{3\pi}\right) - \left(\frac{\pi}{2} {D_2}^2\right) . \left(\frac{4 \frac{D_2}{2}}{3\pi}\right)$$

(37) Força Crítica de Flambagem: $F_x \leq F_{cr} = I \cdot E \cdot \frac{\pi^2}{L^2}$

(38) Percentual de Excesso (Flambagem): $k = \frac{F_{cr} - F_x}{F_{cr}} \cdot 100$

(39) Tensor de Tensão no Ponto Central (simplificada): $\sigma = \begin{bmatrix} \frac{F_X}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(40) Momento Estático de Área no Ponto Superior (Balsa): $Q_y = \frac{z}{2} \cdot \frac{A}{I_y \cdot H}$

(41) Momento Estático de Área no Ponto Superior (Balsa): $Q_z = \frac{z}{2} \cdot \frac{A}{I_z \cdot H_2}$

Tensor de Tensão no Ponto Superior da Viga: $\sigma =$

(42) $$\begin{bmatrix} \frac{F_X}{A} + \frac{M_z.y}{I} & \frac{F_y.Q}{I.t} & \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_x.y}{J} \\ \frac{F_y.Q}{I.t} & 0 & 0 \\ \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_y.y}{J} & 0 & \frac{M_y.y}{I} \end{bmatrix}$$

(43) Momento Estático de Área no Ponto Lateral (Balsa): $Q_y = \frac{y}{2} \cdot \frac{A}{I_y \cdot H}$

(44) Momento Estático de Área no Ponto Lateral (Balsa): $Q_z = \frac{y}{2} \cdot \frac{A}{I_z \cdot H_2}$

Tensor de Tensão no Ponto Lateral da Seção: $\sigma =$

(45) $$\begin{bmatrix} \frac{F_X}{A} + \frac{M_z.y}{I} - \frac{M_y.z}{I} & \frac{F_y.Q}{I.t} + \frac{M_x.z}{J} & \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_y.z}{J} \\ \frac{F_y.Q}{I.t} + \frac{M_x.z}{J} & 0 & 0 \\ \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_y.z}{J} & 0 & \frac{M_y.z}{I} \end{bmatrix}$$

(46) Momento Estático de Área no Ponto Diagonal (Balsa): $Q_y = \frac{y}{2} \cdot \frac{A}{I_y \cdot H}$

(47) Momento Estático de Área no Ponto Diagonal (Balsa): $Q_z = \frac{y}{2} \cdot \frac{A}{I_z \cdot H_2}$

Tensor de Tensão no Ponto Lateral Superior na Diagonal:$\sigma =$

(48) $$\begin{bmatrix} \frac{F_X}{A} + \frac{M_z.y}{I} - \frac{M_y.z}{I} & \frac{F_y.Q}{I.t} + \frac{M_y.z}{J} & \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_x.\sqrt{(z^2+y^2)}}{J} \\ \frac{F_y.Q}{I.t} + \frac{M_y.z}{J} & 0 & 0 \\ \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_x.\sqrt{(z^2+y^2)}}{J} & 0 & \frac{M_y.z}{I} \end{bmatrix}$$

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---|---|
| CAD | *Computer-Aided Design* (Projeto Auxiliado por Computador) |
| CAE | *Computer-Aided Engineering* (Engenharia Assistida por Computador) |
| MDF | *Medium Density Fiberboard* |
| CG | Centro de Gravidade |
| DCL | Diagrama de Corpo Livre |
| DFM | Design para Manufatura |
| FEA | *Finite Element Analysis* (Análise por Elementos Finitos) |
| GD&T | Tolerâncias geométricas e de formas |
| GUI | Interface Gráfica de Usuário |
| IDE | Ambiente de Desenvolvimento Integrado |
| LESM | *Linear Elements Structure Model* |
| MEF | Método dos Elementos Finitos |
| SAE | Sociedade de Engenheiros da Automação |
| SCL | Sistema de Coordenadas Local |
| VANT | Veículo Aéreo Não Tripulado |

## LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|---|---|
| $K$ | Matriz de Rigidez Global |
| $u$ | Vetor de Deslocamentos Nodais |
| $F$ | Vetor de Forças Nodal Equivalentes (Carregamentos aplicados) |
| $x$ | Posição ao longo do eixo da viga |
| $a$ | Posição onde o carregamento começa ou é aplicado |
| $n$ | Expoente na função de singularidade (define o tipo de carga) |
| $w(x)$ | Função de Carregamento |
| $V$ ou $V(x)$ | Esforço Cortante |
| $M$ ou $M(x)$ | Momento Fletor |
| $\theta$ ou $\theta(x)$ | Ângulo de Rotação |
| $u$ ou $u(x)$ | Deflexão (Deslocamento vertical) |
| $E$ | Módulo de Elasticidade |
| $I$ | Momento de Inércia |
| $\sigma$ | Tensão (Geral ou Tensor de Tensões de Cauchy) |
| $\epsilon$ | Deformação (Geral ou Tensor de Deformação) |
| $\sigma_{ii}$ | Tensões normais ou tensões principais |
| $\tau_{ij}$ | Tensões cisalhantes |
| $I$ | Matriz Identidade |

| | |
|---|---|
| $n$ | Autovetores (Direções principais) |
| $E_1, E_2, E_3$ | Módulos de elasticidade nas direções principais do material anisotrópico |
| $G_{12}, G_{13}, G_{23}$ | Módulos de Cisalhamento |
| $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ | Coeficientes de Poisson |
| $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ | Tensões Principais |
| $\sigma_v$ | Tensão de Von Mises |
| $S_t$ | Limite de resistência à Tração |
| $S_c$ | Limite de resistência à Compressão |
| $X, Y, Z$ | Limites de resistência à tração e à compressão nas direções principais (Critério de Tsai-Hill) |
| $S_{12}, S_{13}, S_{23}$ | Limites de resistência ao Cisalhamento (Critério de Tsai-Hill) |
| $RF$ | Reserva de Força (Critério de Tsai-Wu) |
| $A$ | Área da Seção Transversal |
| $J$ | Momento Polar de Inércia |
| $Q$ | Momento Estático de Área |
| $D$ | Diâmetro externo (tubo) |
| $d$ | Diâmetro interno (tubo) |
| $b$ | Menor lado da seção retangular (externo) |
| $h$ | Maior lado da seção retangular (externo) |
| $b_i$ | Dimensão interna da seção retangular (Menor Lado) |

| | |
|---|---|
| $h_i$ | Dimensão interna  da secção retangular(maior lado) |
| $c$ | Distância do ponto analisado até a linha neutra na seção |
| $t$ | Comprimento da seção |
| $F_{cr}$ | Força crítica para flambagem |
| $k$ | Percentual de excesso da força aplicada em relação ao limite de flambagem |
| $\alpha$ | Ângulo de inclinação da cauda |

**SUMÁRIO**

1. INTRODUÇÃO ..... 29
2. OBJETIVOS ..... 32
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA ..... 33
3.1. VEÍCULOS AÉREOS NÃO TRIPULADOS ..... 33
3.2. EQUIPE SAE *AERODESIGN* ..... 34
3.3. REQUISITOS DA MISSÃO ..... 35
3.4. FUSELAGEM E CAUDA NO *AERODESIGN* ..... 37
3.5. GEOMETRIAS BÁSICAS DE FUSELAGENS E *TAILBOOMS* ..... 38
3.6. Fundamentos do Método dos Elementos Finitos (MEF/FEA) ..... 41
3.7. Mecânica dos Sólidos ..... 42
3.7.1. Método das Equações Singulares e Diagramas de Esforço ..... 42
3.7.2. Tensores: Fundamento Matemático da Tensão e Deformação ..... 44
3.8. Materiais Anisotrópicos ..... 46
3.9. Critérios de Falha ..... 48
3.9.1. Von Mises e Deformação Máxima ..... 49
**3.9.2.** Rankine e Tsai Wu ..... 49
3.10. Propriedades Geométricas de Seções Vazadas (Tubos e Caixões) 50
4. MATERIAIS E MÉTODO ..... 53
*4.1. SolidWorks* ..... 53
**4.1.1.** Finalidade e Aplicações na Engenharia ..... 53
**4.1.2.** Modelagem de Peças (*Part*) ..... 54
**4.1.3.** Montagem de Componentes (Assembly) ..... 54
**4.1.4.** Documentação para Manufatura: Desenhos 2D ..... 55
4.1.5. Análise Estrutural (*SolidWorks Simulation*) ..... 55
4.2. PTC *Creo*: Modelagem, Documentação e Análise Estrutural ..... 56

4.2.1. Modelagem 3D .....56
4.2.2. Modelagem 2D .....57
4.2.3. *Creo Simulate* (FEA).....57
4.3. *PrePoMax*: Análise Estrutural por Elementos Finitos do VANT .....58
4.3.1. Metodologia de Análise Estrutural com *PrePoMax*.....58
**4.3.2.** Materiais Anisotrópicos no *Prepomax* .....60
***4.3.3.*** *CalculiX*.....62
4.4. LESM *Linear Elements Structure Model* .....63
**4.4.1.** Finalidade e Aplicações no Projeto.....63
**4.4.2.** O Ambiente de Desenvolvimento Integrado (IDE) *Spyder*.....67
4.5. Código em *Python* para cálculo de membros de treliça por MEF. .....68
4.6. Código em *Python* para cálculo do *Tailboom*.....75
5. RESULTADOS E DISCUSSÔES .....79
5.1. Capacidade e processos fabris disponíveis .....79
5.1.1. Materiais .....79
5.1.2. Processos .....81
5.2. Contexto Histórico.....82
5.3. Projeto conceitual .....83
5.3.1. Geometria da Fuselagem e Processos de Construção .....85
5.3.2. *Tailboom* e Conexão com a Fuselagem .....88
5.4. Cargas e Diagrama de Corpo Livre .....90
5.5. Projeto da Fuselagem Treliçada .....91
5.6. Cálculo das caudas.....97
5.7. Projeto da Fuselagem Caixão.....101
5.8. Análise Fabril .....101
5.9. MEF no PTC *Creo* .....110
5.10. FEA no *PrePoMax*.....115

6. CONCLUSÂO ..... 121
6.1. Sugestões para Futuros trabalhos ..... 122
REFERÊNCIAS ..... 124
Bibliografia Consultada ..... 128
GLOSSÁRIO ..... 130
APÊNDICE B CODIGO PARA CÁLCULO DE TAILBOOM ..... 137

# 1. INTRODUÇÃO

Atualmente o uso de aeronaves rádio controladas (VANTs) cresce de forma muito rápida devido aos recentes avanços tecnológicos na indústria aeroespacial, porém carece de diversos dados, por se tratar de uma área de estudos muito recente na história.

A evolução dos Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) e drones tem sido notável nas últimas décadas, impulsionada por avanços tecnológicos em diversas áreas da engenharia. Nesse contexto, o estudo das estruturas e materiais utilizados nessas aeronaves assume um papel crucial, impactando diretamente no desempenho, segurança e viabilidade de suas aplicações.

A otimização de estruturas e a seleção de materiais adequados são fundamentais para garantir a eficiência e a leveza dos drones e VANTs. A busca por materiais com alta resistência mecânica e baixa densidade, como compósitos de fibra de carbono e ligas de alumínio, permite a construção de aeronaves com fuselagens e caudas mais leves e aerodinâmicas, resultando em maior autonomia de voo e capacidade de carga.

Além disso, a análise estrutural e a simulação computacional desempenham um papel crucial no projeto e na otimização de drones e VANTs. O uso de *softwares* de engenharia permite avaliar o comportamento das fuselagens e caudas sob diferentes condições de voo, identificar pontos críticos de tensão e deformação, e otimizar o *design* para garantir a segurança e a confiabilidade das aeronaves.

A pesquisa em estruturas e materiais para drones e VANTs também se concentra no desenvolvimento de soluções inovadoras, como o uso de compósitos avançados e estruturas adaptativas. Compósitos avançados, como os de matriz polimérica reforçada com fibras de alta resistência, podem ser utilizados para criar fuselagens e caudas que se adaptam as condições de voo, otimizando o desempenho aerodinâmico e a eficiência energética. Já as estruturas adaptativas, como caudas com geometria variável, permitem ajustar a forma da aeronave em tempo real, melhorando a manobrabilidade e a estabilidade em diferentes regimes de voo.

Dito isso, no campus universitário local, diversos projetos de competição são desenvolvidos com intuito de promover o envolvimento dos alunos com projetos e pesquisas que resultam em impactos na sociedade como um todo. Dentre esses projetos de competição, destaca-se o projeto da Equipe ZEBRA SAE de *AeroDesign*.

Os grupos SAE são equipes de pesquisa e tecnologia que, além de desenvolver tecnologia, buscam criar projetos viáveis tanto em termos econômicos quanto funcionais. Junto com o desenvolvimento e estudo, os alunos também se preparam para competições que testam suas habilidades e mostram o quanto ainda precisam aprender para, no futuro, serem capazes de criar e implementar projetos inovadores que tragam benefícios à sociedade. Essas competições são organizadas pela Sociedade de Engenheiros da Automação (SAE), uma associação internacional, atuando nas áreas de mobilidade, incluindo as indústrias espacial, automotiva e de veículos comerciais.

A fim de buscar um bom posicionamento entre as equipes participantes, a Equipe de *AeroDesign* do Campus local, é dividida em áreas específicas, sendo elas Desempenho, Aerodinâmica, Estruturas, Estabilidade e Administrativo. Dentre essas, a área voltada ao estudo e projeto estrutural da aeronave, além de ser a responsável por realizar ensaios mecânicos e de materiais é estruturas. Além disso, cada área se preocupa, não apenas, em desenvolver um projeto e realizar a construção de uma aeronave não tripulada, mas também, em solucionar, em conjunto com toda a equipe, os problemas envolvidos durante todo esse processo.

Atualmente o setor de estruturas possui um projeto analítico satisfatório, a exceção do conjunto fuselagem-cauda, devido sua geometria mais complexa, pois seu projeto necessita equilibrar resistência estrutural, leveza, perfil aerodinâmico, espaço para transporte de carga e sistemas embarcados além de ser economicamente viável, trabalhar tais características para obter um projeto ideal é demasiadamente complexo; além do fato de se utilizar materiais compósitos anisotrópicos (propriedades distintas em cada eixo de coordenada), como fibra de carbono, madeira balsa e impressão 3D para obter o menor peso possível, atendendo as necessidades estruturais e financeiras. Isto posto, pretende-se elaborar o projeto desse conjunto, utilizando recursos analíticos de uma situação simplificada, análise numérica por elementos finitos e por fim, análises experimentais para validação do projeto na situação real, a fim de se obter a aeronave mais competitiva possível, levando em conta todos os fatores apresentados.

Dessa forma, o foco do trabalho é elaborar tal projeto e validar uma metodologia para que possa ser continuamente aprimorada, com um foco também grande no estudo dos materiais e na sua seleção, pois, materiais que relacionam resistência

mecânica e peso específico de forma satisfatória para a indústria aeronáutica são pouco estudados, por serem muito recentes, além de serem de elevado custo; portanto, para um bom projeto é necessário ter um bom conhecimento dos materiais utilizados e além disto; pode ser necessário ensaia-los, como por exemplo o ensaio de tração, para obter suas propriedades e comportamentos, uma vez que a literatura carece de informações da mesma, como foi desenvolvido em trabalhos anteriores do mesmo candidato, ao analisar características da madeira balsa, material muito utilizado para construção de pequenos VANTs e *AeroDesigns*, devido sua excelente relação resistência mecânica e peso específico.

## 2. OBJETIVOS

São objetivos do presente trabalho:

- Desenvolver e validar uma nova metodologia para o projeto da Fuselagem e Cauda de um Veículo Aéreo Não tripulado – VANT;
- Comparar duas concepções de Fuselagem: - em treliça e em caixão;
- Empregar uma abordagem mais robusta e ampla, que combine recursos analíticos e ferramentas de simulação numérica, no tratamento e critérios de falhas específicos de materiais anisotrópicos.

# 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será discutido conceitos e fundamentos básicos, necessários para a compreensão das atividades desenvolvidas.

## 3.1. VEÍCULOS AÉREOS NÃO TRIPULADOS

VANTs (Veículos Aéreos Não Tripulados), mais conhecidos como drones, são aeronaves que operam sem um piloto a bordo. Eles são controlados remotamente por um operador ou, em alguns casos, programados para voar de forma autônoma utilizando sistemas de navegação e sensores avançados além de Inteligências Artificiais. Os VANTs são classificados em diferentes categorias, dependendo do seu tamanho, alcance e propósito. Eles variam desde pequenos drones de hobby até grandes aeronaves militares e comerciais. Dentre esses modelos, tem-se:

Drones de Reconhecimento e Monitoramento: Usados para coletar imagens ou dados em áreas de difícil acesso ou em missões de vigilância. Eles podem ser utilizados, por exemplo, na agricultura, para monitoramento de plantações, ou na segurança pública para patrulhas aéreas.

Drones de Transporte: Alguns VANTs são projetados para transportar cargas, como pacotes e mercadorias. Empresas como o Google e a Amazon estão explorando essa aplicação para criar sistemas de entrega aérea de pacotes.

Drones de Inspeção: São usados em setores como a energia (para inspeção de torres de energia eólicas ou linhas de transmissão), infraestrutura (inspeção de pontes, edifícios, etc.), e até em plataformas *offshore*, para verificar a condição de equipamentos.

Drones de Uso Militar: No campo militar, os VANTs são amplamente utilizados para missões de reconhecimento, vigilância, ataques de precisão, missões de busca e salvamento e até como sistemas de defesa. São uma ferramenta essencial para a coleta de informações sem expor os operadores ao risco.

## 3.2. EQUIPE SAE *AERODESIGN*

Os grupos SAE são alguns dos grupos de pesquisa e tecnologia, que além de produzir tecnologia, trabalham para realizar projetos viáveis tanto, economicamente, quanto funcionalmente. Em conjunto com o estudo e projeto, os alunos são preparados para as competições, as quais expõem o quão capacitados seus participantes devem ser e o quanto ainda devem evoluir, a fim de futuramente, ser capazes de idealizar e executar novos projetos significativos que beneficiem a sociedade. As competições são organizadas pela Sociedade de Engenheiros da Automação – SAE, uma associação internacional que possui mais de 128.000 engenheiros e técnicos vinculados as áreas da mobilidade, sendo essas Indústrias Espacial, Automotiva e de Veículos Comerciais (SAE Brasil), (SAE *International*).

Um dos intuitos das competições SAE é, justamente, desenvolver pessoas e tecnologia para futuramente se encaixarem no mercado de trabalho, mais pontualmente, no setor industrial da mobilidade. Uma das competições é a do AeroDesign SAE BRASIL, a qual prioriza o conhecimento e desenvolvimento de conceitos aeronáuticos, focando os estudos no projeto e confecção de um VANT do tipo cargueiro, com o objetivo de transportar maior quantidade de carga dada numa missão de voo pré-estabelecida. Atualmente, tal competição conta com 91 equipes escritas, dentre elas brasileiras e internacionais, proporcionando a seus participantes um contato direto com problemas de engenharia visando desenvolvimento científico, técnico e pessoal dos mesmos (SAE Brasil), (SAE *International*).

A fim de buscar um bom posicionamento entre as equipes participantes, a Equipe de *AeroDesign* do Campus de Ilha Solteira, é dividida em áreas específicas, as quais são: - Desempenho, Aerodinâmica, Estruturas, Estabilidade e Administrativa. Dentre essas, a área de estruturas é voltada ao estudo e projeto estrutural da aeronave, além de ser a responsável por realizar ensaios mecânicos e de materiais. Além disso, cada área se preocupa, não apenas, em desenvolver um projeto e realizar a construção de uma aeronave não tripulada, mas também, em solucionar, em conjunto com toda a equipe, os problemas envolvidos durante todo o processo.

## 3.3. REQUISITOS DA MISSÃO

A Classe Regular da competição SAE *AeroDesign* é um verdadeiro desafio para as equipes, pois exige que elas projetem aeronaves capazes de transportar o maior peso possível, mas sem ultrapassar os limites rigorosos impostos pela competição. O principal objetivo dessa missão é criar um modelo de aeronave que seja eficiente o suficiente para carregar uma carga útil significativa, e ao mesmo tempo leve. A grande questão aqui é encontrar o equilíbrio entre leveza e resistência, a aeronave precisa ser robusta, mas não pode ser excessivamente pesada, pois isso reduziria a quantidade de carga útil que ela poderia carregar (SAE Brasil), (SAE *International*).

Para que a aeronave consiga suportar o peso e as forças envolvidas durante o voo, sua estrutura deve ser construída com materiais leves, mas altamente resistentes. Essa escolha de materiais é fundamental para garantir a segurança e a durabilidade da aeronave, especialmente durante as fases de decolagem e pouso, que são os momentos de maior solicitação. Se a estrutura não for robusta o suficiente, pode comprometer a integridade da aeronave, colocando em risco o sucesso da missão. Além disso, como a aeronave precisa carregar cargas significativas, ela precisa ser projetada para ser estável e fácil de controlar. Isso significa que ela não pode apresentar comportamentos errôneos durante o voo que exijam correções constantes do piloto e prejudicial ao desempenho. Portanto, o projeto da aeronave deve garantir que ela seja manobrável, segura e previsível durante todo o trajeto, desde a decolagem até o pouso.

Um dos desafios mais interessantes dessa competição é a necessidade de eficiência no desempenho O *Aerodesign* precisa ser capaz de carregar a carga útil, mas também deve ser capaz de voar por um tempo considerável sem a necessidade de reabastecimento ou recarga frequente. Isso exige que o sistema de propulsão seja altamente eficiente, o que significa que a equipe deve escolher motores ou sistemas de energia que combinem potência com baixo consumo. Se a aeronave não for eficiente, ela terá um alcance limitado e isso pode prejudicar sua capacidade de cumprir a missão. Nesse contexto, a escolha entre motores a combustão e elétricos se torna crucial, pois cada tipo de propulsão tem suas vantagens e desvantagens, e a equipe precisa determinar qual é a melhor opção para o seu projeto.

Além da questão do desempenho, a aerodinâmica também desempenha um papel fundamental. Existem restrições rigorosas quanto as dimensões da aeronave, como o comprimento, a envergadura das asas e a altura. Essas limitações exigem que as equipes sejam criativas ao projetar, sempre buscando a melhor forma de adaptar as proporções da estrutura para garantir que ela tenha a maior eficiência aerodinâmica possível. Isso significa que é preciso entender como a forma das asas, o posicionamento do motor e outros detalhes do *design* podem afetar a desempenho da aeronave durante o voo, principalmente em termos de sustentação e arrasto.

Outro aspecto importante da competição é a apresentação do relatório técnico. Durante o evento, cada equipe deve apresentar um documento detalhado explicando todo o processo de desenvolvimento do projeto. Esse relatório deve incluir os cálculos que sustentam as escolhas feitas, a escolha dos materiais e os testes realizados para garantir a segurança e a funcionalidade do modelo. Essa apresentação é uma oportunidade para a equipe demonstrar seu entendimento técnico e científico do processo de *design* e da aeronáutica em geral, mostrando como cada decisão foi tomada para alcançar o melhor desempenho possível dentro das regras da competição.

Quando chega o momento da competição, as aeronaves passam por uma série de testes de voo práticos, onde elas são desafiadas a cumprir a missão de transportar a carga com eficiência, estabilidade e segurança. As equipes observam atentamente como a aeronave se comporta durante o voo, desde o momento da decolagem até o pouso, avaliando a manobrabilidade, o tempo de voo e a capacidade de carga transportada. O sucesso da missão depende do equilíbrio entre os vários aspectos do projeto, em resumo o projeto deve contemplar a leveza, embora resistente, eficiente, estável e com boa capacidade de carga.

Portanto, o grande desafio da Classe Regular da SAE *AeroDesign* é criar uma aeronave que combine inovação e conhecimento técnico, conseguindo transportar o maior peso possível dentro das limitações de peso e dimensões impostas pela competição. Cada decisão de projeto desde a escolha dos materiais até a configuração das asas tem um impacto direto no desempenho. As equipes precisam equilibrar a teoria com a prática, aplicando os conceitos aprendidos em sala de aula de maneira criativa e eficaz para alcançar o melhor resultado possível.

## 3.4. FUSELAGEM E CAUDA NO *AERODESIGN*

Quanto a parte estrutural da aeronave, que como já descrito, é essencial para o sucesso, entre os componentes mais importantes estão a fuselagem e a cauda. Esses elementos são responsáveis por garantir que a aeronave seja estável, resistente e capaz de transportar a carga útil de forma eficiente, sem comprometer a segurança ou o desempenho durante o voo. A fuselagem, por ser o "corpo" da aeronave, deve ser projetada para ser leve, mas extremamente resistente, capaz de suportar as forças aerodinâmicas e o peso da carga útil sem deformar ou falhar. O grande desafio é escolher materiais que combinem essas três qualidades: resistência, leveza e custo. Isso pode ser alcançado com materiais, como: - compósitos de fibra de carbono, madeiras, alumínio ou ligas de titânio, que são comumente usados em projetos aerodinâmicos por sua durabilidade e baixo peso.

Além disso, a fuselagem precisa ser projetada para distribuir a carga de maneira equilibrada, para que o centro de gravidade da aeronave fique na posição ideal. Se a carga não for bem distribuída, pode afetar o equilíbrio e a estabilidade do voo, o que prejudica o desempenho da aeronave. A mesma também deve permitir que todos os componentes essenciais, como o motor, o sistema de controle e a carga útil, sejam facilmente instalados e acessados para manutenção durante a competição. Essa parte estrutural não é apenas uma "embalagem" para os componentes, mas um elemento crítico que deve garantir que a aeronave seja segura e funcional durante todo o voo.

Sobre a cauda, ela desempenha um papel fundamental na estabilidade e no controle da aeronave. Ela é composta pelo estabilizador horizontal, que ajuda a controlar o cabeceio da aeronave (movimento para cima ou para baixo do nariz), pelo estabilizador vertical, responsável pelo controle da guinada (movimento do nariz para a esquerda ou direita) e um elemento de ligação da fuselagem aos elementos de controle. Esses dois componentes de controle garantem que a aeronave mantenha uma trajetória estável durante o voo e não oscile de forma indesejada. A cauda precisa ser projetada para ter a quantidade ideal de superfície aerodinâmica, o que vai ajudar a aeronave a se manter estável sem criar resistência excessiva ao ar, o que poderia diminuir sua eficiência.

O tamanho da cauda também precisa ser cuidadosamente planejado. Se for muito pequena, pode não fornecer a estabilidade necessária, mas, se for muito grande, pode aumentar o arrasto aerodinâmico e reduzir a eficiência do voo. Portanto, as proporções da cauda precisam ser ajustadas de acordo com o tamanho e o tipo de fuselagem, considerando o *design* geral da aeronave. A rigidez da cauda é outro fator importante, já que ela precisa resistir as forças aerodinâmicas sem se deformar. Isso garante que a aeronave se mantenha estável, mesmo em manobras mais exigentes, como o pouso.

Além disso, tanto a fuselagem quanto a cauda precisam ser bem integradas, já que essas duas partes trabalham juntas para garantir a estabilidade e o desempenho geral da aeronave. O *design* da fuselagem deve permitir um fluxo de ar suave ao redor do VANT, sem criar turbulências que possam afetar a eficácia da cauda. O trabalho de integrar esses elementos de forma eficiente e com boa aerodinâmica é crucial, pois uma fuselagem mal projetada pode interferir negativamente no desempenho da cauda, e vice-versa. Em outras palavras, a fuselagem e a cauda devem funcionar como uma unidade coesa, garantindo que a aeronave seja estável, segura e eficiente.

Portanto, a fuselagem e a cauda têm papéis estruturais e aerodinâmicos essenciais para que a aeronave da Classe Regular consiga cumprir sua missão de transportar a maior carga útil possível. A fuselagem precisa ser forte o suficiente para suportar a carga e as forças de voo, enquanto a cauda deve garantir que a aeronave seja estável e controlável durante o voo, sem causar resistência desnecessária. Ambas as partes precisam ser projetadas com precisão e balanceadas entre resistência, leveza e aerodinâmica, para garantir que a aeronave tenha o melhor desempenho possível durante a competição.

## 3.5. GEOMETRIAS BÁSICAS DE FUSELAGENS E *TAILBOOMS*

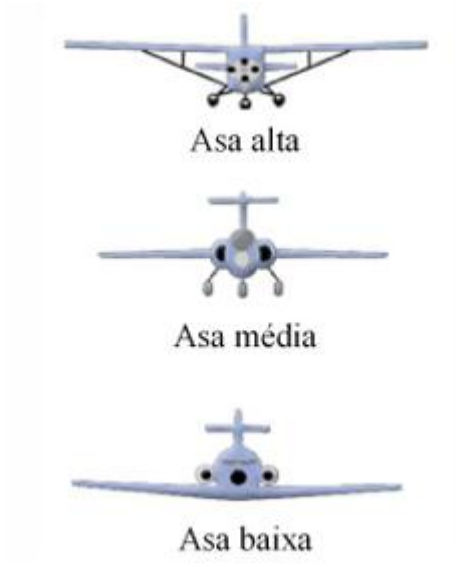
Segundo Miranda, 2014, existem três tipos básicos de fuselagens para aeronaves, sendo elas, treliçada, semimonocoque e monocoque, no âmbito do *AeroDesign*, como um tipo extra chamada de caixão. Quanto ao *Tailboom* ele pode ser uma extensão da fuselagem, em treliça ou uma viga, podendo ocorrer também vigas duplas, triplas... (BRUHN, 1973).

Antes de explicar as vantagens de cada tipo de estrutura, é importante conhecer a estrutura da asa. A aeronave é classificada quanto ao número de asas como monoplano, biplano, triplano, como indicado na Figura 1, podendo ter a configuração de asa baixa, asa média e asa alta de acordo com a posição de cada uma; embaixo, no meio ou acima da fuselagem, conforme mostrado na Figura 2 (Miranda 2014).

Figura 1 - Monoplano, Biplano e Triplano

Fonte: Gerado por IA.

Figura 2 - Posições das Asas




Fonte: Miranda, 2014.

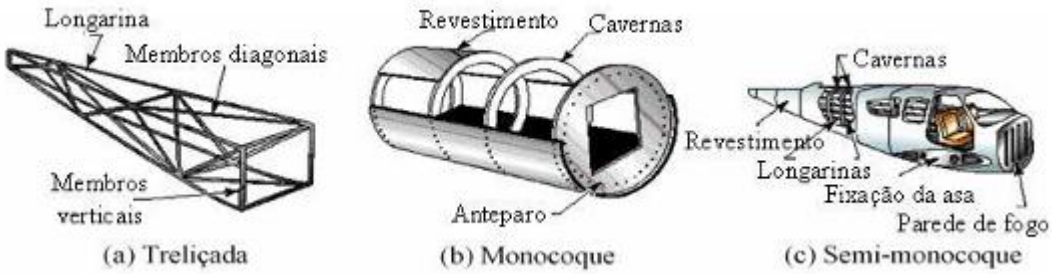
A quantidade de asas é definida por uma questão aerodinâmica e de desempenho, no entanto, impactam diretamente a geometria da fuselagem, uma vez que ela é fixada na fuselagem.

Quanto a posição da asa é uma questão estrutural. Asas baixas permitem uma melhor eficiência estrutural, pois ela irá servir como resistência para o trem de pouso, quanto a asa média sendo a melhor opção aerodinâmica, porém a mais complexa estruturalmente, uma vez que ela é dividida em duas, sendo a opção mais cara, porém mais eficiente. A asa alta é uma boa opção para cargueiros, devido ao fácil acesso a carga, e maior volume na fuselagem. Porém possui uma parte “perdida”, ou seja, devido a fuselagem a parte central da asa não irá exercer força de sustentação aerodinâmica (Miranda, 2014).

Em suma, as asas baixas permitem aeronaves mais leves, pois absorvem as forças do pouso e decolagem. As asas médias são as mais eficientes em performances, sendo mais leves que a asa alta e com melhor eficiência aerodinâmica, porém muito custosas, aplicadas para alta performance. Quanto a asa alta sendo a opção mais simples e barata, porém mais pesada e de menor performance, com sua vantagem sendo o custo e o volume extra no compartimento de carga (Miranda, 2014).

Na Figura 3 é possível verificar as diferenças entre os tipos de fuselagem treliçada, monocoque e semimonocoque segundo Miranda, 2014. A escolha da fuselagem deve ser determinada pela capacidade construtiva no caso dos drones, mais especificamente no *aerodesign*. A fuselagem treliçada, como o próprio nome diz, é feita a partir de treliças, embora o nome, ela tem um comportamento de um pórtico. Quanto a fuselagem monocoque a resistência da estrutura é devido a superfície de revestimento, sendo por isso, o revestimento mais resistente nesta, com cavernas ao decorrer da estrutura para garantir o formato. A semimonocoque possui cavernas assim como a monocoque, mas nesta, tem-se vigas ligando as cavernas, tirando assim o esforço estrutural do revestimento (Bruhn, 1973). Quanto a fuselagem tipo caixão é um exemplo de monocoque sem cavernas, todo o esforço estrutural é devido ao revestimento, por isso, este modelo é apenas praticado em pequenos drones. Aeronaves grandes seriam demasiadamente pesadas com este tipo de fuselagem.

Figura 3 - Tipos de Fuselagem




Fonte: Miranda, 2014.

## 3.6. Fundamentos do Método dos Elementos Finitos (MEF/FEA)

O Método dos Elementos Finitos (MEF), ou *Finite Element Analysis* (FEA), é uma técnica numérica computacional poderosa, desenvolvida para obter soluções aproximadas para problemas de engenharia e física que são governados por equações diferenciais parciais. É a principal ferramenta de simulação utilizada em projetos complexos como o do VANT (Soriano, 2021).

O princípio central do MEF é a discretização. Um domínio contínuo e complexo (a geometria 3D da aeronave) é dividido em um número finito de subdomínios menores e mais simples, chamados elementos finitos. Esses elementos são interconectados por pontos discretos chamados nós (*nodes*) (Soriano, 2021).

O comportamento do material dentro de cada elemento é aproximado por funções de interpolação (*shape functions*), que são polinômios simples. Isso permite que o problema original, infinitamente complexo, seja transformado em um sistema de equações algébricas lineares como exibido na Equação 1 (Soriano, 2021).

$$[K].\{u\} = [F] \tag{1}$$

Onde $[K]$ é a Matriz de Rigidez Global, montada a partir da contribuição da rigidez de cada elemento individual, representando a resistência total da estrutura, $\{u\}$ é o vetor de Deslocamentos Nodais desconhecidos (as variáveis primárias que o *solver* calcula) e $[F]$ é o vetor de Forças Nodais Equivalentes (os carregamentos aplicados, como sustentação e peso) (Soriano, 2021).

A análise estrutural de um VANT usando o MEF (como realizado no *PrePoMax*/*CalculiX*) segue três etapas principais (Soriano, 2021):

1. Pré-processamento onde se tem a modelagem, que é a criação da geometria e atribuição das propriedades do material. Malha (*Meshing*), que corresponde a discretização da geometria em elementos finitos (tetraédricos, hexaédricos, ou de casca). E, por fim, as condições de contorno que é onde o físico entra no MEF, sendo essa subetapa a aplicação de carregamentos (forças) e restrições de movimento (apoios).
2. Processamento (Solução) onde o *solver* (*CalculiX*) monta a matriz de rigidez global e resolve o sistema de equações para calcular os deslocamentos em cada nó.
3. Pós-processamento, em que os deslocamentos são utilizados para calcular as variáveis de engenharia de interesse como deformações (*strains*) calculadas a partir da variação dos deslocamentos e as tensões (*stresses*) calculadas a partir das deformações e das propriedades do material (tensão de Von Mises, tensões principais, etc.).

O MEF é uma ferramenta indispensável na engenharia mecânica por permitir a visualização da distribuição de tensões em geometrias complexas e a validação do dimensionamento estrutural, garantindo a segurança da estrutura do VANT.

## 3.7. Mecânica dos Sólidos

### 3.7.1. Método das Equações Singulares e Diagramas de Esforço

O Método das Equações Singulares, também conhecido como Método de Macaulay ou Funções de Singularidade, é uma técnica poderosa e eficiente utilizada na Análise Estrutural e na Resistência dos Materiais para calcular de forma unificada as funções de Esforço Cortante ($V$), Momento Fletor ($M$) e da Deflexão ($u$) em vigas e longarinas sujeitas a múltiplos carregamentos concentrados e distribuídos (Hibbeler, 2010).

Tradicionalmente, a análise de vigas com múltiplos carregamentos requer a divisão da viga em vários segmentos, com uma nova equação de Momento Fletor para cada segmento. O método singular permite expressar a função de Momento Fletor de toda a viga por uma única equação que incorpora todos os tipos de carga (concentrada, momento concentrado e distribuída), simplificando drasticamente o cálculo, o que foi explorado em seus *scripts* em *Python* (Hibbeler, 2010).

Agora sobre o conceito de funções singulares, a chave do método é a utilização dos colchetes de Macaulay, ou Funções de Singularidade, definidos pela Equação 2 (Hibbeler, 2010).

$$(x-a)^n = \begin{cases} (x-a)^n \; se \; x \geq a \\ 0 \; se \; x < a \end{cases} \tag{2}$$

Sendo $x$ a posição ao longo do eixo da viga, $a$ a posição onde o carregamento começa ou é aplicado, $n$ é o expoente, que define o tipo de carga; sendo 0 para carga concentrada e 1 para carga uniformemente distribuída (Hibbeler, 2010).

A função $(x-a)^n$ garante que o carregamento só seja incluído na equação quando a posição ultrapassa o ponto de aplicação, resultando em uma única expressão válida para toda a viga (Hibbeler, 2010).

O processo de cálculo segue a relação fundamental da Resistência dos Materiais, baseada no Módulo de Elasticidade ($E$) e no Momento de Inércia ($I$), em que o primeiro passo é a Função de Carregamento$\big(w(x)\big)$ definida usando as funções de singularidade e análise física (Hibbeler, 2010).

A segunda etapa é o Esforço Cortante $\big(V(x)\big)$ obtida pela integração da função de carregamento, como mostra a Equação 3 (Hibbeler, 2010).

$$V(x) = -\int w(x)dx \tag{3}$$

O Diagrama do Esforço Cortante é a representação gráfica de $V(x)$ ao longo da viga. Ele é crucial para o dimensionamento da tensão cisalhante no material (Hibbeler, 2010).

A terceira etapa é o Momento Fletor $\big(M(x)\big)$ obtida pela integração do Esforço Cortante pela Equação 4 (Hibbeler, 2010).

$$M(x) = \int V(x)dx \tag{4}$$

O Diagrama de Momento é a representação gráfica $M(x)$ que é essencial para o dimensionamento a tração e compressão (tensão normal). O ponto do Momento Fletor máximo é geralmente onde a falha da viga inicia (Hibbeler, 2010).

O próximo é o Ângulo de Rotação $\left(\theta(x)\right)$ é obtida pela primeira integração da equação do Momento Fletor, dividida pela rigidez flexional $(EI)$, como mostrado na Equação 5 (Hibbeler, 2010).

$$\theta(x) = \frac{1}{EI}.\int M(x)dx \tag{5}$$

Por fim, a Deflexão $\left(u(x)\right)$ (ou deslocamento vertical), que é obtida pela segunda integração da equação do Momento Fletor, Equação 6 (Hibbeler, 2010).

$$u(x) = \int \theta(x)dx \tag{6}$$

O Diagrama de Deflexão representa a forma da viga sob carregamento. A deflexão máxima é um parâmetro crítico de projeto para o VANT, garantindo que a aeronave tenha rigidez aerodinâmica suficiente (Hibbeler, 2010).

O método singular, implementado em *Python*, permitiu gerar os diagramas de Momento, Cortante e Deflexão de forma rápida e precisa, fornecendo a base analítica para os modelos de elementos de barra (LESM) e de elementos finitos (*PrePoMax*).

### 3.7.2. Tensores: Fundamento Matemático da Tensão e Deformação

Em engenharia e física, grandezas como temperatura, massa ou comprimento são descritas por escalares por possuírem apenas magnitude. Grandezas como força ou velocidade são descritas por vetores pois possuem magnitude e direção. O Tensor é uma generalização do escalar e do vetor, utilizada para descrever relações entre vetores ou para representar grandezas que dependem de múltiplas direções (Hibbeler, 2010).

Um tensor de segunda ordem, que é o caso dos tensores tensão e deformação, é representado por uma matriz 3x3 necessária para descrever uma propriedade que atua em um plano e em uma direção específica, que serve em Engenharia Mecânica

para descrever o estado de tensão ($\sigma$) e o estado de deformação ($\varepsilon$) em um ponto material. Como a tensão em um plano pode ter componentes normais e tangenciais (cisalhantes), uma única matriz é necessária para capturar esse comportamento tridimensional (Hibbeler, 2010).

Outra aplicação é para Propriedades de Materiais Anisotrópicos onde o tensor é fundamental para descrever a rigidez de materiais anisotrópicos (compósitos). O *solver CalculiX*/*PrePoMax* utiliza um tensor de rigidez de quarta ordem para relacionar o tensor tensão e o tensor deformação, como mostra a Lei de Hooke Generalizada, Equação 7 (Hibbeler, 2010).

$$\sigma = [E].\epsilon \tag{7}$$

O estado de tensão em um ponto de um corpo é completamente definido pelo Tensor Tensão de Cauchy ($\sigma$), que é uma matriz 3x3 que para equilíbrio dos momentos é simétrica, como mostrado na Equação 8; sendo $\sigma_{ii}$ as tensões normais ou tensões principais, que agem perpendicularmente a face do elemento (compressão ou tração) e $\tau_{ij}$ as tensões cisalhantes, que agem paralelamente a face do elemento, que pela simetria $\tau_{ij} = \tau_{ji}$, portanto, o tensor possui apenas seis componentes independentes (Hibbeler, 2010).

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \tag{8}$$

O *solver* de Elementos Finitos calcula os valores das seis componentes independentes do tensor de tensões em cada elemento do modelo, com base nos deslocamentos nodais. O processo central de interpretação do tensor é a determinação das Tensões Principais (Hibbeler, 2010).

O Problema de Autovalor, para encontrar as Tensões Principais ($\sigma_1, \sigma_2\ e\ \sigma_3$), que são as tensões máximas e mínimas que agem em um ponto e onde não há cisalhamento, ou seja $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$. O tensor tensão é submetido a um problema de autovalor, sendo calculado pela Equação 9 (Hibbeler, 2010).

$$(\sigma - \sigma.\mathrm{I}) \cdot \mathrm{n} = 0 \tag{9}$$

Onde $\mathrm{I}$ é a matriz identidade, $\sigma$ são os autovalores (as Tensões Principais ), e $\mathbf{n}$ são os autovetores (as direções principais). Com a solução desta equação fornecendo os valores e as direções das tensões principais (Hibbeler, 2010).

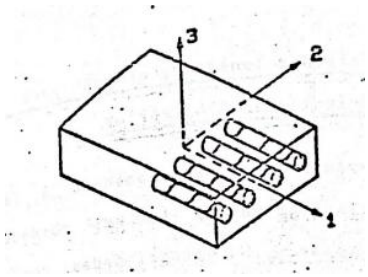
## 3.8. Materiais Anisotrópicos

Materiais compósitos são formados por duas ou mais fases com propriedades diferentes, combinadas de tal forma que o material resultante possui características superiores à dos materiais individuais. O comportamento mecânico desses materiais é altamente dependente das propriedades das fases envolvidas, bem como de como essas fases interagem (Al-Qureshi, 1993).

Os critérios de falha para materiais compósitos visam prever quando e como o material falha sob diferentes condições de carga. Existem várias abordagens para esses critérios, dependendo das características do compósito, como a geometria da fibra, da matriz e da interação entre as fases. A falha pode ocorrer devido a ruptura, delaminação ou deformações plásticas em diferentes componentes do compósito (Al-Qureshi, 1993).

De acordo com Al-Qureshi, 1993; Tais materiais apresentam propriedades mecânicas distintas para cada eixo. Para a utilização desses materiais em projetos, esse fator deve ser levado em consideração. Para tanto, deve-se adotar como referência o sistema da Figura 4, onde 1, 2 e 3 representam eixos de tensões ou deformações normais, enquanto 12, 13, 21, 31, 23 e 32 são planos de deformação ou tensão, ou seja, de cisalhamento.

Figura 4 - Eixos de Referência




Fonte: Al-Qureshi, 1993.

Tendo isso em mente, cada eixo 1, 2 e 3 possui suas próprias propriedades. Portanto, é necessário utilizar a Equação 8, onde $\sigma_i$ refere-se a tensão normal no eixo i e $\tau_{ij}$ o esforço de cisalhamento nos eixos i e j, observando que $\tau_{ij}$=$\tau_{ji}$. Também $\varepsilon_i$ indica a deformação no eixo i e $\gamma_{ij}$ a deformação de cisalhamento entre os eixos i e j, com a igualdade $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$, que também é válida (Al-Qureshi, 1993); portanto, o comportamento de um material anisotrópico é definido pela Equação 10.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Onde os parâmetros $K_{ij}$ podem ser calculados a partir dos módulos de elasticidade ($E_1, E_2$ e $E_3$), de cisalhamento ($G_{12}, G_{13}$ e $G_{23}$) e os coeficientes de Poisson ($v_{12}, v_{13}$ e $v_{23}$) entre as direções principais conforme visto em (Al-Qureshi, 1993).

Para um material ortotrópico que possui três planos ortogonais de simetria, sendo ideal para modelar compósitos com fibras, a Equação (10) pode ser reduzida para a Equação (11), baseado em simetria cristalográfica, como mostrado em Al-Quereshi, 1993.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 & 0 \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \tag{11}$$

Além disso, de acordo com Al-Qureshi (1993), a matriz de caracterização de materiais ortotrópicos pode ser simplificada para um estado plano de tensão, uma vez que a espessura do corpo de prova é pequena em comparação com seu comprimento e largura, como ocorre com chapas finas. A Equação 12 mostra a matriz rigidez, quando relacionando as tensões com as deformações, ao passo que a Equação 13,

apresenta a matriz "*compliance*", como resultado do relacionamento das deformações com as tensões.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}} & \frac{\upsilon_{12}E_1}{1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}} & 0 \\ \frac{\upsilon_{12}E_1}{1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}} & \frac{E_2}{1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\upsilon_{21}/E_2 & 0 \\ -\upsilon_{21}/E_2 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}, \tag{13}$$

Como consequência deste comportamento, um critério de falha adequado para esses materiais é o critério de falha de Tsai-Hill, que é amplamente utilizado para a previsão de falhas em materiais compósitos anisotrópicos, especialmente em compósitos laminados. Este critério, baseia-se na interação entre as tensões normais e de cisalhamento nas direções de simetria ortotrópica do material, ou seja, considerando as diferentes resistências características nessas direções. A Equação (14), portanto, mostra o critério de Tsai-Hill considerando as três direções distintas (Al-Qureshi, 1993).

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{Z}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 \leq 1 \tag{14}$$

Onde $S_{12}$, $S_{13}$ e $S_{23}$ são os limites de resistência ao cisalhamento e, $X$, $Y$ e $Z$ são os limites de resistência a tração ou a compressão nas direções de simetria ortotrópica do material. Quando a desigualdade (14) é verdadeira, o material resistirá; se for igual a 1, estará próxima da ruptura; e se for falsa, ocorrerá a ruptura (Al-Qureshi, 1993).

## 3.9. Critérios de Falha

Após o cálculo das tensões e a análise por Elementos Finitos, é necessário determinar se a estrutura do VANT falhará. Isso é feito aplicando-se um critério de

falha, que é uma hipótese matemática sobre a combinação de tensões que causará a falha do material. A escolha do critério depende intrinsecamente do tipo de material.

### 3.9.1. Von Mises e Deformação Máxima

O critério de deformação máxima utiliza as tensões principais para calcular a deformação de cada elemento da estrutura, sendo atribuído um valor limite para tal, com um fator de segurança; por exemplo, é definido que a cauda deva ter uma deformação máxima de 10 mm, que com o fator de segurança de 2, ela não deva ultrapassar os 5mm, caso o cálculo da deformação máxima mostre uma deformação acima de 5mm naquele componente, este será considerado reprovado, ou seja, falhou por deformação (Hibbeler, 2010).

O critério de Von Mises utiliza as tensões principais e parte do pressuposto que o material é isotrópico, comumente inválido para VANTs, no entanto podendo ser utilizado para uma referência inicial devido sua facilidade de cálculo, já vindo integrado na maioria das interfaces de Pós-Processamento de elementos finitos. Sendo este critério calculado pela Equação (15). Onde $\sigma_v$ é a tensão de Von Mises, devendo essa, ser inferior a tensão de escoamento do material (Hibbeler, 2010).

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \tag{15}$$

### **3.9.2.** Rankine e Tsai Wu

Embora o critério de Tsai-Hill seja o mais comum para materiais compósitos, optou-se por utilizar os critérios de Rankine e Tsai-Wu (Al-Qureshi, 1993).

O Critério de Falha de Rankine, ou Critério da Máxima Tensão Normal, é um dos modelos mais antigos e simples, sendo adequado para materiais que exibem comportamento frágil, como o ferro fundido, alguns plásticos e, em certas condições, materiais compósitos que falham por fratura (Al-Qureshi, 1993).

Este critério postula que a falha de um material frágil ocorre quando a tensão normal principal máxima ($\sigma_1$) atinge o limite de resistência a tração ($S_t$) ou o limite de

resistência a compressão ($S_c$) do material. Ele desconsidera a influência das tensões cisalhantes, como visto na Inequação (16), onde essa deve ser verdadeira para não ocorrer a falha do material, sendo $\sigma_1$ a tensão principal máxima em tração e $\sigma_3$ a tensão principal mínima, ou máxima em compressão. Este critério se mostra adequado para o uso em madeira balsa (Al-Qureshi, 1993).

$$|\sigma_1| \leq S_t \; ou \; |\sigma_3| \leq S_c \tag{16}$$

O Critério de Falha de Tsai-Wu é um modelo fenomenológico de falha de interação quadrática, especificamente desenvolvido para materiais anisotrópicos e ortotrópicos, como os compósitos de fibra (fibra de carbono ou fibra de vidro) (Al-Qureshi, 1993).

Ao contrário dos critérios isotrópicos, o Tsai-Wu considera que a resistência do material varia com a direção e que a falha é causada pela interação entre todas as seis componentes de tensão no plano do material. Ele exige a entrada de diferentes resistências à tração, compressão e cisalhamento para cada direção principal (Al-Qureshi, 1993).

A equação generalizada de Tsai-Wu em duas dimensões ($X$ e $Y$) é complexa, mas pode ser apresentada de forma concisa através de (17) pela Reserva de Força ($RF$) (Al-Qureshi, 1993).

$$RF = F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\tau_{12} + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 \leq 1 \tag{17}$$

Sendo $F_i$ e $F_{ij}$ os coeficientes de resistência determinados a partir das propriedades de resistência à tração, compressão e cisalhamento do material compósito nas direções das fibras. Assim como Tsai-Hill, se o valor resultante for igual a 1, a falha é iminente. Se for menor que 1, a estrutura é segura (Al-Qureshi, 1993).

## 3.10. Propriedades Geométricas de Seções Vazadas (Tubos e Caixões)

O dimensionamento e a análise de rigidez de vigas e eixos são governados pelas propriedades geométricas de suas seções transversais. Para a estrutura do VANT, que frequentemente utiliza perfis vazados (tubos ou caixões) para otimizar a relação rigidez/peso, as propriedades de Área ($A$ , $m^2$) que determina a resistência à tração e

compressão, Momento de Inércia ($I$, $m^4$) determinante na rigidez a flexão, momento polar de inércia ($J$, $m^4$) que determina a rigidez à torção e o momento estático de área ($Q$, $m^3$) muito importante para a tensão cisalhante transversal calculado utilizando o centroide da secção (Hibbeler, 2010).

Pelas Equações (18), (19), (20) e (21), pode-se verificar como é o cálculo estes parâmetros para secções de tubos quadrados ou circulares, bem como pelas Equações (22), (23) e (24), como tais parâmetros são aplicados no cálculo de tensão (Hibbeler, 2010).

$$A = \frac{\pi}{4}.(D^2 - d^2) \tag{18}$$

$$A = b.h - b_i.h_i \tag{19}$$

Onde $D$ é o diâmetro externo do tubo ($m$), $d$ o interno ($m$), $b$ o menor lado da secção retangular ($m$) e $h$ o maior ($m$) e $b_i$ $e$ $h_i$ para as dimensões internas (Hibbeler, 2010).

$$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) \tag{20}$$

$$I = \frac{1}{12}\left(b.h^3 - b_i {h_i}^3\right) \tag{21}$$

$$J = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4) \tag{22}$$

$$J = \frac{b.h}{12}(h^2 + b^2) - \frac{b_i.h_i}{12}\left({h_i}^2 + {b_i}^2\right) \tag{23}$$

$$Q_i = \sum \overline{y}.A' \tag{24}$$

Sendo a Equação 24 a somatória do produto das áreas em com a distância do centro das mesmas a linha neutra da secção no eixo analisado. Por exemplo em uma

secção de plano *xy*, o momento estático de área em *x* ($Q_x$) é composto pela soma do produto da distância do centro das áreas em *y* da linha neutra pela própria área, para o momento estático em *y*, utiliza-se a distância em *x* (Hibbeler, 2010).

Já para as tensões tem-se as equações (25), (26), (27) e (28) (Hibbeler, 2010).

$$\sigma = \frac{M.c}{I} \tag{25}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{26}$$

$$\tau = \frac{M.c}{J} \tag{27}$$

$$\tau = \frac{F.Q}{I.t} \tag{28}$$

Onde $t$ e $c$ são as distâncias do ponto analisado até a linha neutra na secção ($m$) (Hibbeler, 2010).

# 4. MATERIAIS E MÉTODO

## *4.1. SolidWorks*

O *SolidWorks* é um *software* de modelagem paramétrica tridimensional (3D) e engenharia assistida por computador (CAE - *Computer-Aided Engineering*) desenvolvido pela Dassault Systèmes. Ele é amplamente reconhecido e utilizado na indústria global de engenharia e manufatura para o projeto e desenvolvimento de produtos. Por ser um *software* de projeto auxiliado por computador (CAD - *Computer-Aided Design*) com abordagem paramétrica, permite que as dimensões e relações geométricas dos modelos sejam controladas por meio de parâmetros, facilitando a alteração e atualização do projeto de forma coesa e eficiente (Dassault Systèmes, 2024).

A metodologia de modelagem do *SolidWorks* é baseada em *features* (recursos ou operações), que são blocos de construção inteligentes como extrusões, revoluções, cortes e arredondamentos que se combinam para formar o modelo final. Esta característica o torna uma ferramenta robusta para a criação de geometrias complexas e detalhadas, como a estrutura do VANT desenvolvido neste trabalho (Dassault Systèmes, 2024).

### **4.1.1.** Finalidade e Aplicações na Engenharia

A principal finalidade do *SolidWorks* reside na capacidade de transformar ideias conceituais em modelos digitais detalhados e prontos para a fabricação. Suas aplicações são vastas, abrangendo desde a fase inicial de projeto até a análise de desempenho do produto (Dassault Systèmes, 2024).

Projeto e Modelagem 3D: Permite a criação de peças (componentes únicos) e a montagem dessas peças em conjuntos complexos (*assemblies*), simulando o produto em um ambiente virtual (Dassault Systèmes, 2024).

Documentação Técnica: Gera desenhos 2D de fabricação e detalhamento diretamente a partir dos modelos 3D, seguindo normas técnicas como ABNT ou ISO, o que é crucial para a comunicação com a manufatura (Dassault Systèmes, 2024).

*Design* para Manufatura (DFM): O *software* auxilia na otimização do projeto para diferentes processos de fabricação, como usinagem, injeção plástica ou, no caso do VANT, a preparação de modelos para manufatura aditiva (Dassault Systèmes, 2024).

A criação do modelo 3D do VANT no *SolidWorks* segue uma metodologia estruturada, que pode ser dividida nas etapas de modelagem de peças, montagem e análise estrutural (Dassault Systèmes, 2024).

### **4.1.2.** Modelagem de Peças (*Part*)

A construção da geometria de cada componente estrutural do VANT como fuselagem, nervuras, longarinas e superfícies de controle seguiu uma abordagem sequencial baseada em recursos (Dassault Systèmes, 2024).

O primeiro passo é a criação de Esboços (*Sketches*): O processo inicial é a criação de um desenho 2D em um plano de referência. Para a modelagem de engenharia, cada esboço foi totalmente definido — todas as linhas, arcos e pontos foram dimensionados ou vinculados por relações geométricas como tangência, coincidência ou perpendicularidade (Dassault Systèmes, 2024).

Após, tem-se as Operações de Sólido a partir dos esboços definidos, foram aplicadas as operações primárias para adicionar ou remover material, transformando o 2D em 3D como por exemplo Extrusão, Revolvimento e cortes, além de outros que não são aprofundados, por não serem o foco do trabalho (Dassault Systèmes, 2024).

Então, tem-se os Recursos de Refinamento como Arredondamentos (*Fillets*) e Chanfros (*Chamfers*) foram aplicados para atender aos requisitos de fabricação reduzindo cantos vivos e, em alguns casos, para melhorar a aerodinâmica em certas junções (Dassault Systèmes, 2024).

### **4.1.3.** Montagem de Componentes (Assembly)

A montagem representa o VANT completo, unindo as peças individuais de forma lógica e geometricamente correta.

Após inserir todas as peças, uma delas é fixada para estabelecer um sistema de coordenadas de referência global para a aeronave. Dessa forma, utiliza-se relações de Posição que simulam ligações físicas no virtual.

### **4.1.4.** Documentação para Manufatura: Desenhos 2D

O modelo 3D serve como a "fonte da verdade" do projeto, mas a fabricação exige a criação de Desenhos de Detalhamento 2D. O *SolidWorks* utiliza o ambiente de Desenho (*Drawing*) para gerar a documentação técnica necessária. Para tal, utiliza-se seleção de vistas pré-determinadas de acordo com normas ISO e ABNT, junto com a cotagem de dimensões, determinação de tolerâncias e aplicando cotas de GD&T (Tolerâncias geométricas e de formas) para componentes críticos; além disso, é gerado a lista de materiais para montagens.

Portanto, o *SolidWorks* não apenas permitiu a visualização conceitual da aeronave em três dimensões, mas também serviu como a plataforma essencial para a criação dos dados geométricos e da documentação técnica indispensável para a manufatura e montagem do VANT.

### 4.1.5. Análise Estrutural (*SolidWorks Simulation*)

O módulo de Simulação foi empregado para validar os cálculos estruturais. A metodologia de análise seguiu os passos convencionais para elementos finitos começando com o pré-processamento onde ocorre a aplicação de material e a atribuição das propriedades mecânicas do material aos componentes da estrutura. Após, ocorre a definição das condições de contorno, simulando os pontos onde a estrutura estaria fixa ou rigidamente conectada (embora em voo a aeronave não esteja fixa, essa etapa é crucial para simular condições de apoio/ligação internas ou extremas) e, por fim, a aplicação das forças calculadas (força de sustentação nas asas, peso da bateria e da carga útil, ou forças de inércia em manobras) nos locais e direções apropriadas (Dassault Systèmes, 2024).

Ocorre então o Processamento onde o *software* utiliza o método dos elementos finitos para discretizar a geometria (*meshing*) e resolver as equações de equilíbrio estrutural. E, daí, o Pós-Processamento onde a análise dos resultados obtidos pode ser feita, principalmente a Distribuição de Tensões, Deformações e o Fator de Segurança. Esses resultados foram comparados com os valores teóricos para garantir

que o projeto estrutural do VANT atende aos requisitos de resistência e rigidez estabelecidos.

Nesta primeira etapa dentro do *SolidWorks* foi utilizado a simulação apenas para uma análise prévia das estruturas, para entender pontos críticos e pontos passíveis de otimização, com o cálculo de validação sendo realizado no *PrePoMax*.

## 4.2. PTC *Creo*: Modelagem, Documentação e Análise Estrutural

O PTC *Creo* é um software integrado e escalável de Projeto Auxiliado por Computador (CAD) e Engenharia Auxiliada por Computador (CAE) desenvolvido pela PTC (*Parametric Technology Corporation*). Como um sistema CAD paramétrico e associativo, o *Creo* garante que todas as peças, montagens, desenhos técnicos e análises de simulação permaneçam interligados. Qualquer modificação feita na geometria 3D de uma peça é automaticamente refletida em todos os outros arquivos associados, garantindo a integridade e a rastreabilidade do projeto (PTC, 2025).

O *Creo* é reconhecido por sua capacidade de lidar com geometrias complexas e grandes montagens (*assemblies*), sendo amplamente adotado em indústrias com requisitos rigorosos, como a aeroespacial, automotiva e de máquinas (PTC, 2025).

### 4.2.1. Modelagem 3D

Cada componente da estrutura foi criado no modo *Part*. A modelagem começou com esboços 2D totalmente definidos por cotas (dimensões) e relações geométricas. Os recursos foram aplicados sequencialmente para gerar a geometria 3D (PTC, 2025).

- *Extrude* e *Revolve*: Criação dos sólidos principais.
- *Sweep* e *Blend*: Essenciais para a criação de geometrias de transição complexas, como as encontradas na fuselagem ou nas superfícies de controle aerodinâmico.
- *Patterning* e *Mirroring*: Utilizados para replicar padrões de furos e criar nervuras simétricas rapidamente, otimizando o modelo para fabricação.

No ambiente *Assembly*, as peças individuais são reunidas para formar a aeronave completa. O *Creo* utiliza o conceito de *Constraints* (Restrições) para definir o posicionamento relativo dos componentes no espaço 3D (PTC, 2025).

- Mecanismos de Montagem: Foram utilizadas restrições como *Coincident* (alinhar faces), *Distance* (separação exata) e *Angle* (orientação angular) para simular com precisão a forma como as partes seriam fisicamente unidas (por parafusos, solda ou encaixes).
- Gestão da Montagem: O *Creo* permitiu a verificação de interferências e folgas entre as peças antes da fabricação, garantindo a exequibilidade do projeto.

### 4.2.2. Modelagem 2D

O ambiente *Drawing* é o módulo do *Creo* responsável por gerar os desenhos técnicos de fabricação (documentação 2D) diretamente a partir dos modelos 3D validados. A natureza associativa do *Creo* garante que qualquer mudança no modelo 3D seja instantaneamente refletida nos desenhos (PTC, 2025).

1. Geração de Vistas: Foram criadas vistas ortogonais (frontal, lateral, superior), vistas de seção (para mostrar detalhes internos, como encaixes de longarinas) e vistas de detalhe, seguindo as normas técnicas apropriadas (e.g., ABNT/ISO/ASME).
2. Análise de Tolerância: O *Creo* permitiu a aplicação de cotas, notas e Tolerâncias Geométricas e Dimensionais (GD&T), fornecendo as instruções completas e não ambíguas necessárias para os processos de usinagem e montagem.
3. Lista de Materiais (BOM): Para as montagens, a Lista de Materiais (BOM) foi gerada e formatada automaticamente, incluindo balões de identificação que correlacionam cada peça no desenho com sua descrição e quantidade na lista.

### 4.2.3. *Creo Simulate* (FEA)

O PTC *Creo Simulate* é o módulo de CAE integrado para a realização de Análise de Elementos Finitos, permitindo a otimização do VANT dentro do mesmo ambiente de trabalho do CAD antes de passar pela validação final no *PrePoMaX*.

A geometria foi diretamente transferida para o *Simulate*. O *software* permite a criação de malhas robustas (*meshing*) usando elementos de volume para regiões sólidas e elementos de casca (*shells*) para as superfícies finas da fuselagem e das asas, otimizando a precisão e o tempo de solução (PTC, 2025).

As condições de contornos utilizadas pelo *Creo Simulate* são apresentadas na lista abaixo (PTC, 2025).

- Materiais: Propriedades como módulo de elasticidade, limite de escoamento e, se aplicável, as propriedades de materiais anisotrópicos, foram atribuídas.
- Restrições (*Constraints*): Pontos de fixação ou restrições de movimento foram aplicados para simular a fixação do motor ou dos pontos de apoio internos.
- Carregamentos (*Loads*): As forças aerodinâmicas (sustentação, arrasto) e as cargas de peso (cargas nodais ou de gravidade) foram aplicadas nos elementos correspondentes da malha.

O *solver* do *Creo Simulate* resolveu o sistema de equações de FEA. Os resultados de pós-processamento foram visualizados por meio de mapas de contorno, que exibem tensões e deformações, da mesma forma que o *SolidWorks*.

## 4.3. *PrePoMax*: Análise Estrutural por Elementos Finitos do VANT

O *PrePoMax* é um *software* de pré e pós-processamento desenvolvido especificamente para o FEA. Ele serve como uma interface gráfica de usuário (GUI) intuitiva e moderna para o *CalculiX*, que é um robusto solucionador (ou *solver*) de FEA de código aberto amplamente utilizado na engenharia estrutural (Michalski, Borovinsek e Rokach, 2025).

A finalidade do *PrePoMax* é traduzir o modelo geométrico importado do *SolidWorks* e as condições de engenharia em um formato legível pelo *solver CalculiX*, processar a simulação e, em seguida, apresentar os resultados de forma gráfica e compreensível (Michalski, Borovinsek e Rokach, 2025). Isso permite que se valide os cálculos estruturais teóricos e otimize a distribuição de material na estrutura do VANT antes da fase de prototipagem.

### 4.3.1. Metodologia de Análise Estrutural com *PrePoMax*

A análise estrutural do VANT pelo método dos Elementos Finitos seguiu um fluxo de trabalho padrão no *PrePoMax*, dividido em três fases essenciais: Pré-processamento, Processamento e Pós-processamento.

O pré-processamento é a fase crítica e envolve a definição de todos os parâmetros que regerão a simulação (Michalski, Borovinsek e Rokach, 2025).

**Importação de Geometria:** A geometria 3D da estrutura do VANT, modelada no *SolidWorks*, foi importada para o *PrePoMax* no formato universal de arquivos CAD, como STEP ou IGES.

**Definição de Material:** As **propriedades mecânicas** do material selecionado para a fabricação (e.g., módulo de elasticidade , coeficiente de Poisson , e limite de escoamento ) foram atribuídas aos componentes estruturais.

**Geração da Malha (*Meshing*):** A malha é o processo de discretização do modelo contínuo em um número finito de elementos e nós (daí, o termo Elementos Finitos).

Para este estudo, foram utilizados elementos sólidos tetraédricos (ou, dependendo da simplificação, elementos de casca (*shell*) para estruturas finas).

O tamanho do elemento foi ajustado, sendo refinado em regiões de alta concentração de tensão previstas (como furos e cantos vivos) para garantir a precisão dos resultados, e sendo mais grosseiro em áreas de baixa tensão para otimizar o tempo de processamento.

**Definição de Condições de Contorno:** Esta etapa simula as interações da estrutura com o ambiente e com seus próprios componentes:

- Restrições (*Boundary Conditions*): Foram aplicadas restrições de movimento ($U_x = U_y = U_z = 0$) para simular a fixação de componentes internos, como as interfaces de montagem do motor e da carga útil, garantindo que o modelo não se movimente rigidamente durante a análise.
- Carregamentos (*Loads*): As forças aerodinâmicas (principalmente a força de sustentação) e os carregamentos de peso (bateria, eletrônica etc.), calculados previamente, foram aplicados como pressões (distribuídas) ou forças concentradas nos nós e faces correspondentes da malha, simulando a condição de voo mais crítica (máxima carga).

Uma vez que o modelo está completo com material, malha, restrições e carregamentos, o *PrePoMax* exporta um arquivo de entrada para o *solver CalculiX*. O

Processamento se refere a execução do *solver*, que utiliza o método de Elementos Finitos para resolver o sistema de equações de equilíbrio estrutural.

O *solver* retorna os deslocamentos nodais, que são a base para calcular as tensões e deformações.

Para materiais anisotrópicos, a análise pós-processamento deve ir além da Tensão de Von Mises (que é inadequada para materiais que falham de forma direcional). O *PrePoMax* permite a avaliação por critérios de falha específicos para compósitos, como o Critério de Falha de Tsai-Wu ou o Critério de Falha de Hill (Michalski, Borovinsek e Rokach, 2025).

Esses critérios calculam um Fator de Segurança por Reserva de Força, que indica o quão próximo o material está de falhar, considerando as tensões em todas as direções principais. A análise da distribuição deste Fator de Segurança permitiu a otimização da espessura e da orientação das fibras em cada parte do VANT (Michalski, Borovinsek e Rokach, 2025).

A visualização da deformação geralmente exagerada para clareza é crucial para verificar a rigidez do projeto, garantindo que o VANT não sofra deflexões excessivas que comprometeriam sua performance aerodinâmica e controle.

### **4.3.2.** Materiais Anisotrópicos no *Prepomax*

Diferentemente dos materiais isotrópicos, como a maioria dos metais, que possuem propriedades mecânicas uniformes em todas as direções, materiais anisotrópicos exibem propriedades que variam com a direção. Os exemplos mais comuns em aplicações aeroespaciais, como o VANT, são os materiais compósitos e a madeira balsa.

No *PrePoMax* e seu *solver CalculiX*, a capacidade de modelar a anisotropia é crucial, pois a resistência e a rigidez de um compósito são significativamente maiores na direção das fibras (o sentido da laminação) do que nas direções transversais. Ignorar essa variação resultaria em uma superestimação da resistência estrutural da aeronave (Michalski, Borovinsek e Rokach, 2025).

Para modelar o comportamento de materiais no *PrePoMax*, é necessário definir a matriz de rigidez ou *compliance*, que relaciona tensões e deformações. Para o caso de materiais compósitos usados na estrutura de um VANT, os tipos de anisotropia

mais comuns são a Ortotrópica e a Ortotrópica, Transversalmente Isotrópica (Al-Quereshi, 1993).

Ortotrópica: O material possui três planos ortogonais de simetria. É o modelo mais comum para *composites* unidirecionais ou lâminas individuais (fibras em uma direção principal) (Al-Quereshi, 1993).

Ortotrópica, Transversalmente Isotrópica: O material é isotrópico em um plano de isotropia e possui propriedades diferentes na direção perpendicular a esse plano. Este modelo é frequentemente aplicável a um empilhamento específico de lâminas ou a materiais como a madeira (Al-Quereshi, 1993).

A implementação de materiais anisotrópicos no *PrePoMax* exige a definição de múltiplos parâmetros de rigidez e, crucialmente, a correta orientação do sistema de coordenadas do material.

Para um material ortotrópico, o modelo exige a definição de nove parâmetros elásticos independentes, em vez dos dois necessários para um material isotrópico. Tais parâmetros são (Al-Quereshi, 1993):

- Três Módulos de Elasticidade: Os módulos nas três direções de simetria ortogonal do material.
- Três Coeficientes de Poisson: Representam a deformação transversal em um plano devido à tensão aplicada em outro.
- Três Módulos de Cisalhamento: Representam a rigidez ao cisalhamento nos três planos de simetria ortogonal do material.

Esses valores devem ser obtidos a partir de dados experimentais, testes de laboratório ou literatura técnica específica do compósito utilizado no VANT.

A correta alocação das propriedades anisotrópicas no modelo 3D é o ponto mais crítico da análise, assim é preciso que no ambiente do *PrePoMax*, seja definido um Sistema de Coordenadas Local (SCL) para a estrutura. Esse SCL é vinculado à geometria e representa a direção das fibras (a direção '1' da fibra do compósito) em cada componente. Por exemplo, para uma asa feita de compósito, o SCL deve ser orientado de forma que o eixo '1' siga a direção da longarina ou o padrão de laminação da superfície. Dessa maneira, ao material anisotrópico definido, é então atribuído a um conjunto de elementos (a malha), indicando que as propriedades $E_1, E_2, E_3$ e $G_{12}, G_{13}, G_{23}$ devem ser interpretadas de acordo com o SCL definido para aquele componente.

A precisão do modelo reside na concordância exata entre a direção do material definida no *PrePoMax* e a orientação física das fibras que serão usadas na fabricação do VANT. Uma falha nesta correspondência pode levar a resultados de tensão e deflexão incorretos e potencialmente inseguros.

### ***4.3.3.*** *CalculiX*

O *CalculiX* é um poderoso *solver* de FEA de código aberto, amplamente utilizado para análises estruturais e termomecânicas. O *CalculiX* é o motor que opera a análise, enquanto o *PrePoMax* atua como o ambiente de pré-processamento e pós-processamento, *o CalculiX* é o *software* responsável por efetivamente resolver as equações diferenciais parciais que governam o comportamento estrutural da aeronave (Dhondt, 2022).

Ele recebe como entrada um arquivo de texto contendo todas as informações do modelo (coordenadas dos nós, conectividade dos elementos, propriedades do material, restrições e carregamentos) e, em seguida, realiza o cálculo da matriz de rigidez global da estrutura (Dhondt, 2022).

O *solver* utiliza técnicas numéricas avançadas, como a decomposição da matriz, para resolver este grande sistema de equações lineares. Uma vez que os deslocamentos são determinados, o *CalculiX* usa essas informações para calcular as deformações e, consequentemente, as tensões em cada elemento, que são os resultados cruciais para a validação do projeto (Dhondt, 2022).

A escolha do *CalculiX* como *solver* para a análise estrutural oferece vantagens significativas no ambiente acadêmico e de pesquisa como a Confiabilidade e Código Aberto, sendo um *software* de código aberto, sua metodologia é transparente e publicamente revisada, garantindo confiabilidade nos resultados para fins de validação científica. A Robustez do *CalculiX* é capaz de lidar com análises complexas, incluindo grandes deslocamentos (não linearidade geométrica) e diferentes modelos de material, sendo uma ferramenta comparável a *softwares* comerciais no que tange a precisão em análises lineares estáticas. Além disso, a sua Integração, pois possui uma compatibilidade nativa com o *PrePoMax*, o que simplifica o fluxo de trabalho e permite que o foco seja mantido na engenharia e na interpretação dos resultados, e não na complexidade da configuração do *solver*.

Em resumo, o *CalculiX* transformou a geometria e as condições de contorno definidas no *PrePoMax* em dados quantitativos de engenharia (tensão e deformação), permitindo a comprovação da segurança e integridade estrutural do projeto de VANT.

## 4.4. LESM *Linear Elements Structure Model*

O LESM (*Linear Elements Structure Model*) é um *software* de análise estrutural desenvolvido no ambiente MATLAB pela PUC-Rio, primariamente concebido como uma ferramenta educacional para o ensino de Análise Matricial de Estruturas e de Resistência dos Materiais (Marta e Rangel, 2023).

O LESM é especializado na análise de estruturas compostas por elementos lineares unidimensionais, como as encontradas em treliças, pórticos e grelhas, tanto no plano (2D) quanto no espaço (3D). O *software* realiza uma análise linear-elástica, o que significa que ele assume que o material segue a Lei de Hooke e que os deslocamentos são pequenos, hipóteses válidas para o comportamento inicial e para a análise de rigidez da estrutura (Marta e Rangel, 2023).

### **4.4.1.** Finalidade e Aplicações no Projeto

A principal finalidade do LESM é fornecer uma plataforma gráfica interativa para a aplicação do Método de Rigidez ou Método dos Deslocamentos, que é a base da maioria dos *softwares* de FEA, embora limitado a elementos de barra (Marta e Rangel, 2023).

O LESM foi utilizado como uma ferramenta essencial para uma modelagem simplificada e análise preliminar pois a estrutura interna da asa e da fuselagem é frequentemente composta por longarinas e nervuras que se assemelham a um sistema de pórticos espaciais ou treliças simplificadas. O LESM permitiu modelar e analisar essas seções estruturais de forma rápida e eficiente.

O *software* também é utilizado para o Cálculo de Reações e Esforços Internos, pois ele realiza o cálculo para obter os esforços internos em cada elemento (força normal, esforço cortante e momento fletor/torsor) resultantes dos carregamentos aerodinâmicos e de peso. Estes resultados foram cruciais para o dimensionamento

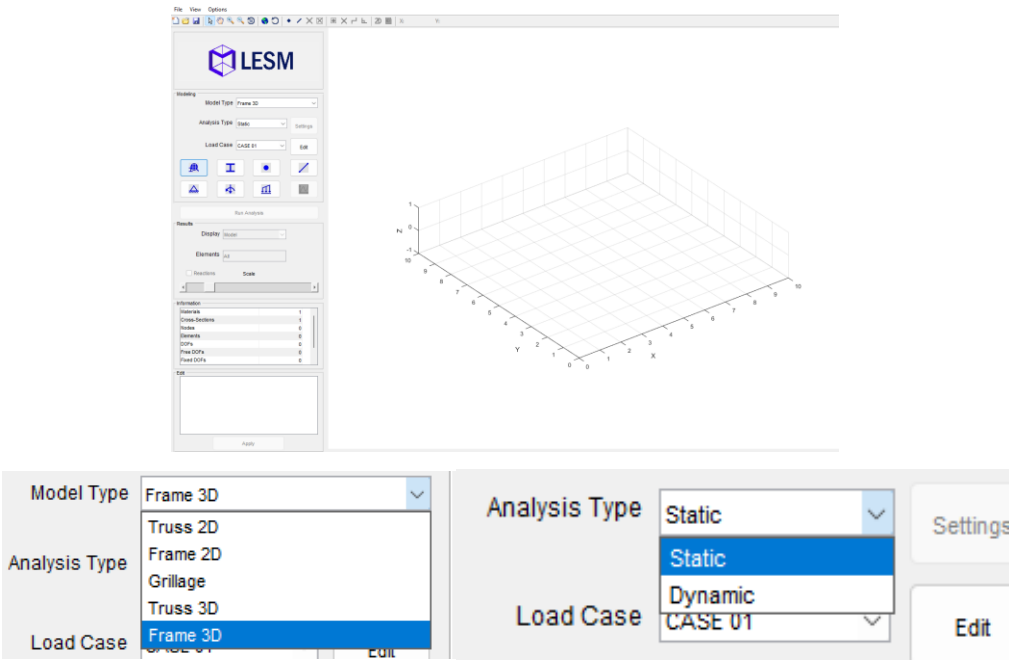
preliminar das seções transversais das longarinas antes da análise detalhada por Elementos Finitos (FEA) no *PrePoMax*.

Por fim ele serviu como um recurso de validação cruzada dos resultados de esforços e deslocamentos obtidos por métodos analíticos, aumentando a confiabilidade dos dados de entrada para as análises mais complexas no *PrePoMax*.

A análise estrutural com o LESM foca na representação da geometria como um conjunto de nós interligados por elementos de barra.

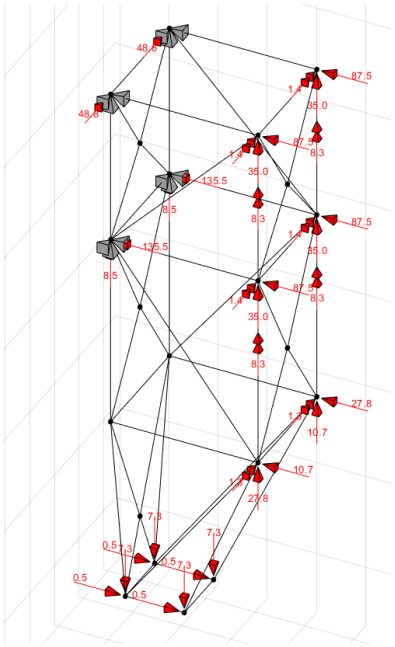
A interface gráfica do LESM permite uma fácil visualização do problema, como na Figura 5, em que se pode verificar a interface do mesmo, selecionando o tipo de problema físico que será estudado, sendo treliças, pórticos, vigas em 3D, ou 2D, estático ou dinâmico; assim como na Figura 6, como o problema se de engenharia é visto depois de elaborado.

Figura 5 – Interface do LESM




Fonte: Autoria Própria.

Figura 6 – Problema Físico no LESM




Fonte: Autoria Própria.

O primeiro passo foi a abstração da estrutura tridimensional complexa do VANT em um modelo idealizado, como um pórtico espacial 3D ou uma treliça espacial 3D, concentrando a rigidez nos eixos principais.

1. Criação da Geometria (Nós e Elementos):
    - Nós: As coordenadas de todos os pontos de conexão importantes (junções de longarinas e nervuras, pontos de apoio e pontos de aplicação de carga) foram inseridas.
    - Elementos: Os elementos de barra (que representam as longarinas ou outros membros estruturais) foram definidos pela conexão sequencial de dois nós.
2. Propriedades do Material e Seção Transversal:
    - Material: O Módulo de Elasticidade e o Coeficiente de Poisson do material foram atribuídos.
    - Seção: As propriedades da Seção Transversal de cada elemento, como área e Momentos de Inércia, foram definidas, sendo estas as variáveis que determinam a rigidez do elemento.
3. Condições de Contorno e Carregamento:

- Apoios (Restrições): As condições de apoio (engaste, pino, rolete) foram aplicadas nos nós que correspondem aos pontos de fixação do VANT ( montagem do motor, apoios internos).
- Carregamentos: As forças (cargas nodais) e momentos calculados (derivados da sustentação e do peso) foram aplicados diretamente nos nós, na direção dos eixos globais.

4. Análise e Pós-processamento: O LESM utiliza o Método da Rigidez para calcular o vetor de deslocamentos nodais e, subsequentemente, os esforços internos em cada elemento. Os resultados de diagramas de esforços (momento fletor, força normal e cisalhamento) e as configurações deformadas da estrutura foram analisados para verificar se os esforços máximos e a deflexão estavam dentro dos limites de projeto.

O uso do LESM permitiu uma abordagem hierárquica no cálculo estrutural: primeiro a análise rápida e fundamental da rigidez e dos esforços em componentes de barra (LESM), seguida pela validação e otimização detalhada das tensões localizadas (*PrePoMax*/*CalculiX*).

## 3.4 *Python*

*Python* é uma linguagem de programação de alto nível, interpretada e de código aberto, que se estabeleceu como uma ferramenta indispensável para a computação científica e a engenharia. Sua relevância reside na sintaxe clara, na robustez de suas bibliotecas e na facilidade em manipular estruturas de dados complexas, características ideais para a formulação e solução de problemas de engenharia mecânica (Python Software Foundation, 2024).

No contexto deste trabalho, o *Python* foi utilizado como o ambiente de desenvolvimento principal para a execução e validação dos cálculos estruturais analíticos da aeronave.

### **4.4.2.** O Ambiente de Desenvolvimento Integrado (IDE) *Spyder*

Para a escrita, execução e depuração dos *scripts* de cálculo, foi utilizada a IDE *Spyder* (*Scientific Python Development Environment*). O *Spyder* é um ambiente de desenvolvimento robusto, projetado especificamente para cientistas, engenheiros e analistas de dados, oferecendo uma experiência de trabalho semelhante à de *softwares* consagrados de análise numérica como o MATLAB (Spyder Dev. Team, 2022).

As principais funcionalidades do *Spyder* que foram cruciais para o projeto incluem o editor de código que permite escrever e organizar o código *Python* de forma estruturada, com *syntax highlighting* e recursos de preenchimento automático. O console *IPython* que possibilita a execução interativa do código, linha por linha ou em blocos (células), fundamental para testar funções e variáveis em tempo real. O explorador de variáveis, esta é a principal vantagem do *Spyder* para a engenharia. Permite inspecionar, em tempo real, todas as variáveis armazenadas na memória (vetores, matrizes e escalares), facilitando a depuração (*debugging*) e a checagem rápida de valores e resultados intermediários, o que é vital em análises matriciais. E, esse também possui o painel de gráficos que exibe imediatamente os gráficos gerados por bibliotecas como *Matplotlib*, permitindo uma rápida visualização e comparação dos resultados da deflexão e dos momentos (Spyder Dev. Team, 2022).

A utilização do *Python*, executado via *Spyder*, permitiu a automação e a validação dos cálculos que servem de base para as simulações em *softwares* como o LESM e o *PrePoMax*.

As bibliotecas científicas mais empregadas foram o NumPy (*Numerical Python*), essencial para a implementação do Método de Rigidez para elementos de viga e treliça. Foi usado para definir e manipular as matrizes de rigidez locais e global, permitindo a solução eficiente do sistema de equações lineares que define os deslocamentos da estrutura. O SymPy (*Symbolic Python*) que é utilizada para a realização de cálculo simbólico, que possibilitou a derivação de equações complexas de deflexão e momento fletor ao longo das longarinas do VANT em função de variáveis (como a coordenada), garante a precisão analítica. E, o *Matplotlib*, que é a principal ferramenta de visualização. O *Python* utiliza essa biblioteca para transformar os

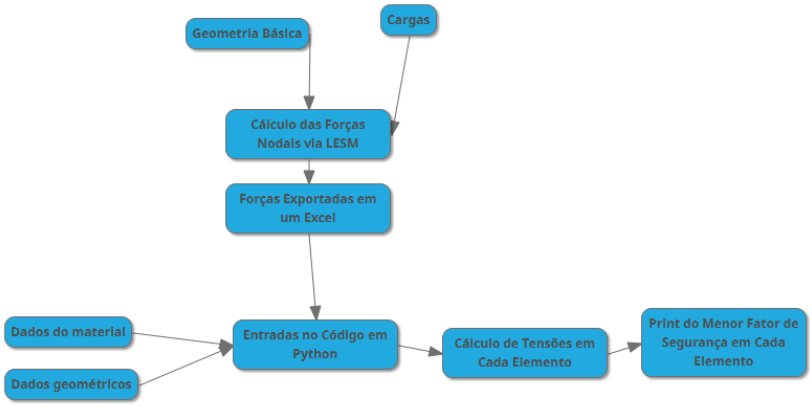
resultados numéricos em gráficos e diagramas de esforços intuitivos como os diagramas de momentos, cortantes e deflexão.

A combinação do poder de cálculo do *Python* com a interface de análise do *Spyder* assegurou que o trabalho analítico fosse preciso, rastreável e visualmente documentado, fortalecendo a base teórica para as análises de elementos finitos subsequentes.

## 4.5. Código em *Python* para cálculo de membros de treliça por MEF.

Com o objetivo de realizar o cálculo analítico da fuselagem e cauda propostos por este trabalho, desenvolveu-se um código em *Python*, cujo funcionamento é proposto pelo fluxograma apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Fluxograma de Trabalho *Software Python*




Fonte: Autoria Própria.

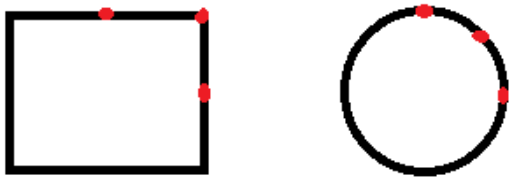
Primeiramente é realizado um *design* 3D da fuselagem em um *software* CAD, no caso *SolidWorks*, patrocinador da Equipe Zebra, através do modelo 3D é estabelecido um sistema de coordenada com a origem no bico da aeronave. Daí, é possível identificar as coordenadas dos nós de cada elemento da aeronave, e assim inserir a estrutura no software LESM junto com as forças, para cada situação de carga; o software LESM, estabelece um sistema de coordenada geral já explicado e outros locais para cada elemento da treliça ou pórtico realizando os cálculos neste segundo sistema de coordenada.

Com o pré-*set* realizado, é possível atribuir o material e a secção das vigas no LESM, selecionando o elemento finito como uma viga de Timoshenko, o *software* é capaz de realizar o cálculo de força em cada elemento e nó, exportando uma planilha com as forças em cada nó e cada elemento no sistema de coordenada de cada elemento, sendo que essa planilha pode ser importada no *software Python* confeccionado.

Os dados são exportados como uma tabela para cada um dos elementos, indicando para cada, força axial, cortantes em Y e Z e momentos nos 3 eixos, todos eles baseados no sistema de coordenadas de cada elemento. Com a biblioteca *Pandas* disponível para *Python*, é possível ler essa tabela e transformar cada linha da tabela em um vetor com as forças, comprimento e identificação do elemento.

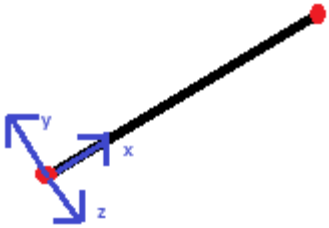
No *software Python* são inseridos os *inputs* do material utilizado, no caso madeira balsa (Figura 8) e fibra de carbono (Figuras 8 e 9), o tipo de seção (quadrada ou de tubo) e as dimensões da seção; daí, é calculado a tensão em 3 pontos do elemento e, utilizando o critério de falha de Tsai-Hill e Rankine se verifica a ocorrência de falha ou não, dos elementos.

Figura 8 - Pontos Analisados pelo Código em *Python* Vista em Seção



Fonte: Autoria própria.

Figura 9 - Pontos analisados pelo código em *Python* (em perspectiva)




Fonte: Autoria própria.

Nas Figuras 8 e 9 é possível verificar os pontos analisados em cada membro em vermelho.

Desta forma é possível calcular o estado de tensão de cada membro, trabalhando num sistema parecido de elementos finitos, também vale ressaltar que foi importante estabelecer um sistema de coordenadas local para cada membro, onde o eixo se localiza no primeiro nó do membro e o eixo x aponta para o segundo nó, assim foi feita a conversão das forças do sistema global para o local para cada membro antes de realizar o cálculo do estado de tensões.

Primeiramente no código é importado as bibliotecas necessárias, como também colocado os *inputs*, sendo que no Apêndice A é possível verificar o código completo. O segundo passo no código é a realização dos *inputs* para elementos de secção quadrada e de madeira balsa (Figura 8), e para tubos de fibra de carbono (Figuras 8 e 9). Dentre os *Inputs* se tem a Tensão de Ruptura para materiais frágeis ou de Escoamento para dúteis, módulo de elasticidade, fator de segurança do projeto (*fs*) e as dimensões das seções da viga nas coordenadas *x*, *y* e *z*, conforme exibido nas Figuras 8 e 9.

Nessa primeira etapa é realizado o cálculo das propriedades geométricas da seção, no caso a Área pela Equação (29) para secções quadradas de madeira balsa e (30) para tubos de carbono. Para os momentos de seções são calculados pelas Equações (31) e (32) para madeira balsa e (33) para tubos de carbono.

$$A = z.y \tag{29}$$

$$A = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^2 \tag{30}$$

Onde *A* é a área ($m^2$) *D* o diâmetro externo (*m*) do tubo e $D_2$ o diâmetro interno do tubo (*m*), *y* e *z* são as laterais da secção retangular no elemento de madeira balsa (*m*) .

$$I_z = \frac{y.z^3}{12} \tag{31}$$

$$I_y = \frac{z.y^3}{12} \tag{32}$$

$$I_z = I_y = \frac{\pi}{64}\left(D^4 - {D_2}^4\right) \tag{33}$$

Sendo $I_z$ e $I_y$ os momentos de inércia de área ($m^4$) em *z* e *y* respectivamente. Em seguida o momento polar de inércia (*J*), e exclusivamente para os tubos também o momento estático de área (*Q*) e o comprimento da secção (*t*) como visto nas Equações (34), (35) e (36).

$$J = I_z + I_y \tag{34}$$

$$t = \pi\frac{D}{2} \tag{35}$$

$$Q = \left(\frac{\pi}{2}D^2\right).\left(\frac{4\frac{D}{2}}{3\pi}\right) - \left(\frac{\pi}{2}{D_2}^2\right).\left(\frac{4\frac{D_2}{2}}{3\pi}\right) \tag{36}$$

Então, é feito a leitura do arquivo exportado do LESM com as cargas de cada elemento que é analisado por meio do código mostrado na Figura 10. Optou-se por converter todas as unidades de medida para o sistema internacional, para facilitar a interpretação, assim logo após a importação é feita a conversão de *kN* para *N*. A Tabela “Tab1.xlsx” contém o comprimento dos elementos avaliados em uma coluna nomeada “*LENGTH*” enquanto a Tabela “Tab3rodas.xlsx” contém as forças, para esta, há uma pasta do *Microsoft Excel* para cada situação de carga, com várias colunas nomeadas de acordo com o que representam, força em x no nó inicial (FXi) e no nó final (FXf) e assim sucessivamente até os momentos fletores como momento em x no nó inicial (MXi) e no nó final (MXf), um exemplo de como os arquivos *Excel* são escritos pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1 – Tabela de Dados Exportados pelo LESM

| Elemento | FXi | FXf | FYi | FYf | FZi | FZf | Mxi | MXf | MYi | MYf | MZi | MZf |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.001 | -0.001 | -0.001 | 0.001 | -0.000 | 0.000 | -0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | -0.000 | -0.000 |
| 2 | -0.004 | 0.004 | 0.001 | -0.001 | 0.004 | -0.004 | 0.000 | -0.000 | -0.000 | -0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | -0.003 | 0.003 | 0.001 | -0.001 | 0.003 | -0.003 | 0.000 | -0.000 | -0.000 | -0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | -0.001 | 0.001 | -0.001 | 0.001 | 0.002 | -0.002 | -0.000 | 0.000 | -0.000 | -0.000 | -0.000 | -0.000 |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . |

Fonte: Autoria própria.

Figura 10 – Importação dos Valores do LESM no *Software Python*

```
#O elemento importado terá a seguinte nomenclatura:
Element=[["L(m)","Fix","Fiy","Fiz","Ti","Miy","Miz"], #Usar em N, N.m, primeira linha nó inicial, segunda linha nó final
         ["L(m)","Ffx","Ffy","Ffz","Tf","Mfy","Mfz"]]
cont=0 #contador auxiliar para o código
SigmaRup=SigmaRup/fs #Aplicando fator de segurança
i=0 #iteração
```

```
df=pd.read_excel('Tab1.xlsx') #lendo tabela no excel
df2=pd.read_excel('Tab3rodas.xlsx')#lendo tabela no excel
L=df['LENGTH'] #comprimento
Fix=df2['FXi']*(10**3) #Força em x no nó inicial
Ffx=df2['FXf']*(10**3)#Força em x no nó final
Fiy=df2['FYi']*(10**3)#Força em y no nó inicial
Ffy=df2['FYf']*(10**3)#Força em y no nó final
Fiz=df2['FZi']*(10**3)#Força em z no nó inicial
Ffz=df2['FZf']*(10**3)#Força em z no nó Final
Mxi=df2['Ti']*(10**3)#Momento em x no nó inicial
Mxf=df2['Tf']*(10**3)#Momento em x no nó final
Myi=df2['MYi']*(10**3)#Momento em y no nó inicial
Myf=df2['MYf']*(10**3)#Momento em y no nó final
Mzi=df2['MZi']*(10**3)#Momento em z no nó inicial
Mzf=df2['MZf']*(10**3)#Momento em z no nó final
a1=0 #metros de tubos a serem comprados
for i in range(number): #iterando para o número de membros
    Elemento1=[[L[i],Fix[i],Fiy[i],Fiz[i],Mxi[i],Myi[i],Mzi[i]],
               [L[i],Ffx[i],Ffy[i],Ffz[i],Mxf[i],Myf[i],Mzf[i]]] #configurando o elemento
    a1=a1+tension(Elemento1,A,Iz,Iy,H,J,SigmaRup,i,H2,E,fs) #rodando a análise
```

Fonte: Autoria própria.

A função chamada na última linha da Figura 10 é a responsável por calcular o estado de tensão do elemento, que retorna em uma variável “a1” que será explicada posteriormente. Na Figura 11, pode-se verificar como a função estabelece suas variáveis e como ela faz o cálculo de flambagem a partir da Equação (37), que estabelece a força crítica para flambagem ($F_{cr}$) para aquele membro, assim, ele compara com a força aplicada no eixo x ($F_x$); se está for maior, o membro irá falhar por flambagem.

$$F_x \leq F_{cr} = I.E.\frac{\pi^2}{L^2} \tag{37}$$

Sendo $I$ o menor momento de inércia de área entre $I_z$ e $I_y$, e $L$ o comprimento do elemento em x. A variável “k,” no código, calcula o quão acima está a força aplicada em relação ao limite da estrutura para flambagem, caso o elemento falhe por meio da Equação (38).

$$k = \frac{F_{cr} - F_X}{F_{cr}}.100 \tag{38}$$

Figura 11 – Cálculo de Flambagem em Python

```
def tension(Element,A,Iz,Iy,H,J,SigmaRup,i,H2,E,fs):
    if H2==0:
        H2=H
    chave=False #essa chave se torna verdadeira se o elemento falhar em alguma situação
    pi=np.pi
    #Para o nó inicial
    L=Element[0][0]
    Fx=Element[0][1]
    Fy=Element[0][2]
    Fz=Element[0][3]
    Mx=Element[0][4]
    My=Element[0][5]
    Mz=Element[0][6]

    #kmax é irá definir a situação mais crítica do elemento
    kmax=0
    #Flambagem:
    if Fx>0: #Compressão
        if Iz<Iy: #preciso do menor deles
            I=Iz
        else:
            I=Iy
        Fcr=I*E*1.2*pi**2/L**2 #Força que o elemento suporta sem flambagem
        if Fcr<=Fx: #se isso ocorrer ele falhou
            #print('O elemento: ',i,'falhou por flambagem a força excedeu em: ',Fcr-Fx)
            k=(Fcr-Fx)*100/Fcr
            if k>=kmax:
                kmax=k
            chave=True
```

Fonte: Autoria própria.

Isto posto, calculou-se o estado de tensão dos elementos, como aplicou-se o critério de falha. Dessa forma, empregando-se princípios da mecânica dos sólidos para identificar os componentes que irão compor cada esforço nos tensores, conforme apresentado na introdução teórica, como utilizando os critérios de falha de Rankine e Tsai-Hill através das equações (39), (42), (45) e (48) utilizadas para a formulação do algoritmo para o cálculo do estado de tensão no ponto central de cada viga, ou seja, $x=y=z=0$.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \frac{F_X}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{39}$$

Para o ponto superior da viga, utilizou-se as equações (40), (41) e (42) que através do momento estático de área e o tensor deste ponto com $x=z=0$ e $y=D/2$ ou $y=H$.

$$Q_y = \frac{z}{2} \cdot \frac{A}{I_y . H} \tag{40}$$

$$Q_z = \frac{z}{2} \cdot \frac{A}{I_z . H_2} \tag{41}$$

Sendo $H$ e $H_2$ as dimensões em y e z respectivamente da secção quadrada da viga; no caso de um tubo circular a expressão é calculada, diferentemente, conforme apresentado na Equação (36).

$$\sigma = \begin{bmatrix} \frac{F_X}{A} + \frac{M_z.y}{I} & \frac{F_y.Q}{I.t} & \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_x.y}{J} \\ \frac{F_y.Q}{I.t} & 0 & 0 \\ \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_y.y}{J} & 0 & \frac{M_y.y}{I} \end{bmatrix} \tag{42}$$

Para o ponto lateral da secção o equacionamento utilizado é exibido pelas Equações (43), (44) e (45). Com $x=y=0$ e $z=D/2$ ou $z=b$.

$$Q_y = \frac{y}{2} \cdot \frac{A}{I_y . H} \tag{43}$$

$$Q_z = \frac{y}{2} \cdot \frac{A}{I_z . H_2} \tag{44}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \frac{F_X}{A} + \frac{M_z.y}{I} - \frac{M_y.z}{I} & \frac{F_y.Q}{I.t} + \frac{M_x.z}{J} & \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_y.z}{J} \\ \frac{F_y.Q}{I.t} + \frac{M_x.z}{J} & 0 & 0 \\ \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_y.z}{J} & 0 & \frac{M_y.z}{I} \end{bmatrix} \tag{45}$$

Já para o ponto lateral superior na diagonal, utilizou-se o seguinte equacionamento apresentado nas Equações (46), (47) e (48). Com $x=0$ , $y=D/2$ ou $y=H$ e $z=D/2$ ou $z=b$.

$$Q_y = \frac{y}{2} \cdot \frac{A}{I_y . H} \tag{46}$$

$$Q_z = \frac{y}{2} \cdot \frac{A}{I_z . H_2} \tag{47}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \frac{F_X}{A} + \frac{M_z.y}{I} - \frac{M_y.z}{I} & \frac{F_y.Q}{I.t} + \frac{M_y.z}{J} & \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_x.\sqrt{(z^2+y^2)}}{J} \\ \frac{F_y.Q}{I.t} + \frac{M_y.z}{J} & 0 & 0 \\ \frac{F_z.Q}{I.t} - \frac{M_x.\sqrt{(z^2+y^2)}}{J} & 0 & \frac{M_y.z}{I} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Desta forma com tal equacionamento descrito, o *software* é capaz de calcular as tensões no nó inicial e no nó final de todas as vigas, garantindo assim o cálculo do estado de tensões completo da estrutura. Quando o elemento falha por um dos critérios, é exibido na tela o número do elemento que falhou e quanto percentualmente ele ultrapassou o limite de resistência do material pelo determinado critério.

O código completo com sua devida documentação é possível de ser visto no Apêndice A deste trabalho.

## 4.6. Código em *Python* para cálculo do *Tailboom*

Com o objetivo de calcular o *Tailboom*, criou-se um código em *Python* para analisá-lo, como mostrado na Figura 12, podendo ser observado que o *Tailboom* também chamado de cauda, é fixo na fuselagem. Esse é colado em dois pontos, que em uma análise ideal, supõe-se engastado nos dois pontos. Ademais, pode haver uma angulação em relação ao plano horizontal, como verificado na esquematização da Figura 13. Como a empenagem deve estabilizar a aeronave, é possível dizer que todas as forças e momentos produzidos na aeronave presentes na fixação da cauda, devem ser iguais àquelas produzidas pela empenagem e cauda somadas. Adicionalmente, como a cauda se trata de um corpo fino, as forças de arraste da mesma podem ser desconsideradas. Assim, tem-se a esquematização vista na Figura 13. Essa hipótese, portanto, é válida para um voo estável, ou seja, sem acelerações, quando ocorre acelerações a força inercial que aparece no centro de gravidade da aeronave volta a desestabilizar o conjunto.

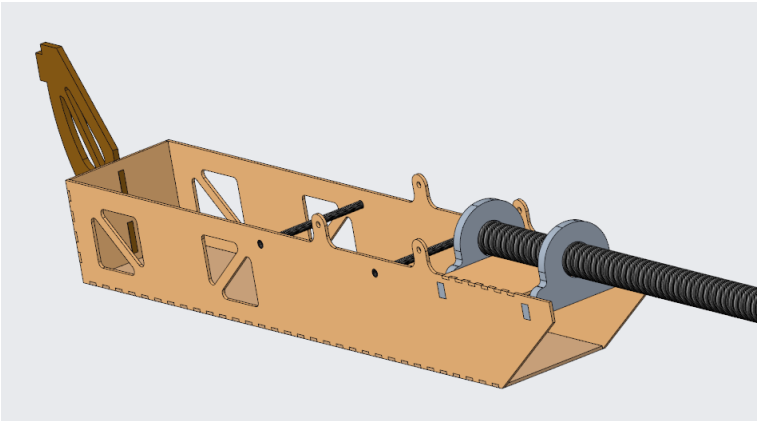
Vale ressaltar que a empenagem por possuir um perfil simétrico não produz momentos, caso a escolha da empenagem seja um perfil igual ao da asa, montado invertido, ou seja, uma asa de ponta cabeça, o setor de cargas iria calcular um momento aerodinâmico resultante desta estrutura.

De forma geral o Diagrama de Corpo Livre (DCL) do *Tailboom* é representado pelas ações das seguintes cargas:

1. Arraste e sustentação da empenagem (Forças Fx e Fy).
2. Momento da empenagem se houver (Momento Mz).
3. Peso da empenagem com componentes eletrônicos (Força Fy).
4. Arraste e peso da cauda podem ser desprezados.
5. Rajadas de vento se consideradas pelo setor de cargas como relevantes (Força Fz).

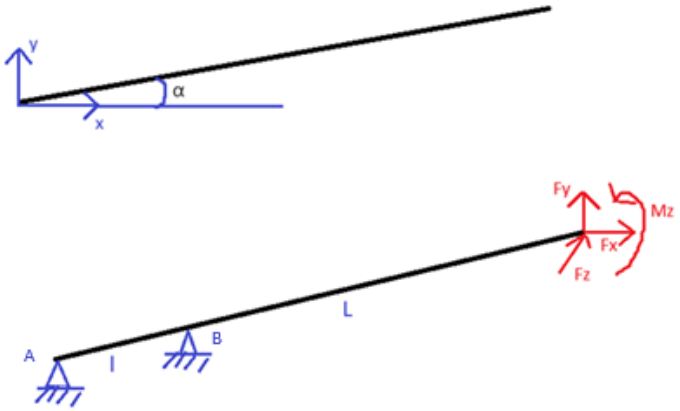
Na Figura 12, pode-se observar o DCL da cauda, sendo a cauda de comprimento l+L, com l sendo a distância do primeiro apoio ao segundo apoio, e L a distância do segundo apoio até o fim da cauda do VANT.

Figura 12 – Conexão da Cauda com a Fuselagem



Fonte: Autoria própria.

Figura 13 – Esquematização da Cauda




Fonte: Autoria própria.

Assim como visto na esquematização, em que se apresenta também o Diagrama de Corpo Livre da cauda, pode-se deduzir as Equações (49), (50), (51), (52), (53) e

(54) a partir do somatório de forças e momentos em equilíbrio estático para o comportamento de força cortante, momento e deflexão do *Tailboom*.

No detalhamento das equações, considera-se os momentos em X e Y, embora não apareçam na situação de carga, para tornar o código mais versátil, no caso específico, tais momentos são equivalentes a 0 N.m.

No caso de a aeronave utilizar mais de uma cauda, a entrada de cargas é alterada, passando a dividir o valor de cada carga pelo número de caudas utilizadas (n). No caso da Equipe Zebra, opta-se por utilizar um ângulo de inclinação da cauda de 0°. Na situação do ângulo de inclinação da cauda diferente de zero, a solução apresenta um resultado indeterminado (devido a dimensão em z da viga ser igual a 0), portanto, a única opção seria a resolução via MEF diretamente.

$$F_x + R_{xA} + R_{xB} = 0 \tag{49}$$

$$F_y + R_{yA} + R_{yB} = 0 \tag{50}$$

$$F_z + R_{zA} + R_{zB} = 0 \tag{51}$$

$$R_{yA} = \frac{l.R_{xA}.\sin(\alpha) + F_x.L.\sin(\alpha) - L.F_y.\cos(\alpha) + M_z}{l.\cos(\alpha)} \tag{52}$$

$$R_{zA} = -F_z.L.\frac{M_x}{l} \tag{53}$$

$$R_{xA} = R_{xB} = -\frac{F_x}{2} \tag{54}$$

Sendo $R_{iA}$ e $R_{iB}$ as forças de reações nos pontos A e B em cada respectivo eixo.

Para analisar a deflexão é feito o cálculo das funções singulares da viga, para tal, considera-se a análise apenas na vertical da própria viga, ou seja, no seu eixo y interno, não no global, como feito no diagrama de corpo livre. Sabendo-se as forças aplicadas no sistema de coordenadas global, e o ângulo entre o eixo x do sistema local e do global, é possível fazer a decomposição das forças neste sistema de coordenadas interna da viga, facilitando assim a análise.

Dessa maneira, as funções singulares para a viga estão analisando a mesma na vertical (eixo y do sistema de coordenadas interno da viga), que podem ser descritas pelas Equações (55), (56) e (57).

$$V(x) = -R_{yA}(x-0)^0 - R_{yB}(x-l)^0 + F_y\big(x-(L+l)\big)^0 - M_z\big(x-(L+l)\big)^{-1} \tag{55}$$

$$M(x) = -R_{yA}(x-0)^1 - R_{yB}(x-l)^1 + F_y\big(x-(L+l)\big)^1 - M_z\big(x-(L+l)\big)^0 \tag{56}$$

$$u(x) = \frac{-\frac{R_{yA}}{6}(x-0)^3 - \frac{R_{yB}}{6}(x-l)^3 + \frac{F_y}{6}\big(x-(L+l)\big)^3 - \frac{M_z}{2}\big(x-(L+l)\big)^2 + l^2.\frac{R_{yA}}{6}.x}{E.I} \tag{57}$$

Tais equações ao ser utilizadas no Código *Python* presente no Apêndice B, é possível resolvê-las e criar gráficos.

Como forma de validação é possível utilizar o LESM para realizar o mesmo procedimento.

Assim, pode-se utilizar o *software* de cálculo da fuselagem treliçada para levantar o estado de tensão da cauda, embora seja apenas um elemento, ele é capaz de avaliar a tensão nos pontos críticos no nó inicial e final; mas vale o ressaltar, que o critério de falha da cauda é comumente utilizado como deflexão máxima na vertical, sendo este, um *input* de aerodinâmica. Sendo a deflexão máxima para impedir o estolamento de ar na empenagem, no geral de 5mm adotado pela Equipe Zebra ao longo dos seus quase 20 anos de experiência.

# 5. RESULTADOS E DISCUSSÔES

## 5.1. Capacidade e processos fabris disponíveis

A identificação dos processos de fabricação e materiais disponíveis para a realização do projeto são de suma importância, pois todo o projeto nasce visando atender requisitos específicos e utilizar os materiais disponíveis, caso contrário ele não poderá ser realizado.

### 5.1.1. Materiais

Os materiais utilizados pela equipe são chapas, tubos e tarugos. Dentro das chapas, tem-se:

- MDF: Material de média resistência, média densidade. Ideal para seções com certo esforço, mas não críticas, sofre desgaste na construção.
- Madeira Balsa: Material de baixa resistência e baixíssima densidade, ideal para dar volume e formato as estruturas.
- *Divinycell*: Média resistência e densidade, não sofre desgaste, mas é mais caro que MDF.
- *Honeycomb*: Alta resistência, baixa densidade, porém de altíssimo custo e difícil manuseio para fabricação.
- Alumínio aeronáutico: Altíssima resistência, altíssima densidade ideal para pontos críticos que recebem muitos esforços.
- Resinados compósitos: Estes se dividem em grupos que são explicados oportunamente.

Os resinados compósitos são materiais de duas fases, uma fase de fibra de alta resistência e uma fase de resina para ligar as fibras, dando formato a estrutura. Nesta se têm diversas configurações, podendo ser fibras em manta, em pó, tipos de fibra e porcentuais de fibra distintas. Para fins de facilitar o estudo, supõe-se que sempre que se trata os materiais resinados são compostos de 80% resina e 20% fibra. A Equipe optou por esse tratamento para padronização dos processos, o que gera previsibilidade.

As fibras em manta oferecem maiores resistência, porém comportamento extremamente anisotrópico e custo mais elevado, com a densidade não sofrendo grandes alterações se comparado com o pó. Este é mais barato, por ser utilizado do resto da fibra original, porém mais difícil de ser produzido.

As fibras podem ser, de carbono, muito resistentes, densa e de alto custo, kevlar intermediário e de vidro com menor resistência, densidade e baixo custo.

De forma geral as fibras podem ser classificadas como altíssima resistência, assim como o alumínio aeronáutico, alta densidade, menor que o alumínio e a mais cara das opções.

As fibras também podem ser obtidas em tubos, resinando em torno de um molde macho e um molde fêmea por fora, além disto com moldes pode ser obtido diversas geometrias complexas. Outra técnica é a laminação de fibras em torno de outros materiais, por exemplo uma estrutura de balsa dando volume com resinagem de fibra de carbono nas suas camadas externas, fornecendo rigidez, resistência, momento de inércia e volume acompanhado de baixo peso.

Como tarugos é comum o uso de alumínio aeronáutico e madeira balsa, enquanto tubos é restrito a compósitos resinados e madeira balsa, que pode ser feita de 4 chapas cortadas com encaixes estilo “Quebra-Cabeça”, com esses encaixes colados formando o tubo quadrado.

Um ponto importante, é que todas as madeiras são encapadas por um material plástico chamando de celofane, para melhorar a eficiência aerodinâmica da aeronave.

As propriedades dos materiais utilizadas neste trabalho podem ser vistas no Quadro 1. Observa-se o comportamento descrito anteriormente, sendo que a madeira balsa e o *Divinycell* são para estruturas pouco solicitadas, enquanto o MDF para médias solicitações e as fibras de carbono para estruturas muito solicitadas. As propriedades dos materiais utilizados são baseadas em Ashby, 1992; Al-Qureshi, 1993; Fiorreli, 2002 e Hellmeister, 2022.

Quadro 1 – Propriedades Mecânicas dos Materiais Utilizados

| Propriedades | Madeira Balsa | | MDF | *Divinycell* | Tubo carbono | ABS Impressão 3D |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Matriz de rigidez | $\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{bmatrix} = * \begin{bmatrix}478*10^9 & 193*10^8 & 0\\ 193*10^8 & 324*10^8 & 0\\ 0 & 0 & 126*10^9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{bmatrix}$ | | | | | |
| Propriedades | Longitudinal | Transversal | | | | |
| Limite de ruptura (MPa) | 6 | 1 | 44 | 6 | 350 | 35 |
| Rigidez (GPa) | 4 | 0,15 | 4,5 | 0,15 | 40 | 25 |
| Poison | 0,15 | | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,35 |
| Peso Específico (kg/m$^3$) | 140 | | 700 | 100 | 1500 | 1000* |

* Estruturas de impressão 3D não são maciças, sendo consideravelmente mais leves.

Fonte: Autoria própria.

### 5.1.2. Processos

Os processos disponíveis pela equipe podem ser divididos em quatro categorias, conformação, usinagem, união e impressão 3D que pode ser utilizada para gerar formas complexas semelhante a peças fundidas.

I. Usinagem:

A. Corte a laser: Etapa inicial que gera o formato para chapas.

B. Fresamento.

C. Torneamento.

D. Furação.

E. Corte a serra.

F. Retifica

G. Lixamento: Utilizado em materiais especificados, sendo possível criar grandes regiões de desbaste.

H. Polimento.

II. Conformação:

A. Dobra de chapas: Utilizando etanol é possível fazer grandes dobras em chapas de madeira, semelhante a um processo de dobra ou calandragem em metais.

III. Uniões:

A. Permanentes:

1. União por adesivo (cola).
2. União por fita adesiva.
3. Solda.
4. Resinagem (Colagem utilizando resinas e fibras de compósitos) mais resistente que a colagem.
5. Encaixe de contato colado ou resinado.

B. Não Permanentes:

1. Parafusos e porcas.
2. Velcro.
3. Encaixe de contato não colado ou resinado.

IV. Impressão 3D:

A. PLA: Material de baixa resistência e custo.

B. ABS: Material de média resistência com pouca resistência ao calor.

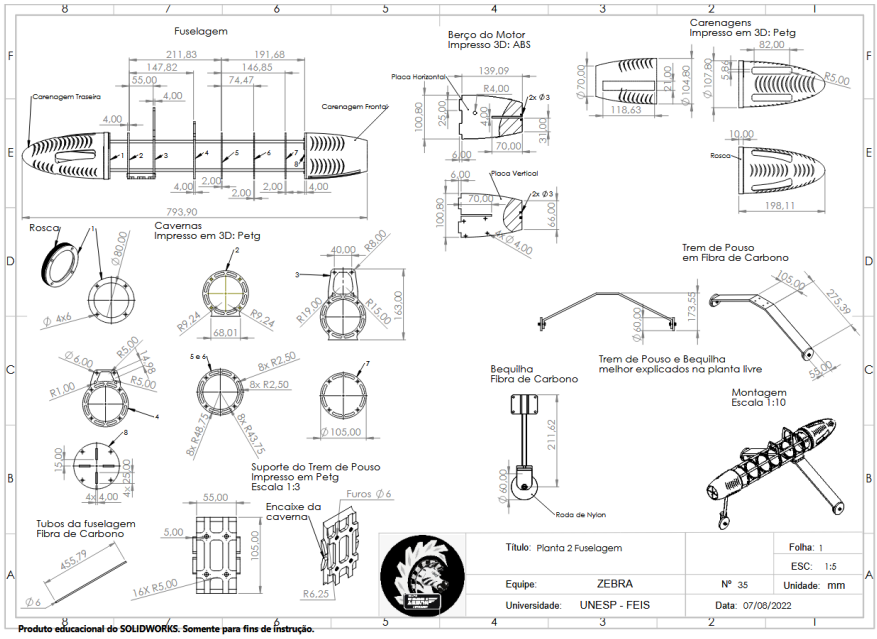
C. PETG: Material resistente mecanicamente e termicamente, porém de alto custo.

Uma técnica utilizada na impressão 3D é, sabendo-se a solicitação de uma peça, por exemplo, 30% da tensão de ruptura do material (com fator de segurança já aplicado) é feito a impressão de somente 30% de preenchimento da peça, sendo muito utilizado para alívios de massas nessas estruturas.

## 5.2. Contexto Histórico

A Equipe Zebra é uma das mais antiga da competição SAE de *AeroDesgin* no Brasil, com isto, ela possui uma grande experiência de competição; na competição de 2022, a qual o autor deste trabalho também trabalhou no projeto da fuselagem da aeronave da Equipe, decidiu-se fabricá-la inteiramente em impressão 3D, de forma muito compacta para reduzir o arraste do ar, como mostrado na Figura 14, a planta da fuselagem.

Figura 14 – Desenho Técnico da Fuselagem de 2022




Fonte: Autoria própria.

Tal fuselagem foi vista com um ponto negativo muito grande pela equipe devido à falta de espaço para embarcar equipamentos eletrônicos, que foram colocados na asa, dificultando o acesso, razão pela qual, optou-se por desenvolver uma fuselagem treliçada ou caixão, para permitir a embarcação dos eletrônicos junto com a carga, mesmo que, elevando o peso da aeronave.

## 5.3. Projeto conceitual

O início de todo projeto começa na etapa conceitual, onde é definido os objetivos do projeto e os limites do mesmo. Na sequência é traçado o primeiro esboço que deverá ser seguido. Daí, tem-se a definição dos objetivos da aeronave.

A aeronave de *AeroDesign* deverá fazer cerca de 8 a 20 voos, considerando de 2 a 5, os voos de teste. Portanto, aspectos decorrentes de fadiga e desgaste não se fazem presentes na vida da aeronave, de tal forma que o projeto impõe como limite a resistência ao esforço máximo e deformações.

Como o objetivo da missão do *AeroDesign* é de transporte de carga, necessita-se de um volume interno da fuselagem para acomodação da carga. Além disso, é importante o bom alojamento dos componentes elétricos, eletrônicos e mecânicos para o funcionamento da aeronave.

Assim como projeto conceitual, têm-se os dados necessários para elaboração da fuselagem e da cauda, que são:

1 Distância da longarina da cauda até a longarina da asa;
2 Distância de ajuste do CG na fuselagem;
3 Volume do compartimento de carga;
4 Volume dos componentes elétricos e eletrônicos, e sua localização;
5 Posição do motor em relação asa;
6 Posição da bequilha e do trem de pouso;
7 Requisitos aerodinâmicos da fuselagem (Área transversal máxima).

Por definição de projeto, a equipe optou por um fator de segurança de 1,5; ou seja, o projeto estrutural deve ser realizado de forma que o material é superestimado a metade de sua resistência, salvo em pontos especiais de atenção que são abordados posteriormente.

Outro ponto importante é a capacidade fabril. A Equipe conta atualmente com certos processos que são limitados, e que são descritos em seção específica, mas o projeto deve contemplar a capacidade de ser construído por meio desses processos.

Por fim, como definição de projeto, a tomada de decisão deverá seguir a ordem indicada. Partindo dos requisitos como resistência e capacidade fabril, posteriormente a confiabilidade do projeto, ou seja, a confiança do projetista de que os requisitos são atendidos. Posteriormente, a minimização da massa, e na sequência o arrasto da fuselagem (diminuindo a seção transversal das estruturas e do comprimento) e, então, a redução do custo.

Os requisitos da missão para a aeronave de carga SAE *AeroDesign* são realizar poucos voos carregando a carga máxima possível. Nesse particular, a equipe Zebra determinou experimentalmente que a fuselagem deve transportar a carga e os equipamentos elétrico e eletrônico necessários para a operação; com a carga sendo facilmente acessível e removível. A partir disso, a geometria da fuselagem pode ser definida. Devido a aeronave realizar poucos voos, os efeitos de fadiga e desgaste, podem ser desconsiderados.

### 5.3.1. Geometria da Fuselagem e Processos de Construção

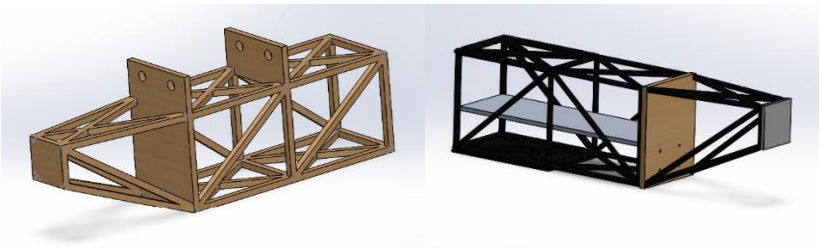
Devido aos requisitos da missão, a fuselagem se restringe a geometrias simples para combinar com a facilidade de construção. Nesse aspecto, a melhor escolha para a produção da fuselagem é uma forma retangular, pois a fabricação de formas circulares ou cilíndricas exigem processos de fabricação que a equipe não possui, ou o uso de processos não convencionais como a impressão 3D. No entanto, tais processos frequentemente resultam em estruturas muito densas ou pesadas devido as limitações de tamanho, tornando-as impraticáveis para o *AeroDesign*.

Com essas definições e tendo estabelecido o volume e a disposição dos componentes elétricos e eletrônicos, duas possibilidades para a fuselagem foram definidas: - uma estrutura em treliça e uma estrutura tipo monocoque, que podem ser vistas nas Figuras 15 e 16. Note que nas figuras é possível verificar a separação feita entre o espaço da carga e o espaço dos componentes elétricos e eletrônicos. É importante notar que, quando construídas, tais estruturas são cobertas com um revestimento plástico de baixo atrito e uma tampa simples feita de uma folha de madeira balsa de 1 mm de espessura, fixada com velcro na parte traseira para a remoção da carga.

Para a fuselagem caixote, há a restrição de altura da mesma devido a fabricação de chapas de madeira balsa, razão pela qual, ao invés dos componentes elétricos e eletrônicos vir acima da carga; opta-se por fazê-la mais comprida e colocando tais componentes e a carga distribuídas ao longo do compartimento; note que é possível utilizar o mesmo compartimento de carga fixado no chão da estrutura por meio de velcro.

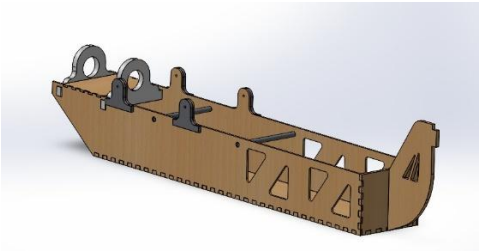
Figura 15 - Fuselagem em Treliça de Madeira Balsa (a), Fuselagem em Treliça de Fibra de Carbono (b)

(a) (b)



Fonte: Autoria própria.

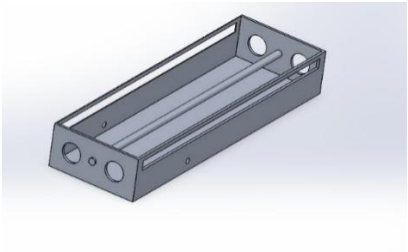
Figura 16 – Fuselagem Caixote



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 15b, pode-se ver uma placa no meio da fuselagem, que separa o compartimento de carga, mostrado na Figura 17, dos equipamentos elétricos e eletrônicos. O compartimento de carga é feito de aço de alta resistência, com um parafuso sem-fim interno que permite a fixação modular das cargas, que são fabricadas para se encaixarem precisamente dentro deste compartimento.

Figura 17 – Compartimento de Carga

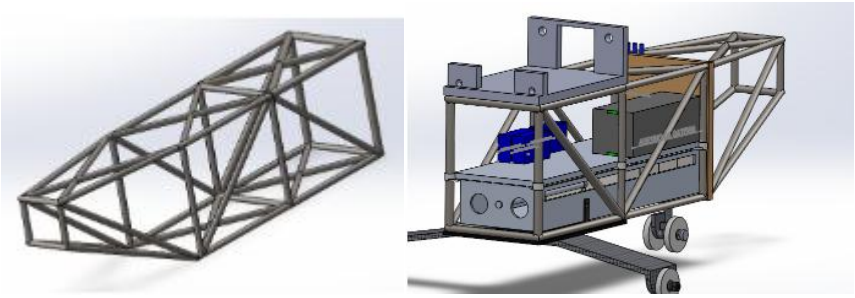


Fonte: Autoria própria.

Para garantir um bom número de voos e uma estabilidade na estrutura, fez-se a fuselagem treliçada com o máximo de elementos possíveis, para assim, também garantir a facilidade de aplicar o revestimento plástico na mesma. Os tubos de carbonos ou vigas de madeiras são então colocados em forma de treliça e unidos com adesivo instantâneo no caso da madeira ou com resinagem no caso de tubos de carbonos.

Observou-se na construção do protótipo pela equipe em competições anteriores que a fuselagem com vigas de madeira apresentava uma fragilidade nas uniões, os elementos quebravam próximo as regiões coladas; por essa razão, para o projeto final, optou-se por utilizar uma estrutura treliçada, como apresentada na Figura 18, com uma parede de madeira entre o espaço da carga e do motor.

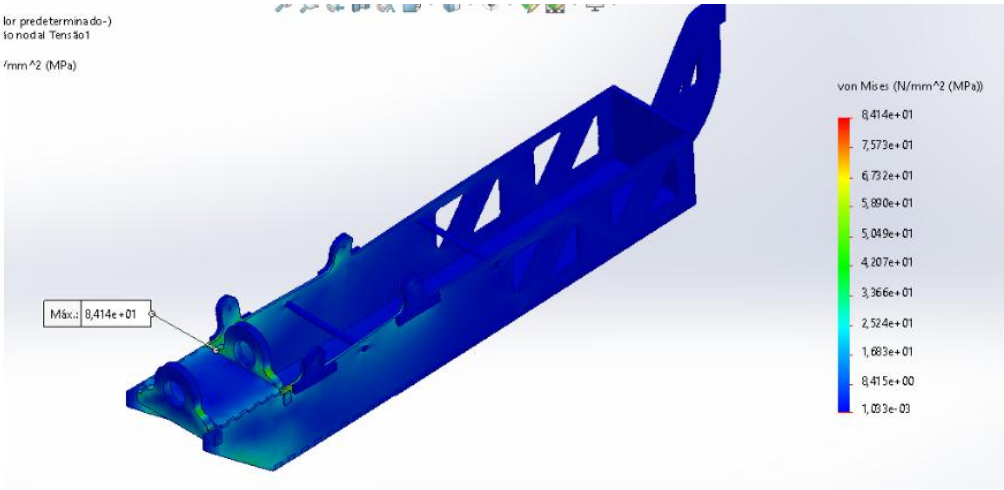
Figura 18 – Fuselagem Treliçada Final



Fonte: Autoria própria.

Para a fuselagem em caixão foi feita uma análise prévia de MEF no *SolidWorks*, em que se observou que a parte traseira da estrutura possui um maior nível de tensão, como mostra a Figura 19. Em razão disso, são feitos diversos alívios de massas na parte frontal da estrutura. Para unir as chapas é feito o mesmo método de quebra-cabeça entre as chapas, garantindo uma boa rigidez na união delas, com a colagem por adesivo instantâneo vindo logo em cima deste quebra cabeça.

Figura 19 – Análise MEF pelo SolidWorks.




Fonte: Autoria própria.

Como resultado dessa análise preliminar fica evidente que nesta fuselagem, os esforços não são um parâmetro determinante no projeto da mesma, mas sim a capacidade de produção, uma vez que fez-se o projeto preliminar já utilizando as chapas de balsa, menos espessas possíveis e com um bom número de alívios de massas, sem comprometer a fixação dos componentes elétricos e eletrônicos e da

carga na estrutura. Daí, a análise por MEF mais detalhada da estrutura se torna apenas um método de validação.

Em resumo, as vantagens e desvantagens da **fuselagem em chapa**, são:

- Vantagens:
  - Maior resistência;
  - Grande facilidade construtiva;
  - Possibilita um melhor ajuste do CG da aeronave pela posição da carga;
  - Menor custo (10x mais barata, histórica a fuselagem em tubos de carbono custa em torno de R$ 2500,00)
- Desvantagens
  - Maior Peso
  - Maior arraste

Já para a **fuselagem treliçada**, tem-se:

- Vantagens:
  - Menor peso;
  - Menor arraste;
- Desvantagens
  - Maior custo;
  - Maior complexidade construtiva;
  - Menor ajuste de CG
  - Menor confiabilidade
  - Maior dificuldade de reparo

Portanto, a fuselagem treliçada embora tenha melhor desempenho, apresenta dificuldade construtiva e de manutenção caso necessária durante a competição. Devido as dificuldades financeiras da Equipe, optou-se pela fuselagem em madeira balsa ou caixão, para a competição de 2024.

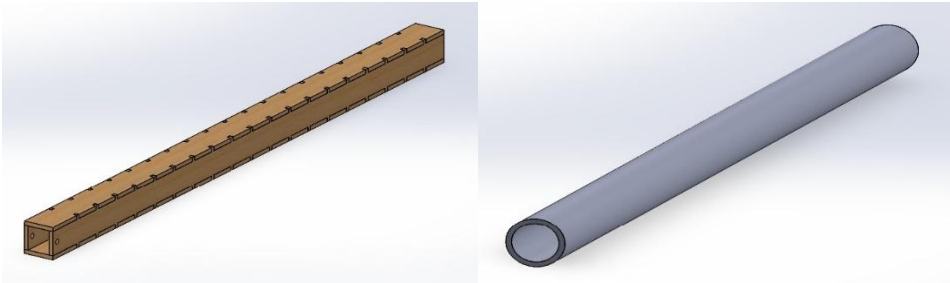
### 5.3.2. *Tailboom* e Conexão com a Fuselagem

O *Tailboom* (tubo de cauda) ainda apresenta desafios de construção. Portanto, a equipe optou por usar um tubo de fibra de carbono pré-fabricado ou fabricar um tubo

quadrado de madeira balsa. Para ambas as opções, como mostrado na Figura 20, uma análise foi desenvolvida em *Python* para verificar sua resistência, seguida de validação por análise de elementos finitos. A vantagem do tubo de carbono é a facilidade de construção, pois é comprado pronto, enquanto a viga de balsa oferece um custo reduzido. Em termos de massa, ambas as soluções são similares, já que ambos os materiais exibem uma excelente relação resistência-peso, ou resistência específica. No entanto, como a solução de fibra de carbono é industrial, os processos de fabricação são mais bem estabelecidos e, consequentemente, as especificações do material são mais precisas. O que implica no emprego de um fator de segurança mais baixo em comparação com uma viga construída pela equipe.

Figura 20 – Duas Opções de Caudas, Madeira Balsa (a) e Tubo de Carbono (b)

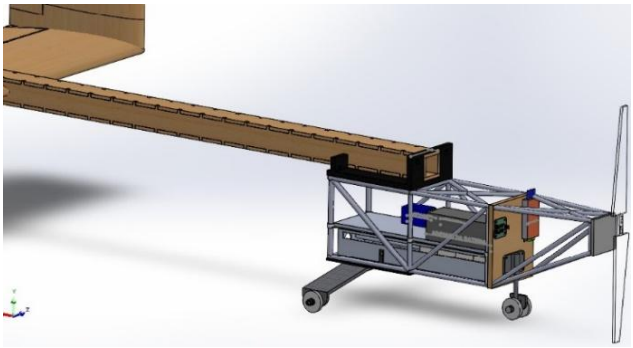
(a) (b)



Fonte: Autoria própria.

A conexão entre o *Tailboom* e a fuselagem é mostrada na Figura 21, onde o suporte de fibra de carbono é usado para criar a junção, unindo-o por resina tanto à fuselagem quanto ao *Tailboom*.

Figura 21 – Conexão Fuselagem Treliçada e Cauda



Fonte: Autoria própria.

## 5.4. Cargas e Diagrama de Corpo Livre

Para o cálculo estrutural da fuselagem, o setor de Cargas e Aeroelasticidade da Equipe Zebra realiza o cálculo das cargas aplicada na mesma, a partir das solicitações aerodinâmicas e dos pesos das estruturas, estimadas a partir da média histórica, componentes elétricos e eletrônicos e da carga.

As forças de atrito com o solo e o seu respectivo momento são desprezados, pois não ocorrem em simultâneo com a máxima vertical do pouso, o impacto do pouso é o responsável por gerar as forças máximas do conjunto do trem de pouso.

Para tal são vistas na fuselagem as seguintes cargas para aeronave de massa total de 9,7 kg:

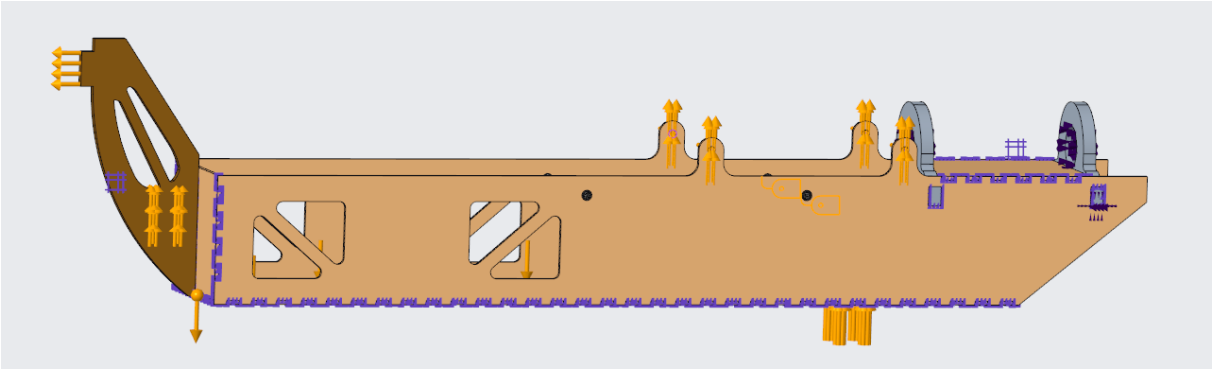
1. Empuxo do motor (56,12 N);
2. Peso do motor (1 N);
3. Pouso pela Bequilha menos o peso próprio (116 N);
4. Peso da carga + bateria (98 N);
5. Pouso do trem de pouso em cada roda (447 N);
6. Sustentação e arraste da asa (286,6 N);
7. Instabilidade da asa (38,12 N.m);
8. Peso estrutural aplicado no centro de gravidade (CG) da aeronave.

Na Figura 22, pode-se verificar onde tais forças são aplicadas. Neste trabalho, considera-se 3 casos de cargas para a estrutura treliçada, o pouso com 1, 2 ou 3 rodas, e para a fuselagem caixote, as condições de pouso não interferem devido a forma que o trem de pouso é fixado. As cargas que aparecem durante o voo, na decolagem, no mergulho não representam a carga máxima na fuselagem, baseado na experiência histórica da Equipe Zebra nestes dimensionamentos. Como no *AeroDesign* as cargas transportadas variam entre 10 a 20kg e o peso da estrutura da aeronave em torno de 1 a 2kg, pode-se afirmar que o CG é o ponto onde a carga transportada está distribuída, assim, ao calcular a ação do peso do avião, o mesmo é aplicado junto ao ponto de apoio da carga transportada, com a devida transferência de momentos e forças, ação esta, calculada pelo setor específico da Equipe Zebra.

O cálculo de cargas é feito levando em conta o projeto do ano, a partir da dimensão limite da asa, e da força de sustentação gerada pela mesma, o setor de

estabilidade e controle calcula as forças de controle da aeronave, e o setor de cargas com tais dados, estima as cargas de pouso a partir de uma estimativa de massa e do objetivo de carga paga, no caso de 10 Kg. Dessa forma, o setor de Cargas realiza o cálculo das cargas que entram na fuselagem e no *Tailboom* fazendo a transferência de forças e momentos pelas estruturas da aeronave.

Figura 22- DCL da Fuselagem



Fonte: Autoria própria.

## 5.5. Projeto da Fuselagem Treliçada

Embora a Equipe tenha decidido não seguir com a fuselagem treliçada, considerou-se importante o projeto de cálculo da mesma para garantir um bom comparativo entre os dois cenários, numa situação de diferença de massa extrema, a fuselagem treliçada poderia voltar a ser uma opção caso a Equipe venha a conseguir o financiamento adequado.

Tendo em vista as situações de cargas explicadas no tópico anterior, junto com o modelo de fuselagem de treliças optado pelo *benchmarking* e projeto conceitual vem a etapa de cálculo da estrutura. Como se trata de uma estrutura muito complexa, qualquer análise analítica é muito complicada e custosa de ser feita, portanto, para se aproximar de uma, fez-se um código em Python para o cálculo da treliça, onde cada membro da treliça é visto de forma independente, se aproximando a um elemento finito.

A partir das definições do projeto conceitual para a fuselagem, identificou-se que a solução treliçada se comporta como um pórtico, e a partir disso, modelou-se a mesma no software LESM, que tornou possível a obtenção das forças aplicadas em cada membro da treliça e as reações nos apoios, definidos no encaixe do *Tailboom*,

conforme exibido pela Figura 23. Daí, utilizando o arquivo com os valores exportados pelo LESM, utilizando um código em Python, foi possível calcular as tensões, deformações e o fator de segurança da estrutura. Para tal, utilizou-se um equacionamento de resistência dos materiais, calculando as tensões máximas e o tensor atuante, conforme explicado no tópico sobre o *Software*.

Vale ressaltar que a Fuselagem possui 3 formas de cargas que influenciam a estrutura treliçada, sendo elas, o pouso com 1, 2 ou 3 rodas, por isso é necessário avaliar as 3 considerações.

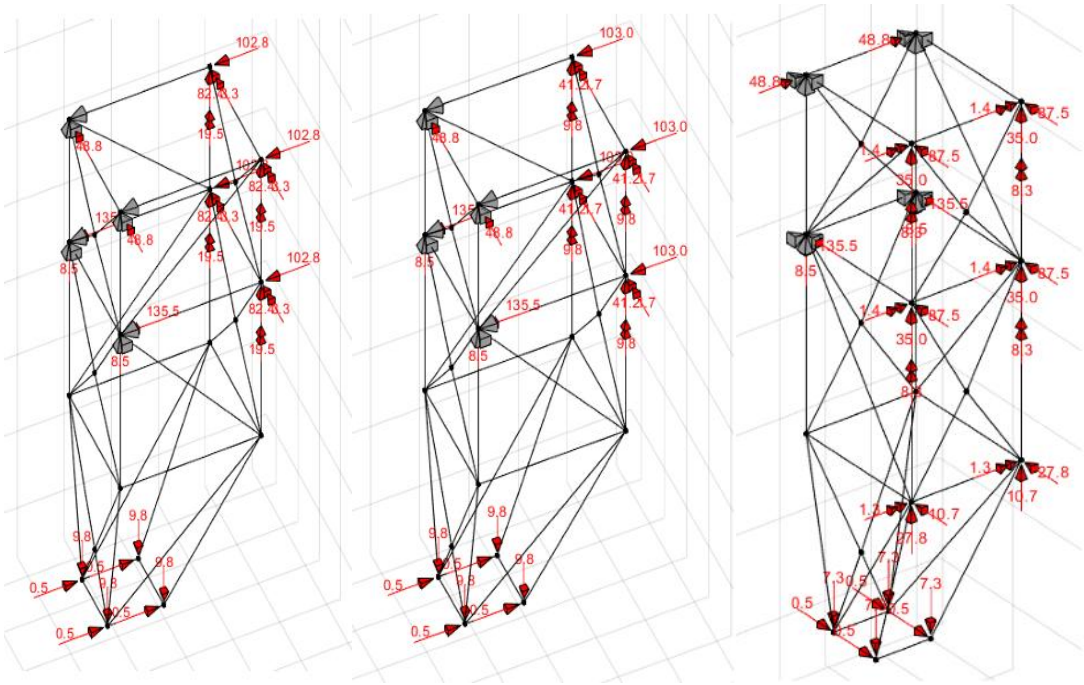
Para propriedades mecânicas dos tubos de carbonos, utilizou-se os dados fornecidos pelo fabricante sendo aproximada para uma estrutura isotrópica nesta etapa do projeto com um fator de segurança igual a 2. Para as uniões, empregando resinagem com fibra de carbono, como se utilizam mais camadas de fibra de carbono, supõe-se uma laminação correta; tais uniões são pontos mais reforçados que os próprios tubos, o que garante que a falha não ocorra nelas.

Com a análise concluída, verificou-se que a frente da fuselagem poderia ser composta por tubos de carbono de 8mm de diâmetro externo e 6mm de interno e a parte traseira de 10mm de externo e 6mm de interno.

A partir do LESM, pode-se visualizar as forças e momentos atuantes na estrutura, bem como suas deformações. Como se trata de uma estrutura complexa, essa visualização se torna um pouco limitada, servindo para identificar os membros mais carregados, que como observado são aqueles próximos a cauda, o que vai de encontro com o dimensionamento obtido pelo *software* em *Python*. As Figuras 24 a 30, apresentam os resultados para a condição de pouso em 3 rodas a esquerda, 2 rodas no centro e 1 roda na direita (respectivamente).

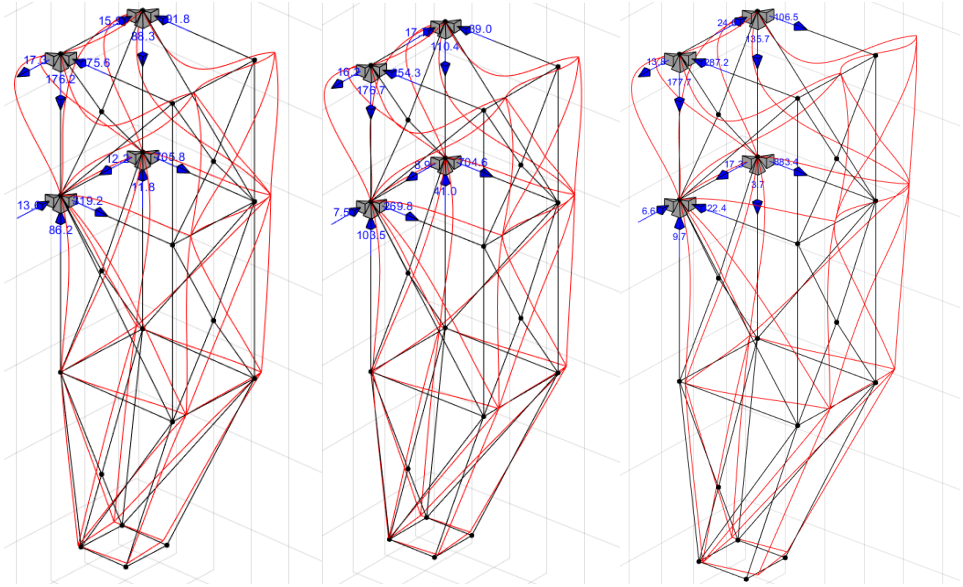
Adicionalmente, na Figura 31, é apresentado o desenho técnico da fuselagem treliçada.

Figura 23 - DCL da Fuselagem com Pouso em 1 Roda (Esquerda), em 2 rodas (Meio) e Três Rodas (Direita) no Software LESM



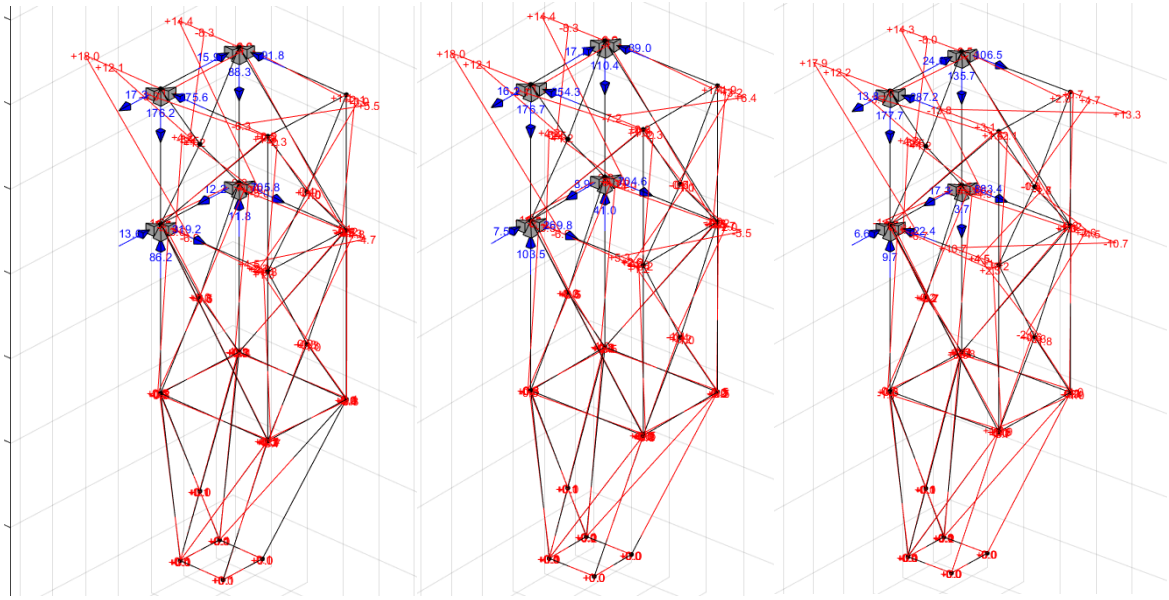
Fonte: Autoria própria.

Figura 24 - Deformação nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda



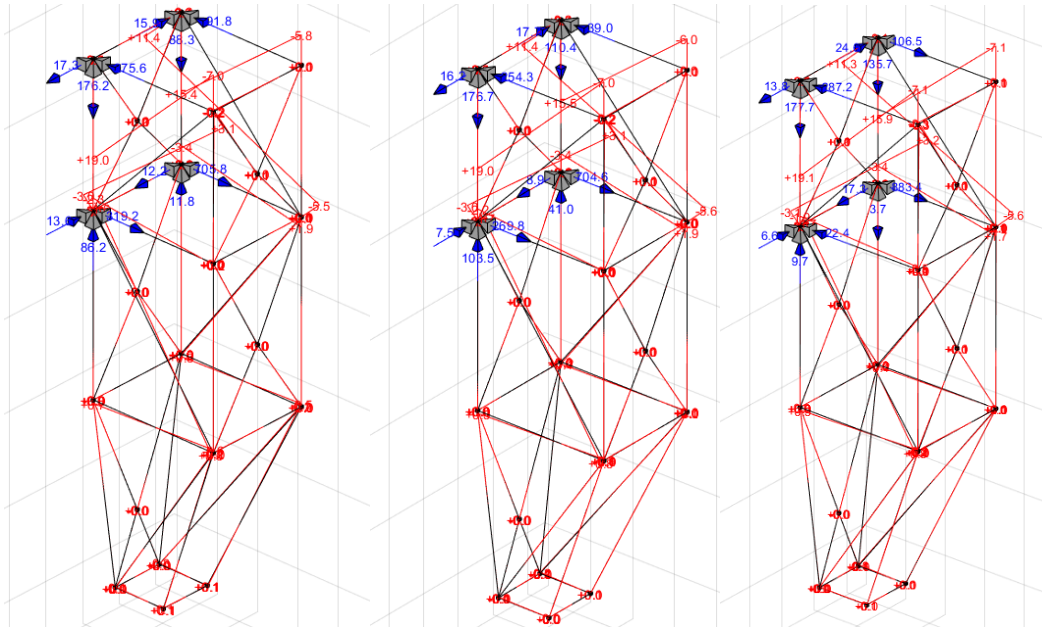
Fonte: Autoria própria.

Figura 25 – Momento em Z nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda



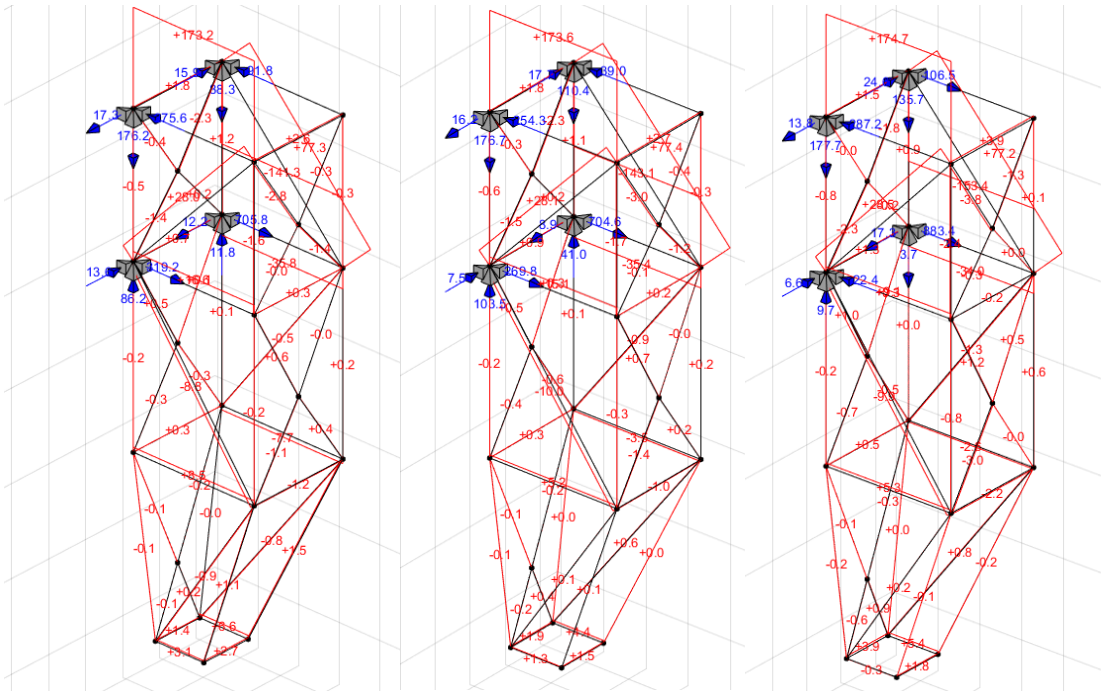
Fonte: Autoria própria.

Figura 26 – Momento em Y nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda



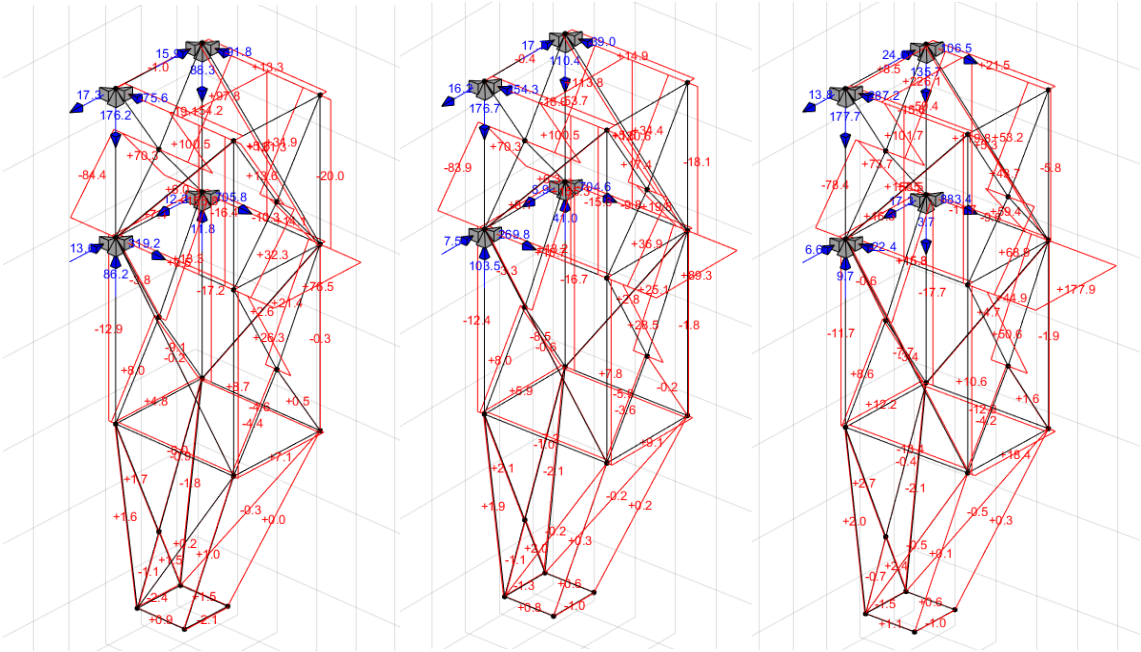
Fonte: Autoria própria.

Figura 27 – Cortante em Z nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda



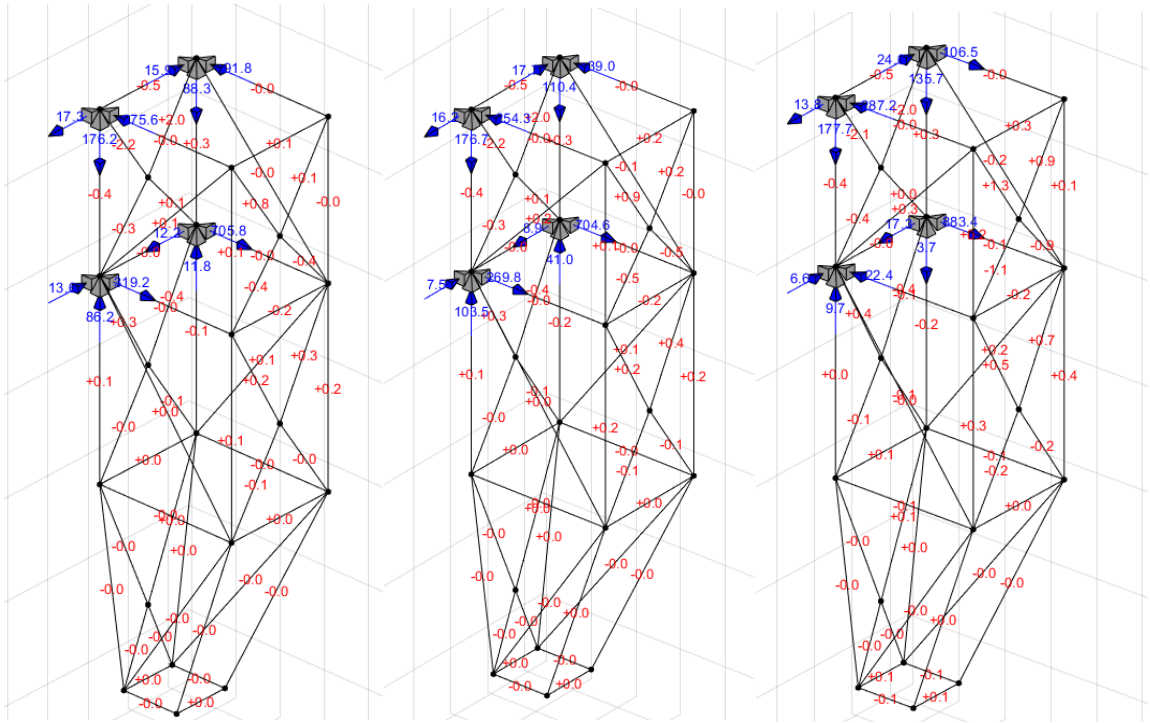
Fonte: Autoria própria.

Figura 28 – Cortante em Y nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda



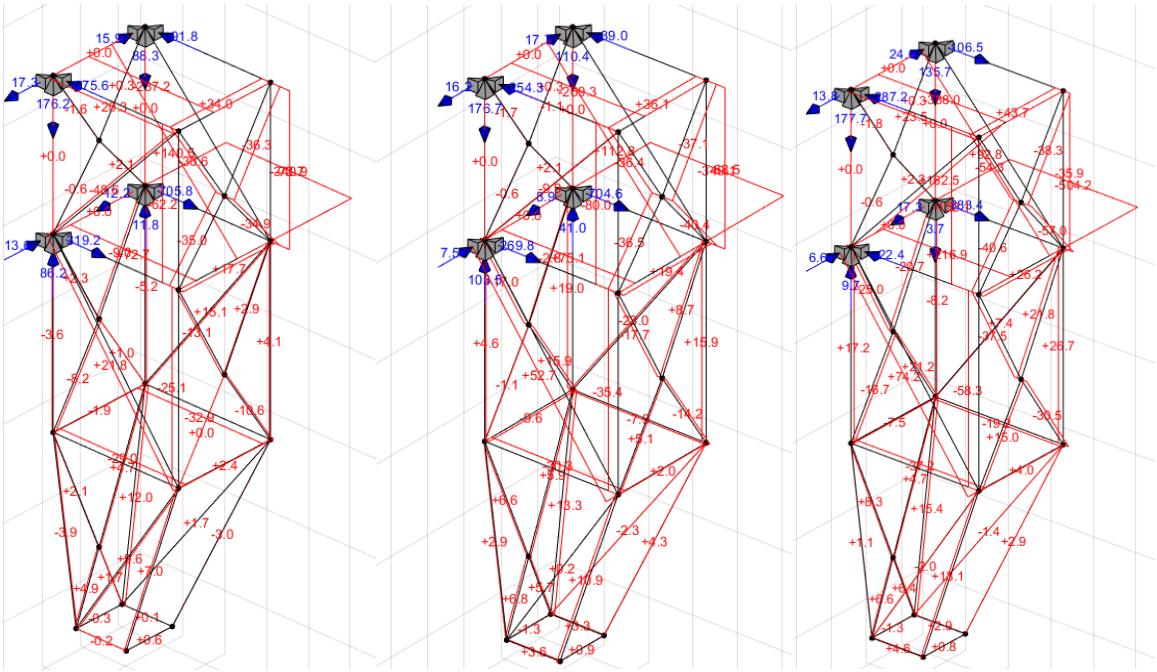
Fonte: Autoria própria.

Figura 29 - Torsão nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda



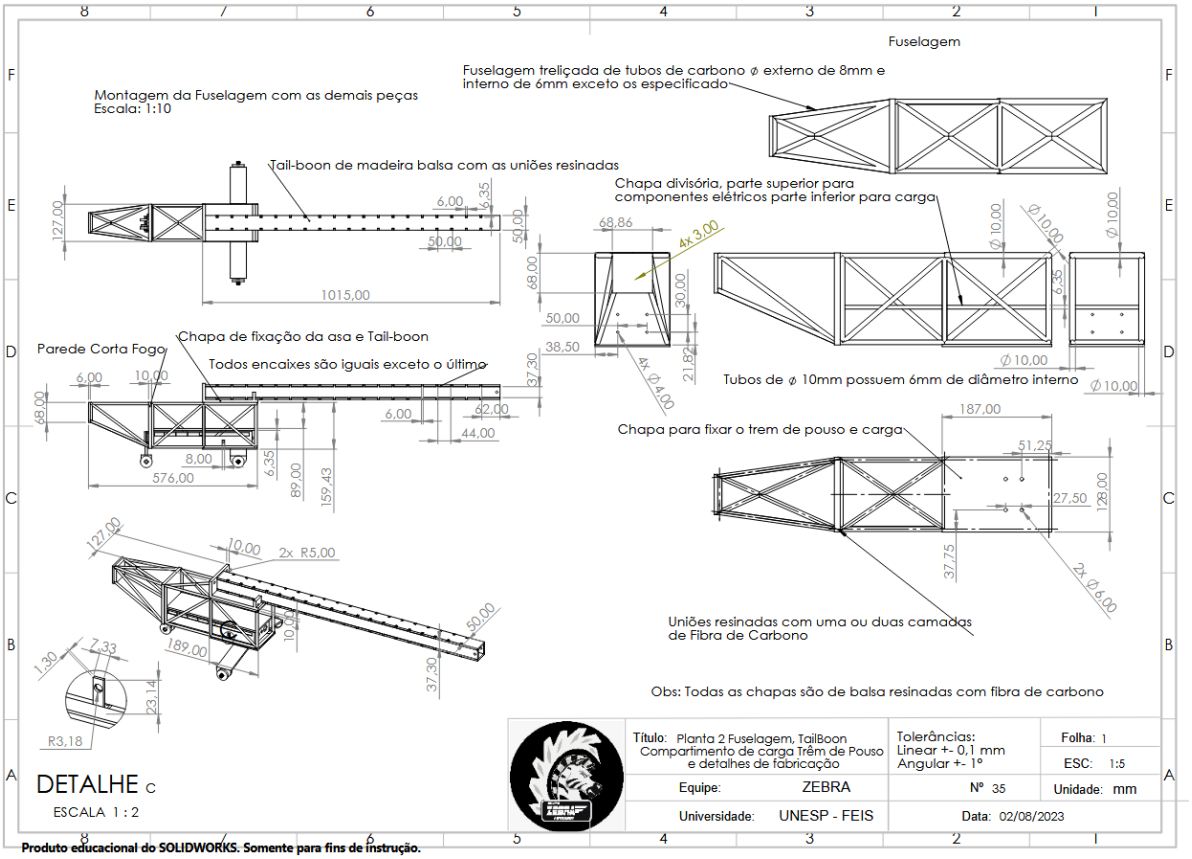
Fonte: Autoria própria.

Figura 30 – Força Axial nos Membros Pouso em 3 Rodas / 2 Rodas / 1 Roda



Fonte: Autoria própria.

Figura 31 – Desenho Técnico Fuselagem Treliçada




Fonte: Autoria própria.

Como a equipe optou por seguir com a outra opção de fuselagem, o pré-projeto da fuselagem treliçada termina nesta etapa, com os resultados obtidos do LESM e do *software* apontando que os elementos da seção traseira precisam ser de 10mm de diâmetro externo com 8mm de diâmetro interno, e os elementos frontais sendo de 8mm de diâmetro externo e 6mm de diâmetro interno.

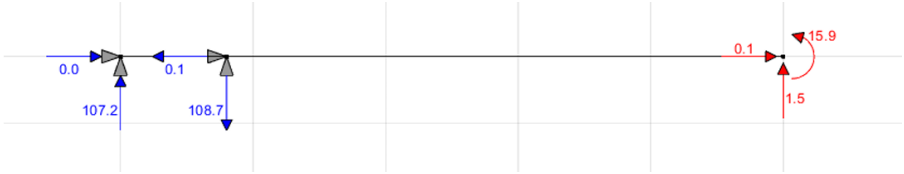
## 5.6. Cálculo das caudas

A partir do mesmo *software* desenvolvido é possível analisar a estrutura do *Tailboom*, uma vez que o mesmo se trata de uma viga, alterando apenas os dados da seção transversal da estrutura.

O diagrama de Corpo Livre dos dois *Tailbooms*, podem ser vistos na Figura 32, em Newtons. Para os *Tailbooms*, utilizaram-se funções singulares para gerar os

diagramas de cortante, momento e deflexão, apresentados nas Figuras 33, 34 e 35, respectivamente.

Figura 32 - DCL do *Tailboom* de Madeira no *Software* LESM

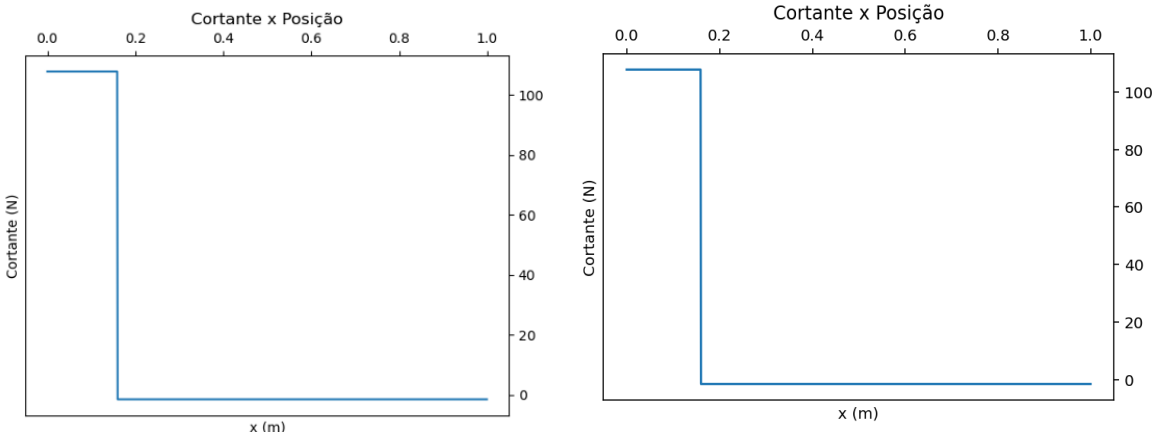



Fonte: Autoria própria.

Nas Figuras 33, 34 e 35, pode-se verificar o diagrama de cortante, momento fletor e deflexão, respectivamente, em que (a) é o *Tailboom* de madeira e (b), o *Tailboom* de carbono. Para os gráficos apresentados se considera um *Tailboom* de madeira de 50mm de lado, com espessura de 6,35mm, sendo o menor possível para obter a deflexão máxima de 5mm, enquanto o de carbono se adotou o de 32mm de diâmetro externo com 30mm de diâmetro interno que a equipe já possuía.

Figura 33 - Diagramas de Cortante do Tailboom de Madeira (a) e de Carbono (b)

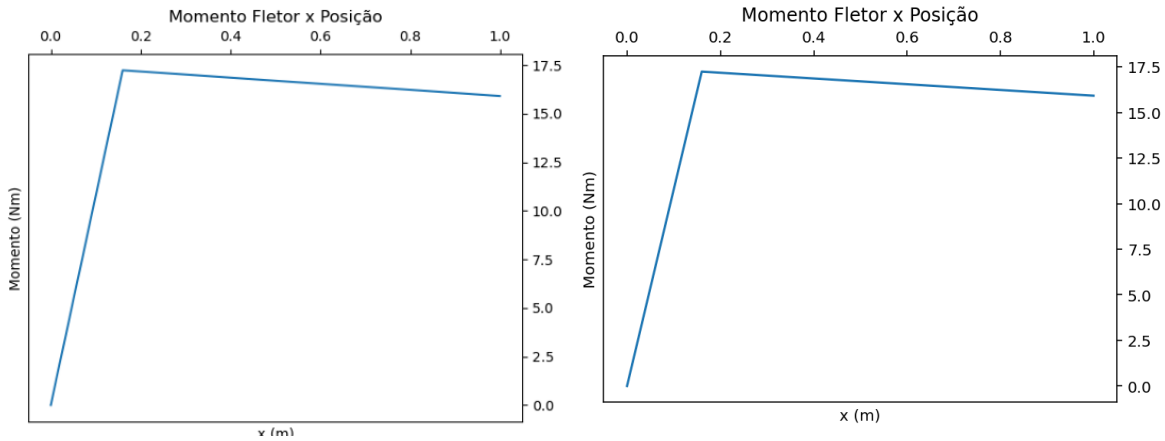
(a) (b)




Fonte: Autoria própria.

Figura 34 - Diagramas de Momento do Tailboom de Madeira (a) e de Carbono (b)

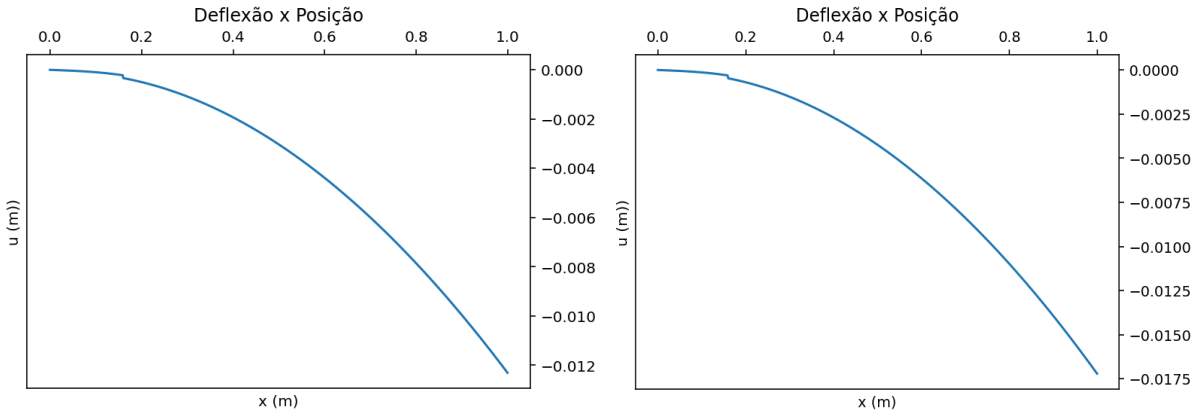
(a) (b)




Fonte: Autoria própria.

Figura 35 - Diagramas de Deflexão do Tailboom de Madeira (a) e de Carbono (b)

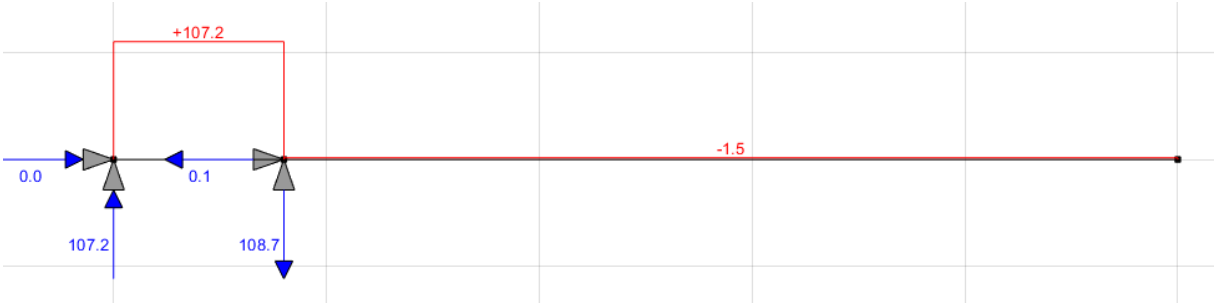
(a) (b)




Fonte: Autoria própria.

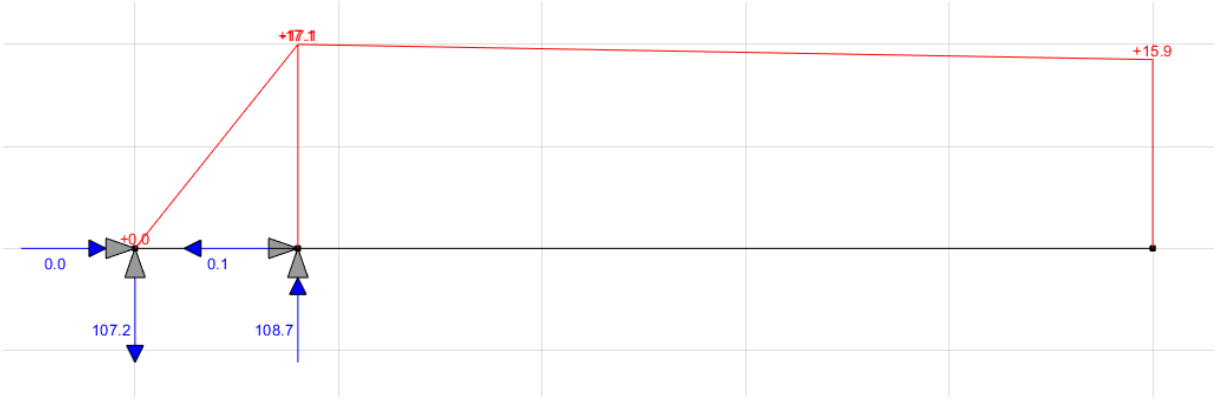
Como validação, fez-se a análise do diagrama de forças e deformação no LESM também, onde se obteve os comportamentos das Figura 36, 37, 38 e 39 em Newtons e milímetros. A partir delas, validou-se o cálculo, uma vez que ambos os *softwares* convergiram no mesmo resultado.

Figura 36 – Diagrama Cortante




Fonte: Autoria própria.

Figura 37 – Diagrama Momento

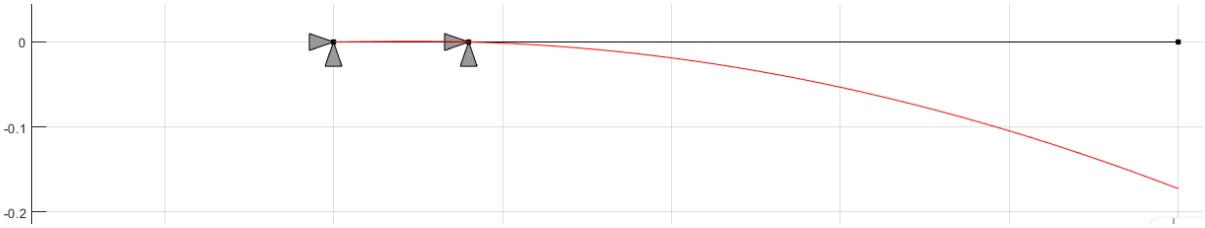



Fonte: Autoria própria.

Figura 38 – Deflexão Cauda de Madeira

Fonte: Autoria própria.

Figura 39 – Deflexão Cauda de Carbono




Fonte: Autoria própria.

Portanto, pode ser observado que a situação de cargas para ambos quase não altera, no entanto, a diferença de deflexão é considerável; o momento de inércia maior do *Tailboom* de madeira produz uma diferença de 50% no resultado. Considerando que o seu custo é inferior e que a deflexão é um parâmetro muito importante, pois influência a dinâmica de voo devido ao movimento da empenagem em relação a asa, torna-se muito claro a melhor eficiência do *Tailboom* de madeira, com a única vantagem do tubo de carbono sendo a sua facilidade construtiva. Essa vantagem é muito importante, mas como a Equipe já possuía tubos de carbonos de diâmetro compatível, ainda sim, optou-se por utilizar esta cauda na competição de 2024, devido à falta de tempo para a fabricação de um *Tailboom* de madeira mais otimizado.

Vale ressaltar que o dimensionamento da cauda é feito por deformação máxima, sendo está muito mais rigorosa que que o escoamento ou a ruptura do material, portanto, tem-se segurança de seguir com o projeto sem realizar o cálculo em elementos finitos desta estrutura para tensões.

## 5.7. Projeto da Fuselagem Caixão

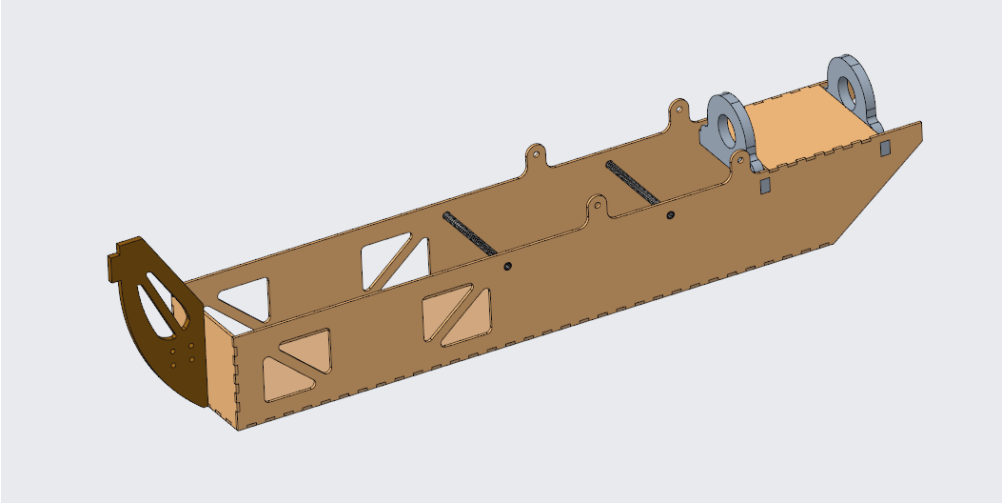
Para a fuselagem caixão foi feito seu modelo 3D no *Software* PTC *Creo*, a troca do *software* foi realizada devido a problemas de renovação de licença do *Software SolidWorks*.

## 5.8. Análise Fabril

Neste tópico é abordado a explicação da geometria e análise fabril da fuselagem.

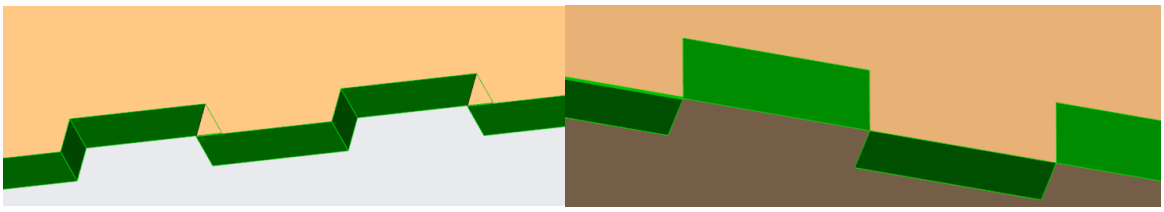
A fuselagem modelada como apresentada na Figura 40, possui diversos componentes que são colados, utilizando o sistema de interface de quebra cabeça, como mostrado na Figura 41 para as chapas, onde a face em destaque é revestida com cola e, posteriormente, na Figura 42, é visto como é feita a colagem em filete de todas as chapas pelas faces internas da aeronave.

Figura 40 – Fuselagem Completa



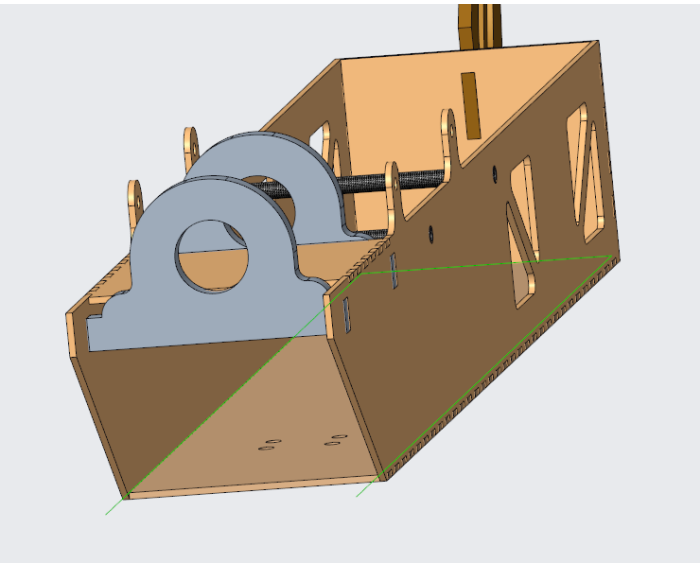
Fonte: Autoria própria.

Figura 41 – Faces de Colagem



Fonte: Autoria própria.

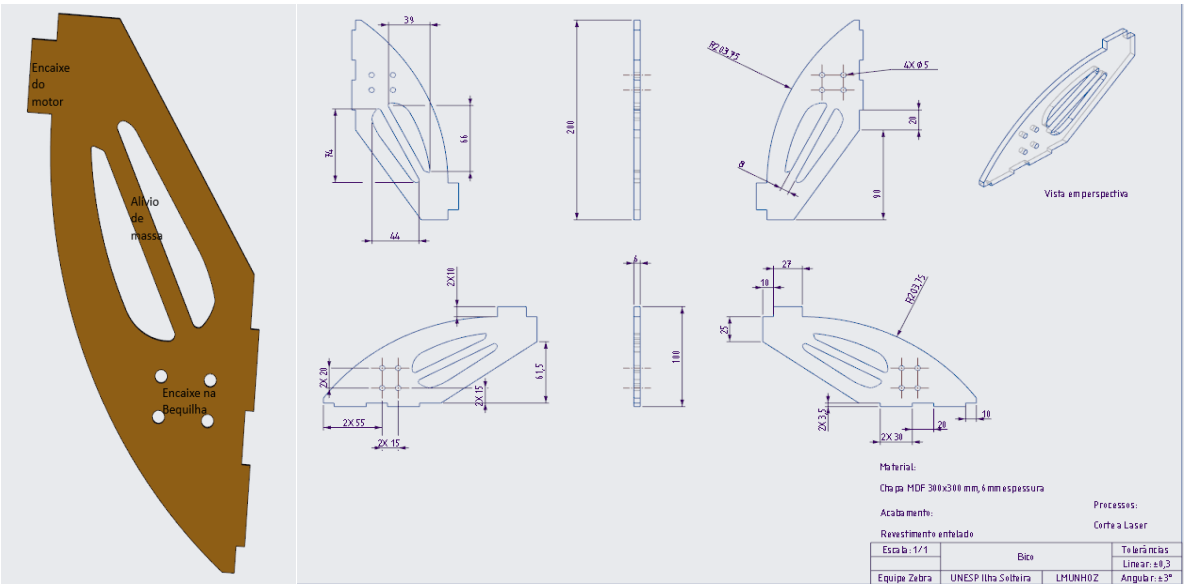
Figura 42 – Colagem Filete



Fonte: Autoria própria.

O bico é mostrado na Figura 43 com seu respectivo desenho técnico, sendo possível verificar o alívio de massa do mesmo, junto com o encaixe do motor, da bequilha e da parede corta fogo.

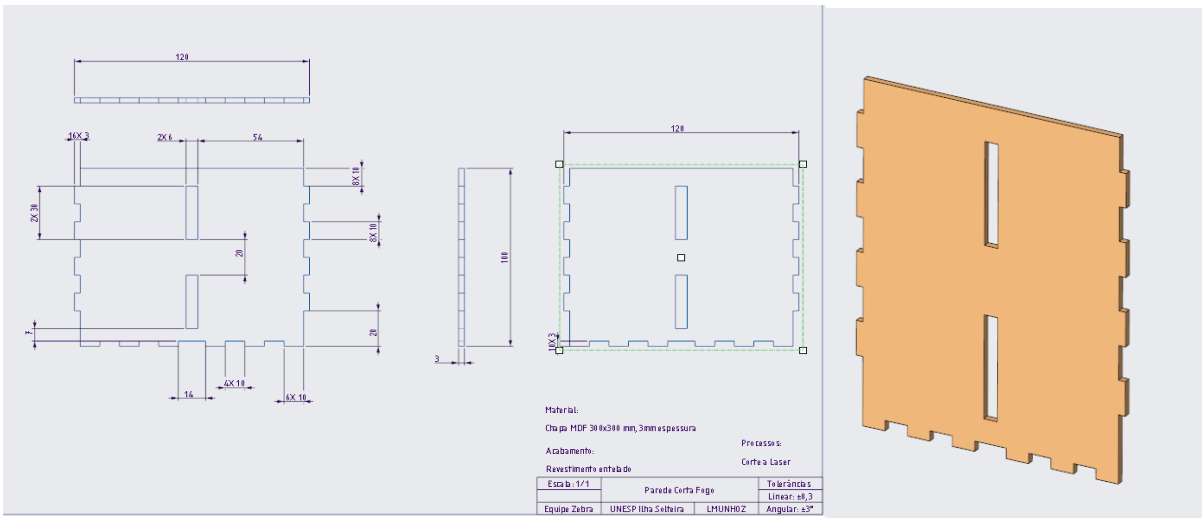
Figura 43 – Bico




Fonte: Autoria própria.

Da mesma forma, a Parede Corta Fogo e seus encaixes no bico, nas paredes laterais e na base, com seu respectivo desenho técnico é apresentada na Figura 44.

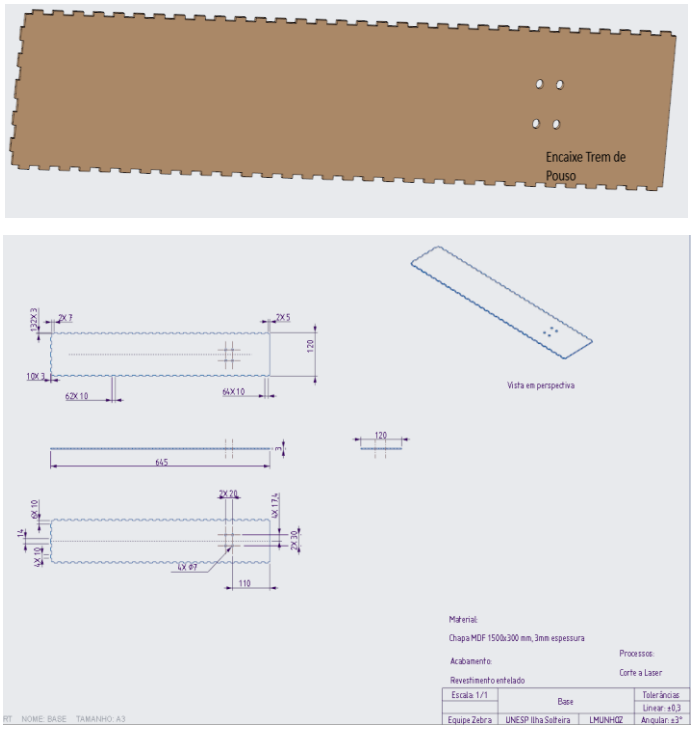
Figura 44 – Parede Corta Fogo




Fonte: Autoria própria.

A Base com seu respectivo desenho técnico é apresentada na Figura 45 com seus encaixes nas paredes laterais, corta fogo e trem de pouso.

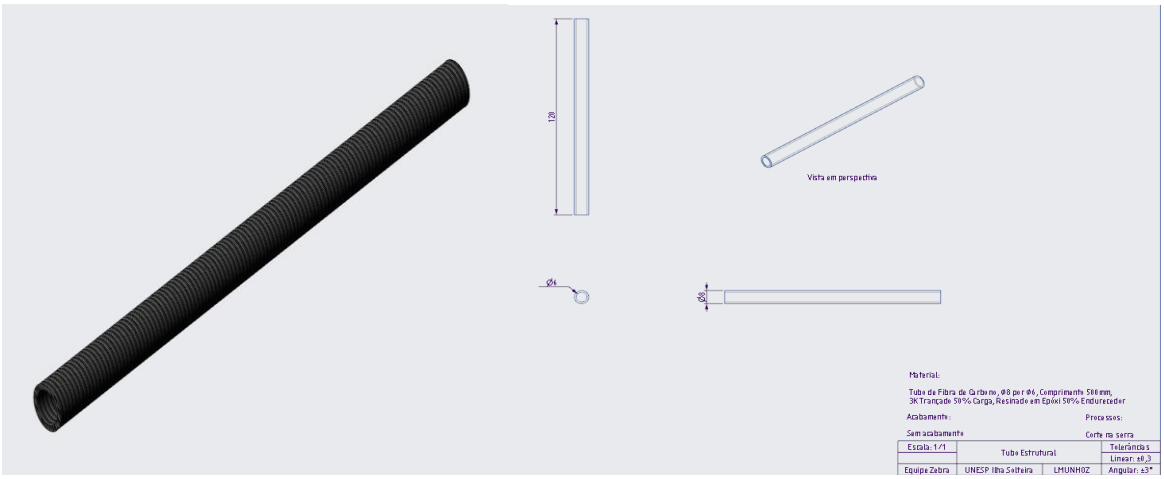
Figura 45 – Base




Fonte: Autoria própria.

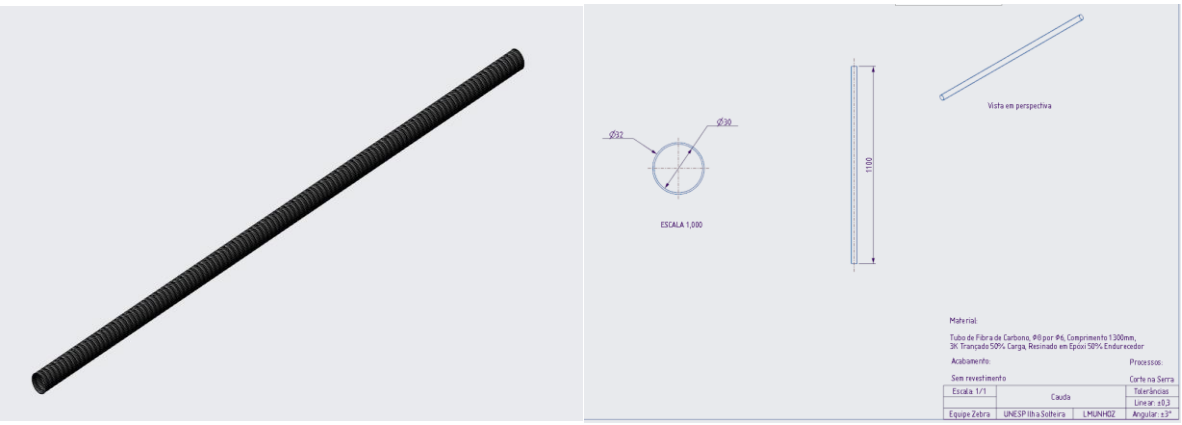
Na Figura 46, o Tubo Estrutural e na Figura 47 a Cauda, respectivamente, com seus respectivos desenhos técnicos.

Figura 46 – Tubo Estrutural




Fonte: Autoria própria.

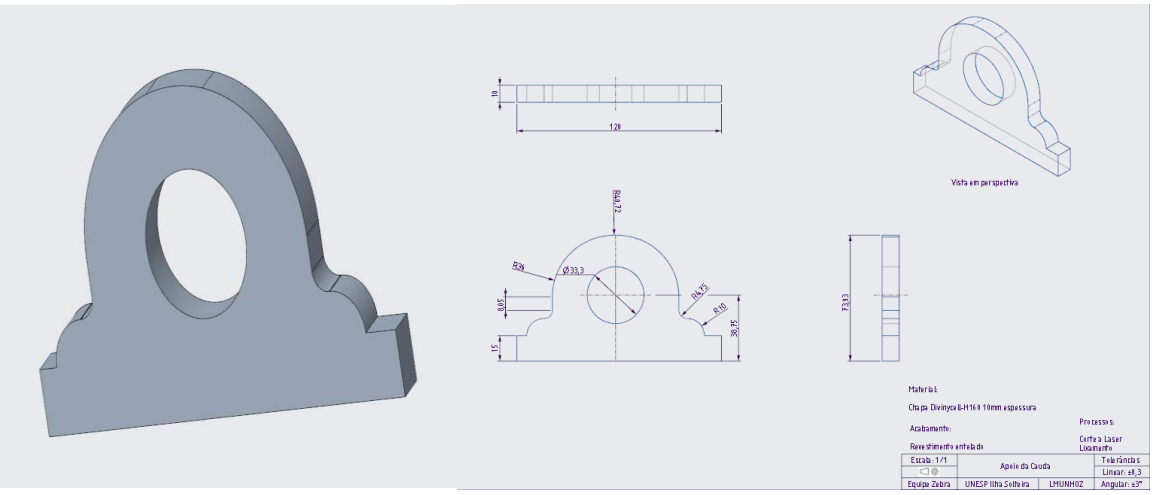
Figura 47 – Cauda




Fonte: Autoria própria.

Na Figura 48, o Apoio da Cauda com o encaixe na cauda e nas paredes laterais, com seu respectivo desenho técnico.

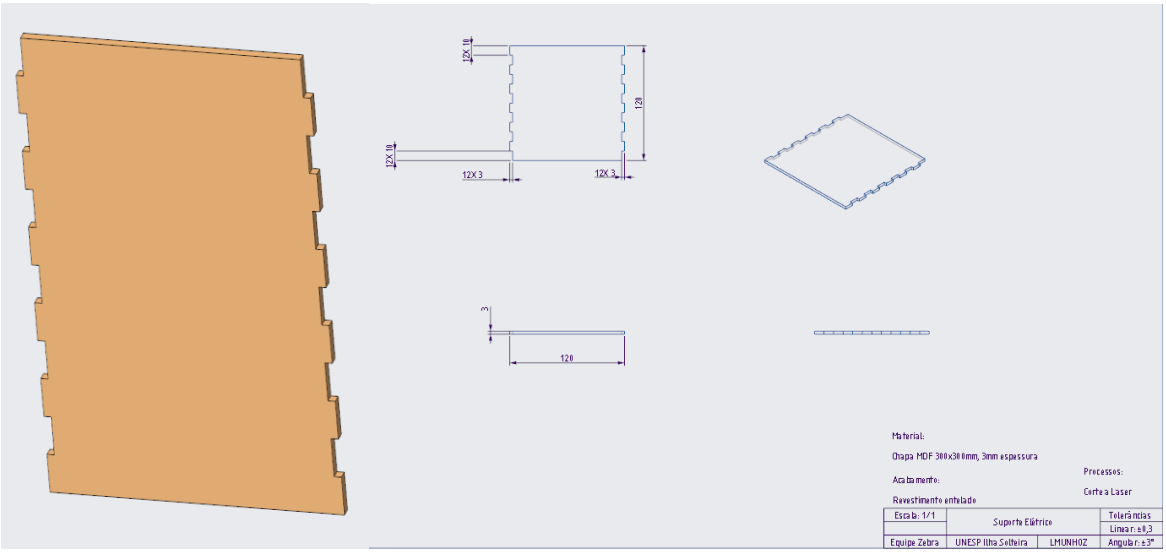
Figura 48 – Apoio da Cauda




Fonte: Autoria própria.

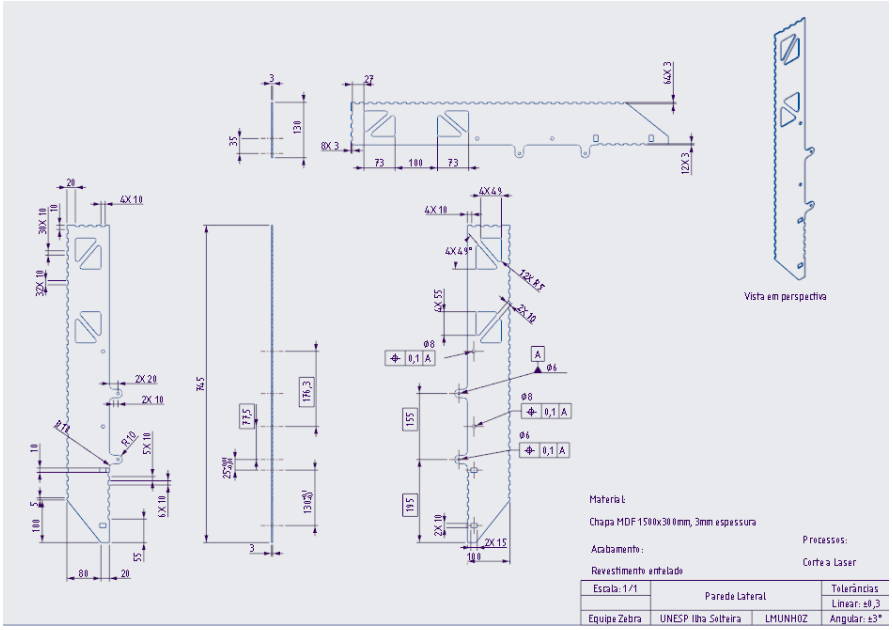
Na Figura 49, o Suporte Elétrico com seus apoios nas paredes laterais e, nas Figuras 50 e 51, a Parede Lateral com seus encaixes e alívios de massas, respectivamente, com seus respectivos desenhos técnicos.

Figura 49 – Suporte Elétrico



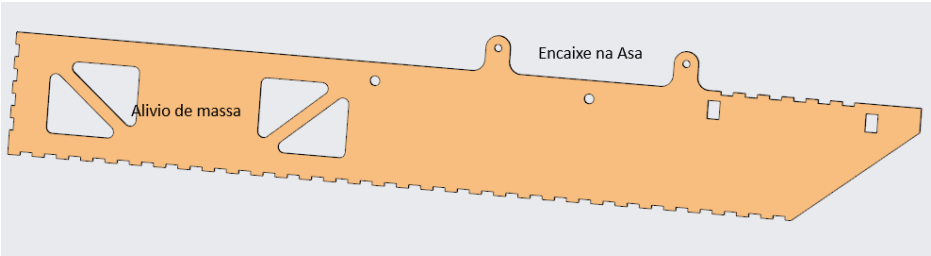

Fonte: Autoria própria.

Figura 50 – Desenho Técnico Parede Lateral




Fonte: Autoria própria.

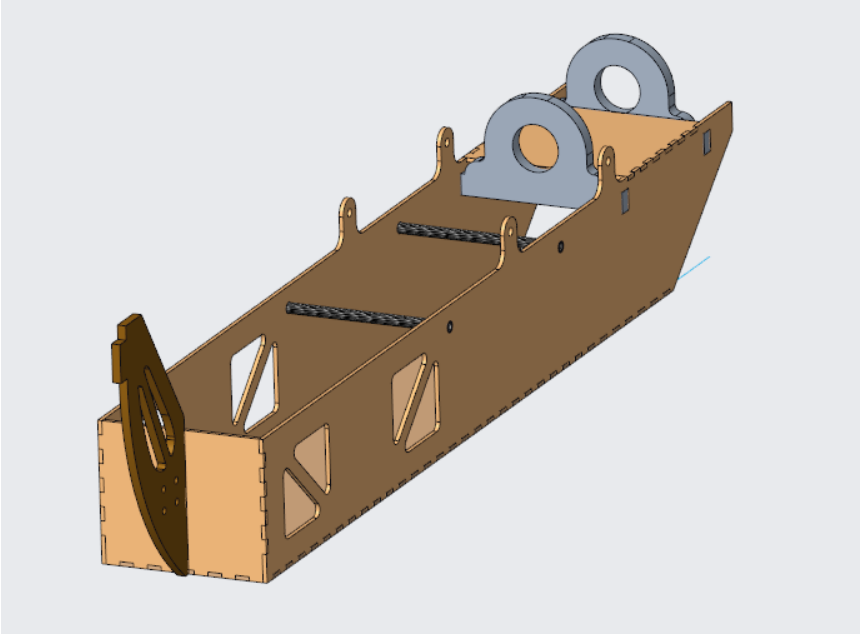
Figura 51 – Parede Lateral




Fonte: Autoria própria.

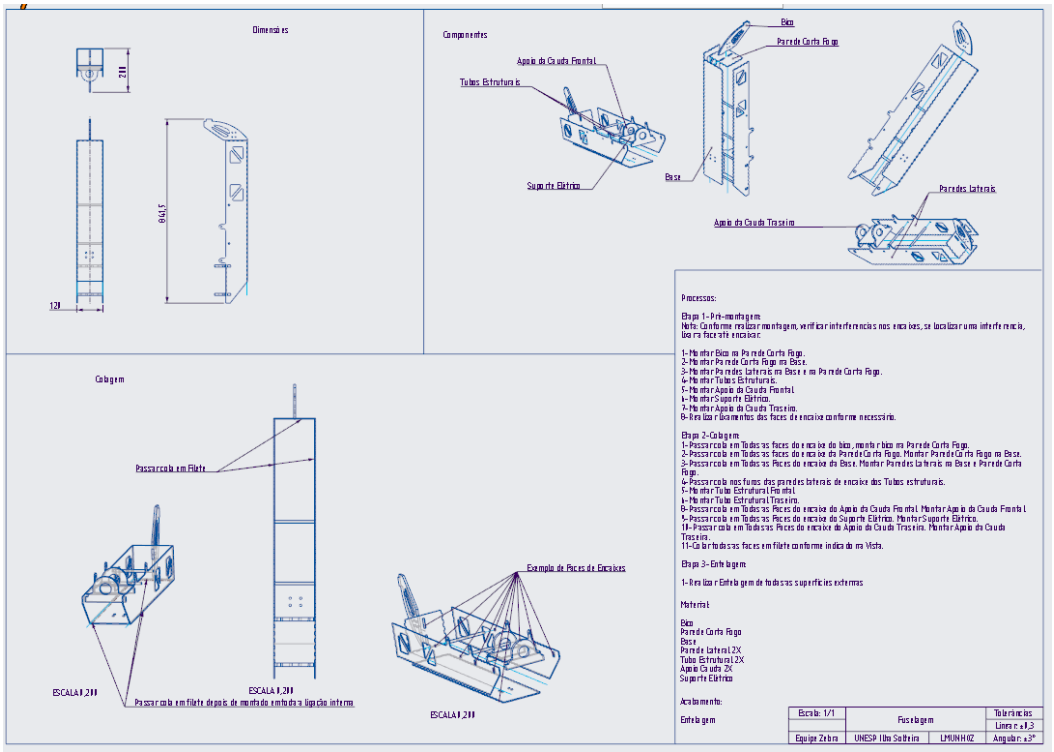
Finalmente, na Figura 52, tem-se a fuselagem montada e seus desenhos técnicos, respectivamente, nas Figuras 53, 54, 55, 56 e 57.

Figura 52 – Fuselagem Montada



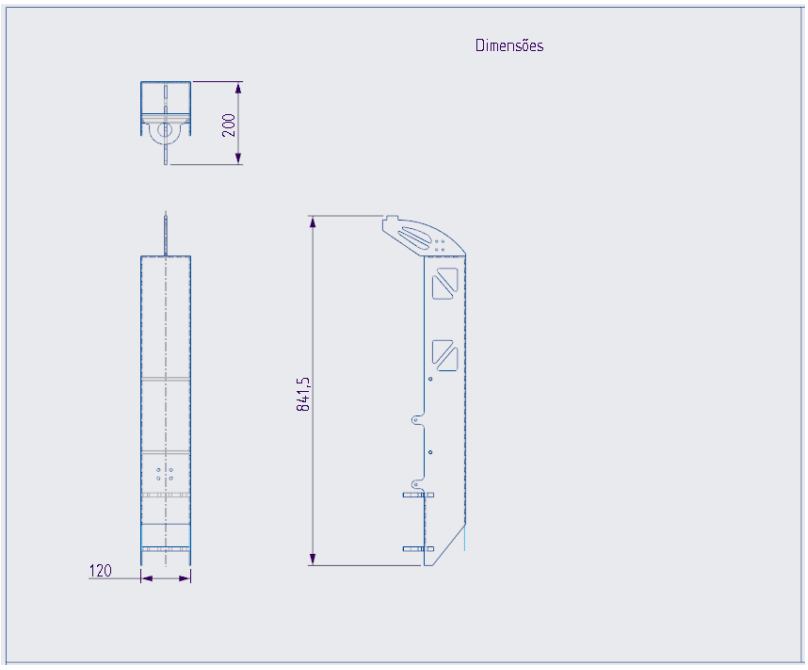
Fonte: Autoria própria.

Figura 53 – Desenho Técnico Fuselagem Montada I



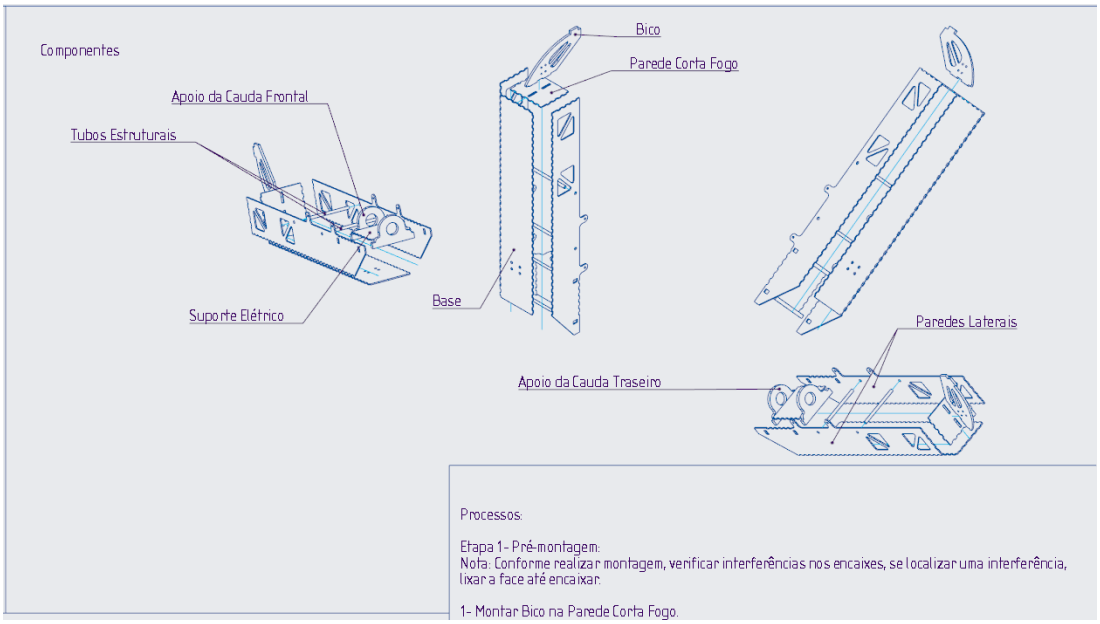

Fonte: Autoria própria.

Figura 54 – Desenho Técnico Fuselagem Montada II



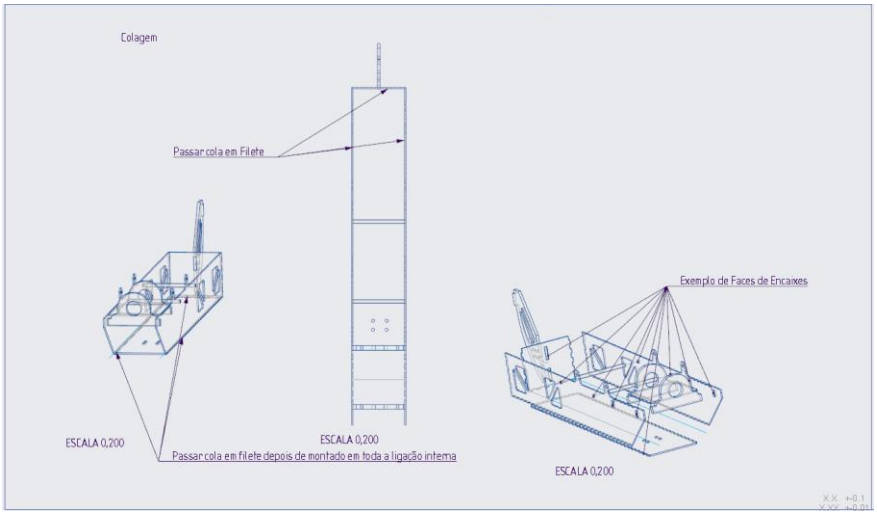

Fonte: Autoria própria.

Figura 55 – Desenho Técnico Fuselagem Montada III




Fonte: Autoria própria.

Figura 56 – Desenho Técnico Fuselagem Montada IV




Fonte: Autoria própria.

Figura 57 – Desenho Técnico Fuselagem Montada V

Processos:

Etapa 1- Pré-montagem:
Nota: Conforme realizar montagem, verificar interferências nos encaixes, se localizar uma interferência, lixar a face até encaixar.

1- Montar Bico na Parede Corta Fogo.
2- Montar Parede Corta Fogo na Base.
3- Montar Paredes Laterais na Base e na Parede Corta Fogo.
4- Montar Tubos Estruturais.
5- Montar Apoio da Cauda Frontal.
6- Montar Suporte Elétrico.
7- Montar Apoio da Cauda Traseiro.
8- Realizar lixamentos das faces de encaixe conforme necessário.

Etapa 2- Colagem:
1- Passar cola em Todas as faces do encaixe do bico, montar bico na Parede Corta Fogo.
2- Passar cola em Todas as faces do encaixe da Parede Corta Fogo. Montar Parede Corta Fogo na Base.
3- Passar cola em Todas as Faces do encaixe da Base. Montar Paredes Laterais na Base e Parede Corta Fogo.
4- Passar cola nos furos das paredes laterais de encaixe dos Tubos estruturais.
5- Montar Tubo Estrutural Frontal.
6- Montar Tubo Estrutural Traseiro.
8- Passar cola em Todas as Faces do encaixe do Apoio da Cauda Frontal. Montar Apoio da Cauda Frontal.
9- Passar cola em Todas as Faces do encaixe do Suporte Elétrico. Montar Suporte Elétrico.
10- Passar cola em Todas as Faces do encaixe do Apoio da Cauda Traseira. Montar Apoio da Cauda Traseira.
11- Colar todas as faces em filete conforme indicado na Vista.

Etapa 3- Entelagem:

1- Realizar Entelagem de todas as superfícies externas

Material:

Bico
Parede Corta Fogo
Base
Parede Lateral 2X
Tubo Estrutural 2X
Apoio Cauda 2X
Suporte Elétrico

Acabamento:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Entelagem | Escala: 1/1 | Fuselagem | | Tolerâncias |
| | | | | Linear: ±0,3 |
| | Equipe Zebra | UNESP Ilha Solteira | LMUNHOZ | Angular: ±3° |

Fonte: Autoria própria.

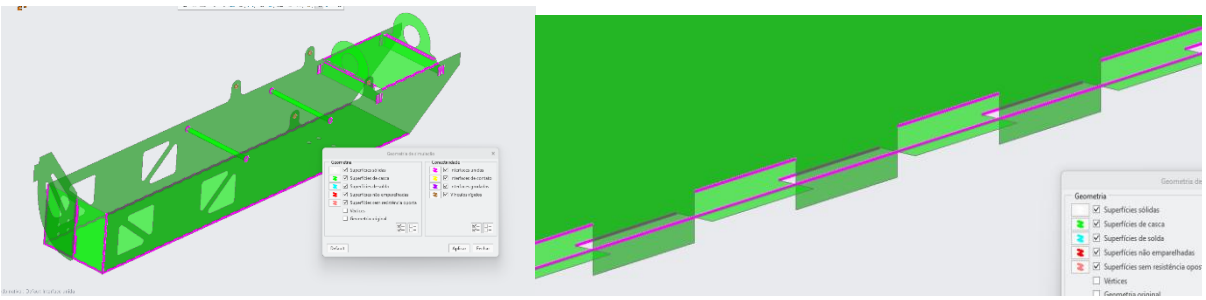
## 5.9. MEF no PTC *Creo*

No PTC-*Creo Simulate*, realizou-se uma pré-análise seguindo o diagrama de corpo livre descrito no respectivo tópico, adotou-se as seguintes considerações para o modelo: - União das peças coladas, uma vez que as peças são coladas com adesivo instantâneo de forma preencher 100% das faces em contato e em filete, modelo de cascas, em que a fuselagem funciona basicamente como chapas coladas, sendo assim o modelo de casca é uma boa alternativa. Utilizou-se as forças aplicadas distribuídas nas faces de contato das conexões, e os momentos das asas aplicadas num ponto central no meio do furo de união, sendo esse ponto ligado rigidamente as paredes do furo. A maior desvantagem do modelo de casca nesta situação, é a análise pobre nas uniões, sendo consideradas praticamente uma união reta entre duas chapas.

Para a solução do problema se utilizou o método de multi-passadas do PTC *Creo*, com polinômios de nono grau para o cálculo dos deslocamentos, tensões e deformações dentro do elemento. O que garante uma melhor representatividade com o modelo real.

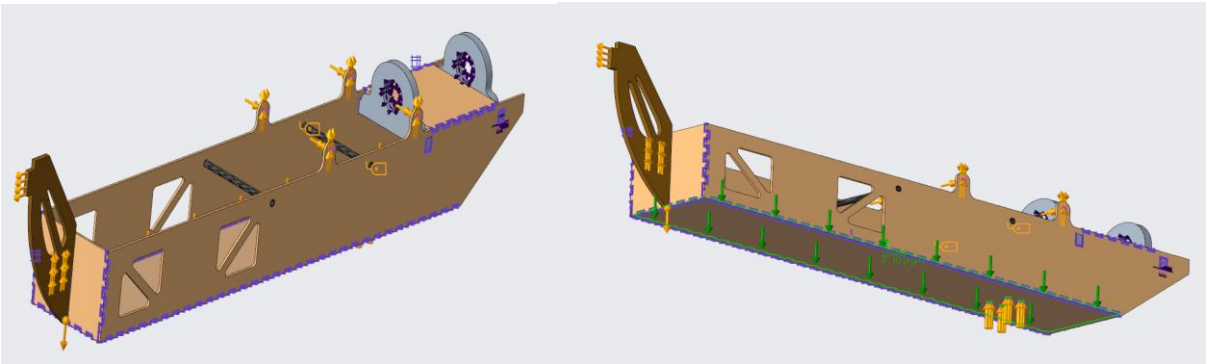
Atribuiu-se também a força da carga paga e da bateria distribuída no chão da fuselagem, como a força da gravidade aplicada a todo o modelo. Na Figura 58, pode-se verificar como se comporta as uniões coladas, como na Figura 59, as forças aplicadas no modelo.

Figura 58 – União das Partes no MEF PTC *Creo*



Fonte: Autoria própria.

Figura 59 – Forças Aplicadas no Modelo MEF PTC *Creo*

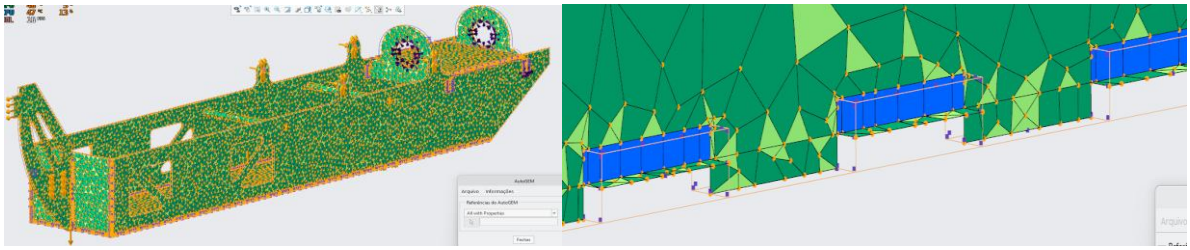


Fonte: Autoria própria.

Utilizou-se um refinamento de malha de 7 mm de comprimento de aresta máximo no modelo todo e nas uniões de 2 mm, para uma melhor precisão, como mostrado na Figura 60 com a malha do modelo.

Foi utilizado o recurso de validar a malha do PTC *Creo* que apresentou um bom resultado, tendo criado mais de 20899 elementos de casca.

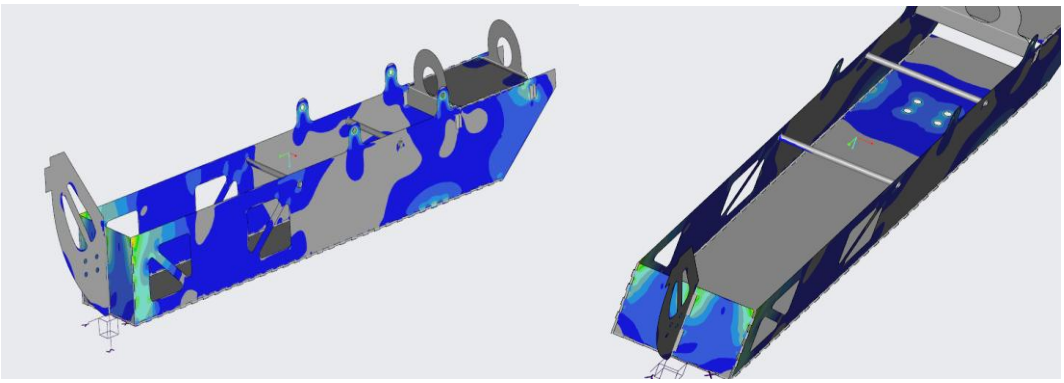
Figura 60 – Malha Gerada MEF PTC Creo



Fonte: Autoria própria.

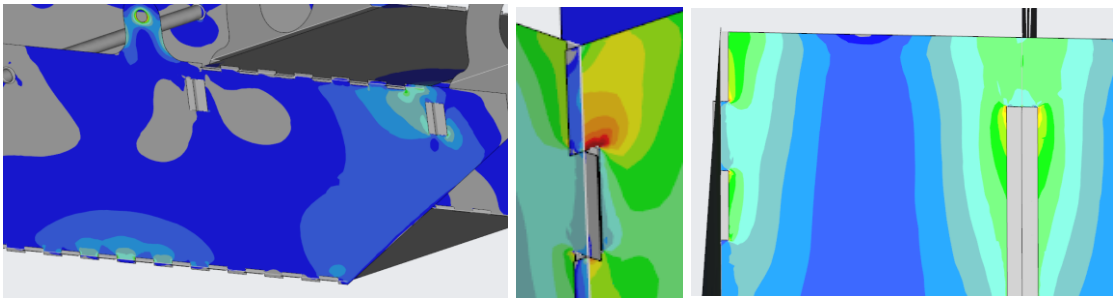
A figura 61, diferentemente, mostra o resultado com as tensões de Von Mises. Observa-se em detalhe as tensões em pontos críticos na Figura 62, com a escala na Figura 63. A partir dessas tensões, observa-se que o MDF é suficiente para resistir a estrutura, embora a madeira balsa teria problemas em certos pontos, com o apoio da asa; podendo ser feito de *Divinycell*. Pode também ser notado que os cantos vivos são grandes concentradores de tensões, porém o arredondamento é inviável para o processo de construção. A escala de tensão foi definida todas em MPa.

Figura 61 – Resultados MEF PTC *Creo*



Fonte: Autoria própria.

Figura 62 – Detalhes dos Resultados MEF PTC *Creo*.



Fonte: Autoria própria.

Figura 63 – Escala Resultados MEF PTC *Creo*

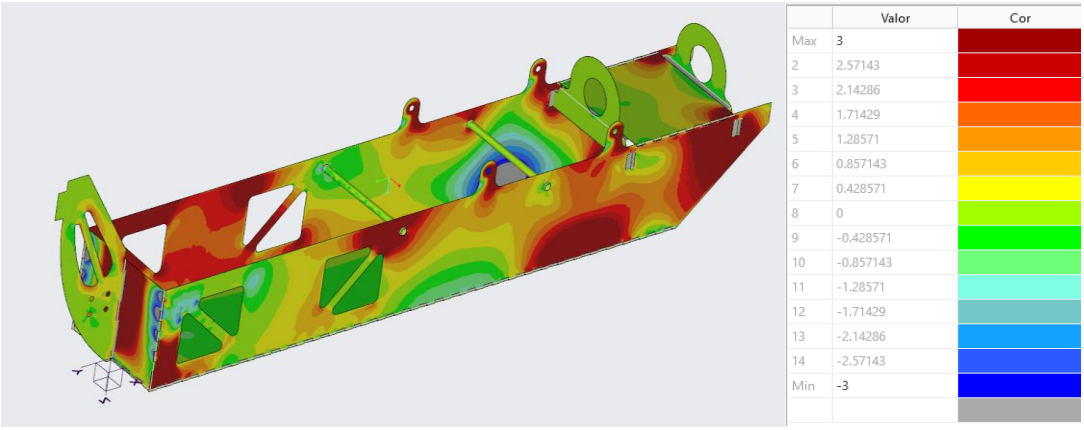
| | Valor | Cor |
|---|---|---|
| Max | 37.5 | |
| 2 | 34.9286 | |
| 3 | 32.3571 | |
| 4 | 29.7857 | |
| 5 | 27.2143 | |
| 6 | 24.6429 | |
| 7 | 22.0714 | |
| 8 | 19.5 | |
| 9 | 16.9286 | |
| 10 | 14.3571 | |
| 11 | 11.7857 | |
| 12 | 9.21429 | |
| 13 | 6.64286 | |
| 14 | 4.07143 | |
| Min | 1.5 | |

Fonte: Autoria própria.

Avaliando-se da tensão máxima principal na Figura 64, verificou-se que ela é superior ao limite de resistência da madeira balsa, que sendo um material ortotrópico,

é um problema devido ao alinhamento destas forças; portanto, tal escolha foi descartada.

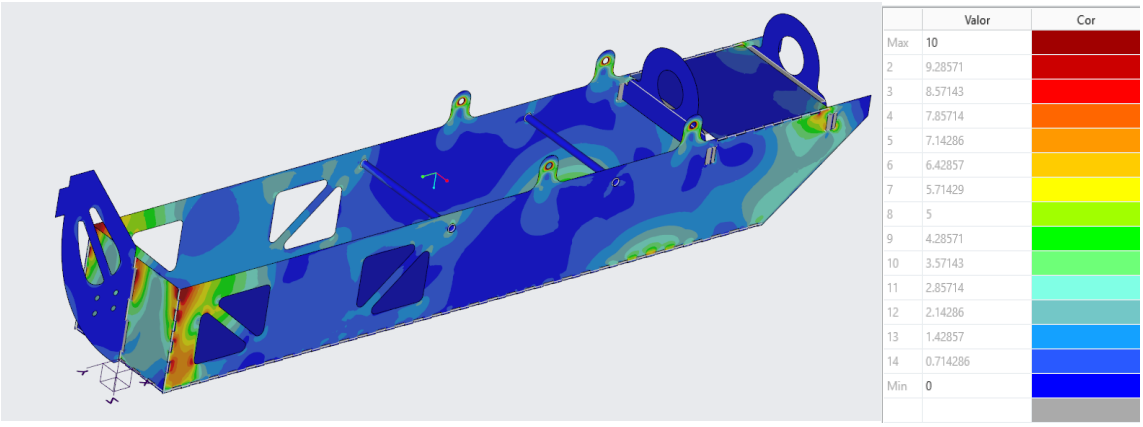
Figura 64 – Tensão Máxima Principal MEF PTC *Creo*




Fonte: Autoria própria.

Baseando-se na análise da tensão de cisalhamento máxima, como mostrado na Figura 65, verificou-se também a inviabilidade da madeira balsa, embora o *Divinycell* possa ser aplicado na fixação da cauda.

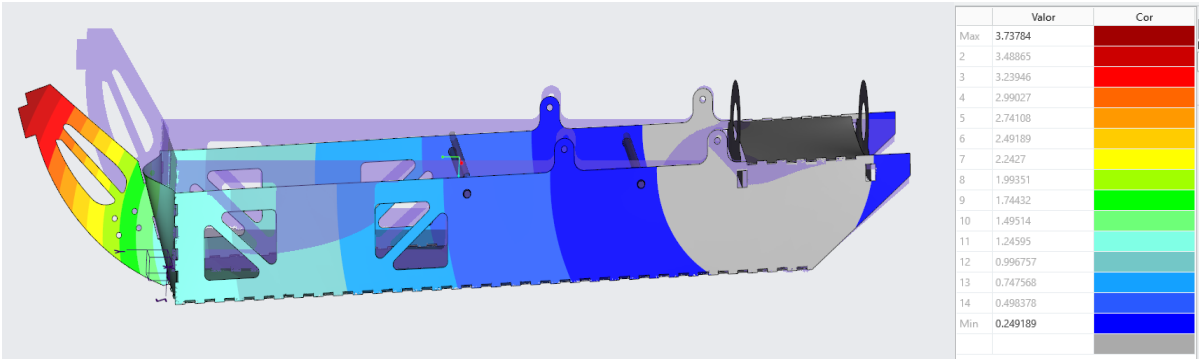
Figura 65 – Cisalhamento Máximo MEF PTC Creo




Fonte: Autoria própria.

Por outro lado, na análise dos deslocamentos, como mostra a Figura 66, verifica-se que o modelo se comporta como esperado da ação das forças físicas, mas com a força de tração do motor gerando um grande momento fletor da estrutura, com a escala em mm.

Figura 66 – Deslocamentos MEF PTC *Creo*



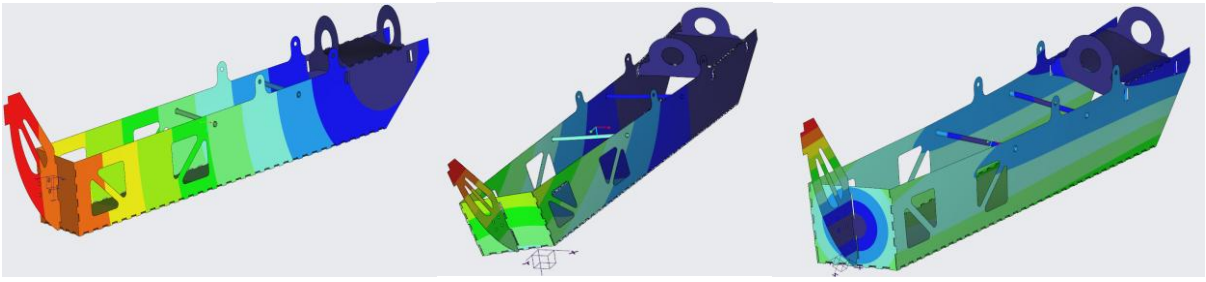

Fonte: Autoria própria.

Da pré-análise realizada no *Creo*, verificou-se que a madeira balsa é insuficiente para resistir as forças numa geometria semelhante; por desse fato, nesta etapa do projeto, optou-se por continuá-lo com MDF ao invés da madeira balsa.

Como resultado de uma análise nodal no mesmo modelo, observou-se as 3 primeiras frequências naturais, as quais são exibidas na Figura 67, sendo possível observar uma boa rigidez da estrutura, sendo a escala apresentada na Figura 68 em mm. Observa-se que o tubo de carbono frontal embora não resista a tensões, ele é muito importante para garantir uma rigidez a parte frontal da estrutura, impedindo assim vibrações excessivas.

Figura 67 – Resultados Análise Modal MEF PTC *Creo*

16Hz 22Hz 33Hz



Fonte: Autoria própria.

Figura 68 – Escala Resultado Análise Modal MEF PTC *Creo*

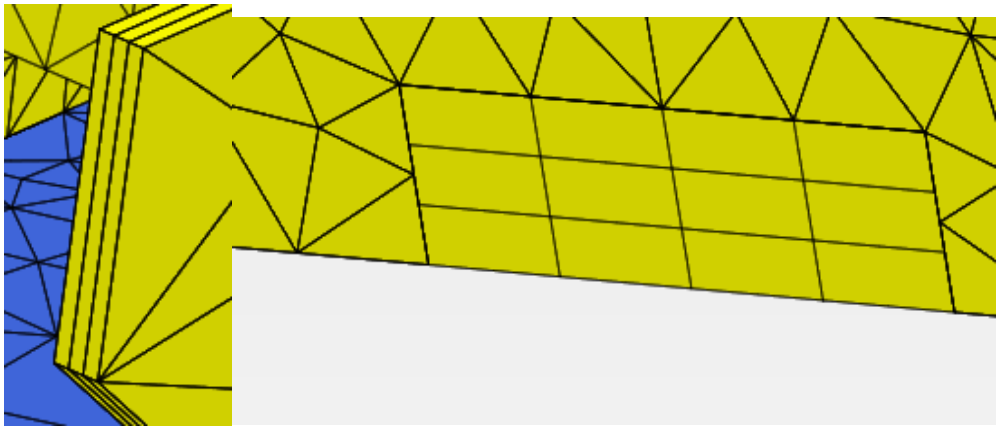
| | Valor | Cor |
|---|---|---|
| Max | 0.9 | |
| 2 | 0.8 | |
| 3 | 0.7 | |
| 4 | 0.6 | |
| 5 | 0.5 | |
| 6 | 0.4 | |
| 7 | 0.3 | |
| 8 | 0.2 | |
| Min | 0.1 | |

Fonte: Autoria própria.

## 5.10. FEA no *PrePoMax*

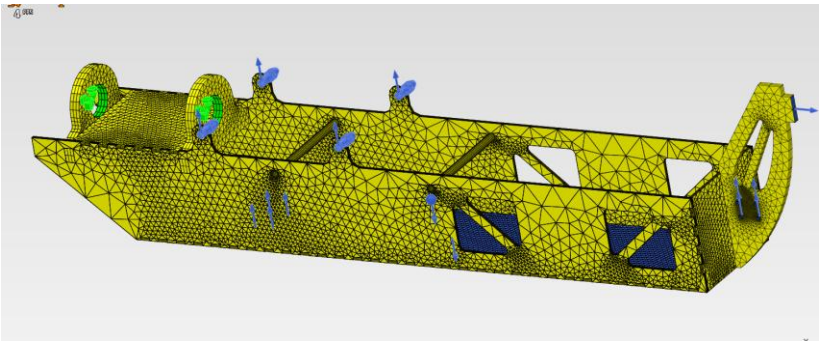
No *PrePoMax*, utilizou-se as mesmas idealizações do modelo no *CREO*, no entanto, com uma melhor qualidade de malha, excluindo-se a aproximação para elementos de casca. Como recurso, utilizou-se o *extrude mesh* para garantir pelo menos 3 elementos na espessura de todos os componentes, como mostrado na Figura 69, junto com um refinamento de 2mm para todas as bordas das chapas que formam o Quebra-Cabeça mencionado anteriormente, para visualizar corretamente os concentradores de tensões. O Quadro 1, mostra as propriedades do MDF. Além disso, considerou-se a fixação no engaste da cauda para a análise estática, atribuindo-se as forças já citadas, assim como as uniões entre as partes foram todas consideradas coladas, hipótese válida devido a forma construtiva que será apresentada oportunamente. Ademais, pode-se observado nas Figuras 69 e 70, que o modelo MEF utilizou elementos tetraédricos de ordem 6 ou superior.

Figura 69 – Detalhes Malha MEF *PrePoMax*



Fonte: Autoria própria.

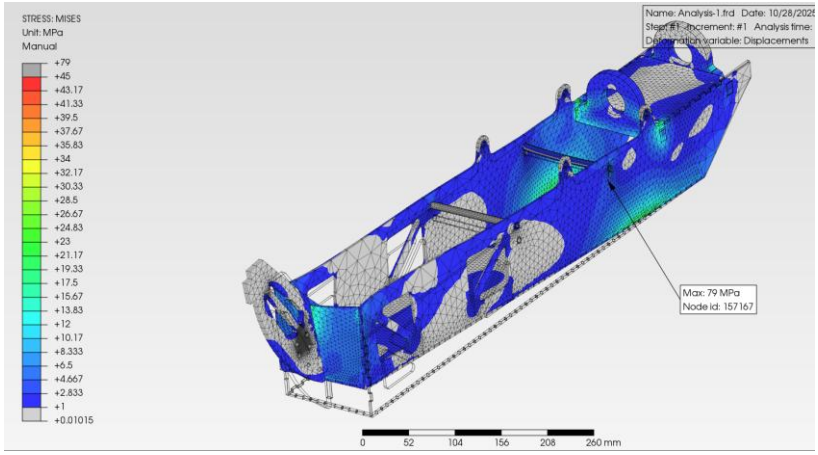
Figura 70 – Malha MEF *PrePoMax*



Fonte: Autoria própria.

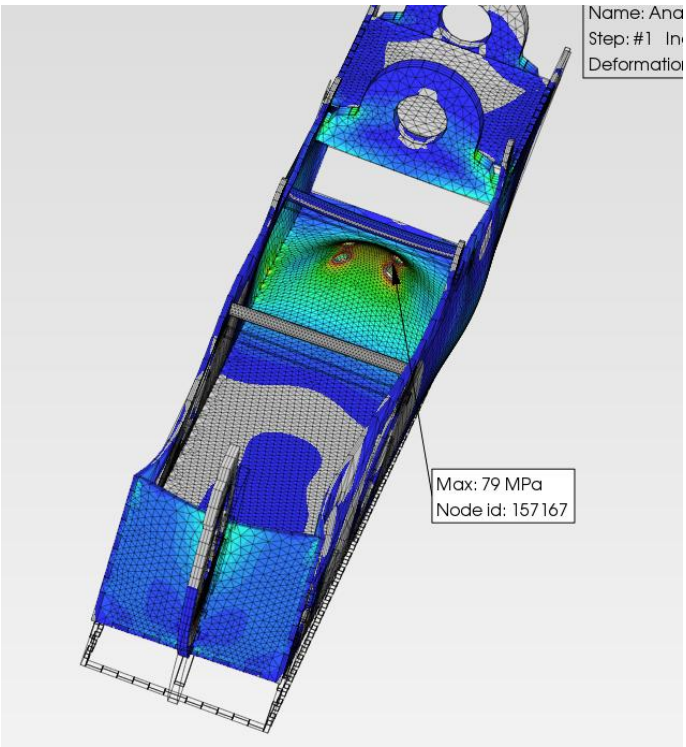
Analisando o cenário geral nas Figuras 71 e 72, observa-se um comportamento semelhante ao *CREO*, no entanto a tensão máxima ocorre no carregamento de pouso, porém esse pode ser desconsiderado como um ponto de singularidade, pois é muito próximo a uma condição de contorno idealizada, não ocorrendo a aplicação total das forças de pouso num único nó, mas ao longo de uma face da união aparafusada como mostrado na Figura 73.

Figura 71 – Resultados Gerais MEF *PrePoMax* I



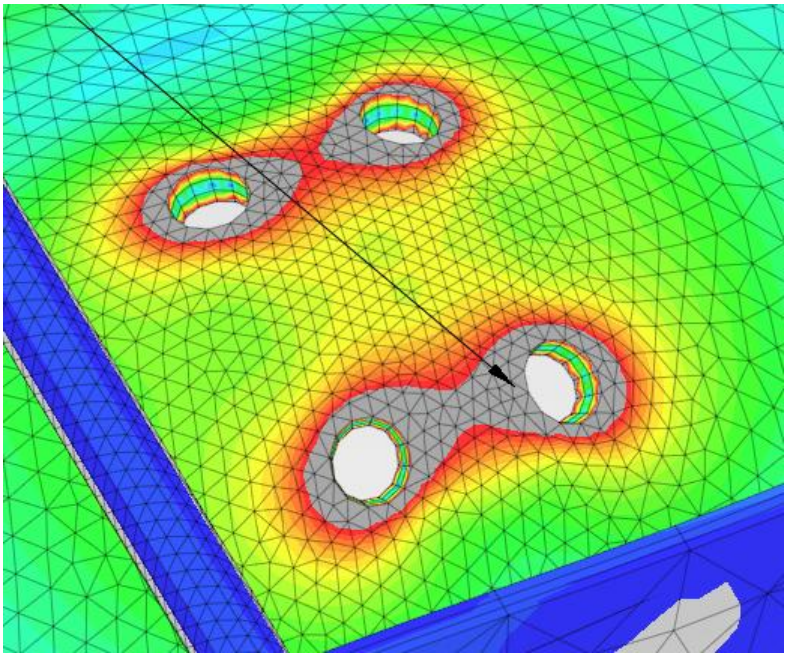

Fonte: Autoria própria.

Figura 72 – Resultados Gerais MEF *PrePoMax* II




Fonte: Autoria própria.

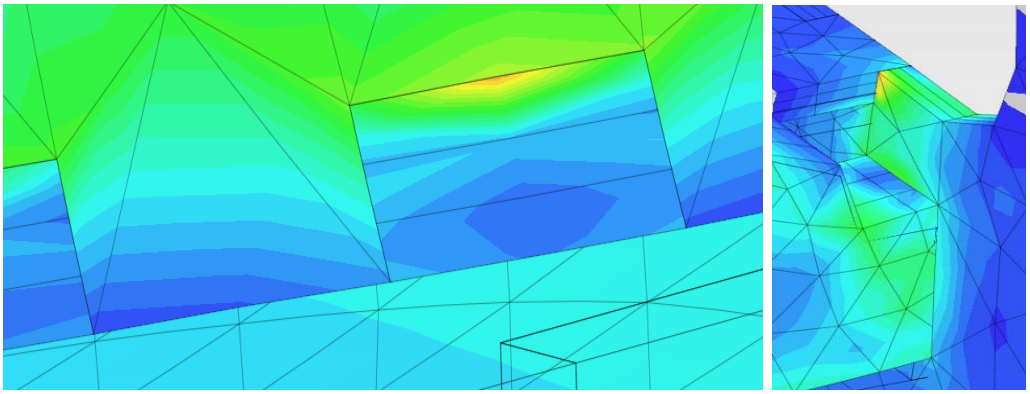
Figura 73 – Detalhes Resultados MEF *PrePoMax*



Fonte: Autoria própria.

Avaliando-se ainda as tensões nos pontos de união, conforme a Figura 74, observa-se que o efeito de concentração de tensão não é tão grave, e que os valores são mais satisfatórios que os obtidos na análise no *CREO*, devido a não aproximação das partes a elementos de casca de espessura infinitesimal, validando assim esse tipo de união para o dimensionamento de forças.

Figura 74 – Concentradores de Tensão MEF *PrePoMax*

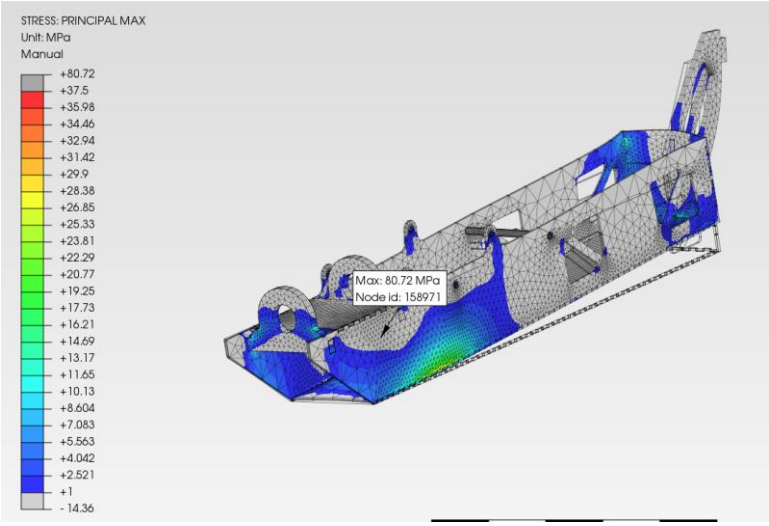


Fonte: Autoria própria.

Finalmente, avaliando-se a máxima tensão principal, como mostrado na Figura 75, e o cisalhamento máximo, na Figura 76, observa-se que o uso de MDF é seguro,

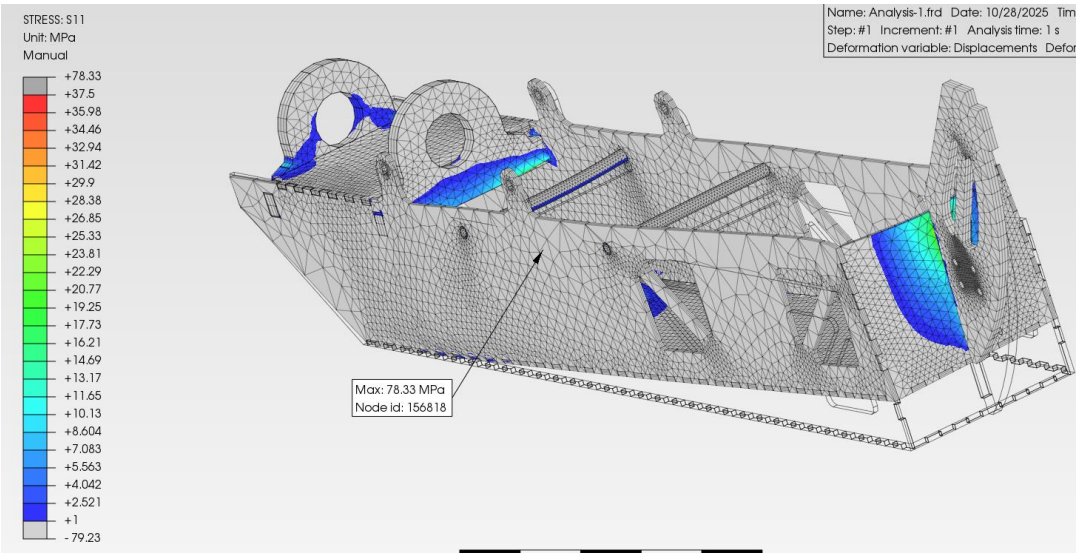
pois os valores da máxima tensão principal e do cisalhamento máximo não se aproximam do limite do material, fato que pode ser justificado pelos deslocamentos avaliados na Figura 77, em mm, que segue o comportamento físico esperado, em que o bico se deforma mais, por estar mais distante da região engastada, o que implica na validação do projeto.

Figura 75 – Máxima Tensão Principal MEF *PrePoMax*



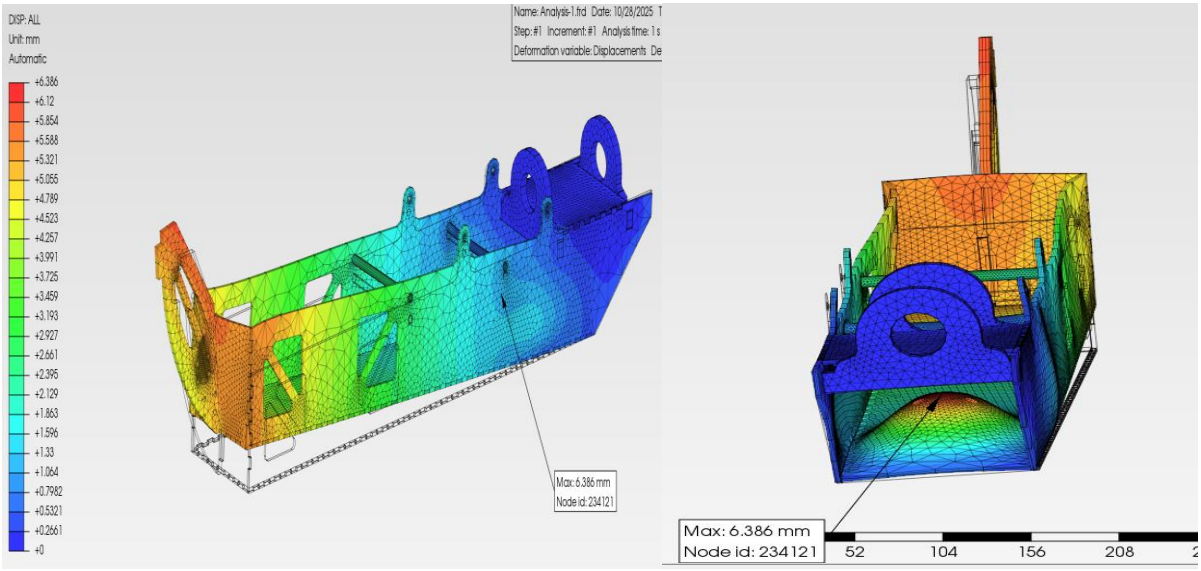

Fonte: Autoria própria.

Figura 76 – Cisalhamento Máximo MEF *PrePoMax*




Fonte: Autoria própria.

Figura 77 – Deslocamento MEF *PrePoMax*




Fonte: Autoria própria.

# 6. CONCLUSÂO

O presente trabalho atingiu integralmente seus objetivos centrais ao propor e validar com sucesso, por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), a geometria da fuselagem e cauda de um Veículo Aéreo Não Tripulado (VANT) Cargueiro destinado a competição Aerodesign.

Os resultados técnicos confirmaram a viabilidade estrutural do projeto, demonstrando que o dimensionamento executado, com base nos equacionamentos registrados, resultou em tensões principais e de cisalhamento máximas que se mantiveram em patamares seguros, bem abaixo do limite do material composto (MDF) empregado. Além disso, a análise dos deslocamentos e, portanto, das deformações corroborou o comportamento físico esperado, validando a confiabilidade do modelo de cálculo empregado.

Um dos principais achados metodológicos do estudo reside na demonstração da robustez do modelo de MEF. Verificou-se que a consistência dos resultados permaneceu inalterada, independentemente do *solver* ou do *software* de pré e pós-processamento utilizado. Tal observação enfatiza que a precisão de uma simulação está intrinsecamente ligada à sua correta formulação física e matemática, um princípio fundamental para a confiança de um projeto moderno.

Mais importante do que a validação técnica, o projeto proporcionou um entendimento de Engenharia Mecânica de valor inestimável: a primazia do aspecto econômico, mesmo em projetos de alto desempenho. A conclusão de que a alternativa de fuselagem treliçada apresenta um custo de produção proibitivamente elevado forçou a reavaliação do conceito, sublinhando que a solução de engenharia mais eficiente nem sempre é a tecnicamente mais complexa ou leve, mas sim aquela que encontra o melhor equilíbrio entre desempenho, viabilidade econômica e manufatura. Vale ressaltar que o ciclo completo de análise de contexto, pré-projeto, geração de conceitos e validação por cálculo e custo demonstra a maturidade do projeto empreendido.

Certamente, o desenvolvimento deste trabalho contribui diretamente para o avanço da engenharia de drones e VANTs no Brasil, uma área que está em rápida expansão.

Desta forma, pode-se afirmar que se atingiu o objetivo do trabalho de desenvolver uma metodologia para o projeto da fuselagem pelos seguintes aspectos: - o trabalho comparou duas concepções de fuselagem, uma treliçada e uma "caixão". A análise demonstrou que, embora a fuselagem treliçada oferecesse vantagens claras de desempenho (menor peso e menor arrasto), fatores práticos de engenharia foram decisivos. A fuselagem "caixão" foi a selecionada para o projeto de 2024 devido a sua enorme vantagem de custo (10x mais barata que a opção em carbono), facilidade construtiva e melhor ajuste do CG. Esta decisão demonstra maturidade de engenharia, equilibrando o desempenho ideal com a viabilidade econômica e fabril.

A metodologia de validação foi robusta. A pré-análise de elementos finitos (FEA) no PTC *Creo Simulate* foi crucial para identificar que a madeira balsa, embora leve, seria insuficiente para resistir as tensões (principal e cisalhamento) na geometria "caixão", o que implicou na decisão correta de substituir o material por MDF.

A análise de validação final no *PrePoMax* (com o *solver CalculiX*), utilizando um modelo sólido mais refinado, confirmou a integridade estrutural da fuselagem em MDF. Os resultados demonstraram que as tensões e os deslocamentos estavam dentro dos limites seguros para o material, validando o projeto.

A análise do *Tailboom*, realizada com funções de singularidade (via *script Python*) e validada no LESM foi capaz de encontrar a melhor geometria disponível dentro da realidade econômica e produtiva da Equipe.

O estudo demonstrou que uma viga de madeira balsa otimizada teria um desempenho 50% superior do que o tubo de carbono disponível; no entanto, a decisão de utilizar o tubo de carbono foi justificada por restrições de cronograma e disponibilidade de material. O que reflete um cenário real de engenharia, onde a solução "ótima" é preterida pela "viável", dentro do prazo.

## 6.1. Sugestões para Futuros trabalhos

São Sugestões para futuros trabalhos:

- Levantamento de carga e instrumentação das fuselagens para obter melhores dados de cargas;
- Investigação de novas possibilidades de materiais e técnicas construtivas.
- Trabalhar alivios de massas de forma mais metodológica e robusta.

- Trabalhar com estruturas de madeira balsa com laminação de fibra de carbono para redução de massa.
- Elaborar uma meotodologia mais robusta para levantamento de cargas e a interação dos setores de cargas com o de estruturas.
- Implementação de uma Interface de Usuário no Código em Python.

# REFERÊNCIAS

AL-QURESHI, H. A. **Introdução aos materiais plásticos reforçados.** 1993. [Local: s.n.], 1993. (Material didático, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP).

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos – A base da tecnologia CAE.** São Paulo: Saraiva Educação, 2018.

ANDERSON, John D. **Fundamentos de Engenharia Aeronáutica.** 7. ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda., 2015.

ANDERSON, John D. Jr. **Fundamentals of Aerodynamics.** 4. ed. New York: McGraw-Hill, 2007.

ASHBY, M. F. **Materials Selection in Mechanical Design.** Oxford: Pergamon Press, 1992.

ASSAN, Aloisio Ernesto. **Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos.** 3. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2020.

BRUHN, Elmer Franklin. **Analysis and Design of Flight Vehicle Structures.** U.S.A.: Tri-State Offset Company, 1973.

COOK, Robert D.; MALKUS, David S.; PLESHA, Michael E. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis.** 3. ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1989.

DASSAULT SYSTÈMES. **SolidWorks 2023.** Vélizy-Villacoublay, França: Dassault Systèmes. Disponível em: [Incluir o site oficial do SolidWorks]. Acesso em: 7 mar. 2024.

DASSAULT SYSTÈMES. **Software Solutions for 3D CAD, Design and Product Development.** [S.l.]: Dassault Systèmes. Disponível em: https://www.solidworks.com/. Acesso em: 7 mar. 2024.

DHONDT, G. **CalculiX 2.22.** [S.l.: s.n.]. Disponível em: http://www.dhondt.de/. Acesso em: 7 mar. 2024.

FIORELLI, Juliano. **Utilização de Fibras de Carbono e Fibras de Vidro para Reforço de Vigas de Madeira.** 2002. Tese (Mestrado em Ciências e Engenharia de Materiais) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

GERE, James M.; GOODNO, Barry J. **Mecânica dos Materiais.** 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

HARTMANN, Jefferson Ernani. **Análise Estrutural Preliminar da Fuselagem Traseira de Uma Aeronave de Pequeno Porte.** 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeronáutica) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2005.

HARRYSSON, K. E. et al. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences.** London: Royal Society, 1982.

HELLMEISTER, V. **Painel OSB de Resíduo de Madeira Balsa.** 2017. Tese (Doutorado em Engenharia e Ciências dos Materiais) – Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos, Universidade de São Paulo, Pirassununga, 2017.

HIBBELER, Russell C. **Estática: Mecânica para Engenharia.** 14. ed. São Paulo: Pearson Universidades, 2017.

HIBBELER, Russell C. **Resistência dos Materiais.** 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

MAGI, Lucas Moro. **Análise da Resistência Mecânica da Carenagem de um Veículo Formula SAE. 2020.** Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2020.

MARTA, L. F.; RANGEL, R. F. L. **LESM: Linear Elements Structure Model 3.0.0.** Rio de Janeiro: PUC-Rio, Tecgraf. Disponível em: https://web.tecgraf.puc-rio.br/lesm/. Acesso em: 7 mar. 2024.

MEGSON, Thomas H. G. **Aircraft Structures for Engineering Students.** 5. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2010.

MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. **Mecânica para Engenharia: Estática.** 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

MICHALSKI, J.; BOROVINŠEK, M.; ROKACH, I. **PrePoMax 2.4.0.** [S.l.: s.n.]. Disponível em: https://prepomax.fs.um.si/. Acesso em: 7 mar. 2024.

MICHALSKI, J.; BOROVINŠEK, M.; ROKACH, I. **PrePoMax Manual.** [S.l.: s.n.], 2025 Disponível em: https://prepomax.fs.um.si/. Acesso em: 18 out. 2025.

MIRANDA, Luiz Eduardo; RODRIGUES, José. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign: Volume Único.** 1. ed. Salto: [s.n.], 2014.

PTC. **Creo Help Centers.** [S.l.]: Parametric Technology Corporation. Disponível em: https://www.ptc.com/en/support/help/creo. Acesso em: 7 mar. 2024.

PTC. **PTC Creo Parametric 12.4.0.0.** Needham, MA: Parametric Technology Corporation. Disponível em: www.ptc.com. Acesso em: 7 mar. 2024.

PYTHON SOFTWARE FOUNDATION. **Python 3.15.** Disponível em: https://www.python.org/. Acesso em: 7 mar. 2024.

PYTHON SOFTWARE FOUNDATION. **Python Documentation. [S.l.: s.n.].** Disponível em: https://www.python.org/doc/. Acesso em: 7 mar. 2024.

RODRIGUES, Luiz Eduardo Miranda José. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica.** São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2014.

SAE BRASIL. SAE Brasil. [S.l.]: **Sociedade de Engenheiros da Mobilidade.** Disponível em: https://saebrasil.org.br. Acesso em: 7 mar. 2024.

SAE INTERNATIONAL. SAE International. [S.l.]: **Sociedade de Engenheiros da Mobilidade.** Disponível em: http://br.sae.org. Acesso em: 7 mar. 2024.

SANTOS, Lara Emilly Pereira. **Projeto e Análise Estrutural Preliminar de Fuselagem Treliçada de uma Aeronave Ultraleve.** 2022. Trabalho de Graduação (Engenharia Aeroespacial) – Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2022.

SILVA, André de; KYRIAKIDES, Stelios. **Compressive response and failure of balsa wood.** Austin, Texas: The University of Texas at Austin, 31 ago. 2007.

SORIANO, Humberto Lima. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas.** São Paulo: EdUSP, 2021.

SPYDER DEVELOPMENT TEAM. **Spyder: Scientific Python Development Environment 6.** Disponível em: https://www.spyder-ide.org/. Acesso em: 7 mar. 2024.

SPYDER DEVELOPMENT TEAM. **Spyder: The Scientific Python Development Environment.** [S.l.: s.n.]. Disponível em: https://spyder-ide.github.io/website-spyder/. Acesso em: 7 mar. 2024.

## Bibliografia Consultada

BATHE, Klaus-Jürgen. **Finite Element Procedures.** 2. ed. Massachusetts: K. J. Bathe, 2014.

BEER, Ferdinand P. et al. **Mecânica Vetorial para Engenheiros: Estática**. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2012.

BEER, Ferdinand P. et al. **Resistência dos Materiais.** 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

NORTON, Robert L. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada.** 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2018.

OLIVEIRA, M. et al. **Projeto Estrutural da Fuselagem de uma Aeronave Controlado a Rádio para SAE-AeroDesign.** In: SALÃO INTERNACIONAL DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 8., 2016, Bagé. Anais... Bagé: SIEPE, v. 8, n. 2, 28 fev. 2020.

PEERY, David J.; AZAR, Jamshid J. **Aircraft Structures.** 2. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1993.

PROENÇA, Sérgio Persival Baroncini. **Mecânica das Estruturas Aeronáuticas.** São Carlos: EESC, 2009.

SHIGLEY, Joseph E.; BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. Keith. **Elementos de Máquinas de Shigley: Projeto de Engenharia Mecânica**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

VIDEIRO, Pedro Langenegger. **Otimização Aero-Estrutural na Fase de Projeto de uma Aeronave.** 2012. Trabalho de Graduação (Engenharia Aeronáutica) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2012.

ZIENKIEWICZ, Olgierd C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method – Volume 1: Basic Formulation and Linear Problems.** 4. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1989.

# GLOSSÁRIO

**AeroDesign:** Competição organizada pela SAE BRASIL focada no projeto e confecção de um Veículo Aéreo Não Tripulado (VANT) cargueiro, visando transportar a maior carga possível sob regras preestabelecidas.

**Anisotrópico:** Característica de materiais (como compósitos e madeira balsa) que apresentam propriedades mecânicas distintas para cada eixo de coordenada, sendo crucial para o cálculo estrutural.

**Balsa (Madeira Balsa):** Material de baixa resistência e baixíssima densidade, muito utilizado na construção de pequenos VANTs e *AeroDesigns* devido à sua excelente relação resistência mecânica e peso específico.

**CAD:** Sigla para *Computer-Aided Design* (Projeto Auxiliado por Computador), usado para modelagem geométrica (ex: *SolidWorks,* PTC *Creo*).

**CAE:** Sigla para *Computer-Aided Engineering* (Engenharia Assistida por Computador), englobando softwares utilizados para simulação e análise de desempenho (ex: *SolidWorks Simulation, Creo Simulate*).

**CalculiX:** Poderoso *solver* (solucionador) de Elementos Finitos (FEA) de código aberto, utilizado para resolver as equações do sistema e calcular tensões e deformações na aeronave.

**Cauda (*Tailboom*):** Componente estrutural fundamental para a estabilidade e o controle da aeronave, ligando o estabilizador horizontal e vertical à fuselagem.

**CG:** Sigla para Centro de Gravidade, ponto onde a massa e a carga transportada se distribuem, sendo crucial para o equilíbrio e a estabilidade da aeronave.

**Compósitos:** Materiais formados por duas ou mais fases (ex: fibra de carbono e resina) que, combinadas, resultam em características superiores aos materiais individuais.

**Critério de Falha:** Hipótese matemática (ex: Rankine, Tsai-Wu) utilizada para determinar se a estrutura falhará, comparando as tensões calculadas com o limite do material.

**DCL:** Sigla para Diagrama de Corpo Livre, representação gráfica de todas as forças e momentos atuantes em uma estrutura ou componente.

**Discretização:** Princípio central do MEF, onde a geometria 3D é dividida em subdomínios menores chamados elementos finitos (também conhecido como *meshing*).

**FEA (MEF):** Sigla para *Finite Element Analysis* (Método dos Elementos Finitos), método numérico poderoso para simulação e validação estrutural.

**Fuselagem:** O "corpo" da aeronave, responsável por garantir estabilidade, resistência e por alojar a carga útil e os componentes essenciais.

**LESM:** Sigla para *Linear Elements Structure Model*, software usado para análise estrutural de elementos lineares (barras, vigas, treliças) para cálculo preliminar.

**MDF:** Material de Média Densidade, escolhido para a fuselagem-caixão, substituindo a madeira balsa após as análises de MEF.

**MEF:** Sigla para Método dos Elementos Finitos, técnica numérica computacional base para o FEA.

**Monocoque:** Tipo de fuselagem onde a resistência é primariamente devida à superfície de revestimento (a fuselagem tipo “caixão" é um exemplo deste conceito para pequenos drones).

**Ortotrópico:** Tipo de anisotropia onde o material possui três planos de simetria perpendicularmente orientados, modelando compósitos com fibras em uma única direção.

**PrePoMax:** Software de pré e pós-processamento que serve como interface gráfica (GUI) para o *solver CalculiX*.

**FSAE:** Sigla para Sociedade de Engenheiros da Automação, organizadora da competição AeroDesign.

**Funções de Singularidades:** Técnica matemática (Método de Macaulay) para calcular funções de esforço cortante, momento fletor e deflexão em vigas por meio de uma única equação.

**VANT (UAV):** Sigla para Veículo Aéreo Não Tripulado (*Unmanned Aerial Vehicle*), ou drone.

# APÊNDICE A CODIGO DO ESTADO DE TENSÃO VIA LESM

```python
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Sun Oct 19 11:37:16 2025

@author: Luis-Fernando
"""

import numpy as np
import pandas as pd
number=53 #número de membros na fuselagem
"""
#Balsa com Secção quadrada
H2=0.05 #altura em y da secção quadradda da viga (m)
H=0.04 #Comprimento em z da secção quadradda da viga (m)
B=H
h=0.04
b=0.03
A=B*H2-h*b #Área da secção (m^2)
Iz=(B*(H2**3))/12 -(b*(h**3))/12 #Momento de Inércia de Área em z (m^4)
Iy=Iz #Momento de Inércia de Área em y (m^4)
#Momento de Inércia Polar em (m^4)
J=B*H*(B**2+H**2)/12-b*h*(b**2+h**2)/12 #pego do site https://engiobra.com/calculadoras/momento-inercia/retangulo/#f1p1
fs=1.5 #Fator de segurança
SigmaRup=3*10**6 #Tensão de ruptura da balsa (Pa)
AT=345*10**6 #Tensão máxima no eixo 1 da fibra
BT=345*10**6 #Tensão máximo no eixo 2 da fibra
CT=345*10**6 #Tensão máxima no eixo 3 da fibra
E=400.19*10**6 #Módulo de elasticidade da balsa (Pa)

"""
#Tubo de carbono
PI=np.pi #número de pi
H=0.012 #Diametro externo (m)
H2=0.010 #Diametro interno (m)
A=PI*(H/2)**2 - PI*(H2/2)**2 #Area do tubo (m^2)
K1=(PI/2*H**2)*((4*(H/2))/(3*PI)) #Momento estático de área 1 (m^3)
K2=(PI/2*H2**2)*((4*(H2/2))/(3*PI)) #Momento estático de área 2 (m^3)
Q=K1-K2 #Momento estático de área (m^3)
I=(np.pi/64)*((H**4-H2**4)) #momento de inercia (m^4)
t=PI*H/2 #Comprimento da secção do tubo (m)
J=(np.pi*((H**4)-(H2**4)))/32 #Momento polar de área (m^4)
Ix=I #Momento de Inércia de Área em x (m^4)
Iy=I #Momento de Inércia de Área em y (m^4)
Iz=I #Momento de Inércia de Área em z (m^4)
fs=1 #fator de segurança
SigmaRup=345*10**6 #Tensão de ruptura fibra de carbono (Pa)
AT=345*10**6 #Tensão máxima no eixo 1 da fibra
BT=345*10**6 #Tensão máximo no eixo 2 da fibra
CT=345*10**6 #Tensão máxima no eixo 3 da fibra
E=760*10**9 #Módulo de elasticidade da fibra de carbono (Pa)
```

```python


#O elemento importado terá a seguinte nomenclatura:
Element=[["L(m)","Fix","Fiy","Fiz","Mix","Miy","Miz"], #Usar em N, N.m, primeira linha nó inicial, segunda linha nó final
         ["L(m)","Ffx","Ffy","Ffz","Mfx","Mfy","Mfz"]]
cont=0 #contador auxiliar para o código
SigmaRup=SigmaRup/fs #Aplicando fator de segurança
AT=AT/fs
BT=BT/fs
CT=CT/fs
i=0 #iteração
def tension(Element,A,Iz,Iy,H,J,SigmaRup,i,H2,E,fs):
    if H2==0:
        H2=H
    chave=False #essa chave se torna verdadeira se o elemento falhar em alguma situação
    pi=np.pi
    #Para o nó inicial
    L=Element[0][0]
    Fx=Element[0][1]
    Fy=Element[0][2]
    Fz=Element[0][3]
    Mx=Element[0][4]
    My=Element[0][5]
    Mz=Element[0][6]

    #kmax é irá definir a situação mais crítica do elemento
    kmax=0
    #Flambagem:
    if Fx>0: #Compressão
        if Iz<Iy: #preciso do menor deles
            I=Iz
        else:
            I=Iy
        Fcr=I*E*1.2*pi**2/L**2 #Força que o elemento suporta sem flambagem
        if Fcr<=Fx: #se isso ocorrer ele falhou
            #print('O elemento: ',i,'falhou por flambagem a força excedeu em: ',Fcr-Fx)
            k=(Fcr-Fx)*100/Fcr
            if k>=kmax:
                kmax=k
            chave=True


    #Análise dos estados de tensões para o nó inicial

    # Ponto no Meio da viga
    x=0 #distância em x do centro geométrico
    y=0 #distância em y do centro geométrico
    z=0 #distância em z do centro geométrico
    Ix=J
    σxx=Fx/A
    σyy=0
    σzz=0
    τxy=0
```

```
103     τxy=0
104     τyx=0
105     τxz=0
106     τzx=0
107     τyz=0
108     τzy=0
109     Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
110             [ τyx,  σyy,  τyz ],
111             [ τzx,  τzy,  σzz ]] #tensor do estado de tensões nesse ponto
112     aux=np.array(Tensor) #transformando em uma array matemática
113     autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux) #coletando autovalores (tensões principais) e autovetores da matriz do estado de tensões
114     Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores #Tensões principais
115     evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
116     var=evs+2*((Sigma1*Sigma3)/(BT**2))**2+2*((Sigma3*Sigma2)/(CT**2))**2
117     if var>=1:
118         k=var
119         chave=True
120         if k>kmax:
121             kmax=k
122     k=var
123     if k>kmax:
124         kmax=k
125     #Essa secção comentada é o critério de falha de rankine, porém ele não é muito bom para madeira balsa
126     """
127     if Sigma1<0:
128         Sigma1=Sigma1*-1
129     if Sigma3<0:
130         Sigma3=Sigma3*-1
131     if Sigma1>=SigmaRup/(fs) or Sigma3>=SigmaRup/(fs):
132         chave=True
133         if Sigma1>Sigma3:
134             k=(Sigma1-SigmaRup)*100/SigmaRup
135         else:
136             k=(Sigma3-SigmaRup)*100/SigmaRup
137         #print('O elemento: ',i,'No nó inicial falhou no ponto central Em percentual: ',k,"%")
138         if k>=kmax:
139            kmax=k
140            """
141
142     #Ponto Superior da viga
143     #A lógica é a mesma em todos os pontos
144     x=0
145     z=0
146     y=H/2
147     Qz=(y/2)*(A)
148     Qy=(y/2)*(A)
149     Ix=J
150     σxx=((Fx/A)+(Mz*y)/Iy)
151     σyy=0
152     σzz=((My*x)/Iy)
153     τxy=Fy*Qy/(Iy*y)
154     τyx=Fy*Qy/(Iy*y)
155     τxz=((Mx*y)/J)+(Fz*Qy/(Iy*y))
156     τzx=((Mx*y)/J)+(Fz*Qy/(Iy*y))
157     τyz=0
```

```
156     τzx=((Mx*y)/J)+(Fz*Qy/(Iy*y))
157     τyz=0
158     τzy=0
159     Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
160             [ τyx,  σyy,  τyz ],
161             [ τzx,  τzy,  σzz ]]
162     aux=np.array(Tensor)
163     autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
164     Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
165     evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
166     var=evs+2*((Sigma1*Sigma3)/(BT**2))**2+2*((Sigma3*Sigma2)/(CT**2))**2
167     if var>=1:
168         k=var
169         chave=True
170         if k>kmax:
171             kmax=k
172     k=var
173     if k>kmax:
174         kmax=k
175     """
176     if Sigma1<0:
177         Sigma1=Sigma1*-1
178     if Sigma3<0:
179         Sigma3=Sigma3*-1
180     if Sigma1>=SigmaRup/(fs) or Sigma3>=SigmaRup/(fs):
181         chave=True
182         if Sigma1>Sigma3:
183             k=(Sigma1-SigmaRup)*100/SigmaRup
184         else:
185             k=(Sigma3-SigmaRup)*100/SigmaRup
186         #print('O elemento: ',i,'No nó inicial falhou no ponto superior','Em percentual: ',k,"%")
187         if k>=kmax:
188            kmax=k
189            """
190
191     #Ponto Lateral
192     x=0
193     z=H2/2
194     y=0
195     Ix=J
196     Qy=(z/2)*(A)
197     Qz=(z/2)*(A)
198     σxx=((Fx/A)+(Mz*z-My*z)/Iy)
199     σyy=0
200     σzz=((My*z)/Iy)
201     τxy=Fy*Qy/(Iy*z)+Mx*z/J
202     τyx=Fy*Qy/(Iy*z)+Mx*z/J
203     τxz=(Fz*Qy)/(Iy*z)-My*z/J
204     τzx=(Fz*Qy)/(Iy*z)-My*z/J
205     τyz=0
206     τzy=0
207     Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
208             [ τyx,  σyy,  τyz ],
209             [ τzx,  τzy,  σzz ]]
```

```
Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
        [ τyx,  σyy,  τyz ],
        [ τzx,  τzy,  σzz ]]
aux=np.array(Tensor)
autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
var=evs+2*((Sigma1*Sigma3)/(BT**2))**2+2*((Sigma3*Sigma2)/(CT**2))**2
if var>=1:
    k=var
    chave=True
    if k>kmax:
        kmax=k
k=var
if k>kmax:
    kmax=k
"""
if Sigma1<0:
    Sigma1=Sigma1*-1
if Sigma3<0:
    Sigma3=Sigma3*-1
if Sigma1>=SigmaRup/(fs) or Sigma3>=SigmaRup/(fs):
    chave=True
    if Sigma1>Sigma3:
        k=(Sigma1-SigmaRup)*100/SigmaRup
    else:
        k=(Sigma3-SigmaRup)*100/SigmaRup
    #print('O elemento: ',i,'No nó inicial falhou no ponto Lateral Em percentual: ',k,"%")
    if k>=kmax:
       kmax=k
       """

#Ponto Lateral superior
x=0
y=H/2
z=H/2
Ix=J
Qy=(y/2)*(A)
Qz=(y/2)*(A)
σxx=((Fx/A)+((-My*z+Mz*y)/Iy))
σyy=0
σzz=My*z/Iy
τxy=Fy*Qy/(Iy*z)+My*z/J
τyx=Fy*Qy/(Iy*z)+My*z/J
τxz=Fz*Qy/(Iy*y)-Mx*(((z**2)+(y**2))**(1/2))/J
τzx=Fz*Qy/(Iy*y)-Mx*(((z**2)+(y**2))**(1/2))/J
τyz=0
τzy=0
Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
        [ τyx,  σyy,  τyz ],
        [ τzx,  τzy,  σzz ]]
aux=np.array(Tensor)
autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
```

```
evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
var=evs+2*((Sigma1*Sigma3)/(BT**2))**2+2*((Sigma3*Sigma2)/(CT**2))**2
if var>=1:
    k=var
    chave=True
    if k>kmax:
        kmax=k
k=var
if k>kmax:
    kmax=k
"""
if Sigma1<0:
    Sigma1=Sigma1*-1
if Sigma3<0:
    Sigma3=Sigma3*-1
if Sigma1>=SigmaRup/(fs) or Sigma3>=SigmaRup/(fs):
    chave=True
    if Sigma1>Sigma3:
        k=(Sigma1-SigmaRup)*100/SigmaRup
    else:
        k=(Sigma3-SigmaRup)*100/SigmaRup
    #print('O elemento: ',i,'No nó inicial falhou no ponto Lateral superior Em percentual: ',k,"%")
    if k>=kmax:
       kmax=k
    """

#Analisando para o nó final agora
Fx=Element[1][1]
Fy=Element[1][2]
Fz=Element[1][3]
Mx=Element[1][4]
My=Element[1][5]
Mz=Element[1][6]

# Ponto no Meio da viga
x=0 #distância em x do centro geométrico
y=0 #distância em y do centro geométrico
z=0 #distância em z do centro geométrico
Ix=J
σxx=Fx/A
σyy=0
σzz=0
τxy=0
τyx=0
τxz=0
τzx=0
τyz=0
τzy=0
Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
        [ τyx,  σyy,  τyz ],
        [ τzx,  τzy,  σzz ]] #tensor do estado de tensões nesse ponto
aux=np.array(Tensor) #transformando em uma array matemática
autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux) #coletando autovalores (tensões principais) e autovetores da matriz do estado de tensões
```

```
311             [ τzx,  τzy,  σzz ]] #tensor do estado de tensões nesse ponto
312     aux=np.array(Tensor) #transformando em uma array matemática
313     autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux) #coletando autovalores (tensões principais) e autovetores da matriz do estado de tensões
314     Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores #Tensões principais
315     evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
316     var=evs+2*((Sigma1*Sigma3)/(BT**2))**2+2*((Sigma3*Sigma2)/(CT**2))**2
317     if var>=1:
318         k=var
319         chave=True
320         if k>kmax:
321             kmax=k
322     k=var
323     if k>kmax:
324         kmax=k
325     #Essa secção comentada é o critério de falha de rankine, porém ele não é muito bom para madeira balsa
326     """
327     if Sigma1<0:
328         Sigma1=Sigma1*-1
329     if Sigma3<0:
330         Sigma3=Sigma3*-1
331     if Sigma1>=SigmaRup/(fs) or Sigma3>=SigmaRup/(fs):
332         chave=True
333         if Sigma1>Sigma3:
334             k=(Sigma1-SigmaRup)*100/SigmaRup
335         else:
336             k=(Sigma3-SigmaRup)*100/SigmaRup
337         #print('O elemento: ',i,'No nó inicial falhou no ponto central Em percentual: ',k,"%")
338         if k>=kmax:
339            kmax=k
340            """
341
342     #Ponto Superior da viga
343     #A lógica é a mesma em todos os pontos
344     x=0
345     z=0
346     y=H/2
347     Qz=(y/2)*(A)
348     Qy=(y/2)*(A)
349     Ix=J
350     σxx=((Fx/A)+(Mz*y)/Iy)
351     σyy=0
352     σzz=((My*x)/Iy)
353     τxy=Fy*Qy/(Iy*y)
354     τyx=Fy*Qy/(Iy*y)
355     τxz=((Mx*y)/J)+(Fz*Qy/(Iy*y))
356     τzx=((Mx*y)/J)+(Fz*Qy/(Iy*y))
357     τyz=0
358     τzy=0
359     Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
360             [ τyx,  σyy,  τyz ],
361             [ τzx,  τzy,  σzz ]]
362     aux=np.array(Tensor)
363     autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
364     Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
365     evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
```

```
363     autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
364     Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
365     evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
366     var=evs+2*((Sigma1*Sigma3)/(BT**2))**2+2*((Sigma3*Sigma2)/(CT**2))**2
367     if var>=1:
368         k=var
369         chave=True
370         if k>kmax:
371             kmax=k
372     k=var
373     if k>kmax:
374         kmax=k
375     """
376     if Sigma1<0:
377         Sigma1=Sigma1*-1
378     if Sigma3<0:
379         Sigma3=Sigma3*-1
380     if Sigma1>=SigmaRup/(fs) or Sigma3>=SigmaRup/(fs):
381         chave=True
382         if Sigma1>Sigma3:
383             k=(Sigma1-SigmaRup)*100/SigmaRup
384         else:
385             k=(Sigma3-SigmaRup)*100/SigmaRup
386         #print('O elemento: ',i,'No nó inicial falhou no ponto superior','Em percentual: ',k,"%")
387         if k>=kmax:
388            kmax=k
389            """
390
391     #Ponto Lateral
392     x=0
393     z=H2/2
394     y=0
395     Ix=J
396     Qy=(z/2)*(A)
397     Qz=(z/2)*(A)
398     σxx=((Fx/A)+(Mz*z-My*z)/Iy)
399     σyy=0
400     σzz=((My*z)/Iy)
401     τxy=Fy*Qy/(Iy*z)+Mx*z/J
402     τyx=Fy*Qy/(Iy*z)+Mx*z/J
403     τxz=(Fz*Qy)/(Iy*z)-My*z/J
404     τzx=(Fz*Qy)/(Iy*z)-My*z/J
405     τyz=0
406     τzy=0
407     Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
408             [ τyx,  σyy,  τyz ],
409             [ τzx,  τzy,  σzz ]]
410     aux=np.array(Tensor)
411     autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
412     Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
413     evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
414     var=evs+2*((Sigma1*Sigma3)/(BT**2))**2+2*((Sigma3*Sigma2)/(CT**2))**2
415     if var>=1:
416         k=var
417         chave=True
```

```
417             chave=True
418             if k>kmax:
419                 kmax=k
420         k=var
421         if k>kmax:
422             kmax=k
423         """
424         if Sigma1<0:
425             Sigma1=Sigma1*-1
426         if Sigma3<0:
427             Sigma3=Sigma3*-1
428         if Sigma1>=SigmaRup/(fs) or Sigma3>=SigmaRup/(fs):
429             chave=True
430             if Sigma1>Sigma3:
431                 k=(Sigma1-SigmaRup)*100/SigmaRup
432             else:
433                 k=(Sigma3-SigmaRup)*100/SigmaRup
434             #print('O elemento: ',i,'No nó inicial falhou no ponto Lateral Em percentual: ',k,"%")
435             if k>=kmax:
436                kmax=k
437             """
438
439         #Ponto Lateral superior
440         x=0
441         y=H/2
442         z=H/2
443         Ix=J
444         Qy=(y/2)*(A)
445         Qz=(y/2)*(A)
446         σxx=((Fx/A)+((-My*z+Mz*y)/Iy))
447         σyy=0
448         σzz=My*z/Iy
449         τxy=Fy*Qy/(Iy*z)+My*z/J
450         τyx=Fy*Qy/(Iy*z)+My*z/J
451         τxz=Fz*Qy/(Iy*y)-Mx*(((z**2)+(y**2))**(1/2))/J
452         τzx=Fz*Qy/(Iy*y)-Mx*(((z**2)+(y**2))**(1/2))/J
453         τyz=0
454         τzy=0
455         Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
456                 [ τyx,  σyy,  τyz ],
457                 [ τzx,  τzy,  σzz ]]
458         aux=np.array(Tensor)
459         autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
460         Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
461         evs=(Sigma1/AT)**2+(Sigma2/BT)**2+(Sigma3/CT)**2+2*((Sigma1*Sigma2)/(AT**2))**2
462         var=evs+2*((Sigma1*Sigma3)/(BT**2))**2+2*((Sigma3*Sigma2)/(CT**2))**2
463         if var>=1:
464             k=var
465             chave=True
466             if k>kmax:
467                 kmax=k
468         k=var
469         if k>kmax:
```

```
469         if k>kmax:
470             kmax=k
471         """
472         if Sigma1<0:
473             Sigma1=Sigma1*-1
474         if Sigma3<0:
475             Sigma3=Sigma3*-1
476         if Sigma1>=SigmaRup/(fs) or Sigma3>=SigmaRup/(fs):
477             chave=True
478             if Sigma1>Sigma3:
479                 k=(Sigma1-SigmaRup)*100/SigmaRup
480             else:
481                 k=(Sigma3-SigmaRup)*100/SigmaRup
482             #print('O elemento: ',i,'No nó inicial falhou no ponto Lateral superior Em percentual: ',k,"%")
483             if k>=kmax:
484                kmax=k
485             """
486         if chave: # se houve falha
487             print('O elemento ',i+1,' Falhou em ',kmax,'')
488             return 0
489         else:
490             print(f'O elemento {i+1} Pode ser de Balsa D externo {H*1000} mm, Tsai-hill: {kmax:,.2f}')
491             return L #retorna o comprimento do elemento que não falhou para saber quantos metros de tubo irá comprar se for tubos analisados
492
493     df=pd.read_excel('Tab1.xlsx') #lendo tabela no excel
494     df2=pd.read_excel('Tab3rodas.xlsx')#lendo tabela no excel
495     L=df['LENGTH'] #comprimento
496     Fix=df2['FXi']*(10**3) #Força em x no nó inicial
497     Ffx=df2['FXf']*(10**3)#Força em x no nó final
498     Fiy=df2['FYi']*(10**3)#Força em y no nó inicial
499     Ffy=df2['FYf']*(10**3)#Força em y no nó final
500     Fiz=df2['FZi']*(10**3)#Força em z no nó inicial
501     Ffz=df2['FZf']*(10**3)#Força em z no nó final
502     Mxi=df2['MXi']*(10**3)#Momento em x no nó inicial
503     Mxf=df2['MXf']*(10**3)#Momento em x no nó final
504     Myi=df2['MYi']*(10**3)#Momento em y no nó inicial
505     Myf=df2['MYf']*(10**3)#Momento em y no nó final
506     Mzi=df2['MZi']*(10**3)#Momento em z no nó inicial
507     Mzf=df2['MZf']*(10**3)#Momento em z no nó final
508     a1=0 #metros de tubos a serem comprados
509     for i in range(number): #iterando para o número de membros
510         Elemento1=[[L[i],Fix[i],Fiy[i],Fiz[i],Mxi[i],Myi[i],Mzi[i]],
511                    [L[i],Ffx[i],Ffy[i],Ffz[i],Mxf[i],Myf[i],Mzf[i]]] #configurando o elemento
512         a1=a1+tension(Elemento1,A,Iz,Iy,H,J,SigmaRup,i,H2,E,fs) #rodando a análise
513
514
515     #Mesmo procedimento para o segundo caso de pouso
516     print('2 roda:')
517     df=pd.read_excel('Tab1.xlsx')
518     df2=pd.read_excel('Tab2rodas.xlsx')
519     L=df['LENGTH']
520     Fix=df2['FXi']*(10**3)
```

```python
Fix=df2['FXi']*(10**3)
Ffx=df2['FXf']*(10**3)
Fiy=df2['FYi']*(10**3)
Ffy=df2['FYf']*(10**3)
Fiz=df2['FZi']*(10**3)
Ffz=df2['FZf']*(10**3)
Mxi=df2['MXi']*(10**3)
Mxf=df2['MXf']*(10**3)
Myi=df2['MYi']*(10**3)
Myf=df2['MYf']*(10**3)
Mzi=df2['MZi']*(10**3)
Mzf=df2['MZf']*(10**3)
a2=0
for i in range(53):
    Elemento1=[[L[i],Fix[i],Fiy[i],Fiz[i],Mxi[i],Myi[i],Mzi[i]],
               [L[i],Ffx[i],Ffy[i],Ffz[i],Mxf[i],Myf[i],Mzf[i]]]
    a2=a2+tension(Elemento1,A,Iz,Iy,H,J,SigmaRup,i,H2,E,fs)


#Mesmo procedimento para o terceiro caso de pouso
print('1 roda:')
df=pd.read_excel('Tab1.xlsx')
df2=pd.read_excel('Tab1roda.xlsx')
L=df['LENGTH']
Fix=df2['FXi']*(10**3)
Ffx=df2['FXf']*(10**3)
Fiy=df2['FYi']*(10**3)
Ffy=df2['FYf']*(10**3)
Fiz=df2['FZi']*(10**3)
Ffz=df2['FZf']*(10**3)
Mxi=df2['MXi']*(10**3)
Mxf=df2['MXf']*(10**3)
Myi=df2['MYi']*(10**3)
Myf=df2['MYf']*(10**3)
Mzi=df2['MZi']*(10**3)
Mzf=df2['MZf']*(10**3)
a3=0
for i in range(53):
    if i==0:
        Elemento1=[[L[i],Fix[i],Fiy[i],Fiz[i],Mxi[i],Myi[i],Mzi[i]],
                   [L[i],Ffx[i],Ffy[i],Ffz[i],Mxf[i],Myf[i],0]]
    else:
        Elemento1=[[L[i],Fix[i],Fiy[i],Fiz[i],Mxi[i],Myi[i],Mzi[i]],
                   [L[i],Ffx[i],Ffy[i],Ffz[i],Mxf[i],Myf[i],Mzf[i]]]
    a3=a3+tension(Elemento1,A,Iz,Iy,H,J,SigmaRup,i,H2,E,fs)
a=0 # checando o caso mais critico das três condições de pouso
if a1<=a2 and a1<=a3:
    a=a1
if a2<=a1 and a2<=a3:
    a=a2
if a3<=a1 and a3<=a2:
    a=a3
print(a, 'Metro do tubo selecionado podem ser comprados')
#Para saber a quantidade de metros de tubos a ser comparado, você
```

# APÊNDICE B CODIGO PARA CÁLCULO DE TAILBOOM

```python
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Sun Jul 16 11:43:35 2023

@author: Luís Fernando
"""

#ANALISE DE UM TAILBOOM DE TUBOS DE CARBONO DUPLOS
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
#Dados
PI=np.pi

#Caracteristicas do tubo
h=0.16 #distancia das longarinas (m)
L=0.82464+0.16+0.2#Distancia da segunda longariana a empeangem (m)
l=0.82764+0.2 #Tamanho da segunda longarina até o final (m)
graus=0.#inclinação do tailboom em graus
teta=graus*np.pi/180 #inclinação do tailboom em rad

De=0.032 #Diametro externo do tubo (m)
Di=0.030 #Diametro interno (m)
#Caracteristicas de secção para De e Di predeterminado
H=De/2
H1=Di/2
t1=H
t2=H1
A=PI*(De/2)**2 - PI*(Di/2)**2 #Area do tubo (m^2)
K1=(PI/2*De**2)*((4*(De/2))/(3*PI))  #Momento estático de área 1 (m^3)
K2=(PI/2*Di**2)*((4*(Di/2))/(3*PI))  #Momento estático de área 2 (m^3)
Q=K1-K2  #Momento estático de área (m^3)
I=(np.pi/64)*((De**4-Di**4)) #momento de inercia (m^4)
t=PI*De/2 #Comprimento da secção do tubo (m)
J=(np.pi*((De**4)-(Di**4)))/32 #Momento polar de área (m^4)
Q1=Q
Q2=Q
#Dados do material
E=(40)*(10**9) #Modulo de elasticidade do carbono (Pa) #3*10^9 para balsa
G=5*(10**9) #Modulo de cisalhamento do CARBONO (Pa)
v=0.15 #Coeficiente de poison do carbono
Truptura=((350)*(10**6)) #Tensão de ruptura do material (Pa) 3*10**6 para balsa
Tcis=(3.25*(10**6))#Tensão de ruptura por cisalhamento (Pa)
Cp=0.0 #Coeficiente de arrasto do carbono
densidade=1400. #Densidade do material (kg/m^3)

"""
#Secção quadrada
H=0.050
H1=H-0.00635
A=H**2 - H1**2
I=((H**4)/12)-((H1**4)/12)
Q1=(H*(H-H1))*(H-(H-H1)/2)
Q2=Q1+2*(((H/2)*(H-H1))*(H/2)/2)
t1=H
```

```python
t1=H
t2=H-H1



#Dados do material
E=(3)*(10**9) #Modulo de elasticidade do carbono (Pa) #3*10^9 para balsa
G=5*(10**9) #Modulo de cisalhamento do CARBONO (Pa)
v=0.15 #Coeficiente de poison do carbono
Truptura=((6)*(10**6)) #Tensão de ruptura do material (Pa) 3*10**6 para balsa
Tcis=(3.25*(10**6))#Tensão de ruptura por cisalhamento (Pa)
Cp=0.0 #Coeficiente de arrasto do carbono
densidade=140. #Densidade do material (kg/m^3)
"""

#Dados de projeto
n=1 #Número de tubos
FS=2.21 # Fator de segurança

#aplicando fatores de segurança
Truptura=Truptura/FS
Tcis=Tcis/FS



#Forças aplicadas
P=0 #Peso do boom (N)
V= 14.8 #Velocidade máxima m/s
Ne =0.063/n #Força da empenagem em x (N)
Ve=(1.2+0.374)/n #Força da empeangem em y (N)
Nc = 0 #Força de arrasto do boom (N)
Fe=0 #Força em z da empenagem (N)
Mze=15.87/n # Momento da empenagem em z (N/m)


#somatório de forças em X
Na=(Ne+Nc)/2
Nb=(Ne+Nc)/2
#Somatório de forças em z
Fa=Fe/2
Fb=Fe/2
#Somatório de momentos em A
Vb=(Mze+Ve*(l))/(h)
#Somatório de forças em y
Va=Ve-Vb
print(Na,'Forca em x no ponto A em N')
print(Nb,'Forca em x no ponto B  em N')
print(Va,'Forca em y no ponto A  em N')
print(Vb,'Forca em y no ponto B em N')

#Analisando na iminencia de B vindo da empenagem
Fx=Ne
Fy=Ve
Mz=Mze+Ve*l
```

```python
Mz=Mze+Ve*l
σxx=Fx/A+((Mz*(H/2))/I)
σyy=0
σzz=0
τxy=Fy*Q1/(t1*I)
τyx=Fy*Q1/(t1*I)
τxz=0
τzx=0
τyz=0
τzy=0
Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
        [ τyx,  σyy,  τyz ],
        [ τzx,  τzy,  σzz ]] #tensor do estado de tensões nesse ponto
aux=np.array(Tensor) #transformando em uma array matemática
autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)  #coletando autovalores (tensões principais) e autovetores da matriz do estado de tensões
Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores #Tensões principais
#Critério de falha de rankine:
if Sigma1<0:
   Sigma1=Sigma1*-1
if Sigma3<0:
   Sigma3=Sigma3*-1
if Sigma1>=Truptura or Sigma3>=Truptura:
   chave=True
   if Sigma1>Sigma3:
      k=(Sigma1-Truptura)*100/Truptura
   else:
      k=(Sigma3-Truptura)*100/Truptura
   print("Falhou em B em: ",k,'%')

#Para ponto lateral

Fx=Ne
Fy=Ve
Mz=Mze+Ve*l
σxx=Fx/A+((Mz*(0/2))/I)
σyy=0
σzz=0
τxy=Fy*Q2/(t2*I)
τyx=Fy*Q2/(t2*I)
τxz=0
τzx=0
τyz=0
τzy=0
Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
        [ τyx,  σyy,  τyz ],
        [ τzx,  τzy,  σzz ]] #tensor do estado de tensões nesse ponto
aux=np.array(Tensor) #transformando em uma array matemática
autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)  #coletando autovalores (tensões principais) e autovetores da matriz do estado de tensões
Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores #Tensões principais
#Critério de falha de rankine:
if Sigma1<0:
   Sigma1=Sigma1*-1
if Sigma3<0:
```

```
158        Sigma1=Sigma1*-1
159     if Sigma3<0:
160        Sigma3=Sigma3*-1
161     if Sigma1>=Truptura or Sigma3>=Truptura:
162        chave=True
163        if Sigma1>Sigma3:
164           k=(Sigma1-Truptura)*100/Truptura
165        else:
166           k=(Sigma3-Truptura)*100/Truptura
167        print("Falhou em B em lateral: ",k,'%')
168
169     #Para outros pontos segue a mesma lógica
170     #Analisando na iminencia de A vindo da empenagem ponto superior
171     Fx=Ne-Nb
172     Fy=Ve-Vb
173     Mz=Mze+Ve*(l+h)-Vb*h
174     σxx=Fx/A+((Mz*(H/2))/I)
175     σyy=0
176     σzz=0
177     τxy=Fy*Q1/(t1*I)
178     τyx=Fy*Q1/(t1*I)
179     τxz=0
180     τzx=0
181     τyz=0
182     τzy=0
183     Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
184             [ τyx,  σyy,  τyz ],
185             [ τzx,  τzy,  σzz ]]
186     aux=np.array(Tensor)
187     autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
188     Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
189     if Sigma1<0:
190        Sigma1=Sigma1*-1
191     if Sigma3<0:
192        Sigma3=Sigma3*-1
193     if Sigma1>=Truptura or Sigma3>=Truptura:
194        chave=True
195        if Sigma1>Sigma3:
196           k=(Sigma1-Truptura)*100/Truptura
197        else:
198           k=(Sigma3-Truptura)*100/Truptura
199        print("Falhou em A em: ",k,'%')
200     #Para ponto lateral
201     Fx=Ne-Nb
202     Fy=Ve-Vb
203     Mz=Mze+Ve*(l+h)-Vb*h
204     σxx=Fx/A+((Mz*(0/2))/I)
205     σyy=0
206     σzz=0
207     τxy=Fy*Q2/(t2*I)
208     τyx=Fy*Q2/(t2*I)
209     τxz=0
210     τzx=0
211     τyz=0
```

```
210    τzx=0
211    τyz=0
212    τzy=0
213    Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
214            [ τyx,  σyy,  τyz ],
215            [ τzx,  τzy,  σzz ]]
216    aux=np.array(Tensor)
217    autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
218    Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
219    if Sigma1<0:
220       Sigma1=Sigma1*-1
221    if Sigma3<0:
222       Sigma3=Sigma3*-1
223    if Sigma1>=Truptura or Sigma3>=Truptura:
224       chave=True
225       if Sigma1>Sigma3:
226          k=(Sigma1-Truptura)*100/Truptura
227       else:
228          k=(Sigma3-Truptura)*100/Truptura
229       print("Falhou em A lateral em: ",k,'%')
230    #Analisando na iminencia de E vindo da fuselagem
231    Fx=Na+Nb
232    Fy=Va+Vb
233    Mz=Vb*l+Va*(h+l)
234    σxx=Fx/A+((Mz*(H/2))/I)
235    σyy=0
236    σzz=0
237    τxy=Fy*Q1/(t1*I)
238    τyx=Fy*Q1/(t1*I)
239    τxz=0
240    τzx=0
241    τyz=0
242    τzy=0
243    Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
244            [ τyx,  σyy,  τyz ],
245            [ τzx,  τzy,  σzz ]]
246    aux=np.array(Tensor)
247    autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
248    Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
249    if Sigma1<0:
250       Sigma1=Sigma1*-1
251    if Sigma3<0:
252       Sigma3=Sigma3*-1
253    if Sigma1>=Truptura or Sigma3>=Truptura:
254       chave=True
255       if Sigma1>Sigma3:
256          k=(Sigma1-Truptura)*100/Truptura
257       else:
258          k=(Sigma3-Truptura)*100/Truptura
259       print("Falhou em E em: ",k,'%')
260    #Para ponto lateral
261    Fx=Na+Nb
262    Fy=Va+Vb
263    Mz=Vb*l+Va*(h+l)
```

```
263    Mz=Vb*l+Va*(h+l)
264    σxx=Fx/A+((Mz*(H/2))/I)
265    σyy=0
266    σzz=0
267    τxy=Fy*Q2/(t2*I)
268    τyx=Fy*Q2/(t2*I)
269    τxz=0
270    τzx=0
271    τyz=0
272    τzy=0
273    Tensor=[[ σxx,  τxy,  τxz ],
274            [ τyx,  σyy,  τyz ],
275            [ τzx,  τzy,  σzz ]]
276    aux=np.array(Tensor)
277    autovalores,autovetores=np.linalg.eig(aux)
278    Sigma1,Sigma2,Sigma3=autovalores
279    if Sigma1<0:
280       Sigma1=Sigma1*-1
281    if Sigma3<0:
282       Sigma3=Sigma3*-1
283    if Sigma1>=Truptura or Sigma3>=Truptura:
284       chave=True
285       if Sigma1>Sigma3:
286          k=(Sigma1-Truptura)*100/Truptura
287       else:
288          k=(Sigma3-Truptura)*100/Truptura
289       print("Falhou em E lateral em: ",k,'%')
290
291    #Analisando deflexão
292    A1=-(Va*h**3)/(6*h) #Constante de deflexão (no segundo apoio a deflexão=0)
293    A2=0 #no primeiro apoio a deflexão é 0
294    u=(((((Va*((l+h)**3))/6)+((Vb*((l)**3))/6))+(A1*(l+h)))/(E*I)) # fórmula da deflexão
295    print('Deflexão na empenagem é: ',u, 'com fator de seg: ', u*2.21)
296
297    #Para os gráfcos
298    Cont=0 # Ele marcará a posição em x
299    x=[]
300    M=[]
301    Va=-Va #precisa trocar os sinais
302    Vb=-Vb #precisa trocar os sinais
303    while Cont<=1:
304        x.append(Cont) # posição
305        if Cont<=h:
306            y=Va*Cont #até o segundo apoio
307        if Cont>h:
308            y=Va*Cont+Vb*(Cont-h) # Até a empenagem
309        M.append(y)
310        Cont=Cont+0.001
311    fig1, ax1 = plt.subplots()
312    ax1.plot(x,M)
313    ax1.set_title('Momento Fletor x Posição')
314    ax1.set_xlabel('x (m)')
315    ax1.set_ylabel('Momento (Nm)')
```

```
ax1.set_ylabel('Momento (Nm)')
ax1.xaxis.set_ticks_position('top')
ax1.yaxis.set_ticks_position('right')
plt.savefig('Momento')
plt.show()

Cont=0
x=[]
V=[]
while Cont<=1:
    x.append(Cont)
    if Cont<=h:
        y=Va
    if Cont>h:
        y=Va+Vb
    V.append(y)
    Cont=Cont+0.001
fig1, ax1 = plt.subplots()
ax1.plot(x,V)
ax1.set_title('Cortante x Posição')
ax1.set_xlabel('x (m)')
ax1.set_ylabel('Cortante (N)')
ax1.xaxis.set_ticks_position('top')
ax1.yaxis.set_ticks_position('right')
plt.savefig('Cortante')
plt.show()

Cont=0
x=[]
u=[]
while Cont<=1:
    x.append(Cont)
    if Cont<=h:
        y=((Va/6)*(Cont**3)+A1*Cont+A2)/(E*I)
    if Cont>h:
        y=((Va/6)*(Cont**3)+(Vb/6)*((Cont-h)**3)+A1*Cont+A2+((h**2)*(Va/6)*Cont))/(E*I)
    u.append(-y)
    Cont=Cont+0.001
fig1, ax1 = plt.subplots()
ax1.plot(x,u)
ax1.set_title('Deflexão x Posição')
ax1.set_xlabel('x (m)')
ax1.set_ylabel('u (m))')
ax1.xaxis.set_ticks_position('top')
ax1.yaxis.set_ticks_position('right')
plt.savefig('Deflexão')
plt.show()
```