

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP

Faculdade de Engenharia – Campus de Bauru

MATHEUS DE MELO LEAL

**MODELO BINÍVEL PARA OPERAÇÃO ESTRATÉGICA DE
OPERADORES DA DISTRIBUIÇÃO EM MERCADOS DE ENERGIA
TRANSATIVA**

**Bauru
2026**

Matheus de Melo Leal

**Modelo Binível para Operação Estratégica de
Operadores da Distribuição em Mercados de Energia
Transativa**

Defesa de Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Bauru

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Área de Concentração: Automação

Linha de Pesquisa: Sistemas de Energia

Bauru
2026

L435m Leal, Matheus De Melo
Modelo binível para operação estratégica de operadores
da distribuição em mercados de energia transativa /
Matheus De Melo Leal. -- Bauru, 2026
140 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade
Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia,
Bauru
Orientador: Leonardo Nepomuceno

1. Modelo Binível. I. Título.

IMPACTO POTENCIAL DESSA PESQUISA

Esta pesquisa possui o potencial de gerar impactos significativos no desenho, na regulação e na operação dos mercados de energia elétrica modernos. Ao demonstrar formalmente que os Operadores de Sistemas de Distribuição(OSD) podem atuar como agentes estratégicos *price-makers* em mercados de energia transativa, o arcabouço binível proposto questiona a suposição regulatória tradicional de que os agentes do nível da distribuição atuam como participantes passivos, sem influência sobre os resultados de mercado.

Sob a perspectiva regulatória, os resultados evidenciam a necessidade de maior atenção aos mecanismos de mitigação de poder de mercado no nível da distribuição. À medida que os recursos energéticos distribuídos e a flexibilidade local se tornam cada vez mais predominantes, a ausência de salvaguardas regulatórias adequadas pode permitir que os OSDs manipulem preços e quantidades nos mercados atacadistas e locais, resultando potencialmente em perdas de eficiência e distorções de bem-estar econômico.

No que se refere ao desenho de mercado, o modelo proposto fornece *insights* relevantes sobre como a flexibilidade local e as estruturas hierárquicas de tomada de decisão afetam os resultados de equilíbrio. Esses achados podem subsidiar o desenvolvimento de regras de mercado, mecanismos de precificação e esquemas de coordenação entre os sistemas de transmissão e distribuição que reduzam o risco de manipulação estratégica, ao mesmo tempo em que preservem os benefícios econômicos dos arranjos de energia transativa.

Do ponto de vista operacional, a pesquisa demonstra que decisões estratégicas tomadas no nível da distribuição podem se propagar para o mercado atacadista, influenciando os preços do sistema como um todo, a alocação de recursos e o despacho de geração. Esse resultado reforça a importância de uma coordenação mais estreita entre operadores dos sistemas de transmissão e distribuição para garantir a confiabilidade do sistema e a eficiência econômica.

Por fim, sob a perspectiva acadêmica, este trabalho contribui para a literatura ao ampliar a aplicação da otimização binível na análise de poder de mercado em mercados de energia transativa, particularmente no nível da distribuição. O arcabouço proposto oferece uma ferramenta flexível e extensível, capaz de apoiar pesquisas futuras em políticas regulatórias, modelagem de incertezas e integração de novos mecanismos de mercado em sistemas elétricos modernos.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This research has the potential to generate significant impacts on the design, regulation, and operation of modern electricity markets. By formally demonstrating that Distribution System Operators can behave as strategic *price-makers* in transactive energy markets, the proposed bilevel framework challenges the traditional regulatory assumption that distribution-level agents act as passive participants with no influence over market outcomes.

From a regulatory perspective, the results highlight the need for greater attention to market power mitigation mechanisms at the distribution level. As distributed energy resources and local flexibility become increasingly prevalent, the absence of adequate regulatory safeguards may enable DSOs to manipulate prices and quantities in wholesale and local markets, potentially leading to efficiency losses and welfare distortions.

In terms of market design, the proposed model provides valuable insights into how local flexibility and hierarchical decision-making structures can affect equilibrium outcomes. These findings can inform the development of market rules, pricing mechanisms, and coordination schemes between transmission and distribution systems that reduce the risk of strategic manipulation while preserving the economic benefits of transactive energy frameworks.

From an operational standpoint, the research demonstrates that strategic decisions taken at the distribution level can propagate to the wholesale market, influencing system-wide prices, resource allocation, and generation dispatch. This reinforces the importance of enhanced coordination between Transmission System Operators and Distribution System Operators to ensure system reliability and economic efficiency.

Finally, from an academic perspective, this work contributes to the literature by extending the application of bilevel optimization to the analysis of market power in transactive energy markets, particularly at the distribution level. The proposed framework provides a flexible and extensible tool that can support future research on regulatory policies, uncertainty modeling, and the integration of emerging market mechanisms in modern power systems.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE MATHEUS DE MELO LEAL, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 24 de julho de 2026, às 9h, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de MATHEUS DE MELO LEAL, intitulada "Modelo Binível para Operação Estratégica de Operadores da Distribuição em Mercados de Energia Transativa". A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Bauru - FEB, Prof. Dr. ANDRE CHRISTOVAO PIO MARTINS (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Bauru - FEB, Prof. Dr. WANDRY RODRIGUES FARIA (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação – Escola de Engenharia de São Carlos / Universidade de São Paulo, Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: Aprovado . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Documento assinado digitalmente
 LEONARDO NEPOMUCENO
Data: 27/07/2026 11:16:01-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por me conceder força, sabedoria e resiliência ao longo desta jornada acadêmica.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno, pela paciência, pelas valiosas orientações, pelo rigor científico e pela confiança depositada na minha pesquisa desde o primeiro dia.

À minha família e aos meus pais, Elizabeth Vieira de Melo, pelo amor incondicional e apoio diário, e ao meu pai, Carlos Roberto Gomes Leal (in memoriam), cujos ensinamentos, exemplo e memória continuam a guiar meus passos e a me dar forças.

Aos meus amigos e colegas de laboratório, pelas trocas de conhecimento, pelas horas de café e pela parceria fundamental ao longo desses anos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

Esta dissertação investiga o exercício de poder de mercado por Operadores de Sistemas de Distribuição (OSDs) em Mercados de Energia Transativa, propondo um modelo binível capaz de representar de forma explícita a atuação estratégica desses agentes sobre o mercado atacadista de energia elétrica. A crescente penetração de recursos energéticos distribuídos e a ampliação da flexibilidade operacional da distribuição criam condições para que esses agentes deixem de atuar como *price-takers* e passem a exercer influência direta sobre preços e quantidades negociadas. A metodologia adotada baseia-se na formulação de um problema de otimização binível, no qual o nível superior modela o comportamento estratégico do operador da distribuição, enquanto o nível inferior representa o mecanismo de compensação do mercado atacadista operado pelo sistema de transmissão. Essa estrutura permite capturar a capacidade do agente da distribuição de antecipar as reações do mercado e ajustar suas decisões de oferta e demanda de forma a manipular os resultados de equilíbrio, caracterizando um comportamento *price-maker* e o exercício de poder de mercado. Os estudos de caso desenvolvidos avaliam diferentes cenários de atuação das Áreas de Distribuição Ativas (ADAs). A análise dos resultados numéricos evidencia que o operador da distribuição é capaz de induzir variações significativas nos preços de equilíbrio, na potência adquirida no mercado atacadista, na demanda total e na utilização da geração interna. Esses efeitos demonstram desvios em relação ao resultado competitivo, indicando a exploração estratégica da flexibilidade local com o objetivo de reduzir custos ou obter vantagens econômicas. Os resultados obtidos demonstram que o modelo proposto fornece uma representação consistente do poder de mercado exercido pelo agente da distribuição em mercados de energia transativa, configurando uma ferramenta relevante para análises econômicas e regulatórias, bem como para o desenvolvimento de mecanismos de mitigação de comportamentos estratégicos em sistemas elétricos modernos.

Palavras-chave: Mercados Transativos de Energia, Cálculo de Lances Estratégicos, Recursos de Energia Distribuídos.

ABSTRACT

This dissertation investigates the exercise of market power by Distribution System Operators (DSOs) in Transactive Energy Markets, proposing a bilevel model capable of explicitly representing the strategic behavior of these agents in the wholesale electricity market. The increasing penetration of distributed energy resources and the expansion of operational autonomy at the distribution level create conditions under which these agents cease to act as *price-takers* and begin to exert direct influence over prices and traded quantities. The adopted methodology is based on the formulation of a bilevel optimization problem, in which the upper level models the strategic behavior of the distribution system operator, while the lower level represents the wholesale market clearing mechanism operated by the transmission system. This structure makes it possible to capture the distribution agent's ability to anticipate market reactions and to adjust its supply and demand decisions in order to manipulate equilibrium outcomes, characterizing *price-maker* behavior and the exercise of market power. The case studies developed evaluate different operational scenarios of Active Distribution Areas. The analysis of numerical results shows that the distribution system operator is able to induce significant variations in equilibrium prices, wholesale market power procurement, total demand, and the utilization of internal generation. These effects reveal deviations from the competitive outcome, indicating the strategic exploitation of local flexibility with the objective of reducing costs or obtaining economic advantages. The obtained results demonstrate that the proposed model provides a consistent representation of the market power exercised by distribution-level agents in transactive energy markets, constituting a relevant tool for economic and regulatory analyses, as well as for the development of mechanisms aimed at mitigating strategic behavior in modern power systems.

Key-words: Transactive Energy Markets, Strategic Bids, Distributed Energy Resources.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Ilustração da estrutura dos mercados de energia.	27
Figura 2.2 – Ilustração das ofertas de mercado de energia.	28
Figura 2.3 – Organização e funcionamento do mercado futuro.	29
Figura 2.4 – Ilustração da estrutura dos contratos bilaterais.	29
Figura 2.5 – Organização e funcionamento do mercado de balanço.	31
Figura 2.6 – Organização e funcionamento do mercado de reservas.	33
Figura 2.7 – Organização e funcionamento do mercado de regulação.	33
Figura 3.1 – Ilustração da estrutura de um problema de equilíbrio.	38
Figura 3.2 – Ilustração da estrutura de um problema de otimização.	40
Figura 3.3 – Ilustração da estrutura de um problema de equilíbrio equivalente. . . .	41
Figura 3.4 – Ilustração da estrutura de um problema de otimização binível.	44
Figura 3.5 – Ilustração da estrutura de um Programa Matemático com Restrições de Equilíbrio - MPEC.	46
Figura 3.6 – Ilustração da estrutura de um Programa Matemático com Restrições de Equilíbrio - MPEC.	47
Figura 3.7 – Ilustração da estrutura de um problema de equilíbrio com restrições de equilíbrio – EPEC.	48
Figura 4.1 – Ilustração da fronteira entre os sistemas de distribuição e transmissão, destacando-se as barras de fronteira em cada subsistema e suas vizinhanças. . . .	59
Figura 4.2 – Curvas de geração e demanda agregadas e área de bem comum.	61
Figura 4.3 – Modelo de operação estratégica binível multi-período (OE-BM) proposto – Interação entre os níveis superior e inferior por meio dos preços dos mercados.	64
Figura 4.4 – Ilustração das regras para construção do problema dual.	67
Figura 5.1 – Ilustração do sistema T6D2 utilizado para avaliação do modelo proposto. . .	79
Figura 5.2 – Preços horários médios obtidos pelo modelo de compensação do mercado atacadista.	85
Figura 5.3 – Comparação entre os custos marginais dos geradores distribuídos da ADA 1 e os preços exógenos dados pelo PCM para o Cenário 1.	87
Figura 5.4 – Evolução da Geração total da ADA 1 para o Cenário 1.	88
Figura 5.5 – Evolução da potência adquirida pela ADA 1 para o Cenário 1.	89
Figura 5.6 – Comparação entre custos marginais de geração e preços exógenos na fronteira da ADA 2 para o Cenário 1.	90
Figura 5.7 – Evolução da geração interna da ADA 2 para o Cenário 1.	91
Figura 5.8 – Evolução da potência adquirida pela ADA 2 para o Cenário 1.	91

Figura 5.9 – Comparação entre custos marginais de geração e preços exógenos na fronteira da ADA 1 para o Cenário 2	92
Figura 5.10–Evolução da geração interna da ADA 1 para o Cenário 2	92
Figura 5.11–Evolução da potência adquirida pela ADA 1 para o Cenário 2	93
Figura 5.12–Evolução da geração interna da ADA 2 para o Cenário 2	94
Figura 5.13–Evolução da potência adquirida pela ADA 2 para o Cenário 2	94
Figura 5.14–Evolução do preço nodal no mercado atacadista – Caso 2a.	96
Figura 5.15–Evolução da geração distribuída no mercado atacadista – Caso 2a.	97
Figura 5.16–Evolução da potência adquirida no mercado atacadista – Caso 2a.	97
Figura 5.17–Preços horários médios obtidos no mercado atacadista – Caso 2b para o Cenário 1.	99
Figura 5.18–Evolução da geração distribuída da ADA 2 – Caso 2b para o Cenário 1.	100
Figura 5.19–Evolução da potência adquirida pela ADA 2 no mercado atacadista – Caso 2b para o Cenário 1.	101
Figura 5.20–Preços horários médios obtidos pelo modelo – Caso 2b para o Cenário 2.	101
Figura 5.21–Evolução da geração total – Caso 2b para o Cenário 2.	102
Figura 5.22–Evolução da potência adquirida – Caso 2b para o Cenário 2.	103
Figura 5.23–Ilustração do sistema T30D5 utilizado para avaliação do modelo proposto.	104
Figura 5.24–Ilustração do sistema de 33 barras.	105
Figura 5.25–Ilustração do sistema de 123 barras modificado.	105
Figura 5.26–Preços horários médios obtidos pelo modelo de compensação do mercado atacadista.	115
Figura 5.27–Preços horários obtidos pelo modelo de compensação do mercado ataca- dista e os custos marginais dos geradores distribuídos.	116
Figura 5.28–Evolução da geração total pela ADA 1 no mercado atacadista para o sistema T30D5.	117
Figura 5.29–Evolução da potência adquirida total da ADA 1 no mercado atacadista para o sistema T30D5.	117
Figura 5.30–Preços horários médios obtidos pelo modelo de compensação do mercado atacadista e os custos marginais dos geradores distribuídos.	118
Figura 5.31–Evolução da potência adquirida pela ADA 5 no mercado atacadista.	119
Figura 5.32–Evolução da potência adquirida total da ADA 5.	120
Figura 5.33–Comparação dos preços endógenos no mercado atacadista com o custo marginal – Estudo de Caso 2 para a ADA 1.	122
Figura 5.34–Evolução da geração - Estudo de Caso 2 para a ADA 1.	123
Figura 5.35–Evolução da potência adquirida total - Estudo de Caso 2 para a ADA 1.	123
Figura 5.36–Comparação dos preços endógenos no mercado atacadista com o custo marginal – Estudo de Caso 2 para a ADA 5.	124
Figura 5.37–Evolução da geração – Estudo de Caso 2 para a ADA 5.	125

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Carga horária em um horizonte de 24 horas.	80
Tabela 5.2 – Dados do gerador da distribuição para os primeiros estudos de caso. . .	81
Tabela 5.3 – Ofertas dos geradores no leilão do mercado atacadista.	83
Tabela 5.4 – Lances dos consumidores no leilão do mercado atacadista.	84
Tabela 5.5 – Preços horários da energia em [\$/MW] em cada barra da rede de transmissão.	85
Tabela 5.6 – Cenários para as ADAs.	86
Tabela 5.7 – Perfil horário de demanda da ADA 1 do sistema T6D2.	86
Tabela 5.8 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO do Estudo de Caso 1 para a ADA 1 Cenário 1.	87
Tabela 5.9 – Perfil horário de demanda da ADA 2 do sistema T6D2.	89
Tabela 5.10–Comparação dos custos obtidos na solução do PCM e do FPO do Estudo de caso 1 para a ADA 2 Cenário 1.	90
Tabela 5.11–Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO do Estudo de Caso 1 para a ADA 1 cenário 2.	93
Tabela 5.12–Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO para o Estudo de caso 1 para a ADA 2 Cenário 2.	95
Tabela 5.13–Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM, FPO e MPEC do Estudo de Caso 2 para a ADA 1.	97
Tabela 5.14–Perfil horário de demanda da ADA 2 do sistema T6.	99
Tabela 5.15–Comparação dos custos obtidos pelos modelos PCM, FPO e MPEC para a ADA 2 para o Cenário 1.	100
Tabela 5.16–Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM, FPO e MPEC para o Estudo de Caso 2b para a ADA 2 para o Cenário 2.	102
Tabela 5.17–Perfil diário de carga do sistema T30D5.	106
Tabela 5.18–Demanda total máxima dos consumidores do sistema de transmissão. .	107
Tabela 5.19–Dados das ADAs e respectivas demandas	108
Tabela 5.20–Parâmetros das unidades de geração distribuída das ADAs.	108
Tabela 5.21–Ofertas dos geradores ao longo do horizonte de operação.	111
Tabela 5.22–Lances dos consumidores CT1 até CT5.	112
Tabela 5.23–Lances dos consumidores CT6 até CT10.	112
Tabela 5.24–Lances dos consumidores CT11 até CT15 no leilão do mercado atacadista.	113
Tabela 5.25–Lances dos consumidores CT16 até CT21 no leilão do mercado atacadista.	113
Tabela 5.26–Preços horários da energia em \$/p.u. nas barras de fronteira entre os sistemas de transmissão e distribuição para o sistema T30D5.	114
Tabela 5.27–Perfil horário de demanda da ADA 1 do sistema T30D5.	115

Tabela 5.28–Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO.	116
Tabela 5.29–Perfil horário de demanda da ADA 5 do sistema T30D5.	118
Tabela 5.30–Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO.	119
Tabela 5.31–Perfil horário de demanda da ADA 1 do sistema T30.	121
Tabela 5.32–Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM, FPO e MPEC do Estudo de Caso 2 para a ADA 1.	122
Tabela 5.33–Perfil horário de demanda da ADA 5 do sistema T30D5.	124
Tabela 5.34–Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM, FPO e MPEC – Estudo de Caso 2 para a ADA 5.	125
Tabela A.1–Informações da rede.	135
Tabela A.2–Dados da linha de distribuição para ADA 1 e 2.	135
Tabela B.1–Dados das linhas de transmissão do sistema.	136
Tabela B.2–Parâmetros das linhas das ADAs 1 a 4	137
Tabela B.3–Parâmetros das linhas da ADA 5	137

SUMÁRIO

1	Introdução	17
1.1	Revisão da Literatura	19
1.2	Motivações e Contribuições	23
2	Mercados de Eletricidade	25
2.1	Agentes Atuantes nos Mercados Atacadista de Energia Elétrica	25
2.2	Estrutura dos Mercados de Energia Elétrica	26
2.3	Mercados de Eletricidade	28
2.3.1	Mercados Futuros	28
2.3.2	Mercados de Contratos Bilaterais	29
2.3.3	Mercados <i>Pool</i>	29
2.3.3.1	Mercados do Dia Seguinte	30
2.3.3.2	Mercados de Ajuste	30
2.3.3.3	Mercados de Balanço	30
2.3.4	Mercados de Serviços Auxiliares	32
2.3.4.1	Mercados de Reserva e Regulação	32
2.4	Mercados da Distribuição	33
3	Problemas de Complementaridade	36
3.1	Introdução	36
3.2	Introdução aos Problemas de Complementaridade	36
3.3	Problemas de Otimização e Complementaridade	37
3.4	Problemas de Equilíbrio e Complementaridade	39
3.4.1	Problemas de Otimização Linear e Equilíbrio	41
3.4.2	Problemas de Otimização Não Linear e Equilíbrio	42
3.5	Programas Matemáticos com Restrições de Equilíbrio (MPEC)	44
3.6	Problemas de Equilíbrio com Restrições de Equilíbrio (EPEC)	48
4	Modelo de Operação Estratégica Binível Multi-Período (OE-BM)	50
4.1	Nomenclatura	51
4.2	Nível Superior	55
4.2.1	Função Objetivo	55
4.2.2	Restrições	55
4.3	Nível Inferior	60
4.3.1	Função Objetivo	61
4.3.2	Restrições	62
4.4	Estrutura BiNível do Modelo Proposto	63
4.5	Método de Solução do Problema Binível Proposto	65

4.5.1	Método Matricial de Construção de Problemas Duais a Partir de Problemas Primais	67
4.5.2	Método Proposto para a Construção de Problemas Duais a Partir de Problemas Primais	68
4.5.2.1	Passo 1: Reformulação do Problema Primal na Forma Padrão	68
4.5.2.2	Passo 2: Construção da Função Lagrangiana Clássica . . .	69
4.5.2.3	Passo 3: Construção da Função Dual	69
4.5.2.4	Passo 4: Gradiente da Função Lagrangiana e Obtenção das Restrições Duais	70
4.5.2.5	Passo 5: Não Negatividade das Variáveis Duais	71
4.5.2.6	Passo 6: Formulação do Problema Dual	72
4.6	Reformulação do Modelo Proposto como um MPEC	73
5	Resultados Computacionais	77
5.1	Sistema T6D2	79
5.1.1	Estudo de Caso 1 – Áreas de Distribuição Ativas atuando como <i>price-takers</i>	82
5.1.1.1	Passo 1 – Solução do algoritmo de compensação do mercado atacadista	82
5.1.1.2	Passo 2 – ADA 1 atuando de forma não estratégica . . .	86
5.1.1.3	Passo 3 – ADA 2 atuando de forma não estratégica . . .	89
5.1.2	Estudo de Caso 2 – Áreas de Distribuição Ativas atuando como <i>price-makers</i>	95
5.1.2.1	Análise do Caso 2a	95
5.1.2.2	Análise da 2b	98
5.2	Sistema T30D5	103
5.2.1	Estudo de Caso 1 – Áreas de Distribuição Ativas Atuando como <i>Price-Takers</i>	110
5.2.1.1	Passo 1 – Solução do Algoritmo de Compensação do Mercado Atacadista	111
5.2.1.2	Passo 2 – ADA 1 Atuando de Forma Não Estratégica . . .	115
5.2.1.3	Passo 3 – ADAs Subsequentes Atuando de Forma Não Estratégica	117
5.2.2	Estudo de Caso 2 – Áreas de Distribuição Ativas Atuando como <i>Price-Makers</i>	120
5.2.2.1	Estudo de Caso 2 para a ADA 1	120
5.2.2.2	Estudo de Caso 2 para a ADA 5	123
6	Conclusão	127
	Referências	130

Apêndices	134
APÊNDICE A Dados adicionais do Sistema T6D2	135
APÊNDICE B Dados adicionais do Sistema T30D5	136

1 INTRODUÇÃO

O planejamento operacional dos sistemas elétricos tem se transformado significativamente ao longo do tempo, deixando de ser conduzido em um contexto estritamente regulado para incorporar estruturas de mercado baseadas na competição para a negociação de energia e serviços ancilares. No modelo anterior, de natureza centralizada, o operador do sistema era o responsável por todas as decisões, com o propósito de minimizar os custos totais de geração e garantir a segurança e confiabilidade da rede (NEPOMUCENO, 2014). Com a introdução dos mercados de eletricidade, esse processo tornou-se descentralizado, baseando-se na interação entre produtores e consumidores, supervisionada ou não por um operador de mercado.

Nesse novo contexto, as questões de confiabilidade e segurança operacional passaram a ser de responsabilidade do operador independente do sistema (OIS). No ambiente competitivo dos mercados atacadistas de energia (MAE), o objetivo das empresas geradoras (GenCos, do inglês *Generation Companies*) consiste em maximizar suas receitas líquidas, aumentando os ganhos com a venda de energia e serviços auxiliares e, simultaneamente, reduzindo os custos de operação (LêDO; NEPOMUCENO; CONEJO, 2024). O papel dos consumidores de grande porte e das companhias distribuidoras também se modificou: esses agentes passaram a negociar diretamente a compra de energia, seja por meio de contratos bilaterais com os produtores, seja pela participação em leilões. Assim, geradores, indústrias e distribuidoras passaram a atuar conjuntamente nos mercados atacadistas de eletricidade.

Com o amadurecimento do MAE, surgiram iniciativas para o desenvolvimento dos mercados varejistas de energia (MVE), com o objetivo de incluir agentes de menor porte, tanto produtores quanto consumidores. Nesse cenário, as empresas distribuidoras (DisCos, do inglês *Distribution Companies*) atuam como intermediárias: compram energia no MAE e a revendem aos consumidores finais conectados às suas redes. Na última década, o sistema de distribuição tem passado por uma modernização significativa, impulsionada pela expansão dos recursos energéticos distribuídos (REDs) e das redes inteligentes, que proporcionam maior flexibilidade e participação ativa no MAE. Esses recursos possibilitam que as distribuidoras modifiquem o perfil de simples consumidores passivos para exibir um comportamento de áreas de distribuição ativas (ADAs), alterando sua interação com o mercado atacadista.

Da integração entre os mercados atacadista e varejista de energia, emergem os mercados transativos de energia, nos quais diferentes agentes podem atuar de forma ativa, consumindo e produzindo energia. Nesse contexto, o operador do sistema de distribuição (OSD) pode representar uma área de distribuição ativa, estabelecendo relações com o operador de mercado (OM), responsável pela compensação do mercado atacadista. Nesse

contexto, o OSD é encarregado de gerenciar os REDs, coordenar o despacho transativo entre oferta e demanda no nível da distribuição e interagir com o operador do sistema de transmissão (OST), de modo a adquirir no mercado atacadista a energia necessária a suprir a demanda do mercado varejista. A interação entre OSD e OST ocorre em um ambiente de mercado, por meio dos lances submetidos pelo OSD ao mercado atacadista, coordenado pelo OM.

Para grandes consumidores do MAE, o modelo de cálculo de lances estratégicos (CLE) tem sido utilizado para determinar os lances desses consumidores que minimizam os custos de aquisição de energia no MAE (NOJAVAN et al., 2019),(SILVA et al., 2022). Para grandes distribuidoras de energia, a operação estratégica consiste em calcular os lances que minimizam seus custos de produção e importação de energia, além de compensar o mercado varejista, definindo os despachos internos de geração e consumo e os preços de equilíbrio correspondentes. O termo estratégico refere-se à possibilidade de o OSD considerar, em suas decisões de oferta, os efeitos de seus próprios lances sobre o resultado do mercado atacadista. Dessa forma, o OSD pode influenciar o preço de liquidação do mercado, caracterizando uma atuação como agente formador de preços (price-maker). A proposta de operação estratégica, baseada no equilíbrio entre mercados, é geralmente formulada por meio de um problema de otimização binível, no qual o nível superior geralmente representa a minimização dos custos da ADA, enquanto o nível inferior descreve o mecanismo de compensação do MAE.

A solução desse tipo de problema envolve sua reformulação como um problema de nível único, substituindo o nível inferior por suas condições de otimalidade. Para isso, podem ser utilizadas as condições de Karush–Kuhn–Tucker (KKT), ou outras condições de otimalidade. Devido às restrições de complementaridade inerentes às condições de KKT, a formulação resultante é um problema matemático com restrições de equilíbrio (MPEC, do inglês, *Mathematical Problem with Equilibrium Constraints*). Os MPECs são problemas de otimização de difícil solução, especialmente pelo fato de possuírem restrições de complementaridade. A abordagem de reformulação do problema binível em um único nível, contudo, só é aplicável quando o problema de nível inferior é convexo. Assim, não é possível aplicar diretamente essa abordagem quando existem não convexidades ou variáveis binárias ou discretas no nível inferior, já que nesses casos não se garante a equivalência entre o problema binível e o problema de um nível resultante. Entretanto, na prática, podem ocorrer restrições não lineares no problema de nível inferior, e a maioria desses problemas incorpora variáveis binárias para representar ofertas complexas (KOLTSAKLIS; ZENGİNİS; DAGOUMAS, 2020) e restrições operacionais intertemporais dos geradores, entre outras. Assim, técnicas de linearização, convexificação, e reformulação por meio de restrições cônicas têm sido propostas para buscar reescrever os problemas de nível inferior de forma convexa.

1.1 Revisão da Literatura

A revisão da literatura concentrou-se em artigos-chave que oferecem diferentes perspectivas sobre a modelagem de mercados de energia transativa e estratégias de operação dos OSDs. O foco da investigação consiste nos modelos de Procedimentos de Compensação do Mercado (PCM) aplicados aos mercados atacadistas e varejista, e em modelos que busquem descrever estruturas de interação entre os mercados atacadista e varejista. Alguns modelos específicos envolvendo a operação somente do mercado varejista também são analisados.

O artigo de Arroyo e Conejo (2002) aborda leilões multi-períodos que ocorrem nos mercados atacadistas. Neste trabalho, nenhuma menção é feita à interação com os mercados varejistas, visto que estes eram ainda incipientes à época em que o trabalho foi publicado. No artigo, os autores propõem um modelo matemático para leilões no MAE, considerando aspectos detalhados associados às restrições operacionais intertemporais de unidades termelétricas. O trabalho propõe um modelo de procedimento de compensação de mercados (PCM) para operadores do MAE, considerando leilões multi-períodos. O modelo busca maximizar a função de bem comum (do inglês, *social welfare*) dos participantes, respeitando restrições operativas e de mercado. O modelo foi estendido em (MOTTO et al., 2002) para incorporar a representação da rede de transmissão. Este modelo é importante no contexto desta dissertação pois descreve uma abordagem detalhada para o PCM, o qual será utilizado no nível inferior do modelo binível proposto neste trabalho.

Uma abordagem mais recente que descreve um modelo de PCM para o mercado atacadista é descrita em (BAGHERI; JADID, 2021). Neste modelo, os autores propõem um modelo de PCM que busca integrar a operação de vários mercados atacadistas em um sistema de potência multi-área. Adota-se uma formulação baseada na otimização robusta para o PCM de cada mercado, com o objetivo de tratar as incertezas em fontes renováveis de energia e na demanda. A metodologia de solução utiliza um método de decomposição baseado nas condições de otimalidade. A formulação adotada para o PCM é baseada na minimização dos custos de produção, preservando a privacidade das informações locais de cada mercado atacadista. Contudo, a estrutura permanece de nível único e orientada à eficiência dos mercados atacadistas. A interação com os mercados varejistas, foco desta dissertação, não é modelada.

O artigo de Kargarian e Fu (2014) tem como objetivo propor uma abordagem baseada na tomada de decisão descentralizada entre o OST e o OSD, de modo a determinar uma operação da geração horária que seja segura e econômica para o OST, que engloba várias ADAs de uma rede de distribuição. Levando em consideração as ligações físicas entre a transmissão e a distribuição, e as informações compartilhadas entre o OST e o OSD, os autores propõem um modelo de *unit commitment* com restrições de segurança baseado em Sistemas de Sistemas (SoS, do inglês *System of Systems*) para o OST, de modo a encontrar pontos de operação ótimos para os dois sistemas independentes, na arquitetura proposta

baseada em sistemas de sistemas. Entretanto, os autores consideram que o OST e o OSD operam suas redes de forma colaborativa e cooperativa, de modo a operar o sistema de potência como um todo de forma segura e econômica. Assim, os autores não consideram a possibilidade de que o OSD possa assumir um comportamento do tipo *price-maker*, de modo a alterar os preços do mercado atacadista do OST para minimizar seus custos.

O artigo de Renani, Ehsan e Shahidehpour (2018) propõe uma estrutura que busca integrar os mercados atacadista e varejista por meio da atuação do OSD no mercado. Nesta estrutura, o OSD interage com o mercado atacadista, por meio de lances de compra (importação) de energia a partir do sistema de transmissão, ao mesmo tempo em que busca coordenar a operação interna de várias ADAs locais sob sua responsabilidade, por meio da minimização dos custos de geração interna da energia. O modelo envolve um processo iterativo, coordenado pelos preços marginais locais calculados no mercado atacadista e varejista, até a convergência (o modelo converge quando não há mais variação nestes preços). O sistema de distribuição é modelado de forma linear, sem a representação dos reativos e tensões, o que constitui uma limitação importante do modelo, já que em níveis de distribuição esta representação é muito importante. Além disso, a estrutura de coordenação entre os mercados atacadista e varejista não permite investigar situações que envolvam possibilidade de o OSD exercer poder de mercado, o que também limita seu escopo de investigação.

O artigo de Chen et al. (2021) aborda a operação de mercados de energia transativa considerando que o comportamento conjunto de várias ADAs da distribuição pode impactar o procedimento de compensação do mercado atacadista e seus preços nodais. A principal contribuição do trabalho está na formulação de um modelo binível para a compensação do mercado varejista e cálculo de seus respectivos preços nodais, o qual considera a interação com o mercado atacadista. No modelo binível proposto, o nível superior representa um PCM do mercado varejista para o OSD, enquanto que o nível inferior representa um PCM do mercado atacadista, para o OST. Os preços nodais da transmissão e distribuição na fronteira entre esses sistemas sofrem impactos, os quais são modelados pelo modelo proposto. Os modelos biníveis propostos para cada OSD são postos em equilíbrio por meio da formulação de um EPEC (do inglês, *equilibrium problem with equilibrium constraints*). Para isso, na metodologia de solução proposta, os modelos biníveis associados a cada OSD são transformados em problemas de um único nível. Finalmente, os problemas de um nível resultantes são reformulados com base em suas condições de KKT, formando um EPEC, o qual é convexificado e resolvido por um *solver* de otimização não linear. O modelo proposto adota um modelo de PCM do sistema de transmissão, com demandas inelásticas e rede de transmissão representados de forma muito simplificada. No PCM da distribuição, os autores não representam efeitos comuns em sistemas de distribuição, tais como: cargas flexíveis, baterias, prosumidores, etc. Além disso, a toda a formulação é feita para um único período, de modo que restrições multi-período não podem ser representadas.

O artigo de Ullah e Park (2021) aborda o mercado de energia transativa do tipo *peer-to-peer* (P2P). Sistemas de energia transativa P2P são arranjos de mercado e de operação do sistema elétrico nos quais agentes descentralizados, como consumidores, prosumidores e pequenos geradores podem negociar energia elétrica diretamente entre si, sem a necessidade de um intermediário central atuando como contraparte comercial. Para isso, são desenvolvidas plataformas distribuídas, que permitem o cálculo dos preços de equilíbrio neste mercado. Este artigo apresenta uma estratégia distribuída de formação de preços para sistemas P2P considerando as tensões e gerenciamento de congestionamentos na rede de distribuição, o qual pode ser utilizado em várias topologias de rede. Apesar de tratar de mercados de energia transativa, o modelo não se relaciona diretamente ao modelo proposto neste trabalho, pois não considera nem o mercado varejista do OSD nem as suas interações com o mercado atacadista do OST.

No artigo de Wu e Conejo (2022), os autores consideram um mercado varejista de energia no qual interagem geradores internos, prosumidores e consumidores convencionais. Cada agente prosumidor busca maximizar seus lucros por meio de um problema de otimização que calcula sua produção/consumo horário (o qual depende dos preços do mercado varejista). Por outro lado, o OSD utiliza um procedimento de compensação do mercado (PCM) varejista que calcula os preços horários do sistema de distribuição (os quais dependem da produção/consumo dos prosumidores). Já os consumidores tomam os preços do mercado varejista enquanto os geradores internos atuam também como *price-takers*, vendendo a energia ao preço de equilíbrio. Como os problemas do prosumidor e do OSD são interdependentes, eles são resolvidos de forma conjunta, por meio de um problema de equilíbrio. O problema é resolvido por meio das condições de otimalidade do problema de PCM do OSD e do prosumidor. Assim, a solução do modelo de equilíbrio é obtida sem a necessidade de solução de um problema binível. Entretanto, os autores consideram somente o mercado varejista, sendo que a interação com o mercado atacadista não é representada.

O modelo descrito em (HE et al., 2022) propõe um PCM para o mercado atacadista estruturado em dois estágios. No primeiro estágio, implementa-se um mecanismo de PCM que inclui um mercado unificado para negociação de fontes renováveis e convencionais, e um mercado reservado exclusivamente para unidades convencionais. No segundo estágio é proposto um reajuste do PCM do primeiro estágio, de modo a acomodar as unidades renováveis restantes. Cada estágio é modelado como um problema binível e resolvido utilizando um algoritmo co-evolutivo. No nível superior, as unidades buscam maximizar seus lucros calculando estratégias de ofertas no mercado atacadista, enquanto que o nível inferior é representado por um modelo de PCM do mercado atacadista. As interações com o mercado varejista, foco desta dissertação, não são modeladas.

O artigo de Jiang et al. (2023) propõe um modelo binível para o problema de PCM que compensa tanto a energia quanto a flexibilidade no mercado atacadista. O nível superior modela o mercado atacadista de energia e sua flexibilidade, enquanto

o nível inferior representa os modelos de PCM associados às ADAs. Na estrutura de interação entre os mercados proposta no artigo, os preços nodais de equilíbrio nas barras de acoplamento entre os sistemas de transmissão e distribuição afetam os despachos dos geradores distribuídos e demandas das ADAs no sistemas de distribuição. Por sua vez, as demandas das ADAs e as ofertas submetidas pelos geradores distribuídos também afetam a energia, a flexibilidade e os preços nodais de equilíbrio no mercado atacadista. O sistema de distribuição é representado utilizando-se um modelo de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), via programação cônica de segunda ordem. A técnica de solução consiste em reformular o modelo binível proposto como um problema de programação cônica quadrática inteiro-misto de um único nível, substituindo-se o problemas de nível inferior por suas condições de KKT, e utilizando-se o método Big-M para tratar as restrições de complementaridade. Embora hierárquico, o modelo citado é mais útil para o OST, e não para o OSD, como nesta dissertação, pois permite avaliar o impacto das ADAs no mercado atacadista de energia e flexibilidade.

No modelo proposto em (FARIA et al., 2024a), a interação entre os mercados atacadista e varejistas é representado por meio de um problema binível. Diferentemente dos modelos biníveis convencionais, nos quais o MAE é descrito no nível inferior, em (FARIA et al., 2024a), os autores representam o MAE no nível superior, determinando o preço da energia que garante o suprimento da demanda e maximiza o bem comum. No nível inferior, as GenCos e os OSDs determinam a quantidade de energia importada/exportada de/para o sistema de distribuição de modo a maximizar seus lucros (no caso das companhias geradoras) ou minimizar seus custos. Os autores propõem ainda um mecanismo alternativo de cálculo de preço do MAE, uma vez que tais preços não são acessíveis no nível inferior. O modelo é proposto como um MILP binível, o qual é transformado em um problema de um único nível equivalente por meio das condições de otimalidade dos problemas de nível inferior.

No modelo proposto em (FARIA et al., 2024b), os autores investigam a atuação de consumidores proativos em mercados transativos. O modelo proposto é formulado como um problema tri-nível em que: i) o MAE é modelado nível superior, ii) os demais agentes participantes do MAE (i.e. GenCos e distribuidoras) são representados no nível intermediário e iii) os prosumidores conectados ao sistema de distribuição são representado no nível inferior. Assim, este modelo estende o modelo proposto em (FARIA et al., 2024a), em um nível adicional, com o intuito de representar os consumidores proativos. O modelo proposto tem a vantagem de poder incorporar outros agentes aos mercados, sem a necessidade de alteração da metodologia de solução proposta. Este modelo também não é capaz de capturar o poder de mercado associado às distribuidoras, foco deste trabalho.

1.2 Motivações e Contribuições

A análise integrada dos artigos permite identificar padrões comuns e lacunas relevantes:

1. **Relevância da Modelagem Binível:** modelos biníveis têm se mostrado adequados para representar a relação entre operadores de distribuição e o mercado atacadista, capturando a natureza hierárquica das decisões e seus impactos sistêmicos de Dempe e Zemkoho (2020).
2. **Flexibilidade e Otimização:** a incorporação da flexibilidade dos recursos de energia distribuídos (REDs) é crítica para garantir eficiência e confiabilidade. Estudos como os descritos em (JIANG et al., 2023) e (CHEN et al., 2021) avançam na direção de incluir mecanismos de compensação e precificação da flexibilidade.
3. **Participação Estratégica dos OSDs:** há uma crescente ênfase na atuação estratégica dos OSD, não apenas como facilitadores da rede, mas como *players* ativos na formação de preços e alocação de energia.

A crescente integração entre os sistemas de transmissão e distribuição tem impulsionado o desenvolvimento de modelos de PCM capazes de incorporar restrições físicas da rede e mecanismos de formação de preços. A literatura recente contempla abordagens centralizadas orientadas à minimização de custo, estruturas descentralizadas baseadas em decomposição e, em alguns casos, formulações biníveis para coordenação entre diferentes níveis do sistema elétrico.

Observa-se, entretanto, que a maioria dos modelos assume objetivos cooperativos orientados à eficiência sistêmica, usualmente representados pela minimização do custo total de operação ou pela maximização do bem comum. Mesmo nas formulações biníveis existentes, o foco permanece predominantemente na eficiência econômica agregada, sem a modelagem explícita de incentivos estratégicos institucionais por parte do OSD.

Além disso, modelos baseados em equilíbrio simultâneo não estabelecem formalmente uma hierarquia decisória do tipo líder-seguidor, limitando a capacidade de representar conflitos estratégicos entre agentes. De modo geral, a literatura privilegia estruturas cooperativas ou centralizadas, nas quais o operador internaliza o bem comum como objetivo principal, não sendo explorada de forma explícita a possibilidade de desalinhamento entre incentivos privados e eficiência sistêmica.

Dessa forma, identifica-se uma lacuna relevante na modelagem institucional do OSD como agente estratégico, capaz de antecipar a reação ótima do mercado atacadista no ambiente transmissão-distribuição.

Este trabalho propõe um modelo de operação estratégica binível multi-período (OE-BM) para operadores do sistema de distribuição. O modelo de OE-BM possui uma

formulação binível e multi-período, na qual o OSD é modelado como agente líder no nível superior, com objetivo explícito de minimização dos custos totais envolvendo a importação de energia do mercado atacadista e a geração de energia interna pelos geradores distribuídos, enquanto o nível inferior representa a maximização do bem comum do mercado atacadista. Essa estrutura permite capturar formalmente a atuação estratégica das DisCos, bem como a interação hierárquica entre os níveis de transmissão e distribuição, incorporando simultaneamente restrições físicas da rede, dinâmica temporal e mecanismos de formação de mercado.

Ao deslocar o foco da literatura tradicional centrada exclusivamente na minimização de custo para uma abordagem baseada em incentivos econômicos e estrutura institucional, este trabalho contribui para a compreensão dos impactos estratégicos da coordenação transmissão–distribuição, oferecendo uma perspectiva analítica que permite avaliar potenciais conflitos entre eficiência econômica sistêmica e objetivos individuais do operador de distribuição.

2 MERCADOS DE ELETRICIDADE

Neste capítulo, são introduzidos os principais conceitos relacionados ao funcionamento dos mercados de energia elétrica com base em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010). No ambiente do mercado atacadista, agentes produtores de energia, tipicamente geradores e comercializadores submetem ofertas de venda, enquanto agentes consumidores, como distribuidoras, consumidores livres e grandes consumidores industriais, submetem lances de compra. No mercado varejista, a demanda a ser atendida pelo OSD é inelástica, porém os geradores distribuídos podem participar, de forma indireta no mercado atacadista, por meio da atuação do OST naquele mercado.

A seção 2.1 descreve os agente envolvidos nos mercados atacadista de energia. Já a seção 2.2 descreve a estrutura geral deste mercado. Os principais tipos de mercados de energia são descritos em 2.3. Detalhes envolvendo o mercado varejista, no nível da distribuição, são descritos em 2.4.

2.1 Agentes Atuantes nos Mercados Atacadista de Energia Elétrica

Cabe ressaltar que determinados serviços essenciais para o adequado funcionamento do sistema elétrico, tais como o controle de potência reativa, a regulação de tensão e os procedimentos de recomposição do sistema após apagões, normalmente não são providos por meio de mecanismos de mercado, sendo tratados como obrigações técnicas ou regulatórias impostas aos agentes do sistema.

Os principais agentes que atuam nos mercados de energia elétrica podem ser classificados, de forma geral, em consumidores, varejistas, produtores despacháveis e produtores não despacháveis. A seguir, descrevem-se, as funções e os objetivos de cada um desses agentes.

1. **Consumidores:** são os usuários finais da energia elétrica. Eles podem adquirir energia diretamente no mercado *pool*, no mercado futuro, por meio de contratos bilaterais firmados com produtores, ou ainda serem atendidos por varejistas. O comportamento econômico do consumidor é, em geral, orientado pela minimização dos custos de suprimento ou pela maximização do benefício associado ao uso da energia elétrica. Em determinadas circunstâncias, consumidores podem participar do mercado de reserva, desde que aceitem ajustar seu consumo dentro de limites previamente estabelecidos, quando solicitados pelo operador independente do sistema. Além disso, caso o consumo efetivo se desvie do montante previamente liquidado no

mercado *pool*, o consumidor pode ser obrigado a atuar no mercado de balanço para corrigir tais desvios.

2. **Varejistas:** têm a função de fornecer energia elétrica aos consumidores que não participam diretamente dos mercados organizados. Tipicamente, esses agentes não dispõem de ativos de geração e, portanto, adquirem energia por meio de contratos bilaterais, do mercado futuro e do mercado *pool* para atender à demanda de seus clientes. O objetivo central do varejista é obter lucro com a comercialização de energia, uma vez que a competitividade dos preços é essencial para evitar a perda de consumidores para concorrentes. Os comercializadores exercem papel semelhante ao dos varejistas, podendo também atuar como intermediários entre produtores e varejistas.
3. **Produtores:** são os agentes responsáveis pela geração de energia elétrica, sendo proprietários das unidades de produção. Esses agentes podem vender energia tanto nos mercados organizados como o mercado *pool* e o mercado futuro quanto por meio de contratos bilaterais firmados com consumidores ou varejistas. Seu objetivo econômico consiste em maximizar o retorno financeiro associado à venda de energia e, quando aplicável, à prestação de serviços ancilares, como reserva e regulação. Os produtores podem participar dos mercados de reserva e de regulação ao disponibilizar, respectivamente, potência de reserva e capacidade de seguimento de carga, respeitando limites operacionais previamente definidos. Ademais, quando economicamente vantajoso, podem atuar no mercado de balanço para compensar diferenças entre a geração programada e a efetivamente realizada.
4. **Produtores não despacháveis:** são caracterizados pelo uso de fontes de geração cuja produção não pode ser controlada de forma direta, como a energia eólica e a solar. A intermitência e a dependência das condições climáticas tornam esse tipo de geração incerta e variável ao longo do tempo, impondo desafios adicionais à operação do sistema e à coordenação dos mercados. Esses produtores buscam maximizar sua receita por meio da venda da energia gerada no mercado *pool*, mas necessitam participar do mercado de balanço para ajustar eventuais desvios entre a produção prevista e a efetivamente realizada.

2.2 Estrutura dos Mercados de Energia Elétrica

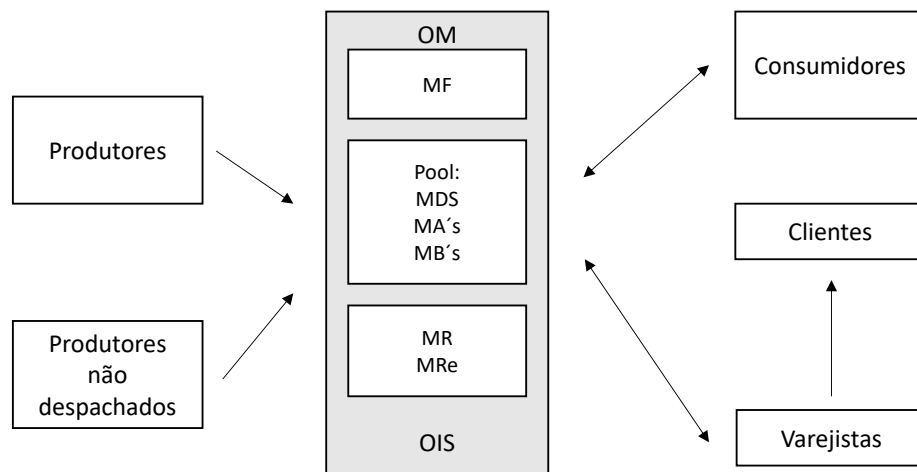
O funcionamento dos mercados de energia elétrica é fortemente baseado em mecanismos de leilão, amplamente discutidos na literatura de (MOTTO et al., 2002; ARROYO; CONEJO, 2002). Nesse contexto, os agentes de geração submetem propostas de venda de energia, enquanto os agentes consumidores apresentam ofertas de compra. Esse processo é

conduzido pelo Operador de Mercado (OM), que recorre a modelos matemáticos de otimização para determinar os resultados do leilão, tais como preços e quantidades negociadas. Os mercados de eletricidade estão sujeitos a restrições físicas e operacionais específicas. Assim, as ofertas e os lances devem ser continuamente equilibrados, de modo a garantir o atendimento da demanda em tempo real.

No que se refere à estrutura dos mercados de energia elétrica, destaca-se o mercado *pool*, o qual é organizado a partir de um mercado do dia seguinte (*day-ahead*) e de um conjunto de mercados de curtíssimo prazo, usualmente denominados mercados de ajuste ou *intra-day*. Além desses, integra-se ao *pool* o mercado de balanço, cuja finalidade é assegurar, em tempo real, o equilíbrio entre a oferta e a demanda de energia elétrica.

A Figura 2.1 apresenta a estrutura de um mercado de energia elétrica.

Figura 2.1 – Ilustração da estrutura dos mercados de energia.

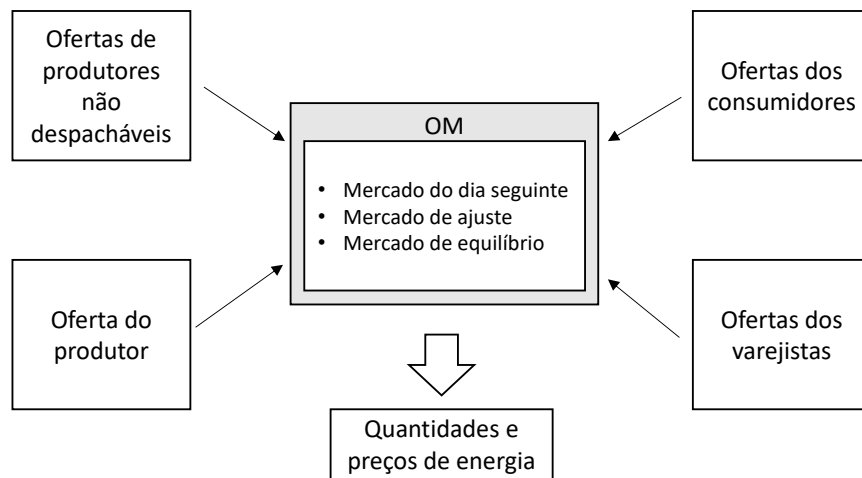


MF: Mercados Futuro, MDS: Mercado do dia seguinte, MA: Mercado de ajuste, MB: Mercado de balanço, MR: Mercado de reserva, MRe: Mercado de regulação

Fonte: Baseado em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010)

A Figura 2.2 ilustra a organização e a dinâmica de funcionamento desse ambiente de negociação. Nesse contexto, os produtores submetem suas ofertas de geração, enquanto consumidores e varejistas registram seus lances de compra nos mercados do dia seguinte, de ajuste e de balanço. Com base nessas informações, o OM executa o processo de compensação (*clearing*), definindo tanto os preços quanto as quantidades efetivamente negociadas. Na figura, as setas mais finas representam os fluxos de lances e ofertas encaminhados ao operador, ao passo que a seta mais espessa indica os resultados do processo de mercado.

Figura 2.2 – Ilustração das ofertas de mercado de energia.



Fonte: Baseado em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010)

2.3 Mercados de Eletricidade

A seguir, são apresentadas os principais tipos de mercado.

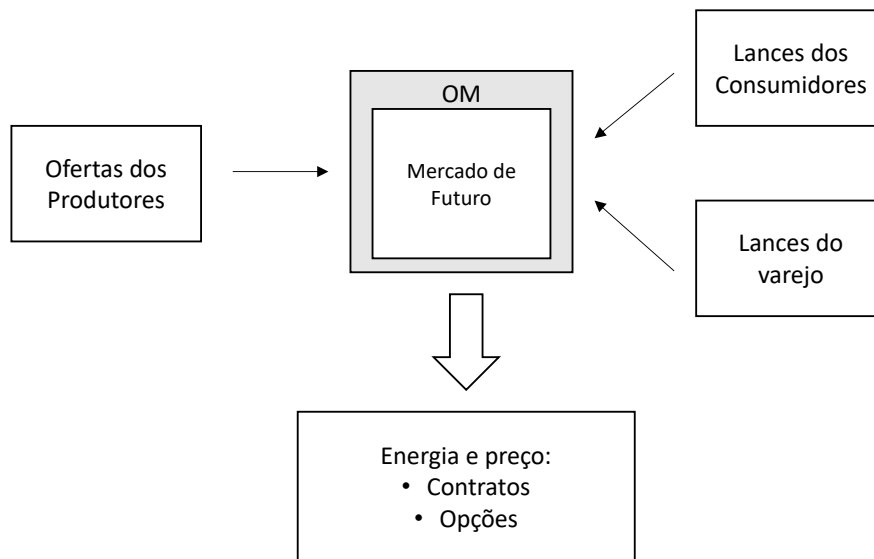
2.3.1 Mercados Futuros

O mercado futuro caracteriza-se como um ambiente de negociação no qual os agentes realizam operações de compra e venda de produtos físicos ou financeiros, com liquidação estabelecida para uma data futura previamente definida. Esses produtos são usualmente denominados derivativos ou instrumentos derivados. A principal finalidade desse mercado consiste em viabilizar a negociação de energia elétrica ou de instrumentos financeiros associados a preços acordados no presente, com liquidação em períodos futuros.

Essa característica torna o mercado futuro especialmente relevante em sistemas elétricos organizados sob o regime de *pool*, nos quais os preços da energia elétrica apresentam elevado grau de incerteza.

A organização e o funcionamento do mercado futuro são apresentados na Figura 2.3. Na figura, as setas mais finas representam os fluxos de lances e ofertas submetidos pelos agentes, enquanto a seta mais espessa indica os resultados consolidados do processo de negociação.

Figura 2.3 – Organização e funcionamento do mercado futuro.

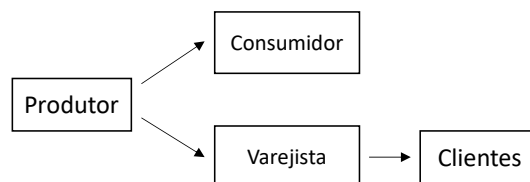


Fonte: Baseado em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010)

2.3.2 Mercados de Contratos Bilaterais

Nesse arranjo, produtores e consumidores firmam negociações diretas de energia e de serviços complementares, estabelecendo contratos com condições acordadas entre as partes, sem a necessidade de intermediação direta de um operador de mercado.

Figura 2.4 – Ilustração da estrutura dos contratos bilaterais.



Fonte: Baseado em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010)

Conforme ilustrado na Figura 2.4, os produtores de energia celebram contratos tanto com consumidores finais quanto com varejistas. Os consumidores destinam a energia adquirida ao atendimento de suas próprias necessidades, enquanto os varejistas realizam a compra com o objetivo de suprir a demanda agregada de seus clientes. As setas representadas indicam os fluxos físicos de energia entre os diferentes agentes do sistema elétrico.

2.3.3 Mercados *Pool*

Os mercados *pool* englobam o mercado do dia seguinte e o mercado de ajustes, que são denominados de curto prazo, nos quais são negociados tanto energia/potência

quanto serviços auxiliares em um curto período de tempo. Os mercados de curto prazo desempenham um papel central na coordenação operacional dos sistemas elétricos, pois são responsáveis por alinhar, em horizontes temporais reduzidos, as decisões de geração e consumo às condições efetivas do sistema. Nesses mercados, a energia é negociada com base em previsões atualizadas de demanda, disponibilidade de geração e restrições da rede, permitindo ajustes contínuos à medida que novas informações se tornam disponíveis. De modo geral, os mercados de curto prazo são organizados em diferentes etapas temporais, que variam desde decisões tomadas com antecedência de um dia até mecanismos de ajuste próximos ou em tempo real.

2.3.3.1 Mercados do Dia Seguinte

O mercado do dia seguinte tem como finalidade planejar a geração das GenCos, o atendimento à demanda dos consumidores e a alocação dos recursos da rede de transmissão para cada hora do dia subsequente. Além disso, estabelece-se um preço de equilíbrio determinado a partir dos lances dos consumidores e das ofertas dos produtores.

2.3.3.2 Mercados de Ajuste

Após o encerramento do mercado do dia seguinte, ocorrem os mercados de ajustes, realizados poucas horas antes do início efetivo da operação programada. O propósito desses mercados é corrigir possíveis discrepâncias entre a demanda prevista e a demanda real, além de lidar com falhas na transmissão ou indisponibilidade de geração por parte de alguma usina.

2.3.3.3 Mercados de Balanço

O balanço entre geração e consumo de energia elétrica deve ser mantido continuamente em tempo real. Para assegurar esse equilíbrio, o Operador Independente do Sistema (OIS) é responsável pela coordenação do mercado de tempo real, garantindo o cumprimento das leis físicas do sistema elétrico, em particular a conservação de energia e o equilíbrio instantâneo entre oferta e demanda.

As GenCos submetem ao OIS ofertas associadas à prestação desses serviços, e o operador realiza o despacho com base em uma ordem de mérito econômica, priorizando as unidades com menores custos marginais até que o equilíbrio do sistema seja restabelecido. O preço de liquidação do serviço corresponde, em geral, ao custo marginal da última oferta aceita para atender à necessidade do sistema.

Quando a rede de transmissão não é considerada no processo de compensação, obtém-se um preço único de equilíbrio aplicável a todos os agentes do mercado. Em contrapartida, ao incorporar as restrições da rede elétrica ao procedimento de *clearing*, os preços passam a ser diferenciados espacialmente, sendo atribuídos preços marginais

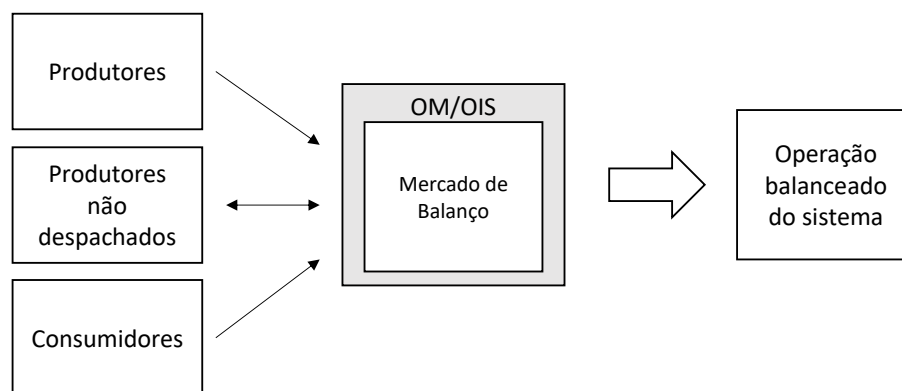
locações (*Locational Marginal Prices* – LMPs) a cada nó do sistema. As diferenças entre os LMPs decorrem das perdas elétricas e dos congestionamentos nas linhas de transmissão. Em situações de congestionamento, torna-se necessário despachar unidades geradoras com custos marginais mais elevados em determinadas regiões do sistema, o que se reflete em preços mais altos nos nós afetados.

O mercado de balanço, também denominado mercado em tempo real (*real-time market*), é liquidado em base horária ou em intervalos intrahorários, por meio de mecanismos competitivos de despacho e de precificação. Sua principal função é suprir déficits ou absorver excedentes de geração e consumo, configurando-se como o último ambiente de negociação antes da efetiva entrega da energia, com o objetivo de assegurar o equilíbrio instantâneo entre produção e consumo e a operação segura do sistema elétrico.

Nesse mercado, produtores, consumidores e, quando aplicável, outros agentes habilitados submetem ofertas de balanço ao OIS ou ao OM, conforme o arranjo institucional vigente. Em situações de insuficiência de geração, as ofertas de incremento de produção são aceitas segundo ordem crescente de preço, até que o equilíbrio do sistema seja restabelecido. Por outro lado, quando ocorre excesso de geração, são selecionadas ofertas de redução de produção ou de aumento de consumo, em ordem decrescente de preço, até que a condição de balanço seja atendida.

A organização e o funcionamento do mercado de balanço são ilustrados na Figura 2.5. Os produtores atuam ofertando energia de balanço, seja para elevação, seja para redução de seus níveis de geração, enquanto produtores não despacháveis e consumidores recorrem a esse mercado para ajustar seus perfis efetivos de produção e consumo em relação aos volumes previamente contratados nos mercados do *pool*.

Figura 2.5 – Organização e funcionamento do mercado de balanço.



Fonte: Baseado em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010)

Por simplicidade, os varejistas, que se comportam de forma análoga aos consumidores, não são explicitamente representados na figura. O mercado de balanço desempenha, portanto, um papel central na manutenção da operação segura e equilibrada do sistema elétrico. Na figura, as setas mais finas representam os fluxos de energia de balanço, ao

passo que a seta mais espessa indica os resultados consolidados do processo de mercado.

A participação de produtores e consumidores no mercado de balanço ocorre sempre que ajustes nos despachos de geração ou nos perfis de consumo se mostram economicamente ou tecnicamente necessários. Consumidores podem ser levados a atuar nesse mercado quando não conseguem controlar plenamente seus perfis de demanda, resultando em desvios em relação aos compromissos assumidos nos mercados anteriores. Já os produtores não despacháveis necessitam, de forma recorrente, recorrer ao mercado de balanço em função da variabilidade e da incerteza inerentes às fontes renováveis intermitentes, o que frequentemente inviabiliza o cumprimento exato de cronogramas de geração previamente acordados.

De modo geral, os preços observados nos mercados *pool* de energia elétrica apresentam características marcantes, tais como médias e variâncias não estacionárias, presença de múltiplas sazonalidades, efeitos de calendário, elevada volatilidade e ocorrência frequente de valores extremos (*price spikes*). Essas propriedades tornam a previsão de preços particularmente desafiadora. Ainda assim, informações sobre preços futuros são fundamentais para que os agentes de mercado possam estruturar adequadamente seus lances no *pool* e conduzir negociações eficientes no mercado futuro.

Os mercados de tempo real não são objeto de análise detalhada neste trabalho.

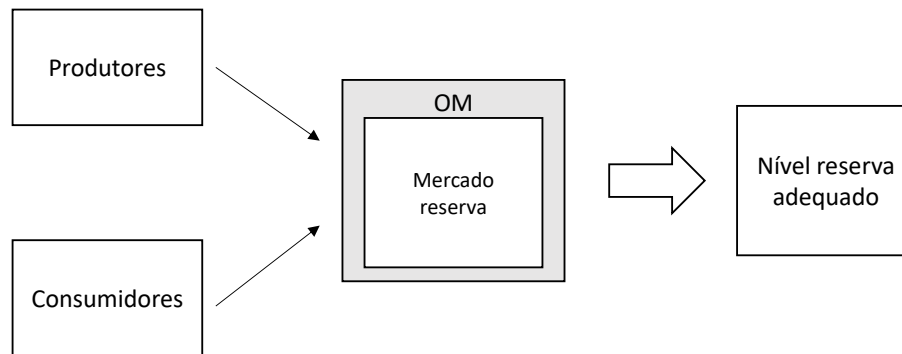
2.3.4 Mercados de Serviços Auxiliares

Com a liberalização dos mercados elétricos, os serviços auxiliares passaram a ser negociados separadamente da energia.

2.3.4.1 Mercados de Reserva e Regulação

O mercado de reserva é, em geral, compensado de forma integrada ao mercado do dia seguinte ou imediatamente após a sua liquidação, sob a responsabilidade do OIS. A compensação ocorre por meio de procedimentos de leilão, cuja complexidade depende das regras específicas de cada mercado. A organização e o funcionamento desse mercado são ilustrados na Figura 2.6.

Figura 2.6 – Organização e funcionamento do mercado de reservas.



Fonte: Baseado em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010)

De modo geral, os serviços de reserva são ofertados por produtores. Entretanto, consumidores e varejistas também podem participar desse mercado ao disponibilizar capacidade de reserva por meio do aumento ou da redução de seus níveis de consumo, quando tecnicamente habilitados. Na Figura 2.6, as setas mais finas representam os fluxos e as ofertas de potência de reserva, enquanto a seta mais espessa indica os resultados do processo de compensação.

O mercado de regulação, por sua vez, é compensado várias horas antes do momento de entrega da energia e tem como objetivo a alocação de faixas de potência destinadas ao acompanhamento de carga entre as unidades de geração habilitadas a prestar esse serviço.

A Figura 2.7 apresenta a organização e o funcionamento do mercado de regulação. A capacidade de acompanhamento de carga é fornecida por unidades geradoras previamente selecionadas. Na figura, as setas mais finas indicam os fluxos e as ofertas de potência de regulação, enquanto a seta mais espessa representa os resultados consolidados do processo de mercado.

Figura 2.7 – Organização e funcionamento do mercado de regulação.



Fonte: Baseado em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010)

2.4 Mercados da Distribuição

Um mercado de energia de distribuição, ou mercado varejista de energia, é uma estrutura de mercado que permite a participação de recursos energéticos distribuídos, tais como geração fotovoltaica distribuída, sistemas de armazenamento por baterias,

veículos elétricos, programas de resposta da demanda e cargas flexíveis, no nível da rede de distribuição. Esse mercado é normalmente operado por um Operador do Sistema de Distribuição (OSD) ou por um Operador do Mercado de Distribuição (OMD), e interage com o MAE operado pelo OIS ou pelo OM atacadista.

O OSD/OMD tem como responsabilidades o atendimento da demanda inelástica do sistema de distribuição, garantindo a manutenção da segurança e da confiabilidade operacional deste sistema. Também é de responsabilidade do OSD/OMD o gerenciamento de congestionamentos no sistema de distribuição bem como o monitoramento e o controle das restrições operativas associadas aos reativos/tensões do sistema de distribuição. Em um ambiente de mercado transativo, o OSD/OMD tem ainda como responsabilidade atuar no mercado atacadista de energia por meio de lances/ofertas de compra/venda de energia no MAE. Em algumas arquiteturas de mercado varejista, o OSD e o OMD podem ter responsabilidades individualizadas, sendo que o OSD é encarregado da operação do sistema de distribuição e o OMD é encarregado da operação do mercado varejista. Em outras estruturas de mercado, esses dois operadores são integrados em um único operador, com as responsabilidades conjuntas de operação do sistema e mercado.

Os REDs que atuam no mercado varejista envolvem: geradores distribuídos, sistemas de armazenamento por baterias, veículos elétricos além de cargas flexíveis (deslocáveis) industriais, comerciais e residenciais. É possível que ocorram ainda neste mercado, cargas que respondem à variação dos preços no mercado varejista, as quais podem contribuir para a redução dos picos de demanda em determinados horários críticos. Os geradores distribuídos que integram o mercado varejista podem ser do tipo termelétrico (geralmente, usinas de menor porte), solar fotovoltaica, eólicas ou micro-turbinas.

Finalmente, podem participar dos mercados varejistas os denominados agregadores. Os agregadores são “junções” de agentes que atuam no mercado de forma conjunta. Assim, agregadores combinam vários recursos distribuídos em um único recurso virtual, o qual atua em nome destes recursos distribuídos de forma agregada, submetendo lances/ofertas ao mercado atacadista. Além disso, esses agregadores podem coordenar os despachos de seus recursos individuais, de modo a maximizar seus lucros ou minimizar seus custos.

Os produtos comercializados no mercado da distribuição envolvem a energia em si, além dos serviços de flexibilidade e serviços ancilares. A energia é comercializada internamente ao mercado varejista, mas também no mercado atacadista, por meio dos lances/ofertas do OSD/OMD àquele mercado. Os serviços de flexibilidade podem envolver a resposta da demanda, o deslocamento intertemporal de cargas no sistema de distribuição, bem como o gerenciamento do carregamento de veículos elétricos e a operação de baterias. Os serviços ancilares do mercado varejista podem envolver o controle de tensão, o suporte de potência reativa, a reserva operativa, etc.

A implantação de mercados de distribuição está na fronteira da pesquisa em mercados transativos de energia. Um dos maiores desafios à implantação dos mercados da

distribuição consiste em integrar o mercado de distribuição com o mercado atacadista de energia. É importante destacar que, em um ambiente de mercado, essa integração nem sempre se dá por meio da cooperação entre os sistemas de distribuição e transmissão, visto que os agentes envolvidos em ambos os sistemas têm objetivos que podem ser conflitantes (i.e. as ações dos agentes nem sempre beneficiam o sistema integrado como um todo). Assim, ferramentas que avaliam os comportamentos desses agentes sob diferentes estratégias operativas são importantes para o entendimento e avanço na implantação dos mercados de energia da distribuição. Novas estruturas de integração entre esses mercados são também muito bem vindas.

3 PROBLEMAS DE COMPLEMENTARIDADE

3.1 Introdução

Este capítulo apresenta, de forma progressiva, os fundamentos de otimização, dualidade, condições de otimalidade e problemas de equilíbrio que servem de base para a formulação de modelos de mercados de energia elétrica por meio de problemas de complementaridade e estruturas hierárquicas. A organização segue do caso mais simples (otimização clássica) até formulações mais gerais e complexas (MPEC e EPEC), destacando limitações analíticas e justificando a escolha metodológica adotada neste trabalho.

3.2 Introdução aos Problemas de Complementaridade

Os problemas de complementaridade são estruturas matemáticas fundamentais para a modelagem e a análise dos mercados de energia elétrica, bem como a descrição de sua organização e funcionamento. Os mercados de energia caracterizam-se pela presença de múltiplos agentes econômicos, tais como geradores, consumidores e operadores do sistema, que interagem de forma competitiva. Cada agente busca a maximização de seu próprio benefício (lucro ou utilidade); contudo, suas decisões são intrinsecamente interdependentes, uma vez que estão acopladas por restrições físicas impostas pela rede elétrica e por regras institucionais do mercado (CONEJO, 2024).

A utilização de problemas de complementaridade permite representar formalmente o comportamento estratégico dos agentes e os mecanismos de formação de preços, possibilitando a análise do equilíbrio resultante dessas interações. Nesse contexto, o mercado de energia elétrica pode ser formulado como um problema de equilíbrio, no qual nenhuma parte possui incentivo a desviar unilateralmente de sua estratégia, dadas as decisões dos demais agentes. Do ponto de vista matemático, tais equilíbrios são frequentemente caracterizados por condições de otimalidade e complementaridade, que permitem representar de forma compacta a interação entre decisões individuais, restrições físicas e preços de mercado.

Matematicamente, um problema de complementaridade é um sistema de igualdades e desigualdades, o qual é definido da seguinte forma: dada uma função $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, o problema de complementaridade não linear $PCN(F)$ consiste em encontrar um $x \in \mathbb{R}^n$

tal que, para todo i :

$$\begin{cases} F_i(x) \geq 0 \\ x_i \geq 0 \\ x_i \cdot F_i(x) = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

Outra forma mais sintética de descrever as condições dadas em (3.1), na forma vetorial, é dada em (3.2):

$$0 \leq F(x) \perp x \geq 0, \quad (3.2)$$

em que o símbolo $\perp$ denota o produto escalar entre dois vetores.

Uma versão mista do $PCN(F)$, denominada problema de complementaridade mista $PCM(F)$ permite que parte do vetor x seja não negativa e parte seja livre. Para isso, suponha o vetor x seja decomposto de modo que a parcela que vai de $i = 1, \dots, n_1$ seja não negativa, a parcela restante seja livre, de forma que podemos definir dois sub-vetores $x \in \mathbb{R}^{n_1}$ e $y \in \mathbb{R}^{n_2}$ que particionam o vetor x original. Assim, o $PCM(F)$ pode ser definido da seguinte forma: dada uma função $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, o problema de complementaridade mista $PCM(F)$ consiste em encontrar um $x \in \mathbb{R}^{n_1}$, $y \in \mathbb{R}^{n_2}$ tal que:

$$\begin{cases} 0 \leq F(x, y) \perp x \geq 0 \\ F_{j+n_1}(x, y) = 0, \forall j = 1, \dots, n_2 \\ y_j \text{ é livre}, \forall j = 1, \dots, n_2 \end{cases} \quad (3.3)$$

Para ilustrar um problema de $PCM(F)$, seja uma função $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $x \in \mathbb{R}^2$ e $y \in \mathbb{R}^1$. Se a função F é dada conforme mostrado em (3.4), então o $PCM(F)$ é definido como em (3.5):

$$F(x_1, x_2, y_1) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - y_1 \\ x_1 + x_2 + y_1 - 2 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0; & x_1 \geq 0; & (x_1 + x_2) x_1 = 0 \\ x_1 - y_1 \geq 0; & x_2 \geq 0; & (x_1 - y_1) x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 + y_1 - 2 = 0 & y_1 \text{ é livre}. \end{cases} \quad (3.5)$$

Um outro exemplo ilustrativo que mostra a relação entre os problema de PCM com um problema de otimização, é detalhado a seguir.

3.3 Problemas de Otimização e Complementaridade

Um problema de otimização ou de programação matemática tem como objetivo minimizar ou maximizar certo objetivo (i.e., uma função objetivo $f(x)$), porém respeitando determinadas restrições, as quais podem ser escritas na forma de igualdade $h(x)$ ou

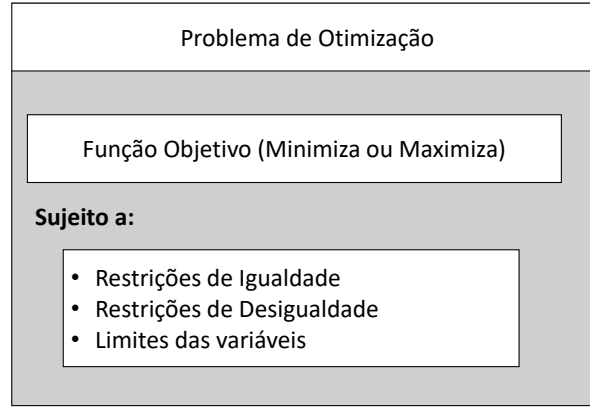
desigualdade $g(x)$, conforme mostrado em (3.6):

$$\begin{aligned} \underset{x}{Min} \quad & f(x) \\ \text{s.a :} \quad & \\ & g(x) \leq 0, \quad (\alpha) \\ & h(x) = 0, \quad (\beta), \end{aligned} \tag{3.6}$$

em que $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$, $\alpha \in \mathbb{R}^m$ and $\beta \in \mathbb{R}^p$

Assim, a estrutura geral de um problema de otimização pode ser ilustrada conforme mostra a Figura 3.1, onde a função objetivo, as restrições de igualdade e desigualdade, bem como os limites nas variáveis são destacados.

Figura 3.1 – Ilustração da estrutura de um problema de equilíbrio.



Fonte: Baseado em (GABRIEL et al., 2013)

Da teoria de otimização descrita em (LUENBERGER; YE, 2008), as condições de KKT associadas ao problema (3.6) são dadas conforme mostrando em (3.7):

$$\begin{aligned} \nabla f(x) + \sum_{i=1}^m \alpha_i g_i(x) + \sum_{j=1}^p \beta_j g_j(x) &= 0 \\ 0 \leq -g_i(x) \perp \alpha_i \geq 0, i &= 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0, \beta_j &\text{ livre}, j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{3.7}$$

Se definirmos a função $F(x, \alpha, \beta) : \mathbb{R}^{n+m+p} \rightarrow \mathbb{R}^{n+m+p}$ conforme, dado em (3.8), as condições de KKT podem ser vistas como um problema de complementaridade mista (PCM)

$$F(x, \alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \nabla f(x) + \sum_{i=1}^m \alpha_i g_i(x) + \sum_{j=1}^p \beta_j g_j(x) \\ -g(x) \\ h(x) \end{pmatrix}, \tag{3.8}$$

em que (x, β) são livres e existe a complementaridade entre a função $-g(x)$ e α .

Para problemas lineares e problemas quadráticos convexos, as condições de KKT são necessárias e suficientes para a caracterização da otimalidade. Logo, para tais problemas, a solução do PCM dado em (3.8) é equivalente à solução do problema de otimização original

(3.6). Assim, mostra-se que tais tipos de problemas de otimização são casos especiais de problemas de complementaridade. Entretanto, existem problemas de otimização para os quais as condições de KKT não podem ser formuladas de modo que possuam significado matemático. Um exemplo típico envolve um problema de otimização em que existem duas ou mais restrições de desigualdade ativas cujos gradientes são linearmente dependentes na solução ótima. Nesse caso, mostra-se que as condições de KKT não podem ser expressas (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006). Para esses problemas as condições de KKT não podem caracterizar a solução do problema de otimização. Além disso, mesmo que as condições de KKT possam ser expressas de modo a ter significado (condições necessárias) elas podem não definir as condições suficientes de otimalidade para alguns problemas de otimização, mas somente as condições necessárias.

Para que as condições de KKT tenha significado matemático, as restrições do problema de otimização associado devem respeitar determinadas condições denominadas de condições de qualificação (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006). Assim, se as restrições de um problema de otimização possuem condições de qualificação, as condições de KKT são condições necessárias (mas não necessariamente suficientes) de otimalidade. Existem várias condições de qualificação de restrição, sendo a condição de qualificação de independência linear (CQIL) a mais comum. As restrições de um problema de otimização satisfazem a CQIL se os gradientes das restrições ativas e de igualdade são linearmente independentes em uma solução factível.

Para problemas de otimização lineares e problemas quadráticos convexos sabe-se ainda, da teoria de otimização, que a solução do problema dual associado ao problema (3.6) é equivalente à solução deste problema. Assim, existem três formas de resolver o problema (3.6), caso este seja linear ou quadrático conexo: i) resolvendo-se diretamente o problema primal, (ii) resolvendo-se o seu problema de complementaridade associado, dado em (3.8) ou resolvendo-se seu problema dual.

Na próxima seção, definem-se os problemas de equilíbrio e suas relações com os problemas de complementaridade.

3.4 Problemas de Equilíbrio e Complementaridade

O conceito de equilíbrio tem sido utilizado em várias áreas do conhecimento tais como economia, engenharia, etc. De forma bastante genérica, a ideia central do conceito de equilíbrio consiste em um estado de um sistema, o qual está sendo modelado, de tal forma que o sistema não possui “incentivo” para se alterar (GABRIEL et al., 2013). Para um modelo econômico, este incentivo pode ser financeiro; já para um modelo físico, o incentivo pode estar baseado em forças naturais, tais como o princípio de conservação de energia, por exemplo. Nesse último caso, caso um ponto de equilíbrio seja atingido (i.e. se as forças envolvidas estejam em equilíbrio), não existem incentivos no sistema para deixar

este ponto.

Embora existam definições mais gerais, para os propósitos deste trabalho, um problema de equilíbrio pode ser entendido como um conjunto de problemas de otimização interdependentes. Seja o conjunto dos n problemas de otimização dados em (3.9):

$$\left. \begin{array}{l} \underset{x^i}{Min} \quad f^i(x^1, \dots, x^n) \\ s.a : \\ \quad g^i(x^1, \dots, x^n) \leq 0 \\ \quad h^i(x^1, \dots, x^n) = 0. \end{array} \right\} i = 1, \dots, n, \quad (3.9)$$

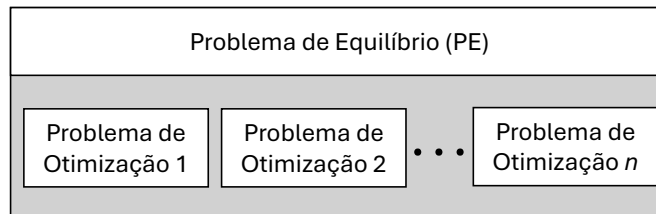
em que $x^i \in \mathbb{R}^{n^i}$, em que n^i é a dimensão do i -ésimo problema de otimização. Se adotarmos $n_T = \sum_{i=1}^n n^i$, teremos $f^i : \mathbb{R}^{n_T} \rightarrow \mathbb{R}$, $g^i : \mathbb{R}^{n_T} \rightarrow \mathbb{R}^{m_D^i}$ e $h^i : \mathbb{R}^{n_T} \rightarrow \mathbb{R}^{m_I^i}$, em que m_D^i é o número de restrições de desigualdade do problema i , enquanto que m_I^i é o número de restrições de igualdade do problema i .

Nota-se que as decisões ótimas x^{i*} de cada problema i em (3.9) dependem das decisões x^{j*} de todos os demais problemas $j = 1, \dots, n; j \neq i$. Assim, os problemas de otimização e as decisões tomadas por cada problema estão interconectados. O problema (3.9) é denominado de equilíbrio de Nash generalizado (GABRIEL et al., 2013). No problema de equilíbrio de Nash, a interligação entre os problemas se dá apenas na função objetivo. O problema de equilíbrio de Nash é descrito em (3.10):

$$\left. \begin{array}{l} \underset{x^i}{Min} \quad f^i(x^1, \dots, x^n) \\ s.a : \\ \quad g^i(x^i) \leq 0 \\ \quad h^i(x^i) = 0. \end{array} \right\} i = 1, \dots, n. \quad (3.10)$$

Assim, a estrutura geral de um problema de equilíbrio pode ser ilustrada conforme mostra a Figura 3.2, onde a função objetivo, as restrições de igualdade e desigualdade, bem como os limites nas variáveis são destacados.

Figura 3.2 – Ilustração da estrutura de um problema de otimização.



Fonte: Baseado em (GABRIEL et al., 2013)

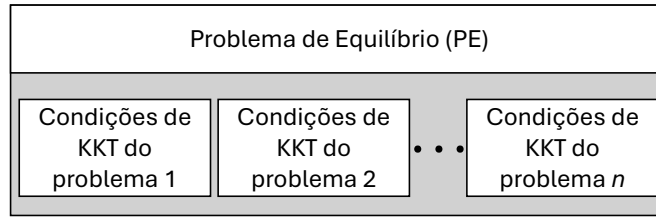
A solução de um problema de equilíbrio pode ser obtida por meio de um sistema de equações e inequações correspondentes às condições de otimalidade de todos os problemas, resolvidos de forma conjunta. Assim, para o problema de Nash generalizado dado em (3.9),

tem-se as condições de KKT dadas em (3.11):

$$\left. \begin{aligned} \nabla_{x^i} f^i(x^1, \dots, x^n) + (\alpha^i)^\top \nabla_{x^i} g^i(x^1, \dots, x^n) + (\beta^i)^\top \nabla_{x^i} h^i(x^1, \dots, x^n) &= 0 \\ 0 \leq -g^i(x^1, \dots, x^n) \perp \alpha^i &\geq 0 \\ h^i(x^1, \dots, x^n) &= 0, \beta^i \text{ livre} \end{aligned} \right\} i = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

Desse modo, para problemas de otimização com condições de KKT que sejam significativas, um problema de equilíbrio pode ser entendido como uma formulação matemática resultante da consideração simultânea das condições de otimalidade de múltiplos problemas de otimização interdependentes, conforme mostrado na Figura 3.3

Figura 3.3 – Ilustração da estrutura de um problema de equilíbrio equivalente.



Fonte: Baseado em (GABRIEL et al., 2013)

Apesar de sua capacidade de modelar interações estratégicas complexas, problemas de equilíbrio apresentam elevado grau de dificuldade analítica e computacional. A formulação conjunta das condições KKT resulta em sistemas altamente não lineares, frequentemente não convexos e com múltiplas soluções possíveis, o que dificulta tanto a análise teórica quanto a implementação numérica.

3.4.1 Problemas de Otimização Linear e Equilíbrio

É possível interpretar um problema de otimização linear e seu respetivo problema dual como um equilíbrio. Para isso, seja o problema de otimização linear genérico dado em (3.12):

$$\begin{aligned} \underset{x}{Min} \quad & c^\top x \\ \text{s.a :} \quad & Ax \geq b \quad (\lambda) \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

O problema dual correspondente a (3.12) é dado por (3.13):

$$\begin{aligned} \underset{\lambda}{Max} \quad & b^\top \lambda \\ \text{s.a :} \quad & A^\top \lambda \leq c \quad (x) \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

O teorema da dualidade fraca para a otimização linear garante que para um par de vetores primal e dual dado por x e λ factível, respectivamente, o valor da função

objetivo do problema primal é maior ou igual ao valor da função objetivo do problema dual (LUENBERGER; YE, 2008), ou seja (3.14):

$$c^\top x \geq b^\top \lambda, \quad (3.14)$$

de modo que uma função objetivo possui a outra como limite para cada par de vetores primal e dual factível dado por x e λ , respectivamente.

Já o teorema da dualidade forte garante que se existe uma solução ótima x^* para o problema primal e uma solução ótima λ^* para o problema dual, então as duas funções objetivos, primal e dual, devem coincidir, conforme mostrado em (3.15):

$$c^\top x^* = b^\top \lambda^*. \quad (3.15)$$

Assim, pode-se imaginar a teoria da dualidade como um jogo em que dois jogadores com diferentes objetivos (i.e. o primeiro buscando minimizar a função $c^\top x$ e o segundo buscando maximizar a função $b^\top \lambda$) estão competindo entre si, em que o jogador 1 controla a variável x e o jogador 2 controla a variável λ . Nota-se que o problema do jogador 1, dado em (3.12), está relacionado ao problema do jogador 2 por meio de sua variável dual (λ) e que o mesmo ocorre para o problema do jogador 2 dado em (3.13), que está relacionado ao problema do jogador 1 por meio de sua variável dual (x). Os resultados dos teoremas de dualidade fraca e forte mostram que na otimalidade, existe um equilíbrio entre esses dois jogadores.

3.4.2 Problemas de Otimização Não Linear e Equilíbrio

A discussão prévia, envolvendo a interpretação das inter-relações entre os problema primal e dual associados a um problema de otimização linear, como um problema de equilíbrio, em que ambos os problemas são considerados simultaneamente e os objetivos dos problemas primal e dual estão em equilíbrio levanta uma questão se a mesma interpretação é aplicável a um problema de otimização não linear. Para uma análise desta questão, seja o problema de otimização não linear dado em (3.16):

$$\begin{aligned} \underset{x}{Min} \quad & f(x) \\ \text{s.a. :} \quad & \\ & g(x) \leq 0 \quad (\lambda) \\ & x \in X, \end{aligned} \quad (3.16)$$

em que o subespaço $X \in \mathbb{R}^n$, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ e $\lambda \in \mathbb{R}_+^m$.

A função Lagrangiana clássica associada a este problema é dada conforme (3.17):

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda^\top g(x) : x \in X, \lambda \geq 0. \quad (3.17)$$

A partir da definição da função Lagrangiana, pode-se definir a função $L^*(x)$, conforme (3.18), para cada $x \in X$:

$$L^*(x) = \underset{\lambda \geq 0}{\text{Max}} L(x, \lambda). \quad (3.18)$$

Observa-se que a para pontos factíveis do problema primal (i.e. $g(x) \leq 0$) tem-se que o produto $\lambda^\top g(x) \leq 0$ (i.e. é não positivo), já que $\lambda \geq 0$. Portanto, em (3.18) a melhor escolha a fazer é adotar $\lambda = 0$ para maximizar a função $L(x)$. Assim, dado que λ é nulo, tem-se que $L^*(x) = f(x)$. Por outro lado, para pontos infactíveis (i.e. $g(x) > 0$), a função $L^*(x)$ se torna ilimitada, pois pode-se adotar valores crescentes de λ , de modo a maximizar $L(x)$. Assim, a função $L^*(x)$ pode ser reescrita como em (3.19):

$$L^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } g(x) \leq 0 \\ \infty & \text{se } g(x) > 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

Desconsiderando-se a situação de infactibilidade primal, onde a função $L^*(x)$ tende ao infinito, podemos reescrever o problema primal (3.16) como em (3.20):

$$\underset{x \in X}{\text{Min}} L^*(x). \quad (3.20)$$

Pode-se agora definir a função dual como $L_*(x)$ em (3.21):

$$L_*(x) = \underset{x \in X}{\text{Min}} L(x, \lambda). \quad (3.21)$$

De acordo com (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006), o problema dual Lagrangiano consiste na maximização da função dual dada em (3.21), conforme mostrado em (3.22):

$$\underset{\lambda \geq 0}{\text{Max}} \underset{x \in X}{\text{Min}} L(x, \lambda). \quad (3.22)$$

De forma similar à teoria de dualidade da otimização linear, existe um teorema de dualidade forte para a otimização não linear que estabelece que para pontos factíveis primal ($x \in X$) e dual ($\lambda \geq 0$), a função objetivo do problemas primal é um limitante superior para a função objetivo do problema dual (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006), ou seja vale (3.23):

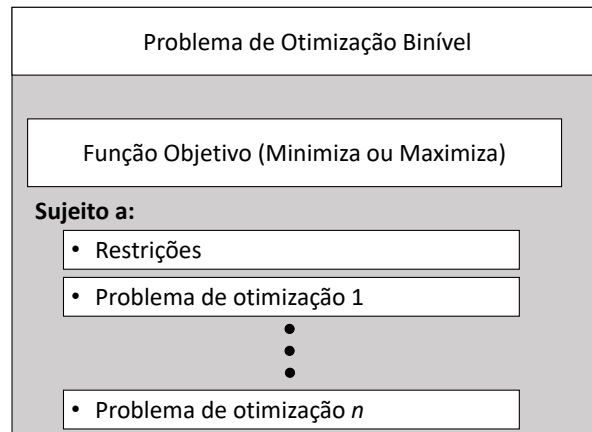
$$f(x) \geq f(x) + \lambda^\top g(x), \forall x \in X, \lambda \geq 0. \quad (3.23)$$

Se a função $f(x)$ é convexa e diferenciável e cada restrição $g_i(x)$ também é convexa e diferenciável, e supondo-se ainda condições de regularidade (i.e. quando as condições de KKT são válidas e possuem significado), então os objetivos primal e dual são iguais (LUENBERGER; YE, 2008). Dessa forma, desde que estas condições sejam respeitadas, de forma análoga à discussão feita para a programação linear, é possível interpretar as inter-relações entre os problema primal e dual associados a um problema de otimização não linear, como um problema de equilíbrio, em que ambos os problemas são considerados simultaneamente e os objetivos dos problemas primal e dual estão em equilíbrio.

3.5 Programas Matemáticos com Restrições de Equilíbrio (MPEC)

Um Programa Matemático com Restrições de Equilíbrio (do inglês, *Mathematical Program with Equilibrium Constraints* – MPEC) consiste em um problema de otimização no qual parte das restrições é dada por condições de equilíbrio. Essas condições são, tipicamente, expressas por problemas de complementaridade ou pelas condições de Karush–Kuhn–Tucker (KKT) associadas a um ou mais problemas de otimização de nível inferior. Nesses casos, o problema de otimização original é denominado de problema binível. Problemas de otimização biníveis constituem problemas em que um ou mais problemas de otimização atuam como restrição de outro problema de otimização. Uma estrutura típica de um problema binível é mostrada na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Ilustração da estrutura de um problema de otimização binível.



Fonte: Baseado em (GABRIEL et al., 2013)

Esse tipo de formulação é particularmente relevante em aplicações que envolvem interação estratégica entre agentes, como modelos de mercados de energia elétrica. Uma estrutura típica para um problema binível, porém dada para um caso particular, em que o

nível inferior é dado por dois problemas de otimização, é mostrada em (3.24):

$$\begin{array}{l}
 \underset{x \cup \{x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2\}}{\text{Min}} \quad f(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) \\
 \text{s.a} \quad \left\{ \begin{array}{l} h(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) = 0 \\ g(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) \leq 0 \\ \underset{x^1}{\text{Min}} \quad f^1(x, x^1, x^2) \\ \text{s.a} \quad \left\{ \begin{array}{l} h^1(x, x^1, x^2) = 0 \quad (\lambda^1) \\ g^1(x, x^1, x^2) \leq 0 \quad (\mu^1) \end{array} \right. \\ \underset{x^2}{\text{Min}} \quad f^2(x, x^1, x^2) \\ \text{s.a} \quad \left\{ \begin{array}{l} h^2(x, x^1, x^2) = 0 \quad (\lambda^2) \\ g^2(x, x^1, x^2) \leq 0 \quad (\mu^2) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3.24)
 \end{array}$$

em que $x \in \mathbb{R}^{n_0}$ corresponde às variáveis de otimização do problema de nível superior; $x^i \in \mathbb{R}^{n_i}$ corresponde às variáveis de otimização do problema de nível inferior i ; $\lambda^i \in \mathbb{R}^{m_I^i}$ corresponde às variáveis duais das restrições de igualdade do problema de nível inferior i e $\mu^i \in \mathbb{R}^{m_D^i}$ corresponde às variáveis duais das restrições de desigualdade do problema de nível inferior i .

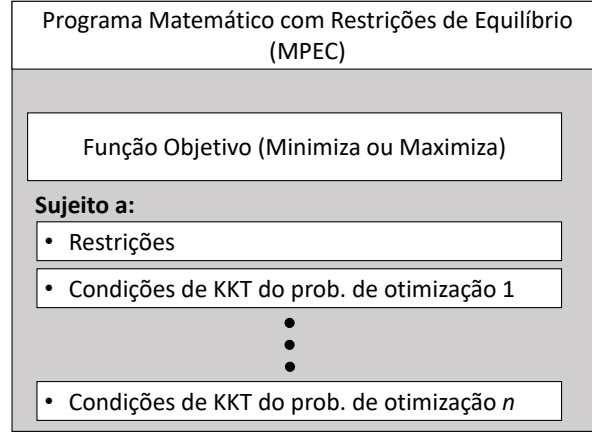
Se adotarmos $n_g = \sum_{i=0}^2 n_i$ como sendo a dimensão dos dois problemas de nível inferior, e $n_G = n_g + \sum_{i=1}^2 (m_I^i + m_D^i)$ como a dimensão do problema de nível superior, pode-se definir as funções do problema de nível superior como: $f : \mathbb{R}^{n_G} \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R}^{n_G} \rightarrow \mathbb{R}^{m_I}$, $g : \mathbb{R}^{n_G} \rightarrow \mathbb{R}^{m_D}$, em que m_I e m_D correspondem ao número de restrições de igualdade e de desigualdade, respectivamente, do problema de nível superior. Já as funções dos problemas de nível inferior podem ser definidas como: $f^i : \mathbb{R}^{n_g} \rightarrow \mathbb{R}$, $h^i : \mathbb{R}^{n_g} \rightarrow \mathbb{R}^{m_I^i}$ e $g^i : \mathbb{R}^{n_g} \rightarrow \mathbb{R}^{m_D^i}$.

De forma geral, um problema binível pode ser interpretado como um problema de otimização de nível superior sujeito às soluções de problemas de otimização inter-relacionados de nível inferior. Nessa estrutura hierárquica, as decisões do nível superior influenciam diretamente os problemas de nível inferior, enquanto as soluções dos problemas de nível inferior, por sua vez, condicionam a região viável do problema de nível superior. Essa dependência mútua torna a modelagem altamente representativa, porém também significativamente mais complexa.

As variáveis de decisão de um problema binível podem ser particionadas em dois subconjuntos: aquelas diretamente associadas ao problema de nível superior (i.e. x) e aquelas relacionadas ao problema de nível inferior (i.e. $(x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2)$). Destaca-se ainda que o problema de nível superior depende não apenas das variáveis primais dos níveis inferiores, mas também das variáveis duais associadas às suas restrições, o que reforça o acoplamento entre os diferentes níveis do modelo.

Quando os problemas de otimização de nível inferior são convexos, é possível substituí-los por suas respectivas condições KKT, obtendo-se uma formulação do tipo MPEC, conforme mostrado na Figura 3.5.

Figura 3.5 – Ilustração da estrutura de um Programa Matemático com Restrições de Equilíbrio - MPEC.



Fonte: Baseado em (GABRIEL et al., 2013)

Para o problema binível (3.24), o problema de MPEC associado é mostrado em (3.25), em que ficam evidentes as restrições de complementaridade:

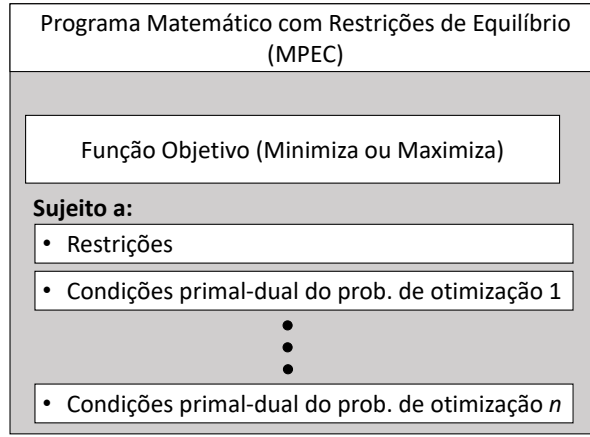
$$\begin{aligned}
 & \underset{x \cup \{x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2\}}{\text{Min}} && f(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) \\
 & \text{s.a} && \\
 & && h(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) = 0 \\
 & && g(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) \leq 0 \\
 & && \nabla_{x^1} f^1(x, x^1, x^2) + (\lambda^1)^T \nabla_{x^1} h^1(x, x^1, x^2) + (\mu^1)^T \nabla_{x^1} g^1(x, x^1, x^2) = 0 \\
 & && h^1(x, x^1, x^2) = 0 \\
 & && 0 \leq -g^1(x, x^1, x^2) \perp \mu^1 \geq 0 \\
 & && \nabla_{x^2} f^2(x, x^1, x^2) + (\lambda^2)^T \nabla_{x^2} h^2(x, x^1, x^2) + (\mu^2)^T \nabla_{x^2} g^2(x, x^1, x^2) = 0 \\
 & && h^2(x, x^1, x^2) = 0 \\
 & && 0 \leq -g^2(x, x^1, x^2) \perp \mu^2 \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Contudo, essa transformação introduz, em geral, um grande número de restrições de complementaridade associadas às condições de KKT, resultando em uma região viável tipicamente não convexa e em restrições que não satisfazem qualificações de restrições clássicas, como as restrições de independência linear (do inglês *Linear Independence Constraint Qualification* – LICQ). Mostra-se em (GABRIEL et al., 2013) que as restrições de complementaridade advindas das condições de KKT não atendem as qualificações de restrição LICQ em nenhum ponto factível.

Uma alternativa às condições de otimalidade de KKT tem sido investigada em problemas práticos, que consiste nas condições de otimalidade primal-dual (LêDO; NE-

POMUCENO; CONEJO, 2024). Estas condições de otimalidade consistem em substituir os problemas de nível inferior pelas seguintes desigualdades: (i) as restrições primais do problema de nível inferior; (ii) as restrições duais do problema de nível inferior e (iii) uma restrição de igualdade que representa a dualidade forte (i.e. as funções objetivo dos problemas primal e dual do problema de nível inferior devem ter valores iguais). Essa nova abordagem é mostrada na Figura 3.6:

Figura 3.6 – Ilustração da estrutura de um Programa Matemático com Restrições de Equilíbrio - MPEC.



Fonte: Produzido pelo autor.

A partir dessa nova abordagem, o problema de MPEC associado ao problema binível (3.24) pode ser rescrito conforme dado em (3.26):

$$\begin{aligned}
 & \underset{x \cup \{x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2\}}{\text{Min}} && f(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) \\
 & \text{s.a} && \\
 & && h(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) = 0 && (a) \\
 & && g(x, x^1, \lambda^1, \mu^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) \leq 0 && (b) \\
 & && g^1(x, x^1, x^2) \leq 0 && (c) \\
 & && h^1(x, x^1, x^2) = 0 && (d) \\
 & && \nabla_x L^1(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = 0 && (e) \\
 & && \nabla_{x^1} L^1(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = 0 && (f) \\
 & && \nabla_{x^2} L^1(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = 0 && (g) \\
 & && f^1(x, x^1, x^2) = \theta^1(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) && (h) \\
 & && g^2(x, x^1, x^2) \leq 0 && (i) \\
 & && h^2(x, x^1, x^2) = 0 && (j) \\
 & && \nabla_x L^2(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = 0 && (k) \\
 & && \nabla_{x^1} L^2(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = 0 && (l) \\
 & && \nabla_{x^2} L^2(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = 0 && (m) \\
 & && f^2(x, x^1, x^2) = \theta^2(x, x^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) && (n)
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

em que as funções Lagrangianas associadas aos problemas de nível inferior são dadas por (3.27) e (3.28):

$$L^1(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = f^1(x, x^1, x^2) + (\lambda^1)^T h^1(x, x^1, x^2) + (\mu^1)^T g^1(x, x^1, x^2) \quad (3.27)$$

$$L^2(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = f^2(x, x^1, x^2) + (\lambda^2)^T h^2(x, x^1, x^2) + (\mu^2)^T g^2(x, x^1, x^2). \quad (3.28)$$

As funções duais são dadas por (3.29) e (3.30):

$$\theta^1(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) = \max_{\lambda^1 \geq 0} \min_{x^1} L^1(x, x^1, x^2, \lambda^1, \mu^1) \quad (3.29)$$

$$\theta^2(x, x^1, x^2, \lambda^2, \mu^2) = \max_{\lambda^2 \geq 0} \min_{x^2} L^2(x, x^1, x^2, \lambda^2, \mu^2). \quad (3.30)$$

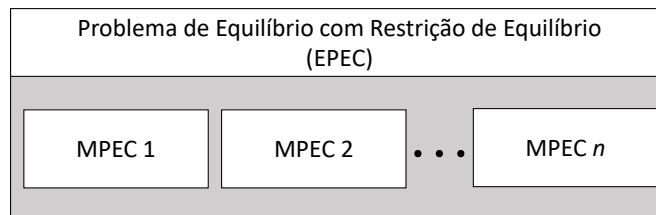
No MPEC resultante, as restrições primais para os problemas de nível inferior são dadas de (3.26)(c)–(d) e (3.26)(i)–(j), enquanto que as restrições duais são dadas de (3.26)(e)–(g) e (3.26)(k)–(m). Já as restrições de dualidade forte são dadas em (3.26)(h) e (3.26)(n).

As condições de otimalidade primal-dual introduzem um número menor de restrições de complementaridade na representação do problema de nível inferior, facilitando consideravelmente a sua solução numérica (LêDO; NEPOMUCENO; CONEJO, 2024). Dadas as suas boas propriedades numérico-computacionais, essas condições de otimalidade são utilizadas neste trabalho para a resolução do problema de otimização binível proposto.

3.6 Problemas de Equilíbrio com Restrições de Equilíbrio (EPEC)

Um Problema de Equilíbrio com Restrições de Equilíbrio (do inglês, *Equilibrium Problem with Equilibrium Constraints* – EPEC) pode ser entendido como um conjunto de problemas de MPEC inter-relacionados, cuja solução é obtida pela resolução conjunta desses problemas. Uma estrutura geral para um EPEC é mostrada na Figura 3.7.

Figura 3.7 – Ilustração da estrutura de um problema de equilíbrio com restrições de equilíbrio – EPEC.



Fonte: Baseado em (GABRIEL et al., 2013)

A estrutura de EPEC ilustrada em (3.7) surge naturalmente em contextos nos quais múltiplos agentes estratégicos resolvem problemas do tipo MPEC de forma simultânea.

A solução de problemas formulados na forma de um EPEC, consiste em substituir os problemas de MPEC por suas correspondentes condições de otimalidade, tais como as condições de KKT ou condições de otimalidade primal-dual. Nesse caso, dado que cada MPEC já possui restrições de complementaridade associadas às condições de otimalidade dos problemas de nível inferior, seria necessário obter as condições de otimalidade dessas restrições de complementaridade, o que complica ainda mais a solução do problema. Se nos problemas de MPEC, cada problema de nível inferior for substituído por suas condições de KKT correspondentes, a obtenção das condições de otimalidade associadas a cada MPEC envolveria obter “as condições de KKT das condições de KKT”. Esse tipo de técnica torna a solução do EPEC ainda mais complexa que a solução do MPEC.

Em geral, é conveniente obter as condições de otimalidade dos problemas de nível inferior dos problemas de MPEC por meio das condições de otimalidade primal-dual, as quais em geral possuem menos termos bilineares. A seguir, aplica-se novamente as condições de otimalidade sobre o problema de MPEC. Em geral estas últimas condições de otimalidade são do tipo KKT, pois as não convexidades nos problemas de MPEC geralmente impedem a utilização de condições de otimalidade primal-dual. Uma opção consiste em obter aproximações convexas para os problemas de MPEC, como descrito em (LêDO; NEPOMUCENO; CONEJO, 2024), de modo que tornar viável a aplicação das condições de otimalidade primal-dual também na caracterização dos problemas de MPEC.

Do ponto de vista analítico e computacional, tanto MPECs quanto EPECs apresentam desafios significativos. A não convexidade da região viável, a ausência de regularidade das restrições de complementaridade e a necessidade de resolver sistemas acoplados de condições KKT, ou de condições primal-dual, dificultam a caracterização de soluções e a aplicação de métodos de otimização padrão para a solução de MPECs e EPECs. Assim, técnicas específicas precisam ser investigadas para cada caso, de modo a tornar viável a solução deste problema.

No Capítulo 4, a teoria de problemas de complementaridade, discutida neste capítulo, é utilizada para propor e resolver um modelo de operação estratégica binível multi-período para o operador do sistema de distribuição.

4 MODELO DE OPERAÇÃO ESTRATÉGICA BINÍVEL MULTI-PERÍODO (OE-BM)

Neste capítulo, discute-se o modelo de operação estratégica binível multi-período (OE-BM) proposto para o operador de um sistema de distribuição (OSD), o qual busca definir os níveis de geração interna ao sistema de distribuição e, ao mesmo tempo, definir a geração adquirida por este operador no ambiente do mercado atacadista de energia (MAE). No modelo proposto, a interação entre os dois sistemas ocorre por meio dos preços da energia nos mercados atacadista e varejista.

O modelo é descrito como um problema de otimização binível. O nível superior representa um problema de Fluxo de Potência Ótimo Multi-Período para a Distribuição (FPO-MPD). O FPO-MPD é formulado como um problema de otimização não linear, cujo objetivo consiste na minimização de custos de produção de energia dos geradores internos ao sistema de distribuição, sujeito às várias restrições operacionais deste sistema. Tais restrições envolvem: o atendimento de demanda inelástica, os limites nas gerações de potência ativas e reativas dos geradores internos à distribuição, limites nos fluxos de potência na rede de distribuição, bem como os limites em suas tensões e correntes. Além disso, são representadas cargas flexíveis, as quais podem ser controladas e ter sua demanda deslocada entre períodos do problema de FPO-MPD.

Já o modelo de nível inferior, por sua vez, é representado por um procedimento de compensação do mercado (PCM) atacadista, um algoritmo que define o despacho de geração e o consumo efetivamente obtido no mercado atacadista de energia, a partir dos lances de geradores e consumidores neste mercado. O modelo de PCM é formulado como um problema de otimização que tem como objetivo a maximização da função de bem comum. O modelo de PCM está sujeito às seguintes restrições: o atendimento da demanda elástica do sistema de transmissão em cada barra, os limites operacionais sobre as potências de saída das unidades geradoras do sistema de transmissão, os limites operacionais sobre a demanda elástica dos consumidores, os limites operacionais dos fluxos de potência ativa na rede de transmissão. Por simplicidade são eliminadas as variáveis binárias deste modelo, de forma que a sua dualização seja possível. Como será discutido na Seção 4.5, esta dualização será necessária para a solução do problema binível.

Como o modelo binível proposto considera o modelo de FPO-MPD, em seu nível superior, este modelo abre a possibilidade de analisar a tomada de decisão do OSD como um agente *price-maker*, i.e., um agente que tem potencialmente o poder de alterar os

preços do mercado atacadista, por meio de seus lances/ofertas. Nota-se que, em função de suas flexibilidades de geração interna e também por suas cargas flexíveis e baterias, o OSD pode atuar como um agente que vende ou compra energia no MAE. Em função desta flexibilidade, este agente é denominado de prosumidor (do inglês, *prosumer*), pois este pode atuar como produtor ou consumidor de energia. Esta característica faz com que o agente seja tratado de forma individualizada, i.e., com formulação matemática própria.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. A nomenclatura utilizada no modelo está descrita na Seção 4.1. O modelo de nível superior, representado pelo FPO-MPD do mercado varejista, é descrito na Seção 4.2. O modelo de nível inferior, representado pelo modelo de PCM do mercado atacadista, é descrito na Seção 4.3. A metodologia de solução do problema binível está descrita na Seção 4.5, a qual envolve a reformulação do modelo binível em um problema de otimização de um único nível. Isso é feito por meio da substituição do problema de nível inferior por suas condições de otimalidade duais, conforme descrito no Capítulo 3. O problema em um único nível que resulta desta substituição é denominado problema matemático com restrições de equilíbrio (MPEC, do inglês *mathematical problem with equilibrium constraints*), o qual é descrito na Seção 4.6. Como este problema possui apenas um nível, este pode ser resolvido por pacotes computacionais de otimização (*solvers*) não lineares. Em função das restrições de complementaridade presentes no (MPEC), sua solução é complexa, e pode ser difícil mesmo quando adotamos os melhores *solvers* de otimização não linear disponíveis.

4.1 Nomenclatura

Esta seção descreve a nomenclatura do modelo binível proposto, sendo destacados os conjuntos, parâmetros, variáveis e funções adotados. As variáveis são classificadas como pertencentes ao nível inferior ou superior e em primais e duais.

Conjuntos

Nível Superior

C^D	Conjunto de consumidores do sistema de distribuição
E^T	Conjunto de barras do sistema de transmissão que se conectam ao sistema de distribuição.
F^D	Conjunto de barras do sistema de distribuição.
G^D	Conjunto de geradores do sistema de distribuição.
M_n^D	Conjunto de barras do sistema de distribuição diretamente conectadas (vizinhas) à barra n .

N^D	Conjunto de barras do sistema de distribuição.
S_n	Conjunto de barras n com bancos de capacitores <i>shunt</i> .
T	Conjunto de períodos de tempo.

Nível Inferior

C^T	Conjunto de consumidores do sistema de transmissão.
G^T	Conjunto de geradores do sistema de transmissão.
M_n^T	Conjunto de barras do sistema de transmissão diretamente conectadas (vizinhas) à barra n .
N^T	Conjunto de barras do sistema de transmissão.
T	Conjunto de períodos de tempo.

Parâmetros

Nível Superior

$\overline{V}_n$	Tensão máxima da barra n .
$\underline{V}_n$	Tensão mínima da barra n .
$\overline{P}_g^{DG}$	Potência máxima dos geradores g da distribuição.
$\underline{P}_g^{DG}$	Potência mínima dos geradores g da distribuição.
P_a^{PCC}	Limite da potência adquirida.
I_{nm}^{MAX}	corrente máxima da linha $n - m$
R_{nm}	Resistência da linha entre as barras $n - m$.
α_g^{DG}	Fator de potência da geração.
α_c^c	Fator de potência da carga.
$\overline{P}_c^{SH}$	Potência máxima da carga deslocável c .
$\underline{P}_c^{SH}$	Potência mínima da carga deslocável c .
b_n^{SC}	Susceptância do capacitor da barra n

Nível Inferior

$\overline{F}_{nm}$	Fluxo máximo de potência ativa na linha $n - m$.
$\underline{F}_{nm}$	Fluxo mínimo de potência ativa na linha $n - m$.
$\overline{P}_{g,t}^G$	Potência máxima do gerador g no período t .
$\overline{P}_{c,t}^C$	Potência máxima do consumidor c no período t .
X_{nm}	Reatância da linha entre as barras $n - m$.
$\lambda_{g,t}^G$	Lance de geração do gerador g no período t .
$\lambda_{c,t}^C$	Lance dos consumidores c no período t .

Variáveis**Nível Superior**

$p_{c,t}^{SH}$	Potência de carga deslocável no período t .
$p_{a,t}^A$	Potência ativa adquirida na interface de fronteira pelo operador do sistema no período t .
$p_{g,t}^{DG}$	Potência ativa gerada pelo gerador g no período t .
$p_{c,t}^D$	Potência ativa pela carga c no período t .
D_{ct}	Demanda dos consumidores c no período t .
Q_{st}^{SC}	Operação dos Bancos de Capacitores Shunt s das barras no período t .
$q_{a,t}^A$	Potência reativa de fronteira pelo operador do sistema no período t .
$q_{g,t}^{DG}$	Potência reativa gerada por geração distribuída no período t .
$q_{c,t}^D$	Potência reativa demandada no período t .
$f_{n,m,t}^P$	Fluxo de potência ativa da distribuição na linha $n - m$ no período t .
$f_{n,m,t}^Q$	Fluxo de potência reativa da distribuição na linha $n - m$ no período t .
$i_{n,m,t}$	Corrente elétrica na linha $n - m$ no período t .
$l_{n,m,t}^P$	Perda de potência ativa na linha $n - m$ no período t .
$l_{n,m,t}^Q$	Perda de potência reativa na linha $n - m$ no período t .
$v_{n,t}$	Módulo da tensão elétrica na barra n no período t .
π_{et}^{OST}	preço/custo da potência adquirida pela distribuidora no sistema de transmissão.

Nível Inferior - Primal

$f_{nm,t}$	Fluxo de potência ativa na linha da transmissão na linha $n - m$ no período t .
$f_{e,m,t}$	Fluxo de potência ativa na linha da transmissão de fronteira $e - m$ no período t .
$p_{g,t}^G$	Potência ativa gerada na transmissão pelo gerador g no período t .
$p_{c,t}^C$	Potência ativa consumida na transmissão pelo consumidor c no período t .
p_{et}^{OSD}	Potência ativa do OSD na barra de fronteira e no período t .
$\theta_{n,t}$	Ângulo da tensão fasorial na barra n no período t .
$\theta_{m,t}$	Ângulo da tensão fasorial na barra m no período t .
π_{et}^{OSD}	preço/custo da potência adquirida pela distribuidora no sistema de distribuição.

Nível Inferior - Dual

$\mu_{g,t}^{Gmax}$	Multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de geração do gerador g no período t .
$\mu_{g,t}^{Gmin}$	Multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de geração do gerador g no período t .
$\mu_{c,t}^{Cmax}$	Multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de consumo do consumidor c no período t .
$\mu_{c,t}^{Cmin}$	Multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de consumo do consumidor c no período t .
$\psi_{nm,t}^{max}$	Multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de fluxo na linha $n - m$ no período t .
$\psi_{nm,t}^{min}$	Multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de fluxo na linha $n - m$ no período t .
$\psi_{nm,t}$	Multiplicador de Lagrange associado à equação de fluxo de potência na linha $n - m$.
$\pi_{n,t}^{OST}$	Preço nodal (LMP) no sistema de transmissão na barra n no período t .
$\mu_{e,t}^{OSD}$	Multiplicador de Lagrange associado à potência trocada entre o OST e o OSD na barra de fronteira e .

4.2 Nível Superior

4.2.1 Função Objetivo

Conforme já descrito, o modelo de nível superior é representado por um FPO-MPD, o qual é formulado como um problema de otimização não linear, uma vez que a representação não linear dos reativos-tensões é necessária em sistemas de distribuição. A não representação das características dos reativos-tensões pode produzir soluções com baixo nível de representatividade para estes sistemas.

A função objetivo proposta em (4.1) minimiza o custo de produção da potência gerada pelas unidades termelétricas internas ao sistema de distribuição, os quais são dados por funções quadráticas da geração, conforme descrito em (WOOD; WOLLENBERG; SHEBLE, 2013)), bem como os “custos de importação” de energia. Nota-se que, dependendo do sinal da potência adquirida p_{at}^A de uma determinada unidade a no período t , essa pode ser um potência comprada do mercado atacadista (i.e., sinal positivo), ou uma potência vendida para o mercado atacadista (i.e., sinal negativo). Nota-se ainda que quando o sinal é positivo os termos associados na função objetivo se tornam um custo a ser minimizado. Por outro lado, quando o seu sinal é negativo, se torna um lucro a ser maximizado.

$$\min_{\pi^{OSD}, \cup \Xi \cup \Xi^P \cup \Xi^D} \left(\sum_{t \in T} \left(\sum_{g \in G^D} \left[A_g (p_{gt}^{DG})^2 + B_g (p_{gt}^{DG}) + C_g \right] + \sum_{e \in E^T, a \in F_e^D} \pi_{et}^{OST} p_{at}^A \right) \right) \quad (4.1)$$

É importante destacar que a distribuição também consiste em um mercado de energia. Assim, uma outra formulação para a função objetivo do problema de FPO-MPD seria dada pela maximização da função de bem comum, onde os geradores e consumidores fariam ofertas/lances de geração e consumo no mercado varejista. Entretanto, como a demanda da distribuição é considerada inelástica, i.e. uma demanda fixa, e que não fornece lances no leilão do mercado varejista, o modelo de minimização dos custos das ofertas dos geradores é um boa forma de modelagem para este problema.

O modelo de FPO-MPD do nível superior está sujeito às restrições apresentadas na Seção 4.2.2, a seguir.

4.2.2 Restrições

O modelo de FPO-MPD proposto envolve restrições operacionais relacionadas aos limites do sistema de distribuição e emprega uma formulação baseada no fluxo de potência em redes, conforme as abordagens apresentadas em (FARIVAR; LOW, 2013) e (LIN; WU; SHAHIDEHPOUR, 2020). Embora também fundamentadas no problema de fluxo de potência ótimo, essas abordagens diferem das formulações tradicionalmente empregadas em sistemas de transmissão, como a apresentada em (PINHEIRO et al., 2022), em razão das características distintas de modelagem e operação das redes de distribuição. Assim é necessária a representação detalhada dos reativos e tensões. As seguintes restrições

são descritas nesta seção: limites nas magnitudes de tensão em cada barra, limites nas correntes na rede de distribuição, quedas de tensão nesta rede, limites nos fluxos de potência aparente na rede, limites de potência ativa e reativa nos geradores internos do sistema de distribuição, limites nas cargas deslocáveis do sistema de distribuição, atendimento das demandas de potência ativa, reativa e limites de intercâmbio com o sistema de transmissão.

O conjunto de restrições dado em (4.2) estabelece os limites operacionais nas magnitudes das tensões nas barras do sistema de distribuição (conjunto N^D). Em todos os períodos (conjunto T). Note-se que a variável v_{nt} denota a magnitude de tensão ao quadrado.

$$\underline{V}_n^2 \leq v_{nt} \leq \overline{V}_n^2, \quad \forall n \in N^D, \forall t \in T. \quad (4.2)$$

Essa restrição assegura que as tensões permaneçam dentro dos limites admissíveis, evitando danos aos equipamentos. Diferentemente das redes de transmissão, a não consideração dessas restrições na modelagem do sistema de distribuição pode resultar em soluções que não representem adequadamente as condições de operação relacionadas à potência reativa e aos níveis de tensão da rede.

O conjunto de restrições dado em (4.3) impõe um limite superior às correntes nos ramos do sistema de distribuição, garantindo que a capacidade térmica dos condutores não seja excedida. Também neste caso a variável i_{nmt} denota o quadrado da corrente no ramo $n - m$ no período t . Note-se que o conjunto M_n^D representa o conjunto das barras de distribuição vizinhas (diretamente conectadas) à barra n .

$$i_{nmt} \leq \left(I_{nm}^{MAX}\right)^2, \quad \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T. \quad (4.3)$$

O conjunto de restrições (4.4) modela a queda de tensão nos ramos do sistema de distribuição, considerando as componentes resistiva e reativa da impedância, bem como os fluxos de potência ativa e reativa:

$$v_{mt} = v_{nt} - 2 \left(R_{nm} f_{nmt}^P + X_{nm} f_{nmt}^Q \right) + \left(R_{nm}^2 + X_{nm}^2 \right) i_{nmt}, \quad (4.4)$$

$$\forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T.$$

O conjunto de restrições (4.5) impõe limites às potências aparentes nos ramos da rede de distribuição. Nota-se que esta restrição é descrita por uma cônica. Essa é uma vantagem importante quando é necessário fazer a dualização do modelo, visto que as restrições cônicas possuem duais explícitas. Entretanto, no caso do modelo proposto, esta característica não é utilizada, já que esta restrição está no nível superior, e não necessita ser dualizada. Finalmente, é importante destacar que esta restrição foi relaxada por meio da substituição da igualdade por uma desigualdade. Essa alteração é fundamental para que a restrição possa ser expressa em uma forma cônica, permitindo a obtenção de uma formulação convexa. Assim, a relaxação não apenas amplia a região factível do problema original, mas também possibilita o emprego de técnicas de otimização convexa, facilitando

a obtenção da solução do problema.

$$\left(f_{nmt}^P\right)^2 + \left(f_{nmt}^Q\right)^2 \leq v_{nt} i_{nmt}, \quad \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T. \quad (4.5)$$

As perdas de potência ativa em cada ramo são modeladas pelo conjunto de restrições dado em (4.6), sendo proporcionais à resistência elétrica e à corrente ao quadrado nos ramos.

$$l_{mnt}^P = R_{nm} i_{mnt}, \quad \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T. \quad (4.6)$$

De forma análoga, as perdas de potência reativa em cada ramo são modeladas pelo conjunto de restrições dado em (4.7):

$$l_{mnt}^Q = X_{nm} i_{mnt}, \quad \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T. \quad (4.7)$$

O conjunto de restrições (4.8) define os limites mínimos e máximos na potência ativa das unidades geradoras do sistema de distribuição, dados pelo conjunto G^D , em cada período.

$$\underline{P}_g^{DG} \leq p_{gt}^{DG} \leq \overline{P}_g^{DG}, \quad \forall g \in G^D, \forall t \in T. \quad (4.8)$$

O conjunto de restrições (4.9) define os limites na potência reativa gerada pela unidades geradoras do sistema de distribuição. No modelo aqui descrito, os limites na geração reativa são definidos como proporcionais à potência ativa gerada, por meio do fator α_g^{DG} definido pelo valor de 0,3. Por meio deste fator, é possível estabelecer um fator de potência adequado em cada barra.

$$-\alpha_g^{DG} p_{gt}^{DG} \leq q_{gt}^{DG} \leq \alpha_g^{DG} p_{gt}^{DG}, \quad \forall g \in G^D, \forall t \in T. \quad (4.9)$$

As demandas com cargas flexíveis estão sujeitas aos limites operacionais definidos pelo conjunto de restrições (4.10). De acordo com (RENANI; EHSAN; SHAHIDEHPUR, 2018), as cargas flexíveis são aquelas cujas demandas podem ser deslocadas dentro do horizonte de planejamento. As cargas desta natureza, que pertencem ao conjunto C^D , podem ser deslocadas porque aderem a um programa de resposta da demanda, conduzido pelo OSD.

$$-\underline{P}_c^{SH} D_{ct} \leq p_{ct}^{SH} \leq \overline{P}_c^{SH} D_{ct}, \quad \forall c \in C^D, \forall t \in T. \quad (4.10)$$

O conjunto de restrições (4.11) garante que a soma das potências deslocadas das cargas flexíveis ao longo do horizonte de tempo seja nula, garantindo assim o balanço energético das cargas flexíveis durante um dia de operação.

$$\sum_{t \in T} p_{ct}^{SH} = 0, \quad \forall c \in C^D. \quad (4.11)$$

A partir da definição das cargas flexíveis, a demanda total de potência ativa do sistema de distribuição em cada período t é definida como a soma da carga inflexível e

da componente deslocada da carga flexível para o período. Essa relação é mostrada no conjunto de restrições (4.12):

$$p_{ct}^D = D_{ct} + p_{ct}^{SH}, \quad \forall c \in C^D, \forall t \in T. \quad (4.12)$$

Com o objetivo de estabelecer um fator de potência constante para cada unidade de geração do sistema de distribuição, a demanda de potência reativa desta unidade é modelada como proporcional à demanda de potência ativa gerada, conforme mostrado no conjunto de restrições dado em (4.13):

$$q_{ct}^D = \alpha_c^e p_{ct}^D, \quad \forall c \in C^D, \forall t \in T. \quad (4.13)$$

Os conjuntos de restrições (4.14) e (4.15), a seguir, representam o balanço de potência ativa e reativa nas barras da rede de distribuição, excluindo-se as barras que fazem fronteira com o sistema de transmissão, i.e., barras de ponto de acoplamento comum (PAC). Note-se que, diferentemente dos modelos de FPO usados na transmissão, as perdas são explicitamente representadas nos balanços de potência.

$$\sum_{g \in G_n^D} p_{gt}^{DG} - \sum_{c \in C_n^D} p_{ct}^D - \sum_{m \in M_n^D} l_{mnt}^P + \sum_{m \in M_n^D} (f_{mnt}^P - f_{nmt}^P) = 0, \quad \forall n \in N^D : n \notin E^D, \forall t \in T. \quad (4.14)$$

$$\sum_{n \in S_n} q_{nt}^{SC} + \sum_{g \in G_n^D} q_{gt}^{DG} - \sum_{c \in C_n^D} q_{ct}^D - \sum_{m \in M_n^D} l_{mnt}^Q + \sum_{m \in M_n^D} (f_{mnt}^Q - f_{nmt}^Q) = 0, \quad (4.15)$$

$$\forall n \in N^D : n \notin E^D, \forall t \in T$$

Para as barras localizadas na fronteira entre o sistema de distribuição e de transmissão (PAC), o balanço de potência incorpora explicitamente as potências ativa (p_{at}^A) e reativa (q_{at}^A) adquiridas pelo OSD do mercado atacadista. Notar que os fluxos ativos (f_{mnt}^P) e reativos (f_{mnt}^Q) apresentam o sentido para que a equação seja satisfeita. Para essas barras, os balanços de potência ativa e reativa são mostrados pelos conjuntos de restrições (4.16) e (4.17), respectivamente.

$$p_{at}^A + \sum_{g \in G_a^D} p_{gt}^{DG} - \sum_{c \in C_a^D} p_{ct}^D - \sum_{m \in M_a^D} l_{mat}^P + \sum_{m \in M_a^D} (f_{mat}^P - f_{amt}^P) = 0 : (\pi_{at}^{OSD}) \quad (4.16)$$

$$\forall a \in E^D, \forall t \in T.$$

$$\sum_{n \in S_a} q_{at}^{SC} + q_{at}^A + \sum_{g \in G_a^D} q_{gt}^{DG} - \sum_{c \in C_a^D} q_{ct}^D - \sum_{m \in M_a^D} l_{mat}^Q + \sum_{m \in M_a^D} (f_{mat}^Q - f_{amt}^Q) = 0, \quad (4.17)$$

$$\forall a \in E^D, \forall t \in T$$

Na restrição (4.16), destaca-se a variável dual π_{at}^{OSD} . Esta é uma variável dual importante na modelagem proposta pois define o preço de equilíbrio do mercado atacadista em cada barra do sistema de transmissão. Esta variável é utilizada na função objetivo do problema de nível inferior como o lance de preço ofertado pelo OSD no mercado atacadista. Esta variável é um dos elos de ligação entre os modelos PCM da transmissão e FPO-MPD da distribuição.

A potência ativa adquirida pelo OSD na fronteira entre o sistema de distribuição e de transmissão está sujeita aos limites de capacidade da linha que conecta as redes de distribuição e transmissão, no PAC. O conjunto de restrições que modela estes limites é descrito em (4.18), em que o parâmetro P_a^{PCC} define o limite no PAC (adota-se o termo PCC, do inglês, *point of common coupling*):

$$-P_a^{PCC} \leq p_{at}^A \leq P_a^{PCC}, \quad \forall a \in E^D, \forall t \in T. \quad (4.18)$$

A restrição (4.19) modela a potência reativa fornecida pelos bancos de capacitores shunt conectados às barras do sistema de distribuição, sendo determinada em função da magnitude da tensão nodal e da susceptância do capacitor *shunt*.

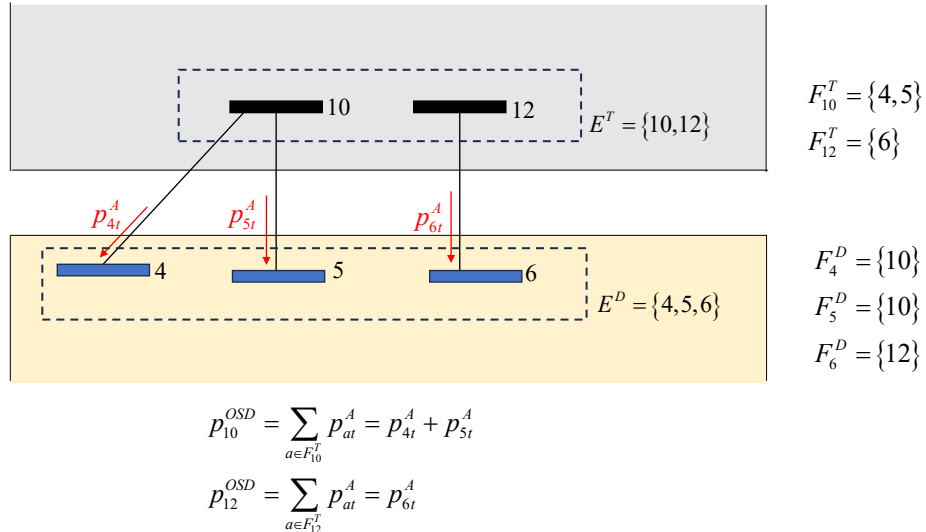
$$q_{nt}^{SC} = v_{nt} b_n^{SC}, \quad \forall n \in S_n, \forall t \in T \quad (4.19)$$

Por fim, a potência total adquirida pelo OSD junto ao sistema de transmissão em um determinado período $t \in T$ para cada barra de acoplamento $e \in E^D$ é dada pela soma das potências adquiridas em cada ponto da fronteira, conforme mostrado no conjunto de restrições (4.20). Para a potência total adquirida pelo OSD utiliza-se o super-índice *OSD*.

$$p_{et}^{OSD} = \sum_{a \in F_e^D} p_{at}^A, \quad \forall e \in E^T, \forall t \in T. \quad (4.20)$$

O conjunto de restrições (4.20) pode ser melhor visualizado por meio da Figura 4.1, que apresenta uma representação esquemática da interface entre o sistema de transmissão e o sistema de distribuição. Na figura, parte do sistema de transmissão é representado em cinza, com barras de fronteira destacados em preto. Por outro lado, parte do sistema de distribuição está representado em amarelo, com barras de fronteira destacadas em azul.

Figura 4.1 – Ilustração da fronteira entre os sistemas de distribuição e transmissão, destacando-se as barras de fronteira em cada subsistema e suas vizinhanças.



Fonte: Autoria própria

Os conjuntos E^T e E^D , destacados em linha pontilhada, correspondem, respectivamente, aos nós de fronteira do sistema de transmissão e aos nós de fronteira do sistema de distribuição. No exemplo ilustrativo mostrado na figura 4.1, os nós 10 e 12 pertencem ao conjunto de fronteira do sistema de transmissão, $E^T = \{10, 12\}$, enquanto os nós 4, 5 e 6 pertencem ao conjunto de fronteira do sistema de distribuição, $E^D = \{4, 5, 6\}$.

Cada nó do sistema de transmissão pode estar conectado a um ou mais nós do sistema de distribuição, o que caracteriza a flexibilidade estrutural das conexões entre os dois sistemas. Por exemplo, o nó 10 do sistema de transmissão está associado aos nós 4 e 5 da distribuição, de modo que $F_{10}^T = \{4, 5\}$, enquanto o nó 12 está conectado exclusivamente ao nó 6, isto é, $F_{12}^T = \{6\}$. Assim, o conjunto F_e^T é utilizado no modelo proposto para definir as barras do sistema de distribuição que possuem conexão com a barra de fronteira $e \in E^T$, da transmissão. De forma equivalente, os nós do sistema de distribuição possuem seus respectivos conjuntos de ligação com o sistema de transmissão, como $F_4^D = \{10\}$, $F_5^D = \{10\}$ e $F_6^D = \{12\}$. De forma análoga, o conjunto F_e^D é utilizado no modelo proposto para definir as barras do sistema de transmissão que possuem conexão com a barra de fronteira $e \in E^D$, da distribuição.

Assim, para o exemplo ilustrativo da Figura 4.1, as restrições de potência em cada barra de fronteira $e \in E^T$ é representada pelas variáveis p_{et}^{OSD} , $\forall e \in E^T$, as quais correspondem à soma das potências adquiridas p_{et}^A relacionadas aos nós do sistema de distribuição diretamente conectados a cada nó de fronteira do sistema de transmissão, ou seja pelos conjuntos F_e^T . Assim, a potência injetada pelo sistema de distribuição no nó 10 do sistema de transmissão é dada por

$$p_{10}^{OSD} = \sum_{a \in F_{10}^T} p_{at}^A = p_{4t}^A + p_{5t}^A,$$

enquanto, para o nó 12, obtém-se

$$p_{12}^{OSD} = \sum_{a \in F_{12}^T} p_{at}^A = p_{6t}^A.$$

É importante ainda destacar que as potências adquiridas podem assumir valores positivos ou negativos, conforme mostrado em (4.18). A mesma análise se aplica à variável p_{et}^{OSD} .

Tendo definido matematicamente o modelo de nível superior, descrito como um problema de FPO-MPD, formulado de (4.1)–(4.20), o modelo de nível inferior, que corresponde a um PCM para o mercado atacadista, será descrito na seção a seguir.

4.3 Nível Inferior

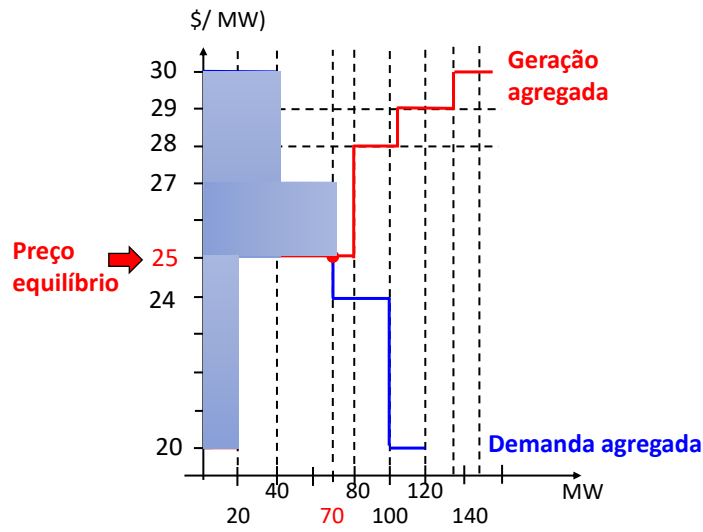
Conforme já discutido, o nível inferior do modelo binível proposto para o OSD é descrito por um procedimento de compensação de mercado (PCM) para o mercado

atacadista. Este mercado está sob a supervisão do operador do sistema de transmissão (OST) em conjunto com o operador do mercado atacadista (OMA).

4.3.1 Função Objetivo

O PCM é geralmente formulado como um problema de maximização da função de bem comum (TANAKA; CONEJO; SIDDIQUI, 2022). Esta função maximiza a área mostrada na Figura 4.2, na qual tanto os consumidores quanto os geradores têm suas ofertas e lances satisfeitos.

Figura 4.2 – Curvas de geração e demanda agregadas e área de bem comum.



Fonte: Autoria própria

Outra maneira de formular este mesmo objetivo consiste no negativo da minimização da função de bem comum. Neste caso, a função pode ser interpretada como a minimização dos custos das ofertas dos geradores e maximização dos benefícios associados aos lances dos consumidores.

$$\min_{\Xi^P} \sum_{t \in T} \left[\sum_{g \in G^T} \lambda_{gt}^G p_{gt}^G - \left(\sum_{e \in E^T} \pi_{et}^{OSD} p_{et}^{OSD} + \sum_{c \in C^T} \lambda_{ct}^C p_{ct}^C \right) \right]. \quad (4.21)$$

Na função objetivo em (4.21), o primeiro termo busca minimizar o custo das ofertas submetidas pelos geradores da transmissão ao mercado atacadista, dado por $\lambda_{gt}^G p_{gt}^G$. O terceiro termo da função objetivo em (4.21) busca maximizar os benefícios associados aos lances dos consumidores, dados por $\lambda_{ct}^C p_{ct}^C$. O termo intermediário em (4.21) representa a remuneração associada às transações de energia com os operadores de distribuição, representadas por $\pi_{et}^{OSD} p_{et}^{OSD}$. Nota-se que a interpretação deste termo intermediário está sujeita ao sinal da potência total do OSD, dada por p_{et}^{OSD} . Para uma situação em que $p_{et}^{OSD} > 0$, o sistema de distribuição atua como um agente consumidor, que compra energia

do mercado atacadista. Neste caso, o custo da compra de energia é minimizado. Para a situação oposta, em que $p_{et}^{OSD} < 0$, o sistema de distribuição atua como um agente gerador, que vende energia para o mercado atacadista. Neste caso, o lucro com a venda de energia é maximizado.

Nota-se que a minimização da função objetivo é feita sobre o conjunto de variáveis primais Ξ^P , o qual é definido pelas variáveis dadas em (4.22):

$$\Xi^P = \{p^G, p^C, p^{OSD}, \theta, f\}. \quad (4.22)$$

Na Seção 4.3.2, a seguir, são apresentadas as restrições associadas ao problema do nível inferior, que envolvem os limites associados aos equipamentos dos agentes e ao sistema de transmissão.

4.3.2 Restrições

É importante destacar que em modelos de PCM, utilizados para fechar os leilões de energia no mercado atacadista, a representação do sistema de transmissão é geralmente feita em termos de um modelo de fluxo de potência linearizado (Monticelli, Alcir J.; Garcia, Arioaldo V., 2003). Além disso, os modelos de PCM costumam possuir variáveis binárias, as quais são utilizadas para ligar/desligar unidades geradoras. No entanto, o modelo utilizado no nível inferior necessita ser convexo ou, preferencialmente, linear, de modo a possibilitar a solução do problema binível associado. Assim, as restrições aqui apresentadas para o PCM são linearizadas e assume-se que todos os geradores estão conectados à transmissão, de modo que as variáveis binárias são desprezadas.

O conjunto de restrições (4.23) impõe o limite máximo das unidades de geração conectadas ao sistema de transmissão, garantindo que a potência gerada não exceda a capacidade disponível destas unidades. O multiplicador de Lagrange μ_{gt}^{Gmax} representa a variável dual, ou multiplicador de Lagrange associado a essa restrição:

$$-p_{gt}^G \geq -\bar{P}_{gt}^G : (\mu_{gt}^{Gmax}), \forall g \in G^T, \forall t \in T. \quad (4.23)$$

O conjunto de restrições (4.24) assegura a não negatividade da geração de potência ativa das unidades. O multiplicador de Lagrange μ_{gt}^{Gmin} está associado ao custo marginal de impor esse limite inferior.

$$p_{gt}^G \geq 0 : (\mu_{gt}^{Gmin}), \forall g \in G^T, \forall t \in T. \quad (4.24)$$

O conjunto de restrições (4.25) estabelece o limite máximo de consumo das cargas controláveis conectadas à transmissão. O multiplicador μ_{ct}^{Cmax} reflete o valor marginal de uma eventual expansão dessa capacidade.

$$-p_{ct}^C \geq -\bar{P}_{ct}^C : (\mu_{ct}^{Cmax}), \forall c \in C^T, \forall t \in T. \quad (4.25)$$

O conjunto de restrições (4.26) impõe a não negatividade do consumo de potência, sendo μ_{ct}^{Cmin} o multiplicador de Lagrange associado a essa restrição.

$$p_{ct}^C \geq 0 : (\mu_{ct}^{Cmin}), \forall c \in C^T, \forall t \in T. \quad (4.26)$$

O conjunto de restrições (4.27) representa o balanço de potência ativa nos nós internos da rede de transmissão (i.e., aqueles que não estão diretamente conectados ao sistema de distribuição). O multiplicador π_{nt}^{OST} corresponde ao preço locacional marginal de energia (PLM) no nó n . Esta é uma variável dual importante pois define o preço de equilíbrio do mercado atacadista em cada barra do sistema de transmissão. Esta variável é utilizada na função objetivo do problema de nível superior e é um dos elos de ligação entre os modelos PCM da transmissão e FPO-MPD da distribuição.

$$\sum_{g \in G_n^T} p_{gt}^G - \sum_{c \in C_n^T} p_{ct}^C - \sum_{m \in M_n^T} f_{nmt} = 0 : (\pi_{nt}^{OST}), \forall n \in N^T : n \notin E^T, \forall t \in T. \quad (4.27)$$

O conjunto de restrições (4.28) representa o balanço de potência nos nós de fronteira (i.e., aqueles que estão diretamente conectados ao sistema de distribuição). Neste conjunto de restrições, incorpora-se de forma explícita a potência total negociada com o operador de distribuição. O multiplicador π_{et}^{OST} representa o preço nodal nos PAC, que conectam os sistemas de distribuição e transmissão:

$$\sum_{g \in G_e^T} p_{gt}^G - \sum_{c \in C_e^T} p_{ct}^C - p_{et}^{OSD} - \sum_{m \in M_e^T} f_{emt} = 0 : (\pi_{et}^{OST}), \forall e \in E^T, \forall t \in T. \quad (4.28)$$

O conjunto de restrições (4.29) corresponde ao modelo fluxo de potência linearizado no sistema de transmissão, no qual os fluxos nos ramos do sistema são proporcionais às diferenças angulares entre as barras conectadas pela linha, e inversamente proporcionais à reatância da linha.

$$f_{nmt} - \frac{\theta_{nt} - \theta_{mt}}{X_{nm}} = 0 : (\psi_{nmt}), \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T. \quad (4.29)$$

Os conjuntos de restrições (4.30) e (4.31) limitam o fluxo de potência nas linhas de transmissão, assegurando que os limites térmicos e operacionais sejam respeitados. Os multiplicadores associados refletem o valor marginal de relaxar tais limites.

$$-f_{nmt} \geq -F_{nm}^{max} : (\psi_{nmt}^{max}), \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T \quad (4.30)$$

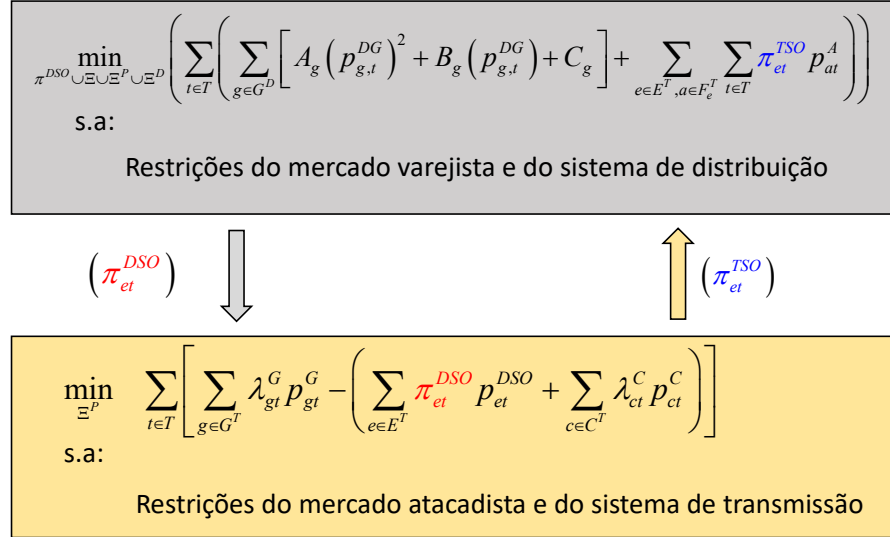
$$f_{nmt} \geq F_{nm}^{min} : (\psi_{nmt}^{min}), \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T \quad (4.31)$$

4.4 Estrutura BiNível do Modelo Proposto

Dados os modelos matemáticos dos modelos de nível inferior e superior, é importante verificar como ocorre a interação entre esses modelos. A Figura 4.3 ilustra o mecanismo

de interação hierárquica entre os modelos de operação dos sistemas de transmissão e de distribuição, enfatizando o papel dos preços nodais como variáveis de acoplamento entre os dois níveis de decisão.

Figura 4.3 – Modelo de operação estratégica binível multi-período (OE-BM) proposto – Interação entre os níveis superior e inferior por meio dos preços dos mercados.



Fonte: Autoria própria

Na parte superior, representada em cinza, encontra-se o problema de otimização do OSD, dado pelo modelo de FPO-MPD, cujo objetivo é minimizar o custo total associado à operação das unidades de geração distribuída, modeladas por funções de custo quadráticas, representadas pelos coeficientes A_g , B_g e C_g , bem como à importação de potência a partir dos nós do sistema de transmissão. Este último termo depende diretamente dos preços nodais estabelecidos pelo operador do sistema de transmissão π_{et}^{OST} os quais incidem sobre as trocas de energia realizadas nos pontos de fronteira p_{at}^A . Dessa forma, o OSD toma decisões operacionais locais levando em consideração os sinais econômicos definidos no nível superior, dado pelo preço do mercado atacadista π_{et}^{OST} .

Na parte inferior da figura, representada em amarelo, apresenta-se o modelo de otimização do OST, dado pelo modelo de PCM do mercado atacadista. O objetivo deste modelo consiste em maximizar a função de bem comum bem como o termo associado à potência p_{et}^{OSD} adquirida pelo OSD. Nota-se que este termo pode ter interpretações diferentes, dependendo do sinal de p_{et}^{OSD} . Quando $p_{et}^{OSD} > 0$ (mesmo sinal da demanda), este representa a potência comprada pelo OSD do mercado atacadista nas barras de fronteira $e \in E$ entre os sistemas, sendo que π_{et}^{OSD} é o lance de preço submetido pelo OSD ao mercado atacadista. Quando $p_{et}^{OSD} < 0$ (sinal contrário à demanda), este representa a potência vendida pelo OSD nas barras de fronteira $e \in E$ do mercado atacadista, enquanto π_{et}^{OSD} é a oferta de preço submetido pelo OSD ao mercado atacadista.

Nesse contexto, os preços nodais dos sistemas de transmissão π_{et}^{OST} e de distribuição

π_{et}^{OSD} , ambos obtidos na fronteira entre estes sistemas, são as variáveis utilizadas pelos dois sistemas para mensurar a troca de energia intercambiada entre os sistemas de transmissão e de distribuição. Tanto π_{et}^{OST} quanto π_{et}^{OSD} são variáveis duais associadas às restrições de atendimento de demanda de potência ativa dos problemas FPO-MPD do mercado varejista e PCM do mercado atacadista, respectivamente.

A Figura 4.3 evidencia, portanto, a existência de uma dupla via de comunicação entre os níveis de transmissão e de distribuição, descrita da seguinte forma:

- O OST fornece os preços nodais π_{et}^{OST} ao OSD, os quais orientam o despacho ótimo interno ao sistema de distribuição e as decisões do OSD no sentido de importação/exportação de energia do/para sistema de transmissão.
- O OSD, por sua vez, determina os preços nodais π_{et}^{OSD} que serão submetidos ao mercado atacadista como preços de compra/venda de energia. O OST recebe estas ofertas/lances de preços do OSD e, por meio do algoritmo de PCM, calcula o despacho do sistema de transmissão, i.e. a potência que será efetivamente comprada/vendida pelo OSD e demais agentes do mercado atacadista.

É importante notar que o mecanismo descrito na Figura 4.3 não é um processo iterativo, mas um processo de solução integrado, no qual as interações (e não iterações) entre os sistemas de distribuição e transmissão ocorrem de forma integrada, na solução do problema binível proposto. Assim, os modelos de nível inferior e superior não são resolvidos separadamente, mas em conjunto, utilizando-se o modelo de um único nível, que será deduzido mais adiante, na seção envolvendo a metodologia de solução proposta.

Entretanto, como o modelo de FPO-MPD implementado pelo OSD está no nível superior, o OSD tem conhecimento prévio da forma ótima como irá reagir o modelo de PCM no nível inferior, implementado pelo OST. Então, neste caso, nesta solução integrada o OSD se antecipa às decisões do OST. Por isso, diz-se que o OSD faz uma operação estratégica, pois ele é capaz de se antecipar às decisões do OST, e atuar como um agente *price-maker*, alterando potencialmente os preços de energia do mercado atacadista para minimizar seus próprios custos. Na teoria de jogos, esse jogo que ocorre entre o OSD e o OST é denominado de jogo de Stackelberg (STACKELBERG, 1934), em que o OSD (no nível superior) atua como agente líder, e o OST (no nível inferior) atua como agente seguidor.

4.5 Método de Solução do Problema Binível Proposto

Conforme já discutido no Capítulo 3, para problemas de nível inferior convexos, a solução de problemas de otimização biníveis é feita por meio da substituição do problema de nível inferior por suas correspondentes condições de otimalidade. Para isso podem ser

utilizadas as condições de otimalidade de KKT, as condições de otimalidade primal-dual, ou outras. O problema resultante, quando o problema de nível inferior é substituído por suas correspondentes condições de otimalidade, possui um único nível. Assim, este problema pode ser resolvido utilizando pacotes computacionais de solução de problemas de otimização não linear.

Conforme discutido em (LêDO; NEPOMUCENO; CONEJO, 2024), a substituição do problema de nível inferior por suas correspondentes condições de KKT introduz um número muito alto de restrições de complementaridade no problema resultante de um único nível. De fato, para cada restrição de desigualdade no problema de nível inferior, uma restrição de complementaridade deve ocorrer nas condições de KKT. Conforme discutido em (KLEINERT et al., 2021), quanto maior o número de restrições de complementaridade mais complexa se torna a solução do problema de um único nível. Assim, a substituição do problema de nível inferior por suas respectivas condições de KKT não é uma boa alternativa e deve ser evitada, sempre que possível.

Por outro lado, conforme descrito no Capítulo 3, a substituição do problema de nível inferior por suas respectivas condições de otimalidade primais-duais envolve: as restrições primais, as quais são lineares no modelo proposto, as restrições duais, as quais também são lineares no modelo proposto e a restrição de dualidade forte, a qual possui um único conjunto de restrições de complementaridade. Assim, a substituição do problema inferior por suas condições de otimalidade primais-duais é vantajosa em relação às condições de KKT, pois possui um único conjunto de restrições de complementaridade.

Dada a discussão acima, o método de solução proposto neste trabalho envolve a substituição do problema de nível inferior por suas respectivas condições de otimalidade primais-duais. Para isso, é importante garantir que a função objetivo e todas as restrições duais estejam matematicamente corretas. Uma das formas de garantir isso, é construir o problema dual e comparar sua solução àquela obtida pelo problema primal. Nesse caso, a teoria de dualidade (LUENBERGER; YE, 2008) garante que ambas as soluções devem ser idênticas. Se isso ocorrer, pode-se garantir que a função objetivo e as restrições duais estão corretamente calculadas.

A metodologia tradicional, derivada da teoria da dualização, para a construção de um problema dual associado a um problema primal é discutida na Seção 4.5.1. Verificam-se as dificuldades de aplicação desta teoria, visto que o problema primal deve ser escrito na forma matricial, o que nem sempre é simples, dependendo da estrutura do problema primal. Assim, neste trabalho, propõe-se uma metodologia para a obtenção do problema dual na Seção 4.5.2, na qual não é necessário escrever o problema primal na forma matricial. Finalmente, utilizando-se a formulação dual obtida pela metodologia de dualização proposta em 4.5.2, a Seção 4.6 descreve o modelo de um nível proposto para a operação estratégica do OSD, substituindo-se o problema de nível inferior por suas correspondentes condições de otimalidade primal-dual.

4.5.1 Método Matricial de Construção de Problemas Duais a Partir de Problemas Primais

Nesta seção, apresenta-se a metodologia tradicional para a construção do problema dual a partir do problema primal. Conforme já discutido, o processo de dualização é uma etapa importante para a validação da função objetivo e restrições associadas ao modelo de nível inferior.

Para a descrição da metodologia tradicional, suponha que o problema de otimização linear primal a ser dualizado esteja descrito na forma matricial, conforme mostrado em (4.32):

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.a. :} \quad & \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{4.32}$$

A teoria de dualização descreve uma relação entre os problemas primal e dual, conforme mostrado na Tabela 4.4.

Figura 4.4 – Ilustração das regras para construção do problema dual.

Problema Primal (<i>Dual</i>)	Problema Dual (<i>Primal</i>)
Minimização	Maximização
Vetor de recursos	Gradiente do objetivo
Gradiente do objetivo	Vetor de recursos
Restrição	Variável
=	livre
≤	≤
≥	≥
Variável	Restrição
≥	≤
≤	≥
livre	=

Fonte: Baseado em (Marcos Arenales et al., 2015)

Esta tabela mostra a relação entre os problemas primal e dual no que diz respeito às suas funções objetivo, seus vetores de recursos e vetor gradiente, restrições e variáveis. De acordo com a tabela, se o problema primal for de minimização, o problema dual será de maximização, e vice-versa. O vetor de recursos $\mathbf{b}$ no problema primal está associado ao vetor gradiente $\mathbf{c}$, no problema dual. Já o sinal das restrições do problema primal estão relacionadas ao sinal das variáveis do problema dual, conforme mostrado na Tabela. Finalmente o sinal das variáveis do problema primal está relacionado ao sinal das restrições do problema dual, conforme mostrado na tabela.

Utilizando-se as informações da Tabela 4.4, é possível construir o problema dual associado ao problema primal (4.32), o qual resulta no problema de otimização mostrado

em (4.33):

$$\begin{aligned} & \text{Max} \quad \mathbf{b}^T \boldsymbol{\lambda} \\ & \text{s.a :} \\ & \quad \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{c} \end{aligned} \tag{4.33}$$

Nota-se que a construção deste problema dual por meio desta metodologia tradicional só se aplica a problemas de otimização linear, como aquele mostrado em (4.32), e que estejam escritos na forma matricial. Entretanto, para problemas de otimização de grande porte, e com várias restrições, a construção do problema matricial associado ao problema primal pode não ser uma tarefa simples. Assim, na seção a seguir, discute-se a metodologia proposta neste trabalho para a construção de problemas duais sem a necessidade da formatação do problema primal em termos matriciais.

4.5.2 Método Proposto para a Construção de Problemas Duais a Partir de Problemas Primais

A metodologia de dualização proposta neste trabalho também se fundamenta na teoria de otimização, porém estabelece uma sequência de etapas, ou passos algorítmicos baseados na formulação da função Lagrangiana clássica, mas respeitando os princípios da teoria da otimização e as relações entre os problemas primal e dual dadas na Tabela 4.4. São propostos seis passos para a dualização do problema primal, os quais são descritos a seguir.

Esses passos são diretamente aplicados ao problema primal de nível inferior (4.21)–(4.31), o qual queremos dualizar, para, em seguida, utilizar estas informações duais para a construção das condições de otimalidade primal-dual.

4.5.2.1 Passo 1: Reformulação do Problema Primal na Forma Padrão

A forma padrão adotada neste trabalho consiste em reescrever o problema primal como um problema de minimização, no qual todas as restrições de desigualdade são expressas no formato $\geq$. Além disso, todas as variáveis do problema primal são tratadas como livres, sendo que seus limites, quando houver, são incorporados explicitamente por meio de restrições adicionais no próprio problema primal.

Observa-se que as restrições apresentadas em (4.23)–(4.31) já se encontram expressas no formato $\geq$, e que a função objetivo também se encontra na forma de minimização. Assim, esse passo já está realizado no problema primal, o que permite dar continuidade direta ao processo de dualização.

A padronização das restrições no formato $\geq$ assegura que todas as variáveis duais correspondentes sejam também não negativas, conforme estabelecido pela teoria da dualidade linear e mostrado na Tabela 4.4. De forma análoga, ao considerar todas as variáveis primais como livres, todas as restrições do problema dual resultante assumem a forma

de igualdades, conforme também mostrado na Tabela 4.4, simplificando a construção do modelo dual.

Aplicando essa reformulação ao problema primal em análise, é importante indicar, entre parênteses, as variáveis duais associadas a cada restrição primal, apenas para fins de clareza e organização, conforme mostrado nas restrições (4.23)—(4.31).

4.5.2.2 Passo 2: Construção da Função Lagrangiana Clássica

A construção da função Lagrangiana clássica segue o procedimento padrão da teoria da otimização. Inicialmente, a função objetivo original do problema primal é incorporada integralmente à Lagrangiana, preservando os sinais de todos os seus termos.

Em seguida, todas as restrições de igualdade e desigualdade são multiplicadas por suas variáveis duais correspondentes e adicionadas à Lagrangiana com sinal negativo. Com base nesse procedimento, para o problema primal de nível inferior, descrito de (4.21)–(4.31), obtém-se a função Lagrangiana clássica associada ao problema primal em análise, conforme mostrado em (4.34):

$$\begin{aligned}
 L = & \sum_{t \in T} \left[\sum_{g \in G^T} \lambda_{gt}^G p_{gt}^G - \left(\sum_{e \in E^T} \pi_{et}^{OSD} p_{et}^{OSD} + \sum_{c \in C^T} \lambda_{ct}^C p_{ct}^C \right) \right] - \left(\sum_{g \in G^T} \sum_{t \in T} \mu_{gt}^{Gmax} (-p_{gt}^G + \bar{P}_{gt}^G) \right) - \\
 & \left(\sum_{g \in G^T} \sum_{t \in T} \mu_{gt}^{Gmin} p_{gt}^G \right) - \left(\sum_{c \in C^T} \sum_{t \in T} \mu_{ct}^{Cmax} (-p_{ct}^C + \bar{P}_{ct}^C) \right) - \left(\sum_{c \in C^T} \sum_{t \in T} \mu_{ct}^{Cmin} p_{ct}^C \right) - \\
 & \left(\sum_{n \in N^T: n \notin E} \sum_{t \in T} \pi_{nt}^{OST} \left(\sum_{g \in G_n^T} p_{gt}^G - \sum_{c \in C_n^T} p_{ct}^C - \sum_{m \in M_n^T} f_{nmt} \right) \right) \\
 & - \left(\sum_{e \in E} \sum_{t \in T} \pi_{et}^{OST} \left(\sum_{g \in G_e^T} p_{gt}^G - \sum_{c \in C_e^T} p_{ct}^C - p_{et}^{OSD} - \sum_{m \in M_e^T} f_{emt} \right) \right) - \\
 & \left(\sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt} \left(f_{nmt} - \frac{\theta_{nt} - \theta_{mt}}{X_{nm}} \right) \right) - \left(\sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt}^{max} (-f_{nmt} + F_{nm}^{max}) \right) - \\
 & \left(\sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt}^{min} (f_{nmt} - F_{nm}^{min}) \right) - \sum_{e \in E} \sum_{t \in T} \mu_{et}^{Amax} \left(-p_{et}^{OSD} + \sum_{a \in F_e^T} p_{at}^A \right) \\
 & - \sum_{e \in E} \sum_{t \in T} \mu_{et}^{Amin} \left(p_{et}^{OSD} + \sum_{a \in F_e^T} p_{at}^A \right).
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

4.5.2.3 Passo 3: Construção da Função Dual

Nesta etapa, a função dual é obtida a partir da função Lagrangiana. Existem duas abordagens equivalentes para esse procedimento: identificar todos os termos da Lagrangiana que não dependem das variáveis primais ou isolar, nas restrições do problema primal, os termos constantes e associá-los aos respectivos multiplicadores de Lagrange.

Adotando qualquer uma dessas abordagens, obtém-se a função dual associada ao

problema primal, a qual é expressa como:

$$D = - \sum_{g \in G^T} \sum_{t \in T} \mu_{gt}^{Gmax} \bar{P}_{gt}^G - \sum_{c \in C^T} \sum_{t \in T} \mu_{ct}^{Cmax} \bar{P}_{ct}^C - \sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt}^{max} F_{nm}^{max} + \sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt}^{min} F_{nm}^{min} - \sum_{e \in E^T} \sum_{t \in T} \mu_{et}^{Amax} \sum_{a \in F_e^D} p_{at}^A - \sum_{e \in E^T} \sum_{t \in T} \mu_{et}^{Amin} \sum_{a \in F_e^D} p_{at}^A \quad (4.35)$$

4.5.2.4 Passo 4: Gradiente da Função Lagrangiana e Obtenção das Restrições Duais

Nesta etapa, calcula-se o gradiente da função Lagrangiana clássica em relação a cada variável primal, com o objetivo de obter as restrições de igualdade do problema dual. Conforme estabelecido pela teoria da dualidade, para cada variável primal livre existe uma restrição de igualdade correspondente no problema dual. Assim, a derivada da função Lagrangiana em relação às variáveis primais resulta nas restrições duais descritas a seguir.

A derivada em relação a p_{gt}^G , que é a geração ativa do gerador de transmissão g no período t é dada em (4.36), somente para as barras que não são de fronteira entre o sistema de transmissão e distribuição:

$$\frac{\partial L}{\partial p_{gt}^G} = \lambda_{gt}^G + \mu_{gt}^{Gmax} - \mu_{gt}^{Gmin} - \pi_{nt}^{OST} = 0, \forall n \in N^T, \forall g \in G_n^T : n \notin E, \forall t \in T. \quad (4.36)$$

Para as barras de fronteira entre o sistema de transmissão e distribuição, a derivada em relação a p_{gt}^G é dada conforme mostrado em (4.37)

$$\frac{\partial L}{\partial p_{gt}^G} = \lambda_{gt}^G + \mu_{gt}^{Gmax} - \mu_{gt}^{Gmin} - \pi_{et}^{OST} = 0, \forall e \in E, \forall g \in G_e^T, \forall t \in T. \quad (4.37)$$

Nota-se que as derivadas em relação à potência gerada dadas em p_{gt}^G (4.36) e (4.37) possuem uma interpretação econômica, pois representam a condição de equilíbrio econômico entre o custo marginal de geração das unidades geradoras λ_{gt}^G e os preços nodais π_{nt}^{OST} , ajustado pelos multiplicadores associados aos limites de capacidade (μ_{gt}^{Gmax} e μ_{gt}^{Gmin}). Se os geradores não estão nos limites operacionais, temos que $\mu_{gt}^{Gmax} = \mu_{gt}^{Gmin} = 0$, o que resulta que aos preços nodais são iguais aos custos marginais de geração.

As derivadas em relação a p_{ct}^C , que é a potência demandada pelo consumidor da transmissão c no período t , são mostradas em (4.38), somente para as barras que não são de fronteira entre o sistema de transmissão e distribuição::

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ct}^C} = -\lambda_{ct}^C + \mu_{ct}^{Cmax} - \mu_{ct}^{Cmin} + \pi_{nt}^{OST} = 0, \forall n \in N^T, \forall c \in C_n^T : n \notin E, \forall t \in T. \quad (4.38)$$

Para as barras de fronteira entre o sistema de transmissão e distribuição, a derivada em relação a p_{ct}^C é dada conforme mostrado em (4.39):

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ct}^C} = -\lambda_{ct}^C + \mu_{ct}^{Cmax} - \mu_{ct}^{Cmin} + \pi_{et}^{OST} = 0, \forall e \in E, \forall c \in C_e^T, \forall t \in T. \quad (4.39)$$

As derivadas parciais da função Lagrangiana em relação a potência total p_{et}^{OSD} , adquirida pelo operador do sistema de distribuição, são dada em (4.40) somente para as

barras que não são de fronteira entre o sistema de transmissão e distribuição. Destaca-se que a variável p_{et}^{OSD} só ocorre na fronteira, de modo que a sua derivada para a todas as demais barras é nula.

$$\frac{\partial L}{\partial p_{et}^{OSD}} = -\pi_{et}^{OSD} + \pi_{et}^{OST} + \mu_{et}^{Amax} - \mu_{et}^{Amin} = 0, \forall e \in E, \forall t \in T. \quad (4.40)$$

As derivadas parciais da função Lagrangiana em relação aos fluxos f_{emt} nos ramos do sistema de transmissão, que envolvam barras de fronteira entre o sistema de transmissão e distribuição, são dadas em (4.41):

$$\frac{\partial L}{\partial f_{emt}} = \pi_{et}^{OST} - \psi_{emt} + \psi_{emt}^{max} - \psi_{emt}^{min} = 0, \forall e \in E, \forall m \in M_e^T, \forall t \in T. \quad (4.41)$$

As derivadas parciais da função Lagrangiana em relação aos fluxos f_{nmt} nos ramos do sistema de transmissão, que não envolvam barras de fronteira entre o sistema de transmissão e distribuição, são dadas conforme (4.42):

$$\frac{\partial L}{\partial f_{nmt}} = \pi_{nt}^{OST} - \psi_{nmt} + \psi_{nmt}^{max} - \psi_{nmt}^{min} = 0, \forall n \in N^T : n \notin E, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T. \quad (4.42)$$

Finalmente, as derivadas parciais da função Lagrangiana em relação aos ângulos das tensões fasoriais θ_{nt} na rede de transmissão são dadas em (4.43):

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_{nt}} = \sum_{m \in M_n^T} \frac{(\psi_{nmt} - \psi_{mnt})}{X_{nm}} = 0, \forall n \in N^T, \forall t \in T. \quad (4.43)$$

Após efetuadas as derivadas parciais da função Lagrangiana em relação a todas as variáveis primais, as restrições de igualdade duais associadas ao problema primal são obtidas igualando-se cada uma das derivadas a zero, o que corresponde ao ponto de estacionariedade da Lagrangiana.

4.5.2.5 Passo 5: Não Negatividade das Variáveis Duais

Como todas as restrições do problema primal foram expressas no formato $\geq$, as variáveis duais associadas devem satisfazer a condição de não negatividade. Assim, impõe-se explicitamente a não negatividade apenas às variáveis duais associadas às restrições primais de desigualdade do problema primal, conforme mostrado de (4.44) a (4.47).

$$\mu_{gt}^{Gmax}, \mu_{gt}^{Gmin} \geq 0, \forall g \in G^T, \forall t \in T \quad (4.44)$$

$$\mu_{ct}^{Cmax}, \mu_{ct}^{Cmin} \geq 0, \forall c \in C^T, \forall t \in T \quad (4.45)$$

$$\mu_{et}^{Amax}, \mu_{et}^{Amin} \geq 0, \forall e \in E, \forall t \in T \quad (4.46)$$

$$\psi_{nmt}^{max}, \psi_{nmt}^{min} \geq 0, \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T. \quad (4.47)$$

Nota-se que as variáveis duais associadas às restrições primais de igualdade são todas livres no problema dual, conforme mostrado em (4.48) e (4.49):

$$\pi_{nt}^{OST} : \text{livre}, \forall n \in N^T, \forall t \in T \quad (4.48)$$

$$\psi_{nmt} : \text{livre}, \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T. \quad (4.49)$$

4.5.2.6 Passo 6: Formulação do Problema Dual

Com base na função objetivo dual, nas restrições de igualdade obtidas a partir da estacionariedade da função Lagrangiana e nas condições de não negatividade das variáveis duais associadas às restrições de desigualdade, constrói-se o problema dual completo associado ao nível inferior, conforme mostrado de (4.50) a (4.65):

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\Xi^D} - \sum_{g \in G^T} \sum_{t \in T} \mu_{gt}^{Gmax} \bar{P}_{gt}^G - \sum_{c \in C^T} \sum_{t \in T} \mu_{ct}^{Cmax} \bar{P}_{ct}^C - \sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt}^{max} F_{nm}^{max} + \\ \sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt}^{min} F_{nm}^{min} \end{aligned} \quad (4.50)$$

s.a:

$$\lambda_{gt}^G + \mu_{gt}^{Gmax} - \mu_{gt}^{Gmin} - \pi_{nt}^{OST} = 0, \forall n \in N^T, \forall g \in G_n^T : n \notin E, \forall t \in T \quad (4.51)$$

$$\lambda_{gt}^G + \mu_{gt}^{Gmax} - \mu_{gt}^{Gmin} - \pi_{et}^{OST} = 0, \forall e \in E, \forall g \in G_e^T, \forall t \in T \quad (4.52)$$

$$\lambda_{ct}^C + \mu_{ct}^{Cmax} - \mu_{ct}^{Cmin} + \pi_{nt}^{OST} = 0, \forall n \in N^T, \forall c \in C_n^T : n \notin E, \forall t \in T \quad (4.53)$$

$$-\lambda_{ct}^C + \mu_{ct}^{Cmax} - \mu_{ct}^{Cmin} + \pi_{et}^{OST} = 0, \forall e \in E, \forall c \in C_e^T, \forall t \in T \quad (4.54)$$

$$-\pi_{et}^{OSD} + \pi_{et}^{OST} + \mu_{et}^{Amax} - \mu_{et}^{Amin} = 0, \forall e \in E, \forall t \in T \quad (4.55)$$

$$\pi_{nt}^{OST} - \psi_{nmt} + \psi_{nmt}^{max} - \psi_{nmt}^{min} = 0, \forall n \in N^T : n \notin E, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T \quad (4.56)$$

$$\pi_{et}^{OST} - \psi_{emt} + \psi_{emt}^{max} - \psi_{emt}^{min} = 0, \forall e \in E, \forall m \in M_e^T, \forall t \in T \quad (4.57)$$

$$\sum_{m \in M_n^T} \frac{(\psi_{nmt} - \psi_{mnt})}{X_{nm}} = 0, \forall n \in N^T, \forall t \in T \quad (4.58)$$

$$\mu_{gt}^{Gmax}, \mu_{gt}^{Gmin} \geq 0, \forall g \in G^T, \forall t \in T \quad (4.59)$$

$$\mu_{ct}^{Cmax}, \mu_{ct}^{Cmin} \geq 0, \forall c \in C^T, \forall t \in T \quad (4.60)$$

$$\mu_{et}^{Amax}, \mu_{et}^{Amin} \geq 0, \forall e \in E, \forall t \in T \quad (4.61)$$

$$\psi_{nmt}^{max}, \psi_{nmt}^{min} \geq 0, \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T. \quad (4.62)$$

$$\pi_{nt}^{OST} : \text{livre}, \forall n \in N^T, \forall t \in T \quad (4.63)$$

$$\psi_{nmt} : \text{livre}, \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T \quad (4.64)$$

$$\Xi^D = \left\{ \mu^{Gmax}, \mu^{Gmin}, \mu^{Cmax}, \mu^{Cmin}, \psi^{max}, \psi^{min}, \psi, \pi^{OST}, \mu^{OSD} \right\}. \quad (4.65)$$

O conjunto de variáveis dado em (4.65) envolve os vetores de todas as variáveis duais do problema, onde cada elemento possui uma interpretação econômica e operacional bem definida, atuando como preços marginais ou multiplicadores de Lagrange associados às restrições do problema primal.

O problema de otimização dual dado de (4.50) a (4.65) é utilizado para a verificação da função objetivo e restrições duais obtidas. É comum em problemas de grande porte e que envolvam muitas restrições, que ocorram erros no processo de derivação das restrições e função objetivo duais. Assim, um passo adicional da metodologia consiste em executar o algoritmo do problema dual, comparando os seus resultados com aqueles obtidos pela solução do problema primal. Se estes resultados forem idênticos, significa que todos os passos de obtenção do problema dual estão corretos.

4.6 Reformulação do Modelo Proposto como um MPEC

A partir do modelo de operação estratégica binível multi-período (OE-BM) proposto, toma-se o problema de nível inferior a este modelo, representado pelo modelo de PCM, e obtém-se o seu respectivo problema dual equivalente, conforme apresentado na seção anterior. A construção de um modelo equivalente em um único nível associado ao modelo OE-BM é realizada por meio da substituição do problema de nível inferior (PCM) por suas respectivas condições de otimalidade primal-dual. Estas condições de otimalidade são dadas pelas restrições primais do PCM, as restrições duais do PCM e a restrição de dualidade forte associada ao PCM. As restrições primais são diretamente retiradas do problema PCM (i.e. as restrições de (4.23)–(4.31)), as restrições duais foram obtidas na seção anterior (i.e. as restrições de (4.51)–(4.65)), e a restrição de dualidade forte impõe que a função objetivo primal dada em (4.21) seja igual à restrição do problema dual, dada em (4.50).

Assim, substituindo-se o problema de nível inferior do modelo de OE-BM, por suas condições de otimalidade primal-dual, conforme discutido acima, o problema resultante é denominado de problema matemático com restrições de equilíbrio - MPEC (do inglês, mathematical problem with equilibrium constraints). Assim, o MPEC proposto é dado de (4.66)–(4.104):

$$\min_{\pi^{OSD}, \mathbf{U} \in \mathbf{U}, \mathbf{P} \in \mathbf{P}, \mathbf{D} \in \mathbf{D}} \left(\sum_{t \in T} \left(\sum_{g \in G^D} \left[A_g (p_{g,t}^{DG})^2 + B_g (p_{g,t}^{DG}) + C_g \right] + \sum_{e \in E^T, a \in F_e^T} \sum_{t \in T} \pi_{et}^{OST} p_{at}^A \right) \right) \quad (4.66)$$

Sujeitos a: Restrições do nível superior

$$\underline{V}_n^2 \leq v_{nt} \leq \overline{V}_n^2, \forall n \in N^D, \forall t \in T \quad (4.67)$$

$$i_{nmt} \leq I_{nm}^{MAX^2}, \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T \quad (4.68)$$

$$v_{mt} = v_{nt} - 2 \left(R_{nm} f_{nmt}^P + X_{nm} f_{nmt}^Q \right) + \left(R_{nm}^2 + X_{nm}^2 \right) i_{nmt}, \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T \quad (4.69)$$

$$\left(f_{nmt}^P \right)^2 + \left(f_{nmt}^Q \right)^2 \leq v_{nt} i_{nmt}, \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T \quad (4.70)$$

$$l_{mnt}^P = R_{nm} i_{mnt}, \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T \quad (4.71)$$

$$l_{mnt}^Q = X_{nm} i_{m,t}, \forall n \in N^D, \forall m \in M_n^D, \forall t \in T \quad (4.72)$$

$$\underline{P_g^{DG}} \leq p_{gt}^{DG} \leq \overline{P_g^{DG}}, \forall g \in G^D, t \in T \quad (4.73)$$

$$-\alpha_g^{DG} p_{gt}^{DG} \leq q_{gt}^{DG} \leq \alpha_g^{DG} p_{gt}^{DG}, \forall g \in G^D, t \in T \quad (4.74)$$

$$\underline{-P_c^{SH}} D_{ct} \leq p_{ct}^{SH} \leq \overline{P_c^{SH}} D_{ct}, \forall c \in C^D, \forall t \in T \quad (4.75)$$

$$\sum_{t \in T} p_{ct}^{SH} = 0, \forall c \in C^D \quad (4.76)$$

$$p_{ct}^D = D_{ct} + p_{ct}^{SH}, \forall c \in C^D, \forall t \in T \quad (4.77)$$

$$q_{ct}^D = \alpha_c^c p_{ct}^D, \forall c \in C^D, t \in T \quad (4.78)$$

$$\sum_{g \in G_n^D} p_{gt}^{DG} - \sum_{c \in C_n^D} p_{ct}^D - \sum_{m \in M_n^D} l_{mnt}^P + \sum_{m \in M_n^D} \left(f_{mnt}^P - f_{nmt}^P \right) = 0; \forall n \in N^D : n \notin E^D, \forall t \in T \quad (4.79)$$

$$\sum_{n \in S_n} q_{nt}^{SH} + \sum_{g \in G_n^D} q_{gt}^{DG} - \sum_{c \in C_n^D} q_{ct}^D - \sum_{m \in M_n^D} l_{mnt}^Q + \sum_{m \in M_n^D} \left(f_{mnt}^Q - f_{nmt}^Q \right) = 0, \quad (4.80)$$

$$\forall n \in N^D : n \notin E^D, \forall t \in T$$

$$p_{at}^A + \sum_{g \in G_a^D} p_{gt}^{DG} - \sum_{c \in C_a^D} p_{ct}^D - \sum_{m \in M_a^D} l_{mat}^P + \sum_{m \in M_a^D} \left(f_{mat}^P - f_{amt}^P \right) = 0; \forall a \in E^D, \forall t \in T \quad (4.81)$$

$$\sum_{n \in S_a} q_{at}^{SH} + q_{at}^A + \sum_{g \in G_a^D} q_{gt}^{DG} - \sum_{c \in C_a^D} q_{ct}^D - \sum_{m \in M_a^D} l_{mat}^Q + \sum_{m \in M_a^D} \left(f_{mat}^Q - f_{amt}^Q \right) = 0, \quad (4.82)$$

$$\forall a \in E^D, \forall t \in T$$

$$-P_a^{PCC} \leq p_{at}^A \leq P_a^{PCC}, \forall a \in E^D, \forall t \in T \quad (4.83)$$

$$q_{nt}^{SH} = v_{nt} b_n^{SH}, \quad \forall n \in S_n, \forall t \in T \quad (4.84)$$

$$p_{et}^{OSD} = \sum_{\forall a \in F_e^D} p_{at}^A, \forall e \in E^T, \forall t \in T \quad (4.85)$$

Restrições do nível inferior:

$$-p_{gt}^G \geq -\overline{P}_{gt}^G : \left(\mu_{gt}^{Gmax} \right), \forall g \in G^T, \forall t \in T \quad (4.86)$$

$$p_{gt}^G \geq 0 : \left(\mu_{gt}^{Gmin} \right), \forall g \in G^T, \forall t \in T \quad (4.87)$$

$$-p_{ct}^C \geq -\overline{P}_{ct}^C : \left(\mu_{ct}^{Cmax} \right), \forall c \in C^T, \forall t \in T \quad (4.88)$$

$$p_{ct}^C \geq 0 : \left(\mu_{ct}^{Cmin} \right), \forall c \in C^T, \forall t \in T \quad (4.89)$$

$$p_{ct}^C \geq 0 : (\mu_{ct}^{Cmin}), \forall c \in C^T, \forall t \in T \quad (4.90)$$

$$\sum_{g \in G_n^T} p_{gt}^G - \sum_{c \in C_n^T} p_{ct}^C - \sum_{m \in M_n^T} f_{nmt} = 0 : (\pi_{nt}^{OST}), \forall n \in N^T : n \notin E^T, \forall t \in T \quad (4.91)$$

$$\sum_{g \in G_e^T} p_{gt}^G - \sum_{c \in C_e^T} p_{ct}^C - p_{et}^{OSD} - \sum_{m \in M_e^T} f_{emt} = 0, : (\pi_{et}^{OST}), \forall e \in E^T, \forall t \in T \quad (4.92)$$

$$f_{nmt} - \frac{\theta_{nt} - \theta_{mt}}{X_{nm}} = 0 : (\psi_{nmt}), \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T, \quad (4.93)$$

$$-f_{nmt} \geq -F_{nm}^{max} : (\psi_{nmt}^{max}), \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T, \quad (4.94)$$

$$f_{nmt} \geq F_{nm}^{min} : (\psi_{nmt}^{min}), \forall n \in N^T, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T, \quad (4.95)$$

Restrições duais do nível inferior:

$$\lambda_{gt}^G + \mu_{gt}^{Gmax} - \mu_{gt}^{Gmin} - \pi_{nt}^{OST} = 0, \forall n \in N^T, \forall g \in G_n^T : n \notin E, \forall t \in T \quad (4.96)$$

$$\lambda_{gt}^G + \mu_{gt}^{Gmax} - \mu_{gt}^{Gmin} - \pi_{et}^{OST} = 0, \forall e \in E, \forall g \in G_e^T, \forall t \in T \quad (4.97)$$

$$-\lambda_{ct}^C + \mu_{ct}^{Cmax} - \mu_{ct}^{Cmin} + \pi_{nt}^{OST} = 0, \forall n \in N^T, \forall c \in C_n^T : n \notin E, \forall t \in T \quad (4.98)$$

$$-\lambda_{ct}^C + \mu_{ct}^{Cmax} - \mu_{ct}^{Cmin} + \pi_{et}^{OST} = 0, \forall e \in E, \forall c \in C_e^T, \forall t \in T \quad (4.99)$$

$$-\pi_{et}^{OSD} + \pi_{et}^{OST} = 0, \forall e \in E, \forall t \in T \quad (4.100)$$

$$\pi_{nt}^{OST} - \psi_{nmt} + \psi_{nmt}^{max} - \psi_{nmt}^{min} = 0, \forall n \in N^T : n \notin E, \forall m \in M_n^T, \forall t \in T \quad (4.101)$$

$$\pi_{et}^{OST} - \psi_{emt} + \psi_{emt}^{max} - \psi_{emt}^{min} = 0, \forall e \in E, \forall m \in M_e^T, \forall t \in T \quad (4.102)$$

$$\sum_{m \in M_n^T} \frac{(\psi_{nmt} - \psi_{mnt})}{X_{nm}} = 0, \forall n \in N^T, \forall t \in T \quad (4.103)$$

Restrição de Dualidade forte:

$$\begin{aligned} & \sum_{t \in T} \left[\sum_{g \in G^T} \lambda_{gt}^G p_{gt}^G - \left(\sum_{e \in E^T} \pi_{et}^{OSD} p_{et}^{OSD} + \sum_{c \in C^T} \lambda_{ct}^C p_{ct}^C \right) \right] = - \sum_{g \in G^T} \sum_{t \in T} \mu_{gt}^{Gmax} \bar{P}_{gt}^G \\ & - \sum_{c \in C^T} \sum_{t \in T} \mu_{ct}^{Cmax} \bar{P}_{ct}^C - \sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt}^{max} F_{nm}^{max} + \sum_{n \in N^T} \sum_{m \in M_n^T} \sum_{t \in T} \psi_{nmt}^{min} F_{nm}^{min}. \end{aligned} \quad (4.104)$$

Neste modelo, o problema de nível superior fica inalterado, sendo representado de (4.66)–(4.85). As restrições de (4.86)–(4.95) representam as restrições primais do problema de PCM (nível inferior), enquanto as restrições (4.96)–(4.103) representam as restrições duais do problema de PCM. Já a restrição de igualdade (4.104) representa a restrição de dualidade forte associada ao PCM. Observa-se ainda que a otimização é feita sobre as variáveis de otimização $\pi^{OSD}, \cup \Xi \cup \Xi^P \cup \Xi^D$, as quais envolvem, respectivamente: os lances do OSD, as variáveis do problema de nível superior e as variáveis primais e duais do problema de nível inferior.

Observa-se que o MPEC proposto é um problema de otimização não convexo. Nas restrições associadas ao problema de nível superior (4.66)–(4.85) todas as restrições são

lineares, a menos do cone quadrático dado em (4.70). Todas as restrições primais e duais do problema de nível inferior são também lineares. A maior dificuldade de solução deste modelo está relacionada ao conjunto de restrições de dualidade forte, dado em (4.104), que possui um conjunto de termos bilineares $\pi_{et}^{OSD} p_{et}^{OSD}$ que tornam o problema não convexo.

O modelo matemático em um único nível (MPEC) equivalente ao modelo binível originalmente proposto, pode ser resolvido por meio de *solvers* de otimização matemática comerciais. Neste trabalho, utiliza-se a *solver* KNITRO, implementado na plataforma GAMS Studio. Os resultados obtidos a partir do modelo proposto são analisados de forma detalhada no Capítulo 5.

5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo, são apresentados e discutidos os resultados computacionais obtidos a partir da aplicação do modelo binível proposto no Capítulo 4 na solução de sistemas-teste. Para esse fim, o modelo proposto é resolvido por meio de simulações realizadas envolvendo dois sistemas-teste: o primeiro é composto por seis barras na rede de transmissão e duas Áreas de Distribuição Ativas (ADAs), denominado sistema T6D2, e o segundo é composto pelo sistema de transmissão de IEEE 30 barras (CHISTIE, 2017) onde 5 cargas conectadas ao sistema de transmissão são respectivamente substituídas por 5 Áreas de Distribuição Ativas (ADAs), denominado de T30D5.

Os resultados têm como objetivo analisar a interação entre os mercados de distribuição e o mercado atacadista de energia elétrica sob diferentes hipóteses de comportamento estratégico das ADAs. São avaliados cenários nos quais as ADAs atuam como tomadoras de preço (*price-takers*) e como formadoras de preço (*price-makers*).

Para o sistema teste T6D2, foram criados os Estudos de Caso 1 e 2. No Estudo de Caso 1, todas as ADAs atuam, de forma individualizada, como companhias do tipo *price-taker*, o que resulta em um estudo para cada ADA. Nesses estudos, as ADAs atuam de forma não-estratégica, sendo que os preços exógenos ($\pi_{et}^{OST}, \forall e \in E, \forall t \in T$), estabelecidos pelo mercado atacadista, são fixados na barra de fronteira entre os sistemas de transmissão e distribuição (de cada ADA considerada). Os preços exógenos são calculados utilizando-se um modelo de procedimento de compensação de mercados (PCM), dado pelo problema de nível inferior do modelo binível proposto, o qual é reescrito em (5.1), por conveniência:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & (4.21) \\ \text{s.a :} \quad & (4.23) - (4.31). \end{aligned} \tag{5.1}$$

Para calcular os despachos de geração internos ao seu sistema de distribuição no Estudos de Caso 1, cada ADA adota um modelo de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), o qual também calcula a geração importada do sistema de transmissão via mercado atacadista. Para a formulação dos problemas de FPO, adota-se o modelo de nível superior do modelo binível proposto, o qual é reescrito em (5.2), em que os preços do mercado atacadista ($\pi_{et}^{OST}, \forall e \in E, \forall t \in T$) na fronteira entre os sistemas de transmissão e distribuição, são considerados constantes, sendo obtidos pela solução do modelo de PCM dado em (5.1):

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & (4.1) \\ \text{s.a :} \quad & (4.2) - (4.20). \end{aligned} \tag{5.2}$$

No Estudo de Caso 2, as 2 ADAs atuam também de forma individualizada, porém buscam agir de forma estratégica, como companhias do tipo *price-maker*, o que também

resulta em um estudo para cada ADA. Para a simulação destes casos, o modelo binível proposto é utilizado, considerando que cada ADA atua de forma estratégica, buscando alterar os preços de equilíbrio do mercado atacadista. O modelo binível utilizado para resolver esses 2 casos é dado pela reformulação, por meio do problema de programação matemática com restrições de equilíbrio (MPEC) proposto, descrito no capítulo anterior, e matematicamente descrito de (4.66) a (4.104).

Para avaliar o impacto do nível de flexibilidade associado às ADAS na formação de preços do mercado atacadista no Estudo de Caso 2, foram adotadas simulações envolvendo diferentes valores para a capacidade de geração interna das ADAS. A partir destas simulações, foi possível verificar o impacto que as flexibilidades internas de geração (i.e., capacidades internas de geração, cargas deslocáveis, dentre outras) possuem na formação de preços do mercado atacadista.

O segundo sistema-teste analisado neste capítulo é o T30D5, também utilizado em (CHEN et al., 2021), o qual possui quatro das ADAs sendo representadas por meio do sistema de distribuição de 33 barras descrito em (BARAN; WU, 1989), enquanto que a última ADA é representada pelo sistema de distribuição de 123 barras, descrito em (KERSTING, 1991). Os resultados têm os mesmos objetivos que foram estabelecidos para o sistema T6D2, i.e. analisar a interação entre os mercados de distribuição e o mercado atacadista de energia elétrica sob diferentes hipóteses de comportamentos das ADAs. Assim como para o T6D2, são avaliados dois estudos de casos para o T30D5 nos quais as ADAs atuam, respectivamente, como tomadoras de preço (Estudo de Caso 1) e como formadoras de preço (Estudo de Caso 2). As descrições destes estudos de caso são análogas ao discutido para o sistema T6D2.

De forma análoga ao discutido para o sistema T6D2, os Estudos de Caso 1 e 2 para o sistema T30D5 são descritos por meio de 2 sub-casos (um para ADA 1 e outro para a ADA 5). Os estudos de casos para as demais ADAs não são apresentados, visto que tiveram comportamentos semelhantes aos observados para os estudos descritos para as ADAs 1 ou 5. Foram utilizados dados específicos para os geradores localizados nas ADAs, de modo a estruturar estudos de caso comparáveis e economicamente consistentes. A escolha desses valores não foi arbitrária, tendo sido definida de modo a preservar a região na qual o conjunto de condições de complementaridade permanece consistente e numericamente estável. Dessa forma, garante-se que a reformulação do problema binível como um MPEC preserve a validade das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) associadas ao nível inferior, evitando violações estruturais das condições de dualidade forte.

Os Estudos de Caso 1 e 2 permitem avaliar os efeitos das formas de atuação estratégica/não-estratégica das ADAs sobre os resultados do mercado atacadista, em particular sobre o despacho das unidades geradoras, os fluxos de potência na rede de transmissão e a formação de preços em sistemas maiores.

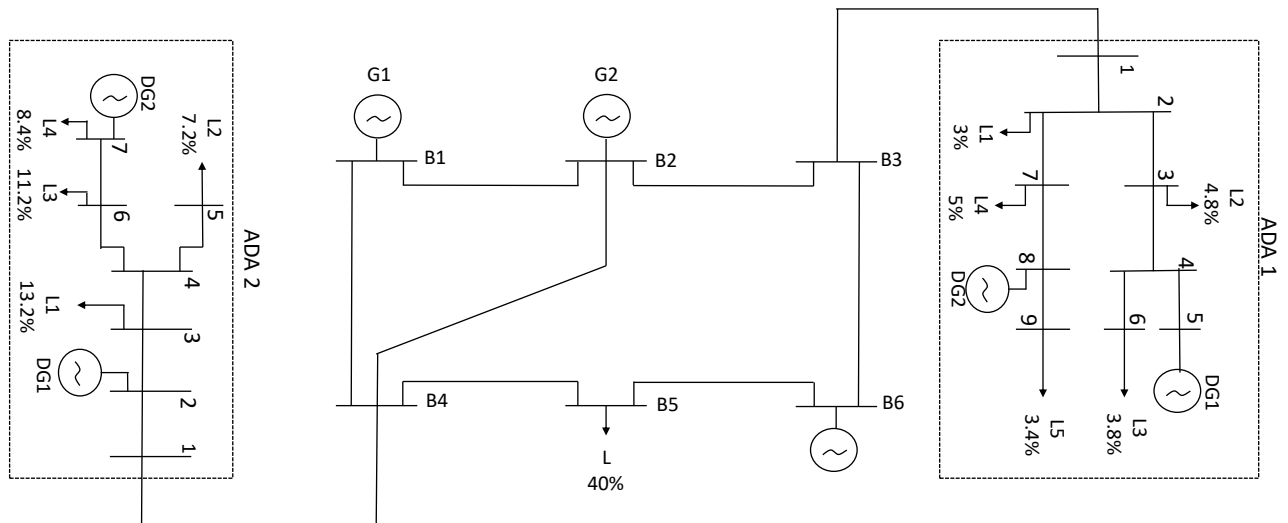
Na Seção 5.1 são descritos os dados e as características do sistema teste T6D2. A

Seção 5.1.1 apresenta a descrição e a análise do Estudo de Caso 1, enquanto a Seção 5.1.2 discute os resultados associados ao Estudo de Caso 2. Na Seção 5.2 são descritos os dados e as características do sistema teste T30D5. A Seção 5.2.1 apresenta a descrição e a análise do Estudo de Caso 1, enquanto a Seção 5.2.2 discute os resultados associados ao Estudo de Caso 2.

5.1 Sistema T6D2

O sistema aqui denominado de T6D2 é baseado no modelo apresentado em (KARGARIAN; FU, 2014). Esse sistema é composto por seis barras na rede de transmissão, integradas a duas ADAs, cujas interconexões são apresentadas na Figura 5.1. As cargas internas às ADAs são estabelecidas como uma porcentagem da carga total do sistema de transmissão. Dessa forma, a ADA 1 possui uma carga que totaliza 20% da carga do sistema, enquanto a ADA 2 totaliza 40% dessa carga. Os 40% restantes da carga do sistema são dados pelo consumidor L (do sistema de transmissão, também mostrado na figura).

Figura 5.1 – Ilustração do sistema T6D2 utilizado para avaliação do modelo proposto.



Fonte: Autoria própria.

Os geradores G1, G2 e G3 do sistema de transmissão, juntamente com o consumidor L e as duas ADAs, participam de um mercado atacadista de energia elétrica do dia seguinte (*day-ahead market*), operando em base horária e coordenado pelo operador do sistema de transmissão (OST). A partir das ofertas submetidas pelos geradores e dos lances apresentados pelos consumidores e pelas ADAs, o OST determina o despacho ótimo das unidades geradoras por meio de um PCM, as quantidades de energia consumidas por cada participante e os preços nodais de equilíbrio do sistema para cada período do horizonte de planejamento.

As simulações foram implementadas no ambiente GAMS, com o objetivo de avaliar o comportamento do sistema sob diferentes hipóteses de atuação estratégica das ADAs, bem como validar a consistência e a robustez dos resultados obtidos.

Com vistas a garantir a reprodutibilidade dos resultados e permitir uma análise consistente do comportamento do sistema, são apresentados, a seguir, os dados utilizados nos casos analisados neste capítulo para o sistema T6D2. Esses dados compreendem as características técnicas e econômicas das unidades geradoras, as informações da rede de transmissão e o perfil de carga horária considerado ao longo de um horizonte de planejamento de 24 horas.

A modelagem da rede de transmissão do sistema T6D2 é apresentada na Tabela A.1, no Apêndice A. Nesta tabela, são descritas as interligações entre as barras, os valores das reatâncias das linhas em por unidade (p.u.) e os respectivos limites máximos de fluxo de potência. Essas informações são utilizadas na formulação das restrições de fluxo de potência do PCM do mercado atacadista, permitindo capturar a ocorrência de congestionamentos na rede e seus impactos tanto sobre o despacho das unidades geradoras quanto sobre a formação dos preços nodais.

Por sua vez, o perfil de demanda considerado ao longo do horizonte diário de planejamento é apresentado na Tabela 5.1. A carga total do sistema apresenta variação significativa ao longo das 24 horas, refletindo condições típicas de operação de um mercado de energia elétrica do dia seguinte. Essa variação horária da demanda é fundamental para a análise do comportamento estratégico das ADAs, uma vez que diferentes níveis de carga podem intensificar ou mitigar o poder de mercado desses agentes, além de influenciar diretamente a formação de preços no mercado atacadista.

Tabela 5.1 – Carga horária em um horizonte de 24 horas.

Hora	P_d (MW)	Hora	P_d (MW)	Hora	P_d (MW)	Hora	P_d (MW)
1	175	7	173	13	242	19	246
2	169	8	174	14	244	20	237
3	165	9	185	15	249	21	237
4	155	10	202	16	256	22	233
5	155	11	228	17	256	23	210
6	165	12	236	18	247	24	210

A Tabela 5.2 apresenta os dados das unidades de geração distribuída pertencentes às ADAs 1 e 2. Para cada unidade são informados os limites mínimo e máximo de geração, bem como os coeficientes da função de custo quadrática, expressa em função do consumo de combustível. Por simplicidade de análise, apenas o termo linear é considerado na função de custo. Esses parâmetros permitem representar a heterogeneidade tecnológica dos geradores distribuídos, refletindo diferentes custos marginais e capacidades operativas, os quais influenciam diretamente as decisões de oferta de energia das ADAs no mercado.

Tabela 5.2 – Dados do gerador da distribuição para os primeiros estudos de caso.

ADA	DG	$P^{\min}(p.u.)$	$P^{\max}(p.u.)$	$A_g(\$/p.u.^2)$	$B_g(\$/p.u.)$	$C_g(\$)$
1	1	0	0,15	0	20500	0
	2	0	0,18	0	16000	0
2	1	0	0,45	0	20500	0
	2	0	0,19	0	16000	0

No caso da ADA 1, observa-se a presença de duas unidades de geração distribuída com características distintas de custo e capacidade. Assim como a ADA 2 que apresenta uma unidade de maior porte e outra com menor capacidade máxima de geração. Essa diversidade de recursos possibilita avaliar como diferentes composições internas de geração distribuída afetam o comportamento estratégico de cada ADA.

A modelagem da rede de distribuição associada a cada ADA é apresentada na Tabela A.2, no Apêndice A. Nesta tabela, são descritas as interligações entre as barras de distribuição, os valores das reatâncias das linhas e os respectivos limites máximos de fluxo de potência. A inclusão dessas restrições permite considerar a ocorrência de congestionamentos internos nas redes de distribuição, os quais podem limitar o aproveitamento da geração distribuída e impactar as decisões ótimas de despacho e de oferta de energia por parte das ADAs.

Com base nesses dados, o modelo proposto no Capítulo 4 é resolvido para os diferentes estudos de caso conforme descrito anteriormente. As simulações são conduzidas em base horária, considerando simultaneamente as restrições técnicas do sistema elétrico e as decisões estratégicas das ADAs. Nos resultados apresentados a seguir, são analisados os efeitos dessas decisões sobre o despacho das unidades geradoras, os fluxos de potência na rede de transmissão e os preços de equilíbrio do mercado atacadista.

Além dos dados associados ao sistema de transmissão e ao mercado atacadista, o modelo proposto considera explicitamente a representação das ADAs, as quais dispõem de recursos de geração distribuída e de uma rede de distribuição própria. Essa modelagem é essencial para capturar adequadamente o comportamento estratégico das ADAs e sua interação com o mercado atacadista.

Dessa forma, o modelo adotado captura simultaneamente as restrições técnicas das redes de transmissão e de distribuição, bem como os aspectos econômicos associados à operação dos mercados de energia. Nos resultados apresentados nas seções subsequentes, é possível observar como essas restrições influenciam o despacho das unidades, a formação de preços e o exercício de poder de mercado pelas ADAs nos diferentes cenários analisados.

Na subseção a seguir, são apresentados e discutidos os resultados correspondentes ao Estudo de Caso 1 para o sistema T6D2, no qual ambas as ADAs atuam como tomadoras de preço (*price-takers*), servindo como referência para a avaliação dos impactos decorrentes da introdução de comportamentos estratégicos nos casos subsequentes.

5.1.1 Estudo de Caso 1 – Áreas de Distribuição Ativas atuando como *price-takers*

No Estudo de Caso 1, assume-se que as ADAs não exercem comportamento estratégico no MAE, atuando como tomadoras de preço (*price-takers*). Nesse cenário, o preço é considerado exógeno para as ADAs e é determinado exclusivamente pelo PCM, conduzido pelo OST. Para uma melhor estruturação do Estudo de Caso 1, são executados os seguintes passos:

- Passo 1: Para a obtenção dos preços exógenos, executa-se inicialmente o algoritmo de PCM, formulado como um problema de leilão de energia matematicamente descrito em (5.1). A partir da solução desse problema, os preços são obtidos por meio dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de balanço de potência nas barras de fronteira entre transmissão e distribuição, representados por $\pi_{et}^{OSD}, \forall e \in E, \forall t \in T$;
- Passo 2: Uma vez determinados os preços exógenos, cada ADA resolve, de forma independente, o seu respectivo problema de mercado varejista, utilizando o modelo de FPO descrito em (5.2), e considerando o preço atacadista como um parâmetro dado. Inicialmente, o problema é resolvido sob a perspectiva da ADA 1, permitindo a obtenção dos valores ótimos de potência adquirida no mercado atacadista, p_{at}^A , e de geração distribuída local, p_{gt}^{DG} ;
- Passo 3: Em seguida, o mesmo procedimento é aplicado à ADA 2, utilizando sua própria estrutura de dados e restrições operacionais.

Os resultados obtidos para ambas as ADAs são apresentados em tabelas comparativas, evidenciando as diferenças nos perfis de consumo, na geração distribuída e nos custos associados. Os Passos de 1 a 3 são detalhados a seguir.

5.1.1.1 Passo 1 – Solução do algoritmo de compensação do mercado atacadista

Para a solução do algoritmo do PCM, assume-se que as ofertas e os lances de todos os agentes participantes são previamente conhecidos, seja por meio de algoritmos de previsão, seja por meio de outros mecanismos de estimação. Além disso, assume-se que toda a demanda inelástica das ADAs são atendidas pelo mercado atacadista, i.e., toda a demanda interna de cada ADA é suprida pelo sistema de transmissão. Nesse contexto, não são consideradas incertezas associadas às ofertas e aos lances submetidos ao leilão.

As ofertas dos geradores e os lances dos consumidores participantes do leilão do mercado atacadista são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3 – Ofertas dos geradores no leilão do mercado atacadista.

T	G1		G2		G3	
	Preço [\$ / MW]	Quant. [MW]	Preço [\$ / MW]	Quant. [MW]	Preço [\$ / MW]	Quant. [MW]
1	203,00	220,00	241,19	100,00	105,00	125,00
2	198,00	215,00	235,25	98,00	102,50	122,00
3	193,00	210,00	229,31	96,00	100,00	120,00
4	188,00	205,00	223,37	94,00	97,50	117,00
5	180,00	196,00	213,86	90,00	93,00	112,00
6	183,00	199,00	217,43	91,00	95,00	114,00
7	188,00	205,00	223,37	94,00	97,50	117,00
8	193,00	210,00	229,31	96,00	100,00	120,00
9	196,00	213,00	232,87	98,00	101,50	122,00
10	198,00	215,00	235,25	99,00	102,50	123,00
11	200,00	217,00	237,62	100,00	103,50	124,00
12	203,00	220,00	241,19	101,00	105,00	125,00
13	195,00	212,00	231,68	97,00	101,00	121,00
14	200,00	217,00	237,62	100,00	103,50	124,00
15	215,00	233,00	255,45	106,00	111,00	131,00
16	220,00	238,00	261,39	107,00	113,50	133,00
17	220,00	238,00	261,39	107,00	113,50	133,00
18	220,00	238,00	261,39	107,00	113,50	133,00
19	221,00	239,00	262,57	108,00	114,00	134,00
20	216,00	234,00	256,63	106,00	111,50	132,00
21	211,00	229,00	250,69	104,00	109,00	130,00
22	206,00	224,00	244,75	102,00	106,50	127,00
23	203,00	220,00	241,19	100,00	105,00	125,00
24	198,00	215,00	235,23	98,00	102,50	123,00

Tabela 5.4 – Lances dos consumidores no leilão do mercado atacadista.

T	C1		ADA 1		ADA 2	
	Preço [\$ / MW]	Quant. [MW]	Preço [\$ / MW]	Quant. [MW]	Preço [\$ / MW]	Quant. [MW]
1	401,98	70,00	498,00	35,00	502,49	70,00
2	392,08	68,00	487,00	33,80	490,10	67,20
3	382,18	66,00	474,00	33,00	477,70	66,00
4	372,28	62,00	460,00	31,00	465,30	62,00
5	356,43	62,00	440,00	31,00	445,53	62,00
6	362,38	66,00	447,00	33,00	452,98	66,00
7	372,28	69,00	461,00	34,60	465,30	69,40
8	382,18	70,00	474,00	34,80	477,70	69,20
9	388,12	74,00	482,00	37,00	485,15	74,00
10	392,08	81,00	488,00	40,40	490,10	80,60
11	396,03	91,00	493,00	45,60	495,05	91,40
12	401,98	94,00	500,00	47,20	502,49	94,80
13	386,13	97,00	482,00	48,40	482,65	96,60
14	396,03	98,00	495,00	48,80	495,05	97,20
15	425,75	100,00	530,00	49,80	531,90	99,20
16	435,65	102,00	548,00	51,20	544,80	102,80
17	435,65	102,00	550,00	51,20	544,80	102,80
18	435,65	99,00	550,00	49,40	544,80	98,60
19	437,62	98,00	546,00	49,20	547,25	98,80
20	427,72	95,00	532,00	47,40	534,90	94,60
21	417,82	95,00	520,00	47,40	522,70	94,60
22	407,92	93,00	508,00	46,60	510,30	93,40
23	401,98	84,00	500,00	42,00	502,49	84,00
24	392,05	84,00	488,00	42,00	490,00	84,00

As ofertas e os lances dados nas Tabelas 5.3 e 5.4 são fornecidos ao modelo de PCM descrito em (5.1). Os demais dados necessários à solução desse modelo são apresentados nas Tabelas A.1 e A.2.

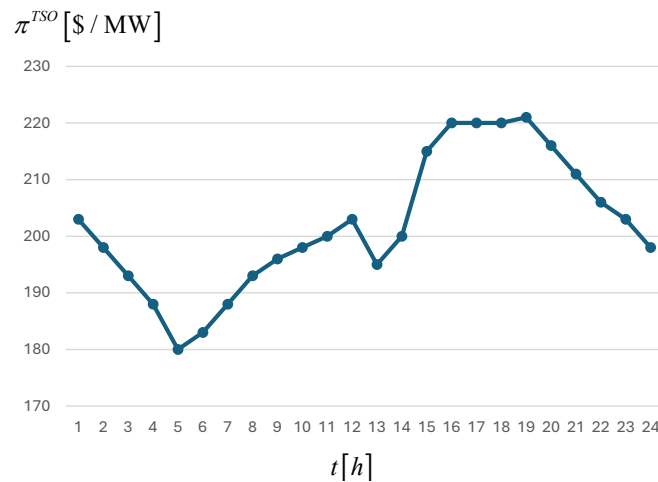
Os preços exógenos obtidos pelo modelo PCM do mercado atacadista são apresentados na Tabela 5.5, com destaque para os preços nas barras 3 e 4, que fazem fronteira com os sistemas de distribuição das ADAs 1 e 2, respectivamente. Verifica-se que os preços em um mesmo período são iguais em todas as barras, dado que o sistema de transmissão não está congestionado e as perdas na transmissão não são consideradas.

Tabela 5.5 – Preços horários da energia em [\$/MW] em cada barra da rede de transmissão.

T	B1	B2	B3	B4	B5	B6
1	203,00	203,00	203,00	203,00	203,00	203,00
2	198,00	198,00	198,00	198,00	198,00	198,00
3	193,00	193,00	193,00	193,00	193,00	193,00
4	188,00	188,00	188,00	188,00	188,00	188,00
5	180,00	180,00	180,00	180,00	180,00	180,00
6	183,00	183,00	183,00	183,00	183,00	183,00
7	188,00	188,00	188,00	188,00	188,00	188,00
8	193,00	193,00	193,00	193,00	193,00	193,00
9	196,00	196,00	196,00	196,00	196,00	196,00
10	198,00	198,00	198,00	198,00	198,00	198,00
11	200,00	200,00	200,00	200,00	200,00	200,00
12	203,00	203,00	203,00	203,00	203,00	203,00
13	195,00	195,00	195,00	195,00	195,00	195,00
14	200,00	200,00	200,00	200,00	200,00	200,00
15	215,00	215,00	215,00	215,00	215,00	215,00
16	220,00	220,00	220,00	220,00	220,00	220,00
17	220,00	220,00	220,00	220,00	220,00	220,00
18	220,00	220,00	220,00	220,00	220,00	220,00
19	221,00	221,00	221,00	221,00	221,00	221,00
20	216,00	216,00	216,00	216,00	216,00	216,00
21	211,00	211,00	211,00	211,00	211,00	211,00
22	206,00	206,00	206,00	206,00	206,00	206,00
23	203,00	203,00	203,00	203,00	203,00	203,00
24	198,00	198,00	198,00	198,00	198,00	198,00

A evolução dos preços horários médios do mercado atacadista é mostrada na Figura 5.2. Observa-se que os preços tendem a assumir valores mais reduzidos durante os períodos de carga leve (madrugada), enquanto atingem valores mais elevados nos períodos de carga pesada. Esses preços, obtidos a partir da solução do PCM do mercado atacadista, são utilizados como base para as análises apresentadas nos Passos 2 e 3, nas subseções 5.1.1.2 e 5.1.1.3.

Figura 5.2 – Preços horários médios obtidos pelo modelo de compensação do mercado atacadista.



Fonte: Autoria própria.

Para melhor analisar os comportamentos foi necessário criar dois cenários alternativos para as ADAs, nos quais as gerações distribuídas internas são aumentadas, conforme mostrado na tabela 5.6. Esses cenários visam identificar os novos comportamentos das ADAs quando suas flexibilidades de geração são aumentadas para os casos em que elas atuam ainda como *price-takers*.

Tabela 5.6 – Cenários para as ADAs.

ADA	Cenário	$p_{g_1}^{\max}$ (p.u.)	$p_{g_2}^{\max}$ (p.u.)
ADA 1	Cenário 1	0,15	0,18
ADA 1	Cenário 2	0,40	0,18
ADA 2	Cenário 1	0,45	0,19
ADA 2	Cenário 2	0,65	0,30

Fonte: Autoria própria.

5.1.1.2 Passo 2 – ADA 1 atuando de forma não estratégica

Nesta subseção, assume-se que a ADA 1 no Cenário 1 apresenta comportamento não estratégico, atuando como um agente *price-taker*. Para isso, os valores de preços exógenos obtidos no passo anterior são fixados e o problema de FPO descrito em (5.2) é resolvido para a ADA 1, obtendo-se a potência importada e a geração distribuída interna, além das demais variáveis reativas.

A Tabela 5.7 apresenta a demanda total da ADA 1. Esta demanda, que é inelástica, deve ser atendida pela soma da potência adquirida no mercado atacadista e da geração interna.

Tabela 5.7 – Perfil horário de demanda da ADA 1 do sistema T6D2.

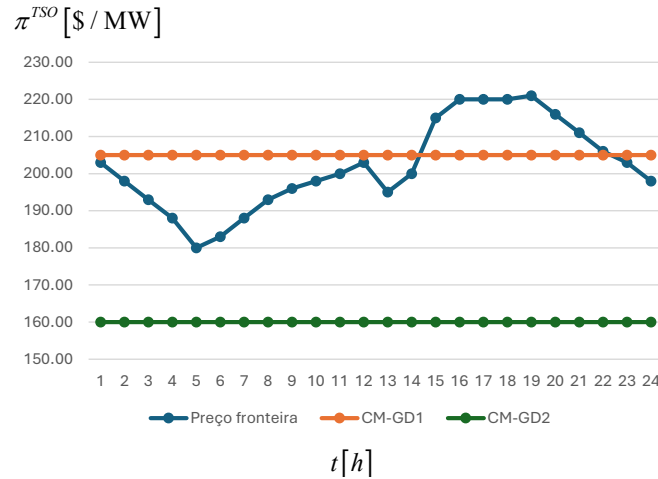
Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
1	35,0	13	48,4
2	33,8	14	48,8
3	33,0	15	49,8
4	31,0	16	51,2
5	31,0	17	51,2
6	33,0	18	49,4
7	34,6	19	49,2
8	34,8	20	47,4
9	37,0	21	47,4
10	40,4	22	46,6
11	45,6	23	42,0
12	47,2	24	42,0

Fonte: Autoria própria.

A Figura 5.3 ilustra os valores de preços exógenos na barra de fronteira entre a transmissão e a ADA 1, bem como os custos marginais de geração dos geradores distribuídos 1 (CM-GD1) e 2 (CM-GD2). Neste caso, verifica-se que o CM-GD2 é inferior ao preço

exógeno na fronteira em todos os períodos. Já o CM-GD1 é superior aos preços exógenos nos períodos de 1 a 14 e 23 até 24.

Figura 5.3 – Comparação entre os custos marginais dos geradores distribuídos da ADA 1 e os preços exógenos dados pelo PCM para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

Os custos de geração (GD) e importação (IMP), bem como os custos totais, obtidos para duas situações operativas da ADA 1, são mostrados da Tabela 5.8. A primeira situação, descrita na tabela como PCM, envolve uma operação em que a ADA 1 abastece toda a sua demanda por meio da compra no mercado atacadista. A segunda situação, descrita na tabela como FPO, a ADA 1 utiliza o FPO para calcular sua geração interna e sua potência importada do mercado atacadista. Assim, na situação denominada de PCM, supõe-se que toda a demanda interna da ADA 1 é suprida pelo sistema de transmissão (i.e., pelo mercado atacadista), de modo que a geração interna é nula, tornando também nulo o custo de geração. Nesse caso, o custo total desta situação corresponde somente ao custo de importação de energia, dado pela potência importada em cada período multiplicada pelo preço exógeno em cada período na fronteira. Verifica-se pela tabela que a situação operativa obtida pelo FPO possui custo de operação reduzido quando comparada à situação operativa em que toda a energia é comprada do mercado atacadista.

Tabela 5.8 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO do Estudo de Caso 1 para a ADA 1 Cenário 1.

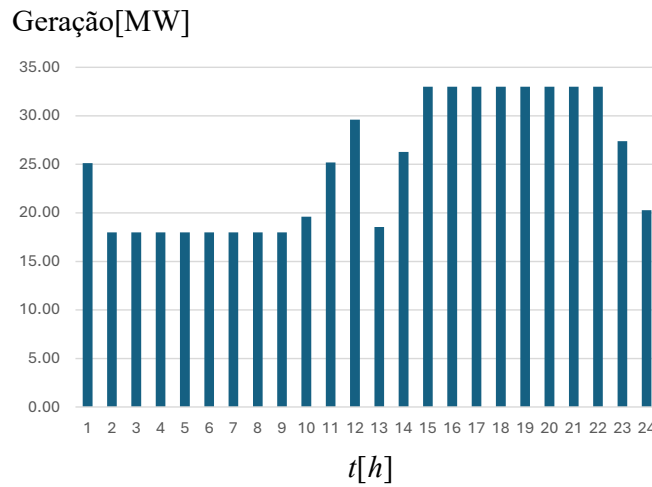
Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	205643,0	205643,0
FPO	103563,6	83578,9	187142,5

Fonte: Autoria própria.

A evolução horária da geração calculada pelo FPO é apresentado na Figura 5.4. Observa-se que gerador 2 (cuja potência nominal é de 18 MW) é despachado em sua potência máxima em todos os períodos, já que o seu custo marginal é sempre inferior ao

preço exógeno na fronteira, conforme mostrado na Figura 5.3. Já o gerador 1, tende a ser despachado em sua potência máxima (i.e., 15 MW) nos períodos em que seu custo marginal (CM-GD1) é inferior aos preços exógenos (i.e. períodos de 15 a 22). Entretanto, em períodos em que CM-GD1 se aproxima dos preços exógenos (i.e., nos períodos 1, 10, 11, 12 14 e 23), o gerador 2 tende a ser despachado, porém sem atingir seu valor máximo. Nota-se, que o gerador 2 é despachado mesmo tendo custo marginal ligeiramente superior ao preço exógeno na fronteira, i.e., ocorre um despacho fora do mérito. Isso ocorre em função das demais restrições do sistema de distribuição, i.e., o gerador precisa ser despachado para que restrições de tensão, potência reativa, etc. sejam atendidas no sistema de distribuição.

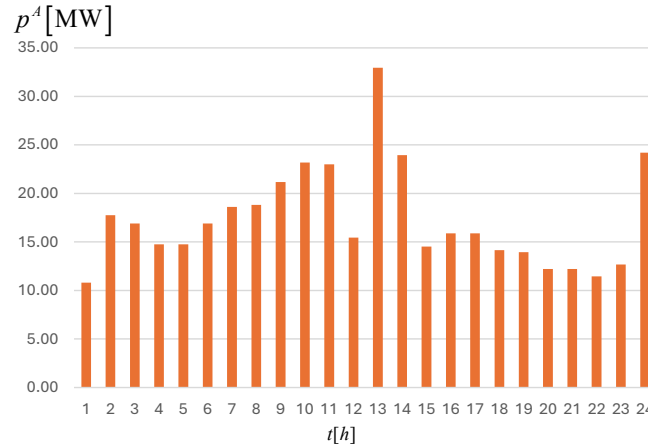
Figura 5.4 – Evolução da Geração total da ADA 1 para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

A evolução horária da potência adquirida p_t^A pela ADA 1 no mercado atacadista é mostrada na Figura 5.5. A decisão envolvendo a potência adquirida está fortemente acoplada à decisão de geração interna da ADA 1. Na verdade, a potência adquirida é calculada de forma a complementar o atendimento da demanda e perdas internas do sistema de distribuição em cada período.

Figura 5.5 – Evolução da potência adquirida pela ADA 1 para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

5.1.1.3 Passo 3 – ADA 2 atuando de forma não estratégica

Nesta seção, assume-se agora que a ADA 2 também no Cenário 1 apresenta o comportamento atuando como um agente *price-taker*. Para isso, os valores de preços exógenos obtidos no passo anterior são fixados e o problema de FPO descrito em (5.2) é resolvido, agora para a ADA 2, calculando sua potência adquirida e geração distribuída interna.

A demanda total da ADA 2 é apresentada na Tabela 5.9 com valores de carregamento que vão desde 62 MW, na carga leve, até valores próximos a 102,4 MW, na carga pesada. Destaca-se que essa demanda é inelástica, e precisa ser atendida pela ADA 2 por meio de sua geração interna, ou por meio de importação do sistema de transmissão (potência adquirida). Nota-se que a ADA 2 possui capacidade instalada de 64 MW (i.e., 45 MW do gerador 1 e 19 MW do gerador 2), de modo que ela depende da potência importada da transmissão na maioria dos períodos do horizonte de planejamento.

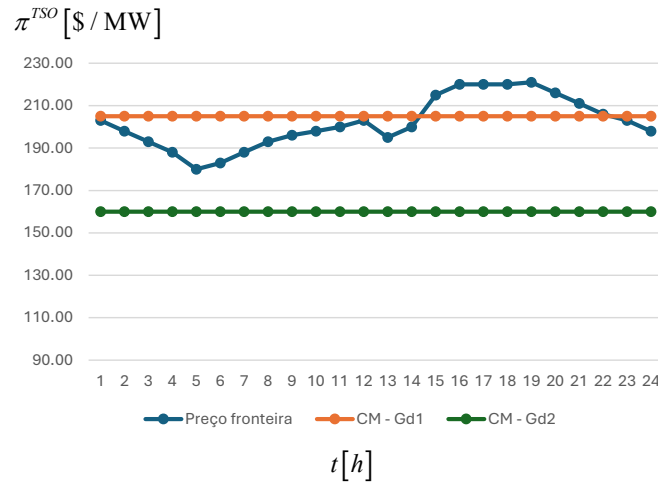
Tabela 5.9 – Perfil horário de demanda da ADA 2 do sistema T6D2.

Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
1	70,0	13	96,8
2	67,6	14	97,6
3	66,0	15	99,6
4	62,0	16	102,4
5	62,0	17	102,4
6	66,0	18	98,8
7	69,2	19	98,4
8	69,6	20	94,8
9	74,0	21	94,8
10	80,8	22	93,2
11	91,2	23	84,0
12	94,4	24	84,0

Fonte: Autoria própria.

A Figura 5.6 ilustra os valores de preços exógenos na barra de fronteira entre a transmissão e a ADA 2, bem como os custos marginais de geração dos geradores distribuídos 1 (CM-GD1) e 2 (CM-GD2). Também neste caso, verifica-se que o CM-GD2 é inferior ao preço exógeno na fronteira em todos os períodos. Já o CM-GD1 é superior aos preços exógenos nos mesmos períodos de 1 a 14 e 23 até 24.

Figura 5.6 – Comparação entre custos marginais de geração e preços exógenos na fronteira da ADA 2 para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

Os custos GD e IMP, bem como os custos totais, obtidos para duas situações operativas da ADA 2, são mostrados da Tabela 5.10. Verifica-se pela tabela a situação operativa obtida pelo FPO possui custo de operação reduzido quando comparada à situação operativa em que toda a energia é comprada do mercado atacadista.

Tabela 5.10 – Comparação dos custos obtidos na solução do PCM e do FPO do Estudo de caso 1 para a ADA 2 Cenário 1.

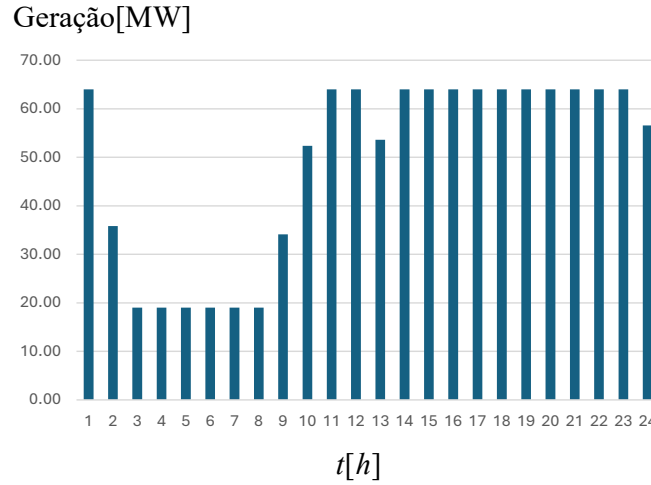
Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	411286,0	411286,0
FPO	221070,8	188686,7	409757,4

Fonte: Autoria própria.

A evolução horária da geração calculada pelo FPO para a ADA 2 é mostrada na Figura 5.7. Observa-se que gerador 2 (cuja potência nominal é de 19 MW) é despachado em sua potência máxima em todos os períodos, já que o seu custo marginal é sempre inferior ao preço exógeno na fronteira, conforme mostrado na Figura 5.6. Já o gerador 1, tende a ser despachado em sua potência máxima (i.e., 45 MW) nos períodos em que seu custo marginal (CM-GD1) é inferior aos preços exógenos (i.e. nos períodos 1, 11, 12 e 15 a 23). Entretanto, em períodos em que CM-GD1 se aproxima dos preços exógenos (i.e., nos períodos 2, 9, 10, 13 e 24), o gerador 2 tende a ser despachado, porém sem atingir

seu valor máximo. Nestes períodos, também se verifica um despacho fora do mérito para o gerador 2. Isso ocorre porque ele precisa ser despachado para que restrições de tensão, potência reativa, etc. sejam atendidas no sistema de distribuição.

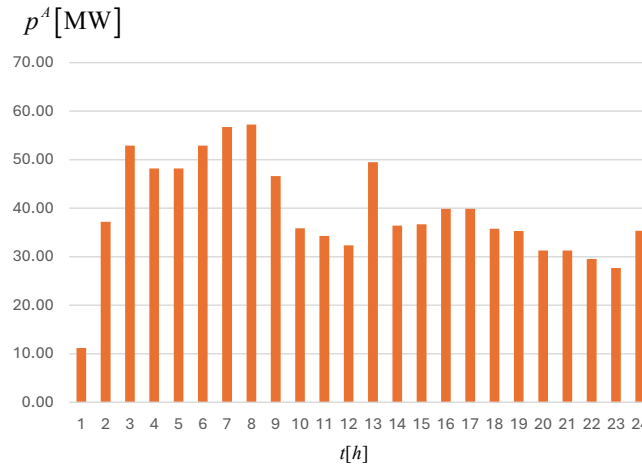
Figura 5.7 – Evolução da geração interna da ADA 2 para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

A evolução horária da potência adquirida p_t^A pela ADA 2 no mercado atacadista é mostrada na Figura 5.8. Assim como no caso descrito para a ADA 1, a potência adquirida é calculada de forma a complementar o atendimento da demanda e perdas internas do sistema de distribuição em cada período.

Figura 5.8 – Evolução da potência adquirida pela ADA 2 para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

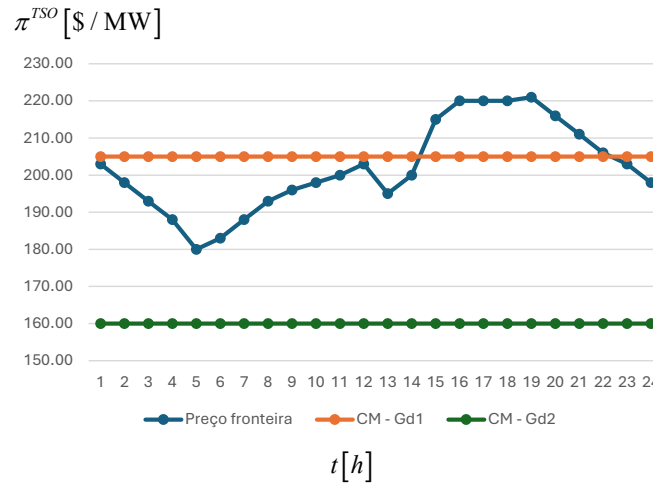
A seguir, são analisados os Cenários 2 para as ADAs conforme informado no início do passo 1. Apenas para fins de praticidade foram inseridas suas mudanças a seguir.

- **ADA 1 Cenário 2:** neste cenário, o gerador 1 possui capacidade de $p_g^{\max} = 0,40$ p.u. enquanto o gerador 2 possui capacidade de $p_g^{\max} = 0,18$ p.u.

- **ADA 2 Cenário 2:** neste cenário, o gerador 1 possui capacidade de $p_g^{\max} = 0,65$ p.u. enquanto o gerador 2 possui capacidade de $p_g^{\max} = 0,30$ p.u.

Por facilidade, os preços marginais dos geradores distribuídos bem como os preços exógenos na fronteira são repetidos na Figura 5.9.

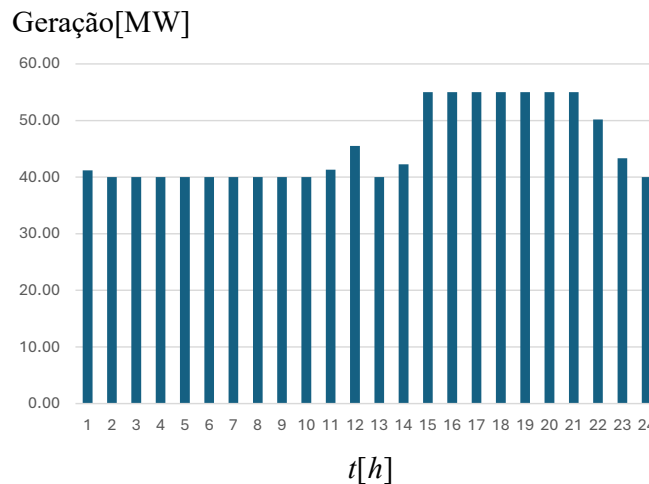
Figura 5.9 – Comparação entre custos marginais de geração e preços exógenos na fronteira da ADA 1 para o Cenário 2



Fonte: Autoria própria.

Para este novo cenário, a evolução da geração interna é mostrada na Figura 5.10. Nesse cenário para a ADA 1, o gerador 2 é despachado em sua potência máxima (i.e., 40 MW) em todos os períodos. Já o gerador 1 é despachado quando seu CM-GD1 está próximo ou inferior ao preço exógeno.

Figura 5.10 – Evolução da geração interna da ADA 1 para o Cenário 2

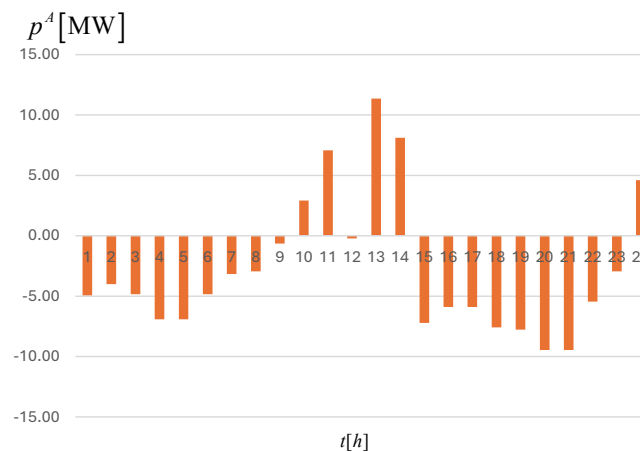


Fonte: Autoria própria.

Para este novo cenário, a evolução da potência adquirida pela ADA 1 é mostrada na Figura 5.11. Verifica-se, nos períodos de carga leve (i.e., de 1 a 9), que a ADA 1 exporta

energia para o mercado atacadista. Isso ocorre porque o gerador 2 tem preço inferior ao da fronteira e é capaz de suprir a demanda interna da ADA 1 e ainda existe sobra de energia para a venda no mercado atacadista. Nesse caso o gerador 2 não é despachado nestes períodos (a menos de um pequeno despacho no período 1), já que seu custo marginal é maior que o preço exógeno na fronteira. Nos períodos 10, 11, 13, 14 e 24, ocorre importação de energia do mercado atacadista. Nesses períodos, o gerador 2 não possui capacidade para o atendimento de toda a demanda da ADA1, sendo necessária a importação, já que o custo marginal do gerador 1 é superior ao preço da fronteira. Já nos períodos de 15 a 23, os geradores 1 e 2 possuem custo marginal inferior ao preço da fronteira. Assim, estes geradores conseguem atender à demanda.

Figura 5.11 – Evolução da potência adquirida pela ADA 1 para o Cenário 2



Fonte: Autoria própria.

Os custos de GD e IMP, bem como os totais, obtidos para duas situações operativas da ADA 1, são mostrados da Tabela 5.11 para o cenário 2. Assim como descrito para o Cenário 1, a primeira situação, descrita na tabela como PCM, envolve uma operação em que a ADA 1 abastece toda a sua demanda por meio da compra no mercado atacadista. A segunda situação, descrita na tabela como FPO, a ADA 1 utiliza o FPO para calcular sua geração interna e sua potência importada do mercado atacadista. Verifica-se pela tabela a situação operativa obtida pelo FPO possui custo de operação reduzido quando comparada à situação operativa no cenário 1 além de apresentar custo de importação negativo que se torna custo de geração, conforme analisado na Figura 5.11.

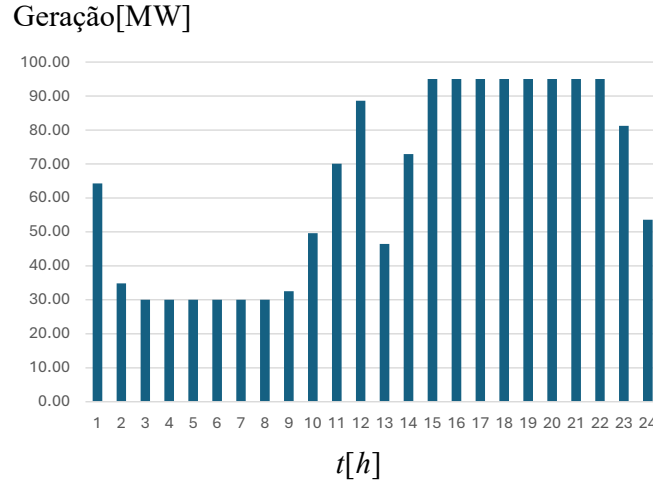
Tabela 5.11 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO do Estudo de Caso 1 para a ADA 1 cenário 2.

Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	205643,0	205643,0
FPO	180007,1	-14054,5	165952,5

Fonte: Autoria própria.

Para este novo cenário, a evolução da geração interna da ADA 2 é mostrada na Figura 5.12. Também nesse cenário, o gerador 2 é despachado em sua potência máxima (i.e., 30 MW) em todos os períodos. Já o gerador 1 é despachado quando seu CM-GD1 está próximo ou é inferior ao preço exógeno.

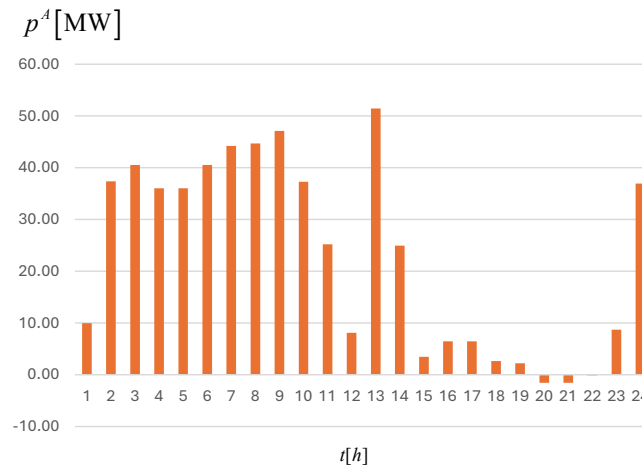
Figura 5.12 – Evolução da geração interna da ADA 2 para o Cenário 2



Fonte: Autoria própria.

Para este novo cenário, a evolução da potência adquirida pela ADA 2 é mostrada na Figura 5.13. Neste cenário, dado que o gerador 2 possui apenas 30 MW, este sozinho não é capaz de suprir a demanda interna da ADA 2, sendo necessário gerar internamente, ou importar energia, dependendo do preço na fronteira, no período, em comparação ao custo marginal do gerador 1.

Figura 5.13 – Evolução da potência adquirida pela ADA 2 para o Cenário 2



Fonte: Autoria própria.

Os custos para as situações PCM e FPO (já descritos no cenário anterior) para este novo cenário são mostrados na Tabela 5.12. Verifica-se que o custo total do FPO é inferior ao custo do PCM e também inferior ao custo do FPO para o cenário anterior, mostrado

na Tabela 5.10. Assim, verifica-se que quando a ADA 2 investe em geração adicional, ela consegue reduzir seus custos totais, mesmo quando atua como *price-taker*.

Tabela 5.12 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO para o Estudo de caso 1 para a ADA 2 Cenário 2.

Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	411286,0	411286,0
FPO	282089,7	106255,1	388344,6

Fonte: Autoria própria.

5.1.2 Estudo de Caso 2 – Áreas de Distribuição Ativas atuando como *price-makers*

Conforme já descrito no início deste capítulo, o Estudo de Caso 2 envolve a análise da atuação das ADAs como companhias do tipo *price-maker*, i.e., companhias que buscam atuar de forma estratégica no mercado atacadista, com o intuito de alterar os preços deste mercado de modo a minimizar seus custos com a produção e importação de energia. Para isso, são feitas simulações para cada ADA utilizando-se o modelo binível proposto, reescrito como um problema de MPEC no capítulo anterior, cuja formulação matemática é dada de (4.66) a (4.104).

O Estudo de Caso 2 é subdividido nos Casos 2a e 2b. Para o Caso 2a, a ADA 1 atua como agente *price-maker*, sendo considerada capacidade máxima de $p_g^{\max} = 0,15$ p.u para o gerador distribuído 1 apenas com o Cenário 1. Enquanto no Caso 2b, a ADA 2 que assume o papel de agente formador de preço, sendo avaliados os dois cenários de alteração de capacidade de geração máxima.

5.1.2.1 Análise do Caso 2a

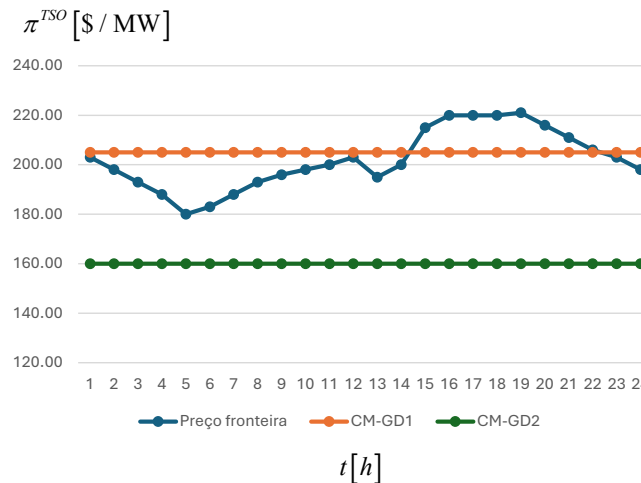
No Caso 2a, a ADA 1 passa a atuar de forma estratégica, buscando influenciar o preço do mercado atacadista por meio de suas decisões neste mercado. Para isso, a ADA 1 resolve um problema binível completo, no qual o nível superior representa o mercado varejista sob sua coordenação, enquanto o nível inferior corresponde ao problema de compensação do mercado atacadista. O problema binível é reformulado como um problema de MPEC, cuja formulação matemática é dada de (4.66) a (4.104), o qual é utilizado para a análise do Caso 2a. Por outro lado, a ADA 2 é modelada, neste caso, como um agente não estratégico, cuja demanda é tratada como um parâmetro exógeno no nível inferior. Dessa forma, o MPEC é resolvido exclusivamente sob a perspectiva da ADA 1, permitindo avaliar sua capacidade de influenciar o preço do mercado atacadista.

A solução do MPEC fornece, de forma simultânea, os valores ótimos dos preços no mercado de distribuição, π_{et}^{OSD} , da potência adquirida no mercado atacadista, p_{at}^A , e da geração distribuída local, p_{gt}^{DG} , além das demais variáveis do sistema de distribuição. Esses

resultados permitem analisar como a ADA 1 ajusta suas decisões de compra no mercado atacadista e de despacho da geração distribuída com o objetivo de influenciar o preço do mercado atacadista em benefício. Os resultados são apresentados em gráficos que destacam as diferenças em relação ao Estudo de Caso 1, evidenciando os efeitos decorrentes da atuação estratégica da ADA 1. A demanda inelástica a ser atendida pela ADA 1 neste Estudo de Caso 2 é a mesma já descrita para o Estudo de Caso 1, a qual é mostrada na Tabela 5.7.

A partir da solução do problema de MPEC para a ADA 1, pode-se analisar, o comportamento estratégico desta ADA no mercado atacadista. Quando atua como uma companhia distribuidora *price-maker*, a ADA 1 busca reduzir os preços na fronteira do mercado atacadista, por meio de seus lances neste mercado. Assim, estes preços reduzidos devem produzir a minimização de seus custos de produção e importação de energia. Os preços na fronteira entre a ADA 1 e o sistema de transmissão, são mostrados na Figura 5.14.

Figura 5.14 – Evolução do preço nodal no mercado atacadista – Caso 2a.



Fonte: Autoria própria.

Entretanto, se compararmos os preços obtidos para o Estudo de Caso 1, mostrados na Figura 5.6, verifica-se que a ADA 1 não consegue reduzir os preços, de forma significativa em todos os períodos do horizonte. Isso ocorre porque, mesmo tentando atuar de forma estratégica, por meio da solução do MPEC, a ADA 1 não possui flexibilidade suficiente para alterar os preços do mercado atacadista. A flexibilidade de uma ADA é dada pela sua capacidade de produzir internamente a sua própria geração, ou ainda de reduzir ou deslocar a sua demanda interna. Assim, a capacidade interna de geração, dada pela somatória dos geradores 1 e 2 (i.e., 33 MW), não é suficiente para uma alteração significativa dos preços na fronteira do mercado atacadista.

Além das situações PCM e FPO, já definidas anteriormente, a Tabela 5.13 adiciona os custos de geração (GD) e importação (IMP) e custos totais calculados pelo MPEC. Como esperado, as decisões de geração distribuída interna e importação, calculadas pelo

MPEC, resultaram em um custo total menor que aquele calculado pelo FPO (uma redução percentual de 0.00 %). Assim, a manipulação dos preços na fronteira pela ADA 1 não teve redução do custo total para este sistema.

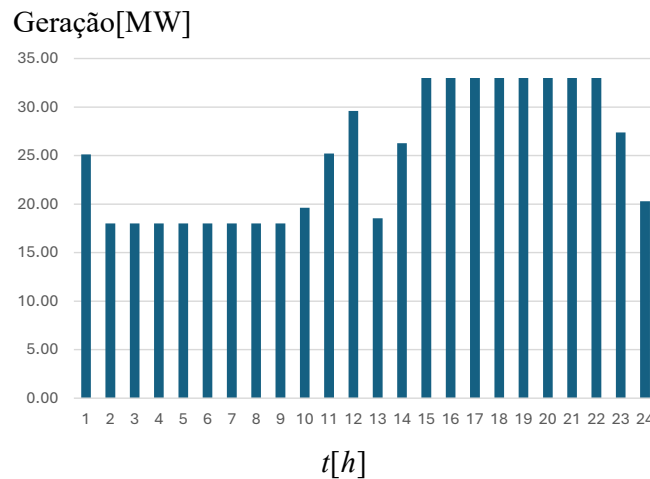
Tabela 5.13 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM, FPO e MPEC do Estudo de Caso 2 para a ADA 1.

Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	205643,0	205643,0
FPO	103563,6	83578,9	187142,5
MPEC	103563,9	83578,7	187142,5

Fonte: Autoria própria.

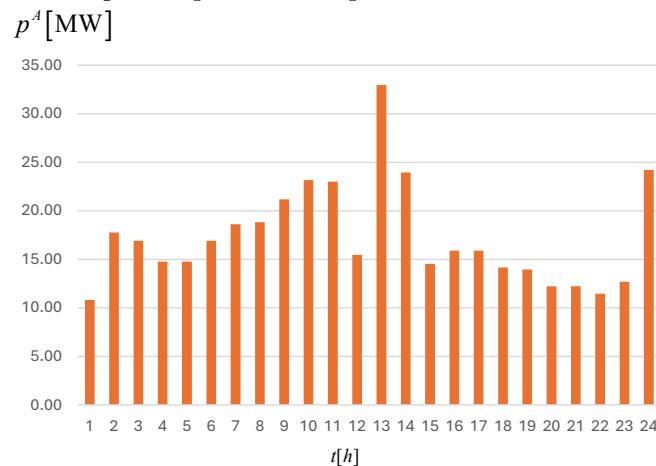
As Figuras 5.16 e 5.15 apresentam a evolução da potência adquirida e da geração distribuída pela ADA 1 no mercado atacadista para o Caso 2a.

Figura 5.15 – Evolução da geração distribuída no mercado atacadista – Caso 2a.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.16 – Evolução da potência adquirida no mercado atacadista – Caso 2a.



Fonte: Autoria própria.

Como os preços nodais resultantes da solução do problema de MPEC apresentam baixa sensibilidade às decisões da ADA 1, conforme ilustrado na Figura 5.14, observa-se que a potência adquirida e a geração distribuída no mercado atacadista não variaram em relação ao Estudo de Caso 1, onde a ADA 1 atua como um agente *price-taker*. Isso pode ser observado por meio da comparação entre as Figuras 5.15 e 5.16 com as Figuras 5.4 e 5.5, respectivamente.

Com objetivo de aumentar a flexibilidade, foi analisado também o cenário em que o gerador 2 da ADA 1 tem sua capacidade de geração aumentada para $p_g^{\max} = 0,40$ p.u. Entretanto, mesmo com esse aumento na flexibilidade, verificou-se que não houve alterações nos preços, despachos internos e importação, quando comparado ao Estudo de Caso 1. Isso ocorre porque a demanda da ADA 1 é percentualmente muito pequena quando comparada à demanda total do mercado atacadista (representa apenas 20 % da demanda total). Esses resultados mostram que, para que uma companhia distribuidora tenha a capacidade efetiva de exercer poder de mercado, são necessárias duas condições básicas: i) ela deve representar uma fatia de demanda considerável para o mercado atacadista e ii) ela deve ter flexibilidades internas que permitam a manipulação de preços.

5.1.2.2 Análise da 2b

De forma análoga ao Caso 2a, o Caso 2b considera a ADA 2 como agente estratégico, enquanto a ADA 1 é tratada como um agente não estratégico. Nesta análise, a ADA 2 resolve seu próprio problema binível, no qual busca influenciar o preço do mercado atacadista por meio de suas decisões no mercado de distribuição para os dois Cenários.

O modelo é formulado exclusivamente sob a perspectiva da ADA 2, incorporando suas restrições técnicas, suas possibilidades de geração distribuída e sua demanda agregada. Conforme apresentado na Seção 5.1.2, são consideradas duas variações para a capacidade máxima de geração distribuída:

- **ADA 2 Cenário 1:** neste cenário, o gerador 1 possui capacidade de $p_g^{\max} = 0,45$ p.u. enquanto o gerador 2 possui capacidade de $p_g^{\max} = 0,19$ p.u.
- **ADA 2 Cenário 2:** neste cenário, o gerador 1 possui capacidade de $p_g^{\max} = 0,65$ p.u. enquanto o gerador 2 possui capacidade de $p_g^{\max} = 0,30$ p.u.

As soluções do modelo fornecem os valores ótimos do preço do mercado, π_{et}^{OSD} , da potência adquirida no mercado atacadista, p_{at}^A , e da geração distribuída local p_{gt}^{DG} , para cada cenário, permitindo avaliar o impacto da atuação estratégica da ADA 2 sobre o mercado atacadista.

Na Tabela 5.14 é reescrito o perfil da demanda horária para a ADA 2, o qual é o mesmo já descrito para o Estudo de Caso 1.

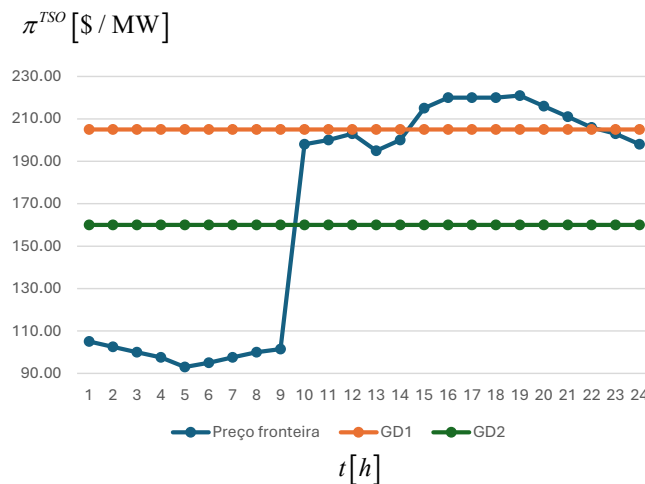
Tabela 5.14 – Perfil horário de demanda da ADA 2 do sistema T6.

Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
1	70,0	13	96,8
2	67,6	14	97,6
3	66,0	15	99,6
4	62,0	16	102,4
5	62,0	17	102,4
6	66,0	18	98,8
7	69,2	19	98,4
8	69,6	20	94,8
9	74,0	21	94,8
10	80,8	22	93,2
11	91,2	23	84,0
12	94,4	24	84,0

Fonte: Autoria própria.

Inicialmente, são apresentados os resultados para o Cenário 1. A Figura 5.17 apresenta os preços horários na fronteira entre o mercado atacadista e a ADA 2 para este cenário. Além desses preços, agora calculados de forma endógena, pelo modelo de MPEC, são apresentados também os valores dos custos marginais dos geradores distribuídos 1 e 2, descritos na figura por meio das siglas CM-Gd1 e CM-Gd2, respectivamente. Quando comparado ao mesmo cenário do Estudos de Caso 1, verifica-se que quando atua como uma companhia distribuidora *price-maker*, a ADA 2 busca reduzir os preços na fronteira do mercado atacadista, por meio de seus lances neste mercado, reduzindo, por consequência, seus custos totais. Isso ocorre nos período de 1 a 9, se compararmos com a Figura 5.6 do Estudos de Caso 1. É importante destacar que nos demais períodos a ADA 2 não foi capaz de reduzir os preços do mercado atacadista.

Figura 5.17 – Preços horários médios obtidos no mercado atacadista – Caso 2b para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

Além das situações PCM e FPO, já definidas anteriormente, a Tabela 5.15 adiciona

os custos de geração (GD) e importação (IMP) e custos totais calculados pelo MPEC. Como esperado, as decisões de geração distribuída interna e importação, calculadas pelo MPEC, resultaram em um custo total menor que aquele calculado pelo FPO (uma redução percentual de 2.98 %). Assim, a manipulação dos preços na fronteira pela ADA 2 resultou, de fato, na redução do custo total para este sistema.

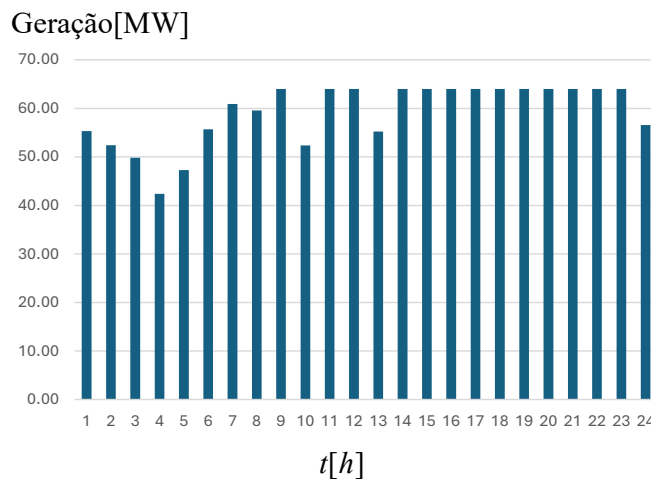
Tabela 5.15 – Comparação dos custos obtidos pelos modelos PCM, FPO e MPEC para a ADA 2 para o Cenário 1.

Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	411286,0	411286,0
FPO	221070,8	188686,7	409757,4
MPEC	270473,3	127048,2	397521,3

Fonte: Autoria própria.

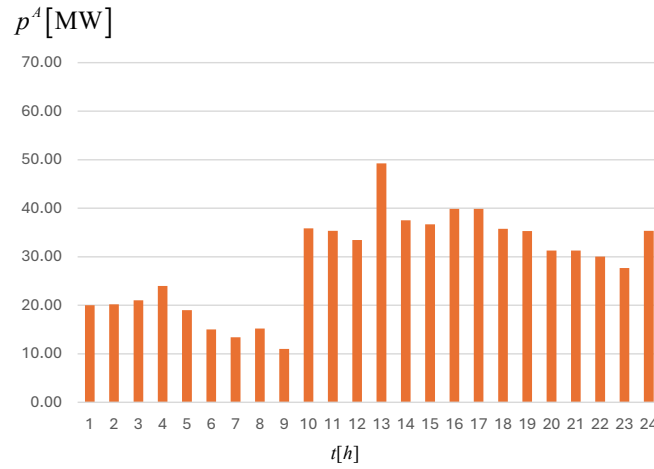
A evolução da geração distribuída da ADA 2 é apresentada na Figura 5.18, enquanto que a evolução da potência adquirida é apresentada na Figura 5.19. A análise desta duas variáveis, i.e., potência gerada (p^{DG}) e adquirida (p^A), deve ser feita de forma conjunta. Para isso, é importante ter em mente que a função objetivo de uma certa ADA, dada em (4.1), possui dois termos: o primeiro consiste no custo de geração interna, o qual é diretamente proporcional a p^{DG} ; o segundo consiste no custo de importação, o qual é diretamente proporcional a p^A . Ocorre que estas duas variáveis estão “amarradas” pela restrição de atendimento da demanda inelástica interna da ADA 2. Assim, se houver aumento p^{DG} , deve haver necessariamente uma redução proporcional em p^A , e vice-versa, de modo a atender a demanda e as perdas. Dessa forma, a ADA 2 coordena suas decisões de despacho da geração distribuída e de aquisição de energia externa de modo a minimizar seus custos, i.e., maximizar seus benefícios econômicos no contexto de atuação estratégica. Assim, as evoluções mostradas nas figuras 5.18 e 5.19, são resultado dessa coordenação.

Figura 5.18 – Evolução da geração distribuída da ADA 2 – Caso 2b para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

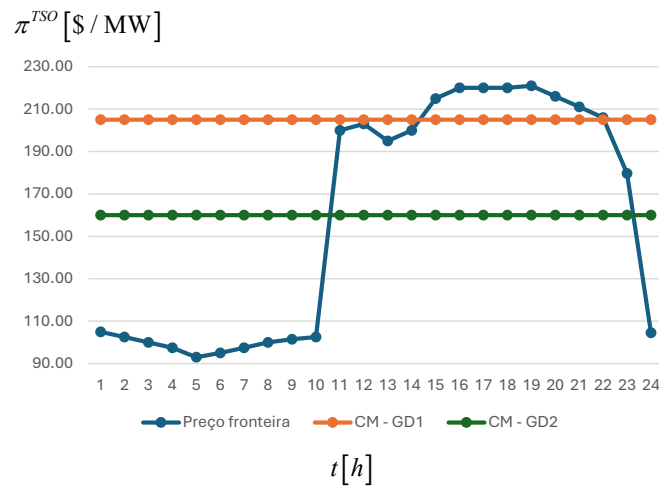
Figura 5.19 – Evolução da potência adquirida pela ADA 2 no mercado atacadista – Caso 2b para o Cenário 1.



Fonte: Autoria própria.

Para o Cenário 2, o comportamento estratégico da ADA 2 torna-se mais evidente, conforme mostrado a seguir. Nesse novo cenário, os preços do mercado atacadista e os custos marginais dos geradores distribuídos 1 e 2 são mostrados na Figura 5.20. Verifica-se que a ADA 2 consegue manipular os preços nos períodos de 1 a 10 e também nos períodos 23 e 24. Assim, a manipulação ocorre em 3 períodos a mais (i.e., 10, 23 e 24), quando comparado ao Cenário 1.

Figura 5.20 – Preços horários médios obtidos pelo modelo – Caso 2b para o Cenário 2.



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 5.16 mostra os custos de GD e IMP e totais calculados para o PCM, FPO, MPEC para o Caso2b, Cenário 2. Como esperado, as decisões de geração distribuída interna e importação, calculadas pelo MPEC, resultaram em um custo total menor que aquele calculado pelo FPO (uma redução percentual de 3,22 %). Assim, a manipulação dos preços na fronteira pela ADA 2 resultou, de fato, na redução do custo total para este

sistema. Observa-se ainda que com o aumento da flexibilidade, esta redução foi ainda maior que aquela obtida para o Cenário 1.

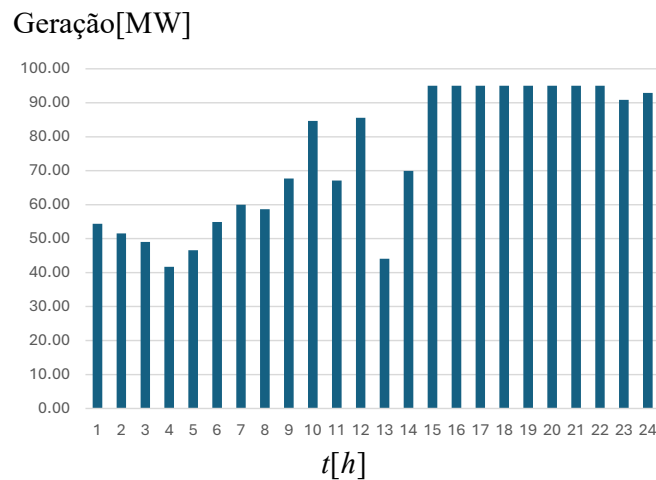
Tabela 5.16 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM, FPO e MPEC para o Estudo de Caso 2b para a ADA 2 para o Cenário 2.

Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	411286,0	411286,0
FPO	282089,7	106255,1	388344,6
MPEC	332454,2	43398,7	375852,9

Fonte: Autoria própria.

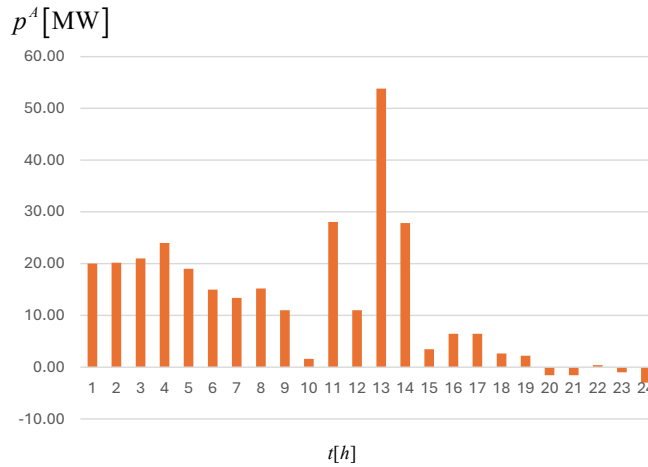
As figuras 5.21 e 5.22 apresentam a evolução da geração interna da ADA 2 e da potência adquirida, respectivamente, para o Cenário 2. Conforme já comentado, as decisões de geração distribuída e potência adquirida são calculadas de forma acoplada com objetivo de minimização dos dois termos da função objetivo. Verifica-se, na Figura 5.22, que ocorrem exportações em alguns períodos.

Figura 5.21 – Evolução da geração total – Caso 2b para o Cenário 2.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.22 – Evolução da potência adquirida – Caso 2b para o Cenário 2.

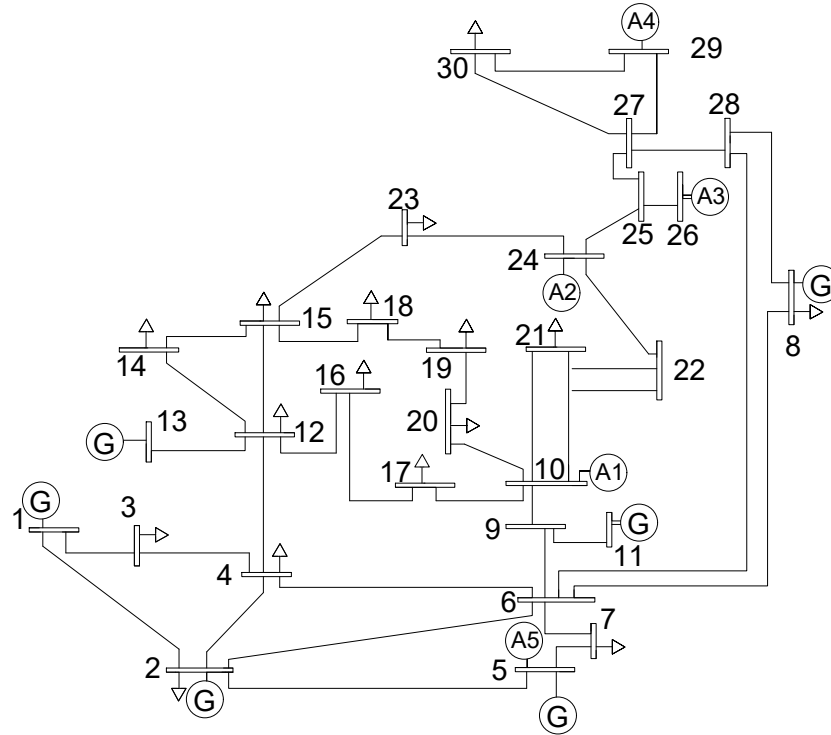


Fonte: Autoria própria.

5.2 Sistema T30D5

O sistema T30D5 utilizado neste trabalho é baseado no modelo padrão do IEEE de 30 barras Chistie (2017), o qual é adaptado de modo que 5 cargas estáticas são substituídas por 5 sistemas de distribuição. O sistema T30D5 é, portanto, composto por 30 barras na rede de transmissão e 41 linhas de transmissão. Na adaptação realizada, as cargas conectadas nas barras 10, 24, 26, 29 são substituídas por sistemas de distribuição de 33 barras, descrito em (BARAN; WU, 1989), os quais compõem as 4 primeiras ADAs. A carga conectada na barra 5 é substituída pelo sistema de distribuição de 123 barras, descrito em (KERSTING, 1991), constituindo a última ADA do sistema. As ADAs são representadas na Figura 5.23, por meio dos símbolos A1 a A5. A figura também ilustra as demais cargas do sistema por meio da utilização do símbolo de flechas saindo a barra e também os geradores do sistema de transmissão, representados por meio da letra G, os quais participam do leilão do mercado atacadista.

Figura 5.23 – Ilustração do sistema T30D5 utilizado para avaliação do modelo proposto.

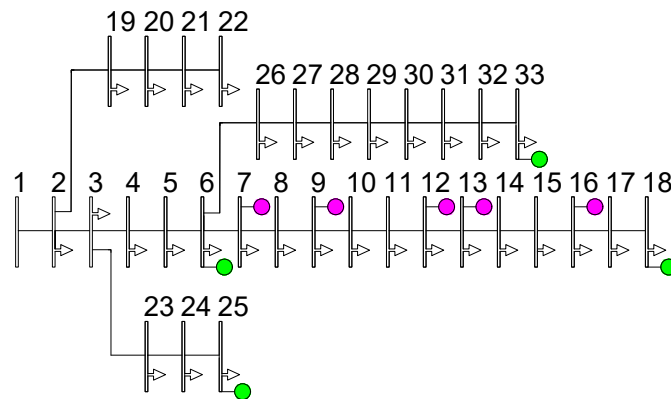


Fonte: Autoria própria.

Nos resultados analisados nesta seção adota-se um ambiente de mercado em que os 6 geradores do sistema de transmissão, juntamente com os 16 consumidores e 5 as ADAs participam de um mercado atacadista de energia elétrica do dia seguinte (*day-ahead market*), operando em base horária e coordenado pelo operador do OST. A partir das ofertas submetidas pelos geradores e dos lances apresentados pelos consumidores e pelas ADAs, o OST determina o despacho ótimo das unidades geradoras, as quantidades de energia consumidas por cada participante e os preços nodais de equilíbrio do sistema para cada hora do horizonte de planejamento.

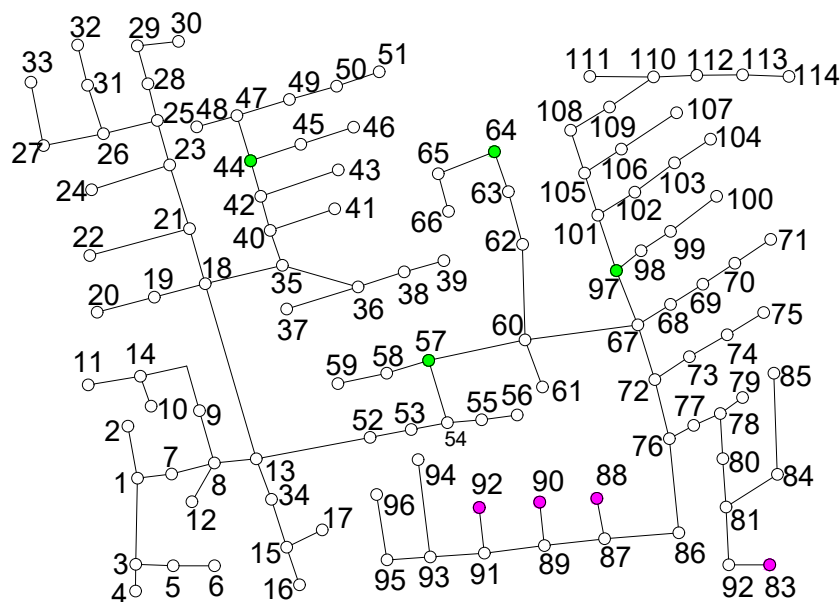
A topologia do sistema de distribuição IEEE de 33 barras utilizado para a representação das ADAs de 1 a 4 é mostrada na Figura 5.24. Já a topologia do sistema de distribuição de 123 barras, utilizado para a representação da ADA 5, é mostrada na Figura 5.25. Em ambas as topologias são inseridos geradores distribuídos e bancos de capacitores *shunt*, representados, respectivamente, por círculos verdes e magenta nas Figuras 5.24 e 5.25. A inserção desses dispositivos permite avaliar os impactos da geração distribuída e de aspectos relacionados à compensação reativa no comportamento operacional e econômico interno das ADAs e também o seu impacto no que diz respeito à participação das ADAs do mercado atacadista de energia elétrica.

Figura 5.24 – Ilustração do sistema de 33 barras.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.25 – Ilustração do sistema de 123 barras modificado.



Fonte: Autoria própria.

Com vistas a garantir a reprodutibilidade dos resultados e permitir uma análise consistente do comportamento do sistema, são apresentados, a seguir, os principais dados utilizados nos casos analisados neste capítulo. Esses dados compreendem as características técnicas e econômicas das unidades geradoras, as informações da rede de transmissão e o perfil de carga horária considerado ao longo de um horizonte de planejamento de 24 horas.

Os dados relacionados à da rede de transmissão do sistema T30D5 são apresentados na Tabela B.1 que está localizado no apêndice. Nessa tabela, são descritas as linhas de transmissão (ramos) com seus nós inicial e final. Para distinguir do sistema de distribuição, os nós do sistema de transmissão são designados NT1, NT2, etc. Para cada linha, são mostrados os valores das resistências ($\mathbf{R}$) e reatâncias ($\mathbf{X}$) das linhas, dados em pu , e

os seus respectivos limites de capacidade de fluxo de potência $F^{\max}$, também dados em p.u. Essas informações são utilizadas na formulação das restrições de fluxo de potência do modelo de PCM, permitindo capturar a ocorrência de congestionamentos na rede de transmissão e seus impactos tanto sobre o despacho das unidades geradoras quanto sobre a formação dos preços nodais.

Por sua vez, o perfil horário de demanda considerado ao longo do horizonte diário de planejamento é apresentado na Tabela 5.17. Os dados apresentados nesta tabela consistem em valores percentuais associados a uma demanda total máxima (definida na Tabela 5.18). A partir destes valores percentuais, percebe-se que o sistema apresenta variações significativa ao longo das 24 horas do dia de operação (i.e., variando de 50% a 100% da demanda máxima), refletindo condições típicas de operação de um mercado de energia elétrica do dia seguinte. Esse perfil horário de variação da demanda é fundamental para a análise do comportamento estratégico das ADAs, uma vez que diferentes níveis de carga podem intensificar ou mitigar o poder de mercado desses agentes, além de influenciar diretamente na formação de preços no mercado atacadista.

Tabela 5.17 – Perfil diário de carga do sistema T30D5.

Período	P_d (%)
T1	0,65
T2	0,60
T3	0,55
T4	0,50
T5	0,50
T6	0,60
T7	0,74
T8	0,86
T9	0,95
T10	0,96
T11	0,96
T12	0,95
T13	0,95
T14	0,95
T15	0,93
T16	0,94
T17	0,99
T18	1,00
T19	1,00
T20	0,96
T21	0,91
T22	0,83
T23	0,73
T24	0,70

A Tabela 5.18 define as demandas máximas associadas a cada um dos 21 consumidores da transmissão, em p.u. Para diferenciar dos consumidores da distribuição, os consumidores da transmissão são denominados na tabela, por CT1, CT2, etc. Assim, a

partir das tabelas 5.17 e 5.18, é possível obter a demanda horária em p.u. de cada consumidor, o que pode ser feito multiplicando-se os valores de demandas máximas associadas a cada consumidor, dados na Tabela 5.18, por seus respectivos valores percentuais em cada período, dados na Tabela 5.17.

Tabela 5.18 – Demanda total máxima dos consumidores do sistema de transmissão.

Consumidor	Demanda Máxima (p.u.)
CT1	0,43
CT2	0,05
CT3	0,15
CT4	1,88
CT5	0,46
CT6	0,60
CT7	0,12
CT8	0,22
CT9	0,12
CT10	0,16
CT11	0,07
CT12	0,18
CT13	0,06
CT14	0,19
CT15	0,04
CT16	0,35
CT17	0,06
CT18	0,17
CT19	0,07
CT20	0,05
CT21	0,21

A Tabela 5.19 apresenta a relação das cinco ADAs consideradas neste trabalho, indicando suas respectivas barras de conexão no sistema de distribuição, os consumidores associados e as respectivas demandas máximas em p.u. Essa representação é adotada com o objetivo de facilitar a compreensão do leitor ao longo das análises realizadas nos estudos de caso.

Conforme descrito no Caso 5.1, quando a análise for direcionada a uma ADA específica, a barra correspondente à sua conexão no sistema será representada pela demanda do consumidor associado àquela ADA. Dessa forma, a ADA 1 será representada pela demanda do consumidor CT7, a ADA 2 pela demanda do consumidor CT18, e assim sucessivamente, conforme apresentado na tabela.

Observa-se que a ADA 5 concentra a maior parcela de demanda entre as áreas analisadas, enquanto as demais ADAs apresentam cargas de menor magnitude distribuídas ao longo do sistema. Essa configuração foi definida de modo a representar diferentes níveis de participação das ADAs no mercado atacadista de energia. Assim, tais informações tornam-se relevantes para caracterizar a atuação de cada ADA no mercado, influenciando diretamente suas estratégias de contratação ou oferta de energia.

Tabela 5.19 – Dados das ADAs e respectivas demandas

ADA	Barra	Consumidor	Demanda Máxima (p.u.)
1	NT10	CT7	0,12
2	NT24	CT18	0,17
3	NT26	CT19	0,07
4	NT29	CT20	0,05
5	NT5	CT4	1,88

A Tabela 5.20 apresenta os dados das unidades de geração distribuída pertencentes às ADAs de 1 até 5. Para cada unidade associada a cada ADA, são apresentados os limites mínimo ($P^{\min}$) e máximo ($P^{\max}$) de geração, bem como os coeficientes A_g , B_g , C_g da função de custo quadrática dada em (4.66), expressa em função do consumo de combustível. Por simplicidade de análise, os custos de todos os geradores são expressos de forma linear, de modo que os valores de A_g são nulos para todos os geradores, e os custos fixos são desprezados, de modo que C_g são também adotados nulos para todos os geradores.

Tabela 5.20 – Parâmetros das unidades de geração distribuída das ADAs.

ADA	DG	$P^{\min}(p.u.)$	$P^{\max}(p.u.)$	$A_g(\$/p.u.^2)$	$B_g(\$/p.u.)$	$C_g(\$)$
1	1	0	0,02	0	10000	0
	2	0	0,02	0	13000	0
	3	0	0,02	0	15000	0
	4	0	0,02	0	18000	0
2	1	0	0,02	0	10000	0
	2	0	0,02	0	13000	0
	3	0	0,02	0	15000	0
	4	0	0,02	0	18000	0
3	1	0	0,02	0	10000	0
	2	0	0,02	0	13000	0
	3	0	0,02	0	15000	0
	4	0	0,02	0	18000	0
4	1	0	0,02	0	10000	0
	2	0	0,02	0	13000	0
	3	0	0,02	0	15000	0
	4	0	0,02	0	18000	0
5	1	0	0,315	0	10000	0
	2	0	0,315	0	13000	0
	3	0	0,315	0	15000	0
	4	0	0,315	0	18000	0

No caso das ADAs 1, 2, 3 e 4 observa-se a presença de quatro unidades de geração distribuída com características iguais de custo e capacidade. Já a ADA 5 apresenta unidades com maior capacidade de geração. Essa diversidade de recursos possibilita avaliar como diferentes composições internas de geração distribuída afetam o comportamento estratégico de cada ADA.

Os dados relacionados à rede de distribuição associados a cada ADA são apresentados nas Tabelas B.2 e B.3 no Apêndice B. Nestas tabelas, são descritas as linhas de distribuição (ramos) com seus nós inicial e final. Para distinguir do sistema de transmissão, os nós do sistema de distribuição são designados ND1, ND2, etc. Para cada linha de distribuição são mostrados os valores das resistências ($\mathbf{R}$) e reatâncias ($\mathbf{X}$) das linhas, dados em *p.u.*, já descritos na mesma base do sistema de transmissão.

Os respectivos limites máximos de fluxo de potência nas linhas de interligação entre os sistemas de distribuição e transmissão são de 60 MW para as interligações envolvendo as ADAs 1 a 4 e o sistema de transmissão, e de 210 MW para as interligações envolvendo a ADA 5 e o sistema de transmissão.

Com base nesses dados, o modelo proposto no Capítulo 4 é resolvido para os diferentes estudos de casos descritos anteriormente. As simulações são conduzidas em base horária, considerando simultaneamente as restrições técnicas dos sistemas de transmissão e distribuição e as decisões estratégicas ou não-estratégicas das ADAs, dependendo do estudo de caso. Nos resultados apresentados a seguir, são analisados os efeitos dessas decisões sobre o despacho das unidades geradoras, os fluxos de potência na rede de transmissão e os preços de equilíbrio do mercado atacadista.

Além dos dados associados ao sistema de transmissão e ao mercado atacadista, o modelo proposto considera explicitamente a representação das ADAs, as quais dispõem de recursos de geração distribuída e de uma rede de distribuição própria. Essa modelagem é essencial para capturar adequadamente o comportamento estratégico das ADAs e sua interação com o mercado atacadista.

Dessa forma, o modelo adotado captura simultaneamente as restrições técnicas das redes de transmissão e de distribuição, bem como os aspectos econômicos associados à operação dos mercados de energia. Nos resultados apresentados nas seções subsequentes, será possível observar como essas restrições influenciam o despacho das unidades, a formação de preços e o exercício de poder de mercado pelas ADAs nos diferentes estudos de caso analisados.

Na próxima seção, são apresentados e discutidos os resultados correspondentes ao Estudo de Caso 1, no qual as ADAs atuam como tomadoras de preço (*price-takers*), servindo como referência para a avaliação dos impactos decorrentes da introdução de comportamentos estratégicos nos estudos de caso subsequentes.

Embora o sistema de teste seja composto por cinco ADAs, os resultados detalhados são apresentados apenas para as ADAs 1 e 5. Essa escolha foi realizada com o objetivo de evitar a repetição excessiva de análises e tornar a discussão dos resultados mais objetiva.

As ADAs 1, 2, 3 e 4 são representadas por sistemas de distribuição de 33 barras com características estruturais semelhantes, apresentando comportamento operacional equivalente tanto no caso FPO quanto no modelo MPEC. Dessa forma, os resultados obtidos para a ADA 1 são considerados representativos desse grupo de ADAs.

Por outro lado, a ADA 5 é modelada por um sistema de distribuição de 123 barras, possuindo maior porte e características distintas das demais. Assim, sua análise é apresentada separadamente para evidenciar os impactos da maior capacidade operacional sobre os resultados obtidos.

5.2.1 Estudo de Caso 1 – Áreas de Distribuição Ativas Atuando como *Price-Takers*

Neste Estudo de Caso 1, assume-se que às ADAs não exercem comportamento estratégico no mercado atacadista, atuando como tomadoras de preço (*price-takers*). Nesse cenário, o preço da energia no mercado atacadista é considerado exógeno para as ADAs e é determinado exclusivamente pelo processo de compensação do mercado atacadista (*market clearing*), conduzido pelo operador do sistema.

Para uma melhor estruturação e compreensão deste estudo de caso, são executados os mesmos passos já discutidos para o sistema T6D2:

Passo 1: Para a obtenção dos preços exógenos, executa-se inicialmente o algoritmo de compensação do mercado atacadista, formulado como um problema de leilão de energia correspondente ao nível inferior do modelo binível proposto. A partir da solução desse problema, os preços do mercado atacadista são obtidos por meio dos multiplicadores duais associados às restrições de balanço de potência nas barras de fronteira entre transmissão e distribuição, representados por $\pi_{et}^{OSD}, \forall e \in E, \forall t \in T$;

Passo 2: Uma vez determinados os preços exógenos π_{et}^{OSD} , cada ADA resolve, de forma independente, o seu respectivo problema de mercado varejista, por meio da resolução de um problema de FPO que corresponde ao nível superior do modelo binível proposto, conforme dado em (5.2). Na solução deste modelo de FPO, consideram-se os preços atacadistas π_{et}^{OSD} como parâmetros dados. Inicialmente, o problema é resolvido sob a perspectiva da ADA 1, permitindo a obtenção dos valores ótimos de potência adquirida no mercado atacadista, p_{at}^A , e de geração distribuída local, p_{gt}^{DG} ;

Passo 3: Em seguida, o mesmo procedimento é aplicado às ADAs subsequentes, utilizando sua própria estrutura de dados e restrições operacionais.

Os resultados obtidos para as ADAs são apresentados em tabelas comparativas, evidenciando as diferenças nos perfis de importação, de geração distribuída e custos associados. Os passos descritos acima são detalhados nas seções a seguir.

5.2.1.1 Passo 1 – Solução do Algoritmo de Compensação do Mercado Atacadista

Para a solução do algoritmo de compensação do mercado atacadista (nível inferior do modelo binível proposto), assume-se que as ofertas e os lances de todos os agentes participantes são previamente conhecidos, seja por meio de algoritmos de previsão, seja por outros mecanismos de estimação. Nesse contexto, não são consideradas incertezas associadas às ofertas e aos lances submetidos, respectivamente, por geradores e consumidores ao leilão do dia seguinte do mercado atacadista.

As ofertas dos geradores e os lances dos consumidores participantes do leilão do mercado atacadista são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 5.21, 5.22, 5.23, 5.24 e 5.25, onde são mostrados os valores de preço (Preço) e quantidade (Quant.) submetidos por geradores e consumidores.

Tabela 5.21 – Ofertas dos geradores ao longo do horizonte de operação.

T	GT1		GT2		GT3		GT4		GT5		GT6	
	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.
1	9750	2,34	13000	0,91	22750	0,65	6500	0,65	6500	0,65	13000	0,65
2	9000	2,16	12000	0,84	21000	0,60	6000	0,60	6000	0,60	12000	0,60
3	8250	1,98	11000	0,77	19250	0,55	5500	0,55	5500	0,55	11000	0,55
4	7500	1,80	10000	0,70	17500	0,50	5000	0,50	5000	0,50	10000	0,50
5	7500	1,80	10000	0,70	17500	0,50	5000	0,50	5000	0,50	10000	0,50
6	9000	2,16	12000	0,84	21000	0,60	6000	0,60	6000	0,60	12000	0,60
7	11100	2,66	14800	1,04	25900	0,74	7400	0,74	7400	0,74	14800	0,74
8	12900	3,10	17200	1,20	30100	0,86	8600	0,86	8600	0,86	17200	0,86
9	14250	3,42	19000	1,33	33250	0,95	9500	0,95	9500	0,95	19000	0,95
10	14400	3,46	19200	1,34	33600	0,96	9600	0,96	9600	0,96	19200	0,96
11	14400	3,46	19200	1,34	33600	0,96	9600	0,96	9600	0,96	19200	0,96
12	14250	3,42	19000	1,33	33250	0,95	9500	0,95	9500	0,95	19000	0,95
13	14250	3,42	19000	1,33	33250	0,95	9500	0,95	9500	0,95	19000	0,95
14	14250	3,42	19000	1,33	33250	0,95	9500	0,95	9500	0,95	19000	0,95
15	13950	3,35	18600	1,30	32550	0,93	9300	0,93	9300	0,93	18600	0,93
16	14100	3,38	18800	1,32	32900	0,94	9400	0,94	9400	0,94	18800	0,94
17	14850	3,56	19800	1,39	34650	0,99	9900	0,99	9900	0,99	19800	0,99
18	15000	3,60	20000	1,40	35000	1,00	10000	1,00	10000	1,00	20000	1,00
19	15000	3,60	20000	1,40	35000	1,00	10000	1,00	10000	1,00	20000	1,00
20	14400	3,46	19200	1,34	33600	0,96	9600	0,96	9600	0,96	19200	0,96
21	13650	3,28	18200	1,27	31850	0,91	9100	0,91	9100	0,91	18200	0,91
22	12450	2,99	16600	1,16	29050	0,83	8300	0,83	8300	0,83	16600	0,83
23	10950	2,63	14600	1,02	25550	0,73	7300	0,73	7300	0,73	14600	0,73
24	10500	2,52	14000	0,98	24500	0,70	7000	0,70	7000	0,70	14000	0,70

Tabela 5.22 – Lances dos consumidores CT1 até CT5.

T	CT1		CT2		CT3		CT4		CT5	
	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.
1	15408,54	0,28	15723,00	0,03	14150,7	0,10	15723,00	1,22	14622,39	0,30
2	14880,32	0,26	15184,00	0,03	13665,6	0,09	15184,00	1,13	14121,12	0,27
3	14527,52	0,24	14824,00	0,03	13341,6	0,08	14824,00	1,04	13786,32	0,25
4	13647,48	0,22	13926,00	0,02	12533,4	0,08	13926,00	0,94	12951,18	0,23
5	13647,48	0,22	13926,00	0,02	12533,4	0,08	13926,00	0,94	12951,18	0,23
6	14527,52	0,26	14824,00	0,03	13341,6	0,09	14824,00	1,13	13786,32	0,27
7	15232,14	0,32	15543,00	0,04	13988,7	0,11	15543,00	1,39	14454,99	0,34
8	15320,34	0,37	15633,00	0,04	14069,7	0,13	15633,00	1,62	14538,69	0,39
9	16288,58	0,41	16621,00	0,05	14958,9	0,14	16621,00	1,79	15457,53	0,43
10	17785,04	0,42	18148,00	0,05	16333,2	0,15	18148,00	1,81	16877,64	0,44
11	20074,32	0,42	20484,00	0,05	18435,6	0,15	20484,00	1,81	19050,12	0,44
12	19798,94	0,41	20203,00	0,05	18182,7	0,14	20203,00	1,79	18788,79	0,43
13	20327,16	0,41	20742,00	0,05	18667,8	0,14	20742,00	1,79	19290,06	0,43
14	20503,56	0,41	20922,00	0,05	18829,8	0,14	20922,00	1,79	19457,46	0,43
15	19963,58	0,40	20371,00	0,04	18333,9	0,14	20371,00	1,75	18945,03	0,42
16	20679,96	0,41	21102,00	0,05	18991,8	0,14	21102,00	1,77	19624,86	0,43
17	21847,14	0,43	22293,00	0,05	20063,7	0,15	22293,00	1,87	20732,49	0,45
18	22540,00	0,43	23000,00	0,05	20700,0	0,15	23000,00	1,88	21390,00	0,46
19	22540,00	0,43	23000,00	0,05	20700,0	0,15	23000,00	1,88	21390,00	0,46
20	21747,18	0,42	22191,00	0,05	19971,9	0,15	22191,00	1,81	20637,63	0,44
21	20867,14	0,39	21293,00	0,04	19163,7	0,14	21293,00	1,71	19802,49	0,41
22	19535,32	0,36	19934,00	0,04	17940,6	0,13	19934,00	1,56	18538,62	0,38
23	16529,66	0,32	16867,00	0,04	15180,3	0,11	16867,00	1,38	15686,31	0,33
24	16137,66	0,30	16467,00	0,03	14820,3	0,11	16467,00	1,32	15314,31	0,32

Tabela 5.23 – Lances dos consumidores CT6 até CT10.

T	CT6		CT7		CT8		CT9		CT10	
	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.
1	15723,00	0,39	14465,16	0,08	15723,00	0,15	15408,54	0,08	15723,00	0,11
2	15184,00	0,36	13969,28	0,07	15184,00	0,13	14880,32	0,07	15184,00	0,10
3	14824,00	0,33	13638,08	0,06	14824,00	0,12	14527,52	0,07	14824,00	0,09
4	13926,00	0,30	12811,92	0,06	13926,00	0,11	13647,48	0,06	13926,00	0,08
5	13926,00	0,30	12811,92	0,06	13926,00	0,11	13647,48	0,06	13926,00	0,08
6	14824,00	0,36	13638,08	0,07	14824,00	0,13	14527,52	0,07	14824,00	0,10
7	15543,00	0,44	14299,56	0,09	15543,00	0,17	15232,14	0,09	15543,00	0,12
8	15633,00	0,52	14382,36	0,10	15633,00	0,19	15320,34	0,11	15633,00	0,14
9	16621,00	0,57	15291,32	0,11	16621,00	0,21	16288,58	0,12	16621,00	0,16
10	18148,00	0,58	16696,16	0,11	18148,00	0,22	17785,04	0,12	18148,00	0,16
11	20484,00	0,58	18845,28	0,11	20484,00	0,22	20074,32	0,12	20484,00	0,16
12	20203,00	0,57	18586,76	0,11	20203,00	0,21	19798,94	0,12	20203,00	0,16
13	20742,00	0,57	19082,64	0,11	20742,00	0,21	20327,16	0,12	20742,00	0,16
14	20922,00	0,57	19248,24	0,11	20922,00	0,21	20503,56	0,12	20922,00	0,16
15	20371,00	0,56	18741,32	0,11	20371,00	0,21	19963,58	0,12	20371,00	0,15
16	21102,00	0,56	19413,84	0,11	21102,00	0,21	20679,96	0,12	21102,00	0,15
17	22293,00	0,59	20509,56	0,11	22293,00	0,22	21847,14	0,12	22293,00	0,16
18	23000,00	0,60	21160,00	0,12	23000,00	0,22	22540,00	0,12	23000,00	0,16
19	23000,00	0,60	21160,00	0,12	23000,00	0,22	22540,00	0,12	23000,00	0,16
20	22191,00	0,58	20415,72	0,11	22191,00	0,22	21747,18	0,12	22191,00	0,16
21	21293,00	0,55	19589,56	0,11	21293,00	0,20	20867,14	0,11	21293,00	0,15
22	19934,00	0,50	18339,28	0,10	19934,00	0,19	19535,32	0,10	19934,00	0,14
23	16867,00	0,44	15517,64	0,08	16867,00	0,16	16529,66	0,09	16867,00	0,12
24	16467,00	0,42	15149,64	0,08	16467,00	0,16	16137,66	0,09	16467,00	0,11

Tabela 5.24 – Lances dos consumidores CT11 até CT15 no leilão do mercado atacadista.

T	CT11		CT12		CT13		CT14		CT15	
	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.
1	13679,01	0,05	14936,85	0,12	14936,85	0,12	14150,7	0,12	15408,54	0,03
2	13210,08	0,04	14424,80	0,11	14424,80	0,11	13665,6	0,11	14880,32	0,03
3	12896,88	0,04	14082,80	0,10	14082,80	0,10	13341,6	0,10	14527,52	0,02
4	12115,62	0,04	13229,70	0,09	13229,70	0,09	12533,4	0,10	13647,48	0,02
5	12115,62	0,04	13229,70	0,09	13229,70	0,09	12533,4	0,10	13647,48	0,02
6	12896,88	0,04	14082,80	0,11	14082,80	0,11	13341,6	0,11	14527,52	0,03
7	13522,41	0,05	14765,85	0,13	14765,85	0,13	13988,7	0,14	15232,14	0,03
8	13600,71	0,06	14851,35	0,15	14851,35	0,15	14069,7	0,16	15320,34	0,04
9	14460,27	0,07	15789,95	0,17	15789,95	0,17	14958,9	0,18	16288,58	0,04
10	15788,76	0,07	17240,60	0,17	17240,60	0,17	16333,2	0,18	17785,04	0,04
11	17821,08	0,07	19459,80	0,17	19459,80	0,17	18435,6	0,18	20074,32	0,04
12	17576,61	0,07	19192,85	0,17	19192,85	0,17	18182,7	0,18	19798,94	0,04
13	18045,54	0,07	19704,90	0,17	19704,90	0,17	18667,8	0,18	20327,16	0,04
14	18202,14	0,07	19875,90	0,17	19875,90	0,17	18829,8	0,18	20503,56	0,04
15	17722,77	0,07	19352,45	0,17	19352,45	0,17	18333,9	0,18	19963,58	0,04
16	18358,74	0,07	20046,90	0,17	20046,90	0,17	18991,8	0,18	20679,96	0,04
17	19394,91	0,07	21178,35	0,18	21178,35	0,18	20063,7	0,19	21847,14	0,04
18	20010,00	0,07	21850,00	0,18	21850,00	0,18	20700,0	0,19	22540,00	0,04
19	20010,00	0,07	21850,00	0,18	21850,00	0,18	20700,0	0,19	22540,00	0,04
20	19306,17	0,07	21081,45	0,17	21081,45	0,17	19971,9	0,18	21747,18	0,04
21	18524,91	0,06	20228,35	0,16	20228,35	0,16	19163,7	0,17	20867,14	0,04
22	17342,58	0,06	18937,30	0,15	18937,30	0,15	17940,6	0,16	19535,32	0,04
23	14674,29	0,05	16023,65	0,13	16023,65	0,13	15180,3	0,14	16529,66	0,03
24	14326,29	0,05	15643,65	0,13	15643,65	0,13	14820,3	0,13	16137,66	0,03

Tabela 5.25 – Lances dos consumidores CT16 até CT21 no leilão do mercado atacadista.

T	CT16		CT17		CT18		CT19		CT20		CT21	
	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.	Preço	Quant.
1	14150,7	0,23	14307,93	0,04	14622,39	0,11	15251,31	0,05	13993,47	0,03	15408,54	0,14
2	13665,6	0,21	13817,44	0,04	14121,12	0,10	14728,48	0,04	13513,76	0,03	14880,32	0,13
3	13341,6	0,19	13489,84	0,04	13786,32	0,10	14379,28	0,04	13193,36	0,03	14527,52	0,12
4	12533,4	0,18	12672,66	0,03	12951,18	0,09	13508,22	0,04	12394,14	0,02	13647,48	0,11
5	12533,4	0,18	12672,66	0,03	12951,18	0,09	13508,22	0,04	12394,14	0,02	13647,48	0,11
6	13341,6	0,21	13489,84	0,04	13786,32	0,10	14379,28	0,04	13193,36	0,03	14527,52	0,13
7	13988,7	0,26	14144,13	0,05	14454,99	0,13	15076,71	0,05	14933,27	0,04	15232,14	0,16
8	14069,7	0,30	14226,03	0,06	14538,69	0,15	15164,01	0,06	13913,37	0,04	15320,34	0,18
9	14958,9	0,33	15125,11	0,06	15457,53	0,17	16122,37	0,07	14792,69	0,05	16288,58	0,20
10	16333,2	0,34	16514,68	0,06	16877,64	0,17	17603,56	0,07	17151,72	0,05	17785,04	0,20
11	18435,6	0,34	18640,44	0,06	19050,12	0,17	19869,48	0,07	19230,76	0,05	20074,32	0,20
12	18182,7	0,33	18384,73	0,06	18788,79	0,17	19596,91	0,07	17980,67	0,05	19798,94	0,20
13	18667,8	0,33	18875,22	0,06	19290,06	0,17	20119,74	0,07	18460,38	0,05	20327,16	0,20
14	18829,8	0,33	19039,02	0,06	19457,46	0,17	20294,34	0,07	18620,58	0,05	20503,56	0,20
15	18333,9	0,33	18537,61	0,06	18945,03	0,16	19759,87	0,07	18130,19	0,04	19963,58	0,20
16	18991,8	0,33	19202,82	0,06	19624,86	0,16	20468,94	0,07	19780,78	0,05	20679,96	0,20
17	20063,7	0,35	20286,63	0,06	20732,49	0,17	21624,21	0,07	19840,77	0,05	21847,14	0,21
18	20700,0	0,35	20930,00	0,06	21390,00	0,17	22310,00	0,07	20470,00	0,05	22540,00	0,21
19	20700,0	0,35	20930,00	0,06	21390,00	0,17	22310,00	0,07	20470,00	0,05	22540,00	0,21
20	19971,9	0,34	20193,81	0,06	20637,63	0,17	21525,27	0,07	19749,99	0,05	21747,18	0,20
21	19163,7	0,32	19376,63	0,06	19802,49	0,16	20654,21	0,06	18950,77	0,04	20867,14	0,19
22	17940,6	0,29	18139,94	0,05	18538,62	0,14	19335,98	0,06	17741,26	0,04	19535,32	0,18
23	15180,3	0,26	15348,97	0,05	15686,31	0,13	16360,99	0,05	15011,63	0,04	16529,66	0,15
24	14820,3	0,25	14984,97	0,04	15314,31	0,12	15972,99	0,05	14655,63	0,03	16137,66	0,15

O modelo de compensação de mercados corresponde ao nível inferior do modelo proposto em (4.3), no qual as ofertas e os lances são fornecidos nas Tabelas 5.21, 5.22, 5.23, 5.24 e 5.25. Os demais dados necessários à solução desse modelo são apresentados nas Tabelas B.2 e B.3 no Apêndice B.

Os preços obtidos pela solução do modelo de compensação do mercado atacadista são apresentados na Tabela 5.26, com destaque para os preços nas barras da transmissão

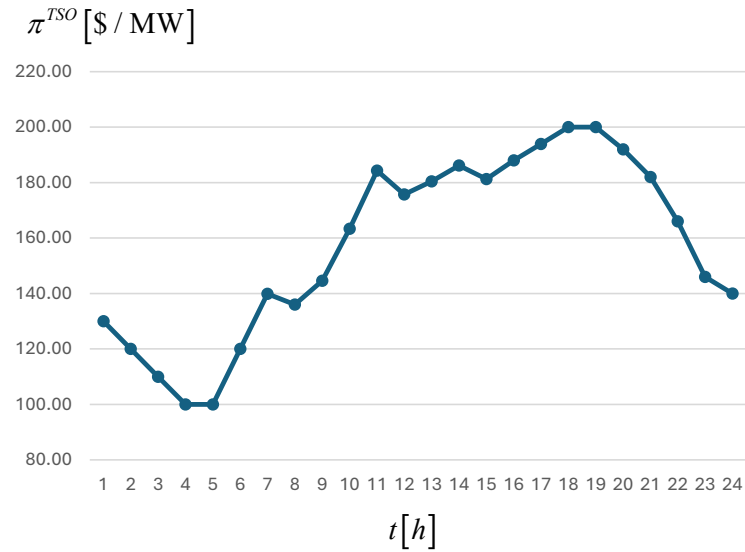
10, 24, 26, 29 e 5 que fazem fronteira com os sistemas de distribuição das ADAs 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Percebe-se pela tabela que os preços em todas as barras são idênticos para um mesmo período. Isso ocorre porque o sistema de transmissão não está congestionado e porque as perdas são desprezadas neste sistema.

Tabela 5.26 – Preços horários da energia em \$/p.u. nas barras de fronteira entre os sistemas de transmissão e distribuição para o sistema T30D5.

T	B10	B24	B26	B29	B5
1	13000,0	13000,0	13000,0	13000,0	13000,0
2	12000,0	12000,0	12000,0	12000,0	12000,0
3	11000,0	11000,0	11000,0	11000,0	11000,0
4	10000,0	10000,0	10000,0	10000,0	10000,0
5	10000,0	10000,0	10000,0	10000,0	10000,0
6	12000,0	12000,0	12000,0	12000,0	12000,0
7	13988,7	13988,7	13988,7	13988,7	13988,7
8	13600,7	13600,7	13600,7	13600,7	13600,7
9	14460,3	14460,3	14460,3	14460,3	14460,3
10	16333,2	16333,2	16333,2	16333,2	16333,2
11	18435,6	18435,6	18435,6	18435,6	18435,6
12	17576,6	17576,6	17576,6	17576,6	17576,6
13	18045,5	18045,5	18045,5	18045,5	18045,5
14	18620,6	18620,6	18620,6	18620,6	18620,6
15	18130,2	18130,2	18130,2	18130,2	18130,2
16	18800,0	18800,0	18800,0	18800,0	18800,0
17	19394,9	19394,9	19394,9	19394,9	19394,9
18	20000,0	20000,0	20000,0	20000,0	20000,0
19	20000,0	20000,0	20000,0	20000,0	20000,0
20	19200,0	19200,0	19200,0	19200,0	19200,0
21	18200,0	18200,0	18200,0	18200,0	18200,0
22	16600,0	16600,0	16600,0	16600,0	16600,0
23	14600,0	14600,0	14600,0	14600,0	14600,0
24	14000,0	14000,0	14000,0	14000,0	14000,0

A evolução dos preços horários médios do mercado atacadista é mostrada na Figura 5.26. Observa-se que os preços tendem a assumir valores mais reduzidos durante os períodos de carga leve (madrugada), enquanto atingem valores mais elevados nos períodos de carga pesada. Esses preços, obtidos a partir do modelo de compensação do mercado atacadista, são utilizados como preços exógenos, base para as análises apresentadas nas Subseções 5.2.1.2 e 5.2.1.3.

Figura 5.26 – Preços horários médios obtidos pelo modelo de compensação do mercado atacadista.



Fonte: Autoria própria.

5.2.1.2 Passo 2 – ADA 1 Atuando de Forma Não Estratégica

Nesta seção, assume-se que a ADA 1 apresenta comportamento não estratégico, atuando como um agente *price-taker*, enquanto as demais ADAs se comportam como consumidores. Assim como foi feito para o sistema T6D2, os valores de preços exógenos obtidos no passo anterior são fixados e o problema de FPO descrito em (5.2) é resolvido para a ADA 1, obtendo-se a potência importada e a geração distribuída interna.

O perfil horário de demanda da ADA 1 é mostrado na Tabela 5.27, com cargas que variam desde 6 MW até 12 MW. Mesmo na carga pesada (período 19), a demanda da ADA 1 representa apenas 2,13% da carga total do mercado atacadista neste mesmo período.

Tabela 5.27 – Perfil horário de demanda da ADA 1 do sistema T30D5.

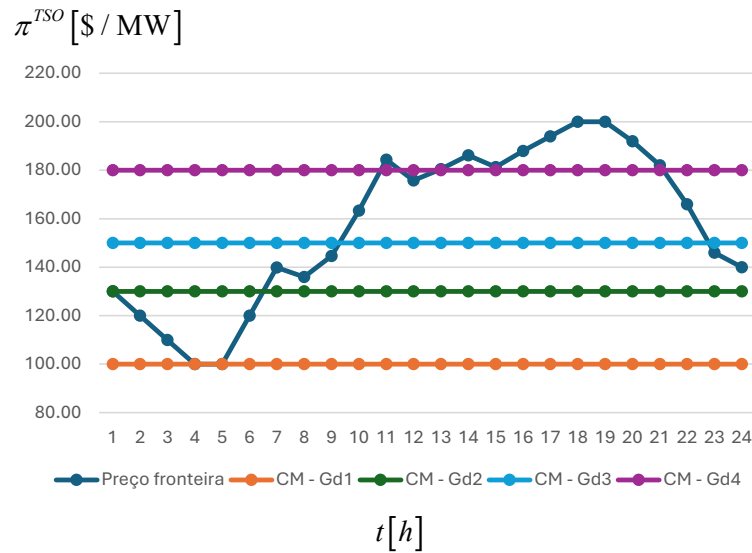
Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
1	8,0	13	11,0
2	7,0	14	11,0
3	6,0	15	11,0
4	6,0	16	11,0
5	6,0	17	11,0
6	7,0	18	12,0
7	9,0	19	12,0
8	10,0	20	11,0
9	11,0	21	11,0
10	11,0	22	10,0
11	11,0	23	8,0
12	11,0	24	8,0

Fonte: Autoria própria.

A Figura 5.27 mostra a evolução dos preços exógenos na fronteira entre sistema de

transmissão e a ADA 1, bem como os custos marginais dos geradores distribuídos da ADA 1. Observa-se que os custos marginais dos geradores 2 a 4 possuem valores que estão acima dos preços na fronteira em alguns períodos, e abaixo em outros. Já o gerador 1 possui valores menores ou iguais aos preços na fronteira.

Figura 5.27 – Preços horários obtidos pelo modelo de compensação do mercado atacadista e os custos marginais dos geradores distribuídos.



Fonte: Autoria própria.

A solução do problema de FPO para a ADA 1 do sistema T30D5 calcula os despachos de geração internos, a potência importada, bem como os custos de geração e importação, e as demais variáveis do sistema de distribuição. A Tabela 5.28 mostra os custos de geração (GD), importação (IMP) e custos totais calculados para a ADA1 em duas situações operativas: na primeira (PCM), supõe-se que toda a demanda da ADA 1 é totalmente suprida pelo mercado atacadista; na segunda situação (FPO), supõe-se que o modelo de FPO calcula a geração interna e importação, com os preços exógenos fixados. Observa-se que a utilização do modelo de FPO para o despacho interno da ADA1 produz uma redução dos custos totais de 12,80 %.

Tabela 5.28 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO.

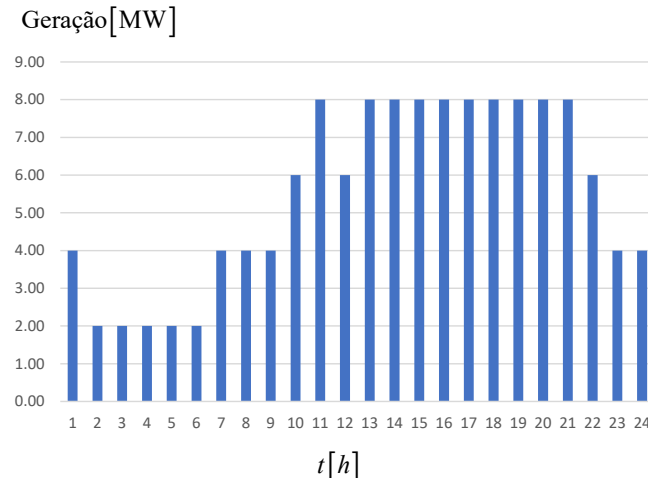
Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	37638,7	37638,7
FPO	17240,0	15579,4	32819,5

Fonte: Autoria própria.

A Figura 5.28 ilustra a trajetória da potência de geração distribuída total da ADA 1. Verifica-se que o gerador 1, cujo custo marginal é sempre menor ou igual ao preço na fronteira é despacho em sua capacidade máxima em todos os períodos. Nos períodos de 2 a 6, nos quais os custos marginais dos geradores 2 a 4 são superiores ao preço na

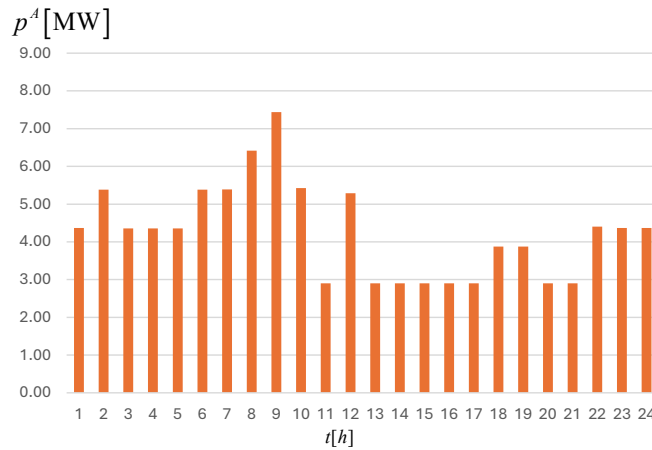
fronteira, somente o gerador 1 é despachado, sendo que o restante da potência necessária ao atendimento da demanda é importado do mercado atacadista, conforme mostrado na Figura 5.29. Nos períodos de 7 a 9, os geradores 1 e 2 possuem custos marginais inferiores aos preços na fronteira, de modo que são despachados em sua totalidade, e o restante da potência para o atendimento da demanda é importado, conforme mostrado na Figura 5.29. Raciocínios semelhantes são aplicados para análise da geração interna e importação nos demais períodos.

Figura 5.28 – Evolução da geração total pela ADA 1 no mercado atacadista para o sistema T30D5.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.29 – Evolução da potência adquirida total da ADA 1 no mercado atacadista para o sistema T30D5.



Fonte: Autoria própria.

5.2.1.3 Passo 3 – ADAs Subsequentes Atuando de Forma Não Estratégica

Nesta seção, o mesmo Estudo de Caso 1 é realizado do ponto de vista das demais ADAs (i.e., ADAs 2 a 5) do sistema de distribuição. Conforme já comentado no início deste capítulo, são mostrados aqui somente os resultados da ADA 5, que assume o comportamento do tipo não estratégico no mercado atacadista.

A Tabela 5.29 mostra o perfil horário da demanda agregada da ADA 5 ao longo do horizonte de 24 horas considerado neste estudo. Observa-se que a demanda varia entre 94 MW e 188 MW, caracterizando um sistema de distribuição de maior porte quando comparado às demais ADAs analisadas. Na carga pesada (período 19), a demanda desta ADA representa 33.34% da demanda total do mercado atacadista.

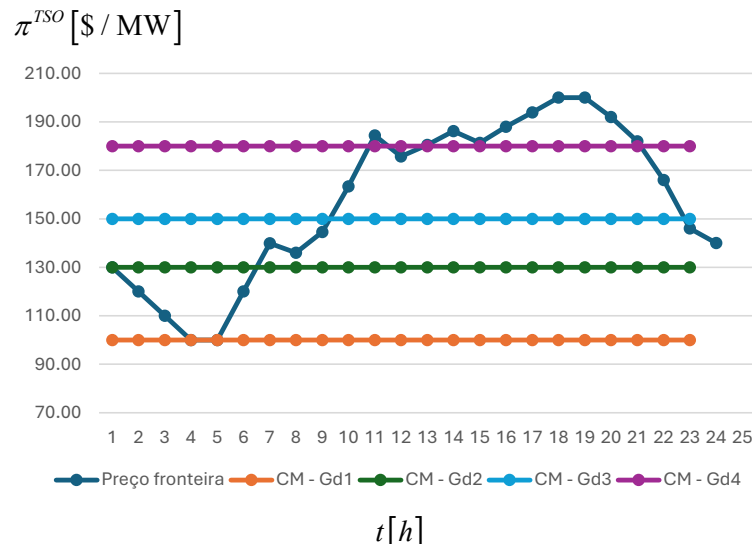
Tabela 5.29 – Perfil horário de demanda da ADA 5 do sistema T30D5.

Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
1	122,0	13	179,0
2	113,0	14	179,0
3	104,0	15	175,0
4	94,0	16	177,0
5	94,0	17	187,0
6	113,0	18	188,0
7	139,0	19	188,0
8	162,0	20	181,0
9	179,0	21	171,0
10	181,0	22	156,0
11	181,0	23	138,0
12	179,0	24	132,0

Fonte: Autoria própria.

Os preços horários na fronteira entre o sistema de transmissão e a ADA 5 são mostrados na Figura 5.30, bem como os custos marginais de geração dos geradores distribuídos desta ADA. Mais uma vez, observa-se que os preços do gerador 1 são menores ou iguais aos preços na fronteira em todos os períodos do horizonte. Os demais geradores possuem custos marginais que, em alguns momentos, estão acima e, em outros, abaixo dos preços exógenos na fronteira.

Figura 5.30 – Preços horários médios obtidos pelo modelo de compensação do mercado atacadista e os custos marginais dos geradores distribuídos.



Fonte: Autoria própria.

De forma análoga ao estudo mostrado para a ADA 1, o FPO é aqui resolvido para a ADA 5, mantendo-se os preços exógenos na fronteira constantes. A partir da solução do FPO, são calculados os custos de geração (GD), importação (IMP) e custos totais, para duas situações operativas para a ADA 5: PCM e FPO, as quais já foram descritas no estudos anterior. Para esta ADA, as decisões calculadas pelo FPO proporcionam uma redução nos custos totais de 14,02%.

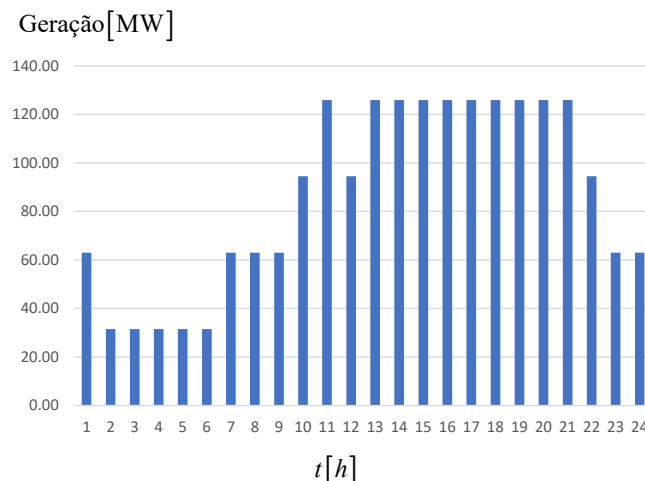
Tabela 5.30 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM e FPO.

Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	607477,6	607477,6
FPO	271529,8	250778,1	522308,0

Fonte: Autoria própria.

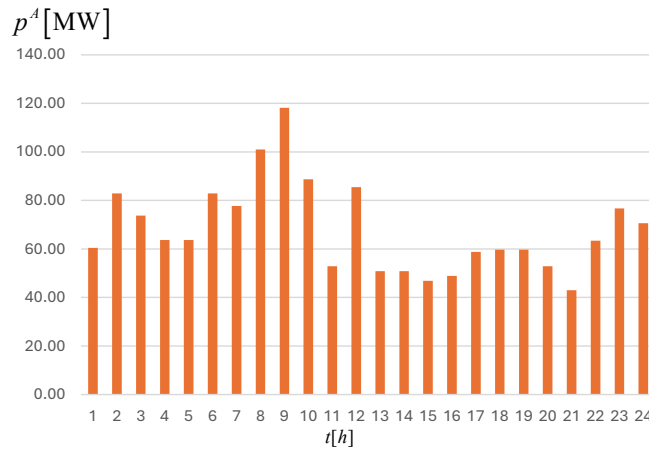
A Figura 5.31 ilustra a trajetória da potência de geração distribuída total da ADA 5. A análise para esta ADA 5 é bastante similar àquela feita pra a ADA 1, já que es estruturas de custos dos geradores são idênticas. Temos que o gerador 1, cujo custo marginal é sempre menor ou igual ao preço na fronteira é despachado em sua capacidade máxima em todos os períodos. Nos períodos de 2 a 6, nos quais os custos marginais dos geradores 2 a 4 são superiores ao preço na fronteira, somente o gerador 1 é despachado, sendo que o restante da potência necessária ao atendimento da demanda é importado do mercado atacadista, conforme mostrado na Figura 5.32. Nos períodos de 7 a 9, os geradores 1 e 2 possuem custos marginais inferiores aos preços na fronteira, de modo que são despachados em sua totalidade, e o restante da potência para o atendimento da demanda é importado, conforme mostrado na Figura 5.32. Raciocínios semelhantes são aplicados para análise da geração interna e importação nos demais períodos.

Figura 5.31 – Evolução da potência adquirida pela ADA 5 no mercado atacadista.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.32 – Evolução da potência adquirida total da ADA 5.



Fonte: Autoria própria.

5.2.2 Estudo de Caso 2 – Áreas de Distribuição Ativas Atuando como *Price-Makers*

Conforme apresentado no início do Capítulo 5, o Caso 2 é subdividido em análises distintas para cada ADA. Nesta seção, são analisados os resultados obtidos para as ADAs 1 e 5. Os casos associados às ADAs 2, 3 e 4 não são mostrados neste trabalho, uma vez que o comportamento apresentado por estas ADAs foram muito semelhantes àqueles apresentado para a ADA 1, uma vez que se trata do mesmo sistema de distribuição IEEE de 33 barras.

Nesta seção, estuda-se o comportamento das ADAs 1 e 5 como companhias *price-makers* no mercado atacadista. Na seção 5.2.2.1, a análise é feita do ponto de vista da ADA 1 enquanto que na seção 5.2.2.2 a análise é feita do ponto de vista da ADA 5.

5.2.2.1 Estudo de Caso 2 para a ADA 1

No Estudo de Caso 2, a ADA 1 passa a atuar de forma estratégica, buscando influenciar o preço do mercado atacadista por meio de suas decisões neste mercado. Para isso, a ADA 1 resolve um problema binível completo, no qual o nível superior representa o mercado varejista sob sua coordenação, enquanto o nível inferior corresponde ao problema de compensação do mercado atacadista. O problema binível é reformulado como um problema de MPEC, cuja formulação matemática é dada de (4.66) a (4.104), o qual é utilizado para a análise do Estudo de Caso 2. Por outro lado, as demais ADAs são modeladas, neste caso, como agentes não estratégicos, cuja demanda é tratada como um parâmetro exógeno no nível inferior. Dessa forma, o MPEC é resolvido exclusivamente sob a perspectiva da ADA 1, permitindo avaliar sua capacidade de influenciar o preço do mercado atacadista.

A solução do MPEC fornece, de forma simultânea, os valores ótimos dos preço

da energia na fronteira com a transmissão, π_{et}^{OSD} , da potência adquirida no mercado atacadista, p_{at}^A , e da geração distribuída local, p_{gt}^{DG} , além das demais variáveis do sistema de distribuição. A partir da solução do problema de MPEC para a ADA 1, pode-se analisar o comportamento estratégico desta ADA no mercado atacadista. O perfil horário da demanda da ADA 1 se mantém o mesmo utilizado para o Estudo de Caso 1, o qual é reescrito na Tabela 5.31, por facilidade.

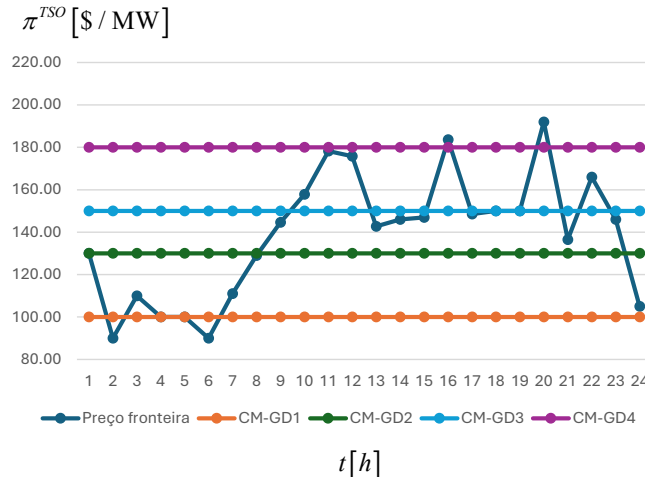
Tabela 5.31 – Perfil horário de demanda da ADA 1 do sistema T30.

Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
1	8,0	13	11,0
2	7,0	14	11,0
3	6,0	15	11,0
4	6,0	16	11,0
5	6,0	17	11,0
6	7,0	18	12,0
7	9,0	19	12,0
8	10,0	20	11,0
9	11,0	21	11,0
10	11,0	22	10,0
11	11,0	23	8,0
12	11,0	24	8,0

Fonte: Autoria própria.

A solução do MPEC para a ADA 1 fornece, dentre outras variáveis, a evolução dos preços endógenos no mercado atacadista, mostrada na Figura 5.33. Se comparados com a Figura 5.27, para o Estudo de Caso 1, verifica-se que os preços do mercado atacadista sofreram reduções nos períodos 2, 6, 7, 8, 10, 11, 13 a 19, 21 e 24, apesar de algumas reduções não serem visíveis no gráfico. Assim, verifica-se que mesmo tendo uma fatia reduzida da demanda do mercado atacadista, essa ADA consegue reduzir os preços, pois possui alta flexibilidade, associada à sua geração distribuída: sua geração distribuída é capaz de suprir 66,67% de sua carga pesada, sendo também capaz de suprir toda a demanda na carga leve.

Figura 5.33 – Comparação dos preços endógenos no mercado atacadista com o custo marginal – Estudo de Caso 2 para a ADA 1.



Fonte: Autoria própria.

A partir da solução do MPEC, são calculados também os custos de geração (GD), importação (IMP) e custos totais, para três situações operativas para a ADA 1: PCM e FPO, as quais já foram descritas no estudos anterior, e a situação MPEC, em que os custos são calculados pela solução do MPEC para a ADA 1. Para esta ADA, as decisões calculadas pelo MEC proporcionam uma redução nos custos totais de 15,82% em relação ao PCM e de 3,45% em relação ao FPO.

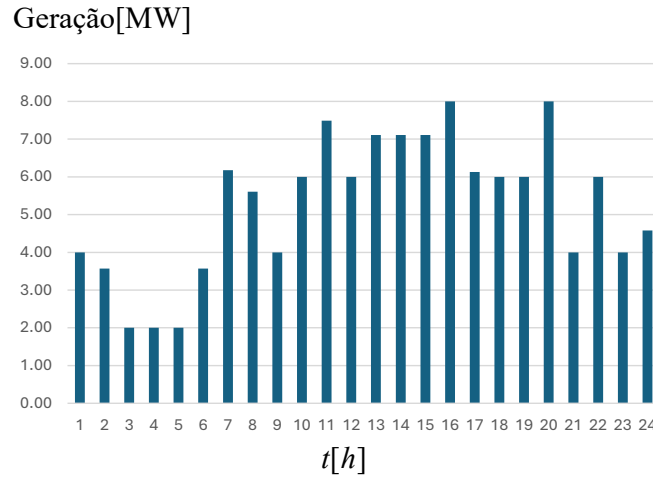
Tabela 5.32 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM, FPO e MPEC do Estudo de Caso 2 para a ADA 1.

Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	37638,7	37638,7
FPO	17240,0	15579,4	32819,5
MPEC	16018,1	15667,7	31685,8

Fonte: Autoria própria.

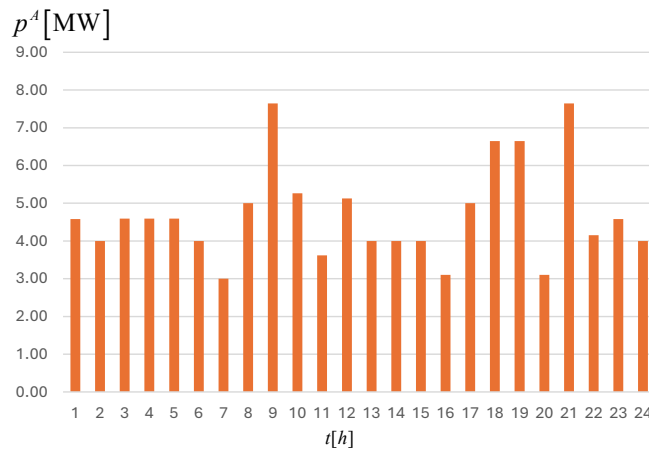
A evolução da geração distribuída da ADA 1 é apresentada na Figura 5.34, enquanto que a evolução da potência adquirida é apresentada na Figura 5.35. Conforme já discutido para o Estudo de Caso 2 para o sistema T6D2, a análise destas duas variáveis, i.e., potência gerada (p^{DG}) e adquirida (p^A), deve ser feita de forma conjunta. Para isso, é importante ter em mente que a função objetivo de uma certa ADA possui dois termos: o primeiro consiste no custo de geração distribuída, o qual é diretamente proporcional a p^{DG} ; o segundo consiste no custo de importação, o qual é diretamente proporcional a p^A . Estas duas variáveis estão acopladas pela restrição de atendimento da demanda inelástica. Assim, aumentos em p^{DG} , implicam em reduções proporcionais em p^A , e vice-versa. Dessa forma, a ADA 1 coordena suas decisões de p^{DG} e p^A de modo a minimizar seus custos. Assim, as evoluções mostradas nas figuras 5.34 e 5.35, são resultado dessa coordenação.

Figura 5.34 – Evolução da geração - Estudo de Caso 2 para a ADA 1.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.35 – Evolução da potência adquirida total - Estudo de Caso 2 para a ADA 1.



Fonte: Autoria própria.

5.2.2.2 Estudo de Caso 2 para a ADA 5

De forma análoga ao Estudo de Caso 2 para a ADA 1, o Estudo de Caso 2 para a ADA 5 considera a ADA 5 como agente estratégico, enquanto as demais ADAs são tratadas como agentes não estratégicos e representadas por demandas inelásticas. Nesta análise, a ADA 5 resolve seu próprio problema binível, no qual busca influenciar o preço do mercado atacadista por meio de seus lances/ofertas neste mercado.

Dessa forma, o MPEC é resolvido exclusivamente sob a perspectiva da ADA 5, permitindo avaliar os impactos de suas decisões sobre o despacho do sistema e sobre a formação do preço nodal no mercado atacadista.

Neste cenário, a ADA 5 está conectada à barra NT5, sendo representada pelo consumidor CT4, conforme descrito na Seção 5.2. A demanda agregada desta área é reescrita na Tabela 5.33, sendo mantida a mesma demanda do Estudo de Caso 1. Os quatro geradores distribuídos da ADA 5 possuem capacidade de 0,315 p.u.

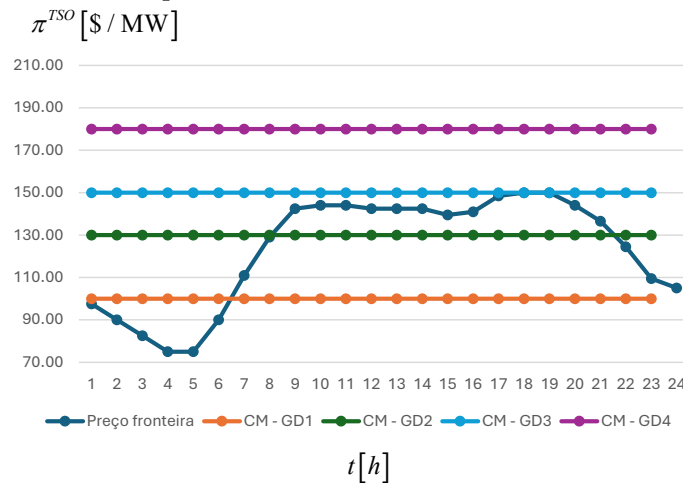
Tabela 5.33 – Perfil horário de demanda da ADA 5 do sistema T30D5.

Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
1	122,0	13	179,0
2	113,0	14	179,0
3	104,0	15	175,0
4	94,0	16	177,0
5	94,0	17	187,0
6	113,0	18	188,0
7	139,0	19	188,0
8	162,0	20	181,0
9	179,0	21	171,0
10	181,0	22	156,0
11	181,0	23	138,0
12	179,0	24	132,0

Fonte: Autoria própria.

A solução do MPEC para a ADA 5 fornece, neste novo estudo de caso, a evolução dos preços endógenos no mercado atacadista, mostrada na Figura 5.36. Se comparados com a Figura 5.30, para o Estudo de Caso 1, verifica-se que os preços do mercado atacadista sofreram reduções em todos os períodos. Nota-se que como a ADA 5 possui uma fatia de 33,34% da demanda do mercado atacadista e possui flexibilidade de geração distribuída correspondente a 67% da sua demanda interna na carga pesada, essa ADA consegue reduzir de forma considerável os preços do mercado atacadista.

Figura 5.36 – Comparação dos preços endógenos no mercado atacadista com o custo marginal – Estudo de Caso 2 para a ADA 5.



Fonte: Autoria própria.

A partir da solução do MPEC, são calculados também os custos de geração (GD), importação (IMP) e custos totais, para três situações operativas para a ADA 5: PCM, FPO e MPEC, as quais já foram descritas no estudo anterior. Para esta ADA, as decisões calculadas pelo MEC proporcionam uma redução nos custos totais de 25,69% em relação ao PCM e de 13,69% em relação ao FPO. Assim, quando uma ADA possui uma fatia

considerável da demanda do mercado atacadista e também uma boa flexibilidade, as soluções obtidas pelo MPEC podem fornecer custos consideravelmente menores que o FPO.

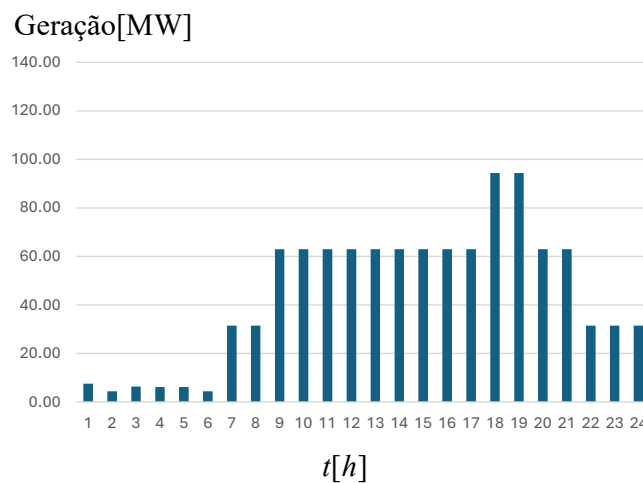
Tabela 5.34 – Comparação dos custos obtidos para os modelos PCM, FPO e MPEC – Estudo de Caso 2 para a ADA 5.

Modelo	Custo GD (\$)	Custo IMP (\$)	Custo Total (\$)
PCM	0,0	607477,6	607477,6
FPO	271529,8	250778,1	522308,0
MPEC	122886,5	327938,4	450825,1

Fonte: Autoria própria.

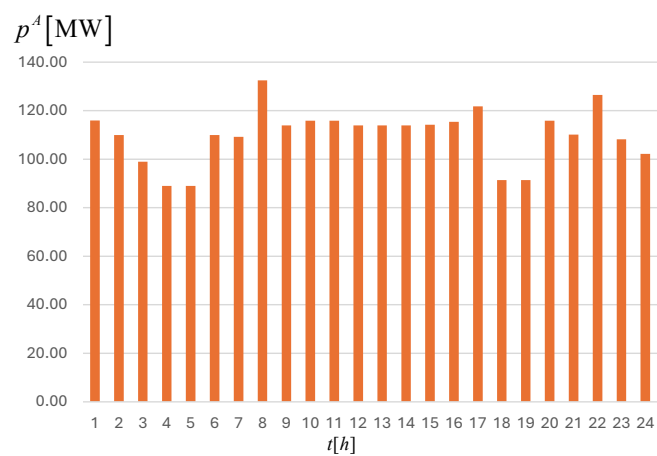
A evolução da geração distribuída da ADA 5 é apresentada na Figura 5.37, enquanto que a evolução da potência adquirida é apresentada na Figura 5.38. Conforme já discutido para o Estudo de Caso 2 para a ADA 1, a análise da potência gerada (p^{DG}) e adquirida (p^A), deve ser feita de forma conjunta.

Figura 5.37 – Evolução da geração – Estudo de Caso 2 para a ADA 5.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5.38 – Evolução da potência adquirida – Estudo de Caso 2 para a ADA 5.



Fonte: Autoria própria.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho propõe uma modelagem hierárquica para análise da atuação estratégica das ADAs em mercados de energia elétrica, considerando a integração entre sistemas de distribuição e transmissão por meio de uma formulação binível. O modelo binível proposto, denominado Modelo de Operação Estratégica Binível Multi-período (OE-BM), representa, no nível superior, as decisões estratégicas das ADAs no mercado de distribuição e, no nível inferior, o procedimento de compensação do mercado (PCM) atacadista, responsável pela formação dos preços nodais deste mercado.

Este trabalho propõe ainda uma metodologia de solução para o problema OE-BM que consiste na substituição do problema de nível inferior (PCM) por suas correspondentes condições de otimalidade. Diferentemente da maioria dos modelos adotados na literatura, que utilizam as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), adota-se neste trabalho as condições primais-duais como condições de otimalidade do problema de nível inferior. As condições de otimalidade primais-duais envolvem as restrições primais, as restrições duais e a restrição de dualidade forte associadas ao problema de nível inferior. A partir desta substituição, o problema OE-BM passa a ter um único nível, com poucas restrições bilineares. Este problema de único nível é denominado na literatura de programa matemático com restrições de equilíbrio (MPEC), do inglês Mathematical Problem with Equilibrium Constraints. O modelo de MPEC associado ao OE-BM é resolvido neste trabalho utilizando-se o *solver* não-linear, KNITRO.

O modelo de MPEC associado ao OE-BM proposto é aplicado à solução de dois sistemas-teste: o primeiro, envolve um sistema de transmissão com 6 barras e 2 áreas de distribuição ativas (ADAs), sendo uma com 9 barras e a outra com 7 barras, denominado de T6D2; o segundo envolve um sistema de transmissão com 30 barras e 5 ADAs, sendo 4 delas com 33 barras e uma com 123 barras, denominado de T30D5. As simulações computacionais realizadas tiveram como objetivo analisar a interação entre o mercado de distribuição e o mercado atacadista de energia elétrica sob diferentes hipóteses de comportamento estratégico para as ADAs. Nos Estudos de Caso 1, são avaliados cenários nos quais as ADAs atuam como tomadoras de preço (*price-takers*) enquanto que nos Estudos de Caso 2, são avaliados cenários nos quais as ADAs atuam como formadoras de preço (*price-makers*).

No Estudo de Caso 1, a ADA analisada, responde aos preços exógenos na fronteira (calculado por algum mecanismo de formação de preços), calculando os níveis de geração distribuída interna e potência adquirida do mercado atacadista de modo a minimizar seus custos de geração e importação de energia. Isso é feito por meio de um algoritmo de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), em que os preços na fronteira são fixados. Verificou-se que

o FPO é capaz de reduzir significativamente os custos totais (geração e importação de energia) da ADA analisada: para o estudo realizado para a ADA 1 Cenário 1 do sistema T6D2, o FPO reduziu em 9,00% os custos totais, quando comparado à situação em que toda a demanda é adquirida do mercado atacadista. Já para o estudo realizado para a ADA 2 Cenário 1 do sistema T6D2, o FPO reduziu em 0,37% os custos totais, quando comparado à situação em que toda a demanda é adquirida do mercado atacadista. Já para o estudo realizado para a ADA 1 Cenário 2 do sistema T6D2, o FPO reduziu em 19,30% os custos totais, quando comparado à situação em que toda a demanda é adquirida do mercado atacadista. Já para o estudo realizado para a ADA 2 Cenário 2 do sistema T6D2, o FPO reduziu em 5,58% os custos totais, quando comparado à situação em que toda a demanda é adquirida do mercado atacadista. Já para o estudo realizado para a ADA 1 do sistema T30D5, o FPO reduziu em 12,80% os custos totais, quando comparado à situação em que toda a demanda é adquirida do mercado atacadista. E para o estudo realizado para a ADA 5 do sistema T30D5, o FPO reduziu em 14,02% os custos totais, quando comparado à situação em que toda a demanda é adquirida do mercado atacadista.

No estudo de Caso 2, a ADA analisada utiliza o modelo de MPEC associado ao OE-BM proposto, de modo a manipular os preços na fronteira entre os sistemas de transmissão e a ADA em questão. Nesse caso, a ADA exerce seu poder de mercado de modo que estes preços sejam reduzidos, reduzindo, por conseguinte os custos totais desta ADA. Verificou-se que o MPEC é capaz de reduzir ainda mais os custos totais (geração e importação de energia) da ADA analisada: para o estudo realizado para a ADA 1 Cenário 1 do sistema T6D2, o MPEC não obteve redução dos custos totais, quando comparado à situação do FPO visto que não teve poder de mercado o suficiente para reduzir os preços. Já para o estudo realizado para a ADA 2 Cenário 1 do sistema T6D2, o MPEC reduziu em 2,99% os custos totais, quando comparado à situação do FPO. Já para o estudo realizado para a ADA 1 Cenário 2 do sistema T6D2, o MPEC não obteve redução dos custos totais, quando comparado à situação do FPO. Já para o estudo realizado para a ADA 2 Cenário 2 do sistema T6D2, o MPEC reduziu em 3,22% os custos totais, quando comparado à situação do FPO. Já para o estudo realizado para a ADA 1 do sistema T30D5, o MPEC reduziu em 3,45% os custos totais, quando comparado à situação do FPO. E para o estudo realizado para a ADA 5 do sistema T30D5, o MPEC reduziu em 13,69% os custos totais, quando comparado à situação do FPO.

Os estudos utilizando-se a ferramenta de OE-BM proposta mostram que é possível que um sistema de distribuição ativo é capaz de exercer poder de mercado reduzindo seus custos operacionais. Para que isso seja possível, os resultados obtidos para ambos os sistemas estudados mostram que este sistema precisa de duas características básicas: i) o sistema deve possuir uma fatia considerável da demanda do mercado atacadista, e ii) o sistema deve possuir flexibilidades internas suficientes.

Além disso a ferramenta se mostra eficiente para que um sistema de distribuição

possa avaliar seu poder de mercado. A ferramenta também pode ser utilizada por uma companhia de distribuição para analisar potenciais expansões do seu sistema de geração distribuída, projetando custos totais obtidos a partir da inserção de novos geradores distribuídos.

REFERÊNCIAS

ARROYO, J. M.; CONEJO, A. J. Multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1225–1231, nov. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 26.

BAGHERI, A.; JADID, S. A robust distributed market-clearing model for multi-area power systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 124, p. 106275, jan. 2021. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061519337263>>. Citado na página 19.

BARAN, M.; WU, F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, abr. 1989. ISSN 1937-4208. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/25627>>. Citado 2 vezes nas páginas 78 e 103.

BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D.; SHETTY, C. M. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. 3 edition. ed. Hoboken, N.J: Wiley-Interscience, 2006. ISBN 978-0-471-48600-8. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 43.

CHEN, H. et al. Distribution Market-Clearing and Pricing Considering Coordination of DSOs and ISO: An EPEC Approach. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 12, n. 4, p. 3150–3162, jul. 2021. ISSN 1949-3061. Conference Name: IEEE Transactions on Smart Grid. Citado 3 vezes nas páginas 20, 23 e 78.

CHISTIE, R. D. *Power Systems Test Case Archive - UWEE*. 2017. Disponível em: <<http://www2.ee.washington.edu/research/pstca/>>. Citado 2 vezes nas páginas 77 e 103.

CONEJO, A. J. *Complementarity Theory & Applications (Slides de Aula)*. 2024. Citado na página 36.

CONEJO, A. J.; CARRIÓN, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 153). ISBN 978-1-4419-7420-4 978-1-4419-7421-1. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-7421-1>>. Citado 6 vezes nas páginas 25, 27, 28, 29, 31 e 33.

DEMPE, S.; ZEMKOHO, A. (Ed.). *Bilevel Optimization: Advances and Next Challenges: 161*. 2020^a edição. ed. Cham, Switzerland: Springer, 2020. ISBN 978-3-030-52118-9. Citado na página 23.

FARIA, W. R. et al. A novel framework for the day-ahead market clearing process featuring the participation of distribution system operators and a hybrid pricing mechanism. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 155, p. 109664, jan. 2024. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061523007214>>. Citado na página 22.

FARIA, W. R. et al. A trilevel programming model for the coordination of wholesale and local distribution markets considering GENCOs and proactive customers. *Applied Energy*, v. 357, p. 122509, mar. 2024. ISSN 0306-2619. Disponível em:

<<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261923018731>>. Citado na página 22.

FARIVAR, M.; LOW, S. H. Branch Flow Model: Relaxations and Convexification—Part I. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 3, p. 2554–2564, ago. 2013. ISSN 1558-0679. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6507355>>. Citado na página 55.

GABRIEL, S. A. et al. *Complementarity Modeling in Energy Markets*. New York, NY: Springer New York, 2013. v. 180. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 180). ISBN 978-1-4419-6122-8 978-1-4419-6123-5. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-6123-5>>. Citado 7 vezes nas páginas 38, 39, 40, 41, 44, 46 e 48.

HE, Q. et al. Bi-level optimization based two-stage market clearing model considering guaranteed accommodation of renewable energy generation. *Protection and Control of Modern Power Systems*, v. 7, n. 1, p. 30, ago. 2022. ISSN 2367-0983. Disponível em: <<https://doi.org/10.1186/s41601-022-00253-y>>. Citado na página 21.

JIANG, T. et al. Flexibility Clearing in Joint Energy and Flexibility Markets Considering TSO-DSO Coordination. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 14, n. 2, p. 1376–1387, mar. 2023. ISSN 1949-3061. Conference Name: IEEE Transactions on Smart Grid. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/9722366>>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.

KARGARIAN, A.; FU, Y. System of Systems Based Security-Constrained Unit Commitment Incorporating Active Distribution Grids. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 29, n. 5, p. 2489–2498, set. 2014. ISSN 1558-0679. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6766277>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 79.

KERSTING, W. Radial distribution test feeders. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 3, p. 975–985, ago. 1991. ISSN 1558-0679. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/119237>>. Citado 2 vezes nas páginas 78 e 103.

KLEINERT, T. et al. Closing the gap in linear bilevel optimization: a new valid primal-dual inequality. *Optimization Letters*, v. 15, n. 4, p. 1027–1040, jun. 2021. ISSN 1862-4480. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11590-020-01660-6>>. Citado na página 66.

KOLTSAKLIS, N. E.; ZENGINIS, I.; DAGOUMAS, A. S. Assessing new block order options of the EUPHEMIA algorithm: An optimization model for the economic dispatch problem in power exchanges. *Energy Reports*, v. 6, p. 3119–3140, nov. 2020. ISSN 2352-4847. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352484720314256>>. Citado na página 18.

LIN, C.; WU, W.; SHAHIDEHPOUR, M. Decentralized AC Optimal Power Flow for Integrated Transmission and Distribution Grids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 11, n. 3, p. 2531–2540, maio 2020. ISSN 1949-3061. Conference Name: IEEE Transactions on Smart Grid. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8920033>>. Citado na página 55.

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. *Linear and Nonlinear Programming*. 3rd edition. ed. New York, NY: Springer, 2008. ISBN 978-0-387-74502-2. Citado 4 vezes nas páginas 38, 42, 43 e 66.

LêDO, J. A. S.; NEPOMUCENO, L.; CONEJO, A. J. Solving a bilevel strategic offering model for a generation company in a hydrothermal energy market: A new convexification approach. *Electric Power Systems Research*, v. 237, p. 110986, dez. 2024. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037877962400871X>>. Citado 5 vezes nas páginas 17, 47, 48, 49 e 66.

Marcos Arenales et al. *Pesquisa operacional*. Edição: 2. [S.l.]: GEN LTC, 2015. ISBN 978-85-352-7161-4. Citado na página 67.

Monticelli, Alcir J.; Garcia, Arioaldo V. *Introdução a Sistemas de Energia Elétrica*. Unicamp, 2003. Disponível em: <<http://www.estantevirtual.com.br/katialivros/Alcir-Monticelli-e-Arioaldo-Garcia-Introducao-a-Sistemas-de-Energia-Eletrica-142569096>>. Citado na página 62.

MOTTO, A. et al. Network-constrained multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 3, p. 646–653, ago. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 26.

NEPOMUCENO, L. *Modelos de leilão multiperíodo em mercados de energia do dia seguinte de sistemas hidrotérmicos*. Tese (Livre-Docência) — Universidade Estadual Paulista - UNESP, Bauru - SP, Brasil, abr. 2014. Citado na página 17.

NOJAVAN, S. et al. Uncertainty-based electricity procurement by retailer using robust optimization approach in the presence of demand response exchange. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 105, p. 237–248, fev. 2019. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061518302503>>. Citado na página 18.

PINHEIRO, R. B. N. M. et al. Solving Nonsmooth and Discontinuous Optimal Power Flow problems via interior-point lp-penalty approach. *Computers & Operations Research*, v. 138, p. 105607, fev. 2022. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054821003269>>. Citado na página 55.

RENANI, Y. K.; EHSAN, M.; SHAHIDEHPOUR, M. Optimal Transactive Market Operations With Distribution System Operators. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 9, n. 6, p. 6692–6701, nov. 2018. ISSN 1949-3061. Conference Name: IEEE Transactions on Smart Grid. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 57.

SILVA, R. R. B. et al. Two-stage stochastic energy procurement model for a large consumer in hydrothermal systems. *Energy Economics*, v. 107, p. 105841, mar. 2022. ISSN 0140-9883. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988322000275>>. Citado na página 18.

STACKELBERG, H. v. *Marktform und Gleichgewicht*. Heidelberg: Springer Berlin (English version: Market Structure and Equilibrium, edited 2008), 1934. Citado na página 65.

- TANAKA, M.; CONEJO, A. J.; SIDDIQUI, A. S. *Economics of Power Systems*. [S.l.]: Springer, 2022. Citado na página 61.
- ULLAH, M. H.; PARK, J.-D. Peer-to-Peer Energy Trading in Transactive Markets Considering Physical Network Constraints. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 12, n. 4, p. 3390–3403, jul. 2021. ISSN 1949-3061. Conference Name: IEEE Transactions on Smart Grid. Citado na página 21.
- WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLE, G. B. *Power Generation, Operation, and Control*. 3rd edition. ed. Hoboken, New Jersey: Wiley-Interscience, 2013. ISBN 978-0-471-79055-6. Citado na página 55.
- WU, X.; CONEJO, A. J. Distribution Market Including Prosumers: An Equilibrium Analysis. *IEEE Transactions on Smart Grid*, p. 1–1, 2022. ISSN 1949-3061. Conference Name: IEEE Transactions on Smart Grid. Citado na página 21.

Apêndices

APÊNDICE A – DADOS ADICIONAIS DO SISTEMA T6D2

Tabela A.1 – Informações da rede.

De	Para	X (pu)	Limite de Fluxo (MW)
1	2	0,170	200
1	4	0,258	200
2	3	0,037	190
2	4	0,197	200
3	6	0,018	180
4	5	0,037	190
5	6	0,140	180

Tabela A.2 – Dados da linha de distribuição para ADA 1 e 2.

ADA 1				ADA 2			
De	Para	X (pu)	Limite de Fluxo (MW)	De	Para	X (pu)	Limite de Fluxo (MW)
B3	1	0,20	60	B4	1	0,20	70
1	2	0,19	60	1	2	0,15	70
2	3	0,21	30	2	3	0,20	90
2	7	0,21	30	3	4	0,16	70
3	4	0,20	40	3	5	0,18	40
4	5	0,18	20	4	6	0,18	50
4	6	0,18	30	6	7	0,16	40
7	8	0,19	20	–	–	–	–
8	9	0,19	20	–	–	–	–

APÊNDICE B – DADOS ADICIONAIS DO SISTEMA T30D5

Tabela B.1 – Dados das linhas de transmissão do sistema.

Ramo	R (p.u.)	X (p.u.)	$F^{\max}$ (p.u.)
NT1-NT2	0,0192	0,0575	3,00
NT2-NT1	0,0192	0,0575	3,00
NT1-NT3	0,0452	0,1852	3,00
NT3-NT1	0,0452	0,1852	3,00
NT2-NT4	0,0570	0,1737	3,00
NT4-NT2	0,0570	0,1737	3,00
NT3-NT4	0,0132	0,0379	3,00
NT4-NT3	0,0132	0,0379	3,00
NT2-NT5	0,0472	0,1983	3,00
NT5-NT2	0,0472	0,1983	3,00
NT2-NT6	0,0581	0,1763	3,00
NT6-NT2	0,0581	0,1763	3,00
NT4-NT6	0,0119	0,0414	3,00
NT6-NT4	0,0119	0,0414	3,00
NT5-NT7	0,0460	0,1160	3,00
NT7-NT5	0,0460	0,1160	3,00
NT6-NT7	0,0267	0,0820	3,00
NT7-NT6	0,0267	0,0820	3,00
NT6-NT8	0,0120	0,0420	3,00
NT8-NT6	0,0120	0,0420	3,00
NT6-NT9	0,0000	0,2080	3,00
NT9-NT6	0,0000	0,2080	3,00
NT6-NT10	0,0000	0,5560	3,00
NT10-NT6	0,0000	0,5560	3,00
NT9-NT11	0,0000	0,2080	3,00
NT11-NT9	0,0000	0,2080	3,00
NT9-NT10	0,0000	0,1100	3,00
NT10-NT9	0,0000	0,1100	3,00
NT4-NT12	0,0000	0,2560	6,50
NT12-NT4	0,0000	0,2560	6,50
NT12-NT13	0,0000	0,1400	6,50
NT13-NT12	0,0000	0,1400	6,50
NT12-NT14	0,1231	0,2559	3,20
NT14-NT12	0,1231	0,2559	3,20
NT12-NT15	0,0662	0,1304	3,20
NT15-NT12	0,0662	0,1304	3,20
NT12-NT16	0,0945	0,1987	3,20
NT16-NT12	0,0945	0,1987	3,20
NT14-NT15	0,2210	0,1997	3,60
NT15-NT14	0,2210	0,1997	3,60
NT16-NT17	0,0824	0,1923	3,60
NT17-NT16	0,0824	0,1923	3,60
NT15-NT18	0,1070	0,2185	3,60
NT18-NT15	0,1070	0,2185	3,60
NT18-NT19	0,0639	0,1292	3,60
NT19-NT18	0,0639	0,1292	3,60
NT19-NT20	0,0340	0,0680	3,00
NT20-NT19	0,0340	0,0680	3,00

Tabela B.2 – Parâmetros das linhas das ADAs 1 a 4

Ramo	R (p.u.)	X (p.u.)
ND1–ND2	0,0085	0,0043
ND2–ND3	0,0453	0,0231
ND3–ND4	0,0336	0,0171
ND4–ND5	0,0350	0,0178
ND5–ND6	0,0752	0,0649
ND6–ND7	0,0172	0,0568
ND7–ND8	0,0653	0,0216
ND8–ND9	0,0946	0,0680
ND9–ND10	0,0959	0,0680
ND10–ND11	0,0181	0,0060
ND11–ND12	0,0344	0,0114
ND12–ND13	0,1348	0,1061
ND13–ND14	0,0497	0,0655
ND14–ND15	0,0543	0,0483
ND15–ND16	0,0685	0,0500
ND16–ND17	0,1184	0,1580
ND17–ND18	0,0672	0,0527
ND2–ND19	0,0151	0,0144
ND19–ND20	0,1381	0,1245
ND20–ND21	0,0376	0,0439
ND21–ND22	0,0651	0,0861
ND3–ND23	0,0414	0,0283
ND23–ND24	0,0825	0,0651
ND24–ND25	0,0823	0,0644
ND6–ND26	0,0186	0,0095
ND26–ND27	0,0261	0,0133
ND27–ND28	0,0972	0,0857
ND28–ND29	0,0738	0,0643
ND29–ND30	0,0466	0,0237
ND30–ND31	0,0895	0,0884
ND31–ND32	0,0285	0,0332
ND32–ND33	0,0313	0,0487

Tabela B.3 – Parâmetros das linhas da ADA 5

Ramo	R (p.u.)	X (p.u.)
ND1–ND2	0,00025	0,00026
ND1–ND3	0,00036	0,00037
ND1–ND7	0,00015	0,00035
ND3–ND4	0,00029	0,00029
ND3–ND5	0,00047	0,00048
ND5–ND6	0,00036	0,00037
ND7–ND8	0,00010	0,00023
ND8–ND12	0,00033	0,00033
ND8–ND9	0,00033	0,00033
ND8–ND13	0,00015	0,00035
ND9–ND14	0,00061	0,00062
ND13–ND34	0,00022	0,00022
ND13–ND18	0,00042	0,00094
ND14–ND11	0,00036	0,00037
ND14–ND10	0,00036	0,00037
ND15–ND16	0,00054	0,00055
ND15–ND17	0,00051	0,00051
ND18–ND19	0,00036	0,00037
ND18–ND21	0,00015	0,00034
ND19–ND20	0,00047	0,00048
ND21–ND22	0,00076	0,00077
ND21–ND23	0,00013	0,00028
ND23–ND24	0,00079	0,00081
ND23–ND25	0,00014	0,00031

Continua na próxima página

Continuação da tabela anterior

Ramo	R (p.u.)	X (p.u.)
ND25–ND26	0,00017	0,00041
ND25–ND28	0,00010	0,00023
ND26–ND27	0,00014	0,00032
ND26–ND31	0,00033	0,00033
ND27–ND33	0,00072	0,00073
ND28–ND29	0,00015	0,00034
ND29–ND30	0,00018	0,00040
ND31–ND32	0,00043	0,00044
ND34–ND15	0,00014	0,00015
ND35–ND36	0,00032	0,00076
ND35–ND40	0,00012	0,00029
ND36–ND37	0,00043	0,00044
ND36–ND38	0,00036	0,00037
ND38–ND39	0,00047	0,00048
ND40–ND41	0,00047	0,00048
ND40–ND42	0,00012	0,00029
ND42–ND43	0,00072	0,00073
ND42–ND44	0,00010	0,00023
ND44–ND45	0,00029	0,00029
ND44–ND47	0,00012	0,00029
ND45–ND46	0,00043	0,00044
ND47–ND48	0,00008	0,00017
ND47–ND49	0,00013	0,00029
ND49–ND50	0,00013	0,00029
ND50–ND51	0,00013	0,00029
ND52–ND53	0,00010	0,00023
ND53–ND54	0,00006	0,00015
ND54–ND55	0,00014	0,00032
ND54–ND57	0,00018	0,00041
ND55–ND56	0,00014	0,00032
ND57–ND58	0,00036	0,00037
ND57–ND60	0,00038	0,00087
ND58–ND59	0,00036	0,00037
ND60–ND61	0,00028	0,00063
ND60–ND62	0,00041	0,00020
ND62–ND63	0,00029	0,00014
ND63–ND64	0,00058	0,00029
ND64–ND65	0,00070	0,00035
ND65–ND66	0,00054	0,00027
ND67–ND68	0,00029	0,00029
ND67–ND72	0,00014	0,00032
ND67–ND97	0,00013	0,00029
ND68–ND69	0,00040	0,00040
ND69–ND70	0,00047	0,00048
ND70–ND71	0,00040	0,00040
ND72–ND73	0,00040	0,00040
ND72–ND76	0,00010	0,00023
ND73–ND74	0,00051	0,00051
ND74–ND75	0,00058	0,00059
ND76–ND77	0,00020	0,00047
ND76–ND86	0,00035	0,00081
ND77–ND78	0,00005	0,00012
ND78–ND79	0,00011	0,00026
ND78–ND80	0,00024	0,00056

Continua na próxima página

Continuação da tabela anterior

Ramo	R (p.u.)	X (p.u.)
ND80–ND81	0,00024	0,00056
ND81–ND82	0,00012	0,00029
ND81–ND84	0,00098	0,00099
ND82–ND83	0,00012	0,00029
ND84–ND85	0,00069	0,00070
ND86–ND87	0,00022	0,00053
ND87–ND88	0,00025	0,00026
ND87–ND89	0,00014	0,00032
ND89–ND90	0,00033	0,00033
ND89–ND91	0,00011	0,00026
ND91–ND92	0,00043	0,00044
ND91–ND93	0,00011	0,00026
ND93–ND94	0,00040	0,00040
ND93–ND95	0,00015	0,00035
ND95–ND96	0,00029	0,00029
ND97–ND98	0,00014	0,00032
ND98–ND99	0,00028	0,00064
ND99–ND100	0,00015	0,00035
ND101–ND102	0,00033	0,00033
ND101–ND105	0,00014	0,00032
ND102–ND103	0,00047	0,00048
ND103–ND104	0,00101	0,00103
ND105–ND106	0,00033	0,00033
ND105–ND108	0,00016	0,00038
ND106–ND107	0,00083	0,00084
ND108–ND109	0,00065	0,00066
ND109–ND110	0,00043	0,00044
ND110–ND111	0,00083	0,00084
ND110–ND112	0,00018	0,00018
ND112–ND113	0,00076	0,00077
ND113–ND114	0,00047	0,00048
ND18–ND35	0,00019	0,00043
ND13–ND52	0,00020	0,00047
ND60–ND67	0,00017	0,00041
ND97–ND101	0,00013	0,00029