

Thaís Alessandra Pantuzi

UM ESTUDO TEÓRICO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM FLUIDOS
CONFINADOS EM REGIÕES CILÍNDRICAS

Guaratinguetá, SP

2006

Thaís Alessandra Pantuzi

UM ESTUDO TEÓRICO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM FLUIDOS
CONFINADOS EM REGIÕES CILÍNDRICAS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de Transmissão e Conversão de Energia.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci

Guaratinguetá

2006

P198e	Pantuzi, Thaís Alessandra Um estudo teórico da transferência de calor em fluídos confinados em regiões cilíndricas / Thaís Alessandra Pantuzi . – Guaratinguetá : [s.n.], 2006 64f. : il. Bibliografia: f. 61-62 Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2005 Orientador: Prof. Dr.Luiz Roberto Carrocci 1. Aços – Propriedades mecânicas I. Título CDU 536.24
-------	---

UNIVERSIDADE PAULISTA CAMPUS DE GUARATINGUETÁ FACULDADE
DE ENGENHARIA – FEG

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UM ESTUDO TEÓRICO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM FLUIDOS
CONFINADOS EM REGIÕES CILÍNDRICAS

Mestranda: Thaís Alessandra Pantuzi

Orientador: Luiz Roberto Carrocci

Bolsa: Capes

Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci

Orientador

Prof. Dr. Rubens Alves Dias

Prof. Dr. Messias Borges Silva

Guaratinguetá, 3 de fevereiro de 2006

DADOS CURRICULARES

THAÍS ALESSANDRA PANTUZI

NASCIMENTO	11.08.1980- SOROCABA-SP
FILIAÇÃO	Valdir Pantuzi Maria Francisca Goulart Pantuzi
1999/2003	Curso de Graduação Faculdade de Engenharia Química de Lorena- FAENQUIL

Aos meus pais: Maria Francisca e Valdir

Ao meu companheiro: Fabio

À minha filha: Gabriela

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela oportunidade, pela força durante os períodos difíceis e pelos bons momentos aqui vividos.

Ao Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci pelo estímulo e competente orientação durante a pesquisa.

Aos professores, pelo apoio no convívio estimulante durante o curso.

À instituição FEG-UNESP, pela oportunidade de pertencer ao programa de pós-graduação.

Ao Departamento de Energia, por me oferecer às condições de infra-estrutura para a realização do trabalho.

À Capes, pelo suporte financeiro, através do programa.

Aos meus pais, que me deram todo apoio para realização deste trabalho.

A minha filha e ao meu companheiro por estarem junto de mim em todos os momentos.

A todos, meus profundos agradecimentos.

Pantuzi, Thaís Alessandra. **Um estudo teórico da transferência de calor em fluidos confinados em regiões cilíndricas**. 2006. 64f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2006.

RESUMO

Esse trabalho mostra modelos teóricos com soluções numéricas para o comportamento térmico de um armazenador de calor sensível usando água como fluido de trabalho. Um modelo bidimensional baseado nas equações de conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia é usado para simular o fenômeno da estratificação. Para a solução numérica foi utilizado o método de diferenças finitas. Foi analisada a degradação da estratificação na condição de resfriamento natural com tanque estacionário, e alguns parâmetros que influenciam os processos de carregamento e descarregamento também foram simulados pela solução numérica. Em uma comparação feita entre um armazenador estratificado e um armazenador homogêneo, mostrou-se que a eficiência do armazenador estratificado é maior. A razão de aspecto igual a quatro foi a melhor encontrada para a operação de extração. O estudo da velocidade, nas operações de carregamento e descarregamento, mostrou que com o aumento da mesma o tempo de operação diminui, mas este aumento tem um limite para que não ocorra uma diminuição da eficiência.

PALAVRAS-CHAVE: Armazenador estratificado, diferenças finitas

Pantuzi, Thaís Alessandra. **A theoretical study of the transfer of heat in to have flowed confined in cylindrical areas.** 2006. 64f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2006.

ABSTRACT

This work shows theoretical models with numerical solutions for the thermal behavior of a storing one of sensible heat using water as fluid of work. A based bidimensional model in the equations of conservation of the mass, conservation of the amount of movement and conservation of the energy is used to simulate the phenomenon of the stratification. For the numerical solution the method of finite differences was used. The degradation of the stratification in the condition of natural cooling with stationary tank was analyzed, and some parameters that also influence the shipment processes and unloading had been simulated by the numerical solution. In storing a storing comparison made between estratificado and a homogeneous one, one revealed that the estratificado efficiency of the storing one is bigger. The reason of equal aspect the four was the best one found for the operation of extration. The study of the speed, in the operations of shipment and unloading, it showed that with the increase of the same o running time it diminishes, but this increase has a limit so that a reduction of the efficiency does not occur.

KEYWORDS: Storing estratificado, finite differences

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- Três tanques de sistema de calor sensível instalados em Sandia National Laboratories, Albuquerque (USA)	19
Figura 2.1- Tanque de armazenamento estratificado (resfriamento natural)	26
Figura 2.2- Tanque de armazenamento estratificado (carregamento)	29
Figura 2.3- Tanque de armazenamento estratificado (descarregamento)	31
Figura 2.4- Parede e isolamento	38
Figura 3.1- Esquema da malha utilizada	40
Figura 3.2- Diagrama de bloco esquemático	44

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 4.1- Resfriamento natural (com isolamento)	45
Gráfico 4.2- Comparação entre resfriamento natural com isolamento e sem isolamento	46
Gráfico 4.3- Carregamento (com isolamento)	47
Gráfico 4.4- Carregamento (com isolamento)	48
Gráfico 4.5- Carregamento (com isolamento)	48
Gráfico 4.6- Carregamento (com isolamento)	49
Gráfico 4.7- Descarregamento (com isolamento)	50
Gráfico 4.8- Descarregamento (com isolamento)	50
Gráfico 4.9- Descarregamento (com isolamento)	51
Gráfico 4.10- Descarregamento (com isolamento)	51
Gráfico 5.1- Fator de forma em função da razão de aspecto	53
Gráfico 5.2- Comparação da eficiência de um armazenador estratificado e um homogêneo com o tempo	55
Gráfico 5.3- Variação da eficiência com o passar do tempo, para varias razões de aspecto (resfriamento natural)	56
Gráfico 5.4- Efeito da razão de aspecto (L/D) sobre a eficiência da extração	57
Gráfico 5.5- Variação da eficiência da extração com a velocidade, para varias razões de aspecto	58

NOMENCLATURA

D	=	diâmetro do tanque	[m]
g	=	aceleração da gravidade	[m/s ²]
Gr	=	número de Grashof	[1]
h	=	coeficiente de transferência de calor	[W/m ² °C]
$\bar{h}_c$	=	coeficiente médio de transferência de calor	[W/m ² °C]
I	=	índice das diferenças finitas na direção X	[1]
J	=	índice das diferenças finitas na direção R	[1]
k	=	condutividade térmica	[W/m°C]
k _t	=	condutividade térmica da parede do tanque	[W/m°C]
k _i	=	condutividade térmica do isolante	[W/m°C]
L	=	comprimento do tanque	[m]
NL	=	números de pontos no comprimento do tanque	[1]
NR	=	números de pontos no raio tanque	[1]
p	=	pressão	[N/m ²]
P	=	pressão adimensional	[1]
Pr	=	número de Prandtl	[1]
q	=	fluxo de calor por unidade de área	[J/m ²]
r	=	raio do tanque	[m]
r ₁	=	raio interno do tanque	[m]
r ₂	=	raio externo do tanque	[m]
r ₃	=	raio externo considerando o isolamento	[m]

R	=	raio adimensional	[1]
t	=	tempo	[s]
T	=	temperatura	[°C]
T_1	=	temperatura da camada fria	[°C]
T_2	=	temperatura da camada quente	[°C]
T_{amb}	=	temperatura ambiente	[°C]
T_p	=	temperatura da parede	[°C]
u	=	velocidade axial	[m/s]
u_0	=	velocidade axial imposta por carga ou descarga	[m/s]
U	=	velocidade axial adimensional	[1]
U_0	=	velocidade axial adimensional imposta por carga ou descarga	[1]
v	=	velocidade transversal	[m/s]
V	=	velocidade transversal adimensional	[1]
x	=	variável axial	[1]
X	=	variável axial adimensional	[1]
β	=	coeficiente de expansão volumétrica	[1/°C]
Δx	=	variação na direção axial	[1]
ΔX	=	variação na direção axial adimensional	[1]
Δr	=	variação no raio	[1]
ΔR	=	variação no raio adimensional	[1]
Δt	=	variação no tempo	[1]
$\Delta \tau$	=	variação no tempo adimensional	[1]
θ	=	temperatura adimensional	[1]
μ	=	viscosidade dinâmica	[kg/ms]

ν	=	viscosidade cinemática	$[\text{m}^2/\text{s}]$
ρ	=	massa específica	$[\text{kg}/\text{m}^3]$

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

NOMENCLATURA

1 INTRODUÇÃO 15

1.1 Generalidades 15

1.2 Processos de armazenamento líquido 16

1.3 Tipos de armazenadores 18

1.4 Revisão bibliográfica 19

1.5 Objetivo do trabalho 22

2 ANÁLISE TEÓRICA 23

2.1 Apresentação do problema 23

2.2 Equacionamento 24

2.3 Considerações sobre os modelos 32

2.4 Adimensionalização das equações 33

2.5 Análise das perdas de calor 37

3 MÉTODO NUMÉRICO 40

3.1 Estabelecimento da malha 40

3.2 Discretização das equações 40

3.3 Critérios de estabilidade 41

3.4 Programa computacional 44

4 RESULTADO 45

5 APLICABILIDADE DO ARMAZENADOR SOB O PONTO DE VISTA	
ECONÔMICO E DE EFICIÊNCIA	52
5.1 ASPECTOS ECONÔMICOS	52
5.2 ASPECTOS DE EFICIÊNCIA	53
6 CONCLUSÃO	59
REFERÊNCIAS	61
GLOSSÁRIO	63

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 GENERALIDADES

Considerando-se as restrições crescentes nos processos de transformação energética com crise da energia, juntamente, com a questão da preservação do meio ambiente, acentua-se o interesse nas pesquisas envolvendo conservação de energia, armazenamento de energia. Pois é mais viável conservar ou armazenar energia ao invés de utilizar formas alternativas.

Existem várias formas de armazenar energia, dentre as quais, a química, a térmica (sensível ou latente), a elétrica, a mecânica (potencial ou cinética) e a magnética. Cada método com suas vantagens, dificuldades práticas e particularidades de operação.

Dentre as inúmeras maneiras de armazenar energia, destacam-se os processos de acumulação de energia por calor sensível, nos quais uma massa de fluido é mantida confinada em um tanque numa determinada temperatura. Um segundo processo, conhecido como armazenador por calor latente (mudança de fase), consiste em manter uma massa de fluido confinada em um tanque em uma temperatura constante, enquanto recebe ou cede energia, sob a forma de calor para o meio. Existe também a combinação entre ambas, denominada de sistemas mistos, por empregar calor sensível e latente em um mesmo fluido, visando o armazenamento de energia, porém, ainda pouco difundido na prática. Tais processos adquirem especial significado quando estudados como elemento de outros sistemas ou processos de armazenamento de energia.

O armazenamento térmico é o mais utilizado em processos industriais, pois a maioria utiliza vapor, água quente ou outra forma qualquer de conservação, mas sempre envolvendo energia térmica. Por isso o aperfeiçoamento e otimização de tais processos e equipamentos são necessários.

A solução de problemas reais de engenharia através de técnicas numéricas é atualmente uma realidade tanto na academia quanto na indústria. A evolução crescente dos computadores modernos vem possibilitando que problemas cada vez mais complexos possam ser resolvidos através de técnicas numéricas.

Os fatores econômicos são importantes e, atualmente, já é possível que horas de experimentação em laboratórios a custos altíssimos sejam substituídas por simulações em computadores, diminuindo consideravelmente os custos de projeto e deixando os testes de laboratórios apenas para os refinamentos do projeto, ou a modelagem de problemas que ainda não possuem uma formulação matemática satisfatória.

Atualmente existem correntes na Itália, originárias do Instituto Politécnico de Milão, que sugerem resolver problemas clássicos e mais antigos, com métodos novos ou antigos com algumas racionalizações e aperfeiçoamentos numéricos.

1.2 PROCESSOS DE ARMAZENAMENTO TÉRMICO

Nos processos de armazenamento térmico, o que acontece é o aumento da energia interna em nível atômico ou molecular. Sempre esse aumento é acompanhado de uma manutenção durante um determinado período de tempo, com eficiência satisfatória e principalmente em condições de posteriormente extraí-la, para reaproveitá-la.

Um sistema de armazenamento térmico é composto basicamente de três itens principais: o material de armazenamento, o equipamento de transferência de calor e o reservatório térmico.

Com relação ao material de armazenamento, devem ser analisadas as seguintes características:

a) Nível térmico necessário:

Abaixo de 100°C tem-se o armazenamento de energia em baixa temperatura, de 100°C a 300°C, tem-se o armazenamento de energia a temperatura média e, acima de 300°C, o armazenamento de energia em alta temperatura. Em baixa temperatura os materiais mais usados são água e pedras, por motivos de custo e disponibilidade; em altas temperaturas, pode-se utilizar materiais como óleo mineral, pedras e sais fundidos.

b) Propriedades térmicas dos materiais:

Algumas das propriedades desejadas são: alta capacidade calorífica, alto calor de fusão, alto coeficiente de transferência de calor, baixo coeficiente de expansão, alta adaptação às variações térmicas e ausência de corrosão.

c) Capacidade de armazenamento:

Esta característica depende essencialmente do calor de fusão, capacidade calorífica do material e da massa específica.

Embora a capacidade térmica específica dos armazenadores de calor sensível em líquidos seja menor do que a dos armazenadores de calor latente, este tipo de armazenador apresenta muitas vantagens, como, por exemplo, a facilidade de operação e controle do sistema e o baixo custo dos equipamentos; qualidades que justificam os seus empregos.

Para um armazenador de calor sensível utilizando um líquido em baixas temperaturas, a água é o fluido mais adequado, pois reúne fatores importantes como

capacidade calorífica alta, baixo custo, uma grande capacidade de armazenamento e, além disso, a água fornece segurança no seu manuseio por não ser tóxica, nem inflamável e por suportar o processo repetitivo.

O equipamento de transferência de calor tem como função o transporte de energia da fonte quente para o fluido de trabalho, na operação de carregamento, e do fluido para o consumo, na operação de descarregamento. Pode-se efetuar essa transferência de calor por intermédio de trocadores de calor (modo indireto) ou usando o próprio fluido de trabalho (modo direto).

O reservatório térmico tem a função de confinar o fluido de trabalho e separá-lo do meio ambiente, limitando de maneira efetiva as perdas de calor pelos contornos físicos.

Após essas três características, torna-se importante analisar os parâmetros que delimitam ou ajudam a adequar um sistema de armazenamento para cada caso específico de aplicação. Os parâmetros são quatro: capacidade de energia a ser guardada, potência de entrada e saída, vazão de entrada e saída do fluido de trabalho e temperatura máxima permitida pelo fluido armazenador.

1.3 TIPOS DE ARMAZENADORES

Um armazenador que possui um único nível de temperatura ao longo das posições axiais é chamado de armazenador homogêneo. Se a temperatura for distribuída de modo desigual ao longo do tanque, com a camada mais quente sobre a mais fria, tem-se então o armazenador estratificado. A estratificação se dá devido às forças de empuxo causadas pelas diferenças de massa específica, o que causa a separação entre água quente e fria. Em estudos realizados por inúmeros autores, verificou-se que os armazenadores estratificados

apresentam vantagens em relação aos homogêneos, pois oferecem simplicidade, baixo custo, além de aumentarem a eficiência global do sistema de armazenamento e da extração da energia.

A Figura 1.1 representa três tanques de armazenamento de calor sensível instalados em Sandia National Laboratories, Albuquerque.

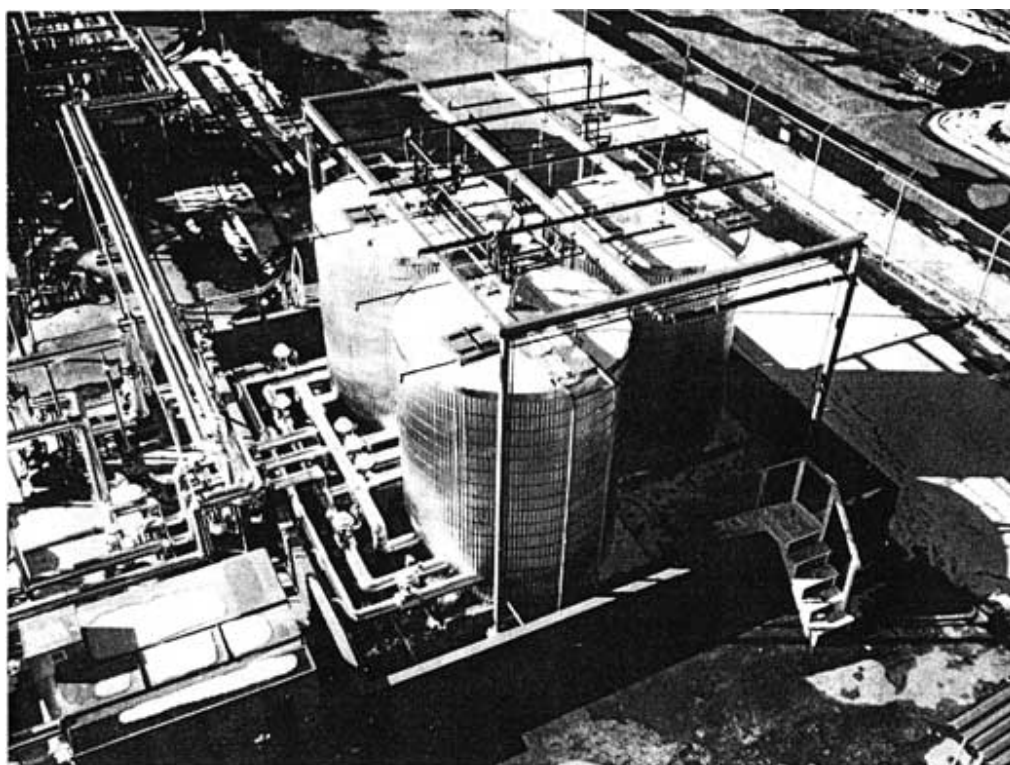


Figura 1.1 Três tanques de sistema de calor sensível instalados em Sandia National Laboratories, Albuquerque (USA). Fonte: <http://www.powerfromthesun.net/Chapter11/Chapter11.htm>

1.4 REVISÃO BIBLIOGRAFICA

Cabelli (1977) conduziu uma investigação numérica, utilizando um modelo bidimensional para tanques de armazenamento a quente, e uma analítica, utilizando um

modelo unidimensional. O efeito do número de Reynolds na entrada e a estratificação por efeitos de variação da massa específica foram examinados. A discrepância entre os dois modelos foi pequena.

Nogueira (1981) analisou numericamente e experimentalmente tanques de armazenamento estratificado líquido. Usou um modelo unidimensional simplificado e comparou as previsões numéricas com as experimentais.

Padilha (1983) estudou um modelo unidimensional e transiente descrevendo os perfis de temperatura do líquido e da parede do tanque durante os períodos de operação e de repouso. Os resultados teóricos foram comparados com dados experimentais existentes. Estudou também a influência da relação altura/diâmetro do tanque sobre a influência da exergia.

Carrocci (1987) resolveu numericamente dois modelos, um de resfriamento natural e outro de carregamento e descarregamento, comparou os resultados numéricos com o experimental e também apresentou uma análise sobre as eficiências térmicas dos dois sistemas.

Yoo (1996) apresentou soluções analíticas para um modelo unidimensional, com diferentes condições de contorno. As soluções segundo o autor será de uso teórico nos trabalhos futuros não somente para a predição apropriada da termoclina, mas também para a avaliação dos resultados numéricos e/ou experimentais relacionados.

Leal (1999) estudou numericamente e experimentalmente o comportamento de armazenadores de calor sensível estratificado, os resultados numéricos foram comparados com os seus resultados experimentais e também com de outros autores.

Nelson (1999) usou um tanque de armazenamento de fibra de vidro em modalidades de operação de estática e dinâmica. Os parâmetros variados foram relação de aspecto, taxas de fluxo, diferença inicial da temperatura e espessura do isolamento.

Dincer e Rosen (2001) examinaram os sistemas térmicos de armazenamento de energia e as suas aplicações. Examinaram também as perspectivas econômicas da energia, do impacto ambiental e da economia. Os resultados indicam que armazenamento a frio pode ter um papel significativo na sociedade para um uso mais eficiente, mais benigno ambientalmente e economicamente em vários setores.

Rosen (2001) analisou o desempenho da energia e da exergia dos sistemas de armazenamento térmico que incorporam a estratificação térmica e descreveu junto às introspecções e os benefícios resultantes.

Sumathy (2002) estudou um modelo do multi-nó para analisar a distribuição da temperatura nos tanques de armazenamento. Foi concluído que o tanque de armazenamento estratificado tem uma vantagem de obter uma energia mais elevada na saída quando comparado a um tanque de armazenamento inteiramente misturado. Isto é, a energia entregue pelo fluido forçado no sistema solar pode ser aumentada substancialmente pela estratificação térmica.

Cristofari (2003) utilizando o método de diferenças finitas, analisou o desempenho, as influências da taxa de fluxo e a estratificação do tanque de um coletor térmico solar. Com isso concluiu-se que um tanque estratificado tem um desempenho muito mais elevado do que um tanque inteiramente misturado.

Pentagna (2004) propôs um modelo matemático unidimensional e transiente, utilizou-se o método de diferenças finitas. Os resultados teóricos foram comparados com os

resultados experimentais, foi estudada também a influência altura/diâmetro e da velocidade de carregamento no processo de estocagem de energia.

Shin (2004) estudou o mecanismo térmico de estratificação em tanques de armazenamento para determinar desse modo o melhor projeto e circunstâncias de operação. Resolveu numericamente utilizando o algoritmo SIMPLE Patankar, e comparou com dados experimentais.

Chen (2005) fez um modelo de tanque com diferentes tipos de fluxo de água a fim de simular os perfis de temperatura em um sistema de ar condicionado. As influências do fluxo de água, do tempo de serviço e da altura do tanque em seu desempenho dinâmico foram investigadas. Os resultados podem ajudar a projetar, controlar e otimizar estes sistemas.

1.5 OBJETIVO DO TRABALHO

O trabalho proposto tem como objetivo mostrar modelos teóricos com soluções numéricas para o comportamento térmico de um armazenador de calor sensível usando água como fluido de trabalho. Estuda-se um modelo bidimensional baseado nas equações de conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia. Analisa-se a degradação da estratificação na condição de resfriamento natural com tanque estacionário, e alguns parâmetros que influenciam os processos de carregamento e descarregamento.

Serão apresentadas as isotermas, a comparação entre a eficiência de um armazenador estratificado e um armazenador homogêneo e analisar-se-á qual a melhor razão de aspecto.

Os modelos dos armazenadores e as condições iniciais e de contorno deverão se aproximar o máximo das situações reais dos elementos mecânicos, dos processos de operações unitárias e dos mecanismos de troca de calor utilizados nas indústrias.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE TEÓRICA

2.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Os sistemas de armazenamento de calor sensível líquido usando estratificação são usados em muitas aplicações de engenharia tais como aplicações solares, armazenamento de água fria para aplicações de condicionamento de ar e para recuperação de calor em sistemas térmicos.

Por isso, os armazenadores estratificados são estudados com frequência, pois é de significativo interesse conhecer o comportamento desses tanques para aumentar a eficiência térmica do sistema e diminuir o custo do calor armazenado.

Para isso foi desenvolvido um modelo matemático que representa o comportamento térmico de um fluido (água) no interior de um armazenador, em camadas estratificadas em seus respectivos níveis de temperatura. O armazenador será analisado no resfriamento natural e nas operações de carregamento e descarregamento.

Um cilindro vertical foi considerado como a configuração geométrica mais adequada por reunir fatores de grande importância como a facilidade na construção e reduzida troca de calor com o meio ambiente.

Depois da escolha da geometria do tanque, é importante o estudo dos fenômenos que ajudam a degradar a estratificação (troca de calor). A disponibilidade termodinâmica (exergia) do fluido armazenado degrada-se em razão das perdas de calor para o ambiente, da difusão térmica das camadas quentes para as camadas frias, da condução axial na parede do tanque, as quais junto com a perda de calor para o meio ambiente aceleram a degradação. Tudo isso induz a uma mistura no fluido que se sobrepõe a mistura introduzida durante os processos de carregamento e descarregamento, intensificando a degradação da estratificação.

Inicialmente, despreza-se o efeito da radiação pelo motivo da baixa temperatura em que normalmente se encontra o fluido de trabalho. Para o estudo da degradação das termoclinas utilizou-se a transferência de calor pelos processos de condução e convecção.

E por último o cuidado com isolamento, o qual realiza uma tarefa importante para diminuir ou quase eliminar a troca de calor do tanque com o meio ambiente. As perdas térmicas do armazenador para o meio ambiente são grandes causadoras da degradação da estratificação. Uma considerável parcela das perdas de energia ocorrem nas paredes laterais do tanque e no topo.

As trocas de calor em maiores escalas ocorrem nas camadas de temperatura maiores, causando redução do nível de temperatura nas camadas mais próximas as paredes do tanque. Este efeito vem provocar como consequência correntes circulatórias (convecção natural) no seu interior.

2.2 EQUACIONAMENTO

Foram utilizadas as equações da conservação, de massa, da quantidade de movimento e da energia na forma diferencial em coordenadas cilíndricas.

A equação (2.1) representa a equação diferencial da continuidade.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

As equações (2.2), (2.3) e (2.4) representam as equações diferenciais da quantidade de movimento nas direções x, r e z respectivamente, com a indicação das características dos seus termos.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{vx}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{u}{r^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{x^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + g_r + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (2.3)$$

$$\underbrace{\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z}}_{\text{termos convectivos}} = -\frac{1}{\rho} \underbrace{\frac{\partial p}{\partial z}}_{\text{pressão}} + \underbrace{g_z}_{\text{força de campo}} + \underbrace{\nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)}_{\text{termos viscosos}} \quad (2.4)$$

A equação (2.5) representa a equação diferencial da energia.

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \Phi \quad (2.5)$$

Φ = função dissipação viscosa

$$\Phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right)^2 \right]$$

(2.6)

Foram considerados dois modelos, um para o caso de resfriamento natural e outro para as operações de carregamento e descarregamento, cada um com seu sistema de equações diferenciais válidas em seus respectivos domínios. Esses domínios foram subdivididos em duas regiões distintas para melhor obtenção da resolução das equações.

Em cada caso utilizaram-se as equações governantes adequadas com as devidas simplificações mostradas a seguir:

2.2.1 Para resfriamento natural

Neste caso, o armazenador se encontra com a metade inferior cheia de água fria e a metade superior cheia de água quente.

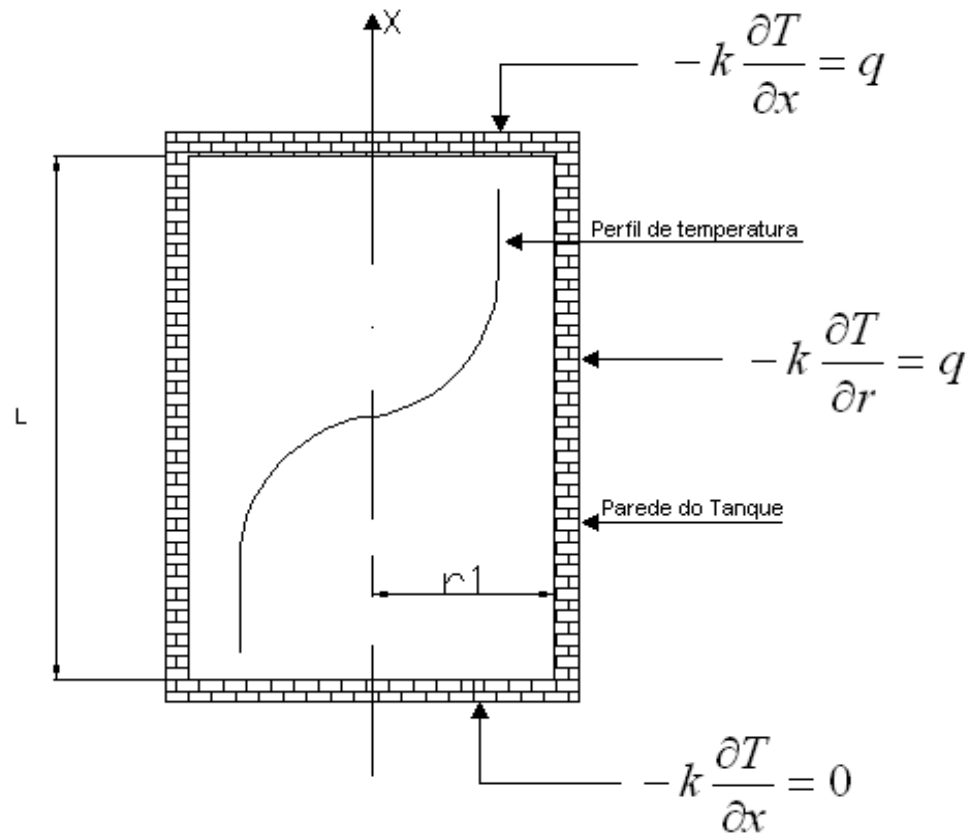


Figura 2.1 Tanque de armazenamento estratificado (resfriamento natural)

- Para região de $0 \leq r \leq r1$ e $0 \leq x \leq L$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0$$

(2.7)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] + g_x \beta (T - T_{amb})$$

(2.8)

Onde $g_x \beta(T - Tamb)$ é o termo de flutuação, o termo responsável pela convecção natural no interior do armazenador.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]$$

(2.9)

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right] = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

(2.10)

- Para região de $r = 0$ e $0 \leq x \leq L$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} = 0$$

(2.11)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] + g_x \beta(T - Tamb)$$

(2.12)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[2 \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]$$

(2.13)

$$\rho C_P \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right] = k \left[2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

(2.14)

- Condições iniciais e de contorno

- Condições Iniciais

$$T = T1 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad 0 \leq x \leq L/2 \quad t = 0$$

$$T = T2 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad L/2 \leq x \leq L \quad t = 0$$

$$u = v = 0 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0$$

$$p = 0 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0$$

- Condições de Contorno

$$u = v = 0 \quad r = r1 \quad 0 \leq x \leq L \quad t > 0$$

$$u = v = 0 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad t > 0$$

$$\dot{q} = q(t) \quad r = r1 \quad 0 \leq x \leq L \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad x = 0 \quad t > 0$$

$$\dot{q} = q(t) \quad 0 \leq r \leq r1 \quad x = L \quad t > 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad r = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad t > 0$$

$$v = 0 \quad r = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad t > 0$$

2.2.2 Para carregamento

Neste caso, o armazenador se encontra cheio de água fria. O carregamento de água quente se dá por uma entrada superior e a retirada de água fria por uma saída inferior, até que o armazenador esteja somente com água quente. Considera-se somente a velocidade axial de operação (u), por esta ser imposta pela operação do sistema e por ter seus efeitos maiores que as velocidades causadas pela convecção natural, sendo necessário assim resolver somente a equação da energia, em duas regiões de domínio.

O tanque de armazenamento estratificado na operação de carregamento está representado Figura 2.2.

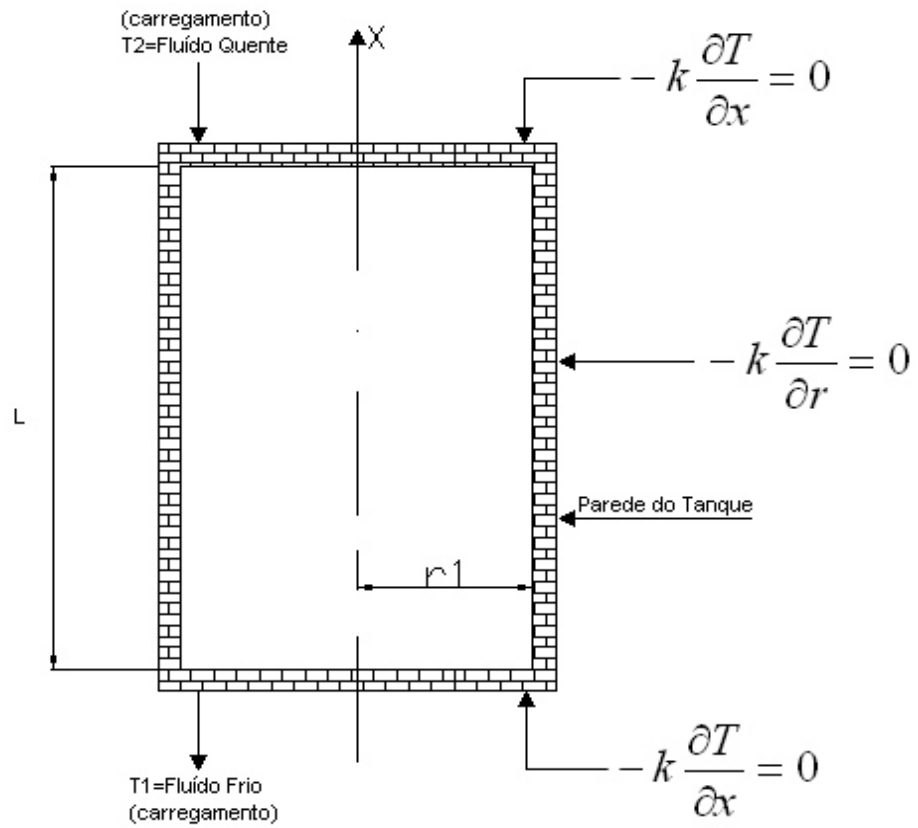


Figura 2.2 Tanque de armazenamento estratificado (carregamento)

- Para região de $0 \leq r \leq r_1$ e $0 \leq x \leq L$

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right] = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

(2.15)

- Para região de $r = 0$ e $0 \leq x \leq L$

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right] = k \left[2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

(2.16)

-Condições iniciais e de contorno

- Condições Iniciais

$$T = T1 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0$$

$$u = 0 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0$$

- Condições de Contorno

$$u = u_0 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad x = L \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad 0 \leq r \leq r1 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad r = r1 \quad t > 0$$

2.2.3 Para descarregamento

Neste caso, o armazenador se encontra cheio de água quente. Começa a entrada de água fria por uma entrada inferior e a retirada de água quente por saída superior, até que o armazenador esteja somente com água fria. No descarregamento também, considera-se somente a velocidade axial de operação (u), por esta ser imposta pela operação do sistema e por ter seus efeitos maiores que aqueles causados pela convecção natural, sendo necessário assim resolver somente a equação da energia, em duas regiões de domínio.

O tanque de armazenamento estratificado na operação de descarregamento está representado Figura 2.3.

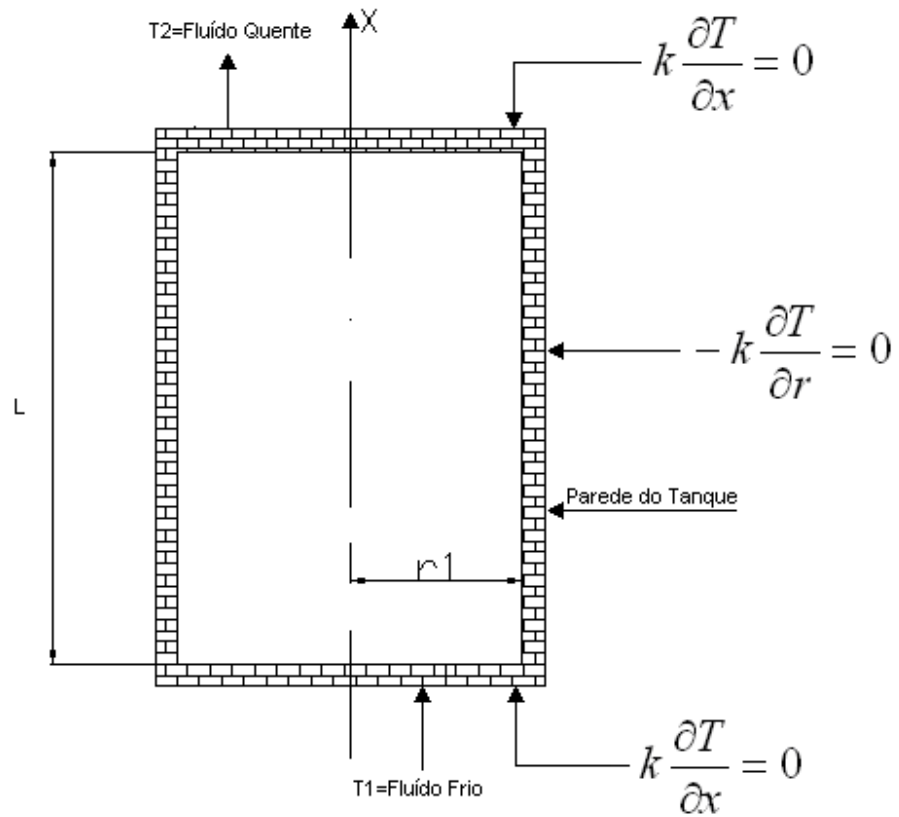


Figura 2.3 Tanque de armazenamento estratificado (descarregamento)

- Para região de $0 \leq r \leq r_1$ e $0 \leq x \leq L$

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right] = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

(2.17)

- Para região de $r = 0$ e $0 \leq x \leq L$

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right] = k \left[2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

(2.18)

-Condições iniciais e de contorno

- Condições Iniciais

$$T = T_2 \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0$$

$$u = 0 \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0$$

- Condições de Contorno

$$u = u_0 \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad x = 0 \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad 0 \leq x \leq L \quad r = r_1 \quad t > 0$$

2.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS MODELOS

Para o estabelecimento dos modelos, algumas considerações foram feitas para obter as simplificações desejadas. No caso do modelo de resfriamento natural foi considerado um escoamento bidimensional, incompressível e com dissipação viscosa desprezível. As propriedades físicas do fluido e do material isolante da parede serão consideradas constantes, e seus valores numéricos sendo determinados por uma temperatura média (média aritmética) das temperaturas máximas e mínimas. A resistência térmica da parede metálica será considerada desprezível em comparação com o material isolante.

No caso das operações de carregamento e descarregamento as considerações foram para um escoamento bidimensional e incompressível, sem dissipação viscosa, cujo processo de transferência de calor será por convecção forçada no interior do tanque, tendo um único

termo convectivo na equação da energia $\left(u \times \frac{\partial T}{\partial x}\right)$. Com isso pode-se desacoplar as equações

e somente resolver a equação da energia.

2.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

A fim de facilitar o tratamento numérico foram introduzidas as seguintes variáveis adimensionais:

$$X = \frac{x}{D}; R = \frac{r}{D}; \theta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}; \tau = \frac{\nu t}{D^2}; U = \frac{uD\rho}{\mu}; V = \frac{\nu D\rho}{\mu}; P = \frac{p\rho D^2}{\mu^2}$$

Substituindo as novas variáveis nas equações governantes e as condições de contorno e iniciais obtêm-se as equações governantes na sua forma adimensional:

2.4.1 Para resfriamento natural

- Para região de $0 \leq Ra \leq 1$ e $0 \leq x \leq 1$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{V}{R} + \frac{\partial V}{\partial R} = 0$$

(2.19)

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left[\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right] + Gr \times \theta$$

(2.20)

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \left[\frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right]$$

(2.21)

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right]$$

(2.22)

- Para região de $R = 0$ e $0 \leq X \leq 1$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + 2 \frac{\partial V}{\partial R} = 0$$

(2.23)

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \left[2 \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right] + Gr \times \theta$$

(2.24)

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial R} = - \frac{\partial P}{\partial R} + \left[2 \frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right]$$

(2.25)

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{\text{Pr}} \left[2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right]$$

(2.26)

- Condições iniciais e de contorno

- Condições Iniciais

$$\theta = 0 \qquad 0 \leq R \leq 1 \qquad 0 \leq X \leq \frac{1}{2} \qquad \tau = 0$$

$\theta = 1$	$0 \leq R \leq 1$	$\frac{1}{2} \leq X \leq 1$	$\tau = 0$
$U = V = 0$	$0 \leq R \leq 1$	$0 \leq X \leq 1$	$\tau = 0$
$P = 0$	$0 \leq R \leq 1$	$0 \leq X \leq 1$	$\tau = 0$

- Condições de Contorno

$U = V = 0$	$R = 1$	$0 \leq X \leq 1$	$\tau > 0$
$U = V = 0$	$0 \leq R \leq 1$	$\begin{cases} X = 0 \\ X = 1 \end{cases}$	$\tau > 0$
$\dot{Q} = Q(\tau)$	$R = 1$	$0 \leq X \leq 1$	$\tau > 0$
$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$	$0 \leq R \leq 1$	$\begin{cases} X = 0 \\ X = 1 \end{cases}$	$\tau > 0$
$\dot{Q} = Q(\tau)$	$0 \leq R \leq 1$	$X = 1$	$\tau > 0$
$\frac{\partial U}{\partial R} = 0$	$R = 0$	$0 \leq X \leq 1$	$\tau > 0$
$V = 0$	$R = 0$	$0 \leq X \leq 1$	$\tau > 0$

2.4.2 Para carregamento

- Para região de $0 \leq R \leq 1$ e $0 \leq X \leq 1$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right]$$

(2.27)

- Para região de $R = 0$ e $0 \leq X \leq 1$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{\text{Pr}} \left[2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right]$$

(2.28)

-Condições iniciais e de contorno

- Condições Iniciais

$$\theta = 0 \quad 0 \leq R \leq 1 \quad 0 \leq X \leq 1 \quad \tau = 0$$

$$U = 0 \quad 0 \leq R \leq 1 \quad 0 \leq X \leq 1 \quad \tau = 0$$

- Condições de Contorno

$$U = U_0 \quad 0 \leq R \leq 1 \quad X = 0 \quad \tau > 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad 0 \leq R \leq 1 \quad \begin{cases} X = 0 \\ X = 1 \end{cases} \quad \tau > 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad 0 \leq X \leq 1 \quad R = 1 \quad \tau > 0$$

2.4.3 Para descarregamento

- Para região de $0 \leq R \leq 1$ e $0 \leq X \leq 1$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right]$$

(2.29)

- Para região de $R = 0$ e $0 \leq X \leq 1$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{Pr} \left[2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right]$$

(2.30)

-Condições iniciais e de contorno

- Condições Iniciais

$$\theta = 1 \quad 0 \leq R \leq 1 \quad 0 \leq X \leq 1 \quad \tau = 0$$

$$U = 0 \quad 0 \leq R \leq 1 \quad 0 \leq X \leq 1 \quad \tau = 0$$

- Condições de Contorno

$$U = U_0 \quad 0 \leq R \leq 1 \quad x = 0 \quad \tau > 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad 0 \leq R \leq 1 \quad \begin{cases} X = 0 \\ X = 1 \end{cases} \quad \tau > 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad 0 \leq X \leq 1 \quad R = 1 \quad \tau > 0$$

2.5 ANÁLISE DAS PERDAS DE CALOR

Conforme já apresentado anteriormente à perda de calor para o meio ambiente através das paredes do isolamento, é um mecanismo importante em tanques de armazenamento estratificados, sendo importante somar os efeitos internos de troca de calor (difusão e convecção) com as perdas para o exterior. Esses efeitos somados aceleram ainda mais a mistura dos fluidos em níveis diferentes de temperatura. Nas paredes verticais e no topo, considerou-se que ocorre troca de calor para o meio ambiente e assim a transmissão de

calor se dá por convecção e condução. No fundo do tanque considerou-se que não ocorre perda de calor, pois a temperatura do fluido frio é próxima a do ambiente.

2.5.1 Perda de calor pelas paredes laterais

A parede do tanque e o isolamento estão representados na Figura 2.4.

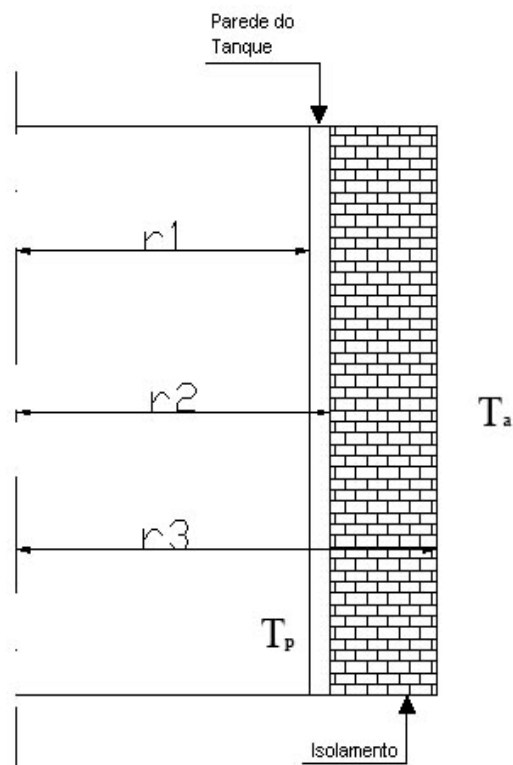


Figura 2.4 Parede e isolamento.

A perda de calor pelas paredes laterais para um tanque com isolamento pode ser estimada pela equação(2.31).

$$Q = \frac{T_p - T_a}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k_i \Delta x} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi k_i \Delta x} + \frac{1}{2\pi r_3 \Delta x h_e}} \quad (W) \quad (2.31)$$

Considerando-se a resistência térmica da parede metálica desprezível em comparação com o material isolante, neste caso a equação utilizada para a perda de calor pelas paredes para o meio ambiente é:

$$Q = \frac{T_p - T_a}{\frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi k_i \Delta x} + \frac{1}{2\pi r_3 \Delta x h_e}} \quad (W) \quad (2.32)$$

2.5.2 Perda de calor pelo topo

A perda de calor pelo topo do tanque pode ser estimada pela equação (2.33).

$$Q = \frac{T_p - T_a}{\frac{\Delta x}{2\pi r_1 k_t \Delta r} + \frac{1}{2\pi r_1 \Delta r h_e}} \quad (W) \quad (2.33)$$

Para o cálculo de Q é preciso determinar o valor do coeficiente de película (h), dentro dos limites $10 < Gr Pr < 10^9$ na parte externa do tanque. Kreith (2001) classifica o escoamento como sendo laminar e, portanto, o coeficiente local de película para um cilindro vertical é dado pela equação (2.34).

$$h_{cx} = 0,41 \frac{k}{x} (Gr_x Pr)^{1/4} \quad (2.34)$$

O valor médio do coeficiente de película é dado pela equação (2.35).

$$\bar{h}_c = 0,555 \frac{k}{L} (Gr_L Pr)^{1/4}$$

(2.35)

O valor médio do coeficiente de película foi obtido pela integração da equação (2.34).

CAPÍTULO 3

MÉTODO NUMÉRICO

3.1 ESTABELECIMENTO DA MALHA

Considerando uma seção meridional do tanque para estabelecimento da malha, e por simetria considera-se nesta seção apenas o plano de dimensão $L \times r_1$, como mostra a Figura 3.1.

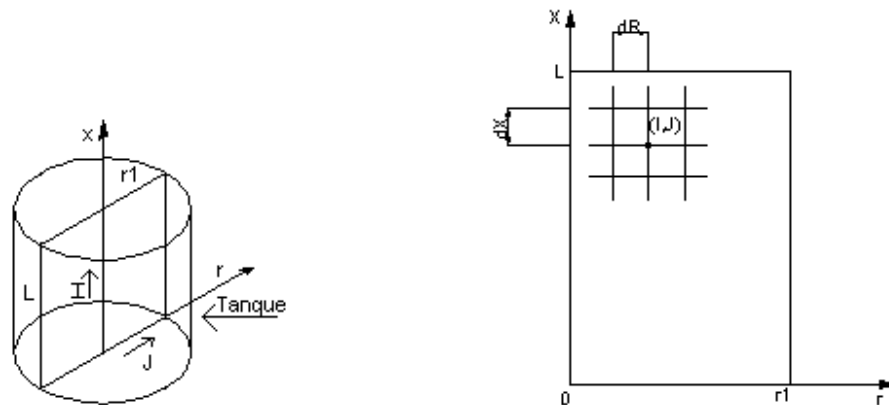


Figura 3.1 Esquema da malha utilizada

Todas as variáveis aparecem em função da distancia axial x , do raio r e do tempo t .

Chamando: NR = número de pontos no raio

NL = número de pontos no comprimento

Então:

$$\Delta x = \frac{L}{NL - 1} \quad \text{e} \quad \Delta r = \frac{D}{2(NR - 1)}$$

3.2 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

Para o uso das equações discretizadas, a malha foi dividida em três regiões diferentes. São elas:

- 1- junto a parede;
- 2- no meio do fluido e
- 3- para raio do cilindro igual a zero (o centro do cilindro).

As diferenças finitas foram obtidas a partir da expansão da série de Taylor de funções de n variáveis, com truncamento após a primeira derivada e em alguns casos após a segunda derivada.

Nas paredes não ocorre o efeito da convecção natural, pelo motivo de u e v serem nulos, então o problema passa a ser totalmente condutivo. Portanto há a necessidade de resolver somente a equação da energia sem os termos convectivos.

Essas simplificações da equação da energia serão adotadas tanto para o resfriamento natural como para o carregamento e descarregamento.

Foi utilizado o método das diferenças finitas na forma explícita nas três regiões, sejam elas, junto à parede, no meio do fluido e para o raio igual a zero.

3.3 CRITÉRIOS DE ESTABILIDADE

Os erros introduzidos em qualquer solução obtida por método numérico originários de arredondamento impostos pela máquina ou pelo truncamento da própria utilização de séries nos lugares das derivadas, devem ser considerados. Quando se reduz o espaçamento da malha, isto oferece uma melhor aproximação da solução das equações diferenciais, mas não se pode descuidar dos erros acumulativos, já que nestas condições as operações aumentam em razões geométricas com o refinamento da malha.

Equação aplicável na parede, conforme desenvolvido na equação (3.1).

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right]$$

(3.1)

Discretizando a equação (3.1).

$$\begin{aligned} \theta(I, J) = & \frac{\Delta\tau}{Pr\Delta R R(J)}(\theta(I, J) - \theta(I, J-1)) + \frac{\Delta\tau}{Pr\Delta R^2}(\theta(I, J-2) - 2\theta(I, J-1)) \\ & + \frac{\Delta\tau}{Pr\Delta X^2}(\theta(I+1, J) + \theta(I-1, J)) + \left(1 + \frac{\Delta\tau}{Pr}\left(\frac{1}{\Delta R^2} - \frac{2}{\Delta X^2}\right)\right)\theta(I, J) \end{aligned}$$

(3.2)

Admitir que $\Delta X = \Delta R$.

A desvantagem do método de diferença finitas explícita provém da restrição do máximo valor permitido para $\left(\frac{\Delta\tau}{Pr(\Delta X)^2}\right)$, o que, por sua vez, impõe uma restrição no máximo valor permitido do intervalo de tempo $\Delta\tau$.

O valor do parâmetro $\left(\frac{\Delta\tau}{Pr(\Delta X)^2}\right)$, segundo Ozisik (1990), na equação (3.2) é restrito a

$$0 < \left(\frac{\Delta\tau}{Pr(\Delta X)^2}\right) < 1$$

(3.3)

Esta restrição implica que, dados valores de Pr e ΔX , o intervalo de tempo não pode exceder o limite imposto sobre ele pela equação (3.3). Este é o critério de estabilidade mais comum e possível neste caso. Se o critério de estabilidade for violado, a solução numérica tornará instável.

Há várias técnicas matemáticas para determinar o critério de estabilidade associado à representação em diferenças finitas da equação de condução de calor dependente do tempo. É ilustrativo determinar este critério de estabilidade com o seguinte argumento físico.

Suponha que em qualquer intervalo de tempo $\Delta\tau$ as temperaturas $\theta(I+1, J)$ e $\theta(I-1, J)$, sejam iguais porém menores do que $\theta(I, J)$. Então, se o valor de $\left(\frac{\Delta\tau}{\text{Pr}(\Delta X)^2}\right)$ for maior que 1, o coeficiente $\left(1 + \frac{\Delta\tau}{\text{Pr}}\left(\frac{1}{\Delta R^2} - \frac{2}{\Delta X^2}\right)\right)$ será negativo. De acordo com a equação 3.2, com $\left(1 + \frac{\Delta\tau}{\text{Pr}}\left(\frac{1}{\Delta R^2} - \frac{2}{\Delta X^2}\right)\right)$ negativo, a temperatura $\theta'(I, J)$ no intervalo de tempo seguinte seria menor que nos dois pontos vizinhos da malha. Termodinamicamente, isso não é possível, pois admitiu-se que $\theta(I, J)$ era mais elevado que nos pontos vizinhos da malha. Por isso, para obter soluções da equação (3.2) que tenham significado físico, o coeficiente $\left(1 + \frac{\Delta\tau}{\text{Pr}}\left(\frac{1}{\Delta R^2} - \frac{2}{\Delta X^2}\right)\right)$ de $\theta(I, J)$ não deve ser negativo; isto é,

$$\left(1 + \frac{\Delta\tau}{\text{Pr}}\left(\frac{1}{\Delta R^2} - \frac{2}{\Delta X^2}\right)\right) > 0 \text{ ou } 0 < \left(\frac{\Delta\tau}{\text{Pr}(\Delta X)^2}\right) < 1$$

que é o critério dado pela equação (3.3).

3.4 PROGRAMA COMPUTACIONAL

A sequência básica e simplificada do método explícito utilizado pode ser mostrada pelo diagrama de bloco da Figura 3.2.

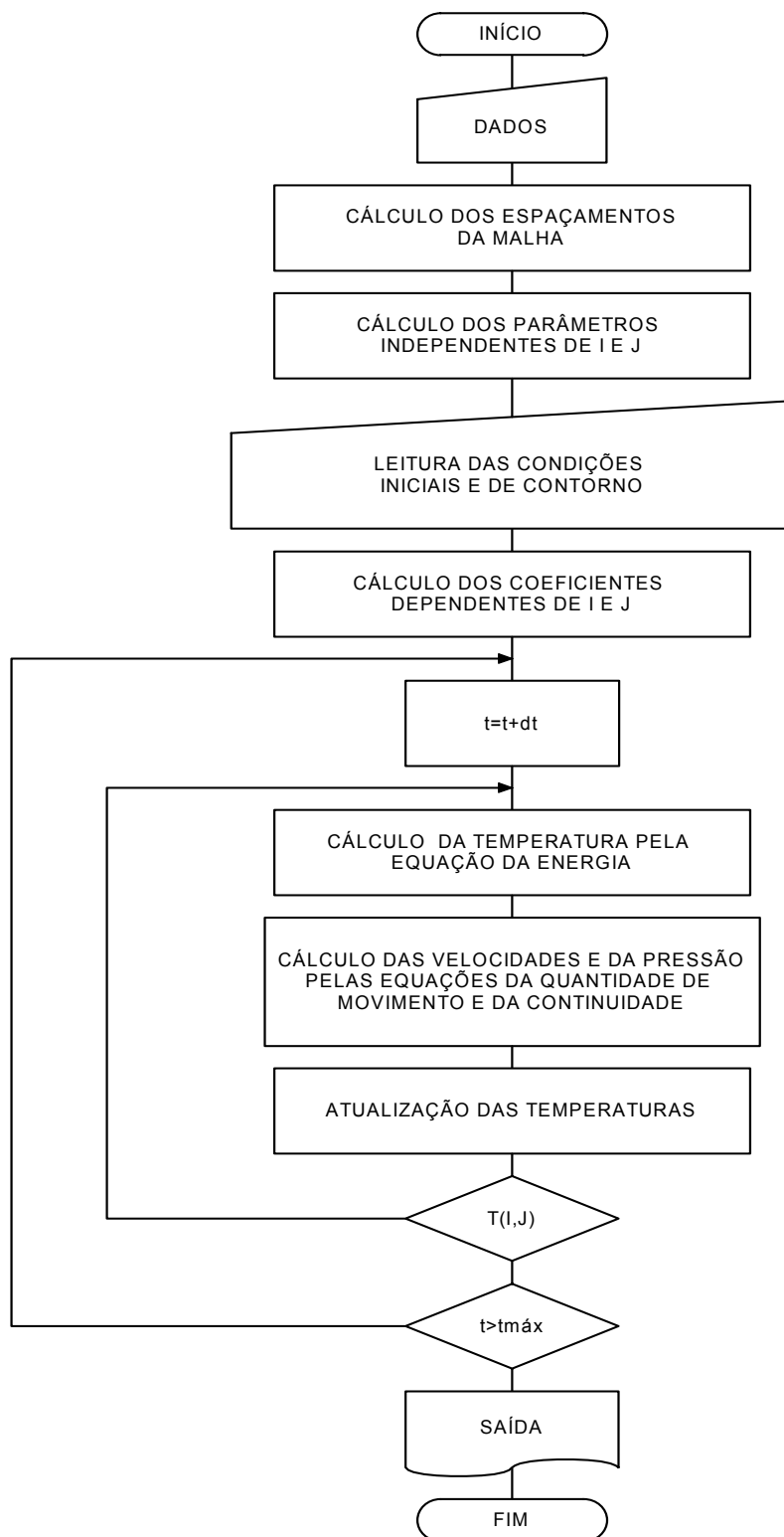


Figura 3.2 Diagrama de bloco esquemático.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

Os resultados obtidos foram conseguidos através das soluções numéricas dos modelos matemáticos para a condição de resfriamento natural e operações de carregamento e descarregamento. Esses resultados teóricos foram na medida do possível comparados com outras soluções analíticas e resultados experimentais encontrados na literatura.

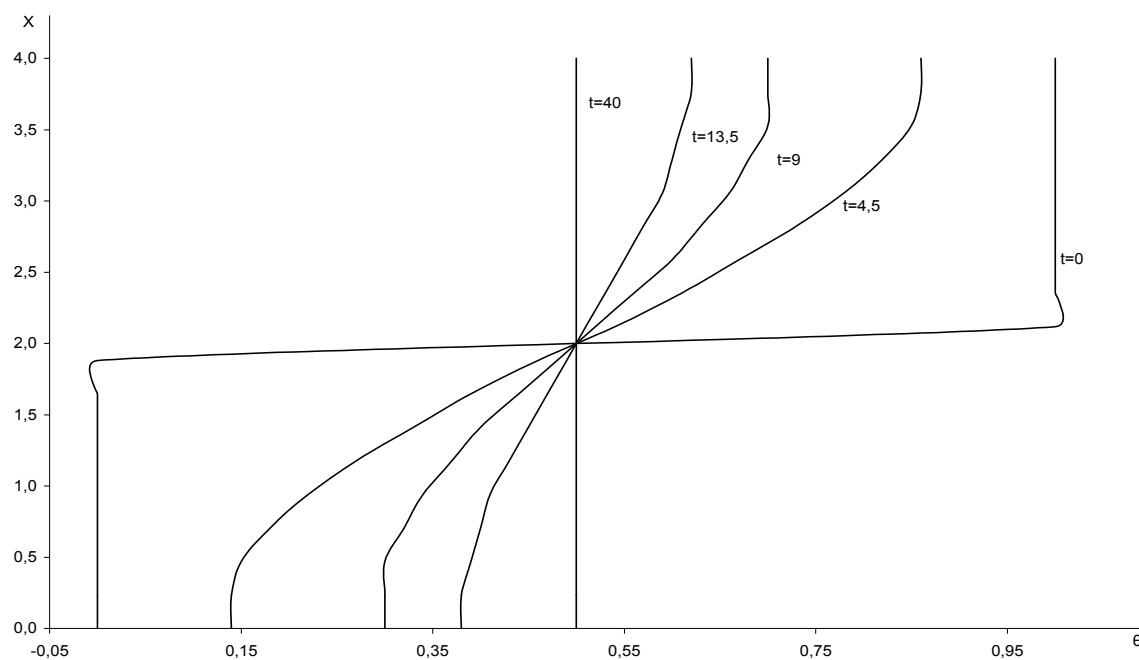


Gráfico 4.1 Resfriamento natural (com isolamento)

No Gráfico 4.1 estão representadas as curvas de variação de temperatura para a condição de resfriamento natural com isolamento. O gráfico mostra a tendência das curvas, com o passar do tempo, isto é a condição de estratificação tende para um único nível de temperatura, ao longo do comprimento, isto é, um armazenador homogêneo. No intervalo

No Gráfico 4.2 estão representadas as curvas de temperatura para a condição de resfriamento natural com isolamento e sem isolamento. Como é mostrado, observa-se que sem o isolamento a degradação da estratificação acontece de maneira mais rápida. Como as curvas são traçadas no mesmo instante de tempo nota-se que para o caso do tanque sem o isolamento a temperatura máxima do líquido no interior do tanque é menor, por ter trocado calor com o meio externo. Este gráfico mostra ainda que a troca de calor é muito mais intensa na porção de fluido quente.

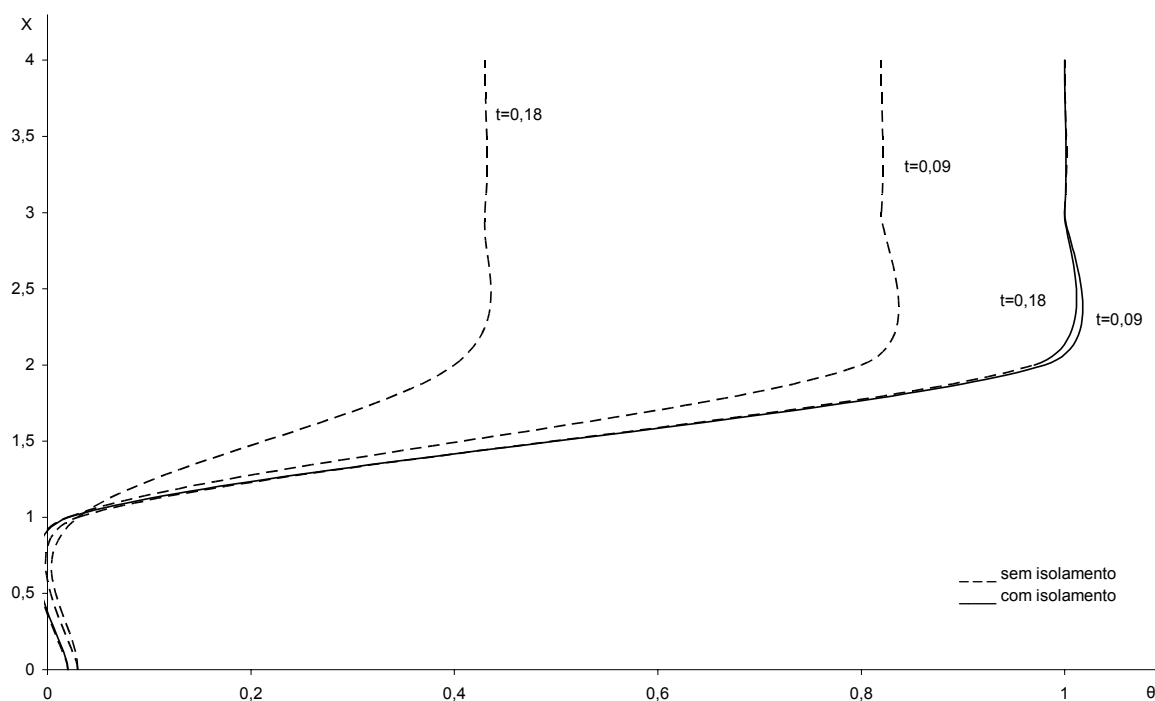


Gráfico 4.2 Comparação entre resfriamento natural com isolamento e sem isolamento

Nos Gráficos 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 estão representadas as operações de carregamento com o armazenador totalmente isolado.

Fazendo uma análise da variação da velocidade de carregamento, o tempo de carregamento decresce com o aumento da velocidade e cresce com a diminuição da mesma. O problema maior do aumento da velocidade de entrada u é que se esta for muito grande, aparecerão turbulências no interior do tanque que provocarão uma mistura maior entre os fluidos quente e frio. Tal comportamento pode ser visto quando é feita uma comparação entre os Gráficos 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 nas quais com o passar do tempo, verifica-se que a mistura dos dois fluidos é maior naquele que tem a maior velocidade de carregamento (Gráfico 4.3).

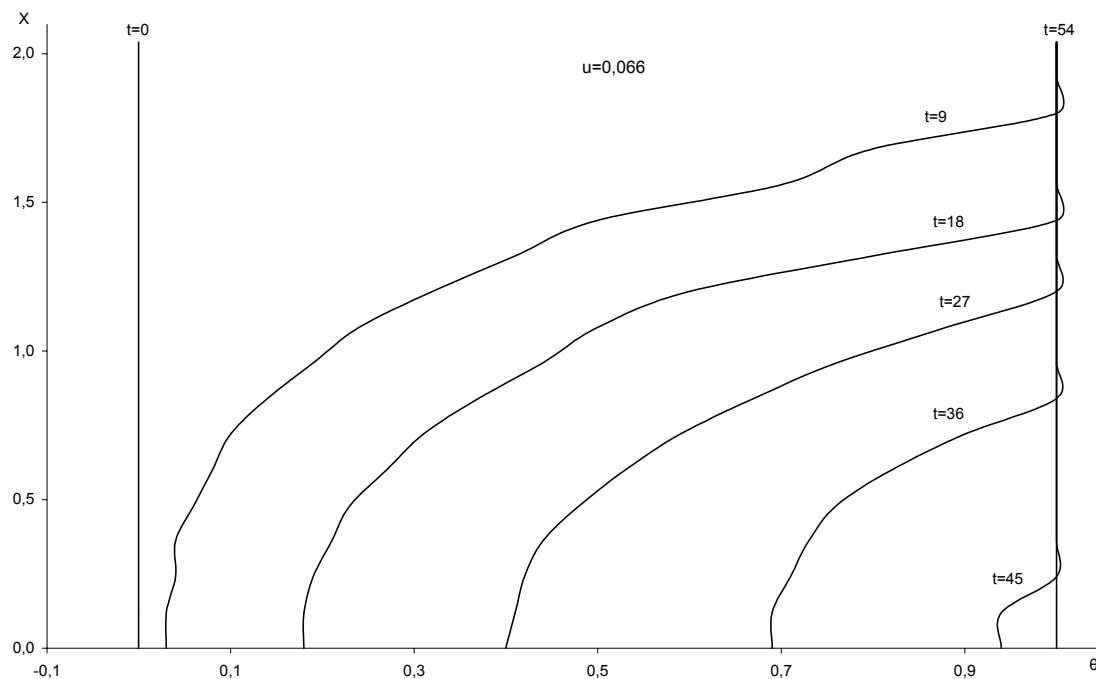


Gráfico 4.3 Carregamento (com isolamento)

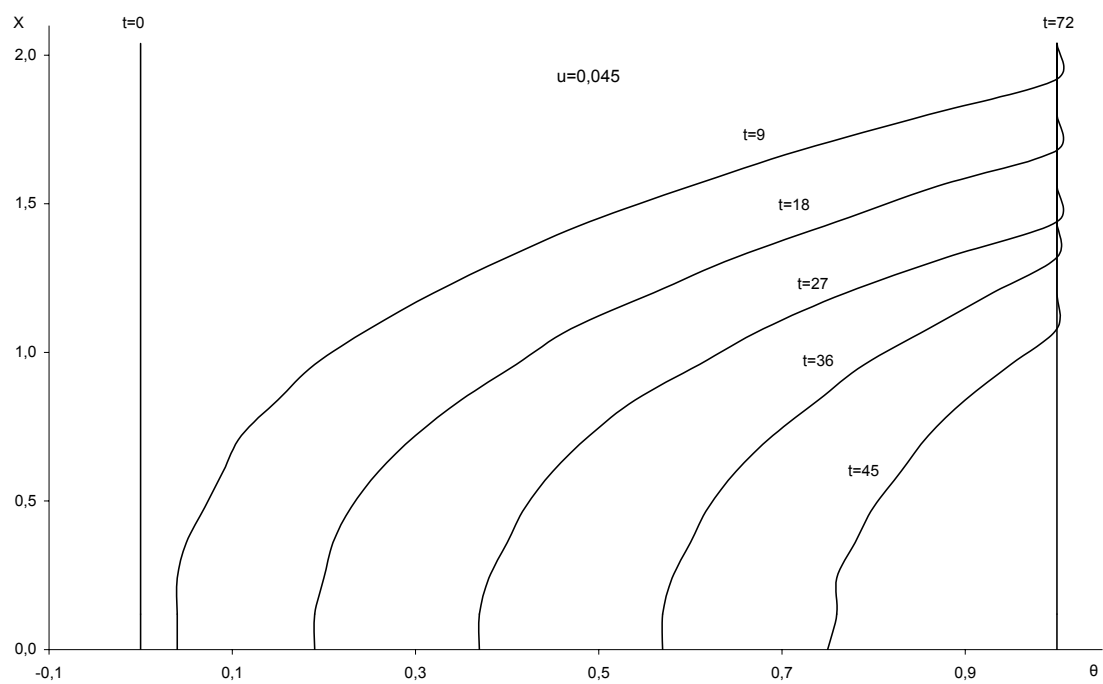


Gráfico 4.4 Carregamento (com isolamento)

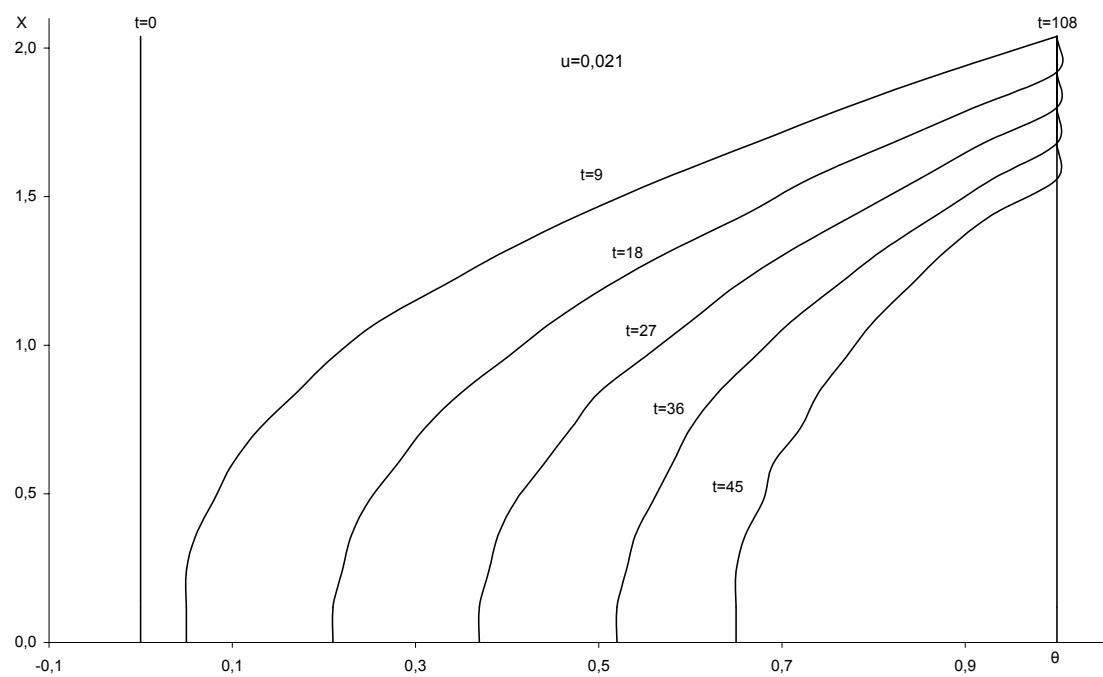


Gráfico 4.5 Carregamento (com isolamento)

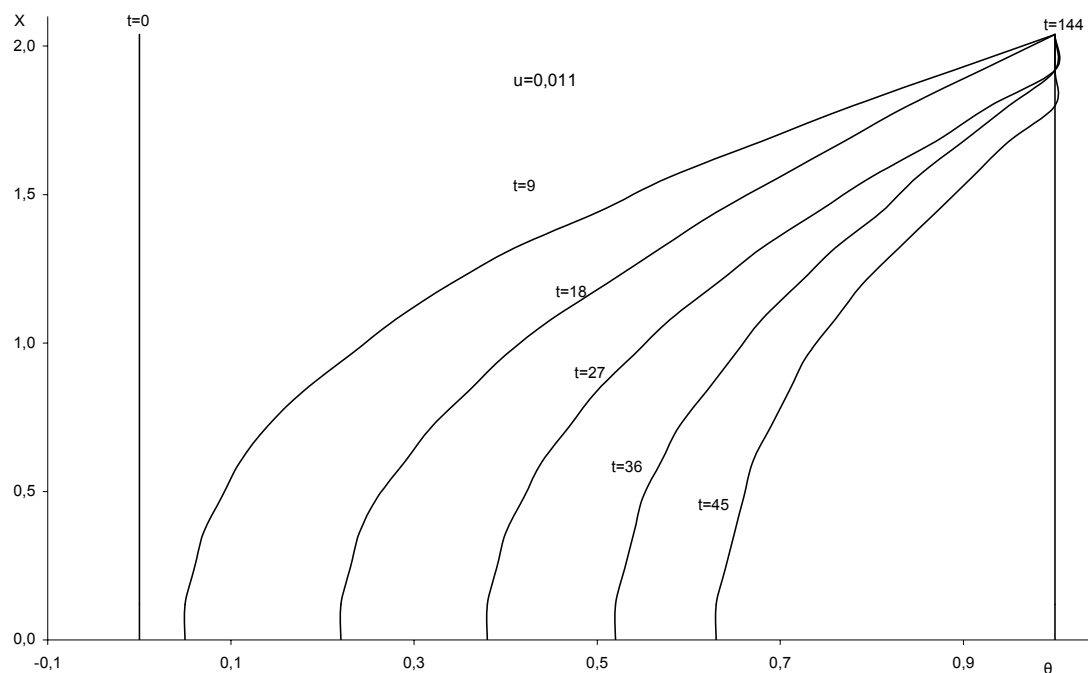


Gráfico 4.6 Carregamento (com isolamento)

Nos Gráficos 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 estão apresentadas às operações de descarregamento com o armazenador totalmente isolado.

Analisando as velocidades de descarregamento, o tempo de descarregamento decresce com o aumento da velocidade e cresce com a diminuição da mesma. As velocidades de descarregamento não podem ser muito grandes, pois com isso podem aparecer turbulências que provocarão uma mistura maior entre os fluidos quente e frio, degradando assim estratificação. Comparando os Gráficos 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 pode-se notar que no qual a velocidade é maior a degradação da estratificação é mais rápida (Gráfico 4.7).

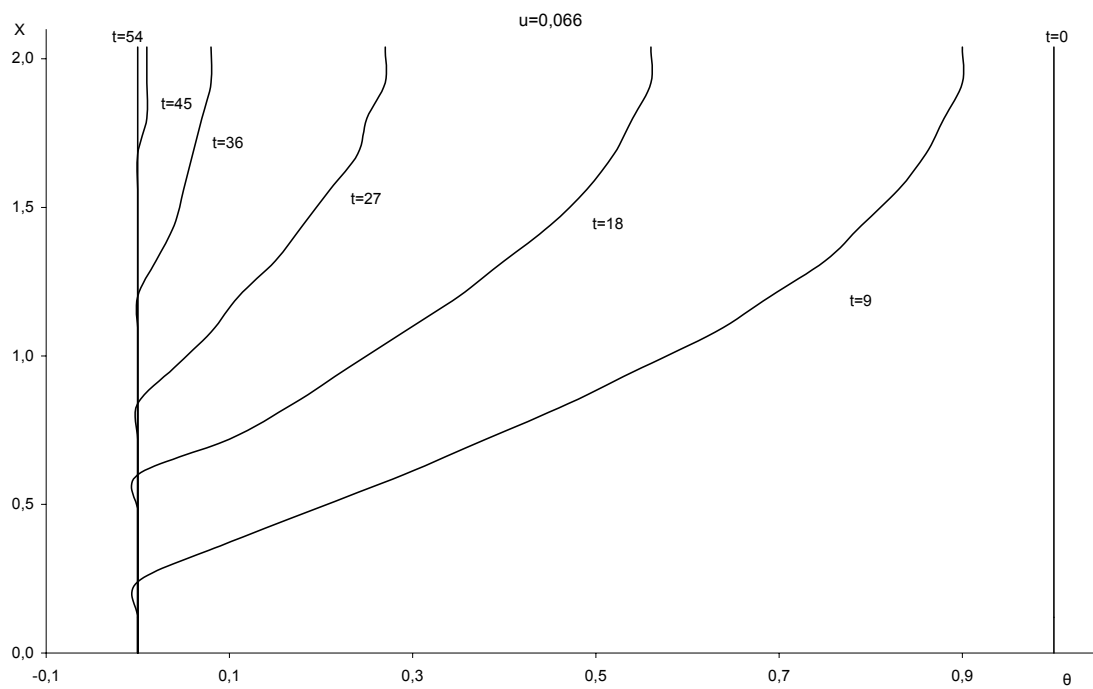


Gráfico 4.7 Descarregamento (com isolamento)

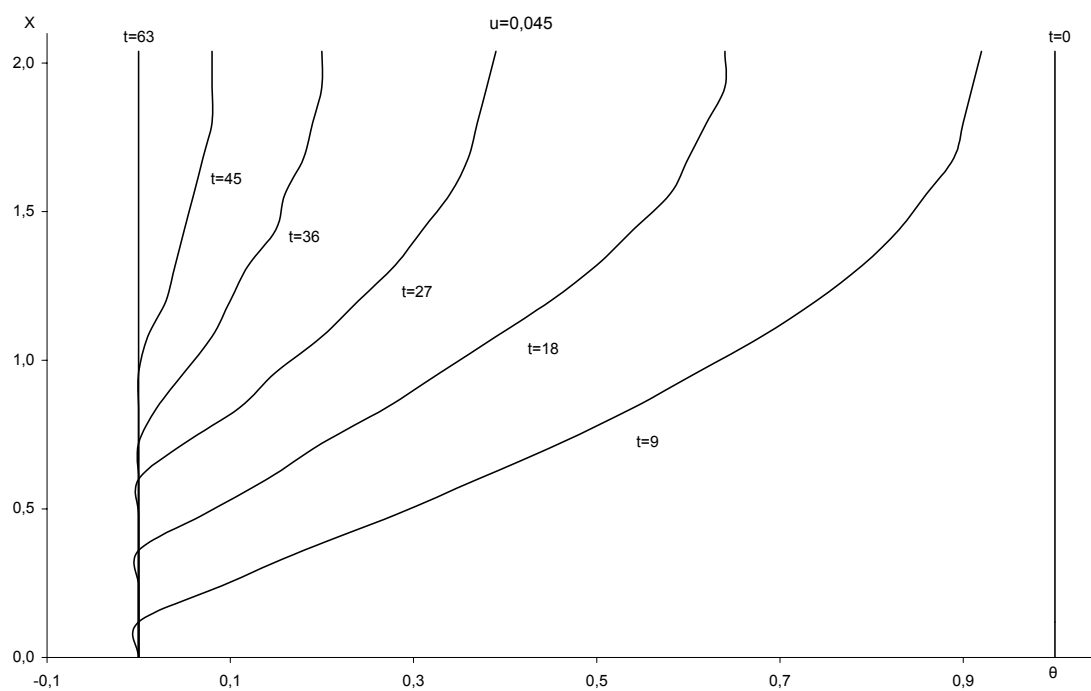


Gráfico 4.8 Descarregamento (com isolamento)

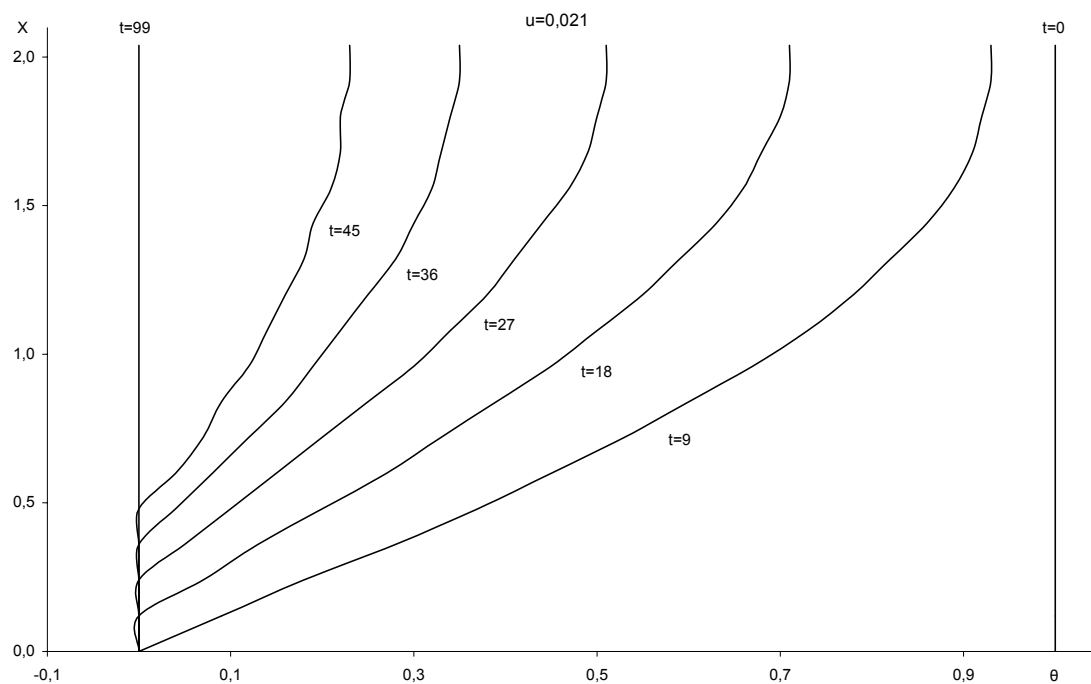


Gráfico 4.9 Descarregamento (com isolamento)

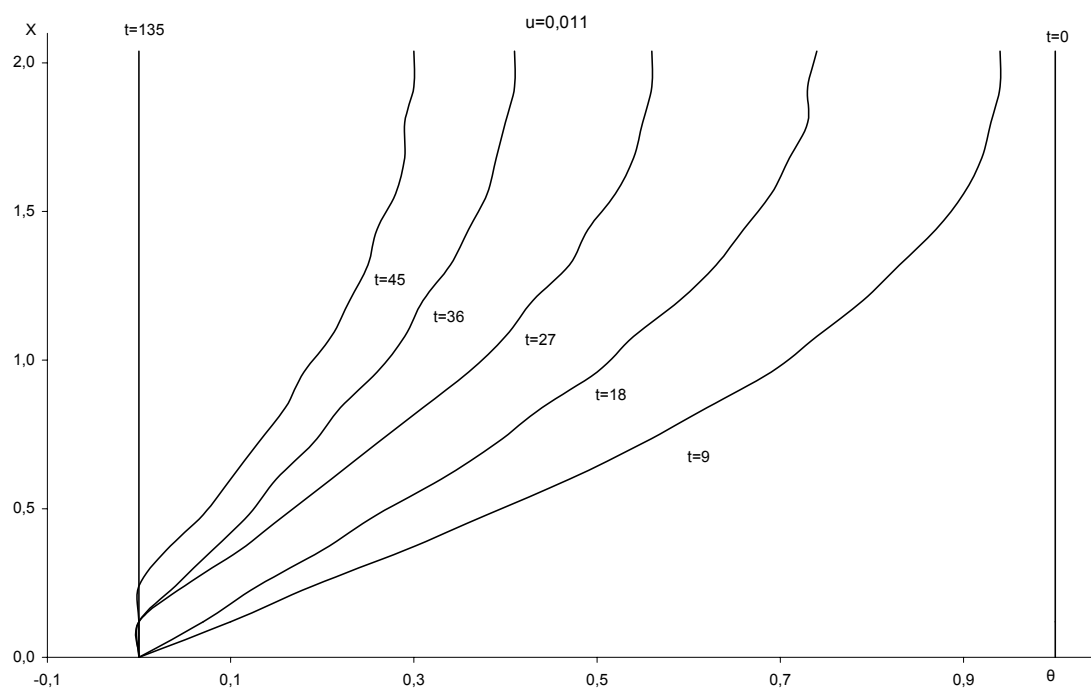


Gráfico 4.10 Descarregamento (com isolamento)

CAPÍTULO 5

APLICABILIDADE DO ARMAZENADOR SOB O PONTO DE VISTA ECONÔMICO E DE EFICIÊNCIA

5.1 ASPECTOS ECONÔMICOS

O custo, de maneira geral, do armazenador de calor sensível pode ser dividido em duas partes, armazenador propriamente dito e isolamento. Diante disto é importante tomar cuidado para se ter a menor área externa possível para um determinado volume.

Para tanques cilíndricos é só obedecer ao fator de forma. Segundo Carrocci (1987 apud SPEYER, 1959), o fator de forma em função da razão de aspecto (L/D) se comporta de acordo com a equação (5.1).

$$\sigma = \left[\frac{2\pi}{\left(\frac{L}{D}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left[1 + 2\left(\frac{L}{D}\right) \right] \quad (5.1)$$

Seu comportamento pode ser mostrado pelo Gráfico 5.1.

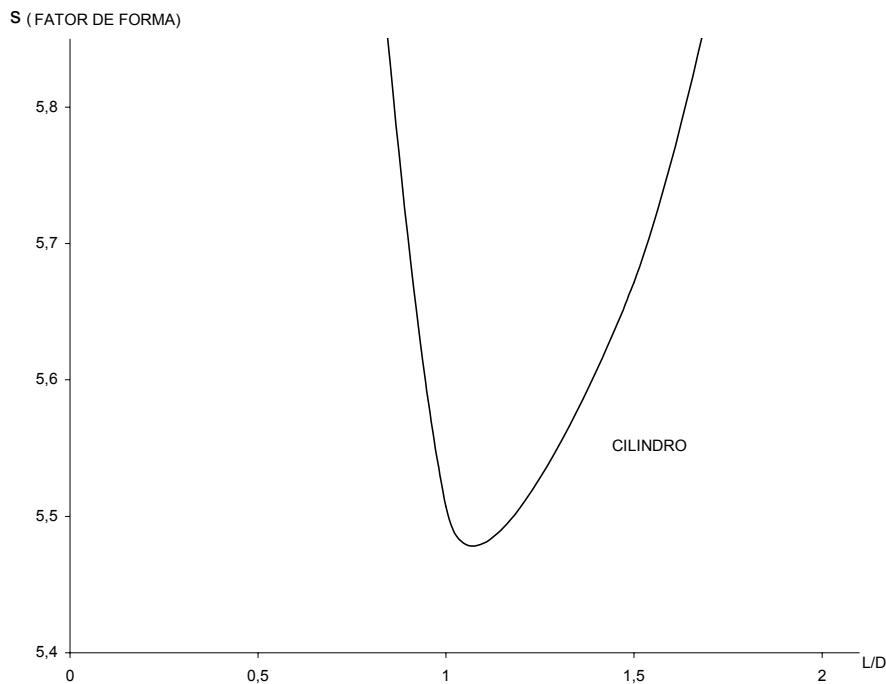


Gráfico 5.1- Fator de forma em função da razão de aspecto

O Gráfico 5.1 mostra que a menor área externa de um tanque, para um determinado volume, se dá quando a razão de aspecto for 1, isto é, o diâmetro for igual a altura. Com isso, não só há economia do material na confecção do tanque como também no isolamento.

5.2 ASPECTOS DE EFICIÊNCIA

5.2.1 Vantagens do armazenador estratificado em relação ao homogêneo

A energia disponível (2º Lei da termodinâmica) pode ser obtida através da determinação da capacidade que uma massa de fluido constante no interior de um reservatório tem de realizar troca de energia por um processo reversível.

$$D = \int_V (dh - T_a ds) \rho dV \quad (5.2)$$

onde:

D = disponibilidade energética [kJ]

dh = variação da entalpia específica entre a temperatura no fluido e do ambiente [kJ/kg]

ds = variação da entropia específica entre a temperatura no fluido e do ambiente [kJ/kgK]

$T_a = T_F$ = temperatura ambiente [K]

ρ = massa específica do fluido [kg/m³]

dV = volume elementar [m³]

Realizando-se as devidas substituições na equação (5.2), a eficiência térmica do sistema de armazenamento estratificado a partir da segunda lei fica:

$$\eta_{est} = \frac{\int_0^L \left[T(x, r, t) - T_F - T_F \ln \left(\frac{T(x, r, t)}{T_F} \right) \right] dx}{L \left[(T_Q - T_F) - T_F \ln \left(\frac{T_Q}{T_F} \right) \right]} \quad (5.3)$$

E para o armazenador homogêneo fica:

$$\eta_{hom} = \frac{\left[\left(\frac{1}{L} \int_0^L T(x, r, t) dx - T_F \right) - T_F \ln \left(\frac{\frac{1}{L} \int_0^L T(x, r, t) dx}{T_F} \right) \right]}{\left[(T_Q - T_F) - T_F \ln \left(\frac{T_Q}{T_F} \right) \right]} \quad (5.4)$$

Através da formulação pode-se observar que na equação (5.3) é feita uma integral das diferenças enquanto que na equação (5.4) é feita a diferença das integrais. Onde já é

possível analisar que no caso onde são feitas as diferenças das integrais os valores obtidos serão menores que no caso da integral das diferenças, quando elas são feitas em cima das temperaturas constantes ou das isoclinas.

Foram calculadas as eficiências do armazenador estratificado e do homogêneo pelas equações (5.3) e (5.4) respectivamente. E foi feito o Gráfico 5.2 onde são representadas as eficiências com o passar do tempo.

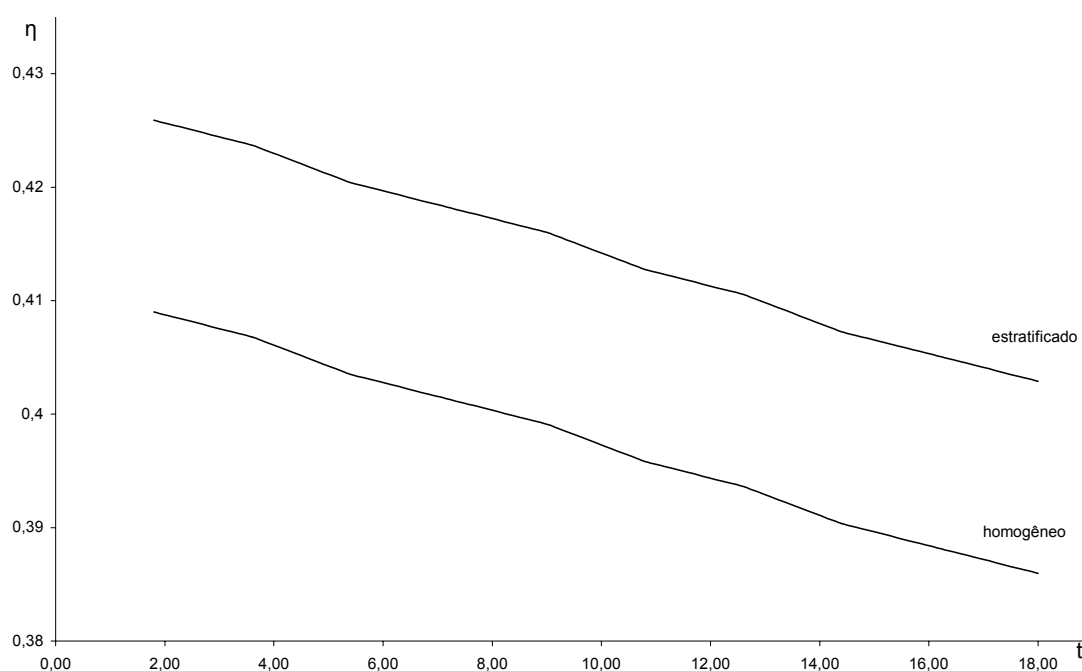


Gráfico 5.2 Comparação da eficiência de um armazenador estratificado e um homogêneo com o tempo

No Gráfico 5.2 observa-se que as eficiências do armazenador estratificado sempre são maiores do que as eficiências do armazenador homogêneo. Portanto o uso de um armazenador estratificado é mais recomendado que o de um homogêneo para os casos de sistemas de armazenagem de calor sensível, que possam trabalhar dentro dos limites de velocidade de carregamento e descarregamento aceitável para os processos de operação de um sistema fluido termodinâmico.

5.2.2 Influência de determinados parâmetros sobre a eficiência

O efeito da variação de aspecto L/D sobre a eficiência com o passar do tempo, na condição de resfriamento natural é mostrada no Gráfico 5.3.

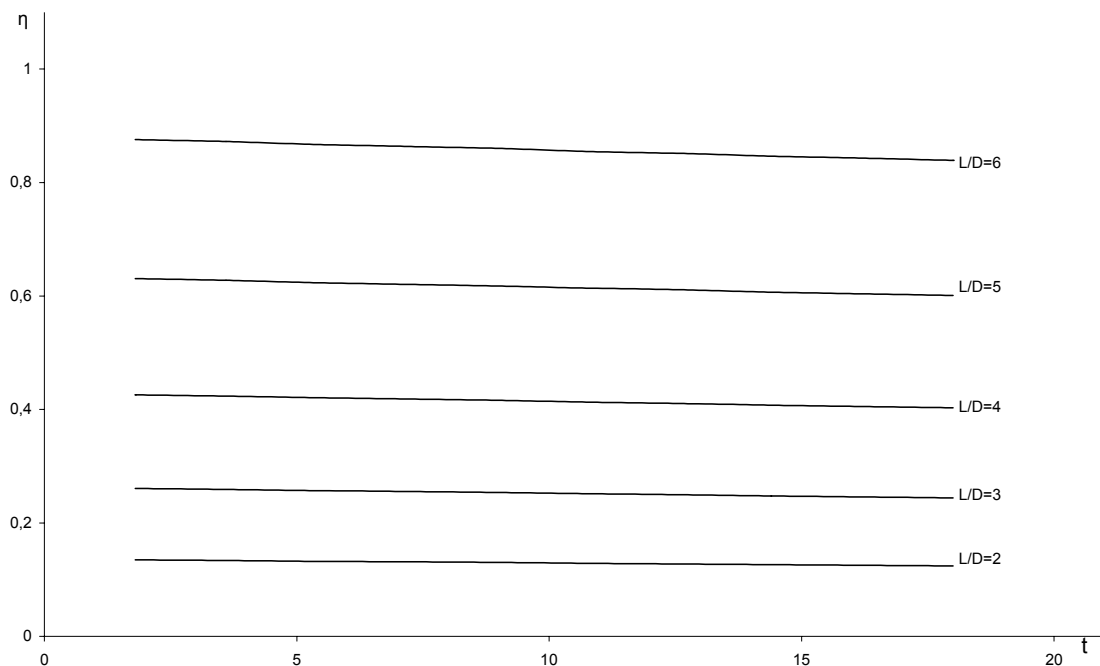


Gráfico 5.3 Variação da eficiência com o passar do tempo, para varias razões de aspecto (resfriamento natural)

No Gráfico 5.3 tem-se que a eficiência diminui com o passar do tempo em todas as razões de aspecto. E a eficiência aumenta com a razão de aspecto até um valor aproximado de $L/D=6$, com valores de razão de aspecto acima disso a eficiência não aumenta significativamente e torna-se inviável economicamente a construção do armazenador.

O efeito da variação de aspecto L/D sobre a eficiência da extração é mostrada no Gráfico 5.4.

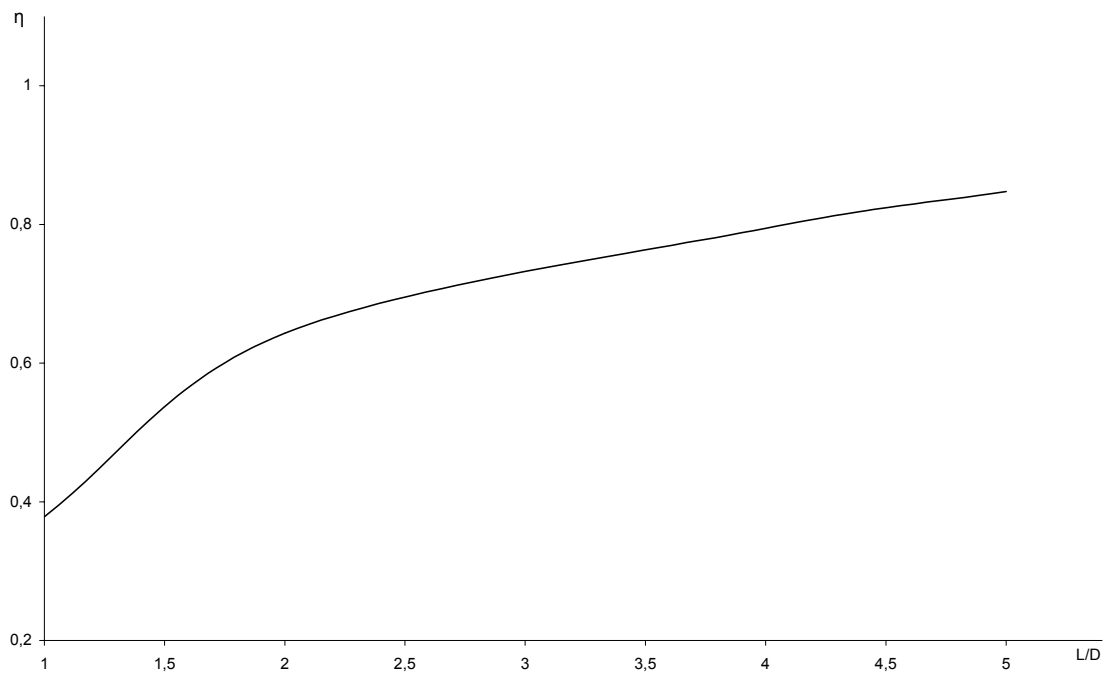


Gráfico 5.4 Efeito da razão de aspecto (L/D) sobre a eficiência da extração

Como pode ser visto a eficiência da extração aumenta com o aumento da razão de aspecto até 4. Além deste valor, a eficiência da extração parece não aumentar muito mais, possui uma tendência assintótica. Armazenadores com razão de aspecto maior do que 4 não são desejáveis, pois o aumento do custo necessário não resulta em um melhoramento da eficiência da extração.

O efeito da variação de aspecto L/D sobre a eficiência da extração com a velocidade é mostrada no Gráfico 5.5.

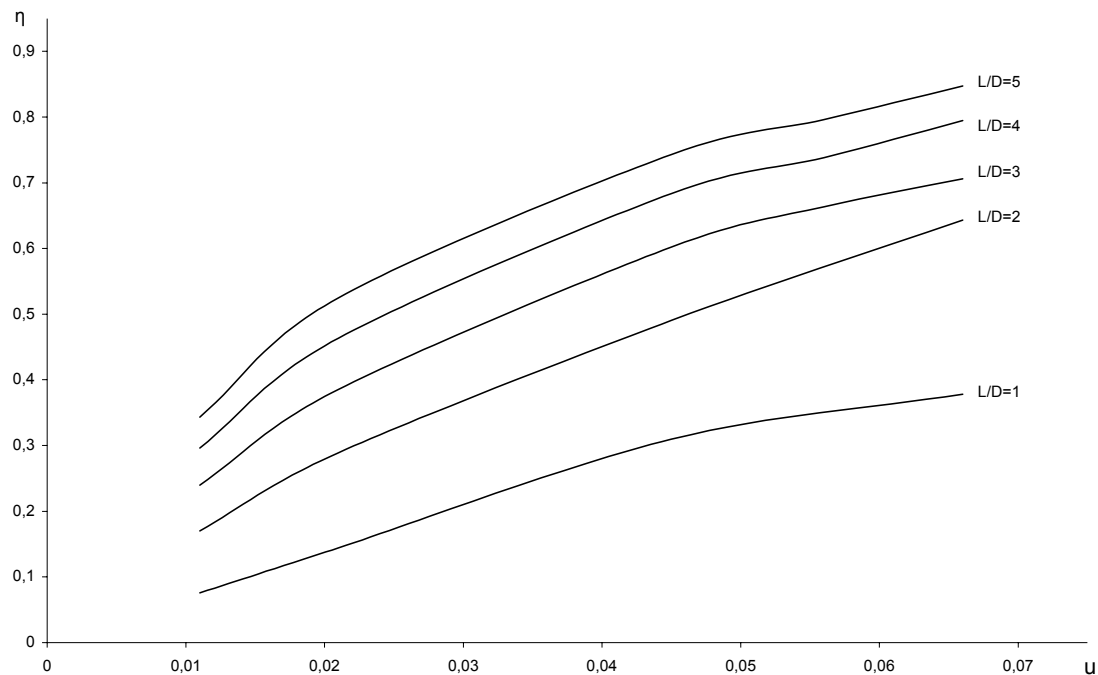


Gráfico 5.5 Variação da eficiência da extração com a velocidade, para varias razões de aspecto

No Gráfico 5.5 nota-se que a eficiência aumenta com o aumento da velocidade de extração, mas se a velocidade for muito grande aparecerão turbulências no interior do tanque que provocarão uma mistura maior entre os fluidos quente e frio, diminuindo assim a eficiência. Se o tamanho do armazenador for muito grande o custo de fabricação será muito alto não compensado assim a eficiência obtida. É preciso analisar também o tempo em que o fluido vai ficar armazenado, para que não ocorra a degradação total da estratificação diminuindo a eficiência do armazenador.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO

A degradação da estratificação na condição de resfriamento natural é maior quando o armazenador não é isolado, pois as perdas de calor pelas paredes laterais e pelo topo provocam as correntes convectivas, acelerando a mistura das porções quentes e frias de fluido.

As eficiências do armazenador estratificado sempre são maiores do que as eficiências do armazenador homogêneo, como foi provado através da segunda lei da termodinâmica, portanto quanto mais tempo conseguir manter o armazenador estratificado, melhor será o sistema de armazenamento.

A eficiência da extração aumenta com o aumento da razão de aspecto até quatro. Além deste valor, a eficiência da extração parece não aumentar muito mais. Armazenadores com razão de aspecto maior do que quatro não são desejáveis, pois o aumento do custo necessário não resulta em um melhoramento da eficiência da extração.

A eficiência de extração aumenta com o aumento da velocidade, mas se a velocidade for muito grande aparecerão turbulências no interior do tanque que provocarão uma mistura maior entre os fluidos quente e frio, diminuindo assim a eficiência.

Com as melhorias feitas no programa e na preparação das equações foi possível melhorar o tempo de execução do programa quando comparado com o tempo de execução de Carrocci (1987) e teve-se uma boa aproximação dos resultados. Portanto um dos pontos principais do trabalho era conseguir melhorias na execução do sistema explícito

Teve-se uma limitação nos números de pontos na malha, pois com o refinamento da malha aumentam-se significativamente os cálculos, aumentando os erros acumulados e comprometendo a convergência do método. Isso é característica típica de processos explícitos.

REFERÊNCIAS

- BAYAZITOGLU, Y.; OZISIK, N.M. *Elements of heat transfer*. New York, McGraw-Hill Book Company, 1988. 433p.
- CABELLI, A. *Storage tanks - a numerical experiment*. *Solar Energy*, v.19,p.45-4,1977.
- CARROCCI, L. R. *Análise teórica e experimental de um armazenador de calor sensível estratificado*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1987.123p.Tese (Doutorado)
- CRISTOFARI, C. .et al. *Influence of the flow rate and the tank stratification degree on the performances of a solar flat-plate collector*. *International Journal of Thermal Sciences*, v.42, p.455–469, 2003.
- DINCER,I.; ROSEN,M. A. *Energetic, environmental an economic aspecto of thermal energy storage systems for cooling capacity*. *Applied Thermal Engeneering*, vol.21,p1105-1117,2001.
- HOLMAN, J.P. *Transferência de calor*, 1.ed. São Paulo, McGraw - Hill do Brasil, 1983. 639p.
- KREITH, F.; BOHN, M. S. *Princípios da transmissão de calor*, 6.ed. São Paulo, Thomson, 2001.
- LEAL, J. F. B. *Estudo numérico e experimental de fenômeno de estratificação Térmica em armazenadores de calor e frio*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1999.78p.Tese (Doutorado)
- MALISKA, C.R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. Rio de Janeiro, LTC - Livros Técnicos e Científicos. Editora S. A, 1995. 424p.
- NELSON, J.E.B.; BALAKRISHNAN,A.R. ; MURTY,S. S. *Experiments on stratified chilled-water tanks*. *International Journal of Refrigeration*.v.22, p.216–234, 1999.
- NOGUEIRA, L. A. H. *Uma análise teórica e experimental da estratificação térmica em tanques de armazenamento por calor sensível*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1981.149p.Tese (Mestrado)
- OZISIK, N.M. *Transferência de calor*. Rio de Janeiro, Editora Guanabara Koogan S. A ., 1990. 661p.

PADILHA, A. *Estocagem por estratificação térmica de líquido em reservatórios*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1983.127p. Tese (Mestrado).

PENTAGNA, R. P. P. *Modelo matemático para análise de problemas de estocagem de líquidos que apresentam estratificação térmica*. Bauru: Faculdade de Engenharia de São Paulo, 2004.119p.Tese (Mestrado).

ROSEN, M. A. *The exergy of stratified thermal energy storages*. *Solar Energy*, Vol. 71, n°. 3, pp. 173–185, 2001

SHIN M. S.; et al. *Numerical and experimental study on the design of a stratified thermal storage system*. *Applied Thermal Engineering*, v.24,p.17-27,2004.

SPEYER, E. *Optmim storage of heat with a solar house*. *Solar Energy*, 3, 24-48,1959.

SUMATHY, K.; Li, Z.F. *Performance study of a partitioned thermally stratified storage tank in a solar powered absorption air conditioning system*. *Applied Thermal Engineering*, v.22, p.1207–1216, 2002.

YOO,H.; PAK, E. *Analytical solutions to a one-dimensional finite-domain model for stratified thermal storage tanks*. *Solar Energy*, Vol. 56, No. 4, pp. 315-322, 1996

Ze-Shao Chen ; et al. *A theoretical study of new-style cool storage air-conditioning systems with high-temperature water*. *Energy and Buildings* xxx (2005) xxx–xxx.

<http://www.powerfromthesun.net/Chapter11/Chapter11.htm>

GLOSSÁRIO

Disponibilidade energética. É a energia disponível numa massa de fluido que pode ser obtida através da troca de calor por um processo reversível (segunda lei da termodinâmica).

Eficiência Térmica. É o parâmetro que pode mostrar a capacidade energética de armazenamento, por um período de tempo, e que pode ser devolvida ao sistema com valores viáveis tecnicamente. É calculado através da segunda lei da termodinâmica.

Estratificação. Disposição por camadas. Estratificação térmica é uma camada de fluido quente sobre outra camada de fluido frio. A estratificação normalmente ocorre no mesmo fluido ou em fluidos miscíveis, através da variação da massa específica (variação de volume) por efeito da temperatura.

Exergia. A possibilidade de realização de trabalho útil existe sempre que dois sistemas que não estejam em equilíbrio colocados em contato. Se um desses sistemas for o meio e o outro um sistema de interesse qualquer, pode-se definir a exergia como sendo o trabalho que pode ser realizado quando um sistema evolui do estado em que se encontra até um estado de equilíbrio termodinâmico com os componentes comuns do meio ambiente (equilíbrio mecânico, térmico e químico), através de processos reversíveis, interagindo apenas com os componentes do meio ambiente.

Método Explícito. É uma ferramenta utilizada para resolver sistemas de equações discretizadas por diferenças finitas que calcula ponto a ponto na malha, seguindo linha ou

coluna, utilizando para atualização do ponto dados de posições geométricas anteriores ou tempo passado.

Razão de Aspecto (Índice de Aspecto). É a razão entre comprimento (L) e o diâmetro (D) do armazenador.

Termoclinas. São as curvas de temperatura que representam a degradação da estratificação térmica.