

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE PRESIDENTE PRUDENTE
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

JOSÉ MARCATO JUNIOR

**MODELAGEM FOTOGRAMÉTRICA E CALIBRAÇÃO DE UM
SISTEMA DE VISÃO OMNIDIRECIONAL**



Presidente Prudente
2014

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

CAMPUS DE PRESIDENTE PRUDENTE

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

JOSÉ MARCATO JUNIOR

**MODELAGEM FOTOGRAMÉTRICA E CALIBRAÇÃO DE UM
SISTEMA DE VISÃO OMNIDIRECIONAL**



Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas, da Faculdade de Ciências e Tecnologia - UNESP campus de Presidente Prudente, para a obtenção do título de Doutor em Ciências Cartográficas.

Orientador: Prof. Dr. Antonio M. G. Tommaselli

Presidente Prudente

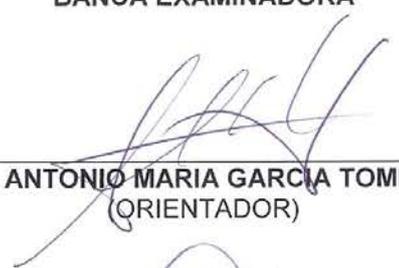
2014

M262m Marcato Junior, José.
Modelagem fotogramétrica e calibração de um sistema de visão
omnidirecional / José Marcato Junior. - Presidente Prudente : [s.n],
2014
131 f.

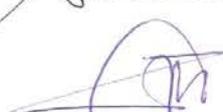
Orientador: Antonio Maria Garcia Tommaselli
Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de
Ciências e Tecnologia
Inclui bibliografia

1. Fotogrametria. 2. Sistemas catadióptricos 3. Espelhos cônicos.
4. Câmaras digitais. 5. Georreferenciamento direto. I. Autor. II.
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia.
III. Título.

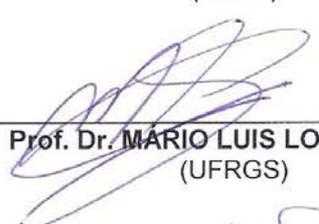
BANCA EXAMINADORA



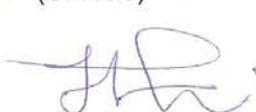
Prof. Dr. ANTONIO MARIA GARCIA TOMMASELLI
(ORIENTADOR)



Prof. Dr. LAURENT POLIDORI
(ESGT)



Prof. Dr. MARIO LUIS LOPES REISS
(UFRGS)



Prof. Dr. JOÃO FERNANDO CUSTÓDIO DA SILVA
(UNESP/FCT)



Prof. Dr. MAURICIO GALO
(UNESP/FCT)



JOSÉ MARCATO JUNIOR

Presidente Prudente (SP), 14 de maio de 2014.

Resultado: APROVADO

DEDICATÓRIA

A Deus.

Ao meu grande amor e esposa Daniela, pelo amor e compreensão.

Aos meus pais José Marcato e Eliane, pelo amor incondicional, exemplo de vida e incentivo.

À minha amada irmã, parceira de todos os momentos.

Aos meus tios e padrinhos Pedro e Maria, por todo carinho e incentivo.

Família é tudo.

AGRADECIMENTOS

À FAPESP pelo financiamento prestado a essa pesquisa (Processo 2010/16439-3).

À UNESP e ao PPGCC (Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas), por proporcionar todos os meios para o desenvolvimento desse trabalho.

Ao professor Dr. Antonio Maria Garcia Tommaselli, pela imprescindível orientação e pelos ensinamentos passados neste longo período de parceria.

Ao amigo e parceiro Marcus Moraes pelo auxílio prestado em todos os momentos dessa pesquisa, contribuindo na construção do campo de calibração, nas coletas de imagens e nos processamentos dos dados.

Aos companheiros de grupo de pesquisa Adilson Berveglieri, André Olivete, Sérgio Leandro, Vander Freitas, Carlos Rodrigo e Mariana Campos pelo companheirismo e auxílio prestado no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Dr. Ayman Fawzy Habib, pelas discussões que contribuíram no desenvolvimento desse trabalho.

Aos amigos do PPGCC, pelos bons momentos de convivência e trocas de experiência.

Aos amigos da UFMS, em especial ao professor Antonio Conceição Paranhos Filho, por todo apoio concedido nessa etapa final do doutorado.

EPÍGRAFE

"Saber que sabemos o que sabemos, e saber que não sabemos o que não sabemos, isso é conhecimento verdadeiro."

Nicolau Copérnico

RESUMO

Os sistemas de visão omnidirecional que permitem um campo de imageamento de 360° são usados em diversas áreas, incluindo a Fotogrametria à curta distância. O uso desses sistemas para obter medidas confiáveis, objetivo da Fotogrametria, exige duas etapas: modelagem matemática do sensor e da plataforma, que estabelece a relação entre feições no espaço objeto com as respectivas feições na imagem e; a calibração do sistema, em que os parâmetros dos modelos matemáticos são estimados. O objetivo principal consiste em desenvolver a modelagem fotogramétrica rigorosa e uma técnica de calibração para um sistema omnidirecional composto por uma câmara e um espelho cônico. A relação entre os espaços objeto e imagem é estabelecida por meio de entidades do tipo ponto. A modelagem matemática é baseada no modelo de projeção da câmara e nas propriedades de reflexão do espelho cônico. A calibração do sistema é dividida em calibração interna e da plataforma. A técnica de calibração interna do sistema apresenta as seguintes etapas: calibração da câmara; modelagem do espelho cônico e; estimação dos parâmetros de transformação entre os referenciais da câmara e do cone. Na calibração da plataforma foram estimados os parâmetros que relacionam o sistema de imageamento com o sistema de georreferenciamento direto, composto por receptor GNSS (*Global Navigation Satellite System* – Sistema global de navegação por satélite) e IMU (*Inertial Measurement Unity* – Unidade de Medida Inercial). A principal vantagem da modelagem e da técnica de calibração desenvolvidas é a não exigência do alinhamento entre o eixo óptico da câmara com relação ao eixo do espelho cônico. Os modelos matemáticos foram validados com imagens simuladas, geradas no software POV-Ray, e com imagens reais. Para a modelagem real do sistema e controle de qualidade da calibração interna do sistema, realizou-se a orientação indireta de quatro imagens coletadas no campo de calibração 3D usando pontos de apoio. Nos experimentos obteve-se uma acurácia na ordem de 1 a 3 cm na reconstrução 3D dos pontos de verificação. Na calibração da plataforma estimaram-se os ângulos de *boresight* da IMU com relação ao referencial do cone e o *lever arm* do vértice do cone ao centro da antena GNSS. Como resultado, verificou-se que o uso do sistema catadióptrico omnidirecional permite a obtenção de alta qualidade geométrica, desde que utilizados processos fotogramétricos rigorosos.

Palavras chave: Fotogrametria, sistemas catadióptricos, espelhos cônicos, câmaras digitais, georreferenciamento direto.

ABSTRACT

Omnidirectional vision systems that enable 360° imaging have been widely used in several research areas including Close-Range Photogrammetry. The use of this system to acquire accurate measurement, which is the aim of Photogrammetry, requires two steps: sensor and platform mathematical modelling, relating features in the object space with the features in the image space; and the system calibration, in which the mathematical models parameters are estimated. The main aim is to develop the rigorous photogrammetric modelling and a calibration technique to an omnidirectional system composed of a camera and a conic mirror. The relationship between the object and image spaces is established using point features. The mathematical modelling is based on the camera projection model and on the properties of the conic mirror reflection. The system calibration technique is divided into inner and platform calibration. The inner calibration technique has the following steps: camera calibration; conic mirror modelling; and estimation of the parameters which relates the camera and cone reference systems. In the platform calibration, the parameters relating the imaging system and the direct georeferencing system, composed of a GNSS (Global Navigation Satellite System) receiver and an IMU (Initial Measurement Unity), were estimated. The main advantage of the developed modelling and calibration technique is that the camera optical axis and the conic mirror axis have not to be aligned. The mathematical models were validated with simulated images generated in POV-Ray software and with real images. To the real system modelling and to the quality control of the system inner calibration, the indirect orientation of four images from the 3D calibration field was performed using ground control points. An accuracy of 1 to 3 cm in the reconstruction of the checkpoint coordinates was acquired. The boresight angles, relating IMU reference system and cone reference system, and the lever arm, from the conic mirror vertex to the GNSS antenna center, were estimated in the platform calibration. It was verified that the catadioptric omnidirectional system allows to acquire high geometric quality whether rigorous photogrammetric processes are applied.

Keywords: Photogrammetry, catadioptric system, conic mirror, digital camera, direct georeferencing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Sistemas de Visão Omnidirecional.	17
Figura 1.2: Exemplo de descontinuidade na mosaicagem de imagens coletadas por um conjunto de câmaras (FULLVIEW, 2010).	18
Figura 2.1: Representação da condição de colinearidade. Adaptada de Mikhail et al. (2001).	21
Figura 2.2: Geometria de aquisição – câmara com objetiva olho de peixe. (a) Projeção equidistante; (b) Projeção do ângulo equisólido; (c) Projeção ortogonal; (d) Projeção estereográfica. Adaptada de Hughes et al. (2010).	25
Figura 2.3: Sistemas fotogramétricos para os diferentes modelos matemáticos.	27
Figura 2.4: Lente olho de peixe Bower-Samyang 8 mm (CHARLES, 2009).	28
Figura 2.5: Geometria de um sistema catadióptrico central composto por câmara perspectiva e espelho hiperbólico. Adaptada de Barreto e Araújo (2001).	29
Figura 2.6: Projeção perspectiva da câmara (LUBER e REULKE, 2010).	31
Figura 2.7: Projeção da imagem para o espaço objeto (a) Vetores e referenciais; (b) Geometria e referencial fotogramétrico adotados por Burbidge et al. (2008).	33
Figura 2.8: SYCLOP – (a) Geometria de aquisição; (b) reflexão do ponto. Adaptada de Cauchois et al. (1999).	37
Figura 2.9: Geometria resultante ao adotar a noção de ponto virtual para um sistema catadióptrico composto por uma câmara e dois espelhos planos. Adaptada de Gluckman e Nayar (2001).	38
Figura 2.10: Elementos de um sistema de georreferenciamento direto (ELLUM e EL-SHEIMY, 2002).	39
Figura 3.1: Campo de calibração. (a) Imagem com alvos ARUCO; (b) Distribuição dos pontos de apoio.	43
Figura 3.2: SVO com o sistema de georreferenciamento direto SPAN-CPT/ Novatel.	45
Figura 3.3: Imagem obtida em uma plataforma móvel de mapeamento pelo SVO composto por uma câmara e um espelho cônico.	45
Figura 3.4: Marcas usadas na modelagem do espelho e pontos no entorno do espelho, utilizados para calcular os parâmetros entre os referenciais do cone e fotogramétrico.	48
Figura 3.5: Referenciais envolvidos na calibração de um SVO composto por câmara e espelho cônico.	50
Figura 3.6: Pontos no entorno do espelho usados para calcular os parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial fotogramétrico.	50
Figura 3.7: Correção aplicada nas coordenadas imagem para usar as equações de colinearidade em qualquer projeção.	53
Figura 3.8: Sistema de mapeamento móvel com o SVO.	57
Figura 3.9: Trajeto da FCT/Unesp ao campus 3 da Unoeste e estacionamento usado para calibrar a plataforma.	58
Figura 3.10: Exemplos de imagens usadas para a estimação do <i>lever arm</i>	60
Figura 3.11: Especificações e geometria da antena GNSS. (a) Visão superior; (b) Visão lateral (NOVATEL, 2013).	61
Figura 3.12: Ângulo paralático para análise da geometria de interseção.	62
Figura 3.13: Geometria de aquisição de imagens com o SVO em diferentes posições.	66
Figura 4.1: Geometria de uma imagem coletada por um SVO com câmara perspectiva e espelho cônico. (a) Objeto plano; (b) Imagem do objeto.	69

Figura 4.2: Distribuição dos pontos de apoio na imagem.	70
Figura 4.3: Imagens coletadas pelo SVO do campo de calibração externo.	72
Figura 4.4: Distribuição dos 15 pontos de verificação. (a) Vista superior; (b) Vista em perspectiva.	76
Figura 4.5: Referencial do espaço objeto no campo de calibração e posição das tomadas das imagens.	77
Figura 4.6: Localização do ponto 9711 no campo de calibração.	79
Figura 4.7: Imagens adquiridas com a câmara Fuji Finepix S3pro com a lente Samyang 8 mm do campo de calibração com alvos codificados.	81
Figura 4.8: Distribuição dos resíduos (resíduos multiplicados por 30) na imagem 5 considerando os modelos das projeções.	83
Figura 4.9: (a) Imagens coletadas pela câmara Nikon para a modelagem do espelho cônico; (b) detalhe do espelho cônico, mostrando os alvos pintados na superfície espelhada e os alvos adicionados à base circular.	86
Figura 4.10: Distribuição dos resíduos após o ajustamento do modelo do cone. (a) Visão lateral. (b) Visão em perspectiva.	89
Figura 4.11: Medição da imagem obtida com o sistema omnidirecional para estimar os parâmetros de orientação entre os referenciais do cone e fotogramétrico.	91
Figura 4.12: Discrepâncias (multiplicadas por 20) nos pontos de verificação. (a) vista superior; (b) vista lateral.	96
Figura 4.13 Distribuição dos resíduos após o ajustamento do modelo do cone. (a) Visão lateral. (b) Visão em perspectiva.	104
Figura 4.14: Pontos medidos na imagem coletada pelo SVO para estimar os parâmetros que relacionam os referenciais fotogramétrico e do cone.	105
Figura 4.15: Imagens coletadas pelo SVO usadas na estimação dos ângulos de <i>boresight</i> e distribuição dos pontos de apoio.	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Média das discrepâncias e REQM entre as coordenadas imagem medidas e estimadas.	71
Tabela 4.2: Parâmetros usados na geração das coordenadas simuladas das quatro imagens.	72
Tabela 4.3: Discrepâncias e desvios-padrão dos parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto para os 5 conjuntos de 4 imagens simuladas.	74
Tabela 4.4: Média das discrepâncias e REQM nos 15 pontos de verificação.	75
Tabela 4.5: Discrepâncias e os respectivos desvios-padrão dos parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto considerando apenas o apoio do plano 2D do piso.	78
Tabela 4.6: Média das discrepâncias e REQM nas coordenadas dos 15 pontos de verificação.	79
Tabela 4.7: Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_\theta$) para diferentes conjuntos de parâmetros de orientação interior (POI).	82
Tabela 4.8: Parâmetros de orientação interior e desvios-padrão estimados.	84
Tabela 4.9: REQM nas coordenadas dos pontos de verificação para análise dos POI estimados pelos diferentes modelos de projeção.	85
Tabela 4.10: Parâmetros de orientação interior e desvios-padrão estimados da câmara Nikon D3200.	87
Tabela 4.11: Parâmetros e desvios-padrão estimados para a modelagem do espelho cônico.	89
Tabela 4.12: Parâmetros de orientação do referencial do cone para o referencial fotogramétrico estimados no TMS.	91
Tabela 4.13: Parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto estimados com o modelo de colinearidade de um bloco de quatro imagens.	94
Tabela 4.14: Média das discrepâncias e REQM nas coordenadas dos pontos de verificação.	95
Tabela 4.15: Discrepâncias nas coordenadas do vértice do cone.	97
Tabela 4.16: Média e desvio-padrão das discrepâncias entre as coordenadas (R_x, R_y, R_z) estimadas com os modelos de colinearidade e com o modelo da projeção estereográfica.	97
Tabela 4.17: Parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto estimados usando os POI da projeção estereográfica.	98
Tabela 4.18: Média das discrepâncias e REQM nos pontos de verificação usando os POI da projeção estereográfica.	99
Tabela 4.19: Discrepâncias nas coordenadas do vértice do cone.	100
Tabela 4.20: Parâmetros de orientação interior e desvios-padrão estimados da câmara <i>Fuji Finepix S3Pro</i> com lente Bower-Samyang de 8 mm.	101
Tabela 4.21: Parâmetros de orientação interior e desvios-padrão estimados para a câmara Nikon D3200.	102
Tabela 4.22: Parâmetros e desvios-padrão estimados para a modelagem do espelho cônico.	103
Tabela 4.23: Parâmetros estimados no TMS que relacionam os referenciais do cone e fotogramétrico.	106
Tabela 4.24: Coordenadas dos quatro pontos na antena GNSS no referencial do cone.	107
Tabela 4.25: <i>Lever arm</i> calculado no referencial do cone.	107
Tabela 4.26: Parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto estimados com o modelo de colinearidade de um bloco de quatro imagens.	109
Tabela 4.27: Ângulos de <i>boresight</i> do referencial da IMU para o referencial do cone estimados no software Waypoint Grafnav.	110

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: Modelos matemáticos para a calibração de câmaras com objetiva olho de peixe. Adaptados de Abraham e Förstner (2005).....	26
Quadro 2.2: Descrição dos elementos presentes em um SGD e cálculo da posição 3D de pontos de interesse (ELLUM e EL-SHEIMY, 2002).....	39
Quadro 3.1: Equações para o cálculo do ângulo de incidência do raio (α) para as diversas projeções.	53
Quadro 4.1: Dados do sistema usados na geração da imagem simulada.....	70

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CL: Coluna e Linha

CP: Centro Perspectivo

DLT: *Direct Linear Transformation* (Transformação linear direta)

GNSS: *Global Navigation Satellite System* (Sistema global de navegação por satélite)

GSD: *Ground Sample Distance* (Elemento de resolução no terreno)

IMU: *Inertial Measurement Unity* (Unidade de Medida Inercial)

MID: Monocomparador de Imagens Digitais

POI: Parâmetros de Orientação Interior

PP: Ponto Principal

REQM: Raiz do Erro Quadrático Médio

RTK: *Real Time Kinematic*

SGD: Sistemas de Georreferenciamento Direto

SPAN: *Synchronized Position Attitude Navigation* – Sistema de navegação inercial da empresa Novatel

STMM: Sistemas Terrestres Móveis de Mapeamento

SVO: Sistema de Visão Omnidirecional

TMS: Triangulação MultiSensor

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	15
2. MODELAGEM FOTOGRAMÉTRICA E CALIBRAÇÃO.....	20
2.1 Modelagem e calibração de câmaras.....	20
2.1.1 Calibração de câmaras usando o modelo de colinearidade.....	21
2.1.2 Calibração de câmaras com objetiva olho de peixe.....	24
2.2 Modelagem e calibração de Sistemas de Visão Omnidirecional.....	28
2.3 Modelagem e calibração da plataforma.....	38
3. MATERIAL E MÉTODO.....	41
3.1 Material.....	41
3.2 Método.....	42
3.2.1 Campo de calibração com alvos codificados.....	42
3.2.2 Sistema de coleta de imagens omnidirecionais georreferenciadas.....	44
3.2.3 Etapas para a calibração interna do sistema de visão omnidirecional.....	46
3.2.3.1 Calibração da câmara do SVO.....	46
3.2.3.2 Modelagem do espelho.....	47
3.2.3.3 Transformação entre os referenciais do cone e fotogramétrico.....	49
3.2.4 Modelagem e calibração da plataforma.....	54
3.2.4.1 Orientação indireta da plataforma.....	54
3.2.4.2 Orientação direta com dados do sistema de georreferenciamento direto.....	56
3.2.5 Reconstrução 3D a partir de imagens coletadas pelo SVO.....	61
3.2.5.1 Monorestituição fotogramétrica com imagens omnidirecionais.....	64
3.2.5.2 Interseção fotogramétrica com imagens omnidirecionais.....	64
4. EXPERIMENTOS E RESULTADOS.....	69
4.1 Experimentos com dados simulados.....	69
4.2 Experimentos com dados reais.....	80
4.2.1 Calibração interna do Sistema de Visão Omnidirecional.....	80
4.2.1.1 Calibração da câmara <i>Fuji Finepix S3Pro</i> com lente Samyang de 8 mm.....	80
4.2.1.2 Modelagem do espelho cônico.....	86
4.2.1.3 Transformação entre os referenciais da câmara e do cone.....	90
4.2.2 Modelagem e calibração da plataforma.....	92
4.2.2.1 Orientação indireta das imagens coletadas pelo SVO.....	92
4.2.2.2 Orientação direta com dados do sistema de georreferenciamento direto.....	100
5. CONCLUSÕES.....	111
5.1 Considerações finais.....	111
5.2 Recomendações para trabalhos futuros.....	112
REFERÊNCIAS.....	114
APÊNDICE A.....	122
APÊNDICE B.....	128

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de visão omnidirecional apresentam como vantagem a capacidade de observar em todas as direções (360°). Diante dessa característica, esses sistemas são usados em diversas aplicações, destacando-se a robótica, a realidade virtual e a telepresença. Na Fotogrametria a curta distância, esses sistemas podem ser usados, por exemplo, na reconstrução 3D de objetos bem como na geração de cenas de controle (TOMMASELLI et al., 2013; TOMMASELLI e BERVEGLIERI, 2014).

As imagens omnidirecionais podem ser adquiridas com os seguintes sistemas de imageamento: câmaras com objetiva olho de peixe (*fisheye lens camera*); câmaras de varredura por rotação; sistemas catadióptricos, formados por câmaras e espelhos; e conjunto de câmaras divergentes - utilizado no *Google Street View*, por exemplo (STURM et al., 2011). Os sensores catóptricos, em que a objetiva da câmara é completamente baseada em espelhos, também permitem a obtenção de imagens com amplo campo de visada (RICHTER et al., 2013).

As câmaras com objetiva olho de peixe usam um tipo especial de lentes (esférica), que apresentam um ângulo de abertura próximo a 180°. Um exemplo de uso prático desse tipo de lente é feito pela empresa CycloMedia que utiliza um sistema composto por duas câmaras olho de peixe, com ângulos de abertura de 185°, com o propósito de gerar imagens panorâmicas omnidirecionais urbanas (ver sistema na Figura 1.1(a)) (VAN DEN HEUVEL et al., 2006). Uma desvantagem desse sistema é a necessidade de sincronizar as duas câmaras, de modo que se tenha um disparo simultâneo. Outra peculiaridade das câmaras com objetiva olho de peixe está relacionada à resolução, que no centro da imagem é alta e nos extremos da imagem é baixa.

Em diversas aplicações fotogramétricas foram utilizadas câmaras de varredura por rotação (HEIKKINEN, 2000; PARIAN e GRUEN, 2004; LUHMANN e TECKLENBURG, 2004, REMONDINO e BORLIN, 2004; REULKE e WEHR, 2004; PARIAN e GRUEN, 2006; LI et al. 2008). Uma peculiaridade é que essas câmaras não possibilitam o recobrimento em todas as direções simultaneamente. A Figura 1.1(b) apresenta a câmara de varredura por rotação SpheroCam.

Os sistemas catadióptricos permitem a formação de imagens omnidirecionais por meio da combinação de lentes e espelhos (BAKER e NAYAR, 1999). Dentre os diversos tipos de espelhos utilizados para essa finalidade, destacam-se: os espelhos

com curvatura (parabólico, hiperbólico, dentre outros); a pirâmide de espelhos planos; e os espelhos cônicos. Uma das vantagens dos sistemas omnidirecionais compostos por espelhos hiperbólicos com câmaras perspectivas, e parabólicos com câmaras ortogonais, é que esses apresentam apenas um ponto de vista, ou seja, todos os raios passam por apenas um ponto. Em contraposição, as imagens, coletadas por meio dos espelhos hiperbólicos e parabólicos, apresentam resolução inferior quando comparadas às imagens obtidas com espelhos planos, devido aos efeitos das aberrações, principalmente nos extremos das imagens (SPACEK, 2005).

Os sistemas que utilizam espelhos planos piramidais apresentam maior resolução, pois não usam espelhos com curvatura, evitando os efeitos de aberração (SPACEK, 2005). Em geral, esses sistemas utilizam um conjunto de quatro câmaras, as quais são dispostas de forma a se obter apenas um ponto de vista (NALWA, 1996; TAN et al., 2004). Um sistema composto por quatro câmaras e quatro espelhos foi desenvolvido e patenteado pelo *Bell Laboratories*, conforme 1.1(c) (NALWA, 1996). Essa solução é proprietária, e possui algumas versões sob licença, como a câmara *Microsoft Round Table* (FULLVIEW, 2010). Ao considerar esse sistema, há dificuldades relacionadas à montagem física do sistema (as câmaras devem apresentar pequenas dimensões e; os espelhos e as câmaras devem ser dispostos de forma a se obter apenas um ponto de vista) e à sincronização das câmaras.

Zhou et al. (2013) desenvolveram um sistema omnidirecional baseado em luz estruturada (ver Figura 1.1(d)). O sistema omnidirecional é composto pela combinação de uma pirâmide de espelhos planos (4 espelhos com formato de triângulos isósceles) e uma câmara perspectiva. Uma das desvantagens desse sistema é que o eixo da câmara deve estar alinhado com o eixo de simetria da pirâmide de espelhos.

Outra possibilidade é o uso de espelhos cônicos (YAGI et al., 1994; SOUTHWELL et al., 1996; JOUNG e CHO 1998; CAUCHOIS et al., 1999; BRASSART et al, 2000; LIN e BAJCSY, 2001; SPACEK, 2003; SPACEK, 2005; BURBRIDGE e SPACEK, 2006; BURBRIDGE et al., 2008; LÓPEZ-NICOLÁS e SAGUES, 2010). Segundo Baker e Nayar (1999) os espelhos cônicos, quando distanciados da câmara, apresentam múltiplos pontos de vista. Para esse tipo de espelho, o lugar geométrico dos pontos de vista é um círculo com raio $d \cdot \cos(\theta)$, em que d é a distância do vértice do cone ao CP da câmara e θ é o ângulo de abertura do cone. No entanto, Spacek (2005) mostrou que para espelhos cônicos não é necessário se ter apenas um ponto de vista efetivo para realizar a projeção perspectiva correta da imagem.

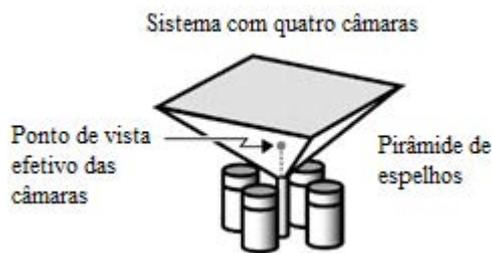
O espelho cônico combina os benefícios dos espelhos planos, não apresentando distorção radial e perda da resolução radial, e as vantagens dos sensores catadióptricos simetricamente rotacionados, proporcionando imagens isotrópicas (SPACEK, 2005). Espelhos com esse formato, quando comparados aos espelhos com curvatura, apresentam também um menor custo de fabricação.



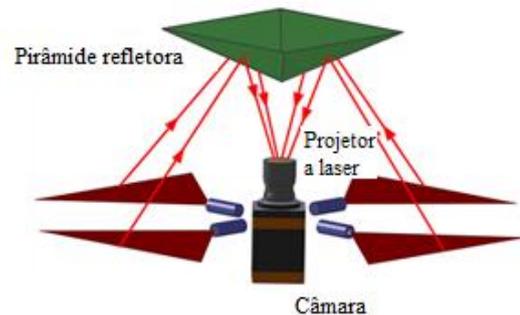
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 1.1: Sistemas de Visão Omnidirecional.

(a) Sistema composto por duas câmaras olho de peixe desenvolvido pela CycloMedia (VAN DEN HEUVEL et al., 2006); (b) Câmara de varredura por rotação SpheroCam (PARIAN e GRUEN, 2005); (c) Sistema catadióptrico composto por quatro câmaras e quatro espelhos planos (adaptada de FULLVIEW (2010)); (d) Sistema catadióptrico composto por câmara e quatro espelhos planos (adaptada de Zhou et al. (2013)); Câmara Omnidirecional Dodeca 2360 – Immersive Media.

Um sistema composto por um conjunto de câmaras (ver Figura 1.1(e)), quando comparado aos demais sistemas, possibilita a obtenção de imagens omnidirecionais com maior resolução. No entanto, nesse caso é tecnicamente difícil obter apenas um ponto de vista efetivo, tendo, como consequência a presença da paralaxe, que gera uma descontinuidade na mosaicagem das imagens, como ilustrado na Figura 1.2. Outro aspecto é a dificuldade em sincronizar as câmaras.



Figura 1.2: Exemplo de descontinuidade na mosaicagem de imagens coletadas por um conjunto de câmaras (FULLVIEW, 2010).

Khan et al. (2007) realizaram um estudo usando o sistema omnidirecional Dodeca 2360, desenvolvido pela *Immersive Media*. Esse sistema possui onze câmaras dispostas em um dodecaedro (Figura 1.1(e)). Nesse trabalho, a correção de paralaxe é aplicada na mosaicagem das imagens adjacentes de forma a não apresentar o problema de descontinuidade, ilustrado na Figura 1.2.

Diante das características (custo, montagem física, geometria e resolução) dos sistemas omnidirecionais, apresentados anteriormente, optou-se por um Sistema de Visão Omnidirecional (SVO) constituído por uma câmara e um espelho cônico. Segundo Spacek (2003), o SVO com essas características é adequado em diversas atividades, inclusive na obtenção de imagens panorâmicas para aplicações fotográficas e para a realidade virtual. Spacek (2005) apresenta diversas vantagens de usar sistemas catadióptricos compostos por câmara e espelho cônico em comparação com os demais sistemas omnidirecionais.

Os modelos matemáticos desenvolvidos para esse tipo de sistema consideram, em geral, o eixo do cone alinhado com o eixo da câmara (YAGI et al., 1994; JOUNG e CHO, 1998; LIN e BAJCSY, 2001; SPACEK, 2003; BURBRIDGE e SPACEK,

2006; LÓPEZ-NICOLÁS e SAGUES, 2010), o que na prática, é tecnicamente difícil de se obter.

Para utilizar imagens coletadas por um SVO composto por uma câmara e um espelho cônico em aplicações que requerem alta acurácia métrica, como, por exemplo, na reconstrução 3D de objetos e na geração de cenas de controle, é necessário calibrar rigorosamente esse sistema. Nesse sentido, o objetivo principal deste trabalho consiste em realizar a modelagem fotogramétrica rigorosa bem como desenvolver uma técnica de calibração para um SVO, composto por uma câmara e um espelho cônico, associado a um sistema de georreferenciamento direto. A principal vantagem da modelagem e da técnica de calibração desenvolvidas é a não exigência do alinhamento entre o eixo óptico da câmara com relação ao eixo do espelho cônico.

2. MODELAGEM FOTOGRAMÉTRICA E CALIBRAÇÃO

Na modelagem fotogramétrica, definem-se modelos matemáticos para relacionar feições no espaço imagem com as respectivas feições no espaço objeto. Objetiva-se na calibração estimar os parâmetros desses modelos matemáticos. Nesse caso, a modelagem e a calibração estão interligadas, e nesse sentido, serão tratadas em conjunto nas seguintes seções: Modelagem e calibração de câmaras (Seção 2.1); Modelagem e calibração de Sistemas de Visão Omnidirecional (Seção 2.2); e Modelagem e calibração da plataforma (Seção 2.3).

2.1 Modelagem e calibração de câmaras

A calibração de câmaras pode ser entendida como um procedimento para a determinação de um conjunto de parâmetros inerentes à câmara (Parâmetros de Orientação Interior - POI), os quais permitem a reconstrução do feixe perspectivo que originou a imagem (GALO, 1993). Como apresenta Clarke e Fryer (1998), a transformação entre o espaço objeto e o espaço imagem não pode ser perfeitamente realizada com a transformação perspectiva, pois há distorções, as quais são modeladas no processo de calibração. Para o caso de câmaras digitais, geralmente, os POI considerados são a distância focal, as coordenadas do ponto principal (*pp*) e os parâmetros que definem os erros sistemáticos (distorções das lentes: radial simétrica e descentrada; e afinidade).

Para estimar esses parâmetros é necessário estabelecer a relação entre os espaços objetos e imagem, o que na Fotogrametria analítica é realizado por meio de modelos matemáticos. Em geral, utiliza-se o modelo de colinearidade com pontos para relacionar ambos os espaços (ver Seção 2.1.1). No entanto, há também a possibilidade de se utilizar feições lineares (MULAWA e MIKHAIL, 1988; TOMMASELLI e LUGNANI, 1988; TOMMASELLI e TOZZI, 1996) para estabelecer essa relação.

O modelo de colinearidade não é adequado para a calibração de câmaras com amplo campo de visão, como as câmaras com objetiva olho de peixe (*fish-eye lens camera*), pois o raio, ao atingir esse sistema de lentes, sofre um desvio. Modelos matemáticos

para a geometria de aquisição de imagens usando câmaras com objetiva olho de peixe serão apresentados na seção 2.1.2.

2.1.1 Calibração de câmaras usando o modelo de colinearidade

O modelo de colinearidade é um dos modelos mais utilizados em atividades fotogramétricas, inclusive na calibração de câmaras, desde que adaptado para modelar os erros sistemáticos da imagem. Esse modelo permite relacionar o espaço imagem e o espaço objeto por meio de feições do tipo ponto. O princípio básico estabelece que um ponto no espaço objeto, o seu correspondente no espaço imagem e o CP (Centro Perspectivo) são colineares no instante da tomada da imagem (Figura 2.1).

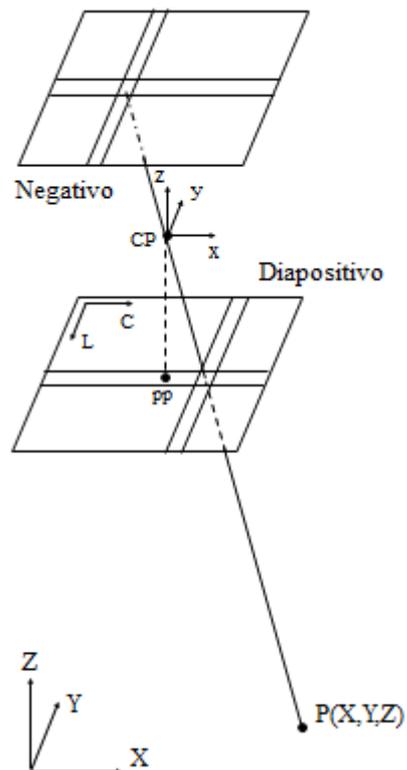


Figura 2.1: Representação da condição de colinearidade. Adaptada de Mikhail et al. (2001).

Considerando a condição de colinearidade para uma imagem de quadro (*frame*), tem-se que (MIKHAIL et al., 2001):

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ -f \end{bmatrix} = \lambda_i R_{Obj}^{Foto} \begin{bmatrix} X_i - X_{CP} \\ Y_i - Y_{CP} \\ Z_i - Z_{CP} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Desenvolvendo a Equação 2.1, tem-se que:

$$x_i = \lambda_i \cdot (r_{11} \cdot (X_i - X_{CP}) + r_{12} \cdot (Y_i - Y_{CP}) + r_{13} \cdot (Z_i - Z_{CP})) \quad (2.2)$$

$$y_i = \lambda_i \cdot (r_{21} \cdot (X_i - X_{CP}) + r_{22} \cdot (Y_i - Y_{CP}) + r_{23} \cdot (Z_i - Z_{CP})) \quad (2.3)$$

$$-f = \lambda_i \cdot (r_{31} \cdot (X_i - X_{CP}) + r_{32} \cdot (Y_i - Y_{CP}) + r_{33} \cdot (Z_i - Z_{CP})) \quad (2.4)$$

Por fim, dividindo as equações 2.2 e 2.3 por 2.4 para eliminar o fator de escala λ_i para cada ponto, têm-se as equações de colinearidade (MIKHAIL et al., 2001):

$$x_i = -f \cdot \frac{r_{11} \cdot (X_i - X_{CP}) + r_{12} \cdot (Y_i - Y_{CP}) + r_{13} \cdot (Z_i - Z_{CP})}{r_{31} \cdot (X_i - X_{CP}) + r_{32} \cdot (Y_i - Y_{CP}) + r_{33} \cdot (Z_i - Z_{CP})} \quad (2.5)$$

$$y_i = -f \cdot \frac{r_{21} \cdot (X_i - X_{CP}) + r_{22} \cdot (Y_i - Y_{CP}) + r_{23} \cdot (Z_i - Z_{CP})}{r_{31} \cdot (X_i - X_{CP}) + r_{32} \cdot (Y_i - Y_{CP}) + r_{33} \cdot (Z_i - Z_{CP})}$$

Nas equações anteriores: (x, y) são as coordenadas de um ponto no sistema fotogramétrico; (X, Y, Z) são as coordenadas do mesmo ponto no referencial do espaço objeto; (X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP}) são as coordenadas do CP no referencial do espaço objeto; f é a distância focal da câmara; r_{ij} , para i e j variando de 1 a 3, são os elementos da matriz de rotação passiva considerando as rotações $R_Z(\kappa) \cdot R_Y(\varphi) \cdot R_X(\omega)$, respectivamente (Equação 2.6).

$$R_{Obj}^{Foto} = \begin{bmatrix} \cos \kappa \cos \varphi & \cos \kappa \sin \varphi \sin \omega + \sin \kappa \cos \omega & -\cos \kappa \sin \varphi \cos \omega + \sin \kappa \sin \omega \\ -\sin \kappa \cos \varphi & -\sin \kappa \sin \varphi \sin \omega + \cos \kappa \cos \omega & \sin \kappa \sin \varphi \cos \omega + \cos \kappa \sin \omega \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \sin \omega & \cos \varphi \cos \omega \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

No processo de calibração de câmaras, em geral, utiliza-se o modelo de colinearidade considerando parâmetros adicionais, como apresentado na Equação 2.7 (MIKHAIL et al., 2001).

$$x' = x_0 + \Delta x - f \cdot \frac{r_{11} \cdot (X - X_{CP}) + r_{12} \cdot (Y - Y_{CP}) + r_{13} \cdot (Z - Z_{CP})}{r_{31} \cdot (X - X_{CP}) + r_{32} \cdot (Y - Y_{CP}) + r_{33} \cdot (Z - Z_{CP})} = x_0 + \Delta x - f \cdot \frac{X_C}{Z_C} \quad (2.7)$$

$$y' = y_0 + \Delta y - f \cdot \frac{r_{21} \cdot (X - X_{CP}) + r_{22} \cdot (Y - Y_{CP}) + r_{23} \cdot (Z - Z_{CP})}{r_{31} \cdot (X - X_{CP}) + r_{32} \cdot (Y - Y_{CP}) + r_{33} \cdot (Z - Z_{CP})} = y_0 + \Delta y - f \cdot \frac{Y_C}{Z_C}$$

Na Equação 2.7: (x', y') são as coordenadas no sistema central da imagem; (x_0, y_0) são as coordenadas do pp no sistema central da imagem; X_C , Y_C e Z_C são as coordenadas 3D do ponto transformadas para o sistema fotogramétrico; e Δx e Δy são as funções modeladoras dos erros sistemáticos na imagem (Equação 2.8). O sistema imagem CL, conforme Figura 2.1, está associado a uma imagem digital, a qual pode ser representada por uma matriz bidimensional em um sistema de coordenadas linha (L) e coluna (C). A origem desse sistema coincide com o centro do pixel localizado no canto superior esquerdo da imagem. O eixo L coincide com a primeira coluna da imagem e o eixo C com a primeira linha. A origem do sistema central 2D da imagem coincide com o centro da imagem. O eixo x do sistema central tem a direção das linhas da imagem, e o eixo y é ortogonal ao eixo x com sentido 90° anti-horário. O sistema fotogramétrico é um sistema tridimensional de coordenadas com origem no CP. Os eixos x_{fol} e y_{fol} apresentam a mesma definição do sistema central da imagem e o eixo z_{fol} completa o sistema de forma que seja dextrogiro (ver Figura 2.1).

$$\begin{aligned} \Delta x &= \bar{x}(K_1 r^2 + K_2 r^4 + K_3 r^6) + P_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2P_2 \bar{x} \bar{y} - A\bar{x} + B\bar{y} \\ \Delta y &= \bar{y}(K_1 r^2 + K_2 r^4 + K_3 r^6) + P_2(r^2 + 2\bar{y}^2) + 2P_1 \bar{x} \bar{y} + A\bar{y} \end{aligned} \quad (2.8)$$

em que: K_1 , K_2 , K_3 são os coeficientes da distorção radial simétrica; P_1 e P_2 são os coeficientes da distorção descentrada; A e B são os parâmetros da afinidade; $\bar{x} = x' - x_0$; $\bar{y} = y' - y_0$; e $r = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$. As equações que modelam as distorções radial simétrica e descentrada foram desenvolvidas por Brown (1971), sendo o modelo da distorção descentrada baseado no trabalho de Conrady (1919). Habib e Morgan (2003) desenvolveram um dos modelos de afinidade, e foi o adotado nesse trabalho.

2.1.2 Calibração de câmaras com objetiva olho de peixe

A aquisição de imagem com uma câmara com objetiva olho de peixe não segue a condição de colinearidade, uma vez que o raio de luz ao atingir o sistema de lentes é refratado em direção ao eixo óptico (SCHNEIDER et al., 2009). Como ilustra a Figura 2.2, o raio atinge o sistema de lentes com um ângulo α , e sofre uma refração. Em geral, os modelos de projeção da câmara com objetiva olho de peixe são projeções da esfera no plano (ver Figura 2.2) (ABRAHAM e FÖRSTNER, 2005). As projeções equidistante, do ângulo equisólido, estereográfica e ortogonal, combinadas com os POI (ver equações no Quadro 2.1), podem ser utilizadas na calibração desse tipo de câmara (ABRAHAM e FÖRSTNER, 2005; SCHNEIDER et al., 2009).

A seguir descreve-se cada um desses modelos de projeção de acordo com Hughes et al. (2010). Na Figura 2.2, a distância radial correspondente à projeção perspectiva é representada por r_u . Na projeção equidistante a distância radial r_d no plano da imagem é diretamente proporcional ao ângulo de incidência do raio (α), e é equivalente ao comprimento do segmento de arco entre o eixo z e o raio de projeção do ponto P na esfera. Na projeção do ângulo equisólido a distância projetada r_d é equivalente ao comprimento da corda na esfera projetada entre o eixo z e a projeção do ponto P na esfera. A projeção ortogonal é formada a partir da projeção perpendicular para o plano da imagem do ponto da interseção do raio com a esfera de projeção. Na projeção estereográfica, como nas demais projeções, o centro de projeção de um ponto 3D para a esfera projetada é o centro dessa esfera. No entanto, o centro de reprojeção daquele ponto no plano da imagem é o oposto ao ponto tangencial.

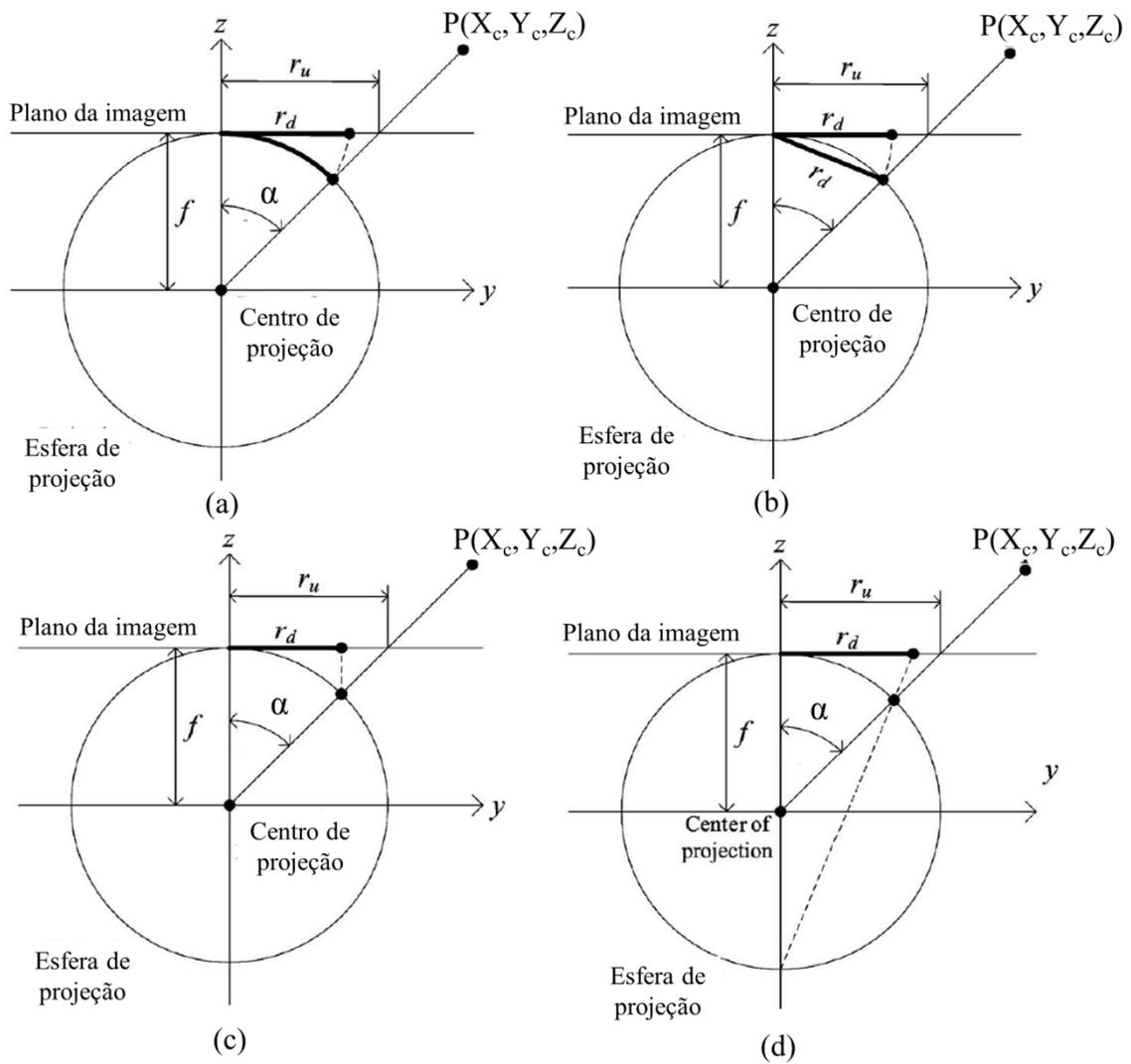


Figura 2.2: Geometria de aquisição – câmara com objetiva olho de peixe. (a) Projeção equidistante; (b) Projeção do ângulo equisólido; (c) Projeção ortogonal; (d) Projeção estereográfica. Adaptada de Hughes et al. (2010).

Quadro 2.1: Modelos matemáticos para a calibração de câmaras com objetiva olho de peixe.
Adaptados de Abraham e Förstner (2005).

Projeções		Equações
Estereográfica	$r' = 2f \cdot \tan(\alpha / 2)$	$x' = x_0 + \Delta x + 2f \cdot \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} + Z_C}$ $y' = y_0 + \Delta y + 2f \cdot \frac{Y_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} + Z_C}$
Equidistante	$r' = f \cdot \alpha$	$x' = x_0 + \Delta x - f \cdot \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2}} \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2}}{Z_C}\right)$ $y' = y_0 + \Delta y - f \cdot \frac{Y_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2}} \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2}}{Z_C}\right)$
Ângulo Equisólido	$r' = 2f \cdot \sin(\alpha / 2)$	$x' = x_0 + \Delta x + 2f \cdot \frac{X_C}{\sqrt{2(X_C^2 + Y_C^2)}} \cdot \sqrt{1 - \frac{Z_C}{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2}}$ $y' = y_0 + \Delta y + 2f \cdot \frac{Y_C}{\sqrt{2(X_C^2 + Y_C^2)}} \cdot \sqrt{1 - \frac{Z_C}{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2}}$
Ortogonal	$r' = f \cdot \sin(\alpha)$	$x' = x_0 + \Delta x + f \cdot \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2}}$ $y' = y_0 + \Delta y + f \cdot \frac{Y_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2}}$

Ao analisar o Quadro 2.1 nota-se uma diferença no sinal da distância focal entre os modelos matemáticos. Em Fotogrametria, geralmente, adota-se o eixo z_{fol} apontando para o plano do negativo, e como consequência f e Z_c são negativos. É possível aplicar isso apenas nas projeções perspectiva e equidistante. Nas demais projeções isso não é possível, pois Z_c é elevado ao quadrado, e Z_c^2 é positivo.

Para o modelo de colinearidade e da projeção equidistante o sinal da distância focal é negativo, ao passo que nas demais projeções o sinal é positivo. A Figura 2.3, a seguir, ilustra os sistemas fotogramétricos considerados para os diferentes modelos matemáticos, o que justifica essas diferenças.

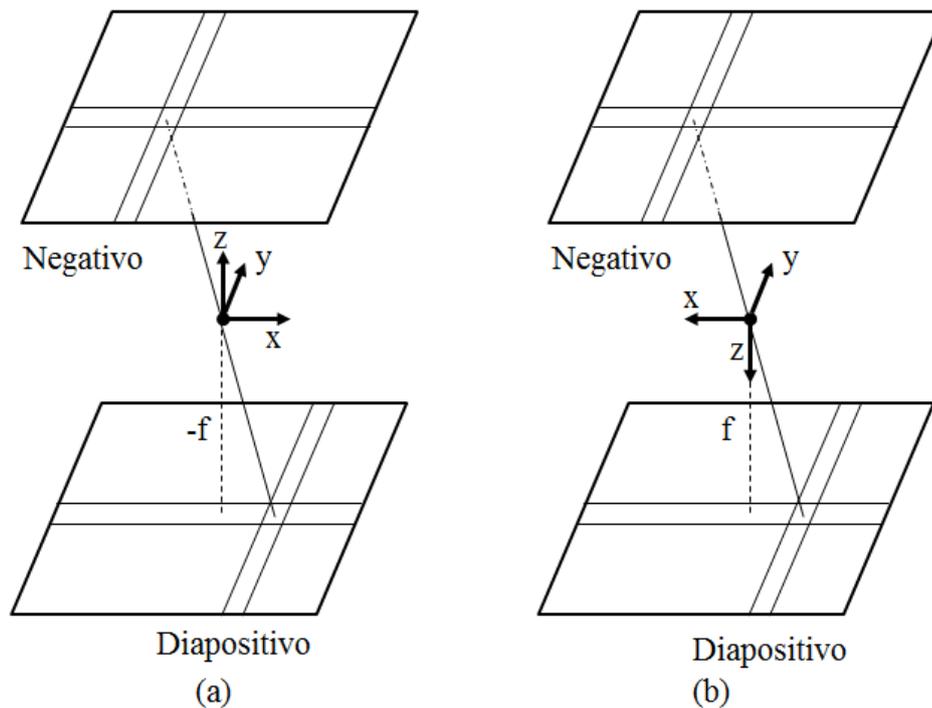


Figura 2.3: Sistemas fotogramétricos para os diferentes modelos matemáticos.
 (a) Modelo de colinearidade e da projeção equidistante. (b) Modelo da projeção estereográfica, do ângulo equisólido e ortogonal.

Em geral, as lentes olho de peixe são construídas conforme as propriedades das projeções equidistante e do ângulo equisólido (SCHNEIDER et al., 2009), no entanto, a lente olho de peixe Bower-Samyang 8 mm, usada nesse trabalho, é uma lente quase-estereográfica (CHARLES, 2009). Charles (2009) apresenta uma discussão acerca das características técnicas da lente Bower-Samyang (Figura 2.4). De acordo com esse autor, a lente Bower-Samyang apresenta uma projeção intermediária. Essa lente não é puramente olho de peixe e também não segue a projeção perspectiva. Por apresentar maiores similaridades com as objetivas olhos de peixe, e por ser baseada na projeção estereográfica, Charles (2009) classifica-a como sendo quase-estereográfica.



Figura 2.4: Lente olho de peixe Bower-Samyang 8 mm (CHARLES, 2009).

Além dos modelos físicos apresentados anteriormente, existem diversos modelos matemáticos generalizados para a calibração de câmaras com objetiva olho de peixe BARRETO e ARAUJO, 2002; GENNERY, 2006; SCARAMUZZA et al., 2006; MEI e RIVES, 2007; DUNNE et al., 2010; LUBER e REULKE, 2010; PUIG et al., 2011). Esses modelos matemáticos generalizados permitem, ainda, calibrar sistemas catadióptricos omnidirecionais centrais, e são discutidos com maiores detalhes na Seção 2.2, que apresenta a modelagem e calibração de sistemas de visão omnidirecional.

2.2 Modelagem e calibração de Sistemas de Visão Omnidirecional

De acordo com Sturm et al. (2011) as imagens omnidirecionais podem ser adquiridas com os seguintes sistemas de imageamento: câmaras de varredura por rotação; câmaras com objetiva olho de peixe; sistemas catadióptricos; e conjunto de câmaras divergentes.

Diversos trabalhos utilizaram câmaras de varredura por rotação em atividades fotogramétricas, como apresentado na Seção 1. Pelo extensivo uso em Fotogrametria, a calibração desse tipo de sensor já foi um tema amplamente estudado. Parian e Gruen (2005), inclusive, desenvolveram um método de calibração baseado em feições retas para os sensores de varredura por rotação.

Inúmeros trabalhos abordaram a calibração de câmaras com objetiva olho de peixe, conforme apresentado na Seção 2.1.2. Ao considerar duas câmaras com objetiva olho de peixe para gerar uma imagem omnidirecional, como apresentado por Van Den Heuvel (2006), é possível calibrar o sistema aplicando injunções nos parâmetros de orientação relativa das câmaras, como apresentado por Bazan et al. (2009), Tommaselli et al. (2009) e Marcato Junior et al. (2010) para um sistema dual de câmaras perspectivas.

Khan et al. (2007) realizaram a calibração do sistema omnidirecional Dodeca 2360 composto por onze câmaras. Para tanto, aplicou-se injunção de posição relativa entre os centros perspectivos das câmaras, considerando que as imagens foram obtidas simultaneamente em um sistema geometricamente rígido.

Diversos trabalhos trataram da calibração de sistemas catadióptricos, compostos por câmaras e espelhos (CAUCHOIS et al., 1999; BARRETO e ARAUJO, 2002; GEYER e DANIILIDIS, 2002; BARRETO e ARAÚJO, 2003; SCARAMUZZA et al., 2006; MEI e RIVES, 2007; JENG e TSAI, 2008; LUBER e REULKE, 2010; ; PUIG et al., 2011; SALAZAR-GARIBAY, 2011). Em geral, são considerados sistemas catadióptricos omnidirecionais centrais, em que todos os raios passam pelo ponto O , como apresentado na Figura 2.5.

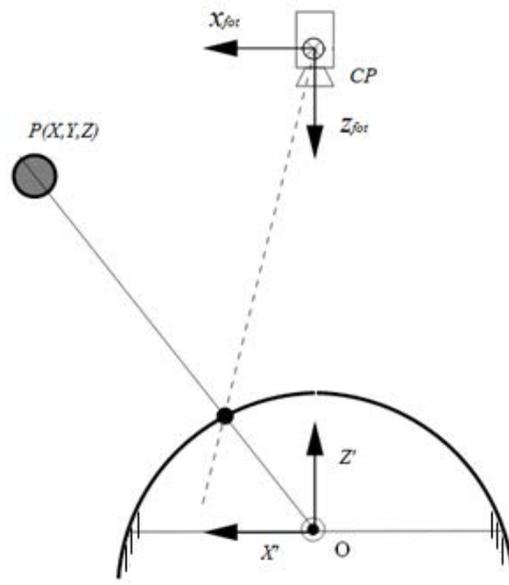


Figura 2.5: Geometria de um sistema catadióptico central composto por câmera perspectiva e espelho hiperbólico. Adaptada de Barreto e Araújo (2001).

Puig et al. (2012) realizaram uma análise comparativa entre modelos matemáticos generalizados já existentes, desenvolvidos por Barreto e Araujo (2002), Scaramuzza et al. (2006), Mei e Rives (2007), Puig et al. (2011) para a calibração de sistemas omnidirecionais centrais e câmaras com objetiva olho de peixe, e verificaram que os métodos de calibração proporcionam resultados acurados na reconstrução de objetos, desde que os pontos de apoio estejam bem distribuídos nas imagens. Os códigos dos métodos de calibração são disponibilizados gratuitamente (ver endereços eletrônicos em PUIG et al., 2012). O modelo matemático apresentado por PUIG et al. (2011) relaciona o espaço imagem (2D) com o espaço objeto (3D) por meio da DLT (*Direct Linear Transformation* – Transformação linear direta) para a calibração de sistemas omnidirecionais centrais e câmaras olho de peixe.

Nota-se que muitos modelos matemáticos desenvolvidos para calibrar sistemas omnidirecionais centrais, são utilizados também na calibração de câmaras olho de peixe. Nesse contexto, Luber e Reulke (2010) apresentaram um modelo matemático generalizado baseado em polinômio para realizar a calibração de diferentes tipos de sensores, incluindo câmaras com objetiva olho de peixe e sensores catadióptricos omnidirecionais centrais. O desenvolvimento desse modelo generalizado parte do modelo da projeção perspectiva, conforme Figura 2.6. Por semelhança de triângulos, é possível escrever as Equações 2.9 e 2.10. Essas equações seguem o mesmo princípio da triangulação radial (WOLF, 1974, p. 176).

$$\frac{x'}{r'} = \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2}} \quad (2.9)$$

$$\frac{y'}{r'} = \frac{Y_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2}} \quad (2.10)$$

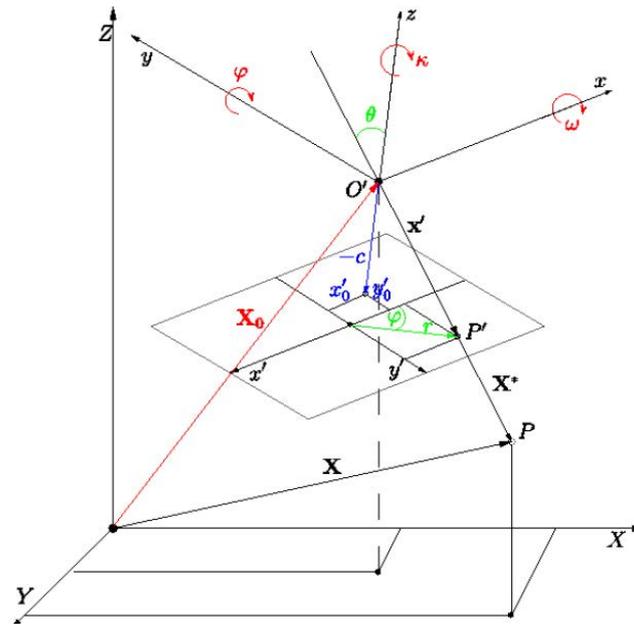


Figura 2.6: Projeção perspectiva da câmara (LUBER e REULKE, 2010).

No modelo matemático generalizado, a distância radial (r') é descrita por um polinômio (Equação 2.11).

$$r'(\theta) = \sum_{i=1}^p k_i \theta^{2i-1} \quad (2.11)$$

Na Equação 2.11, k_i representam os coeficientes do polinômio. Luber e Reulke (2010) consideraram o grau do polinômio (p) igual a cinco. O ângulo θ entre o eixo z do sistema fotogramétrico e o raio incidente é descrito pela Equação 2.12.

$$\theta = \arccos \left(\frac{Z_c}{\sqrt{X_c^2 + Y_c^2 + Z_c^2}} \right) \quad (2.12)$$

O modelo matemático final (Equações 2.13 e 2.14) considera também as funções modeladoras das distorções das lentes.

$$x' = x_0 + \Delta x + r' \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2}} \quad (2.13)$$

$$y' = y_0 + \Delta y + r' \frac{Y_C}{\sqrt{X_C^2 + Y_C^2}} \quad (2.14)$$

Esse modelo permite calibrar câmaras com objetiva olho de peixe e sensores catadióptricos omnidirecionais centrais. Como apresentado na Seção 1, os espelhos cônicos, se comparados aos espelhos com curvatura, apresentam vantagens tanto com relação à resolução quanto com relação ao custo de fabricação. No entanto, nota-se que a calibração desse tipo de sistema é um tema ainda pouco estudado. Uma das justificativas pelo seu uso restrito, é que neste tipo de sistema existem múltiplos pontos de vista quando o espelho cônico é distanciado da câmara. O lugar geométrico dos pontos de vista é um círculo com raio $d \cdot \cos(\theta)$, em que d é a distância do vértice do cone ao CP da câmara e θ é o ângulo de abertura do cone (BAKER e NAYAR, 1999).

Lin e Bajcsy (2001) desenvolveram um sistema catadióptrico em que o CP da câmara coincide com o vértice do cone tendo-se apenas um ponto de vista. Outra alternativa, para se ter apenas um ponto de vista, é construir o espelho cônico com um ângulo de abertura de 90° (SPACEK, 2005). Na prática, sistemas com essas configurações nem sempre são adequados para determinadas aplicações. Em geral, os modelos matemáticos para esse tipo de sistema consideram o eixo do cone alinhado com o eixo da câmara (YAGI et al., 1994; JOUNG e CHO, 1998; LIN e BAJCSY, 2001; SPACEK, 2003; BURBRIDGE e SPACEK, 2006; LÓPEZ-NICOLÁS e SAGUES, 2010). No entanto, em termos práticos o alinhamento perfeito entre os eixos é impossível de ser realizado, o que pode se tornar uma fonte de erro.

Burbridge et al. (2008) apresentaram modelos matemáticos em que o alinhamento entre os eixos do cone e da câmara não é necessário. Modelos matemáticos que projetam do espaço objeto para o espaço imagem (Equações 2.15 a 2.22) e a projeção inversa (Equações 2.23 a 2.27) são apresentados a seguir.

O primeiro passo consiste em converter o vetor de visada (\vec{a}) do referencial fotogramétrico para o referencial do cone (Equação 2.15). A Figura 2.7 ilustra os referenciais e vetores envolvidos.

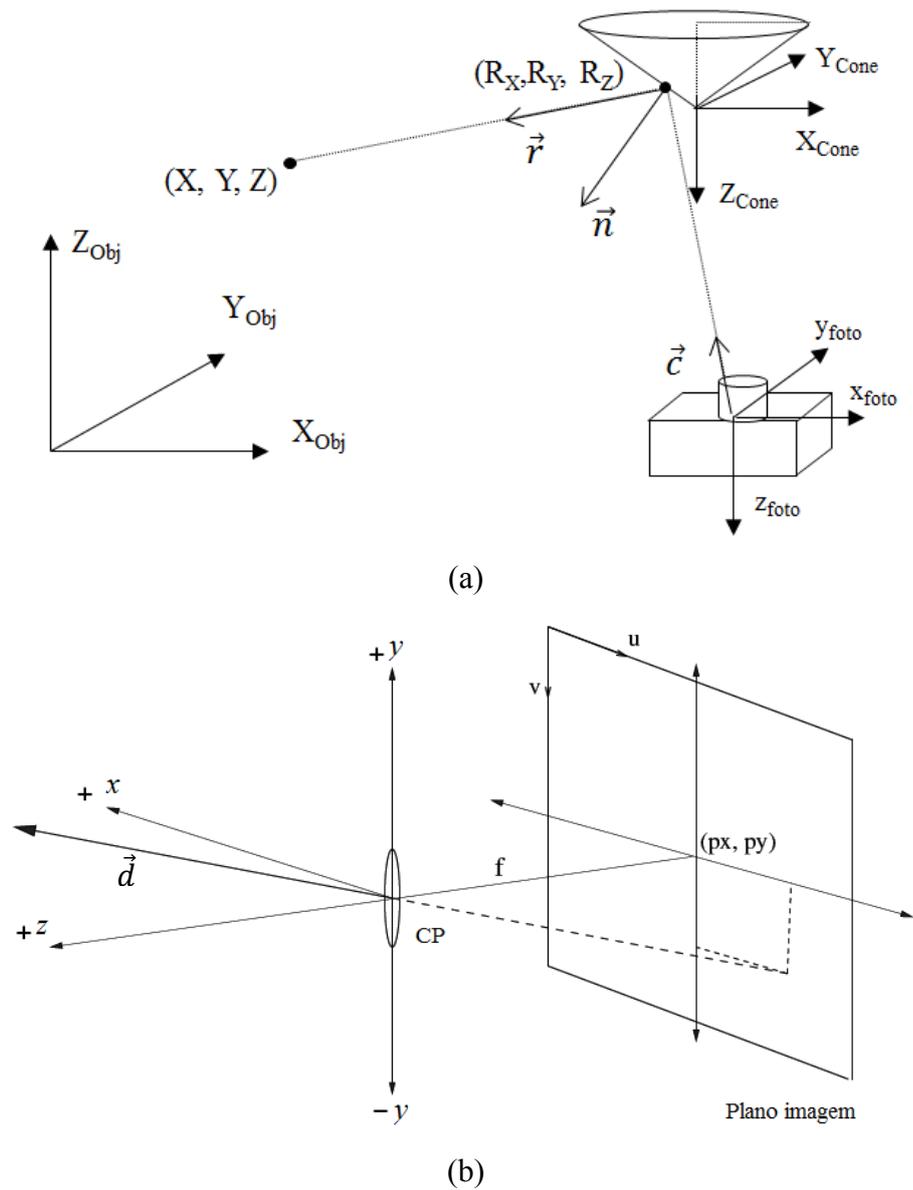


Figura 2.7: Projeção da imagem para o espaço objeto (a) Vetores e referenciais; (b) Geometria e referencial fotogramétrico adotados por Burbridge et al. (2008).

$$\vec{c} = R_{Foto}^{Cone} \cdot \vec{d}, \quad (2.15)$$

em que, R_{Foto}^{Cone} é a matriz de rotação que converte do referencial fotogramétrico para o referencial do cone, e o vetor de visada é representado pela Equação 2.16.

$$\vec{d} = (p_x - u, p_y - v, f/s)^T, \quad (2.16)$$

em que, p_x e p_y são as coordenadas do pp (ponto principal); f é a distância focal e; s é o fator de escala; u e v são as coordenadas do ponto no referencial imagem com origem no canto superior esquerdo da imagem, conforme Figura 2.7(b). Nota-se, por meio da Figura 2.7(b), que os autores consideraram o referencial fotogramétrico como sendo levogiro. O fator de escala s depende da unidade das coordenadas, e é adotado para compatibilizar a distância focal com as coordenadas fotogramétricas.

O próximo passo consiste em calcular as coordenadas do ponto de reflexão $R(R_X, R_Y, R_Z)$ na superfície do cone, conforme Equação 2.17.

$$R = C + p\vec{c} \quad (2.17)$$

Na Equação 2.17, C é a coordenada do CP da câmara no referencial do cone, e p é um fator de escala para cada ponto na imagem (Equações 2.19 e 2.20), calculado substituindo-se a Equação 2.17, na equação do cone (Equação 2.18).

$$R_Z + \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} \cdot \frac{h}{r} = 0, \quad (2.18)$$

em que, h e r são respectivamente a altura e o raio do espelho cônico.

$$p^{(1)} = -((-A_x - A_y)a^2 + A_z - (2A_x a^2 A_y - 2A_x A_z - 2A_y A_z + c_x^2 Z_{CP}^2 - c_x^2 a^2 Y_{CP}^2 - c_y^2 a^2 X_{CP}^2 + c_y^2 Z_{CP}^2 + c_z^2 X_{CP}^2 + c_z^2 Y_{CP}^2)^{\frac{1}{2}} a) / (-c_x^2 a^2 - c_y^2 a^2 + c_z^2) \quad (2.19)$$

$$p^{(2)} = -((-A_x - A_y)a^2 + A_z + (2A_x a^2 A_y - 2A_x A_z - 2A_y A_z + c_x^2 Z_{CP}^2 - c_x^2 a^2 Y_{CP}^2 - c_y^2 a^2 X_{CP}^2 + c_y^2 Z_{CP}^2 + c_z^2 X_{CP}^2 + c_z^2 Y_{CP}^2)^{\frac{1}{2}} a) / (-c_x^2 a^2 - c_y^2 a^2 + c_z^2) \quad (2.20)$$

em que: $a = h/r$; $A_x = X_{CP}\vec{c}_x$; $A_y = Y_{CP}\vec{c}_y$; $A_z = Z_{CP}\vec{c}_z$. De acordo com Burbridge et al. (2008), o valor de p é selecionado como a menor das soluções que satisfaz $Z_{CP} + pc_z < 0$. Com as coordenadas do ponto de reflexão (R_X, R_Y, R_Z) , calcula-se o vetor diretor (\vec{r}) do raio, que vai em direção ao ponto no espaço objeto (Equação 2.21). A Equação 2.21 é oriunda do processo de reflexão no *ray tracing*, descrito em detalhes no Apêndice B.

$$\vec{r} = \vec{c} - 2(\vec{c} \cdot \vec{n})\vec{n}, \quad (2.21)$$

em que, \vec{n} (Equação 2.22) é o vetor normal ao cone no ponto de reflexão R , o qual deve ser normalizado. Maiores detalhes sobre esse vetor são apresentados no Apêndice B.

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} R_x R_z \\ R_y R_z \\ R_x^2 R_y^2 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

O raio resultante do ponto imageado em (u, v) tem origem no ponto de reflexão e direção dada pelo vetor \vec{r} . No processo inverso, de projeção do espaço objeto para o espaço imagem, são aplicadas três condições:

(1) O ponto de reflexão deve estar na superfície do cone:

$$R_z + \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \cdot \frac{h}{r} = 0, \quad (2.23)$$

em que: h é a altura do cone e; r é o raio do cone.

(2) O ângulo entre a normal do cone no ponto de reflexão e o vetor do ponto no espaço objeto para o ponto de reflexão, é igual ao ângulo entre a normal e o vetor da câmara para o ponto de reflexão:

$$\frac{C-R}{\|C-R\|} \cdot \vec{n} - \frac{P-R}{\|P-R\|} \cdot \vec{n} = 0, \quad (2.24)$$

em que: C é vetor contendo a translação entre os sistemas de referência do cone e fotogramétrico. Expandindo a Equação 2.24, tem-se que:

$$\frac{((X_{CP} - R_X)R_Z R_X + (Y_{CP} - R_Y)R_Y R_Z + (Z_{CP} - R_Z)(-R_X^2 - R_Y^2))^2}{(X_{CP} - R_X)^2 + (Y_{CP} - R_Y)^2 + (Z_{CP} - R_Z)^2} - \frac{((X_{cone} - R_X)R_Z R_X + (Y_{cone} - R_Y)R_Y R_Z + (Z_{cone} - R_Z)(-R_X^2 - R_Y^2))^2}{(X_{cone} - R_X)^2 + (Y_{cone} - R_Y)^2 + (Z_{cone} - R_Z)^2} = 0 \quad (2.25)$$

Na Equação 2.25, as coordenadas $(X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone})$ são as coordenadas no espaço objeto (X, Y, Z) transformadas para o referencial do cone. As coordenadas do CP da câmara no referencial do cone são representadas por X_{CP}, Y_{CP} e Z_{CP} .

(3) A normal ao cone no ponto de reflexão deve estar no mesmo plano do ponto no espaço objeto, do CP da câmara e do ponto de reflexão:

$$((P - C) \times (P - R)) \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.26)$$

Ao expandir a Equação 2.26, tem-se que:

$$\begin{aligned} & ((Y_{cone} - Y_{CP})(Z_{cone} - R_Z) - (Z_{cone} - Z_{CP})(Y_{cone} - R_Y))R_Z R_X + \\ & ((Z_{cone} - Z_{CP})(X_{cone} - R_X) - (X_{cone} - X_{CP})(Z_{cone} - R_Z))R_Z R_Y + \\ & ((X_{cone} - X_{CP})(Y_{cone} - R_Y) - (Y_{cone} - Y_{CP})(X_{cone} - R_X))(-R_X^2 - R_Y^2) = 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Deve-se resolver um sistema com as Equações 2.23, 2.25 e 2.27 para calcular as coordenadas do ponto de reflexão. Os modelos matemáticos foram validados com dados simulados, gerados no POV-Ray por Burbridge et al. (2008). No trabalho citado anteriormente, são apresentados apenas os modelos matemáticos que relacionam os espaços objeto e imagem. No entanto, não existe discussão a respeito do processo de calibração do sistema.

Cauchois et al. (1999) desenvolveram um método de calibração para o sistema SYCLOP (*Conic SYstem for LOcalization and Perception*). Nesse caso, o modelo matemático é válido apenas se o vértice do cone, o ponto no espaço objeto, o CP da câmara e a normal ao cone no ponto de reflexão pertencerem ao mesmo plano. A Figura 2.8 apresenta a geometria do sistema SYCLOP. Nesse caso, o referencial fotogramétrico é dextrogiro, com o eixo z apontando para o diapositivo.

Na modelagem matemática desenvolvida por Cauchois et al. (1999) parte-se de um ponto no espaço objeto e projeta-o para a imagem. Nesse processo, a reflexão na superfície do cone é calculada com base na noção de ponto virtual, como apresentado na Figura 2.8(b). O ponto virtual (V) é simétrico ao ponto P com relação à linha reta (Δ). Posteriormente o ponto virtual V é projetado para a câmara.

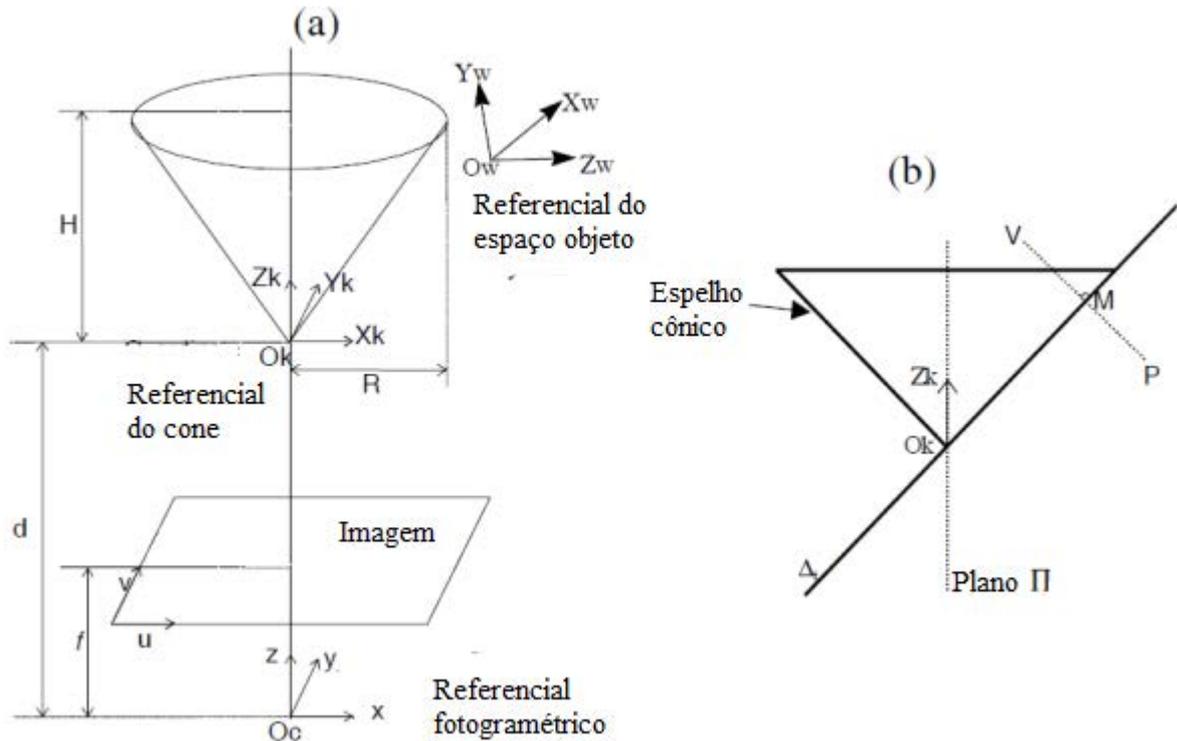


Figura 2.8: SYCLOP – (a) Geometria de aquisição; (b) reflexão do ponto. Adaptada de Cauchois et al. (1999).

Uma característica ao usar a noção de ponto virtual, é que os parâmetros de transformação do sistema do cone para o sistema da câmara não são físicos, pois é gerada uma câmara virtual, como apresentado por Gluckman e Nayar (2001) (ver Figura 2.9). Nota-se, portanto, que a calibração de sistemas catadióptricos omnidirecionais, compostos por câmara e espelho cônico, é um tema ainda pouco estudado e que a sua modelagem rigorosa ainda não foi realizada de modo satisfatório.

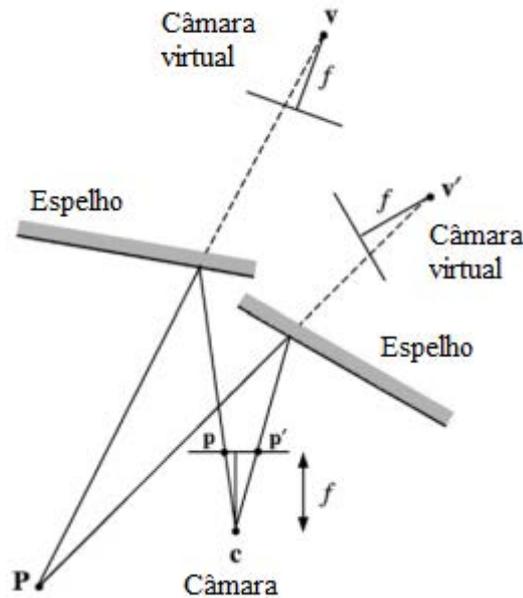


Figura 2.9: Geometria resultante ao adotar a noção de ponto virtual para um sistema catadióptrico composto por uma câmera e dois espelhos planos. Adaptada de Gluckman e Nayar (2001).

Outra característica importante em sistemas compostos por câmera e espelho côncavo, é que as retas paralelas ao eixo do cone são projetadas na imagem como linhas radiais (BRASSART et al, 2000; PINCIROLI et al., 2005), facilitando o processo de extração. Isso permite o desenvolvimento de métodos de calibração utilizando linhas verticais como controle para sistemas catadióptricos compostos por câmaras e espelhos côncavos. Essa característica é mantida mesmo se a câmera do SVO possuir objetiva olho de peixe, pois o raio de luz ao atingir o sistema de lentes é refratado em direção ao eixo óptico, causando um deslocamento radial (ver Figura 2.2).

2.3 Modelagem e calibração da plataforma

Nessa etapa, objetiva-se estimar os parâmetros de orientação da câmera ou do SVO com relação ao referencial do espaço objeto. A orientação pode ser realizada de forma direta, indireta ou integrada. Em Fotogrametria, a orientação direta, de imagens consiste na determinação dos parâmetros de orientação exterior (posição e atitude) da imagem no instante da exposição fotográfica (CRAMER et al., 2000). Para um veículo terrestre, este

conceito é ilustrado na Figura 2.10. Os Sistemas Terrestres de Mapeamento Móvel (STMM), como apresentado na Figura 2.10, em geral, são dotados de sistemas de georreferenciamento direto compostos por receptores GNSS (*Global Navigation Satellite System* – sistema global de navegação por satélite) e IMUs (*Inertial Measurement Unity* – unidade de medida inercial). O Quadro 2.2 apresenta cada um dos elementos da Figura 2.10, bem como a equação para o cálculo das coordenadas (X, Y, Z) de um determinado Ponto i a partir desses elementos.

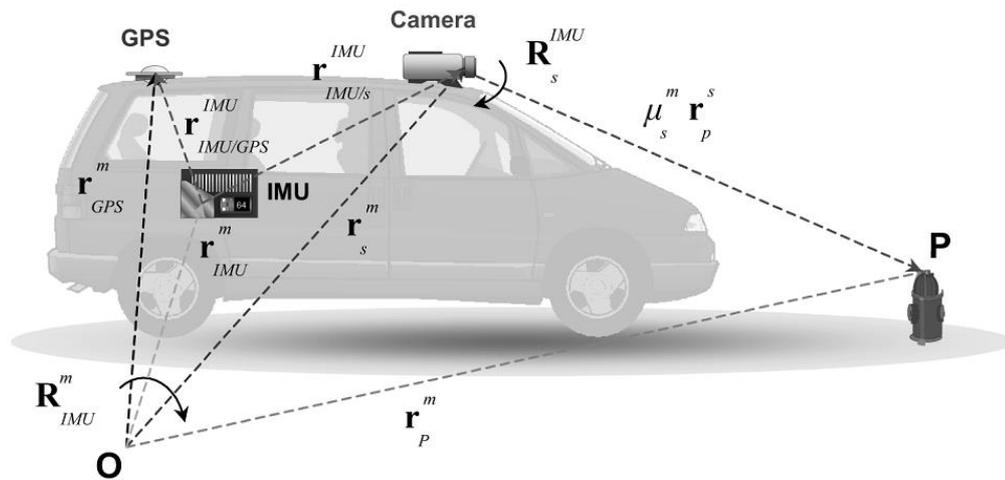


Figura 2.10: Elementos de um sistema de georreferenciamento direto (ELLUM e EL-SHEIMY, 2002).

Quadro 2.2: Descrição dos elementos presentes em um SGD e cálculo da posição 3D de pontos de interesse (ELLUM e EL-SHEIMY, 2002).

Variável	Descrição
r_P^m	Vetor posição do ponto de interesse no espaço objeto. Calculado.
r_P^s	Vetor posição do ponto na imagem. Medido.
$r(t)_{GPS}^m$	Vetor posição da antena GNSS. Determinado usando o GNSS no modo cinemático, e medido no sistema de referência do espaço objeto.
$R(t)_{IMU}^m$	Matriz de rotação entre a IMU e o sistema de coordenadas do espaço objeto. Determinado usando medições IMU integradas.
$r_{IMU/s}^{IMU}$	Vetor da diferença de posição da IMU e do CP da câmara. Determinado por meio de calibração, e medido no sistema de referência da IMU.
$r_{IMU/GPS}^{IMU}$	Vetor da diferença de posição entre a IMU e a antena GNSS. Determinado por meio de calibração, e medido no sistema de referência da IMU.
μ_s^s	Fator de escala do sistema de referência da câmara para o sistema do espaço objeto. Determinado por técnicas fotogramétricas.
R_s^{IMU}	Matriz de rotação entre os sistemas de referência da IMU e da câmara. Determinado por calibração.
$r_P^m = r_{GPS}^m + R_{IMU}^m (r_{IMU/s}^{IMU} - r_{IMU/GPS}^{IMU} + \mu_s^m R_s^{IMU} r_P^s) \quad (2.28)$	

Portanto, para estimar as coordenadas de um determinado ponto de interesse com alta acurácia, é de grande importância estimar ou calcular os parâmetros que relacionam os referenciais relacionados à antena GNSS, à IMU e ao sistema de imageamento (CRAMER et al., 2000).

Os ângulos de *boresight* da matriz R_s^{IMU} , que relacionam os referenciais da IMU e da câmara (fotogramétrico), e os vetores $r_{IMU/S}^{IMU}$ e $r_{IMU/GPS}^{IMU}$, denominados de *lever arm* (braço) são estimados por meio da calibração da plataforma.

A orientação indireta de imagens faz uso de apoio de campo (pontos, linhas ou áreas de controle) para estimar os parâmetros de orientação exterior das imagens. Para tanto, é necessário estabelecer modelos matemáticos que relacionem os espaços objeto e imagem. Em geral, utiliza-se o modelo matemático de colinearidade (Equação 2.5) para essa finalidade.

O processo de orientação de um conjunto de imagens é denominado de fototriangulação em bloco. Uma das vantagens da fototriangulação é a redução da quantidade de pontos de apoio, uma vez que existe a possibilidade de usar pontos fotogramétricos. Por exemplo, para um modelo estereoscópico de imagens seriam necessários dois pontos de controle horizontal, três pontos de controle vertical, além de pontos de verificação, caso não fosse aplicado a fototriangulação em bloco (MIKHAIL et al., 2001), tornando o processo de mapeamento por Fotogrametria bastante oneroso.

Dentro desse contexto de orientação de imagens, surge o termo orientação integrada, que usa os dados de georreferenciamento direto como injunção na fototriangulação. Nesse caso, há uma tendência a reduzir ainda mais a quantidade de pontos de apoio. De acordo com El-Sheimy e Mostafa (2007) os pontos de apoio são exigidos apenas para verificar deslocamentos nos datums e para corrigir erros residuais sistemáticos na solução GNSS/IMU.

3. MATERIAL E MÉTODO

A seguir descrevem-se os materiais bem como o método desenvolvido para atingir o objetivo proposto nesse trabalho.

3.1 Material

Os seguintes materiais foram utilizados neste trabalho:

- Sistema de Visão Omnidirecional (SVO) composto por câmara *Fuji Finepix S3 pro* com uma objetiva olho de peixe Bower-Samyang de 8 mm e espelho cônico;
- Câmara digital Nikon D3200;
- Câmara digital Hasselblad H3D;
- Receptor GNSS de dupla frequência;
- Unidade de Medida Inercial (IMU) Novatel Spam CPT;
- Estação total Topcon IS203;
- Paquímetro;
- Notebook;
- Veículo automotor;
- Softwares:
 - POV-Ray;
 - TMS;
 - Matlab;
 - MID;
 - Waypoint Grafnav;
 - Borland C++ Builder;
 - GIMP;
 - Gnuplot.

3.2 Método

Para atingir os objetivos propostos nessa pesquisa, algumas etapas foram realizadas, como: construção de um SVO com um sistema de georreferenciamento direto (Seção 3.2.2); desenvolvimento da modelagem fotogramétrica para a calibração do SVO (Seção 3.2.3); modelagem e calibração da plataforma (Seção 3.2.4) e; desenvolvimento de modelos matemáticos para a reconstrução 3D a partir de imagens coletadas pelo SVO (Seção 3.2.5).

Para calibrar a câmara usada no SVO e a câmara utilizada na modelagem do espelho cônico, que são etapas da técnica de calibração do SVO (Seção 3.2.3), foi usado o campo de calibração com alvos codificados, descrito, a seguir, na Seção 3.2.1. Além disso, o campo de calibração foi usado na orientação indireta da plataforma (Seção 3.2.4).

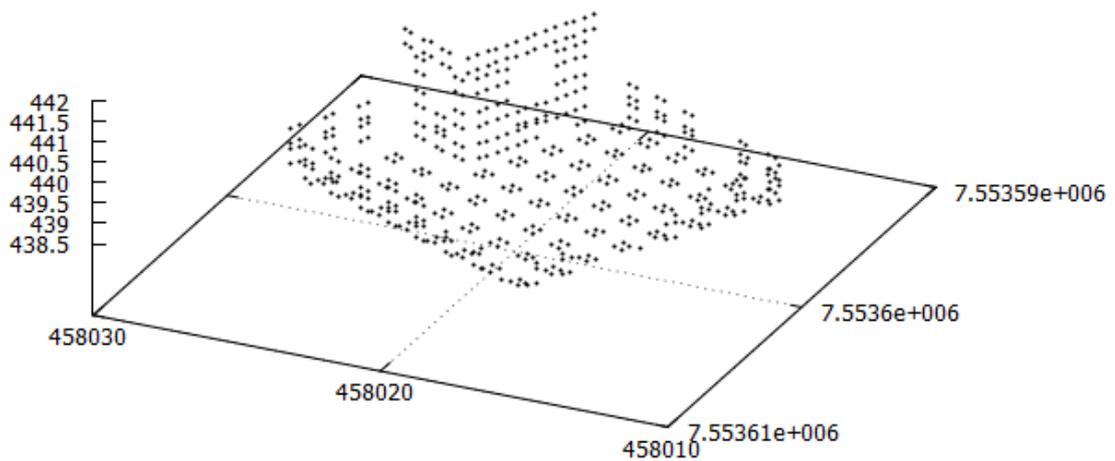
3.2.1 Campo de calibração com alvos codificados

Construiu-se um campo de calibração com alvos em todas as direções no terraço da central de laboratórios do Departamento de Cartografia da FCT/UNESP – campus de Presidente Prudente, como pode ser observado na Figura 3.1. O campo de calibração é composto por 139 alvos codificados, com o estilo ARUCO (GARRIDO-JURADO et al., 2014). Com as características desse estilo, 1024 alvos poderiam ser gerados. Maiores detalhes são apresentados por Silva (2012).

As coordenadas 3D dos pontos de apoio (4 pontos nas extremidades de cada alvo, conforme Figura 3.1(b) gerada com o uso do software Gnuplot) foram estimadas a partir de métodos geodésicos e fotogramétricos. Para materializar o referencial do espaço objeto, quatro pontos foram levantados durante oito horas com receptores GNSS de dupla frequência (Hipper GGD e Lite). As distâncias entre esses pontos foram medidas com uma estação total, e a REQM (Raiz do Erro Quadrático Médio) dessas distâncias com relação às distâncias calculadas a partir das coordenadas 3D (E, N, h), obtidas com os receptores GNSS, foi em torno de 1 mm. Assim, o sistema de coordenadas (UTM/altitude geométrica) foi considerado como referencial do espaço objeto. Na Seção 4 as coordenadas E , N e h serão representadas por X , Y e Z , respectivamente.



(a)



(b)

Figura 3.1: Campo de calibração. (a) Imagem com alvos ARUCO; (b) Distribuição dos pontos de apoio.

Foram tomadas 43 imagens do campo de calibração usando a câmara Hasselblad H3D (50 *Mpixels*) lente de 35 mm, com um GSD (*Ground Sample Distance*) de aproximadamente 3 mm. Aplicou-se a técnica de calibração por feixes de raios com as equações de colinearidade, utilizando-se o programa TMS. Os POI da câmara Hasselblad foram considerados incógnitas, e as coordenadas 3D dos quatro pontos de apoio, levantados com os receptores GNSS, foram fixadas com um desvio-padrão de 1 mm.

Os demais pontos foram considerados como fotogramétricos na fototriangulação. Para o controle de qualidade da fototriangulação foram medidas 48 distâncias entre pontos com uso de um paquímetro de 2 m e precisão de 0,2 mm.

A partir das discrepâncias nas distâncias, calculadas a partir das coordenadas estimadas dos pontos fotogramétricos, e as distâncias medidas com o auxílio do paquímetro, adotou-se um desvio-padrão de 3 mm para cada componente dos pontos fotogramétricos. Maiores detalhes são apresentados em Moraes et al. (2013). Essa rede de pontos 3D foi usada como controle de campo nos experimentos apresentados na Seção 4.

3.2.2 Sistema de coleta de imagens omnidirecionais georreferenciadas

Como apresentado anteriormente, optou-se por um SVO constituído por uma câmara e um espelho cônico. Segundo Spacek (2003), o SVO com essas características é adequado em diversas atividades, inclusive na obtenção de imagens panorâmicas para aplicações fotográficas e para a realidade virtual. O SVO, como apresentado na Figura 3.2, é composto por uma câmara *Fuji Finepix S3 pro* com uma objetiva quase-estereográfica Bower-Samyang de 8 mm e por um sistema de georreferenciamento direto - receptor GNSS e uma IMU. No projeto para a construção do espelho cônico considerou-se uma altura de 3,884 cm e um raio da base de 10,145 cm, portanto, o espelho foi construído com um ângulo de abertura próximo a 138°. A Figura 3.3 apresenta uma imagem da rodovia Raposo Tavares coletada pelo SVO em uma plataforma móvel de mapeamento. O SVO foi desenvolvido principalmente pelo doutorando em ciências cartográficas André Luis Olivete.

Na Figura 3.3, nota-se que a partir da imagem coletada pelo SVO é possível identificar, dentre outras objetos, placas de trânsito em todas as direções.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.2: SVO com o sistema de georreferenciamento direto SPAN-CPT/ Novatel.



Figura 3.3: Imagem obtida em uma plataforma móvel de mapeamento pelo SVO composto por uma câmara e um espelho cônico.

3.2.3 Etapas para a calibração interna do sistema de visão omnidirecional

As seguintes etapas são propostas para calibração interna do sistema omnidirecional:

- Calibração da câmara que compõe o SVO;
- Modelagem do espelho cônico;
- Estimação dos parâmetros de orientação do sistema fotogramétrico com relação ao sistema do cone.

Para estimar os parâmetros de orientação do referencial do cone para o referencial fotogramétrico, utilizam-se os POI estimados na calibração da câmara bem como os parâmetros estimados na modelagem do espelho cônico.

3.2.3.1 Calibração da câmara do SVO

O primeiro passo consistiu em calibrar a câmara *Fuji Finepix S3 pro* com a lente Bower-Samyang de 8 mm (ver Seção 4.2.1.1). Para tanto, utilizaram-se as equações das projeções perspectiva, equidistante, do ângulo sólido, ortogonal e estereográfica, como apresentado na Seção 2.1. As equações das projeções equidistante, do ângulo sólido, ortogonal e estereográfica foram implementadas no programa TMS usando o ambiente Borland C/C++ Builder. O programa TMS, inicialmente denominado de CMC (Calibração Multi-Câmaras), foi desenvolvido por RUY (2008) e Bazan et al. (2009) para a calibração de múltiplas câmaras simultaneamente, permitindo a aplicação de injunções relativas entre as câmaras. Após modificações para a orientação de imagens orbitais (MARCATO JUNIOR e TOMMASELLI, 2013), o programa CMC se tornou TMS (Triangulação MultiSensor). Esse programa usa o método combinado com injunção de peso (ver Apêndice A).

Como já apresentado, a lente Bower-Samyang de 8 mm é uma lente quase-estereográfica. Nos experimentos apresentados na Seção 4.2.1.1 foi realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos com as cinco projeções: perspectiva, estereográfica, ortogonal, do ângulo equisólido e equidistante. A análise da qualidade da calibração da câmara com objetiva olho de peixe foi realizada com base no fator de variância a posteriori,

calculado no ajustamento, e por meio da REQM (Raiz do Erro Quadrático Médio) nas coordenadas de pontos de verificação bem distribuídos ao longo do campo de calibração. Maiores detalhes sobre a calibração da câmara *Fuji Finepix S3 pro* com a lente Bower-Samyang de 8 mm são apresentados na Seção 4.2.1.1.

3.2.3.2 Modelagem do espelho

Após a calibração da câmara, realizou-se a modelagem do espelho, que consiste em estimar os parâmetros que o caracterizam (Seção 4.2.1.2). A modelagem possui dois passos: (1) determinação de um modelo discreto do espelho - rede de pontos; e (2) ajuste do modelo matemático (Equação 3.1) pelo método dos mínimos quadrados.

$$Z_{cone} + \sqrt{X_{cone}^2 + Y_{cone}^2} \cdot \frac{1}{D} = 0, \quad (3.1)$$

em que $D=r/h$. O raio e a altura do cone são representados respectivamente por r e h . Para a modelagem, foram tomadas imagens com a câmara Nikon D3200 (24 *Mpixels*) do espelho sobre uma placa 2D com alvos do tipo ARUCO, com padrão regular e coordenadas no referencial da placa 2D conhecidas. A câmara Nikon foi calibrada pelo método de ajuste de feixes de raios usando o modelo de colinearidade, e os POI são apresentados na Seção (4.2.1.2). Considerando os POI estimados na calibração, as imagens foram orientadas com o programa TMS, e nesse processo, as coordenadas das marcas, na superfície do espelho e no entorno do espelho, foram estimadas no referencial da placa 2D (ver marcas na Figura 3.4).

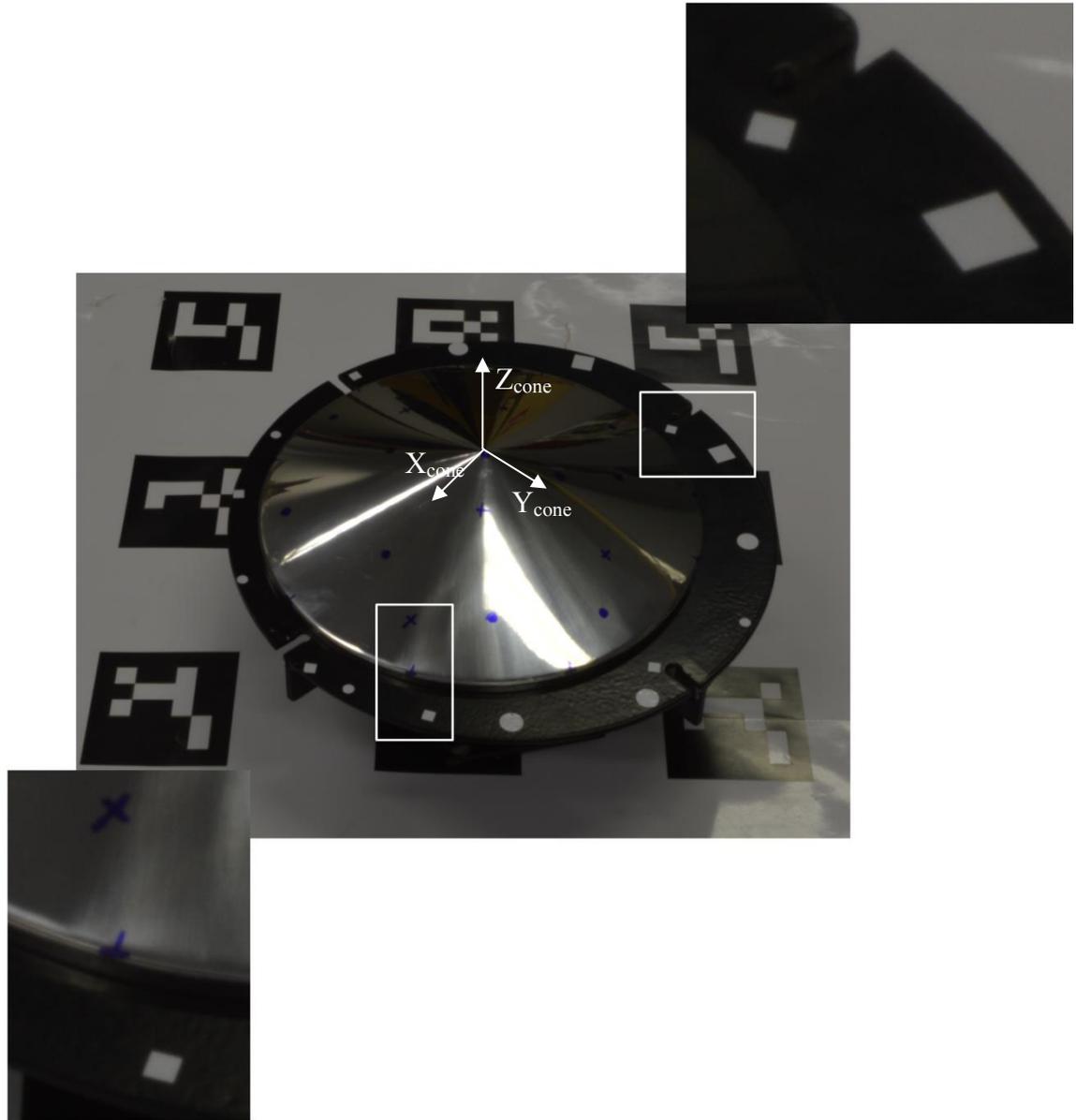


Figura 3.4: Marcas usadas na modelagem do espelho e pontos no entorno do espelho, utilizados para calcular os parâmetros entre os referenciais do cone e fotogramétrico.

As coordenadas dos pontos na superfície do espelho foram inicialmente estimadas no referencial da placa. No entanto, na Equação 3.1 (equação do cone) é necessário que as coordenadas estejam no referencial do cone, com origem no vértice do cone e eixos X_{cone} e Y_{cone} paralelos à base do espelho, como ilustrado na Figura 3.4. Utilizou-se o modelo matemático da transformação ortogonal 3D com 6 parâmetros (três rotações e três translações) para relacionar as coordenadas nos referenciais da placa e do cone, conforme Equação 3.2.

$$\begin{pmatrix} X_{cone} \\ Y_{cone} \\ Z_{cone} \end{pmatrix} = R_{Placa}^{Cone} \begin{pmatrix} X_P - X_C \\ Y_P - Y_C \\ Z_P - Z_C \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Ao substituir a Equação 3.2 em 3.1, tem-se o modelo matemático final usado no ajustamento da superfície do espelho cônico. Nesse caso, foram considerados 6 parâmetros (5 parâmetros da transformação ortogonal 3D e o parâmetro D). Considerou-se o ângulo $kappa$ (κ) igual a zero para fixar a direção dos eixos X e Y do referencial do cone. Na Equação 3.2: (X_C, Y_C, Z_C) representam as coordenadas do vértice do cone (origem do referencial do cone) no referencial da placa; (X_P, Y_P, Z_P) são as coordenadas de um determinado ponto no referencial da placa e; $(X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone})$ são as coordenadas desse mesmo ponto no referencial do cone.

O processo de estimação dos parâmetros para a modelagem do espelho cônico foi realizado utilizando o método combinado com injunção de peso, e foi implementado no software Matlab. Maiores detalhes relacionados à quantidade de marcas, quantidade de imagens e informações do ajustamento são apresentados na Seção 4.2.1.2.

3.2.3.3 Transformação entre os referenciais do cone e fotogramétrico

Posteriormente, calcularam-se os ângulos de orientação entre o sistema da câmara e o sistema do cone, e também o deslocamento entre o CP da câmara e o vértice do cone. A estimação desses parâmetros (Seção 4.2.1.3) torna-se necessária devido ao não alinhamento do eixo óptico da câmara com relação ao eixo do cone e permite relacionar os referenciais fotogramétrico e do cone. A Figura 3.5 ilustra a geometria de aquisição de uma imagem com um SVO composto por uma câmara e um espelho cônico, enfatizando os referenciais envolvidos: fotogramétrico; do cone e; do espaço objeto.

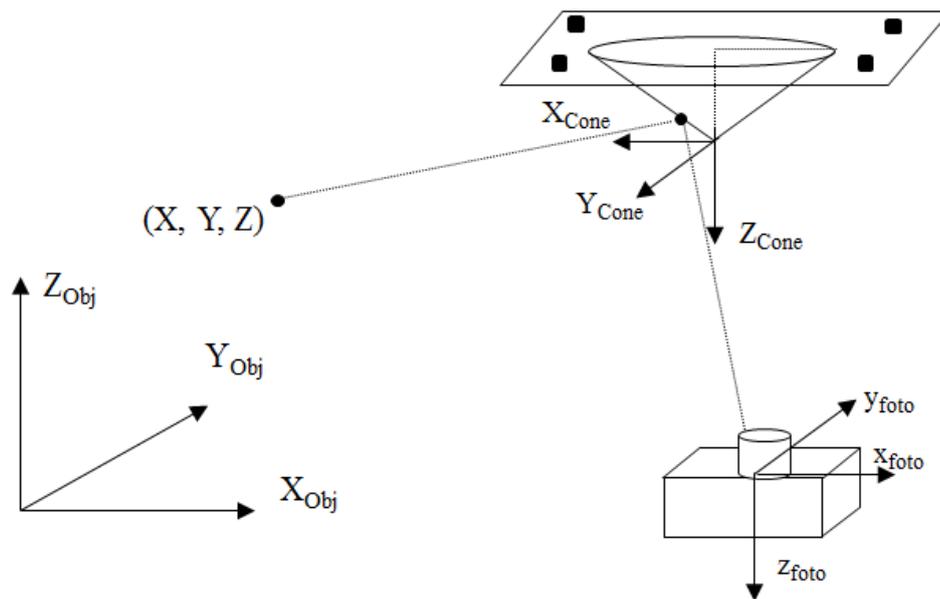


Figura 3.5: Referenciais envolvidos na calibração de um SVO composto por câmara e espelho cônico.

Para estimar os parâmetros de transformação entre os referenciais do cone e fotogramétrico foram usadas as coordenadas 3D de pontos no entorno do espelho cônico, determinadas na etapa de modelagem do cone, ilustrados na Figura 3.6. As coordenadas desses pontos foram transformadas do referencial da placa para o referencial do cone usando a Equação 3.2. Esses pontos foram medidos manualmente com o programa MID (REISS e TOMMASELLI, 2003) em uma imagem coletada pelo SVO, conforme Figura 3.6.

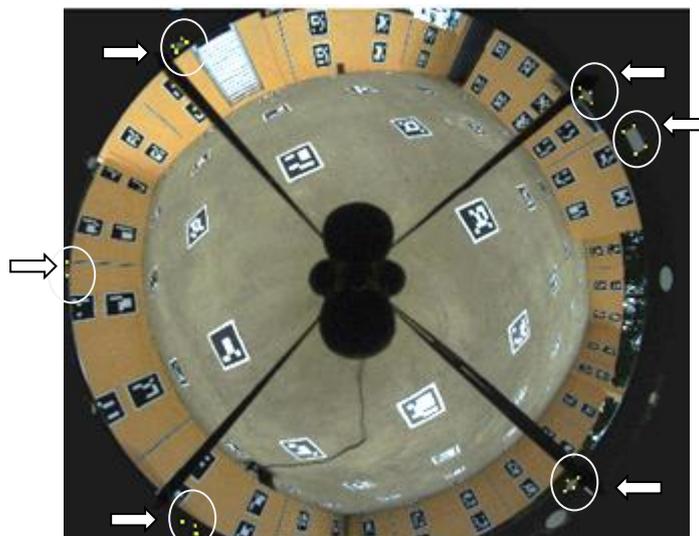


Figura 3.6: Pontos no entorno do espelho usados para calcular os parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial fotogramétrico.

O TMS foi usado para estimar os parâmetros de transformação (6 parâmetros – três translações e três rotações) entre os referenciais do cone e fotogramétrico, por meio de uma resseção espacial. Nesse processo, os pontos no entorno do espelho foram considerados como pontos de apoio. Estimaram-se as coordenadas (X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP}) do CP da câmara no referencial do cone, e os três ângulos de rotação que levam do referencial do cone para o referencial fotogramétrico. Com base na Figura 3.5, verifica-se que os ângulos ω e φ são aproximadamente iguais a 0° , e o valor de κ é próximo a 180° . A Seção 4.2.1.3 apresenta os detalhes desse processo e os parâmetros estimados.

Após estimar os parâmetros de transformação entre os referenciais fotogramétrico e do cone, é possível estimar as coordenadas refletidas na superfície do espelho de qualquer ponto imageado. Utiliza-se a equação de colinearidade em sua forma inversa para a estimação das coordenadas do ponto refletido na superfície do espelho, como apresentado na Equação 3.3.

$$\begin{aligned} R_X &= X_{CP} + (R_Z - Z_{CP}) \cdot \frac{r_{11} \cdot (x) + r_{21} \cdot (y) - r_{31} \cdot (f)}{r_{13} \cdot (x) + r_{23} \cdot (y) - r_{33} \cdot (f)} \\ R_Y &= Y_{CP} + (R_Z - Z_{CP}) \cdot \frac{r_{12} \cdot (x) + r_{22} \cdot (y) - r_{32} \cdot (f)}{r_{13} \cdot (x) + r_{23} \cdot (y) - r_{33} \cdot (f)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

em que: (R_X, R_Y, R_Z) são as coordenadas do ponto refletido na superfície do espelho cônico no referencial do cone; (X_{CP}, Y_{CP}, Z_{CP}) são as coordenadas da origem do sistema fotogramétrico (CP da câmara) no sistema do cone; $r_{i,j}$ (para i e j variando de 1 a 3) são os elementos da matriz de rotação R_{Cone}^{Foto} , que relaciona o sistema do cone e o sistema fotogramétrico; (x, y) são as coordenadas fotogramétricas do ponto e; f é a distância focal da câmara.

Ao analisar a Equação 3.3 nota-se que se têm três incógnitas $(R_X, R_Y$ e $R_Z)$ e apenas duas equações. Além dessas equações, tem-se a equação do cone (Equação 3.1). A partir dessa equação é possível calcular, para cada par de coordenadas $(R_X$ e $R_Y)$, a coordenada R_Z (Equação 3.4).

$$R_Z = -\sqrt{R_X^2 + R_Y^2} \cdot \frac{I}{D} \quad (3.4)$$

Para estimar as coordenadas do ponto de reflexão aplicou-se a técnica de monorestituição fotogramétrica (MAKAROVIK, 1973; MITISHITA e KIRCHNER, 2000). Nessa técnica, inicialmente, adota-se um valor médio para R_Z e calculam-se as coordenadas $R_X^{(1)}$ e $R_Y^{(1)}$ usando a Equação 3.3. Com $R_X^{(1)}$ e $R_Y^{(1)}$ estimados na primeira iteração, calcula-se $R_Z^{(1)}$ com a Equação 3.4. Novamente, $R_X^{(2)}$ e $R_Y^{(2)}$ são calculados com a Equação 3.3, e com esses valores, calcula-se $R_Z^{(2)}$. É um processo iterativo e o critério de parada é dado por $|R_Z^{(i)} - R_Z^{(i-1)}| < \text{limiar}$. O valor médio de R_Z foi considerado igual a -0,020m, que corresponde aproximadamente à metade da altura do cone.

O processo, descrito anteriormente para a estimação das coordenadas dos pontos de reflexão no espelho, usa a equação de colinearidade em sua forma inversa (Equação 3.3). Como foi usada uma objetiva quase olho de peixe (Bower-Samyang de 8 mm), na calibração utilizaram-se além das equações de colinearidade, as equações das projeções estereográfica, equidistante, do ângulo equisólido e ortogonal. Os modelos dessas quatro últimas projeções são comparados na calibração da câmara, e será adotado, nas demais etapas da calibração interna do SVO, apenas o modelo que proporcionar o melhor resultado. No caso dos modelos dessas quatro projeções, não é possível usar diretamente a equação de colinearidade em sua forma inversa, que é baseada na projeção perspectiva. As seguintes etapas são aplicadas, sequencialmente, para que seja usada a equação de colinearidade em sua forma inversa para as demais projeções:

1. Cálculo das correções a serem aplicadas nas coordenadas imagem medidas (x,y) com as funções modeladoras dos erros sistemáticos na imagem $(\Delta x, \Delta y)$, conforme Equação 2.8;
2. Cálculo da distância radial r' $((x-x_0-\Delta x)^2 + (y-y_0-\Delta y)^2)^{1/2}$ a partir das coordenadas corrigidas;
3. Cálculo do ângulo α entre o raio incidente no sistema de lentes e o eixo z_{foto} do sistema fotogramétrico para a projeção que proporcionar o melhor resultado na calibração da câmara, conforme as equações do Quadro 3.1. A Figura 3.7 ilustra os elementos envolvidos nesse processo;
4. Cálculo do valor de r' correspondente à projeção perspectiva ($r'_{perspectiva} = f \cdot \text{tg}(\alpha)$). Com as coordenadas polares $r'_{perspectiva}$ e θ ($\text{arctg}((y-y_0-\Delta y)/(x-x_0-\Delta x))$), calculam-se as coordenadas (x,y) correspondentes à projeção perspectiva. Uma limitação existente nesse processo ocorre quando o ângulo α é igual a 90° , pois,

$r'_{perspectiva}$ iria tender ao infinito. O ângulo de abertura da câmara do SVO não atinge 180° , e, portanto, não existe esse problema.

Quadro 3.1: Equações para o cálculo do ângulo de incidência do raio (α) para as diversas projeções.

Projeções	Equações
Estereográfica	$\alpha = 2 \cdot \arctg(r' / 2f)$
Equidistante	$\alpha = r' / f$
Ângulo Equisólido	$\alpha = 2 \cdot \arcsen(r' / 2f)$
Ortogonal	$\alpha = \arcsen(r' / f)$

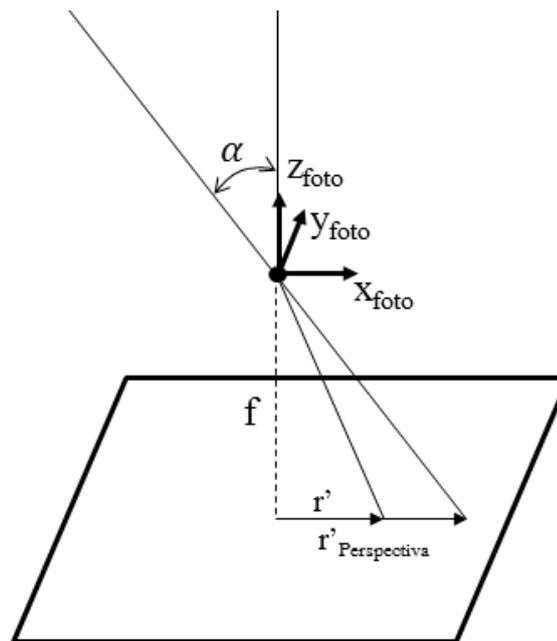


Figura 3.7: Correção aplicada nas coordenadas imagem para usar as equações de colinearidade em qualquer projeção.

Ao aplicar essa transformação nas coordenadas imagem (x, y) é possível usar a equação de colinearidade em sua forma inversa, e calcular pelo processo de monorestituição, descrito anteriormente, as coordenadas do ponto de reflexão na superfície do espelho para qualquer projeção. É importante ressaltar que existem algumas diferenças no

referencial fotogramétrico para as diferentes projeções (ver Figura 2.3) e isso deve ser considerado nesse processo.

3.2.4 Modelagem e calibração da plataforma

Na Seção 3.2.3 apresentou-se a modelagem e a calibração interna do SVO. A seguir, apresenta-se a modelagem e a calibração da plataforma, que consiste em orientar o SVO com relação ao referencial do espaço objeto. Realizou-se a orientação da plataforma de forma indireta e direta. Na orientação direta utilizaram-se apenas os dados de sistemas de georreferenciamento direto, que nesse caso é composto por uma antena GNSS e por uma IMU. Já na orientação indireta utilizaram-se pontos de apoio para estimar os parâmetros de orientação da plataforma. A seguir, apresentam-se os procedimentos adotados na orientação indireta e direta da plataforma do SVO.

3.2.4.1 Orientação indireta da plataforma

A partir das coordenadas do ponto de reflexão (R_X , R_Y e R_Z) e as coordenadas objeto (X , Y , Z) do ponto imageado, estimam-se os parâmetros de orientação do referencial do espaço objeto para o referencial do cone com as Equações 3.5 a 3.7. Essas equações descrevem o processo de reflexão de um raio em um espelho cônico, conforme apresentado na Seção 2.2 (BURBRIDGE et al., 2008).

$$R_Z + \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} \cdot \frac{1}{D} = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{((X_{CP} - R_X)R_Z R_X + (Y_{CP} - R_Y)R_Y R_Z + (Z_{CP} - R_Z)(-R_X^2 - R_Y^2))^2}{(X_{CP} - R_X)^2 + (Y_{CP} - R_Y)^2 + (Z_{CP} - R_Z)^2} - \frac{((X_{cone} - R_X)R_Z R_X + (Y_{cone} - R_Y)R_Y R_Z + (Z_{cone} - R_Z)(-R_X^2 - R_Y^2))^2}{(X_{cone} - R_X)^2 + (Y_{cone} - R_Y)^2 + (Z_{cone} - R_Z)^2} = 0 \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned}
& ((Y_{cone} - Y_{CP})(Z_{cone} - R_Z) - (Z_{cone} - Z_{CP})(Y_{cone} - R_Y))R_Z R_X + \\
& ((Z_{cone} - Z_{CP})(X_{cone} - R_X) - (X_{cone} - X_{CP})(Z_{cone} - R_Z))R_Z R_Y + \\
& ((X_{cone} - X_{CP})(Y_{cone} - R_Y) - (Y_{cone} - Y_{CP})(X_{cone} - R_X))(-R_X^2 - R_Y^2) = 0
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Nas equações anteriores, as coordenadas do ponto no espaço objeto (X, Y, Z) devem estar referenciadas ao sistema do cone ($X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone}$). Por meio da Equação 3.8 (transformação ortogonal 3D), as coordenadas de um determinado ponto no referencial do espaço objeto são relacionadas com as coordenadas desse mesmo ponto no referencial do cone.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_V \\ Y_V \\ Z_V \end{pmatrix} + R_{Cone}^{Obj} \begin{pmatrix} X_{cone} \\ Y_{cone} \\ Z_{cone} \end{pmatrix}, \tag{3.8}$$

em que: R_{Cone}^{Obj} é a matriz de rotação que leva do referencial do cone para o referencial do espaço objeto; (X, Y, Z) são as coordenadas do ponto imageado no referencial do espaço objeto; (X_V, Y_V, Z_V) são as coordenadas da origem do sistema do cone (vértice do cone) no sistema do espaço objeto. A equação inversa, que transforma as coordenadas do referencial do espaço objeto para o referencial do cone, é apresentada na Equação 3.9.

$$\begin{pmatrix} X_{cone} \\ Y_{cone} \\ Z_{cone} \end{pmatrix} = (R_{Cone}^{Obj})^T \begin{pmatrix} X - X_V \\ Y - Y_V \\ Z - Z_V \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

Ao substituir as coordenadas transformadas para o sistema do cone ($X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone}$) nas Equações 3.5 a 3.7, têm-se as equações usadas no ajustamento por mínimos quadrados. Nesse caso, cada ponto imageado gera três equações. Aplicou-se o método combinado com inunção de peso (Apêndice A). As coordenadas de cada ponto de reflexão (R_X, R_Y e R_Z) foram consideradas como observações, e como parâmetros consideraram-se: seis parâmetros (três rotações e três translações) que relacionam os referenciais do cone e do espaço objeto e; coordenadas no espaço objeto (X, Y, Z). No programa desenvolvido é possível considerar pontos fotogramétricos, desde que se tenham observações em pelo menos

duas imagens. O programa para orientação indireta de imagens coletadas pelo SVO foi implementado no Matlab.

3.2.4.2 Orientação direta com dados do sistema de georreferenciamento direto

No SVO é usado o sistema de georreferenciamento direto SPAN/CPT da Novatel, conforme ilustrado na Figura 3.2. A partir dos dados do sistema de georreferenciamento direto é possível calcular as coordenadas de um ponto imageado no referencial do espaço objeto. Para tanto, é necessário conhecer os ângulos de *boresight* do referencial da IMU para o referencial do cone, e o *lever arm* (braço) da antena GNSS para o vértice do cone. A calibração da plataforma consiste em calcular esses parâmetros, três translações (b_x, b_y, b_z) e três rotações (ω_{IMU}^{Cone} , φ_{IMU}^{Cone} e κ_{IMU}^{Cone}).

Estimação dos ângulos de *boresight*

Para estimar os ângulos de *boresight* (ω_{IMU}^{Cone} , φ_{IMU}^{Cone} e κ_{IMU}^{Cone}) foram usadas quatro imagens coletadas pelo SVO do estacionamento do campus III da Unoeste (Universidade do Oeste Paulista). As quinas entre as linhas que definem as vagas do estacionamento possibilitam gerar uma rede de pontos. Optou-se por esse estacionamento por se tratar de um local amplo com boa distribuição de pontos, e também por ser pouco usado. A Figura 3.8 apresenta o sistema de mapeamento móvel com o SVO.



Figura 3.8: Sistema de mapeamento móvel com o SVO.

As imagens do SVO foram orientadas indiretamente utilizando 24 pontos de apoio, os quais foram levantados com receptores GNSS no modo RTK (*Real Time Kinematic*). No levantamento em tempo real, a precisão das coordenadas planimétricas foi em torno de 1,5 cm e da coordenada altimétrica foi aproximadamente igual a 2,5 cm. A partir da orientação indireta das quatro imagens, os ângulos de orientação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto $(\omega_{Cone}^{Obj}, \varphi_{Cone}^{Obj}, \kappa_{Cone}^{Obj})$ foram estimados. O sistema de georreferenciamento direto proporciona a matriz de rotação R_{IMU}^{Obj} . A Equação 3.10 apresenta o cálculo da matriz de rotação do referencial da IMU com relação ao referencial do cone, denominada de matriz dos ângulos de *boresight*.

$$R_{IMU}^{Cone} = R_{IMU}^{Obj} \cdot R_{Obj}^{Cone} \quad (3.10)$$

A estimação dos ângulos de *boresight* foi realizada com o uso do software Waypoint Grafnav. A qualidade dos ângulos de rotação proporcionados pela matriz R_{IMU}^{Obj}

está diretamente relacionada ao processo de alinhamento do sistema de georreferenciamento direto, que nesse caso foi realizado de forma dinâmica, em movimento. O alinhamento foi realizado no decorrer do trajeto da FCT/Unesp ao local de coleta das imagens e também efetuando manobras com o carro no estacionamento. A Figura 3.9 ilustra o trajeto percorrido de aproximadamente 12 km, bem como o estacionamento usado para realizar a calibração do sistema IMU/GNSS com relação ao referencial do cone. Os dados coletados ao longo desse trajeto pré-coleta contribuem significativamente no pós-processamento de dados GNSS.



Figura 3.9: Trajeto da FCT/Unesp ao campus 3 da Unoeste e estacionamento usado para calibrar a plataforma.

Estimação dos parâmetros de translação

Para estimar o *lever arm* (b_x , b_y , b_z) foram tomadas 27 imagens com a câmara Nikon D3200 do SVO sobre uma placa com alvos Aruco, assim como foi realizado na modelagem do espelho cônico. As coordenadas no referencial da placa 2D dos quatro cantos de cada alvo foram usadas como apoio para fototriangular o bloco de imagens. A fototriangulação foi realizada no programa TMS, e os pontos na superfície do espelho e os pontos no entorno do espelho foram considerados como fotogramétricos. Como pode ser notado na Figura 3.10(d), alguns alvos foram inseridos nas hastes do SVO, e serviram como

pontos de enlace entre as imagens na fototriangulação. Isso foi necessário, pois os alvos Aruco não aparecem em algumas imagens (ver Figura 3.10(c)).

Na antena GNSS foram marcados quatro pontos (ver Figura 3.10(b) e 3.11). As coordenadas dos pontos na antena GNSS foram estimadas por meio da fototriangulação no referencial da placa.

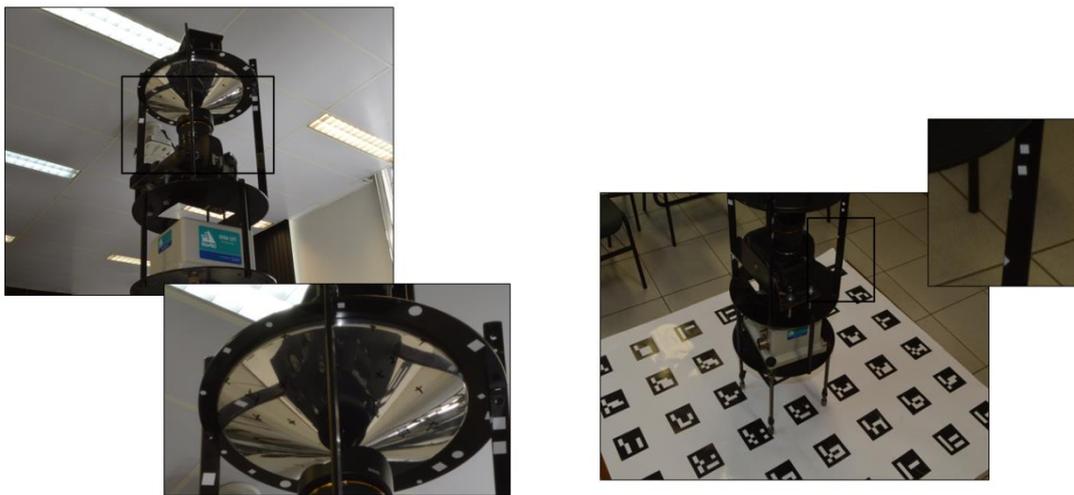
Assim como foi realizado na modelagem do espelho cônico, ajustou-se a equação do cone com as coordenadas dos pontos na superfície do espelho. Após a estimação dos parâmetros que relacionam os referenciais da placa e do cone, as coordenadas de todos os pontos, incluindo os quatro pontos na antena GNSS, foram transformadas para o referencial do cone.

As coordenadas das quatro marcas referenciadas ao sistema do cone na antena GNSS, ilustradas na Figura 3.10, foram usadas para calcular o centro geométrico da antena no referencial do cone, a partir da intersecção da reta que passa pelos pontos 1 e 3 com a reta que passa pelos pontos 2 e 4.



(a)

(b)

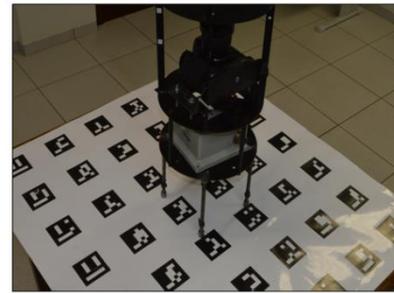


(c)

(d)



(e)



(f)

Figura 3.10: Exemplos de imagens usadas para a estimação do *lever arm*.

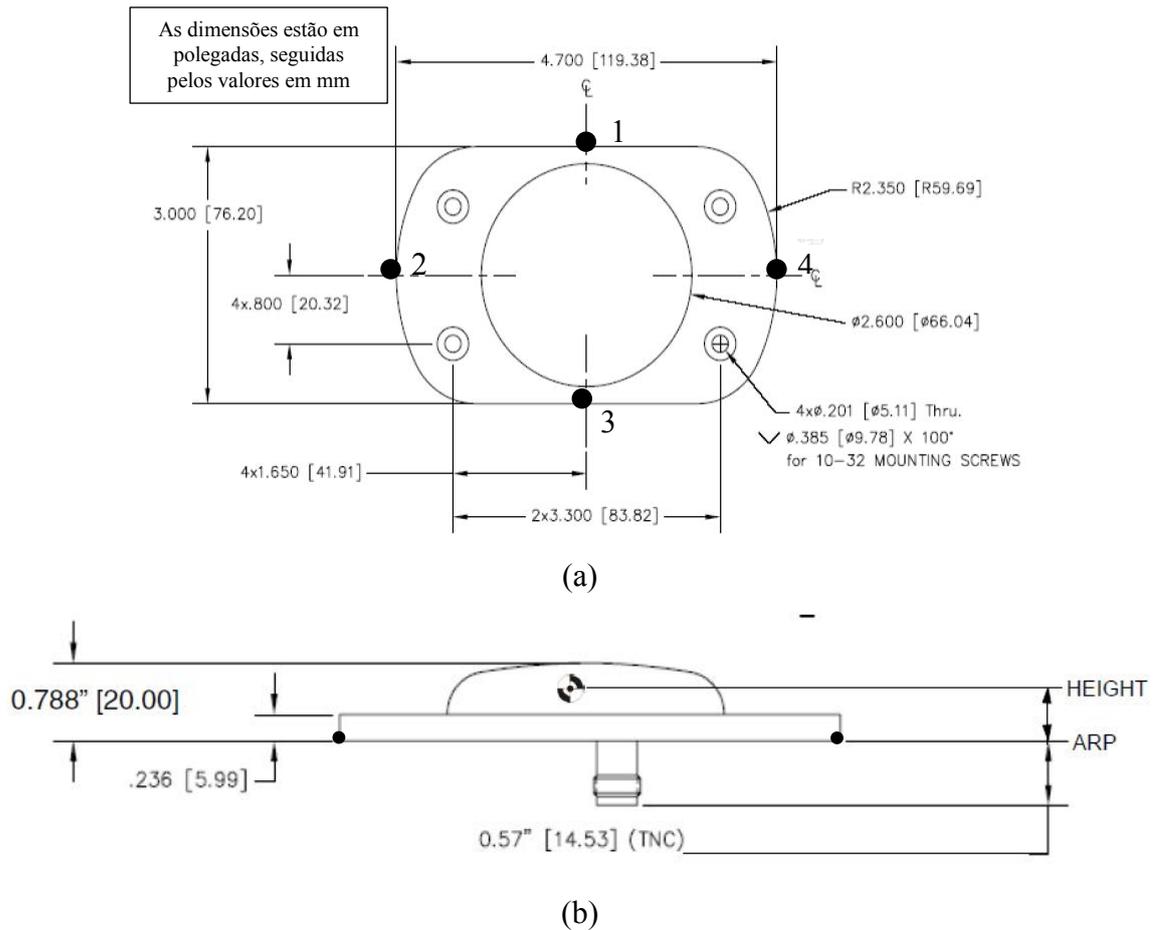


Figura 3.11: Especificações e geometria da antena GNSS. (a) Visão superior; (b) Visão lateral (NOVATEL, 2013).

3.2.5 Reconstrução 3D a partir de imagens coletadas pelo SVO

Conforme descrito na Seção 3.2.4, as coordenadas (X , Y , Z) dos pontos nas Equações 3.5 a 3.7 são consideradas como incógnitas no ajustamento. Se o ponto no espaço objeto for de apoio, aplica-se uma injunção relativa com base em seu desvio-padrão. No caso em que o ponto for observado em pelo menos duas imagens, proporcionando boa geometria de interseção, e não possui coordenadas objeto conhecidas, pode-se estimar essas coordenadas como incógnitas no ajustamento por mínimos quadrados. A orientação das imagens é realizada simultaneamente à estimação de coordenadas (X , Y , Z) dos pontos fotogramétricos, como em uma fototriangulação por feixes de raios.

Uma das formas de avaliar a geometria de interseção é por meio do ângulo paralático (θ) (ver Figura 3.12). Quanto mais próximo de 60° o valor desse ângulo, melhor é a

geometria de interseção, pois é formado um triângulo aproximadamente equilátero entre os pontos P, CP₁ e CP₂.

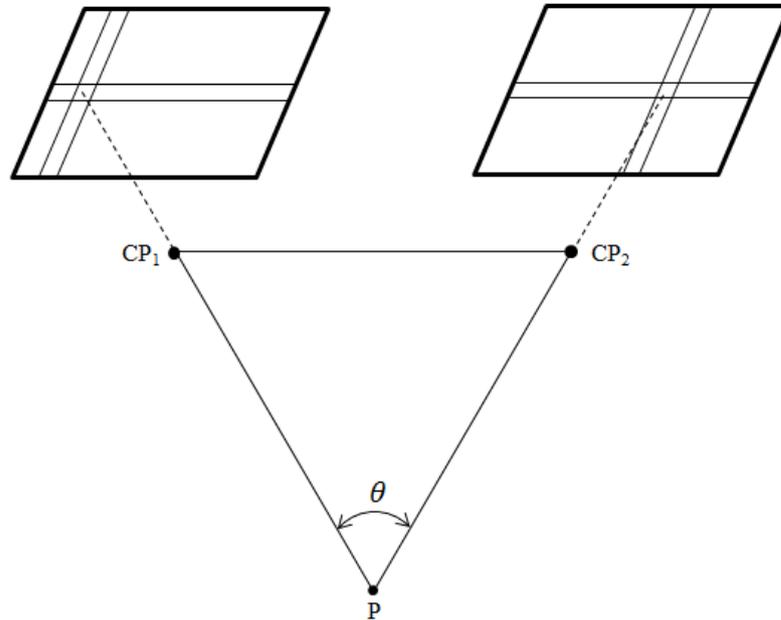


Figura 3.12: Ângulo paralático para análise da geometria de interseção.

Outra alternativa é calcular as coordenadas 3D, referenciadas ao espaço objeto, após a calibração do sistema e a orientação da plataforma de forma direta ou indireta. Para a obtenção de uma alta acurácia na reconstrução 3D, deve-se levar em conta o ângulo paralático, que apresenta relação com a geometria de aquisição das imagens. Apresenta-se, a seguir, as equações que relacionam as coordenadas na imagem com as respectivas coordenadas no espaço objeto.

Nos passos descritos a seguir, subentende-se que a calibração interna do SVO foi realizada, e que as coordenadas do ponto de reflexão na superfície do espelho foram calculadas usando a monorestituição fotogramétrica. Inicialmente, determina-se a direção do raio do ponto de reflexão ao ponto no espaço objeto. Para a reflexão no *ray tracing* tem-se que (GREVE, 2006; BURBRIDGE et al., 2008):

$$\vec{r} = \vec{i} - 2(\vec{i} \cdot \vec{n})\vec{n} \quad (3.11)$$

em que: \vec{r} é o vetor diretor unitário do raio refletido; \vec{i} é o vetor diretor unitário do raio incidente e; \vec{n} é o vetor diretor unitário normal à superfície do cone no ponto de reflexão. Na

equação anterior “ \cdot ” representa o produto escalar. O vetor normal unitário é representado por:

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{(R_X R_Z)^2 + (R_Y R_Z)^2 + (R_X^2 R_Y^2)^2}} \begin{pmatrix} R_X R_Z \\ R_Y R_Z \\ R_X^2 R_Y^2 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

O raio incidente é dado pelo vetor de visada $(x,y,-f)$ normalizado e rotacionado para o sistema do cone, como apresentado na Equação 3.13.

$$\vec{i} = R_{Foto}^{Cone} \begin{pmatrix} x/(\sqrt{x^2 + y^2 + f^2}) \\ y/(\sqrt{x^2 + y^2 + f^2}) \\ -f/(\sqrt{x^2 + y^2 + f^2}) \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Uma observação importante é que os vetores \vec{n} e \vec{i} são unitários. Para representar o raio refletido, calcula-se a equação da reta em sua forma paramétrica a partir das coordenadas do ponto de reflexão e do vetor diretor \vec{r} , como apresentado na Equação 3.14.

$$\begin{pmatrix} X_{cone} \\ Y_{cone} \\ Z_{cone} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Na equação anterior, $(X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone})$ são as coordenadas objeto do ponto no referencial do cone; (r_1, r_2, r_3) são as componentes de \vec{r} e; t representa o fator de escala. A Equação 3.14 representa três equações e possui quatro incógnitas $(X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone}$ e t). Existem duas opções para o cálculo das coordenadas 3D: (1) Monorestituição fotogramétrica desde que se conheça o modelo numérico do terreno; (2) Interseção fotogramétrica a partir da observação de um determinado ponto em duas imagens. Esses processos são descritos a seguir. Com as coordenadas $(X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone})$, calculam-se as coordenadas do ponto imageado no referencial do espaço objeto com a Equação 3.15.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_V \\ Y_V \\ Z_V \end{pmatrix} + R_{Cone}^{Obj} \begin{pmatrix} X_{cone} \\ Y_{cone} \\ Z_{cone} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

3.2.5.1 Monorestituição fotogramétrica com imagens omnidirecionais

A Equação 3.14 representa três equações e quatro incógnitas. Para eliminar o fator de escala, divide-se a primeira e a segunda equações pela terceira, obtendo-se as seguintes equações:

$$X_{cone} = R_X + (Z_{cone} - R_Z) \cdot \frac{r_1}{r_3} \quad (3.16)$$

$$Y_{cone} = R_Y + (Z_{cone} - R_Z) \cdot \frac{r_2}{r_3}$$

Adota-se um valor médio para Z , e com esse valor calcula-se um Z_{cone} médio. Calculam-se as coordenadas $X_{cone}^{(1)}$ e $Y_{cone}^{(1)}$ usando a Equação 3.16. Com $X_{cone}^{(1)}$ e $Y_{cone}^{(1)}$, calculam-se $X^{(1)}$ e $Y^{(1)}$. Interpola-se o valor de $Z^{(1)}$, e transforma-o para $Z_{cone}^{(1)}$. Novamente, calculam-se $X_{cone}^{(2)}$ e $Y_{cone}^{(2)}$. Com $X_{cone}^{(2)}$ e $Y_{cone}^{(2)}$, calculam-se $X^{(2)}$ e $Y^{(2)}$ e interpola-se o valor de $Z^{(2)}$. É um processo iterativo e o critério de parada é dado por $|Z^{(i)} - Z^{(i-1)}| < \text{limiar}$.

3.2.5.2 Interseção fotogramétrica com imagens omnidirecionais

Ao considerar o ponto observado em duas imagens, é possível escrever as Equações 3.17 e 3.18. Os sobrescritos (1) e (2) denotam o número da imagem.

$$\begin{pmatrix} X_{cone} \\ Y_{cone} \\ Z_{cone} \end{pmatrix}^{(l)} = \begin{pmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \end{pmatrix}^{(l)} + t_l \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}^{(l)} \quad (3.17)$$

$$\begin{pmatrix} X_{cone} \\ Y_{cone} \\ Z_{cone} \end{pmatrix}^{(2)} = \begin{pmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \end{pmatrix}^{(2)} + t_2 \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}^{(2)} \quad (3.18)$$

Cada uma das Equações 3.17 e 3.18 possui quatro incógnitas. A partir da Figura 3.13, tem-se que $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. Os vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} , considerando o referencial do cone 1, são descritos pelas Equações 3.19, 3.20 e 3.21, respectivamente.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} X_{cone}^{(1)} \\ Y_{cone}^{(1)} \\ Z_{cone}^{(1)} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

$$\vec{b} = R_{Obj}^{Cone1} \begin{pmatrix} X_v^{(2)} - X_v^{(1)} \\ Y_v^{(2)} - Y_v^{(1)} \\ Z_v^{(2)} - Z_v^{(1)} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$$\vec{c} = R_{Cone2}^{Cone1} \begin{pmatrix} X_{cone}^{(2)} \\ Y_{cone}^{(2)} \\ Z_{cone}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Na Equação 3.20, X_v , Y_v e Z_v são as coordenadas da origem do referencial de cada um dos cones (vértices dos cones) no referencial do espaço objeto. A matriz de rotação (R_{Cone2}^{Cone1}) que leva do referencial do cone 2 para o referencial do cone 1, é calculada a partir da Equação 3.22.

$$R_{Cone2}^{Cone1} = R_{Cone2}^{Obj} \cdot R_{Obj}^{Cone1} \quad (3.22)$$

Os ângulos de rotação das matrizes R_{Obj}^{Cone2} e R_{Obj}^{Cone1} são estimados (orientação indireta) ou fornecidos por meio do processo de orientação direta.

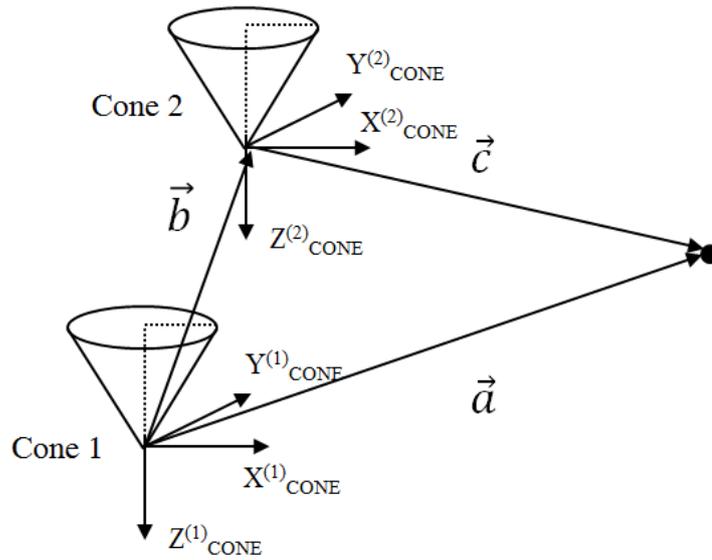


Figura 3.13: Geometria de aquisição de imagens com o SVO em diferentes posições.

Como $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$, tem-se que:

$$\begin{pmatrix} X_{cone}^{(1)} \\ Y_{cone}^{(1)} \\ Z_{cone}^{(1)} \end{pmatrix} = R_{Obj}^{Cone1} \begin{pmatrix} X_v^{(2)} - X_v^{(1)} \\ Y_v^{(2)} - Y_v^{(1)} \\ Z_v^{(2)} - Z_v^{(1)} \end{pmatrix} + R_{cone2}^{cone1} \begin{pmatrix} X_{cone}^{(2)} \\ Y_{cone}^{(2)} \\ Z_{cone}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Ao substituir a Equação 3.23 em 3.17, tem-se que:

$$R_{Obj}^{Cone1} \begin{pmatrix} X_v^{(2)} - X_v^{(1)} \\ Y_v^{(2)} - Y_v^{(1)} \\ Z_v^{(2)} - Z_v^{(1)} \end{pmatrix} + R_{cone2}^{cone1} \begin{pmatrix} X_{cone}^{(2)} \\ Y_{cone}^{(2)} \\ Z_{cone}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_X^{(1)} \\ R_Y^{(1)} \\ R_Z^{(1)} \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} r_1^{(1)} \\ r_2^{(1)} \\ r_3^{(1)} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Desenvolvendo a Equação 3.24, obtém-se:

$$\begin{pmatrix} X_{cone}^{(2)} \\ Y_{cone}^{(2)} \\ Z_{cone}^{(2)} \end{pmatrix} = R_{Cone1}^{Cone2} \left(\begin{pmatrix} R_X^{(1)} \\ R_Y^{(1)} \\ R_Z^{(1)} \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} r_1^{(1)} \\ r_2^{(1)} \\ r_3^{(1)} \end{pmatrix} - R_{Obj}^{Cone1} \begin{pmatrix} X_v^{(2)} - X_v^{(1)} \\ Y_v^{(2)} - Y_v^{(1)} \\ Z_v^{(2)} - Z_v^{(1)} \end{pmatrix} \right) \quad (3.25)$$

Para simplificar os próximos passos, considerou-se:

$$R_{Obj}^{Cone 1} \begin{pmatrix} X_v^{(2)} - X_v^{(1)} \\ Y_v^{(2)} - Y_v^{(1)} \\ Z_v^{(2)} - Z_v^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_X \\ B_Y \\ B_Z \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Ao igualar as Equações 3.25 e 3.18, tem-se que:

$$\begin{pmatrix} R_X^{(2)} \\ R_Y^{(2)} \\ R_Z^{(2)} \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} r_1^{(2)} \\ r_2^{(2)} \\ r_3^{(2)} \end{pmatrix} = R_{cone2}^{cone1} \left(\begin{pmatrix} R_X^{(1)} \\ R_Y^{(1)} \\ R_Z^{(1)} \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} r_1^{(1)} \\ r_2^{(1)} \\ r_3^{(1)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B_X \\ B_Y \\ B_Z \end{pmatrix} \right) \quad (3.27)$$

A Equação 3.27 proporciona três equações e duas incógnitas t_1 e t_2 . Desenvolvendo a primeira equação de 3.27, é possível escrever t_2 em função de t_1 , conforme Equação 3.28.

$$t_2 = \frac{r_{11}t_1r_1^{(1)} + r_{12}t_1r_2^{(1)} + r_{13}t_1r_3^{(1)} + C_1 - R_X^{(2)}}{r_1^{(2)}} \quad (3.28)$$

Na Equação 3.28, r_{ij} são os elementos da matriz de rotação $R_{cone 2}^{cone 1}$ e C_1 é dado por: $C_1 = r_{11}R_X^{(1)} - r_{11}B_X + r_{12}R_Y^{(1)} - r_{12}B_Y + r_{13}R_Z^{(1)} - r_{13}B_Z$. Substituindo a Equação 3.28 na segunda e terceira equações de 3.27, calculam-se os dois valores para t_1 . Calcula-se a média de t_1 , obtidos com as Equações 3.29 e 3.30 e calcula-se o valor de t_2 , com a Equação 3.28.

$$t_1 = \frac{(C_2 - R_Y^{(2)})r_1^{(2)} - (C_1 - R_X^{(2)})r_2^{(2)}}{(r_{11}r_1^{(1)} + r_{12}r_2^{(1)} + r_{13}r_3^{(1)})r_2^{(2)} - (r_{21}r_1^{(1)}r_1^{(2)} + r_{22}r_2^{(1)}r_1^{(2)} + r_{23}r_3^{(1)}r_1^{(2)})r_1^{(2)}} \quad (3.29)$$

$$t_1 = \frac{(C_3 - R_Z^{(2)})r_1^{(2)} - (C_1 - R_X^{(2)})r_3^{(2)}}{(r_{11}r_1^{(1)} + r_{12}r_2^{(1)} + r_{13}r_3^{(1)})r_3^{(2)} - (r_{31}r_1^{(1)}r_1^{(2)} + r_{32}r_2^{(1)}r_1^{(2)} + r_{33}r_3^{(1)}r_1^{(2)})r_1^{(2)}} \quad (3.30)$$

Nas equações anteriores, $C_2 = r_{21}R_X^{(l)} - r_{21}B_X + r_{22}R_Y^{(l)} - r_{22}B_Y + r_{23}R_Z^{(l)} - r_{23}B_Z$ e $C_3 = r_{31}R_X^{(l)} - r_{31}B_X + r_{32}R_Y^{(l)} - r_{32}B_Y + r_{33}R_Z^{(l)} - r_{33}B_Z$. Ao substituir t_1 e t_2 nas Equações 3.17 e 3.18, calculam-se os valores: $(X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone})^{(1)}$ e $(X_{cone}, Y_{cone}, Z_{cone})^{(2)}$. Com essas coordenadas, as coordenadas (X, Y, Z) referenciadas ao espaço objeto são calculadas usando a Equação 3.15.

Esta é uma versão da interseção fotogramétrica desenvolvida para a geometria do SVO composto por câmara e espelho cônico. Embora considere apenas duas imagens, é uma alternativa que não exige um processo iterativo.

Anteriormente, foram apresentadas três alternativas para estimar as coordenadas 3D de pontos usando o SVO composto por câmara e espelho cônico: (1) ajustamento considerando os pontos como fotogramétricos; (2) monorestituição fotogramétrica; e (3) interseção fotogramétrica. Nesse trabalho, utilizou-se apenas a primeira alternativa.

4. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos por meio de experimentos com imagens simuladas (Seção 4.1) e com imagens reais coletadas pelo SVO (Seção 4.2) em todas as etapas do processo de modelagem e calibração do SVO.

4.1 Experimentos com dados simulados

Para um melhor entendimento da geometria de uma imagem gerada por um SVO composto por uma câmara e um espelho cônico, a Figura 4.1 apresenta o objeto plano (Figura 4.1(a)) e a imagem simulada do objeto (Figura 4.1(b)) gerada no software POV-Ray. Nesse caso, o eixo da câmara foi considerado alinhado com o eixo do espelho cônico.

Em uma situação real, torna-se difícil construir o sistema de forma a manter o perfeito alinhamento do eixo da câmara com relação ao eixo Z_{cone} . Nesse sentido, foi gerada uma imagem (ver Figura 4.2) no POV-Ray considerando um deslocamento ($\Delta X = 6$ mm e $\Delta Y = 2$ mm) do CP da câmara com relação ao vértice do cone.

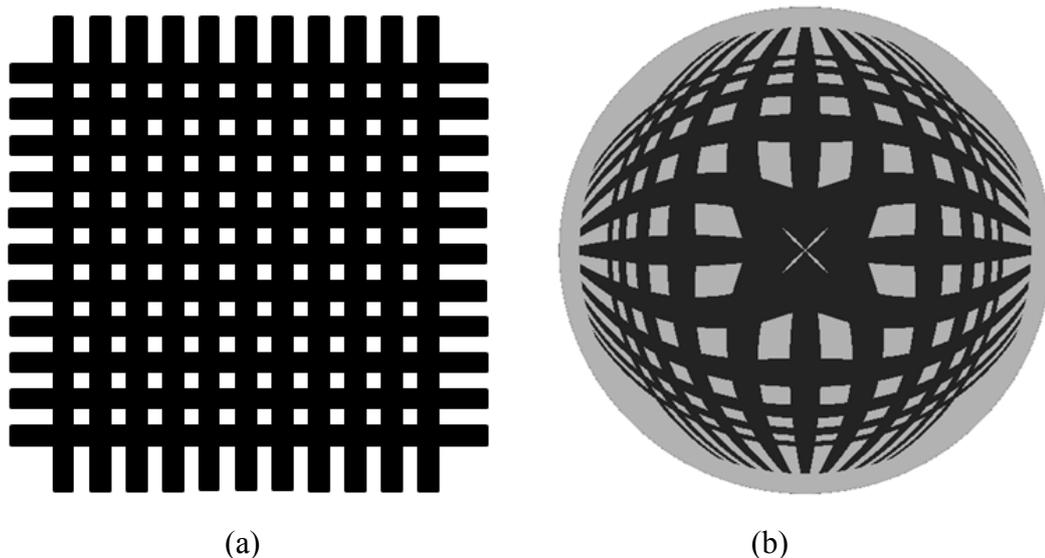


Figura 4.1: Geometria de uma imagem coletada por um SVO com câmara perspectiva e espelho cônico. (a) Objeto plano; (b) Imagem do objeto.

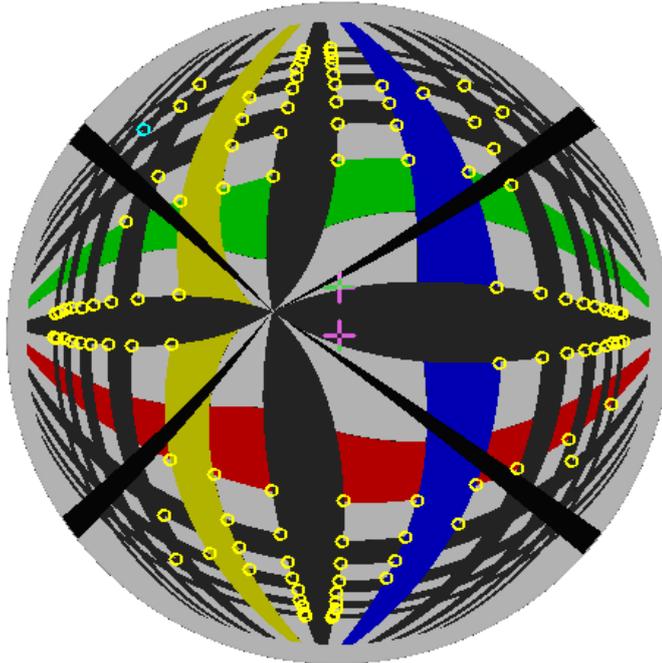


Figura 4.2: Distribuição dos pontos de apoio na imagem.

O Quadro 4.1 apresenta os dados do SVO utilizados na geração da imagem simulada.

Quadro 4.1: Dados do sistema usados na geração da imagem simulada.

Características da câmara perspectiva	
Distância focal	50 mm
Tamanho da imagem	800 x 600 <i>pixels</i>
Tamanho do pixel	0,00166 x 0,00166 mm
Característica do espelho cônico	
D (r/h)	2

As coordenadas imagem CL (Coluna/Linha) de 111 pontos foram medidas no programa MID (ver distribuição dos pontos na Figura 4.2). Posteriormente, realizou-se a projeção dos pontos do espaço objeto para o espaço imagem, para comparar as coordenadas CL estimadas, usando os modelos matemáticos, com as coordenadas CL dos pontos medidos. Para estimar as coordenadas, consideraram-se como conhecidos: as coordenadas do espaço objeto (X, Y, Z); os parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto ($\omega_{Cone}^{Obj}, \varphi_{Cone}^{Obj}, \kappa_{Cone}^{Obj}, X_V, Y_V, Z_V$) e; a altura e o raio do cone. Com as

Equações 3.5, 3.6 e 3.7, aplicou-se o método de Newton-Raphson para estimar as coordenadas do ponto de reflexão na superfície do espelho (R_x, R_y, R_z). Com as coordenadas do ponto de reflexão, e conhecendo os parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial fotogramétrico, calcularam-se as coordenadas (x, y) , referentes ao sistema fotogramétrico, aplicando as equações de colinearidade (Equação 2.5). Essas coordenadas foram transformadas para o referencial da imagem CL. A Tabela 4.1 apresenta a média das discrepâncias entre as coordenadas medidas e estimadas, bem como a Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM).

Tabela 4.1: Média das discrepâncias e REQM entre as coordenadas imagem medidas e estimadas.

	C (pixel)	L (pixel)
Média	-0,03	-0,02
REQM	0,49	0,63

Verifica-se, por meio da Tabela 4.1, que a média das discrepâncias é menor que 0,1 pixel e a REQM está em torno de 0,5 pixel, o que é compatível com o erro de medição manual dos pontos. Conclui-se, portanto, que os modelos matemáticos, propostos para a calibração do sistema, foram parcialmente validados, no que se refere ao modelo de projeção.

As imagens reais, coletadas pelo SVO desenvolvido, apresentam certo borramento em função da qualidade do espelho e também devido à aberração cromática da câmara. Nesse sentido, o erro de medida é na ordem de ± 3 pixels. Nas imagens geradas no POV-Ray não é possível aplicar erros randômicos, exceto o erro causado pela medição manual na imagem simulada, que é em torno de 1 pixel.

Foi então desenvolvido um programa em Matlab para a geração de coordenadas imagem simuladas, considerando um erro randômico de ± 3 pixels. As seguintes etapas são realizadas para a geração de coordenadas simuladas: (1) Estimação das coordenadas (R_x, R_y, R_z) aplicando-se o método de Newton-Raphson para a solução do sistema de equações (Equações 3.5, 3.6 e 3.7); (2) Cálculo das coordenadas (x, y) , referenciadas ao sistema fotogramétrico, com as equações de colinearidade (Equação 2.5) e; (3) Aplicação do erro randômico nas coordenadas fotogramétricas.

As coordenadas imagem simuladas foram geradas considerando a geometria aproximada do sistema real, e também baseado nas imagens usadas nos experimentos com

dados reais (Seção 4.2.2.1) e nas coordenadas dos pontos de apoio do campo de calibração. A Figura 4.3 ilustra as imagens coletadas pelo SVO, que foram usadas como base na geração dos dados simulados. A Tabela 4.2 apresenta os parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto usados na geração dos dados simulados.

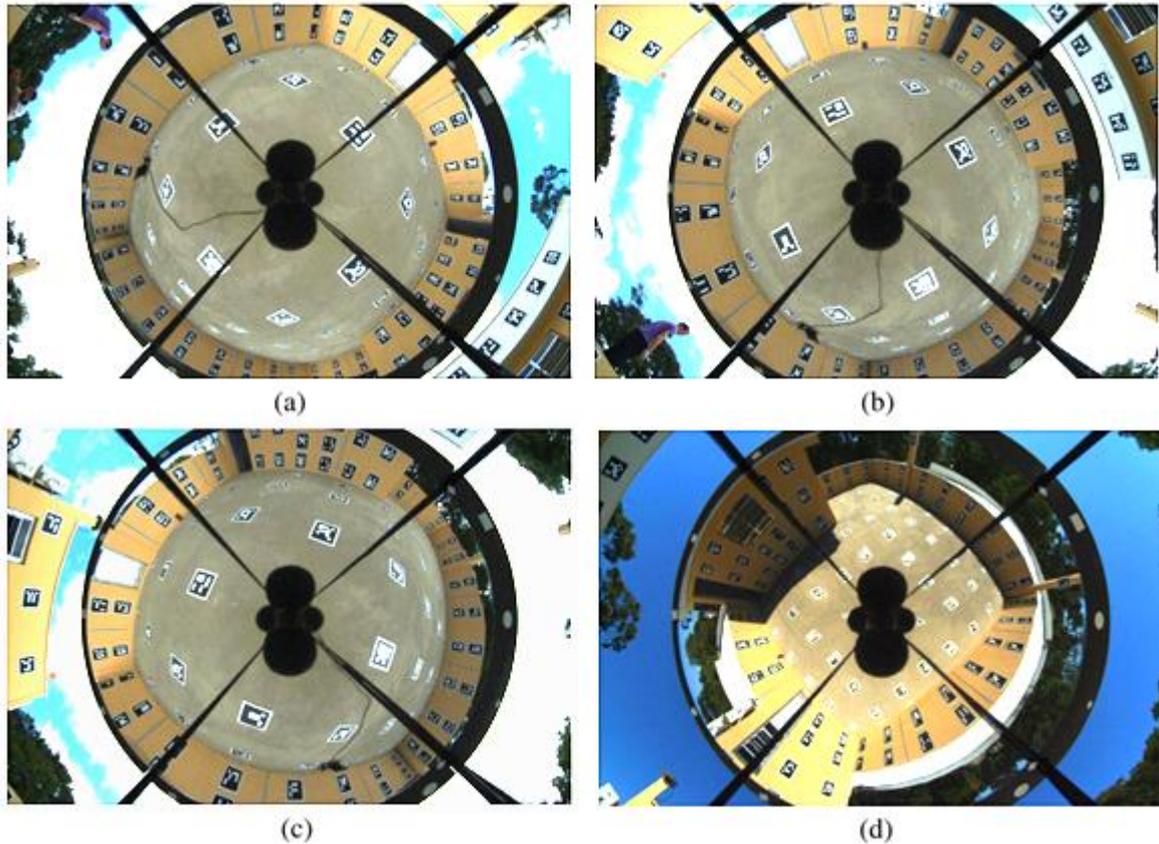


Figura 4.3: Imagens coletadas pelo SVO do campo de calibração externo.

Tabela 4.2: Parâmetros usados na geração das coordenadas simuladas das quatro imagens.

Parâmetros de transformação (Cone/Objeto)						
Im.	ω_{Cone}^{Obj} (°)	φ_{Cone}^{Obj} (°)	κ_{Cone}^{Obj} (°)	X_V (m)	Y_V (m)	Z_V (m)
1	178,67586	0,24377	258,75471	458016,3286	7553601,2959	439,2789
2	179,23975	1,24853	184,15145	458016,3258	7553601,3364	439,2813
3	179,84083	1,39746	141,95415	458016,3024	7553601,3316	439,2768
4	180,21769	-0,44203	80,19029	458016,3664	7553601,2690	440,4578

Nota-se, ao analisar a Tabela 4.2 e a Figura 4.3, que a imagem 4 foi tomada com uma altura maior, cerca de 1,2 m, com relação às demais imagens. As imagens 1, 2 e 3 foram adquiridas na mesma altura, mas com diferentes ângulos de rotação κ_{Cone}^{Obj} .

Ao considerar imagens simuladas, alguns processos não são realizados, como: a calibração da câmara que compõe o SVO; a modelagem do espelho cônico e; a estimação dos parâmetros de transformação do sistema da câmara com relação ao sistema do cone. Os valores verdadeiros dos parâmetros de orientação interior da câmara, dos parâmetros que modelam o espelho e dos parâmetros de transformação entre os referenciais do cone e fotogramétrico, são conhecidos e foram fixados de forma absoluta no ajustamento.

Considerando conhecidos os parâmetros de transformação do referencial da câmara com relação ao referencial do cone, é possível calcular as coordenadas dos pontos de reflexão na superfície do espelho, aplicando a técnica de monorestituição fotogramétrica - descrita na Seção 3.2.3, para qualquer ponto na imagem. Assim como nos experimentos com dados reais, foram considerados 901 pontos na imagem, totalizando 1802 observações. A partir das coordenadas imagem desses pontos, calcularam-se as coordenadas refletidas na superfície do espelho.

Com as coordenadas dos pontos de reflexão no referencial do cone e com as coordenadas objeto desses pontos, estimaram-se os parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto, com as Equações 3.5 a 3.7. As coordenadas dos pontos de apoio foram fixadas com um desvio-padrão de 3 mm e as coordenadas refletidas no referencial do cone foram fixadas com um desvio-padrão de 0,2 mm, conforme adotado nos experimentos com dados reais.

Foram gerados cinco conjuntos de observações (x, y) para os mesmos pontos. Os valores das observações variaram em função da mudança dos valores dos erros randômicos aplicados, mas sempre dentro do intervalo de ± 3 pixels. A Tabela 4.3 apresenta as discrepâncias entre os parâmetros estimados e os parâmetros verdadeiros, usados na geração das observações simuladas, para os cinco conjuntos de observações.

Tabela 4.3: Discrepâncias e desvios-padrão dos parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto para os 5 conjuntos de 4 imagens simuladas.

Conj.	Img.	ω_{Cone}^{Obj} (°)	φ_{Cone}^{Obj} (°)	κ_{Cone}^{Obj} (°)	X_V (m)	Y_V (m)	Z_V (m)	
1	1	-0,00148	0,00053	0,00190	0,0004	0,0003	-0,0000	
		(±)0,00181	(±)0,00160	(±)0,00382	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001	
	2	0,00267	0,00184	0,00039	-0,0000	-0,0006	-0,0000	
		(±)0,00184	(±)0,00168	(±)0,00396	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001	
	3	-0,00069	-0,00083	0,00364	0,0005	0,0000	-0,0001	
		(±)0,00170	(±)0,00155	(±)0,00354	(±)0,0003	(±)0,0003	(±)0,0001	
	4	-0,00672	0,00654	0,00018	-0,0007	0,0005	-0,0005	
		(±)0,00323	(±)0,00279	(±)0,00560	(±)0,0007	(±)0,0006	(±)0,0002	
	2	1	-0,00337	0,00277	-0,00242	-0,0000	0,0005	0,0000
			(±)0,00166	(±)0,00147	(±)0,00350	(±)0,0004	(±)0,0003	(±)0,0001
		2	0,00057	-0,00052	0,00548	0,0004	-0,0001	-0,0001
			(±)0,00169	(±)0,00154	(±)0,00363	(±)0,0003	(±)0,0003	(±)0,0001
3		0,00037	0,00239	0,00084	-0,0004	0,0005	-0,0003	
		(±)0,00156	(±)0,00142	(±)0,00325	(±)0,0003	(±)0,0003	(±)0,0000	
4		-0,00331	0,00171	-0,00243	-0,0001	0,0006	-0,0006	
		(±)0,00296	(±)0,00256	(±)0,00514	(±)0,0006	(±)0,0006	(±)0,0001	
3		1	-0,00193	-0,00085	0,00335	-0,0000	0,0005	-0,0000
			(±)0,00175	(±)0,00155	(±)0,00369	(±)0,0004	(±)0,0003	(±)0,0001
		2	-0,00055	0,00298	-0,00143	-0,0003	-0,0003	-0,0001
			(±)0,00178	(±)0,00162	(±)0,00383	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
	3	-0,00179	-0,00142	0,00368	0,0000	0,0002	-0,0002	
		(±)0,00165	(±)0,00150	(±)0,00343	(±)0,0003	(±)0,0003	(±)0,0002	
	4	-0,00589	0,00345	-0,00332	-0,0006	0,0003	-0,0005	
		(±)0,00312	(±)0,00270	(±)0,00542	(±)0,0007	(±)0,0006	(±)0,0002	
	4	1	-0,00409	0,00167	0,00227	0,0005	0,0002	0,0000
			(±)0,00178	(±)0,00157	(±)0,00374	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
		2	-0,00081	-0,00001	-0,00150	0,0000	-0,0001	-0,0003
			(±)0,00180	(±)0,00164	(±)0,00388	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
3		-0,00205	0,00047	0,00232	0,0000	-0,0001	-0,0001	
		(±)0,00167	(±)0,00152	(±)0,00347	(±)0,0003	(±)0,0003	(±)0,0001	
4		-0,00584	0,00001	-0,00045	0,0002	0,0007	-0,0004	
		(±)0,00316	(±)0,00274	(±)0,00549	(±)0,0007	(±)0,0006	(±)0,0002	
5		1	-0,00299	0,00146	0,00061	0,0001	-0,0000	-0,0003
			(±)0,00178	(±)0,00158	(±)0,00375	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
		2	0,00377	0,00257	-0,00150	-0,0000	-0,0002	-0,0002
			(±)0,00181	(±)0,00165	(±)0,00389	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
	3	0,00187	0,00359	0,00030	-0,0003	0,0001	-0,0002	
		(±)0,00167	(±)0,00152	(±)0,00349	(±)0,0003	(±)0,0003	(±)0,0000	
	4	-0,00035	-0,00214	0,00692	0,0006	0,0006	-0,0003	
		(±)0,00317	(±)0,00275	(±)0,00551	(±)0,0007	(±)0,0006	(±)0,0002	

Nota-se, ao analisar a Tabela 4.3, que as discrepâncias entre os valores estimados e os valores verdadeiros são pequenas, em geral, menores que os desvios-padrão

estimados. Foi aplicado o teste *t de Student* e na Tabela 4.3 estão destacados os parâmetros em que a hipótese básica ($H_0: X_{\text{estimado}} = X_{\text{verdadeiro}}$) foi rejeitada a um nível de significância de 5%. A hipótese básica considera o valor estimado do parâmetro igual ao valor verdadeiro do parâmetro. Verifica-se também que houve uma maior discrepância nos parâmetros de posição (X_v, Y_v, Z_v) da imagem 4. Essa imagem foi simulada considerando que o sistema se encontrava em uma altura maior, cerca de 1,2 m, se comparada às alturas de tomada das demais imagens. No entanto, essa discrepância não foi maior que 1 mm.

A Tabela 4.4 apresenta a Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM) para os 15 pontos de verificação, os quais estão bem distribuídos ao longo do campo de calibração, como pode ser verificado na Figura 4.4.

Tabela 4.4: Média das discrepâncias e REQM nos 15 pontos de verificação.

Conjunto	Média (m)			REQM (m)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	-0,0036	-0,0033	0,0005	0,0149	0,0106	0,0029
2	0,0040	0,0000	-0,0006	0,0163	0,0048	0,0023
3	0,0025	-0,0009	-0,0004	0,0103	0,0081	0,0026
4	-0,0010	-0,0058	0,0004	0,0148	0,0171	0,0034
5	0,0027	0,0000	-0,0009	0,0099	0,0065	0,0030
Média	0,0009	-0,0020	-0,0002	0,0132	0,0094	0,0028

Ao analisar a Tabela 4.4, verifica-se que a REQM em Z é sempre menor, o que ocorre devido à orientação dos eixos do referencial do espaço objeto. Como já apresentado, a coordenada Z corresponde à coordenada h (altitude geométrica). A interseção dos raios gera uma maior incerteza em X e Y. Para minimizar essa diferença seria necessário tomar imagens com um ângulo paralático próximo à 60° . Nesse experimento, a base entre as posições P_1 e P_2 (ver Figura 4.5) foi de aproximadamente 1,2 m. Considerando uma distância de 5 m do SVO ao alvo, tem-se um ângulo paralático de aproximadamente 14° , que é um ângulo agudo. A REQM em X e Y fica em torno de 1 cm, sendo que a média da REQM em X é um pouco maior, aproximadamente 1,3cm. Verifica-se também que a média da REQM em Z é em torno de 3 mm.

Os resultados, apresentados na Tabela 4.4, foram obtidos considerando um erro aleatório nas observações da imagem (± 3 pixel) e nas coordenadas do espaço objeto (± 3 mm). Nesse caso, por se tratar de dados simulados, não há resíduos resultantes do processo de calibração interna do SVO, pois os valores verdadeiros dos parâmetros de orientação interior da câmara, dos parâmetros do modelo do espelho cônico e dos parâmetros que relacionam os referenciais da câmara e do espelho são conhecidos, e foram fixados de forma absoluta no ajustamento.

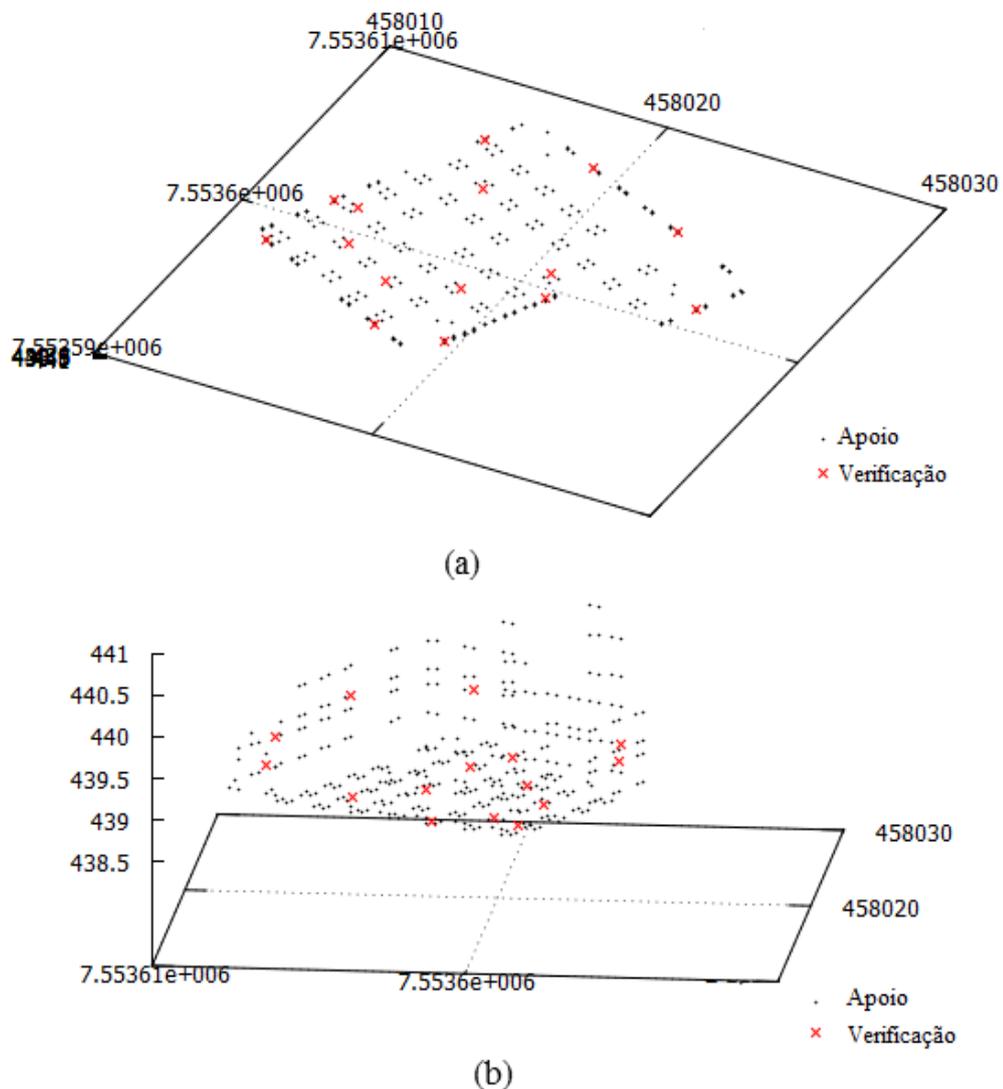


Figura 4.4: Distribuição dos 15 pontos de verificação. (a) Vista superior; (b) Vista em perspectiva.

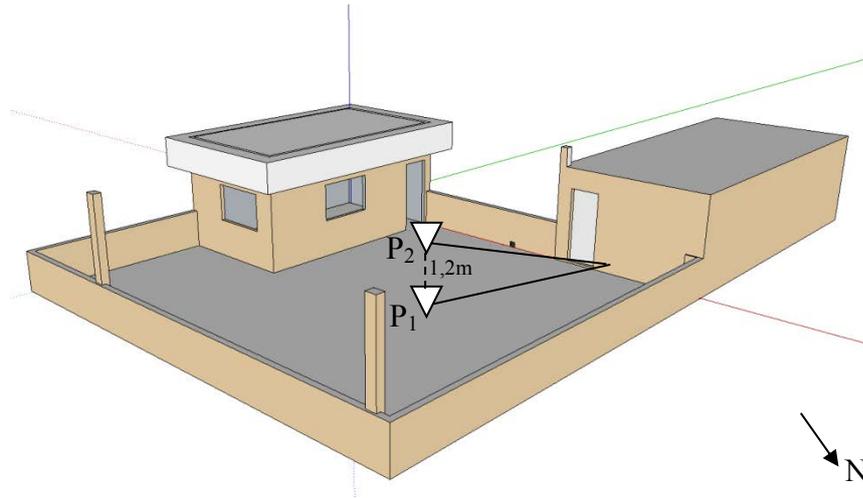


Figura 4.5: Referencial do espaço objeto no campo de calibração e posição das tomadas das imagens.

Para verificar o efeito de um campo de calibração 3D, realizou-se a orientação das imagens usando apenas os pontos de apoio pertencentes ao plano 2D do piso, portanto, pontos que apresentam pequena variação na coordenada Z . Foram usados 159 pontos de apoio. A Tabela 4.5 apresenta as discrepâncias dos parâmetros estimados com relação aos parâmetros verdadeiros, e os respectivos desvios-padrão.

A análise da Tabela 4.5 permite verificar que, nesse caso, há um erro maior na estimação do ângulo φ_{Cone}^{Obj} . O maior erro em φ_{Cone}^{Obj} foi de aproximadamente 2 minutos de arco. Foi aplicado o teste *t de Student*, e na Tabela 4.5 estão destacados os parâmetros em que a hipótese básica (H_0) foi rejeitada a um nível de significância de 5%. As discrepâncias nos parâmetros de posição também aumentaram se comparados aos resultados da Tabela 4.3. Esses resultados apontam a importância de pontos de apoio em diferentes planos, para a orientação das imagens coletadas por um SVO, composto por câmara e espelho cônico.

Tabela 4.5: Discrepâncias e os respectivos desvios-padrão dos parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto considerando apenas o apoio do plano 2D do piso.

Conj.	Im.	ω_{Cone}^{Obj} (°)	φ_{Cone}^{Obj} (°)	κ_{Cone}^{Obj} (°)	X_V (m)	Y_V (m)	Z_V (m)
1	1	0,00330	0,025750	-0,00976	-0,0004	-0,0005	0,0001
		(±)0,00802	(±)0,00679	(±)0,01275	(±)0,0007	(±)0,0006	(±)0,0002
	2	0,00015	0,030902	0,00085	-0,0011	-0,0008	0,0002
		(±)0,00638	(±)0,00700	(±)0,01163	(±)0,0006	(±)0,0006	(±)0,0001
	3	0,00549	0,013786	-0,00072	-0,0000	-0,0006	-0,0002
		(±)0,00361	(±)0,00395	(±)0,00673	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
	4	-0,00736	-0,000718	0,00475	0,0018	0,0017	0,0002
		(±)0,01013	(±)0,00788	(±)0,01180	(±)0,0013	(±)0,0015	(±)0,0003
2	1	0,00585	0,02118	0,01030	0,0006	-0,0002	0,0000
		(±)0,00814	(±)0,00689	(±)0,01295	(±)0,0007	(±)0,0006	(±)0,0002
	2	-0,00833	0,01020	0,00307	-0,0007	-0,0007	-0,0001
		(±)0,00648	(±)0,00711	(±)0,01181	(±)0,0006	(±)0,0006	(±)0,0001
	3	0,00288	-0,00029	0,00487	0,0003	-0,0011	-0,0002
		(±)0,00366	(±)0,00401	(±)0,00683	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
	4	-0,00838	0,01865	-0,00009	-0,0011	-0,0000	-0,0006
		(±)0,01028	(±)0,00800	(±)0,01197	(±)0,0014	(±)0,0015	(±)0,0003
3	1	0,00386	0,01522	-0,00512	0,0005	-0,0007	-0,0002
		(±)0,00858	(±)0,00726	(±)0,01363	(±)0,0007	(±)0,0007	(±)0,0002
	2	0,00129	0,01705	0,00062	-0,0003	-0,0006	-0,0000
		(±)0,00682	(±)0,00748	(±)0,01243	(±)0,0006	(±)0,0007	(±)0,0002
	3	0,00393	0,00824	0,00143	0,0001	-0,0005	-0,0001
		(±)0,00386	(±)0,00422	(±)0,00719	(±)0,0005	(±)0,0005	(±)0,0001
	4	-0,00986	0,00085	0,00453	0,0008	0,0013	-0,0001
		(±)0,01083	(±)0,00842	(±)0,01261	(±)0,0014	(±)0,0016	(±)0,0004
4	1	-0,00452	0,02117	-0,00300	0,0001	-0,0001	0,0000
		(±)0,00838	(±)0,00710	(±)0,01333	(±)0,0007	(±)0,0006	(±)0,0002
	2	0,00064	0,03076	0,00130	-0,0010	-0,0006	-0,0002
		(±)0,00667	(±)0,00731	(±)0,01215	(±)0,0006	(±)0,0006	(±)0,0002
	3	0,00482	0,00861	-0,01036	0,0007	-0,0009	-0,0002
		(±)0,00377	(±)0,00413	(±)0,00703	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
	4	-0,00327	-0,01272	-0,00017	0,0033	0,0014	-0,0001
		(±)0,01059	(±)0,00823	(±)0,01233	(±)0,0014	(±)0,0015	(±)0,0004
5	1	-0,01607	0,01539	-0,01328	0,0003	-0,0002	-0,0002
		(±)0,00837	(±)0,00708	(±)0,01331	(±)0,0007	(±)0,0006	(±)0,0002
	2	-0,00868	0,01232	0,01026	0,0001	-0,0003	0,0000
		(±)0,00666	(±)0,00730	(±)0,01214	(±)0,0006	(±)0,0006	(±)0,0002
	3	-0,00008	0,01146	-0,00428	0,0000	0,0001	-0,0002
		(±)0,00377	(±)0,00412	(±)0,00702	(±)0,0004	(±)0,0004	(±)0,0001
	4	0,00322	-0,00745	0,01455	0,0014	-0,0007	-0,0003
		(±)0,01057	(±)0,00822	(±)0,01231	(±)0,0014	(±)0,0015	(±)0,0004

Por fim, a Tabela 4.6 apresenta as estatísticas, média das discrepâncias e REQM, nas coordenadas dos pontos de verificação.

Tabela 4.6: Média das discrepâncias e REQM nas coordenadas dos 15 pontos de verificação.

Conjunto	Média (m)			REQM (m)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	-0,0071	-0,0034	0,0011	0,0277	0,0090	0,0036
2	0,0012	-0,0033	-0,0006	0,0089	0,0105	0,0024
3	-0,0037	-0,0033	-0,0005	0,0143	0,0118	0,0028
4	-0,0086	0,0014	0,0007	0,0256	0,0072	0,0036
5	-0,0049	0,0006	0,0002	0,0144	0,0078	0,0031
Média	-0,0046	-0,0016	0,0001	0,0181	0,0092	0,0031

Ao comparar os resultados obtidos na Tabela 4.6 com os resultados da Tabela 4.4, verifica-se um aumento na REQM de 1,3 cm para 1,8 cm na coordenada X . A maior discrepância nos pontos de verificação ocorreu na coordenada X do ponto 9711. No conjunto 1, a discrepância em X no ponto 9711 atingiu o valor de -9 cm. É importante ressaltar que esse é o ponto mais distante do local onde a imagem foi adquirida, conforme Figura 4.6. Esse aumento das discrepâncias nas coordenadas X dos pontos de verificação, apresenta relação com o erro na estimação do ângulo de rotação φ_{Cone}^{Obj} , conforme apresentado na Tabela 4.5.



Figura 4.6: Localização do ponto 9711 no campo de calibração.

Os resultados apresentados nessa seção mostram que a modelagem matemática proposta permite a obtenção de qualidade centimétrica na reconstrução 3D. Além disso, verificou-se a importância de alvos em diferentes planos para a estimação dos parâmetros de transformação do referencial do espaço objeto para o referencial do cone.

4.2 Experimentos com dados reais

Os experimentos com dados reais estão divididos em duas etapas. A primeira está relacionada à modelagem e calibração interna do sistema (4.2.1) e a segunda relaciona-se com a modelagem e calibração da plataforma (Seção 4.2.2).

4.2.1 Calibração interna do Sistema de Visão Omnidirecional

Para a calibração interna do sistema omnidirecional as seguintes etapas foram realizadas:

- Calibração da câmara *Fuji Finepix S3Pro* com lente Bower-Samyang de 8 mm que compõe o SVO (Seção 4.2.1.1);
- Modelagem do espelho cônico (Seção 4.2.1.2);
- Estimação dos parâmetros de orientação do sistema da câmara com relação ao sistema do cone (Seção 4.2.1.3).

4.2.1.1 Calibração da câmara *Fuji Finepix S3Pro* com lente Samyang de 8 mm

A calibração da câmara *Fuji Finepix F3Pro* com a lente Bower-Samyang de 8 mm foi realizada com os modelos matemáticos baseados nas projeções perspectiva, equidistante, do ângulo equisólido, estereográfica e ortogonal. Esses modelos matemáticos foram implementados no software TMS (Triangulação Multissensor). Foram usadas 12 imagens coletadas do campo de calibração (ver Figura 4.7). Um software livre (GARRIDO-

JURADO et al., 2014) foi adaptado para localizar, identificar e medir os quatro cantos dos alvos codificados do campo de calibração (SILVA, 2012) com precisão subpixel. Com esse software grande parte dos alvos foi medida de forma automática com qualidade subpixel. Devido às grandes variações de escala nestas imagens, alguns pontos não são localizados pela técnica automática. Dessa forma, os demais pontos foram medidos manualmente usando o software MID, para proporcionar uma melhor geometria para a calibração da câmara.

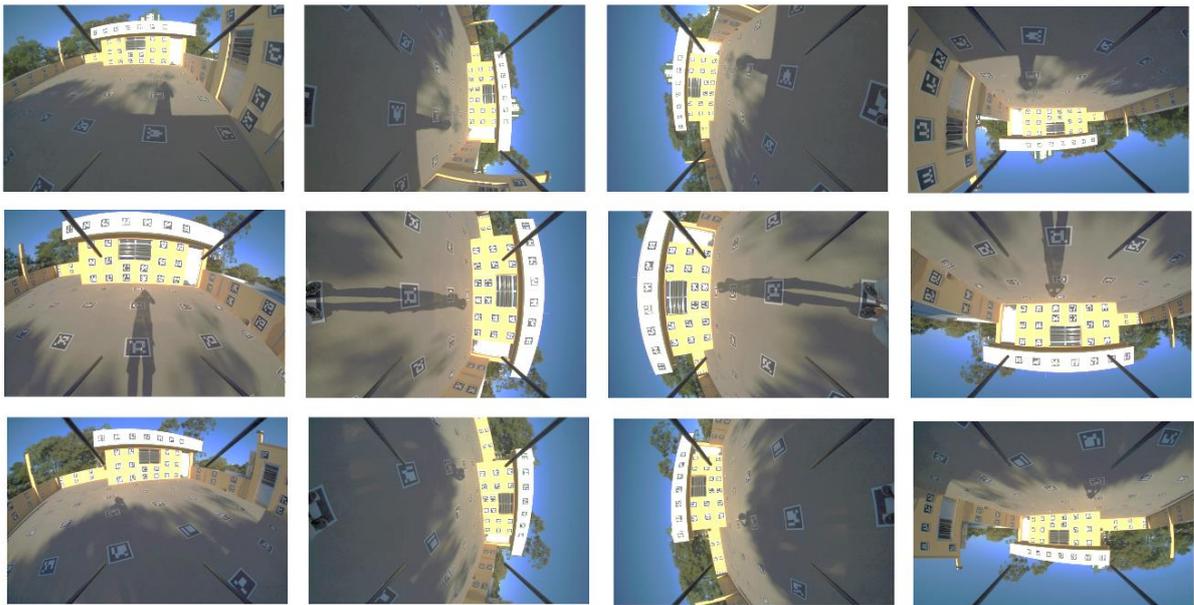


Figura 4.7: Imagens adquiridas com a câmara Fuji Finepix S3pro com a lente Samyang 8 mm do campo de calibração com alvos codificados.

A *Fuji Finepix S3pro* é uma câmara digital com 12,1 megapixels (4256x2848 pixels) com um tamanho de pixel de 5,4 μm . O tamanho do quadro do sensor é 23,0 mm x 15,5 mm. Experimentos foram realizados com diferentes conjuntos de parâmetros de orientação interior (POI). A Tabela 4.7 apresenta o sigma a priori e o sigma a posteriori, estimado no ajustamento, para cada modelo matemático. As coordenadas dos pontos de apoio foram introduzidas no ajustamento com injeção de peso considerando um desvio-padrão de 3 mm. As observações (x,y) , medidas de forma automática, foram inseridas com um desvio-padrão de 0,5 pixel, e as observações, medidas manualmente, com um desvio-padrão de 1 pixel.

Tabela 4.7: Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$) para diferentes conjuntos de parâmetros de orientação interior (POI).

POI	Colinearidade	Estereográfica	Equidistante	Ângulo Equisólido	Ortogonal
$f, x_0, y_0, K_1, K_2, K_3$	1,447	0,970	0,975	0,971	0,970
$f, x_0, y_0, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2$	1,429	0,950	0,957	0,953	0,958
$f, x_0, y_0, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, A, B$	1,426	0,947	0,954	0,949	0,956

Sigma a priori: $\sigma_0 = 1$

A análise da Tabela 4.7 mostra que o sigma a posteriori estimado com o modelo de colinearidade (projeção perspectiva) é maior se comparado com os demais modelos. Isso ocorre, pois os resíduos nas coordenadas imagem são maiores. O sigma a posteriori para os demais modelos (estereográfica, equidistante, do ângulo equisólido e ortogonal) são menores do que 1, que é o valor do sigma a priori. Ao considerar todos os POI, tem-se 5200 graus de liberdade no ajustamento. Assim, ao aplicar o teste de hipótese qui-quadrado (χ^2), a hipótese básica ($H_0 : \hat{\sigma}^2 = \sigma^2$) é rejeitada a um nível de significância de 5% quando é usado o modelo de colinearidade. Ao considerar os demais modelos, a hipótese não é rejeitada ao nível de significância de 5%. Maiores detalhes acerca do teste de hipótese qui-quadrado (χ^2) são apresentados no Apêndice A.

Os resultados para os quatro modelos das projeções estereográfica, equidistante, ângulo equisólido e ortogonal podem ser considerados similares. A Figura 4.8 apresenta a distribuição dos resíduos para os cinco modelos, referente à imagem 5, apresentada na Figura 4.7.

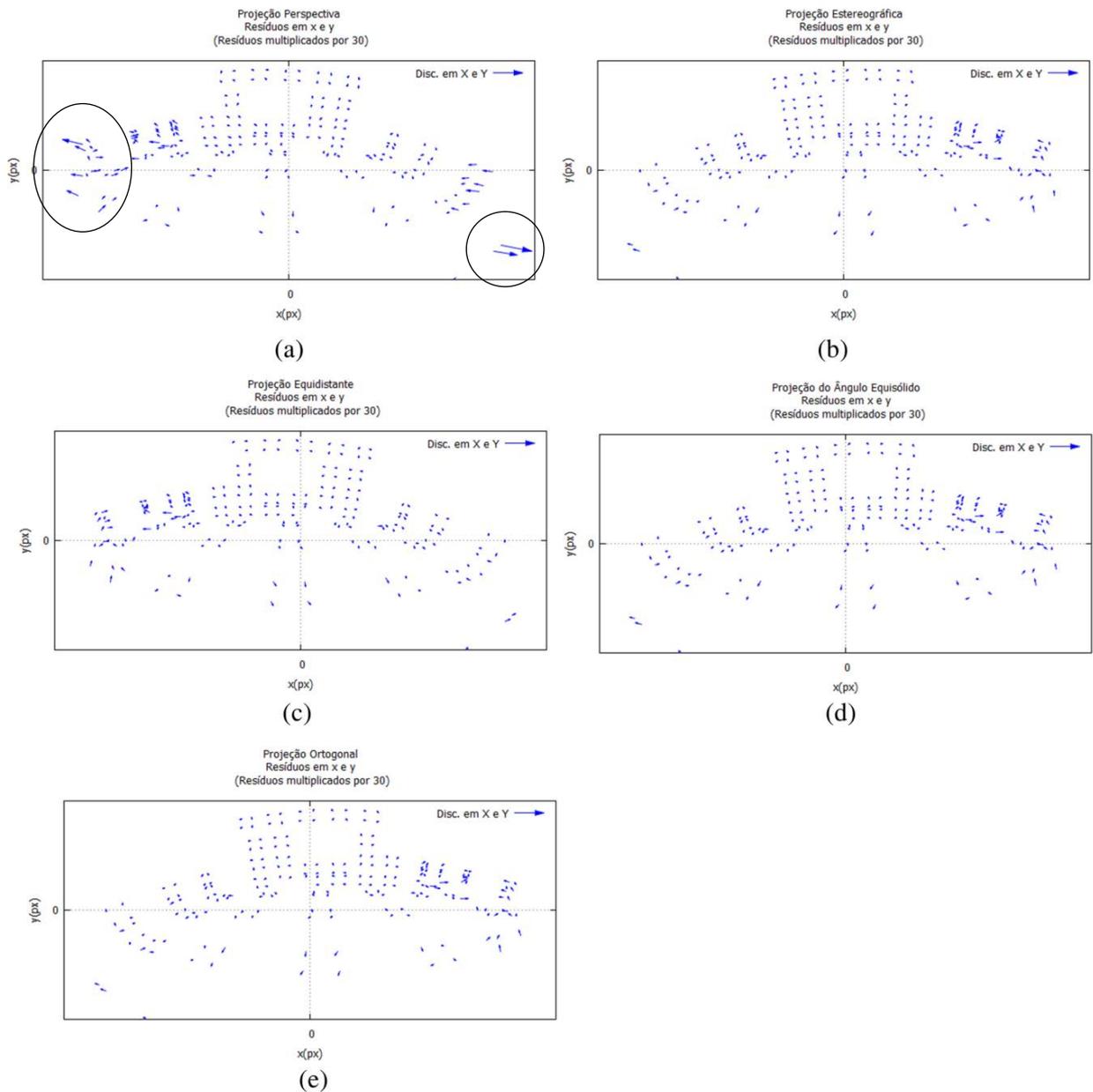


Figura 4.8: Distribuição dos resíduos (resíduos multiplicados por 30) na imagem 5 considerando os modelos das projeções.

(a) perspectiva; (b) estereográfica; (c) equidistante; (d) do ângulo equisólido e; (e) ortogonal.

Os resíduos apresentados na Figura 4.8 são compatíveis com a análise realizada anteriormente, baseada no sigma a posteriori. Os resíduos, ao considerar o modelo de colinearidade, são maiores. É importante ressaltar que no modelo de colinearidade (Figura 4.8(a)) os resíduos apresentam maior magnitude nas extremidades da imagem. À medida que aumenta a distância radial com relação ao pp (ponto principal), maior é o resíduo. Nesse caso,

os parâmetros da distorção radial simétrica não foram suficientes para absorver completamente a refração sofrida pelo raio ao passar pelo sistema de lentes.

A Tabela 4.7 também revela que o melhor resultado é obtido quando todos os POI ($f, x_0, y_0, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, A, B$) são considerados. A Tabela 4.8 apresenta os POI e os respectivos desvios-padrão estimados para a câmara Fuji Finepix S3pro com a lente Bower-Samyang considerando todos os POI.

Tabela 4.8: Parâmetros de orientação interior e desvios-padrão estimados.

POI	Colinearidade	Estereográfica	Equidistante	Ângulo Equisólido	Ortogonal
$f(mm)$	8,5114 ($\pm 0,0020$)	8,4623 ($\pm 0,0011$)	8,4633 ($\pm 0,0011$)	8,4630 ($\pm 0,0010$)	8,4628 ($\pm 0,0010$)
$x_0(mm)$	0,2560 ($\pm 0,0016$)	-0,2545 ($\pm 0,0011$)	0,2546 ($\pm 0,0011$)	-0,2547 ($\pm 0,0011$)	-0,2534 ($\pm 0,0011$)
$y_0(mm)$	-0,3859 ($\pm 0,0015$)	-0,3895 ($\pm 0,0010$)	-0,3893 ($\pm 0,0010$)	-0,3892 ($\pm 0,0010$)	-0,3886 ($\pm 0,0010$)
$K_1(mm^{-2})$	$-4,91 \times 10^{-3}$ ($\pm 1,46 \times 10^{-5}$)	$-7,61 \times 10^{-4}$ ($\pm 5,32 \times 10^{-6}$)	$3,92 \times 10^{-4}$ ($\pm 4,40 \times 10^{-6}$)	$9,81 \times 10^{-4}$ ($\pm 4,17 \times 10^{-6}$)	$2,73 \times 10^{-3}$ ($\pm 2,96 \times 10^{-6}$)
$K_2(mm^{-4})$	$2,59 \times 10^{-6}$ ($\pm 3,00 \times 10^{-7}$)	$3,72 \times 10^{-7}$ ($\pm 8,49 \times 10^{-8}$)	$8,48 \times 10^{-7}$ ($\pm 6,41 \times 10^{-8}$)	$-1,33 \times 10^{-7}$ ($\pm 6,16 \times 10^{-8}$)	$-3,86 \times 10^{-6}$ ($\pm 3,85 \times 10^{-8}$)
$K_3(mm^{-6})$	$-3,27 \times 10^{-7}$ ($\pm 1,97 \times 10^{-9}$)	$3,25 \times 10^{-9}$ ($\pm 4,16 \times 10^{-10}$)	$-1,27 \times 10^{-9}$ ($\pm 2,84 \times 10^{-10}$)	$-7,28 \times 10^{-10}$ ($\pm 2,77 \times 10^{-10}$)	$1,34 \times 10^{-9}$ ($\pm 1,50 \times 10^{-10}$)
$P_1(mm^{-1})$	$6,75 \times 10^{-5}$ ($\pm 6,00 \times 10^{-6}$)	$-2,42 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,67 \times 10^{-6}$)	$1,70 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,25 \times 10^{-6}$)	$-1,41 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,06 \times 10^{-6}$)	$-5,10 \times 10^{-6}$ ($\pm 5,10 \times 10^{-7}$)
$P_2(mm^{-1})$	$-2,15 \times 10^{-5}$ ($\pm 7,95 \times 10^{-6}$)	$9,67 \times 10^{-6}$ ($\pm 2,66 \times 10^{-6}$)	$8,63 \times 10^{-6}$ ($\pm 2,16 \times 10^{-6}$)	$8,14 \times 10^{-6}$ ($\pm 1,93 \times 10^{-6}$)	$5,06 \times 10^{-6}$ ($\pm 1,17 \times 10^{-6}$)
A	$-2,23 \times 10^{-4}$ ($\pm 4,75 \times 10^{-5}$)	$-1,48 \times 10^{-4}$ ($\pm 2,45 \times 10^{-5}$)	$-1,24 \times 10^{-4}$ ($\pm 2,24 \times 10^{-5}$)	$-1,21 \times 10^{-4}$ ($\pm 2,12 \times 10^{-5}$)	$-8,09 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,73 \times 10^{-5}$)
B	$2,86 \times 10^{-5}$ ($\pm 8,10 \times 10^{-5}$)	$-8,25 \times 10^{-5}$ ($\pm 4,35 \times 10^{-5}$)	$8,89 \times 10^{-5}$ ($\pm 4,02 \times 10^{-5}$)	$-8,51 \times 10^{-5}$ ($\pm 3,82 \times 10^{-5}$)	$-8,66 \times 10^{-5}$ ($\pm 3,00 \times 10^{-5}$)

De acordo com a Tabela 4.8, os desvios-padrão estimados dos parâmetros de orientação interior são menores ao considerar as projeções estereográfica, equidistante, do ângulo equisólido e ortogonal quando comparados com os resultados do modelo de colinearidade. Verifica-se também que o desvio-padrão para a distância focal é menor que 0,4pixel para todos os modelos. É importante mencionar que os parâmetros da distorção radial simétrica, para o modelo de colinearidade, absorve parte do efeito de refração do raio em direção ao eixo óptico, causado pela lente quase olho de peixe. Mas isso não é suficiente para reconstruir a geometria interna da câmara com a mesma qualidade dos demais modelos.

Na Tabela 4.8 verificam-se também sinais diferentes para o parâmetro x_0 nos modelos. Isso ocorre devido às diferenças, discutidas na Seção 2.1.2, com relação aos sistemas fotogramétricos adotados pelos modelos matemáticos, apresentados no Quadro 2.1.

Nota-se, por meio da Tabela 4.8, que o desvio-padrão estimado de alguns parâmetros é maior que o seu próprio valor estimado. Isso ocorre, por exemplo, com o parâmetro de afinidade B ao considerar a projeção perspectiva. O efeito máximo da distorção de afinidade sobre as coordenadas fotogramétricas x e y é de 0,51 pixel e -0,33 pixel, respectivamente. A resultante desses valores é maior que o erro de medição, que nesse caso foi realizada de forma automática, com qualidade subpixel, o que indica que os parâmetros de afinidade apresentam certa significância. Uma análise mais detalhada sobre a significância de POI é apresentada por Galo et al. (2008), no entanto, não foi aplicada nesse trabalho.

A qualidade dos POI estimados foi avaliada usando 13 pontos de verificação. As coordenadas dos pontos de verificação foram estimadas no ajustamento usando a primeira e nona imagens, fixando os POI de forma absoluta. Quatro pontos de apoio foram usados para estimar os parâmetros de orientação exterior e as coordenadas dos pontos de verificação. A REQM nas coordenadas dos pontos de verificação é apresentada na Tabela 4.9.

Tabela 4.9: REQM nas coordenadas dos pontos de verificação para análise dos POI estimados pelos diferentes modelos de projeção.

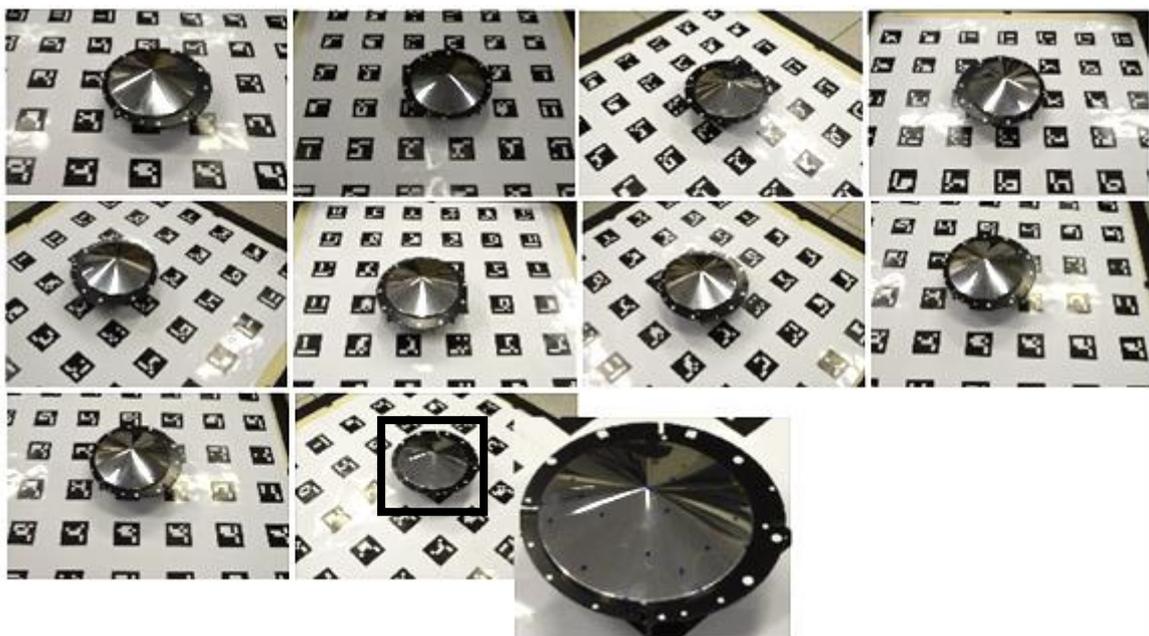
IOPs	Colinearidade			Estereográfica			Equidistante		
	X (m)	Y (m)	Z (m)	X (m)	Y (m)	Z (m)	X (m)	Y (m)	Z (m)
$f, x_0, y_0,$ $K_1,$ K_2, K_3	0,0036	0,0048	0,0056	0,0031	0,0029	0,0041	0,0032	0,0029	0,0040
+ P_1, P_2	0,0041	0,0044	0,0057	0,0031	0,0026	0,0039	0,0031	0,0027	0,0039
+ A, B	0,0040	0,0044	0,0057	0,0030	0,0026	0,0040	0,0031	0,0026	0,0040
IOPs	Ângulo Equisólido			Ortogonal					
	X (m)	Y (m)	Z (m)	X (m)	Y (m)	Z (m)			
$f, x_0, y_0,$ $K_1,$ K_2, K_3	0,0031	0,0029	0,0040	0,0031	0,0029	0,0040			
+ P_1, P_2	0,0030	0,0027	0,0039	0,0030	0,0028	0,0039			
+ A, B	0,0030	0,0026	0,0040	0,0030	0,0027	0,0040			

A Tabela 4.9 mostra que as projeções estereográfica, equidistante, do ângulo equisólido e ortogonal proporcionaram melhores resultados na reconstrução 3D se comparadas ao modelo de colinearidade. A análise da Tabela 4.9 também mostra que ao considerar o conjunto de POI com P_1, P_2, A e B , houve uma melhora, mas pouco significativa na reconstrução 3D. Nas demais seções, utilizou-se o conjunto formado por todos os POI.

4.2.1.2 Modelagem do espelho cônico

Para modelar o espelho cônico foram tomadas 10 imagens com a câmara Nikon D3200 do espelho em diferentes posições, conforme Figura 4.9. A Nikon D3200 é uma câmara de 24 megapixels (6016 x 4000 pixels) com um tamanho de pixel de 4 μm .

Na superfície do espelho foram pintados pontos artificiais com tinta removível e no entorno do espelho (base circular) foram adicionados alguns alvos.



(a)

(b)

Figura 4.9: (a) Imagens coletadas pela câmara Nikon para a modelagem do espelho cônico; (b) detalhe do espelho cônico, mostrando os alvos pintados na superfície espelhada e os alvos adicionados à base circular.

O primeiro passo consistiu em pré-calibrar a câmara Nikon usando o programa TMS. A câmara foi focalizada para o infinito tanto na calibração quanto na coleta das imagens para a modelagem do espelho cônico. Nesse caso, por não se tratar de uma câmara com objetiva olho de peixe, foi utilizado apenas o modelo de colinearidade. Foram usadas 24 imagens coletadas do campo de calibração 3D, descrito na Seção 3.2.1. A medição das coordenadas dos alvos codificados nas imagens foi realizada de forma automática com o programa desenvolvido por Silva (2012). Foram usados 193 pontos de apoio, os quais foram fixados, no ajuste por feixes de raios, com um desvio-padrão de 3 mm. As coordenadas dos

pontos imagem foram fixadas com um desvio-padrão de 0,5 *pixel*, pois foi usado o programa de detecção automática de alvos ARUCO com precisão subpixel. A Tabela 4.10 apresenta os POI estimados para a câmara Nikon.

Tabela 4.10: Parâmetros de orientação interior e desvios-padrão estimados da câmara Nikon D3200.

POI	Colinearidade
$f(mm)$	30,7093 ($\pm 0,0053$)
$x_0(mm)$	0,0976 ($\pm 0,0048$)
$y_0(mm)$	0,0107 ($\pm 0,0036$)
$K_1(mm^{-2})$	$-4,19 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,60 \times 10^{-6}$)
$K_2(mm^{-4})$	$-8,32 \times 10^{-8}$ ($\pm 1,96 \times 10^{-8}$)
$K_3(mm^{-6})$	$3,85 \times 10^{-10}$ ($\pm 7,10 \times 10^{-11}$)
$P_1(mm^{-1})$	$-1,51 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,64 \times 10^{-6}$)
$P_2(mm^{-1})$	$-3,61 \times 10^{-6}$ ($\pm 1,27 \times 10^{-6}$)
A	$-2,72 \times 10^{-5}$ ($\pm 9,16 \times 10^{-6}$)
B	$-1,40 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,64 \times 10^{-5}$)

Graus de liberdade: 3668
 Sigma a priori (σ_0): 1,0
 Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$): 0,79

Nota-se ao analisar a Tabela 4.10, que o sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$) é menor que o sigma a priori, o que indica que os resíduos nas coordenadas imagem e nas coordenadas dos pontos de apoio são menores que os desvios-padrão adotados, 0,5 *pixel* e 3 mm, respectivamente. Nesse caso, ao aplicar o teste qui-quadrado a hipótese nula não é rejeitada a um nível de significância de 5%.

A próxima etapa consistiu em aplicar a fototriangulação em bloco pelo método dos feixes de raios com as equações de colinearidade para orientar as 10 imagens mostradas na Figura 4.9, e também para estimar as coordenadas dos alvos que estavam no entorno (21 pontos considerados fotogramétricos) e na superfície do espelho cônico (25 pontos também considerados fotogramétricos). As coordenadas imagem dos 72 pontos de apoio da placa 2D, dos 25 pontos na superfície do espelho e dos 21 pontos no entorno do espelho foram medidas manualmente no programa MID. Nesse caso, o programa de medição automática de alvos ARUCO detectou poucos alvos, devido ao reflexo causado pela iluminação artificial. A fototriangulação foi realizada no programa TMS, fixando-se as coordenadas dos pontos de apoio da placa 2D com um desvio-padrão de 0,5 mm. Esse valor foi adotado devido às irregularidades da folha base na qual foram plotados os alvos ARUCO.

As observações foram fixadas com um desvio-padrão de 1 pixel. Os POI da tabela anterior foram fixados de forma absoluta. Foi considerado um fator de variância a priori igual a 1.

As coordenadas dos pontos na superfície e no entorno do espelho (na placa base circular) foram estimadas no referencial da placa de calibração 2D com alvos codificados, colocada sob o espelho. Os desvios-padrão estimados das coordenadas desses pontos foram em torno de 0,1 mm em todas as componentes. O sigma a posteriori estimado foi de 0,87. As coordenadas 3D estimadas dos 25 pontos fotogramétricos, marcados na superfície do espelho, foram utilizadas para ajustar o modelo da superfície cônica, segundo a Equação 4.1.

$$Z_{cone} + \sqrt{X_{cone}^2 + Y_{cone}^2} \cdot \frac{1}{D} = 0 \quad (4.1)$$

em que: $D=r/h$, o raio e a altura do cone são representados respectivamente por r e h ; $(X_{Cone}, Y_{Cone}, Z_{Cone})$ são as coordenadas no referencial do cone. Substitui-se X_{Cone} , Y_{Cone} e Z_{Cone} , representados em 4.2, na Equação 4.1.

$$\begin{pmatrix} X_{Cone} \\ Y_{Cone} \\ Z_{Cone} \end{pmatrix} = R_{Placa}^{Cone} \begin{pmatrix} X_P - X_C \\ Y_P - Y_C \\ Z_P - Z_C \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

em que: (X_P, Y_P, Z_P) são as coordenadas do ponto no referencial da placa; (X_C, Y_C, Z_C) são as coordenadas da origem do sistema do cone (vértice do cone) no sistema da placa; R_{Placa}^{Cone} é a matriz de rotação que relaciona o sistema da placa com o sistema do cone. Portanto, para modelar a superfície do espelho cônico é necessário estimar 6 parâmetros – 2 ângulos de rotação da matriz R_{Placa}^{Cone} , 3 translações (X_C, Y_C, Z_C) e D . Adotou-se o ângulo $kappa$ (κ) como sendo igual a zero, para fixar a direção dos eixos X e Y do referencial do cone. A estimação dos parâmetros foi efetuada aplicando o método combinado com injunção de peso (ver Apêndice A). As coordenadas dos 25 pontos foram consideradas como observações no ajustamento, com um desvio-padrão em cada componente de 0,1 mm. Adotou-se esse valor a partir dos desvios-padrão estimados na fototriangulação. A tabela a seguir apresenta os parâmetros estimados e os respectivos desvios-padrão.

Tabela 4.11: Parâmetros e desvios-padrão estimados para a modelagem do espelho cônico.

Orientação Placa/Cone	θ_C (°)	φ_C (°)	X_C (m)	Y_C (m)	Z_C (m)	D (adm)
Parâmetros	0,23996	0,06920	0,5844	0,4162	0,1434	2,61856
Desvio-padrão	(±0,06760)	(±0,06404)	(±0,0003)	(±0,0003)	(±0,0001)	(±0,0065)

Graus de liberdade: 19

Sigma a priori (σ_0): 1,0Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$): 1,04

Aplicando o teste de hipótese qui-quadrado, a hipótese básica não é rejeitada a um nível de significância de 5%. Isso indica que os resíduos nas coordenadas dos 25 pontos são compatíveis com o desvio-padrão adotado de 0,1 mm. A distribuição dos resíduos é apresentada na Figura 4.10.

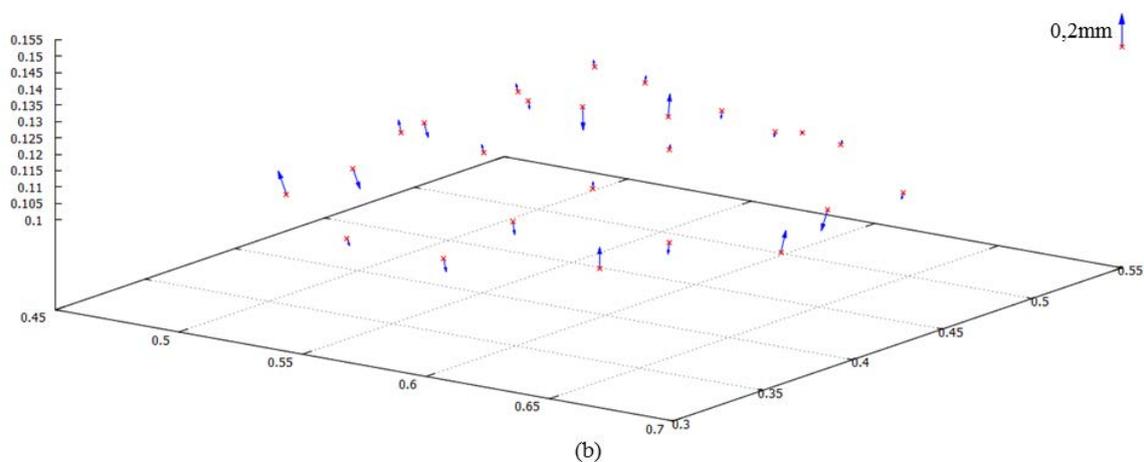
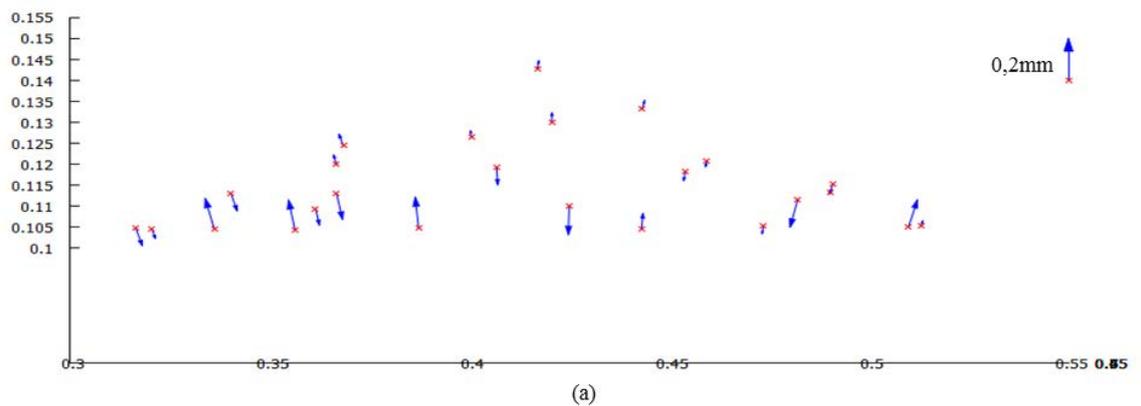


Figura 4.10: Distribuição dos resíduos após o ajustamento do modelo do cone. (a) Visão lateral. (b) Visão em perspectiva.

Nota-se pela Figura 4.10 que os resíduos são maiores na componente Z, mas não ultrapassam o valor de 0,15 mm. Verifica-se também que os resíduos apresentam um comportamento aleatório.

Como apresentado anteriormente, além das coordenadas dos 25 pontos da superfície do espelho, foram estimadas as coordenadas de 21 pontos no entorno do espelho, localizados na placa circular, no processo de orientação das 10 imagens. As coordenadas desses 21 pontos foram estimadas no referencial da placa. Com os parâmetros apresentados na tabela anterior, e usando a Equação 4.2, calcularam-se as coordenadas desses 21 pontos no referencial do espelho cônico. Essas coordenadas são necessárias no processo de transformação entre os referenciais da câmara e do cone, descrito na próxima seção, pois estes pontos aparecerão nas imagens coletadas pela câmara do SVO.

4.2.1.3 Transformação entre os referenciais da câmara e do cone

Como apresentado na Seção 4.2.1.1, os melhores resultados na calibração da câmara *Fuji Finepix F3Pro* com a lente Bower-Samyang de 8 mm foram obtidos com os modelos matemáticos das projeções equidistante, estereográfica, equidistante e do ângulo equisólido. Como a lente Bower-Samyang de 8 mm foi construída com base na projeção estereográfica, nas etapas seguintes serão utilizadas os POI estimados com esse modelo, e também os POI obtidos com o modelo matemático de colinearidade. Além do modelo de colinearidade ser o mais usado em Fotogrametria, os resíduos, na calibração da câmara *Fuji Finepix F3Pro* com a lente Bower-Samyang, apresentam grandes magnitudes apenas nas extremidades das imagens. Como pode ser notado na Figura 4.11, a área útil da imagem coletada pelo SVO com o espelho cônico, não engloba as áreas da imagem nas quais estes resíduos são elevados.

Para calcular os parâmetros de transformação (6 parâmetros – 3 rotações e 3 translações) entre os referenciais do cone e da câmara (fotogramétrico), foram utilizados como apoio os 21 pontos localizados no entorno do espelho (placa circular), cujas coordenadas 3D foram transformadas para o sistema do cone. Os 21 pontos de apoio foram fixados com um desvio-padrão de 0,1 mm em cada componente. Esses pontos foram medidos na imagem utilizando o programa MID, como apresentado na figura a seguir. Como a medição foi realizada manualmente, considerou-se um desvio-padrão de 1 pixel para as

observações. Os parâmetros foram estimados pelo método da resseção espacial no programa TMS, considerando os modelos das projeções estereográfica e perspectiva, conforme Tabela 4.12.

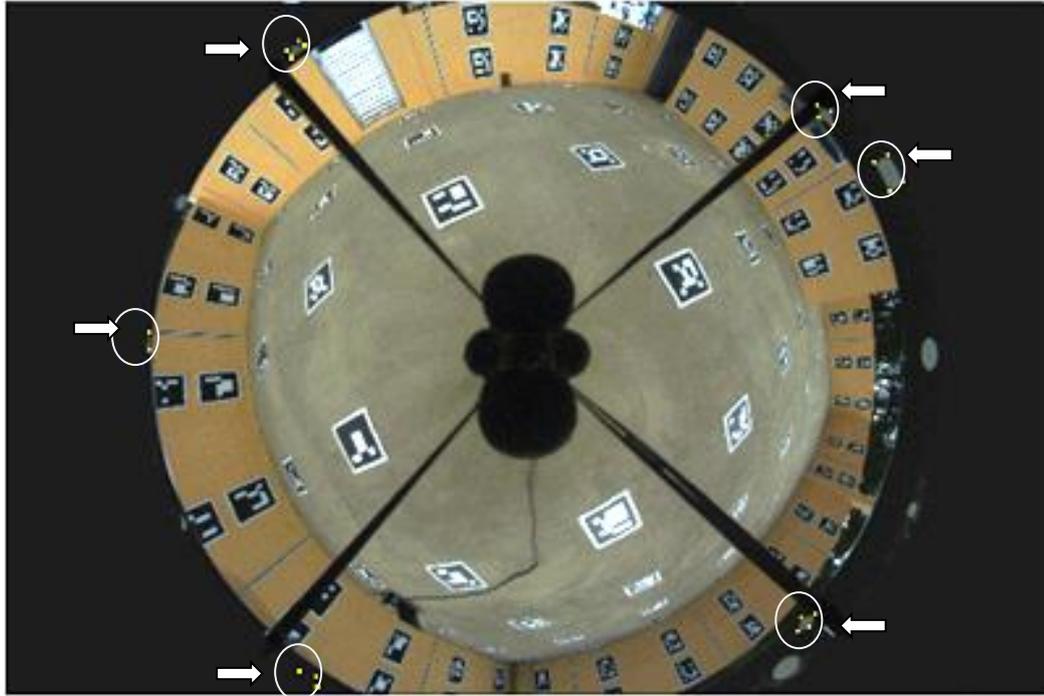


Figura 4.11: Medição da imagem obtida com o sistema omnidirecional para estimar os parâmetros de orientação entre os referenciais do cone e fotogramétrico.

Tabela 4.12: Parâmetros de orientação do referencial do cone para o referencial fotogramétrico estimados no TMS.

	ω_{Cone}^{Foto} ($^{\circ}$)	ϕ_{Cone}^{Foto} ($^{\circ}$)	κ_{Cone}^{Foto} ($^{\circ}$)	X_{CP} (m)	Y_{CP} (m)	Z_{CP} (m)
Estereográfica	0,71758 ($\pm 0,02158$)	180,90440 ($\pm 0,01958$)	184,53864 ($\pm 0,10539$)	-0,0017 ($\pm 0,0001$)	0,0023 ($\pm 0,0001$)	0,0335 ($\pm 0,0001$)
Colinearidade	0,74952 ($\pm 0,02550$)	0,91145 ($\pm 0,02313$)	175,46288 ($\pm 0,01242$)	-0,0017 ($\pm 0,0001$)	0,0023 ($\pm 0,0001$)	0,0336 ($\pm 0,0001$)
Estereográfica	Sigma a priori (σ_0): 1,0 Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$): 0,74					
Colinearidade	Sigma a priori (σ_0): 1,0 Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$): 0,87					

Ao analisar a Tabela 4.12 nota-se uma diferença de 180° no ângulo φ_{Cone}^{Foto} e sinal invertido para o ângulo κ_{Cone}^{Foto} . Isso ocorre em virtude das diferenças entre os sistemas fotogramétricos considerados pelos modelos matemáticos (Quadro 2.1), que foi discutido na Seção 2.1.2. A análise da Tabela 4.12 também mostra que o sigma a posteriori é menor que o sigma a priori em ambos os modelos. Nesse caso, ao aplicar o teste qui-quadrado a hipótese básica não é rejeitada a um nível de significância de 5%. Isso indica que os resíduos nas observações dos 21 pontos de apoio e nas coordenadas objeto desses pontos são menores que os desvios-padrão adotados, que foram de 1 *pixel* e 0,1 mm, respectivamente.

Verifica-se também que o sigma a posteriori para o modelo da projeção perspectiva e da projeção estereográfica são bastante similares, o que indica que os resíduos nas observações apresentam mesma magnitude. Isso ocorre, pois, a área útil da imagem coletada pelo SVO com o espelho cônico, não engloba os quatro cantos da imagem, onde os resíduos ao considerar a projeção perspectiva são maiores, conforme apresentado na Figura 4.8.

As três etapas da calibração interna do sistema foram realizadas isoladamente, o que faz com que haja uma redução na correlação entre os parâmetros.

4.2.2 Modelagem e calibração da plataforma

Na modelagem da plataforma objetiva-se realizar:

- A orientação indireta das imagens coletadas pelo SVO com apoio de campo (Seção 4.2.2.1);
- A orientação direta com o uso de dados do sistema de georreferenciamento direto (Seção 4.2.2.2);

4.2.2.1 Orientação indireta das imagens coletadas pelo SVO

Com os parâmetros de transformação do referencial fotogramétrico para o referencial do cone (Seção 4.2.1.3), e com a equação do cone ajustada (Seção 4.2.1.2), é

possível calcular as coordenadas do ponto de reflexão na superfície do espelho cônico de qualquer ponto imageado, com as Equações 3.3 e 3.4, aplicando-se o processo de monorestituição fotogramétrica. Com as coordenadas dos pontos de reflexão no referencial do cone e com as coordenadas dos pontos no referencial do espaço objeto, os parâmetros de transformação entre esses referenciais foram estimados usando as Equações 3.5 a 3.7. A seguir, será descrito esse procedimento para os modelos de colinearidade e da projeção estereográfica.

Modelo de Colinearidade

Para estimar as coordenadas dos pontos de reflexão na superfície do espelho aplicou-se a monorestituição fotogramétrica, conforme descrito na Seção 3.2.3. Na Equação 3.3 tem-se como dados de entrada: parâmetros da modelagem do espelho cônico (Seção 4.2.1.2); parâmetros de transformação do sistema fotogramétrico para o sistema do cone (Seção 4.2.1.3); parâmetros de orientação interior da câmara (Seção 4.2.1.1) e; coordenadas imagem. As coordenadas imagem de alguns pontos foram medidas de forma automática usando o programa de localização automática de alvos Aruco (SILVA, 2012). Aplicou-se um tratamento radiométrico: (1) *stretch* do histograma e, (2) as sombras foram realçadas interativamente, no programa GIMP, para que fosse detectado o maior número de alvos. No entanto, a maioria dos pontos foi medida manualmente com o programa MID, pois as bordas dos alvos devem ser bem definidas para que sejam detectados automaticamente pelo programa de localização de alvos Aruco (SILVA, 2012), o que não ocorre nas imagens coletadas pelo SVO. As imagens do SVO apresentam certo borramento causado pelas imperfeições no espelho cônico.

A Tabela 4.13 apresenta os parâmetros estimados de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto de um bloco de quatro imagens, ilustrado na Figura 4.3. A imagem representada na Figura 4.3(d) foi tomada com uma maior altura (cerca de 1,2 metros), se comparada às demais imagens. No ajustamento, os desvios-padrão para as coordenadas dos 347 pontos de apoio (X, Y, Z) foram de 3 mm e para as coordenadas dos 901 pontos de reflexão (R_X, R_Y, R_Z) foram de 0,2 mm. Os desvios-padrão para as observações (R_X, R_Y e R_Z) de 0,2 mm foram originados a partir da propagação de variância-covariância com as equações usadas na monorestituição (Equação 3.3).

Aplicou-se a propagação de variância-covariância adotando-se: desvio-padrão de 0,15 mm para R_z (maior resíduo em Z na modelagem do espelho); desvio-padrão de 3 *pixels* para as coordenadas fotogramétricas (x,y) e; desvios-padrão estimados para os parâmetros de orientação da cone para o referencial fotogramétrico, conforme Tabela 4.12. A Tabela 4.13 apresenta os resultados obtidos na orientação indireta do bloco de imagens.

Tabela 4.13: Parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto estimados com o modelo de colinearidade de um bloco de quatro imagens.

Im.	ω_{Cone}^{Obj} (°)	ϕ_{Cone}^{Obj} (°)	κ_{Cone}^{Obj} (°)	X_v (m)	Y_v (m)	Z_v (m)
1	178,67586 (±0,00786)	0,24377 (±0,00698)	258,75471 (±0,01656)	458016,3286 (±0,0019)	7553601,2959 (±0,0017)	439,2789 (±0,0005)
2	179,23975 (±0,00801)	1,24853 (±0,00730)	184,15145 (±0,01719)	458016,3258 (±0,0018)	7553601,3364 (±0,0018)	439,2813 (±0,0005)
3	179,84083 (±0,00740)	1,39746 (±0,00675)	141,95415 (±0,01539)	458016,3024 (±0,0015)	7553601,3316 (±0,0015)	439,2768 (±0,0004)
4	180,21769 (±0,01403)	-0,44203 (±0,01215)	80,19029 (±0,02431)	458016,3664 (±0,0032)	7553601,2690 (±0,0029)	440,4578 (±0,0009)
Iterações: 4 Graus de liberdade: 2634			$\sigma_0 = 1$ $\hat{\sigma}_0 = 1,02$			

Ao analisar a Tabela 4.13, verifica-se que: o valor do fator de variância a posteriori é aproximadamente igual a 1, que é o valor do fator de variância a priori. Aplicando o teste de hipótese qui-quadrado a um nível de significância de 5%, tem-se que a hipótese nula não é rejeitada. Isso aponta que os pesos, dados aos parâmetros e às observações, estão compatíveis com os valores ajustados. Nota-se que o desvio-padrão em κ_{Cone}^{Obj} é maior se comparado aos desvios-padrão dos demais ângulos, e o desvio-padrão do parâmetro Z_v é sempre menor se comparado aos desvios-padrão de X_v e Y_v .

No ajustamento, consideraram-se 15 pontos de verificação bem distribuídos no campo de calibração, conforme ilustrado nos experimentos com dados simulados (Seção 4.1). Esses pontos foram processados como fotogramétricos, embora tenham as coordenadas objeto conhecidas. A Tabela 4.14 apresenta as discrepâncias em cada um dos pontos de verificação e as estatísticas, média e REQM dessas discrepânciasREQM. Dos 15 pontos de verificação, seis pertencem ao piso, que são os últimos pontos da Tabela 4.14.

Tabela 4.14: Média das discrepâncias e REQM nas coordenadas dos pontos de verificação.

Identificador do ponto	dX (m)	dY (m)	dZ (m)
6111	-0,0085	0,0017	0,0106
6612	-0,0078	0,0035	0,0036
1012	0,0122	0,0099	-0,0033
5010	-0,0030	-0,0459	0,0044
0310	0,0296	-0,0087	0,0021
0711	-0,0155	-0,0571	-0,0068
9711	0,0125	0,0066	0,0012
3910	-0,0034	0,0023	0,0086
6922	0,0381	0,0381	-0,0049
4202	-0,0001	-0,0611	-0,0070
1300	0,0559	0,0050	0,0123
5300	0,0390	-0,0355	-0,0010
2601	-0,0034	-0,0199	0,0038
2200	-0,0082	0,0229	0,0061
6503	0,0181	0,0216	0,0022
Média	0,0103	-0,0077	0,0021
REQM	0,0240	0,0310	0,0063

Nota-se ao analisar a Tabela 4.14, que tanto a média quanto a REQM são menores na coordenada Z . Isso é compatível com os resultados apresentados na Tabela 4.13, em que o desvio-padrão estimado para o parâmetro Z_v é menor quando comparado aos desvios-padrão dos parâmetros X_v e Y_v . A REQM em Z é menor devido à orientação dos eixos do referencial do espaço objeto, conforme apresentado nos experimentos com dados simulados. A interseção dos raios gera uma maior incerteza em X e Y . Para minimizar essa diferença seria necessário tomar imagens com um ângulo paralático maior. A Figura 4.12 ilustra as discrepâncias apresentadas na Tabela 4.14.

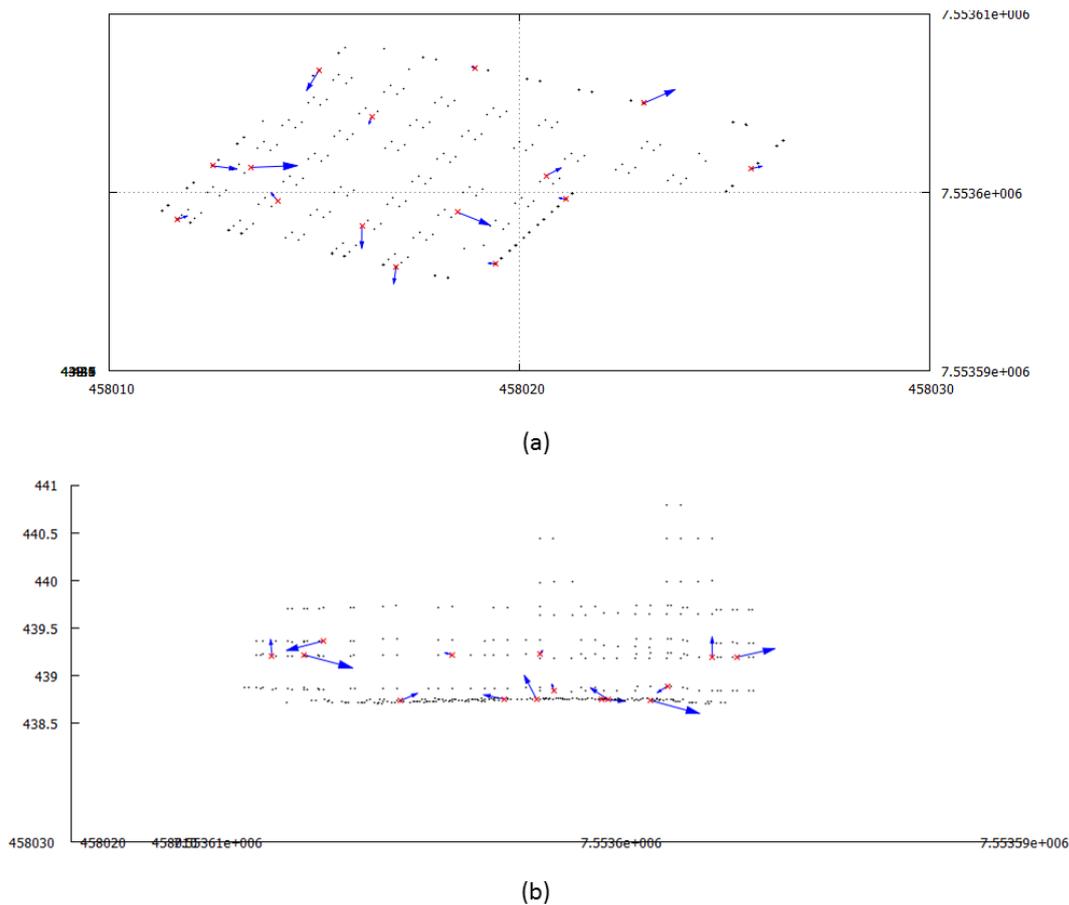


Figura 4.12: Discrepâncias (multiplicadas por 20) nos pontos de verificação. (a) vista superior; (b) vista lateral.

Ao analisar a Figura 4.12 verifica-se que as discrepâncias apresentam um comportamento aleatório. Embora o REQM seja maior nos experimentos com dados reais, quando comparados aos resultados obtidos com dados simulados, conclui-se que os resultados são compatíveis. Esses resultados são justificados em decorrência das imperfeições na superfície do espelho e também de resíduos resultantes do processo de calibração interna do sistema. Nos experimentos com dados simulados, os valores verdadeiros dos parâmetros de calibração interna do sistema são conhecidos, fazendo com que os resultados na reconstrução 3D dos pontos fossem melhores.

As imagens foram tomadas sobre determinado ponto que possui coordenada Z igual a 438,753 m. Apenas para controle dos resultados, realizou-se a medição da distância vertical do alvo ao vértice do espelho cônico (aproximadamente igual 52,7 cm (± 1 cm)). Portanto, o valor aproximado da coordenada Z do vértice do cone é de 439,28m para as imagens 1, 2 e 3. A Tabela 4.15 apresenta as discrepâncias entre os valores estimados (Tabela 4.13) e medidos na coordenada Z para as três imagens.

Tabela 4.15: Discrepâncias nas coordenadas do vértice do cone.

Im.	Estimado (m)	Medido (m)	Discrepâncias (m)
1	439,2789	439,28	0,0011
2	439,2813	439,28	-0,0013
3	439,2768	439,28	0,0032
Média			0,0010
REQM			0,0025

Verifica-se por meio da Tabela 4.15 que a média das discrepâncias é igual a 1 mm e a REQM é igual a 2,5 mm, o que indica que os valores estimados indiretamente podem ser considerados acurados.

Modelo da projeção estereográfica

Como apresentado na Seção 3.2.3, deve-se, inicialmente, corrigir as coordenadas imagem de modo a torná-las compatíveis com a projeção perspectiva. Após essa correção, aplicou-se o processo de monorestituição fotogramétrica para a estimação das coordenadas dos pontos de reflexão na superfície do espelho, com as equações de colinearidade em sua forma inversa e a equação do cone. A Tabela 4.16 apresenta as estatísticas, média e desvio-padrão, das discrepâncias entre as coordenadas (R_X , R_Y , R_Z) estimadas com o modelo de colinearidade e com o modelo da projeção estereográfica para as quatro imagens.

Tabela 4.16: Média e desvio-padrão das discrepâncias entre as coordenadas (R_X , R_Y , R_Z) estimadas com os modelos de colinearidade e com o modelo da projeção estereográfica.

Imagem	Média (m)			Desvio-padrão(m)		
	R_X	R_Y	R_Z	R_X	R_Y	R_Z
1	$2,95 \times 10^{-5}$	$4,71 \times 10^{-5}$	$4,01 \times 10^{-5}$	$5,85 \times 10^{-5}$	$8,24 \times 10^{-5}$	$4,25 \times 10^{-5}$
2	$5,25 \times 10^{-5}$	$7,24 \times 10^{-5}$	$2,50 \times 10^{-5}$	$7,02 \times 10^{-5}$	$7,98 \times 10^{-5}$	$4,43 \times 10^{-5}$
3	$3,16 \times 10^{-5}$	$8,57 \times 10^{-5}$	$1,81 \times 10^{-5}$	$6,51 \times 10^{-5}$	$7,73 \times 10^{-5}$	$4,68 \times 10^{-5}$
4	$1,58 \times 10^{-5}$	$5,55 \times 10^{-5}$	$-9,9 \times 10^{-6}$	$3,95 \times 10^{-5}$	$4,78 \times 10^{-5}$	$2,92 \times 10^{-5}$

Ao analisar a Tabela 4.16 verifica-se que a média das discrepâncias tende a zero e os desvios-padrão das discrepâncias para as quatro imagens são menores que 0,1 mm. Essa diferença é bastante pequena, pois a imagem refletida pelo espelho cônico não atinge as extremidades da imagem, onde os resíduos na projeção perspectiva são maiores.

A Tabela 4.17 apresenta os parâmetros estimados de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto do mesmo bloco com as quatro imagens.

Tabela 4.17: Parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto estimados usando os POI da projeção estereográfica.

Im.	ω_{Cone}^{Obj} (°)	φ_{Cone}^{Obj} (°)	κ_{Cone}^{Obj} (°)	X_v (m)	Y_v (m)	Z_v (m)
1	178,69852 (±0,00754)	0,22962 (±0,00668)	258,74924 (±0,01589)	458016,3326 (±0,0018)	7553601,2968 (±0,0017)	439,2728 (±0,0004)
2	179,26627 (±0,00766)	1,19849 (±0,00698)	184,13851 (±0,01647)	458016,3262 (±0,0017)	7553601,3396 (±0,0017)	439,2760 (±0,0004)
3	179,86128 (±0,00709)	1,33497 (±0,00646)	141,94872 (±0,01476)	458016,3009 (±0,0015)	7553601,3338 (±0,0014)	439,2721 (±0,0004)
4	180,23329 (±0,01346)	-0,50787 (±0,01167)	80,18984 (±0,02338)	458016,3654 (±0,0030)	7553601,2635 (±0,0028)	440,4581 (±0,0008)
Iterações: 4 Graus de liberdade: 2634			$\sigma_0 = 1$ $\hat{\sigma}_0 = 1,02$			

Ao aplicar o teste de hipótese qui-quadrado a um nível de significância de 5%, tem-se que a hipótese nula não é rejeitada. Ao comparar a Tabela 4.17 com a Tabela 4.13, que apresenta os resultados usando os POI do modelo de colinearidade, verifica-se que os resultados apresentam alta similaridade. A Tabela 4.18 apresenta a média das discrepâncias e a REQM nas coordenadas dos pontos de verificação.

Tabela 4.18: Média das discrepâncias e REQM nos pontos de verificação usando os POI da projeção estereográfica.

Identificador do ponto	dX (m)	dY (m)	dZ (m)
6111	-0,0178	0,0187	0,0125
6612	-0,0153	0,0058	0,0015
1012	0,0267	0,0166	0,0015
5010	-0,0035	-0,0256	0,0073
0310	0,0338	-0,0092	0,0040
0711	-0,0132	-0,0662	-0,0034
9711	0,0070	0,0046	0,0032
3910	-0,0072	-0,0074	0,0108
6922	0,0336	0,0341	-0,0029
4202	0,0004	-0,0717	-0,0120
1300	0,0439	0,0054	0,0079
5300	0,0454	-0,0417	-0,0072
2601	-0,0029	-0,0116	-0,0012
2200	-0,0173	0,0151	0,0015
6503	0,0155	0,0217	-0,0010
Média	0,0085	-0,0074	0,0015
REQM	0,0244	0,0325	0,0068

Os resultados apresentados na Tabela 4.18 apresentam alta similaridade com os resultados obtidos quando foi usado os POI do modelo de colinearidade (ver Tabela 4.14). De modo similar, foi realizado o controle dos resultados por meio das discrepâncias, na coordenada Z do vértice do cone, entre os valores estimados e medidos para as três imagens.

Verifica-se por meio da Tabela 4.19 que a média das discrepâncias é aproximadamente igual a 6 mm e a REQM é igual a 8 mm, o que indica que os valores estimados indiretamente podem ser considerados acurados.

Tabela 4.19: Discrepâncias nas coordenadas do vértice do cone.

Im.	Estimado (m)	Medido (m)	Discrepâncias (m)
1	439,2728	439,28	-0,0072
2	439,2760	439,28	-0,0040
3	439,2721	439,28	-0,0079
Média			-0,0063
REQM			0,0080

Nota-se que a média das discrepâncias e o REQM ao utilizar a projeção estereográfica são maiores quando comparados com a projeção perspectiva (ver Tabela 4.15). No entanto, a REQM na projeção estereográfica é menor que 1 cm, que foi a precisão obtida na medição da distância vertical do alvo ao vértice do espelho cônico.

4.2.2.2 Orientação direta com dados do sistema de georreferenciamento direto

A calibração da plataforma consiste em estimar os ângulos de *boresight* do referencial da IMU com relação ao referencial do cone e o *lever arm*, centro geométrico da antena no referencial do cone. Os resultados obtidos na calibração interna do sistema, apresentados nas seções anteriores, não foram usados a seguir, pois, o sistema foi desmontado. Isso ocorreu em virtude de problemas técnicos com a câmara *Fuji Finepix S3 Pro*. Portanto, a calibração interna do SVO foi realizada novamente e os resultados são apresentados a seguir. Após a calibração interna do SVO, serão apresentados os resultados obtidos na calibração da plataforma.

Calibração interna do SVO

Como já apresentado, a calibração interna do SVO consiste em: (1) calibrar a câmara *Fuji Finepix S3Pro* com a lente Bower-Samyang de 8 mm que compõe o SVO; (2) modelar o espelho cônico; e (3) estimar os parâmetros de orientação do sistema da câmara com relação ao sistema do cone.

Calibração da câmara *Fuji Finepix S3Pro* com lente Bower-Samyang

A calibração da câmara *Fuji Finepix S3Pro* com a lente Bower-Samyang de 8 mm foi realizada apenas com os modelos das projeções perspectiva e estereográfica, considerando o conjunto com dez POI, conforme Tabela 4.20. Foram usadas 11 imagens coletadas do campo de calibração 3D.

Tabela 4.20: Parâmetros de orientação interior e desvios-padrão estimados da câmara *Fuji Finepix S3Pro* com lente Bower-Samyang de 8 mm.

POI	Colinearidade	Estereográfica
$f(mm)$	8,6328 ($\pm 0,0227$)	8,3781 ($\pm 0,0082$)
$x_0(mm)$	0,1499 ($\pm 0,0132$)	-0,1010 ($\pm 0,0057$)
$y_0(mm)$	-0,2685 ($\pm 0,0110$)	-0,3032 ($\pm 0,0042$)
$K_1(mm^{-2})$	$-5,678 \times 10^{-3}$ ($\pm 7,542 \times 10^{-5}$)	$-7,5686 \times 10^{-4}$ ($\pm 1,65 \times 10^{-5}$)
$K_2(mm^{-4})$	$1,772 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,230357$)	$7,611 \times 10^{-7}$ ($\pm 1,935 \times 10^{-7}$)
$K_3(mm^{-6})$	$-4,10123 \times 10^{-7}$ ($\pm 7,781 \times 10^{-9}$)	$5,210^{-11}$ ($\pm 7,89 \times 10^{-10}$)
$P_1(mm^{-1})$	$-2,151 \times 10^{-5}$ ($\pm 3,760 \times 10^{-5}$)	$-1,988 \times 10^{-5}$ ($\pm 5,681 \times 10^{-6}$)
$P_2(mm^{-1})$	$-2,108 \times 10^{-4}$ ($\pm 5,823 \times 10^{-5}$)	$-6,981 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,280 \times 10^{-5}$)
A	$1,625 \times 10^{-3}$ ($\pm 6,697 \times 10^{-4}$)	$2,291 \times 10^{-4}$ ($\pm 1,767 \times 10^{-4}$)
B	$-3,374 \times 10^{-4}$ ($\pm 1,224 \times 10^{-3}$)	$1,358 \times 10^{-3}$ ($\pm 3,280 \times 10^{-4}$)
σ_0	1,00	1,00
$\hat{\sigma}_0$	2,40	0,94

Graus de liberdade: 637

Nota-se, que o sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$) é maior ao considerar o modelo da projeção perspectiva. A hipótese nula do teste qui-quadrado é rejeitada a um nível de significância de 5 % ao considerar o modelo de colinearidade. Uma discussão acerca desses resultados foi apresentada na Seção 4.2.1.1. Ao comparar os resultados apresentados na Tabela 4.20 com os parâmetros estimados na primeira calibração (ver Tabela 4.8), verificam-

se algumas diferenças. Por exemplo, a diferença na distância focal para ambos os modelos foi de aproximadamente 0,1 mm. Isso mostra a importância de pré-calibrar a câmara antes de realizar qualquer trabalho fotogramétrico.

Modelagem do espelho cônico

Foram usadas 27 imagens coletadas com a câmara Nikon D3200 do SVO sobre a placa. Algumas dessas imagens são mostradas na Figura 3.10. A câmara Nikon foi calibrada novamente utilizando o programa TMS. A Tabela 4.21 apresenta os parâmetros de orientação interior estimados com o modelo da projeção perspectiva. No ajustamento, as coordenadas imagens foram fixadas com um desvio-padrão de 0,5 *pixel*, e as coordenadas dos pontos de apoio receberam injunção de 3 mm.

Tabela 4.21: Parâmetros de orientação interior e desvios-padrão estimados para a câmara Nikon D3200.

POI	Colinearidade
$f(mm)$	30,6645 ($\pm 0,0035$)
$x_0(mm)$	0,1176 ($\pm 0,0017$)
$y_0(mm)$	-0,0357 ($\pm 0,0016$)
$K_1(mm^{-2})$	$-5,020 \times 10^{-5}$ ($\pm 2,3 \times 10^{-6}$)
$K_2(mm^{-4})$	$-5,143 \times 10^{-9}$ ($\pm 2,8436 \times 10^{-8}$)
$K_3(mm^{-6})$	$1,36 \times 10^{-10}$ ($\pm 1,05 \times 10^{-10}$)
$P_1(mm^{-1})$	$2,072 \times 10^{-6}$ ($\pm 9,711 \times 10^{-7}$)
$P_2(mm^{-1})$	$2,050 \times 10^{-6}$ ($\pm 9,69 \times 10^{-7}$)
A	$-1,352 \times 10^{-5}$ ($\pm 1,102 \times 10^{-5}$)
B	$5,020 \times 10^{-5}$ ($\pm 2,015 \times 10^{-5}$)

Sigma a priori (σ_0): 1,0

Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$): 0,60

Nota-se, que o sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_\theta$) é menor que o sigma a priori, o que indica que os resíduos nas coordenadas imagem e nas coordenadas dos pontos de apoio são menores que os desvios-padrão adotados, 0,5 *pixel* e 3 mm, respectivamente.

Os parâmetros de orientação interior estimados da câmara Nikon D3200 foram fixados de forma absoluta na fototriangulação das 27 imagens. Objetivou-se, nesse processo, estimar as coordenadas de 40 pontos na superfície do espelho e de pontos no entorno do espelho. As coordenadas dos 40 pontos na superfície do espelho foram usadas para estimar os parâmetros da equação do cone (ver Tabela 4.22). Essas coordenadas foram fixadas com um desvio-padrão de 0,15 mm, oriundo da fototriangulação.

Tabela 4.22: Parâmetros e desvios-padrão estimados para a modelagem do espelho cônico.

Orientação Placa/Cone	θ_C (°)	φ_C (°)	X_C (m)	Y_C (m)	Z_C (m)	D (adm)
Parâmetros	0,92653	180,35651	0,5790	0,3718	0,5265	2,62738
Desvio-padrão	±0,08080	±0,07377	±0,0003	±0,0003	±0,0001	±0,00748

Graus de liberdade: 34

Sigma a priori (σ_0): 1,0

Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$): 0,89

Nesse caso, ao aplicar o teste de hipótese qui-quadrado tem-se que a hipótese básica não é rejeitada a um nível de significância de 5 %. Verifica-se que o parâmetro D em ambas as calibrações (ver resultado anterior na Tabela 4.11) são compatíveis ao considerar os desvios-padrão estimados.

A Figura 4.13 apresenta a distribuição dos resíduos das observações.

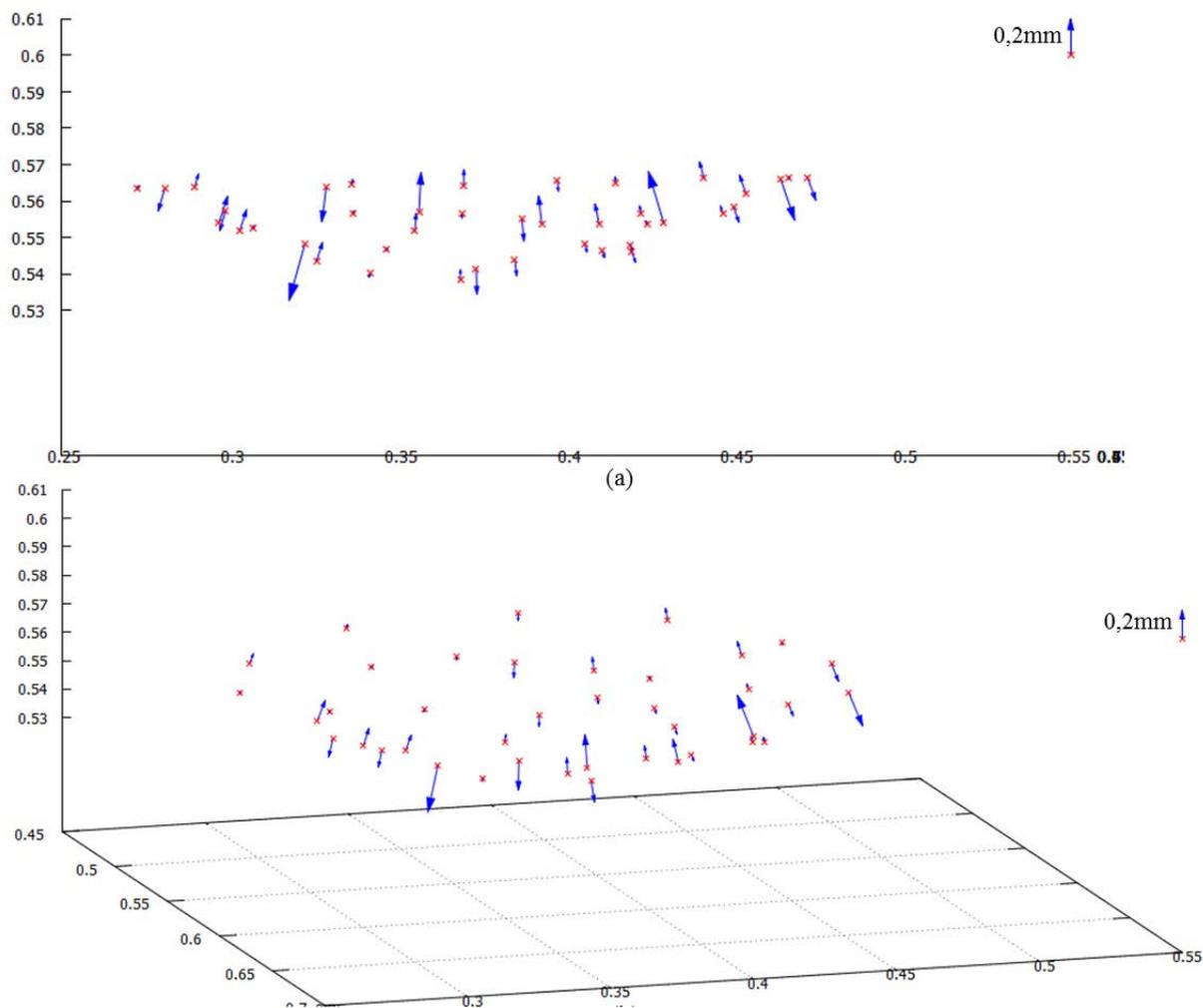


Figura 4.13 Distribuição dos resíduos após o ajustamento do modelo do cone. (a) Visão lateral. (b) Visão em perspectiva.

Nota-se pela Figura 4.13 que os resíduos são maiores na componente Z . Os resíduos em alguns pontos ultrapassam o valor de 0,2 mm. Verifica-se também que os resíduos apresentam comportamento aleatório. Ao comparar esses resultados com os resíduos da primeira modelagem do espelho cônico (ver Figura 4.10), verifica-se que os resíduos na segunda modelagem são maiores. Na primeira modelagem, os resíduos em Z não ultrapassaram 0,15 mm.

Estimação dos parâmetros de orientação entre os referenciais fotogramétrico e do cone

Para estimar os parâmetros de orientação que relacionam os referenciais fotogramétrico e do cone foram medidos, em uma imagem coletada pelo SVO, 28 pontos na superfície e no entorno do espelho (ver distribuição dos pontos na Figura 4.14).

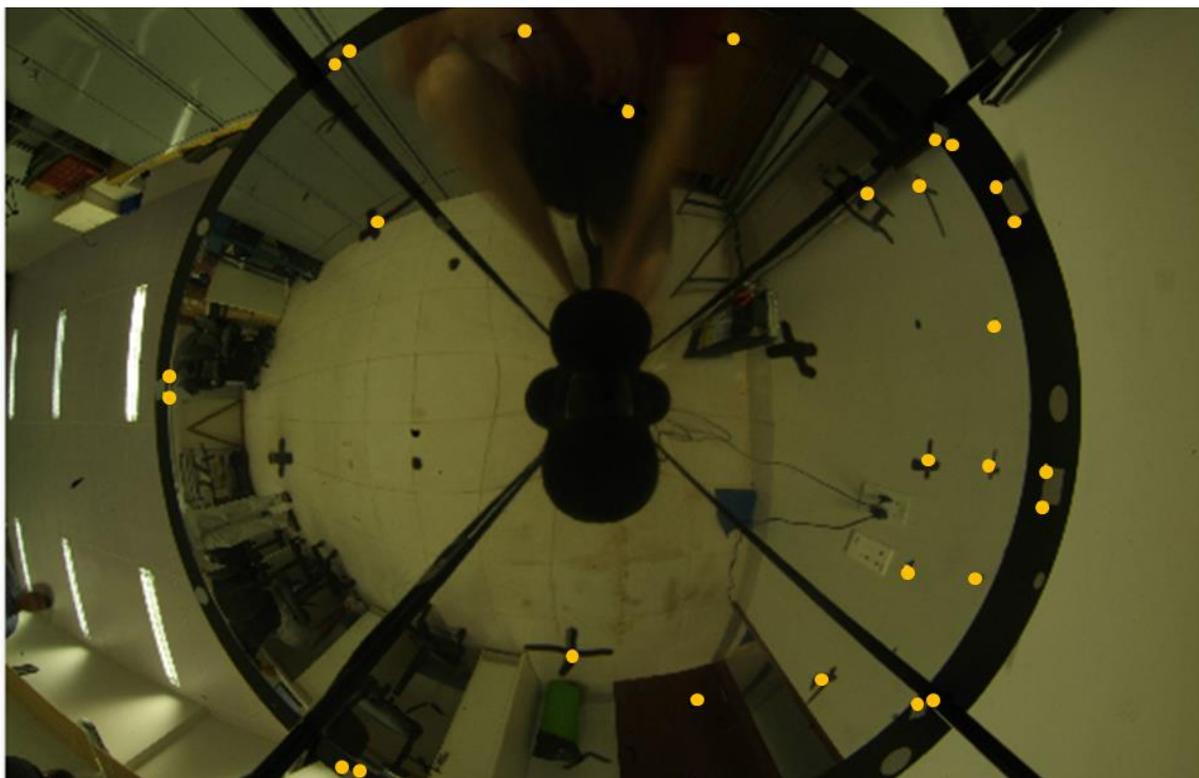


Figura 4.14: Pontos medidos na imagem coletada pelo SVO para estimar os parâmetros que relacionam os referenciais fotogramétrico e do cone.

A resseção espacial da imagem foi realizada considerando 28 pontos de apoio com coordenadas no referencial do cone. As coordenadas desses pontos foram fixadas no ajustamento por feixe de raios com um desvio-padrão de 0,15 mm e as coordenadas imagem foram fixadas com um desvio-padrão de 1 *pixel*. O programa TMS foi usado nesse processo, e a Tabela 4.23 apresenta os parâmetros de transformação que relacionam ambos os referenciais.

Tabela 4.23: Parâmetros estimados no TMS que relacionam os referenciais do cone e fotogramétrico.

	ω_{Cone}^{Foto} (°)	φ_{Cone}^{Foto} (°)	κ_{Cone}^{Foto} (°)	X_{CP} (m)	Y_{CP} (m)	Z_{CP} (m)
Colinearidade	1,84432 (±0,02577)	-0,95053 (±0,03361)	91,18927 (±0,01584)	0,0020 (±0,0001)	-0,0007 (±0,0001)	0,0352 (±0,0001)

Graus de liberdade: 50
Sigma a priori (σ_0): 1,0
Sigma a posteriori ($\hat{\sigma}_0$): 0,76

Verifica-se por meio da Tabela 4.23 que o sigma a posteriori é menor que o sigma a priori, indicando que os resíduos nas coordenadas imagem e objeto são menores que os desvios-padrão adotados, 1 *pixel* e 0,15 mm, respectivamente. Nesse caso, a hipótese básica do teste qui-quadrado não é rejeitada a um nível de significância de 5%.

É importante ressaltar novamente que a área útil da imagem coletada pelo SVO com o espelho cônico não engloba as extremidades da imagem, onde os resíduos na projeção perspectiva são maiores, conforme apresentado na Figura 4.8. Portanto, a seguir, serão apresentados apenas os resultados obtidos com o modelo da projeção perspectiva.

Calibração da plataforma

A calibração da plataforma consiste em estimar o *lever arm* no referencial do cone e os ângulos de *boresight* que relacionam o referencial do cone com o referencial da IMU.

Estimação do *lever arm*

Foram usadas 27 imagens do SVO sobre a placa, coletadas com a câmera Nikon D3200. Aplicou-se a fototriangulação por feixes de raios com essas imagens,

objetivando estimar as coordenadas dos quatro pontos marcados na antena GNSS. Esses pontos são ilustrados na Figura 3.11.

Na fototriangulação, as coordenadas desses quatro pontos foram estimadas no referencial da placa, que estava sob o SVO. Essas coordenadas foram transformadas para o referencial do cone usando a Equação 4.2, e são apresentadas na Tabela 4.24.

Tabela 4.24: Coordenadas dos quatro pontos na antena GNSS no referencial do cone.

Id.	X(m)	Y(m)	Z(m)
1	-0,05764	-0,01287	-0,14501
2	0,01239	-0,02669	-0,14558
3	0,05417	0,03062	-0,14516
4	-0,01547	0,04455	-0,14504
Média			-0,1452
Desvio Padrão			0,00026

Ao analisar as coordenadas apresentadas na Tabela 4.24, nota-se que o desvio padrão das coordenadas Z é menor que 0,3 mm. Portanto, adotou-se a média das coordenadas Z dos quatro pontos, como sendo o valor de b_z . A partir da interseção da reta 2D definida pelos pontos 1 e 3, com a reta 2D que passa pelos pontos 2 e 4, calcularam-se as coordenadas do centro geométrico da antena no referencial do cone, que corresponde ao *lever arm*, apresentado na Tabela 4.25.

Tabela 4.25: *Lever arm* calculado no referencial do cone.

b_x (m)	b_y (m)	b_z (m)
-0,002	0,009	-0,145

Nota-se pela Tabela 4.25 que o centro geométrico da antena GNSS está deslocado aproximadamente 1 cm em planimetria (X e Y) com relação a vértice do cone. A incerteza na estimação do *lever arm* resulta, principalmente, de erros causados na marcação manual dos quatro pontos na antena GNSS, realizada com o auxílio de um paquímetro. Nesse caso, supondo que o erro na marcação dos pontos foi de 1 mm, o erro gerado na interseção das retas é menor que 5 mm. Esse erro é pelo menos 10 vezes menor que a precisão obtida

com o receptor GNSS no modo cinemático, o que indica uma qualidade adequada para o *lever arm*.

Estimação dos ângulos de *boresight*

O primeiro passo para estimar os ângulos de *boresight* foi orientar indiretamente um bloco com quatro imagens coletadas pelo SVO (ver imagens na Figura 4.15). Essas imagens do estacionamento do campus III da Unoeste foram tomadas com o SVO em um sistema móvel de mapeamento, conforme apresentado na Seção 3.2.4. Foram usados 24 pontos de apoio (ver distribuição dos pontos na Figura 4.15), com um desvio-padrão de 1,5 cm em X e Y e de 2,5 cm em altimetria. Nesse caso, considerou-se um desvio-padrão igual a 0,3 mm para as coordenadas dos pontos de reflexão (R_X , R_Y , R_Z). Adotou-se esse valor, pois os resíduos na modelagem do espelho cônico, em alguns pontos, foram maiores que 0,2 mm.

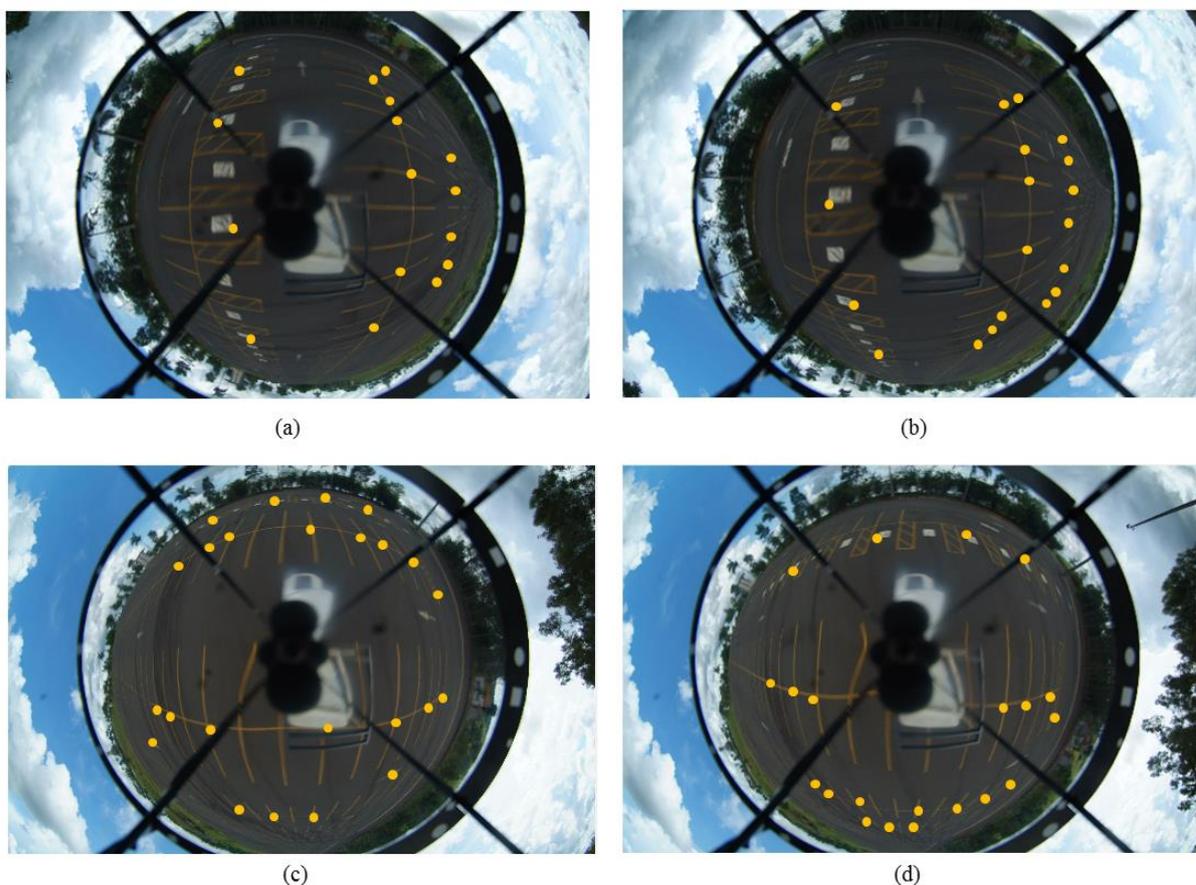


Figura 4.15: Imagens coletadas pelo SVO usadas na estimação dos ângulos de *boresight* e distribuição dos pontos de apoio.

A Tabela 4.26 apresenta os parâmetros estimados que transformam do referencial do cone para o referencial do espaço objeto.

Tabela 4.26: Parâmetros de transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto estimados com o modelo de colinearidade de um bloco de quatro imagens.

Im.	ω_{Cone}^{Obj} (°)	φ_{Cone}^{Obj} (°)	κ_{Cone}^{Obj} (°)	X_V (m)	Y_V (m)	Z_V (m)
1	182,96849 (±0,0473)	4,41916 (±0,0594)	119,00378 (±0,0886)	448769,828 (±0,031)	7556561,071 (±0,032)	428,277 (±0,010)
2	182,22813 (±0,0535)	4,66379 (±0,0667)	121,87200 (±0,1025)	448776,974 (±0,038)	7556573,039 (±0,036)	429,539 (±0,012)
3	182,43244 (±0,0668)	5,48119 (±0,0799)	29,86951 (±0,1363)	448780,665 (±0,042)	7556577,136 (±0,043)	430,067 (±0,015)
4	182,89165 (±0,0639)	5,21491 (±0,0697)	29,40806 (±0,1271)	448776,002 (±0,044)	7556580,000 (±0,037)	429,835 (±0,015)
Iterações: 5			$\sigma_0 = 1$			
Graus de liberdade: 216			$\hat{\sigma}_0 = 1,07$			

Ao aplicar o teste qui-quadrado verifica-se que a hipótese não é rejeitada a um nível de significância de 5%. A partir dos ângulos apresentados na Tabela 4.26 é possível calcular a matriz de rotação que leva do referencial do espaço objeto para o referencial do cone (R_{Obj}^{Cone}). O processamento dos dados do sistema de georreferenciamento direto no software Waypoint Grafnav proporcionaram os ângulos da matriz de rotação do referencial da IMU para o espaço objeto (R_{IMU}^{Obj}) para as quatro imagens. Assim, é possível calcular a matriz de rotação do referencial da IMU com relação ao referencial do cone a partir da Equação 4.3.

$$R_{IMU}^{Cone} = R_{IMU}^{Obj} \cdot R_{Obj}^{Cone} \quad (4.3)$$

A Tabela 4.27 apresenta os ângulos, calculados com o software Waypoint Grafnav, que transformam do referencial da IMU para o referencial do cone.

Tabela 4.27: Ângulos de *boresight* do referencial da IMU para o referencial do cone estimados no software Waypoint Grafnav.

	ω_{IMU}^{Cone}	φ_{IMU}^{Cone}	κ_{IMU}^{Cone}
Valores (°)	-179,32048	-0,22808	173,17310
REQM (')	10,08	12,66	27,20
Disc. mínima (')	-3,05	-22,43	-32,13
Disc. máxima (')	14,28	11,27	36,11

Nota-se por meio da Tabela 4.27 que a REQM é maior no ângulo de rotação κ_{IMU}^{Cone} , em torno de 30 minutos de arco. Para os demais ângulos, a REQM fica em torno de 10 minutos de arco. Na Tabela 4.26, verifica-se que os desvios-padrão estimados dos ângulos transformação do referencial do cone para o referencial do espaço objeto variam de 2 a 8 minutos de arco. A combinação desses ângulos com os ângulos oriundos do sistema de georreferenciamento direto (precisão em torno de 1'), justifica os valores de REQM apresentados na Tabela 4.27.

5. CONCLUSÕES

5.1 Considerações finais

O objetivo principal consistiu em desenvolver a modelagem fotogramétrica rigorosa e uma técnica de calibração para um sistema catadióptrico de visão omnidirecional, composto por uma câmara e um espelho cônico, associado a um sistema de georreferenciamento direto. A grande vantagem é que com esse sistema obtém-se uma imagem omnidirecional (360°) com apenas uma câmara e um espelho, que não apresenta distorção radial e perda da resolução radial. Ressalta-se, ainda, que o espelho cônico apresenta um processo de construção mais simplificado, se comparado aos espelhos com curvatura.

A modelagem fotogramétrica baseou-se no modelo de projeção da câmara e nas propriedades de reflexão do espelho cônico. Os modelos matemáticos foram validados com imagens simuladas e reais. A técnica de calibração, desenvolvida para o sistema omnidirecional, é dividida em calibração interna e calibração da plataforma. A calibração interna do sistema apresenta três etapas: calibração da câmara; modelagem do espelho cônico e; estimação os parâmetros de transformação do sistema fotogramétrico para o sistema do cone.

A primeira etapa para a calibração interna consistiu em calibrar a câmara que compõe o sistema, que nesse caso foi a câmara *Fuji Finepix S3 pro* com a lente Bower-Samyang de 8 mm. Como já apresentado, essa lente não é puramente olho de peixe e também não segue a projeção perspectiva. Por ser baseada na projeção estereográfica e por apresentar similaridades com as objetivas olhos de peixe, é classificada como quase-estereográfica. O presente trabalho contribuiu no sentido de avaliar os resultados da calibração da lente Bower-Samyang de 8 mm, não usual em Fotogrametria, com diferentes modelos de projeção (perspectiva, estereográfica, equidistante, ortogonal e do ângulo equisólido).

Aplicou-se a técnica de calibração interna desenvolvida em um sistema composto por uma câmara *Fuji Finepix S3 pro* com a lente Bower-Samyang e um espelho cônico. Para o controle da qualidade da calibração interna do sistema, realizou-se a orientação indireta da plataforma a partir de imagens coletadas do campo de calibração 3D desenvolvido na FCT/Unesp. Obteve-se uma acurácia na ordem de 1 a 3 cm na reconstrução 3D dos pontos de verificação. Com o objetivo de melhorar os resultados obtidos na reconstrução 3D, sugere-

se reduzir as imperfeições na superfície do espelho por um processo de usinagem e polimento mais sofisticado.

Na calibração da plataforma objetivou-se estimar os parâmetros que relacionam o sistema de georreferenciamento direto SPAN-CPT da Novatel com o sistema de imageamento, que nesse caso são os ângulos de *boresight*, que relacionam os referenciais da IMU e do cone, e as coordenadas do centro da antena GNSS no referencial do cone (*lever arm*). Os ângulos de *boresight* foram estimados com um desvio-padrão de 10 a 30 minutos de arco. Para estimar esses ângulos é necessário orientar indiretamente imagens coletadas pelo SVO com o uso de pontos de apoio. A redução das imperfeições na superfície do espelho e coordenadas de pontos de apoio mais acuradas, implicariam em uma melhora significativa na estimação dos ângulos de *boresight*. Já o *lever arm* foi estimado por Fotogrametria a curta distância, com uma acurácia maior que 5 mm, o que é significativamente melhor se comparado à acurácia da posição proporcionada pelo sistema GNSS/IMU no modo cinemático, que é em torno de 5 a 10 cm.

Destaca-se que a principal vantagem da modelagem e da técnica de calibração desenvolvidas, é a não exigência do alinhamento entre o eixo óptico da câmara com relação ao eixo do espelho cônico. Ressalta-se novamente, que ao usar o SVO desenvolvido é possível apenas com uma câmara e um espelho ter uma imagem omnidirecional, o que em termos práticos, é de grande relevância devido ao baixo custo de fabricação do sistema.

Após aplicar a técnica de calibração desenvolvida é possível usar as imagens coletadas pelo sistema de visão omnidirecional em diversas aplicações que exigem e não alta acurácia métrica, como a reconstrução 3D de objetos, a geração de cenas de controle e de panoramas, dentre outras.

5.2 Recomendações para trabalhos futuros

A calibração da câmara *Fuji Finepix S3 pro* com a lente Bower-Samyang, que compõe o sistema omnidirecional, foi realizada com os modelos físicos (rigorosos) das projeções perspectiva, estereográfica, equidistante, ortogonal e do ângulo equisólido. Para trabalhos futuros, recomenda-se realizar uma análise comparativa entre os modelos

matemáticos rigorosos e generalizados na calibração da câmara *Fuji Finepix S3 pro* com a lente Bower-Samyang.

Sugere-se também desenvolver e/ou implementar, no programa TMS, modelos matemáticos baseados em feições lineares para a calibração de câmaras com objetiva olho de peixe e, também comparar os resultados obtidos com os modelos matemáticos baseados em feições do tipo ponto. Recomenda-se realizar uma análise de significância dos parâmetros de orientação interior para a câmara *Fuji Finepix S3 pro* com a lente Bower-Samyang, considerando os diversos modelos de projeção. Para trabalhos futuros, sugere-se a realização de uma análise da correlação entre os parâmetros de orientação interior e exterior ao considerar um campo de calibração 3D.

Além disso, recomenda-se comparar os resultados da técnica de calibração rigorosa, desenvolvida no presente trabalho, com resultados obtidos pela aplicação de técnicas de calibração baseadas em modelos matemáticos generalizados. Em trabalhos futuros, sugere-se, também, desenvolver a modelagem fotogramétrica baseada em feições lineares para a calibração do sistema omnidirecional.

Outra possibilidade é desenvolver técnicas para retificar as imagens geradas pelo sistema omnidirecional, e usá-las na orientação automática de imagens aéreas e orbitais, como apresentado por Tommaselli e Berveglieri (2014).

Além disso, sugere-se avaliar o modelo matemático, desenvolvido para a interseção fotogramétrica a partir duas imagens coletadas pelo sistema omnidirecional.

REFERÊNCIAS

ABRAHAM, S; FORSTNER, W. Fish-eye-stereo calibration and epipolar rectification. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 59, n. 5, p. 278–288, 2005.

BAKER, S.; NAYAR, S. K. A Theory of Single-Viewpoint Catadioptric Image Formation. **International Journal of Computer Vision**, v. 35, n. 2, p. 175-196, 1999.

BARRETO, J.; ARAÚJO, H. Issues on the geometry of central catadioptric imaging. In: IEEE Int. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, 2001, Hawaii, USA. **Proceedings of the IEEE Int. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition**, 2001.

BARRETO, J.; ARAÚJO, H. Geometric Properties of Central Catadioptric Line Images. In: 7th European Conference on Computer Vision, 2002, London, UK. **Proceedings of the 7th European Conference on Computer Vision**, 2002, p. 237–251.

BARRETO, J.; ARAÚJO, H. Paracatadioptric camera calibration using lines. In: 9th IEEE International Conference on Computer Vision, 2003, Nice, France. **Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision**, 2003, p. 1359–1365.

BAZAN, W. S.; TOMMASELLI, A. M. G.; GALO M.; RUY, R. da S. A influência das injunções de orientação relativa na calibração de um sistema dual de câmaras digitais. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 15, n.3, p. 444-466, 2009.

BRASSART, E.; DELAHOUCHE, L.; CAUCHOIS, C.; DROCOURT, C.; PEGARD, C.; MOUADDIB, M. Experimental results got with the omnidirectional vision sensor: SYCLOP. In: IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, 2000, Hilton Head Island, South Carolina. **Proceedings of the IEEE Workshop on Omnidirectional Vision**, 2000, p. 145–152.

BROWN, D. C. Close-Range Camera Calibration. **Photogrammetric Engineering**, v. 37, n. 8, p. 855-866, 1971.

BURBRIDGE, C., SPACEK, L. Omnidirectional vision simulation and robot localisation. In: TAROS 2006. **Proceedings of TAROS 2006**, 2006, p.32- 39.

BURBRIDGE, C.; NEHMZOW, U.; CONDELL, J. Omnidirectional Projections with Cone Mirror and Single Mirror Stereo. In: The 8th Workshop on Omnidirectional Vision, Camera Networks and Non-classical Cameras, 20008, Marseille, France. **Proceedings of the 8th**

Workshop on Omnidirectional Vision, Camera Networks and Non-classical Cameras
Marseille, France, 2008.

CAUCHOIS, C.; BRASSART, E.; DROCOURT, C.; VASSEUR, P. Calibration of the omnidirectional vision sensor: Syclop. In: IEEE ICRA, 1999. **Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation**, 1999, p. 1287-1292.

CHARLES, J. R. **Review of Samyang 8 mm f/3.5 proportional projection ultra-wide angle lens**. 2009.

Disponível em <<http://www.versacorp.com/vlink/jcreview/sy8rv9jc.pdf>>. Acesso em 13 Fev. 2014.

CLARKE, T. A.; FRYER, J. G. The Development of Camera Calibration Methods and Models. **Photogrammetric Record**, v. 16, n. 91, p. 51–66, 1998.

CONRADY, A. Decentered Lens Systems. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 79, p. 384–390, 1919.

CRAMER, M.; STALLMANN, D; HAALA, N. Direct georeferencing using GPS/inertial exterior orientations for photogrammetric applications. In: In: ISPRS, 2000, Amsterdam. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, Vol. 33 Part B3, p. 198-205.

DUNNE, A.; MALLON, J.; WHELAN, P. Efficient generic calibration method for general cameras with single centre of projection. **Computer Vision and Image Understanding**, v. 114, n. 2, p. 220–233, 2010.

ELLUM, C.; EL-SHEIMY, N. Land-based mobile mapping systems. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 68, n. 1, p. 13-28, 2002.

EL-SHEIMY, N.; MOSTAFA, M. Performance Analysis of Integrated Sensor Orientation. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 73, n. 1, p. 1-9, 2007.

FULLVIEW. Disponível em: <<http://www.fullview.com/technology.html>>. Acesso em 02 Set. 2010.

GALO, M. **Calibração e aplicação de câmaras digitais**. 1993. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

GALO, M.; TOMMASELLI, A. M. G.; HASEGAWA, J. K.; CAMARGO, P. O. Significância dos parâmetros de orientação interior na calibração de câmaras. In: II SIMGEO, 2008, Recife. **Anais do II SIMGEO**, Recife, 2008.

GARRIDO-JURADO, S.; MUÑOZ-SALINAS, R; MADRID-CUEVAS, F. J; MARÍN-JIMÉNEZ, M. J. Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion, **Pattern Recognition**, v.47, n.6, p. 2280-2292, 2014.

GEMAEL, C. **Ajustamento de observações: aplicações à Geodésia**. Curitiba: UFPR, 1994. 319p.

GENNERY, D. Generalized camera calibration including fish-eye lenses. **International Journal of Computer Vision**, v. 68, p. 239–266, 2006.

GEYER, C.; DANIILIDIS, K. Paracatadioptric camera calibration. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 24, p. 687–695, 2002.

GLUCKMAN, J.; NAYAR, S, K. Catadioptric Stereo Using Planar Mirrors. *International Journal of Computer Vision*, v. 44, n.1, p. 65–79, 2001.

GREVE, B. **Reflections and Refractions in Ray Tracing**. 2006. Disponível em: <http://graphics.stanford.edu/courses/cs148-10-summer/docs/2006--degreve--reflection_refraction.pdf>. Acesso em 13 Fev. 2014.

HABIB, A. F.; MORGAN, M. F. Automatic calibration of low cost digital cameras. **SPIE Journal of Optical Engineering**, v.42, n.4, p.948-955, 2003.

HEIKKINEN, J. Circular image block measurements. In: ISPRS, 2000, Amsterdam. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, Amsterdam: ISPRS, 2000. p. 358-365.

HUGHES, C.; DENNY, P.; JONES, E.; GLAVIN, M. Accuracy of fish-eye lens models. **Applied Optics**, v. 49, n. 17, p. 3338-3347, 2010.

JOUNG, I. S.; CHO H. S. An active omni-directional range sensor for mobile robot navigation. **Control Engineering Practice**, v. 6, p. 385-393, 1998.

JENG, S; TSAI, W. Analytic image unwarping by a systematic calibration method for omni-directional cameras with hyperbolic-shaped mirrors. **Image and Vision Computing**, v. 26, p. 690–701, 2008.

KHAN, F.; CHAPMAN, M.; LI, J. Camera calibration for a robust omni-directional photogrammetry system. In: 5th International Symposium on Mobile Mapping Technology, 2007, Padua, Itália. **Proceedings of the 5th International Symposium on Mobile Mapping Technology**, 2007, p. 1–8.

LI, R. et al. A new ground-based stereo panoramic scanning system. In: ISPRS, 2008, Beijing. **The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**. Beijing: ISPRS, 2008. v. XXXVII, n. B5, p. 723-728.

LIN, S.S., BAJCSY, R. **Single cone mirror omni-directional stereo**. Technical Report MS-CIS-01-03, University of Pennsylvania, 2001.

LÓPEZ-NICOLÁS, G.; SAGÜÉS, C. Catadioptric camera model with conic mirror. In: British Machine Vision Conference, 2010, Aberystwyth, Reino Unido. **Proceedings of the British Machine Vision Conference**, 2010, p. 114.1-114.10.

LUBER, A.; REULKE, R. A unified calibration approach for generic cameras. In: ISPRS, 2010, Newcastle. **The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**. Newcastle: ISPRS, 2010. v. XXXVIII, n. B5, p. 399-404.

LUHMANN, T.; TECKLENBURG, W. 3-D object reconstruction from multiple-station panorama imagery. In: ISPRS, 2004, Dresden. **Proceedings of the ISPRS working group V/1**, Dresden: ISPRS, 2004. v. XXXIV, n. 5/W16.

MAKAROVIK, B. Digital Mono-Ploters. **I.T.C. Journal**, v. 1 p. 101-122, 1973.

MARCATO JUNIOR, J.; TOMMASELLI, A. M. G.; RUY, R. S.; GALO, M. Injunções de estabilidade das componentes da base e matriz de rotação na calibração de uma sistema dual de câmaras. In: III SIMGEO, 2010, Recife. **Anais do III SIMGEO**, Recife, 2010.

MARCATO JUNIOR, J.; TOMMASELLI, A. M. G. Exterior orientation of CBERS-2B imagery using multi-feature control and orbital data. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v.79, n. 2013, p. 219-225, 2013.

MEI, C.; RIVES, P. Single View Point Omnidirectional Camera Calibration from Planar Grids. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation. **Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation**, 2007, p. 3945-3950.

MIKAHIL, E. M.; ACKERMAN, F., **Observations and Least Squares**. IEP, New York. 497p.

MIKHAIL, E. M., BETHEL, J. S. MCGLONE, J. C. **Introduction to Modern Photogrammetry**. Inc. New York : John Wiley & Sons, 2001, 479p.

MITISHITA, E. A; KIRCHNER, F. F. Digital Mono-Differential Restitution of Airphotos Applied to Planimetric Mapping. In: XIXth ISPRS Congress, 2000, Amsterdam. **Proceedings of the XIXth Congress of International Society For Photogrammetric and Remote Sensing (ISPRS) - Geoinformation**, 2000. v. 33. p. 655-662.

MORAES, M. V. A; TOMMASELLI, A. M. G.; SILVA, S. L. A.; MARCATO JUNIOR, J. Implantação de campo terrestre de calibração de câmaras com uso de alvos codificados. In: VIII Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 2013, Curitiba. **Anais do VIII CBCG**, Curitiba, 2013.

MULAWA, D. C.; MIKHAIL, E. M. Photogrammetric treatment of linear features. In: ISPRS, 1988, Kyoto. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, Kyoto: ISPRS, 1988. p. 383-393.

NALWA, V. S. **A true omnidirectional viewer**. Bell Laboratories Technical Report. 1996.

NOVATEL. **Antenas 42G1215A-XT-1-3 and 42G1215A-XT-1-2 guide**. 2013. Disponível em < <http://www.novatel.com/assets/Documents/Manuals/OM-20000152-42G1215A-XT-1-v1.pdf>>. Acesso em 07 Mar. 2014.

PARIAN, J. A.; GRUEN, A. A refined sensor model for panoramic cameras. In: ISPRS, 2004, Dresden. **Proceedings of the ISPRS working group V/1**, Dresden: ISPRS, 2004. V. XXXIV, n. 5/W16.

PARIAN, J. A; GRUEN, A. Panoramic camera calibration using 3D straight lines. In: Panoramic Photogrammetry Workshop, 2005, Berlin. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. 36-5. Berlin: ISPRS, 2005.

PARIAN, J. A.; GRUEN, A. Self-Calibrating network analysis for panoramic cameras by heuristic simulation. In: ISPRS, 2006, Dresden. **Proceedings of the ISPRS comission V Symposium**, Dresden: ISPRS, 2006, p. 230-235.

PINCIROLI, C. et al. Robust Detection of 3D Scene Horizontal and Vertical Lines in Conical Catadioptric Sensors. In: IEEE workshop OMNIVIS'05. **Proceedings of the IEEE workshop OMNIVIS'05**, Beijing, China, 2005.

POV-TEAM. Introduction to POV-Ray Version 3.6.1. Disponível em <http://www.povray.org/download/>. Acesso em 10 jan. 2012.

PUIG, L.; BASTANLAR, Y.; STURM, P.; GUERRERO, J. J.; BARRETO, J. Calibration of Central Catadioptric Cameras Using DLT-Like Approach. **International Journal of Computer Vision**, v. 93, n. p. 101-114, 2011.

PUIG, L.; BERMÚDEZ, J.; STURM, P.; GUERRERO, J. J. Calibration of omnidirectional cameras in practice: A comparison of methods. **Computer Vision and Image Understanding**, v. 116, n. 1, p. 120-137, 2012.

REISS, M. L. L.; TOMMASELLI, A. M. G. Orientação de imagens sem pontos de apoio para mensuração de superfícies planas. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 9, n. 1, p.121-139, 2003.

RICHTER, K.; MADER, D.; SEIDL, K.; MAAS, H. –G. Development of a geometric model for an all-reflective camera system. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 86, n. 2013, p. 41-51, 2013.

RUY, R. S. **Desenvolvimento e Validação Geométrica de um Sistema para Mapeamento com câmaras Digitais de Médio Formato e Georreferenciamento Direto**. 2008. Tese (Doutorado) – Faculdade de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

REMONDINO, N.; BORLIN, N. Photogrammetric calibration of images sequences acquired with a rotating camera. In: ISPRS, 2004, Dresden. **Proceedings of the ISPRS working group V/1**, Dresden: ISPRS, 2004. V. XXXIV, n. 5/W16.

REULKE, R.; WEHR, A. Mobile panoramic mapping using CCD-line camera and laser scanner with integrated position and orientation system. In: ISPRS, 2004, Dresden. **Proceedings of the ISPRS working group V/1**, Dresden: ISPRS, 2004. V. XXXIV, n. 5/W16.

SALAZAR-GARIBAY, A. **Direct Self-Calibration of Central Catadioptric Omnidirectional Cameras**. Ph.D Thesis. Paris Institute of Technology. Centre de Mathématiques Appliquées, Paris, 2011.

SCHNEIDER, D.; SCHWALBE, E.; MAAS, H. –G. Validation of geometric models for fisheye lenses. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 64, n.3, p. 259-266, 2009.

SCARAMUZZA, D.; MARTINELLI, A.; SIEGWART, R. A Flexible Technique for Accurate Omnidirectional Camera Calibration and Structure from Motion. In: IEEE International Conference on Computer Vision System, 2006. **Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision System**, 2006.

SILVA, S. L. A. **Aplicação de Alvos Codificados na Automatização do Processo de Calibração de Câmaras**. Unesp, 2012, Trabalho de conclusão do curso de Ciências da Computação, Orientadores: Tommaselli, A.M.G.; Artero, A.O. 2012.

SKALOUD, J. **Optimizing Georeferencing of Airborne Survey Systems by INS/DGPS**. Ph.D Thesis. The University of Calgary. Dept of Geomatics Engineering, Calgary, 1999.

SOUTHWELL, D.; VANDEGRIEND, B; BASU, A. A Conical Mirror Pipeline Inspection System. In: International Conference on Robotics and Automation, Minnessota. **Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation**. Minnesota, 1996.

SPACEK, L. **Omnidirectional perspective and stereopsis with conical mirrors**. Research Report CTU–CMP–2003–12, Center for Machine Perception, K13133 FEE Czech Technical University, Prague, Czech Republic, 2003.

SPACEK, L. A catadioptric sensor with mul-tiple viewpoints. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 51, n.1, p. 3-15, 2005.

STURM, P.; RAMALINGAM, S.; TARDIF, J.; GASPARINI, S.; BARRETO, J. Camera Models and Fundamental Concepts Used in Geometric Computer Vision. **Computer Graphics and Vision**, v.6, n. 1-2, p. 1–183, 2011.

TAN, K.; HUA, H.; AHUJA, N. Multiview Panoramic Cameras Using Mirror Pyramids. **PIEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 26, n. 7, p. 941-946, 2004.

TOMMASELLI, A. M. G.; LUGNANI, J.B. An alternative mathematical model to the collinearity equation using straight features. In: ISPRS, 1988, Kyoto. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, Kyoto: ISPRS, 1988. p. 765-774.

TOMMASELLI, A. M. G.; TOZZI, C. L. A recursive approach to Space Resection using straight lines. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 62, n. 1, p. 57-66, 1996.

TOMMASELLI, A. M. G.; GALO, M.; BAZAN, W. S.; RUY, R. da S; MARCATO JUNIOR, J. Simultaneous calibration of multiple camera heads with fixed base constraint. In: 6th International Symposium on Mobile Mapping Technology. Presidente Prudente. **Proceedings of the 6th ISMMT**, Presidente Prudente, 2009.

TOMMASELLI, A. M. G. ; BERVEGLIERI, A. ; MARCATO JUNIOR, J.; OLIVETE, A. L. ON THE GENERATION OF GROUND CONTROL SCENES WITH MOBILE PLATFORMS. In: International Symposium on Mobile Mapping Technology (MMT), 2013, Tainan. **Proceedings of ISPRS**, 2013.

TOMMASELLI, A. M. G; BERVEGLIERI, A. Automatic Orientation of Multi-Scale Terrestrial Images for 3D Reconstruction. **Remote Sensing**, v. 6, n. 4, p. 3020-3040, 2014.

VAN DEN HEUVEL, F. A. et al. Calibration of fisheye camera systems and the reduction of chromatic aberration. In: **ISPRS, 2006, Dresden**. Proceedings of the ISPRS commission V Symposium, Dresden: ISPRS, 2006.

WOLF, P. R. **Elements of Photogrammetry**: with air photo interpretation and remote sensing. Tokyo: McGraw Hill, 1974, 562p.

YAGI, Y.; KAWOTO, S.; TSUJI, S. Real time omnidirectional image sensor sensor (COPIS) for vision-guided navigation. **IEEE Trans. on Robotics and Automation**, v. 10, n. 1, p. 11-22, 1994.

ZHOU, F.; PENG, B.; CUI, Y.; WANG, Y.; TAN, H. A novel laser vision sensor for omnidirectional 3D measurement. **Optics & Laser Technology**, v. 45, n. 2013, p.1-12, 2013.

APÊNDICE A

Método Combinado de ajustamento

O método combinado de ajustamento, descrito nesta Seção, será baseado em Mikhail e Ackerman (1976) e Gemael (1994). O ajustamento pelo método combinado é usado para modelos funcionais que combinam observações e parâmetros, no qual as r equações de condição envolvem tanto as observações (n) quanto os parâmetros (u), de forma que o número de observações (n) seja maior que os graus de liberdade ($r-u$).

O modelo matemático do método combinado é dado por:

$$F(X_a, L_a) = 0 \quad (\text{A.1})$$

Nesta equação X_a é o vetor dos parâmetros ajustados e o vetor das observações ajustadas é representado por L_a . A função F , geralmente, é não linear tornando necessário realizar a linearização. A forma linearizada da Equação (A.1) é dada por:

$$F(X_a, L_a) \cong F(X_0, L_b) + \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{L_b, X_0} (X_a - X_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial L_a} \right|_{L_b, X_0} (L_a - L_b) = 0 \quad (\text{A.2})$$

em que:

- X_0 : vetor dos parâmetros aproximados;
- $V = L_a - L_b$: vetor dos resíduos;
- L_b : vetor das observações;
- $X = X_a - X_0$: vetor de correção aos parâmetros;
- $B = \left. \frac{\partial F}{\partial L_a} \right|_{L_b, X_0}$: matriz das derivadas parciais com relação às observações;

- $A = \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{L_b, X_0}$: matriz das derivadas parciais com relação aos parâmetros;
- $W = F(L_b, X_0)$.

Assim, o modelo linearizado do método combinado é dado por:

$$AX + BV + W = 0 \quad (\text{A.3})$$

Ao utilizar a técnica Lagrangiana, a função (ϕ) é definida por:

$$\phi = V^T PV - 2K^T (AX + BV + W) = \text{mínimo} \quad (\text{A.4})$$

Nesta Equação K representa o vetor dos multiplicadores de Lagrange ou dos correlatos. Considerando nulas as derivadas parciais em relação a V , K e X , obtém-se:

$$PV - B^T K = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$AX + BV + W = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$A^T K = 0 \quad (\text{A.7})$$

A partir da Equação (A.5), tem-se que:

$$V = P^{-1} B^T K \quad (\text{A.8})$$

Ao substituir a Equação acima em (A.6), tem-se que:

$$K = -(BP^{-1}B^T)^{-1}(AX + W) \quad (\text{A.9})$$

Considerando $M = BP^{-1}B^T$, obtém-se:

$$K = -M^{-1}(AX + W) \quad (\text{A.10})$$

Substituindo o vetor dos correlatos na Equação (A.7), obtém-se o vetor das correções aos parâmetros aproximados (X):

$$X = -(A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} W \quad (\text{A.11})$$

Fator de variância a posteriori

Após o cálculo do vetor dos resíduos torna-se possível estimar a variância da observação de peso unitário ($\hat{\sigma}_0$), dada por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{S} = \frac{-K^T}{r-u} \quad (\text{A.12})$$

em que S representa o número de graus de liberdade.

Teste de Hipótese Qui-Quadrado (χ^2)

Após o cálculo do fator de variância a posteriori $\hat{\sigma}^2$, torna-se possível realizar o teste de hipótese qui-quadrado, a fim de verificar a qualidade do ajustamento, em que:

Hipótese básica:

$$H_0 : \hat{\sigma}^2 = \sigma^2 ;$$

Hipótese alternativa:

$$H_1 : \hat{\sigma}^2 > \sigma^2 \text{ (teste unilateral)}$$

Para realizar o teste, calcula-se:

$$\chi_c^2 = \frac{v \hat{\sigma}_0^2}{\sigma^2} \quad (\text{A.13})$$

em que, v representa o número de graus de liberdade.

A hipótese é rejeitada a um nível de significância α se:

$$\chi_c^2 \geq \chi_{v,1-\alpha}^2$$

em que $\chi_{v,1-\alpha}^2$ representa o qui-quadrado tabelado.

Parâmetros ajustados e Matriz de variância-covariância

O vetor dos parâmetros (X_a) e a matriz de variância e covariância dos parâmetros (ΣX_a) são dados por:

$$X_a = X_0 + X \quad (\text{A.14})$$

$$\Sigma X_a = \hat{\sigma}_0 (A^T M^{-1} A)^{-1} \quad (\text{A.15})$$

Iteração no método combinado

No caso de modelos não lineares, em que há a necessidade de iniciar o processo com valores aproximados para os parâmetros (X_0) deve-se somar o valor estimado de X aos parâmetros aproximados, dando origem ao vetor dos parâmetros ajustados (X_a), conforme Equação (A.16).

$$X_a = X_0 + X \quad (\text{A.16})$$

Os resíduos podem ser obtidos pela expressão (A.17):

$$V = P^{-1} B^T K \quad (\text{A.17})$$

em que:

$$K = -M^{-1}(AX + W).$$

As observações ajustadas (L_a) são obtidas somando os resíduos às observações, ou seja, $L_a = L_b + V$.

Os parâmetros ajustados da iteração anterior serão usados na próxima iteração como parâmetros aproximados, ou seja, $X_{i-1}^a = X_i^0$. Na montagem das matrizes A , B e W serão utilizadas as observações ajustadas da iteração anterior (L_{i-1}^a) ao invés das observações (L_b) que foram utilizadas na primeira iteração. Estas novas observações serão denominadas de L_i^0 . As Equações (A.18) e (A.19) mostram as matrizes A e B na i -ésima iteração.

$$A_i = \left. \frac{\partial F}{\partial X_i^a} \right|_{X_i^0, L_i^0} \quad (\text{A.18})$$

$$B_i = \left. \frac{\partial F}{\partial L_i^a} \right|_{X_i^0, L_i^0} \quad (\text{A.19})$$

O vetor W terá uma pequena modificação, como mostra a equação a seguir.

$$W_i = B_i(L_b - L_i^0) + F(L_i^0, X_i^0) \quad (\text{A.20})$$

Assim, tem-se:

$$X_i = -(A_i^T M_i^{-1} A_i)^{-1} A_i^T M_i^{-1} W_i \quad (\text{A.21})$$

$$X_i^a = X_i^0 + X_i \quad (\text{A.22})$$

$$V_i = -P^{-1} B_i^T M_i^{-1} (A_i X_i + W_i) \quad (\text{A.23})$$

$$L_i^a = L_b + V_i \quad (\text{A.24})$$

O critério de convergência pode ser baseado tanto nas correções X_i aos parâmetros quanto no vetor dos resíduos V_i .

Método combinado com injeção de peso

O método combinado com injeção de peso tem por característica principal o fato de que todas as variáveis envolvidas na formulação matemática são consideradas

observações. As equações normais para o caso do método combinado com injunções de pesos são dadas por:

$$X_i = -(A_i^T M_i^{-1} A_i + P_X)^{-1} (A_i^T M_i^{-1} W_i + P_X W_X) \quad (\text{A.25})$$

em que P_X é a matriz diagonal dos pesos dos parâmetros e W_X é um vetor nulo na primeira iteração e nas demais iterações ele acumula a correção (X_i) dos parâmetros, ou seja, $W_{X_i} = \sum X_i$.

Considerando $N_i = (A_i^T M_i^{-1} A_i + P_X)$ e $U_i = (A_i^T M_i^{-1} W_i + P_X W_X)$ tem-se

que:

$$X_i = -N_i^{-1} U_i \quad (\text{A.26})$$

$$\sum_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1} \quad (\text{A.27})$$

em que \sum_{X_a} é a matriz variância e covariância dos parâmetros ajustados.

APÊNDICE B

Reflexão em um espelho cônico

A formulação apresentada a seguir representa a reflexão na técnica de *Ray Tracing* (GREVE, 2006). A Figura B.1 ilustra os ângulos e vetores envolvidos nesse processo.

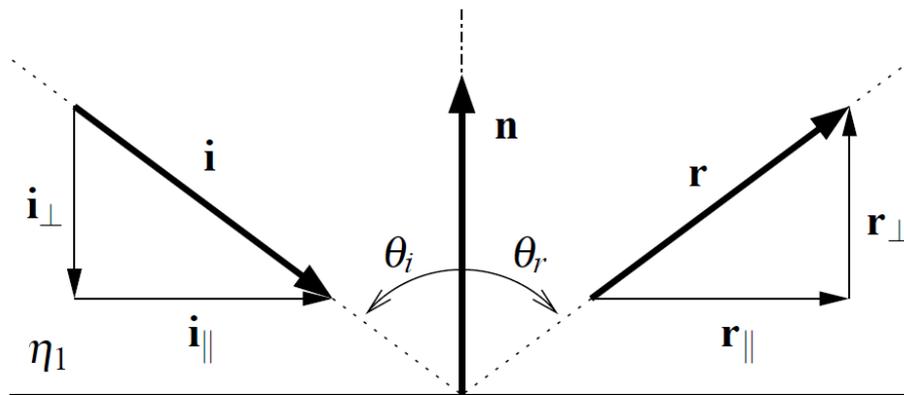


Figura B.1: Vetores e ângulos ao considerar a reflexão no *Ray Tracing* para uma superfície plana de reflexão.

Na Figura B.1, \vec{i} e \vec{r} são os vetores diretores unitários dos raios incidente e refletido. O vetor normal à superfície reflexiva (\vec{n}) também é um vetor unitário. Portanto, tem-se que:

$$|\vec{i}| = |\vec{r}| = |\vec{n}| = 1 \quad (\text{B.1})$$

Os vetores \vec{i} e \vec{r} podem ser decompostos em componentes paralelas (\parallel) e ortogonais (\perp) à superfície de reflexão, conforme é ilustrado na Figura B.1. Na reflexão tem-se que o ângulo de incidência (θ_i) é igual ao ângulo de reflexão (θ_r). De acordo com a Figura B.1, tem-se que:

$$\vec{r}_{\perp} = -\vec{i}_{\perp} \quad (\text{B.2})$$

$$\vec{r}_{\parallel} = \vec{i}_{\parallel} \quad (\text{B.3})$$

Dessa forma, é possível escrever o vetor diretor \vec{r} em função das componentes do vetor diretor \vec{i} .

$$\vec{r} = \vec{r}_{\parallel} + \vec{r}_{\perp} = \vec{i}_{\parallel} - \vec{i}_{\perp} = \vec{i} - 2 \cdot \vec{i}_{\perp} \quad (\text{B.4})$$

Por fim, basta calcular o vetor \vec{i}_{\perp} por meio da projeção perpendicular em \vec{n} . A partir da Figura B.1, tem-se que:

$$\vec{i}_{\perp} = \|\vec{i}\| \cdot \cos(\theta_i) \quad (\text{B.5})$$

Ao desenvolver a Equação B.5, tem-se que:

$$\cos(\theta_i) = \frac{\|\vec{i}_{\perp}\|}{\|\vec{i}\|} \quad (\text{B.6})$$

O produto vetorial entre \vec{i} e \vec{n} é dado por:

$$\vec{n} \cdot \vec{i} = \|\vec{n}\| \|\vec{i}\| \cos(\theta_i) \quad (\text{B.7})$$

Desenvolvendo a Equação B.7, tem-se que:

$$\cos(\theta_i) = \frac{\vec{n} \cdot \vec{i}}{\|\vec{n}\| \|\vec{i}\|} \quad (\text{B.8})$$

Ao igualar as Equações B.8 e B.5, tem-se que:

$$\|\vec{i}_{\perp}\| = \frac{\vec{n} \cdot \vec{i}}{\|\vec{n}\|} \quad (\text{B.9})$$

Os vetores \vec{i}_\perp e \vec{n} são paralelos, mas não apresentam a mesma norma. Portanto, tem-se que:

$$\vec{i}_\perp = \frac{\|\vec{i}_\perp\|}{\|\vec{n}\|} \vec{n} \quad (\text{B.10})$$

Substituindo a Equação B.9 em B.10, tem-se que:

$$\vec{i}_\perp = \frac{\vec{n} \cdot \vec{i}}{\vec{n} \cdot \vec{n}} \vec{n} \quad (\text{B.11})$$

Como \vec{n} é um vetor unitário, a Equação B.11 pode ser simplificada (Equação B.12).

$$\vec{i}_\perp = (\vec{i} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (\text{B.12})$$

Ao substituir a Equação B.12 em B.4, obtém-se a equação final da reflexão no *Ray Tracing*:

$$\vec{r} = \vec{i} - 2(\vec{i} \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (\text{B.13})$$

Ao considerar um SVO composto por uma câmara e um espelho cônico, \vec{i} é o vetor de visada e \vec{n} é o vetor unitário normal à superfície do espelho cônico. O vetor \vec{n} é definido pela derivada da equação do cone no ponto de reflexão R (Equação B.14).

$$\vec{n} = \Delta f = \begin{pmatrix} \partial f / \partial R_x \\ \partial f / \partial R_y \\ \partial f / \partial R_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} hR_x / ((R_x^2 + R_y^2)^{\frac{1}{2}} r) \\ hR_y / ((R_x^2 + R_y^2)^{\frac{1}{2}} r) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.14})$$

Outra forma de calcular o vetor \vec{n} é por meio do produto vetorial entre os dois vetores (\vec{t}_1 e \vec{t}_2) (Equações B.15 e B.16) tangentes à superfície do cone. O vetor

$$\vec{t}_1 = [1 \quad 0 \quad h.R_X / (R.\sqrt{R_X^2 + R_Y^2})] \quad (\text{B.15})$$

$$\vec{t}_2 = [0 \quad 1 \quad h.R_Y / (R.\sqrt{R_X^2 + R_Y^2})] \quad (\text{B.16})$$

$$\vec{n} = \vec{t}_1 \times \vec{t}_2 = \begin{pmatrix} hR_X / ((R_X^2 + R_Y^2)^{\frac{1}{2}} r) \\ hR_Y / ((R_X^2 + R_Y^2)^{\frac{1}{2}} r) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.17})$$

Multiplicando a Equação B.14 ou B.17 por $\sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$ e considerando h/r igual a $R_Z / (R_X^2 + R_Y^2)^{\frac{1}{2}}$, tem-se que:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} R_X R_Z \\ R_Y R_Z \\ R_X^2 R_Y^2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.18})$$