



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

ROSANGELA MARQUES GOBATO ROCHA

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO ANALÍTICO**

Marília

2025

ROSANGELA MARQUES GOBATO ROCHA

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO ANALÍTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Educação pela Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus de Marília. Linha de Pesquisa 03- “Teoria e Práticas Pedagógicas.”
Orientador (a): Prof. Dr. José Carlos Miguel

Marília -SP

2025

R672r

Rocha, Rosangela Marques Gobato

A Resolução de Problemas matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo analítico, 2025 / Rosangela Marques Gobato
Rocha. -- Marília, 2025

120 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP),
Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília

Orientador: José Carlos Miguel

1. Educação. 2. Matemática. 3. Resolução de Problemas. 4. Ensino Fundamental. I. Título.

Porque dele e por ele, e para ele, são todas as coisas; glória, pois, a ele eternamente. Amém.

Romanos 11:36

ROSANGELA MARQUES GOBATO ROCHA

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NOS ANOS
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO ANALÍTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação e Educação da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Educação.

Linha de Pesquisa 03-Teoria e Práticas Pedagógicas

Banca Examinadora

Profº. Dr Dr. José Carlos Miguel
UNESP – Câmpus de Marília
Orientador

Prof. Dr. Osvaldo Augusto Chissonde Mame
PPG ISP CAÁLA/UJES (Angola)

Prof. Dr. Alberto Luiz Pereira da Costa
UFTM-PPG Educação em Ciências, Matemática e Tecnologias

Marília, 26 de fevereiro de 2025

AGRADECIMENTOS

Chegar até aqui foi uma grande peleja. Por isso, agradeço ao Deus Todo Poderoso criador do céu e da terra que me permitiu conquistar essa benção. Desde o início, me abriu os caminhos me oportunizando realizar todas as etapas desse curso. A Ele toda honra, toda glória e todo o louvor.

Toda a minha gratidão ao Professor Doutor José Carlos Miguel. Me senti acolhida desde o início dos estudos. Fui orientada a cada etapa desse processo tão desafiador. Sinto-me agraciada pela sua confiança em mim depositada e por acreditar que eu seria capaz. Com suas orientações pontuais, enfrentei este desafio de maneira leve e serena.

Sou grata pelos ricos momentos formativos realizados durante a Pós-Graduação. Ao Professor Doutor Dagoberto Buim Arena que ministrou a disciplina “Leitura e leitores: Conceitos e práticas”, minha gratidão. Um professor que conhecia através de bons relatos e mesmo próximo à sua aposentadoria, tive o privilégio de participar de suas aulas. Com ele tive a oportunidade de ampliar meus conhecimentos acerca dos aspectos envolvidos no ato de ler.

Gratidão à Professora Doutora Rosane Michelli de Castro que durante um intervalo de evento científico demonstrou de uma grande generosidade, me orientando sobre aspectos técnicos que envolvem o Mestrado. Naquele momento senti que a mão de Deus estava sobre mim e que Ele a enviou para me auxiliar. Carinhosamente trata seus alunos como filhos. Ela foi uma mãe para mim!

Gratidão aos meus amigos do GP FORME (Grupo de Pesquisa Sobre Formação do Educador) por me auxiliarem nos estudos com profícuas discussões.

Aos membros da Banca Examinadora por aceitarem o convite e com maestria, colaboraram com a minha pesquisa de uma maneira singular.

Ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita filho” (UNESP), Câmpus de Marília, sob a responsabilidade do Prof. Dr. Henrique Tahan Novaes, pela condução de políticas de permanência no curso, oportunizando minha participação em renomados congressos científicos do país.

À minha amiga de adolescência Gelci Saffiotti Zafani que, por morar próximo à universidade, agiu com generosidade ao ceder sua casa para que eu pudesse descansar e me alimentar. Sua acolhida amenizou o desgaste de horas de estudos me poupando de enfrentar a estrada por dias consecutivos, proporcionando minha efetiva participação nas disciplinas.

Ao meu mestre e parceiro de trabalho, professor Paulo César Magri. Com ele aprofundei meus estudos sobre conteúdos matemáticos e aprendi a pensar em Educação para além de avaliar. Me fez refletir que a Educação tem pressa e é prioridade! Gratidão por me dar a oportunidade de ministrar cursos de formação continuada para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

À família que me acompanhou de perto todo o processo de estudo e pesquisa. Foram momentos em que abdiquei de tempo e atenção a eles. Ao meu esposo Joel que nunca mediu esforços em me apoiar. Foram horas de espera ao término das disciplinas, de enfrentamento de chuvas na estrada, de deslocamento até os lugares dos eventos científicos que, mesmo sem ser pesquisador, estive presente.

Ao meu filho querido Guilherme, que contribuiu para que eu pudesse estudar, sendo um aluno exemplar e um excelente educador. Minha motivação para chegar até aqui.

À minha mãe Ivone que desde sempre me incentivou. Sei que suas orações muito contribuíram para que tivesse sucesso nos estudos.

Aos meus irmãos Regiane e Lucas que sempre torceram por mim. Sei que estou em suas orações.

Aos meus tios maternos Ivan, José, Antônio, Elza, Amélia e Regina que auxiliaram minha mãe e minha avó durante minha educação e trajetória escolar.

À minha querida avó Julia (*In memoriam*), que mesmo não tendo a oportunidade de frequentar os bancos escolares, me incentivou a estudar e não deixou me faltar nada providenciando a compra dos meus óculos e materiais escolares. Sem seu apoio eu não conseguiria.

A todos vocês, minha sincera gratidão!

Educação não transforma o mundo. Educação muda as pessoas. Pessoas transformam o mundo (Freire. 1979, p. 84).

APRESENTAÇÃO

A minha trajetória na educação, refletindo efetivamente sobre a sua especificidade, inicia-se aos 15 anos com o ingresso no Ensino Médio cursado na modalidade normal. Refiro-me ao CEFAM (Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério), projeto realizado pelo governo do Estado de São Paulo na década de 90. Um curso que exigia tempo integral de estudos com a oferta de um salário-mínimo e educação de qualidade. Lamentavelmente esse projeto foi extinto nos anos 2000.

Aos 18 anos concluo o curso de magistério. Tive a oportunidade de trabalhar em escolas de Educação Infantil particulares e filantrópicas, iniciando minha docência para os anos iniciais do Ensino Fundamental por meio de Concurso Público, no ano de 2009. Nesse momento me deparei com os desafios envolvidos no processo de aprendizagem dos alunos. Senti a necessidade da busca por aperfeiçoamento didático e teórico para lidar com os desafios da educação.

Concluo o curso superior de Pedagogia realizado na modalidade semipresencial. Após um ano, ingresso em um curso de Pós-Graduação *lato sensu* de Educação Especial Inclusiva.

Com o passar do tempo, os desafios para a oferta de uma educação para a aprendizagem aumentaram. Participei de vários cursos de formação ofertados pelo governo federal, em parceria com os estados e municípios. São eles: Pró-letramento (2010) e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC (2013, 2014 e 2015). Esses cursos abordaram prioritariamente as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática.

Durante a minha escolarização, os conceitos matemáticos se mostraram desafiadores. Essa realidade é expressa por muitos indivíduos que frequentam a escola. Historicamente, a matemática constitui-se como área do conhecimento adversa aos estudantes.

No ano de 2017, decidi cursar novamente o curso de Pedagogia, agora na modalidade presencial pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", a Unesp de Marília. Nesse momento passei a compreender muito mais sobre as dificuldades dos alunos para apropriação dos conceitos matemáticos. Foi nesse período que decidi aprofundar os estudos sobre a Resolução de Problemas. Desde o início, recebi todo apoio do professor que ministrou a disciplina. Hoje, meu orientador, Prof. Dr. José Carlos Miguel, o qual expressei minha eterna gratidão. Avalio como necessário a experiência de aprendizagem na modalidade presencial, pois o contato com os professores e colegas representou um diferencial para reflexões sobre os aspectos gerais que envolvem a Educação.

No ano de 2019 vivencio uma nova experiência na área educacional. Recebo um convite para trabalhar em uma editora comercial. Fui incumbida de analisar os elementos que envolvem o Currículo Nacional com a perspectiva de propor ações didáticas sistematizadas e intencionais para a formulação de estratégias pedagógicas voltadas à formação de professores. No ano de 2023, peço afastamento do meu cargo público municipal para me dedicar exclusivamente aos estudos e trabalho com assessorias pedagógicas, atendendo municípios de todo o Brasil nas modalidades síncronas e assíncronas. Não posso mensurar o quão significativo foi essa experiência.

Chego ao final dessa etapa da pesquisa com um novo desafio profissional. Assumo o cargo de Supervisor de Ensino em um município do interior do estado São Paulo. Uma grande conquista! Um grande desafio!

Cursar Mestrado em Educação foi a oportunidade de aprofundar os estudos acerca da apropriação de conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Realizar esse curso de Pós - Graduação em uma das melhores universidades do país, representa para mim um grande progresso. Sei que minha pesquisa acadêmica se inicia agora, porém as práticas didáticas decorrem de quase 20 anos de docência.

Tenho perspectivas de continuidade nos estudos que envolvem essa pesquisa, pois o processo de desenvolvimento humano é inesgotável!

Desejo que as análises dos estudos aqui apresentadas contribuam para muitos professores que enfrentam diariamente desafios para a promoção da aprendizagem dos alunos.

ROCHA, Rosangela Marques Gobato. **A Resolução de Problemas matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo analítico, 2025. 120f.** Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília, 2024.

RESUMO

Escolher o melhor caminho para solucionar problemas matemáticos tem sido um grande desafio para os alunos. Apoiam-se em hipóteses ancoradas às operações matemáticas básicas de maneira aleatória por meio de deduções, sem recorrerem aos procedimentos de resolução que envolvem a atenção, a memória, o pensamento, a reflexão. Logo, a insatisfação diante dos resultados negativos resulta em danos à aprendizagem e aversão ao conteúdo. O estudo se fundamenta em pesquisa bibliográfica, análise documental e análise qualitativa abordando a prática de Resolução de Problemas no contexto escolar. O objetivo principal da pesquisa é analisar os possíveis encaminhamentos metodológicos necessários ao desenvolvimento da capacidade de Resolução de Problemas nas aulas de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os objetivos específicos pautam-se em investigar o campo teórico referente a Resolução de Problemas, bem como sua contribuição para a fundamentação de práticas didáticas que resultam na aprendizagem dos alunos, proceder a uma análise documental sobre a proposta do trabalho com a Resolução de Problemas prevista nos documentos oficiais que regem a educação brasileira e refletir sobre a apropriação de conceitos matemáticos por meio da Resolução de Problemas. O aporte teórico da pesquisa situou-se nos estudos de Vygotsky, Leontiev e Davidov, tendo como premissa a Educação Desenvolvimental. Os resultados revelaram que a abordagem metodológica desse conteúdo deve levar em conta os processos de análise e reflexão que nele estão envolvidos, através de uma efetiva compreensão dos seus invariantes. Propor aos alunos situações matemáticas que contemplem processos de resolução na contrapartida de práticas centralizadas apenas em técnicas operatórias deve ser o propósito de situações didáticas intencionalmente planejadas. Mais do que conteúdo em si mesmo, a Resolução de Problemas pode se constituir em uma perspectiva metodológica para ensinar Matemática.

Palavras - chave: Educação. Resolução de Problemas. Ensino Fundamental. Conceitos matemáticos.

ABSTRACT

Choosing the best way to solve mathematical problems has been a great challenge for students. They are based on hypotheses anchored to basic mathematical operations in a random manner through deductions, without resorting to resolution procedures that involve attention, memory, thought, reflection. Therefore, dissatisfaction with negative results results in damage to learning and aversion to the content. The study is based on bibliographical research, documentary analysis and qualitative analysis addressing the practice of Problem Solving in the school context. The main objective of the research is to analyze the possible methodological approaches necessary to develop Problem Solving skills in Mathematics classes in the early years of Elementary School. The specific objectives are based on investigating the theoretical field regarding Problem Solving, as well as its contribution to the foundation of teaching practices that result in student learning, carrying out a documentary analysis on the proposed work with Problem Solving envisaged in the official documents that govern Brazilian education and reflect on the appropriation of mathematical concepts through Problem Solving. The theoretical contribution of the research was based on the studies of Vygotsky, Leontiev and Davidov, with Developmental Education as its premise. The results revealed that the methodological approach of this content must take into account the processes of analysis and reflection that are involved in it, through a practice of understanding. Proposing to students mathematical situations that include resolution processes as a counterpart to practices centered only on operational techniques must be the purpose of intentionally planned didactic situations. More than content in itself, Problem Solving can constitute a methodological perspective for teaching Mathematics.

Keywords: Education. Problem Solving. Elementary Education. Mathematical concepts

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1— Desafio dos palitos.....	39
Ilustração 2 — Ponto, segmento e reta	55
Ilustração 3— Operações com grandezas.....	56
Ilustração 4— Representação da igualdade e desigualdade entre as	56
Ilustração 5— Comparando quantidade - Proposta Curricular Brasileira.....	57
Ilustração 6— Representação de uma situação problema envolvendo o conceito.....	58
Ilustração 7— Representação do valor das medidas por meio de arcos	59
Ilustração 8— Representação do valor das medidas por meio de letra	59
Ilustração 9— Medidas de capacidade 1 – Proposta Curricular Brasileira.....	60
Ilustração 10— Medidas de capacidade 2 – Proposta Curricular Brasileira.....	61
Ilustração 11— Proporcionalidade - Proposta Curricular Brasileira	62
Ilustração 12— Introdução da reta numérica.....	63
Ilustração 13 —Representação de quantidades- Proposta Curricular Brasileira.....	64
Ilustração 14— Adição e subtração	65
Ilustração 15— Relação entre o todo e as partes	66
Ilustração 16 —Relação entre o todo e as partes	67
Ilustração 17— Álgebra no 1º ano do Ensino Fundamental – Proposta Curricular Brasileira .	68
Ilustração 18— Álgebra de acordo com a Propostas Curricular Brasileira- Regularidades	68
Ilustração 19 —Determinação do significado do todo.....	69
Ilustração 20 —Adição de quantidades- Proposta Curricular Brasileira	71
Ilustração 21— Representação teórica do problema	72
Ilustração 22— Representação empírica do problema	72
Ilustração 23 —Primeiro enunciado: Yuri tinha 13 nozes. Quando comeu 8 nozes, restaram quantas?	74
Ilustração 24 Segundo enunciado: Yuri comeu 8 nozes e restaram 5. Quantas nozes Yuri tinha inicialmente?.....	74
Ilustração 25 —Terceiro enunciado: Yuri tinha 13 nozes. Quando ele comeu 5 nozes, restaram quantas?	75
Ilustração 26— Modelo universal.....	75
Ilustração 27— Resolução de problemas de adição – Proposta curricular brasileira.....	76
Ilustração 28— Resolução de Problemas de Subtração – Proposta Curricular	77
Ilustração 29 —Retas numéricas e cartões do jogo: “A bota de muitas léguas”.....	90

Ilustração 30 —Reprodução no caderno de retas numéricas	91
Ilustração 31 —Representação do jogo na reta numérica.....	91
Ilustração 32 —Registro da situação problema na reta numérica 1.....	92
Ilustração 33— Registro da situação problema na reta numérica.....	92
Ilustração 34— Fichas do jogo: Quantidade de pulos e tamanho dos comprimentos	92
Ilustração 35— Pulos da equipe A	93
Ilustração 36— Pulos da equipe B.....	93
Ilustração 37 —Cartões do jogo	94
Ilustração 38— Pulos: Jogadas do Jorge	94
Ilustração 39— Pulos: Jogadas da Mirela.....	95

LISTA DE QUADROS

Quadro 1— Etapas para a Resolução de Problemas segundo Polya (1998).....	30
Quadro 2— Procedimentos heurísticos de Resolução de Problemas	37
Quadro 3— Classificação de exercícios de acordo com Pozo (1998).....	41
Quadro 4 —Ideia de Comparação – Termo “a mais”.....	44
Quadro 5— Termos presentes nos Problemas Matemáticos	45
Quadro 6 —Comparativo entre os elementos da escola tradicional e as propostas didáticas de Davidov.....	51
Quadro 7 —Conjecturas matemáticas de representação simbólica	73
Quadro 8— Cadernos do PNAIC - Eixos temáticos.....	84
Quadro 9— Aspectos qualitativos dos jogos do PNAIC	89
Quadro 10— Representação das jogadas: “A bota de muitas léguas”.....	93
Quadro 11 — Representação das jogadas: “A bota de muitas léguas” - Completa.....	94
Quadro 12— O trabalho com a unidade temática Álgebra proposto pela BNCC	100
Quadro 13— Organização dos conteúdos programáticos de acordo com a BNCC.....	101

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1— Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular —1º ano.....	104
Gráfico 2 —Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular — 2º ano.....	105
Gráfico 3— Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular— 3º ano.....	107
Gráfico 4— Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular — 4º ano.....	109
Gráfico 5 —Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular — 5º ano.....	111

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível
FNDE	Fundo Nacional de desenvolvimento da educação
GPFORME	Grupo de Pesquisa Sobre Formação do Educador
MEC	Ministério da Educação e Cultura
PCN	Parâmetros curriculares Nacionais
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na idade certa
PNLD	Programa Nacional do Livro didático e Material Didático
THC	Teoria Histórico- Cultural

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	20
2 A METODOLOGIA DA PESQUISA	25
3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA	27
3.1 Mas, o que é um problema?	31
3.1.1 Tipos de Problemas.....	37
3.2 Analogias e metáforas na Resolução de Problemas – Organizações e Experimentações ...	43
4 O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO EM DAVIDOV	48
4.1 Interpretação de situações matemáticas à luz das tarefas davidovianas: Uma análise comparativa	54
5 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA: O QUE DIZEM OS DOCUMENTOS OFICIAIS?	80
5.1 A educação brasileira e seus documentos curriculares norteadores: dos PCNs à BNCC. ..	80
5.1.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)	80
5.1.2 Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: O Pacto pela mudança	83
5.1.3 Pacto Nacional pela Alfabetização na idade certa- Uma proposta didática. “A bota de muitas léguas”: Multiplicação e Divisão na reta numérica.	88
5.1.4 Base Nacional Comum Curricular: Uma análise crítica.....	95
5.2. Base Nacional Comum Curricular e a educação brasileira da atualidade.....	97
5.2.1 Base Nacional Comum Curricular: estrutura e organização	99
5.2.2 Base Nacional Comum Curricular e a Resolução de Problemas	103
CONSIDERAÇÕES FINAIS	112

1 INTRODUÇÃO

Refletir acerca dos fatores condicionantes que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática nos remete à relação aversiva a essa área do conhecimento por parte dos estudantes que adentram ao espaço escolar. Uma constatação na educação brasileira, até mesmo por aqueles que pouco frequentaram os bancos escolares. Estudar Matemática concebida como conteúdo árido e distante do modo cotidiano de pensar, representa frustração diante da impossibilidade da resolução correta de atividades propostas.

Ao longo do tempo, a Matemática apresenta-se como um campo de estudos de importância para a humanidade, com seu alcance na escolarização básica indo muito além da análise de números e operações, técnicas operatórias e procedimentos algorítmicos, para se constituir como instrumental prático-utilitário necessário à consolidação do processo de letramento e para o desenvolvimento intelectual em sentido amplo.

De certo, ousamo-nos em discorrer sobre reflexões acerca dessa importante área do conhecimento que ultrapassa sua valoração como componente curricular obrigatório previsto por lei na educação brasileira. Por meio da Matemática o homem se transforma, em parceria com o outro. Por isso, na busca de compreensão do processo de ensino e de aprendizagem da matemática, apoiamo-nos na Teoria Histórico-Cultural, estruturada por Vygotsky (2001) e seus colaboradores em meados do século XX, como referencial teórico que justifica a constituição do indivíduo em um ser social, biológico e político. Um sujeito integral.

Sendo assim, as discussões aqui apresentadas serão embasadas na vertente da Educação Desenvolvimental, tendo como seus principais representantes Vygotsky, Leontiev e Davidov, na qual se considera que é a aprendizagem que orienta, guia e estimula o desenvolvimento do educando. Nesse movimento, as condições para a aprendizagem se ampliam dentro do espaço escolar, o qual é o nosso cenário de análise, tendo o professor como mediador de conhecimento, direcionando as ações dos alunos.

Isto posto, a Resolução de Problemas expressa-se como um conteúdo presente no cronograma didático-formal, com expressiva manifestação no componente curricular de Matemática. Representa ainda uma estratégia didática intrínseca às aulas periódicas propostas durante essa disciplina, apresentando-se como uma parte considerável nos documentos curriculares.

A escola como cenário de análise dessa pesquisa, remete - nos a refletir sobre a atividade principal do estudante, precisamente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, caracterizada

como “Atividade de Estudo, concebida como um tipo especial de atividade realizada por meio de ações e conteúdos especiais – os conhecimentos produzidos pela humanidade em seu percurso histórico”(Miller, 2022, p.102,103). A escola apresenta-se como um ambiente importante para que as condições de ensino e aprendizagem aconteçam constituindo-se como:

a instância principal para difusão cultural e para o advento do processo de apropriação, forma exclusivamente humana de aprendizagem, capaz de provocar mudanças qualitativas na constituição psíquica do sujeito a partir de novas formações tais como a percepção, a atenção voluntária, a concentração, a representação, a imaginação, a memória lógica, o raciocínio lógico, a linguagem, o pensamento teórico e a resolução de problemas, componentes fundamentais nos processos de ensino e de aprendizagem(Mame *et al*, 2020, p.02).

Diante da realidade apresentada, o professor se mostra como um dos atores do processo de ensino e aprendizagem, com a função de “manejo” desse conteúdo/metodologia, a fim de mediar o processo de orientação do aluno para compreensão e apropriação de saberes, aqui especificados, os matemáticos. Reafirmando o exposto, o professor assume a tarefa de mediador pedagógico, caracterizando-se como o parceiro experiente. Esse profissional possui a incumbência de organizar/administrar de forma deliberada os conteúdos escolares científicos. Logo, é imprescindível uma ação pedagógica pensada intencionalmente, a fim de alcançar o sucesso dos alunos. Libâneo (2004, p. 6) menciona que:

Mais precisamente, será fundamental entender que o conhecimento supõe o desenvolvimento do pensamento e que desenvolver o pensamento supõe metodologia e procedimentos sistemáticos do pensar. Nesse caso, a característica mais destacada do trabalho do professor é a mediação docente pela qual ele se põe entre o aluno e o conhecimento para possibilitar as condições e os meios de aprendizagem, ou seja, as mediações cognitivas.

Destacamos o Ensino Desenvolvimental como um caminho para a efetivação da aprendizagem e desenvolvimento do educando, no qual se denomina como “um processo que põe em relação a atividade de estudo do educando em conjunto com pessoas mais experientes do que ele, notadamente o professor, e o seu processo de desenvolvimento” (Mame *et al*, 2020, p.02).

Ao longo da trajetória escolar, as dificuldades decorrentes da prática de Resolução de problemas se mostram intensas e permanentes na ação dos alunos e constatação dos docentes. É possível destacar algumas dificuldades, segundo Pirola *et.al* (2010, p.4, 5):

Dificuldade para a obtenção da informação matemática, em que os alunos não conseguem, a partir do enunciado do problema, compreender sua estrutura, bem como identificar quais elementos/dados são importantes para a resolução do problema.

Dificuldade na utilização de conceitos e princípios. Dado um problema, o estudante necessita ativar, em sua estrutura cognitiva, as informações factuais,

conceituas, princípios e esquemas relacionados à situação-problema. Se a aprendizagem conceitual foi desenvolvida de forma mecânica (entendida como a incorporação de conceitos de forma arbitrária na estrutura cognitiva, os estudantes terão dificuldades em acessar essas informações e transferi-las para situações novas.

Dificuldades em utilizar estratégias e procedimentos. Quando o ensino de matemática é conduzido de forma a valorizar somente problema-tipo (problemas que já possuem procedimentos de resolução determinados).

O tema Resolução de Problemas é de extrema relevância, pois não basta a oferta do ensino. É preciso encontrar meios didáticos para promover a apropriação do conhecimento aos alunos. De fato, é possível constatar a dificuldade na resolução de problemas matemáticos, expressa por questionamentos dos alunos quando se referem às “pistas” para a conclusão de atividades organizadas por meio da seguinte proposição: “preciso realizar uma conta de mais (ou de menos) nesse problema”? Por vezes, o aluno espera um procedimento pronto a ser realizado pelo professor através de técnicas operatórias específicas, sem ao menos se apropriar do texto proposto, ou seja, sem compreender os elementos que neles estão presentes, a fim de identificar “os caminhos” a serem percorridos até a solução do problema.

O movimento didático apresentado resulta de um processo histórico escolar compatível à prática de resolução de problemas ocorrida nas aulas de Matemática. De acordo com a conduta pedagógica predominante na escola, especificamente em relação ao conteúdo matemático, resolver problemas resume-se à estratégia voltada à aplicação de técnicas operatórias ou fórmulas algorítmicas. Nesta idealização, há a prevalência do certo em detrimento ao errado, representando um estigma à prática para muitos alunos. Logo, também é comum a expectativa em manipular, precocemente, conceitos matemáticos que necessitam do movimento de ações cognitivas voltadas à realização de operações matemáticas. A proliferação de exercícios padronizados explica tal conduta dos alunos. “Não basta fazer mecanicamente as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. É preciso saber como e quando usá-las convencionalmente na resolução de situações-problema” (Dante, 1998, p. 13).

Com base no pensamento do autor, por certo, o insucesso do aluno não deve ser atribuído somente a ele. É importante que o professor faça uma análise dos procedimentos utilizados pelos alunos, quais estratégias didáticas foram adotadas, e principalmente, o que pode ser feito a fim de adotar novos encaminhamentos metodológicos para atingir os objetivos estabelecidos.

Práticas docentes imbuídas de questionamentos devem ser adotadas, a fim de promover a compreensão do problema pelos alunos, de forma que possam ser levados a fazer perguntas, estabelecer relações entre as ideias matemáticas e tirar conclusões para obter a solução. O

professor deverá oportunizar momentos para pensar e expressar ideias, diante de desafios. A interação com as diversas formas de resolução utilizadas pelos alunos, também enriquece o processo de aprendizagem.

Dante (1998, p. 31) reafirma a ideia ao mencionar que:

Os alunos devem ser encorajados a fazer perguntas ao professor e entre eles mesmos, quando estão trabalhando em grupos. Assim, eles vão esclarecendo os pontos fundamentais e destacando as informações importantes do problema, ou seja, vão compreendendo melhor o que o problema pede e que dados e condições possuem para resolvê-lo.

Quando o aluno expõe seus pensamentos, explica como compreendeu um problema proposto e demonstra o raciocínio que utilizou para resolvê-lo, organiza ideias e reflete sobre aquilo que aprendeu. Ao avaliar o caminho percorrido pelos colegas da turma até a resolução, descobre novos caminhos para calcular. Uma ação conjunta e dialógica.

Paulo Freire traz reflexões acerca “de uma pedagogia problematizante e não de uma “pedagogia” dos “depósitos”, “bancária” (1987, p. 100). Na perspectiva de uma didática com a prevalência de transmissão de conceitos, o educador se apresenta como centro no processo de ensino, tendo como ação principal conduzir os educandos à uma prática de armazenar conteúdos, sem que haja reflexão. “Mais ainda, a narração os transforma em “vasilhas”, em recipientes a serem “enchidos” pelo educador. [...] Desta maneira, a educação se torna um ato de depositar, em que os educandos são os depositários e o educador, o depositante” (2017, p. 80).

Na contramão de uma educação bancária (Freire, 1987), valida-se uma educação voltada para o protagonismo do aluno, em um processo no qual a figura do professor não é descartada. Ao contrário, caracteriza-se como um mediador no processo de apropriação de novos saberes. Dessa forma, “o conceito de mediação compreende tanto as apropriações e intersecções entre cultura, política e fenômeno educacional, quanto as apropriações, recodificações e ressignificações particulares aos receptores.” (Sanceverino, 2016, p. 457). Reafirma-se a ideia de que durante o processo descrito, cada educando irá atribuir sentido ao novo conhecimento de modo peculiar.

Diante do exposto, os alunos se tornam capazes de superar desafios, com entusiasmo, principalmente se a situação-problema estiver relacionada com a sua realidade de vida, que o instigue a se interessar e querer encontrar a solução.

De fato, no quadro no qual se insere a aprendizagem matemática é necessário destacar a importância de pensar em situações didáticas que favoreçam a participação ativa dos alunos

durante as atividades propostas, em processo de interação dialógica, com a prevalência de momentos de trocas de experiências, manifestação de dúvidas, sem o receio de repressão. A prática do diálogo deve ser constante em sala de aula. O educador, por meio da relação dialógica poderá mediar experiências de aprendizagem, propiciando “a preparação para captação do mundo, para que eles compreendam a realidade que os cerca e possam intervir nela, superando assim a situação de meros espectadores” (Sanceverino, 2016, p. 459).

É pela mediação dialógica que o docente poderá conduzir os educandos à abstração de determinada característica e generalizar o objeto de estudo; a palavra assume o papel de instrumento do pensamento e meio de comunicação. Quando o diálogo se torna pouco presente, traz consequências para a apropriação de conhecimento posto que para a Teoria Histórico - Cultural o desenvolvimento conceitual se relaciona à ideia de libertação humana do contexto perceptual imediato pelo processo de abstração e generalização. Tal movimento se torna possível pela linguagem em contexto filogenético, com o surgimento da fala; no âmbito ontogenético, transitando do modo situacional para a abstração de pensamento resultante do envolvimento do sujeito em atividades culturais específicas; e, em dimensão sociocultural pelo efeito de práticas culturais como letramento, alfabetização, escolarização ampliada e inserção em processo de desenvolvimento científico, a consolidar a transformação da natureza dos próprios conceitos. Por isso, a comunicação nas aulas de Matemática é um dos principais determinantes do sucesso ou do fracasso do processo de ensino e aprendizagem.

A partir da prática docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a atuação como assessora pedagógica responsável por formações periódicas para os docentes realizadas em municípios de alguns estados brasileiros, surgiu o interesse por investigar o motivo pelo qual os alunos apresentam resultados insatisfatórios e aversão diante de problemas matemáticos. São notórias as dificuldades encontradas pelos alunos em interpretar, compreender e solucionar problemas. Indicadores de avaliação externa como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, PISA, apontam para o baixo desempenho do alunado brasileiro na aprendizagem matemática, principalmente no que tange à resolução de problemas (Brasil, 2018). Diante desta situação em que se encontra a educação matemática em nosso país podemos refletir sobre a seguinte incógnita: Quais poderão ser as ações didático-pedagógicas voltada à obtenção do sucesso nas atividades propostas no contexto da resolução de problemas matemáticos? Um questionamento realizado por muitos professores.

Como hipótese, sob o nosso ponto de vista uma ação pedagógica situada no contexto da perspectiva metodológica da resolução de problemas pode inserir os estudantes em um processo de reflexão contextualizada, minimizando as dificuldades de aprendizagem matemática.

Assim, o objetivo principal da pesquisa se constituirá na análise de possíveis encaminhamentos metodológicos necessários ao desenvolvimento da capacidade de Resolução de Problemas nas aulas de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os objetivos específicos derivam-se do objetivo geral, expressando-se como:

1. Investigar o campo teórico referente à Resolução de problemas, bem como sua contribuição para a fundamentação de práticas didáticas que resultam na aprendizagem dos alunos.
2. Refletir sobre os pressupostos da Teoria Histórico - Cultural sobre a Resolução de Problemas que envolvem as operações de adição e subtração.
3. Proceder a uma análise documental sobre a proposta do trabalho com a Resolução de Problemas prevista nos documentos oficiais que regem a educação brasileira.

Considera-se como válida a abordagem de resolução de problemas de acordo com uma prática voltada à compreensão das ideias e conceitos envolvidos nos algoritmos, os quais não devem se fazer presentes como fins em si mesmos, nas propostas didáticas relacionadas à temática.

Na seção seguinte, apresentamos os pressupostos metodológicos envolvidos na investigação.

2 A METODOLIGIA DA PESQUISA

Os estudos apresentados na pesquisa realizada, a princípio, fundamentaram-se em estudo bibliográfico sobre o objeto de análise por meio da seleção de autores que abordam a temática em questão, a fim de evidenciar elementos de pesquisa que fundamentam as discussões aqui presentes. Esta seleção se deu a partir da busca por artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado no Repositório CAPES e na Base Scielo. Os descritores utilizados referem-se à Educação Matemática, no que tange à abordagem da Resolução de Problemas.

Buscou-se compreender o problema de pesquisa a partir de diálogo com estudos situados no contexto da Teoria Histórico - Cultural (THC), na perspectiva de desenvolvimento humano *omnilateral*, tendo como premissa a vertente de Educação Desenvolvimental, qual seja, a concepção de que é a aprendizagem a orientação fundamental para o desenvolvimento do pensamento teórico.

A Teoria apresentada se propõe a situar e justificar o papel da escola na sociedade e no desenvolvimento humano dos indivíduos. Um ser a se constituir sob a égide de múltiplos

determinantes, produto de sua cultura e que por meio das interações sociais, aprende e se desenvolve. Há habilidades imprescindíveis que guiam as ações humanas. São as funções psíquicas superiores (Vygotsky, 1995) que não são natas. No que se refere ao processo de ensino e aprendizagem, é essencial o desenvolvimento de ações intencionais docentes para que ele ocorra de maneira satisfatória.

As reflexões da pesquisa envolvem o conteúdo de resolução de problemas enquanto uma perspectiva metodológica, ou seja, objetiva-se proceder a um estudo voltado à análise da literatura produzida sobre o tema a fim de compreender as dificuldades dos estudantes frente aos conteúdos matemáticos, ações em geral carregadas de estigmas e sensação de incapacidade.

De acordo com Menga (1986), o ato da pesquisa se mostra como elemento intrínseco à organização de dados acerca de uma temática em foco. Trata-se de uma ação amparada em dados relevantes em detrimento às especulações e afirmações pessoais organizadas que possam legitimar o trabalho realizado. “Para realizar uma pesquisa é preciso promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico acumulado a respeito dele” (Menga, 1986, p.1).

A atuação como professora de Ensino fundamental por quase vinte anos e o ofício de assessora pedagógica despertaram-me o interesse pela temática apresentada e discutida. A intencionalidade tem cunho pessoal, no que concerne à busca por respostas diante das dificuldades dos alunos no cotidiano escolar frente à prática de Resolução de problemas. Nesse sentido, há um interesse intenso no movimento e intencionalidade política por acreditar que todo o cidadão tem o direito ao saber socialmente construído:

Não há, portanto, possibilidade de se estabelecer uma separação nítida e asséptica entre o pesquisador e o que ele estuda e também os resultados do que ele estuda. Ele não se abriga, como se queria anteriormente, em uma posição de neutralidade científica, pois está implicado necessariamente nos fenômenos que conhece e nas consequências desse conhecimento que ajudou a estabelecer (Menga, 1986, p. 5).

Em suma, a revisão de literatura permite-nos um estudo aprofundado, contribuindo para que a análise seja feita. Sendo assim, surgem algumas indagações: “Quais os principais questionamentos apontados pela literatura sobre os temas selecionados? Quais os pontos comuns e os pontos divergentes entre o que aparece nesse e em outros estudos similares?” (Menga, 1986, p. 47). Enquanto pesquisadores, buscamos as principais indagações acerca da temática. Queremos investigar se há uma prevalência de busca por soluções ou se há novas vertentes.

Por isso, “relacionar as descobertas feitas durante o estudo com o que já existe na

literatura é fundamental para que se possam tomar decisões mais seguras sobre as direções em que vale a pena concentrar o esforço e atenções” (Menga, 1986, p. 47).

A proposta da pesquisa envolve, também, uma análise documental acerca de orientações curriculares oficiais, especialmente as emanadas do MEC, de caráter normativo no que se refere à “prescrição” de conteúdos metodológicos que envolvem a prática de Resolução de Problemas, tendo como um dos objetivos específicos discutir a forma como é explorada nas escolas, bem como proceder a uma análise crítica de documentos oficiais promulgadas na legislação federal, como a Base Nacional Comum Curricular, a BNCC (Brasil, 2017).

Pretende-se analisar como se compreende a prática de resolução de problemas contemplada nas orientações curriculares oficiais partindo-se do princípio de que:

A análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema (Menga, 1986, p. 38).

A pesquisa tem como intenção mostrar a importância da apropriação de conceitos presentes na prática de Resolução de Problemas no desenvolvimento da disciplina de Matemática. Nesse contexto, apoiamo-nos na atividade de estudo, conforme pensada e estruturada pelo sistema Elkonin-Davídov-Repkin (Puentes, 2019), com uma análise comparativa às práticas pedagógicas brasileiras propostas pelo material didático ofertado pelo PNLD (Programa Nacional do Livro Didático). Colocamos como evidência a Teoria Desenvolvimental como aporte teórico a fim de ressignificar o processo de aprendizagem dos alunos, pois acreditamos que ela orienta as principais mudanças que ocorrem no desenvolvimento dos estudantes.

Na continuidade da discussão, estabelecemos na seção seguinte diálogos com a literatura produzida, buscando evidenciar a forma como a resolução de problemas se manifesta nesse contexto.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA

A prática de Resolução de Problemas configura-se como estratégia didática presente nos diversos conteúdos curriculares da educação escolar, porém o mote dessa pesquisa irá centralizar-se no componente curricular de Matemática. Logo, na referida disciplina, a incidência na abordagem do conteúdo é preponderante e prescrita por documentos oficiais que regem a educação brasileira. Nesse sentido, é importante traçar um panorama histórico da

abordagem de resolução de problemas como procedimento metodológico para a apresentação e fixação de ideias matemáticas.

Nesse cenário, muitos autores se destacam com importantes contribuições acerca da temática, no que se refere ao desenvolvimento e aplicação de conceitos matemáticos.

O objeto de estudo da pesquisa pretende evidenciar a importância da prática de resolução de problemas nas aulas de Matemática, a fim de que o aluno possa aprender e se desenvolver.

Em relação ao aporte teórico envolvendo a Resolução de Problemas, destaca-se com um dos pioneiros os estudos de Polya (1944), considerado o Pai da Resolução de Problemas, pois “preocupou-se em descobrir como resolver problemas e como ensinar estratégias que levassem a enxergar caminhos para resolver problemas” (Onuchic, Allevato, 2011, p. 77, 78).

De acordo com Souto e Guérios (2020), foi a partir da década de 1980 que a metodologia da resolução de problemas para o ensino de Matemática ganhou maior evidência no cenário mundial, com as publicações dos documentos *An Agenda for Action* e *Standards 2000* pelo National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] que assinalam a importância da resolução de problemas.

Onuchic e Allevato afirmam que

durante a década de 1980, educadores matemáticos que não desistiram de ideais preconizados anteriormente, que acreditavam no potencial da resolução de problemas e visavam a um ensino e aprendizagem com compreensão e significado, continuaram trabalhando nessa busca (2011, p. 78).

A partir desse contexto histórico, a Resolução de Problemas passa a apresentar notoriedade, partindo das ideias do construtivismo piagetiano e, em alguns casos, com a perspectiva sociocultural, tendo Vigotsky e colaboradores como base teórica. Nesta fase, o âmagô foi “colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas” (Onuchic, Allevato, 2011, p. 78).

Partindo do cenário descrito, a Resolução de problemas deveria se tornar o centro da atividade pedagógica por meio de práticas orientadas didaticamente. A rigor, todo o conhecimento produzido pela humanidade resulta de um questionamento, de uma pergunta, de um problema, enfim. Apesar disso, mesmo com essas ações, a abordagem em questão não foi realizada através de um ato reflexivo em sua plenitude, pois existiam diversos pontos de vista acerca do sentido da Resolução de Problemas. Uma dessas vertentes acreditava que para a realização do trabalho pedagógico a partir da temática, seria “necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas” (Onuchic, Allevato, 2011, p. 78).

Nos anos seguintes, ocorre progressivamente uma reformulação na ideia de pensar a

Matemática por intermédio da Resolução de problemas a partir do pressuposto de que

o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo (Onuchic, Allevato, 2011, p. 80).

Logo, no Brasil, com a promulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, os PCNs (Brasil, 1997; 1998) a Resolução de Problemas passa a ser “um eixo do processo de ensino-aprendizagem de Matemática, um propulsor para a construção de conhecimento pelo aluno, posicionando-o no centro do processo educativo” (Souto, Guérios, 2020, p.4).

Ainda sobre a questão, segundo os PCNs,

a resolução de problemas tem sido incorporada como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução conhecidas pelos alunos (Brasil, 1997, p. 22).

Sim, a referida citação relaciona-se às práticas escolares decorrentes de décadas na educação, oriundas de uma herança da escola tradicional, na qual o professor é visto como transmissor único de conhecimento e o aluno passivo, num movimento não dialógico. Infelizmente, essas práticas ainda se mostram presentes no cotidiano de muitas escolas. É preciso transpor tal barreira de ações voltadas à mera reprodução de técnicas operatórias de resolução, sem oportunizar aos alunos a reflexão mediada pelo professor na qual ambos constroem conhecimento posto que “é fundamental que o aluno reafirme confiança em si próprio diante da resolução de problemas, valorize suas estratégias pessoais e também aquelas que são frutos da evolução histórica do conhecimento matemático” (Brasil, 1997, p.58).

Diante da relevância do tema e constantes queixas dos docentes no que concerne à resolução de problemas, recorreremos à literatura produzida a fim de encontrar um direcionamento para que o trabalho em sala de aula seja potencializado e que o principal objetivo da escola seja consolidado: promover a aprendizagem dos alunos.

Logo, apoiamo-nos nas ideias de autores que ao longo da História da Educação buscaram respostas para a problemática. Nossa intenção não é a apresentação de uma recomendação como uma receita pronta a ser colocada em prática. Nessa ação pedagógica ocorrida em sala de aula é importante considerar as diversas realidades em que se fundamenta a educação, expressas por turmas heterogêneas, organizadas por alunos com suas bagagens culturais, históricas, biológicas, sociais, enfim. Se constituem em contexto de diversidade cultural.

Assim, ao professor caberá o domínio da realidade em que se encontra, a diagnose dos

diversos saberes de seu alunado, a compreensão acerca da realidade em que se insere a comunidade em que atua, para que assim, tome decisões acerca dos procedimentos metodológicos a serem utilizados.

Para esse movimento dialeticamente articulado, tomemos como contribuição às discussões até o momento realizadas, as etapas estabelecidas por Polya, para a resolução de problemas.

Quadro 1— Etapas para a Resolução de Problemas segundo Polya (1998)

Etapas	Estratégias didáticas
Compreender o problema	A comanda do problema está explícita, ou seja, de fácil compreensão? Quais os elementos que compõem o problema?
Elaborar um plano.	O problema proposto assemelha-se com algum problema já resolvido?
Executar o plano	A execução do plano exige passos a serem realizados? É possível identificá-los?
Fazer o retrospecto ou verificação	O resultado esperado foi alcançado? É possível confirmar por meio do raciocínio utilizado?

Fonte: Adaptado com base em: (Pozo, 1998, p. 23).

Por sua vez, Dante (1998, p. 52) descreve o método heurístico como um processo em que:

O professor encoraja o aluno a pensar por sim mesmo, a levantar suas próprias hipóteses e testá-las, a discutir com seus colegas como e por que aquela maneira de fazer funciona. Enfim, aqui o papel do professor é manter os alunos pensando e gerando ideias produtivas.

O referido autor elenca alguns procedimentos didáticos que favorecem a resolução de problemas como, por exemplo, a oferta de atividades possíveis de serem resolvidas, que estejam de acordo com o nível cognitivo dos alunos, pois atividades com alto grau de dificuldades de resolução causam frustração, podendo gerar desmotivação. Extensas atividades aborrecem, não tornando a aula atrativa. É importante diversificar as formas de abordar um mesmo conteúdo, utilizando diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Outro fator relevante é enfatizar e valorizar como se dá o processo de resolução, as etapas cumpridas, ou seja, todos os procedimentos utilizados durante a realização da atividade, e não apenas o resultado.

A palavra “problema” carrega em sua etimologia a ideia de algo indesejável: quando pensamos em problema, sabemos que este demandará um esforço de diversas formas para ser resolvido. Logo, nenhum indivíduo quer resolver problemas, haja vista que nos deparamos com eles diariamente. Igualmente, deve ser o caso do aluno que adentra ao espaço escolar.

(...) quando se fala em “solucionar problemas”, especialmente no âmbito escolar, existe uma ligação natural com a ideia de resolver questões de Matemática. Nesse contexto, o termo “problema” torna-se pretexto como

enfoque de qualquer atividade matemática, causando assim, uma visão banalizada da palavra (Meneghelli et al, 2018, p. 212, aspas no original).

A conotação, em geral, não é positiva. Trata-se, do ponto de vista dos condicionantes presentes nesse movimento, compreender que o problema envolve determinantes conceituais, sociais, culturais e psicológicos. Por isso, de início, uma possibilidade de amenizar este estigma voltado à expressão “resolução de problemas”, seria substituí-lo pelo termo “situações matemáticas”, ou “atividades matemáticas”. Parece-nos que a palavra “problema” comporta no imaginário de rol significativo de alunos algo cuja solução somente estaria ao alcance de algumas mentes privilegiadas.

Logo, no texto, as duas expressões estarão expressas por dois motivos: é o nosso objeto de estudo a fim de refletirmos como potencializar tal prática pedagógica atrelada aos conceitos matemáticos, favorecendo a aprendizagem e pelo fato de ajudar o aluno a superar estigmas.

Como já exposto, a prática de resolução de problemas ganhou notoriedade e concretude, sendo elemento intrínseco aos currículos oficiais. Não obstante, a ação didática docente deve se pautar em atividades imbuídas de significação. Para isso, o planejamento pedagógico deve organizar-se no sentido de:

Orientar o currículo para a solução de problemas significa procurar e planejar situações suficientemente abertas para induzir nos alunos uma busca e apropriação de estratégias adequadas não somente para darem respostas a perguntas escolares como também às da realidade cotidiana (Pozo, 1998 p.14).

3.1 Mas, o que é um problema?

Para Onuchic e Allevato “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer” (2011, p.81). Para Pozo, “é uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para qual não dispõe de um caminho rápido e direto para que o leve a solução” (1998, p.15).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) traz a seguinte definição: “ Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (Brasil, 2001, p.33).

Vê-se que um problema suscita a necessidade de reflexão, análise, capacidade imaginativa, criadora e articulação de ideias e relações conceituais para a solução.

Este conceito se mostra como um desafio para muitos alunos e até mesmo professores que por vezes, concebem a ação de resolver problemas apenas como repetição de modelos

associativos ou por meio de técnicas operatórias convencionais. Não conseguindo este feito, mostram-se desmotivados a continuarem seu processo de busca pelo conhecimento. A articulação dos procedimentos de resolução de problemas se mostra como algo trabalhoso no que se refere à organização de ações mentais para se chegar ao resultado esperado. Logo, é mais fácil ensinar a realizar exercícios padronizados do que a resolver problemas. Dante (1998, p. 30) reafirma esta ideia quando considera que “não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor”.

Nesta ação pedagógica, o que está em evidência é a coordenação de ações do pensamento. O professor se mostra como articulador e importante intercessor nesse processo de ensino e de aprendizagem. Ordenar ações do pensamento não é algo natural, inato ao indivíduo. É preciso ser articulado, provocado.

A postura do professor ao ensinar um algoritmo é, em geral, a de um orientador dando instruções, passo a passo, de como fazer. Na resolução de problemas, ao contrário, o professor deve funcionar como incentivador e moderador das ideias geradas pelos próprios alunos. Nesse caso, as crianças participam ativamente “fazendo matemática”, e não ficam passivamente “observando Matemática “ser feita” pelo professor. É uma radical e importante mudança no método tradicional que consiste em *mostrar e repetir* com base na expressão *é assim que se faz* (Dante, 1998, p. 52, aspas e destaques do autor).

Dante apresenta como conceito de problema a “qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la” (1998, p. 9). No sentido do pensamento de Dante, a maioria das atividades propostas pelos textos didáticos seriam exercícios, ou problemas convencionais, e somente aqueles voltados ao raciocínio criativo e à imaginação seriam problemas, efetivamente. É possível dizer que muito do que nas aulas de Matemática é tratado como problemas na verdade são exercícios ou, no máximo, problemas convencionais, a exigir do aluno apenas procedimentos algorítmicos repetitivos e mecânicos. Problemas exigem reflexão e raciocínio criativo para a resolução.

No cotidiano escolar, a prática de resolução de exercícios ou problemas convencionais é muito comum. Logo, a ação de exercitar um procedimento de cálculo, a partir de um determinado conteúdo apresenta -se como mecanismo de consolidação de procedimentos de resolução. O problema vai além desta prática. Realizar atividades voltadas às técnicas operatórias convencionais, não é incorreto, porém é necessário refletir sobre os conceitos envolvidos, compreendendo-os e posteriormente, realizar atividades de fixação.

De fato, o exercício tem um papel nas aulas de Matemática, enquanto atividade de fixação, tendo-se em vista o desejo de consolidação de conceitos. Mas, ele não deve ser

utilizado como ponto de partida. Sua incidência se dá num segundo momento, após a exploração dos conceitos de maneira que os alunos participem desta apropriação, dando significado à ação.

Utilizamos uma técnica específica diante de situações matemáticas que não exijam algo de novo, ou seja, situações que podem ser resolvidas por procedimentos familiares. “Um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução”. (Pozo, 1998, p. 16). A depender do contexto, um problema pode se apresentar de diversas maneiras, sendo descaracterizado como tal, diante de sua complexidade e vontade para solucioná-lo. Diante de sua caracterização, exige-se mecanismos para se resolver com um investimento mínimo de recursos cognitivos, podendo ser reduzido a um simples exercício (Pozo, 1998).

Conforme dito, Peduzzi (1997, p. 230) destaca que:

a distinção entre problema e exercício é bastante sutil, não devendo ser especificada em termos absolutos. Ela é função do indivíduo (de seus conhecimentos, da sua experiência etc.) e da tarefa que a ele se apresenta. Assim, enquanto uma determinada situação pode representar um problema genuíno para uma pessoa, para outra ela pode se constituir em um mero exercício.

É importante enfatizar que o problema, segundo Peduzzi (1997), possui características peculiares de acordo com a faixa etária dos estudantes. A partir do momento que surgem novos conhecimentos, o problema passa a caracterizar-se como um exercício pois neste processo, pratica-se algo já aprendido. Como pressuposto a esta afirmação, podem ser considerados os conhecimentos prévios dos alunos e a maneira própria de ação, mediante o desafio proposto.

Peduzzi (1997, p. 230) destaca ainda a importância dos exercícios na disciplina de Matemática, pois “[...] através deles que o estudante desenvolve e consolida habilidades”. Mas, insistimos que embora tenham um papel no desenvolvimento dos alunos, habilidades e competências se voltam meramente para o ensino instrumental, marca característica da educação brasileira: ensino aligeirado, por vezes travestido de ensino técnico ou profissionalizante para as camadas populares e ensino propedêutico, de formação geral, para educar as elites dirigentes. Essa é a marca distintiva da educação básica brasileira, desde o início da escolarização.

Ensinar e aprender conceitos matemáticos com efetividade, para que eles sejam apropriados pelos estudantes enquanto mobilizadores de instrumentos e signos, compreendendo, de fato, os fenômenos, exige desenvolver a capacidade de análise e síntese, estabelecendo relações entre fatos e coisas, ou seja, articulando os nexos conceituais, nos termos

de Vygotsky (1995). Importa reconhecer que os conceitos envolvem um movimento lógico-histórico concernente ao desenvolvimento do pensamento e da linguagem.

Com essa preocupação, Sforini *et al* (2024, p. 24) estabelecem que:

Assim, para a elaboração do planejamento de ensino, antes de definirmos os textos a serem utilizados, as tarefas a serem propostas aos estudantes, é fundamental analisar o conteúdo, de forma a identifica-lo como instrumento simbólico. Conhecer a origem e o desenvolvimento do conceito na história, guiados pela lógica dialética, ajuda-nos a entender sua essência como instrumento da atividade humana (Sforini; Belieri; Beleti Júnior, 2024, p. 24).

De fato, o problema é um instrumento pedagógico para introdução de um determinado conteúdo a fim de explorar, promover debates e investigação e que os exercícios, neste processo, contribuem para sistematização de conceitos, por meio dos cálculos matemáticos. Portanto, é importante que o professor pense suas aulas com práticas de análise, reflexão e resolução de problemas, explorando situações didáticas voltadas à formação de conceitos, não se descartando, posteriormente, os exercícios de fixação. Mas, para o aluno, é difícil compreender a importância dos exercícios para a consolidação de conceitos.

Neste movimento, não considera importante esta ação, demonstrando aversão. Por isso, o papel da mediação pedagógica se faz necessária, a fim de

realçar a importância e a função dos exercícios e dos problemas em sua disciplina. Ao se empenhar nisso ele pode contribuir para que seu aluno veja com outros olhos os exercícios e também se prepare melhor, tanto do ponto de vista cognitivo como emocional, para se envolver em atividades mais elaboradas, como as que caracterizam a resolução de problemas (Peduzzi, 1997, p. 230).

No entanto, é necessário compreender que todo conhecimento é resposta a algum questionamento, de forma tal que é o problema que suscita a necessidade da operação ou de alguma fórmula para resolução, e não o contrário. Isso impõe o estabelecimento de relações, criando-se um sistema mental de coordenação de ações, o que sustenta a formação de conceitos, para posterior aplicação em atividades que envolvem o uso de algoritmos, ou seja, o movimento é dialético e se concretiza do que é amplo, do que é geral, para o que é específico ou particular. A escola, geralmente, procede exatamente ao contrário, na maioria das vezes.

Tomemos como exemplo o algoritmo da divisão. É a exploração das ideias de repartição equitativa e de medida, desenvolvendo formas justas de distribuição de quantidades em situações-problema adequadas ao desenvolvimento cognitivo dos alunos que se pode sustentar a necessidade do algoritmo para resolução de outros problemas mais elaborados. No entanto, a escola explora primeiramente o algoritmo e treina as crianças mediante listas enfadonhas de exercícios repetitivos, voltadas ao desenvolvimento das tais competências e habilidades tão

presentes nas reformas curriculares em voga, especialmente a BNCC.

Assim, é necessário avanços na abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas. Por vezes, esta ação resume-se na realização de extensas listas de atividades, onde são enfatizados os procedimentos de cálculos utilizados pelos alunos, baseados em técnicas operatórias convencionais. “Não basta fazer mecanicamente as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. É preciso saber como e quando usá-las convencionalmente na resolução de situações-problema” (Dante, 1998, p. 13).

Diante da difícil tarefa de resolver problemas, tendo em vista a gênese dos procedimentos utilizados pela escola que privilegiavam (e ainda há resquícios) de uma prática pautada em práticas tradicionais, os alunos precisam ser levados a realizarem atividades que se mostram como desafios possíveis de serem realizados, desenvolvendo assim, o raciocínio e esquemas mentais. Neste processo, o aluno se torna capaz de realizar tarefas a eles propostas. Sendo assim,

O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (Onuchic, Allevato, 2011, p. 82).

Dante (1998, p. 14) contribui com a discussão quando diz que “o real prazer de estudar Matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema.” Se este comportamento se mostra tão intenso em nós, adultos, diante da satisfação na capacidade de resolver um desafio proposto, assim também ocorre com os alunos que se encontram em processo de apropriação de saberes. Neste sentido, Onuchic, Allevato, (2011, p. 82) apontam elementos importantes para as discussões aqui apresentadas no que concerne às diversas possibilidades de ampliação de repertório cognitivo dos alunos, contribuindo para o desenvolvimento dos educandos ao se depararem com a proposta de resolução de problemas:

Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido.

Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos. Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam. Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.

Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a

ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios. A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.

Onuchic, Allevato (2011, p. 83, 84, 85) elaboraram um roteiro para o trabalho com resolução de problemas:

- Preparação do problema - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula
- Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
- Resolução do problema - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
- Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
- Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
- Busca do consenso – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

Diante das atividades propostas, “o professor deve funcionar como incentivador e moderador de idéias geradas pelos alunos” (sic), segundo Dante (1998, p. 52), permitindo com que os alunos possam expor seus procedimentos de cálculos e troquem ideias em grupos relatando suas formas de compreender e resolver os problemas. A discussão entre os alunos, favorece a análise de diferentes formas de pensar, enriquecendo as reflexões, tendo como

resultado, uma interação significativa. Sendo assim, é importante que os alunos expressem seus procedimentos particulares de resolução e por meio de uma ação coletiva entre o professor e colegas, expressem possíveis dúvidas e se sintam ancorados nos caminhos percorridos pelos parceiros de sala no que concerne aos processos de resolução de situações matemáticas.

Dante (1998, p. 31) traz uma importante contribuição ao conceituar o método heurístico, no qual “o professor encoraja o aluno a pensar por si mesmo, a levantar suas próprias hipóteses e a testá-las, a discutir com seus colegas como e por que aquela maneira de fazer funciona. Enfim, aqui o papel do professor é manter os alunos pensando e gerando ideias produtivas”.

Pozo (1998, p. 25) também contribui ao elencar procedimentos heurísticos de solução de problemas:

Quadro 2— Procedimentos heurísticos de Resolução de Problemas

Procedimentos heurísticos de solução de problemas	Tentativas por meio de erros e acertos.
	Análise meios-fios.
	Divisão do problema em subproblemas.
	Elencar submetas.
	Dividir o problema.
	Buscar problemas próximos.
	Conhecido ao desconhecido.

Fonte: Adaptado com base em: (Pozo,1998, p. 25).

3.1.1 Tipos de Problemas

Segundo Dante (1998), há vários tipos de problemas. Como já descrito distinguimos exercícios de problemas, sendo este caracterizado por resoluções expressas através de algoritmos. Dante avança nesta definição quando conceitua o tipo de problema como exercício de reconhecimento. Estes possuem como objetivo “fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade, etc.” (Dante, 1998, p. 16). Vejamos alguns exemplos:

Os exemplos mostram que é necessário um domínio prévio de conhecimento do aluno, sem o qual não há a possibilidade de resolução. O aluno necessita possuir caminhos alternativos para se chegar à resolução, tendo em vista que se trata de um exercício que exige conceitos por ele já elaborados.

Há os exercícios de algoritmos caracterizados por atividades que exigem procedimentos expressos em etapas para a resolução. Podemos citar como exemplo a resolução de operações de adição, subtração, multiplicação e divisão por números naturais (Dante, 1998). O principal objetivo desses exercícios é o treino de técnicas operatórias convencionais.

No cotidiano escolar, é consenso a preocupação dos professores quanto à dificuldade dos alunos para realizarem as técnicas operatórias que envolvem estas operações; Os esforços tem se voltado a apropriação de resolução dos exercícios que envolvem apenas as técnicas operatórias para que posteriormente, o aluno faça a aplicação dessas em situações-problema convencionais, que também serão caracterizados oportunamente.

Outra ação pedagógica demandada acerca deste conteúdo é pela exploração dos elementos que compõem os algoritmos das operações básicas descritas. Logo, esta ação perde significado quando enfatizados apenas as nomenclaturas que os definem, sem a necessária reflexão acerca deles. Tomemos como exemplo o elemento da subtração referente ao resultado desta operação definida como resto ou diferença. Não basta a apresentação dos termos sem a reflexão do sentido em que ele se manifesta.

Problemas-padrão

Os problemas deste tipo envolvem “a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige qualquer estratégia” (Dante, 19898, p. 17). De acordo com o autor, são problemas tradicionais cuja resolução encontra-se no próprio enunciado. Logo, esse tipo de problema envolve a transformação da linguagem usual em linguagem matemática, sendo que por meio da identificação dos algoritmos presentes no enunciado, é possível a realização da situação-problema proposta. Basicamente, são problemas que exigem a realização de técnicas operatórias convencionais por meio das quatro operações básicas. Neste contexto os alunos não são desafiados a elaborarem um plano de resolução. Os alunos não são desafiados.

Os problemas-padrão são categorizados em quatro categorias:

Problemas processos ou heurísticos: Para a resolução deste tipo de problemas, é exigida a elaboração de estratégias diversas que não demandam necessariamente a aplicação de algoritmos e técnicas operatórias convencionais. Logo, a questão “exigirá do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução” (Dante, 1998, p. 18). Esse tipo de problema pode despertar o interesse, a curiosidade e criatividade dos alunos. Contribuem para o “desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações- problema, o que, em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta” (Dante, 1998, p. 18).

Como exemplo podemos destacar as seguintes situações matemáticas.

Para ir de minha casa à escola, tenho três caminhos diferentes: passando pela padaria, passando pela igreja ou atravessando a ponte. Eu posso ir à escola de bicicleta, de ônibus ou a pé. De quantas maneiras diferentes eu posso ir de casa para a escola?

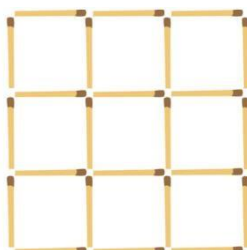
Problemas de aplicação: Situações-problema realizadas a partir de situações reais em que os resultados são expressos por gráficos, tabelas ou operações matemáticas

A turma da EJA resolveu desenvolver um projeto denominado "Pipas no ar". Os 26 alunos vão confeccionar pipas para doar para crianças carentes. Para tanto, vão se reunir no sábado, num parque, para construir e empinar pipas. O concurso elegerá a pipa mais bonita e a mais original. Uma comissão de alunos ficou encarregada de fazer as compras. De repente, uma pergunta: Com quantos reais cada um teria que contribuir? Faça um inventário com os possíveis questionamentos que os educandos fariam (pelo menos 4).

Problemas de quebra-cabeça: Situações matemáticas que desafiam os alunos por abordar aspectos que envolvem a ludicidade e o raciocínio lógico. Sua solução envolve percepção e estratégias para resolver. Exemplo:

Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo. Como fazer para retirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos.

Ilustração 1— Desafio dos palitos



Fonte: Adaptado com base em (Dante, 1998, p. 21).

Pozo (1998) corrobora com esta discussão quando classifica alguns tipos de problemas no que se refere à estrutura e procedimentos de resolução. Há problemas do tipo dedutivo, que propõe a utilização de fórmula matemática ou indutivo, quando é necessário estabelecer regularidades no comportamento de objetos em função do seu peso (Pozo, 1998, p. 20). Este autor também apresenta como diferenciação os problemas bem definidos e mal definidos. O primeiro é aquele no qual é possível identificar facilmente se foi alcançada uma solução. Sendo assim:

Neste tipo de problema o ponto de partida do problema(proposição) como o ponto de chegada(solução) e o tipo de operações que devem ser feitas para percorrer a distância entre ambos estão especificados de forma muito clara.

Um exemplo de problema bem definido poderia ser qualquer problema de matemática escolar (Pozo, 1998, p. 20).

Um problema mal definido caracteriza por aquele que não apresentam de maneira clara os procedimentos a serem adotados para a sua resolução. Além disso, é possível encontrar diversas soluções, o que podem ser consideradas válidas. Um exemplo deste tipo de problema seria o seguinte: “O que você faria para evitar as consequências da recessão econômica ocidental nos países do terceiro mundo” (Pozo, 1998, p.21).

Independentemente do tipo de problema, é importante salientar que o aluno, com a mediação do professor, torna-se capaz de realizar as demandas escolares a eles impostas. Após a análise dos tipos de problemas apresentadas pelos autores, salientamos que ao aluno é válida a proposição de atividades em que ele possua o papel de protagonista, expondo suas ideias, argumentos, fatos e suposições acerca das situações matemáticas. Neste sentido, os problemas que privilegiam os processos mentais em detrimento aos de aplicação direta de fórmulas matemáticas se sobressaem para o bom desenvolvimento do pensamento dos alunos. Trata-se de uma árdua tarefa que exige o olhar pedagógico objetivando o pleno desenvolvimento do educando.

Pozo (1998, p. 22) contribui com essas discussões quando afirma que:

É evidente que para resolver qualquer problema temos que prestar atenção, recordar, relacionar entre si certos elementos; mas também é verdade que na maioria dos problemas estas habilidades têm que estar numa determinada ordem para que nos levem à meta.

Echeverría em *A solução de problemas em Matemática* (Pozo, 1998, p. 46) contribui com a temática ao apresentar tipos de problemas matemáticos no ensino da matemática. Reafirmar a concepção de problema na de necessidade de haver alguma dificuldade que exija questionamento sobre qual seria o caminho a seguir para alcançar a meta. Logo, esta ideia reafirma a ideia da distinção entre problema e exercícios.

De acordo com a autora, exercícios matemáticos podem ser exemplificados por longas listas de operações que envolvem a adição, subtração, multiplicação e divisão realizadas frequentemente na Educação Primária nos chamados "cadernos de problemas". Esclarece ainda que o exercício não se configura apenas como a repetição de operações matemáticas básicas, “mas também pode ser um outro tipo de tarefa na qual o aluno não precisa tomar nenhuma decisão sobre os procedimentos que deve usar para chegar à solução” (Pozo, 1998, p. 48).

A autora salienta que apesar da atenção demandada à prática de resolução de problemas a partir da década de oitenta, a resolução de exercícios ainda prevalece em detrimento à solução

de problemas. Um longo caminho a ser percorrido. Dada a sua importância, os exercícios servem para consolidar técnicas convencionais e procedimentos para serem utilizados após a solução de problemas,

mas dificilmente podem trazer alguma ajuda para que essas técnicas sejam usadas em contextos diferentes daqueles onde foram aprendidas ou exercitadas, ou dificilmente podem servir para a aprendizagem e compreensão de conceitos (Pozo, 1998, p. 49).

De acordo com a caracterização dos exercícios, é possível distinguir dois tipos, conforme descrição no quadro abaixo:

Quadro 3— Classificação de exercícios de acordo com Pozo (1998)

Tipos de exercícios	
Exercícios que consistem na repetição de determinada técnica previamente exposta pelo professor, ou seja, o cálculo mental. Exemplo: Tabuada e equação de segundo grau.	Exercícios que exploram procedimentos por meio de técnicas: A operação $7 + 5$ pode ser representada por uma situação -problemas expressa da seguinte maneira: Quantos animais há numa granja com sete pintinhos e cinco galinhas.

Fonte: (Pozo, 1998, p. 49).

De acordo com o segundo tipo de exercício, há a possibilidade de resolução por meio de técnica operatória, porém a tarefa pode ser realizada por meio de representações simbólicas ou esquemas. Logo, neste tipo de atividade o que está previsto é a transcrição da linguagem falada para a linguagem matemática (Pozo, 1998).

É importante destacar que essas tarefas não são classificadas como problemas, pois não apresentam nenhum obstáculo entre a proposta e a solução. Logo, os alunos precisam ser desafiados por meio de situações matemáticas que propiciem a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos por meio da observação da “CONDUTA” E MANIPULAÇÃO DOS OBJETOS. Assim:

A utilização de diferentes tipos de medidas, a análise de regularidades entre determinados fatos etc. podem constituir problemas com objetivos tão diversos como traduzir as experiências cotidianas para uma linguagem matemática, estabelecer conjecturas e hipóteses, explorar e modelar as estratégias de resolução de tarefas adquiridas em contextos informais, ou adquirir uma série de atitudes em relação à matemática (Pozo, 1998, p. 50).

Portanto, é necessário estruturar ações didáticas que ressignifique a prática de resolução de problemas para além de técnicas operatórias convencionais, organizadas a partir de situações

cotidianas que permitam a busca por soluções por meio de estratégias diversas.

Cardoso e Oliveira (2019, p. 84, 85) apresentam uma categorização de problemas que comumente são apresentados aos alunos durante as aulas de matemática. Os autores utilizam como aporte teórico Smole e Diniz (2016):

Problemas convencionais: são propostos após a apresentação de determinado conteúdo; composto por frases, diagramas ou parágrafos curtos, os dados aparecem de forma explícita no enunciado e, em geral, na ordem que devem ser usados; a resolução depende da aplicação direta de um ou mais cálculos; ou aplicação de procedimentos já apresentados ao resolvidor.

Problemas não convencionais: Podem ser apresentados através de diferentes tipos de textos (artigos de jornal, anúncios de vendas, tabelas etc.). A resolução pode ser feita com esquemas, desenhos, cálculos escritos ou mentais.

Problemas sem solução: esse tipo de problema falta algum dado necessário à sua solução. Evita que se estabeleça nos alunos a concepção de que todo problema tem solução.

Problemas com mais de uma solução: esse tipo serve ao propósito de romper com a crença de que todo problema tem uma única resposta certa. Exemplo: Imaginando que a tecla 5 está quebrada, como eu poderia calcular o resultado de 5×36 usando a calculadora?

Problemas com excesso de dados: são problemas com informações desnecessárias à resolução. Esse tipo de problema impede que os alunos desenvolvam a crença de que todos os dados do enunciado devem ser usados na solução.

Problemas de lógica: são problemas que exigem o raciocínio lógico-dedutivo em sua solução e propiciam o desenvolvimento de operações e pensamento como previsão e checagem, levantamento de hipóteses, análise e classificação. Exemplo: a amiga de Bruna está jogando dardos. Andréa está brincando de bola. Claudia gosta muito do seu brinquedo. Cada menina está brincando somente de uma coisa. Quem está brincando de boneca?

Problemas de estratégia: são problemas que solicitam uma estratégia e a combinação de informações do texto para sua solução e não um algoritmo. Exemplo: numa festa estão oito convidados e todos eles se cumprimentam com um abraço. Quantos abraços serão dados?

Diniz (2001, p. 89) traz reflexões acerca da abordagem de tipos de problemas classificados como convencionais:

Quando adotamos os problemas convencionais como único material para o trabalho com resolução de problemas na escola, podemos levar o aluno à postura de fragilidade e insegurança frente a situações que exijam algum desafio maior. Ao se deparar com um problema no qual o aluno não identifica o modelo a ser seguido, lhe resta desistir ou esperar a resposta de um colega ou do professor [...].

A prática de resolução de problemas por meio da oferta de situações matemáticas diversas que privilegiam momentos em que o aluno possa pensar, criar estratégias e desvendar por meio de estratégias diversas como a elaboração de esquemas, devem ser organizadas didaticamente. Os alunos precisam ser desafiados. Logo:

Problemas que não possuem solução evidente ou para os quais o aluno não sabe de antemão que conteúdo deve usar, exigem que ele planeje o que fazer, como fazer, e, ao encontrar uma resposta, é preciso verificar se faz sentido. O aluno naturalmente abandona a passividade e adquire uma postura diferenciada frente à resolução de problemas (Smole; Diniz, 2016, p. 15).

De fato, grande é o acervo bibliográfico que aborda a temática ao longo dos últimos quarenta anos se mostra intensa no meio acadêmico, documentos curriculares orientadores e consequentemente, na sala de aula. Sendo assim, é necessário que haja ações intencionais do professor para que situações matemáticas sejam propostas e realizadas com êxito pelos alunos.

3.2 Analogias e metáforas na Resolução de Problemas – Organizações e Experimentações

É de consenso afirmar que, durante a realização de resolução de problemas, o aluno se depara com um grande desafio que demanda esforço cognitivo. Como subterfúgio, recorre a estratégias de resolução imediatas para que, de maneira breve, fique livre da demanda proposta. Neste cenário, recorre à elementos aparentes no problema, sem se debruçar em seus aspectos gerais. Este comportamento é compressivo, pois a meta é a resolução de maneira exitosa.

A influência recíproca entre a decodificação e a codificação de mensagens ocorre por meio do relacionamento entre o significado pretendido e o significado interpretado. Assim, a natureza denotativa das palavras é comumente associada pelos sujeitos com os seus significados conotativos (Medeiros, 2001, p.219).

Esta ação cognitiva limitada também se expressa nas estratégias didáticas docentes que, no anseio de ajudar o aluno a superar paradigmas de resolução de problemas, se debruça nos elementos verbais e signos para sanar o problema. Assim, há uma ideia socialmente instaurada de que:

problemas verbais podem ser resolvidos por uma aplicação direta de uma ou mais operações aritméticas e que as operações corretas a serem usadas podem ser determinadas meramente pela identificação de palavras-chave; pouco planejamento ou busca de significado é necessário (Garofalo & Lester, 1985, p.167).

A referida citação se manifesta com muita frequência no cotidiano das aulas de Matemática das escolas brasileiras, com ênfase na fala professoral e metodologia didática, visando auxiliar os alunos na resolução do problema. Ledo engano, pois de maneira equivocada, os alunos se atêm exclusivamente aos termos do problema verbal, sem considerar o todo envolvido. Um exemplo clássico são os problemas de comparação, nos quais o termo frequente é a expressão “a mais” conforme mostra o exemplo a seguir: *João tem 12 carrinhos. Pedro tem 19 carrinhos. Quantos carrinhos Pedro tem a mais que João?*

Na situação apresentada, o aluno se volta ao temo “a mais”, explorado em outras situações matemáticas como ideias aditivas e comete um equívoco ao somar as quantidades presentes na situação matemática (12 carrinhos + 19 carrinhos = 31 carrinhos). O aluno não consegue estabelecer uma relação de comparação entre a quantidade de carrinhos de Pedro e João, como mostra a seguinte resolução:

Quadro 4 — Ideia de Comparação – Termo “a mais”

João (12 carrinhos): 	Pedro (19 carrinhos): 
Alinhamos os carrinhos de Pedro e João: João:  Pedro: 	
Os carrinhos extras de Pedro são:  Pedro tem 7 carrinhos a mais que João.	

Fonte: Elaboração da autora.

Diante dessa representação, é possível refletir que ao aluno cabe a ideia de que o termo “a mais” não está relacionado à ação de juntar, mesmo que possa parecer explícito pela expressão do vocabulário utilizado na situação matemática. Não obstante, é imprescindível considerar que “as palavras são usadas tanto em um sentido estrito como em um sentido amplo dependendo dos significados a elas atribuídos” (Medeiros, 2001, p. 220). É necessário que toda ação de cognição envolvida neste processo seja considerada, a fim de identificar a proposta da demanda. Nesta ação mental que envolve atenção, reflexão, comparação, conexões, é preciso considerar as peculiaridades de cada situação - problema. Diante do exposto, é possível dizer que:

Tem sido esperado que, dessa forma, as barreiras da aprendizagem da resolução de problemas possam ser removidas. Ao que parece, em assim fazendo, as características específicas de diferentes contextos nos quais certos problemas estão inseridos estão sendo subestimadas tal como as características peculiares dos tópicos envolvidos e a estrutura interna de cada problema como um “todo” individual (Medeiros, 2001, p. 210).

O leque de possibilidades é amplo. Muitas são as expressões presentes em situações matemáticas que podem implicar em ações de resolução, representando assim uma “armadilha” para o aluno. Logo, é necessário reafirmar a ideia de que o problema precisa ser concebido com

um todo articulado e não por partes isoladas, com ênfase nos termos e expressões. O quadro a seguir apresenta algumas dessas possibilidades:

Quadro 5— Termos presentes nos Problemas Matemáticos

Palavras-chaves de conotação explícita nas Resoluções de problemas envolvendo as quatro operações	
Adição	Juntar, total, somado, combinados, juntos, mais do que, adicionado a.
Subtração	Diferença. Resto, diminuído por, quantos sobraram, restante ou menos.
Multiplicação	Multiplicado, vezes.
Divisão	Dividido por, repartidos, distribuídos igualmente.

Fonte: Elaboração da autora.

A ação complexa da Resolução de Problemas configura-se como um dos conteúdos de relevância presente nas propostas curriculares para o trabalho pedagógico. Logo, é imprescindível a abordagem sistemática com ênfase na compreensão.

De um ponto de vista cognitivo, a resolução de problemas é uma das tarefas mais complexas na educação matemática, pois ela pressupõe não apenas a posse de conceitos variados e o conhecimento de estratégias variadas que não se mostram necessariamente as mesmas e apropriadas para todos os tipos de problemas. Essa atividade cognitiva requer, ainda, uma estruturação dos elementos ou “partes” componentes do problema em um “todo” coerente, harmonioso e aceitável pela comunidade de praticantes (Medeiros, 2001, p. 213).

No contato com a proposta matemática, os elementos de concepção da situação em si relacionam-se com

1. o conjunto de significados (formados pelas denotações – quando o sucesso do entendimento é atingido – e pelas conotações) atribuídos ao contexto verbal do problema; 2. as imagens mentais e outras representações mentais dos objetos teóricos matemáticos e dos elementos (pessoas, objetos reais etc.) a serem contados e 3. as inferências feitas a respeito dessas entidades reais (Medeiros, 2001, p.223).

De todo o modo, o trabalho didático com a Resolução de problemas deve partir do princípio de análise e reflexões do todo envolvido. De fato,

é requisitado do sujeito apreender os significados denotativos das palavras e das expressões verbais através dos quais as mensagens desses problemas são expressas e através dos quais o sujeito adentra nas situações da vida real subjacentes. Nesta abordagem mental à realidade subjacente a cada problema, é requerido do sujeito selecionar alguns de seus aspectos e fazer algumas

inferências sobre eles enquanto outros aspectos são descartados (Medeiros, 2001, p.223).

É possível realizar uma análise aprofundada sobre os aspectos que envolvem as representações mentais de situações-problema por meio da explanação da situação matemática a seguir a ser proposta aos alunos:

Para ir de minha casa à escola, tenho três caminhos diferentes: passando pela padaria, passando pela igreja ou atravessando a ponte. Eu posso ir à escola de bicicleta, de ônibus ou a pé. De quantas maneiras diferentes eu posso ir de casa para a escola?

Esta situação-problema caracteriza-se por Problemas processos ou heurísticos (Dante, 1995), ele também pode ser caracterizado como “problema verbal” inserido em um contexto real (Medeiros, 2001, p. 222), permitindo ao estudante refletir sobre diversas estratégias para se chegar à solução, sem que, necessariamente por meio da utilização de algoritmos.

Neste tipo de problema são consideradas a percepção do aluno, ou seja, a forma de conceber o problema e campo observacionais, caracterizando-se pelas características peculiares da situação matemática. O campo de investigação (conceitual) se constitui de outros elementos no problema como o conteúdo real e contexto verbal expresso por termos e expressões.

Por diversas vezes é possível se deparar com situações em que os alunos percebem os problemas em uma relação de familiaridade. Por vezes situações essas que se caracterizam como anedotas na sociedade. A exemplo disso é uma situação matemática proposta pelo professor, elegendo um aluno para explicar ao problema a ser pensado: *João, se o seu pai recebe 150 reais por dia trabalhado, quanto ganhará ao final da semana.* Logo, o aluno se volta aos aspectos da realidade, inferindo que seu pai seria muito rico. Há situações ainda que pode ocorrer de o pai de não exercer nenhuma atividade remunerada, sendo inviável esse tipo de situação. A ele não se configurou a representação mental do problema e seus aspectos.

No ato de resolução desse tipo de problema, as entidades da realidade podem ser chamadas de entidades “pensadas” pois elas não são necessariamente observáveis na situação vivida, por exemplo, em sala de aula. Os signos do campo observacional, no caso numerais e palavras, são meios que trazem às mentes daqueles que tentam resolver os problemas as imagens mentais e outras representações mentais dos objetos teóricos matemáticos e dos elementos (pessoas, objetos reais etc.) a serem contados mediante certos tratamentos, e não tais elementos propriamente ditos (Medeiros, 2001, p.223)

É importante considerar alguns aspectos que constituem o problema apresentado, conforme Medeiros (2001)

- Contexto Real: Durante a leitura há a apropriação dos significados literais dos vocábulos.

- Contexto Verbal. No processo de leitura há a presença de elementos reais de representações mentais (meios de transporte, itinerários, pontos de referências). “Essas imagens são metáforas: embora elas mantenham semelhanças, elas apresentam variadas diferenças com relação aos elementos reais representados” (Medeiros, 2001, p.224).

- Na leitura da situação matemática, é necessário descartar os pontos irrelevantes, como por exemplo, o tamanho da casa, a distância do trajeto), mas as possibilidades de trajetos, nas quais “esse processo de escolha de que aspecto relevar é tipicamente metafórico” (Medeiros, 2001, p.224).

- Inferências precisam ser feitas a respeito da última prova da dependência ou da independência dos eventos e a respeito de questões relativas à ordem dos elementos.

A utilização de esquemas auxiliará na resolução deste problema. Principalmente para as crianças pequenas. Logo, é relevante considerar que representações pictóricas, comumente representadas por risquinhos ou bolinhas “afasta-se fundamentalmente de uma analogia baseada apenas na relação de semelhança de outros aspectos dos referentes e típica dos ícones, tal como uma fotografia” (Medeiros, 2001, p. 225).

Em geral, os alunos podem se valer inicialmente da verbalização das possibilidades ou da sequenciação escrita, elaborando esquemas para resolução. Eles podem se valer, também, de tabelas de dupla entrada para a solução, colocando na horizontal (abscissas) os locais por onde deveriam passar e na vertical (ordenadas) os meios de transporte. Para finalmente, concluírem que basta multiplicar 3 por 3 para encontrar a resposta. Como tem sido na escola voltada para a instrumentalização para o mercado de trabalho? Explora apenas a multiplicação, sendo que muitos alunos fazem o cálculo mecanicamente sem saber justificar o procedimento adotado.

- ✓ Ir pela padaria de bicicleta.
- ✓ Ir pela padaria de ônibus.
- ✓ Ir pela padaria a pé.
- ✓ Ir pela igreja de bicicleta.
- ✓ Ir pela igreja de ônibus.
- ✓ Ir pela igreja a pé.
- ✓ Ir pela ponte de bicicleta.
- ✓ Ir pela ponte de ônibus.
- ✓ Ir pela ponte a pé.

Sendo assim, é possível afirmar que:

um resultado muito comum apresentado por resolvidores de problemas do tipo acima é a troca das estruturas combinatoriais de situações problemáticas

reais aparentemente semelhantes. Essa troca inadequada, da estrutura combinatorial de “arranjo” com “combinação”, e vice-versa, é muito comum entre iniciantes no estudo desse tópico matemático. Comumente, a escolha de uma certa fórmula ou algoritmo, parece ser feita com base em uma espécie de “intuição” em que a discussão feita acima a respeito do processo de leitura dos contextos verbais e dos contextos reais das situações problemáticas não está clara para os iniciantes em resolução de problemas verbais (Medeiros, 2001, p.260).

Situações matemáticas como essas despertam o interesse dos alunos, em detrimento aos problemas-padrão.

Além do exposto, a resolução do problema mencionado pode ser explorada, ainda, pela configuração em árvore de possibilidades ou em uma tabela de dupla entrada, ações didáticas que podem contribuir para ampliar o processo de letramento matemático pela conjugação de representações semióticas.

4 O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO TEÓRICO EM DAVIDOV

Como já exposto, a Resolução de Problemas é carregada de atributos que potencializam a ação mental dos alunos, no que se refere ao exercício do pensamento. É a partir deste conteúdo com prevalência na disciplina da Matemática que o aluno terá a oportunidade de se desenvolver cognitivamente. É por meio da aprendizagem que o homem se transforma, em parceria com o outro. Neste sentido, apoiamo-nos na Teoria Histórico-cultural, estruturada por Vygotsky (1995) e seus colaboradores em meados do século XX, como referencial teórico que justifica a constituição do indivíduo em um ser social, biológico, político.

O espaço escolar representa relevância para o desenvolvimento do indivíduo. Lamentavelmente, na contramão do que se espera que aconteça nas aulas das escolas brasileiras, muitos alunos ainda se sentem incapazes de realizarem propostas de situações matemáticas. Quando apresentadas, mal se apropriam do texto e na angústia da impossibilidade de resolução, manifestam-se por meio de vários questionamentos, a fim de “adivinharem” a operação a ser utilizada, já com a concepção da utilização de uma operação em específico para a solução da atividade proposta. A epígrafe do artigo, *Princípios didáticos da teoria de Davýdov: uma reflexão sobre sua proposição para a interpretação de problemas matemático* (Rosa, Damásio, Matos 2017, p. 351) representa alguns desses questionamentos e comportamentos:

Esse é diferente dos que estou acostumado a resolver.
É de mais, ou é de menos?
O que é pra fazer aqui professora? O que é diferença?

É só uma conta que é para fazer aqui, ou tem mais de uma?

Com isso, os alunos não demonstram a apropriação de resolução de problemas. Neste contexto:

Davýdov (1982) interpreta-os como uma declaração da não aprendizagem de interpretação de problemas com teor conceitual matemático. Os alunos, ao invés de aprenderem a interpretá-los, operam com os números apresentados em seus enunciados (Rosa, Damásio, Matos 2017, p. 351).

É consenso que resolver problemas apresenta-se como uma das maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos na atual conjuntura educacional. Dados expressos pelos mecanismos de monitoramento da aprendizagem organizados pelos governos de todas as instâncias, conjuminados pelas avaliações externas, mostram a grande fragilidade deste conteúdo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais já apontavam baixo rendimento dos alunos ao afirmar que “os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram [...] que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas” (Brasil, 1997, p. 21). Outro exemplo são os resultados expressos pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, PISA, que apontam para o baixo desempenho do alunado brasileiro na aprendizagem matemática, principalmente no que tange à resolução de problemas (Brasil, 2018)

Com base na Teoria Histórico-Cultural, as dificuldades de apropriação de conceitos matemáticos se dão pelas práticas pedagógicas tradicionais, de teor empírico. Para Davidov, a escola precisa ter “o objetivo de promover o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes” (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 351).

As dificuldades enfrentadas pelos alunos no ambiente escolar, especificamente na resolução de problemas, decorrem da estruturação das disciplinas escolares (Davidov, 1988). A organização delas determinam qual o tipo de consciência e pensamento que se pretende formar nos educandos:

O conteúdo e os métodos do ensino primário vigentes se orientam predominantemente à formação, nos escolares dos primeiros graus, das bases da consciência e do pensamento empíricos, caminho importante, mas não o mais efetivo na atualidade, para o desenvolvimento psíquico das crianças (Davidov, 1988, p. 103).

De acordo com Davidov (1988), o pensamento empírico, relaciona-se com o estudo da Lógica Formal Tradicional. Esse pensamento prioriza os sujeitos, no entanto, enfatiza aspectos do mundo ao seu redor, e não a realidade que o cerca, propiciando a formação de conhecimentos empíricos. Neste sentido,

no pensamento empírico, as reflexões oriundas da realidade estudada, se

localiza apenas durante as ações que permitem a classificação de objetos por meio das aparências externas (aspectos visuais e sensoriais) (Niero, Rosa, 2023, p.2).

No pensamento teórico, a classificação do objeto não se dá de maneira isolada em diferentes grupos, mas na sua interligação dentro de um sistema. Desse modo,

no processo de formação de conceitos, é a partir do pensamento teórico que se devem iniciar o desenvolvimento, isto é, a relação de comparação estabelecida nesse movimento vai além de aspectos sensoriais e aparentes, em direção as suas peculiaridades internas (Niero, Rosa, 2023, p.2).

Para Davidov, a tarefa fundamental da escola é a exploração dos objetos por meio de investigações, desassociando suas propriedades no conceito teórico. Através do ato mental como função essencial do conceito, é possível assegurar novas faces do objeto:

O caráter dialético da transição da contemplação para o pensamento consiste na ruptura, determinada pelo surgimento de uma nova forma de reflexo qualitativamente distinto em relação à etapa precedente do conhecimento. O pensamento teórico abstrato reflete não somente aquilo que está explícito na contemplação, na representação, mas o essencial das coisas em nível de conceito científico (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 354).

Logo, a incumbência da escola é organizar situações didáticas para que haja a apropriação dos alunos de conceitos científicos, desde que não haja a prevalência de conceitos empíricos, para que sejam explorados aspectos que envolvem o pensamento teórico.

A seguir, será exposto um quadro com um comparativo acerca da manifestação desses dois tipos de pensamento no plano didático.

Logo, a incumbência da escola é organizar situações didáticas para que haja a apropriação dos alunos de conceitos científicos, desde que não haja a prevalência de conceitos empíricos, para que sejam explorados aspectos que envolvem o pensamento teórico.

A seguir, será exposto um quadro com um comparativo acerca da manifestação desses dois tipos de pensamento no plano didático.

Quadro 6 —Comparativo entre os elementos da escola tradicional e as propostas didáticas de Davidov

Princípios didáticos da escola tradicional	Princípios didáticos propostos por Davýdov
Princípio do caráter sucessivo: Nos primeiros anos escolares, a estruturação das disciplinas conserva o enlace com os conhecimentos cotidianos adquiridos pela criança antes de entrar na escola.	Princípio do caráter novo: O conhecimento científico não é a simples continuidade da experiência cotidiana. A criança deve perceber o caráter novo dos conceitos desenvolvidos na escola
Princípio da acessibilidade: Em cada etapa do ensino, apresenta-se às crianças apenas aquilo que são capazes de aprender em uma determinada idade. Portanto, justifica-se a limitação e a pobreza do ensino primário pelas características evolutivas da criança.	Princípio da educação que desenvolve: O ensino deve ser estruturado de modo que influencie o desenvolvimento psíquico da criança, inclusive, sobre o que ainda falta para que ela possa aprender o novo.
Princípio do caráter consciente: Cada abstração verbal é correlacionada com uma imagem sensorial completamente definida e precisa. O ponto de partida é o concreto sensorial, empírico, e culmina com a abstração.	Princípio da atividade: As abstrações surgem a partir das propriedades internas dos objetos, de sua conexão essencial. Trata-se do movimento inverso, do abstrato ao concreto, a síntese das múltiplas determinações.
Princípio do caráter visual: A generalização ocorre a partir das características comuns dos objetos e fenômenos, dadas sensorialmente, a partir do movimento orientado do particular para o geral.	Princípio do caráter objetual: a generalização ocorre a partir das características essenciais, objetivada no modelo (material, gráfico ou literal), no movimento do geral para o particular
Consequência: desenvolvimento do pensamento empírico.	Consequência: desenvolvimento do pensamento teórico.

Fonte Rosa, Damásio, Matos, 2017, p.353 com base em Davýdov (1982).

A partir do quadro apresentado, é possível realizar um comparativo das práticas pautadas nos princípios didáticos de tradição escolar, em consonância com os princípios propostos por Davidov. Ao adentrar o espaço escolar, espera-se que a criança já tenha o domínio de conhecimentos cotidianos que serão potencializados pelas disciplinas organizadas a partir deste princípio. Ao contrário desta proposição, o princípio de caráter novo em que os conhecimentos cotidianos serão confrontados com os conhecimentos científicos, propiciará a potencialização de conceitos.

Em relação à apropriação do conhecimento, a escola tradicional categoriza os conteúdos em etapas a serem adotadas de acordo com o nível de conhecimento do aluno, ou seja, limita o acesso a novos saberes, pois julga ser um desafio para além da capacidade cognitiva dos alunos. Uma ideia equivocada, pois o indivíduo se desenvolve a todo o momento, nas inter-relações com o ambiente e tudo que o cerca. Logo, o ensino a ser ofertado deve promover o desenvolvimento de ações mentais por meio de atividades que propiciem investigações e exploração do objeto em estudo.

Na educação tradicional, privilegia-se o princípio de caráter consciente por meio de ações em que o concreto se sobressai ao abstrato. Em oposição a esta ideia, Davidov afirma que é nas propriedades internas do objeto que surgem as abstrações, ou seja, do abstrato ao concreto.

Concluindo a comparação entre os dois tipos de pensamento, Lopes (2012, p. 75), afirma que “no pensamento teórico a relação que se estabelece com o objeto é uma relação objetiva, geral e particular; enquanto no pensamento empírico o ponto de partida é o particular em direção ao geral, a procura do igual em cada objeto da classe a que pertence”.

Nesta análise, não há a pretensão de desconsiderar o pensamento empírico no que se refere as ações mentais nele envolvidos, porém na escola, obstaculiza o processo de apropriação dos conceitos científico (Davidov, 1988).

É preciso ultrapassar a barreira da transmissão de conteúdo. Neste contexto,

a teoria histórico-cultural considera que os conceitos provenientes dos conhecimentos empíricos se associam às ações empíricas (formais) e os conhecimentos teóricos, os conceitos, são associados às ações teóricas (substanciais). É necessário compreender, no entanto, que a ação empírica e a ação teórica se complementam dialeticamente, uma contribui para melhorar a compreensão que da outra se tem. Daí, o conhecimento expressa o resultado do pensamento, uma reflexão sobre a realidade, e o processo de sua obtenção, ou seja, as ações mentais (Rocha, Miguel, 2024, p. 283).

No entanto, é importante salientar que “o pensamento teórico abstrato reflete não somente aquilo que está explícito na contemplação, na representação, mas o essencial das coisas em nível de conceito científico” (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 355). Davidov (1982) afirma

que desde o início do ensino escolar, é indispensável explorar as propriedades diretas do objeto em relação às interpretações no conceito teórico, propiciando as condições para promover a aprendizagem sistematizada dos conceitos teóricos em detrimento dos conceitos empíricos.

Nesse sentido, o ensino escolar deve oferecer “condições de efetiva apropriação dos conceitos científicos pelos estudantes que, ao permanecerem no campo dos conceitos empíricos, não desenvolvem o pensamento teórico” (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 355).

Davidov e colaboradores, adotam princípios didáticos a partir do desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos. Trazem contribuições acerca da temática no que se refere a conceitos matemáticos e na resolução de problemas. As reflexões que enriqueceram a pesquisa partem de “princípios didáticos davydovianos no movimento conceitual referente à introdução da interpretação de problemas sobre adição e subtração” (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 356). A análise se deu através do livro didático de matemática e livro de orientação metodológica do professor.

Também é nossa pretensão tecer reflexões acerca dos processos mentais imbuídos nas operações de multiplicação e divisão, restringindo-se ao uso da reta numérica, a partir das contribuições das pesquisas realizadas por Davidov e seus colaboradores realizadas inicialmente com as operações de adição e subtração. Diante da análise necessária e extensão da pesquisa, não será possível a interpretação dos processos envolvidos na multiplicação e divisão desde sua gênese até a elaboração do modelo universal de resolução. Logo, a pesquisa requer outros encaminhamentos, a serem explorados em posteriores estudos.

A fim de contribuir para as reflexões acerca da interpretação de situações-problema, será realizada uma análise acerca dos princípios didáticos davidovianos realizados por pesquisadores que traz como premissa “a reprodução do procedimento universal de interpretação de problemas, produzido historicamente pela humanidade (com base na relação todo -partes)” (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 356).

Logo, o estudo está organizado por meio de três etapas:

- 1) *Seleção de onze tarefas particulares do livro didático do primeiro ano, que possibilitaram a reprodução sintética do objeto de investigação;*
- 2) *Descrição, resolução e explicação das tarefas com base no livro de orientações ao professor;*
- 3) *Reflexões teóricas fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural, na especificidade dos princípios didáticos.*

O movimento previsto no processo de interpretação de problemas ocorre por meio de esquemas abstratos expressos nas formas da geometria, com a formulação de um modelo universal, para que o aluno possa interpretar, no plano teórico, situações particulares.

4.1 Interpretação de situações matemáticas à luz das tarefas davidovianas: Uma análise comparativa

Para o desenvolvimento deste tópico, apoiamo-nos em estudo de Rosa, Damásio e Matos (2017) no qual os autores analisam alguns princípios didáticos da teoria desenvolvimental de Davydov (2019) necessários à interpretação de problemas matemáticos. Com base nas formulações davidovianas, nos parece se concretizar as perspectivas de transformação das práticas pedagógicas usuais no processo de resolução de problemas de modo a contribuir para o desenvolvimento do pensamento teórico, para além do pensamento empírico, pela atitude reflexiva da criança.

A partir dessas tarefas davidovianas, analisamos outras situações matemáticas correlatas, as quais aparecem nos textos didáticos tradicionais apenas como aplicação dos algoritmos das operações aritméticas, sem exigir atitude reflexiva dos estudantes.

As tarefas apresentadas foram aplicadas para alunos matriculados no 1º ano do Ensino Fundamental e foram organizadas a partir de entes geométricos para a construção do modelo abstrato para interpretação de problemas. O que está expresso nas atividades propostas refere-se ao conhecimento científico que, segundo Davidov (1987) é construído no espaço escolar, distinguindo-se do conhecimento cotidiano. Logo, os alunos serão levados a interpretar e solucionar problemas, ou seja, “a reprodução de interpretação de problemas” (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 357) e não reproduzir procedimentos de resolução.

No decorrer da análise, foi realizado um comparativo com a proposta curricular brasileira que tem como base teórica o teor empírico. Para tanto, é importante discorrer brevemente sobre o funcionamento de material didático distribuído em todo o território nacional:

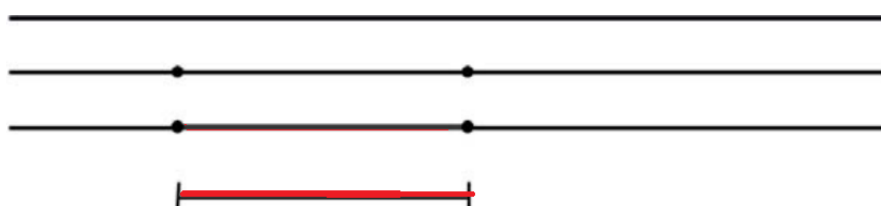
O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) compreende um conjunto de ações voltadas à distribuição de obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, para os alunos e professores das escolas públicas de educação básica do país. As escolas participantes do PNLD recebem materiais de forma sistemática, regular e gratuita. Os critérios obrigatórios das obras são publicados em edital e elas são produzidas por editoras. Os materiais de cada etapa de ensino se renovam a cada quatro anos (a cada ano, é uma etapa diferente que muda).

O programa funciona por meio de ações coordenadas pelo MEC e pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), que organiza e apoia a inscrição de obras didáticas e o processo de montagem dos acervos, além de fazer o controle de qualidade da produção dos materiais e monitorar o programa junto às redes de ensino.

Do ponto de vista didático-pedagógico, este material de abrangência nacional se apresenta como suporte para os docentes que lecionam no país. Possuem fragilidades ao que se refere às concepções filosóficas, com um teor empírico e viés positivista. Muitos docentes sentem a necessidade de complementação em relação às atividades propostas, por consideram o livro didático insuficiente. É importante destacar que, mesmo sendo um material estruturado, sua utilização em sala de aula requer análise e planejamento, a fim de considerar as especificidades da turma e objetivos propostos.

A seguir, será realizada uma análise de como as orientações didáticas e metodológicas estão presentes no PNLD ao que se refere aos conteúdos previstos para o 1º ano do Ensino fundamental no bojo da Resolução de Problemas em consonância às propostas davidovianas.

Ilustração 2 — Ponto, segmento e reta



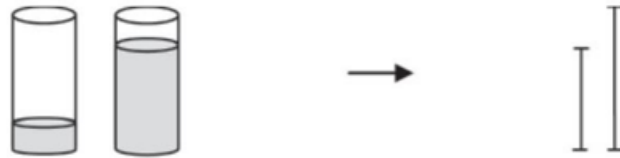
Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p.357) com base na proposição davydoviana – adaptação.

De acordo com o enunciado da situação matemática, ao aluno é proposta uma ação de menor complexidade, em que deve proceder conforme a ilustração 2. Em seguida, o professor irá explorar as ideias conceituais presentes nesta proposta, relacionadas à geometria. O professor inicia a exploração, conceituando com segmento de reta a parte destacada, com traços nas extremidades para representar uma linha de corte. As tarefas serão desenvolvidas através de segmentos de retas como um esquema de interpretação de problemas. Esta introdução, de natureza conceitual, irá nortear as tarefas seguintes para a resolução de problemas por meio de grandezas de medidas de líquidos.

Tarefa 2- Represente a relação entre as medidas dos volumes por meio de dois

segmentos de reta de comprimentos diferentes: o menor para representar a medida do volume menor e o maior para representar a medida do maior volume.

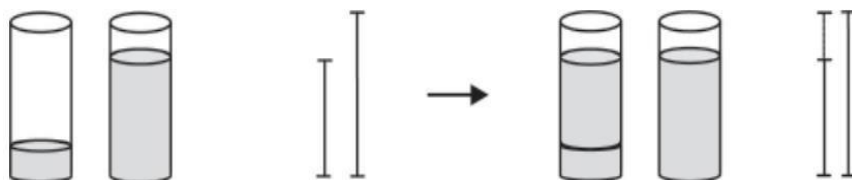
Ilustração 3— Operações com grandezas



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 358) com base na proposição davydoviana.

A seguir, os alunos devem igualar as quantidades de líquidos dos recipientes, de modo que apresentem a mesma quantidade de volumes. Para tanto, acrescenta-se líquido no primeiro recipiente até atingir o nível de líquido do segundo, a diferença. O mesmo deve ocorrer com os segmentos de reta, conforme a ilustração. Ao final, os alunos destacam no segmento alterado, as diferenças entre as medidas iniciais e finais dos volumes de líquidos.

Ilustração 4— Representação da igualdade e desigualdade entre as grandezas



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 358) com base na proposição davydoviana.

As relações expressas entre grandezas propostas nesta atividade, constituem o caráter geral da proposição de Davidov. Logo, é possível introduzir conceitos matemáticos, mesmo com alunos do 1º ano do Ensino Fundamental, ou seja, uma análise entre grandezas de volumes entre dois recipientes expressa por meio de segmentos de reta.

É possível afirmar que essas representações estão ausentes nas aulas de matemática das escolas tradicionais. Quando são realizadas essas comparações, atem-se apenas ao aparente, resumindo-se em discussões orais de classificação de quantidades: mais líquidos/menos líquidos. Vejamos um exemplo:

Ilustração 5— Comparando quantidade - Proposta Curricular Brasileira

CABE MAIS OU CABE MENOS

1. LÚCIA E A MÃE DELA FORAM AO MERCADO COMPRAR ÁGUA E ENCONTRARAM AS OPÇÕES REPRESENTADAS A SEGUIR.



A) CONTORNE O RECIPIENTE EM QUE **CABE MAIS** ÁGUA.

Fonte: (Brasil, 2021, p.102).

O livro didático distribuído às escolas brasileiras para o 1º ano do Ensino Fundamental, contempla a temática de maneira superficial, privilegiando elementos concernentes aos conceitos cotidianos dos alunos a partir de que a ideia inicial é a comparação de quantidades.

A atividade representada pela ilustração 5 propõe a análise de recipiente com maior capacidade de água, enfatizando o termo “cabe mais”. As orientações didáticas sugerem ao professor uma atividade prática em que consiste na passagem de água ou areia de uma embalagem para a outra, para que os alunos percebam quais embalagens comportam maior ou menor quantidade desses elementos. Propõe ainda, como atividade inicial, a exploração por meio de estimativas e hipóteses sobre a capacidade de cada recipiente (Brasil, 2021).

De acordo com a normativa curricular brasileira, a referida atividade está prevista pela Base Nacional Comum Curricular por meio da seguinte redação:

(EF01MA15) Comparar comprimentos, capacidades ou massas, utilizando termos como mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo, mais pesado, mais leve, cabe mais, cabe menos, entre outros, para ordenar objetos de uso cotidiano. (Brasil, 2017, p.281)

De acordo com a proposta curricular nacional, as grandezas a serem estudadas pelos alunos do 1º ano do Ensino Fundamental são propostas de maneira agrupadas, com a prevalência de ações empíricas de análise do objeto, por meio de tarefas que exigem menor esforço cognitivo, com a comparação de situações aparentes e ênfase no concreto sensorial, para posterior abstração. Não há uma reflexão aprofundada da situação e a análise de

quantidades de volumes por meio de segmentos retas é desconsiderada, privilegiando ações que envolvem o pensamento empírico.

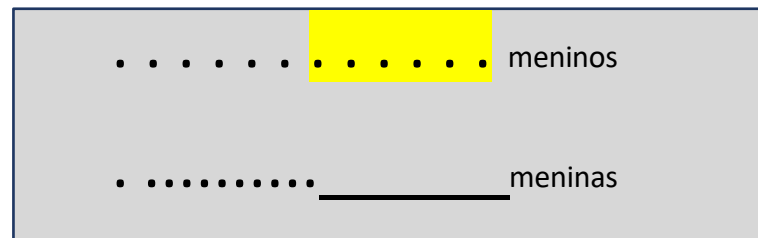
Davydov reconhece como contribuição do pensamento empírico ao desenvolvimento dos alunos, o fato de que possibilita ações mentais de sistematização, classificação, hierarquização de objetos, como por exemplo, plantas, animais, palavras, figuras geométricas, elementos químicos, rochas etc. As abstrações e generalizações resultantes desse tipo de ação mental permitem a apreensão dos objetos por meio de seus traços sensoriais, externos, aparentes. Mas essa é também a sua principal limitação (Freitas, 2016, p. 396).

A ideia de comparação por meio do conceito de diferença também não é explorada na comparação de quantidades, conforme prevista pela proposta de Davidov e colaboradores. Quando “discutida” em sala de aula, é proposta por meio de algoritmos. Uma recomendação de atividade para os alunos dessa natureza, é contemplar ações que envolvam o processo de compreensão desse conceito por meio de uma situação problema, como mostra o seguinte exemplo:

Durante a contagem diária dos alunos realizada pela professora Ana, foi identificado que houve 12 meninos e 6 meninas. Qual a diferença entre o número de meninos e meninas.

Ilustração 6— Representação de uma situação problema envolvendo o conceito

de Diferença



Fonte: Elaboração própria.

Nesse esquema, cada ponto representa uma criança. A parte em destaque representa a diferença de quantidades a ser preenchida para que ambas permaneçam iguais.

Rosa, Damásio, Matos, (2017, p. 358) salientam que, para Davidov (1988)

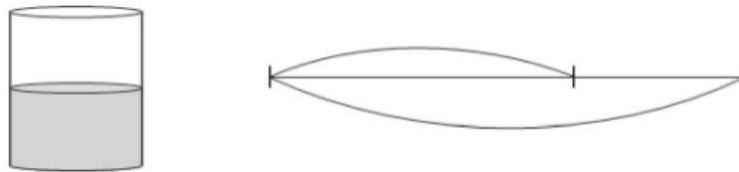
um processo necessário para a transformação dos dados obtidos, por meio da contemplação e da representação, em tarefa do pensamento teórico que precisa elaborá-los em forma de conceito. Por isso, requer a reprodução omnilateral do sistema de conexões internas que lhe deram origem, por meio da relação todo -partes.

Dando continuidade às tarefas, Davýdov e colaboradores ampliam as reflexões, introduzindo aos esquemas novos elementos como arcos e flechas, com o objetivo de

explicitar a ideia do conceito envolvido na tarefa.

Tarefa 3: Veja um recipiente com líquido. Os alunos do 1º ano B alteraram o volume e representaram por meio de dois segmentos de reta sobrepostos e dois arcos. Com base nessas informações, determinar se o volume de líquido antes da alteração era maior ou menor.

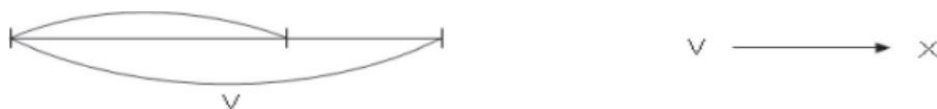
Ilustração 7— Representação do valor das medidas por meio de arcos



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 359) com base na proposição davydoviana – adaptação.

De acordo com as informações apresentadas, o professor oferece aos alunos proposições acerca de hipóteses possíveis. Logo, é possível identificar que há a ausência de elementos na situação matemática, ou seja, se houve aumento ou diminuição de volume de líquido no recipiente. No momento seguinte, o professor acrescenta ao esquema, outros elementos (letras e seta) para que seja realizada uma nova análise.

Ilustração 8— Representação do valor das medidas por meio de letra



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 359) com base na proposição davydoviana.

No esquema (ilustração 8), não é possível identificar variação em valores numéricos, pois esses elementos estão ausentes no esquema, porém é possível identificar que a letra V representa a medida do volume maior e a letra X do menor. A seta indica a retirada de líquido com a representação do movimento do volume inicial (V) até o volume final (X).

Para a realização de ações mentais por meio de situações matemáticas propostas a partir de retas numéricas, a organização dos esquemas apresentados servirá de parâmetro.

A representação do procedimento adotado com o volume – com sua abrangência literal – subsidiará a elaboração do modelo universal, concernente à interpretação de problemas sobre as operações de adição e subtração. As

letras marcam a introdução das significações algébricas. Os valores aritméticos das medidas são desconhecidos, por isso a representação é genérica. Tal sequência atende ao princípio didático que prevê o movimento conceitual orientado do abstrato ao concreto. Se, na presente tarefa, o valor do volume é desconhecido e representado por uma letra (abstrato), na próxima, Davýdov e colaboradores introduzem o seu valor aritmético, dado em sua concreticidade (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 359).

Dando continuidade à análise da proposta curricular brasileira, o conteúdo é contemplado, na sequência, por meio da seguinte atividade:

Ilustração 9— Medidas de capacidade 1 – Proposta Curricular Brasileira

B) LÚCIA VAI LEVAR PARA A ESCOLA UMA GARRAFA DE ÁGUA.



- LÚCIA ESTÁ SEGURANDO 2 GARRAFAS. CONTORE A GARRAFA QUE ELA DEVE COMPRAR.

PARA ESCOLHER A GARRAFA EM QUE CABE MENOS ÁGUA, LÚCIA COMPAROU A **CAPACIDADE** DAS GARRAFAS.

60

Fonte: (Brasil, 2021, p.102).

Mais uma vez é possível afirmar que o conceito que envolve a capacidade de líquidos em recipientes é proposto de maneira incipiente e conforme previsto no documento oficial brasileiro através da ordenação de objetos de uso cotidiano. Não há uma ampliação da proposta de trabalho por meio de tarefas que promovam a aprendizagem dos alunos que envolvam ações mentais elaboradas, visando o desenvolvimento humano. Não há a exploração de conceitos e ações elaboradas de maior complexidade. A seguir, o material didático analisado propõe a seguinte atividade:

Ilustração 10— Medidas de capacidade 2 – Proposta Curricular Brasileira

2. PENSE NO TAMANHO REAL DOS OBJETOS REPRESENTADOS A SEGUIR. **Para avaliação**



A) QUAL DESSES OBJETOS TEM MAIOR CAPACIDADE? Piscina.

B) E QUAL DELES TEM MENOR CAPACIDADE? Copo.

C) DESCUBRA A ORDEM EM QUE OS NOMES DESSES OBJETOS FORAM ORGANIZADOS E CONTE AOS COLEGAS E AO PROFESSOR.
A resposta encontra-se nas **Orientações didáticas** deste Manual.

PISCINA BANHEIRA BALDE JARRA COPO

Fonte: (Brasil, 2021, p.103).

Na atividade apresentada, o aluno deverá analisar a capacidade de diferentes objetos. O material prevê como ação de avaliação do processo, a partir do início das atividades propostas que envolvem a temática. Diante das dificuldades dos alunos, a orientação didática do material prescreve uma retomada do conceito de capacidade por meio da análise de objetos menores para comparação de quantidades de objetos reais (copo ou garrafas):

Encha o copo com água e, se possível, utilize um pouco de um corante colorido. Em seguida, transfira o conteúdo para a garrafa menor, levando-os a compreender que a capacidade da garrafa menor é maior que a do copo, já que ela não ficará cheia como o copo estava. Repita o processo com a garrafa maior (Brasil, 2021, p.103)

Destarte a importância da operação de comparação, prevalece a dimensão empírica, não valorizando a própria proposta apresentada que prevê uma ação mental por meio da abstração, pois os alunos devem imaginar os objetos reais propostos para realizar as ações previstas: identificar o objeto com maior capacidade, identificar o objeto com menor capacidade e, por fim, analisar o critério de ordenação dos objetos “escritos”, nos quais foram organizados por ordem de maior para menor capacidades de líquidos.

Dando continuidade à reflexão sobre a proposta curricular brasileira, a próxima atividade apresentada propõe uma ampliação da ideia de capacidade de recipientes, conforme mostra a imagem abaixo:

Ilustração 11— Proporcionalidade - Proposta Curricular Brasileira

3. LUCAS ABRIU UMA CAIXA DE SUCO E ESVAZIOU O CONTEÚDO DELA ENCHENDO COMPLETAMENTE 4 COPOS. QUANTOS COPOS LUCAS CONSEGUIRIA ENCHER SE USASSE MAIS CAIXAS COMO ESSA? COMPLETE O QUADRO.



				
4 COPOS.	8 copos.	12 copos.	16 copos.	20 copos.

61

Fonte: (Brasil, 2021.p.103).

A atividade propõe uma situação matemática, na qual o aluno deve analisar o recipiente de suco com uma determinada quantidade e que ela foi transferida para 4 copos. No problema em questão, a unidade de medida explorada é a não convencional (copos), sem a abordagem das medidas padronizadas, que neste caso seria o mililitro (*ml*). Inicialmente explora-se a relação de que 1 caixa de suco equivale a 4 copos. Em seguida, espera-se do aluno a exploração do conceito de proporcionalidade, por meio da seguinte orientação metodológica ao professor:

Verifique se os estudantes percebem que, a cada caixa de suco a mais, aumenta em 4 a quantidade de copos que se pode encher. Para auxiliá-los, pergunte quantos copos é possível encher com 1 caixa de suco e amplie a pergunta para duas caixas de suco, depois para três caixas, e assim por diante (Brasil, 2021, p.103).

O exemplo contido no material didático brasileiro, apresenta o conceito de capacidade, com a comparação superficial de objetos distintos e a apresentação de etapas que não privilegiam o exercício da cognição operativa dos indivíduos, mas a mera repetição do padrão. Seria relevante questionamentos do tipo: o que acontece quando duplicamos as garrafas? E quando triplicamos?

Título da seção: Cabe mais/cabe menos- Os termos em questão contêm apenas uma análise aparente dos objetos, sem estabelecer possíveis relações existentes com outros campos da matemática, como o aritmético, a álgebra e geometria, por exemplo.

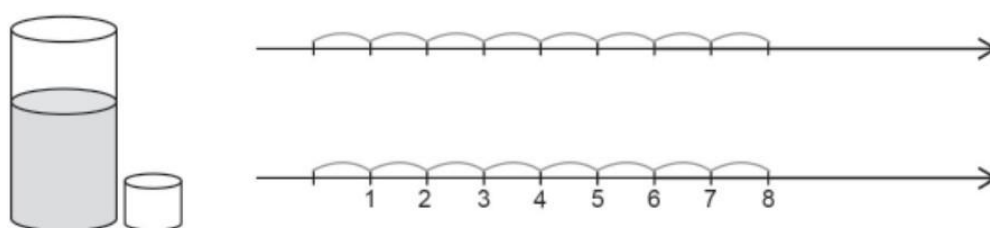
- Atividade 1 - Contorno do recipiente que cabe mais/menos líquido (água).
- Atividade 2 - Identificação do objeto que com maior/menor capacidade.
- Atividade 3 - Uso de medida não-padronizada com a ideia de proporcionalidade.

Ressalte-se que em todo o material didático proposto para o 1º ano do Ensino Fundamental há apenas atividades para exploração da ideia de comparação de quantidades para análise da medida de capacidade, com pouca ênfase no estabelecimento de relações de proporcionalidade, como pretendido efetivamente, a despeito da importância da comparação.

Em seguida, a proposta de resolução de problemas de acordo com a perspectiva davidoviana e seus colaboradores é ampliada com a introdução da reta numérica e por conseguinte, ações mentais que envolvem as operações de adição e subtração.

Tarefa 4: É apresentado, pelo professor, um recipiente com líquido e outro, menor, vazio (conforme Ilustração 7), adotado como unidade de medida. As crianças medem o volume de líquido e registram o resultado da medição por meio de arcos. O professor faz o mesmo registro, mas com a inserção dos números.

Ilustração 12— Introdução da reta numérica



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 360) com base na proposição davydoviana.

As representações referem-se ao volume de líquido no recipiente. Após questionamento do professor em realçar a quantidade em valor numérico do recipiente, espera-se que os alunos afirmem que a medida de volume corresponde a oito unidades. Esta afirmação é possível após análise conjunta com o professor das representações numéricas e arcos expressos na reta numérica.

Na representação (ilustração 6) “o sentido da reta é marcado com a seta. No início, se

mostra do lado contrário; a contagem será por meio da correspondência entre segmentos e números” (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 360).

Até o momento, toda movimentação das representações dos esquemas, “traduz a unidade das significações geométricas (reta, segmentos) e aritméticas (os numerais) do conceito de número, possível a partir das relações algébricas (letras) entre as grandezas”. (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 361). Os números na reta numérica são expressos por medidas de grandezas determinadas pela quantidade de vezes que nela estão contidos a grandeza da sua espécie, servindo como unidade de medida.

Essa compreensão, segundo Davýdov (1982), difere do ensino tradicional, que faz corresponder objetos soltos a números. A ênfase é apenas na grandeza discreta, em detrimento das grandezas contínuas (volume, massa, comprimento etc.). É pela mediação da reta numérica que Davýdov e colaboradores introduzem as operações básicas (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p.361).

A exemplo da citação, há uma prevalência no ensino brasileiro à correspondência de termos em situações isoladas conforme mostra a ilustração contido no material didático:

Ilustração 13 —Representação de quantidades- Proposta Curricular Brasileira



Fonte: (Brasil, 2021, p. 57).

Diante disso, as orientações didáticas metodológicas restringem-se às representações simbólicas aparentes, expressas pela correspondência símbolo-quantidade:

Para formar cada par, composto de cartas numéricas e cartas com elementos, os estudantes devem fazer a contagem para a quantificação dos elementos de cada grupo e a associação com o registro numérico que representa essa quantidade (Brasil, 2021, p. 57).

A seguir, serão propostas tarefas para a exploração das ideias de adição e subtração.

Tarefa 5: Refere-se à introdução das operações de adição e subtração. Consiste na determinação de um valor desconhecido tomando por base dois valores conhecidos. Por isso, a tarefa adota a reta numérica para que as crianças completem o seguinte registro: $__ > 5$, com a condição de que a diferença seja de duas unidades.

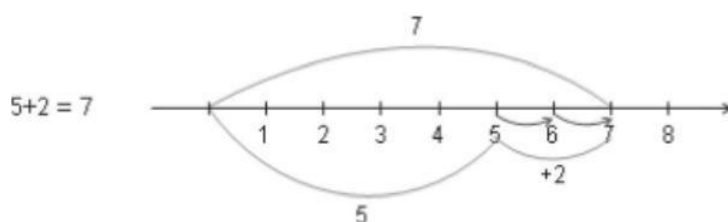
Situação matemática: Localizar, na reta, o número 5. Em seguida, responda: O número desconhecido é maior ou menor que 5? Para que lado se deslocará na reta numérica? Na direção da seta (distanciando do início), ou para o lado contrário da seta (voltando ao início)? Quantas unidades serão deslocadas a partir do número 5?

A primeira ação dos alunos é identificar que a reta numérica possui oito unidades. Em seguida, identificar o número 5, conforme o enunciado. De acordo com a condição, é possível responder aos questionamentos: o número desconhecido é maior que 5. Ao seguir pelo lado oposto da origem, por duas unidades, faz-se o movimento da adição.

Complementando as discussões:

O professor registra no quadro a operação $(5 + 2)$ e explica: partimos do número 5, como o número desconhecido é maior, deslocaremos duas unidades para o lado contrário do início e marcaremos o número 2 com o sinal de adição; o ponto de chegada consiste no valor desconhecido: $5 + 2 = 7$ (Ilustração 7). Este registro pode ser lido de vários modos: cinco mais dois dá sete; se acrescentar dois ao número cinco vai dar sete (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 360).

Ilustração 14— Adição e subtração



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 360) com base na proposição davydoviana.

A partir do mesmo esquema, é possível explorar a ideia da subtração com a utilização dos procedimentos utilizados na adição, porém por meio do deslocamento do número na reta no sentido contrário.

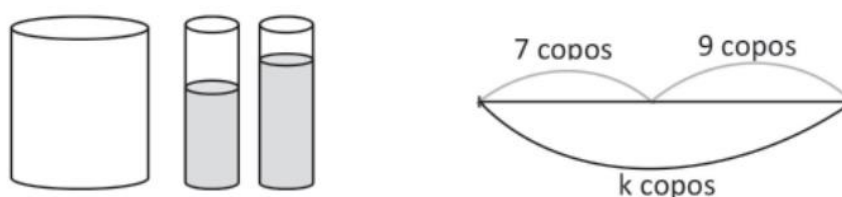
Gradativamente, a linguagem matemática é introduzida: por exemplo, o professor destaca o número 7 na reta numérica e os estudantes registram o

número (7). Em seguida, desloca-se para a esquerda (este movimento é representado pelo sinal de menos) em duas unidades. Pronuncia-se o número encontrado (cinco). Para finalizar, procede-se a leitura da operação realizada: sete menos dois igual a cinco: $7 - 2 = 5$ (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 360).

Como contribuição para a interpretação de situações matemáticas envolvendo a adição e subtração, Davidov e seus colaboradores consideram importante a relação parte-todo, entre as grandezas.

Tarefa 6: Esta tarefa incide na análise das ações objetais relacionadas à decomposição do todo em partes e vice-versa. São apresentados dois recipientes, iguais na forma e no tamanho, com volumes diferentes de líquido (Ilustração 8) e, também, um terceiro maior que os outros dois, porém, vazio. A informação dada aos estudantes é de que a medida dos volumes de líquido dos recipientes é 7 e 9 copos, respectivamente:

Ilustração 15— Relação entre o todo e as partes



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 362) com base na proposição davydoviana.

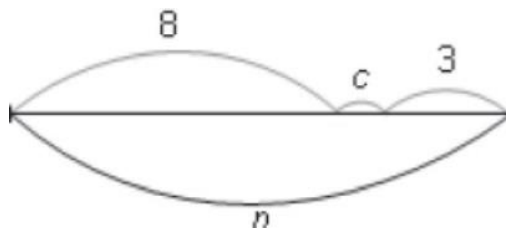
Todo o líquido estava distribuído no recipiente maior, agora vazio. O valor total de líquido é desconhecido, logo propõe-se a determinação deste valor, representado pela letra K, o que corresponde a junção dos valores das medidas dos volumes dos dois copos (7 e 9). Trata-se da busca pelo valor aritmético de k.

No momento de discussões acerca da situação matemática a ser solucionada, os alunos participam com proposições analisadas coletivamente, nas quais podem ser aceitas ou refutadas. Logo, espera-se que todos cheguem à conclusão de que os valores dos recipientes menores 7 e 9, representam as partes que compõem o todo.

A análise da representação geométrica, denominada por Davýdov e colaboradores por esquema, possibilita a identificação da operação que determinará o valor desconhecido. As partes que compõem o todo são 7 e 9; então, o todo é obtido pela operação $7 + 9 = 16$ que, como orienta a proposição davydoviana, é desenvolvida inicialmente na reta numérica para, posteriormente, atingir o plano mental. Deste modo, os procedimentos realizados objetivamente (por meio da relação entre grandezas) são idealizados (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 363).

Tarefa 7: Precisamos estender uma corda de um poste para outro. Temos três rolos de corda com os seguintes comprimentos: 8, c e 3 metros. A medida do comprimento da distância entre um poste e outro equivale à medida do comprimento dos três rolos de corda juntos. Ao estudante compete a representação da situação em um esquema, conforme a ilustração 16:

Ilustração 16 —Relação entre o todo e as partes



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 363) com base na proposição davydoviana.

De acordo com o esquema, é possível identificar que N representando a unidade de medida metros, equivale as três partes representadas no segmento de reta (8, c e 3). É importante estabelecer as relações propostas pela situação matemática em que $n > 8$, $n > c$, $n > 3$ e $n = 8 + c + 3$, ou $n = 11 + c$. Logo, o todo é maior que as partes isoladas e corresponde à somadas partes. É importante ressaltar que todas as relações expressas no esquema são realizadas com a mediação do professor.

Para desenvolver “conceitos matemáticos mais abstratos, é necessário intensificar as operações de abstração e generalização (...) O conteúdo da tarefa 7 se caracteriza pelo avanço, no processo de abstração e generalização, da relação parte-todo, ao exprimi-la na unidade das significações aritméticas (8 e 3), algébricas (c e n) e geométricas (esquema) (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 364).

Na proposta tradicional da escola brasileira, um dos princípios da álgebra é contemplada, de maneira isolada, sem a menção do uso de incógnitas (introduzida apenas no fundamental II), com a abrangência de regularidades expressas por padrões.

Ilustração 17— Álgebra no 1º ano do Ensino Fundamental – Proposta Curricular Brasileira

SEQUÊNCIAS E PADRÕES

1. EM CADA ITEM, DESCUBRA A REGRA E COMPLETE A SEQUÊNCIA COM OS NÚMEROS QUE FALTAM.

A)

25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

B)

31	33	35	37	39	41	43	45	47	49
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

C)

50	45	40	35	30	25	20	15	10	5
----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

D)

4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

E)

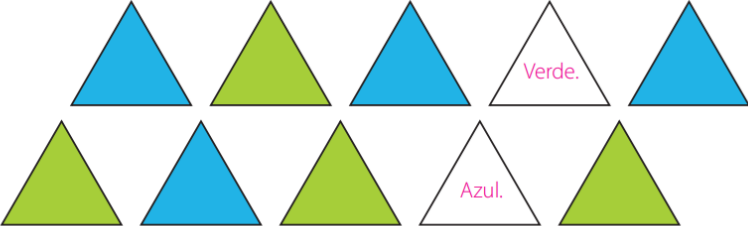
30	27	24	21	18	15	12	9	6	3
----	----	----	----	----	----	----	---	---	---

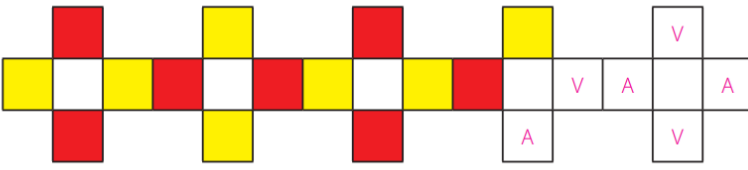
Fonte: (Brasil, 2021, p.134).

As atividades propostas pela ilustração 17 trazem em suas recomendações pedagógicas a ação “explorar o reconhecimento de padrões e a descrição de elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais ou figuras geométricas planas” (Brasil, 2021, p. 134,135), porém isoladas entre si.

Ilustração 18— Álgebra de acordo com a Propostas Curricular Brasileira- Regularidades

5. DESCUBRA A REGRA DE CADA ITEM E CONTINUE COLORINDO AS FIGURAS.

A) 

B) 

A: amarelo; V: vermelho.

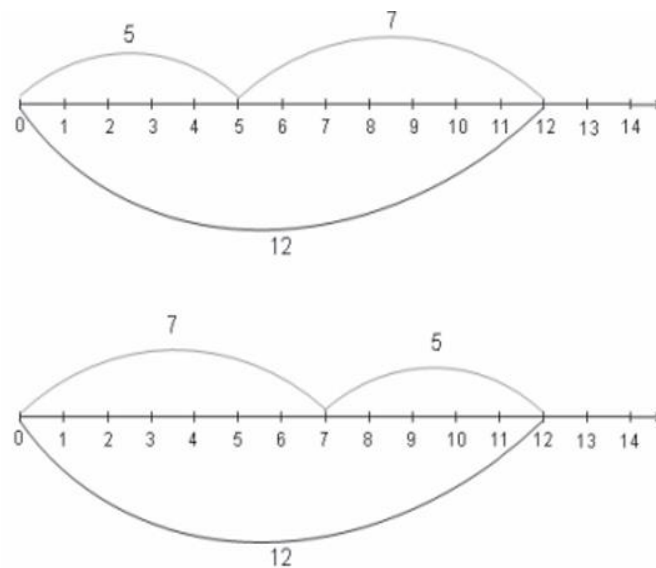
Fonte: (Brasil, 2021, p.135).

Tarefa 8: Uma dona de casa tinha 7 quilos de frutas na caixa e mais 5 quilos na cesta. Ela resolveu fazer um doce. Para tanto, é necessário comprar a mesma quantidade de açúcar. Quantos quilos de frutas a dona de casa tem?

O fato de ter sido desenvolvido um problema similar anteriormente, as crianças podem sugerir a operação de adição por meio da reta numérica. Logo, a sentença matemática pode ser expressa da seguinte maneira ($7 + 5$). O professor propõe um questionamento: por que a operação da adição? O problema não diz que o valor desconhecido é maior do que os valores nele apresentados.

O direcionamento para a reflexão, por meio do questionamento, ocorre porque o valor desconhecido é o todo, maior que as partes. Portanto, o todo é determinado pela soma das partes (7 quilos e 5 quilos), independentemente da ordem em que os números são operados ($5 + 7$ ou $7 + 5$), conforme a ilustração 10 (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 364).

Ilustração 19 — Determinação do significado do todo



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 365) com base na proposição davydoviana.

Tarefa 9: São expostos dois recipientes vazios, iguais na forma e tamanho. Em um deles, o professor coloca duas xícaras grandes de líquido e, no outro, um copo pequeno. Ele registra no quadro somente os números 2 e 1. Com esta situação, pretende-se a transferência de líquido para um terceiro recipiente que possuem as mesmas condições dos anteriores (tamanho e forma). A questão problematizadora é: podemos determinar o volume do terceiro recipiente sem medi-lo novamente, apenas com base nos números registrados no quadro?

Nesta situação matemática, a grandeza a ser analisada refere-se à volume. Os recipientes possuem as mesmas características.

É possível que algum aluno se apoie nas grandezas apresentadas no início, como parâmetro para resolução (duas xícaras grandes e um copo pequeno = $2x/1c$). Neste caso, as unidades de medidas não padronizadas são diferentes. Logo,

o professor propõe duas novas medições: primeiro, considera a xícara grande como unidade de medida e registra o resultado; depois, repete o mesmo procedimento, porém com o copo pequeno. Ele alerta para que os estudantes atentem aos dois resultados obtidos (diferentes): no terceiro recipiente não há, exatamente, três xícaras e nem três copos de líquido (Rosa, Damásio, Mato, 2017, 366).

Então, “ $2x + 1c$ não é igual $3xc$. Existem duas unidades x (xícara) e mais uma unidade c (copo). Como são unidades de medidas diferentes, torna-se impossível a operação com agregação de ambas” (Rosa, Damásio, Mato, 2017, 366).

A situação matemática descrita permite ao aluno compreender a impossibilidade de utilizar unidades de medidas diferentes para compor o recipiente, conforme proposta inicial.

É neste movimento que a educação escolar precisa se apoiar. Mostrar aos alunos as possibilidades reais de incompatibilidade de medidas, fazendo-o compreender a situação matemática proposta. Ao contrário disso, os alunos são levados a lerem atentamente a questão, ou o próprio professor resolve o problema na lousa, com posterior cópia no caderno pelo aluno. Lamentavelmente, “nem sempre a escola ajuda a pensar melhor” (Oliveira, 1999, p.94), as atividades propostas por meio de situações matemáticas.

Todas as tarefas apresentadas que envolvem as operações de adição e subtração, partem de um modelo universal contemplando as ideias geométricas, aritméticas e algébrica que, a partir da reta numérica, compatibilizam-se às ideias contidas nessas operações. Dessa forma, é possível explorar a relação entre conceitos.

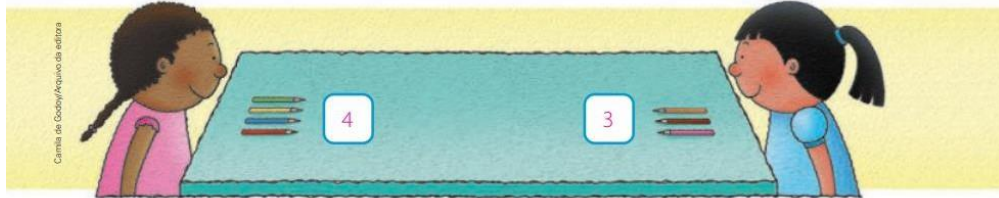
Para que aprendam os conceitos de forma viva e em movimento, os alunos estudam manejando os conceitos, movendo-os e conectando-os de uma cadeia de pensamento a outra, transitando de um conceito a outro e relacionando entre si conceitos de uma mesma matéria ou entre diferentes matérias (Da Madeira Freitas apud Ganelin, 1978, p. 83).

Na proposta curricular brasileira em geral abordam os elementos envolvidos na adição e subtração, conforme situação matemática apresentada abaixo:

Ilustração 20 — Adição de quantidades- Proposta Curricular Brasileira

IDEIA DE JUNTAR

1. JÚLIA E PAULA ORGANIZARAM SEUS LÁPIS DE COR NA MESA. INDIQUE A QUANTIDADE DE LÁPIS DE CADA MENINA.



- DEPOIS, ELAS JUNTARAM OS LÁPIS PARA UMA ATIVIDADE DE PINTURA.

AGORA, QUANTOS LÁPIS ELAS TÊM PARA USAR? 7 LÁPIS.

Fonte: (Brasil, 2021, p. 84).

Ao longo da trajetória escolar brasileira houve um momento histórico em que se atribuiu à dificuldade dos alunos em operações com a adição e subtração a carência de material manipulável ou recursos de imagens. É importante salientar que as ações mentais envolvidas nesse processo não decorrem da presença de objetos manipuláveis de contagem ou recursos pictóricos e sim, nas relações que se estabelecem entre elas. O mesmo ocorre com as operações de subtração, na qual será apresentada posteriormente.

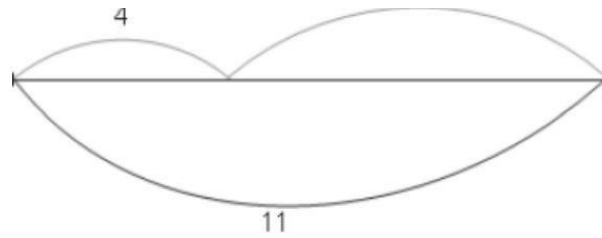
Continuando os estudos nas tarefas propostas por Davydov e seus colaboradores, analisaremos as próximas proposições:

Tarefa 10: Mamãe trouxe 11 pepinos, 4 deles eram compridos, os restantes eram curtos. Quantos pepinos curtos mamãe trouxe?

O professor propõe a tarefa, de maneira breve, por meio de uma rápida leitura. Neste momento, deixa em aberto as possibilidades de resolução, sem explorar a utilização de esquemas, muito utilizados nas tarefas anteriores. É possível, diante desta faixa etária, a dificuldade expressa pelos alunos em realizar a atividade, tendo em vista, que estão acostumados a receberem suporte do professor. Logo, ele faz a retomada da leitura, propondo a realização de esquemas para representar os dados do problema. É evidente que as técnicas operatórias não são o alvo desta atividade.

Os alunos representam o esquema, conforme figura abaixo:

Ilustração 21— Representação teórica do problema



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 367) com base na proposição davydoviana.

De acordo com o esquema, o valor a ser encontrado é uma das partes. Logo, subtrai a parte conhecido do todo (11- 4)

Adota-se, pois, o método universal de análise das condições do problema, da produção do esquema e do plano de resolução. Este procedimento, ao ser generalizado, eleva substancialmente o desenvolvimento do pensamento ao nível teórico, diferentemente do que ocorre no ensino fundamentado nos princípios didáticos da escola tradicional (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 367).

Normalmente, o movimento didático que ocorre para este tipo de situação é a representação dos elementos (pepinos) e a “eliminação” por meio de riscos, dos elementos classificados, no caso, compridos. Esta representação é denominada como empírica (Rosa, 2012).

Ilustração 22— Representação empírica do problema



$$11 - 4 = 7$$

Fonte: Adaptado com base em (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 367).

Segundo Davidov(1982) essas representações omitem os aspectos matemáticos do problema e suas interconexões. Não está proposto uma análise mais aprofundada, pois a ideia da operação (subtração) está explícita por meio da indicação dos elementos (ilustração de pepinos com traços) a serem retirados do total inicialmente dado. As ideias apresentadas nesse esquema são ilustrativas e externa, ou seja, uma representação empírica da situação matemática.

É importante ressaltar que a escola tradicional tem como base empírica a resolução de

problemas com pequenas quantidades tanto para representá-las, como para operá-las. Por vezes, é comum nos depararmos com alunos que possuem dificuldades de aprendizagem que mesmo nos anos subsequentes, utilizam representações pictóricas para comunicar quantidades e realizar operações matemáticas. O problema se agrava quanto se deparam com quantidades maiores que impossibilitam essas representações, como afirmam Rosa, Damásio, Matos, (2017, p. 367).

Tal base de ensino de resolução de problemas aditivos e subtrativos traz restrições, entre elas a de que cada situação não tem vinculação com algo geral, mesmo que se resolva por uma mesma operação. No caso do problema anterior, como resolvê-lo quando for uma quantidade maior? Como procederão as crianças? Vale ressaltar que esse tipo de pensamento, desenvolvido no primeiro ano no Ensino Fundamental, perpetua até o Ensino Superior

Davidov (1892) contribui com essa discussão no que se refere às representações mentais existentes em situações matemáticas descritas como essas. É importante que o aluno estabeleça as conexões existentes em situações problemas que podem ser expressas através de sistemas de conexões internas. O mais importante não são os esquemas organizados por meio de figuras e traços que representam a operação dada, mas sim, as relações que se estabelecem na realização do problema.

Tal abstração, na proposição davydoviana para o ensino de interpretação de problemas, consiste no esquema. Este, por sua vez, surge com base na análise da ação objetual com as grandezas. Gradativamente, a ação objetual é abstraída e o desenvolvimento da tarefa passa a ser mediatizado pelo esquema, no plano teórico Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 368.

Ações didáticas estruturadas que podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento teórico em detrimento à manifestação empírica de resoluções de atividades com ênfase nas representações simbólicas são aquelas que exigem do aluno uma ação mental sobre o objeto de investigação. Tomemos como exemplo a seguinte proposição:

Quadro 7 — Conjecturas matemáticas de representação simbólica

Liste alguns exemplos de conjecturas relacionadas ao número 25:
O número é composto por duas dezenas e cinco unidades. É o vigésimo quinto dia do mês. Pode ser representado por 5×5. É o mesmo que $20 + 5$. Equivale a duas dúzias e 1 unidade. É o resultado da soma de $17 + 18$. É um quadrado perfeito.

Fonte: Elaboração própria.

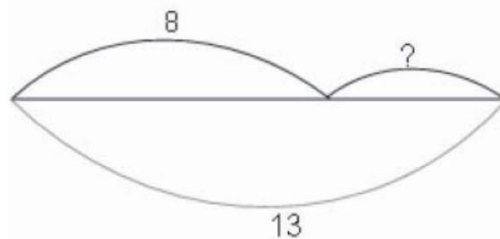
São várias as possibilidades representar o número 25. Possibilidades essas que se relacionam com códigos e grandezas. Nesse processo estão envoltas ações mentais elaboradas que exigem o pensar, refletir, analisar. Propostas como essa devem fazer parte do cotidiano das aulas de matemática, a fim de promover o desenvolvimento de ações mentais.

Seguimos com a análise de situações matemáticas, com base em Davidov.

Tarefa 11: Yuri tinha 13 nozes. Quando ele comeu 8 nozes, restaram 5. Quantas nozes Yuri tinha inicialmente? A tarefa estabelece que as crianças formulem, com base neste relato, três problemas diferentes e os resolvam por meio do esquema.

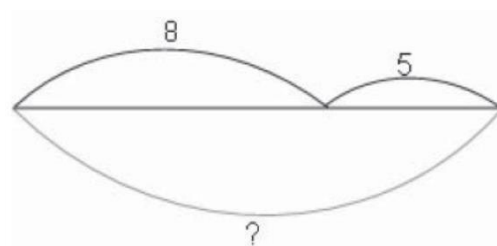
Nessa tarefa, os alunos são desafiados a elaborar três problemas com valores desconhecidos a serem descobertos. O professor direciona as ações dos alunos com o auxílio de esquemas.

Ilustração 23 —Primeiro enunciado: Yuri tinha 13 nozes. Quando comeu 8 nozes, restaram quantas?



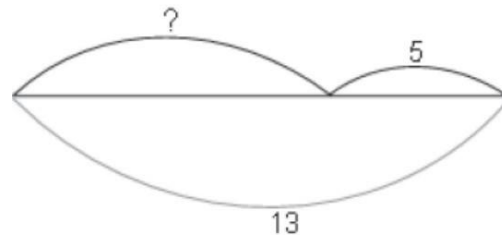
Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 369) com base na proposição davydoviana.

Ilustração 24 Segundo enunciado: Yuri comeu 8 nozes e restaram 5. Quantas nozes Yuri tinha inicialmente?



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 369) com base na proposição davydoviana.

Ilustração 25 —Terceiro enunciado: Yuri tinha 13 nozes. Quando ele comeu 5 nozes, restaram quantas?



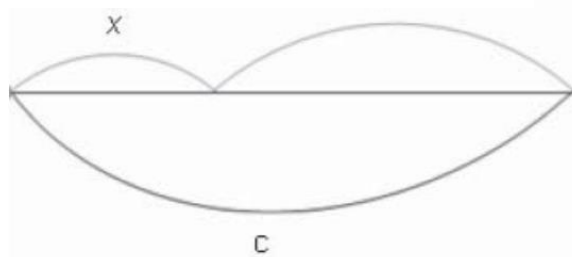
Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 370) com base na proposição davydoviana.

As práticas de ler, escrever, elaborar, interpretar e resolver problemas devem constituir um todo articulado, algo um tanto distante no contexto das aulas de matemática nas escolas brasileiras. Esta prática configura-se como um grande desafio para os alunos, pois raramente vivenciam atividades com essa preocupação didática em sala de aula.

Nos três esquemas apresentados, o ponto de interrogação representa o valor a ser encontrado, evidenciando o elemento essencial para análise da situação matemática a ser elaborada pelos alunos (pergunta e enunciado).

Logo, para a formulação dos três problemas, foi possível a elaboração de um esquema universal a partir de adições e subtrações.

Ilustração 26— Modelo universal



Fonte: (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 370) com base na proposição davydoviana.

Nesta proposta de atividades aos alunos, é possível concluir que

O esquema (ilustração 26) representa as seguintes inter-relações: a partir da soma das partes, determina-se o todo ($x + p = c$), e a subtração do todo por uma parte conhecida, determina a outra parte desconhecida ($c - x = p$ e/ou $c - p = x$). Assim, temos a representação da relação universal para a resolução de problemas, modelada geometricamente (esquema) e algebricamente (por meio de letras). (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 370)

A seguir, será apresentada uma atividade com situação-problema envolvendo a ação de juntar pequenas quantidades com esse propósito de que os estudantes se familiarizem com outras representações semióticas, além da representação numérica e de algoritmos como é usual no cotidiano das aulas.

Ilustração 27— Resolução de problemas de adição – Proposta curricular brasileira

- 6.** ALINE TEM 3 LIVROS E O IRMÃO DELA TEM 6 LIVROS.
DESENHE A QUANTIDADE DE LIVROS DE CADA UM DOS IRMÃOS.

Os estudantes devem desenhar 9 livros.

- RESPONDA: QUANTOS LIVROS ELES TÊM JUNTOS?

9 LIVROS.

Fonte: (Brasil, 2021, p. 85).

O texto do documento é explícito no sentido de exploração de outra representação semiótica:

O objetivo desta atividade é que os estudantes representem as quantidades indicadas no enunciado e façam a adição. Antes de começarem a desenhar, retome a pergunta da atividade e observe o que e como respondem sem o auxílio do desenho (eles podem, por exemplo, utilizar os dedos das mãos para contar). Depois, peça que façam o desenho (Brasil, 2021, p.85).

No material de análise, não foi possível identificar a proposta de atividades que contemple a relação dos conceitos de adição e subtração. Com alternância de elementos no problema verbal. A proposta de mudança de elementos no problema é sugerida em algumas situações didáticas, geralmente por meio de lista de exercícios. Como atividade complementar, prescreve ao professor “avançar” na recomendação inicial apresentada:

Incentive os estudantes a criar adições diferentes das propostas e observe se algum deles se arrisca a colocar quantidades maiores. Socialize as situações criadas. Por exemplo: “Invente uma quantidade de lápis para Ricardo e uma quantidade de lápis para Joana. Registre essas quantidades. Agora, responda: Quantos lápis eles possuem juntos?” (Brasil, 2021, p. 85)

A atividade complementar propõe a manipulação de quantidade maiores, a fim de que o professor identifique se o aluno compreendeu o que intitulam como “ação de juntar”. Logo, não se mostra com uma proposta que promova a aprendizagem e desenvolvimento dos alunos, pois o esforço cognitivo se mantém na ação mental de aglomerar quantidades.

Ilustração 28— Resolução de Problemas de Subtração – Proposta Curricular Brasileira

- COMPLETE OS ITENS COM A QUANTIDADE DE CACHORRINHOS.

A) ERAM 7 CACHORRINHOS, 1 FOI EMBORA. FICARAM: 6.



B) ERAM 6 CACHORRINHOS, 1 FOI EMBORA. FICARAM: 5.



C) ERAM 5 CACHORRINHOS, 1 FOI EMBORA. FICARAM: 4.



Fonte: (Brasil, 2021, p. 87).

A atividade representada pela figura 28 demonstra uma proposta de subtração de animais de maneira regressiva. Para fins de exemplificação, delimitou-se parte da comanda do problema. As orientações didáticas voltam-se ao aspecto de visualização de imagens com representação de elementos ausentes. Restringem-se às ações de retirar com o “suporte” dos dedos das mãos, concomitante a ausência dos cães nas imagens apresentadas:

Este tópico apresenta uma atividade de lúdica relacionada às quantidades de animais representados em filas, o que objetiva a contagem regressiva e o desenvolvimento da ideia de tirar. Leia o texto e oriente os estudantes a acompanhar sua leitura mostrando com os dedos das mãos a quantidade de cãezinhos mencionada em cada parágrafo. Incentive-os a reduzir o número de dedos levantados à medida que cada cãozinho sai da leitura, até que nenhum dedo esteja levantado. Oriente a observação das imagens que acompanham a atividade e verifique se a turma percebe que as frases compõem o texto lido anteriormente (Brasil, 2021, p.87).

Vale ressaltar que, as propostas didáticas brasileiras que compõem o material analisado

se mostraram estanques, sem a oportunidade reflexão sobre os aspectos que envolvem o sistema de contagem, adição e subtração de quantidade. O material se mostra incipiente, sendo necessário que ações didáticas planejadas com intencionalidade sejam elaboradas, para que a promoção da aprendizagem e desenvolvimento dos alunos seja realizada.

Medeiros corrobora com as discussões dessa vertente:

De um ponto de vista educacional, os estilos dos livros certamente influenciam a prática tanto dos professores como dos aprendizes em sala de aula. Comumente, os livros de Matemática apresentam situações matemáticas rotineiras, exercícios de fixação e a busca da criatividade pelo aluno não tem sido a sua característica mais marcante. A variedade e riqueza das diversas situações é o que diferencia entre o caráter de novidade de um problema e de uma rotina com situações já esperadas. Assim, não parece tão evidente a possibilidade de ensinarmos alguém a tornar-se um bom resolvidor de problemas em geral, sem firmemente considerarmos as dificuldades colocadas pelos próprios conteúdos e contextos envolvidos em cada situação problemática matematizável e a ser resolvida (Medeiros, 2001, p.212).

As tarefas apresentadas aqui revelam o trabalho com resolução de problemas baseadas em esquemas de representações que possibilitem ao aluno com o auxílio do professor, um modelo universal de resolução. Participando de cada etapa da construção deste modelo, contribuirá positivamente para a interpretação de problemas.

Diante do exposto:

vale destacar que as tarefas propostas por Davýdov e colaboradores também envolvem situações do dia a dia, materiais manipuláveis, observáveis, entre outros. Porém, em sua análise e resolução não basta que as crianças observem e, de imediato, emitam a solução. Pelo contrário, elas solicitam a reflexão das relações entre as grandezas desses objetos, o que lhes proporciona a realização de abstrações teóricas e a síntese das múltiplas determinações que envolvem um sistema conceitual científico (Rosa, Damásio, Matos, 2017, p. 374).

A apropriação de conceitos, de maneira geral, encontra-se em um campo destinado aos aspectos voltados aos processos de ações mentais por parte dos indivíduos, quando expostos às situações didáticas planejadas de ensino. Segundo Vygotsky (2009, p. 246),

um conceito é mais do que a soma de certos vínculos associativos formados pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser aprendido por meio de simples memorização, só podendo ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já houver atingido o seu nível mais elevado.

É válido ressaltar que o processo de elaboração de conceitos por parte do sujeito se constitui por ações ordenadas de representações mentais. Todas as crianças, por meio de atividades intencionais e interações significativas podem se apropriar de novos conceitos. “O desenvolvimento dos conceitos é mobilizado por meio de um ato efetivamente complexo do pensamento do sujeito” (Silva, Nanes, 2012, p.4) e não deve se limitar às ações voltadas à

memorização de técnicas e procedimentos mecânicos esperados pela realização dos alunos.

Reafirmando essa ideia, para Vygotsky (apud Moura *et al.*, 2010, p. 216) o conceito:

É o reflexo objetivo das coisas em seus aspectos essenciais e diversos; se forma como resultado da elaboração racional das representações, como resultado de ter descoberto os nexos e as relações desse objeto com outros, incluindo em si, portanto, um amplo processo de pensamento e conhecimento que, dir-se-ia, está concentrado nele

Sendo assim, diante de um conteúdo proposto por meio de recursos e estratégias didáticas diversas defende-se que “seu objetivo e resultado consistem em modificar o próprio sujeito atuante, quer dizer, em dominar determinados modos de ação e não em modificar os objetos com os que o sujeito interage” (Elkonin, 2019, p. 142). Em contrapartida, a proposta tradicional brasileira valoriza práticas pedagógicas de teor empírico, enfatizando o material concreto para quantificar e realizar operações básicas matemáticas. Esperamos que haja mudanças nos modos de pensar do aluno perante o que a ele foi proposto, ou seja, que possa estabelecer relações, realizar inferências e que se desenvolva por meio da aprendizagem de novos conceitos. Portanto:

O estudo dos objetos de conhecimento organizado didaticamente pelo professor tem como finalidade não só a apropriação dos conceitos pelos alunos, mas, também, sua utilização consciente na solução de problemas, nos embates da vida social e cotidiana, na relação com os outros e consigo mesmos (Da Madeira Freitas, 2016, p. 391).

Nesse movimento, a interação entre professor, alunos e demais parceiros durante os momentos de estudo é uma das condições necessárias para que a aprendizagem aconteça. É nessa ação dialógica, com intencionalidade e situações didáticas que visam o desenvolvimento dos alunos, a situação favorável para a apropriação de conceitos:

As abstrações se alcançam por meio do desenvolvimento do objeto e permitem expressar a essência do objeto concreto. Já o concreto é o resultado mental da associação das abstrações e nele o objeto se apresenta em unidade com o todo. Assim, não se entende um conceito como uma abstração, ele é na verdade o concreto gerado a partir da associação de abstrações (Moura, *et al.*, p.210).

A escola possui a incumbência de promover condições favoráveis para o desenvolvimento dos alunos, pois para formular um conceito matemático, qualquer que seja ele, exige comparar, estabelecer relações entre ideias, fazer conjecturas, transcender ao imediatamente sensível, fazer descobertas, reconhecer regularidades dentre outras ações inerentes ao psiquismo humano.

O papel do professor, na perspectiva de educação desenvolvimental, é de analisar, questionar, provocar, criar situações de reflexão e pensamento ativo. Ou seja, de um parceiro

mais experiente a ajudar os estudantes no desenvolvimento de um conceito a resultar de uma generalização de ideias acerca de um fato ou fenômeno.

5 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA: O QUE DIZEM OS DOCUMENTOS OFICIAIS?

5.1 A educação brasileira e seus documentos curriculares norteadores: dos PCNs à BNCC.

Na década de 80, o Brasil enfrentou grandes mudanças em sua conjuntura política, ocasionando transformações sociais, filosóficas e culturais. Com a redemocratização ocorrida, originando uma nova forma de governar, muitos pesquisadores da educação passaram a ter suas ideias manifestas neste setor da sociedade. Logo, uma nova visão sobre pensar estratégias didáticas passa a ser preocupação dos educadores, gerando a necessidade da elaboração de novos documentos curriculares nacionais.

Sendo assim, destaca-se o

[...] período pós-constituição, que compreende o governo de Fernando Collor de Mello, a partir de pensamentos exteriores que embasariam as reformas educacionais ocorridas com princípios de mercado, voltado a livre concorrência e a profissionalização, num país que trilharia seus passos rumo à democracia plena no molde de instâncias internacionais neoconservadoras (Guimarães, 2015, p. 99).

Neste contexto histórico, destacamos, de início, os Parâmetros Curriculares Nacionais como documento em que o governo de Fernando Henrique Cardoso desenvolve ações [...] “no intuito de organizar os níveis escolares da educação brasileira feito por educadores internacionais”, representando um dos marcos das reformas educacionais brasileiras. (Guimarães, 2015, p. 113).

A seguir, serão apresentadas discussões acerca dos documentos oficiais nacionais, compreendendo o período da elaboração dos PCNs até os dias atuais, culminando com a análise acerca da Base Nacional Comum Curricular. A ênfase desta reflexão será sobre o trato desses materiais com a temática da Resolução de Problemas.

5.1.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais representaram uma tentativa de currículo nacional. Mesmo sem a obrigatoriedade, este documento delineou orientações didáticas e

perspectivas de organização curricular, de abrangência nacional, representando uma tentativa de mudança de paradigmas em relação à formação de professores e práticas pedagógicas. Não configuram, portanto, um modelo curricular homogêneo e impositivo, permitindo a estados e municípios elaborarem suas propostas pedagógicas, respeitando a diversidade sociocultural das diferentes regiões do país e a autonomia de professores e equipes pedagógicas.

Configurou, o documento, uma tentativa de servir de referência para a organização curricular em âmbito nacional, uma previsão da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDBEN 9394/1996, tendo sido elaborado a partir de experiências curriculares desenvolvidas nos estados brasileiros até aquele momento histórico de modo que:

representou um marco na educação brasileira, e que, naquele momento, poderia suprir o previsto na LDB, mas esse documento não tinha um caráter prescritivo e controlador das práticas dos professores, sua proposta era apoiar as discussões e os projetos das escolas (Passos; Nacarato, 2018, p. 122).

Para que se possa discutir uma prática escolar que realmente atinja seus objetivos, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apontam questões de tratamento didático por área e por ciclo, com pressupostos teóricos, objetivos e conteúdo, mediante uma operacionalização em orientações didáticas e critérios de avaliação.

O conhecimento matemático de acordo com os PCNs, deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução posto que “o contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo” (Brasil, 1997, p.19).

A disciplina de Matemática foi expressa em um caderno específico. Os conteúdos matemáticos são organizados em quatro eixos temáticos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. O presente documento apresenta objetivos a serem alcançados, ao longo do curso do Ensino Fundamental (Brasil, 1997, p. 37, grifo do autor):

identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o **desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;**

fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;

resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e

resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;

comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas; estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares; sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;(sic)

interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Os objetivos gerais para o ensino de Matemática no Ensino fundamental atentam-se aos aspectos gerais da disciplina, bem como à prática de Resolução de problemas, destacando as ações mentais a serem desenvolvidas ao longo dessa etapa de escolaridade. O trabalho a ser proposto iniciará nos anos iniciais e culminará nos anos finais, a fim de proporcionar ao estudante a capacidade de manipular as ações propostas pelos objetivos elencados.

No conjunto das mudanças conceituais destaca-se nos PCNs a perspectiva metodológica da Resolução de problemas, com ênfase nesta abordagem pedagógica, a partir de algumas considerações:

- O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório [...];
- Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas [...];
- Resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (Brasil, 1997, p.32-33).

De maneira consensual, afirma que as práticas pedagógicas mais usuais tem sido o trabalho com os processos algorítmicos e técnicas operatórias ao se tratar de resolução de problemas.

A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos,

resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas (Brasil, 1997, p. 32).

Diante da desafiadora tarefa de resolver problemas, os PCNs enfatizam a necessidade de desenvolvimento de atitudes de “perseverança na busca de soluções e valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação”(Brasil, 1998, p. 50).

Leitura, escrita e interpretação são habilidades necessárias ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e constituem queixas sempre presentes nas hipóteses docentes sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos.

Consideramos que uma pessoa está alfabetizada matematicamente quando consegue realizar o ato de ler a linguagem matemática encontrando significado. E a escrita faz com que a compreensão existencial e a interpretação sejam desenvolvidas, fixadas e comunicadas pelo registro efetuado. Dessa forma, ser alfabetizado em matemática é entender o que se lê, o que se escreve e o que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, geometria, lógica e álgebra, dentre outros temas significativos para a construção de um conhecimento sólido nessa área (Danyluk, 2015, p. 15).

A rigor, as dificuldades relativas à produção, leitura e interpretação de textos traz consequências para todo o processo de desenvolvimento da criança. Por essa razão, entre outras, como a participação na vida cidadã, o Brasil vem propondo ações no sentido de melhoria no processo de alfabetização e letramento dos estudantes. Assim é que a Portaria MEC Nº 867, de 4 de julho de 2012, instituiu o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), definindo suas diretrizes gerais.

5.1.2 Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: O Pacto pela mudança

Mediante orientações normativas prevista nesta lei, os governos se incumbiram da oferta de formação continuada aos professores, a fim de amenizar os baixos índices de alfabetização no Brasil. Neste contexto, estimava-se que o processo de aquisição do sistema de escrita deveria ocorrer ao final do 3º ano do Ensino Fundamental. Esta estimativa causava preocupação nos professores, tendo em vista que, na prática, muitos alunos desta faixa etária não conseguiam vencer a barreira do analfabetismo. No decorrer dos anos, esta proposta de idade foi antecipada para o 2º ano do Ensino Fundamental. Uma grande ironia.

Neste cenário nacional, muitos professores participaram dos momentos formativos, a fim de atender os pressupostos deste Pacto. A Portaria MEC Nº 867, de 4 de julho de 2012, instituiu o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e as ações do Pacto com definição

de suas diretrizes gerais. No art. 8º, estabelece como eixo de materiais didáticos, literatura e tecnologias educacionais a serem disponibilizados pelo MEC, para as escolas participantes:

- I - livros didáticos de 1º, 2º e 3º anos do ensino fundamental, e respectivos manuais do professor, a serem distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD;
- II - obras pedagógicas complementares aos livros didáticos distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático - Obras Complementares;
- III - jogos pedagógicos para apoio à alfabetização;
- IV - obras de referência, de literatura e de pesquisa distribuídas pelo Programa Nacional Biblioteca na Escola - PNBE;
- V - obras de apoio pedagógico aos professores, distribuídas por meio do PNBE;
- VI - tecnologias educacionais de apoio à alfabetização.

É válido ressaltar que programas de formação continuada são importantes para a reflexão acerca das práticas docentes em favor da aprendizagem dos alunos. Infelizmente o Brasil não possui uma política consistente de formação docente, sendo que a cada mudança de governo, há uma descontinuidade das políticas públicas, fato ocorrido, também, com o PNAIC.

O programa foi organizado com o objetivo de refletir sobre os campos da matemática. Logo, 8 cadernos foram disponibilizados para a realização da formação continuada dos docentes:

Quadro 8— Cadernos do PNAIC - Eixos temáticos

UNIDADE	TÍTULO DO CADERNO	EIXO TEMÁTICO
1	Organização do Trabalho Pedagógico	Sem abordagem de eixos temáticos.
2	Quantificação, Registros e Agrupamentos	Números
3	Construção do Sistema de Numeração Decimal	Números
4	Operações na Resolução de Problemas	Números
5	Geometria	Espaço e Forma
6	Grandezas e Medidas	Grandezas e Medidas
7	Educação Estatística	Tratamento da informação e Probabilidade
8	Saberes matemáticos e outros campos do Saber	Não aborda um eixo temático específico.

Fonte: Adaptado pela autora, com base em (Brasil, 2014, p.11).

O PNAIC estabelece como elemento norteador os Direitos e Objetivos de

aprendizagem da Matemática, destacando um deles voltado à Resolução de Problemas (Brasil, 2014, p.41, grifo do autor).

II. Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção.

II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas.

III. Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação.

VI. Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução.

V. Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações.

Nesse viés, o Pacto concebe como direito “a perspectiva do direito a aprender como um direito humano objetivo” (Brasil, 2014, p. 38). Para além da oferta de um espaço escolar, ao aluno deve ser ofertado uma educação para transformação como direito inalienável. Assim, o programa amplia a definição de direitos e objetivos de aprendizagem:

que compreende a Educação Escolar como uma ferramenta para mudança social. Por isso assumimos neste material de formação o papel da escola como transformador, ou seja, seu papel é o de desenvolver a reflexão crítica sobre a realidade e o exercício consciente da cidadania, apropriação criativa do saber socialmente relevante e compromisso com a transformação social.

Dentre os materiais didáticos distribuídos neste programa, há um caderno intitulado como *Operações na Resolução de Problemas*. Neste documento estão previstas reflexões acerca da temática, enfatizando a importância desta prática para além de técnicas operatórias.

Ressalta ainda que:

É fato que, nas escolas, por muito tempo, a ênfase do ensino da Matemática esteve nas técnicas operatórias e na compreensão dos algoritmos em si e pouca atenção foi dada à compreensão dos conceitos matemáticos e às propriedades envolvidas nas operações (Brasil, 2014 p. 7).

De acordo com esta afirmação, é possível dizer que houve um avanço com o trabalho de conteúdos matemáticos em detrimento às práticas convencionais. Há uma preocupação, mesmo que com lacunas, na organização dos documentos curriculares oficiais prescritos ao longo da história brasileira em pensar situações matemáticas voltadas às práticas do pensar, raciocinar, argumentar.

O documento afirma que “na perspectiva do letramento, o trabalho com as operações deve estar imerso desde o primeiro momento, em situações-problema” (Brasil, 2014, p.5), ou seja, contrariando práticas tradicionais embasadas apenas nas longas listas de exercícios

envolvendo as operações básicas.

Como já explanado nesta pesquisa, é importante a proposta de atividades configuradas como exercícios para consolidação de capacidades matemáticas específicas, porém esta prática não pode se dar como ponto de partida. É preciso propor situações baseadas na investigação para a apropriação de conceitos científicos.

É insuficiente um aluno saber “fazer contas” mecanicamente, se não souber as ideias matemáticas que lhes são pertinentes. Por exemplo, pouco adianta a um aluno saber fazer “conta de mais”, em outras palavras, saber utilizar o algoritmo da adição, se não souber desenvolver estratégias que lhe permitam resolver um problema que tenha sido solicitado em sala de aula ou na própria vida fora da escola. Esta prática não é a pretendida no ensino da Matemática (Brasil, 2014, p.7).

Para tanto, este documento foi organizado a partir de propostas didáticas que privilegiam as ações de compreensão dos processos cognitivos envolvidos nos procedimentos matemáticos, principalmente na elaboração, interpretação e resolução de situações-problema envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, entre outros encaminhamentos, bem como no cálculo da adição e subtração com e sem agrupamento e desagrupamento, na construção de estratégias de cálculo mental e estimativo, envolvendo dois ou mais termos e elaboração, interpretação e resolução de situações-problema convencionais e não convencionais, utilizando e comunicando suas estratégias pessoais (Brasil, 2014).

Na análise de conteúdo sobre o constructo teórico do PNAIC evidencia-se que ser alfabetizado matematicamente implica em compreender o que se escreve, aquilo que se lê, bem como o entendimento relativo às primeiras noções de aritmética, lógica, álgebra e geometria, necessárias para a compreensão de aspectos imediatos da realidade.

Assim, cabe à escola uma atuação pedagógica a considerar que os estudantes trazem para a sala de aula vários sentidos para as noções ou conceitos matemáticos, conduzindo-os à apropriação de instrumentos e signos necessários à compreensão, interpretação e comunicação de fatos matemáticos.

Danyluk (2015) considera que a apropriação dos objetos sociais pelo homem contribui para que eles assumam um significado de verdade:

A objetividade assim construída é que confere a validade para o significado. Esse tem, portanto, um lado subjetivo, que é do sentido que faz para o sujeito, e um lado objetivo, portanto, histórico e social, por ter sido construído na comunicação intersubjetiva e sedimentado na estrutura da linguagem que o expõe. O que garante a objetividade, portanto, são a história e a subjetividade. O que permite sua durabilidade é a tradição que transporta esses significados (Danyluk, 2015, p. 62).

Nesse movimento de busca de transformação da prática educativa, a partir do PNAIC,

compreende-se a alfabetização matemática em sentido amplo, na perspectiva do letramento, buscando-se envolver os estudantes em situações matemáticas significativas a partir de práticas sociais de leitura e redação no contexto de diferentes gêneros textuais.

Sendo assim, o documento deixa explícito a concepção do trabalho da Resolução de Problemas da seguinte maneira:

No contexto de formação na área de matemática do PACTO, entende-se que a Resolução de Problemas deve desencadear a atividade matemática. Uma proposta pedagógica pautada na Resolução de Problemas possibilita que as crianças estabeleçam diferentes tipos de relações entre objetos, ações e eventos a partir do modo de pensar de cada uma, momento em que estabelecem lógicas próprias que devem ser valorizadas pelos professores. A partir delas, os alunos podem significar os procedimentos da resolução e construir ou consolidar conceitos matemáticos pertinentes às soluções (Brasil, 2014, p. 8).

Assim como os autores que exploram a temática, o PNAIC define problemas matemáticos como:

uma situação que requer a descoberta de informações desconhecidas para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. O processo de construção de solução pelo aluno é fundamental para a aprendizagem e dará sentido matemático para os cálculos e operações que efetuará. É portanto, no interior da atividade de resolução de problemas, que o trabalho com os cálculos deve ser efetivado na sala de aula (Brasil, 2014, p. 8).

Como orientação metodológica, aponta para a importância de estratégias pessoais na resolução de problemas a serem estimuladas em sala de aula. Portanto, são elas que possibilitam a articulação de conteúdos e relações de diferentes naturezas para a decisão sobre a estratégia mais adequada a ser adotada (Brasil, 2014).

De fato, “a socialização dessas estratégias com toda a turma amplia o repertório dos alunos e auxilia no desenvolvimento de uma atitude mais flexível frente a resolução de problemas” (Brasil, 2014, p. 11). Enfatiza que é durante a interpretação de situações-problemas que serão mobilizados conceitos matemáticos conhecidos e fundamentados os que estão em processo de construção conceitual.

Davidov (2019) considera a faixa etária entre 7 e 10 anos, no contexto histórico em que desenvolve as suas pesquisas, um estado de transição, em função do início da escolarização, rica de combinações complexas e com possibilidades de otimização do processo de desenvolvimento, a carecer de muito cuidado e atenção. Sustentando a tese segundo a qual é a aprendizagem que orienta o desenvolvimento, e não o contrário, o teórico afirma que:

Durante o processo de aprendizagem, é preciso que o professor tenha muito claro todo o conjunto de ações de estudo, tanto gerais como específicas, em

conformidade com a assimilação das crianças, de uns e outros conceitos ou modos de ação, para resolverem as tarefas de alguns tópicos da matéria. Há que se formar, especialmente e com insistência nos pequenos escolares, o sistema de ações de estudo indispensáveis. Sem essas ações, a assimilação do material se efetuará às margens da Atividade de Estudo. Isso significa que a aprendizagem se fez formalmente, com a mera descrição verbal dos conceitos ou modos de ação de resolver problemas (Davidov, 2019, p. 185).

Sob a nossa forma de compreender o problema, o conhecimento matemático deve se constituir do que é geral e amplo, para o que é específico e particular, ou seja, as ações de estudo devem se constituir em um todo coeso e articulado, enfatizando as conexões internas e as relações causais. De outro modo: é o problema que suscita a necessidade da operação ou do algoritmo, e não o contrário.

A despeito do contexto histórico e da herança cultural, ao colocar a perspectiva de letramento matemático os PCNs e, ato contínuo, o PNAIC, não apenas estabelecem a necessidade de consideração da evolução histórica das ideias matemáticas e a influência dos traços socioculturais da aprendizagem, como acenam para alguns constructos teóricos visando a mudança de paradigma curricular, ainda de dimensão técnico-linear, na realidade brasileira, se aproximando de teses da Educação Desenvolvimental como a relatada anteriormente:

Por vezes, essa concepção linear faz com que, ao se definir qual será o elo inicial da cadeia, tomem-se os chamados fundamentos como ponto de partida. É o que ocorre, por exemplo, quando se privilegiam as “noções de ponto, reta e plano” como referência inicial para o ensino de Geometria ou quando se tomam os “conjuntos” como base para a aprendizagem de números e operações, o que não é, necessariamente, o caminho mais adequado (Brasil, 1997, p. 24).

Explicitando, na geometria o tratamento dos conteúdos deve evoluir das formas espaciais para as formas planas: ponto, reta e plano constituem noções intuitivas a serem abordadas a partir da sua existência em objetos como caixas, latas ou outros objetos. Em uma figura espacial, nem todos os pontos ou retas, estão no mesmo plano; nas figuras planas, pontos e retas estão na mesma dimensão, no mesmo plano. O geral ou amplo, no caso, é a configuração tridimensional de todos os corpos geométricos; o particular ou o específico são as retas e os pontos a compor os planos na sua configuração, de naturezas bidimensionais.

5.1.3 Pacto Nacional pela Alfabetização na idade certa- Uma proposta didática. “A bota de muitas léguas”: Multiplicação e Divisão na reta numérica.

As discussões aqui realizadas na perspectiva de Davidov e seus colaboradores,

restringiram-se aos aspectos que envolvem as ações mentais presentes nas operações de adição e subtração. É nossa pretensão avançar nas discussões com as operações de multiplicação e divisão, porém, não será possível neste momento, diante da análise aprofundada necessária, com a abordagem do processo de elaboração dos aspectos cognitivos dessas operações para a culminância do modelo universal, a fim de oportunizar aos alunos ações exitosas de resolução de problemas, visando a compreensão de todos os processos envolvidos.

Diante das atividades apresentadas nas quais abordaram as ações de juntar e retirar por meio da reta numérica, consideramos importante a análise de uma proposta didática curricular nacional, abordando as demais operações, com a utilização deste recurso didático, porém sem o enfoque na metodologia davidoviana. É nossa pretensão explorar os pressupostos didáticos e teóricos propostos por Davidov e sua equipe oportunamente.

No ano de 2014, o governo federal publicou os cadernos “Jogos na Alfabetização Matemática” e “Jogos – Encartes”, tendo como objetivo auxiliar o trabalho docente com a Alfabetização Matemática.

O material propõe um trabalho didático voltado ao acompanhamento do desenvolvimento do aluno diante de conceitos matemáticos propostos por jogos. Sugere a elaboração de fichas avaliativas por meio da proposta de alguns aspectos essenciais a serem parâmetro para monitoramento didático.

Quadro 9— Aspectos qualitativos dos jogos do PNAIC

Postura do aluno com relação ao desenvolvimento de estratégias	Relação do aluno com o saber matemático envolvido
É importante observar se a criança percebe que muitos dos jogos não dependem exclusivamente da sorte. Muitas vezes esta habilidade está relacionada, também, com o aspecto matemático.	Avaliar o domínio que a criança possui do conhecimento matemático necessário para o jogo e se apresenta bom desempenho durante a atividade. Quais conhecimentos já domina e quais ainda precisam ser trabalhados.

Fonte: Adaptado pela autora com base em (Brasil, 2014, p. 11).

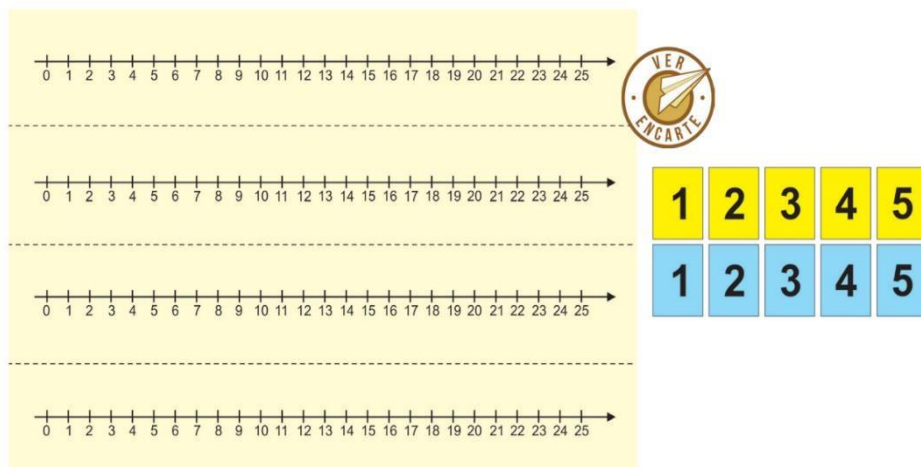
Dentre os jogos desses dois materiais, destaca-se: *A bota de muitas léguas*. O objetivo é desenvolver a ideia da multiplicação e divisão a ser calculada pelo número de pulos que a “bota” dará, utilizando o zero como ponto de partida (Brasil, 2014).

Os materiais a serem utilizados são:

- folha com várias retas numéricas, com marcações do zero ao 25
- 2 conjuntos de cartões numerados e coloridos (5 cartões azuis e 5 cartões

amarelos). Obs.: os cartões amarelos indicam a quantidade de pulos que a bota dará e os cartões azuis o comprimento dos pulos. Inicialmente, pode-se usar números de 1 a 5. em um segundo momento, pode-se acrescentar valores maiores.

Ilustração 29 —Retas numéricas e cartões do jogo: “A bota de muitas léguas”



Fonte: (Brasil, 2014, p. 33).

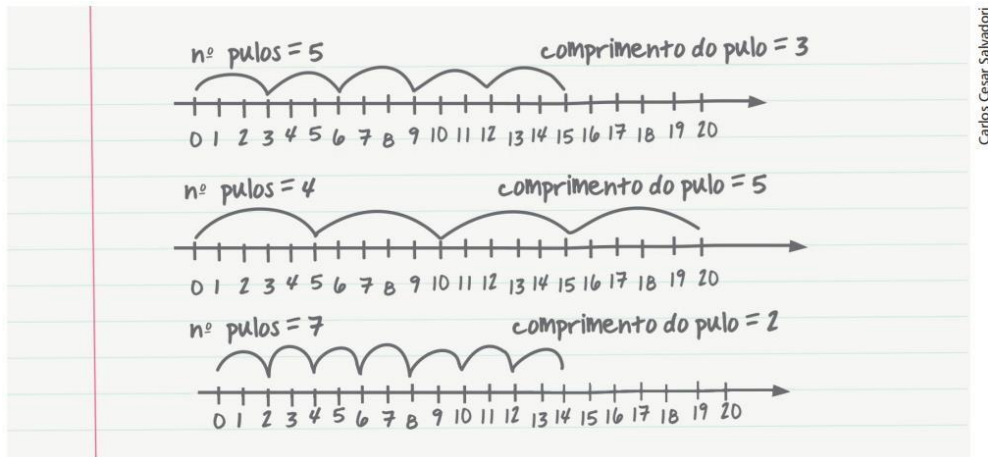
Todos os alunos podem participar. Orientações do jogo:

- O professor poderá propor o jogo da seguinte maneira: “Imaginem uma bota mágica que dá pulos do comprimento que quisermos.” Vamos brincar com essa bota mágica?
- O aluno deverá sortear um cartão numerado amarelo. O número sorteado indica o número de pulos que a “bota” dará.
- Outro aluno o irá sortear outro cartão numerado de cor azul. O número indica o comprimento de cada pulo.
- Para iniciar o jogo, desenhe uma “reta” graduada no chão (ou use uma faixa de papel graduada) para que um terceiro aluno possa dar pulos sobre a “reta”. Assim, a turma poderá verificar o número no qual ele parou.
- Posteriormente, a turma poderá ser dividida em duas equipes. As jogadas realizadas nessa partida podem ser registradas nas retas numéricas.
- O professor poderá realizar a quantidade de rodadas que forem necessárias. É importante levar os alunos a compreender e antecipar em qual número da reta a bota ficará parada.
- Vence o jogo a equipe que calçar a bota que saltar mais longe.

Para ampliar as discussões da atividade, é recomendável que o professor reproduza a

folha com as retas numeradas (ilustração 20) e distribua-as aos alunos para que façam os registros das jogadas solicitadas.

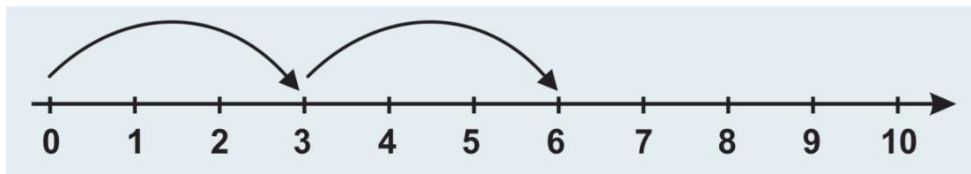
Ilustração 30 — Reprodução no caderno de retas numéricas



Fonte: (Brasil, 2014, p. 34).

Posteriormente, os alunos poderão ser orientados em relação ao registro dessas jogadas. Exemplo: Se a quantidade de “botas” for 2 e o comprimento de cada pulo for 3, o registro poderá ser representado da seguinte maneira:

Ilustração 31 — Representação do jogo na reta numérica



Fonte: (Brasil, 2014, p. 34).

Nessa representação, é importante explorar a linguagem matemática. Durante a realização da atividade, o professor poderá explorar os termos inerentes à multiplicação:

As flechas indicam que duas vezes três é igual a seis.

Todas as representações podem ser realizadas na lousa, ou em um cartaz. Nessa situação pode-se explorar a representação algorítmica:

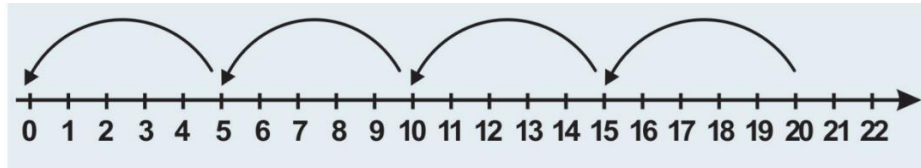
$$2 \times 3 = 6$$

A ideia da divisão deverá ser explorada no jogo da seguinte forma:

Colocar a bota parada no número 20, por exemplo. Os alunos serão informados que o comprimento do pulo foi 5. A questão problematização será: Quantos pulos dados para chegar

a 20? O registro poderá ser feito pela volta da bota a zero:

Ilustração 32 — Registro da situação problema na reta numérica 1

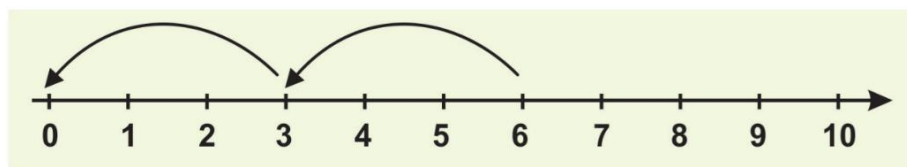


Fonte: (Brasil, 2014, p. 35).

Outra situação matemática a ser proposta por meio do jogo:

A bota deu pulos de comprimento 3 e parou no 6. Quantos pulos a bota deu?

Ilustração 33— Registro da situação problema na reta numérica



Fonte: (Brasil, 2014, p. 35).

Na representação da reta numérica, é possível afirmar que intervalo (comprimento) de 0 a 6, “cabem” 2 pulos de comprimento 3. Logo, o registro matemático que representa a situação matemática realizada é:

$$6:3=2$$

Com o aprofundamento dos conceitos da multiplicação, poderá ser proposto a seguinte atividade: Organização da turma em duas equipes, conforme a imagem abaixo:

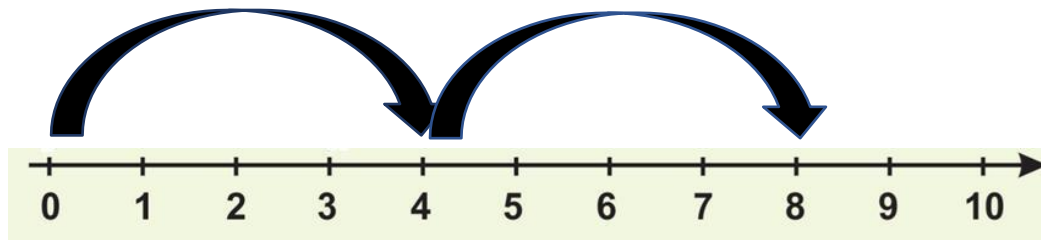
Ilustração 34— Fichas do jogo: Quantidade de pulos e tamanho dos comprimentos

EQUIPE A		EQUIPE B	
2	4	3	2

Fonte: (Brasil, 2014, p. 35).

As ações a serem propostas aos alunos, com o auxílio do professor serão: Registro de uma reta numerada com os pulos dados pela equipe A.

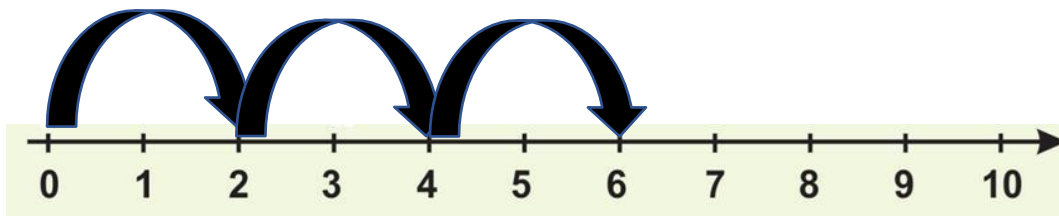
Ilustração 35— Pulos da equipe A



Fonte: Elaboração própria.

Registro de uma outra reta numerada com os pulos dados pela equipe B.

Ilustração 36— Pulos da equipe B



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, propor a seguinte pergunta: Qual equipe que calçou a bota que levou para mais longe.

As representações nas retas numéricas mostram que a equipe que alcançou maior distância foi a equipe A.

A atividade poderá ser ampliada por meio da proposta do quadro abaixo:

Quadro 10— Representação das jogadas: “A bota de muitas léguas”

	Número de pulos	Comprimento do pulo	Distância
1ª jogada	5	2	
2ª jogada	1	4	
3ª jogada	4	1	

Fonte: (Brasil, 2014, p. 36).

Após a representação na reta numérica as regras do jogo, o quadro ficaria preenchida da seguinte maneira:

Quadro 11 — Representação das jogadas: “A bota de muitas léguas” - Completa

	Número de pulos	Comprimento do pulo	Distância
1ª jogada	5	2	10
2ª jogada	1	4	4
3ª jogada	4	1	4

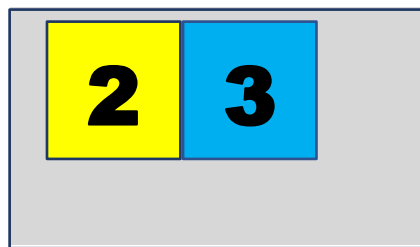
Fonte: Adaptado com base em (Brasil, 2014, p. 36).

Outras possibilidades podem ser propostas aos alunos:

Uma bota partiu do zero e passou pelo número 3 e depois seguiu até o número 6.

Desenhe a situação na reta numérica e responda: Quais cartões foram sorteados Para esta expressa, os cartões sorteados foram:

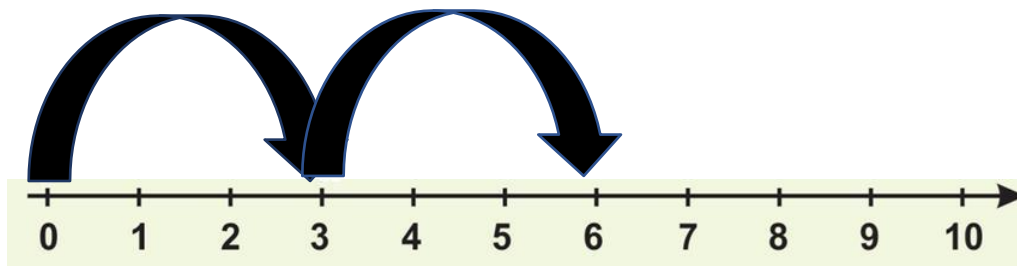
Ilustração 37 —Cartões do jogo



Fonte: Elaboração própria.

Jorge sorteu o cartão amarelo 3. Qual deverá ser o comprimento do pulo para que a “bota” chegue no número 6?

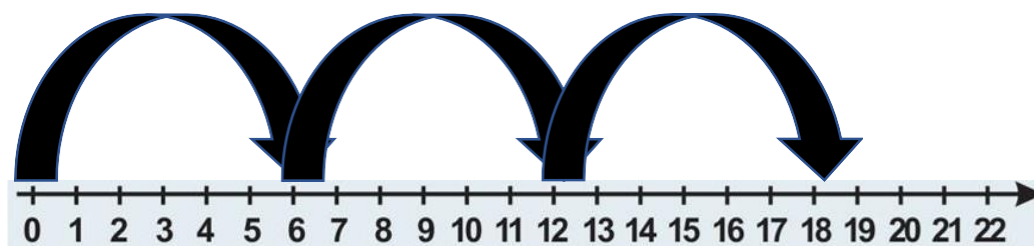
Ilustração 38— Pulos: Jogadas do Jorge



Fonte: Elaboração própria.

Mirela sorteu o cartão amarelo de número 6. Qual deverá ser o comprimento do pulo para que a “bota” chegue no número 18?

Ilustração 39— Pulos: Jogadas da Mirela



Fonte: Elaboração própria.

O jogo: *A bota de muitas léguas* aborda os elementos que compõem a multiplicação e divisão por meio de estratégias didáticas que levam o aluno a compreender os conceitos envolvidos nessas operações matemáticas. Mais do que apresentar a tabuada e algoritmos da divisão, o movimento da bota na reta numérica justifica as operações implícitas a serem realizadas por meio de situações matemáticas.

5.1.4 Base Nacional Comum Curricular: Uma análise crítica

Antes de passarmos à análise específica do conteúdo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é necessário estabelecer que ela se constitui a partir de determinações contidas na LDBEN 9394/96 e em toda a legislação do ensino dela decorrente. Igualmente, registrar que a BNCC não é propriamente uma organização curricular, mas um conjunto de princípios que devem ser considerados pelas secretarias de educação e instâncias de gestão educacional correlatas nas tentativas de reorganização curricular e de renovação do processo de ensino.

Sob a perspectiva da análise da estrutura da Base Nacional Comum Curricular constata-se um movimento teórico situado em torno da organização do ensino baseado em habilidades e competências. No documento, registra-se a intenção de proporcionar ao cidadão brasileiro uma educação de qualidade, equitativa com a promoção de uma educação integral do indivíduo.

A despeito dessa constatação, é necessária uma análise aprofundada da questão, tendo em vista que desde a sua gênese, há uma presença maciça de grupos empresariais nas discussões sobre a sua formulação, o que ainda se constata no processo de implementação de suas teses na elaboração dos currículos e programas de ensino nos estados e municípios. Este movimento pode ser caracterizado como incoerente e uma intromissão, tendo em vista que Educação deve ser pensada por educadores.

Galgados nos ideais das políticas neoliberais, organismos multilaterais, como o Banco

Mundial, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) e a Comissão Econômica para a América Latina (CEPAL) são unânimes em assegurar que as políticas educacionais estão centradas na Educação Básica, conforme Moraes (2001)

Logo é possível compreender a preocupação desses órgãos internacionais em participar da elaboração de documentos curriculares dessa magnitude, como a BNCC. Sendo assim, demandam esforço nesta modalidade de ensino pois o entendimento “é o de que a ela é atribuída a função de formar a força de trabalho com as competências necessárias para atender ao mercado” (Branco *et al.* 2019, p. 156).

As intenções são claras relativamente ao apelo mercantilista, com o propósito de formar mão-de obra para o mercado e o pleno desenvolvimento do educando, conforme previsto nos documentos oficiais nacionais, no contexto do jogo bruto da política, não se configura como meta.

Desse quadro resulta a falta de sintonia entre a proposição e a implementação de propostas curriculares:

Há um descompasso entre a lógica que os atores do contexto escolar defendem para os objetivos e finalidade da educação escolar e a lógica dos modelos neoliberais de políticas públicas voltadas à educação, principalmente aquela voltada à mensuração de resultados e padronização curricular. Embora a lógica dessas políticas públicas seja explícita e intencional, por parte dos elaboradores, a forma como decisões e documentos chegam à escola deixa gestores, professores e alunos atônitos, sem compreender o porquê de tantas mudanças e descontinuidades de ações e programas que são interrompidos sem que existam avaliações sobre a eficácia e as transformações ocorridas nas práticas. Na maioria das vezes, o trabalho do professor tem se limitado a atender as demandas e prescrições que chegam, não havendo tempo para discussão e reflexão (Passos; Nacarato, 2018, p. 119).

Nesse sentido, é compreensível a ideia da concepção da educação como aporte ao mercado. Atrelado a este movimento, há a imposição de metas educacionais a serem superadas pelos indicadores de qualidade educacional, em que a aprendizagem do aluno se resume em atender plenamente uma lista de habilidades pré-definidas, expressas nos documentos oficiais que regem as avaliações externas.

Para isso, os governos, especificamente os estaduais e municipais, buscam a solução do problema por meio da aquisição de materiais didáticos especializados elaborados por empresas privadas que prometem atingir os índices estabelecidos, o temido IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica). Claramente um exemplo de educação como mercadoria.

Segundo Saviani (2013, p. 438), quando o ensino é direcionado para o desenvolvimento

das competências acentua-se a necessidade de o sujeito adaptar-se, de modo que “[...] nas escolas, procura-se passar do ensino centrado nas disciplinas de conhecimento, para o ensino por competências referidas a situações determinadas”. O autor expressa a intencionalidade do ensino que, não é a de formar o cidadão crítico e emancipador.

A escola no Brasil enfrentou transformações o século XX. Desde os primórdios, essas transformações se deram mediante os interesses dos dominantes sendo que “por isso, é importante salientar que a Educação Básica sofreu, e continua sofrendo, constantes intervenções, não apenas internas, mas, também, de origens externas” (Branco, Branco, Iwasse, Zanata, 2019, p. 160)

Sendo assim, vários organismos nacionais e internacionais voltaram-se à organização do ensino para as camadas populares, buscando o desenvolvimento da indústria e comércio.

(...) visando a uma reestruturação do ensino para favorecer a expansão do capital, formando indivíduos competentes¹ e com habilidades² demandadas pelo mercado de trabalho, que o ensino voltado para as competências e habilidades ganhou espaço, tendo como via principal os Parâmetros Curriculares Nacionais. Entretanto, os PCNs não lograram êxito em se firmar como um documento normativo para a Educação Básica, podendo ser apontadas como causas disto o fato destes não serem obrigatórios e por eles terem sido elaborados e instituídos sob muitas críticas, especialmente, as advindas dos educadores. (Branco *et al.* 2019, p. 160)

Mesmo diante deste catastrófico cenário, a BNCC representa um documento importante na educação brasileira, pois como já descrito, configura-se como lei a ser cumprida pelos educadores. Neste sentido, cabe aos pesquisadores, gestores e professores, encontrar meios para colocá-la em prática, de modo que o ensino seja ofertado em sua plenitude, promovendo o desenvolvimento dos alunos por meio da apropriação do conhecimento científico.

Logo, a abordagem das tendências curriculares nesta pesquisa tem por objetivo a análise de documento curricular nacional no que se refere à proposição da Resolução de problemas e, juntamente com a análise teórica realizada, possibilitar à comunidade escolar, perspectivas de pensar o desenvolvimento dessa temática na busca de uma educação qualificada.

5.2. Base Nacional Comum Curricular e a educação brasileira da atualidade

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi aprovada pelo Conselho Nacional de Educação – CNE no ano de 2017, sendo implementada nas escolas de Educação Básica e Ensino Fundamental de todo o país a partir de 2018. Este documento destina-se à organização curricular nacional que contempla as seguintes etapas da Educação Básica: Educação Infantil,

Ensino fundamental e Ensino Médio.

Sob força de lei, prevista no artigo da Constituição de 88 e da LBD de, possui caráter normativo, diferindo dos Parâmetros Curriculares Nacionais que até então, regulamentava as práticas pedagógicas da educação brasileira.

A análise proposta na pesquisa refere-se à disciplina Matemática especificamente, nos cinco primeiros anos dessa fase.

A Base Nacional Comum Curricular conceitua letramento matemático, “como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (Brasil, 2017 p. 264). De acordo com a BNCC, estão previstas oito Competências específicas para o ensino o da Matemática. Alguns elementos se direcionam especificamente à prática de resolução de problemas (Brasil, 2017, p. 267, grifo do autor).

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e **resolver problemas cotidianos**, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Para fins de reflexão, a prática de Resolução de problemas é abordada nos PCNs de maneira mais expressiva, em detrimento à BNCC. Mas, este documento norteador não exige a incumbência didática de abordar a temática em estudo. Nesse sentido a BNCC propõe um trabalho com a Resolução de problemas como uma das macros competências para o desenvolvimento do letramento matemático.

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2017 p. 264).

Nessas competências, a resolução de situações-problemas de diversas naturezas, presentes em contextos variados, devem ser pensadas de uma forma que seja possível a expressão delas através de diferentes registros, linguagens e recursos da tecnologia. Levar o estudante a pensar em ações que envolvem a Matemática também fora da escola. Este trabalho terá relevância se o professor propuser ações voltadas ao interesse do aluno e que provocará mudanças em seu cotidiano, mobilizando-o. Nesse sentido, o professor deverá estar preparado, através do planejamento de ações didáticas, atendo às demandas da turma, de acordo com suas características e da comunidade que o cerca.

Ações que proporcionam aproximação do saber através da dedução, questionamento e construção através de um comportamento crítico. Isso pode representar a síntese da estrutura cognitiva característica desta área de conhecimento. O ato de investigar auxiliará o aluno na compreensão de determinados procedimentos que envolvem algoritmos e técnicas operatórias convencionais, ou seja, entender qual o caminho percorrido até que se chegue ao resultado de uma determinada situação matemática. Essas competências, especificamente, orientam o trabalho docente voltado na oferta de leitura de dados das diferentes mídias, com os mais diversos recursos de comunicação, com dados quantitativos e análises desses dados e, até mesmo, pesquisas sobre temas de interesse dos estudantes ou que os motivem a investigar.

5.2.1 Base Nacional Comum Curricular: estrutura e organização

Os conteúdos a serem desenvolvidos pelos alunos estão expressos na BNCC por meio

de unidades temáticas que organiza o componente curricular de matemática. As unidades temáticas são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Houve alterações na nomenclatura, porém os campos da matemática permaneceram exceto Álgebra. Para as escolas, esta unidade temática representa preocupação, pois a concepção é de que a proposição de atividades seja expressa através da busca pelo resultado de incógnitas. Contrariamente a esta ideia, a álgebra na BNCC

tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos (Brasil, 2017, p. 266).

Quadro 12— O trabalho com a unidade temática Álgebra proposto pela BNCC

Construção de sequências segundo uma determinada regra de formação.	Regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas.	Sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes	Representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados, sem a utilização de letras.
Veja a sequência abaixo e responda:  Qual o próximo elemento desta sequência?	Observe a sequência numérica: 30 – 60 - 90- 120- O próximo número desta sequência é_____.	Veja esta sequência numérica: 55- 60- 65- -75 O número que completa esta _____ sequência é o _____.	Veja a operação abaixo $5 + 2 = 6 +$  De acordo com a sentença matemática, o triângulo pode ser substituído pelo número_____. Logo: $5 + 2 = 6 + 1$

Fonte: Adaptado pela autora com base em (Brasil, 2017, p. 266).

Na última proposta de atividade, o aluno possui apenas uma possibilidade de resposta. Logo, apenas o número 1 adicionado ao número 6 resulta em 7, representado pela operação $5 + 2$. A estrutura da atividade é regida pelas propriedades da igualdade.

Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três) (Brasil, 2017, p. 266).

A unidade temática álgebra merece uma atenção maior nas discussões aqui apresentadas, pois representa temática pouco explorado nos anos iniciais. Logo, é possível considerar como positiva a introdução desta temática nesta etapa da Educação Básica. De acordo com a BNCC, explorar conceitos expressos pela Álgebra contribui para o “o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações” (Brasil, 2017, p. 266).

Além das unidades temáticas presentes na Base Nacional Comum Curricular, este documento também apresenta objetos de conhecimento, caracterizados como a descrição dos conteúdos e habilidades, propostas para cada ano.

Dando continuidade aos elementos que estruturam a BNCC, os **objetos de conhecimento** caracterizam-se pelos conteúdos, conceitos e processos abordados nas habilidades, como mostra o quadro abaixo:

Quadro 13— Organização dos conteúdos programáticos de acordo com a BNCC

Objeto de conhecimento	Habilidade
Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades	Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental

Fonte: (Brasil, 2017, p. 282, 283).

De acordo com a BNCC (2018, p. 29), “as habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares”.

A BNCC apresenta a unidade temática *Números*, tendo como finalidade desenvolver o pensamento numérico, “que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades” (Brasil, 2017, p. 270).

No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações.

As aprendizagens de Álgebra e de Números, Geometria e Probabilidade e estatística, são favoráveis ao desenvolvimento computacional dos alunos quando fizeram a tradução de numa situação dada em diversas linguagens, como “transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa” (Brasil, 2017, p. 273).

A apropriação dos conteúdos e habilidades da *Geometria* “envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (Brasil, 2017, p. 273). Logo, esta temática envolve o estudo de “posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos” (Brasil, 2017, p. 273).

Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a unidade temática Geometria propõe o estudo de pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos. No que diz respeito às formas, os estudos devem estar voltados às características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais e associação de figuras às suas planificações. Ações que propiciem a classificação e nomeação dos polígonos, bem como análise de seus atributos (vértices, faces e arestas) também estão previstas para esta etapa da Educação Básica, além do estudo da simetria.

A unidade temática *Grandezas e medidas* propõe o estudo das medidas e das relações entre elas. Para os anos iniciais, a resolução de problemas deve ser proposta a partir de situações cotidianas envolvendo as dimensões de grandezas (comprimento, massa, tempo, temperatura, área (de triângulos e retângulos) e capacidade e volume (de sólidos formados por blocos retangulares) sem a utilização de fórmulas e sim comparações entre as unidades de medidas usuais. Situações que abordam o sistema monetário brasileiro também devem ser contempladas através da proposição de situações problema envolvendo a temática.

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número. Além disso, devem resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento, (...), recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais. (Brasil, 2017, p. 275)

A unidade temática *Probabilidade e estatística* relacionada à incerteza e trabalho com dados devem ser explorados em sala de aula a partir de problemas que envolvam situações da

vida cotidiana. O trabalho com a matemática no âmbito escolar deve favorecer práticas que levem o aluno a formular, empregar, interpretar e avaliar e não somente reproduzir procedimentos de cálculos numa situação-problema apresentada, envolvendo apenas a aplicação de métodos com algoritmos. Logo:

algumas das habilidades formuladas começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos (Brasil, 2017, p. 277).

É importante que o professor ofereça ao aluno a realização de atividades que permitam a articulação entre esses campos de atuação, onde conceitos devem ser explorados através da investigação, deduções, verificação e em seguida, sistematização de técnicas operatórias:

Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental (Brasil, 2017, p. 266).

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação e de desenvolvimento de projetos podem ser citados como eixo principal da atividade matemática, sendo estes processos, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental.

O documento organiza-se a partir de unidades temáticas e delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades, que ao longo dos anos, são aprofundadas. Orienta-se que as habilidades não devem ser trabalhadas de maneira isolada e fragmentada. Apesar da organização por ano, cabe ao professor, oferecer aos alunos o que necessitam e o que desejam aprender.

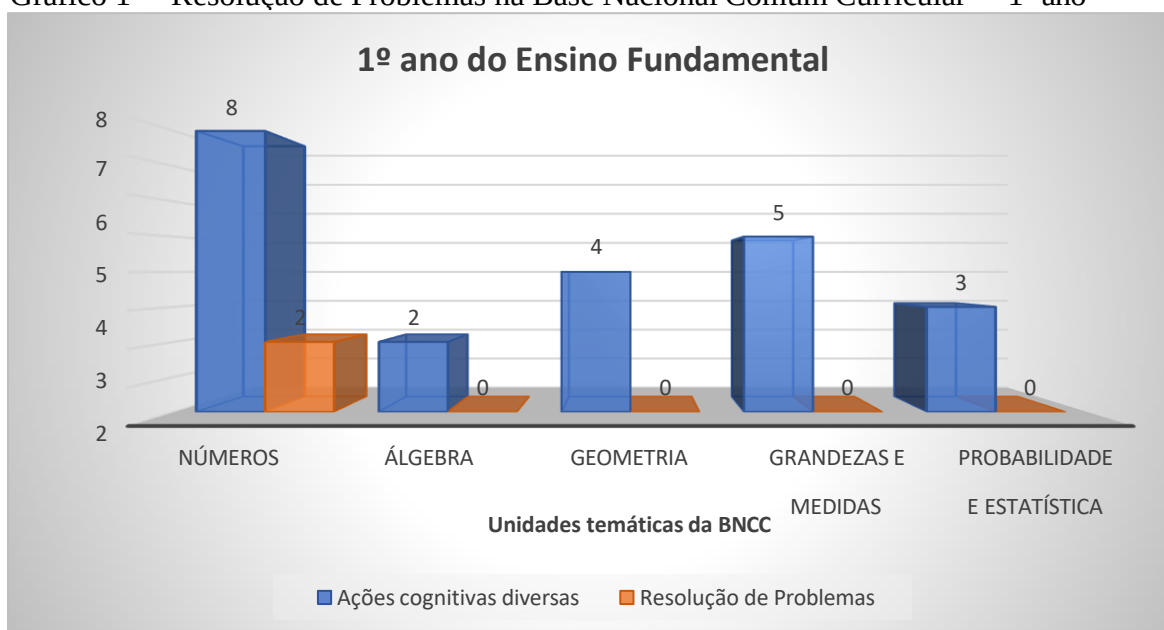
5.2.2 Base Nacional Comum Curricular e a Resolução de Problemas

A resolução de problemas se mostra como destaque na BNCC, conforme descrição abaixo:

No Ensino Fundamenta- Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática e que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados (Brasil, 2017, p. 268)

Diante da magnitude expressa por este documento, é importante uma investigação de caráter crítico em relação aos conteúdos inerentes à Resolução de Problemas. Para isso, será realizada uma explanação da manifestação desta prática pedagógica proposta para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Gráfico 1— Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular —1º ano



Fonte: Adaptado com base em (Brasil, 2017).

Para o 1º ano desta etapa de ensino, estão previstas as seguintes habilidades que contemplam o tema em estudo.

O gráfico mostra que a prática de Resolução de Problemas prevista para o 1º ano do Ensino Fundamental é enfatizada, apenas, na unidade temática Números. Logo, é possível refletir que essa atividade possui relevância nas ações mentais realizadas pelos alunos, sendo importante o manejo com essas atividades nas demais unidades temáticas também, abrangendo outros conhecimentos matemáticos e não só a manipulação de conceitos que envolvem a estrutura do Sistema de Numeração Decimal e operações básicas. Propor aos alunos momentos de reflexão por meio de situações matemáticas a partir do espaço em que estão inseridas, medidas e análise de eventos aleatórios e pesquisas de diversas naturezas, contribuem para o desenvolvimento do aluno em sua totalidade.

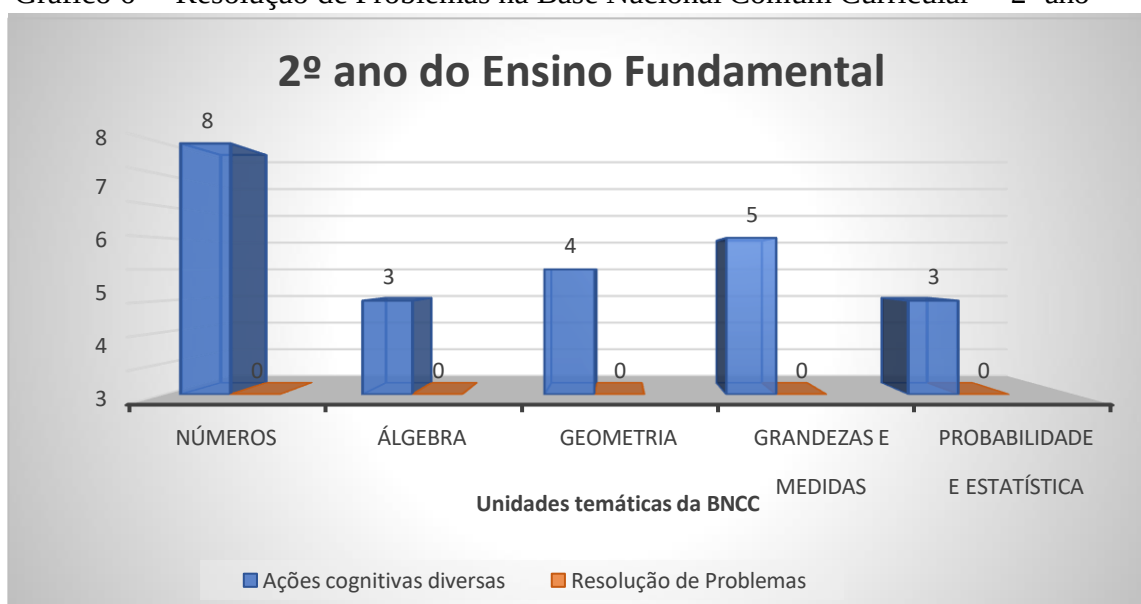
Em Números, estão previstas as seguintes habilidades que contemplam a Resolução de problemas (Brasil, 2017, p. 275):

- Construir fatos básicos da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas.
- Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

Para este público são propostas atividades que envolvem as ações de resolver e elaborar problemas. Esta segunda ação cognitiva não se configura como prática comum nas aulas de matemática. Aos alunos são propostas situações matemáticas e elaborar problemas deve ser incentivado, com o auxílio do professor. Há ainda proposições didáticas que envolvem as ideias da adição e subtração com números de duas ordens de grandezas, ou seja, até a ordem das dezenas. Logo, cabe ao aluno a compreensão da comanda, identificando diferentes ideias:

- ✓ *Juntar*: Jorge e Pedro são irmãos. Jorge tem 20 bolinhas de gude e Pedro tem 30. Quantas bolinhas os dois têm juntos? (ideia de juntar – contagem do início)
- ✓ *Acrescentar*: Guilherme tinha 17 figurinhas e ganhou mais 15 figuras do seu pai. Com quantas figurinhas ficou? (ideia de acrescentar – contagem começando dos 17)
- ✓ *Retirar*: Prática de retirar uma quantidade de outra. Exemplo: Luana encheu bexigas coloridas e amarrou-as formando um feixe. No total havia 19 bexigas. Depois ela retirou as 4 bexigas para dar a seu filho. Quantas bexigas restaram no feixe?

Gráfico 6 —Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular —2º ano



Fonte: Adaptado com base em (Brasil, 2017).

Para o 2º ano do Ensino Fundamental, o gráfico mostra a mesma situação ocorrida no ano anterior. Não há a proposta de nenhuma habilidade que envolve a Resolução de problemas nas unidades temáticas, exceto Números. A proposta do trabalho com problemas está expressa a partir das seguintes habilidades. (Brasil, 2017, p.279)

- Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.
- Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.

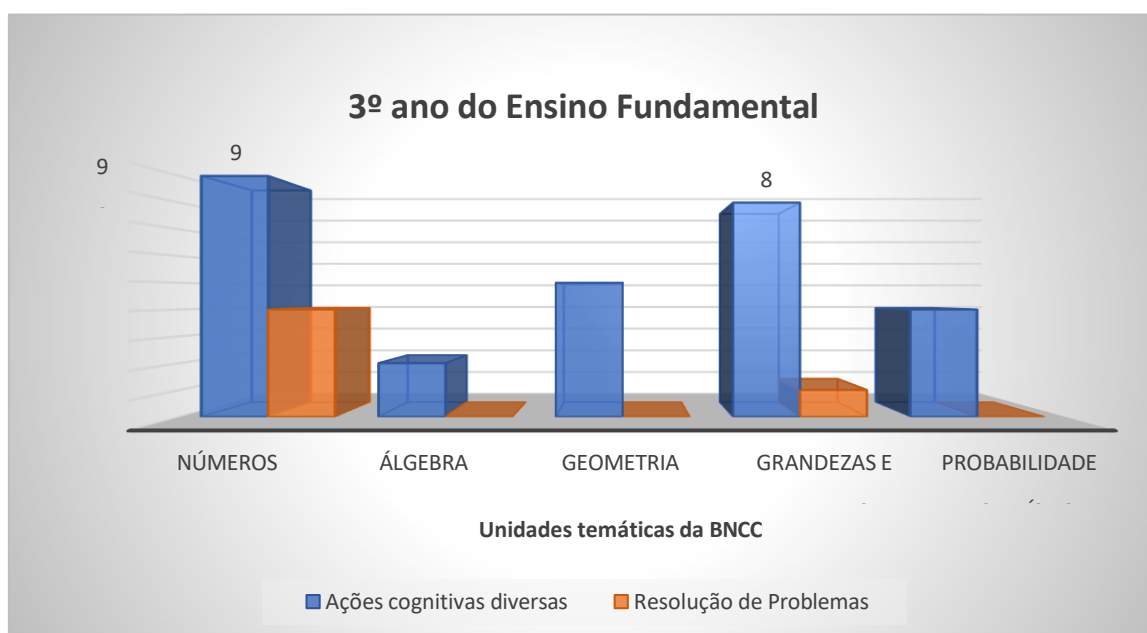
As ações descritas permitem a criação a utilização de estratégias pessoais a partir de números compostos por três ordens de grandeza, o que supõe a compreensão das dessas ordens e seus valores (unidade, dezena e centena). Vale ressaltar ação didática voltada a utilização de estratégias e registros pessoais, sem a prescrição de técnicas operatórias convencionais.

Há ainda, o trabalho com conceitos que envolvem a multiplicação por meio da exploração das ideias de:

- ✓ Adição de parcelas iguais: $5+5+5+5 = 4 \times 5 = 20$.
- ✓ Dobro: adicionar 2 vezes.
- ✓ Metade: dividir ao meio.
- ✓ Triplo: adicionar 3 vezes.
- ✓ Terça parte: repartir em 3 partes.

Em relação ao ano anterior, a proposta de Resolução de Problemas se restringe à unidade temática Números, porém já há uma ampliação de situações matemáticas a partir de Grandezas e Medidas.

Gráfico 11— Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular— 3º ano



Fonte: Adaptado com base em (Brasil, 2017).

A descrição das habilidades para esse ano são as seguintes (Brasil, 2017, p. 283):

- Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.
- Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.
- Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros.
- Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais

Nessas habilidades também estão propostas as ideias de:

- ✓ *Comparar*: Jonas tem 25 figurinhas e Paulo, 16. Quantas figurinhas Jonas tem a mais do que Paulo?
- ✓ *Completar quantidades*: "quanto falta para...". "Lua tem 8 amigos e resolveu fazer um desenho para cada um deles. Se ela já fez 6 desenhos quantos ainda terá que fazer?"
- ✓ *Adição de parcelas iguais*: Jonas tem 3 caixas com 5 carrinhos em cada uma. Quantos carrinhos ele tem = $5+5+5$ ou 3×5
- ✓ *Elementos apresentados em disposição retangular*: João arrumou as

cadeiras para a festa. Fez 3 fileiras e em cada fileira colocou 4 cadeias. Quantas cadeiras ele arrumou? 3×4

✓ *Divisão de um número natural por outro -Repartição equitativa:* a ação de repartir se encontra em situações nas quais é conhecido o número de grupos que deve ser formado com um certo total de objetos, e é preciso determinar a quantidade de objetos de cada grupo. 12 lápis precisam ser separados em 4 subconjuntos iguais. Quantos lápis haverá em cada subconjunto?

✓ *Medida:* situações nas quais é preciso saber quantos grupos podemos formar com um certo total de objetos, sendo conhecida a quantidade que cada grupo deve ter. 12 lápis serão separados em subconjuntos de 3 lápis cada um. Quantos conjuntos serão feitos

De acordo com a unidade temática Grandezas e medidas, está prevista a seguinte habilidade (Brasil, 2017, p. 285):

- Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca.

Nesta habilidade, ao aluno é proposto a operação das relações estabelecidas entre cédulas e moedas em situações do cotidiano de preferência, situações do cotidiano a fim de significar as atividades. Nos dias atuais, há um comprometimento deste trabalho tendo em vista a ausência de cédulas e moedas em situações diárias, devido ao uso de pagamento eletrônico. Crianças que vivenciam situações de compra, mesmo que com pequenos valores, conseguem compreender melhor esses conceitos. Em sala de aula, é recomendável a proposta didática do Mercadinho, para que o aluno possa participar de momentos de compra, mesmo que de maneira fictícia.

Na unidade temática Probabilidade e estatística, há a proposição de apenas uma habilidade (Brasil, 2017, p.287):

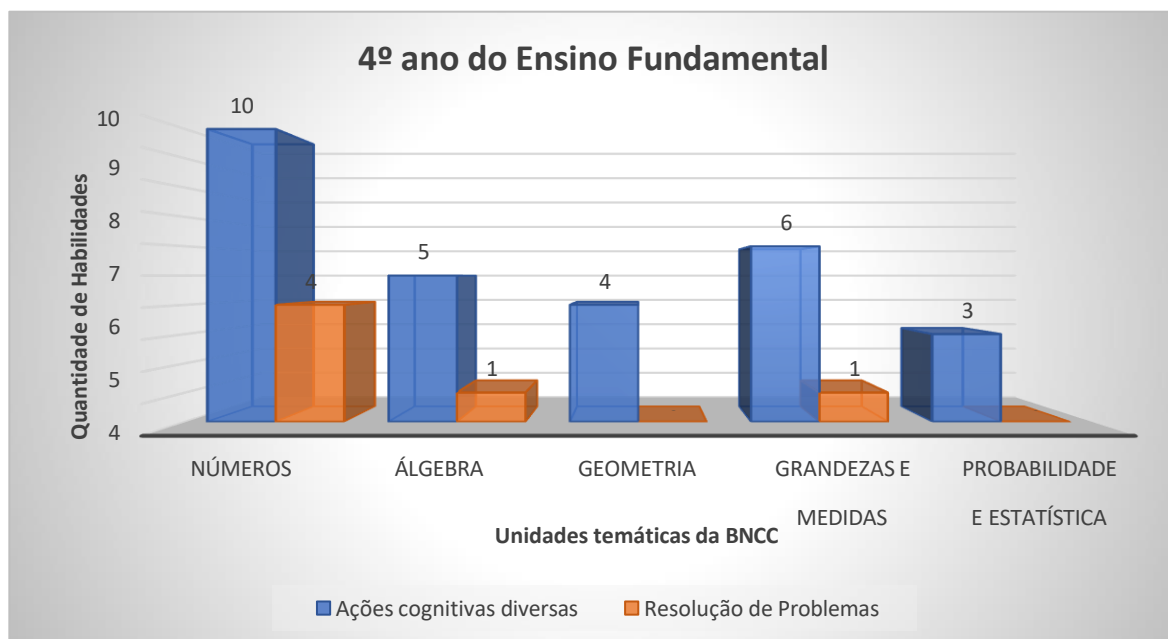
- Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas.

Espera-se que o aluno leia e compreenda as ações propostas em situações matemáticas em que estão propostas a análise de dados em gráficos e tabelas. Nesse ciclo é o primeiro momento em que se prevê a manipulação deste conteúdo.

Para o 4º ano do Ensino Fundamental, é proposto pela primeira vez a resoluções de problemas dentro da unidade temática álgebra, conforme mostra o gráfico abaixo. Mantem-se a proposta para Grandezas e medidas, porém prevalece apenas uma habilidade. Esses dados mostram que o trabalho com temática para os demais campos da matemática deve ser explorado, pois envolvem diversas ações mentais que contribuem para a aprendizagem

dos alunos e conseqüentemente, seu desenvolvimento.

Gráfico 16— Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular — 4º ano



Fonte: Adaptado com base em (Brasil, 2017).

As habilidades descritas referem-se a análise de informações expressas em tabelas e gráficos (Brasil, 2017, p. 287):

- Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
- Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
- Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

Os conceitos matemáticos envolvidos nessas habilidades mantêm os conteúdos de adição e subtração, restringindo ao campo numérico dos números naturais. Nessa fase de escolarização, espera-se que o aluno já tenha apropriado de estratégias que envolvem técnicas

operatórias. Porém é comum alguns alunos apresentarem dificuldades nessas atividades e nesses casos, as estratégias pessoais são importantes. Nas habilidades descritas estão expressas as ações que envolvem as ideias da multiplicação com repetição das ideias previstas no ano anterior, porém agora com a exploração dos significados de:

✓ Proporcionalidade: (dobro, triplo etc.) Carol leu seis livros da biblioteca. Mara leu o dobro. Quanto livro Mara leu?

✓ Combinatória: Ana tem 5 saias e 3 camisetas. De quantas maneiras diferentes ela pode se arrumar?

Logo, nesta etapa, espera-se que os alunos já tenham consolidado nos anos anteriores, a fim de ampliar o repertório matemático. Neste contexto, é comum a incidência de alunos com lacunas na aprendizagem, o que compromete a apropriação desses novos conceitos. É neste cenário que ações reparadoras devem ser pensadas, por meio da oferta do ensino por meio da equidade.

A unidade temática Álgebra é apresentada para essa turma por meio da seguinte habilidade: (Brasil, 2017, p.287)

- Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.

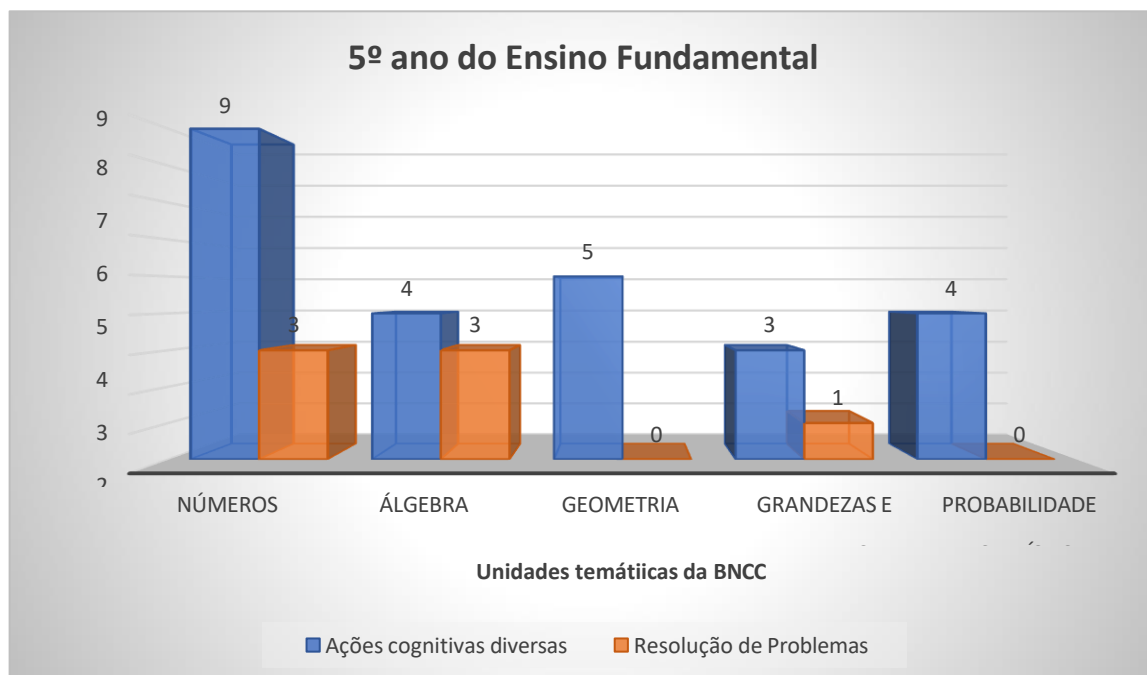
Já em Grandezas e Medidas, a seguinte habilidade prevê, conforme (Brasil, 2017, p. 289):

- Resolver e elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável.

Esta habilidade envolve o manuseio de conceitos do sistema monetário, abrangendo conteúdos atitudinais.

No último ano dos anos iniciais, as habilidades se equiparam nas unidades temáticas Números e Álgebra. Logo, elas não se ampliam nos demais campos matemáticos, sem a manifestação em Geometria e Probabilidade e estatística. Por se configurar como encerramento deste ciclo, as habilidades de Resolução de Problemas seriam importantes em todas as unidades temáticas, a fim de proporcionar um trabalho em sua totalidade.

Gráfico 21 —Resolução de Problemas na Base Nacional Comum Curricular — 5º ano



Fonte: Adaptado com base em (Brasil, 2017).

A seguir, estão descritas as habilidades previstas para o 5º ano do Ensino Fundamental referente a temática (Brasil, 2017, p. 291):

- Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
- Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
- Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

Os números racionais aparecem por meio de situações matemáticas pela primeira vez. Diante da complexidade desse conteúdo, ressalta-se a atenção no trabalho didático, pois ao aluno é esperado que compreenda a comanda e domine as estratégias de resolução.

A análise combinatória também se manifesta como conteúdo a ser apropriado pelos alunos. Recomenda-se o trabalho didático por meio de diagramas, a fim da identificação das

combinações prevista na situação matemática.

Unidade temática Álgebra (Brasil, 2017, p. 291):

- Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
- Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.
- Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

A expressão “termo desconhecido” pode ser representado por símbolos diversos e não necessariamente uma letra, conforme apresentado na tradição escolar ao inserir atividades com álgebra. São exploradas também, as ideias de:

- ✓ Variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas: quando um aumento na medida da primeira gera um aumento na medida da segunda. Exemplo: Velocidade e distância
- ✓ Ideia de razão: comparação entre dois números por meio de uma divisão. Ex.: razão entre a e b .

Unidade temática Grandezas e medidas (Brasil, 2017, p. 293):

- Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

Mais do que identificar as diferentes grandezas utilizadas para a medição de materiais diversas, ao aluno são propostas atividades que envolvem a transformação de medidas. Nessas atividades, os alunos precisam se apropriar dos conhecimentos que envolvem valores padronizados: $1\text{ kg} = 1000\text{ g}$, por exemplo. São nessas atividades que os alunos apresentam maiores dificuldades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após as reflexões apresentadas neste estudo centramos a nossa atenção na reflexão sobre a literatura produzida no que se refere à prática de Resolução de problemas, bem como o

movimento didático supostamente adequado para a compreensão e resolução de situações matemáticas com o objetivo de promover a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos. Atentamos também às tentativas de reorganização curricular e de renovação dos programas de ensino de Matemática em contexto nacional. Concernente a isso, os pressupostos de encaminhamento teórico-metodológico necessários para desenvolvimento da capacidade de compreensão e apropriação de ideias matemáticas.

Sendo assim, o docente se encontra diante de diversas incógnitas quanto ao processo de aprendizagem, para a solução desta tarefa: Quais os caminhos a serem percorridos para a resolução satisfatória de um problema matemático? Como proceder pedagogicamente diante das atividades desta natureza a serem realizadas? O que se espera deste processo complexo e importante para o desenvolvimento humano é o êxito do aluno perante as atividades propostas.

Neste processo, o professor se mostra como mediador e incentivador que, em situações planejadas, auxilia o aluno de maneira coletiva com os demais alunos, com vistas à organização do pensamento a fim atingir o objetivo proposto.

De fato, esta concepção de mediação pedagógica, precipuamente centrada na comunicação docente, tem sido discutida ante estudos científicos que privilegiam o aluno com um ser único, social, autônomo e como sujeito de saberes, com capacidade de escolha na tomada de decisões. Na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, em sua vertente desenvolvimental, a despeito da relevância da fala professoral, compreende-se que a mediação pedagógica se efetiva mediante instrumentos e signos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem:

Destacamos, portanto, a necessidade de se compreender a mediação no processo de ensino para além de relação interpessoal ou presença corpórea entre professor e aluno. O essencial é a ação sobre e com objetos específicos – os elementos mediadores, que podem ser representados pelos conteúdos -, que realmente devem ser o foco da práxis pedagógica, acompanhado da forma que esse conteúdo estará organizado para o ensino para que se torne próprio ao aluno (Gladcheff et al, 2022, p. 39).

Desse modo, compreende-se que para a Teoria Histórico-Cultural a mediação é uma interconexão entre a dimensão objetiva e a dimensão subjetiva, uma articulação necessária entre a atividade e a consciência humana, a qual, ao provocar transformações, promove o desenvolvimento. Trata-se, portanto, de constructo determinante para a aprendizagem, uma ação organizada de modo intencional, para reorganização e recriação da realidade objetiva.

O propósito da análise realizada na pesquisa de Davidov e seus colaboradores esteve centrado na reflexão sobre os pressupostos da Teoria Histórico - Cultural sobre a Resolução de Problemas que envolvem as operações de adição e subtração. Diante desta ação, temos como

resultado a necessidade da proposição de atividades que favoreçam as ações mentais envolvidas na manipulação de conceitos, com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes. Sendo assim, “a proposição do sistema Elkonin-Davydov-Repkin afilia-se aos pressupostos do ensino desenvolvimental, preconizados pela Psicologia Pedagógica de base teórica Histórico-Cultural, tendo como matriz, o materialismo histórico e dialético” (Mane, 2021, p.117). Nesta perspectiva, os estudos realizados neste texto apresentaram a organização dos conteúdos propostos para o 1 ano do Ensino Fundamental por meio da articulação de conceitos relacionados aos elementos que compõem o campo da aritmética, geometria e Álgebra.

Assim:

as tarefas apresentam uma interligação entre as significações aritméticas, geométricas e algébricas, bem como explicitam o movimento universal, particular e singular, entre as significações que constituem o objeto da pesquisa. Também é verificado que no sistema Elkonin-Davídov-Repkin que suas tarefas são apresentadas, aos estudantes, de forma problematizada e articuladas uma das outras. Ou seja, em movimento, criando uma aprendizagem significativa por promover o desenvolvimento do pensamento teórico, que é um dos pressupostos para uma educação que se pretende desenvolvimental, assente na psicologia pedagógica, teoria que coloca no descobrimento de condições que melhor asseguram o desenvolvimento multilateral de uma personalidade harmônica (Davídov e Márkova, 1987, p. 332 apud Mame, 2021, p.178)

O homem cresce e se desenvolve no âmbito de múltiplas relações socioculturais, influenciando-as e sendo por elas modelado, um movimento no qual pode ocorrer, ou não, a apropriação do conhecimento historicamente construído. Nesse contexto, a escola representa-se como uma instituição formal responsável pela organização dos conteúdos que contemplam os conceitos científicos elaborados. Assim, ao adentrar neste espaço, o indivíduo passa a se deparar com este arcabouço de saberes que, planejado e intencionalmente organizado, deve promover o seu desenvolvimento.

Neste sentido, é importante destacar que:

Embora o sujeito possa se apropriar dos mais diferentes elementos da cultura humana de modo não intencional, não abrangente e não sistemático, de acordo com suas próprias necessidades e interesses, é no processo de educação escolar que se dá a apropriação de conhecimentos aliada à questão da intencionalidade social, o que justifica a importância da organização do ensino (Moura *et al.*, 2010, p. 213).

A proposta curricular brasileira se organiza através de práticas didáticas tradicionais, manifesta desde o início de escolarização do país, na qual a prevalência do pensamento empírico é notória. Os conceitos expressos nas atividades propostas no material do

PNLD privilegiam as ações que envolvem a reprodução de conceitos e a manifestação de estratégias de memorização do conteúdo.

Assim, consideramos importante tecer reflexões acerca da temática, pois as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos ainda se mostram sempre presentes. A rigor, a maioria dos estudantes somente consegue resolver os ditos problemas convencionais, ou seja, os exercícios de aplicação direta de operações elementares, procedimentos algorítmicos ou fórmulas pré-definidas. Ainda assim, como se constata em Brasil (2020), muito deles têm grande dificuldade na resolução.

Partimos da hipótese de que é a aprendizagem que orienta o desenvolvimento, de modo que as situações matemáticas devem ser solucionadas com base em mediação pedagógica de instrumentos e signos, para além da comunicação docente, deveras de valor inquestionável. É pela mediação crítico-reflexiva, partindo de algo que já se conhece, estabelecendo-se um processo dialógico, apresentando-se uma dada tese acerca da possibilidade de resolução, analisando sua coerência, questionando-a, ou mesmo negando-a, para finalmente consolidar uma síntese, é que se aprende a resolver uma dada situação matemática. A rigor, esse movimento dialético, tese-antítese-síntese, cerne do pensamento materialista dialético, se constitui na essência do pensamento teórico, ou seja, do processo de produção e apropriação de conhecimento científico.

Diante do exposto, é urgente a análise e reflexão acerca dos processos didáticos que ocorrem no ambiente escolar visando a aprendizagem e o desenvolvimento e como favorecer a apropriação de conceitos por meio de ações planejadas.

Não parece razoável nos conformarmos com a realidade da educação brasileira, ainda marcada fortemente pelo fracasso escolar de amplo contingente de estudantes, sendo necessário buscarmos soluções para esse problema com raízes históricas, consolidando-se progressivamente, desde o período de colonização, os processos de exclusão e desigualdade social. As intencionalidades para com a educação, em especial, relativamente à Matemática, sempre estiveram voltadas aos interesses dos mais favorecidos em detrimento à grande parcela da sociedade, caracterizada pela classe trabalhadora. Inegavelmente, a trajetória histórica da educação brasileira sempre reservou ensino propedêutico, de formação geral, para formar as elites dirigentes e, ensino aligeirado, travestido de técnico ou profissionalizante, para instrumentalizar as camadas populares para o mercado de trabalho.

Ao se ater a conteúdos matemáticos fechados em si mesmos, como se fossem independentes da realidade imediata, a escola organiza os conteúdos de uma forma excessivamente hierarquizada, definida pela estruturação lógica da Matemática, de certo modo

desconsiderando as vivências e experiências envolvidas no conjunto das possibilidades de aprendizagem dos alunos, constituindo, por vezes, um exemplário de desacertos:

Assim, por exemplo, as orientações sobre a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda são bastante desconhecidas; outras vezes a resolução de problemas tem sido incorporada como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação de aprendizagem, a partir de listagem de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução conhecidas pelos alunos (Brasil, 2000, p. 24).

Há muito que discorrer sobre o assunto, pois representa um grande paradigma frente às propostas curriculares vigentes e, principalmente sua manifestação em sala de aula. Análise e reflexão sobre a temática devem ser recorrentes no campo didático e acadêmico.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos – INEP. **Relatório Brasil no PISA**. Brasília, MEC/INEP, 2020. Disponível em: download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em: 14 jun. 2023.
- BRASIL, **Da escola para o mundo: Matemática: 1º ano/ obra coletiva**; editor responsável: Rodrigo Pessota. - - 1. ed. – São Paulo: Scipione. 2021.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/ Secretaria de Educação Fundamental. Versão impressa. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas**/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática** / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014. 72 p.
- BRANCO, Emerson Pereira; BRANCO, Alessandra Batista de Godoi; IWASSE, Lilian Fávaro Algrâncio; ZANATTA, Shalimar Calegari. **BNCC: a quem interessa o ensino de competências e habilidades?** Debates em Educação, [S. l.], v. 11, n. 25, p. 155–171, 2019. DOI: 10.28998/2175-6600.2019v11n25p155-171. Disponível em: <https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/7505>. Acesso em: 21 jul. 2024.
- CARDOSO, Márcia Regina Gonçalves; DE OLIVEIRA, Guilherme Saramago. **A resolução de problemas para o ensino de Matemática nos anos iniciais**. Cadernos da FUCAMP, v. 18, n. 36, 2019.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ªed. São Paulo: Ática, 1998.
- DANYLUK, Ocsana Sônia. **Alfabetização Matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil. Passo Fundo (RS): Ed. Universidade de Passo Fundo, 2015.
- DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación teórica y experimental**. Trad. Marta Shuare. Moscú: Editorial Progreso, 1988.
- DAVÝDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.
- DAVÍDOV, V. V. **Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo**. In: SHUARE, Marta (Org.) La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS. Moscú: Progreso, 1987, p.143-155.

DAVIDOV, V. V. Desenvolvimento psíquico da criança. In: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin –2021. Livro I, p. 175-190.

DAVÍDOV, V. V.; MÁRKOVA, A. **El desarrollo del pensamiento en la edad escolar**. In: SHUARE, Marta (Org.). La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS: Antología (p. 316-337). Moscú: Editorial Progreso, p. 316-337, 1987.

NIERO, Ágatha se Souza; DA ROSA, Josélia Euzébio. **O pensamento empírico obstaculiza o desenvolvimento do pensamento teórico? interpretações e possibilidades**. Olhares: Revista do Departamento de Educação da Unifesp, v. 11, n. 1, 2023.

DINIZ, Maria Ignez. **Os problemas convencionais nos livros didáticos**. In.: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 99-102

ELKONIN, Daniil B. **Questões psicológicas relativas à formação da atividade de estudo**. In:565w PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (org.). Teoria da atividade de estudo. Curitiba: Editora CRV, 2019b. p. 141-144.

FREIRE. Paulo. **Educação e mudança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. 17 ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1987. FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 2017.

FREITAS, Raquel A. Marra da Madeira. Formação de conceitos na aprendizagem escolar e atividade de estudo como forma básica para organização do ensino. **Educativa-Revista de Educação**, v. 19, n. 2, p. 388-418, 2016.

GAROFALO, J.; LESTER, F. **Metacognition, Cognitive Monitoring and Mathematical Performance**. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 16, n. 3, p. 163-176, 1985

GLADCHEFF, A. P.; MILANI, C. B. B.; ALVES, L. A. F.; SILVA, M. M. da; FRAGA, M.A. Mediação. In: OLIVEIRA, N. M.; PANOSSIAN, M. L. (orgs.). **Verbetes da Atividade Orientadora de Ensino**. Capivari de Baixo (SC): Editora Univinte, 2022

LIBÂNEO, José Carlos. **A Didática e a Aprendizagem do Pensar e do Aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davíдов**. Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, n. 27, p. 5-24, 2004.

LOPES, A. P. A. **A organização do Ensino de Psicologia da Educação em cursos de licenciatura**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2012. Disponível em: <http://www.ppe.uem.br/dissertacoes/2012/2012%20-%20Alda.pdf>. Acesso em: 23 ago. 2022.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MEDEIROS, Cleide Farias de. **Modelos mentais e metáforas na resolução de problemas matemáticos verbais**. Ciência & Educação (Bauru), v. 7, p. 209-234, 2001.

MORAES, Reginaldo C. **Neoliberalismo, de onde, para onde vai?** São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2001. 154 p.

MOURA, Manoel Oriosvaldo. et al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. (2010). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Líber.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni; NACARATO, Adair Mendes. **Trajetória e perspectiva para o ensino de Matemática nos anos iniciais**. Estudos Avançados, v. 32, n. 94, 2018, p.119-135.

PEDUZZI, Luiz Orlando de Quadro. **Sobre a resolução de problemas no ensino da física**. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 14, n. 3, p. 229-253, 1997.

PIROLA, Nelson Antonio; COSTA, Alberto Luiz Pereira da; BRITO, Andreia Aparecida da Silva. BATAGLIOTI, Charles Augusto; CARVALHO Daniel de; SPARVOLI, Deise Aparecida Peralta; ALONSO, Élen Patrícia; SILVA, Fernando Augusto Felipe Ferreira da; MARTINS, Gilberto Camaforte; GALETTI, Ivani Pereira; BELTRAME, Juliana Thais; PROENÇA, Marcelo Carlos de Proença. **Resolução de problemas com informações supérfluas: uma análise de desempenho dos alunos sob a ótica da teoria de Kutetskii**, In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 3., 2006, Águas de Lindóia, SP, p. 4-5.

POLYA, G. **How to Solve It**. Princeton: Princeton University Press, 1944.

POZO, J.(org.). **A Solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998

MAME, Osvaldo Augusto Chissonde. **O movimento universal, particular e singular existente entre as significações aritméticas, geométricas e algébricas: um estudo com enfoque no ensino fundamental** 2021. 187 f. Tese (Doutorado)- Educação Programa de Pós-graduação em Educação- PPGE, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", 2021.

NIERO, Ágatha de Souza; DA ROSA, Josélia Euzébio. O pensamento empírico obstaculiza o desenvolvimento do pensamento teórico? Interpretações e possibilidades. **Olhares: Revista do Departamento de Educação da Unifesp**, v. 11, n. 1, 2023.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Organização conceitual e escolarização**. In: OLIVEIRA, M. B.; OLIVEIRA, Marta Kohl de (orgs.). Investigações cognitivas: conceitos, linguagem e desenvolvimento. Porto Alegre: ArtMed., 1999, p.81-99.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

POZO, J.(org.). **A Solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ROSA, Josélia Euzébio da; DAMAZIO, Ademir; MATOS, Cristina Felipe de. 2017. **Princípios didáticos da teoria de Davýdov: uma reflexão sobre sua proposição para a interpretação de problemas matemáticos.** In: Fundamentos psicológicos e didáticos do ensino desenvolvimental. Brasil. Andréa Longarezi Maturano, Roberto Valdés Puentes organizadores. - Uberlândia, MG: EDUFU, 2017. 411 p.: il. (Biblioteca Psicopedagógica e Didática. Ensino Desenvolvimento; v 5).

ROCHA, Rosângela Marques Gobato; MIGUEL, José Carlos. **Resolução de Problemas na EJA: Desconstruindo paradigmas** In: MIGUEL, José Carlos; BERSI, Rodrigo Martins. **Educação de Jovens, Adultos e Idosos: questões teóricas, implicações práticas.** Editora Oficina Universitária, 2024, p. 279- 309.

SANCEVERINO, Adriana R. (2016). **Mediação pedagógica na educação de jovens e adultos: exigência existencial e política do diálogo como fundamento da prática.** Revista Brasileira de Educação, 21(65), 455–475. <https://doi.org/10.1590/S1413-24782016216524>

SAVIANI, Dermeval. **Histórias das ideias pedagógicas no Brasil.** 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2013. 474 p.

SFORNI, Marta Sueli de Faria; BELIERI, Cleber Mariano; BELETI JÚNIOR, Carlos Roberto. Implicações da análise do conteúdo de ensino em seu aspecto lógico-histórico para a definição de ações didáticas. **Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica.** Uberlândia, MG, v. 8, p. 1-26, e 2024-22. DOI: <http://doi.org/10.14393/OBv8.e2024-22>

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (org.) **Resolução de problemas nas aulas de matemática: o recurso da problemateca.** Porto Alegre: Penso, 2016.

VYGOTSKY, Lev Semionovitch. **A construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1995.

VIGOTSKI, Lev Semenovitch. **A construção do pensamento e da linguagem.** 2. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2001.