UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de São José do Rio Preto

Matheus Vanzela

Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque na Indústria Moveleira

Dissertação de Mestrado
Pós-Graduação em Matemática

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas
Rua Cristóvão Colombo, 2265, 15054-000
São José do Rio Preto - SP - Brasil
Telefone: (17) 3221-2200 - Fax: (17) 3221-2444

Matheus Vanzela[1]

Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque na Indústria Moveleira

Orientadora:
Prof[a]. Dr[a]. Maria do Socorro Nogueira Rangel

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas
Campus de São José do Rio Preto

São José do Rio Preto

31 de Agosto de 2012

[1]matheusvanzela@gmail.com.br

Agradecimentos

À Deus: por providenciar o que preciso!

Minha Família: muito obrigado aos meus queridos pais, Maurício e Maria Luiza, por cuidarem de mim. Só tenho a agradecer por terem dado o máximo de si para que eu pudesse ter o melhor. Orgulho-me de vocês e seja dito: eu tenho os melhores pais do mundo! Minha amada irmã Amanda, por todos os momentos que juntos passamos. Eu sou muito feliz por ter uma irmã tão honesta, amorosa e especial como você! Por todos os dias da minha vida eu agradecerei ao pares de avós que tenho. Muito obrigado Vô Cido, Vó Cila (*In Memorian*) pelas tardes comigo, por arrumar minha bicicleta, pelo quiabo com carne moída e por me fazer melhor. Como Deus faz as coisas bem direito ele ainda me deixou essas duas jóias, minha Vó Joana e meu Vô Mauricio (*esse vai indo bem devagarinho*). Está gravado pra sempre todo esse amor que vocês me transmitiram. Nas minhas longas noites de estudo lembrava sempre do café com pão da Vó e ficava morrendo de saudade dos papagaios do Vô!

Professores: em especial à Prof. Socorro pela maravilhosa condução do meu crescimento enquanto mestrando e pela dedicação e paciência à mim destinados (foi árduo!), ao Prof. Sílvio pela disposição em participar deste projeto e às suas ótimas contribuições, aos Profs. Cláudio e Adalberto do Depto de Matemática que me pegaram de novo! Aos novos amigos, Profs. Maria Antónia, Carla, Marcos Arenales, Valeriano e Sonia que também participam e contribuem com este trabalho.

Meus amigos: Tem muita turma, então vou começar de casa(s): Mateus Zanuzo, Klebão e Luciano que presenciaram meus estudos pré-mestrado e sempre estavam dispostos a atrapalhar! Os Boi: Evandro, Carlim e cia. que participaram da conclusão deste

projeto e faziam de tudo pra me desconcentrar! As meninas da República Bolo Doido: Grah, Karine, Fleivers, Marciele, Lorenas, Camilas, Mariane etc..., meus amigos de sempre: Tiago Vanzela, Duardos, Taroba, Jonas, Marcão, Zezão, Donegares, Tiagão, Jibóia, Sete, Fernando, Vinícius, Diego e vai! Tem a turma do trampo *fest*: Amarilis, Jucilene, Carol, Pena, Suka, Fernandinho, Érika e em especialíssimo à Mariana ... que corrigiu meu texto (mesmo brava comigo). À todo pessoal do Busão da Dianeli. Meus amigos de Ibilce/Ubatuba(rs): Ronaldinho, Diego e Gi.

Ao pessoal da Fábrica de Móveis Luapa, em especial, ao Paulo, Cido e Diego, por estarem sempre dispostos a nos receber e colaborar para a realização deste trabalho.

Aos colegas, pessoas e funcionários do IBILCE que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração deste trabalho. Em especial Getúlio, Olga e Adriana por sempre estarem dispostos a ajudar.

À Capes pelo auxílio financeiro.

"O sol deixou de ser paisagem e

passou a queimar de repente."

(O Rappa)

Resumo

O problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque (PIDC) é um problema de otimização da produção que considera de forma simultânea decisões relacionadas ao problema de dimensionamento de lotes (PDL) e ao problema do corte de estoque (PCE). O objetivo é capturar a interdependência entre essas decisões de forma a possibilitar economia de matéria-prima e diminuição de custos de produção e estoque. Neste trabalho o PIDC é tratado no contexto de uma fábrica de móveis de pequeno porte na qual as decisões associadas ao dimensionamento de lotes e ao corte de estoque são tomadas pelo gerente de produção. Um estudo de caso foi feito em uma fábrica característica que produz móveis de diversos tipos (*e.g.* guarda-roupas, penteadeiras e camas) a partir de placas retangulares de madeira de diferentes espessuras. Três modelos matemáticos são formulados. Um para o PDL e um para o PCE como forma de representar uma prática (melhorada) da fábrica; e um modelo inteiro misto que integra o PDL e o PCE é proposto como alternativa na tomada de decisões. A técnica de geração de colunas é usada para resolver a relaxação linear de dois dos modelos propostos. Comparamos os resultados do modelo integrado com a prática da fábrica e analisamos o estudo computacional sob diferentes aspectos. Foi possível obter uma solução passível de implementação tanto na estratégia integrada quanto na resolução em separado. De maneira geral, o modelo integrado mostrou melhor desempenho para resolver o PDL e o PCE da Fábrica L.

Palavras-chave: Problemas Integrados de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque. Geração de Colunas. Estudo de Caso. Indústria Moveleira.

Abstract

The integrated cutting-stock and lot-sizing problem (PIDC) is an optimization problem that simultaneously considers decisions related to the lot sizing problem (PDL) and the cutting stock problems (PCE). The goal is to capture the interdependence between these decisions in order to enable economy of raw materials and reduction of production and inventory costs. In this work the PIDC is treated in the context of a small scale furniture plant in which decisions associated with the lot sizing and cutting stock are taken by the production manager. A case study was conducted in a plant that produces furniture of various kinds (in general wardrobes, dressing tables and beds) from rectangular wood plates of different thicknesses. Three models are formulated: one for the PDL, one for the PCE and a mixed integer model that integrates the PDL and the PCE.The column generation technique is used to solve the linear relaxation of two models. We compare the models results with the practice and analyze the computational study in different ways. It was possible to obtain a solution capable of implementing both the strategy integrated as separate. In general, the integrated model presented a better performance to solve the PDL and PCE.

Keywords: Integrated Cutting-Stock and Lot-Sizing Problem. Column Generation. Case Study. Furniture Industry.

Sumário

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

1 Introdução p. 1

1.1 Organização . . . . . p. 3

2 Modelos de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque p. 5

2.1 O problema de dimensionamento de lotes . . . . . p. 5

2.1.1 PDL monoestágio . . . . . p. 7

2.1.2 PDL multiestágio . . . . . p. 11

2.2 O problema de corte e empacotamento . . . . . p. 13

2.2.1 Problema de corte de estoque . . . . . p. 14

2.2.2 Método de resolução para o PCE . . . . . p. 18

2.2.3 Geração de padrões de corte bidimensionais . . . . . p. 21

2.3 O problema de corte de estoque multiperíodo . . . . . p. 31

3 Problemas Integrados p. 35

3.1 Problemas integrados na indústria moveleira . . . . . p. 37

3.2 Conclusões . . . . . p. 47

4 Indústria Moveleira p. 48

4.1 O Setor moveleiro e o pólo de Votuporanga . . . . . p. 48

4.2 Descrição de uma fábrica característica . . . . . p. 51

4.3 Planejamentos estratégico e tático . . . . . p. 53

4.3.1 O produto e o dimensionamento de lotes . . . . . p. 53

4.3.2 Corte de estoque . . . . . p. 55

4.4 Linha de produção . . . . . p. 57

4.4.1 Corte . . . . . p. 58

4.4.2 Furação . . . . . p. 60

4.4.3 Pré-acabamento . . . . . p. 61

4.4.4 Pintura . . . . . p. 62

4.4.5 Expedição . . . . . p. 64

4.5 Conclusões . . . . . p. 65

5 Modelagem e Resolução Propostos p. 66

5.1 Modelos matemáticos . . . . . p. 69

5.2 Método de resolução . . . . . p. 74

5.3 Exemplo ilustrativo . . . . . p. 77

5.4 Conclusões . . . . . p. 81

6 Testes Computacionais p. 83

6.1 Descrição das instâncias . . . . . p. 85

6.2 Resultados computacionais do Teste 1 . . . . . p. 93

6.2.1 Dimensionamento de lotes . . . . . p. 93

6.2.2 Corte de estoque . . . . . p. 96

6.3 Custos totais e avaliação do algoritmo . . . . . p. 106

6.4 Resultados computacionais para o Teste 2 . . . . . p. 108

6.5 Conclusões . . . . . p. 113

7 Conclusões e Propostas Futuras p. 115

Referências Bibliográficas p. 118

Lista de Tabelas

1 Exemplos de aplicações dos problemas de corte e empacotamento . . . p. 14

2 Peças e demanda respectiva. . . . . p. 34

3 Resultados do exemplo ilustrativo - PCEmp . . . . . p. 34

4 Tipos de peças diferentes em cada produto . . . . . p. 52

5 Custos de produção e estoque de produtos finais . . . . . p. 77

6 Demandas dos produtos finais e estoques mínimos . . . . . p. 77

7 Estrutura dos produtos gerados para o exemplo . . . . . p. 78

8 Programação da produção e custos . . . . . p. 78

9 Resultados gerais relativos ao corte de estoque . . . . . p. 79

10 Detalhamento do número e tipo de objetos por período . . . . . p. 80

11 Soma total dos custos $PIDCM \times (PDLM + PCEM)$ . . . . . p. 81

12 Tabela dos tempos destinados à resolução das instâncias . . . . . p. 84

13 Custos de produção e estoque dos produtos finais . . . . . p. 85

14 Custo dos objetos por espessura . . . . . p. 86

15 Estrutura do produto para a espessura de 15 mm . . . . . p. 87

16 Estrutura do produto para as espessuras 9, 18 e 25 mm . . . . . p. 88

17 Demandas semanais referentes ao mês de março (demanda baixa) . . . p. 90

18 Demandas semanais referentes ao mês de agosto (demanda média) . . . p. 91

19 Demandas semanais referentes a novembro (demanda alta) . . . . . p. 92

20 Estoques iniciais de produtos finais para as instâncias do Teste 1 . . . . p. 92

21 Custo total com matérias-primas secundárias. . . . . p. 93

22 Custos com estoque de produto final . . . . . p. 93

23 Tamanho dos lotes para a instância 8 . . . . . p. 94

24 Estoque de produto final oriundo da resolução da instância 8 . . . . . p. 94

25 Número de objetos utilizados por instância . . . . . p. 96

26 Valores gastos com matéria-prima para cada modelo . . . . . p. 97

27 Custo com objetos e custo com estoque de peças . . . . . p. 97

28 Densidade das matrizes de demandas geradas. . . . . p. 98

29 Correlação entre as colunas (Dens) e (Dif) . . . . . p. 98

30 Visão geral do estoque de peças para o PIDCM . . . . . p. 100

31 Visão geral do estoque de peças para o PCEM . . . . . p. 100

32 Diversidade de peças estocadas por período . . . . . p. 103

33 Estoque de peças por período . . . . . p. 103

34 Perda no corte de estoque . . . . . p. 105

35 Custo total associado à resolução das instâncias com cada modelo . . . p. 106

36 Aspectos relacionados ao desempenho do algoritmo . . . . . p. 107

37 Número de colunas associadas à solução . . . . . p. 108

38 Demandas por período para as instâncias do Teste 2 . . . . . p. 110

39 Estoques iniciais para as instâncias do Teste 2 . . . . . p. 111

40 Custos para o planejamento a médio prazo . . . . . p. 111

41 Custos de estoque de produto final e peças . . . . . p. 112

42 Número de objetos utilizados no corte de estoque . . . . . p. 112

43 Número de colunas na base ótima . . . . . p. 112

Lista de Figuras

1 Fluxograma básico da heurística proposta por Trigeiro et al.(1989) . . . p. 11

2 Grafo que representa a estrutura do produto . . . . . p. 12

3 Produto final . . . . . p. 12

4 Composição estrutural do produto . . . . . p. 12

5 Equivalência entre os problemas de corte e empacotamento (Toscano, 2010) p. 14

6 Representação do corte bidimensional de objetos retangulares para a produção de peças retangulares menores (Toscano (2010)) . . . . . p. 15

7 Exemplo de padrão de corte bidimensional . . . . . p. 16

8 Padrão de corte homogêneo maximal bidimensional para uma peça p . p. 20

9 Exemplo de padrão de corte Guilhotinado e Não-Guilhotinado (Toscano, 2010) . . . . . p. 22

10 Seccionadora automática (Toscano, 2010) . . . . . p. 22

11 Padrão de corte guilhotinado $k = 2$ (2-estágios) (Arenales *et al.*, 2004) . p. 23

12 Padrões de corte $n-$grupos (Toscano, 2010) . . . . . p. 25

13 Visão geral do início do tratamento dos problemas integrados . . . . . p. 36

14 Panorama das empresas do setor moveleiro em 2009 (FIESP (2009)) . . p. 49

15 Catálogo de produtos . . . . . p. 51

16 Representação média de venda de cada produto . . . . . p. 52

17 Relação custo unitário e representação de vendas . . . . . p. 54

18 Recorte da planilha de programação da produção de Julho/2011 . . . . p. 55

19 Padrão de corte usado na Fábrica L . . . . . p. 56

20 Padrão de corte com retalho aproveitável . . . . . p. 56

21 Ordem de produção com os processos pertinentes à uma peça . . . . . p. 57

22 Fluxograma da produção - Fábrica L . . . . . p. 58

23 Fluxograma do processo de corte . . . . . p. 60

24 Fluxograma do processo de furação . . . . . p. 61

25 Processos de pré acabamento . . . . . p. 62

26 Processo de pintura P.U. . . . . p. 63

27 Linha de pintura U.V. . . . . p. 64

28 Setor de expedição . . . . . p. 65

29 Exemplo do cálculo do uso da matéria prima . . . . . p. 70

30 Coluna gerada para o PIDCM. . . . . p. 75

31 Algoritmo para resolução de PIDCM por geração de colunas. . . . . p. 76

32 Coluna gerada e padrão 2-grupos correspondente. . . . . p. 80

33 Gráfico do decréscimo dos objetos utilizados por iteração. . . . . p. 81

34 Gráfico dos níveis de estoque e produção até o 3º período (PIDCM × PDLM) . . . . . p. 95

35 Visão do estoque de peças. . . . . p. 99

36 Visão das pilhas de peças para cada instância referente a março . . . . p. 101

37 Visão das pilhas de peças para cada instância referente a agosto . . . . p. 101

38 Visão das pilhas de peças para cada instância referente a novembro . . p. 101

39 Porcentagem de utilização da capacidade. . . . . p. 104

40 Demandas de produtos para o ano de 2011. . . . . p. 109

41 Demandas de 2011, 2012 e projeção para o ano de 2013. . . . . p. 110

Capítulo 1

Introdução

A necessidade clássica do setor produtivo é fabricar produtos e utilizar os recursos de forma racional, visando ao máximo possível o aproveitamento dos insumos envolvidos na produção. Nos processos produtivos (transformação de matéria-prima em bens de consumo) são estipulados alguns **objetivos** como economia de recursos e maximização de lucros e **restrições** como prazos de entrega, respeito à legislação vigente e outros aspectos relacionados a cada segmento de produção. O direcionamento para atingir tais objetivos e respeitar as restrições exige planejamento. Na indústria, o conjunto das decisões envolvidas no planejamento é denominado Planejamento e Controle da Produção (PCP).

O PCP é a função administrativa cujo objetivo é fazer os planos que orientarão a produção e que servirão de guia para o seu controle. Zacarelli (1979), ressalta as inter-relações que o PCP tem com os demais setores administrativos da empresa como os setores de compras, vendas, finanças e propriamente o de produção descritos a seguir:

- **Setor de compras**: o PCP será o guia para a aquisição dos insumos envolvidos na produção;
- **Setor de vendas**: se o segmento opera com o sistema de encomendas de produtos, então o setor fornece dados para a produção. No caso de sistemas de pronta-entrega o setor fornece previsões para que o PCP possa produzir lotes suficientes ao atendi-

mento da demanda;

- **Setor de finanças**: é o departamento que viabilizará recursos para a execução do plano de produção;
- **Produção**: as atividades produtivas seguem determinações do PCP, tais como tamanho de lotes, sequência produtiva e prazos.

Para o alcance dos objetivos, as atividades do PCP são exercidas em três níveis hierárquicos de planejamento e controle:

1. **Nível Estratégico (longo prazo):** compreende a tomada de decisões a partir do padrão de comportamento que a organização pretende seguir, produtos e serviços que pretende oferecer e mercados e clientes que pretende atingir;
2. **Nível Tático (médio prazo):** consiste em estabelecer um plano mestre de produção (PMP) de produtos finais, detalhado a médio prazo com base nas previsões de vendas desse período;
3. **Nível Operacional (curto prazo):** com base no PMP e nos registros de controle de estoques, as decisões em nível operacional estabelecem quanto e em que período cada produto final deverá ser manufaturado (Tubino, 1999).

Com o objetivo de coordenar e acompanhar o PCP, alguns sistemas foram desenvolvidos durante o crescimento do setor produtivo. Dentre eles, os mais utilizados são: MRP, MRPII, JIT e OPT (Melo *et. al*, 2006). Porém esses sistemas sofrem de deficiências como por exemplo a desconsideração da capacidade produtiva e não buscam programar lotes de forma a otimizar a utilização dos recursos ou tempos atrelados à produção. Esses problemas estão no escopo da Pesquisa Operacional[1] que, dessa maneira, auxilia a formulação do PCP nos níveis tático e operacional.

[1]A Pesquisa Operacional é uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais. Tendo como foco a tomada de decisões, aplica conceitos e métodos de várias áreas científicas na concepção, planejamento ou operação de sistemas. A Pesquisa Operacional é usada para avaliar linhas de ação alternativas e encontrar as soluções que melhor servem aos objetivos dos indivíduos ou organizações (Sobrapo, 2011).

A relevância deste trabalho está em auxiliar a tomada de decisões a médio e a curto prazo no contexto de indústrias moveleiras. Dentre as principais decisões tomadas, cotidianamente, estão: o problema de dimensionamento de lotes que consiste em buscar soluções otimizadas de quanto produzir de cada produto final e em qual período (Bahl *et.al*, 1987) e o corte de estoque que busca as melhores formas de cortar a matéria-prima principal (placas retangulares grandes de madeira) em peças menores componentes dos produtos finais a serem produzidos (Gilmore & Gomory, 1961). O avanço das pesquisas mostrou que esses problemas têm sentido quando tratados de forma integrada (Farley (1988) e Hendry *et. al* (1996)). No contexto das indústrias moveleiras, alguns trabalhos encontraram bons resultados para tal análise sob diferentes aspectos: melhores tempos de *setup* (Gramani *et. al* (2009)); economia de matéria-prima (Biehl (2008), Ghidini e Arenales (2009), Gramani *et. al* (2010) e Santos et. al (2011)); tratamento do problema integrado de forma estocástica (Alem e Morabito (2012)).

1.1 Organização

Os guias para o desenvolvimento deste trabalho arrolam-se:

No Capítulo 2, com as buscas, feitas na literatura, por trabalhos sobre os problemas clássicos de dimensionamento de lotes e corte de estoque, essenciais para entender os modelos integrados. Discutimos ainda no Capítulo 2, o método de geração de colunas de Gilmore & Gomory, um modelo de geração de padrões de corte bidimensionais de Yanasse *et. al* (2008) e o corte de estoque multiperíodo, que é um subproblema do problema integrado.

No Capítulo 3, com o histórico dos trabalhos iniciais dos problemas integrados e uma revisão detalhada da literatura sobre modelos integrados de dimensionamento de lotes e corte de estoque no contexto de indústrias moveleiras.

No Capítulo 4, com a descrição do importante pólo moveleiro de Votuporanga, a descrição de uma fábrica característica do setor, o detalhamento da sua linha de produção

e suas necessidades correntes.

No Capítulo 5, amparamo-nos na literatura pesquisada, a qual contribuiu com ideias presentes nos modelos e métodos de solução já existentes, e nas visitas feitas à fábrica para formular um modelo integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque. Relacionamos ainda no Capítulo 5, uma forma de resolução dos problemas de maneira desacoplada, a qual adotaremos como uma prática (melhorada) da fábrica. Para a conclusão do Capítulo apresentamos um exemplo ilustrativo para os modelos propostos.

No Capítulo 6, no qual descrevemos as instâncias utilizadas para a validação do modelo proposto e os resultados obtidos com as instâncias geradas a partir dos dados reais coletados na Fábrica L. Por fim, elencamos no Capítulo 7 as considerações finais do trabalho e possibilidades para a continuação da pesquisa.

Capítulo 2

Modelos de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque

Neste capítulo, fazemos uma breve revisão dos problemas essenciais para a compreensão dos modelos integrados. Dentre eles, os problemas de dimensionamento de lotes (PDL) monoestágio e multiestágio, problemas tradicionais de corte de estoque (PCE) e o corte de estoque multiperíodo. Revisamos também a resolução do PCE pelo algoritmo simplex com geração de colunas e alguns modelos matemáticos para a geração de padrões de corte bidimensionais.

2.1 O problema de dimensionamento de lotes

No planejamento e otimização da produção, dimensionar lotes é uma das principais decisões a serem tomadas. O estudo do problema de dimensionamento de lotes (PDL) surge provavelmente com o trabalho de Harris, em 1915, com o EOQ (*Economic Order Quantity*) que propõe a primeira formulação quantitativa do dimensionamento de lotes. O horizonte de planejamento é infinito, sem restrições de capacidade, demanda estacionária e um único produto. Essas características possibilitam encontrar a solução ótima facilmente. Um tratamento diferente para o problema foi dado por Wagner & Whitin ao considerar um horizonte de planejamento finito dividido em períodos discretos e demanda variando ao longo dos períodos, como é detalhado na revisão de Drexl & Kimms (1997). A literatura

sobre o PDL e seus métodos de solução é vasta. Nesta revisão atemo-nos aos problemas com características do caso abordado.

O PDL consiste basicamente em decidir o número de lotes a serem produzidos e o período (dias, semanas, meses, etc...) do horizonte de planejamento no qual serão produzidos (Bahl *et. al*, 1987).

Os objetivos clássicos do PDL são: minimizar os custos de produção, estoque e *setup*. Segundo as necessidades de cada setor, também podem ser considerados outros objetivos tais como: a minimização dos tempos de *setup*, horas extras e outros. Algumas restrições devem ser consideradas para o modelo manter-se realístico. Restrições de atendimento à demanda, limites de estoque e restrições de capacidade são usuais do PDL.

Segundo Bahl *et al.* (1987), o PDL é classificado em: **monoestágio** quando os produtos finais independem entre si, ou seja, nenhum produto depende da pré-produção de outro produto e **multiestágio** quando os produtos finais tem inter-relações entre si e demandam a produção, a *priori*, de componentes de sua estrutura.

Além da definição dos estágios, algumas considerações são essenciais do ponto de vista de modelagem do PDL:

Quantidade de produtos: Produto único ou multi-produto

Ambiente produtivo:

- *Flow shop*: Máquinas ligadas em série com produtos que possuem o mesmo roteiro de processos (fluxo contínuo) e uma máquina em cada estágio de produção.
- *Job shop*: Ambiente em que cada produto tem um ciclo próprio e fluxo discreto.
- *Open shop*: Ambiente de produção aberto em que não há ordem de operações na execução das tarefas.
- Híbridos: Ambientes que agregam propriedades mútuas.(Pinedo, 2008).

Restrições sobre capacidade: As restrições de capacidade produtiva podem ser o tempo de funcionamento da fábrica, restrições sobre o maquinário, recursos humanos e ou-

tros. O problema com restrições de capacidade é conhecido na literatura como CLSP - *Capacited Lot Sizing Problem.*

Restrições de matéria-prima: Referem-se a disponibilidade da matéria-prima em cada período do horizonte de planejamento.

***Setup*:** Considerações sobre a inserção dos tempos de *setup* também são relevantes para a formulação e análise de complexidade.

2.1.1 PDL monoestágio

O PDL monoestágio caracteriza-se pela independência de seus produtos finais durante a produção, ou seja, os produtos não demandam a pré-produção de componentes de sua estrutura. A importância dos modelos monoestágio é reforçada uma vez que modelos multi-estágio podem ser relaxados para a situação monoestágio, possibilitando a utilização de suas abordagens de solução (Pochet & Wolsey, 2006).

Apresentaremos a seguir algumas formulações importantes do PDL monoestágio. Os modelos tem algumas características comuns. O horizonte de planejamento é dividido em períodos, os custos (produção, estoque e *setup*) e a demanda são supostos conhecidos (modelos determinísticos) podendo variar ao longo do horizonte de planejamento.

Seguem os índices, parâmetros e variáveis para os modelos de dimensionamento de lotes monoestágio e multiestágio.

Índices

$t = 1, \ldots, T$: períodos

$f = 1, \ldots, F$: produtos

Parâmetros

c_t : custo de produção do produto no período t

c_{ft} : custo de produção do produto f no período t

h_t : custo de estoque do produto no período t

h_{ft} : custo de estoque do produto f no período t

cs_{ft} : custo de preparação da máquina para produção do produto f no período t

D_t : demanda do produto no período t

D_{ft} : demanda do produto f no período t

C_t : limite de capacidade produtiva no período t

v_f : tempo de produzir o produto f

m_f : tempo de *setup* do produto f

rp_{fj} : número de componentes do tipo f, necessários para a produção de uma unidade do produto j

$S(f)$: conjunto dos componentes imediatamente sucessores a f

M : número grande

Variáveis

X_t : número do produto fabricados no período t.

X_{ft} : número dos produtos f fabricados no período t.

I_t : número do produto estocado no período t.

I_{ft} : número dos produtos f estocados no período t.

Z_{ft} : variável binária que indica ou não a produção do produto f no período t.

O modelo (2.1)-(2.3) representa o dimensionamento da produção de um único produto (X_t) durante um horizonte de planejamento de T períodos.

$$\min \quad \sum_{t=1}^{T}(c_t X_t + h_t I_t) \tag{2.1}$$

s.a:

$$X_t + I_{t-1} - I_t = D_t \qquad t = 1, \ldots, T \tag{2.2}$$

$$X_t, I_t \geq 0 \qquad t = 1, \ldots, T \tag{2.3}$$

A função objetivo (2.1) consiste simplesmente em minimizar o custo de produção (c_t) e estoque (h_t). As restrições (2.2) garantem o atendimento à demanda e as restrições (2.3) representam o domínio das variáveis. O modelo (2.1)-(2.3) é resolvido pelo algoritmo ótimo de Wagner & Whitin. Drexl & Kimms (1997) discutem que esse problema pode ser tratado como um problema de caminho mínimo. A solução do modelo é a programação lote-a-lote, a menos que a diferença entre c_t com $t \in \{t+1 \dots T\}$ e h_t compense o estoque do produto à produção no referido período t.

O modelo (2.4)-(2.7) é uma extensão do PDL (2.1)-(2.3) para o caso multi-produto com a inclusão das restrições de capacidade (2.6).

$$\min \quad \sum_{f=1}^{M} \sum_{t=1}^{T} (c_{ft} X_{ft} + h_{ft} I_{ft}) \tag{2.4}$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = D_{ft} \qquad f = 1, \dots, F,\ t = 1, \dots, T \tag{2.5}$$

$$\sum_{f=1}^{F} v_f X_{ft} \leq C_t \qquad t = 1, \dots, T \tag{2.6}$$

$$X_{ft}, I_{ft} \geq 0 \qquad f = 1, \dots, F,\ t = 1, \dots, T \tag{2.7}$$

Em alguns contextos é necessário garantir o preparo da máquina para a produção. Billington *et. al* (1994) discutem o fato da inclusão ou não dos tempos de *setup*, sugerindo casos em que esse tempo pode ser desconsiderado. Trigeiro *et. al* (1989) mostram exemplos que tais parâmetros não devem ser ignorados (problemas de sequênciamento da produção).

O modelo (2.8)-(2.12) é a reformulação clássica do PDL com restrições de capacidade,

monoestágio e multi-produto que considera o *setup*:

$$\min \quad \sum_{f=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}(c_{ft}X_{ft} + h_{ft}I_{ft} + cs_{ft}Z_{ft}) \tag{2.8}$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = D_{it} \qquad f = 1,\ldots,F,\ t = 1,\ldots,T \tag{2.9}$$

$$\sum_{f=1}^{N}(v_f X_{ft} + m_f Z_{ft}) \leq C_t \qquad t = 1,\ldots,T \tag{2.10}$$

$$X_{ft} \leq M Z_{ft} \qquad f = 1,\ldots,F,\ t = 1,\ldots,T \tag{2.11}$$

$$X_{ft}, I_{ft} \geq 0, Z_{ft} \in \{0,1\} \qquad f = 1,\ldots,F,\ t = 1,\ldots,T \tag{2.12}$$

Além dos custos de produção e estoque a função objetivo (2.8) minimiza o custo (cs_{ft}) de *setups* (quando $cs_{ft} = 1$, minimiza o número de *setups*). A restrição (2.9) e o domínio das variáveis (X) e (I) são equivalentes às do modelo (2.4)-(2.7). A restrição de capacidade (2.10) estabelece que a soma dos tempos de produção e preparação não deve exceder a capacidade produtiva em cada período de tempo. A restrição (2.11) garante a produção de cada produto X_{ft} somente quando a variável binária de *setup* $Z_{ft} = 1$, ou seja, só haverá produção se a máquina estiver preparada.

Alguns trabalhos consideram o número M da restrição (2.11) como na expressão (2.13):

$$M = min\left\{\frac{C_t - v_f}{m_f}, \sum_{j=t}^{T} D_{fj}\right\} \tag{2.13}$$

o resultado representa o mínimo entre a capacidade produtiva disponível no período ou a demanda restante do período corrente até o final do horizonte de planejamento.

Florian *et.al* (1980) mostraram que, o PDL que otimiza a produção de um único produto, considera restrições de capacidade e custo de *setup* é NP-*hard*, Bitran & Yanasse (1982) mostraram que o PDL pode ser resolvido em tempo polinomial para alguns casos, porém com a inclusão de um segundo produto o problema torna-se NP-*hard*. A dificuldade na resolução do modelo (2.8)-(2.12) encontra-se nas variáveis binárias Z_{ft} de *setup*. Se os tempos de *setup* são considerados, Maes *et. al* (1991) mostram que o problema é

NP-completo.

Muitas heurísticas foram propostas para a resolução do PDL (2.8)-(2.12). Dentre estas podemos citar as heurísticas lagrangianas que dualizam as restrições de capacidade e utilizam métodos, como o subgradiente (Camerini *et al*, 1975), para encontrar valores para as variáveis duais e melhorar a função objetivo iterativamente.

Surge uma dificuldade quando o problema é relaxado, em alguns períodos a capacidade pode ser violada, exigindo um processo de factibilização. Nessa linha citamos os trabalhos de Trigeiro et al. (1989) e Araújo e Arenales (2000). A Figura 1 mostra de maneira simplificada o processo de resolução das heurísticas lagrangianas.

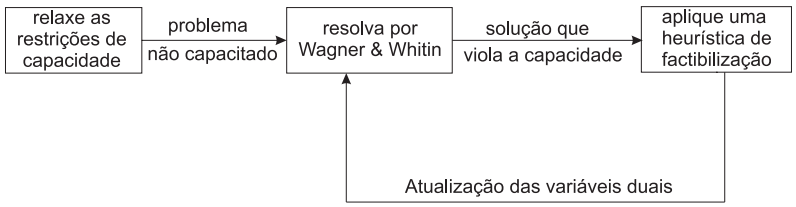


Figura 1: Fluxograma básico da heurística proposta por Trigeiro et al.(1989)

Como boas revisões do PDL monoestágio, citamos Bahl *et. al* (1987), Drexl & Kimms (1997), Karimi *et. al* (2003) e Jans e Degraeve (2008).

2.1.2 PDL multiestágio

O PDL multiestágio surge nos processos produtivos em que produtos finais demandam a pré-produção de componentes de sua estrutura. Essa relação de dependência pode ser visualizada por meio da Figura 2. O grafo mostra que o produto (A) demanda a produção de 2 unidades do produto (B) e 1 do produto (C). Denomina-se que o produto (A) é sucessor de (B) e (C).

No caso multiestágio, existe a necessidade de atender a demanda dos produtos componentes, conhecida como demanda interna. Por exemplo, na análise da produção do produto (A) (Figura 2), se uma unidade de (A) for produzida devemos assegurar que no mínimo 8 unidades de (D) e 2 de (B) serão produzidas para atender a demanda interna

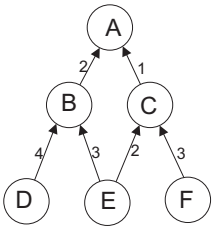


Figura 2: Grafo que representa a estrutura do produto

(uma vez que são 4 unidades de D para a produção de B e 2 de B para a produção de A).

Dependendo da análise, um problema modelado como monoestágio pode ser formulado como multiestágio. Por exemplo, na indústria moveleira os produtos finais (*e.g* guarda-roupas, camas, mesas, cômodas) demandam a pré-produção de componentes como gavetas, molduras de espelhos, portas, cabideiros, corrediças e demais peças.

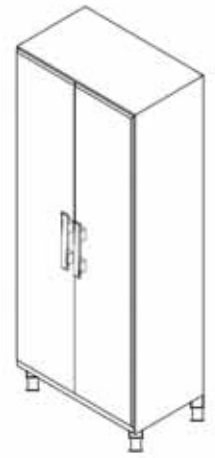


Figura 3: Produto final

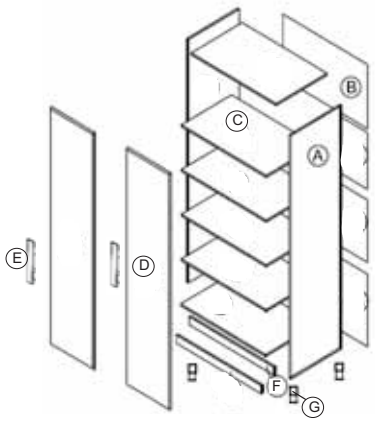


Figura 4: Composição estrutural do produto

As Figuras 3 e 4 mostram que tratando a variável relacionada ao produto como na Figura 3 temos uma situação de problema monoestágio, ou considerando suas partes como componentes estruturais e demanda interna pode-se pensar em uma formulação multiestágio.

O modelo (2.14)-(2.18), é uma formulação geral para o problema multiestágio e multi-

produto com restrições de capacidade.

$$\min \quad \sum_{f=1}^{F}\sum_{t=1}^{T}(c_{ft}X_{ft} + h_{ft}I_{ft} + cs_{ft}Z_{ft}) \tag{2.14}$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = D_{ft} + \sum_{j\in S(f)} rp_{fj}X_{jt} \quad f = 1,\ldots,F,\ t = 1,\ldots,T \tag{2.15}$$

$$\sum_{f=1}^{F}(v_f X_{ft} + m_f Z_{ft}) \leq C_t \qquad t = 1,\ldots,T \tag{2.16}$$

$$X_{ft} \leq MZ_{ft} \qquad f = 1,\ldots,M,\ t = 1,\ldots,T \tag{2.17}$$

$$X_{ft}, I_{ft} \geq 0, Z_{ft} \in \{0,1\} \qquad f = 1,\ldots,M,\ t = 1,\ldots,T \tag{2.18}$$

Este modelo difere do modelo monoestágio (2.8)-(2.9) pela restrição (2.15) que impõe o atendimento à demanda dos produtos sucessores.

Entre outros fatores, a forma de modelar um problema de dimensionamento de lotes como multiestágio ou monoestágio é dependente da tipologia de representação do produto, que pode ser encontrada em Pochet & Wolsey (2006). Maes *et al.* (1991) propõem soluções heurísticas para o problema, Clark e Armentano (1995) apresentam formulações para quatro tipos distintos de estrutura de produtos. Em Kuik (1994), encontramos uma revisão e classificações para o PDL multiestágio.

2.2 O problema de corte e empacotamento

Os problemas de corte e empacotamento são problemas de otimização combinatória de caráter geométrico. Consistem basicamente na combinação de peças menores alocadas em peças maiores chamadas **objetos** (Gilmory & Gomory, 1961). As peças menores devem respeitar as limitações físicas dos objetos aos quais foram atribuídas, sem haver sobreposição (Mosquera, 2007). Problemas de corte e empacotamento são frequentes, tanto na indústria, quanto fora do setor produtivo. Algumas aplicações são apresentadas na Tabela 1.

Problemas	Objetos	Peças	Dimensão
Alocação de comerciais de TV	tempo de cada intervalo	tempo de cada propaganda	1D
Corte de barras ou bobinas	barras ou bobinas	peças menores	1D
Alocação de caixas em carrocerias de caminhões	carroceria	caixas	3D
Corte de placas (madeira, vidro, papel,etc...)	placas	peças menores	2D
Corte de espuma	blocos de espuma	blocos menores	3D
Divisão de áreas	porção de terra	terrenos	2D

Tabela 1: Exemplos de aplicações dos problemas de corte e empacotamento

Os problemas de alocação ou empacotamento são tratados de forma equivalente ao problema de corte pela programação matemática (Arenales *et. al*, 2004). Essa equivalência pode ser notada na Figura 5.

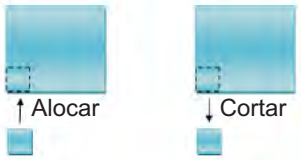


Figura 5: Equivalência entre os problemas de corte e empacotamento (Toscano, 2010)

Devido à grande diversidade dos problemas de corte e empacotamento, surge a necessidade de uniformização e classificação. Dyckhoff propôs em 1990 uma tipologia para tais problemas. Neste trabalho, o autor sublinha aspectos essenciais na natureza do problema como: dimensionalidade; suficiência de matéria-prima; sortimento dos objetos e sortimento das peças. Dyckhoff e Finke (1992) melhoraram a classificação proposta oferecendo uma vasta bibliografia constando problemas e relações entre os diferentes problemas de corte de estoque. Wäscher *et. al* (2007) contribuem com a tipologia, refinando os aspectos analisados anteriormente e acrescentando o critério de formato das peças (circulares, retilíneos, etc ...).

2.2.1 Problema de corte de estoque

Materiais como madeira, vidro, tecido, fibras e plástico são utilizados por diferentes setores da indústria gerando um sortimento muito grande de produtos, o que demanda

a produção de peças grandes (objetos) desses materiais. Cabe a cada aplicação (indústrias de transformação) o corte da matéria-prima em estoque (objetos) para fabricação específica de cada produto. O planejamento dos cortes dos objetos em estoque, para o atendimento da demanda por peças menores, de forma a evitar o desperdício de matéria-prima, é conhecido como problema de corte de estoque (PCE).

A rigor, problemas de corte de estoque (PCE) consistem na otimização do processo de corte de peças maiores, disponíveis em estoque, para a produção de peças menores, em quantidades encomendadas ou demandadas internamente para a manufatura dos produtos (Poldi e Arenales (2006)). A compreensão dos modelos de corte de estoque exige a apresentação de algumas definições. Como o escopo deste trabalho é o corte de objetos bidimensionais, algumas definições serão exibidas para esse caso particular.

Para o corte de estoque bidimensional, considere um conjunto de objetos retangulares em estoque e um conjunto de peças retangulares. O problema consiste em cortar os objetos de comprimento L e largura W de modo a atender a demanda de peças de comprimento l_p e largura w_p, com $(p = 1, \ldots, P)$, satisfazendo algum critério de otimização que pode ser: minimizar o número total de objetos cortados, a perda total de material ou objetivos correlatos. Supomos, sem perda de generalidade, que $l_p \leq L$ e $w_p \leq W$ com $p = 1, \ldots P$

Na Figura 6, podemos visualizar uma situação da divisão de um objeto de dimensões $(L \times W)$ em peças de dimensões $(l_p \times w_p)$, com $(p = 1, \ldots, 4)$.

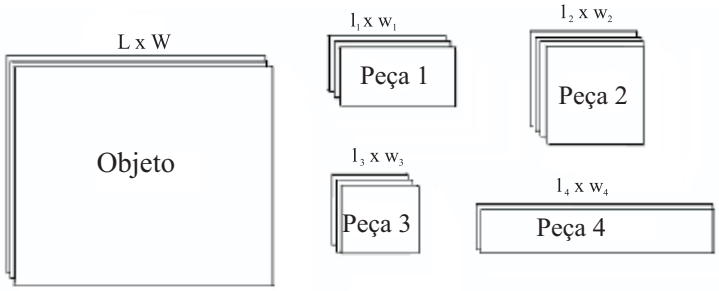


Figura 6: Representação do corte bidimensional de objetos retangulares para a produção de peças retangulares menores (Toscano (2010))

Definição 2.1. *A combinação geométrica das peças no objeto é chamada de* ***padrão de***

***corte**. Associamos um vetor $P-$dimensional a cada padrão de corte distinto ($A_j \in \mathbb{R}^P$).*

$$A_j = (a_{1j}, \ldots, a_{Pj})^T,$$

sendo a_{pj} o número de vezes que a peça p aparece no padrão j.

Um exemplo de padrão de corte bidimensional é observado na Figura 7. Sua expressão algébrica é denotada pelo vetor A_j:

$$A_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ a_{3j} \\ a_{4j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

O vetor A_j mostra que o padrão j tem 3 peças do tipo 1, 2 peças do tipo 2, 4 peças do tipo 3 e nenhuma peça do tipo 4.

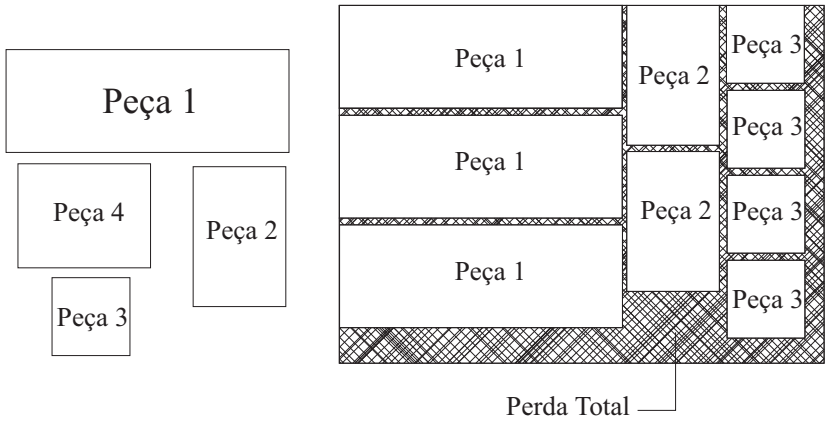


Figura 7: Exemplo de padrão de corte bidimensional

Seguem os parâmetros e variáveis utilizados nos modelos matemáticos de corte de estoque (PCE):

Índices

$p = 1, \ldots, P$: peças

$j = 1, \ldots, J$: padrões de corte

Parâmetros

co_j : custo do objeto j

q_p : demanda de peças do tipo p

a_{pj} : número de peças do tipo p constantes no padrão de corte do tipo j

Variáveis de decisão

y_j : número de objetos cortados de acordo com o padrão de corte j

Com as considerações básicas e a definição de padrão de corte, podemos apresentar o modelo clássico para o PCE proposto por **Gilmore & Gomory (1961)** definido pelas expressões (2.19)-(2.21).

$$min \quad \sum_{j=1}^{J} co_j y_j \tag{2.19}$$

$$s.a \quad \sum_{j=1}^{J} a_{pj} y_j \geqslant q_p \quad p = 1, \ldots, P \tag{2.20}$$

$$y_j \in \mathbb{Z}_+ \qquad j = 1, \ldots, J \tag{2.21}$$

A função objetivo (2.19) minimiza o custo com matéria-prima. Equivalentemente fazendo o parâmetro $co_j = 1$ a função objetivo minimiza o número de objetos a serem cortados. As restrições (2.20) garantem o atendimento à demanda por peças, permitindo excesso na produção. As restrições (2.21) definem o domínio das variáveis.

No modelo de Gilmore e Gomory os parâmetros (a_{pj}) compõem o padrão de corte associado à variável (y_j). Para a resolução desse modelo é necessário o conhecimento prévio de todos os J padrões de corte.

Gilmore & Gomory produziram na década de 60 alguns dos principais trabalhos para o problema de corte e empacotamento. Em 1961, os autores propuseram o método de geração de colunas (ainda largamente utilizado) para resolver o problema de corte de estoque unidimensional. Essa estratégia viabiliza a utilização do método Simplex para a resolução do problema. No trabalho de 1963 adaptaram os modelos desenvolvidos para a utilização na indústria de papel aplicado ao corte de bobinas. Em 1965, Gilmore & Gomory propõem uma resolução do PCE bidimensional por geração de colunas com os padrões de corte sendo gerados heuristicamente.

Pela grande aplicabilidade, os problema de corte e empacotamento vem sendo estudado por muitos grupos de pesquisadores, cabe citar como revisão bibliográfica o trabalho de Morabito & Arenales (1992) que realizam um *survey* sobre os problemas de corte e empacotamento. O trabalho de Dyckhoff (1990) é considerado pioneiro no âmbito de classificação dos problemas de corte e empacotamento. É fundamental relacionar livros específicos como Dyckhoff & Finke (1992), Martello & Toth (1990) e livros como Lasdon (2002) e Chvátal (1983) que dedicam capítulos específicos ao tema.

2.2.2 Método de resolução para o PCE

Nesta seção discutimos as dificuldades na resolução do PCE e descrevemos o método simplex com geração de colunas. Para resolução do modelo PCE (2.19) - (2.21) encontramos duas dificuldades principais:

- A restrição de integralidade das variáveis y_j referentes ao número de objetos cortados segundo o padrão de corte do tipo j.
- O número muito grande de tipos de padrões de corte J que podem ser gerados. Em problemas de grande porte chegam a ordem das centenas dos milhares e até dos milhões (Mosquera, 2007).

A primeira dificuldade é contornada fazendo a relaxação linear das variáveis y_j e a segunda é resolvida com o método de geração de colunas, o qual trabalha com os padrões

de corte de forma implícita.

Considere a seguinte relaxação linear do PCE:

$$Z_{RL} = \quad min \quad \sum_{j=1}^{J} co_j y_j, \tag{2.22}$$

$$s.a \tag{2.23}$$

$$\sum_{j=1}^{J} a_{pj} y_j \geq q_p, \quad p = 1, \ldots, P \tag{2.24}$$

$$y_j \in \mathbb{R}_+, \quad j = 1, \ldots, J. \tag{2.25}$$

O passo inicial primal-simplex busca encontrar uma partição inicial básica $A = [B \mid N]$ para o problema, onde B é uma matriz não-singular e N a matriz não-básica. Os vetores $co = [co_B \mid co_N]$ e $y = [y_B \mid y_N]$ são, respectivamente, as partições dos vetores custo e das variáveis. Frequentemente, a matriz básica inicial é formada pelas colunas relativas aos padrões homogêneos:

Definição 2.2. *Um padrão de corte que produz um único tipo de peça é chamado* ***padrão de corte homogêneo****.*

Algebricamente, um padrão de corte é dito homogêneo, se o vetor associado ao padrão tiver apenas uma das p coordenadas não nula: $A_j = (0, \ldots, a_{pj}, \ldots, 0)^T$ é o vetor associado a um padrão de corte homogêneo que produz a peça p. Quando o máximo de peças do tipo p são alocadas em um padrão homogêneo, este é chamado padrão homogêneo maximal.

$$a_{pj} = \begin{cases} \left\lfloor \frac{L}{l_p} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{W}{w_p} \right\rfloor, & \text{se } p = j, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Os padrões homogêneos definem uma matriz diagonal de ordem P.

Tomando a matriz dos padrões homogêneos maximais (diagonal e invertível) como solução básica inicial e supondo o $posto(A) = P$, temos a matriz não-básica $N \in \mathbb{Z}^{P \times J-P}$ e a matriz básica $B^{P \times P}$ como segue:

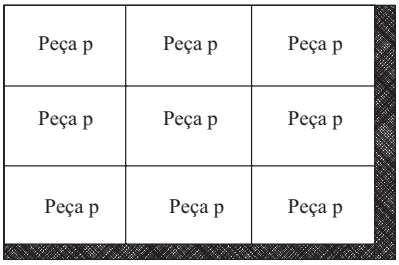


Figura 8: Padrão de corte homogêneo maximal bidimensional para uma peça p

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & a_{PP} \end{pmatrix}$$

Considere NB o conjunto das colunas não-básicas da matriz N. Dada a solução básica inicial, o próximo passo é o cálculo dos custos relativos das variáveis não-básicas. Porém $J \gg P$, o que torna inviável a definição à *priori* de todos os $(J - P)$ possíveis padrões de corte e o cálculo dos custos relativos associados, dado pela expressão (2.26).

$$\hat{co}_j = co_j - \pi^T A_j, \quad j \in NB. \tag{2.26}$$

O vetor π é o vetor dual relativo às restrições (2.24) que é calculado de acordo com (2.27).

$$\pi^T = co_B^T B^{-1}. \tag{2.27}$$

Gilmore e Gomory (1961, 1963, 1965) contornam a dificuldade de calcular todos os custos relativos $\hat{co}_j$ propondo o método de geração de colunas. No método as colunas não básicas são tratadas de maneira implícita, a escolha da melhor coluna se dá através da resolução do subproblema conhecido na literatura como *pricing*:

$$Z_{SUB} = \quad min \quad (co_j - \pi^T A_j), \quad j \in NB \tag{2.28}$$

$$s.a \quad A_j \quad \text{é um padrão de corte} \tag{2.29}$$

Note que o critério de otimização em (2.28) é equivalente ao uso da regra de Dantzig para a escolha da variável não-básica candidata a entrar na base. Para algum $k \in NB$, Z_{SUB} é o menor custo relativo associado à base atual, se $Z_{SUB} \geqslant 0$ a solução atual é ótima, caso contrário a coluna A_k gerada com a resolução do subproblema é inserida na base. O processo continua até a obtenção de uma base ótima.

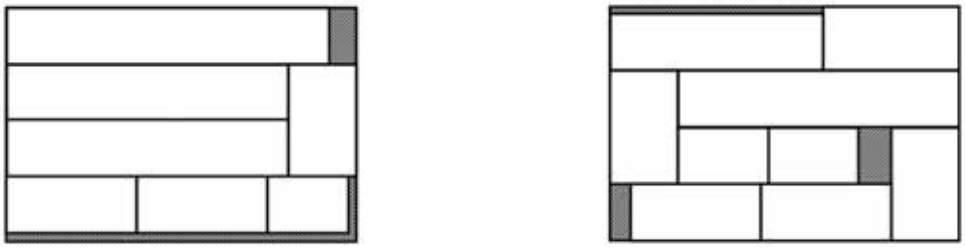
O algoritmo simplex detalhado exibindo os passos que determinam a coluna que dará lugar à coluna candidata e o tamanho do passo, pode ser encontrado em livros de programação matemática como Bazaara *et.al* (1990) e Lasdon (2002). Um algoritmo geral sobre a decomposição de Dantzig & Wolfe com resolução por meio da geração de colunas é exibido e explanado em Maculan e Fampa (2006). Detalhes sobre a geração de colunas proposta por Gilmore e Gomory e a demonstração de equivalência entre modelos para o PCE são feitos por Vance (1998).

2.2.3 Geração de padrões de corte bidimensionais

Na resolução do subproblema (2.28) - (2.29) há necessidade de restrições que imponham que a coluna gerada (A_k) seja um padrão de corte. Para o caso **unidimensional**, o subproblema é um problema clássico da mochila como apresentado por Gilmore & Gomory (1961 e 1963). Para o caso **bidimensional** a formulação da restrição (2.29) depende de especificações próprias de setor industrial e da máquina de corte.

O maquinário da indústria moveleira exige padrões de corte com características próprias. Antes da exibição dos modelos para a geração de padrões de corte bidimensionais, algumas definições são necessárias e facilitam o entendimento dos tipos de cortes possíveis de serem realizados nas máquinas e do tipo de padrão preferido pela indústria.

Definição 2.3. *Um corte é* ***guilhotinado ortogonal*** *ou simplesmente guilhotinado quando divide um objeto retangular em dois novos retângulos. Um padrão de corte composto apenas por cortes guilhotinados é chamado padrão de corte guilhotinado (Arenales* et. al*, 2004).*



(a) Guilhotinado (b) Não Guilhotinado

Figura 9: Exemplo de padrão de corte Guilhotinado e Não-Guilhotinado (Toscano, 2010)

A Fábrica L só utiliza padrões de corte guilhotinados. A Figura 10, representa um esquema da máquina seccionadora, vista de cima. O detalhe do corredor da serra possibilita o entendimento da necessidade desse tipo de corte. A exigência desse tipo de padrão dificulta o problema de alocação das peças no objeto.

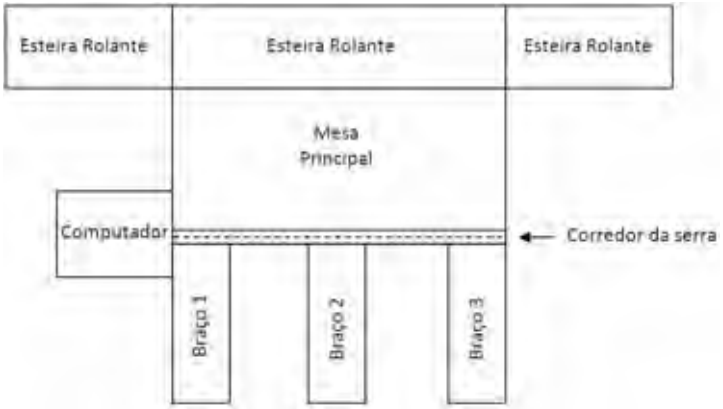


Figura 10: Seccionadora automática (Toscano, 2010)

A sequência de como os cortes guilhotinados serão feitos é organizada por estágios. O número de estágios de um padrão de corte é determinado pela quantidade de vezes que o objeto (ou a serra) deve ser rotacionado para obtenção de todas as peças do padrão de corte em questão.

Definição 2.4. *Seja R o número de giros de $90°$ necessários para que todas as peças sejam cortadas. Dizemos que $k = R + 1$ é o número estágios do padrão.*

Para a produção das peças constantes no padrão de corte da Figura 11, após o corte relativo ao primeiro estágio é feita a rotação do objeto, daí $R = 1$ e $k = 2$. Há necessidade

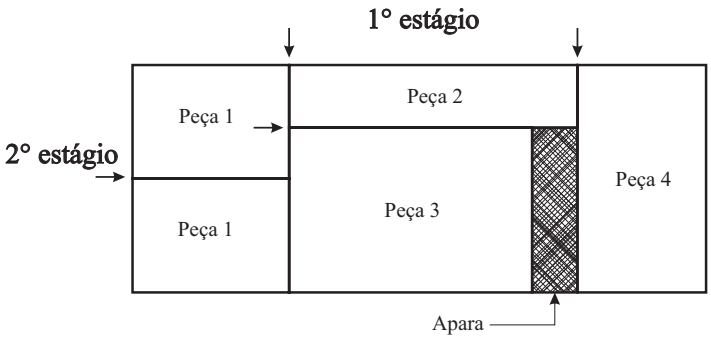


Figura 11: Padrão de corte guilhotinado $k = 2$ (2-estágios) (Arenales *et al.*, 2004)

de "apara", um tipo de corte, feito por máquinas secundárias, que não é considerado para o cálculo dos estágios.

Definição 2.5. *A **perda total** é a parte do objeto cujas dimensões não foram pré-definidas, representada na Figura 7 pela parte hachurada. Neste trabalho, a perda é calculada a partir da expressão:*

$$perda_j = LW - \sum_{p=1}^{P}(l_p w_p a_{pj}) \tag{2.30}$$

Definição 2.6. *Quando existe uma limitação nas quantidades de cada tipo de peça que compõe o padrão dizemos que este é um **padrão de corte restrito**.*

A utilização dos padrões de corte restritos é viável em algumas situações. Por exemplo em um objeto de dimensões $(L \times W) = (2750 \times 1850)$ e uma peça p de dimensões $(l_p \times w_p) = (500 \times 30)$, o padrão homogêneo maximal produz 305 peças. Caso a demanda seja baixa pode ser um padrão desinteressante.

Um tipo de padrão muito utilizado na indústria de móveis são os padrões de corte 2−estágios. Embora também ocorra a utilização de padrões de 3-estágios, pois, eventualmente, apresentam perda menor (Rangel e Figueiredo, 2008). Arenales *et. al* (2004), fazem uma revisão bibliográfica de trabalhos que propõem modelos e heurísticas de geração de padrões de corte bidimensionais 2-estágios. Uma estratégia consiste basicamente em:

- definir as melhores faixas $L \times w_p$ que poderão compor o melhor padrão de corte

para a placa $L \times W$. Definir as faixas é equivalente a resolver vários problemas da mochila (um para cada largura das peças).

- determinar quantas vezes cada faixa deve ser utilizada no padrão.

Neste trabalho, utilizamos um tipo de padrão de corte estagiado definido por Gilmore e Gomory (1965) como padrões n-grupos.

Definição 2.7. *Padrão tipo* $1-$*grupo ou tabuleiro, é um padrão* $2-$*estágios em que as faixas resultantes do* $1°$ *estágio são cortadas simultaneamente no* $2°$ *estágio. Padrões* $\boldsymbol{n-grupos}$*, são formados por n partes em que cada uma das partes é um padrão* $1-$*grupo (Gilmore e Gomory, 1965).*

A Figura 12 mostra 4 exemplos de padrões $n-$grupos, os padrões $1-$grupo, $2-$grupos, $3i-$grupos (padrões $2-$estágios) e os padrões $3T$ grupos (padrões $3-$estágios).

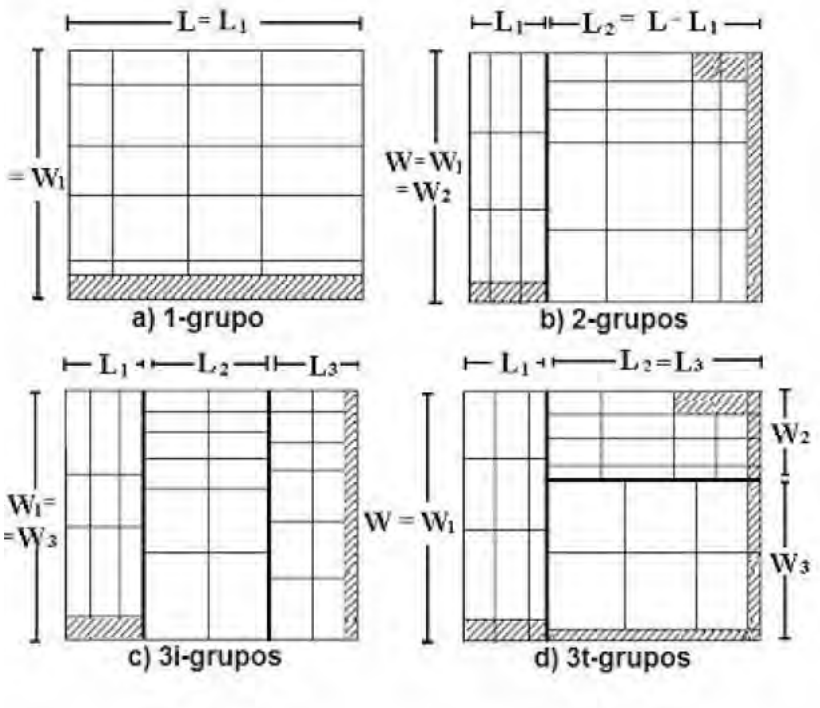


Figura 12: Padrões de corte $n-$grupos (Toscano, 2010)

No caso dos padrões $2-$grupos (Figura 12-b) o corte principal é feito na vertical (ou horizontal sem perda de generalidade) ficando o objeto dividido em 2 subobjetos e cada um desses subojetos preserva a característica $1-$grupo. Nos padrões $3i-$grupos, os cortes principais são feitos na vertical e o objeto é dividido em 3 subobjetos do tipo $1-$grupo, os quais serão cortados de maneira completa no próximo estágio, assim são necessários 2 estágios para cortar os padrões $3i-$grupos. Os padrões $3T-$grupos, que tem o formato da letra T como sugere a Figura 12-d, são padrões $3-$estágios divididos em 3 subobjetos $1-$grupo após os 2 primeiros estágios e finalizados no terceiro estágio.

Como as peças são obtidas simultaneamente, após o 2^o estágio, nos padrões 1-grupo e 2-grupos, esse tipo de padrão estagiado incorpora agilidade ao processo de corte. O que explica a preferência da indústria por esses tipos de padrões. Faccio e Rangel (2009) mostraram a relação entre a quantidade de grupos e o aproveitamento da matéria-prima.

Yanasse e Morabito (2008) apresentam o modelo não linear (2.31) - (2.36) de geração de padrões de corte estagiados 2-grupos e uma estratégia de linearização que gera o modelo

(2.50) - (2.58) equivalente e linear.

Para a descrição dos modelos considere os símbolos definidos anteriormente e os índices, parâmetros e variáveis definidos a seguir:

Índices

$h = 1, 2$: subobjetos

$k = 1, \ldots, K$: faixas de comprimentos distintos

$d = 1, \ldots, D$: faixas de larguras distintas

$s = 1, \ldots, s_k$: número de dígitos necessários para representar $\left\lfloor \frac{L}{l_k} \right\rfloor$ na notação binária

Parâmetros

(L, W) : comprimento e largura do objeto

(l_p, w_p) : comprimento e largura da peça p

v_{pkd} : valor da peça p incluída em um retângulo (l_k, w_d)

Variáveis

β_{ksh} : dígito binário $(0, 1)$ associado a decomposição do número de vezes que o comprimento l_k é cortado ao longo do subobjeto h para cada $s \in s_k$

λ_{kh} : número de vezes que o comprimento l_k é cortado ao longo do comprimento do subobjeto h

μ_{dh} : número de vezes que a largura w_d é cortada ao longo da largura do subobjeto h

α_{pkdh} número de retângulos (l_k, w_d) que contém peças do tipo p no subobjeto h

f_{dksh} : número de retângulos (l_k, w_d) no subobjeto h para cada $s \in s_k$

L_h : comprimento do subobjeto h

W_h : largura do subobjeto h

Modelo não linear inteiro para a geração de padrões de corte bidimensionais guilhotinados 2-grupos:

$$Max \quad \sum_{h=1}^{2}\sum_{p=1}^{P}\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} v_{pkd}\alpha_{pkdh} \tag{2.31}$$

$$s.a$$

$$\sum_{k=1}^{K} l_k\lambda_{kh} \leq L_h \quad \forall h \tag{2.32}$$

$$\sum_{d=1}^{D} w_d\mu_{dh} \leq W_h \quad \forall h \tag{2.33}$$

$$\sum_{p=1}^{P} \alpha_{pkdh} \leq \lambda_{kh}\mu_{dh} \quad \forall k, d, h \tag{2.34}$$

$$\sum_{h=1}^{2}\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} \alpha_{pkdh} \leq q_p \quad \forall p \tag{2.35}$$

$$\lambda_{kh},\ \mu_{dh},\quad \alpha_{pkdh} \in \mathbb{Z}_+ \tag{2.36}$$

A função objetivo (2.31) maximiza o valor total das peças constantes no padrão gerado. As restrições (2.32) e (2.33) garantem que o comprimento e largura respectivamente não excedam as restrições físicas do objeto em cada subobjeto h. As restrições (2.34) são não-lineares em virtude do produto das variáveis $\lambda_{kh}\mu_{dh}$. Esse termo corresponde ao número de retângulos $(l_k \times w_d)$ no padrão de corte. Esta restrição é responsável por limitar o total de peças de todos os tipos cortadas no padrão. As restrições (2.35) limitam as peças do padrão de corte (a ser gerado) pela demanda, garantindo um padrão de corte restrito. As restrições (2.36) referem-se a integralidade das variáveis.

Para linearização da restrição (2.34), Yanasse e Morabito (2006) apresentam uma estratégia baseada na representação binária de uma das variáveis do produto $\lambda_{kh}\mu_{dh}$. A estratégia é derivada do método proposto por Harjunkoski *et. al* (1997). No trabalho de 2006, os autores consideram o caso 1-grupo ($h = 1$) e, em 2008, generalizam para o caso $n-$grupos.

A variável λ_{kh} representa quantas vezes a faixa de comprimento l_k é cortada ao longo

do subobjeto h de comprimento L_h, logo:

$$\lambda_{kh} = \left\lfloor \frac{L_h}{l_k} \right\rfloor . \tag{2.37}$$

De acordo com a estratégia proposta o número $\left\lfloor \frac{L_h}{l_k} \right\rfloor$ deve ser transformado em binário. Considere uma variável binária β_{ksh} e s_k a quantidade de dígitos necessários para representar o número quisto na notação binária, daí:

$$2^{s_k-1} \leqslant \left\lfloor \frac{L_h}{l_k} \right\rfloor \leqslant 2^{s_k} \tag{2.38}$$

de modo que:

$$\lambda_{kh} = \left\lfloor \frac{L_h}{l_k} \right\rfloor = \sum_{s=1}^{s_k} 2^{s-1}\beta_{ksh}. \tag{2.39}$$

Substituindo λ_{kh} obtido em (2.39) na restrição (2.34), temos:

$$\sum_{p=1}^{P} a_{pkdh} \leq \lambda_{kh}\mu_{dh} = \sum_{s=1}^{s_k} 2^{s-1}\beta_{ksh}\mu_{dh}, \ \forall k, d, h. \tag{2.40}$$

Considere $f_{kdsh} = \beta_{ksh}\mu_{dh}$, logo se:

$$\begin{cases} \beta_{ksh} = 1 \Rightarrow f_{kdsh} = \mu_{dh} \\ \beta_{ksh} = 0 \Rightarrow f_{kdsh} = 0, \end{cases} \tag{2.41}$$

impondo restrições ao valor de f_{ksdh}, obtemos a linearização:

$$f_{ksdh} \leqslant \mu_{dh} \tag{2.42}$$

$$f_{ksdh} \geqslant \mu_{dh} - M(1 - \beta_{ksh}) \tag{2.43}$$

$$f_{ksdh} \leqslant M\beta_{ksh} \tag{2.44}$$

$$f_{kdsh} = \beta_{ksh}\mu_{dh} \geqslant 0. \tag{2.45}$$

Se $\beta_{ksh} = 0$, as inequações (2.44) e (2.45) garantem $f_{ksdh} = 0$. Se $\beta_{ksh} = 1$ a intersecção das restrições (2.42) e (2.43) implica $f_{ksh} = \mu_{dh}$. Substituindo a restrição (2.34) por:

$$\sum_{p=1}^{P} a_{pkdh} \leq \sum_{s=1}^{s_k} 2^{s-1} f_{ksdh} \tag{2.46}$$

$$f_{ksdh} \leqslant \mu_{dh} \tag{2.47}$$

$$f_{ksdh} \geqslant \mu_{dh} - M(1 - \beta_{ksh}) \tag{2.48}$$

$$f_{ksdh} \leqslant M\beta_{ksh}, \tag{2.49}$$

obtemos o modelo linear (2.50 - 2.58) para geração de padrões de corte bidimensionais restritos guilhotinados, 2-grupos:

$$Max \quad \sum_{h=1}^{2}\sum_{p=1}^{P}\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} v_{pkd}\alpha_{pkdh} \tag{2.50}$$

$$s.a \quad \sum_{k=1}^{K} l_k \sum_{s=1}^{s_k} 2^{s-1}\beta_{ksh} \leq L_h \quad \forall h \tag{2.51}$$

$$\sum_{d=1}^{D} w_d \mu_{dh} \leq W_h \quad \forall h \tag{2.52}$$

$$\sum_{p=1}^{P} \alpha_{pkdh} \leq \sum_{s=1}^{s_k} 2^{s-1} f_{kdsh} \quad \forall k, d, h \tag{2.53}$$

$$f_{kdsh} \leq \mu_{dh} \quad \forall k, d, s, h \tag{2.54}$$

$$f_{kdsh} \geq \mu_{dh} - M(1 - \beta_{ksh}) \quad \forall k, d, s, h \tag{2.55}$$

$$f_{kdsh} \leq M\beta_{ksh} \quad \forall k, d, s, h \tag{2.56}$$

$$\sum_{h=1}^{2}\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} \alpha_{pkdh} \leq q_p \quad \forall p \tag{2.57}$$

$$\beta_{ksh} \in \{0, 1\}; \quad \mu_{dh}, \quad \alpha_{pkdh}, \quad f_{kdsh} \in \mathbb{Z}_+ \tag{2.58}$$

Cabe ressaltar algumas considerações sobre o valor v_{pkd} de cada peça para obtenção de um padrão de corte não-exato (as peças precisam de aparas). O valor de cada peça (v_{pkd}) deve ser calculado como:

$$\begin{cases} v_{pkd}, & \text{se } l_p \leq l_k \text{ e } w_p \leq w_d, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

e para o caso exato:

$$\begin{cases} v_{pkd}, & \text{se } l_p = l_k \text{ e } w_p = w_d, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Seja $(\hat{\alpha}_{pkdh})$ a solução do problema (2.50-2.58), então a coluna gerada pela resolução do problema da geração de padrões de corte, para o problema mestre (2.19)-(2.21) é dada pela expressão:

$$A_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{pj} \\ \vdots \\ a_{Pj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1,d=1,h=1}^{K,D,2} \hat{\alpha}_{1kdh} \\ \sum_{k=1,d=1,h=1}^{K,D,2} \hat{\alpha}_{2kdh} \\ \vdots \\ \sum_{k=1,d=1,h=1}^{K,D,2} \hat{\alpha}_{pkdh} \\ \vdots \\ \sum_{k=1,d=1,h=1}^{K,D,2} \hat{\alpha}_{Pkdh} \end{pmatrix}. \tag{2.59}$$

Partindo do modelo geral de geração de padrões de corte (2.28) - (2.29), podemos desenvolver a função objetivo como:

$$Z_{SUB} = min \quad (co_j - \pi^T A_j). \tag{2.60}$$

Como co_j é constante para cada j, supomos (s.p.g) $co_j = co$, então:

$$Z_{SUB} - co = min \quad (-\pi^T A_j), \tag{2.61}$$

equivalentemente,

$$Z_{SUB} - co = max \quad (\pi^T A_j). \tag{2.62}$$

É relevante observar que as colunas (A_j) são tratadas de maneira implícita e o vetor (π) representa o custo (v_{pkd}) das variáveis (α_{pkdh}) que determinarão a coluna (A_j) por meio da resolução do modelo (2.31)-(2.36).

É ampla a literatura sobre geração de padrões de corte bidimensionais, devido à dificuldade na resolução de modelos inteiros existe uma vasta contribuição de heurísticas. Destacam-se nessa linha: Gilmore e Gomory (1965), Katsurayama e Yanasse (2004), Morabito e Arenales (1996) e Figueiredo e Rangel (2008). Modelos para a geração desses padrões são propostos por Lodi e Monaci (2003), Yanasse e Morabito (2006, 2008) e Yanasse *et. al* (2008). Trabalhos de estudos de caso foram realizados por Morabito e Belluzzo (2007) numa empresa moveleira de grande porte utilizando modelos lineares para geração de padrões de corte bidimensionais. Faccio e Rangel (2009) utilizam dados da mesma empresa, objeto de estudo desta dissertação, e analisam a eficiência dos modelos lineares inteiros na geração de padrões n-grupos e sua aplicação na geração de colunas do PCE.

2.3 O problema de corte de estoque multiperíodo

O problema de corte de estoque multiperíodo (PCEmp) consiste em resolver a cada período de um horizonte de planejamento finito, um problema de corte de estoque, para atender uma demanda de peças nos diversos períodos do horizonte de planejamento (Poldi e Arenales, 2010). Essa formulação permite antecipar ou não a produção de peças. Tal antecipação estimula a produção de melhores padrões por permitir mais possibilidades de combinações de peças.

Poldi e Arenales (2010) propõem um modelo do PCEmp com parâmetros referentes ao caso unidimensional. A resolução da relaxação linear do modelo é feita por meio de um algoritmo simplex com geração de colunas. No trabalho, os autores também propõem heurísticas de arrendondamento da solução fracionária do primeiro período (horizonte de planejamento rolante). Frequentemente o PCEmp é integrado a outros problemas da programação da produção, como o dimensionamento de lotes. Trabalhos como Farley (1988), Nonas e Thorstenson (2000 e 2008), Santos *et. al* (2011), Gramani *et.al* (2010), Ghidini e Arenales (2009) e Alem e Morabito (2012) incorporam o PCEmp em modelos

integrados (Capítulo 3).

O PCEmp integrado a outros problemas, ou mesmo independentemente, exige a consideração de restrições como: *setup* da máquina de corte e capacidade. Essas adequações no PCEmp permitem a aplicação prática do problema. O PCEmp (2.63) - (2.67) é uma adaptação simples do modelo de Poldi e Arenales (2010), diferindo apenas pela incorporação das restrições de capacidade, consideramos apenas um tipo de objeto e assumimos que a quantidade de objetos disponíveis é ilimitada.

Considere os índices, parâmetros e variáveis definidos como anteriormente e, os descritos em seguida para o modelo PCEmp.

Índices

$t = 1, \ldots, T$: períodos

Parâmetros

h_p : custo de estoque das peças do tipo p

co : custo do objeto

C_t : capacidade da serra no período t

Variáveis

y_{jt} : número de objetos cortados no período t de acordo com o padrão de corte j

IP_{pt} : número de peças do tipo p em estoque no período t

$$\text{min.} \quad Z = \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} coy_{jt} + \sum_{p=1}^{P}\sum_{t=1}^{T} h_p IP_{pt} \tag{2.63}$$

s.a:

$$\sum_{j=1}^{J} a_{pj} y_{jt} + IP_{p,t-1} - IP_{pt} = q_p \qquad p = 1, \ldots, P; \quad t = 1, \ldots, T \tag{2.64}$$

$$\sum_{j=1}^{J} y_{jt} \leqslant C_t \qquad t = 1, \ldots, T \tag{2.65}$$

$$y_{jt} \in \mathbb{Z}_+, \qquad j = 1, \ldots, J; \quad t = 1, \ldots, T \tag{2.66}$$

$$IP_{pt} \in \mathbb{R}_+ \qquad p = 1, \ldots, P; \quad t = 1, \ldots, T \tag{2.67}$$

A função objetivo (2.63) consiste na minimização do custo da matéria-prima utilizada e custos de estoque de peças (h_p). As restrições (2.64) garantem o atendimento à demanda por peças (q_p). As restrições (2.65) limitam a quantidade de placas cortadas por período e as restrições (2.66) e (2.67) definem o domínio das variáveis.

As dificuldades na resolução do PCE multiperíodo são as mesmas do PCE de Gilmore & Gomory, integralidade das variáveis y_{jt} e grande quantidade de padrões de corte factíveis. A resolução adotada é a relaxação linear das variáveis (y_{jt}) e aplicação do método simplex com geração de colunas. Encontramos na literatura diversas heurísticas para o arredondamento da solução obtida. Poldi e Arenales (2006) fazem uma descrição das heurísticas mais utilizadas (construtivas e residuais).

De acordo com os trabalhos revisados e o estudo de caso realizado podemos afirmar que a prática industrial de indústrias moveleiras, em geral, opta pelo corte de estoque lote-a-lote (independente entre períodos). Exibimos a seguir um exemplo ilustrativo, com parâmetros retirados de Faccio (2008), que permite visualizar a vantagem do problema de corte de estoque multiperíodo em relação ao corte de estoque lote-a-lote.

Exemplo Ilustrativo - PCEmp

Considere um horizonte de planejamento de $T = 2$ períodos com capacidade $C_t = 120$ objetos por período, o corte de estoque de objetos bidimensionais de $(L, W) = (2750, 1850)mm$ e custo de R$ $45,00$ por objeto. Uma demanda de $P = 7$ tipos de peças de acordo com as características dadas na Tabela 2 e o custo de estoque de peças $h_p = 0,01 \cdot (l_p w_p / LW)$.

O método de resolução do exemplo é a geração de colunas (Seção 2.2.2). O subproblema *pricing* foi resolvido considerando padrões de corte 2-grupos. A Tabela 3 exibe a quantidade de objetos utilizados durante os 2 períodos, a perda oriunda do corte de estoque e o valor da função objetivo (F.O.) para o corte de estoque lote-a-lote e multiperíodo.

p	l_p	w_p	q_p
1	1049	452	200
2	499	452	200
3	452	429	80
4	1050	535	80
5	535	500	80
6	535	430	80
7	700	212	160

Tabela 2: Peças e demanda respectiva.

	Objetos	% Perda	F.O.
PCE	116	10,6	R$ 5.220,00
PCEmp	115	9,7	R$ 5.176,36

Tabela 3: Resultados do exemplo ilustrativo - PCEmp

De maneira simplificada, pode-se dizer que a vantagem do PCEmp sobre o PCE é devido à forma como o PCEmp é modelado. Ou seja, permitindo a antecipação da produção (peças) e o armazenamento em estoque. A antecipação desses lotes de peças permite que mais peças sejam consideradas na geração de padrões, em cada período, o que viabiliza a geração de padrões de corte melhores.

Capítulo 3

Problemas Integrados

Neste Capítulo, definimos o problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque (PIDC), revisamos os trabalhos pioneiros no tratamento de problemas integrados e trabalhos recentes sobre o problema. Na Seção 3.1 discutimos de maneira mais específica o problema de dimensionamento de lotes integrado ao corte de estoque bidimensional no contexto da fabricação de móveis. Também reproduzimos três modelos da literatura que nortearam as linhas gerais do modelo proposto.

O crescente avanço da capacidade de processamento digital tem viabilizado a utilização de modelos matemáticos de grande porte (várias restrições e variáveis), possibilitando a obtenção de modelos mais gerais. A tomada de decisões integradas como transporte e produção; dimensionamento de lotes e sequenciamento; dimensionamento de lotes e corte de estoque permitem resgatar a interdependência existente entre os problemas.

A rigor, o PIDC consiste em decidir o tamanho dos lotes de produtos finais que garantam o atendimento da demanda em cada período do horizonte de planejamento e quais serão os padrões de corte utilizados para suprir a demanda interna de peças, necessárias à produção dos lotes. Restrições inerentes ao dimensionamento de lotes e corte de estoque devem ser respeitadas. A função objetivo (*e.g.*) minimiza os custos de produção, estoque e *setup* (quando considerado) e custos com matéria-prima utilizada no corte de estoque (Santos *et. al*, 2011).

Diversas indústrias (têxteis, de papel, metalurgia, fundição e moveleiras) têm as decisões de dimensionamento de lotes e corte de estoque como as principais de seu cotidiano. Em geral, as indústrias resolvem os problemas por etapas. Primeiro é resolvido o problema de dimensionamento de lotes, e na segunda etapa, decidem quais serão os padrões de corte mais interessantes para os lotes demandados. A dificuldade com o corte de estoque leva algumas empresas a fixarem seus padrões de corte e resolverem apenas o PDL. As pesquisas sobre o tema têm indicado que os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque tem melhores resultados quando tratados em conjunto.

A Figura 13 pontua o início dos estudos de problemas integrados. O marco inicial são os estudos de Dantzig e Kantorovich (início da Pesquisa Operacional), por volta de 1940, e o ano de 1988, o início dos estudos de problemas integrados com Farley.

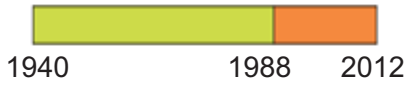


Figura 13: Visão geral do início do tratamento dos problemas integrados

Farley publicou em **1988**, provavelmente o primeiro trabalho que trata o problema de dimensionamento de lotes e corte de estoque de maneira integrada. O objeto para o estudo foi uma indústria de roupas. O autor propõe um modelo de otimização quadrática e um modelo de otimização inteiro misto que considera cortes com uma dimensão fixa e outra variável (rolo de tecido), com a programação da produção para um único período.

Hendry *et al.* (1996) estudaram o PIDC em uma indústria de fundição de cobre. O modelo proposto programa a quantidade de cobre a ser derretido para a fabricação de barras e o corte de estoque unidimensional das barras produzidas. No trabalho, os autores utilizam métodos heurísticos para obtenção das soluções.

Nonas & Thorstenson (2000 e 2008) tratam o PIDC em uma indústria que fabrica caminhões *off road*. O modelo considera custo de perda de material, estoque das peças e preparação da máquina de corte. A função objetivo do problema é quadrática e côncava com restrições lineares. Para a resolução do modelo proposto, no trabalho de 2000, foram

utilizados métodos heurísticos baseados em busca de vizinhança e aproximação sequencial (Haessler, 1971). Em 2008, os autores propõem um método de solução híbrido de geração de colunas com heurísticas de busca simples em árvore e sequencial.

Trabalhos integrando o PDL e o PCE em indústrias de papel foram realizados por Respício e Captivo (2002), Menon e Schrage (2002) e Poltroniere *et al.* (2008). O processo da produção de papel tem analogia com o da fundição, já que na primeira etapa as bobinas de papel são produzidas e cortadas posteriormente. Respício e Captivo (2002) e Menon e Schrage (2002) resolvem o problema pelo método de enumeração implícita *Branch and Price*. Poltroniere *et al.* (2008) propõe duas metodologias para resolução do problema: a primeira resolve o PDL, em seguida, o PCE e a segunda inverte a ordem de resolução. Em ambos os casos, o método de solução baseia-se na relaxação lagrangiana das restrições de integração. Citamos também o trabalho de Alem e Morabito (2012), no contexto de incertezas. São investigados modelos estocáticos e otimização robusta em uma empresa moveleira de pequeno porte.

3.1 Problemas integrados na indústria moveleira

Nesta Seção revisamos os trabalhos que estudaram o PIDC na indústria moveleira. É importante observar que muitos destes trabalhos utilizaram parâmetros da mesma fábrica que é objeto de estudo desta dissertação.

Considere os seguintes índices, parâmetros e variáveis para a leitura dos modelos:

Índices

$t = 1, \ldots, T$: períodos

$f = 1, \ldots, F$: produtos

$p = 1, \ldots, P$: peças

$e = 1, \ldots, E$: espessuras

$j = 1, \ldots, J$: padrões de corte

$\tau = 1, \ldots, \Theta$: subperíodos do primeiro período

$m = 1, \ldots, \Pi$: máquinas (exceto a seccionadora) da produção

$l = 1, \ldots, \Gamma$: grupos de produtos finais

Parâmetros

$p1$, $p2$, $p3$: funções penalidades para as variáveis de estoque I^1_{ft}, I^2_{ft} e I^3_{ft}, respectivamente

c_{ft} : custo de produção do produto f no período t

co^e_j : custo de cortar o objeto de espessura e de acordo com o padrão j

co^e : custo de cortar o objeto de espessura e

co : custo do objeto

h_{ft} : custo de estocagem do produto f no período t

$\underline{s}_f$: limite inferior do produto f

$\overline{s}_f$: limite superior do produto f

SIP^e_{pt} : capacidade de estoque de peças do tipo p do objeto e no período t

D_{ft} : demanda do produto f no período t

Λ : família dos grupos dos produtos que podem ser produzidos simultaneamente

Parâmetros

q_{pf}^{e} : número de peças do tipo p, necessárias à produção de uma unidade do produto f relativo à espessura e

cs_{jt} : custo de preparação da serra para o corte do padrão j no período t

ce_{ft} : custo de estoque por unidade do produto do tipo f no final do período t para atender demanda extra

tc_f : tempo para cortar as peças de um produto f

ts_j^e : tempo de preparar a serra para o padrão j do objeto e

tp_f : tempo de processar as peças necessárias para compor uma unidade do produto f (exceto a secccionadora)

tr_f : tempo necessário para furar todas as peças de um produto f

v_j^e : tempo de cortar o objeto de espessura e de acordo com o padrão j

v_j : tempo de cortar o objeto de acordo com o padrão j

b_p^e : tempo gasto para furar uma peça do tipo p de espessura e

α_{pm}^{e} : tempo necessário para processar a peça p de espessura e na máquina m

$CapS_t$: capacidade da serra cortar as peças dos produtos no período t

$CapM_t$: capacidade das máquina processarem os produtos no período t

$capF_t$: capacidade da furadeira no período t

C_t : limite de capacidade de cortar os objetos do período t

a_{pj}^{e} : quantidade de peças do tipo p e espessura e constantes no padrão de corte do tipo j

a_{pj} : quantidade de peças do tipo p constantes no padrão de corte do tipo j

$a_{pj\tau}^{e}$: quantidade de peças do tipo p e espessura e constantes no padrão de corte do tipo j no período τ

S : altura da serra

o^e : espessura do objeto e

M : número grande

Variáveis

X_{ft} : número do produto f fabricado no período t.

dex_{ft} : quantidade extra do produto f produzida no período t

I^1_{ft} : estoque de produto final f abaixo dos níveis desejados

I^2_{ft} : estoque de produto final f nos níveis desejados

I^3_{ft} : estoque de produto final f acima dos níveis desejados

I_{ft} : produto f estocado no período t

$IP^e_{p\tau}$: estoque da peça p de espessura e no período τ

IP_{pt} : estoque da peça p no período t

$y^e_{j\tau}$: número de objetos de espessura e cortados de acordo com o padrão de corte j no período τ

y_{jt} : número de objetos cortados de acordo com o padrão de corte j no período t

Q_{lt} : variável binária indicando se a fábrica está preparada para produzir produtos do grupo l no período t

$z^e_{j\tau}$: variável binária que indica se a fábrica está preparada para produzir peças do produto f no período τ

$Z^e_{j\tau}$: variável que indica se houve troca no padrão de corte da máquina seccionadora

Gramani e França (2006), propõem um modelo matemático integrando o problema de dimensionamento de lotes com o problema de corte de estoque bidimensional aplicado à indústria moveleira. Na modelagem proposta, a função objetivo minimiza custos de produção e estoque de produtos finais, custos de *setup* da máquina de corte e quantidade de objetos cortados. O modelo inteiro misto foi resolvido heuristicamente, baseado no problema do caminho mínimo. Cada período é representado por um nó da rede e cada arco está associado à capacidade de corte. Após a construção da rede (resolução dos problemas de corte) resta resolver um problema clássico de caminho mínimo. Os autores compararam os resultados do método utilizado com a prática usual da indústria de resolver

os problemas em separado. Os resultados do trabalho mostraram melhorias de até 28% com relação à prática da fábrica.

Santos *et. al* (2011) fazem um estudo de caso na Fábrica L e propõem um modelo integrado para a produção de móveis. A função objetivo consiste na minimização dos custos de *setup*, produção, estoque e custos com matéria-prima. O modelo considera restrições de atendimento à demanda de produtos finais, demanda interna de peças e restrições das capacidades da serra e demais máquinas (furadeira, cola-borda e pintura). O horizonte de planejamento rolante é utilizado para amortizar o impacto na incerteza da demanda. É feita uma comparação entre a resolução do modelo proposto com os padrões de corte utilizados pela fábrica L e com padrões de corte propostos por Figueiredo e Rangel (2008). No trabalho, os autores ainda propõem uma estratégia de redução de ciclos da serra por meio da canalização da restrição (3.13) do modelo (3.1) - (3.20).

Modelo de Santos *et. al* (2011):

$$\min \quad Z = \sum_{f=1}^{F}\sum_{t=2}^{T}(c_{f,t}X_{f,t} + p1(I_{ft}^{1}) + p2(I_{ft}^{2}) + p3(I_{ft}^{3})) + \sum_{\tau=1}^{\Theta}\sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J}(co_{j}^{e}y_{j\tau}^{e} + cs_{j\tau}^{e}z_{j\tau}^{e}) \tag{3.1}$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1}^{1} + I_{f,t-1}^{2} + I_{f,t-1}^{3} - I_{ft}^{1} - I_{ft}^{2} - I_{ft}^{3} = D_{ft} \qquad f = 1,\ldots,F;\ \ t = 1,\ldots,T \tag{3.2}$$

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{\tau=1}^{\Theta} a_{pj\tau}^{e}y_{j\tau}^{e} + IP_{p,\tau-1}^{e} - IP_{p\tau}^{e} = \sum_{f=1}^{F} q_{pf}^{e}X_{f1} \qquad p = 1,\ldots,P;\ \ e = 1,\ldots,E \tag{3.3}$$

$$\sum_{f=1}^{F} tc_{f}X_{ft} \leq CapS_{t} \qquad t = 2,\ldots,T \tag{3.4}$$

$$\sum_{f=1}^{F} tp_{f}X_{ft} \leq CapM_{t} \qquad t = 2,\ldots,T \tag{3.5}$$

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J}(v_{j}^{e}z_{j\tau}^{e} + ts_{j}^{e}Z_{j\tau}^{e}) \leqslant C_{t} \qquad t = 1 \tag{3.6}$$

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{p=1}^{P}\alpha_{pm}^{e}\left(\sum_{f=1}^{F} q_{pf}^{e}X_{f1}\right) \leqslant CM_{m} \qquad m = 1,\ldots,\Pi \tag{3.7}$$

$$I_{ft}^{1} \leqslant \underline{s_{f}} \ \ e \ \ I_{ft}^{2} \leqslant \bar{s_{f}} - \underline{s_{f}} \qquad f = 1,\ldots,F;\ \ t = 1,\ldots,T \tag{3.8}$$

$$IP_{p\tau}^{e} \leqslant SIP_{p}^{e} \qquad e = 1,\ldots,E;\ \ p = 1,\ldots,P;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.9}$$

$$\sum_{f\in l} X_{ft} \leqslant MQ_{lt} \qquad l \in \Lambda;\ \ t = 1,\ldots,T \tag{3.10}$$

$$\sum_{l\in\Gamma} Q_{lt} \leqslant 1 \qquad t = 1,\ldots,T \tag{3.11}$$

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J} z_{j\tau}^{e} \leqslant 1 \qquad \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.12}$$

$$y_{j\tau}^{e} \leqslant \left\lfloor \frac{S}{o^{e}} \right\rfloor z_{j\tau}^{e} \ \ t = 1,\ldots,T \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.13}$$

$$Z_{j\tau}^{e} \geqslant z_{j\tau}^{e} - z_{j\tau-1}^{e} \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.14}$$

$$X_{ft}, I_{ft}^{1}, I_{ft}^{2}, I_{ft}^{3} \in \mathbb{R}_{+} \qquad f = 1,\ldots,F;\ \ t = 1,\ldots,T \tag{3.15}$$

$$IP_{j\tau}^{e} \in \mathbb{R}_{+} \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ t = 1,\ldots,T \tag{3.16}$$

$$Z_{j\tau}^{e} \in \mathbb{R}_{+} \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.17}$$

$$y_{j\tau}^{e} \in \mathbb{Z}_{+} \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.18}$$

$$z_{j\tau}^{e} \in \{0,1\} \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.19}$$

$$Q_{lt} \in \{0,1\} \qquad l \in \Gamma;\ \ t = 1,\ldots,T \tag{3.20}$$

A função objetivo (3.1) consiste na minimização dos custos de estoque com produto final (p^1, p^2, p^3) a partir de uma função penalidade definida, custos com produção de produtos finais a partir de $t = 2$ e custos com matéria-prima e *setup* da máquina seccionadora para os subperíodos. As restrições (3.2) garantem o atendimento a demanda por produtos finais durante o horizonte de planejamento. As restrições (3.3) integram as variáveis de dimensionamento de lotes (X_{f1}) e corte de estoque $(y^e_{j\tau})$ e garantem o atendimento à demanda interna de peças. As variáveis $(IP^e_{p\tau})$ representam as peças que serão armazenadas em cada subperíodo. As restrições (3.4) e (3.5) impõem respeito à capacidade de serra e processamento (nas demais máquinas) dos produtos finais a partir de $t = 2$. As restrições (3.6) garantem respeito aos tempos de corte (v^e_j) e configuração na troca de padrão (ts^e_j) da seccionadora para o primeiro período. As restrições (3.7) impõem que o tempo que cada máquina consome ao processar as peças de cada produto final no primeiro período seja respeitado. As restrições (3.8) e (3.9) representam, respectivamente, os limites de estoque de produtos finais e peças. As restrições (3.10) garantem que só haverá produção de produtos finais pertencentes a um agrupamento Γ caso a fábrica esteja preparada, já as restrições (3.11) impõem que apenas um agrupamento de cada vez pode ser produzido pela fábrica em cada período. Como cada subperíodo considerado no modelo são os ciclos da serra, as restrições (3.12) garantem que em cada ciclo da serra seja cortado apenas um tipo de padrão e a restrição (3.13) limita o número máximo de objetos por ciclo. As restrições (3.14) faz o controle na mudança de padrões e o domínio das variáveis é descrito por (3.15) - (3.20).

Ghidini e Arenales (2009) analisam o compromisso que o tratamento integrado do PDL e PCE tem com a economia de matéria-prima por meio da antecipação de produção de alguns lotes de produtos finais. Duas heurísticas para o modelo relaxado (relaxação linear das variáveis X, I e y e desconsideração do *setup* da seccionadora) são propostas: a de acoplamento dos problemas e a de decomposição. A geração das colunas é feita de duas formas distintas: A primeira abordagem gera colunas (padrões 2-estágios) para cada sub-período do horizonte de planejamento rolante; a segunda, gera colunas e verifica a

possibilidade de aproveitamento destas colunas nos sub-períodos seguintes (o que pode diminuir o número de subproblemas a serem resolvidos). Em ambas heurísticas, o problema é resolvido de maneira satisfatória, porém a resolução integrada mostrou-se mais sensível à variação dos parâmetros dos problemas. Uma segunda vantagem frisada é o tratamento de infactibilidades: o dimensionamento de lotes resolvido separadamente não atende restrições de corte e furação.

Modelo inteiro de Ghidini e Arenales (2009):

$$\min \quad Z = \sum_{f=1}^{F}\sum_{t=1}^{T}(c_{ft}X_{ft} + h_{ft}I_{ft} + ce_{ft}dex_{ft}) + \sum_{\tau=1}^{\Theta}\sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J}(co^e y^e_{j\tau} + cs^e_{j\tau}z^e_{j\tau}) \tag{3.21}$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = d_{ft} + dex_{ft} \qquad f = 1,\ldots,F;\ \ t = 1,\ldots,T \tag{3.22}$$

$$\sum_{t=1}^{T}(d_{ft} + dex_{ft}) = D_f \qquad f = 1,\ldots,F \tag{3.23}$$

$$\sum_{f=1}^{F} tc_f X_{ft} \leq CapS_t \qquad t = 2,\ldots,T \tag{3.24}$$

$$\sum_{f=1}^{F} tr_f X_{ft} \leq CapF_t \qquad t = 2,\ldots,T \tag{3.25}$$

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{\tau=1}^{\Theta} a^e_{pj\tau}y^e_{j\tau} = \sum_{f=1}^{F} q^e_{pf}X_{f1} \qquad p = 1,\ldots,P;\ \ e = 1,\ldots,E \tag{3.26}$$

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J} v^e_j y^e_{j\tau} \leqslant C_\tau \qquad \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.27}$$

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J}\sum_{p=1}^{P} b^e_p a^e_{pj\tau}y^e_{j\tau} \leqslant capF_\tau \qquad \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.28}$$

$$y^e_{j\tau} \leqslant Mz^e_{j\tau} \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.29}$$

$$X_{ft}, I_{ft}, dex_{ft} \in \mathbb{Z}_+ \qquad f = 1,\ldots,F;\ \ t = 1,\ldots,T \tag{3.30}$$

$$y^e_{j\tau} \in \mathbb{Z}_+ \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta \tag{3.31}$$

$$z^e_{j\tau} \in \{0,1\} \qquad j = 1,\ldots,J;\ \ e = 1,\ldots,E;\ \ \tau = 1,\ldots,\Theta. \tag{3.32}$$

A função objetivo (3.21) minimiza custos com produção, estoque de produtos finais e o custo com a variável de demanda extra (dex_{ft}). A segunda parcela de Z refere-se

aos custos com matéria-prima e *setup* da seccionadora. As restrições (3.22) garantem o atendimento a demanda por produtos finais considerando variáveis de estoque, produção e demanda extra. As restrições (3.24)-(3.25) impõem respeito à capacidade da seccionadora e da furadeira (a partir de $t = 2$). As restrições (3.26) garantem, de maneira detalhada para o primeiro período (horizonte rolante), o atendimento a demanda interna por peças para cada produto. As restrições (3.27) e (3.28) impõem que a capacidade de corte e da furadeira não seja excedida nos subperíodos. As restrições (3.29) só permitem que um padrão de corte seja associado à variável ($y^e_{j\tau}$) caso a seccionadora esteja preparada para operar naquele subperíodo. O domínio das variáveis está representado nas restrições (3.30) - (3.32).

Gramani *et al.* (2009, 2010) descrevem quais são as vantagens de tratar o problema de dimensionamento de lotes (PDL) integrado com o problema de corte de estoque (PCE). Os autores levantam que o custo da madeira (matéria-prima principal) na produção de móveis é aproximadamente 50% do custo de fabricação. Essa é uma das considerações que indicam coerência em analisar os problemas de forma conjunta.

No trabalho de **2009**, é apresentado um modelo de programação inteira mista que consiste na minimização dos custos de produção e estoque de produtos finais, custos de *setup* da máquina de corte e custos com matéria-prima. A relaxação lagrangiana das restrições de capacidade e das restrições de acoplamento dos problemas foi a estratégia adotada para contornar as dificuldades com as variáveis binárias de *setup*. A solução obtida é comparada com uma heurística de decomposição que simula a prática da fábrica. Os autores observaram reduções em torno de 15% nos tempos de *setup* com a heurística lagrangiana. Para as instâncias maiores (as quais permitem mais possibilidades de arranjos), os custos com estoque de produtos finais foram maiores e houve pequenas reduções quanto a quantidade de objetos cortados. O modelo proposto em **2010** desconsidera as restrições de *setup*. Porém mantém o *trade-off* entre custos de estocagem de peças (permitido nesse artigo) e produtos finais e custo de matérias-primas.

Modelo inteiro misto de Gramani *et. al* **(2010):**

$$\min \quad Z = \sum_{f=1}^{F}\sum_{t=1}^{J}(c_{ft}X_{ft} + h_{ft}I_{ft}) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} coy_{jt} + \sum_{p=1}^{P}\sum_{t=1}^{T}\widehat{h}_{pt}IP_{pt} \tag{3.33}$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = D_{ft} \quad f = 1,\ldots,F; \quad t = 1,\ldots,T \tag{3.34}$$

$$\sum_{j=1}^{J} a_{pj}y_{jt} + IP_{p,t-1} - IP_{pt} = \sum_{f=1}^{F} q_{pf}X_{ft} \quad p = 1,\ldots,P; \quad t = 1,\ldots,T \tag{3.35}$$

$$\sum_{j=1}^{J} v_j y_{jt} \leqslant C_t \quad t = 1,\ldots,T \tag{3.36}$$

$$y_{pj} \in \mathbb{Z}_+, \quad p = 1,\ldots,P; \quad j = 1,\ldots,J \tag{3.37}$$

$$X_{ft}, I_{ft} \in \mathbb{R}_+ \quad f = 1,\ldots,F; \quad t = 1,\ldots,T \tag{3.38}$$

$$IP_{pt} \in \mathbb{R}_+ \quad p = 1,\ldots,P; \quad t = 1,\ldots,T. \tag{3.39}$$

A função objetivo (3.33) consiste na minimização dos custos de produção, estoques de produtos finais, consumo de matéria-prima e custo de estoque de peças. As restrições (3.34) são próprias do dimensionamento de lotes e garantem o atendimento à demanda de produtos finais. As restrições (3.35) modelam a interdependência dos problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque e garantem o atendimento à demanda interna de peças. As restrições (3.36) estabelecem limites na capacidade da serra e as restrições (3.38) e (3.39) definem o domínio das variáveis.

Para a resolução, é considerada uma base inicial formada por padrões de corte homogêneos nas colunas A_j. A integralidade das variáveis y_{jt} é relaxada e o PL resultante é resolvido por geração de colunas. O subproblema *pricing* envolvido consiste em gerar padrões de corte bidimensionais. Os padrões do tipo 2-estágios foram os considerados. A comparação entre a resolução em separado e integrada mostrou uma ligeira vantagem, com relação ao número de objetos utilizados, para o modelo integrado. Em termos relativos a solução do modelo integrado mostrou ganhos de 4% a 12%.

3.2 Conclusões

Os três modelos detalhados na Seção 3.1 (Ghidini e Arenales (2009), Santos *et.al* (2011) e Gramani *et.al* (2010)) e os trabalhos relacionados contribuíram com características importantes para a construção do modelo proposto, método de solução e ideias para cumprir os objetivos deste trabalho. A partir das visitas à fábrica (descrita no Capítulo 4) notamos uma política de manutenção de estoques de segurança e de produtos finais que deve ser considerada na modelagem. Nos modelos propostos no Capítulo 5, desconsideramos os processos de produção após o corte (considerados em Ghidini e Arenales (2009) e Santos *et.al* (2011)), pois supomos que tais processos têm condições de atender as soluções programadas. No trabalho de Ghidini e Arenales (2009), os autores não permitem estoque de peças em virtude da falta de espaço físico. Essa dificuldade foi observada, porém a fábrica opta pelo estoque de peças caso seja vantajoso economicamente. Como tempos de *setup* da seccionadora são basicamente iguais (devido à preferência por padrões 2-grupos) uma estimativa para esse tempo foi considerada na formulação da capacidade. Não havendo as variáveis binárias de *setup* a resolução fica facilitada. Na estratégia de resolução proposta utilizamos ideias presentes em Ghidini e Arenales (2009) e Gramani *et. al* (2010).

Capítulo 4

Indústria Moveleira

O problema de dimensionamento de lotes e corte de estoque são considerados os principais problemas envolvidos na prática do planejamento da produção das indústrias moveleiras. Neste capítulo, buscamos relacionar os aspectos principais do *modus operandi* da fábrica tomada como laboratório de observações para o desenvolvimento deste trabalho, denominada a partir daqui como Fábrica L. Na Seção 4.1, contextualizamos o trabalho descrevendo o setor moveleiro nacional e o pólo de Votuporanga. Na Seção 4.2, descrevemos o porte da empresa, o tipo de produto e as matérias-primas utilizadas na fabricação dos móveis. Na Seção 4.3, discutimos a lógica de planejamento no dimensionamento de lotes e no corte de estoque. Na Seção 4.4, descrevemos cada processo envolvido na produção e na Seção 4.5 elencamos os principais fatores (observados nas visitas e/ou relatados nas entrevistas com os decisores) que conduzirão a formulação do modelo matemático.

4.1 O Setor moveleiro e o pólo de Votuporanga

A indústria de móveis no Brasil está concentrada em pólos regionais localizados principalmente nas regiões Sul e Sudeste do país. Na região Sudeste, o maior produtor nacional de móveis é o estado de São Paulo, responsável por cerca de 20% da produção nacional. Juntamente com Mirassol e municípios limítrofes, o pólo de Votuporanga forma um APL - Arranjo Produtivo Local - referente à produção de móveis. Este APL representa em torno de 10% da produção estadual (FIESP, 2009). O panorama do setor, detalhado na

Figura 14, mostra a predominância de micro e pequenas empresas.

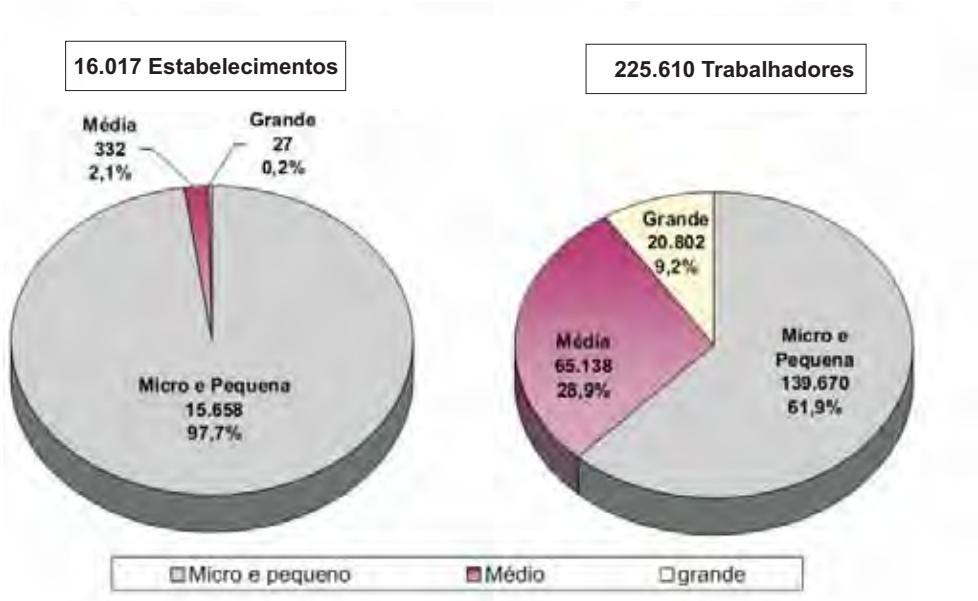


Figura 14: Panorama das empresas do setor moveleiro em 2009 (FIESP (2009))

A indústria de móveis caracteriza-se pela reunião de diversos tipos de processos de produção, diferentes matérias-primas e uma diversidade de produtos finais. Além disso, pode ser segmentada em função dos materiais utilizados na produção (madeira, metal, plástico e outros) e do uso a que são destinados (residencial, comercial e institucional) (Rangel e Figueiredo, 2008). Devido a aspectos mercadológicos e organizacionais, as empresas são especializadas em um ou dois tipos de móveis, como cozinha e banheiro, dormitório, estofados e outros.

Os móveis de madeira são divididos em dois tipos: **retilíneos**, que são lisos, com desenhos simples e linhas retas, cuja matéria-prima são placas de madeira MDF[1], MDP[2] e compensada[3]; e **torneados**, que envolvem peças mais sofisticadas, misturando formas curvilíneas e retilíneas, cuja materia-prima principal é a madeira maciça e eventualmente placas de MDF.

A demanda por móveis varia de acordo com o nível de renda da população e o com-

[1] *Medium Density Fiberboard* - As placas de MDF (ou fibras de média densidade) são produzidos a partir de madeira prensada

[2] *Medium Density Particle Board* - Também são placas de densidade média, porém menos homogêneas que o MDF)

[3]Compensada - obtida a partir da colagem de várias camadas de madeira particulada

portamento de alguns setores específicos como o da construção civíl. O setor moveleiro é mais próspero em cenários de economia estável, o que justifica seu crescimento nas últimas décadas. Citamos também como fatores positivos os incentivos ao setor. Alguns exemplos são os incentivos fiscais, como a isenção de IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados), no ano de 2011 e linhas de financiamentos específicos, como a extensão do programa habitacional do governo federal (Minha Casa Minha Vida) para o mobiliário 2012 (AGÊNCIA BRASIL, 2012).

A competitividade entre as empresas do setor está diretamente relacionada com tecnologia e administração. A modernização do maquinário, na maioria das indústrias, ocorre por etapas. Notamos inovações em alguns processos convivendo com máquinas obsoletas em outros. No que compete à administração, segundo relatos do gestor da Fábrica L, são poucas as fábricas que utilizam ferramentas matemáticas (modelos de programação) na gestão administrativa e da produção. Grande parte das implementações são programas básicos de controle de estoque e ferramentas adaptadas de outros setores que não cumprem as especifidades das empresas.

Os problemas de corte de estoque são problemas de grande porte (Capítulo 2) e exigem alguma ferramenta computacional para o planejamento dos padrões de corte. Muitas empresas utilizam o *software* Corte Certo® como apoio para essa decisão. Contudo é uma solução paliativa, uma vez que esses softwares são mais gerais e não permitem análises mais cuidadosas, por exemplo, a integração de outros problemas com o corte de estoque.

Quando o dimensionamento de lotes é considerado integrado ao corte de estoque, buscamos uma combinação de produtos que viabilize melhores padrões de corte. Essa decisão é impraticável, caso não haja um SAD (Sistema de Apoio a Decisão). É relevante que as pesquisas sobre problemas integrados de dimensionamento de lotes e corte de estoque também sejam realizadas em empresas como a Fábrica L (pequeno porte), pois suas características são comuns à grande maioria das empresas do setor (Figura 14).

4.2 Descrição de uma fábrica característica

A Fábrica L é uma fábrica característica do setor moveleiro situada no pólo de Votuporanga. É considerada uma empresa de pequeno porte em função do número de funcionários (Sebrae, 2012) e ocupa-se da produção de móveis residenciais de madeira, retilíneos e em sua maioria móveis para dormitório.

O catálogo da empresa, exibido na Figura 15, é formado por cinco tipos de armários guarda-roupas, um modelo de penteadeira, um modelo de armário multiuso e dois modelos de cama. Os móveis podem ser fabricados em até seis cores ou em combinações de até duas cores, resultando em uma carteira com mais de 80 móveis.

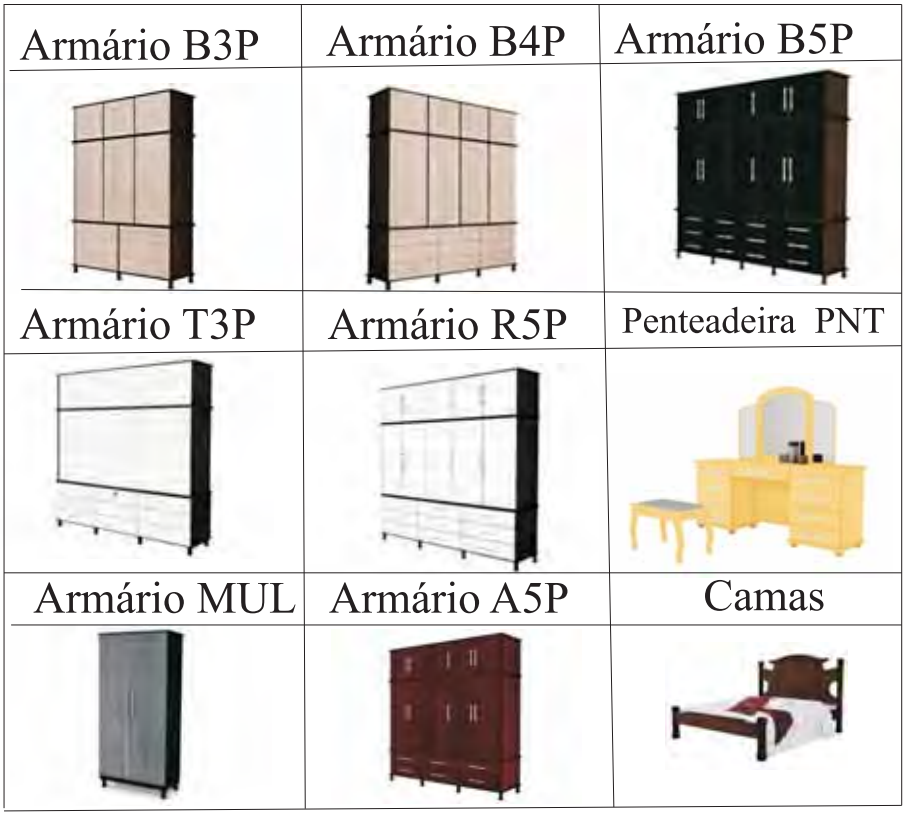


Figura 15: Catálogo de produtos

A Figura 16 mostra a representação média de cada produto nas vendas da empresa durante o ano de 2011.

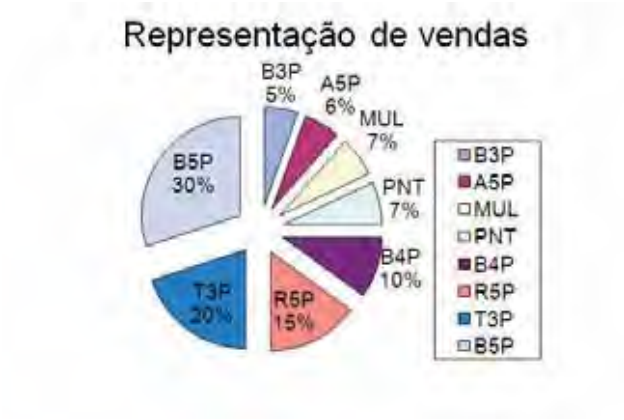


Figura 16: Representação média de venda de cada produto

A complexidade de cada produto, em termos do número de peças, é muito relevante na gestão da empresa (por exemplo: no dimensionamento de lotes, custo do produto, embalagem, transporte e outros). A Tabela 4 mostra a ordem crescente de complexidade de cada produto (especificado na linha Produtos) com relação ao número de peças diferentes (especificado na linha ♯ Peças).

Produtos	MUL	PNT	R5P	A5P	B3P	T3P	B4P	B5P
♯ Peças	6	13	15	16	18	18	20	20

Tabela 4: Tipos de peças diferentes em cada produto

As matérias-primas principais usadas na fabricação dos móveis são placas retangulares (objetos) de MDF e MDP em 5 espessuras (3, 9, 15, 18, 25)mm a partir das quais são cortadas as peças retangulares que compõem os móveis. A fábrica terceiriza serviços como torneamento de peças (pés e molduras) que exigem maquinário específico e o corte de alguns tipos de objetos de difícil manuseio, os quais demandam a constante troca de regulagem da máquina de corte. Devido a características de projeto, as camas são terceirizadas sendo apenas embaladas pela empresa. Os componentes em metal (*e.g* chaves de gaveta e dobradiças) e plástico (*e.g* puxadores e cabideiros) são todos adquiridos de fornecedores.

4.3 Planejamentos estratégico e tático

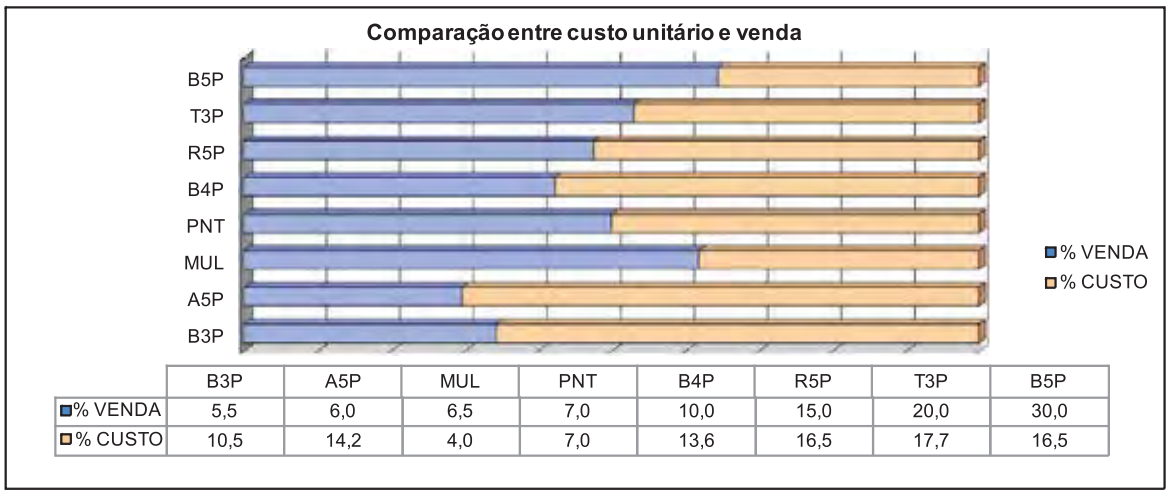
As decisões de longo e médio prazo (estratégicas e táticas) da empresa são tomadas em conjunto entre os departamentos de gestão administrativa e de produção, visando uma sintonia entre a política empresarial (projetos da empresa, público-alvo e outros) e restrições produtivas (linha de produção e capacitação do quadro de funcionários).

4.3.1 O produto e o dimensionamento de lotes

A criação de um produto inicia-se pelo seu projeto, o qual é desenvolvido pela equipe de gestão da produção e pelo departamento de vendas. Essa união é pertinente, pois os objetivos consoantes no desenvolvimento do projeto são as tendências de *design* e público-alvo, bem como um projeto em que as dimensões das peças componentes da estrutura do produto sejam interessantes para a obtenção de bons padrões (economia de matéria-prima).

O dimensionamento de lotes é feito semanalmente pelo gerente de produção, que se vale de estimativas de demanda baseadas no histórico de períodos similares de anos anteriores e campanhas de *marketing* que tenham sido lançadas. Um dos indicadores para a produção é a atratividade de cada produto que pode ser medida comparando custo do

produto e média de vendas (vide Figura 17).



	B3P	A5P	MUL	PNT	B4P	R5P	T3P	B5P
% VENDA	5,5	6,0	6,5	7,0	10,0	15,0	20,0	30,0
% CUSTO	10,5	14,2	4,0	7,0	13,6	16,5	17,7	16,5

Figura 17: Relação custo unitário e representação de vendas

A Figura 17 mostra a relação custo-benefício de cada produto, obtida a partir da comparação entre a taxa percentual **%CUSTO:** custo unitário de cada produto dividido pela soma dos custos unitários de todos os produtos e a taxa percentual **%VENDA:** taxa média de venda de cada produto durante o ano de 2011. Observa-se na figura que o produto B5P é um dos mais caros da carteira, porém sua demanda alta o posiciona como atrativo para a produção. Analogamente o produto MUL tem baixa representatividade de venda, mas seu custo de fabricação também é baixo, o que também eleva sua atratividade.

A empresa trabalha com pronta-entrega de pedidos, característica que justifica seus atuais níveis de estoque serem cerca de 60% da demanda mensal de cada produto. Os principais clientes da Fábrica L são lojas de varejo. O movimento dessas lojas acompanha as datas de recebimento salarial (*e.g.* do dia 1º ao dia 10 de cada mês). Como esse comércio também trabalha com pronta-entrega, a fábrica procura respeitar seus níveis de estoque nas últimas semanas com o intuito de atender seu cliente principal nas primeiras semanas de cada mês. Já entre os períodos, existe uma maior flexibilidade. Em períodos de demanda alta, podem haver ordens de produção referentes a pedidos faturados (atraso na entrega).

De acordo com a prática o PDL resolvido na Fábrica L, pode ser classificado como

monoestágio e multi-produto. O tamanho dos lotes é formulado em função da complexidade dos produtos (Tabela 4) e da capacidade produtiva para cada produto. Nota-se na Figura 18 que o dimensionamento é feito considerando as cores dos produtos, porém para alguns setores como corte e marcenaria essa informação é irrelevante.

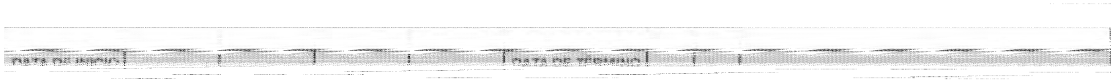


Figura 18: Recorte da planilha de programação da produção de Julho/2011

O sequênciamento da produção mensal é feito de acordo com o estoque. Produtos com menores níveis de estoque são produzidos nas primeiras semanas de cada mês.

4.3.2 Corte de estoque

Uma vez definido o dimensionamento de lotes é feito o planejamento do corte da matéria-prima, isto é, a definição da maneira como as peças retangulares são arranjadas no objeto (geração de padrão de corte, ver Seção 2.2.3) e o número de objetos que serão cortados de acordo com cada padrão de corte (frequência do padrão). A empresa utiliza alguns padrões de corte pré-fixados que foram gerados para um determinado móvel no momento de sua inclusão no catálogo de produtos. Neste caso, apenas a frequência dos padrões de corte é definida. Se necessário, novos padrões de corte são gerados para a programação atual dos lotes.

O planejamento do corte da matéria-prima é feito considerando restrições inerentes à máquina de corte. Apenas cortes guilhotinados ortogonais (Seção 2.2.3) são permitidos e de preferência em até três estágios. O padrão de corte exibido na Figura 19, do tipo 2-grupos, é um dos padrões usados na Fábrica L.

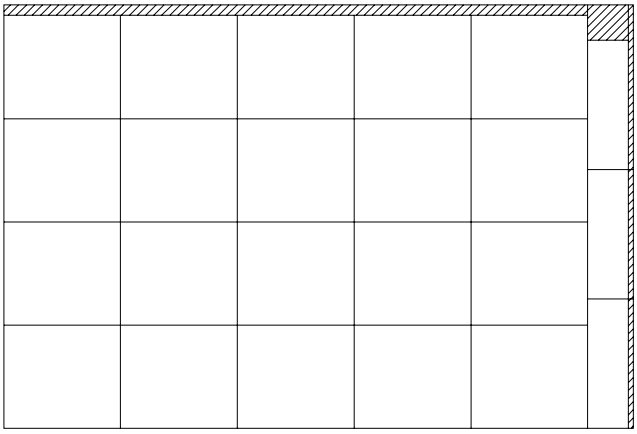


Figura 19: Padrão de corte usado na Fábrica L

Padrões de corte que contêm retalhos aproveitáveis também são bastante utilizados (Figura 20). Algumas dimensões são mais frequentes no conjunto das peças dos produtos, assim, faixas com essas dimensões são alocadas nos padrões gerando retalhos que serão aproveitados posteriormente.

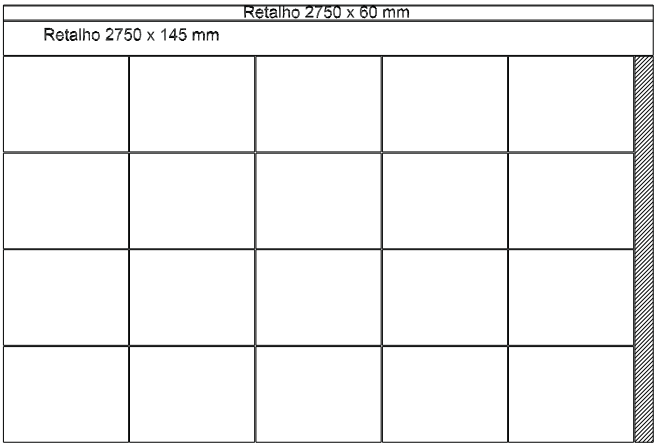


Figura 20: Padrão de corte com retalho aproveitável

Após tomadas as decisões de determinação da carteira de produtos, dimensionamento de lotes e corte de estoque as informações são então enviadas para os operários por meio das ordens de produção. Tal ordem (Figura 21) é referente a uma peça do armário B5P que passa por todos os processos da produção.

Figura 21: Ordem de produção com os processos pertinentes à uma peça

4.4 Linha de produção

A gestão operacional administra aproximadamente 40 funcionários e uma linha de produção dividida em quatro setores: corte, marcenaria, pintura e expedição. A Figura 22 representa o fluxograma da linha de produção. O trânsito dos lotes de peças entre os setores é feito através de esteiras rolantes não automáticas com as ordens de produção afixadas em suportes coloridos sendo cada cor um respectivo dia da semana. Essas ordens endereçam os lotes de peças por processo e dia da semana até o término do ciclo produtivo.

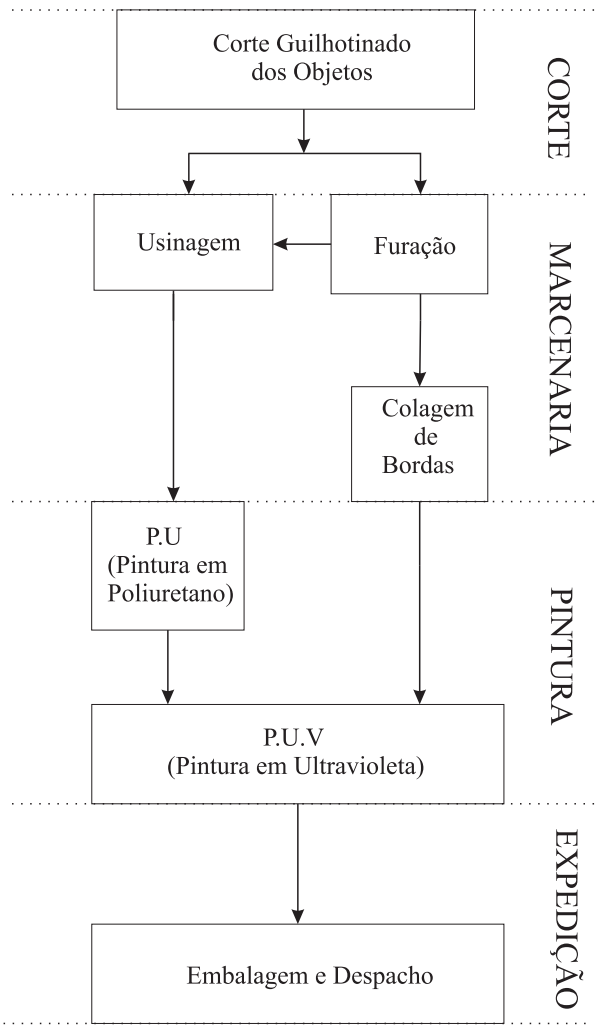


Figura 22: Fluxograma da produção - Fábrica L

4.4.1 Corte

A primeira etapa do processo produtivo é o corte dos objetos necessários para a obtenção das peças componentes de cada produto a ser fabricado no período. O setor de corte conta com uma seccionadora automática (principal), e outra semi-automática (secundária) utilizada para suprir necessidades em períodos de demanda alta ou de manutenção da seccionadora principal. Nos trabalhos de Toscano (2010) e Santos (2008) esse setor contava apenas com a seccionadora secundária. A aquisição da seccionadora automática incorporou mais rapidez a esse processo. Uma das melhorias foi com relação ao ciclos da serra. Enquanto a altura da serra secundária ($60mm$) permite um ciclo com 4 objetos de $15mm$, a atual permite que sejam cortados simultaneamente até 7 objetos

de $15mm$ pois a altura da serra da seccionadora principal é de $105mm$.

A sequência de corte dos objetos é determinada em primeiro nível pela moda das espessuras nos produtos: $15mm$, $18mm$, $25mm$, $9mm$ e (esporadicamente) $3mm$ e, em segundo nível, por ordem decrescente de quantidade de processos que a peça necessita para ser manufaturada (ver exemplo na Figura 21). Como os atuais padrões de corte usados pela empresa têm no máximo 4 tipos de peças, essa sequência é determinada no chão de fábrica.

O processo de corte começa com o *setup* da seccionadora principal que consiste na alimentação da máquina com os objetos a serem cortados (feita por uma empilhadeira, Figura 23-a) e a entrada dos dados do padrão de corte com sua a respectiva frequência. A operação da seccionadora inicia-se com a pinça que empurra os objetos para a serra, preferencialmente em quantidades que aproveitem a capacidade máxima da serra de $105mm$ de altura. Os sub-objetos que originarão as peças são girados manualmente por 2 operadores (estágio) e devolvidas à maquina para que o corte seja finalizado (Figura 23-c). Havendo a necessidade de mais giros a operação é repetida até o processamento completo do padrão de corte.

Nas visitas realizadas à fábrica, observamos que são necessários de 10 a 20 minutos para a preparação da máquina e de 4 a 10 minutos em cada ciclo da serra. Como, em geral, são utilizados padrões de corte de 2 e 3 estágios não há diferenças significativas no tempo de corte com relação ao padrão utilizado.

O setor de corte opera com cerca de 60% da capacidade em períodos de demanda normal e 75% em demanda alta. Atualmente, o corte de estoque é praticamente automatizado, o que incorpora agilidade em um processo comum a todas as peças que compõem os móveis. De acordo com o tamanho médio dos lotes produzidos, o processo de corte de estoque requer 1 dia de trabalho. A determinação da capacidade máxima de corte depende da velocidade da serra enquanto percorre a madeira para o corte (42 m/min) e nos percursos sem madeira no trilho (70 m/min). Neste trabalho, utilizamos aproxi-

mações baseadas nos tempos observados nas visitas. As peças oriundas do corte são então encaminhadas para a furação.

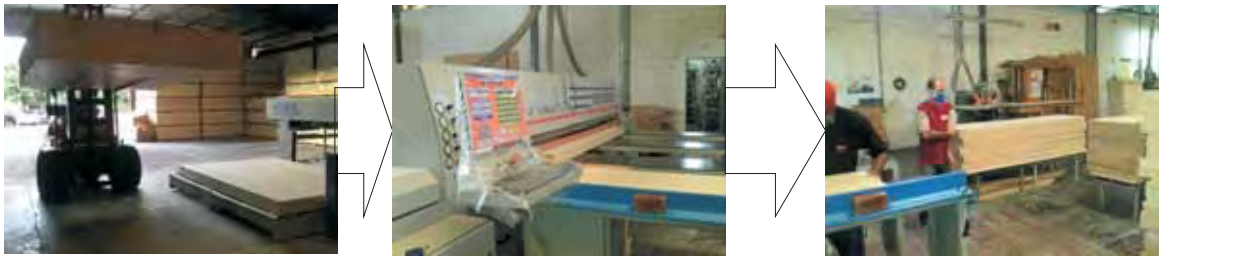


Figura 23: Fluxograma do processo de corte

4.4.2 Furação

O setor de furação é composto por 2 furadeiras principais: uma para peças grandes (Furadeira 1 de portas e bases) e uma para peças pequenas (Furadeira 2 de gavetas), mais uma furadeira de apoio utilizada em períodos de demanda alta ou manutenção das furadeiras principais. A Furadeira 1 é operada por dois funcionários e a Furadeira 2 por um. O setor conta ainda com um terceiro funcionário que pode ser alocado em outros processos da marcenaria quando necessário.

Praticamente todas as peças passam pela furação, visto que os furos são necessários para o encaixe de peças e posterior montagem do móvel. A rigidez do material exige que os furos sejam precisos pois, do contrário, não seria possível a montagem do móvel acarretando a perda da peça inteira. Além da preocupação com o desperdício atrelado a erros no processo, a fábrica evita que o cliente final receba peças com erros de produção. Nesse aspecto o setor de furação é crucial e o controle de qualidade deve ser rigoroso.

Essas características do processo refletem sua importância e explicam os altos tempos de *setup* na furação (Figura 24-a). Durante as visitas realizadas, aferimos que o *setup* destas máquinas é de 25 a 40 minutos. Esse tempo é distribuído entre troca de brocas específicas por espessura e tipo de furo (vazado ou não) e a conferência do plano de furação (posição correta do furo e profundidade) na peça piloto.

Uma estratégia que a Fábrica L utiliza no sequenciamento desse processo é a furação em ordem crescente de espessuras e depois em ordem decrescente, aproveitando assim as brocas da última espessura. Após furadas, as peças seguem para o setor de pré-acabamento que, junto com a furação, utilizam em torno de 1 dia de trabalho.

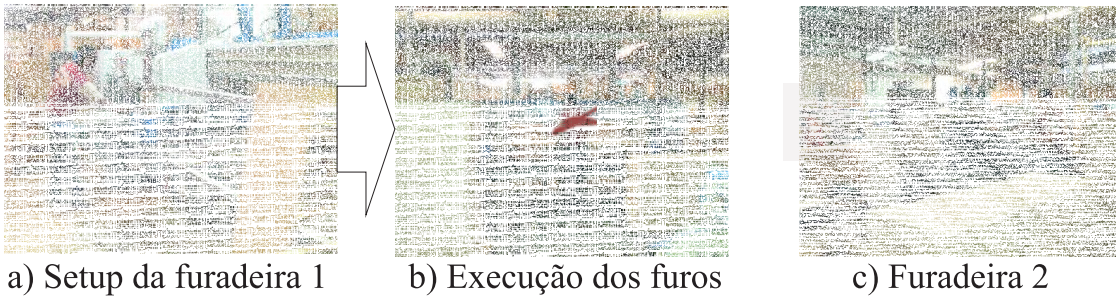


Figura 24: Fluxograma do processo de furação

4.4.3 Pré-acabamento

Para facilitar o entendimento, agrupamos no setor de pré-acabamento, que faz parte da marcenaria, os processos de usinagem (rebaixos e arredondamentos) e colagem de bordas. As peças usinadas são aquelas com baulações, bordas arredondadas (por exemplo portas de guarda-roupas) e rasgos para o encaixe dos fundos em portas e gavetas.

Os desenhos (Figura 25-b), em geral presentes na frente do móvel, são feitos de forma manual peça-peça com o apoio de molduras-guia. Peças aparentes como portas e gavetas têm suas laterais cobertas com material plástico (cola-borda) ou são arredondadas. A colagem das bordas é realizada por duas máquinas automáticas que também fazem arredondamentos de laterais e rasgos nas gavetas e portas (Figura 25-c).

Os tempos da colagem de bordas variam de acordo com a máquina utilizada: 28 m/s e 18 m/s para cada uma. A máquina de cola-borda funciona com sensores que liberam a fita plástica de borda apenas com peças na esteira ou, havendo a necessidade (alta demanda ou atrasos), a fita é liberada continuamente e cortada pelos operadores.

O processo de usinagem está diretamente relacionado com a pintura P.U. (pintura em poliuretano) descrita na Seção 4.4.4. Essa relação acontece porque as peças usinadas

exigem pintura manual. Por exemplo, as laterais arredondadas não recebem a colação de fitas plásticas e a máquina U.V. de pintura e secagem rápida não pinta as laterais das peças, assim, todas as peças usinadas passam pela pintura P.U. O setor de pré-acabamento apresenta grande rotatividade de funcionários, uma vez que requer pouca especialização na operação das máquinas e instrumentos.

Figura 25: Processos de pré acabamento

4.4.4 Pintura

O setor de pintura aninha dois casos específicos, pintura Poliuretano-P.U. e pintura Ultravioleta-U.V.:

Pintura - P.U.

A pintura P.U. é um tipo de pintura manual feita apenas nas peças com baulações e arredondamentos. Envolve a lixação do rebaixo ou da borda, preparação dos galões e execução da pintura. Duas equipes distintas trabalham no processo: uma de lixação e limpeza das peças e outra de pintura. A sequência de pintura adotada é das cores claras para as escuras, as quais exigem uma limpeza mais cuidadosa dos revólveres e baldes.

Como as peças provêm da usinagem, é necessário a lixação e limpeza (Figura 26-a) que deixam os sulcos e arredondamentos uniformizados e sem resíduos que impeçam ou prejudiquem a pintura. Após a lixação, é feita a laqueadura (Figura 26-b), um tipo de pré-pintura que serve para fixação da tinta na peça. A secagem da laqueadura dura cerca de 1 hora, em seguida os locais da peça com baulações são pintados e as peças enviadas

para limpeza final e controle de qualidade do setor. A secagem da tinta dura de 15 a 24 horas (Figura 26-c) e as peças estão prontas para seguir para a etapa de pintura U.V. Existem no mercado máquinas com o sistema ultravioleta (pintura e secagem instantânea) capazes de realizar a pintura nas peças usinadas, porém esse investimento é muito oneroso atualmente para a empresa.

Figura 26: Processo de pintura P.U.

Pintura - U.V.

Todas as peças (exceto os fundos crus) passam pela pintura ultravioleta, que conclui os processos relacionados à transformação das peças, impermeabiliza e tira algumas imperfeições, como veios da madeira. A linha de pintura U.V. é automatizada por máquinas interligadas, tais como lixadeiras, máquinas de pintura (2 dimensões), misturadores e estufas de secagem instantânea (vide Figura 27-b). A regulagem da máquina de pintura U.V. é feita de acordo com a cor utilizada e a espessura do objeto. Existe nesse caso dois tipos de *setup*: o **fixo**, realizado 2 vezes ao dia (20 minutos por vez) e consiste na conferência das esteiras e das estufas, dos jatos de tinta e misturadores e o *setup* **variável**, relativo à regulagem com respeito à espessura e a cor que será utilizada (15 minutos).

A linha de pintura junto com o controle de qualidade soma 30 metros de extensão. O tempo das peças no conjunto de esteiras é de 3 minutos para pintura e 2 minutos para se verificar a necessidade de reprocessamento (controle de qualidade). Destacamos na Figura 27-c, a funcionária movimentando peças para serem reprocessadas. Embora a velocidade regulada de 12m/min possa ser aumentada, isso não é interessante, pois os funcionários que separam e controlam a qualidade das peças precisam de tempo hábil

para uma verificação adequada.

Como a regulagem da linha de pintura U.V. é feita de acordo com as espessuras, eventualmente, o setor adianta alguns lotes de peças. Esta prática ocasiona um alto consumo de tempo no fechamento do lote para que este esteja liberado para a embalagem.

a) Posicionamento das peças b) Módulos de pintura U.V. c) Controle de qualidade

Figura 27: Linha de pintura U.V.

4.4.5 Expedição

O setor de expedição abrange embalagem, estoque e despacho do produto final. A embalagem é feita manualmente e consiste em reunir peças e acessórios (parafusos, puxadores, pés e outros) que compõem o produto final em um único pacote (Figura 28-a). Depois de embalados, os produtos são enviados para estocagem, onde aguardam o despacho (Figura 28-b).

Devido às necessidades de cumprimento de prazos, horas-extras são frequentes na expedição. O que justifica o desejo em adquirir máquinas de embalagem a vácuo, mais ágeis e menos suscetíveis a danificações do produto final.

Nas últimas visitas feitas à Fábrica L, um estudo estava em andamento com o propósito de melhorar o trânsito das peças do setor de pintura para o de embalagem. Segundo algumas conclusões preliminares desse estudo, será necessário um novo *layout* das esteiras na embalagem. As peças devem chegar ao setor por duas filas de esteiras ao contrário de uma. Esta estratégia pretende diminuir o tempo de transporte das caixas feito manualmente.

Figura 28: Setor de expedição

4.5 Conclusões

Em nível operacional, percebemos que a empresa necessita de cumprimento dos prazos e, se possível, a diminuição dos custos de produção. O primeiro fator depende de pessoal capacitado e tecnologia razoável. O segundo envolve, sobretudo, economia da matéria-prima principal que, segundo levantamentos da Fábrica L, equivale a cerca de metade do custo total do produto, o que torna, o problema de redução de desperdício bastante relevante.

No Capítulo 5, formulamos um modelo de dimensionamento de lotes e outro de corte de estoque com o propósito de simular o processo de tomada dessas decisões pela Fábrica L. Como os problemas (PDL e PCE) apresentam interdependência, também formulamos um modelo integrado com a proposta de atender as necessidades e respeitar as restrições da Fábrica L (descritas neste capítulo).

Capítulo 5

Modelagem e Resolução Propostos

Apresentamos neste capítulo, as modelagens propostas para representar como a Fábrica L resolve os problemas de dimensionamento de lotes, o qual denominamos (PDLM), e o corte de estoque, denominado (PCEM), de forma separada. Propomos também um modelo integrado como alternativa para a resolução integrada dos dois problemas. Faremos algumas simplificações do processo produtivo para que os modelos sejam tratáveis computacionalmente:

1. Apenas a capacidade da serra é considerada, pois assumimos que os setores seguintes têm capacidade de atender as decisões tomadas.

2. Desconsideramos os tempos de *setup* da máquina de corte.

3. A matéria-prima em estoque é suficiente para atender a quantidade de produtos finais a serem produzidos.

4. Atrasos na entrega e horas-extras não são permitidos.

5. A cor dos móveis é desconsiderada no dimensionamento de lotes.

Na descrição dos modelos vamos considerar T períodos de tempo, F produtos finais, E espessuras diferentes e J padrões de corte. Os índices, parâmetros e variáveis usados são descritos a seguir.

Índices

$t = 1, \ldots, T$: períodos de tempo

$f = 1, \ldots, F$: produtos finais

$p = 1, \ldots, P$: peças

$e = 1, \ldots, E$: espessuras

$j = 1, \ldots, J$: padrões de corte

Parâmetros

c_f : custo de produção do produto f

h_f : custo de estocagem do produto f

D_{ft} : demanda do produto f no período t

o^e : espessura do objeto

co^e : custo de cada objeto para a espessura o^e

$\widehat{h}_p^e$: custo de estoque da peça p de espessura o^e

$tseg$: taxa de estoque de segurança de produtos finais

tx : taxa que impõe a quantidade aproximada de perda com o corte de estoque ($tx = 1 + perda$)

C_t : limite de capacidade produtiva em ciclos da serra no período t

q_{pf}^e : número de peças de espessura o^e do tipo p, necessárias à produção de uma unidade do produto f relativo à espessura e

S : altura da serra

cap^e : capacidade máxima de objetos de espessura o^e a serem cortados simultaneamente pela serra

L : comprimento do objeto

W : largura do objeto

l_p^e : comprimento da peça p referente à espessura e

w_p^e : largura do peça p referente à espessura e

a_{pj}^e : número de peças de espessura o^e do tipo p constantes no padrão de corte do tipo j

I_{f0} : estoque inicial de produtos finais

IP_{p0}^e : estoque inicial de peças

Variáveis

X_{ft} : número de produtos f fabricados no período t

I_{ft} : número de produtos f estocados no período t

IP^e_{pt} : número de peças do tipo p, espessura e, estocadas no período t

y^e_{jt} : número de objetos de espessura e, cortados de acordo com o padrão de corte j no período t

Considere $\widetilde{X}_{ft}$; $\widetilde{I}_{ft}$; $\widetilde{IP}^e_{pt}$ e $\widetilde{y}^e_{jt}$ as soluções associadas a cada uma das variáveis.

5.1 Modelos matemáticos

Modelo para o Problema de Dimensionamento de Lotes para a Indústria de Móveis - PDLM

O modelo PDLM descrito por (5.1)-(5.6) representa o problema de dimensionamento dos lotes de móveis (produtos finais).

$$\text{min.} \sum_{f=1}^{F}\sum_{t=1}^{T}(c_f X_{ft} + h_f I_{ft}) \tag{5.1}$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = D_{ft} \qquad f = 1,\ldots,F;\quad t = 1,\ldots,T \tag{5.2}$$

$$tx(\sum_{f=1}^{F}\sum_{e=1}^{E}\frac{(l^e_p \cdot w^e_p)q^e_{pf}X_{ft}}{(L\cdot W)cap^e}) \leqslant C_t \qquad t = 1,\ldots,T \tag{5.3}$$

$$I_{ft} \geqslant tseg D_{ft} \qquad f = 1,\ldots,F;\quad t = 1,\ldots,T-1 \tag{5.4}$$

$$I_{fT} \geqslant tseg(\sum_{t=1}^{T} D_{ft}) \qquad f = 1,\ldots,F \tag{5.5}$$

$$X_{ft}, I_{ft} \in \mathbb{R}_+ \qquad f = 1,\ldots,F;\quad t = 1,\ldots,T \tag{5.6}$$

- **Função objetivo (5.1)**: consiste na minimização dos custos de produção e estoques de produtos finais.

- **Restrições de atendimento à demanda (5.2):** garantem o atendimento à demanda por produtos finais (D_{ft}) com o balanceamento entre produtos finais f fabricados no período atual t menos os produtos que permaneceram em estoque no

período anterior $t-1$ mais os produtos não usados que permanecerão em estoque para uso posterior.

- **Restrições de capacidade de serra (5.3):** para permitir que o problema de dimensionamento de lotes considere de maneira adequada a capacidade da serra, uma vez que o decisor não dimensiona lotes sem essa consideração, incorporamos ao PDLM a restrição (5.3). Caso a fábrica pudesse cortar as placas de modo contínuo o número de objetos necessários para cada período seria dado pela expressão: $\left(\sum_{f=1}^{F}\sum_{e=1}^{E}\frac{(l_p^e \cdot w_p^e)q_{pf}^e \widetilde{X}_{ft}}{(L \cdot W)}\right)$, que significa a área total de peças necessárias para a produção de $(\widetilde{X}_{ft})$ produtos finais dividido pela área de um objeto $(L \cdot W)$. A taxa (tx) incorpora uma perda aceitável (*e.g.* baseada no histórico dos padrões de corte). O parâmetro $cap^e = \left\lfloor \frac{S}{o^e} \right\rfloor$ permite a transformação do cálculo em termos da capacidade (C_t) proposta (ciclos da serra).

A Figura 29 apresenta um recorte da planilha que contabiliza custos gerenciais. Destacamos duas colunas: a primeira relaciona a nomenclatura dos objetos e a segunda representa a quantidade em m^2 consumidos na fabricação de um produto final e calculados de maneira contínua. Estes valores e o número de ciclos possíveis para os atuais padrões de corte norteam o cálculo do tamanho dos lotes pelo decisor, que dessa maneira respeita a capacidade da serra.

Usuario: pcp

Custo Gerencial de Produto

Codigo	Materia Prima	Quantidade	Vr. Unitario	Preco s
	MDF 09 MM X 2,750MM X 1,850MM	0,7556	M2 X	
	MDF 15 MM X 2,750MM X 2,440MM	14,6307	M2 X	
	MDF 18 MM X 2,750MM X 1,850MM	1,1530	M2 X	
	MDF 2,8 MM X 2,440MM X 1,850MM	1,5511	M2 X	
	MDP 15MM X 2,750MM X 2,200MM	5,0827	M2 X	
0000000969	PERFIL H20 0,610MM CH3 CEREJEIRA	2,0000	UN X	0,1220 =

Figura 29: Exemplo do cálculo do uso da matéria prima

- **Restrições de estoques de segurança (5.4):** impõem estoques de segurança de produtos finais de acordo com uma taxa de segurança $(tseg)$ da demanda (D_{ft}) de cada produto f até o penúltimo período.

- **Restrição de estoques de segurança no último período (5.5) e domínio das variáveis (5.6):** a fábrica atende seus clientes no início do mês (ver Capítulo 4) por isso, no último período, há exigência de estoques de segurança em termos da demanda do horizonte de planejamento, representada no produto com *tseg* do lado direito da expressão. As restrições (5.6) representam o domínio das variáveis.

É importante ressaltar que, em geral, os modelos de dimensionamento de lotes tratam os estoques de segurança implícitos na demanda e desconsideram os estoques iniciais, baixando a demanda do primeiro período. As restrições de estoque de segurança (5.4) e (5.5) são distintas dessa prática, uma vez que a imposição dos níveis de segurança é menor do 1º ao penúltimo período, assim há maior liberdade em manipular o estoque inicial entre esses períodos, ou seja, utilizá-los para atender a demanda ou custeá-los em virtude de respeito à capacidade ou, no caso do modelo integrado análise de *trade-offs* para a indústria de móveis.

Modelo para o Problema de Corte de Estoque Multiperíodo para a indústria de Móveis - PCEM

O modelo PCEM descrito por (5.7)-(5.11) representa o problema de definir o número de objetos a serem cortados e quais serão os padrões de corte utilizados, de forma a atender à demanda das peças que compõem os movéis (produtos finais).

$$\text{min.} \quad Z = \sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} co^e y^e_{jt} + \sum_{e=1}^{E}\sum_{p=1}^{P}\sum_{t=1}^{T} \widehat{h}^e_p IP^e_{pt} \tag{5.7}$$

s.a:

$$\sum_{j=1}^{J} a^e_{pj} y^e_{jt} + IP^e_{p,t-1} - IP^e_{pt} = \sum_{f=1}^{F} q^e_{pf} \widetilde{X}_{ft} \quad p = 1,\ldots,P; \quad t = 1,\ldots,T; \quad e = 1,\ldots,E \tag{5.8}$$

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J} \frac{y^e_{jt}}{cap^e} \leqslant C_t \qquad t = 1,\ldots,T \tag{5.9}$$

$$y^e_{jt} \in \mathbb{Z}_+, \qquad t = 1,\ldots,P; \quad j = 1,\ldots,J; \quad e = 1,\ldots,E \tag{5.10}$$

$$IP^e_{pt} \in \mathbb{R}_+ \qquad p = 1,\ldots,P; \quad t = 1,\ldots,T; \quad e = 1,\ldots,E \tag{5.11}$$

- **Função objetivo (5.7):** consiste em minimizar o custo com o corte dos objetos para a produção dos produtos finais e o custo de estoque de peças.

- **Restrições de atendimento à demanda interna (5.8):** garantem o atendimento da demanda interna de peças necessárias à fabricação dos lotes de produtos finais. O parâmetro $\widetilde{X}_{ft}$ é obtido com a resolução do PDLM e é usado para a transformação da produção de produtos finais em demanda de peças.

- **Restrições de capacidade de serra (5.9) e domínio das variáveis (5.10) e (5.11):** garantem o respeito à capacidade de produção (C_t) quantificada em ciclos da serra, em cada período t. As restrições (5.10) e (5.11) definem o domínio das variáveis.

Atualmente, a Fábrica L toma as decisões de dimensionamento de lotes e corte de estoque separadamente. Utilizamos os modelos PDLM e PCEM para representar de forma aproximada a prática da Fábrica L. Essa simulação já sugere uma melhoria à prática da Fábrica L visto que nessa fábrica o corte é programado lote-a-lote e não multiperíodo.

Modelo para o Problema Integrado de Dimensionamento de lotes e Corte de estoque para a indústria de Móveis - PIDCM

O modelo matemático proposto para o problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque no contexto da fabricação de móveis (modelo PIDCM) é descrito pelas expressões (5.12)-(5.20).

$$\text{min.} \quad Z = \sum_{f=1}^{F}\sum_{t=1}^{T}(c_f X_{ft} + h_f I_{ft}) + \sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} co^e y_{jt}^e + \sum_{e=1}^{E}\sum_{p=1}^{P}\sum_{t=1}^{T} \widehat{h}_p^e IP_{pt}^e \quad (5.12)$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = D_{ft} \qquad f = 1,\ldots,F; \quad t = 1,\ldots,T \quad (5.13)$$

$$I_{ft} \geqslant tseg D_{ft} \qquad f = 1,\ldots,F; \quad t = 1,\ldots,T-1 \quad (5.14)$$

$$I_{fT} \geqslant tseg(\sum_{t=1}^{T} D_{ft}) \qquad f = 1,\ldots,F \quad (5.15)$$

$$\sum_{j=1}^{J} a_{pj}^e y_{jt}^e + IP_{p,t-1}^e - IP_{pt}^e = \sum_{f=1}^{F} q_{pf}^e X_{ft} \quad p = 1,\ldots,P; \quad t = 1,\ldots,T; \quad e = 1,\ldots,E \quad (5.16)$$

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{j=1}^{J} \frac{y_{jt}^e}{cap^e} \leqslant C_t \qquad t = 1,\ldots,T \quad (5.17)$$

$$y_{jt}^e \in \mathbb{Z}_+, \qquad j = 1,\ldots,J; \quad t = 1,\ldots,T; \quad e = 1,\ldots,E \quad (5.18)$$

$$X_{ft}, I_{ft} \in \mathbb{R}_+ \qquad f = 1,\ldots,F; \quad t = 1,\ldots,T \quad (5.19)$$

$$IP_{pt}^e \in \mathbb{R}_+ \qquad p = 1,\ldots,P; \quad t = 1,\ldots,T; \quad e = 1,\ldots,E \quad (5.20)$$

As restrições (5.13), (5.14) e (5.15) são próprias do dimensionamento de lotes e equivalem, respectivamente, às restrições (5.2), (5.4) e (5.5) do PDLM. A restrição de capacidade (5.17) é equivalente à restrição (5.9) do PCEM. O domínio das variáveis (5.18), (5.19) e (5.20) também é considerado como nos modelos PDLM e PCEM.

- **Função objetivo 5.12:** O critério de otimização é a minimização do custo total calculado pela soma dos custos de produção (c_f), estoque de produtos finais (h_f), matéria-prima usada (co^e) e estoque de peças ($\widehat{h}_p^e$)

- **Restrições de integração do PDL e PCE (5.16):** modelam a interdependência entre os problemas PDL e PCE, pois consideram as decisões relativas ao dimensionamento dos lotes (variáveis X_{ft}) e a decisão sobre o corte da matéria-prima (variáveis y^e_{jt}) no mesmo conjunto de equações. A forma como foi modelado este problema permite o estoque de peças (variáveis IP^e_{pt}).

É importante explicar que a restrição (5.3) não é incorporada ao PIDCM e nem ao PCEM, pois esta, representa uma medida aproximada para a capacidade da serra no modelo PDLM. Tal capacidade está representada forma explícita com as restrições (5.17) e (5.9) do PIDCM e do PCEM respectivamente.

5.2 Método de resolução

O modelo PDLM é resolvido de maneira satisfatória pelos *solvers* disponíveis. Em contrapartida, tanto na resolução do modelo PCEM quanto na resolução do PIDCM, esbarramos em duas grandes dificuldades: o alto número de possíveis padrões de corte e a integralidade das variáveis y^e_{jt}. Para contornar tais dificuldades usamos o método de geração de colunas aplicado à relaxação linear dos modelos, que é obtida pela substituição da restrição $y^e_{jt} \in \mathbb{Z}_+$ por $y^e_{jt} \in \mathbb{R}_+$.

A partir daqui, descreveremos o método de resolução nos referindo apenas às restrições do modelo integrado e sem perda de generalidade o mesmo tratamento será dado às restrições e variáveis equivalentes do PCEM. Construímos o Problema Mestre Restrito (PMR) para o PIDCM considerando, inicialmente, apenas padrões de corte homogêneos na submatriz associada às variáveis y^e_{jt} e às restrições (5.16). As colunas relativas às outras variáveis também são incluídas no PMR. O PMR é resolvido com um pacote de otimização e os vetores de variáveis duais π^e_t e λ^e_t associadas, respectivamente, às restrições (5.16) e (5.17) são recuperados. Para cada espessura e e período t é resolvido um subproblema *pricing* (5.21)-(5.22) para identificar se existem padrões de corte (A^e_j) que possam melhorar a solução atual do PMR. Para simplificar a notação o índice t é omitido.

$$Z_{SUB} = \quad min \qquad (co^e - \pi^T A_j^e), \quad j \in NB \tag{5.21}$$

$$s.a \qquad A_j^e \quad \text{é um padrão de corte bidimensional} \tag{5.22}$$

A parte em destaque na Figura 30 exibe na coluna, a ser incluída na matriz do PMR, o padrão de corte gerado com a resolução do subproblema *pricing* para a espessura e e período t.

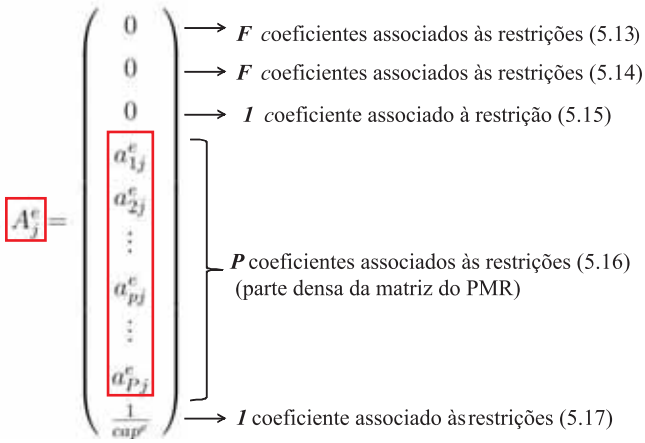


Figura 30: Coluna gerada para o PIDCM.

As colunas A_j^e que satisfizerem o critério definido em (5.23) são incluídas no PMR e a relaxação linear é resolvida novamente. O processo é repetido iterativamente de acordo com o fluxograma do algoritmo implementado, o qual é apresentado na Figura 31.

$$\hat{c}_{jt}^e = co^e - \frac{1}{cap^e}\lambda_t - \pi_t^e A_j^e < 0 \tag{5.23}$$

Os padrões de corte gerados para o (PMR) são armazenados e usados para obter uma solução inteira factível para o problema PIDCM. Uma versão reduzida do modelo (5.12)-(5.20) é construída considerando um subconjunto de padrões de corte (colunas da matriz de restrições associadas às variáveis y_{jt}^e). Apenas os padrões de corte homogêneos e os padrões de corte gerados para o (PMR) são incluídos nas restrições (5.16) e (5.17). A versão reduzida do modelo PIDCM assim construída é então resolvida usando um sistema comercial.

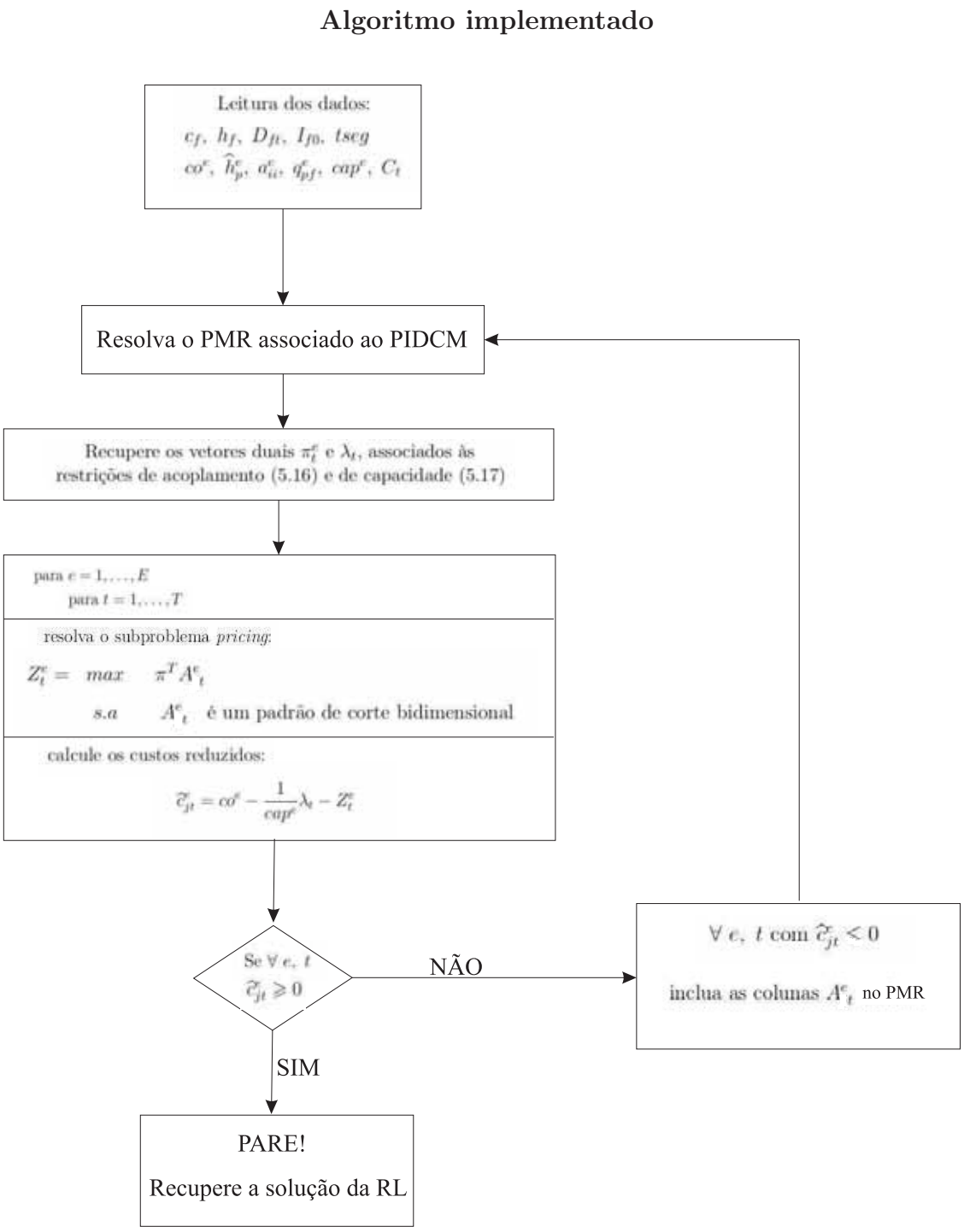


Figura 31: Algoritmo para resolução de PIDCM por geração de colunas.

A extensão do algoritmo para o PCEM consiste em desconsiderar os parâmetros referentes ao dimensionamento de lotes ($c_f,\ h_f,\ D_{ft},\ I_{f0},\ tseg$) na entrada de dados e considerar o parâmetro $\widetilde{X}_{ft}$ obtido com a resolução do PDLM, de forma a determinar a demanda de peças (lado direito da restrição (5.8).

5.3 Exemplo ilustrativo

Nesta seção resolvemos um exemplo ilustrativo baseado nos dados coletados na Fábrica L. Adequamos alguns dados para permitir uma análise prévia do comportamento dos modelos propostos.

Considere a produção de 3 produtos finais ($F = 3$) em um horizonte de planejamento de 3 períodos ($T = 3$). As peças são obtidas a partir do corte de objetos com $(2750 \times 1850)mm$. Os estoques iniciais de produtos finais (I_{f0}) são iguais a 9, 6 e 8 unidades para os produtos P1, P2 e P3, respectivamente. A Tabela 5 exibe os custos de produção e estoque de produtos finais e a Tabela 6 as demandas e estoques mínimos de produtos finais em cada período. O custo dos objetos foi considerado respectivamente 80 e 100 reais para as espessuras de 15 e 18 mm. A estrutura dos produtos é composta por um conjunto de 15 peças ($P = 15$) divididas entre duas espessuras distintas ($E = 2$) (Tabela 7). Consideramos os parâmetros de estimativa de perda (tx) e estoque de segurança ($tseg$), respectivamente 1,15 e 0,6. O custo dos objetos foi 80 e 100 reais, para as espessuras 1 e 2, respectivamente. Na formulação da capacidade da serra atribuímos 12, 10 e 8 ciclos de serra respectivamente para cada período.

Produtos	**Custos de produção**	**Custos de estoque**
P1	R$ 42,00	R$ 0,063
P2	R$ 90,00	R$ 0,14
P3	R$ 150,00	R$ 0,23

Tabela 5: Custos de produção e estoque de produtos finais

Demandas D_{ft}					**Estoques mín.**		
Produtos	**Períodos**			**Soma**	**Períodos**		
	1	**2**	**3**		1	2	3
P1	10	5	0	15	6	3	9
P2	0	0	10	10	0	0	6
P3	0	20	10	30	0	12	18

Tabela 6: Demandas dos produtos finais e estoques mínimos

Estrutura do produto (q^e_{pf}) e Dimensões das Peças ($l \times w$)												
Espessura e = 1 (15 mm)						Espessura e=2 (18 mm)					
Peça	P1	P2	P3	l(mm)	w(mm)	Peça	P1	P2	P3	l(mm)	w(mm)
1	3	0	0	310	80	1	0	3	1	505	315
2	0	0	6	433	145	2	0	0	4	505	230
3	0	0	2	470	430	3	0	0	1	610	565
4	0	1	0	515	60	4	0	4	0	630	340
5	3	0	0	680	198	5	4	0	0	700	700
6	4	0	0	760	60	6	0	5	0	1120	450
7	2	2	0	760	450						
8	0	0	5	1095	440						
9	2	2	2	1100	530						

Tabela 7: Estrutura dos produtos gerados para o exemplo

Comparamos as soluções da resolução em separado (modelos PDLM e PCEM) com a solução integrada (modelo PIDCM) sob os aspectos do dimensionamento de lotes e do corte de estoque. A Tabela 8 mostra a programação da produção e os custos relacionados ao dimensionamento de lotes para os modelos PIDCM e PDLM

PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO								
CUSTOS	**PIDCM**				**PDLM**			**CUSTOS**
		t=1	t=2	t=3	t=1	t=2	t=3	
Produção PIDCM R$ 6.030,00	P1	7,5	4,5	3	7	2	6	Produção PDLM R$ 6.030,00
	P2	0	0	10	0	0	10	
	P3	0	14	16	0	14	16	
Estoque PIDCM R$ 14,90	P1	6,5	6	9	6	3	9	Estoque PDLM R$ 14,70
	P2	6	6	6	6	6	6	
	P3	18	12	18	18	12	18	

Tabela 8: Programação da produção e custos

Os custos de produção em ambos os modelos são iguais como já era esperado (como o parâmetro (c_f) é constante nos períodos e a demanda por produtos finais deve ser atendida o custo de produção será o igual no final do horizonte de planejamento). Os custos de estoques com produtos finais é maior com a solução associada ao PIDCM. O modelo PIDCM antecipa a produção de algumas unidades do produto P1 enquanto o PDLM cumpre apenas o estoque mínimo exigido por período. As 3 unidades de P1 antecipadas (0,5 em $t = 1$ e 2,5 em $t = 2$) representam 20% da demanda total do produto (15 unidades). A análise do consumo de matéria-prima principal, permitirá analisar se é vantajoso antecipar esses lotes de produtos finais

A Tabela 9 exibe na 1º linha a solução inteira para o número de objetos utilizados, na

2º linha o custo com os objetos, na 3º linha o custo com estoque de peças e na 4º linha a taxa percentual de perda oriunda do corte de estoque (calculado de acordo com (2.30)) e o custo total com estoque de peças para o PIDCM e para o PCEM.

	PIDCM	**PCEM**
Objetos	68	68
$ Objetos	5.680,00	5.720,00
% Sobras	14,51	15,52
$ Peças	7,53	5,12

Tabela 9: Resultados gerais relativos ao corte de estoque

Como o exemplo é ilustrativo, não obtivemos diferenças na solução inteira para o número de objetos utilizados, porém o custo relacionado com o modelo PCEM é maior. A justificativa é a diferença de valores entre os objetos. O modelo PIDCM resolveu a instância com respectivamente 56 e 12 objetos para as espessuras 1 e 2, já o PCEM obteve uma solução de respectivamente 54 e 14 objetos para essas espessuras. Como os objetos da espessura 2 são mais caros o PIDCM obteve vantagem na solução associada ao número de objetos utilizados. É relevante citar que as soluções contínuas (para o número de objetos) são muito próximas, mas é menor com o PIDCM, são 64,36 objetos contra 64,40 objetos com o PCEM.

O custo com estoque de peças, assim como o de produtos finais, também foi maior com o modelo PIDCM. Essa característica de adiantar lotes de produtos finais e/ou peças aumenta a possibilidade de geração de padrões de corte melhores, já que um conjunto mais diversificado de peças é considerado no subproblema *pricing*. Devido ao alto custo da matéria-prima o *trade-off* entre estoque e corte é relevante.

Notamos para este exemplo que as soluções obtidas pelo PIDCM mostraram o compromisso em adiantar a produção custeando o estoque para obter melhores resultados com o corte de matéria-prima. Na resolução em separado, o PDLM (que é resolvido primeiro) não é sensível às decisões do corte de estoque, por isso suas soluções atendem apenas os estoques mínimos, priorizando a economia dos custos de estoque. O PCEM apesar de permitir o estoque de peças não obteve soluções tão eficientes quanto as do PIDCM.

Outro fator relevante é o número de tipos de padrões utilizados. Uma menor diversidade dos padrões de corte utilizados diminuem os *setups* da máquina de corte (não considerados neste trabalho) e esse é um fator facilitador para a fábrica. Uma solução com muitos tipos de padrões de corte requer constantes re-configurações da máquina (ver Capítulo 4) aumentando os tempos de *setup*. A Tabela 10 detalha quantos objetos são utilizados por período e para cada um dos problemas.

Períodos	**PIDCM**		**PCEM**	
	Objetos	**Tipos de padrões**	**Objetos**	**Tipos de padrões**
1	11	5	10	4
2	36	7	28	9
3	21	12	30	16
Total	68	24	68	29

Tabela 10: Detalhamento do número e tipo de objetos por período

Observamos na Tabela 10 que o modelo PIDCM corta mais objetos no primeiro e segundo período refletindo a antecipação no corte da matéria-prima. Com relação à quantidade de tipos de padrões utilizados o PIDCM também foi mais vantajoso ao utilizar um menor número de tipos de padrões de corte.

A Figura 32 mostra a parte relativa às restrições (5.16) do PIDCM, de uma das colunas geradas para este exemplo e o padrão de corte associado.

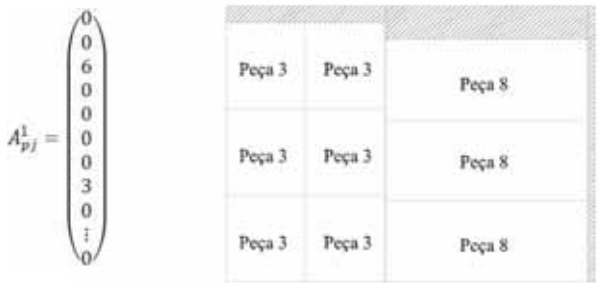


Figura 32: Coluna gerada e padrão 2-grupos correspondente.

A soma dos custos produz a Tabela 11, na qual a coluna PIDCM corresponde a custos envolvidos quando consideramos o modelo PIDCM, a coluna PDLM+PCEM corresponde aos custos envolvidos se a resolução foi obtida do PDLM seguido do PCEM. Fechando a análise de custos, com esse exemplo podemos concluir que é interessante tratar o problema

de forma integrada.

	PIDCM	PDLM+PCEM
Produção	6.030,00	6.030,00
Est-prod	14,90	14,70
Corte	5.680,00	5.720,00
Est-peça	7,53	5,12
SOMA	11.732,43	11.769,82

Tabela 11: Soma total dos custos $PIDCM \times (PDLM + PCEM)$

Para este exemplo, o tempo destinado à resolução do subproblema *pricing* e para obter uma solução factível (PMR's com as colunas homogêneas e geradas) foi 60s, os padrões de corte gerados foram do tipo 2-grupos. O PIDCM resolveu a geração de colunas com 1.473,44s e 10 iterações simplex. O PCEM utilizou 1.411,04s e 8 iterações simplex, o tempo de resolução do PDLM foi menor que 5s. A base final do PMR para o PIDCM é formada por 7 colunas referentes a padrões homogêneos e 17 novas colunas, a base final do PMR para o PCEM tem 9 colunas referentes a padrões homogêneos e 20 novas colunas. O gráfico da Figura 33 mostra a evolução do número de objetos iteração por iteração para o PIDCM e o PCEM.

Figura 33: Gráfico do decréscimo dos objetos utilizados por iteração.

5.4 Conclusões

Os modelos propostos neste Capítulo buscam representar as necessidades observadas nas visitas à Fábrica L e respeitar o atual planejamento estratégico da empresa. Mantivemos as características encontradas em modelos propostos na literatura que puderam ser aplicadas neste estudo de caso. Na resolução optamos por uma estratégia simples de

geração de colunas com o intuito de viabilizar a utilização do sistema pelas máquinas da empresa. Através de um exemplo ilustrativo notamos que o PIDCM capta a interdependência entre os problemas, indicando que testes mais consistentes devam ser realizados para comprovar a eficácia do modelo ou mapear em quais cenários essa proposta pode ser aplicada.

Capítulo 6

Testes Computacionais

Este capítulo contém a descrição dos experimentos realizados para a validação do modelo PIDCM proposto no Capítulo 5. O objetivo é comparar a solução do problema de forma integrada com a prática da Fábrica L. A simulação das decisões tomadas pelo gerente de produção da fábrica será aproximada pela resolução dos modelos PDLM e PCEM (descritos no Capítulo 5) resolvidos em duas etapas.

Como a proposta deste trabalho é a obtenção de uma solução que possa ser implementada pela fábrica, a lógica na geração de instâncias foi dirigida pelas visitas à fábrica, entrevistas com os decisores e os dados coletados. Na Seção 6.1 descrevemos os parâmetros utilizados para a geração das instâncias. Foram realizados 2 estudos: Teste 1 e Teste 2, descritos a seguir.

Teste 1: Na primeira rodada de testes, fazemos uma simulação do planejamento a curto prazo com os produtos da carteira da Fábrica L. Geramos 5 instâncias para cada um dos 3 meses distintos de demanda: março, agosto e novembro. Os meses escolhidos representam, respectivamente, demandas baixa, média e alta de acordo com a sazonalidade do setor. Na Seção 6.2, apresentamos os resultados computacionais e análises dos mesmos sob diferentes aspectos: do ponto de vista do dimensionamento de lotes (Seção 6.2.1) e do ponto de vista do corte de estoque (Seção 6.2.2) e na Seção 6.3, reunimos os resultados obtidos e avaliamos o comportamento do método

de solução utilizado.

Teste 2: Na segunda rodada de testes, fazemos uma proposta de planejamento a médio prazo. As 3 primeiras instâncias desta proposta representam cada um dos 3 quadrimestres relativos ao ano de 2011. A característica destas instâncias também depende do tipo de demanda, sendo, respectivamente, demandas baixa, média e alta para Janeiro-Abril, Maio-Agosto e Novembro-Dezembro. Na quarta instância, fazemos uma projeção para o primeiro quadrimestre de 2013. A demandas são geradas por uma suavização exponencial de séries temporais, que considera como parâmetros o crescimento da Fábrica L de 2011 para 2012 e a previsão da ABIMÓVEL (2012) de crescimento do setor para o ano de 2012.

Os modelos PIDCM, PDLM e PCEM e o algoritmo de geração de colunas foram escritos na sintaxe da linguagem de modelagem Mosel (FICO, 2011). Os problemas de otimização associados foram resolvidos com o *solver* X-PRESS^{MP} (FICO, 2011). Os testes foram executados em uma máquina com memória RAM de 8.0 GB e processador Intel(R) Core(TM) i-7 de 3GHZ. A Tabela 12 exibe os tempos (em segundos) destinados à resolução das instâncias de acordo com cada um dos modelos e dos subproblemas *pricing* relacionados.

	PDLM (s)	**PCEM (s)**	**PIDCM (s)**	**Pricing (s)**
Teste 1 (15 inst)	60	10740	10800	60
Teste 2 (3 inst.)	60	21540	21600	180
Teste 2 (1 inst)	60	35940	36000	180

Tabela 12: Tabela dos tempos destinados à resolução das instâncias

O tempo de resolução do PDLM foi fixado em 1 minuto para todas as instâncias. Esse tempo corresponde à resolução do problema com o *solver* e o tempo gasto pela máquina com a finalização do programa e acesso do PCEM. A soma dos tempos destinados ao PDLM e ao PCEM é igual ao PIDCM.

Produto	Custo (c_f)	Estoque (h_f)
1) MUL	42,00	0,21
2) B3P	113,00	0,57
3) B4P	141,00	0,70
4) B5P	175,00	0,84
5) R5P	175,00	0,84
6) T3P	188,00	0,85
7) PNT	75,00	0,39
8) A5P	152,00	0,70

Tabela 13: Custos de produção e estoque dos produtos finais

6.1 Descrição das instâncias

Parâmetros

As instâncias foram criadas com base em dados coletados na Fábrica L ou obtidos no mercado.

- dimensão do problema: $F = 8$ produtos; $T = 4$ períodos; $P = 71$ peças agrupadas em $E = 4$ espessuras.
- Na Tabela 13, exibimos os custos de produção (c_f) de cada produto final descontando o valor da matéria-prima principal. O custo de estoque atribuído aos produtos representa o retorno, caso o valor c_f fosse aplicado na poupança no respectivo período, acrescido do volume do produto em m^3.
- estoque inicial de produtos finais (I_{f0}): 60% da demanda total do horizonte de planejamento.
- imposição de estoque mínimo ($tseg$): 60% da demanda do referido período.
- dimensão dos objetos $(L \times W) : (2750 \times 1850)mm$ para $e = 1, \ldots, 4$.
- custos dos objetos (co^e): a Tabela 14 exibe os custos de cada tipo de objeto, aferidos no mercado de atacado.

Objeto	o^1	o^2	o^3	o^4
Espessura (mm)	15	18	9	25
Custo (R$)	45,79	65,63	36,37	97,17

Tabela 14: Custo dos objetos por espessura

- custo das peças (cp_p^e): calculado como $cp_p^e = \left(\frac{l_p^e \cdot w_p^e}{L \cdot W}\right) \cdot co^e$. Esse custo é utilizado no cálculo dos custos de estoque de peças $\widehat{h}_p^e$.

- custo de estoque das peças ($\widehat{h}_p^e$): adotamos a mesma estratégia do custo de estoque de produtos finais. Ou seja, o retorno que o valor cp_p^e geraria caso aplicado em caderneta de poupança, acrescido do volume da peça em m^3.

- estoque inicial de peças (IP_{p0}): zero.

- estrutura do produto: nas Tabelas 15 e 16, descrevemos o número de peças componentes de cada produto. A primeira linha mostra a espessura referida e nas 2º e 3º colunas são exibidas as dimensões das peças.

  A codificação dos nomes dos produtos servirá para identificar semelhanças estruturais. Produtos com a última letra P são guarda-roupas, o número anterior representa a quantidade de portas e a primeira letra agrupa por semelhança de peças. Letras alfabeticamente próximas significam semelhanças estruturais. Os produtos MUL e PNT têm uma estrutura singular.

- altura da serra (S): $105mm$.

- capacidade estimada de corte por período (ciclos da serra) (C_t): Aferimos cerca de 7 min/ciclo. Considerando turnos únicos de 8 horas diárias, obtemos $C_t = 342$.

- taxa estimada de perda no corte de estoque (tx): Os padrões de corte atuais da Fábrica L somam cerca de 15% de sobras. Dessas sobras em torno de 12% são faixas que serão aproveitadas posteriormente e 3% é a perda. Portanto, atribuímos $tx = 0,85$ que aproxima o consumo de matéria-prima.

ESTRUTURA DO PRODUTO - Espessura de 15 *mm*										
p	***l_p***	***w_p***	**1) B3P**	**2) B4P**	**3) B5P**	**4) R5P**	**5) T3P**	**6) A5P**	**7) MUL**	**8) PNT**
1	290	80								2
2	385	140								16
3	405	145						4		
4	416	140								8
5	433	145	2	18	24	18	18	12		
6	450	164								8
7	459	145		6	12					
8	470	430				2				
9	470	355					2			
10	494	60	2	5	3					
11	495	198		3	6					
12	500	396						2		
13	515	60			2					
14	525	440	3	4	5	5				
15	527	425						2		
16	530	60	3	3	6	6		6		
17	530	90				2	4	2		
18	530	530	2	2	2					
19	530	110						2		
20	530	527						2		
21	530	410						5		
22	535	530				2	2			
23	574	60								1
24	600	100								2
25	610	142	6			4	4			
26	610	530	2	2	2	2				
27	610	565					2			
28	610	100								1
29	615	485								1
30	632	445	6	6	6					
31	646	145	1	6	6			6		
32	665	415								4
33	680	198	6	6	6			6		
34	701	145				9	9			
35	710	248								2
36	726	480					1			
37	726	60					2			
38	728	480					1			
39	736	198				9	9			
40	760	60							6	
41	760	450							2	
42	770	522					3			
43	780	420							4	
44	820	480							1	
45	1090	770					3			
46	1095	440	3	4	5	5				
47	1100	60	3	3	6	2		4		
48	1100	530	2	2	2					
49	1100	535				4	2			
50	1100	90				2				
51	1100	480					2			
52	1100	527						5		
53	1100	407						5		
54	1120	410						4		
55	1470	565	6							
56	1775	388							2	
57	1840	450							2	
58	1930	565		6						
59	2300	565				6	6			
60	2100	565						6		
61	2440	565			6					

Tabela 15: Estrutura do produto para a espessura de 15 *mm*

ESTRUTURA DO PRODUTO										
Espessura de 18 mm										
p	l_p	w_p	**1) B3P**	**2) B4P**	**3) B5P**	**4) R5P**	**5) T3P**	**6) A5P**	**7) MUL**	**8) PNT**
1	530	60	3	5	6					
2	610	142		4	6					
3	910	680								1
4	1100	60	3	4	6					
Espessura de 9 mm										
1	510	451	1	5	3					
2	515	60	3	6						
Espessura de 25 mm										
1	530	30					2			
2	530	452								2
3	1100	30					2			
4	1600	452								1

Tabela 16: Estrutura do produto para as espessuras 9, 18 e 25 mm

- demanda do produto final (D_{ft}): Para as instâncias do Teste 1 são exibidas nas Tabelas 17, 18 e 19 e geradas de acordo com a lógica descrita a seguir. As demandas usadas no Teste 2 são descritas na Seção 6.4.

Geração das demandas semanais do Teste 1

As demandas mensais são dados aferidos durante o estudo de caso, porém houve a necessidade da geração de demandas semanais. Essas demandas são inconstantes e a Fábrica L não elabora um histórico desse parâmetro.

Procuramos equilibrar a distribuição das demandas entre os períodos, crescendo suavemente nos últimos períodos. Adotamos essa estratégia na distribuição da demanda mensal entre as semanas para satisfazer a cobrança dos clientes (*e.g.* lojas de varejo) que é maior nas últimas semanas de cada mês (ver Capítulo 4). Em algumas instâncias permitimos diferenças maiores entre períodos para possibilitar análises das soluções sobre outros aspectos. Por exemplo: investigar se a característica da distribuição dessas demandas afeta a solução; geração de diferentes cenários (alterações de mercado). Para avaliarmos adequadamente o comportamento dos modelos, procuramos diversificar a forma de agrupamento de produtos demandados simultaneamente, ora agrupando produtos por semelhança de peças (por exemplo instância 5) ora por produtos com menor interseção de peças (por exemplo instâncias 1 e 7). Também foram geradas instâncias de acordo com a política atual da fábrica (instância 2 e 4), que é produzir lotes semanais com um ou dois

produtos para facilitar decisões em outros setores (*e.g.* pintura).

As Tabelas 17, 18 e 19 descrevem as demandas das 15 instâncias usadas no Teste 1 referentes aos meses de março, agosto e novembro de 2011, respectivamente. SomaF representa a soma de cada produto no final do horizonte de planejamento; SomaT a soma de produtos em cada período e % Prod é a porcentagem de produtos que foram produzidos em cada período. A Tabela 20 representa o estoque inicial de cada produto em cada um dos meses.

MARÇO (Demanda baixa)

Instância 1

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL	40	40	40	40	160
2) B3P		25	25		50
3) B4P			160		160
4) B5P	170	170			340
5) R5P		80	80		160
6) T3P	115	115			230
7) PNT		120			120
8) A5P				70	70
SomaT	325	550	305	110	**1290**
% Prod	25,19	42,64	23,64	8,53	**100,00**

Instância 2

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL	160				160
2) B3P			50		50
3) B4P		160			160
4) B5P			170	170	340
5) R5P			10	150	160
6) T3P				230	230
7) PNT		60	60		120
8) A5P	70				70
SomaT	230	220	290	550	**1290**
% Prod	17,83	17,05	22,48	42,64	**100,00**

Instância 3

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL	80	80			160
2) B3P		25	25		50
3) B4P	40	40	40	40	160
4) B5P	170			170	340
5) R5P	50	110			160
6) T3P		100		130	230
7) PNT		20		100	120
8) A5P	70				70
SomaT	410	375	65	440	**1290**
% Prod	31,78	29,07	5,04	34,11	**100,00**

Instância 4

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL				160	160
2) B3P				50	50
3) B4P	20	20	80	40	160
4) B5P	300			40	340
5) R5P			160		160
6) T3P				230	230
7) PNT			20	100	120
8) A5P	70				70
SomaT	390	20	260	620	**1290**
% Prod	30,23	1,55	20,16	48,06	**100,00**

Instância 5

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL			80	80	160
2) B3P	25			25	50
3) B4P	80	80			160
4) B5P	170	170			340
5) R5P			80	80	160
6) T3P			115	115	230
7) PNT			60	60	120
8) A5P	35	35			70
SomaT	310	285	335	360	**1290**
% Prod	24,03	22,09	25,97	27,91	**100,00**

Tabela 17: Demandas semanais referentes ao mês de março (demanda baixa)

AGOSTO (Demanda média)

Instância 6

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL	60		40	100	200
2) B3P	33			33	66
3) B4P	50			50	100
4) B5P	200			240	440
5) R5P		190			190
6) T3P		100		150	250
7) PNT		85	100		185
8) A5P			66		66
SomaT	343	375	206	573	**1497**
% Prod	22,91	25,05	13,76	38,28	**100**

Instância 7

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL	50	50		100	200
2) B3P			66		66
3) B4P				100	100
4) B5P	240		200		440
5) R5P	100		90		190
6) T3P		125		125	250
7) PNT	85	30	30	40	185
8) A5P			33	33	66
SomaT	475	205	419	398	**1497**
% Prod	31,73	13,69	27,99	26,59	**100**

Instância 8

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL	100	50		50	200
2) B3P				66	66
3) B4P			100		100
4) B5P	50	120	120	150	440
5) R5P	50	50	45	45	190
6) T3P	50	50	50	100	250
7) PNT			95	90	185
8) A5P	40	26			66
SomaT	290	296	410	501	**1497**
% Prod	19,37	19,77	27,39	33,47	**100**

Instância 9

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL	50	30	30	90	200
2) B3P		66			66
3) B4P				100	100
4) B5P	240		200		440
5) R5P		90		100	190
6) T3P		125		125	250
7) PNT	30	50	105		185
8) A5P	66				66
SomaT	386	361	335	415	**1497**
% Prod	25,78	24,11	22,38	27,72	**100**

Instância 10

Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4	
1) MUL	150	50			200
2) B3P	33	33			66
3) B4P	34	30		36	100
4) B5P	130	50	120	140	440
5) R5P	20	30	110	30	190
6) T3P		150	100		250
7) PNT	55	40	40	50	185
8) A5P				66	66
SomaT	422	383	370	322	**1497**
% Prod	28,19	25,585	24,7161	21,51	**100**

Tabela 18: Demandas semanais referentes ao mês de agosto (demanda média)

NOVEMBRO (Demanda alta)											
Instância 11						**Instância 12**					
Produto	**Períodos**				**SomaF**	**Produto**	**Períodos**				**SomaF**
	1	**2**	**3**	**4**			**1**	**2**	**3**	**4**	
1) MUL				310	310	**1) MUL**	50	100		160	310
2) B3P					0	**2) B3P**					0
3) B4P	45		100		145	**3) B4P**	145				145
4) B5P	100	200	120	100	520	**4) B5P**		100	120	300	520
5) R5P	50		100	100	250	**5) R5P**	100			150	250
6) T3P		200	100	120	420	**6) T3P**	50	100	220	50	420
7) PNT	70	50	50		170	**7) PNT**				170	170
8) A5P		105			105	**8) A5P**			105		105
SomaT	265	555	470	630	**1920**	**SomaT**	345	300	445	830	**1920**
% Prod	13,80	28,91	24,48	32,81	**100,00**	**% Prod**	17,97	15,63	23,18	43,23	**100,00**

Instância 13						**Instância 14**					
Produto	**Períodos**				**SomaF**	**Produto**	**Períodos**				**SomaF**
	1	**2**	**3**	**4**			**1**	**2**	**3**	**4**	
1) MUL	100	100	110		310	**1) MUL**	70	70	70	100	310
2) B3P					0	**2) B3P**					0
3) B4P			100	45	145	**3) B4P**		45		100	145
4) B5P	100	200		220	520	**4) B5P**	200		200	120	520
5) R5P		100		150	250	**5) R5P**	50		50	150	250
6) T3P	200		100	120	420	**6) T3P**	200	100	120		420
7) PNT		70	50	50	170	**7) PNT**	50	70	50		170
8) A5P	105				105	**8) A5P**			55	50	105
SomaT	505	470	360	585	**1920**	**SomaT**	570	285	545	520	**1920**
% Prod	26,30	24,48	18,75	30,47	**100,00**	**% Prod**	29,69	14,84	28,39	27,08	**100,00**

Instância 15					
Produto	**Períodos**				**SomaF**
	1	**2**	**3**	**4**	
1) MUL	200	110			310
2) B3P					0
3) B4P		50		95	145
4) B5P	100		100	320	520
5) R5P	100	100		50	250
6) T3P		120	100	200	420
7) PNT	60	60		50	170
8) A5P			55	50	105
SomaT	460	440	255	765	**1920**
% Prod	23,96	22,92	13,28	39,84	**100,00**

Tabela 19: Demandas semanais referentes a novembro (demanda alta)

Estoque Inicial			
Produto	**Mar** / Inst. 1 a 5	**Ago** / Inst. 6 a 10	**Nov** / Inst. 11 a 15
1) MUL	96	120	186
2) B3P	30	39,6	0
3) B4P	96	60	87
4) B5P	204	264	312
5) R5P	96	114	150
6) T3P	138	150	252
7) PNT	72	111	102
8) A5P	42	39,6	63

Tabela 20: Estoques iniciais de produtos finais para as instâncias do Teste 1

6.2 Resultados computacionais do Teste 1

Os resultados do estudo computacional do Teste 1 são apresentados em diferentes seções, cada qual com objetivos específicos. Na Seção 6.2.1, os resultados são analisados sob a perspectiva do dimensionamento de lotes; na Seção 6.2.2, são exibidos os resultados referentes ao corte de estoque e estoque de peças, e por fim, a solução do problema e análises do desempenho do algoritmo são descritos na Seção 6.3.

6.2.1 Dimensionamento de lotes

O custo (c_f) atribuído à variável (X_{ft}) representa o custo atrelado ao consumo de matérias-primas secundárias, o qual denominaremos a partir daqui como custo de produção. Como esse custo é constante entre períodos e temos restrições de atendimento à demanda por produtos finais, o custo de produção também é constante entre as instâncias de um mesmo agrupamento de demanda. Exibimos, na Tabela 21, o total dos custos de produção para cada um dos grupos de instâncias, apenas para efeito de comparação com os custos com matéria-prima principal (co^e), que será feito na Seção 6.2.2.

Demanda	Março	Agosto	Novembro
Custo total de produção R$	R$ 185.310,00	R$ 211.221,00	R$ 275.885,00

Tabela 21: Custo total com matérias-primas secundárias.

A Tabela 22 exibe os custos com estoque referentes às soluções do PIDCM e do PDLM para as 15 instâncias do Teste 1.

Instância	**Custo/Março R$**		**Instância**	**Custo/Agosto R$**		**Instância**	**Custo/Novembro R$**	
	PIDCM	**PDLM**		**PIDCM**	**PDLM**		**PIDCM**	**PDLM**
1	1.563,13	1.560,38	6	1.731,78	1.982,20	11	2.112,24	2.785,26
2	2.016,28	2.150,25	7	1985,07	1.790,97	12	2.526,46	3.118,91
3	1.475,18	1.603,53	8	1.686,21	1.951,77	13	2.062,43	2.759,61
4	1.982,80	1.982,80	9	1.765,26	1.892,85	14	1.869,66	2.633,39
5	1.580,64	1.631,15	10	1566,22	1.758,64	15	2.205,02	2.717,81

Tabela 22: Custos com estoque de produto final

Em 80% das instâncias, a solução obtida com o modelo PDLM apresenta um custo com estoque de produto final maior que a solução do PIDCM. Selecionamos uma instância

para uma análise mais detalhada sobre o planejamento da produção. Seguem nas Tabelas 23 e 24, respectivamente, o tamanho dos lotes e o número de produtos em estoque por período para a instância 8. É importante observar que estamos considerando a variável de produto final X_{ft} contínua.

TAMANHO DOS LOTES								
	PIDCM				**PDLM**			
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=1	t=2	t=3	t=4
1) MUL	192	2	0	6	40	20	0	140
2) B3P	0	0	0	66,4	0	0	0	66,4
3) B4P	0	0	100	0	0	0	100	0
4) B5P	0	0	98	342	0	122,56	293,23	24,21
5) R5P	0	16	55,6	118,4	0	16	42	132
6) T3P	0	0	32,67	217,33	0	0	30	220
7) PNT	0	0	41	144	0	0	41	144
8) A5P	25,5	40,9	0	0	24,4	42	0	0

Tabela 23: Tamanho dos lotes para a instância 8

PRODUTOS EM ESTOQUE								
	PIDCM				**PDLM**			
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=1	t=2	t=3	t=4
1) MUL	**212**	**164**	**164**	120	60	30	30	120
2) B3P	**39,6**	**39,6**	**39,6**	39,6	39,6	39,6	39,6	39,6
3) B4P	**60**	**60**	**60**	60	60	60	60	60
4) B5P	**214**	94	72	264	214	216,56	389,79	264
5) R5P	**64**	**30**	**40,6**	114	64	30	27	114
6) T3P	**100**	**50**	32,67	150	100	50	30	150
7) PNT	**111**	**111**	**57**	111	111	111	57	111
8) A5P	**25,1**	**39,6**	**39,6**	39,6	24	39,6	39,6	39,6

Tabela 24: Estoque de produto final oriundo da resolução da instância 8

O tamanho dos lotes com o modelo PDLM, em geral, representa o atendimento à demanda mais o estoque de segurança. Porém em virtude da restrição de capacidade (5.3), eventualmente, há necessidade da antecipação de alguns produtos. Notamos nos resultados obtidos para o Teste 1, que a antecipação obtida nas soluções do modelo PDLM acompanha a demanda. A exemplo, observa-se na Tabela 23 que apenas o produto (B5P) (maior demanda) foi antecipado pelo PDLM. Verificamos que o PIDCM antecipa diferentes tipos de produtos finais. Como podemos observar na Tabela 23, no período $t = 1$ são antecipados os produtos MUL e A5P e no período $t = 3$ são antecipados os produtos R5P e T3P. Pelo fato de não considerar o processo de corte, o modelo PDLM não analisa outras possibilidades de antecipação de produtos finais.

Para efeito de análise dos estoques, destacamos na Tabela 24 os períodos $t = 1, \ldots, 3$, (no último período é atendido o estoque de segurança) em que os níveis de estoque de cada produto final no PIDCM são maiores ou iguais ao PDLM. Percebe-se que, apesar do custo de estoque ser maior no PDLM, em apenas 3 momentos dos 24 possíveis (8 produtos $\times$ 3 períodos), o PIDCM apresenta níveis menores aos do PDLM. Além dos custos com estoque, este resultado é relevante no chão-de-fábrica.

Com relação à solução da instância 8, considere a soma de todos os produtos produzidos em cada período ($t = 1, \ldots, 3$, na Tabela 23) e a soma de todos os produtos estocados ($t = 1, \ldots, 3$, na Tabela 24). O gráfico exibido na Figura 34, ilustra como cada modelo administra os estoques e determina a produção até o terceiro período.

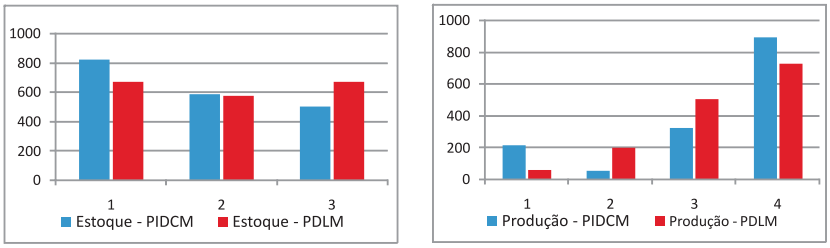


Figura 34: Gráfico dos níveis de estoque e produção até o 3º período (PIDCM $\times$ PDLM)

Notamos pelo gráfico que o modelo PDLM posterga a produção para evitar o custeio de estoque, enquanto o modelo PIDCM manteve níveis maiores ou iguais de estoque de produto final. É importante identificar qual a relação que essa solução tem com o corte de estoque, analisado na Seção (6.2.2). Outra consideração pertinente é o fato de que estamos desconsiderando a capacidade de armazenamento de produto final. Em outros contextos a decisão, por parte do PIDCM, pela antecipação da produção de alguns lotes de produtos finais (como no 1º período do gráfico 34) e consequentemente a manutenção de maiores níveis de estoque seria afetada.

6.2.2 Corte de estoque

Apresentamos nesta seção, os resultados e análises referentes ao corte de estoque. Organizamos a discussão segundo os critérios de: consumo de matéria-prima; níveis físicos de estoque de peças e custo deste estoque; utilização da capacidade e análise da perda com o corte de estoque e eficiência dos padrões gerados.

- **Consumo de matéria-prima**

A Tabela 25 exibe o número de objetos para cada instância dos modelos PIDCM e PCEM de acordo com cada grupo de demanda. Destacamos os menores valores e observamos que o modelo PCEM gera uma solução melhor do que a do PIDCM em apenas 3 das 15 instâncias.

Mar	**Objetos**		**Ago**	**Objetos**		**Nov**	**Objetos**	
	PIDCM	PCEM		PIDCM	PCEM		PIDCM	PCEM
1	5.048	**5.017**	6	**5.590**	5.609	11	**7.600**	7.666
2	4.978	**4.841**	7	5.614	**5.611**	12	**7.318**	7.321
3	**4.969**	4.986	8	**5.485**	5.594	13	**7.438**	7.724
4	**4.888**	4.920	9	**5.699**	5.746	14	**7.585**	7.610
5	**4.943**	4.987	10	**5.670**	5.805	15	**7.307**	7.604

Tabela 25: Número de objetos utilizados por instância

Convém quantificar tal economia financeiramente. A Tabela 26 mostra o gasto, para cada instância, com a matéria-prima principal. Das instâncias em que observamos vantagem ao PCEM, podemos notar que, apenas na instância 2 observa-se um resultado expressivo (acima de R$ 2.000,00). Economicamente verificamos que o PIDCM gerou as soluções com resultados mais significativos (até 4% menor, como na instância 15). Comparando as Tabelas 26 e 21, verificamos que os valores gastos com a matéria-prima principal, em cada mês, é aproximadamente 25% maior do que o gasto com matérias-primas secundárias. Essa comparação é muito usada nas indústrias moveleiras como um dado para a formulação do preço de venda do produto.

Mar	MODELO		Ago	MODELO		Nov	MODELO	
	PIDCM (R$)	PCEM (R$)		PIDCM (R$)	PCEM (R$)		PIDCM (R$)	PCEM (R$)
1	234.712,32	**233.241,53**	6	**260.760,58**	261.630,54	11	**353.100,48**	356.052,25
2	231.507,20	**225.254,15**	7	261.972,67	**261.764,09**	12	**340.118,20**	340.295,24
3	**231.095,11**	231.893,30	8	**255.952,89**	260.599,03	13	**345.673,49**	358.767,45
4	**227.325,53**	228.790,70	9	**265.742,00**	267.101,69	14	**352.352,87**	353.446,18
5	**229.904,63**	231.867,00	10	**264.434,01**	271.118,98	15	**339.653,20**	353.274,22

Tabela 26: Valores gastos com matéria-prima para cada modelo

Alguns fatores influenciam as soluções em ambos os modelos. Notamos que a possibilidade de estoque de peças (fator 1) e a característica das instâncias (fator 2) podem afetar as soluções dos modelos. Para analisar tal influência, são apresentados na Tabela 27, os custos com matéria-prima ($ Matéria-prima) e os custos totais (para $t = 1, \ldots 4$) de estoque de peças ($ Peças estocadas) obtidos com a resolução dos modelos PIDCM e PCEM. Em negrito destacamos os valores menores.

Ins	**$ Matéria-prima**		**$ Peças estocadas**	
	PIDCM	**PCEM**	**PIDCM**	**PCEM**
1	234.712,32	**233.241,53**	557,35	**450,42**
2	231.507,20	**225.254,15**	474,89	**379,91**
3	**231.095,11**	231.893,30	469,86	**344,56**
4	**227.325,53**	228.790,70	331,19	**313,11**
5	**229.904,63**	231.867,00	682,59	**674,93**
6	**260.760,58**	261.630,54	1.585,94	**1.261,69**
7	261.972,67	**261.764,09**	**681,23**	982,23
8	**255.952,89**	260.599,03	796,30	**635,92**
9	**265.742,00**	267.101,69	**562,41**	636,25
10	**264.434,01**	271.118,98	1.064,88	**958,82**
11	**353.100,48**	356.052,25	825,99	**462,12**
12	**340.118,20**	340.295,24	1.392,26	**1.121,83**
13	**345.673,49**	358.767,45	1.158,11	**302,99**
14	**352.352,87**	353.446,18	1.105,65	**387,44**
15	**339.653,20**	353.274,22	1.319,79	**446,37**

Tabela 27: Custo com objetos e custo com estoque de peças

Como discutido no Capítulo 2, o problema de corte de estoque multiperíodo tem como característica a antecipação de alguns lotes de peças, para viabilizar a geração de padrões de corte melhores. O custo de estoque de peças é maior com as soluções obtidas com o PIDCM em 87% das instâncias. Em contrapartida, os gastos com matéria-prima são menores em 80% das instâncias. O *trade-off* entre gastos com estoque de peças e economia de matéria-prima é interessante, haja vista, o alto custo da matéria-prima. Apesar de os modelos PCEM e PIDCM serem formulados como problemas multiperíodo e buscarem soluções com esse *trade-off*, o PIDCM captou melhor essa decisão.

O segundo fator relevante na solução do corte de estoque é a característica das instâncias. Diversificar o *mix* de produção (distribuição das demandas) entre períodos aumenta a diversidade de peças que são consideradas no subproblema *pricing*, possibilitando a geração de padrões de corte melhores. É importante ressaltar que a dificuldade na resolução dos subproblemas também cresce, podendo prejudicar a qualidade da solução. Para medir essa diversidade calculamos as densidades das matrizes de demanda para cada uma das instâncias.

A Tabela 28 mostra as densidades das matrizes de demandas e a diferença entre a solução do número de objetos. A densidade (coluna Dens) é a soma das células ocupadas, as quais representam a existência de demanda de determinado produto em um período específico, dividida pelo total de células (32 para março e agosto e 28 para novembro). A coluna (Dif) representa o número de objetos obtidos com o PCEM menos o número de objetos obtidos com o PIDCM, para cada uma das instâncias. Por exemplo, para a instância 7 (mês de agosto) a diferença é -3, o que significa 3 objetos a menos com a solução do PCEM e na instância 5, 44 objetos a menos na solução do PIDCM.

Mar	**Dens.**	**Dif**	**Ago**	**Dens**	**Dif**	**Nov**	**Dens**	**Dif**
1	0,46	-31	**6**	0,47	19	**11**	0,61	66
2	0,34	-137	**7**	0,53	-3	**12**	0,54	3
3	0,53	17	**8**	0,66	109	**13**	0,64	286
4	0,4	32	**9**	0,5	47	**14**	0,71	25
5	0,5	44	**10**	0,69	135	**15**	0,64	297

Tabela 28: Densidade das matrizes de demandas geradas.

Considerando a correlação linear (*corr.*) calculada da maneira usual, segue na Tabela 29, a correlação entre (Dif) e (Dens).

Mês	**Março**	**Agosto**	**Novembro**
corr.	72,43	90,15	21,42

Tabela 29: Correlação entre as colunas (Dens) e (Dif)

O resultado da correlação é forte para os meses de demanda baixa e média. Essa análise indica certa ligação entre instâncias mais diversificadas e maiores diferenças (vantagem para o modelo PIDCM). Reforçamos que, além da densidade da matriz, as seme-

lhanças estruturais entre os produtos são relevantes.

- **Níveis e custo de estoque de peças**

O parâmetro que define o custo com estoque de peças ($\widehat{h}^e_{pt}$) agrega custos financeiros e custos com o manuseio desse estoque (volume das peças). A solução da variável (IP^e_{pt}) do número de peças estocadas por período pode mascarar ou supervalorizar o volume deste estoque. A prática da fábrica consiste em empilhar as peças do mesmo tipo nas esteiras rolantes até uma altura de $1,20m$, determinada por diretrizes de segurança do trabalho.

Considere l^e_p e w^e_p em metros e $\widehat{IP^e_{pt}}$ a solução ótima associada à variável (IP^e_{pt}). O número aproximado de pilhas é determinado pela expressão:

$$pilhas(t) = \sum_{e=1}^{E} \sum_{p=1}^{P} \frac{l^e_p \cdot w^e_p}{(1,2)/o^e} \widehat{IP^e_{pt}} \qquad t = 1 \ldots T. \tag{6.1}$$

Na expressão (6.1), o resultado é uma quantidade de pilhas com $1m^2$ de área e altura de $1,20m$. A Figura 35 mostra, em escala, o que significa uma pilha de peças com relação a um trabalhador de 1,69 m de altura.

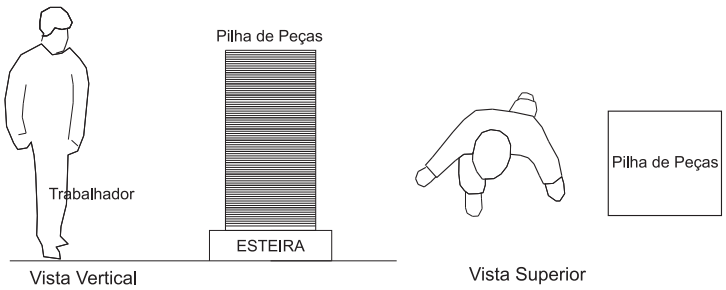


Figura 35: Visão do estoque de peças.

Seguem nas Tabelas 30 e 31, o número de peças estocadas e o número de pilhas para cada período (calculado de acordo com (6.1)) e o custo total de estoque de peças (Custo $\widehat{h}^e_p$), determinados pelas resoluções do PIDCM e PCEM respectivamente.

Estoque de peças do PIDCM									
Períodos	**1**		**2**		**3**		**4**		**Custo $\widehat{h}_p^e$**
Instâncias	Peças	Pilhas	Peças	Pilhas	Peças	Pilhas	Peças	Pilhas	
1	23.424,0	40,6	10.291,0	28,9	15.286,0	30,8	2.738,0	0,2	557,35
2	2.898,0	0,2	11.176,0	23,9	32.649,0	60,2	1.030,0	0,9	474,89
3	3.907,0	3,4	7.716,0	9,7	40.562,0	78,7	831,0	0,5	469,86
4	3.624,0	5,7	3.624,0	5,7	23.435,0	54,2	1.171,0	0,7	331,19
5	13.236,0	39,2	21.789,0	41,4	27.530,0	52,9	732,0	0,6	682,59
6	40.143,2	70,3	42.488,2	103,7	43.473,5	105,0	369,0	0,0	1.585,94
7	11.156,0	17,7	30.173,5	51,9	25.021,4	52,4	4.273,0	2,6	681,23
8	8.322,5	9,0	36.067,8	76,9	39.382,6	66,0	594,0	0,5	796,30
9	13.806,8	12,6	27.992,0	44,8	24.141,0	46,4	345,0	0,4	562,40
10	29.959,0	56,1	56.251,2	86,1	40.888,2	64,6	534,0	0,5	1.064,88
11	5.207,0	16,8	19.718,0	58,2	43.035,0	100,4	879,0	0,7	2.526,46
12	14.635,0	76,5	27.665,5	99,0	34.775,0	79,9	419,0	0,3	1.392,26
13	7.876,0	14,5	27.285,0	73,2	52.004,0	127,6	439,0	0,3	1.158,11
14	16.955,0	32,8	33.443,5	86,2	39.948,5	109,6	2.694,0	1,3	1.105,65
15	13.357,0	35,4	28.019,1	57,9	82.227,1	162,0	599,0	0,4	1.319,79

Tabela 30: Visão geral do estoque de peças para o PIDCM

Estoque de peças do PCEM									
Períodos	**1**		**2**		**3**		**4**		**Custo $\widehat{h}_p^e$**
Instâncias	Peças	Pilhas	Peças	Pilhas	Peças	Pilhas	Peças	Pilhas	
1	19.982,0	31,96	8.525,0	13,4	20.126,0	37,37	407,0	0,24	450,42
2	5.326,0	3,73	24.346,0	35,57	16.873,0	30,21	344,0	0,25	379,91
3	6.579,0	4,28	11.863,0	15,54	26.719,0	50,02	1.202,0	0,49	344,56
4	4.169,0	4,6	4.169,0	4,6	23.722,0	53,28	699,0	0,4	313,11
5	19.053,0	10,5	25.212,0	36,1	26.032,0	51,2	550,0	0,5	674,93
6	40.304,0	94,1	39.443,0	103,0	16.436,0	45,9	521,0	0,5	1.261,69
7	14.196,0	24,3	34.914,0	70,4	20.613,0	48,5	440,0	0,3	982,23
8	24.032,0	17,1	44.452,0	69,7	28.489,0	56,8	230,0	0,3	635,92
9	21.641,0	13,2	38.161,0	45,9	26.971,0	39,8	317,0	0,3	636,25
10	45.372,0	70,6	49.431,0	70,5	23.215,0	33,3	729,0	0,5	951,65
11	15.373,0	26,8	19.661,0	30,75	16.189,0	30,29	908,0	0,65	462,12
12	35.642,0	82,65	27.199,0	72,27	18.312,0	50,49	533,0	0,34	1.121,83
13	13.408,0	12,51	14.689,0	24,13	12.419,0	23,61	706,0	0,54	302,99
14	20.469,0	30,49	17.324,0	30,3	11.659,0	16,77	1.910,0	1,72	387,44
15	14.449,0	28,15	17.124,0	27,88	21.676,0	32,3	247,0	0,25	446,37

Tabela 31: Visão geral do estoque de peças para o PCEM

Como o número de pilhas é diretamente proporcional à área de cada peça ($l_p^e \cdot w_p^e$), observamos a não-proporcionalidade entre número de peças em estoque e número de pilhas. Comparando, na Tabela 30, o período $t = 1$ para as instâncias 12 e 13, o número de peças em estoque da instância 12 é, aproximadamente, o dobro da instância 13, porém o número de pilhas é aproximadamente o quíntuplo.

O número de peças em estoque ($\widehat{IP}_{pt}^e$) não reflete a dimensão dessa solução na prática. Para a rotina da fábrica é necessário determinar (mesmo que de maneira aproximada) tais níveis em termos de pilhas. As Figuras 36, 37 e 38, mostram para cada instância e período o número de pilhas relacionadas respectivamente aos modelos PIDCM e PCEM.

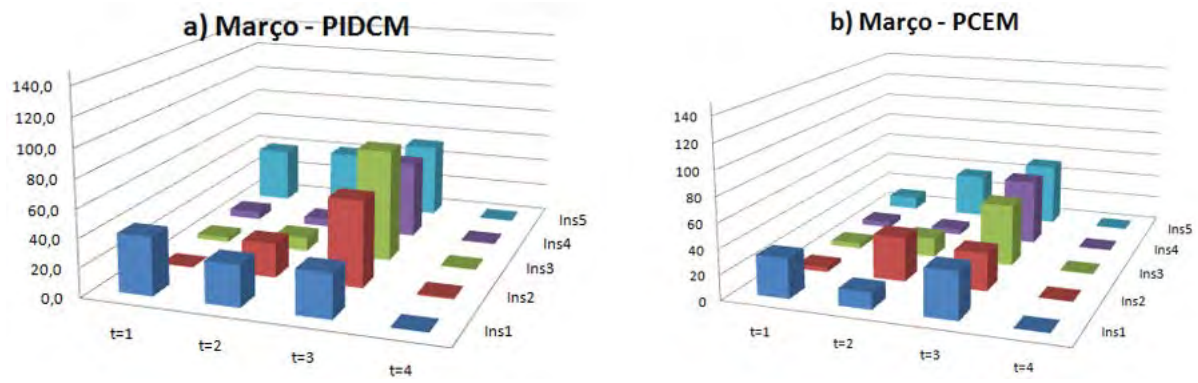


Figura 36: Visão das pilhas de peças para cada instância referente a março

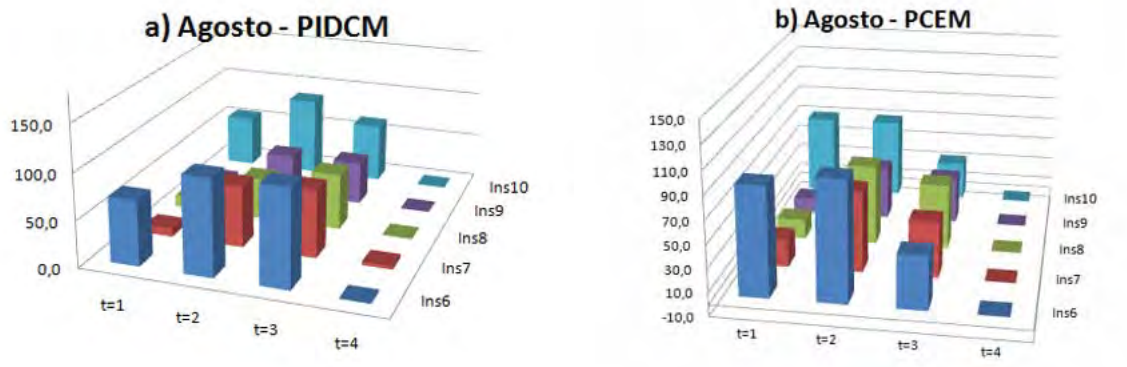


Figura 37: Visão das pilhas de peças para cada instância referente a agosto

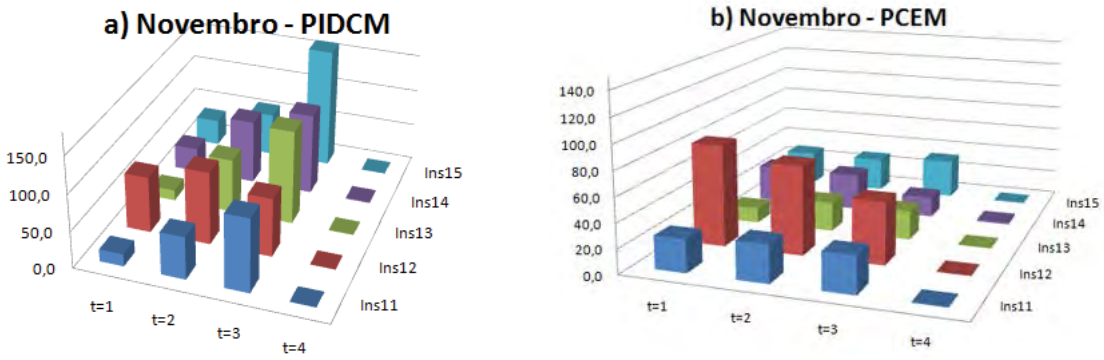


Figura 38: Visão das pilhas de peças para cada instância referente a novembro

Uma característica é comum tanto no PIDCM quanto no PCEM para o estoque de peças: no último período observamos estoque próximo de zero que só é diferente de zero em virtude do arredondamento da solução associada à variável y. No entanto, notamos que o modelo PIDCM apresenta, para o último período, valores maiores que o PCEM na

maioria das instâncias.

Fazendo a comparação direta entre os modelos, para demanda baixa, o número de peças estocadas, em média, é 15% e 25% maior com o PCEM nos 1º e 2º períodos respectivamente; 25% maior com o PIDCM no 3º período e o dobro no último período. Esse nível mais elevado no último período, para as soluções obtidas com o PIDCM, não representa diferenças significativas em termos de pilhas. No contexto de demanda média (mês de agosto), o PCEM encontra no 1º período uma solução com o número de estoque de peças, em média, 40% maiores que o PIDCM; no 2º período esse valor é praticamente igual em ambos modelos e para o 3º período o número de peças estocadas com o PIDCM é 50% maior que o PCEM. Para as instâncias de demanda alta (mês de novembro) o modelo PIDCM tem menores níveis somente no primeiro período.

Observando os gráficos de pilhas do PCEM (Figuras 36-b, 37-b e 38-b) notamos que o modelo, em algumas instâncias, tende a utilizar as peças estocadas no período anterior já no próximo período. A caráter de exemplo, observe que no 2º período da instância 1 o PCEM utilizou as peças estocadas no 1º período, enquanto o PIDCM manteve, praticamente o mesmo nível entre esses períodos. As instâncias (6) a (10) referentes a agosto e (11) a (14) referentes a novembro também apresentam essa característica. Observa-se que o PCEM baixa os níveis de estoque de peças no 3º período (pois está utilizando as peças estocadas no 2º período) enquanto o PIDCM procura manter esses níveis.

Um indicativo de que o modelo integrado capta a interdependência entre corte e dimensionamento de lotes deve-se ao fato de o estoque de peças com o PIDCM ser mais diversificado, como é mostrado na Tabela 32. Em todas as instâncias, a solução para o estoque de peças com o modelo PIDCM tem em média uma maior diversidade de tipos de peças, devido ao fato de gerar padrões mais heterogêneos.

Para o PCEM, em alguns casos, observamos a antecipação de lotes de peças, de maneira que o estoque das peças excedentes atenda à demanda interna do produto p. Tal fato, permitiria a fabricação de mais algum(ns) produto(s) p no período t. Já a análise

Instâncias	♯ tipos de peças - PIDCM					♯ tipos de peças - PCEM				
	Períodos				MÉDIA	Períodos				MÉDIA
	1	2	3	4		1	2	3	4	
1	40	49	50	38	**44,25**	35	50	50	33	**42,00**
2	19	36	47	41	**35,75**	19	37	43	31	**32,50**
3	33	47	56	38	**43,50**	29	42	46	34	**37,75**
4	24	24	34	46	**32,00**	24	26	37	38	**31,25**
5	37	42	64	42	**46,25**	37	39	61	43	**45,00**
6	30	54	62	52	**49,50**	28	54	59	41	**45,50**
7	41	55	63	50	**52,25**	37	54	57	34	**45,50**
8	27	43	62	50	**45,50**	24	33	51	48	**39,00**
9	31	53	62	54	**50,00**	23	41	55	43	**40,50**
10	32	56	61	55	**51,00**	31	56	58	34	**44,75**
11	33	58	60	52	**50,75**	34	41	49	47	**42,75**
12	28	43	54	40	**41,25**	27	38	44	37	**36,50**
13	36	56	62	36	**47,50**	28	57	55	47	**46,75**
14	45	60	63	42	**52,50**	40	51	52	46	**47,25**
15	31	53	63	39	**46,50**	41	47	49	36	**43,25**

Tabela 32: Diversidade de peças estocadas por período

integrada com o modelo PIDCM consegue mudar iterativamente o valor da variável de produto final (X_{pt}) e, caso a demanda interna por peças de um produto esteja satisfeita, então este será produzido naquele período.

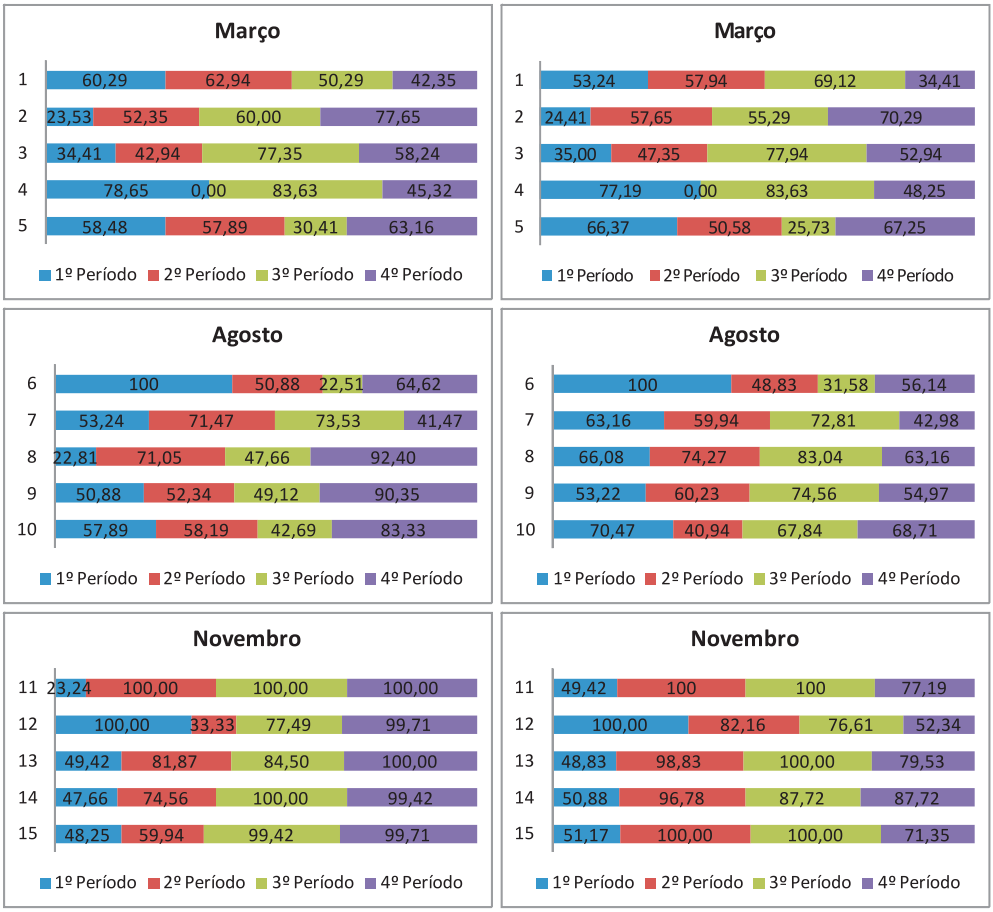
Exibimos na Tabela 33 um recorte do estoque de peças da instância 10, referentes às peças do produto MUL. Comparando a Tabela 33 com a Tabela 15 de estrutura dos produtos, observamos que, para o produto MUL, o número de peças estocadas no 1º período, obtidas com a resolução do PCEM, ultrapassa a demanda interna de peças necessárias à montagem deste produto. Tal evento não é verificado na coluna de peças estocadas para o PIDCM (falta a peça 27 para completar o produto). Nessa solução, o valor associado à variável X_{pt} é de 125 e 120 unidades com PIDCM e PCEM, respectivamente. A análise integrada permitiu uma antecipação na produção de produto final (decisão do dimensionamento de lotes), uma vez que as peças necessárias foram antecipadas com o corte de estoque.

Peça	PCEM	PIDCM
	Quant Est.	Quant Est.
40	480	453
41	160	150
43	320	304
44	70	55
56	160	2
56	10	0

Tabela 33: Estoque de peças por período

- **Utilização da capacidade**

A Figura 39 mostra a taxa percentual de utilização da capacidade total da serra (342 ciclos), de acordo com a solução obtida com cada um dos modelos PIDCM e PCEM.



a) Capacidade/PIDCM b) Capacidade/PCEM

Figura 39: Porcentagem de utilização da capacidade.

A forma de distribuição do corte entre os períodos apresenta poucas diferenças para os modelos PIDCM e PCEM. Nas instâncias 8, 9 e 10 de demanda média e nas instâncias de demanda alta notamos que o PIDCM utiliza mais a capacidade do último período. Como no PIDCM a capacidade de serra não é aproximada, o modelo integrado consegue avaliar as condições de produzir quantidades maiores no último período, caso haja necessidade. Durante as visitas observamos que a Fábrica L procura antecipar os lotes de modo que a última semana não seja apertada, assim como pode ser observado no gráfico 39-b referente ao modelo PCEM que simula as decisões da Fábrica L.

- **Qualidade dos padrões gerados e perda no corte de estoque**

Apresentamos na Tabela 34, a perda (calculada como na expressão (2.30)) em porcentagem oriunda do corte de estoque para cada instância e modelo.

Instâncias	**Perda em %**		Instâncias	**Perda em %**		Instâncias	**Perda em %**	
	PIDCM	PCEM		PIDCM	PCEM		PIDCM	PCEM
1	**12,11**	13,38	6	**11,86**	12,15	11	**15,32**	16,06
2	12,26	**11,33**	7	**11,45**	12,25	12	**12,17**	12,19
3	**12,25**	12,56	8	**10,13**	11,92	13	**13,57**	16,72
4	**10,74**	11,40	9	13,53	**13,52**	14	**15,00**	15,17
5	**11,76**	12,52	10	**13,06**	15,16	15	**12,03**	15,48

Tabela 34: Perda no corte de estoque

Observamos valores muito próximos nas soluções dos dois modelos referente à porcentagem da perda de matéria-prima, com resultados levemente melhores para o PIDCM. A análise das perdas percentuais permite observar que ambos os modelos perderam performance nas instâncias de demanda alta, provavelmente em virtude de uma dificuldade maior em antecipar estoques de produtos finais ou peças (capacidade da serra). Alguns resultados, por exemplo na instância 1 com o modelo PCEM, mostram que a solução do número de objetos (Tabela 25) pode ser menor e a porcentagem de perda com o corte de estoque maior (Tabela 34). Essa discrepância acontece pois a perda com o corte de estoque depende da frequência com que cada padrão foi utilizado na solução. Os padrões de corte gerados e associados à solução, apresentaram uma perda aproximada menor que 7% tanto para o PIDCM quanto para o PCEM.

É importante observar que, os cortes guilhotinados do padrão 2-grupos permitem a sobra de faixas de objetos, as quais, dependendo da dimensão, podem ser aproveitadas como travessas da estrutura do móvel e laterais de gavetas, comuns à grande maioria dos produtos da carteira. Entretanto, neste trabalho não recuperamos as sobras que poderiam ser aproveitadas.

6.3 Custos totais e avaliação do algoritmo

A Tabela 35 exibe os valores da função objetivo para cada instância e modelo. Na coluna (PDLM + PCEM), exibimos a soma das funções objetivo do PDLM e PCEM para efeito de comparação com a solução do PIDCM.

Custos Totais				
Ins	**PIDCM**	**PDLM**	**PCEM**	**PDLM+PCEM**
1	422.142,80	188.796,38	233.691,95	**420.562,33**
2	419.308,36	189.386,25	225.634,06	**413.094,31**
3	**418.350,15**	188.839,53	232.237,86	419.151,39
4	**414.949,51**	189.218,80	229.103,81	416.396,61
5	**417.477,86**	188.867,15	232.541,93	419.483,08
6	**475.299,30**	213.203,20	262.892,23	476.095,43
7	475.859,97	213.011,97	262.746,32	**475.758,29**
8	**469.656,41**	213.172,77	261.234,95	474.407,72
9	**479.290,67**	213.113,85	267.737,94	480.851,79
10	**478.286,11**	212.979,64	272.070,63	485.050,27
11	**631.923,71**	278.670,26	356.514,37	635.184,63
12	**619.921,92**	279.003,91	341.417,07	620.420,98
13	**624.779,03**	278.644,61	359.070,44	637.715,05
14	**631.213,18**	278.518,39	353.833,62	632.352,01
15	**619.063,01**	278.602,81	353.720,59	632.323,40

Tabela 35: Custo total associado à resolução das instâncias com cada modelo

Os resultados acompanham a Tabela 25 relativa ao número total de objetos. A estratégia com a melhor solução para o número de objetos cortados também teve melhor resultado no custo total. Em 80% das instâncias testadas, o modelo integrado PIDCM foi mais vantajoso. Os resultados de 8 instâncias apresentaram diferenças significativas (acima de R$ 2.000,00), sendo 7 desses resultados melhores para o PIDCM.

Na Tabela 36, apresentamos tempos em segundos, critério de parada (Critério) e número de iterações (Iterações) do algoritmo na resolução das instâncias do Teste 1. Na coluna Critério representamos se a parada do algoritmo ocorreu por *Tailling off* (Toff), tempo máximo (Tempo) ou custo reduzido (CR). Nas colunas 1, 2 e 3, exibimos os resultados para o modelo PIDCM. Na coluna 4, mostramos a soma dos tempos consumidos pelo modelo PDLM (fixo em 60s) e pelo modelo PCEM, nas colunas 5 e 6 exibimos respectivamente o critério de parada e o número de iterações referente ao modelo PCEM.

Para a geração de colunas, os modelos PIDCM e PCEM fizeram, em média, 39,8

Instância	**PIDCM**			**PDLM+PCEM**		
	Tempo (s)	Critério	Iterações	Tempo (s)	Critério	Iterações
1	10.800,86	Tempo	38	10.021,82	Toff	37
2	10.806,59	Tempo	42	9.531,52	Toff	38
3	10.800,46	Tempo	40	10.800,02	Tempo	39
4	7.746,28	Toff	40	10.824,35	Tempo	48
5	10.817,23	Tempo	39	10.869,44	Tempo	37
6	6.580,20	Toff	26	5.078,04	CR.	19
7	10.376,05	Toff	38	7.138,01	CR.	26
8	10.387,63	Toff	40	10.811,00	Tempo	38
9	10.841,14	Tempo	40	10.829,06	Tempo	40
10	10.838,02	Tempo	39	9.927,86	CR.	33
11	7.752,61	Toff	29	9.564,27	CR.	34
12	9.135,97	Toff	36	7.307,15	CR.	28
13	8.090,46	Toff	30	8.709,46	CR.	31
14	10.847,41	Tempo	36	7.485,42	CR.	26
15	9.300,54	Toff	35	10.883,66	Tempo	36

Tabela 36: Aspectos relacionados ao desempenho do algoritmo

iterações para as instâncias que simulam o mês de março. Para resolver as instâncias referentes ao mês de agosto o modelo PCEM fez, em média, 31,2 iterações contra 36,6 do modelo PIDCM. Esses valores diminuíram para as instâncias de novembro, nas quais o modelo PCEM fez, em média, 31 iterações e o modelo PIDCM fez uma média de 33,2. Nota-se que ambos os modelos fizeram menos iterações simplex quando há aumento de demanda. Possivelmente, por trabalhar com capacidade apertada e com menor liberdade para a manipulação das variáveis de estoque (as quais permitem antecipação da produção e geração de melhores padrões).

Exibimos na Tabela 37, o número de colunas associadas à solução final de cada instância. As colunas (Homo) e (2-grupos) representam, respectivamente, o número de colunas homogêneas e geradas na base final ($y^e_{jt} \neq 0$). Considerando os grupos de demandas de março e agosto, os modelos PIDCM e PCEM apresentaram, em média o mesmo número de colunas geradas na base final. Uma diferença maior foi observada para as instâncias correspondentes ao mês de novembro, ao qual o PIDCM associou em média 16,8 colunas geradas a mais que o PCEM. Com relação às colunas referentes aos padrões homogêneos (Homo), notamos que os modelos apresentaram, em média, o mesmo número de colunas para março e agosto. Para as instâncias de novembro, o modelo PCEM associou em média 11,2 colunas homogêneas a mais que o PIDCM. Na média geral, o PIDCM associou 7

colunas geradas a mais e 4 colunas homogêneas a menos que o PCEM.

Instância	**PIDCM**		**PCEM**	
	Homo	**2-grupos**	**Homo**	**2-grupos**
1	75	86	77	84
2	44	99	41	97
3	80	82	77	84
4	32	80	40	64
5	67	80	66	88
6	90	69	89	65
7	88	78	91	72
8	64	95	55	101
9	82	84	69	87
10	82	82	109	67
11	94	56	94	57
12	70	93	75	74
13	97	72	99	55
14	103	99	122	54
15	81	77	111	73

Tabela 37: Número de colunas associadas à solução

Em geral, a perda associada aos padrões de corte homogêneos é alta. Portanto espera-se que a solução do subproblema *pricing* gere padrões 2-grupos com perda menor e que esses façam parte da base final. Nas soluções das instâncias referentes ao mês de novembro, ambos os modelos, (PIDCM e PCEM) incluíram um número menor de padrões 2-grupos na base final, fato que explica as perdas maiores nesse agrupamento de instâncias (vide Tabela 34). Porém os revezes, nas perdas com o corte de estoque nestas instâncias foram menores com o PIDCM que conseguiu manter mais padrões 2-grupos na solução final do que o PCEM. Em média, para as instâncias dos meses de março e agosto, não há diferenças significativas entre o número de colunas (homogêneas ou 2-grupos) na base final. Como nessas instâncias a solução do número de objetos (Tabela 25) e a taxa de perda com o corte de estoque (Tabela 34) é respectivamente 70% e 80% melhor com o PIDCM, a qualidade dos padrões gerados com o modelo PIDCM também é melhor.

6.4 Resultados computacionais para o Teste 2

Apresentamos nesta Seção, os resultados para a programação a médio prazo. Nas instâncias 1 a 3, o horizonte de planejamento será cada um dos 3 quadrimestres do ano de 2011 e os períodos considerados são os meses referentes a cada quadrimestre. Os

quadrimestres foram escolhidos a partir da sazonalidade do setor. O gráfico exibido na Figura 40 ilustra essa característica. Destacamos três patamares distintos, os quais, assim como no Teste 1 serão caracterizados como demandas baixa, média e alta.

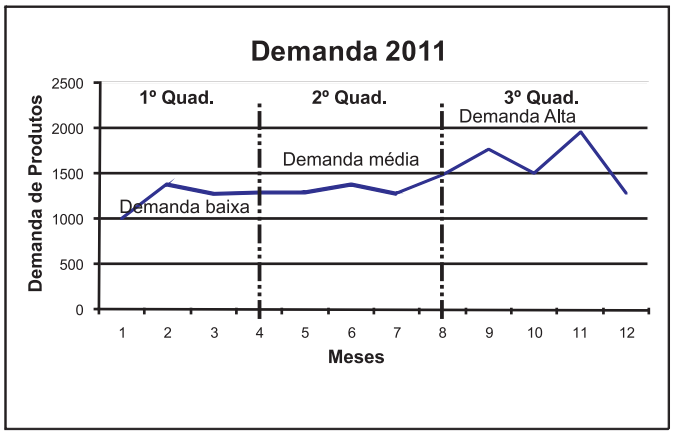


Figura 40: Demandas de produtos para o ano de 2011.

Para a instância 4, o horizonte de planejamento será o 1º semestre de 2013, com as demandas geradas por projeção de séries temporais. A técnica escolhida foi a suavização exponencial (Morettin *et. al*, 2006), descrita pela expressão (6.2). Os parâmetros usados na projeção são:

α: constante de suavização $(0 < \alpha < 1)$;

x_t: vetor das observações mais recentes;

F_t: vetor das previsões nos períodos t.

$$F_{t+1} = \alpha x_t + (1 - \alpha)F_t. \tag{6.2}$$

Apresentamos na Figura 41 o gráfico que mostra o crescimento da Fábrica L do ano de 2011 para 2012 (referente ao primeiro quadrimestre). Notamos que o comportamento do gráfico de demandas se manteve. Com as taxas de crescimento $x_{2012} = (28; 10,8; 21; 4,9)\%$ observadas de 2011 para 2012 (1º quadrimestre), atribuindo $F_{2012} = 6\%,\ \forall t$ (previsão de crescimento da ABIMÓVEL) e $\alpha = 0,35$ que pode ser entendido como a confiança na última observação, obtemos a previsão de crescimento $F_{2013} = (13,93; 7,67; 11,4; 5,61)$ para o 1º quadrimestre de 2013.

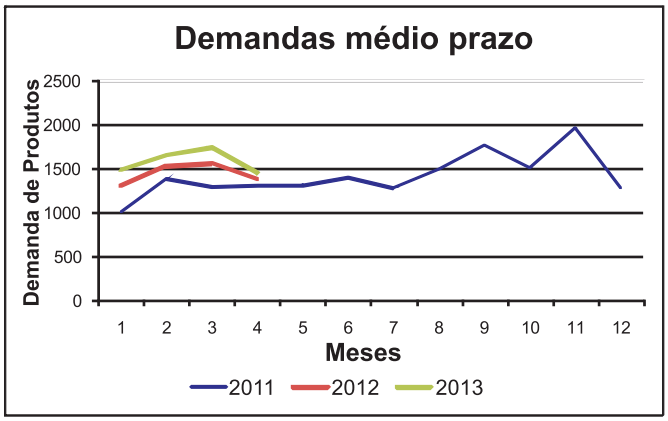


Figura 41: Demandas de 2011, 2012 e projeção para o ano de 2013.

Os parâmetros utilizados são os mesmos descritos na Seção 6.1 diferindo apenas das matrizes de demanda de produtos finais e estoques iniciais, as quais apresentamos nas Tabelas 38 e 39.

1° Quadrimestre de 2011 (Jan-Abr)						2° Quadrimestre de 2011 (Mai-Ago)					
Instância 1						Instância 2					
Produto	Períodos				SomaF	Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4			1	2	3	4	
1) MUL	117	204	160	200	681	1) MUL	146	200	171	200	717
2) B3P	37	60	50	50	197	2) B3P	80	58	55	66	259
3) B4P	125	132	160	136	553	3) B4P	131	116	132	100	479
4) B5P	314	333	340	136	1123	4) B5P	382	363	338	440	1523
5) R5P	112	179	160	153	604	5) R5P	125	210	158	190	683
6) T3P	137	241	230	245	853	6) T3P	255	205	219	250	929
7) PNT	166	139	120	141	566	7) PNT	89	183	140	185	597
8) A5P	0	97	70	81	248	8) A5P	95	56	67	66	284
SomaT	1008	1385	1290	1142	**4825**	SomaT	1303	1391	1280	1497	**5471**
% Prod	20,89	28,70	26,74	23,67	**100,00**	% Prod	23,82	25,42	23,40	27,36	**100,00**

3° Quadrimestre de 2011 (Set-Dez)						Projeção para o 1° Quad de 2013 (Jan-Abr)					
Instância 3						Instância 4					
Produto	Períodos				SomaF	Produto	Períodos				SomaF
	1	2	3	4			1	2	3	4	
1) MUL	357	191	310	170	1028	1) MUL	279	278	397	228	1182
2) B3P	70	61	0	35	166	2) B3P	339	53	33	35	160
3) B4P	134	127	145	104	510	3) B4P	146	117	131	132	527
4) B5P	428	419	520	382	1749	4) B5P	373	435	419	341	1568
5) R5P	150	134	250	138	672	5) R5P	171	168	189	127	655
6) T3P	285	252	420	227	1184	6) T3P	306	312	346	276	1241
7) PNT	250	236	170	174	830	7) PNT	115	229	145	248	737
8) A5P	92	89	105	50	336	8) A5P	48	59	81	59	248
SomaT	1766	1509	1920	1280	**6475**	SomaT	1477	1652	1742	1446	**6316**
% Prod	27,27	23,31	29,65	19,77	**100,00**	% Prod	20,90	28,70	26,74	23,65	**100,00**

Tabela 38: Demandas por período para as instâncias do Teste 2

No Capítulo 4, descrevemos que os estoques iniciais da fábrica permanecem em torno de 60% da demanda mensal. No teste 2, consideraremos o estoque inicial como sendo 60% da demanda do primeiro período de cada instância e não 60% do estoque do horizonte de

Estoque Inicial				
	Instâncias			
Produto	1	2	3	4
1) MUL	70,2	87,6	214,2	167
2) B3P	22,2	48	42	224
3) B4P	75	78,6	80,4	87,6
4) B5P	188,4	229,2	256,8	23,4
5) R5P	67,2	75	90	103
6) T3P	82,2	153	171	184
7) PNT	99,6	53,4	150	69
8) A5P	0	57	55,2	28,8

Tabela 39: Estoques iniciais para as instâncias do Teste 2

planejamento mensal como considerado no Teste 1. Com relação à restrição de estoque de produto final no último período, as restrições (5.4) e (5.5) do PDLM; e (5.15) e (5.16) do PIDCM serão substituídas pela restrição (6.3):

$$I_{ft} \geqslant tsegD_{ft} \qquad f = 1, \ldots, F; \quad t = 1, \ldots, T. \tag{6.3}$$

Apresentamos na Tabela 40 os custos totais relacionados à resolução integrada do problema com o modelo PIDCM e da resolução em separado através do PDLM e PCEM. A solução associada à função objetivo foi muito parecida em ambos os modelos. Para as instâncias 1, 3 e 4, obtivemos diferenças menores que 0,2% para a melhor solução. A instância 4 apresentou uma diferença de 0,5% melhor para a solução do PIDCM.

Custos totais				
Ins	**PIDCM (R$)**	**PDLM (R$)**	**PCEM (R$)**	**PDLM+PCEM (R$)**
1	1.559.769,35	681.722,05	875.677,55	**1.557.399,60**
2	**1.814.123,64**	789.717,60	1.033.921,24	1.823.638,84
3	**1.996.600,85**	866.972,06	1.131.756,55	1.998.728,61
4	**2.132.674,55**	935.425,01	1.201.670,30	2.137.095,31

Tabela 40: Custos para o planejamento a médio prazo

Exibimos, na Tabela 41, os custos relacionados ao estoque de produto final e ao estoque de peças para as 4 instâncias de cada um dos modelos. Destacamos os menores valores em negrito. Comparando os custos obtidos com estoque para esta programação quadrimestral, notamos que os custos com estoque de peças são proporcionalmente bem menores aos obtidos no Teste 1. Tal estoque de peças está relacionado com a possibilidade da geração de padrões melhores, como analisamos no Teste 1, porém, como descreveremos a seguir, algumas dificuldades foram encontradas com a resolução destas 4 instâncias.

Ins	$ Estoque de produto		$ Estoque de peças	
	PIDCM (R$)	**PDLM (R$)**	**PIDCM (R$)**	**PCEM (R$)**
1	1.939,38	**1.935,65**	**1.100,26**	1.173,55
2	2.232,66	**2.231,40**	902,55	**767,24**
3	2.592,97	**2.590,26**	**636,57**	856,55
4	2.579,49	**2.576,61**	1.268,51	**1.245,17**

Tabela 41: Custos de estoque de produto final e peças

Durante a geração de colunas do Teste 2, o número de peças consideradas na resolução do subproblema é maior do que os observados no Teste 1. Essa característica dificulta a geração de bons padrões. Cabe citar que fizemos testes preliminares para o Teste 2 visando manter o mesmo tempo utilizado com a resolução do subproblema no Teste 1 (60s, Tabela 12). Porém em menos de 5 iterações o algoritmo para por *tailling-off*, dada a dificuldade em obter boas soluções para o subproblema em 60s. Apresentamos na Tabela 42 as soluções para o número de objetos e a perda relacionada com o corte de estoque.

Ins	Objetos		Perda em %	
	PIDCM	**PCEM**	**PIDCM**	**PCEM**
1	18.850	**18.713**	16,21	**14,94**
2	**21.980**	22.130	**16,34**	16,46
3	**24.610**	24.655	16,78	**16,76**
4	**25.701**	25.797	**15,59**	15,65

Tabela 42: Número de objetos utilizados no corte de estoque

Em todas as instâncias do Teste 2, o algoritmo parou por exceder o tempo máximo permitido (Tabela 12). O número de iterações para as instâncias 1, 2, 3 e 4 para o PIDCM foram respectivamente 15, 14, 15 e 18 e para o PCEM respectivamente 14, 12, 15 e 21. A perda média com os padrões gerados permaneceu abaixo de 7% tanto no PIDCM quanto no PCEM. O número de colunas na base final está representado na Tabela 43.

Instância	PIDCM		PCEM	
	Homo	**2-grupos**	**Homo**	**2-grupos**
1	176	71	164	75
2	196	76	178	72
3	198	76	182	71
4	174	110	179	91

Tabela 43: Número de colunas na base ótima

O número de colunas associadas à solução final é, em média, o dobro das colunas geradas (2-grupos). Sobre a proposta para as decisões a médio prazo, podemos dizer que a ferramenta é mais adequada como um guia para a programação da produção, porém os

melhores e mais detalhados resultados são obtidos na programação mês a mês, como no observados no Teste 1.

6.5 Conclusões

No presente capítulo, fizemos um estudo computacional para testar os modelos propostos no Capítulo 5. Utilizamos neste estudo instâncias geradas a partir de dados reais e atualizados de uma empresa característica do setor. Na primeira rodada de testes (Teste 1), resolvemos os problemas com a carteira de produtos completa, visto que esse teste permitiu verificar se o método (formulações propostas e algoritmo) é capaz de apoiar as decisões cotidianas da empresa na prática. Realizamos para o Teste 1, uma análise detalhada dos aspectos que afetam as soluções dos modelos. Verificamos que a resolução dos problemas de maneira integrada (PIDCM) é melhor que a resolução em separado (PDLM e PCEM) em 80% das instâncias testadas.

Em particular, com relação ao dimensionamento de lotes, verificamos que o PDLM reflete a prática da Fábrica L, uma vez que custeia estoques para garantir a pronta-entrega do produto final. Em contrapartida, mesmo com o custo de estoque de produto final sendo menor, o modelo PIDCM *e.g.* gera soluções com níveis de estoques maiores ou iguais ao PDLM. Em nosso estudo, ambos os modelos antecipam lotes de produtos finais. Os trabalhos revisados, no Capítulo 2, analisam a antecipação de produtos finais como um dos pontos que permite, aos problemas integrados, obter vantagem no corte de estoque (*trade-off*), porém a simples antecipação não possibilita a obtenção de melhores soluções. Notamos que o modelo deve antecipar uma combinação de produtos finais que captem as decisões do corte de estoque. Essa característica foi observada com o PIDCM (vide Seção 6.2.2).

Na análise relativa ao corte de estoque, observamos que o PIDCM também foi melhor em 80% das instâncias. Sobre a solução relativa ao estoque de peças, notamos que os modelos PIDCM e PCEM antecipam o corte, pois são modelados como corte de estoque

multiperíodo. O modelo PIDCM custeou mais estoque de peças em 86,7% das instâncias, além de ser mais diversificado, característica que contribuiu com a geração de padrões de corte melhores que o PCEM. A taxa de perda no corte de estoque permaneceu em torno de 12,48% com o PIDCM e 13,45% com o PCEM, sendo relevante observar que a simulação proposta como prática da fábrica já melhorou os atuais 15% (parâmetro estimado a partir dos padrões utilizados pela empresa). A resolução dos modelos e a obtenção de boas soluções dependem da geração de bons padrões de corte (parte densa da matriz de restrições). A perda relativa a cada padrão gerado e associado à solução permanecem menor que 7%. Como a matriz final dos problemas (PIDCM e PCEM) é composta de aproximadamente 50% e 60% de padrões gerados, respectivamente para os testes 1 e 2, investir em técnicas mais avançadas no processo de geração de colunas, viabilizará uma base final com mais padrões gerados e melhor aproveitamento da matéria-prima.

No Teste 2 fizemos uma proposta de resolução do problema a médio prazo e uma projeção para o primeiro quadrimestre de 2013. Os resultados mostraram que o desempenho do algoritmo foi baixo (muitas colunas homogêneas na base) dada a dificuldade com a geração dos padrões para esse porte de instância (muitas peças consideradas no subproblema de geração de padrões de corte). Porém essa proposta dá suporte para as decisões em nível operacional, além de apoiar decisões em nível tático, que hoje são tomadas de maneira intuitiva.

Capítulo 7

Conclusões e Propostas Futuras

Neste Capítulo, fazemos as **considerações** finais do trabalho, que consistem em relatar o processo que conduziu as pesquisas, as percepções obtidas com as visitas à fábrica e os avanços relacionados ao trabalho. Também discutimos algumas **propostas** de continuação e melhoria deste trabalho.

Gil (1996) define estudo de caso como uma análise aprofundada de um ou mais objetos (casos) para permitir seu amplo e detalhado conhecimento. Realizamos neste trabalho, o estudo do caso de uma fábrica característica do setor moveleiro. Identificamos neste estudo o problema de dimensionamento de lotes e corte de estoque, presentes e cruciais na otimização do processo produtivo. O processo de produção de móveis foi compreendido a partir das visitas realizadas ao ambiente da Fábrica L. A condução do estudo (observações, coleta de dados e entrevistas) foi guiada por trabalhos como Cauchik Miguel (2007) e Yin (2001).

Com os problemas de dimensionamento de lotes e corte de estoque identificados, revisamos os modelos clássicos desses problemas (Capítulo 2) principalmente a partir de artigos como Bahl *et. al* (1987), Drexl & Kimms (1997) e Araújo e Arenales (2000) para o **PDL** e Gilmory & Gomory (1961, 1963 e 1965) e Vance (1998) para o **PCE** e seus **métodos de solução** (geração de colunas). De maneira mais específica, também foram revisados trabalhos relacionados ao corte de estoque bidimensional e à geração de

padrões de corte bidimensionais (Yanasse *et.al* (2008); Faccio e Rangel (2009)) e ao corte de estoque multiperíodo (Poldi e Arenales (2010)).

Na literatura de problemas integrados no contexto de indústrias moveleiras, os trabalhos de Ghidini e Arenales (2009), Santos *et.al* (2011) e Gramani *et.al* (2010), sugerem bons resultados com o tratamento do PDL e PCE de maneira integrada. Partindo dessas contribuições, formulamos um modelo integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque (PIDCM) que pudesse representar o *modus operandi* da Fábrica L. Devido à falta de catalogação de alguns parâmetros ou de alguns impedimentos institucionais, precisamos formular também dois modelos que aproximassem a atual prática industrial (PDLM e PCEM).

Os testes para a validação dos modelos foram baseados na carteira de produtos da Fábrica L e nos parâmetros reais aferidos no mercado ou, em sua maioria, coletados nas visitas. Utilizamos uma técnica básica de geração de colunas para resolver os problemas mestres relacionados ao PIDCM e PCEM. Para o subproblema *pricing* de geração de padrões de corte bidimensionais 2-grupos, utilizamos o modelo proposto por Yanasse *et.al* (2008).

Obtivemos resultados satisfatórios com a comparação entre as resoluções do PIDCM e dos modelos (PDLM e PCEM). Observamos economias de até 4% com o modelo PIDCM em relação a prática da fábrica (PDLM e PCEM). Essas taxas são bem representativas em nível industrial (até R$ 13.000,00). Além do aspecto de otimização dos custos, procuramos explorar as particularidades de cada modelo, comportamento das soluções e representação dessas soluções de maneira prática. Concluímos, com os testes realizados, que a solução obtida é passível de implementação, tem capacidade de apoiar as principais decisões tomadas pela fábrica e incorpora melhorias à prática da empresa.

Resultados parciais deste trabalho (Vanzela *et al.*, 2012) foram aceitos para apresentação oral no XVI-CLAIO/ XLVI-SBPO (Congresso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa/Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional) que será realizado no Rio

de Janeiro-RJ em setembro deste ano.

As propostas de continuidade concentram-se basicamente em dois aspectos: modelagem e método de solução. Com relação à modelagem, o tratamento da variável de estoque de peças em função do número de pilhas é pertinente, uma vez que esses valores não são equivalentes (como discutido no Capítulo 6) e o número de pilhas é relevante no chão de fábrica. É pertinente ainda, uma análise do cálculo exato dos ciclos da serra. Na restrição de capacidade dos modelos PIDCM e PCEM é feita apenas uma estimativa do número de ciclos, uma vez que o cálculo exato envolve uma função não-linear $\left\lceil \frac{y^e_{jt}}{cap^e} \right\rceil$. A consideração de outros fatores relevantes como o *setup* da máquina de corte, aproveitamento de sobras (Cherri *et. al*, 2009) e a integração com outros problemas como o sequênciamento pode trazer avanços na representação do processo produtivo.

Com relação a melhorias no método de solução, alguns testes preliminares foram feitos. Incorporamos um pós-processamento dos padrões gerados de modo a recuperar as faixas mais utilizadas. Trabalhar com modelos de geração de padrões de corte mais eficientes, no subproblema *pricing*, como os padrões de corte 3-grupos (Faccio e Rangel (2009)) também sugere melhoria na solução. Consideramos ainda que é importante investigar processos de aceleração da geração de colunas, como estabilização das variáveis duais (Valério de Carvalho, 2004), inserção de várias colunas ao mesmo tempo e ainda a viabilidade da utilização de métodos híbridos (geração de colunas com heurísticas). Neste trabalho, o arredondamento da variável que representa o número de objetos utilizados é calculado pelo *solver*, porém, o estudo de métodos de arredondamento da solução inteira (Poldi e Arenales, 2006) são relevantes em trabalhos futuros.

Referências Bibliográficas

[1] AGÊNCIA BRASIL. Expansão do Programa Minha Casa Minha Vida. Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/noticias/arquivos/2012/04/23/inscritos-no-minha-casa-minha-vida-terao-linha-de-financiamento-para-moveis-e-eletrodomesticos>. Acesso: 20 de jul. 2012

[2] ALEM, D. *Programação estocástica e otimização robusta no planejamento da produção de indústrias moveleiras.* Tese de doutorado, USP, 2011.

[3] ALEM, D. J.; MORABITO, R. Production planning in furniture settings via robust optimization. *Computers & Operations Research*, 39, 2, 139-150, 2012.

[4] ARAUJO, S. A.; ARENALES, M. N. Problemas de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade: modelagem, método de resolução e resultados computacionais. *Pesquisa Operacional*. v.20, n.2, p. 287 - 306, 2000.

[5] ARENALES, M.N.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. *Pesquisa Operacional para cursos de engenharia*. Editora Campus, 2007.

[6] ARENALES, M.N.; MORABITO,R.; YANASSE, H.H. Problemas de corte e empacotamento. Livro-texto de Mini-curso. *In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (XXXVI-SBPO)*, São João del-Rei-MG, 2004.

[7] BAHL, H. C.; RITZMAN, L. P.; GUPTA, J. N. D. Determining lot sizes and resource requirements: a review. *Operations Research* v.35, n.3, p.329-345, 1987.

[8] BARANY, I.; VAN ROY, T. J.; WOLSEY, L. A., Strong formulations for multi-item capacited lot sizing, *Management Science*, v.30, p.1255-1261, 1984.

[9] BARNHART,C.; JOHNSON, E.L.; E.L.; N.G.L.; S.M.W.P.; V.P.H. Branch and price: column generation for solving huge integer programs. *European Journal of Operations Research*. v. 46, p. 316-329, 1998.

[10] BAZARAA, M.S.; JARVIS, J.J.; HANIF,D.S. *Linear Programming and Network Flows*, 2 ed. New York: John Wiley & Sons, 1990.

[11] BIEHL, S. V. *Um problema de corte integrado à programação da produção*. Dissertação de Mestrado. USP - São Carlos, 2008.

[12] BILLINGTON, P. J.; BLACKBURN, J. D.; MAES, J., MILLEN, R. A.; VAN WASSENHOVE, L. Multi-Item Lotsizing in Capacitated Multi-stage Serial Systems.*IIE Transactions*, v. 26, n. 2, p. 12-18, 1994.

[13] BITRAN, G. R.; YANASSE, H. H. Computational complexity of the capacited lot sizing problem. *Management Science*, v.28, n.10, 1982.

[14] CLARK, A. R.; ARMENTANO, V. A. A. Heuristic resource-capacited multi-stage lot-sizing problem with lead times. *Journal of the Operational research Society,* v.46, n.10, p.1208-1222, 1995.

[15] CAMERINI, P. M.; FRATTA, L.; MAFFIOLI, F. On improving relaxation methods by modified gradient techiniques. *Mathematical Programming Study*, v.3, p.26-34, 1975.

[16] CAUCHIK MIGUEL, P. A. Estudo de caso na engenharia de produção: estruturação e recomendações para sua condução. *Produção*, v.17, n.1, p. 216-229, 2007.

[17] CHERRI, A. C. ; ARENALES, M. N. ; YANASSE, H. H. The one-dimensional cutting stock problem with usable leftover - a heuristic approach. *European Journal of Operational Research*, v. 196, p. 897-908, 2009.

[18] CHVÁTAL, V. *Linear Programming*. W. H. Freeman and Company, New York, 1983.

[19] DEBASTIANI, C.A; RUSSO, F.A; *Avaliando Empresas, Investindo em Ações*. Novatec, 2008.

[20] DEGRAEVE, Z.; JANS, R. A new Dantzig-Wolfe reformulation and Branch and Price algorithm for the lot sizing problem with setup times. *Operations Research*, v.55, n.5, p.909-920, 2008.

[21] DANTZIG, G.B.; WOLFE, P. The decomposition algorithm for linear programming. *Operations Research*. v. 8, p. 101-111, 1960.

[22] DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling - Survey and extensions. *European Journal of Operational Research.* v.99, p. 221-235, 1997.

[23] DYCKHOFF, H. A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*. v. 44, p. 145-159, 1990.

[24] DYCKHOFF, H.; FINKE,U. *Cutting and Packing in Production and Distribuition: Typology and Bibliography*. Springler-Verlag Co, 1992.

[25] FACCIO, A. P. *Propostas de Solução para o Problema de Corte de Estoque Bidimensional de uma Fábrica de Móveis de Pequeno Porte* . Dissertação de Mestrado, IBILCE-UNESP, 2008.

[26] FACCIO, A. P.; RANGEL, S. Geração de padrões de corte *n*-grupos para a indústria moveleira. *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*. v. 27, p. 41-57, 2009.

[27] FARLEY, A. A. Mathematical Programming Models for Cutting-Stock Problems in the Clothing Industry. *The Journal of Operational Research Society.* v. 39, n.1, p.41-53, 1988.

[28] FICO. Fico Xpress 7.2: X-Press Mosel Language Reference Manual. Disponível em : <http://www.fico.com/br/Paginas/default.aspx> Acesso: 05 jun. 2011.

[29] FICO. Fico Xpress 7.2: FICO Xpress Examples Repository. Disponível em: <http://examples.xpress.fico.com/example.pl.> Acesso: 15 set. 2011.

[30] FIESP, Fundação das Indústrias do Estado de São Paulo. Análise de mercado: Setor de móveis. Nota técnica, 2009.

[31] FLORIAN, M.; LENSTRA, J. K.; RINOOY KAN, A. H. G. Deterministic production planning and complexity. *Management Science*, v.26, p.669-679, 1980.

[32] FURLAN, M. M. *Métodos heurísticos para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio com limitação de capacidade*. Dissertação de Mestrado, ICMC/USP-SÃO CARLOS, 2011.

[33] GHIDINI, C. T. L. S.; ALEM, D.; ARENALES, M. Solving a combined cutting stock and lot-sizing problem in small furniture industries. *In: Proceedings of the 6th International Conference on Operational Research for Development (VI-ICORD)*, Fortaleza, Brazil, 2007.

[34] GHIDINI, C. T. L. S. *Otimização de processos acoplados: programação da produção e corte de estoque*. Tese de Doutorado, ICMC/USP-SÃO CARLOS, 2008.

[35] GHIDINI, C. T. L. S.; ARENALES, M. Otimização de processos acoplados na indústria de móveis: dimensionamento de lotes e corte de estoque *In: Congresso Nacional de Matemática Aplicada (XXXII-CNMAC)*, Cuiabá, Brasil, 2009.

[36] GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa.* 3º ed. São Paulo: Editora Atlas, 1996

[37] GILMORE, P.C.; GOMORY, R.E. A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*. v. 9, p. 849-859, 1961.

[38] GILMORE, P.C.; GOMORY, R.E. A linear programming approach to the cutting-stock problem - part ii. *Operations Research*. v. 11, p. 863-888, 1963.

[39] GILMORE, P.C.; GOMORY, R.E. Multistage cutting stock problems of two and more dimensional. *Operations Research*. v. 14, p. 1045-1074, 1965.

[40] GRAMANI, M. C. N.; FRANÇA, P. M. The combined cutting stock and lot sizing problem in industrial process. *European Journal of Operational Research*. v.74, n.1, p. 509-521, 2006.

[41] GRAMANI, M. C. N.; FRANÇA, P. M.; ARENALES, M.N. A Lagrangian relaxation approach to a coupled lot-sizing and cutting stock problem. *International Journal Production Economics*. v.119, p. 219-227, 2009.

[42] GRAMANI, M. C. N.; FRANÇA, P. M.; ARENALES, M.N. A linear optimization approach to the combined production planning model. *Journal of the Franklin Institute*. v. 348, p. 1523-1536. 2010. doi:10.1016/j.jfranklin.2010.05.010.

[43] GUIGNARD, M. Lagrangean Realaxation. *Top*. v.11, n.2, p. 151-228. 2003.

[44] HAESSLER, R. W. A heuristic programming solution to a nonlinear cutting stock problem. *Management Science* v.17, n.12, p.793-802, 1971

[45] HARJUNKOSKI, I.; PORN, R.; W. T.; S.H; Differents strategies for solving bilinear integer non-linear programming problems with convex transformations. *Computers Chem.Eng.* v. 21, p. 487-493, 1997.

[46] HARRIS, F. W. Operations and Cost, *Factory Management Series* A. W. Shaw Co. Chicago, 1915.

[47] HENDRY, L. C.; FOK, K. K.; SHEK, K. W. A cutting stock and scheduling problem in the cooper industry, *Journal on Research Development* v.16, p. 553-564, 1996.

[48] JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Modeling Industrial Lot Sizing Problems: A Review. *International Journal of Production Research* v. 46, p. 1619-1646, 2008.

[49] KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S.M.T.; WILSON, J.T. The capacitated lot sizing problem:a review of models and algorithms. *Omega International Journal of Management Science.* v.31, p.365-378, 2003.

[50] KATSURAYAMA, D. M.; YANASSE, H. H. Um algoritmo para geração de padrões tabuleiros exatos a partir de uma combinação dada de itens. *In XXXVI SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, São João del-Rei, 2004. Anais do XXXVI SBPO, 2004.

[51] KUIK, R.; SALOMON, M.; WASSENHOVE, L. Batching Decisions: Structure and Models. *European Journal of Operational Research.* v.75, p.234-263, 1994.

[52] LASDON, L. S. *Optimization theory for large systems*. New York: Dover Publications, 2002.

[53] LODI, A.; MONACI, M. Integer linear programming models for 2-staged two-dimensional knapsack problems. *Mathematical Programming* v. 94, p. 257-278 2003.

[54] MACULAN, N.; FAMPA, M. H. C. *Otimização Linear*. Brasília: UNB, 2006.

[55] MAES, J.; MCCLAIN, J. O.; WASSENHOVE, L. N. V. Multilevel capacited lot sizing complexity and LP-based heuristics. *European Journal of Operational Research.* v.53, n.2, 131-148, 1991

[56] MARTELLO, S.; TOTH, P. *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations.* John Wiley & Sons, 1990.

[57] MELO, J.F.M.; VILLAR, A.M; SEVERIANO, C.F. O posicionamento do Planejamento e Controle da Produção. *Anais do XIII SIMPEP - Bauru, SP, Brasil*, 2006.

[58] MENON, S.; SCHRAGE, L. Order allocation for stock cutting in the paper industry, *Operations Research*, v.50, n.2, p. 324-332, 2002.

[59] MORABITO, R.; ARENALES, M. Um exame dos problemas de corte e empacotamento. *Pesquisa Operacional*, v.12, n.1, p.1-20, 1992.

[60] MORABITO, R.; ARENALES, M.N. Staged and constrained two-dimensional guillotine cutting problems: An AND/OR-graph approach. *European Journal of Operational Research.* v. 94, p. 548-560, 1996.

[61] MORABITO, R.; BELLUZZO, L. Optimizing the cutting of wood fibre plates in the hardboard industry, *European Journal of Operational Research*, v. 183, p. 1405-1420, 2007.

[62] MORETTIN, P. A., TOLÓI, C. M. C. *Análise de séries temporais*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.

[63] MOSQUERA, G. P. *Contribuições para o Problema de Corte de Estoque Bidimensional na Indústria Moveleira*. Dissertação de Mestrado, IBILCE/UNESP, 2007.

[64] NONAS, S. L.; THORSTENSON, A. A Combined cutting-stock and lot-sizing problem. *European Journal of Operational Research*, v.120, p.327-342, 2000

[65] NONAS, S. L.; THORSTENSON, A. Solving a combined cutting-stock and lot-sizing problem with a column generating procedure. *Computers and Operations Research*, v.35, p.3371-3392, 2008

[66] PINEDO, M. L. *Schedulling Theory, Algorithms, and Systems*, 3 ed. New York: Springer, 2008.

[67] POCHET, Y.; WOLSEY, L. A.; *Production planning by mixed integer programming.* Springer Series Operations Research and Financial Engineering, 2006.

[68] POLDI, K. C.; ARENALES, M. N. Heurísticas para o problema de corte de estoque unidimensional inteiro. *Pesquisa Operacional*, v.26, n.3, p.473-492, Setembro a Dezembro de 2006.

[69] POLDI, K. C.; ARENALES, M. N. O Problema de corte de estoque unidimensional multiperíodo. *Pesquisa Operacional*, v.30, n.1, p.153-174, 2010.

[70] POLTRONIERE, S.C.; POLDI, K.C.; TOLEDO, F.M.B.; ARENALES, M.N. A coupling cutting stock lot sizing in the paper industry, *Annals of Operations Research*, v.157, p. 91-104, 2008.

[71] FIGUEIREDO, A.; RANGEL, S. Geração de padrões de corte produtivos para a indústria de móveis. *In Anais do XXXVIII SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, pp. 1626 - 1636, 2008.

[72] RESPICIO, A.; CAPTIVO, M.E. Integrating the cutting stock problem in capacity planning. *Department of Informatics and Centre of Operational Research*, University of Lisbon-Portugal, p. 1-11, 2002.

[73] SANTOS, S. M. P. G.; ARAUJO, S. A.; RANGEL, S. Integrated cutting machine programming and lot sizing in furniture industry. *Pesquisa Operacional para o desenvolvimento* v. 3, p. 1-17. 2011.

[74] SANTOS, S. M. P. G. *Modelagem do Problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque numa industria moveleira.* Dissertação de Mestrado. IBILCE/UNESP, 2008.

[75] SOBRAPO. Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional. Disponível em: < www.sobrapo.com.br > Acesso: 30 dez. 2011

[76] TOSCANO, A. M. Estratégias para a redução de ciclos da serra no problema de corte de estoque na indústria moveleira. Dissertação de Mestrado. UNESP, 2010.

[77] TRIGEIRO, W. W., THOMAS, L. J., and MCCLAIN, J. O. Capacitated lot sizing with setup times. *Management Science* v.35, n.3, 1989.

[78] TUBINO, D. F. *Sistemas de produção: a produtividade no chão da fábrica.* Porto Alegre: Bookman, 1999.

[79] VALERIO DE CARVALHO, J. M. V. Using extra dual cuts to accelerate column generation. *INFORMS Journal on Computing*, v. 17, n.2, p. 175-182, 2005.

[80] VANCE, P. H. Branch-and-price algorithms for the one-dimensional cutting stock problem. *Computational Optimization and Applications*. v. 9, p. 221-228, 1998.

[81] VANZELA, M.; RANGEL, S.; ARAUJO, S. A; CARRAVILLA, M. A. "Um estudo do problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque para uma fábrica de móveis de pequeno porte. *In: CLAIO/SBPO - XLIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Aceito para publicação. 2012

[82] WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, v. 183, p. 1109-1130, 2007.

[83] WAGNER, H. M.; WHITTIN, T. M.; Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, v.5, n.1, p.89 - 96, 1958.

[84] YANASSE, H.H.; MORABITO, R. Linear models for one-group two-dimensional guillotine cutting problems. *International Journal of Production Research*. v. 44, p. 3471-3491, 2006.

[85] YANASSE, H.H.; MORABITO, R. A note on linear models for two-group and three-group two-dimensional guillotine cutting problems. *International Journal of Production Research 46*, n. 1, 6189-6206, 2008.

[86] YANASSE, H.H.; MORABITO, R.; ARENALES, M.N. Linear and non-linear models for staged two-dimensional guillotine cutting problems. *In: A. Bortfeldt, J. Homberger, H. Kopfer, G. Pankratz, R. Strangmeier. (Org.) Intelligent Decision Support*. Wiesbaden: Gabler-Verlag Springer. v. 1, p. 69-88, 2008.

[87] YIN R. *Estudo de caso: planejamento e métodos.* 2a ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

[88] WOLSEY, L. A. *Integer Programming*. New York: John Willey & Sons, 1998.

[89] ZACARELLI, S.B. *Programação e controle da Produção*, 5 ed. São Paulo, Livraria Pioneira, 1979.

Autorizo a reprodução xerográfica para fins de pesquisa.

São José do Rio Preto, 31 de Agosto de 2012.

Matheus Vanzela