

Marcelo Fernandes Cabral

**Métodos para a Linearização da Função de
Produção Hidráulica em Estudos de Leilão
de Energia no Mercado do Dia Seguinte**

Bauru - SP

Agosto de 2022

Marcelo Fernandes Cabral

**Métodos para a Linearização da Função de Produção
Hidráulica em Estudos de Leilão de Energia no
Mercado do Dia Seguinte**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", UNESP, Câmpus de Bauru, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

Faculdade de Engenharia de Bauru

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Bauru - SP

Agosto de 2022

C117m Cabral, Marcelo Fernandes
Métodos para a linearização da função de produção
hidráulica em estudos de leilão de energia no mercado do dia
seguinte / Marcelo Fernandes Cabral. -- Bauru, 2022
150 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista
(Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Leonardo Nepomuceno

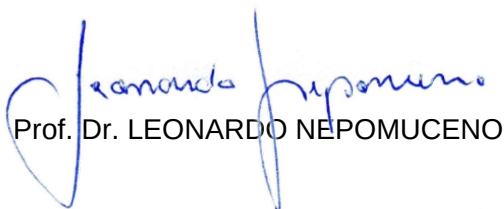
1. Engenharia elétrica. 2. Otimização. 3. Leilão de energia. 4.
Mercado de energia do dia seguinte. 5. Função de produção
hidráulica. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da
Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MARCELO FERNANDES CABRAL, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 31 dias do mês de agosto do ano de 2022, às 09:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de MARCELO FERNANDES CABRAL, intitulada **MÉTODOS PARA A LINEARIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRÁULICA EM ESTUDOS DE LEILÃO DE ENERGIA NO MERCADO DO DIA SEGUINTE**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Eletrica / Faculdade de Engenharia de Bauru UNESP, Prof. Dr. GUILHERME GUIMARÃES LAGE (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, Professor substituto TIAGO FORTI DA SILVA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: Aprovado . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO

Dedico este trabalho aos meus queridos e saudosos pais, Esmeralda e Geraldo Cabral e a minha amada esposa Joice Cristina Ramos Cabral.

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, pelo dom da vida e sem Ele não sou nada.

Aos meus queridos e saudosos pais, Esmeralda e Geraldo Cabral, que me trouxeram ao mundo e sempre me apoiaram.

A minha amada esposa, Joice Cristina Ramos Cabral, pelo total incentivo, paciência e compreensão durante todo o período que fiquei ausente, dedicando a realização de um sonho.

Aos meus tios, Elizabeth e Paulo Morimoto, pelos preciosos conselhos e total incentivo no desenvolvimento acadêmico.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno, pela compreensão, dedicação, paciência em transmitir seus conhecimentos, pelas palavras de apoio, pelas valiosas contribuições, pela confiança depositada e pela possibilidade da realização de um sonho, onde jamais esquecerei.

A minha família, pelo enorme carinho e cuidado durante todo o período de minha infância e juventude, em especial a avó Cida e a tia Lúcia, carinhosamente chamada por Tuta.

Aos amigos do mestrado, Caio Nogueira Chaves, João Pedro Mucheroni, João Augusto Silva Lêdo, Tiago Gomes Cabana e Amanda Nerger, sempre dispostos em me ajudar e por todas as palavras de incentivo em momentos difíceis.

Aos professores do Departamento de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Campus Bauru, pela transmissão do conhecimento e ricos ensinamentos.

Aos funcionários do Departamento de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Campus Bauru, pela atenção e carinho durante o mestrado.

"A maior recompensa para o trabalho do homem não é o que ele ganha com isso, mas o que ele se torna com isso." (*John RusKin*)

RESUMO

Os mercados de energia são fechados por algoritmos de Procedimento de Compensação de Mercado (PCM), os quais resolvem os leilões de energia e alocam o despacho de geração e a demanda elástica, bem como os preços horários de equilíbrio de mercado. O PCM tem como objetivo a maximização do bem-comum e a minimização dos custos de partida e parada, sujeito ao atendimento das restrições operacionais das unidades termelétricas e hidrelétricas. Um aspecto complicador da modelagem do PCM para sistemas hidrotérmicos consiste na linearização da função de produção. Esta dissertação tem como objetivo investigar quatro dos principais métodos propostos na literatura para a linearização desta função, adaptando-os para a utilização em algoritmos de PCM. Além disso, propõe-se uma metodologia de avaliação dessas linearizações, que envolve a proposição de um modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos Não Linear (LSH-NL), utilizado como referência de comparação para os modelos linearizados. Diferentemente das abordagens de avaliação descritas na literatura, na metodologia proposta, os erros de linearização em todas as variáveis e funções podem ser analisados. Um novo método de linearização baseado nos envelopes de McCormick também é proposto, a partir da introdução de uma nova técnica de calibração de suas faixas operacionais. Os resultados obtidos mostram que, a partir das adaptações realizadas nas técnicas de linearização investigadas, as quatro abordagens obtiveram bom desempenho para os períodos seco e úmido, sendo que a abordagem de linearização baseada nos envelopes de McCormick obteve o melhor desempenho para o período seco, enquanto a abordagem de linearização tridimensional obteve o melhor desempenho para o período úmido.

Palavras-chave: Função de Produção Hidráulica, Leilão de Energia, Mercado de Energia do Dia Seguinte, Sistemas Hidrotérmicos.

ABSTRACT

Energy markets are cleared by Market Clearing Procedure (PCM) algorithms, which resolve energy auctions and calculate the generation dispatch and elastic demand, as well as hourly market clearing prices. PCM algorithms aim at maximizing the social welfare, and minimize start-up and shutdown costs, while meeting the operational constraints of thermal and hydro units. A complicating aspect regarding the PCM models for hydropower systems is the linearization of the production function. This paper aims at investigating the four main methods proposed in the literature for the linearization of this function, adapting them for use in PCM algorithms. Furthermore, a methodology for evaluating these linearization methods is proposed, which involves the proposition of an Auction Model for Non-Linear Hydrothermal Systems (LSH-NL), used as a reference for comparison for the linearized models. Unlike the evaluation approaches described in the literature, in the proposed methodology, linearization errors in all variables and functions may be analyzed. A new linearization method based on McCormick envelopes is also proposed, from the introduction of a novel technique for calibrating its operating ranges. The results obtained show that, from the adaptations proposed in the investigated linearization techniques, the four approaches obtained good performance for the dry and wet periods. The proposed linearization approach based on McCormick envelopes obtained better performance for the dry period, while the three-dimensional linearization approach featured the best performance for the wet period.

Keywords: Hydro Production Function, Energy Auctions, Day Ahead Energy Market, Hydrothermal Systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Maximização do Bem Comum.	29
Figura 3.1 – Perdas hidráulicas da usina hidrelétrica r em função da vazão turbinada total da usina.	48
Figura 3.2 – Potência máxima da unidade hidrelétrica h em função da altura de queda líquida da usina.	48
Figura 3.3 – Vazão turbinada máxima da unidade hidrelétrica h em função da altura de queda líquida da usina.	49
Figura 4.1 – Discretização do espaço relacionado à linearização de McCormick. . . .	54
Figura 4.2 – Vazão turbinada máxima linearizada da unidade hidrelétrica h em função da altura de queda líquida da usina.	57
Figura 4.3 – Curva da função de produção hidráulica ou curva de performance da unidade geradora hidrelétrica h	58
Figura 4.4 – Espaço bidimensional dividido em triângulos da curva da função de produção hidráulica.	59
Figura 4.5 – Discretização de pontos no plano $v \times q$ utilizado em todos os períodos $t \in T$	62
Figura 4.6 – Construção de um hiperplano a partir de três pontos no plano $v \times q \times p^G$. .	63
Figura 4.7 – Função de produção como função convexa do vertimento para pontos fixos de volume e vazão turbinada.	65
Figura 5.1 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado para a função de bem-comum - Período seco.	68
Figura 5.2 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência horária das unidades geradoras hidráulicas - Período seco. . . .	69
Figura 5.3 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência horária das unidades geradoras térmicas - Período seco. . . .	69
Figura 5.4 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas - Período seco.	70
Figura 5.5 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas - Período seco.	70
Figura 5.6 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado do volume horário das usinas à reservatório - Período seco.	71
Figura 5.7 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado do preço horário das barras - Período seco.	71

Figura 5.8 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da função de bem-comum - Período seco. . . .	72
Figura 5.9 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência horária das unidades geradoras hidráulicas - Período seco.	73
Figura 5.10–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência horária das unidades geradoras térmicas - Período seco.	73
Figura 5.11–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas - Período seco.	74
Figura 5.12–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas - Período seco.	74
Figura 5.13–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick do volume horário das usinas à reservatório - Período seco.	75
Figura 5.14–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick do preço horário das barras - Período seco. . . .	75
Figura 5.15–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da função de bem-comum para o cenário 1 - Período seco.	76
Figura 5.16–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da função de bem-comum para o cenário 2 - Período seco.	77
Figura 5.17–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período seco.	77
Figura 5.18–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período seco.	78
Figura 5.19–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 1 - Período seco.	78
Figura 5.20–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 2 - Período seco.	79

Figura 5.21–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 1 - Período seco.	79
Figura 5.22–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 2 - Período seco.	80
Figura 5.23–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período seco.	80
Figura 5.24–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período seco.	81
Figura 5.25–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 1 - Período seco.	81
Figura 5.26–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 2 - Período seco.	82
Figura 5.27–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do preço horário das barras para o cenário 1 - Período seco.	82
Figura 5.28–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do preço horário das barras para o cenário 2 - Período seco.	83
Figura 5.29–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da função de bem-comum para o cenário 1 - Período seco.	84
Figura 5.30–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da função de bem-comum para o cenário 2 - Período seco.	84
Figura 5.31–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período seco.	85
Figura 5.32–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período seco.	85
Figura 5.33–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 1 - Período seco.	86

Figura 5.34–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 2 - Período seco.	86
Figura 5.35–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 1 - Período seco.	87
Figura 5.36–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 2 - Período seco.	87
Figura 5.37–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período seco.	88
Figura 5.38–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período seco.	88
Figura 5.39–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 1 - Período seco.	89
Figura 5.40–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 2 - Período seco.	89
Figura 5.41–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do preço horário das barras para o cenário 1 - Período seco.	90
Figura 5.42–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do preço horário das barras para o cenário 2 - Período seco.	90
Figura 5.43–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado para a função de bem-comum - Período úmido.	92
Figura 5.44–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência horária das unidades geradoras hidráulicas - Período úmido.	93
Figura 5.45–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência horária das unidades geradoras térmicas - Período úmido.	93
Figura 5.46–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas - Período úmido.	94
Figura 5.47–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas - Período úmido.	94

Figura 5.48–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado do volume horário das usinas à reservatório - Período úmido.	95
Figura 5.49–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado do preço horário das barras - Período úmido.	95
Figura 5.50–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da função de bem-comum - Período úmido. . .	96
Figura 5.51–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência horária das unidades geradoras hidráulicas - Período úmido.	97
Figura 5.52–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência horária das unidades geradoras térmicas - Período úmido.	97
Figura 5.53–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas - Período úmido.	98
Figura 5.54–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas - Período úmido.	98
Figura 5.55–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick do volume horário das usinas à reservatório - Período úmido.	99
Figura 5.56–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick do preço horário das barras - Período úmido. . .	99
Figura 5.57–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da função de bem-comum para o cenário 1 - Período úmido.	100
Figura 5.58–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da função de bem-comum para o cenário 2 - Período úmido.	101
Figura 5.59–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período úmido.	101
Figura 5.60–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período úmido.	102
Figura 5.61–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 1 - Período úmido.	102

Figura 5.62–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 2 - Período úmido.	103
Figura 5.63–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 1 - Período úmido. . . .	103
Figura 5.64–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 2 - Período úmido. . . .	104
Figura 5.65–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período úmido.	104
Figura 5.66–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período úmido.	105
Figura 5.67–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 1 - Período úmido.	105
Figura 5.68–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 2 - Período úmido.	106
Figura 5.69–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do preço horário das barras para o cenário 1 - Período úmido.	106
Figura 5.70–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do preço horário das barras para o cenário 2 - Período úmido.	107
Figura 5.71–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da função de bem-comum para o cenário 1 - Período úmido.	108
Figura 5.72–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da função de bem-comum para o cenário 2 - Período úmido.	108
Figura 5.73–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período úmido.	109
Figura 5.74–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período úmido.	109

Figura 5.75–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 1 - Período úmido.	110
Figura 5.76–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 2 - Período úmido.	110
Figura 5.77–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 1 - Período úmido.	111
Figura 5.78–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 2 - Período úmido.	111
Figura 5.79–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período úmido.	112
Figura 5.80–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período úmido.	112
Figura 5.81–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 1 - Período úmido.	113
Figura 5.82–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 2 - Período úmido.	113
Figura 5.83–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do preço horário das barras para o cenário 1 - Período úmido.	114
Figura 5.84–Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do preço horário das barras para o cenário 2 - Período úmido.	114
Figura A.1–Sistema de Transmissão - IEEE 24 Barras.	126
Figura A.2–Trecho da cascata hidráulica dos rios Araguari, Corumbá e Paranaíba do Sistema Elétrico Brasileiro (SEB).	129

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Comparação dos erros médios entre o método não linear e métodos de linearização investigados e tempo de processamento dos métodos linearizados - Período seco.	91
Tabela 5.2 – Comparação dos erros médios entre o método não linear e métodos de linearização investigados e tempo de processamento dos métodos linearizados - Período úmido.	115
Tabela A.1 – Dados de reatâncias e capacidades das linhas de transmissão.	127
Tabela A.2 – Unidades geradoras e consumidoras atreladas às barras do sistema de transmissão.	128
Tabela A.3 – Relação Nome e número das usinas hidrelétricas.	128
Tabela A.4 – Limites mínimos e máximos associados aos reservatórios.	129
Tabela A.5 – Dados hidráulicos da vazão incremental dos reservatórios.	130
Tabela A.6 – Limites mínimos e máximos associados as unidades hidroelétricas.	131
Tabela A.7 – Linearizações referente ao balanço de águas.	131
Tabela A.8 – Limites mínimos e máximos das unidades termelétricas.	132
Tabela A.9 – Ofertas das Unidades Geradoras do Sistema.	132
Tabela A.10 – Custo de Partida e Parada das Unidades Geradoras do Sistema.	133
Tabela A.11 – Lances do Consumidor 1.	134
Tabela A.12 – Lances do Consumidor 2.	135
Tabela A.13 – Lances do Consumidor 3.	136
Tabela A.14 – Lances do Consumidor 4.	137
Tabela A.15 – Lances do Consumidor 5.	138
Tabela A.16 – Lances do Consumidor 6.	139
Tabela A.17 – Lances do Consumidor 7.	140
Tabela A.18 – Lances do Consumidor 8.	141
Tabela A.19 – Lances do Consumidor 9.	142
Tabela A.20 – Lances do Consumidor 10.	143
Tabela A.21 – Lances do Consumidor 11.	144
Tabela A.22 – Lances do Consumidor 12.	145
Tabela A.23 – Lances do Consumidor 13.	146
Tabela A.24 – Lances do Consumidor 14.	147
Tabela A.25 – Lances do Consumidor 15.	148
Tabela A.26 – Lances do Consumidor 16.	149
Tabela A.27 – Lances do Consumidor 17.	150

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CAG	Controle Automático da Geração
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
LSH-EMC	Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com linearização por Envelopes de McCormick
LSH-IT	Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com Interpolação Tridimensional
LSH-IQ	Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com interpolação Quadridimensional
LSH-NL	Leilão de Sistemas Hidrotérmicos Não Linear
LSH-S	Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com linearização Simplificada
MLT	Média de Longo Termo
OIS	Operador Independente do Sistema
OM	Operador de Mercado
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
OTC	Mercado <i>Over-The-Counter</i>
PCM	Procedimento de Compensação de Mercado
SEB	Sistema Elétrico Brasileiro

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
2	ESTRUTURA GERAL DOS MERCADOS DE ENERGIA ELÉ- TRICA	26
2.1	Mercados Organizados de Energia	27
2.1.1	Mercado <i>Pool</i> de Energia ou Mercado de Curto Prazo	27
2.1.2	Mercados de Futuros e Opções	30
2.2	Mercados de Energia Não Organizados	31
2.3	Mercado de Serviços Ancilares	31
2.4	Agentes do Mercado	32
2.4.1	Agentes Participantes	32
2.4.2	Agentes Institucionais	33
3	MODELOS DE LEILÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM MERCADOS DO DIA SEGUINTE	35
3.1	Nomenclatura	35
3.2	Função Objetivo	42
3.3	Restrições Econômicas	43
3.4	Restrições do Sistema de Transmissão	44
3.5	Restrições Hidráulicas	45
3.6	Modelo Não Linear de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos	49
4	MÉTODOS DE LINEARIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODU- ÇÃO HIDRÁULICA EM LEILÃO DE SISTEMAS HIDRO- TÉRMICOS	52
4.1	Método Simplificado	52
4.2	Método Baseado nos Envelopes de McCormick	53
4.3	Método de Interpolação Tridimensional	56
4.4	Método Quadridimensional da Geração Hidráulica	61
4.4.1	Primeira Etapa	62
4.4.2	Segunda Etapa	65
5	RESULTADOS NUMÉRICOS	67
5.1	Sistema Estudado	67
5.2	Período seco	68
5.2.1	Método Simplificado	68

5.2.2	Método Baseado nos Envelopes de McCormick	71
5.2.3	Método de Interpolação Tridimensional	75
5.2.4	Método Quadridimensional da Geração Hidráulica	83
5.2.5	Comparação Entre os Modelos para o Período Seco	90
5.3	Período úmido	92
5.3.1	Método Simplificado	92
5.3.2	Método Baseado nos Envelopes de McCormick	95
5.3.3	Método de Interpolação Tridimensional	99
5.3.4	Método Quadridimensional da Geração Hidráulica	107
5.3.5	Comparação Entre os Modelos para o Período Úmido	114
5.3.6	Comparação Entre os Modelos entre os Períodos Seco e Úmido	116
6	CONCLUSÕES	118
	REFERÊNCIAS	122
	APÊNDICE A – SISTEMA HIDROTÉRMICO UTILIZADO NO TRABALHO	125
A.1	Introdução	125
A.2	Dados de Usinas e Unidades Hidrelétricas	125
A.3	Dados de Unidades Termelétricas	129
A.4	Dados Econômicos	129

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a energia elétrica é utilizada em todos os setores econômicos, tanto no âmbito industrial quanto no residencial, produzindo insumos, sendo de suma importância para impulsionar o desenvolvimento. Observa-se que a cada ano, o consumo da energia elétrica vem aumentando, ocasionado principalmente pelo aumento populacional do planeta, tornando cada vez mais necessários os estudos de processos, técnicas e métodos para a otimização deste recurso.

Dentre as mudanças que têm ocorrido no setor elétrico mundial, destaca-se neste trabalho a alteração dos processos de comercialização da energia elétrica. A produção de energia elétrica, a qual era um serviço rigidamente regulado e verticalizado, tem passado por processos de desregulamentação, no sentido de desenvolver um mercado livre, em que a energia é livremente negociada entre agentes geradores e consumidores. A partir da década de 1980, iniciou-se um processo mundial de migração gradual de um sistema primordialmente estatal e verticalizado para um ambiente competitivo e desverticalizado. O Chile, no ano de 1982, foi o primeiro país a implementar um mercado ativo de energia elétrica. Já em 1990, a criação de um mercado do tipo *pool* pela Inglaterra e País de Gales (PEREIRA, 2016) desencadeou um processo mundial no sentido de adoção de mercados de eletricidade por boa parte dos sistemas elétricos pelo mundo.

O mercado de eletricidade consiste basicamente na comercialização de energia entre duas partes, denominadas produtores e consumidores, sendo que os sistemas de distribuição e transmissão, utilizados para o escoamento deste produto, devem estar abertos a estes processos de comercialização. No que diz respeito à sua organização, existem dois tipos principais de mercados de eletricidade, quais sejam: (i) os mercados de eletricidade organizados e (ii) os mercados de eletricidade não organizados (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). Os mercados de eletricidade organizados são estruturados a partir da intervenção de um Operador de Mercado (OM), o qual está encarregado de processar as ofertas e lances fornecidos por produtores e consumidores, respectivamente, calculando os despachos de geração e demanda que serão efetivamente alocados para estes agentes e os preços de equilíbrio de mercado. Já os mercados não organizados, estão estruturados sem a intervenção direta do OM. Nesses mercados, produtores e consumidores estabelecem e firmam, de forma livre, contratos bilaterais, nos quais são estabelecidas as condições de compra e venda de eletricidade. Os contratos bilaterais podem ser estabelecidos para curto, médio ou longo prazos.

De acordo com Conejo, Carrión e Morales (2010), no que diz respeito ao período de tempo em que a energia é entregue, os mercados organizados de energia podem ser

divididos em dois tipos básicos, quais sejam: (i) no ambiente de negociações que devem ser fechados no curto prazo, temos o mercado denominado de *pool*, ou mercado de curto prazo, enquanto que (ii) no ambiente de negociações que devem ser fechados no longo prazo, temos os chamados mercados de futuros ou opções. Nos mercados de futuros e opções, a energia é negociada a preços de curto prazo, mas para ser entregue em uma data futura (meses ou anos à frente). Como os negócios são fechados a preços de curto prazo, os mercados de futuros e opções são utilizados por produtores e consumidores com o objetivo de minimizar os riscos associados à volatilidade dos preços de energia que ocorrem no curto prazo, o que é denominado de *hedging*. Os mercados *pool*, por sua vez, podem ser divididos em três tipos básicos: (i) o mercado do dia seguinte, (ii) o mercado de ajustes ou intra-diário e (iii) o mercado de balanço ou em tempo real. O mercado do dia seguinte é, na maioria dos mercados de eletricidade, onde ocorrem os maiores volumes de negociações no curto prazo. Neste mercado, produtores e consumidores submetem ao OM blocos de ofertas e lances de energia, respectivamente, os quais são compostos por quantidade (em MW) e preço (em \$/MW) submetidos. Dependendo das quantidades e, principalmente, dos preços submetidos pelos agentes, os blocos podem ou não ser aceitos pelo mercado. Já os mercados de ajustes são muito semelhantes ao mercado do dia seguinte, porém são fechados algumas vezes durante o dia seguinte, de modo que as oscilações na carga que ocorrem em tempo real possam ser gradualmente compensadas no mercado. O último estágio de compensação destas cargas se dá praticamente em tempo real, por meio do mercado de balanço ou mercado de tempo real.

O fechamento de todos os mercados de curto prazo é realizado pelo OM, utilizando um algoritmo que executa o chamado Procedimento de Compensação de Mercado (PCM), do inglês, *market clearing procedure*, que fecha o leilão de energia. O leilão de energia se inicia com a submissão de blocos de ofertas e lances de energia de produtores e consumidores, respectivamente, em um ambiente computadorizado, semelhante ao das bolsas de valores. Utilizando tais ofertas/lances como dados de entrada, o OM executa o algoritmo de PCM. Os modelos de PCM geralmente têm como objetivo a maximização da função de bem-comum (NEPOMUCENO, 2014), bem como a minimização dos custos de partida e parada e custos fixos, sujeito ao atendimento das restrições operacionais das unidades termelétricas e hidrelétricas. Os modelos de PCM calculam os estados ligados/desligados das unidades de geração do sistema, bem como os valores efetivamente despachados dos blocos de energia submetidos por tais unidades e a demanda efetivamente aceita para os consumidores em cada período, obtendo também os preços de equilíbrio do mercado em cada período. Os preços de equilíbrio são aqueles que serão efetivamente utilizados para o cálculo das receitas e despesas tanto dos agentes de geração quanto de consumo no mercado. Assim, os modelos de PCM podem ser vistos basicamente como modelos de *unit commitment* nos quais a função de custos de geração é substituída pela função de bem comum.

Para que os despachos e preços de equilíbrio, calculados pelos modelos de PCM sejam aplicáveis na prática de sistemas de potência, é necessário que tais modelos levem em conta as principais restrições operativas associadas às unidades termelétricas do sistema (ARROYO; CONEJO, 2002; CARRION; ARROYO, 2006), e ao sistema de transmissão (MOTTO et al., 2002; ARROYO; GALIANA, 2005), tais como: balanço de potência ativa nas barras do sistema em cada período do leilão e limites nos fluxos de potência ativa nas linhas de transmissão bem como a representação das perdas no sistema de transmissão (CONEJO et al., 2003). Em ambientes hidrotérmicos, com forte participação de geração hidrelétrica, é necessário que a representação das restrições associadas à geração de unidades hidrelétricas também sejam representadas (BREGADIOLI et al., 2016; PEREIRA et al., 2017). A representação destas restrições é importante para que as decisões calculadas pelo modelo de leilão respeitem as principais restrições operacionais do sistema de geração hidráulica, tais como: (i) limites operacionais de volume de água nos reservatórios, (ii) metas de volume mínimo ao final do dia (coordenação com modelos de longo prazo), (iii) limites na vazão turbinada, vertida e defluente, (iv) taxa de variação de defluência, (v) balanço de massa de água em cada reservatório e (vi) limites de potência máxima e vazão turbinada máxima variáveis, geralmente descritas em função da altura de queda líquida. Além disso, é necessário representar mecanismos de coordenação entre a operação de curto e longo prazos, para que o recurso hidráulico seja eficientemente gerenciado (RENESES; CENTENO; BARQUIN, 2006).

Uma das principais fontes de erros de representação em problema de despacho de geração de sistemas hidrotérmicos está relacionada à representação da função de produção (DINIZ; MACEIRA, 2008). Em problemas de planejamento energético envolvendo horizontes de longo prazo, é comum adotar uma constante de produtividade média para cada usina, de modo que a função de produção pode ser representada como uma função linear da vazão turbinada (SOARES; LYRA; TAVARES, 1980; PEREIRA; PINTO, 1982; FRANCO; CARVALHO; SOARES, 1994). Entretanto, em estudos de curto prazo, e.g. os estudos realizados por meio dos problemas de *unit commitment* hidráulico (GUEDES et al., 2017; CHEN et al., 2016) e os problemas de leilão, é necessário que a função de produção seja representada de forma mais detalhada, uma vez que a representação simplificada das alturas de queda líquida pode produzir erros significativos na função de produção no curto prazo. Esses erros também pode ocorrer no longo prazo, entretanto, nesse caso, as incertezas nas alturas de queda associadas são significativamente maiores, inviabilizando uma representação mais detalhada no longo prazo.

Matematicamente, a função de produção de uma unidade hidrelétrica h em um determinado período t é escrita conforme mostrado em (1.1), conforme deduzido em (CICOGNA; FILHO, 1999):

$$p_{h,t}^G = K_h \eta_h^{TG} h_{r,t}^N q_{h,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \quad (1.1)$$

em que K_h é a constante de produtibilidade da unidade h ; η_h^{TG} é o rendimento do par turbina-gerador para a unidade h ; $h_{r,t}^N$ é a altura de queda líquida da usina r (em que a unidade h está localizada) no período t e $q_{h,t}$ representa a vazão turbinada da unidade h no período t .

Por sua vez, a altura de queda líquida $h_{r,t}^N$ é dependente da função quadrática das perdas hidráulicas e das cotas de montante e jusante, sendo estas últimas, funções polinomiais do quarto grau em função do volume e da vazão defluente, respectivamente, o que torna a função de produção não linear. Assim, para garantir a representatividade do sistema hidráulico, é importante manter as não linearidades na função de produção em problemas de PCM que resolvem o leilão. Entretanto, é fundamental que os modelos de PCM sejam escritos da forma mais transparente possível, por meio de um problema de otimização linear inteiro misto. Um modelo de otimização não linear inteiro misto pode apresentar múltiplas soluções ótimas locais, dificultando o papel do OM na escolha de uma dentre estas soluções. Assim, a adoção de um modelo de otimização linear inteiro misto com uma única solução ótima evita possíveis disputas judiciais entre os agentes. Portanto, para converter o PCM em problema de otimização linear inteiro misto, são necessárias investigações de técnicas eficientes para a linearização da função de produção, além das demais funções envolvidas (i.e. cotas de montante e jusante, potência máxima e vazão turbinada máxima variáveis etc). Outra justificativa importante para a adoção de modelos de otimização linear inteiro mistos para o PCM está relacionada à dificuldade dos *solvers* atuais para a solução de problemas de otimização não linear inteiro mistos para sistemas de grande porte.

Na literatura, existem vários métodos de linearização já estudados para a linearização da função de produção. Em [Guisández e Pérez-Díaz \(2021\)](#) os autores investigam e comparam várias formas de linearização para a função de produção, porém no contexto de problemas de programação da geração de curto prazo, mas não no contexto de mercados de energia. Em [Diniz e Maceira \(2008\)](#), os autores propõem um modelo linear por partes quadridimensional, em que a potência gerada é explicitamente modelada como uma função do volume, da vazão turbinada, e do vertimento, sem a necessidade de obter várias curvas para diferentes níveis de queda líquida. Em [Cerisola, Latorre e Ramos \(2012\)](#), os autores propõem uma linearização do produto bilinear $h_{r,t}^N q_{h,t}$ que ocorre na função de produção por meio dos envelopes de McCormick, em que este produto é linearizado por meio de um conjunto de restrições de desigualdade que é adicionado ao problema. Nessa técnica, os autores dividem o domínio da função bilinear em retângulos menores (treliça) para permitir uma melhor precisão na linearização, porém adicionando-se variáveis binárias (otimização combinatorial) ao problema de planejamento energético para o qual a linearização é proposta. Em [Li et al. \(2014\)](#) os autores propõem a linearização da função de produção no contexto do problema de *unit commitment* hidrotérmico. Para essa linearização, os autores propõem uma técnica de interpolação tridimensional em que são levadas em conta quedas

líquidas variáveis, bem como as restrições não lineares e não diferenciáveis associadas à potência máxima e vazão turbinada máxima variáveis. Entretanto, essa abordagem de linearização também adiciona variáveis binárias ao modelo de *unit commitment* hidrotérmico. A abordagem de linearização proposta em [Li et al. \(2014\)](#) é adotada pela primeira vez em modelos de leilão de energia de sistemas hidrotérmicos em [Pereira et al. \(2017\)](#).

O método que tem sido utilizado na literatura para avaliar a qualidade das técnicas de linearização da função de produção tem a seguinte estrutura básica: i) primeiramente, os modelos linearizados de despacho de geração são executados, obtendo-se um conjunto de decisões ótimas que envolvem basicamente a produção hidráulica p_t^H e térmica p_t^T , em cada período t , os volumes $v_{r,t}$, a vazão turbinada $q_{r,t}^T$ e o vertimento $s_{r,t}$ nos reservatórios r em cada período t ; ii) a partir desses valores ótimos, as decisões hidráulicas $v_{r,t}$, $q_{r,t}^T$ e $s_{r,t}$ são determinadas por meio de um simulador hidráulico, em que a função de produção é descrita de forma mais precisa por meio de uma formulação não linear; iii) o simulador fornece valores mais precisos para a função de produção de cada unidade, os quais são comparados aos valores obtidos pelos modelos linearizados.

Uma das deficiências desse método de avaliação da qualidade das técnicas de linearização é que ele não avalia os erros implícitos que ocorrem durante o processo de solução (otimização) dos modelos linearizados. Ademais, somente os erros nas potências geradas são avaliados, não sendo possível avaliar os erros associados ao cálculo da potência gerada pelas unidades termelétricas, erros nos volumes, nas vazões turbinadas, nas defluências etc., os quais podem também ser causados pela técnica de linearização adotada.

Neste trabalho, propõe-se avaliar quatro das técnicas de linearização mais promissoras propostas na literatura para a linearização da função de produção no contexto de problemas de leilão de energia. Diferentemente do método de avaliação tradicionalmente utilizado na literatura, neste trabalho propõe-se uma nova metodologia de avaliação, mais detalhada, em que são comparadas diretamente as soluções obtidas por um modelo de leilão em que a função de produção é descrita de forma não linear (referência de comparação) com as soluções obtidas por modelos de leilão em que a função de produção é linearizada. Esta metodologia de avaliação ainda não foi utilizada na literatura para análise da qualidade dos modelos de linearização da função de produção. Além disso, a metodologia implica na implementação e teste de um modelo de leilão não linear, também proposto no âmbito deste trabalho, em que a função de produção é representada em detalhe.

Levando-se em conta o contexto dos leilões de energia em mercados do dia seguinte, os objetivos deste trabalho são os seguintes: i) investigar o impacto de quatro técnicas de linearização para a função de produção hidráulica no modelo de PCM, sendo as seguintes técnicas escolhidas: (a) a técnica linearização simplificada, a qual dá origem ao modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com linearização Simplificada (LSH-S), (b) a técnica baseada nos envelopes de McCormick ([CERISOLA; LATORRE; RAMOS, 2012](#)), adaptada

neste trabalho para contexto de leilões de energia, a qual dá origem ao modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com linearização por Envelopes de McCormick (LSH-EMC), (c) a técnica de interpolação tridimensional (LI et al., 2014), a qual dá origem ao modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com Interpolação Tridimensional (LSH-IT) e (d) a técnica de interpolação quadridimensional (DINIZ; MACEIRA, 2008), a qual dá origem ao modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com Interpolação Quadridimensional (LSH-IQ) e ii) propor uma nova metodologia para a análise e comparação das técnicas de linearização. Nessa metodologia, as soluções obtidas por modelos de leilão em que a função de produção é linearizada são comparadas às soluções obtidas por modelos de leilão em que a função de produção é tratada de forma não linear. São avaliados os erros associados às variáveis elétricas e hidráulicas, à função objetivo e aos preços nodais. São ainda avaliados os tempos de processamento computacional das técnicas estudadas; iii) propor adaptações e melhorias nos modelos testados com base nos resultados obtidos. Essas adaptações são mais sensíveis no caso do modelo de linearização baseado no método dos envelopes de McCormick, o qual pode ser considerado um novo modelo de linearização, a partir das alterações propostas. O modelo LSH-EMC proposto define uma estratégia de calibração da faixa operacional da altura de queda líquida e da vazão turbinada, com base nos valores obtidos para a altura de queda líquida e vazão turbinada linearizadas pelo modelo LSH-S.

Este trabalho está estruturado da forma descrita a seguir. No Capítulo 2 é feita uma descrição geral da organização dos tipos de mercado de eletricidade, além da composição dos agentes existentes com suas respectivas funções, de modo a introduzir os principais conceitos relacionados aos mercados de eletricidade. No Capítulo 3 propõe-se uma formulação não linear para o modelo de leilão de sistemas hidrotérmicos em mercados do dia seguinte, contendo sua função objetivo, as restrições econômicas, hidráulicas e do sistema de transmissão. No Capítulo 4 são descritas detalhadamente as quatro técnicas (métodos) escolhidas de linearização da função de produção hidráulica para os modelos de leilão de sistemas hidrotérmicos. No Capítulo 5 são discutidos os principais resultados obtidos na comparação entre os modelos de leilão linearizados com o modelo de leilão não linear (utilizado como referência). São apresentados também os erros associados às variáveis elétricas e hidráulicas, aos preços nodais, além dos erros na função objetivo. No Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões obtidas mediante os resultados apresentados, destacando-se as vantagens e desvantagens de cada método estudado.

Finalmente, o Apêndice A contém dados do sistema hidrotérmico que foram utilizados neste trabalho de mestrado.

2 ESTRUTURA GERAL DOS MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA

Este capítulo fornece uma descrição geral da organização dos tipos de mercado de eletricidade, além dos agentes com suas respectivas funções.

Os mercados de eletricidade consistem em um ambiente que permite a comercialização da eletricidade entre os agentes geradores e consumidores, por meio de uma estrutura organizacional/computacional pré-estabelecida. Os processos de comercialização podem ser assistidos pelo Operador de Mercado (OM), o qual é responsável pela organização e gerenciamento desses tipos mercados, ou podem ser estabelecidos de forma bilateral entre os agentes, sem interveniência do OM.

No que diz respeito à sua forma de organização e estruturação, [Conejo, Carrión e Morales \(2010\)](#) classificam os mercados de eletricidade em dois tipos principais, sendo: (i) os mercados organizados de energias, os quais são gerenciados por meio da interveniência do OM para o estabelecimento das negociações e (ii) o mercado de energia não organizado, o qual é fechado de forma bilateral entre os agentes envolvidos, sem a intervenção do OM.

Além da comercialização da energia em si, os mercados de eletricidade estruturados permitem também a comercialização de outras *commodities* relacionadas à energia, tais como as reservas de geração (girantes e não girantes), o controle e regulação de frequência do sistema, a geração de potência reativa para o sistema, dentre outros. Para todos esses serviços, denominados serviços ancilares ([CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010](#)) (ou serviços auxiliares), existem negociações de compra e venda, por meio de diferentes tipos de leilões. Desse modo, em mercados estruturados, reconhece-se a necessidade de que todos esses serviços prestados ao sistema devem ser remunerados. Assim, de uma forma geral, utiliza-se o termo mercados de eletricidade quando as transações envolvem ou estão relacionadas a qualquer uma dessas formas de serviços ancilares. Por outro lado, utiliza-se o termo mercado de energia quando é efetivamente a energia associada à potência ativa gerada/consumida que está sendo negociada.

Os diferentes tipos de mercados de eletricidade, bem como os principais agentes envolvidos nesses mercados são brevemente descritos a seguir. Maiores detalhes envolvendo mercados de eletricidade podem ser encontrados em livros que sintetizam o tema ([SHAHI-DEHPOUR; YAMIN; LI, 2002](#); [CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010](#); [GABRIEL et al., 2013](#); [MORALES et al., 2014](#)).

2.1 Mercados Organizados de Energia

A estruturação geral dos mercados organizados de energia pode variar, dependendo da arquitetura de mercado adotada em cada país. Entretanto, de forma geral, existem estruturas básicas que podem ser encontradas na maioria dos mercados organizados. Em uma arquitetura geral, que considera uma organização de mercado em termos do horizonte de tempo associado à entrega da energia, os mercados organizados podem ser divididos em dois tipos básicos, quais sejam: (i) o mercado *pool*, ou mercado de curto prazo, em que a comercialização e entrega da energia é feita em um horizonte de curto prazo (em geral, no dia seguinte) e o mercado de futuros e opções, em que a entrega da energia é feita no horizonte de longo prazo. Como os preços estabelecidos nos mercados de futuros e opções são fechados na data do fechamento dos contratos, i.e. no curto prazo, estes mercados são muito utilizados para que os agentes envolvidos possam se proteger das oscilações de preços (volatilidade) que potencialmente possam ocorrer em horizontes futuros. Apesar de estarem ambos relacionados aos horizontes futuros, o mercado de futuros se difere do mercado de opções porque no primeiro existe a obrigação de compra ou venda pelo contrato adquirido, enquanto que no segundo apenas são obtidos direitos de compra e venda de determinado ativo, sem a obrigatoriedade de que esta compra seja efetivada. Assim, no mercado de opções existe a opção de efetivação ou não da entrega do produto.

2.1.1 Mercado *Pool* de Energia ou Mercado de Curto Prazo

De uma forma geral, em grande parte das estruturas de mercado já estabelecidas, o mercado *pool* de energia é dividido em três tipos de sub-mercados, quais sejam: (i) o mercado do dia seguinte, (ii) o mercado de ajuste ou intra-diário e (iii) o mercado de balanço ou tempo real, conforme descrito em [Shahidehpour, Yamin e Li \(2002\)](#), [Conejo, Carrión e Morales \(2010\)](#).

Mercado do dia seguinte

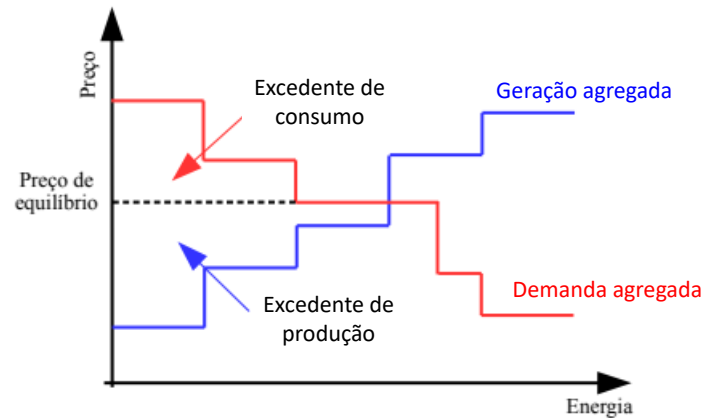
O mercado de energia do dia seguinte é um mercado financeiro em que os participantes compram e vendem energia a preços estabelecidos pelo Operador de Mercado (OM) e que devem ser efetivamente calculados somente no dia seguinte. Este mercado cobre a maior parte das negociações de energia realizadas para o dia seguinte (d), sendo fechado geralmente uma vez por dia, no dia anterior ($d - 1$). O fechamento do mercado de energia do dia seguinte é feito com base nos blocos de ofertas, feitos pelos agentes produtores de energia, e lances feitos pelos agentes consumidores de energia. Os blocos de ofertas/lances podem ser simples ou estruturados (complexos). Nos blocos simples, os agentes submetem apenas preço e quantidades desejadas de venda/compra. Já os blocos de ofertas/lances estruturados ou complexos, além de preços e quantidades, os agentes geradores submetem ainda informações relacionadas às suas restrições operacionais, tais como rampa de partida,

parada, subida e descida, mínimos tempos de operação e desligamento, custo de partida e parada (ARROYO; GALIANA, 2005). Em ambientes de sistemas hidrotérmicos, as ofertas/lances complexos podem envolver informações relacionadas às restrições hidráulicas das usinas (PEREIRA et al., 2017; BREGADIOLI et al., 2016).

Com base nas ofertas/lances (simples ou complexas), o OM utiliza um algoritmo que executa o chamado Procedimento de Compensação de Mercado (PCM), do inglês, *market clearing procedure*, para fechar o leilão de energia. Os modelos de PCM geralmente têm como objetivo a maximização da função de bem-comum (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), bem como a minimização dos custos de partida e parada e custos fixos, sujeito ao atendimento das restrições operacionais das unidades termelétricas e hidrelétricas. A função de bem-comum (do inglês, *social welfare*) é construída com base nos blocos de ofertas e lances fornecidos pelos agentes. Inicialmente, os blocos de ofertas dos geradores são ordenados, em ordem crescente de preços ofertados, construindo a chamada curva de geração agregada, mostrada em azul na Figura 2.1. De forma análoga, os blocos de lances dos consumidores são ordenados, só que em ordem decrescente de preços, construindo a chamada curva de consumo agregado, mostrada em vermelho na mesma figura. Para um modelo de leilão puramente econômico, o ponto de interseção entre as duas curvas define o chamado ponto de equilíbrio de mercado, em que são destacados o preço de equilíbrio bem como a quantidade de geração/demanda atendida. A Figura 2.1 destaca a área de excedente de produção, a qual expressa o bem estar associado aos produtores, já que nessa região a energia está sendo vendida a preços maiores que os ofertados, e a área de excedente de consumo, a qual expressa o bem estar associado aos consumidores. A soma destas duas áreas corresponde ao chamado bem comum, ou bem estar social (KIRSCHEN; STRBAC, 2004), em que tanto geradores quanto consumidores concordam em estabelecer a compra/venda de energia. A região à direita do ponto de equilíbrio corresponde às situações em que oferta e demanda não estabelecem negócio, pois os preços de compra e venda não são compatíveis.

Ao invés da resolução gráfica, fornecida na Figura 2.1, o OM utiliza o algoritmo de PCM para fechar o leilão, calculando os preços e quantidades de equilíbrio em cada período de tempo. Em geral, é importante que o algoritmo de PCM seja escrito por meio de um problema de otimização linear multi-período inteiro-misto, que representa, além das restrições econômicas, restrições físicas e operacionais adicionais, relacionadas aos sistemas de geração e transmissão. A adoção de modelos de PCM não linear inteiro-mistos poderia fornecer várias soluções ótimas, com diferentes resultados de ótimos locais, o que potencialmente ocasionaria impasses financeiros e jurídicos com os diversos agentes geradores existentes no mercado, ocasionando assim um ambiente parcial e não transparente no mercado de leilão de energia. Assim, a linearização da função objetivo e das restrições relacionadas ao PCM é uma etapa de modelagem necessária para garantir a transparência dos mercados.

Figura 2.1 – Maximização do Bem Comum.



Fonte: adaptado de [Arroyo e Conejo \(2002\)](#).

Mercado de ajuste ou intra-diário

O mercado de ajuste ou intra-diário são semelhantes ao mercado do dia seguinte, porém são fechados com antecedência menor em relação à entrega física da energia, sendo tais mercados fechados no dia $d - 1$ e também ao longo do próprio dia d . O comércio intra-diário é particularmente útil para que o mercado e os agentes possam se ajustar a mudanças imprevistas na produção e no consumo de energia, colocando o mecanismo de mercado em uso antes que as reservas de controle se tornem necessárias. Isso permite, por exemplo, que um operador de uma usina, que repentinamente perca produção em um único bloco, compre energia adicional de outros participantes do mercado e mantenha o seu equilíbrio de energia. O comércio intra-diário é, portanto, um componente chave para a comercialização direta de energia produzida por usinas com matrizes renováveis, quando as previsões meteorológicas, em rápida mudança, resultam em um déficit ou excedente não planejado de energia de usinas solares ou eólicas.

Mercado de balanço ou tempo real

O mercado de balanço ou tempo real permite a cobrir os déficits ou excedentes de curtíssimo prazo da energia despachada que não foi entregue devido a falhas em equipamentos ou a intermitência da natureza de algumas fontes (como por exemplo, geração eólica ou solar), sendo fechados a menos de uma hora da entrega física da energia. As transações nos mercados de balanço ou tempo real são também conduzidas por meio de leilões de energia, com mecanismos de fechamento específicos, os quais podem levar em conta restrições associadas à operação em tempo real.

2.1.2 Mercados de Futuros e Opções

Os mercados de futuros e opções são caracterizados pela compra e venda de produtos físicos ou financeiros para entrega em uma data futura especificada (HULL, 2017). Esses produtos são chamados de derivativos, sendo que a característica mais importante desses mercados é a permissão de negociação de ações físicas ou financeiras dos produtos no futuro a preços de hoje. Os derivativos são negociados em mercados de trocas (do inglês, *exchanges*) e também nos mercados denominados de *over-the-counter* (OTC). A diferença básica entre os mercados de troca e o OTC consiste nas formas de regulação e gerenciamento desses mercados. Os dois principais produtos negociados nos mercados de troca são os futuros e as opções. O mercado OTC é mais descentralizado e os participantes negociam ações, *commodities*, moedas e outros instrumentos padronizados, diretamente entre as duas partes, sem a necessidade da interveniência do *exchange* ou de um corretor. O mercado OTC, são negociados os produtos a termo, os *swaps* e as opções.

No que diz respeito aos mercados de energia, mais especificamente, conforme destacado em Conejo, Carrión e Morales (2010), os produtos disponíveis nos mercados de futuros e opções incluem, entre outros, contratos de futuros, contratos a termo e opções, sendo que:

- um contrato a termo é um acordo de entrega (ou consumo) de uma determinada quantidade de energia em um determinado período de tempo futuro a um preço fixo.
- um contrato de futuros é análogo ao contrato a termo, porém, enquanto o contrato a termo é negociado no mercado OTC, o contrato de futuros é negociado no mercado de trocas.
- uma opção é um acordo para ter a opção de entregar (ou consumir) uma quantidade específica de energia em um período de tempo futuro. A assinatura de um contrato de opção, envolve um pagamento, denominado prêmio, independentemente de a energia ser ou não eventualmente entregue (consumida).

Os valores obtidos para os preços de futuros são também estabelecidos pela lei de oferta e procura. Em geral os preços de futuros são calculados por meio de leilões de futuros, análogos aos leilões do dia seguinte já descrito, porém as restrições operativas das unidades geradoras geralmente não são levadas em consideração no fechamento destes mercados, i.e. o fechamento se dá de forma puramente econômica a partir de ofertas e lances. Os preços de futuros podem ser menores ou maiores que os preços de curto prazo, calculados no *pool* (HULL, 2017).

2.2 Mercados de Energia Não Organizados

Os mercados de energia não organizados são estabelecidos de modo informal, sem a intervenção de um mercado organizado, como o *pool*, mercado de trocas, OTC etc. Nestes mercados, produtores e consumidores estabelecem as bases para a compra e venda de energia de forma bilateral. Em função de os produtos negociados não serem padronizados por um mercado organizado, podem incorrer custos jurídicos adicionais relacionados à construção das bases técnicas de negociação dos contratos.

Nos mercados não organizados, basicamente são negociados os contratos bilaterais de curto prazo e de longo prazo. Assim, como os contratos de futuros, os contratos bilaterais de longo prazo têm como objetivo mitigar as incertezas relacionadas às oscilações nos preços de energia (i.e. volatilidade) no futuro.

Conejo, Carrión e Morales (2010) descrevem um contrato bilateral como um acordo livre entre um fornecedor e um consumidor, definido fora de um mercado organizado, onde os produtores assinam contratos bilaterais com consumidores ou varejistas. Os consumidores compram energia para consumo próprio, enquanto os varejistas compram energia para suprir a demanda de seus clientes. Os consumidores lidam diretamente com os produtores, enquanto os clientes dos varejistas lidam com os produtores por meio de seus varejistas.

2.3 Mercado de Serviços Ancilares

Conforme já comentado, a energia não é a única *commodity* negociada nos mercados de eletricidade. Existem outros produtos que podem ser negociados, os quais estão relacionados à energia, porém podem ser classificados como auxiliares à produção e transmissão de energia. Os mercados em que estes serviços auxiliares são negociados são denominados de mercados de serviços ancilares, ou auxiliares. Estes mercados são importantes para garantir a operação segura do sistema de potência e a confiabilidade no fornecimento de energia. De acordo com Hirst e Kirby (1996), os serviços ancilares podem ser classificados nas seguintes categorias: (i) regulação, (ii) acompanhamento de demanda, (iii) reserva, (iv) controle de tensão /suporte de reativo e (v) restauração do sistema.

- **Regulação:** serviço responsável pelo controle de variações bruscas de demanda, sendo operado sob Controle Automático da Geração (CAG), com o objetivo de manter o balanço de carga $\times$ geração em equilíbrio, mantendo assim a frequência do sistema fixa.
- **Acompanhamento de demanda:** serviço responsável pelo controle de variações lentas (acompanhamento) na demanda.

- **Reserva:** serviço utilizado para cobrir falhas de instalações em operação (unidades de geração e/ou linhas de transmissão), grandes oscilações de demanda e geração de energia intermitente, como por exemplo a geração eólica e a solar.
- **Controle de tensão/suporte de reativo:** serviço necessário para absorção ou fornecimento de potência reativa para o sistema, por meio do controle da tensão de saída das unidades geradoras, com o intuito de estabilidade / segurança de tensão (estático), mantendo o valor da tensão nas barras em uma faixa operacional permitida.
- **Restauração do sistema:** serviço por meio do qual as unidades geradoras são capazes de se auto-restabelecer, após um colapso, ao seu funcionamento normal, com tensão proveniente de baterias ou pequenos geradores à diesel, com o intuito de manter a estabilidade a grandes e pequenas perturbações (dinâmica).

Com a inserção crescente de fontes renováveis, veículos elétricos, baterias etc., novos tipos de serviços ancilares têm sido postulados e implementados em alguns mercados.

2.4 Agentes do Mercado

Os agentes típicos de um mercado de energia podem ser divididos em duas categorias, sendo: (i) agentes participantes e (ii) agentes institucionais, conforme descrito em [Conejo, Carrión e Morales \(2010\)](#). A seguir, os diferentes tipos de agentes que compõem o mercado de energia com suas respectivas funções são detalhados.

2.4.1 Agentes Participantes

Os agentes que compõem esta categoria são os agentes (i) consumidores, (ii) varejistas, (iii) produtores e (iv) produtores não despacháveis, descritos sucintamente a seguir.

- **Consumidores:** são os usuários finais da eletricidade. Eles podem comprar energia nos mercados *pool* ou de futuros. Podem também assinar contratos bilaterais com produtores ou ser fornecidos por meio de varejistas. Um consumidor pretende tanto minimizar seu custo de aquisição ou maximizar a utilidade que obtém no uso de eletricidade. Nesta categoria estão elencados tanto os usuários de pequeno porte, como, por exemplo as residências e as indústrias pequenas, quanto os usuários de grande porte, como por exemplo as indústrias de grande porte.
- **Varejistas:** fornecem energia para os consumidores que não participam diretamente dos mercados de eletricidade. Os varejistas geralmente não possuem unidades de

produção e compram a eletricidade a ser fornecida aos seus clientes por meio de contratos bilaterais, nos mercados *pool* e de futuros. O objetivo de um varejista consiste na maximização do lucro que obtém com a venda aos seus clientes, porém sua margem de lucro geralmente é estreita, pois deve comprar o mais barato possível para oferecer energia aos seus clientes a preços mais baixos possíveis; caso contrário, esses clientes podem mudar de revendedor.

- **Produtores:** são as entidades proprietárias das unidades geradoras hidráulicas e termelétricas que têm a responsabilidade da geração de eletricidade. Um produtor pode vender energia elétrica para os mercados de eletricidade (*pool* e mercado de futuros), ou diretamente para consumidores e varejistas, por meio de contratos bilaterais. O objetivo de um produtor é a maximização do lucro com a venda de eletricidade, sujeito às restrições operacionais de suas unidades geradoras.
- **Produtores não despacháveis:** são as entidades proprietárias das fontes não despacháveis, como por exemplo as usinas de geração eólica e solar. Devido a sua intermitência, um produtor não despachável se esforça para maximizar o lucro da venda de energia no mercado *pool*, além da necessidade de participação no mercado de tempo real para cobrir seus desvios de geração estabelecidos no mercado *pool*.

2.4.2 Agentes Institucionais

Os agentes institucionais são aqueles responsáveis pela organização, implementação, gerenciamento e supervisão dos mercados e do sistema de energia. Nesta categoria, estão o (i) Operador de Mercado (OM), o (ii) Operador Independente do Sistema (OIS) e o (iii) Regulador do Mercado, os quais são brevemente descritos a seguir.

- **Operador de Mercado (OM):** geralmente é uma entidade sem fins lucrativos, responsável pela gestão econômica do mercado como um todo. O OM administra as regras do mercado, sendo responsável pelo equilíbrio do mercado, determinando os montantes e preços de energia e reservas negociados por meio de um Procedimento de Compensação de Mercado. O OM é responsável pelos mercados que se fecham com uma antecedência grande (12, 18 ou 24 horas, por exemplo) em relação à entrega física da energia. Em alguns casos, o OM é uma entidade regulamentada com fins lucrativos. No Brasil, o órgão responsável é a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE).
- **Operador Independente do Sistema (OIS):** é uma entidade sem fins lucrativos, sendo responsável pela administração técnica do sistema. Cabe a ele garantir livre acesso à rede para todos os consumidores, varejistas e produtores, além de garantir que o mercado tenha condições de funcionar em termos de segurança e confiabilidade.

Também é responsável pelo fechamento do mercado de regulação, com o intuito de garantir o balanço carga $\times$ geração. No Brasil, o órgão responsável é o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS).

- **Regulador do Mercado:** é uma entidade independente do governo cuja função é supervisionar os mercados de eletricidade e assegurar o seu funcionamento competitivo e adequado, além de promover e fazer cumprir ordens e regulamentos. Além disso, o Regulador de Mercado determina o preço final da energia nos casos em que a distribuição se dá por meio de monopólios. No Brasil, o órgão responsável é a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL).

3 MODELOS DE LEILÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS EM MERCADOS DO DIA SEGUINTE

Neste capítulo, são descritas as principais características de um modelo de leilão de sistema hidrotérmico, envolvendo sua função objetivo e restrições. Ao fim deste capítulo, propõe-se o modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos Não Linear (LSH-NL), o qual é utilizado como referência de comparação para os modelos de leilão linearizados descritos no Capítulo 4.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Na Seção 3.1 descreve-se a nomenclatura do problema de leilão de sistemas hidrotérmicos. Na Seção 3.2 descreve-se a função objetivo não linear do problema, enquanto que nas seções 3.3, 3.4 e 3.5, são descritas as restrições econômicas, de transmissão e hidráulicas, respectivamente. Finalmente, o modelo de leilão não linear é descrito na Seção 3.6.

3.1 Nomenclatura

Conjuntos

B	Barras do sistema.
B^C	Blocos de lances fornecidos pelos consumidores.
B^G	Blocos ofertados pelas unidades geradoras hidrelétricas e termelétricas.
F_r	Usinas à montante da usina r .
G	Unidades geradoras hidrelétricas e termelétricas.
H	Unidades geradoras hidrelétricas.
L	Unidades geradoras termelétricas.
J	Consumidores.
N_b	Barras adjacentes à barra b conectadas através de linhas de transmissão ou transformadores.
P	Conjunto de hiperplanos k das unidades geradoras hidrelétricas h no modelo quadridimensional da geração hidráulica.

R	Usinas geradoras hidrelétricas.
$S_{r,s}$	Conjunto de vazão vertida da usina r no modelo quadridimensional de geração hidráulica $[\text{m}^3/\text{s}]$.
T	Períodos de tempo do leilão.
U_b^C, U_b^G	Unidades consumidoras e geradoras conectadas à barra b , respectivamente.
$\mathcal{U}_r$	Unidades hidrelétricas pertencentes à usina r .
X	Curvas do modelo de interpolação tridimensional.
Y	Pontos nas curvas X no modelo de interpolação tridimensional.

Parâmetros

$A_r^0, A_r^1, A_r^2, A_r^3, A_r^4$	Coeficientes da função polinomial da cota de montante associados à usina r .
$B_r^0, B_r^1, B_r^2, B_r^3, B_r^4$	Coeficientes da função polinomial da cota de jusante associados à usina r .
$D_{f,r}$	Tempo de atraso de águas entre a usina f e a usina r [h].
$\overline{E}_{j,t,b}^C$	Energia do lance fornecido pelo consumidor j , no período t e bloco $b \in B^C$ [pu].
$\overline{E}_{g,t,b}^G$	Energia ofertada pela unidades geradoras hidrelétricas h e termelétricas l , no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].
$\overline{F}_{bn}$	Fluxo de potência ativa máxima na linha de transmissão $b-n$ conectada entre as barras b e n [pu].
H_r^{EF}	Altura de queda efetiva da usina r [m].
$H_{v,q}^F$	Altura da cota de montante não linear da usina r na grade $v \times q$ no modelo quadrimimensional de geração hidráulica [m].
$H_{v,q}^N$	Altura de queda líquida não linear da usina r na grade $v \times q$ no modelo quadrimimensional de geração hidráulica [m].
$H_{v,q}^T$	Altura da cota de jusante não linear da usina r na grade $v \times q$ no modelo quadrimimensional de geração hidráulica [m].

H_r^x	Altura de queda líquida da curva x da usina r no método de interpolação tridimensional [m].
$H_{v,q}^{loss}$	Perdas hidráulicas não linear (perdas de carga máxima) da unidade geradora h na grade $v \times q$ no modelo quadridimensional da geração hidráulica [m].
$\overline{H}_h^{loss}$	Perdas hidráulicas máxima (perdas de carga máxima) pela unidade geradora h [m].
$\underline{H}_r^F, \overline{H}_r^F$	Cotas de montante mínima e máxima esperadas, respectivamente, para a usina r durante o horizonte do leilão [m].
K_h	Constante de produtibilidade da unidade geradora hidrelétrica h [$pu/(m^3/(s.m))$].
K_h^{loss}	Constante das perdas hidráulicas (perdas de carga) pela unidade geradora hidrelétrica h [$m/(m^3/s)^2$].
$M_{m,n}$	Constantes Big M.
P_h^{EF}	Potência efetiva da unidade geradora hidrelétrica h [pu].
$P_{v,q}^G$	Potência não linear para cada unidade geradora hidrelétrica h em cada ponto da grade $v \times q$ no modelo quadridimensional de geração hidráulica. [pu].
$P_{v,q,s}^G$	Potência não linear para cada unidade geradora hidrelétrica h em cada ponto da grade $v \times q \times s$ no modelo quadridimensional de geração hidráulica. [pu].
$P_h^{x,y}$	Potência da unidade geradora hidrelétrica h na curva x no ponto y no método de interpolação tridimensional [pu].
$\underline{P}_h^G, \overline{P}_h^G$	Potências mínima e máxima, respectivamente, da unidade geradora hidrelétrica h [pu].
$\overline{P}_l^G$	Potência máxima da unidade geradora termelétrica l [pu].
$Q_{h,q}$	Vazão turbinada para cada unidade geradora hidrelétrica h no modelo quadridimensional de geração hidráulica. [m^3/s].
Q_h^{EF}	Vazão turbinada efetiva da unidade geradora hidrelétrica h [m^3/s].
$Q_h^{x,y}$	Vazão turbinada da unidade geradora hidrelétrica h da curva x no pontos y do método de interpolação tridimensional [m^3/s].

$\underline{Q}_h, \overline{Q}_h$	Vazões turbinadas mínima e máxima da unidade geradora hidrelétrica h , respectivamente $[\text{m}^3/\text{s}]$.
R_r	Limite de rampa de defluência associado à usina r $[\text{m}^3/\text{s}]$.
S_r^{ref}	Vazão vertida de referência da usina r no modelo quadridimensional de geração hidráulica $[\text{m}^3/\text{s}]$.
$\underline{S}_r, \overline{S}_r$	Vertimentos mínimo e máximo da usina r , respectivamente $[\text{m}^3/\text{s}]$.
$U_{f,t}$	Defluência da usina f no período t do dia anterior $[\text{m}^3/\text{s}]$.
$U_{r,0}$	Defluência da usina r no início do horizonte do leilão, ou seja, no período 0 (calculada no leilão do dia anterior) $[\text{m}^3/\text{s}]$.
$\underline{U}_r, \overline{U}_r$	Defluências mínima e máxima esperadas para a usina r , respectivamente, durante o horizonte do leilão $[\text{m}^3/\text{s}]$.
$V_{r,0}$	Volume inicial da usina r $[\text{hm}^3]$.
$V_{r,v}$	Volume da usina r no modelo quadridimensional da geração hidráulica $[\text{hm}^3]$.
V_r^{goal}	Meta de volume final mínimo para a usina r $[\text{hm}^3]$.
$\underline{V}_r, \overline{V}_r$	Volumes mínimo e máximo esperados da usina r , respectivamente, durante o horizonte do leilão $[\text{hm}^3]$.
X_{bn}	Reatância da linha de transmissão $b - n$ conectada entre as barras b e n $[pu]$.
$X1_{r,t,p}$	Valores de altura de queda líquida mínima e máxima linearizada para a usina r no período t em um conjunto de pontos p , utilizado no método de envelopes de McCormick $[\text{m}]$.
$Y1_{r,t,p}$	Valores de vazão turbinada mínima e máxima linearizada para a unidade geradora hidrelétrica h no período t em um conjunto de pontos p , , utilizado no método de envelopes de McCormick $[\text{m}^3/\text{s}]$.
α_h	Fator de correção que minimiza o desvio quadrático médio da função de produção hidráulica usada no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$\alpha_h^{T0}, \alpha_h^{T1}$	Coefficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função de potência máxima gerada da unidade h (limite associado à turbina) $[pu]$ e $[pu/\text{m}]$, respectivamente.

$\beta_h^{G0}, \beta_h^{G1}$	Coeficientes independente e linear, da função linear que aproxima a função de vazão turbinada máxima da unidade h (limite associado ao gerador) $[\text{m}^3/\text{s}]$ e $[\text{m}^3/(\text{s.m})]$, respectivamente.
$\beta_h^{T0}, \beta_h^{T1}$	Coeficientes independente e linear, da função linear que aproxima a função de vazão turbinada máxima da unidade h (limite associado à turbina) $[\text{m}^3/\text{s}]$ e $[\text{m}^3/(\text{s.m})]$, respectivamente.
$\gamma_{h,k}^0$	Coeficiente do efeito linear da unidade geradora hidrelétrica h no hiperplano k no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{h,p}^0$	Coeficiente do efeito linear da unidade geradora hidrelétrica h no conjunto de hiperplanos p no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{h,k}^Q$	Coeficiente do efeito da vazão turbina da unidade geradora hidrelétrica h no hiperplano k no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{h,p}^Q$	Coeficiente do efeito da vazão turbina da unidade geradora hidrelétrica h no conjunto de hiperplanos p no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{r,k}^S$	Coeficiente do efeito da vazão vertida da usina r no hiperplano k no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{r,p}^S$	Coeficiente do efeito da vazão vertida da usina r em um conjunto de hiperplanos p no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{r,k}^V$	Coeficiente do efeito do volume da usina r no hiperplano k no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{r,p}^V$	Coeficiente do efeito do volume da usina r em um conjunto de hiperplanos p no modelo quadridimensional de geração hidráulica.
γ_r^0, γ_r^1	Coeficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função da cota de montante de um reservatório r .
$\vartheta_h^0, \vartheta_h^1$	Coeficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função das perdas hidráulicas (perdas de carga) pela unidade geradora h $[\text{m}]$ e $[\text{m}/(\text{m}^3/\text{s})]$, respectivamente.
$\lambda_{j,t,b}^C$	Preço do lance fornecido pelo consumidor j , no período t e bloco $b \in B^C$ $[\$/pu]$.
$\lambda_{h,t}^{DW}$	Preço de parada da unidade geradora hidrelétrica h , no período t $[\$/pu]$.

$\lambda_{l,t}^{DW}$	Preço de parada da unidade geradora termelétrica l , no período t [\$/pu].
$\lambda_{g,t,b}^G$	Preço da energia ofertada pela unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , no período t e bloco $b \in B^G$ [\$/pu].
$\lambda_{h,t}^{UP}$	Preço de partida da unidade geradora hidrelétrica h , no período t [\$/pu].
$\lambda_{l,t}^{UP}$	Preço de partida da unidade geradora termelétrica l , no período t [\$/pu].
φ_r^0, φ_r^1	Coefficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função da cota de jusante de um reservatório r .
Γ	Fator de conversão de m ³ /s para hm ³ em um período de uma hora, $\Gamma = 0.0036$ [hm ³ /(m ³ /s)].
$\Psi_{r,t}$	Vazão afluyente incremental à usina r no período t [m ³ /s].

Variáveis

$a_{h,t}$	Variável binária que indica que a célula escolhida está acima da linha média horizontal do diamante da unidade geradora hidrelétrica h , no período t , no modelo de interpolação tridimensional, quando escolhida = 1 e não escolhida = 0.
$b_{h,t}$	Variável binária que indica que a célula escolhida está à direita da linha média vertical do diamante da unidade geradora hidrelétrica h , no período t , no modelo de interpolação tridimensional, quando escolhida = 1 e não escolhida = 0.
$c_{h,t}$	Variável binária que indica que a célula escolhida está no centro do diamante da unidade geradora hidrelétrica h , no período t , no modelo de interpolação tridimensional, quando escolhida = 1 e não escolhida = 0.
$c_{g,t}^{DW}$	Custo de parada de cada unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , no período t [\$/pu].
$c_{h,t}^{DW}$	Custo de parada de cada unidade geradora hidrelétrica h , no período t [\$/pu].
$c_{l,t}^{DW}$	Custo de parada de cada unidade geradora termelétrica l , no período t [\$/pu].

$c_{g,t}^{UP}$	Custo de partida de cada unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , no período t [\$/pu].
$c_{h,t}^{UP}$	Custo de partida de cada unidade geradora hidrelétrica h , no período t [\$/pu].
$c_{l,t}^{UP}$	Custo de partida de cada unidade geradora termelétrica l , no período t [\$/pu].
$e_{j,t,b}^C$	Energia consumida pelo consumidor j , no período t e bloco $b \in B^C$ [pu].
$e_{g,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].
$e_{h,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora hidrelétrica h , no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].
$e_{l,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora termelétrica l , no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].
$f_{bn,t}$	Fluxo de potência ativa na linha de transmissão $b - n$ conectada entre as barras b e n no período t [pu].
$h_{r,t}^F$	Cota de montante da usina r no período t [m].
$h_{r,t}^N$	Altura de queda líquida da usina r no período t [m].
$h_{r,t}^T$	Cota de jusante da usina r no período t [m].
$h_{h,t}^{loss}$	Perdas hidráulicas (perdas de carga) pela unidade geradora h no período t [m].
$h_{r,t}^{loss}$	Perdas hidráulicas (perdas de carga) da usina r no período t [m].
k	Hiperplano de corte k do modelo quadridimensional de geração hidráulica.
$o_{h,t}^H$	Variável binária liga/desliga da unidade geradora hidrelétrica h no período t , quando ligado = 1 e desligado = 0.
$o_{l,t}^T$	Variável binária liga/desliga da unidade geradora termelétrica l no período t , quando ligado = 1 e desligado = 0.
p	Valor percentual utilizado para a definição da faixa de valores acima e abaixo da altura de queda líquida ótima no modelo de interpolação tridimensional [%].

$p_{j,t}^C$	Potência consumida pelo consumidor j no período t [pu].
$p_{g,t}^G$	Potência gerada pela unidade geradora hidrelétrica h ou termelétrica l no período t [pu].
$p_{h,t}^G$	Potência gerada pela unidade geradora hidrelétrica h no período t [pu].
$p_{h,t,k}^G$	Potência gerada não linear pela unidade geradora hidrelétrica h no período t no hiperplano k do modelo quadridimensional da geração hidráulica [pu].
$p_{l,t}^G$	Potência gerada pela unidade geradora termelétrica l no período t [pu].
$q_{h,t}$	Vazão turbinada pela unidade h no período t [m ³ /s].
$q_{r,t}^T$	Vazão turbinada total do reservatório r no período t [m ³ /s].
$s_{r,t}$	Vertimento total da usina r no período t [m ³ /s].
$u_{m,n,t,h}$	Variável binária da unidade geradora hidrelétrica h no período t de pontos $m \times n$ em um conjunto de pontos p utilizada para indicar qual célula está ativa na linearização dos envelopes de McCormick.
$u_{r,t}$	Defluência total da usina r no período t [m ³ /s].
$v_{r,t}$	Volume da usina r no período t [hm ³].
$w_{h,t}^{x,y}$	Peso da curva x do ponto y da unidade geradora hidrelétrica h no período t no modelo de interpolação tridimensional.
$z1_{h,t}$	Linearização do produto bilinear $h_{r,t}q_{h,t}$.
η_h^{TG}	Rendimento associado ao par turbina-gerador da unidade h .
$\theta_{b,t}$	Ângulo da tensão na barra b no período t [rad].
$\rho_{f,r,t}$	Defluência total das usinas f à montante da usina r no período t , levando-se em conta o atraso de água entre os reservatórios f e r [m ³ /s].

3.2 Função Objetivo

A função objetivo do modelo de leilão consiste em maximizar a função de bem comum, a qual é dada pela subtração das funções de excedente de consumo (dada pela multiplicação do preço do lance fornecido pelo consumidor $\lambda_{j,t,b}^C$ pela energia consumida pelo mesmo $e_{j,t,b}^C$) e de produção (dada pela multiplicação do preço da energia ofertada pelas

unidades geradoras $\lambda_{g,t,b}^G$ pela energia gerada pelas mesmas $e_{g,t,b}^G$), bem como minimizar os custos de partida e custos de parada, respectivamente, conforme mostrado em (3.1):

$$\text{Max} \quad \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^C} \lambda_{j,t,b}^C e_{j,t,b}^C - \sum_{g \in G} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^G} \lambda_{g,t,b}^G e_{g,t,b}^G - \sum_{g \in G} c_{g,t}^{UP} - \sum_{g \in G} c_{g,t}^{DW}. \quad (3.1)$$

Os custos totais de partida e parada são dados pela soma dos custos de partida e parada das unidades geradoras hidrelétricas h e termelétricas l conectadas ao sistema, respectivamente, conforme descrito em (3.2) e (3.3):

$$\sum_{g \in G} c_{g,t}^{UP} = \sum_{h \in H} c_{h,t}^{UP} + \sum_{l \in L} c_{l,t}^{UP}, \forall t \in T. \quad (3.2)$$

$$\sum_{g \in G} c_{g,t}^{DW} = \sum_{h \in H} c_{h,t}^{DW} + \sum_{l \in L} c_{l,t}^{DW}, \forall t \in T. \quad (3.3)$$

O custo de partida de cada unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, é dado por (3.4) e (3.5):

$$c_{h,t}^{UP} \geq \lambda_{h,t}^{UP} (o_{h,t}^H - o_{h,(t-1)}^H), \forall h \in H, \forall t \in T : t \neq 1 \quad (3.4)$$

$$c_{l,t}^{UP} \geq \lambda_{l,t}^{UP} (o_{l,t}^T - o_{l,(t-1)}^T), \forall l \in L, \forall t \in T : t \neq 1. \quad (3.5)$$

O custo de parada de cada unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, é dado por (3.6) e (3.7):

$$c_{h,t}^{DW} \geq \lambda_{h,t}^{DW} (o_{h,(t-1)}^H - o_{h,t}^H), \forall h \in H, \forall t \in T : t \neq 1 \quad (3.6)$$

$$c_{l,t}^{DW} \geq \lambda_{l,t}^{DW} (o_{l,(t-1)}^T - o_{l,t}^T), \forall l \in L, \forall t \in T : t \neq 1. \quad (3.7)$$

3.3 Restrições Econômicas

As restrições econômicas envolvem os limites nos blocos de geração (hidráulica e térmica) e consumo, a definição das potências totais alocadas por cada unidade de geração e consumo, bem como as restrições de atendimento de demanda em cada período.

Os limites dos blocos ofertados pelas unidades geradoras hidrelétricas e termelétricas e das consumidoras são mostrados em (3.8), (3.9) e (3.10), respectivamente:

$$e_{h,t,b}^G \leq \bar{E}_{h,t,b}^G o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall b \in B^G \quad (3.8)$$

$$e_{l,t,b}^G \leq \bar{E}_{l,t,b}^G o_{l,t}^T, \forall l \in L, \forall t \in T, \forall b \in B^G \quad (3.9)$$

$$e_{j,t,b}^C \leq \bar{E}_{j,t,b}, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall b \in B^C. \quad (3.10)$$

As potências totais despachadas por cada unidade de geração g (envolvendo hidrelétricas e termelétricas) e consumidas por cada consumidor j , respectivamente, são descritas em (3.11) e (3.12), e correspondem à somatória dos blocos aceitos por estes agentes, no leilão:

$$p_{g,t}^G = \sum_{b \in B^G} e_{g,t,b}^G, \forall g \in G, \forall t \in T \quad (3.11)$$

$$p_{j,t}^C = \sum_{b \in B^C} e_{j,t,b}^C, \forall j \in J, \forall t \in T. \quad (3.12)$$

Os limites de geração das unidades termelétricas são mostrados em (3.13). Os limites operacionais para as hidrelétricas serão estabelecidos posteriormente, pois estes variam em função da altura de queda líquida:

$$p_{l,t}^G \leq \bar{P}_l^G o_{l,t}^T, \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (3.13)$$

3.4 Restrições do Sistema de Transmissão

As restrições relacionadas ao sistema de transmissão envolvem: o balanço de potência ativa em cada barra b do sistema em cada período t do problema de leilão, bem como os limites de fluxo de potência nas linhas de transmissão. Se as perdas no sistema de transmissão forem desprezadas, o balanço de potência é dado por (3.14):

$$\sum_{g \in U_b^G} p_{g,t}^G - \sum_{j \in U_b^C} p_{j,t}^C - \sum_{n \in N_b} f_{bn,t} = 0, \forall t \in T, \forall b \in B. \quad (3.14)$$

Para a inserção das perdas na transmissão, pode-se utilizar a linearização descrita por [Motto et al. \(2002\)](#). Entretanto, por simplicidade, os modelos de leilão não levam em consideração as perdas na transmissão.

As variáveis duais associadas a cada restrição dada em (3.14) representam os preços de energia em cada período t e em cada barra b (preços nodais do sistema em cada período).

Os limites associados aos fluxos de potência ativa na transmissão são dados conforme (3.15), para cada ramo $b - n$ do sistema, em cada período t :

$$-\bar{F}_{bn} \leq f_{bn,t} \leq \bar{F}_{bn}, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \quad (3.15)$$

em que os fluxos são dados conforme expressão (3.16):

$$f_{bn,t} = \frac{\theta_{b,t} - \theta_{n,t}}{X_{bn}}, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b. \quad (3.16)$$

3.5 Restrições Hidráulicas

As restrições hidráulicas são importantes para que as decisões calculadas pelo modelo de leilão respeitem os principais aspectos operacionais do sistema de geração das unidades hidrelétricas. Os principais limites operacionais são dados em (3.17)–(3.20):

$$\underline{V}_r \leq v_{r,t} \leq \overline{V}_r, \forall r \in R, \forall t \in T \quad (3.17)$$

$$\underline{U}_r \leq u_{r,t} \leq \overline{U}_r, \forall r \in R, \forall t \in T \quad (3.18)$$

$$\underline{S}_r \leq s_{r,t} \leq \overline{S}_r, \forall r \in R, \forall t \in T \quad (3.19)$$

$$\underline{Q}_h o_{h,t}^H \leq q_{h,t} \leq \overline{Q}_h o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (3.20)$$

em que a defluência é definida como a soma das vazões turbinadas em todas as unidades da usina e o vertimento, conforme (3.21):

$$u_{r,t} = \sum_{h \in \mathcal{U}_r} q_{h,t} + s_{r,t}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.21)$$

Outra restrição associada à vazão defluente diz respeito às suas taxas de variação, ou rampas, as quais são modeladas pelas restrições (3.22) e (3.23), em que a restrição (3.23) modela a rampa para o primeiro período do leilão e a restrição (3.22) modela a rampa para os demais períodos:

$$-R_r \leq u_{r,t} - u_{r,(t-1)} \leq R_r, \forall r \in R, \forall t \in T : t \neq 1 \quad (3.22)$$

$$-R_r \leq u_{r,1} - U_{r,0} \leq R_r, \forall r \in R. \quad (3.23)$$

As decisões calculadas pelos modelos de leilão devem também respeitar os limites impostos pelos modelos de planejamento energético de médio prazo. Caso contrário, como as usinas hidrelétricas fornecem ofertas mais baratas no leilão do dia seguinte, elas tendem a ser despachadas em seus limites máximos em todos os dias em que o leilão for executado. Uma forma de estabelecer essa coordenação com o médio prazo consiste em estabelecer um volume mínimo para cada reservatório no final do dia. Isso é feito utilizando-se a restrição (3.24):

$$v_{r,|T|} \geq V_r^{goal}, \forall r \in R, \quad (3.24)$$

em que $|\cdot|$ representa o cardinal (número de elementos) do conjunto T .

Também é importante representar a dinâmica dos reservatórios, o que é feito por meio das restrições de balanço de massa de água em cada reservatório e em cada período, dadas pelas restrições (3.25) e (3.26) (nota-se que a restrição (3.26) é escrita para o período $t = 1$, enquanto que a restrição (3.25) é escrita para os demais períodos):

$$v_{r,t} = v_{r,(t-1)} + \Gamma \left(\Psi_{r,t} + \sum_{f \in F_r} \rho_{f,r,t} - u_{r,t} \right), \forall r \in R, \forall t \in T : t \neq 1 \quad (3.25)$$

$$v_{r,1} = V_{r,0} + \Gamma \left(\Psi_{r,t} + \sum_{f \in F_r} \rho_{f,r,t} - u_{r,t} \right), \forall r \in R, \quad (3.26)$$

em que o termo $\rho_{f,r,t}$ define as vazões dos reservatórios de montante f que afluem ao reservatório r . Neste termo, incluem-se os tempos de atraso de águas entre os reservatórios consecutivos na cascata, conforme mostrado em (3.27):

$$\rho_{f,r,t} = \begin{cases} u_{f,t-D_{f,r}} & t > D_{f,r} \\ U_{f,(|T|-(D_{f,r}-t))} & t \leq D_{f,r} \end{cases}, \forall r \in R, \forall t \in T, f \in F_r \quad (3.27)$$

em que, para períodos de tempo $t > D_{f,r}$ as afluições à montante chegam ao reservatório r com tempo de atraso dado por $D_{f,r}$; para períodos de tempo $t \leq D_{f,r}$ é necessário considerar as vazões defluentes das usinas à montante do dia anterior (calculadas no leilão do dia anterior, portanto, sendo constantes), também com seus respectivos tempos de atraso.

As cotas de montante (do inglês, *forebay*) e jusante (do inglês, *tailrace*) de uma usina hidrelétrica são dadas conforme mostrado em (3.28) e (3.29), respectivamente:

$$h_{r,t}^F = A_r^0 + A_r^1 v_{r,t} + A_r^2 (v_{r,t})^2 + A_r^3 (v_{r,t})^3 + A_r^4 (v_{r,t})^4, \forall r \in R, \forall t \in T \quad (3.28)$$

$$h_{r,t}^T = B_r^0 + B_r^1 u_{r,t} + B_r^2 (u_{r,t})^2 + B_r^3 (u_{r,t})^3 + B_r^4 (u_{r,t})^4, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (3.29)$$

em que $A_r^0, A_r^1, A_r^2, A_r^3, A_r^4$ são os coeficientes da função polinomial (3.28), associados à usina r e $B_r^0, B_r^1, B_r^2, B_r^3, B_r^4$ são os coeficientes da função polinomial (3.29) associados à usina r .

Para que o modelo do sistema hidráulico seja formulado de forma linear, conforme será estudado nos modelos linearizados investigados neste trabalho, é necessário linearizar as restrições (3.28) e (3.29). No caso da cota de montante, é importante que essa linearização seja feita no entorno do ponto de volume inicial de cada reservatório, pois sabe-se que esta cota não deve variar de forma significativa durante um dia de operação.

$$h_{r,t}^F = \gamma_r^0 + \gamma_r^1 v_{r,t}, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (3.30)$$

em que:

$$\gamma_r^0 = \frac{(\bar{V}_r - \underline{V}_r) \underline{H}_r^F - (\bar{H}_r^F - \underline{H}_r^F) \underline{V}_r}{(\bar{V}_r - \underline{V}_r)}, \forall r \in R, \quad (3.31)$$

$$\gamma_r^1 = \frac{(\bar{H}_r^F - \underline{H}_r^F)}{(\bar{V}_r - \underline{V}_r)}, \forall r \in R \quad (3.32)$$

De forma análoga, a cota de jusante é dada por:

$$h_{r,t}^T = \varphi_r^0 + \varphi_r^1 u_{r,t}, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (3.33)$$

em que os parâmetros φ_r^0 e φ_r^1 devem ser calculados por aproximação linear para cada usina r .

As perdas hidráulicas (perdas de carga) em uma usina ocorrem pelo escoamento da água nos condutos forçados que levam esta água ao distribuidor. As perdas hidráulicas da usina são dadas pela somatória das perdas em cada unidade, conforme (3.34):

$$h_{r,t}^{loss} = \sum_{h \in \mathcal{U}_r} h_{h,t}^{loss}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.34)$$

As perdas hidráulicas nas unidades são formuladas de duas formas básicas: (i) como um valor constante, que independe da vazão turbinada pela unidade, ou (ii) como uma função quadrática da vazão turbinada pela unidade. Essas duas formas de modelagem estão descritas em (3.35). Nota-se que para a situação (i), adota-se $K_h^{loss} = 0$ e que para a situação (ii), adota-se $\vartheta_h^0 = 0$

$$h_{h,t}^{loss} = \vartheta_h^0 + K_h^{loss} (q_{h,t})^2, \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (3.35)$$

Para situações em que a função de perdas não linear dada em (3.35) necessita ser linearizada, como ocorre nos modelos de leilão, adotou-se a linearização da função de perdas dada conforme (3.36):

$$h_{h,t}^{loss} = \vartheta_h^0 + \vartheta_h^1 q_{h,t}, \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (3.36)$$

Também para a função linearizada, para uma unidade em que a perda hidráulica não depende de sua vazão turbinada (situação (i)), tem-se que $\vartheta_h^1 = 0$, e ϑ_h^0 é o valor constante fornecido nos bancos de dados (CICOONA, 2022). Para uma unidade em que a perda hidráulica depende de sua vazão turbinada (situação (ii)), conforme mostrado na Figura 3.1, tem-se que os valores de ϑ_h^0 e ϑ_h^1 dados em (3.37):

$$\begin{aligned} \vartheta_h^0 &= 0 \\ \vartheta_h^1 &= \frac{\overline{H}_h^{loss}}{\overline{Q}_h} = K_h^{loss} \overline{Q}_h, \forall h \in H. \end{aligned} \quad (3.37)$$

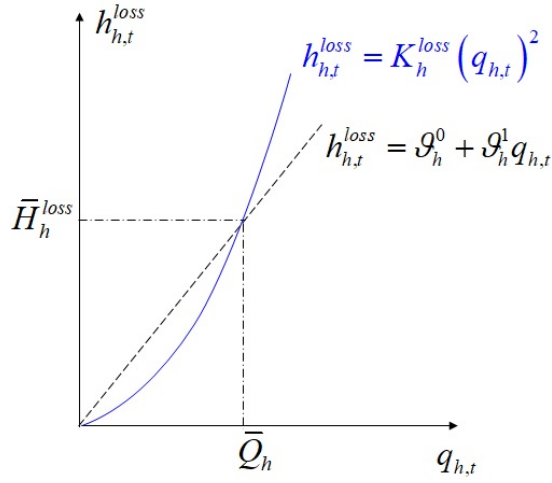
Assim, a altura de queda líquida é dada conforme mostrado em (3.38):

$$h_{r,t}^N = h_{r,t}^F - h_{r,t}^T - h_{r,t}^{loss}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.38)$$

A potência máxima que uma determinada unidade h suporta não é constante, mas uma função da altura de queda líquida da usina $h_{r,t}$, conforme mostrado na Figura 3.2. Também se mostra na figura uma aproximação linear para a função $\overline{p}_{h,t}^G(h_{r,t})$. Esta aproximação está “exagerada” na figura, em geral as curvas tendem a ser mais lineares para unidades hidrelétricas reais.

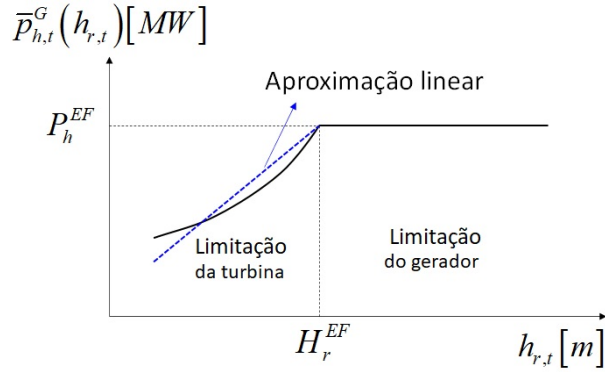
A aproximação linear mostrada na Figura 3.2 será utilizada nos modelos de leilão propostos nesta dissertação, já que se deseja descrever um modelo de otimização linear

Figura 3.1 – Perdas hidráulicas da usina hidrelétrica r em função da vazão turbinada total da usina.



Fonte: autoria própria.

Figura 3.2 – Potência máxima da unidade hidrelétrica h em função da altura de queda líquida da usina.



Fonte: autoria própria.

inteiro-misto para o leilão. Assim, a expressão linear para a potência máxima é dada conforme (3.39):

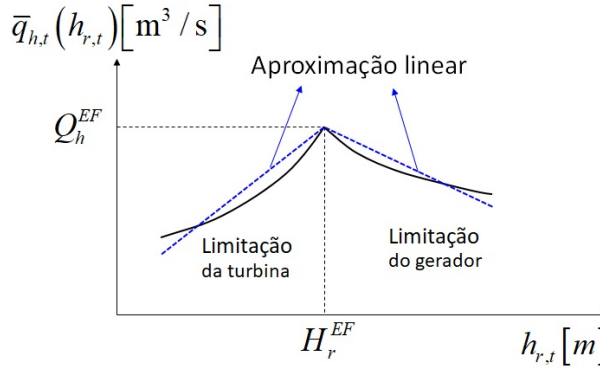
$$\bar{p}_{h,t}^G \leq \alpha_h^{T0} + \alpha_h^{T1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \quad (3.39)$$

em que os parâmetros α_h^{T0} e α_h^{T1} devem ser calculados por aproximação linear para cada unidade de geração h .

De forma análoga, a vazão turbinada máxima que uma determinada unidade h suporta não é constante, mas uma função da altura de queda líquida da usina $h_{r,t}$, conforme mostrado na Figura 3.3.

Também de forma análoga, as expressões lineares para a vazão turbinada são dadas

Figura 3.3 – Vazão turbinada máxima da unidade hidrelétrica h em função da altura de queda líquida da usina.



Fonte: autoria própria.

conforme:

$$\bar{q}_{h,t}^G \leq \beta_h^{T0} + \beta_h^{T1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T \quad (3.40)$$

$$\bar{q}_{h,t}^G \leq \beta_h^{G0} + \beta_h^{G1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T. \quad (3.41)$$

Os limites de geração das unidades hidrelétricas são mostrados em (3.42) e (3.43):

$$p_{h,t}^G \leq \bar{p}_{h,t}^G, \forall h \in H, \forall t \in T \quad (3.42)$$

$$\bar{p}_{h,t}^G \leq P_h^{EF} o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (3.43)$$

Além disso, é necessário estabelecer restrições de limite de vazão turbinada, conforme (3.44) e (3.45):

$$q_{h,t}^G \leq \bar{q}_{h,t}^G, \forall h \in H, \forall t \in T \quad (3.44)$$

$$\bar{q}_{h,t}^G \leq Q_h^{EF} o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (3.45)$$

A função de produção não linear, que relaciona as entradas de vazão turbinada com as saídas de potência nas usinas hidrelétricas, é dada conforme (3.46):

$$p_{h,t}^G = K_h \eta_h^{TG} h_{r,t}^N q_{h,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T. \quad (3.46)$$

3.6 Modelo Não Linear de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos

A partir da formulação já descrita nas seções anteriores, nesta seção, descreve-se um modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos Não Linear (LSH-NL). Neste modelo a função de produção é descrita de forma detalhada, por meio de uma função não linear. Este modelo tem o objetivo de servir como referência de comparação para os modelos de leilão linearizados.

O modelo de LSH-NL consiste em um problema de otimização não linear inteiro-misto. Em função das dificuldades apresentadas pelos *solvers* utilizados para a solução do problema LSH-NL formulado de forma não linear inteira mista, foi necessário transformá-lo em um problema não linear, em que as variáveis binárias associadas ao liga/desliga das unidades são substituídas pelo valores obtidos pelos modelos de leilão linearizados. Assim, a cada vez que um modelo de leilão linearizado é executado, as decisões relativas ao conjunto de variáveis binárias liga/desliga das unidades geradoras são inseridas no modelo LSH-NL, o qual, se torna portanto um problema de programação não linear, que possui algoritmos mais eficientes quando comparados a métodos/heurísticas de otimização combinatorial.

Matematicamente, o modelo LSH-NL é definido conforme mostrado em (3.47):

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & (3.1) \\
 \text{s.a :} & \\
 & (3.2) - (3.7) \quad \text{Custos de Partida/Parada} \\
 & (3.8) - (3.13) \quad \text{Restrições Econômicas} \\
 & (3.14) - (3.16) \quad \text{Restrições da Transmissão} \\
 & (3.17) - (3.28), (3.33) - (3.35) \\
 & (3.38) - (3.45) \quad \text{Restrições Hidráulicas} \\
 & (3.46) \quad \text{Função de prod. hidráulica}
 \end{array} \tag{3.47}$$

No modelo LSH-NL dado em (3.47), as restrições (3.2) até a (3.27) são intrinsecamente lineares, as quais portanto, não demandam nenhum tipo de linearização. Já as restrições em (3.28) foram tratadas como um polinômio não linear, ou seja, da forma em que ela tem sido formulada nas usinas hidrelétricas brasileiras. A restrição (3.29), que corresponde a um polinômio de quarto grau, foi linearizada, sendo substituída pela função (3.33) devido o *solver* BONMIN não ter sido capaz de resolver o modelo não linear LSH-NL resultante, o que motivou a formulação deste conjunto de restrições por meio da função linear (3.33).

A restrição (3.34) também se trata de uma restrição linear, portanto, não demanda nenhum tipo de linearização.

A restrição (3.35) foi tratada como um polinômio de segundo grau. Se as perdas hidráulicas da unidade geradora for um valor constante, adota-se $K_h^{loss} = 0$ e se for uma função quadrática da vazão turbinada pela unidade, adota-se $\vartheta_h^0 = 0$, conforme descrito anteriormente.

Após o cálculo e/ou linearização das restrições (3.28), (3.29) e (3.34), a restrição (3.38) se torna uma restrição linear.

As funções de potência e vazão turbinada máximas (limitada pela turbina e pelo gerador) de uma unidade geradora hidráulica em função da altura de queda líquida da usina, são funções não lineares, do tipo exponencial. Entretanto, por facilidade de implementação

e dificuldades encontradas na utilização dos *solvers*, estas funções foram tratadas de forma linear, mesmo no modelo LSH-NL. Após as linearizações destas funções, obtêm-se as restrições (3.39), (3.40) e (3.41), respectivamente, que serão usadas na resolução do problema não linear. Finalmente, as funções (3.42) até (3.45) são funções lineares.

A função de produção hidráulica (3.46), foco deste trabalho, é a que possui o maior potencial de erros de linearização, dada a sua definição em termos de outras grandezas previamente linearizadas, conforme discutido a seguir. A altura de queda líquida $h_{r,t}^N$ depende das funções das cotas de montante $h_{r,t}^F$ e jusante $h_{r,t}^T$, que são funções polinomiais de quarto grau, além da função das perdas hidráulicas das unidades geradoras $h_{h,t}^{loss}$, sendo uma função quadrática. Como as variações para o período de um dia de operação não possuem alterações relevantes, o rendimento associado ao par turbina gerador η_h^{TG} pode ser considerado como uma constante, adotando-se para este trabalho um valor igual a 0.98.

Conforme já citado anteriormente, os modelos não lineares de leilão de energia podem fornecer mais de uma solução ótima, dada a natureza não linear (e não convexa, em alguns casos,) da função objetivo (3.46), bem como a natureza combinatorial das decisões deste modelo. Assim, é possível que haja diferentes soluções ótimas locais para este problema, o que potencialmente ocasionaria impasses financeiros e jurídicos envolvendo os diversos agentes geradores existentes no mercado. Esses impasses poderiam resultar em um ambiente parcial e não transparente no mercado de energia. Mediante a discussão acima, a linearização da função de produção hidráulica (3.46) se faz necessária. Atualmente, na literatura, existem diversos métodos de linearização, sendo o objetivo deste trabalho estudar quatro destes métodos e compará-los com o modelo de referência LSH-NL descrito neste capítulo. Esta comparação tem como objetivo calcular os erros médios obtidos para cada variável de decisão e função objetivo, de modo a identificar qual método de linearização obteve um melhor desempenho para o modelo de leilão de sistemas hidrotérmicos em mercados do dia seguinte.

Os métodos investigados foram os seguintes (i) método simplificado, (ii) método baseado nos envelopes de McCormick, (iii) método de interpolação tridimensional e (iv) o método quadrimensional da geração hidráulica. No próximo capítulo, estes métodos são explicados detalhadamente. Além disso, são definidos matematicamente os respectivos modelos de leilão que resultam destas linearizações.

Este trabalho tem como objetivo principal a investigação de técnicas de linearização para a função de produção hidráulica (3.46) envolvendo os principais métodos existentes na literatura. Estes métodos são explicados mais detalhadamente no Capítulo 4, a seguir, os quais são aplicados em um modelo que resolve o leilão de energia no mercado do dia seguinte.

4 MÉTODOS DE LINEARIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRÁULICA EM LEILÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

4.1 Método Simplificado

No método simplificado, a linearização da função de produção dada em (3.46) é feita utilizando-se uma altura de queda líquida constante e dada por $h_{r,t}^N = H_r^N$, em que geralmente se adota a altura H_r^N como sendo a altura de queda efetiva da usina r . O método de linearização simplificada dá origem ao modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com linearização Simplificada (LSH-S), que será detalhado neste capítulo. Para a linearização simplificada, a função de produção passa a ser uma função linear da vazão turbinada $q_{h,t}$, sendo calculada conforme descrito em (4.1):

$$p_{h,t}^G = K_h \eta_h^{TG} H_r^N q_{h,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T. \quad (4.1)$$

Adotando-se a linearização simplificada, descrita em (4.1), o modelo LSH-S é matematicamente definido conforme mostrado em (4.2):

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & (3.1) \\ \text{s.a :} & \\ & (3.2) - (3.7) \quad \text{Custos de Partida/Parada} \\ & (3.8) - (3.13) \quad \text{Restrições Econômicas} \\ & (3.14) - (3.16) \quad \text{Restrições da Transmissão} \\ & (3.17) - (3.27), (3.30), (3.33) - (3.34) \\ & (3.36), (3.38) - (3.45) \quad \text{Restrições Hidráulicas} \\ & (4.1) \quad \text{Função de prod. hidráulica} \end{array} \quad (4.2)$$

Por ser um método simples de implementação, a representação simplificada tem sido muito utilizada em problemas de despacho de geração de sistemas hidrotérmicos. É importante destacar que apesar da simplificação na função de produção, várias outras restrições são tratadas no modelo LSH-S aqui descrito (e.g. a representação das alturas de queda variáveis, as restrições de potência máxima e vazão turbinada máxima variáveis etc.), as quais não aparecem nos modelos simplificados descritos na literatura. Em função da representação destas restrições adicionais, o modelo LSH-S apesar de simples, tem

potencial para ser bastante representativo quando comparado ao modelo de leilão não linear, conforme é analisado na seção de resultados.

4.2 Método Baseado nos Envelopes de McCormick

No método baseado nos envelopes de McCormick (LSH-EMC), a linearização da função de produção descrita em (3.46) é feita com base em aproximações para o produto bilinear dado por $h_{r,t}^N q_{h,t}$, que ocorre nesta função de produção. A utilização do método de envelope de McCormick para a linearização da função de produção dá origem ao modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com linearização por Envelopes de McCormick (LSH-EMC). Conforme descrito por Cerisola, Latorre e Ramos (2012), o método de aproximação baseado nos envelopes de McCormick considera uma função bilinear $z = xy$, com $x \in [\underline{x}, \bar{x}]$ e $y \in [\underline{y}, \bar{y}]$, sendo a função bilinear z substituída pelo seu envelope convexo, definido pelas seguintes restrições (4.3)–(4.6):

$$z \geq x\bar{y} + \bar{x}y - \bar{x}\bar{y} \quad (4.3)$$

$$z \geq \underline{x}\bar{y} + \bar{x}\underline{y} - \bar{x}\bar{y} \quad (4.4)$$

$$z \leq x\bar{y} + \underline{x}y - \underline{x}\bar{y} \quad (4.5)$$

$$z \leq \underline{x}\bar{y} + \bar{x}y - \bar{x}\bar{y} \quad (4.6)$$

O envelope convexo de McCormick dado de (4.3)–(4.6) é deduzido conforme descrito a seguir. Seja $z = xy$, $x \in [\underline{x}, \bar{x}]$ e $y \in [\underline{y}, \bar{y}]$. Supondo $a = (\bar{x} - x)$, $b = (\bar{y} - y)$, tem-se que $a \geq 0$ e $b \geq 0$, uma vez que $\bar{x}$ e $\bar{y}$ são os valores máximos permitidos para x e y , respectivamente. Portanto tem-se que $ab \geq 0 \Leftrightarrow (\bar{x} - x)(\bar{y} - y) \geq 0 \Leftrightarrow \bar{x}\bar{y} - \bar{x}y - x\bar{y} + xy \geq 0$. Substituindo xy por z na última desigualdade e isolando z obtém-se a restrição (4.3).

De forma análoga, se agora se supõe que $a = (x - \underline{x})$, $b = (y - \underline{y})$, tem-se que $a \geq 0$ e $b \geq 0$, uma vez que $\underline{x}$ e $\underline{y}$ são os valores mínimos permitidos para x e y , respectivamente. Portanto, $ab \geq 0 \Leftrightarrow (x - \underline{x})(y - \underline{y}) \geq 0 \Leftrightarrow xy - x\underline{y} - \underline{x}y + \underline{x}\underline{y} \geq 0$. Substituindo xy por z na última desigualdade, e isolando z , obtém-se a restrição (4.4).

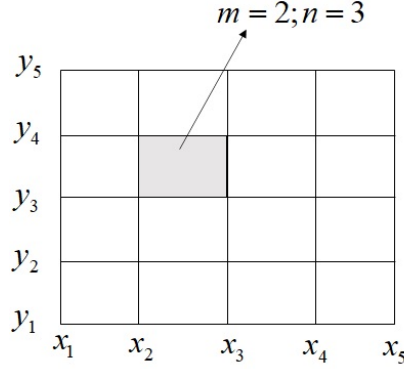
Ainda de forma análoga, supondo-se $a = (x - \underline{x})$, $b = (\bar{y} - y)$, tem-se que $a \geq 0$ e $b \geq 0$. Portanto, $ab \geq 0 \Leftrightarrow (x - \underline{x})(\bar{y} - y) \geq 0 \Leftrightarrow x\bar{y} - xy - \underline{x}\bar{y} + \underline{x}y \geq 0$. Substituindo xy por z na última desigualdade, e isolando z , obtém-se a restrição (4.5).

Finalmente, supondo $a = (\bar{x} - x)$, $b = (y - \underline{y})$, tem-se que $a \geq 0$ e $b \geq 0$. Portanto, $ab \geq 0 \Leftrightarrow (\bar{x} - x)(y - \underline{y}) \geq 0 \Leftrightarrow \bar{x}y - \bar{x}\underline{y} - xy + \underline{x}\underline{y} \geq 0$. Substituindo xy por z , na última desigualdade, e isolando z obtém-se a restrição (4.6).

Cerisola, Latorre e Ramos (2012) propõem também que para uma precisão maior no LSH-EMC, o domínio da função bilinear z seja dividido em retângulos (células) menores,

dadas por $[x_{(m+1)}, x_{(m)}]$ por $[y_{(n+1)}, y_{(n)}]$, $\forall m \in M; \forall n \in N$, definindo os valores mínimos e máximos de cada célula (em que M é o conjunto dos pontos de discretização em x e N é o conjunto de pontos de discretização em y , conforme mostrado na Figura 4.1, em que se destaca a célula dada por $[x_2, x_3]$ por $[y_3, y_4]$.

Figura 4.1 – Discretização do espaço relacionado à linearização de McCormick.



Fonte: autoria própria.

A aproximação de McCormick é construída para cada célula individualmente. Portanto, as restrições (4.3), (4.4), (4.5) e (4.6) podem ser reescritas conforme (4.7)–(4.10):

$$z \geq xy_{(n+1)} + x_{(m+1)}y - x_{(m+1)}y_{(n+1)}, \forall m \in M; \forall n \in N \quad (4.7)$$

$$z \geq xy_{(n)} + x_{(m)}y - x_{(m)}y_{(n)}, \forall m \in M; \forall n \in N \quad (4.8)$$

$$z \leq xy_{(n+1)} + x_{(m)}y - x_{(m)}y_{(n+1)}, \forall m \in M; \forall n \in N \quad (4.9)$$

$$z \leq xy_{(n)} + x_{(m+1)}y - x_{(m+1)}y_{(n)}, \forall m \in M; \forall n \in N. \quad (4.10)$$

Para que somente uma célula de todas possíveis seja selecionada no modelo são utilizadas técnicas de programação disjuntiva. O método *Big M* juntamente com uma variável binária $u_{(m,n)}$ associada a cada célula são empregados. Para manter a viabilidade do modelo, os valores de *Big M* dados por $M1_{(m,n)}$ e $M2_{(m,n)}$ devem ser positivos e os valores de $M3_{(m,n)}$ e $M4_{(m,n)}$ devem ser negativos.

Reescrevendo as restrições (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10), temos:

$$z \geq xy_{(n+1)} + x_{(m+1)}y - x_{(m+1)}y_{(n+1)} - (1 - u_{(m,n)})M1_{(m,n)}, \forall m \in M; \forall n \in N \quad (4.11)$$

$$z \geq xy_{(n)} + x_{(m)}y - x_{(m)}y_{(n)} - (1 - u_{(m,n)})M2_{(m,n)}, \forall m \in M; \forall n \in N \quad (4.12)$$

$$z \leq xy_{(n+1)} + x_{(m)}y - x_{(m)}y_{(n+1)} - (1 - u_{(m,n)})M3_{(m,n)}, \forall m \in M; \forall n \in N \quad (4.13)$$

$$z \leq xy_{(n)} + x_{(m+1)}y - x_{(m+1)}y_{(n)} - (1 - u_{(m,n)})M4_{(m,n)}, \forall m \in M; \forall n \in N. \quad (4.14)$$

Finalmente, para forçar o modelo a escolher apenas uma única célula, utiliza-se a restrição (4.15):

$$\sum_{m,n} u_{m,n} = 1. \quad (4.15)$$

Para o modelo proposto, na função de produção (3.46), a multiplicação da função bilinear $h_{r,t}^N q_{h,t}$ será substituída por $z1_{h,t}$, conforme (4.16):

$$p_{h,t}^G = K_h \eta_h^{TG} z1_{h,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \quad (4.16)$$

Na função $z1_{h,t}$, o valor de x será substituído por $h_{r,t}^N$ e o valor de y por $q_{h,t}$. Utilizando-se o envelope convexo de McCormick conforme já discutido, a função $z1_{h,t}$ é representada por um conjunto de quatro restrições, dadas de (4.17)–(4.21), em que $o_{h,t}^H$ (que representa os estados ligado/desligado das unidade hidrelétricas) é inserida na modelagem do envelope de modo a ajustar as restrições de McCormick para situações lógicas em que as unidades podem estar ligadas ou não:

$$z1_{h,t} \geq h_{r,t}^N Y1_{h,t,(n+1)} + X1_{t,r,(m+1)} q_{h,t} - X1_{t,r,(m+1)} Y1_{t,h,(n+1)} - (1 - u_{m,n,t,h}) M1_{m,n} - (1 - o_{h,t}^H) M1_{m,n}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall m, n \in P \quad (4.17)$$

$$z1_{h,t} \geq h_{r,t}^N Y1_{t,h,n} + X1_{t,r,m} q_{h,t} - X1_{t,r,m} Y1_{t,h,n} - (1 - u_{m,n,t,h}) M2_{m,n}, \quad (4.18)$$

$$\forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall m, n \in P$$

$$z1_{h,t} \leq h_{r,t}^N Y1_{t,h,(n+1)} + X1_{t,r,m} q_{h,t} - X1_{t,r,m} Y1_{t,h,(n+1)} - (1 - u_{m,n,t,h}) M3_{m,n}, \quad (4.19)$$

$$\forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall m, n \in P$$

$$z1_{h,t} \leq h_{r,t}^N Y1_{t,h,n} + X1_{t,r,(m+1)} q_{h,t} - X1_{t,r,(m+1)} Y1_{t,h,n} - (1 - u_{m,n,t,h}) M4_{m,n} - (1 - o_{h,t}^H) M4_{m,n}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall m, n \in P \quad (4.20)$$

$$\sum_{m,n \in P} u_{m,n,t,h} = 1, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T. \quad (4.21)$$

Um ponto importante descrito por Cerisola, Latorre e Ramos (2012) no LSH-EMC está relacionado aos limitantes inferior e superior (faixa operacional) adotados. Se essas faixas forem suficientemente pequenas, o envelope produz aproximações lineares precisas. Caso contrário, os erros de aproximação linear podem ser consideráveis. Assim, para a função de produção hidráulica que se deseja linearizar, valores de faixa muito grandes para a altura de queda líquida e/ou vazão turbinada podem ocasionar aproximações não adequadas para a função de produção hidráulica. Portanto, a escolha adequada destes valores é de suma importância para que o método obtenha uma qualidade satisfatória nos resultados de linearização.

Para a escolha das faixas operacionais do LSH-EMC, adotou-se o seguinte procedimento. Primeiramente, executou-se o modelo de leilão utilizando-se o LSH-S (descrito na Seção 4.1) para a linearização da função de produção, obtendo-se os valores de altura de

queda líquida e vazão turbinada, em cada período do leilão, os quais foram utilizados como referência. A seguir, os limitantes inferior e superior em cada período foram calculados com base em uma porcentagem dos valores de referência de altura de queda líquida e vazão turbinada, respectivamente, obtendo a faixa operacional a ser utilizada no envelope de McCormick. Para a altura de queda líquida, sabe-se que esta não assume grandes variações durante um dia de operação. Assim, valores de porcentagem menores são adotados para a obtenção da faixa operacional desta variável. Por outro lado, a vazão turbinada pode ter grandes variações durante um dia de operação. Assim, valores de porcentagem maiores são adotados para a obtenção da faixa operacional desta variável.

Outro ponto importante, diz respeito ao número de células adotadas para que haja uma precisão maior no LSH-EMC, conforme mostrado na Figura 4.1. A adoção de mais de quatro células para o LSH-EMC nas simulações desse trabalho de mestrado ocasiona uma dificuldade no processo de convergência do problema de leilão, o qual, em geral, não obtém convergência. Mediante a isto, em todos os estudos de simulação apresentados nos resultados deste trabalho, foi utilizada apenas uma divisão central (corte) na faixa operacional de altura de queda líquida e vazão turbinada, perfazendo assim duas células para cada faixa operacional, e quatro células no total.

Assim, finalmente, o LSH-EMC é descrito em (4.22), em que as restrições (4.16) – (4.21) representam a linearização de McCormick para a função de produção hidráulica:

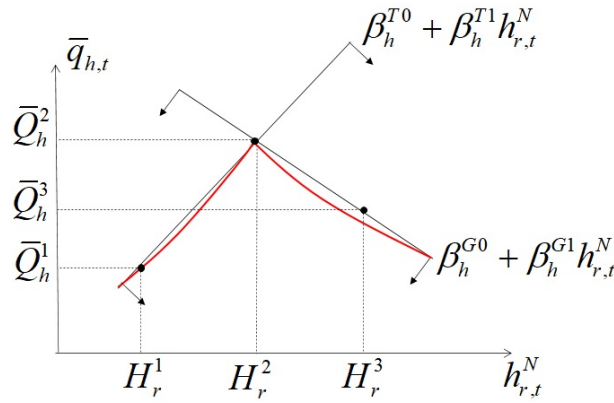
$$\begin{aligned}
 &Max \quad (3.1) \\
 &s.a : \\
 &\quad (3.2) - (3.7) \quad \text{Custos de Partida/Parada} \\
 &\quad (3.8) - (3.13) \quad \text{Restrições Econômicas} \\
 &\quad (3.14) - (3.16) \quad \text{Restrições da Transmissão} \\
 &\quad (3.17) - (3.27), (3.30), (3.33) - (3.34) \\
 &\quad (3.36), (3.38) - (3.45) \quad \text{Restrições Hidráulicas} \\
 &\quad (4.16) - (4.21) \quad \text{Funções de prod. hidráulica}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

4.3 Método de Interpolação Tridimensional

No método de interpolação tridimensional descrito por Li et al. (2014), a linearização da função de produção descrita em (3.46) é feita com base na interpolação de três funções de produção em que são fixadas, respectivamente, três alturas de queda líquida $h_{r,t}^N$, uma para cada função. Ao fixarmos $h_{r,t}^N$, a função de produção se torna uma função linear da vazão turbinada $q_{h,t}$ (desconsiderando os efeitos do rendimento variável). O método então estabelece um conjunto de restrições que faz a interpolação entre estas três funções lineares. A utilização do método de interpolação tridimensional para a linearização da função de produção dá origem ao modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com Interpolação Tridimensional (LSH-IT).

Para a descrição do método de interpolação tridimensional, primeiramente são escolhidos três valores de alturas de queda líquida, sendo uma altura de valor menor que a altura de queda efetiva da usina H_r^{EF} denominada como H_r^1 , a própria altura de queda efetiva da usina denominada como H_r^2 e uma altura de valor maior que a altura de queda efetiva da usina, denominada como H_r^3 . Assim, no plano definido pela vazão turbinada máxima ($\bar{q}_{h,t}$) e altura de queda líquida ($h_{r,t}^N$), em que a função de vazão turbinada máxima é linearizada por meio das retas $\beta_h^{T0} + \beta_h^{T1}h_{r,t}^N$ e $\beta_h^{G0} + \beta_h^{G1}h_{r,t}^N$, podem ser definidos os pontos $(H_r^1, \bar{Q}_h^1)$, $(H_r^2, \bar{Q}_h^2)$ e $(H_r^3, \bar{Q}_h^3)$, conforme mostrado na Figura 4.2, em que são adotados valores de vazão turbinada máxima para cada unidade $h \in U_r$ associados a cada ponto.

Figura 4.2 – Vazão turbinada máxima linearizada da unidade hidrelétrica h em função da altura de queda líquida da usina.



Fonte: autoria própria.

Para a definição dos pontos H_r^1 e H_r^3 mostrados na Figura 4.2, foi adotado o seguinte procedimento: i) foi executado o algoritmo de leilão em que a potência hidráulica é representada pelo modelo linear simplificado, sendo calculadas as alturas de queda líquidas ótimas, dadas por $h_{r,t}^{N*}, \forall r \in R, \forall t \in T$; ii) Os valores de H_r^1 e H_r^3 foram calculados pelas expressões dadas em (4.23) e (4.24), em que os menores e maiores valores diários de $h_{r,t}^{N*}$ para cada reservatório foram utilizados, respectivamente:

$$H_r^1 = \min_t \left\{ (1 - p)h_{r,t}^{N*}, \forall r \in R \right\} \quad (4.23)$$

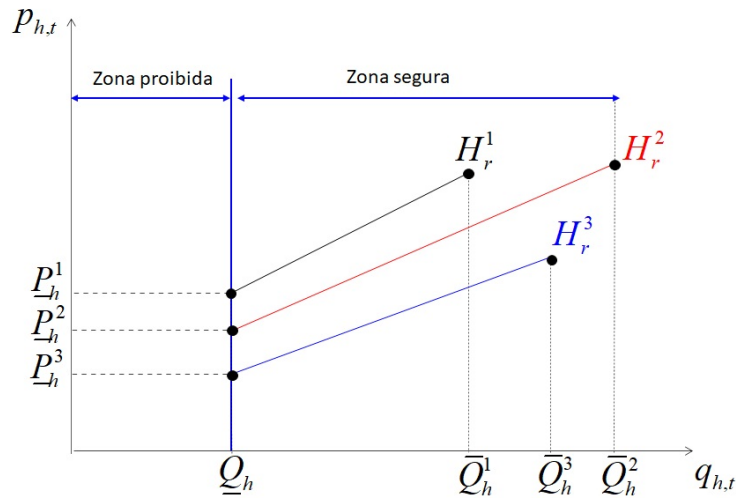
$$H_r^3 = \max_t \left\{ (1 + p)h_{r,t}^{N*}, \forall r \in R \right\}, \quad (4.24)$$

em que p é o valor percentual utilizado para a definição de uma faixa de valores acima e abaixo de $h_{r,t}^{N*}$. Nos métodos testados, utilizaram-se valores de $p = 4\%$ e $p = 8\%$. Para situações em que H_r^3 ficou abaixo do valor de H_r^2 , foi escolhida para H_r^3 uma altura maior que H_r^2 . De forma análoga, para situações em que H_r^1 ficou acima do valor de H_r^2 , foi escolhida para H_r^1 uma altura menor que H_r^2 .

Para cada valor de altura de queda líquida escolhida, a função de produção se torna uma função linear da vazão turbinada $q_{h,t}$, caso o rendimento seja considerado constante.

Para situações em que o rendimento é representado pela curva colina, a função de produção permanece não linear. Sendo assim, para cada valor de altura de queda líquida escolhida, obtém-se a curva da função de produção hidráulica ou curva de performance, conforme mostrado na Figura 4.3. Verifica-se que os limites máximos de vazão turbinada associados a cada curva são definidos pelos respectivos valores de $\bar{Q}_h^1$, $\bar{Q}_h^2$ e $\bar{Q}_h^3$, obtidos da Figura 4.2, enquanto que o valor de $\underline{Q}_h$ foi definido como sendo de 40% do valor de Q_h^{EF} . Os valores de potência mínima $\underline{P}_h^1$, $\underline{P}_h^2$ e $\underline{P}_h^3$, associados a $\underline{Q}_h$, são também mostrados na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Curva da função de produção hidráulica ou curva de performance da unidade geradora hidrelétrica h .



Fonte: adaptado de Li et al. (2014).

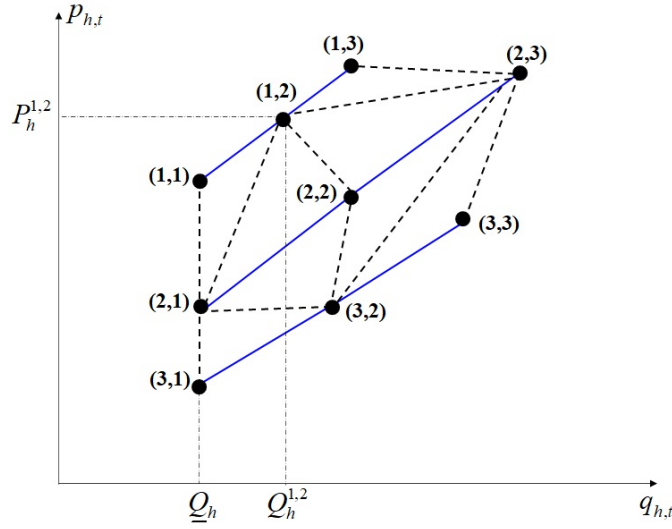
A operação de uma unidade geradora hidrelétrica h na região de valores pequenos de geração não é recomendada, pois pode ocasionar vibrações mecânicas excessivas, cavitação e baixa eficiência operacional. Assim, tal região é denominada de zona proibida, conforme descrito por Finardi e Silva (2006) e mostrado na Figura 4.3. Para se evitar a operação nesta zona proibida, utiliza-se o limite inferior de vazão turbinada máxima linearizada, sendo escolhido o valor de 40%, conforme descrito.

Para a linearização da curva da função de produção utilizada neste método, foram selecionados três pontos de vazão turbinada linearizada $q_{h,t}$ para cada curva (H_r^1 , H_r^2 , H_r^3). Dessa forma, no plano definido por $q_{h,t}$ (eixo x) e $p_{h,t}$ (eixo y), têm-se os pontos $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$ para a curva H_r^1 , $\{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$ para a curva H_r^2 e $\{(3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$ para a curva H_r^3 , conforme mostrado na Figura 4.4.

Associado a cada um destes pontos, podem-se definir as potências geradas $P_h^{x,y}$ e as vazões turbinadas $Q_h^{x,y}$ para cada curva, conforme exemplificado na Figura 4.4 para o ponto (1,2), em que $x \in \{1, 2, 3\}$ e $y \in \{1, 2, 3\}$.

Os pontos $\{(1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$ estão associados à vazão turbinada máxima, en-

Figura 4.4 – Espaço bidimensional dividido em triângulos da curva da função de produção hidráulica.



Fonte: adaptado de Li et al. (2014).

quanto que os pontos $\{(1, 1), (2, 1), (3, 1)\}$ estão associados à vazão turbinada mínima. Os pontos intermediários de vazão turbinada, dados por $\{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$ foram obtidos como a média das vazões turbinadas máxima e mínima. Assim, por exemplo, a vazão turbinada do ponto $(1, 2)$ foi obtida por $Q_h^{1,2} = (Q_h^{1,1} + Q_h^{1,3})/2$. O respectivo valor $P_h^{1,2}$ é obtido por substituição na curva associada à altura de queda H_r^1 .

No processo de linearização da função de produção descrito em Li et al. (2014), é feita a interpolação numérica entre as três curvas de performance mostradas na Figura 4.4. Nesta figura, mostra-se que o espaço bidimensional do gráfico da curva da função de produção é dividido em oito triângulos, ou células, com áreas diferentes entre si. A junção destes 8 triângulos forma uma figura que lembra um diamante. Para a interpolação numérica entre as três curvas, Li et al. (2014) utilizam um conjunto de variáveis binárias adicionais, dadas por $a_{h,t}$, $b_{h,t}$ e $c_{h,t}$. A variável $a_{h,t}$ assume valor 1 quando a célula escolhida está acima da linha média horizontal (i.e. a linha que envolve os pontos $\{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$), e valor nulo, caso contrário. A variável $b_{h,t}$ assume valor 1 quando a célula escolhida está à direita da linha média vertical (i.e. a linha que envolve os pontos $\{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$), e valor nulo, caso contrário. A variável $c_{h,t}$ assume valor 1 quando a célula escolhida está no centro do diamante, e valor nulo, caso contrário. Nota-se que os valores binários assumidos pelas variáveis $a_{h,t}$, $b_{h,t}$ e $c_{h,t}$ permitem identificar de forma única cada um dos triângulos, ou células do diamante. A cada ponto (x, y) das nove extremidades do diamante, os autores também associam um valor de ponderação $w_{h,t}^{x,y}$, que é utilizado para a interpolação numérica entre as curvas.

Para que seja utilizada a técnica de interpolação, a unidade geradora hidrelétrica

h necessita estar em operação. Assim, quando a unidade h está desligada, a soma das ponderações das nove extremidades tem que ser igual a zero. Por outro lado, quando a unidade h está ligada, a soma das ponderações tem que ser igual ao valor unitário, de modo a ativar as restrições relacionadas à técnica de interpolação.

A partir das considerações anteriores, envolvendo as variáveis binária do modelo de interpolação, no modelo de interpolação tridimensional (LSH-IT), a função de produção (3.46) é substituída pelas seguintes restrições: (4.25) - (4.35).

$$\sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{h,t} = o_{h,t}^H, \forall t \in T, \forall h \in H \quad (4.25)$$

$$h_{r,t}^N \leq \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{h,t}^{x,y} H_r^x + \bar{H}_r^F (1 - o_{h,t}^H), \forall t \in T, \forall r \in R, \forall h \in U_r \quad (4.26)$$

$$h_{r,t}^N \geq \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{h,t}^{x,y} H_r^x, \forall t \in T, \forall r \in R, \forall h \in U_r \quad (4.27)$$

$$q_{h,t} = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{h,t}^{x,y} Q_h^{x,y}, \forall t \in T, \forall r \in R, \forall h \in U_r \quad (4.28)$$

$$p_{h,t}^G = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} w_{h,t}^{x,y} P_h^{x,y}, \forall t \in T, \forall r \in R, \forall h \in U_r \quad (4.29)$$

$$w_{h,t}^{1,3} + w_{h,t}^{2,3} + w_{h,t}^{3,3} \leq b_{h,t}, \forall t \in T, \forall h \in H \quad (4.30)$$

$$w_{h,t}^{1,1} + w_{h,t}^{2,1} + w_{h,t}^{3,1} \leq 1 - b_{h,t}, \forall t \in T, \forall h \in H \quad (4.31)$$

$$w_{h,t}^{3,1} + w_{h,t}^{3,2} + w_{h,t}^{3,3} \leq a_{h,t}, \forall t \in T, \forall h \in H \quad (4.32)$$

$$w_{h,t}^{1,1} + w_{h,t}^{1,2} + w_{h,t}^{1,3} \leq 1 - a_{h,t}, \forall t \in T, \forall h \in H \quad (4.33)$$

$$w_{h,t}^{2,2} \leq c_{h,t}, \forall t \in T, \forall h \in H \quad (4.34)$$

$$w_{h,t}^{1,1} + w_{h,t}^{3,1} + w_{h,t}^{1,3} + w_{h,t}^{3,3} \leq 1 - c_{h,t}, \forall t \in T, \forall h \in H. \quad (4.35)$$

As restrições (4.30)–(4.35) garantem que apenas um dos oito triângulos mostrados na Figura 4.4 é selecionado para a interpolação. As restrições (4.27)–(4.29) descrevem,

respectivamente, a altura de queda líquida $h_{r,t}^N$, a vazão turbinada $q_{h,t}$ e a potência ativa $p_{h,t}^G$ gerada por cada unidade em cada período como uma soma ponderada dos respectivos valores de queda líquida (H_r^x), vazão turbinada ($Q_h^{x,y}$) e potência ativa gerada ($P_h^{x,y}$) associados aos pontos de interpolação do triângulo escolhido. As restrições (4.25) estabelecem que os respectivos pesos são nulos sempre que a unidade hidrelétrica estiver desligada. Neste caso, todas as demais restrições garantem que a interpolação não vai ocorrer, resultando em valores nulos de vazão turbinada e geração. As restrições (4.26) garantem que as alturas de queda líquida são dadas pela soma ponderada somente se a unidade estiver ligada.

Assim, finalmente, o LSH-IT é descrito em (4.36), em que as restrições (4.25) – (4.35) representam a linearização de interpolação tridimensional:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & (3.1) \\
 \text{s.a :} & \\
 & (3.2) - (3.7) \quad \text{Custos de Partida/Parada} \\
 & (3.8) - (3.13) \quad \text{Restrições Econômicas} \\
 & (3.14) - (3.16) \quad \text{Restrições da Transmissão} \quad (4.36) \\
 & (3.17) - (3.27), (3.30), (3.33) - (3.34) \\
 & (3.36), (3.38) - (3.45) \quad \text{Restrições Hidráulicas} \\
 & (4.25) - (4.35) \quad \text{Funções de prod. hidráulica}
 \end{array}$$

4.4 Método Quadridimensional da Geração Hidráulica

O método quadridimensional da geração hidráulica descrito por [Diniz e Maceira \(2008\)](#) consiste em um modelo linear quadridimensional, em que a função de produção é escrita como uma função linear dos volumes armazenados v nos reservatórios, das vazões turbinadas q em cada unidade e das vazões vertidas s em cada usina, ou seja, formula-se a função de produção da forma $p_{h,t}^G = f(v, q, s)$. A utilização do método de interpolação quadridimensional para a linearização da função de produção dá origem ao modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmicos com Interpolação Quadridimensional (LSH-IQ).

O procedimento para a construção da linearização deste método, é feito em duas etapas básicas: i) o plano $v \times q$ descrito pelo volume v e vazão turbinada q é discretizado, considerando inicialmente que o vertimento s é nulo, por meio de faixas de valores dadas por $\underline{V}, \bar{V}$ para os volumes e $\underline{Q}, \bar{Q}$ para as vazões turbinadas. Para estas faixas de valores, são calculados hiperplanos cujo objetivo é definir uma caixa convexa formada pela região abaixo da função de produção. Com este procedimento, tem-se inicialmente um modelo tridimensional da função de produção (i.e. $p_{h,t}^G = f'(v, q)$). Para evitar aproximações otimistas, utiliza-se um algoritmo para ajustar os hiperplanos, de modo a minimizar erros quadráticos médios, em relação à função de produção não linear original, dada em

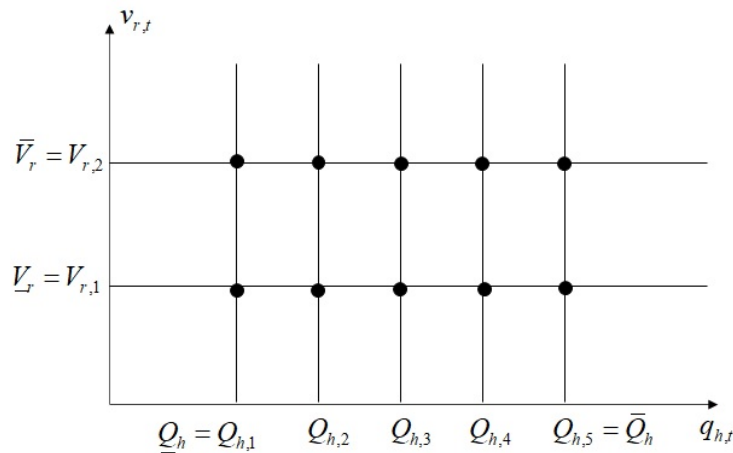
(3.46). ii) para cada par de pontos (V', Q') pertencentes ao plano $v \times q$ discretizado na etapa (i), a função de produção é linearizada levando-se em conta, agora, o vertimento. Esta linearização é feita utilizando-se uma curva secante à função de produção não linear original.

As duas etapas básicas deste método de linearização são detalhadas nas seções a seguir.

4.4.1 Primeira Etapa

Para a discretização do plano $v \times q$, primeiramente, é definida o conjunto de pontos associados, respectivamente, à vazão turbinada $q_{h,t}$ e ao volume da usina $v_{r,t}$, os quais são utilizados para determinação da grade de pontos de cada unidade geradora h em cada período t , sendo que o número de pontos utilizados define a precisão do modelo. Para as simulações descritas na seção de resultados, foi utilizado um conjunto com 5 pontos $Q_h = \{Q_{h,1}, Q_{h,2}, \dots, Q_{h,5}\}$ para a discretização da vazão turbinada de cada unidade h , sendo que o primeiro ponto corresponde à vazão turbinada mínima ($\underline{Q}_h$) e o último ponto correspondente à vazão turbinada máxima ($\bar{Q}_h$), além de três pontos intermediários equidistantes. Para o volume da usina, foram utilizados somente dois pontos, i.e. utilizou-se o conjunto $V_r = \{V_{r,1}, V_{r,2}\}$, sendo o primeiro ponto dado pelo volume mínimo ($\underline{V}_r$) e o segundo dado pelo volume máximo ($\bar{V}_r$) da usina. Os volumes mínimos e máximos utilizados são estabelecidos para o dia de operação, e não correspondem necessariamente à faixa operativa do reservatório. Portanto, obtém-se uma grade de pontos no plano $v \times q$ contendo dez pontos para cada unidade geradora h , conforme mostrado na Figura 4.5.

Figura 4.5 – Discretização de pontos no plano $v \times q$ utilizado em todos os períodos $t \in T$.



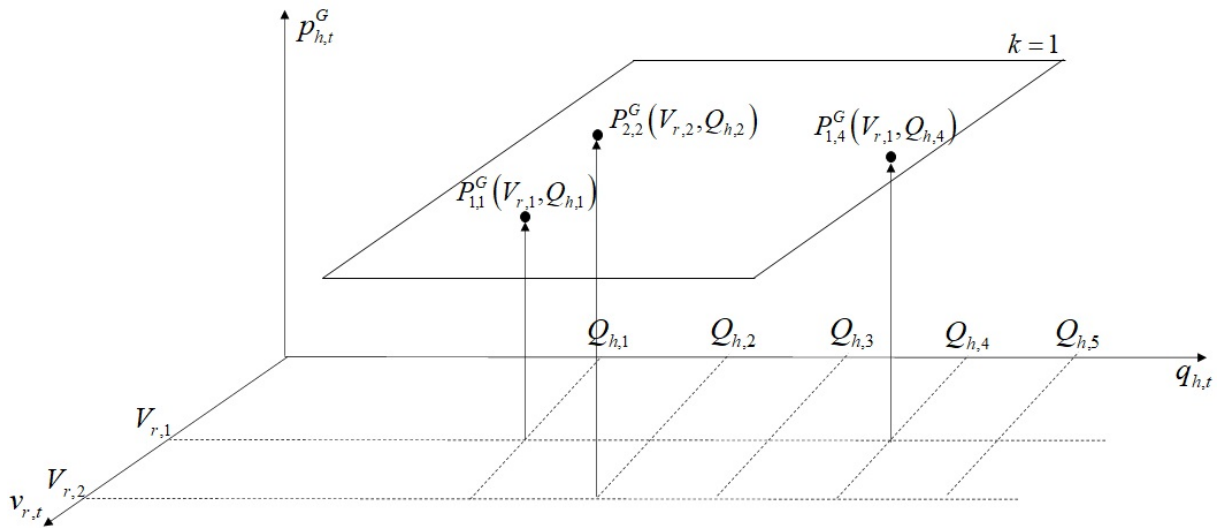
Fonte: autoria própria.

Em seguida, os valores das cotas de montante não lineares $H_{v,q}^F$ e jusante $H_{v,q}^T$ são calculados para cada ponto (v, q) desta grade, conforme descrito em (3.28) e (3.29),

respectivamente. A cota de montante é função não linear exclusivamente dos volumes, enquanto que a cota de jusante é função da vazão defluente, a qual neste caso, é igual à vazão turbinada, já que o vertimento é considerado nulo nesta etapa do método. Além disso, para cada ponto da grade também são calculados os valores não lineares das perdas hidráulicas $H_{v,q}^{loss}$ (perda de carga) em cada usina, conforme descrito em (3.34), e utilizando-se (3.35). Dessa forma os valores não lineares da altura de queda líquida em cada ponto da grade $H_{v,q}^N$ podem ser calculados, conforme descrito em (3.38). Finalmente, os valores não lineares das potências geradas em cada unidade geradora para cada ponto da grade, dados por $P_{v,q}^G$, podem ser calculados conforme descrito em (3.46).

Para a construção dos hiperplanos que formam a caixa convexa do método, são consideradas todas as combinações de três pontos pertencentes à grade, sendo que cada combinação de três pontos é utilizada para gerar um hiperplano. Um exemplo é mostrado na Figura 4.6, em que são utilizados os pontos $\{(V_{r,1}, Q_{h,1}), (V_{r,2}, Q_{h,2}), (V_{r,1}, Q_{h,4})\}$ no plano $v \times q$, para gerar o hiperplano $k = 1$. Destaca-se que a partir de três pontos é possível gerar um único hiperplano. São excluídos os pontos colineares, os quais poderiam gerar infinitos hiperplanos.

Figura 4.6 – Construção de um hiperplano a partir de três pontos no plano $v \times q \times p^G$.



Fonte: autoria própria.

Matematicamente, o hiperplano k é dado por uma expressão do tipo:

$$p_{h,t,k}^G(v_{r,t}, q_{h,t}) = \gamma_{h,k}^0 + \gamma_{r,k}^V v_{r,t} + \gamma_{h,k}^Q q_{h,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \quad (4.37)$$

em que os coeficientes $\gamma_{h,k}^0, \gamma_{r,k}^V, \gamma_{h,k}^Q$ são obtidos pela solução de um sistema linear. Como exemplo, para o conjunto de três pontos mostrados na Figura 4.6, o sistema linear a ser

resolvido é dado em (4.38):

$$\begin{cases} P_{1,1}^G = \gamma_{h,k}^0 + \gamma_{r,k}^V V_{r,1} + \gamma_{h,k}^Q Q_{h,1} \\ P_{2,2}^G = \gamma_{h,k}^0 + \gamma_{r,k}^V V_{r,2} + \gamma_{h,k}^Q Q_{h,2} \\ P_{1,4}^G = \gamma_{h,k}^0 + \gamma_{r,k}^V V_{r,1} + \gamma_{h,k}^Q Q_{h,4} \end{cases} \quad (4.38)$$

É necessário checar se cada hiperplano k , construído por meio do procedimento descrito anteriormente, pertence ou não à caixa convexa. Para avaliar se um determinado hiperplano k pertence à caixa convexa, avaliam-se os valores de potência ativa $p_{h,t,k}^G(v, q)$ calculados por este hiperplano em cada ponto (v, q) da grade. Se todos esses valores estão abaixo dos valores não lineares $P_{v,q}^G$ previamente calculados, o hiperplano pertence à região convexa. Caso contrário, o hiperplano é descartado na representação da caixa convexa. Este procedimento é realizado para todos os hiperplanos calculados, obtendo-se finalmente o conjunto de hiperplanos P que definem a caixa convexa do método LSH-IQ. Assim, matematicamente, a caixa convexa fica definida pela região abaixo da função de produção não linear descrita pela interseção da região abaixo de todos os hiperplanos $p \in P$ que foram efetivamente utilizados (i.e. hiperplanos não descartados), conforme conjunto de restrições dado em (4.39):

$$p_{h,t}^G \leq \gamma_{h,p}^0 + \gamma_{r,p}^V v_{r,t} + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (4.39)$$

Conforme já comentado, [Diniz e Maceira \(2008\)](#) argumentam que o modelo de aproximação linear inicial dado em (4.39) pode corresponder a uma aproximação otimista da função de produção hidráulica não linear. Sendo assim, para a obtenção de uma representação mais realista, é necessário a utilização de um fator de correção α_h para cada unidade h , o qual minimiza o desvio quadrático médio da função aproximada (4.39) em relação aos pontos $P_{v,q}^G$ da função de produção hidráulica não linear original. Assim, os valores de α_h são calculados utilizando-se o problema de otimização irrestrito descrito em (4.40):

$$\underset{\alpha}{Min} \sum_{r \in R} \sum_{h \in U_r} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} \sum_{v \in V_r} \sum_{q \in Q_h} \left(P_{v,q}^G - \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{r,p}^V V_{r,v} + \gamma_{h,p}^Q Q_{h,q} \right) \right)^2. \quad (4.40)$$

A partir dos valores de α_h obtidos em (4.40), a aproximação dada pelo conjunto de restrições (4.39) é substituída pelo conjunto de restrições (4.41):

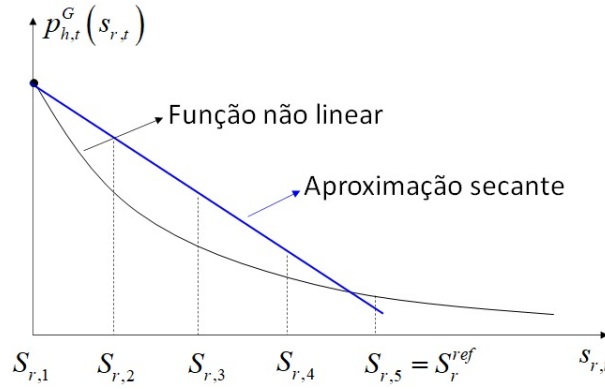
$$p_{h,t}^G \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{r,p}^V v_{r,t} + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} \right), \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (4.41)$$

Na segunda etapa, descrita a seguir, esta aproximação será substituída por um conjunto de restrições que incluem a linearização da função de produção no que diz respeito aos vertimentos.

4.4.2 Segunda Etapa

Diniz e Maceira (2008) argumentam que para um ponto específico $(V_{r,v}, Q_{h,q})$ no espaço $v \times q$, a função de produção hidráulica $p_{h,t}^G(s_{r,t})$ é convexa com relação à vazão vertida $s_{r,t}$, conforme mostrado na Figura 4.7, para boa parte das usinas hidrelétricas. Portanto, este comportamento indica que a aproximação linear por partes realizada no plano $v \times q$ não é apropriada para a linearização em relação ao vertimento.

Figura 4.7 – Função de produção como função convexa do vertimento para pontos fixos de volume e vazão turbinada.



Fonte: adaptado de Diniz e Maceira (2008).

Sendo assim, a estratégia descrita em (DINIZ; MACEIRA, 2008) consiste em utilizar uma aproximação secante no plano $p^G \times s$, conforme mostrado na Figura 4.7, para cada par de valores $(V_{r,v}, Q_{h,q})$ no espaço $v \times q$, utilizando-se a mesma grade de pontos descrita na Etapa 1.

Para cada ponto $(V_{r,v}, Q_{h,q})$ da grade, foram tomados 5 pontos de discretização em s , sendo adotado para essa discretização o conjunto $S_{r,s} = \{S_{r,1}, S_{r,2}, \dots, S_{r,5}\}$ em que $S_{r,1} = 0$ e o ponto de referência $S_{r,5} = S_r^{ref}$ é obtido, conforme descrito em (DINIZ; MACEIRA, 2008), utilizando um valor próximo à Média de Longo Termo (MLT) de cada reservatório.

Diniz e Maceira (2008) destacam que o valor de S_r^{ref} deve ser calibrado para cada caso. Para os resultados apresentados neste trabalho, foram considerados dois cenários para o valor de S_r^{ref} , sendo: (i) $S_r^{ref} = 0.70 * MLT$ e (ii) $S_r^{ref} = 1.00 * MLT$. Assim, os valores da função de produção não linear foram alterados para todos os pontos no espaço $v \times q \times s$, que envolve todos os pontos desta discretização tridimensional. Dessa forma, tem-se que os valores não lineares da função de produção $P_{v,q,s}^G$ são atualizados para considerar os valores de vertimento.

As restrições (4.41) são finalmente substituídas pelo conjunto de restrições (4.42), em que o termo $\gamma_{r,p}^S s_{r,t}$ representa os efeitos da vazão vertida na função de produção

linearizada para cada plano $p \in P$ que definem a caixa convexa.

$$p_{h,t}^G \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{r,p}^V v_{r,t} + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} \right) + \gamma_{r,p}^S s_{r,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (4.42)$$

Os valores de $\gamma_{r,p}^S$ são calculados de modo a minimizar o erro quadrático médio entre a função de produção hidráulica não linear e a função de produção hidráulica linearizada para o conjunto de pontos da discretização tridimensional. Os valores de $\gamma_{r,p}^S$ podem ser obtidos a partir do problema de otimização irrestrito (4.43):

$$\underset{\gamma^S}{Min} \sum_{r \in R} \sum_{h \in U_r} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} \sum_{v \in V_r} \sum_{q \in Q_h} \sum_{s \in S_r} \left(P_{v,q}^G - \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{r,p}^V V_{r,v} + \gamma_{h,p}^Q Q_{h,q} \right) - \gamma_{r,p}^S S_{r,s} \right)^2. \quad (4.43)$$

Os valores ótimos encontrados para $\gamma_{r,p}^S$ por meio da solução do problema (4.43) são substituídos no conjunto de restrições (4.42). Finalmente, é necessário estabelecer a relação entre a função de produção e a variável lógica associada ao estado liga/desliga das unidades, dada por $o_{h,t}^H$, fixando-se limites mínimos para a geração de cada unidade, de modo que a função de produção passa a ser representada pelo conjunto de restrições: (4.44) - (4.45).

$$p_{h,t}^G \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{r,p}^V v_{r,t} + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} \right) + \gamma_{r,p}^S s_{r,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (4.44)$$

$$p_{h,t}^G \geq o_{h,t}^H \underline{P}_h^G, \forall t \in T, \forall h \in H. \quad (4.45)$$

Finalmente, o modelo LSH-IQ é descrito em (4.46), em que as restrições (4.44) - (4.45) representam a linearização quadridimensional:

Max (3.1)

s.a :

(3.2) – (3.7)	Custos de Partida/Parada	
(3.8) – (3.13)	Restrições Econômicas	
(3.14) – (3.16)	Restrições da Transmissão	(4.46)
(3.17) – (3.27), (3.30), (3.33) – (3.34)		
(3.36), (3.38) – (3.45)	Restrições Hidráulicas	
(4.44) – (4.45)	Funções de prod. hidráulica	

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1 Sistema Estudado

O sistema estudado consiste em uma adaptação do sistema IEEE de 24 barras descrito em (WONG et al., 1999; CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), sendo que a maioria das unidades geradoras foram substituídas por unidades hidrelétricas com potências nominais similares, com base em informações de sistemas reais, obtidas nos bancos de dados do sistema *Hydrodata*, (CICOONA, 2022). Os dados completos deste sistema IEEE de 24 barras adaptado, utilizados para a solução dos algoritmos de leilão deste capítulo, estão detalhados no Apêndice A.

A metodologia de avaliação dos modelos investigados para a linearização da função de produção consiste basicamente na comparação das soluções obtidas por modelos de leilão em que a função de produção é linearizada com um modelo de leilão em que a função de produção é descrita de forma mais precisa, por meio das equações não lineares originais. Especificamente, o modelo LSH-NL descrito em (3.47) é utilizado como referência de comparação para demais modelos de leilão linearizados estudados, quais sejam: i) o modelo LSH-S, em que a função de produção é linearizada utilizando-se o modelo simplificado dado em (4.2), ii) o modelo LSH-EMC, em que a função de produção é linearizada utilizando-se os envelopes de McCormick, dado em (4.22), iii) o modelo LSH-IT, em que a função de produção é linearizada utilizando-se a técnica de interpolação tridimensional, dado em (4.36) e iv) o modelo LSH-IQ, em que a função de produção é linearizada utilizando-se a técnica de interpolação quadridimensional, dado em (4.46).

Na metodologia de avaliação dos modelos, foram avaliados os erros dos modelos de leilão linearizados com relação aos valores de referência, obtidos pelo modelo não linear LSH-NL. Foram analisados os erros no período seco (utilizado como referência o mês de agosto de 2009) e no período úmido (utilizado como referência o mês de janeiro de 2011) nas seguintes variáveis e funções: a função de bem-comum, as potências geradas pelas unidades, as vazões turbinadas, os volumes dos reservatórios, as alturas de queda líquida e os preços nodais.

Para que fosse despachada geração termelétrica, o sistema descrito por (WONG et al., 1999; CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010) teve sua demanda multiplicada pelo fator 1.5, de modo que a geração das unidades termelétricas fossem necessárias para fechamento do balanço de potência do sistema.

Todos os resultados obtidos para os modelos linearizados foram executados na plataforma IBM ILOG CPLEX (IBM-CPLEX, 2013), utilizando-se a linguagem OPL

(*Optimization Language*). Já os resultados envolvendo o modelo de leilão não linear foram executados na plataforma GAMS (GAMS, 2015), utilizando-se o solver BONMIN. Todos os resultados foram executados no processador Intel(R) Core(TM) i5-2410M, CPU de 2.30GHz, com 6 Gb de memória RAM, no sistema operacional Windows 10 home, de 64 bits.

5.2 Período seco

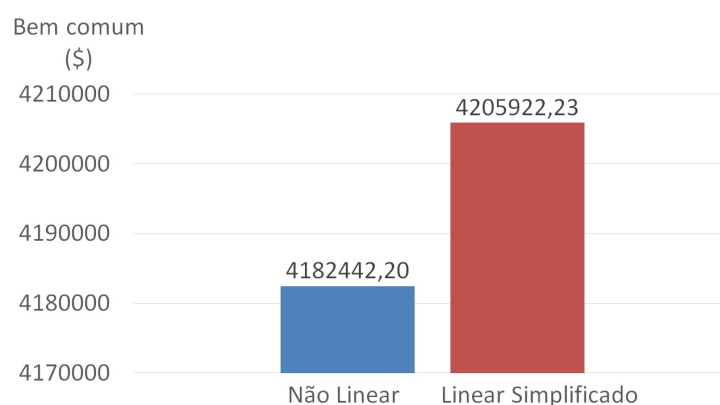
Conforme já citado, foi utilizado como referência o mês de agosto de 2009 para os valores da vazão incremental dos reservatórios. Os resultados obtidos nas simulações estão descritos a seguir:

5.2.1 Método Simplificado

Nesta seção, os resultados obtidos pelo modelo de leilão LSH-S, em que se utiliza o método simplificado de linearização da função de produção, são comparados com aqueles obtidos pelo modelo de leilão não linear LSH-NL, para o período seco.

O gráfico da Figura 5.1 mostra os valores totais diários obtidos pelos modelos para a função de bem comum para o período seco. Pelo gráfico, verifica-se que, para o modelo LSH-S, a porcentagem do erro obtido para a função de bem-comum é de 0.56%, o que corresponde a um erro razoavelmente baixo.

Figura 5.1 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado para a função de bem-comum - Período seco.

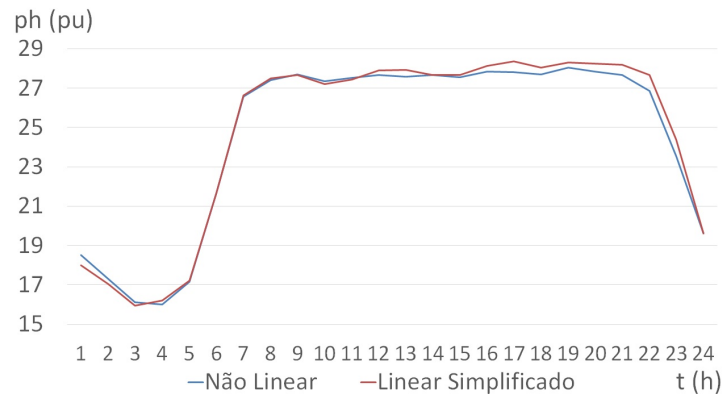


Fonte: autoria própria.

Os gráficos das Figuras 5.2, 5.3 e 5.4 mostram, respectivamente, a evolução diária das potências totais obtidas pelos dois modelos para as unidades hidrelétricas, termelétricas e o total gerado pelo sistema, envolvendo hidrelétricas e termelétricas para o período seco. Os erros médios, obtidos para a energia total gerada pelas hidrelétricas, a energia total

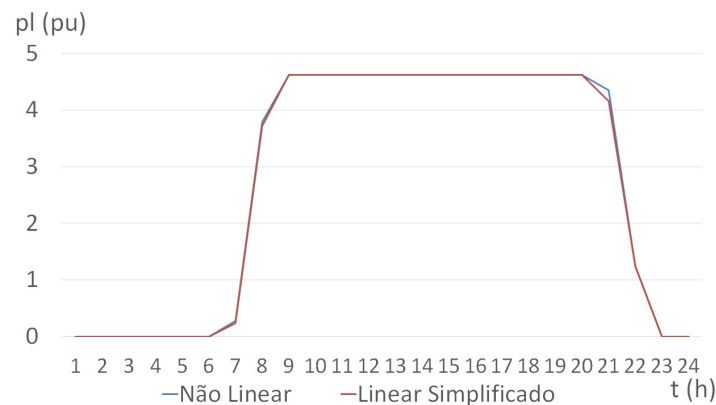
gerada pelas termelétricas e o total gerado pelo sistema para o período seco, foram de 1.08%, 0.81% e 0.96%, respectivamente.

Figura 5.2 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência horária das unidades geradoras hidráulicas - Período seco.



Fonte: autoria própria.

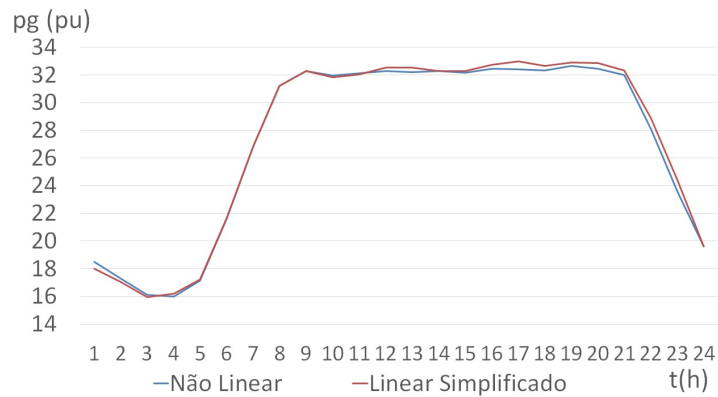
Figura 5.3 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência horária das unidades geradoras térmicas - Período seco.



Fonte: autoria própria.

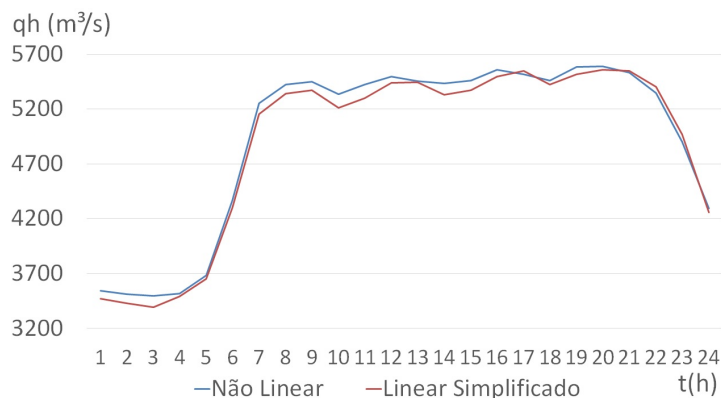
O gráfico que destaca a evolução diária da vazão turbinada total das usinas hidrelétricas do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período seco, está mostrado na Figura 5.5. Para a vazão turbinada total, verifica-se um erro de 1.33%.

Figura 5.4 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas - Período seco.



Fonte: autoria própria.

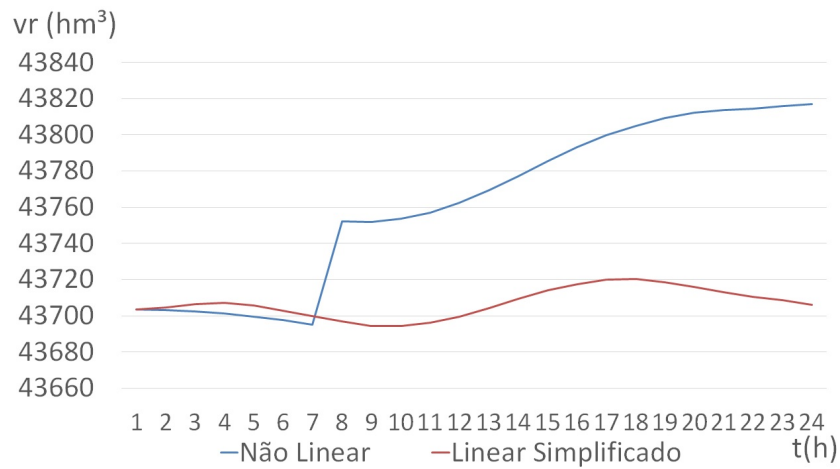
Figura 5.5 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas - Período seco.



Fonte: autoria própria.

O gráfico que descreve a evolução diária dos volumes totais dos reservatórios das hidrelétricas do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período seco, está mostrado na Figura 5.6. Observa-se que os volumes totais ao final do período estão elevados, mesmo nesta situação de seca. Isso ocorre porque em algumas usinas hidrelétricas, adotou-se um número de unidades menor do que o número real existente da usina. Isso foi feito para compatibilizar a potência da usina hidrelétrica com a sua equivalente usina termelétrica no sistema IEEE de 24 barras. Ao reduzirmos o número de unidades, essas usinas passaram a operar de forma sub-motorizada, com aflúências muito maiores do que o esperado. Para os volumes totais dos reservatórios das usinas à reservatório, a porcentagem do erro obtido foi de 0.13%.

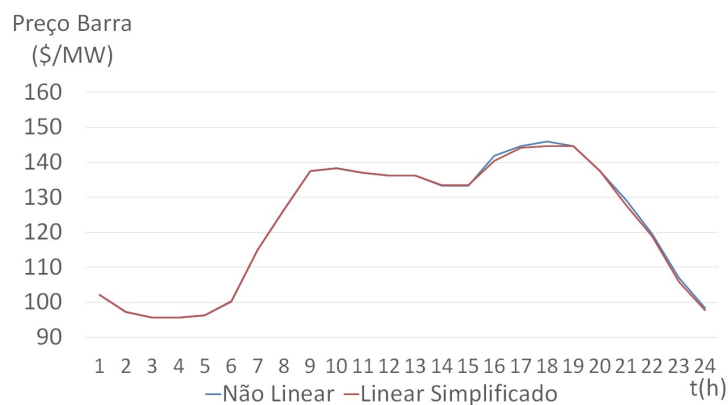
Figura 5.6 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado do volume horário das usinas à reservatório - Período seco.



Fonte: autoria própria.

Finalmente, o gráfico que mostra a evolução diária dos preços nodais médios (i.e. para todas as barras) do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período seco, está mostrado na Figura 5.7. O erro obtido no valor dos preços nodais médios foi de 0.25%.

Figura 5.7 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado do preço horário das barras - Período seco.



Fonte: autoria própria.

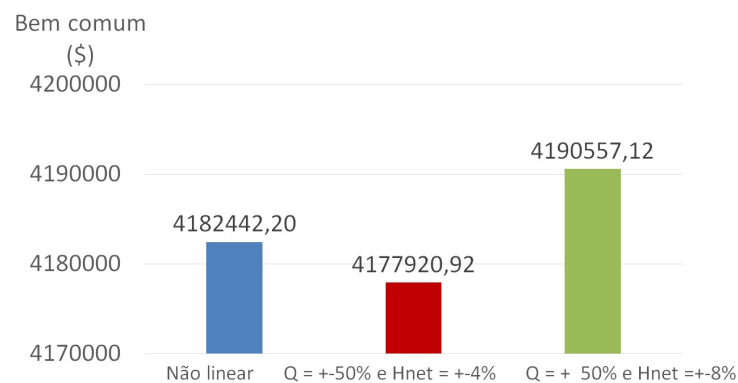
5.2.2 Método Baseado nos Envelopes de McCormick

Nesta seção, os resultados obtidos pelo modelo LSH-EMC, em que se utiliza o método de envelopes de McCormick para a linearização da função de produção, são comparados com aqueles obtidos pelo modelo de leilão não linear LSH-NL, para o período seco.

Conforme já descrito, no método de envelopes de McCormick proposto neste trabalho, as faixas (limites) que definem o envelope para a vazão turbinada e a altura de queda líquida foram ajustadas com base em percentuais dos valores ótimos obtidos pelo modelo de LSH-S para estas variáveis. Assim, foram analisados dois cenários: i) no cenário 1, adotou-se uma porcentagem de 50% para cima e para baixo para a vazão turbinada e de 4% para cima e para baixo para a altura de queda líquida; ii) no cenário 2, adotou-se uma porcentagem de 50% para cima e para baixo para a vazão turbinada e de 8% para cima e para baixo para a altura de queda líquida. Como os valores de liga/desliga das unidades geradoras hidráulicas e térmicas foram os mesmos em ambos os cenários, foi considerado apenas um modelo não linear para comparação em relação aos resultados obtidos em ambos os cenários no LSH-EMC.

O gráfico da Figura 5.8 mostra os valores totais diários obtidos pelos modelos para a função de bem comum para o período seco. Pelo gráfico, verifica-se que, para o modelo LSH-EMC, os erros percentuais obtidos para a função de bem-comum foram de 0.11% e 0.19%, para os cenários 1 e 2, respectivamente, reduzindo os erros em relação ao modelo simplificado.

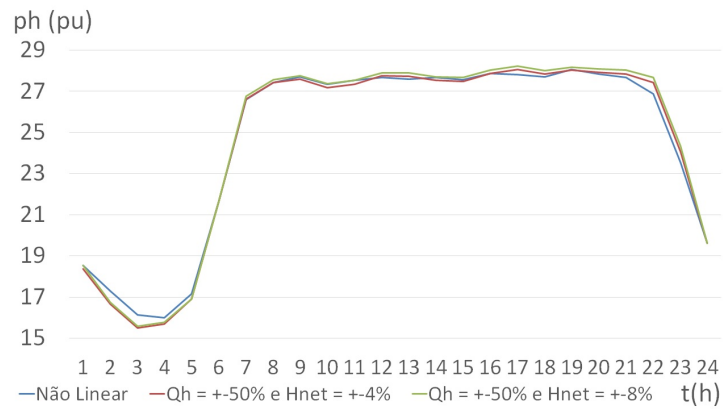
Figura 5.8 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da função de bem-comum - Período seco.



Fonte: autoria própria.

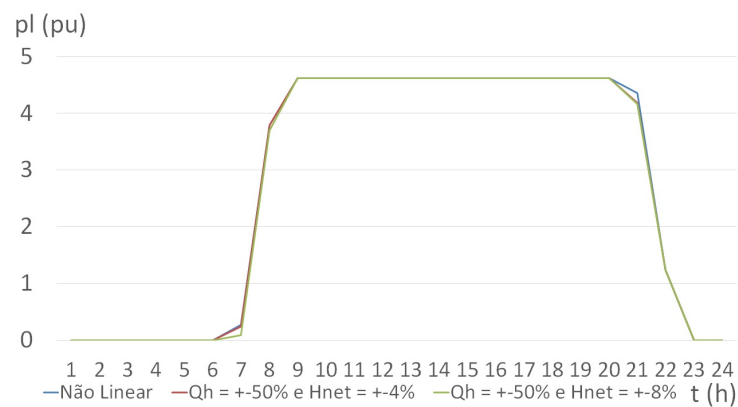
Os gráficos das Figuras 5.9, 5.10 e 5.11 mostram, respectivamente, a evolução diária das potências totais obtidas pelos dois modelos para as unidades hidrelétricas, termelétricas e o total gerado pelo sistema, envolvendo hidrelétricas e termelétricas para o período seco. Os erros médios, obtidos para a energia total gerada pelas hidrelétricas, a energia total gerada pelas termelétricas e o total gerado pelo sistema para o período seco, foram de 0.92%, 0.74% e 0.85%, respectivamente, para o cenário 1 e de 1.06%, 3.05% e 0.94%, respectivamente, para o cenário 2. Assim, verifica-se que a faixa ajustada para o cenário 1 obteve erros menores que os obtidos para o cenário 2.

Figura 5.9 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência horária das unidades geradoras hidráulicas - Período seco.



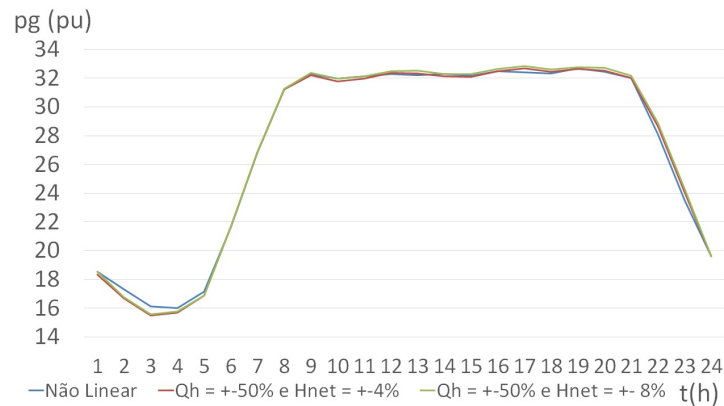
Fonte: autoria própria.

Figura 5.10 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência horária das unidades geradoras térmicas - Período seco.



Fonte: autoria própria.

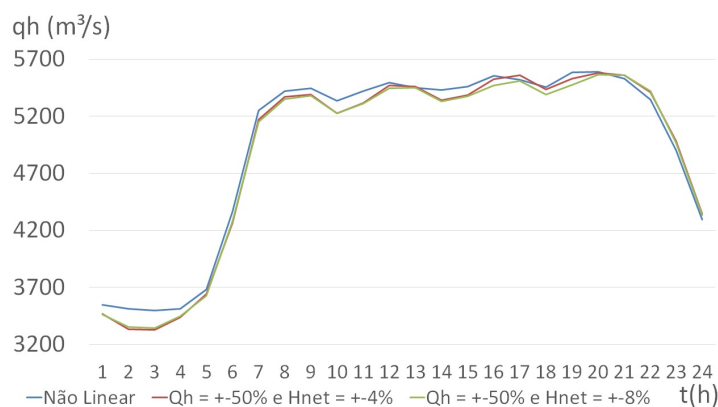
Figura 5.11 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas - Período seco.



Fonte: autoria própria.

O gráfico que destaca a evolução diária da vazão turbinada total das usinas hidrelétricas do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período seco, está mostrado na Figura 5.12. Para a vazão turbinada total, verifica-se um erro de 1.50% para o cenário 1 e de 1.61% para o cenário 2. Novamente, o cenário 1 possui menor erro quando comparado ao cenário 2.

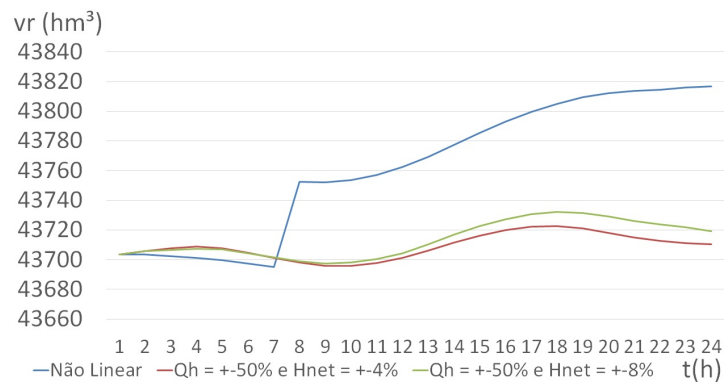
Figura 5.12 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas - Período seco.



Fonte: autoria própria.

O gráfico que mostra a evolução diária dos volumes totais dos reservatórios das hidrelétricas do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período seco, está mostrado na Figura 5.13. Para os volumes totais dos reservatórios das usinas à reservatório, a porcentagem do erro obtido foi de 0.13% para o cenário 1 e de 0.12% para o cenário 2.

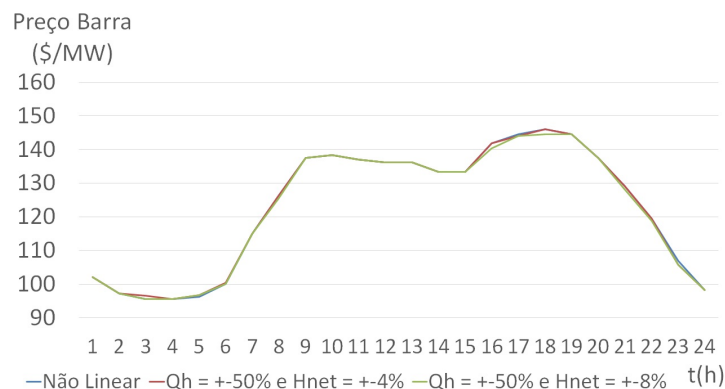
Figura 5.13 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick do volume horário das usinas à reservatório - Período seco.



Fonte: autoria própria.

Finalmente, o gráfico que mostra a evolução diária dos preços nodais médios (i.e. para todas as barras) do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período seco, está mostrado na Figura 5.14. O erro obtido no valor dos preços nodais médios foi de 0.15% para o cenário 1 e de 0.26% para o cenário 2. Assim, os erros associados a praticamente todas as variáveis e funções foram reduzidos no cenário 1.

Figura 5.14 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick do preço horário das barras - Período seco.



Fonte: autoria própria.

5.2.3 Método de Interpolação Tridimensional

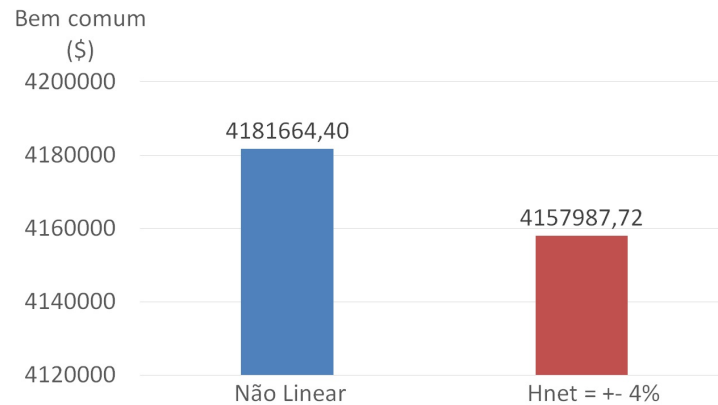
Nesta seção, os resultados obtidos pelo modelo de leilão LSH-IT, em que se utiliza o método de interpolação tridimensional para a linearização da função de produção, são comparados com aqueles obtidos pelo modelo de leilão não linear LSH-NL, para o período seco.

Conforme já descrito, um dos parâmetros utilizados neste método de linearização diz respeito às alturas de queda líquida limítrofes H_r^1 e H_r^3 , dadas em (4.23) e (4.24) respectivamente, para cada reservatório r . Nestas expressões, verifica-se que estes parâmetros dependem do valor percentual p , que define as porcentagens acima e abaixo da altura de queda líquida ótima $h_{r,t}^{N*}$ obtida pelo modelo simplificado LSH-S. Nesta seção são analisados dois cenários, relacionados a dois valores diferentes de p . No cenário 1, adota-se $p = 0.04$, enquanto que no cenário 2 adota-se $p = 0.08$. Para o período seco, não foi possível obter um valor de *gap* de otimalidade nulo, i.e. o *solver* não consegue resolver o problema de LSH-IT na otimalidade. Para a solução do modelo, foi necessário adotar um *gap* da ordem de 0.20%.

Como os valores de liga/desliga das unidades geradoras hidráulicas e térmicas não foram os mesmos em ambos os cenários, foi considerado um modelo não linear para cada cenário analisado em comparação aos resultados obtidos no LSH-IT.

Os gráficos das Figuras 5.15 e 5.16 mostram os valores totais diários obtidos pelos modelos para a função de bem comum para o período seco. Pelo gráfico, verifica-se que, para o modelo LSH-IT, a porcentagem do erro obtido para a função de bem-comum é de 0.57% para o cenário 1 e de 0.52% para o cenário 2.

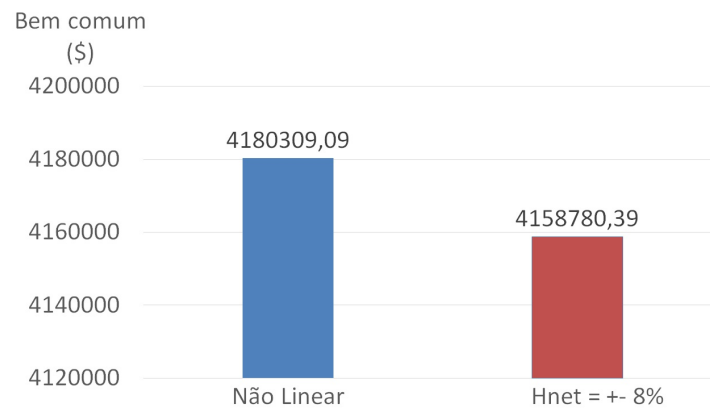
Figura 5.15 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da função de bem-comum para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

Os gráficos das Figuras 5.17, 5.18, 5.19, 5.20, 5.21 e 5.22 mostram, respectivamente, a evolução diária das potências totais obtidas pelos dois modelos para as unidades hidrelétricas, termelétricas e o total gerado pelo sistema, envolvendo hidrelétricas e termelétricas para os cenários 1 e 2 para o período seco. Os erros médios, obtidos para a energia total gerada pelas hidrelétricas, a energia total gerada pelas termelétricas e o total gerado pelo sistema para o período seco, foram de 1.39%, 6.72% e 1.18%, para o cenário 1,

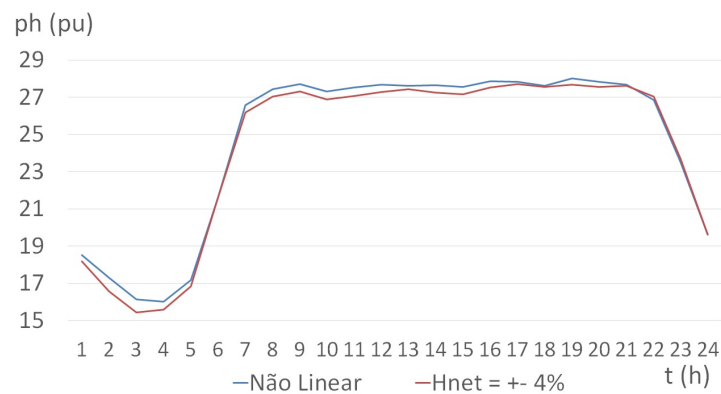
Figura 5.16 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da função de bem-comum para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

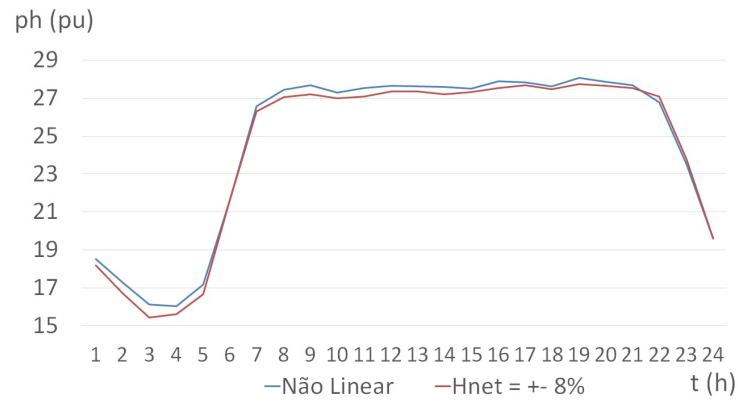
respectivamente. Os respectivos erros médios obtidos para o cenário 2 foram de 1.36%, 4.65% e 1.17%, respectivamente.

Figura 5.17 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período seco.



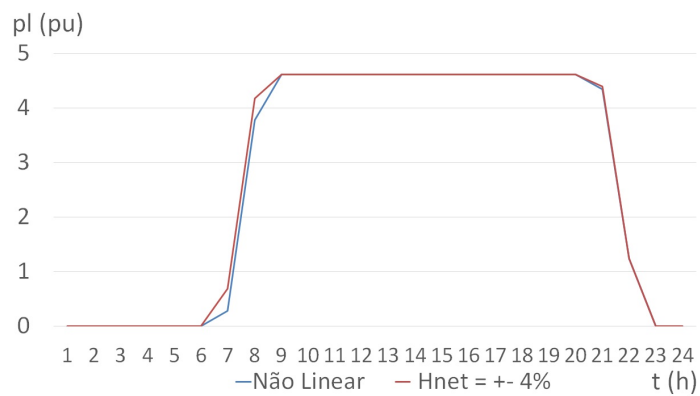
Fonte: autoria própria.

Figura 5.18 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.19 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.20 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 2 - Período seco.

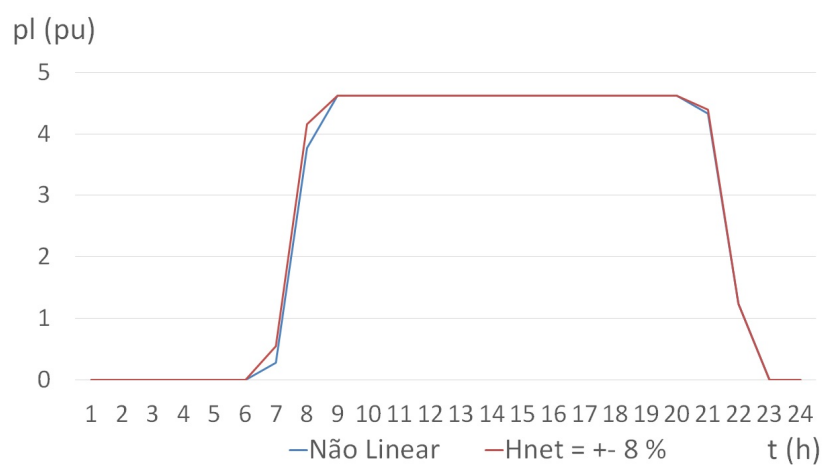


Figura 5.21 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 1 - Período seco.

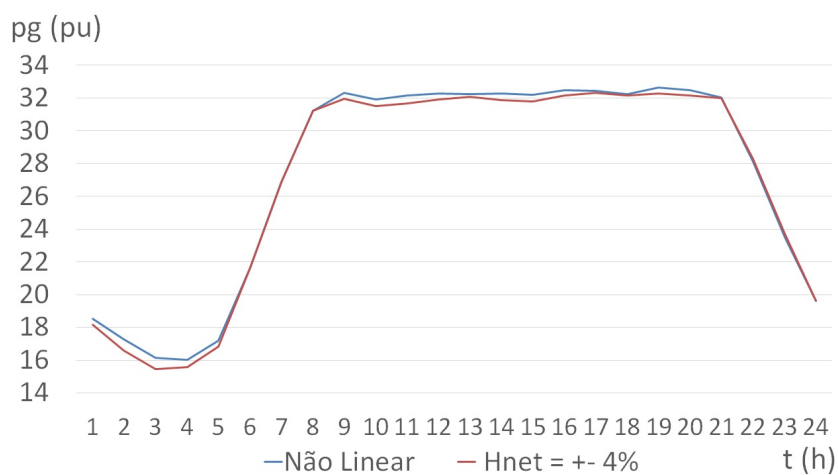
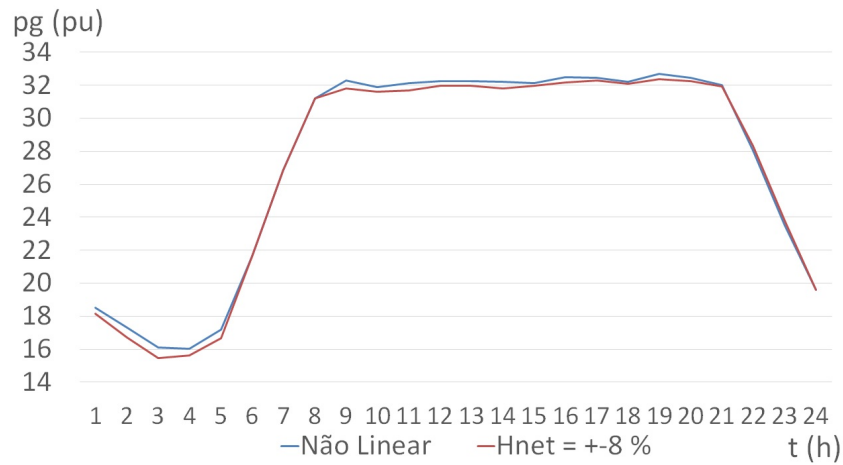


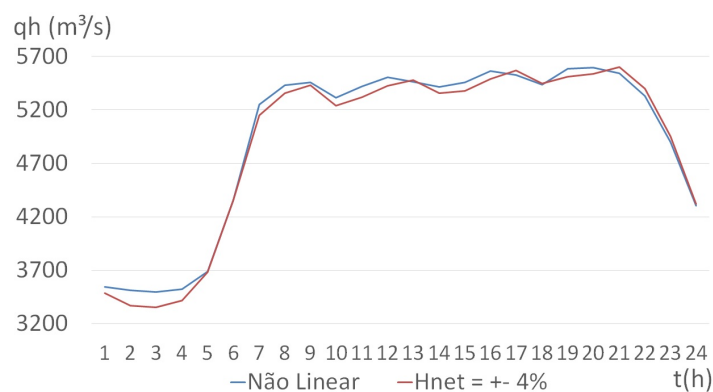
Figura 5.22 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

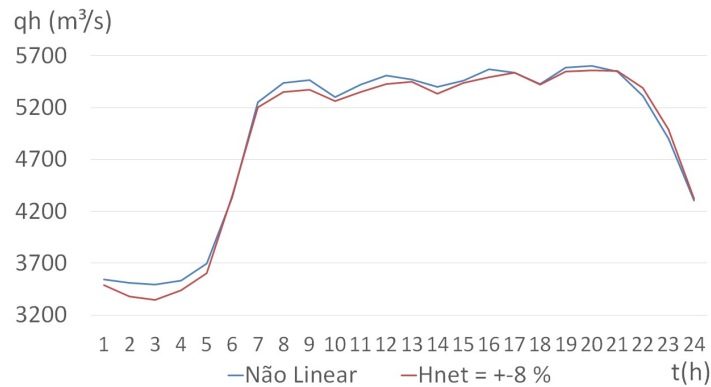
Os gráficos que destacam a evolução diária da vazão turbinada total das usinas hidrelétricas do sistema, obtidas para os modelos de leilão para o período seco, estão mostrados na Figura 5.23 e 5.24. Para a vazão turbinada total, verifica-se um erro de 1.36% para o cenário 1, e de 1.31% para o cenário 2.

Figura 5.23 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

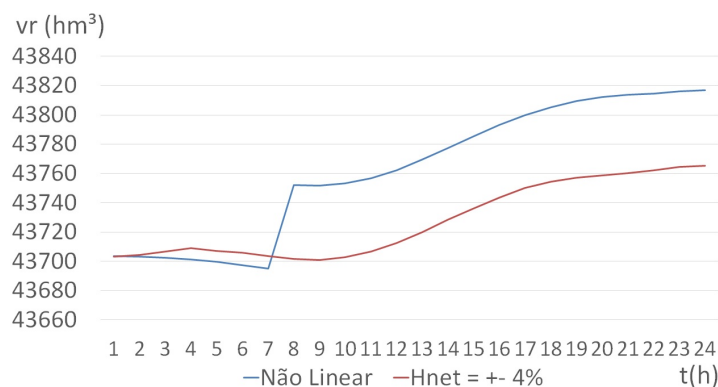
Figura 5.24 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

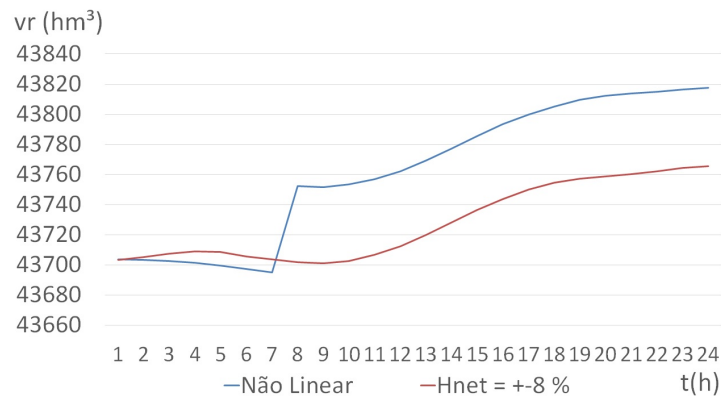
Os gráficos que mostram a evolução diária dos volumes totais dos reservatórios das hidrelétricas do sistema, obtidas para os modelos de leilão para o período seco, estão mostrados nas Figuras 5.25 e 5.26. Para os volumes totais dos reservatórios das usinas à reservatório, a porcentagem do erro obtido foi de 0.09% para ambos os cenários.

Figura 5.25 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

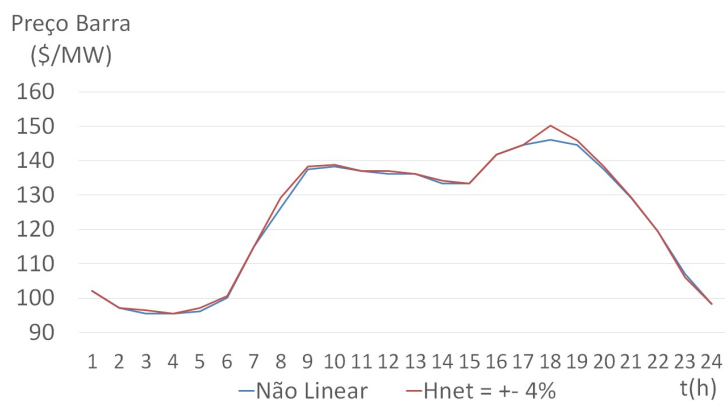
Figura 5.26 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

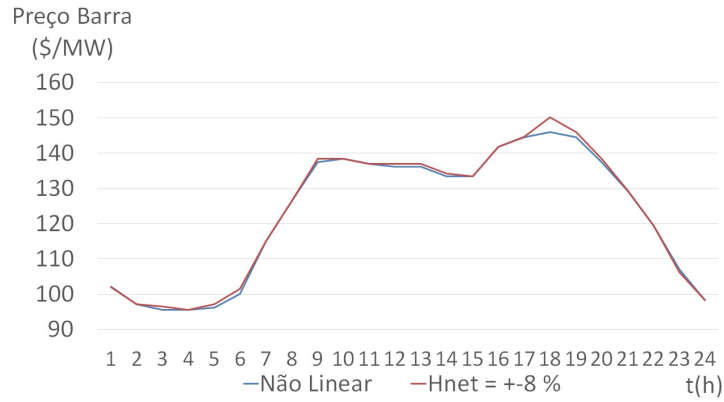
Finalmente, os gráficos que mostram a evolução diária dos preços nodais médios (i.e. para todas as barras) do sistema, obtidos para os modelos de leilão para o período seco, estão mostrados nas Figuras 5.27 e 5.28. O erro obtido no valor dos preços nodais médios foi de 0.52% para o cenário 1 e de 0.47% para o cenário 2.

Figura 5.27 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do preço horário das barras para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.28 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do preço horário das barras para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

5.2.4 Método Quadridimensional da Geração Hidráulica

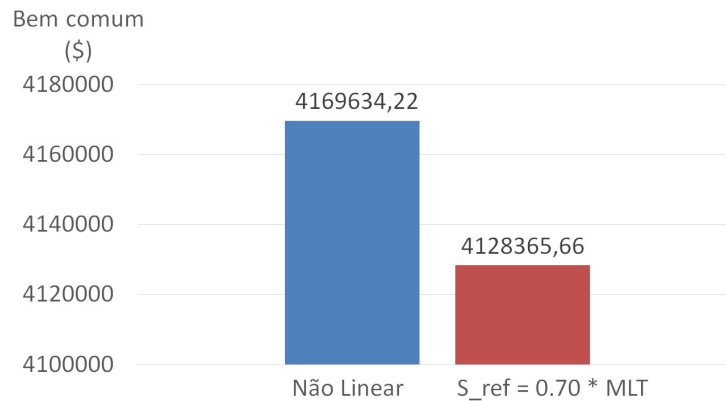
Nesta seção, os resultados obtidos pelo modelo de leilão LSH-IQ, em que se utiliza o método de interpolação quadridimensional para a linearização da função de produção, são comparados com aqueles obtidos pelo modelo de leilão não linear LSH-NL, para o período seco.

Um dos parâmetros importantes para a implementação do modelo LSH-IQ, relacionado à segunda etapa de construção do processo de linearização, diz respeito à aproximação secante no plano $p^G \times s$, em que é adotado, para cada ponto do plano $v \times q$, um conjunto de valores de vertimentos $S_{r,s} = \{S_{r,1}, S_{r,2}, \dots, S_{r,5}\}$, em que $S_{r,1} = 0$ e $S_{r,5} = S_r^{ref}$. O valor de S_r^{ref} , que necessita ser calibrado, é dado por uma porcentagem da Média de Longo Termo (MLT). Assim, para o modelo LSH-NL foram utilizados dois cenários, sendo que no cenário 1 adota-se o valor de $S_r^{ref} = 0.70 * MLT$ e no cenário 2 adota-se o valor de $S_r^{ref} = 1.00 * MLT$.

Como os valores de liga/desliga das unidades geradoras hidráulicas e térmicas não foram os mesmos em ambos os cenários, foi considerado um modelo não linear para cada cenário analisado em comparação aos resultados obtidos no LSH-IQ.

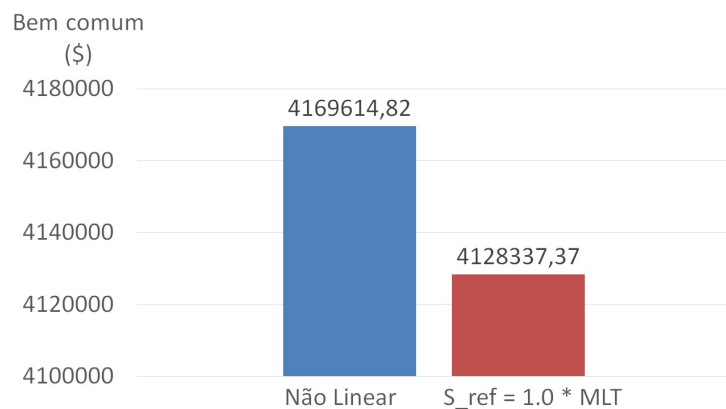
Os gráficos das Figuras 5.29 e 5.30 mostram os valores totais diários obtidos pelos modelos para a função de bem comum para o período seco. Pelo gráfico, verifica-se que, para o modelo LSH-IQ, a porcentagem do erro obtido para a função de bem-comum é de 0.99% em ambos os cenários analisados.

Figura 5.29 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da função de bem-comum para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

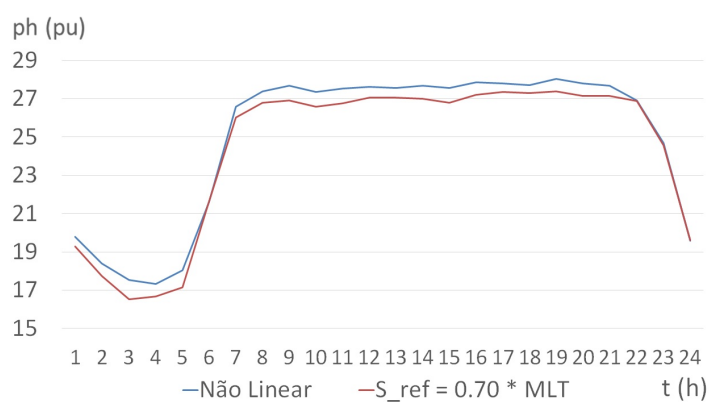
Figura 5.30 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da função de bem-comum para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

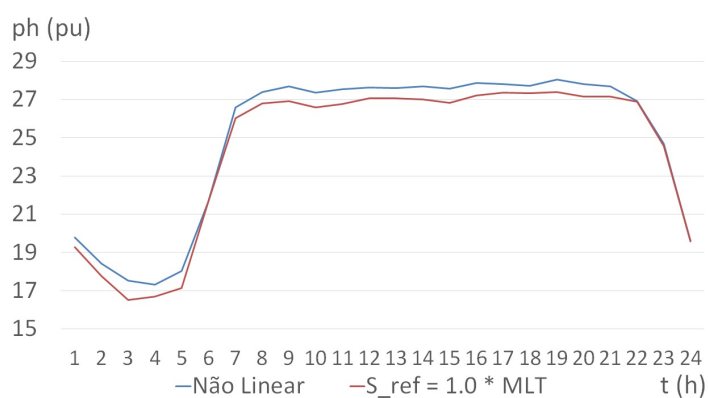
Os gráficos das Figuras 5.31, 5.32, 5.33, 5.34, 5.35 e 5.36 mostram, respectivamente, a evolução diária das potências totais obtidas pelos modelos para as unidades hidrelétricas, termelétricas e o total gerado pelo sistema, envolvendo hidrelétricas e termelétricas nos dois cenários para o período seco. Os erros médios, obtidos para a energia total gerada pelas hidrelétricas, a energia total gerada pelas termelétricas e o total gerado pelo sistema para o período seco, foram de 2.30%, 9.42% e 1.94%, respectivamente, em ambos os cenários. Isso mostra que o modelo não foi muito sensível às variações do parâmetro S_r^{ref} , provavelmente porque não houve vertimentos significativos a considerar.

Figura 5.31 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período seco.



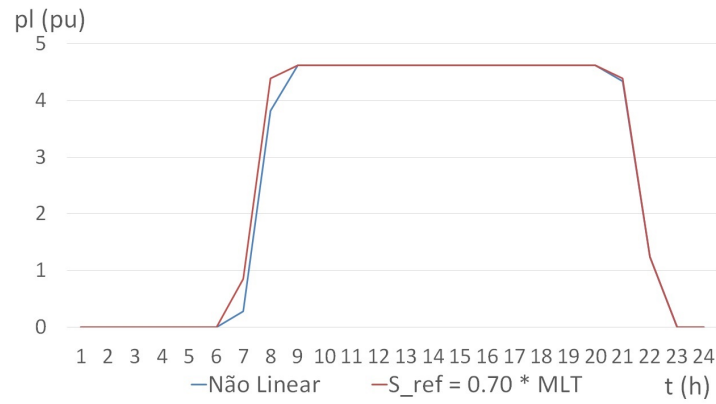
Fonte: autoria própria.

Figura 5.32 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período seco.



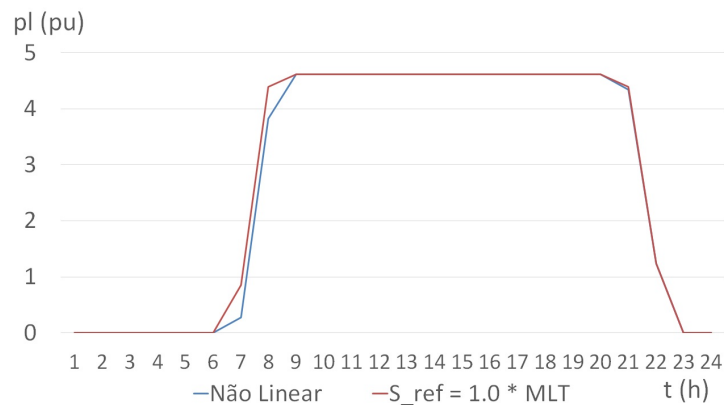
Fonte: autoria própria.

Figura 5.33 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 1 - Período seco.



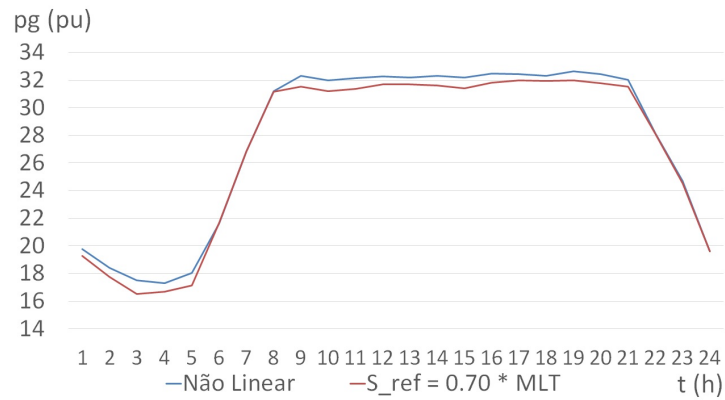
Fonte: autoria própria.

Figura 5.34 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 2 - Período seco.



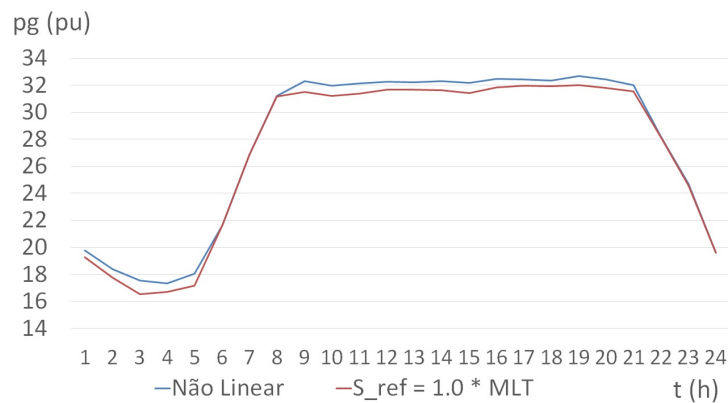
Fonte: autoria própria.

Figura 5.35 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

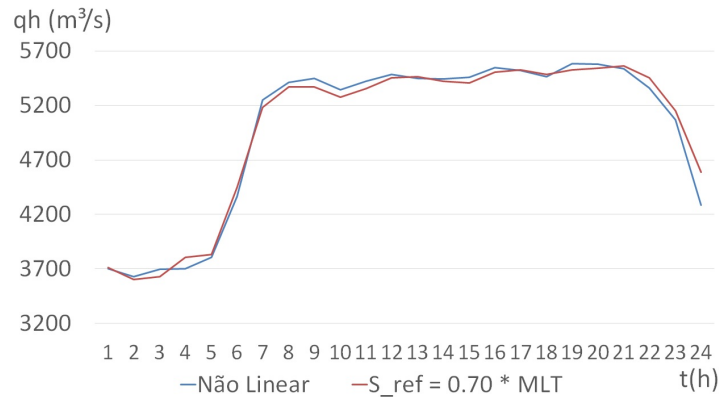
Figura 5.36 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

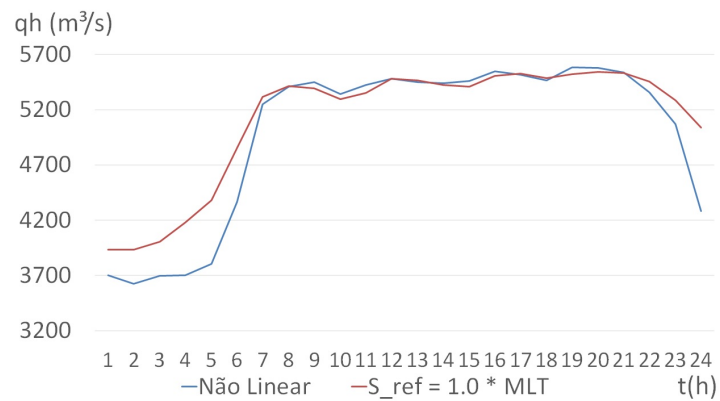
Os gráficos que destacam a evolução diária da vazão turbinada total das usinas hidrelétricas do sistema, obtidos para os modelos de leilão para o período seco, estão mostrados nas Figuras 5.37 e 5.38. Para a vazão turbinada total, verifica-se um erro de 1.26% para o cenário 1 e de 3.96% para o cenário 2.

Figura 5.37 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

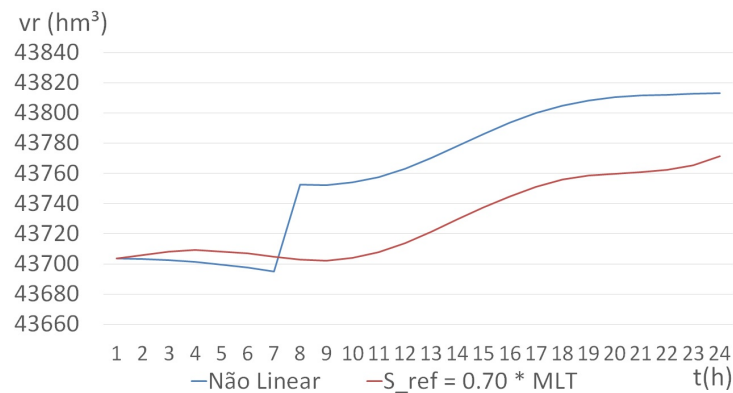
Figura 5.38 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

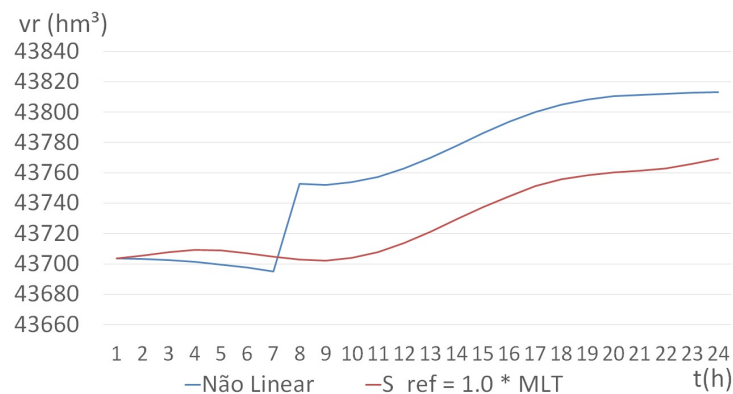
Os gráficos que mostram a evolução diária dos volumes totais dos reservatórios das hidrelétricas do sistema, obtidas para os modelos de leilão para o período seco estão mostrados nas Figuras 5.39 e 5.40. Para os volumes totais dos reservatórios das usinas à reservatório, a porcentagem do erro obtido foi de 0.08% para ambos os cenários. Como os dois cenários possuem a mesma resposta, novamente se percebe uma falta de sensibilidade ao parâmetro S_r^{ref} .

Figura 5.39 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

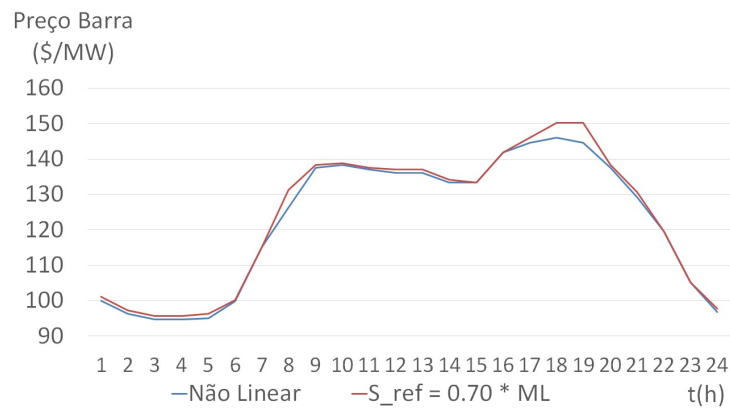
Figura 5.40 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

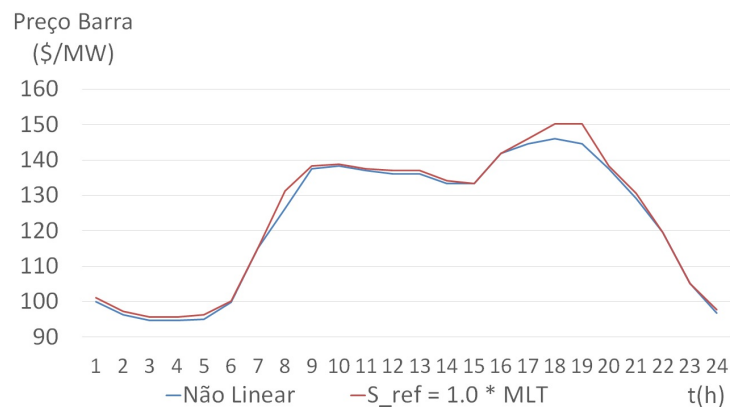
Finalmente, os gráficos que mostram a evolução diária dos preços nodais médios (i.e. para todas as barras) do sistema, obtidos para os modelos de leilão para o período seco, estão mostrados nas Figuras 5.41 e 5.42. O erro obtido no valor dos preços nodais médios foi de 0.97% para ambos os cenários.

Figura 5.41 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do preço horário das barras para o cenário 1 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.42 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do preço horário das barras para o cenário 2 - Período seco.



Fonte: autoria própria.

5.2.5 Comparação Entre os Modelos para o Período Seco

A Tabela 5.1 sintetiza os erros percentuais médios obtidos pelos modelos de leilão linearizados utilizando cada uma das técnicas investigadas para o período seco. Os erros médios foram calculados para o bem comum, a potência hidrelétrica, a potência termelétrica, a potência total gerada em cada usina, a potência consumida, a vazão turbinada total por usina, o volume das usinas à reservatório, a altura de queda líquida das usinas, o preço barra e o tempo de processamento de cada modelo de leilão linearizado, em segundos, para o período seco.

Tabela 5.1 – Comparação dos erros médios entre o método não linear e métodos de linearização investigados e tempo de processamento dos métodos linearizados - Período seco.

Variáveis	Simpl.	McCormick		Tridimensional		Quadridimensional	
		Cen. 1	Cen. 2	Cen. 1	Cen. 2	Cen. 1	Cen. 2
Bem comum	0.56%	0.11%	0.19%	0.57%	0.52%	0.99%	0.99%
Pot. Hidráulica	1.08%	0.92%	1.06%	1.39%	1.36%	2.30%	2.30%
Pot. Térmica	0.81%	0.75%	3.05%	6.72%	4.65%	9.42%	9.42%
Pot. Total	0.96%	0.85%	0.94%	1.18%	1.17%	1.94%	1.94%
Pot. consumida	1.48%	1.13%	1.40%	1.26%	1.39%	1.59%	1.67%
Vazão turb.	1.33%	1.50%	1.61%	1.36%	1.31%	1.26%	3.96%
Volume usina	0.13%	0.13%	0.12%	0.09%	0.09%	0.08%	0.08%
Altura queda líq	3.56%	1.21%	1.11%	0.89%	0.89%	0.93%	0.98%
Preço Barra	0.25%	0.15%	0.26%	0.52%	0.47%	0.97%	0.97%
Tempo de proc.	5 s	4 s	5 s	2680 s	927 s	7 s	7 s

Inicialmente observa-se na Tabela 5.1, que todos os métodos de linearização testados obtiveram um desempenho bastante satisfatório, para a estimação da maioria das variáveis e funções.

Em relação aos resultados obtidos para o período seco, pode-se citar os seguintes pontos com relação a cada uma das variáveis e funções analisadas:

i) Para a função objetivo de bem-comum, o modelo LSH-EMC - Cenário 1 obteve o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho.

ii) Para as variáveis de potências hidráulica, térmica, total e consumida, ou seja, para a obtenção do despacho de geração, o modelo LSH-EMC - Cenário 1, obteve o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho.

iii) Para a variável vazão turbinada, o modelo LSH-IQ - Cenário 1 obteve o menor erro percentual entre os modelos analisados neste trabalho.

iv) Para a variável volume, verifica-se que todos os modelos possuem erros muito próximos. Este é um resultado esperado, já que os volumes dos reservatórios geralmente variam muito pouco durante um dia de operação o modelo LSH-IQ em ambos os cenários obtiveram o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho.

v) Para a variável altura de queda líquida, o modelo LSH-IT em ambos os cenários obtiveram o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho. Observa-se também que o LSH-S teve um maior erro (desempenho inferior) em relação aos demais métodos.

vi) Para a variável do preço barra, o modelo LSH-EMC - Cenário 1 obteve o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho.

vii) Finalmente, em relação ao tempo de processamento, o modelo LSH-EMC -

Cenário 1 obteve o menor tempo de processamento. Destaca-se também que os modelos LSH-IT em ambos os cenários obtiveram um tempo de processamento muito maior em relação aos demais modelos analisados.

Mediante as informações citadas acima para o período seco, pode-se destacar que o método baseado nos envelopes de McCormick implementado no modelo LSH-EMC para o Cenário 1 foi o método que obteve o melhor desempenho comparado aos demais métodos analisados neste trabalho.

5.3 Período úmido

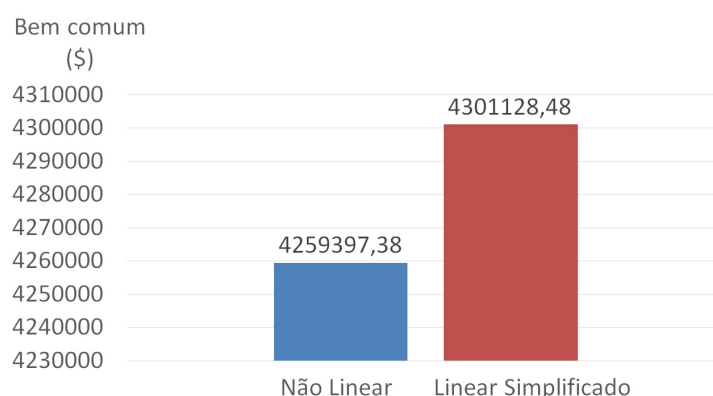
Conforme já citado, para as simulações envolvendo o período úmido foi utilizado como referência o mês de janeiro de 2011 para os valores da vazão incremental dos reservatórios. Os resultados obtidos nas simulações estão descritos a seguir.

5.3.1 Método Simplificado

Nesta seção, os resultados obtidos pelo modelo de leilão LSH-S, em que se utiliza o método simplificado de linearização da função de produção, são comparados com aqueles obtidos pelo modelo de leilão não linear LSH-NL, para o período úmido.

O gráfico da Figura 5.43 mostra os valores totais diários obtidos pelos modelos para a função de bem comum para o período úmido. Pelo gráfico, verifica-se que, para o modelo LSH-S, a porcentagem do erro obtido para a função de bem-comum é de 0.98%, o que corresponde a um erro razoavelmente baixo.

Figura 5.43 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado para a função de bem-comum - Período úmido.

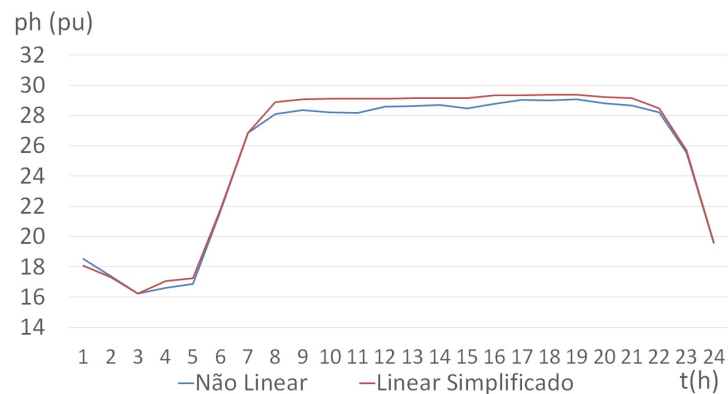


Fonte: autoria própria.

Os gráficos das Figuras 5.44, 5.45 e 5.46 mostram, respectivamente, a evolução diária das potências totais obtidas pelos dois modelos para as unidades hidrelétricas,

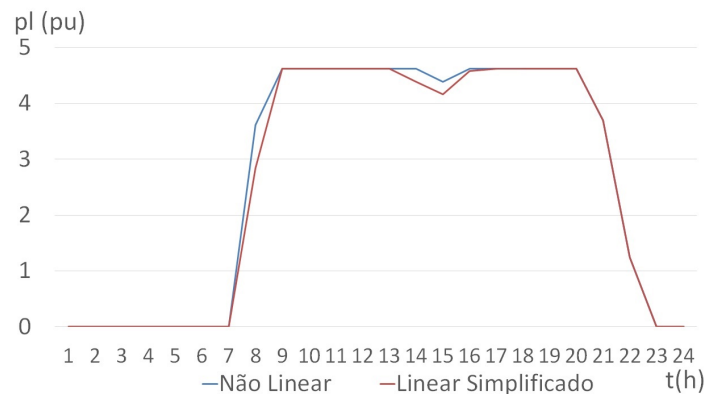
termelétricas e o total gerado pelo sistema, envolvendo hidrelétricas e termelétricas para o período úmido. Os erros médios, obtidos para a energia total gerada pelas hidrelétricas, a energia total gerada pelas termelétricas e o total gerado pelo sistema para o período úmido, foram de 1.56%, 1.35% e 1.24%, respectivamente.

Figura 5.44 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência horária das unidades geradoras hidráulicas - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

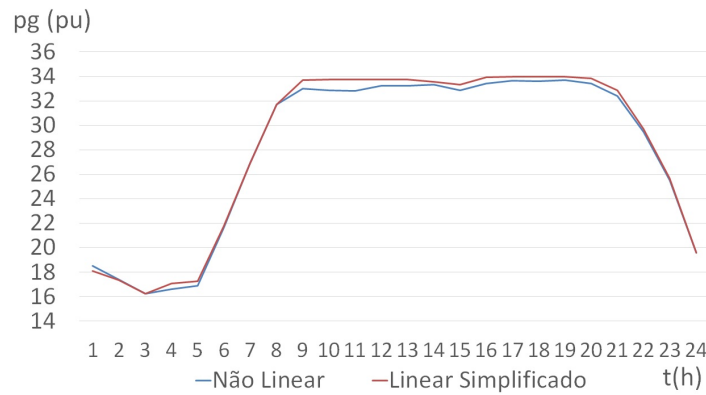
Figura 5.45 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência horária das unidades geradoras térmicas - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

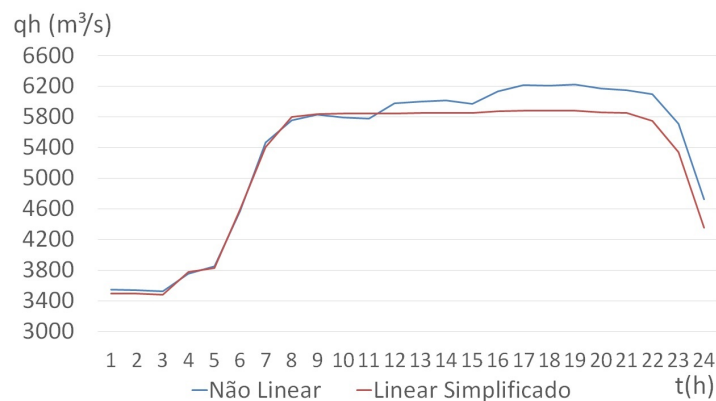
O gráfico que destaca a evolução diária da vazão turbinada total das usinas hidrelétricas do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período úmido, está mostrado na Figura 5.47. Para a vazão turbinada total, verifica-se um erro de 2.89%.

Figura 5.46 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.47 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas - Período úmido.

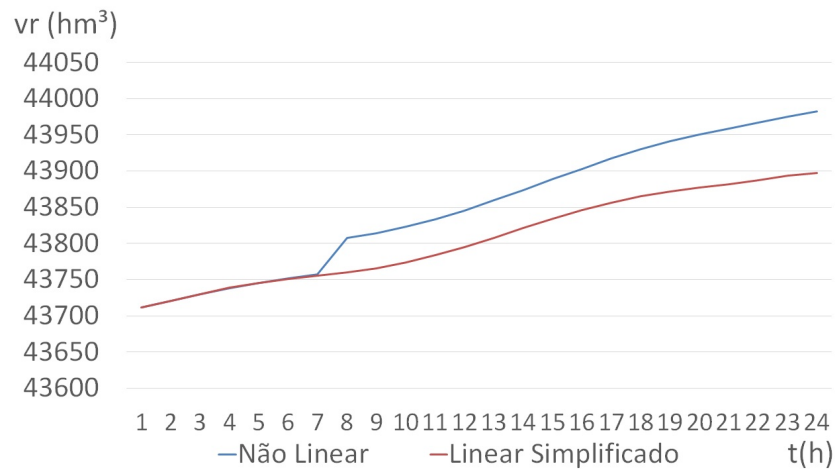


Fonte: autoria própria.

O gráfico que mostra as evoluções diárias dos volumes totais dos reservatórios das hidrelétricas do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período úmido, está mostrado na Figura 5.48. Para os volumes totais dos reservatórios das usinas à reservatório, a porcentagem do erro obtido foi de 0.10%.

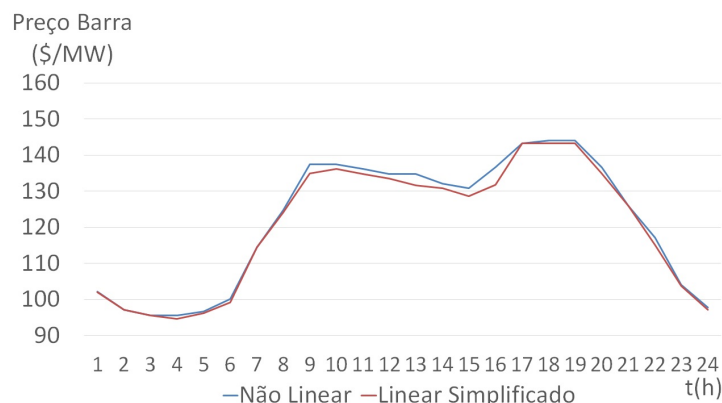
Finalmente, o gráfico que mostra a evolução diária dos preços nodais médios (i.e. para todas as barras) do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período úmido, está mostrado na Figura 5.49. O erro obtido no valor dos preços nodais médios foi de 0.91%.

Figura 5.48 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado do volume horário das usinas à reservatório - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.49 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linear simplificado do preço horário das barras - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

5.3.2 Método Baseado nos Envelopes de McCormick

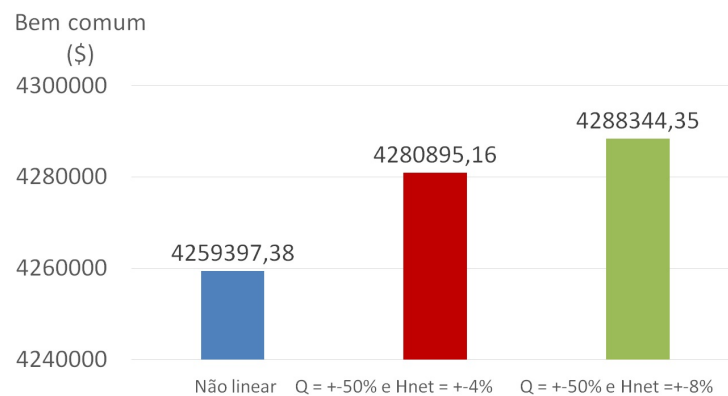
Nesta seção, os resultados obtidos pelo modelo LSH-EMC, em que se utiliza o método de envelopes de McCormick para a linearização da função de produção, são comparados com aqueles obtidos pelo modelo de leilão não linear LSH-NL, para o período úmido.

Conforme já descrito, no método de envelopes de McCormick proposto neste trabalho, as faixas (limites) que definem o envelope para a vazão turbinada e a altura de queda líquida foram ajustadas com base em percentuais dos valores ótimos obtidos pelo modelo de LSH-S para estas variáveis. Assim, foram analisados dois cenários: i) no cenário

1, adotou-se uma porcentagem de 50% para cima e para baixo para a vazão turbinada e de 4% para cima e para baixo para a altura de queda líquida; ii) no cenário 2, adotou-se uma porcentagem de 50% para cima e para baixo para a vazão turbinada e de 8% para cima e para baixo para a altura de queda líquida. Como os valores de liga/desliga das unidades geradoras hidráulicas e térmicas foram os mesmos em ambos os cenários, foi considerado apenas um modelo não linear para comparação em relação aos resultados obtidos em ambos os cenários no LSH-EMC.

O gráfico da Figura 5.50 mostra os valores totais diários obtidos pelos modelos para a função de bem comum para o período úmido. Pelo gráfico, verifica-se que, para o modelo LSH-EMC, os erros percentuais obtidos para a função de bem-comum foram de 0.50% e 0.68%, para os cenários 1 e 2, respectivamente, reduzindo os erros em relação ao modelo simplificado.

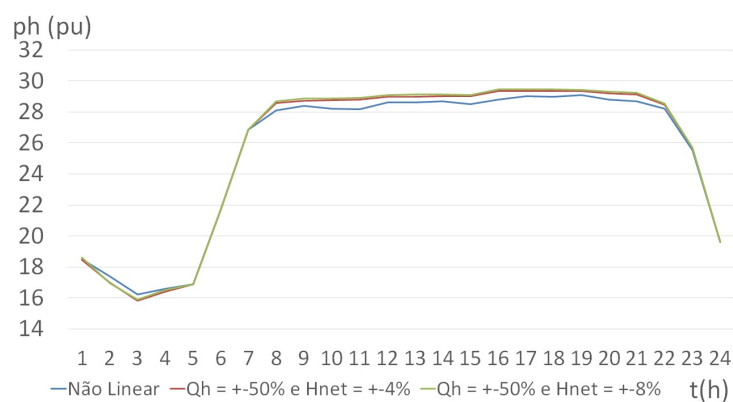
Figura 5.50 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da função de bem-comum - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

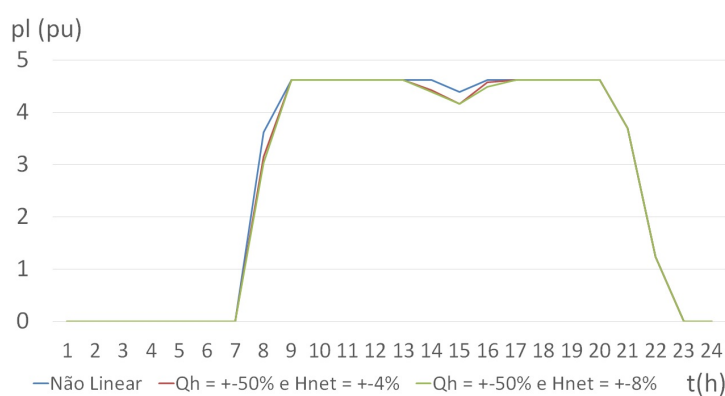
Os gráficos das Figuras 5.51, 5.52 e 5.53 mostram, respectivamente, a evolução diária das potências totais obtidas pelos dois modelos para as unidades hidrelétricas, termelétricas e o total gerado pelo sistema, envolvendo hidrelétricas e termelétricas para o período úmido. Os erros médios, obtidos para a energia total gerada pelas hidrelétricas, a energia total gerada pelas termelétricas e o total gerado pelo sistema para o período úmido, foram de 1.18%, 0.97% e 0.95%, respectivamente, para o cenário 1 e de 1.38%, 1.21% e 1.08%, respectivamente, para o cenário 2. Assim, verifica-se que a faixa ajustada para o cenário 1 obteve erros menores que os obtidos para o cenário 2.

Figura 5.51 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência horária das unidades geradoras hidráulicas - Período úmido.



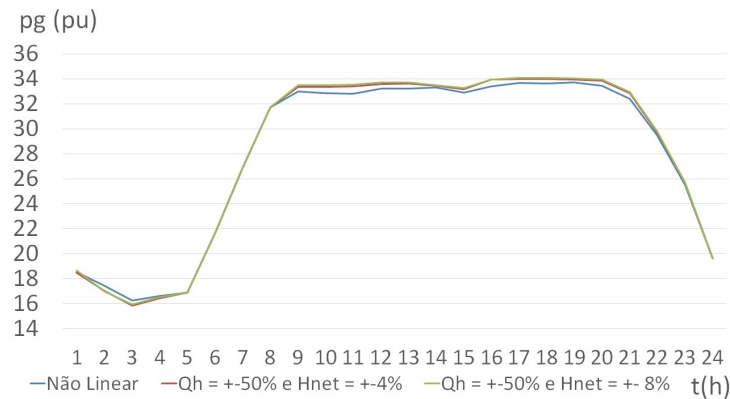
Fonte: autoria própria.

Figura 5.52 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência horária das unidades geradoras térmicas - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

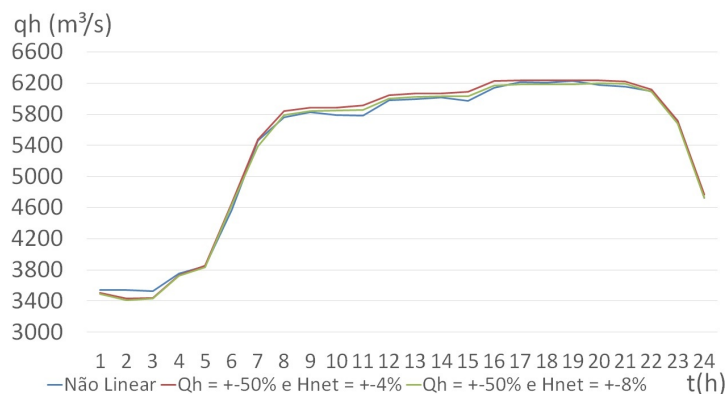
Figura 5.53 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

O gráfico que destaca a evolução diária da vazão turbinada total das usinas hidrelétricas do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período úmido, está mostrado na Figura 5.54. Para a vazão turbinada total, verifica-se um erro de 1.10% para o cenário 1 e de 0.88% para o cenário 2. Nesta situação de período úmido, o cenário 1 possui maior erro quando comparado ao cenário 2.

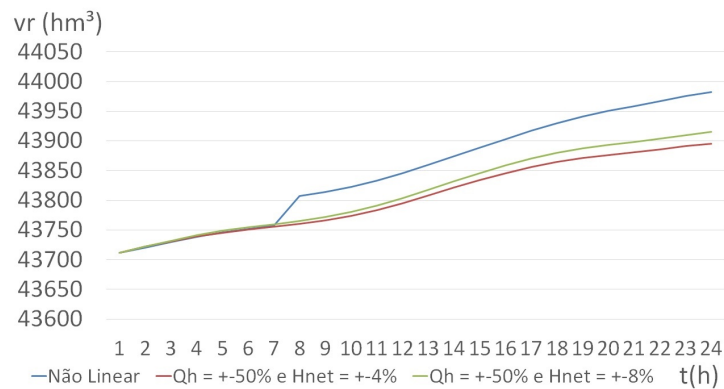
Figura 5.54 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

O gráfico que mostra a evolução diária dos volumes totais dos reservatórios das hidrelétricas do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período úmido, está mostrado na Figura 5.55. Para os volumes totais dos reservatórios das usinas à reservatório, a porcentagem do erro obtido foi de 0.10% para o cenário 1 e de 0.08% para o cenário 2.

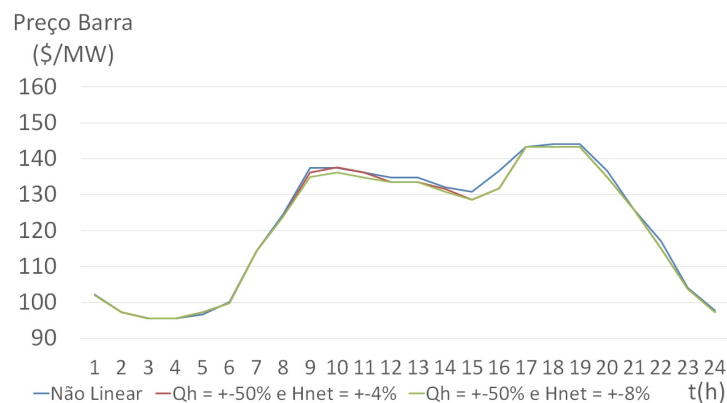
Figura 5.55 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick do volume horário das usinas à reservatório - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

Finalmente, o gráfico que mostra as evoluções diárias dos preços nodais médios (i.e. para todas as barras) do sistema, obtidas para os dois modelos de leilão para o período úmido, está mostrado na Figura 5.56. O erro obtido no valor dos preços nodais médios foi de 0.63% para o cenário 1 e de 0.78% para o cenário 2. Assim, os erros associados a praticamente todas as variáveis e funções foram reduzidos no cenário 1.

Figura 5.56 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por envelopes de McCormick do preço horário das barras - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

5.3.3 Método de Interpolação Tridimensional

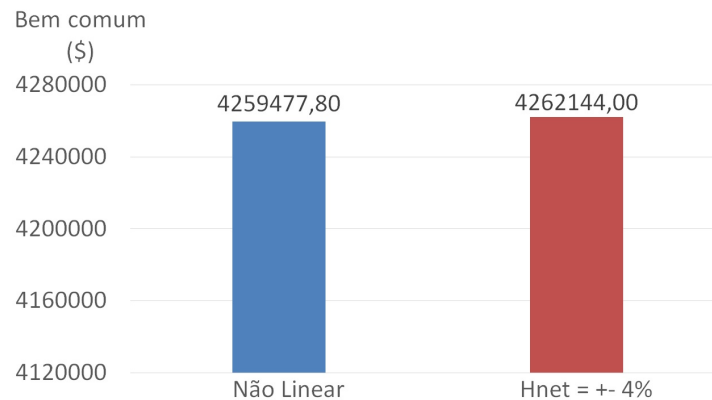
Nesta seção, os resultados obtidos pelo modelo de leilão LSH-IT, em que se utiliza o método de interpolação tridimensional para a linearização da função de produção, são comparados com aqueles obtidos pelo modelo de leilão não linear LSH-NL, para o período úmido.

Conforme já descrito, um dos parâmetros utilizados neste método de linearização diz respeito às alturas de queda líquida limítrofes H_r^1 e H_r^3 , dadas em (4.23) e (4.24) respectivamente, para cada reservatório r . Nestas expressões, verifica-se que estes parâmetros dependem do valor percentual p , que define as porcentagens acima e abaixo da altura de queda líquida ótima $h_{r,t}^{N*}$ obtida pelo modelo simplificado LSH-S. Nesta seção são analisados dois cenários, relacionados a dois valores diferentes de p . No cenário 1, adota-se $p = 0.04$, enquanto que no cenário 2 adota-se $p = 0.08$. Para o período úmido, o *gap* de otimalidade ficou em 0.01% (praticamente nulo).

Como os valores de liga/desliga das unidades geradoras hidráulicas e térmicas não foram os mesmos em ambos os cenários, foi considerado um modelo não linear para cada cenário analisado em comparação aos resultados obtidos no LSH-IT.

Os gráficos das Figuras 5.57 e 5.58 mostram os valores totais diários obtidos pelos modelos para a função de bem comum para o período úmido. Pelo gráfico, verifica-se que, para o modelo LSH-IT, a porcentagem do erro obtido para a função de bem-comum é de 0.06% para o cenário 1 e de 0.09% para o cenário 2.

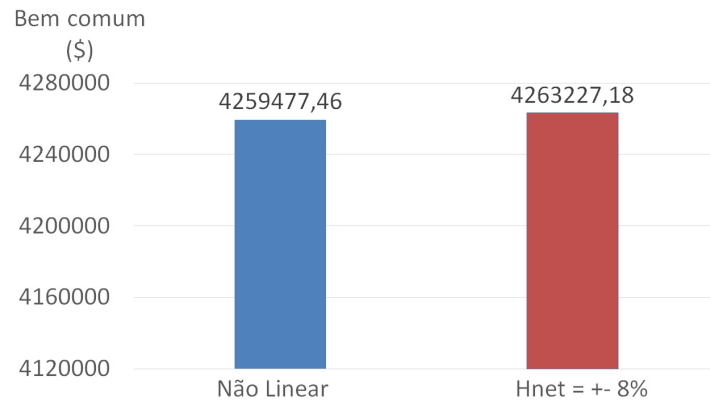
Figura 5.57 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da função de bem-comum para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

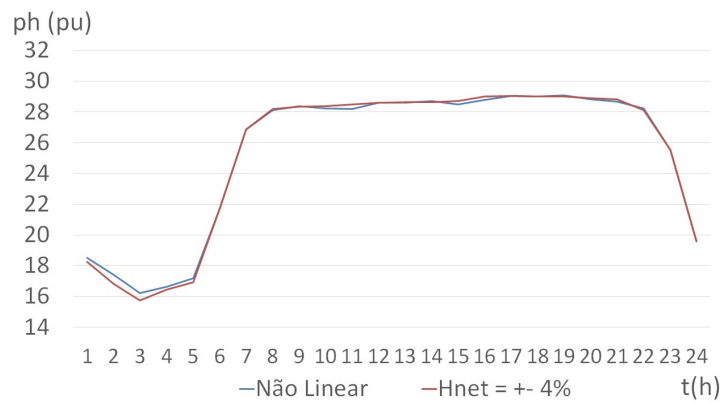
Os gráficos das Figuras 5.59, 5.60, 5.61, 5.62, 5.63 e 5.64 mostram, respectivamente, a evolução diária das potências totais obtidas pelos dois modelos para as unidades hidrelétricas, termelétricas e o total gerado pelo sistema, envolvendo hidrelétricas e termelétricas para os cenários 1 e 2 para o período úmido. Os erros médios, obtidos para a energia total gerada pelas hidrelétricas, a energia total gerada pelas termelétricas e o total gerado pelo sistema para o período úmido, foram de 0.66%, 0.17% e 0.61%, para o cenário 1, respectivamente. Os respectivos erros médios obtidos para o cenário 2 foram de 0.61%, 0.21% e 0.55%, respectivamente.

Figura 5.58 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da função de bem-comum para o cenário 2 - Período úmido.



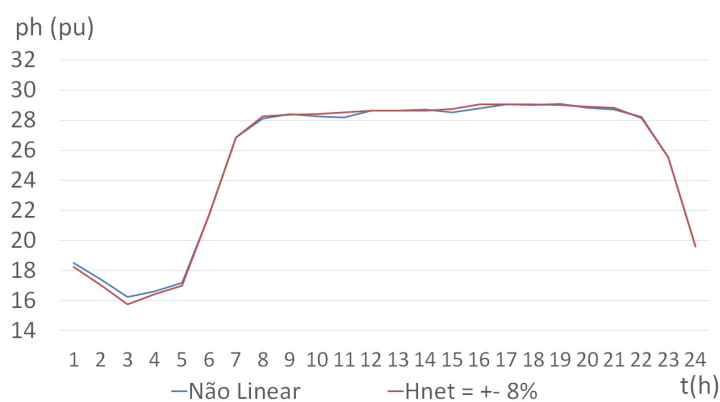
Fonte: autoria própria.

Figura 5.59 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período úmido.



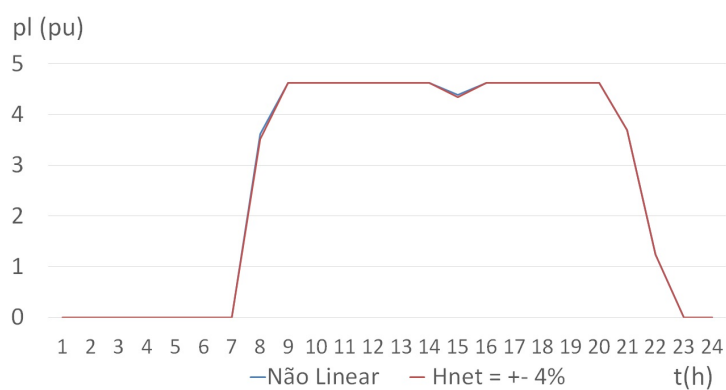
Fonte: autoria própria.

Figura 5.60 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período úmido.



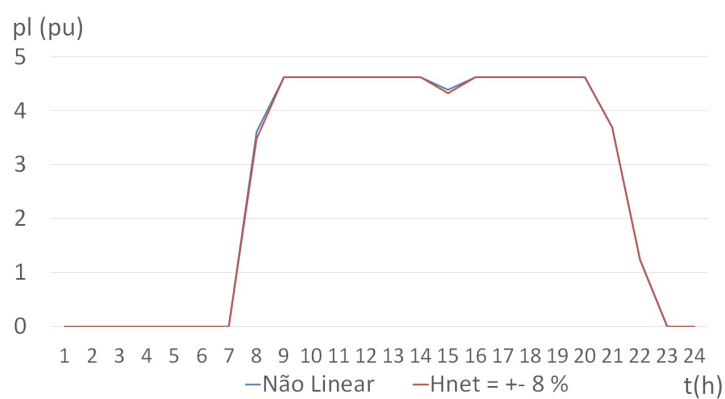
Fonte: autoria própria.

Figura 5.61 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 1 - Período úmido.



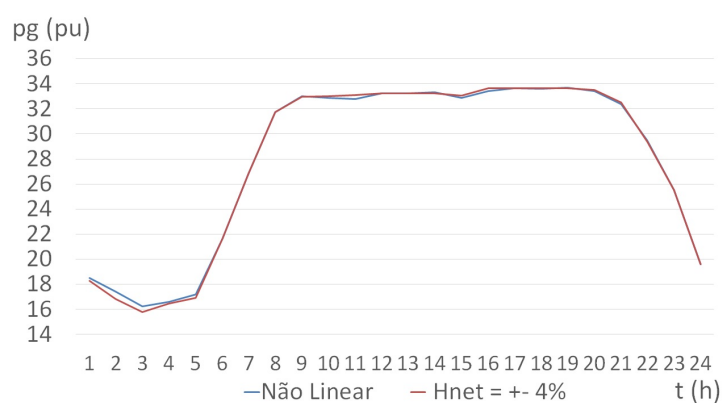
Fonte: autoria própria.

Figura 5.62 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 2 - Período úmido.



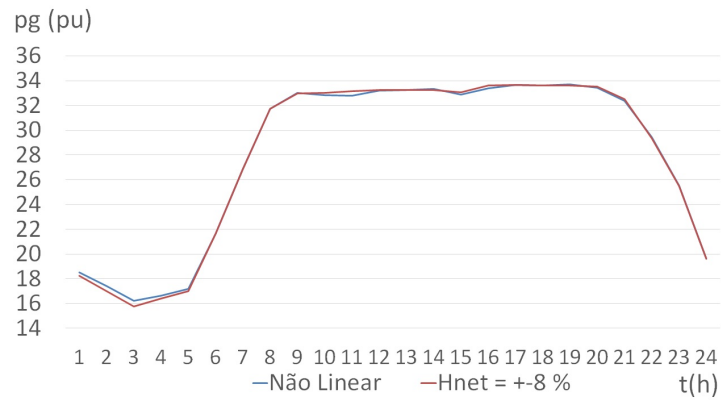
Fonte: autoria própria.

Figura 5.63 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

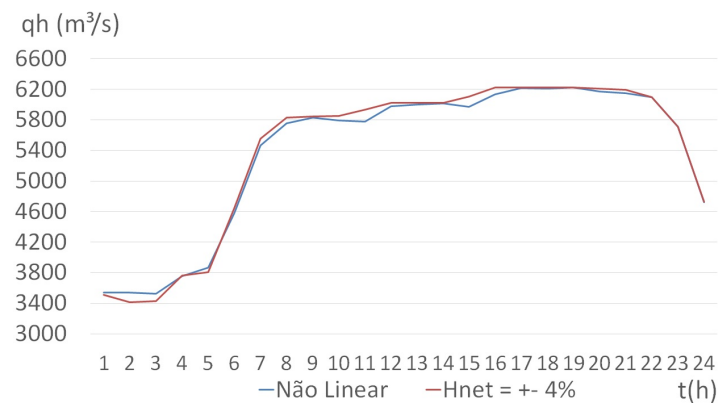
Figura 5.64 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

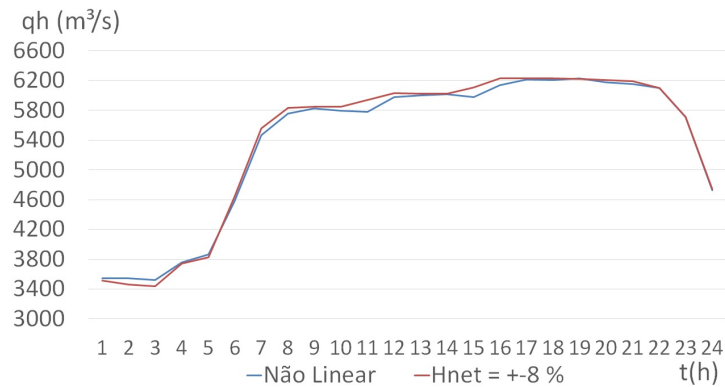
Os gráficos que destacam a evolução diária da vazão turbinada total das usinas hidrelétricas do sistema, obtidas para os modelos de leilão para o período úmido, estão mostrados na Figura 5.65 e 5.66. Para a vazão turbinada total, verifica-se um erro de 1.01% para o cenário 1, e de 0.94% para o cenário 2.

Figura 5.65 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

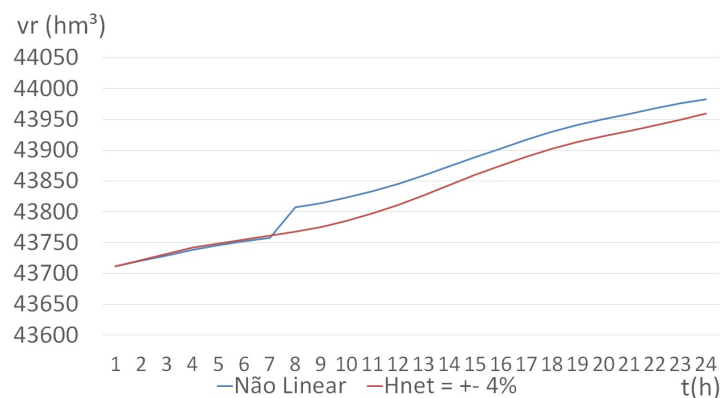
Figura 5.66 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

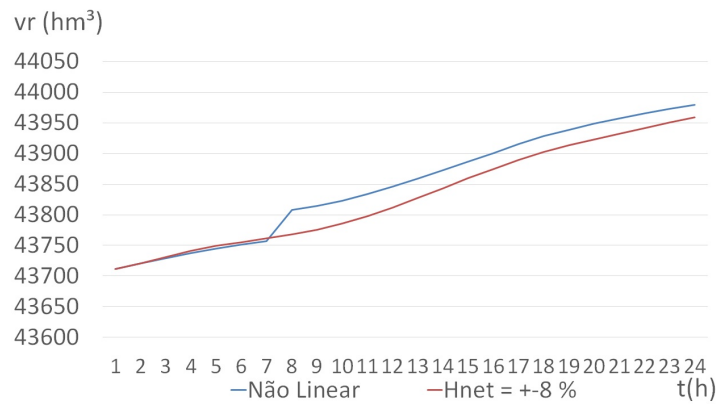
Os gráficos que mostram a evolução diária dos volumes totais dos reservatórios das hidrelétricas do sistema, obtidas para os modelos de leilão para o período seco, estão mostrados nas Figuras 5.67 e 5.68. Para os volumes totais dos reservatórios das usinas à reservatório, a porcentagem do erro obtido foi de 0.05% para ambos os cenários.

Figura 5.67 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

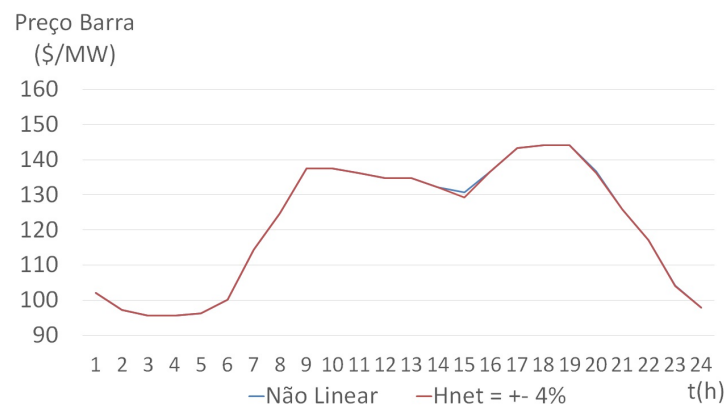
Figura 5.68 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

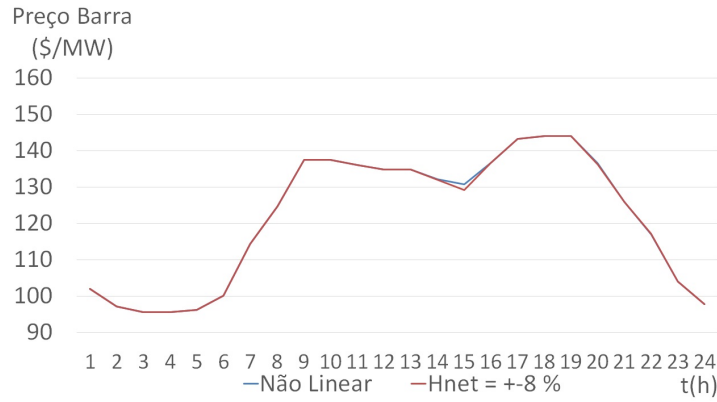
Finalmente, os gráficos que mostram a evolução diária dos preços nodais médios (i.e. para todas as barras) do sistema, obtidos para os modelos de leilão para o período seco, estão mostrados nas Figuras 5.69 e 5.70. O erro obtido no valor dos preços nodais médios foi de 0.07% para ambos os cenários.

Figura 5.69 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do preço horário das barras para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.70 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado por interpolação tridimensional do preço horário das barras para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

5.3.4 Método Quadridimensional da Geração Hidráulica

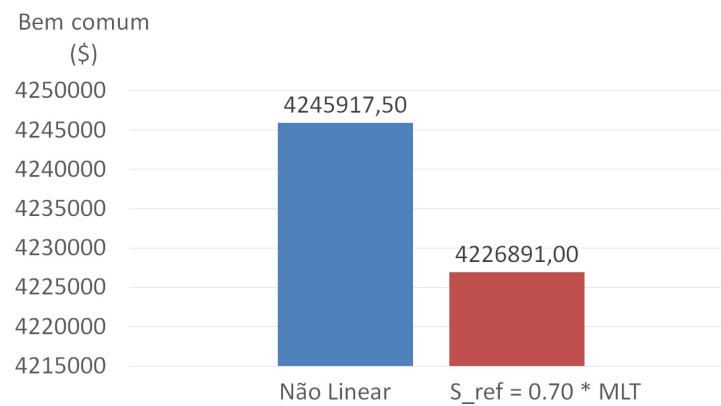
Nesta seção, os resultados obtidos pelo modelo de leilão LSH-IQ, em que se utiliza o método de interpolação quadridimensional para a linearização da função de produção, são comparados com aqueles obtidos pelo modelo de leilão não linear LSH-NL, para o período úmido.

Um dos parâmetros importantes para a implementação do modelo LSH-IQ, relacionado à segunda etapa de construção do processo de linearização, diz respeito à aproximação secante no plano $p^G \times s$, em que é adotado, para cada ponto do plano $v \times q$, um conjunto de valores de vertimentos $S_{r,s} = \{S_{r,1}, S_{r,2}, \dots, S_{r,5}\}$, em que $S_{r,1} = 0$ e $S_{r,5} = S_r^{ref}$. O valor de S_r^{ref} , que necessita ser calibrado, é dado por uma porcentagem da Média de Longo Termo (MLT). Assim, para o modelo LSH-NL foram utilizados dois cenários, sendo que no cenário 1 adota-se o valor de $S_r^{ref} = 0.70 * MLT$ e no cenário 2 adota-se o valor de $S_r^{ref} = 1.00 * MLT$.

Como os valores de liga/desliga das unidades geradoras hidráulicas e térmicas não foram os mesmos em ambos os cenários, foi considerado um modelo não linear para cada cenário analisado em comparação aos resultados obtidos no LSH-IQ.

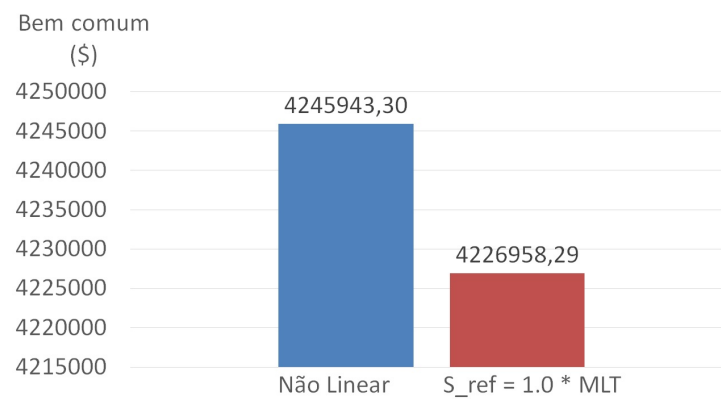
Os gráficos das Figuras 5.71 e 5.72 mostram os valores totais diários obtidos pelos modelos para a função de bem comum para o período úmido. Pelo gráfico, verifica-se que, para o modelo LSH-IQ, a porcentagem do erro obtido para a função de bem-comum é de 0.45% em ambos os cenários analisados.

Figura 5.71 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da função de bem-comum para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

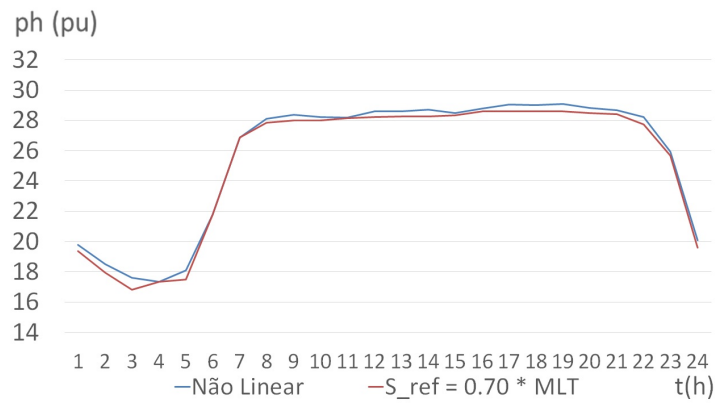
Figura 5.72 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da função de bem-comum para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

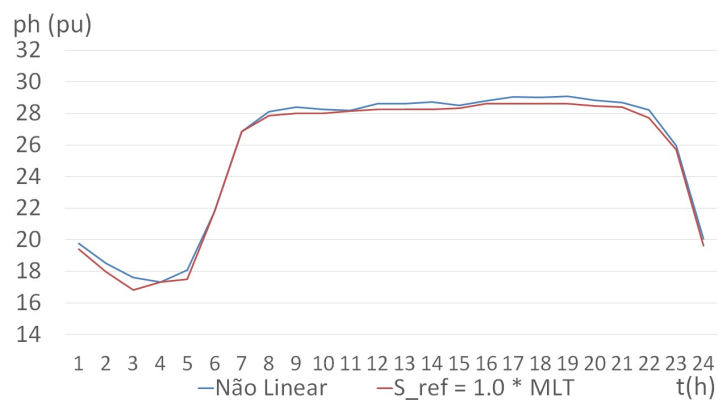
Os gráficos das Figuras 5.73, 5.74, 5.75, 5.76, 5.77 e 5.78 mostram, respectivamente, a evolução diária das potências totais obtidas pelos modelos para as unidades hidrelétricas, termelétricas e o total gerado pelo sistema, envolvendo hidrelétricas e termelétricas nos dois cenários para o período úmido. Os erros médios, obtidos para a energia total gerada pelas hidrelétricas, a energia total gerada pelas termelétricas e o total gerado pelo sistema para o período úmido, foram de 1.38%, 0.39% e 1.25% para o cenário 1 e 1.38%, 0.39% e 1.24% para o cenário 2. Isso mostra que o modelo não foi muito sensível às variações do parâmetro S_r^{ref} .

Figura 5.73 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.74 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.75 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 1 - Período úmido.

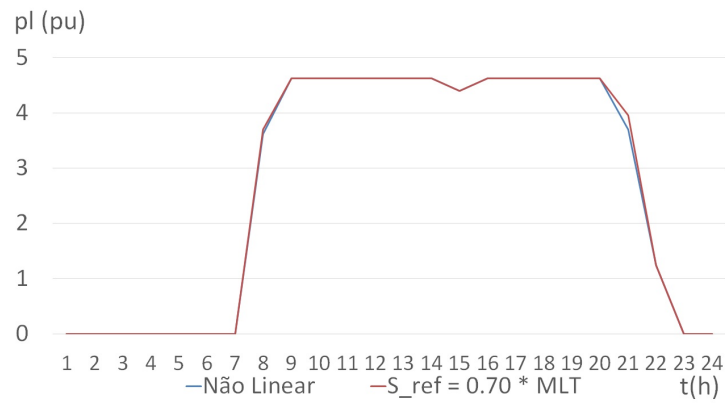


Figura 5.76 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência horária das unidades geradoras térmicas para o cenário 2 - Período úmido.

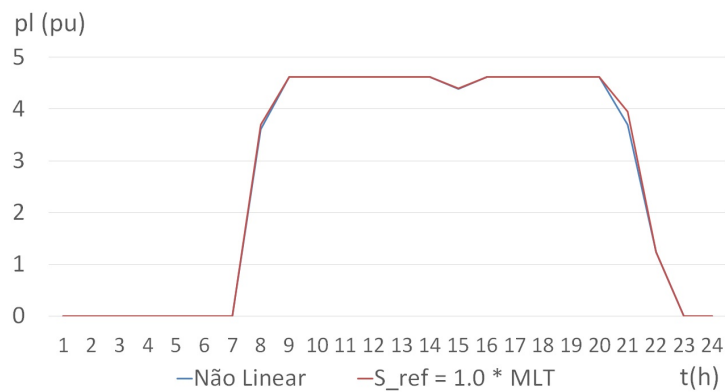
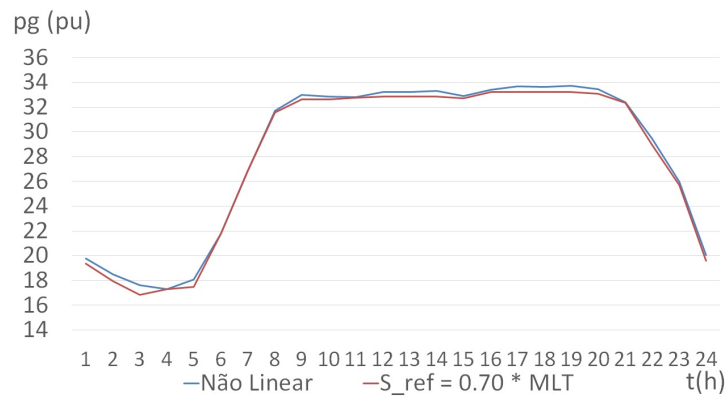
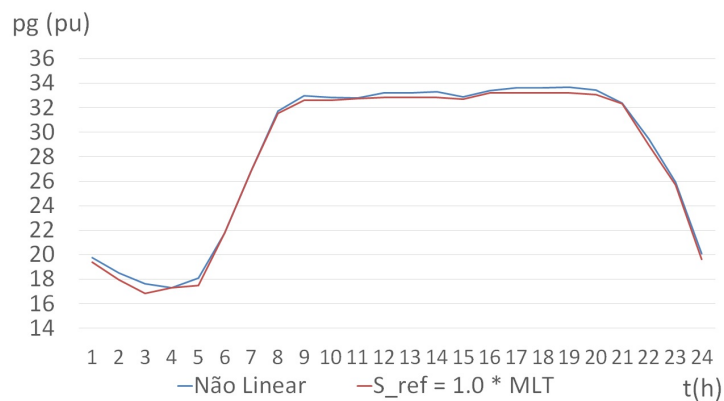


Figura 5.77 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

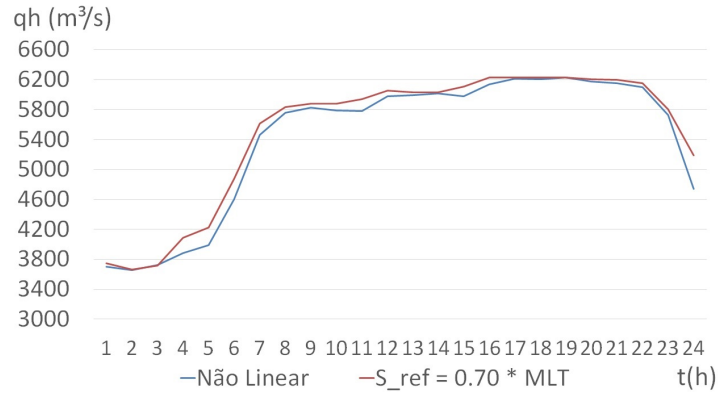
Figura 5.78 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da potência total horária das unidades geradoras hidráulicas e térmicas para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

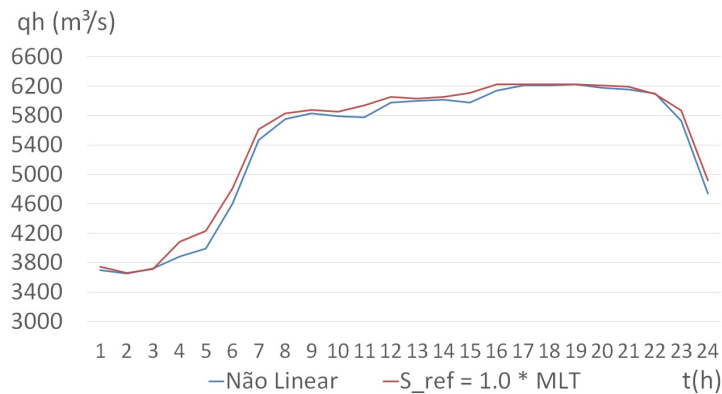
Os gráficos que destacam a evolução diária da vazão turbinada total das usinas hidrelétricas do sistema, obtidos para os modelos de leilão para o período seco, estão mostrados nas Figuras 5.79 e 5.80. Para a vazão turbinada total, verifica-se um erro de 1.97% para o cenário 1 e de 1.69% para o cenário 2.

Figura 5.79 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

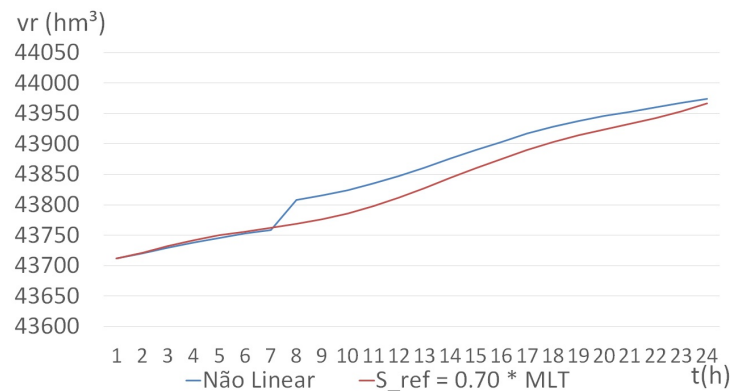
Figura 5.80 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional da vazão turbinada horária das unidades geradoras hidráulicas para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

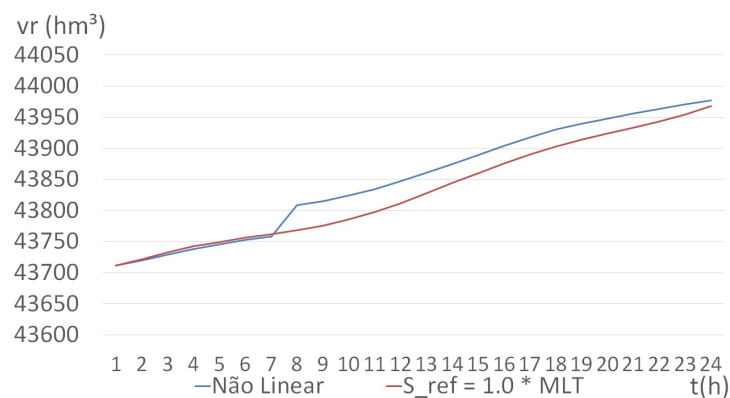
Os gráficos que mostram a evolução diária dos volumes totais dos reservatórios das hidrelétricas do sistema, obtidas para os modelos de leilão para o período úmido estão mostrados nas Figuras 5.81 e 5.82. Para os volumes totais dos reservatórios das usinas à reservatório, a porcentagem do erro obtido foi de 0.05% para ambos os cenários. Como os dois cenários possuem a mesma resposta, novamente se percebe uma falta de sensibilidade ao parâmetro S_r^{ref} .

Figura 5.81 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

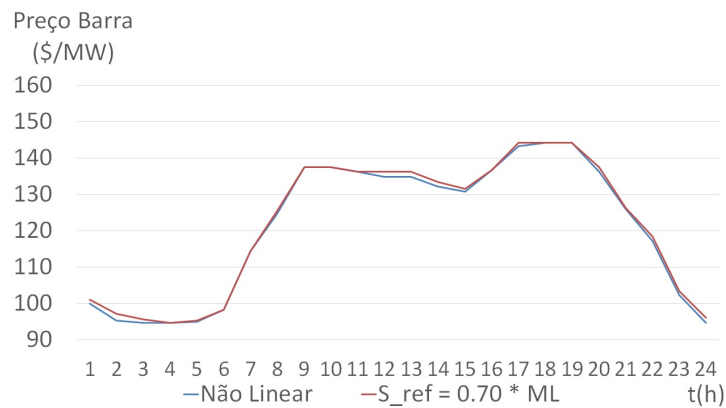
Figura 5.82 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do volume horário das usinas à reservatório para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

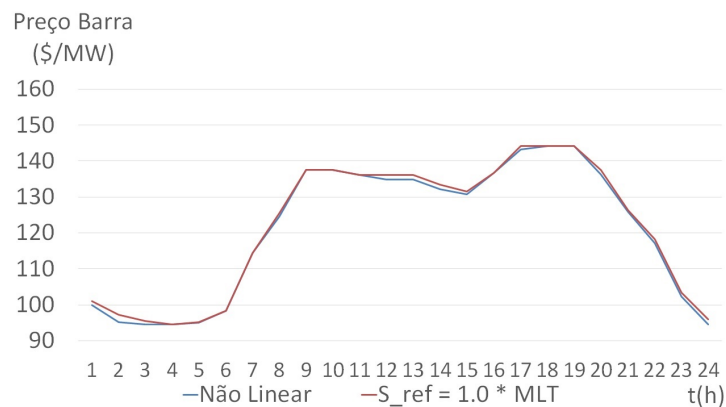
Finalmente, os gráficos que mostram a evolução diária dos preços nodais médios (i.e. para todas as barras) do sistema, obtidos para os modelos de leilão para o período úmido, estão mostrados nas Figuras 5.83 e 5.84. O erro obtido no valor dos preços nodais médios foi de 0.59% para ambos os cenários.

Figura 5.83 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do preço horário das barras para o cenário 1 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

Figura 5.84 – Gráfico comparativo do modelo não linear x modelo linearizado quadridimensional do preço horário das barras para o cenário 2 - Período úmido.



Fonte: autoria própria.

5.3.5 Comparação Entre os Modelos para o Período Úmido

A Tabela 5.2 sintetiza os erros percentuais médios obtidos pelos modelos de leilão linearizados utilizando cada uma das técnicas investigadas para o período úmido. Os erros médios foram calculados para o bem comum, a potência hidrelétrica, a potência termelétrica, a potência total gerada em cada usina, a potência consumida, a vazão turbinada total por usina, o volume das usinas à reservatório, a altura de queda líquida das usinas, o preço por barra e o tempo de processamento de cada modelo de leilão linearizado, em segundos, para o período úmido.

Tabela 5.2 – Comparação dos erros médios entre o método não linear e métodos de linearização investigados e tempo de processamento dos métodos linearizados - Período úmido.

Variáveis	Simpl.	McCormick		Tridimensional		Quadridimensional	
		Cen. 1	Cen. 2	Cen. 1	Cen. 2	Cen. 1	Cen. 2
Bem comum	0.98%	0.50%	0.68%	0.06%	0.09%	0.45%	0.45%
Pot. Hidráulica	1.56%	1.18%	1.38%	0.66%	0.61%	1.38%	1.38%
Pot. Térmica	1.35%	0.97%	1.21%	0.17%	0.21%	0.39%	0.39%
Pot. Total	1.24%	0.95%	1.08%	0.61%	0.55%	1.25%	1.24%
Pot. consumida	1.12%	1.39%	1.50%	1.08%	1.02%	1.27%	1.25%
Vazão turb.	2.89%	1.10%	0.88%	1.01%	0.94%	1.97%	1.69%
Volume usina	0.10%	0.10%	0.08%	0.05%	0.05%	0.05%	0.05%
Altura queda líq	4.38%	0.99%	0.84%	0.63%	0.64%	0.69%	0.68%
Preço Barra	0.91%	0.63%	0.78%	0.07%	0.07%	0.59%	0.59%
Tempo de proc.	5 s	4 s	4 s	515 s	817 s	6 s	6 s

Inicialmente observa-se na Tabela 5.2, que todos os métodos de linearização testados obtiveram um desempenho bastante satisfatório, para a estimação da maioria das variáveis e funções.

Em relação aos resultados obtidos para o período úmido, pode-se citar os seguintes pontos com relação a cada uma das variáveis e funções analisadas:

- Para a função objetivo de bem-comum, o modelo LSH-IT - Cenário 1 obteve o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho.
- Para as variáveis de potências hidráulica, total e consumida, o modelo LSH-IT - Cenário 2, obteve o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho. Para a variável de potência térmica, o modelo LSH-IT - Cenário 1, obteve o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho.
- Para a variável vazão turbinada, o modelo LSH-EMC - Cenário 2, obteve o menor erro percentual entre os modelos analisados neste trabalho.
- Para a variável volume, verifica-se que todos os modelos possuem erros muito próximos. Este é um resultado esperado, já que os volumes dos reservatórios geralmente variam muito pouco durante um dia de operação, os modelos LSH-IT e LSH-IQ em ambos os cenários obtiveram o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho.
- Para a variável altura de queda líquida, o modelo LSH-IT - Cenário 1 obteve o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho. Observa-se também que o LSH-S teve um maior erro (desempenho inferior) em relação aos demais métodos.
- Para a variável do preço barra, o modelo LSH-IT em ambos os cenários obtiveram o menor erro percentual entre os métodos analisados neste trabalho.

- Finalmente, em relação ao tempo de processamento, o modelo LSH-EMC em ambos os cenários obtiveram o menor tempo de processamento. Destaca-se também que os modelos LSH-IT em ambos os cenários obtiveram um tempo de processamento muito maior em relação aos demais modelos analisados.

Mediante as análises acima para o período úmido, pode-se destacar que o método baseado na interpolação tridimensional implementado no modelo LSH-IT, em ambos os cenários, foi o método que obteve o melhor desempenho comparado aos demais métodos analisados neste trabalho.

5.3.6 Comparação Entre os Modelos entre os Períodos Seco e Úmido

Da comparação entre os resultados gerais para a situação de seca e situação úmida, mostrados nas Tabelas 5.1 e 5.2, respectivamente, pode-se destacar os seguintes pontos:

- O método simplificado, implementado no modelo LSH-S, obteve melhores resultados para a situação de seca, em quase todas as variáveis importantes para o leilão, quando comparado à situação úmida do mesmo modelo. Assim, verifica-se que para o sistema testado, a situação de cheia tem um comportamento não linear mais difícil de ser representado pelo modelo linearizado simplificado. Em situações úmidas, espera-se que haja uma maior variação nas alturas de queda líquida dos reservatórios, o que faz com que as unidades operem em regiões de maior não-linearidade. Este tipo de operação geralmente produz erros de linearização maiores, conforme resultados obtidos para o método simplificado.
- O método de envelope de McCormick, implementado no modelo LSH-EMC, também obteve melhores resultados para a situação de seca, em quase todas as variáveis importantes para o leilão, quando comparado à situação úmida do mesmo modelo. Esse é um comportamento esperado porque o modelo de linearização de envelope de McCormick é implementado na “vizinhança” dos pontos fornecidos pelo modelo LSH-S, o qual também obteve resultados piores para a situação de cheia. Assim, percebe-se para este modelo que os erros médios em quase todas as variáveis e funções foram deteriorados para a situação úmida, em que as não linearidades são mais acentuadas.
- Diferentemente dos modelos anteriores, o método de linearização tridimensional, implementado no modelo LSH-IT, obteve melhores resultados para a situação úmida, em comparação à situação de seca do mesmo método. A principal razão para este fato decorre do *gap* de otimalidade que o método obteve nas duas situações. Verifica-se que enquanto na situação seca o *gap* foi de 0.20%, na situação úmida o *gap* foi de 0.01%, ou seja, quase nulo. Assim, o método não atingiu a otimalidade para a situação

de seca, de modo que seus resultados ficaram piores neste caso. Para a situação de cheia, o método consegue atingir a otimalidade, obtendo os melhores resultados para esta situação em quase todas as variáveis e funções, quando comparado aos demais métodos. Entretanto, devido aos tempos computacionais excessivamente altos e aos problemas de otimalidade e de dificuldade de convergência, associados aos *gaps* de dualidade, a aplicação prática deste método para sistemas de grande porte pode ficar comprometida.

- O método de linearização quadridimensional, implementado no modelo LSH-IQ, obteve melhores resultados para a situação úmida, em comparação à situação de seca do mesmo método. Para a situação úmida, os vertimentos ocorrem naturalmente de forma mais pronunciada. Como o modelo LSH-IQ representa os vertimentos de forma mais precisa (aspecto quadridimensional do modelo), os resultados deste modelo para a situação úmida se mostram mais precisos que os obtidos para a situação de seca. Assim, este é um resultado que confirma as características de boa representatividade dos vertimentos pelo modelo LSH-IQ.

6 CONCLUSÕES

Os modelos de Procedimento de Compensação de Mercado (PCM) de energia, que resolvem os leilões de energia do dia seguinte, necessitam de uma formulação específica para sistemas hidrotérmicos. Essas formulações devem incluir os limites operacionais relacionados à operação hidráulica, além de representar o balanço hidráulico nos reservatórios e as não linearidades da função de produção. Além disso, é importante que o modelo de PCM leve em conta a coordenação das decisões de curto prazo com as decisões de longo/médio prazos, de forma que o recurso hidráulico escasso seja efetivamente otimizado.

Uma das principais dificuldades para a implementação prática de modelos de PCM em sistemas hidrotérmicos são as técnicas utilizadas para a linearização da função de produção, a qual possui várias fontes de não linearidade intrínsecas. Esta dissertação de mestrado tem como objetivo a avaliação de quatro das técnicas mais promissoras para a linearização da função de produção. A metodologia utilizada para a comparação das técnicas de linearização proposta neste trabalho se difere das metodologias de avaliação geralmente adotadas na literatura. A metodologia de avaliação proposta, é baseada no modelo de Leilão de Sistemas Hidrotérmico Não Linear (LSH-NL), o qual é utilizado como referência de comparação para os modelos de leilão linearizados pelas diferentes técnicas. Os modelos linearizados investigados compreendem o LSH-S (com representação simplificada da função de produção), o LSH-EMC (com representação da função de produção por meio dos envelopes de McCormick), LSH-IT (com representação da função de produção por meio de interpolação tridimensional e o LSH-IQ (com representação da função de produção por meio de interpolação quadridimensional).

Destacam-se a seguir, os principais resultados e considerações da aplicação da metodologia proposta para a avaliação das técnicas de linearização da função de produção.

Pode-se destacar, inicialmente, que o LSH-S (versão mais simplificada do leilão) teve um desempenho melhor do que o esperado. Uma das razões para esse bom desempenho é a representação de algumas restrições hidráulicas, tais como o estabelecimento de zonas proibidas na vazão turbinada e limites na vazão turbinada máxima, que limitam o espaço de otimização favorecendo a redução dos erros. Uma das vantagens do modelo LSH-S é que a linearização simplificada é uma técnica de fácil implementação, não exigindo ajustes de parâmetros adicionais. Para o cenário de leilão do dia seguinte (período de curto prazo), como as alturas de queda líquida das usinas não têm grandes variações, o LSH-S possui um desempenho bastante satisfatório. Já para estudos onde a altura de queda líquida está distante da altura de queda efetiva dos reservatórios ou de longo prazo, em que as variações da altura de queda líquida das usinas são grandes, os erros poderão atingir

patamares muito maiores, ocasionando em resultados insatisfatórios, inviabilizando o uso do modelo LSH-S em tal situação. Um ponto importante a destacar é que os resultados de quase todas as variáveis apresentaram um menor desempenho (ou erros maiores) no período úmido em comparação ao seco, devido os resultados obtidos das alturas de queda líquida dos reservatórios no período úmido estarem mais distantes da altura de queda efetiva dos reservatórios em relação aos resultados obtidos no período seco, observado nos resultados da variável altura de queda líquida. Como este modelo trabalha com altura de queda líquida constante (efetiva) durante todo o período do leilão, quanto mais distante a altura de queda líquida em relação a altura de queda efetiva, maiores erros ocorrerão e o modelo terá um menor desempenho nos resultados, conforme observado nos resultados obtidos das Tabelas 5.1 e 5.2.

Em função dos ajustes descritos neste trabalho, o modelo LSH-EMC proposto é significativamente diferente do que foi proposto na literatura (CERISOLA; LATORRE; RAMOS, 2012). Para a obtenção de uma melhora na linearização pelo modelo de LSH-EMC, esta dissertação de mestrado contribui com a proposta de que esta linearização seja feita no entorno dos valores ótimos da altura de queda líquida e vazão turbinada, obtidos inicialmente na linearização pelo modelo LSH-S. A partir destes valores ótimos, propõe-se a determinação de uma técnica nova para a definição dos limites superior e inferior (faixa operacional) adotados no método. A adoção desta nova estratégia para a definição desses limites proporcionou aproximações lineares precisas, com erros muito pequenos, conforme mostrado nos resultados. A escolha adequada da faixa operacional a ser adotada para a altura de queda líquida e a vazão turbinada se mostrou de grande importância para que o método obtivesse valores satisfatórios nos resultados de linearização. A principal desvantagem deste método foram as dificuldades para a obtenção de convergência quando na utilização de mais de duas células de discretização adotadas tanto para a altura de queda líquida quanto para a vazão turbinada. Nos resultados apresentados, foram adotadas duas células de discretização na altura de queda líquida e na vazão turbinada, perfazendo um total de quatro células, para o cenário proposto. Um ponto importante a destacar é que praticamente todas as variáveis de despacho de geração e a variável preço por barra apresentaram um menor desempenho (ou erros maiores) no período úmido em comparação ao seco. Como este modelo depende da altura de queda líquida e vazão turbinada linearizadas realizadas no LSH-S para a definição da faixa operacional para o modelo LSH-EMC, seu desempenho fica diretamente condicionado ao desempenho do modelo LSH-S, conforme observado nos resultados obtidos das Tabelas 5.1 e 5.2.

Com relação ao modelo LSH-IT, sua principal vantagem é que a linearização da função de produção hidráulica é obtida através da técnica de interpolação de apenas três curvas de performance. Além disso, os erros obtidos foram também baixos, observado uma melhora considerável nos resultados do período úmido comparado ao seco, conforme os resultados obtidos das Tabelas 5.1 e 5.2. As principais desvantagens do método são: i)

Para o período seco, não foi possível obter um valor de *gap* de otimalidade nulo, i.e. o *solver* não consegue resolver o problema de LSH-IT na otimalidade. Para a solução do modelo, foi necessário adotar um *gap* da ordem de 0.20%, não ocorrendo esta situação no período úmido, o *gap* de otimalidade ficou em 0.01% (praticamente nulo); ii) o tempo computacional para a resolução do modelo foi muito superior aos demais modelos, devido à necessidade da utilização de um conjunto de variáveis binárias adicionais. Um ponto importante a destacar é que houve uma redução considerável do tempo computacional do período úmido em relação ao seco, conforme observado nos resultados obtidos das Tabelas 5.1 e 5.2. Mesmo com a redução do tempo computacional, a utilização deste modelo para sistemas hidrotérmicos de grande porte pode se tornar inviável.

No que diz respeito ao modelo de LSH-IQ, sua principal vantagem é a consideração dos efeitos do vertimento, ou seja, da vazão vertida na obtenção da função de produção hidráulica. Para situações em que a vazão vertida é maior (período úmido), o modelo tende a ser mais preciso, conforme observado nos resultados obtidos das Tabelas 5.1 e 5.2. Por outro lado, existe a necessidade da realização de várias etapas iniciais *off-line* para o levantamento dos parâmetros da função linearizada antes da obtenção da função de produção hidráulica linearizada.

Mediante os resultados obtidos, para o cenário seco, o modelo LSH-EMC - Cenário 1 foi o método que obteve o melhor desempenho comparado aos demais métodos e para o período úmido, o modelo LSH-IT em ambos os cenários foi o método que obteve o melhor desempenho comparado aos demais métodos. Como em geral, é utilizado somente um modelo de leilão, independente do período ser seco ou úmido, é necessário avaliar, entre os modelos testados, qual o que teria potencial para utilização prática em sistemas hidrotérmicos. Dos resultados obtidos, verifica-se, inicialmente, que o modelo de linearização simplificado obteve resultados sempre inferiores aos demais modelos, independentemente do período analisado (seco ou úmido), de modo que este modelo não seria o mais adequado para utilização prática. Os resultados também mostraram que o modelo LSH-IT, apesar do seu excelente desempenho para o caso úmido, apresentou tempos computacionais excessivamente altos, além de problema de otimalidade e de dificuldade de convergência, associados aos *gaps* de dualidade. Assim, a aplicação prática destes modelos em sistemas hidrotérmicos de dimensões reais poderia ficar comprometida, tanto por tempos computacionais excessivamente altos, quanto pelas dificuldades de convergência. Por outro lado, os modelos LSH-EMC e LSH-IQ, obtiveram bons resultados tanto para o período seco quanto para o úmido, com tempos de computação compatíveis com aplicações para mercados do dia seguinte. O modelo LSH-EMC obteve melhores resultados para situação de seca, enquanto que LSH-IQ se comportou melhor para o período úmido, em que as vazões vertidas (aspecto quadridimensional deste modelo) são maiores. Assim, estes dois últimos modelos têm potencial para implementações práticas em mercados do dia seguinte para sistemas hidrotérmicos. Pesquisas futuras são necessárias de modo a analisar e comparar

estes modelos em sistemas hidrotérmicos de dimensões reais.

REFERÊNCIAS

- ARROYO, J. M.; CONEJO, A. J. Multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1225–1231, nov. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 29.
- ARROYO, J. M.; GALIANA, F. D. Energy and reserve pricing in security and network-constrained electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 2, p. 634–643, maio 2005. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 28.
- BREGADIOLI, G. F. et al. Medium-term coordination in a network-constrained multi-period auction model for day-ahead markets of hydrothermal systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 82, p. 474–483, nov. 2016. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206151630477X>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 28.
- CARRION, M.; ARROYO, J. M. A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 3, p. 1371–1378, ago. 2006. ISSN 0885-8950. Citado na página 22.
- CERISOLA, S.; LATORRE, J. M.; RAMOS, A. Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models. *European Journal of Operational Research*, v. 218, n. 3, p. 687–697, maio 2012. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221711010496>>. Citado 5 vezes nas páginas 23, 24, 53, 55 e 119.
- CHEN, Y. et al. An Efficient MILP Approximation for the Hydro-Thermal Unit Commitment. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 31, n. 4, p. 3318–3319, jul. 2016. ISSN 0885-8950. Citado na página 22.
- CICOGNA, M. A. *Company / HydroByte Software*. 2022. Disponível em: <<https://hydrobyte.com.br/site/en/company>>. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 67.
- CICOGNA, M. A.; FILHO, S. S. Dissertação de Mestrado, *Modelo de planejamento da operação energetica de sistemas hidrotermicos a usinas individualizadas orientado por objetos (Dissertação de Mestrado)*. 1999. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000197782>>. Citado na página 22.
- CONEJO, A. et al. Economic inefficiencies and cross-subsidies in an auction-based electricity pool. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 1, p. 221–228, fev. 2003. ISSN 0885-8950. Citado na página 22.
- CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 153). ISBN 978-1-4419-7420-4 978-1-4419-7421-1. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-7421-1>>. Citado 10 vezes nas páginas 20, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 67, 125 e 126.

- DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, p. 1298–1308, ago. 2008. ISSN 0885-8950. Citado 6 vezes nas páginas 22, 23, 25, 61, 64 e 65.
- FINARDI, E.; SILVA, E. D. Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, p. 835–844, maio 2006. ISSN 0885-8950. Citado na página 58.
- FRANCO, P.; CARVALHO, M.; SOARES, S. A network flow model for short-term hydro-dominated hydrothermal scheduling problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, p. 1016–1022, maio 1994. ISSN 0885-8950. Citado na página 22.
- GABRIEL, S. A. et al. *Complementarity Modeling in Energy Markets*. New York, NY: Springer New York, 2013. v. 180. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 180). ISBN 978-1-4419-6122-8 978-1-4419-6123-5. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-6123-5>>. Citado na página 26.
- GAMS. Washington, DC., *GAMS/Cplex User Notes Version: 24.5.4*. 2015. Disponível em: <<https://www.gams.com/>>. Citado na página 68.
- GUEDES, L. S. M. et al. A Unit Commitment Algorithm and a Compact MILP Model for Short-Term Hydro-Power Generation Scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 5, p. 3381–3390, set. 2017. ISSN 0885-8950. Citado na página 22.
- GUISÁNDEZ, I.; PÉREZ-DÍAZ, J. I. Mixed integer linear programming formulations for the hydro production function in a unit-based short-term scheduling problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 128, p. 106747, jun. 2021. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061520342927>>. Citado na página 23.
- HIRST, E.; KIRBY, B. *Ancillary Services*. [S.l.], 1996. Disponível em: <<https://web.archive.org/web/20150225160053/http://web.ornl.gov/~webworks/cpr/rpt/84170.pdf>>. Citado na página 31.
- HULL, J. C. *Fundamentals Of Futures And Options Markets, 8Th Edn*. 8th edition edition. ed. [S.l.]: Pearson, 2017. ISBN 978-1-292-15503-6. Citado na página 30.
- IBM-CPLEX. *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*. IBM, 2013. Disponível em: <<http://www-03.ibm.com/software/products/en/ibmilogcpleoptistud/>>. Citado na página 67.
- KIRSCHEN, D. S.; STRBAC, G. *Fundamentals of power system economics*. Chichester, West Sussex, England ; Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2004. ISBN 978-0-470-84572-1. Citado na página 28.
- LI, X. et al. Hydro Unit Commitment via Mixed Integer Linear Programming: A Case Study of the Three Gorges Project, China. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 29, n. 3, p. 1232–1241, maio 2014. ISSN 0885-8950. Citado 6 vezes nas páginas 23, 24, 25, 56, 58 e 59.

- MORALES, J. M. et al. *Integrating Renewables in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2014. v. 205. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 205). ISBN 978-1-4614-9410-2 978-1-4614-9411-9. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4614-9411-9>>. Citado na página 26.
- MOTTO, A. et al. Network-constrained multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 3, p. 646–653, ago. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 44.
- NEPOMUCENO, L. *Modelos de leilão multiperíodo em mercados de energia do dia seguinte de sistemas hidrotérmicos*. Tese (Livre-Docência) — Universidade Estadual Paulista - UNESP, Bauru - SP, Brasil, abr. 2014. Citado na página 21.
- ONS. *ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico*. 2020. Library Catalog: www.ons.org.br. Disponível em: <<http://ons.org.br:80/>>. Citado na página 129.
- PEREIRA, A. C. *Modelo de Leilão Multiperíodo para Mercados Pool de Energia de Sistemas Hidrotérmicos*. Tese (Trabalho de Graduação) — Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru - SP, fev. 2016. Citado na página 20.
- PEREIRA, A. C. et al. Network-Constrained Multiperiod Auction for Pool-Based Electricity Markets of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 6, p. 4501–4514, nov. 2017. ISSN 0885-8950. Citado 3 vezes nas páginas 22, 24 e 28.
- PEREIRA, M.; PINTO, L. A Decomposition Approach to the Economic Dispatch of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101, n. 10, p. 3851–3860, out. 1982. ISSN 0018-9510. Citado na página 22.
- RENESES, J.; CENTENO, E.; BARQUIN, J. Coordination between medium-term generation planning and short-term operation in electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 1, p. 43–52, fev. 2006. ISSN 0885-8950. Citado na página 22.
- SHAHIDEHPOUR, M.; YAMIN, H.; LI, Z. *Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management*. 1st edition. ed. New York: Wiley-IEEE Press, 2002. ISBN 978-0-471-44337-7. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- SOARES, S.; LYRA, C.; TAVARES, H. Optimal Generation Scheduling of Hydrothermal Power Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-99, n. 3, p. 1107–1118, maio 1980. ISSN 0018-9510. Citado na página 22.
- WONG, P. et al. The IEEE Reliability Test System-1996. A report prepared by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p. 1010–1020, ago. 1999. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 125.

APÊNDICE A – SISTEMA HIDROTÉRMICO UTILIZADO NO TRABALHO

A.1 Introdução

Neste trabalho, o sistema utilizado para a simulação dos resultados é construído com base em informações de sistemas reais. O sistema final, entretanto, é fictício, porém adota parâmetros realistas. A ideia geral consiste em adaptar o sistema de IEEE de 24 barras descrito em (WONG et al., 1999; CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), mostrado na Figura A.1, de forma que a maioria das unidades geradoras deste sistema sejam substituídas por usinas hidrelétricas.

A Tabela A.1 mostra as informações das linhas de transmissão do sistema IEEE 24 barras, onde são mostradas as reatâncias e as capacidades associada a cada linha e a Tabela A.2 mostra as unidades geradoras e consumidoras atreladas ao sistema de transmissão.

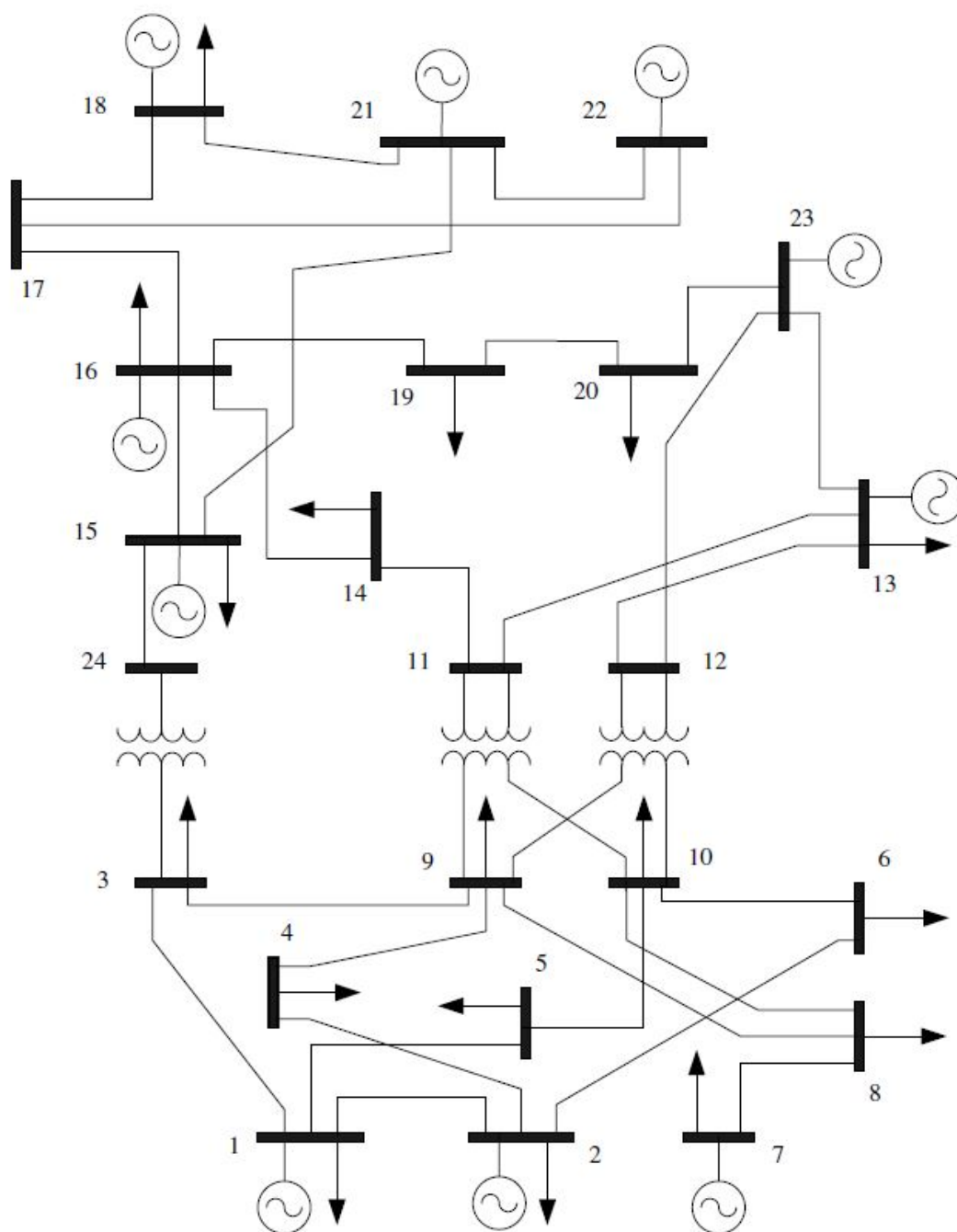
A.2 Dados de Usinas e Unidades Hidrelétricas

As usinas hidrelétricas foram escolhidas de modo que suas potências nominais estivessem o mais próximo possível dos valores nominais originais fornecidos em Conejo, Carrión e Morales (2010). Com base nesta ideia, foram utilizadas as cascatas hidráulicas associadas aos rios Araguari, Corumbá e Paranaíba, conforme mostrado na Figura A.2.

As unidades geradoras 1, 3–10 e 12, foram substituídas pelas usinas de Corumbá IV, Itumbiara, Cachoeira Dourada, Corumbá III, Capim Branco II, Capim Branco I, Nova Ponte, Miranda, Emborcação e Corumbá I, respectivamente. Foi utilizada somente uma unidade geradora para as usinas de Emborcação e Itumbiara, e duas unidades na usina de Capim Branco I, de modo que as potências destas usinas estivessem na mesma ordem de grandeza dos valores de potência nominais dados para as termelétricas correspondentes (unidades 10 e 3) descritas em Wong et al. (1999). As demais usinas tiveram todas as suas unidades consideradas. Os valores das vazões incrementais não foram substituídas pelos seus respectivos valores proporcionais, conforme feito com as potências nas unidades hidrelétricas conforme já citado anteriormente.

As usinas com seu respectivo número utilizado neste trabalho está descrito na Tabela A.3.

Figura A.1 – Sistema de Transmissão - IEEE 24 Barras.



Fonte: adaptado de Conejo, Carrión e Morales (2010).

As unidades termelétricas 2 e 11 da referência (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010) foram mantidas como unidades termelétricas no sistema aqui descrito, com os mesmos dados fornecidos naquela referência, porém com os números de unidade alterados para 31 e 32, respectivamente. Os dados envolvendo a geração de unidades termelétricas são detalhados na Seção Dados de Unidades Termelétricas.

A Tabela A.4 mostra os dados hidráulicos referentes aos reservatórios do sistema.

Tabela A.1 – Dados de reatâncias e capacidades das linhas de transmissão.

Nó inicial	Nó final	Reatância [pu]	Capacidade [MW]
1	2	0.0146	175
1	3	0.2253	175
1	5	0.0907	175
2	4	0.1356	175
2	6	0.205	175
3	9	0.1271	175
3	24	0.084	400
4	9	0.111	175
5	10	0.094	175
6	10	0.0642	175
7	8	0.0652	175
8	9	0.1762	175
8	10	0.1762	175
9	11	0.084	400
9	12	0.084	400
10	11	0.084	400
10	12	0.084	400
11	13	0.0488	500
11	14	0.0426	500
12	13	0.0488	500
12	23	0.0985	500
13	23	0.0884	500
14	16	0.0594	500
15	16	0.0172	500
15	21	0.0249	1000
15	24	0.0529	500
16	17	0.0263	500
16	19	0.0234	500
17	18	0.0143	500
17	22	0.1069	500
18	21	0.0132	1000
19	20	0.0203	1000
20	23	0.0112	1000
21	22	0.0692	500

A Tabela A.5 mostra os dados hidráulicos da vazão incremental utilizados nas simulações, referentes ao meses de agosto de 2009 e janeiro de 2011 para o período seco e úmido, respectivamente. Assumiu-se que os volumes iniciais dos reservatórios estarão em 70% acima dos volumes mínimos de cada reservatório. Assumiu-se ainda que a faixa de operação diária (volume mínimo e máximo diário esperado) de cada reservatório estará em 10% do volume inicial pré-estabelecido, ou seja, uma variação de 5% para baixo e 5% para cima. A meta estabelecida do volume final diário esperado de cada reservatório será um valor de 2% da diferença do volume inicial do respectivo reservatório.

Tabela A.2 – Unidades geradoras e consumidoras atreladas às barras do sistema de transmissão.

Barras	Unidades Geradoras	Unidades Consumidoras
1	1, 2	1
2	31	2
3	-	3
4	-	4
5	-	5
6	-	6
7	20	7
8	-	8
9	-	9
10	-	10
11	-	-
12	-	-
13	21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30	11
14	-	12
15	3, 4, 17, 18, 19	13
16	15, 16	14
17	-	-
18	9, 10, 11	15
19	-	16
20	-	17
21	12, 13, 14	-
22	8	-
23	5, 6, 7, 32	-
24	-	-

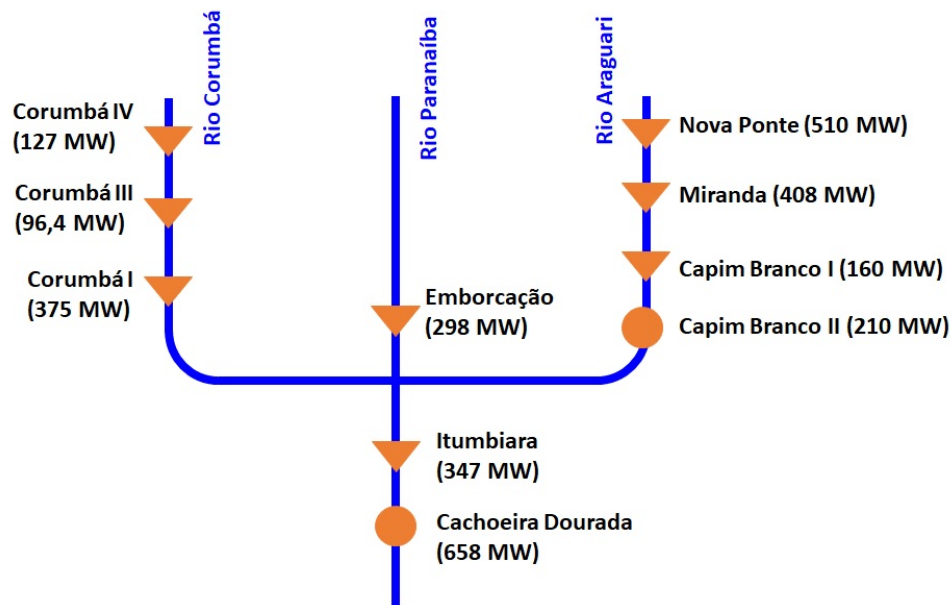
Tabela A.3 – Relação Nome e número das usinas hidrelétricas.

Nome	Número
Corumbá IV	1
Corumbá III	2
Corumbá I	3
Emborcação	4
Nova Ponte	5
Miranda	6
Capim Branco I	7
Capim Branco II	8
Itumbiara	9
Cachoeira Dourada	10

A Tabela A.6 contém os limites operacionais associados as unidades hidráulicas, além de suas respectivas linearizações.

A Tabela A.7 contém os valores das linearizações referente ao balanço das águas atreladas aos reservatórios.

Figura A.2 – Trecho da cascata hidráulica dos rios Araguari, Corumbá e Paranaíba do Sistema Elétrico Brasileiro (SEB).



Fonte: Adaptado de (ONS, 2020).

Tabela A.4 – Limites mínimos e máximos associados aos reservatórios.

Usina	$\underline{U}_r$ [m ³ /s]	$\overline{U}_r$ [m ³ /s]	$\underline{S}_r$ [m ³ /s]	$\overline{S}_r$ [m ³ /s]	$\underline{V}_r$ [hm ³]	$\overline{V}_r$ [hm ³]	V_r^{goal} [hm ³]	R_r [m ³ /s]	U_f [m ³ /s]	$V_{r,0}$ [hm ³]
1	0	416	0	416	3512,73	3604,43	3540,24	250	22	3558,58
2	0	556	0	556	852,095	878,065	859,886	250	27	865,08
3	0	1140	0	1140	1137,74	1240,24	1168,49	250	74	1188,99
4	0	5000	0	5000	13155,9	14461,9	13547,7	104	73	13808,9
5	0	1728	0	1728	9159	10197	9470,4	83	53	9678
6	0	2025	0	2025	1069,04	1083,64	1073,42	104	64	1076,4
7	0	990	0	990	236,635	237,925	237,022	250	65	237,28
8	0	1074	0	1074	868,21	869,53	868,606	250	58	868,87
9	0	7000	0	7000	12667,5	13912,5	13041	104	261	13290
10	0	7539	0	7539	445,38	467,47	452,007	300	273	456,425

A.3 Dados de Unidades Termelétricas

Conforme citado anteriormente, as unidades termelétricas foram consideradas com os números de unidade geradora 31 e 32 e suas respectivas potências máximas estão descritos na tabela A.8.

A.4 Dados Econômicos

A Tabela A.9 contém as ofertas (preço e a quantidade de potência) por bloco das unidades geradoras do sistema.

Tabela A.5 – Dados hidráulicos da vazão incremental dos reservatórios.

Usina	Agosto/2009	Janeiro/2011
	Ψ_r [m ³ /s]	Ψ_r [m ³ /s]
1	56	223
2	21	85
3	103	432
4	136	931
5	163	557
6	34	107
7	3	15
8	5	33
9	93	530
10	49	180

A Tabela [A.10](#) contém os custos de partida e parada das unidades geradoras do sistema.

As Tabelas [A.11](#) - [A.27](#) contém os lances (preço e a quantidade de potência) por blocos dos consumidores 1 a 17, respectivamente.

Tabela A.6 – Limites mínimos e máximos associados as unidades hidroelétricas.

h	Q_h	Q_h^{EF}	K_h	β_h^{T1}	β_h^{T0}	β_h^{G1}	β_h^{G0}	P_h^{EF}	α_h^{T1}	α_h^{T0}
1	41,6077	104	0,009123	0,7984	50,718	-1,4262	199,11	63,5	1,3922	- 29,473
2	41,6077	104	0,009123	0,7984	50,718	-1,4262	199,11	63,5	1,3922	- 29,473
3	55,2141	138	0,009086	1,8626	66,884	-3,141	257,64	47,8	1,8206	- 21,784
4	56,0143	140	0,009086	1,8896	67,853	-3,1866	261,37	48,6	1,8511	- 22,148
5	76,4869	190	0,008928	1,5001	80,96	-2,2683	356,36	125	2,2122	- 39,46
6	76,4869	190	0,008928	1,5001	80,96	-2,2683	356,36	125	2,2122	- 39,46
7	76,4869	190	0,008928	1,5001	80,96	-2,2683	356,36	125	2,2122	- 39,46
8	105,5186	262	0,008731	1,1748	110,72	-1,854	503,4	298	2,9575	- 92,013
9	77,0664	192	0,009223	1,1155	85,578	-1,5856	343	170	2,3892	- 60,824
10	77,0664	192	0,009223	1,1155	85,578	-1,5856	343	170	2,3892	- 60,824
11	77,0664	192	0,009223	1,1155	85,578	-1,5856	343	170	2,3892	- 60,824
12	90,0881	225	0,009116	1,7991	105,76	-3,1472	433,82	136	2,8962	- 56,672
13	90,0881	225	0,009116	1,7991	105,76	-3,1472	433,82	136	2,8962	- 56,672
14	90,0881	225	0,009116	1,7991	105,76	-3,1472	433,82	136	2,8962	- 56,672
15	66,0032	165	0,008829	1,5224	81,276	-2,7838	317,98	80	2,1498	- 38,252
16	66,0032	165	0,008829	1,5224	81,276	-2,7838	317,98	80	2,1498	- 38,252
17	71,6024	179	0,008829	2,0393	88,461	-3,7504	345,39	70	2,3376	- 33,799
18	71,6024	179	0,008829	2,0393	88,461	-3,7504	345,39	70	2,3376	- 33,799
19	71,6024	179	0,008829	2,0393	88,461	-3,7504	345,39	70	2,3376	- 33,799
20	201,2374	490	0,008829	4,1781	168,01	-5,6244	940,79	347	4,9238	- 63,724
21	26,0372	65	0,008730	0,4989	50,126	-1,9715	124,07	17	0,657	- 2,742
22	26,0372	65	0,008730	0,4989	50,126	-1,9715	124,07	17	0,657	- 2,742
23	82,6104	206	0,008730	1,6442	157,2	-6,275	394,09	54	2,0677	- 8,2009
24	82,6104	206	0,008730	1,6442	157,2	-6,275	394,09	54	2,0677	- 8,2009
25	82,6104	206	0,008730	1,6442	157,2	-6,275	394,09	54	2,0677	- 8,2009
26	128,9464	321	0,008730	2,7062	241,18	-9,7449	613,06	84	3,1761	- 11,7
27	128,9464	321	0,008730	2,7062	241,18	-9,7449	613,06	84	3,1761	- 11,7
28	128,9464	321	0,008730	2,7062	241,18	-9,7449	613,06	84	3,1761	- 11,7
29	160,8836	401	0,008730	3,2703	304,1	-12,158	765,33	105	4,0009	- 15,406
30	160,8836	401	0,008730	3,2703	304,1	-12,158	765,33	105	4,0009	- 15,406

Tabela A.7 – Linearizações referente ao balanço de águas.

Usina	γ_r^1	γ_r^0	φ_r^1	φ_r^0
1	0,0059	820,07	0,0109	769,67
2	0,0146	758,24	0,0066	728,75
3	0,0195	566,22	0,0059	512,97
4	0,0028	613,05	0,0020	520,68
5	0,0028	780,04	0,0040	695,10
6	0,0205	673,01	0,0008	624,89
7	0,0543	610,92	0,0039	564,93
8	0,0227	545,16	0,0027	517,51
9	0,0016	493,74	0,0012	433,49
10	0,0149	423,80	0,0010	399,95

Tabela A.8 – Limites mínimos e máximos das unidades termelétricas.

Unidade	Potência máxima [MW]
31	152
32	310

Tabela A.9 – Ofertas das Unidades Geradoras do Sistema.

Unidade	Preço [\$/MW]/Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	90.00 / 25.40	93.60 / 19.05	97.20 / 9.525	99.00 / 9.525
2	90.00 / 25.40	93.60 / 19.05	97.20 / 9.525	99.00 / 9.525
3	93.00 / 19.12	96.70 / 14.34	100.40 / 7.17	102.30 / 7.17
4	93.00 / 19.44	96.70 / 14.58	100.40 / 7.29	102.30 / 7.29
5	96.00 / 50.00	99.80 / 37.50	103.70 / 18.75	105.60 / 18.75
6	96.00 / 50.00	99.80 / 37.50	103.70 / 18.75	105.60 / 18.75
7	96.00 / 50.00	99.80 / 37.50	103.70 / 18.75	105.60 / 18.75
8	80.00 / 119.20	83.20 / 89.40	86.40 / 44.70	88.00 / 44.70
9	91.00 / 68.00	94.60 / 51.00	98.30 / 25.50	100.10 / 25.50
10	91.00 / 68.00	94.60 / 51.00	98.30 / 25.50	100.10 / 25.50
11	91.00 / 68.00	94.60 / 51.00	98.30 / 25.50	100.10 / 25.50
12	94.00 / 54.40	97.80 / 40.80	101.50 / 20.40	103.40 / 20.40
13	94.00 / 54.40	97.80 / 40.80	101.50 / 20.40	103.40 / 20.40
14	94.00 / 54.40	97.80 / 40.80	101.50 / 20.40	103.40 / 20.40
15	90.00 / 32.00	93.60 / 24.00	97.20 / 12.00	99.00 / 12.00
16	90.00 / 32.00	93.60 / 24.00	97.20 / 12.00	99.00 / 12.00
17	85.00 / 28.00	88.40 / 21.00	91.80 / 10.50	93.50 / 10.50
18	85.00 / 28.00	88.40 / 21.00	91.80 / 10.50	93.50 / 10.50
19	85.00 / 28.00	88.40 / 21.00	91.80 / 10.50	93.50 / 10.50
20	110.00 / 138.80	114.40 / 104.10	118.80 / 52.05	121.00 / 52.05
21	82.00 / 6.80	85.30 / 5.10	88.60 / 2.55	90.20 / 2.55
22	82.00 / 6.80	85.30 / 5.10	88.60 / 2.55	90.20 / 2.55
23	82.00 / 21.60	85.30 / 16.20	88.60 / 8.10	90.20 / 8.10
24	82.00 / 21.60	85.30 / 16.20	88.60 / 8.10	90.20 / 8.10
25	82.00 / 21.60	85.30 / 16.20	88.60 / 8.10	90.20 / 8.10
26	82.00 / 33.60	85.30 / 25.20	88.60 / 12.60	90.20 / 12.60
27	82.00 / 33.60	85.30 / 25.20	88.60 / 12.60	90.20 / 12.60
28	82.00 / 33.60	85.30 / 25.20	88.60 / 12.60	90.20 / 12.60
29	82.00 / 42.00	85.30 / 31.50	88.60 / 15.75	90.20 / 15.75
30	82.00 / 42.00	85.30 / 31.50	88.60 / 15.75	90.20 / 15.75
31	120.00 / 60.80	124.80 / 45.60	129.60 / 22.80	132.00 / 22.80
32	115.00 / 124.00	119.60 / 93.00	124.20 / 46.50	126.50 / 46.50

Tabela A.10 – Custo de Partida e Parada das Unidades Geradoras do Sistema.

Unidade	Partida $[\$/pu]$	Parada $[\$/pu]$
1	1.905	1.905
2	1.905	1.905
3	1.434	1.434
4	1.458	1.458
5	3.75	3.75
6	3.75	3.75
7	3.75	3.75
8	8.94	8.94
9	5.10	5.10
10	5.10	5.10
11	5.10	5.10
12	4.08	4.08
13	4.08	4.08
14	4.08	4.08
15	2.4	2.4
16	2.4	2.4
17	2.4	2.4
18	2.1	2.1
19	2.1	2.1
20	10.41	10.41
21	0.51	0.51
22	0.51	0.51
23	1.62	1.62
24	1.62	1.62
25	1.62	1.62
26	2.52	2.52
27	2.52	2.52
28	2.52	2.52
29	3.15	3.15
30	3.15	3.15
31	9.12	9.12
32	18.60	18.60

Tabela A.11 – Lances do Consumidor 1.

Hora	Consumidor 1			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	88.44 / 26.99	79.60 / 20.24	70.75 / 10.12	61.91 / 10.12
2	83.16 / 25.38	74.84 / 19.04	66.53 / 9.52	58.21 / 9.52
3	79.20 / 24.17	71.28 / 18.13	63.36 / 9.06	55.44 / 9.06
4	77.88 / 23.77	70.09 / 17.83	62.30 / 8.91	54.52 / 8.91
5	77.88 / 23.77	70.09 / 17.83	62.30 / 8.91	54.52 / 8.91
6	79.20 / 24.17	71.28 / 18.13	63.36 / 9.06	55.44 / 9.06
7	97.68 / 29.81	87.91 / 22.36	78.14 / 11.18	68.38 / 11.18
8	113.52 / 34.65	102.17 / 25.99	90.82 / 12.99	79.46 / 12.99
9	125.40 / 38.27	112.86 / 28.70	100.32 / 14.35	87.78 / 14.35
10	126.72 / 38.68	114.05 / 29.01	101.38 / 14.50	88.70 / 14.50
11	126.72 / 38.68	114.05 / 29.01	101.38 / 14.50	88.70 / 14.50
12	125.40 / 38.27	112.86 / 28.70	100.32 / 14.35	87.78 / 14.35
13	125.40 / 38.27	112.86 / 28.70	100.32 / 14.35	87.78 / 14.35
14	125.40 / 38.27	112.86 / 28.70	100.32 / 14.35	87.78 / 14.35
15	122.76 / 37.47	110.48 / 28.10	98.21 / 14.05	85.93 / 14.05
16	122.76 / 37.47	110.48 / 28.10	98.21 / 14.05	85.93 / 14.05
17	130.68 / 39.88	117.61 / 29.91	104.54 / 14.96	91.48 / 14.96
18	132.00 / 40.29	118.80 / 30.22	105.60 / 15.11	92.40 / 15.11
19	132.00 / 40.29	118.80 / 30.22	105.60 / 15.11	92.40 / 15.11
20	126.72 / 38.68	114.05 / 29.01	101.38 / 14.50	88.70 / 14.50
21	120.12 / 36.66	108.11 / 27.50	96.10 / 13.75	84.08 / 13.75
22	109.56 / 33.44	98.60 / 25.08	87.65 / 12.54	76.69 / 12.54
23	96.36 / 29.41	86.72 / 22.06	77.09 / 11.03	67.45 / 11.03
24	83.16 / 25.38	74.84 / 19.04	66.53 / 9.52	58.21 / 9.52

Tabela A.12 – Lances do Consumidor 2.

Hora	Consumidor 2			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	69.30 / 24.15	62.37 / 18.11	55.44 / 9.06	48.51 / 9.06
2	66.00 / 22.71	59.40 / 17.03	52.80 / 8.52	46.20 / 8.52
3	64.90 / 21.63	58.41 / 16.22	51.92 / 8.11	45.43 / 8.11
4	64.90 / 21.27	58.41 / 15.95	51.92 / 7.98	45.43 / 7.98
5	66.00 / 21.27	59.40 / 15.95	52.80 / 7.98	46.20 / 7.98
6	81.40 / 21.63	73.26 / 16.22	65.12 / 8.11	56.98 / 8.11
7	94.60 / 26.67	85.14 / 20.01	75.68 / 10.00	66.22 / 10.00
8	104.50 / 31.00	94.05 / 23.25	83.60 / 11.63	73.15 / 11.63
9	105.60 / 34.24	95.04 / 25.68	84.48 / 12.84	73.92 / 12.84
10	105.60 / 34.60	95.04 / 25.95	84.48 / 12.98	73.92 / 12.98
11	104.50 / 34.60	94.05 / 25.95	83.60 / 12.98	73.15 / 12.98
12	104.50 / 34.24	94.05 / 25.68	83.60 / 12.84	73.15 / 12.84
13	104.50 / 34.24	94.05 / 25.68	83.60 / 12.84	73.15 / 12.84
14	104.50 / 34.24	94.05 / 25.68	83.60 / 12.84	73.15 / 12.84
15	102.30 / 33.52	92.07 / 25.14	81.84 / 12.57	71.61 / 12.57
16	108.90 / 33.52	98.01 / 25.14	87.12 / 12.57	76.23 / 12.57
17	110.00 / 35.69	99.00 / 26.76	88.00 / 13.38	77.00 / 13.38
18	110.00 / 36.05	99.00 / 27.04	88.00 / 13.52	77.00 / 13.52
19	110.00 / 36.05	99.00 / 27.04	88.00 / 13.52	77.00 / 13.52
20	105.60 / 34.60	95.04 / 25.95	84.48 / 12.98	73.92 / 12.98
21	100.10 / 32.80	90.09 / 24.60	80.08 / 12.30	70.07 / 12.30
22	91.30 / 29.92	82.17 / 22.44	73.04 / 11.22	63.91 / 11.22
23	80.30 / 26.31	72.27 / 19.74	64.24 / 9.87	56.21 / 9.87
24	69.30 / 22.71	62.37 / 17.03	55.44 / 8.52	48.51 / 8.52

Tabela A.13 – Lances do Consumidor 3.

Hora	Consumidor 3			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	66.15 / 44.75	59.54 / 33.56	52.92 / 16.78	46.31 / 16.78
2	63.00 / 42.08	56.70 / 31.56	50.40 / 15.78	44.10 / 15.78
3	61.95 / 40.08	55.76 / 30.06	49.56 / 15.03	43.37 / 15.03
4	61.95 / 39.41	55.76 / 29.56	49.56 / 14.78	43.37 / 14.78
5	63.00 / 39.41	56.70 / 29.56	50.40 / 14.78	44.10 / 14.78
6	77.70 / 40.08	69.93 / 30.06	62.16 / 15.03	54.39 / 15.03
7	90.30 / 49.43	81.27 / 37.07	72.24 / 18.53	63.21 / 18.53
8	99.75 / 57.44	89.78 / 43.08	79.80 / 21.54	69.83 / 21.54
9	100.80 / 63.45	90.72 / 47.59	80.64 / 23.79	70.56 / 23.79
10	100.80 / 64.12	90.72 / 48.09	80.64 / 24.05	70.56 / 24.05
11	99.75 / 64.12	89.78 / 48.09	79.80 / 24.05	69.83 / 24.05
12	99.75 / 63.45	89.78 / 47.59	79.80 / 23.79	69.83 / 23.79
13	99.75 / 63.45	89.78 / 47.59	79.80 / 23.79	69.83 / 23.79
14	97.65 / 63.45	87.89 / 47.59	78.12 / 23.79	68.36 / 23.79
15	97.65 / 62.12	87.89 / 46.59	78.12 / 23.29	68.36 / 23.29
16	103.95 / 62.12	93.56 / 46.59	83.16 / 23.29	72.77 / 23.29
17	105.00 / 66.12	94.50 / 49.59	84.00 / 24.80	73.50 / 24.80
18	105.00 / 66.79	94.50 / 50.09	84.00 / 25.05	73.50 / 25.05
19	105.00 / 66.79	94.50 / 50.09	84.00 / 25.05	73.50 / 25.05
20	100.80 / 64.12	90.72 / 48.09	80.64 / 24.05	70.56 / 24.05
21	95.55 / 60.78	86.00 / 45.59	76.44 / 22.79	66.89 / 22.79
22	87.15 / 55.44	78.44 / 41.58	69.72 / 20.79	61.01 / 20.79
23	76.65 / 48.76	68.99 / 36.57	61.32 / 18.28	53.66 / 18.28
24	66.15 / 42.08	59.54 / 31.56	52.92 / 15.78	46.31 / 15.78

Tabela A.14 – Lances do Consumidor 4.

Hora	Consumidor 4			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	72.45 / 18.47	65.21 / 13.85	57.96 / 6.93	50.72 / 6.93
2	69.00 / 17.37	62.10 / 13.02	55.20 / 6.51	48.30 / 6.51
3	67.85 / 16.54	61.07 / 12.40	54.28 / 6.20	47.50 / 6.20
4	67.85 / 16.26	61.07 / 12.20	54.28 / 6.10	47.50 / 6.10
5	69.00 / 16.26	62.10 / 12.20	55.20 / 6.10	48.30 / 6.10
6	85.10 / 16.54	76.59 / 12.40	68.08 / 6.20	59.57 / 6.20
7	98.90 / 20.40	89.01 / 15.30	79.12 / 7.65	69.23 / 7.65
8	109.25 / 23.71	98.33 / 17.78	87.40 / 8.89	76.48 / 8.89
9	110.40 / 26.19	99.36 / 19.64	88.32 / 9.82	77.28 / 9.82
10	110.40 / 26.46	99.36 / 19.85	88.32 / 9.92	77.28 / 9.92
11	109.25 / 26.46	98.33 / 19.85	87.40 / 9.92	76.48 / 9.92
12	109.25 / 26.19	98.33 / 19.64	87.40 / 9.82	76.48 / 9.82
13	109.25 / 26.19	98.33 / 19.64	87.40 / 9.82	76.48 / 9.82
14	106.95 / 26.19	96.26 / 19.64	85.56 / 9.82	74.87 / 9.82
15	106.95 / 25.64	96.26 / 19.23	85.56 / 9.61	74.87 / 9.61
16	113.85 / 25.64	102.47 / 19.23	91.08 / 9.61	79.70 / 9.61
17	115.00 / 27.29	103.50 / 20.47	92.00 / 10.23	80.50 / 10.23
18	115.00 / 27.57	103.50 / 20.67	92.00 / 10.34	80.50 / 10.34
19	115.00 / 27.57	103.50 / 20.67	92.00 / 10.34	80.50 / 10.34
20	110.40 / 26.46	99.36 / 19.85	88.32 / 9.92	77.28 / 9.92
21	104.65 / 25.08	94.19 / 18.81	83.72 / 9.41	73.26 / 9.41
22	95.45 / 22.88	85.91 / 17.16	76.36 / 8.58	66.82 / 8.58
23	83.95 / 20.12	75.56 / 15.09	67.16 / 7.55	58.77 / 7.55
24	72.45 / 17.37	65.21 / 13.02	57.96 / 6.51	50.72 / 6.51

Tabela A.15 – Lances do Consumidor 5.

Hora	Consumidor 5			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	75.60 / 17.76	68.04 / 13.32	60.48 / 6.66	52.92 / 6.66
2	72.00 / 16.70	64.80 / 12.52	57.60 / 6.26	50.40 / 6.26
3	70.80 / 15.90	63.72 / 11.93	56.64 / 5.96	49.56 / 5.96
4	70.80 / 15.64	63.72 / 11.73	56.64 / 5.86	49.56 / 5.86
5	72.00 / 15.64	64.80 / 11.73	57.60 / 5.86	50.40 / 5.86
6	88.40 / 15.90	79.92 / 11.93	71.04 / 5.96	62.16 / 5.96
7	103.20 / 19.61	92.88 / 14.71	82.56 / 7.36	72.24 / 7.36
8	114.00 / 22.79	102.60 / 17.10	91.20 / 8.55	79.80 / 8.55
9	115.20 / 25.18	103.68 / 18.88	92.16 / 9.44	80.64 / 9.44
10	115.20 / 25.44	103.68 / 19.08	92.16 / 9.54	80.64 / 9.54
11	114.00 / 25.44	102.60 / 19.08	91.20 / 9.54	79.80 / 9.54
12	114.00 / 25.18	102.60 / 18.88	91.20 / 9.44	79.80 / 9.44
13	114.00 / 25.18	102.60 / 18.88	91.20 / 9.44	79.80 / 9.44
14	111.60 / 25.18	100.44 / 18.88	89.28 / 9.44	78.12 / 9.44
15	111.60 / 24.65	100.44 / 18.49	89.28 / 9.24	78.12 / 9.24
16	118.80 / 24.65	106.92 / 18.49	95.04 / 9.24	83.16 / 9.24
17	120.00 / 26.24	108.00 / 19.68	96.00 / 9.84	84.00 / 9.84
18	120.00 / 26.51	108.00 / 19.88	96.00 / 9.94	84.00 / 9.94
19	120.00 / 26.51	108.00 / 19.88	96.00 / 9.94	84.00 / 9.94
20	115.20 / 25.44	103.68 / 19.08	92.16 / 9.54	80.64 / 9.54
21	109.20 / 24.12	98.28 / 18.09	87.36 / 9.04	76.44 / 9.04
22	99.60 / 22.00	89.64 / 16.50	79.68 / 8.25	69.72 / 8.25
23	87.60 / 19.35	78.84 / 14.51	70.08 / 7.26	61.32 / 7.26
24	75.60 / 16.70	68.04 / 12.52	60.48 / 6.26	52.92 / 6.26

Tabela A.16 – Lances do Consumidor 6.

Hora	Consumidor 6			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	78.75 / 34.10	70.88 / 25.57	63.00 / 12.79	55.13 / 12.79
2	75.00 / 32.06	67.50 / 24.05	60.00 / 12.02	52.50 / 12.02
3	73.75 / 30.53	66.38 / 22.90	59.00 / 11.45	51.63 / 11.45
4	73.75 / 30.02	66.38 / 22.52	59.00 / 11.26	51.63 / 11.26
5	75.00 / 30.02	67.50 / 22.52	60.00 / 11.26	52.50 / 11.26
6	92.50 / 30.53	83.25 / 22.90	74.00 / 11.45	64.75 / 11.45
7	107.50 / 37.66	96.75 / 28.24	86.00 / 14.12	75.25 / 14.12
8	118.75 / 43.77	106.88 / 32.82	95.00 / 16.41	83.13 / 16.41
9	120.00 / 48.35	108.00 / 36.26	96.00 / 18.13	84.00 / 18.13
10	120.00 / 48.85	108.00 / 36.64	96.00 / 18.32	84.00 / 18.32
11	118.75 / 48.85	106.88 / 36.64	95.00 / 18.32	83.13 / 18.32
12	118.75 / 48.35	106.88 / 36.26	95.00 / 18.13	83.13 / 18.13
13	118.75 / 48.35	106.88 / 36.26	95.00 / 18.13	83.13 / 18.13
14	116.25 / 48.35	104.63 / 36.26	93.00 / 18.13	81.38 / 18.13
15	116.25 / 47.33	104.63 / 35.50	93.00 / 17.75	81.38 / 17.75
16	123.75 / 47.33	111.38 / 35.50	99.00 / 17.75	86.63 / 17.75
17	125.00 / 50.38	112.50 / 37.79	100.00 / 18.89	87.50 / 18.89
18	125.00 / 50.89	112.50 / 38.17	100.00 / 19.08	87.50 / 19.08
19	125.00 / 50.89	112.50 / 38.17	100.00 / 19.08	87.50 / 19.08
20	120.00 / 48.85	108.00 / 36.64	96.00 / 18.32	84.00 / 18.32
21	113.75 / 46.31	102.38 / 34.73	91.00 / 17.37	79.63 / 17.37
22	103.75 / 42.24	93.88 / 31.68	83.00 / 15.84	72.63 / 15.84
23	91.25 / 37.15	82.13 / 27.86	73.00 / 13.93	63.88 / 13.93
24	78.75 / 32.06	70.88 / 24.05	63.00 / 12.02	55.13 / 12.02

Tabela A.17 – Lances do Consumidor 7.

Hora	Consumidor 7			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	63.00 / 31.25	56.70 / 23.44	50.40 / 11.72	44.10 / 11.72
2	60.00 / 29.39	54.00 / 22.04	48.00 / 11.02	42.00 / 11.02
3	59.00 / 27.99	53.10 / 20.99	47.20 / 10.50	41.30 / 10.50
4	59.00 / 27.52	53.10 / 20.64	47.20 / 10.32	41.30 / 10.32
5	60.00 / 27.52	54.00 / 20.64	48.00 / 10.32	42.00 / 10.32
6	74.00 / 27.99	66.60 / 20.99	59.20 / 10.50	51.80 / 10.50
7	86.00 / 34.52	77.40 / 25.89	68.80 / 12.95	60.20 / 12.95
8	95.00 / 40.12	85.50 / 30.09	76.00 / 15.04	66.50 / 15.04
9	96.00 / 44.32	86.40 / 33.24	76.80 / 16.62	67.20 / 16.62
10	96.00 / 44.78	86.40 / 33.59	76.80 / 16.79	67.20 / 16.79
11	95.00 / 44.78	85.50 / 33.59	76.00 / 16.79	66.50 / 16.79
12	95.00 / 44.32	85.50 / 33.24	76.00 / 16.62	66.50 / 16.62
13	95.00 / 44.32	85.50 / 33.24	76.00 / 16.62	66.50 / 16.62
14	93.00 / 44.32	83.70 / 33.24	74.40 / 16.62	65.10 / 16.62
15	93.00 / 43.38	83.70 / 32.54	74.40 / 16.27	65.10 / 16.27
16	99.00 / 43.38	89.10 / 32.54	79.20 / 16.27	69.30 / 16.27
17	100.00 / 46.18	90.00 / 34.64	80.00 / 17.32	70.00 / 17.32
18	100.00 / 46.65	90.00 / 34.99	80.00 / 17.49	70.00 / 17.49
19	100.00 / 46.65	90.00 / 34.99	80.00 / 17.49	70.00 / 17.49
20	96.00 / 44.78	86.40 / 33.59	76.80 / 16.79	67.20 / 16.79
21	91.00 / 42.45	81.90 / 31.84	72.80 / 15.92	63.70 / 15.92
22	83.00 / 38.72	74.70 / 29.04	66.40 / 14.52	58.10 / 14.52
23	73.00 / 34.05	65.70 / 25.54	58.40 / 12.77	51.10 / 12.77
24	63.00 / 29.39	56.70 / 22.04	50.40 / 11.02	44.10 / 11.02

Tabela A.18 – Lances do Consumidor 8.

Hora	Consumidor 8			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	61.74 / 42.62	55.57 / 31.97	49.39 / 15.98	43.22 / 15.98
2	58.80 / 40.08	52.92 / 30.06	47.04 / 15.03	41.16 / 15.03
3	57.82 / 38.17	52.04 / 28.63	46.26 / 14.31	40.47 / 14.31
4	57.82 / 37.53	52.04 / 28.15	46.26 / 14.07	40.47 / 14.07
5	58.80 / 37.53	52.92 / 28.15	47.04 / 14.07	41.16 / 14.07
6	72.52 / 38.17	65.27 / 28.63	58.02 / 14.31	50.76 / 14.31
7	84.28 / 47.07	75.85 / 35.30	67.42 / 17.65	59.00 / 17.65
8	93.10 / 54.71	83.79 / 41.03	74.48 / 20.51	65.17 / 20.51
9	94.08 / 60.43	84.67 / 45.32	75.26 / 22.66	65.86 / 22.66
10	94.08 / 61.07	84.67 / 45.80	75.26 / 22.90	65.86 / 22.90
11	93.10 / 61.07	83.79 / 45.80	74.48 / 22.90	65.17 / 22.90
12	93.10 / 60.43	83.79 / 45.32	74.48 / 22.66	65.17 / 22.66
13	93.10 / 60.43	83.79 / 45.32	74.48 / 22.66	65.17 / 22.66
14	91.14 / 60.43	82.03 / 45.32	72.91 / 22.66	63.80 / 22.66
15	91.14 / 59.16	82.03 / 44.37	72.91 / 22.18	63.80 / 22.18
16	97.02 / 59.16	87.32 / 44.37	77.62 / 22.18	67.91 / 22.18
17	98.00 / 62.98	88.20 / 47.23	78.40 / 23.62	68.60 / 23.62
18	98.00 / 63.61	88.20 / 47.71	78.40 / 23.85	68.60 / 23.85
19	98.00 / 63.61	88.20 / 47.71	78.40 / 23.85	68.60 / 23.85
20	94.08 / 61.07	84.67 / 45.80	75.26 / 22.90	65.86 / 22.90
21	89.18 / 57.89	80.26 / 43.42	71.34 / 21.71	62.43 / 21.71
22	81.34 / 52.80	73.21 / 39.60	65.07 / 19.80	56.94 / 19.80
23	71.54 / 46.44	64.39 / 34.83	57.23 / 17.41	50.08 / 17.41
24	61.74 / 40.08	55.57 / 30.06	49.39 / 15.03	43.22 / 15.03

Tabela A.19 – Lances do Consumidor 9.

Hora	Consumidor 9			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	62.37 / 43.33	56.13 / 32.50	49.90 / 16.25	43.66 / 16.25
2	59.40 / 40.74	53.46 / 30.56	47.52 / 15.28	41.58 / 15.28
3	58.41 / 38.80	52.57 / 29.10	46.73 / 14.55	40.89 / 14.55
4	58.41 / 38.16	52.57 / 28.62	46.73 / 14.31	40.89 / 14.31
5	59.40 / 38.16	53.46 / 28.62	47.52 / 14.31	41.58 / 14.31
6	73.26 / 38.80	65.93 / 29.10	58.61 / 14.55	51.28 / 14.55
7	85.14 / 47.86	76.63 / 35.89	68.11 / 17.95	59.60 / 17.95
8	94.05 / 55.62	84.65 / 41.71	75.24 / 20.86	65.84 / 20.86
9	95.04 / 61.44	85.54 / 46.08	76.03 / 23.04	66.53 / 23.04
10	95.04 / 62.09	85.54 / 46.56	76.03 / 23.28	66.53 / 23.28
11	94.05 / 62.09	84.65 / 46.56	75.24 / 23.28	65.84 / 23.28
12	94.05 / 61.44	84.65 / 46.08	75.24 / 23.04	65.84 / 23.04
13	94.05 / 61.44	84.65 / 46.08	75.24 / 23.04	65.84 / 23.04
14	92.07 / 61.44	82.86 / 46.08	73.66 / 23.04	64.45 / 23.04
15	92.07 / 60.15	82.86 / 45.11	73.66 / 22.55	64.45 / 22.55
16	98.01 / 60.15	88.21 / 45.11	78.41 / 22.55	68.61 / 22.55
17	99.00 / 64.03	89.10 / 48.02	79.20 / 24.01	69.30 / 24.01
18	99.00 / 64.67	89.10 / 48.50	79.20 / 24.25	69.30 / 24.25
19	99.00 / 64.67	89.10 / 48.50	79.20 / 24.25	69.30 / 24.25
20	95.04 / 62.09	85.54 / 46.56	76.03 / 23.28	66.53 / 23.28
21	90.09 / 58.85	81.08 / 44.14	72.07 / 22.07	63.06 / 22.07
22	82.17 / 53.68	73.95 / 40.26	65.74 / 20.13	57.52 / 20.13
23	72.27 / 47.21	65.04 / 35.41	57.82 / 17.70	50.59 / 17.70
24	62.37 / 40.74	56.13 / 30.56	49.90 / 15.28	43.66 / 15.28

Tabela A.20 – Lances do Consumidor 10.

Hora	Consumidor 10			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	63.63 / 48.30	57.27 / 36.23	50.90 / 18.11	44.54 / 18.11
2	60.60 / 45.42	54.54 / 34.06	48.48 / 17.03	42.42 / 17.03
3	59.59 / 43.26	53.63 / 32.44	47.67 / 16.22	41.71 / 16.22
4	59.59 / 42.54	53.63 / 31.90	47.67 / 15.95	41.71 / 15.95
5	60.60 / 42.54	54.54 / 31.90	48.48 / 15.95	42.42 / 15.95
6	74.74 / 43.26	67.27 / 32.44	59.79 / 16.22	52.32 / 16.22
7	86.86 / 53.35	78.17 / 40.01	69.49 / 20.01	60.80 / 20.01
8	95.95 / 62.00	86.36 / 46.50	76.76 / 23.25	67.17 / 23.25
9	96.96 / 68.49	87.26 / 51.37	77.57 / 25.68	67.87 / 25.68
10	96.96 / 69.21	87.26 / 51.91	77.57 / 25.95	67.87 / 25.95
11	95.95 / 69.21	86.36 / 51.91	76.76 / 25.95	67.17 / 25.95
12	95.95 / 68.49	86.36 / 51.37	76.76 / 25.68	67.17 / 25.68
13	95.95 / 68.49	86.36 / 51.37	76.76 / 25.68	67.17 / 25.68
14	93.93 / 68.49	84.54 / 51.37	75.14 / 25.68	65.75 / 25.68
15	93.93 / 67.05	84.54 / 50.29	75.14 / 25.14	65.75 / 25.14
16	99.99 / 67.05	89.99 / 50.29	79.99 / 25.14	69.99 / 25.14
17	101.00 / 71.37	90.90 / 53.53	80.80 / 26.76	70.70 / 26.76
18	101.00 / 72.09	90.90 / 54.07	80.80 / 27.04	70.70 / 27.04
19	101.00 / 72.09	90.90 / 54.07	80.80 / 27.04	70.70 / 27.04
20	96.96 / 69.21	87.26 / 51.91	77.57 / 25.95	67.87 / 25.95
21	91.91 / 65.61	82.72 / 49.20	73.53 / 24.60	64.34 / 24.60
22	83.83 / 59.84	75.45 / 44.88	67.06 / 22.44	58.68 / 22.44
23	73.73 / 52.63	66.36 / 39.47	58.98 / 19.74	51.61 / 19.74
24	63.63 / 45.42	57.27 / 34.06	50.90 / 17.03	44.54 / 17.03

Tabela A.21 – Lances do Consumidor 11.

Hora	Consumidor 11			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	69.30 / 66.06	62.37 / 49.55	55.44 / 24.77	48.51 / 24.77
2	66.00 / 62.12	59.40 / 46.59	52.80 / 23.29	46.20 / 23.29
3	64.90 / 59.16	58.41 / 44.37	51.92 / 22.18	45.43 / 22.18
4	64.90 / 58.17	58.41 / 43.63	51.92 / 21.81	45.43 / 21.81
5	66.00 / 58.17	59.40 / 43.63	52.80 / 21.81	46.20 / 21.81
6	81.40 / 59.16	73.26 / 44.37	65.12 / 22.18	56.98 / 22.18
7	94.60 / 72.96	85.14 / 54.72	75.68 / 27.36	66.22 / 27.36
8	104.50 / 84.79	94.05 / 63.60	83.60 / 31.80	73.15 / 31.80
9	105.60 / 93.67	95.04 / 70.25	84.48 / 35.13	73.92 / 35.13
10	105.60 / 94.65	95.04 / 70.99	84.48 / 35.50	73.92 / 35.50
11	104.50 / 94.65	94.05 / 70.99	83.60 / 35.50	73.15 / 35.50
12	104.50 / 93.67	94.05 / 70.25	83.60 / 35.13	73.15 / 35.13
13	104.50 / 93.67	94.05 / 70.25	83.60 / 35.13	73.15 / 35.13
14	102.30 / 93.67	92.07 / 70.25	81.84 / 35.13	71.61 / 35.13
15	102.30 / 91.70	92.07 / 68.77	81.84 / 34.39	71.61 / 34.39
16	108.90 / 91.70	98.01 / 68.77	87.12 / 34.39	76.23 / 34.39
17	110.00 / 97.61	99.00 / 73.21	88.00 / 36.60	77.00 / 36.60
18	110.00 / 98.60	99.00 / 73.95	88.00 / 36.97	77.00 / 36.97
19	110.00 / 98.60	99.00 / 73.95	88.00 / 36.97	77.00 / 36.97
20	105.60 / 94.65	95.04 / 70.99	84.48 / 35.50	73.92 / 35.50
21	100.10 / 89.72	90.09 / 67.29	80.08 / 33.65	70.07 / 33.65
22	91.30 / 81.84	82.17 / 61.38	73.04 / 30.69	63.91 / 30.69
23	80.30 / 71.98	72.27 / 53.98	64.24 / 26.99	56.21 / 26.99
24	69.30 / 62.12	62.37 / 46.59	55.44 / 23.29	48.51 / 23.29

Tabela A.22 – Lances do Consumidor 12.

Hora	Consumidor 12			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	63.00 / 48.30	56.70 / 36.23	50.40 / 18.11	44.10 / 18.11
2	60.00 / 45.42	54.00 / 34.06	48.00 / 17.03	42.00 / 17.03
3	59.00 / 43.26	53.10 / 32.44	47.20 / 16.22	41.30 / 16.22
4	59.00 / 42.54	53.10 / 31.90	47.20 / 15.95	41.30 / 15.95
5	60.00 / 42.54	54.00 / 31.90	48.00 / 15.95	42.00 / 15.95
6	74.00 / 43.26	66.60 / 32.44	59.20 / 16.22	51.80 / 16.22
7	86.00 / 53.35	77.40 / 40.01	68.80 / 20.01	60.20 / 20.01
8	95.00 / 62.00	85.50 / 46.50	76.00 / 23.25	66.50 / 23.25
9	96.00 / 68.49	86.40 / 51.37	76.80 / 25.68	67.20 / 25.68
10	96.00 / 69.21	86.40 / 51.91	76.80 / 25.95	67.20 / 25.95
11	95.00 / 69.21	85.50 / 51.91	76.00 / 25.95	66.50 / 25.95
12	95.00 / 68.49	85.50 / 51.37	76.00 / 25.68	66.50 / 25.68
13	95.00 / 68.49	85.50 / 51.37	76.00 / 25.68	66.50 / 25.68
14	93.00 / 68.49	83.70 / 51.37	74.40 / 25.68	65.10 / 25.68
15	93.00 / 67.05	83.70 / 50.29	74.40 / 25.14	65.10 / 25.14
16	99.00 / 67.05	89.10 / 50.29	79.20 / 25.14	69.30 / 25.14
17	100.00 / 71.37	90.00 / 53.53	80.00 / 26.76	70.00 / 26.76
18	100.00 / 72.09	90.00 / 54.07	80.00 / 27.04	70.00 / 27.04
19	100.00 / 72.09	90.00 / 54.07	80.00 / 27.04	70.00 / 27.04
20	96.00 / 69.21	86.40 / 51.91	76.80 / 25.95	67.20 / 25.95
21	91.00 / 65.61	81.90 / 49.20	72.80 / 24.60	63.70 / 24.60
22	83.00 / 59.84	74.70 / 44.88	66.40 / 22.44	58.10 / 22.44
23	73.00 / 52.63	65.70 / 39.47	58.40 / 19.74	51.10 / 19.74
24	63.00 / 45.42	56.70 / 34.06	50.40 / 17.03	44.10 / 17.03

Tabela A.23 – Lances do Consumidor 13.

Hora	Consumidor 13			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	72.45 / 78.85	65.21 / 59.14	57.96 / 29.57	50.72 / 29.57
2	69.00 / 74.14	62.10 / 55.60	55.20 / 27.80	48.30 / 27.80
3	67.85 / 70.61	61.07 / 52.96	54.28 / 26.48	47.50 / 26.48
4	67.85 / 69.43	61.07 / 52.07	54.28 / 26.04	47.50 / 26.04
5	69.00 / 69.43	62.10 / 52.07	55.20 / 26.04	48.30 / 26.04
6	85.10 / 70.61	76.59 / 52.96	68.08 / 26.48	59.57 / 26.48
7	98.90 / 87.08	89.01 / 65.31	79.12 / 32.66	69.23 / 32.66
8	109.25 / 101.21	98.33 / 75.91	87.40 / 37.95	76.48 / 37.95
9	110.40 / 111.80	99.36 / 83.85	88.32 / 41.92	77.28 / 41.92
10	110.40 / 112.97	99.36 / 84.73	88.32 / 42.37	77.28 / 42.37
11	109.25 / 112.97	98.33 / 84.73	87.40 / 42.37	76.48 / 42.37
12	109.25 / 111.80	98.33 / 83.85	87.40 / 41.92	76.48 / 41.92
13	109.25 / 111.80	98.33 / 83.85	87.40 / 41.92	76.48 / 41.92
14	106.95 / 111.80	96.26 / 83.85	85.56 / 41.92	74.87 / 41.92
15	106.95 / 109.44	96.26 / 82.08	85.56 / 41.04	74.87 / 41.04
16	113.85 / 109.44	102.47 / 82.08	91.08 / 41.04	79.70 / 41.04
17	115.00 / 116.51	103.50 / 87.38	92.00 / 43.69	80.50 / 43.69
18	115.00 / 117.68	103.50 / 88.26	92.00 / 44.13	80.50 / 44.13
19	115.00 / 117.68	103.50 / 88.26	92.00 / 44.13	80.50 / 44.13
20	110.40 / 112.97	99.36 / 84.73	88.32 / 42.37	77.28 / 42.37
21	104.65 / 107.09	94.19 / 80.32	83.72 / 40.16	73.26 / 40.16
22	95.45 / 97.68	85.91 / 73.26	76.36 / 36.63	66.82 / 36.63
23	83.95 / 85.91	75.56 / 64.43	67.16 / 32.22	58.77 / 32.22
24	72.45 / 74.14	65.21 / 55.60	57.96 / 27.80	50.72 / 27.80

Tabela A.24 – Lances do Consumidor 14.

Hora	Consumidor 14			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	66.15 / 24.86	59.54 / 18.65	52.92 / 9.32	46.31 / 9.32
2	63.00 / 23.38	56.70 / 17.53	50.40 / 8.77	44.10 / 8.77
3	61.95 / 22.26	55.76 / 16.70	49.56 / 8.35	43.37 / 8.35
4	61.95 / 21.89	55.76 / 16.42	49.56 / 8.21	43.37 / 8.21
5	63.00 / 21.89	56.70 / 16.42	50.40 / 8.21	44.10 / 8.21
6	77.70 / 22.26	69.93 / 16.70	62.16 / 8.35	54.39 / 8.35
7	90.30 / 27.46	81.27 / 20.59	72.24 / 10.30	63.21 / 10.30
8	99.75 / 31.91	89.78 / 23.93	79.80 / 11.97	69.83 / 11.97
9	100.80 / 35.25	90.72 / 26.44	80.64 / 13.22	70.56 / 13.22
10	100.80 / 35.62	90.72 / 26.72	80.64 / 13.36	70.56 / 13.36
11	99.75 / 35.62	89.78 / 26.72	79.80 / 13.36	69.83 / 13.36
12	99.75 / 35.25	89.78 / 26.44	79.80 / 13.22	69.83 / 13.22
13	99.75 / 35.25	89.78 / 26.44	79.80 / 13.22	69.83 / 13.22
14	97.65 / 35.25	87.89 / 26.44	78.12 / 13.22	68.36 / 13.22
15	97.65 / 34.51	87.89 / 25.88	78.12 / 12.94	68.36 / 12.94
16	103.95 / 34.51	93.56 / 25.88	83.16 / 12.94	72.77 / 12.94
17	105.00 / 36.74	94.50 / 27.55	84.00 / 13.78	73.50 / 13.78
18	105.00 / 37.11	94.50 / 27.83	84.00 / 13.92	73.50 / 13.92
19	105.00 / 37.11	94.50 / 27.83	84.00 / 13.92	73.50 / 13.92
20	100.80 / 35.62	90.72 / 26.72	80.64 / 13.36	70.56 / 13.36
21	95.55 / 33.77	86.00 / 25.33	76.44 / 12.66	66.89 / 12.66
22	87.15 / 30.80	78.44 / 23.10	69.72 / 11.55	61.01 / 11.55
23	76.65 / 27.09	68.99 / 20.32	61.32 / 10.16	53.66 / 10.16
24	66.15 / 23.38	59.54 / 17.53	52.92 / 8.77	46.31 / 8.77

Tabela A.25 – Lances do Consumidor 15.

Hora	Consumidor 15			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	63.00 / 83.11	56.70 / 62.33	50.40 / 31.17	44.10 / 31.17
2	60.00 / 78.15	54.00 / 58.61	48.00 / 29.31	42.00 / 29.31
3	59.00 / 74.43	53.10 / 55.82	47.20 / 27.91	41.30 / 27.91
4	59.00 / 73.19	53.10 / 54.89	47.20 / 27.44	41.30 / 27.44
5	60.00 / 73.19	54.00 / 54.89	48.00 / 27.44	42.00 / 27.44
6	74.00 / 74.43	66.60 / 55.82	59.20 / 27.91	51.80 / 27.91
7	86.00 / 91.79	77.40 / 68.84	68.80 / 34.42	60.20 / 34.42
8	95.00 / 106.68	85.50 / 80.01	76.00 / 40.00	66.50 / 40.00
9	96.00 / 117.84	86.40 / 88.38	76.80 / 44.19	67.20 / 44.19
10	96.00 / 119.08	86.40 / 89.31	76.80 / 44.66	67.20 / 44.66
11	95.00 / 119.08	85.50 / 89.31	76.00 / 44.66	66.50 / 44.66
12	95.00 / 117.84	85.50 / 88.38	76.00 / 44.19	66.50 / 44.19
13	95.00 / 117.84	85.50 / 88.38	76.00 / 44.19	66.50 / 44.19
14	93.00 / 117.84	83.70 / 88.38	74.40 / 44.19	65.10 / 44.19
15	93.00 / 115.36	83.70 / 86.52	74.40 / 43.26	65.10 / 43.26
16	99.00 / 115.36	89.10 / 86.52	79.20 / 43.26	69.30 / 43.26
17	100.00 / 122.80	90.00 / 92.10	80.00 / 46.05	70.00 / 46.05
18	100.00 / 124.04	90.00 / 93.03	80.00 / 46.52	70.00 / 46.52
19	100.00 / 124.04	90.00 / 93.03	80.00 / 46.52	70.00 / 46.52
20	96.00 / 119.08	86.40 / 89.31	76.80 / 44.66	67.20 / 44.66
21	91.00 / 112.88	81.90 / 84.66	72.80 / 42.33	63.70 / 42.33
22	83.00 / 102.96	74.70 / 77.22	66.40 / 38.61	58.10 / 38.61
23	73.00 / 90.55	65.70 / 67.91	58.40 / 33.96	51.10 / 33.96
24	63.00 / 78.15	56.70 / 58.61	50.40 / 29.31	44.10 / 29.31

Tabela A.26 – Lances do Consumidor 16.

Hora	Consumidor 16			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	64.26 / 45.46	57.83 / 34.10	51.41 / 17.05	44.98 / 17.05
2	61.20 / 42.75	55.08 / 32.06	48.96 / 16.03	42.84 / 16.03
3	60.18 / 40.71	54.16 / 30.53	48.14 / 15.27	42.13 / 15.27
4	60.18 / 40.03	54.16 / 30.02	48.14 / 15.01	42.13 / 15.01
5	61.20 / 40.03	55.08 / 30.02	48.96 / 15.01	42.84 / 15.01
6	75.48 / 40.71	67.93 / 30.53	60.38 / 15.27	52.84 / 15.27
7	87.72 / 50.21	78.95 / 37.66	70.18 / 18.83	61.40 / 18.83
8	96.90 / 58.35	87.21 / 43.77	77.52 / 21.88	67.83 / 21.88
9	97.92 / 64.46	88.13 / 48.35	78.34 / 24.17	68.54 / 24.17
10	97.92 / 65.14	88.13 / 48.85	78.34 / 24.43	68.54 / 24.43
11	96.90 / 65.14	87.21 / 48.85	77.52 / 24.43	67.83 / 24.43
12	96.90 / 64.46	87.21 / 48.35	77.52 / 24.17	67.83 / 24.17
13	96.90 / 64.46	87.21 / 48.35	77.52 / 24.17	67.83 / 24.17
14	94.86 / 64.46	85.37 / 48.35	75.89 / 24.17	66.40 / 24.17
15	94.86 / 63.10	85.37 / 47.33	75.89 / 23.66	66.40 / 23.66
16	100.98 / 63.10	90.88 / 47.33	80.78 / 23.66	70.69 / 23.66
17	102.00 / 67.17	91.80 / 50.38	81.60 / 25.19	71.40 / 25.19
18	102.00 / 67.85	91.80 / 50.89	81.60 / 25.44	71.40 / 25.44
19	102.00 / 67.85	91.80 / 50.89	81.60 / 25.44	71.40 / 25.44
20	97.92 / 65.14	88.13 / 48.85	78.34 / 24.43	68.54 / 24.43
21	92.82 / 61.75	83.54 / 46.31	74.26 / 23.15	64.97 / 23.15
22	84.66 / 56.32	76.19 / 42.24	67.73 / 21.12	59.26 / 21.12
23	74.46 / 49.53	67.01 / 37.15	59.57 / 18.57	52.12 / 18.57
24	64.26 / 42.75	57.83 / 32.06	51.41 / 16.03	44.98 / 16.03

Tabela A.27 – Lances do Consumidor 17.

Hora	Consumidor 17			
	Preço [\$/MW] / Quantidade [MW]			
	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
1	81.90 / 31.97	73.71 / 23.97	65.52 / 11.99	57.33 / 11.99
2	78.00 / 30.06	70.20 / 22.54	62.40 / 11.27	54.60 / 11.27
3	76.70 / 28.63	69.03 / 21.47	61.36 / 10.73	53.69 / 10.73
4	76.70 / 28.15	69.03 / 21.11	61.36 / 10.56	53.69 / 10.56
5	78.00 / 28.15	70.20 / 21.11	62.40 / 10.56	54.60 / 10.56
6	96.20 / 28.63	86.58 / 21.47	76.96 / 10.73	67.34 / 10.73
7	111.80 / 35.30	100.62 / 26.48	89.44 / 13.24	78.26 / 13.24
8	123.50 / 41.03	111.15 / 30.77	98.80 / 15.39	86.45 / 15.39
9	124.80 / 45.32	112.32 / 33.99	99.84 / 17.00	87.36 / 17.00
10	124.80 / 45.80	112.32 / 34.35	99.84 / 17.18	87.36 / 17.18
11	123.50 / 45.80	111.15 / 34.35	98.80 / 17.18	86.45 / 17.18
12	123.50 / 45.32	111.15 / 33.99	98.80 / 17.00	86.45 / 17.00
13	123.50 / 45.32	111.15 / 33.99	98.80 / 17.00	86.45 / 17.00
14	120.90 / 45.32	108.81 / 33.99	96.72 / 17.00	84.63 / 17.00
15	120.90 / 44.37	108.81 / 33.28	96.72 / 16.64	84.63 / 16.67
16	128.70 / 44.37	115.83 / 33.28	102.96 / 16.64	90.09 / 16.64
17	130.00 / 47.23	117.00 / 35.42	104.00 / 17.71	91.00 / 17.71
18	130.00 / 47.71	117.00 / 35.78	104.00 / 17.89	91.00 / 17.89
19	130.00 / 47.71	117.00 / 35.78	104.00 / 17.89	91.00 / 17.89
20	124.80 / 45.80	112.32 / 34.35	99.84 / 17.18	87.36 / 17.18
21	118.30 / 43.42	106.47 / 32.56	94.64 / 16.28	82.81 / 16.28
22	107.90 / 39.60	97.11 / 29.70	86.32 / 14.85	75.53 / 14.85
23	94.90 / 34.83	85.41 / 26.12	75.92 / 13.06	66.43 / 13.06
24	81.90 / 30.06	73.71 / 22.54	65.52 / 11.27	57.33 / 11.27