

LUIS FELIPE FERREIRA MOTTA BARBOSA

**AVALIAÇÃO DA RIGIDEZ TORCIONAL DO CHASSI DE UM PROTÓTIPO BAJA
SAE ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS E DE ENSAIO
EXPERIMENTAL**

Guaratinguetá – SP

2015

LUIS FELIPE FERREIRA MOTTA BARBOSA

AVALIAÇÃO DA RIGIDEZ TORCIONAL DO CHASSI DE UM PROTÓTIPO BAJA SAE
ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS E DE ENSAIO EXPERIMENTAL

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. José Elias Tomazini

Guaratinguetá

2015

B238a Barbosa, Luis Felipe Ferreira Motta
Avaliação da rigidez torcional do chassi de um protótipo Baja SAE através do método de elementos finitos e de ensaio experimental / Luis Felipe Ferreira Motta Barbosa – Guaratinguetá, 2015.
95 f : il.
Bibliografia: f. 85-86

Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2015.
Orientador: Prof. Dr. José Elias Tomazini

1. Automóveis - Projetos e construção 2. Dinâmica dos corpos rígidos
3. Método dos elementos finitos I. Título

CDU 629.113

LUÍS FELIPE FERREIRA MOTTA BARBOSA

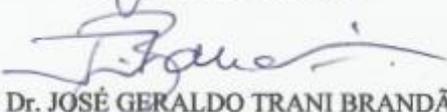
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr.  MARCELO SAMPAIO MARTINS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. JOSÉ ELIAS TOMAZINI
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. JOSÉ GERALDO TRANI BRANDÃO
UNESP-FEG


Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
UNESP-FEG

Janeiro de 2016

DADOS CURRICULÁRES

LUIS FELIPE FERREIRA MOTTA BARBOSA

NASCIMENTO 05/06/1992 – GUARATINGUETÁ / SP

FILIAÇÃO Fernando César Mendes Barbosa
Ana Cristina Ferreira Motta Barbosa

2010/2015 Curso de Graduação – Engenharia Mecânica
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Equipe Piratas do Vale Bardahl, em especial ao Luís Felipe Santos pela sugestão do tema do trabalho e também ao capitão da equipe Lucas Reis e ao Marcos Yukio pela colaboração na realização do ensaio.

Ao Professor Dr. José Elias Tomazini, que, com sua experiência, orientou me durante o trabalho.

Aos técnicos do Departamento de Engenharia Mecânica e do Departamento de Energia, que auxiliaram na realização do ensaio experimental.

E, finalmente, à minha família, que sempre esteve ao meu lado.

BARBOSA, Luis Felipe F. M. **Avaliação da rigidez torcional do chassi de um protótipo Baja SAE através do método de elementos finitos e de ensaio experimental**. 2015. 95 f. Trabalho de Graduação (Bacharel em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

RESUMO

A rigidez torcional do chassi é uma das propriedades de maior importância na estrutura de um veículo, assim, sua determinação é importante. Pela primeira vez, a rigidez torcional foi considerada no projeto de um protótipo Baja SAE da equipe da UNESP – FEG, “Equipe Piratas do Vale Bardahl”. Segundo a opinião da equipe, o aumento da rigidez desse protótipo, denominado de MB1114, possibilitou uma grande melhora no seu desempenho durante as competições. No presente trabalho, a avaliação experimental da rigidez torcional desse protótipo é realizada, detalhando a análise dos resultados, bem como o efeito da histerese, a regressão linear e incerteza experimental. Também mostra-se que é possível avaliar a rigidez torcional de um chassi com uma baixa incerteza experimental sem gastar muitos recursos. A bancada de teste utilizada custou R\$ 32,50 devido ao reaproveitamento de materiais e à utilização da instrumentação já disponível no campus. Além disso, a bancada é simples de ser produzida e pode ser facilmente armazenada. Essas características são importantes para as equipes estudantis participantes das competições do Baja e Fórmula SAE. Por fim, o resultado experimental é utilizado para validar a análise por elementos finitos realizada pela equipe durante o desenvolvimento desse protótipo, pois estudos semelhantes serão realizados para os novos carros. Depois de investigar a análise por elementos finitos, obteve-se um resultado 13,5% maior do que o obtido experimental. Acredita-se que essa diferença seja ocasionada pelas imperfeições do modelo de elementos finitos, ou seja, por não ser possível simular todos fenômenos presente no modelo real.

PALAVRAS-CHAVE: Chassi. Rigidez torcional. Ensaio de rigidez torcional. Análise por elementos finitos. Baja SAE.

BARBOSA, Luis Felipe F. M. **Evaluation of the torsional stiffness of a prototype Baja SAE chassis through finite element method and experimental test.** 2015. 95 f. Graduate Work (Graduate in Mechanical Engineering) – Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

ABSTRACT

The torsional stiffness of chassis is one of the most important properties of a vehicle's structure and therefore its measurement is important. For the first time, the torsional stiffness was considered on the design of a prototype Baja SAE of the team from UNESP – FEG, “Equipe Piratas do Vale Bardahl”. According to the team's opinion, the increase of stiffness on this prototype, called MB1114, made possible a great improvement in its performance during competitions. In this work, the experimental evaluation of the torsional stiffness from this prototype is performed, detailing the analysis of results, as well as, the hysteresis' effect, least-squares regression and uncertainty analysis. It also shows that it is possible to measure the torsional stiffness of chassis with a low experimental uncertainty without expending many resources. The test rig costed R\$ 32,50 due the reuse of materials and the use of instrumentation already available on campus. Furthermore, it is simple to produce and can be easily stocked. Those features are important for Baja and Formula SAE teams. Lastly, the measured value is used to validate the finite element analysis performed by the team during this prototype's design, because similar studies will be performed for the new cars. After investigating the finite element analysis, one result 13,5% higher than the measured value was reached. This difference is believed to be occurred due the imperfections of the finite element model, in other words, for not been possible to simulate every phenomena present on the real model.

KEYWORDS: Chassis. Torsional Stiffness. Torsional Stiffness Test. Finite Element Analysis. Baja SAE.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ângulo de torção variando ao longo do eixo longitudinal de um chassi	18
Figura 2 – Esquema do teste de rigidez torcional utilizando um pivô central.....	23
Figura 3 – Bancada de teste de rigidez torcional da McGill: a) A não-coincidência do eixo longitudinal com o eixo de rotação; b) Detalhe do pivô.....	24
Figura 4 – Detalhe do suporte do experimento do Oyama da Universidade de McGill.....	25
Figura 5 – União aparafusada dos suportes com as mangas de eixo no ensaio de rigidez torcional da Universidade de Carleton, Canadá	25
Figura 6 – Torque através de um binário: a) Esquema da aplicação das cargas; b) Ensaio	26
Figura 7 – Esquema do ensaio de rigidez torcional do chassi com pivô no canto.	27
Figura 8 – Ensaio de rigidez torcional na Universidade Cornell: a) Foto da dianteira esquerda; b) Curva força aplicada pela deflexão, mostrando a não linearidade.	28
Figura 9 – Ensaio para medir a rigidez a rigidez torcional da montadora FIAT.....	29
Figura 10 – Chassi Laughlin durante o ensaio de rigidez torcional	30
Figura 11 – Esquema dos dispositivos do ensaio de rigidez torcional de Thompson: a) Suporte da dianteira; b) Suporte da traseira	31
Figura 12 – Condição de vinculação mínima; as setas indicam os graus de liberdades livres de translação do chassi	33
Figura 13 – Aumento percentual da rigidez torcional devido ao aumento das restrições dos graus de liberdade do aparato experimental	34
Figura 14 – Condições de restrições dos ensaios de rigidez de: a) Thompson, b) Oyama.....	34
Figura 15 – Protótipo MB1114 da Equipe Piratas do Vale Bardahl durante a Competição BAJA SAE Brasil – Etapa Sudeste 2015.....	35
Figura 16 – Montagem completa do protótipo MB1114 no programa SolidWorks	36
Figura 17 – Modelagem do protótipo para o estudo de rigidez torcional pelo método de elementos finitos: a) Somente o chassi; b) Modelo final para o estudo	37
Figura 18 – Modelagem da suspensão dianteira: a) Vista explodida da roda e suspensão dianteira; b) Suspensão dianteira modelada para o estudo	37
Figura 19 - Modelagem da suspensão traseira: a) Vista explodida da roda, suspensão e semi-eixo traseiro; b) A traseira modelada para o estudo	38
Figura 20 – Vista isométrica da malha de elementos finitos do protótipo MB1114.....	39

Figura 21 – Detalhe da malha de elementos finitos da bandeja inferior da suspensão dianteira	39
Figura 22 – Torque aplicado e condições de restrições para o estudo de rigidez torcional dianteira	41
Figura 23 – Resultado da deformação total do modelo (estudo de rigidez torcional da dianteira): a) Vista frontal; b) Vista lateral esquerda.....	42
Figura 24 – Torque aplicado e condições de restrições para o estudo de rigidez torcional da traseira.....	43
Figura 25 – Resultado da deformação total do modelo (estudo de rigidez torcional da traseira): a) Vista posterior; b) Vista lateral esquerda	44
Figura 26 – Rigidez torcional do protótipo MB1114 através do estudo de elementos finitos .	45
Figura 27 – Esquema do ensaio de rigidez torcional.....	47
Figura 28 – Preparação do carro para o ensaio; barras rígidas substituindo os amortecedores	49
Figura 29 – Fixação da direção.....	50
Figura 30 – Fixação da traseira para o ensaio de rigidez torcional	51
Figura 31 – Detalhe da fixação traseira (da esq. para dir.): semieixo sobre o cavalete; chapa conformada; grampos sargento do tipo C pressionando a chapa contra o semieixo	52
Figura 32 – Tripé com altura regulável para apoiar a dianteira do protótipo em seu centro....	53
Figura 33 – Regulagem da altura do tripé para o nivelamento do assoalho. Detalhe da régua de nível indicando o alinhamento do assoalho	53
Figura 34 – Anilhas sobre o prato para a aplicação do torque durante o pré-teste.....	54
Figura 35 – Posicionamento do relógio comparador digital sobre o pino de eixo dianteiro....	55
Figura 36 – Ensaio de rigidez torcional durante a segunda medição com aplicação da carga no lado esquerdo	56
Figura 37 – Comparação da regressão linear pelos mínimos quadrados e com a reta passando pela origem para a primeira medição.....	59
Figura 38 – Primeira medição com aplicação da carga no lado direito após a inversão torque: o maior efeito da histerese observado no ensaio.	61
Figura 39 – Diminuição da histerese da primeira para segunda medição durante a aplicação de carga no lado direito	61
Figura 40 – Diferença angular entre a retirada da carga a sua colocação: a) Aplicação da carga no lado esquerdo; b) Aplicação da carga no lado direito.....	62

Figura 41 – Regressão linear com a reta passando pela origem para a terceira medição	64
Figura 42 – Diferença entre a deflexão total e a deflexão vertical aplicando forças de 300N. 73	73
Figura 43 – Ajustando o pré-carregamento do conector do tipo parafuso em 20 Nm.	74
Figura 44 – Modelo CAD do MB1114 para o estudo de rigidez torcional: em azul o tubo diagonal do teto antes de ser retirado	76
Figura 45 – Resultados gráficos da simulação caso 5 com aplicação de um binário de 366 Nm gerado por forças de 300N: a) Vista frontal elevada; b) Vista lateral esquerda	77
Figura 46 – Estrutura instável ao aplicar a mesma condição de vinculação da traseira do ensaio, comprovando a necessidade do uso do tripé na dianteira.....	78
Figura 47 – Posicionamento da chapa na modelagem do tripé	79
Figura 48 - União da chapa ao tubo.....	80
Figura 49 - Restrição do grau de liberdade de translação $U_y = 0$	80
Figura 50 – Deslocamento vertical (UY) aplicando uma força de 1.000 N no lado esquerdo (Torque sentido horário da vista frontal).....	81
Figura 51 – Deslocamento vertical (UY) aplicando uma força de 1.000 N no lado direito (Torque sentido anti-horário da vista frontal).....	81

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Comparação entre o método dos elementos finitos e o experimental para obtenção do coeficiente de rigidez do chassi	21
Quadro 2 – Diferentes condições de vinculação analisado por Thompson.....	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores típicos de rigidez torcional para diferentes tipos de veículos.....	20
Tabela 2 – Propriedade do aço carbono AISI 1020 da biblioteca de materiais do programa SolidWorks	40
Tabela 3 – Aumento da rigidez torcional do protótipo MB1114 em relação ao seu antecessor	45
Tabela 4 – Distâncias laterais entre os relógios comparadores e o comprimento do braço	57
Tabela 5 – Torque aplicado pelo ângulo de torção relativo para cada medição – Aplicação da carga no lado esquerdo	58
Tabela 6 – Torque aplicado pelo ângulo de torção relativo para cada medição – Aplicação da carga no lado direito	58
Tabela 7 – Comparação da rigidez torcional obtida pela regressão linear de mínimos quadrados e pela regressão com a reta passando pela origem	60
Tabela 8 – Avaliação experimental da rigidez torcional do chassi do protótipo MB1114 sem considerar a propagação de erro experimental	63
Tabela 9 – Erro experimental da terceira medição com aplicação da carga no lado esquerdo	67
Tabela 10 – Erro experimental da terceira medição com aplicação da carga no lado direito	68
Tabela 11 – Contribuição dos parâmetros na terceira medição com aplicação da carga no lado esquerdo – Análise somente durante o incremento da carga.....	69
Tabela 12 – Comparação da rigidez torcional obtida experimentalmente com a da simulação por elementos finitos.....	70
Tabela 13 – Efeito do deslocamento vertical e do deslocamento total sobre a rigidez torcional	72
Tabela 14 – Influência do torque de pré-carregamento dos parafusos na rigidez torcional	75
Tabela 15 – Comparação da rigidez torcional obtida experimentalmente com as simulações por elementos finitos.....	82

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS	14
1.2	MÉTODO DE PESQUISA	15
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	CHASSI VEICULAR	16
2.1.1	Tipos de chassi	16
2.1.2	Carregamentos e deformações	16
2.1.3	Propriedades do chassi	17
2.1.3.1	Propriedades inerciais.....	17
2.1.3.2	Rigidez torcional	18
2.2	OBTENÇÃO DA RIGIDEZ TORCIONAL.....	20
2.2.1	Métodos	20
2.2.2	Ensaio de rigidez torcional	22
2.2.2.1	Pivô no centro.....	23
2.2.2.2	Pivô no canto	26
2.2.2.3	Dois suportes rígidos	28
2.2.3	Condições de restrições dos graus de liberdades	32
3	ESTUDO DE CASO	35
3.1	SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS	36
3.1.1	Construção do modelo para o estudo	37
3.1.2	Modelagem em elementos finitos	38
3.1.3	Avaliação da rigidez torcional	40
3.2	ENSAIO DE RIGIDEZ TORCIONAL	46
3.2.1	Esquema do ensaio	47
3.2.2	Preparação do protótipo	49

3.2.3	Aparato experimental.....	50
3.2.4	Procedimento experimental	55
3.2.5	Resultados.....	57
3.2.5.1	Análise da reta passando pela origem	58
3.2.5.2	Análise do efeito da histerese	60
3.2.5.3	Rigidez torcional sem considerar a propagação de erro experimental	63
3.2.5.4	Análise da incerteza experimental.....	64
3.2.5.5	Valor experimental da rigidez torcional.....	69
3.3	VALIDAÇÃO DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	70
3.3.1	Simulação caso 1	71
3.3.2	Simulação caso 2 – Kt através do deslocamento vertical	72
3.3.3	Simulação caso 3 – influência da pré-carga nos parafusos	74
3.3.4	Simulação caso 4 – Influência do sentido de aplicação do binário.....	75
3.3.5	Simulação caso 5 – caso 2 sem o tubo diagonal no teto	75
3.3.6	Simulação caso 6 – caso 5 com restrição da traseira igual no ensaio.....	78
3.3.7	Simulação caso 7 – caso 6 com aplicação do torque igual do ensaio	79
3.3.8	Comparação final entre o ensaio e a simulação	82
4	CONCLUSÕES.....	84
	REFERÊNCIAS.....	85
	APÊNDICE A RESULTADOS DA SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS	87
	APÊNDICE B DADOS EXPERIMENTAIS COLETADOS	88
	APÊNDICE C REGRESSÃO LINEAR DOS DADOS EXPERIMENTAIS...	90

1 INTRODUÇÃO

A rigidez torcional do chassi é uma das propriedades de maior importância na estrutura de um veículo, pois ela, junto com a suspensão e direção, afeta diretamente a resposta dinâmica do veículo. Tanto a dirigibilidade quanto o comportamento vibracional de um veículo são afetados pela rigidez do chassi (DEAKIN *et al.* 2000), (RILLEY e GEORGE, 2002) e (SAMPÒ, 2011).

O chassi do protótipo MB1114 foi o primeiro chassi desenvolvido pela “Equipe Piratas do Vale Bardahl” considerando a rigidez torcional do chassi no projeto do protótipo. O aumento da rigidez do chassi desse protótipo possibilitou, segundo a opinião da equipe, uma grande melhora no seu desempenho durante as competições, principalmente nas provas de manobrabilidade e “*suspention and traction*”.

Durante o desenvolvimento desse protótipo, simulações de elementos finitos foram realizadas para analisar a rigidez do veículo. Após a definição do chassi, o valor da rigidez foi utilizado no refinamento de parâmetros do protótipo (por exemplo, ângulo de camber, ângulo cáster). Porém, não há a total certeza se o método de modelagem do veículo para a análise computacional de sua rigidez condiz inteiramente com a realidade, por isso o ensaio de rigidez torcional deverá ser realizado.

Simulações de engenharia podem levar a resultados errados. Assim, deve-se ter a certeza de que o modelo empregado representa da forma mais precisa o sistema físico estudado. Por esse motivo, é importante validar o método utilizado pela equipe para obter a rigidez torcional do chassi por elementos finitos, já que estudos semelhantes ao do protótipo MB1114 serão realizados no desenvolvimento de novos protótipos. Logo, deve-se ensaiar o protótipo para poder validar a simulação computacional.

1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivo obter a rigidez torcional do chassi do protótipo MB1114 Baja SAE da equipe da UNESP - FEG, “Equipe Piratas do Vale Bardahl”, através da análise pelo Método de Elementos Finitos e, também, através de ensaio experimental.

Por fim, a comparação desses resultados permitirá validar esse método de obtenção da rigidez do chassi por modelo de elementos finitos, que será utilizado pela equipe durante o desenvolvimento de novos protótipos.

1.2 MÉTODO DE PESQUISA

Primeiro, será feito um levantamento bibliográfico sobre os diversos métodos experimentais para medição da rigidez torcional de chassi veicular. Bem como, sobre a análise pelo Método de Elementos Finitos para esse propósito.

Posteriormente, será realizado um estudo de caso, que consiste em três etapas. Na primeira etapa, será apresentada a análise por elementos finitos realizada pela equipe no desenvolvimento do protótipo MB1114. A segunda etapa consisti no ensaio experimental para obtenção do valor real da rigidez torcional do chassi. Na terceira etapa, será comparada a simulação do modelo em elementos finitos realizadas pela equipe com o resultado experimental.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho é composto por quatro capítulos. Esta seção faz parte do capítulo 1, que consiste na apresentação geral do tema do trabalho, na justificativa, nos objetivos e no método empregado para a execução do estudo.

O capítulo 2 aborda a fundamentação teórica dividida em duas partes. Na primeira, o chassi veicular é abordado. Já na segunda parte do capítulo 2, diversos ensaios de rigidez torcional encontrados na literatura técnicas são mostrados.

O capítulo 3 é composto pelo estudo de caso, no qual detalha-se a avaliação da rigidez torcional através dos dois métodos e são discutidos os resultados obtidos. O capítulo 4 é composto pelas conclusões.

Como elementos pós-textuais, há três apêndices, no quais todos os resultados do estudo de caso se encontram. Esses resultados foram adicionados ao trabalho para permitir ao leitor a reprodução e a verificação da análise dos dados realizada nesse trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Será mostrada uma visão geral sobre a literatura relevante para esse trabalho. A primeira parte dessa fundamentação teórica irá tratar do chassi veicular, focando nas suas propriedades, em especial na rigidez torcional. A segunda parte irá mostrar os diversos ensaios encontrados na literatura para medir a rigidez torcional de um veículo.

2.1 CHASSI VEICULAR

Segundo Sampò (2011), “o chassi veicular é definido como a estrutura base para o motor ou a estrutura sobre a qual o veículo é construído”. As suas principais funções são:

- Conexão com o sistema de suspensão;
- Transmissão das cargas de trabalho;
- Acomodar e proteger o motorista e passageiros;
- Acomodar o sistema de transmissão e seus componentes.

2.1.1 Tipos de chassi

Segundo Oliveira e Borges (2006), “existem dois tipos básicos de chassis: o clássico quadro de chassis e o tipo monobloco. O primeiro suporta diretamente as suspensões, o conjunto propulsor e a carroceria, enquanto que o segundo integra chassis e carroceria em uma única peça”. Alguns tipos de chassis são:

- “*Backbone*”;
- Estrutura tubular do tipo “*space frame*”;
- Monocoque (utilizado na Fórmula 1);
- Chassi tipo “*Ladder*” ou escada;
- Monobloco (amplamente utilizado pela indústria automobilística).

2.1.2 Carregamentos e deformações

“O primeiro passo no projeto de um chassi é entender as diferentes cargas atuando sobre a estrutura. Os principais modos de deformação de um chassi veicular são” (RILLEY e GEORGE, 2002):

- Torção ao longo do eixo longitudinal;
- Flexão vertical (entre eixos);
- Flexão lateral;
- “*Horizontal Lozenging*” (deformação do chassi na forma de um paralelepípedo).

2.1.3 Propriedades do chassi

O chassi representa uma estrutura de ligação com vários propósitos; suas propriedades, portanto, devem atender os principais requisitos do veículo. Requisitos estes que podem ser, desempenho do veículo, segurança, aerodinâmica, custos, acessibilidade. No entanto, muitos deles são conflitantes entre si. Do ponto de vista estrutural, os principais requisitos do chassi são proteção à colisão, propriedades inerciais, rigidezes estáticas e dinâmicas. As rigidezes e as propriedades inerciais são as mais importantes para análise dinâmica do veículo (SAMPÒ, 2011).

2.1.3.1 Propriedades inerciais

Entre as propriedades inerciais do veículo estão a massa e a sua distribuição. A localização do centro de gravidade (CG) de um carro de corrida é um dos aspectos mais determinantes no desempenho dele, porque a capacidade do pneu de fornecer a força necessária para realização de uma curva depende da força normal atuando sobre ele. A maioria das mudanças que são feitas para ajustar o desempenho dos carros de corridas tem, de um modo ou de outro, efeitos sobre as forças nas rodas. Isso pode ser obtido através da mudança do CG ou de outras mudanças que alteram a distribuição de carga nas curvas (W. F. MILLIKEN e D. L. MILLIKEN, 1995).

O chassi desempenha um importante papel nessas propriedades do veículo. Além da leveza do chassi, os momentos de inércias vêm ganhando importância na comunidade automobilística. Em especial o momento de “yaw”, que é o momento de inércia em torno do eixo vertical, conhecido também como guinada. (SAMPÒ, 2011).

2.1.3.2 Rigidez torcional

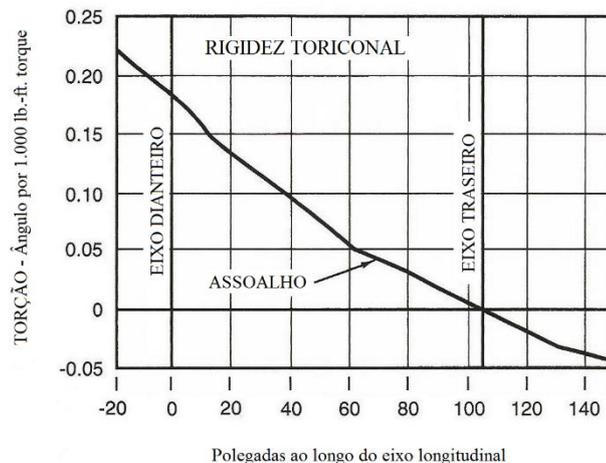
Pode-se medir a rigidez torcional de um chassi de diversas formas. Cada modo consiste no princípio básico de fixar uma extremidade do chassi e aplicar um momento torçor na outra extremidade de tal forma que a torção do chassi ocorra e seja medida (SAMPÒ, 2011). Sendo θ o ângulo torção medido para um respectivo momento torçor T , tem-se:

$$K_t = \frac{T}{\theta} \quad (1)$$

onde K_t é o coeficiente de rigidez torcional do chassi. Sua unidade é usualmente expressa em [Nm/grau] ou no sistema inglês [lb.ft/deg].

A Figura 1 mostra que o ângulo de torção varia ao longo do comprimento do chassi. Nessa figura, a traseira é fixada e um torque é aplicado na dianteira. Essa análise permite verificar seções do chassi que são menos rígidas.

Figura 1 – Ângulo de torção variando ao longo do eixo longitudinal de um chassi



Fonte: (W. F. MILLIKEN e D. L. MILLIKEN, 1995, traduzido)

Os próximos tópicos seguem a mesma ordem encontrada na obra de W. F. Milliken e D. L. Milliken (1995), adicionando informações conforme o necessário.

Por que medir a rigidez torcional?

Como já visto, o chassi pode tanto fletir quanto torcer. Logo, o chassi apresentará resistência a esses dois carregamentos. No entanto, a rigidez do chassi à flexão não é tão importante quanto a rigidez torcional. Há duas razões para isso. Primeiro, a flexão estática do chassi não irá afetar significativamente as forças nas rodas e sua distribuição. O segundo motivo é

que se um chassi tem uma boa rigidez torcional, terá como consequência uma adequada rigidez à flexão (W. F. MILLIKEN e D. L. MILLIKEN, 1995). Por isso, a rigidez torcional é medida em vez da rigidez à flexão. Além disso, a alteração no desempenho no veículo é muito maior quando acontece a deformação torcendo o veículo.

A importância da rigidez torcional

Tanto a dirigibilidade quanto o comportamento vibracional do veículo são afetados pela rigidez do chassi. De modo geral, as deformações ocasionadas pelas cargas externas não devem impactar o funcionamento do veículo. Essas deformações do chassi não podem impedir, por exemplo, o fechamento das portas ou o funcionamento correto da suspensão (SAMPÒ, 2011).

Muitos problemas podem ser ocasionados pela falta de rigidez do chassi, tais como (SAMPÒ, 2011):

- Dificuldade no controle da distribuição de carga lateral;
- Deslocamentos desnecessários no chassi na conexão com suspensão, assim não se garante o desejado controle de movimento dos pneus;
- Vibrações podem ser ocasionadas;
- De forma geral, o veículo torna-se imprevisível e de difícil ajuste;
- Veículo mais suscetível ao fenômeno da fadiga;
- Falta de dirigibilidade.

De acordo ainda com W. F. Milliken e D. L. Milliken, (1995), “a predição da dirigibilidade de um veículo só é possível se o chassi for suficientemente rígido para que o ângulo de rolagem entre as massas suspensas e as não suspensas seja causado somente pela suspensão”. Nos últimos anos, estudos foram conduzidos para analisar a dinâmica do veículo considerando o chassi flexível, em vez de modelá-lo com uma rigidez infinita, como mostrado por Deakin *et al.* (2000), Rilley e George (2002) e também por Sampò (2010 e 2011). Nessas análises, o conhecimento do valor da rigidez torcional do chassi é fundamental.

Quão rígido é suficiente?

A Tabela 1 ilustra valores típicos de rigidez torcional para alguns tipos de veículos. Dependendo da fonte, esses valores podem variar. Porém, a faixa de valores serve como comparativo entre os diversos tipos de veículos e também para saber como o veículo estudado se encontra em relações aos outros carros semelhantes.

Tabela 1 – Valores típicos de rigidez torcional para diferentes tipos de veículos

Veículo	Rigidez torcional (Nm/grau)
Baja SAE*	750 – 1.500
Fórmula SAE	1.000 – 5.000
Carros de passeio	5.000 – 25.000
Carro de corrida Winston Cup**	15.000 – 30.000
Carros esportivos	15.000 – 40.000
Fórmula 1	10.000 – 100.000

Fonte: (SAMPÒ, 2010)

*Faixa de valor meramente estimada com base nesse trabalho

** Carros Winston Cup são chamados atualmente de Nascar

Como aumentar a rigidez torcional?

O aumento da rigidez do chassi requer um estudo detalhado da estrutura, cujo desafio é conseguir aumentar a rigidez torcional do veículo, sem que haja um aumento grande do seu peso e sem modificar a localização do centro de gravidade. Porém, Thompson, Raju e Law (1998) mostraram que é possível até triplicar a rigidez torcional de um chassi do tipo Winston Cup (atualmente chamados de Nascar) com a adição estratégica de componentes estruturais, acrescentando apenas cerca de 18 kg à estrutura (menos de 2% da massa total).

2.2 OBTENÇÃO DA RIGIDEZ TORCIONAL

Antes de entrar nos detalhes dos diferentes tipos de ensaios para medir a rigidez torcional, serão analisados os diferentes métodos de avaliação desse parâmetro.

2.2.1 Métodos

Como qualquer veículo não é um corpo perfeitamente rígido, o estudo da rigidez torcional de um chassi é um problema da mecânica dos corpos deformáveis. Portanto, essa análise faz parte da Resistência dos Materiais. Há três métodos de se resolver um problema estrutural:

- Método analítico;
- Método experimental;
- Método dos elementos finitos.

O método analítico fornece a resolução exata de um problema estrutural. O corpo constitui de um sistema contínuo, que é dividido em infinitésimos pedaços na análise. A solução do problema fornece a resposta exata para os infinitos pontos do sistema. Contudo, quanto mais complexa a estrutura for, mais complicada será a solução do problema (ALVES FILHO, 2000). No caso do chassi, cuja geometria é complexa, o método analítico não é indicado para calcular suas propriedades, como a sua rigidez torcional.

Restam-se assim os outros dois métodos para o estudo do chassi: método experimental e o método dos elementos finitos. Cada um apresenta respectivas vantagens e desvantagens, que estão resumidas no Quadro 1.

Quadro 1 – Comparação entre o método dos elementos finitos e o experimental para obtenção do coeficiente de rigidez do chassi

	Método experimental	Método dos elementos finitos
Vantagens	<ul style="list-style-type: none"> • Modelo real • Valor real da rigidez torcional 	<ul style="list-style-type: none"> • Modelo virtual • Permite otimizar a estrutura durante o seu projeto • Baixo Custo
Desvantagens	<ul style="list-style-type: none"> • Requer um protótipo • Requer todo aparato experimental • Alto custo • Ensaio não normalizado 	<ul style="list-style-type: none"> • Valor aproximado da rigidez torcional • Requer <i>softwares</i> adequados • Requer uma pessoa qualificada para modelar e analisar

Fonte: Autor

A principal vantagem do método de elementos finitos é que não requer um protótipo real, o que permite modificar e otimizar a estrutura já na fase inicial do projeto. Além de poupar tempo e dinheiro.

Enquanto a simulação computacional é um método aproximado de cálculo, o método experimental permite obter o valor real desse parâmetro, permitindo avaliar o ângulo de torção ao longo do eixo longitudinal. Essa é a principal vantagem do ensaio em relação à simulação computacional. Para Thompson *et al.* (1998), esse ensaio pode ser usado também para validar os modelos de elementos finitos.

Contudo, precisa-se de um modelo real do veículo para o ensaio. Se esse estiver ainda na fase de projeto, é necessário a construção de um protótipo, o que custa caro e requer

também bastante esforço e tempo. Além disso, é necessário todo aparato experimental – desde dos suportes de fixação até a instrumentação.

Outra desvantagem para quem deseja realizar esse ensaio é que não há um procedimento padrão para medir a rigidez torcional. Encontra-se na literatura diferentes formas de se realizar o teste experimental, que se diferem desde a forma de aplicar o torque até a análise dos resultados. Para contornar esse problema, montadoras de automóveis criam suas próprias normas para executar o ensaio de medição da rigidez torcional, como o ensaio da FIAT apresentado por Castro (2008).

2.2.2 Ensaio de rigidez torcional

Segundo Sampò (2011), as bancadas de ensaio para medir a rigidez torcional do chassi podem ser classificadas de acordo com os seus suportes, existindo três configurações. Porém, o princípio delas é basicamente o mesmo: manter a traseira fixa enquanto um momento torçor é aplicado na dianteira. As três configurações são:

- a) Pivô no centro;
- b) Pivô no canto;
- c) Dois suportes rígidos;

As duas primeiras configurações requerem que a bancada experimental possua três pontos de contato com o chão: dois suportes rígidos que fixam a traseira e o terceiro ponto de apoio se localizado na frente da estrutura. Na primeira configuração, esse terceiro ponto de apoio se localiza no centro da dianteira; na segunda configuração, esse terceiro apoio se localiza em um dos lados da dianteira. Nesse trabalho, a primeira configuração será denominada de pivô no centro. A segunda, por sua vez, de pivô no canto. Nessas duas primeiras configurações, carga(s) vertical(s) fora do centro longitudinal é aplicada na dianteira para gerar um momento torçor no chassi.

A terceira configuração possuiu quatros pontos de apoio com o chão, sendo apenas os dois suportes traseiros que se mantem fixos no chão, sem se deslocarem. Os outros dois suportes, sobre os quais a dianteira se apoia, geram deslocamentos verticais de tal forma que um torque é gerado. O dispositivo para medir a rigidez torcional de Thompson *et al.* (1998) se baseia nessa última configuração (SAMPÒ, 2011), bem como, o ensaio da Fiat.

Pode-se classificar o tipo de ensaio quanto a sua variável independente. Ou aplica-se um torque conhecido e o ângulo de torção resulta desse torque, ou aplica-se um ângulo de

torção e mede-se as forças de reações para obter o torque sobre o qual o chassi está submetido. Assim, as variáveis independentes podem ser:

- a) Torque;
- b) Ângulo de torção.

Outro fator que varia de ensaio para ensaio é como o chassi será conectado com os suportes e o local da aplicação da carga. Há ensaios que medem a rigidez torcional somente do chassi, assim, os suportes se conectam diretamente com o chassi. Mas há outros ensaios que medem a rigidez torcional do veículo inteiro - a conexão e aplicação do torque são realizados nas massas não suspensa, usualmente com os cubos de roda. Quando a conexão é nas massas não-suspensas, costuma-se trocar o amortecedor por barras rígidas para anular o efeito do conjunto mola/amortecedor. Assim, pode-se medir a rigidez torcional do:

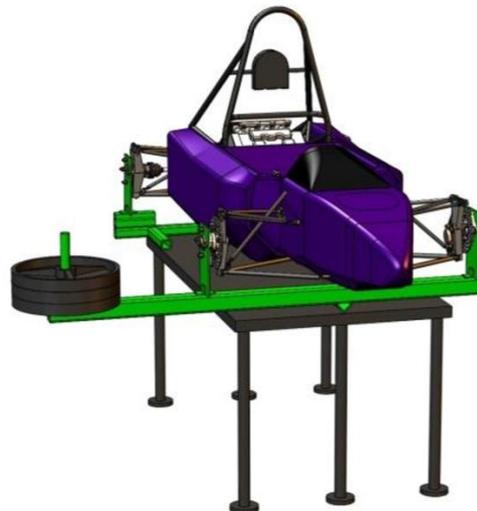
- a) Chassi; ou,
- b) Veículo inteiro.

A seguir, os diferentes ensaios encontrados na literatura técnica serão mostrados de acordo com a classificação proposta por Sampò (2011), ou seja, quanto aos suportes.

2.2.2.1 Pivô no centro

A Figura 2 ilustra a primeira configuração do ensaio. Dois suportes fixam a traseira enquanto um terceiro apoio permite que a parte frontal da estrutura gire em torno do seu eixo longitudinal com a aplicação de um torque. Por isso, pivô no centro.

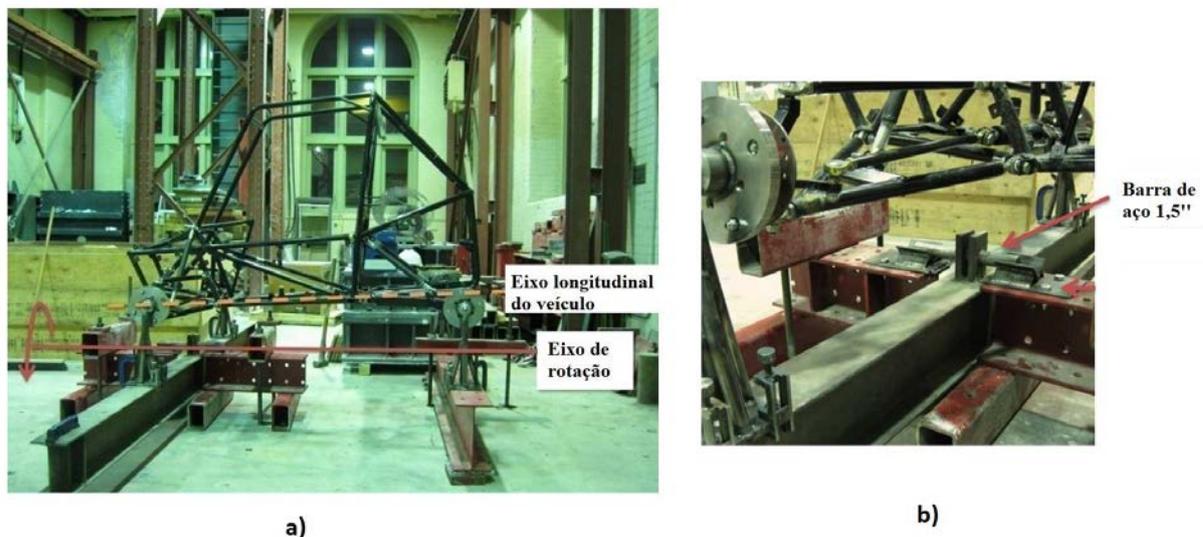
Figura 2 – Esquema do teste de rigidez torcional utilizando um pivô central.



Esse tipo de ensaio é realizado frequentemente entre as equipes estudantis participantes das competições da SAE. Um desses ensaios é a bancada de teste desenvolvida por Oyama (2009) da Universidade McGill do Canadá. Essa bancada de teste permite medir a rigidez dos chassis de todas as equipes estudantis do campus: Baja, Fórmula e Fórmula Híbrido SAE. Um torque é aplicado por um mecanismo de alavanca. A alavanca é uma viga I com um ponto de rotação em seu centro. Sobre essa viga, a dianteira do veículo é apoiada. Massas são colocadas em uma extremidade dessa viga, fazendo com que essa barra gire em torno do pivô. Por consequência, o chassi é submetido a um momento torçor (OYAMA, 2009). Como os suportes foram conectados nos cubos de roda do Baja, os amortecedores foram trocados por barras rígidas, para anular o efeito do amortecedor.

Segundo Oyama (2009), não houve a coincidência entre o eixo longitudinal do Baja com o eixo de rotação, como mostrado na Figura 3-a. Isto porque o assoalha não estava alinhado horizontalmente, acarretando na aplicação do torque em um plano diferente do plano normal ao eixo longitudinal do veículo.

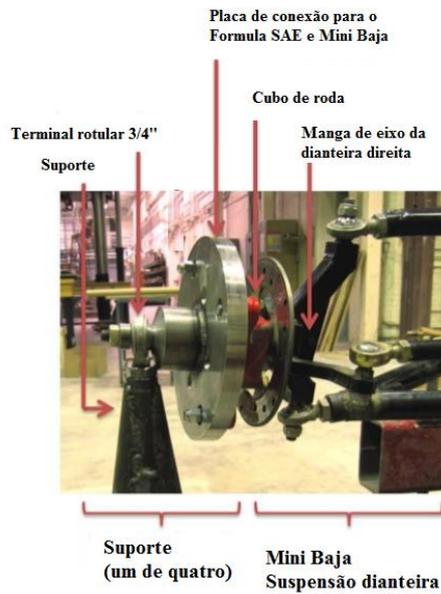
Figura 3 – Bancada de teste de rigidez torcional da McGill: a) A não-coincidência do eixo longitudinal com o eixo de rotação; b) Detalhe do pivô



Fonte: (OYAMA, 2009, traduzido)

Oyama (2009) precisou ainda construir quatro suportes como detalhado na Figura 4. Pode-se ver que há uma placa, que conecta o suporte com o cubo de roda. Essa placa foi projetada de tal modo que ela se adapta tanto ao cubo de roda do Baja quanto ao Fórmula. A conexão dessa placa com o suporte foi realizada através de um parafuso ombro M16x50, que se aloja a um terminal rotular 3/4”.

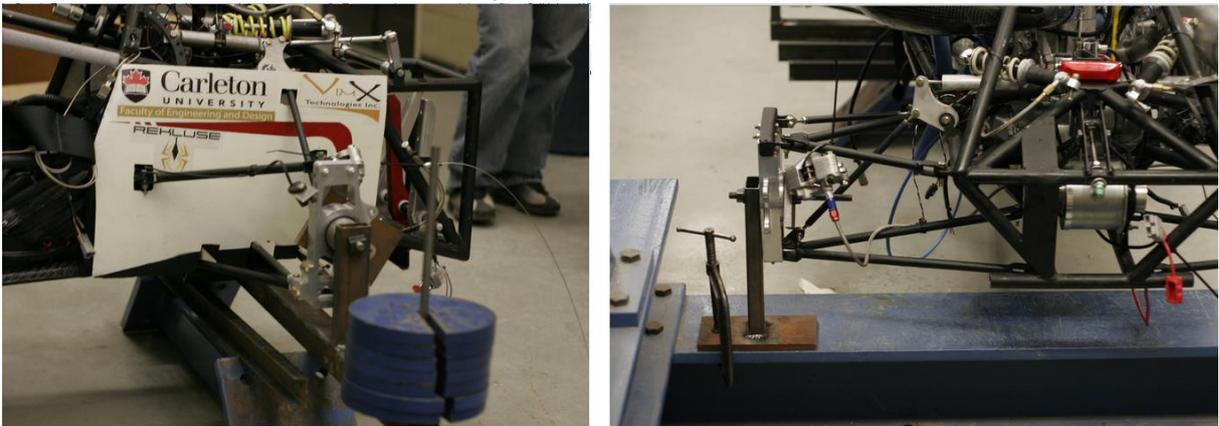
Figura 4 – Detalhe do suporte do experimento do Oyama da Universidade de McGill



Fonte: (OYAMA, 2009, traduzido)

A Figura 5 mostra o ensaio realizado pela equipe Fórmula SAE da Universidade de Carleton do Canadá. O método empregado nesse ensaio se assemelha ao método do Oyama (2009), mas os suportes utilizados foram mais simples. Pode-se observar a união aparafusada dos suportes com as mangas de eixo.

Figura 5 – União aparafusada dos suportes com as mangas de eixo no ensaio de rigidez torcional da Universidade de Carleton, Canadá

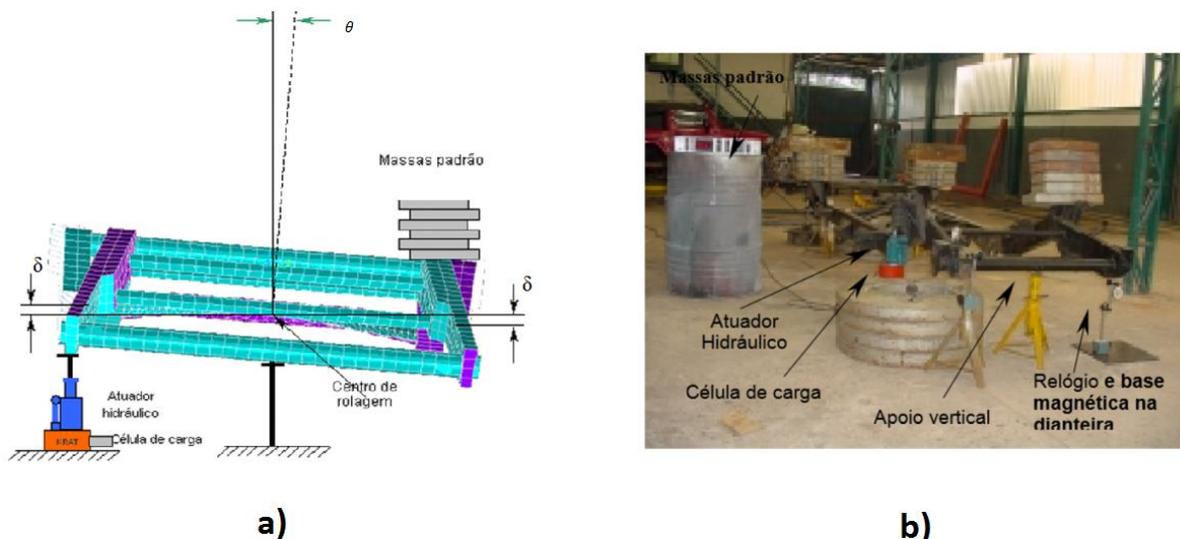


Fonte: Acesso 07/10/2015 <<https://ravensracing.wordpress.com/2008/04/05/hub-to-hub-frame-torsional-stiffness-tests/>>

Nos dois ensaios mostrados anteriormente, o torque foi aplicado pelo mecanismo de alavanca, mas há outras formas de aplicar o torque para essa mesma configuração de suportes. Filho e Borges (2003) ensaiaram uma longarina fixando a traseira do chassi e apoiando a dianteira no seu centro. Porém, eles não aplicaram o torque pelo mecanismo da alavanca. No lado direito, foram colocadas massas para criar uma força vertical para baixo. No outro lado, um atuador hidráulico sob uma célula de carga para aplicar uma carga vertical de mesma intensidade, mas sentido contrário, resultando em um binário. Desse modo, a estrutura é submetida a um torque puro. Com esse método foi possível que o centro de rolagem coincidissem com o centro da estrutura (FILHO e BORGES, 2003)

A Figura 6-b) mostra o ensaio realizado por Filho e Borges (2003). Vale observar o risco atrelado à colocação das massas sobre o chassi, principalmente as massas para gerar a força vertical para baixo.

Figura 6 – Torque através de um binário: a) Esquema da aplicação das cargas; b) Ensaio

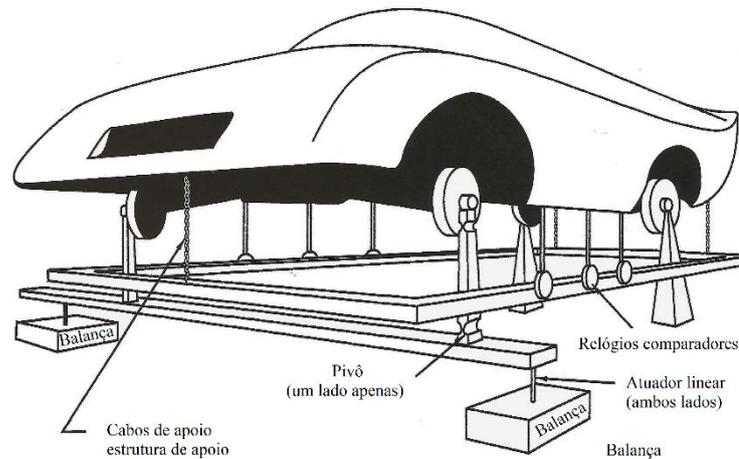


Fonte: (FILHO e BORGES, 2003)

2.2.2.2 Pivô no canto

A segunda configuração para o teste da rigidez torcional do chassi é mostrada na Figura 7. Dois suportes rígidos fixam a traseira, enquanto outros dois suportes apoiam a dianteira. Os suportes da dianteira estão sobre uma barra, que é montada em cima de dois parafusos atuadores lineares. Uma das conexões do suporte dianteiro com a barra não é engastada, não restringindo assim todos os graus de liberdade da estrutura (W. F. MILLIKEN e D. L. MILLIKEN, 1995).

Figura 7 – Esquema do ensaio de rigidez torcional do chassi com pivô no canto.

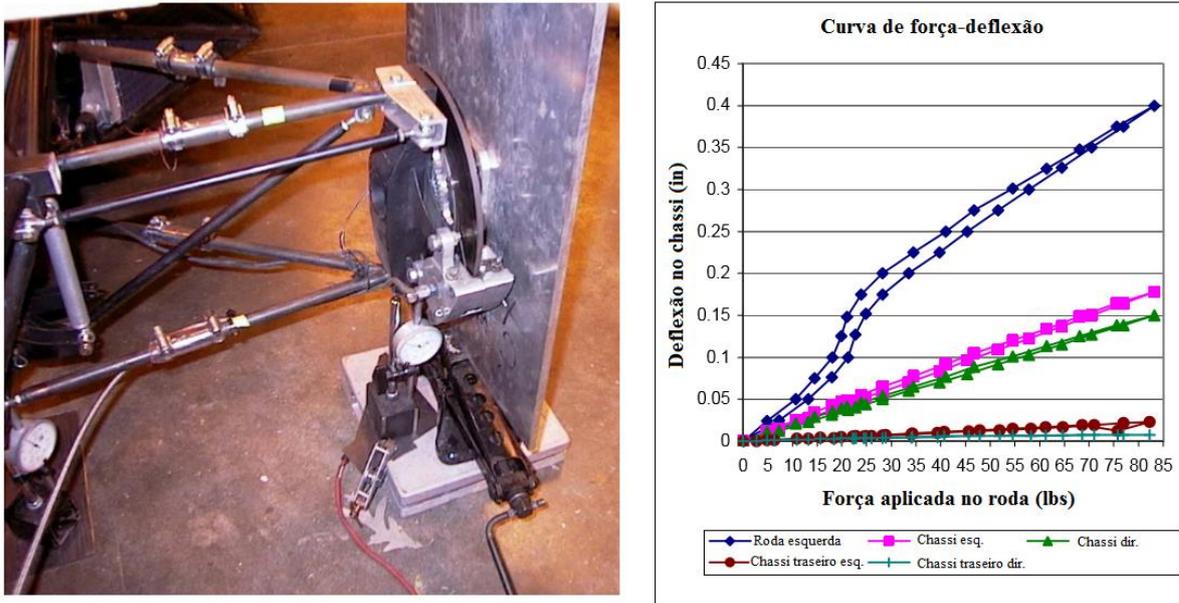


Fonte: (W. F. MILLIKEN e D. L. MILLIKEN, 1995, traduzido)

Um binário é aplicado através dos deslocamentos dos atuadores: um é atuado para cima e outro para baixo. Esse binário torce o chassi. Uma série de relógios comparadores são montados sobre uma outra estrutura rígida, localizada abaixo do veículo. Eles são colocados em pares e para medir o ângulo de torção de diversas seções ao longo do eixo longitudinal (W. F. MILLIKEN e D. L. MILLIKEN, 1995).

Rilley e George (2002) executaram um ensaio, no qual a estrutura foi sustentada de acordo com essa segunda configuração (pivô no canto), para medir a rigidez torcional do protótipo Fórmula SAE da Universidade Cornell, nos EUA. Nesse método, placas de camber foram aparafusadas em cada cubo de roda, conforme mostra a Figura 8-a. Essas placas são usualmente utilizadas para a aferição do ângulo camber. Quatro células de carga foram posicionadas de tal modo que fosse medido as forças de reações de cada suporte. A placa camber da dianteira esquerda foi montada sobre um macaco sanfona, que aplicou gradualmente um deslocamento vertical, enquanto outros três outros suportes permaneceram fixos. Cinco relógios comparadores mediram as deformações. Assim como nos ensaios da McGill, os amortecedores do Fórmula SAE da Cornell foram trocados por barras rígidas.

Figura 8 – Ensaio de rigidez torcional na Universidade Cornell: a) Foto da dianteira esquerda; b) Curva força aplicada pela deflexão, mostrando a não linearidade.



a)

b)

Fonte: (RILLEY e GEORGE, 2002, traduzido)

Nesse ensaio, dois erros foram observados: não-linearidade para baixas cargas e efeito da histerese. A não-linearidade, mostrada na Figura 8-b, foi ocasionada provavelmente por folgas da suspensão e pela compressão dos elementos de rolamentos (RILLEY e GEORGE, 2002).

2.2.2.3 Dois suportes rígidos

A terceira configuração para o ensaio de rigidez torcional possui quatro pontos de apoio: a traseira é fixada por dois suportes rígidos imóveis e os outros dois suportes da dianteira sustentam a estrutura e também aplicam deslocamentos verticais de tal forma que a estrutura é submetida a um torque puro. De acordo com Thompson *et al.* (1998), a aplicação do torque puro permite medir com precisão a rigidez do chassi.

Um exemplo de ensaio de rigidez torcional de uma montadora automobilística é mostrado na Figura 9. Esse ensaio é realizado de acordo com a norma da própria montadora, a FIAT. Forças são aplicadas sobre as torres dos amortecedores dianteiros para gerar um binário. Sobre as fixações da suspensão traseira são aplicadas restrições de deslocamentos e de rotação em torno de todos os eixos (CASTRO, 2008).

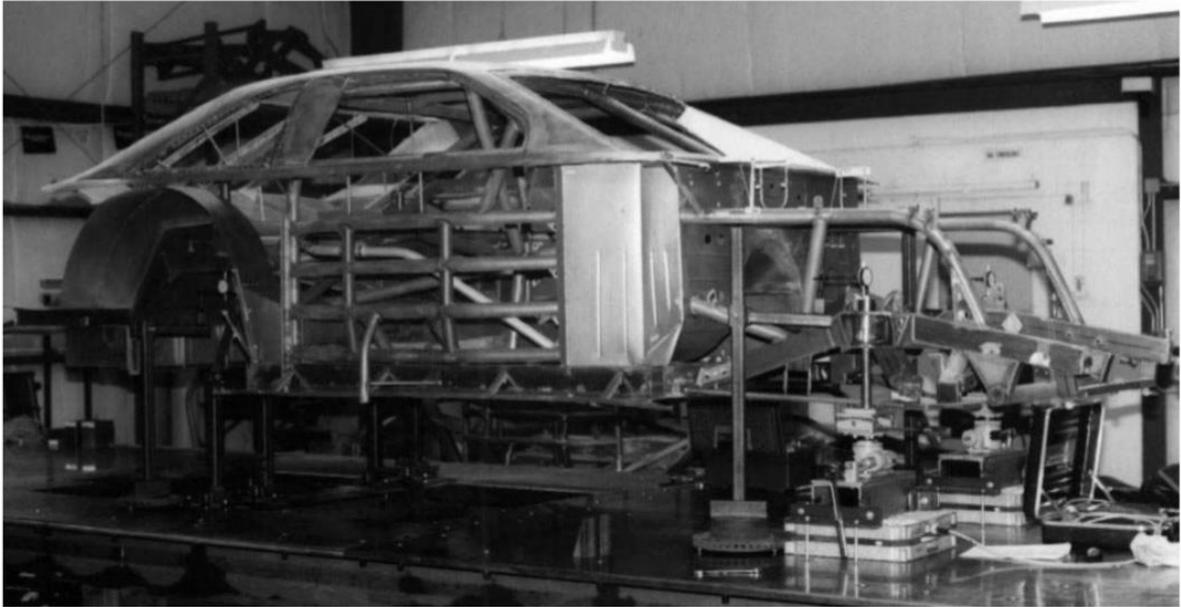
Figura 9 – Ensaio para medir a rigidez a rigidez torcional da montadora FIAT



Fonte: (CASTRO, 2008)

Na década de 1990, a Universidade de Clemson realizou diversos estudos estruturais de chassis. Um desses estudos é o de Thompson *et al.* (1998), que projetaram, construíram e validaram um aparato experimental para medir a rigidez torcional do chassi dos veículos de corrida Winston Cup, atualmente chamados de NASCAR. O aparato experimental não exige a remoção de grande parte dos componentes da suspensão. Além disso, o dispositivo experimental é leve, transportável e permite testar chassis com diferentes geometrias, dimensões de bitola e distância entre eixos. A Figura 10 mostra um dos três tipos de chassis Winston Cup sendo testado (THOMPSON *et al.* 1998).

Figura 10 – Chassi Laughlin durante o ensaio de rigidez torcional

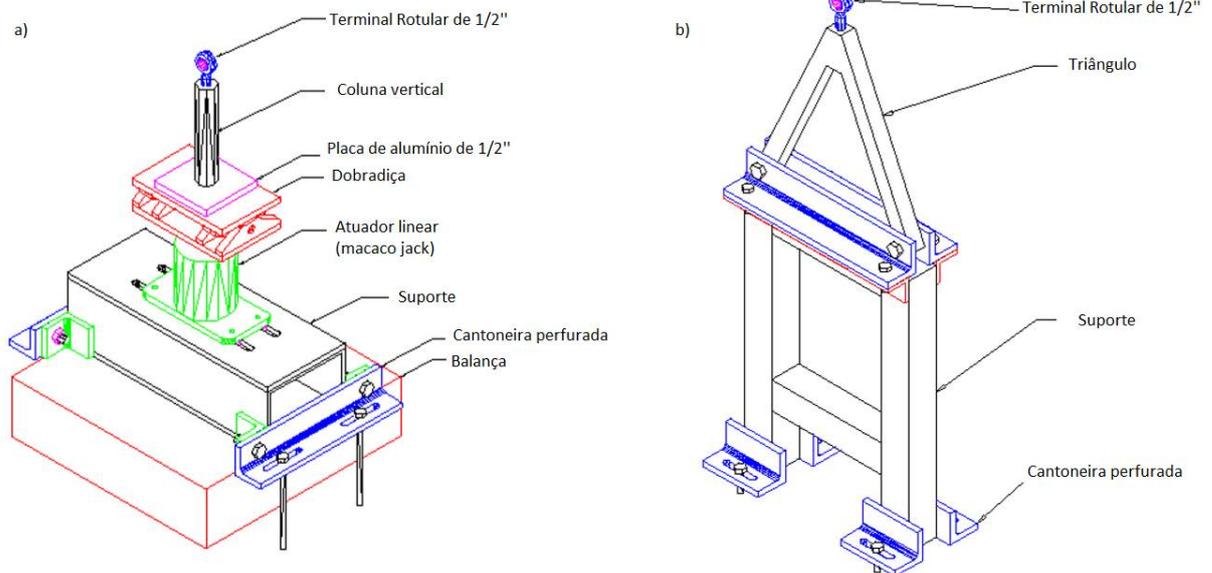


Fonte: (THOMPSON *et al.* 1998)

Para torcer o chassi, deslocamentos verticais de sentidos opostos são aplicados no chassi onde o coxim dos amortecedores da dianteira se aloja. O chassi é submetido ao torque puro, o que garante uma boa precisão na medição da rigidez do chassi. Relógios comparadores medem esses deslocamentos, que são ocasionados por macaco linear do tipo parafuso-jack. As forças de reação são medidas por balanças, sobre o quais os macacos são montados (THOMPSON *et al.* 1998).

O dispositivo é composto por quatro suportes. Os suportes da dianteira têm uma coluna conectando o macaco com o chassi, onde o coxim do amortecedor se aloja (Veja Figura 11-a), e a base da coluna é fixada sobre uma junta do tipo dobradiça. Os suportes da dianteira e da traseira são aparafusados no chão. No topo de todos os suportes, há um terminal rotular, que fornece liberdade de rotação do chassi em todas as direções. Cada conexão do chassi com o terminal rotular é feita através de um adaptador de alumínio, que, porém, não é mostrado na Figura 11 (THOMPSON *et al.* 1998).

Figura 11 – Esquema dos dispositivos do ensaio de rigidez torcional de Thompson: a) Suporte da dianteira; b) Suporte da traseira



Fonte: (THOMPSON *et al.* 1998, traduzido)

Para grandes deformações, um dos suportes da dianteira passa a ser tracionado em vez de ser comprimido. Consequentemente, a respectiva célula de carga não lê mais a força de reação, pois ela só é capaz de medir cargas de compressão. Porém, não precisa utilizar uma célula de carga de compressão/tração; pode-se utilizar a balança padrão só de compressão. Uma mudança de magnitude da força de tração em um lado é a mesma mudança de magnitude da força de compressão do outro lado, caso todas as extremidades superiores dos suportes não restrinjam os graus de liberdade de rotação do chassi (THOMPSON *et al.* 1998).

Thompson *et al.* (1998) tentaram avaliar a influência da transmissão na rigidez da estrutura. A rigidez torcional de um chassi do tipo Winston Cup foi medida primeiro com o sistema de transmissão e depois sem a transmissão. Contudo o aumento da rigidez devido à presença do sistema de transmissão não foi o suficiente para poder ser comprovada estatisticamente.

Thompson *et al.* (1998) analisaram o efeito do aumento da restrição dos graus de liberdade do chassi durante o ensaio. A seguir será mostrado como que essa análise foi efetuada por eles.

2.2.3 Condições de restrições dos graus de liberdades

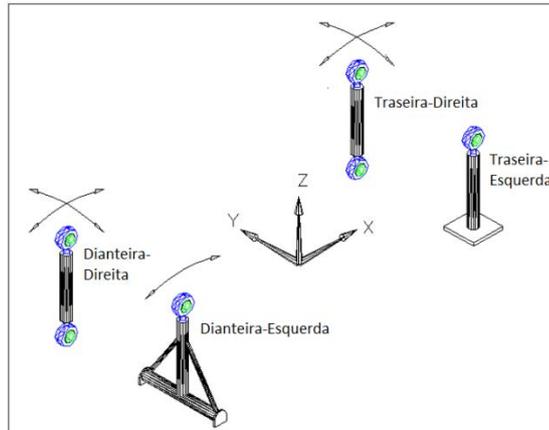
Thompson *et al.* (1998) procuraram obter a rigidez torcional do chassi sem restringir os graus de liberdade do chassi mais do que o necessário. Esse estudo foi baseado em um modelo de elementos finitos de um chassi típico Hopkins. Para torcer o chassi ao redor do eixo longitudinal, as bases das colunas da dianteira são deslocadas verticalmente e igualmente, mas de sentido oposto em cada lado. As reações verticais nas bases de cada coluna frontal são usadas para calcular o torque. A rigidez torcional é obtida pela divisão do torque pelo ângulo de torção.

Primeiramente, Thompson *et al.* (1998) obtiveram a condição de vinculação mínima necessária para manter o chassi estável sobre a bancada experimental durante o ensaio. Nessa condição, alguns pontos do chassi podem transladar em alguns sentidos, como indicado pelas setas da Figura 12. Um sistema de coordenadas foi adotado: o eixo-x orientado longitudinalmente para a traseira, eixo-y é orientado lateralmente para o lado direito do chassi e o eixo-z é orientado verticalmente para cima.

Cada suporte tem: uma base, que se apoia no chão, e uma extremidade superior, que se conecta com o chassi. Três tipos de vínculos são utilizados: junta esférica, dobradiça e apoio fixo. De acordo com o estudo de Thompson *et al.* (1998), a condição de mínima vinculação é a seguinte:

- Suporte da Traseira-Esquerda (TE): apoio fixo no chão; junta esférica no topo permitindo livre rotação em torno dos três eixos;
- Suporte da Traseira-Direita (TD): Junta esférica na base e no topo;
- Suporte da Dianteira-Esquerda (DE): Livre rotação em torno do y (dobradiça) com todos outros graus de liberdades restritos; junta esférica no topo;
- Suporte da Dianteira-Direita (DD): Juntas esféricas na base e no topo;

Figura 12 – Condição de vinculação mínima; as setas indicam os graus de liberdades livres de translação do chassi



Fonte: (THOMPSON *et al.* 1998, traduzido)

Para simplificar a construção dos suportes, diferentes condições de restrições foram consideradas por Thompson *et al.* (1998). Essas outras condições foram obtidas eliminando graus de liberdades na base dos suportes, porém sem alterar o tipo de vinculação na extremidade superior dos suportes. Essas condições estão resumidas no Quadro 2, onde a Condição 1 representa a vinculação mínima.

Quadro 2 – Diferentes condições de vinculação analisado por Thompson

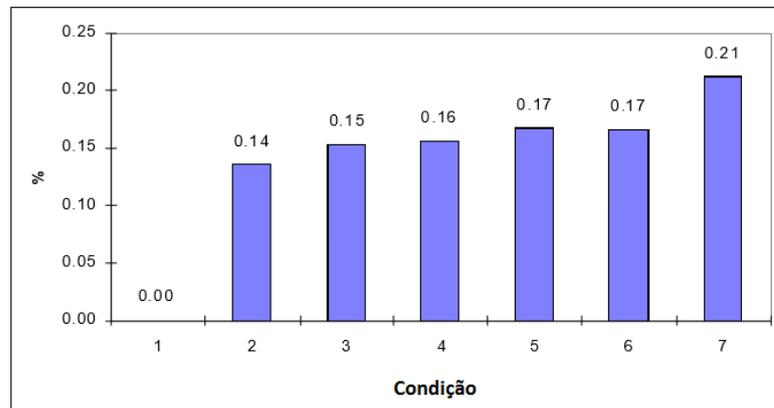
Condição	Tipo de vinculação na base dos suportes				Tipo de vinculação no topo dos suportes Todos os suporte
	Traseira-Esquerda	Traseira-Direita	Dianteira-Esquerda	Dianteira-Direita	
1	fixo	junta esférica	dobradiça	junta esférica	junta esférica
2	fixo	dobradiça	dobradiça	junta esférica	junta esférica
3	fixo	fixo	dobradiça	junta esférica	junta esférica
4	fixo	fixo	dobradiça	dobradiça	junta esférica
5	fixo	fixo	fixo	dobradiça	junta esférica
6	fixo	fixo	dobradiça	fixo	junta esférica
7	Fixo	fixo	fixo	fixo	junta esférica

Fonte: (THOMPSON *et al.* 1998)

Thompson *et al.* (1998) obtiveram a rigidez torcional do modelo de elementos finitos para as diferentes configurações. Esses valores foram comparados com o valor da condição de

mínima vinculação, ou seja, com a Condição 1. Os valores obtidos estão plotados na Figura 13 abaixo.

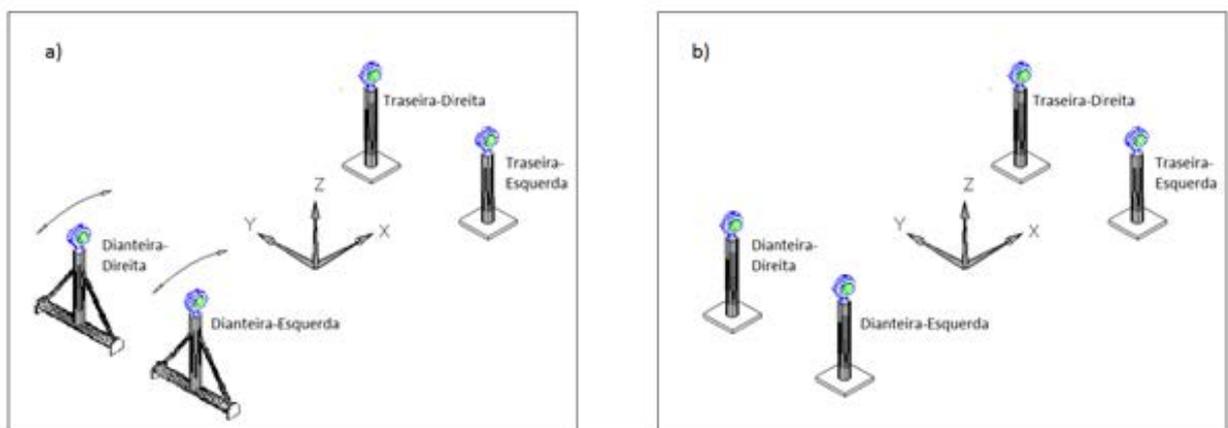
Figura 13 – Aumento percentual da rigidez torcional devido ao aumento das restrições dos graus de liberdade do aparato experimental



Fonte: (THOMPSON *et al.* 1998, traduzido)

De todos os ensaios apresentados, somente dois deles se preocuparam com as condições de restrições: o dispositivo construído por Thompson *et al.* (1998) construído com base na Condição 4 e o dispositivo de Oyama (2009) com base na Condição 7.

Figura 14 – Condições de restrições dos ensaios de rigidez de: a) Thompson, b) Oyama



Fonte: (THOMPSON *et al.* 1998, traduzido) e (OYAMA, 2009, traduzido)

3 ESTUDO DE CASO

Um estudo de caso foi realizado utilizando o protótipo MB1114 Baja SAE da equipe da UNESP - FEG, “Equipe Piratas do Vale Bardahl” com o objetivo de obter a rigidez torcional. A Figura 15 mostra o protótipo na Competição BAJA SAE Brasil – Etapa Sudeste 2015.

Figura 15 – Protótipo MB1114 da Equipe Piratas do Vale Bardahl durante a Competição BAJA SAE Brasil – Etapa Sudeste 2015



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

Ficha técnica do protótipo M1114

- Caixa de redução com duas relações;
- Troca de marchas manual;
- Telemetria;
- Amortecedores reguláveis com molas pneumáticas;
- Freio a disco (2 dianteiros e 1 traseiro);
- Massa de 185 kg;
- Assoalho de honeycomb;
- Volante de fibra de carbono.

Esse protótipo MB1114 é uma evolução do modelo anterior, o MB1012. A principal mudança foi a construção de um novo chassi. Pela primeira vez, a rigidez torcional foi considerada no projeto do protótipo. O chassi constitui de uma estrutura tubular formada principalmente por dois tipos de tubos cilíndricos: dos tubos principais (denominados de tubos fortes) de aço carbono 1020 com 31,75 mm de diâmetro externo e 1,6 mm de espessura; dos tubos auxiliares, que possuem 25,40mm de diâmetro externo e 1,25 mm de espessura.

O estudo de caso consiste em três etapas. Na primeira etapa, será apresentada a simulação por elementos finitos do chassi realizada pela equipe durante o projeto do protótipo MB1114. Na segunda etapa, a avaliação experimental da rigidez torcional do protótipo será realizada. Por fim, será comparada a simulação do modelo em elementos finitos realizadas pela equipe com o resultado experimental, com objetivo de validar a simulação.

3.1 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

A avaliação da rigidez torcional do protótipo MB1114 por elementos finitos foi realizada no programa SolidWorks 2013, tanto para construir o modelo quanto para simular através de sua ferramenta “SolidWorks Simulation”. A Figura 16 mostra a montagem completa do protótipo MB1114. O primeiro passo dessa avaliação consistiu na modelagem, ou seja, em preparar essa montagem para o estudo de rigidez torcional do veículo inteiro.

Figura 16 – Montagem completa do protótipo MB1114 no programa SolidWorks

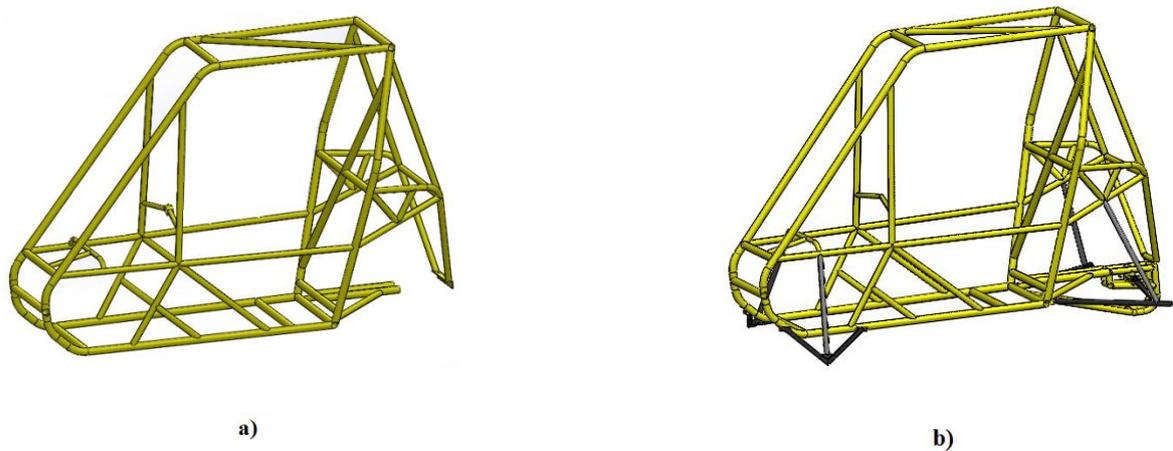


Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

3.1.1 Construção do modelo para o estudo

O modelo de elementos finitos para esse estudo originou-se do chassi ilustrado na Figura 17-a. Adicionou-se a suspensão dianteira ao chassi, também os semieixos traseiros e a suspensão traseira, chegando ao modelo final em CAD apresentado na Figura 17-b.

Figura 17 – Modelagem do protótipo para o estudo de rigidez torcional pelo método de elementos finitos: a) Somente o chassi; b) Modelo final para o estudo



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

A suspensão dianteira é do tipo “*wishbone*” conforme a Figura 18-a) ilustra. Para simplificar a sua modelagem, somente a bandeja inferior e o amortecedor foram adicionados; a bandeja superior e a manga de eixo não foram acrescentados no modelo para o estudo.

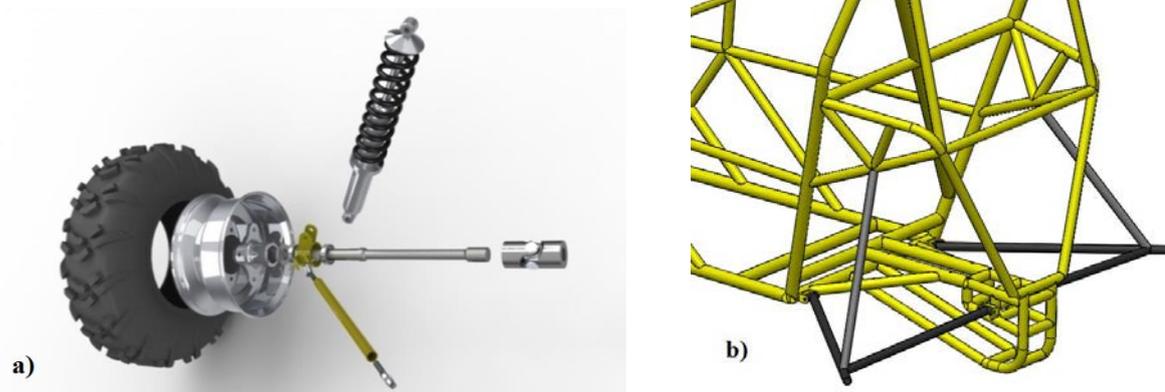
Figura 18 – Modelagem da suspensão dianteira: a) Vista explodida da roda e suspensão dianteira; b) Suspensão dianteira modelada para o estudo



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

Barras rígidas foram usadas para modelar os amortecedores, como apresentado nas Figura 18-b) e Figura 19-b). Tentou-se ainda modelar de modo simplificado o sistema de transmissão. Para isso, a gaiola de proteção da transmissão foi adicionada, bem como, tubos extras, que não existem originalmente no chassi, para simular a caixa de transmissão (Figura 19-b).

Figura 19 - Modelagem da suspensão traseira: a) Vista explodida da roda, suspensão e semieixo traseiro; b) A traseira modelada para o estudo



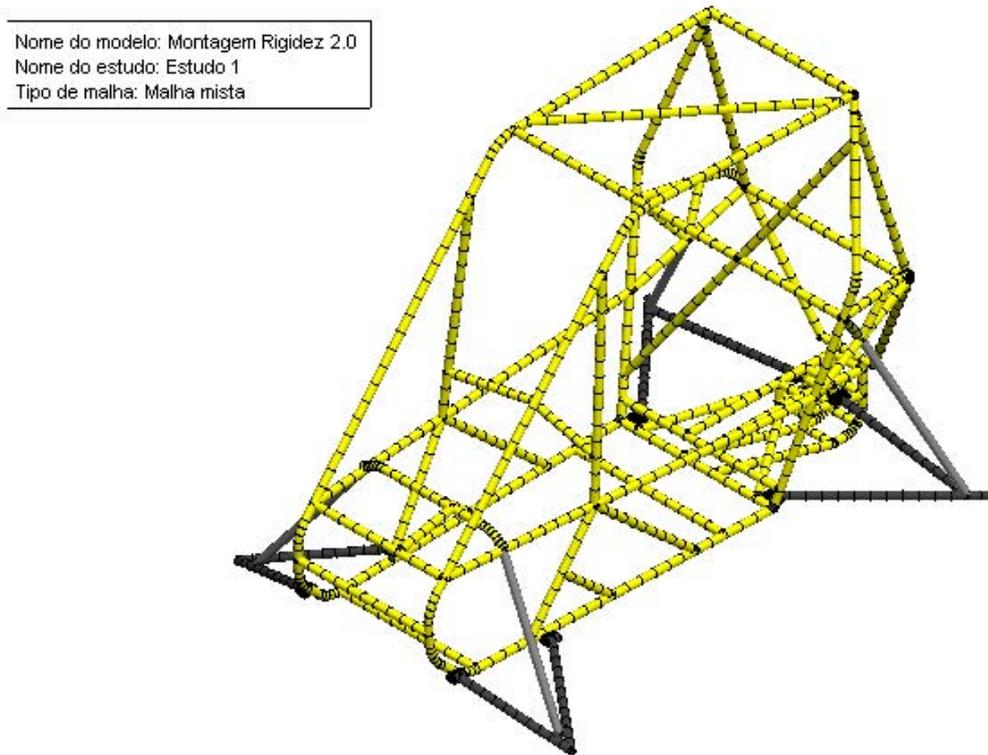
Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

3.1.2 Modelagem em elementos finitos

O modelo de elementos finitos do protótipo MB1114 é mostrado na Figura 20. Elementos de vigas foram utilizados para modelar os tubos do chassi, as bandejas da suspensão dianteira, os semieixos traseiros e os tirantes traseiros (conhecido também como varão). Os amortecedores foram modelados pelo elemento da treliça, já que esse elemento só transmite forças axiais, o que simplificou o modelo de elementos finitos. Assim, não foi necessário criar conexões articuladas como no caso da bandeja, tirante e semieixos traseiro

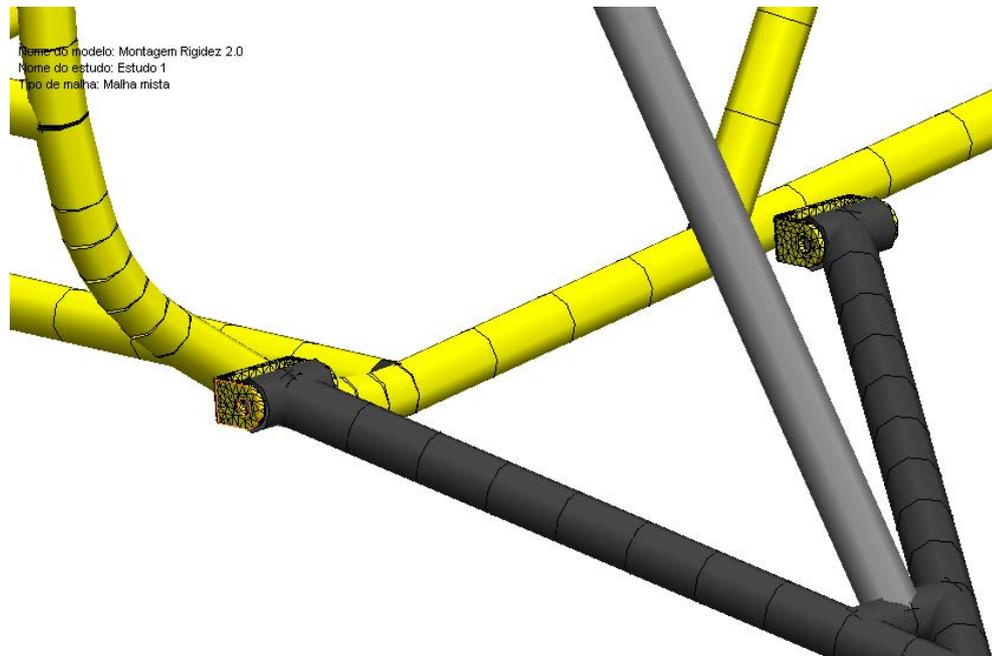
Essa modelagem constitui de um conjunto formado por diferentes componentes, que precisam ser conectados entre si. Dois tipos de conexões foram empregados nessa modelagem: conjuntos de contato do tipo unido para modelar a união soldada entre o chassi e as chapas de fixação dos componentes da suspensão; conectores do tipo parafuso para articular os componentes da suspensão nas chapas de fixação. A Figura 21 ilustra o emprego dessas conexões. Pode-se observar ainda os elementos sólidos modelando as chapas de fixação dos componentes da suspensão. O mesmo foi empregado na traseira.

Figura 20 – Vista isométrica da malha de elementos finitos do protótipo MB1114



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

Figura 21 – Detalhe da malha de elementos finitos da bandeja inferior da suspensão dianteira



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

O material adotado para o modelo foi aço carbono AISI 1020 da biblioteca de materiais do programa SolidWorks. Algumas de suas propriedades relevantes para a análise estrutural estática encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedade do aço carbono AISI 1020 da biblioteca de materiais do programa SolidWorks

Propriedade do material AISI 1020	Valor
Modulo de elasticidade (E)	200.000 N/mm ²
Tensão de escoamento	351,57 N/mm ²
Coefficiente de Poisson	0,29
Massa específica	7.900 kg/m ³

Fonte: SolidWorks

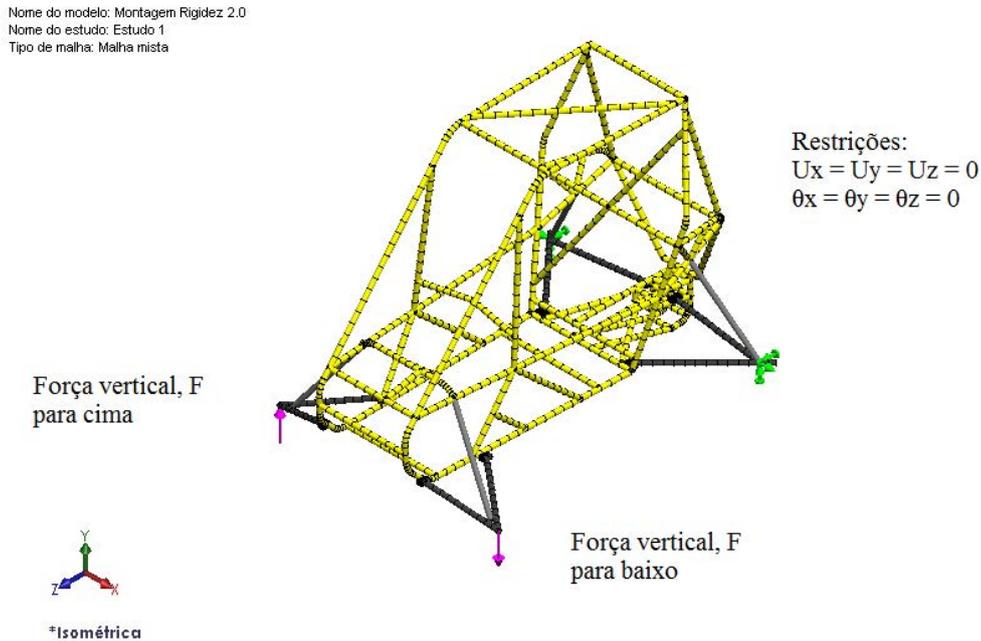
3.1.3 Avaliação da rigidez torcional

Dois estudos de rigidez torcional foram realizados pela equipe durante o desenvolvimento do chassi do protótipo MB1114: o primeiro com o objetivo de avaliar a rigidez torcional da dianteira, isto é, aplicando um torque na dianteira e fixando a traseira; o segundo estudo com objetivo de avaliar a rigidez torcional da traseira – aplicando um torque na traseira e fixando a dianteira.

As seguintes condições de contornos foram aplicadas ao modelo para o estudo de rigidez torcional dianteira, como mostrado na Figura 22:

- Um torque é aplicado na dianteira através de duas forças verticais, de mesma intensidade, mas sentidos opostos, gerando um binário no sentido horário (vista frontal). Cada força é aplicada na extremidade da respectiva bandeja inferior da suspensão dianteira. O torque gerado é dado por $T=F.d$, onde $d = 1.199,8$ mm é a distância perpendicular entre as linhas de ação das forças e F a intensidade da força.
- A traseira é fixada em cada vértice do encontro do amortecedor, tirante e semieixo. Todos os graus de liberdades de translação e de rotação foram restritos.

Figura 22 – Torque aplicado e condições de restrições para o estudo de rigidez torcional dianteira



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

A equação usada para determinar a rigidez torcional é a mesma equação apresentada por Tebby, Esmailzadeh e Barari (2011) no método da simulação. Essa equação¹ é dada por:

$$K_t = \frac{T}{\theta} = \frac{F \cdot d}{\theta_d + \theta_e} \quad (2)$$

onde θ_d e θ_e são os ângulo de torção na dianteira do lado direito e do esquerdo respectivamente:

$$\theta_d = \tan^{-1} \left(\frac{\delta_d}{B/2} \right) \quad (3)$$

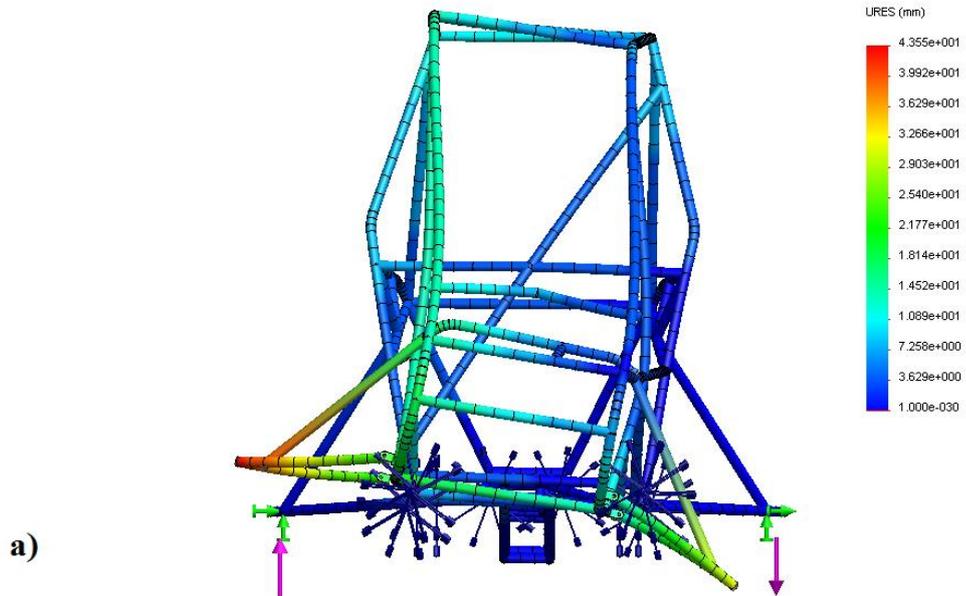
$$\theta_e = \tan^{-1} \left(\frac{\delta_e}{B/2} \right) \quad (4)$$

Nas equações acima, o torque é dado pelo binário $T=F \cdot d$. Os ângulos de torção (θ_d e θ_e) são dadas pelas deflexões verticais (δ_d e δ_e) e pela distância perpendicular entre a linha de ação da força até o eixo longitudinal do carro ($B/2$). No caso desse estudo, tem-se que $B = d = 1.199,8$ mm. O torque foi aplicado a partir de $F = \pm 1.500$ N até $F = \pm 3.750$ N. A Figura 23 mostra a estrutura deformada como aplicação de um torque $T = 4.499,3$ Nm ($F = \pm 3.750$ N).

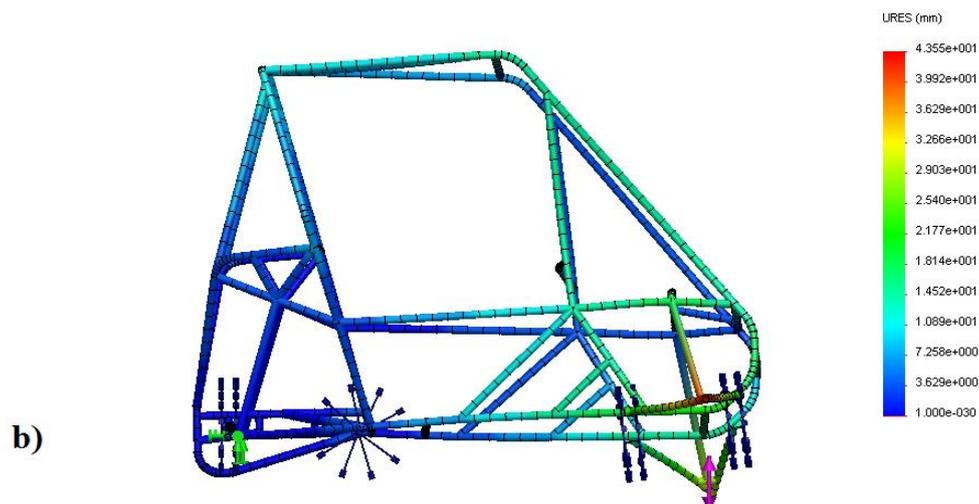
¹ Essa expressão não utiliza o ângulo médio de torção, mas sim o seu dobro, como discutido na seção 3.3.1.

Figura 23 – Resultado da deformação total do modelo (estudo de rigidez torcional da dianteira): a) Vista frontal; b) Vista lateral esquerda

Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
 Nome do estudo: Estudo 2
 Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento1
 Escala de distorção: 4.92172



Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
 Nome do estudo: Estudo 2
 Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento1
 Escala de distorção: 4.92172



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

Nota: As setas rosas representam as forças, as verdes os apoios fixos e as azuis as conexões aparafusadas.

Depois, foi realizado o segundo estudo para avaliar a rigidez torcional da traseira. As seguintes condições de contornos foram aplicadas ao modelo para o estudo de rigidez torcional da traseira, como mostrado na Figura 24:

- Um torque é aplicado na traseira através de duas forças verticais, de mesma intensidade, mas sentidos opostos, gerando um binário no sentido horário (vista frontal). Cada força é aplicada no respectivo vértice de encontro do amortecedor, tirante e semieixo. O torque gerado é dado por $T=F.d$, onde $d = 1.199,8 \text{ mm}$ é a distância perpendicular entre as linhas de ação das forças e F a intensidade da força.
- A dianteira é fixada no vértice de encontro do amortecedor com a bandeja inferior. Todos os graus de liberdades de translação e de rotação foram restritos.

O cálculo da rigidez traseira é realizado através da expressão (2). Observa-se ainda que a distância utilizada para o estudo de rigidez traseira ($d = 1.199,8 \text{ mm}$) é a mesma adotada no primeiro estudo. Contudo essa distância é na verdade $d = 1.180,8 \text{ mm}$, o que deve ocasionar algum erro na avaliação da rigidez. A Figura 25 mostra o modelo deformado após a aplicação de um torque de $T=4.049,3 \text{ Nm}$ ($F = \pm 3.350\text{N}$).

Figura 24 – Torque aplicado e condições de restrições para o estudo de rigidez torcional da traseira

Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
Nome do estudo: Estudo 2
Tipo de malha: Malha mista

Restrições:
 $U_x = U_y = U_z = 0$
 $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

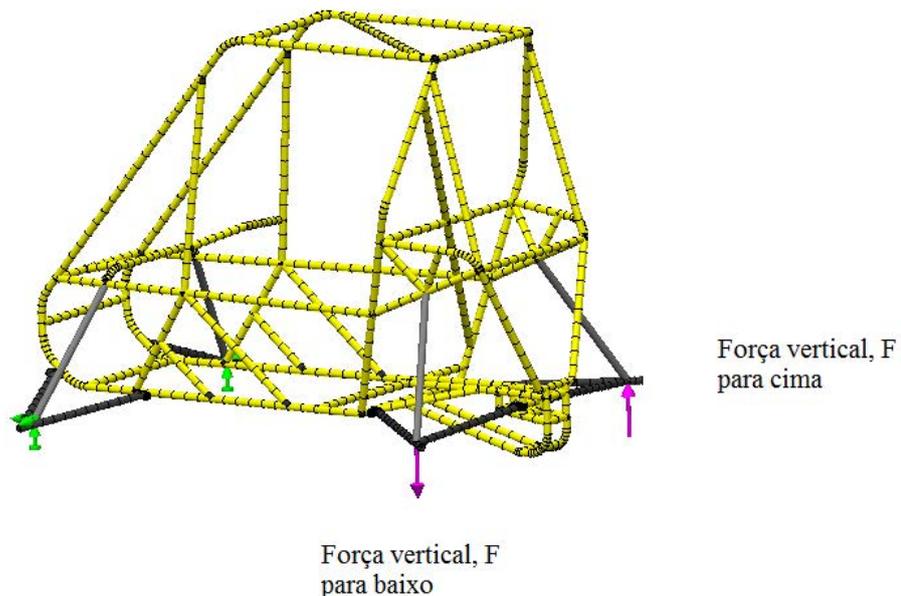
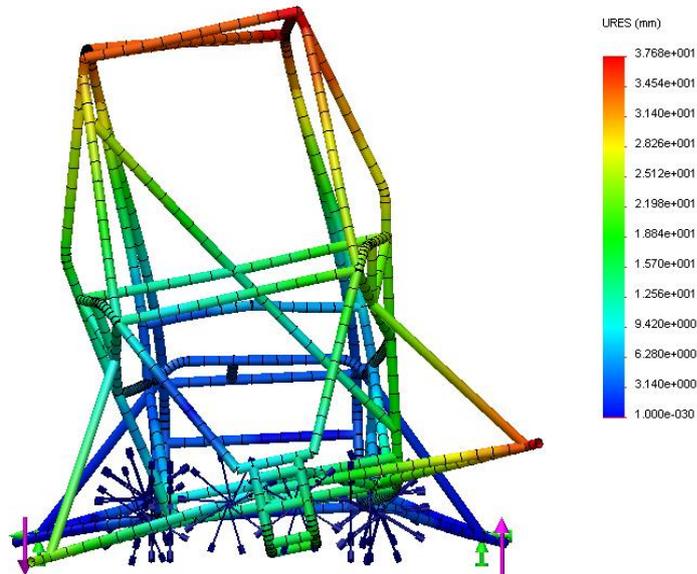


Figura 25 – Resultado da deformação total do modelo (estudo de rigidez torcional da traseira):
a) Vista posterior; b) Vista lateral esquerda

Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
Nome do estudo: Estudo 2
Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento1
Escala de distorção: 5.29156

a)



Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
Nome do estudo: Estudo 2
Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento1
Escala de distorção: 5.29156

b)

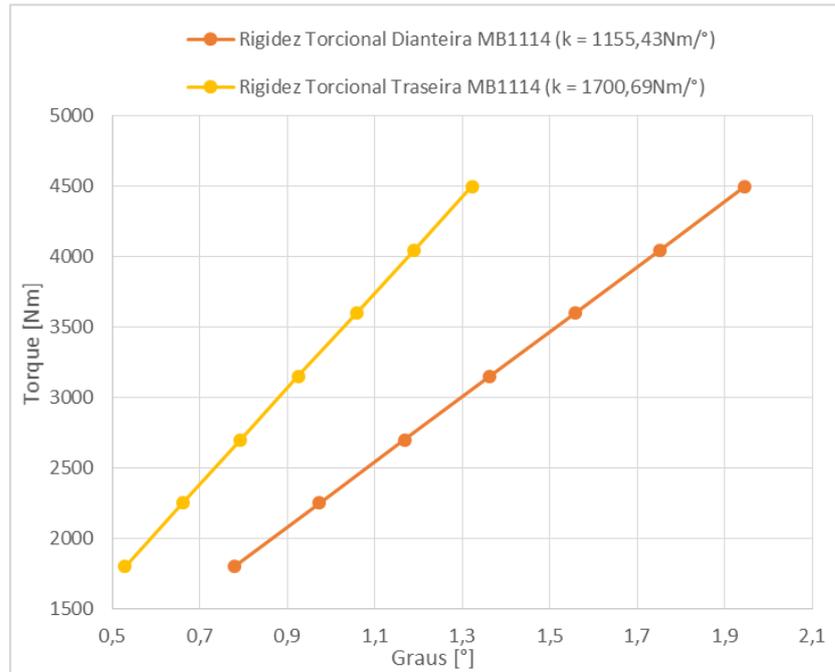


Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

Nota: As setas rosas representam as forças, as verdes os apoios fixos e as azuis as conexões aparafusadas.

Os resultados completos da medição da deflexão para cada torque aplicado encontram no APÊNDICE A. Esses resultados foram plotados em um gráfico de ângulo de torção por torque aplicado mostrado na Figura 26. Como esperado, percebe-se a linearidade dos dados.

Figura 26 – Rigidez torcional do protótipo MB1114 através do estudo de elementos finitos



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

O protótipo MB1114 tem a estrutura mais rígida do que a do seu antecessor, o MB1012. Realizando um estudo de rigidez torcional semelhante no protótipo MB1012, o aumento da rigidez torcional observado foi aproximadamente 11% para a dianteira e 21% para a traseira, conforme a Tabela 3 mostra.

Tabela 3 – Aumento da rigidez torcional do protótipo MB1114 em relação ao seu antecessor

	Protótipo MB1012	Protótipo MB1114	Aumento
Kt dianteiro [Nm/grau]	1.043	1.155	11%
Kt traseiro [Nm/grau]	1.403	1.701	21%

Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

3.2 ENSAIO DE RIGIDEZ TORCIONAL

Para medir a rigidez torcional do protótipo MB1114, os seguintes aspectos foram considerados para a execução do ensaio:

- a) Aplicar torque em ambos sentidos,
- b) Submeter o protótipo inteiro à torção;
- c) Manter o assoalho na horizontal durante o ensaio (condição de projeto);
- d) Evitar um torque máximo maior que 650 Nm;
- e) Medir a rigidez torcional da dianteira.

Foi decidido aplicar o torque em ambos os sentidos, porque a estrutura do protótipo não é simétrica. Era necessário também medir a rigidez torcional do veículo inteiro (trocando os amortecedores por barras rígidas), pois foi dessa forma que o estudo de elementos finitos foi realizado. Além disso, o valor da rigidez torcional do protótipo inteiro foi empregado no refinamento dos parâmetros.

Com base na observação de Oyama (2009), decidiu-se limitar o torque máximo em 650 Nm. Sua bancada experimental foi projetada para aplicar um torque máximo de 1.898 Nm, contudo houve uma suspeita de que o Baja se deformou plasticamente com esse torque. Assim, o torque máximo recomendado para os futuros ensaios é de aprox. 678 Nm.

O primeiro ensaio que foi escolhido nesse trabalho foi o ensaio realizado por Oyama (2009), por justamente submeter o protótipo inteiro do Baja a um torque puro, devido ao uso da alavanca para a aplicação da carga. Contudo, era necessária a construção de uma bancada experimental semelhante à mostrada em seu trabalho. Ideia essa que foi descartada por necessitar de muito material, apresentar um custo elevado (orçamento inicial em material de R\$300,00), demandar muita uma mão de obra e tempo para sua construção. Além disso, não há sentido gastar muitos recursos em uma bancada de teste que será utilizada com uma baixa frequência.

O ensaio realizado nesse trabalho se baseou na experiência adquirida pelo professor orientador e pelos técnicos do Departamento de Mecânica FEG/UNESP na realização do ensaio de rigidez torcional para a equipe Fórmula SAE desse campus. Esse ensaio se assemelha ao ensaio apresentado por Filho e Borges (2003). Os dispositivos utilizados para o ensaio são pequenos, leves e fáceis de serem armazenados. Há a coincidência entre o centro de rolagem e o centro da estrutura durante o ensaio. O custo total em material do ensaio foi de R\$ 32,50, pois instrumentação foi fornecida pelo próprio departamento e muitos materiais foram reaproveitados da própria faculdade.

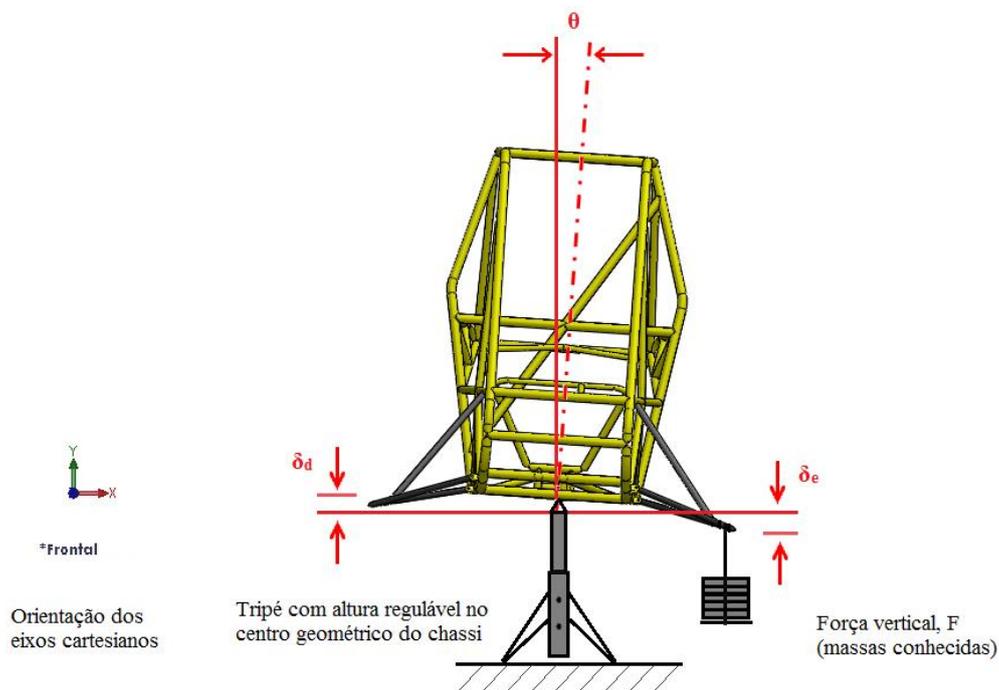
3.2.1 Esquema do ensaio

O ensaio de rigidez torcional realizado se baseia no ensaio apresentado por Filho e Borges (2003). Nesse tipo de ensaio, o protótipo é sustentado em três pontos de acordo com a configuração pivô no centro. A sustentação da estrutura é dada por:

- Dois cavaletes rígidos aparafusados no chão, sobre os quais cada semieixo traseiro se fixa, de tal forma que todos seus graus de liberdade de translação são restringidos ($U_x = U_y = U_z = 0$) e os graus de liberdade de rotação em torno do eixo y e z também são restringidos ($\theta_y = \theta_z = 0$), mas mantendo e $\theta_x = \text{livre}$.
- Um tripé com altura regulável apoiando a dianteira em seu centro ($U_y = 0$).

O torque foi gerado através de uma carga vertical para baixo, que foi aplicado no pino de eixo dianteiro, como mostrado na Figura 27. Para gerar um torque no sentido horário (vista frontal), massas foram colocadas no pino de eixo do lado esquerdo. Para gerar um torque no sentido anti-horário, massas foram colocadas no lado direito.

Figura 27 – Esquema do ensaio de rigidez torcional



Fonte: Autor

As equações apresentadas a seguir para o cálculo da rigidez torcional se baseiam no trabalho de Thompson *et al.* (1998). A intensidade do torque gerado é dada pela multiplicação do peso das massas empilhadas sobre o prato pela a distância lateral entre o ponto de aplicação da carga e o ponto de contato do tripé com o chassi:

$$T = F \cdot L_b = M \cdot g \cdot L_b \quad (5)$$

onde:

- M é a massa das anilhas empilhadas sobre o prato;
- g é a aceleração gravitacional, adotado $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;
- L_b é o comprimento do braço, isto é, a distância lateral entre a aplicação da carga e o ponto de contato do tripé com o chassi.

Relógios comparadores mediram a deflexão vertical no pino de eixo direito e esquerdo, δ_d e δ_e respectivamente. Para pequenos ângulos, consegue-se facilmente demonstrar que o ângulo de torção médio da dianteira θ_f é dado por:

$$\theta_f = \frac{|\delta_d| + |\delta_e|}{L_f} \quad (rad) \quad (6)$$

onde L_f é a distância lateral entre os relógios comparadores. O ângulo de torção é ajustado subtraindo pela deflexão da traseira. O ângulo de torção da traseira, θ_t , é dado por:

$$\theta_t = \frac{|\delta_{td}| + |\delta_{te}|}{L_t} \quad (rad) \quad (7)$$

sendo δ_{td} e δ_{te} as deflexões da ponta do semieixo traseiro direito e esquerdo respectivamente. L_t é a distância lateral entre os relógios comparadores traseiros. A rigidez torcional em cada incremento é dado por:

$$K_t = \frac{T}{\theta} = \frac{T}{\theta_f - \theta_t} \quad (8)$$

onde $\theta = \theta_f - \theta_t$ é o ângulo relativo de torção.

Nesse ensaio, o torque é a variável independente e o ângulo de torção resulta da aplicação desse torque conhecido, diferentemente do ensaio de Thompson *et al.* (1998). O torque foi aumentando com o acréscimo de cada anilha sobre o prato. Foram utilizadas nove anilhas de aproximadamente 7,6 kg, resultando no total em dez pontos de leitura das deflexões no incremento do torque (a primeira é sem anilha) e outras dez na retirada da carga.

O torque máximo aplicado foi de 438 Nm, havendo uma boa margem de segurança em relação ao torque máximo determinado para esse ensaio (650 Nm).

3.2.2 Preparação do protótipo

O ensaio realizado foi de rigidez torcional do veículo inteiro. Desse modo, a fixação do carro e a aplicação da carga foram nas massas não-suspensas, que por sua vez transmitiram os esforços ao chassi e outras massas suspensas.

Para anular o efeito do amortecedor, barras rígidas substituíram os amortecedores. Cada barra rígida possui terminais rotulares M10 rosca direita nas suas extremidades, permitindo fazer a mesma regulagem das suspensões utilizadas em competições para o ensaio.

A Figura 28 mostra o protótipo após a preparação, que resumidamente consistiu em:

- a) retirar as partes leves (como chapéu e capô);
- b) retirar as rodas e seus respectivos cubos;
- c) trocar os amortecedores por barras rígidas;
- d) fixar a direção;
- e) todos outros sistemas foram mantidos (transmissão, freio, direção etc.)

Figura 28 – Preparação do carro para o ensaio; barras rígidas substituindo os amortecedores



Fonte: Equipe Piratas do Vale Bardahl

A direção teve que ser fixada, evitando que ela esterçasse com a aplicação da carga no pino de eixo dianteiro. Seu travamento foi com realizado com um arame tracionando um lado da direção e com um outro arame tracionando o outro lado, como mostrado na Figura 29.

Figura 29 – Fixação da direção



Fonte: Autor

3.2.3 Aparato experimental

A fixação da traseira foi realizada por um par de cavaletes iguais de 51 cm de altura, mostrado pela Figura 30. A extremidade superior do cavalete é constituída de uma chapa conformada de tal forma para apoiar superfícies cilíndricas, sendo um bom apoio para o semieixo traseiro. Esses cavaletes já existiam no departamento do Engenharia Mecânica e precisaram apenas serem adaptados para o ensaio.

Para cada cavalete, três chapas foram soldadas em três dos seus quatro pés. Cada chapa contém um furo de 8 mm para permitir a passagem de um parafuso para a fixação do cavalete no chão.

Figura 30 – Fixação da traseira para o ensaio de rigidez torcional



Fonte: Autor

Os cavaletes foram posicionados na oficina de tal modo que somente a extremidade roscada de cada semieixo traseiro não se apoiasse sobre o cavalete (veja Figura 31). Com os cavaletes já posicionados, abriu-se os furos no chão utilizando uma broca de alvenaria 5/16'' mantendo os cavaletes em seus lugares. Após a abertura dos furos no chão, retirou-se os cavaletes e alargou-se os furos com uma broca de alvenaria 3/8'' para alojar buchas de 10 mm. Por fim, aparafusou-se os cavaletes com parafusos 3/8'' de rosca soberba com cabeça sextavada, o que garantiu um bom aperto deixando os cavaletes bem rígidos.

Com os cavaletes aparafusados no chão, a traseira foi fixada. Para isso, uma chapa de 3mm conformada foi posicionada sobre respectivo semieixo. Grampos sargento do tipo C pressionaram as chapas conformadas contra o semieixo de tal forma que a traseira foi fixada, como mostrado na Figura 31.

Figura 31 – Detalhe da fixação traseira (da esq. para dir.): semieixo sobre o cavalete; chapa conformada; grampos sargento do tipo C pressionando a chapa contra o semieixo



Fonte: Autor

O apoio da dianteira foi realizado por um tripé de altura regulável, conforme mostra a Figura 32. O tripé é composto de dois tubos cilíndricos, um externo de 1.1/2'' de diâmetro externo e 3mm de espessura e o outro interno de 1.1/4'' de diâmetro externo e 3mm de espessura. Sobre a extremidade superior do tubo interno, há uma cantoneira soldada para fazer o ponto de apoio da estrutura. No tubo externo, cantoneiras foram soldadas de tal forma a formar um tripé.

Com a regulagem da altura, foi possível nivelar o assoalho no protótipo na horizontal conforme a condição de projeto do veículo (veja Figura 33). Assim, o torque foi aplicado no plano perpendicular ao eixo longitudinal do veículo, evitando o erro mencionado por Oyama (2009). O ponto de contato do tripé com o chassi foi no centro do tubo transversal do assoalho. Para regular a altura do tripé, o tubo externo contém dois furos de 8mm. Em cada furo, foi soldada uma porca M8. Assim, os dois parafusos Allen M8 pressionam o tubo interno contra o tubo externo, evitando o escorregamento do tubo interno sobre o externo com a atuação do peso do veículo. A altura mínima do tripé é 42 cm e a máxima, usando dois parafusos para a sua regulagem, é 60 cm.

Figura 32 – Tripé com altura regulável para apoiar a dianteira do protótipo em seu centro



Fonte: Autor

Figura 33 – Regulagem da altura do tripé para o nivelamento do assoalho. Detalhe da régua de nível indicando o alinhamento do assoalho



Fonte: Autor

A aplicação da carga foi realizada utilizando anilhas padronizadas, que foram empilhadas sobre um prato. O prato foi sustentado por uma haste, cuja extremidade roscada se conectou com um suporte de formato U com dois furos de 26 mm. Através desse furo, o suporte U se encaixou no pino de eixo dianteiro (diâmetro de 24 mm). Assim, havia uma folga de 2 mm, permitindo que as anilhas aplicassem somente uma força vertical. Isso foi verificado durante um pré-teste antes da realização do ensaio (veja Figura 34). Somente o suporte de formato U teve que ser construído; todos os itens mencionados para aplicação da carga já existiam no departamento de Mecânica da FEG/UNESP.

Figura 34 – Anilhas sobre o prato para a aplicação do torque durante o pré-teste



Fonte: Autor

Para medir as deflexões verticais, foram utilizados quatro relógios comparadores digitais do departamento de Mecânica da FEG/UNESP. Os relógios comparadores são do fabricante Mitutoyo, modelo “Absolute Solar Digimatic Indicator ID-S 543-506”. De acordo com seu manual, é possível medir até 12,7mm com uma resolução de 0,01mm.

Em cada pino de eixo dianteiro, foi posicionado um relógio comparador (veja Figura 35). Outros dois relógios mediram a deflexão na extremidade dos semieixos traseiros. Para ter uma superfície plana de medição da deflexão, porcas sextavadas M18 foram posicionadas nas quatro extremidades de medição. Cada superfície plana das porcas, sobre a qual a ponteira do relógio comparador estava em contato, foi nivelada com a horizontal com o auxílio da régua de nível.

Figura 35 – Posicionamento do relógio comparador digital sobre o pino de eixo dianteiro



Fonte: Autor

Bases magnéticas fixaram os relógios comparadores. Como as superfícies de leitura das deflexões encontraram-se aproximadamente de 45 a 53 cm altura do chão, três bancos de 42 cm de altura e um banco de 32 cm serviram de base para as bases magnéticas. Em cada banco, um sargento grampo fixou uma chapa de aço, sobre a qual a respectiva base magnética se fixou.

3.2.4 Procedimento experimental

Após a preparação do protótipo e sua fixação, o prato foi inicialmente colocado no pino de eixo dianteiro do lado esquerdo para aplicar um torque no sentido horário da vista frontal. Após o nivelamento do prato, colocou-se a porca sextavada M18 nesse pino de eixo. Posteriormente, os relógios comparadores foram posicionados e zerados antes de colocar a primeira anilha. Mediu-se as distâncias laterais entre relógios comparadores e o comprimento do braço (L_f , L_t e L_b) utilizando uma trena com resolução de 0,5mm.

A aplicação da carga foi incrementada a cada anilha (de aprox. 7,6kg), cuja massa havia sido medida antes do ensaio através de uma balança com resolução de 0,02 kg. A cada incremento de carga, anotava-se as respectivas deformações dos quatro relógios comparadores como mostrado na Figura 36. Depois de colocar a nona anilha, começou o processo de retirada das cargas. Para cada anilha retirada do prato, lia-se também as deflexões medidas pelos relógios. Após a retirada de todas as anilhas, verificou-se que os relógios não voltaram para o zero, indicando a existência do efeito de histerese. Assim, antes de iniciar uma nova medição, os relógios comparadores foram zerados. Repetiu-se o processo de medição até

totalizar três medições consecutivas para o lado esquerdo - isto é, sem trocar o prato de lado e sem reposicionar os relógios comparadores entre essas medições.

Figura 36 – Ensaio de rigidez torcional durante a segunda medição com aplicação da carga no lado esquerdo



Fonte: Autor

Após as três primeiras medições, mudou-se a aplicação da carga do lado esquerdo para o direito, invertendo, assim, o sentido do torque para anti-horário da vista frontal. Após a colocação do prato sobre o pino de eixo direito, posicionou-se novamente os dois relógios comparadores da dianteira e as distâncias L_f e L_b foram medidas – L_t não precisou ser medido novamente pois os relógios comparadores traseiros não foram movidos. Repetiu-se o mesmo procedimento até totalizar três medições com a carga no lado direito.

3.2.5 Resultados

Todos os dados coletados do ensaio de rigidez torcional do protótipo MB1114 encontram-se no APÊNDICE B.

Na Tabela 4, encontram-se as distâncias laterais medidas entre os relógios comparadores e o comprimento do braço. Essas distâncias foram medidas utilizando uma trena de resolução 0,5mm. Contudo, não foi possível realizar uma leitura precisa das distâncias, pois a trena não se encostou aos relógios comparadores na medição de L_f e L_t . Para medir o comprimento do braço L_b não foi possível aproximar a trena do tripé. Assim, as medidas foram lidas adotando uma resolução conservadora de 5 mm.

Tabela 4 – Distâncias laterais entre os relógios comparadores e o comprimento do braço

	Carga no lado esquerdo – Torque sentido horário	Carga no lado direito – Torque sentido anti-horário
Distância entre os relógios dianteiros – L_f [mm]	1.365	1.360
Distância entre os relógios traseiros – L_t [mm]	1.405	1.405
Comprimento do braço – L_b [mm]	650	645

Fonte: Autor

A análise dos resultados se baseia no trabalho de Thompson *et al.* (1998). O cálculo da rigidez torcional é realizado para cada medição através da regressão linear simples. Para isso, foi utilizada a ferramenta de análise de dados do programa Excel 2013 da Microsoft.

Através das equações de (5) a (8), os dados coletados do ensaio são transformados nas variáveis de entrada para a regressão linear, mostrados na Tabela 5 e na Tabela 6. Esses dados de entrada são: o ângulo de torção relativo como a variável independente (x) e o torque como a variável dependente (y). Apesar da variável independente neste experimento ser na verdade o torque aplicado, adotou-se o ângulo de torção relativo como a variável independente para obter a rigidez torcional já direto do coeficiente angular da regressão linear. Se fosse adotado o torque como a variável (x), o coeficiente angular da regressão forneceria a flexibilidade, ou seja, o inverso da rigidez.

A ferramenta de análise de dados do Excel 2013 fornece também os valores do coeficiente angular e linear para o intervalo de confiança de 95% ou para outro intervalo fornecido pelo usuário. Neste trabalho, adotou-se um intervalo de confiança de 95% para o coeficiente angular.

Tabela 5 – Torque aplicado pelo ângulo de torção relativo para cada medição – Aplicação da carga no lado esquerdo

Torque [Nm]	Primeira medição		Segunda medição		Terceira medição	
	colocando carga θ [grau]	retirando carga θ [grau]	colocando carga θ [grau]	retirando carga θ [grau]	colocando carga θ [grau]	retirando carga θ [grau]
0	0,000	0,021	0,000	0,009	0,000	0,010
49	0,045	0,074	0,043	0,062	0,044	0,058
97	0,092	0,121	0,087	0,108	0,089	0,106
146	0,138	0,167	0,132	0,154	0,131	0,151
195	0,183	0,211	0,176	0,198	0,174	0,194
243	0,226	0,254	0,219	0,239	0,218	0,235
292	0,270	0,294	0,262	0,280	0,261	0,276
341	0,319	0,334	0,306	0,321	0,306	0,315
389	0,362	0,373	0,348	0,359	0,349	0,356
438	0,409	0,411	0,392	0,397	0,392	0,393

Fonte: Autor

Tabela 6 – Torque aplicado pelo ângulo de torção relativo para cada medição – Aplicação da carga no lado direito

Torque [Nm]	Primeira medição		Segunda medição		Terceira medição	
	colocando carga θ [grau]	retirando carga θ [grau]	colocando carga θ [grau]	retirando carga θ [grau]	colocando carga θ [grau]	retirando carga θ [grau]
0	0,000	0,051	0,000	0,012	0,000	0,014
48	0,046	0,104	0,045	0,067	0,046	0,066
97	0,096	0,152	0,092	0,114	0,092	0,115
145	0,147	0,199	0,137	0,161	0,139	0,161
193	0,195	0,243	0,183	0,205	0,185	0,205
241	0,252	0,286	0,227	0,249	0,230	0,250
290	0,300	0,329	0,273	0,291	0,275	0,293
338	0,350	0,371	0,318	0,334	0,320	0,335
386	0,395	0,411	0,362	0,374	0,367	0,376
435	0,447	0,450	0,409	0,414	0,412	0,416

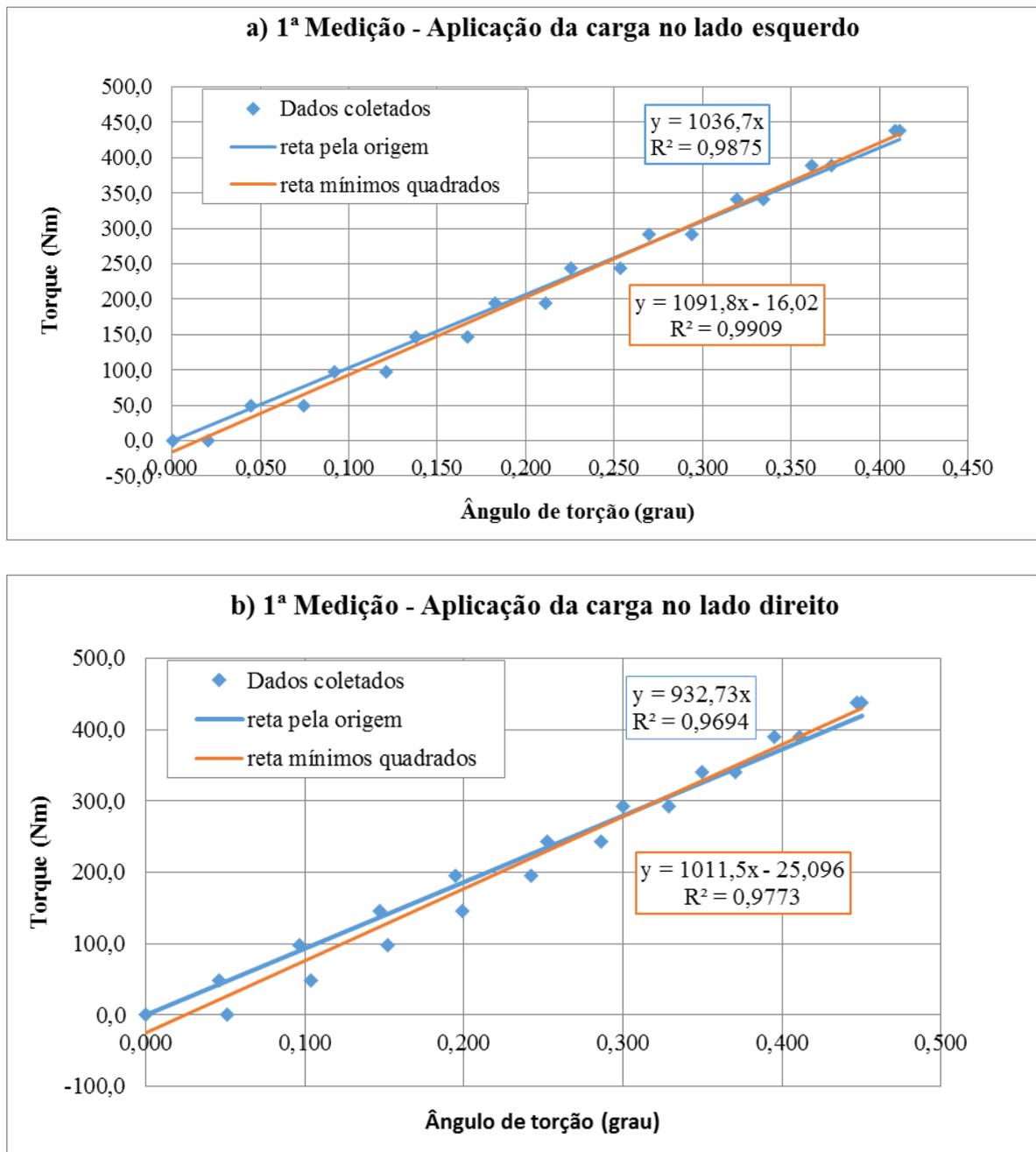
Fonte: Autor

3.2.5.1 Análise da reta passando pela origem

Thompson *et al.* (1998) realizaram a regressão linear forçando a passagem da reta pela origem. Para investigar esse efeito, os dados das medições com aplicação da carga em ambos os lados foram analisados. A Tabela 7 compara o valor do coeficiente angular (rigidez torcional) obtido através da reta de mínimos quadrados (sem passar pela origem) com o valor

da reta passando pela origem para cada medição. Para ilustrar essa diferença, a Figura 37 compara as retas somente da primeira medição.

Figura 37 – Comparação da regressão linear pelos mínimos quadrados e com a reta passando pela origem para a primeira medição



Fonte: Autor

Tabela 7 – Comparação da rigidez torcional obtida pela regressão linear de mínimos quadrados e pela regressão com a reta passando pela origem

	Mínimos quadrados		Reta passando pela origem		Δ Kt
	Kt [Nm/grau]	σ [Nm/grau]	Kt [Nm/grau]	σ [Nm/grau]	
1ª Medição Esquerda	1.092	± 52	1.037	± 30	
1ª Medição Direita	1.011	± 76	933	± 42	
Média	1.052	± 65	985	± 37	6,80%
2ª Medição Esquerda	1.121	± 41	1.084	± 23	
2ª Medição Direita	1.080	± 40	1.041	± 23	
Média	1.100	± 40	1.062	± 23	3,58%
3ª Medição Esquerda	1.127	± 34	1.092	± 20	
3ª Medição Direita	1.074	± 37	1.034	± 22	
Média	1.101	± 36	1.063	± 21	3,53%

Fonte: Autor

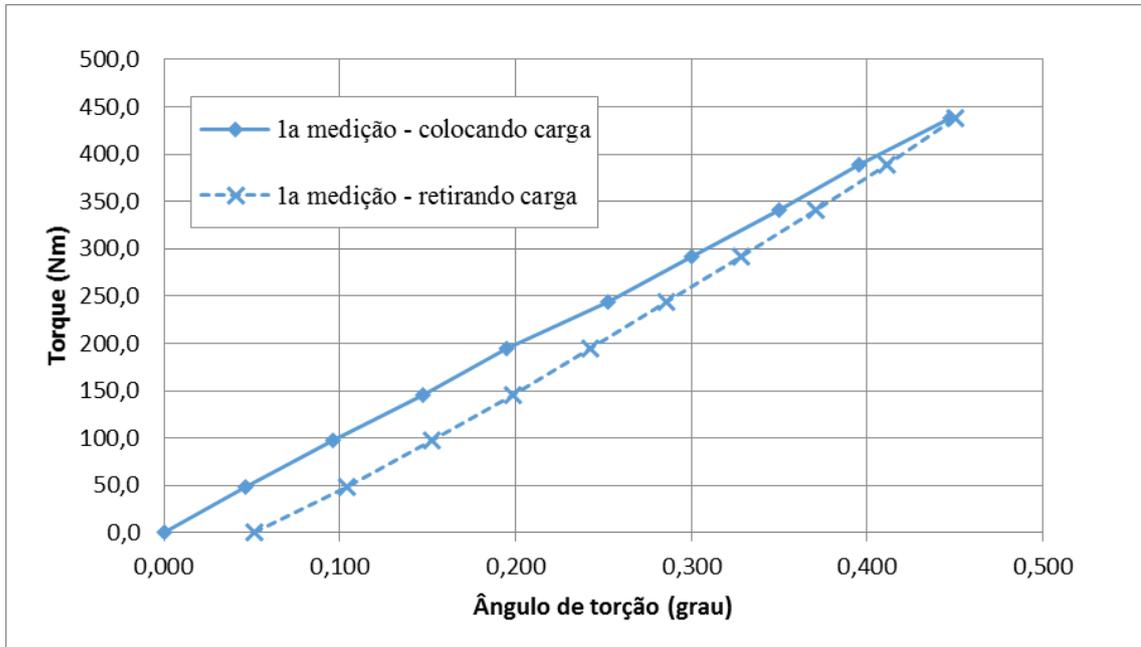
Nota: σ é o desvio padrão do coeficiente angular. Intervalo de confiança de 95%

A reta, que passa pela origem, fornece um valor de rigidez torcional menor do que a reta de mínimos quadrados. Isso significa que a passagem da reta pela origem não superestima o valor da rigidez, sendo, assim, mais apropriado o seu uso, como adotado no trabalho de Thompson *et al.* (1998). Logo, será utilizado, neste trabalho, a regressão linear com a reta passando pela origem. A análise estatística da regressão linear de cada medição com a reta passando pela origem encontra-se no APÊNDICE C.

3.2.5.2 Análise do efeito da histerese

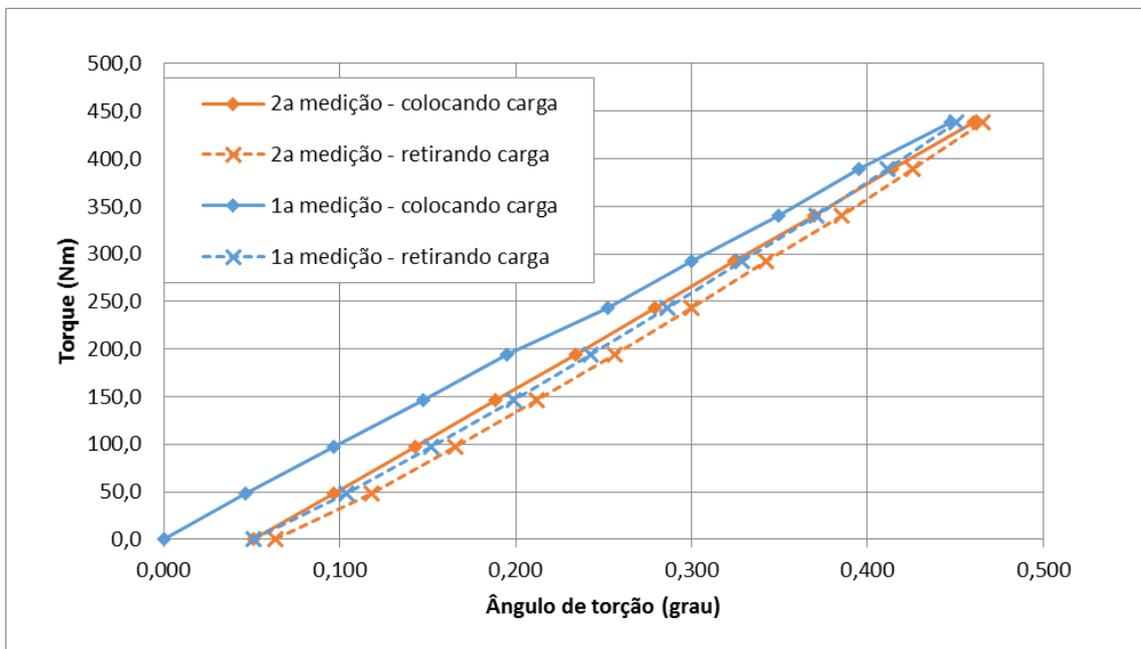
Como pode-se observar na Tabela 7, há uma grande diferença entre o valor obtido na primeira medição e o obtido para as outras medições. Isso se deve ao efeito da histerese, em especial na primeira medição com aplicação da carga no lado direito, isto é, após a inversão do sentido da aplicação do torque. A Figura 38 ilustra esse efeito da histerese, que, porém, diminuiu consideravelmente da primeira para segunda medição com a carga no lado direito, como a Figura 39 mostra. Para ajudar na visualização, é mostrado o efeito acumulado da histerese. Para isso, o ângulo de torção da segunda medição inicia-se em 0,051 grau, ou seja, com mesmo ângulo após a retirada da última anilha da primeira medição, como se os relógios comparadores não fossem zerados antes de iniciar a segunda medição.

Figura 38 – Primeira medição com aplicação da carga no lado direito após a inversão torque: o maior efeito da histerese observado no ensaio.



Fonte: Autor

Figura 39 – Diminuição da histerese da primeira para segunda medição durante a aplicação de carga no lado direito

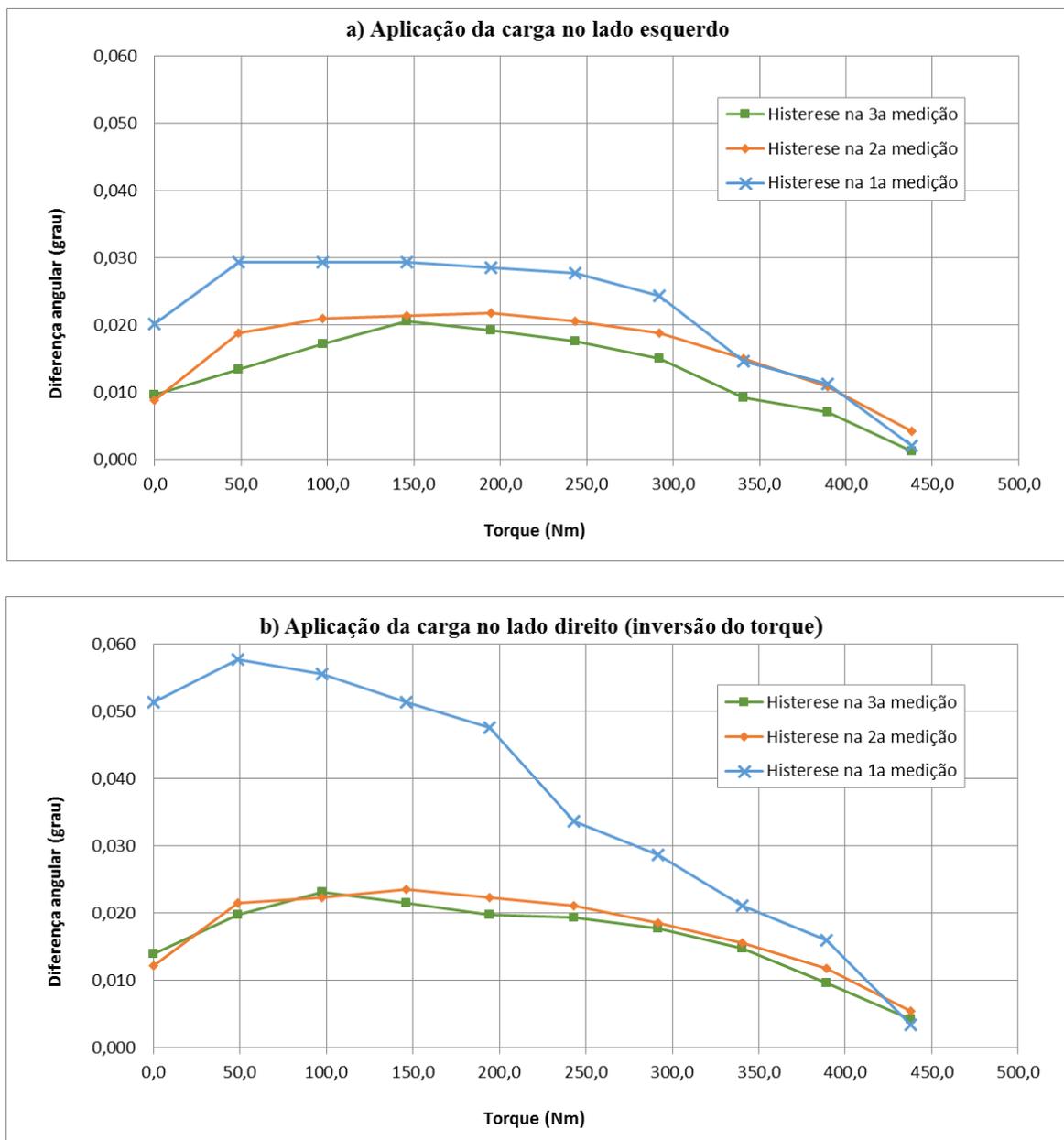


Fonte: Autor

Provavelmente, o motivo para essa diminuição da histerese foi a ocorrência de algum ajuste interno na estrutura após a primeiro carregamento, já que os componentes da

suspensão, direção e transmissão apresentavam folgas. Após esse carregamento inicial, a estrutura se acomodou de tal forma que o efeito da histerese na segunda e na terceira medição fosse menos significativo do que na primeira medição. Na Figura 40, está plotado uma outra forma de visualizar a histerese: através do torque aplicado pela diferença angular entre a leitura do ângulo de torção durante a retirada da carga e a sua colocação. Quanto maior essa diferença angular, maior é o efeito da histerese. Percebe-se que o efeito da histerese é maior nas primeiras medições, principalmente após a inversão do torque.

Figura 40 – Diferença angular entre a retirada da carga e sua colocação: a) Aplicação da carga no lado esquerdo; b) Aplicação da carga no lado direito



3.2.5.3 Rigidez torcional sem considerar a propagação de erro experimental

Pode-se dizer que a primeira medição teve uma função de um pré-carregamento para o ensaio de rigidez torcional, atenuando o efeito da histerese. Assim, o cálculo da rigidez torcional do protótipo MB1114 considerará apenas a segunda e terceira medição. Resumidamente, os seguintes aspectos são considerados para o cálculo da rigidez:

- Variável independente (x) para regressão linear: ângulo de torção relativo;
- Por causa do efeito da histerese, as primeiras medições de ambos lados serão desconsideradas;
- Retas da regressão linear passando pela origem;
- Cada medição começa com o ângulo de torção relativo igual a zero;

A avaliação experimental da rigidez torcional do protótipo MB1114 encontra-se na Tabela 8, lembrando que a regressão linear de cada medição se encontra no APÊNDICE C. Percebe-se que os valores obtidos para a segunda medição e para a terceira são praticamente os mesmos. O valor da terceira medição tem um desvio padrão um pouco menor do que o valor da segunda medição, sendo assim, esse será o valor experimental da rigidez torcional do chassi do protótipo MB1114 para um intervalo de confiança de 95%: **$K_t = 1.063 \pm 21$ [Nm/grau]**. Os gráficos da regressão linear para a terceira medição encontram-se na Figura 41.

Esses valores da Tabela 8 não consideram ainda o erro experimental originado da incerteza da medição de cada parâmetro. A seguir, será realizada a análise da propagação de erro para avaliar a incerteza experimental total.

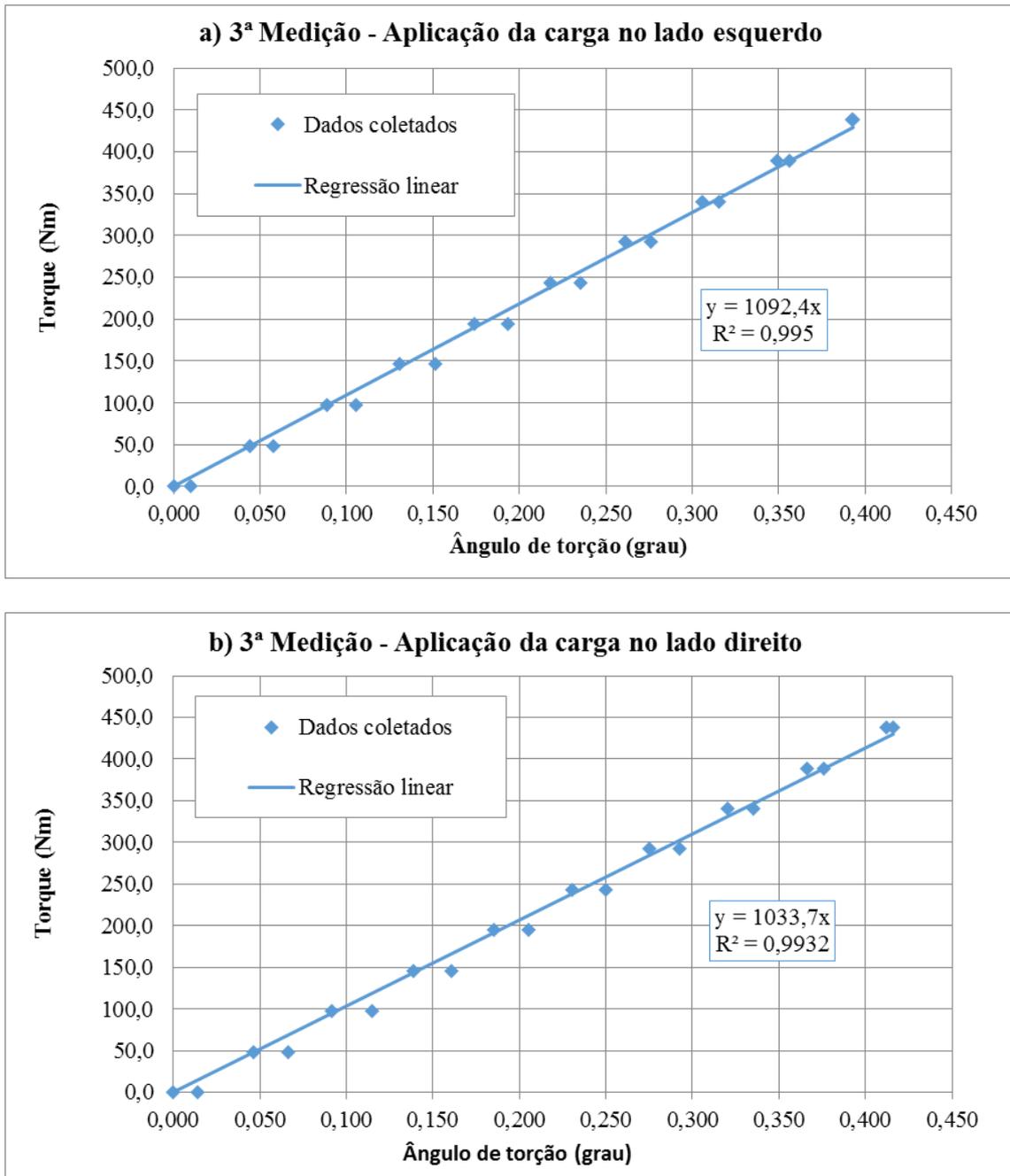
Tabela 8 – Avaliação experimental da rigidez torcional do chassi do protótipo MB1114 sem considerar a propagação de erro experimental

	Segunda medição		Terceira medição	
	$K_t \pm \sigma$ [Nm/grau]	σ [Nm/grau]	$K_t \pm \sigma$ [Nm/grau]	σ [Nm/grau]
Aplicação da carga no lado esquerdo	1.084 ± 23		1.092 ± 20	
Aplicação da carga no lado direito	1.041 ± 23		1.034 ± 22	
Média	1.062 ± 23		1.063 ± 21	

Fonte: Autor

Nota: σ é o desvio padrão do coeficiente angular. Intervalo de confiança de 95%

Figura 41 – Regressão linear com a reta passando pela origem para a terceira medição



Fonte: Autor

3.2.5.4 Análise da incerteza experimental

A avaliação a seguir se baseia na análise de incerteza experimental realizada por Thompson *et al.* (1998), Rilley e George (2002) e Oyama (2009). Nessas análises, o erro experimental total é a soma do desvio padrão da regressão linear com a propagação do erro. Todos os parâmetros medidos contêm incertezas, que, por sua vez, se propagam no cálculo da rigidez torcional. Em neste ensaio, oitos parâmetros devem ser medidos:

- L_f : distância lateral entre os relógios comparadores dianteiro;
- L_b : comprimento do braço, isto é, distância lateral entre a aplicação da carga e o ponto de contato do tripé com o chassi;
- L_t : distância lateral entre os relógios comparadores traseiro;
- δ_d : deslocamento vertical do relógio comparador da dianteira direita;
- δ_e : deslocamento vertical do relógio comparador da dianteira esquerda;
- δ_{td} : deslocamento vertical do relógio comparador da traseira direita;
- δ_{te} : deslocamento vertical do relógio comparador da traseira esquerda;
- M : massa das anilhas.

As incertezas são obtidas através das resoluções dos relógios comparadores, da trena e da balança:

- Resolução do relógio comparador: $\delta_{rel} = \pm 0,01$ mm;
- Resolução da trena (devido à dificuldade nas medições): $\delta_{trena} = \pm 5$ mm;
- Resolução da balança: $\delta_{bal} = \pm 0,02$ kg.

Combinando as equações de (5) a (8), obtém-se a expressão para o cálculo da rigidez torcional em termo dos parâmetros medidos:

$$K_t = \frac{M \cdot g \cdot L_b}{\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f}\right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t}\right)} \quad (Nm/rad) \quad (9)$$

Essa mesma expressão pode ser expressa com o ângulo de torção em graus:

$$K_t = \frac{M \cdot g \cdot L_b}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f}\right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t}\right) \right]} \quad (Nm/grau) \quad (10)$$

A rigidez torcional pode ser expressa compactamente como função dos parâmetros medidos:

$$K_t = f(L_f, L_b, L_t, \delta_d, \delta_e, \delta_{td}, \delta_{te}, M) \quad (11)$$

Assumindo uma distribuição gaussiana de erro, o erro experimental no cálculo da rigidez, δ_{K_t} , será:

$$\delta_{K_t} = \sqrt{\sum_{i=1}^8 (t_i)^2} \quad (12)$$

onde t_i é a contribuição de cada parâmetro medido para a incerteza experimental. Essa contribuição é dada por:

$$t_i = \frac{\partial K_t}{\partial X_i} \cdot \delta_i \quad (13)$$

onde o termo $(\partial K_t)/(\partial X_i)$ é a derivada parcial de K_t em relação a este parâmetro i e δ_i é a incerteza na medição do parâmetro i . A contribuição de cada parâmetro medido em (Nm/grau) será dada pelas seguintes expressões:

$$t_M = \frac{g \cdot L_b}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f} \right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t} \right) \right]} \cdot \delta_{bal} \quad (14)$$

$$t_{Lp} = \frac{g \cdot M}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f} \right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t} \right) \right]} \cdot \delta_{trena} \quad (15)$$

$$t_{\delta d} = - \frac{g \cdot M \cdot L_b}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f} \right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t} \right) \right]^2 \cdot L_f} \cdot \delta_{rel} \quad (16)$$

$$t_{\delta e} = - \frac{g \cdot M \cdot L_b}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f} \right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t} \right) \right]^2 \cdot L_f} \cdot \delta_{rel} \quad (17)$$

$$t_{\delta td} = \frac{g \cdot M \cdot L_b}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f} \right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t} \right) \right]^2 \cdot L_t} \cdot \delta_{rel} \quad (18)$$

$$t_{\delta te} = \frac{g \cdot M \cdot L_b}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f} \right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t} \right) \right]^2 \cdot L_t} \cdot \delta_{rel} \quad (19)$$

$$t_{L_f} = \frac{g \cdot M \cdot L_b \cdot (|\delta_d| - |\delta_e|)}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f} \right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t} \right) \right]^2 \cdot L_f^2} \cdot \delta_{trena} \quad (20)$$

$$t_{Lt} = \frac{g \cdot M \cdot L_b \cdot (|\delta_{td}| - |\delta_{te}|)}{\frac{180}{\pi} \cdot \left[\left(\frac{|\delta_d| - |\delta_e|}{L_f} \right) - \left(\frac{|\delta_{td}| - |\delta_{te}|}{L_t} \right) \right]^2} \cdot \delta_{trena} \quad (21)$$

O erro experimental será avaliado para a terceira medição, através da qual se obteve o valor da rigidez torcional do chassi do protótipo. Para cada leitura de deflexões, há um respectivo erro experimental, que varia com a carga aplicada. O erro experimental pode ser expresso na forma de valor absoluto ou na forma de erro relativo. Na Tabela 9, encontra-se o erro experimental para a terceira medição com aplicação de carga no lado esquerdo. Já a Tabela 10 para aplicação de carga no lado direito.

Pode-se perceber uma tendência no erro experimental. Quanto menor a carga total aplicada, maior é o erro experimental. O maior valor obtido da terceira medição é de ± 23 Nm/grau (2,2%). O menor erro experimental é de ± 9 Nm/grau (0,9%). A maioria das leituras de deflexões originou um erro experimental de cerca de 1,0% ou menor.

Tabela 9 – Erro experimental da terceira medição com aplicação da carga no lado esquerdo

Item	Massa total [kg]	Colocando carga		Retirando carga	
		Erro experimental [Nm/grau]	Erro relativo	Erro experimental [Nm/grau]	Erro relativo
Massa 1	7,64	22,98	2,2%	14,34	1,3%
Massa 2	15,26	13,97	1,3%	10,71	1,0%
Massa 3	22,90	11,92	1,1%	9,82	0,9%
Massa 4	30,52	10,92	1,0%	9,61	0,9%
Massa 5	38,16	10,44	1,0%	9,54	0,9%
Massa 6	45,78	10,18	1,0%	9,56	0,9%
Massa 7	53,42	9,96	0,9%	9,64	0,9%
Massa 8	61,04	9,88	0,9%	9,66	0,9%
Massa 9	68,68	9,81	0,9%	9,78	0,9%

Fonte: Autor

Nota: Erro relativo em relação ao valor da rigidez torcional $K_t = 1.063$ (Nm/grau)

Tabela 10 – Erro experimental da terceira medição com aplicação da carga no lado direito

Item	Massa total [kg]	Colocando carga		Retirando carga	
		Erro experimental [Nm/grau]	Erro relativo	Erro experimental [Nm/grau]	Erro relativo
Massa 1	7,64	21,23	2,0%	11,39	1,1%
Massa 2	15,26	13,26	1,2%	9,52	0,9%
Massa 3	22,90	10,97	1,0%	9,11	0,9%
Massa 4	30,52	10,13	1,0%	8,97	0,8%
Massa 5	38,16	9,78	0,9%	8,92	0,8%
Massa 6	45,78	9,60	0,9%	8,96	0,8%
Massa 7	53,42	9,48	0,9%	9,03	0,8%
Massa 8	61,04	9,37	0,9%	9,11	0,9%
Massa 9	68,68	9,31	0,9%	9,21	0,9%

Fonte: Autor

Nota: Erro relativo em relação ao valor da rigidez torcional $K_t = 1.063$ (Nm/grau)

A seguir, será analisada a contribuição t_i de cada parâmetro i durante o incremento da carga durante a terceira medição com a aplicação da carga no lado esquerdo. O erro absoluto de cada contribuição está mostrado na Tabela 11. Os valores dos dois parâmetros mais importantes em cada leitura estão marcados em negrito. Observa-se que para leitura da rigidez com aplicação só de uma anilha (Massa 1), os parâmetros medidos pelos relógios comparadores são os mais importantes para o erro experimental, uma vez que os deslocamentos verticais ocasionados só por uma anilha são pequenos.

A partir do incremento da terceira anilha, o erro atrelado à leitura dos relógios comparadores é menos significativo, bem como o erro da medição das cargas. Já as contribuições da medição do comprimento do braço (L_b) e a distância lateral dos relógios comparadores dianteiros (L_f) se mantêm praticamente constante, se tornando os mais significativos a partir da terceira anilha.

Tabela 11 – Contribuição dos parâmetros na terceira medição com aplicação da carga no lado esquerdo – Análise somente durante o incremento da carga

Item	Massa total [kg]	ti [Nm/grau]: Contribuição de cada parâmetro i				
		M	δ_{td}	δ_d	L_b	L_f
Massa 1	7,64	2,89	10,23	-10,53	8,50	4,05
Massa 2	15,26	1,44	5,06	-5,21	8,45	4,02
Massa 3	22,90	0,98	3,49	-3,60	8,60	4,10
Massa 4	30,52	0,73	2,62	-2,69	8,59	4,09
Massa 5	38,16	0,59	2,09	-2,15	8,59	4,09
Massa 6	45,78	0,49	1,75	-1,80	8,60	4,10
Massa 7	53,42	0,42	1,48	-1,53	8,56	4,08
Massa 8	61,04	0,37	1,30	-1,34	8,58	4,09
Massa 9	68,68	0,33	1,16	-1,20	8,59	4,09

Fonte: Autor

Nota: A contribuição do parâmetro δ_e é igual à do δ_d . A contribuição do parâmetro δ_{te} é igual à do δ_{td} . A contribuição do L_t tende a zero.

Um possível modo de estimar o erro experimental na avaliação da rigidez torcional é assumir a média do erro experimental para cada leitura com aplicação de carga em ambos lados, ou seja, a média dos valores da Tabela 9 e Tabela 10. Desse modo, os maiores valores de erros experimentais não serão desconsiderados. No caso da terceira medição, essa média é ± 11 Nm/grau, ou seja, **a análise da propagação de erro resulta em um erro relativo de 1,0%.**

Esse valor obtido é mais baixo do que o esperado, pois acreditava-se que a dificuldade na medição das distâncias iria influir negativamente na incerteza experimental. Sem esquecer da dificuldade no posicionamento correto do tripé exatamente no centro geométrico do chassi.

3.2.5.5 Valor experimental da rigidez torcional

O valor da rigidez torcional experimental do protótipo MB1114 Baja SAE da “Equipe Piratas do Vale Bardahl” é **$K_t = 1.063 \pm 32$ Nm/grau**. A incerteza experimental total nesta avaliação é de 3,0%. Incerteza essa que é composta do desvio padrão do coeficiente angular da regressão linear para um intervalo de confiança de 95% (± 21 Nm/grau ou 2,0% de erro) e

da propagação de erro experimental devido à incerteza nas medições dos parâmetros (± 11 Nm/grau ou 1,0% de erro).

3.3 VALIDAÇÃO DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

O valor experimental da rigidez não se difere muito do valor obtido pela avaliação por elementos finitos realizada pela equipe durante o projeto do protótipo MB1114. Essa simulação estimou uma rigidez apenas 8,7% maior do que o valor avaliado experimentalmente, conforme consta na Tabela 12, lembrando que só é possível comparar os resultados para a rigidez torcional da dianteira, pois não foi realizado o ensaio para medir a rigidez torcional da traseira.

Tabela 12 – Comparação da rigidez torcional obtida experimentalmente com a da simulação por elementos finitos

	Rigidez torcional [Nm/grau]
Ensaio (Intervalo de confiança de 95%)	1.063 ± 32
Simulação caso 1	1.155,4
Diferença	8,7 %

Fonte: Autor

Esses resultados poderiam ser suficientes para validar a análise computacional devido à proximidade dos valores obtidos. Contudo, as condições simuladas diferem do ensaio realizado. Assim, surge a pergunta se esses resultados originados de condições diferentes podem ser comparados mesmo assim. Caso não seja possível essa comparação, quão semelhante a simulação por elementos finitos deve ser do ensaio realizado? Para responder a essas questões, deve-se investigar a simulação de elementos finitos, adaptando o modelo utilizado na simulação em etapas até se aproximar do ensaio realizado. Para essa investigação, seguintes casos serão analisados:

- Simulação caso 1: denominação para a simulação já mostrada na primeira parte do estudo de caso;
- Simulação caso 2: caso 1 calculando a rigidez através do deslocamento vertical;
- Simulação caso 3: caso 2 avaliando a influência da pré-carga dos parafusos;
- Simulação caso 4: caso 2 avaliando a influência do sentido de aplicação do torque;

- Simulação caso 5: caso 2 sem o tubo diagonal do teto;
- Simulação caso 6: caso 5 com a restrição na traseira igual do ensaio
- Simulação caso 7: caso 6 com aplicação do torque igual do ensaio

3.3.1 Simulação caso 1

Há três observações a serem feitas sobre a análise de elementos finitos realizada pela equipe:

- A respeito da expressão (2) utilizada para calcular a rigidez, que não considera o ângulo de torção médio, mas sim o seu dobro;
- Muito provavelmente utilizou-se o deslocamento total dos nós para o cálculo da rigidez em vez do deslocamento vertical, obtendo um valor de rigidez menor;
- Distância lateral no ensaio de rigidez traseiro igual ao do ensaio de rigidez dianteiro. Provavelmente a nova distância lateral da traseira não foi atualizado, mantendo o valor da dianteira para o estudo da traseira.

Quanto à primeira observação, a rigidez foi calculada na simulação dividindo o binário aplicado pelo dobro do ângulo de torção médio – mesma equação apresentada por Tebby, Esmailzadeh e Barari (2011). Contudo, Thompson, Raju e Law (1998), no projeto de chassi por elementos finitos, e Oliveira e Borges (2006) realizaram o cálculo da rigidez utilizando o ângulo de torção médio – não o seu dobro. Mesmo método de cálculo para o ensaio de rigidez torcional foi apresentado por Thompson *et al.* (1998), Filho e Borges (2003), exceto pela aproximação de ângulos pequenos.

Seguindo o trabalho de Thompson, Raju e Law (1998), a expressão de cálculo para rigidez torcional do modelo de elementos finitos deve ser:

$$K_t = \frac{T}{\theta} = \frac{F \cdot d}{0,5 \cdot (\theta_d + \theta_e)} \quad (22)$$

onde o binário T é gerado por forças verticais iguais F mas de sentido opostos, distantes entre si lateralmente d. Os ângulos de torção, θ_d e θ_e , na dianteira do lado direito e do esquerdo respectivamente são dados por:

$$\theta_d = \tan^{-1} \left(\frac{\delta_d}{d/2} \right) \quad (23)$$

$$\theta_e = \tan^{-1} \left(\frac{\delta_e}{d/2} \right) \quad (24)$$

onde os ângulos de torção (θ_d e θ_e) são dadas pelas deflexões verticais (δ_d e δ_e) e pela distância lateral entre os pontos de medições dessas deflexões até o eixo longitudinal do carro ($d/2$). Neste caso os pontos de aplicação de carga e de medições são os mesmos. A segunda observação será analisada a seguir.

3.3.2 Simulação caso 2 – Kt através do deslocamento vertical

O cálculo da rigidez neste caso é realizado pela expressão (22), ou seja, através do ângulo de torção médio. Utilizando a ferramenta de pós-análise do SolidWorks, chamada de sonda, pode-se coletar a deflexão de cada nó do modelo. A Figura 42 compara os valores de deflexões total (URES) dos nós com os valores das deflexões verticais (UY). Os nós escolhidos são os mesmos nós, onde as cargas verticais aplicam as forças.

Realizou-se essa comparação para diferentes valores de torque aplicado: mesma faixa de torque aplicado durante ensaio e também para a máxima carga simulada no caso 1. Os resultados se encontram na Tabela 13.

Tabela 13 – Efeito do deslocamento vertical e do deslocamento total sobre a rigidez torcional

	Deslocamento vertical UY					Deslocamento total URES			
	T	δ_d	δ_e	θ	Kt	δ_d	δ_e	θ	Kt
F [N]	[Nm]	[mm]	[mm]	[grau]	[Nm/grau]	[mm]	[mm]	[grau]	[Nm/grau]
100	122	1,145	0,715	0,087	1.399,4	1,305	0,952	0,106	1.152,9
200	244	2,286	1,433	0,175	1.399,4	2,609	1,908	0,212	1.152,2
300	366	3,429	2,150	0,262	1.399,3	3,913	2,862	0,318	1.152,3
400	488	4,579	2,860	0,349	1.399,2	5,221	3,808	0,424	1.152,8
500	611	5,715	3,582	0,436	1.399,5	6,521	4,770	0,530	1.152,3
3.750	4.579	42,78	26,95	3,268	1.400,9	48,91	35,77	3,967	1.154,2
				Média	1.399,4			Média	1.152,8

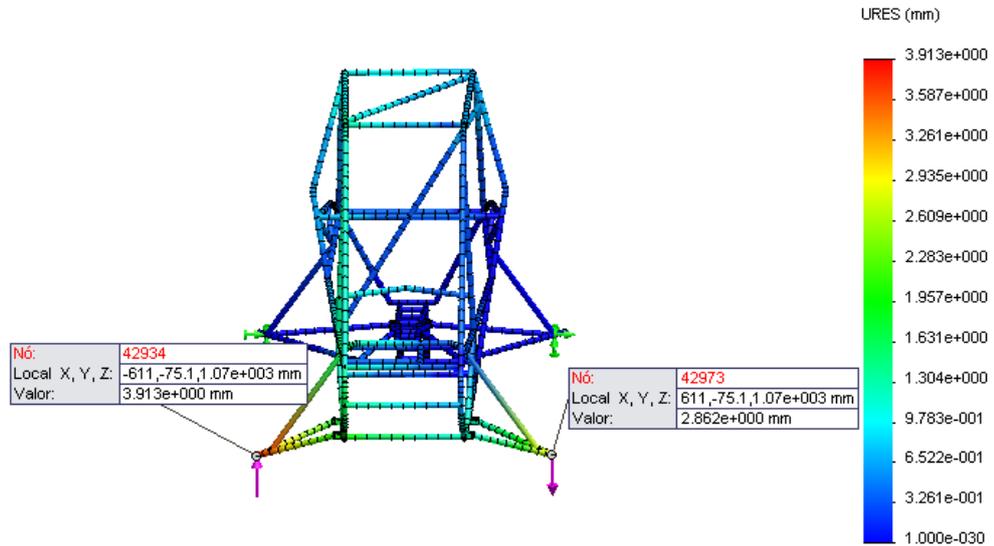
Fonte: Autor

Nota: Distância lateral $d = 1.221,04$ mm; sem torque de pré-carregamento nos parafusos.

Figura 42 – Diferença entre a deflexão total e a deflexão vertical aplicando forças de 300N.

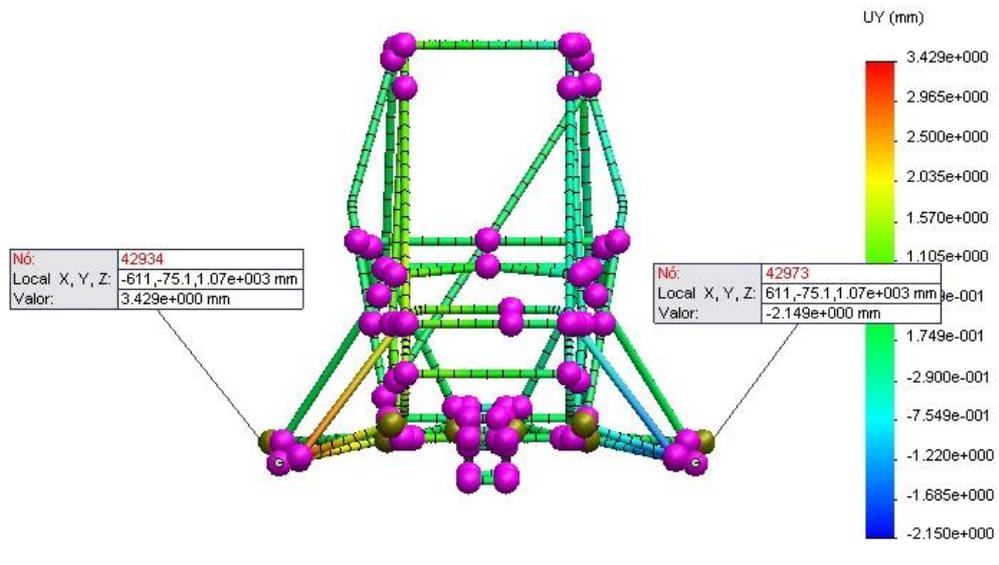
Montagem Rigidez 2.0 (Val...

Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
 Nome do estudo: Estudo 1
 Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento1



Montagem Rigidez 2.0 (Val...

Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
 Nome do estudo: Estudo 1
 Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento2



*Frontal

Fonte: Autor

Nota: As setas rosas indicam as forças e as verdes os apoio fixos; as esferas rosas indicam as uniões soldadas do chassi

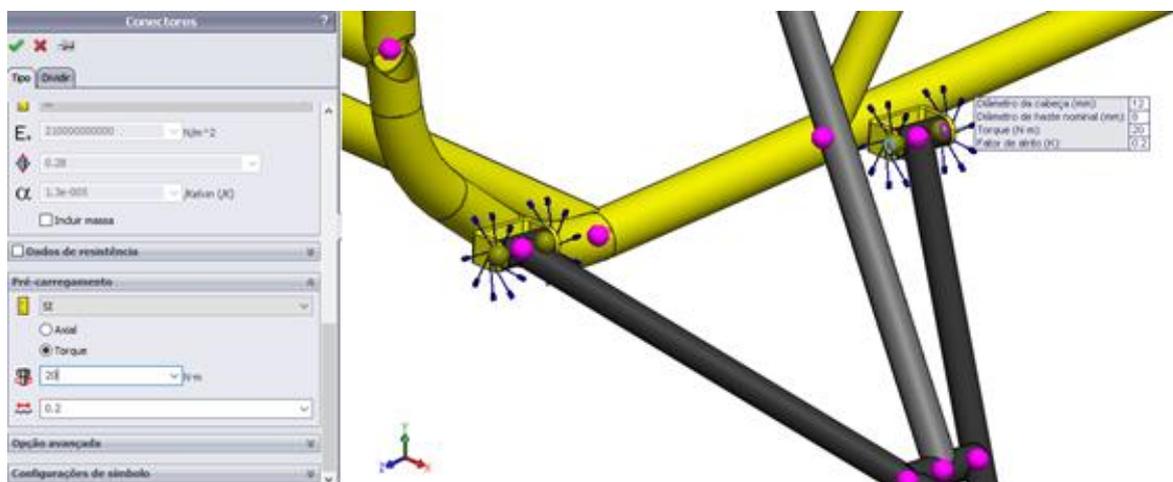
Dessa comparação, surge uma forte evidência de que o deslocamento total resultante (URES) havia sido utilizado na simulação da equipe, em vez do deslocamento vertical (UY). **A rigidez torcional através dos deslocamentos verticais é 1.399,4 Nm/grau**, ou seja, 21,4% maior do que a rigidez calculada através do deslocamento total. Percebe-se também que a rigidez praticamente não se altera com a magnitude do binário aplicado. A rigidez torcional é um pouco menor para a faixa de valor de torque do ensaio, do que para o máximo torque da simulação do caso 1.

Contudo, a rigidez torcional através do deslocamento total (URES) pela expressão (22) é apenas 0,25% menor do que o valor obtido na simulação caso 1; era esperado que o novo valor obtido fosse o dobro por causa das diferenças entre as expressões (2) e (22). Resta apenas supor que os valores das deflexões utilizadas no cálculo da rigidez foram, de algum modo, corrigidos de antes de aplicar a expressão (2). Os valores completos da simulação do caso 1 encontram-se no APÊNDICE A.

3.3.3 Simulação caso 3 – influência da pré-carga nos parafusos

Outro fator que gera dúvida durante a realização a modelagem do estudo é o conector do tipo parafuso utilizado para articular os componentes da suspensão. Para modelar esse conector, alguns parâmetros devem ser determinados, entre eles os parâmetros de pré-carga da união, como ilustrado na Figura 43. Para avaliar um possível efeito da pré-carga sobre a rigidez torcional, simulou-se o modelo inicial para diferentes valores de torque de pré-carregamento dos parafusos, aplicando agora aplicando forças de 2250 N.

Figura 43 – Ajustando o pré-carregamento do conector do tipo parafuso em 20 Nm.



Fonte: Autor

Tabela 14 – Influência do torque de pré-carregamento dos parafusos na rigidez torcional

Torque parafusos [Nm]	Deslocamento vertical UY				Deslocamento total URES			
	δd [mm]	δe [mm]	θ [grau]	K_t [Nm/grau]	δd [mm]	δe [mm]	θ [grau]	K_t [Nm/grau]
0	25,72	16,12	1,962	1.399,9	29,35	21,46	2,383	1.153,0
10	25,30	16,53	1,962	1.400,2	28,71	22,14	2,385	1.152,1
20	24,87	16,93	1,961	1.401,2	28,06	22,80	2,385	1.151,8
50	23,61	18,18	1,960	1.401,6	26,18	24,85	2,393	1.148,0
75	22,56	19,22	1,960	1.401,9	24,63	26,56	2,400	1.144,4
100	21,51	20,26	1,959	1.402,2	23,12	28,28	2,410	1.139,8
			Média	1.401,2			Média	1.148,2

Fonte: Autor

Nota: Distância lateral $d = 1.221,04$ mm; forças aplicadas 2250 N.

Pode-se observar que a pré-carga influencia nos deslocamentos obtidos, contudo, esses valores se alteram de tal forma que o valor da rigidez através do deslocamento vertical pouco varia; o valor da rigidez através do deslocamento total diminui com o aumento do torque.

Assim, o torque de pré-carga dos parafusos pouco influencia no resultado da avaliação da rigidez. É sensato apenas utilizar o mesmo valor de pré-carga nos parafusos, para eliminar qualquer influência desse parâmetro nas análises. Neste trabalho, a pré-carga utilizada é nula.

3.3.4 Simulação caso 4 – Influência do sentido de aplicação do binário

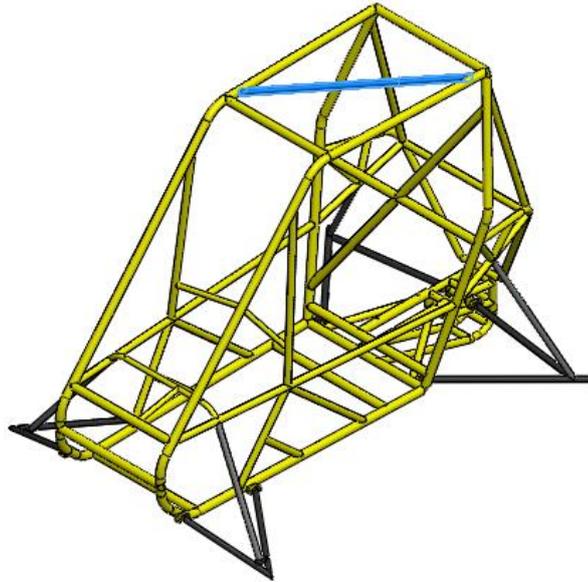
Diferentemente do ensaio realizado, a rigidez torcional do modelo de elementos finitos independe do sentido de aplicação do momento torçor. Ao simular o modelo do caso 1, porém aplicando um binário de 366 Nm no outro sentido (anti-horário), obtém-se o mesmo valor de rigidez torcional: 1.399,3 Nm/grau (através do deslocamento vertical) e 1.152,8 Nm/grau (através do deslocamento total), ou seja, os mesmos valores dos casos anteriores.

3.3.5 Simulação caso 5 – caso 2 sem o tubo diagonal no teto

O modelo simulado dos casos anteriores contém um tubo na diagonal do teto do chassi. Contudo, esse tubo foi retirado após verificarem que o novo do protótipo MB1114 já era rígido o suficiente e a sua redução significaria em redução de peso. Assim, o protótipo

MB1114 já não tinha esse tubo diagonal no ensaio de rigidez torcional realizado. Para simular essa condição, o modelo CAD foi adaptado e seu tubo foi retirado, conforme mostrado na Figura 44.

Figura 44 – Modelo CAD do MB1114 para o estudo de rigidez torcional: em azul o tubo diagonal do teto antes de ser retirado

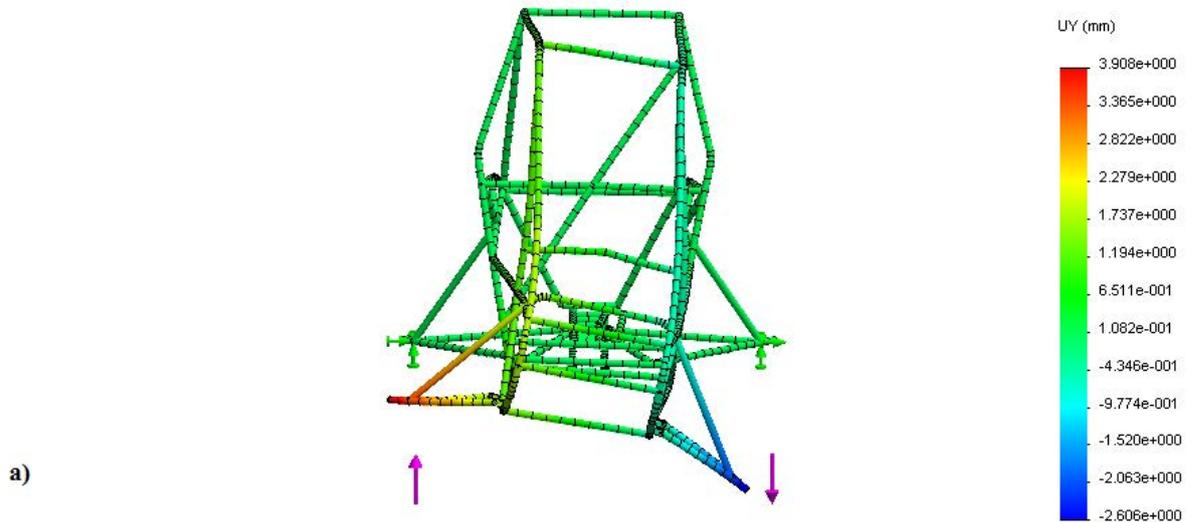


Fonte: Autor

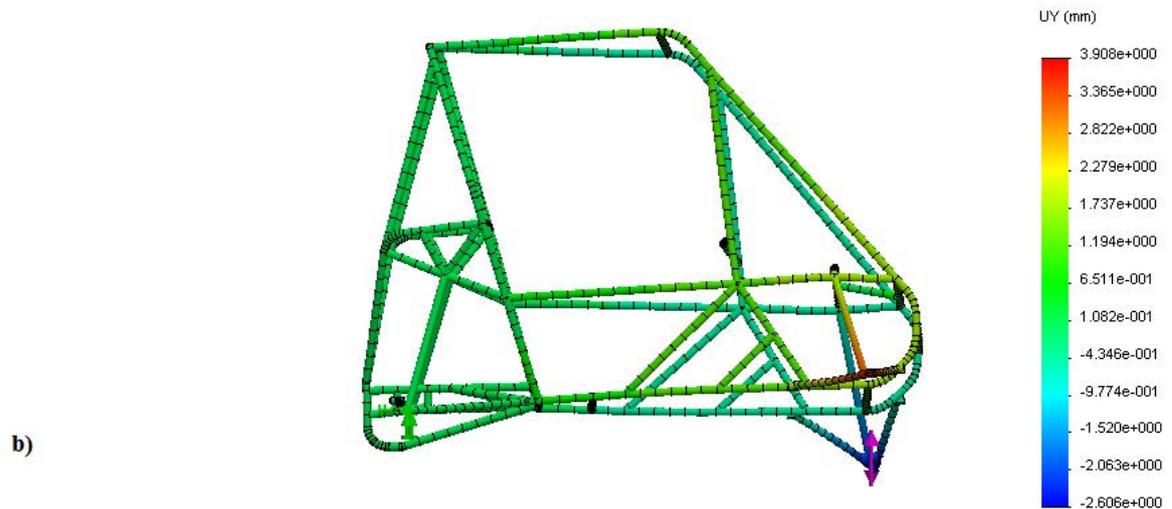
Após a retirada do tubo diagonal do teto, o modelo CAD se assemelha com o protótipo ensaiado. Simulando para um binário de 366 Nm, gerado por forças de 300 N, obteve-se a **rigidez torcional através dos deslocamentos verticais de 1.198,8 Nm/grau**, sendo 12,7% maior do que o valor experimental. Os resultados gráficos dessa simulação estão na Figura 45.

Figura 45 – Resultados gráficos da simulação caso 5 com aplicação de um binário de 366 Nm gerado por forças de 300N: a) Vista frontal elevada; b) Vista lateral esquerda

Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
 Nome do estudo: Estudo 1
 Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento2
 Escala de distorção: 47.9134



Nome do modelo: Montagem Rigidez 2.0
 Nome do estudo: Estudo 1
 Tipo de plotagem: Deslocamento estático Deslocamento2
 Escala de distorção: 47.9134



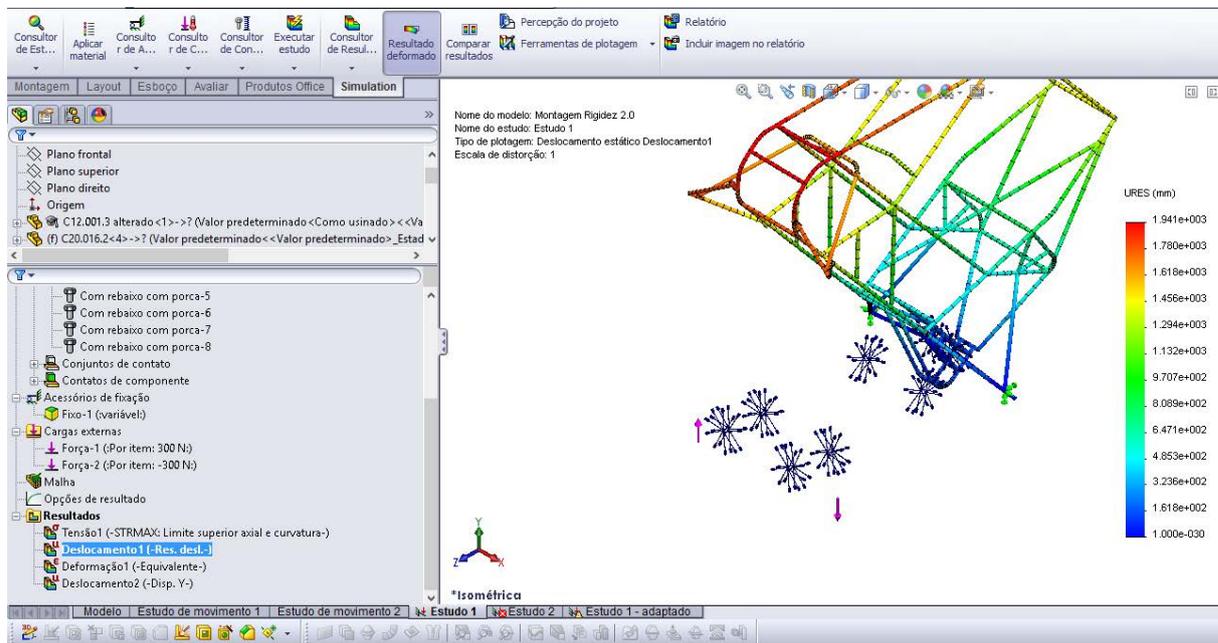
Fonte: Autor

Nota: As setas rosas indicam as forças e as verdes os apoios fixos; os símbolos de união e conectores estão ocultados.

3.3.6 Simulação caso 6 – caso 5 com restrição da traseira igual no ensaio

O ensaio de rigidez torcional do protótipo aplicou restrições de todos os graus de liberdades de translação ($U_x = U_y = U_z = 0$) e dos graus de liberdades de rotação em torno do eixo y e z ($\theta_y = \theta_z = 0$) para a traseira. O grau de liberdade de rotação em torno do eixo x não foi restrito no ensaio ($\theta_x = \text{livre}$). Esse caso 6 tentou simular para essa mesma condição de vinculação do ensaio, contudo a estrutura se tornou instável, conforme mostrado na Figura 46.

Figura 46 – Estrutura instável ao aplicar a mesma condição de vinculação da traseira do ensaio, comprovando a necessidade do uso do tripé na dianteira



Fonte: Autor

Só é possível liberar o grau de liberdade de rotação em torno do eixo x para os casos anteriores (do caso 1 ao 5), se for restringido o grau de liberdade de translação vertical ($U_y=0$) na dianteira do protótipo.

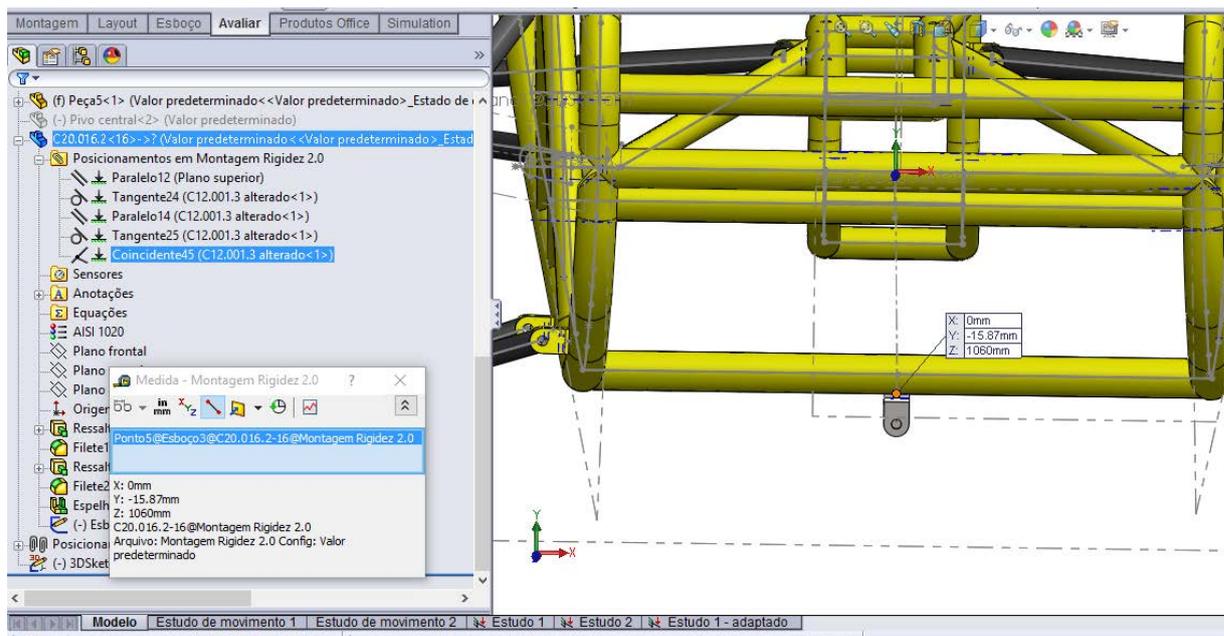
Para o caso do ensaio realizado, onde só uma força vertical para baixo foi aplicada, o apoio da dianteira estará somente sob esforços de compressão. Isso significa que esse apoio não necessita ser aparafusado no chão para garantir a restrição da translação $U_y=0$ da dianteira. Por esse motivo, o tripé utilizado no ensaio não aparafusado.

3.3.7 Simulação caso 7 – caso 6 com aplicação do torque igual do ensaio

Iremos simular agora o mesmo modelo do caso 6, porém, aplicando as mesmas condições de contorno do ensaio. Deve-se então modelar um apoio na dianteira, cuja função seja a mesma exercida pelo tripé durante o ensaio, ou seja, que restrinja o grau de liberdade de translação vertical ($U_y=0$). A modelagem do tripé será realizada pela mesma chapa já utilizada de conexão do chassi com os componentes da suspensão.

Primeiramente, a chapa deve ser posicionada de baixo do tubo transversal do assoalho, localizada sobre o eixo longitudinal, conforme mostrado na Figura 47. Isso garante que o centro do furo da chapa se localizará na coordenada $x=0$ mm, ou seja, sobre o eixo longitudinal do modelo.

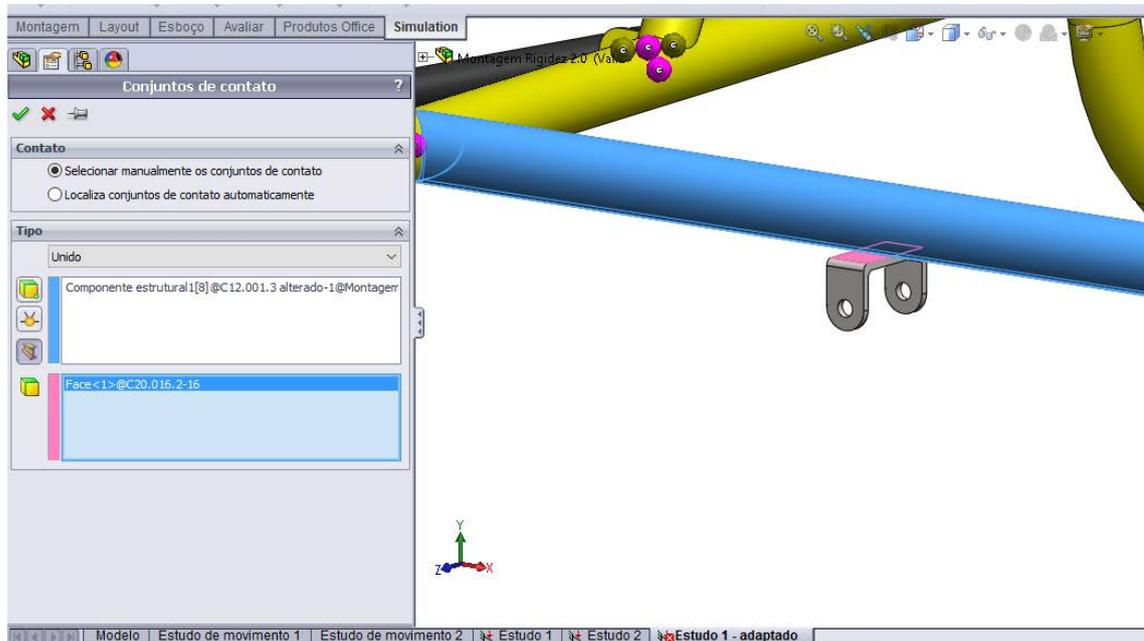
Figura 47 – Posicionamento da chapa na modelagem do tripé



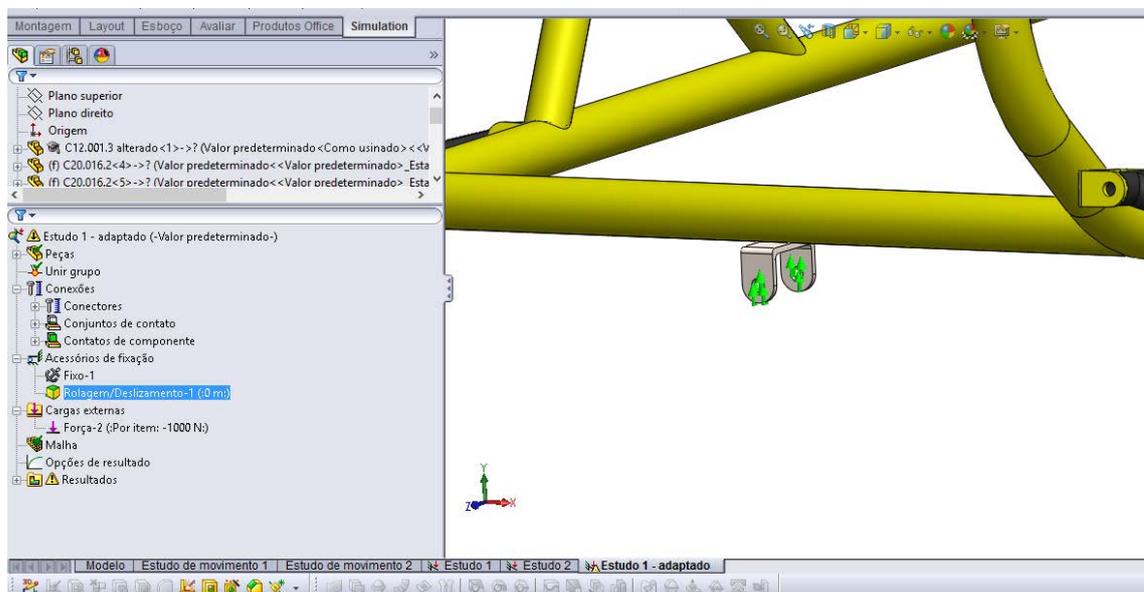
Fonte: Autor

No estudo de rigidez torcional, essa chapa foi unida com o tubo através do conjunto de contato do tipo união, mostrado na Figura 48. A Figura 49 mostra que os furos da chapa tiveram o grau de liberdade de translação vertical restrito ($U_y=0$), simulando desse modo a mesma vinculação ocasionada pelo tripé.

Figura 48 - União da chapa ao tubo



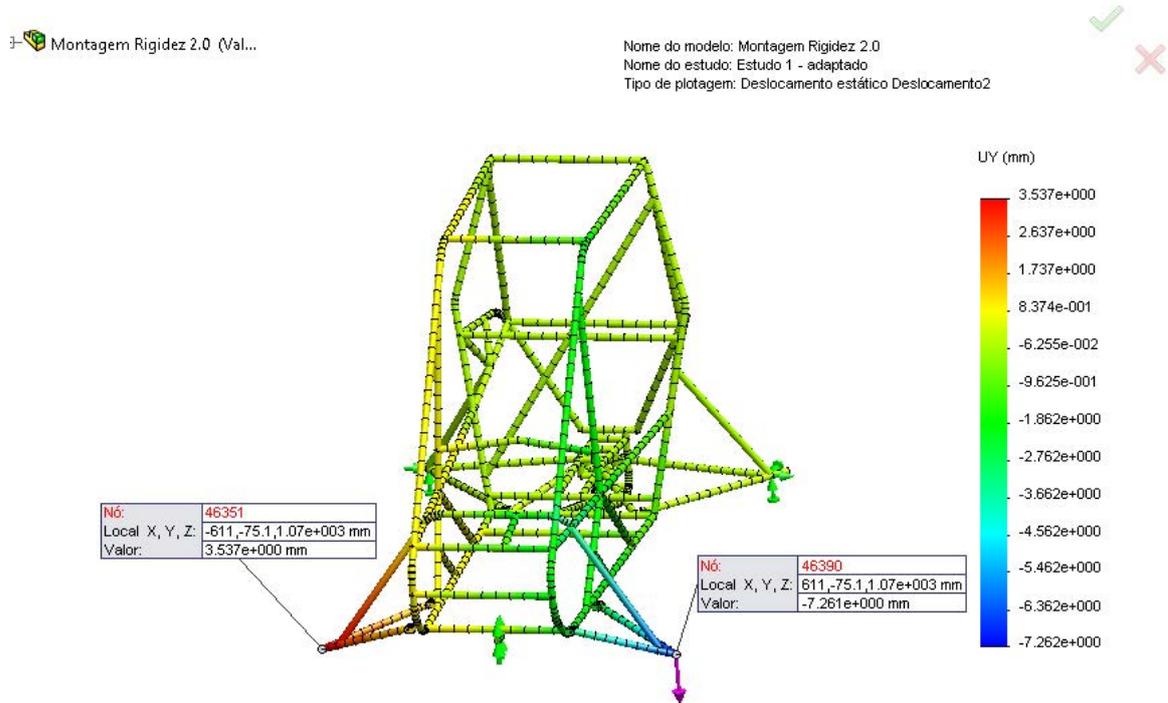
Fonte: Autor

Figura 49 - Restrição do grau de liberdade de translação $U_y = 0$ 

Fonte: Autor

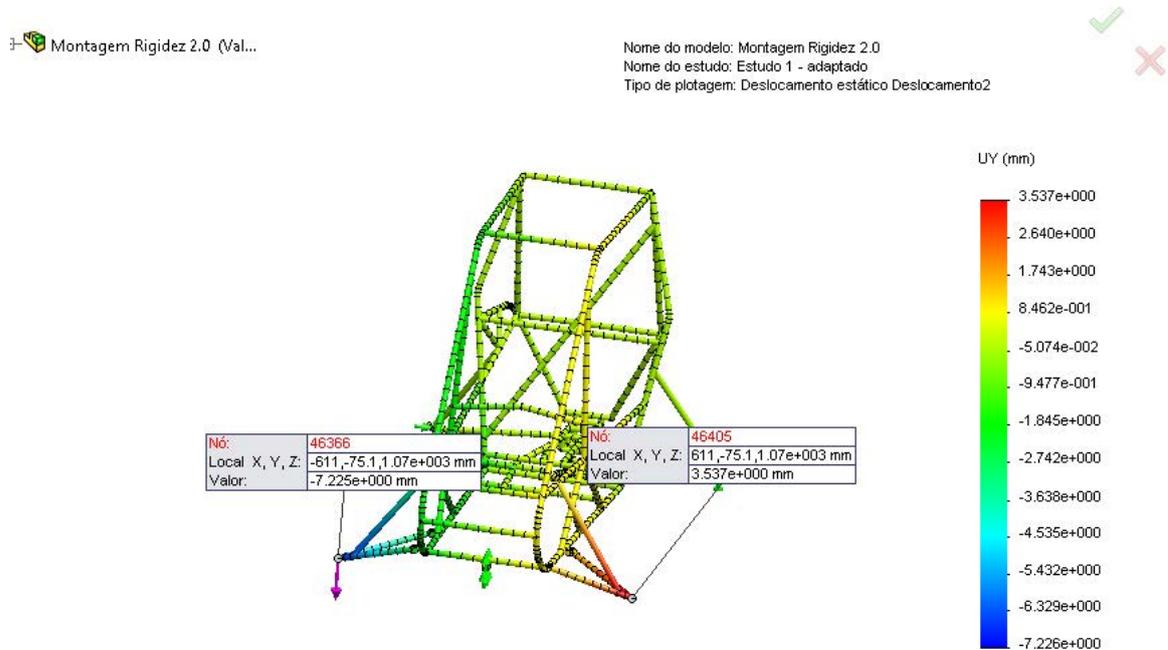
Primeiro, foi aplicada uma força vertical para baixo de 1.000 N no lado esquerdo, gerando um torque no sentido horário de 611 Nm (comprimento do braço 610,518 mm). O resultado dos deslocamentos verticais dessa simulação são mostrados na Figura 50. A rigidez torcional obtida foi 1.2005,0 Nm/grau.

Figura 50 – Deslocamento vertical (UY) aplicando uma força de 1.000 N no lado esquerdo (Torque sentido horário da vista frontal)



Fonte: Autor

Figura 51 – Deslocamento vertical (UY) aplicando uma força de 1.000 N no lado direito (Torque sentido anti-horário da vista frontal)



Fonte: Autor

Depois, essa força de 1.000 N foi aplicada no lado o direito, gerando um torque no sentido anti-horário de 611 Nm. Os resultados da segunda simulação estão na Figura 51. A rigidez torcional obtida foi de 1.2009,0 Nm/grau – praticamente a mesma rigidez anterior.

A média entre a rigidez torcional aplicando torque no sentido horário e no sentido anti-horário é **1.207,0 Nm/grau**.

3.3.8 Comparação final entre o ensaio e a simulação

Os resultados da rigidez torcional do protótipo MB1114 obtidos nas setes simulações são comparados com o valor obtido experimental. A comparação consta na Tabela 15.

Tabela 15 – Comparação da rigidez torcional obtida experimentalmente com as simulações por elementos finitos

	Rigidez torcional [Nm/grau]	Diferença entre a simulação e o ensaio
Ensaio (Intervalo de confiança de 95%)	1.063 ± 32	
Simulação caso 1	1.155,4	8,7%
Simulação caso 2	1.339,4	31,6%
Simulação caso 3	1.401,2	31,8%
Simulação caso 4	1.399,3	31,6%
Simulação caso 5	1.198,8	12,7%
Simulação caso 6	Erro	-
Simulação caso 7	1.207,0	13,5%

Fonte: Autor

Após a análise da incerteza experimental, o erro do ensaio foi de 3,0% para um intervalo de confiança de 95%. Para avaliar o resultado do ensaio de rigidez torcional, algumas observações foram realizadas. Primeiramente, foi decidido impor a passagem pela origem da reta da regressão linear, para não superestimar o resultado da rigidez torcional. Foi observado também que as primeiras medições atuaram como um pré-carregamento. Isto porque elas atenuaram o efeito de histerese para as medições seguintes e, conseqüentemente, as primeiras medições não foram consideradas no cálculo da rigidez.

A simulação caso 1 teve o resultado mais próximo do experimental, contudo o método de pós-análise dos dados apresenta alguns erros, como já mostrado. Por exemplo, há fortes

evidências de que o resultado foi obtido através do deslocamento total dos nós (URES), em vez do deslocamento vertical. Utilizando o método de pós-análise encontrado na literatura, a simulação caso 2 resultou em um valor de rigidez 31,6% maior do que o experimental.

Contudo, a maior parte dessa diferença foi revelada na simulação caso 5, quando o chassi simulado se aproximou do chassi ensaiado (após a retirada do tubo diagonal do teto). Obteve-se com esse caso uma diferença de 12,7%. A aproximação da condição de vinculação da traseira com a condição ensaiada resultou em erro de simulação (estrutura instável), comprovando a necessidade da restrição do grau de liberdade da translação vertical na dianteira do protótipo. Essa função foi exercida pelo tripé, comprovando a necessidade de utilizar esse apoio durante o ensaio.

As simulações do caso 3 e do caso 4 resultaram praticamente no mesmo valor do caso 2, indicando que os parâmetros investigados (pré-carga dos parafusos e sentido de aplicação do torque) influenciam pouco no cálculo da rigidez.

O caso 7 simulou da forma mais parecida com o ensaio realizado: três pontos de apoio da estrutura e um torque aplicado por uma carga vertical para baixo (como no ensaio). Porém, foi obtido um resultado um pouco maior do que os casos anteriores 5 e 6 – uma diferença de 13,8% para o valor experimental. Isso pode significar que o ensaio realizado, devido as suas condições de contorno, resulta em uma medição da rigidez torcional maior do que se ensaiasse como, por exemplo, o ensaio realizado por Thompson *et al.* (1998). Contudo, essa diferença entre o caso 6 e o 7 é de apenas 0,7%. Pode-se concluir que é melhor comparar o valor da simulação caso 7 com o valor experimental, pois desse modo são comparados resultados originados de condições semelhantes.

Vale ressaltar, por fim, que era esperado que a rigidez obtida por elementos finitos fosse maior do que o resultado experimental. Principalmente pelas simplificações adotadas na construção do modelo para o estudo e pelo fato de não conseguir simular todos fenômenos presente no modelo real, que tornam o protótipo mais flexível. Para citar alguns exemplos, temos as folgas dos componentes da suspensão e da transmissão. Sem esquecer de que o chassi do Baja é uma estrutura tubular soldada. Por mais perfeitos os cordões de soldas possam ser, este apresentará falhas na sua microestrutura (tais como vazios internos). Por causa desses defeitos internos, o chassi real tem uma estrutura menos rígida do que a estrutura do modelo de elementos finitos. Isso origina a diferença observada entre os resultados dos dois métodos, o que valida o modelo de elementos finitos empregado para o estudo de rigidez torcional do Baja.

4 CONCLUSÕES

O presente trabalho permitiu conhecer o ensaio de rigidez torcional e aprender como esse parâmetro é avaliado através do método de elementos finitos e experimentalmente.

Foi mostrado que é possível ainda realizar o ensaio de rigidez torcional para protótipos Baja com diferentes geometrias e dimensões de uma forma simples, com um erro experimental de 3,0% e com baixo custo por, principalmente, utilizar a instrumentação já disponível no campus. O aparato experimental ainda requer pouco material, assim, pode ser facilmente armazenado. Esses fatores são importantes para as equipes estudantis participantes das competições Baja e Fórmula SAE. O aparato experimental poderia ainda ser validado ao ensaiar uma estrutura com a rigidez torcional conhecida, avaliando a precisão da bancada de teste.

Através do ensaio realizado, foi possível analisar a simulação por elementos finitos realizada pela a equipe durante o desenvolvimento do protótipo estudado. Após a análise dessa simulação, foi proposto um novo método de pós-análise dos resultados. Além disso, a simulação teve que ser adaptada ao ensaio realizado para poder comparar com o resultado experimental obtido. Devido a uma diferença de 13,5% entre o valor da rigidez torcional da simulação caso 7 e o resultado experimental, o modelo de elementos finitos empregado pode ser validado.

Para os novos protótipos, simulações, avaliando o ângulo de torção ao longo do eixo longitudinal, podem ser realizadas para diferentes configurações do chassi com o objetivo de obter uma estrutura mais rígida. Sem esquecer-se de verificar o impacto de cada mudança no chassi sobre a massa total do veículo e sobre a localização do centro de gravidade. Após a construção do novo protótipo, o ensaio pode ser realizado para avaliar a sua rigidez torcional, cujo resultado serve também de comparação com o protótipo já ensaiado, o MB1114. As deflexões verticais ao longo do eixo longitudinal podem também ser medidas, localizando seções da estrutura menos rígidas. Além disso, a rigidez torcional traseira do novo protótipo poderá ser medida.

REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**; São Paulo. Érica, 2000.

CASTRO, Márcio Schneider de. **Uma metodologia para melhoria da rigidez torcional de componentes estruturais automotivos**; 2008. 129f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2008. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/91536>>. Acesso em: 17 jun. 2015.

COSTA, João Augusto da. **Estudo da rigidez torcional do quadro de um formula SAE por análise de elementos finitos**. 2012. 57p. Monografia (Especialização em Engenharia Automotiva) – Escola de Engenharia Mauá do Centro Universitário do Instituto Mauá de Tecnologia, São Caetano do Sul, SP, 2012. Disponível em: <<http://maua.br/files/monografias/estudo-da-rigidez-torcional-do-quadro-de-um-formula-sae-por-analise-de-elementos-finitos.pdf>>. Acesso em: 29 de maio 2015.

DEAKIN, Andrew; CROLLA, David; RAMIREZ, Juan Pablo; HANLEY, Ray; **The effect of chassis stiffness on car handling balance**. SAE Technical Paper, 2000-01-3554, 2000.

FILHO, Rômulo Rossi Pinto; BORGES, José Antônio Ferreira; Estudo de uma estrutura veicular. **In: SÍMPOSIO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, 13**. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 2003. Disponível em <<http://www.posgrad.mecanica.ufu.br/posmec/13/>>. Acesso em: 11 ago. 2015.

MILLIKEN, William F.; MILLIKEN, Douglas L.; **Race car vehicle dynamics**. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1995. 890 p.

OLIVEIRA, Fernando César Gama de; BORGES, José Antônio Ferreira. Avaliação da rigidez torsional de uma estrutura veicular tipo space frame pelo Método de Elementos Finitos com estudo de caso. **In: SÍMPOSIO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, 16**. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 2006. Disponível em: <<http://www.posgrad.mecanica.ufu.br/posmec/16/>>. Acesso em: 08 jul. 2015.

OYAMA, Daniel; **Torsion Fixture Final Design Report**. In: Interdisciplinary Design Project MECH-499, Prof. Timothy Lee. Montreal, McGill University. 2009. Disponível em: <http://forums.bajasae.net/forum/uploads/179/Torsion_Rig.pdf>. Acesso: 30 set. 2015

RILEY, William B.; GEORGE, Albert R.; **Design, Analysis and Testing of a Formula SAE Car Chassis**. SAE Technical Paper Series 2002-01-3300, 2002.

SAMPÒ, Enrico; SORNIOTTI, Aldo; CROCOMBE, Andrew. **Chassis Torsional Stiffness: Analysis of the Influence on Vehicle Dynamics**. SAE Technical Paper 2010-01-0094, 2010.

SAMPÒ, Enrico. Vehicle chassis and vehicle dynamics. In: __. **Modelling chassis flexibility in vehicle dynamics simulation**. 2011. p. 5-30. Dissertação (Doutorado) - Faculty of Engineering and Physical Sciences, University of Surrey, Guildford, 2011. Disponível em: <<http://core.ac.uk/download/pdf/16517785.pdf>>. Acesso em: 30 set. 2015

TEBBY, Steven; ESMAILZADEH, Ebrahim; BARARI, Ahmad. **Methods to Determine Torsion Stiffness in an Automotive Chassis**. Computer-Aided Design & Applications, PACE (1), 2011, 67-75. Disponível em: < http://www.cadanda.com/CAD_PACE_1__67-75.pdf>. Acesso em: 29 de maio de 2015.

THOMPSON, Lonny L; LAMPERT, Jon; LAW, E. Harry; **Design of a Twist Test Fixture to Measure Torsional the Torsional Stiffness of a Winston Cup Chassis**. SAE Technical Paper Series 983054, 1998.

THOMPSON, L.L; RAJU, Srikanth; LAW, E. Harry; **Design of a Winston Cup Chassis for Torsional Stiffness**. SAE Tecnical Paper Series 983053, 1998.

APÊNDICE A RESULTADOS DA SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

A seguir encontra-se os resultados da simulação por elementos finitos apresentado na primeira do estudo de caso desse trabalho.

Resultados da rigidez torcional da dianteira do protótipo MB1012

F[N]	d1[mm]	d2[mm]	(d)/(B/2)[1]	(d)/(B/2)[2]	$\epsilon 1[^\circ]$	$\epsilon 2[^\circ]$	$\epsilon m[^\circ]$	T[Nm]	k
1500	9,110	8,958	0,0152	0,0149	0,8700	0,8555	0,8628	1799,7	1043,0
1875	11,390	11,200	0,0190	0,0187	1,0877	1,0696	1,0786	2249,6	1042,8
2250	13,670	13,440	0,0228	0,0224	1,3054	1,2834	1,2944	2699,6	1042,8
2625	15,940	15,680	0,0266	0,0261	1,5221	1,4972	1,5096	3149,5	1043,1
3000	18,220	17,920	0,0304	0,0299	1,7396	1,7110	1,7253	3599,4	1043,1
3375	20,500	20,160	0,0342	0,0336	1,9572	1,9247	1,9410	4049,3	1043,1
3750	22,780	22,400	0,0380	0,0373	2,1746	2,1384	2,1565	4499,3	1043,2
Kt médio									1043,0

Resultados da rigidez torcional da traseira do protótipo MB1012

F[N]	d1[mm]	d2[mm]	(d)/(B/2)[1]	(d)/(B/2)[2]	$\epsilon 1[^\circ]$	$\epsilon 2[^\circ]$	$\epsilon m[^\circ]$	T[Nm]	k
1500	6,927	6,472	0,0115	0,0108	0,6616	0,6181	0,6398	1799,7	1406,4
1875	8,659	8,090	0,0144	0,0135	0,8270	0,7726	0,7998	2249,6	1406,4
2250	10,390	9,708	0,0173	0,0162	0,9922	0,9271	0,9597	2699,6	1406,5
2625	12,120	11,330	0,0202	0,0189	1,1574	1,0820	1,1197	3149,5	1406,4
3000	13,850	12,940	0,0231	0,0216	1,3226	1,2357	1,2791	3599,4	1407,0
3375	15,780	14,630	0,0263	0,0244	1,5068	1,3970	1,4519	4049,3	1394,5
3750	17,530	16,250	0,0292	0,0271	1,6738	1,5516	1,6127	4499,3	1394,9
Kt médio									1403,1

Resultados da rigidez torcional da dianteira do protótipo MB1114

F[N]	d1[mm]	d2[mm]	(d)/(B/2)[1]	(d)/(B/2)[2]	$\epsilon 1[^\circ]$	$\epsilon 2[^\circ]$	$\epsilon m[^\circ]$	T[Nm]	Kt
1500	8,11	8,203	0,0135	0,0137	0,7745	0,7834	0,7790	1799,7	1155,2
1875	10,14	10,25	0,0169	0,0171	0,9684	0,9789	0,9736	2249,6	1155,3
2250	12,16	12,3	0,0203	0,0205	1,1612	1,1746	1,1679	2699,6	1155,7
2625	14,19	14,35	0,0237	0,0239	1,3550	1,3703	1,3627	3149,5	1155,6
3000	16,22	16,41	0,0270	0,0274	1,5488	1,5669	1,5578	3599,4	1155,3
3375	18,25	18,46	0,0304	0,0308	1,7425	1,7625	1,7525	4049,3	1155,3
3750	20,27	20,51	0,0338	0,0342	1,9352	1,9581	1,9467	4499,3	1155,6
Kt médio									1155,4

Resultados da rigidez torcional da traseira do protótipo MB1114

F[N]	d1[mm]	d2[mm]	(d)/(B/2)[1]	(d)/(B/2)[2]	$\epsilon 1[^\circ]$	$\epsilon 2[^\circ]$	$\epsilon m[^\circ]$	T[Nm]	Kt
1500	5,566	5,514	0,0093	0,0092	0,5316	0,5266	0,5291	1799,7	1700,7
1875	6,958	6,893	0,0116	0,0115	0,6645	0,6583	0,6614	2249,6	1700,6
2250	8,349	8,271	0,0139	0,0138	0,7974	0,7899	0,7936	2699,6	1700,8
2625	9,741	9,65	0,0162	0,0161	0,9303	0,9216	0,9259	3149,5	1700,7
3000	11,13	11,03	0,0186	0,0184	1,0629	1,0533	1,0581	3599,4	1700,8
3375	12,52	12,41	0,0209	0,0207	1,1956	1,1851	1,1903	4049,3	1700,9
3750	13,92	13,79	0,0232	0,0230	1,3292	1,3168	1,3230	4499,3	1700,3
Kt médio									1700,7

APÊNDICE B DADOS EXPERIMENTAIS COLETADOS

A seguir encontra-se os resultados das medições do ensaio experimental de rigidez torcional do protótipo MB1114.

Distância medidas para a carga no lado esquerdo: $L_f = 1365\text{mm}$, $L_b = 650\text{mm}$ e $L_t = 1405\text{mm}$

Item	Massa [kg]	Massa total [kg]	Primeira medição - Carga no lado esquerdo							
			colocando carga				retirando carga			
			Dianteira [mm]		Traseira [mm]		Dianteira [mm]		Traseira [mm]	
δ_e	δ_d	δ_{te}	δ_{td}	δ_e	δ_d	δ_{te}	δ_{td}			
Prato	2,62	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	-0,41	0,09	0,00	0,00
Massa 1	7,64	7,64	-0,74	0,34	0,00	0,00	-1,31	0,47	0,00	0,00
Massa 2	7,62	15,26	-1,51	0,69	0,00	0,00	-2,07	0,83	0,00	0,00
Massa 3	7,64	22,90	-2,25	1,04	0,00	0,00	-2,81	1,18	0,00	0,00
Massa 4	7,62	30,52	-2,98	1,38	0,00	0,00	-3,51	1,53	0,00	0,00
Massa 5	7,64	38,16	-3,66	1,73	0,00	0,00	-4,17	1,88	0,00	0,00
Massa 6	7,62	45,78	-4,35	2,09	0,00	0,00	-4,81	2,21	0,00	0,00
Massa 7	7,64	53,42	-5,15	2,47	0,00	0,00	-5,43	2,54	0,00	0,00
Massa 8	7,62	61,04	-5,82	2,81	0,00	0,00	-6,04	2,86	0,00	0,00
Massa 9	7,64	68,68	-6,59	3,17	0,00	0,00	-6,63	3,18	0,00	0,00

Item	Massa [kg]	Massa total [kg]	Segunda medição - Carga no lado esquerdo							
			colocando carga				retirando carga			
			Dianteira [mm]		Traseira [mm]		Dianteira [mm]		Traseira [mm]	
δ_e	δ_d	δ_{te}	δ_{td}	δ_e	δ_d	δ_{te}	δ_{td}			
Prato	2,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,21	0,01	0,00	0,01
Massa 1	7,64	7,64	-0,71	0,31	0,00	0,00	-1,10	0,38	0,00	0,01
Massa 2	7,62	15,26	-1,43	0,65	0,00	0,00	-1,85	0,74	0,00	0,01
Massa 3	7,64	22,90	-2,16	0,99	0,00	0,00	-2,58	1,09	0,00	0,01
Massa 4	7,62	30,52	-2,86	1,33	0,00	0,00	-3,27	1,45	0,00	0,01
Massa 5	7,64	38,16	-3,53	1,68	0,00	0,00	-3,92	1,79	0,00	0,01
Massa 6	7,62	45,78	-4,20	2,03	0,00	0,00	-4,57	2,12	0,00	0,01
Massa 7	7,64	53,42	-4,90	2,39	0,00	0,01	-5,19	2,46	0,00	0,01
Massa 8	7,62	61,04	-5,58	2,73	0,00	0,01	-5,79	2,78	0,00	0,01
Massa 9	7,64	68,68	-6,27	3,09	0,00	0,01	-6,36	3,10	0,00	0,01

Item	Massa [kg]	Massa total [kg]	Terceira medição - Carga no lado esquerdo							
			colocando carga				retirando carga			
			Dianteira [mm]		Traseira [mm]		Dianteira [mm]		Traseira [mm]	
δ_e	δ_d	δ_{te}	δ_{td}	δ_e	δ_d	δ_{te}	δ_{td}			
Prato	2,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,19	0,04	0,00	0,00
Massa 1	7,64	7,64	-0,74	0,31	0,00	0,00	-1,06	0,31	0,00	0,00
Massa 2	7,62	15,26	-1,53	0,58	0,00	0,00	-1,84	0,68	0,00	0,00
Massa 3	7,64	22,90	-2,20	0,91	0,00	0,00	-2,56	1,04	0,00	0,00
Massa 4	7,62	30,52	-2,89	1,26	0,00	0,00	-3,23	1,38	0,00	0,00
Massa 5	7,64	38,16	-3,58	1,61	0,00	0,00	-3,88	1,73	0,00	0,00
Massa 6	7,62	45,78	-4,26	1,96	0,00	0,00	-4,52	2,06	0,00	0,00
Massa 7	7,64	53,42	-4,97	2,32	0,00	0,00	-5,12	2,39	0,00	0,00
Massa 8	7,62	61,04	-5,64	2,67	0,00	0,00	-5,77	2,71	0,00	0,00
Massa 9	7,64	68,68	-6,32	3,02	0,00	0,00	-6,34	3,03	0,00	0,00

Distância medidas para a carga no lado direito: $L_f = 1360\text{mm}$, $L_b = 645\text{ mm}$ e $L_t = 1405\text{mm}$

Item	Massa [kg]	Massa total [kg]	Primeira medição - Carga no lado direito							
			colocando carga				retirando carga			
			Dianteira [mm]		Traseira [mm]		Dianteira [mm]		Traseira [mm]	
δe	δd	δte	δtd	δe	δd	δte	δtd			
Prato	2,62	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,32	-0,88	0,01	0,00
Massa 1	7,64	7,64	0,32	-0,75	0,00	0,00	0,65	-1,8	0,01	0,00
Massa 2	7,62	15,26	0,67	-1,59	0,00	0,00	0,99	-2,6	0,01	0,00
Massa 3	7,64	22,90	1,02	-2,46	0,01	0,00	1,32	-3,38	0,01	0,00
Massa 4	7,62	30,52	1,37	-3,24	0,01	0,00	1,64	-4,11	0,02	0,00
Massa 5	7,64	38,16	1,82	-4,15	0,01	0,00	1,96	-4,82	0,02	0,00
Massa 6	7,62	45,78	2,15	-4,95	0,01	0,00	2,28	-5,51	0,02	0,00
Massa 7	7,64	53,42	2,52	-5,76	0,01	0,00	2,61	-6,18	0,02	0,00
Massa 8	7,62	61,04	2,86	-6,5	0,01	0,00	2,93	-6,82	0,02	0,00
Massa 9	7,64	68,68	3,24	-7,36	0,02	0,00	3,24	-7,44	0,02	0,00

Item	Massa [kg]	Massa total [kg]	Segunda medição - Carga no lado direito							
			colocando carga				retirando carga			
			Dianteira [mm]		Traseira [mm]		Dianteira [mm]		Traseira [mm]	
δe	δd	δte	δtd	δe	δd	δte	δtd			
Prato	2,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,01	-0,30	0,00	0,00
Massa 1	7,64	7,64	0,28	-0,79	0,00	0,00	0,33	-1,25	0,00	0,00
Massa 2	7,62	15,26	0,60	-1,58	0,00	0,00	0,67	-2,04	0,00	0,00
Massa 3	7,64	22,90	0,92	-2,34	0,00	0,00	1,00	-2,82	0,00	0,00
Massa 4	7,62	30,52	1,25	-3,09	0,00	0,00	1,32	-3,55	0,00	0,00
Massa 5	7,64	38,16	1,57	-3,83	0,00	0,00	1,64	-4,26	0,00	0,00
Massa 6	7,62	45,78	1,90	-4,57	0,00	0,00	1,96	-4,96	0,01	0,00
Massa 7	7,64	53,42	2,23	-5,32	0,00	0,00	2,29	-5,64	0,01	0,00
Massa 8	7,62	61,04	2,57	-6,03	0,00	0,00	2,61	-6,28	0,01	0,00
Massa 9	7,64	68,68	2,91	-6,80	0,01	0,00	2,93	-6,91	0,01	0,00

Item	Massa [kg]	Massa total [kg]	Terceira medição - Carga no lado direito							
			colocando carga				retirando carga			
			Dianteira [mm]		Traseira [mm]		Dianteira [mm]		Traseira [mm]	
δe	δd	δte	δtd	δe	δd	δte	δtd			
Prato	2,62	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	-0,32	0,00	0,00
Massa 1	7,64	7,64	0,29	-0,80	0,00	0,00	0,33	-1,23	0,00	0,00
Massa 2	7,62	15,26	0,60	-1,57	0,00	0,00	0,67	-2,05	0,00	0,00
Massa 3	7,64	22,90	0,93	-2,36	0,00	0,00	1,00	-2,80	0,00	0,00
Massa 4	7,62	30,52	1,26	-3,13	0,00	0,00	1,33	-3,53	0,00	0,00
Massa 5	7,64	38,16	1,59	-3,87	0,00	0,00	1,66	-4,26	0,00	0,00
Massa 6	7,62	45,78	1,92	-4,60	0,00	0,00	1,99	-4,96	0,01	0,00
Massa 7	7,64	53,42	2,26	-5,33	0,00	0,00	2,31	-5,64	0,01	0,00
Massa 8	7,62	61,04	2,60	-6,09	0,00	0,00	2,63	-6,30	0,01	0,00
Massa 9	7,64	68,68	2,94	-6,84	0,01	0,00	2,95	-6,93	0,01	0,00

APÊNDICE C REGRESSÃO LINEAR DOS DADOS EXPERIMENTAIS

A seguir, encontram-se os resultados da regressão linear de cada medição do ensaio de rigidez torcional do protótipo MB1114. A análise dos dados foi realizada no programa Excel 2013.

Regressão linear da primeira medição aplicando carga no lado esquerdo – reta pela origem

Torque [Nm]	Primeira medição - Carga no lado esquerdo					
	colocando carga			retirando carga		
	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]
0,0	0,000	0,000	0,000	0,021	0,000	0,021
48,7	0,045	0,000	0,045	0,074	0,000	0,074
97,3	0,092	0,000	0,092	0,121	0,000	0,121
146,0	0,138	0,000	0,138	0,167	0,000	0,167
194,6	0,183	0,000	0,183	0,211	0,000	0,211
243,3	0,226	0,000	0,226	0,254	0,000	0,254
291,9	0,270	0,000	0,270	0,294	0,000	0,294
340,6	0,319	0,000	0,319	0,334	0,000	0,334
389,2	0,362	0,000	0,362	0,373	0,000	0,373
437,9	0,409	0,000	0,409	0,411	0,000	0,411

RESUMO DOS RESULTADOS

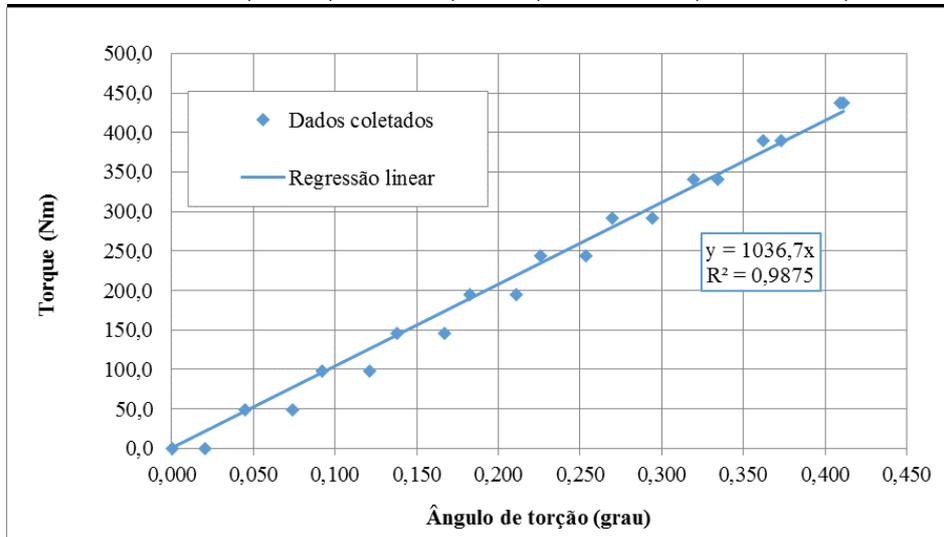
Estatística de regressão

R múltiplo	0,998193
R-Quadrado	0,99639
R-quadrado ajustado	0,943759
Erro padrão	16,01266
Observações	20

ANOVA

	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1344676,869	1344677	5244,339	1,19066E-23
Resíduo	19	4871,70247	256,4054		
Total	20	1349548,571			

	Coefficiente	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 95,0%	perior 95,0
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1036,706	14,31561929	72,41781	1,13E-24	1006,742868	1066,668739	1006,742868	1066,669



Regressão linear da segunda medição aplicando carga no lado esquerdo – reta pela origem

Torque [Nm]	Segunda medição - Carga no lado esquerdo					
	colocando carga			retirando carga		
	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]
0,0	0,000	0,000	0,000	0,009	0,000	0,009
48,7	0,043	0,000	0,043	0,062	0,000	0,062
97,3	0,087	0,000	0,087	0,109	0,000	0,108
146,0	0,132	0,000	0,132	0,154	0,000	0,154
194,6	0,176	0,000	0,176	0,198	0,000	0,198
243,3	0,219	0,000	0,219	0,240	0,000	0,239
291,9	0,262	0,000	0,262	0,281	0,000	0,280
340,6	0,306	0,000	0,306	0,321	0,000	0,321
389,2	0,349	0,000	0,348	0,360	0,000	0,359
437,9	0,393	0,000	0,392	0,397	0,000	0,397

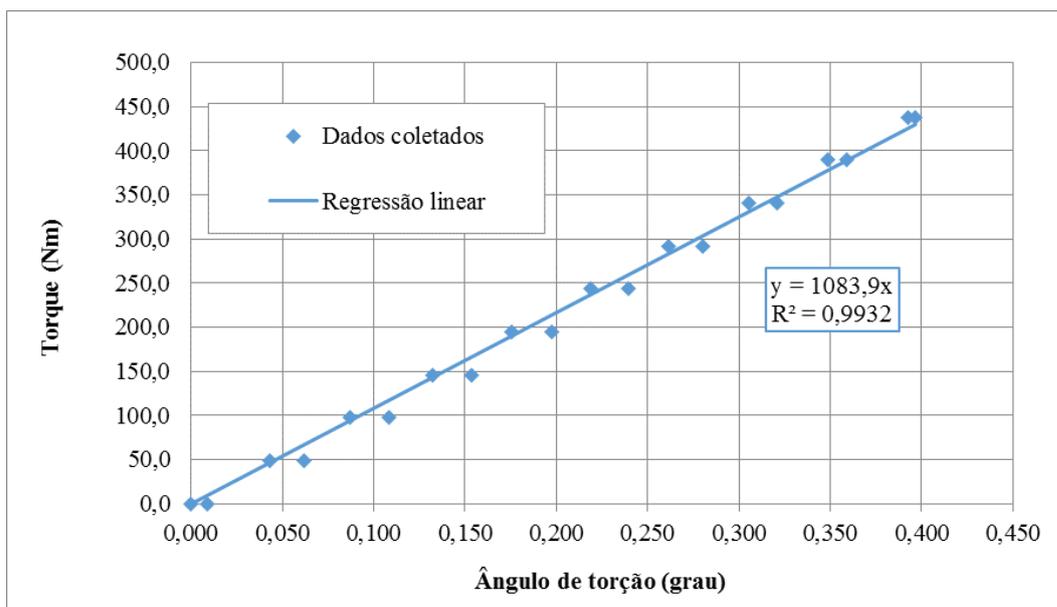
RESUMO DOS RESULTADOS

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,999009
R-Quadrado	0,998019
R-quadrado ajustado	0,945387
Erro padrão	11,8629
Observações	20

ANOVA

	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1346874,733	1346875	9570,744	5,37328E-26
Resíduo	19	2673,838142	140,7283		
Total	20	1349548,571			

	Coefficiente:	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 99,0%	Superior 99,0%
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1083,922	11,07962876	97,83018	3,79E-27	1060,732131	1107,11199	1052,223967	1115,620154



Regressão linear da terceira medição aplicando carga no lado esquerdo – reta pela origem

Torque [Nm]	Terceira medição - Carga no lado esquerdo					
	colocando carga			retirando carga		
	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]
0,0	0,000	0,000	0,000	0,010	0,000	0,010
48,7	0,044	0,000	0,044	0,058	0,000	0,058
97,3	0,089	0,000	0,089	0,106	0,000	0,106
146,0	0,131	0,000	0,131	0,151	0,000	0,151
194,6	0,174	0,000	0,174	0,194	0,000	0,194
243,3	0,218	0,000	0,218	0,235	0,000	0,235
291,9	0,261	0,000	0,261	0,276	0,000	0,276
340,6	0,306	0,000	0,306	0,315	0,000	0,315
389,2	0,349	0,000	0,349	0,356	0,000	0,356
437,9	0,392	0,000	0,392	0,393	0,000	0,393

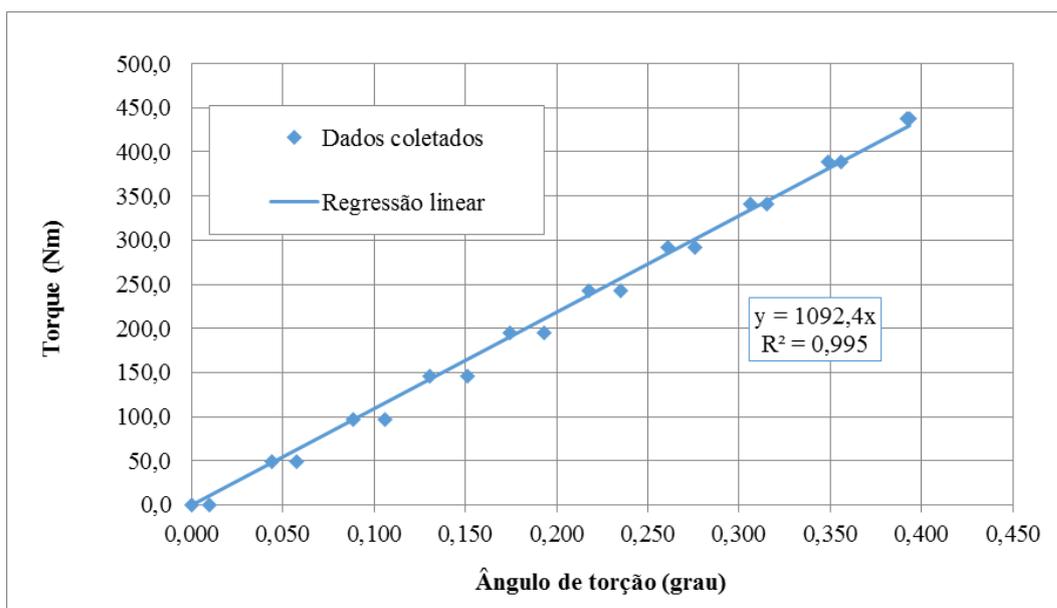
RESUMO DOS RESULTADOS

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,999272
R-Quadrado	0,998544
R-quadrado ajustado	0,945912
Erro padrão	10,16953
Observações	20

ANOVA

	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1347583,604	1347584	13030,29031	3,35749E-27
Resíduo	19	1964,966848	103,4193		
Total	20	1349548,571			

	Coeficiente:	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 99,0%	Superior 99,0%
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1092,447	9,570249326	114,1503	2,02872E-28	1072,416041	1112,477565	1065,066946	1119,826661



Regressão linear da primeira medição aplicando carga no lado direito – reta pela origem

Torque [Nm]	Primeira medição - Carga no lado direito					
	colocando carga			retirando carga		
	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]
0,0	-0,001	0,000	0,000	0,052	0,000	0,051
48,7	0,046	0,000	0,046	0,104	0,000	0,104
97,3	0,096	0,000	0,096	0,153	0,000	0,152
146,0	0,148	0,000	0,147	0,199	0,000	0,199
194,6	0,195	0,000	0,195	0,244	0,001	0,243
243,3	0,253	0,000	0,252	0,287	0,001	0,286
291,9	0,300	0,000	0,300	0,329	0,001	0,329
340,6	0,350	0,000	0,350	0,372	0,001	0,371
389,2	0,396	0,000	0,395	0,412	0,001	0,411
437,9	0,448	0,001	0,447	0,451	0,001	0,450

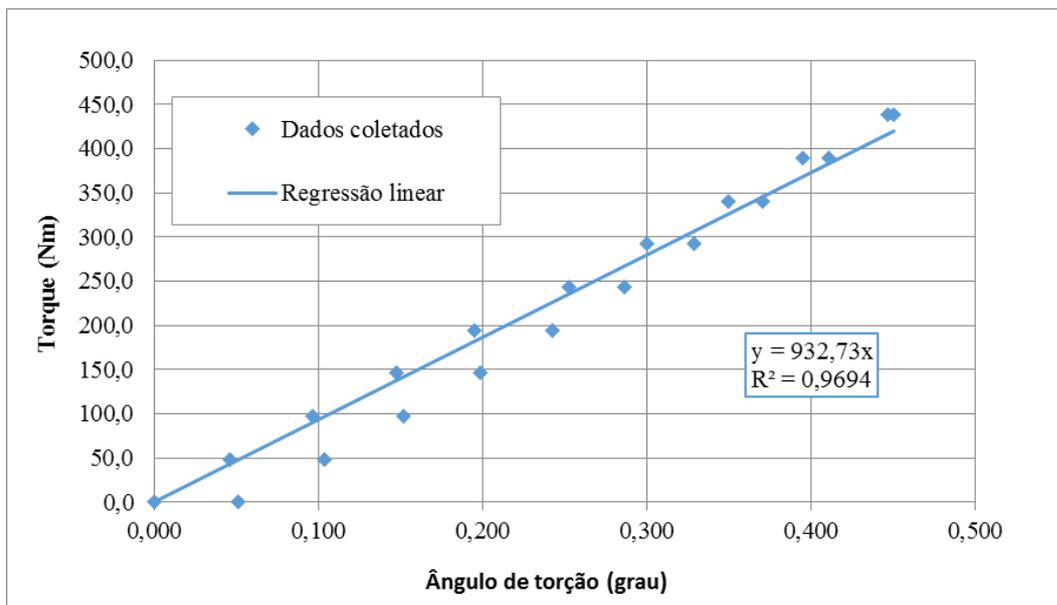
RESUMO DOS RESULTADOS

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,99556859
R-Quadrado	0,991156817
R-quadrado ajustado	0,938525238
Erro padrão	25,06234891
Observações	20

ANOVA

	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1337614,27	1337614	2129,548	3,8009E-20
Resíduo	19	11934,3053	628,1213		
Total	20	1349548,57			

	Coefficientes	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 99,0%	Superior 99,0%
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	932,7297815	20,212134	46,14702	5,64E-21	890,4252987	975,0342642	874,9041877	990,5553752



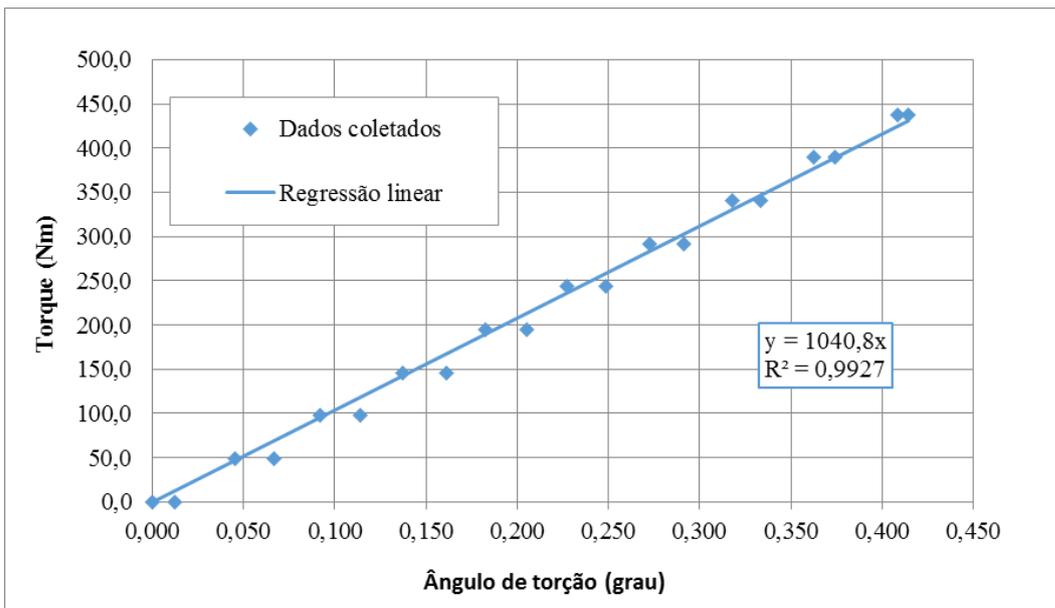
Regressão linear da segunda medição aplicando carga no lado direito – reta pela origem

Torque [Nm]	Segunda medição - Carga no lado direito					
	colocando carga			retirando carga		
	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]
0,0	0,000	0,000	0,000	0,012	0,000	0,012
48,7	0,045	0,000	0,045	0,067	0,000	0,067
97,3	0,092	0,000	0,092	0,114	0,000	0,114
146,0	0,137	0,000	0,137	0,161	0,000	0,161
194,6	0,183	0,000	0,183	0,205	0,000	0,205
243,3	0,227	0,000	0,227	0,249	0,000	0,249
291,9	0,273	0,000	0,273	0,292	0,000	0,291
340,6	0,318	0,000	0,318	0,334	0,000	0,334
389,2	0,362	0,000	0,362	0,375	0,000	0,374
437,9	0,409	0,000	0,409	0,415	0,000	0,414

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,998939
R-Quadrado	0,99788
R-quadrado ajustado	0,945249
Erro padrão	12,27091
Observações	20

ANOVA					
	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1346687,641	1346688	8943,616879	9,87741E-26
Resíduo	19	2860,930373	150,5753		
Total	20	1349548,571			

	Coefficiente:	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 99,0%	Superior 99,0%
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1040,775	11,00526304	94,5707	7,19941E-27	1017,741125	1063,809685	1009,290067	1072,260743



Regressão linear da terceira medição aplicando carga no lado direito – reta pela origem

Torque [Nm]	Terceira medição - Carga no lado direito					
	colocando carga			retirando carga		
	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]	θ_f [grau]	θ_t [grau]	θ [grau]
0,0	0,000	0,000	0,000	0,014	0,000	0,014
48,7	0,046	0,000	0,046	0,066	0,000	0,066
97,3	0,092	0,000	0,092	0,115	0,000	0,115
146,0	0,139	0,000	0,139	0,161	0,000	0,161
194,6	0,185	0,000	0,185	0,205	0,000	0,205
243,3	0,230	0,000	0,230	0,250	0,000	0,250
291,9	0,275	0,000	0,275	0,293	0,000	0,293
340,6	0,320	0,000	0,320	0,335	0,000	0,335
389,2	0,367	0,000	0,367	0,377	0,000	0,376
437,9	0,412	0,000	0,412	0,417	0,000	0,416

RESUMO DOS RESULTADOS

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,999023
R-Quadrado	0,998046
R-quadrado ajustado	0,945415
Erro padrão	11,78047
Observações	20

ANOVA

	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	1346911,759	1346911,759	9705,402413	4,73942E-26
Resíduo	19	2636,812193	138,7795891		
Total	20	1349548,571			

	Coefficiente	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 99,0%	Superior 99,0%
Interseção	0	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
Variável X 1	1033,71	10,49281448	98,5160008	3,31663E-27	1011,748406	1055,671833	1003,690863	1063,729376

