unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

1210001130

Nº 42

ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR ESPECIALIZADO USADO NO PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO A LONGO PRAZO

ALUNA: SELMA HELENA MARCHIORI
ORIENTADOR: FRANCISCO VILLARREAL ALVARADO

Te.1130

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 unesp 12 13 14 15 16 17 18 19

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA – CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Algoritmo de Programação Linear Especializado Usado no Planejamento de Sistemas de Transmissão a Longo Prazo

Selma Helena Marchiori

Francisco Villarreal Alvarado
Orientador

Rubén Augusto Romero Lázaro
Co-orientador

Ilha Solteira, Novembro de 1999

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA – CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Algoritmo de Programação Linear Especializado Usado no Planejamento de Sistemas de Transmissão a Longo Prazo

Selma Helena Marchiori

1210001130

Francisco Villarreal Alvarado
Orientador

Rubén Augusto Romero Lázaro
Co-orientador

Proc 17/2000 NRD 006/2000

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"
SERVIÇO TÉC. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO

DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
24/01/2000	31/03/2000
REGISTRADO POR	TOMBO
Célia	1.130
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Doação R$ 10,00	M317a

Dissertação

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da UNESP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Ilha Solteira – SP
29 de Novembro de 1999

unesp

"*Algoritmo de Programação Linear Especializado Usado no Planejamento de Sistemas de Transmissão a Longo Prazo*"

Selma Helena Marchiori

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

Prof. Dr. Carlos Roberto Minussi - Coordenador

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Francisco Villafreal Alvarado - orientador

Prof. Dr. Ariovaldo Verandio Garcia

Prof. Dr. José Roberto Sanches Mantovani

Ilha Solteira – SP, novembro de 1999

unesp

Ao meu esposo

Heliyton Tadashi

e à minha filha

Camila Saemi

dedico.

AGRADECIMENTOS

- Ao professor Francisco Villarreal Alvarado pela orientação, por sua compreensão e também pelo apoio irrestrito;
- Ao professor Rubén Augusto Romero Lázaro pela presença segura, competente e estimulante;
- Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica que, de uma maneira ou de outra, ajudaram na elaboração desse trabalho;
- Aos meus companheiros pelo apoio e incentivo;
- À FAPESP pelo apoio financeiro;
- À todos aqueles que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização desse trabalho;

unesp

RESUMO

O problema de planejamento de sistemas de transmissão é um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM). Praticamente todos os algoritmos usados para resolver este problema usam uma subrotina de programação linear (PL) para resolver problemas de PL resultantes do algoritmo de planejamento usado. Às vezes a resolução desses PL's representa o maior esforço computacional dos algoritmos de planejamento. A particularidade desses PL's é que, na solução ótima, apenas algumas restrições de desigualdade estão ativas. Este trabalho transforma o PL num problema equivalente, com uma única restrição de desigualdade, a equação de balanço de potência ativa, e muitas restrições de desigualdade, e usa um algoritmo dual simplex canalizado e uma estratégia de relaxação para resolver esses PL's que inicia o processo de otimização com a única restrição de igualdade e, em cada passo, é adicionada a restrição mais violada. Os resultados encontrados mostram um desempenho superior da metodologia quando comparados com métodos do tipo primal simplex.

Abstract

The DC model, which used in planning the expansion of transmission systems, is a mixed nonlinear integer programming problem. The majority of the algorithms used to solve the planning problem resolve many linear programming (LP) problems. One characteristic of these LP's is that a small number of inequality constraints are binding in the optimum solution. In this paper, the LP is transformed into an equivalent problem with a single equality constraint, called the equation for active power balance, and many inequality constraints. A dual simplex algorithm for bounded variables is used to solve this LP together with a relaxation strategy, that imposes a single equality constraint to begin the optimization process and, for each step, the most unsatisfied constraint is added to the solution process. The results demonstrate superior performance of modified LP when compared to primal simplex algorithms.

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 unesp 12 13 14 15 16 17 18

CONTEÚDO

1. Introdução **1**

2. O Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão **4**

2.1. Modelagem do Problema 4

2.1.1. Modelo DC 4

2.1.2. Modelo de Transportes 7

3. Resolução do Modelo de Transportes Usando PL **9**

3.1. Resolução do Modelo de Transportes 9

3.2. Resolução do Modelo de Transportes com Corte de Carga 9

3.3. Uso do Software MINOS 10

3.3.1. Sistemas de Três Barras 10

3.3.2.Sistemas de Seis Barras de Garver 13

4. Resolução do Modelo DC Usando PL **17**

4.1. Resolução do Modelo DC 17

4.2. Uso do Software MINOS 17

4.2.1. Sistemas de Três Barras 17

5. Aplicações de PL em Problemas de Engenharia Elétrica **20**

5.1. PL Desenvolvido por B. Stott e J. L. Marinho 20

5.1.1. Características Gerais do Método PL 21

5.1.2. Formulação do Problema 21

5.1.3. Esquema Geral de Solução 23

5.1.4. O Algoritmo PL Central 26

5.2. PL Desenvolvido por Gandini 30

5.2.1. Modelagem do Sistema 31

5.2.2. Introdução de Geradores Fictícios 32

unesp

5.2.3. Variáveis de Controle 32
5.2.4. Formulação do problema 32
5.2.5. Esquema geral de Solução 33
5.2.6. Ilhamentos 36

6. Algoritmo Proposto **38**
6.1. Formulação 38
6.2. Introdução dos Geradores Fictícios 43
6.3. Variáveis de Controle 44
6.4. Esquema geral de Solução 44
6.5. Metodologia de Otimização 46
6.6. Exemplo Ilustrativo 47

7. Testes e Resultados **54**
7.1. Precisão dos Resultados 54
7.2. Tempo de Execução 55
7.3. Uso do Algoritmo de PL num Algoritmo de Planejamento 55
7.3.1. O Algoritmo de mínimo Corte de Carga 56
7.3.2. Testes com o sistema de 06 Barras 58
7.3.3. Testes com o sistema de 46 Barras 60

8. Conclusões **63**

Apêndice A **64**

Apêndice B **86**

Apêndice C **91**

Bibliografia **105**

unesp

1. Introdução

O Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão a Longo Prazo é um problema de programação não Linear inteiro misto (PNLIM) que ainda apresenta o fenômeno da explosão combinatorial e que mereceu muita atenção de pesquisadores que usaram uma diversidade de métodos aproximados e de otimização para resolvê-lo. As principais dificuldades na resolução deste problema estão relacionadas com a natureza combinatorial do processo de planejamento que normalmente leva a um número explosivo de alternativas, inclusive no caso de sistemas de médio porte. Além disso, o problema de planejamento apresenta uma estrutura multimodal com um número muito elevado de ótimos locais, o que leva a maioria dos métodos aproximados a parar numa solução ótima local e às vezes de pobre qualidade. Para contornar estes problemas foram apresentadas muitas alternativas na literatura especializada.

Esse tipo de planejamento tem por objetivo determinar **onde, quando e que** tipos de equipamentos devem ser instalados ao longo de um período, de modo a satisfazer as necessidades do mercado de energia elétrica com certas especificações de qualidade nos serviços e ao menor custo possível. Na literatura especializada existem três modelos ou formulações matemáticas para realizar a modelagem do problema de planejamento de transmissão: modelo DC, modelo de transporte e modelo híbrido.

Tradicionalmente, o modelo DC é uma simplificação do modelo real de fluxo de carga mas suficientemente adequada e precisa para estudos de planejamento a longo prazo. Contudo, ele ainda apresenta um problema cuja resolução apresenta grande dificuldade, pois é um problema de otimização não linear inteiro misto (PNLIM) e pertence ao grupo de problemas chamados NP-completo, para os quais é muito difícil elaborar algoritmos eficientes que contornem os problemas de esforço computacional, convexidade, etc. Projetar um algoritmo rápido e eficiente para obter a solução ótima deste problema ainda é um campo de pesquisa muito ativo e ocupa atenção especial de muitos grupos de pesquisa a nível mundial.

unesp

A importância prática é ainda maior porque a pesquisa levaria ao desenvolvimento de um "software" para aplicações no sistema brasileiro produzindo alternativas de expansão de sistema de transmissão com menor investimento.

Os outros modelos são uma relaxação do modelo DC em que foram eliminadas as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff (ou parte delas). Em outras palavras, o modelo DC considera as duas leis de Kirchhoff e a capacidade de transmissão das linhas e o modelo de transporte considera somente a primeira lei de Kirchhoff e a capacidade de transmissão das linhas enquanto o modelo híbrido é uma combinação do modelo de transporte e do modelo DC, isto é, são consideradas como parte da formulação do problema somente uma parte das restrições da segunda lei de Kirchhoff. Apesar da relaxação, o modelo de transporte é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM) e o modelo híbrido é um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM).

O modelo de transporte foi o primeiro modelo usado em planejamento a longo prazo, sendo Garver [8] que desenvolveu um algoritmo heurístico, que ficou conhecido como **Algoritmo de Garver**, para resolvê-lo de forma aproximada. Posteriormente, na UNICAMP e no CEPEL foram desenvolvidos métodos heurísticos para resolver o modelo DC, [9,10]. Estes métodos chamados de **Algoritmo de Mínimo Esforço** e **Algoritmo de Mínimo Corte de Carga** ainda são muito usados no planejamento do sistema brasileiro.

Na década de 80, iniciou-se a aplicação de técnicas de decomposição matemática como uma ferramenta atrativa para a resolução do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, que consiste em aproveitar a decomposição natural do problema da expansão de sistemas de transmissão em duas partes: um subproblema de investimento e um subproblema de operação. Uma dessas técnicas ficou conhecida como **Planejamento Hierarquizado** e testes realizados em sistemas brasileiros mostraram excelentes resultados para sistemas de pequeno e médio porte. Entretanto, para sistema de grande porte ainda apresenta problemas de elevado esforço computacional e de convergência. Para sistemas de grande porte foram usados algoritmos combinatoriais [11,12] que apresentam configurações de excelente qualidade, mas esforços computacionais ainda proibitivos.

Praticamente todos os algoritmos de planejamento de sistema de transmissão, heurísticos, de otimização clássica e combinatoriais, resolvem de maneira iterativa problemas de PL, ou seja, a utilização destes modelos implica na resolução de um número elevado de PL's que são resultantes de diversas estratégias adotadas por esses algoritmos. Portanto, nos algoritmos de planejamento, especialmente nos algoritmos heurísticos e combinatoriais,

unesp

praticamente todo o esforço computacional é utilizado para resolver problemas de PL sucessivamente. Por exemplo, para problemas de grande porte, o algoritmo apresentado em [11] precisa resolver em torno de 50000 a 60000 problemas de PL, para o qual são geralmente usados software de PL de caráter geral e um dos mais usados é o MINOS desenvolvido pela Universidade de Stanford.

Uma forma de diminuir o esforço computacional dos algoritmos mencionados anteriormente é desenvolver algoritmos especializados de PL que devem ser mais rápidos que os software comerciais de uso geral para resolver um problema de características específicas. Os algoritmos especializados de PL utilizam basicamente estratégias de relaxação, como os apresentados em [1,2,3,5,17], mas essas estratégias são diferentes para cada tipo de problema.

O presente trabalho apresenta um novo algoritmo para resolver o PL decorrente do modelo DC. O algoritmo proposto faz uma transformação do PL do modelo DC num problema de PL equivalente. O problema transformado é mais fácil de resolver usando um algoritmo dual simplex canalizado e a estratégia de relaxação. O algoritmo apresentado é uma consequência normal de duas propostas apresentadas anteriormente. A primeira se refere aos trabalhos apresentados por Stott [1,2,3] em que é desenvolvido um algoritmo dual simplex especializado para o problema de redespacho de potência ativa da geração de um sistema elétrico na presença de pequenos distúrbios. A segunda é a apresentada por Gandini [17] que basicamente consiste em implementar a idéia apresentada por Stott mas para o problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo. Entretanto, o algoritmo proposto é diferente em vários aspectos que são detalhados no presente trabalho.

O capítulo 2 apresenta a modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo, nos capítulos 3 e 4 são analisados, usando exemplos ilustrativos, os modelos de transporte e DC. No capítulo 5 são analisadas as propostas de Stott e Gandini, no capítulo 6 é apresentado o algoritmo proposto. No capítulo 7 são apresentados testes e resultados obtidos usando o algoritmo proposto e, finalmente, no capítulo 8 são comentadas as principais conclusões. No apêndice A são mostrados exemplos ilustrativos adicionais , no apêndice B são apresentados os dados do sistema sul-brasileiro e no apêndice C é anexada uma cópia do artigo referente a este trabalho, apresentado no XXXI SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - em outubro de 1999, na UFJF (Universidade Federal de Juiz de Fora).

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 unesp 12 13 14 15 16 17 18

2. Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão

2.1. Modelagem do Problema

2.1.1. Modelo DC

O modelo DC é considerado como modelo ideal para ser usado em planejamento de sistemas de transmissão, considerando-se somente as duas leis de Kirchhoff para o sistema elétrico e a capacidade de transmissão das linhas existentes e candidatas. Mas ainda assim, é um problema PNLIM e pertence ao conjunto de problemas chamados NP-completo de difícil tratamento, apresentando o problema da explosão combinatorial, pois, geralmente, existem muitos caminhos candidatos e, além disso, em cada caminho podem ser alocadas várias linhas. Entretanto, quando são especificados os valores dos x_{ij} ,isto é, quando é escolhida (ou determinada) uma proposta de investimento ou configuração, a formulação (2.1) se reduz a um simples problema de programação linear (PL) cuja única finalidade é verificar a factibilidade da proposta de investimento, ou seja, verificar se o investimento proposto produz um corte de carga igual a zero.

Nesta formulação têm-se variáveis contínuas de operação (tais como os fluxos nas linhas, a diferença angular nas barras e os níveis de geração e demanda) e as variáveis de investimento inteiras (como são os circuitos candidatos à adição).

O problema geral para o planejamento da transmissão em sistemas de energia elétrica para o modelo DC pode ser formulado da seguinte forma:

unesp

$$\min v = \sum_{(i,j)\in\Omega} c_{ij} n_{ij} + \sum_{i} \alpha_i r_i \qquad (2.1)$$

s.a.

$$B(x+\gamma^0)\theta + g + r = d$$
$$\left(x_{ij} + \gamma_{ij}^0\right)\cdot\left|\theta_i - \theta_j\right| \le \left(x_{ij} + \gamma_{ij}^0\right)\cdot\bar{\phi}_{ij}$$
$$0 \le g \le \bar{g}$$
$$0 \le r \le d$$
$$0 \le n_{ij} \le \bar{n}_{ij} \quad \text{e inteiro}$$
$$n_{ij} \quad \text{e discreto}$$
$$\theta_i \quad \text{irrestrito}$$
$$\forall (i,j) \in \Omega$$

Em que:

Ω conjunto de todos os ramos definidos pelas linhas existentes e as alternativas de expansão. A ampliação ou duplicação de uma linha existente também é considerada como uma alternativa de expansão;

c_{ij} custo no ramo $(i,j)\in\Omega$;

x_{ij} nova susceptância a ser instalada no ramo $(i,j)\in\Omega$;

γ_{ij} susceptância nominal de uma linha entre as barras $i-j$;

n_{ij} número de linhas adicionadas, $n_{ij} = \dfrac{x_{ij}}{\gamma_{ij}}$;

α_i parâmetro de penalidade;

r vetor de geradores fictícios ou artificiais alocados em todas as barras de carga;

$B(.)$ matriz de susceptâncias;

θ ângulos das tensões nodais;

g vetor de gerações;

d vetor de cargas;

γ_{ij}^0 susceptância inicial no ramo $(i,j)\in\Omega$;

$\bar{\phi}_{ij}$ definido pela relação: $\bar{\phi}_{ij} = \dfrac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}^0}$, sendo $\bar{f}_{ij}$ o fluxo máximo de potência permitido que passa pela linha $i-j$;

$\overline{g}$ vetor de limites de geração;

v função objetivo.

O modelo apresentado em (2.1) está ligeiramente modificado em relação ao modelo DC convencional. Assim, por exemplo, foi adicionado o termo $\sum_i \alpha_i r_i$ na função objetivo para facilitar o processo de resolução. Quando é escolhido um valor de α relativamente grande, na solução todos os r_i são iguais a zero, e nestas condições a solução obtida tanto para a formulação original como para a modificada é exatamente a mesma.

A grande vantagem de adicionar o segundo termo na função objetivo é que o problema transformado é sempre factível, pois as sobrecargas no sistema, que eventualmente apareciam no processo de resolução, são compensados pelos geradores artificiais alocados em todas as barras de carga. Portanto, é muito importante levar em conta o conceito de factibilidade neste problema de planejamento. Assim, para uma determinada proposta de investimento x^k (uma configuração) o problema (2.1) é simplesmente um problema de programação linear (PL) e se sua resolução apresenta corte de carga $(r \neq 0)$, então a proposta de investimento é infactível para a formulação (2.1). Portanto um algoritmo eficiente que resolva (2.1) deve apresentar uma solução final sem corte de carga para que essa solução seja equivalente à formulação original.

No problema de planejamento (2.1) se for especificada uma proposta de investimento $n^k = n_{ij}^k$, então o problema resultante é simplesmente um problema de mínimo corte de carga. Assim, uma vez definida uma alternativa de investimento, o problema (2.1) se reduz a um problema de programação linear e pode ser resolvido por qualquer técnica eficiente de PL.

O algoritmo de PL, com uma alternativa de investimento definida $n_{ij}^k \rightarrow x_{ij}^k$, resolve o seguinte problema:

$$\min w = \sum_i \alpha_i r_i \tag{2.2}$$

s.a.

$$B(x+\gamma^0)\theta + g + r = d$$
$$\left(x_{ij}^k + \gamma_{ij}^0\right)\left|\theta_i - \theta_j\right| \leq \left(x_{ij}^k + \gamma_{ij}^0\right)\overline{\phi}_{ij}$$
$$0 \leq g \leq \overline{g}$$
$$0 \leq r \leq d$$

unesp

Assim, o sistema (2.2) é um PL com valores de x_{ij}^k conhecidos ou determinados para uma alternativa de investimento. Portanto, para um x^k escolhido a solução obtida por um algoritmo de PL aplicado ao sistema (2.2) indicará simplesmente se o sistema apresenta corte de carga (infactível) ou não (factível) em relação a formulação original.

2.1.2. Modelo de Transportes

O modelo de transporte foi formulado por Garver em [9] e teve muito sucesso, sendo esta a primeira proposta para planejamento de redes de transmissão que usou programação linear. Esta metodologia consiste basicamente em resolver de maneira aproximada uma versão relaxada do modelo DC. No modelo de Garver, conhecido como **modelo de transportes**, somente se considera a primeira lei de Kirchhoff e a capacidade de transmissão das linhas, não sendo considerada a Segunda lei de Kirchhoff.

O planejamento de uma rede geralmente apresenta dois problemas: não é convexa e contem linhas sobrecarregadas. Nestas condições é impossível resolver um fluxo de carga AC. Para resolver este problema foi proposta uma nova metodologia, formulando um algoritmo baseado em um modelo simplificado da rede. Assim o modelo de transporte assume a seguinte formulação:

$$\min v = \sum_{(i,j)\in\Omega} c_{ij} n_{ij} \tag{2.3}$$

s.a.

$$Sf + g = d$$
$$\left|f_{ij}\right| \le \left(n_{ij} + n_{ij}^0\right)\overline{f}_{ij}$$
$$0 \le g \le \overline{g}$$
$$0 \le n_{ij} \le \overline{n}_{ij} \quad \text{e inteiro}$$
$$f_{ij} \quad \text{irrestrito}$$
$$\forall (i,j) \in \Omega$$

Em que:

f_{ij} fluxo de potência que passa pela linha $i-j$;

$\overline{f}_{ij}$ fluxo máximo de potência permitido que passa pela linha $i-j$.

O modelo de transportes é uma relaxação do modelo DC, pois não considera um conjunto de restrições, e portanto, uma das desvantagens do modelo de transportes é que a

unesp

sua solução (mesmo sendo a ótima) pode não ser adequada do ponto de vista do modelo DC, pois para este, a solução do modelo de transportes poderia apresentar um corte de carga inadequado. A vantagem é que o problema (2.3) é um problema linear inteiro misto (PLIM) e relativamente mais fácil de se resolver. Apesar de o modelo de transportes ser uma formulação relaxada, Garver usou um algoritmo aproximado para resolvê-lo. Entretanto, o algoritmo de Garver foi bem aceito, pois naquela época não existiam algoritmos melhores para resolver o problema de planejamento de transmissão.

O modelo de transporte ainda pode ser apresentado da seguinte forma:

$$\min v = \sum_{(i,j)\in\Omega} c_{ij} n_{ij}^{k} + \sum_{i} \alpha_i r_i \qquad (2.4)$$

s.a.

$$Sf + g + r = d$$
$$\left|f_{ij}\right| \le \left(n_{ij}^{k} + n_{ij}^{0}\right)\overline{f}_{ij}$$
$$0 \le g \le \overline{g}$$
$$0 \le r \le d$$
$$f_{ij} \qquad \text{irrestrito}$$
$$\forall (i,j) \in \Omega$$

Em que:

n_{ij}^{k} é um parâmetro de novas linhas adicionadas no ramo $i-j$.

A formulação (2.4) é conhecida como modelo de transporte com corte de carga e sua resolução consiste na verificação adequada de uma proposta de investimento (como a estratégia apresentada para o modelo DC).

unesp

3. Resolução do Modelo de Transportes usando PL

3.1. Resolução do Modelo de Transportes

Relaxando a integridade das linhas de transmissão candidatas (n_{ij}) do modelo de transporte, transformamos um PLIM em um PL, ou seja, as soluções referentes ao número de linhas poderão não ser inteiras, assim teremos a resolução do ótimo **contínuo** do modelo de transportes que é encontrado com facilidade através do software MINOS. Como aplicação prática desta estratégia, pode-se mencionar o algoritmo heurístico de Garver que consiste na resolução de um conjunto de PL's como os analisados nesse capítulo.

3.2. Resolução do Modelo de Transportes com Corte de Carga

A resolução do modelo de transporte com corte de carga consiste na verificação adequada de uma proposta de investimento, ou seja, o problema resultante é simplesmente um problema de mínimo corte de carga. Assim, uma vez definida uma alternativa de investimento, temos um problema de programação linear (PL) onde a solução ótima obtida pelo MINOS indicará simplesmente se o sistema apresenta corte de carga (infactível) ou não (factível) em relação à formulação original.

unesp

3.3. Uso do Software MINOS

3.3.1. Sistema de Três Barras

Analisamos um sistema de três barras para dois casos típicos do processo de planejamento: (1) para a configuração base em que o sistema apresenta corte de carga ou é infactível e (2) para a configuração ótima em que o sistema já possui todas as adições de linhas necessárias.

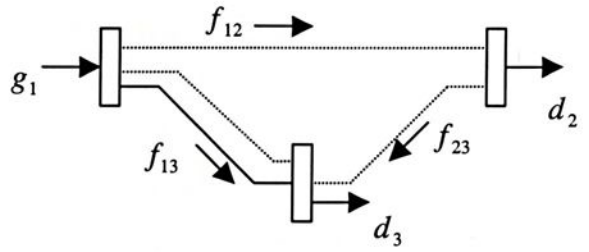

Figura 3.1: Sistema de 03 Barras

Dados: $\alpha = 1$

Dados das barras:

Barra	Geração $(\overline{g})$ (Ω)	Demanda (d) (MW)
1	80.0	0.0
2	0.0	60.0
3	0.0	20.0

Dados das linhas:

N.º	Linha	Reatância (Ω)	Fluxo máximo por linha $(\overline{f}_{ij})$ (MW)	Custo (c_{ij}) (MW)
1	1-2	0.3	35.0	3.0
2	1-3	0.5	40.0	2.0
3	2-3	0.5	40.0	2.0

Obs.: para aplicar a primeira lei de Kirchhoff consideramos que o fluxo entrando na barra é positivo

Analisando a Configuração Base para o Sistema de Três Barras

Número máximo de linhas permitidas: *sem restrições.*.

Número de linhas existentes na configuração base: $n_{12}^0 = 0$, $n_{13}^0 = 1$ e $n_{23}^0 = 0$.

Modelo de Transportes

O sistema possui 3 equações e 6 inequações (não considerando os limites das variáveis):

$$\min v = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \tag{3.1}$$

s.a

$$-f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$$
$$f_{12} - f_{23} = 60$$
$$f_{13} + f_{23} = 20$$
$$f_{12} - 35n_{12} \leq 0$$
$$-f_{12} - 35n_{12} \leq 0$$
$$f_{13} - 40n_{13} \leq 40$$
$$-f_{13} - 40n_{13} \leq 40$$
$$f_{23} - 40n_{23} \leq 0$$
$$-f_{23} - 40n_{23} \leq 0$$
$$0 \leq g_1 \leq 80$$
$$f_{12} \quad \text{irrestrito}$$
$$f_{13} \quad \text{irrestrito}$$
$$f_{23} \quad \text{irrestrito}$$
$$n_{25} = 0$$
$$n_{13} \geq 0$$
$$n_{23} \geq 0$$

Em que as incógnitas são: $n_{12}, n_{13}, n_{23}, f_{12}, f_{13}, f_{23}, g_1, v$.

Resolvendo o PL através do MINOS se obtém a seguinte solução ótima contínua: $f_{12} = 40$; $f_{13} = 40$; $f_{23} = -20$; $n_{12} = 1{,}143$; $n_{13} = 0$; $n_{23} = 4{,}429$; $g_1 = 80$; $v = 4{,}429$.

O MINOS resolveu o problema em 4 iterações, 3 infactíveis e 1 factível, e na solução final observa-se que das 6 restrições de desigualdade somente 1 está ativa. Esta solução não é a ótima do PLIM pois as variáveis n_{ij} não são inteiras.

Analisando a Configuração Ótima para o Sistema de Três Barras

Número máximo de linhas permitidas: *sem restrições.*

Número de linhas existentes na configuração base: $n_{12}^0 = 2$, $n_{13}^0 = 1$ e $n_{23}^0 = 0$.

Modelo de Transportes

O sistema possui 3 equações e 6 inequações (não considerando os limites das variáveis):

$$\min v = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \tag{3.3}$$

s.a

$$-f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$$
$$f_{12} - f_{23} = 60$$
$$f_{13} + f_{23} = 20$$
$$f_{12} - 35n_{12} \leq 70$$
$$-f_{12} - 35n_{12} \leq 70$$
$$f_{13} - 40n_{13} \leq 40$$
$$-f_{13} - 40n_{13} \leq 40$$
$$f_{23} - 40n_{23} \leq 0$$
$$-f_{23} - 40n_{23} \leq 0$$
$$0 \leq g_1 \leq 80$$
$$0 \leq r_2 \leq 60$$
$$0 \leq r_3 \leq 20$$
$$f_{12} \quad \text{irrestrito}$$
$$f_{13} \quad \text{irrestrito}$$
$$f_{23} \quad \text{irrestrito}$$
$$n_{12} \geq 0$$
$$n_{13} \geq 0$$
$$n_{23} \geq 0$$

unesp

Em que as incógnitas são: $n_{12}, n_{13}, n_{23}, f_{12}, f_{13}, f_{23}, g_1, v$.

Resolvendo o PL através do MINOS se obtém a seguinte solução ótima contínua: $f_{12} = 60;\ f_{13} = 20;\ f_{23} = 0;\ n_{12} = 0;\ n_{13} = 0;\ n_{23} = 0;\ g_1 = 80;\ v = 0$.

O MINOS resolveu o problema em 1 iteração factível, e na solução final observa-se que nenhuma das 6 restrições de desigualdade está ativa. Esta solução é a ótima do PLIM pois as variáveis n_{ij} são inteiras e iguais a zero, assim essa configuração é ótima (não é necessário adicionar nenhuma linha).

3.3.2. Sistema de Seis Barras de Garver

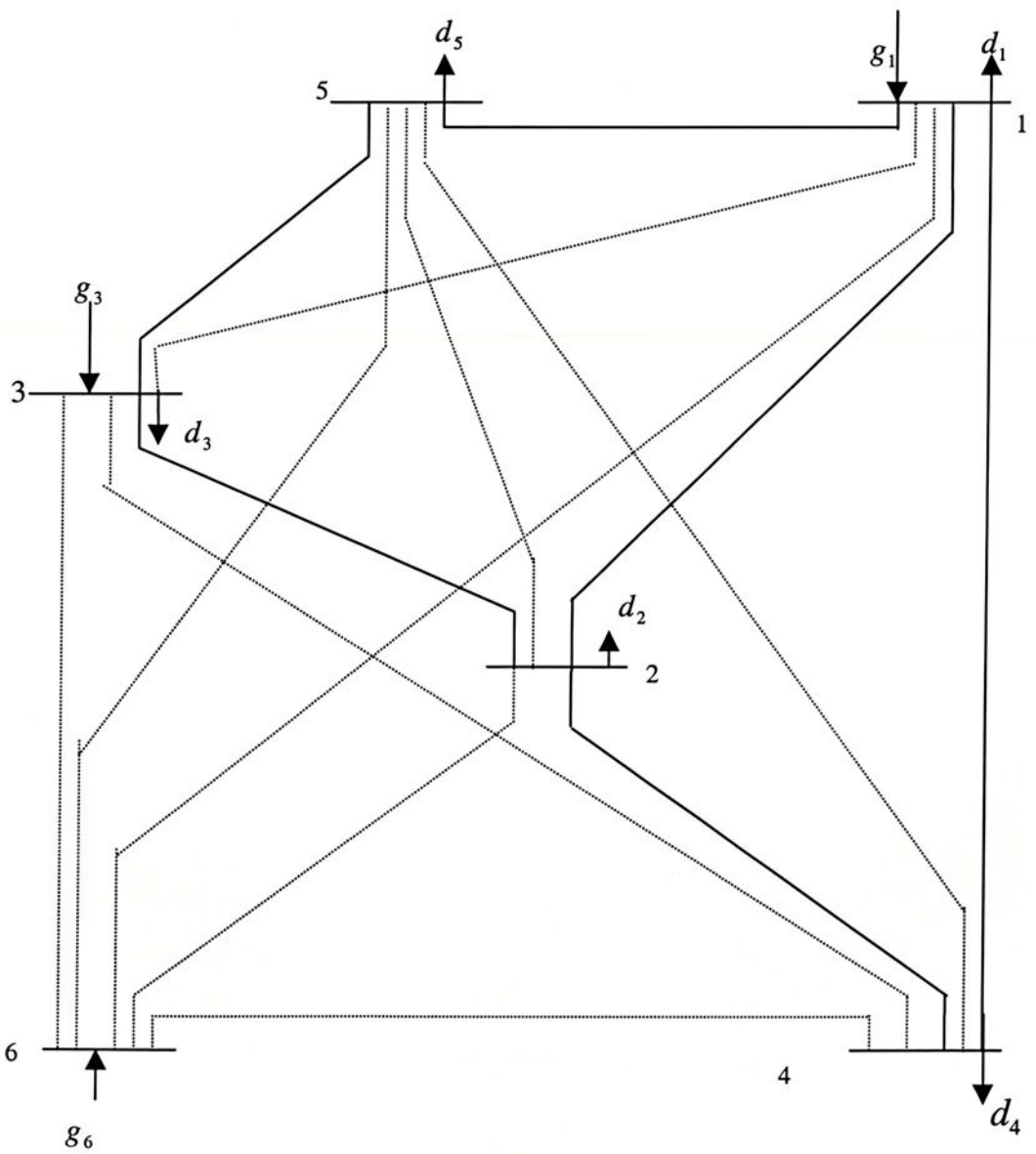

Figura 3.2: Sistema de Seis Barras de Garver

Dados das barras:

Barra	Geração $(\overline{g})$ (Ω)	Demanda (d) (MW)
1	150.0	80.0
2	0.0	240.0
3	360.0	40.0
4	0.0	160.0
5	0.0	240.0
6	600.0	0.0

Dados das linhas:

N.º	Linha	Reatância (Ω)	Fluxo máximo por linha $(\overline{f}_{ij})$ (MW)	Custo (c_{ij}) (MW)
1	1-2	0.40	100.0	40.0
2	1-3	0.38	100.0	38.0
3	1-4	0.60	80.0	60.0
4	1-5	0.20	100.0	20.0
5	1-6	0.68	70.0	68.0
6	2-3	0.20	100.0	20.0
7	2-4	0.40	100.0	40.0
8	2-5	0.31	100.0	31.0
9	2-6	0.30	100.0	30.0
10	3-4	0.59	82.0	59.0
11	3-5	0.20	100.0	20.0
12	3-6	0.48	100.0	48.0
13	4-5	0.63	75.0	63.0
14	4-6	0.30	100.0	30.0
15	5-6	0.61	78.0	61.0

Dados: $\alpha = 1$.

Obs.: para aplicar a primeira lei de Kirchhoff consideramos que o fluxo entrando na barra é positivo.

unesp

Analisando a Configuração Base para o Sistema de Seis Barras de Garver

Número máximo de linhas permitidas: *sem restrições.*

Número de linhas existentes na configuração base: $n_{12} = n_{14} = n_{15} = n_{23} = n_{24} = n_{35} = 1$

Modelo de Transportes

O sistema possui 6 equações e 30 inequações (não considerando os limites das variáveis), onde temos como incógnitas: n_{ij}, f_{ij}, g_i, v.

Resolvendo o PL através do MINOS se obtém a seguinte solução ótima contínua: $f_{12} = -100$; $f_{13} = 0$; $f_{14} = 70$; $f_{15} = 100$; $f_{16} = 0$; $f_{23} = -180$; $f_{24} = -100$; $f_{25} = 0$; $f_{26} = -60$; $f_{34} = 0$; $f_{35} = 140$; $f_{36} = 0$; $f_{45} = 0$; $f_{46} = -190$; $f_{56} = 0$; $n_{12} = 0$; $n_{13} = 0$; $n_{14} = 0$; $n_{15} = 0$; $n_{16} = 0$; $n_{23} = 0.8$; $n_{24} = 0$; $n_{25} = 0$; $n_{26} = 0.6$; $n_{34} = 0$; $n_{35} = 0.4$; $n_{36} = 0$; $n_{45} = 0$; $n_{46} = 1.9$; $n_{56} = 0$; $g_1 = 150$; $g_3 = 360$; $g_6 = 250$; $v = 99$.

O MINOS resolveu o problema em 26 iterações, 13 infactíveis e 13 factíveis, e na solução final observa-se que das 30 restrições de desigualdade somente 5 estão ativas. Esta solução não é a ótima do PLIM pois as variáveis n_{ij} não são inteiras.

Analisando a Configuração Ótima para o Sistema de Seis Barras de Garver

Número máximo de linhas permitidas: *sem restrições.*

Número de linhas existentes na configuração base: $n_{12} = n_{14} = n_{15} = n_{23} = n_{24} = 1$, $n_{35} = 2$ e $n_{46} = 3$.

Modelo de Transportes

O sistema possui 6 equações e 30 inequações (não considerando os limites das variáveis), onde temos como incógnitas: n_{ij}, f_{ij}, g_i, v.

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 unesp 12 13 14 15 16 17 18

Resolvendo o PL através do MINOS se obtém a seguinte solução ótima: $f_{12}=70$; $f_{13}=0$; $f_{14}=-40$; $f_{15}=40$; $f_{16}=0$; $f_{23}=-70$; $f_{24}=-100$; $f_{25}=0$; $f_{26}=0$; $f_{34}=0$; $f_{35}=200$; $f_{36}=0$; $f_{45}=0$; $f_{46}=-300$; $f_{56}=0$; $n_{12}=0$; $n_{13}=0$; $n_{15}=0$; $n_{16}=0$; $n_{23}=0$; $n_{24}=0$; $n_{25}=0$; $n_{26}=0$; $n_{34}=0$; $n_{35}=0$; $n_{36}=0$; $n_{45}=0$; $n_{46}=0$; $n_{56}=0$; $g_1=150$; $g_3=310$; $g_6=300$; $v=0$.

O MINOS resolveu o problema em 21 iterações, sendo 8 infactíveis, e na solução final observa-se que das 30 restrições de desigualdade somente 3 estão ativas. Esta solução é a ótima do PLIM pois as variáveis n_{ij} são inteiras (por serem todas iguais a zero a configuração é ótima).

unesp

4. Resolução do Modelo DC usando PL

4.1. Resolução do Modelo DC

A resolução do modelo DC consiste na verificação da operação adequada de uma proposta de investimento, ou seja, o problema resultante é simplesmente um problema de mínimo corte de carga. Assim, uma vez definida uma alternativa de investimento, temos um problema de programação linear (PL) onde a solução ótima obtida pelo MINOS indicará simplesmente se o sistema apresenta corte de carga (infactível) ou não (factível) em relação a formulação original.

4.2. Uso do Software MINOS

4.2.1. Sistema de Três Barras

Analisamos o mesmo sistema de três barras dado anteriormente para dois casos típicos do processo de planejamento: (1) para a configuração base em que o sistema apresenta corte de carga ou é infactível e (2) para a configuração ótima em que o sistema já possui todas as adições de linhas necessárias.

Os dados são os mesmos usados no modelo de transporte.

Obs.: para aplicar a primeira lei de Kirchhoff consideramos que o fluxo entrando na barra é positivo

Configuração Base para o Sistema de Três Barras

Número máximo de linhas permitidas: $\bar{n}_{12} = 2$, $\bar{n}_{13} = 2$ e $\bar{n}_{23} = 3$.

Número de linhas existentes na configuração base: $n_{12}^0 = 0$, $n_{13}^0 = 1$ e $n_{23}^0 = 0$.

unesp

Modelo DC

O sistema possui 3 equações e 2 inequações de módulo (não considerando os limites das variáveis):

$$\min v = r_2 + r_3 \tag{4.1}$$

s.a

$$-\frac{1}{3}(\theta_1 - \theta_2) - \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_3) + g_1 = 0$$

$$\frac{1}{3}(\theta_1 - \theta_2) + r_2 = 60$$

$$\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_3) + r_3 = 20$$

$$-105 \le \theta_1 - \theta_2 \le 105$$

$$-80 \le \theta_1 - \theta_3 \le 80$$

$$x_{23} \cdot |\theta_2 - \theta_3| \le 80 x_{23}$$

$$0 \le g_1 \le 80$$

$$0 \le r_2 \le 60$$

$$0 \le r_3 \le 20$$

θ_{12} irrestrito

θ_{13} irrestrito

θ_{23} irrestrito

Em que as incógnitas são: $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, r_2, r_3, g_1, v$.

Resolvendo o PL através do MINOS se obtém a seguinte solução ótima contínua: $\theta_1 = 40$; $\theta_2 = -1010$; $\theta_3 = 0$; $r_2 = 58{,}95$; $r_3 = 0$; $g_1 = 21{,}05$; $v = 58{,}95$.

O MINOS resolveu o problema em 1 iteração factível, e na solução final observa-se que das restrições de desigualdade somente 1 está ativa. Esta solução não é a ótima do PNLIM pois as variáveis r_i não são todas iguais a zero, assim o problema é infactível (apresenta corte de carga).

Configuração Ótima para o Sistema de Três Barras

Número máximo de linhas permitidas: $\bar{n}_{12} = 2$, $\bar{n}_{13} = 2$ e $\bar{n}_{23} = 3$.

Número de linhas existentes na configuração base: $n_{12}^0 = 2$, $n_{13}^0 = 1$ e $n_{23}^0 = 0$.

Modelo DC

O sistema possui 3 equações e 2 inequações de módulo (não considerando os limites das variáveis). Onde as incógnitas são: $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, r_2, r_3, g_1, v$.

Resolvendo o PL através do MINOS se obtém a seguinte solução: $\theta_1 = 40$; $\theta_2 = -49{,}955$; $\theta_3 = 0$; $r_2 = 0$; $r_3 = 0$; $g_1 = 80$; $v = 0$.

O MINOS resolveu o problema em 2 iterações factíveis, e na solução final observa-se que das restrições de desigualdade nenhuma está ativa. Esta solução é a ótima do PNLIM pois as variáveis r_i são todas iguais a zero, assim o problema é factível (não apresenta corte de carga).

Esses testes mostram que na solução ótima de cada PL usado para resolver os problemas de modelo de transportes poucas restrições de desigualdades estão ativas, essa é uma característica do problema que algoritmos primais ignora. Essa estrutura especial do problema pode ser aproveitada utilizando técnicas de relaxação para considerar as restrições de desigualdades somente quando elas estão violadas. Além disso, o número de iterações para a fase I é proporcional ao tamanho do problema, assim deve-se fazer uma implementação eficiente da chamada Fase I de PL usando uma única variável artificial e formando uma base com variáveis criteriosamente escolhidas.

unesp

5. Aplicações de PL em Problemas de Engenharia Elétrica

5.1. PL Desenvolvido por B. Stott e J. L. Marinho

O algoritmo especializado de solução de PL que será descrito nesta seção corresponde a versão documentada no artigo de B. Stott e J. L. Marinho [3], resultante de melhoramentos de trabalhos precedentes [1,2]. O artigo apresenta um método de Programação Linear (PL) para cálculos de despacho de segurança e controle emergencial em sistemas de potência de grande porte. O método, segundo os autores, é de confiança, rápido, flexível, fácil de programar e requer pequeno esforço computacional. Trabalha-se diretamente com as variáveis e limites normais dos sistemas de potência, sem usar variáveis de folga e/ou não-negatividade, incorporando o uso das técnicas de matrizes esparsas. Uma importante característica do método é lidar com curvas de custo de geração multi-segmentadas pura e eficientemente (não iremos discutir sobre essa característica, pois ela não é interessante para a formulação discutida nesse trabalho).

O principal motivo para usar PL surgiu por problemas de bom desempenho dos algoritmos de programação não linear, os quais são mais intensamente pesquisados. Essas deficiências (as quais o presente método não possui) inclui duvidosa ou lenta convergência, a necessidade de um ponto factível para a partida, algoritmos complicados e/ou sintonizados, sofisticada manipulação de matrizes esparsas e (usando funções de penalidade) dificuldades em reconhecer infactibilidade e uma análise de sensibilidade pós-ótimo.

unesp

5.1.1. Características Gerais do Método PL

O método simplex revisado é aplicado para o problema primal, usando o dual, bases reduzidas e técnicas de relaxação. O processo inicia através de um ponto de operação inicial de sistema de potência contendo sobrecarga nos ramos. Os limites dos fluxos de ramos violados são impostos um a um, reprogramando otimamente o sistema em cada ocasião, testando para novas sobrecargas tendo a oportunidade de relaxar os limites impostos previamente. Assim o cálculo continua ordenadamente para a solução final.

Os coeficientes das restrições geralmente apresentam elevada esparsidade e somente um conjunto reduzido dessas restrições são usadas em alguns estágios, utilizando o esquema de busca com restrição iterativa. As restrições não esparsas são geradas somente para os poucos fluxos de ramos cujos limites foram determinados. O método possui grande eficiência computacional devido ao número de ligação dos fluxos de ramo na solução eventual não ser excessivo.

Requer-se uma linearização incremental do modelo de fluxo de carga. A precisão do modelo incremental de fluxo de carga DC prova ser adequado, mas se necessária alta precisão, a solução do PL pode ser interagida com a solução do fluxo de carga AC.

Embora bastante fácil de implementar, o método é uma versão distinta de PL. Uma apresentação direta e completa do método é feita em função do problema de controle e segurança, dessa maneira nós esperamos estar assimilando mais facilmente através de uma análise do sistema de potência. As variáveis canalizadas do sistema de potência normal são usadas no decorrer do problema. As variáveis artificiais ou de folga ou as condições de não negatividade são introduzidas.

5.1.2. Formulação do Problema

Variáveis de controle

O problema considerado aqui é o alívio de sobrecargas em ramos da rede por controle de potência ativa, ou o despacho de potência ativa com restrições de sobrecargas na rede. Os controles de potência ativa compreendem a operação geradores, transformadores defasadores, links de corrente contínua HVDC, partidas de emergência e corte de cargas. Todas essas ações de controle podem ser representadas analiticamente por variações nas injeções de potência ativa nas barras, isto é, como mudanças de geração equivalentes. Assim,

unesp

todas as ações de controle são referidas como variações em geração nas barras, e o vetor das variáveis de controle é:

$$\Delta P = (\Delta P_1 \ldots\ldots \Delta P_n)^t \tag{5.1}$$

para n gerações controláveis.

Declaração do problema

O problema consiste em minimizar a função objetivo:

$$f(\Delta P) = C \cdot \Delta P \tag{5.2}$$

onde C é o vetor linha dos custos incrementais dos geradores.

Assume-se que cada barra tem um único coeficiente de custo incremental, constante, em (5.2). Todavia, o algoritmo permite a representação de curvas de custo de geração lineares por parte, com apenas uma variável por geração controlável, o que constitui uma das principais melhorias desse algoritmo. Também podem ser representados vários tipos de função objetivo: econômico, mínimo desvio, quadrática, etc. Uma descrição completa de como as curvas de custo lineares por partes e os outros tipos de função objetivo podem ser encontrados no artigo de Stott.

A função objetivo considerada está sujeita à restrição de balanço de potência ativa do sistema de potência:

$$\beta_1 \Delta P_1 + \beta_2 \Delta P_2 + \cdots + \beta_n \Delta P_n = 0 \tag{5.3}$$

onde os β's são os fatores incrementais de perda de potência ativa nas linhas de transmissão. No apêndice 1 do artigo de Stott encontra-se o procedimento para obtenção dos fatores de perda. As perdas por transmissão serão desprezadas nesse trabalho, assim todos os β's assumem valor unitário.

Além da equação de balanço, a função objetivo também está sujeita a um conjunto extenso de restrições:

$$L_j^{\min} \le A_j \cdot \Delta \mathrm{P} \le L_j^{\max} \tag{5.4}$$

Há dois tipos de restrição nesse conjunto:

(5.4.a) limites superiores e inferiores em cada variação de geração ΔP_i, para o qual o vetor A_j é nulo com exceção de 1 na posição i. Estas restrições são tratadas implicitamente no método de PL.

(5.4.b) limites superiores e inferiores nas variações de fluxo de potência ativa nos ramos, para os quais A_j é não-esparso, uma vez que cada um de seus elementos é um fator de

unesp

distribuição relacionando uma mudança de fluxo de potência ativa no ramo com uma variação na geração da barra de folga. Muito poucas linhas A_j necessitam ser calculadas explicitamente.

Modelo da Rede

É usado um modelo incremental da rede, isto é, uma linearização em torno de um dado ponto de operação:

$$\Delta P_b = [H] \cdot \Delta\theta \tag{5.5}$$

onde ΔP_b é o vetor esparso das variações nas potências injetadas nas barras, cujos únicos elementos não-zero são os ΔP's correspondentes às barras com geração controlável. H é uma matriz que pode ser adotada como sendo a matriz simétrica B' do fluxo de carga DC. A resolução do sistema é feita através dos fatores triangulares de B', que são calculados uma única vez previamente à execução do algoritmo. É necessária a adoção de uma barra de referência angular para a resolução de (5.5), pois a matriz B' completa é singular. $\Delta\theta$ é o vetor de mudanças dos ângulos de tensão das barras.

Testes propostos para ramos sobrecarregados indicaram que a forma não-esparsa de (5.4.b) é altamente ineficiente, assim as restrições dos limites de fluxo de potência ativa são expressas por:

$$\hat{L}_j^{\min} \leq \Delta\theta_i - \Delta\theta_k \leq \hat{L}_j^{\max} \tag{5.6}$$

em que $\hat{L}_j$ é o limite L_j vezes a reatância do ramo *i-k*. Os limites superior e inferior em cada ramo não precisam ser simétricos (o inferior ser o negativo do superior).

5.1.3. Esquema Geral de Solução

Na figura 5.1. podemos ver o fluxograma geral desse método de solução.

O processo se inicia no bloco A, a partir de um estado inicial conhecido externamente (através de um fluxo de carga AC, por exemplo), otimizando o programa de geração e calculando os limites incrementais para as restrições. Isto consiste em colocar todas as gerações em seus valores mínimos, ajustando os respectivos ΔP's no limite inferior, e incrementar sucessivamente e em ordem crescente de custo incremental as gerações para seus valores máximos, correspondentes aos limites superiores dos ΔP's, até que seja satisfeita a equação de balanço de potência.

unesp

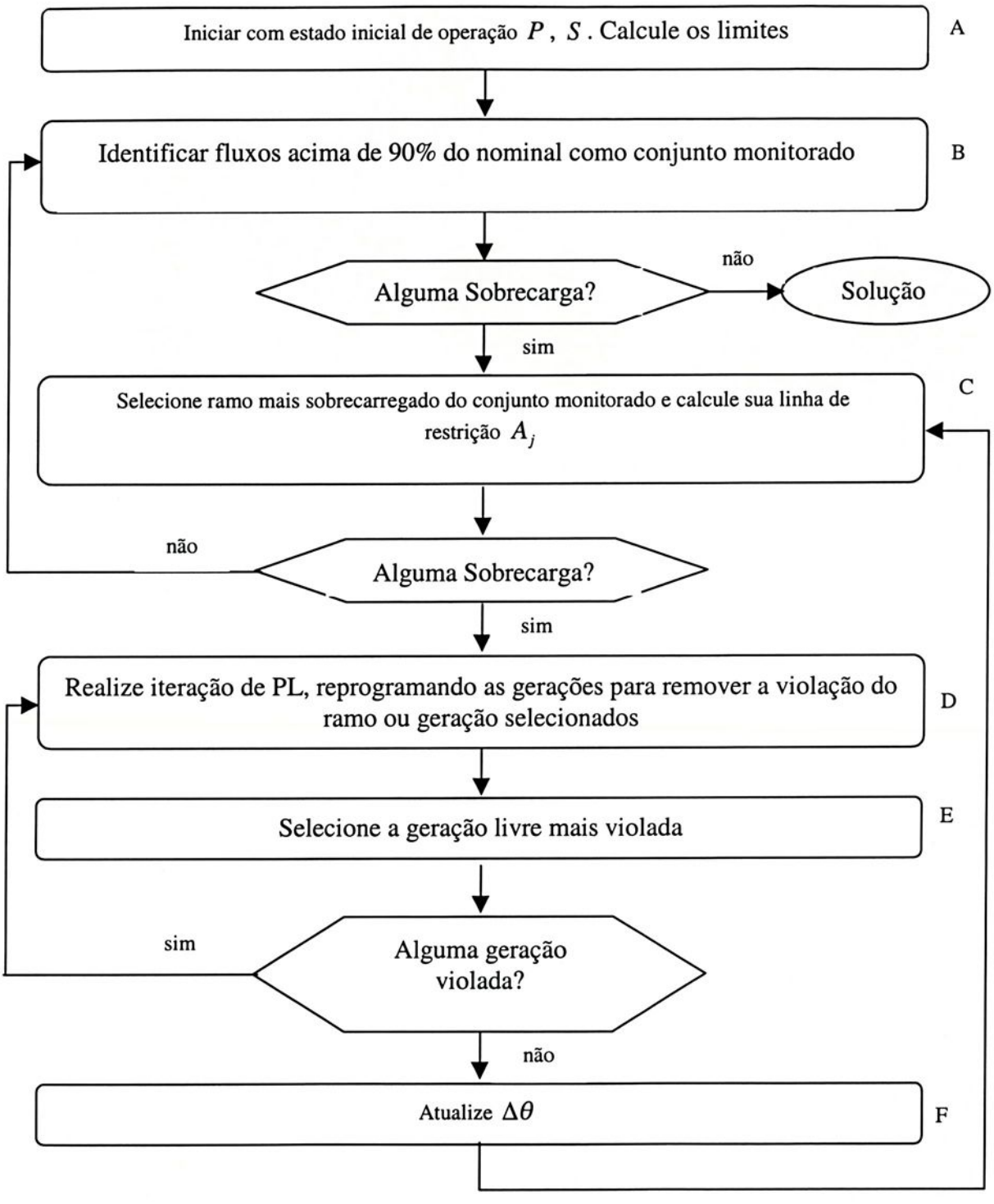

Figura 5.1: Diagrama de fluxo geral para método PL de solução.

Este incremento é feito passo a passo, colocando-se cada geração controlável no limite superior até que a soma seja maior ou igual a zero. Quando a soma ultrapassa zero o último gerador a ser despachado é ajustado de maneira que a soma das variações de geração seja zero, respeitando-se assim a equação de balanço de potências em sua forma incremental.

Ao final do pré-despacho temos uma parcela de geradores ajustada no limite inferior (os que não foram incrementados), uma parcela de geradores ajustada no limite superior (os que foram incrementados, com exceção de um) e um gerador (o último a ser incrementado) operando em um valor intermediário, ou seja, livre.

Tendo em mãos os valores de ΔP a partir do pré-despacho inicial, calcula-se os valores de $\Delta\theta$ resolvendo a equação (5.5).

Usando (5.6), o bloco B identifica todos os ramos com fluxo superior a 90% do fluxo máximo como o subconjunto de (5.4.b) a ser monitorado no processo de PL. Ou seja, para cada ramo *j* entre as barras *i* e *k*, calculamos a variação do fluxo de potência ativa por

$$\Delta F_{ik} = -(\Delta\theta_i - \Delta\theta_k)B'_{ik} \qquad (5.7)$$

e a variação dos fluxos é checada com seus limites (já calculados).

Se não há sobrecargas nos fluxos do subconjunto monitorado, ou seja, se todos os limites das variações de fluxos são respeitados, então a solução atual é factível e o programa termina.

O bloco C, novamente usando (5.6), calcula os fluxos dos ramos pertencentes ao subconjunto e seleciona o mais sobrecarregado na forma (5.4), calculando-se a linha de restrição A_j. O fluxo do ramo selecionado é fixado no limite relevante e introduzido como restrição de *igualdade* no processo de PL.

Se o bloco C não detectar nenhuma sobrecarga no subconjunto monitorado, este deve ser recalculado para verificar se algum fluxo não pertencente ao subconjunto monitorado está sobrecarregado.

O bloco D realiza a iteração de PL propriamente dita. Esta iteração consiste no reajuste das variáveis de controle do sistema de maneira a satisfazer a nova restrição entrante de igualdade. Este reajuste não necessariamente obedece todos os limites da geração em (5.4.a). Se violações nos limites de geração forem detectadas pelo bloco E , a geração mais violada é fixada em seu limite (violado) através da inserção da correspondente restrição de igualdade, de novo pelo bloco D.

Depois que tenha sido restaurada a factibilidade nos limites de geração (nenhum limite violado), os ângulos das tensões de barra são recalculados no bloco F, resolvendo–se a equação (5.5).

O processo então retorna ao bloco C e assim por diante até que o problema seja resolvido.

unesp

5.1.4. O Algoritmo PL Central

O algoritmo de PL central é realizado pelo bloco D, onde é envolvido os seguintes passos:

1. Calculam-se as sensibilidades das restrições ativas S^b e S^g;
2. Testam-se e identificam-se as elegibilidades das restrições ativas;
3. Calcula-se o vetor λ;
4. Aplica-se o Teste da Razão Mínima para selecionar a restrição básica a ser liberada;
5. Atualiza-se a equação básica;
6. Atualizam-se as gerações livres.

Este procedimento tem a função de detectar qual a restrição que sai da base e promover a atualização da equação básica e das gerações livres.

Qualquer estado de operação do sistema de potência é descrito de maneira única em termos de n variáveis de controle e n equações. Uma dessas equações deve ser a equação de balanço de potência (5.3), restando n-1 equações para serem especificadas.

A solução do problema de PL se encontra em algum vértice do conjunto de restrições. Isto é, as n-1 equações de estado devem estar em restrições de igualdade representando gerações de barra ou fluxos de ramos em seus limites (ativos), obtidas do conjunto (5.4) substituindo os sinais $\leq$ relevantes por =. Em conseqüência, o processo de PL restringe sua atenção aos estados de operação do sistema em tais vértices, movendo-se de um para outro, iteração por iteração, até que o ponto de solução seja encontrado.

Em qualquer estágio desse processo, a equação que representa o estado de operação do sistema de potência é a equação básica matricial:

$$L = [B] \cdot \Delta P \tag{5.8}$$

onde B é a base da solução, não devendo ser confundida com a matriz B'.

A Base Reduzida

Sendo $[B]$ a matriz base na equação (5.8), o ponto de operação do sistema no início de cada iteração é dado por

$$\begin{array}{l} \text{Zero do balanço mais } m\text{-}1 \text{ limites de ramos} \\ \\ \text{Limites das gerações} \end{array} \begin{bmatrix} L^b \\ \\ L^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lfloor B^f \rfloor & \lfloor B^l \rfloor \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P^f \\ \\ \Delta P^l \end{bmatrix} \begin{array}{l} m \text{ gerações livres} \\ \\ n\text{-}m \text{ gerações no limite} \end{array} \qquad (5.9)$$

em que, os superíndices *b, g, f* e *l* significam *branch, generaction, free* e *limited*, respectivamente; $[I]$ é uma matriz identidade; L é o vetor de limites das gerações ativas.

A primeira linha do sistema matricial (5.9) é a restrição de balanço de potência (5.3) (permanente na base). As linhas das gerações ativas não são armazenadas; através de apontadores sabe-se, durante o processo, qual gerador é *livre* e qual está no *limite*. As matrizes $\lfloor B^f \rfloor$ e $\lfloor B^l \rfloor$ são armazenadas e, sempre que ocorre uma *mudança na base*, os apontadores e as matrizes são atualizados.

De (5.9) pode-se escrever a equação da base reduzida:

$$L^b = \lfloor B^f \rfloor \Delta P^f + \lfloor B^l \rfloor \Delta P^l = \lfloor B^r \rfloor \Delta P \qquad (5.10)$$

As gerações livres podem ser expressas em função dos limites incrementais de fluxos e das gerações no limites:

$$\Delta P^f = \lfloor B^f \rfloor^{-1} \{ L^b - \lfloor B^l \rfloor \Delta P^l \} \qquad (5.11)$$

A equação (5.11) é utilizada toda vez que ocorrer uma mudança de base. O esforço computacional para resolver esta equação é pequeno, entretanto, é importante fatorar $\lfloor B^f \rfloor$ (mesmo sendo de ordem baixa), inclusive com escolha do pivô adequado para prevenir problemas de mau condicionamento numérico.

Metodologia de Otimização

O estado de operação do sistema de potência no início de cada iteração de PL é definido pela equação básica corrente (5.8). Alguma restrição violada de ramo ou geração é escolhida (pelo bloco C ou pelo bloco E) para ser fixada no limite violado, através de sua introdução na base como restrição de igualdade. Para isto, uma restrição ativa de ramo ou de geração tem que ser removida (liberada, relaxada) da base. Esta mudança de base significa um movimento para um novo estado de operação do sistema.

unesp

A escolha da restrição entrante na base, entre as (possivelmente) várias restrições de ramo ou geração violadas em cada passo, é em princípio arbitrária. Adota-se o critério de forçar a restrição mais violada. Principalmente para as restrições de ramo, em muitos casos fixando-se no limite a restrição mais violada as outras violações são automaticamente removidas.

As gerações ou fluxos violados são fixados no limite correspondente (ΔP e L^b) pela introdução de restrições de igualdade na base de maneira seqüencial. Ao fixar uma geração ou fluxo, outra geração/fluxo que esteja no limite será liberada.

Todavia, a escolha da restrição que deixa a base deve ser adequada, a fim de que o algoritmo encontre a solução ótima. Assim a restrição a ser removida da base (variável que sai da base) é selecionada segundo critérios de otimalidade. A seleção é realizada em dois passos:

1. As restrições básicas existentes são testadas para verificar sua elegibilidade. Uma restrição é elegível se, quando liberada para dar lugar na base à restrição entrante, ela alivia o seu limite previamente ativo. Se não existem restrições elegíveis o problema é *infactível*;

   A restrição entrante mencionada acima é a restrição candidata a entrar na base, arbitrariamente escolhida a mais violada (vide blocos C e E da figura 1);

2. Entre as restrições básicas elegíveis, é escolhida aquela cuja liberação causará o menor aumento na função objetivo. Isto é feito usando-se o Teste da Razão, que corresponde a selecionar a menor razão $|\lambda_k / S_k|$, onde λ_k é o custo relativo (isto é, componente *k* do vetor dual λ) e S_k é a sensibilidade da restrição entrante em relação a restrição candidata *k*.

Do exposto, observa-se que é preciso calcular a cada iteração os valores λ e *S*. Supondo-se o vetor restrição entrante (A^t_{km} ou A^t_j) particionando como $A^t = \left(A^t_f \mid A^t_l\right)$, a sensibilidade também resulta particionada do seguinte modo:

$$S^b = A^t_f \left[B^f\right]^{-1} \tag{5.12}$$

$$S^g = A^t_l - S^b \left[B^l\right] \tag{5.13}$$

unesp

em que, S^b é o vetor de sensibilidades da restrição entrante para os ramos que estão no limite na base; S^g, de modo análogo, refere-se às sensibilidades da restrição para os geradores fixados no limite.

O vetor λ de variáveis duais (isto é, custos marginais, multiplicadores simplex, etc.), particionado, é calculado conforme as expressões (5.14) e (5.15):

$$\lambda^b = C_f \left[B^f\right]^{-1} \tag{5.14}$$

$$\lambda^g = C_l - \lambda^b \left[B^l\right] \tag{5.15}$$

em que, C_f e C_l são as partições do vetor de custos incrementais.

Conhecidos λ e S_k, o teste de elegibilidade é efetuado facilmente pesquisando-se a menor razão $\left|\lambda_k / S_k\right|$ dentre os índices das restrições elegíveis:

$\lambda = \left(\lambda^b \mid \lambda^g\right) =$ | ... | λ_k | ... |

$S = \left(S^b \mid S^g\right) =$ | ... | S_k | ... |

A mudança na base pode acontecer de quatro modos distintos:

1. Uma geração livre se torna limitada (ativa) em troca de uma geração limitada que se torna livre; os apontadores são simplesmente trocados - a base reduzida não é afetada;
2. Uma nova restrição de ramo (A^t_{km}) é adicionada à base $\left[B^r\right]$; uma geração é liberada e seu apontador é simplesmente trocado;
3. Uma nova restrição de ramo substitui uma anterior existente, isto é, A^t_{km} entra no lugar da restrição de ramo velha em $\left[B^r\right]$;
4. Uma geração anteriormente livre entra na base em lugar de uma restrição de ramo ativa, cuja linha A^t_{km} é removida de $\left[B^r\right]$; o apontador da geração é mudado.

Em todas essas mudanças o vetor L é atualizado na posição correspondente.

Na figura 1, o bloco D, compreende os passos relacionados a seguir, os quais se constituem no "coração" do algoritmo de solução de PL de Stott:

unesp

1. Calcular as sensibilidades da restrição entrante para os ramos/geradores que estão no limite, através de (5.12) e (5.13);
2. Identificar o conjunto das restrições ativas que são elegíveis - elegibilidade;
3. Calcular o vetor de custos marginais λ, aplicando-se as expressões (5.14) e (5.15);
4. Aplicar o teste da razão mínima para selecionar a restrição a ser liberada;
5. Atualizar a equação básica (5.9);
6. Atualizar as gerações livres (ΔP^f), aplicando-se (5.11).

5.2. PL Desenvolvido por Gandini

O algoritmo especializado de solução de PL que será descrito nessa seção corresponde a versão documentada no trabalho de tese de mestrado de André Chainho Gandini [17]. A tese apresenta a metodologia de Stott adaptada para resolver problemas de corte de carga advindo do problema de planejamento.

Embora os problemas de planejamento e operação de uma rede de energia sejam de natureza muito diferente, o problema do corte de carga é essencialmente um problema de otimização da operação. Após o problema ter sido apropriadamente ajustado, primeiro tomando-se a demanda ou geração líquida em cada barra e em seguida introduzindo-se os geradores fictícios, o problema consiste em determinar o despacho econômico de potência ativa, no qual os únicos custos se devem à atuação dos geradores fictícios.

E é precisamente esse o problema que o método de Stott resolve, só que com uma modelagem diferente do sistema. O método de Stott realiza uma linearização da rede em torno de um dado ponto de operação, obtido externamente, em geral, a partir de um fluxo de carga AC. Essa linearização é feita segundo o modelo DC incremental, em torno do ponto de operação. As variáveis de controle são as variações nas injeções liquidas de potência ativa, somente nas barras que possuem injeção de potência controlável. Inclusive o próprio Stott sugere a representação das cargas como injeções negativas controláveis de potência ativa, quando se deseja considerar o corte de carga como uma das possíveis ações de controle.

Já no problema de corte de carga a modelagem da rede é DC pura, ou seja, não é necessário dispor de um ponto inicial de linearização obtido externamente, porque a linearização é feita sobre toda a faixa de operação do sistema. Desta forma, os limites de geração e transmissão são os limites originais dos componentes do sistema.

unesp

Outra diferença é que no problema de corte de carga são consideradas somente as reatâncias das linhas de transmissão no fluxo de carga DC, enquanto no método de Stott considera-se também as resistências, dispondo-se inclusive de uma técnica de representação das perdas de transmissão.

Um outro problema é a ocorrência de ilhamentos (redes desconexas), que é comum nas rotinas de planejamento uma vez que se prevê, digamos para daqui dez anos, a existência de novas barras (por exemplo novas usinas de geração de energia). As quais precisam ser conectadas ao sistema de maneira ótima. Embora a ocorrência de ilhamentos não torne o problema infactível, pois cada carga pode ser atendida pelo gerador fictício instalado em sua própria barra, torna a sua resolução mais difícil pois a matriz $[B]$ se torna singular. Na prática a maioria dos ilhamentos que ocorrem durante a execução de algoritmos de planejamento consiste em barras isoladas.

Além disso, no problema da operação, os custos de geração são variáveis, permitindo-se, inclusive, a representação completa da curva de custo de geração linearizada por partes. Já no problema do corte de carga em planejamento, os custos incrementais de geração são zero (geradores reais) ou unitários (geradores fictícios).

Poderíamos dizer que o problema do corte de cargas é um caso particular do problema de operação corretiva que o método de Stott resolve, mas baseado num modelo um pouco diferente.

Devido as diferenças apresentadas é necessário realizar algumas modificações no método de Stott para aplicá-lo ao problema de corte de carga.

5.2.1. Modelagem do Sistema

A modelagem do sistema passa a ser DC pura (em lugar de DC incremental) e na formação da matriz $[B']$ são consideradas somente as reatâncias das linhas de transmissão, enquanto as resistências são desprezadas:

$$P = [B']\theta \tag{5.16}$$

Para o cálculo dos fluxos com o objetivo de determinar se há sobrecargas utiliza-se a forma:

$$F_{ik}^{\min} \leq \frac{\theta_i - \theta_k}{x_{ik}} \leq F_{ik}^{\max} \tag{5.17}$$

em que x_{ik} é a reatância dos circuitos no caminho $i-k$.

5.2.2. Introdução de Geradores Fictícios

As características do sistema são pré-alteradas de forma a incluir os geradores fictícios. Nas barras que possuem carga e geração no sistema original, considera-se somente a carga ou geração líquida para efeito da otimização.

Pode-se ter duas situações: geração maior do que a carga ou geração menor do que a carga (se a geração é igual a carga então considera-se que a barra não possui nem uma nem outra). Considera-se somente a injeção líquida, de maneira que se a geração é maior do que a carga, a barra equivalente possui somente uma geração real cujo valor máximo é igual à diferença entre carga e geração. Por outro lado, se a carga é maior que a geração, a barra equivalente possui uma carga de valor igual à diferença entre a carga original e a geração real original, e um gerador fictício de capacidade de geração igual à carga líquida.

5.2.3. Variáveis de Controle

As variáveis de controle do sistema passam a ser as injeções líquidas de potência ativa nas barras que possuem injeção de potência ativa controlável, ou seja, todas as barras que originalmente possuíam geração (gerações reais: custo zero) ou carga (gerações fictícias: custo unitário).

A injeção líquida de potência ativa é definida como a diferença entre a geração de potência ativa e a demanda ativa em cada barra. Restringindo-se ao sistema simplificado e após a introdução dos geradores fictícios, observa-se que nas barras que possuem geração real a injeção de potência ativa varia entre zero e a geração real máxima da barra. Por outro lado, nas barras que possuem geração fictícia, a injeção líquida variará entre menos a demanda líquida da barra ($-d_{liq}$), quando a geração fictícia é nula, e zero, quando a geração fictícia é máxima, ou seja, toda carga na barra está sendo cortada.

Portanto o vetor das variáveis de controle passa a ser:

$$P = \left(P_1 \cdots\cdots P_n\right) \tag{5.18}$$

em que n é o número de barras que possuem injeção líquida controlável.

5.2.4. Formulação do Problema

O problema consiste em minimizar a função objetivo:

$$f = C \cdot P \tag{5.19}$$

unesp

onde C é o vetor linha dos custos incrementais dos geradores. Para o problema de corte de carga, os geradores reais tem custo zero e os geradores fictícios tem custo unitário.

A função objetivo considerada está sujeita à restrição de balanço de potência ativa do sistema de potência:

$$P_1 + P_2 + \cdots + P_n = 0 \tag{5.20}$$

em que os P_i's representam as *injeções liquidas de potência ativa* em cada barra. Como as perdas não são consideradas aqui não temos os fatores β.

Além da equação de balanço (5.20), a função objetivo também está sujeita a um conjunto extenso de restrições:

$$L_j^{\min} \leq A_j \cdot P \leq L_j^{\max} \tag{5.21}$$

Temos dois tipos de restrição neste conjunto(como no método de Stott):

(5.21.a) Limites superiores e inferiores em cada injeção líquida P_i, para a qual o vetor A_j é nulo com exceção de 1 na posição i. Estas restrições são tratadas implicitamente no método de PL;

(5.21.b) Limites superiores e inferiores nos fluxos de potência ativa nos ramos, para os quais A_j é não esparso. Muito poucas linhas A_j necessitam ser calculadas explicitamente.

5.2.5. Esquema Geral de Solução

O fluxograma do processo é mostrado na figura 5.2.

No bloco A realiza-se o pré-despacho de potência ativa por mérito, o qual leva a solução ótima global do problema relaxado (sem as restrições de fluxo). Tendo em mãos os valores de P a partir do pré-despacho de potência ativa, calcula-se os valores de θ resolvendo a equação:

$$P_b = [B']\theta \tag{5.22}$$

em que P_b é o vetor das *injeções líquidas de potência nas barras.*

O bloco B (como no método de Stott) identifica todos os fluxos de ramo carregados em mais de 90% do limite como subconjunto monitorado. Os fluxos são calculados a partir dos ângulos (determinados no bloco A) usando-se a equação (5.17) e comparados com os limites originais de fluxos de ramos.

unesp

O bloco C, novamente usando (5.17), calcula os fluxos dos ramos pertencentes ao subconjunto monitorado e seleciona o mais sobrecarregado, se existir. Somente neste ponto é necessário expressar a restrição do fluxo de ramo mais sobrecarregado na forma(5.21), calculando-se a linha de restrição A_j.

Este cálculo se realiza de forma análoga à do método de Stott. Pode-se escrever:

$$L_j = G \cdot \theta \tag{5.23}$$

onde G é um vetor nulo exceto por $\pm 1/x_{ik}$ nas posições i e k. O vetor θ tem a dimensão do número de barras da rede. Quer-se obter um vetor D_j tal que:

$$L_j = D_j \cdot P \tag{5.24}$$

Igualando as equações (5.23) e (5.24), obtemos:

$$G \cdot \theta = D_j \cdot P \tag{5.25}$$

Substituindo-se (5.16) em (5.25) chegamos a:

$$G \cdot \theta = D_j [B'] \theta \tag{5.26}$$

ou seja

$$G = D_j \cdot [B'] \tag{5.27}$$

Transpondo-se ambos os lados da equação matricial (5.27), e lembrando que $[B']$ é simétrica, obtemos:

$$G^t = [B'] D_j^t \tag{5.28}$$

Resolvendo (5.28) obtemos o vetor D_j^t que compreende os fatores de distribuição para todas as barras, exceto a de folga (cujo valor é zero por definição).

O bloco D realiza a iteração de PL propriamente dita, a qual consiste no reajuste das variáveis de controle do sistema de maneira a satisfazer a nova restrição entrante de igualdade. Este reajuste não necessariamente leva a um despacho que satisfaça aos limites (5.21.b). Se violações nos limites das injeções forem detectadas pelo bloco E, a injeção mais violada é fixada em seu limite (violado) através da inserção da correspondente restrição de igualdade, de novo pelo bloco D.

Depois que tenha sido restaurada a factibilidade nos limites das injeções (nenhum limite violado), os ângulos das tensões de barra são recalculados no bloco F, resolvendo-se a equação (5.16). O processo então retorna ao bloco C para encontrar o

unesp

próximo fluxo de ramo mais sobrecarregado e ajustá-lo em seu limite violado, e assim por diante até que o problema seja resolvido.

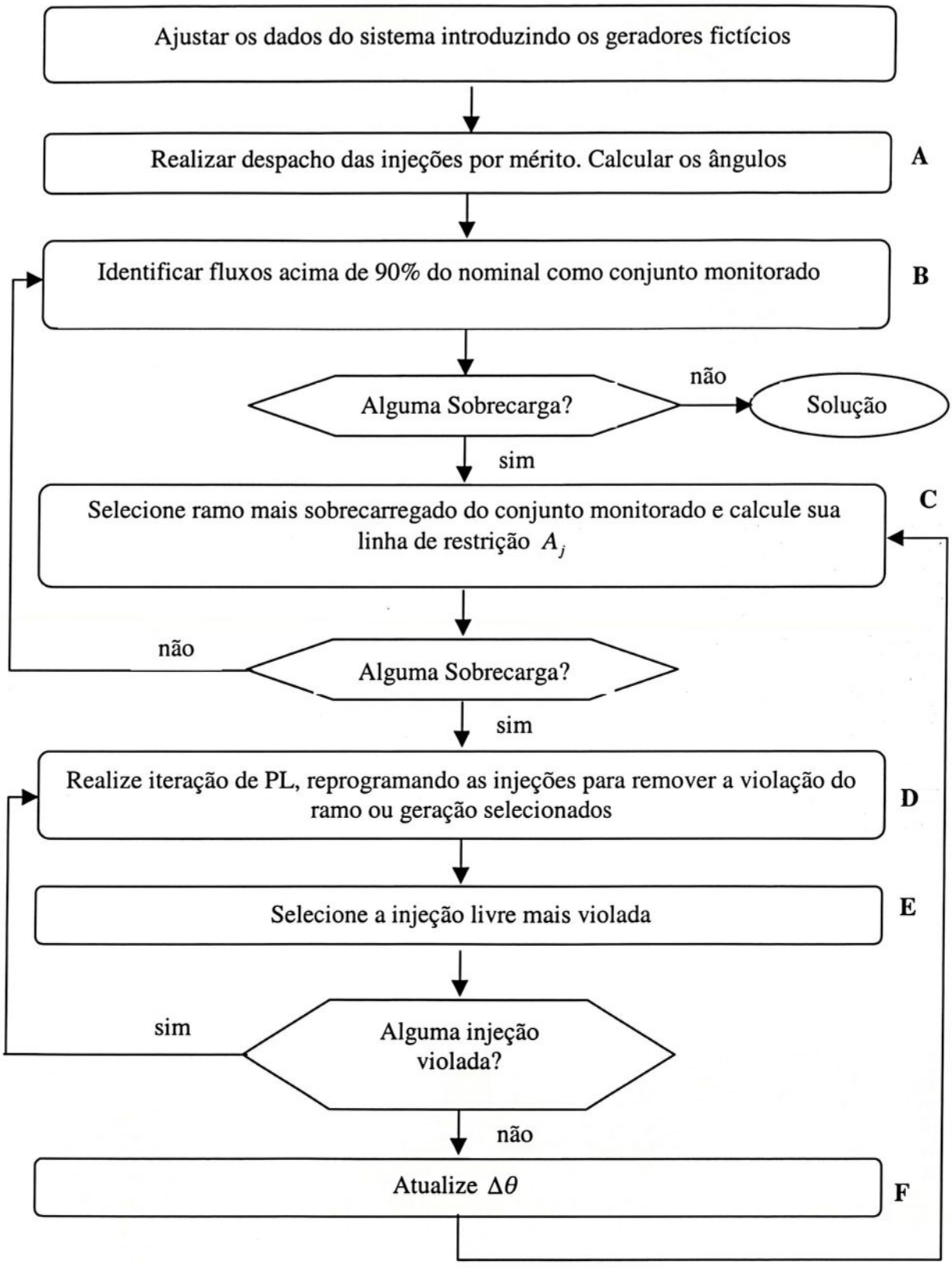

Figura 5.2: Diagrama de fluxo geral para método PL de solução de Gandini.

O Algoritmo de PL Central

A metodologia de otimização, a formação da base reduzida, os testes de elegibilidade e razão, são exatamente iguais aos do método de Stott, a diferença é que agora não se tem os incrementos, os limites correspondentes às restrições de fluxos são os limites originais e os limites correspondentes às injeções devem ser fixados apropriadamente após a introdução dos geradores fictícios.

Uma iteração completa de PL, representada no fluxograma pelo bloco D, envolve os mesmos passos de Stott:

1. Calcular as sensibilidades das restrições S^b e S^g;
2. Testar e identificar as elegibilidades das restrições ativas;
3. Calcular o vetor λ;
4. Aplicar o teste da razão para selecionar a restrição básica a ser liberada;
5. Atualizar a equação básica;
6. Atualizar as injeções livres.

A função central deste procedimento é detectar qual a restrição que sai da base. Além disso, ele promove a atualização da equação básica e das injeções livres.

5.2.6. Ilhamentos

Um grande número de rede desconexas é gerado antes que se alcance a configuração final, e mesmo nesta a rede pode continuar desconexa se alguma opção não for utilizada. A maioria dos ilhamentos consiste da barras isoladas e é devida a introdução de novas barras de geração e carga, previstas para o horizonte de planejamento. Esta introdução é feita previamente pelo planejador que também decide de antemão as novas linhas que podem ser introduzidas e o custo estimado para a sua introdução. Assim, as seguintes informações fazem parte do arquivo de dados do sistema e não são modificadas ao longo da execução do algoritmo: número de barras, número de linhas, barra de referência, linhas existentes e linhas possíveis a serem adicionadas, com as respectivas reatâncias, capacidade de transmissão, e o investimento por circuito associado. O programa de planejamento decide quais serão as novas linhas e número de circuitos que estas linhas terão. Em geral se prevê também a possibilidade de aumentar o número de circuitos das linhas preexistentes.

O sistema desconexo não torna o problema infactível, pois cada carga pode ser atendida por seu gerador fictício, nesse caso deve-se resolver um fluxo de carga DC independente para cada ilha.

unesp

O método proposto contorna esta situação resolvendo o problema de corte de carga ilha por ilha. Para isso é preciso configurar o sistema antes de calcular o corte, determinando-se as barras que pertencem a cada ilha do sistema. As ilhas são então capturadas, uma de cada vez, e o problema de corte de carga é resolvido determinado-se qual o corte em cada ilha e somando-se os cortes de todas as ilhas para se obter o corte total. Uma barra isolada é considerada uma ilha de uma barra e nenhuma linha, e nesse caso o corte da ilha é igual à carga líquida na barra, não sendo necessário calcular nenhum PL. Quando a ilha não contem a barra de referência e não é uma barra isolada, escolhe-se uma barra da ilha para servir de referência angular.

Não é suficiente determinar se o sistema é desconexo ou não: é necessário identificar as barras que pertencem a cada ilha. Desta forma, o algoritmo global do método de Gandini inclui um loop externo que identifica e captura as ilhas do sistema atribuindo a cada barra e a cada linha do sistema um número que identifica a que linha pertence. O fluxograma desse algoritmo pode se visto na figura 5.3.

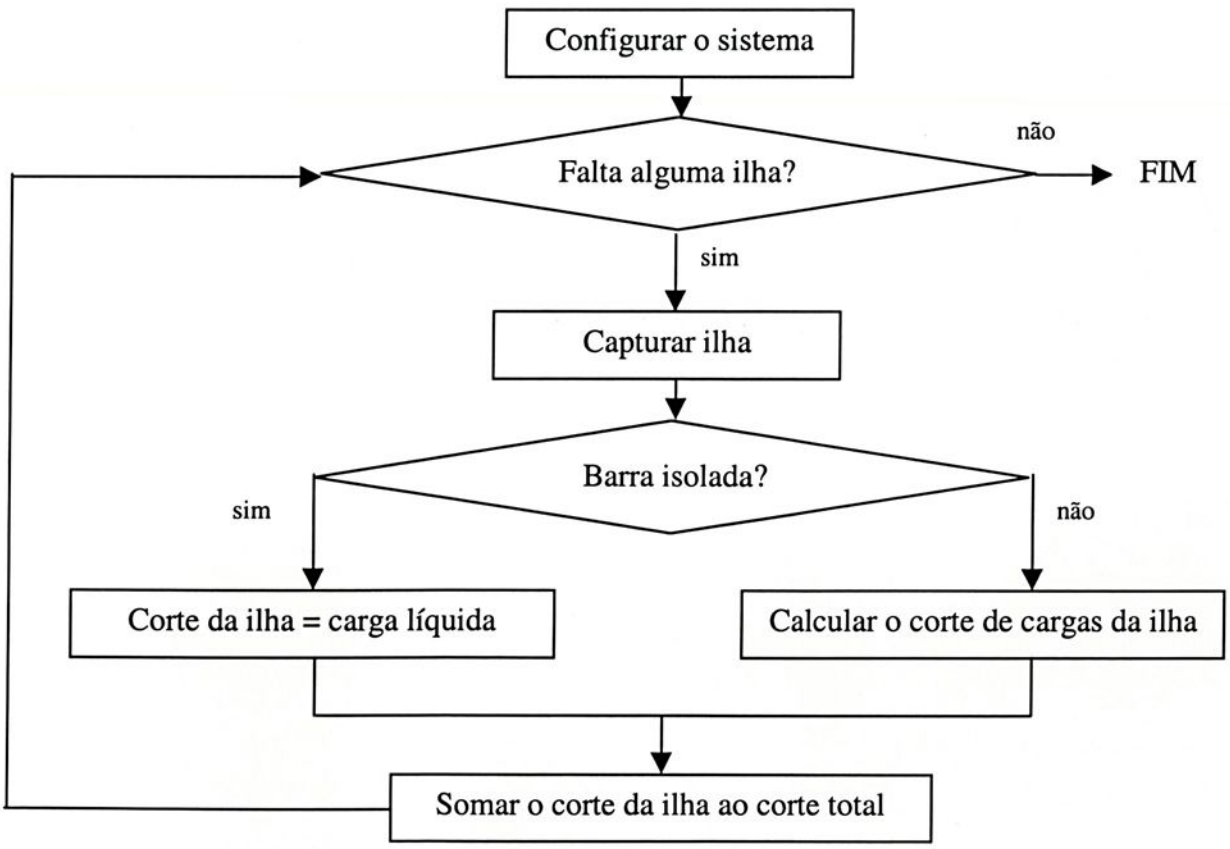

Figura 5.3: Algoritmo para corte de carga em sistemas desconexos

6. Algoritmo Proposto

O problema de corte de carga é essencialmente um problema de otimização da operação. Após ajustar o problema apropriadamente tomando-se a demanda ou geração líquida em cada barra e introduzindo-se os geradores fictícios , o problema consiste em determinar o despacho econômico de potência ativa, no qual os únicos custos se devem à atuação dos geradores fictícios. Assim pode-se observar que esse problema é o mesmo que [17] (exposto no capítulo anterior) resolve, só que aqui faremos uma nova formulação do sistema que propiciou um novo método de resolução.

O algoritmo proposto que será descrito agora tem como base o capítulo anterior, mas com algumas alterações importantes na formulação do problema, e na sua resolução será aplicado um pré-despacho "inteligente" e em seguida um algoritmo dual simplex canalizado.

6.1. Formulação

Seja o modelo DC para uma proposta de investimento de mínimo corte de carga:

$$\min v = \sum_i \alpha_i r_i \tag{6.1}$$

s.a.

$$B\theta + g + r = d$$
$$\left|\theta_i - \theta_j\right| \le \overline{\phi}_{ij}$$
$$0 \le g \le \overline{g}$$
$$0 \le r \le d$$
$$\theta_i \qquad \text{irrestrito}$$
$$\forall (i, j) \in \Omega$$

em que:

Ω conjunto de todos os ramos definidos pelas linhas existentes;

α_i parâmetro de penalidade;

r vetor de geradores fictícios ou artificiais alocados em todas as barras de carga;

B matriz de susceptâncias;

θ ângulos das tensões nodais;

g vetor de gerações;

d vetor de cargas;

$\overline{\phi}_{ij}$ definido pela relação: $\overline{\phi}_{ij} = \dfrac{\overline{f}_{ij}}{\gamma_{ij}}$, sendo $\overline{f}_{ij}$ o fluxo máximo de potência permitido que passa por uma linha $i-j$, e γ_{ij} susceptância de um circuito no caminho $(i,j) \in \Omega$;

$\overline{g}$ vetor de limites de geração;

v função objetivo.

Assim, para uma proposta de investimento, temos um sistema onde as variáveis de controle são as gerações (reais e fictícias) e os ângulos de tensões das barras.

A formulação proposta consiste em diminuir o número de variáveis de controle de (6.1) ao deixar o conjunto em função somente das gerações (reais e fictícias), obtendo-se um sistema equivalente onde os ângulos de tensões estarão implícitos como mostra o procedimento a seguir:

O primeiro conjunto de restrições do sistema (6.1) é uma combinação das duas leis de Kirchhoff:

$$B\theta + g + r = d \tag{6.2}$$

que corresponde a um número de restrições igual ao número m de barras do sistema:

$$\begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1i} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{i1} & \cdots & b_{ii} & \cdots & b_{ij} & \cdots & b_{im} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{j1} & \cdots & b_{ji} & \cdots & b_{jj} & \cdots & b_{jm} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mi} & \cdots & b_{mj} & \cdots & b_{mm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_j \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_i \\ \vdots \\ g_j \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_i \\ \vdots \\ r_j \\ \vdots \\ r_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_i \\ \vdots \\ d_j \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix} \tag{6.3}$$

unesp

Sendo B uma matriz singular, deve-se tomar uma barra k como barra de referência fazendo $\theta_k = 0$. Assim, separando a equação definida pela linha k do restante do sistema em que a matriz B reduzida é de ordem $(m-1)$, (6.3) pode ser representada da seguinte forma:

$$\theta = B^{-1}[d-(g+r)] \tag{6.4}$$

Logo (6.4) fornece um conjunto de restrições com *m-1* equações, pois a equação referente a barra de referência *k* (6.5) é colocada de lado:

$$\begin{bmatrix} b_{k1} & \cdots & b_{ki} & \cdots & b_{kk} & \cdots & b_{kj} & \cdots & b_{km} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_k \\ \vdots \\ \theta_j \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix} + g_k + r_k = d_k \tag{6.5}$$

É importante observar que o ângulo de tensão θ_k da barra de referência é fixado em $\theta_k = 0$. Os outros ângulos de tensão são fornecidos por:

$$\theta_i = \begin{bmatrix} b'_{i1} & \cdots & b'_{ii} & \cdots & b'_{ik-1} & b'_{ik+1} & \cdots & b'_{ij} & \cdots & b'_{im} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_1-(g_1+r_1) \\ \vdots \\ d_i-(g_i+r_i) \\ \vdots \\ d_{k-1}-(g_{k-1}+r_{k-1}) \\ d_{k+1}-(g_{k+1}+r_{k+1}) \\ \vdots \\ d_j-(g_j+r_j) \\ \vdots \\ d_m-(g_m+r_m) \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

em que $\begin{bmatrix} b'_{i1} & \cdots & b'_{ii} & \cdots & b'_{ik-1} & b'_{ik+1} & \cdots & b'_{ij} & \cdots & b'_{im} \end{bmatrix}$ é a linha *i* de B^{-1}.

O segundo conjunto de restrições do sistema (6.1) são inequações referentes aos limites de fluxos nas linhas:

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \phi_{ij} \tag{6.7}$$

que corresponde a limites superior e inferior nos fluxos de potência de cada ramo i - j, que corresponde a um número de restrições limitadas inferior e superiormente igual ao número de ramos do sistema. Assim, de (6.7):

$$\left|\theta_i - \theta_j\right| \leq \frac{\overline{f}_{ij}}{\gamma_{ij}} \tag{6.8}$$

em que $\overline{f}_{ij}$ é a capacidade máxima de um circuito em i - j e γ_{ij} é a susceptância de um circuito.

Para uma proposta de investimento, a segunda lei de Kirchhoff fornece:

$$f_{ij} = \left(\theta_i - \theta_j\right)\gamma_{ij}^{eq} \tag{6.9}$$

em que $\gamma_{ij}^{eq} = n_{ij} \cdot \gamma_{ij}$ (n_{ij} é o número de ramos existentes no caminho i - j).

Logo, em (6.8), temos:

$$\left|\left(\theta_i - \theta_j\right) \cdot \gamma_{ij}^{eq}\right| \leq \frac{\overline{f}_{ij}}{\gamma_{ij}} \cdot \gamma_{ij}^{eq} \tag{6.10}$$

$$\left|\left(\theta_i - \theta_j\right) \cdot \gamma_{ij}^{eq}\right| \leq n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \tag{6.11}$$

Assim:

$$-n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \leq \left(\theta_i - \theta_j\right) \cdot \gamma_{ij}^{eq} \leq n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \tag{6.12}$$

$$-n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \tag{6.13}$$

Trabalhando com (6.4) e (6.9) em (6.12), tem-se:

$$-n_{ij}\,\overline{f_{ij}} \leq \left(\begin{bmatrix} b'_{i1}-b'_{j1} & \cdots & b'_{ik-1}-b'_{jk-1} & b'_{ik+1}-b'_{jk+1} & \cdots & b'_{im}-b'_{jm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_1-(g_1+r_1) \\ \vdots \\ d_{k-1}-(g_{k-1}+r_{k-1}) \\ d_{k+1}-(g_{k+1}+r_{k+1}) \\ \vdots \\ d_m-(g_m+r_m) \end{bmatrix} \right) \cdot \gamma_{ij}^{eq} \leq n_{ij}\,\overline{f_{ij}} \tag{6.14}$$

que pode ser escrita da seguinte forma:

$$-n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \leq f_{ij}(g,r) \leq n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \tag{6.15}$$

ou

$$-n \cdot \overline{f} \leq G \cdot \begin{bmatrix} g \\ r \end{bmatrix} + P \leq n \cdot \overline{f} \tag{6.16}$$

em que G é uma matriz e P é um vetor conhecidos.

Assim pode-se dizer que *m-1* restrições do conjunto (6.2) e as $2n$ restrições

unesp

(6.7) foram substituídas pelo conjunto de restrições (6.14), exceto a restrição k de (6.2) que foi deixada temporariamente de lado. Portanto o conjunto de restrições (6.14) e a restrição k de (6.2) deixada temporariamente de lado são equivalentes às restrições (6.2) e (6.7) em (6.1) com a vantagem de que foram eliminadas as variáveis θ e o número de restrições é menor.

Para que o sistema (6.1) possa ser rescrito somente em função das gerações (reais e fictícias) deve-se também colocar a restrição (6.5) em função somente dessas variáveis, isto é, deve-se substituir os ângulos de tensões dados por (6.6) em (6.5), não esquecendo que o ângulo referente a barra de folga é nulo:

$$[b_{k1} \quad \dots \quad b_{kk-1} \quad b_{kk+1} \quad \dots \quad b_{km}] \cdot B^{-1} \cdot \begin{bmatrix} d_1 - (g_1 + r_1) \\ \vdots \\ d_{k-1} - (g_{k-1} + r_{k-1}) \\ d_{k+1} - (g_{k+1} + r_{k+1}) \\ \vdots \\ d_m - (g_m + r_m) \end{bmatrix} + g_k + r_k = d_k \qquad (6.17)$$

Pode ser provado que:

$$[b_{k1} \quad \dots \quad b_{kk-1} \quad b_{kk+1} \quad \dots \quad b_{km}] \cdot B^{-1} = [-1 \quad \dots \quad -1] \qquad (6.18)$$

Assim (6.17) assume a seguinte forma:

$$\sum_{i \in \Omega_4} g_i + \sum_{i \in \Omega_3} r_i = \sum_{i \in \Omega_3} d_i \qquad (6.19)$$

em que Ω_3 é o conjunto de barras com carga e Ω_4 é o conjunto de barras com geração.

A equação (6.19) denominaremos de equação de balanço de potência.

Uma forma alternativa de se obter a equação de balanço de potência é somar todas as restrições de igualdade de (6.3), pois a matriz B é singular e a sua diagonal é a soma dos elementos da linha (ou coluna) com sinal contrário.

Dessa maneira, chega-se ao sistema equivalente ao (6.1):

$$\min v = \sum_{i \in \Omega_3} \alpha_i r_i \qquad (6.20)$$

s.a.

$$\sum_{i \in \Omega_4} g_i + \sum_{i \in \Omega_3} r_i = \sum_{i \in \Omega_3} d_i$$

$$-n \cdot \overline{f} \le G \cdot \begin{bmatrix} g \\ r \end{bmatrix} + P \le n \cdot \overline{f}$$

$$0 \le g \le \overline{g}$$

$$0 \le r \le d$$

em que:

- Ω conjunto de todos os ramos definidos pelas linhas existentes (Ω_3 é o conjunto de barras com carga e Ω_4 é o conjunto de barras com geração);
- α_i parâmetro de penalidade;
- r vetor de geradores fictícios ou artificiais alocados em todas as barras com carga;
- g vetor de gerações;
- d vetor de cargas;
- $\overline{g}$ vetor de limites de geração;
- v função objetivo.

A vantagem de (6.20) é que existe um número menor de variáveis de decisão (apenas os geradores reais e fictícios) e apenas uma única restrição de igualdade, isto é, a equação de balanço de potência.

A melhor estratégia para resolver (6.20) é usar um algoritmo dual simplex canalizado e usando relaxação. Assim o processo pode ser iniciado relaxando todas as restrições de fluxo de potência, isto é, o processo seria iniciado com apenas uma restrição de igualdade (equação de balanço de potência) e as restrições canalizadas $0 \leq g \leq \overline{g}$ e $0 \leq r \leq d$.

6.2. Introdução dos Geradores Fictícios

As características do sistema são pré-alteradas de forma a incluir os geradores fictícios. Nas barras que possuem carga e geração, no sistema original, considera-se somente a carga ou geração líquida para efeito da otimização. Pode-se ter duas situações: geração maior do que a carga ou geração menor do que a carga (se a geração é igual a carga então considera-se que a barra não possui nem uma nem outra). Considera-se somente a injeção líquida, de maneira que se a geração é maior que a carga, a barra equivalente possui somente uma geração real cujo valor máximo é igual a diferença entre carga e geração. Por outro lado, se a carga é maior que a geração, a barra equivalente possui uma carga igual à diferença entre a carga original e a geração real original, e um gerador fictício de capacidade de geração igual à carga líquida.

unesp

6.3. Variáveis de Controle

As variáveis de controle do sistema com a nova formulação passam a ser somente as gerações líquidas (reais e fictícias) nas barras, ou seja, todas as barras que possuem geração (gerações reais - g_i: custo zero) ou carga (gerações fictícias - r_i: custo unitário).

6.4. Esquema Geral de Solução

O fluxograma do processo para a resolução da formulação (6.20) é mostrado na figura 6.1.

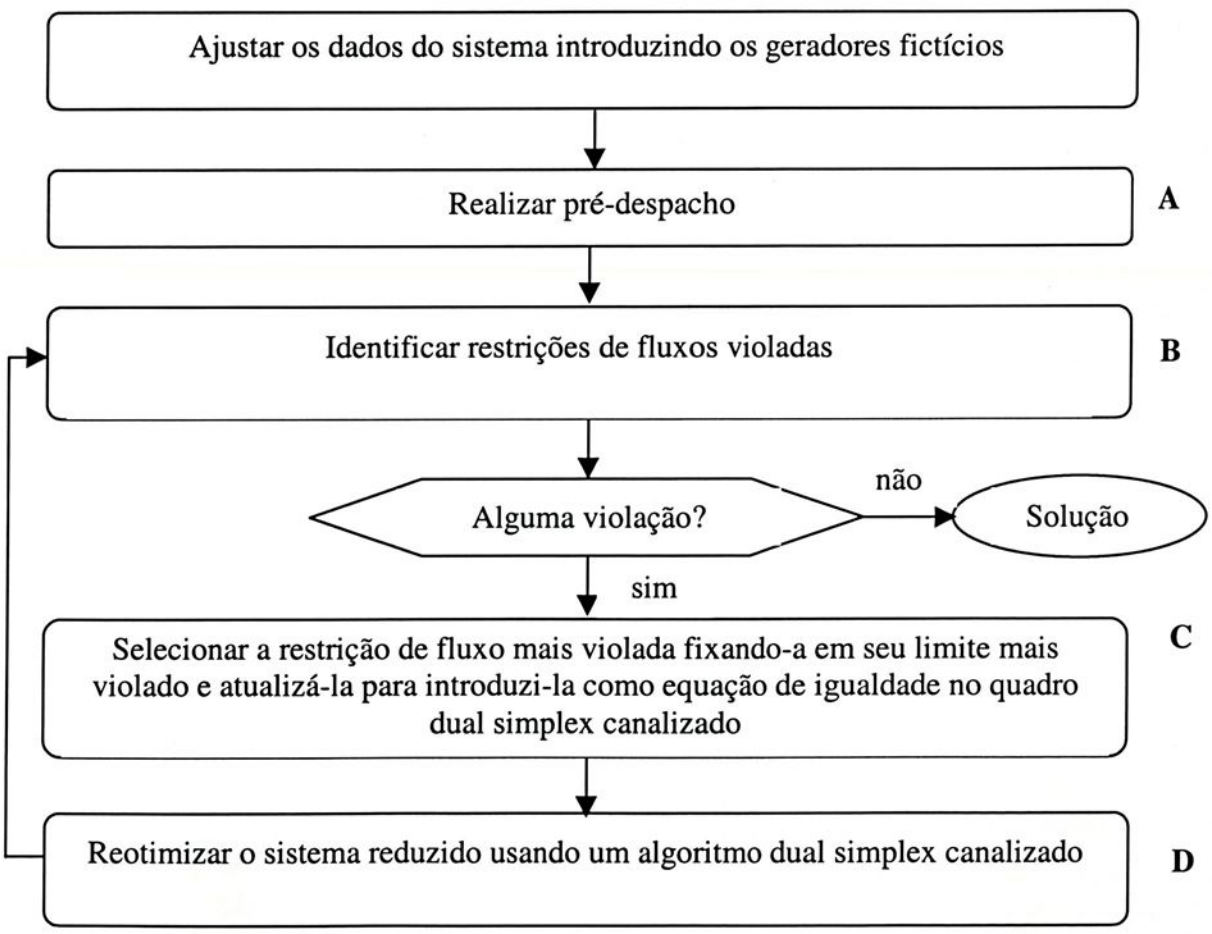

Figura 6.1: Fluxograma do algoritmo proposto

No bloco A realiza-se o pré-despacho de potência ativa, que consiste em iniciar o processo colocando todas as gerações em seus valores mínimos, isto é, colocar todas as gerações (reais e fictícias) no limite inferior (todas nulas) e incrementar sucessivamente as

gerações para seus valores máximos, ou seja, em seus limites superiores, até que seja satisfeita a equação de balanço de potência (6.19). Este incremento é feito passo a passo, incrementando-se em cada passo a geração de uma barra de geração (que deve ser escolhida de modo "inteligente") até atingir seu limite superior. Esse processo é continuado até que a somatória de geração seja igual a demanda total do sistema. Nesse processo, o último gerador adicionado deve ficar tipicamente fora de seu limite pois sua geração foi incrementada apenas até atingir o equilíbrio de balanço de potência. Após fixar as gerações em seus limites inferiores, a escolha do gerador que deve ser colocado no seu limite superior deve ser realizada do seguinte modo:

1. Procure, dentre as restrições de fluxos violadas, à mais violada;
2. Escolha uma geração real (pois seu custo é zero) que esteja em seu limite inferior, que melhor possa aliviar a restrição encontrada no passo (1), coloque-a no seu limite superior e vá ao passo (6). Caso não exista geração real que alivie a restrição, vá ao passo (3);
3. Escolha a primeira geração real que esteja em seu limite inferior, coloque-a no seu limite superior e vá ao passo (6). Caso não exista geração real no limite inferior, vá ao passo (4);
4. Escolha uma geração artificial que esteja em seu limite inferior, que melhor possa aliviar a restrição encontrada no passo (1), coloque-a no seu limite superior e vá ao passo (6). Caso não exista geração artificial que alivie a restrição, vá ao passo (5);
5. Escolha a primeira geração artificial que esteja em seu limite inferior, coloque-a no seu limite superior e vá ao passo (6);
6. Vá ao passo (7) se a soma das gerações for maior ou igual ao valor da demanda total do sistema, caso contrário, volte ao passo (1);
7. Se a soma das gerações for maior que a demanda total do sistema, escolhe-se a geração que viola uma restrição para ser fixada no valor igual à diferença entre a demanda total do sistema e a última soma das gerações encontrada no passo (3).

Ao final do pré-despacho, uma parcela das gerações estará ajustada no limite inferior (as que não foram incrementadas) e uma parcela estará no limite superior, e somente uma geração (a última a ser incrementada) estará em um valor intermediário, ou seja, folgada e operando dentro de seus limites. É importante observar que as gerações fictícias só deverão sair de seus limites inferiores somente em último caso, pois temos que minimizar a função objetivo.

Os valores das gerações a partir do pré-despacho são a solução do sistema (6.20) se forem retiradas as restrições de fluxo, ou seja, é a solução do problema relaxado.

unesp

Assim pode-se montar um quadro ótimo dual simplex canalizado desse problema relaxado, isto é, do problema com uma única restrição de igualdade.

O bloco B verifica se há restrições de fluxos violadas (se não existir restrição de fluxo violada então a solução atual é factível e o problema termina).

O bloco C escolhe a restrição de fluxo mais violada, fixando-a em seu limite violado e atualiza-a para introduzí-la como restrição de igualdade no quadro dual simplex canalizado.

O bloco D realiza as iterações de PL propriamente dita, reotimizando o quadro dual simplex canalizado. O processo então retorna ao bloco B e assim por diante até que o problema seja resolvido.

6.5. Metodologia de Otimização

O sistema (6.20) é relaxado retirando-se as restrições referentes aos fluxos nos ramos:

$$\min v = \sum_{i \in \Omega_3} \alpha_i r_i \tag{6.21}$$

s.a.

$$\sum_{i \in \Omega_4} g_i + \sum_{i \in \Omega_3} r_i = \sum_{i \in \Omega_3} d_i$$

$$0 \le g \le \overline{g}$$

$$0 \le r \le d$$

A solução ótima do sistema (6.21) é obtida facilmente através do pré-despacho e um quadro ótimo e factível dual simplex canalizado é facilmente montado, mas essa solução pode não ser factível para o sistema (6.20), pois pode haver restrições de fluxo violadas. Assim alguma restrição de fluxo violada é escolhida (bloco B) para ser fixada no limite violado e ser introduzida no sistema (6.21) como restrição de igualdade e após ser devidamente atualizada é introduzida no quadro dual simplex canalizado.

Após a introdução da restrição violada o quadro dual simplex canalizado continua ótimo, mas já não é mais factível, assim se realiza algumas iterações de PL, até se obter um quadro ótimo e factível, obtendo-se assim uma nova solução, que deve ser utilizada para verificar se ainda existe alguma restrição de fluxo de (6.20) violada e repetir o processo até não haver mais restrições violadas em (6.20). Assim a solução obtida será a ótima de (6.20) e em conseqüência também de (6.1).

6.6. Exemplo Ilustrativo

Para uma melhor compreensão do algoritmo proposto e demonstração de sua eficiência será feito a seguir um exemplo com o sistema de seis barras de Garver. Este sistema será avaliado para o caso em que a configuração é ótima sem redespacho, isto é, a solução do problema não apresentará corte de carga (os geradores fictícios serão nulos) e os geradores reais estarão todos no limite superior com a soma das gerações nas barras de geração igual a demanda total do sistema.

Podemos enunciar o exemplo como uma topologia que *não* apresenta corte de carga sem resdespacho da geração. O dados do sistema são dados a seguir, sabendo que a configuração ótima sem redespacho é:

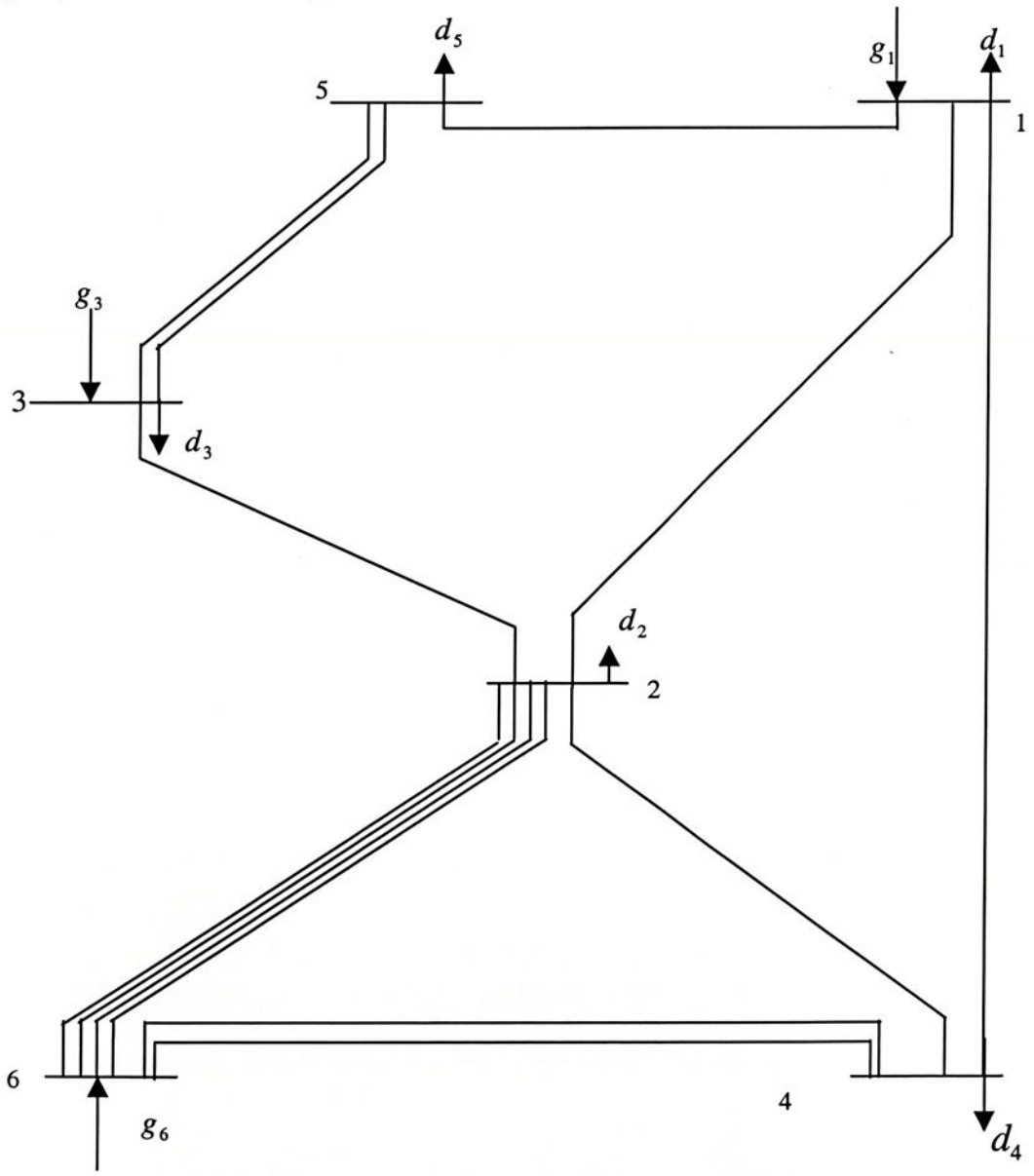

Figura 6.2: sistema de seis barras - configuração ótima sem redespacho

Dados das barras:

Barra	Geração $(\overline{g})$ (Ω)	Demanda (d) (MW)
1	50.0	80.0
2	0.0	240.0
3	165.0	40.0
4	0.0	160.0
5	0.0	240.0
6	545.0	0.0

Dados das linhas:

N.º	Linha	Reatância (Ω)	Fluxo máximo por linha $(\overline{f}_{ij})$ (MW)	Custo (c_{ij}) (MW)
1	1-2	0.40	100.0	40.0
2	1-3	0.38	100.0	38.0
3	1-4	0.60	80.0	60.0
4	1-5	0.20	100.0	20.0
5	1-6	0.68	70.0	68.0
6	2-3	0.20	100.0	20.0
7	2-4	0.40	100.0	40.0
8	2-5	0.31	100.0	31.0
9	2-6	0.30	100.0	30.0
10	3-4	0.59	82.0	59.0
11	3-5	0.20	100.0	20.0
12	3-6	0.48	100.0	48.0
13	4-5	0.63	75.0	63.0
14	4-6	0.30	100.0	30.0
15	5-6	0.61	78.0	61.0

$\alpha = 1$ (por convenção)

Obs.: para aplicar a primeira lei de Kirchhoff consideramos que o fluxo entrando na barra é positivo.

unesp

Com a introdução dos geradores fictícios, os dados das barras passam a ser:

Barra	Geração real $(\bar{g})$ (Ω)	Geração fictícia $(\bar{r})$ (Ω)	Demanda (d) (MW)
1	0.0	30.0	30.0
2	0.0	240.0	240.0
3	125.0	0.0	0.0
4	0.0	160.0	160.0
5	0.0	240.0	240.0
6	545.0	0.0	0.0

I Formulação Original

O modelo DC (6.1) assume a seguinte forma:

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \tag{6.22}$$

s.a.

$$\begin{array}{rrrrrrrcr}
-9{,}1667\theta_1 & +2{,}5\theta_2 & & +1{,}6667\theta_4 & +5\theta_5 & & +r_1 & = & 30 \\
2{,}5\theta_1 & -23{,}3333\theta_2 & +5\theta_3 & +2{,}5\theta_4 & 0 & +13{,}3333\theta_6 & +r_2 & = & 240 \\
 & +5\theta_2 & -15\theta_3 & & +10\theta_5 & & +g_3 & = & 0 \\
1{,}6667\theta_1 & +2{,}5\theta_2 & & -10{,}8334\theta_4 & 0 & +6{,}6667\theta_6 & +r_4 & = & 160 \\
5\theta_1 & & +10\theta_3 & & -15\theta_5 & & +r_5 & = & 240 \\
 & +13{,}3333\theta_2 & & +6{,}6667\theta_4 & & -20\theta_6 & +g_6 & = & 0
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
&-40 \le \theta_1 - \theta_2 \le 40 \\
&-48 \le \theta_1 - \theta_4 \le 48 \\
&-20 \le \theta_1 - \theta_5 \le 20 \\
&-20 \le \theta_2 - \theta_3 \le 20 \\
&-40 \le \theta_2 - \theta_4 \le 40 \\
&-30 \le \theta_2 - \theta_6 \le 30 \\
&-20 \le \theta_3 - \theta_5 \le 20 \\
&-30 \le \theta_4 - \theta_6 \le 30
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&0 \le r_1 \le 30 \\
&0 \le r_2 \le 240 \\
&0 \le g_3 \le 125 \\
&0 \le r_4 \le 160 \\
&0 \le r_5 \le 240 \\
&0 \le g_6 \le 545
\end{aligned}$$

θ_i irrestrito para $i = 1, \cdots, 6$

unesp

O sistema (6.22) apresenta 12 variáveis, e portanto 12 restrições das 20 existentes estarão ativas, assim, além de precisar de várias iterações de PL, a base do quadro será de tamanho maior ou igual à 12.

Resolvendo (6.22) através do MINOS foi encontrada a seguinte solução: $\theta_1 = 10{,}597$; $\theta_2 = 31{,}0939$; $\theta_3 = 18{,}6986$; $\theta_4 = 29{,}6986$; $\theta_5 = 0$; $\theta_6 = 57{,}8584$; $g_3 = 125$; $g_6 = 545$. As demais variáveis estão nulas.

II Formulação Proposta

A matriz susceptância do exemplo é:

$$B = \begin{bmatrix} -9{,}1667 & 2{,}5 & 0 & 1{,}6667 & 5 & 0 \\ 2{,}5 & -23{,}3333 & 5 & 2{,}5 & 0 & 13{,}3333 \\ 0 & 5 & -15 & 0 & 10 & 0 \\ 1{,}6667 & 2{,}5 & 0 & -10{,}8334 & 0 & 6{,}6667 \\ 5 & 0 & 10 & 0 & -15 & 0 \\ 0 & 13{,}3333 & 0 & 6{,}6667 & 0 & -20 \end{bmatrix} \tag{6.23}$$

O modelo proposto (6.20) é o seguinte, sendo a barra 5 a barra de referência:

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \tag{6.24}$$

s.a.

$$r_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 670$$

$$-100 \le 0{,}1713r_1 - 0{,}2568r_2 - 0{,}0855g_3 - 0{,}1738r_4 - 0{,}2293g_6 + 84{,}2825 \le 100$$
$$-80 \le 0{,}0920r_1 - 0{,}1380r_2 - 0{,}0460g_3 - 0{,}2870r_4 - 0{,}1878g_6 + 76{,}2815 \le 80$$
$$-100 \le 0{,}7370r_1 + 0{,}3945r_2 + 0{,}1315g_3 + 0{,}4610r_4 + 0{,}4165g_6 - 190{,}55 \le 100$$
$$-100 \le 0{,}2630r_1 + 0{,}6055r_2 - 0{,}1315g_3 + 0{,}5390r_4 + 0{,}5835g_6 - 239{,}45 \le 100$$
$$-100 \le -0{,}0333r_1 + 0{,}4980r_2 + 0{,}0165g_3 - 0{,}2568r_4 - 0{,}0525g_6 + 30{,}1375 \le 100$$
$$-400 \le -0{,}0587r_1 + 0{,}0880r_2 + 0{,}0293g_3 - 0{,}4573r_4 - 0{,}7600g_6 + 53{,}8132 \le 400$$
$$-200 \le 0{,}2630r_1 + 0{,}6050r_2 + 0{,}8680g_3 + 0{,}5390r_4 + 0{,}5830g_6 - 239{,}33 \le 200$$
$$-200 \le 0{,}0593r_1 - 0{,}0887r_2 - 0{,}0293g_3 + 0{,}4560r_4 - 0{,}2400g_6 - 53{,}4603 \le 200$$

$$0 \le r_1 \le 30$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 125$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 545$$

unesp

Temos um sistema onde as variáveis são somente as gerações (reais e fictícias) num total de seis variáveis, isto significa que teremos seis restrições ativas das quinze existentes, as demais estarão folgadas, assim o que resta saber é quais são essas restrições. A restrição de balanço sempre está ativa e assim devem existir cinco restrições ativas das quatorze restantes sendo que muitas delas podem ser aquelas correspondentes às restrições das variáveis canalizadas.

Para resolvê-lo, primeiramente deve-se fazer o pré-despacho:

Colocam-se todas as gerações em seus limites inferiores:

$r_1 = r_2 = g_3 = r_4 = r_5 = g_6 = 0$.

Verifica-se quais os fluxos violados e qual o mais violado:

$f_{12} = 84{,}2825$

$f_{14} = 76{,}2815$

$f_{15} = -190{,}55$ viola seu limite inferior em -90,55

$f_{23} = -239{,}45$ viola seu limite inferior em -139,45

$f_{24} = 30{,}1375$

$f_{26} = 53{,}8132$

$f_{35} = -239{,}33$ viola seu limite inferior em -39,33

$f_{46} = -53{,}4603$

Assim temos que f_{23} é o fluxo mais violado, olhando para a sua respectiva restrição no sistema (6.24), percebe-se que a restrição será aliviada se g_6 assumir seu limite máximo: $g_6 = 545$ e $r_1 = r_2 = g_3 = r_4 = r_5 = 0$.

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = -40{,}686$

$f_{14} = -26{,}0695$

$f_{15} = 36{,}4425$

$f_{23} = 78{,}5575$

$f_{24} = 1{,}525$

$f_{26} = -360{,}3868$

$f_{35} = 78{,}405$

$f_{46} = -184{,}2603$

Não há mais restrições de fluxos violadas, mas a equação de balanço (6.13) ainda não está satisfeita, então deve-se terminar o pré-despacho usando os outros geradores reais e tentando evitar que as linhas violem seus limites. Assim temos a seguinte solução: $g_3 = 125$ e $g_6 = 545$ .E as demais variáveis são iguais a zero.

Os fluxos nos ramos são:

$f_{12} = -51{,}3462$

$f_{14} = -31{,}8398$

$f_{15} = 52{,}88$

$f_{23} = 62{,}12$

$f_{24} = 3{,}5875$

$f_{26} = -356{,}7191$

$f_{35} = 186{,}905$

$f_{46} = -187{,}9276$

Assim obtemos a solução ótima do sistema (6.24) no pré-despacho, não precisando ser feita nenhuma iteração de PL, e as restrições ativas são a equação de balanço (6.19), duas gerações limitadas superiormente e quatro gerações fictícias limitadas inferiormente, num total de sete restrições. Neste caso a restrição $g_3 \leq 125$ está ativa e corresponde a uma restrição ativa adicional. Este caso acontece para problemas em que não existe redespacho da geração, ou seja, a somatória dos limites dos geradores reais é igual à somatória da demanda. Fazendo uma pequena mudança modificando o limite do gerador $g_3 \leq 125$ para $g_3 \leq 124{,}9$ então esta restrição ficaria folgada e as seis restrições ativas seriam a equação de balanço de potência, as 4 restrições dos geradores artificiais que ficam no seu limite inferior e a restrição do gerador g_6 que fica no seu limite superior.

Voltando aos Dados Iniciais do Problema

A solução obtida é a solução do problema modificado pela introdução dos geradores fictícios, assim a solução real do problema é: $g_1 = 50$; $g_3 = 165$ e $g_6 = 545$.

unesp

Uma característica importante dos sistemas de engenharia elétrica é que poucos fluxos de ramos trabalham no limite. E é para aproveitar essa característica que o pré-despacho deve ser feito de maneira "inteligente", ou seja, se o pré-despacho é feito olhando-se para as restrições de fluxos, com poucas iterações de PL se chega ao quadro ótimo do dual simplex canalizado.

Os sistemas (6.1) e (6.20) são propostas de investimento, portanto sua solução indica se há ou não corte de carga. Quando a função objetivo é diferente de zero, indica que o sistema está operando com geradores fictícios, assim deve-se adicionar linhas ao sistema para eliminar o corte de carga.

O presente exemplo se trata de uma configuração ótima do problema sem redespacho, ou seja, além de não haver corte de carga (todos os geradores fictícios são nulos) os geradores reais estão em seus limites superiores, cuja soma será igual a demanda total do sistema.

O algoritmo proposto por Stott e a versão proposta por Gandini são melhores que o modelo DC original, pois diminuiu o tamanho da base, mas precisar calcular os ângulos a cada iteração deixou-o trabalhoso, e não é possível trabalhar com um quadro dual simplex canalizado convencional.

No apêndice A temos mais três exemplos ilustrativos onde houve restrições de fluxo violadas. O primeiro exemplo é de uma topologia que não apresenta corte de carga (configuração ótima) e com redespacho da geração, o segundo é o mesmo que o primeiro, mas com uma topologia que apresenta corte de carga e o terceiro é o mesmo que apresentamos nessa seção (topologia sem redespacho da geração) mas que apresenta corte de carga.

unesp

7. Testes e Resultados

Nesse capítulo apresentamos os resultados dos testes realizados em um programa de acordo com o Algoritmo Proposto para um sistema de pequeno porte (sistema Garver, 6 barras) e um sistema de médio porte (sistema sul brasileiro, 46 barras e 79 linhas). O sistema de Garver é testado para quatro configurações (já mostradas no exemplo do capítulo 6 e no apêndice A).

São apresentados testes relativos a tempo de execução, número de iterações e precisão dos resultados. Em todos os testes o desempenho do método proposto é comparado com o software comercial de PL chamado MINOS.

Todos os testes foram realizados em um microcomputador **Pentium-MMX (233 MHZ)**.

7.1. Precisão dos Resultados

Nesta seção apresentamos os resultados do corte de cargas para os sistemas estudados onde o resultado do MINOS é usado como referência de precisão.

Uma vez que se observam diferenças no resultado final até mesmo entre duas implementações diferentes de uma mesma técnica da PL, os resultados podem ser considerados muito bons, já que a diferença entre os resultados se verifica somente na segunda casa decimal, quando considerado o corte percentual.

Sistema Garver – 6 barras

Configuração	Corte Algort. Proposto	Corte MINOS	Diferença em %
Exemplo capítulo 6	0.0000	0.0000	0,0000
Exemplo 1 apêndice A	0.0000	0.0000	0,0000
Exemplo 2 apêndice A	170.0000	169,8949	0,0618
Exemplo 3 apêndice A	188,5088	188,4894	0,0103

Sistema Sul Brasileiro – 46 barras

Configuração	Corte Algort. Proposto	Corte MINOS	Diferença em %
Dados no apêndice B	2278,0969	2278,0970	0,01

7.2. Tempo de Execução

O tempo de execução foi analisado em centésimos de segundo. O Algoritmo Proposto, para o sistema de Garver, mostrou-se muito rápido não acusando tempo algum, assim foi rodado mil vezes de uma só vez e calculado seu tempo médio. O MINOS apresentou tempos relativamente baixos, de acordo com a tabela.

Com relação ao sistema sul brasileiro o Algoritmo Proposto também se mostrou mais eficiente que o MINOS com um tempo bem abaixo como se pode ver na tabela.

Sistema Garver – 6 barras

Configuração	Tempo Alg. Proposto (s)	Tempo MINOS (s)
Exemplo capítulo 6	0,005	0,06
Exemplo 1 apêndice A	0,007	0,11
Exemplo 2 apêndice A	0,005	0,11
Exemplo 3 apêndice A	0,003	0,05

Sistema Sul Brasileiro – 46 barras

Configuração	Tempo Alg. Proposto (s)	Tempo MINOS (s)
Dados no apêndice B	0,06	0,22

7.3. Uso do Algoritmo de PL num Algoritmo da Planejamento

Praticamente todos os algoritmos de planejamento de sistemas de transmissão, heurísticos, de otimização clássica e combinatoriais, resolvem de maneira iterativa problemas de PL, ou seja, a utilização desses modelos implica na resolução de um número elevado de PL's que são resultantes de diversas estratégias adotadas por esses algoritmos. Portanto, nos algoritmos de planejamento, especialmente nos algoritmos heurísticos e combinatoriais, praticamente todo o esforço computacional é utilizado para resolver problemas de PL sucessivamente. Por exemplo, temos o **algoritmo de mínimo corte de carga** que é um

unesp

algoritmo heurístico que vamos usar para realização de testes do algoritmo proposto. Para isto, faremos a seguir um resumo do algoritmo de mínimo corte de carga.

7.3.1. O Algoritmo de Mínimo Corte de Carga

O algoritmo de mínimo corte de carga proposto em [10] é um algoritmo heurístico construtivo que usa o modelo DC modificado adicionando geradores fictícios para contornar os problemas de operação do sistema elétrico.

No algoritmo de mínimo corte de carga os fluxos nos circuitos devem permanecer entre os limites de operação. Os problemas de operação neste algoritmo é contornado pelos geradores fictícios realizando-se, portanto, cortes de carga no sistema. O algoritmo converge quando forem adicionados circuitos suficientes e que não causem cortes de carga no sistema elétrico.

Como o algoritmo de mínimo corte de carga é um processo de passo a passo, em cada passo é resolvido um problema de fluxo de carga DC (e é nesse ponto que entra um software de PL). Assim, em cada passo existe disponível a chamada configuração corrente constituída por todos os circuitos existentes na configuração base e os circuitos adicionados nos passos anteriores na implementação do algoritmo mínimo de corte de carga. Assim, em cada passo do algoritmo, deve-se resolver o seguinte problema:

$$
\begin{aligned}
&\min w = \sum r_i \\
&s.a. \\
&B\theta + g + r = d \\
&\left|\theta_i - \theta_j\right| \le \phi_{ij} \\
&0 \le g \le \overline{g} \\
&0 \le r \le d \\
&\theta_j \rightarrow irrestrito
\end{aligned}
\qquad (7.1)
$$

em que B é a matriz de susceptâncias do sistema constituído pelos circuitos da configuração corrente.

O **indicador de sensibilidade** do método de mínimo corte de carga que permite encontrar o circuito mais atrativo para adição é determinado pela seguinte relação:

$$
SI_{ij}^{mc} = \frac{\partial Z_{ij}}{\partial \gamma_{ij}} = -(\theta_i - \theta_j)(\pi_i - \pi_j) \qquad (7.2)
$$

em que SI_{ij}^{me} é o indicador de sensibilidade da função objetivo (7.1) com respeito à susceptância do circuito no caminho i - j, os π_j são os multiplicadores de Lagrange das

unesp

restrições $B\theta + g + r = d$ e os θ_j são os ângulos de tensão das barras do sistema obtidas ao resolver (7.1).

No método de mínimo corte de carga aparece um aspecto complicante. A configuração corrente pode ser um sistema não conexo, isto é, podem existir barras isoladas da parte conexa do sistema elétrico. Este fato produz dois problemas: 1) para um sistema não conexo, o sistema (7.1) pode apresentar problemas de convergência, e 2) é necessário ter os valores de todos os θ_j para encontrar os valores dos indicadores de sensibilidade. Este problema foi contornado colocando uma rede fictícia superposta com a rede existente para tornar o sistema elétrico conexo. O conceito de rede fictícia inicialmente proposto em [9], foi usado posteriormente por outros pesquisadores, em alguns casos com outros nomes, para contornar o problema de rede elétrica não conexa. Pode-se usar vários tamanhos de rede fictícia. Assim pode-se colocar uma rede fictícia constituída por circuitos fictícios através de todos os caminhos do sistema elétrico, colocando-se circuitos fictícios somente nas parcela do sistema elétrico correspondente aos caminhos novos ou, ainda, colocando-se circuitos fictícios somente num número mínimo de caminhos novos suficientes para tornar o sistema elétrico conexo. Para o algoritmo de mínimo corte de carga é definida uma rede fictícia constituída por circuitos fictícios com valores de n_{ij} muito pequenos mas com uma capacidade de transmissão muito maior que um circuito normal, isto é, o circuito fictício deve ter uma abertura angular maior que a abertura angular máxima permitida a um circuito normal. A primeira característica do circuito fictício, n_{ij} pequeno, é apenas para dispor de um sistema conexo, evitar problemas numéricos e produzir uma modificação mínima no sistema. Entretanto, a segunda característica é importante em relação a segunda lei de Kirchhoff, isto é, a abertura angular de um circuito fictício deve ser suficientemente grande para que as diferenças angulares nos laços artificiais geradas pelos circuitos fictícios não modifiquem as aberturas angulares nos circuitos normais.

Uma variante do indicador de sensibilidade de mínimo corte de carga pode ser obtida incluindo o efeito dos custos dos circuitos. Assim, uma relação alternativa para usar como indicador de sensibilidade no método de mínimo corte de carga é a seguinte:

$$SI_{ij}^{mcm} = SI_{ij}^{mc} / c_{ij} \qquad (7.3)$$

em que c_{ij} é o custo de adição de uma linha no caminho i-j. Portanto, no algoritmo de mínimo corte de carga pode ser usado qualquer um dos indicadores de sensibilidades anteriormente

unesp

especificados. Obviamente, o uso de cada um dos indicadores de sensibilidade deve produzir propostas de planejamento diferentes.

O algoritmo de mínimo corte de carga pode ser resumido nos seguintes passos:

Fase I:

1. Assumir a configuração base n_{ij} como configuração corrente
2. Resolver o **PL correspondente do sistema (7.1)**, usando o algoritmo do PL proposto, para a configuração corrente. Se os cortes de carga forem eliminados então passar para a fase II pois foi encontrada uma solução factível. Em caso contrário, calcular os indicadores de sensibilidade de mínimo corte de carga usando a relação (7.2) ou (7.3) e ordenar a lista de circuitos candidatos a adição iniciando pelo circuito mais atrativo de acordo com o indicador de sensibilidade encontrado.
3. Adicionar ao sistema um circuito correspondente ao caminho mais atrativo determinado no passo anterior para obter a nova configuração corrente.

Fase II:

1. É possível que existam alguns circuitos irrelevantes adicionados durante a fase I devido a outras adições mais importantes realizadas posteriormente. Ordenar os circuitos adicionados em ordem decrescente de seus custos e eliminar aqueles que, uma vez simulada sua saída, não produzam cortes de cargas no sistema.

7.3.2. Testes com o Sistema de 06 Barras

Foram realizados testes com duas configurações do sistema de seis barras, a primeira tabela é referente a configuração básica sem redespacho e a segunda, a configuração básica com redespacho.

Os testes foram realizados com a algoritmo de mínimo corte de carga utilizando primeiramente o algoritmo proposto para resolver os PL's e em seguida utilizando o MINOS para que as comparações pudessem ser feitas.

A segunda coluna da tabela mostra ao número de restrições de desigualdade que são adicionadas no processo de resolução pelo algoritmo proposto depois do pré-despacho. Verifica-se que um número baixo de restrições é adicionada ao problema e ainda pode ocorrer como na sexta configuração corrente da tabela a seguir, onde o PL chegou na solução ainda no pré despacho, não sendo necessário adicionar restrições e fazer iterações de

unesp

PL. A terceira coluna corresponde ao número total de iterações de PL que o algoritmo proposto executou. Na quarta coluna aparece o tempo de execução da resolução de cada PL, através do algoritmo proposto, para cada configuração corrente do método do mínimo corte de carga. A quinta coluna mostra o corte de carga (solução do PL). E a sexta também corresponde ao tempo de execução da resolução de cada PL, mas através do MINOS ao invés do algoritmo proposto para ser feita uma comparação, que nos mostra um desempenho melhor do algoritmo proposto.

Configuração básica sem redespacho

N °	Circuito adicionado	N ° de restrições adicionadas	N ° de fase de PL	Tempo algoritmo proposto (seg)	Corte	Tempo MINOS (seg)
Fase I:						
1	***	2	2	0,005	370,0	0,06
2	2 - 6	3	6	0,005	270,0	0,05
3	4 - 6	4	4	0,005	170,0	0,05
4	2 - 3	3	4	0,005	112,6	0,06
5	3 - 5	1	1	0,005	51,2	0,06
6	4 - 6	0	0	0,003	0,0	0,06
Fase II:	**simulando retirada**					
7	4 - 6	1	1	0,003	51,2	0,06
8	2 - 6	1	1	0,003	49,0	0,06
9	2 - 3	2	2	0,004	5,8	0,06
10	3 - 5	2	3	0,004	79,5	0,06

O algoritmo de mínimo corte de carga encontra a seguinte topologia de adições de circuitos:

Circuito adicionado	N ° de circuito adicionado	Circuito retirado
2 – 6	1	
4 – 6	2	
2 – 3	1	
3 – 5	1	

Assim o algoritmo de mínimo corte de carga adicionou 5 circuitos na fase I e não conseguiu retirar circuitos na fase II, obtendo um investimento de V = 130.

unesp

Configuração básica com redespacho

N °	Circuito adicionado	N ° de restrições adicionadas	N ° de fase de PL	Tempo algoritmo proposto (seg)	Corte	Tempo MINOS (seg)
Fase I:						
1	***	0	0	0,003	545,0	0,06
2	4 - 6	2	6	0,005	445,0	0,06
3	2 - 6	3	4	0,005	345,0	0,06
4	2 - 6	3	6	0,006	245,0	0,06
5	2 - 6	3	3	0,005	188,5	0,05
6	4 - 6	2	3	0,004	99,8	0,06
7	3 - 5	1	2	0,004	49,2	0,06
8	2 - 6	1	1	0,003	0,0	0,05
Fase II:	**simulando retirada**					
9	4 - 6	2	3	0,004	83,0	0,05
10	2 - 6	1	2	0,005	49,2	0,06
11	3 - 5	1	2	0,004	85,0	0,06

O algoritmo de mínimo corte de carga encontra a seguinte topologia de adições de circuitos:

Circuito adicionado	N ° de circuito adicionado	Circuito retirado
4 – 6	2	
2 – 6	4	
3 – 5	1	

Assim o algoritmo de mínimo corte de carga adicionou 7 circuitos na fase I e não conseguiu retirar circuitos na fase II, obtendo um investimento de V = 200.

7.3.3. Testes com o Sistema de 46 Barras

Foram realizados testes com o sistema de 46 barras e 79 circuitos candidatos a partir da configuração básica sem redespacho.

Os testes foram realizados com a algoritmo de mínimo corte de carga utilizando primeiramente o algoritmo proposto para resolver os PL's e em seguida utilizando o minos para que as comparações pudessem ser feitas.

unesp

N °	Circuito adicionado	N ° de restrições adicionadas	N ° de fase de PL	Tempo algoritmo proposto (Seg)	Corte	Tempo MINOS (seg)
Fase I:						
1	***	4	40	0,05	3452,5	0,16
2	26 – 29	4	41	0,05	3452,5	0,11
3	29 – 30	4	41	0,05	3452,5	0,11
4	28 – 30	4	31	0,05	3294,8	0,11
5	09 - 10	4	33	0,06	3294,8	0,11
6	46 - 10	6	25	0,05	3117,8	0,11
7	24 - 25	6	25	0,06	3117,8	0,11
8	21 - 25	6	34	0,06	2407,1	0,17
9	40 - 41	6	34	0,06	2407,1	0,17
10	31 - 41	6	20	0,06	2105,6	0,11
11	28 - 31	7	24	0,05	1878,4	0,17
12	42 - 43	5	20	0,06	1320,5	0,16
13	05 - 06	5	20	0,05	1320,5	0,17
14	46 - 06	4	15	0,06	1027,4	0,17
15	24 - 25	4	14	0,05	867,2	0,11
16	05 - 06	4	11	0,05	561,8	0,11
17	19 - 25	2	6	0,05	580,8	0,11
18	20 - 21	9	2	0,05	220,3	0,11
19	31 - 32	0	0	0,008	0,0	0,16
Fase II:	**simulando retirada**					
20	19 - 25	3	10	0,06	445,9	0,11
21	31 - 41	2	10	0,06	408,8	0,11
22	21 - 25	0	0	0,007	0,0 *	0,11
23	46 - 06	2	5	0,05	491,1	0,11
24	46 - 10	0	0	0,008	0,0 *	0,11
25	28 - 30	1	3	0,008	26,2	0,11
26	20 - 21	1	5	0,06	718,8	0,11
27	42 - 43	1	10	0,06	826,4	0,16
28	24 - 25	1	5	0,007	461,1	0,11
29	29 - 30	1	3	0,007	26,2	0,16
30	40 - 41	2	10	0,05	418,4	0,16
31	05 - 06	1	3	0,008	421,6	0,11
32	09 - 10	0	0	0,008	0,0 *	0,11
33	28 - 31	1	5	0,008	460,0	0,11
34	31 - 32	1	6	0,007	216,5	0,11
35	26 - 29	1	3	0,007	26,2	0,17

O algoritmo de mínimo corte de carga encontra a seguinte topologia de adições de circuitos:

unesp

Circuito adicionado	N° de circuito adicionado	Circuito retirado
26 – 29	1	
29 – 30	1	
28 – 30	1	
09 – 10	1	1
46 – 10	1	1
24 – 25	2	
21 – 25	1	1
40 – 41	2	
31 – 41	1	
28 – 31	1	
42 – 43	1	
05 – 06	2	
46 – 06	1	
19 – 25	1	
20 – 21	1	
31 – 32	1	

Assim o algoritmo de mínimo corte de carga adicionou 19 circuitos na fase I e retirou 3 circuitos na fase II, obtendo um investimento de V = 178905.

8. Conclusões

Pode-se mencionar as seguintes conclusões:

1. O algoritmo proposto apresenta duas características claramente diferenciadas: (1) transformação do problema visando a redução de variáveis e das restrições de igualdade encontrando um problema equivalente que tem apenas uma restrição de igualdade (a equação de balanço de potência ativa) e um conjunto de restrições de desigualdade igual ao número de circuitos existentes no sistema, e (2) uso de um algoritmo dual simplex canalizado usando relaxação para resolver o problema modificado;
2. O grande atrativo do problema modificado é que poucas restrições de desigualdade estão ativas na solução ótima do problema (somente aquelas restrições dos circuitos que estão operando no limite) e, portanto, a técnica de relaxação torna-se particularmente eficiente;
3. O algoritmo proposto foi incorporado num algoritmo heurístico construtivo, usado no planejamento da expansão de sistemas de transmissão, o algoritmo de mínimo corte de carga. Os resultados obtidos usando um sistema real, o sistema sul brasileiro, mostra um desempenho eficiente do algoritmo proposto;
4. Obviamente, o desempenho computacional do algoritmo proposto é mais eficiente que qualquer proposta de solução que resolva o PL usando um algoritmo primal simplex com um número elevado de restrições. O programa computacional elaborado, mesmo não tendo a sofisticação de programação de um software comercial, é mais rápido que o software MINOS;
5. Em relação à proposta apresentada por Gandini, o algoritmo proposto apresenta a grande vantagem de não usar multiplicadores dual simplex para identificar restrições violadas tornando o algoritmo proposto num algoritmo robusto, pois ele opera sem problemas mesmo quando existem comportamentos atípicos no problema de PL tais como soluções ótimas alternativas no problema dual (ótimos alternativos nas variáveis duais). Entretanto apresenta a desvantagem de precisar inverter a matriz B de forma explícita;

unesp

Apêndice A

Para uma melhor assimilação do algoritmo proposto (capítulo 6) esse apêndice traz três exemplos de configurações diferentes do sistema de seis barras de Garver.

Exemplo 1

Topologia que não apresenta corte de carga (configuração ótima) e com redespacho da geração.

Dados das barras:

Barra	Geração $(\overline{g})$ (Ω)	Demanda (d) (MW)
1	150.0	80.0
2	0.0	240.0
3	360.0	40.0
4	0.0	160.0
5	0.0	240.0
6	600.0	0.0

$\alpha = 1$ (por convenção)

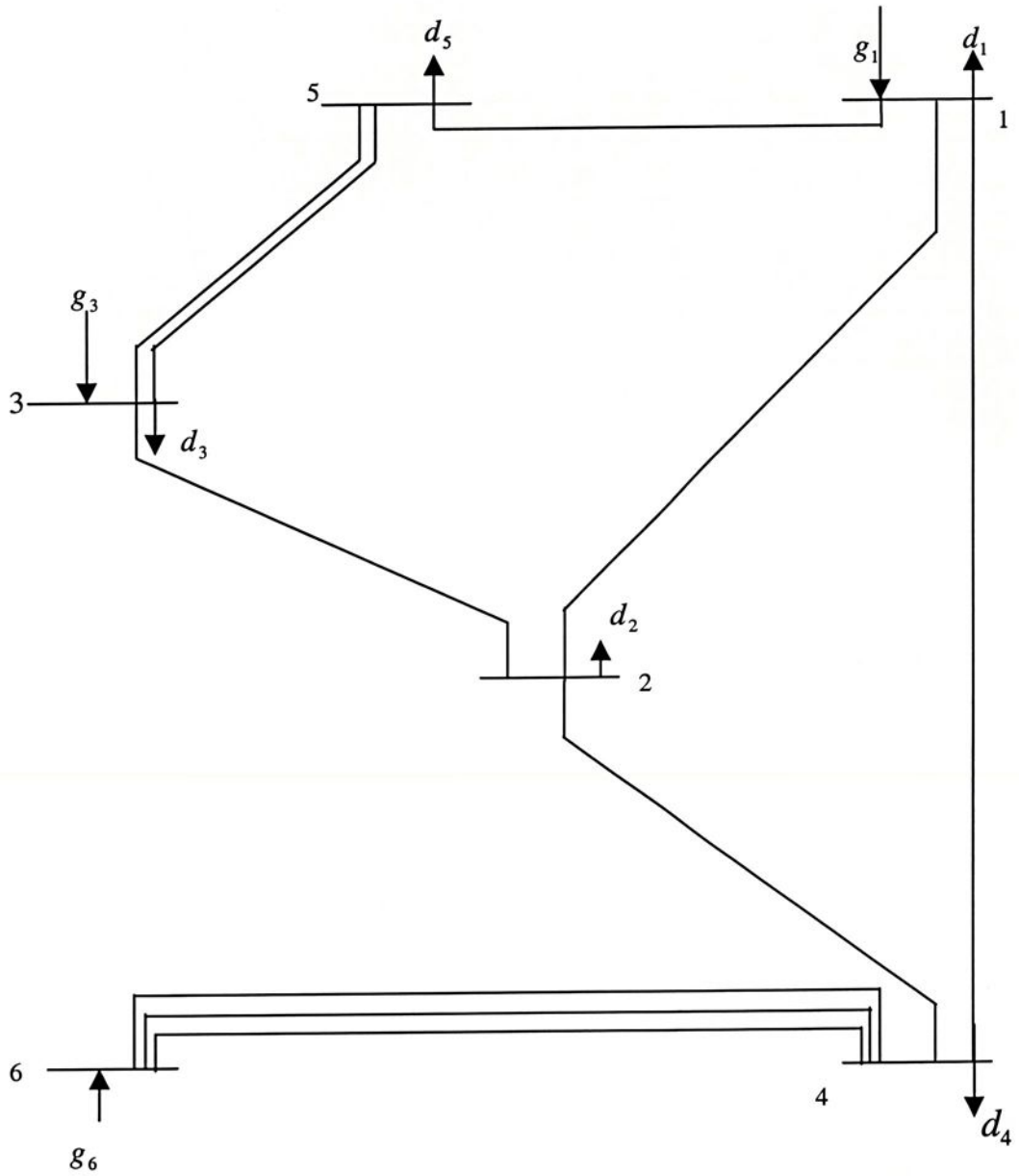

Figura A.1.: sistema de seis barras - configuração ótima com redespacho

Dados das linhas:

N.º	Linha	Reatância (Ω)	Fluxo máximo por linha $(\overline{f}_{ij})$ (MW)	Custo (c_{ij}) (MW)
1	1-2	0.40	100.0	40.0
2	1-3	0.38	100.0	38.0
3	1-4	0.60	80.0	60.0
4	1-5	0.20	100.0	20.0
5	1-6	0.68	70.0	68.0
6	2-3	0.20	100.0	20.0
7	2-4	0.40	100.0	40.0
8	2-5	0.31	100.0	31.0
9	2-6	0.30	100.0	30.0
10	3-4	0.59	82.0	59.0
11	3-5	0.20	100.0	20.0
12	3-6	0.48	100.0	48.0
13	4-5	0.63	75.0	63.0
14	4-6	0.30	100.0	30.0
15	5-6	0.61	78.0	61.0

Obs.: para aplicar a primeira lei de Kirchhoff consideramos que o fluxo entrando na barra é positivo

Com a introdução dos geradores fictícios, os dados das barras passam a ser:

Barra	Geração real $(\overline{g})$ (Ω)	Geração fictícia $(\overline{r})$ (Ω)	Demanda (d) (MW)
1	70.0	0.0	0.0
2	0.0	240.0	240.0
3	320.0	0.0	0.0
4	0.0	160.0	160.0
5	0.0	240.0	240.0
6	600.0	0.0	0.0

unesp

A modelagem matemática do sistema de acordo com o modelo proposto (6.20) é o seguinte, sendo que a barra de referência é a 5:

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \tag{A.1}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$-100 \le 0{,}1818g_1 - 0{,}2727r_2 - 0{,}0909g_3 - 0{,}0909r_4 - 0{,}0909g_6 + 80 \le 100$$
$$-80 \le 0{,}0727g_1 - 0{,}1091r_2 - 0{,}0364g_3 - 0{,}4364r_4 - 0{,}4364g_6 + 96 \le 80$$
$$-100 \le 0{,}7455g_1 + 0{,}3818r_2 + 0{,}1273g_3 + 0{,}5273r_4 + 0{,}5273g_6 - 176 \le 100$$
$$-100 \le 0{,}2546g_1 + 0{,}6182r_2 - 0{,}1273g_3 + 0{,}4727r_4 + 0{,}4727g_6 - 224 \le 100$$
$$-100 \le -0{,}0727g_1 + 0{,}1091r_2 + 0{,}0364g_3 - 0{,}5636r_4 - 0{,}5636g_6 + 64 \le 100$$
$$-200 \le 0{,}2546g_1 + 0{,}6182r_2 + 0{,}8727g_3 + 0{,}4727r_4 + 0{,}4727g_6 - 224 \le 200$$
$$-300 \le -g_6 \le 300$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

As variáveis são somente as gerações (reais e fictícias) num total de seis variáveis, isto significa que teremos seis ou mais restrições ativas das quatorze existentes, as demais estarão folgadas, assim o que resta saber é quais são essas restrições.

Para resolvê-lo, primeiramente deve-se fazer o pré-despacho:

Coloca-se todas as gerações em seus limites inferiores: $g_1 = r_2 = g_3 = r_4 = r_5 = g_6 = 0$.

Verifica-se quais os fluxos violados e qual o mais violado:

$f_{12} = 80$

$f_{14} = 96$ viola seu limite superior em 16

$f_{15} = -176$ viola seu limite inferior em -76

$f_{23} = -224$ viola seu limite inferior em -124

$f_{24} = 64$

$f_{35} = -224$ viola seu limite inferior em -24

$f_{46} = 0$

unesp

O fluxo mais violado é o f_{23} e os geradores reais que podem aliviá-lo são g_1 e g_6. Dentre esses geradores reais vamos escolher o que primeiro aparece, portanto g_1 é fixado em seu limite superior: $g_1 = 70$ e $r_2 = g_3 = r_4 = r_5 = g_6 = 0$.

Verifica-se quais os fluxos violados e qual o mais violado

$f_{12} = 92{,}7273$

$f_{14} = 101{,}0909$ viola seu limite superior em 21,0909

$f_{15} = -123{,}8182$ viola seu limite inferior em -23,8182

$f_{23} = -206{,}1818$ viola seu limite inferior em -106,1818

$f_{24} = 58{,}9091$

$f_{35} = -206{,}1819$ viola seu limite inferior em –6,1819

$f_{46} = 0$

O fluxo mais violado continua sendo f_{23}, olhando para a sua restrição correspondente no sistema (A.1), percebe-se que o único gerador real que pode aliviá-la é g_6 pois g_1 já está em seu limite superior. Mas g_6 será fixado em um valor intermediário, pois se for fixado em seu limite superior a equação de balanço de potência não será satisfeita, logo temos: $g_1 = 70$; $g_6 = 570$ e $r_2 = g_3 = r_4 = r_5 = 0$.

Assim obtemos a solução do seguinte problema relaxado:

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.2)}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = 40{,}9091$

unesp

$f_{14} = -147{,}6364$ viola seu limite inferior em -67,6364

$f_{15} = 176{,}7273$ viola seu limite superior em 76,7273

$f_{23} = 63{,}2728$

$f_{24} = -262{,}3637$ viola seu limite inferior em -162,3637

$f_{35} = 63{,}2728$

$f_{46} = -570$ viola seu limite inferior em 270

O fluxo mais violado é o f_{46}, portanto vamos introduzir sua restrição correspondente do sistema (A.1) no problema relaxado (A.2):

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.3)}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$0 \le r_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$
$$-300 \le -g_6 \le 300$$

Reotimizando o sistema relaxado (A.3) com a adição da nova restrição através de um algoritmo dual simplex canalizado encontra-se a seguinte solução: $g_1 = 70$; $g_3 = 270$; $g_6 = 300$ e $r_2 = r_4 = r_5 = 0$.

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = 40{,}9091$

$f_{14} = -39{,}6364$

$f_{15} = 68{,}7273$

$f_{23} = -98{,}7272$

$f_{24} = -100{,}3637$ viola seu limite inferior em -0,3637

$f_{35} = 171{,}2728$

$f_{46} = -300$

unesp

O único fluxo violado é o f_{24}, portanto vamos introduzir sua restrição correspondente do sistema (A.1) no problema relaxado (A.3):

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.4)}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

$$-300 \le -g_6 \le 300$$

$$-100 \le -0{,}07273 g_1 + 0{,}1091 r_2 + 0{,}0364 g_3 - 0{,}5636 r_4 - 0{,}5636 g_6 + 64 \le 100$$

Reotimizando o sistema relaxado (A.4) com a adição da nova restrição através de um algoritmo dual simplex canalizado encontra-se a seguinte solução: $g_1 = 66{,}6664$; $g_3 = 273{,}3336$; $g_6 = 300$ e $r_2 = r_4 = r_5 = 0$.

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = 39{,}9999$

$f_{14} = -40{,}0001$

$f_{15} = 66{,}6665$

$f_{23} = -100{,}0$

$f_{24} = -100{,}0$

$f_{35} = 173{,}3335$

$f_{46} = -300{,}0$

Não há mais restrições de fluxos violadas, portanto a solução do problema relaxado (A.4) também é solução do problema proposto (A.1). Voltando aos dados originais do problema (sem os geradores fictícios) a solução do problema é: $g_1 = 150$; $g_3 = 310{,}6$; $g_6 = 299{,}4$ e $r_2 = r_4 = r_5 = 0$.

Resolvendo o exemplo 1 utilizando o modelo DC com corte de carga convencional através do MINOS chegou-se a solução após 11 iterações (4 na fase I e 7 na

unesp

fase II). É importante observar que somente duas restrições de fluxo estão ativas e o restante estão folgadas.

No algoritmo proposto realizou-se o pré-despacho (não precisando de fase I) e ao inserir a segunda restrição de fluxo violada o problema chegou na solução ótima, mostrando-se assim mais eficiente que o MINOS.

Exemplo 2

Topologia que apresenta corte de carga (configuração não ótima) e com redespacho da geração.

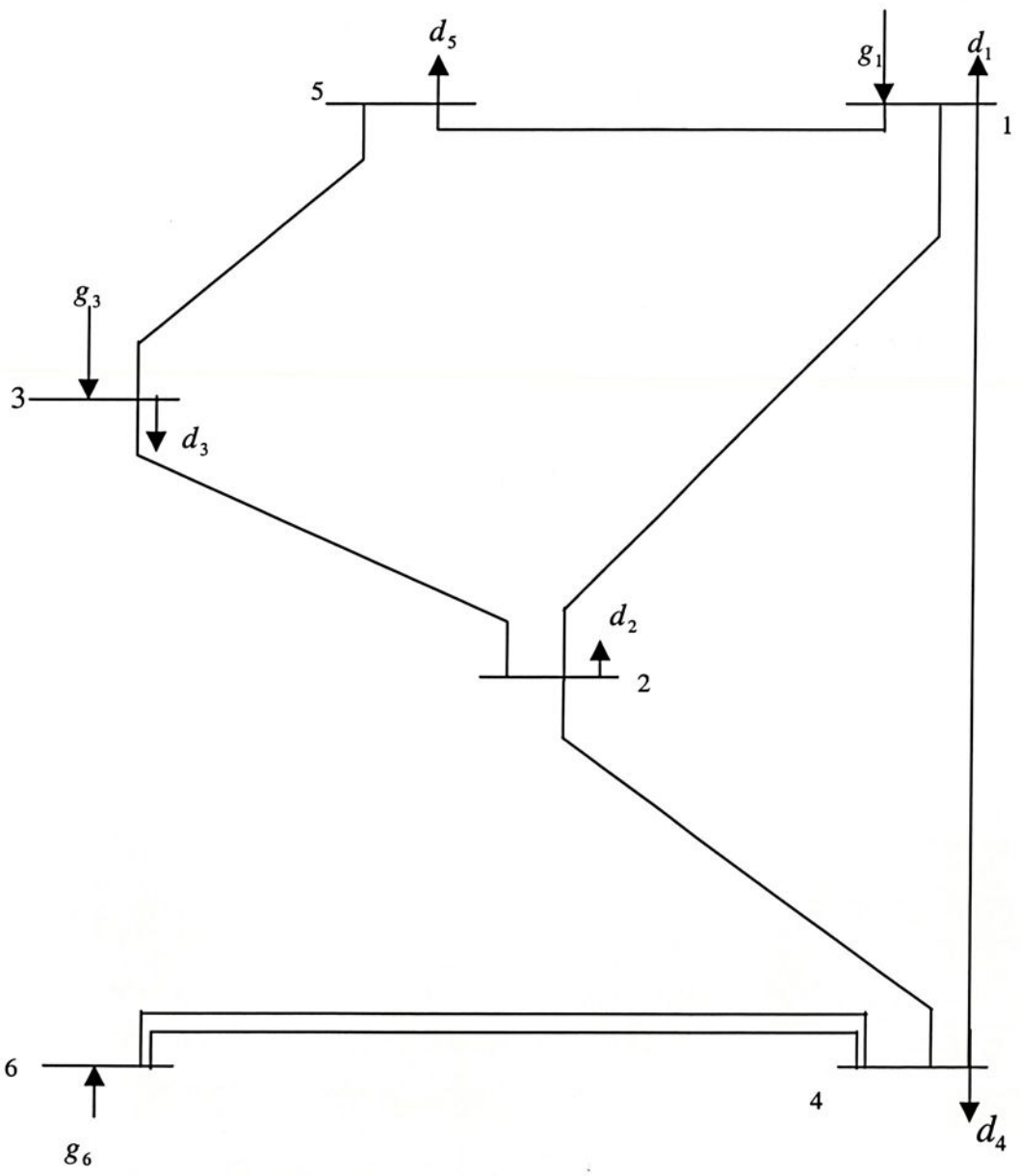

Figura A.2: sistema de seis barras - configuração com corte de carga e com redespacho.

Os dados do sistema são os mesmos do exemplo 1

Com a introdução dos geradores fictícios, os dados das barras passam a ser:

Barra	Geração real $(\bar{g})$ (Ω)	Geração fictícia $(\bar{r})$ (Ω)	Demanda (d) (MW)
1	70.0	0.0	0.0
2	0.0	240.0	240.0
3	320.0	0.0	0.0
4	0.0	160.0	160.0
5	0.0	240.0	240.0
6	600.0	0.0	0.0

A modelagem matemática do sistema de acordo com o modelo proposto (6.20) é o seguinte, sendo que a barra de referência é a 5:

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \tag{A.5}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$-100 \le 0{,}1613g_1 - 0{,}3226r_2 - 0{,}1613g_3 - 0{,}129r_4 - 0{,}129g_6 + 98{,}0645 \le 100$$
$$-80 \le 0{,}0645g_1 - 0{,}129r_2 - 0{,}0645g_3 - 0{,}4516r_4 - 0{,}4516g_6 + 103{,}2258 \le 80$$
$$-100 \le 0{,}7742g_1 + 0{,}4516r_2 + 0{,}2258g_3 + 0{,}5807r_4 + 0{,}5807g_6 - 201{,}2903 \le 100$$
$$-100 \le 0{,}2258g_1 + 0{,}5484r_2 - 0{,}2258g_3 + 0{,}4194r_4 + 0{,}4194g_6 - 198{,}7097 \le 100$$
$$-100 \le -0{,}0645g_1 + 0{,}129r_2 + 0{,}0645g_3 - 0{,}5484r_4 - 0{,}5484g_6 + 56{,}7742 \le 100$$
$$-100 \le 0{,}2258g_1 + 0{,}5484r_2 + 0{,}7742g_3 + 0{,}4194r_4 + 0{,}4194g_6 - 198{,}7097 \le 100$$
$$-200 \le -g_6 \le 200$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

As variáveis são somente as gerações (reais e fictícias) num total de seis variáveis, isto significa que teremos seis ou mais restrições ativas das quatorze existentes, as demais estarão folgadas, assim o que resta saber é quais são essas restrições.

Para resolvê-lo, primeiramente deve-se fazer o pré-despacho:

unesp

Coloca-se todas as gerações em seus limites inferiores: $g_1 = r_2 = g_3 = r_4 = r_5 = g_6 = 0$.

Verifica-se quais os fluxos violados e qual o mais violado:

$f_{12} = 98{,}0645$

$f_{14} = 103{,}2258$ viola seu limite superior em 23,2258

$f_{15} = -201{,}2903$ viola seu limite inferior em -101,2903

$f_{23} = -198{,}7097$ viola seu limite inferior em -98,7097

$f_{24} = 56{,}7742$

$f_{35} = -198{,}7097$ viola seu limite inferior em -98,7097

$f_{46} = 0$

O fluxo mais violado é o f_{15}, olhando para a sua restrição correspondente no sistema (A.5), percebe-se que todos geradores reais podem aliviá-la, portanto g_1 é fixado em seu limite superior: $g_1 = 70$ e $r_2 = g_3 = r_4 = r_5 = g_6 = 0$.

Verifica-se quais os fluxos violados e qual o mais violado:

$f_{12} = 109{,}384$ viola seu limite superior em 9,3548

$f_{14} = 107{,}742$ viola seu limite superior em 27,742

$f_{15} = -147{,}0968$ viola seu limite inferior em -47,0968

$f_{23} = -182{,}9032$ viola seu limite inferior em -82,9032

$f_{24} = 52{,}2581$

$f_{35} = -182{,}9032$ viola seu limite inferior em -82,9032

$f_{46} = 0$

O fluxo mais violado é o f_{35}, olhando para a sua restrição correspondente no sistema (A.5), percebe-se que os geradores reais que podem aliviá-lo são g_3 e g_6, pois g_1 já está em seu limite superior, portanto g_3 será fixado em seu limite superior: $g_1 = 70$; $g_3 = 320$ e $r_2 = r_4 = r_5 = g_6 = 0$.

Verifica-se quais os fluxos violados e qual o mais violado

$f_{12} = 57{,}7419$

$f_{14} = 87{,}0968$ viola seu limite superior em 7,0968

unesp

$f_{15} = -74{,}8387$

$f_{23} = -255{,}1613$ viola seu limite inferior em -155,1613

$f_{24} = 72{,}9032$

$f_{35} = -64{,}8387$

$f_{46} = 0$

O fluxo mais violado é o f_{23}, olhando para a sua restrição correspondente no sistema (A.5), percebe-se que o único gerador real que pode aliviá-lo é g_6, pois g_1 já está em seu limite superior, mas g_6 não pode ser fixado em seu limite superior para não violar a equação de balanço de potência. Assim g_6 é incrementado até um valor intermediário que satisfaça a equação de balanço: $g_1 = 70$; $g_3 = 320$; $g_6 = 250$ e $r_2 = r_4 = r_5 = 0$.

Assim obtemos a solução do seguinte problema relaxado:

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.6)}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = 25{,}4839$

$f_{14} = -25{,}8064$

$f_{15} = 70{,}3226$

$f_{23} = -150{,}3226$ viola seu limite inferior em -50,3226

$f_{24} = -64{,}1936$

$f_{35} = 169{,}6774$ viola seu limite superior em 69,6774

$f_{46} = -250$ viola seu limite inferior em -50

unesp

O fluxo mais violado é o f_{35}, portanto vamos introduzir sua restrição correspondente do sistema (A.5) no problema relaxado (A.6):

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.7)}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

$$-100 \le 0{,}2258 g_1 + 0{,}5484 r_2 + 0{,}7742 g_3 + 0{,}4194 r_4 + 0{,}4194 g_6 - 198{,}7097 \le 100$$

Reotimizando o sistema relaxado (A.7) com a adição da nova restrição através de um algoritmo dual simplex canalizado encontra-se a seguinte solução: $g_1 = 70$; $g_3 = 123{,}6364$; $g_6 = 446{,}3636$ e $r_2 = r_4 = r_5 = 0$.

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = 31{,}8182$

$f_{14} = -101{,}8182$ viola seu limite inferior em –21,8182

$f_{15} = 140{,}0$ viola seu limite superior em 40,0

$f_{23} = -23{,}6363$

$f_{24} = -184{,}5455$ viola seu limite inferior em –84,5455

$f_{35} = 100{,}0$

$f_{46} = -446{,}3636$ viola seu limite inferior em –246,3636

O fluxo mais violado é o f_{46}, portanto vamos introduzir sua restrição correspondente do sistema (A.5) no problema relaxado (A.7):

unesp

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.8)}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

$$-100 \le 0{,}226 g_1 + 0{,}5485 r_2 + 0{,}774 g_3 + 0{,}4195 r_4 + 0{,}4195 g_6 - 198{,}76 \le 100$$

$$-200 \le -g_6 \le 200$$

Reotimizando o sistema relaxado (A.8) com a adição da nova restrição através de um algoritmo dual simplex canalizado encontra-se a seguinte solução: $g_1 = 70$; $g_3 = 257{,}0834$; $r_5 = 112{,}9167$; $g_6 = 200$ e $r_2 = r_4 = 0$

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = 42{,}0833$

$f_{14} = 0{,}8334$

$f_{15} = 27{,}0833$

$f_{23} = -157{,}0834$ viola seu limite inferior em -57,0834

$f_{24} = -40{,}8333$

$f_{35} = 100$

$f_{46} = -200$

O único fluxo violado é o f_{23}, portanto vamos introduzir sua restrição correspondente do sistema (A.5) no problema relaxado (A.8):

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \tag{A.9}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

$$-100 \le 0{,}226 g_1 + 0{,}5485 r_2 + 0{,}774 g_3 + 0{,}4195 r_4 + 0{,}4195 g_6 - 198{,}76 \le 100$$

$$-200 \le -g_6 \le 200$$

$$-100 \le 0{,}2258 g_1 + 0{,}5484 r_2 - 0{,}2258 g_3 + 0{,}4194 r_4 + 0{,}4194 g_6 - 198{,}7097 \le 100$$

Reotimizando o sistema relaxado (A.9) com a adição da nova restrição através de um algoritmo dual simplex canalizado encontra-se a seguinte solução: $g_1 = 70$; $r_2 = 80{,}5882$; $g_3 = 200$; $r_5 = 89{,}4118$; $g_6 = 200$ e $r_4 = 0$.

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = 25{,}2941$

$f_{14} = -5{,}8823$

$f_{15} = 50{,}5883$

$f_{23} = -100$

$f_{24} = -34{,}1176$

$f_{35} = 100$

$f_{46} = -200$

Não há mais restrições de fluxos violadas, portanto a solução do problema relaxado (A.9) também é solução do problema proposto (A.5).

Como alguns geradores fictícios são diferentes de zero, o problema (A.5) apresenta corte de carga ($w = 169{,}79$), por isso, voltando aos dados originais do problema (sem os geradores fictícios) a solução do problema é infactível, ou seja, o problema não possui solução.

unesp

Resolvendo o exemplo 2 utilizando o modelo DC com corte de carga convencional através do MINOS chegou-se a solução após 11 iterações (6 na fase I e 5 na fase II). Ao final, 4 restrições de fluxo estão em um de seus limites e o restante estão folgadas.

O algoritmo proposto não possui fase I (é substituída pelo pré-despacho) e após inserir a terceira restrição de fluxo ativa no problema relaxado já se chegou a solução ótima. Assim o algoritmo proposto mostra-se, mais uma vez, mais eficiente que o MINOS.

Exemplo 3

Topologia que apresenta corte de carga (configuração não ótima) e sem redespacho da geração.

Dados das barras:

Barra	Geração $(\overline{g})$ (Ω)	Demanda (d) (MW)
1	50.0	80.0
2	0.0	240.0
3	165.0	40.0
4	0.0	160.0
5	0.0	240.0
6	545.0	0.0

Dados das linhas (mesmo dos exemplos anteriores)

$\alpha = 1$ (por convenção)

Obs.: para aplicar a primeira lei de Kirchhoff consideramos que o fluxo entrando na barra é positivo

unesp

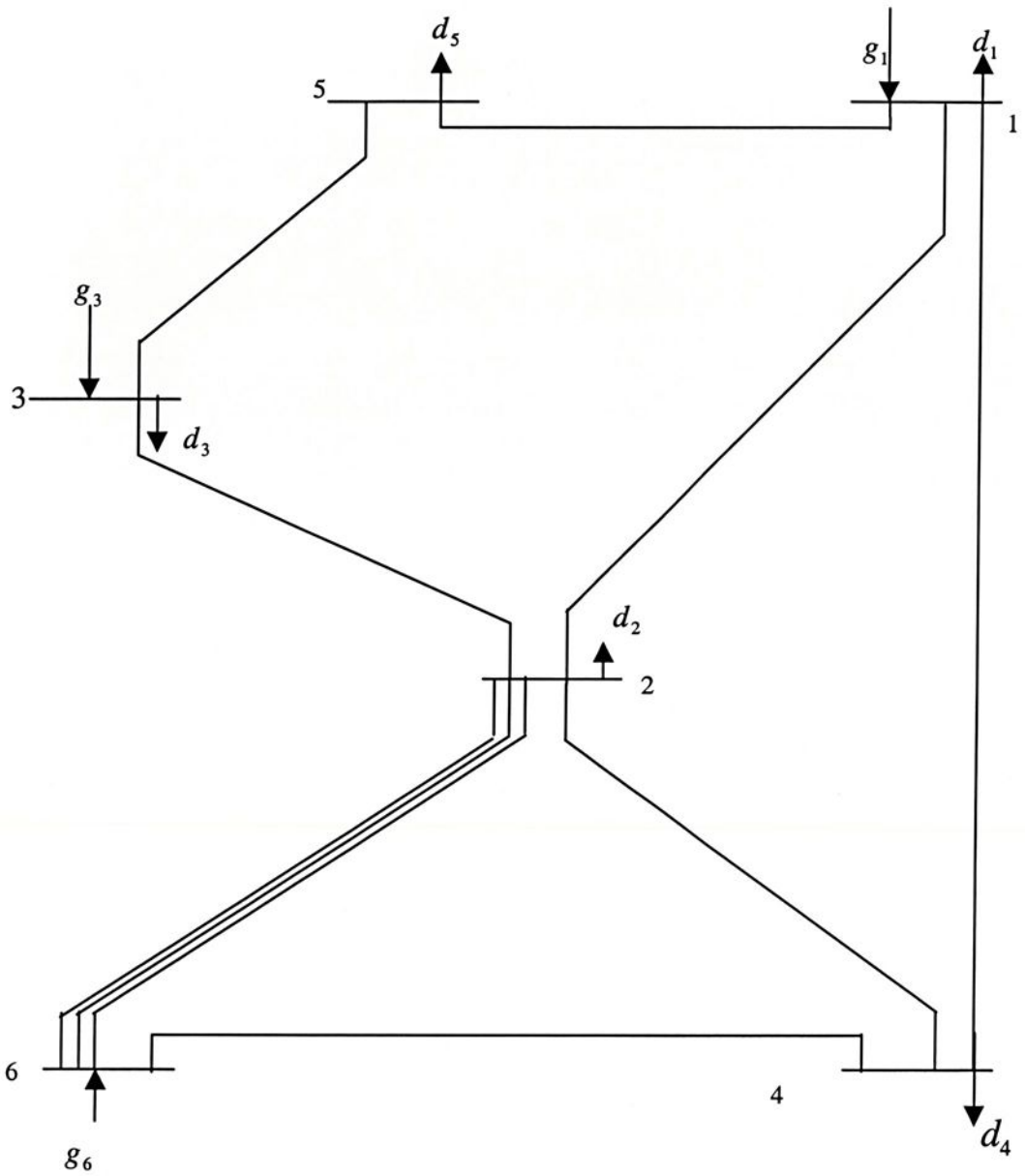

Figura A.3.: sistema de seis barras - configuração com corte de carga e sem redespacho

A modelagem matemática do sistema de acordo com o modelo proposto (6.14) é o seguinte, sendo que a barra de referência é a 5:

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.10)}$$

s.a.

$$r_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 670$$

$$-100 \le 0{,}1539r_1 - 0{,}3077r_2 - 0{,}1539g_3 - 0{,}1923r_4 - 0{,}2789g_6 + 100{,}0 \le 100$$
$$-80 \le 0{,}0769r_1 - 0{,}1539r_2 - 0{,}0769g_3 - 0{,}3462r_4 - 0{,}2019g_6 + 90{,}0 \le 80$$
$$-100 \le 0{,}7692r_1 + 0{,}4615r_2 + 0{,}2308g_3 + 0{,}5385r_4 + 0{,}4808g_6 - 220{,}0 \le 100$$
$$-100 \le 0{,}2308r_1 + 0{,}5385r_2 - 0{,}2308g_3 + 0{,}4615r_4 + 0{,}5192g_6 - 210{,}0 \le 100$$
$$-100 \le -0{,}0385r_1 + 0{,}0769r_2 + 0{,}0385g_3 - 0{,}3269r_4 - 0{,}024g_6 + 35{,}0 \le 100$$
$$-300 \le -0{,}0385r_1 + 0{,}0769r_2 + 0{,}0385g_3 - 0{,}3269r_4 - 0{,}774g_6 + 35{,}0 \le 300$$
$$-100 \le 0{,}2308r_1 + 0{,}5385r_2 + 0{,}7692g_3 + 0{,}4615r_4 + 0{,}5192g_6 - 210{,}0 \le 100$$
$$-100 \le 0{,}0385r_1 - 0{,}0769r_2 - 0{,}0385g_3 + 0{,}3269r_4 - 0{,}226g_6 - 35{,}0 \le 100$$

$$0 \le r_1 \le 30$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 125$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 545$$

As variáveis são somente as gerações (reais e fictícias) num total de seis variáveis, isto significa que teremos seis ou mais restrições ativas das quinze existentes, as demais estarão folgadas, assim o que resta saber é quais são essas restrições.

Para resolvê-lo, primeiramente deve-se fazer o pré-despacho:

Coloca-se todas as gerações em seus limites inferiores: $g_1 = r_2 = g_3 = r_4 = r_5 = g_6 = 0$.

Verifica-se quais os fluxos violados e qual o mais violado

$f_{12} = 100{,}0$

$f_{14} = 90{,}0$ viola seu limite superior em 10,0

$f_{15} = -220{,}0$ viola seu limite inferior em –120,0

$f_{23} = -210{,}0$ viola seu limite inferior em –110,0

$f_{24} = 35{,}0$

$f_{26} = 35{,}0$

$f_{35} = -210{,}01$ viola seu limite inferior em -110,0

$f_{46} = -35{,}0$

O fluxo mais violado é o f_{15}, olhando para a sua restrição correspondente no sistema (A.10), percebe-se que todos geradores reais podem aliviá-la, portanto g_3 é fixado em seu limite superior: $g_3 = 125$ e $r_1 = r_2 = r_4 = r_5 = g_6 = 0$.

Verifica-se quais os fluxos violados e qual o mais violado:

$f_{12} = 80{,}7692$

$f_{14} = 80{,}3846$ viola seu limite superior em 0,3846

$f_{15} = -191{,}1538$ viola seu limite inferior em -91,1538

$f_{23} = -238{,}8461$ viola seu limite inferior em -138,8461

$f_{24} = 39{,}8077$

$f_{26} = 39{,}8077$

$f_{35} = -113{,}8461$ viola seu limite inferior em -13,8461

$f_{46} = -39{,}8077$

O fluxo mais violado é o f_{23}, olhando para a sua restrição correspondente no sistema (A.10), percebe-se que o único gerador real que pode aliviá-lo é o g_6, portanto ele será fixado em seu limite superior, e como a equação de balanço de potência está ativa, aqui finaliza o pré-despacho: $g_3 = 125$; $g_6 = 545$ e $r_1 = r_2 = r_4 = r_5 = 0$.

Assim obtemos a solução do seguinte problema relaxado:

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.11)}$$

s.a.

$$r_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 670$$

$$0 \le r_1 \le 30$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 125$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 545$$

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = -71{,}2019$

$f_{14} = -29{,}6635$

unesp

$f_{15} = 70{,}8654$

$f_{23} = 44{,}1346$

$f_{24} = 26{,}7067$

$f_{26} = -382{,}0432$ viola seu limite inferior em –82,0432

$f_{35} = 169{,}1346$ viola seu limite superior em 69,1346

$f_{46} = -162{,}9567$ viola seu limite inferior em -62,9567

O fluxo mais violado é o f_{26}, portanto vamos introduzir sua restrição correspondente do sistema (A.10) no problema relaxado (A.11):

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.12)}$$

s.a.

$$r_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 670$$

$$0 \le r_1 \le 30$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 125$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 545$$

$$-300 \le -0{,}0385 r_1 + 0{,}0769 r_2 + 0{,}0385 g_3 - 0{,}3269 r_4 - 0{,}774 g_6 + 35{,}0 \le 300$$

Reotimizando o sistema relaxado (A.12) com a adição da nova restrição através de um algoritmo dual simplex canalizado encontra-se a seguinte solução: $r_2 = 96{,}4124$; $g_3 = 125$; $g_6 = 448{,}5876$ e $r_1 = r_4 = r_5 = 0$.

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = -73{,}9831$

$f_{14} = -25{,}0282$

$f_{15} = 69{,}0113$

$f_{23} = 45{,}9887$

$f_{24} = 36{,}4407$

$f_{26} = -300{,}0$

$f_{35} = 170{,}9887$ viola seu limite superior em 70,9887

unesp

$f_{46} = -148{,}5876$ viola seu limite inferior em –48,5876

O fluxo mais violado é o f_{35}, portanto vamos introduzir sua restrição correspondente do sistema (A.10) no problema relaxado (A.12):

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.13)}$$

s.a.

$$r_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 670$$

$$0 \le r_1 \le 30$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 125$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 545$$

$$-300 \le -0{,}0385 r_1 + 0{,}0769 r_2 + 0{,}0385 g_3 - 0{,}3269 r_4 - 0{,}774 g_6 + 35{,}0 \le 300$$

$$-100 \le 0{,}2308 r_1 + 0{,}5385 r_2 + 0{,}7692 g_3 + 0{,}4615 r_4 + 0{,}5192 g_6 - 210{,}0 \le 100$$

Reotimizando o sistema relaxado (A.13) com a adição da nova restrição através de um algoritmo dual simplex canalizado encontra-se a seguinte solução: $g_3 = 107{,}2656$; $r_5 = 124{,}6094$; $g_6 = 438{,}125$ e $r_1 = r_2 = r_4 = 0$.

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = -38{,}6719$

$f_{14} = -6{,}7188$

$f_{15} = 15{,}3906$

$f_{23} = -7{,}2656$

$f_{24} = 28{,}5937$

$f_{26} = -300{,}0$

$f_{35} = 100$

$f_{46} = -138{,}125$ viola seu limite inferior em –38,125

O fluxo mais violado é o f_{46}, portanto vamos introduzir sua restrição correspondente do sistema (A.10) no problema relaxado (A.13):

unesp

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \qquad \text{(A.14)}$$

s.a.

$$r_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 670$$

$$0 \le r_1 \le 30$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 125$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 545$$

$$-300 \le -0{,}0385r_1 + 0{,}0769r_2 + 0{,}0385g_3 - 0{,}3269r_4 - 0{,}774g_6 + 35{,}0 \le 300$$

$$-100 \le 0{,}2308r_1 + 0{,}5385r_2 + 0{,}7692g_3 + 0{,}4615r_4 + 0{,}5192g_6 - 210{,}0 \le 100$$

$$-100 \le 0{,}0385r_1 - 0{,}0769r_2 - 0{,}0385g_3 + 0{,}3269r_4 - 0{,}226g_6 - 35{,}0 \le 100$$

Reotimizando o sistema relaxado (A.14) com a adição da nova restrição através de um algoritmo dual simplex canalizado encontra-se a seguinte solução: $g_3 = 125$; $r_4 = 62{,}2807$; $r_5 = 126{,}2281$; $g_6 = 356{,}4912$ e $r_1 = r_2 = 0$.

Verifica-se novamente se há fluxo violado e qual o mais violado:

$f_{12} = -30{,}614$

$f_{14} = -13{,}1579$

$f_{15} = 13{,}7719$

$f_{23} = -25{,}0$

$f_{24} = 10{,}8772$

$f_{26} = -256{,}4912$

$f_{35} = 100$

$f_{46} = -100$

Não há mais restrições de fluxos violadas, portanto a solução do problema relaxado (A.14) também é solução do problema proposto (A.10).

Como alguns geradores fictícios são diferentes de zero, o problema (A.10) apresenta corte de carga ($w = 188{,}5088$), por isso, voltando aos dados originais do problema (sem os geradores fictícios) a solução do problema é infactível, ou seja, o problema não possui solução.

Resolvendo o exemplo 3 utilizando o modelo DC com corte de carga convencional através do MINOS chegou-se a solução após 11 iterações (6 na fase I e 5 na fase II). Ao final, 2 restrições de fluxo estão em um de seus limites (as mesmas encontradas pelo algoritmo proposto) e o restante estão folgadas. Assim, novamente o algoritmo proposto mostra-se mais eficiente que o MINOS.

unesp

Apêndice B

Dados do sistema sul brasileiro – 46 barras

Barra de referência 42

46 barras e 79 caminhos

barra	geração	demanda
1	0.000000	0.000000
2	0.000000	443.100000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	300.700000
5	0.000000	238.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	72.200000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	511.900000
13	0.000000	85.800000
14	1257.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	2000.000000	0.000000
17	1050.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000

unesp

barra	geração	demanda
19	1670.000000	0.000000
20	0.000000	1091.200000
21	0.000000	0.000000
22	0.000000	81.900000
23	0.000000	458.100000
24	0.000000	478.200000
25	0.000000	0.000000
26	0.000000	231.900000
27	220.000000	0.000000
28	800.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000
31	700.000000	0.000000
32	500.000000	0.000000
33	0.000000	229.100000
34	748.000000	0.000000
35	0.000000	216.000000
36	0.000000	90.100000
37	300.000000	0.000000
38	0.000000	216.000000
39	600.000000	0.000000
40	0.000000	262.100000
41	0.000000	0.000000
42	0.000000	1607.900000
43	0.000000	0.000000
44	0.000000	79.100000
45	0.000000	86.700000
46	700.00000	0.000000

n º	caminho	n º de linhas	reatância	fluxo máx.	linhas adicionadas	custo
1	1-7	1	0.0616	270.0	0	4349.0
2	1-2	2	0.1065	270.0	0	7076.0
3	4-9	1	0.0924	270.0	0	6217.0

unesp

n º	caminho	n º de linhas	reatância	fluxo máx.	linhas adicionadas	custo
4	5-9	1	0.1173	270.0	0	7732.0
5	5-8	1	0.1132	270.0	0	7480.0
6	7-8	1	0.1023	270.0	0	6823.0
7	4-5	2	0.0566	270.0	0	4046.0
8	2-5	2	0.0324	270.0	0	2581.0
9	8-13	1	0.1348	240.0	0	8793.0
10	9-4	2	0.1756	220.0	0	11267.0
11	12-14	2	0.0740	270.0	0	5106.0
12	14-18	2	0.1514	240.0	0	9803.0
13	13-18	1	0.1805	220.0	0	11570.0
14	13-20	1	0.1073	270.0	0	7126.0
15	18-20	1	0.1997	200.0	0	12732.0
16	19-21	1	0.0278	1500.0	0	32632.0
17	16-17	1	0.0078	2000.0	0	10505.0
18	17-19	1	0.0061	2000.0	0	8715.0
19	14-26	1	0.1614	220.0	0	10409.0
20	14-22	1	0.0840	270.0	0	5712.0
21	22-26	1	0.0790	270.0	0	5409.0
22	20-23	2	0.0932	270.0	0	6268.0
23	23-24	2	0.0774	270.0	0	5308.0
24	26-27	2	0.0832	270.0	0	5662.0
25	24-34	1	0.1647	220.0	0	10611.0
26	24-33	1	0.1448	240.0	0	9399.0
27	33-34	1	0.1265	270.0	0	8288.0
28	27-36	1	0.0915	270.0	0	6167.0
29	27-38	2	0.2080	200.0	0	13237.0
30	36-37	1	0.1057	270.0	0	7025.0
31	34-35	2	0.0491	270.0	0	3591.0
32	35-38	1	0.1980	200.0	0	12631.0
33	37-39	1	0.0283	270.0	0	2329.0
34	37-40	1	0.1281	270.0	0	8389.0
35	37-42	1	0.2105	200.0	0	13388.0
36	39-42	3	0.2030	200.0	0	12934.0

unesp

n º	caminho	n º de linhas	reatância	fluxo máx.	linhas adicionadas	custo
37	40-42	1	0.0932	270.0	0	6268.0
38	38-42	3	0.0907	270.0	0	6116.0
39	32-43	1	0.0309	1400.0	0	35957.0
40	42-44	1	0.1206	270.0	0	7934.0
41	44-45	1	0.1864	200.0	0	11924.0
42	19-32	1	0.0195	1800.0	0	23423.0
43	46-19	1	0.0222	1800.0	0	26365.0
44	46-16	1	0.0203	1800.0	0	24319.0
45	18-19	1	0.0125	600.0	0	8178.0
46	20-21	1	0.0125	600.0	0	8178.0
47	42-43	1	0.0125	600.0	0	8178.0
48	2-4	0	0.0882	270.0	0	5965.0
49	14 15	0	0.0374	270.0	0	2884.0
50	46-10	0	0.0081	2000.0	0	10889.0
51	4-11	0	0.2246	240.0	0	14247.0
52	5-11	0	0.0915	270.0	0	6167.0
53	46-6	0	0.0128	2000.0	0	16005.0
54	46-3	0	0.0203	1800.0	0	24319.0
55	16-28	0	0.0222	1800.0	0	26365.0
56	16-32	0	0.0311	1400.0	0	36213.0
57	17-32	0	0.0232	1700.0	0	27516.0
58	19-25	0	0.0325	1400.0	0	37748.0
59	21-25	0	0.0174	2000.0	0	21121.0
60	25-32	0	0.0319	1400.0	0	37109.0
61	31-32	0	0.0046	2000.0	0	7052.0
62	28-31	0	0.0053	2000.0	0	7819.0
63	28-30	0	0.0058	2000.0	0	8331.0
64	27-29	0	0.0998	270.0	0	6672.0
65	26-29	0	0.0541	270.0	0	3894.0
66	28-41	0	0.0339	1300.0	0	39283.0
67	28-43	0	0.0406	1200.0	0	46701.0
68	31-41	0	0.0278	1500.0	0	32632.0
69	32-41	0	0.0309	1400.0	0	35957.0

unesp

n º	caminho	n º de linhas	reatância	fluxo máx.	linhas adicionadas	custo
70	41-43	0	0.0139	2000.0	0	17284.0
71	40-45	0	0.2205	180.0	0	13994.0
72	15-16	0	0.0125	600.0	0	8178.0
73	46-11	0	0.0125	600.0	0	8178.0
74	24-25	0	0.0125	600.0	0	8178.0
75	29-30	0	0.0125	600.0	0	8178.0
76	40-41	0	0.0125	600.0	0	8178.0
77	2-3	0	0.0125	600.0	0	8178.0
78	5-6	0	0.0125	600.0	0	8178.0
79	9-10	0	0.0125	600.0	0	8178.0

Apêndice C

Programação Linear Dual Simplex Usada no Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão

S. Marchiori F. Villarreal R. Romero

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – FEIS-UNESP
Av. Brasil, 56 – Centro – CEP 15385000, Ilha Solteira – SP

Resumo

O modelo DC usado no problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão é um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM). A maioria dos algoritmos usados para resolver este problema resolvem muitos problemas de programação linear (PL). A particularidade desse PL é que, na solução ótima, apenas algumas restrições de igualdade estão ativas. Este trabalho transforma o PL num problema equivalente, com uma única restrição de igualdade, a equação de balanço de potência ativa, e muitas restrições de desigualdade, e usa um algoritmo dual simplex canalizado e uma estratégia de relaxação para resolver esses PL's que inicia o processo de otimização com a única restrição de igualdade e, em cada passo, é adicionada a restrição mais violada. Os resultados encontrados mostram um desempenho superior da metodologia quando comparados com métodos do tipo primal simplex.

Palavras chave: planejamento de transmissão, dual simplex canalizado, relaxação.

Abstract

The DC model, which used in planning the expansion of transmission systems, is a mixed nonlinear integer programming problem. The majority of the algorithms used to solve the planning problem resolve many linear programming (LP) problems. One characteristic of these LP's is that a small number of inequality constraints are binding in the optimum solution. In this paper, the LP is transformed into an equivalent problem with a single equality constraint, called the equation for active power balance, and many inequality constraints. A dual simplex algorithm for bounded variables is used to solve this LP together with a relaxation strategy, that imposes a single equality constraint to begin the optimization process and, for each step, the most unsatisfied constraint is added to the solution process. The results demonstrate superior performance of modified LP when compared to primal simplex algorithms.

Keywords: transmission system planning, dual simplex bounded, relaxation.

1. INTRODUÇÃO

O problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo é um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM) e que ainda apresenta o fenômeno da explosão combinatorial. Muitos algoritmos foram propostos para resolver este problema complexo mas ainda é muito difícil encontrar configurações ótimas de sistemas de grande porte.

O problema de planejamento tem por objetivo determinar onde, quando e que tipos de equipamentos devem ser instalados no sistema elétrico, ao longo de um período, de modo a satisfazer as necessidades do crescimento da demanda e permitir adequadas condições de operação do sistema elétrico e o menor investimento possível.

Existem três tipos de algoritmos para resolver o problema de planejamento: algoritmos heurísticos construtivos, algoritmos de otimização clássica e algoritmos combinatoriais. Praticamente todos esses algoritmos resolvem problemas de programação linear como parte da estratégia de resolução desses algoritmos. Particularmente, os algoritmos combinatoriais tais como simulated annealing, algoritmo genético e tabu search usam algoritmos de PL milhares ou dezenas de milhares de vezes como parte do processo de resolução. Em outras palavras, mais de 90% do esforço computacional de um algoritmo combinatorial aplicado ao problema de planejamento de sistemas de transmissão é usado resolvendo problemas de PL. Portanto a utilização de um algoritmo de PL eficiente e robusto é crucial nestes tipos de algoritmos.

Neste artigo é apresentado um algoritmo de PL aplicado ao problema de planejamento de sistemas de transmissão. A metodologia proposta segue a lógica de um algoritmo de PL aplicado para operação de sistemas elétricos apresentado em [1]. A metodologia apresenta duas etapas: 1) redução do número de variáveis e das restrições de igualdade do problema, e 2) resolver o problema resultante usando um algoritmo dual simplex canalizado e a estratégia de relaxação. O problema

cm 1 2 3 4 5 6 7 8 unesp 12 13 14 15 16 17 18

resultante apresenta uma única restrição de igualdade e um número de restrições de desigualdade igual ao número de circuitos do sistema elétrico. Uma particularidade muito importante deste problema é que somente um número muito reduzido destas restrições de desigualdade estão ativas na solução ótima do problema. Assim, a estratégia mais adequada é usar relaxação iniciando a resolução do problema com a única restrição de igualdade e as restrições triviais de limite das variáveis de geração e incorporando em cada passo a restrição de desigualdade mais violada.

Este artigo é organizado como segue: primeiro é apresentado o problema de planejamento de sistemas de transmissão e a forma matemática do subproblema correspondente que é resolvido usando PL; depois é apresentado a transformação do problema de PL e as consequências dessa transformação; logo depois é apresentado o algoritmo de PL proposto e finalmente são apresentados testes ilustrativos que mostram o desempenho do algoritmo proposto.

2. PROBLEMA DE PLANEJAMENTO

Usando o modelo DC, o problema de planejamento estático de sistemas de transmissão assume a forma do seguinte problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM):

$$\min v = \sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_{i} \alpha_i r_i \qquad (1)$$

s.a.

$$B(x+\gamma^o)\theta + g + r = d$$
$$(x_{ij} + \gamma_{ij}^o)|\theta_i - \theta_j| \le (x_{ij} + \gamma_{ij}^o)\bar{\phi}_{ij}$$
$$0 \le g \le \bar{g}$$
$$0 \le r \le d$$
$$0 \le n_{ij} \le \bar{n}_{ij}$$

em que c_{ij} é o custo da adição de um circuito no ramo $i-j$, x_{ij} é a susceptância total adicionada no ramo $i-j$, $B(\cdot)$ é a matriz de susceptâncias, θ é o vetor de ângulos de barra, γ^o é o vetor de susceptâncias iniciais cujos elementos são γ_{ij}^o, isto é, a soma de susceptâncias dos circuitos no ramo $i-j$ na configuração base, n_{ij} é o número de circuitos adicionados no ramo $i-j$: $n_{ij} = x_{ij}/\gamma_{ij}$ em que γ_{ij} é a susceptância de um novo circuito, $\bar{\phi}_{ij} = \bar{f}_{ij}/\gamma_{ij}$ em que $\bar{f}_{ij}$ é o fluxo máximo de um circuito no ramo $i-j$, d é o vetor de demanda, g é o vetor de geração, $\bar{g}$ é o vetor de máxima capacidade de geração, r é o vetor de geradores artificiais e α é um parâmetro de penalidade associado com o corte de carga.

O problema (1) é um PNLIM complexo e que ainda apresenta o fenômeno da explosão combinatorial. Entretanto, para uma determinada configuração ou proposta de investimento n_{ij}^k, o problema (1) se transforma no seguinte problema de PL:

$$\min w = \sum_{i} \alpha_i r_i \qquad (2)$$

s.a.

$$B(x^k+\gamma^o)\theta + g + r = d$$
$$(x_{ij}^k + \gamma_{ij}^o)|\theta_i - \theta_j| \le (x_{ij}^k + \gamma_{ij}^o)\bar{\phi}_{ij}$$
$$0 \le g \le \bar{g}$$
$$0 \le r \le d$$

Todos os algoritmos heurísticos construtivos e todos os algoritmos combinatoriais realizam a estratégia de escolher ou encontrar uma configuração ou proposta de investimento e a seguir resolvem o PL mostrado em (2). Assim, em cada passo desses algoritmos, deve-se resolver um ou vários problemas de programação linear do tipo (2). Neste caso, o problema (2) simplesmente deve verificar a viabilidade de configuração proposta, isto é, a configuração proposta é factível se não

unesp

apresenta corte de carga. Também, deve-se observar que a formulação matemática apresentada em (2) é sempre factível devido as variáveis que representam os geradores artificiais ou cortes de carga r_i. Assim, uma configuração é factível em termos de planejamento se a solução de (2) não apresenta corte de carga e infactível se apresenta corte de carga. Assim, apresenta-se uma proposta para resolver de maneira mais eficiente o problema (2).

3. TRANSFORMAÇÃO DO PROBLEMA DE PL

Nesta seção é realizada a transformação do problema de PL mostrado em (2) num PL equivalente. Conhecida a configuração inicial definida pelo vetor γ_{ij}^{o} (ou n_{ij}^{o}) e uma proposta de investimento definida pelo vetor x_{ij}^{k} (ou n_{ij}^{k}) então o problema (2) assume a seguinte forma:

$$\min w = \sum_i r_i \tag{3}$$

s.a.

$$B\left(x^k + \gamma^o\right)\theta + g + r = d$$
$$\left|\theta_i - \theta_j\right| \le \overline{\phi}_{ij}$$
$$0 \le g \le \overline{g}$$
$$0 \le r \le d$$
$$\theta_i \qquad \text{irrestrito}$$
$$\forall (i,j) \in \Omega$$

em que Ω é o conjunto de todos os circuitos existentes na configuração corrente (circuitos existentes na configuração base e os circuitos adicionados). Sejam n_b o número de barras do sistema, n_l o número de tipos de circuitos (caminhos) existentes na configuração corrente, n_g o número de barras de geração e n_r o número de barras de carga. Portanto, o número de variáveis (incógnitas) do problema (3) é igual a $n_v = n_b + n_g + n_r$. Por outro lado o número de restrições do problema é igual a $n_{res} = n_b + 2n_l + n_g + n_r$ porque cada restrição com valor absoluto do tipo $\left|\theta_i - \theta_j\right|$ deve ser substituído por duas restrições. Portanto, um algoritmo do tipo primal simplex canalizado padrão trabalharia com uma base de tamanho $n_b + 2n_l$ e aquelas que usam implementações sofisticadas trabalhariam com uma base de tamanho $n_b + n_l$. Em ambos os casos, o tamanho da base é muito grande para sistemas reais incrementando o esforço computacional e os erros de arredondamento no algoritmo de PL.

É possível transformar o problema (3) no seguinte PL:

$$\min v = \sum_{i \in \Omega_3} \alpha_i r_i \tag{4}$$

s.a.

$$\sum_{i \in \Omega_4} g_i + \sum_{i \in \Omega_3} r_i = \sum_{i \in \Omega_3} d_i$$

$$-n \cdot \overline{f} \le G \cdot \begin{bmatrix} g \\ r \end{bmatrix} + P \le n \cdot \overline{f}$$

$$0 \le g \le \overline{g}$$
$$0 \le r \le d$$

em que n_{ij} é o número de circuitos existentes no caminho $i-j$ na configuração corrente.

unesp

O número de variáveis do problema (4) é menor que no problema (3) porque foram eliminadas as variáveis θ do problema. E ainda, o problema (4) apresenta outras características mais importantes tais como: 1) apresenta uma única restrição de igualdade que é a equação de balanço de potência, e 2) na solução ótima do problema a maioria das restrições do tipo $f_{ij}(g,r)$ não estão ativas (estão relaxadas). Normalmente no sistema elétrico, mesmo em problemas de planejamento, somente um número reduzido de circuitos estão operando no limite máximo o que corresponde a uma restrição ativa no problema (4); assim a maioria dos circuitos operam abaixo de seus limites máximos e suas correspondentes restrições devem estar relaxadas na solução ótima do problema (4).

O problema (4) apresenta $n_v = n_g + n_r \leq n_b$ variáveis. Assim, na solução ótima, normalmente devem estar ativas somente n_v restrições sendo uma delas a restrição de igualdades e as outras devem ser algumas restrições triviais de limite de geração ($0 \leq g \leq \overline{g}$ ou $0 \leq r \leq d$) e um número reduzido de restrições do tipo $f_{ij}(g,r)$. Portanto, a estratégia mais adequada é resolver o problema (4) usando um algoritmo dual simplex canalizado e relaxação. Assim, o processo de resolução é iniciado com a única restrição de igualdade e as restrições triviais de limites de geração, relaxando as restrições de fluxos $f_{ij}(g,r)$. Em outras palavras, o processo de resolução é iniciado com um PL com uma base de tamanho 1. Em cada passo do algoritmo é adicionado a restrição do tipo $f_{ij}(g,r)$ mais violada até verificar que todas as restrições relaxadas não estão mais violadas. Pode-se verificar através de testes experimentais e de argumentos teóricos que serão apresentados depois que o tamanho da base sempre é muito pequena comparada com o tamanho do problema e com o tamanho da base do problema (3) usando algoritmos do tipo primal simplex canalizado.

Demonstração da Transformação

Inicialmente, deve-se reduzir o sistema:

$$B\theta + g + r = d \tag{5}$$

em que B é uma matriz quadrada singular de dimensão $n_b \times n_b$. Sem perda de generalidade assumimos a barra n_b como a barra de folga e de referência. Assim, assumimos $\theta_{n_b} = 0$ e a última restrição, n_b deixamos temporariamente de lado. Seja B' a matriz reduzida de dimensão $(n_b - 1)\times(n_b - 1)$ com a linha e a coluna n_b de B eliminada. Assim, a matriz B' é não singular e, pode-se resolver o sistema resultante obtendo o seguinte:

$$\theta = (B')^{-1}(d - g - r) \tag{6}$$

Seja b'_k a linha k da matriz inversa $(B')^{-1}$. Assim um elemento do vetor θ, o elemento k, assume a seguinte forma:

$$\theta_k = b'_k(d - g - r) \tag{7}$$

Agora substituímos os valores de θ no seguinte conjunto de restrições:

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \overline{\phi}_{ij} \tag{8}$$

Deve-se observar que:

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \frac{\overline{f}_{ij}}{\gamma_{ij}} \tag{9}$$

em que $\overline{f}_{ij}$ é a capacidade máxima de um circuito em i - j e γ_{ij} é a susceptância de um circuito.

Para uma proposta de investimento, a segunda lei de Kirchhoff fornece:

$$f_{ij} = (\theta_i - \theta_j)\gamma_{ij}^{eq} \tag{10}$$

em que $\gamma_{ij}^{eq} = n_{ij} \cdot \gamma_{ij}$ (n_{ij} é o número de ramos existentes no caminho i - j).

Logo, em (8), temos:

unesp

$$\left|\left(\theta_i - \theta_j\right)\cdot \gamma_{ij}^{eq}\right| \le \frac{\overline{f}_{ij}}{\gamma_{ij}} \cdot \gamma_{ij}^{eq} \tag{11}$$

$$\left|\left(\theta_i - \theta_j\right)\cdot \gamma_{ij}^{eq}\right| \le n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \tag{12}$$

Assim:

$$-n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \le \left(\theta_i - \theta_j\right)\cdot \gamma_{ij}^{eq} \le n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \tag{13}$$

$$-n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \le f_{ij} \le n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \tag{14}$$

que pode ser escrita da seguinte forma:

$$-n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \le f_{ij}(g,r) \le n_{ij} \cdot \overline{f}_{ij} \tag{15}$$

ou

$$-n \cdot \overline{f} \le G \cdot \begin{bmatrix} g \\ r \end{bmatrix} + P \le n \cdot \overline{f} \tag{16}$$

em que G é uma matriz e P é um vetor conhecidos.

A matriz G é uma matriz cheia de dimensão $(n_l)\times(n_g + n_r)$ e uma linha da matriz G, corresponde à linha n_b da matriz B. Assim a restrição n_b do sistema $B\theta + g + r = d$ assume a seguinte forma:

$$b_{n_b}\theta + g_{n_b} + r_{n_b} = d_{n_b} \tag{17}$$

e substituindo (6) em (17), pode-se obter:

$$b_{n_b}\left(B'\right)^{-1}\left(d - g - r\right) + g_{n_b} + r_{n_b} = d_{n_b} \tag{18}$$

Pode ser provado que:

$$b_{n_b}\left(B'\right)^{-1} = \left[-1 \quad \ldots \quad -1\right] \tag{19}$$

Assim (6.17) assume a seguinte forma:

$$\sum_{i\in\Omega_4} g_i + \sum_{i\in\Omega_3} r_i = \sum_{i\in\Omega_3} d_i \tag{20}$$

em que Ω_3 é o conjunto de barras com carga e Ω_4é o conjunto de barras com geração. A equação (20) denominaremos de equação de balanço de potência.

Uma forma alternativa de se obter a equação de balanço de potência é somar todas as restrições de igualdade de (3), pois a matriz B é singular e a sua diagonal é a soma dos elementos da linha (ou coluna) com sinal contrário.

Portanto, o sistema de equações (16) e a equação (20) permitem obter um PL equivalente a (3) que assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{i\in\Omega_3} \alpha_i r_i \tag{21}$$

s.a.

$$\sum_{i\in\Omega_4} g_i + \sum_{i\in\Omega_3} r_i = \sum_{i\in\Omega_3} d_i$$

$$-n \cdot \overline{f} \le G \cdot \begin{bmatrix} g \\ r \end{bmatrix} + P \le n \cdot \overline{f}$$

unesp

$$0 \le g \le \bar{g}$$
$$0 \le r \le d$$

Exemplos Ilustrativos

Sistema de 06 Barras: os deste sistema são mostrados a seguir:

Níveis de Geração e Carga

Barra	Cap. De Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
1	150,0	50,0	80,0
2	0,0	0,0	240,0
3	360,0	165,0	40,0
4	0,0	0,0	160,0
5	0,0	0,0	240,0
6	600,0	545,0	0,0

Características de Linhas

N°.	Linha	Custo	Reatância (ohm)	Capacidade (MW)
1	1 - 2	40,0	0,40	100,0
2	1 - 3	38,0	0,38	100,0
3	1 - 4	60,0	0,60	80,0
4	1 - 5	20,0	0,20	100,0
5	1 - 6	68,0	0,68	70,0
6	2 - 3	20,0	0,20	100,0
7	2 - 4	40,0	0,40	100,0
8	2 - 5	31,0	0,31	100,0
9	2 - 6	30,0	0,30	100,0
10	3 - 4	59,0	0,59	82,0
11	3 - 5	20,0	0,20	100,0
12	3 - 6	48,0	0,48	100,0
13	4 - 5	63,0	0,63	75,0
14	4 - 6	30,0	0,30	100,0
15	5 - 6	61,0	0,61	78,0

Exemplo 1: Sistema de 06 Barras sem Redespacho da Geração

É mostrado o sistema de 06 barras de Garver para o caso em que não existe redespacho. A topologia mostrada na figura 1 corresponde a configuração ótima e, portanto, a resolução do PL deve indicar que não existe corte de carga.

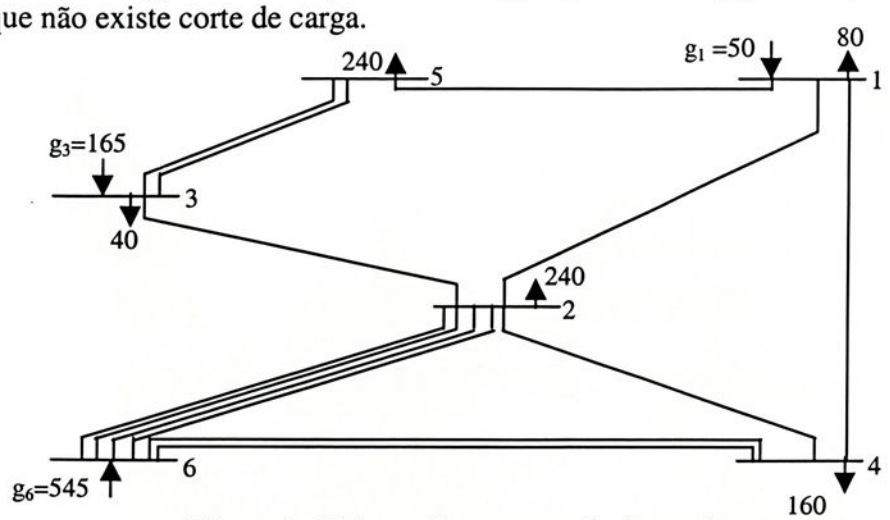

Figura 1: Sistema Garver sem Redespacho

Usando a formulação tradicional, com todas as variáveis originais, o problema de PL para a topologia da figura 1 assume a seguinte forma:

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \tag{22}$$

s.a.

$$\begin{array}{rrrrrrcr}
-9{,}1667\theta_1 & +2{,}5\theta_2 & & +1{,}6667\theta_4 & +5\theta_5 & & +r_1 = & 30 \\
2{,}5\theta_1 & -23{,}3333\theta_2 & +5\theta_3 & +2{,}5\theta_4 & 0 & +13{,}3333\theta_6 & +r_2 = & 240 \\
 & +5\theta_2 & -15\theta_3 & & +10\theta_5 & & +g_3 = & 0 \\
1{,}6667\theta_1 & +2{,}5\theta_2 & & -10{,}8334\theta_4 & 0 & +6{,}6667\theta_6 & +r_4 = & 160 \\
5\theta_1 & & +10\theta_3 & & -15\theta_5 & & +r_5 = & 240 \\
 & +13{,}3333\theta_2 & & +6{,}6667\theta_4 & & -20\theta_6 & +g_6 = & 0
\end{array}$$

$$-40 \le \theta_1 - \theta_2 \le 40$$
$$-48 \le \theta_1 - \theta_4 \le 48$$
$$-20 \le \theta_1 - \theta_5 \le 20$$
$$-20 \le \theta_2 - \theta_3 \le 20$$
$$-40 \le \theta_2 - \theta_4 \le 40$$
$$-30 \le \theta_2 - \theta_6 \le 30$$
$$-20 \le \theta_3 - \theta_5 \le 20$$
$$-30 \le \theta_4 - \theta_6 \le 30$$
$$0 \le r_1 \le 30$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 125$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 545$$
$$\theta_i \quad \text{irrestrito para } i = 1, \cdots, 6$$

O sistema apresenta 12 variáveis e 20 restrições. Se o sistema for resolvido usando um algoritmo primal simplex canalizado como o implementado no software MINOS, a base desse PL deve ser de um tamanho maior ou igual a 12. Resolvendo através do MINOS o sistema anterior apresenta a seguinte solução: $\theta_1 = 10{,}597$; $\theta_2 = 31{,}0939$; $\theta_3 = 18{,}6986$; $\theta_4 = 29{,}6986$; $\theta_5 = 0$; $\theta_6 = 57{,}8584$; $g_3 = 125$; $g_6 = 545$ e as demais variáveis iguais a zero.

Usando a formulação proposta, o problema assume a seguinte forma:

$$\min v = r_1 + r_2 + r_4 + r_5 \tag{23}$$

s.a.

$$r_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 670$$
$$-100 \le 0{,}1713r_1 - 0{,}2568r_2 - 0{,}0855g_3 - 0{,}1738r_4 - 0{,}2293g_6 + 84{,}2825 \le 100$$
$$-80 \le 0{,}0920r_1 - 0{,}1380r_2 - 0{,}0460g_3 - 0{,}2870r_4 - 0{,}1878g_6 + 76{,}2815 \le 80$$
$$-100 \le 0{,}7370r_1 + 0{,}3945r_2 + 0{,}1315g_3 + 0{,}4610r_4 + 0{,}4165g_6 - 190{,}55 \le 100$$
$$-100 \le 0{,}2630r_1 + 0{,}6055r_2 - 0{,}1315g_3 + 0{,}5390r_4 + 0{,}5835g_6 - 239{,}45 \le 100$$
$$-100 \le -0{,}0333r_1 + 0{,}4980r_2 + 0{,}0165g_3 - 0{,}2568r_4 - 0{,}0525g_6 + 30{,}1375 \le 100$$
$$-400 \le -0{,}0587r_1 + 0{,}0880r_2 + 0{,}0293g_3 - 0{,}4573r_4 - 0{,}7600g_6 + 53{,}8132 \le 400$$
$$-200 \le 0{,}2630r_1 + 0{,}6050r_2 + 0{,}8680g_3 + 0{,}5390r_4 + 0{,}5830g_6 - 239{,}33 \le 200$$
$$-200 \le 0{,}0593r_1 - 0{,}0887r_2 - 0{,}0293g_3 + 0{,}4560r_4 - 0{,}2400g_6 - 53{,}4603 \le 200$$

unesp

$$0 \le r_1 \le 30$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 125$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 545$$

Exemplo 2: Sistema de 06 Barras com Redespacho da Geração

É mostrado o sistema de 06 barras de Garver para o caso em que existe redespacho da geração. A topologia mostrada na figura 2 corresponde a configuração ótima e, portanto, a resolução do PL deve indicar também que não existe corte de carga.

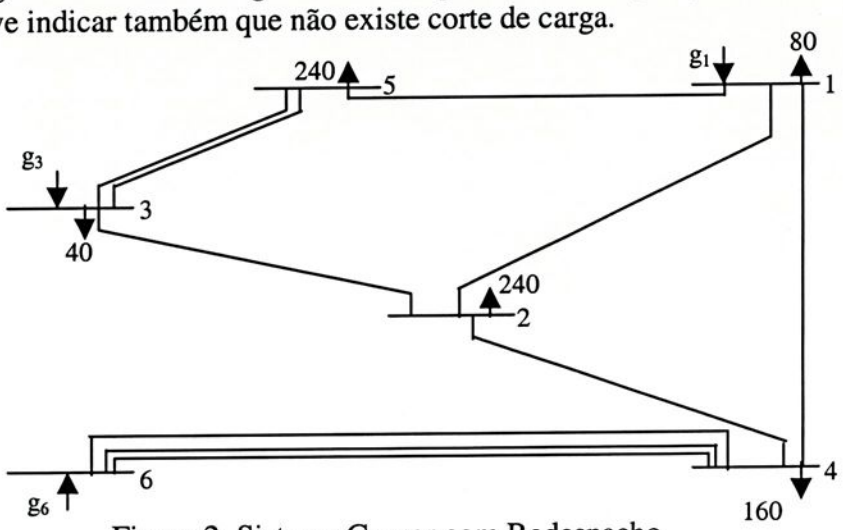

Figura 2: Sistema Garver com Redespacho

Usando a formulação tradicional, com todas as variáveis originais, o problema de PL para a topologia da figura 2 assume a seguinte forma:

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad (24)$$

s.a.

$$\begin{array}{rrrrrrcl}
-9{,}1667\theta_1 & +2{,}5\theta_2 & & +1{,}6667\theta_4 & 5\theta_5 & & g_1 = & 0 \\
2{,}5\theta_1 & -10\theta_2 & +5\theta_3 & +2{,}5\theta_4 & & & r_2 = & 240 \\
 & 5\theta_2 & -15\theta_3 & & +10\theta_5 & & g_3 = & 0 \\
1{,}6667\theta_1 & +2{,}5\theta_2 & & -14{,}1667\theta_4 & & +10\theta_6 & r_4 = & 160 \\
5\theta_1 & & +10\theta_3 & & -15\theta_5 & & r_5 = & 240 \\
 & & & 10\theta_4 & & -10\theta_6 & g_6 = & 0
\end{array}$$

$$-40 \le \theta_1 - \theta_2 \le 40$$
$$-48 \le \theta_1 - \theta_4 \le 48$$
$$-20 \le \theta_1 - \theta_5 \le 20$$
$$-20 \le \theta_2 - \theta_3 \le 20$$
$$-40 \le \theta_2 - \theta_4 \le 40$$
$$-20 \le \theta_3 - \theta_5 \le 20$$
$$-30 \le \theta_4 - \theta_6 \le 30$$

$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$
$$\theta_i \quad \text{irrestrito para } i = 1, \cdots, 6$$

O sistema apresenta 12 variáveis e 19 restrições. Se o sistema for resolvido através de um algoritmo primal simplex canalizado como o implementado no software MINOS a base desse PL deve ser de um tamanho maior ou igual a 12. Resolvendo através do MINOS, o sistema anterior apresenta a seguinte solução: $\theta_1 = 13{,}708$; $\theta_2 = -2{,}706$; $\theta_3 = 17{,}146$; $\theta_4 = 37{,}340$; $\theta_5 = 0$; $\theta_6 = 67{,}340$; $g_3 = 270{,}6$; $g_6 = 299{,}4$ e as demais variáveis iguais a zero.

Usando a formulação proposta, o problema assume a seguinte forma:

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad (25)$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$
$$-100 \le 0{,}1818 g_1 - 0{,}2727 r_2 - 0{,}0909 g_3 - 0{,}0909 r_4 - 0{,}0909 g_6 + 80 \le 100$$
$$-80 \le 0{,}0727 g_1 - 0{,}1091 r_2 - 0{,}0364 g_3 - 0{,}4364 r_4 - 0{,}4364 g_6 + 96 \le 80$$
$$-100 \le 0{,}7455 g_1 + 0{,}3818 r_2 + 0{,}1273 g_3 + 0{,}5273 r_4 + 0{,}5273 g_6 - 176 \le 100$$
$$-100 \le 0{,}2546 g_1 + 0{,}6182 r_2 - 0{,}1273 g_3 + 0{,}4727 r_4 + 0{,}4727 g_6 - 224 \le 100$$
$$-100 \le -0{,}0727 g_1 + 0{,}1091 r_2 + 0{,}0364 g_3 - 0{,}5636 r_4 - 0{,}5636 g_6 + 64 \le 100$$
$$-200 \le 0{,}2546 g_1 + 0{,}6182 r_2 + 0{,}8727 g_3 + 0{,}4727 r_4 + 0{,}4727 g_6 - 224 \le 200$$
$$-300 \le -g_6 \le 300$$
$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

4. ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO: ALGORITMO DUAL SIMPLEX CANALIZADO COM RELAXAÇÃO

Pode-se usar o seguinte algoritmo:

1. Ajustar os dados do sistema identificando as barras de geração e de carga. As barras ilhadas devem ser eliminadas do processo de resolução e nas barras que possuem geração e carga, deve-se reduzir para uma barra de geração ou de carga, levando em conta os valores de geração e carga.
2. Realizar o predespacho e montar o quadro dual simplex canalizado com uma base de tamanho um (a equação de balanço).
3. Identificar a restrição mais violada.
   Se não existe restrição violada, encontre as grandezas de interesse e pare o processo. Em caso contrário ir ao passo 4.
4. Introduzir a restrição mais violada no quadro dual simplex canalizado e reotimizar o quadro simplex com base reduzida. Voltar ao passo 3.

unesp

Predespacho

O predespacho é realizado através de passos sucessivos onde em cada passo é incrementada a geração de um gerador real até atingir seu limite máximo. O próximo gerador que deve ser escolhido para incrementar sua geração é aquele que elimina (ou diminui) a violação da restrição de fluxo mais violada. Assim, para verificar qual o próximo gerador que deve ser adicionado simplesmente, deve-se observar os coeficientes da matriz G.

Resolução dos Exemplos Ilustrativos

Sistema de 06 Barras sem Redespacho

Resolve-se o sistema de 06 barras sem redespacho, isto é, o sistema (23):

Deve-se observar que a barra 1 será uma barra de carga com $d_1 = 30$ e a barra 3 uma barra de geração com $\overline{g}_3 = 125$.

Predespacho: todos os geradores são fixados inicialmente no seu limite inferior. Verifica-se que o fluxo f_{23} (quarta restrição de fluxo) está mais violado e que o gerador 6 é o único que pode melhorar a violação. Assim fazemos $g_6 = 545$.

Após adicionar g_6, verifica-se que não existe restrição violada mas a equação de balanço de potência ainda não foi satisfeita. Agora incrementamos g_3 (o único disponível) até satisfazer a equação de balanço. Assim $g_3 = 125$.

Verifica-se novamente que não existe restrição violada e como a equação de balanço está satisfeita, então o problema foi resolvido somente no predespacho.

Uma análise mais detalhada permite concluir que aqueles problemas em que existe uma topologia que levará a uma solução sem corte de carga e, adicionalmente, o planejamento não permite o redespacho então a **solução do problema sempre termina no predespacho** e esta característica não depende do tamanho do problema. Em outras palavras, topologias que produzem cortes de carga $w = 0$ nos problemas sem redespacho terminam invariavelmente no predespacho e não precisam da parte de PL. Este fato é uma consequência de que a somatória de geração é igual a somatória de demanda e nenhuma restrição de fluxo está violada.

Sistema de 06 Barras com Redespacho

Resolve-se o sistema de 06 barras com redespacho, isto é, o sistema (25):

Deve-se observar que a barra 1 será uma barra de geração com $g_1 = 70$ e a barra 3 uma barra de geração com $\overline{g}_3 = 320$.

Predespacho: todos os geradores são fixados inicialmente no seu limite inferior. Verifica-se que o fluxo f_{23} (quarta restrição de fluxo) está mais violado e que os geradores 1 e 6 podem melhorar a violação (ver os coeficientes de g_1 e g_6). Assim fazemos $g_1 = 70$ (observe que talvez seja melhor adicionar g_6 pelo valor de seu coeficiente).

Após adicionar g_1, verifica-se que o fluxo f_{23} continua sendo o mais violado e, deve-se adicionar o gerador g_6. Entretanto a geração na barra 6 não pode ser levada ao seu limite superior pois violaria a equação de balanço. Assim, $g_6 = 570$ para satisfazer a equação de balanço.

Ainda no predespacho, verifica-se que o fluxo mais violado é f_{46} com uma violação de 270MW no limite inferior.

Primeira iteração do PL

Deve-se resolver o seguinte PL:

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \qquad (26)$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$

unesp

$$-300 \le -g_6$$
$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

em que foi adicionado uma restrição trivial (canalizada). Usando um algoritmo dual simplex canalizado, pode-se obter a solução: $g_1 = 70$; $g_3 = 270$; $g_6 = 300$ e as demais variáveis iguais a zero, o fluxo mais violado é o $f_{24} = -100{,}455$, violando seu limite inferior em –0,455. Os outros fluxos são: $f_{12} = 40{,}95$; $f_{14} = -39{,}6267$; $f_{15} = 68{,}78$; $f_{23} = -98{,}9$; $f_{35} = 169{,}36$ e $f_{46} = -300$.

Segunda iteração do PL

Deve-se resolver o seguinte PL:

$$\min v = r_2 + r_4 + r_5 \tag{27}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + g_3 + r_4 + r_5 + g_6 = 640$$
$$-300 \le -g_6$$
$$-100 \le -0{,}0727 g_1 + 0{,}1091 r_2 + 0{,}0364 g_3 - 0{,}5636 r_4 - 0{,}5636 g_6 + 64$$
$$0 \le g_1 \le 70$$
$$0 \le r_2 \le 240$$
$$0 \le g_3 \le 320$$
$$0 \le r_4 \le 160$$
$$0 \le r_5 \le 240$$
$$0 \le g_6 \le 600$$

Reotimizando o quadro dual simplex canalizado, obtem-se a seguinte solução: $g_1 = 70$; $g_3 = 270{,}6$; $g_6 = 299{,}4$ e as demais variáveis iguais a zero, não existindo mais restrição violada e termina o processo. Os fluxos, agora são: $f_{12} = 40{,}95$; $f_{14} = -39{,}3867$; $f_{15} = 68{,}54$; $f_{23} = -99{,}26$; $f_{24} = -100{,}0$; $f_{35} = 169{,}6$ e $f_{46} = -299{,}4$.

Nesse tipo de problema, quando existe redespacho e portanto a somatória da geração é maior que a somatória da demanda, e adicionalmente se a topologia não apresenta corte de carga, às vezes a resolução pode terminar no predespacho e em outras (como no exemplo) seriam necessárias algumas iterações do algoritmo de PL.

Para topologias que apresentam cortes de carga o algoritmo deve precisar de algumas iterações de PL, mas o tamanho da base sempre será muito pequena comparada com a base de um método do tipo primal simplex. Deve-se, observar que o custo computacional para montar o novo modelo matemático requer de inversão da matriz B'.

5. TESTES E RESULTADOS

Nesta seção, apresenta-se os resultados do corte de cargas onde o resultado do MINOS é usado como referência de precisão. É utilizado um sistema de tipo real, o sistema sul brasileiro de 46 barras e 79 circuitos, cujos dados estão disponíveis com os autores.

Uma vez que se observam diferenças no resultado final até mesmo entre duas implementações diferentes de uma mesma técnica da PL (soluções ótimas alternativas), os resultados podem ser considerados muito bons em relação ao resultado final (robustez do

unesp

algoritmo), já que a diferença entre os resultados se verifica somente na segunda casa decimal, quando considerado o corte percentual.

Tempo de Execução

O tempo de execução foi analisado em centésimos de segundo. A formulação proposta mostrou-se, com relação ao sistema sul brasileiro, mais eficiente que o MINOS (um software comercial) com um tempo bem abaixo como se pode ver na tabela.

Sistema Sul Brasileiro – 46 barras

Configuração	Tempo Alg. Proposto (seg)	Tempo MINOS (seg)
Disponível com os autores	0,06	0,22

Uso da Formulação Proposta num Algoritmo de Planejamento

Praticamente todos os algoritmos de planejamento de sistemas de transmissão, heurísticos, de otimização clássica e combinatoriais, resolvem de maneira iterativa problemas de PL, ou seja, a utilização desses modelos implica na resolução de um número elevado de PL's que são resultantes de diversas estratégias adotadas por esses algoritmos. Portanto, nos algoritmos de planejamento, especialmente nos algoritmos heurísticos e combinatoriais, praticamente todo o esforço computacional é utilizado para resolver problemas de PL sucessivamente. Por exemplo, temos o **algoritmo de mínimo corte de carga** proposto em [10] que é um algoritmo heurístico que vamos usar para realização de testes da formulação proposta.

Foram realizados testes com o sistema de 46 barras e 79 circuitos candidatos (sistema sul brasileiro) a partir da configuração básica com redespacho.

Os testes foram realizados com a algoritmo de mínimo corte de carga utilizando primeiramente a formulação proposta para resolver os PL's e em seguida utilizando o MINOS para resolver os PL's para que as comparações pudessem ser feitas.

N°	Circuito adicionado	N° de restrições adicionadas	N° de fase de PL	Tempo algoritmo proposto (seg)	Corte	Tempo MINOS (seg)
Fase I:						
1	***	5	36	0,0	2278,2	0,11
2	40 - 41	6	44	0,06	2278,2	0,16
3	28 - 41	7	21	0,06	1835,2	0,16
4	9 - 10	6	18	0,0	1835,2	0,17
5	10 - 46	7	24	0,0	1687.2	0,16
6	24 - 25	7	24	0,0	1687,2	0,11
7	21 - 25	5	22	0,0	1158,6	0,17
8	3 - 46	5	22	0,0	1158,6	0,17
9	2 - 3	4	19	0,0	731,8	0,17
10	42 - 43	3	18	0,05	642,6	0,17
11	2 - 3	2	11	0,05	547,5	0,16
12	20 - 21	5	24	0,0	55,0	0,17
13	19 - 25	3	21	0,0	0,0	0,17
Fase II:	**simulando retirada**					
14	28 - 41	3	15	0,0	0,0 *	0,17
15	19 - 25	6	22	0,06	94,4	0,16
16	3 - 46	5	14	0,05	468,2	0,22
17	21 - 25	2	8	0,05	68,8	0,16
18	10 - 46	3	10	0,0	0,0 *	0,11
19	9 - 10	4	11	0,06	0,0 *	0,16
20	42 - 43	1	7	0,0	479,7	0,11
21	20 - 21	1	4	0,06	605,9	0,11
22	24 - 25	0	0	0,05	460,2	0,11
23	40 - 41	3	8	0,0	0,0 *	0,11
24	2 - 3	2	11	0,05	197,5	0,11

unesp

Os * indicam que os circuitos indicados foram retirados. Assim, o algoritmo de mínimo corte de carga resolve o problema de planejamento após resolver 24 problemas de PL's e adicionando 8 circuitos na configuração base. O quadro resume as adições e retiradas de circuitos:

Circuito adicionado	N º de circuito adicionado	Circuito retirado
40 - 41	1	1
28 - 41	1	1
9 - 10	1	1
10 - 46	1	1
24 - 25	1	
21 - 25	1	
3 - 46	1	
2 - 3	2	
42 - 43	1	
20 - 21	1	
19 - 25	1	

Assim o algoritmo de mínimo corte de carga adicionou 12 circuitos na fase I e retirou 4 desses circuitos na fase II, obtendo um investimento de V = 124078 milhares de dólares. A vantagem do algoritmo proposto em esforço computacional quando comparado com o sofware MINOS é evidente mesmo que nossa implementação computacional não seja eficiente.

6. CONCLUSÕES

Pode-se mencionar as seguintes conclusões:

1. A formulação proposta apresenta duas características claramente diferenciadas: (1) transformação do problema visando a redução de variáveis e das restrições de igualdade encontrando um problema equivalente que tem apenas uma restrição de igualdade (a equação de balanço de potência ativa) e um conjunto de restrições de desigualdade igual ao número de circuitos existentes no sistema, e (2) uso de um algoritmo dual simplex canalizado usando relaxação para resolver o problema modificado;
2. O grande atrativo do problema modificado é que poucas restrições de desigualdade estão ativas na solução ótima do problema (somente aquelas restrições dos circuitos que estão operando no limite) e, portanto, a técnica de relaxação torna-se particularmente eficiente;
3. A formulação proposta foi incorporada num algoritmo heurístico construtivo, usado no planejamento da expansão de sistemas de transmissão, o algoritmo de mínimo corte de carga. Os resultados obtidos usando um sistema real, o sistema sul brasileiro, mostra um desempenho eficiente da formulação proposta;
4. Obviamente, o desempenho computacional da formulação proposta é mais eficiente que qualquer proposta de solução que resolva o PL usando um algoritmo primal simplex com um número elevado de restrições. O programa computacional elaborado, mesmo não tendo a sofisticação de programação de um software comercial, é mais rápido que o software MINOS.
5. Em relação à proposta apresentada por Gandini [9], a formulação proposta apresenta a grande vantagem de não usar multiplicadores dual simplex para identificar restrições violadas tornando o algoritmo proposto num algoritmo robusto, pois ele opera sem problemas mesmo quando existem comportamentos atípicos no problema de PL tais como soluções ótimas alternativas no problema dual (ótimos alternativos nas variáveis duais). Entretanto apresenta a desvantagem de precisar inverter a matriz B de forma explícita.

unesp

Bibliografia

[1] *B. Stott, J.L. Marinho*: "Linear Programming for Power Systems Network Security Applications", IEEE Transactions on Power Apparatus Systems, Vol. PAS-98, N.º 3, May-June, 1979.

[2] *R. Fischl*: "Optimal System Expansion Planning: A Critical Overview", ERDA & EPRI Conf., Henniker, 1975.

[3] *R.* Romero, *R.A. Gallego, A Monticelli*: "Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, N.º 1, pp 364-369, February 1996.

[4] *R.A. Gallego, A.B. Alves, A. Monticelli, R. Romero*: "Parallel Simulated Annealing Applied to Long Term Transmission Network Expansion Planning", IEEE PES Winter Meeting, Baltimore, Maryland, January 1996.

[5] *L.L. Garver*: "Transmission Network Estimation Using Linear Programming", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-89, pp 1688-1697, September-October, 1970.

[6] *M.V.F.* Pereira, *L.M.V.G. Pinto, S.H.F. Cunha, B.J. Parker, G.C. Oliveira*: "A Decomposition Approach to Automated Generation/Transmission Expansion Planning", IEEE Trans. Power App. Systems, Vol. PAS-104, N.º 11, November 1985.

[7] *R. Romero and A. Monticelli*: "A Zero-One Implicit Enumeration Method for Optimizing Investments in Transmission Expansion Planning", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, N.º 3, August, 1994.

[8] *A. Monticelli, A. Santos Jr., M.V.F. Pereira, S.H. Cunha, B.J. Parker, J.C.G. Praça*: "Interactive Transmission Network Planning Using a Least-Effort Criterion", IEEE Trans. Power App. Systems, Vol. PAS-101, N.º10, October, 1982.

[9] *A. C. Gandini*: "Método de Programação Linear Dual para o Cálculo do Corte de Cargas em Planejamento de Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica", Tese de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, abril de 1998.

[10] *M.V.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto*: "Aplication of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansin Planning", IEEE Transaction on Power Appratus and Systems, Vol. PAS-104, N.º 2, pp 381-389, February, 1985.

AGRADECIMENTOS

Esta pesquisa conta com o apoio financeiro da FAPESP através do projeto n º. 97/03571-4.

Os autores também agradecem o professor Alcir Monticelli pelas críticas construtivas realizadas em relação ao algoritmo proposto.

unesp

Bibliografia

[1] *B. Stott, E. Hobson*: "Power System Security Control Calculation Using Linear Programming, Part I", IEEE Transactions on power Apparatus and Systems., Vol. PAS-97, N.º 5, September-October, 1978.

[2] *B. Stott, E. Hobson*: "Power System Security Control Calculation Using Linear Programming, Part II", IEEE Transactions on power Apparatus and Systems., Vol. PAS-98, N.º 6, November-December, 1978.

[3] *B. Stott, J.L. Marinho*: "Linear Programming for Power System Network Security Applications", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-98, N.º 3, May-June, 1979.

[4] *P. Wolfe, L. Cutler*: "Experiments in Linear Programming", Recent Advances in Mathematical Programming, R.L. Graves and P. Wolfe Eds., McGraw-Hill, New York, pp 177-200, 1963.

[5] *H.M. Wagner*: "The Dual Simplex Algorithm for Bounded Variables", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 5, pp 257-261, 1958.

[6] *I.G. Maros*: "A General Phase-I Method in Linear Programming", European Journal of Operational Research, 23(1), pp 64-77, 1986.

[7] *C.B. Millham*: "Fast Feasibility Methods for Linear Programming", OPSEARCH 13, 3-4, pp 198-204, 1976.

unesp

[8] *L.L. Garver*: "Transmission Network Estimation Using Linear Program-ming",IEEE Trans. Power APP. Syst., Vol. PAS-89, pp 1688-1697, September-October, 1970.

[9] *A. Monticelli, A. Santos Jr., M.V.F. Pereira, S.H. Cunha, b.J. Parker, J.C.G. Praça*: "Interactive Transmission Network Planning Using a Least-Effort Criterion, IEEE Trans. Power App. Systems, Vol. PAS-101, N.º10, October, 1982.

[10] *M.V.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto*: "Aplication of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Expansin Planning", IEEE Transaction on Power Appratus and Systems, Vol. PAS-104, N.º 2, pp 381-389, February, 1985.

[11] *R. Romero, R.A. Gallego, A Monticelli*: "Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, N.º 1, pp 364-369, February 1996.

[12] *R.A.Gallego, A. Monticelli, R. Romero*: "Comparative Studies of Non-Convex Optimizatin Methods for Transmission System Expansion Planning", artigo aceito para apresentação em IEEE Power Industry Computer Application Conference, PICA, Columbus, OhIO, May 1997.

[13] *M.S. Bazaraa, J.J. Jarvis, H.D. Sherali*: "Linear Programing", Linear Programming and Network Flows, John Wiley and Sons, 1983.

[14] *K.G. Murty* : "Linear Programming", John Wiley and Sons, 1983.

[15] *F. Hillier, G.J. Lieberman*: "Introduction to Operations Research", McGraw-Hill Publishing Company, 1990.

[16] *A. Monticelli*: "Fluxo de Carga em Redes De Energia Elétrica", Editora Edigar Bucher Ltda, 1983.

[17] *A. C. Gandini*: "Método de Programação Linear Dual para o Cálculo do Corte de Cargas em Planejamento de Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica", Tese de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, abril de 1998.

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
AV. BRASIL, 56 - CAIXA POSTAL 31
15385-000 - ILHA SOLTEIRA - SP