

**O USO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA**  
Raíra Elberhardt Nogueira, Aruana Do Amaral, Regina Helena Munhoz

Eixo 2 - Projetos e práticas de formação continuada  
- Relato de Experiência - Apresentação Oral

A matemática é uma das disciplinas que mais gera dificuldades dentro da sala de aula e a função quadrática é um exemplo de um conteúdo que propicia algumas dessas dificuldades no processo de ensino aprendizagem dos alunos do ensino médio. É um conteúdo desenvolvido especificamente no primeiro ano do ensino médio e geralmente quando iniciado pelo professor já gera dificuldades de entendimento por parte dos alunos. Uma forma de mudar essa realidade é utilizar metodologias que despertem o interesse dos estudantes e estimulem o aprendizado. O uso de mídias tecnológicas durante a aula de matemática pode auxiliar no processo de ensino aprendizagem dos alunos. Os softwares de geometria dinâmica são excelentes recursos nos processos de aprendizagem que contemplam as ações dos alunos. Mas o uso produtivo deste recurso em sala de aula depende principalmente do domínio dos conteúdos matemáticos que serão explorados através do mesmo. Neste artigo, descrevemos uma atividade utilizando o software GeoGebra para trabalhar gráfico de funções quadráticas e que foi desenvolvida com uma turma do primeiro ano de uma Escola Estadual de Educação Básica, vinculada ao subprojeto PIBID da Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina.

## O USO DO GEOGEBRA NO ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Aruana do Amaral<sup>1</sup>; Raíra Elberhardt Nogueira<sup>1</sup>. Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC; Regina Helena Munhoz UNESP - Universidade Estadual Paulista - Júlio de Mesquita Filho<sup>2</sup> e UDESC – Universidade do Estado de Santa Catarina<sup>3</sup>

### Introdução

A matemática é uma disciplina de difícil compreensão para os alunos, pois sua formalização é bastante complexa. A maioria dos estudantes tem uma grande dificuldade em conseguir interpretar e assimilar os conteúdos, e isso vem desde as séries iniciais.

A tecnologia frente ao ensino está cada vez mais sendo discutida e debatida por diversos pesquisadores, que tentam buscar alternativas que auxiliem o processo de ensino e aprendizagem de diferentes disciplinas objetivando não apenas cooperar com o desenvolvimento intelectual do aluno, mas também com desenvolvimento da cidadania, considerando que nos dias atuais, as tecnologias estão presentes na vida dos cidadãos, seja em casa, na escola ou no trabalho. Assim é muito importante que as instituições de ensino busquem se adaptar a essas mudanças, para que o aluno compreenda melhor o mundo que o cerca.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), as questões relativas à globalização, as transformações científicas e tecnológicas e a necessidade de discussão ético-valorativa da sociedade apresentam para a escola a imensa tarefa de instrumentalizar os jovens para participar da cultura, das relações sociais e políticas.

Um dos conteúdos desenvolvidos no primeiro ano do ensino médio, e que traz diversas dúvidas ou até mesmo o não aprendizado, é o conteúdo de funções quadráticas.

O objetivo deste artigo é mostrar aos professores de matemática uma forma interessante de desenvolver um conteúdo utilizando um software educativo chamado GeoGebra.

Diante disso, foi desenvolvida com uma turma de aproximadamente 25 alunos do primeiro ano do ensino médio de uma Escola de Educação Básica de Joinville - SC, uma oficina envolvendo o conteúdo de função quadrática explorada a partir dos recursos oferecidos pelo GeoGebra. Para

tanto, os alunos foram até a UDESC- CCT (Universidade do Estado de Santa Catarina - Centro de Ciências Tecnológicas) para que pudessem participar da oficina, visto que o laboratório de informática da referida escola não possui capacidade para a quantidade de alunos envolvidos.

A oficina foi desenvolvida em duas etapas. No primeiro momento, apresentamos o Software para os estudantes e mostramos algumas de suas potencialidades e num segundo momento, trabalhamos de forma dinâmica com os estudantes atividades envolvendo o conteúdo de função quadrática utilizando o GeoGebra como apoio metodológico.

É de extrema importância a utilização de metodologias diferenciadas, no caso aqui, tecnológicas, tanto para os professores, que vêem nelas uma oportunidade de proporcionar aos seus alunos uma aula que possa motivá-los na tentativa de fazer com estes compreendam o assunto abordado. No caso específico dos alunos a utilização de um software educativo pode ser um meio de sanar suas dúvidas e praticar o que foi ensinado em sala de aula.

## 1. **A tecnologia no ensino da matemática**

A inserção da tecnologia na educação deve ser entendida como um meio de comunicação de informações, tais como vídeos, filmes, televisões, softwares, por exemplo. Visto assim, a introdução da tecnologia no ensino de matemática, exige posturas diferenciadas no tocante a pesquisas de novas metodologias de ensino aprendido e principalmente, é necessário renovar a prática pedagógica exercida pelos professores em curso, para que estes estejam aptos a utilizarem destas ferramentas.

De acordo com os autores BERLINGHOFF, William P. e GOUVÊA, Fernando Q. (1998, p. 23), os computadores não existiam até quase metade do século passado. Hoje eles aparecem em toda parte, muitas vezes em lugares minúsculos, manipulando enormes dados à velocidade da luz e afetando grandes aspectos de nossas vidas.

Cabe agora, utilizar esses computadores presente em toda a sociedade para garantir a informatização das escolas, não apenas para garantir o acesso as tecnologias, mas para dar suporte ao ensino dos alunos.

Para Borba e Penteado (2007), que apontam no livro *Informática e Educação Matemática*, a discussão sobre o acesso a informática, que deve ser visto como um direito e garantia das escolas públicas e privadas para pelo menos uma alfabetização tecnológica, de forma que alunos aprendam a ler,

escrever, analisar, comunicar, nas atividades que envolvam o computador, ocasionando assim, à cidadania.

A capacitação do professor é muito importante para que se possam colocar em prática os objetivos referentes à informatização das aulas, pois é de se esperar, que muitos dos professores atuantes fizeram suas licenciaturas há um bom tempo e, portanto, não tiveram acesso ao aprendizado de práticas educacionais que contemplassem ao uso de novos recursos didáticos. Tal como o Programa Nacional de Informática na Educação, lançado pelo MEC em 1989, trata de levar um Ambiente Colaborativo de Aprendizagem que utiliza a tecnologia e a internet permitindo a concepção, administração e desenvolvimento de diversos tipos de ações, como cursos a distância, complemento a cursos presenciais, projetos de pesquisa, projetos colaborativos e diversas outras formas de apoio a distância e ao processo ensino-aprendizagem. Essas possibilidades devem repercutir nas escolas para que seus dirigentes possam incentivar os docentes a realizarem cursos de capacitação para poderem explorar a disciplina de forma mais envolvente.

O uso de softwares educacionais nas aulas de matemática já vem sendo estudado há alguns anos por profissionais da educação, que tem por objetivo descobrir como esses softwares afetam o aprendizado dos alunos. Santos (2008) apud Borba acredita que com estes softwares é possível investigar diferentes variações de uma construção geométrica, por exemplo, e, conseqüentemente, inferir propriedades, chegar a generalizações e verificar teoremas.

O software proporciona uma grande variedade de possibilidades para serem exploradas pelos estudantes, fazendo com que eles saiam do ambiente lápis e papel e vejam formas diferentes de resolver o problema, podendo até encontrar novas formas ou propriedades do problema.

Vale ressaltar ainda, que é importante que o professor não use abusivamente todo e qualquer modo de alternativas de ensino, visto ainda, que o uso da tecnologia não substitui o papel fundamental de ser professor, pois é com seu apoio que são desenvolvidos os conhecimentos, atitudes e habilidades pelos alunos.

## **2. O uso do Software GeoGebra no estudo da função quadrática**

Para elaboração deste artigo, buscou-se envolver o conteúdo de função quadrática, visto que foi um conteúdo que de acordo com o professor supervisor do subprojeto da Licenciatura em Matemática, causou dificuldade no aprendizado dos alunos e contrapôs dessa forma, a pensar em como contribuir para facilitar o entendimento ou mesmo dinamizar o conteúdo para que este possa ser relacionado de forma palpável.

Sendo assim, uma vez que o GeoGebra é um programa muito interessante para trabalhar com geometria euclidiana e analítica, bem como, é um software gratuito e muito fácil de utilizar. Diante disso, elaboramos uma oficina envolvendo o GeoGebra para desenvolver o conteúdo de função quadrática.

De acordo com Júnior (2013), o GeoGebra é um software de matemática dinâmica baseado na linguagem Java que combina geometria, álgebra e cálculo. Com ele podemos fazer construções geométricas, desenhar gráficos de funções e manipulá-los dinamicamente depois.

O GeoGebra é um software livre e está disponível em português, no endereço eletrônico <http://www.geogebra.org/institutes/at/>. Assim, de acordo com Petla (2008), o Geogebra é capaz de lidar com variáveis para números, vetores e pontos, derivar e integrar funções e ainda oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função.

O GeoGebra tem duas características fundamentais: visualização de expressões na janela algébrica simultaneamente com a visualização de um objeto correspondente na janela geométrica assim como cada objeto visualizado na janela geométrica tem sua representação algébrica mostrada na janela algébrica ao lado.

O ensino da Matemática envolve procedimentos e ferramentas, que em muitos casos dificultam o entendimento dos alunos, pois na maior parte das vezes os discentes encontram dificuldades ao tentar vincular o cálculo à materialidade das situações. As formas geométricas modelam o mundo que nos cerca, contudo, tem-se a falsa ideia que a Matemática está restrita apenas a cálculos e poucos entendem sua utilidade. O conteúdo de função não foge dessa realidade.

O conceito de função é central no ensino e aprendizagem da Matemática, sendo um campo de estudo de muitos pesquisadores preocupados com a construção deste conceito. Para Mpaka (2010), a

importância do conceito de função não se restringe apenas à singularidade que desempenha internamente a essa área do conhecimento, mas também pela sua aplicação intensiva e recorrente em outros campos do conhecimento, em particular o ensino e a aprendizagem de Física.

Sendo assim, o ensino de função quadrática, muitas vezes é restrito apenas ao que sugere o livro didático, o que promove em muitos casos o não interesse pelo conteúdo ou até mesmo o não entendimento do assunto.

Desta forma, buscamos uma proposta tecnológica que servisse de apoio metodológico para o estudo da função quadrática e ao mesmo tempo, que despertasse o interesse dos alunos pelo conteúdo.

O GeoGebra permite que se determinem as raízes de uma função, seja ela quadrática ou de um grau maior ou menor. As atividades desenvolvidas com o auxílio do GeoGebra possibilitaram um contato dos estudantes com o ambiente virtual e mostrou a possibilidade de uma matemática mais prazerosa e diferente, algo que não estão acostumados a vivenciar em sala de aula.

### **3. Desenvolvimento**

A oficina foi desenvolvida com uma turma de aproximadamente 25 alunos do primeiro ano do ensino médio de uma Escola de Educação Básica num total de quatro aulas de 50 minutos cada.

Para tanto, os alunos foram até a Universidade, uma vez que precisávamos de um laboratório de informática que comportasse o número de alunos participantes na oficina e que atendesse as necessidades físicas e tecnológicas necessárias para a aplicação da mesma. Vale ressaltar que a escola envolvida, possui poucos computadores funcionando e apresentando diversos outros problemas que dificulta a aplicação de atividades como essa pelo professor.

Sendo assim, a oficina foi aplicada por quatro das seis bolsistas atuais do subprojeto PIBID da Licenciatura em Matemática, além da presença do professor supervisor e coordenadora de área do projeto.

Assim, a proposta foi trabalhar com os alunos atividades que eles pudessem investigar e raciocinar, de tal forma, que fossem agentes de suas próprias aprendizagens, deixando claro que, a equipe envolvida no projeto esteve presente e pronta para debater e ajudar a sanar as dificuldades que surgiram.

#### 4. Aplicação do projeto

Nas duas primeiras aulas, iniciamos perguntando se já conheciam o GeoGebra e como nenhum aluno participante tinha conhecimento do mesmo, apresentamos o software e explicamos como realizar o download, uma vez que é um software livre e gratuito para baixar. Esse momento foi bastante importante, porque os alunos puderam participar inteiramente do processo. Ainda, caso tenham interesse, sabem onde encontrar o software para realizar o download em seus computadores e utilizarem como ferramenta de estudo em suas casas.

Após, retomamos o estudo do conteúdo de função quadrática com o auxílio do retro projetor, onde apresentamos as principais características da função quadrática, uma vez que os alunos já haviam estudado esse conteúdo em sala de aula com o professor da turma. Desta forma, mostramos aos alunos como é expressa algebricamente uma função quadrática, sua representação gráfica através de uma parábola, explicitando sua concavidade no caso quando seu termo de grau dois é positivo ou negativo. Ainda, ilustramos algumas construções civis que possuem parábolas em sua arquitetura, para que os alunos pudessem ver aplicações do assunto em seu cotidiano. Algumas das ilustrações utilizadas foram:

Figura 1: Ilustrações de parábolas

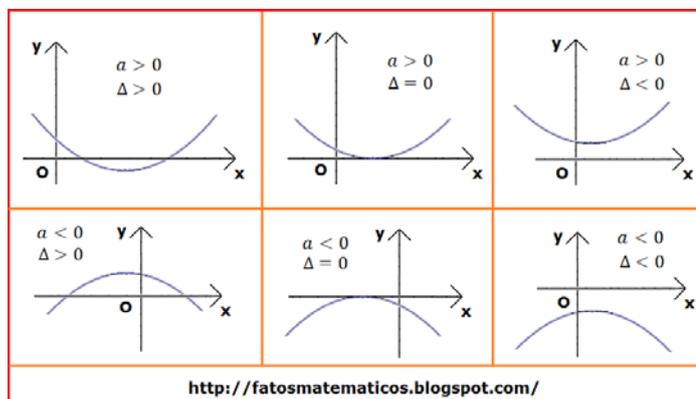


Fonte: Produção do próprio autor.

Seguimos com os zeros e raízes de função fazendo uso da fórmula de Bháskara, deixando claro que o discriminante (delta) mostrará a quantidade de raízes reais da função quadrática, onde é possível observar pelo sinal do discriminante se a função tem raízes ou não, isto é, se o delta for positivo, a função possui duas raízes diferentes, se o delta for negativo a

função não possui raiz definida nos números reais e se o delta for igual a zero a função possui duas raízes iguais. Em todos os casos, mostramos como se dava a concavidade da parábola.

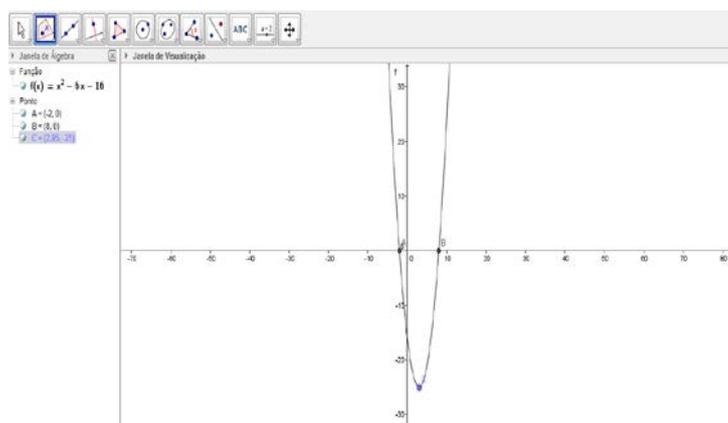
Figura 2: Zeros e raízes de função



Fonte: fatosmatemáticos.blogspot.com

Dando continuidade, exemplificamos alguns gráficos de funções quadráticas utilizando o GeoGebra. Optamos por exemplificar primeiramente os casos de zeros de função para que pudessem realmente fixar quando a função terá ou não raiz real. Sendo assim, iniciamos com o caso em que a função possui duas raízes reais e diferentes, ou seja, no caso em que delta é maior do que zero. Usamos para exemplificar a função  $f(x) = x^2 - 6x - 16$ . Esse foi o primeiro contato deles realmente como usuários do software, assim, explicamos passo a passo, desde como escrever a função, mover os eixos ou inserir a malha. Ainda, nesse momento, explicamos como inserir pontos sobre a malha, fazer a interseção entre dois objetos e definir segmento de reta, uma vez que a partir da construção e visualização gráfica oferecida pelo programa, foi possível verificar com os alunos os pontos de interseção da parábola com eixo  $Ox$  (se existirem), a concavidade da parábola, o ponto de interseção da parábola com o eixo  $Oy$ , o vértice da parábola, ponto máximo e valor máximo de uma função do 2º grau e ponto de mínimo e valor mínimo de uma função do 2º grau. O gráfico obtido foi o seguinte:

Figura 3: Gráfico da função  $f(x) = x^2 - 6x - 16$

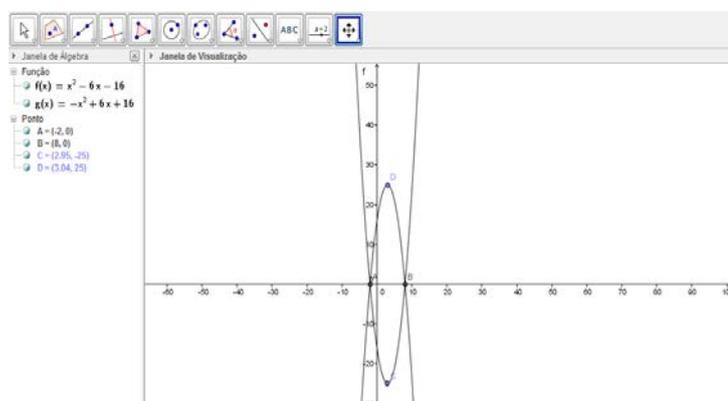


Fonte: Produção do próprio autor

Assim, como pode ser observado na figura acima, os estudantes além de construírem o gráfico da função solicitada, puderam determinar pela visualização, suas raízes e seus vértices.

Pedimos também que realizasse o mesmo procedimento para a função  $g(x) = -x^2 + 6x + 16$  e indagamos o que teria mudado de uma função para a outra e sem hesitar, nos disseram que apenas estavam invertidos, uma vez que as raízes encontradas eram as mesmas. Perguntamos mais uma vez, o que teria ocasionado então, a mudança de sentido da concavidade e uma aluna rapidamente respondeu que era o sinal do termo ao quadrado. O gráfico construído pelos estudantes nesse momento ficou da seguinte maneira:

Figura 4: Gráfico da função  $g(x) = -x^2 + 6x + 16$



Fonte: Produção do próprio autor

Vale ressaltar que os estudantes tiveram a oportunidade de discutir e comparar os seus resultados com os colegas e professoras e apontar o que

conhecem e como percebem a matemática envolvida. Foi um momento bastante dinâmico e iterativo. A reação deles ao verem como era muito mais simples visualizar e encontrar as raízes com o auxílio do programa computacional é indescritível.

Figura 5: Alunos no laboratório da Universidade



Fonte: Produção do próprio autor

Após, solicitamos que construíssem gráficos de funções em que possuíam duas raízes iguais alternando da mesma forma como dita anteriormente o sinal da função e depois os gráficos das funções que não possuem raízes reais. Em ambos os casos, seguimos o mesmo procedimento ao detalhado acima.

Nas duas aulas subsequentes, continuamos com a oficina. Neste momento, explicamos como inserir e utilizar o controle deslizante. Sendo assim, solicitamos que cada aluno selecionasse a opção controle deslizante com incremento igual a 1. Pedimos que repetissem esse procedimento mais duas vezes, assim, ficaram com 3 controles deslizantes  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Após isso, escrevemos a função quadrática na sua forma geral, ou seja,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , sendo que os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função referem-se aos construídos com o controle deslizante. Logo, trabalhamos com a análise do que ocorre quando através do controle deslizante  $a$  for maior, menor ou igual a 1. Igualmente, analisamos para  $b$  e  $c$ .

Os alunos nessa atividade mostraram-se bastante surpresos com os dados obtidos, uma vez que ao longo da construção dos controles deslizantes, quando comparavam com o do colega ao lado, caso o

incremento tivesse variado, apresentavam gráficos diferentes. Mas com um pouco de manuseio, conseguiram entender e adaptar cada situação solicitada.

Para finalizar a oficina, propomos a construção gráfica das seguintes funções:

a)  $y = x^2 - 2x + 1$

b)  $y = -x^2 - x + 3$

c)  $y = 3x^2 + 5x - 2$

d)  $y = -4x^2 - 3x + 1$

Além de construírem os gráficos no GeoGebra, pedimos que identificassem o zeros da função e os vértices. Acrescentando que os alunos estavam também realizando no papel os cálculos para o ponto de máximo, mínimo, bem como o cálculo das raízes e por fim, desenhando o gráfico de cada uma, para que pudessem comparar com a construção realizada no GeoGebra.

Desta forma, aplicar essa oficina foi de grande importância, pois podemos mostrar ao aluno possibilidades de estudos que facilitem o processo de ensino e aprendizagem do mesmo, já que nem sempre isso é possível em sala de aula. Ainda, percebemos que os estudantes estavam muito interessados e todos, sem exceção, participaram de todas as atividades solicitadas, demonstrando respeito e curiosidade.

Para uma estudante, o software é um ótimo apoio para o aprendizado. “É bom porque a gente não tem acesso a esse tipo de material na escola, então é uma aula diferente”, afirma a aluna. Um outro estudante dessa turma reforça a afirmação dizendo: “Como não temos bons computadores na escola, é difícil termos aulas como essa, aqui a estrutura é maior e todos podem aproveitar”.

## 5. Considerações Finais

Vários aspectos já foram citados no decorrer deste artigo e não existem dúvidas da importância da escolha correta de tecnologias adequadas para a utilização em sala de aula.

Deve-se tomar cuidado em não confundir a função da adoção de metodologias diferenciadas. As mesmas não substituem o papel do professor. Elas são na verdade um elo entre o professor e o aluno.

O professor tem papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem já que apenas com informática o aluno não conseguiria construir o conhecimento de maneira sólida. O professor deve então ser o mediador de todo processo de construção do conhecimento.

Ressaltamos que é importante o uso de tecnologias para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, mas por outro lado o professor não deve utilizar os recursos tecnológicos como único material para a preparação das suas aulas, pelo contrário, deve buscar outros recursos com o intuito de tornar as aulas mais dinâmicas e produtivas.

Uma forma, então, de auxiliar os professores, neste caso para desenvolver o conteúdo de função quadrática, é através da utilização do Software GeoGebra, pois foi possível verificar que os alunos participaram e se interessaram mais pela aula e desta forma.

A participação no subprojeto PIBID da Licenciatura em Matemática da UDESC de Joinville, nos propicia momentos de realização como este. Onde preparamos e realizamos uma intervenção pedagógica, que possibilitou o contato dos alunos com a universidade e mais do que isto, conseguimos aproximar os alunos das tecnologias com um conteúdo que aparentemente, era tido como dificultoso para a maioria da turma. Além disso, essa proposta permitiu experimentarmos novas posturas enquanto futuras professoras, capazes de ministrar aulas que possam fazer sentido para os estudantes.

#### **4. Referências**

BERLINGOFF, William P. GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática Através dos Tempos**. São Paulo, SP: EDGARD BLUCHER, 2008.

BORBA Marcelo de Carvalho. **Softwares e internet na sala de aula de Matemática**. Disponível em <<http://www.rc.unesp.br/gpimem/artigos0811.php>> Acesso em 12/10/2013.

BORBA, Marcelo de Carvalho. PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 2007. São Paulo, SP: AUTÊNTICA, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: MEC/SEF,1998.

JÚNIOR, Renato Câmara Victório de Almeida. **Desenvolvimento de Conceitos e Resolução de Atividades de Função Quadrática com o uso do Software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia – CCET/UFMS. Campo Grande, MS: 2013.

MPAKA, Nlandu. **O ensino e a aprendizagem do gráfico da função quadrática com e sem auxílio do Software Winplot**. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) - Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias. Lisboa: 2010.

PETLA, José Revelino. **GeoGebra – Possibilidades para o Ensino de Matemática**. Unidade Didática apresentada como requisito obrigatório no Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE da Secretaria Estadual de Educação – SEED em parceria com a Universidade Federal do Paraná, Departamento de Matemática, do Setor de Ciências Exatas. União da Vitória: 2008.

VENTURINE, Daniel Moro. **Geometria Analítica e Geogebra: Uma combinação perfeita na exploração de conceitos e propriedades**. Santa Maria, RS. UNIFRA, 2009.

## NOTAS

(1) Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina.

(2) Professora Pesquisadora do Grupo de Pesquisa em Educação Ambiental do Programa de Pós Graduação em Educação para Ciência da UNESP – Campus de Bauru – SP.

(3) Professora Adjunta do Departamento de Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina