





Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

22

Agosto/92

IFT-D.003/92

**UMA TEORIA DE GAUGE $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ PARA
AS INTERAÇÕES ELETROFRACAS**

FELICE PISANO

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
INSTITUTO DE FÍSICA TEÓRICA

UMA TEORIA DE GAUGE $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ PARA
AS INTERAÇÕES ELETROFRACAS

Felice Pisano

Orientador: Prof. Vicente Pleitez



Dissertação de Mestrado

PG. 85

São Paulo, Agosto 1992

Índice

1	Introdução	5
2	Processos $e^-e^- \rightarrow W_a^-W_b^-$ e a Unitariedade das Teorias de Gauge	9
3	Os Multipletos de Campos de Matéria	19
4	Cancelamento das Anomalias	23
5	Campos de Higgs e a Quebra de Simetria	35
6	Acoplamentos de Yukawa e a Massa dos Fermions	37
7	Os Bosons de Gauge	45
8	Correntes	49
8.1	Correntes Leptônicas	49
8.2	Correntes dos Quarks	53
9	Consequências Fenomenológicas	62
10	Considerações Finais	68
A	Diagramas de Peso	71
B	Interações e Autointerações Bosônicas (Setores Escalar e Vetorial)	77
C	O Potencial de Higgs	79

Agradecimentos

Muito obrigado ao meu orientador, Prof. Vicente Pleitez, pela oportunidade, por tudo que me ensinou e, principalmente, pelo exemplo.

Tenho uma dívida impagável para com minha espôsa, Elizabeth, e meus filhos Thiago e Sarah, pelo amor e paciência infinitos ao longo de vários anos de estudo.

Agradeço ao Edson (Xyko) pelo auxílio com o VAX e a Maria C. Tijero pela amizade e apoio em muitos momentos difíceis. A Simona e aos meus pais que, mesmo de longe ofereceram sua ajuda generosa, muito obrigado.

Gostaria ainda de agradecer ao meu bom amigo de mais de uma década Jonas A. Silva e ao Mauro Tonasse por tantas discussões e alguns quilos de álgebra bem como ao Dr. Juan C. Montero pela colaboração que surgiu na fase final deste trabalho e ao Dr. George Matsas pelo seu incentivo em várias ocasiões .

Aos meus colegas devo minha gratidão que a estendo ao Marcelo e Alexandre, da biblioteca do IFT, pelos inúmeros serviços, sempre em tempo recorde.

Por fim, meus agradecimentos ao Prof. G.W. Bund pela sua gentileza e acolhida no Instituto e ao CNPq pela bolsa que permitiu cumprir meu programa de mestrado.

Resumo

Considera-se uma teoria quiral das interações eletrofracas com simetria de gauge $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ na qual o número leptônico é violado explicitamente por bosons escalares e vetoriais carregados incluindo um campo de gauge com dupla carga elétrica. A simetria original é quebrada para $U(1)_{em}$ em duas etapas com tres tripletos e um sexteto simétrico de campos de Higgs. Os únicos fermions exóticos da teoria são tres quarks; um com carga elétrica $+5/3$ e os outros com $-4/3$. Recupera-se toda a dinâmica standard na escala de Fermi e avaliamos o limite inferior para a escala da física nova em $\sim 8 TeV$.

Apresenta-se a solução para o problema da perda da unitariedade em processos induzidos por correntes "right-handed" como o de dois leptons carregados identicos indo em dois bosons de gauge mesmo quando os neutrinos não tem massa.

A possibilidade de que possa ser gerado o duplo decaimento beta sem emissão de neutrinos é analisada.

Abstract

We consider a chiral theory of the electroweak interactions with $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ gauge symmetry in which the lepton number is violated explicitly by charged scalar and gauge bosons, including a vector field with double electric charge. The original symmetry is broken to $U(1)_{em}$ in two steps with three triplets and one symmetric sextet of Higgs fields. The model has three exotic quarks, one with charge $+5/3$ and two with $-4/3$. The standard model appears as an effective theory at the Fermi scale and new physics is predicted at an energy scale of around $8 TeV$.

We present a solution to the problem of the lack of unitarity in processes like $e^-e^- \rightarrow W^-V^-$ when this process is induced by right-handed currents and massless neutrinos.

The possibility in order to generate the neutrinoless double beta decay is also pointed out.

Capítulo 1

Introdução

A teoria standard das interações eletrofracas é baseada na simetria de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ com quebra espontânea de simetria. As interações fortes são descritas pela cromodinâmica quântica (QCD), uma teoria de gauge, com o grupo de simetria de cor $SU(3)_c$ [1]. Toda a física não gravitacional é presentemente descrita de modo completo e correto por uma teoria de gauge $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Neste trabalho consideramos uma teoria de gauge para interações eletrofracas com simetria $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ na qual a carga leptônica é violada explicitamente tanto no setor dos bosons escalares quanto naquele dos bosons de gauge e que inclui uma campo vetorial com dupla carga elétrica. A teoria tem um conteúdo de representações bastante particular e física nova numa escala de massa em principio arbitrária. As principais previsões que o modelo oferece ocorrem em processos nos quais a carga elétrica inicial é não nula, como em $e^-e^- \rightarrow W_a^-W_b^-$, onde $W_{a,b}$ são bosons de gauge. Processos deste tipo ainda que sejam induzidos por correntes quirais "right-handed" (*RH*) acopladas ao campo vetorial W_b , implicam violação da unitariedade a altas energias a menos que sejam trocados neutrinos massivos de Majorana. Veremos [Cf. Cap. 2] que em nossa teoria este não é o caso pois tais processos podem ocorrer mesmo com neutrinos sem massa graças a existência dos bosons vetoriais com dupla carga elétrica que restauram o bom comportamento destes processos a altas energias.

Possivelmente a escolha do grupo $SU(3)_L \otimes U(1)$ seja o modo mais simples de alargar o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)$ de modo a termos bosons de gauge com dupla carga elétrica sem

perder a física da teoria standard. Assim, somos capazes de recuperar toda a dinâmica que se processa através dos bosons usuais A_μ , Z_μ^0 e W_μ^\pm ; todas as correntes acopladas ao boson Z_μ^0 são diagonais no espaço de sabor e as correntes fracas carregadas acopladas aos bosons W_μ são "left-handed" (*LH*). A estrutura $V - A$ das interações fracas é confirmada no setor standard da teoria. Por outro lado, temos FCNC's ("flavor changing neutral currents") formadas por quarks acopladas ao boson neutro Z_μ^0 e correntes leptônicas *RH* com os bosons vetoriais carregados V_μ^\pm e $U_\mu^{\pm\pm}$. Todos os bosons de gauge exóticos encontram-se numa mesma escala de massa acima da escala de Fermi dos bosons usuais [Cf. Cap.9]. No setor da matéria introduzimos tres quarks exóticos afim de completar tripletos de $SU(3)$ mas no setor leptônico introduzimos apenas os graus de liberdade independentes ν_{lL} , l_L e l_L^c ; $l = e, \mu, \tau$, onde l^c é o campo conjugado de carga de l .

Modelos para as interações eletrofracas com simetria de gauge $SU(3) \otimes U(1)$ tem sido investigados [11]. Devemos fazer enfase em dois aspectos deste tipo de teorias. O primeiro está relacionado com a violação do número leptônico, L . Usualmente consideram-se as seguintes possibilidades para a realização do número leptônico [2]

1. Simetria global conservada,
2. Simetria local conservada,
3. Simetria quebrada explicitamente,
4. Simetria local quebrada espontaneamente,
5. Simetria global quebrada espontaneamente.

Destas possibilidades apenas a (2) parece ter sido experimentalmente descartada.

O modelo standard com simetria de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e um dubleto de Higgs tem o número leptônico como uma simetria global. A introdução de neutrinos de mão direita em singletos e com massa de Majorana é um exemplo de uma quebra explícita de L . No entanto se esta massa de Majorana é gerada pelo valor esperado do vácuo de um singlete ou tripleto de Higgs, ao qual *atribuimos número leptônico*, este número quântico é violado espontâneamente. A simetria pode ser realizada localmente e neste caso o campo de gauge acoplado ao L ganha massa. Por outro lado, se a simetria é global,

aparecerá um boson de Goldstone, o *Majoron*. De passagem, é interessante ressaltar que este boson de Goldstone não está em contradição com a física de laboratório. Isto ocorre porque o seu acoplamento com a matéria é muito pequeno [3]-[4].

No modelo a ser considerado aqui, a introdução do número leptônico é em certo sentido irrelevante. Aqueles processos que violam a atribuição desse número quântico são suprimidos a baixas energias pela massa de bosons vetoriais massivos, isto é, L é violado nas interações de correntes carregadas. Este mecanismo é similar ao da Ref. [5] mas nessa referência as correntes que violam L são efetivas e proporcionais a um parâmetro pequeno, a razão de dois valores esperados no vácuo dos bosons de Higgs da teoria.

O outro aspecto a ser enfatizado relaciona-se ao cancelamento das anomalias na teoria. Elas são eliminadas apenas se o número de gerações de quarks e leptons é divisível por três. Esta parece ser uma característica geral da simetria $SU(3) \otimes U(1)$ [6]. Este fato fica mais relevante depois que experiências no LEP confirmaram que o número de famílias sequenciais no modelo standard são três [7]. Dentro da teoria standard esse número de famílias fica sem explicação.

Modelos com simetria de gauge $SU(3) \otimes U(1)$ foram considerados [8] no contexto de uma teoria unificada com simetria $SU(15)$. No entanto, estes modelos não são quirais e para cancelar anomalias é preciso introduzir "mirror fermions". Estes modelos têm também bosons de gauge com dupla carga mas acoplados apenas aos leptons. A fenomenologia desse tipo de bosons de gauge nestes modelos com mirror fermions tem sido considerada recentemente [9]-[10]. No entanto, a fenomenologia do nosso modelo é nova, porque o seu conteúdo de representações é diferente.

O plano deste trabalho é o seguinte. No Cap. 2 discutimos processos fundamentais com estado inicial duplamente carregado que violam a conservação da carga leptônica, onde é levantado o problema da violação da unitariedade e discutimos as possíveis soluções. A teoria é essencialmente construída nos Caps. 3 a 8. No Cap. 9 analisamos consequências fenomenológicas e obtemos alguns limites sobre massas e as escalas de quebra da simetria. O capítulo final é devotado a discussão da perspectiva de possíveis modificações e extensões da teoria.

Capítulo 2

Processos $e^-e^- \rightarrow W_a^-W_b^-$ e a Unitariedade das Teorias de Gauge

Consideremos, inicialmente, o processo fundamental

$$W^-W^- \rightarrow e^-e^- \quad (2.1)$$

no qual gera-se um par de elétrons a partir dos bosons de gauge W^- e se estes forem os bosons da teoria standard que se acoplam sómente a correntes LH ("left-handed") então o processo é proibido [12]. De fato, o processo (2.1) viola a conservação do número leptônico em duas unidades e esta simetria $U(1)$ é mantida na teoria standard. Para ver que este processo é realmente proibido basta considerar que a interação

$$j^\mu W_\mu^- = \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_{eL} W_\mu^- \quad (2.2)$$

pode descrever quatro possíveis configurações

$$(\text{in, out}) = (\nu_{eL}, e_L); (e_R^c, \nu_R^c); (0, e_L \nu_R^c); (\nu_L e_R^c, 0) \quad (2.3)$$

de modo que tanto $j^\mu W_\mu^-$ ou seu conjugado hermitiano, $j^{\mu\dagger} W_\mu^+$, acoplam partículas de helicidade LH a antipartículas de helicidade RH ("right-handed"), reproduzindo o mesmo tipo de configuração obtido para uma corrente $V - A$. O superscrito na Eq. (2.3) indica um antifermion e os neutrinos consistem de apenas dois, ν_L e ν_R^c , dos quatro estados degenerados de um neutrino de Dirac sendo impossível provocar o "flip" da helicidade

porque na teoria standard o neutrino não tem massa. Assim, fica eliminada a possibilidade de se gerar o processo (2.1) a partir das configurações (ν_{eL}, e_L) e $(0, e_L\nu_R^c)$ pois o (anti)neutrino RH emitido num dos vértices deve ser absorvido como um neutrino LH no outro. Além disso, se os neutrinos são fermions de Dirac, são vistos como neutrino num vertice e antineutrino noutra. Podemos abrir mão de neutrinos de Dirac se consideramos neutrinos de Majorana, ν^M , que são os seus próprios conjugados de carga,

$$[\nu^M(x)]^c \equiv C^{-1}\nu^M(x)C = (\text{fase})\nu^M(x), \tag{2.4}$$

onde C é a matriz de conjugação de carga; o impasse da helicidade é removido se

- a) os neutrinos forem massivos ou
- b) caso o neutrino e o elétron possam formar uma corrente fraca carregada com quiralidade RH .

Sem qualquer uma destas condições os neutrinos de Majorana são equivalentes aos neutrinos de Dirac-Weyl de duas componentes e o processo (2.1) é proibido. Com uma inserção de massa de Majorana $\nu_L^M\nu_E^M + h.c.$ o processo (2.1) pode ser gerado pelo diagrama mostrado na Fig.(2.1). Neste caso os autoestados do sabor ν_l , $l = e, \mu, \tau$, como

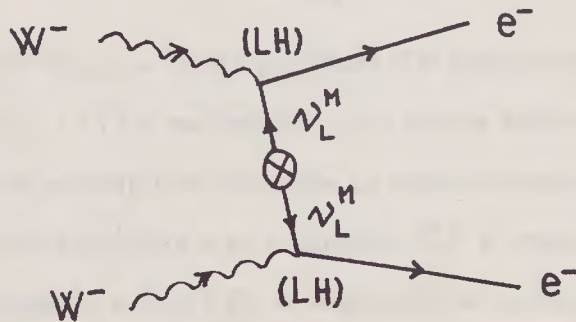


Figura 2.1:

aqueles que aparecem na interação (2.2), são uma combinação linear de um conjunto de autoestados, ν_m , com massas definidas, M_m , cujos coeficientes são os elementos U_{lm} da matriz de mixing

$$\nu_l = \sum_m U_{lm}\nu_m, \tag{2.5}$$

de modo que cada parcela da soma de diagramas da Fig.(2.2) contribuirá para a amplitude

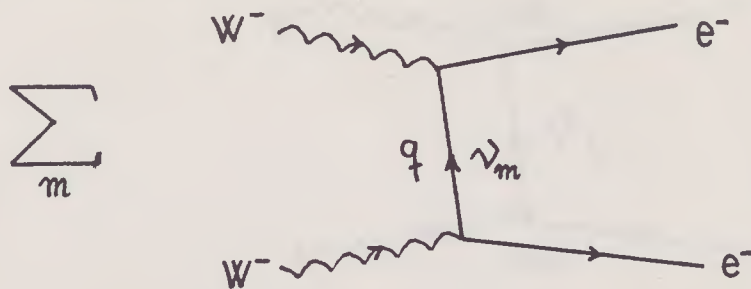


Figura 2.2:

do processo (2.1), que na condição

$$M_m^2 \ll q^2, \quad (2.6)$$

onde q é o 4-momento transferido, resultará em ¹

$$\mathcal{M}[W^-W^-(\nu_m)e^-e^-] = M_{eff} \equiv \sum_m \lambda_m M_m U_{em}^2 \quad (2.7)$$

onde, para neutrino de Majorana, o fator de fase

$$\lambda_m = \frac{1}{i} \tilde{\eta}^{CP}(\nu_m) \quad (2.8)$$

é um número real e $\tilde{\eta}^{CP}(\nu_m) = \pm i$ é a paridade CP intrínseca do estado ν_m . A quantidade M_{eff} definida na Eq. (2.7) é conhecida como massa efetiva do neutrino. Numa teoria de gauge a matriz de mixing que relaciona os autoestados do sabor com os autoestados da massa é uma matriz unitária e se a simetria CP é conservada na teoria, terá apenas elementos reais. Segundo a Eq.(2.7), a amplitude se anula completamente se $M_m = 0$, para todo m , e o processo (2.1) é proibido. Mas, no caso de termos uma teoria de gauge com neutrinos sem massa, resta ainda a possibilidade de existirem, dentro da teoria, correntes leptônicas quirais RH e bosons de gauge que se acoplam a elas de modo que agora o antineutrino RH emitido no vértice LH do decaimento beta, a configuração $(0, e_L \nu_R^c)$ da interação (2.2), pode ser absorvido sem supressão pelo vértice de corrente RH [Cf.Fig.(2.3)] ao qual supostamente se acoplaria o boson de gauge não standard

¹Cálculos detalhados que levam a esta amplitude e a outras que aparecem neste capítulo podem ser encontrados na ref. [13]

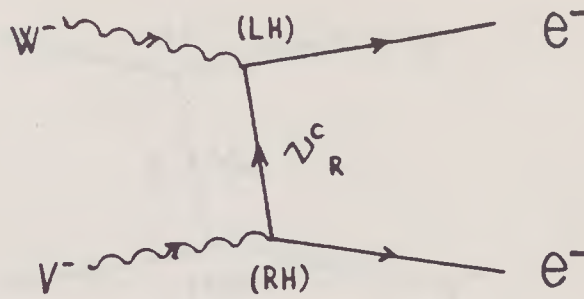


Figura 2.3:

V. Entretanto, insistirmos em deixar os neutrinos sem massa para apelar unicamente a correntes RH faz com que a amplitude do processo viole unitariedade no limite de alta energia. Algum tempo atrás foi demonstrado [14] [15] que se as interações fracas são descritas por uma teoria de gauge, mesmo que esta contenha correntes leptônicas RH o neutrino trocado no processo da Fig.(2.3) deve ser massivo pois uma teoria de gauge respeita unitariedade e é renormalizável. Para fazer ver que este processo requer neutrinos massivos mesmo com a presença de correntes RH consideremos o processo mais geral no qual dois elétrons com polarizações opostas trocam todos os neutrinos de Majorana, ν_m , para produzir um par de bosons de gauge $W^-_{a,b}$ de acordo com a Fig.(2.4), onde $H_{a,b}$ representa a quiralidade nos vértices de correntes e q o 4-momento transferido.

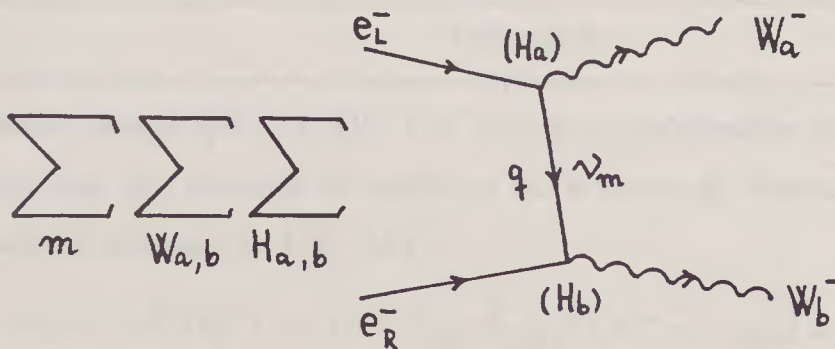


Figura 2.4:

Fixando $H_a = LH$, $H_b = RH$, $W^-_a = W^-$ e $W^-_b = V^-$ o processo da Fig.(2.5), aparte reversão temporal, é o mesmo que aquele da Fig.(2.3) com troca de m autoestados da massa de um neutrino de Majorana que não se exaurirá no limite $M_m \rightarrow 0$ graças ao

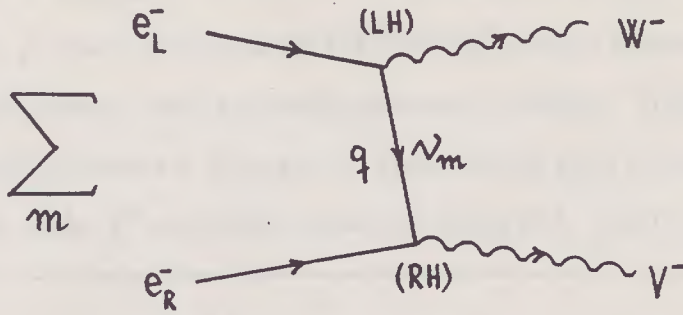


Figura 2.5:

vértice RH . Entretanto, cada diagrama da Fig.(2.5) sofre do mesmo comportamento ruim a alta energia que é apresentado pelo processo standard no qual um neutrino (ν) e um antineutrino (ν^c) trocam um elétron para produzir um par de bosons W com cargas elétricas opostas de acordo com o diagrama da Fig.(2.6) na qual p representa o 4-momento

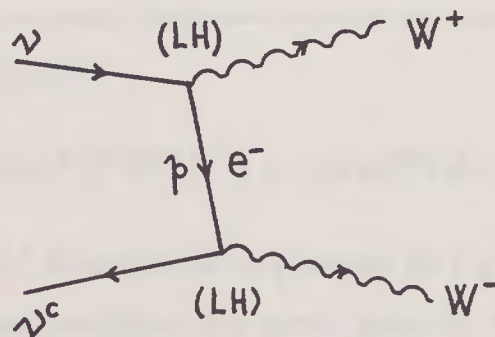


Figura 2.6:

transferido. Sendo $\epsilon(W^+)$ e $\epsilon(W^-)$ os vetores de polarização dos bosons de saída, u e v os espinores dos férmions de entrada e m_e a massa do elétron, a parte relevante da amplitude do processo da Fig. (2.6) é

$$\mathcal{M}[\nu\bar{\nu}(e^-)W^+W^-] \sim \bar{v} \not{\epsilon}^*(W^+) \frac{\not{p}}{p^2 - m_e^2} \not{\epsilon}^*(W^-)u; \quad \not{p}, \not{\epsilon} = \gamma^\mu p_\mu, \gamma^\mu \epsilon_\mu, \quad (2.9)$$

que na condição

$$m_e^2 \ll p^2 \quad (2.10)$$

se reduz precisamente a [13] [1]

$$\mathcal{M}[\nu\nu^c(e^-)W^+W^-] = iG_F 2^{1/2} \bar{v} \not{p} (1 - \gamma_5) u \quad (2.11)$$

onde G_F é a constante de Fermi. A amplitude diverge linearmente com o momento transferido, p , e se o diagrama da Fig.(2.6) for o único nesta ordem em teoria de perturbações a unitariedade será irremediavelmente perdida. Todavia, na teoria standard das interações eletrofracas a divergencia apresentada pela expressão (2.11) é cancelada pela presença do polo Z^0 em outro canal de troca [Cf. Fig.(2.7)] que contribui, na mesma

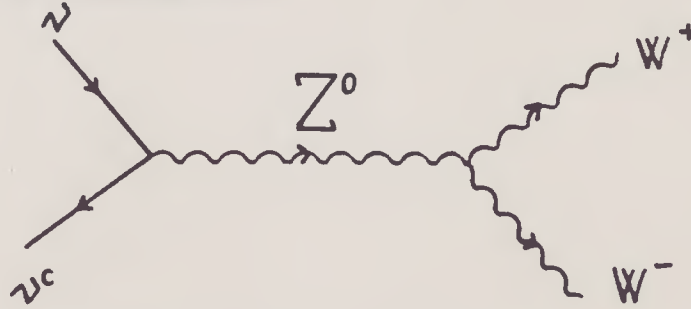


Figura 2.7:

ordem, exatamente com [13] [1]

$$\mathcal{M}[\nu\nu^c(Z^0)W^+W^-] = -iG_F2^{1/2}\bar{\nu}p(1 - \gamma_5)u \quad (2.12)$$

no limite de alta energia. ² A amplitude do processo da Fig.(2.5) tem a mesma estrutura da Eq.(2.9) embora, agora, tenhamos que somar sobre os m diagramas correspondentes a troca de todos os autoestados da massa possíveis de um neutrino de Majorana

$$\mathcal{M}[e^-e^-(\nu_m)W^-V^-] \sim \sum_m U_{em}^{*(LH)}U_{em}^{*(RH)}\bar{\nu} \not{\epsilon}^*(W^-) \frac{1}{q^2 - M_m^2} \not{\epsilon}^*(V^-)(1 - \gamma_5)u, \quad (2.13)$$

onde $U^{(LH)}$, $U^{(RH)}$ são matrizes de mixing pelas quais o elétron, o neutrino e os bósons W^- , V^- se acoplam nos vértices de correntes LH , RH . Cada termo da soma tem o comportamento ruim do processo da Fig.(2.6) quando $M_m^2/q^2 \rightarrow 0$. Tentar o cancelamento da divergência através do polo Z^0 não é mais possível pois agora o estado inicial é duplamente carregado. Na amplitude (2.13) as várias trocas de ν_m diferem entre si unicamente pelos coeficientes $[U_{em}^{(LH)}U_{em}^{(RH)}]^*$ no limite $M_m^2/q^2 \rightarrow 0$ de modo que ao impormos

²A presença de um diagrama como (2.6) mas com a troca de um lépton pesado gera o mesmo cancelamento. [13] [1]

o vínculo

$$\sum_m U_{em}^{*(LH)} U_{em}^{*(RH)} = 0 \quad (2.14)$$

teremos garantido o cancelamento entre os m termos da série. Entretanto, se os neutrinos forem não massivos, $M_m = 0$ para todo m , ao voltarmos para baixas energias o vínculo (2.14) continuará automaticamente a anular a amplitude, proibindo o processo. Isto só pode ser evitado se $M_m \neq 0$ para algum m .

Deste modo a observação de algum evento que abrigue os processos mostrados nas Figs.(2.2) e (2.5) implicará em neutrinos de Majorana massivos.

Uma perspectiva interessante surge se introduzirmos bosons de gauge com dupla carga elétrica. Recentemente [16] consideramos esta possibilidade no âmbito de uma teoria com simetria de gauge $SU(3) \otimes U(1)$. Algumas das consequências mais interessantes do modelo residem justamente em processos com carga elétrica inicial não nula. Além dos bosons standard W^\pm que se acoplam a correntes LH , a teoria contém os bosons V^\pm que podem se acoplar a correntes leptônicas RH [Cf. Eq.(8.28)] permitindo, assim, a ocorrência do processo da Fig.(2.3) cuja amplitude tem comportamento ruim a altas energias. Entretanto, agora, não é mais necessário recorrer a neutrinos massivos para restaurar seu bom comportamento a altas energias graças aos bosons com dupla carga elétrica $U^{\pm\pm}$ que se acoplam aos bosons W e V através de trilineares mostrados na Fig.(2.8) [Cf. Apêndice B] e também aos leptons [Cf.(8.27)] através do vértice que induz violação do número leptônico, Fig.(2.9), de modo que o diagrama da Fig.(2.10) joga em relação aquele da Fig.(2.3) o mesmo papel que o polo Z^0 , Fig.(2.7), em relação ao processo da Fig.(2.6) com carga elétrica inicial nula. Agora não é mais necessário recorrer ao vínculo (2.14) e por consequências todos os neutrinos podem ficar com massa nula, evitando neutrinos massivos.

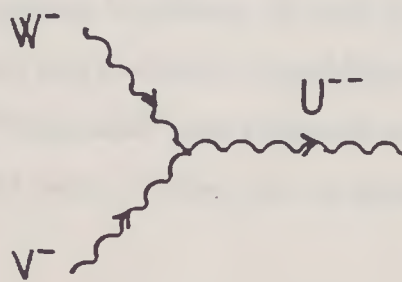


Figura 2.8:

Processos como aqueles das Figs.(2.2) e (2.3) são de um interesse bastante especial pois por trás de sua investigação pode haver uma questão central da física teórica que tem persistido e consiste em definir que tipo de objeto é o neutrino. Isto justifica a relutante procura do modo sem emissão de neutrinos do duplo decaimento beta ($0\nu\beta\beta$) através do

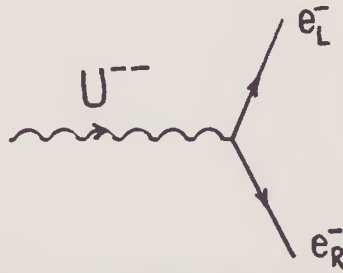


Figura 2.9:

qual núcleos atômicos metastáveis par-par decaem em núcleos isóbaros pela emissão de dois elétrons,

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^-e^-, \quad (2.15)$$

possibilidade que foi levantada ainda no final dos anos '30 através da introdução de neutrinos de Majorana [17] no mecanismo que gera o modo com emissão de dois (anti)neutrinos³

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^-e^- + \bar{\nu}_e\bar{\nu}_e, \quad (2.16)$$

no qual o número leptônico é conservado. O modo $0\nu\beta\beta$ é proibido pelo modelo standard (violação do número leptônico em duas unidades) e, se aceitamos que possa ser induzido pelos diagramas das Figs.(2.2) e (2.3) com a possibilidade do boson V se acoplar aos quarks u e d , então, a sua observação implicaria, de todo modo, que o neutrino é um fermion massivo de Majorana caso seja excluída a possibilidade da Fig.(2.10). Contudo, as dificuldades de estatística e "background" que persistem na física de detectores moderna poderão retardar ainda mais novos indícios que ajudariam a definir o verdadeiro mecanismo que dispara o $0\nu\beta\beta$.

³Em 1986 este modo foi visto diretamente em $Se_{34}^{82} \rightarrow Kr_{36}^{82} + 2e^- + 2\bar{\nu}_e$ através do qual se extraiu $T_{1/2} = (1.1_{-0.3}^{+0.8}) \times 10^{20}$ anos, (68% CL) e constitui o mais raro decaimento já observado [18]. Por sua vez, o modo $0\nu\beta\beta$, nunca visto diretamente, fornece os melhores limites na busca da violação $\Delta L = 2$ por geração. O melhor limite de laboratório é $T_{1/2} > 5 \times 10^{23}$ anos com 68% CL para o decaimento do Ge^{76} [19]

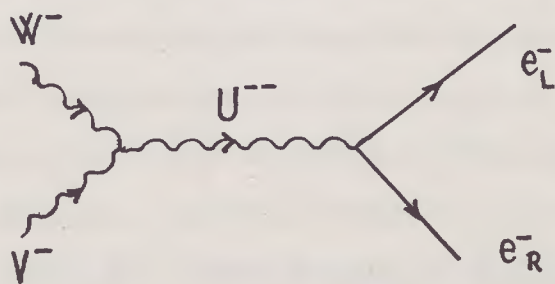


Figura 2.10:

Capítulo 3

Os Multipletos de Campos de Matéria

Os graus de liberdade dinâmicos fundamentais da teoria consistem de campos fermiônicos (campos de matéria) com helicidades definidas. É de toda arbitrária a preferência que se dá a um determinado conjunto de fermions que formarão os multipletos de campos fundamentais. A nossa escolha é motivada de modo a termos bosons de gauge com carga elétrica dupla e mostraremos, no próximo capítulo, que esta escolha (não tão arbitrária assim) deixa a teoria livre de anomalias e é fenomenologicamente consistente.

A matéria consiste de leptons e quarks, inicialmente autoestados da simetria, em dois estados de helicidade, LH e RH . Estes campos são atribuídos a isomultipletos com propriedades de transformação definidas sob o grupo de simetria.

Definimos o operador de carga elétrica da teoria como

$$Q/\epsilon = \frac{1}{2} (\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8) + N\mathbf{1}, \quad (3.1)$$

onde $\lambda_{3,8}$ são as matrizes diagonais de Gell-Mann e N representa cargas de $U(1)_N$ [Cf. Apêndice A]. Os leptons consistem dos campos l , com carga elétrica negativa, l^c com carga positiva, e neutrinos correspondentes, ν_l , atribuídos a tres tripletos de campos quirais LH de $SU(3)$,

$$L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \\ l^c \end{pmatrix}_L, \quad (3.2)$$

onde o índice $l = e, \mu, \tau$, se estende sobre as gerações. Especificamos o conteúdo de

representação dos multipletos (3.1) segundo

$$L_l \sim (3, 0). \quad (3.3)$$

Os campos dos multipletos que se transformam segundo (3.3) são os únicos graus de liberdade leptônicos independentes. Elétrons, positrons, etc. com polarização RH surgem na teoria a partir dos campos LH do triplete. Também não introduzimos singletos de neutrinos RH pois um singlete neutro, não tendo carga fraca, só é visível para a interação gravitacional e preferimos negligencia-lo, exista ou não. Veremos que com estas atribuições os neutrinos permanecem sem massa após a quebra espontânea de simetria, pelo menos a nível de árvore. O nosso neutrino é o mesmo neutrino de Weyl da teoria standard. Todavia, caso sejam introduzidos singletos $\nu_{lR} \sim (1, 0)$ geram-se termos de massa de Dirac para os neutrinos.

Consideremos, agora, a primeira geração de quarks a qual atribuímos

$$Q_{1L} \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (3, +2/3) \quad (3.4)$$

para os campos com helicidade LH . Aqui introduzimos o quark exótico J_1 mas os quarks u e d são aqueles usuais. As cargas elétricas destes quarks são obtidas a partir do operador de carga definido pela Eq. (3.1) com $N = +2/3$

$$Q/e = \text{diag}(+2/3, -1/3, +5/3) \quad (3.5)$$

Os estados que compõem o triplete, Eq.(3.4), devem ser entendidos como autoestados da simetria de gauge. Mais tarde (Cap.8) os relacionaremos aos autoestados da massa através de rotações tipo Cabibbo.

As interações de gauge conservam helicidade de modo que agora fazemos a seguinte escolha para os campos RH correspondentes:

$$u_R \sim (1, +2/3), \quad d_R \sim (1, -1/3), \quad J_{1R} \sim (1, +5/3). \quad (3.6)$$

A segunda geração de quarks LH é atribuída a antitripletos com o conteúdo de representa-

ção

$$Q_{2L} \equiv \begin{pmatrix} J_2 \\ c \\ s \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}^*, -1/3) \quad (3.7)$$

e os respectivos campos RH em singletos

$$J_{2R} \sim (1, -4/3), \quad c_R \sim (1, +2/3), \quad s_R \sim (1, -1/3), \quad (3.8)$$

onde J_2 é o quark exótico da segunda geração. Podemos ver que as cargas elétricas destes quarks são aquelas indicadas nos singletos (3.8) se tomarmos o operador de carga, Eq.(A.15), em termos das matrizes $\bar{\lambda}_{3,8}$ apropriadas para a representação antitripleto [veja o Apêndice A].

A terceira e última geração de quarks tem as mesmas atribuições da segunda geração

$$Q_{3L} \equiv \begin{pmatrix} J_3 \\ t \\ b \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}^*, -1/3) \quad (3.9)$$

com os campos RH correspondentes especificados por

$$J_{3R} \sim (1, -4/3), \quad t_R \sim (1, +2/3), \quad b_R \sim (1, -1/3) \quad (3.10)$$

de modo que a carga elétrica do quark exótico J_3 coincide com aquela de J_2 .

O quadro abaixo resume toda a matéria da teoria $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ no qual incluímos as cores r, y, b do grupo $SU(3)_c$ para cada sabor dos quarks,

PRIMEIRA GERAÇÃO

$$\begin{aligned} L_e &\sim (\mathbf{3}, 0); \\ Q_{1L}^{r,y,b} &\sim (\mathbf{3}, \frac{2}{3}); \\ u_R^{r,y,b} &\sim (1, \frac{2}{3}); \quad d_R^{r,y,b} \sim (1, -\frac{1}{3}); \quad J_{1R}^{r,y,b} \sim (1, \frac{5}{3}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

SEGUNDA GERAÇÃO

$$\begin{aligned} L_\mu &\sim (\mathbf{3}, 0); \\ Q_{2L}^{r,y,b} &\sim (\mathbf{3}^*, -\frac{1}{3}); \\ J_{2R}^{r,y,b} &\sim (1, -\frac{4}{3}); \quad c_R^{r,y,b} \sim (1, \frac{2}{3}); \quad s_R^{r,y,b} \sim (1, -\frac{1}{3}) \end{aligned} \quad (3.12)$$

TERCEIRA GERAÇÃO

$$\begin{aligned}
 L_\tau &\sim (3, 0); \\
 Q_{3L}^{r,y,b} &\sim (3^*, -\frac{1}{3}); \\
 J_{3R}^{r,y,b} &\sim (1, -\frac{4}{3}); \quad t_R^{r,y,b} \sim (1, \frac{2}{3}); \quad b_R^{r,y,b} \sim (1, -\frac{1}{3}).
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

Os diagramas de peso destes multipletos podem ser encontrados no Apêndice A.

Capítulo 4

Cancelamento das Anomalias

A meta de uma teoria de gauge é oferecer uma descrição da dinâmica das partículas elementares. Neste sentido, deverá ser possível extrair tudo que uma teoria quântica de campos pode oferecer no que se refere a estados ligados, espalhamentos e processos de criação e aniquilação de partículas. Entretanto, ao levar a cabo o processo de quantização de uma teoria de campos a partir de sua versão clássica, eventualmente, se constatará que as duas versões não compartilham das mesmas propriedades de simetria. Para cada simetria presente na teoria clássica derivamos, com a ajuda do teorema de Noether, uma lei de conservação local expressa por um tipo de equação de continuidade que consiste, genericamente, em afirmar que se anule a 4-divergência de uma função das variáveis dinâmicas de campo. Esta função é a 4-corrente conservada associada a simetria em questão, mas o processo de quantização pode pôr a perder determinadas propriedades de simetria originais. Verificar a conservação de uma determinada corrente, na prática equivale a verificar se as funções de Green que formam as amplitudes satisfazem as relações de Ward-Takahashi, para teorias abelianas, ou de Slavnov-Taylor, para teorias não abelianas (que chamaremos indistintamente de identidades de Ward). A anomalia se fará presente se as identidades de Ward forem violadas, e se manifestará como um termo adicional, resultando na identidade de Ward anômala

$$\partial_\mu j^\mu = j + \text{anomalia} \quad (4.1)$$

onde j é a forma canônica que, no caso de uma simetria, será $j = 0$. É sabido que

a presença de anomalias destrói a renormalizabilidade de uma teoria de gauge [21]- [22]- [23] pois há uma classe de identidades de Ward para as quais não existe nenhum procedimento de regularização. Quando se procura obter uma amplitude renormalizada utiliza-se, essencialmente, o fato de existir um procedimento de regularização que respeite a invariância de gauge. Todavia, verifica-se que para teorias de campos que contém a matriz $\gamma_5 = \frac{i}{4!}\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\rho$, falha-se ao implementar a regularização dimensional devido as dificuldades com a continuação para além de quatro dimensões de quantidades como $\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$. Outros procedimentos de regularização apresentarão dificuldades correspondentes, de modo que a renormalização da anomalia não é um obstáculo meramente técnico; não há nenhum procedimento de regularização que permita eliminá-la. Esta constatação é particularmente alarmante pois em qualquer teoria de campos quirais, como aquelas que pretendem uma descrição da interação fraca, os fermions acoplam aos bosons de gauge através de correntes axiais. Neste caso, além das identidades de Ward vetoriais teremos também identidades de Ward axiais que envolvem a corrente axial j_5^μ . Podemos manter as identidades de Ward vetoriais salvando, por exemplo, a conservação da carga elétrica e preservando a invariância de gauge mas, por outro lado, teremos perdido a invariância quiral pois a identidade de Ward axial

$$\partial_\mu j_5^\mu = j = 2mj_5, \quad (4.2)$$

onde o pseudoescalar

$$j_5 = i\bar{\psi}\gamma_5\psi \quad (4.3)$$

é a densidade quiral, torna-se anômala:

$$\partial_\mu j_5^\mu = j + \mathcal{A}, \quad (4.4)$$

onde \mathcal{A} representa a anomalia axial que não depende da massa m do férmion de modo que, mesmo no limite quiral, $m \rightarrow 0$, teremos

$$\partial_\mu j_5^\mu = \mathcal{A} \neq 0. \quad (4.5)$$

O diagrama de Feynman mais simples que origina a consequência expressa na eq. (4.5) é o loop triangular de férmions [Fig.(4.1)] com dois vértices vetoriais (V) e um vértice axial

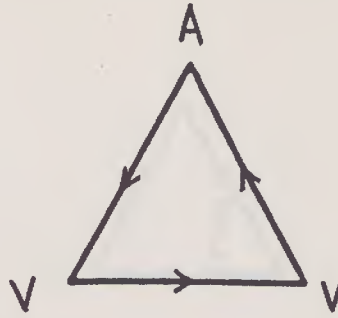


Figura 4.1:

(A) que gera a anomalia de Adler-Bell-Jackiw (ABJ) [24]- [25] e impossibilita manter simultaneamente a invariância de gauge e a simetria quiral

$$\partial_\mu j^\mu = \partial_\mu j_5^\mu = 0, \quad (4.6)$$

ainda que estejamos no limite quiral. ¹

Há dois fatos que tornam o diagrama triângulo particularmente significativo. O primeiro consiste em ter sido possível demonstrar [28] que correções radioativas de segunda ordem ao diagrama triângulo [Fig.(4.2)] apresentam uma contribuição total a anomalia no divergente da corrente axial que se anula. Contribuições provenientes de correções de ordem superior como, por exemplo, de quarta ordem [Fig.(4.3)] também estão ausentes, de modo que o diagrama triângulo gera a anomalia exata em todas as ordens de perturbação. O segundo fato refere-se ao caso de teorias não abelianas nas quais, devido a autointeração dos campos de Yang-Mills, as divergências anômalas das correntes axiais conterão termos quadráticos e cúbicos de modo que os diagramas com um número ímpar de vértices axiais [Fig.(4.4)] também contribuirão para a anomalia. Entretanto, demonstra-se que estas contribuições não são independentes da anomalia triângulo. Estes fatos são acomodados formalmente no teorema geral que enunciamos a seguir, permitindo-nos restringir o tratamento das anomalias em teorias de gauge quirais a cura da anomalia gerada pelo diagrama triângulo [29] [30].

¹Um cálculo explícito do diagrama triângulo confirma que poderão ser asseguradas as identidades de Ward vetoriais pois a amplitude pode ser reconstruída de maneira única, a menos de polinômios nos momentos externos ao diagrama da figura (4.1) abrigado no processo fonte axial \rightarrow 2 ftons reais. Um cálculo detalhado pode ser encontrado na ref. [26] e um trabalho interessante é a ref. [27]



Figura 4.2:

TEOREMA

Uma vez cancelada a anomalia ABJ gerada pelo diagrama triângulo com dois vértices vetoriais e um vértice axial (VVA), então, serão canceladas todas as outras.

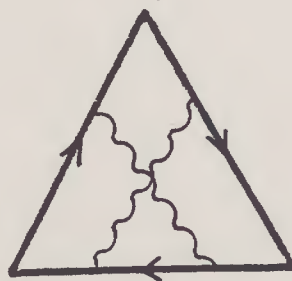


Figura 4.3:

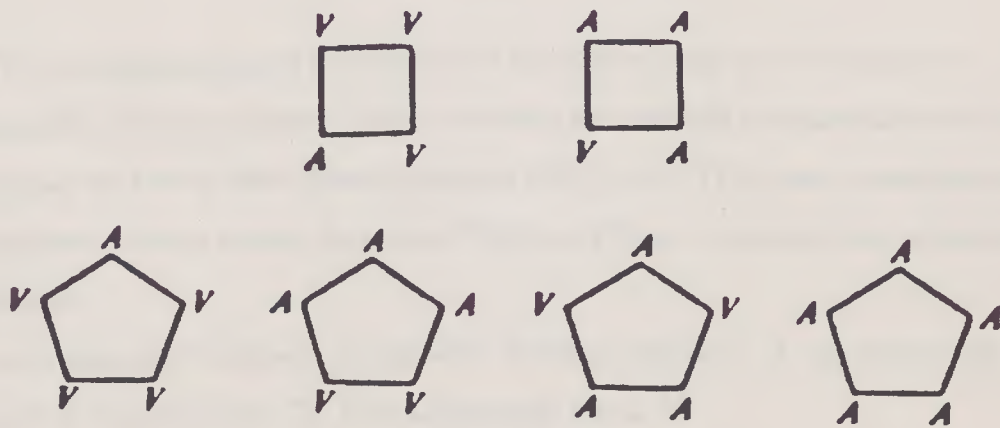


Figura 4.4:

Sem a esperança de eliminar a anomalia ABJ por qualquer procedimento de regularização e tendo em conta que sua existência depende essencialmente do número de dimensões do espaço-tempo e do conteúdo de campos da teoria é possível o cancelamento graças as restrições na escolha do tipo, estrutura de multipletos e propriedades dos campos de matéria.

Numa teoria não abeliana, para a representação fermiônica \mathcal{R} , a anomalia no divergente de correntes, Eq.(4.5), é dada por

$$\mathcal{A}^{abc} \propto \text{tr} \left(\{T^a(\mathcal{R}), T^b(\mathcal{R})\} T^c(\mathcal{R}) \right), \quad (4.7)$$

onde $T^a(\mathcal{R})$ são representações matriciais dos geradores do grupo de simetria e $\{ , \}$ indica o anticomutador destas matrizes. Vamos revisitar brevemente o esquema de cancelamento das anomalias na teoria eletrofraca standard $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para posteriormente podermos compara-lo com aquele da teoria $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ e mostrar que se processam de modo diferente.

Na teoria standard define-se o operador de carga elétrica, Q , em termos da terceira componente de isospin fraco, T_3 , e da hipercarga fraca, Y ,

$$Q = T_3 + Y/2, \quad (4.8)$$

com os conteúdos de representação dos campos de matéria

$$L_l \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L \sim (2, -1); \quad l_R \sim (1, -2) \quad (4.9)$$

para as tres gerações de leptons, $l = e, \mu, \tau$, e

$$Q_L \equiv \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L \sim (2, +1/3); \quad U_R \sim (1, +4/3), \quad D_R \sim (1, -2/3), \quad (4.10)$$

para as tres gerações de quarks, onde $U = u, c, t$ e $D = d, s, b$ denotam coletivamente os setores de carga $+2/3$ e $-1/3$, respectivamente. As matrizes $T^a(\mathcal{R})$ tanto poderão ser as matrizes de Pauli $\frac{1}{2}\sigma^a$; $a = 1, 2, 3$ que são os tres geradores de $SU(2)$, bem como a matriz de hipercarga $T^0 = Y/2$, o único gerador de $U(1)$. Ocorre que o grupo de Lie simples

$SU(2)$ tem a propriedade bastante singular de possuir representação fundamental real de modo que, se U é uma matriz unitária,

$$-T^{a*} = UT^aU^\dagger; \quad a = 1, 2, 3, \quad (4.11)$$

então, T^a e $-T^{a*}$ são equivalentes, que pode ser checado imediatamente com $U = i\sigma^2$,

$$(i\sigma^2)\left(-\frac{1}{2}\sigma_a^T\right)(i\sigma^2)^\dagger = \frac{1}{2}\sigma_a. \quad (4.12)$$

Assim, por exemplo, para as representações $\mathbf{2}$ e $\mathbf{2}^*$ de $SU(2)$ temos

$$-T_a^* = -T_a^T = -\frac{1}{2}\sigma_a^T. \quad (4.13)$$

Esta propriedade é realmente singular no sentido de ter sido possível mostrar, graças a um trabalho de classificação [31]- [32] das representações irredutíveis de todos os grupos de Lie que não contém subgrupos normais próprios que, em particular, entre os grupos especiais unitários, $SU(N)$, o único a possuir representação fundamental real é aquele para o qual $N = 2$. O grupo $SU(2)$ é um grupo seguro, livre de anomalias

$$\mathcal{A}^{abc} \propto \text{tr}(\{\sigma^a, \sigma^b\}\sigma^c) = 2\delta^{ab}\text{tr}(\sigma^c) = 0; \quad a = 1, 2, 3. \quad (4.14)$$

Para o caso de pelo menos uma das matrizes $T(\mathcal{R})$ na Eq.(4.7) ser a matriz de hipercarga obtemos

$$\mathcal{A}^{ab,0} \propto \text{tr}(\{\sigma^a, \sigma^b\}Y) = 2\delta^{ab}\text{tr}Y, \quad (4.15)$$

$$\mathcal{A}^{a,00} \propto \text{tr}(\sigma^a Y Y) \propto \text{tr}\sigma^a = 0; \quad a = 1, 2, 3 \quad (4.16)$$

e, utilizando a Eq.(4.8), no caso de todos os $T(\mathcal{R})$ serem a matriz Y , teremos

$$\mathcal{A}^{000} \propto \text{tr}(Y^3) = 8\text{tr}(Q^3 - 3Q^2T_3 + 3QT_3^2 - T_3^3) \quad (4.17)$$

mas

$$\text{tr}(T_3)^3 = \text{tr}(\sigma_3/2)^3 = 0 \quad (4.18)$$

e como podemos ignorar o termo Q^3 , pois loops do tipo VVV não tem anomalias, a Eq.(4.17) se resume a

$$\mathcal{A}^{000} \propto \text{tr}(Q^2T_3 - QT_3^2). \quad (4.19)$$

Vamos calcular explicitamente as contribuições que não se anularam. Retomando a Eq.(4.15) escrevemos

$$\text{tr}Y = \sum Y = \sum_{\text{lepton}} Y + \sum_{\text{quark}} Y \quad (4.20)$$

com a soma subentendida sobre os multipletos. Para cada geração de férmions quirais (L e R) vamos obter

$$\begin{aligned} \sum_{\text{lepton}} (Y_L + Y_R) &= Y(\nu_{iL}) + Y(l_L) + Y(l_R) = (-1) + (-1) + (-2) \\ &= -4 \end{aligned} \quad (4.21)$$

e para os quarks

$$\begin{aligned} \sum_{\text{quark}} Y &= \sum_{\text{quark}} (Y_L + Y_R) = 3[Y(U_L) + Y(D_L) + Y(U_R) + Y(D_R)] \\ &= 3[(1/3) + (1/3) + (4/3) + (-2/3)] = +4, \end{aligned} \quad (4.22)$$

onde o fator 3 global aparece para que seja efetuada a contagem correta pois há tres quarks distintos com números quânticos do grupo de cor, $SU(3)_c$, diferentes para cada autoestado do sabor, portanto,

$$\mathcal{A}^{ab,0} \propto \text{tr}Y = 0. \quad (4.23)$$

Podemos observar que o cancelamento está ocorrendo geração-por-geração, isto é, cada setor tem sua anomalia não nula mas oposta dentro da mesma geração. Vamos provar que este fato se repete com o cancelamento da contribuição, Eq.(4.19),

$$\text{tr}(\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) = \sum_{\text{lepton}} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) + \sum_{\text{quark}} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2); \quad (4.24)$$

explicitamente, para cada geração do setor dos leptons resulta

$$\begin{aligned} \sum_{\text{lepton}} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) &= [(0)^2(\frac{1}{2}) - (0)(\frac{1}{2})^2] + [(-1)^2(-\frac{1}{2}) - (-1)(-\frac{1}{2})^2] \\ &= -1/4 \end{aligned} \quad (4.25)$$

e, de novo, considerando tres cores para cada sabor, a contribuição de cada geração de quarks será

$$\begin{aligned} \sum_{\text{quark}} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) &= 3 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] + 3 \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right] \\ &= +\frac{1}{4} \end{aligned} \quad (4.26)$$

que é precisamente oposta a contribuição correspondente do setor leptônico. Naturalmente, neste caso, ao contrário da Eq. (4.20), não houve contribuições dos campos quirais RH pois não fazem parte dos dubletos de isospin fraco, mas a característica do cancelamento se manteve e, assim,

$$\text{tr}(\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) = 0. \quad (4.27)$$

Podemos mostrar que as contribuições não triviais, Eqs. (4.15) e (4.19) são, em ambos os casos, proporcionais aos traços da matriz de carga elétrica. De imediato, utilizando a Eq.(4.8), vemos que

$$\text{tr}Y = \text{tr}[2(\mathcal{Q} - T_3)] = 2\text{tr}\mathcal{Q} \propto \text{tr}\mathcal{Q} \quad (4.28)$$

e, com um pouco mais de álgebra, chegamos a

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) &= \text{tr}[\mathcal{Q}(\mathcal{Q} - T_3)T_3] = \frac{1}{2}\text{tr}(T_3^2 Y) + \frac{1}{4}\text{tr}(Y^2 T_3) \\ &= \frac{1}{2}\text{tr}(T_3^2) \propto \text{tr}\mathcal{Q}, \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde, na última passagem, utilizamos a regra de anticomutação dos geradores de $SU(2)$. Com isto, a anomalia completa se resume a soma sobre a carga elétrica de todos os férmions da teoria

$$\text{tr}\mathcal{Q} = \sum_{\text{fermion}} \mathcal{Q} \quad (4.30)$$

e, tendo em conta a multiplicidade de cor para cada sabor dos quarks, checa-se imediatamente que

$$\text{tr}\mathcal{Q} = 0. \quad (4.31)$$

O cancelamento geração-por-geração da teoria standard possui, ainda, a característica de se efetuar separadamente dentro de cada setor de quiralidade L ou R. Isto pode ser verificado retomando as Eqs.(4.21),(4.22),(4.25) e (4.26). Para cada geração, no setor L

$$\begin{aligned} \sum_{\text{lepton}} Y_L + \sum_{\text{quark}} Y_L + \sum_{\text{lepton}} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) + \sum_{\text{quark}} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) \\ = (-2) + (2) + (-1/4) + (1/4) = 0, \end{aligned} \quad (4.32)$$

e no setor de quiralidade R

$$\sum_{\text{lepton}} Y_R + \sum_{\text{quark}} Y_R = (-2) + (2) = 0. \quad (4.33)$$

Isto reflete um resultado geral [22] que diz: se o grupo é seguro, então, as anomalias dos setores L e R se anulam separadamente,

$$\mathcal{A}_L^{abc} = \mathcal{A}_R^{abc} = 0. \quad (4.34)$$

Ao se anularem todas as parcelas que contribuem para a anomalia, o resultado é

$$\mathcal{A}^{abc} = 0; \quad a = 0, 1, 2, 3 \quad (4.35)$$

e, tendo em vista o teorema enunciado anteriormente, concluímos que o modelo standard eletrofraco é livre de anomalias e, portanto, renormalizável. O cancelamento das anomalias originadas pelo triângulo VVA foi possível graças a contagem do número quântico de cor e a multiplicidade dos férmions que podem circular no loop, o que não deixa de ser um sinal de completeza e autoconsistência da teoria. Na verdade, toda a teoria $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é livre de anomalias pois as contribuições adicionais dos diagramas triângulo envolvendo os gluons e os bosons de gauge das interações eletrofracas também se cancelam mutuamente [33].

Afim de demonstrar que a teoria $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ também pode ser livre de anomalias seguiremos, em linhas gerais, o mesmo procedimento adotado na teoria standard mas apontaremos, ao longo do desenvolvimento, as diferenças essenciais na sistemática de cancelamento.

O grupo de Lie não abeliano que compõe o grupo de simetria de gauge da teoria agora é $SU(3)$. Como este grupo não é seguro isto não significa que com ele não se possam construir teorias de gauge livres de anomalias. Representações como, por exemplo, $\mathbf{8}$ ou $\mathbf{3} \oplus \mathbf{3}^*$ são representações seguras de $SU(3)$ e levam inclusive a um cancelamento de anomalias do tipo que obtivemos na Eq. (4.34) para os diferentes setores quirais da teoria standard [22]. Embora seja possível, não é isto que ocorre em nosso modelo. Começemos observando que os nossos multipletos de férmions pertencem as representações $\mathbf{3}$ e $\mathbf{3}^*$ para os campos LH e a singletos, no caso de campos RH . Uma consulta a lista no fim do capítulo anterior mostra que, contando o grau de liberdade de cor, o número de tripletos e o de antitripletos é o mesmo, $\#(\mathbf{3}) = \#(\mathbf{3}^*) = 6$, e temos 27 singletos de campos RH , todos de quarks. De um modo geral demonstra-se [34] que se $\mathcal{A}(\mathcal{R})$ é a anomalia da

representação \mathcal{R} , então ,

$$\mathcal{A}(\mathcal{R}^*) = -\mathcal{A}(\mathcal{R}) \quad (4.36)$$

que pode ser verificado para $\mathcal{R} = \mathbf{3}$. Cada geração de quarks e leptons tem sua própria anomalia e aqui não ocorre o cancelamento tipo geração -por-geração da teoria standard. Isto é visualizado com a contribuição não trivial $\text{tr}Q$ e considerando os dois setores quirais L e R. Denotando por \mathcal{A}^1 , \mathcal{A}^2 e \mathcal{A}^3 as contribuições de cada geração separadamente, primeiro notamos que os leptons não contribuem para a anomalia

$$\mathcal{A}^{1,2,3}_{lepton} \propto \sum_{lepton} Q = [(0) + (-1) + (1)] = 0, \quad (4.37)$$

mas a primeira geração de quarks quirais contribui com

$$\mathcal{A}^1_{quark} \propto \sum_{quark} (Q_L + Q_R) = 6 + 6 = +12, \quad (4.38)$$

a segunda geração com

$$\mathcal{A}^2_{quark} \propto \sum_{quark} (Q_L + Q_R) = (-3) + (-3) = -6 \quad (4.39)$$

e a terceira com a mesma quantidade

$$\mathcal{A}^3_{quark} \propto \sum_{quark} (Q_L + Q_R) = (-3) + (-3) = -6 \quad (4.40)$$

de modo que, ao contrário do modelo standard, as anomalias não se anulam separadamente dentro de um mesmo setor de quiralidade

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^1_L &= \mathcal{A}^1_R = 6 \neq 0, \\ \mathcal{A}^2_L &= \mathcal{A}^2_R = \mathcal{A}^3_L = \mathcal{A}^3_R = -3 \neq 0. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Isto era de se esperar pois o grupo $SU(3)$ não é um grupo seguro. Esta é, na verdade, a única alternativa possível a Eq.(4.34) já que foi possível mostrar [22] de modo geral que o cancelamento pode ocorrer sómente de duas formas: ou as anomalias se anulam separadamente dentro de um mesmo setor quiral [Eq.(4.34)],

$$\mathcal{A}_L = \mathcal{A}_R = 0 \quad (4.42)$$

como ocorre na teoria standard, ou então não se anulam

$$\mathcal{A}_L = \mathcal{A}_R \neq 0, \quad (4.43)$$

embora seja essencial que os dois setores contribuam com a mesma quantidade. Agora, o cancelamento completo da anomalia \mathcal{A} pode ser visto do seguinte modo

$$\mathcal{A} \propto \mathcal{A}_L^1 + \mathcal{A}_R^1 + \mathcal{A}_L^2 + \mathcal{A}_R^2 + \mathcal{A}_L^3 + \mathcal{A}_R^3 = (6) + (6) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = 0. \quad (4.44)$$

Um cancelamento deste tipo ocorre, por exemplo, num modelo com simetria $SU(3) \otimes U(1)$ proposto algum tempo atrás. [6] Cancelamentos deste genero, são consistentes com o fato de se ter um número de gerações de quarks e leptons divisível por tres.

Capítulo 5

Campos de Higgs e a Quebra de Simetria

Afim de produzir acoplamentos de Yukawa e gerar as massas dos fermions e dos bosons de gauge via mecanismo de Higgs vamos introduzir um conjunto de campos escalares atribuídos a multipletos com propriedades de transformação definidas sob o grupo de simetria. A nossa escolha será mínima no sentido que os multipletos de campos escalares que introduziremos serão suficientes para gerar as massas dos fermions e dos bosons vetoriais da teoria. Sómente o neutrino e o fóton permanecerão sem massa (Cf. Cap.6)

O conjunto mínimo de campos de Higgs que cumprem esta tarefa consiste dos multipletos complexos

$$\eta \equiv \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix}, \quad \rho \equiv \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix}, \quad \chi \equiv \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix}, \quad (5.1)$$

com as propriedades de transformação

$$\eta \sim (\mathbf{3}, 0), \quad \rho \sim (\mathbf{3}, 1), \quad \chi \sim (\mathbf{3}, -1). \quad (5.2)$$

Com este mesmo conjunto de campos podemos formar os antitripletos

$$\eta^* = \begin{pmatrix} \eta_2^- \\ \eta_1^+ \\ \eta^{0*} \end{pmatrix}, \quad \rho^* = \begin{pmatrix} \rho^{--} \\ \rho^{0*} \\ \rho^- \end{pmatrix}, \quad \chi^* = \begin{pmatrix} \chi^{0*} \\ \chi^{++} \\ \chi^+ \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

cujas especificações

$$\eta^* \sim (\mathbf{3}^*, 0), \quad \rho^* \sim (\mathbf{3}^*, -1), \quad \chi^* \sim (\mathbf{3}^*, 1) \quad (5.4)$$

estão de acordo com o operador de carga, Eq.(A.15). Também introduzimos um antisexteto simétrico $(\mathbf{6}^*, 0)$ com a seguinte atribuição de carga

$$(H^{ij}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & h_2^+ & h_1^- \\ h_2^+ & H_1^{++} & \sigma_2^0 \\ h_1^- & \sigma_2^0 & H_2^{--} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

Enfatizemos que os campos destes multipletos não são autoestados da matriz de massa.

Todos os campos escalares complexos de que consistem os multipletos de Higgs podem ser parametrizados em termos de campos escalares reais. As componentes neutras adquirem um valor esperado no vácuo:

$$\langle \eta \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \chi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

e para o sexteto

$$\langle H \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v' \\ 0 & v' & 0 \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

quebrando completamente a simetria original $SU(3) \otimes U(1)$ para $U(1)_{em}$. Entretanto, o processo de quebra ocorre hierarquicamente em duas etapas. Numa primeira fase, o tripleto χ gera a simetria inicial da teoria eletrofraca standard

$$SU(3)_L \otimes U(1)_N \xrightarrow{\langle \chi \rangle} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (5.8)$$

para que em seguida seja quebrada pelos tripletos η , ρ e o sexteto H

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \eta, \rho, H \rangle} U(1)_{em} \quad (5.9)$$

na simetria $U(1)$ da eletrodinâmica. Há duas possíveis escalas de massa distintas correspondentes a estas etapas da quebra de simetria:

$$v_\chi \gg v_\eta, v_\rho, v' \quad (5.10)$$

A possibilidade de termos essas duas escalas de massa bem diferenciadas deve ser confrontada com a fenomenologia [Cf. Cap.9].

Capítulo 6

Acoplamentos de Yukawa e a Massa dos Fermions

Uma teoria de gauge das interações eletrofracas como aquela que estamos construindo contém um conjunto de campos que consistem essencialmente de escalares, espinores e vetores cujas interações possíveis ocorrem entre os pares

$$\begin{aligned} \text{vetor} &\longleftrightarrow \text{vetor}, \\ \text{vetor} &\longleftrightarrow \text{escalar}, \\ \text{vetor} &\longleftrightarrow \text{espinor}, \\ \text{escalar} &\longleftrightarrow \text{espinor}, \end{aligned} \tag{6.1}$$

de modo que a lagrangeana completa da teoria, \mathcal{L} , pode ser partida nos quatro pedaços

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{YM} + \mathcal{L}^{\text{escalar}} + \mathcal{L}^{\text{fermion}} + \mathcal{L}^Y, \tag{6.2}$$

cada um dos quais correspondendo, na ordem correta, as interações (6.1). As tres primeiras parcelas contém os acoplamentos que são determinados a partir da invariância local de gauge através da substituição da derivada ∂_μ pelas derivadas covariantes de gauge \mathcal{D}_μ . Vamos descrever brevemente cada uma delas.

O primeiro termo

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \tag{6.3}$$

é o que genericamente chamamos de lagrangeana de Yang-Mills (YM) e consiste da contração nos índices (de Lorentz) do espaço-tempo e nos índices de simetria interna dos

rotacionais covariantes

$$W_{\mu\nu} = \frac{i}{g} [\mathcal{D}_\mu^W, \mathcal{D}_\nu^W]. \quad (6.4)$$

Em termos das componentes tensoriais temos um tensor

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + gf^{abc} W_{\mu b} W_{\nu c} \quad (6.5)$$

para cada gerador do grupo não abeliano $T^a = \lambda^a/2$, $a = 1, 2, \dots, 8$ [para $SU(3)$] sendo g , f^{abc} as constantes de acoplamento e de estrutura do grupo, respectivamente. Com abuso de linguagem, na lagrangeana \mathcal{L}^{YM} , incluímos também os tensores de campo

$$B_{\mu\nu} = \frac{i}{g'} [\mathcal{D}_\mu^B, \mathcal{D}_\nu^B] = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (6.6)$$

formados pelos campos abelianos B_μ , com

$$\mathcal{D}_\mu^B = \partial_\mu - ig' B_\mu. \quad (6.7)$$

onde g' é a constante de acoplamento de $U(1)$. Fisicamente, a lagrangeana (6.3) fornece as energias cinéticas dos bosons de gauge bem como as autointerações dos campos de Yang-Mills propriamente ditos.

O segundo termo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{escalar} &= \mathcal{L}_\varphi + \mathcal{L}_H - V(\varphi, H) \\ &= \sum_\varphi (\mathcal{D}_\mu \varphi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \varphi) + (\mathcal{D}_\mu H_{ij})^\dagger (\mathcal{D}^\mu H^{ij}) - V(\varphi, H), \quad \varphi = \eta, \rho, \chi \end{aligned} \quad (6.8)$$

contém as massas dos bosons vetoriais e escalares, respectivamente nos termos \mathcal{L}_φ , \mathcal{L}_H e $V(\varphi, H)$. Acoplamentos entre os setores escalar-vetorial também estão em $\mathcal{L}_{\varphi, H}$.

A penúltima parcela

$$\mathcal{L}^{fermion} = \bar{L} i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu^{(L)} L + \bar{R} i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu^{(R)} R, \quad (6.9)$$

onde L (R) representa qualquer tripleto (singleto) de campos de matéria com helicidade LH (RH), estabelece as energias cinéticas de leptons e quarks e suas interações através da troca dos bosons de gauge.

Neste capítulo cuidaremos do último termo, \mathcal{L}^Y , que aparece na lagrangeana geral (6.2) que acabamos de esquematizar. Ele consiste dos acoplamentos de Yukawa cujo aspecto geral é

$$\mathcal{L}^Y = -G_Y (\bar{L} \varphi R + \bar{R} \varphi^\dagger L), \quad (6.10)$$

onde G_Y são constantes de acoplamento e, de novo, $\varphi = \eta, \rho, \chi$ representa coletivamente qualquer um dos tripletos de campos escalares introduzidos anteriormente. A lagrangeana de Yukawa; a interação entre escalares e espinores, que fornece as massas dos fermions e as interações entre fermions e bosons de Higgs, se reveste de uma propriedade não compartilhada pelos outros tres pedaços de (6.2): tem a mesma forma seja a simetria local ou global.

A forma das interações dada pela Eq.(6.10), embora completamente válida na teoria standard, aqui é mais apropriada para os quarks já que no nosso modelo não temos singletos de leptons RH . Isto significa que, no caso específico dos leptons, deveremos construir a lagrangeana de Yukawa apropriada [35]. Denotemos momentaneamente por

$$\Psi_{iL} \sim (\mathbf{3}, 0); \quad i = e, \mu, \tau \quad (6.11)$$

os tripletos de leptons e formemos os adjuntos de Dirac dos seus conjugados de carga que se transformam segundo

$$\overline{(\Psi_{iL})^c} \sim (\mathbf{3}, 0). \quad (6.12)$$

Agora notemos que

$$(\mathbf{3}, 0) \otimes (\mathbf{3}, 0) = (\mathbf{3}^*, 0) \oplus (\mathbf{6}, 0),$$

$$(\mathbf{3}^*, 0) \otimes (\mathbf{3}, 0) = (\mathbf{1}, 0) \oplus (\mathbf{8}, 0) \quad (6.13)$$

e considerando o multiplete de Higgs

$$\eta \sim (\mathbf{3}, 0), \quad (6.14)$$

o produto

$$\begin{aligned} \overline{(\Psi_{iL})^c} \otimes \Psi_{iL} \otimes \eta &= (\mathbf{3}, 0) \otimes (\mathbf{3}, 0) \otimes (\mathbf{3}, 0) \\ &= [(\mathbf{3}^*, 0) \oplus (\mathbf{6}, 0)] \otimes (\mathbf{3}, 0) \\ &= (\mathbf{3}^*, 0) \otimes (\mathbf{3}, 0) \oplus \dots \\ &= (\mathbf{1}, 0) \oplus (\mathbf{8}, 0) \oplus \dots \end{aligned} \quad (6.15)$$

se transforma como um singlete de $SU(3)$ com o número quântico $N = 0$ de $U(1)$. Se introduzimos o acoplamento dos leptons com o escalar η teremos a lagrangeana de Yukawa

$$\mathcal{L}_\eta^Y = \sum_l \sum_{l'} G_{ll'} \overline{\Psi}_{lL} (\Psi_{l'L})^c \eta^* \quad (6.16)$$

onde l, l' são índices de geração. A matriz $G_{ll'}$ deve ser antisimétrica pelo principio de Pauli. Isto implica numa matriz de massa antisimétrica 3×3 e este tipo de matrizes tem um autovalor zero e dois iguais. Isto significa que um dos leptons carregados permanece sem massa a nível de árvore e dois outros são degenerados na massa. Essa característica poderia ser quebrada pelas correções radioativas. A introdução do (anti)sexteto $H \sim (6^*, 0)$ é permitida:

$$\overline{(\Psi_{lL})^c} \otimes \Psi_{lL} \otimes H \sim (3, 0) \otimes (3, 0) \otimes (6^*, 0) = (1, 0) \oplus \dots \quad (6.17)$$

Neste caso teremos os acoplamentos de Yukawa

$$\mathcal{L}_{l,\nu,H}^Y = -\frac{1}{2} \sum_l G_l [(\overline{\Psi_{iL}})^c \Psi_{jL} H^{ij} + h.c.]. \quad (6.18)$$

Explicitamente

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{l,\nu,H}^Y = & -\frac{1}{2} \sum_l G_l \left[\bar{\nu}_{iR}^c \nu_{iL} \sigma_1^0 + \bar{l}_R^c l_L H_1^{++} + \bar{l}_R^c l_L H_2^{--} + (\bar{\nu}_{iR}^c l_L + \bar{l}_R^c \nu_{iL}) h_2^+ \right. \\ & \left. + (\bar{\nu}_{iR}^c l_L^c + \bar{l}_R \nu_{iL}) h_1^- + (\bar{l}_R^c l_L^c + \bar{l}_R l_L) \sigma_2^0 + h.c. \right] \end{aligned} \quad (6.19)$$

e como $\langle \sigma_1^0 \rangle = 0$ os neutrinos permanecem sem massa pelo menos a nível de árvore. Os leptons carregados adquirem massa:

$$m_l = G_l \langle \sigma_2^0 \rangle = G_l v' \quad (6.20)$$

Note também que, como não atribuímos aos escalares um número leptônico, temos violação deste número quântico na interação com o escalar carregado h_2^+ na Eq.(6.19).æ

Afim de gerar os acoplamentos de Yukawa para a matéria hadrônica vamos retomar os isomultipletos de quarks LH definidos anteriormente (Cap. 3),

$$Q_{1L} \sim (3, \frac{2}{3}), \quad Q_{2L} \sim (3^*, -\frac{1}{3}), \quad Q_{3L} \sim (3^*, -\frac{1}{3}), \quad (6.21)$$

com os correspondentes singletos de campos RH

$$\begin{aligned} u_R &\sim (1, \frac{2}{3}), \quad d_R \sim (1, -\frac{1}{3}), \quad J_{1R} \sim (1, \frac{5}{3}), \\ J_{2R} &\sim (1, -\frac{4}{3}), \quad c_R \sim (1, \frac{2}{3}), \quad s_R \sim (1, -\frac{1}{3}), \\ J_{3R} &\sim (1, -\frac{4}{3}), \quad t_R \sim (1, \frac{2}{3}), \quad b_R \sim (1, -\frac{1}{3}). \end{aligned} \quad (6.22)$$

As interações entre quarks e campos escalares serão obtidas a partir da lagrangeana (6.10).

Consideremos a primeira geração cujos acoplamentos são

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{1L} \otimes u_R \otimes \eta &\sim (3, \frac{2}{3})^* \otimes (1, \frac{2}{3}) \otimes (3, 0) \\ &= (1, 0) \oplus (8, 0), \\ \bar{Q}_{1L} \otimes d_R \otimes \rho &\sim (3, \frac{2}{3})^* \otimes (1, -\frac{1}{3}) \otimes (3, 1) \\ &= (1, 0) \oplus (8, 0), \\ \bar{Q}_{1L} \otimes J_{1R} \otimes \chi &\sim (3, \frac{2}{3})^* \otimes (1, \frac{5}{3}) \otimes (3, -1) \\ &= (1, 0) \oplus (8, 0). \end{aligned} \quad (6.23)$$

Os quarks da segunda geração pertencem a representação antitripleto e os acoplamentos invariantes de gauge são os seguintes

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{2L} \otimes J_{2R} \otimes \chi^* &\sim (3^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (1, -\frac{4}{3}) \otimes (3^*, 1) \\ &= (1, 0) \oplus (8, 0), \\ \bar{Q}_{2L} \otimes c_R \otimes \rho^* &\sim (3^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (1, \frac{2}{3}) \otimes (3^*, -1) \\ &= (1, 0) \oplus (8, 0), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{2L} \otimes s_R \otimes \eta^* &\sim (\mathbf{3}^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}) \otimes (\mathbf{3}^*, 0) \\ &= (\mathbf{1}, 0) \oplus (\mathbf{8}, 0).\end{aligned}\tag{6.24}$$

O multipleteo de quarks da terceira geração tem as mesmas propriedades de transformação daquele da segunda. As interações de Yukawa da última geração poderão ser obtidas automaticamente se fizermos as trocas

$$c \longrightarrow t, \quad s \longrightarrow b, \quad J_2 \longrightarrow J_3\tag{6.25}$$

nos acoplamentos da segunda geração .

Assinalemos, mais uma vez, que todos os quarks que formam as interações de Yukawa obtidas até aqui devem ser vistos como autoestados da simetria e, no momento, continuaremos a considera-los como tal. Todavia, vamos listar, em termos dos conteúdos de representação , as interações que apresentam mixing. Entre os acoplamentos da primeira e segunda gerações temos

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{1L} \otimes c_R \otimes \eta &\sim (\mathbf{3}, \frac{2}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, \frac{2}{3}) \otimes (\mathbf{3}, 0), \\ \bar{Q}_{1L} \otimes s_R \otimes \rho &\sim (\mathbf{3}, \frac{2}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}) \otimes (\mathbf{3}, 1),\end{aligned}\tag{6.26}$$

bem como

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{2L} \otimes u_R \otimes \rho^* &\sim (\mathbf{3}^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, \frac{2}{3}) \otimes (\mathbf{3}^*, -1), \\ \bar{Q}_{2L} \otimes d_R \otimes \eta^* &\sim (\mathbf{3}^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}) \otimes (\mathbf{3}^*, 0),\end{aligned}\tag{6.27}$$

e análogamente a (6.26) entre a primeira e terceira gerações bastando fazer $c \rightarrow t, s \rightarrow b$.

Por sua vez, entre a segunda e terceira gerações as interações mixadas

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{2L} \otimes J_{3R} \otimes \chi^* &\sim (\mathbf{3}^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, -\frac{4}{3}) \otimes (\mathbf{3}^*, 1), \\ \bar{Q}_{2L} \otimes t_R \otimes \rho^* &\sim (\mathbf{3}^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, \frac{2}{3}) \otimes (\mathbf{3}^*, -1), \\ \bar{Q}_{2L} \otimes b_R \otimes \eta^* &\sim (\mathbf{3}^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}) \otimes (\mathbf{3}^*, 0),\end{aligned}\tag{6.28}$$

são permitidas. Ficam excluídos os bilineares

$$\bar{Q}_{1L} \otimes J_{2R} \sim (\mathbf{3}, \frac{2}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, -\frac{4}{3}) = (\mathbf{3}^*, -2) \quad (6.29)$$

e

$$\bar{Q}_{2L} \otimes J_{1R} \sim (\mathbf{3}^*, -\frac{1}{3})^* \otimes (\mathbf{1}, \frac{5}{3}) = (\mathbf{3}, 2) \quad (6.30)$$

que para formar interações invariantes de gauge deveriam se acoplar a multipletos de Higgs com os conteúdos de representação $(\mathbf{3}, 2)$ e $(\mathbf{3}^*, -2)$, respectivamente, que não existem na teoria. Os quarks não se acoplam ao sexteto $(\mathbf{6}^*, 0)$.

Sem considerar os termos com mixing e introduzindo as respectivas constantes de acoplamento resumimos as interações de Yukawa dos quarks na lagrangeana

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Q^Y &= G_u(\bar{u}_L u_R \eta^0 + \bar{d}_L u_R \eta_1^- + \bar{J}_{1L} u_R \eta_2^+) \\ &+ G_d(\bar{u}_L d_R \rho^+ + \bar{d}_L d_R \rho^0 + \bar{J}_{1L} d_R \rho^{++}) \\ &+ G_c(\bar{J}_{2L} c_R \rho^{--} + \bar{c}_L c_R \rho^{0*} + \bar{s}_L c_R \rho^-) \\ &+ G_s(\bar{J}_{2L} s_R \eta_2^- + \bar{c}_L s_R \eta_1^+ + \bar{s}_L s_R \eta^{0*}) \\ &+ G_{J_1}(\bar{u}_L J_{1R} \chi^- + \bar{d}_L J_{1R} \chi^{--} + \bar{J}_{1L} J_{1R} \chi^0) \\ &+ G_{J_2}(\bar{J}_{2L} J_{2R} \chi^{0*} + \bar{c}_L J_{2R} \chi^{++} + \bar{s}_L J_{2R} \chi^+) \\ &+ [c \rightarrow t, s \rightarrow b, J_2 \rightarrow J_3] + h.c. \end{aligned} \quad (6.31)$$

a partir da qual, via mecanismo de Higgs, geramos as massas de todos os quarks. Ao contrario dos leptons, cujos acoplamentos espinor-escalar envolviam apenas o sexteto, agora todos os tripletos de campos de Higgs participam das interações. Para todas as componentes neutras dos tripletos parametrizamos

$$\varphi^0(x) = \frac{v_\varphi}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi_\varphi(x), \quad \varphi = \eta, \rho, \chi, \quad (6.32)$$

em termos dos campos escalares reais

$$\Phi_\varphi(x) \equiv \xi_\varphi(x) + i\zeta_\varphi(x), \quad \frac{v_\varphi}{\sqrt{2}} \equiv \langle 0 | \varphi^0(x) | 0 \rangle, \quad (6.33)$$

com

$$\langle 0 | \xi_\varphi(x) | \rangle = \langle 0 | \zeta_\varphi(x) | 0 \rangle = 0 \quad (6.34)$$

para todo φ , e tendo em conta que as componentes carregadas dos multipletos de campos escalares não adquirem valor esperado no vácuo, após a quebra de simetria a lagrangeana (6.31) fornecerá os termos de massa

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Q^{massa} &= m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_c \bar{c}c \\
 &+ m_s \bar{s}s + m_t \bar{t}t + m_b \bar{b}b \\
 &+ m_{J_1} \bar{J}_1 J_1 + m_{J_2} \bar{J}_2 J_2 + m_{J_3} \bar{J}_3 J_3.
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

Seria interessante estudar a possibilidade de ocorrer o seguinte padrão de massas

$$\begin{aligned}
 m_u &= G_u \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}, & m_c &= G_c \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}, & m_t &= G_t \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}, \\
 m_d &= G_d \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}, & m_s &= G_s \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}, & m_b &= G_b \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}, \\
 m_{J_1} &= G_{J_1} \frac{v_\chi}{\sqrt{2}}, & m_{J_2} &= G_{J_2} \frac{v_\chi}{\sqrt{2}}, & m_{J_3} &= G_{J_3} \frac{v_\chi}{\sqrt{2}},
 \end{aligned} \tag{6.36}$$

isto é, os quarks mais pesados de cada geração d , c e t adquirem massa via ρ e os mais leves, u , s e b através do η . Em todo caso, os quarks exóticos adquirem massa apenas do multipleteo χ e assim podem ser muito mais pesados que os quarks ordinários. No caso do quark J_1 a massa é dada pela expressão em (6.36) pois este quark não se mistura com nenhum outro.

Capítulo 7

Os Bosons de Gauge

Os bosons de gauge da teoria $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ consistem de um octeto de campos de Yang-Mills, W_μ^a , $a = 1, 2, \dots, 8$, associados com os $3^2 - 1 = 8$ geradores de $SU(3)$ e um singlete, B_μ , associado ao grupo abeliano $U(1)$. Temos, portanto, um total de nove bosons vetoriais que mediarão as interações fraca e eletromagnética. Em particular, identificaremos um foton de massa nula, realizando-se o padrão de quebra de simetria mostrado no Cap.5 que resulta na simetria residual $U(1)_{em}$ exata. Dos outros oito bosons da teoria recuperaremos também os tres bosons massivos standard da interação fraca; dois carregados, W_μ^\pm , e um neutro, Z_μ^0 , todos na mesma escala de massa. Os cinco bosons restantes estão numa escala de massa superior e consistem de um par carregado, V_μ^\pm , um par duplamente carregado, $U_\mu^{\pm\pm}$, e um boson neutro, $Z_\mu'^0$.

Partindo com o octeto W_μ^a e as matrizes de Gell-Mann, λ^a , formamos o produto

$$W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 & W_\mu^4 - iW_\mu^5 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & W_\mu^6 - iW_\mu^7 \\ W_\mu^4 + iW_\mu^5 & W_\mu^6 + iW_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}} W_\mu^8 \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

e identificamos os estados físicos dos bosons de gauge carregados

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \\ V_\mu^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 \pm iW_\mu^5) \\ U_\mu^{\pm\pm} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^6 \pm iW_\mu^7) \end{aligned} \quad (7.2)$$

De passagem, observemos que a matriz formada em (7.1) possui as propriedades de traço nulo,

$$\text{tr} \left(W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} \right) = 0$$

e de ser autoadjunta,

$$\left(W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} \right)^\dagger = W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}$$

e o fator numérico $\sqrt{2}$ garante a normalização correta dos termos cinéticos dos bosons vetoriais fracos carregados. Denominando coletivamente por $\varphi = \eta, \rho, \chi$ os tripletos de campos de Higgs escrevemos as derivadas covariantes de gauge

$$\mathcal{D}_\mu \varphi_i = \partial_\mu \varphi_i - ig \left(W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} \right)_i^j \varphi_j - ig' N_\varphi \varphi_i B_\mu \quad (7.3)$$

onde $N_\varphi = -1, 0, 1$ são cargas de $U(1)_N$ correspondentes ao φ -ésimo tripleto de campos escalares e g, g' são constantes de acoplamento referentes aos grupos $SU(3)$ e $U(1)$, respectivamente.

Afim de obtermos as matrizes de massa dos bosons de gauge bastará tomar a parte da lagrangeana que envolve as derivadas covariantes dos tripletos φ e do sexteto H ,

$$\mathcal{L}_{\varphi, H} = \sum_\varphi (\mathcal{D}_\mu \varphi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \varphi) + (\mathcal{D}_\mu H_{ij})^\dagger (\mathcal{D}^\mu H^{ij}), \quad (7.4)$$

com [36]

$$\mathcal{D}_\mu H_{ij} = \partial_\mu H_{ij} - ig \left[\left(W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} \right)_i^k H_{kj} + \left(W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} \right)_j^k H_{ki} \right]. \quad (7.5)$$

Após a quebra espontânea de simetria, com os valores esperados no vácuo das componentes neutras dos campos escalares dados por (5.6) e (5.7) resulta a matriz de massa automaticamente diagonal

$$M_W^2 = \frac{1}{4} g^2 (v_\eta^2 + v_\rho^2 + 4v'^2), \quad M_V^2 = \frac{1}{4} g^2 (v_\eta^2 + v_\chi^2), \quad M_U^2 = \frac{1}{4} g^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2), \quad (7.6)$$

para os bosons de gauge carregados. Estabelecendo

$$4v'^2 + v_\eta^2 + v_\rho^2 \approx v^2 \ll v_\chi^2, \quad (7.7)$$

onde v é o valor esperado no vácuo da componente neutra do dubleto de Higgs de Weinberg-Salam, então, os bosons W são aqueles do modelo standard enquanto os bosons V e U estão ausentes nesta escala de massa.

Por sua vez, para os bosons de gauge elétricamente neutros, na base $(W_\mu^3, W_\mu^8, B_\mu)$, ainda da lagrangeana (7.4), obtemos a matriz de massa simétrica

$$\frac{1}{2}M^2 = \frac{1}{8}g^4 \begin{pmatrix} a + b + 4d & \frac{1}{\sqrt{3}}(a - b + 4d) & -2tb \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(a - b + 4d) & \frac{1}{3}(a + b + 4c + 4d) & \frac{2}{\sqrt{3}}t(b + 2c) \\ -2tb & \frac{2}{\sqrt{3}}t(b + 2c) & 4t^2(b + c) \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

com a notação seguinte

$$a = v_\eta^2, \quad b = v_\rho^2, \quad c = v_x^2, \quad d = v'^2; \quad t = \frac{g'}{g},$$

que é também uma matriz singular, $\det(M^2) = 0$, cujos autovalores são

$$M_A^2 = 0 \quad (7.9)$$

e, na condição $v_x \gg v_{\eta,\rho}, v'$,

$$M_Z^2 \simeq \frac{g^2 g^2 + 4g'^2}{4 g^2 + 3g'^2} (v_\eta^2 + v_\rho^2 + 4v'^2), \quad (7.10)$$

$$M_{Z'}^2 \simeq \frac{1}{3} (g^2 + 3g'^2) v_x^2 \quad (7.11)$$

correspondentes as massas dos estados físicos (autoestados da massa) dos bosons de gauge (A_μ, Z_μ, Z'_μ) obtidos através de uma rotação nos autoestados da simetria $(W_\mu^3, W_\mu^8, B_\mu)$. Com efeito, o conjunto de estados que diagonalizam a matriz M^2 consiste do fóton

$$A_\mu = \frac{1}{(1 + 4t^2)^{1/2}} [(W_\mu^3 - \sqrt{3}W_\mu^8)t + B_\mu] \quad (7.12)$$

e dos bosons pesados

$$Z_\mu \simeq -\frac{1}{(1 + 4t^2)^{1/2}} [(1 + 3t^2)^{1/2} W_\mu^3 + \frac{\sqrt{3}t^2}{(1 + 3t^2)^{1/2}} W_\mu^8 - \frac{t}{(1 + 3t^2)^{1/2}} B_\mu], \quad (7.13)$$

$$Z'_\mu \simeq \frac{1}{(1 + 3t^2)^{1/2}} (W_\mu^8 + \sqrt{3}t B_\mu), \quad (7.14)$$

onde parametrizamos

$$t = \tan \theta = \frac{g'}{g}. \quad (7.15)$$

A partir dos resultados (7.6) e (7.11) vemos que o boson neutro Z' e os bosons carregados V e U estão na mesma escala de massa determinada por $v_\lambda (\gg v_{\eta,\rho}, v')$. Quanto aos bosons W e Z , em termos do parâmetro t definido na Eq.(7.15), a teoria prevê a seguinte razão de massas

$$\frac{M_Z^2}{M_W^2} = \frac{1 + 4t^2}{1 + 3t^2}, \quad (7.16)$$

sendo natural identifica-los com os bosons de gauge da interação fraca standard com o parâmetro t fixado em

$$t^2 = \frac{11}{6}, \quad \theta \simeq 54^\circ \quad (7.17)$$

de modo a assegurar o vínculo fenomenológico

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 0.992 \pm 0.017, \quad [37] \quad (7.18)$$

onde θ_W é o ângulo de Weinberg,

$$\sin^2 \theta_W = 0.2264 \pm 0.0054. \quad [37] \quad (7.19)$$

É imediato nos certificarmos que os estados dos bosons de gauge físicos neutros dados em (7.12), (7.13) e (7.14) estão devidamente ortonormalizados

$$\begin{aligned} \langle A_\mu | A_\mu \rangle &= \langle Z_\mu | Z_\mu \rangle = \langle Z'_\mu | Z'_\mu \rangle = 1, \\ \langle A_\mu | Z_\mu \rangle &= \langle A_\mu | Z'_\mu \rangle = \langle Z_\mu | Z'_\mu \rangle = 0. \end{aligned}$$

Analogamente ao que ocorre na teoria standard, onde a simetria $U(1)$ da eletrodinâmica é gerada por uma combinação linear da terceira componente de isospin fraco, T_3 , e da hipercarga fraca, Y , aqui, em correspondência, esta simetria é gerada pela combinação linear das matrizes λ_3 , λ_8 e $N1$ da simetria original $SU(3) \otimes U(1)$. Como o número de bosons de gauge não massivos corresponde ao número de geradores do grupo de simetria de gauge (não quebrado), o número de bosons de gauge que se tornam massivos é igual a diferença entre o número de geradores da simetria original e da simetria final [33]. De acordo com o padrão de quebra (5.8), (5.9) a diferença entre os nove geradores de $SU(3) \otimes U(1)$ e o gerador de $U(1)_{em}$ resulta nos oito bosons de gauge que se tornaram massivos após a quebra espontânea de simetria. O único boson de gauge que permanece sem massa é o foton e os demais são campos de Procca das interações fracas.

Capítulo 8

Correntes

Denominando por L (R) qualquer tripleto (singleto) de campos de matéria fermiônicos a interação destes campos com os bosons de gauge é dada pela lagrangeana

$$\mathcal{L}_F = \bar{R}i\gamma^\mu(\partial_\mu - ig'B_\mu N_R)R + \bar{L}i\gamma^\mu(\partial_\mu - ig'B_\mu N_L - \frac{ig}{2}\vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu)L. \quad (8.1)$$

Primeiro consideraremos as correntes leptônicas e depois aquelas dos quarks.

8.1 Correntes Leptônicas

Para os leptons, $N_L = N_R = 0$ e neste caso a lagrangiana da Eq. (8.1) se reduz a

$$\mathcal{L}_l = \bar{L}i\gamma^\mu(\partial_\mu - \frac{ig}{2}\vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu)L, \quad (8.2)$$

que consta dos termos cinéticos

$$\mathcal{L}_{l,\nu}^{\text{cin}} = \sum_l (\bar{l}_L i \not{\partial} l_L + \bar{l}_L^c i \not{\partial} l_L^c + \bar{\nu}_{lL} i \not{\partial} \nu_{lL}), \quad (8.3)$$

e dos termos de interação, que consistem dos acoplamentos dos bosons de gauge com as correntes leptônicas na Eq. (8.2). Em particular, as interações entre leptons via correntes carregadas (CC) seguem-se imediatamente a partir dos produtos que envolvem apenas elementos fora da diagonal da matriz $\vec{W}_\mu \cdot \vec{\lambda}$, definida na Eq. (7.1). Explicitamente,

$$\mathcal{L}_{l,\nu;W,V,U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l (\bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu l_L W_\mu^+ + \bar{l}_L^c \gamma^\mu \nu_{lL} V_\mu^+ + \bar{l}_L^c \gamma^\mu l_L U_\mu^{++} + h.c.), \quad (8.4)$$

enquanto que a interação eletromagnética (em) e as interações via troca de bosons vectoriais neutros massivos ou *interações de corrente neutras*, (NC), decorrem dos termos diagonais,

$$\mathcal{L}_l^{em+NC} = \bar{L}i\gamma^\mu \left[-\frac{i}{2}g(W_\mu^3\lambda^3 + W_\mu^8\lambda^8) \right] L, \quad (8.5)$$

que extendidas sobre todas as gerações resultam em

$$\mathcal{L}_l^{em+NC} = \frac{g}{2} \sum_l [\bar{\nu}_{lL}\gamma^\mu (W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8)\nu_{lL} + \bar{l}_L\gamma^\mu (-W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8)l_L + \bar{l}_L^c\gamma^\mu (-\frac{2}{3}W_\mu^8)l_L^c]. \quad (8.6)$$

Resolvendo as Eqs. (7.12), (7.13) e (7.14) para W_μ^3, W_μ^8 , obtemos

$$W_\mu^3 = \frac{1}{\sqrt{1+4t^2}}(tA_\mu - \sqrt{1+3t^2}Z_\mu), \quad (8.7)$$

$$W_\mu^8 = \frac{1}{\sqrt{1+4t^2}}(-\sqrt{3}tA_\mu - \frac{\sqrt{3}t^2}{\sqrt{1+3t^2}}Z_\mu + \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}}Z'_\mu), \quad (8.8)$$

e substituindo na Eq. (8.6) obtemos

$$\mathcal{L}_{\nu;Z,Z'}^{NC} = -\frac{g}{2} \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}} \sum_l (\bar{\nu}_{lL}\gamma^\mu (\sqrt{1+4t^2}Z_\mu - Z'_\mu)\nu_{lL}), \quad (8.9)$$

para os neutrinos,

$$\mathcal{L}_l^{em+NC} = -\frac{g}{2} \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}} \bar{l}_L\gamma^\mu (2t \frac{\sqrt{1+3t^2}}{\sqrt{1+4t^2}}A_\mu - \frac{1+2t^2}{\sqrt{1+4t^2}}Z_\mu - \frac{1}{\sqrt{3}}Z'_\mu)l_L, \quad (8.10)$$

para os leptons carregados, e finalmente

$$\mathcal{L}_{l^c}^{em+NC} = -\frac{g}{2} \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}} \bar{l}_L^c\gamma^\mu (-2t \frac{\sqrt{1+3t^2}}{\sqrt{1+4t^2}}A_\mu - \frac{2t^2}{\sqrt{1+4t^2}}Z_\mu + \frac{2}{3}Z'_\mu)l_L^c, \quad (8.11)$$

para os campos conjugados da carga l^c .

Definindo a carga elétrica elementar, e , em termos do parâmetro $t = \tan \theta = g'/g$ da teoria

$$|e| = g \frac{t}{\sqrt{1+4t^2}} = g \frac{\sin \theta}{\sqrt{1+3\sin^2 \theta}} = g' \frac{\cos \theta}{\sqrt{1+3\sin^2 \theta}}, \quad (8.12)$$

e usando

$$\bar{l}_L^c\gamma^\mu l_L^c = -\bar{l}_R\gamma^\mu l_R, \quad (8.13)$$

identificamos a interação eletromagnética entre os leptons carregados expressa na lagrangeana

$$\mathcal{L}_l^{em} = -e\bar{l}\gamma^\mu l A_\mu. \quad (8.14)$$

A teoria prevê as interações de corrente neutra usuais mediadas pelo boson vetorial standard, Z^0 , e também interações fracas via troca de boson pesado Z^0 . Recuperemos antes, a interação neutra pela troca do Z^0 . Para o neutrino, da lagrangeana da Eq. (8.9), reencontramos

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\nu, Z^0}^{NC} &= -\frac{g}{2} \frac{\sqrt{1+4t^2}}{\sqrt{1+3t^2}} \sum_l \bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu \nu_{lL} Z_\mu \\ &= -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} \sum_l \bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu \nu_{lL} Z_\mu.\end{aligned}\quad (8.15)$$

Para os leptons carregados a interação com Z^0 vem das Eq. (8.10) e (8.11)

$$\mathcal{L}_{l; Z^0}^{NC} = -\frac{g}{2} \frac{1}{\sqrt{1+4t^2}\sqrt{1+3t^2}} \sum_l [\bar{l}_L \gamma^\mu [-(1+2t^2)] l_L + \bar{l}_L^c \gamma^\mu (-2t^2) l_L^c] Z_\mu, \quad (8.16)$$

que pode ser reescrita em vista de (8.13)

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{l; Z^0}^{NC} &= -\frac{g}{2} \frac{1}{\sqrt{1+4t^2}\sqrt{1+3t^2}} \sum_l [\bar{l}_L \gamma^\mu [-(1+2t^2)] l_L + 2t^2 \bar{l}_R \gamma^\mu l_R] Z_\mu, \\ &= -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} \frac{1}{1+4t^2} \sum_l [-(1+2t^2) \bar{l}_L \gamma^\mu l_L + 2t^2 \bar{l}_R \gamma^\mu l_R] Z_\mu,\end{aligned}\quad (8.17)$$

onde na ultima passagem usamos a Eq. (7.16). Definindo

$$L_l \equiv -\frac{1+2t^2}{h(t)}, \quad R_l \equiv \frac{2t^2}{h(t)}, \quad (8.18)$$

com $h(t) \equiv 1+4t^2$, obtemos os coeficientes das partes vetorial e axial das correntes leptônicas,

$$v_l = L_l + R_l = -\frac{1}{h(t)}, \quad a_l = R_l - L_l = +1 \quad (8.19)$$

As interações neutras dos leptons carregados com o Z^0 podem, então, ser escritas como

$$\mathcal{L}_{l; Z^0}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} \sum_l [\bar{l} \gamma^\mu (v_l + a_l \gamma^5) l] Z_\mu. \quad (8.20)$$

Observemos que com $t^2 = 11/6$, obtido para fixar a razão (na aproximação usada)

$$e = M_W^2 / M_Z^2 \cos^2 \theta_W = 1,$$

recuperamos os valores do modelo de Weinberg-Salam, para os quais [1]

$$L_l^{WS} \equiv 2 \sin^2 \theta_W - 1 \simeq -0.56, \quad R_l^{WS} \equiv 2 \sin^2 \theta_W \simeq 0.44;$$

logo

$$v_l \simeq -0.12, \quad a_l = +1. \quad (8.21)$$

Assim, nosso modelo recupera a fenomenologia das correntes neutras do modelo de Weinberg-Salam com o Z^0 . No entanto, ainda temos a interação com o boson Z^0 . Da Eq.(8.9) obtemos para os neutrinos

$$\mathcal{L}_{\nu;Z^0}^{NC} = \frac{g}{2\sqrt{3}} \frac{M_Z}{M_W} \frac{1}{\sqrt{h(t)}} \bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu \nu_{lL} Z_\mu^0, \quad (8.22)$$

onde usamos a (7.16). O mesmo ocorre para os leptons carregados,

$$\mathcal{L}_{l;Z^0}^{NC} = -\frac{g}{2M_W} \sum_l [L'_l \bar{l}_L \gamma^\mu l_L + R'_l \bar{l}_R \gamma^\mu l_R] Z'_\mu, \quad (8.23)$$

onde usamos as Eqs.(7.16) e (8.13) e definimos

$$L'_l = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{h(t)}}, \quad R'_l = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{h(t)}}, \quad (8.24)$$

de modo que

$$\mathcal{L}_{l;Z^0}^{NC} = -\frac{g}{4M_W} \sum_l [\bar{l} \gamma^\mu (v'_l + a'_l \gamma^5) l] Z'_\mu, \quad (8.25)$$

com

$$v'_l \equiv L'_l + R'_l = -\sqrt{\frac{3}{h(t)}}; \quad a'_l \equiv R'_l - L'_l = \frac{v'_l}{3}. \quad (8.26)$$

Observe-se que nas correntes carregadas temos, além da corrente usual $\bar{l}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^-$, as correntes que violam o número leptônico

$$\mathcal{L}_{l,\nu;V,U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l [\bar{l}_L^c \gamma^\mu \nu_{lL} V_\mu^+ + \bar{l}_L^c \gamma^\mu l_L U^{++} + h.c.] \quad (8.27)$$

Usando $\bar{l}_L^c \gamma^\mu \nu_{lL} = -\bar{\nu}_{lR}^c \gamma^\mu l_R$, podemos reescrever as correntes na (8.27) como

$$\mathcal{L}_{\nu;l;V}^{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l (\bar{\nu}_{lR}^c \gamma^\mu l_R V_\mu^+ + h.c.) \quad (8.28)$$

As interações mediadas pelos V_μ^+ vistas pelos leptons negativos são correntes RH . Este é um fenômeno novo deste modelo quiral LH que tem correntes RH .

8.2 Correntes dos Quarks

Consideremos agora as interações dos quarks. Da lagrangeana na Eq. (8.1), levando em conta a parte dos singletos RH , para a primeira geração, decorrem os termos cinéticos

$$\mathcal{L}_{Q_1}^{\text{cin}} = i(\bar{u}\not{\partial}u + \bar{d}\not{\partial}d + \bar{J}_1\not{\partial}J_1), \quad (8.29)$$

e as interações eletromagnéticas

$$\mathcal{L}_{Q_1}^{\text{em}} = \epsilon \sum_q Q_q \bar{q}\gamma^\mu q A_\mu, \quad (8.30)$$

onde $Q_q = \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{5}{3}$ são as cargas elétricas em unidades de e dos quarks $q = u, d, J_1$ respectivamente, com a magnitude da carga elementar e dada pela Eq. (8.12).

Por sua vez, a interação dos quarks u mediada pelo Z^0 é

$$\mathcal{L}_{u;Z^0}^{\text{NC}} = -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} [L_u \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + R_u \bar{u}_R \gamma^\mu u_R] Z_\mu, \quad (8.31)$$

onde

$$L_u = 1 - \frac{2}{3} \frac{t^2}{h(t)}, \quad R_u = -\frac{2}{3} \frac{t^2}{h(t)}, \quad (8.32)$$

que para $t^2 = 11/6$ coincidem com os valores do modelo de Weinberg-Salam. Para $\sin^2 \theta_W \simeq 0.22$, são $L_u^{WS} \sim 0.71$ e $R_u^{WS} \sim 0.29$.

Em termos dos coeficientes

$$v_u \equiv L_u + R_u = \frac{3 + 4t^2}{3h(t)}, \quad a_u \equiv R_u - L_u = -1, \quad (8.33)$$

escrevemos a lagrangeana (8.31) como

$$\mathcal{L}_{u;Z^0}^{\text{NC}} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} [\bar{u}\gamma^\mu (v_u + a_u \gamma^5) u] Z_\mu. \quad (8.34)$$

De modo análogo, para o quark d

$$\mathcal{L}_{d;Z^0}^{\text{NC}} = -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} [L_d \bar{d}_L \gamma^\mu d_L + R_d \bar{d}_R \gamma^\mu d_R] Z_\mu, \quad (8.35)$$

onde

$$L_d = -\frac{1}{3} \frac{3 + 10t^2}{h(t)}, \quad R_d = \frac{2}{3} \frac{t^2}{h(t)}, \quad (8.36)$$

que para $t^2 = 11/6$ também coincidem os os valores do modelo de Weinberg-Salam: $L_d^{WS} \simeq -0.85$ e $R_d^{WS} \simeq 0.15$. Podemos escrever a Eq.(8.35) em termos de v_d e a_d

$$v_d = R_d + L_d = -\frac{1}{3} \frac{3 + 8t^2}{h(t)}, \quad a_d = R_d - L_d = +1, \quad (8.37)$$

como

$$\mathcal{L}_{d;Z^0}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} [\bar{d}\gamma^\mu (v_d + a_d \gamma^5) d] Z_\mu, \quad (8.38)$$

Para os quarks exóticos J_1 temos

$$L_{J_1} = R_{J_1} = -\frac{1}{3} \frac{10t^2}{h(t)}, \quad (8.39)$$

ou

$$v_{J_1} = L_{J_1} + R_{J_1} = -\frac{20t^2}{3h(t)}, \quad a_{J_1} = 0. \quad (8.40)$$

Temos então

$$\mathcal{L}_{J_1;Z^0}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} v_{J_1} \bar{J}_1 \gamma^\mu J_1 Z_\mu. \quad (8.41)$$

Vemos que os quarks J_1 acoplam somente a corrente vetorial neutra com o Z^0 . Este fato se repete, como mostraremos adiante, com os quarks J_2, J_3 . Passemos agora às interações dos quarks com o bosons neutro Z^0 . Também da Eq. (8.1) obtemos

$$\mathcal{L}_{Q_1;Z^0}^{NC} = -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} \sum_q (L'_q \bar{q}_L \gamma^\mu q_L + R'_q \bar{q}_R \gamma^\mu q_R) Z'_\mu, \quad (8.42)$$

onde $q = u, d, J_1$, e

$$\begin{aligned} L'_u = L'_d &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{h(t)}, & R'_u = -2R'_d &= -\frac{4}{\sqrt{3}} \frac{t^2}{\sqrt{h(t)}} \\ L'_{J_1} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1+2t^2}{\sqrt{h(t)}}, & R'_{J_1} &= -\frac{10}{\sqrt{3}} \frac{t^2}{\sqrt{h(t)}} \end{aligned} \quad (8.43)$$

ou, em termos dos coeficientes

$$\begin{aligned} v'_u \equiv L'_u + R'_u &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1+8t^2}{\sqrt{h(t)}}, & a'_u \equiv R'_u - L'_u &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{h(t)}}, \\ v'_d &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1+2t^2}{\sqrt{h(t)}}, & a'_d &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1+6t^2}{\sqrt{h(t)}}, \\ v'_{J_1} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1-7t^2}{\sqrt{h(t)}}, & a'_{J_1} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1+3t^2}{\sqrt{h(t)}}, \end{aligned} \quad (8.44)$$

com a lagrangeana (8.42) reescrita como

$$\mathcal{L}_{Q_1;Z^0}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} \sum_q [\bar{q} \gamma^\mu (v'_q + a'_q \gamma^5) q] Z'_\mu. \quad (8.45)$$

Todos estes acoplamentos não existem na teoria standard das interações eletrofracas.

Para a segunda e terceira gerações, agora, especificamos a notação

$$L = Q_{2,3L}, \quad R = \{J_{2,3R}, U_R, D_R\} \quad (8.46)$$

na lagrangeana (8.1), onde

$$U = c, t; \quad D = s, b, \quad (8.47)$$

representam genericamente os setores de carga usuais, $2/3$ e $-1/3$, respectivamente.

Obtemos os termos cinéticos

$$\mathcal{L}_{Q_{2,3}}^{\text{cin}} = i(\bar{J}_{2,3} \not{\partial} J_{2,3} + \bar{U} \not{\partial} U + \bar{D} \not{\partial} D) \quad (8.48)$$

e as interações eletromagnéticas com

$$Q_q = -4/3, +2/3, -1/3; \quad q = J_{2,3}, U, D \quad (8.49)$$

onde, de novo, identificamos a carga elétrica elementar segundo a Eq.(8.12).

As representações dos multipletos de quarks consistem de autoestados da simetria de gauge que estão relacionados com os autoestados da massa através de combinações lineares que envolvem ângulos tipo Cabibbo, θ_C . Recordemos que na teoria standard o cancelamento GIM [38] das parcelas de FCNC como $\bar{d}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)s \cos \theta_C \sin \theta_C$ e $\bar{s}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)d \cos \theta_C \sin \theta_C$ é uma consequência de que cada setor de carga $+2/3$ e $-1/3$ tem, separadamente, os mesmos acoplamentos com o boson Z^0 ,

$$\begin{aligned} L_q^{WS} &= \sigma_3 - 2Q_q \sin^2 \theta_W, \\ R_q^{WS} &= -2Q_q \sin^2 \theta_W; \quad q \equiv U, D, \end{aligned} \quad (8.50)$$

onde σ_3 é a matriz diagonal de Pauli. Em termos dos coeficientes v e a tem-se

$$\begin{aligned} v_U^{WS} &= R_U^{WS} + L_U^{WS} = 1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W, & a_U^{WS} &= R_U^{WS} - L_U^{WS} = -1; \\ v_D^{WS} &= R_D^{WS} + L_D^{WS} = -1 + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, & a_D^{WS} &= R_D^{WS} - L_D^{WS} = +1. \end{aligned} \quad (8.51)$$

Caso houvesse acoplamentos diversificados dentro de uma mesmo setor de carga, isto é, se para cada quark tivéssemos coeficientes diferentes, o cancelamento GIM não se tornaria possível.

Vimos anteriormente que as correntes neutras formadas pelos quarks u e d da primeira geração de nosso modelo estão acopladas ao boson Z^0 com coeficientes que coincidem com aqueles da teoria standard caso fixemos o parâmetro $t^2 = 11/6$, de modo a assegurar o vínculo $\varrho = 1$. Agora mostraremos que na teoria $SU(3)_L \otimes U(1)_N$, apesar de termos um tripleto e dois antitripletos de quarks e esperarmos a manifestação de FCNC's, o mecanismo GIM opera normalmente com as correntes neutras acopladas ao boson standard Z^0 . Entretanto, o mesmo não ocorre nos acoplamentos com o boson exótico Z'^0 para os quais cada quark tem seus respectivos coeficientes.

Ainda da lagrangeana geral, Eq.(8.1), na notação (8.46), decorrem as interações

$$\mathcal{L}_{U;Z}^{NC} = -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} (L_U \bar{U}_L \gamma^\mu U_L + R_U \bar{U}_R \gamma^\mu U_R) Z_\mu \quad (8.52)$$

onde

$$L_U = L_u = 1 - \frac{2}{3} \frac{2t^2}{h(t)}, \quad R_U = R_u = -\frac{2}{3} \frac{2t^2}{h(t)}, \quad (8.53)$$

ou ainda,

$$\mathcal{L}_{U;Z}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} [\bar{U} \gamma^\mu (v_U + a_U \gamma_5) U] Z_\mu, \quad (8.54)$$

com

$$v_U = v_u = \frac{3 + 4t^2}{3h(t)}, \quad a_U = a_u = -1. \quad (8.55)$$

Analogamente, para o setor D ,

$$\mathcal{L}_{D;Z}^{NC} = -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} (L_D \bar{D}_L \gamma^\mu D_L + R_D \bar{D}_R \gamma^\mu D_R) Z_\mu, \quad (8.56)$$

sendo

$$L_D = L_d = -\frac{1}{3} \frac{13 + 10t^2}{h(t)}, \quad R_D = R_d = \frac{2}{3} \frac{t^2}{h(t)}, \quad (8.57)$$

ou

$$\mathcal{L}_{D;Z}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} [\bar{D} \gamma^\mu (v_D + a_D \gamma_5) D] Z_\mu \quad (8.58)$$

com os coeficientes

$$v_D = v_d = -\frac{1}{3} \frac{13 + 8t^2}{h(t)}, \quad a_D = a_d = +1. \quad (8.59)$$

Por sua vez, as interações do setor de quarks exóticos J_i da segunda e terceira gerações, $i = 2, 3$ (setor de carga $-4/3$) mediadas por Z^0 são

$$\mathcal{L}_{J_i;Z}^{NC} = -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} \sum_i (L_{J_i} \bar{J}_{iL} \gamma^\mu J_{iL} + R_{J_i} \bar{J}_{iR} \gamma^\mu J_{iR}) Z_\mu \quad (8.60)$$

e encontramos

$$L_{J_i} = R_{J_i} = \frac{8}{3} \frac{t^2}{h(t)}, \quad (8.61)$$

de modo que os coeficientes v e a em

$$\mathcal{L}_{J_i;Z}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} \sum_i [\bar{J}_i \gamma^\mu (v_{J_i} + a_{J_i} \gamma_5) J_i] Z_\mu \quad (8.62)$$

são

$$v_{J_i} = \frac{16}{3} \frac{t^2}{h(t)}, \quad a_{J_i} = 0, \quad (8.63)$$

tendo em conta que também os quarks J_1 , com carga elétrica $+5/3$, da primeira geração e o boson Z^0 se acoplavam apenas a uma corrente vetorial, do mesmo modo que a lagrangeana, Eq.(8.41), agora temos,

$$\mathcal{L}_{J_i;Z}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} \sum_i v_{J_i} \bar{J}_i \gamma^\mu J_i Z_\mu. \quad (8.64)$$

Embora o cancelamento GIM ocorra para os acoplamentos com o boson standard Z^0 é uma previsão nova da teoria o fato de que as correntes correspondentes não o façam quando acopladas ao boson Z^0 .

Escrevemos novamente a lagrangeana relevante de interação que decorre de (8.1) na forma

$$\mathcal{L}_{\Psi_j;Z'}^{NC} = -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} \sum_j (L'_j \bar{\Psi}_{jL} \gamma^\mu \Psi_{jL} + R'_j \bar{\Psi}_{jR} \gamma^\mu \Psi_{jR}) Z'_\mu, \quad (8.65)$$

onde, com a notação

$$\Psi_j = c, t, s, b, J_2, J_3, \quad (8.66)$$

queremos agora indicar apenas os quarks da segunda e terceira gerações . Os coeficientes na lagrangeana (8.65) são

$$\begin{aligned} L'_{J_2} &= L'_{J_3} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1-t^2}{h(t)}, \\ L'_c &= L'_t = L'_s = L'_b = \frac{1}{2} L'_{J_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1+2t^2}{\sqrt{h(t)}}, \\ R'_c &= R'_t = -2R'_s = -2R'_b = -\frac{1}{2} R'_{J_2} = -\frac{1}{2} R'_{J_3} = \frac{2}{5} R'_{J_1} = R'_u = -2R'_d \\ &= -\frac{4}{\sqrt{3}} \frac{t^2}{\sqrt{h(t)}}. \end{aligned} \quad (8.67)$$

Reescrevendo a lagrangeana (8.65) como

$$\mathcal{L}_{\Psi_j; Z'}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} \sum_j [\bar{\Psi}_j \gamma^\mu (v'_j + a'_j \gamma_5) \Psi_j] Z'_\mu, \quad (8.68)$$

e sendo

$$\begin{aligned} v'_c &= v'_t = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1-2t^2}{\sqrt{h(t)}} \\ a'_c &= a'_t = -a'_d = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1+6t^2}{\sqrt{h(t)}}, \end{aligned} \quad (8.69)$$

$$\begin{aligned} v'_s &= v'_b = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{h(t)}, \\ a'_s &= a'_b = -a'_u = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{h(t)}} * \end{aligned} \quad (8.70)$$

para os sabores usuais e

$$\begin{aligned} v'_{J_2} &= v'_{J_3} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1-5t^2}{\sqrt{h(t)}}, \\ a'_{J_2} &= a'_{J_3} = -a'_{J_1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1+3t^2}{\sqrt{h(t)}}, \end{aligned} \quad (8.71)$$

para os quarks exóticos; reportando-nos ainda as Eqs.(8.44), vemos que os coeficientes das partes vetorial e axial das correntes acopladas a Z'^0 não coincidem dentro de um mesmo setor de carga. É justamente esta diversificação dos coeficientes no mesmo setor de carga que agora impede o mecanismo GIM de operar.

Em particular, os coeficientes da parte axial das correntes acopladas a Z'^0 , dentro da estrutura de multipletos da teoria, relacionam-se segundo o diagrama da Fig.(8.1), onde as linhas tracejadas indicam uma mudança de sinal algébrico quando se passa de um coeficiente para outro.

Todas as interações de corrente neutra entre quarks que acabamos de obter serão interações fracas corretas se, para todas as gerações de quarks, subentendemos que, nas correntes, os estados até aqui denotados simplesmente por d , s , b , $J_{2,3}$ são, na verdade, estados (autoestados da simetria de gauge) de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa,

$$\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} d_\theta \\ s_\theta \\ b_\theta \end{pmatrix} = \mathcal{R}(\theta_\alpha) \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (8.72)$$

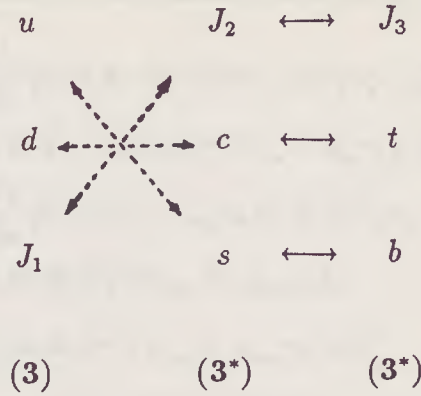


Figura 8.1:

e

$$\begin{pmatrix} J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} J_{2\phi} \\ J_{3\phi} \end{pmatrix} = \mathcal{R}(\phi) \begin{pmatrix} J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} \quad (8.73)$$

onde $\mathcal{R}(\theta_\alpha)$ e $\mathcal{R}(\phi)$ são matrizes, na ordem, a quatro e um parâmetro que atuam sobre os autoestados da massa dentro dos espaços de sabor 3- e 2-dimensional $\{d, s, b\}$ e $\{J_2, J_3\}$, respectivamente.

Em particular, consideremos explicitamente as interações entre os quarks d e s mediadas pelo boson Z^0 , presentes nas Eqs. (8.45) e (8.68)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{d,s;Z'}^{NC} &= -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} [\bar{d} \gamma^\mu (v'_d + a'_d \gamma_5) d \\ &+ \bar{s} \gamma^\mu (v'_s + a'_s \gamma_5) s] Z'_\mu \end{aligned} \quad (8.74)$$

supondo, por simplicidade, que o espaço de sabor seja 2-dimensional restringindo assim o mixing as duas primeiras gerações. Com esta simplificação, a substituição (8.72) a ser efetuada nas interações (8.74) se resume a

$$\begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} d_\theta \\ s_\theta \end{pmatrix} = \mathcal{R}(\theta) \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (8.75)$$

com

$$\mathcal{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \quad (8.76)$$

de modo a obter

$$\mathcal{L}_{d_\theta, s_\theta; Z'}^{NC} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} [\bar{d}_\theta \gamma^\mu (v'_d + a'_d \gamma_5) d_\theta + \bar{s}_\theta \gamma^\mu (v'_s + a'_s \gamma_5) s_\theta] Z'_\mu$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} [(\cos \theta_C \bar{d} + \sin \theta_C \bar{s}) \gamma^\mu (v'_d + a'_d \gamma_5)(\cos \theta_C d + \sin \theta_C s) \\
&+ (-\sin \theta_C \bar{d} + \cos \theta_C \bar{s}) \gamma^\mu (v'_s + a'_s \gamma_5)(-\sin \theta_C d + \cos \theta_C s)] Z_\mu \\
&= -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} [\bar{d} \gamma^\mu (c_{v_d} + c_{a_d} \gamma_5) d + \bar{s} \gamma^\mu (c_{v_s} + c_{a_s} \gamma_5) s \\
&+ \cos \theta_C \sin \theta_C \bar{d} \gamma^\mu (c_{v_{sd}} + c_{a_{sd}} \gamma_5) s \\
&+ \cos \theta_C \sin \theta_C \bar{s} \gamma^\mu (c_{v_{sd}} + c_{a_{sd}} \gamma_5) d] Z'_\mu
\end{aligned} \tag{8.77}$$

com os coeficientes de acoplamento redefinidos como

$$\begin{aligned}
c_{v_d} &= \cos^2 \theta_C v'_d + \sin^2 \theta_C v'_s, \\
c_{a_d} &= \cos^2 \theta_C a'_d + \sin^2 \theta_C a'_s; \\
c_{v_s} &= \sin^2 \theta_C v'_d + \cos^2 \theta_C v'_s, \\
c_{a_s} &= \sin^2 \theta_C a'_d + \cos^2 \theta_C a'_s; \\
c_{v_{sd}} &\equiv v'_d - v'_s = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1 + 3t^2}{\sqrt{h(t)}}, \\
c_{a_{sd}} &\equiv a'_d - a'_s = -c_{v_{sd}}.
\end{aligned} \tag{8.78}$$

A persistência da FCNC nas interações (8.77) é devida aos dois últimos coeficientes, $c_{v_{sd}} \neq 0$ e $c_{a_{sd}} \neq 0$. Naturalmente, se no mesmo setor de carga tivéssemos os mesmos acoplamentos,

$$v'_d = v'_s, \quad a'_d = a'_s, \tag{8.79}$$

resultaria

$$c_{v_{sd}} = c_{a_{sd}} = 0, \tag{8.80}$$

de modo que o cancelamento GIM seria automático com os coeficientes das interações diagonais no espaço de sabor reduzindo-se a

$$\begin{aligned}
c_{v_d} &= c_{v_s} = v'_d = v'_s, \\
c_{a_d} &= c_{a_s} = a'_d = a'_s.
\end{aligned} \tag{8.81}$$

como ocorre nos acoplamentos com o boson standard Z^0 .

Ainda uma vez, vamos retomar a lagrangeana geral, Eq. (8.1), para obter as interações de corrente carregada (CC) dos quarks. Analogamente ao caso dos leptons, as interações

via CC decorrem dos elementos não diagonais da matriz $\bar{W}_\mu \cdot \bar{\lambda}$ construída na Eq.(7.1). Com as correntes escritas em termos dos autoestados da simetria de gauge, além das interações mediadas pelos bosons carregados usuais W^\pm ,

$$\mathcal{L}_{Q_1, Q_2, Q_3; W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u}_L \gamma^\mu d_{\theta L} + \bar{c}_L \gamma^\mu d_{\theta L} + \bar{t}_L \gamma^\mu d_{\theta L})W_\mu^+ + h.c., \quad (8.82)$$

decorrem as interações mediadas por V^\pm

$$\mathcal{L}_{Q_1, Q_2, Q_3; V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{J}_{1L} \gamma^\mu u_L - \bar{s}_{\theta L} \gamma^\mu J_{2\phi L} - \bar{b}_{\theta L} \gamma^\mu J_{3\phi L})V_\mu^+ + h.c. \quad (8.83)$$

e também pelos bosons duplamente carregados $U^{\pm\pm}$,

$$\mathcal{L}_{Q_1, Q_2, Q_3; U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{J}_{1L} \gamma^\mu d_{\theta L} + \bar{c}_L \gamma^\mu J_{2\phi L} + \bar{t}_L \gamma^\mu J_{3\phi L})U_\mu^{++} + h.c. \quad (8.84)$$

Observemos que os bosons V e U acoplam-se a correntes sempre formadas por um quark usual e um quark exótico; não há interações mediadas por estes bosons entre os sabores dos setores de carga $+2/3$ e $-1/3$. A partir da lagrangeana (8.83) vemos também que há mixing apenas nos setores de carga $-1/3$ e $-4/3$.

Capítulo 9

Consequências Fenomenológicas

Queremos agora examinar algumas consequências fenomenológicas da teoria e estabelecer alguns limites sobre massas. Começemos enumerando algumas características principais do modelo. O número leptônico é violado nas interações devidas a troca dos bosons vetoriais pesados V e U , embora seja conservado nas interações de corrente neutra [Cf. Eq.(8.27)]. Há também violação do número leptônico nas interações de Yukawa [Cf. Eq.(6.19)]. Embora as interações de corrente neutra sejam diagonais para o setor leptônico, manifestam-se FCNC's nos acoplamentos dos quarks com o boson pesado Z^0 o que nos permitirá obter limites fortes para as massas dos bosons vetoriais exóticos. Todas estas massas dependem de v_χ que, em principio, é arbitrário.

Decaimentos como a desintegração do muon

$$\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu \quad (9.1)$$

devido a emissão de um boson V^- de acordo com o diagrama da Fig.(9.1) é um processo típico envolvendo leptons que na teoria é induzido pelas correntes carregadas que violam número leptônico, Eqs.(8.27) e (8.28), em contrapartida ao processo

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu, \quad (9.2)$$

induzido pela emissão do boson usual W^- [Fig.(9.2)] e que conserva número leptônico.

A razão entre as taxas de decaimento

$$\mathcal{R} = \frac{\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(\mu^- \rightarrow \text{todos os modos})}, \quad (9.3)$$

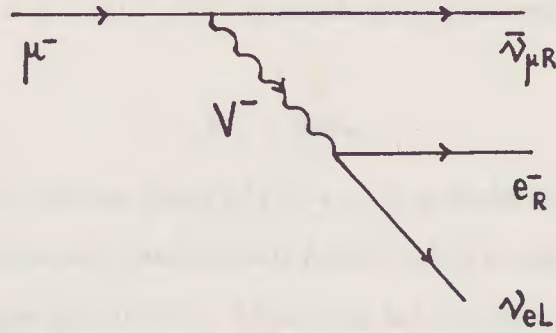


Figura 9.1:

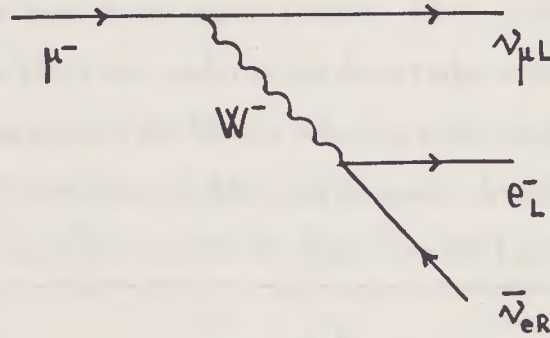


Figura 9.2:

testa a natureza da lei (aditiva vs. multiplicativa) de conservação do número leptônico de família. Para o processo (9.2) a taxa de decaimento é

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) \propto G_F^2 m_\mu^5 \quad (9.4)$$

onde m_μ é a massa do muon. Usando a relação

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}, \quad (9.5)$$

resulta que

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) \propto \frac{m_\mu^5}{M_W^4} \quad (9.6)$$

e analogamente, para o processo (9.1),

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu) \propto \frac{m_\mu^5}{M_V^4}, \quad (9.7)$$

e assim, grosseiramente, vamos obter

$$\mathcal{R} \approx \left(\frac{M_W}{M_V} \right)^4. \quad (9.8)$$

Experimentalmente, $\mathcal{R} < 5 \times 10^{-2}$, [37] de modo que a ocorrência do decaimento (9.1) implica o limite

$$M_V > 2M_W \quad (9.9)$$

Além dos decaimentos, efeitos como $e_L^\dagger e_R^- \rightarrow \nu_{eL} \bar{\nu}_{eR}$ poderão ocorrer em aceleradores, embora estes eventos imponham limites mais fracos sobre as massas dos bosons vetoriais do que aqueles obtidos dos decaimentos. Como nas interações via V^+ que violam número leptônico, Eq.(8.28), a corrente é RH para o elétron, o lepton negativo de entrada tem helicidade RH .

Os bosons de gauge com dupla carga elétrica, U^{--} , produzirão desvios no espalhamento Möller puro da QED que poderão ser detectados a altas energias.

Limites fortes sobre as massas dos bosons vetoriais exóticos são obtidos das FCNC's induzidas por Z'^0 que contribuem para a diferença de massa do sistema $K_L^0 - K_S^0$, usualmente devida a troca de W [Fig.(9.3)], através do diagrama da Fig.(9.4) ($K^0 = d\bar{s}$, $\bar{K}^0 = \bar{d}s$)

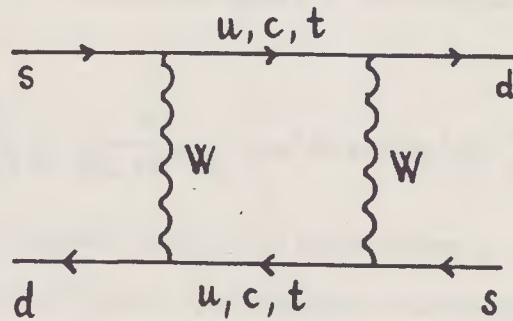


Figura 9.3:

Restringindo o mixing a apenas duas gerações de quarks, retomamos a parte relevante da Eq. (8.77),

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{d,s;Z'^0}^{NC} &= -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} \cos \theta_C \sin \theta_C [\bar{d} \gamma^\mu (c_{v_{sd}} + c_{a_{sd}} \gamma_5) s \\ &+ \bar{s} \gamma^\mu (c_{v_{sd}} + c_{a_{sd}} \gamma_5) d] Z'_\mu, \end{aligned} \quad (9.10)$$

onde s e d denotam autoestados da massa com os coeficientes das partes vetorial, $c_{v_{sd}}$, e axial, $c_{a_{sd}}$, das correntes

$$c_{v_{sd}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1+3t^2}{\sqrt{h(t)}}, \quad h(t) \equiv 1+4t^2,$$

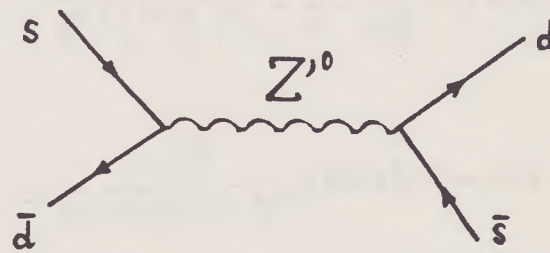


Figura 9.4:

$$c_{a,sd} = -c_{v,sd} \quad (9.11)$$

já obtidos na Eq. (8.78). A baixas energias, a Eq.(9.10) gera a interação efetiva

$$\mathcal{L}_{eff} = \frac{g^2}{16} \left(\frac{M_Z}{M_W} \right)^2 \frac{\cos^2 \theta_C \sin^2 \theta_C}{M_{Z'}^2} [\bar{d} \gamma^\mu (c_{v,sd} + c_{a,sd} \gamma_5) s]^2. \quad (9.12)$$

Por outro lado, a contribuição devida ao quark c , no diagrama da Fig.(9.3) da teoria standard é [39]

$$\mathcal{L}_{eff}^{standard} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{4\pi} \frac{m_c^2}{M_W^2 \sin^2 \theta_W} \cos^2 \theta_C \sin^2 \theta_C [\bar{d} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) s]^2, \quad (9.13)$$

com G_F e M_W relacionados segundo (9.5). Um limite sobre a massa do bóson Z'^0 pode agora ser obtido supondo, como é usual, que qualquer contribuição adicional a diferença de massa de $K_L^0 - K_S^0$ proveniente de Z'^0 não seja muito maior que a contribuição devida ao quark c [40]. Assim, a partir das interações efetivas (9.12) e (9.13) vamos obter o vínculo

$$M_{Z'}^2 > \left(\frac{1}{2} \frac{4\pi}{\alpha} c_{a,sd}^2 \frac{M_W^2}{m_c^2} \tan^2 \theta_W \right) M_W^2 \quad (9.14)$$

e substituindo numericamente

$$\alpha \simeq \frac{1}{137}, \quad c_{a,sd} \simeq 0.90, \quad M_W \simeq 81 \text{ GeV},$$

$$m_c \simeq 1.35 \text{ GeV}, \quad \sin^2 \theta_W \simeq 0.22,$$

resulta

$$M_{Z'} > 40 \text{ TeV}. \quad (9.15)$$

Este resultado mais a Eq. (7.11)

$$M_{Z'}^2 = \frac{1}{3}g^2(1 + 3t^2)v_\lambda^2 = \frac{1}{3}\frac{8G_F M_W^2}{\sqrt{2}}(1 + 3t^2)v_\lambda^2, \quad (9.16)$$

nos permitem saber que

$$v_\lambda > \frac{3\sqrt{2}}{8G_F M_W^2(1 + 3t^2)}(40\text{TeV})^2 = 12\text{TeV}. \quad (9.17)$$

As massas dos bosons vetoriais exóticos carregados sempre dependem de v_λ [Cf. Eq. (7.6)] e, assim, através da Eq.(9.17), obtemos os limites

$$M_{V,U} > 4\text{TeV}. \quad (9.18)$$

Mesmo com neutrinos sem massa o modelo gera um mecanismo para o duplo decaimentos beta sem emissão de neutrinos como uma contribuição do setor escalar [41]. No potencial de Higgs com os tripletos $\varphi = \eta, \rho, \chi$ e o sexteto H , mostrado no Apendice C, temos mixings como $f_1[\eta^0(\eta_1^- h_2^+ + \eta_2^+ h_1^-) + \sigma_2^0 \eta_1^- \eta_2^+]$, $f_2[(\chi^0 \rho^+ h_1^- + \chi^-(\sigma_1^0 \rho^+ + \rho^0 h_2^+))]$ e $f_3(\rho^0 \eta_2^+ \chi^- + \chi^0 \eta_1^- \rho^+)$. Então, os escalares físicos carregados serão combinações lineares de $\eta_i^-, h_i^-, \rho^-; i = 1, 2$ e χ^- . Estimamos a massa do boson ϕ_1 da Fig.(9.5) supondo que sua

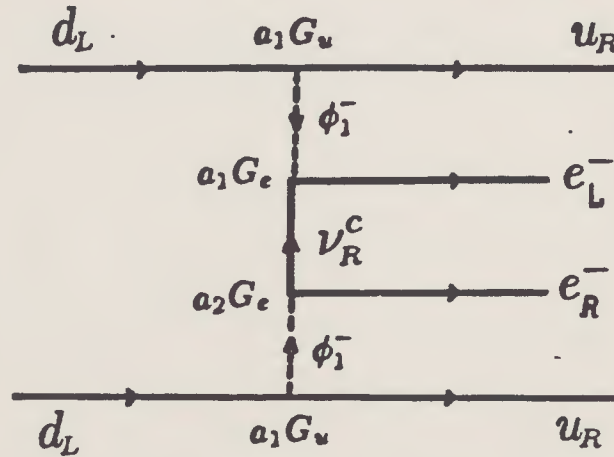


Figura 9.5: Contribuição escalar ao $0\nu\beta\beta$. $G_{u,e}$ são acoplamentos de Yukawa e $a_{1,2}$ são parâmetros de mixing. O boson escalar físico ϕ_1^- é um autoestado da massa.

contribuição ao $0\nu\beta\beta$ seja menor que a amplitude devida a troca de neutrinos massivos de Majorana e bosons de gauge W^- . Encontramos o limite inferior $m_{\phi_1} > 3\text{GeV}$ [41].

Por outro lado, não há contribuições por parte de interações de Higgs trilineares como $\eta_1^- h_2^- H^{++}$. Mesmo em modelos onde existem estas contribuições elas são negligenciáveis a menos que exista uma escala baixa de massa ($\sim 10^4 GeV$) [42].

Capítulo 10

Considerações Finais

Admitindo violação do número leptônico, $SU(3)$ pode ser uma boa simetria a altas energias pelo menos para os leptons leves. Supondo que seja uma simetria de gauge local o resto do modelo segue naturalmente incluindo os quarks exóticos J_1 e $J_{2,3}$ com cargas elétricas $\frac{5}{3}e$ e $-\frac{4}{3}e$, respectivamente. Não conhecemos nenhum vínculo de laboratório ou cosmológico/astrofísico que possa ser imposto para estabelecermos limites sobre suas massas embora, provavelmente, sejam muito elevadas para que estes quarks não sejam vistos na atual geração de aceleradores. Todavia, é interessante notar que nenhuma escala de massa excessivamente alta emerge da teoria o que torna possível submetê-la a testes nos futuros aceleradores.

Uma modificação do modelo [43] é obtida fazendo

$$e^c \rightarrow E^+, \quad \mu^c \rightarrow M^+, \quad \tau^c \rightarrow T^+ \quad (10.1)$$

na terceira componente dos tripletos leptônicos, onde E , M e T são leptons pesados. Introduzindo os singletos de campos RH

$$\begin{aligned} l_R &\sim (1, -1); \quad l = e, \mu, \tau \\ E_R^+, M_R^+, T_R^+ &\sim (1, +1) \end{aligned} \quad (10.2)$$

os leptons carregados adquirem massa como a primeira geração de quarks via o acoplamento com os tripletos ρ e χ . Explicitamente, estes acoplamentos são

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{lepton}^Y &= G_e(\bar{\nu}_e l_R \rho^+ + \bar{e}_L e_R \rho^0 + \bar{E}^+ l_R \rho^{++}) \\ &+ G_E(\bar{\nu}_e l_R E_R^+ \chi^- + \bar{e}_L E_R^+ \chi^{--} + \bar{E}^+ l_R E_R^+ \chi^0) + h.c., \end{aligned} \quad (10.3)$$

que se repetem para as demais gerações .

Os neutrinos adquirem massa de Dirac via o tripleto η se introduzirmos os singletos $\nu_{iR} \sim (1, 0)$, isto é,

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\nu_i}^Y &= G_{\nu_i}(\bar{\nu}_{iL}\nu_{iR}\eta^0 + \bar{l}_L\nu_{iR}\eta_1^- + \bar{E}^+_{L\nu_{iR}}\eta_2^+) \\ &+ (E \rightarrow M, T) + h.c. \end{aligned} \quad (10.4)$$

Estas modificações deixam a teoria livre de anomalias,

$$\begin{aligned} \text{tr}Q &= \sum_{\text{lepton}} (Q_L + Q_R) \\ &= [(0) + (-1) + (+1)] + [(0) + (-1) + (+1)] = 0. \end{aligned} \quad (10.5)$$

Em consequência da introdução dos singletos leptônicos RH resultam contribuições adicionais que modificam a dinâmica discutida no Cap.8. Em particular, será necessário considerar a primeira parcela da lagrangeana geral, Eq. (8.1), que fornece as interações

$$\begin{aligned} \bar{R}i\gamma^\mu(\partial_\mu - ig'NB_\mu)R &= \\ \bar{\nu}_{iR}i\partial\nu_{iR} + \bar{l}_Ri\partial l_R + \bar{E}^+_{Ri}\partial E^+_R & \\ -e\bar{l}_R\gamma^\mu l_R A_\mu - \frac{M_Z}{M_W} \frac{g't}{h(t)} \bar{l}_R\gamma^\mu l_R Z_\mu - \frac{M_Z}{M_W} \frac{\sqrt{3}g't}{\sqrt{h(t)}} \bar{l}_R\gamma^\mu l_R Z'_\mu & \\ +e\bar{E}^+_{R}\gamma^\mu E_R A_\mu + \frac{M_Z}{M_W} \frac{g't}{h(t)} \bar{E}^+_{R}\gamma^\mu E^+_R Z_\mu + \frac{M_Z}{M_W} \frac{\sqrt{3}g't}{\sqrt{h(t)}} \bar{E}^+_{R}\gamma^\mu E^+_R Z'_\mu & \\ +(E \rightarrow M, T), & \end{aligned} \quad (10.6)$$

onde $e = g/\sqrt{h(t)}$ é a carga elétrica elementar de acordo com a Eq. (8.12). Os neutrinos ν_{iR} propagam-se livremente, completamente invisíveis a interação eletrofraca. Tampouco há interações entre os leptons l_R e os leptons exóticos E^+_R , M^+_R e T^+_R . As alterações correspondentes nos acoplamentos do setor LH dos leptons, obtidos no Cap. 8, podem ser efetuadas fazendo simplesmente $l^c \rightarrow E^+, M^+, T^+$ (O potencial de Higgs deste modelo está no Apêndice C).

Por fim, gostaríamos de comentar as duas possibilidades seguintes. A primeira consiste

em retomar a simetria $SU(3)_L \otimes U(1)$ atribuindo os leptons a tripletos de $SU(3)$ segundo

$$L_l \equiv \begin{pmatrix} \nu_l^c \\ \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L \quad (10.7)$$

Um modelo com estes conteúdos leptônicos é livre de anomalias mas sua fenomenologia tem se revelado bastante delicada [44]. Uma segunda perspectiva surge quando consideramos a possibilidade de formar multipletos de $SU(4)$ numa teoria com simetria de gauge $SU(4)_L \otimes U(1)_N$. Com o operador de carga elétrica definido como

$$Q = \frac{1}{2} \left(\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 - 2\sqrt{3} \lambda_{15} \right) + N1$$

onde $\lambda_{3,8,15}$ são as matrizes diagonais associadas aos geradores de $SU(4)$, esta teoria tem o conteúdo de representações $L_l \sim (4, 0)$, $l = e, \mu, \tau$ para os leptons,

$$L_l \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \\ l^c \\ \nu_l^c \end{pmatrix}_L \quad (10.8)$$

e para as tres gerações de quarks $Q_{1L} \sim (4, +2/3)$, $Q_{2,3L} \sim (4^*, -1/3)$ de modo a englobar os dois tipos de tripletos de campos LH de $SU(3)$ [45].

Apêndice A

Diagramas de Peso

O grupo de Lie não abeliano $SU(3)$ é um grupo a oito parâmetros cuja representação fundamental consiste de matrizes 3×3 unitárias e unimodulares. As matrizes que representam os operadores de levantamento e de abaixamento, na representação triplete, são [20]

$$E_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (\text{A.1})$$

$$E_{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_{-2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_{-3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

e satisfazem as relações de comutação

$$[E_1, E_3] = [E_1, E_{-2}] = [E_2, E_3] = 0;$$

$$[E_1, E_{-3}] = -E_{-2}, \quad [E_1, E_2] = E_3, \quad [E_2, E_{-3}] = E_{-1}. \quad (\text{A.3})$$

As matrizes que representam os geradores da subálgebra de Cartan são

$$H_1^\lambda = \text{diag}(1, -1, 0); \quad H_2^\lambda = \text{diag}(0, 1, -1) \quad (\text{A.4})$$

também na representação triplete λ . A álgebra de $SU(3)$ é gerada tomando combinações lineares reais das matrizes H_k , $(E_l + E_{-l})$ e $i(E_l - E_{-l})$; $k = 1, 2$; $l = 1, 2, 3$. Obtemos,

assim, as matrizes de Gell-Mann

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &\equiv E_1 + E_{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_2 &\equiv -i(E_1 - E_{-1}) = \begin{pmatrix} \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_3 &\equiv H_1^\lambda = \text{diag}(1, -1, 0), \\
 \lambda_4 &\equiv E_3 + E_{-3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_5 &\equiv -i(E_3 - E_{-3}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_6 &\equiv E_2 + E_{-2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_7 &\equiv -i(E_2 - E_{-2}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_8 &\equiv \frac{1}{\sqrt{3}}(H_1^\lambda + 2H_2^\lambda) = \text{diag}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right),
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

onde

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{A.6}$$

são as matrizes de Pauli. As matrizes $\lambda_a, a = 1, 2, \dots, 8$, estão normalizadas

$$\text{tr}(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab} \tag{A.7}$$

e fecham a álgebra

$$\left[\frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right] = i f_{abc} \frac{\lambda_c}{2} \tag{A.8}$$

com as constantes de estrutura totalmente antisimétricas, f_{abc} , não nulas

$$\begin{aligned}
 f_{123} &= 1, \\
 f_{147} &= -f_{156} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = -f_{367} = \frac{1}{2}, \\
 f_{458} &= f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

e como $SU(3)$ é um grupo de rank 2, em particular, as matrizes diagonais λ_3 e λ_8 são tais que

$$\left[\frac{\lambda_3}{2}, \frac{\lambda_8}{2} \right] = 0, \quad (\text{A.10})$$

enquanto $\lambda_{1,2,3}$ formam uma representação da álgebra do subgrupo $SU(2)$ de $SU(3)$.

Consideremos, agora, a outra representação fundamental de $SU(3)$, também de dimensão 3, que é a representação antitripleto, $\bar{\lambda}$. As matrizes de Gell-Mann correspondentes são obtidas fazendo a troca

$$\begin{aligned} E_{\pm 1} &\longrightarrow E_{\pm 2}, \\ E_{\pm 2} &\longrightarrow E_{\pm 1}, \\ E_{\pm 3} &\longrightarrow -E_{\pm 3}, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

nas matrizes da representação tripleto e intercambiando os geradores da subálgebra de Cartan, Eqs.(A.4), por

$$H_1^{\bar{\lambda}} = \text{diag}(0, 1, -1), \quad H_2^{\bar{\lambda}} = \text{diag}(1, -1, 0), \quad (\text{A.12})$$

do que resulta, explicitamente,

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_1 &= E_2 + E_{-2} = \lambda_6, \\ \bar{\lambda}_2 &= -i(E_2 - E_{-2}) = \lambda_7, \\ \bar{\lambda}_3 &= H_1^{\bar{\lambda}} = \text{diag}(0, 1, -1), \\ \bar{\lambda}_4 &= -(E_3 + E_{-3}) = -\lambda_4, \\ \bar{\lambda}_5 &= i(E_3 - E_{-3}) = -\lambda_5, \\ \bar{\lambda}_6 &= E_1 + E_{-1} = \lambda_1, \\ \bar{\lambda}_7 &= -i(E_1 - E_{-1}) = \lambda_2, \\ \bar{\lambda}_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(H_1^{\bar{\lambda}} + 2H_2^{\bar{\lambda}}) = \text{diag}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Definimos o operador de carga elétrica da teoria $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ como

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2}(\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8) + N1 \quad (\text{A.14})$$

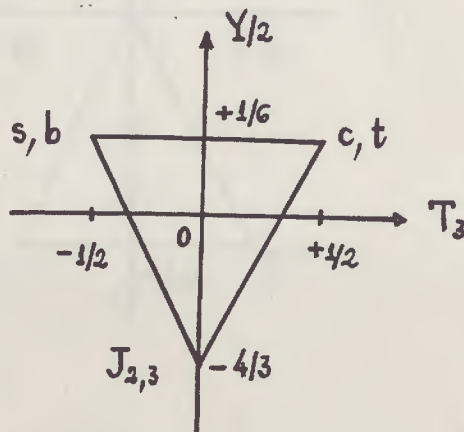
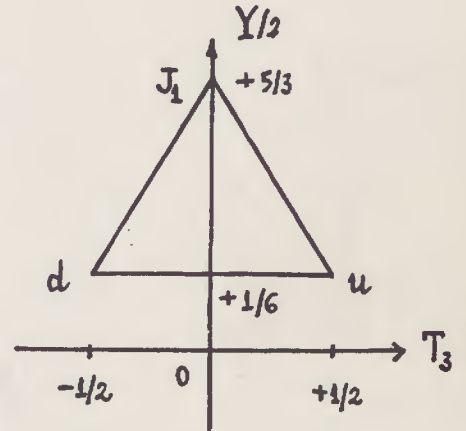
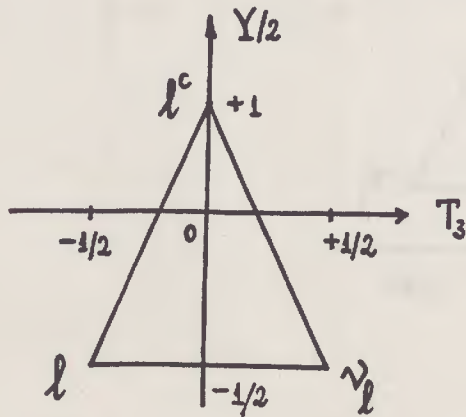
para os campos atribuídos a representação tripleto e

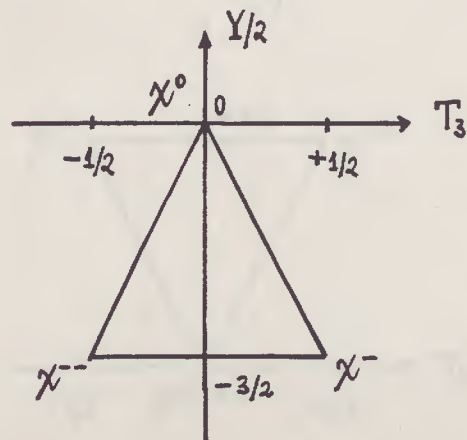
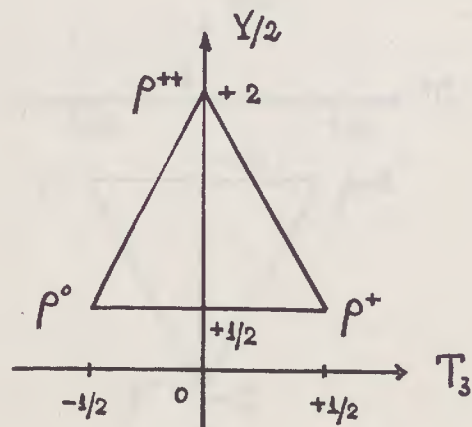
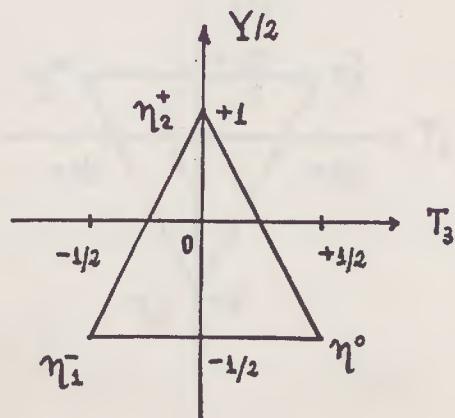
$$\frac{\bar{Q}}{e} = \frac{1}{2}(\bar{\lambda}_3 - \sqrt{3}\bar{\lambda}_8) + \bar{N}1 \quad (\text{A.15})$$

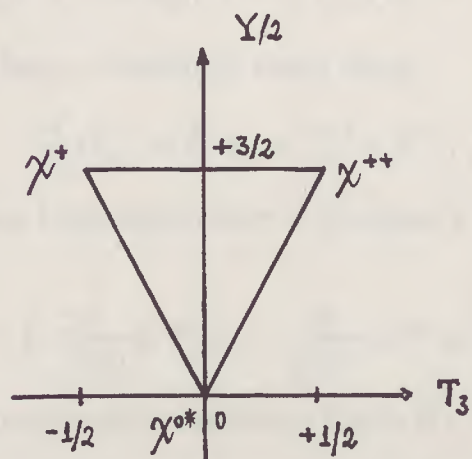
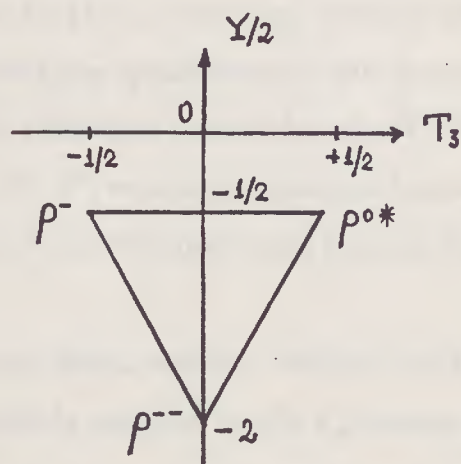
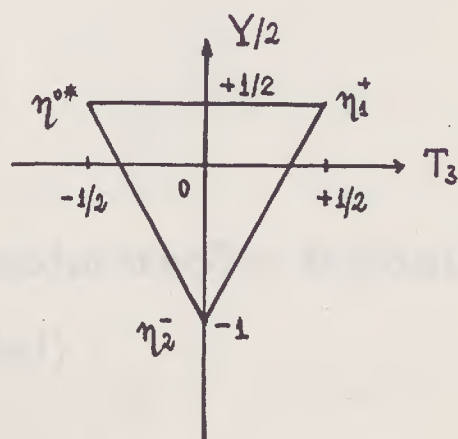
para as representações antitripleto, onde N e \bar{N} representam cargas de $U(1)_N$ e $\mathbf{1} = \text{diag}(1, 1, 1)$. O grupo $U(1)_N$ é o grupo abeliano das matrizes unitárias 1×1 , isto é, das transformações de fase $e^{i\delta}$ a um parâmetro δ . De um modo geral o grupo $U(n)$ consiste do conjunto das matrizes unitárias $n \times n$ e somente para $n = 1$ é um grupo abeliano.

Os diagramas de peso dos multipletos de campos de matéria e de campos escalares são mostrados nas figuras seguintes, para os quais a hipercarga de $U(1)_Y$ standard é identificada segundo

$$\frac{Y}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_8 + N \mathbf{1}. \quad (\text{A.16})$$







Apêndice B

Interações e Autointerações Bosônicas (Setores Escalar e Vetorial)

A partir da lagrangeana, Eq.(6.3), podem ser obtidos os termos puramente cinéticos, interações trilineares e interações quadrilineares dos bosons de gauge. Em particular, encontramos que os únicos trilineares permitidos são $W^+W^-\mathcal{N}$, $V^+V^-\mathcal{N}$, $U^{++}U^{--}\mathcal{N}$ e $W^+V^+U^{--}$, onde $\mathcal{N} = A, Z^0, Z'^0$, representa qualquer boson de gauge neutro da teoria. O vertice $W^+V^+U^{--}$ é particularmente importante pois ajuda a restabelecer a unitariedade da teoria [Cf. Cap. 2].

Acoplamentos dos setores escalar-vetorial resultam dos termos $(\mathcal{D}\varphi)^\dagger(\mathcal{D}\varphi)$, $\varphi = \eta, \rho, \chi$ da lagrangeana (6.8). O cálculo explícito indica a presença de vertices como

$$\frac{ig}{\sqrt{2}} \left[W_\mu^+ (\eta_1^- \partial^\mu \eta^0 - \partial^\mu \eta_1^- \eta^0) + V_\mu^- (\eta_2^+ \partial^\mu \eta^0 - \partial^\mu \eta_2^+ \eta^0) \right], \quad (\text{B.1})$$

mas aqueles envolvendo o boson vetorial de carga dupla

$$\frac{ig}{\sqrt{2}} (U_\mu^{--} \eta_1^+ \partial^\mu \eta_2^+ + U_\mu^{++} \eta_2^- \partial^\mu \eta_1^-) \quad (\text{B.2})$$

desaparecem. Acoplamentos trilineares entre os escalares η e os bosons de gauge neutros são

$$-i \left(\frac{gt}{\sqrt{h(t)}} \eta_1^- \partial^\mu \eta_1^+ + \frac{gt}{\sqrt{h(t)}} \eta_2^- \partial^\mu \eta_2^+ \right) A_\mu \quad (\text{B.3})$$

para a interação eletromagnética onde, segundo a Eq.(8.12), identificamos a carga elétrica elementar $|e| = \frac{gt}{\sqrt{h(t)}}$; com os bosons de gauge massivos temos

$$-i \frac{g}{2} \frac{1 - 2t^2}{\sqrt{h(t)} \sqrt{1 + 3t^2}} Z_\mu \eta_1^- \partial^\mu \eta_1^+,$$

$$\begin{aligned}
 & -i\frac{g}{2}\frac{2t^2}{\sqrt{h(t)}\sqrt{1+3t^2}}Z_\mu\eta_2^-\partial^\mu\eta_2^+; \\
 & i\frac{g}{2}\frac{1}{1+3t^2}Z'_\mu\eta_1^-\partial^\mu\eta_1^+, \\
 & i\frac{g}{2}\frac{2}{\sqrt{3}\sqrt{1+3t^2}}Z'_\mu\eta_2^-\partial^\mu\eta_2^+.
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

Interações trilineares do setor escalar ρ com os bosons de gauge são as seguintes

$$\begin{aligned}
 & i\frac{g}{\sqrt{2}}[W_\mu^+(\rho^0\partial^\mu\rho^- - \rho^-\partial^\mu\rho^0) + V_\mu^+(\rho^+\partial^\mu\rho^{--} - \rho^{--}\partial^\mu\rho^+) \\
 & + U_\mu^{++}(\rho^0\partial^\mu\rho^{--} - \rho^{--}\partial^\mu\rho^0)]
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

bem como

$$i\frac{gt}{\sqrt{h(t)}}A_\mu\rho^-\partial^\mu\rho^+, \quad -i\frac{2gt}{\sqrt{h(t)}}A_\mu\rho^{--}\partial^\mu\rho^{++} \tag{B.6}$$

para a interação eletromagnética e

$$\begin{aligned}
 & i\left(\frac{g't - g\sqrt{h(t)}}{2\sqrt{1+3t^2}}Z_\mu + \frac{g + 6g't}{2\sqrt{3}\sqrt{1+3t^2}}Z'_\mu\right)(\rho^+\partial^\mu\rho^- - \rho^-\partial^\mu\rho^+), \\
 & i\left(\frac{g\sqrt{h(t)}\sqrt{1+2t^2} + 2g't}{2\sqrt{h(t)}\sqrt{1+3t^2}}Z_\mu + \frac{2g + \sqrt{3}g't}{\sqrt{1+3t^2}}Z'_\mu\right)(\rho^0\partial^\mu\rho^{0*} - \rho^{0*}\partial^\mu\rho^0), \\
 & i\left(\frac{(gt - g')t}{\sqrt{h(t)}\sqrt{1+3t^2}}Z_\mu + \frac{g - 3g't}{\sqrt{3}\sqrt{1+3t^2}}Z'_\mu\right)(\rho^{++}\partial^\mu\rho^{--} - \rho^{--}\partial^\mu\rho^{++})
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

com os demais bosons vetoriais neutros massivos.

Apêndice C

O Potencial de Higgs

O potencial mais geral envolvendo os três tripletos e o sexteto é

$$\begin{aligned}
 V(\eta, \rho, \chi, H) = & \lambda_1(\eta^\dagger\eta - v_\eta^2)^2 + \lambda_2(\rho^\dagger\rho - v_\rho^2)^2 \\
 & + \lambda_3(\chi^\dagger\chi - v_\chi^2)^2 + \lambda_4(\text{tr}H^\dagger H - v_H^2)^2 + \lambda_5[(\eta^\dagger\eta - v_\eta^2) \\
 & + (\rho^\dagger\rho - v_\rho^2) + (\chi^\dagger\chi - v_\chi^2) + (\text{tr}H^\dagger H - v_H^2)]^2 \\
 & + \frac{1}{2}(f_1\eta_i\eta_j + f_2\rho_i\chi_j)H^{ij} + f_3\epsilon^{ijk}\eta_i\rho_j\chi_k + h.c.
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

Aqui vamos mostrar que no caso do potencial $V(\varphi)$, $\varphi = \eta, \rho, \chi$, há mixing entre η_2^- e χ^- mas não entre os campos η_1^- e η_2^- do mesmo multipletto $\eta \sim (3, 0)$.

O potencial mais geral que envolve os tripletos de campos escalares $\eta \sim (3, 0)$, $\rho \sim (3, 1)$ e $\chi \sim (3, -1)$ é

$$\begin{aligned}
 V(\eta, \rho, \chi) = & \mu_1^2\eta^\dagger\eta + \mu_2^2\rho^\dagger\rho + \mu_3^2\chi^\dagger\chi + \lambda_1(\eta^\dagger\eta)^2 + \lambda_2(\rho^\dagger\rho)^2 + \lambda_3(\chi^\dagger\chi)^2 \\
 & + (\eta^\dagger\eta)[\lambda_4\rho^\dagger\rho + \lambda_5\chi^\dagger\chi] + \lambda_6(\rho^\dagger)(\chi^\dagger\chi) \\
 & + \sum_{ijk}\epsilon^{ijk}(f\eta_i\rho_j\chi_k + h.c.),
 \end{aligned} \tag{C.2}$$

onde a constante de acoplamento f tem dimensão de massa. Podemos verificar que este potencial é invariante de gauge. Os termos bilineares transformam-se como singletos

$$\begin{aligned}
 \eta^\dagger \otimes \eta & \sim (3^*, 0) \otimes (3, 0) = (1, 0) \oplus (8, 0), \\
 \rho^\dagger \otimes \rho & \sim (3^*, -1) \otimes (3, 1) = (1, 0) \oplus (8, 0), \\
 \chi^\dagger \otimes \chi & \sim (3^*, 1) \otimes (3, -1) = (1, 0) \oplus (8, 0),
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

ocorrendo o mesmo com os trilineares

$$\begin{aligned}\eta \otimes \rho \otimes \chi &\sim (\mathbf{3}, 0) \otimes (\mathbf{3}, 0) \otimes (\mathbf{3}, 0) = [(\mathbf{3}^*, 1) \oplus (\mathbf{6}, 1)] \otimes (\mathbf{3}, -1) \\ &= (\mathbf{3}^*, 1) \otimes (\mathbf{3}, -1) \oplus \dots = (\mathbf{1}, 0) \oplus (\mathbf{8}, 0) \oplus \dots\end{aligned}\quad (\text{C.4})$$

e seus conjugados

$$\begin{aligned}\eta^\dagger \otimes \rho^\dagger \otimes \chi^\dagger &\sim (\mathbf{3}^*, 0) \otimes (\mathbf{3}^*, 0) \otimes (\mathbf{3}^*, 0) = [(\mathbf{3}, 0) \oplus (\mathbf{6}^*, 0)] \otimes (\mathbf{3}^*, 0) \\ &= (\mathbf{1}, 0) \oplus (\mathbf{8}, 0) \oplus \dots\end{aligned}\quad (\text{C.5})$$

O restante dos termos são quadrilineares para os quais, evidentemente,

$$(\mathbf{1}, 0) \otimes (\mathbf{1}, 0) = (\mathbf{1}, 0).\quad (\text{C.6})$$

Em termos das componentes dos multipletos η , ρ , e χ o potencial adquire a forma explícita

$$\begin{aligned}V(\eta, \rho, \chi) &= \mu_1^2(\eta^{0*}\eta^0 + \eta_1^- \eta_1^+ + \eta_2^- \eta_2^+) + \mu_2^2(\rho^- \rho^+ + \rho^{0*}\rho^0 + \rho^{--}\rho^{++}) \\ &+ \mu_3^2(\chi^- \chi^+ + \chi^{--}\chi^{++} + \chi^{0*}\chi^0) + \lambda_1(\eta^{0*}\eta^0 + \eta_1^- \eta_1^+ + \eta_2^- \eta_2^+)^2 \\ &+ \lambda_2(\rho^- \rho^+ + \rho^{0*}\rho^0 + \rho^{--}\rho^{++})^2 + \lambda_3(\chi^- \chi^+ + \chi^{--}\chi^{++} + \chi^{0*}\chi^0)^2 \\ &+ \lambda_4(\eta^{0*}\eta^0 + \eta_1^- \eta_1^+ + \eta_2^- \eta_2^+)(\rho^- \rho^+ + \rho^{0*}\rho^0 + \rho^{--}\rho^{++}) \\ &+ \lambda_5(\eta^{0*}\eta^0 + \eta_1^- \eta_1^+ + \eta_2^- \eta_2^+)(\chi^- \chi^+ + \chi^{--}\chi^{++} + \chi^{0*}\chi^0) \\ &+ \lambda_6(\rho^- \rho^+ + \rho^{0*}\rho^0 + \rho^{--}\rho^{++})(\chi^- \chi^+ + \chi^{--}\chi^{++} + \chi^{0*}\chi^0) \\ &+ f(\eta^0 \rho^0 \chi^0 - \eta^0 \rho^{++} \chi^{--} + \eta_2^+ \rho^+ \chi^{--} - \eta_2^+ \rho^0 \chi^- + \eta_1^- \rho^{++} \chi^0) - \eta_1^- \rho^+ \chi^0 \\ &+ f^*(\eta^{0*} \rho^{0*} \chi^{0*} - \eta^{0*} \rho^{--} \chi^{++} + \eta_2^- \rho^- \chi^{++} \\ &- \eta_2^- \rho^{0*} \chi^+ + \eta_1^+ \rho^{--} \chi^+ - \eta_1^+ \rho^- \chi^{0*}).\end{aligned}\quad (\text{C.7})$$

Reescrevendo as Eqs.(6.32) para os campos neutros como

$$\eta^0 = v_1 + \xi_1 + i\zeta_1, \quad \rho^0 = v_2 + \xi_2 + i\zeta_2, \quad \chi^0 = v_3 + \xi_3 + i\zeta_3,\quad (\text{C.8})$$

onde redefinimos

$$\begin{aligned}v_1 &\equiv \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}, & v_2 &\equiv \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}, & v_3 &\equiv \frac{v_\chi}{\sqrt{2}}; \\ \xi_1 &\equiv \frac{\xi_\eta}{\sqrt{2}}, & \xi_2 &\equiv \frac{\xi_\rho}{\sqrt{2}}, & \xi_3 &\equiv \frac{\xi_\chi}{\sqrt{2}}; \\ \zeta_1 &\equiv \frac{\zeta_\eta}{\sqrt{2}}, & \zeta_2 &\equiv \frac{\zeta_\rho}{\sqrt{2}}, & \zeta_3 &\equiv \frac{\zeta_\chi}{\sqrt{2}},\end{aligned}\quad (\text{C.9})$$

de modo que seja absorvido o fator $1/\sqrt{2}$ e substituindo na Eq.(C.7) aparecerão no potencial os campos escalares reais ξ_i e ζ_i , $i = 1, 2, 3$. O desenvolvimento do cálculo é um tanto tedioso, após o qual vamos encontrar

$$\begin{aligned}
 V(\eta, \rho, \chi) = & (\mu_1^2 + 2\lambda_1 v_1^2 + \lambda_4 v_2^2 + \lambda_5 v_3^2)(\eta_1^- \eta_1^+ + \eta_2^- \eta_2^+) \\
 & + (\mu_2^2 + 2\lambda_2 v_2^2 + \lambda_4 v_1^2 + \lambda_6 v_3^2)\rho^- \rho^+ \\
 & + (\mu_3^2 + 2\lambda_3 v_3^2 + \lambda_5 v_1^2 + \lambda_2^2)\chi^- \chi^+ \\
 & - f(v_3 \eta_1^- \rho^+ + v_2 \chi^- \eta_2^+) - f^*(v_3 \rho^- \eta_1^+ + v_2 \eta_2^- \chi^+) \\
 & + (\text{termos em } \xi_i, \zeta_i) + (\text{termos em } \rho^{\pm\pm}, \chi^{\pm\pm}); \quad i = 1, 2, 3, \quad (\text{C.10})
 \end{aligned}$$

e exigindo que o potencial transladado não possua termos lineares nos campos ξ_i e ζ_i , $i = 1, 2, 3$, resultarão as seguintes equações de vínculo

$$\begin{aligned}
 \mu_1^2 + 2\lambda_1 v_1^2 + \lambda_4 v_2^2 + \lambda_5 v_3^2 + \text{Re } f v_1^{-1} v_2 v_3 &= 0 \\
 \mu_2^2 + 2\lambda_2 v_2^2 + \lambda_4 v_1^2 + \lambda_6 v_3^2 + \text{Re } f v_1 v_2^{-1} v_3 &= 0 \\
 \mu_3^2 + 2\lambda_3 v_3^2 + \lambda_5 v_1^2 + \lambda_6 v_2^2 + \text{Re } f v_1 v_2 v_3^{-1} &= 0 \\
 \text{Im } f &= 0,
 \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

de modo que a matriz de massa, na base $\{\eta_1^-, \eta_2^-, \rho^-, \chi^-\}$, será

$$-m^2 = \begin{pmatrix} -f v_1^{-1} v_2 v_3 & 0 & -f v_3 & 0 \\ 0 & -f v_1^{-1} v_2 v_3 & 0 & -f v_2 \\ -f v_3 & 0 & -f v_1 v_2^{-1} v_3 & 0 \\ 0 & -f v_2 & 0 & -f v_1 v_2 v_3^{-1} \end{pmatrix} \quad (\text{C.12})$$

Esta matriz pode ser facilmente diagonalizada e seus autovalores são

$$m_1^2 = f v_2 (v_1^{-1} v_3 + v_1 v_3^{-1}) \quad (\text{C.13})$$

e

$$m_2^2 = f v_3 (v_1^{-1} v_2 + v_1 v_2^{-1}) \quad (\text{C.14})$$

correspondentes, respectivamente, aos bosons escalares físicos com uma unidade de carga elétrica

$$\phi^- = \frac{v_3 \eta_2^- + v_1 \chi^-}{(v_1^2 + v_3^2)^{1/2}} \quad (\text{C.15})$$

e

$$\varphi^- = \frac{v_2 \eta_1^- + v_1 \rho^-}{(v_1^2 + v_2^2)^{1/2}}. \quad (\text{C.16})$$

Os outros dois autovalores são simultaneamente nulos,

$$m_3^2 = m_4^2 = 0, \quad (\text{C.17})$$

associados aos bosons de Goldstone

$$G_1^- = \frac{-v_1 \eta_2^- + v_3 \chi^-}{(v_1^2 + v_3^2)^{1/2}} \quad (\text{C.18})$$

e

$$G_2^- = \frac{-v_1 \eta_1^- + v_2 \rho^-}{(v_1^2 + v_2^2)^{1/2}}. \quad (\text{C.19})$$

No setor carregado temos também um boson de Goldstone e um boson escalar físico, ambos com dupla carga elétrica. Há mixing entre η_2^- e χ^- , η_1^- e ρ^- mas não entre os campos η_1^- e η_2^- do mesmo multiplete η .

Referências Bibliográficas

- [1] C. Quigg, Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions, Benjamin/Cummings (1983).
- [2] R. Peccei, Lepton Number Non Conservation, Palestra no Workshop on Weak Interactions as Probes of Unification, celebrado no Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, Dec. 4-6, 1980.
- [3] G.B. Gelmini e M. Roncadelli, Phys. Lett. **99B** (1981)411.
- [4] Y. Chikashige, R.N. Mohapatra e R. Peccei, Phys. Lett. **98B** (1981)265.
- [5] J.W.F. Valle e M. Singer, Phys. Rev. **D28** (1983)540.
- [6] M. Singer, J.W.F. Valle e J. Schechter, Phys. Rev. **D22** (1980)738.
- [7] Particle Data Group, Phys. Rev. **D45**, parte II (1992).
- [8] P.H. Frampton e B.-H. Lee, Phys. Rev. Lett. **64** (1990)619.
- [9] P.H. Frampton e D. Ng, Phys. Rev. **D45** (1992)4240.
- [10] J. Agrawal, P.H. Frampton e D. Ng, The Lepton Production in e^-p and e^+e^- Colliders, IFP-428 UNC preprint (1992).
- [11] J. Schechter e Y. Ueda, Phys. Rev. **D8** (1973)484; P. Langacker e G. Segré, Phys. Rev. Lett. **39** (1977)259; H. Fritzsch e P. Minkowski, Phys. Lett. **B63** (1976)99; B.W. Lee e S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **38** (1977)1237.
- [12] C. Ryan e S. Okubo, N. Cim. Suppl. **2** (1964)234.

- [13] F. Pisano, Além do Modelo Standard: Neutrinos Massivos, IFT-Monografia MFT-2 (1990).
- [14] B. Kayser, Neutrino Mass and Related Problems, Proc. of the Annual Meeting of the Division of Particles and Fields of the American Physical Society, World Scientific (1986) p.397.
- [15] B. Kayser, F. Gibrat-Debu e F. Perrier, The Physics of Massive Neutrinos, World Scientific (1989).
- [16] F. Pisano e V. Pleitez, Phys. Rev. **D46** (1992)410.
- [17] W.H. Furry, Phys. Rev. **56** (1939)1184.
- [18] S.R. Elliot, A.A. Hahn e M.K. Moe, Phys. Rev. Lett. **59** (1987)2020.
- [19] D.O. Caldwell, et.al Phys. Rev. **D33** (1986)2737.
- [20] L.A. Ferreira, Lecture Notes on Lie Algebras and Lie Groups, Notas não publicadas, IFT-SP (1988).
- [21] D. Gross e R. Jackiw, Phys. Rev. **D6** (1972)477.
- [22] H. Georgi e S.L. Glashow, Phys. Rev. **D6** (1972)429.
- [23] C. Bouchiat, J. Iliopoulos e Ph. Mayer, Phys. Lett. **38B** (1972)519.
- [24] S.L. Adler, Phys. Rev. **177** (1969)2426.
- [25] J.S. Bell e R. Jackiw, Nuovo Cimento **60A** (1969)47.
- [26] F. Pisano, Anomalias Axiais e Modelos Eletrofracos Standard e Além, IFT-Monografia MFT-3 (1991).
- [27] A. Zadra, Anomalias: Investigações Perturbativas e Topológicas, IFT-Monografia (1989).
- [28] S.L. Adler e W.A. Bardeen, Phys. Rev. **182** (1969)1517.

- [29] P.H. Frampton. Gauge Field Theories. Benjamin/Cummings (1987).
- [30] W.A. Bardeen. Phys. Rev. **184** (1969)1848.
- [31] M.L. Mehta. Jour. Math. Phys. **7** (1966)1824.
- [32] M.L. Mehta e P.K. Srivastava. Jour. Math. Phys. **7** (1966)1833.
- [33] T.-P. Cheng e L.-F. Li, Gauge Theory of Elementary Particle Physics, Oxford University Press (1986).
- [34] H. Georgi, Lie Algebras in Particle Physics, Benjamin (1982).
- [35] R. Foot, O.F. Hernández, F. Pisano e V. Pleitez, Lepton Masses in an $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ Gauge Model, IFT/McGill University-preprint, IFT-P.025/92, McGill/92-31, submetido para publicação .
- [36] L.-F. Li, Phys. Rev. **D9** (1974)1723.
- [37] Particle Data Group, Phys. Lett. **B239** (1990)1.
- [38] S.L. Glashow, J. Iliopoulos e L. Maiani. Phys. Rev. **D2** (1970)1285.
- [39] M.K. Gaillard e B.W. Lee. Phys. Rev. **D10** (1974)897; R. Shrock e S.B. Treiman, Phys. Rev. **D19** (1979)2148.
- [40] R.N. Cahn e H. Harari, Nucl. Phys. **B176** (1980)135.
- [41] F. Pisano e V. Pleitez. Neutrinoless Double Beta Decay with Massless Neutrinos, submetido para publicação .
- [42] C.O. Escobar e V. Pleitez, Phys. Rev. **D28** (1983)1166.
- [43] V. Pleitez e M.D. Tonasse. em andamento.
- [44] J.C. Montero, F. Pisano e V. Pleitez. Neutral Currents and GIM Mechanism in $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ Models for the Electroweak Interactions, IFT-P.037/92.
- [45] F. Pisano e V. Pleitez, em andamento.

