

Mario Rolando Rodríguez Cadalso

**Estudos de Crosstalk em Sensores Piezelétricos para
Aplicações em Sistemas de Monitoramento de
Integridade Estrutural.**

Ilha Solteira
2021

Mario Rolando Rodríguez Cadalso

**Estudos de Crosstalk em Sensores Piezelétricos com
Aplicações para Sistemas de Monitoramento de
Integridade Estrutural.**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Automação.

Prof. Dr. Jozué Vieira Filho
Orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

R696e Rodriguez Cadalso, Mario Rolando.
Estudos de crosstalk em sensores piezelétricos para aplicações em sistemas de monitoramento de integridade estrutural / Mario Rolando Rodriguez Cadalso. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2021
77 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2021

Orientador: Jozué Vieira Filho
Inclui bibliografia

1. Transdutores piezelétricos. 2. Crosstalk. 3. Modelo de linha de transmissão elétrica. 4. Monitoramento de integridade estrutural.


Raiane da Silva Santos

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Estudos de Crosstalk em Sensores Piezelétricos com Aplicações para Sistemas de Monitoramento de Integridade Estrutural

AUTOR: MARIO ROLANDO RODRIGUEZ CADALSO

ORIENTADOR: JOZUE VIEIRA FILHO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. JOZUE VIEIRA FILHO (Participação Virtual)
Coordenadoria Executiva / Câmpus Experimental de São João da Boa Vista - UNESP

Profa. Dra. SUELY CUNHA AMARO MANTOVANI (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof^ª. Dr^ª. ANNA DIVA PLASENCIA LOTUFO (Participação Virtual)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. MÁRIO ANDERSON DE OLIVEIRA (Participação Virtual)
Departamento de Eletro-eletrônica / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - IFMT

Prof. Dr. TONY INÁCIO DA SILVA (Participação Virtual)
Departamento de Eletro-eletrônica / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - IFMT

Ilha Solteira, 10 de junho de 2021

À minha mãe e pai Ibis e Walter

AGRADECIMENTOS

Muito especialmente, desejo agradecer :

- Ao meu orientador professor Doutor Jozue Filho Vieira, pela disponibilidade, atenção dispensada, paciência, dedicação e profissionalismo;
- Ao professor Doutor Nicolás Cortéz, pelas sugestões extremamente valiosas para este trabalho;
- O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001;
- Aos meus amigos e companheiros, em especial a Darwin, Lázaro e Ozi que de forma direta ou indireta me ajudaram;
- A minha mãe e meu pai por sempre me apoiarem no desafio do estudo contínuo.

“Nossa maior fraqueza está em desistir. O caminho
mais certo de vencer é tentar mais uma vez.”

Thomas Edison (1847-1931)

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma nova metodologia para a análise do crosstalk em matrizes de transdutores piezelétricos usando um simples modelo de linha de transmissão elétrica. A metodologia proposta utiliza uma analogia entre uma linha de transmissão elétrica e um transdutor piezelétrico. A base teórica da técnica proposta é o uso da impedância eletromecânica de um transdutor piezelétrico como um parâmetro para modelar matrizes de transdutores piezelétricos como linhas de transmissão acopladas. Portanto, os valores próprios de uma matriz de impedância eletromecânica acoplada modelada como linhas de transmissão à multicondutores são obtidos e estão disponíveis para serem empregados em diferentes aplicações baseadas em sensores piezelétricos. Os valores próprios representam as transformações entre os transdutores piezelétricos acoplados originais e cada transdutor piezelétrico desacoplado. Especificamente, neste trabalho a metodologia proposta foi testada por meio da simulação de um sistema de monitoramento de integridade estrutural baseado na impedância eletromecânica. Tais simulações foram realizadas usando o software SPICE para prever crosstalk no domínio do tempo em um arranjo de transdutores piezelétricos. Exemplos numéricos foram realizados para simular danos estruturais e para avaliar a eficácia da metodologia proposta.

Palavras-chave: Transdutores piezelétricos. Crosstalk. Modelo de linha de transmissão elétrica. Monitoramento de integridade estrutural.

ABSTRACT

This work presents a methodology for studying the crosstalk effect in arrangements of piezoelectric transducers based on a multiconductor transmission lines model. The proposed methodology uses an analogy with a transmission line and piezoelectric transducer. The basic idea is to use the electromechanical impedance of a piezoelectric transducer as a parameter to model piezoelectric transducer arrangements as coupled transmission lines. Therefore, the eigenvalues of a coupled electromechanical impedance matrix modelled as coupled transmission lines are obtained and available to be used in different piezoelectric based applications. The eigenvalues represent the transformations with the original coupled piezoelectric transducers and each decoupled piezoelectric transducer. Specifically, in this work the proposed methodology was tested by simulating a Structural Health Monitoring system based on the electromechanical impedance. Such simulations were carried out using the software SPICE to predict crosstalk in time-domain for an arrangement of piezoelectric transducers. Numerical examples were carried out to simulate structural damages and to assess the effectiveness of proposed methodology.

Keywords: Piezoelectric transducers. Crosstalk. Model electrical transmission lines. Structural health monitoring.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Representação esquemática da conversão de energia no efeito piezelétrico.	18
Figura 2 -	Estrutura cristalina ideal de uma perovskita.	19
Figura 3 -	Modelo molecular do efeito piezelétrico: a- molécula não perturbada, b- molécula quando é aplicada uma força externa, c- moléculas polarizadas na superfície do material.	20
Figura 4 -	Material piezelétrico: a- fluxo de cargas livres quando é aplicada uma força externa b- condição de equilíbrio na ausência de polarização.	20
Figura 5 -	Deslocamento das cargas livres no material piezelétrico.	23
Figura 6 -	Propriedades elétricas, mecânicas e eletromecânicas de materiais piezelétricos.	23
Figura 7 -	Direções dos tensores das equações constitutivas.	25
Figura 8 -	Modos de vibração típicos de cerâmicas em forma de disco.	26
Figura 9 -	Modelo de transdutor piezelétrico em modo espessura.	27
Figura 10 -	Modelo elétrico de uma linha de transmissão.	28
Figura 11 -	Modelo elétrico - modo de vibração de espessura.	29
Figura 12 -	Modelo de transdutor piezelétrico em modo radial.	30
Figura 13 -	Modelo elétrico - modo de vibração radial.	30
Figura 14 -	Transdutores de PZT colados em uma estrutura melática.	31
Figura 15 -	Modelo eletromecânico do tipo massa-mola de um transdutor de PZT colado a uma estrutura.	32
Figura 16 -	Circuito para aproximar a impedância electromecânica.	33
Figura 17 -	Esquema para calcular a impedância mútua em matriz de n transdutores de PZT.	35
Figura 18 -	Esquema para calcular a impedância mútua entre 2 transdutores de PZT.	36

Figura 19 -	Implementação do método.	43
Figura 20 -	Exemplos de linha de transmissão elétrica com múltiplos condutores.	44
Figura 21 -	Modelo simplificado para uma linha de transmissão de duas fases e sem perdas.	46
Figura 22 -	Implementação do método de decomposição em meio homogêneo.	48
Figura 23 -	Modelo para desacoplar os transdutores PZT.	49
Figura 24 -	Circuito elétrico para o análises do PZT.	55
Figura 25 -	Módulo da impedância elétrica do PZT no ar.	55
Figura 26 -	Diagrama de fase da impedância elétrica do piezelétrico no ar.	56
Figura 27 -	Vista superior da estrutura.	56
Figura 28 -	Circuito elétrico do experimento.	57
Figura 29 -	Diagrama de módulo da EMI do piezelétrico.	58
Figura 30 -	Diagrama de fase da EMI do piezelétrico.	58
Figura 31 -	Diagrama de módulo da impedância mútua entre os piezelétricos.	58
Figura 32 -	Diagrama de fase da impedância mútua entre os piezelétricos.	59
Figura 33 -	Anotações no diagrama de módulo da impedância mútua entre os piezelétricos.	59
Figura 34 -	Sinal de entrada V_s .	60
Figura 35 -	Predição da resposta transitória da força induzida em Z_{b2} .	61
Figura 36 -	Predição da resposta transitória da velocidade da onda induzida em Z_{b2} .	61
Figura 37 -	Predição da resposta transitória da tensão V_o .	62
Figura 38 -	Sinal de entrada V_s .	62
Figura 39 -	Predição da resposta transitória da força induzida em Z_{b2} .	63
Figura 40 -	Predição da resposta transitória da velocidade da onda induzida em Z_{b2} .	63
Figura 41 -	Predição da resposta transitória da tensão V_o .	63

Figura 42 -	Função linear $R(w)$.	64
Figura 43 -	Simulação da localização dos danos na estrutura/PZT.	65
Figura 44 -	Representação esquemática da subdivisão do dano na estrutura.	65
Figura 45 -	Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 10 <i>mm</i> .	66
Figura 46 -	Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 30 <i>mm</i> .	66
Figura 47 -	Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 10 <i>mm</i> .	67
Figura 48 -	Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 30 <i>mm</i> .	67
Figura 49 -	Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 10 <i>mm</i> .	68
Figura 50 -	Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 30 <i>mm</i> .	69
Figura 51 -	Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 10 <i>mm</i> .	69
Figura 52 -	Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 30 <i>mm</i> .	70

ABREVIATURAS E ACRÔNIMOS

SHM Structural Health Monitoring – Monitoramento de integridade estrutural

PZT Pb-Lead Zirconate Titanate – Titanato zirconato de chumbo

MLT Multiconductor Transmission Lines – Linhas de transmissão à multicondutores

TDFD Time-Domain to Frequency-Domain – Conversão entre o domínio do tempo e o domínio da frequência

SPICE Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis – Simulação com ênfase em circuitos integrados

NDE Non Destructive Evaluation – Avaliação não destrutiva

EMI Electromechanical Impedance – Impedância eletromecânica

FRF Frequency Response Function – Função de resposta em frequência

FEM Finite Element Method – Método dos elementos finitos

TEM Transverse Electromagnetic – Transversal eletromagnética

PMMA Poly methyl methacrylate – Polimetilmetacrilato

RMSD Root Mean Square Deviation – Desvio da raiz média quadrática

MAPD Mean Absolute Percentage Derivation – Derivação da porcentagem média absoluta

SUMÁRIO

1	Introdução	14
2	Modelo de Transdutores Piezelétricos	18
2.1	Efeito Piezelétrico	18
2.1.1	Formulação matemática do efeito piezelétrico	21
2.1.2	Equações constitutivas lineares	24
2.2	Modelo matemático para o modo de vibração espessura	26
2.3	Modelo matemático do modo de vibração radial	30
2.4	Técnica da impedância eletromecânica	31
2.5	Impedância mútua	34
2.6	Métricas estatísticas para quantificação de danos	36
2.7	Conclusões parciais	37
3	Método Proposto baseado No Modelo de Linhas de Transmissão Acopladas	38
3.1	Linhas de Transmissão para Multicondutores	38
3.1.1	Método das características	39
3.1.2	Decomposição modal de linhas de transmissão	43
3.2	Modelo híbrido proposto para análise de matrizes de transdutores piezelétricos em estruturas	49
3.3	Metodologia para conformar matriz de impedância dos transdutores piezelétricos	51
3.4	Conclusões parciais	53
4	Simulações e Resultados	54
4.1	Estudos de casos	54

4.2	Conclusões parciais	71
5	Conclusões	72
	Referências	73

1 INTRODUÇÃO

O efeito piezelétrico é um fenômeno que ocorre em determinados cristais e foi descoberto pelos irmãos Piere e Jackes Curie em 1880, quando os mesmos estudavam a compressão em cristais de quartzo. Esses materiais sofrem deformações quando submetidos a tensões mecânicas e a campos elétricos. Em 1881, o físico Gabriel Lippmann, observou um fenômeno inverso nesses cristais, ou seja, a aplicação de um campo elétrico no material gera uma deformação do mesmo (LIPPMANN, 1881) (??). O cristal tende a vibrar em sua respectiva frequência de ressonância, que, por sua vez, é determinada pelas características físicas.

Além do cristal de quartzo, existem outros materiais naturais que possuem comportamentos similares, tais como a turmalina e o *Sal de Rochelle*. Os mesmos têm grande estabilidade ante mudanças ambientais ao longo do tempo, mas a amplitude dos sinais que podem produzir são muito pequenas. Também existem materiais sintéticos como titanato de bário $BaTiO_3$ e o titanato-zirconato de chumbo $Pb(TiZr)O_3$, (PZT - acrônimo inglês para *Pb-Lead Zirconate Titanate*), os quais não apresentam a mesma estabilidade mas o nível do sinal de saída é muito mais alto.

Existe uma variedade de métodos para modelar os materiais piezelétricos, tais como: o modelo de circuitos elétricos equivalentes, modelo de massa-mola, analogia térmica, elementos finitos, entre outros. No modelo de circuitos elétricos equivalentes, apresentados por (MASON, 1942; REDWOOD, 1961; LEACH, 1994), é possível analisar as partes acústica e elétrica do material piezelétrico. Destaca-se, nos circuitos propostos, o uso do modelo de linha de transmissão (GUILLEMIN, 1935). Nesses modelos estão incorporados aspectos relacionados às ondas eletromagnéticas, necessários para permitir analogias com a parte acústica (BALLATO, 2001).

Entre as principais aplicações dos materiais piezelétricos estão as máquinas de solda por ultrassom, sensores de vibração e sistemas de monitoramento de integridade estrutural (SHM - acrônimo inglês para *Structural Health Monitoring*) entre outras.

A técnica de SHM é um processo destinado a obter informação precisa sobre o funcionamento e condição da estrutura monitorada. A informação obtida é útil para planejar atividades de manutenção, verificar normas de segurança e melhorar a confiabilidade (CORTEZ; FILHO; BAPTISTA, 2014; SONS, 2007).

Diferentes técnicas utilizadas no desenvolvimento de sistemas de SHM têm origem nos métodos de avaliação não destrutiva (NDE - acrônimo inglês para *Non-Destructive Evaluation*). Entre as principais técnicas para NDE estão os raios *X*, ensaios por correntes de *Eddy*, modelos de medição por ultrassom e a técnica de impedância eletromecânica (EMI - acrônimo inglês para *Electromechanical Impedance*).

A técnicas de NDE com ultrassom estão baseadas na Função de Resposta em Frequência (FRF - acrônimo inglês para *Frequency Response Function*) ao usar ondas acústicas/elásticas de alta frequência, para avaliar a integridade da estrutura em teste (SCHMERR, 2016). Nos ensaios por correntes de *Eddy*, uma bobina circular que transporta corrente alternada é colocada na proximidade do material condutor em teste. Como resultado do campo magnético gerado na bobina aparecem as correntes de *Eddy* na estrutura monitorada. A técnica de EMI tem a capacidade de detectar danos internos a um custo relativamente baixo. Além disso, como utiliza a excitação de alta frequência, as vibrações causadas pelo ambiente externo, não terão uma influência significativa nos resultados obtidos segundo a técnica EMI.

Muitos sistemas e equipamentos usados para obtenção de imagens médicas e para avaliação não destrutiva de estruturas são baseados em matrizes de transdutores piezelétricos. No entanto, considerando a proximidade dos sensores, em muitos casos essas tensões induzidas se tornam interferências indesejadas, o que pode comprometer as aplicações.

De maneira genérica, uma interferência bastante comum nesses casos é denominada de *crosstalk*, que é gerada quando pelo menos dois sensores estão presentes no mesmo meio. Essa interferência é caracterizada pela presença de um sinal indesejado em um determinado sensor gerado por um outro. O *crosstalk* pode ser de natureza elétrica ou mecânica; é normalmente gerado por deficiências no isolamento entre os sensores, e a interferência é inversamente proporcional à distância entre eles. Nos casos específicos dos transdutores piezelétricos, a interferência elétrica pode ser indutiva ou capacitiva (Desilets; Fraser; Kino, 1978; Wojcik et al., 1996). A interferência por acoplamento indutivo faz com que a corrente do elemento piezelétrico perturbador induza uma corrente no outro elemento piezelétrico, afetando sua operação. Já a interferência por acoplamento capacitivo é representada por uma interação entre os campos elétricos dos dois elementos piezelétricos,

resultando em correntes elétricas de sentidos opostos no elemento perturbador. O *crosstalk* de natureza mecânica é provocado por deficiências no isolamento entre os transdutores que permite a transmissão de vibrações de um elemento para o outro, sendo afetado pelas dimensões físicas de cada transdutor.

Para resolver este problema, tem-se desenvolvido sistemas de medição e modelos para determinar se o fenômeno do *crosstalk* afeta o desempenho do transdutor piezelétrico que posteriormente afetará o diagnóstico e as medições. Diferentes soluções foram propostas para reduzir o *crosstalk*, em (BYBI et al., 2013) foi desenvolvida uma metodologia usando Método dos Elementos Finitos (FEM - acrônimo inglês para *Finite Element Method*) para obter o diagrama de radiação, levando em consideração as interações acústicas e mecânicas em uma matriz de transdutores piezelétricos.

Uma metodologia alternativa ao FEM, para o análise de estruturas, apresenta-se nos artigos (WILM et al., 2002; ORR et al., 2008). O método de *Plane Wave Expansion* (Método das Ondas Planas) possibilita obter informação sobre a capacidade dos materiais para guiar ondas. A estrutura do material é modelada segundo o emprego das series de *Fourier* e a resposta electro/mecânica baseada no teorema de *Bloch – Floquet*, com o objetivo de obter os modos de propagação e as velocidades de fase da onda.

Assim, neste trabalho é proposta uma metodologia para analisar o fenômeno de *crosstalk* em matrizes de transdutores piezelétricos, como uma alternativa as já existentes na literatura. O princípio do método consiste em utilizar circuitos elétricos equivalentes para modelar o funcionamento de cerâmicas piezelétricas do tipo PZT. Para isso, é realizada uma analogia entre a teoria do transdutor elétrico e a teoria de linhas de transmissão para multicondutores, baseado no modelamento do transdutor piezelétrico como uma linha de transmissão acústica.

A principal vantagem da proposta, em comparação a outras metodologias, está na forma simples de modelar as não linearidades dos transdutores piezelétricos e as propriedades do meio onde estão alocados. É proposta também uma alternativa para solucionar a equação de impedância elétrica do transdutor piezelétrico, fazendo-se uso da teoria apresentada por (LIANG; SUN; ROGERS, 1994), para o cálculo das tensões induzidas no transdutor piezelétrico. Até o momento uma busca bibliográfica mostra que esses resultados são inéditos.

A estrutura desse texto é organizada da seguinte forma:

- Capítulo 2. Apresenta-se o modelo de linha de transmissão para transdutores

piezelétricos, o embasamento teórico da técnica EMI e o conceito de impedância mútua aplicado a matrizes de transdutores piezelétricos.

- Capítulo 3. Apresenta-se uma nova metodologia para estimar as tensões induzidas em transdutores piezelétricos usando a teoria de linhas de transmissão para multicondutores, a técnica EMI e o conceito de impedância mútua e o método das características.
- Capítulo 4. Os resultados obtidos são analisados e discutidos, com o objetivo de validar a nova metodologia proposta.
- Capítulo 5. São apresentadas as conclusões, sugestões para pesquisas futuras e uma lista das bibliografias relacionadas diretamente ou indiretamente com o trabalho.

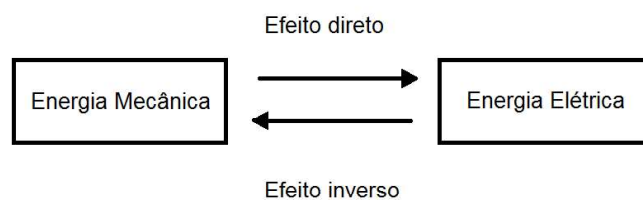
2 MODELO DE TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS

Neste capítulo apresentam-se a teoria e o equacionamento matemático dos transdutores piezelétricos modelados como linhas de transmissão elétrica para o modo de vibração de espessura. São apresentados também os conceitos de Impedância Electromecânica e Impedância Mútua que servem como embasamento teórico para o desenvolvimento do modelo híbrido proposto.

2.1 Efeito Piezelétrico

De uma forma geral, o efeito piezelétrico pode ser definido como a conversão de energia mecânica em energia elétrica (efeito direto) ou a conversão de energia elétrica em energia mecânica (efeito inverso). Na Figura 1, mostra-se uma representação esquemática desse fenômeno:

Figura 1 - Representação esquemática da conversão de energia no efeito piezelétrico.

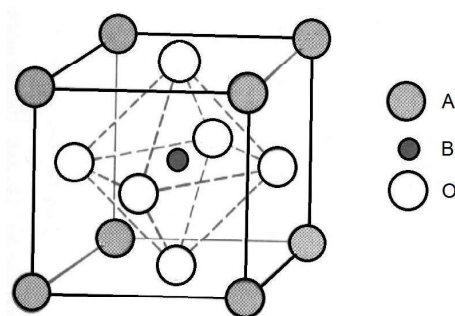


Fonte: Elaboração do próprio autor

Os elementos piezelétricos podem ser classificados como atuadores ou sensores dependendo do tipo de aplicação. Considera-se o elemento piezelétrico como atuador quando o mesmo tem a função de converter energia elétrica em energia mecânica, e o elemento piezelétrico como sensor quando a função é de converter energia mecânica em energia elétrica.

As cerâmicas piezelétricas, segundo sua composição química, podem ser representadas mediante a fórmula ABO_3 (estrutura cristalina do tipo *perovskita*). A estrutura aproximada que apresentam é de um cubo como mostrado na Figura 2, onde A são grandes íons positivos nos vértices, B é um pequeno íon positivo no centro do cubo e O são íons negativos de oxigênio no centro das faces do cubo. As cerâmicas com estrutura AB_2O_6 como o $PbNb_2O_6$, são de interesse porque possuem um ponto de *Curie* elevado ($\cong 570\text{ }^{\circ}\text{C}$) (GASPAROTTO et al., 2003). Na temperatura de *Curie* o movimento térmico produz mudanças na estrutura da cerâmica, levando a perda de suas propriedades ferroelétricas.

Figura 2 - Estrutura cristalina ideal de uma perovskita.

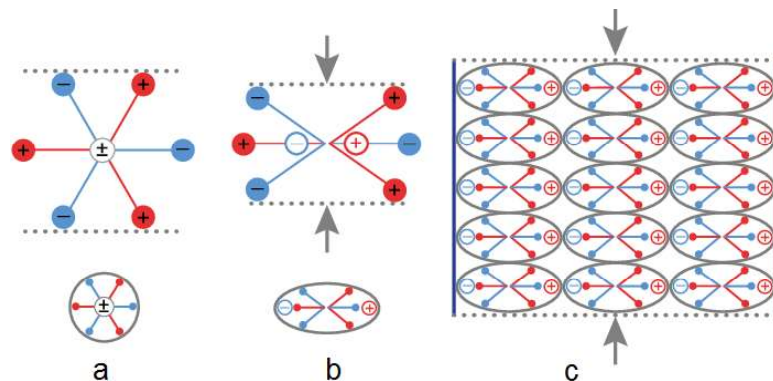


Fonte: Adaptado de (HIROSHITAKEUCHI; NAKAYA, 1986)

As cerâmicas piezelétricas são uma classe de materiais dielétricos que podem ser polarizados, por um campo elétrico e também pela aplicação de uma tensão mecânica. Esta propriedade exibida por alguns materiais dielétricos é chamada piezeletricidade. Os materiais piezelétricos podem ser classificados em polares, que possuem um momento dipolar não nulo, e não polares, onde os momentos dipolares somados em direções diferentes dão um momento total nulo (IVANOVA; KOLPAKOV, 2013). Na Figura 3 mostra-se o modelo molecular do fenômeno da piezeletricidade dos materiais quando os mesmos são deformados pela aplicação de uma força sobre o material. Numa condição de repouso, ou seja, na ausência de tensões mecânicas externas no material piezelétrico, os centros de gravidade das cargas positivas e das cargas negativas são coincidentes, o que gera um cancelamento de carga e, como consequência, moléculas eletricamente nulas, neste caso, o material se comporta como qualquer outro, como apresentado em Figura 3.a. Porém, quando é aplicada uma pressão sobre o material, a estrutura interna reticular é deformada, provocando separação dos centros de gravidade das cargas positivas e negativas, gerando dipolos elétricos, como mostrado na Figura 3.b. Os polos opostos no interior do material são mutuamente cancelados e uma distribuição de cargas aparece nas superfícies do material como mostra-se na Figura 3.c. Neste caso, o material piezelétrico está

polarizado e gera um campo elétrico, o que é denominado de efeito direto.

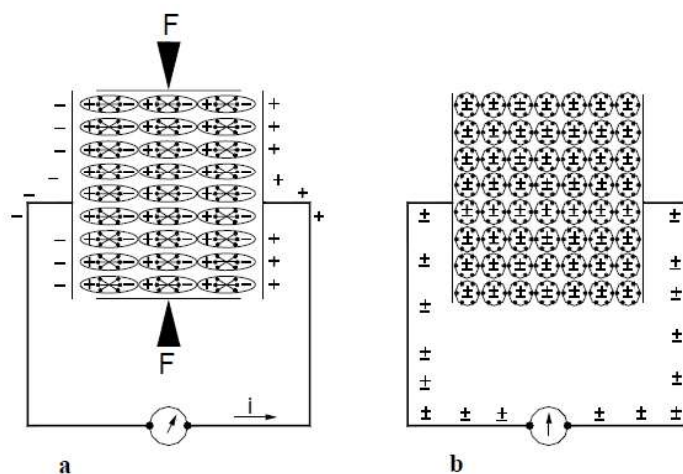
Figura 3 - Modelo molecular do efeito piezelétrico: a- molécula não perturbada, b- molécula quando é aplicada uma força externa, c- moléculas polarizadas na superfície do material.



Fonte: Adaptado de (VIVES; ARNAU, 2004)

Mostra-se na Figura 4 um circuito elétrico composto por um material piezelétrico com duas placas de metal coladas na superfície das faces, fazendo a função de eletrodos, e um galvanômetro. Quando aplica-se uma força no material piezelétrico se produz uma polarização das moléculas na superfície do material, gerando um campo elétrico e um movimento de cargas livres nos condutores do circuito, até que o efeito de polarização seja neutralizado. O processo inverso de despolarização do material piezelétrico acontece se a força deixar de ser exercida, chegando-se novamente ao estado de equilíbrio inicial.

Figura 4 - Material piezelétrico: a- fluxo de cargas livres quando é aplicada uma força externa b- condição de equilíbrio na ausência de polarização.



Fonte: Adaptado de (VIVES; ARNAU, 2004)

2.1.1 Formulação matemática do efeito piezelétrico

O fenômeno da piezeletricidade produz variações nas propriedades físicas das cerâmicas piezelétricas como as constantes elásticas, constantes dielétricas, estresse interno e deslocamento elétrico (VIVES; ARNAU, 2004). Os trabalhos realizados pelos irmãos *Curie* demonstraram que a densidade das cargas no material piezelétrico é proporcional à magnitude da pressão exercida sobre eles. A relação pode ser expressada matematicamente pela Equação (1):

$$P_p = dT. \quad (1)$$

sendo P_p é o vetor de polarização, d o coeficiente de tensão piezelétrico e T representa a tensão mecânica na qual a cerâmica piezelétrica está sujeita.

O efeito inverso também pode ser equacionado pela Equação (2):

$$S_p = dE. \quad (2)$$

sendo S_p é a deformação mecânica e E a magnitude do campo elétrico aplicado nos eletrodos do transdutor.

Levando em consideração as propriedades elásticas do material piezelétrico, as Equações (1) e (2) podem ser desenvolvidas pelas Equações (3a) e (3b):

$$P_p = dT = dcS = eS, \quad (3a)$$

$$T_p = cS_p = cdE = eE. \quad (3b)$$

sendo c a rigidez e e , igual ao producto de c e d , a constante de tensão mecânica piezelétrica.

Quando um material piezelétrico é submetido a uma deformação, é gerado uma tensão mecânica elástica $T_e = cS$, obtendo-se como resultado uma polarização das cargas elétricas dado por $P_p = eS$ e por conseguinte um campo elétrico interno E_p , é dado pela Equação (4):

$$E_p = \frac{P_p}{\epsilon}. \quad (4)$$

sendo ϵ a constante dielétrica do material.

O campo elétrico, segundo a terceira Lei de Newton, produz uma força em oposição à deformação da estrutura, fornecida pela Equação (5):

$$T_p = eE_p. \quad (5)$$

A tensão mecânica gerada no material devido à deformação S pode ser calculado, pelas Equações (6a) à (6d):

$$T = T_e + T_p, \quad (6a)$$

$$= cS + \frac{e^2}{\epsilon} S, \quad (6b)$$

$$= \left(c + \frac{e^2}{\epsilon} \right) S, \quad (6c)$$

$$= \bar{c}S. \quad (6d)$$

No resultado obtido em (6d) mostra-se como o fenômeno piezelétrico produz um incremento da rigidez do material.

No efeito inverso, quando é aplicado um campo elétrico nos eletrodos do material piezelétrico, há uma movimentação das cargas livres em direção aos eletrodos, gerando-se uma densidade de carga superficial com magnitude $D = \epsilon E$. Como resultado, no material aparece uma deformação S_p que origina um aumento da densidade de carga superficial devido à polarização do piezelétrico P_p . O deslocamento das cargas até os eletrodos é dado pela Equação (7):

$$D = \epsilon E + P_p, \quad (7)$$

Nas Equações (2) e (3), substituindo-se P_p tem-se:

$$D = \epsilon E + edE, \quad (8)$$

Deixando em evidencia E , obtem-se:

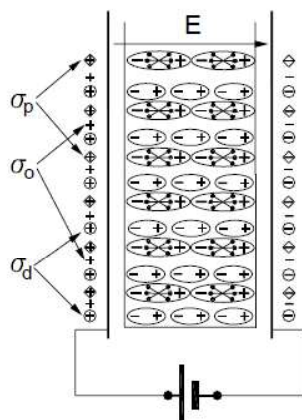
$$D = (\epsilon + ed) E = \bar{\epsilon} E. \quad (9)$$

sendo $\bar{\epsilon}$ a constante dielétrica efetiva do material piezelétrico.

Quando em um material piezelétrico é aplicado um campo elétrico externo nos eletrodos como mostra-se na Figura 5, observa-se um deslocamento elétrico em direção aos

eletrodos, gerando-se uma densidade de carga superficial $\sigma = \sigma_o + \sigma_p$ com magnitude $D = \epsilon E$, onde σ_o é densidade de carga superficial no vácuo e σ_p a densidade de carga superficial induzida pelo efeito do dielétrico ($\sigma_p = P_p = \epsilon S_p$).

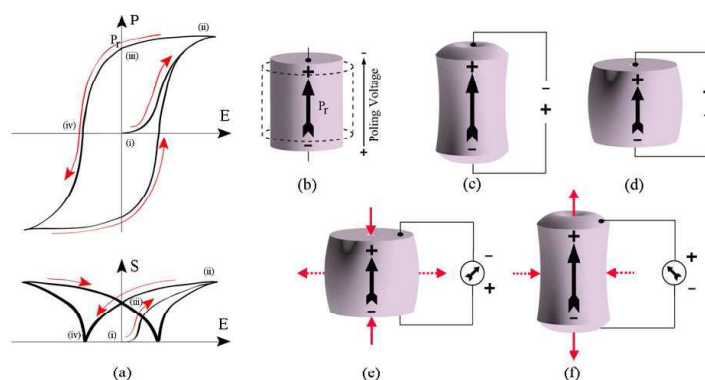
Figura 5 - Deslocamento das cargas livres no material piezelétrico.



Fonte: Adaptado de (VIVES; ARNAU, 2004)

Os materiais piezelétricos são de natureza anisotrópica e, portanto, suas propriedades elétricas, mecânicas e eletromecânicas diferem para as excitações elétricas/mecânicas em diferentes direções como mostrado na Figura 6. Os cristais requerem cortes em orientações específicas para que se possa utilizá-los de forma adequada. Entre os processos de corte destaca-se o uso de técnica de fita abrasiva e disco abrasivo devido aos bons resultados apresentados, produtividade e baixo custo (CHUNG; JIN, 2005).

Figura 6 - Propriedades elétricas, mecânicas e eletromecânicas de materiais piezelétricos.



Fonte: Adaptado de (VIVES; ARNAU, 2004)

Na 6(a) (superior) apresenta-se as curvas que relacionam o vetor de polarização e o campo elétrico e na parte inferior a relação entre a deformação mecânica e o campo elétrico. A Figura 6(b) apresenta as variações dimensionais na estrutura do material piezelétrico ao ser sometido a um processo de polarização eléctrica.

Dependendo da polaridade do campo elétrico aplicado a um material piezelétrico polarizado, haverá variações em suas dimensões como mostrado nas Figuras 6(c) e (d). Nas Figuras 6(e) e (f) mostram-se as tensões induzidas quando o material piezelétrico é submetido a deformações mecânicas externas.

2.1.2 Equações constitutivas lineares

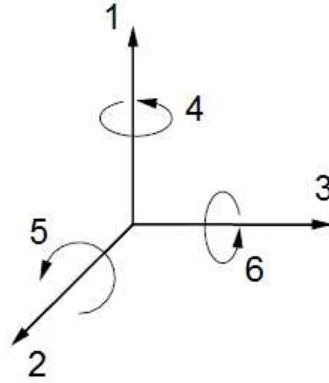
Até o momento apresentou-se de forma isolada as interações entre as grandezas mecânicas/elétricas no material piezelétrico. A teoria linear dos transdutores piezelétricos (LIPPMANN, 1881), estabelece que as interações entre as grandezas tensoriais estresse mecânico T , deformação mecânica S , deslocamento elétrico D e campo elétrico E estão relacionadas pelas Equações (10) e (11):

$$S_p = s_{pq}^E T_q + d_{kp} E_k, \quad (10)$$

$$D_i = d_{iq} T_q + \epsilon_{ik}^T E_k. \quad (11)$$

sendo s_{pq}^E um tensor que representa as constantes elásticas do material piezelétrico sujeito a um campo elétrico constante; ϵ_{ik}^T um tensor que representa as constantes de permissividade dielétricas do piezelétrico sujeito a uma tensão constante; d_{kp} um tensor que representa as constantes piezelétricas; D_i o deslocamento elétrico na direção i ; E_k o campo elétrico na direção k ; S_p deformação mecânica na direção p e T_q tensão mecânica na direção q .

A cerâmica piezelétrica pode experimentar seis tipos diferentes de tensões mecânicas, sendo três longitudinais nas direções dos eixos coordenados e três transversais, ou em torno aos eixos coordenados, como mostrado na Figura 7.

Figura 7 - Direções dos tensores das equações constitutivas.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Logo, as Equações (10) e (11) podem ser escritas na forma matricial como seguem:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & s_{14}^E & s_{15}^E & s_{16}^E \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & s_{24}^E & s_{25}^E & s_{26}^E \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & s_{34}^E & s_{35}^E & s_{36}^E \\ s_{41}^E & s_{42}^E & s_{43}^E & s_{44}^E & s_{45}^E & s_{46}^E \\ s_{51}^E & s_{52}^E & s_{53}^E & s_{54}^E & s_{55}^E & s_{56}^E \\ s_{61}^E & s_{62}^E & s_{63}^E & s_{64}^E & s_{65}^E & s_{66}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^T & \epsilon_{12}^T & \epsilon_{13}^T \\ \epsilon_{21}^T & \epsilon_{22}^T & \epsilon_{23}^T \\ \epsilon_{31}^T & \epsilon_{32}^T & \epsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

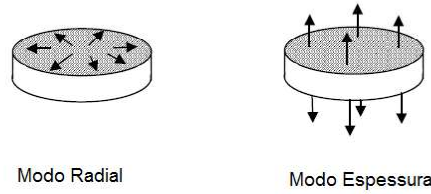
Segundo a simetria da estrutura molecular do piezelétrico, as propriedades do material resultante determinam as componentes presentes no modelo representado nas Equações (12) e (13). No caso das cerâmicas de PZT, possuem simetria dos cristais hexágonos da classe 6 mm (INSTITUTE et al., 1988), como resultado, as Equações matriciais (12) e (13) podem ser reescritas:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ -s_{12}^E & -s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^E & s_{12}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^T & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

No caso das cerâmicas piezelétricas com formato de disco, as principais frequências de ressonâncias são aquelas associadas aos modos de vibração radial e espessura, como apresentado na Figura 8.

Figura 8 - Modos de vibração típicos de cerâmicas em forma de disco.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Neste trabalho os estudos se concentram no modo de vibração de espessura, por apresentar maior interesse no estudo do crosstalk (CELMER; OPIELINSKI, 2016).

2.2 Modelo matemático para o modo de vibração espessura

O material piezelétrico utilizado neste trabalho é uma cerâmica de PZT. Segundo as normas do IEEE (PUBLICATION..., 1996), a direção de polarização está na direção z

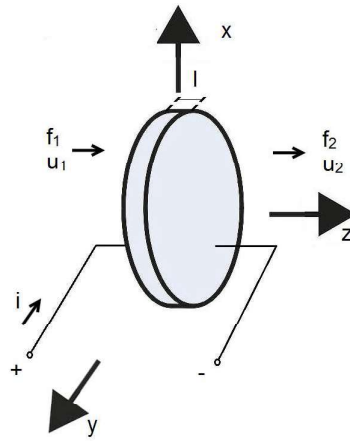
ou 3. No modo espessura o campo elétrico e a tensão estão direcionado ao longo do eixo z , e nesse caso, as Equações (10) e (11) são dadas pelas Equações (16) e (17):

$$S_3 = s_{33}^E T_3 + d_{33} E_3, \quad (16)$$

$$D_3 = d_{33} T_3 + \epsilon_{33}^T E_3. \quad (17)$$

Na Figura 9 é apresentado um modelo de material piezelétrico em forma de disco, no qual f representa a força, u a velocidade das partículas e l a espessura.

Figura 9 - Modelo de transdutor piezelétrico em modo espessura.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O modelo de um transdutor piezelétrico em modo de vibração espessura pode ser representado pelas Equações (18) a (20):

$$\frac{df}{dz} = -\rho A_z s u, \quad (18)$$

$$c \frac{d\zeta}{dz} = -\frac{1}{A_z} f + h D, \quad (19)$$

$$E = -h \frac{d\zeta}{dz} + \frac{1}{\epsilon} D. \quad (20)$$

sendo A_z a área transversal ao eixo z , ζ o deslocamento das partículas, c a constante elástica (N/m^2), h a constante piezelétrica (N/C), ϵ a constante de permissividade, E a intensidade de campo elétrico e D a densidade de fluxo elétrico. Para simplificar, os subíndices foram removidos dessas expressões.

Assumindo-se uma corrente i proveniente de um circuito externo conectado aos eletrodos do cristal piezelétrico, a carga q sobre eles está relacionada pela equação $q = i/s$, sendo

s a frequência complexa.

O fluxo da carga elétrica $D = q/A_z$ pode ser expressado como $D = i/sA_z$, o qual é constante no eixo z , então $dD/dz = 0$. Desenvolvendo-se a expressão dD/dz chega-se a $d(hi/s)/dz = 0$, e fazendo-se uso da mesma e $\zeta = u/s$ pode-se transformar as Equações (18),(19) e (20) em:

$$\frac{d}{dz} \left[f - \frac{h}{s} i \right] = -\rho A_z s u, \quad (21)$$

$$\frac{du}{dz} = -\frac{s}{A_z c} \left[f - \frac{h}{s} i \right], \quad (22)$$

$$v = \frac{h}{s} [u_1 - u_2] + \frac{1}{C_o s} i. \quad (23)$$

No caso da Equação (20) deve-se integrar no eixo z sobre os limites $z = 0$ e $z = l_z$ onde $u_1 = u(0)$, $u_2 = u(l_z)$ e $C_0 = \epsilon A_z / l_z$.

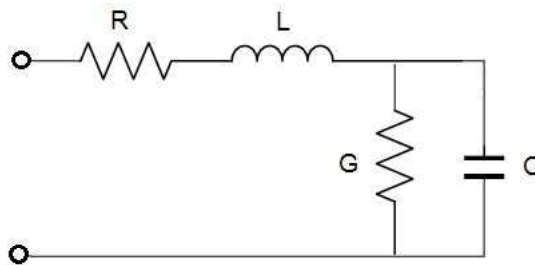
As partículas no interior da cerâmica piezelétrica têm um movimento oscilatório como resultado de um sistema de ondas estacionárias, segundo a Equação (24):

$$\frac{\delta \zeta}{\delta t^2} = v_s^2 \frac{\delta f^2}{\delta z^2}. \quad (24)$$

sendo v_s a velocidade de propagação do som no material piezelétrico.

A parte mecânica do transdutor piezelétrico é modelado como uma linha de transmissão elétrica, assumindo-se a propagação de uma onda plana. Na Figura 10, apresenta-se o modelo elétrico:

Figura 10 - Modelo elétrico de uma linha de transmissão.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

As Equações dessa linha, para a tensão V e a corrente I , são dadas por:

$$\frac{dV}{dz} = -(Ls + R)I, \quad (25)$$

$$\frac{dI}{dz} = -(Cs + G)V. \quad (26)$$

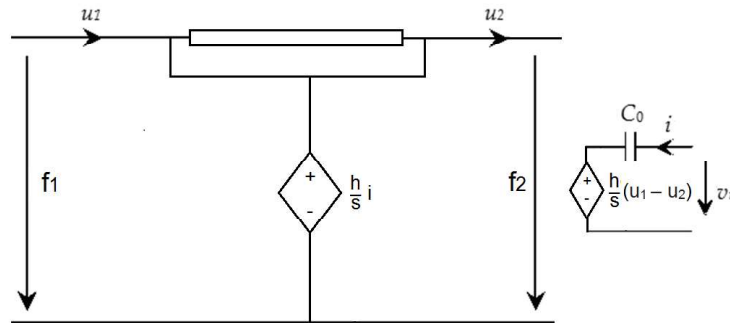
onde L é a indutância, R a resistência, C a capacitância e G a condutância por unidade de longitude. Segundo (LEACH, 1994), pode-se concluir que a tensão V é análoga a $[f - (h/s)i]$ e a corrente I é análoga a u .

Quando analisado em altas frequências, os efeitos reativos predominam sobre os resistivos, isto é, a resistência série da linha é desprezível em relação à reatância indutiva. Assumindo-se $G = 0$ e $R \ll \omega L$, os parâmetros de indutância e capacitância são dados por $L = \rho A_z$ e $C = 1/(A_z c)$.

A velocidade de fase da onda acústica sobre a linha é $u_p = 1/(LC)^{1/2} = (c/\rho)^{1/2}$ e sua impedância característica por unidade de longitude é $Z_0 = (L/C)^{1/2} = A_z(\rho c)^{1/2} = \rho A_z u_p$.

O circuito elétrico que modela as Equações (21), (22) e (23) é representado na Figura 11. O acoplamento entre as partes mecânica e elétrica pode ser simulado empregando-se fontes dependentes controladas por tensão. A fonte na parte mecânica está conectada entre os dois cabos da linha de transmissão e tem um valor igual a ih/s , está controlada pela carga sobre os eletrodos do transdutor piezelétrico. A fonte dependente na parte elétrica tem um valor de $h(u_1 - u_2)/s$, no entanto, como o deslocamento e a velocidade tem a relação $\zeta = u/s$, então, a expressão da fonte dependente pode ser reescrita como $h(\zeta_1 - \zeta_2)$.

Figura 11 - Modelo elétrico - modo de vibração de espessura.

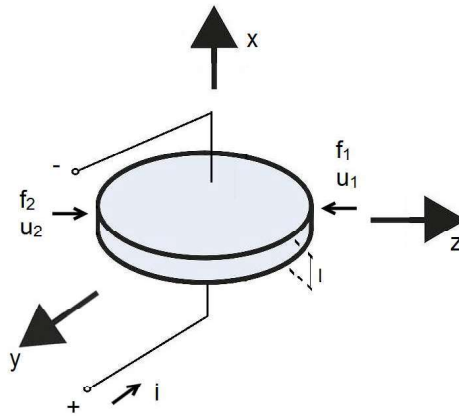


Fonte: Adaptado de (MASON, 1942).

2.3 Modelo matemático do modo de vibração radial

Na Figura 12 apresenta-se o modelo esquemático do transdutor PZT no modo de vibração de radial:

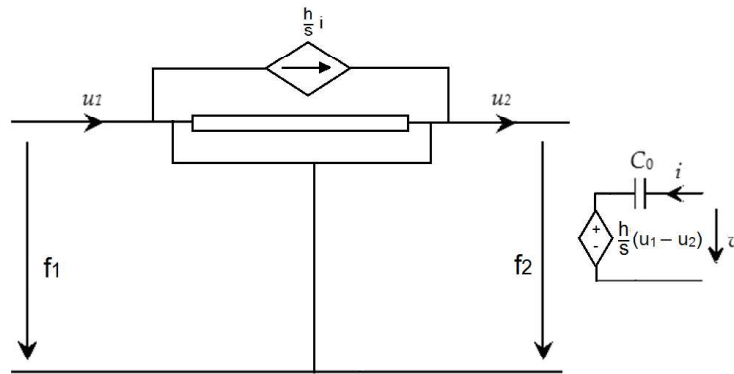
Figura 12 - Modelo de transdutor piezelétrico em modo radial.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O modelo elétrico pode ser representado pelo o circuito da Figura 13:

Figura 13 - Modelo elétrico - modo de vibração radial.



Fonte: Adaptado de (MASON, 1942).

As Equações (21),(22) e (23) permitem modelar o modo de vibração radial, onde o vetor de intensidade elétrica E e o vetor de fluxo elétrico D , estão na direção de eixo x .

$$E = \frac{v}{l_x} = \frac{vC_o}{\epsilon A_x}, \quad (27)$$

$$C_o = \frac{\epsilon A_x}{l_x}. \quad (28)$$

Substituindo-se nas Equações (22) e (23), podem-se combinar e reescrever dando a Equação (29):

$$\frac{du}{dz} = -\frac{s}{A_z(c - \epsilon h^2)} \left[f - \frac{hC_o A_z}{A_x} v \right], \quad (29)$$

Assumindo-se $dE/dz = 0$, pode-se reescrever originando a Equação (30):

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{hC_o A_z}{A_x} v \right] = 0, \quad (30)$$

O termo dE/dz pode-se subtrair no lado esquerdo da Equação (21) e pode ser reescrita:

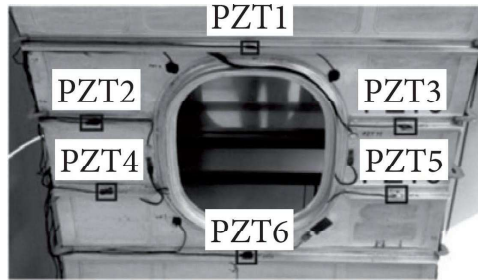
$$\frac{d}{dz} \left[f - \frac{hC_o A_z}{A_x} v \right] = -\rho A_z s u. \quad (31)$$

As Equações (31) e (29) são análogas com as Equações (21) e (22). O termo $[f - (hC_o A_z/A_x)v]$ é equivalente com a tensão elétrica V e o termo u é uma analogia da intensidade elétrica I .

2.4 Técnica da impedância eletromecânica

A técnica de EMI é uma ferramenta com ampla aplicação no campo do SHM para a detecção de danos em diferentes tipos de estruturas, tais como, civil, mecânicas e navais, entre outras. A diferença para outras técnicas de avaliação não destrutivas (NDE) é o uso do elemento piezelétrico como sensor/atuador colado diretamente na estrutura monitorada, permitindo-se uma avaliação em tempo real e sem intervenção direta de pessoas. Na Figura 14 mostra-se um exemplo aplicação para detectar falhas em estrutura metálica.

Figura 14 - Transdutores de PZT colados em uma estrutura metálica.



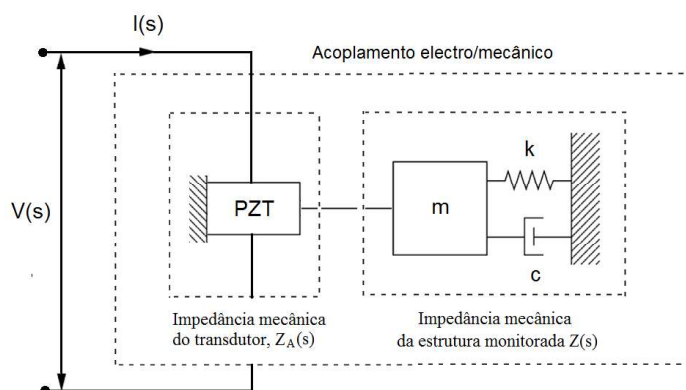
Fonte: Adaptado de (MARUO et al., 2015).

O desenvolvimento teórico da EMI foi proposto por (LIANG; SUN; ROGERS, 1994) e

tem sido amplamente estudado por outros pesquisadores (HU; ZHU; WANG, 2014; ZUO et al., 2017). O modelo 1-D apresentado no desenvolvimento teórico utiliza um transdutor de PZT de 10 mm^2 de área superficial colado na superfície da estrutura física monitorada. Para tal, utiliza-se normalmente um adesivo de alta rigidez, como a resina de epóxi ou uma cola instantânea a base de cianoacrilato. Para evitar bolhas de ar, esses adesivos precisam ser desgaseificado em uma câmara de vácuo. O mesmo transdutor de PZT tem a função de sensor/atuador, ou seja, ele é excitado por um sinal de frequência variável ao mesmo tempo em que é realizada a medição da EMI.

Segundo (LIANG; SUN; ROGERS, 1994), o PZT e a estrutura monitorada podem ser representados por um modelo eletromecânico do tipo massa-mola, como apresentado na Figura 15.

Figura 15 - Modelo eletromecânico do tipo massa-mola de um transdutor de PZT colado a uma estrutura.



Fonte: Adaptado de (LIANG; SUN; ROGERS, 1994).

Na Figura 15, o parâmetro m representa a massa da estrutura, k é a constante da mola e c coeficiente de amortecimento. O parâmetro $V(s)$ representa uma fonte de tensão senoidal com amplitude V_m e frequência angular w , empregada para excitar o transdutor de PZT, que produz uma corrente $I(s)$ de amplitude I_m e fase ϕ .

No modelo não é considerado o material adesivo empregado para colar o transdutor de PZT na estrutura monitorada. Um modelo modificado para analisar o material adesivo foi apresentado em (XU; LIU, 2002).

A impedância elétrica $Z(w)$ do transdutor de PZT está relacionada com a impedância da estrutura monitorada, conforme a Equação (96) proposta por (LIANG; SUN; ROGERS, 1994):

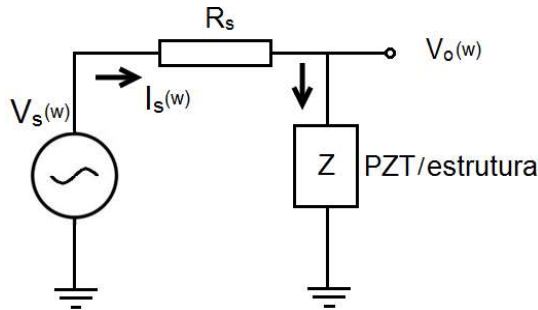
$$Z(w) = \frac{1}{j\omega a} \left(\epsilon_{33}^T (1 - j\delta) - \frac{Z_s(w)}{Z_s(w) + Z_a(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right)^{-1}. \quad (32)$$

As variáveis j , Z_s , Z_a , w , a , ϵ_{33}^T , δ , d_{3x}^2 , $\bar{Y}_{xx}^E$ representam a unidade imaginária, impedância mecânica da estrutura monitorada, impedância mecânica do PZT, frequência do sinal de entrada, constante geométrica, constante dielétrica a tensão mecânica constante, coeficiente de perdas tangenciais, constante piezelétrica na direção arbitrária x e o módulo de Young a um campo elétrico constante.

Como resultado, qualquer mudança nas propriedades da estrutura monitorada pode ser detectada por meio das alterações no sinal de impedância eletromecânica associado ao transdutor piezelétrico colado na estrutura. O espectro da EMI vai depender da geometria, composição da estrutura monitorada e da temperatura durante o processo de medição. Uma mudança na temperatura produz uma variação nas frequências de ressonâncias da estrutura monitorada (KRISHNAMURTHY; LALANDE; ROGERS, 1996).

No início do desenvolvimento de sistemas de SHM aplicando a técnica da EMI, generalizou-se o emprego de analisadores de impedância como o *Agilent 4194A*. Pelo fato desses equipamentos serem onerosos foi preciso desenvolver uma metodologia alternativa mais econômica. Em (Baptista; Filho, 2009), apresenta-se uma alternativa fazendo uso da Transformada Rápida de Fourier, onde a impedância elétrica do PZT pode ser estimada, dividindo a tensão de entrada V_o entre a corrente I_s que está passando por um resistor de precisão R_s , usado para limitar a intensidade da corrente através do transdutor, como mostrado na Figura 16.

Figura 16 - Circuito para aproximar a impedância electromecânica.



Fonte: Adaptado de (CORTEZ; FILHO; BAPTISTA, 2014).

A impedância elétrica pode ser aproximada segundo a Equação (33):

$$Z(w) = \frac{V_o(w)}{I_s(w)}, \quad (33)$$

Assim, a corrente no resistor R_s pode ser calculada como segue:

$$I_s(w) = \frac{V_i(w) - V_o(w)}{R_s}. \quad (34)$$

A técnica tem demonstrado ser apropriada nos problemas que envolvem SHM, mas em aplicações onde há muitos transdutores ligados, a quantidade de fios dificulta o seu uso. Uma alternativa pode ser o sistema desenvolvido por (LYNCH; LOH, 2006), onde destaca-se o medidor de impedância AD5933 da Analog Device. Entre as principais características internas que apresenta, está um gerador de frequência de 12 bit, um conversor análogo/digital e um processador digital de sinais para o cálculo da Impedância por meio da Transformada Discreta de Fourier.

2.5 Impedância mútua

O acoplamento entre linhas de transmissão elétricas está determinado pela proximidade entre elas, ou destas com o solo, ou mesmo de outras estruturas metálicas. Em termos de comprimentos de onda, seus efeitos podem ser indesejados, como em circuitos impressos e antenas, ou desejados como em aplicações onde o objetivo é transferência de potência de uma linha a outra, como resultado de uma alteração nas características elétricas do sistema. Esta alteração tem como origem o acoplamento mútuo, uma vez que a corrente induzida em uma linha de transmissão elétrica dependerá do campo irradiado da outra linha. Assim, a irradiação resultante é determinada pelos efeitos de ambas correntes, da gerada nas linhas de transmissão elétrica excitada e da induzida na linhas de transmissão elétrica passiva.

O conceito de impedância mútua em transdutores PZT foi apresentado nos estudos da propagação das ondas acústicas superficiais (Zhang; Desbois; Boyer, 1993), onde se modela o problema de acoplamento entre transdutores PZT devido à propagação de ondas acústicas em uma grade periódica. Com o objetivo de modelar o fenômeno de *croostalk* em uma matriz de transdutores PZT, foram desenvolvidas metodologias para o estudo do fenômeno (WILM et al., 2004; BALLANDRAS et al., 2003), onde integram-se os conceitos de impedância mútua, impedância harmônica e FEM.

Para o caso geral de uma matriz bidimensional, $w \times h$, de transdutores piezelétricos, a impedância mútua será medida considerando um dos transdutores sendo excitado por meio de um gerador de sinais e todos os outros elementos transdutores conectados ao terra.

$$V_{n,q} = \begin{cases} V_{m,p} \neq 0 & \text{para } n = m \text{ and } q = p, \\ 0 & \text{para } n \neq m \text{ and } q \neq p, \end{cases} \quad (35)$$

$$m,n=1,2,\dots,w,$$

$$p,q=1,2,\dots,h.$$

sendo que os índices m,n,p e q representam as coordenadas matriciais dos transdutores de PZT.

A impedância mútua entre dois transdutores piezelétricos, $Z_{m-n,p-q}$, é definida pela relação:

$$Z_{m-n,p-q} = \frac{V_{m,p}}{I_{n,q}}, \quad (36)$$

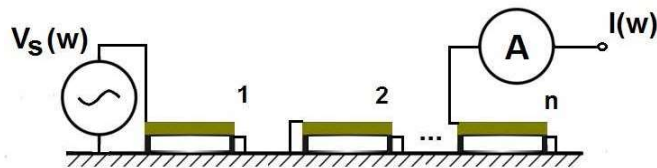
sendo $I_{n,q}$ a corrente elétrica medida no PZT $_{n,q}$ e $V_{m,p}$ o sinal de tensão de entrada no PZT $_{m,p}$.

No caso geral, fazendo uso do princípio da superposição, a corrente nos eletrodos do transdutor piezelétrico pode ser determinada segundo a Equação (37):

$$Z_{m-n,p-q} = \sum_{m,p=-\infty}^{+\infty} \frac{V_{m,p}}{I_{n,q}}. \quad (37)$$

Na Figura 17, apresenta-se uma matriz unidimensional de transdutores de PZT colados em uma estrutura física genérica.

Figura 17 - Esquema para calcular a impedância mútua em matriz de n transdutores de PZT.

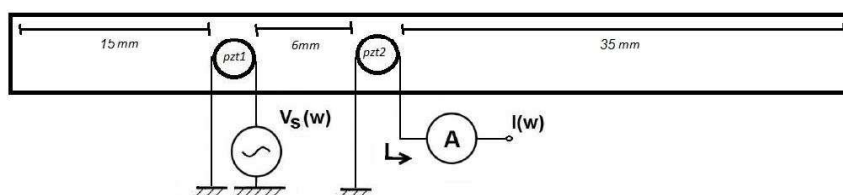


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O procedimento para medição da impedância mútua entre cada um dos transdutores piezelétricos da matriz consiste em selecionar dois elementos da matriz e manter o restante dos transdutores piezelétricos com os eletrodos conectados a terra. Define-se um dos transdutores como referência e aplica-se um sinal de tensão de frequência variável nele, então, no outro transdutor piezelétrico, mede-se a corrente elétrica induzida em seus eletrodos, utilizando a Equação (36). De forma análoga são obtidos os outros valores da impedância mútua repetindo-se o procedimento no restante dos elementos da matriz.

No caso específico de 2 transdutores de PZT, como será implementado no Capítulo 4 do presente trabalho, o esquema pode ser simplificado como ilustrado na Figura 18. O experimento consiste de 2 transdutores de PZT colados na estrutura para detectar falhas.

Figura 18 - Esquema para calcular a impedância mútua entre 2 transdutores de PZT.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

2.6 Métricas estatísticas para quantificação de danos

Quando as propriedades de uma estrutura física têm mudanças devido a um dano ou variações de temperatura, as assinaturas dos sinais medidos pelo transdutor de PZT colado na estrutura apresentam alterações.

O processo de identificação do dano está baseado na comparação da assinatura do sinal em uma condição inicial da estrutura física (assinatura baseline) com a assinatura do sinal após a estrutura ter sofrido um possível dano.

Para a comparação das assinaturas dos sinais, empregam-se métricas estatísticas como a RMSD - (acrônimo inglês para *Root Mean Square Deviation*) e a MAPD - (acrônimo inglês para *Mean Absolute Percentage Derivation*).

O RMSD é baseado na norma euclidiana (GIURGIUTIU; ROGERS, 1998), mas algumas modificações, que dependem do sinal, têm sido propostas por vários pesquisadores. No caso de empregar-se a impedância eletromecânica de resposta do transdutor de PZT,

a equação da RMSD pode ser escrita conforme a Equação 38:

$$RMSD = \sum_{n=n_i}^{n_f} \sqrt{\frac{(Z_d[n] - Z_h[n])^2}{Z_h[n]^2}}, \quad (38)$$

No caso do índice MAPD é obtido conforme a Equação (39):

$$MAPD = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=n_i}^{n_f} \frac{Z_d[n] - Z_h[n]}{Z_h[n]} \right|. \quad (39)$$

sendo Z_h a impedância eletromecânica de resposta medida do transdutor de PZT antes do dano na estrutura monitorada (assinatura baseline) e Z_d a impedância eletromecânica de resposta medida do PZT após, a ocorrência de uma condição desconhecida na estrutura monitorada. Os termos n_i e n_f são os índices correspondente à faixa de frequências naturais da estrutura mais sensíveis ao dano, que garante uma boa repetitividade entre as medidas; N é o número total de amostras.

As frequências da faixa selecionada devem ser altas o suficiente, assegurando-se que tenham um comprimento de onda menor do que o tamanho do dano que se deseja detectar na estrutura (NOKES; CLOUD, 1993). Entretanto, o emprego de altas frequências limita a região de sensibilidade do transdutor (PARK et al., 2003), mas podem ser vantajosas para a localização de dano em sistemas que utilizam rede de transdutores de PZT.

2.7 Conclusões parciais

Neste capítulo foi apresentado um estudo sobre o modelo elétrico do transdutor piezelétrico baseado nas equações físicas que modelam o transdutor de PZT e a teoria de ondas planas associadas. Apresentou-se a formulação matemática da técnicas de Impedância Eletromecânica e a Impedância Mútua. A principal vantagem do modelo dos transdutores piezelétricos apresentado é não empregar componentes não lineares, como no caso específico de transformadores de tensão (Bauer, 1954), o que permite uma implementação utilizando software de desenho eletrônico como *SPICE*®. A metodologia para modelar a estrutura monitorada tem como principal vantagem a facilidade para modelar as variações nos parâmetros internos da linha de transmissão, que podem ser associados com falhas na estrutura. Uma desvantagem a considerar-se está na dificuldade de modelar estruturas com desenhos complexos.

3 MÉTODO PROPOSTO BASEADO NO MODELO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO ACOPLADAS

Neste capítulo, apresenta-se o método de decomposição modal de linhas de transmissão para obter a solução exata, no domínio do tempo, das equações de uma linha de transmissão de dois condutores elétricos sem perdas. A linha é decomposta em seus modos exatos a partir do uso de uma matriz de decomposição modal adequada. São apresentadas as equações do modelo híbrido proposto, baseado na teoria dos transdutores de PZT e no modelo de linhas de transmissão elétrica. Implementa-se também uma metodologia para medir e formar a matriz de impedância ou admitância elétrica que modela o transdutor de PZT e a estrutura monitorada para a obtenção de uma matriz diagonal, que possibilita a análise de forma independente de cada transdutor de PZT. A teoria apresentada será de utilidade para determinar o efeito dos transitórios eletromagnéticos em transdutores piezelétricos.

3.1 Linhas de Transmissão para Multicondutores

A linha de transmissão é um elemento extremamente importante no sistema elétrico, portanto, a compreensão dos fenômenos associados é de grande relevância. O conhecimento básico relacionado à teoria de linhas de transmissão, bem como a relação entre o campo elétrico e magnético, está bem documentado na literatura. O problema do acoplamento eletromagnético em linhas de transmissão para multicondutores (MLT do inglês *Multiconductor Transmission Lines*), tem sido amplamente estudado no domínio do tempo e da frequência, com o objetivo de determinar as tensões induzidas (MCK-NIGHT; PAUL, 1978; Marx, 1973). No domínio da frequência, a solução exata pode ser encontrada, resolvendo as equações de MLT em forma fasorial.

Para a análise e formulação das MLT deve-se assumir que os condutores estão imersos em um dielétrico e podem suportar modos transversais eletromagnéticos (TEM), em que os campos elétrico e magnético são inteiramente contidos no plano ortogonal à direção de propagação. Esse regime de operação se dá até uma certa frequência, acima da qual

modos de ordem superior podem ser excitados na linha de transmissão. Uma solução sem assumir uma propagação única dos modos MLT pode ser encontrada, resolvendo-se as chamadas equações de Maxwell de onda completa.

As perdas nos parâmetros da linha, dependentes da frequência, podem ser modeladas para obter a solução no domínio do tempo das equações de MLT, fazendo uso da transformada inversa de Fourier (Djordjevic; Sarkar; Harrington, 1987). Esta metodologia é conhecida como conversão entre o domínio do tempo e o domínio da frequência (TDFD - do inglês *Time-Domain to Frequency-Domain*) e está baseada no uso do princípio de superposição que por sinal, não é apropriado para trabalhar com terminações não lineares nas linhas.

Novas metodologias foram desenvolvidas para resolver o problema das terminações não lineares, como o método das diferenças finitas no domínio do tempo, o método das características, entre outros. A implementação numérica é atribuída a Branin (BRANIN, 1967). O método das características está baseado em transformar as equações diferenciais parciais, que modelam a linha de transmissão, em equações diferenciais ordinárias que são mais simples para obter a solução.

Uma solução sem a assunção da propagação única dos modos TEM, resolvendo-se as chamadas equações de Maxwell de onda completa, pode ser encontrada em (SANTOS; FIGANIER, 1975)

3.1.1 Método das características

As equações para uma linha de transmissão composta por dois condutores perfeitos e submerso num meio sem perdas são dadas pelas Equações (40a) e (40b):

$$\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = -L \frac{\partial I(z,t)}{\partial t}, \quad (40a)$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = -C \frac{\partial V(z,t)}{\partial t}. \quad (40b)$$

sendo $V(z,t)$ a tensão de uma linha com respeito a linha de referência e $I(z,t)$ é a corrente na linha. Os parâmetros L e C são matrizes de dimensão $n \times n$ e representam a indutância e a capacitância por unidade de longitude da linha de transmissão, respectivamente.

O método de Branin baseia-se na transformação ao plano $z-t$ das Equações (40a) e (40b), para obter um par de equações diferenciais ordinárias. As soluções de cada

uma produz famílias de curvas características no plano $z - t$, uma família referida a onda incidente e a outra família refere a onda refletida (LISTER, 1960).

A solução geral das Equações (40a) e (40b) é dada por:

$$V(z, t) = V^+(t - \frac{z}{v}) + V^-(t + \frac{z}{v}), \quad (41a)$$

$$I(z, t) = \frac{1}{Z_c} V^+(t - \frac{z}{v}) - \frac{1}{Z_c} V^-(t + \frac{z}{v}). \quad (41b)$$

Como a linha de transmissão é uniforme e sem perdas, em um meio circundante homogêneo, a impedância característica da linha de transmissão é representada pela Equação (42):

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (42)$$

e a velocidade de propagação da onda, pela relação:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (43)$$

Para determinar as funções V^+ e V^- considera-se uma linha de transmissão de longitude l e as condições de contorno são representadas por $z = 0$ e $z = l$. Substituindo-se para $z = 0$ nas Equações (41) torna-se:

$$V(0, t) = V^+(t) + V^-(t), \quad (44a)$$

$$Z_c I(0, t) = V^+(t) - V^-(t). \quad (44b)$$

e substituindo $z = l$ obtêm-se:

$$V(l, t) = V^+(t - T) + V^-(t + T), \quad (45a)$$

$$Z_c I(l, t) = V^+(t - T) - V^-(t + T). \quad (45b)$$

sendo T o período do sinal na linha de transmissão.

$$T = \frac{l}{v}. \quad (46)$$

Subtraindo as Equações (44a) com (44b) e (45a) com (45b) obtêm-se:

$$V(0, t) - Z_c I(0, t) = 2V^-(t), \quad (47a)$$

$$V(l, t) - Z_c I(l, t) = 2V^-(t + T). \quad (47b)$$

Substituindo t por $t - T$ na Equação (47b) e igualando o resultado com (47a) obtêm-se:

$$V(l, t - T) - Z_c I(l, t - T) = 2V^-(t), \quad (48)$$

$$V(0, t) - Z_c I(0, t) = V(l, t - T) - Z_c I(l, t - T). \quad (49)$$

então,

$$V(0, t) = Z_c I(0, t) + V(l, t - T) - Z_c I(l, t - T), \quad (50)$$

$$V(0, t) = Z_c I(0, t) + E_r(l, t - T). \quad (51)$$

sendo

$$E_r(l, t - T) = V(l, t - T) - Z_c I(l, t - T). \quad (52)$$

Para obter a outra solução adiciona-se as Equações (44a) com (44b) e (45a) com (45b):

$$V(0, t) + Z_c I(0, t) = 2V^+(t), \quad (53a)$$

$$V(l, t) + Z_c I(l, t) = 2V^+(t - T). \quad (53b)$$

Substituindo t por $t - T$ na Equação (53a) e igualando o resultado com a Equação (53b):

$$V(0, t - T) + Z_c I(0, t - T) = 2V^+(t - T), \quad (54)$$

$$V(0, t - T) - Z_c I(0, t - T) = V(l, t) - Z_c I(l, t). \quad (55)$$

então,

$$V(l, t) = -Z_c I(l, t) + V(0, t - T) + Z_c I(0, t - T), \quad (56)$$

$$V(l, t) = -Z_c I(l, t) + E_i(0, t - T). \quad (57)$$

sendo

$$E_i(0, t - T) = V(0, t - T) + Z_c I(0, t - T). \quad (58)$$

A implementação do algoritmo sugere expressar as tensões nos terminais da linha de transmissão em função das fontes de tensão que representam a onda incidente e a refletida.

Substituindo t por $t + T$ na Equação (58) e deixando em evidência $Z_c I(0, t)$ da Equação (51) obtém-se:

$$E_i(0, t) = V(0, t) + Z_c I(0, t), \quad (59)$$

$$Z_c I(0, t) = V(0, t) - E_r(l, t - T). \quad (60)$$

Substituindo Equação(60) em Equação (59) tem-se:

$$E_i(0, t) = V(0, t) + V(0, t) - E_r(l, t - T). \quad (61)$$

Finalmente obtém-se a Equação (62):

$$V(0, t) = \frac{E_i(0, t) - E_r(l, t - T)}{2}. \quad (62)$$

De forma semelhante na Equação (52) substituindo t por $t + T$ tem-se:

$$E_r(l, t) = V(l, t) - Z_c I(l, t). \quad (63)$$

Deixando-se em evidência $Z_c I(0, t)$ da Equação (57):

$$Z_c I(l, t) = -V(l, t) + E_i(0, t - T). \quad (64)$$

Substituindo-se a Equação (64) em (65):

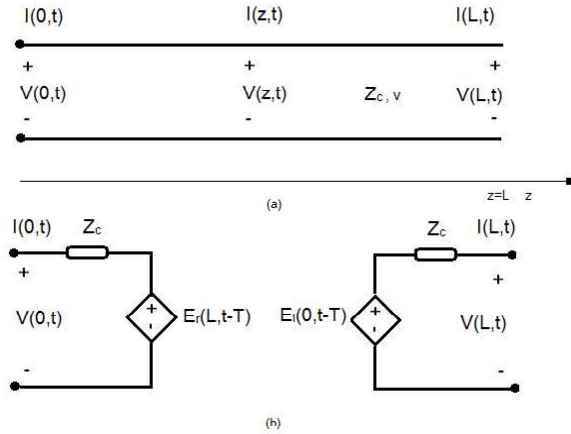
$$E_r(l, t) = 2V(l, t) - E_i(0, t - T). \quad (65)$$

Finalmente é obtida a Equação (66):

$$V(l, t) = \frac{E_r(l, t) + E_i(0, t - T)}{2}. \quad (66)$$

Na Figura 19 apresenta-se uma implementação do método de Branin.

Figura 19 - Implementação do método.



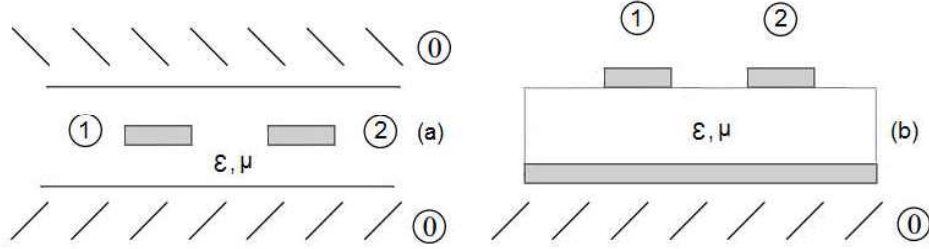
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

3.1.2 Decomposição modal de linhas de transmissão

A teoria estudada para linha monofásica pode ser estendida a linhas polifásicas de n condutores. Como exemplo, tem-se linhas de transmissão elétrica com múltiplos condutores na Figura 20. Neste contexto, existem n equações para a tensão, que representam o sistema polifásico, sendo que o número de termos em cada equação é igual ao número

de condutores no sistema. O problema se torna no desacople das equações da linha de transmissão com múltiplos condutores obtendo seus n modos de propagação diferentes, onde cada um pode ser analisado como uma linha monofásica independente.

Figura 20 - Exemplos de linha de transmissão elétrica com múltiplos condutores.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Na Figura 20.a tem-se uma linha do tipo *coupled stripline* inserida em um meio homogêneo. Na Figura 20.b tem-se uma linha do tipo *coupled microstrip* inserida em um meio não homogêneo, na qual uma parte do campo elétrico está no espaço livre e outra parte está no substrato dielétrico.

Dada uma linha de transmissão com $(n + 1)$ condutores com seção transversal uniformes, num meio sem perdas, tem-se n linhas de tensão $V_i(z, t)$ para $i = 1, 2, \dots, n$, definidas com respeito ao condutor de referência, e n linhas de corrente $I_i(z, t)$, para $i = 1, 2, \dots, n$, sendo o retorno através desse condutor de referência. Nesse contexto, existem n equações para a tensão que descrevem o sistema polifásico, sendo que o número de termos em cada equação é igual ao número de condutores no sistema, como indicado pela Equação (67):

$$V(z, t) = \begin{bmatrix} V_1(z, t) \\ \vdots \\ V_i(z, t) \\ \vdots \\ V_n(z, t) \end{bmatrix} \quad I(z, t) = \begin{bmatrix} I_1(z, t) \\ \vdots \\ I_i(z, t) \\ \vdots \\ I_n(z, t) \end{bmatrix}. \quad (67)$$

As equações para uma linha de transmissão elétrica com múltiplos condutores uniformes são representadas pelas equações:

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} = \hat{Z} \frac{\partial I(z, t)}{\partial t}, \quad (68a)$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = \hat{Y} \frac{\partial V(z,t)}{\partial t}. \quad (68b)$$

onde $\hat{Z}$ e $\hat{Y}$ são matrizes de dimensão $n \times n$ e representam a impedância e admitância por unidade de longitude da linha de transmissão, respectivamente, pelas Equações (69a) e (69b).

$$\hat{Z} = R + j\omega L, \quad (69a)$$

$$\hat{Y} = G + j\omega C. \quad (69b)$$

sendo R a resistência, L a indutância, G a condutância e C capacitância da linha de transmissão.

Assim, a Equação (68) em forma matricial é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} V(z,t) \\ I(z,t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & \hat{Z} \\ \hat{Y} & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} V(z,t) \\ I(z,t) \end{bmatrix}. \quad (70)$$

A decomposição modal é obtida introduzindo-se variáveis artificiais V_m e I_m de acordo com as transformações de similaridade representadas pelas Equações (71a) e (71b). Eliminando-se o acoplamento entre as fases da linha, fica fácil a obtenção da solução das equações diferenciais que modelam o comportamento das correntes e tensões ao longo da linha, ou seja,

$$V(z,t) = T_V V_m(z,t), \quad (71a)$$

$$I(z,t) = T_I I_m(z,t). \quad (71b)$$

As matrizes complexas T_V e T_I definem a mudança de variável entre o atual fasor de tensão e corrente da linha e os modos de tensão e corrente V_m e I_m . Para garantir a validade, as matrizes T_V e T_I , de dimensão $n \times n$, têm que ser não singular, ou seja, tem que existir inversa.

No caso de linhas de transmissão em um meio sem perdas, é possível encontrar as matrizes de transformação T_V e T_I que diagonalizam simultaneamente as matrizes de $\hat{Z}$ e $\hat{Y}$ por unidade de longitude da linha de transmissão, respectivamente:

$$\hat{z} = T_V^{-1} \hat{Z} T_I \quad \hat{y} = T_I^{-1} \hat{Y} T_V. \quad (72)$$

obtem-se o seguinte resultado:

$$\hat{z} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \hat{z}_2 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & \hat{z}_n \end{bmatrix} \quad \hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \hat{y}_2 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & \hat{y}_n \end{bmatrix}. \quad (73)$$

As matrizes de transformação T_V e T_I têm a relação:

$$T_V^t T_I = T_I^t T_V = 1_n. \quad (74)$$

onde 1_n é a matriz unitária de dimensão $n \times n$.

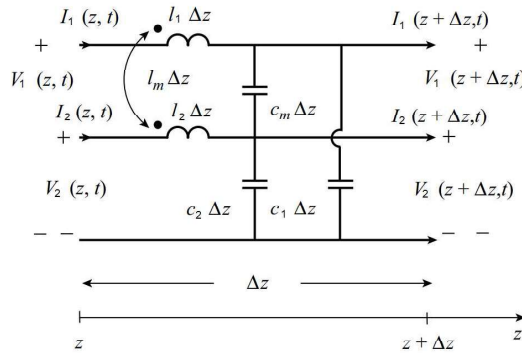
As matrizes T_V e T_I representam os autovalores associados a cada elemento da matriz diagonal $\hat{z}$ e $\hat{y}$, onde cada elemento da diagonal representa o autovalor associado as matrizes $\hat{Z}$ e $\hat{Y}$.

Substituindo (72) em (70)

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} V_m(z, t) \\ I_m(z, t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & T_V^{-1} \hat{Z} T_I \\ T_I^{-1} \hat{Y} T_V & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} V_m(z, t) \\ I_m(z, t) \end{bmatrix}. \quad (75)$$

No caso de linhas de transmissão sem perdas, o modelo elétrico pode ser simplificado como resultado de $R = 0$. Com o objetivo de simplificar o gráfico, na Figura 21 apresenta-se o modelo para uma linha de transmissão de duas fases. As fases estão representadas pelos números 1 e 2 e o condutor de retorno pelo símbolo $-$.

Figura 21 - Modelo simplificado para uma linha de transmissão de duas fases e sem perdas.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

As matrizes de indutância e capacitância por unidade de longitude da linha de transmissão têm a seguinte estrutura:

$$L = \begin{bmatrix} l_1 & l_m \\ l_m & l_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_1 + c_m & -c_m \\ -c_m & c_2 + c_m \end{bmatrix}. \quad (76)$$

Como as linhas de transmissão estão num meio circundante homogêneo com parâmetros de condutividade, ϕ , permissividade, ϵ , e permeabilidade, μ , então G , L e C se cumprem as seguintes equações:

$$LC = CL = \mu\epsilon 1_n, \quad (77a)$$

$$LG = GL = \mu\phi 1_n. \quad (77b)$$

No caso geral a impedância característica da linha de transmissão pode ser determinada usando-se a relação da Equação (78):

$$Z_{cm} = Z(T_V^T)^{-1}\gamma^{-1}T_V^T, \quad (78)$$

e a admitância característica da linha de transmissão segundo a Equação (79):

$$Y_{cm} = Y(T_I^T)^{-1}\gamma^{-1}T_I^T, \quad (79)$$

sendo γ a constante de propagação, segundo a Equação (80) :

$$\gamma = \sqrt{ZY}. \quad (80)$$

Para linhas de transmissão sem perdas num meio circundante homogêneo sem perdas e fazendo-se uso das propriedades da Equação (77), obtém-se a Equação (81):

$$\gamma_m = \sqrt{ZY} = jw\sqrt{jw\mu(\phi + jw\epsilon)1_n}, \quad (81)$$

e a impedância característica está representada pela Equação (82):

$$Z_{cm} = \sqrt{\frac{L_m}{C_m}}. \quad (82)$$

sendo

$$\gamma_m = \begin{bmatrix} \gamma_{m1} & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \gamma_{m2} & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & \gamma_{mn} \end{bmatrix} \quad L_m = \begin{bmatrix} L_{m1} & 0 & . & . & 0 \\ 0 & L_{m2} & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & L_{mn} \end{bmatrix}. \quad (83)$$

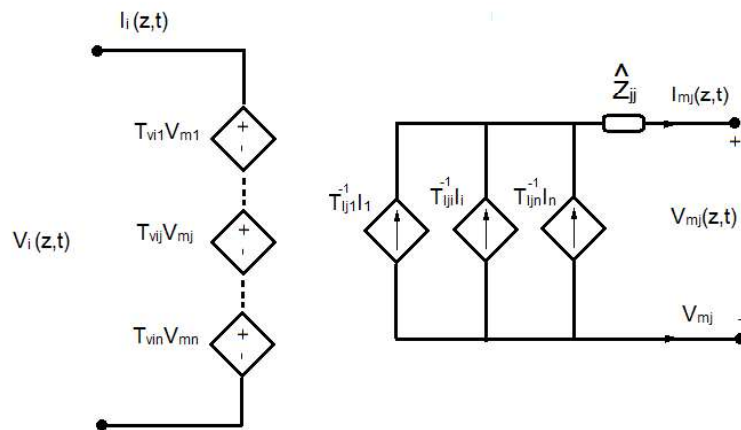
$$C_m = \begin{bmatrix} C_{m1} & 0 & . & . & 0 \\ 0 & C_{m2} & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & C_{mn} \end{bmatrix} \quad Z_{cm} = \begin{bmatrix} Z_{cm1} & 0 & . & . & 0 \\ 0 & Z_{cm2} & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & Z_{cmn} \end{bmatrix}. \quad (84)$$

As transformações entre as variáveis das Equações (85a) e (85b) são implementadas fazendo uso de fontes controladas como apresenta-se na Figura 22. O método proposto pode ser implementado em programas de simulação de circuitos elétricos como *PSpice*®.

$$V_i = T_{Vi1}V_{m1} + \dots + T_{Vij}V_{mj} + \dots + T_{Vin}V_{mn}, \quad (85a)$$

$$I_{mi} = T_{Ii1}^{-1}I_1 + \dots + T_{Iij}^{-1}I_j + \dots + T_{Iin}^{-1}I_n. \quad (85b)$$

Figura 22 - Implementação do método de decomposição em meio homogêneo.



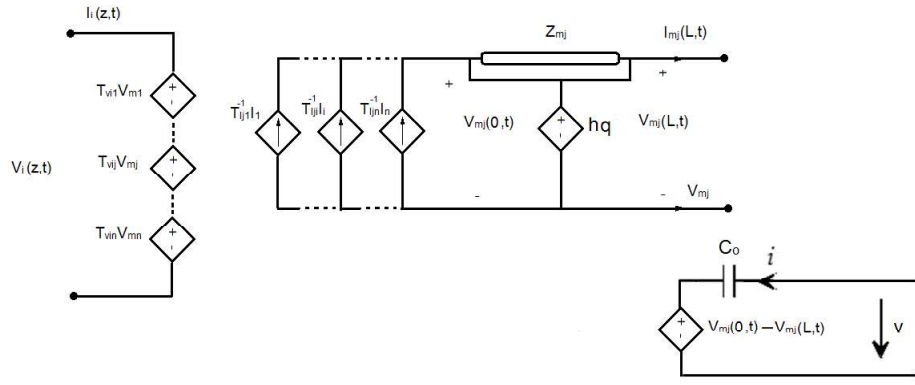
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

3.2 Modelo híbrido proposto para análise de matrizes de transdutores piezelétricos em estruturas

O modelo proposto está baseado em uma analogia entre o modelo do transdutor piezelétrico como linha de transmissão e o modelo de linhas de transmissão acopladas. O objetivo do modelo híbrido é modelar o fenômeno de crosstalk dos transdutores piezelétricos colados na estrutura monitorada e seus efeitos transitórios.

Como resultados da analogia proposta, é possível obter o modelo apresentado na Figura 23:

Figura 23 - Modelo para desacoplar os transdutores PZT.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

O circuito está composto de duas partes, uma refere-se ao desacoplamento das linhas elétricas e uma segunda parte refere-se ao modelo do transdutor piezelétrico. No circuito a parte elétrica e mecânica do transdutor são modeladas por fontes de tensão controladas. A fonte de tensão controlada na parte mecânica do transdutor tem uma tensão de magnitude hq , onde h é a constante piezelétrica e q é a carga elétrica nos eléctrodos do transdutor. A segunda fonte de tensão controlada na parte elétrica do transdutor tem uma tensão de $(V_{mj}(0,t) - V_{mj}(L,t))$, onde V_{mj} representa as tensões modais obtidas segundo a transformação de similaridade da Equação (71). No modelo híbrido propõe-se que as tensões modais V_{mj} , obtidas nos terminais da linha elétrica no modelo do transdutor piezelétrico, tenham analogia com o termo $h\zeta$. Novamente, h é a constante piezelétrica e ζ representa o deslocamento das partículas nas faces do transdutor piezelétrico. As correntes modais, I_{mj} , são análogas às velocidades das partículas da onda, u , nas faces do transdutor piezelétrico.

Substituindo os termos nas Equações (85) obtém-se as Equações (86) e (87):

$$h(\zeta_{i1}(z,t) - \zeta_{i2}(z,t)) = \sum_{j=1}^n T_{Vij} V_{mj}(z,t), \quad (86)$$

$$u_{i1}(z,t) - u_{i2}(z,t) = \sum_{j=1}^n T_{Iij} I_{mj}(z,t), \quad (87)$$

$$i=1,2,\dots,n.$$

A tensão de saída nos eletrodos dos transdutores piezelétricos não conectados na fonte de tensão é dada pela Equação (88):

$$v_{oi}(t) = \sum_{j=1}^n h(\zeta_{j1}(z,t) - \zeta_{j2}(z,t)) + \frac{1}{C_o} \int_0^t i dt, \quad (88)$$

$$i=1,2,\dots,n.$$

Na Equação (88), o termo $1/C_o \int i dt$ representa a tensão no capacitor C_o da parte elétrica do modelo do transdutor piezelétrico.

No caso específico de dois transdutores de PZT colados em uma estrutura física, o modelo pode ser reduzido à matrizes de dimensão 2×2 , ou seja:

$$T_I = \begin{bmatrix} T_{I11} & T_{I12} \\ T_{I21} & T_{I22} \end{bmatrix} \quad T_V = \begin{bmatrix} T_{V11} & T_{V12} \\ T_{V21} & T_{V22} \end{bmatrix}, \quad (89)$$

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}. \quad (90)$$

As equações do modelo híbrido proposto que modela o PZT_1 podem ser reescritas pela Equação (88):

$$h(\zeta_{11}(z,t) - \zeta_{12}(z,t)) = T_{V11} V_{m1}(z,t) + T_{V12} V_{m2}(z,t), \quad (91)$$

$$u_{11}(z,t) - u_{12}(z,t) = T_{I11} I_{m1}(z,t) + T_{I12} I_{m2}(z,t). \quad (92)$$

Para o PZT_2 as equações podem ser reescritas resultando as Equações (93) e (94):

$$h(\zeta_{21}(z, t) - \zeta_{22}(z, t)) = T_{V21}V_{m1}(z, t) + T_{V22}V_{m2}(z, t), \quad (93)$$

$$u_{21}(z, t) - u_{22}(z, t) = T_{I21}I_{m1}(z, t) + T_{I22}I_{m2}(z, t). \quad (94)$$

A tensão de saída nos eletrodos nos transdutor de PZT₂, *torna-se* :

$$v_{o2}(t) = T_{V21}V_{m1}(L, t) + T_{V22}V_{m2}(L, t) - T_{V21}V_{m1}(0, t) - T_{V22}V_{m2}(0, t) + \frac{1}{C_{o2}} \int_0^t i_2 dt. \quad (95)$$

3.3 Metodologia para conformar matriz de impedância dos transdutores piezelétricos

Baseado na teoria para o desacoplamento das Equações MLT, é preciso obter uma matriz de impedância elétrica, Z , formada pelas medições da EMI em cada transdutor de PZT e pela impedância mútua entre os transdutores de PZT colados na superfície de uma estrutura física. Nos elementos da diagonal principal da matriz, o termo z_{ii} representa as medições de EMI associada a cada transdutor de PZT e na posição dos elementos z_{ij} as medições da impedância mútua entre os transdutores de PZT segundo a posição dos mesmos.

Para obter a medição da EMI, cada transdutor de PZT colado na estrutura física trabalha na configuração sensor/atuador. Em um primeiro momento escolhe-se um transdutor de PZT e excita-se com um sinal de tensão sinusoidal de frequência variável, V_o , obtendo-se na sequência sua resposta na frequência. O procedimento descrito anteriormente é repetido sequencialmente com o restante dos PZT colados na estrutura física. Com as respostas na frequência obtidas de cada transdutor de PZT, seleciona-se o valor de impedância elétrica em uma mesma frequência e coloca-se sequencialmente na diagonal principal da matriz de impedância elétrica Z .

Para o cálculo dos elementos fora da diagonal principal da matriz Z , mede-se a impedância mútua entre os transdutores de PZT. Cada PZT configura-se como sensor ou atuador dependendo a ordem do índice da matriz Z . Por exemplo, no caso de índice z_{12} , o transdutor de PZT 1 configura-se como atuador e o transdutor de PZT 2 trabalha como sensor. De forma análoga são interpretados o restante dos índices da matriz Z , com

exceção da diagonal principal. Com as respostas na frequência obtidas para os pares de transdutores de PZT, seleciona-se o valor de impedância mútua na mesma frequência que os elementos da diagonal principal da matriz Z , e coloca-se sequencialmente nas restantes posições da matriz de impedância elétrica.

No modelo apresentado na Seção 2.2, a impedância elétrica do transdutor de PZT não considera a estrutura física onde está colado o mesmo, ou seja, considera apenas a impedância elétrica do transdutor de PZT solto. O modelo proposto considera a impedância elétrica de transdutor de PZT colado na estrutura física, obtendo-se a Equação (96):

$$Z_o = \frac{V}{I} = \frac{1}{j\omega a} \left(\epsilon_{33}^T (1 - j\delta) - \frac{Z_s(w)}{Z_s(w) + Z_a(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right)^{-1}. \quad (96)$$

Segundo esta analogia, de forma simples, considera-se as propriedades electro/mecânicas do transdutor piezelétrico e da estrutura onde está colado, no modelo do transdutor piezelétrico.

De forma análoga o conceito da técnica de EMI pode-se estender para o cálculo da admitância dos transdutores de PZT colados na estrutura física. A admitância pode-se calcular como o inverso da impedância como como mostrado na Equação (97):

$$Y_o = \frac{I}{V} = j\omega a \left(\epsilon_{33}^T (1 - j\delta) - \frac{Z_s(w)}{Z_s(w) + Z_a(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right). \quad (97)$$

A matriz de impedância elétrica Z , é definida segundo:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega a_1} \left(\epsilon_{33}^T (1 - j\delta) - \frac{Z_{s1}(w)}{Z_{s1}(w) + Z_{a1}(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right)^{-1} & \frac{V_{11}}{I_{12}} & \cdot & \frac{V_{11}}{I_{1n}} \\ \frac{V_{12}}{I_{11}} & \frac{1}{j\omega a_2} \left(\epsilon_{33}^T (1 - j\delta) - \frac{Z_{s2}(w)}{Z_{s2}(w) + Z_{a2}(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right)^{-1} & \cdot & \frac{V_{12}}{I_{1n}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{V_{1n}}{I_{11}} & \cdot & \cdot & \frac{1}{j\omega a_n} \left(\epsilon_{33}^T (1 - j\delta) - \frac{Z_{sn}(w)}{Z_{sn}(w) + Z_{an}(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right)^{-1} \end{bmatrix}. \quad (98)$$

De maneira semelhante define-se uma matriz admitância Y , composta pelos valores obtidos da admitância segundo a técnica de EMI, na diagonal principal e a admitância mútua no elementos restantes da matriz Y :

$$\begin{bmatrix} jwa_1 \left(\epsilon_{33}^T (1-j\delta) - \frac{Z_{s1}(w)}{Z_{s1}(w)+Z_{a1}(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right) & \frac{I_{12}}{V_{11}} & \cdot & \frac{I_{1n}}{V_{11}} \\ \frac{I_{11}}{V_{12}} & jwa_2 \left(\epsilon_{33}^T (1-j\delta) - \frac{Z_{s2}(w)}{Z_{s2}(w)+Z_{a2}(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right) & \cdot & \frac{I_{1n}}{V_{12}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{I_{11}}{V_{1n}} & \cdot & \cdot & jwa_n \left(\epsilon_{33}^T (1-j\delta) - \frac{Z_{sn}(w)}{Z_{sn}(w)+Z_{an}(w)} d_{3x}^2 \bar{Y}_{xx}^E \right)^{-1} \end{bmatrix}. \quad (99)$$

No processo de diagonalização da matriz de impedância elétrica, Z , pode-se obter como resultado autovalores com sinal negativo. No presente trabalho tem-se interesse no valor modular dos elementos da matriz, Z_m , que representa o valor da impedância elétrica desacoplada de cada transdutor de PZT colado na estrutura monitorada. Segundo a Equação (78), obtêm-se a matriz:

$$|Z_{cm}| = \begin{bmatrix} |Z_{cm1}| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |Z_{cm2}| & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & |Z_{cmn}| \end{bmatrix}, \quad (100)$$

ou segundo a Equação (79), obtêm-se:

$$|Y_{cm}| = \begin{bmatrix} |Y_{cm1}| & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |Y_{cm2}| & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & |Y_{cmn}| \end{bmatrix}. \quad (101)$$

3.4 Conclusões parciais

Neste capítulo, foram mostradas as equações diferenciais que representam uma linha de transmissão elétrica, cujos parâmetros são uniformemente distribuídos ao longo da linha no domínio do tempo. Comparando-se os equacionamentos do material piezelétrico e os equacionamentos da linha de transmissão, verifica-se que é possível fazer uma analogia com o modelo do transdutor piezelétrico. Apresentou-se um modelo híbrido, para matrizes de transdutores piezelétricos baseados na teoria de decomposição modal de linhas de transmissão. O modelo híbrido proposto pode ser empregado para as análises do efeito de acoplamento entre os elementos de uma matriz de transdutores piezelétricos e também poder ser utilizado como uma alternativa a métodos estabelecidos para a detecção de falhas em estruturas monitoradas.

4 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo é implementado o modelo híbrido proposto com o objetivo de analisar os transdutores piezelétricos alocados num meio homogêneo sem perdas e com perdas, para prever as tensões induzidas em matrizes de transdutores de PZT. São apresentadas as matrizes de impedância eletromecânica medidas no domínio da frequência e as figuras com a resposta dinâmica do sistema na frequência e no tempo, para distintos sinais de excitação empregados.

Apresenta-se uma metodologia para melhorar a detecção de danos em uma estrutura física baseado no método das impedâncias mútuas. Na falta de uma estrutura física com transdutores de PZT, para testar as propostas é usado o simulador digital de circuitos eletrônicos *SPICE*®.

4.1 Estudos de casos

Na avaliação do modelo proposto deve-se mostrar o comportamento do circuito modelado. Nesse sentido, o modelo do sensor piezelétrico implementado é o de Mason (MASON, 1942) e os parâmetros principais do modelo do sensor são dados na Tabela 1. As principais características do modelo do transdutor de PZT são o diâmetro d , a área A_z , a constante piezelétrica h_{33} , a capacitância entre os eletrodos C_o , o fator de qualidade mecânico Q , a impedância característica Z_o e o fator de perdas δ_e .

Tabela 1 - Parâmetros da cerâmica piezelétrica.

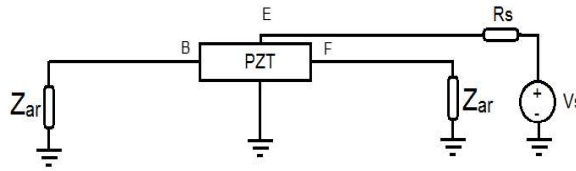
Parâmetros	Valor
A_z	$3.14 \times 10^{-4} (m^2)$
h_{33}	$2.15 \times 10^9 (N/m)$
C_o	1,23 (nF)
Z_o	$3,19 \times 10^6 (kg/(m^2 s))$
Q	15
δ_e	0.006

A seguir, são apresentados os resultados obtidos usando os modelos estudados e o modelo híbrido proposto.

Primeiro caso:

Na Figura 24 apresenta-se o circuito elétrico de um transdutor de PZT conectado a um gerador de sinais. O modelo elétrico do PZT é simplificado a um componente genérico com as sinalizações dos eletrodos, E e D , conectado diretamente a massa. As faces do transdutor são identificadas com as letras B e F . O sinal senoidal de entrada, V_s , têm 10 V de amplitude e considerou-se uma faixa de frequência entre 400 kHz a 4 MHz . A resistência do gerador de sinal, R_s , foi considerada 50Ω . O elemento Z_{ar} representa a impedância acústica do ar, com um valor de $Z_{ar} = 0,13\text{ kg/s}$.

Figura 24 - Circuito elétrico para o análises do PZT.

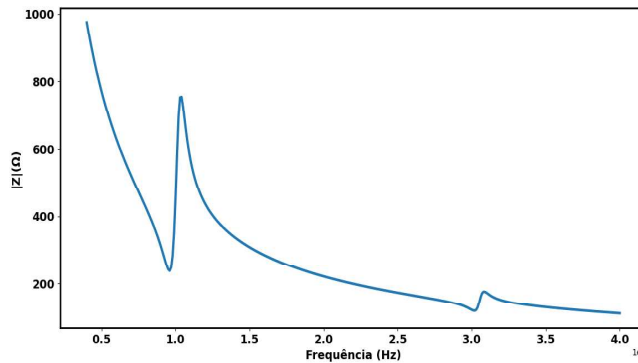


Fonte: Elaboração do próprio autor

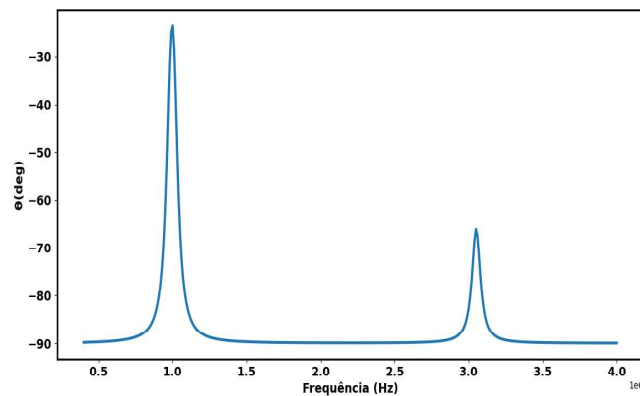
O transdutor comporta-se inicialmente como atuador, sendo excitado por meio de um sinal variável na frequência, $V_s(w)$. Na sequência o mesmo atua como sensor, ou seja, ao longo da excitação é medida a corrente elétrica induzida entre seus eletrodos, $I(w)$.

Nas Figuras 25 e 26 são apresentados os gráficos da resposta em frequência do transdutor empregado nos experimentos com as duas faces em contato direto com o ar.

Figura 25 - Módulo da impedância elétrica do PZT no ar.



Fonte: Elaboração do próprio autor

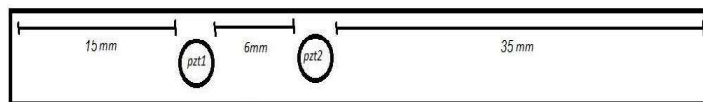
Figura 26 - Diagrama de fase da impedância elétrica do piezelétrico no ar.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Nas figuras apresentadas, nota-se a frequência de ressonância fundamental e o terceiro harmônico do transdutor de PZT simulado.

Segundo caso:

Na Figura 27 apresenta-se a vista superior de uma estrutura com 2 transdutores de PZT colados:

Figura 27 - Vista superior da estrutura.

Fonte: Elaboração do próprio autor

O material onde estão colados os transdutores é Polimetilmetacrilato (PMMA - acrônimo inglês para *Poly methyl methacrylate*). Na Tabela 2 mostra-se suas principais características:

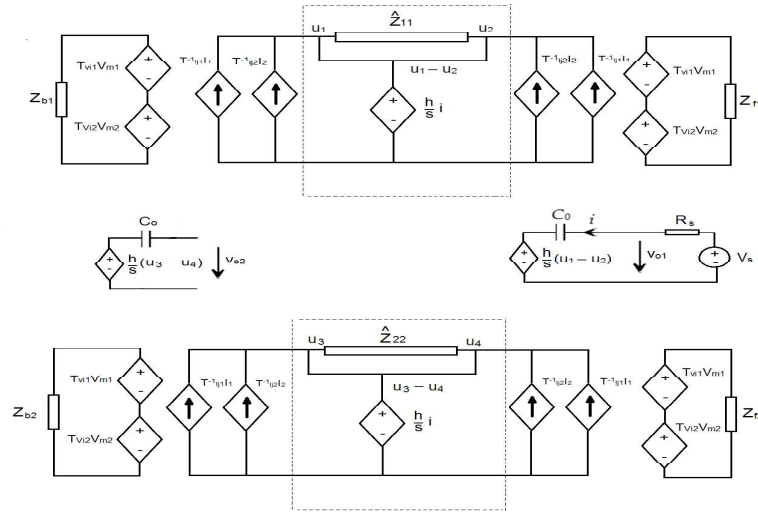
Tabela 2 - Parâmetros do material PMMA.

Parâmetros	Valor
Y	2870 (MPa)
ρ	1,18 (g/cm ³)
ϵ_r	2.6
μ_r	≈ 1

O parâmetro Y representa o módulo elástico ou módulo de Young, ρ a densidade, ϵ_r a permissividade elétrica relativa e μ_r a permeabilidade magnética relativa (HWANG et al., 2011).

O modelo de circuito elétrico equivalente é apresentado na Figura 28. Representam-se 2 transdutores de PZT distantes 6 mm um do outro e colados em uma estrutura considerada um meio homogêneo sem perdas.

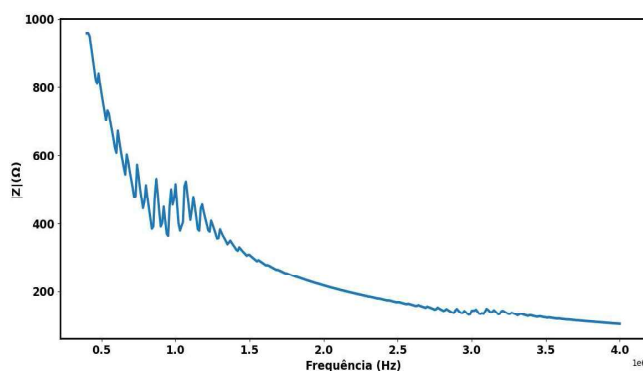
Figura 28 - Circuito elétrico do experimento.



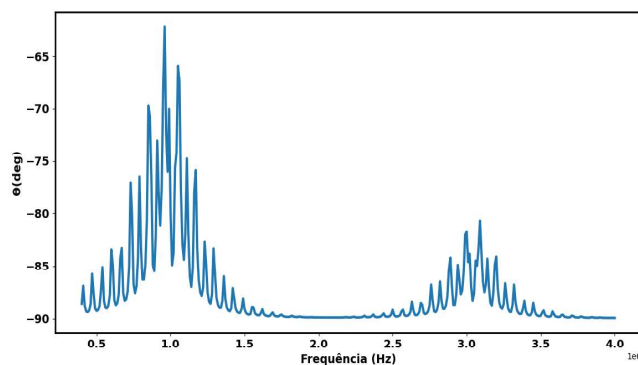
Fonte: Elaboração do próprio autor

Devido a impossibilidade de calcular de forma precisa a indutância ou capacitância própria e mútua entre os transdutores piezelétricos foi proposto fazer a medição da impedância EMI e mútua entre os transdutores piezelétricos. A matriz Z é composta pelos termos z_{ii} que representam as impedâncias eletromecânicas associada aos diferentes transdutores colados no meio homogêneo sem perdas e os elementos z_{ij} as impedâncias mútuas entre os transdutores piezelétricos. Considera-se os dois transdutores de PZT com as mesmas características, obtendo-se uma matriz de impedância elétrica simétrica.

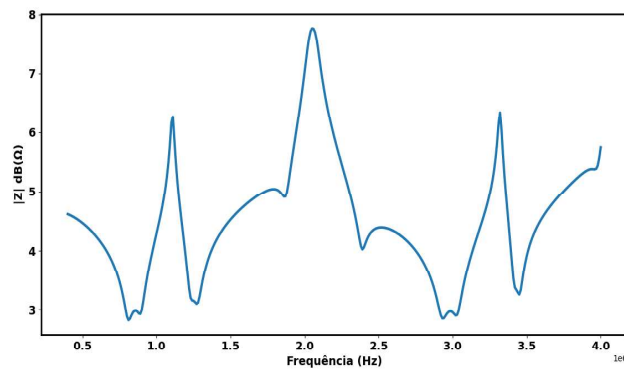
Nas Figuras 29 e 30 apresentam-se os gráficos de módulo e fase das impedâncias próprias do transdutor de PZT colado no material PMMA e nas Figuras 30 e 31 são apresentados os gráficos de módulo e fase da mútua obtida mediante simulação empregando o modelo de linhas de transmissão.

Figura 29 - Diagrama de módulo da EMI do piezelétrico.

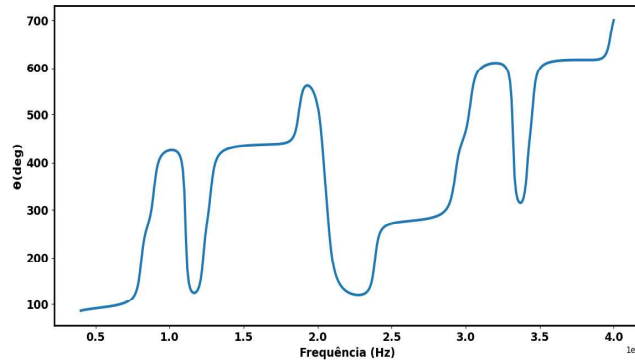
Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 30 - Diagrama de fase da EMI do piezelétrico.

Fonte: Elaboração do próprio autor

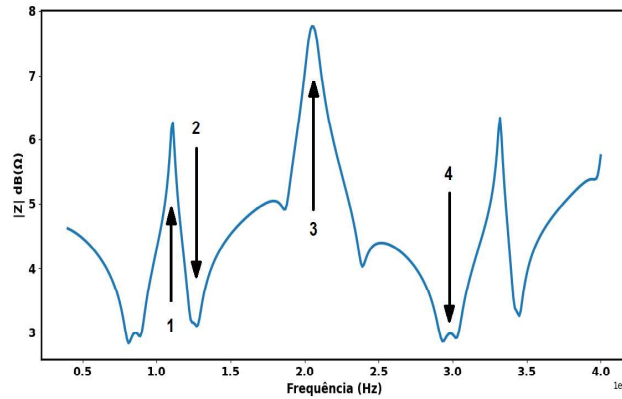
Figura 31 - Diagrama de módulo da impedância mútua entre os piezelétricos.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 32 - Diagrama de fase da impedância mútua entre os piezelétricos.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Na Figura 33, observa-se nas frequências indicadas pelas flechas (1) e (3) os maiores valores de acoplamento mútuo entre os transdutores de PZT do circuito. As frequências indicadas pelas flechas (2) e (4) indicam os menores valores de acoplamento elétrico entre os transdutores.

Figura 33 - Anotações no diagrama de módulo da impedância mútua entre os piezelétricos.

Fonte: Elaboração do próprio autor

A matriz de impedância elétrica, Z , para a frequência de ressonância de 0.65MHz é dada por:

$$Z = \begin{bmatrix} 708,425 & 1945,8 \\ 1945,8 & 708,425 \end{bmatrix} \quad (102)$$

Uma vez obtida a matriz Z , a matriz deve ser diagonalizada para obtenção dos au-

to vetores T e autovalores Z_m , segundo a transformação ortogonal:

$$Z_{cm} = T^{-1} Z T \quad (103)$$

Definido a transformação de matrizes:

$$T_V = T_I = T = (T^{-1})^t \quad (104)$$

e substituindo na equação 103 obtém-se:

$$Z_{cm} = T_V^{-1} Z T_I \quad (105)$$

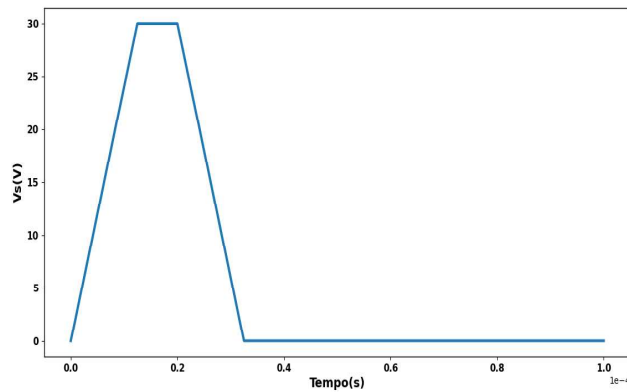
O módulo da matriz diagonal $|Z_{cm}|$ obtida é dado por:

$$|Z_{cm}| = \begin{bmatrix} 2654,225 & 0 \\ 0 & 1237,374 \end{bmatrix} \quad (106)$$

As impedâncias caraterísticas associadas a cada elemento piezelétrico são dadas por: $|Z_{cm11}| = 2654,225\Omega$ e $|Z_{cm22}| = 1237,374\Omega$.

O sinal na entrada do circuito, V_s , é um pulso com tempo de subida e descida de $12,5\text{ ns}$, largura de 20 ns e com 30 V de amplitude, como ilustrado na Figura 34. Para a simulação foi utilizado o método de Branin's e foram inseridos os modelos dos transdutores piezelétricos. Os parâmetros básicos foram: (a) fonte de sinal V_s ; (b) impedância de saída do gerador R_s igual a 50Ω ; (c) e impedâncias mecânicas Z_{bi} e Z_{fi} que simulam o meio homogêneo externo onde os transdutores estão colados.

Figura 34 - Sinal de entrada V_s .

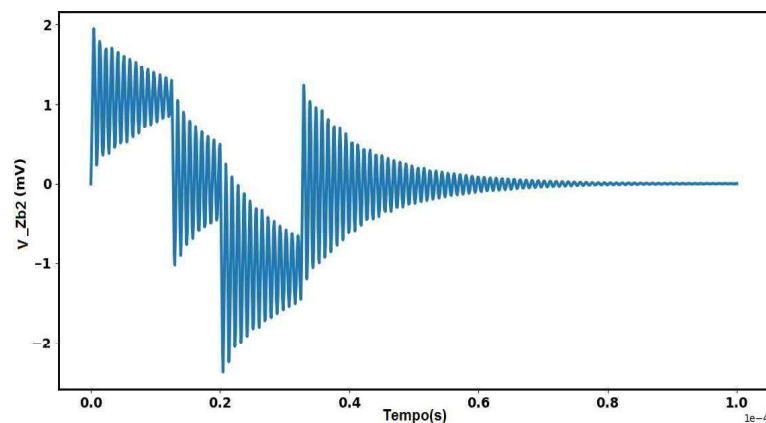


Fonte: Elaboração do próprio autor

A resposta transitória foi medida em Z_{b2} e o resultado é apresentado nas Figuras 35 e 36. Verifica-se de maneira direta que a proposta é viável, pois a resposta obtida é compatível com respostas apresentadas na literatura (Sanchez Dominguez, 2015).

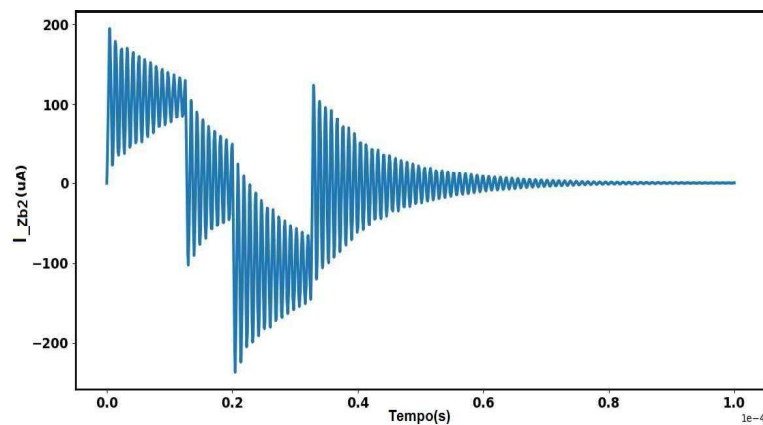
Na Figura 37, nota-se a tensão induzida nos eletrodos do PZT, quando o sinal propaga-se pela a estrutura física onde interferências construtivas e destrutivas tem lugar.

Figura 35 - Predição da resposta transitória da força induzida em Z_{b2} .

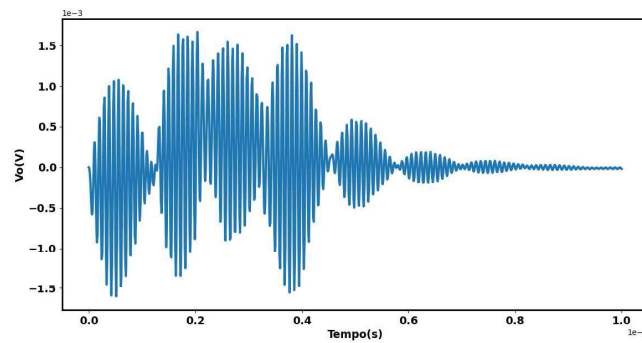


Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 36 - Predição da resposta transitória da velocidade da onda induzida em Z_{b2} .



Fonte: Elaboração do próprio autor

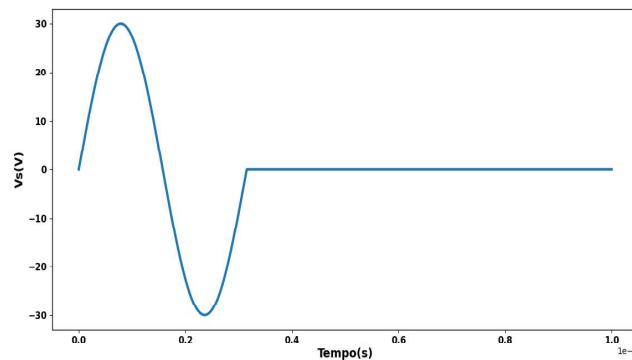
Figura 37 - Predição da resposta transitória da tensão V_o .

Fonte: Elaboração do próprio autor

Terceiro caso:

Para a mesma metodologia proposta no primeiro caso, aplica-se uma entrada composta por um sinal sinusoidal com frequência de 31,61 KHz e um sinal de amplitude constante igual a 0 por outro período de tempo.

O sinal de entrada é ilustrado na Figura 38.

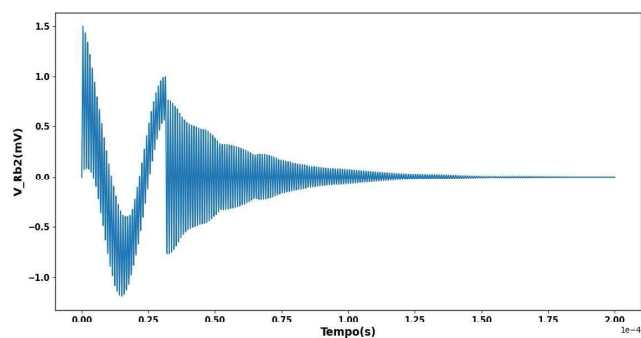
Figura 38 - Sinal de entrada V_s .

Fonte: Elaboração do próprio autor

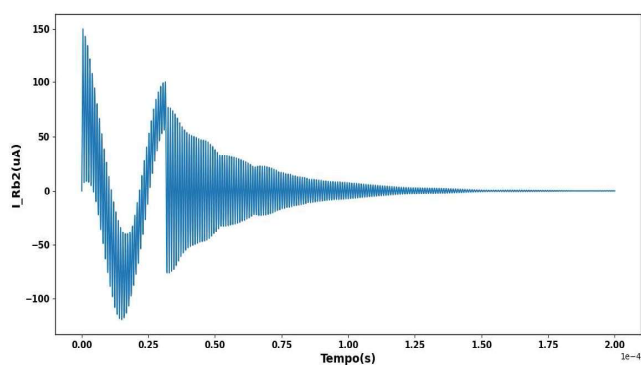
A matriz diagonal de impedância elétrica, Z_{cm} , para a frequência de ressonância de $0.65MHz$ é dada por:

$$|Z_{cm}| = \begin{bmatrix} 2654,225 & 0 \\ 0 & 1237,374 \end{bmatrix} \quad (107)$$

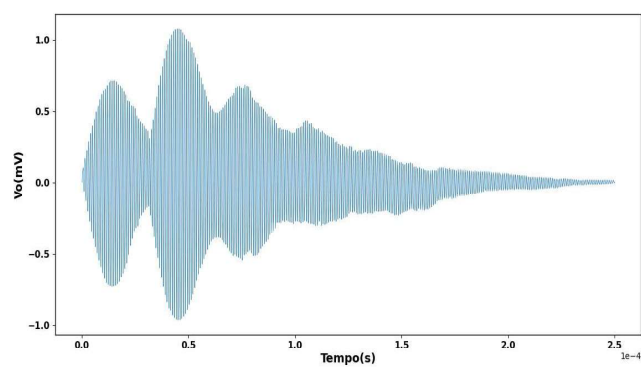
Nas Figuras 39 e 40 mostram-se a resposta obtida:

Figura 39 - Predição da resposta transitória da força induzida em Z_{b2} .

Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 40 - Predição da resposta transitória da velocidade da onda induzida em Z_{b2} .

Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 41 - Predição da resposta transitória da tensão V_o .

Fonte: Elaboração do próprio autor

A seguir são apresentados os resultados obtidos simulando-se danos na estrutura física onde estão colados os transdutores de PZT.

Quarto caso:

Com o objetivo de avaliar a metodologia proposta para a análise de estruturas que apresentam um dano físico, implementa-se uma variação nas propriedades elétricas da estrutura onde estão colados os transdutores de PZT.

A impedância elétrica é uma grandeza bidimensional que expressa uma função de valores complexos, dado pela Equação (108):

$$Z(w) = R(w) + X(w) \quad (108)$$

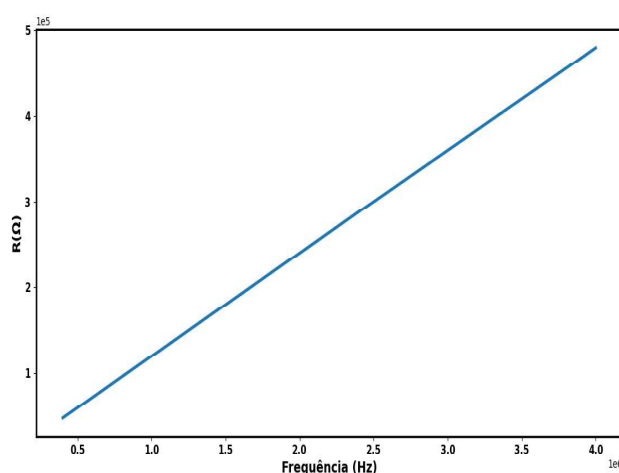
Implementa-se uma variação na frequência do parâmetro resistência elétrica, $R(w)$, segundo a relação:

$$R(w) = R^*w \quad (109)$$

onde R^* a resistência elétrica na frequência de ressonância e w , frequência.

A variação do parâmetro $R(w)$ é ilustrada na Figura 42.

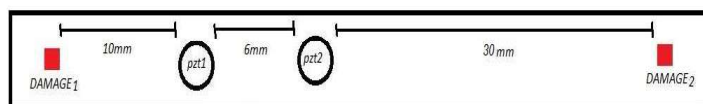
Figura 42 - Função linear $R(w)$.



Fonte: Elaboração do próprio autor

No experimento são simulados 2 danos em diferentes posições na estrutura de PMMA, como indicados na Figura 43.

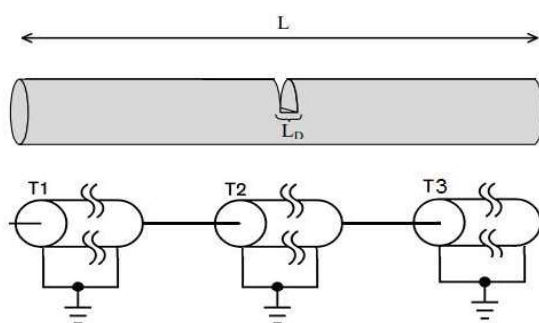
Figura 43 - Simulação da localização dos danos na estrutura/PZT.



Fonte: Elaboração do próprio autor

Para modelar a estrutura com o dano emprega-se o modelo composto por 3 linhas de transmissão elétrica como mostra-se na Fig 44.

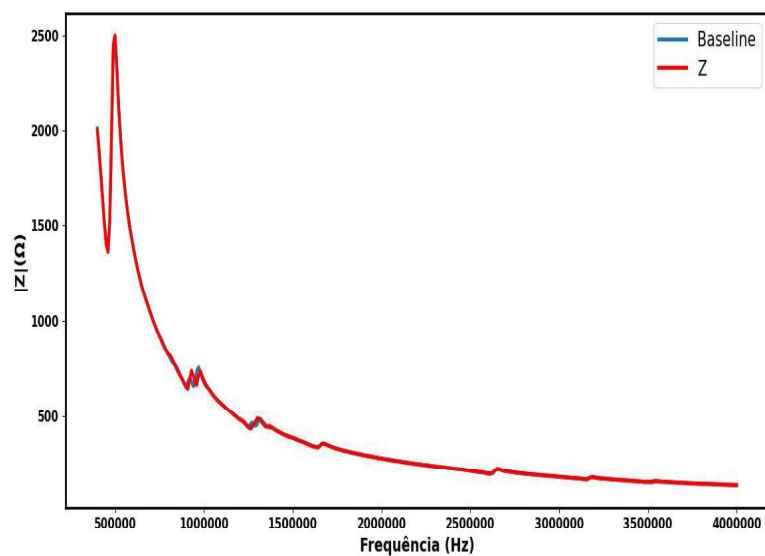
Figura 44 - Representação esquemática da subdivisão do dano na estrutura.



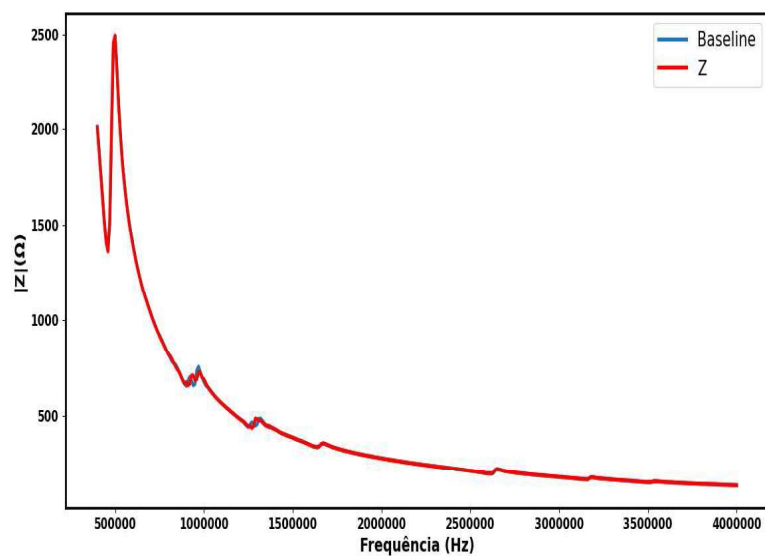
Fonte: Elaboração do próprio autor

As linhas de transmissão T_1 e T_3 , são consideradas subdivisões da estrutura de PMMA sem perdas. A subdivisão T_2 , considera-se com perdas no parâmetro resistência elétrica segundo a Figura 42.

A assinatura *Baseline* representa a medição da impedância eletromecânica na estrutura na condição íntegra, sem dano simulado. Assim, nas Figuras 45 e 46, mostram-se as diferentes assinaturas obtidas.

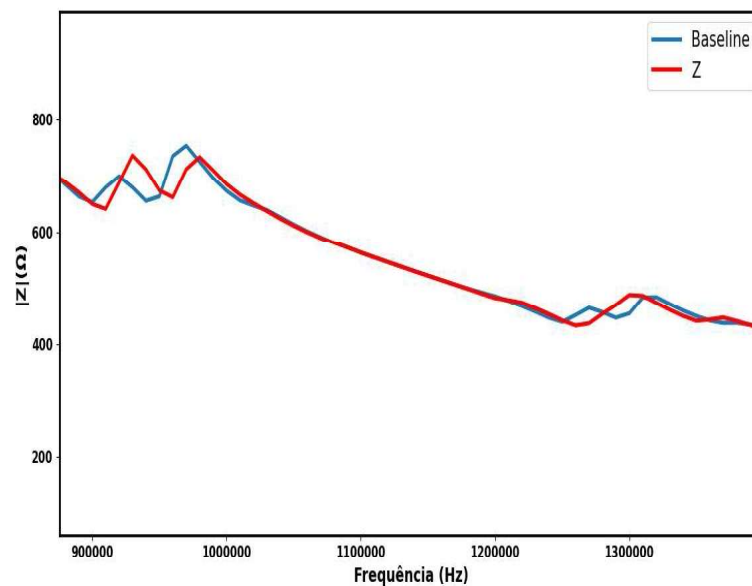
Figura 45 - Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 10 mm.

Fonte: Elaboração do próprio autor

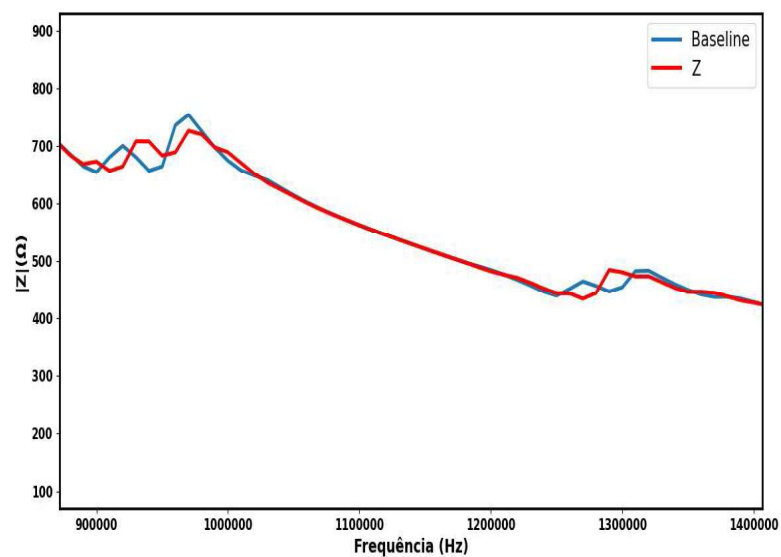
Figura 46 - Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 30 mm.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Nas Figuras 47 e 48 mostra-se uma faixa estreita para permitir uma boa comparação entre as assinaturas.

Figura 47 - Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 10 mm.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 48 - Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 30 mm.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Nas Figuras 45 e 46 não pode ser determinado uma variação substancial nas assinaturas das impedância eletromecânicas obtidas. Visando uma alternativa para obter uma

variação substancial nas assinaturas de impedância propõe-se o emprego do método das impedâncias mútuas proposto no Capítulo 2.

Baseado nas medições da impedância eletromecânica e a impedância mútua para cada dano simulado na estrutura monitorada da Figura 43, obtém-se:

$$Z_{10} = \begin{bmatrix} 736,549 & 8648 \\ 8596,9 & 738,857 \end{bmatrix} \quad (110)$$

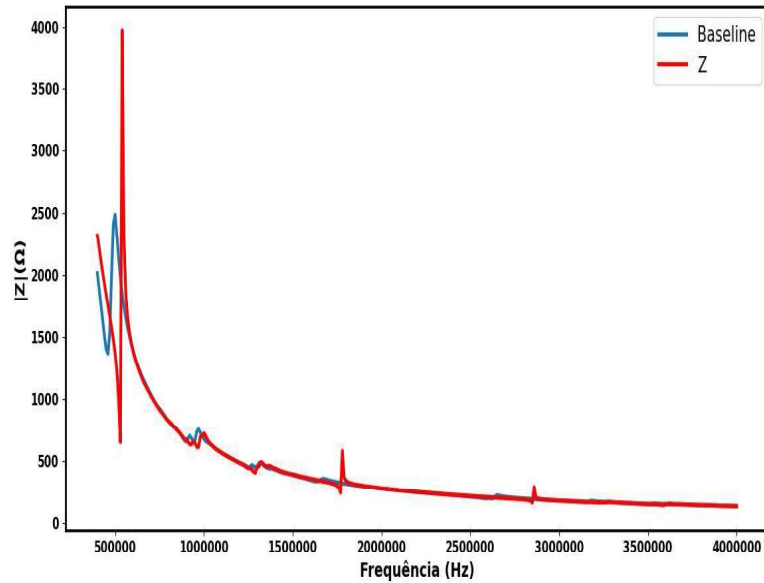
$$Z_{30} = \begin{bmatrix} 707,674 & 7896,7 \\ 7806,8 & 704,783 \end{bmatrix} \quad (111)$$

A seguir, são apresentados os valores modulares dos autovalores associados as matrizes de impedância Z_{10} e Z_{30} :

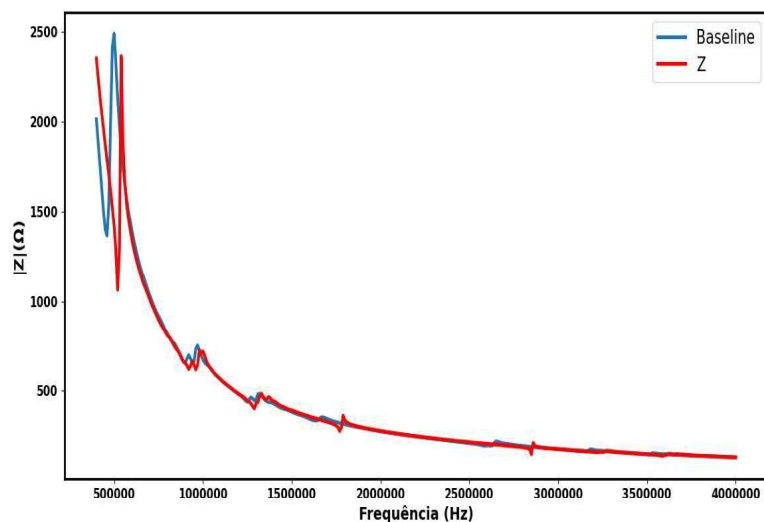
$$|Z_{10}| = \begin{bmatrix} 7884,709 & 9360,11 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad |Z_{30}| = \begin{bmatrix} 8557,84 & 7145,39 \end{bmatrix} \quad (112)$$

As Figuras 49 e 50 apresentam as novas assinaturas da impedância obtidas segundo o método proposto:

Figura 49 - Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 10 mm.

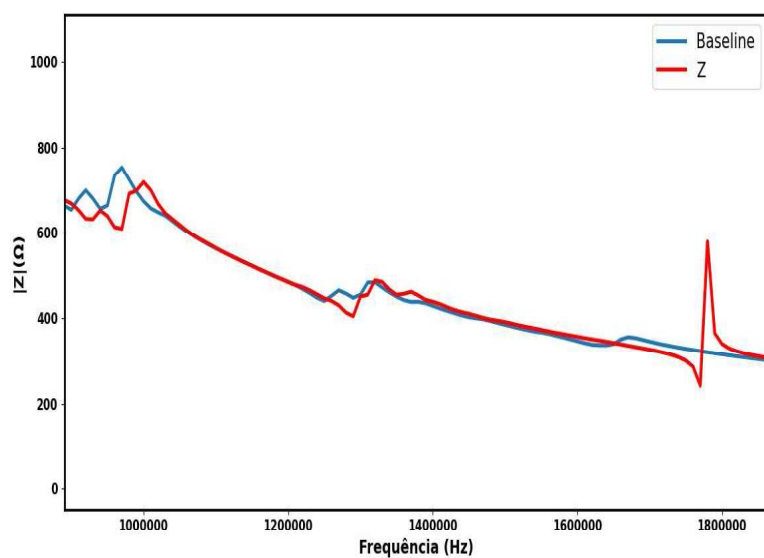


Fonte: Elaboração do próprio autor

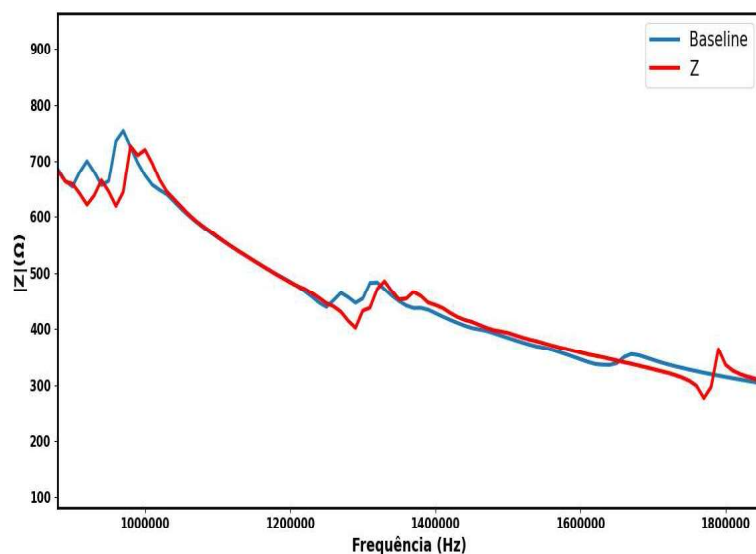
Figura 50 - Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 30 mm.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Nas Figuras 51 e 52 mostra-se uma faixa estreita para permitir uma boa comparação entre as assinaturas. Nota-se que foi possível obter uma variação substancial nas assinaturas das impedância eletromecânicas entre as curvas de *Baseline* e as curvas com danos simulados.

Figura 51 - Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 10 mm.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Figura 52 - Assinaturas de impedância elétrica para o dano a 30 mm.

Fonte: Elaboração do próprio autor

Nas Figuras 51 e 52 pode-se notar uma variação significativa na faixa frequências 1,59-1,88 MHz, associado com o aumento sensibilidade para a detecção e quantificação dos danos.

Uma comparação quantitativa é possível através dos índices de quantificação de dano *RMSD* e *MAPD*. Na Tabelas 3 e 4 apresentam-se os índices calculados para a faixa de frequências de 1,59-1,88 MHz .

Tabela 3 - Índice RMSD.

	10(mm)	30(mm)
EMI	0,0022	0,0022
Coupled	0,1637	0,0557

Fonte: Elaboração do próprio autor

Tabela 4 - Índice MAPD.

	10(mm)	30(mm)
EMI	$5,089 \times 10^{-6}$	$4,002 \times 10^{-6}$
Coupled	$4,993 \times 10^{-4}$	$2,268 \times 10^{-4}$

Fonte: Elaboração do próprio autor

4.2 Conclusões parciais

Nesse capítulo testou-se a teoria proposta anteriormente, aplicadas em exemplos práticos simulados, demonstrando que são viáveis para modelar o fenômeno de crosstalk em matrizes de transdutores de PZT e para detectar danos em estruturas físicas.

Nos resultados obtidos com o modelo híbrido para a predição do fenômeno de crosstalk nos transdutores de PZT verifica-se que é possível obter uma análise detalhada da contribuição individual de cada transdutor de PZT e obter uma resposta temporal considerando-se a impedância eletromecânica do meio físico onde estão colados.

Apresentou-se também uma metodologia para melhorar a detecção de danos em uma estrutura física baseado no método das impedâncias mútuas. Na comparação entre as metodologias que a nova proposta possibilitou obter variação substancial na resposta em frequência. Assim, é possível afirmar que a nova metodologia é mais sensível aos danos do que o método original baseado na EMI. Embora os índices de dano obtidos sejam muito baixos para a faixa de frequências analisada, pode-se identificar o tipo de dano na estrutura. Segundo o estudo (BAPTISTA; FILHO; INMAN, 2010), espera-se que os índices diminuam o valor à medida que a frequência aumenta.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentada uma metodologia para a detecção de crosstalk em matrizes de transdutores PZT em um meio homogêneo. A análise da influência de um transdutor PZT sobre outro foi baseada em um modelo de linha de transmissão à multicondutores aplicado a um modelo de transdutores PZT.

A impedância eletromecânica (EMI) de um transdutor PZT foi usada como um parâmetro para modelar a matriz de transdutores piezelétricos como uma linha de transmissão à multicondutores. Como resultado, foi obtido um modelo híbrido para o análises do efeito de crosstalk, abordagem que combina um modelo de linhas de transmissão elétricas acopladas com um modelo de transdutor piezelétrico.

A técnica proposta foi testada simulando uma matriz de transdutores PZTs aplicada à detecção de danos em estruturas. Os resultados demonstram que o modelo pode melhorar as técnicas de monitoramento da integridade estrutural (SHM) com base em EMI. No entanto, é importante ressaltar que os testes foram realizados com base em análises de circuitos, o que limita a modelagem física do PZT e estrutura, frente a variações de temperatura, por exemplo. Novas pesquisas estão focadas para acrescentar influência de parâmetros físicos no modelo do conjunto PZT/estrutura para melhorar o metodologia proposta.

O prosseguimento das pesquisas nessa linha passa pelo desenvolvimento de um modelo numérico mais completo que incorpore parâmetros e variações físicas envolvendo sensor, estrutura e ambiente. Além disso, é necessário fazer experimentos que possam corroborar o modelo aqui apresentado. Os resultados deste trabalho foram parcialmente publicados em evento científico e deverão ser melhor divulgados em revistas científicas.

REFERÊNCIAS

- BALLANDRAS, S.; WILM, M.; EDOA, P.-F.; SOUFYANE, A.; LAUDE, V.; STEICHEN, W.; RAPHAEL, L. Finite-element analysis of periodic piezoelectric transducers. *Journal of Applied Physics Melville*, v. 93, p. 702 – 711, 02 2003.
- BALLATO, A. Modeling piezoelectric and piezomagnetic devices and structures via equivalent networks. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control Piscataway*, v. 48, p. 1189–1240, 09 2001.
- BAPTISTA, F. G.; FILHO, J. V. A new impedance measurement system for pzt-based structural health monitoring. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Piscataway*, v. 58, n. 10, p. 3602–3608, 2009.
- BAPTISTA, F. G.; FILHO, J. V.; INMAN, D. J. Influence of excitation signal on impedance-based structural health monitoring. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures London*, v. 21, n. 14, p. 1409–1416, 2010.
- Bauer, B. Equivalent circuit analysis of mechano-acoustic structures. *Transactions of the IRE Professional Group on Audio, Piscataway*, AU-2, n. 4, p. 112–120, 1954.
- BRANIN, F. Transient analysis of lossless transmission line. *Proceedings of the IEEE New York*, v. 55, 12 1967.
- BYBI, A.; GRONDEL, S.; ASSAAD, J.; HLADKY-HENNION, A.-C.; GRANGER, C.; RGUITI, M. Reducing crosstalk in array structures by controlling the excitation voltage of individual elements: A feasibility study. *Ultrasonics Amsterdam*, v. 53, n. 6, p. 1135 – 1140, 2013.
- CELMER, M.; OPIELINSKI, K. Research and modeling of mechanical crosstalk in linear arrays of ultrasonic transducers. *Archives of Acoustics, Warsaw*, v. 41, n. 3, 2016. ISSN 2300-262X.
- CHUNG, N.-Y.; JIN, Y.-H. Cutting characteristics of quartz by abrasive waterjet. *Transactions of the Korean Society of Automotive Engineers Seoul*, v. 13, 01 2005.
- CORTEZ, N.; FILHO, J.; BAPTISTA, F. Design and implementation of wireless sensor networks for impedance-based structural health monitoring using zigbee and global system for mobile communications. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures London*, v. 26, 06 2014.
- DESILETS, C. S.; FRASER, J. D.; KINO, G. S. The design of efficient broad-band piezoelectric transducers. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics Piscataway*, v. 25, n. 3, p. 115–125, May 1978. ISSN 0018-9537.
- DJORDJEVIC, A. R.; SARKAR, T. K.; HARRINGTON, R. F. Time-domain response

- of multiconductor transmission lines. *Proceedings of the IEEE New York*, v. 75, n. 6, p. 743–764, June 1987. ISSN 0018-9219.
- DOMINGUEZ, I. S. Crosstalk in ultrasonic transducers, a first look. *IEEE Latin America Transactions Piscataway*, v. 13, n. 3, p. 589–598, March 2015. ISSN 1548-0992.
- GASPAROTTO, G.; oES, A. Z. S.; ZAGHETE, M. A.; PERAZOLLI, L.; VARELA, J. A.; LONGO, E. Síntese e caracterização da cerâmica pzt dopada com íons de bário. *Cerâmica, São Paulo*, v. 49, p. 110 – 115, 04 2003. ISSN 0366-6913.
- GIURGIUTIU, V.; ROGERS, C. A. Recent advancements in the electromechanical (e/m) impedance method for structural health monitoring and nde. In: REGELBRUGGE, M. E. (Ed.). *Smart Structures and Materials 1998: Smart Structures and Integrated Systems*. [S.l.]: SPIE, 1998. v. 3329, p. 536 – 547.
- GLIIC, B.; INAUDI, D. Fibre optic methods for structural health monitoring. *Fibre Optic Methods for Structural Health Monitoring Oxford*, p. 1–262, 11 2007.
- GUILLEMIN, E. *The engineering formulation of the long line problem*. [S.l.]: J. Wiley & Sons ; London, 1935. (Communication Networks, v. 2).
- HIROSHITAKEUCHI; NAKAYA, C. Pzt/polymer composites for medical ultrasonic probes. *Ferroelectrics New York*, v. 68, n. 1, p. 53–61, 1986.
- HU, X.; ZHU, H.-p.; WANG, D. A study of concrete slab damage detection based on the electromechanical impedance method. *Sensors*, v. 2014, p. 19897–19909, 10 2014.
- HWANG, Y.; JE, Y.; FARRAR, D.; WEST, J. E.; YU, S. M.; MOON, W. Piezoelectric properties of polypeptide-pmma molecular composites fabricated by contact charging. *Polymer, London*, v. 52, n. 13, p. 2723 – 2728, 2011. ISSN 0032-3861.
- INSTITUTE, A. N. S. Publication and proposed revision of ansi-ieee standard 176-1987 ansi-ieee standard on piezoelectricity. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Piscataway*, 1996.
- INSTITUTE, A. N. S.; ULTRASONICS, F. I.; COMMITTEE, F. C. S. S.; ELECTRICAL, I. of; ENGINEERS, E. Ieee standard on piezoelectricity. *Institute of Electrical and Electronics Engineers, Piscataway*, 1988.
- IVANOVA, E.; KOLPAKOV, Y. The use of moment theory to describe the piezoelectric effect in polar and non-polar materials. In: _____. [S.l.]: Springer Heidelberg, 2013. v. 22, p. 163–178.
- KRISHNAMURTHY, K.; LALANDE, F.; ROGERS, C. A. Effects of temperature on the electrical impedance of piezoelectric sensors. In: CHOPRA, I. (Ed.). *Smart Structures and Materials 1996: Smart Structures and Integrated Systems*. [S.l.]: SPIE, 1996. v. 2717, p. 302 – 310.
- LEACH, W. Controlled-source analogous circuits and spice models for piezoelectric transducers. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Piscataway*, p. 60–66, 1994.

- LIANG, C.; SUN, F.; ROGERS, C. Coupled electro-mechanical analysis of adaptive material systems determination of the actuator power consumption and system energy transfer. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures London*, v. 5, n. 1, p. 12–20, 1994.
- LIPPMANN, G. Principe de la conservation de l'électricité, ou second principe de la théorie des phénomènes électriques. *J. Phys. Theor.*, 1881.
- LISTER, M. The numerical solution of hyperbolic partial differential equations by the method of characteristics. *Mathematical Methods for Digital Computers*, 1960.
- LYNCH, J.; LOH, K. A summary review of wireless sensors and sensor networks for structural health monitoring. *The Shock and Vibration Digest, Oaks*, v. 38, p. 91–128, 03 2006.
- MARUO, I. I. C.; GIACHERO, G. d. F.; A, V. S. J.; NETO, R. M. F. Electromechanical Impedance - Based Structural Health Monitoring Instrumentation System Applied to Aircraft Structures and Employing a Multiplexed Sensor Array. *Journal of Aerospace Technology and Management Sao Jose dos Campos*, v. 7, p. 294 – 306, 09 2015. ISSN 2175-9146.
- MARX, K. D. Propagation modes, equivalent circuits, and characteristic terminations for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Piscataway*, v. 21, n. 7, p. 450–457, 1973.
- MASON, W. *Electromechanical transducers and wave filters*. [S.l.]: D. Van Nostrand company, inc., 1942. (The Bell telephone laboratories series).
- MCKNIGHT, J. W.; PAUL, C. R. Applications of multiconductor transmission line theory to the prediction of cable coupling. vol. 5. prediction of crosstalk involving twisted wire pairs. 1978.
- NOKES, J. P.; CLOUD, G. L. The application of interferometric techniques to the nondestructive inspection of fiber-reinforced materials. *Experimental Mechanics New York*, v. 33, p. 314–319, 1993.
- ORR, L.-A.; MULHOLLAND, A. J.; OLEARY, R. L.; HAYWARD, G. Harmonic analysis of lossy, piezoelectric composite transducers using the plane wave expansion method. *Ultrasonics, London*, v. 48, n. 8, p. 652 – 663, 2008. ISSN 0041-624X.
- PARK, G.; SOHN, H.; FARRAR, C. R.; INMAN, D. J. Overview of piezoelectric impedance-based health monitoring and path forward. *The Shock and Vibration Digest Oaks*, v. 35, p. 451–463, 2003.
- REDWOOD, M. Transient performance of a piezoelectric transducer. *Journal of The Acoustical Society of America Melville*, v. 33, 04 1961.
- SANTOS, A.; FIGANIER, J. The method of series expansion in the frequency domain applied to multidielectric transmission lines (short papers). *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Piscataway*, p. 753 – 756, 10 1975.
- SCHMERR, L. W. *Fundamentals of Ultrasonic Nondestructive Evaluation*. [S.l.]:

Springer International Publishing, 2016.

VIVES, A.; ARNAU, A. *Piezoelectric Transducers and Applications*. [S.l.]: Springer, 2004. (Springer Nature Book Archives Millennium). ISBN 9783540209980.

WILM, M.; ARMATI, R.; DANIAU, W.; BALLANDRAS, S. Cross-talk phenomena in a 1-3 connectivity piezoelectric composite. *Acoustical Society of America Melville*, 2004.

WILM, M.; BALLANDRAS, S.; LAUDE, V.; PASTUREAUD, T. A full 3d plane-wave-expansion model for 1-3 piezoelectric composite structures. *The Journal of the Acoustical Society of America Melville*, v. 112, p. 943–52, 10 2002.

WOJCIK, G.; DESILETS, C.; NIKODYM, L.; VAUGHAN, D.; ABBOUD, N.; MOULD, J. Computer modeling of diced matching layers. In: *1996 IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 2, p. 1503–1508 vol.2. ISSN 1051-0117.

XU, Y.; LIU, G. A modified electro-mechanical impedance model of piezoelectric actuator-sensors for debonding detection of composite patches. 2002.

ZHANG, Y.; DESBOIS, J.; BOYER, L. Characteristic parameters of surface acoustic waves in a periodic metal grating on a piezoelectric substrate. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Piscataway*, v. 40, n. 3, p. 183–192, 1993.

ZUO, C.; FENG, X.; ZHANG, Y.; LU, L.; ZHOU, J. Crack detection in pipelines using multiple electromechanical impedance sensors. *Smart Materials and Structures, Bristol*, v. 26, n. 10, p. 104004, aug 2017.