

A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA DO PROJETO ÁBACO

Fátima Aparecida Soares (Gepem - Unesp)
Mário Roberto da Silva (IGCE - Unesp)

EIXO 9: Materiais pedagógicos no ensino e na formação de professores

INTRODUÇÃO

Segundo o PCN, a função do ensino de Matemática consiste em ajudar na formação

[...] de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção do conhecimento em outras áreas curriculares (BRASIL, 2000, p. 29).

Ou seja, no desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno e na aplicabilidade desse conhecimento em situações reais e em outros campos da ciência, constituindo-se num importante conteúdo interdisciplinar, que, no entanto, não é devidamente contemplado na formação do professor alfabetizador.

Um dos possíveis motivos para a existência de um quadro de dificuldades, tanto para o professor alfabetizador quanto para o aluno do ensino fundamental, é o fato dos cursos de pedagogia não enfatizarem a didática da matemática em suas grades curriculares. Tal falha na formação docente foi observada por Bragagnolo (2001) ao identificar que a grande maioria dos professores da rede pública da cidade Florianópolis não apresentava uma concepção adequada do ensino de Matemática e procurava evitar esses conteúdos, o que, por sua vez, se reflete na formação deficiente do aluno, gerando um círculo de dificuldades pedagógicas. Segundo a pesquisadora, muito embora exista uma constante preocupação com a alfabetização da Língua Portuguesa, o mesmo não se verifica com relação ao ensino de Matemática nas primeiras séries de escolaridade. Nas atividades pedagógicas junto aos professores da rede municipal de educação de Florianópolis, a pesquisadora percebeu que muitos destes professores não apresentavam clareza dos fundamentos da matemática e o conhecimento que demonstravam ter sobre o conteúdo matemático das séries iniciais era muito restrito, além de reclamações quanto à carência de materiais didáticos, livros e cursos de formação periódicos para suprir essas falhas sobre conhecimento matemático. É provável que muitos alunos com formação deficiente em

aritmética compoñham a sala de aula nos vários estágios da escolaridade, do fundamental ao ensino superior, devido a um processo educativo caracterizado por currículos que privilegiam o conteúdo em detrimento dos conceitos, muitas vezes sem a preocupação com o desenvolvimento do raciocínio. Segundo essa concepção, para aprender aritmética não é preciso pensar, apenas mecanizar procedimentos, sem necessariamente entendê-los.

Assim, o que se observa para o ensino da Matemática no nível fundamental são duas situações diferentes, ou até contraditórias. De um lado, o que preconiza o PCN, que classificamos como situação ideal e de outro, uma situação real e muito diferente nas salas de aula, onde a aprendizagem se faz por meio de um treinamento mecanizado de procedimentos. O aluno é continuamente pressionado a resolver problemas formulados de modo que o procedimento a ser utilizado esteja explícito, dispensando-o da tarefa de raciocinar diante de uma questão. O que se observa nas salas de aula, de modo geral, é um quadro onde o professor fala, o aluno escuta, o professor dita, o aluno copia. Há uma crença de que o conhecimento pode ser transmitido, depositado na mente do aluno. É o mito da transmissão do conhecimento, cuja situação faz com que o aluno renuncie ao direito de pensar e, portanto, desista de sua cidadania. Nesta pedagogia, o professor nunca aprenderá e o aluno nunca ensinará. (BECKER, 2001).

Exemplificando que há falhas na apropriação dos conceitos da aritmética pelos alunos e que isso não é característico somente do processo de ensino aprendizagem brasileiro, existem alguns estudos, como o de Brown (1981) dentro do programa inglês de pesquisa Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS), que revelam uma série de dificuldades com os números naturais, que muitas vezes se supõem associadas apenas ao ensino de matemática nas séries iniciais, mas que frequentemente se manifestam até o final do ensino fundamental, denotando que o problema pode estar relacionado à abordagem dos conteúdos desse item da Matemática. No estudo de Brown (1981), quando foi pedido aos alunos ingleses para escrever com algarismos o numeral quatrocentos mil e setenta e três, o índice de acerto para a idade de 12 anos foi baixo (42%). Em outra questão, na qual era pedido o valor relativo do algarismo 2 no numeral 521.400, a percentagem de respostas corretas foi de apenas 22%. Numa outra questão, que se pedia para fazer a operação de subtração $2.312 - 547$, o índice de acerto foi de 61%. Estes índices nos parecem bastante baixos, porém, o que mais chama a atenção é o fato do índice de acerto da subtração

(61%) ser aproximadamente 3 vezes o índice relativo ao valor posicional dos algarismos (22%), o que pode indicar uma mecanização do algoritmo, em detrimento da compreensão dos conceitos.

Além das dificuldades na formação original e da falta de continuidade desta formação quanto aos conteúdos programáticos de Matemática, que nas séries iniciais está focado na aritmética, o professor alfabetizador depara-se com um universo infantil (pelo menos até as primeiras séries do ensino fundamental), que apresenta poucas oportunidades e talvez nenhuma necessidade de controle do número de componentes de uma coleção. Contar, então, é um interesse não endógeno da criança e ainda que se empenhe em contagens, é uma atividade desprovida de sentido. Estamos nos referindo, aqui, a coleções com mais de cinco ou seis componentes (números não perceptuais). Neste processo de ensino-aprendizagem, frequentemente questões linguísticas são tratadas como se fossem demandas da matemática ao considerar a sequência numérica como uma recitação de nomes e não como um conceito matemático. Os nomes dos numerais, bem como os signos algarismos, por serem arbitrários são, de fato, questões linguísticas e podem ter o seu aprendizado adiado sem prejuízo do conhecimento matemático, pois da forma como é ensinado em nada contribuem para o desenvolvimento cognitivo e conceitual.

A necessidade de contar é resultado da organização social do homem em seu longo processo histórico e embora os conceitos de contagens e representação numérica tenham evoluído de forma natural a partir de seu momento original, essas realizações coletivas, frutos de desafios enfrentados com grandes esforços, hoje nos são apresentadas na forma acabada e elegante e quase sempre numa ordem bem diferente daquela trilhada no processo histórico de descoberta. Situar a origem histórica da contagem e dos números de uma forma lúdica constitui-se em um valioso instrumento para o ensino aprendizagem, permitindo a compreensão da origem destas idéias, que tanto influenciaram nossa cultura, observando também os aspectos humanos do seu desenvolvimento, isto é, enxergar os homens que as criaram considerando as circunstâncias em que elas se desenvolveram, estabelecendo conexões com a história, a filosofia, a geografia e várias outras manifestações da cultura. O domínio do pastoreio, por exemplo, contribuiu para que os povos primitivos elaborassem vários sistemas de contagem e representação de quantidades. O homem primitivo controlava seus rebanhos

estabelecendo uma relação entre pedra e ovelha, provavelmente valendo-se dos dedos das mãos, de pedras coloridas.

Da mesma forma, a criança utiliza-se da manipulação de objetos no início da aquisição de habilidades para realizar operações aritméticas. Segundo os estudos do psicólogo suíço Jean Piaget (1983), a criança utiliza-se da manipulação de objetos no início da aquisição de habilidades em realizar operações aritméticas. É essa experiência com materiais concretos que lhe permite, posteriormente, o raciocínio abstrato, porém, não basta oferecer objetos concretos para que ela crie o conceito de contagem: é necessário envolvê-la em situações-problema que lhe permita raciocinar e também em atividades nas quais sejam possíveis as ações e reflexões que auxiliem a compreensão.

Não se preconiza, desse modo, apenas uma transmissão de conhecimentos e sim a oferta de oportunidades para o aluno manipular materiais concretos, vivenciando de forma lúdica os problemas de controle do número de componentes de uma coleção enfrentados pelos ancestrais e com a intervenção do professor buscar soluções para tal problema, “(...), pois não se trata de dizer, simplesmente, ao aluno *o que* disseram ou fizeram (...) mas *como* o fizeram, isto é, *pensar com sua metodologia*.” (BECKER, 2001, p. 93, grifo do autor).

É importante ressaltar que o ensino dos algoritmos aritméticos nas séries iniciais deve ser considerado não apenas como uma ferramenta de produtividade para um calculista, já que as calculadoras eletrônicas cumprem esta função com propriedade e sim, como uma oportunidade para aluno do ensino fundamental operar com o sistema posicional, levando-o a um desenvolvimento cognitivo, que nesta idade deve partir de operações concretas. Dentre os vários materiais concretos possíveis de serem ofertados aos alunos, destaca-se o ábaco e apesar de ser um dos primeiros instrumentos construídos pelo homem para auxiliar nas operações aritméticas, com o surgimento de outros instrumentos de cálculos mecânicos e posteriormente, eletrônicos, seu uso diminuiu drasticamente, até mesmo no Oriente, onde sua difusão era considerável. Essa mudança ocorreu em função da facilidade e da rapidez permitidas pelo uso da calculadora, desprezando-se o desenvolvimento intelectual proporcionado pela utilização do ábaco. A esse respeito, Silva (2005) verificou um ganho médio de 45,9% no desempenho de alunos em testes das quatro operações fundamentais, após estas terem sido trabalhadas utilizando-se o soroban (ábaco japonês)

em seis sessões com carga horária total de 51 horas. Todos os alunos tiveram ganhos positivos, sendo mais beneficiados os alunos que apresentaram os menores desempenhos no pré-teste. A melhora nos resultados dos alunos após a utilização desse instrumento pode ser devido ao uso simultâneo de duas bases numéricas, base 5 e base 10, pois ao aprender, ou usar duas bases simultaneamente, o aluno se apropria da essência da notação posicional, que é sua natureza multiplicativa.

HISTÓRICO

A proposta para este trabalho originou-se de atividades-piloto implementadas a partir da solicitação de uma professora para um trabalho de apoio ao ensino de Matemática em uma sala de segundo ano do ensino fundamental de uma escola pública de Rio Claro. Para atender à solicitação foram programadas atividades de ensino-aprendizagem, utilizando-se uma abordagem histórico-cultural, por meio de vivência de papéis, colocando o aluno diante das situações problemas que provavelmente conduziram a humanidade ao desenvolvimento dos conceitos de contagem e de representação numérica. Aliada a esta experiência do pesquisador está a sua atuação no ensino universitário, na qual surgem problemas relacionados a falhas na formação fundamental. Os estudantes universitários com os quais o pesquisador tem contato ao ministrar a disciplina Microprocessadores, embora consigam efetuar multiplicações e divisões na base 10, frequentemente apresentam uma enorme dificuldade em implementar tais algoritmos em um computador que manipula os números na base 2, ainda que dominem a linguagem da máquina, podendo isso denotar uma incompreensão conceitual desses algoritmos. Tal dificuldade provavelmente surgiu já no início da escolarização, na compreensão do sistema numérico posicional e manteve-se oculto, até então, pelo fato do aluno ser capaz de representar números na base 10 e executar algoritmos de multiplicação-divisão nesta base.

O pesquisador teve oportunidade de observar como surgem tais falhas conceituais no aprendizado da notação posicional ao atender a solicitação desta professora do ensino fundamental. Durante o período de duração das atividades, o pesquisador percebeu que há, nesse início de escolarização, uma excessiva preocupação para que o aluno adquira as habilidades nas operações aritméticas, que se sobrepõe à compreensão dos algoritmos e à

necessidade de uma real compreensão do sistema posicional. Tal necessidade foi questionada por Kamii (1992, p. 87), que estabelece sua convicção a partir do insucesso dos alunos em responder qual o valor posicional dos algarismos que compõem os numerais, sem considerar o processo educacional ao qual os alunos foram submetidos antes dos testes. No entanto, observamos nas intervenções na sala de aula, quando foi solicitado aos alunos vivenciarem o papel de um pastor na tarefa de controlar um rebanho, que foi natural o estabelecimento da **correspondência um a um** entre o rebanho e um conjunto de controle (pedras) e a proposição de **agrupamentos** e a **troca de quantidade** (do agrupamento) **por uma unidade de outra qualidade**. Esses conceitos grifados constituem-se, de fato, no essencial para a aritmética.

A partir do observado no projeto piloto, no ano seguinte foram feitas reflexões, contemplando também as falhas conceituais dos estudantes universitários, que subsidiaram a elaboração do projeto a ser realizado em uma escola municipal, onde foram implementadas cinco ações pedagógicas, detalhadas no item “procedimentos”, que colaborassem para o entendimento dos conceitos relacionados acima.

OBJETIVOS

Estabelecer uma série de procedimentos facilitadores do aprendizado no ensino fundamental sobre o conceito de notação posicional multiplicativo nas representações numéricas e seu uso nas operações aritméticas, seus algoritmos e suas propriedades (comutativas, associativas, distributivas), com o uso de materiais concretos, tais como, palitos coloridos de sorvete, réplicas de cédulas e moedas, máquinas somadoras-subtratoras mecânicas e ábacos, por meio de abordagem histórico-cultural, que permite refazer a trilha do processo de descobertas.

As questões linguísticas representadas pelos nomes dos numerais na sequência numérica e pelos signos (algarismos) usados na sua representação devem ser adiadas sem prejuízo do conhecimento matemático.

MATERIAL E MÉTODO

Sujeitos:

No primeiro ano de execução do projeto, os sujeitos foram constituídos por setenta alunos do ensino fundamental, divididos em duas salas de segundo ano, aos quais foram acrescentados, posteriormente, trinta e cinco alunos de uma sala de quarto ano de uma escola municipal de Rio Claro. No segundo ano, os sujeitos foram constituídos por aproximadamente sessenta e cinco alunos, divididos em três salas de primeiro, segundo e uma sala seriada composta de alunos do terceiro e quarto anos de uma escola municipal rural de Rio Claro. Além dos alunos, incluem-se como sujeitos as professoras das salas que foram escolhidas por adesão voluntária após reuniões entre todo o quadro docente da escola para esclarecimento da proposta e no último ano, incluem-se também duas bolsistas, alunas do curso de Pedagogia da UNESP.

Materiais

Os materiais utilizados foram: palitos coloridos de sorvete, réplicas de cédulas e moedas, miniaturas de produtos para simulações de compra-venda, figuras de pastores, ovelhas e lobos, ábacos e calculadoras mecânicas.

Procedimentos

Inicialmente, as ações pedagógicas seriam precedidas de um trabalho preliminar com as professoras, no qual se discutiriam as formas de intervenção que incluiriam as docentes. As intervenções deveriam ser centradas no diálogo entre os alunos, no sentido de identificar ou despertar conflitos cognitivos que contribuíssem para um movimento dos alunos em direção à solução das situações-problema. Após as implementações, estas ações seriam analisadas em conjunto com as professoras, orientando as próximas ações ou eventualmente, reformulando-as para novas implementações. No segundo ano, as monitoras também participaram destas atividades. Embora tais ações coordenadas pelos pesquisadores fossem implementadas por todos, no segundo ano, em alguns momentos eram conduzidas apenas pelas monitoras, permitindo um contato mais reservado entre professoras e pesquisadores que podiam dirimir dúvidas e ressaltar os aspectos mais relevantes da abordagem.

AS CINCO AÇÕES

Primeira ação

Com o intuito de situar os alunos no contexto do surgimento da contagem, foi estimulada a interação e não apenas o contato com o problema original para que, a partir dele, a criança se empenhasse em um processo de descoberta, em uma vivência de papéis (role play). Para a contextualização, narramos a evolução dos homens até o desenvolvimento de técnicas de pastoreio há cerca de 10.000 anos. Por meio da técnica de role-play, os alunos vivenciaram de forma lúdica e concreta a situação-problema dos pastores para identificar o retorno ou não de todas suas ovelhas ao aprisco, usando para isso figuras recortadas de ovelhas e lobos. Inicialmente, uma atenção especial foi prestada ao aparecimento do conceito de **correspondência um a um** entre o rebanho e outro conjunto de controle, como marcas gráficas, ou outros objetos tais como pedras, gravetos, ossos, que foram, então, substituídos pelos palitos de sorvete assim que o conceito surgiu. Com o aumento do número de ovelhas, as atenções voltaram-se para o conceito de **agrupamento** e para que isso ocorresse, os pesquisadores chamaram a atenção dos alunos para o inconveniente da manipulação da coleção de controle igualmente aumentada. A seguir, essa inconveniência pôde ser, ainda mais, diminuída com a introdução da **troca de um grupo** de palitos da coleção de controle **por outro palito de outra qualidade**, no caso, a cor do palito. Dessa forma, a intervenção do professor teve prosseguimento pela valorização dessa solução, de modo que esta se repetisse diante de problemas semelhantes e a oferta de palitos de cores diferentes contribuiu para isso. A partir da aquisição desses conceitos, os alunos foram conduzidos pela mesma trilha histórica até a eleição do número de dedos das mãos como base para os agrupamentos e trocas.

Segunda ação

Nesse segundo momento, foi realizada a vivência de papéis dos envolvidos na separação (subtração) de um grupo de ovelhas para compor o dote de noivos e o ajuntamento destes dotes (adição) para compor o patrimônio da nova família. Os alunos vivenciaram então os papéis dos pais, dos noivos e casamenteiros que se deslocavam entre as moradias das famílias levando apenas as coleções de controle (palitos coloridos) de suas posses e dos dotes ofertados. As operações de adição e subtração foram

executadas pelos alunos com o auxílio dos palitos coloridos, quando, então, tiveram a oportunidade de efetuar as trocas de quantidade pela qualidade nas propagações de transbordo-empréstimo nas adições-subtrações. Foi tomado o cuidado de manter as cores dos palitos organizadas em posições fixas, já como uma preparação para a notação posicional, embora não se exigisse isso dos alunos. Muitas outras situações envolvendo operações de adição-subtração puderam ser apresentadas aos alunos para a vivência de papéis e o uso de réplicas de cédulas e moedas contribuiu para a compreensão da troca de quantidade pela qualidade devido ao fato das crianças já manipularem dinheiro verdadeiro em seu dia-a-dia e da importância social dada a esse instrumento. Com o objetivo de tornar mais fácil a transferência da habilidade com o sistema monetário ao nosso sistema na base 10, optamos por oferecer apenas as moedas de 0,01 , 0,10 e 1 Real e das cédulas de 1 , 10 e 100 Reais.

Terceira ação

A adição sucessiva de parcelas iguais (multiplicação) foi apresentada arranjando-se os palitos na forma de reticulados, de modo a permitir a percepção das propriedades comutativa, distributiva e associativa. A divisão foi igualmente apresentada na forma de subtração sucessiva de parcelas iguais. Como uma preparação para o desenvolvimento dos algoritmos, a multiplicação-divisão pela base 10 foi demonstrada com o auxílio dos palitos coloridos, que resulta na troca da cor de todos os palitos.

Quarta ação

As somadoras-subtratoras mecânicas foram apresentadas aos alunos desnudando-se seus mecanismos internos, de modo a proporcionar uma desmistificação da maneira como ocorre a adição/subtração, permitida pela observação do que ocorre em suas engrenagens, bem como do mecanismo de propagação para os algoritmos seguintes. A livre manipulação dos elementos das máquinas (teclas, alavancas e manivela) permitiu que várias funções fossem descobertas espontaneamente, porém, algumas outras que dependiam de um acionamento de uma sequência desses elementos ou de mais de um deles simultaneamente precisaram ser apresentadas aos alunos. Após estarem habituados com as operações de adição-subtração, foram solicitados a executar as operações de multiplicação-divisão por meio de adições-subtrações sucessivas de parcelas iguais. Foram provocadas

situações de conflitos cognitivos quando desafiados a executar essas operações com menores números de giros da manivela da calculadora (adição-subtração), conduzindo-os ao desenvolvimento dos algoritmos de multiplicação-divisão.

Tal instrumento dispensa o aluno da tarefa de realizar as adições e subtrações, permitindo-lhe que concentre a atenção sobre o algoritmo de produto e divisão. Estas calculadoras mostraram-se um poderoso recurso para o ensino aprendizagem das operações aritméticas e por isso foi proposto o seu uso, embora se reconheça que este instrumento não possa ser universalizado nas redes de ensino, devido à enorme dificuldade de sua obtenção, já que não são mais fabricadas nem comercializadas. Para este projeto, em particular, o Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação da UNESP de Rio Claro disponibilizou 19 destas calculadoras mecânicas de seu patrimônio para serem alocadas na escola de ensino fundamental.

Quinta ação

O ábaco primordial (palitos coloridos) foi substituído pelo ábaco ocidental antigo (10 contas), com o qual também é possível realizar a troca de quantidade por qualidade, porém, com a imposição de que as trocas sejam realizadas imediatamente quando se completam 10 contas (adição), ou quando acabam as contas (subtração). Após esse contato com o ábaco, foi possível dispensar as trocas, substituindo-as pelo uso de operações com complementos para 10 (ex: somar 6 unidades quando não se dispõe de 6 contas, substituindo-as pela adição de uma dezena e subtração de 4 unidades). Este ábaco ocidental antigo deveria ser, posteriormente, substituído pelo ábaco oriental moderno que, embora não disponível no mercado nacional, pôde ser obtido a partir de modificações no ábaco ocidental antigo adquirido. Embora o Soroban (Ábaco oriental) mobilize mais ações mentais, por exigir a utilização de duas bases (base 5 para representar cada algarismo da base 10, na qual é representado o número), seu uso foi preterido em favor do uso do ábaco ocidental antigo (10 contas), em função de uma enorme objeção por parte das professoras responsáveis pelas salas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com relação aos resultados do trabalho, há dois aspectos a serem considerados. Primeiro, do ponto de vista do aproveitamento dos alunos e segundo, da contribuição para as professoras.

Para os alunos, a abordagem histórico-cultural apoiada em materiais concretos foi eficiente em facilitar o aprendizado do conceito de notação posicional multiplicativo nas representações numéricas e seu uso nas operações aritméticas, seus algoritmos e suas propriedades. Embora não tenha sido possível a separação de um grupo de controle, o que desprovê de sentido o processo de avaliação formal, foi notório o progresso dos alunos, mesmo daqueles prontamente avaliados pelas professoras como incapazes de se beneficiar das atividades. O fato de alunos apresentarem dificuldades nas habilidades de leitura e escrita não foi impedimento para a apropriação dos conceitos matemáticos tratados no projeto.

Quanto às professoras, percebeu-se um envolvimento maior no segundo ano de execução do projeto, embora ainda pouco expressivo e parte deste aumento pode ser atribuído à participação das duas monitoras que foram preparadas continuamente para a condução das atividades junto aos alunos, permitindo que, durante as aulas, os pesquisadores ficassem disponíveis para um contato mais intenso com as docentes, atraindo-as para a participação e envolvendo-as nas reflexões.

Em contraposição à participação pouco expressiva das professoras na consecução do objetivo, mesmo com a inclusão das monitoras no projeto, observou-se um grande progresso na apropriação dos conceitos pelas monitoras, que, de certa forma, assumiram o papel das professoras em sala de aula, contribuindo significativamente para o estabelecimento dos procedimentos facilitadores. Esse desempenho superior das monitoras em relação ao das professoras resgata e reforça a proposta inicial de que o trabalho em sala de aula deve ser precedido e sucedido por amplas discussões, que incluam as docentes, sobre a evolução do trabalho, nos moldes do que ocorreu com as monitoras e que não foi conseguido totalmente com as professoras, em função da falta de oportunidades de horários das docentes. Esses resultados apontam para um modelo de continuidade do trabalho que priorize as reflexões com os docentes, em detrimento do trabalho em sala de aula, que deve continuar a ser feito, porém como um laboratório, fora do horário da jornada de trabalho, onde as

propostas discutidas previamente sejam implementadas e acompanhadas de observações, que suscitariam novas discussões, realimentando um processo contínuo e progressivo.

O objetivo principal do projeto foi de colaborar para a prática docente, incorporando os materiais concretos propostos segundo procedimentos facilitadores estabelecidos, a partir de reflexões conjuntas entre docente e pesquisadores à luz das atividades propostas e realizadas. Desta forma, a proposta buscou suprir deficiências na formação das professoras alfabetizadoras com relação aos conteúdos programáticos do ensino de aritmética, deficiências estas frequentemente admitidas pelas alfabetizadoras, que reivindicam ações por parte do *staff* educacional, no sentido de prover uma formação continuada ao corpo docente. No entanto, o envolvimento pouco expressivo revela um descompasso entre a prática e o discurso por parte das professoras.

REFERÊNCIAS

- BECKER, F. *Educação e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- BRAGAGNOLO, I. T.; MORETTI, M. Formação inicial de professores e alfabetização matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2001, Rio de Janeiro: UFRJ, 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. CENP-Coordenadoria de Estudos e Normas. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: 2000.
- KAMII, C.; DECLARK, G. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papirus, 1992.
- PIAGET, J. *Psicologia da inteligência*. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.
- SILVA, G. A.; PEIXOTO, J. L. B.; SANTANA, E. R. S. Soroban: uma ferramenta para compreensão das quatro operações. In: SEMINÁRIO PAULISTA DE HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2005, São Paulo: USP, 2005.